

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**ESCUELA DE POSGRADO**



**DISEÑO DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO GENERALIZADO  
MULTIVARIABLE PARA EL CONTROL DE UNA CELDA DE  
FLOTACIÓN TIPO COLUMNA UTILIZADA EN EL PROCESO DE  
RECUPERACIÓN DE COBRE**

**Tesis para optar el Grado de:  
Magister en Ingeniería de Control y Automatización**

**Autor: Ing. Juan Carlos Ccarita Cruz**

**Asesor: Dr. Raúl Rivas Pérez**

**Jurado**

**Dr. Javier Sotomayor Moriano  
Dr. Carlos Gustavo Perez Zuñiga  
Dr. Raúl Rivas Pérez**

**Lima – Perú**

**2017**

## RESUMEN

La industria extractiva de minerales, en el Perú, es un actor muy importante de desarrollo económico y tecnológico. Destacando el cobre como principal mineral. Es importante, como país minero, desarrollar investigaciones y tecnologías que ayuden a mejorar el proceso de extracción y concentración de minerales. En la industria minera actual, donde se ha conseguido un gran avance en la automatización, aún existen grandes retos y oportunidades de mejorar los procesos en búsqueda de una mejor eficiencia. Una de las etapas más importantes y críticas es la concentración de minerales mediante el uso de celdas de flotación. El control efectivo de este proceso permite obtener niveles adecuados e importantes de grado y recuperación en el concentrado de mineral. En el caso de las celdas de flotación tipo columna, el comportamiento es multivariable y muy dinámico por ser dependiente de los cambios de las características del mineral que se procesa y de las perturbaciones de la planta. Es ampliamente conocido que el control predictivo basado en modelos constituye una poderosa herramienta de control de plantas multivariable que presentan un comportamiento dinámico complejo como en el caso de la celda de flotación tipo columna. Es por esto, que el objetivo en la tesis es diseñar un controlador predictivo generalizado (GPC) multivariable para el control efectivo de una celda de flotación tipo columna utilizada en el proceso de recuperación de cobre. El modelo matemático obtenido tiene un grado de aceptación FIT superior a 80%. Se realizaron evaluaciones comparativas del sistema de control de la celda de flotación tipo columna, con los controladores GPC multivariable y PI diseñados considerando diferentes escenarios de operación e índices de desempeño. Se determinó que, el mejor desempeño del sistema de control se obtiene cuando se aplica el controlador GPC multivariable diseñado.

## Agradecimientos

Durante el tiempo de estudios en la maestría aprendí diversas lecciones que me permitieron crecer académica y profesionalmente. Agradezco a mis profesores del Programa de Maestría en Ingeniería de Control y Automatización, por compartir sus conocimientos y experiencias invaluableles que contribuyeron a enriquecer mi formación profesional.

A mi asesor de tesis Dr. Raúl Rivas. Gracias por guiarme en el desarrollo de éste trabajo de investigación, mediante sus consejos, observaciones, lecciones, ayuda y sobre todo por su amistad y confianza.



## Dedicatoria

A mi padre y mi madre, que siempre han estado junto a mí para aconsejarme, apoyarme y guiarme. Gracias de corazón por todo el amor incondicional que me han brindado.

A mis hermanos Alan, Roxana, Ana y Miriam, que siempre estuvieron a mi lado escuchándome, guiándome, apoyándome y motivándome.

A mis amigos que siempre estuvieron a mi lado, por sus palabras y consejos.

A todos mis profesores, que siempre los tengo presentes, desde el primer día que pise un aula. Gracias a ellos por sus enseñanzas.



## ÍNDICE

RESUMEN.....	2
INTRODUCCIÓN .....	5
CAPÍTULO I: ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DE CELDAS DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA .....	7
1.1. Introducción .....	7
1.2. Problemas actuales del proceso productivo de recuperación de concentrado de cobre .....	8
1.3. Características fundamentales del proceso de flotación en celdas columna ....	9
1.3.1. Características fundamentales del proceso de flotación.....	9
1.3.2. Características fundamentales de la celda de flotación tipo columna.....	10
1.4. Estado del arte de los sistemas de control de celdas de flotación tipo columna. ....	12
1.5. Objetivos de la tesis.....	23
CAPÍTULO II: IDENTIFICACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UNA CELDA DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA.....	24
2.1. Introducción .....	24
2.2. Descripción del proceso productivo de obtención de concentrado de cobre .	24
2.2.1. Conceptos generales .....	24
2.2.2. Etapa de reducción del tamaño del mineral .....	25
2.2.3. Etapa de recuperación de minerales valiosos por flotación .....	27
2.2.4. Etapa de remolienda. ....	28
2.2.5. Etapa de concentración de minerales por flotación en celda columna.....	30
2.2.6. Etapa de espesamiento y filtrado.....	31
2.3. Las celdas de flotación tipo columna como objetos de control.....	33
2.3.1. Descripción de las variables críticas del proceso de flotación de una celda columna .....	33
2.3.2. Esquema del proceso e instrumentación de la celda de flotación columna en estudio. ....	35
2.4. Identificación de la celda de flotación tipo columna.....	37
2.5. Validación del modelo matemático.....	45
2.6. Conclusiones. ....	50
CAPÍTULO III: DISEÑO DEL CONTROLADOR PREDICTIVO GENERALIZADO MULTIVARIABLE PARA EL CONTROL DE UNA CELDA DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA.....	51
3.1. Introducción .....	51
3.2. Justificación de la estrategia de control a utilizar.....	51

3.3.	Diseño del controlador GPC para el control de la celda de flotación tipo columna .....	51
3.3.1.	Conceptos generales .....	51
3.3.2.	Estructura de control .....	53
3.3.3.	Función de transferencia MIMO de la estructura de control .....	54
3.3.4.	Diseño del controlador GPC multivariable para el control de la celda de flotación tipo columna.....	56
3.4.	Resultados de simulación del sistema de control diseñado.....	59
3.5.	Conclusiones .....	61
<b>CAPÍTULO IV: PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN PRACTICA DEL SISTEMA DE CONTROL DE LA CELDA DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA</b>		<b>62</b>
4.1.	Introducción .....	62
4.2.	Resultados comparativos de simulación del sistema de control diseñado con controladores GPC multivariable vs PID .....	62
4.2.1.	Diseño del controlador PI para el control de la celda de flotación tipo columna .....	63
4.2.2.	Resultados comparativos de simulación del sistema de control de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio con controladores GPC multivariable vs PI .....	66
4.3.	Propuesta de implementación practica del sistema de control desarrollado ..	70
4.3.1.	Descripción de una celda columna en una planta concentradora.....	70
4.3.2.	Propuesta de implementación.....	78
4.4.	Conclusiones .....	80
<b>CONCLUSIONES GENERALES</b> .....		<b>81</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....		<b>82</b>

## INTRODUCCIÓN

Actualmente, a nivel mundial la concentración de minerales se realiza en gran medida mediante el método de flotación [2, 3, 6, 9, 11]. La flotación de minerales en celdas constituye uno de los procedimientos utilizados en la recuperación de minerales finos [4, 8]. El control efectivo de este tipo de plantas tiene una alta incidencia económica y sobre el medio ambiente [12, 13, 15, 17, 18, 19, 21].

La flotación consiste básicamente en el fenómeno de adhesión de las partículas de un mineral valioso a burbujas de aire, producidas dentro de una celda llena de agua [14, 6]. La espuma que se acumula en la parte superior de la celda es el resultado del proceso de adhesión y se denomina concentrado [7, 10].

La flotación ha permitido la recuperación de minerales que anteriormente no se podían recuperar por falta de procedimientos y equipamiento, o por la pequeña concentración de minerales valiosos que se encuentran en la naturaleza [23]. La flotación es un método único en posibilidades y en eficiencia [28]. Actualmente, han sido desarrollado diferentes equipos de flotación, constituyendo la celda de flotación tipo columna, la celda más utilizada para recuperar minerales que no es posible recuperar en la etapa de flotación mediante el uso de bancos de celdas de flotación convencionales [40, 41]. Las columnas de flotación se diferencian radicalmente de las celdas de flotación mecánicas convencionales, tanto en el diseño como en la filosofía de operación [149].

Desde la aparición de la celda de flotación tipo columna, su uso se ha incrementado debido a sus grandes facilidades de mantenimiento, instalación, funcionamiento metalúrgico y eficiencia [40]. La amplia utilización de las celdas de flotación tipo columna, así como su complejo comportamiento dinámico [5, 24, 30, 36] ha llevado a los fabricantes a desarrollar diferentes estrategias de control para obtener el mejor desempeño [20, 22, 25, 26, 27, 29, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 38, 39, 42]. Es notorio destacar, que la mayor parte de los sistemas de control de este tipo de plantas se basan en el uso de controladores convencionales (PI/PID) [42]. Por otro lado, es bien conocido que cuando las plantas industriales presentan comportamientos dinámicos complejos los controladores PID no son suficientes para garantizar un óptimo desempeño [16, 50, 57, 64, 116, 118, 123, 125, 142, 143, 151, 152]. Es por ello, que los beneficios metalúrgicos, económicos y medioambientales que se obtiene del

proceso de concentración de metales valiosos en este tipo de plantas no son los esperados [28]. Toda esta información, es abordada en el capítulo I.

El control predictivo basado en modelos constituye una poderosa herramienta de control de plantas caracterizadas por presentar un comportamiento dinámico complejo, y se enmarca dentro de los controladores óptimos, es decir de aquellos en los que las actuaciones responden a la optimización de un criterio [1, 43, 44, 45, 154]. Esta estrategia ha sido utilizada con éxito en el control de diversos procesos industriales debido a su carácter intuitivo, a su capacidad de control de plantas con diferentes comportamientos dinámicos, así como al sistemático tratamiento de las restricciones, entre otras ventajas [46, 47, 48, 49].

La presente tesis presenta como objetivo general el desarrollo de un controlador predictivo generalizado (GPC) multivariable para el control efectivo de una celda de flotación tipo columna utilizada en el proceso de recuperación de cobre de una empresa minera de Perú, de forma tal de aumentar la capacidad de concentración del cobre y reducir las afectaciones al medio ambiente.

Para el desarrollo de la presente tesis se tomaron los datos, tendencias y rangos de operación de las variables críticas de una celda de flotación tipo columna; para identificar su comportamiento dinámico y obtener, en el capítulo II, un modelo matemático que describa de forma adecuada su dinámica. En el capítulo III se desarrolló el diseño del controlador GPC Multivariable. Además, en el capítulo IV, se diseñaron controladores clásicos del tipo PI para analizar comparativamente con el controlador GPC el desempeño, bondades y debilidades del sistema de control desarrollado.

# **CAPÍTULO I: ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DE CELDAS DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA**

## **1.1. Introducción**

La flotación constituye un método de separación, mediante el cual las partículas sólidas son separadas por burbujas de aire en un medio acuoso [3]. Para la flotación se requiere que la superficie de las partículas flotantes sea repelente al agua [149]. El aire es introducido en la pulpa para que las partículas hidrofóbicas se puedan adherir a las burbujas de aire y subir a través de la pulpa a la superficie formando una capa de espuma mineralizada que luego se pueda retirar [4]. Las partículas hidrofílicas no se adhieren a las burbujas de aire y permanecen en suspensión [6]. El producto de espuma se denomina concentrado y al producto de cola – ganga (mineral sin valor) [6].

En la década de los 60 P. Boutain y R. Temblay investigaron los procesos de flotación en columna contracorriente [7, 150]. Han pasado más de 50 años desde estas primeras pruebas y los resultados obtenidos han posibilitado incrementar el desarrollo y la investigación en este campo de la ciencia. Debido a ello, el uso de las celdas de flotación tipo columna es ampliamente aceptado.

Es bien conocido que el desempeño de las celdas de flotación tipo columna es mejor que el de las celdas de flotación convencionales cuando se usan en la flotación de partículas finas [9]. La ausencia de una zona de mezclado, y el uso de agua para limpiar la zona de burbujas en la parte superior de la columna permiten la producción de concentrado de partículas finas de mayor ley [14].

La complejidad dinámica de las celdas de flotación tipo columna radica en las diferentes variables físicas que intervienen en el proceso. En una celda columna típica se requiere controlar el nivel en la celda y la fracción de aire (% de volumen de aire en la celda) manipulando el flujo de alimentación de la pulpa, el flujo de alimentación de agua, el flujo de aire, el flujo de colas, etc. [15].

Los fabricantes de celdas columnas, han propuesto y desarrollado diferentes variantes de instrumentación y control, usando estrategias de control PID. Las

desventajas de estos sistemas de control radican en la falta de integración de los lazos de control existentes [16].

## 1.2. Problemas actuales del proceso productivo de recuperación de concentrado de cobre

Mientras la demanda global de cobre siga en crecimiento, será necesario usar nuevas fuentes de recurso, tales como los relaves de minas antiguas o depósitos de minerales con baja ley o con altas impurezas de antimonio (Sb) y arsénico (As). La necesidad de procesar estas nuevas fuentes de recursos implica desarrollar nuevas tecnologías y formas de procesamiento de recuperación de minerales.

Con el uso de nuevas fuentes de minerales, se hace necesario reducir el tamaño del mineral para conseguir el grado de liberación de la partícula valiosa (galena) (Fig. 1.1). Es en esta etapa que se hace necesario el uso de celdas de flotación tipo columna, las cuales comparadas con las celdas convencionales procesan mejor las partículas finas [6].

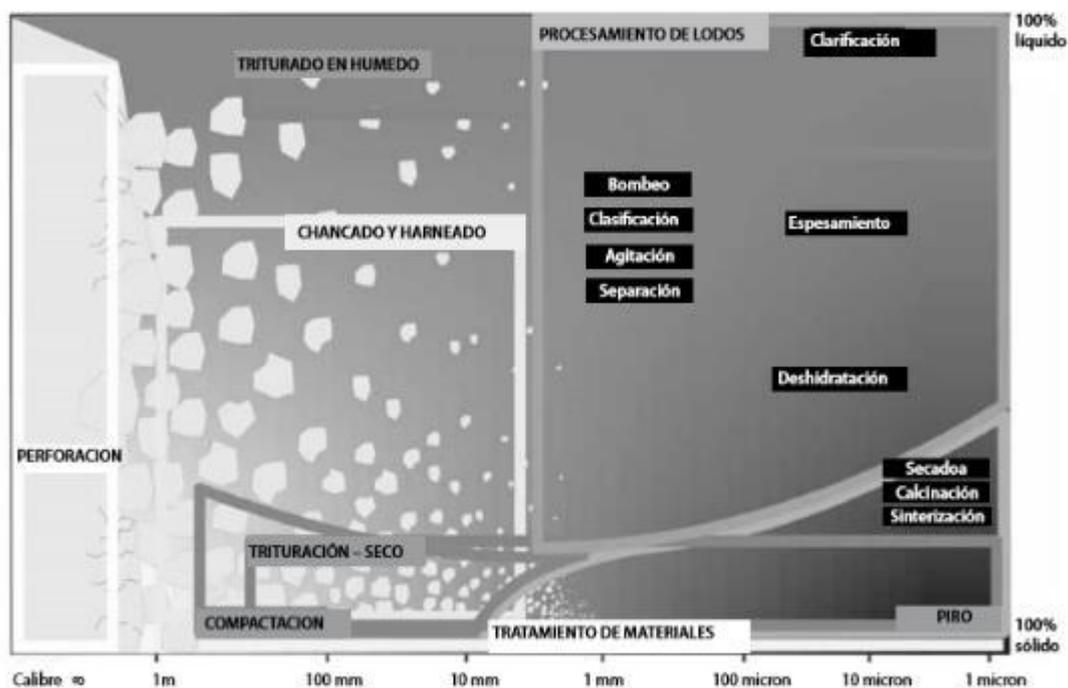


Fig. 1.1. Relación del tamaño de mineral en la etapa de procesamiento.

En el Perú, la industria minera es uno de los pilares más preponderantes en la generación de riqueza (PWC, 2013), representando el 15 % aproximadamente del PBI. En la (Fig. 1.2) se exhibe un diagrama que muestra la importancia de la industria minera en el PBI de Perú.

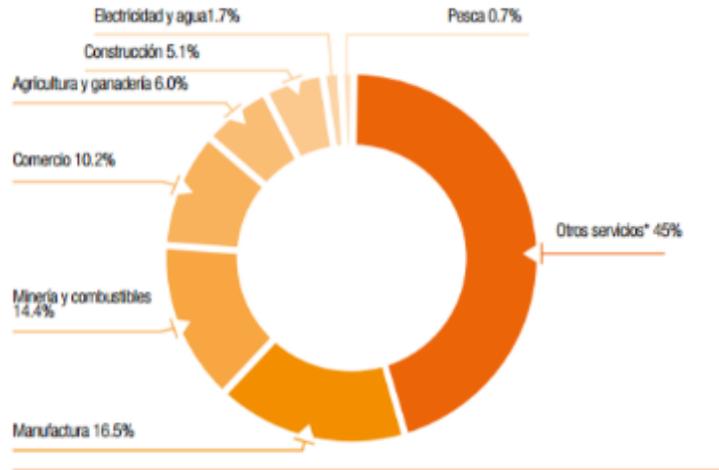


Fig. 1.2. Importancia de la industria minera en el PBI de Perú.

En el país existen diversas fuentes de recursos minerales; como: relaves, minas con bajas leyes. Los problemas de procesar estas fuentes de recursos, yace en que el material presenta variaciones en sus propiedades como: dureza, granulometría, densidad, etc. Estas variaciones provocan que los equipos de procesamiento de minerales trabajen con bastantes perturbaciones [19].

La eficiencia de la flotación es muy dependiente de los cambios de las características del mineral que se procesa, lo cual influye en el grado y la recuperación del producto final [10]. A esto se le suma las perturbaciones presentadas por los equipos auxiliares a las celdas de flotación, como por ejemplo los fallos en bombas, las fugas en tubería, los fallos en sopladores, fallos en las bombas de agua de lavado, etc.

### 1.3. Características fundamentales del proceso de flotación en celdas columna

#### 1.3.1. Características fundamentales del proceso de flotación

La flotación es un proceso fisicoquímico de tres fases (sólido, líquido y gas), cuya finalidad es la separación de especies minerales mediante la adhesión selectiva de partículas minerales a burbujas de aire, aprovechando las propiedades hidrofílicas e hidrofóbicas de los materiales a separar. A pesar de su aparente simplicidad el proceso de flotación es relativamente moderno, de un origen reciente.

Los antecedentes históricos del proceso de flotación se remontan a los antiguos fenicios, el padre de la historia Heródoto -- 484 a 425 A.C.—en [2] se informa que estos, más de 2500 años atrás, usaban plumas grasosas de ganso y otras aves para hacerlas pasar a través de las arenas auríferas, y en una corriente de agua recuperar las partículas de oro adheridas a la grasa de las plumas [2], informa también que en el

siglo XV los persas usaban un método de concentración que estaba basado sobre la mojabilidad selectiva de ciertos minerales. Sin embargo, se considera que el origen del proceso de flotación es relativamente reciente debido a que sus fundamentos teóricos y tecnológicos fueron desarrollados en el siglo XX.

El proceso de separación por flotación, consiste en separar un mineral valioso (galena) del material no valioso (ganga), para realizar esta separación es necesario que las especies útiles que constituyen la mena estén separadas o liberadas, o sea, que cada partícula individual represente una sola especie mineralógica. Luego, el mineral liberado es acondicionado con distintos reactivos, que tienen el objetivo de preparar las superficies de los minerales para la absorción de reactivos (modificadores), aumentar las propiedades hidrofóbicas de los minerales (colectores), facilitar la formación de una espuma pareja y estable (espumantes) y modificar el PH de la pulpa (cal).

El mineral acondicionado con los reactivos se introduce enseguida en las máquinas de flotación, donde mediante la adhesión de la galena a burbujas de aire, son transportados a la superficie, recolectados y recuperados como concentrado. La fracción que no se adhiere a la burbuja permanece en la pulpa y constituyen la cola o relave, en la Fig. 1.3 se muestra lo descrito.

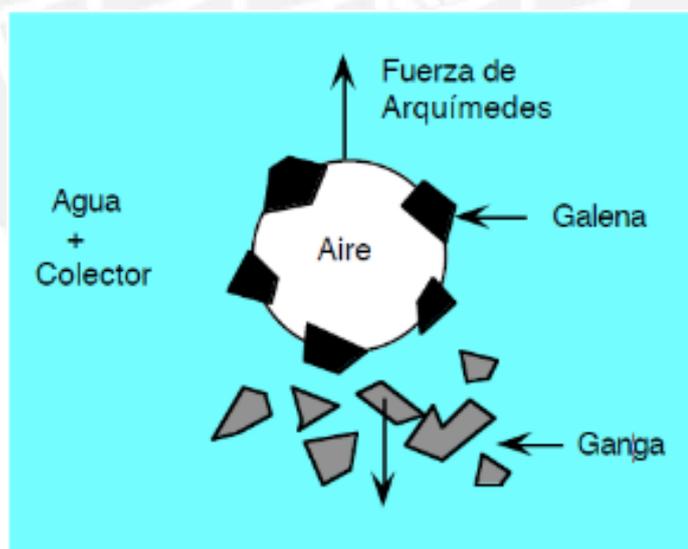


Fig. 1.3. Principio de separación por flotación [6].

### 1.3.2. Características fundamentales de la celda de flotación tipo columna

Una celda columna, tal como se muestra en la Fig. 1.4, es de sección circular. La pulpa acondicionada se alimenta a una distancia de un tercio de altura, desde el

rebose de la celda, el aire es introducido o inyectado a través de los difusores que se encuentran cerca a la base y el agua de lavado ingresa a través de una especie de ducha de 3 a 6 pulgadas sobre o debajo del rebose de la celda, dependiendo del fabricante de la celda columna.

Las partículas de mineral contenidas en la pulpa tropiezan con una nube ascendente de burbujas de aire y son llevadas hasta el rebose, pero estas al pasar por encima del punto de alimentación, se encuentran con un flujo suave descendente de agua fresca que lava las partículas de ganga adheridas a ellas. El concentrado de este modo, emerge por el rebose de la celda y los relaves se descargan por la parte inferior de la celda. El proceso de colección en una celda columna se sustenta en el hecho de que las partículas minerales de la especie valiosa y ganga están moviéndose en sentido contrario a la nube de burbujas, lo cual puede explicarse en dos patrones de flujo en contracorriente:

- Un flujo descendente de partículas de mineral y burbujas ascendentes en la zona de colección.
- Burbujas ascendentes y un flujo descendente de agua de lavado en la zona de limpieza.

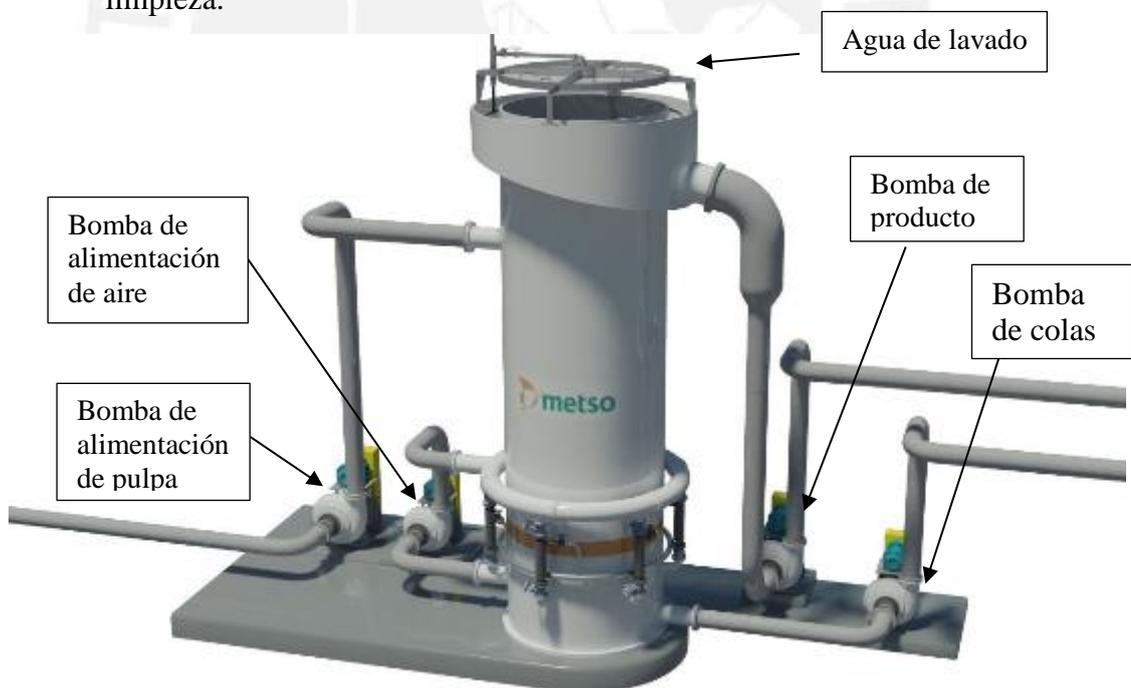


Fig. 1.4. Celda columna Metso.

El bias es una variable de control en las celdas columnas que representa a la fracción neta de agua que fluye a través de la espuma, asegurando la acción de limpieza, y evitando el arrastre hidráulico de partículas finas [6]. Las celdas pueden operar con

bias negativo y bias positivo, sin embargo, las celdas columnas deben trabajar con bias positivo [6].

En el régimen de operación con bias negativo, el flujo de alimentación es siempre mayor que el flujo de relaves, causando exceso de volumen para su rebose como concentrado. Ello indica que cierta cantidad de agua de la pulpa va al concentrado, lo cual da un producto de baja ley. Esto es:

$$\frac{Q_C}{Q_F} = \text{BIAS} < 1 \quad (1.1)$$

En el régimen de operación con bias positivo, el flujo de relave es mayor al flujo de alimentación, dando como resultado un producto de mayor calidad, es decir, de más alta ley debido a la menor cantidad de ganga.

$$\text{BR} = \frac{Q_C}{Q_F} = \text{BIAS} > 1 \quad (1.2)$$

El régimen de tasa de error (bias rate) positivo tienen un valor recomendado entre 1.01 y 1.15 [14].

El agua de lavado agregada en el rebose de la celda columna tiene las siguientes funciones:

- Formar el bias.
- Mantener el nivel de pulpa, lo cual satisface la siguiente ecuación.

$$Q_F + Q_W = Q_T + Q_C \quad (1.3)$$

- Limpiador del concentrado.

Las funciones del aire son:

- Producción de burbujas muy finas, consiguiendo la máxima retención del contenido volumétrico de aire o holdup de aire.
- Promover la mayor probabilidad de encuentro partícula-burbuja, de modo de alcanzar una mayor recuperación de la especie de tamaño fino.
- Permitir establecer una relación flujo de aire-velocidad de extracción del concentrado.
- Mantener el nivel de pulpa.
- Limpieza del concentrado.

#### **1.4. Estado del arte de los sistemas de control de celdas de flotación tipo columna.**

Los sistemas de control de una celda de flotación tipo columna deben estar enfocados en maximizar el rendimiento en términos de grado y recuperación, así como

minimizar el consumo de energía, de agua y de aditivos químicos [12].

Existen varias técnicas de control, para las celdas de flotación tipo columna, que han sido propuestas. Las estrategias de control planteadas llegan inclusive a considerar al proceso como un sistema SISO. Generalmente el objetivo del control implica decidir la estrategia y los algoritmos de control que se deben utilizar [50, 85, 88, 90].

Generalmente, los sistemas de control, de las celdas de flotación tipo columna, no son sofisticados, principalmente por qué la variable crítica del proceso que se puede medir directamente es la altura de la cama de burbujas.

El desarrollo de nuevos sensores para bias, gas holdup y velocidad superficial del gas ofrecen la posibilidad de implementar sistemas de control avanzados, los cuales se caracterizan por su elevada efectividad en el control de procesos [52, 53, 62, 111, 112, 114, 115, 129].

En [12] se propone un controlador PI descentralizado para un sistema de dos fases en una celda de flotación tipo columna de laboratorio. El bias (sesgo) y la altura de la cama de burbujas fueron las variables controladas y las variables manipuladas fueron el flujo de agua de lavado y el flujo de colas de la celda. Los controladores PI propuestos relacionan el bias con el agua de lavado y la altura de la cama de burbujas con el flujo de colas. Esta relación de control se debe a que el flujo de colas no tiene efecto sobre el bias. Sin embargo, como el sistema está débilmente acoplado se utilizan estrategias de control basadas en sistemas SISO con controladores PI convencionales.

Las limitaciones y robustez de los controladores PI convencionales en el control de procesos con comportamiento dinámico complejo han sido ampliamente analizadas en la literatura, ver por ejemplo [54, 55, 58, 59, 60, 61, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 72, 73, 81, 92, 93, 95, 153, 155, 156]. Otro factor que afecta al sistema de control propuesto es la no linealidad del proceso, por ejemplo, la altura de la cama de burbujas, la cual también depende del flujo de aire).

Recientemente, estrategias similares fueron implementadas en celdas de flotación tipo columna de laboratorio usando una pulpa de alimentación [13]. Dos lazos de control PI fueron propuestos para manipular el flujo de agua de lavado y el flujo de las colas y de esta manera controlar el nivel de la cama de burbujas y el bias, los resultados obtenidos se presentan en la Fig. 1.5.

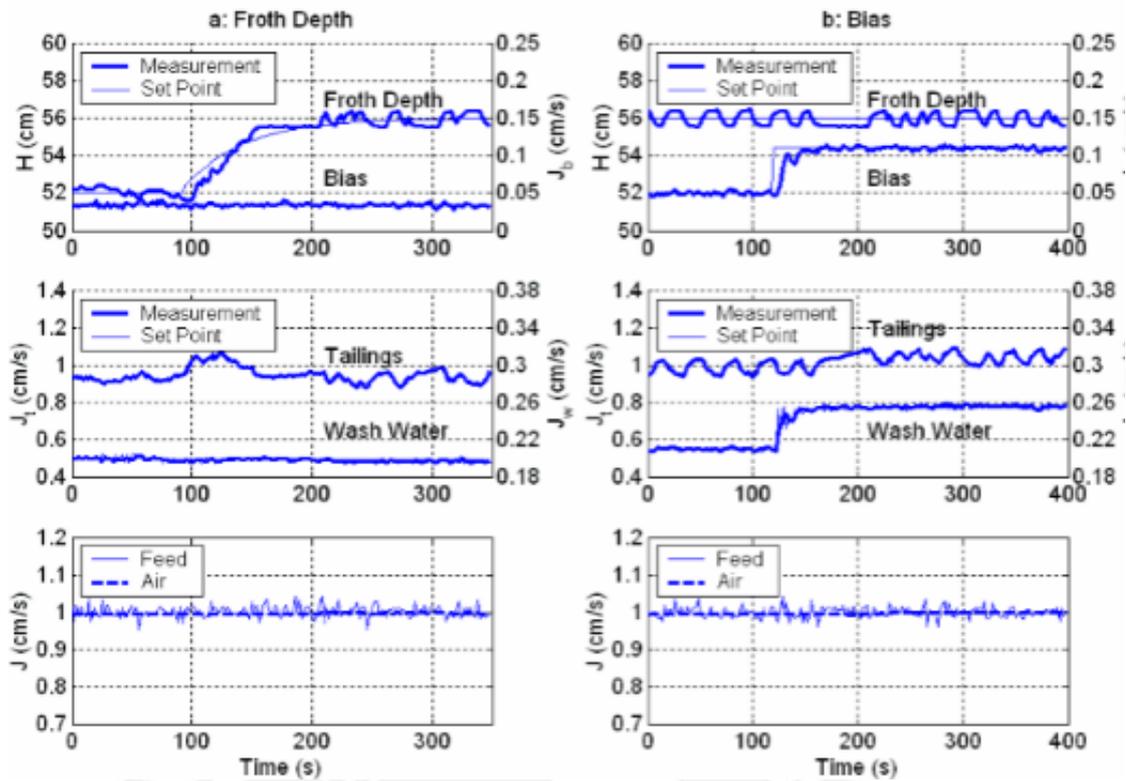


Fig. 1.5. Principio de separación por flotación [13].

Los resultados del comportamiento de la celda, frente a variaciones del flujo de aire se presentan en la Fig. 1.6. [13]

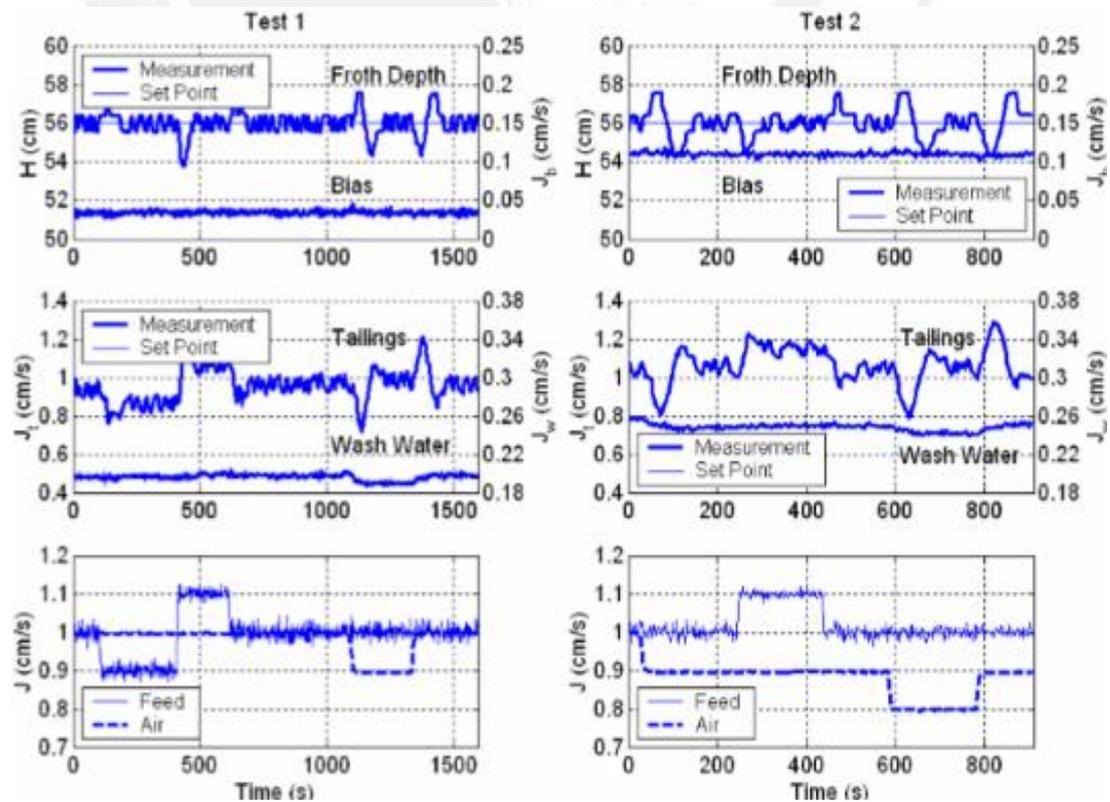


Fig. 1.6. Principio de separación por flotación [13].

En [16] se implementó un controlador no lineal del tipo ganancia programada con controlador PI para el control del nivel de burbujas en una columna de dos fases, donde la ganancia proporcional del controlador es función del caudal de aire. En la Fig. 1.7 se muestra la respuesta temporal del sistema de control. La primera parte del grafico muestra el cambio del setpoint de nivel de la cama de burbujas de 40 a 60 cm y viceversa, con un valor de flujo de aire de 1.25 cm/s.

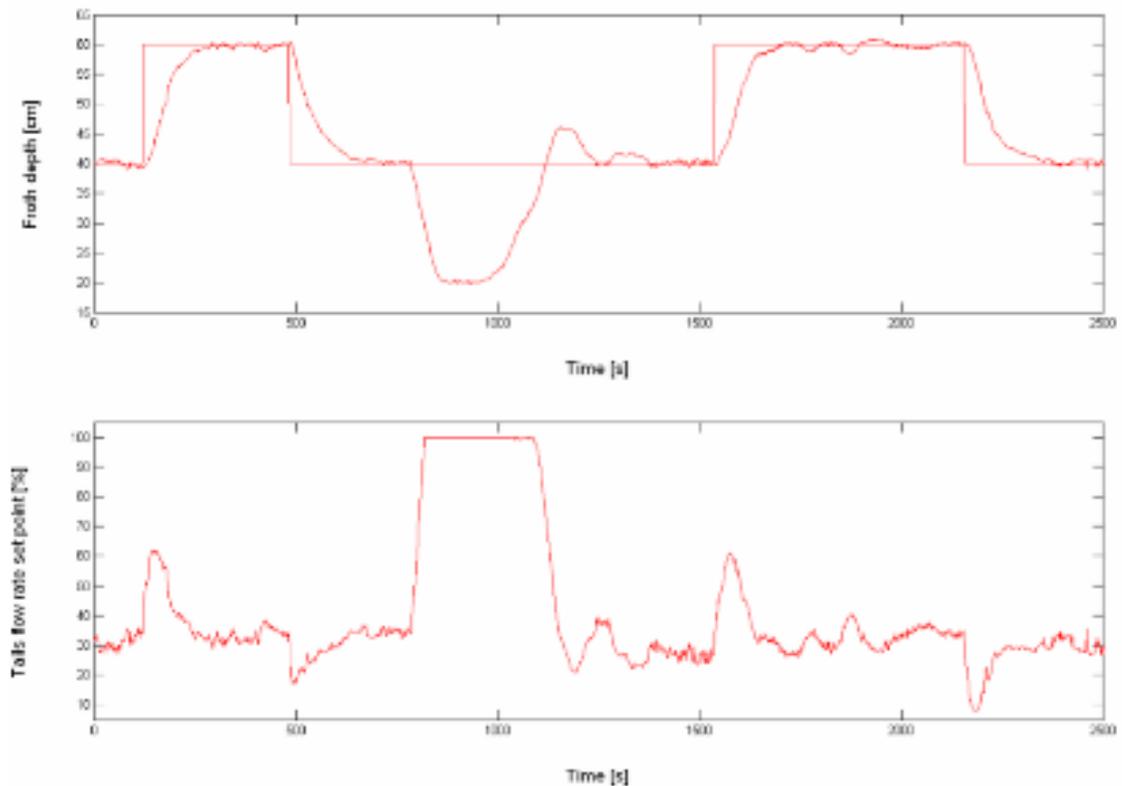


Fig. 1.7. Respuesta temporal del sistema de control.

Después de 800 s, el flujo de aire se incrementa a 1.8 cm<sup>3</sup>/s y la ganancia proporcional del controlador PI es ajustada. El controlador utilizado no tiene una retroalimentación basada en el flujo de aire, debido a esto no puede anticipar un cambio brusco en el flujo de aire y de esta manera hacer los ajustes de la ganancia proporcional del controlador PI. Sin embargo, hace un ajuste adecuado de la ganancia proporcional para mantener una misma dinámica de profundidad de espuma. Además, se realizan otros cambios de setpoint de 60 a 40 cm.

En [17] se propone una estructura de control basada en el desacoplamiento de la planta y los controladores PI. Como variables manipuladas se utilizan el flujo de agua y el flujo de aire y como variables controladas el nivel de interface de la cama de espumas y la fracción de aire o holdup. Una de las conclusiones a las que se llega

es que el lazo de control de flujo de aire y la fracción de aire presenta problemas debido a la fuerte interacción que existe entre la variable fracción de aire con los demás flujos de ingreso y salida de la planta.

En [15], usando dos sensores virtuales, uno para la altura de la cama de espumas y el otro para medir el bias se propone un controlador multivariable no lineal con estructura GlobPC (Global Prective No linear). La representacion del proceso se muestra en la Fig. 1.8, las dos variables manipuladas son el flujo de colas y el flujo de agua de lavado y las variables controladas son la altura de la interface de la cama de espumas y el bias.

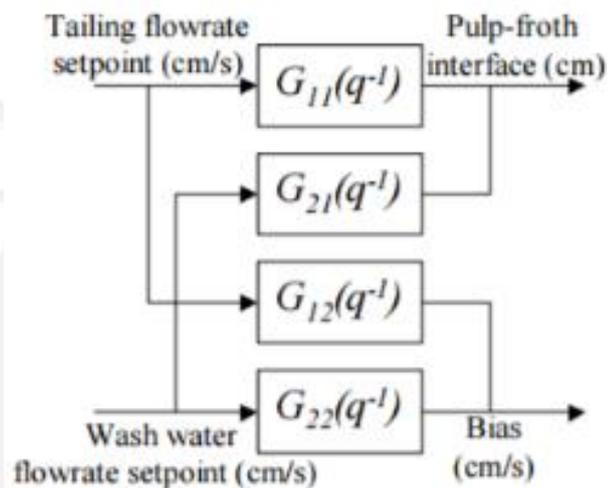


Fig. 1.8. Modelo del proceso de la celda columna [15].

Dos controladores SISO GlobPC fueron usados como se ilustra en la Fig. 1.9. Los efectos de la interdependencia de variables en la planta se redujeron mediante el uso de una matriz de desacoplamiento.

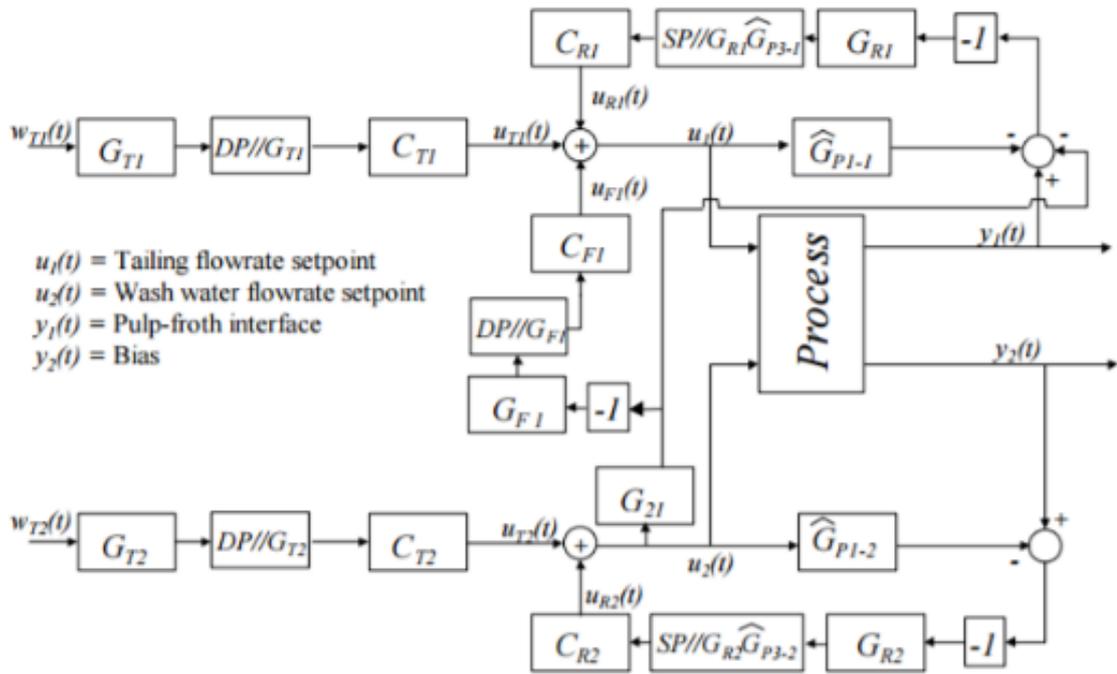


Fig. 1.9. Diagrama de la estructura del controlador propuesto [15].

Las respuestas temporales del sistema de control se muestran en la Fig. 1.10.

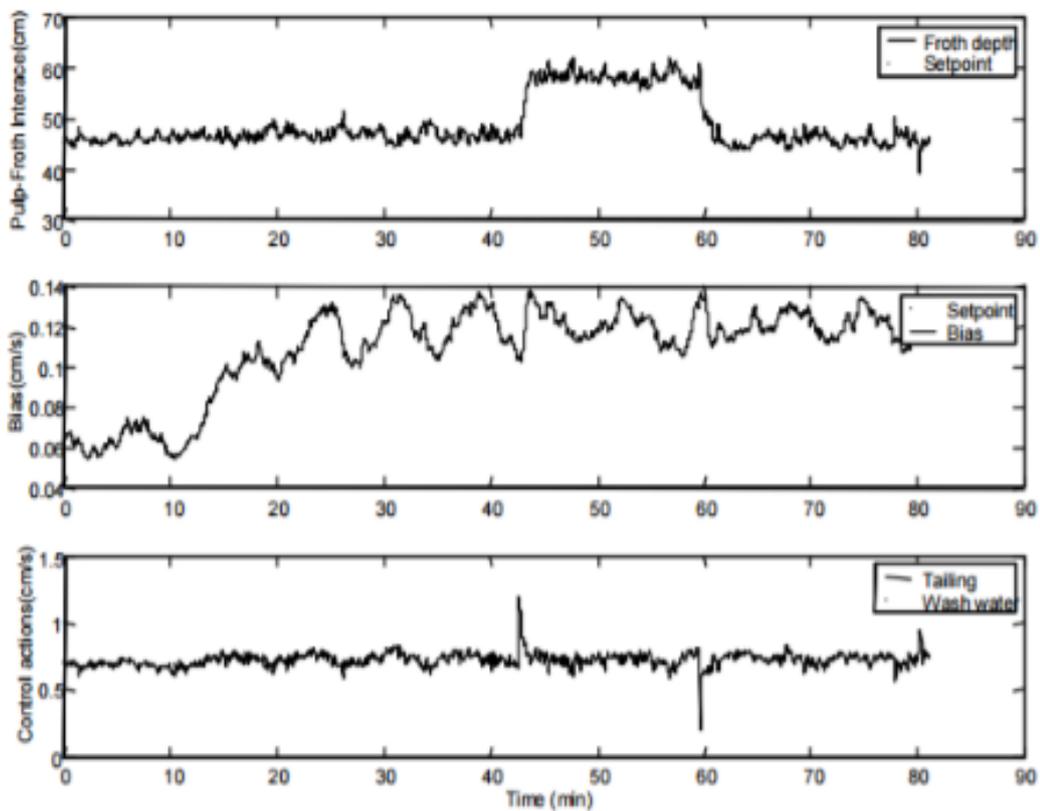


Fig. 1.10. Respuestas temporales del sistema de control [15].

En [18] se desarrolla un sistema de control experto con prevención de sobrecarga de espumas en una celda columna de laboratorio. El diagrama instrumental, (ver Fig. 1.11) fue propuesto para optimizar los indicadores mineralógicos: el grado de concentración y la recuperación. El sistema de control fue desarrollado en base al control predictivo multivariable [19]. El sistema experto basado en el uso del grado vs recuperación permitió disminuir la cantidad de reglas del controlador fuzzy.

En [20] se desarrolla un controlador fuzzy obteniendo una concentración de cobre sobre el rango admitido, manteniendo la recuperación por encima del nivel límite definido. En el diseño del controlador fuzzy se utilizaron como variables manipuladas el flujo de aire y el nivel de interface de la cama de burbujas. El setpoint del agua de lavado fue seleccionado en base a mantener un bias positivo (ver Fig. 1.12). Los resultados de las pruebas del controlador fuzzy propuesto e implementado en una celda columna piloto, fueron aceptables, se logró producir concentrado de cobre dentro del rango aceptable de recuperación y sin saturar, la mayor parte del tiempo, las variables manipuladas.

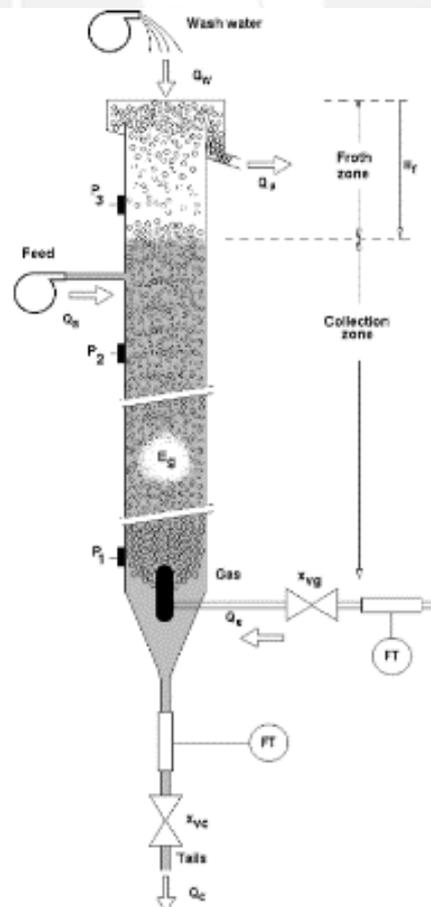


Fig. 1.11. Diagrama instrumental de la celda columna [18].

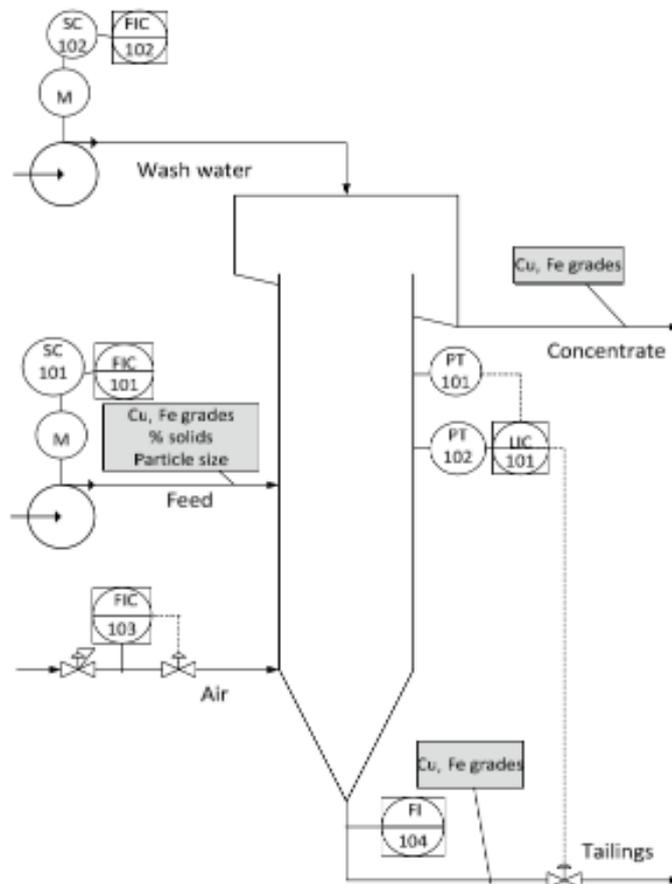


Fig. 1.12 Diagrama P&ID [20].

En [21, 22] se muestran los avances obtenidos en los sistemas de control de las celdas de flotación tipo columna. En la tabla 1.1 se realiza un resumen de estos trabajos:

Tabla 1.1. Resumen del estado del arte del control de celdas de flotación tipo columna.

<b>Autores</b>	<b>Variables controladas</b>	<b>Algoritmo de control propuesto</b>	<b>Tipo de columna</b>
Ameluxen R, Llerena R, Dustan P, Huls B (1988)	Nivel de cama de espumas y BIAS	PID	Industrial
Barriere PA, Dumont F, Desbiens A (2001)	Nivel de cama de espumas	Backstepping, model reference nonlinear control	Piloto de 2 fases
Bergh LG, Yianatos JB, Cartes F (1996)	Grado y recuperación	Lógica fuzzy para supervisor lazos de control locales	Piloto, industrial

Bergh LG, Yianatos JB, Acuna C, Perez H, Lopez F (1999)	Grado y recuperación	Sistema Experto	Industrial
Bouchard J, Desbiens A, del VillarR (2005)	Nivel de cama de espumas y BIAS	Reviso todos los temas	Piloto de 2 y 3 fases
Chuk OD, Mut V, Nuñez E, Gutierrez L (2001)	Nivel de cama de espumas y gas holdup	MPC	Laboratorio
Ciensi T, Coffin V (1981)	Nivel de cama de espumas	PID	Industrial
del Villar R, Grégoire M, Pomerleau A (1999)	Nivel de cama de espumas y BIAS	PID	Laboratorio, 2 fases
Desbiens A, del VillarR, MilotM (1998)	Nivel de cama de espumas	Gain Schedule PI	Piloto de 2 fases
Hirajima T, Takamori T, Tsunekawa M, Matsubara T, Oshima K, Imai T (1991)	Grado	Lógica Fuzzy	Industrial
Kosick G, Dobby GS, Young P (1991)	Performance de la celda columna en la zona de densidades pulpa/espumas y/o grado y recuperación	Lógica Fuzzy	Industrial
Maldonado M, Desbiens A, del Villar R (2008)	Nivel de espumas, BIAS, gas Holdup	PI, descentralizado	Piloto, 2 fases
Maldonado M, Desbiens A, del Villar R (2009)	Nivel de espumas, BIAS, gas Holdup	PI + MPC	Piloto, 2 fases
McKay JD, Ynchausti RA (1996)	Grado del concentrado de la columna y grado de la cola de la celda convencional scanveger	Sistema Experto	Industrial
Milot M, Desbiens A, del Villar R, Hodouin D (2000)	Nivel de espuma, BIAS	MPC	Piloto, 2 fases
Nunez E, Desbiens A, del VillarR, Duchesne C (2006)	Nivel de espuma, gas holdup	MPC	Piloto, 3 fases

Persechini MAM, Peres AEC, Jota FG (2004)	Nivel de espuma, BIAS, gas holdup	PID	Piloto, 2 fases
Pu M, Gupta Y, Taweel AA (1991)	Nivel de espumas, gas holdup	MPC	Laboratorio 3 fases

Los sistemas de control propuestos usan 2 variables de entrada y 2 de salida, considerando las demás variables del proceso como perturbaciones. En [12] se concluye que las interdependencias de las demás variables de proceso son muy fuertes y por ello no se logra un control satisfactorio.

Del estudio desarrollado sobre el estado del arte de los sistemas de control de las celdas de flotación tipo columna se puede concluir, que a pesar de las diversas estrategias de control propuestas para resolver el problema del control efectivo de este tipo de plantas, aún existen problemas no resueltos tanto de carácter teórico como práctico. Ello se debe al complejo comportamiento dinámico que presenta este tipo de plantas. Es bien conocido que el control efectivo de plantas multivariadas con comportamientos dinámicos complejos es muy difícil de obtener utilizando las estrategias de control resumidas en este estudio, incluso desacoplando las variables de las plantas, ver, por ejemplo: [56, 70, 71, 74, 75, 76, 77, 78, 83, 84, 86, 87, 89, 91, 94, 98, 102, 103, 110].

Hace algunas décadas, el único objetivo realmente importante en el control de procesos era lograr alcanzar una operación estable de la planta, ver por ejemplo [120, 121, 131, 133, 134, 135, 136, 140]. Sin embargo, hoy en día, la existencia de un mercado, tan variable y difícil de predecir, ha obligado a las empresas a mejorar sus procesos productivos conforme evoluciona el mercado, con el fin de mantenerse competitivas y rentables [43, 56]. La competencia que existe en los diversos niveles de la industria, al igual que el creciente interés de la sociedad por los problemas del medio ambiente que se originan a raíz de los procesos industriales, han llevado a la necesidad de disponer de estrategias de control fiables que permitan la operación de las plantas con alto grado de eficiencia y flexibilidad [63, 64, 71, 81, 105, 109].

Hoy en día, los sistemas de control de procesos industriales deben cumplir simultáneamente con criterios de calidad en la producción, para satisfacer especificaciones sujetas a demandas normalmente variables; con criterios económicos, asociados con el mantenimiento de las variables de la planta y la

minimización de funciones de costos de operación, así como con criterios de seguridad y de protección del medioambiente. Por consiguiente, en la actualidad, el objetivo de los sistemas de control consiste en actuar sobre las variables manipuladas, de forma tal de satisfacer múltiples y cambiantes criterios de funcionamiento, en presencia de cambios en la dinámica de los procesos. Las diversas metodologías de control que existen hoy en día, tienen el reto de enfrentarse al cumplimiento de este objetivo.

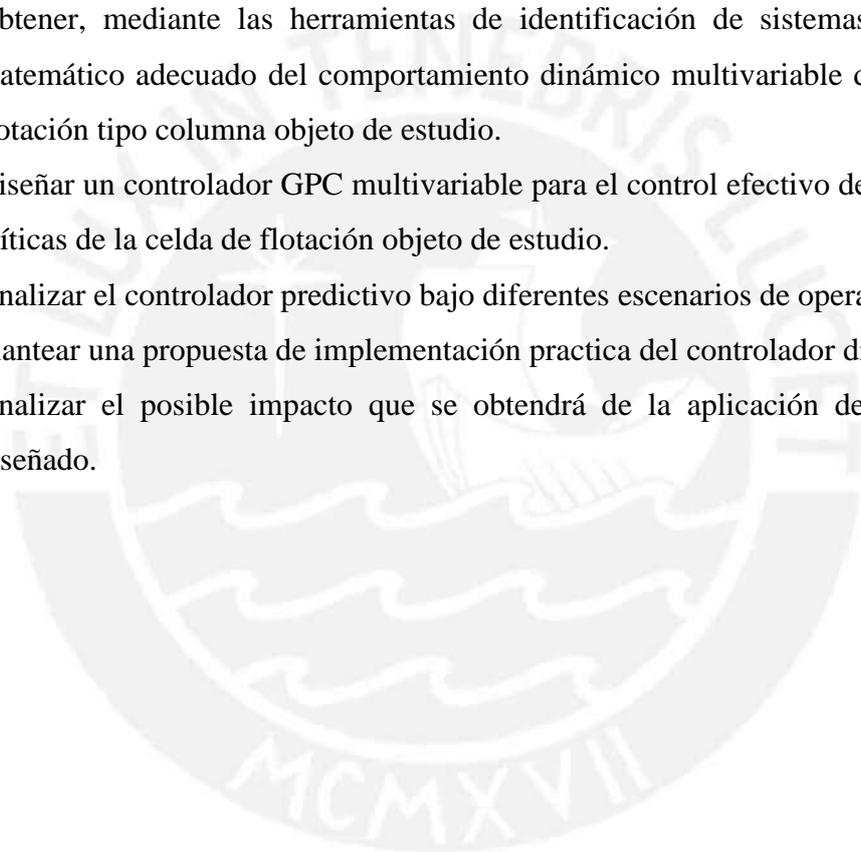
El control predictivo basado en modelo (MBPC o MPC) constituye una poderosa herramienta para afrontar este reto, ya que acepta cualquier tipo de modelo, funciones de costo o restricciones, convirtiéndose en la metodología que puede reflejar más directamente los múltiples criterios de funcionamiento, relevantes en la industria de procesos [56]. El control predictivo, también conocido en la industria como control multivariable o control avanzado, es una estrategia de control que se ha impuesto en las últimas décadas en la industria de procesos como la mejor opción para controlar procesos con múltiples entradas y múltiples salidas, satisfaciendo además un conjunto de restricciones de operación de los mismos, ver, por ejemplo: [56, 78, 79, 82, 88, 90, 91, 104, 109, 113, 117]. En general, las estrategias de control predictivo, las cuales tienen su origen en base al predictor de Smith y sus diferentes modificaciones, están siendo aplicadas con éxito en los últimos años [105, 107, 113, 117, 119, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 130, 132, 137, 138, 139]. Sin embargo, esta estrategia de control es más compleja que las estrategias convencionales y requiere de mayores recursos de cómputos para su implementación práctica. Los retos existentes consisten en los diseños de algoritmos de control aplicables, de fácil implementación y haciendo uso de modelos simples para una operación óptima del proceso en todo su rango de funcionamiento. Por otro lado, fuera de la industria clásica de procesos (química, petroquímica, farmacéutica, etc.), el reto consiste en la aplicación de estas técnicas de control a otros procesos con dinámicas complejas, por ejemplo, en los procesos de obtención y recuperación de concentrados de minerales.

El desarrollo de controladores predictivo generalizado (GPC), por su propia estructura, resultan adecuados para desarrollar un control multivariable de procesos. Por consiguiente, el desarrollo de controladores predictivos multivariados constituye un problema abierto y de elevada importancia científico-técnica.

### 1.5. Objetivos de la tesis.

La presente tesis tiene como objetivo general el desarrollo de un controlador predictivo generalizado (GPC) multivariable para el control efectivo de una celda de flotación tipo columna utilizada en el proceso de recuperación de cobre de una empresa minera de Perú, de forma tal de aumentar la capacidad de concentración del cobre y reducir las afectaciones al medio ambiente. Para cumplir con este objetivo se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Desarrollar un estudio sobre el estado del arte de los sistemas de control de celdas de flotación utilizadas en la industria minera.
- Obtener, mediante las herramientas de identificación de sistemas, un modelo matemático adecuado del comportamiento dinámico multivariable de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio.
- Diseñar un controlador GPC multivariable para el control efectivo de las variables críticas de la celda de flotación objeto de estudio.
- Analizar el controlador predictivo bajo diferentes escenarios de operación.
- Plantear una propuesta de implementación práctica del controlador diseñado.
- Analizar el posible impacto que se obtendrá de la aplicación del controlador diseñado.



## **CAPÍTULO II: IDENTIFICACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UNA CELDA DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA**

### **2.1. Introducción**

El proceso de recuperación de cobre, analizado en el capítulo anterior, muestra que la celda de flotación tipo columna presenta un mejor comportamiento, que las celdas de flotación convencionales, en la recuperación de partículas finas. Debido a esta bondad es que su uso ha sido ampliamente aceptado en el proceso de recuperación de minerales valiosos de partículas finas.

El proceso de recuperación de minerales valiosos en celdas columnas ocurre en el interior de las plantas concentradoras. El mineral pasa por varios equipos que reducen el tamaño de las partículas, de tal manera que cada partícula represente una única especie mineralógica. Después la pulpa (mineral con agua) pasa por la etapa de separación de especies de minerales valiosos. Primero pasan por un banco de celdas de flotación convencionales. Las colas de estos bancos, pasan por una etapa de remolienda, obteniéndose partículas finas. La pulpa con partículas finas pasa por la etapa de concentración de mineral en las celdas de flotación tipo columna.

La celda de flotación cuenta con varios equipos auxiliares para manipular los flujos de ingreso y salida de la misma. Los equipos auxiliares son: la bomba de alimentación de agua de lavado, bomba de alimentación de pulpa, bomba de succión de colas, soplador de aire, válvulas de control para la alimentación de espumante.

En este capítulo se describe el funcionamiento de la celda columna objeto de estudio, se analiza la importancia de cada variable de proceso, se identifica el comportamiento dinámico de las variables críticas de este tipo de plantas, también se analizan las perturbaciones típicas que afectan al proceso. Se utilizan las herramientas de identificación de sistemas de Matlab para obtener el modelo y validar el mismo.

### **2.2. Descripción del proceso productivo de obtención de concentrado de cobre**

#### **2.2.1. Conceptos generales**

La práctica de procesamiento de minerales es tan antigua como la civilización humana. Los minerales y sus productos derivados han formado nuestras culturas en

desarrollo desde el hombre de piedra hasta los metales de uranio y la era atómica. Para entender el proceso de recuperación de mineral valioso en una celda de flotación es necesario conocer las etapas previas y la importancia de cada una de ellas.

### 2.2.2. Etapa de reducción del tamaño del mineral

El objetivo de la reducción de tamaño de mineral, proveniente de la mena, es liberar los minerales de valor desde la roca donde están depositados. Esto significa que se debe lograr un tamaño de liberación, normalmente en un intervalo de 100–10 micrones.

Para obtener el grado de liberación deseado, se plantean diferentes circuitos de procesamiento, con diferentes tipos de equipos. La selección de estos equipos se basa en las características del material y la cantidad a procesar. En la Fig. 2.1 se muestra el rango en el cual pueden operar estos equipos (ver curva 1).

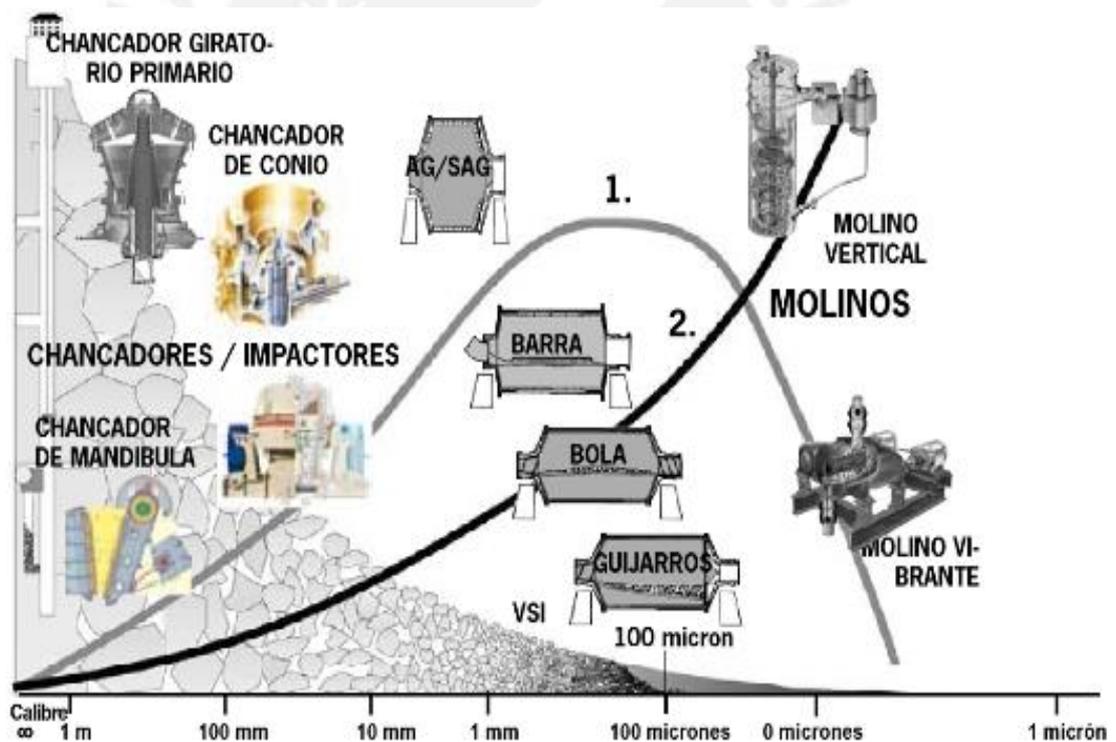


Fig. 2.1. Relación de equipo vs tamaño de mineral a procesar (Metso).

Los circuitos típicos de reducción en operaciones mineras en el país, llevan una etapa de chancado primario, molienda SAG y chancado de pebbles. En la Fig. 2.2 se muestra un circuito de chancado y molienda y en la Fig. 2.3 un molino SAG y 2 molinos de bolas.

En el proceso de reducción de tamaño, se usan grandes cantidades de agua para lograr trabajar con mineral húmedo. Esta mezcla es conocida como pulpa. La pulpa acondicionada es enviada a la etapa de separación de minerales o la etapa de flotación.

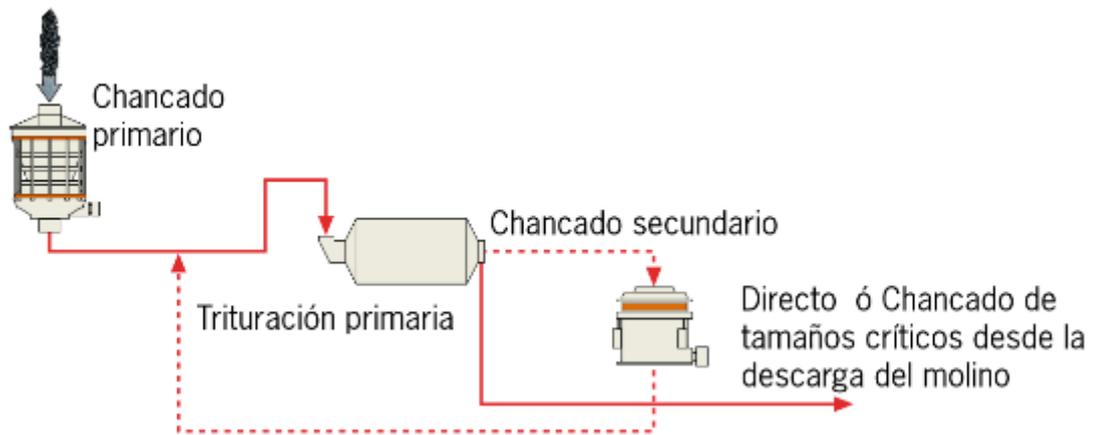


Fig. 2.2. Chancado de 1-2 etapas, típico previo al ingreso al molino AG-SAG (Metso).

Algunas de las perturbaciones en la etapa de reducción son: la dureza del mineral, el índice de trabajo, la chancabilidad, etc.



Fig. 2.3. Molinos SAG y de bolas de una planta minera.

Algunas de las perturbaciones en la etapa de reducción son: la dureza del mineral, el índice de trabajo, chancabilidad, etc.

### 2.2.3. Etapa de recuperación de minerales valiosos por flotación

La flotación es un proceso de separación de mineral valioso (galena) y mineral no valioso (ganga), que se lleva a cabo en pulpas acondicionadas de agua y mineral.

Los minerales valiosos son reacondicionados mediante la adición de colectores, modificadores y espumantes. La superficie del mineral valioso adquiere la propiedad hidrofóbica y estas son adheridas a burbujas de aire que son introducidas en la pulpa y son transportadas ascendentemente a una cama de espumas, ver Fig. 2.4.

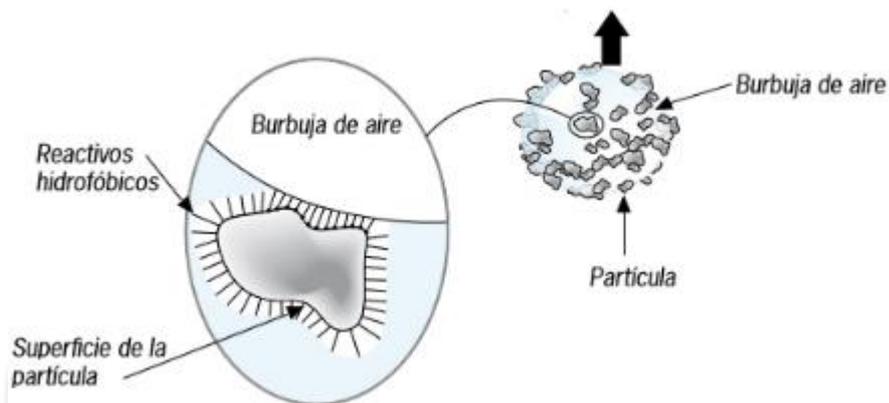


Fig. 2.4. Separación de minerales hidrofóbicos.

En el proceso de flotación, aparte de controlar los reactivos, es importante controlar el tiempo de retención de las partículas y la aireación. El tiempo de retención determina la cantidad de celdas que van a formar el banco de celdas de flotación. La aireación es importante para conocer las condiciones óptimas de flotación.

Los diseños de los circuitos de flotación varían en su complejidad dependiendo mayormente del tipo de mineral, grado de liberación de los minerales, pureza del producto. Un circuito simple, como el que se muestra en la Fig. 2.5 consiste en solo una celda de flotación. Al producto que ingresa a la celda se le denomina **alimentación**, al mineral valioso recuperado se le llama **producto** y al mineral no valioso se le conoce como **desechos o cola**.

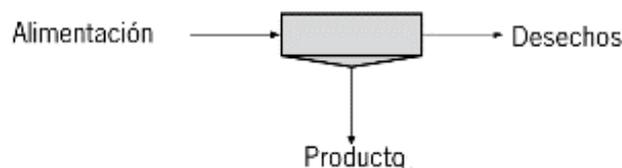


Fig. 2.5. Circuito simple de flotación (Metso).

Las plantas concentradoras de cobre típicamente tienen circuitos complejos de varias etapas, por ejemplo, 2 etapas de desbaste (a, b), una etapa de barrido (c), tres etapas de limpieza (d), y una etapa de remolienda (e), ver Fig. 2.6.

En esta etapa de separación del mineral valioso, se usan circuitos de celdas de flotación convencionales, ver Fig. 2.7.

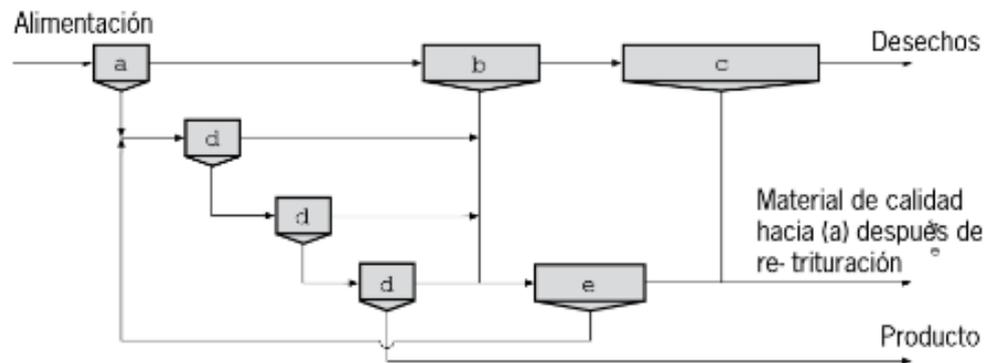


Fig. 2.6. Circuito complejo de flotación de cobre.



Fig. 2.7. Circuitos de celdas de flotación.

#### 2.2.4. Etapa de remolienda.

Después del proceso de flotación por celdas convencionales, el material valioso de las celdas cleaner y las colas del cleaner pasan a la etapa de remolienda. La pulpa, que ingresa a la etapa de remolienda, contiene partículas conformadas por mineral

valioso (galena) en menor proporción que la ganga (ver Fig. 2.8). Estas partículas, por su composición, no pueden ser recuperadas en la etapa de flotación.

El objetivo de la etapa de remolienda es reducir el tamaño de las partículas para conseguir un mayor grado de liberación y de esta manera separar las partículas valiosas de las no valiosas. El mineral resultante de la etapa de remolienda pasa a la celda de flotación tipo columna, debido a que este equipo trabaja mejor con partículas finas que las celdas convencionales.

Son ampliamente usados, en la etapa de remolienda, los molinos verticales VTM y SMD (ver Fig. 2.9 y Fig. 2.10).

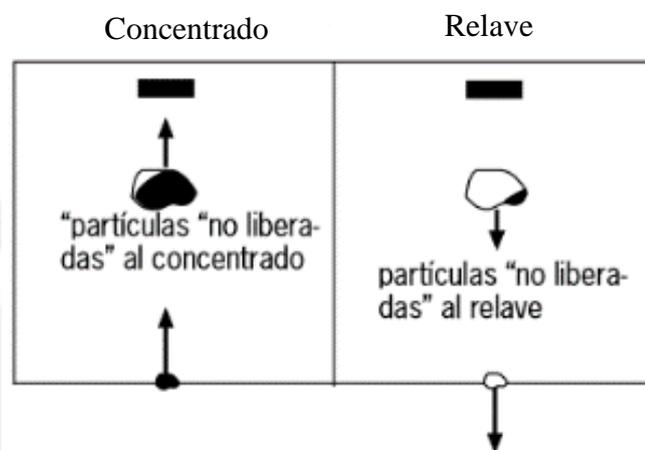
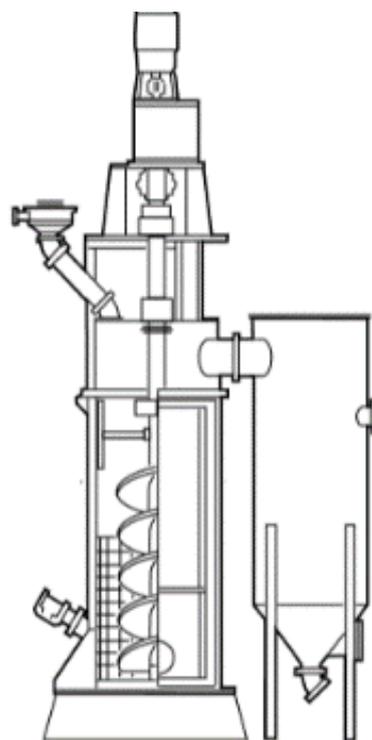


Fig. 2.8 Circuito complejo de flotación de cobre.

Molino vertical VTM



Molino SMD

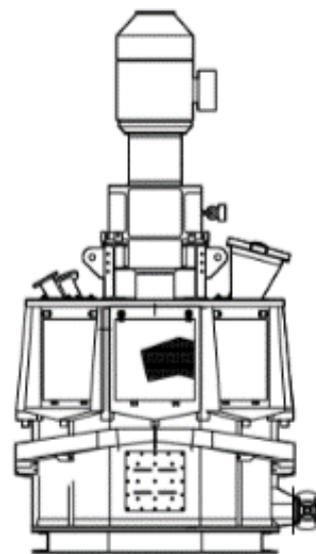


Fig. 2.9 Equipos de remolienda.

### 2.2.5. Etapa de concentración de minerales por flotación en celda columna

Las celdas de flotación tipo columna trabajan bajo el mismo principio que las celdas de flotación convencionales. Sin embargo, las celdas columna no usan mecanismos mecánicos para la agitación de la pulpa y distribución de las burbujas de aire. Además, las otras diferencias básicas con respecto a una celda convencional es la mayor relación

altura – diámetro, sistema de generación de burbujas de aire y el uso de agua de lavado en la parte superior de la celda.



Fig. 2.10. Molino vertical VTM.

En aplicaciones de partículas finas las celdas columnas ofrecen las siguientes ventajas:

- Mejora en el desempeño metalúrgico.
- Bajo consumo de energía.
- Menor área de piso ocupada por el equipo.
- Menor cantidad de componentes de mantenimiento.

En la Fig. 2.11 se muestra una celda de flotación tipo columna diseñada por Metso Minerals.

### 2.2.6. Etapa de espesamiento y filtrado

El producto obtenido a la salida de las celdas de flotación contiene una elevada cantidad de agua en la pulpa. Para separar el agua del mineral concentrado se usan dos etapas.

La primera etapa es la de espesamiento. Los espesadores trabajan bajo el principio de decantación del mineral. El mineral es acondicionado para que la velocidad de decantación sea mayor y poder obtener el producto en la parte baja del equipo. El producto obtenido de los espesadores de cobre, tienen un 50-65% de sólidos (ver Fig. 2.12).



Fig. 2.11. Celda de flotación tipo columna.

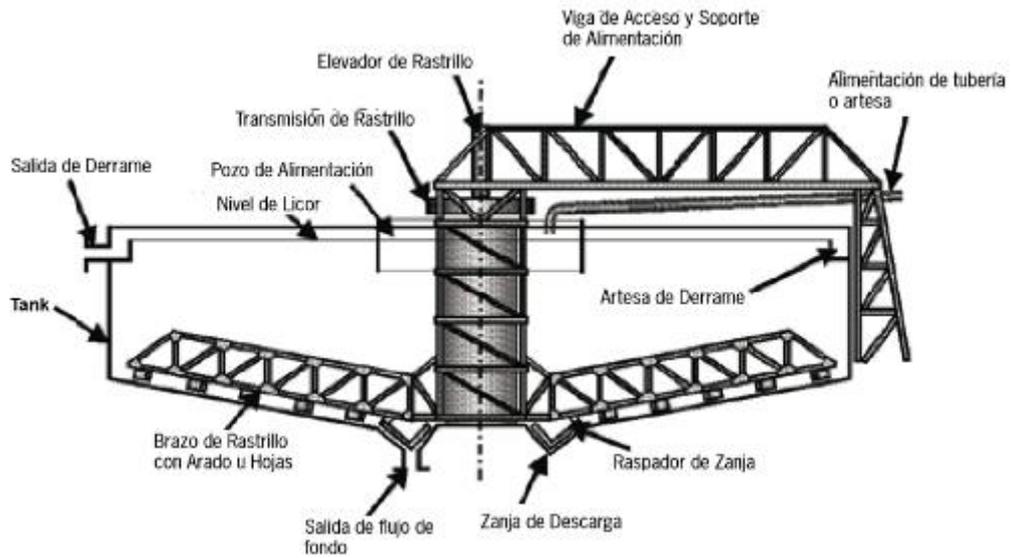


Fig. 2.12. Esquema de un espesador.

El producto obtenido en los espesadores es enviado a los filtros, estos pueden ser de diferente tipo de tecnología, dependiente del tamaño de la partícula que procesan (ver Fig. 2.13). El producto obtenido a la salida de los filtros tiene un rango de 6 a 11% de humedad. Este concentrado final, por su humedad, ya puede ser fácilmente transportado y comercializado.

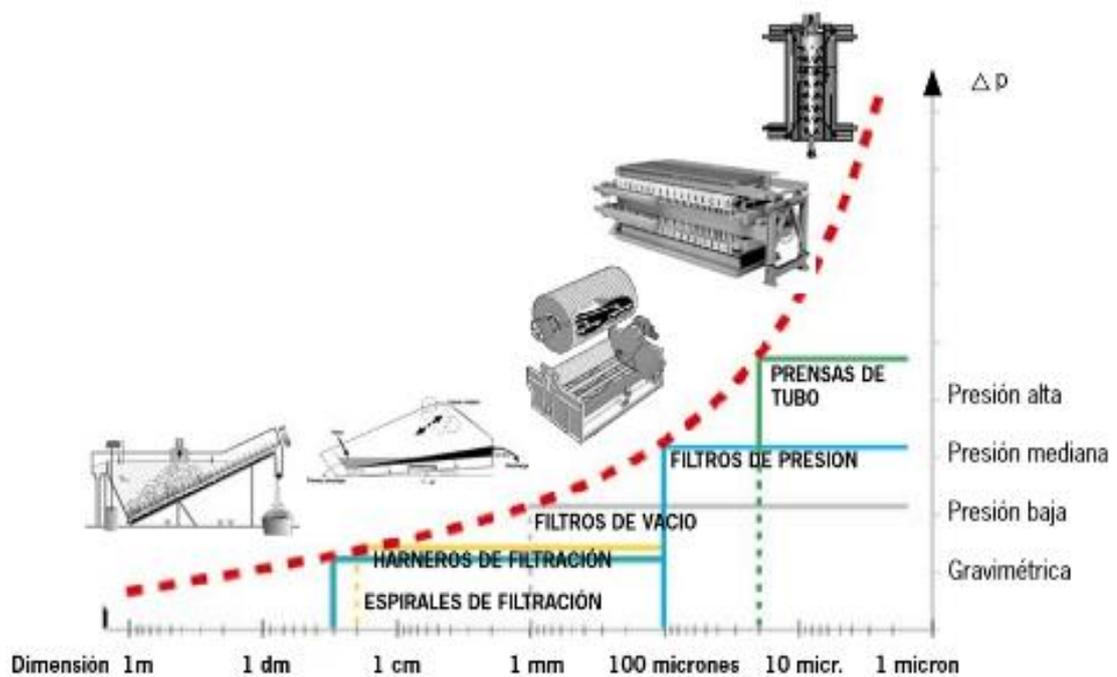


Fig. 2.13. Curva de tecnología de filtro vs tamaño de partícula (Metso).

Los filtros tipo prensa son ampliamente usados en las planas de concentración de cobre (ver Fig. 2.14). Su selección y uso radica principalmente en el tamaño de las partículas de pulpa que procesan.



Fig. 2.14. Filtro prensa VPA de Metso.

### **2.3. Las celdas de flotación tipo columna como objetos de control**

#### **2.3.1. Descripción de las variables críticas del proceso de flotación de una celda columna**

En la Fig. 2.15 se muestra una representación esquemática de una celda de flotación tipo columna. Una corriente de pulpa acondicionada se alimenta a 2-3 m de la parte superior de la columna, mientras que se inyecta un flujo de gas (normalmente aire) en la parte inferior a través de un sistema de burbujeo o rociador. Una característica única de la columna de flotación es la adición de agua por encima del puerto de la zona de recolección, cuyo objetivo se explicará más adelante. Bajo condiciones de funcionamiento normales, la celda columna se divide en dos regiones, cada una de las cuales tiene un objetivo y un contenido de aire diferentes (fracción de volumen).

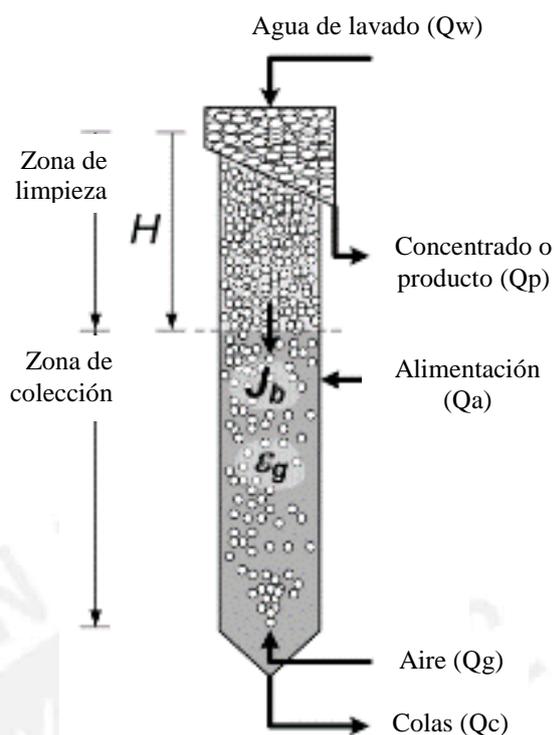


Fig. 2.15. Zonas de la celda de flotación tipo columna.

La zona inferior, entre el puerto de alimentación y el puerto de ingreso de aire en la parte inferior, típicamente contiene menos del 20% de aire. La zona entre el puerto de alimentación y el de alimentación de agua de lavado de la columna presenta un contenido de aire mucho mayor (por encima del 70%), por lo que se denomina zona o cama de espuma. Como se mencionó anteriormente, se rocía agua sobre la espuma, siempre que se cumplan las condiciones adecuadas, parte de esta agua descende hasta el fondo, lavando la espuma de la zona y retirando las partículas hidrófilas que podrían haber sido retenidas por las burbujas ascendentes. En esta forma, el concentrado o producto se libera de partículas de ganga no deseadas, mejorando así su grado final. Como resultado de esta acción de lavado, la zona de espuma se denomina también zona de limpieza.

#### Altura de la zona de espumas

Como su nombre indica, esta variable ( $H_f$ ) corresponde a la distancia entre la parte superior de la columna y la posición de la interface pulpa-espuma. Determina la altura relativa de las zonas de limpieza y recolección y, en consecuencia, el tiempo medio de residencia de la pulpa en la zona de recogida de la columna. Como tal, contribuye fuertemente al valor de la recuperación de la zona de recolección, aunque

otras variables como el caudal de gas, el diámetro de la burbuja, etc. también tienen una influencia. Como resultado, su comportamiento debe ser monitoreado y controlado de cerca para lograr el funcionamiento estable de la columna. Esta variable se mide actualmente mediante distintos dispositivos. La celda de estudio, cuenta con dos medidores de presión para medir la posición de la interface [14]. La altura en función de las presiones  $P_i$  y las posiciones de los sensores  $H_i$  se determina mediante la expresión:

$$H = H_3 \frac{H_1(P_1 - P_3) - P_1(H_1 - H_2)}{H_3(P_1 - P_2) - P_3(H_1 - H_2)} \quad (2.1)$$

### **Retención de gas (gas holdup)**

Básicamente, para medir la retención de aire en la celda columna se usa la presión hidrostática diferencial. Es la técnica más antigua y sencilla para evaluar la retención de gas. Consiste en medir la presión hidrostática en dos puntos de la zona de recolección a una distancia  $\Delta L$  cm. Si  $P_1$  y  $P_2$  son los valores correspondientes de presión y  $P_1$  y  $P_2$  son los valores de presión correspondientes y ( $\rho_{sl}$ ) es la densidad media de la pulpa entre los dos sensores, entonces se calcula la retención de gas a partir de la siguiente ecuación:

$$\varepsilon_g = 100 \left( 1 - \frac{P_1 - P_2}{\rho_{sl} * g * \Delta L} \right) \quad (2.2)$$

### **2.3.2. Esquema del proceso e instrumentación de la celda de flotación columna en estudio.**

En la Fig. 2.16 se muestra un esquema de la celda de flotación objeto de estudio. Se ha modificado el esquema, añadiéndose una relación de proporción BR (Bias Rate) entre el flujo de alimentación y el flujo de colas. El objetivo es mantener un bias positivo.

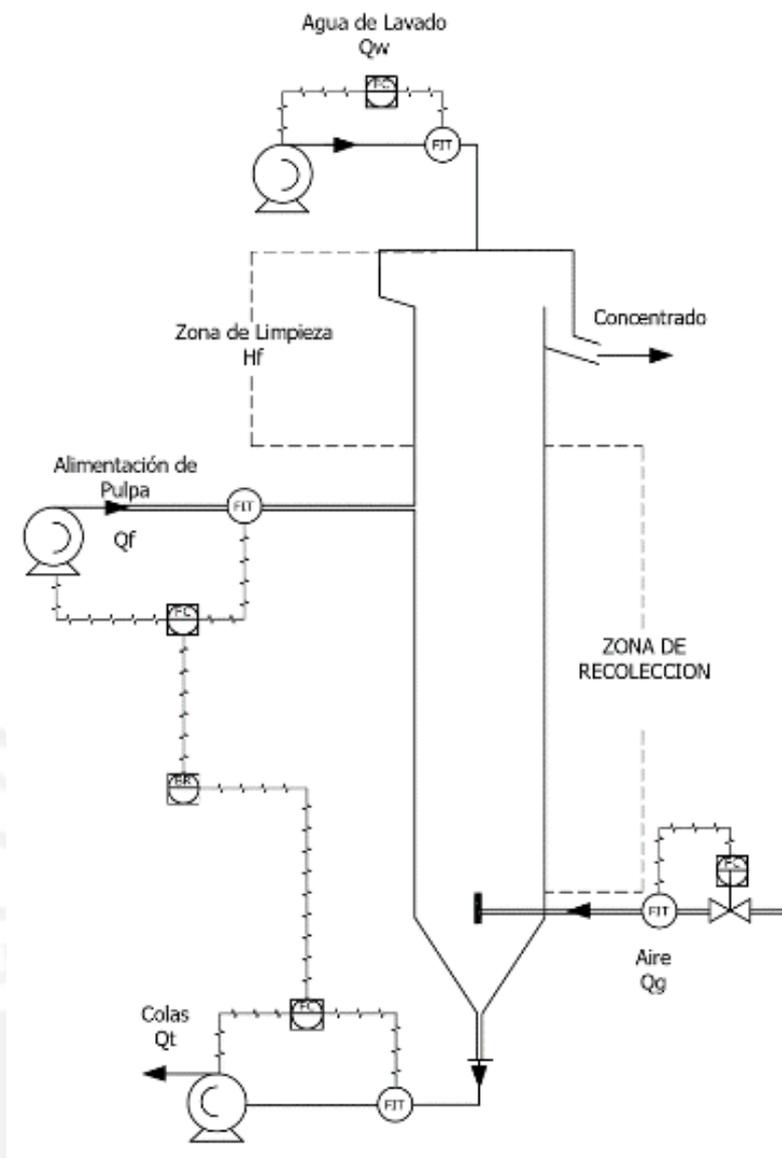


Fig. 2.16. Esquema de instrumentación y control de la celda objeto de estudio.

Las variables manipulables y controladas se resumen en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Variables críticas de la celda flotación objeto de estudio.

Descripción	Variables
Variables manipuladas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Flujo de alimentación de pulpa –<math>Q_f</math></li> <li>- Flujo de agua de lavado – <math>Q_w</math></li> <li>- Flujo de colas – <math>Q_c</math></li> <li>- Flujo de aire – <math>Q_g</math></li> </ul>
Variables controladas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nivel de interface de espumas con pulpa H-Hf</li> <li>- Gas Hold Up o Air Fraction.</li> <li>- Bias rate BR.</li> </ul>

Perturbaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Composición mineralógica.</li> <li>- PH.</li> <li>- Fluctuaciones de tamaño de distribución de partículas.</li> <li>- Fluctuaciones en el grado de alimentación.</li> <li>- Viscosidad y densidad de la pulpa.</li> <li>- Fallas en las bombas de los sistemas auxiliares.</li> </ul>
----------------	--

#### 2.4. Identificación de la celda de flotación tipo columna

Para la obtención del modelo matemático multivariable de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio se utilizan las herramientas de identificación de sistemas [51], las cuales han sido aplicadas en la obtención de modelos matemáticos con un elevado grado de adecuación de una gran variedad de plantas industriales, ver por ejemplo [56, 80, 96, 97, 99, 100, 101, 140, 145, 146, 147, 148].

Se considera a la celda columna como un sistema multivariable lineal en la zona de operación, es decir que cada salida puede obtenerse como la superposición de la acción de cada una de las entradas existentes.

La relación bias rate es constante, de un valor de 1.1, que se encuentra dentro del rango recomendado entre 1.01 y 1.15 [14]. La relación proporcional entre el flujo de colas y el flujo de alimentación es controlada mediante un lazo independiente del controlador GPC a diseñar. El comportamiento dinámico de la columna objeto de estudio se representa mediante la siguiente función de transferencia:

$$\begin{bmatrix} H \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) & G_{13}(z) & G_{14}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) & G_{23}(z) & G_{24}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_c \\ Q_f \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

donde:

H: Nivel de interface de pulpa y espumas.

$\varepsilon$ : Air holdup o Air fraction.

$Q_w$ : Flujo de agua de lavado.

$Q_c$ : Flujo de colas de la celda columna.

$Q_f$ : Flujo de pulpa de alimentación.

$Q_g$ : Flujo de aire.

El objetivo es encontrar cada una de estas funciones de transferencia, que describen

la dinámica de la columna de flotación objeto de estudio [20, 21].

Después de obtener el punto de estado estable de la celda columna, cada variable manipulada fue sometida a variaciones pseudo-aleatorias, registrándose las salidas y las entradas de la planta. Los datos obtenidos fueron procesados mediante una estructura de modelo tipo ARMAX. El punto de operación estable y los rangos de variaciones de las entradas se muestran en la tabla 2.2.

Tabla 2.2. Punto inicial de operación y rango de variación de las variables manipuladas.

Punto de operación	Rango de variación
Agua de lavado $Q_w = 400 \text{ ml/min}$	400 – 480 ml/min
Flujo de alimentación $Q_f = 120 \text{ ml/min}$	120 - 145 ml/min
Flujo de colas $Q_c = 440 \text{ ml/min}$	440 – 490 ml/min
Flujo de aire $Q_g = 1570 \text{ ml/min}$	1570 – 1640 ml/min

En la Fig. 2.17 se muestra la respuesta del nivel de interface en la celda columna frente a variaciones del flujo de agua ( $Q_w$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia Nivel Interface – Flujo de Agua ( $G_{11}(z)$ ).

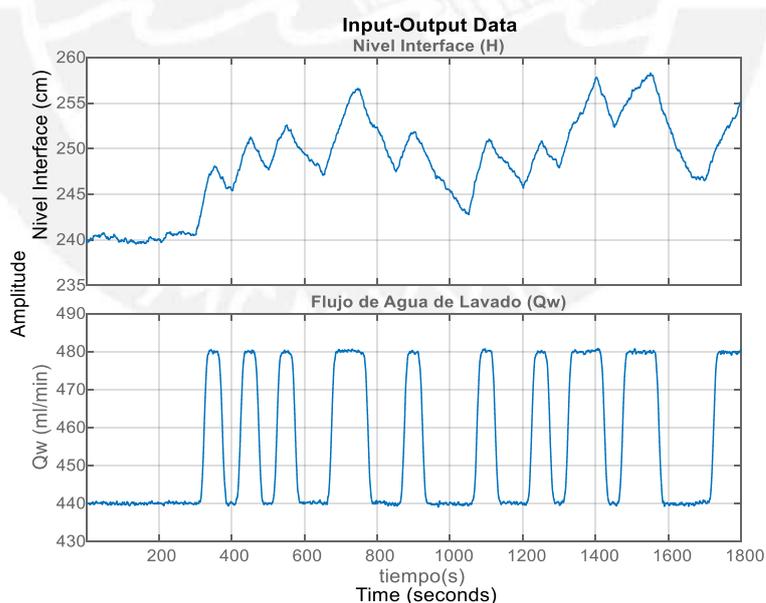


Fig. 2.17. Respuesta temporal del nivel de interface – flujo de agua de lavado.

Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{11}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.4)$$

$$A(z) = 1 - 0.3068z^{-1} - 0.6871z^{-2}$$

$$B(z) = 0.002564z^{-4} + 0.001215z^{-5}$$

$$C(z) = 1 + 0.8525z^{-1} + 0.1129z^{-2} - 0.0321z^{-3} - 0.02274z^{-4}$$

En la Fig. 2.18 se muestra la respuesta del air holdup en la celda column frente a variaciones de flujo de agua ( $Q_w$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia air holdup – flujo de agua ( $G_{21}(z)$ ).

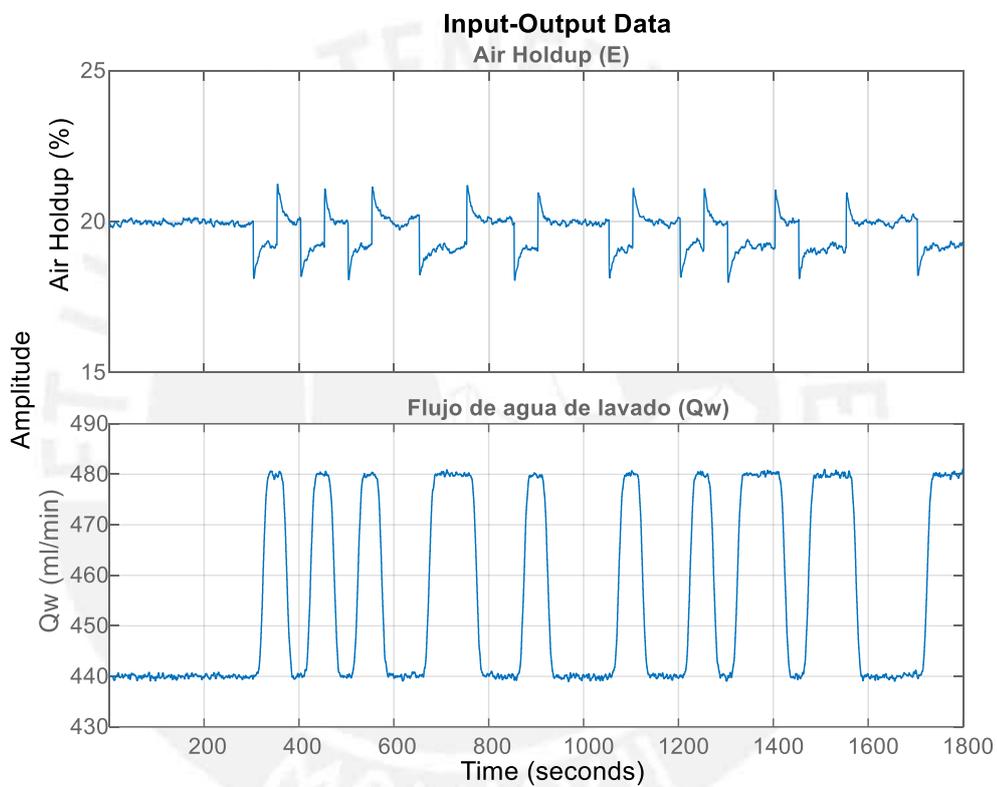


Fig. 2.18. Respuesta temporal air holdup – flujo de agua de lavado.

Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{21}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.5)$$

$$A(z) = 1 - 1.199 z^{-1} + 0.2439 z^{-2}$$

$$B(z) = -0.03902 z^{-7} + 0.03806 z^{-8}$$

$$C(z) = 1 - 0.02132 z^{-1} + 0.05018 z^{-2} - 0.01394 z^{-3} - 0.01007 z^{-4}$$

En la Fig. 2.19 se muestra la respuesta del nivel de interface en la celda columna frente a variaciones de caudal de colas ( $Q_c$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia nivel interface – flujo de colas ( $G_{12}(z)$ ). Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{12}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.6)$$

$$A(z) = 1 - 0.9962 z^{-1}$$

$$B(z) = -0.006483 z^{-4}$$

$$C(z) = 1 - 0.005491 z^{-1} + 0.000244 z^{-2} - 0.001047 z^{-3} + 0.01513 z^{-4}$$

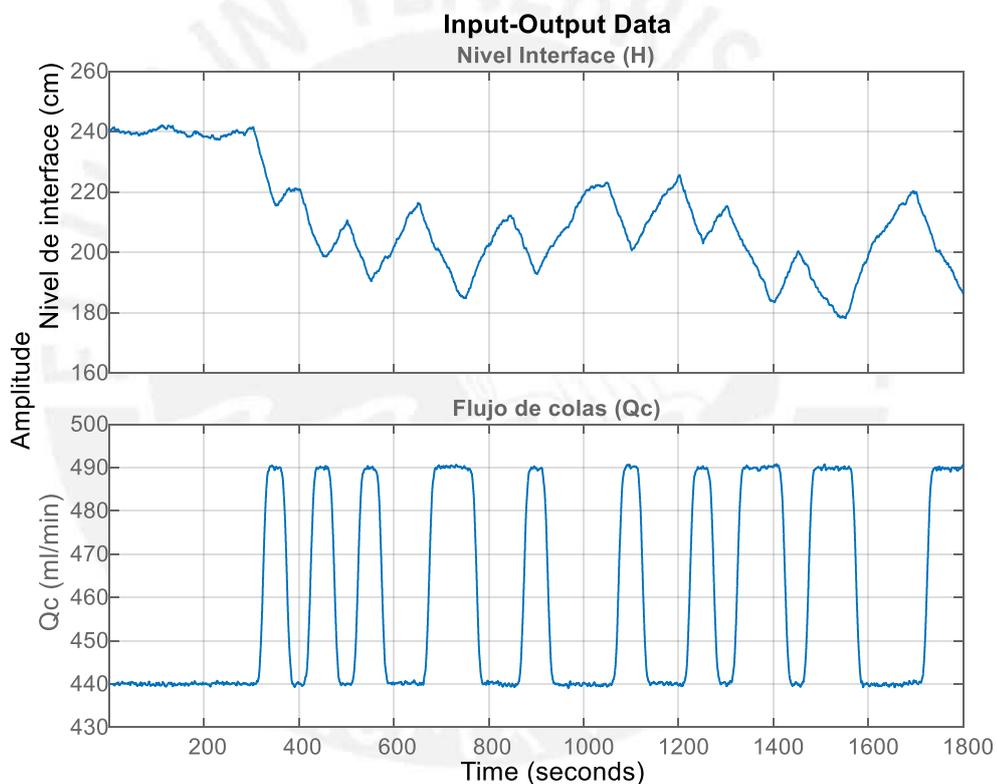


Fig. 2.19. Respuesta temporal del nivel de interface – flujo de cola.

La Fig. 2.20 muestra la respuesta del air holdup en la celda columna frente a variaciones del flujo de cola ( $Q_c$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia air holdup – flujo de colas ( $G_{22}(z)$ ). Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{22}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.7)$$

$$A(z) = 1 - 0.8276 z^{-1} + 0.6438 z^{-2} - 0.7666 z^{-3}$$

$$B(z) = 0.004358 z^{-9} - 0.005267 z^{-10} + 0.003042 z^{-11} - 0.0007577 z^{-12}$$

$$C(z) = 1 - 1.3 z^{-1} + 1.324 z^{-2} - 0.9734 z^{-3} + 0.354 z^{-4} + 0.1553 z^{-5} \\ - 0.1274 z^{-6} + 0.0236 z^{-7}$$

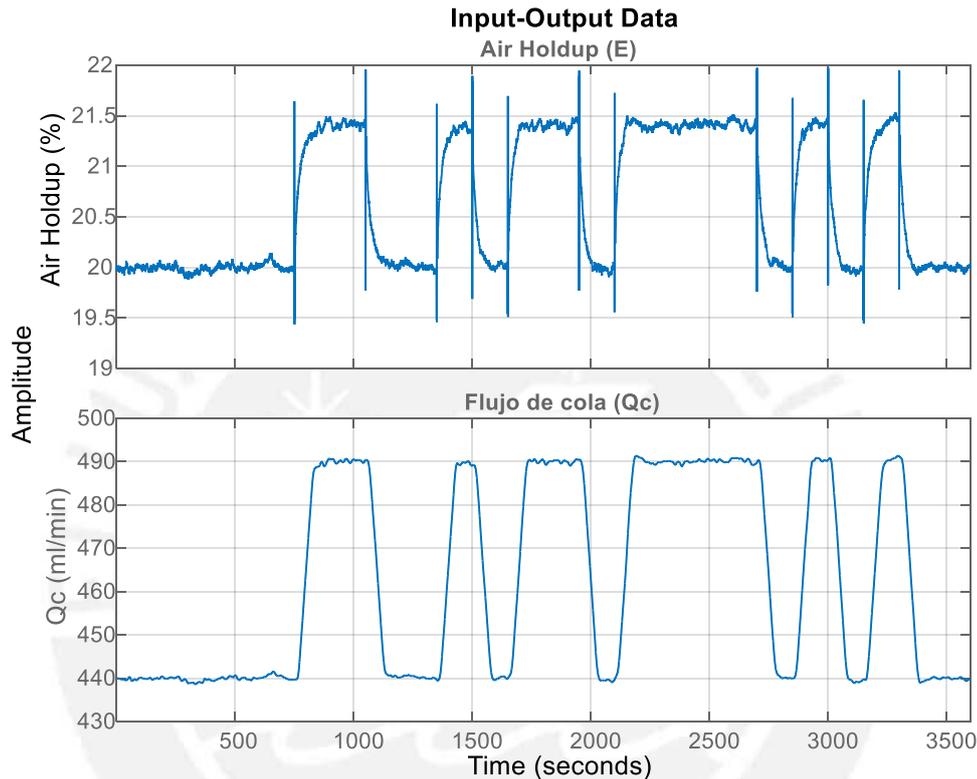


Fig. 2.20. Respuesta temporal air holdup – flujo de cola.

En la Fig. 2.21 se muestra la respuesta del nivel de interface en la celda columna frente a variaciones de caudal de alimentación de pulpa ( $Q_f$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia nivel interface – flujo de alimentación ( $G_{13}(z)$ ). Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{13}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.8)$$

$$A(z) = 1 - 0.9989 z^{-1}$$

$$B(z) = 0.002875 z^{-2}$$

$$C(z) = 1 + 0.001499 z^{-1} + 0.009423 z^{-2}$$

En la Fig. 2.22 muestra la respuesta del air holdup en la celda columna frente a variaciones de flujo de alimentación ( $Q_f$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia air holdup – flujo de alimentación ( $G_{23}(z)$ ).

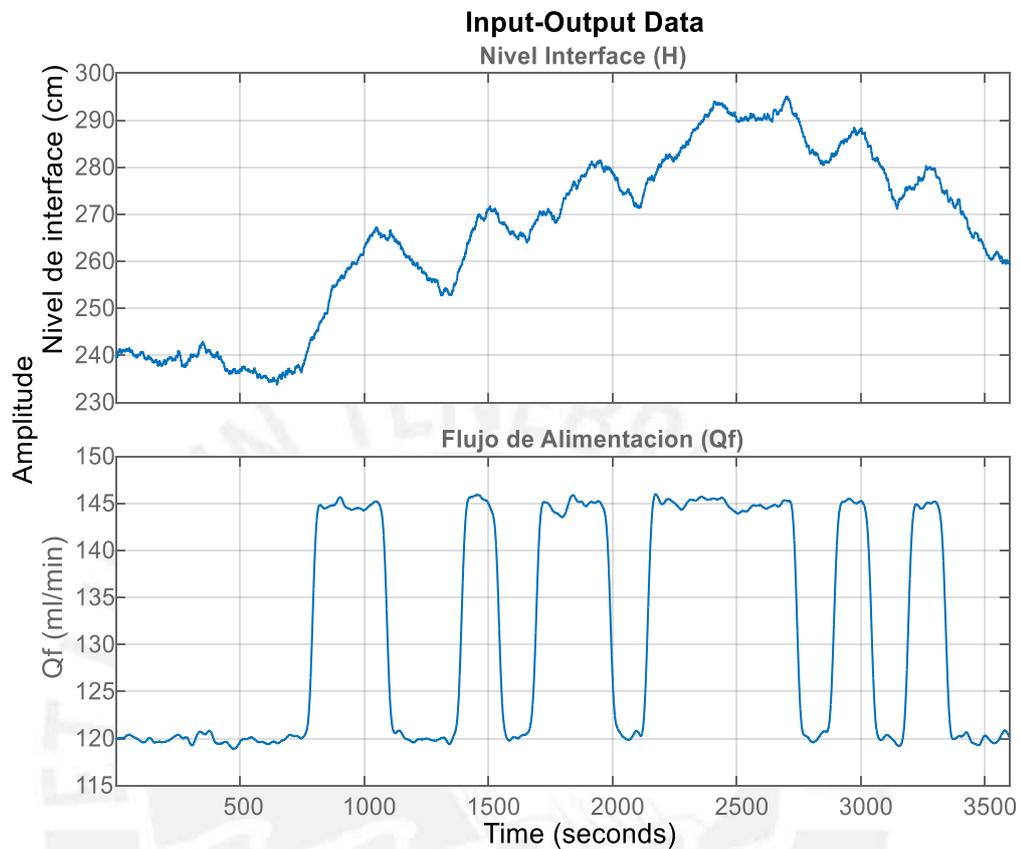


Fig. 2.21. Respuesta temporal del nivel de interface – flujo de alimentación.

Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{23}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.9)$$

$$A(z) = 1 - 0.9989 z^{-1}$$

$$B(z) = -(6.14e - 05) z^{-6}$$

$$C(z) = 1 - 0.009113 z^{-1} - 0.001932 z^{-2} + 0.02083 z^{-3} - 0.01714 z^{-4} \\ + 0.001396 z^{-5} - 0.02685 z^{-6} - 0.00339 z^{-7}$$

En la Fig. 2.23 se muestra la respuesta del nivel de interface en la celda columna frente a variaciones de caudal de aire ( $Q_g$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia nivel interface – flujo de aire ( $G_{14}(z)$ ).

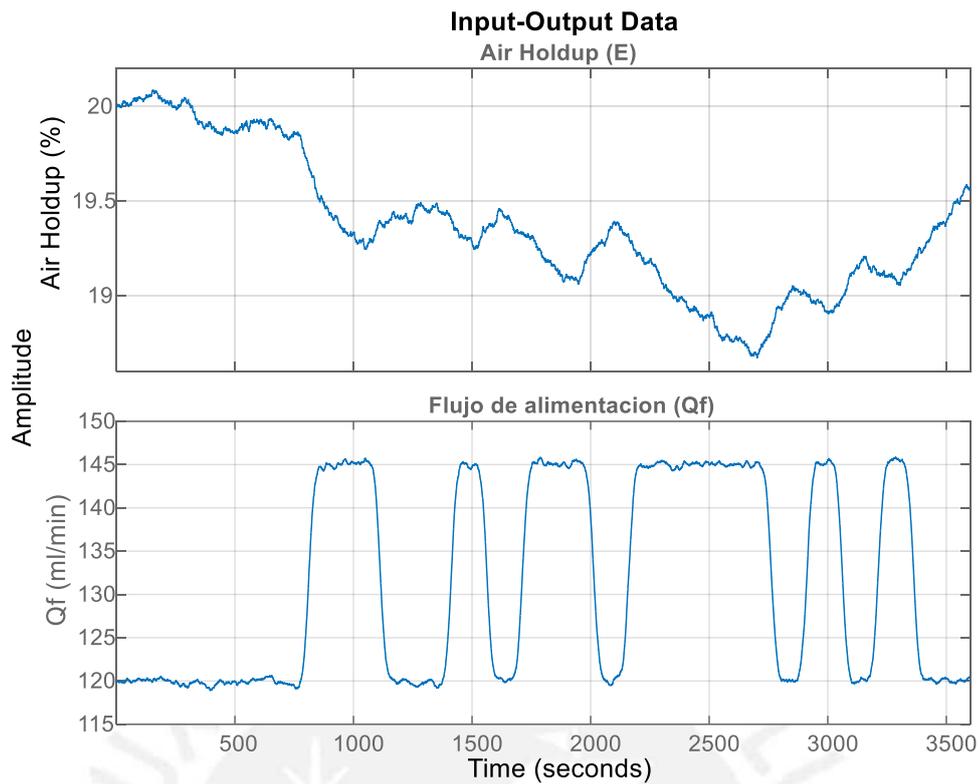


Fig. 2.22. Respuesta temporal air holdup – flujo de alimentación.

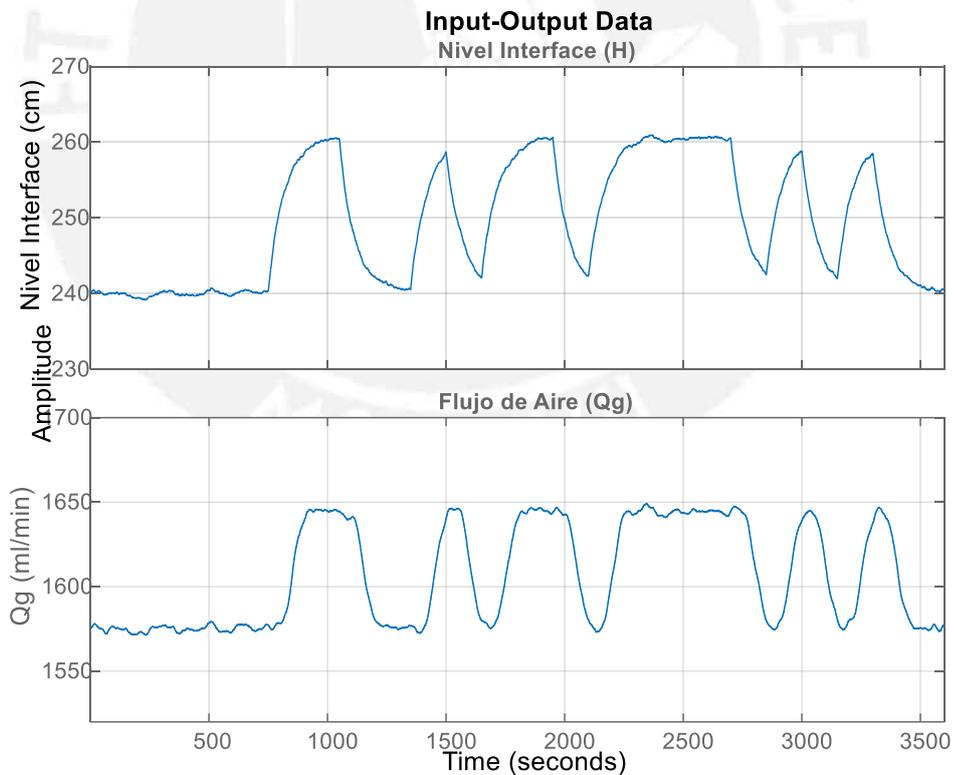


Fig. 2.23. Respuesta temporal del nivel de interface – flujo de aire.

Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{14}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.10)$$

$$A(z) = 1 - 0.9925 z^{-1}$$

$$B(z) = 0.002204 z^{-2}$$

$$C(z) = 1 + 0.01847 z^{-1} - 0.01484 z^{-2}$$

En la Fig. 2.24 se muestra la respuesta del air holdup en la celda columna frente a variaciones de flujo de aire ( $Q_g$ ). Las señales obtenidas se usaron para encontrar la función de transferencia air holdup – flujo de aire ( $G_{24}(z)$ ). Se obtuvo la siguiente expresión para la función de transferencia  $G_{24}(z)$ :

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + C(z)e(t) \quad (2.11)$$

$$A(z) = 1 - 0.9965 z^{-1}$$

$$B(z) = 0.0004991 z^{-8}$$

$$C(z) = 1 + 0.01622 z^{-1} + 0.001359 z^{-2} - 0.01749 z^{-3} - 0.02528 z^{-4} - 0.005187 z^{-5} - 0.01561 z^{-6} + 0.00729 z^{-7}$$

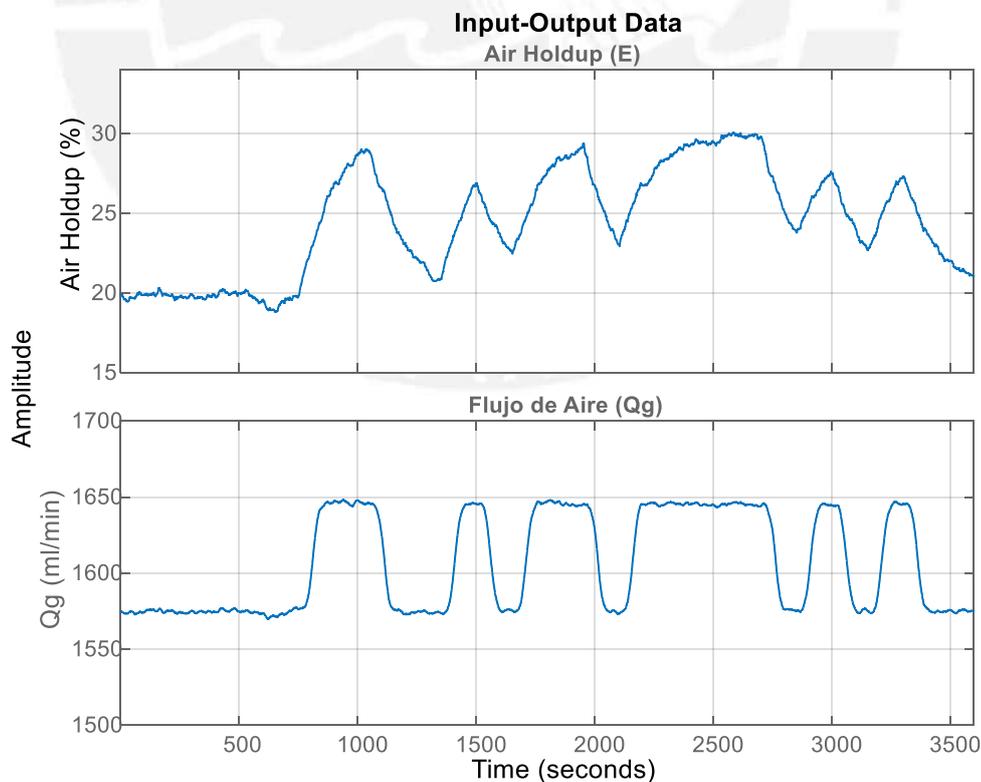


Fig. 2.24. Respuesta temporal air holdup – flujo de aire.

La matriz de la función de transferencia obtenida se resume en la tabla 2.3, con  $T_m=0.5$ .

Tabla 2.3. Funciones de transferencia de la celda columna.

	Nivel de interface (H)
Agua de lavado (Qw)	$G_{11}(z) = \frac{0.002564z^{-4} + 0.001215z^{-5}}{1 - 0.3068z^{-1} - 0.6871z^{-2}}$
Colas (Qc)	$G_{12}(z) = \frac{-0.006483 z^{-4}}{1 - 0.9962 z^{-1}}$
Alimentación de pulpa (Qf)	$G_{13}(z) = \frac{0.002875 z^{-2}}{1 - 0.9989 z^{-1}}$
Flujo de aire (Qg)	$G_{14}(z) = \frac{0.002204 z^{-2}}{1 - 0.9925 z^{-1}}$
	Air Holdup ( $\epsilon$ )
Agua de lavado (Qw)	$G_{21}(z) = \frac{-0.03902 z^{-7} + 0.03806 z^{-8}}{1 - 1.199 z^{-1} + 0.2439 z^{-2}}$
Colas (Qc)	$G_{22}(z) = \frac{0.004358 z^{-9} - 0.005267 z^{-10} + 0.003042 z^{-11} - 0.0007577 z^{-12}}{1 - 0.8276 z^{-1} + 0.6438 z^{-2} - 0.7666 z^{-3}}$
Alimentación de pulpa (Qf)	$G_{23}(z) = \frac{-0.0000614z^{-6}}{1 - 0.9989 z^{-1}}$
Flujo de aire (Qg)	$G_{24}(z) = \frac{0.0004991 z^{-8}}{1 - 0.9965 z^{-1}}$

## 2.5. Validación del modelo matemático.

Para la validación del modelo matemático se utilizaron las herramientas de identificación de sistemas del toolbox de Matlab. En las Fig. 2.25, 2.26, 2.27, 2.28, 2.29, 2.30, 2.31 y 2.32 se muestran los resultados de validación de las diferentes funciones de transferencia del modelo multivariable obtenido de la columna de flotación objeto de estudio, así como los valores de adecuación (FIT) de dichas funciones.

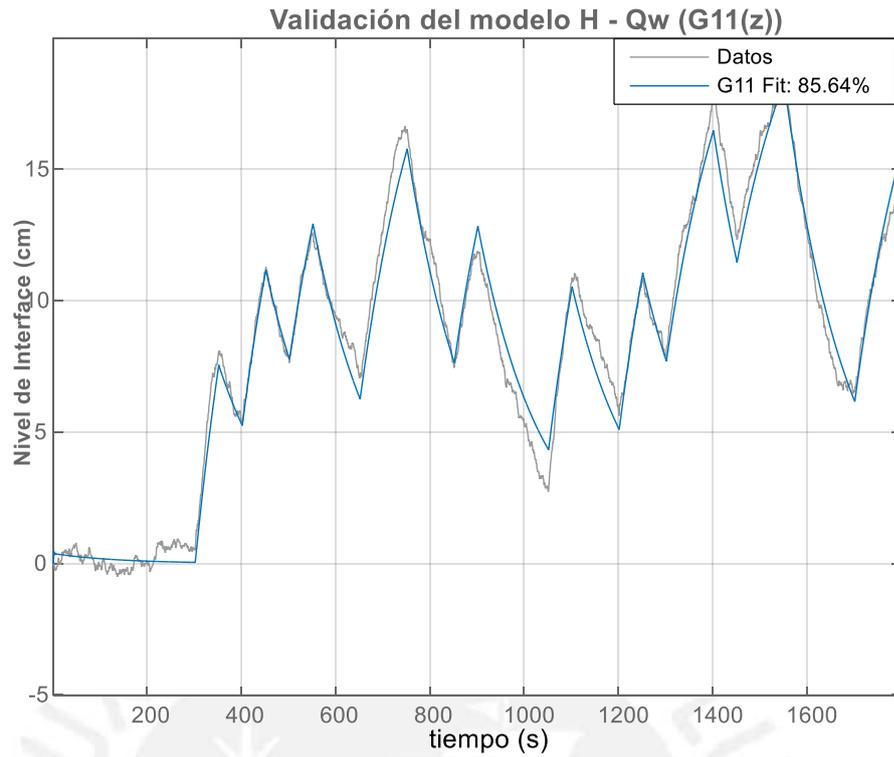


Fig. 2.25. Resultados de validación del modelo nivel de interface – flujo de agua  $G_{11}(z)$ .

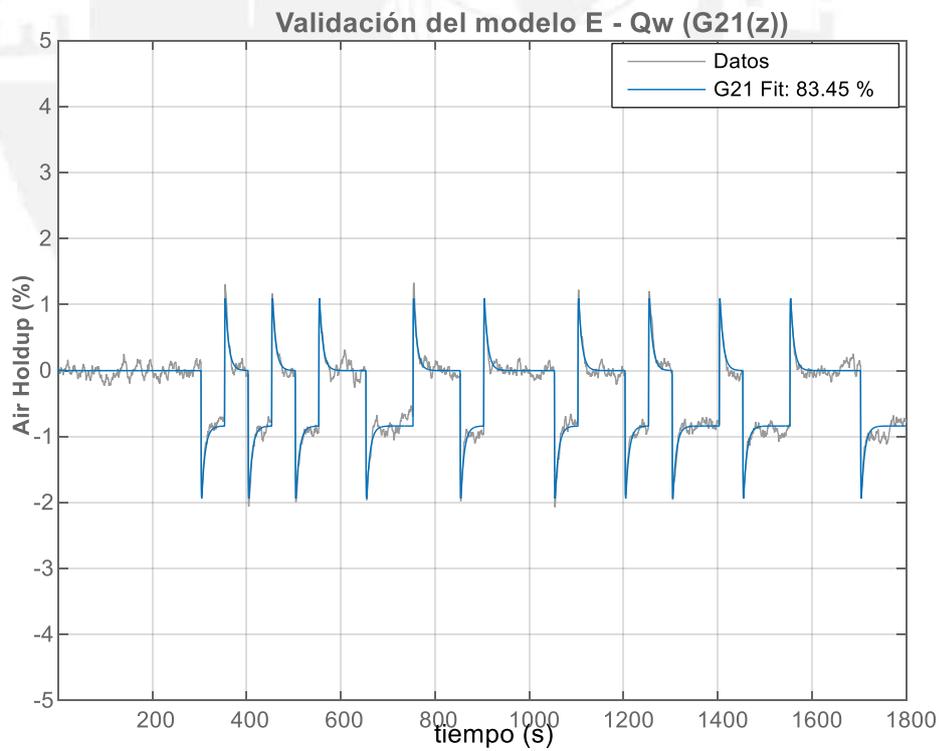


Fig. 2.26. Resultados de validación del modelo air holdup – flujo de agua  $G_{21}(z)$ .

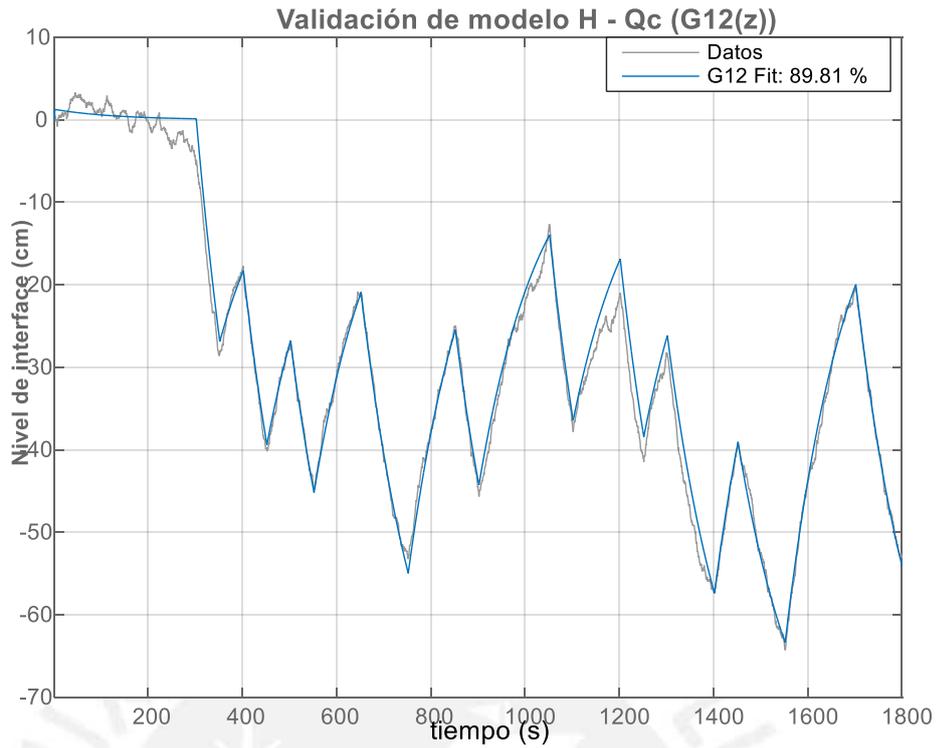


Fig. 2.27. Resultados de validación del modelo nivel de interface – flujo de colas  $G_{12}(z)$ .

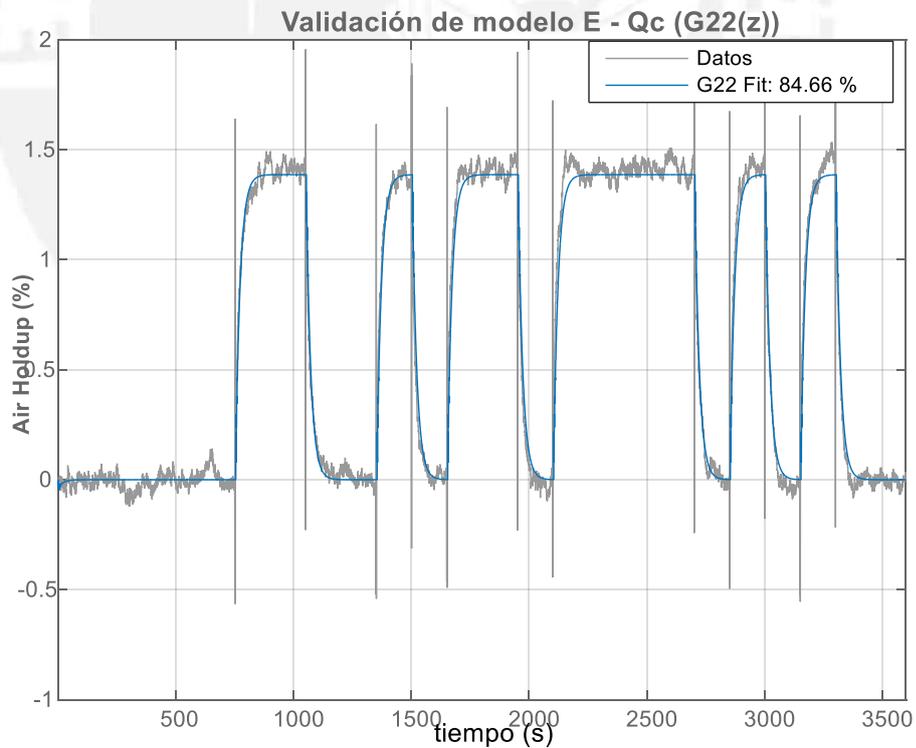


Fig. 2.28. Resultados de validación del modelo air holdup – flujo de colas  $G_{22}(z)$ .

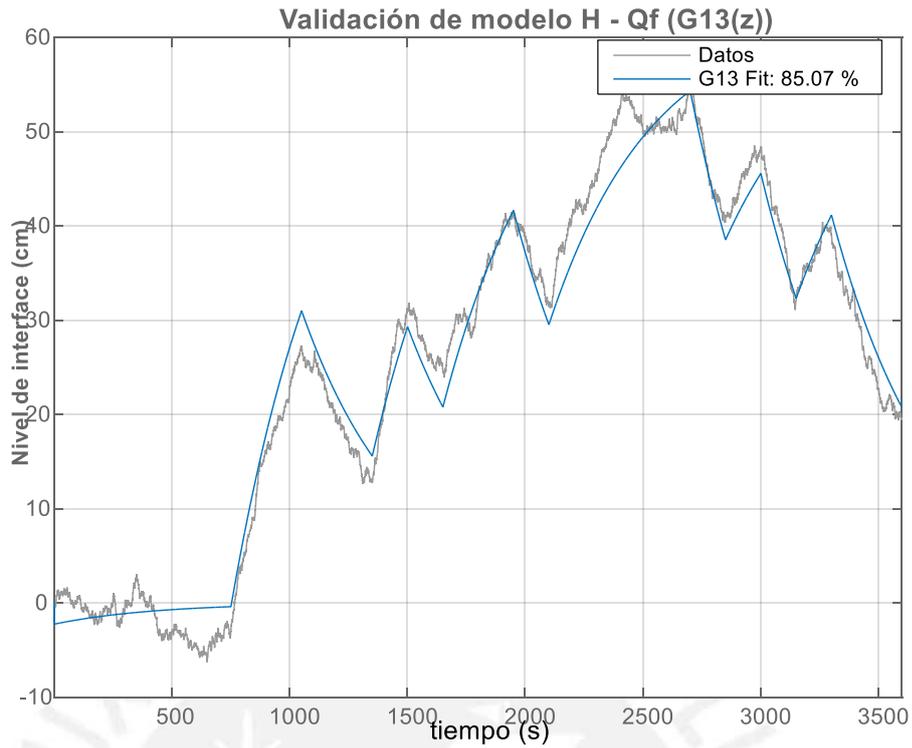


Fig. 2.29. Resultados de validación del modelo nivel de interface – flujo de alimentación de pulpa  $G_{13}(z)$ .

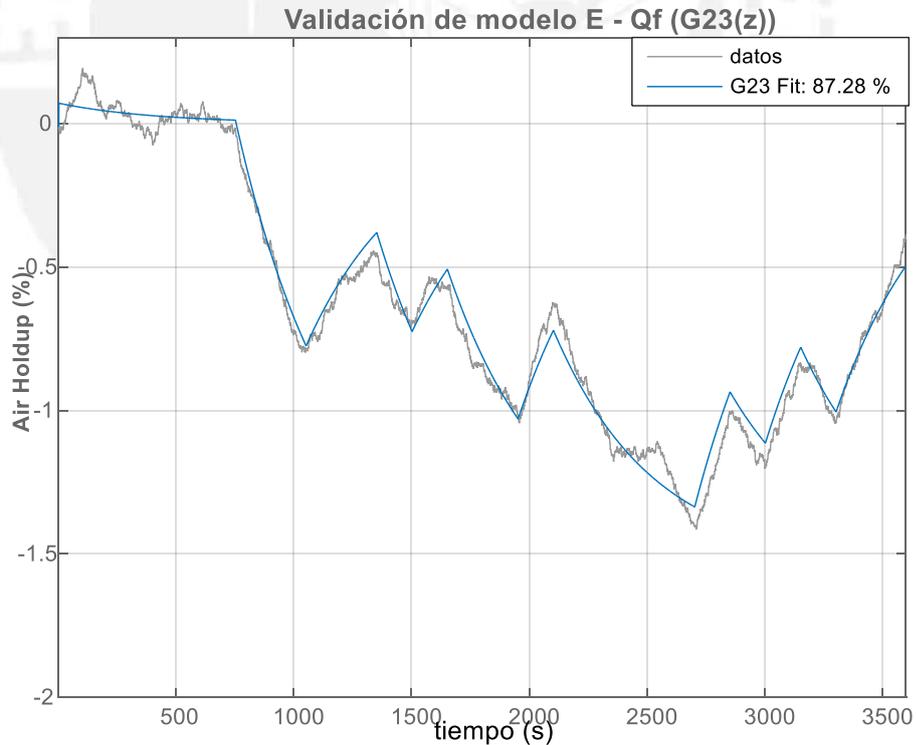


Fig. 2.30. Resultados de validación del modelo air holdup – flujo de alimentación de pulpa  $G_{23}(z)$ .

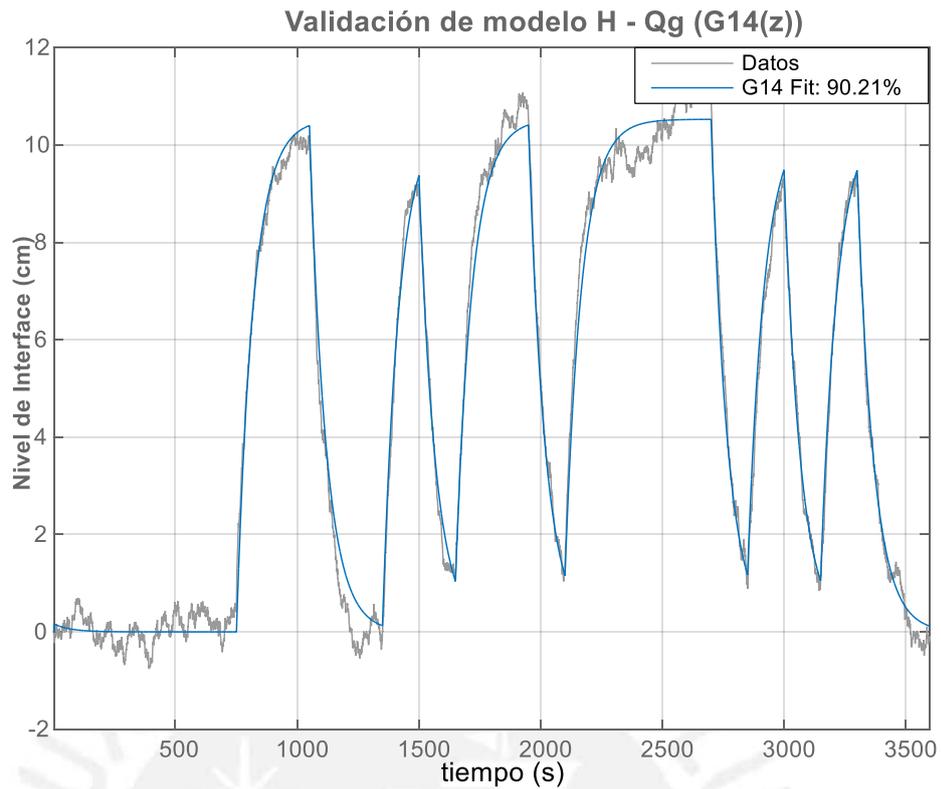


Fig. 2.31. Resultados de validación del modelo nivel de interface – flujo de aire  $G_{14}(z)$ .

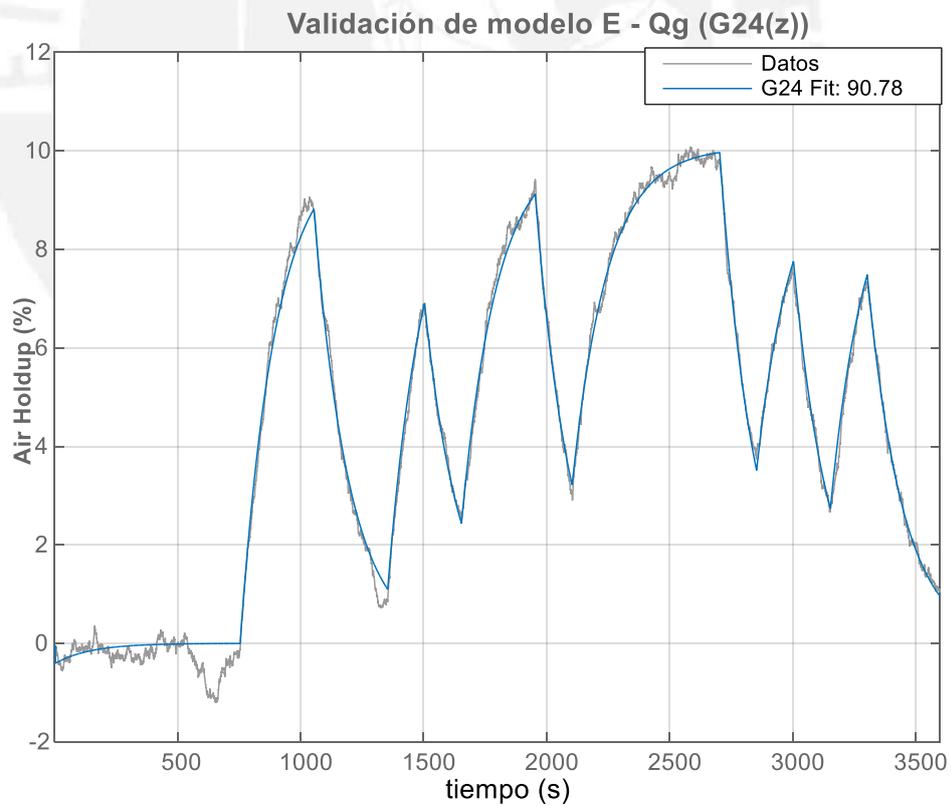


Fig. 2.32. Resultados de validación del modelo air holdup – flujo de aire  $G_{24}(z)$ .

Las funciones de transferencia presentan valores de adecuación (FIT) por encima de 80%, los cuales son aceptables para su aplicación en el diseño de sistemas de control [52].

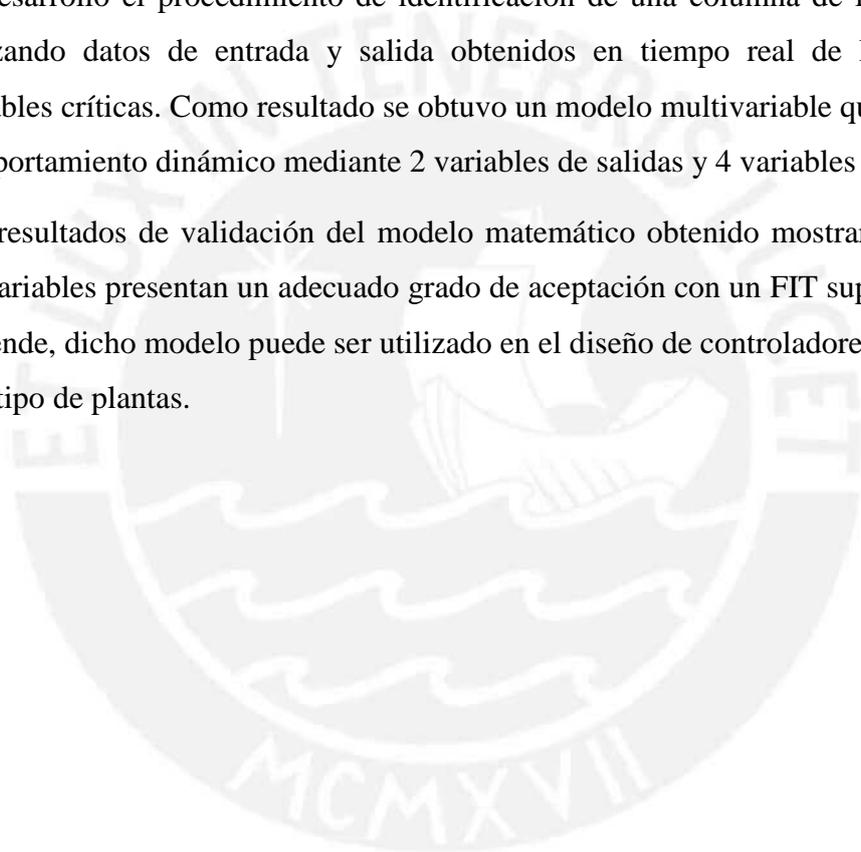
## **2.6. Conclusiones.**

Se desarrolló una breve descripción del proceso productivo de obtención de concentrado de cobre.

Se estudiaron las celdas de flotación tipo columna como objetos de control, determinándose sus variables críticas de salida y entrada.

Se desarrolló el procedimiento de identificación de una columna de flotación real, utilizando datos de entrada y salida obtenidos en tiempo real de las diferentes variables críticas. Como resultado se obtuvo un modelo multivariable que describe su comportamiento dinámico mediante 2 variables de salidas y 4 variables de entrada.

Los resultados de validación del modelo matemático obtenido mostraron que todas las variables presentan un adecuado grado de aceptación con un FIT superior al 80%, por ende, dicho modelo puede ser utilizado en el diseño de controladores efectivos de este tipo de plantas.



# CAPÍTULO III: DISEÑO DEL CONTROLADOR PREDICTIVO GENERALIZADO MULTIVARIABLE PARA EL CONTROL DE UNA CELDA DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA

## 3.1. Introducción

El objetivo de las celdas de flotación tipo columna es la obtención de concentrado de mineral con una ley adecuada y un grado de recuperación aceptable. El objetivo del presente capítulo consiste en diseñar un controlador predictivo generalizado (GPC) de una celda de flotación tipo columna utilizada en la recuperación de cobre.

## 3.2. Justificación de la estrategia de control a utilizar

El control predictivo es ampliamente aceptado y usado en la industria por su naturaleza de controlar procesos multivariantes. Sobre este tema se han escrito varios libros [43, 44, 57] y se han desarrollado diversas investigaciones.

En el capítulo previo se mostró que proceso de la celda de flotación tipo columna es multivariable con variables fuertemente entrelazadas y que presenta un comportamiento dinámico complejo. Es bien conocido, que el control predictivo basado en modelo constituye una potente herramienta de control para las plantas industriales caracterizadas por presentar comportamientos dinámicos complejos [57].

## 3.3. Diseño del controlador GPC para el control de la celda de flotación tipo columna

### 3.3.1. Conceptos generales

El controlador predictivo generalizado (GPC) fue propuesto por David Clarke en 1987 [45]. El modelo matemático multivariable de la planta debe representarse mediante un modelo CARIMA multivariable:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})e(t), \quad (3.1)$$

donde  $A(z^{-1})$  y  $B(z^{-1})$  son matrices conformadas por los polinomios obtenidos en el capítulo previo:

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= I + A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + \dots + A_{na}z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= B_0 + B_1z^{-1} + B_2z^{-2} + \dots + B_{nb}z^{-nb} \\ C(z^{-1}) &= I + C_1z^{-1} + C_2z^{-2} + \dots + C_{nc}z^{-nc}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Para el cálculo, debido a su complejidad, se asume  $C(z^{-1})$  como una matriz

identidad  $I_{n \times n}$ , las variables  $y(t)$ ,  $u(t)$  y  $e(t)$  son vectores de tamaños  $n \times 1$ ,  $m \times 1$  y  $n \times 1$  respectivamente. Se considera la siguiente función de coste para el caso multivariable [43]:

$$J(N_1, N_2) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|y(t+j|t) - w(t+j)\|_R^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \|\Delta u(t+j-1)\|_Q^2, \quad (3.3)$$

donde  $N_1$  y  $N_2$  son los horizontes de predicción y de control respectivamente.  $R$  y  $Q$  son matrices de ponderación diagonales y definidas positivas.

$$I_{n \times n} = \mathbf{E}_j(z^{-1})\tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) + z^{-j}\mathbf{F}_j(z^{-1}) \text{ con } \tilde{\mathbf{A}}(z^{-1}) = \Delta\mathbf{A}(z^{-1}). \quad (3.4)$$

Los polinomios  $\mathbf{E}_j$  y  $\mathbf{F}_j$  son únicos de grados  $j-1$  y  $n$  respectivamente. Si la ecuación (3.1) es multiplicado por  $\Delta\mathbf{E}_j(z^{-1})z^j$ :

$$\tilde{\mathbf{A}}(z^{-1})\mathbf{E}_j(z^{-1})y(t+j) = \mathbf{E}_j(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \mathbf{E}_j(z^{-1})e(t+j). \quad (3.5)$$

Reemplazando la ecuación (3.1) en (3.4) y simplificando se obtiene:

$$y(t+j) = \mathbf{F}_j(z^{-1})y(t) + \mathbf{E}_j(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \mathbf{E}_j(z^{-1})e(t+j). \quad (3.6)$$

Como el grado del polinomio  $\mathbf{E}_j(z^{-1}) = j-1$ , en consecuencia, los términos del ruido en (3.6) están en el futuro. Usando el operador y tomando en cuenta que  $E[e(t)] = 0$ , la mejor predicción de  $y(t+j)$  es:

$$E[y(t+j)] = \hat{y}(t+j|t) = \mathbf{F}_j(z^{-1})y(t) + \mathbf{E}_j(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1})\Delta u(t+j-1). \quad (3.7)$$

Las condiciones iniciales para el cálculo recursivo de los polinomios  $\mathbf{E}_j$  y  $\mathbf{F}_j$  son:

$$\mathbf{E}_1 = I. \quad (3.8)$$

$$\mathbf{F}_1 = z(I - \tilde{\mathbf{A}}). \quad (3.9)$$

Haciendo el polinomio  $\mathbf{E}_j(z^{-1})\mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{G}_j(z^{-1}) + z^{-j}\mathbf{G}_{jp}(z^{-1})$ , la predicción se obtiene como:

$$\hat{y}(t+j|t) = \mathbf{G}_j(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \mathbf{G}_{jp}(z^{-1})\Delta u(t-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1})y(t). \quad (3.10)$$

Los dos últimos términos de la derecha de la ecuación (3.10) son considerados como parte de la respuesta libre del sistema, considerando que las señales de control se mantienen constantes. La ecuación (3.10) se puede reescribir en la forma:

$$\hat{y}(t+j|t) = \mathbf{G}_j(z^{-1})\Delta u(t+j-1) + \mathbf{f}_j, \quad (3.11)$$

donde  $\mathbf{f}_j = \mathbf{G}_{jp}(z^{-1})\Delta u(t-1) + \mathbf{F}_j(z^{-1})y(t)$ . Ahora considerando una secuencia de

$N_j$  predicciones adelante:

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+1|t) &= \mathbf{G}_1 \Delta u(t) + \mathbf{f}_1 \\ \hat{y}(t+2|t) &= \mathbf{G}_2 \Delta u(t+1) + \mathbf{f}_2 \\ &\vdots \\ \hat{y}(t+N|t) &= \mathbf{G}_N \Delta u(t+N-1) + \mathbf{f}_N\end{aligned}\quad (3.12)$$

Debido a las propiedades recursivas del polinomio  $\mathbf{E}_j$ , la expresión (3.12) puede ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+j|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{G}_{j-1} & \mathbf{G}_{j-2} & \dots & \mathbf{G}_0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{N-1} & \mathbf{G}_{N-2} & \dots & \dots & \dots & \mathbf{G}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_j \\ \vdots \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Las predicciones pueden ser expresadas en forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3.14)$$

El término de respuesta libre puede ser calculado de manera recursiva:

$$\mathbf{f}_{j+1} = \mathbf{z} \left( \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{z}^{-1}) \right) \mathbf{f}_j + \mathbf{B}(\mathbf{z}^{-1}) \Delta u(t+j), \quad (3.15)$$

donde  $\mathbf{f}_0 = \mathbf{y}(t)$  y  $\Delta u(t+j) = 0$  para  $j \geq 0$

Se puede apreciar que si la matriz  $\mathbf{A}(\mathbf{z}^{-1})$  es una matriz diagonal, las matrices  $\mathbf{E}_j(\mathbf{z}^{-1})$  y  $\mathbf{F}_j(\mathbf{z}^{-1})$  también son diagonales y el problema se reduce a la reducción de  $n$  ecuaciones diofánticas. El cálculo de  $\mathbf{G}_j(\mathbf{z}^{-1})$  y  $\mathbf{f}_j$  también está simplificado.

La minimización de la función objetivo (3.3) usando  $\frac{\Delta J}{\Delta u} = 0$  para el caso sin restricciones conlleva a la obtención de la respuesta explícita:

$$\mathbf{u} = (\mathbf{G}^T \mathbf{R} \mathbf{G} + \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{R} (\mathbf{w} - \mathbf{f}), \quad (3.16)$$

### 3.3.2. Estructura de control

En los epígrafes 1.3.2 y 2.3.2, se obtuvo la relación de proporcionalidad, entre el flujo de colas  $Q_c$  y el flujo de alimentación de pulpa  $Q_f$ , siendo esta proporción conocida como constante bias rate (BR).

Considerando la constante BR entre ambos flujos, la estructura (diagrama de bloques) del sistema de control se muestra en la Fig. 3.1, de donde es posible

observar las 4 variables de entradas y las dos variables de salida de la celda de flotación objeto de estudio.

La salida del controlador GPC setpoint flujo de colas va al controlador del BR, cuyo efecto es buscar una relación proporcional entre ambos flujos:

$$BR = \frac{Q_C}{Q_F} \quad (3.17)$$

El controlador GPC tiene que ser capaz de integrar en su algoritmo de control los efectos asociados a la relación proporcional BR.

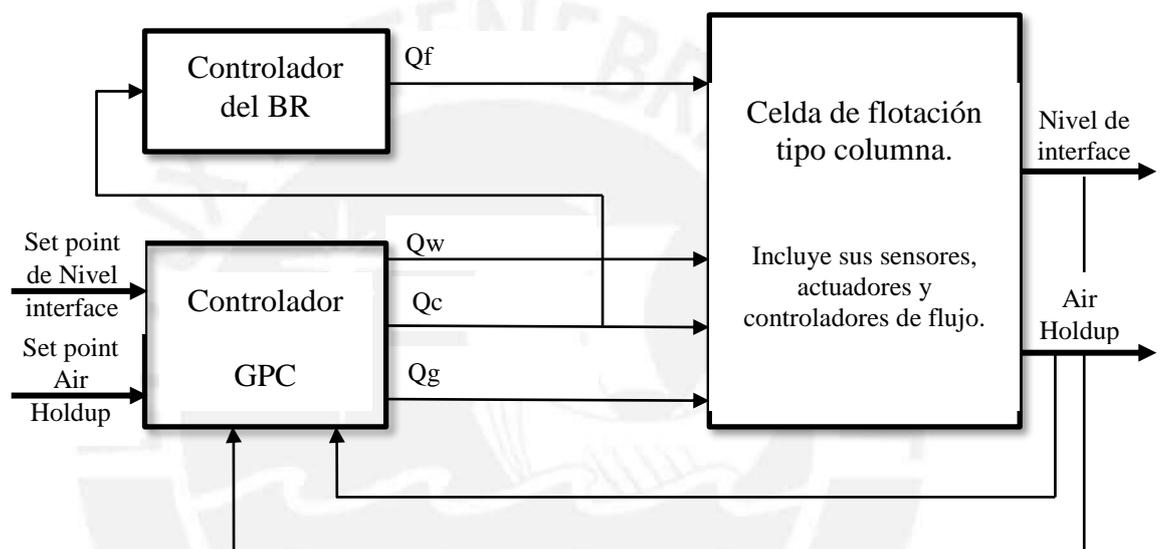


Fig. 3.1 Estructura del sistema de control con controlador GPC de la columna de flotación.

### 3.3.3. Función de transferencia MIMO de la estructura de control

En el epígrafe 2.4 se obtuvo el modelo matemático multivariable de la columna de flotación y en la tabla 2.3 se mostraron las funciones de transferencias de dicho modelo conformado por 2 entradas y 4 salidas. En base a la estructura de control con GPC se requiere replantear dicho modelo matemático.

Bajo la estructura actual, el controlador tendrá 2 entradas y 3 salidas. El efecto del flujo de alimentación  $Q_f$  sobre la planta y el controlador GPC se mantendrán replanteando la ecuación (2.3) en una nueva función de transferencia, considerando (3.17):

$$\begin{bmatrix} H \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) & G_{13}(z) & G_{14}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) & G_{23}(z) & G_{24}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_c \\ Q_c/BR \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Siendo BR una constante.

$$\begin{bmatrix} H \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) + \frac{G_{13}(z)}{BR} & G_{14}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) + \frac{G_{23}(z)}{BR} & G_{24}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_c \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\begin{bmatrix} H \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} GG_{11}(z) & GG_{12}(z) & GG_{13}(z) \\ GG_{21}(z) & GG_{22}(z) & GG_{23}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_c \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Los valores de las funciones de transferencia (3.20) se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Funciones de transferencia para el diseño del controlador.

	Nivel de interface (H)
Agua de lavado (Qw)	$GG_{11}(z) = \frac{0.002564z^{-4} + 0.001215z^{-5}}{1 - 0.3068z^{-1} - 0.6871z^{-2}}$
Colas (Qc)	$= \frac{GG_{12}(z)}{1 - 1.9951z^{-1} + 0.99510418z^{-2}}$ $\frac{0.00261364z^{-2} - 0.002603704z^{-3} - 0.006483z^{-4} + 0.0064758687z^{-5}}{1 - 1.9951z^{-1} + 0.99510418z^{-2}}$
Flujo de aire (Qg)	$GG_{13}(z) = \frac{0.002204z^{-2}}{1 - 0.9925z^{-1}}$
	Air Holdup (ε)
Agua de lavado (Qw)	$GG_{21}(z) = \frac{-0.03902z^{-7} + 0.03806z^{-8}}{1 - 1.199z^{-1} + 0.2439z^{-2}}$
Colas (Qc)	$= \frac{GG_{22}(z)}{1 - 1.8265z^{-1} + 1.47049z^{-2} - 1.40969z^{-3} + 0.765756z^{-4}}$ $\frac{-0.00005582z^{-6} + 0.00004619513z^{-7} - 0.00003593574z^{-8} + 0.0044008z^{-9} - 0.00962021z^{-10} + 0.00830321z^{-11} - 0.003796354z^{-12} + 0.000756867z^{-13}}{1 - 1.8265z^{-1} + 1.47049z^{-2} - 1.40969z^{-3} + 0.765756z^{-4}}$
Flujo de aire (Qg)	$GG_{23}(z) = \frac{0.0004991z^{-8}}{1 - 0.9965z^{-1}}$

### 3.3.4. Diseño del controlador GPC multivariable para el control de la celda de flotación tipo columna

Para la obtención de algoritmo de control se debe hallar primero las matrices de las funciones de transferencias  $A(z^{-1})$  y  $B(z^{-1})$  de (3.1).

Según la ecuación (3.15) la matriz  $A(z^{-1})$  debe ser diagonal. Expresando (3.20) en términos de sus numeradores y denominadores se obtiene:

$$\begin{bmatrix} H \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{NGG_{11}(z)}{DGG_{11}(z)} & \frac{NGG_{12}(z)}{DGG_{12}(z)} & \frac{NGG_{13}(z)}{DGG_{13}(z)} \\ \frac{NGG_{21}(z)}{DGG_{21}(z)} & \frac{NGG_{22}(z)}{DGG_{22}(z)} & \frac{NGG_{23}(z)}{DGG_{23}(z)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_c \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Llevando (3.20) a la forma de (3.1) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} A_{11}(z^{-1}) & 0 \\ 0 & A_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} y(t) = \begin{bmatrix} B_{11}(z^{-1}) & B_{12}(z^{-1}) & B_{13}(z^{-1}) \\ B_{21}(z^{-1}) & B_{22}(z^{-1}) & B_{23}(z^{-1}) \end{bmatrix} u(t) \quad (3.21)$$

MCM representa el mínimo común múltiplo, siendo los valores de la matriz  $A(z^{-1})$ :

$$\begin{aligned} A_{11}(z^{-1}) &= \text{MCM}(DGG_{11}(z), DGG_{12}(z), DGG_{13}(z)) \\ A_{22}(z^{-1}) &= \text{MCM}(DGG_{21}(z), DGG_{22}(z), DGG_{23}(z)) \end{aligned} \quad (3.22)$$

y los valores de la matriz  $B(z^{-1})$  en términos de  $A_{11}(z^{-1})$  y  $A_{22}(z^{-1})$ :

$$\begin{aligned} B_{11}(z^{-1}) &= A_{11}(z^{-1}) \frac{NGG_{11}(z)}{DGG_{11}(z)} \\ B_{12}(z^{-1}) &= A_{11}(z^{-1}) \frac{NGG_{12}(z)}{DGG_{12}(z)} \\ B_{13}(z^{-1}) &= A_{11}(z^{-1}) \frac{NGG_{13}(z)}{DGG_{13}(z)} \\ B_{21}(z^{-1}) &= A_{22}(z^{-1}) \frac{NGG_{21}(z)}{DGG_{21}(z)} \\ B_{22}(z^{-1}) &= A_{22}(z^{-1}) \frac{NGG_{22}(z)}{DGG_{22}(z)} \\ B_{23}(z^{-1}) &= A_{22}(z^{-1}) \frac{NGG_{23}(z)}{DGG_{23}(z)} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para los valores de la tabla 3.1, donde los denominadores no tienen un factor en común, entonces el MCM es el producto de los denominadores, los valores de los componentes de la matriz  $A(z^{-1})$  se expresan como:

$$\begin{aligned} A_{11}(z^{-1}) &= DGG_{11}(z) * DGG_{12}(z) * DGG_{13}(z) \\ A_{22}(z^{-1}) &= DGG_{21}(z) * DGG_{22}(z) * DGG_{23}(z) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Los valores de los componentes de la matriz  $B(z^{-1})$  se expresan como:

$$\begin{aligned}
 B_{11}(z^{-1}) &= NGG_{11}(z) * DGG_{12}(z) * DGG_{13}(z) \\
 B_{12}(z^{-1}) &= DGG_{11}(z) * NGG_{12}(z) * DGG_{13}(z) \\
 B_{13}(z^{-1}) &= DGG_{11}(z) * DGG_{12}(z) * NGG_{13}(z) \\
 B_{21}(z^{-1}) &= NGG_{11}(z) * DGG_{22}(z) * DGG_{13}(z) \\
 B_{22}(z^{-1}) &= DGG_{11}(z) * NGG_{22}(z) * DGG_{13}(z) \\
 B_{23}(z^{-1}) &= DGG_{11}(z) * DGG_{22}(z) * NGG_{13}(z)
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

De la tabla 3.1 y de (3.24) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 A_{11}(z^{-1}) &= 1 - 3.2944z^{-1} + 3.20473661z^{-2} + 0.152335z^{-3} \\
 &\quad - 1.7412798z^{-4} + 0.67861z^{-5} \\
 A_{22}(z^{-1}) &= 1 - 4.022z^{-1} + 6.91927z^{-2} - 7.50899z^{-3} + 6.420258z^{-4} \\
 &\quad - 4.06674462z^{-5} + 1.444317z^{-6} - 0.1861144z^{-7}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

De la tabla 3.1 y de (3.25) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 B_{11}(z^{-1}) &= 0.002564z^{-4} - 0.0064452z^{-5} + 0.0039986z^{-6} \\
 &\quad + 0.0010826z^{-7} - 0.0012z^{-8} \\
 B_{12}(z^{-1}) &= 0.002614z^{-2} - 0.006z^{-3} - 0.0041z^{-4} + 0.0177z^{-5} \\
 &\quad - 0.00771z^{-6} - 0.0069z^{-7} + 0.00442z^{-8} \\
 B_{13}(z^{-1}) &= 0.002204z^{-2} - 0.0050734z^{-3} + 0.002028z^{-4} \\
 &\quad + 0.002348z^{-5} - 0.001506z^{-6} \\
 B_{21}(z^{-1}) &= -0.03902z^{-7} + 0.1482z^{-8} - 0.235842z^{-9} \\
 &\quad + 0.237424z^{-10} - 0.1941173z^{-11} + 0.112385z^{-12} \\
 &\quad - 0.0290427z^{-13} \\
 B_{22}(z^{-1}) &= -0.00005582z^{-6} + 0.00016874z^{-7} - 0.00021766z^{-8} \\
 &\quad + 0.0045597z^{-9} - 0.0193451z^{-10} + 0.035765z^{-11} \\
 &\quad - 0.036936z^{-12} + 0.0233758z^{-13} - 0.0091416z^{-14} \\
 &\quad + 0.0020116z^{-15} - 0.000184z^{-16} \\
 B_{23}(z^{-1}) &= 0.0004991z^{-8} - 0.00151z^{-9} + 0.001949z^{-10} \\
 &\quad - 0.001806z^{-11} + 0.001405z^{-12} - 0.00062985z^{-13} \\
 &\quad + 0.000093216z^{-14}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Considerando (3.26) y (3.27) las expresiones (3.2) y (3.1) se representan como:

$$[I \ A_1z^{-1} \ a_2z^{-2} \ \dots \ A_7z^{-7}]y(t) = [B_1z^{-1} \ B_2z^{-2} \ \dots \ B_{16}z^{-16}]u(t) \tag{3.28}$$

donde las matrices  $A_i$  son matrices de  $2 \times 2$  y las matrices  $B_i$  son de  $2 \times 3$ , siendo la matriz  $A(z^{-1})$ :

$$A(z^{-1})^t = \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -3.2944 & 0 \\ 0 & -4.022 \end{bmatrix} z^{-1} \\ \begin{bmatrix} 3.20473661 & 0 \\ 0 & 6.91927 \end{bmatrix} z^{-2} \\ \begin{bmatrix} 0.152335 & 0 \\ 0 & -7.50899 \end{bmatrix} z^{-3} \\ \begin{bmatrix} -1.7412798 & 0 \\ 0 & 6.420258 \end{bmatrix} z^{-4} \\ \begin{bmatrix} 0.67861 & 0 \\ 0 & -4.06674462 \end{bmatrix} z^{-5} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1.444317 \end{bmatrix} z^{-6} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0.1861144 \end{bmatrix} z^{-7} \end{array} \right\}^t, \quad (3.29)$$

y la matriz  $B(z^{-1})$ :

$$B(z^{-1})^t = \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-1} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.002614 & 0.002204 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-2} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.006 & -0.0050734 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-3} \\ \begin{bmatrix} 0.002564 & -0.0041 & 0.002028 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-4} \\ \begin{bmatrix} -0.0064452 & 0.0177 & 0.002348 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-5} \\ \begin{bmatrix} 0.0039986 & -0.00771 & 0 - 0.001506 \\ 0 & -0.00005582 & 0 \end{bmatrix} z^{-6} \\ \begin{bmatrix} 0.0010826 & -0.0069 & 0 \\ -0.03902 & 0.00016874 & 0 \end{bmatrix} z^{-7} \\ \begin{bmatrix} -0.0012 & 0.00442 & 0 \\ 0.1482 & -0.00021766 & 0.0004991 \end{bmatrix} z^{-8} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.235842 & +0.0045597 & -0.00151 \end{bmatrix} z^{-9} \\ \begin{bmatrix} 0.237424 & -0.0193451 & 0.001949 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-10} \\ \begin{bmatrix} -0.1941173 & 0.035765 & -0.001806 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-11} \\ \begin{bmatrix} 0.112385 & -0.036936 & 0.001405 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-12} \\ \begin{bmatrix} -0.0290427 & 0.0233758 & -0.00062985 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} z^{-13} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0091416 & 0.000093216 \end{bmatrix} z^{-14} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0020116 & 0 \end{bmatrix} z^{-15} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.000184 & 0 \end{bmatrix} z^{-16} \end{array} \right\}^t \quad (3.30)$$

En base a estas expresiones se desarrolló un programa en Matlab para sintonizar el controlador GPC, encontrándose las matrices adecuadas de sintonización:

$$\begin{aligned}
 W_u &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} && \text{Matriz de peso de las entradas.} \\
 W_y &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} && \text{Matriz de peso de las salidas.} \\
 N_y &= 40 && \text{Horizonte de predicción} \\
 u_n &= 2 && \text{Horizonte de las entradas.}
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

### 3.4. Resultados de simulación del sistema de control diseñado

Las pruebas del controlador GPC MIMO sobre la celda de flotación tipo column, arrojaron buenos resultados para valores de sintonización indicados en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Valores de los parámetros de ajuste del controlador GPC multivariable.

$$\begin{aligned}
 W_u &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} && \text{matriz de peso de las entradas.} \\
 W_y &= \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} && \text{matriz de peso de las salidas.} \\
 n_y &= 40 && \text{horizonte de predicción} \\
 n_u &= 2 && \text{horizonte de control.}
 \end{aligned}$$

El escalón aplicado a cada variable, se muestran en la tabla 3.3.

Tabla 3.3. Escalón aplicado en las pruebas.

Variable	Escalón aplicado
Nivel (cm)	440 – 490
Air Holdup (%)	20- 25

El tiempo de establecimiento del nivel de interface es de 70 segundos aproximadamente y la respuesta no muestra sobreimpulso. El tiempo de establecimiento del Air Holdup es de 50 segundos aproximadamente y la respuesta no muestra sobreimpulsos.

Por consiguiente, las pruebas realizadas con variaciones tipo escalón y considerando los parámetros de la tabla 3.1 arrojaron resultados satisfactorios, los cuales se muestran en la Fig. 3.2.

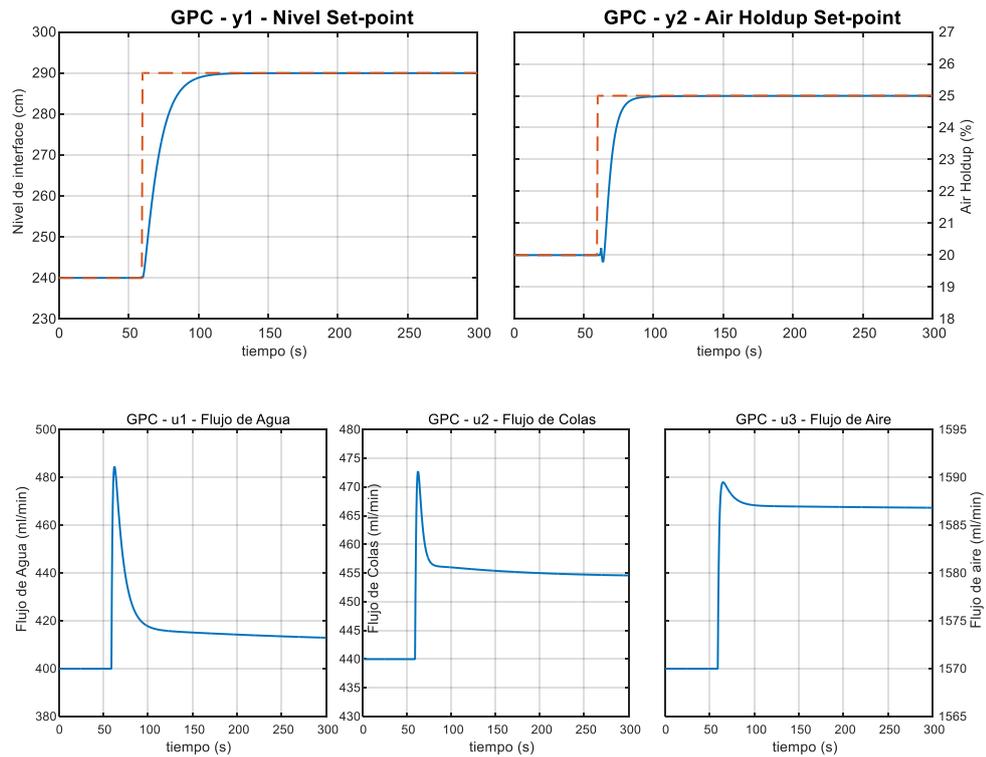


Fig. 3.2. Respuestas temporales del sistema de control con controlador GPC multivariable.

En la Fig. 3.3 se muestran las señales del sistema de control de Bias Rate, con las señales de control (flujo de colas y flujo de alimentación). Los resultados obtenidos son también aceptables.

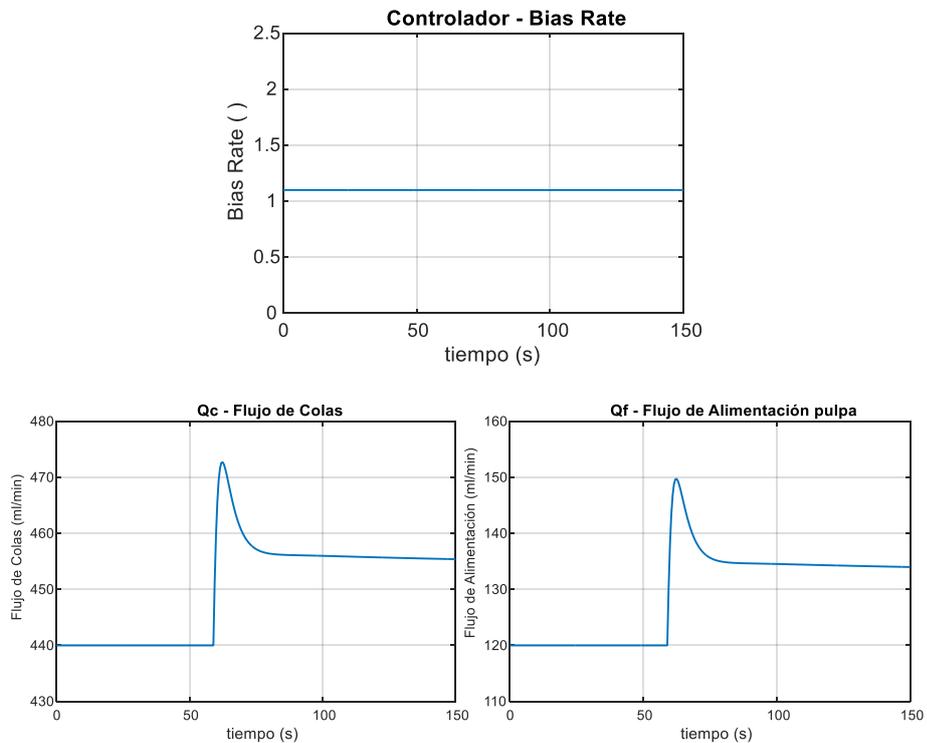


Fig. 3.3. Respuesta temporal del sistema de control de Bias Rate (BR).

### 3.5. Conclusiones

Se fundamentó la estrategia de control a utilizar para el control efectivo de la columna de flotación objeto de estudio.

Se realizó el diseño del controlador GPC multivariable de la columna de flotación objeto de estudio.

Los resultados de simulación del sistema de control diseñado mostraron un buen desempeño de todas las variables de la columna de flotación objeto de estudio.



# CAPÍTULO IV: PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN PRACTICA DEL SISTEMA DE CONTROL DE LA CELDA DE FLOTACIÓN TIPO COLUMNA

## 4.1. Introducción

El controlador GPC multivariable diseñado, demostró un buen comportamiento. En este capítulo se analizar la robustez del controlador y el comportamiento frente a perturbaciones. Para verificar la robustez del controlador GPC multivariable diseñado se realizará un análisis comparativo de las respuestas temporales del sistema de control de la columna de flotación con controladores GPC y PID desacoplados. También es parte de este capítulo, realizar una propuesta de implementación práctica, del sistema de control diseñado.

## 4.2. Resultados comparativos de simulación del sistema de control diseñado con controladores GPC multivariable vs PID

Para la comparación de los controladores GPC multivariable y PID se usan los criterios de desempeño que se exhiben en la tabla 4.1. Estos indicadores han sido ampliamente usados y aceptados [46, 47, 48]. En [46, 47] se utiliza el criterio del cuadrado del error (ISE) y en [48] se desarrollaron trabajos de investigación en base al criterio de la integral del cuadrado del error ponderada en el tiempo (ITSE). En [1] se considera el criterio de la integral del error absoluto (IAE), donde la acción de seguimiento, viene dado por la integral del valor absoluto del error. En [49] se utilizan los criterios ISE, IAE, ITSE e ITAE. En el presente trabajo se usaron esos 4 criterios para evaluar el desempeño de los controladores.

Tabla 4.1. Índices de desempeño para los controladores.

Indicador	Expresión	Característica
ISE	$J_{e1} = \sum_{k=0}^N e(k)^2$	Integral del cuadrado del error
ITSE	$J_{e2} = \sum_{k=0}^N ke(k)^2$	Integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo
IAE	$J_{e3} = \sum_{k=1}^N  r_k - y_k $	Integral del error absoluto
ISU	$J_{u1} = \sum_{k=0}^N (u(k) - u_{ss})^2$	Integral de la salida de control cuadrática

$$TVU \quad J_{u2} = \sum_{k=1}^N |u_k - u_{k-1}| \quad \text{Integral de la variación total de control}$$

#### 4.2.1. Diseño del controlador PI para el control de la celda de flotación tipo columna

Para el diseño de controladores PID, considerando que el modelo de la celda de flotación tipo columna es MIMO, resulta necesario seleccionar 2 entradas que actúen sobre las 2 salidas de la planta y encontrar la matriz de desacoplamiento de las variables de dicha planta. En [17] se concluye que para controlar el nivel de interface debe usarse el flujo de colas y para controlar el air holdup debe usarse el flujo de ingreso de aire a la celda columna. Las funciones de transferencia para diseñar los controladores PID se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Funciones de transferencia de la planta para el diseño de controladores PID

Nivel de interface (H)	
Colas (Qc)	$G_{12}(z) = \frac{-0.006483 z^{-4}}{1 - 0.9962 z^{-1}}$
Flujo de aire (Qg)	$G_{14}(z) = \frac{0.002204 z^{-2}}{1 - 0.9925 z^{-1}}$
Air holdup ( $\epsilon$ )	
Colas (Qc)	$G_{22}(z) = \frac{0.004358 z^{-9} - 0.005267 z^{-10} + 0.003042 z^{-11} - 0.0007577 z^{-12}}{1 - 0.8276 z^{-1} + 0.6438 z^{-2} - 0.7666 z^{-3}}$
Flujo de aire (Qg)	$G_{24}(z) = \frac{0.0004991 z^{-8}}{1 - 0.9965 z^{-1}}$

Para el diseño de los controladores se analiza la estabilidad de la planta, como se muestra en la Fig. 4.1.

Para determinar si es posible desacoplar el sistema de la respuesta escalón que se muestra en la Fig. 4.2 se obtiene la matriz de ganancia relativa (RGA):

$$A = \begin{bmatrix} -1.73 & 0.2983 \\ 0.02773 & 0.1404 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

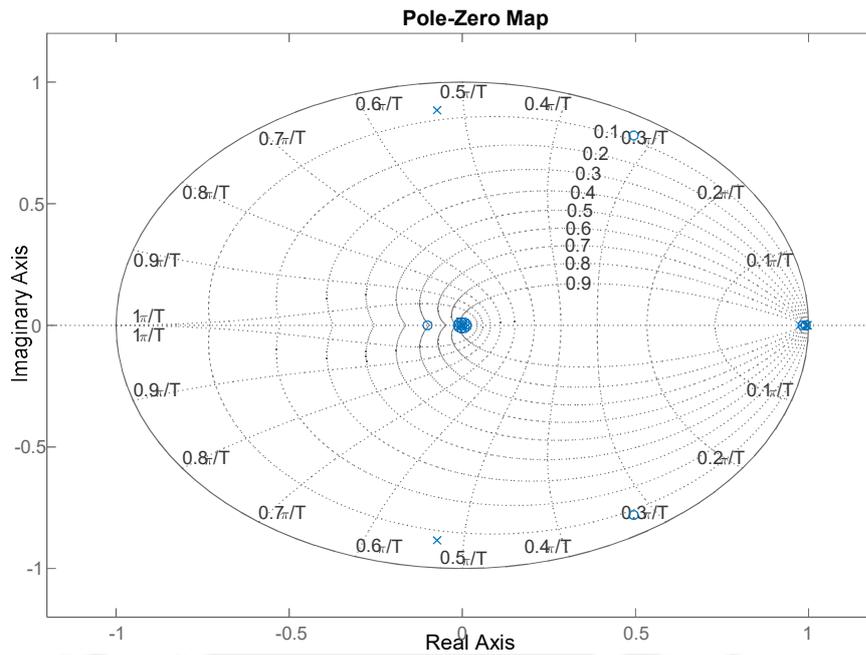


Fig. 4.1. Polos y zeros de la función de transferencia 2x2.

La matriz RGA =  $\begin{bmatrix} 0.9671 & 0.0329 \\ 0.0329 & 0.9671 \end{bmatrix}$ .

Como resultado se obtiene que el sistema puede ser desacoplado.

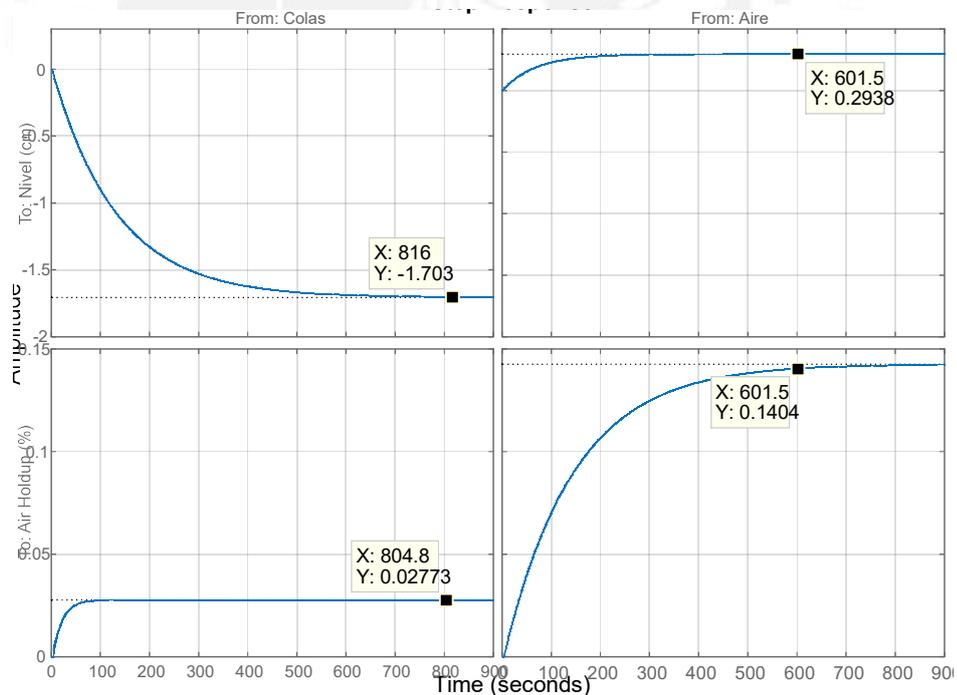


Fig. 4.2 Respuestas escalón de las funciones de transferencias.

La matriz de desacoplamiento encontrada utilizando códigos de Matlab es:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Considerando la matriz de desacoplamiento obtenida los lazos de control pueden ser sintonizados de forma independiente, como sistemas SISO. Los valores finales de ajuste de los parámetros de los controladores PI diseñados se muestran en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Resultados del ajuste de los parámetros de los controladores PI.

	Nivel de interface (H)
Flujo de colas (Qc)	$K_p = -1.7906$ , $K_i = -0.03673$
	Air holdup ( $\epsilon$ )
Flujo de aire (Qg)	$K_p = 142.105$ , $K_i = 1.85814$

En la Fig. 4.3 se muestran las respuestas temporales del sistema de control de la planta objeto de estudio desacoplada con diferentes valores de ajuste de los parámetros de los controladores PI.

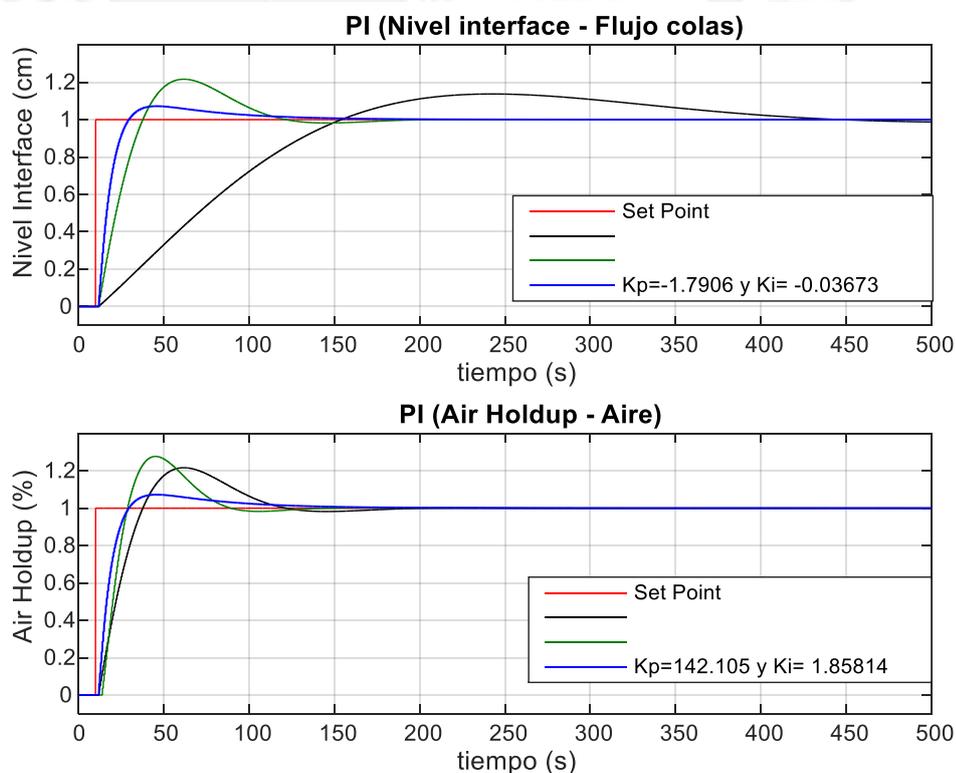


Fig. 4.3. Respuestas temporales del sistema de control de la planta desacoplada con diferentes valores de ajuste de los parámetros de los controladores PI.

#### 4.2.2. Resultados comparativos de simulación del sistema de control de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio con controladores GPC multivariable vs PI

Para evaluar comparativamente el desempeño del sistema de control, con los controladores diseñados GPC multivariable (Figura 3.1) y PI desacoplados, de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio se plantearon diferentes escenarios de operación de la planta y se calcularon con elevado nivel de precisión los índices de desempeño representados en la tabla 4.1. En la Fig. 4.4 se muestra el diagrama del sistema de control de la celda columna con controladores PI no desacoplados.

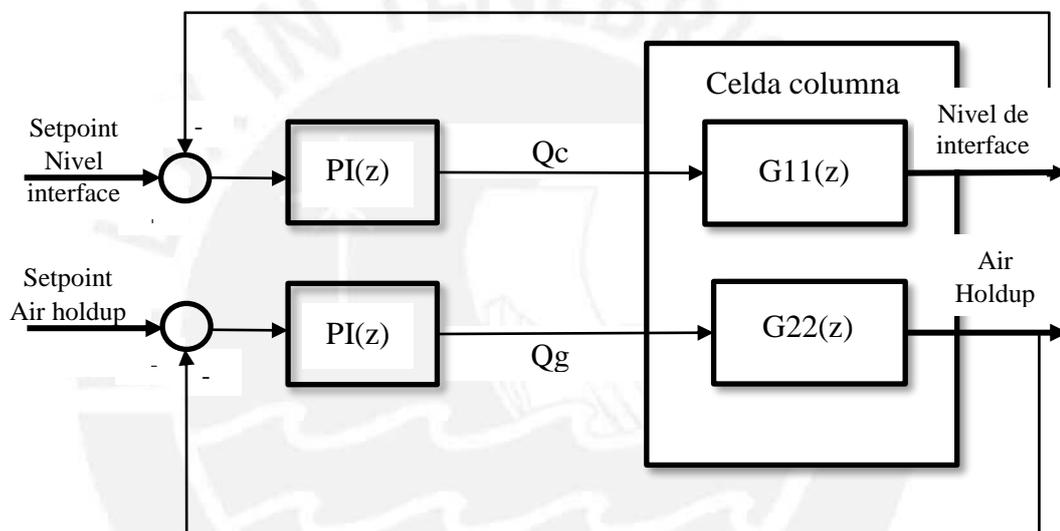


Fig. 4.4. Estructura del sistema de control de la celda de flotación con controladores PI no desacoplados.

El primer escenario de operación consistió en aplicar los setpoints de las variables controladas a los controladores PI sin desacoplar y sin considerar el efecto de perturbaciones.

Los resultados de simulación del sistema de control se muestran en la Fig. 4.5 y los indicadores de desempeño se resumen en la tabla 4.4.

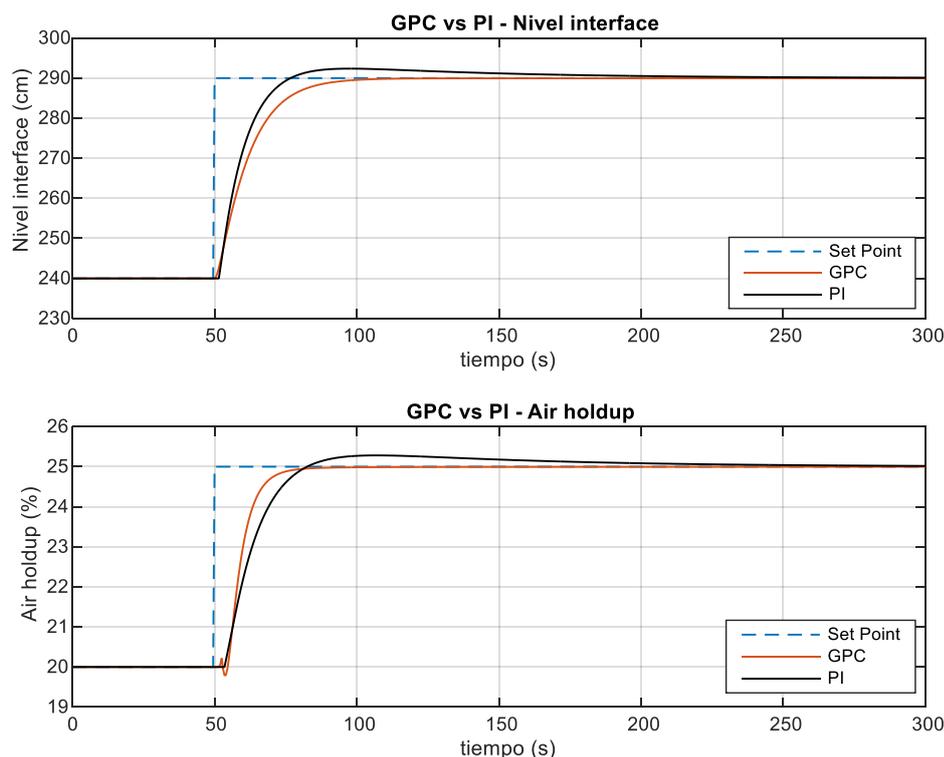


Fig. 4.4. Respuestas temporales del sistema de control con controladores GPC (3x2) vs PI no desacoplados.

Tabla 4.4. Índices de desempeño de los controladores GPC y PI no desacoplados.

Controlador	GPC	PI
ISE / Nivel interface	1.76863e+04	1.52204e+04
IAE / Nivel interface	6.37065e+02	6.68956e+02
ITSE / Nivel interface	9.80511e+05	8.40241e+05
ITAE / Nivel interface	4.39997e+04	5.62341e+04
ISE / Air holdup	2.00573e+02	2.33811e+02
IAE / Air holdup	58.42479	92.96567
ITSE / Air holdup	1.08864e+04	1.33324e+04
ITAE / Air holdup	5.28447e+03	8.26236e+03

El segundo escenario consistió en aplicar los setpoints de las variables controladas a los controladores PI desacoplados, sin considerar el efecto de perturbaciones. La estructura del sistema de control para este escenario se muestra en la Fig. 4.5.

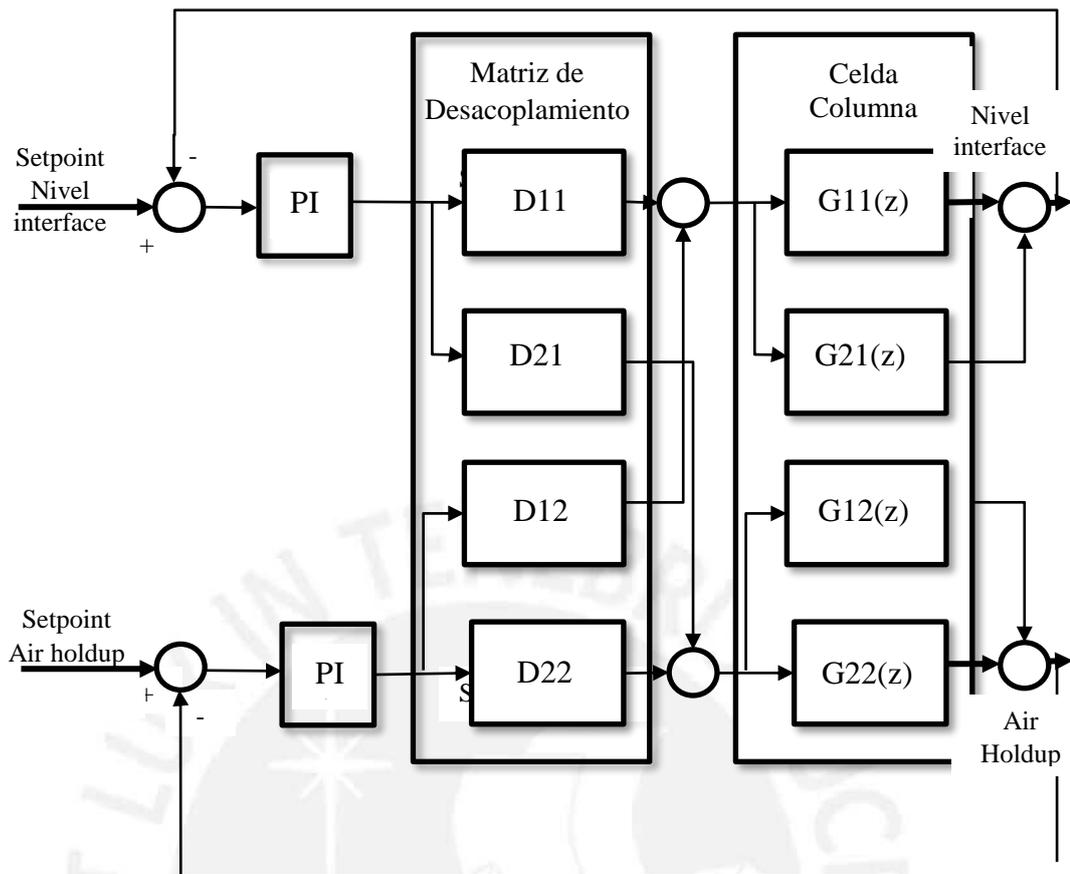


Fig. 4.5. Estructura del sistema de control con controladores PI desacoplados.

El setpoint aplicado para el caso de nivel es de 240 cm a 290 cm, para el air holdup de 20 a 25%. Los controladores PI actúan sobre la planta MIMO de 2 entradas y 2 salidas, nivel, air holdup, caudal de colas y caudal de aire.

Los resultados de simulación del sistema de control se muestran en la Fig. 4.6 y en la tabla 4.5 se exhiben los índices de desempeño.

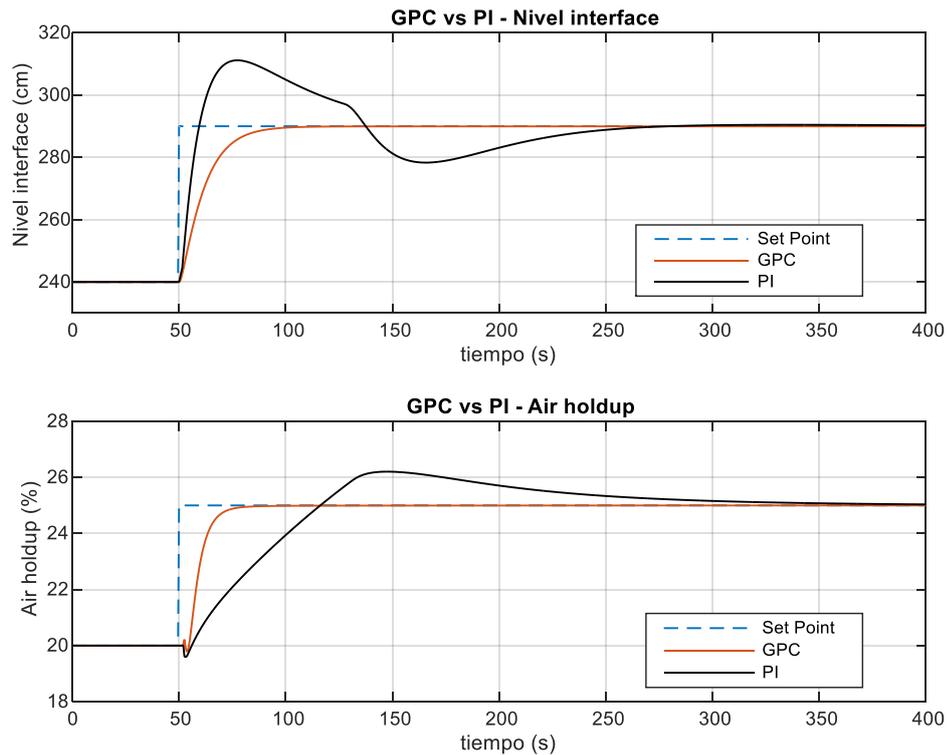


Fig. 4.6. Respuestas temporales del sistema de control con controladores GPC (3x2) vs PI desacoplados (figura 4.5).

Tabla 4.5. Indicadores del desempeño del sistema de control con controladores GPC vs PI desacoplados.

Controlador	GPC	PI
ISE / Nivel interface	1.76863e+04	3.11930e+04
IAE / Nivel interface	6.37065e+02	2.09771e+03
ITSE / Nivel interface	9.80511e+05	2.99695e+06
ITAE / Nivel interface	4.39997e+04	2.72170e+05
ISE / Air holdup	2.00573e+02	6.55927e+02
IAE / Air holdup	58.42479	2.87224e+02
ITSE / Air holdup	1.08864e+04	5.25973e+04
ITAE / Air holdup	5.28447e+03	3.65591e+04

De los resultados mostrados en la tabla 4.4 se concluye, que los desempeños del controlador GPC multivariable y de los controladores PI SISO son similares. Sin embargo, esta comparación solo abarca un concepto teórico, puesto que el proceso es multivariable. Los indicadores mostrados en la tabla 4.5 para el controlador GPC multivariable son mejores que los obtenidos para los controladores PI desacoplados. Además, por la curva del comportamiento de ambos controladores, se concluye que el controlador GPC multivariable funciona de forma más efectiva.

### **4.3. Propuesta de implementación práctica del sistema de control desarrollado**

#### **4.3.1. Descripción de una celda columna en una planta concentradora.**

El diagrama de flujo de la planta concentradora de cobre brinda información relevante sobre la ubicación de los equipos y de sus sistemas auxiliares. En la Fig. 4.7 se muestra el diagrama de flujos de la planta concentradora de cobre objeto de estudio.

El P&ID (Diagrama de proceso e Instrumentación) (Fig. 4.8) muestra los instrumentos instalados y los lazos de control actualmente implementados. Es importante disponer de esta información para determinar los cambios a introducir debido al diseño del nuevo controlador GPC multivariable.

De la Fig. 4.7 se obtiene la información relacionada con los equipos auxiliares de la planta objeto de estudio, los cuales se detallan a continuación:

- Bomba de alimentación de pulpa.
- Bomba de agua de lavado.
- Válvula dardo para control de flujo de colas.
- Soplador para flujo de aire a la celda columna.

Del P&ID se determina los sensores actualmente instalados:

- Sensor de nivel para celda columna.
- Flujometro de alimentación de concentrado.
- Flujometro de agua de lavado.
- Flujometro de agua de lavado.
- Flujometro de aire.

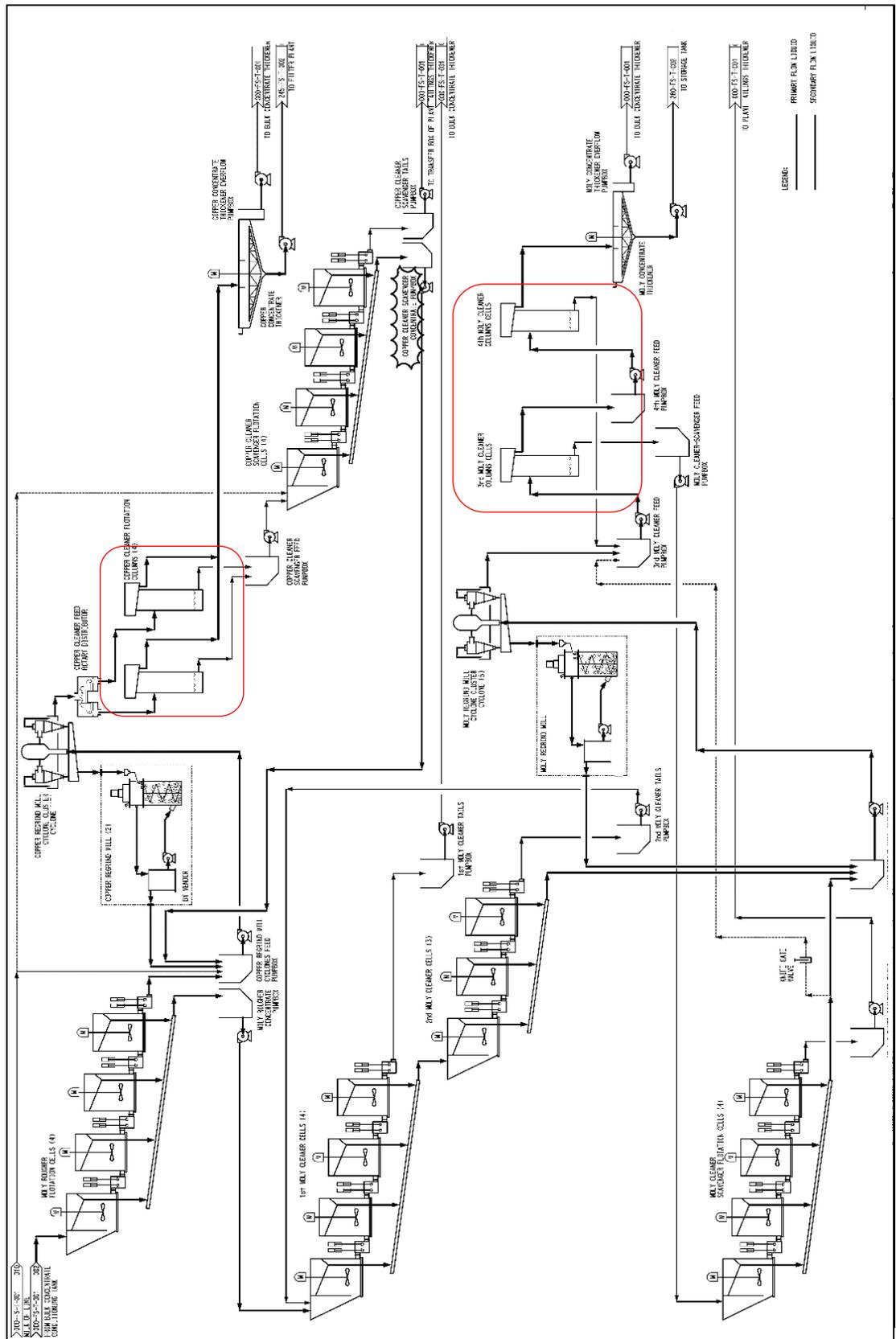


Fig. 4.7. Diagrama de flujo de la planta concentradora de cobre.



Los lazos de control implementados en el P&ID son:

- Lazo de control de flujo de alimentación.
- Lazo de control de flujo de agua.
- Lazo de control de flujo de aire.
- Lazo de control de nivel de celda columna.

En la tabla 4.6 se muestran los componentes actuales del hardware del sistema de control y supervisión existente:

Tabla 4.6. Componentes actuales del sistema de control y supervisión.

Nombre	Modelo	Cantidad
PLC Allen Bradley	1769 L32E	1
Fuente de poder	1769-PA4	1
Módulo de entradas digitales	1769-IQ16	1
Módulo de entradas análogas	1769-IF8	3
Módulo de salidas análogas	1769-OF8C	2
Switch Ethernet	EDS-205-M	1

En la Fig. 4.9 se muestra una imagen de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio (actualmente en operación). El sistema de ingreso de aire se encuentra instalado en la parte inferior de la celda columna. El aire se inyecta por las paredes de la celda para obtener un flujo ascendente homogéneo. El sistema de inyección de aire es conocido como “air injection spargers”. El sistema de inyección de aire es un subsistema crítico de la celda de flotación tipo columna (ver Fig. 4.10).

El flujo de mineral no valioso que desciende a través de la celda y que es evacuado por la parte baja constituye las colas de la celda. En la Fig. 4.11 se muestra la tubería por donde se evacua las colas.

El sistema de inyección de agua de lavado de la planta (ver Fig. 4.12) consiste en un plato tipo malla distribuidor de agua. El flujo de agua llega a la parte superior donde se distribuye uniformemente a toda la sección circular de la celda para hacer un adecuado lavado de la cama de espumas.



Fig. 4.9. Celda de flotación de la planta concentradora de cobre objeto de estudio.

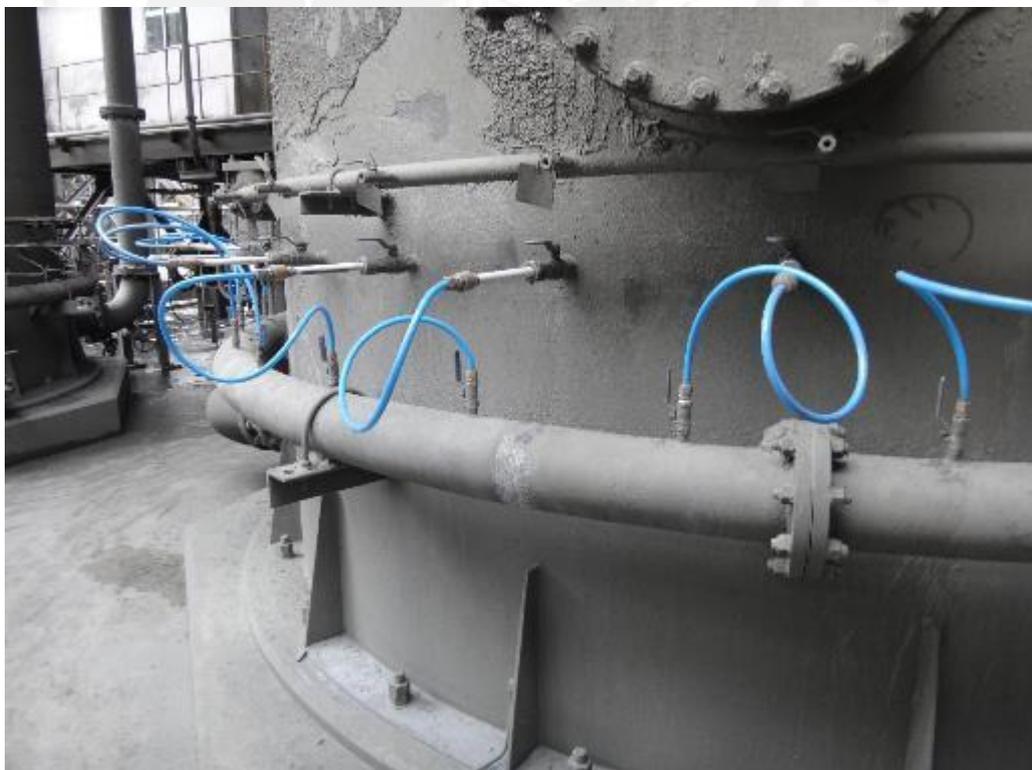


Fig. 4.10. Sistema de inyección de aire.



Fig. 4.11. Línea de evacuación de colas.



Fig. 4.12. Sistema de agua de lavado de la celda columna.

El nivel se mide a través de un sensor infrarrojo que lee el nivel de un plato metálico que está unido a una boya que descansa sobre el nivel de la interface pulpa / cama de burbujas (ver Fig. 4.13).



Fig. 4.13. Sensor de nivel de la interface pulpa / cama de espumas.

El sensor de nivel se conecta a un controlador local de nivel (ver Fig. 4.14).



Fig. 4.14. Controlador local de nivel de la interface pulpa / cama de espumas.

El aire ingresa a la celda a través de los aspersores de aire, que son alimentados por un soplador de aire. El soplador alimenta a dos celdas columna (ver Fig. 4.15).



Fig. 4.15. Soplador de aire de la celda columna.

El producto final, se obtiene por rebose de las burbujas en los labios superior de la celda (Fig. 4.16).

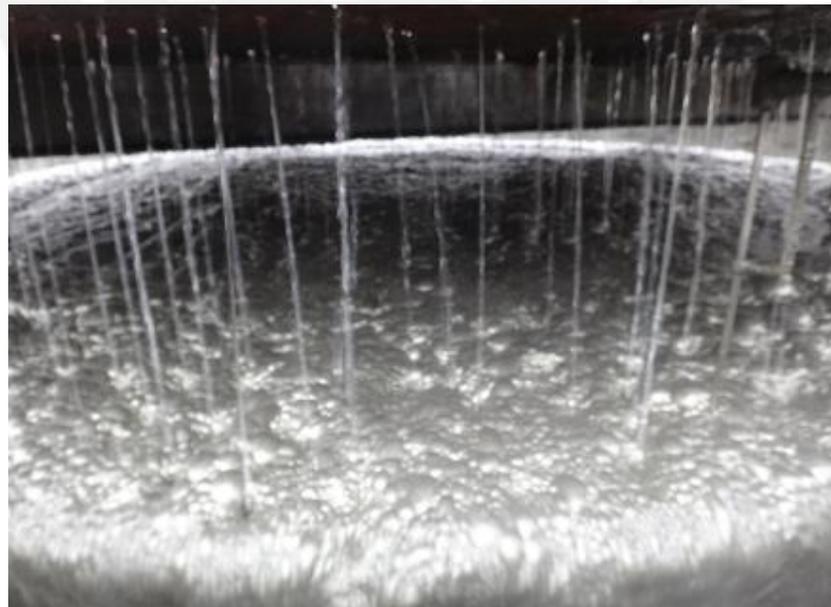


Fig. 4.16. Cama de espumas.

#### 4.3.2. Propuesta de implementación

Para implementar el controlador GPC en la celda de flotación tipo columna objeto de estudios se deben desarrollarse los siguientes cambios en el P&ID actual de la planta:

- Implementar un controlador del flujo de alimentación de pulpa.
- Implementar un controlador de flujo de colas. El sistema actual trabaja con un sensor de nivel que actúa sobre unas válvulas dardo.
- Instalar un sensor de presiones para medir el air holdup.
- Conectar vía ethernet el controlador GPC multivariable diseñado (instalado en una PC industrial) con el PLC de control local.

Los cambios propuestos, están resaltados, en color rojos en el diagrama P&ID de la Fig. 4.17. Se propone que el controlador GPC multivariable se instale en el sistema de control distribuido (DCS) de la planta.



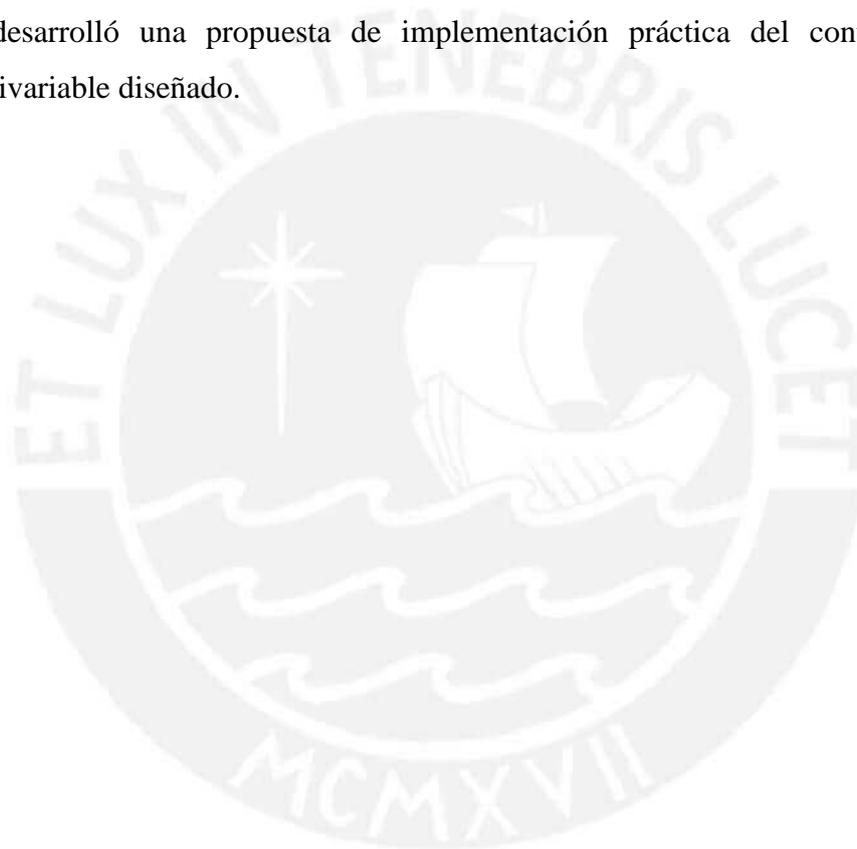


#### 4.4. Conclusiones

Se diseñaron controladores PI desacoplados para el control de la celda de flotación tipo columna objeto de estudio. Los resultados de simulación del sistema de control con los controladores PI diseñados mostraron resultados adecuados.

Se realizaron evaluaciones comparativas del sistema de control de la planta objeto de estudio con los controladores GPC multivariable y PI diseñados considerando diferentes escenarios y los índices de desempeño propuestos. Se determinó que los mejores resultados del sistema de control se obtienen cuando se aplica el controlador diseñado GPC multivariable.

Se desarrolló una propuesta de implementación práctica del controlador GPC multivariable diseñado.



## CONCLUSIONES GENERALES

Todos los objetivos trazados en esta tesis fueron cumplidos.

Se realizó un estudio sobre el estado del arte de los sistemas de control de las celdas de flotación utilizadas en la industria minera. Como resultado se determinó que a pesar del desarrollo actual que presenta esta industria, aún existen muchos problemas no resueltos que no posibilitan obtener los resultados económicos y de protección del medio ambiente requeridos.

Mediante la aplicación de las herramientas de identificación de sistemas se obtuvo un modelo matemático multivariable que describe el comportamiento dinámico de una celda de flotación tipo columna, actualmente en operación. Los resultados de validación del modelo matemático obtenido mostraron que todas las variables presentan un adecuado grado de aceptación con un FIT superior al 80%, y por consiguiente dicho modelo puede ser utilizado en el diseño de controladores efectivos de este tipo de plantas.

Se fundamentó y se desarrolló el diseño de un controlador GPC multivariable para el control efectivo de la columna de flotación objeto de estudio. Los resultados de simulación del sistema de control diseñado mostraron un buen desempeño de todas las variables de la columna de flotación objeto de estudio.

Se realizaron evaluaciones comparativas del sistema de control de la celda de flotación tipo columna con los controladores GPC multivariable y PI diseñados considerando diferentes escenarios de operación e índices de desempeño. Se determinó que el mejor desempeño del sistema de control se obtiene cuando se aplica el controlador GPC multivariable diseñado.

Se desarrolló una propuesta de implementación práctica del controlador GPC multivariable diseñado, la cual puede posibilitar aumentar la recuperación actual de cobre, así como disminuir las afectaciones del medio ambiente.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Duarte-Mermoud M.A., Prieto R.A. (2004). A Performance index for quality response of dynamical systems. *ISA Transactions*, 43, 133-151.
2. Gaudin, A. M. flotation of microorganisms froth flotation. New York, AIME, 50th Anniversary.
3. Sutulov A. (1963). Flotación de minerales. Concepción - Chile. Instituto de Investigaciones Tecnológicas.
4. Linares N. (1993). Procesamiento de minerales.
5. Cruz, E.B. (1997). A comprehensive dynamic model of the column flotation unit operation. Blacksburg, Virginia. Virginia Polytechnic Institute and State University.
6. Guedez, J.L., Salager A., Forgiarini D. (2007). Fundamentos de la flotación. Venezuela.
7. Boutin P., Wheeler D.A. (1967). Column flotation. *Mining World*, 20(3), 47-50.
8. Morar S., Forbes G., Heinrich G, Bradshaw D., King D., Adair B., Esdaile L. (2005). The use of a colour parameter in a machine vision system, SmartFroth, to evaluate copper flotation performance at Rio Tinto's Kennecott copper concentrator. Australia. Centenary of Flotation Symposium.
9. Process control in metallurgical plants from aX strataperspective. *Annual Reviews in Control*. Thwaites P. 31, 221-23, 2007.
10. Nashwa, V.M. (2007). The flotation of high talc-containing ore from the Great Dyke of Zimbabwe. Pretoria. Msc Thesis, University of Pretoria.
11. PWC (2013). Industria minera, Guía de Negocios en el Perú. Lima. [pwc.com/pe](http://pwc.com/pe).
12. Del Villar R., Grégoire M. and Pomerleau B. (1999). Automatic control of a laboratory flotation column, *Minerals Engineering*.
13. Bouchard J. (2004). Command automatique de la flottation en colonne: asservissement de la profondeur d'écume et du différentiel d'eau, M.Sc. thesis, Département de génie des mines, de la métallurgie et des matériaux. Université Laval.
14. Dobby G.S. and Finch, J.A. (1985). Mixing characteristics of industrial flotation columns. *Chem. Eng. Sci.*
15. Milot M., Desbiens A., del Villar R. y Hodouin D. (2000). Identification and

multivariable nonlinear predictive control of a pilot flotation column. Roma: XXI International Mineral Processing Congres.

16. Desbiens A., Hodouin D. y Plamondon É. (2000). Global predictive control: A unified control structure for decoupling setpoint tracking, feedforward compensation and disturbance rejection dynamics. IEE Proceedings on Control Theory and Applications.
17. Cruz E.B. (1994). Simulation of computer control strategies for column flotation. Blacksburg, Virginia. Virginia Polytechnic Institute.
18. Mut O.D., Chuk V. (2002). Expert control of column flotation with froth overloading prevention. 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain.
19. Chuk O.D., Mut V., Nuñez E., Gutierrez L.V. (2001). Multivariable predictive control of froth depth and gas holdup in column flotation. Tokyo, Japan. 10th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing (MMM2001).
20. Bergh L., Yianatos J., Soto D. (2015). Availability principle applied to a fuzzy supervisory control of a pilot flotation column. IFAC 2015,
21. Bergh L.G., Yianatos J.B. (2003). Flotation column automation. Control Engineering Practice.
22. Bouchard J., Desbiens A., del Villar R., Nunez E. (2009). Column flotation simulation and control: an overview. Minerals Engineering 22, 519-522.
23. Ameluxen R., Llerena R., Dustan P., Huls B. (1988). Mechanics of column flotation operation. Phoenix, Arizona. SME Annual Meeting Column Flotation'88, Society of Mining, Metallurgy and Exploration.
24. Barriere P.A., Dumont F., Desbiens A. (2001). Using semi-physical models for better control. Part 2: nonlinear control of a pilot flotation column. Tokyo, Japan. 10th IFAC Symposium on Automation in Mining, Mineral & Metal Processing.
25. Bergh L.G., Yianatos J.B., Cartes F. (1996). Hierarchical control strategy at el Teniente flotation columns. Montreal, Canada. Proceedings of International Conference on Column Flotation'96.
26. Bergh L.G., Yianatos J.B., Acuna C., Perez H., Lopez F. (1999). Supervisory control at Salvador flotation columns. Minerals Engineering.
27. Bouchard J., Desbiens A., del Villar R. (2005). Recent advances in bias and froth depth control in flotation columns. s.l.: Minerals Engineering.

28. Cienski T., Coffin V. (1981). Column flotation operation at Mines Gaspé molybdenum circuit. Ottawa, Canada. Proceedings of the 13th Annual Meeting of the Canadian Mineral Processors.
29. del Villar R., Grégoire M., Pomerleau A. (1999). Automatic control of a laboratory flotation column. s.l. : Minerals Engineering.
30. Desbiens A., del Villar R., Milot M. (1998). Identification and gain-scheduled control of a pilot flotation column. Cologne, Germany, 9th IFAC Symp. on Automation in Mining, Mineral & Metal Processing.
31. Hirajima T., Takamori T., Tsunekawa M., Matsubara T., Oshima K., Imai T. (1991). The application of fuzzy logic to control concentrate grade in column flotation at Tayoha mines. Sudbury, Canada. Proceedings of International Conference on Column Flotation'91 vol. 2.
32. Kosick G., Dobby G.S., Young P. (1991). Columnex A powerful and affordable control system for column flotation. Sudbury, Canada. Proc. of Intern. Conf. on Column Flotation'91 vol. 2.
33. Maldonado M., Desbiens A., del Villar R. (2008). Decentralized control of a pilot flotation column: a 3X3 system. s.l. Canadian Metallurgical Quarterly.
34. Maldonado M., Desbiens A., del Villar R. (2009). Potential use of model predictive control for optimizing the column flotation process. International Journal of Mineral Processing, 93, 26-33.
35. McKay J.D., Ynchausti R.A. (1996). Expert supervisory control of flotation columns. Proceedings of International Conference on Column Flotation'96.
36. Milot M., Desbiens A., del Villar R., Hodouin D. (2000). Identification and multivariable nonlinear predictive control of a pilot flotation column. Roma, Italia : XXI International Mineral Processing Congress,.
37. Multivariable predictive control of a pilot flotation column. Part2 identification and control. Ontario, Canada, International Conference on Mineral Process Modelling, Simulation and Control, 2006.
38. Persechini M.A.M., Peres A.E.C., Jota F.G. (2004). Control strategy for a column flotation process. Control Engineering Practice.
39. Pu M., Gupta Y., Taweel A.A. (1991). Model predictive control of flotation columns. Sudbury, Canada. Proc. of Intern. Conf. on Column Flotation'91, vol. 2.
40. Finch J.A., Dobby G. (1990). Column flotation. Oxford, Pergamon Press.
41. Bergh L.G., Yianatos, J.B. (1993). Experimental studies on flotation column

- dynamics. Londres. Minerals Engineering, vol 7, Pergamon Press.
42. Bergh, L.G. y Acuña P.C. (1994). Hierarchical control of flotation columns. Chile IV Meeting of Southern Hemisphere on Mineral Technology.
  43. Camacho E.F., Bordons C. (2004). Model predictive control. Springer-Verlag, London.
  44. Rossiter J.A. Model-based predictive control: a practical approach. CRC Press, 2003.
  45. Clarke D.W., Mohtadi C., and Tuffs P.S. (1987). Generalized Predictive Control Part I. The Basic Algorithm. Automatica, 23(2), 137-148.
  46. Shinskey, F.G. (1988). Process control systems: Application, design, and tuning. New York, McGraw-Hill.
  47. Salgado M.E., Oyarzun, D.A., Silva E.I. (2007). H<sub>2</sub> optimal ripple-free deadbeat controller design. Automatica 43(11), 1961-1967.
  48. Carrasco D.S., Salgado M.E. (2009). ITSE optimal controller design and achievable performance bounds. International Journal of Control 82(11), 2115-2126.
  49. Nuruzzaman M. (2014). Control system analysis & design in Matlab and Simulink. Saudi Arabia, LULU Press, Inc.
  50. Astrom K.J., Hagglund T. (1995). PID Controllers: Theory, design and tuning, 2nd ed. Instrument, Society of America, Research Triangle Park, N.C.
  51. Ljung L. (1999). System identification – Theory for the users, second edition, Englewoods Cliffs, NJ: Prentice Hall.
  52. Normey Rico J.E., Camacho E.F. (2007). Control of dead time processes, second edition. Springer, London.
  53. Benítez González I.O., Rivas-Perez R., Feliu Batlle V., and Castillo García F. (2009). Predictor de Smith modificado mediante un modelo interno robusto a perturbaciones externas no medibles. Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones, 30(3), 48-54.
  54. Benitez I.O., Rivas R., Feliu V., and Castillo F.J. (2015). Temperature control based on a modified Smith predictor for injectable drug formulations. IEEE Latin America Transactions, 13(4), 1041-1047.
  55. Calderon Valdez S.N., Rivas-Perez R., Ruiz Torija M.A., Feliu-Batlle V. (2009). Fractional PI controller design with optimized robustness to time delay changes in main irrigation canals. 14th IEEE Conference on Emerging

- Technologies and Factory Automation, ETFA'2009, 1411-1417.
56. Calderon-Valdez S.N., Feliu-Batlle V., and Rivas-Perez R. (2015). Fractional-order mathematical model of an irrigation main canal pool. *Spanish Journal of Agricultural Research*, 13(3), e0212.
  57. Camacho E.F., Bordons C. (2002). *Model Predictive Control*, Springer-Verlag, New York.
  58. Castillo Garcia F., Rivas-Perez R., Feliu Batlle V. (2008). Fractional I $\alpha$  controller combined with a Smith predictor for effective water distribution in a main irrigation canal pool. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 14558-14563.
  59. Castillo-Garcia F.J, Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R., Sanchez-Rodriguez L. (2011). Time domain tuning of a fractional order PI $\alpha$  controller combined with a Smith predictor for automation of water distribution in irrigation main channel pools. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), 15049-15054.
  60. Castillo-Garcia F.J., Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R. (2013). Frequency specification regions of fractional order PI controller for first order plus time delay processes. *Journal of Process Control*, 23(4), 598-612.
  61. Castillo-Garcia F.J., Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R. (2013). Time domain tuning of fractional order controllers combined with a Smith predictor for automation of water distribution in irrigation main channel pools. *Asian Journal of Control*, 15(3), 819-833.
  62. Cuenca-Tinitana J., Rivas-Perez R. (2012). Desarrollo de un sistema de control predictivo para la distribución de agua en un tramo de un canal principal de riego. *Revista Estudios Universitarios Universidad Nacional de Loja*, 119-130.
  63. Cueto Medina W., Rivas-Perez R. (2003). Control system based on programmable logic controllers of Troncoso water distribution network. *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 24(2), 6-14.
  64. De Prada Moraga C., Baeyens Lazaro E., Rivas-Perez R. (2009). Introduction to the special section of the modelling, control and optimization of the sugar industry. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 6(3), 5-9.
  65. Feliu Batlle V., Rivas P.R., Castillo F. (2005). Fractional robust control to delay changes in main irrigation canals. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1), 28-33.
  66. Feliu Batlle V., Rivas-Perez R., Gorostiaga Canepa L., Sanchez Rodriguez L. (2003). Fractional control for open irrigation canal. *Proceedings of VI Inter-*

Regional Conference on Environment-Water. Land and Water Use Planning and Management - Envirowater 2003. Albacete, Spain.

67. Feliu Batlle V., Rivas-Perez R., Sanchez Rodriguez L., Castillo Garcia F., Linarez Saez A. (2008). Robust fractional order PI controller for a main irrigation canal pool. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 15535-15540.
68. Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R., Castillo-Garcia F.J. (2013). Simple fractional order controller combined with a Smith predictor for temperature control in a steel slab reheating furnace. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 11(3), 533-544.
69. Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R., Castillo-Garcia F.J. (2014). Robust fractional-order temperature control of a steel slab reheating furnace with large time delay uncertainty. *IEEE Proceedings of International Conference on "Fractional Differentiation and its Applications, ICFDA '14. Catania, Italy.*
70. Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R., Castillo-Garcia F.J., Rodríguez Martínez C.A. (2014). A robust fractional order controller for an EAF electrode position system. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 10670-10675.
71. Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R., Castillo-Garcia F.J., Sanchez-Rodriguez L., Linares Saez A. (2011). Robust fractional order controller for irrigation main canal pools with time-varying dynamical parameters. *Computers and Electronics in Agriculture*, 76(2), 205-217.
72. Hernandez-Lopez Y., Rivas-Perez R., Lorenzo Galván G. (2015). Robust proportional integral control of water level in an irrigation main canal. *Revista Cubana de Ingeniería*, 6(2), 25-34.
73. Kao T.G., Nguen M., Rivas-Perez R. (1989). Adaptive control of a time-delay plant using a searchless model-reference self-tuning system. *Automation and Remote Control*, 49(12, part. 2), 1620-1627.
74. Kovalenko P.I., Rivas-Perez R. (1985). Improvements of rice irrigation systems in Cuba. *Hydraulic Engineering and Land Reclamation*, 12, 57-58.
75. Kovalenko P.I., Matzeliuk E.M., Rivas-Perez R. (1990). Adaptive control of water distribution in main irrigation canals with variable time delay. *Scientific Researches in Hydrotechnique and Land Reclamation*, 32-40.
76. Kovalenko P.I., Pichuguin E.D., Rivas-Perez R. (1989). Compensation of nonlinear characteristics with dead-zone in water distribution control systems. *Construction and Exploitation of Land Reclamation Systems*, 37-49.

77. Kovalenko P.I., Rivas-Perez R., Pichuguin E.D., Cao T.G. (1984). Modeling the dynamic characteristics of an irrigation main canal for control. *Control, Cibernética y Automatización*, 18(3), 46-50.
78. Moncada-Valerio J. (2012). Desarrollo de un sistema de control predictivo de un bastidor de osmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar. Tesis de Maestría. PUCP, Lima, Perú.
79. Moncada-Valerio J., Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J. (2012). Control predictivo multivariable de un bastidor de ósmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar. Memorias del XV Congreso Latinoamericano de Control Automático "CLCA12". Lima, Perú.
80. Pedregal D.J., Rivas-Perez R., Feliu V., Sanchez L., Linares A. (2009). A non-linear forecasting system for the Ebro River at Zaragoza, Spain. *Environmental Modelling & Software*, 24(4), 502-509.
81. Perez Zuñiga C.G., Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J. (2009). Control predictivo generalizado de la temperatura de laminación de un horno siderúrgico. *Electro-Electrónica*, 32(1), 46-54.
82. Perez Zuñiga C.G., Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J. (2010). Generalized predictive control of lamination temperature in a steel slab furnace. Proceedings of Second International Congress on Automation in the Mining Industry. Santiago, Chile.
83. Rivas Perez R. (1988). Automated system of water distribution in irrigation main canals. *Land Reclamation and Hydraulic Resources Management*, 8, 40-42.
84. Rivas-Perez R., Pichuguin E.D. (1989). Synthesis of adaptive control systems of water distribution in main irrigation canals. *Land Reclamation and Water Management*, 70, 66-70.
85. Rivas-Perez R. (1984). Technological process control in main canals of irrigation systems, with application to irrigation systems of Cuba. Ph.D thesis, Institute of Hydraulic Engineering and Land Reclamation of Ukrainian Academy of Agrarian Sciences (UkrNIIGIM), Kiev, Ukraine.
86. Rivas-Perez R. (1987). Water problems in the Republic of Cuba. *Hydraulic Engineering and Land Reclamation*, 7, 69-71.
87. Rivas-Perez R. (1988). Digital control of water levels in main irrigation canals. *Land Reclamation and Water Management*, 68, 85-88.

88. Rivas-Perez R. (1990). Automatic control of water distribution in irrigation systems. D.Sc thesis, All Russia Research Institute of Hydraulic Engineering and Land Reclamation A.N. Kostyakov (NIIG&M), Moscow, Russia.
89. Rivas-Perez R. (1991). Cascade control of water distribution in rice plane terraces of Krasnodar class and Kuban variant. *Land Reclamation and Water Management*, 75, 72-76.
90. Rivas-Perez R. (2011). Generadores de vapor de bagazo y su control. Libro blanco del control automático en la industria de la caña de azúcar. Programa CYTED Red de Automatización y Control de la Industria de Transformación de la Caña de Azúcar, 195-230, España.
91. Rivas-Perez R., Aref Ghraizi R., Peran Gonzalez J.R., Cesar Sanchez E. (2000). Industrial boilers. Integral automatic control system. *Automática e Instrumentación* 308, 79-84.
92. Rivas-Perez R., Beauchamb G., Saliceti Piazza L., Cesar Sanchez E. (1998). Automatic control system of steam generator. *Proceedings of XVIII Interamerican Congress of Chemical Engineering, IACChE'98* (Mayaguez, December 6-10), Puerto Rico.
93. Rivas-Perez R., Cao T.G., Franco Parellada C., Prokofiev V.E. (1987). Sistema de control automático de objetivos con retardo de tiempo. *Control, Cibernética y Automatización*, 20(1), 24-26.
94. Rivas-Perez R., Castillo-Garcia F.J., Sotomayor Moriano J., Feliu-Batlle V. (2014). Design of a fractional order PI controller for steam pressure in the steam drum of a bagasse fired boiler. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 1337-1342.
95. Rivas-Perez R., Castillo-Garcia F.J., Sotomayor-Moriano J., Feliu-Batlle V. (2014). Control robusto de orden fraccionario de la presión del vapor en el domo superior de una caldera bagacera. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 11(1), 20-31.
96. Rivas-Perez R., Feliu Batlle V., Castillo Garcia F., Linarez Saez A. (2008). System identification for control of a main irrigation canal pool. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2), 9649-9654.
97. Rivas-Perez R., Feliu-Batlle V., Castillo-Garcia F.J., Linares-Saez A. (2014). Mathematical model for robust control of an irrigation main canal pool. *Environmental Modelling & Software*, 51(1), 207-220.

98. Rivas-Perez R., Feliu-Batlle V., Castillo-Garcia F.J., Sanchez-Rodriguez L., Linares Saez A. (2014). Robust fractional order controller implemented in the first pool of the Imperial de Aragon main canal. *Tecnología y Ciencias del Agua*, 5(1), 23-42.
99. Rivas-Perez R., Feliu-Batlle V., Castillo-Garcia F.J., Sanchez-Rodriguez L., Linares-Saez A. (2011). Control oriented model of a complex irrigation main canal pool. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), 2919-2924.
100. Rivas-Perez R., Feliu-Batlle V., Sanchez Rodriguez L., Pedregal Tercero D.J., Linares Saez A., Aguilar Mariñosa J.V., Langarita Garcia P. (2008). Identification of the first pool of the Imperial de Aragon main irrigation canal. *Hydraulic Engineering in Mexico*, 23(1), 71-87.
101. Rivas-Perez R., Herranz J., Llanes O., Cartaya L. (1994). Modelo matemático dinámico de generadores de vapor. *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 15(3), 45-54.
102. Rivas-Perez R., Peran Gonzalez J.R., Pineda Reyes B., Perez Pereira S. (2003). Distributed control under centralized intelligent supervision in the Güira de Melena irrigation system. *Hydraulic Engineering in Mexico*, 18(2), 53-68.
103. Rivas-Perez R., Prada Moraga C., Peran Gonzalez J.R., Kovalenko P.I. (2002). Robust adaptive predictive control of water distribution in irrigation canals. *IFAC Proceedings Volumes*, 15(1), 97-102.
104. Rivas-Perez, R., Sotomayor-Moriano, J. (2014). Control predictivo generalizado de las variables críticas de una unidad de ósmosis inversa. *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA 2014*, 642-647, Cancún, México.
105. Rodríguez Vásquez J.R., Rivas-Perez R. (2011). Desarrollo de un sistema de control avanzado de la presión del vapor en una caldera de tubos de fuego. Editorial PUCP.
106. Rodríguez Vásquez J.R., Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J. (2008). Advanced control of a fire-tube boiler. *Electro-Electrónica*, 29(1), 5-10.
107. Rodriguez Vazquez R., Rivas P.R., Sotomayor Moriano J. (2007). System identification of the steam pressure variation process inside a fire-tube boiler. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(1), 232-237.
108. Rodriguez Vazquez R., Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J., Peran Gonzalez J. (2008). Advanced control system of the steam pressure in a fire-tube boiler.

- IFAC Proceedings Volumes, 41(2), 11028-11033.
109. Salcedo Hernández J., Rivas-Perez R. (2010). Model based predictive control of temperature in a cement rotatory kiln. *Electro-Electrónica*, 34(2), 52-60.
  110. Sanchez Rodriguez L., Feliu Batlle V., Rivas-Perez R., Ruiz Torija M.A. (2007). Robust control of a laboratory hydraulic canal by using a fractional PI controller. *Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference "IDETC07"*. Las Vegas, Vol. 5, 1307-1315.
  111. Smith, C.A., Corripio, A.B. (2006). *Principles and practice of automatic process control*. Hoboken, N.J., Wiley.
  112. Mataušek M.R, Micić A.D. (1999). On the modified Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(8), 1603-1606.
  113. Zhang W.D., Sun Y.X. (1996). Modified Smith predictor for controlling integrator/time delay processes. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 35, 2769-2772.
  114. Palmor Z.J. (1996). *Time delay compensation: Smith predictor and its modifications*. Boca Raton, F.L., CRC Press.
  115. Astrom K., Hagglund T. (2009). *Control PID avanzado*. Madrid, España, Pearson Educación.
  116. Kao T.G., Nguen M., Rivas-Perez R. (1988). Adaptive control of a delay plant by using a nonsearching self-adjusting systems with a model. *Avtomatika i Telemekhanika*, 12, 106-116.
  117. Agama Moreno J., Rivas-Perez R. (2011). Smith predictor based on fuzzy logic controller for control of complex industrial plants. *Electro-Electrónica*, 35(1), 3-16.
  118. Pichuguin E.D., Kao T.G., Rivas-Perez R. (1981). Stability analysis of pulse width modulation controller for processes with time delay. *Control, Cibernética y Automatización*, 15(4), 34-36.
  119. Rodríguez C., Normey-Rico J.E., Guzmán J.L., Berenguel M. (2016). On the filtered Smith predictor with feedforward compensation. *Journal of Process Control*, 41, 35-46.
  120. Rivas-Perez R., Kao T.G., Franco Parellada C. (1986). Asymptotic stability analysis of nonlinear systems with time delay in the control. *Revista de*

- Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones, 7(4), 294-297.
121. Rivas-Perez R., Kao T.G., Pichuguin E.D., Nguen V.D. (1989). State space reconstruction in multivariable plants with time-delay. *Control, Cibernética y Automatización*, 22(2), 30-35.
  122. Smith O.J.M. (1959). A controller to overcome dead time. *ISA J.*, 6(2), 28-33.
  123. Normey-Rico J.E., Camacho E.F. (2008). Dead-time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, 16, 407-428.
  124. Watanabe K., Ito M. (1981). A process-model control for linear systems with delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(6), 1261-1269.
  125. Astrom K.J., Hang C.C., Lim B.C. (1994). A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(2), 343-345.
  126. Mataušek M.R., Micić A.D. (1996). A modified Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(8), 1199-1203.
  127. Mataušek M.R., Ribić A.I. (2012). Control of stable, integrating and unstable processes by the modified Smith predictor. *Journal of Process Control*, 22(1), 338-343.
  128. Benitez-Gonzalez I.O., Rivas-Pérez R. (2017). Predictor de Smith: revisión y desafíos. *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 38(1), 33-47.
  129. Bolea Y, Puig V, Blesa J. (2008). Gain-scheduled Smith PID controllers for LPV systems with time varying delay: application to an open-flow canal. En: *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*. Seoul, Korea, 14564-14569.
  130. Benitez-Gonzalez I.O., Rivas-Perez R. (2014). Control de la temperatura de un intercambiador de calor en la empresa de Laboratorios Farmacéuticos AICA. En: *I Congreso de Automatización y Mantenimiento Industrial*. La Habana, Cuba.
  131. Kuang Y. (1993). *Delay differential equations with applications in population dynamics*. New York, Academic Press; 1993.
  132. Li Z., Chena Z., Jun Fub J., Sun C. (2016). Direct adaptive controller for uncertain MIMO dynamic systems with time-varying delay and dead-zone inputs. *Automatica*, 63, 287-291.
  133. Rivas-Perez R., Kao T.G., Franco Parellada C. (1986). Asymptotic stability

- analysis of nonlinear systems with time delay in the control. *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 7(4), 294-297.
134. Rivas-Perez R., Kao T.G., Pichuguin E.D., Nguen V.D. (1989). State space reconstruction in multivariable plants with time-delay. *Control, Cibernética y Automatización*, 22(2), 30-35.
  135. Rivas-Perez R., Feliu-Batlle V., Castillo-Garcia F.J., Benitez-Gonzalez I.O. (2014). Temperature control of a crude oil preheating furnace using a modified Smith predictor improved with a disturbance rejection term. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3), 5760-5765.
  136. Bashier E.B.M., Patidar K.C. (2017). Optimal control of an epidemiological model with multiple time delays. *Applied Mathematics and Computation*, 292, 47-56.
  137. Rivas-Perez R, Sotomayor-Moriano J, Perez-Zuñiga C.G., Calderon Mendoza E.M. (2016). Diseño de un GPC multivariable basado en una PC industrial para el control de una unidad de ósmosis inversa de una industria farmacéutica. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 15(1), 259-273.
  138. Calderon Mendoza E.M., Rivas-Perez R., Sotomayor-Moriano J.J. (2016). Design of neuro-fuzzy controller for control of water distribution in an irrigation main canal. *IEEE Latin America Transactions*, 14(2), 471-476.
  139. Jin Q.B., Hao F., Wang Q. (2013). A multivariable IMC-PID method for non-square large time delay systems using NPSO algorithm. *Journal of Process Control*, 23(5), 649-663.
  140. Hernández Y., Feliu, V. Rivas R. (2017). Artificial neural network based system identification of an irrigation main canal pool. *IEEE Latin America Transactions*. 15(9).
  141. Benítez-González I.O., Rivas-Perez R., Feliu-Batlle V. (2017). Modified Smith Predictor for concentration control in manufacturing process of injectable drugs. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 16(2).
  142. Benitez I.O., Rivas R., Feliu V., Sanchez L.P., Sanchez L.A. (2016). Fuzzy gain scheduled Smith predictor for temperature control in an industrial steel slab reheating furnace. *IEEE Latin America Transactions*, 14(11), 4439-4447.
  143. Rivas Perez R., Feliu Batlle V., Sotomayor Moriano J. (2005). Fault detection based PC in fire tubes industrial boilers. *Ibero-American Journal of Mechanic Engineering*, 9(1), 63-78.

144. Rivas-Perez R. (1991). Synthesis of optimal stationary automatic control systems of water distribution in main irrigation canals by means of time delay compensation. *Land Reclamation and Water Management*, 74, 77-82.
145. Rivas-Perez R., Pichuguin E. D. (1989). Cascade control of water distribution processes in main canals with head pumping station. *Construction and Exploitation of Land Reclamation Systems*, 93-102.
146. Kovalenko P.I., Pichuguin E.D., Rivas-Perez R. (1989). Compensation of nonlinear characteristics with dead-zone in water distribution control systems. *Construction and Exploitation of Land Reclamation Systems*, 37-49.
147. Simpson J., Jordán D., Cifuentes G., Morales A., Briones L. (2010). Modelación empírica de flotación en columna a escala piloto. *Revista de Metalurgia*, 46 (2), 101-108.
148. Rivas Perez R., Feliu Batlle V., Sanchez Rodriguez L., Pedregal Tercero D., Linarez Saez A., Aguilar Mariñoso J.V., Langarita García P. (2007). System identification of Aragon's Imperial Irrigation Main Canal. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(1), 274-279.
149. Suarez Cárdenas G.A., García Russi E., Amariz Barbosa J.J.J. (2005). Flotación en columna como técnica de beneficio para minerales finos. *Tecnura*, año 9, No. 17, segundo semestre, 4-15.
150. Finch J.A., Dobby G.S. (1990). *Flotation*. Pergamon Press, Oxford, 1-7.
151. Hernández Y., Feliu V., Rivas R. (2017). Artificial neural network based system identification of an irrigation main canal pool. *IEEE Latin America Transactions*, 15(9), 1595-1600.
152. San-Millán A., Feliu-Talegón D., Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R. (2017). On the modelling and control of a laboratory prototype of a hydraulic canal based on a TITO fractional-order model. *Entropy*, 19(8), 401.
153. Feliu-Batlle V., Feliu-Talegón D., San-Millán A., Rivas-Perez R. (2017). Wiener-Hopf optimal control of a hydraulic canal prototype with fractional order dynamics. *ISA Transactions*.
154. Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J., Perez-Zuñiga C.G. (2017). Adaptive expert generalized predictive multivariable control of seawater RO desalination plant for a mineral processing facility. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1), 10244-10249.
155. Feliu-Batlle V., Rivas-Perez R., Linares-Saez A. (2017). Fractional order robust

control of a reverse osmosis seawater desalination plant. IFAC-PapersOnLine, 50(1), 14545-14550.

156. Feliu-Battle V., San-Millan A., Feliu-Talegon D., Rivas-Perez R. (2017). Multivariable fractional-order model of a laboratory hydraulic canal with two pools. IEEE Conference Publications of 4th-2017 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT'17), Barcelona, Spain.

