

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE POSTGRADO  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA DEL CONTROL Y  
AUTOMATIZACIÓN



**DESARROLLO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE  
FALLAS BASADO EN FILTROS NO LINEALES DE  
RÁPIDO SEGUIMIENTO: APLICACIÓN A UN PROCESO  
HIDRÁULICO DE CUATRO TANQUES ACOPLADOS**

Tesis para optar el título profesional de  
MAGÍSTER EN INGENIERÍA DEL CONTROL Y  
AUTOMATIZACIÓN

Autor:

JULIO ALEJANDRO MOSAJA CHURATA

Asesor:

Ph.D. GUSTAVO PÉREZ ZÚÑIGA

Miembros del Jurado:

Ph.D. JAVIER SOTOMAYOR MORIANO

Ph.D. GUSTAVO PÉREZ ZÚÑIGA

Ph.D. JORGE CHÁVEZ FUENTES

LIMA - PERÚ

2017

# Dedicatoria

Esta tesis está dedicada en primer lugar a mi Padre Celestial, por fortalecer mi corazón y compartir un poco de su infinita sabiduría cuando se lo pedí, por haber puesto en mi camino aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el periodo de estudio.

A mis padres Jorge, Marilda y mi hermano Mirko, gracias a ellos porque son el pilar de mi esfuerzo y motivación. Todo lo que soy, lo que he logrado en mi educación y en la vida se los debo enteramente a ellos.

A Lizeth, por apoyarme incondicionalmente y creer en mi en todo momento.

A mis asesores y profesores, todos los que apoyaron y me dieron el consejo sabio para la culminación de esta tesis.

A mis amigos y compañeros de la maestría.

Este trabajo fue posible gracias a todos ellos.

# Agradecimientos

El autor de este trabajo de tesis, Julio Alejandro Mosaja Churata, agradece la subvención de FONDECYT-CONCYTEC a través del convenio 2015-034 FONDECYT, en el marco del cual se desarrolló la presente tesis: “Desarrollo de un Sistema de Diagnóstico de Fallos basados en filtros no lineales de rápido seguimiento: Aplicación a un Proceso Hidráulico de Cuatro Tanques Acoplados”.



# Resumen

Se presenta el desarrollo de un sistema de diagnóstico de fallos (SDF) aplicado a un proceso hidráulico con tanques interconectados, mediante el Esquema de los Observadores Dedicados (DOS) y el enfoque de estimación paramétrica. La tesis incluye el modelamiento del proceso, el análisis de las fallas de mayor criticidad que se podrían presentar y el diseño de un regulador LQG que permite estabilizar el sistema.

En el proceso de diseño del SDF en sensores, se introdujo el Filtro de Rápido Seguimiento (STF), una variante adaptativa del Filtro Extendido de Kalman (EKF), el cual resultó muy útil al aumentar la disponibilidad y estabilidad del SDF, mediante la reducción notable del tiempo de convergencia en los estados estimados de las variables no medidas y la capacidad para eliminar el sesgo originado por el método de discretización empleado. El Algoritmo STF es empleado en la construcción del banco de observadores, necesario para la implementación del enfoque DOS. Adicionalmente, con el objetivo de dar un diagnóstico detallado, se diseñó un algoritmo de identificación de fallos basado en umbrales estáticos. Los resultados obtenidos mediante simulación lograron detectar, aislar e identificar fallos individuales en todos los sensores, llegando inclusive a identificar fallos simultáneos hasta en tres sensores a la vez.

En la tarea de diagnóstico en componentes (actuadores, tuberías y tanques), se vio por conveniente usar el enfoque de estimación paramétrica mediante la técnica de Estados Aumentados, obteniendo resultados satisfactorios. Se demostró como el algoritmo STF representa una sencilla solución a los problemas de divergencia del EKF, logrando la convergencia de los parámetros estimados a sus valores nominales en presencia de incertidumbres en el modelo y ruido de medición. En general, se evidenció que el STF puede proporcionar una estimación de parámetros rápida, estable y libre de sesgos para el Sistema Hidráulico, aun cuando ocurren cambios paramétricos simultáneos en la planta.

**Palabras claves**— Diagnóstico de fallos, Proceso Hidráulico de Cuatro Tanques Interconectados, Strong Tracking Filter, Esquema de Observadores Dedicados, estimación paramétrica, Filtro Extendido de Kalman de Estados Aumentados.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE DIAGNÓSTICO DE FALLOS</b>	<b>3</b>
1.1 Introducción . . . . .	3
1.2 Conceptos Básicos . . . . .	4
1.3 Integración de Sistemas de Supervisión con Diagnóstico de Fallos . . . . .	5
1.4 Esquema FDI . . . . .	8
1.5 Técnicas de Diagnóstico de Fallos . . . . .	9
1.5.1 Revisión . . . . .	9
1.5.2 Métodos de FDI basados en Conocimiento . . . . .	10
1.5.3 Métodos de FDI Basados en Señal . . . . .	10
1.5.4 Métodos de FDI basados en Modelo . . . . .	10
1.6 Sistemas Interconectados en Industria . . . . .	13
1.6.1 Generalidades . . . . .	13
1.6.2 Sistemas de Generación hidráulica . . . . .	13
1.6.3 Tratamiento y Purificación del agua . . . . .	13
1.6.4 Producción de azúcar - Evaporación . . . . .	14
1.7 Estado del Arte del Diagnóstico de Fallos en Procesos Hidráulicos con Tanques Interconectados . . . . .	15
<b>2 MODELAMIENTO DEL SISTEMA</b>	<b>20</b>
2.1 Generalidades . . . . .	20
2.2 Análisis de Sistemas de Fluidos . . . . .	20
2.3 Modelado de Sistemas de Almacenamiento Hidráulico . . . . .	21
2.3.1 Modelado de Sistemas de Nivel de Líquido . . . . .	21
2.3.2 Modelado de Sistemas de Nivel de Líquido Interactuantes . . . . .	27
2.4 Sistema Interconectado de Cuatro Tanques en Serie . . . . .	30
2.5 Diagrama de Bloques del Sistema . . . . .	32
2.6 Análisis de Posibles Fallas . . . . .	35
2.6.1 Análisis y Modelamiento de Fallos en Sensores . . . . .	36
2.6.2 Análisis y Modelamiento de Fallos en Actuadores . . . . .	37
2.6.3 Análisis y Modelamiento de Fallos en Componentes . . . . .	37
2.7 Análisis de Observabilidad . . . . .	39
2.7.1 Generalidades . . . . .	39

2.7.2	Observabilidad Global . . . . .	40
2.7.3	Observabilidad Local . . . . .	43
2.8	Diseño del Controlador . . . . .	43
2.8.1	Linearización alrededor de un punto de operación . . . . .	43
2.8.2	Controlabilidad . . . . .	45
2.8.3	Controlador Óptimo . . . . .	47
<b>3</b>	<b>DISEÑO DEL SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLOS</b>	<b>53</b>
3.1	Introducción . . . . .	53
3.2	Generación Residual . . . . .	54
3.2.1	Discretización y Modelo Estocástico del Sistema . . . . .	54
3.2.2	Filtro Lineal de Kalman . . . . .	55
3.2.3	Filtro Extendido de Kalman . . . . .	58
3.2.4	Strong Tracking Filter . . . . .	59
3.2.5	El Esquema de Observadores Dedicados . . . . .	70
3.3	Evaluación Residual . . . . .	71
3.3.1	Detección y Aislamiento de Fallos . . . . .	72
3.3.2	Identificación de Fallas . . . . .	73
3.4	Pruebas y resultados . . . . .	75
3.4.1	Fallas individuales . . . . .	76
3.4.2	Fallas Simultaneas - 2 sensores . . . . .	77
3.4.3	Fallas Simultaneas - 3 sensores . . . . .	78
3.5	Monitoreo Paramétrico . . . . .	79
3.5.1	Filtro Extendido de Kalman de Estados Aumentados . . . . .	79
3.5.2	Modelo ampliado del Sistema . . . . .	81
3.5.3	Monitoreo y Diagnóstico del coeficiente de efectividad del Actuador $\beta_i$ . . . . .	82
3.5.4	Monitoreo y Diagnóstico del coeficiente de Gasto $\mu_i$ . . . . .	84
3.5.5	Monitoreo y Diagnóstico de los coeficientes de fuga $\theta_i$ . . . . .	87
3.5.6	Conclusiones del capítulo . . . . .	89
<b>4</b>	<b>PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA</b>	<b>90</b>
4.1	Introducción . . . . .	90
4.2	El Controlador Programable de Automatización ControLogix . . . . .	90
4.3	El estándar de programación IEC-61131.3 . . . . .	91
4.3.1	Aspectos importantes de programación . . . . .	92
4.4	Lista de Instrumentos . . . . .	92
4.5	Arquitectura del Sistema de Supervisión y Control . . . . .	93
4.6	Planificación y Organización del Programa . . . . .	94
4.6.1	Generalidades . . . . .	94
4.6.2	Diagrama de Flujo de Operación del SDF . . . . .	95
4.7	Diseño de la Interfaz Hombre Máquina de Supervisión Avanzada . . . . .	97
4.7.1	Resultados del SDF . . . . .	99
4.8	Conclusiones de capítulo . . . . .	102

<b>Conclusiones</b>	<b>103</b>
<b>Recomendaciones</b>	<b>104</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>109</b>



# Índice de tablas

Tabla 1.1	Análisis de fallas, averías y malfuncionamiento en un motor DC (Isermann, 2006). . . . .	4
Tabla 2.1	Variables necesarias para el análisis del Sistema de Nivel de Líquido. . .	22
Tabla 2.2	Parámetros de Entrada del Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie . . . . .	34
Tabla 2.3	Fallas típicas en Bombas Centrífugas y Válvulas Neumáticas de Control	38
Tabla 3.1	Parámetros usados para el diseño de los estimadores locales basados en STF . . . . .	62
Tabla 3.2	Comparación del Coeficiente de Variación $C_v$ de los estimados cuando $y = LET101$ . . . . .	64
Tabla 3.3	Comparación del Coeficiente de Variación $C_v$ de los estimados cuando $y = LET102$ . . . . .	64
Tabla 3.4	Comparación del Coeficiente de Variación $C_v$ de los estimados cuando $y = LET103$ . . . . .	67
Tabla 3.5	Comparación del Coeficiente de Variación $C_v$ de los estimados cuando $y = LET104$ . . . . .	67
Tabla 3.6	Tiempo de Cómputo promedio para cada estimador . . . . .	67
Tabla 3.7	Matriz de firma de Fallos ante fallas de sensores. . . . .	72
Tabla 3.8	Parámetros de Interés para en el Sistema de Cuatro Tanques Acoplados	81
Tabla 4.1	Instrumentación y equipamiento de la Planta Hidráulica . . . . .	92
Tabla 4.2	Opciones de la Interfaz Gráfica. . . . .	99



# Índice de figuras

Figura 1.1	Esquema global de Sistemas de Supervisión Avanzada con Diagnostico de Fallos. Fuente: <a href="#">Isermann (2006)</a> . . . . .	5
Figura 1.2	Ejemplo para explicar la diferencia entre un sistema de supervisión convencional y un sistema de supervisión avanzado. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	6
Figura 1.3	Esquema que resume la tarea de Detección de Fallos (FD), Aislamiento (FI) y Estimación de Fallos (FE) Fuente: Elaboración Propia . . . . .	8
Figura 1.4	Clasificación de los métodos de Detección de Fallos. Fuente : <a href="#">Chiang et al. (2000)</a> . . . . .	9
Figura 1.5	Interpretación simplificada de las relaciones de paridad Fuente : <a href="#">Gertler (1991)</a> . . . . .	11
Figura 1.6	Diagnostico de fallos con Estimación de Parámetros en estructura de Ecuación de Error Fuente : Elaboración Propia . . . . .	11
Figura 1.7	Desarrollo de un banco de observadores para generación residual. Fuente : Elaboración Propia . . . . .	12
Figura 1.8	Sistema de depósito de agua y generación hidráulica. Fuente : <a href="#">Umez-Eronini et al. (2001)</a> . . . . .	13
Figura 1.9	Etapas de la purificación del agua. Fuente : Elaboración Propia . . . . .	14
Figura 1.10	Primera etapa del procesamiento de azúcar. Fuente : Elaboración Propia . . . . .	14
Figura 1.11	Sistema de Tres tanques interconectados considerando algunas fallas representativas. Fuente : <a href="#">Ponsart et al. (1999)</a> . . . . .	15
Figura 1.12	Diagrama esquemático del sistema de cuatro tanques acoplados. Los niveles en los tanques son controlados por las dos bombas. La apertura de las válvulas determina la configuración de la planta como de fase mínima o de fase no mínima. Fuente : <a href="#">Johansson (2000)</a> . . . . .	17
Figura 1.13	Oleoducto Nor-Peruano. Fuente : RPP . . . . .	19
Figura 1.14	Cuatro Tanques Acoplados en Serie. Fuente : <a href="#">Pérez et al. (2016)</a> . . . . .	19
Figura 2.1	Sistema de Nivel de Líquido y localización de fuerzas en la trayectoria del líquido. Fuente: <a href="#">Trueba Coronel (1976)</a> . . . . .	21
Figura 2.2	Diferentes tipos de circulación de fluidos por orificios. Fuente : <a href="#">Trueba Coronel (1976)</a> . . . . .	24
Figura 2.3	Contracción del chorro en la tubería de salida. Fuente: Elaboración propia. . . . .	25
Figura 2.4	Ejemplos de obstrucciones largas. Fuente: <a href="#">Umez-Eronini et al. (2001)</a> . . . . .	26
Figura 2.5	Obstrucción larga en un conducto. Fuente: <a href="#">Umez-Eronini et al. (2001)</a> . . . . .	27

Figura 2.6	Orificios totalmente ahogados. Fuente: Trueba Coronel (1976) . . . . .	27
Figura 2.7	Sistema de Nivel de Líquido con Interacción. Fuente: Elaboración Propia	28
Figura 2.8	Sistema de Nivel de Líquido con Interacción configuración . Fuente: Elaboración Propia . . . . .	29
Figura 2.9	Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	30
Figura 2.10	Planta piloto para investigar técnicas de FD y FTC en Sistemas con Tanques Interconectados. Fuente: MICA-PUCP . . . . .	32
Figura 2.11	Diagrama P&ID de la planta piloto. Fuente: Elaboración propia . . . . .	33
Figura 2.12	Bloque en Simulink® que representa la dinámica de la planta. Fuente: Elaboración propia . . . . .	34
Figura 2.13	Comportamiento dinámico del sistema interconectado de cuatro tanques. Fuente: Elaboración propia . . . . .	35
Figura 2.14	Posibles Fallas en el Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	36
Figura 2.15	Esquema de Control por Realimentación de Estados. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	48
Figura 2.16	Desempeño del Regulador LQR. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	49
Figura 2.17	Desempeño del Controlador LQR con realimentación de sensores ruidosos. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	49
Figura 2.18	Diagrama de bloques del regulador LQG. Fuente: Elaboración Propia .	50
Figura 2.19	Desempeño del Regulador LQG con realimentación de sensores ruidosos. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	52
Figura 3.1	Esquema de Generación Residual. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	54
Figura 3.2	Estimación de estados usando KF cuando se dispone de solo una medida ruidosa, $\Delta t = 0,1s$ . Fuente: Elaboración Propia . . . . .	57
Figura 3.3	Estimación de estados usando EKF cuando se dispone de solo una medida ruidosa, $\Delta t = 0,1s$ . Fuente: Elaboración Propia . . . . .	59
Figura 3.4	Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET101. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	63
Figura 3.5	Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET102. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	65
Figura 3.6	Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET103. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	66
Figura 3.7	Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET104. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	68
Figura 3.8	Comparación de la recuperación ante fallo del algoritmo STF y EKF . Fuente: Elaboración Propia . . . . .	69
Figura 3.9	Esquema DOS aplicado al diagnóstico de sensores del Sistema Interconectado de Cuatro Tanques. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	70
Figura 3.10	Residuales en caso sin fallos. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	71
Figura 3.11	Sistema de FDI desarrollado para el diagnóstico en sensores del Sistema Interconectado de Cuatro Tanques. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	72

Figura 3.12	Lógica de FDI. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	73
Figura 3.13	Detección, aislamiento e identificación de falla individual en LET102. . .	76
Figura 3.14	Detección, aislamiento e identificación de falla individual en LET104. . .	76
Figura 3.15	Identificación de fallas simultáneas en LET101 y LET104. . . . .	77
Figura 3.16	Identificación de fallas simultáneas en LET102 y LET103. . . . .	77
Figura 3.17	Identificación de fallas simultáneas en LET102, LET103 y LET104. . .	78
Figura 3.18	Identificación de fallas simultáneas en LET101, LET102 y LET104. . .	78
Figura 3.19	Estimación del parámetro $\beta$ en operación sin falla. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	83
Figura 3.20	Detección de cambio paramétrico en $\beta$ . Fuente: Elaboración Propia . .	84
Figura 3.21	Comparación del desempeño de EKF vs STF en la estimación de los coeficiente de gasto $\mu$ Fuente: Elaboración Propia . . . . .	86
Figura 3.22	Estimación del Coeficiente de gasto $\mu$ cuando ocurren cambios paramétricos. . . . .	86
Figura 3.23	Estimación del Coeficiente de fuga normalizado $\theta'_{i_k}$ en caso de no fallo. . . . .	88
Figura 3.24	Estimación del Coeficiente de fuga normalizado $\theta'_{i_k}$ en caso de fuga en tanque 1 y 3 en diferentes tiempos. . . . .	89
Figura 4.1	Arquitectura de Red del SDF para el Sistema Hidráulico Interconectado de Cuatro Tanques. Fuente: Elaboración propia . . . . .	93
Figura 4.2	Planificación de las tareas y programas asociados. . . . .	94
Figura 4.3	Organización de los programas en el entorno de programación de Studio5000® . . . . .	95
Figura 4.4	Diagrama de flujo del Sistema de Diagnóstico de Fallas . . . . .	96
Figura 4.5	Opciones del Sistema de Control. Fuente: Elaboración Propia . . . . .	97
	(a) Organización . . . . .	97
	(b) Entorno . . . . .	97
	(a) Fallos en Sensores . . . . .	97
	(b) Fallos en componentes . . . . .	97
	(a) Setpoints, ley de control y reconfiguración ante fallos . . . . .	97
	(b) Modo de Operación . . . . .	97
Figura 4.6	Sistema de Supervisión, Monitoreo y Diagnóstico diseñado para el Proceso Interconectado de Cuatro Tanques Acoplados. . . . .	98
Figura 4.7	Identificación de la falla en sensores. Fuente: Elaboración Propia . . . .	99
	(a) Código de color . . . . .	99
	(b) Mensaje de la Interfaz en caso de Falla . . . . .	99
Figura 4.8	Desempeño del Sistema de Control. . . . .	100
Figura 4.9	Desempeño del observador STF1. . . . .	101
Figura 4.10	Residuales generados en transitorio. . . . .	101
Figura 4.11	Estimación del parámetro de eficiencia del actuador. . . . .	102

# Introducción

Con el incremento del control y automatización de procesos, el diagnóstico e identificación de fallas (FDI) ha tomado un interés cada vez más creciente, dado que si dichos procesos no se desempeñan de una forma adecuada, podrían ocasionar pérdidas económicas, problemas medioambientales o inclusive poner en riesgo la vida humana (Isermann, 2011).

En la actualidad, una de las áreas de investigación dentro del campo de la Ingeniería del Control que está siendo profusamente estudiada es el campo de la detección y diagnóstico de fallas, debido al requerimiento de seguridad, fiabilidad, viabilidad y economía que presentan actualmente los procesos industriales. (Urrego, 2012).

El diagnóstico de fallos tiene una especial relevancia en el sector manufacturero e industrial debido a que una detección temprana y un diagnóstico de eventos anormales pueden jugar un rol importante en la seguridad de las operaciones. En la actualidad, los estándares internacionales de gestión de la producción, inocuidad y seguridad vienen perfeccionando sus normas y exigen al sector industrial la implementación de mecanismos que aseguren el buen funcionamiento de los sistemas de producción, que minimicen el riesgo ambiental y creen las mejores condiciones de trabajo posibles a fin de disminuir los riesgos laborales (Gruhn and Cheddie, 2005).

En industrias tales como la química, petroquímica, industria farmacéutica, procesamiento de los alimentos y bebidas, tratamiento de aguas residuales existen sistemas que procesan materiales en estado líquido o semi-oleoso mediante el uso de tanques de almacenamiento. Muchas veces estos materiales representan un peligro ambiental en caso derrame o avería del sistema.

Usualmente también los tanques de almacenamiento son interconectados de manera tal que los niveles interactúan entre ellos y son controlados mediante algún algoritmo de control. Quizás el ejemplo más sorprendente de este tipo de sistemas es el embalse Silveretta - Vermunt, ubicado en Austria, los cuales son dos lagos interconectados mediante tuberías artificiales (Elke Laubwald, 2014), en el cuál un fallo en el sistema de compuertas o tuberías podría comprometer la seguridad de las instalaciones o de las ciudades aledañas a tales embalses.

Por lo tanto, se evidencia que es de vital importancia mantener satisfactoriamente el buen desempeño de tales sistemas, o en el caso de presentarse una falla, llevar al sistema a un estado de funcionamiento seguro, mediante la detección de anomalías tan pronto como hayan ocurrido. Para tal fin es necesario diseñar algoritmos adicionales a la ley de control, que se encarguen de diagnosticar fallos y la ejecución de alguna medida correctiva para garantizar la

integridad del proceso y la mitigación de eventos peligrosos.

A fin cumplir con los requerimientos descritos, numerosas técnicas basadas en modelo se han aplicado con éxito en el diagnóstico de fallos de sensores y actuadores en diferentes configuraciones de tanques interconectados (Noura et al. (2009), Witczak (2014), Viveros et al. (2014)); sin embargo, hay escasas investigaciones en como usar estos modelos junto a las mediciones a fin de estimar parámetros internos del sistema que puedan brindar información adicional para la toma de decisiones sobre la operación de la planta.

Por lo expuesto anteriormente, se hace evidente la necesidad del diseño de un Sistema de Diagnóstico de Fallos y Monitoreo de Parámetros, aplicado a sistemas donde se procesen, almacenen o trasladen volúmenes con características líquidas o semi-oleosas, a fin de mantener seguro el desempeño de un proceso de producción. Dicho algoritmo de detección deberá también contar con la suficiente portabilidad computacional para poder ser implementado en un computador o controlador industrial.

## Objetivo General

Diseñar y desarrollar de un Sistema de Diagnóstico de Fallos (SDF) para un Proceso Hidráulico de Cuatro Tanques Acoplados aplicando la técnica del Filtro Extendido de Kalman de Rápido Seguimiento.

## Objetivos Específicos

Con el propósito de completar el objetivo general, se proponen efectuar los siguientes trabajos de investigación:

- Contrastar el estado del arte en el desarrollo de sistemas de diagnóstico de fallos aplicados a sistemas con tanques interconectados y revisar la aplicación del Filtro Extendido de Kalman y sus variante adaptativa, el Strong Tracking Filter, en el desarrollo de algoritmos de detección y diagnóstico de fallos, así como la estimación de parámetros internos.
- Modelar un sistema interconectado de cuatro de tanques y analizar la naturaleza de sus posibles fallas determinando un conjunto de fallas de mayor criticidad.
- Desarrollar un Sistema de Diagnóstico de Fallas utilizando una plataforma de simulación.
- Evaluar el desempeño del sistema desarrollado bajo diferentes situaciones de fallo y compararlo con otras técnicas aplicadas a sistemas similares desarrolladas hasta la actualidad.
- Desarrollar una propuesta de implementación práctica del sistema de diagnóstico sobre algún controlador industrial, verificando la factibilidad de aplicación a un entorno real.

# Capítulo 1

## ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE DIAGNÓSTICO DE FALLOS

### 1.1. Introducción

La seguridad y la operación confiable de los sistemas productivos industriales son y han sido desde la década del 70' objeto de estudio e interés por parte de la industria. Su importancia radica en que el conocimiento temprano de una anomalía o comportamiento anormal de los sistemas de producción y/o control permite al operario tomar acciones correctivas sobre el funcionamiento del proceso.

En sistemas de seguridad crítica<sup>1</sup>, tales como equipamiento médico, sistemas de control y navegación aéreos, industria militar, sistemas de generación de energía nuclear, procesos químicos que involucran el manejo de materiales peligrosos o altamente tóxicos (Knight, 2002), los sistemas de diagnóstico y detección temprana de fallos cobran una vital importancia debido a que una falla en tales sistemas podría causar daño significativo a las instalaciones, daño irreversible al medio ambiente, e inclusive poner en riesgo serio la vida humana.

En consecuencia, la detección y el tratamiento de los fallos juegan un rol cada vez más creciente en el desarrollo tecnológico de los sistemas modernos, donde muchos componentes altamente automatizados interactúan de formas complejas de tal forma que un fallo en un simple componente del sistema puede provocar un comportamiento anormal a nivel de todo el sistema (Blanke et al., 2016). De la misma forma, las altas demandas de confiabilidad y disponibilidad de los sistemas, los cada vez más estrictos requerimientos ambientales, los elevados estándares de seguridad y el creciente uso de sistemas tecnológicos, nos hacen pensar que los sistemas de diagnóstico de fallos jugarán un rol cada vez más importante en un futuro cercano.

---

<sup>1</sup>Safety-Critical System, por sus siglas en Inglés

## 1.2. Conceptos Básicos

En Isermann and Balle (1997) se establecen acepciones de algunas notaciones usadas en el campo de detección y diagnóstico de fallos, los cuales reflejan los esfuerzos del comité técnico IFAC SAFEPROCESS para normalizar los conceptos en esta relativamente nueva área de estudio.

- **Fallo** : “Un fallo es una desviación no permitida de al menos una propiedad característica o parámetro del sistema de una condición de aceptable, normal o estándar”
- **Avería** : “Es una interrupción permanente de la habilidad del sistema para desarrollar una función requerida bajo condiciones de operación especificadas”
- **Disfunción** : “Es una irregularidad intermitente en el cumplimiento de la función deseada del sistema”

Es de importancia comprender la diferencia entre estos tres términos. Como ejemplo podemos analizar algunos fallos en un motor DC en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1: Análisis de fallas, averías y malfuncionamiento en un motor DC (Isermann, 2006).

Proceso	Falla	Característica del Fallo	Avería	Disfunción
Motor DC	Escobillas desgastadas	Alta resistencia de armadura	-	Interrupción ocasional del torque de salida / variaciones de la velocidad angular
	Conductor roto en la bonina de excitación	No se genera flujo eléctrico	Ausencia de torque y velocidad angular	-

Otros términos relacionados que debemos definir para el desarrollo de esta tesis son los siguientes:

- **Confiabilidad** : “Capacidad de un sistema de realizar una función requerida bajo condiciones establecidas durante un periodo de tiempo”
- **Disponibilidad** : “Probabilidad que un sistema o equipo opere satisfactoriamente y efectivamente en cualquier periodo de tiempo.”
- **Seguridad** : “Capacidad del sistema para no causar daños a personas, equipamiento o medio ambiente.”

Adicionalmente, el comité SAFEPROCESS reconoce las siguientes acepciones para la siguiente terminología:

- **Error** : “Es la desviación entre el valor medido o el valor de computo (de una variable de salida) y el valor verdadero, especificado, teórico o correcto de la misma.”
- **Disturbio** : “Una entrada desconocida (no controlable) actuando en el sistema.”
- **Perturbación** : “Una entrada actuando sobre el sistema, el cual se traduce en una desviación del estado actual.”
- **Residual** : “Indicador de falla, basado en la desviación entre las medidas y los cálculos de los modelos basados en ecuaciones.”
- **Síntomas** : “Cambio del valor de una cantidad de su valor bajo normal.”

### 1.3. Integración de Sistemas de Supervisión con Diagnóstico de Fallos

La finalidad del Control Supervisorio en un sistema de control de procesos es el monitoreo de las variables de proceso y de control, así como tener capacidad para tomar acciones apropiadas en caso de funcionamientos anormales del proceso. Generalmente estos procedimientos están gobernados por una lógica de protección, por gestión de alarmas del sistema o por acciones tomadas por el supervisor humano. Actualmente, para que un sistema de supervisión logre una verdadera confiabilidad y garantice la integridad, debe contar con los siguientes elementos y características (Isermann, 2006):

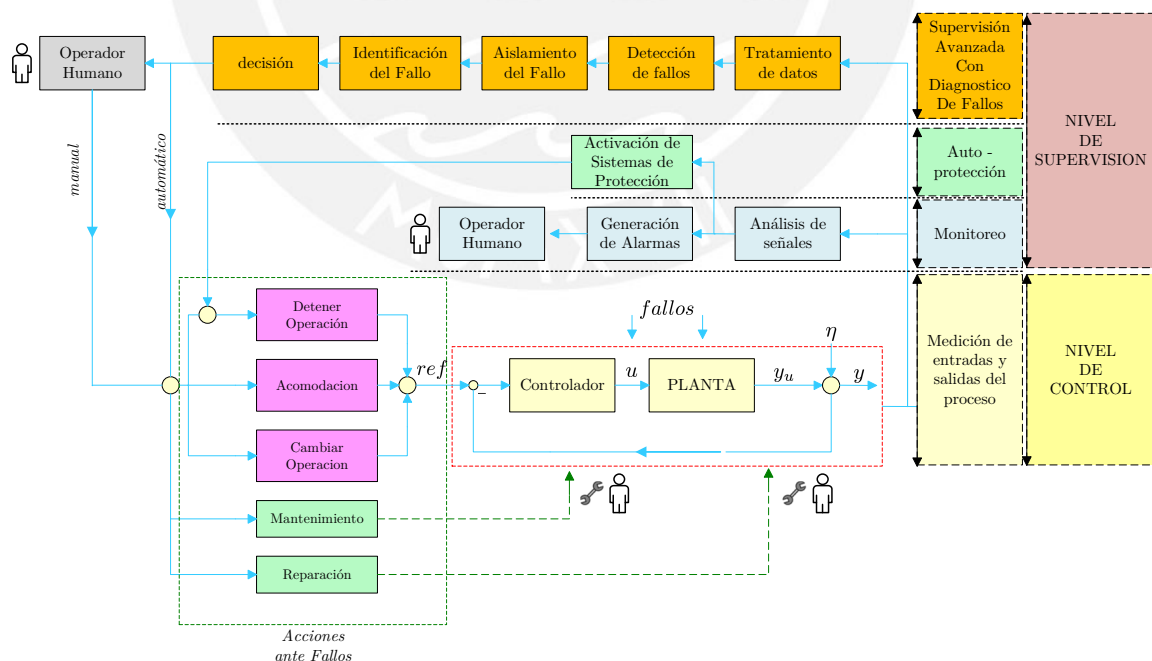


Figura 1.1: Esquema global de Sistemas de Supervisión Avanzada con Diagnóstico de Fallos. Fuente: Isermann (2006).

- **Monitoreo** : Medir variables del sistema, contrastarlas con umbrales fijados para



operación normal y generar alarmas para conocimiento del operador. Es común encontrar módulos de gestión de alarmas y eventos en paquetes comerciales de supervisión.

- **Protección Automática** : En el caso de que el sistema entre a un estado definido como peligroso, este inicia acciones físicas apropiadas para asegurar la integridad del proceso. Este tipo de protecciones está muy relacionado con el diseño de Sistemas Instrumentados de Seguridad (SIL).
- **Supervisión con Diagnóstico de Fallos** : El sistema de supervisión esta provisto del conocimiento del proceso y de la inteligencia suficiente para detectar, aislar e identificar la naturaleza de un fallo en específico del sistema.

Los dos primeros sistemas de protección pueden ser ampliamente encontrados en el sector industrial debido a la simpleza técnica y conceptual que demanda su implementación. El principal inconveniente con este tipo de técnicas es que generalmente toman acciones frente a fallas abruptas. En muchos sistemas de control de lazo cerrado, los cambios graduales en la dinámica del proceso no pueden ser detectados debido a la compensación que ejerce la ley de control sobre el sistema.

Este concepto puede ser explicado suponiendo que se tiene un sistema de control de nivel para un líquido de cierto valor como en la figura 1.2 , para el cual, alguien con interés en el material efectúa perforaciones pequeñas para extraer el líquido. Si la magnitud de la fuga es pequeña, el sistema de control efectuara las correcciones a fin de mantener el nivel deseado de 80 %. En este contexto el sistema de supervisión será incapaz de detectar esta anomalía. Solo se podrá detectar algún cambio si la magnitud de fuga crece lo suficiente como para activar las alarmas de los umbrales de seguridad del sistema. Hasta ese entonces, el propietario del líquido precioso, habrá perdido considerable cantidad de su patrimonio.

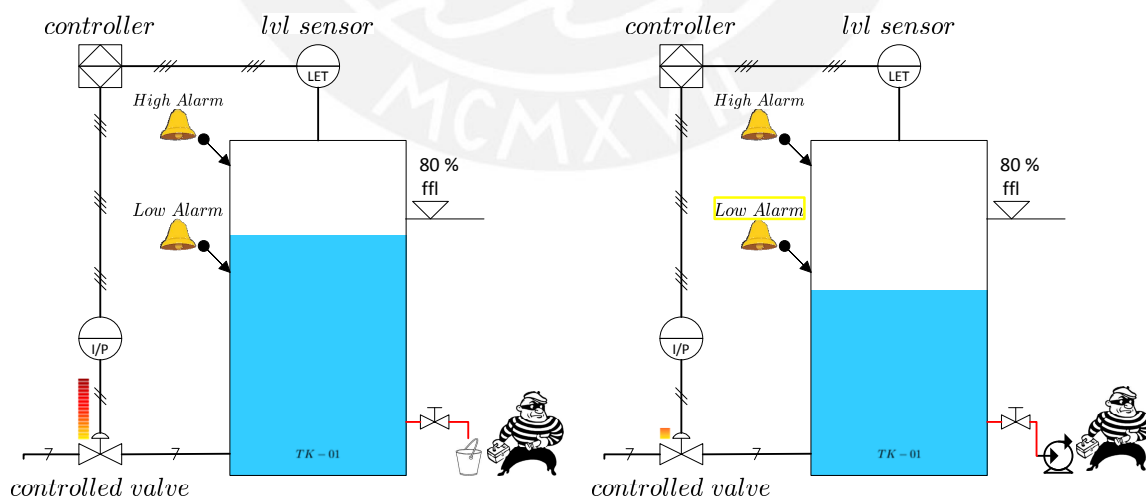


Figura 1.2: Ejemplo para explicar la diferencia entre un sistema de supervisión convencional y un sistema de supervisión avanzado. Fuente: Elaboración Propia

Sin embargo, si se le provee al sistema de supervisión características de diagnóstico de fallos,

este poseerá la sensibilidad necesaria para detectar algún evento anormal mucho antes que los sistemas de protección automática. Evidentemente usar este tipo de sistemas de supervisión “inteligentes” puede tener mayor relevancia en sistemas industriales con procesos críticos, que manejen materiales preciosos o de alto peligro.

Por lo tanto, un buen sistema supervisorio industrial debería poseer características de monitoreo avanzado y diagnóstico de fallos para poder incrementar su confiabilidad, prevenir pérdidas y asegurar la continuidad de la producción.

Estos sistemas de supervisión avanzada deberían incluir algunas funcionalidades deseables (Venkatasubramanian et al., 2003), las cuales se presentan a continuación:

- **Rápida detección y diagnóstico**, el sistema debería poseer la sensibilidad necesaria para el diagnóstico en línea del sistema.
- **Aislabilidad**, es la capacidad de distinguir entre múltiples fallas, aun si estas se presentasen al mismo tiempo.
- **Robustez** a mediciones ruidosas e incertidumbres de modelado.
- **Adaptabilidad**, debido a que las condiciones del proceso no pueden mantenerse a travez del tiempo.
- **Fácil explicación**, es dotar al SDF con habilidad de razonamiento para brindar recomendaciones al operario o efectuar hipótesis de la causa en caso de falla.
- **Sencillez** del diseño del SDF y minimizar esfuerzos de modelado , para facilitar una implementación práctica y puesta en marcha.
- **Mínimo requerimiento computacional**, para una factible implementación en tiempo real, se prefiere algoritmos computacionalmente menos complejos.

A pesar que toda estas características usualmente no pueden ser satisfechas usando solo un método, es un enfoque útil para evaluar el desempeño de la técnica usada para el diseño del SDF. También otros autores han establecido algunas funcionalidades necesarias que deben poseer tales sistemas en aplicaciones prácticas, de acuerdo a Isermann (2006):

- Temprana detección de pequeñas fallas con comportamiento incipiente o abrupto.
- Diagnóstico de sensores, actuadores y componentes del sistema.
- Detección de fallas de sistemas en lazo cerrado.
- Supervisión de procesos bajo en régimen transitorio

## 1.4. Esquema FDI

En Willsky (1976) se define el problema de detección de fallos como unión de tres tareas básicas – alarmas, aislamiento y estimación. Este enfoque se mantiene hasta el día de hoy, pero con algunas modificaciones de los nombres de las tareas. Un sistema de diagnóstico debería consistir de tres tareas básicas según la figura 1.3. Detección de Fallos (FD<sup>2</sup>), Aislamiento de Fallos (FI<sup>3</sup>) e Estimación/Identificación de Fallos (FE<sup>4</sup>). En la primera parte de la tarea de diagnóstico el sistema reconoce una falla en caso de producirse, es decir, solo nos indica si el sistema está trabajando en condiciones normales. Después de la detección, el siguiente paso es aislar el fallo (FI). En esta parte del procesamiento el sistema debería ser capaz de aislar el fallo indicándonos en cual sensor, actuador o componente ocurrió la falla.

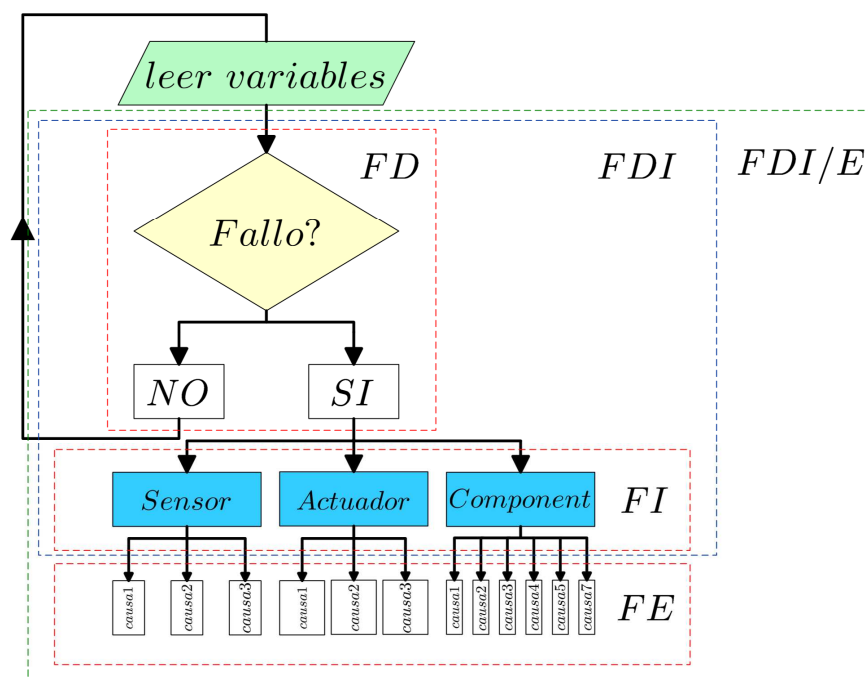


Figura 1.3: Esquema que resume la tarea de Detección de Fallos (FD), Aislamiento (FI) y Estimación de Fallos (FE) Fuente: Elaboración Propia

Muchos sistemas desarrollados actualmente solo poseen las dos primeras funcionalidades del esquema FDI. Sin embargo, cuando se necesita una comprensión minuciosa acerca de la magnitud, ubicación y naturaleza de la falla es preciso desarrollar los algoritmos necesarios para lograr la implementación de la tercera parte del esquema FDI (FE), actualmente conocido como Identificación de Fallos.

En la presente Tesis se referirá al enfoque FDI como la aplicación de técnicas que permitan Detectar, Aislar y/o Identificar Fallos.

<sup>2</sup>Fault Detection, por sus siglas en Inglés.

<sup>3</sup>Fault Isolation, por sus siglas en Inglés.

<sup>4</sup>Fault Estimation, por sus siglas en Inglés.

## 1.5. Técnicas de Diagnóstico de Fallos

### 1.5.1. Revisión

Actualmente existen diferentes enfoques para clasificar las técnicas de diagnóstico de fallos. En la figura 1.4 se hace un esfuerzo para englobar los métodos y enfoques usados para desarrollar algoritmos de diagnóstico de fallos.

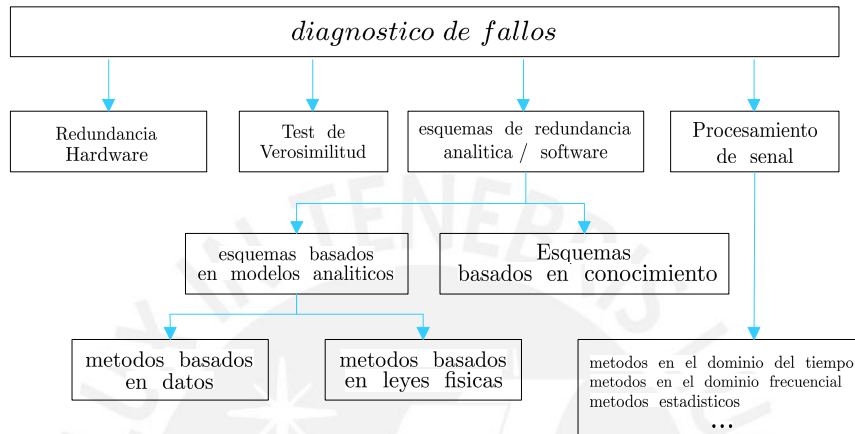


Figura 1.4: Clasificación de los métodos de Detección de Fallos. Fuente : Chiang et al. (2000)

Los primeros sistemas de diagnóstico de fallos que fueron desarrollados en los años 70 se basaron en redundancia de Hardware, los cuales permitían detectar y aislar directamente fallos en componentes. A pesar de que este método goza de gran simpleza (Yu et al., 2014), generalmente la implementación de este sistema conlleva un costo económico adicional, muchas veces no viable. Una década después, con el incremento de la capacidad de computo y la aplicación de las computadoras en supervisión de procesos industriales, se hizo posible sustituir las técnicas de redundancia de Hardware por redundancia analítica, las cuales utilizan ecuaciones que describen el comportamiento de un sistema que son iteradas en un entorno computacional, comparando el comportamiento tanto real y virtual en el tiempo, y hacen posible predecir la ocurrencia de fallas de manera mas económica.

De forma similar, los test de verosimilitud se basan en la idea de verificar algunas leyes físicas conocidas en componentes del proceso. Bajo la idea de que un fallo conllevara a la pérdida de verosimilitud, monitorear esta variable nos permitirá conocer el estado del componente en específico (Ding, 2008). De forma similar, algunas técnicas estadísticas usan solo procesamiento de señal proveniente de información del sistema, las cuales son usadas para generar indicadores estadísticos de funcionamiento normal (umbrales). Estos métodos son ampliamente usados cuando el sistema es muy complejo para modelar y generalmente se aplican en estado estacionario o punto de operación escogido.

Otra forma general y actual de clasificación de las metodologías de diagnóstico de fallos es propuesta en Zhang et al. (2016), la cual divide los enfoques de diagnostico de fallos en tres grandes áreas:

### 1.5.2. Métodos de FDI basados en Conocimiento

Generalmente se desarrollan modelos por un conocimiento heurístico del proceso o por conocimiento experto del mismo por parte del operador humano. Los modelos son obtenidos por razonamiento, usando lógica difusa y/o redes neuronales. La ventaja de estos métodos es que, al no necesitar un modelo matemático explícito, pueden ser aplicados al diagnóstico de sistemas complejos. Sin embargo, tales enfoques necesitan tener acceso a información del sistema en falla para poder implementar la lógica de detección. Desafortunadamente existen procesos en los cuales es difícil o inviable inducir una falla o simularla.

### 1.5.3. Métodos de FDI Basados en Señal

Es el método más usado industrialmente para monitorear procesos en estado estacionario y que más éxito ha tenido. Las técnicas usadas dentro de este enfoque son completamente estadísticas y se basan en lecturas continuas del estado del sistema. Este tipo de técnicas pueden ser divididas en dos categorías: análisis Espectral y Métodos Estadísticos (Clasificación de señales, Verificación de Umbrales, Reconocimiento de Patrones). Estos métodos extraen información del sistema como densidades espectrales, covarianzas, coeficientes de correlación, las cuales se procesan para efectuar un diagnóstico. Aunque estas técnicas no necesitan un modelo matemático, su eficiencia está limitada por la temprana detección de comportamiento anormales y su incapacidad de operar en condiciones dinámicas.

### 1.5.4. Métodos de FDI basados en Modelo

Con el advenir de la era digital, el desarrollo de técnicas de modelamiento e identificación, y la posibilidad de poder simular modelos más complejos, las técnicas de FDI basado en modelo siguen siendo objeto de estudio y desarrollo ( Zhang et al. (2016), Zhang et al. (2016), Chen and Patton (2012), Patton et al. (2013), Isermann (2011)). A diferencia de la redundancia de Hardware, los métodos de FDI basado en modelo se basan en ecuaciones que describen el comportamiento dinámico del sistema, el cual es programado usando alguna herramienta software. Las predicciones del software así como las medidas provenientes del sistema se comparan para generar residuales. En caso de comportamiento normal los residuales idealmente deberían ser cercanos a cero. Generalmente este enfoque consta de dos partes: la primera parte es la generación residual, la cual involucra muchos desafíos al obtener un modelo que describa de forma apropiada el sistema. La segunda parte de este método es la evaluación residual, en la cual se analiza los residuos para determinar la ubicación, magnitud de la falla. Tomando en cuenta los métodos de generación residual que han sido desarrollados en la literatura (Ding (2008), Isermann (2006)), estos pueden ser divididos en 3 grupos:

#### Espacio de Paridad

Introducido por Willsky en (Willsky, 1976) , y también llamado actualmente relaciones de paridad, consiste en deducir ecuaciones a partir de las leyes físicas que gobiernan el proceso,

con el fin de detectar inconsistencias. Este enfoque se basa en la lectura de los sensores y señales de entrada del sistema. Existen tres formas de lograr ecuaciones de paridad. Una primera posibilidad es usar una representación interna del sistema (Isermann, 2006), una segunda forma usa una representación externa del mismo para obtener el espacio de paridad (Gertler, 1991). También han sido desarrollados enfoques para obtener relaciones de paridad en sistemas con retardo (Kratz et al., 1998). En la figura 1.5 se aprecia un esquema conceptual de la técnica. Dado su sencillez, este enfoque es el que se debería considerar primero para la implementación de un SDF cuando se conoce la mayor parte de las leyes físicas que gobiernan un proceso.

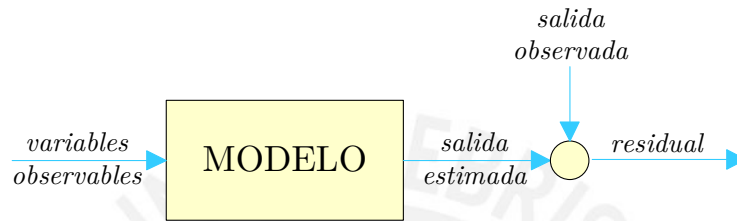


Figura 1.5: Interpretación simplificada de las relaciones de paridad Fuente : Gertler (1991)

### Estimación de Parámetros

Este enfoque se basa en los métodos de Identificación de Sistemas, el cual postula que en ocurrencia de fallos tiene impacto directo sobre los valores físicos de los parámetros del sistema como son la fricción, masa, resistencias, flujos, etc. Los modelos sin falla son generalmente obtenidos mediante técnicas de modelado en línea y una falla puede ser detectada si ocurre una discrepancia entre los parámetros obtenidos de la identificación y los estimados en condición sin falla. Un ejemplo de este enfoque se puede apreciar en la figura 1.6.

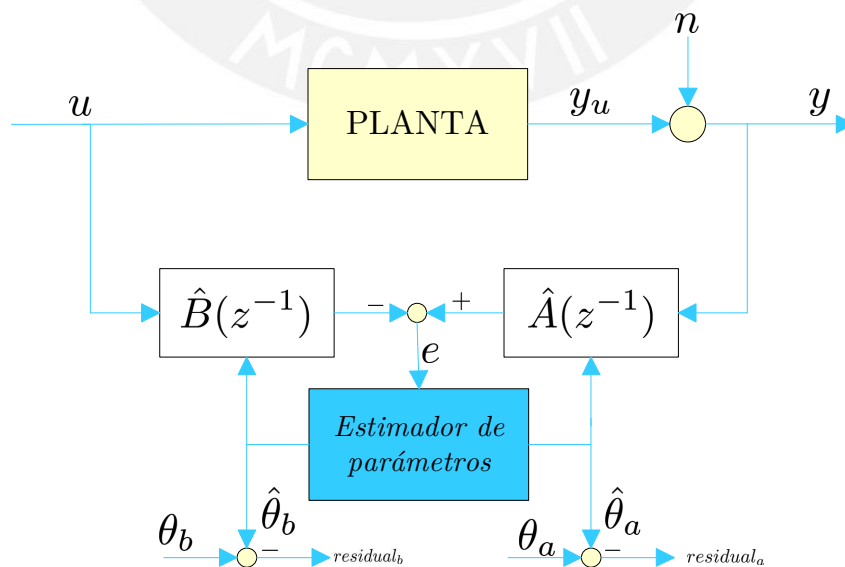


Figura 1.6: Diagnostico de fallos con Estimación de Parámetros en estructura de Ecuación de Error Fuente : Elaboración Propia

## Observadores

Este enfoque es apropiado cuando los fallos están asociados con cambios físicos en los actuadores, sensores, componentes o variables no medibles (Chiang et al., 2000), cuando se dispone de un modelo apropiado del sistema y se ha comprobado la observabilidad del mismo.

Para el desarrollo de este esquema se necesita un modelo matemático en el espacio de estados, cuyas variables tengan una interpretación física. La idea principal detrás de este enfoque es generar residuales usando la estimación del valor de los estados que son imposibles de medir, con el conocimiento de las variables mensurables y de las variables de entrada del sistema, a través de un modelo matemático los suficientemente preciso. Sin embargo, muchas veces en situaciones prácticas tal modelo es difícil conseguir. Otra desventaja de los observadores es que no toman en cuenta las posibles incertidumbres y perturbaciones del sistema, lo que puede degradar el desempeño del SDF. A fin de resolver esta problemática, varios tipos de observadores han sido desarrollados en las últimas cuatro décadas. Algunos enfoques populares y de reciente interés permiten desacoplar incertidumbres, aislar y estimar directamente la magnitud de los fallos, como los Observadores de Entradas Desconocidas (UIO). También se han usado Observadores Adaptativos (AO) para estimar parámetros, Observadores de Alta Ganancia (HGO), Observadores de Modos Deslizantes (SMO) y Filtro de Kalman (KF), en el enfoque estocástico

Comparado con otros enfoques, el uso de observadores puede ser implementado usando solo variables medibles y ofrece más grados de libertad para el diseñador. Por ejemplo, se pueden implementar bancos de observadores como el mostrado en la figura 1.7 a fin de aplicar algún algoritmo o lógica sencilla de procesamiento residual.

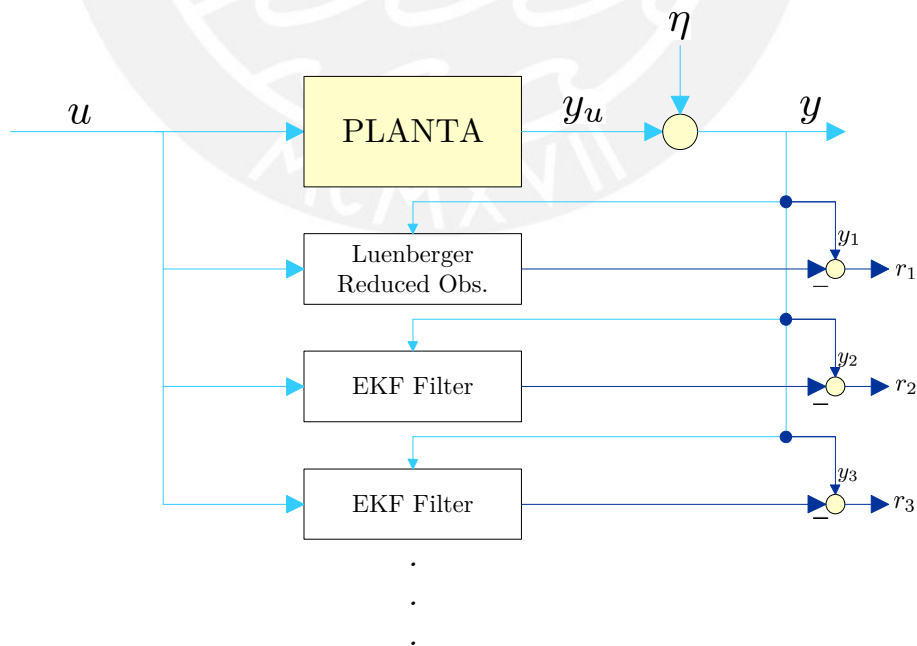


Figura 1.7: Desarrollo de un banco de observadores para generación residual. Fuente : Elaboración Propia

## 1.6. Sistemas Interconectados en Industria

### 1.6.1. Generalidades

En industrias tan importantes como la generación de energía, refinamiento de petróleo, minería, procesamiento de aguas residuales, etc, es fácil encontrar procesos que involucren el uso de tanques, muchas veces interconectados. Entender la naturaleza de estos procesos es de gran importancia para Ingenieros encargados de los Sistemas de Control y por supuesto, ellos también deberían conocer como el enfoque de Diagnóstico de Fallos puede ser aplicado a sus procesos a fin de incrementar la seguridad de sus operaciones.

A continuación, se revisarán algunos procesos industriales que involucran el uso de tanques interconectados, en los cuales, el enfoque presentado en la presente tesis podría ser aplicado.

### 1.6.2. Sistemas de Generación hidráulica

Son sistemas diseñados para transformar el potencial energético de embalses o presas en energía eléctrica. Estos sistemas en conjunto con los depósitos, válvulas y tuberías de canalización conforman las *centrales hidroeléctricas* (Fig. 1.8). El agua embalsada en un depósito es llevada mediante tuberías a una sala de máquinas, en cual, mediante una turbina eléctrica, se induce electricidad usando alternadores. Una vez que el agua ha cedido su energía, es almacenada en depósitos secundarios o simplemente devuelta al río.

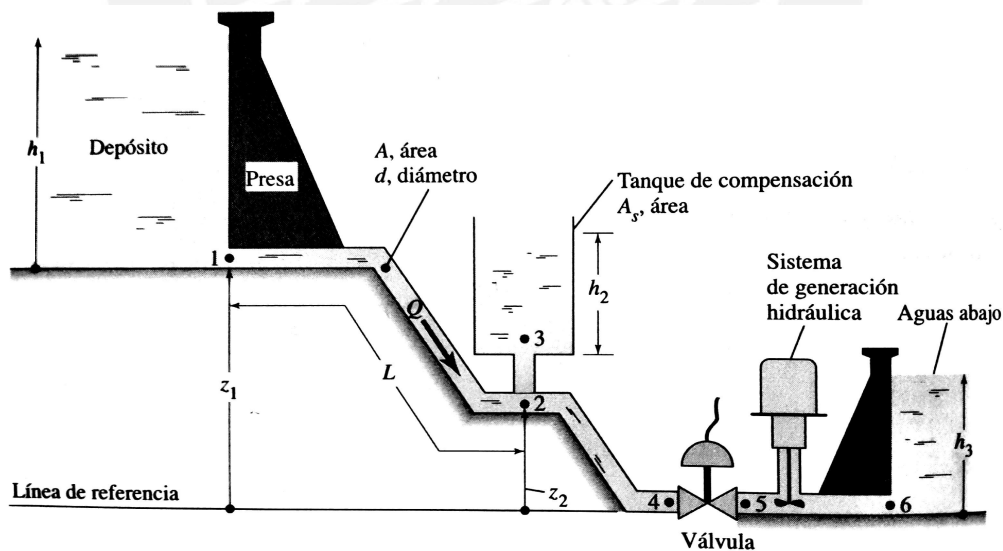


Figura 1.8: Sistema de depósito de agua y generación hidráulica. Fuente : Umez-Eronini et al. (2001)

### 1.6.3. Tratamiento y Purificación del agua

El propósito de tratamiento del agua es eliminar características indeseables, impurezas y agentes patógenos a fin de proveer agua limpia y segura para el consumo. Por lo expuesto,



es posible encontrar alguna planta de tratamiento en casi todos los asentamientos humanos y ciudades que posean un desarrollo intermedio.

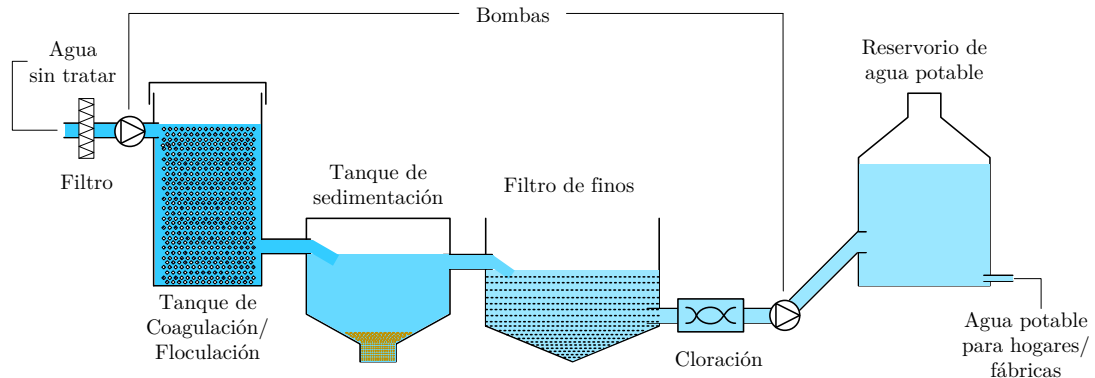


Figura 1.9: Etapas de la purificación del agua. Fuente : Elaboración Propia

Un esquema simplificado del proceso de purificación y potabilización del agua se puede observar en la figura 1.9. En tales sistemas existen bombas que se encargan de movilizar el agua entre depósitos, también existen válvulas que regulan los niveles entre ellos. Es fácil ver también que el proceso entero puede ser modelado como un sistema con cuatro reservorios ventilados interconectados entre sí.

#### 1.6.4. Producción de azúcar - Evaporación

El azúcar es un producto popular en la dieta alimenticia y constituye una materia prima para muchas otras industrias. Dentro del proceso industrial para la obtención del azúcar podemos identificar una sección del proceso en los cuales 4 a mas tanques interconectados cerrados al vacío interactúan en el proceso conocido como evaporación del jugo clarificado. El objetivo es evaporar dos terceras partes del agua jugo de azúcar proveniente del clarificador haciéndolo circular por evaporadores que trabajan en múltiples efectos<sup>5</sup>, como se observa en el diagrama de la figura 1.10.

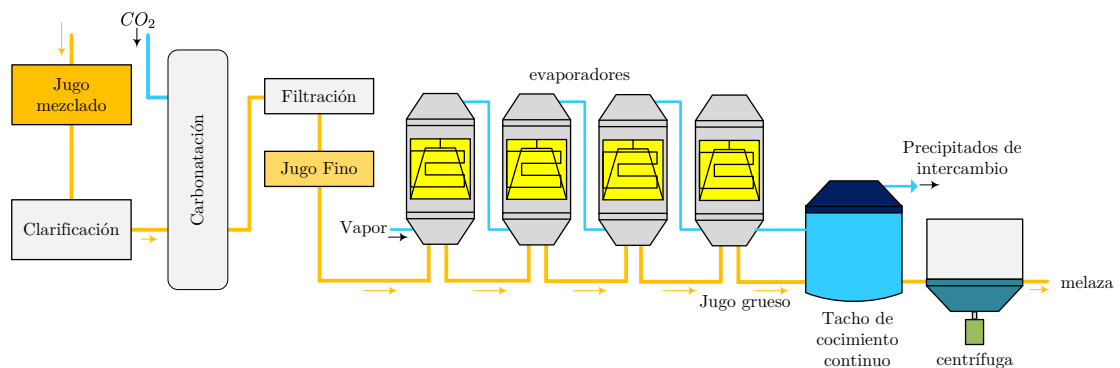


Figura 1.10: Primera etapa del procesamiento de azúcar. Fuente : Elaboración Propia

<sup>5</sup>El vapor producido por la evaporación de agua en el primer efecto es utilizado para calentar el segundo y así, sucesivamente.

A fin de lograr el porcentaje de evaporación deseado, se debe procurar que los niveles en todos los evaporadores se mantengan constantes a través de todo el proceso de producción.

## 1.7. Estado del Arte del Diagnóstico de Fallos en Procesos Hidráulicos con Tanques Interconectados

El interés por abordar como materia de estudio los sistemas hidráulicos y en especial los procesos que involucran el uso de tanques interconectados es debido a que pueden ser encontrados en muchos procesos e instalaciones industriales. Para abordar este tema académicamente generalmente conviene usar un prototipo donde los algoritmos de control y de diagnóstico de fallos son puestos a prueba.

Bajo este contexto, se proponen prototipos que reproduzcan los comportamientos de los sistemas interconectados. Uno de ellos y quizás el más popular es el sistema de tres tanques interconectados introducido por Bismarckstr Amira (1994). Su concepción inicial fue la investigar técnicas de control lineal, no lineal y multivariable así como también técnicas de FDI y FTC<sup>6</sup>.

Las técnicas de FDI aplicadas a este sistema se enfocan en diagnosticar las principales averías en un sistema hidráulico con tanques interconectado los cuales son: fuga en tanques y tuberías, obstrucciones de tubería para los sistemas con conexión libre, fallo en actuadores (bombas y/o válvulas) y fallos en sensores como se puede observar en la figura 1.11.

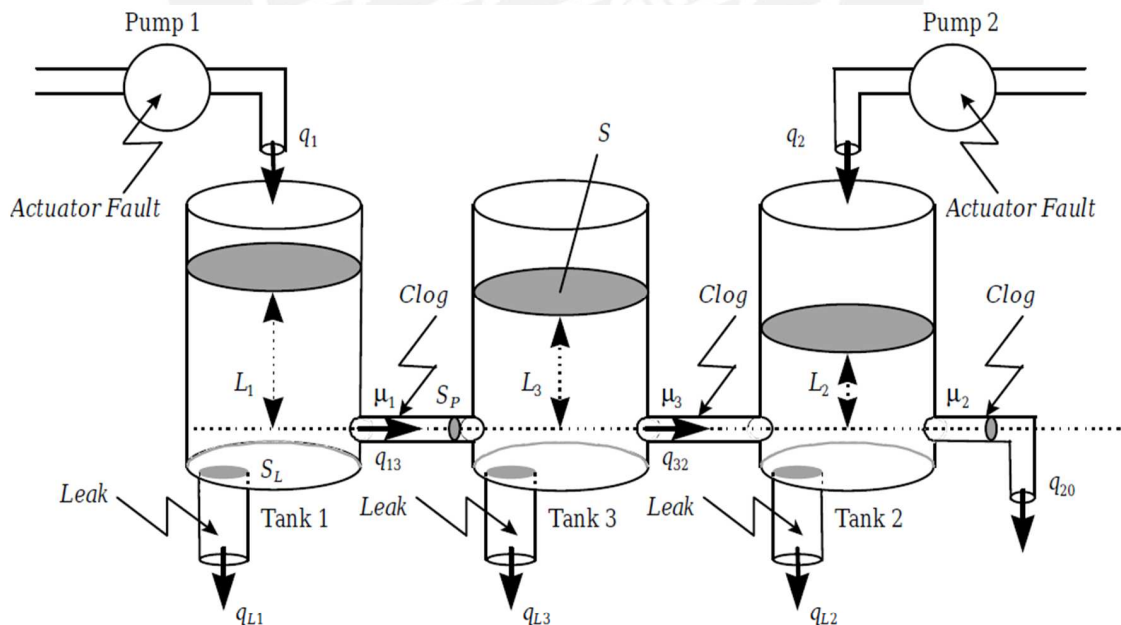


Figura 1.11: Sistema de Tres tanques interconectados considerando algunas fallas representativas. Fuente : Ponsart et al. (1999)

El enfoque de observadores goza de gran popularidad en el desarrollo de SDF debido a su

<sup>6</sup>Fault Tolerant Control, por sus siglas en Inglés

naturaleza robusta. Uno de los trabajos mas tempranos encontrados de FDI para el sistema de tres tanques acoplados es el de [Koenig et al. \(1997\)](#), quien sintetizo un observador lineal desacoplado para detectar y aislar fallos en bombas y componentes (tuberías y tanques) usando un modelo linealizado alrededor de un punto de operación.

Indudablemente, la técnica preferida y más extendida en generación residual es el Observador de Entradas Desconocidas (UIO)<sup>7</sup>, una extensión del Observador de Luenberger ([Wang et al., 1975](#)), el cual puede tolerar cierto grado de incertidumbre en el modelamiento, de aquí su gran aplicabilidad en el desarrollo de SDFs. Pero la principal ventaja de este observador es que puede desacoplar incertidumbres del modelo y a la misma vez permite detectar y aislar fallos ocurridos al mismo tiempo ([Prajapati and Roy, 2016](#)), y la generación de residuos estructurados ([Sobhani and Poshtan, 2011](#)). Los UIO's también son capaces de estimar la magnitud de la falla, por lo que han sido usado intensivamente en el desarrollo de enfoques tolerantes a fallos ([Theilliol et al., 2002](#)). Un ejemplo completo con desarrollo en Matlab® de UIO's aplicados al sistema de tres tanques acoplados en lazo abierto y lazo cerrado puede ser encontrado en [Noura et al. \(2009\)](#). A pesar de todas sus características interesantes, el UIO esta condicionado por su naturaleza determinista y su limitado rango de aplicabilidad<sup>8</sup> a sistema con bajo grado de no-linealidad, además, la estimación de la falla se degrada en procesos estocásticos. Abordando el problema de la no linealidad de los sistemas, es posible usar un cambio de coordenadas no lineales para linealizar el sistema o transformarlo en un su equivalente Lipschitz, el cual permitiría un buen desempeño del observador en un rango de operación mas amplio ([Khan et al., 2010](#)).

A pesar del gran desarrollo en técnicas que permiten aplicar métodos de generación residual para sistemas lineales a sistemas no lineales, la estimación de parámetros en presencia de ruido y entradas desconocidas aún continua siendo un desafío ([Witczak, 2014](#)).

Cuando el modelo es lineal y estadísticamente estacionario (Proceso Gaussiano) es posible calcular de forma óptima las ecuaciones que calculan las FDP<sup>9</sup> de los estados a partir de las mediciones usando el Filtro de Kalman. Para ello también se puede estimar las covarianza de los ruidos off-line usando algún estimador de máxima verosimilitud. En [Lincon et al. \(2007\)](#) el problema de diagnóstico de fallos se enfoca desde el punto de vista de estimación paramétrica y de estados, considerando que una falla en el sistema tiene impacto directo sobre la estimación de los parámetros tales como los coeficientes de descarga entre tanques. Para tal fin se comparo la eficacia de dos variantes del Filtro de Kalman (KF) : el Filtro Aumentado de Kalman (ASKF)<sup>10</sup> y el Filtro de Kalman de dos etapas (TSKF)<sup>11</sup> concluyendo que el primero tiene menor tiempo de convergencia a la hora de estimar los parámetros.

Para el caso no lineal, [Prakash et al. \(2010\)](#) plantea el problema de que muchas veces no es posible usar el Filtro Extendido de Kalman (EKF) en sistemas híbridos no lineales, como el Sistema de Tres Tanques Inteconectados, debido a las discontinuidades del modelo al momento de calcular el Jacobiano del Sistema, por lo cual propone el uso del Filtro de Kalman

<sup>7</sup>Unknow Input Observer, por sus siglas en inglés

<sup>8</sup>Debido a que es calculado a partir del sistema linealizado

<sup>9</sup>Función de Densidad de Probabilidad

<sup>10</sup>Augmented State Kalman Filter, por sus siglas en Inglés

<sup>11</sup>Two Stage Kalman Filter, por sus siglas en Inglés

Ensamblado (EnKF)<sup>12</sup> en la estimación de estados para el desarrollo de un esquema FTC. En Seung et al. (2013), se aborda exitosamente la estimación no lineal de los coeficientes de descarga de un sistema de tanques acoplados verticalmente usando el Filtro Doble Extendido de Kalman (DEKF)<sup>13</sup>. En Viveros et al. (2014) se compara la estimación paramétrica y de estados de tres métodos populares de estimación no lineal : Filtro Extendido de Kalman, Filtro de Kalman Unscented (UKF)<sup>14</sup> y el Filtro de Partículas (PF), obteniéndose similar resultado en los tiempo de convergencia, pero introduciendo el algoritmo de Esperanza Maximización Extendido (EEM), una técnica no lineal para el cálculo off-line de las matrices de covarianza del ruido del proceso y ruido del sensor, muy importantes para la convergencia de los filtros. Este algoritmo fue aplicado al sistema de cuatro tanques acoplados de Johansson, como el que se muestra en la figura(1.12).

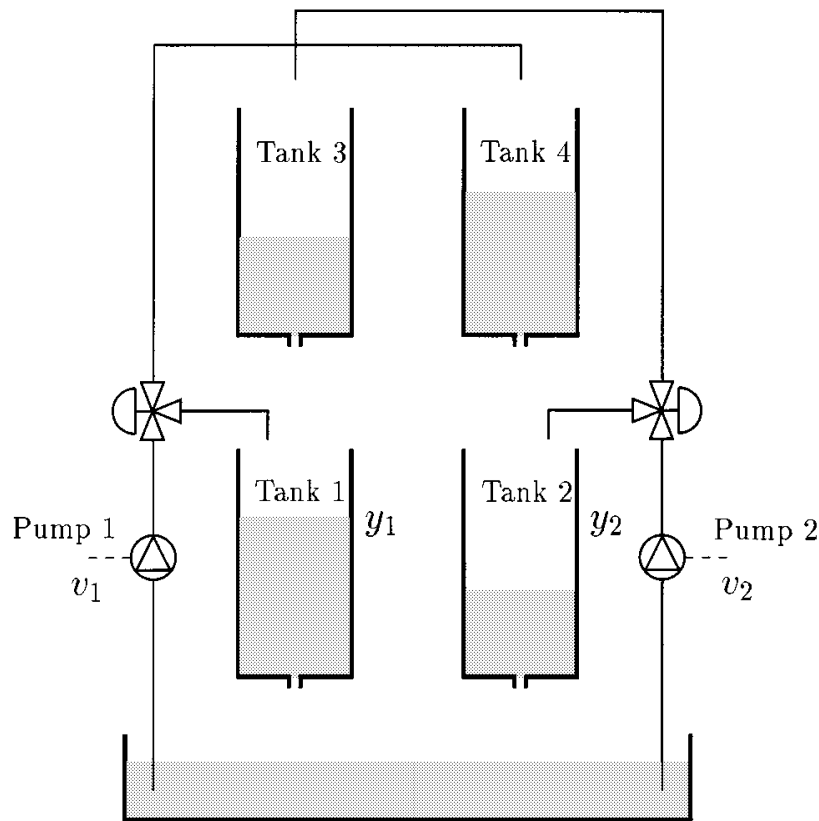


Figura 1.12: Diagrama esquemático del sistema de cuatro tanques acoplados. Los niveles en los tanques son controlados por las dos bombas. La apertura de las válvulas determina la configuración de la planta como de fase mínima o de fase no mínima. Fuente : Johansson (2000)

También se han aplicado técnicas de generación y evaluación residual basadas completamente en redes neuronales y lógica difusa (Ucak et al., 2013) para detectar fugas en tanques del Sistema de Tres Tanques Interconectados. El problema de la evaluación residual de los residuos

<sup>12</sup>Ensemble Kalman Filter, por sus siglas en Inglés

<sup>13</sup>Dual Extended Kalman Filter, por sus siglas en Inglés

<sup>14</sup>Unscented Kalman Filter, por sus siglas en Inglés

en el mismo sistema también fue abordado por la comunidad DX<sup>15</sup> en (Biswas et al., 2009)] con el método de análisis de inconsistencias/posibles conflictos, efectuando una comparación con el algoritmo de análisis de redundancia analítica perteneciente a la comunidad FDI, el cual sirvió para establecer similitudes entre estos dos algoritmos y más tarde para desarrollar una teoría de integración entre ambas técnicas.

Otro sistema hidráulico de interés es el Sistema Hidráulico de Cuatro Tanques Interconectados presentado en Johansson (2000), creado inicialmente para ilustrar conceptos de control no lineal multivariable. Actualmente se pueden encontrar menos de una decena de investigaciones enfocadas al diagnóstico de fallas en este sistema y más avocadas al desarrollo de técnicas de control tolerante a fallos. Los trabajos más tempranos usan bancos de UIO's a partir del sistema linealizado para aislar fallas en actuadores y detectar cambios en el comportamiento del sistema (Kamel et al., 2009). Otro enfoque basado en Observador de Luenberger se propone en Gharaee and Shoorehdeli (2015), en el cual se hace uso de la representación en espacio de estados del sistema linealizado para representar fugas en la base de los tanques, llegando a detectar hasta cuatro fugas en diferentes periodos de tiempo.

Como se puede apreciar, es común desarrollar observadores para sistemas no lineales basados en la linearización alrededor de algún punto de operación. Sin embargo para sistemas fuertemente no lineales y gran rango de operación, en enfoque basado en linearización genera notables discrepancias con el sistema real. En Montes de Oca et al. (2012) se aborda este problema satisfactoriamente para la detección de fallos desarrollando observadores basados en la representación LPV<sup>16</sup> politópica del sistema. Este tipo de representación es usado usualmente como una alternativa para el modelado de sistemas no lineales, con el objetivo de extender las técnicas de FDI para sistemas lineales a los sistemas no lineales. La tarea de evaluación residual se logra a través del análisis de una función de sensibilidad del residuo a una falla en particular y usando umbrales adaptativos que dependen del punto de operación del sistema.

Tanto el sistema de tres tanques interconectados como el de cuatro, son laboratorios creados para exponer y probar conceptos y técnicas de FDI. Sin embargo, en un entorno real, algunas veces los sistemas de almacenamiento y transporte hidráulicos se encuentran geográficamente distribuidos, como el oleoducto Nor-Peruano, mostrado en la figura 1.13.

En tales sistemas la tarea de diagnóstico se ve condicionada por el ancho de banda del medio físico de transporte de las mediciones al lugar donde estas son procesadas. Algunas veces es imposible o no viable trasladar todas las medidas al diagnosticador central debido a factores económicos, geográficos o físicos. Un sistema interconectado con 4 subsistemas de almacenamiento en serie es presentado en Khorasgani et al. (2015) para estudiar estos problemas (Fig. 1.14). El autor aborda el problema de FDI con un enfoque estructural desarrollando relaciones de redundancia analítica para la construcción de diagnosticadores locales para cada subsistema (tanque), lo cuales solo comparten información acerca de las variables medidas, mas no del diagnóstico en sí. El resultado de un diagnosticador local equivaldría al diagnóstico hecho por un diagnosticador global. En Pérez et al. (2016) , se

<sup>15</sup>Diagnóstico de Fallos por Inteligencia Artificial

<sup>16</sup>Linear Parameter Varying, por sus siglas en Inglés.



Figura 1.13: Oleoducto Nor-Peruano. Fuente : RPP

presenta un algoritmo que asegura el mínimo intercambio de información (medidas) entre diagnosticadores locales basado también en el enfoque estructural.

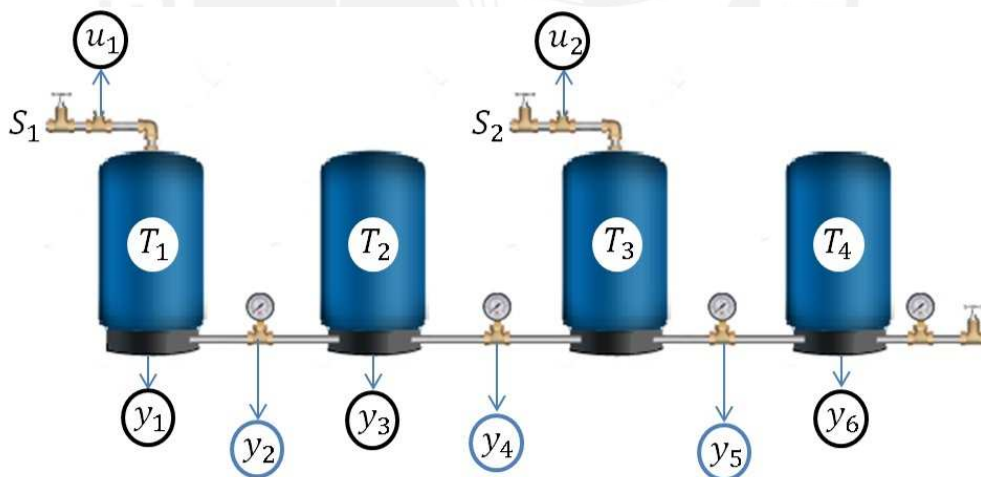


Figura 1.14: Cuatro Tanques Acoplados en Serie. Fuente : Pérez et al. (2016)

En conclusión, muchas técnicas han sido aplicadas a fin de resolver el problema de FD en Sistemas Hidráulicos con Tanques Interconectados. Algunos toman en cuenta las perturbaciones del sistema mientras que otros aprovechan su gran robustez a imperfecciones de modelado. También se puede extender las técnicas de FDI de sistemas lineales a sistemas no lineales usando procedimientos de linealización. El uso técnicas avanzadas está condicionado fuertemente al conocimiento y descripción precisa del fenómeno y de sus perturbaciones. Si se dispone de esta información es conveniente usar los enfoques estocásticos para el desarrollo de estimadores como el Filtro de Extendido de Kalman o alguna de sus variantes.

## Capítulo 2

# MODELAMIENTO DEL SISTEMA

### 2.1. Generalidades

Este capítulo aborda el análisis y modelado de sistemas de almacenamiento y transporte hidráulico. Se presenta un análisis de los sistemas de nivel de líquido, los cuales son de interés para los objetivos de esta tesis, también se estudia la dinámica de los fluidos en tuberías como parte del modelamiento. Finalmente, se obtiene el modelo general del sistema bajo estudio y se efectúa su correspondiente análisis de observabilidad.

### 2.2. Análisis de Sistemas de Fluidos

La suposición fundamental para el siguiente estudio es que el fluido es incompresible; es decir, la razón de presión y densidad se mantienen constante para un fluido de masa constante. Por consiguiente, la densidad del fluido es independiente de la presión aplicada. Esto difiere para los gases, debido a que mientras un gas tiene que expandirse para llenar una superficie, un líquido puede conservar un volumen libre. Por lo tanto, la suposición de incompresibilidad no es cierta para un gas. Esto puede ser confirmado en una vía formal observando la relación para un gas perfecto, según la ecuación (2.1):

$$\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} \quad (2.1)$$

donde  $\rho$ ,  $P$ ,  $T$  son la densidad, la presión absoluta y la temperatura del gas respectivamente. Así, el estudio aquí realizado no puede aplicarse a gases u otros fluidos compresibles (Umez-Eronini et al., 2001). Por supuesto, el agua es un fluido casi incompresible, y debido a que en los sistemas de tanques interconectados las presiones no son muy elevadas, este fluido es compatible con el estudio aquí realizado.

### 2.3. Modelado de Sistemas de Almacenamiento Hidráulico

Cuando se analiza sistemas que implican el flujo de líquidos, resulta necesario dividir los regímenes de flujo en laminar y turbulento, de acuerdo con la magnitud del número de Reynolds (Ogata, 2010). El número de Reynolds,  $\mathbf{Re}$ , que está determinado por la ecuación (2.2) :

$$\mathbf{Re} = v(4R_h)\rho/\mu \quad (2.2)$$

Donde  $v$ ,  $\rho$  y  $\mu$  son las velocidades del fluido, la densidad y la viscosidad, respectivamente, y  $R_h$  es el radio hidráulico del canal del fluido. Cuando el número de Reynolds es mayor que 2000, se entiende que las fuerzas de inercia son dominantes, y el flujo se considera como *turbulento*. Para un  $\mathbf{Re}$  menor a 2000 se supone que las fuerzas viscosas de fricción del flujo son las dominantes, por lo que el flujo se describe como *laminar*. Cuando se tratan sistemas de almacenamiento y transporte hidráulico se entiende que los flujos pasan a través de reservorios, tuberías, válvulas, obstrucciones, bombas, por lo que el régimen que describen es turbulento. Estos sistemas se modelan a través de ecuaciones diferenciales no lineales. En esta sección está enfocada a obtener una representación matemática de un sistema hidráulico, para ello se analiza primero la dinámica de un sistema de nivel de líquido, luego se aborda sistemas con tanques interconectados. La última sección hace un estudio del flujo en tuberías y se analiza como las válvulas de paso afectan la dinámica del flujo.

#### 2.3.1. Modelado de Sistemas de Nivel de Líquido

Un tanque o depósito es un ejemplo de almacenamiento de fluidos. Si consideramos como objeto de estudio el sistema de la figura 2.1.

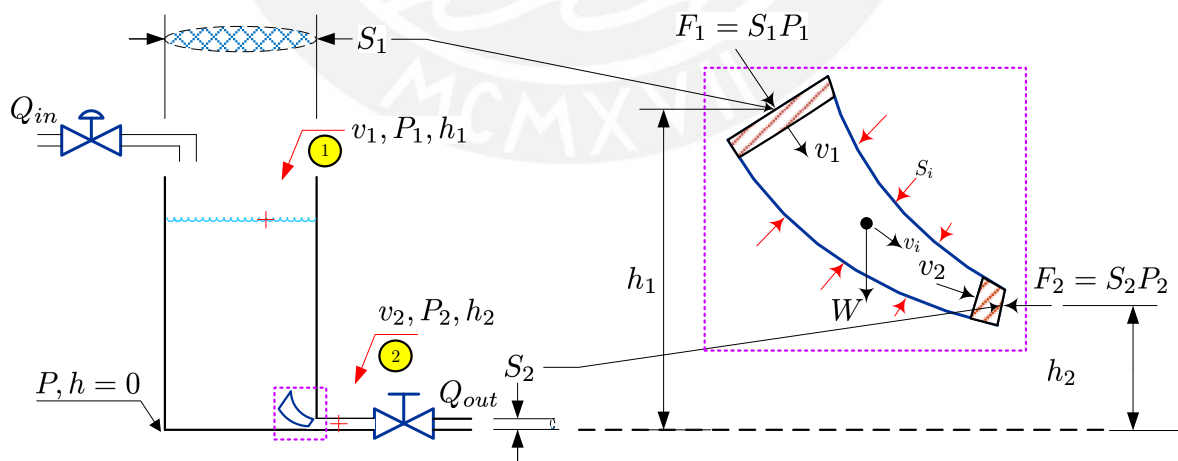


Figura 2.1: Sistema de Nivel de Líquido y localización de fuerzas en la trayectoria del líquido. Fuente: Trueba Coronel (1976).

Las variables involucradas en el modelamiento del sistema se definen según la tabla (2.1).



VARIABLES DE FUNCIONAMIENTO	SÍMBOLO	UNIDADES
Caudal del flujo de entrada en estado estacionario	$Q_{in}$	$[m^3/s]$
Caudal del flujo de salida en estado estacionario	$Q_{out}$	$[m^3/s]$
Altura del punto de referencia en 1, 2	$h_{1,2}$	$[m]$
Presión en el punto 1, 2	$P_{1,2}$	$[Pa]$
Velocidad del flujo en el punto 1, 2	$v_{1,2}$	$[m/s]$
Peso específico del fluido	$\gamma$	$[N/Kg]$
Aceleración de la gravedad	$g$	$[m/s^2]$

Tabla 2.1: Variables necesarias para el análisis del Sistema de Nivel de Líquido.

Para comenzar el análisis deberemos definir el concepto de gasto  $Q$ , el cual se define como “El volumen de agua que pasa por una sección de tubería en una unidad de tiempo”. La velocidad del fluido en cada sección transversal será definida como  $v_i$ . Para realizar una análisis simplificado del fenómeno de descarga del tanque a la tubería podemos modelar un conducto virtual de forma caprichosa, por el cual se desaloja el fluido, como se observa en la figura (2.1)

Cuando el gasto es igual en todas las secciones transversales del modelo de descarga, se dice que el régimen de descarga es permanente o de régimen permanente. Cuando el conducto es de sección variable como el modelo y de régimen permanente se cumple que la velocidad es diferente para cada sección e inversamente proporcional a ella, de tal forma que :

$$Q = S_1 v_1 = S_i v_i \dots = S_2 v_2 \tag{2.3}$$

De esta forma definimos en la ecuación (2.3) la “Ecuación de continuidad”, necesaria para efectuar los siguiente análisis. Otro aspecto que se puede analizar en la descarga del fluido es las fuerzas que interactúan en el fenómeno. Estas fuerzas se encuentran representadas también en la figura 2.1. El volumen de fluido analizado está sometido a su propia masa, que es la fuerza  $W$  que pasa por el centro de gravedad. La acción del líquido del tanque también ejerce una fuerza  $F_1$  sobre  $S_1$  y empuja el fluido por la tubería, el cual por simpleza se considera normal a la sección y cuya intensidad es el producto de la sección por la presión del líquido, según la ecuación (2.4).

$$F_1 = P_1 S_1 \tag{2.4}$$

Otra fuerza presente es la reacción del liquido que ingresa a la tubería de descarga, y esta representado por la ecuación (2.5).

$$F_2 = P_2 S_2 \tag{2.5}$$

Algunas fuerzas importantes también son generadas a partir del frotamiento del fluido con las paredes de la tubería. Como veremos en el modelamiento del sistema, este fenómeno tiene una gran influencia en la circulación del fluido, pues depende del nivel de rugosidad las paredes, del diámetro de la tubería, y longitud del conducto.

Efectuadas ya las asunciones necesarias, analizaremos el sistema completo de la figura 2.1. El objetivo es encontrar una relación entre el flujo de salida  $Q_{out}$  y la altura de nivel del fluido

almacenado  $h_i$ . Asumiendo que no hay pérdida de carga entre los puntos ① y ②, podemos aplicar el teorema de Bernoulli, principio básico de la Hidráulica, según la ecuación :

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} \quad (2.6)$$

Donde  $h_i$  son las cargas de altura,  $\frac{v_i^2}{2g}$  son las cargas de velocidad y  $\frac{P_i}{\gamma}$  son las cargas de presión. Considerando la localización de fuerzas en la trayectoria del líquido, al aplicar el teorema de Bernoulli al modelo físico de descarga del fluido por la tubería se obtiene la ecuación (2.7) :

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + \xi \frac{v_2^2}{2g} \quad (2.7)$$

Donde se ha introducido el término  $\xi$  debido al fenómeno del frotamiento del fluido al nivel de la intersección del tanque con la tubería de descarga, el cual representa una resistencia adicional proporcional a la velocidad de salida. Llamaremos a este término *coeficiente de resistencia*. También se puede considerar la velocidad de cambio de nivel en el punto ①  $v_1$  nula en comparación a la velocidad de descarga  $v_2$ . La altura  $h_2$  se considera nula. Definimos una variable auxiliar  $H$  el cual es la suma de cargas de posición y de presión según la ecuación (2.8).

$$H = h_1 + \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} \quad (2.8)$$

Es fácil ver que si el tanque es ventilado y la tubería de descarga se encuentra a presión atmosférica, entonces:

$$H = h_1 \quad (2.9)$$

Combinando la ecuación (2.8) en la ecuación (2.7), tenemos:

$$H = (1 + \xi) \frac{v_2^2}{2g} \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) nos permite calcular la velocidad de salida del fluido  $v_2$  según la ecuación (2.11).

$$v_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}} \sqrt{2gH} = \phi \sqrt{2gH} \quad (2.11)$$

Donde se ha definido  $\phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}}$  como *coeficiente de velocidad*.

### Teoría de Chorros

En segundo punto, debemos considerar la teoría de circulación de fluidos por el orificio de descarga. Estos estudios reciben el nombre de *Teoría de Chorros* y se basan en el fenómeno de que cuando el fluido sale por un orificio, sufre una contracción que llega a ser notoria en la sección contraída

Algunos ejemplos de circulación de fluidos por orificios se muestran en la figura (2.2). La primera imagen muestra el comportamiento de un fluido cuando atraviesa un orificio biselado. En la segunda imagen se puede apreciar que es posible eliminar la sección contraída del chorro dándole al orificio una forma abocinada, de tal forma que al salir el líquido la sección del orificio sea igual a la del chorro.

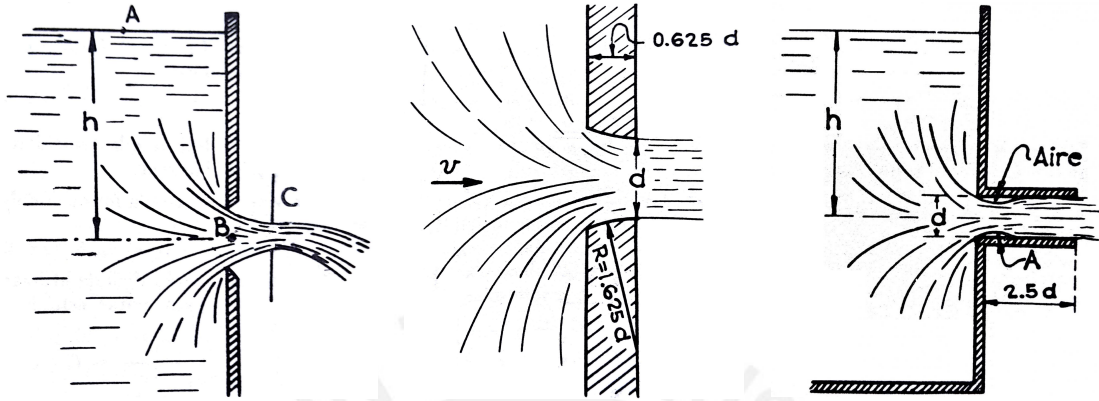


Figura 2.2: Diferentes tipos de circulación de fluidos por orificios. Fuente : Trueba Coronel (1976)

Es de interés nuestro analizar el caso en el cual la salida del orificio esta conectado a un tubo corto. En esta situación el fluido se comporta de forma similar a cuando sale por un orificio biselado, originándose una sección contraída y luego expansionándose para llenar completamente la tubería. Esta turbulencia genera una bolsa de aire, el cual es arrastrado en parte por el fluido. Esta burbuja de aire hace que la presión en el punto A sea menor que la presión a la salida de la tubería, por lo que aumenta la carga de velocidad ( $\frac{v_A^2}{2g}$ ), y al aumentar la velocidad aumenta el gasto  $Q_A$ , por lo que en un tubo corto el gasto es mayor al de un orificio practicado en una pared delgada con las mismas dimensiones.

Volviendo a tratar el sistema de nivel de líquido, podemos ver que el fenómeno de descarga es similar al tratado en la figura 2.2.c, lo cual supone una corrección a la ecuación obtenida para la velocidad en el punto de descarga (Ec. (2.11)).

Si consideramos como  $S_{ch}$  la superficie de contracción del chorro, podemos redefinir el gasto  $Q_{out}$  según la ecuación (2.12).

$$Q_{out} = S_{sh} v_2 = \epsilon S_2 \phi \sqrt{2gH} \quad (2.12)$$

Donde hemos introducido el término  $\epsilon$ , el cual recibe el nombre de *coeficiente de contracción* y se calcula a partir de la razón de las áreas transversales del chorro  $S_{ch}$  y de la tubería de descarga  $S_2$ , como se puede observar en la ecuación (2.13).

$$\epsilon = \frac{S_{ch}}{S_2} = \left(\frac{d_{ch}}{d_2}\right)^2 \quad (2.13)$$

Si hacemos  $\mu = \epsilon \phi$ , tenemos una expresión general para el gasto de salida de la tubería:

$$Q_{out} = \mu S_2 \sqrt{2gH} \quad (2.14)$$

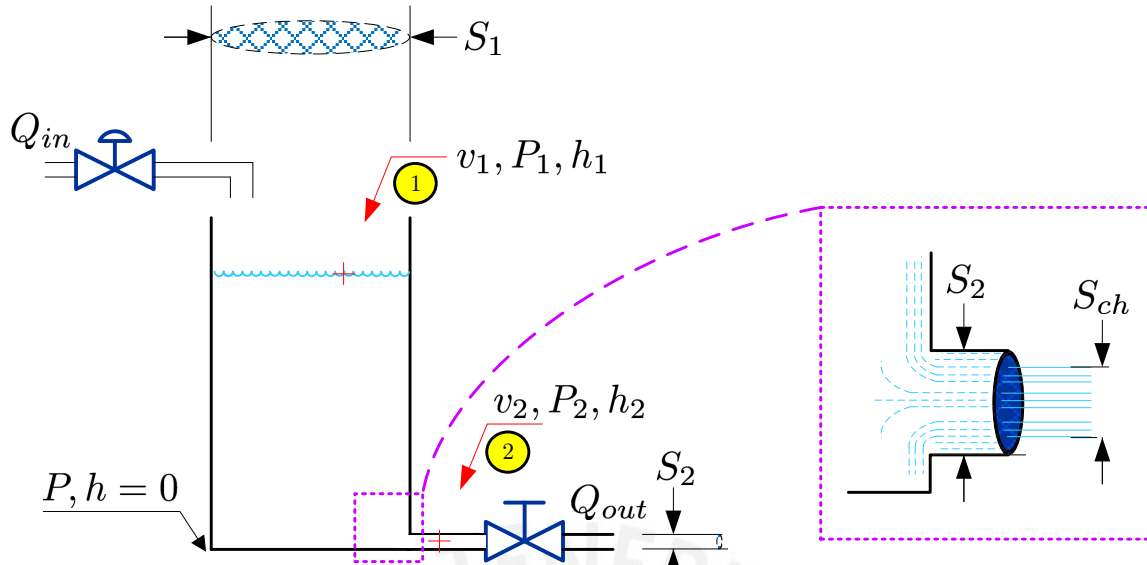


Figura 2.3: Contracción del chorro en la tubería de salida. Fuente: Elaboración propia.

Donde  $\mu$  es llamado *Coefficiente de gasto*. Este valor se puede estimar experimentalmente con un tanque en el cual se mide la carga de altura  $h$  y se deja circular el fluido por un determinado tiempo  $\Delta T$ , recogiendo el volumen drenado por el orificio en otro recipiente para medir dicho volumen  $V$ . Conociendo  $h$  y midiendo el diámetro del orificio  $S_2$ , según ecuación (2.15).

$$\mu = \frac{Q}{S_2 \sqrt{2gh}} = \frac{\frac{V}{\Delta T}}{S_2 \sqrt{2gh}} \quad (2.15)$$

Los gastos para los casos de la figura 2.2 con sus respectivos coeficientes de contracción se muestran en la ecuación (2.16) (Trueba Coronel, 1976).

$$\begin{aligned} Q_{out} &= 0,61 S \sqrt{2gh}, & \text{orificio biselado de pared corta} \\ Q_{out} &= 0,82 S \sqrt{2gh}, & \text{orificio con tubería corta de pared corta} \\ Q_{out} &= 0,97 S \sqrt{2gh}, & \text{orificio abocinado de pared gruesa} \end{aligned} \quad (2.16)$$

### Teoría de Obstrucciones

En hidráulica, se entiende por obstrucción a la condición geométrica de un canal de fluidos que introduce una resistencia en el fluido. La resistencia al paso del fluido se caracteriza en términos de la relación de caída de presión - flujo. Ya hemos abordado un tipo de obstrucción, el cual son los orificios. Pero usualmente en los Sistemas Hidráulicos con Tanques Interconectados encontramos otros tipos de obstrucciones tales como boquillas, válvulas, como se muestra en la figura 2.4, cada una con su propia característica de caída de caudal. Algunas veces estas características se encuentran detalladas en el manual del fabricante que provee las válvulas. Otras veces puede ser determinado mediante ensayos en laboratorio. Pero en general, en

el análisis de Sistemas de Control, estos elementos se consideran como *obstrucciones cortas* (Umez-Eronini et al., 2001) .

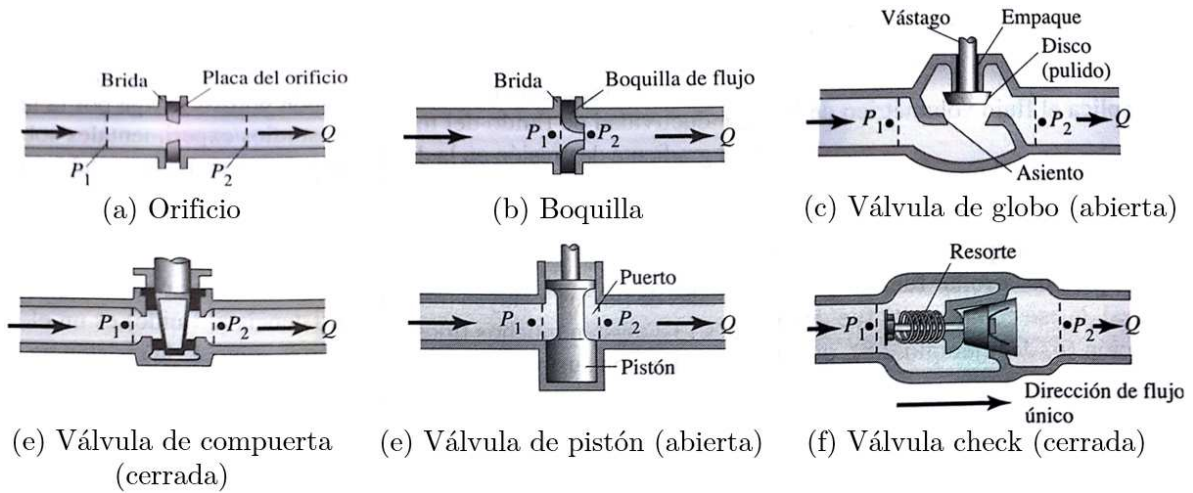


Figura 2.4: Ejemplos de obstrucciones largas. Fuente: Umez-Eronini et al. (2001)

Una obstrucción corta se caracteriza por un almacenamiento despreciable de fluido y una longitud reducida, por lo que las fuerzas de fricción son despreciables. Se dice entonces que la pérdida de carga  $h_L \approx 0$ <sup>1</sup> para el componente. El comportamiento general de una obstrucción corta ideal es determinado por la ecuación (2.17).

$$Q_{1-2} = C \operatorname{sgn}(P_1 - P_2) (|P_1 - P_2|)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2.17)$$

Donde la variable  $C$  depende de la sección transversal del flujo (área del orificio, apertura de la válvula, etc) y  $\alpha$  tiene un valor cercano a 2.0. Las válvulas de mejor calidad tienen un comportamiento similar al de una obstrucción corta ideal.

Otro tipo de obstrucción son las *obstrucciones largas*. Se considera una obstrucción larga ideal un canal de fluido con una sección transversal uniforme y un longitud moderada, o también con almacenamiento de líquidos muy pequeños (como en el caso de las válvulas). Un ejemplo de obstrucción larga se presenta en la figura (2.5). Otras características de los canales de fluido determinan la naturaleza de la obstrucción tales como la geometría, la rigidez del conducto, la velocidad del fluido. Estas características determinan la magnitud de la pérdida de carga  $h_L$ . La aplicación del principio de Bernoulli al componente de la figura (2.5) deriva en :

$$h_{L1-2} = \frac{1}{\rho g} (P_1 - P_2)_f \quad (2.18)$$

Donde el subíndice  $f$  se usa para denotar que la caída de presión  $(P_1 - P_2)$  se debe exclusivamente a la fuerza de resistencia del fluido  $F_f$ . Otros modelamientos para la pérdida de carga en tuberías se muestran en la ecuación (2.19).

<sup>1</sup>Término que representa la resistencia del fluido por una tubería.

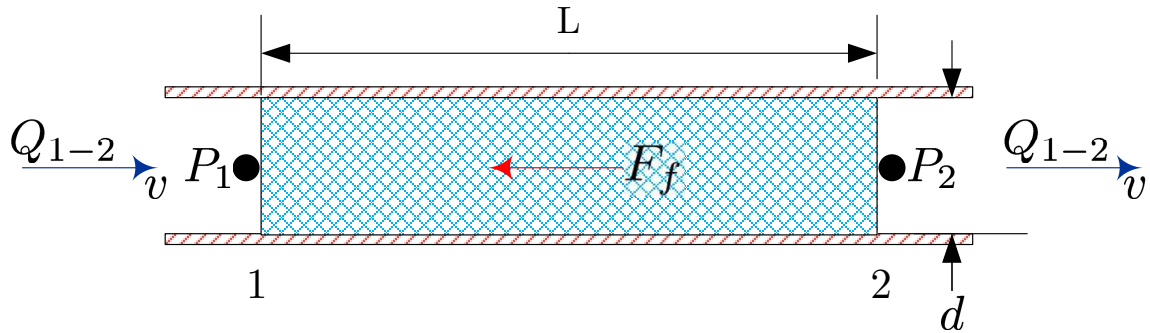


Figura 2.5: Obstrucción larga en un conducto. Fuente: Umez-Eronini et al. (2001)

$$h_{L1-2} = f \frac{Lv^2}{2dg}, \quad \text{Darcy - Weisbach} \quad (2.19a)$$

$$h_{L1-2} = \frac{32\mu Lv}{\rho g d^2}, \quad \text{Hagen - Poiseuille} \quad (2.19b)$$

Donde  $d$  es el diámetro interno del tubo,  $L$  es la longitud del canal,  $f$  se calcula a partir del número de Reynolds y de la aspereza del canal y  $\mu$  es un factor de fricción.

### 2.3.2. Modelado de Sistemas de Nivel de Líquido Interactuantes

Hasta ahora se ha derivado un modelo matemático para un tanque con un orificio de descarga. Se consideró que la descarga se efectúa hacia un depósito al aire libre, por lo que la presión en la salida es la atmosférica  $P_{atm}$ . Sin embargo, cuando el orificio de descarga está acoplado a un sistema de almacenamiento, como se observa en la figura, debemos asumir que los orificios se encuentran *completamente ahogados*.

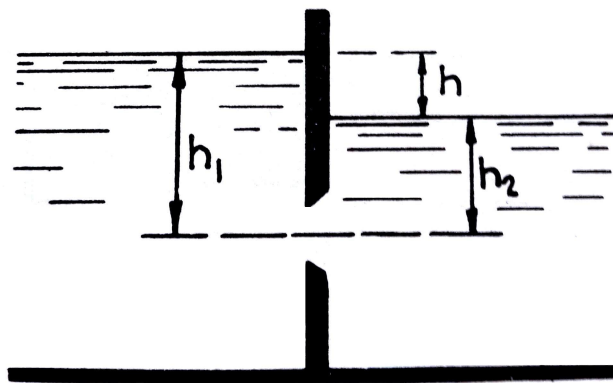


Figura 2.6: Orificios totalmente ahogados. Fuente: Trueba Coronel (1976)

Entonces el gasto entre los dos depósitos acoplados estará descrito por la ecuación (2.20):

$$Q = C S \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

$$Q = C S \sqrt{2gh} \quad (2.20)$$

Este modelo también puede ser aplicado a un sistema que esta acoplado por una tubería corta. En este caso el coeficiente  $C$ , llamado *coeficiente de gasto*, posee valores específicos para diferentes formas y dimensiones que posea el conducto. Cabe resaltar que esta expresión es solo válida cuando el nivel del líquido en ambos tanques está por encima de la tubería de acoplamiento. Ahora aplicaremos este concepto al sistema interconectado mostrado en la figura (2.7).

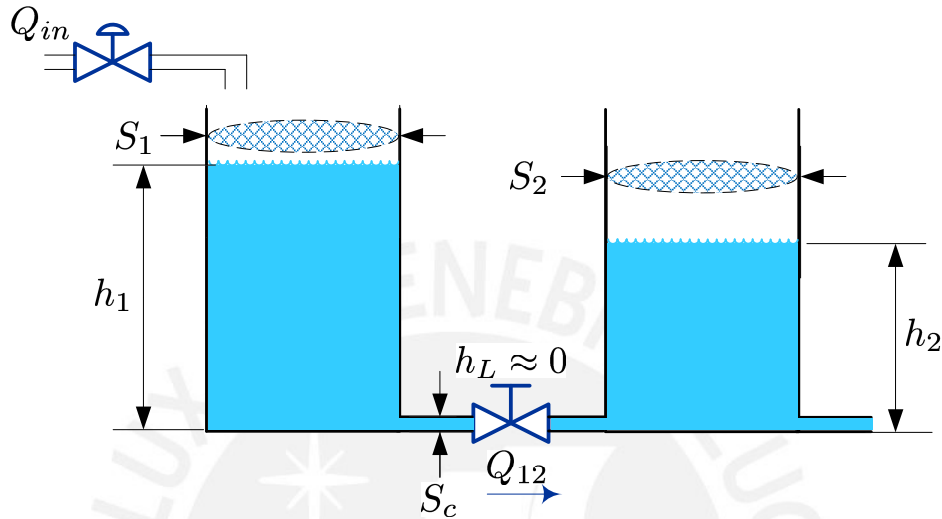


Figura 2.7: Sistema de Nivel de Líquido con Interacción. Fuente: Elaboración Propia

Donde se asume que la válvula representa un obstrucción corta ideal, por lo que la pérdida de carga  $h_L$  se puede despreciar. El gasto  $Q_{12}$ , que también representa el flujo entre los tanques 1 y 2 se puede expresar de la siguiente forma :

$$Q_{12} = C S_c \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) es válida siempre y cuando  $h_1 > h_2$ . En un caso más general, deberemos usar la función signo para indicar el sentido del flujo. Considerando como positivo un flujo del tanque 1 al 2, se plantea la ecuación (2.22) como generalización a la ecuación (2.21):

$$Q_{12} = C S_c \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \quad (2.22)$$

Otro tipo de Sistema de Tanques Interconectados de interés de estudio se configura con dos tanques ubicados en diferentes alturas unidos por una sección de tubería de longitud  $H$ , sección transversal  $S_c$ , como se muestra en la figura 2.8.

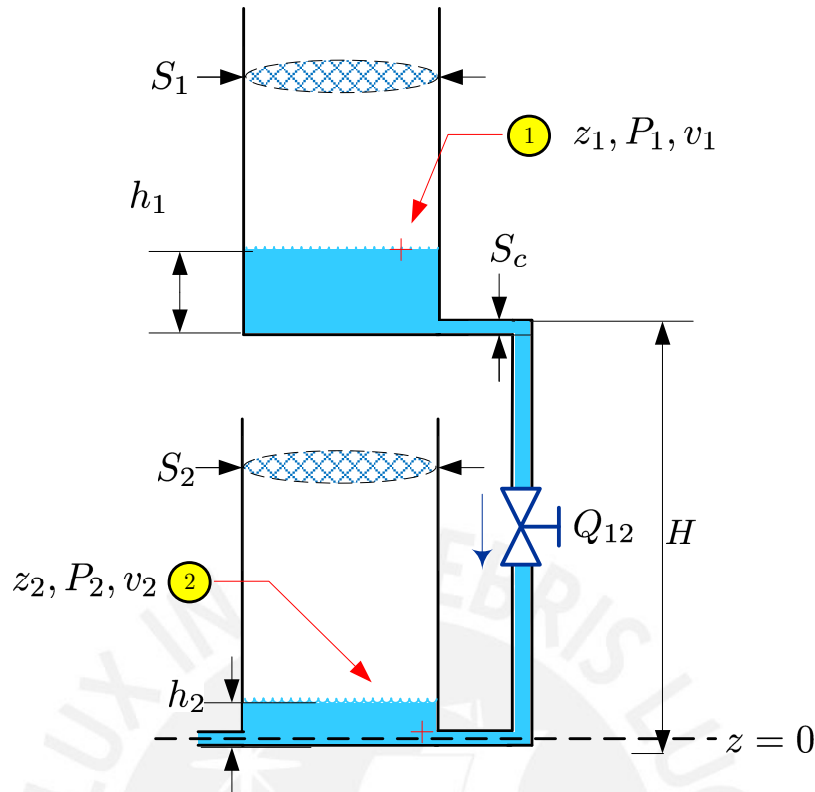


Figura 2.8: Sistema de Nivel de Líquido con Interacción configuración . Fuente: Elaboración Propia

El objetivo de análisis de este sistema es hallar un modelo para el flujo del tanque 1 al tanque 2 en función de las alturas instantáneas  $h_i$  de los tanques en mención. El problema puede ser abordado nuevamente aplicando Ley de Bernoulli entre los puntos ① y ②, según el esquema de la figura 2.8.

$$z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} \quad (2.23)$$

Para obtener una expresión para la velocidad de entrada del fluido al tanque 2  $v_2$ , deberemos efectuar las siguientes asunciones. La velocidad  $v_1$  es mucho menor que  $v_2$  debido a las dimensiones del tanque, por lo tanto se considera  $v_1 \approx 0$ . Además  $P_1 = P_{atm}$  y  $P_2 = P_{atm} + \rho g h_2$ . Resolviendo la ecuación (2.23) obtenemos una expresión para la velocidad  $v_2$ .

$$v_2 = \sqrt{2g} \sqrt{h_1 + H - h_2} \quad (2.24)$$

Por lo que el gasto  $Q_{12}$  queda definido como:

$$Q_{12} = S_p v_2 = S_p \sqrt{2g} \sqrt{h_1 + H - h_2} \quad (2.25)$$

Finalmente, debemos asegurar una coherencia matemática en el modelo de la ecuación (2.25), por lo que añadimos una restricción para la existencia del valor del flujo  $Q_{12}$  cuando  $h_1 > 0$ , como se observa en la ecuación (2.26).



$$Q_{12} = \mu S_p \sqrt{2g} (\text{sgn}(h_1))^2 \sqrt{h_1 + H - h_2} \quad (2.26)$$

Donde  $\mu$  representa el coeficiente de gasto debido a la presencia de la válvula y de las fricciones de la tubería y  $H$  es la columna de líquido medida entre el orificio de salida del tanque 1 al orificio de entrada del tanque 2.

## 2.4. Sistema Interconectado de Cuatro Tanques en Serie

El sistema que se usará como objeto de estudio será una variante al Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie, el cual es una expansión del sistema interconectado de tres tanques interconectados (Bismarckstr Amira, 1994). Un diagrama esquemático del sistema es mostrado en la figura 2.9.

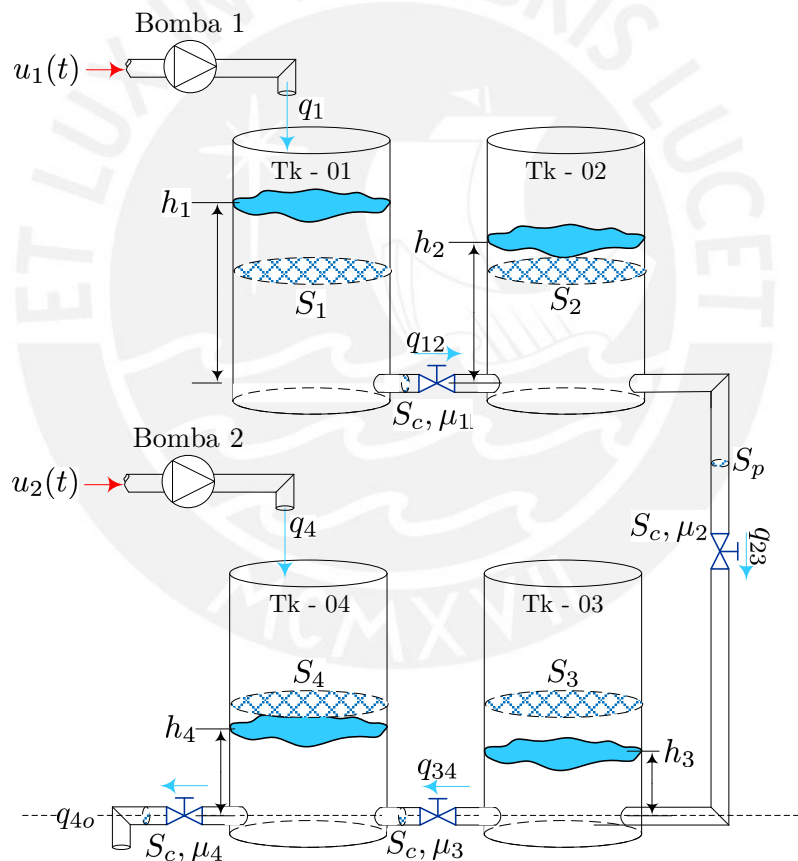


Figura 2.9: Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie. Fuente: Elaboración Propia

El interés por este sistema como modelo para estudiar el diagnóstico en Sistemas Hidráulicos es que posee muchos de los componentes que son encontrados usualmente en procesos industriales, tales como válvulas, bombas, reservorios, tuberías, instrumentos de medida, etc. Otra razón para abordar este sistema, a saber del autor, existe escasa documentación acerca de experimentos o desarrollos para esta variante, tanto en el campo del control como el de diagnóstico.

El diagrama esquemático de la figura 2.9 consiste en cuatro cilindros del mismo diámetro ( $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S$ ). Los tanques interactúan mediante tuberías cilíndricas de longitud corta de secciones transversales  $S_c$ . Existen válvulas que regulan el gasto mediante el % de apertura en influyen en el valor del coeficiente de gasto  $\mu_i$  (ver ecuación (2.15)). La descarga del sistema esta ubicada en el cuarto tanque. Las dos bombas controlan los flujos de entrada  $q_1$  y  $q_4$ . Desde el punto de vista del control, el objetivo es regular el nivel del tanque 1 ( $h_1$ ) y del tanque 4 ( $h_4$ ) ajustando los flujos de entrada  $q_1$  y  $q_4$ .

Aplicando la ley de Torricelli, el principio de Bernoulli y conservación de materia, la dinámica del sistema de cuatro tanques puede ser descrito por:

$$\begin{aligned} S\dot{h}_1 &= q_1 - q_{12} \\ S\dot{h}_2 &= q_{12} - q_{23} \\ S\dot{h}_3 &= q_{23} - q_{34} \\ S\dot{h}_4 &= q_{34} + q_4 - q_{4o} \end{aligned} \quad (2.27)$$

El gasto<sup>2</sup> entre el tanque  $i$  y  $j$ , representado como  $q_{ij}$  se obtiene a partir de la ecuación (2.28).

$$q_{ij} = \mu_i S_c \operatorname{sgn}(h_i - h_j) \sqrt{2g|h_i - h_j|} \quad (2.28)$$

Con excepción del flujo entre el tanque 2 y 3, el cual se calcula mediante:

$$q_{23} = \mu S_c \sqrt{2g} \operatorname{sgn}^2(h_2) \sqrt{h_2 + H - h_3} \quad (2.29)$$

Y el flujo por la tubería de descarga, ubicada en el tanque 4 se calcula según la ecuación (2.30):

$$q_{4o} = \mu_4 S_c \sqrt{2gh_4} \quad (2.30)$$

Por lo tanto, el modelo en espacio de estados que describe la dinámica del Sistema de Cuatro Tanques interconectados en Serie tiene la siguiente forma :

$$\dot{x} = f(x, u, t) = \begin{Bmatrix} -a_1 s(\delta x_{12}) + \frac{q_1}{S} \\ a_1 s(\delta x_{12}) - a_2 s_H(\delta x_{23}) \\ a_2 s_H(\delta x_{23}) - a_3 s(\delta x_{34}) \\ a_3 s(\delta x_{34}) - a_4 \sqrt{x_4} + \frac{q_4}{S} \end{Bmatrix}, \quad y = h(x, u, t) = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Donde  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$  es el vector de estado compuesto por las alturas  $x_i$  como del nivel del tanque  $i$  y por simpleza también se ha definido:

$$\delta x_{ij} = x_i - x_j, \quad s(x) = \operatorname{sgn}(x) \sqrt{|x|}, \quad s_H(\delta x_{23}) = \operatorname{sgn}^2(x_2) \sqrt{x_2 + H - x_3} \quad (2.32)$$

$$a_i = \mu_i \frac{S_c}{S_i} \sqrt{2g}, \quad \text{para } i = 1, 2, 3, 4. \quad (2.33)$$

Se dice que el modelo matemático descrito por la ecuación (2.31) describe la dinámica de un *sistema híbrido* debido a que no puede ser representado y analizado con suficiente precisión solo por la teoría de sistemas continuos o solo por los métodos de modelamiento de los sistemas discretos (Engell et al. (2003)). Esto es debido a la naturaleza semidiscreta de la función  $\operatorname{sgn}$ , continua pero no derivable en  $(0,0)$ .

<sup>2</sup>De ahora en adelante llamado flujo

## 2.5. Diagrama de Bloques del Sistema

En los laboratorios de Control Avanzado de la Pontificia Universidad Católica del Perú se cuenta con una planta que configura un sistema hidráulico de tanques interconectados, el cuál además, posee equipamiento industrial tales como sensores de nivel basados en presión, flujómetros magnéticos, válvulas neumáticas de control, rotámetros, bombas, variadores de velocidad, como se muestra en la figura 2.10.



Figura 2.10: Planta piloto para investigar técnicas de FD y FTC en Sistemas con Tanques Interconectados. Fuente: MICA-PUCP

La planta piloto de la figura 2.11 se ha configurado de tal forma que se recrea la dinámica del objeto bajo estudio antes analizado. El diagrama P&ID de la figura 2.11 muestra los instrumentos y equipos instalados, sus respectivas etiquetas de identificación (tag), y la configuración de las tuberías del proceso.

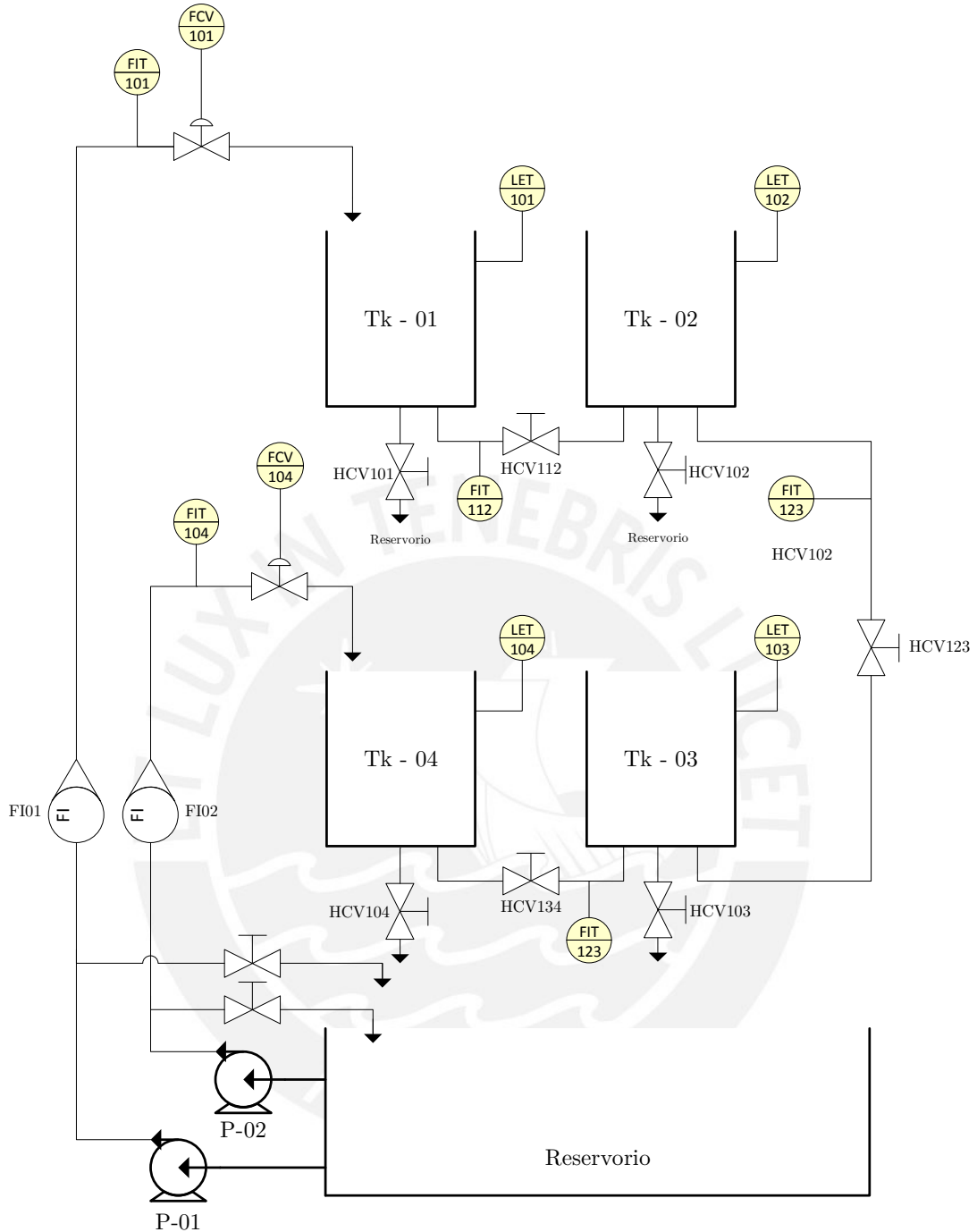


Figura 2.11: Diagrama P&ID de la planta piloto. Fuente: Elaboración propia

A fin de completar los objetivos de la presente tesis, es conveniente desarrollar una plataforma de simulación en Simulink®, en la cual se implementarán las ecuaciones que describen la dinámica del sistema (ver ecuación (2.31)).

En el bloque de la figura 2.12, se representan todos los instrumentos, actuadores y elementos del sistema del diagrama P&ID de la figura 2.11, nombrados por su respectivo tag. La plataforma es flexible, de modo que se pueden emular fugas en tanques, obstrucciones, fallos en actuadores y sensores. Los subsistemas internos tales como los modelos de las bombas, válvulas y tanques se adjuntan detalladamente en el Anexo A.1.

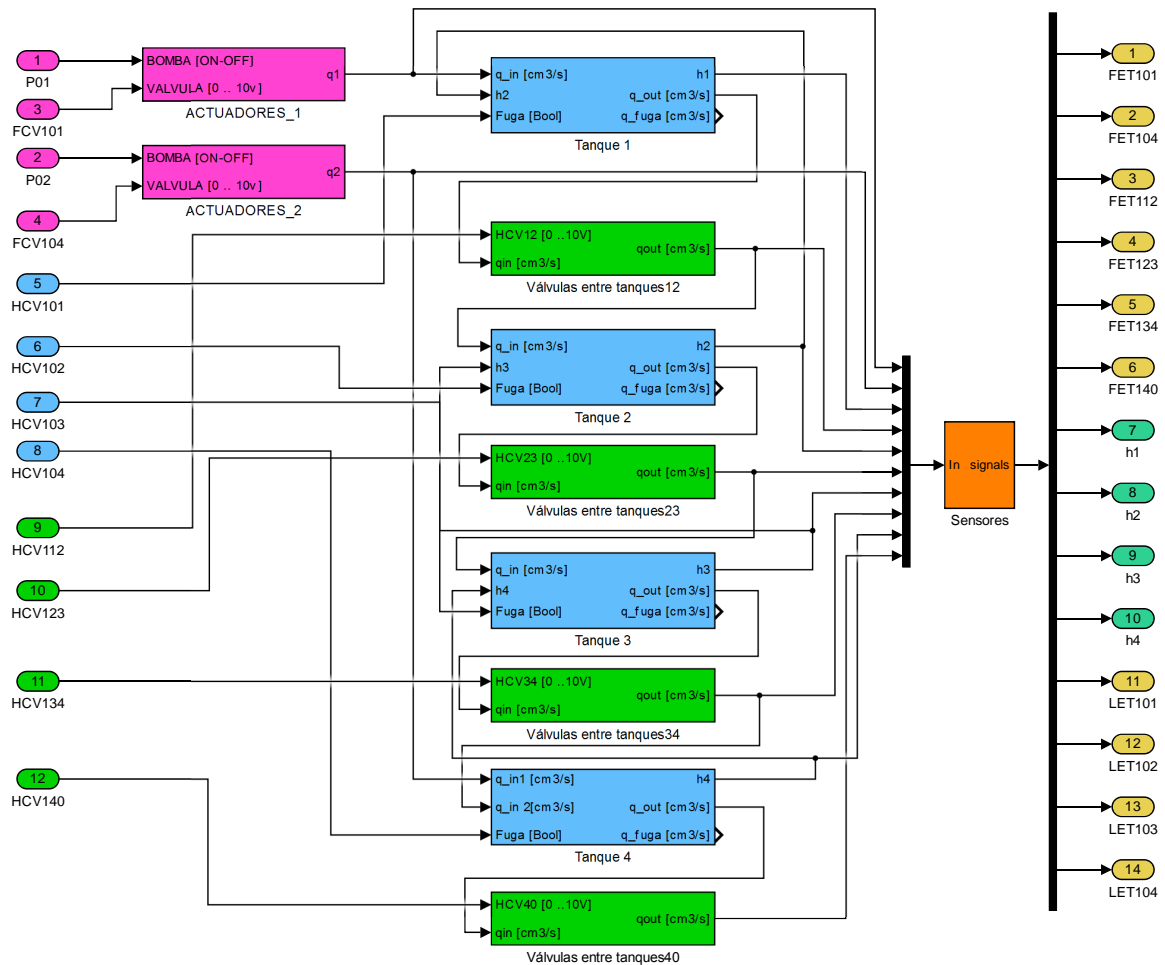


Figura 2.12: Bloque en Simulink® que representa la dinámica de la planta. Fuente: Elaboración propia

La tabla 2.2 contiene los valores de los parámetros de simulación de la planta, los cuales serán usados a través de toda la investigación.

Tabla 2.2: Parámetros de Entrada del Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie

Parámetros de Entrada			
Parámetro	Símbolo	Valor Nominal	Unidades
Área seccional de los tanques	$S$	706.85	$cm^2$
Área seccional de las tuberías	$S_c$	1.27	$cm^2$
Coeficientes de gasto	$\mu_1$	0.45	-
	$\mu_2$	0.20	-
	$\mu_3$	0.65	-
	$\mu_4$	0.82	-
Altura máxima de los tanques	$h_{max}$	40	$cm$
Caudal máximo de entrada	$q_{max}$	400	$\frac{cm^3}{s}$

Algunos parámetros del proceso usados en el diseño de la plataforma de simulación, fueron

obtenidos del sistema físico de la planta piloto, otros valores como los coeficientes de gasto  $\mu_i$ , son configurados en la planta a través de la manipulación de las válvulas de paso entre tanques.

Para un mejor entendimiento de la dinámica del proceso, el sistema es simulado bajo diferentes valores de entradas. Las condiciones iniciales de los estados son  $x_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 10$  y  $x_3(0) = x_4(0) = 0$ .

En la figura 2.13 se puede observar las medidas de los sensores de nivel. Es importante observar la respuesta inversa del sistema sobre la variable  $x_2$  medida por el sensor LTE102. Esta dinámica tiene una explicación física coherente, ya que el nivel inicial en en tanque 2 empieza a llenar la columna de agua de altura  $H$  situada en su descarga al tanque 3, y a la misma vez se descarga hacia el tanque 1.

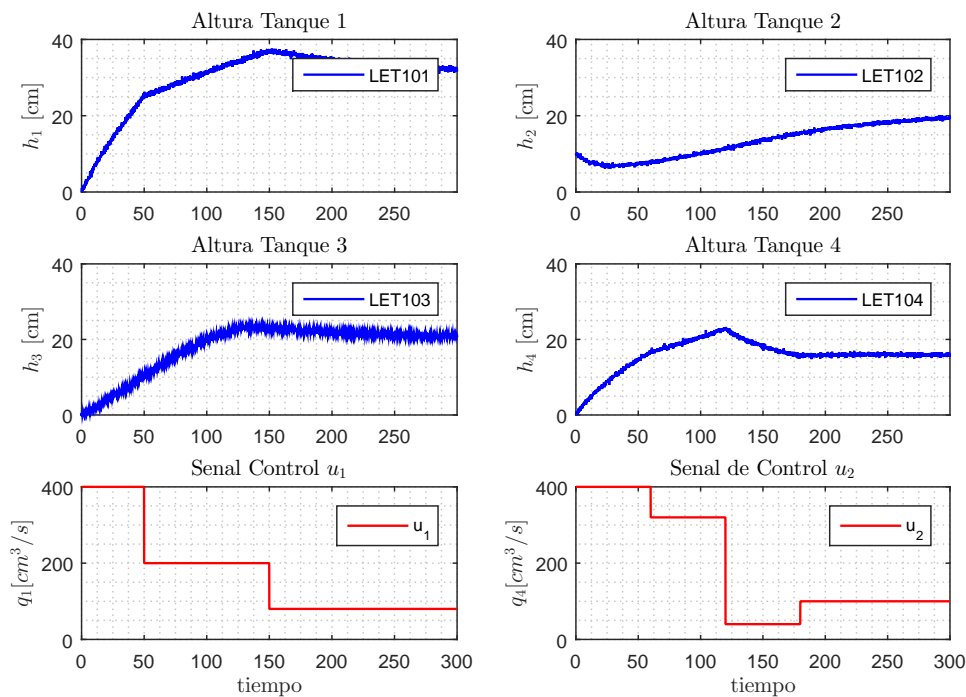


Figura 2.13: Comportamiento dinámico del sistema interconectado de cuatro tanques. Fuente: Elaboración propia

## 2.6. Análisis de Posibles Fallas

El interés de abordar el sistema de cuatro tanques en serie como objeto de estudio para el desarrollo de algoritmos de SDF es debido a que posee muchos de los equipos, componentes e instrumentos encontrados usualmente en procesos industriales, lo cuales, son susceptibles a varios tipos de forma de falla. El origen de estas fallas pueden deberse desde fallas de equipos, sensores, debido a tiempo de uso, exposición a condiciones ambientales agresivas, incidentes físicos, mala manipulación, incorrecta instalación, etc. En la figura 2.14 se representan algunas de las fallas de mayor criticidad en el Sistema Interconectado de Cuatro Tanques,

a continuación se efectúa un análisis y modelamiento de cada una de ellas.

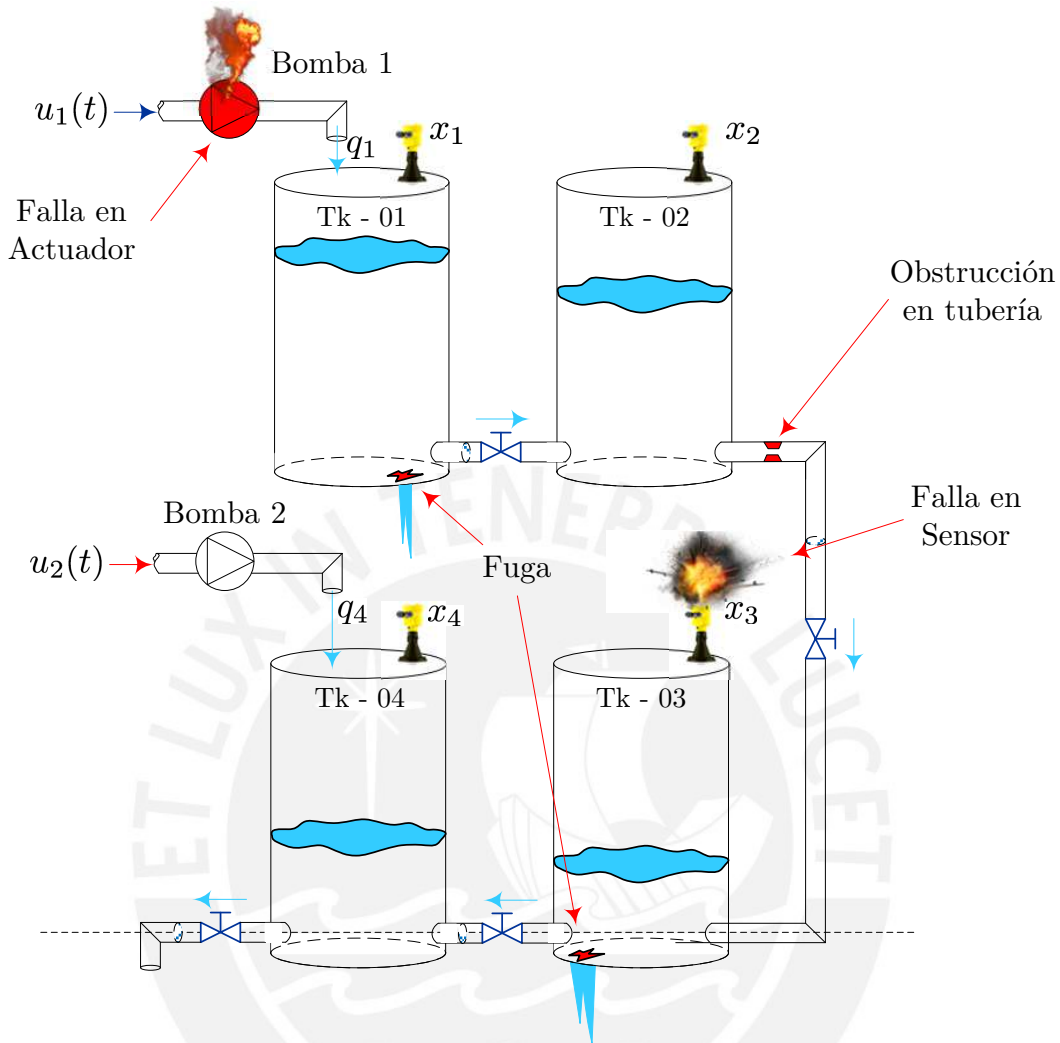


Figura 2.14: Posibles Fallas en el Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie. Fuente: Elaboración Propia

### 2.6.1. Análisis y Modelamiento de Fallos en Sensores

En el enfoque teórico un sensor puede presentar fallas por descalibración (bias), por ruido extremo acoplado con/sin característica flotante (drifted), por pérdida de factor de escalamiento (scaling), o por pérdida de la conexión (loss of signal). En procesos industriales es común encontrar y diagnosticar solo tres tipos de fallos : descalibración, acoplamiento de ruido extremo y desconexión o pérdida de señal. En este caso, las fallas son de naturaleza aditiva. Tomando la ecuación (2.31) e incorporando las fallas obtenemos la ecuación (2.34):

$$y = \begin{bmatrix} x_1 + \eta_1 \\ x_2 + \eta_2 \\ x_3 + \eta_3 \\ x_4 + \eta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{x_1} \\ f_{x_2} \\ f_{x_3} \\ f_{x_4} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Donde  $x_i$  son las lecturas de los sensores en el tanque  $i$ ;  $\eta_i$ , los ruidos asociados a las mediciones, y  $f_{x_i}$  es el componente de falla del sensor  $i$  debido a las causas antes mencionadas.

### 2.6.2. Análisis y Modelamiento de Fallos en Actuadores

Se considera toda falla en actuador a un tipo de falla en equipamiento o componente que afecta a las entradas del sistema. A diferencia de los fallos en sensores, una falla en actuador debe ser representada por fallos aditivos y multiplicativos. Las fallas en actuadores pueden degradar el comportamiento del sistema, conduciendo a la inestabilidad del sistema entero en algunos casos.

Enfocándonos en el Sistema Interconectado de Cuatro Tanques, mostrado en la figura (2.14), es posible identificar que los actuadores son esencialmente bombas. Sin embargo, centrandó nuestra atención en sistemas industriales, es común encontrar válvulas de control de flujo asociadas a bombas, por lo que, desde un punto de vista más amplio, debemos considerar ambos tipos de equipamiento.

Los tipos de bombas de uso más común en entornos industriales son las *bombas centrífugas*<sup>3</sup> y las *bombas peristálticas*<sup>4</sup>. En el caso de las válvulas, para propósitos de control se prefieren las *válvulas neumáticas de control de flujo*, debido a su rapidez y bajo consumo energético<sup>5</sup>.

En la tabla 2.3 se muestra un análisis de algunas fallas (las que influyen directamente sobre el flujo entregado) comunes reportadas en estos actuadores. Las fallas se clasifican por su efecto aditivo o multiplicativo sobre el flujo entregado. El modelo de falla de los actuadores se presenta en la ecuación (2.35).

$$\begin{bmatrix} q1 \\ q4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(u_1) \\ f(u_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{u_1} \\ f_{u_2} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Donde  $u_1$  y  $u_2$  son las entradas globales del sistema,  $\alpha_i \in [0; 1]$  es el coeficiente de efectividad del actuador y  $f_{u_i}$  es la falla aditiva de cada entrada.

### 2.6.3. Análisis y Modelamiento de Fallos en Componentes

Desde el punto de vista de la Ingeniería de Procesos, se define a componentes del sistema como los elementos de proceso que configuran el sentido o la necesidad del sistema. Según la figura 2.14, las posibles fallas en componentes se pueden presentar en los tanques de almacenamiento y las tuberías de interconexión.

Los tanques pueden fallar debido a la presencia de una fuga. Este tipo de falla puede tener múltiples causas como, por ejemplo, la exposición a líquidos corrosivos, presiones elevadas, fatigas térmicas (cambios bruscos de temperatura) o fallas en uniones soldadas. Las fugas

<sup>3</sup>Usadas para bombear fluidos limpios, de relativa viscosidad y no corrosivos

<sup>4</sup>Usada para bombear fluidos con concentración de sólidos y productos químicos corrosivos

<sup>5</sup>Debido a que usa aire comprimido como elemento accionador



Tabla 2.3: Fallas típicas en Bombas Centrífugas y Válvulas Neumáticas de Control

Fallos típicos y su naturaleza			
Parte del Actuador	Fallas	Naturaleza de la Falla	
		Aditiva	Multiplicativa
Bomba Centrífuga			
Parte Mecánica	Desgaste/pérdida de cojinetes		✓
	Pérdida de propulsor		✓
	Incrustación de objeto extraño en la succión y/o descarga		✓
	Fuga en la succión y/o descarga	✓	
	Rotura del eje		✓
Parte Eléctrica	Caidas de voltaje / cortocircuitos en los campos	✓	✓
Válvula Neumática de Control			
Parte Mecánica	Alta fricción del vástago		✓
	Desgaste del asiento / daño en el obturador	✓	
	Insuficiente lubricación del muelle		✓
	Descalibración del posicionador / obturación incompleta	✓	
Parte Neumática	Baja presión de servicio		✓
	Fuga de aire en la cámara o en las líneas de alimentación	✓	✓

pueden presentarse en cualquier parte del tanque, sin embargo, por simpleza matemática, se puede representar como una fuga a nivel de la base del tanque según la ecuación (2.36).

$$\begin{aligned}
 q_{leak_{TK1}} &= \theta_{L_1} \sqrt{2gh_1} \\
 q_{leak_{TK2}} &= \theta_{L_2} \sqrt{2gh_2} \\
 q_{leak_{TK3}} &= \theta_{L_3} \sqrt{2gh_3} \\
 q_{leak_{TK4}} &= \theta_{L_4} \sqrt{2gh_4}
 \end{aligned}
 \tag{2.36}$$

Donde  $\theta_{L_i}$  es un parámetro que cuantifica la magnitud de la fuga en el tanque  $i$ . Aunque las tuberías también pueden presentar fugas, es más complicado poder hallar un modelo para este tipo de evento. Además, los efectos de este tipo de fallo podrían confundirse con una fuga a nivel de los tanques debido a que las dimensiones del sistema no involucran grandes caudales. Sin embargo una obstrucción sí podría tener efectos medibles en el comportamiento del sistema. Su efecto principal sería el de incrementar la resistencia del flujo a través de la tubería de interconexión. Modificando la ecuación (2.28) para incluir los efectos de una obstrucción, planteamos la ecuación (2.37).

$$\begin{aligned}
 q_{12} &= \theta_{C_{12}} \mu_1 S_c \operatorname{sgn}(h_1 - h_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \\
 q_{23} &= \theta_{C_{23}} \mu_2 S_c \operatorname{sgn}(h_2 - h_3) \sqrt{2g|h_2 - h_3|} \\
 q_{34} &= \theta_{C_{34}} \mu_3 S_c \operatorname{sgn}(h_3 - h_4) \sqrt{2g|h_3 - h_4|} \\
 q_{4o} &= \theta_{C_{4o}} \mu_{S_c} \sqrt{2gh_4}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Donde  $\theta_{C_{ij}} \in [0; 1]$  es un parámetro para cuantificar la falla por obstrucción en la tubería que va del tanque  $i$  al  $j$ .

## 2.7. Análisis de Observabilidad

### 2.7.1. Generalidades

El diseño de observadores para sistema no lineales es siempre una tarea complicada. A pesar de que existen técnicas de diseño a partir de la linearización de un sistema, es interesante analizar las limitaciones de este enfoque. El diseño de observadores no lineales parece ser una excelente solución para este problema. Sin embargo, la mayoría de sistemas poseen grandes cantidades de no linealidades, lo que hace imposible el desarrollo de observadores no lineales.

A continuación se hace estudio de la observabilidad del sistema no lineal representado por la ecuación (2.31), el cual se considera necesario a fin de poder asegurar la construcción del filtro escogido para la estimación de estados y parámetros, necesarios para el desarrollo del algoritmo del SDF. En este sentido, en este capítulo se aborda solo la observabilidad general del sistema, para el modelo determinista.

Antes de empezar el análisis, es conveniente definir brevemente algunas definiciones matemáticas de Observabilidad. Un sistema no lineal, como el descrito por la ecuación (2.38) puede ser :

- **Globalmente Observable**, si todas las condiciones iniciales  $x_o$  pueden ser determinadas unicamente con  $y(t)$  y  $u(t)$  en todo el dominio de  $x_o \in D_x, \forall u \in D_u$
- **Localmente Observable** alrededor de un punto  $x_p$ , si todas las condiciones iniciales  $x_o$  en una vecindad  $\|x_o - x_p\| < \rho$  de  $x_p$  pueden ser determinadas unicamente con  $y(t)$  y  $u(t)$  en todo el dominio de  $x_o \in D_x, \forall u \in D_u$
- **Observable en un punto estacionario**  $\bar{x}$ , si todas las condiciones iniciales  $x_o$  pueden ser determinadas unicamente con  $y(t)$  y  $u(t)$  en una vecindad restringida ( $\|x_o - \bar{x}\| < \varepsilon_x, \|u - \bar{u}\| < \varepsilon_u$ ) del punto estacionario  $\bar{x}, \bar{u}$  con  $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ .

Algunos conceptos adicionales para una definición mas formal de la observabilidad se pueden encontrar en (Besançon, 2007).

Cabe resaltar que el análisis de observabilidad global es el que requiere mas trabajo de desarrollo, aún para sistemas no lineales de bajo orden como el Sistema Interconectados de Tres Tanques, puede representar algunos desafíos (Córdova Ricapa (2016)). Es por esto que

el sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie representa un desafío aún mayor (por ser de 4<sup>to</sup> orden), lo cual se verá con mayor claridad matemática en los siguientes desarrollos.

Dado que el análisis de observabilidad usa la representación en espacio de estados, es necesario reescribir el modelo matemático del sistema de cuatro tanques serie descrito en Ec. (2.31) de forma vectorial y determinista.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x) u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Donde el vector de estado  $x$  que representa las alturas de los tanques y  $u(t) = [q_1 \ q_4]^T$  es el vector de entrada. Las funciones  $f(x, t)$  y  $g(x, t)$  están definidas como:

$$f(x, t) = \begin{Bmatrix} -a_1 s(\delta x_{12}) \\ a_1 s(\delta x_{12}) - a_2 s_H(\delta x_{23}) \\ a_2 s_H(\delta x_{23}) - a_3 s(\delta x_{34}) \\ a_3 s(\delta x_{34}) - a_4 \sqrt{x_4} \end{Bmatrix}, \quad g(x, t) = \begin{Bmatrix} \frac{1}{S} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{S} \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

### 2.7.2. Observabilidad Global

La idea general de este análisis determina si es posible estimar todos los estados a partir de la información de  $y(t)$  y  $u(t)$ . El análisis comienza obteniendo las derivadas parciales de  $y$  como se aprecia en la ecuación (2.40).

$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} [f(x) + g(x)u] \stackrel{def}{=} \mathcal{L}_f h(x) + \mathcal{L}_g h(x) u \quad (2.40)$$

Donde  $\mathcal{L}_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$  es llamada la *Derivada de Lie* de  $h$  con respecto  $x$  a lo largo de  $f$ , herramienta útil al estudiar sistemas no lineales.

En el caso de **sistemas autónomos** ( $\dot{x} = f(x) \wedge g(x) = 0, x \in \mathbb{R}^n$ ), se puede obtener de forma directa una importante relación matemática llamada *mapa de observabilidad*  $\mathcal{O}$  a partir de las  $n - 1$  derivadas de Lie de  $h(x)$  según la ecuación (2.41). El mapa de observabilidad brinda información acerca del grado de interrelación o afinidad entre los estados y el impacto de las entradas sobre el sistema en general.

$$\begin{aligned} y &= h(x) = \mathcal{L}_f^0 h(x) \\ \dot{y} &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x) = \mathcal{L}_f^1 h(x) \\ \vdots &= \vdots = \vdots \\ y^{(n-1)} &= \mathcal{L}_f \mathcal{L}_f^{n-2} h(x) = \mathcal{L}_f^{n-1} h(x) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Es necesario representar  $\mathcal{O}$  en forma vectorial acorde a la ecuación (2.42).

$$z = T(x) = \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} \end{Bmatrix} = \mathcal{O} = \begin{Bmatrix} h(x) \\ \mathcal{L}_f h(x) \\ \mathcal{L}_f^2 h(x) \\ \vdots \\ \mathcal{L}_f^{n-1} h(x) \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

Donde  $\mathcal{O}$  también define una transformación  $T(x)$  o un “mapeo” de  $x$  sobre las nueva variable  $z$ . La observabilidad global se consigue si se puede encontrar la función  $T^{-1}(z)$  que mapee las coordenadas  $z$  en  $x$ , es decir, si se pueden obtener los estados en originales solo con el conocimiento de  $y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, \overset{(n-1)}{y}$ . Sin embargo, en **sistema de control** aparece la variable  $u$  como entrada del sistema de acuerdo a la ecuación (2.38). En este caso el procedimiento para evaluar la observabilidad es similar al caso anterior, derivando  $y$  :

$$\begin{aligned} y &= h(x) = F_0(x) \\ \dot{y} &= \frac{\partial h(x)}{\partial x} f(x, u) = F_1(x, u) \\ \ddot{y} &= \frac{\partial F_1}{\partial x} f(x, u) + \frac{\partial F_1}{\partial x} \dot{u} = F_1(x, u, \dot{u}) \\ \vdots &= \vdots = \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} &= \frac{\partial F_{n-2}}{\partial x} f(x, u) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial F_{n-2}}{\partial u^{i-1}} \dot{u}^i = F_{n-1}(x, u, \dot{u}, \dots, \overset{(n-1)}{u}) \end{aligned} \quad (2.43)$$

Representando el mapa en forma vectorial:

$$z = T(x, u, \dot{u}, \dots, \overset{(n-1)}{u}) = \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} h(x) \\ F_1(x, u) \\ F_1(x, u, \dot{u}) \\ \vdots \\ F_{n-1}(x, u, \dot{u}, \dots, \overset{(n-1)}{u}) \end{Bmatrix} \quad (2.44)$$

De forma similar al caso anterior, si existe la función inversa  $x = T^{-1}(z, u, \dot{u}, \dots, \overset{(n-1)}{u})$ , se puede asegurar la observabilidad global del sistema. Sin embargo, en muchos casos debido a la complejidad del sistema se hace imposible la obtención de  $T^{-1}$ .

A continuación se demostrará que, debido al grado de interrelación de las variables físicas del Sistema de Cuatro Tanques Serie, es posible demostrar la observabilidad global del sistema.

Supongamos entonces que solo se posee una medida disponible del Sistema de Cuatro Tanques Serie, el sensor del primer tanque LET101 y se desea reconstruir todas los niveles restantes a partir de esta medida, sus derivadas y las señales de control. Para este caso  $y = h(x) = x_1$ . Si aplicamos la definición (Ec. (2.44)) al sistema no lineal descrito por la ecuación (2.39), obtenemos el mapa de observabilidad a partir de las derivadas de  $y$  según Ec. (2.45).

$$\begin{aligned}
 y &= x_1 \\
 \dot{y} &= -a_1 s(\delta x_{12}) + \frac{q_1}{S} \\
 \ddot{y} &= a_1^2 - \frac{a_1 a_2 \operatorname{sgn}(\delta x_{12}) s_H(\delta x_{23})}{2\sqrt{|\delta x_{12}|}} - \frac{a_1 \operatorname{sgn}(\delta x_{12})}{2\sqrt{|\delta x_{12}|}} \frac{q_1}{S} + \frac{\dot{q}_1}{S} \\
 \stackrel{(3)}{y} &= -\frac{a_1^2 a_2}{4|\delta x_{12}|} \left[ s_H(\delta x_{23}) - \frac{|\delta x_{12}| - |\delta x_{23} + H|}{\sqrt{|\delta x_{23} + H|}} \right] + \frac{a_1 a_2^2 \operatorname{sgn}(\delta x_{12}) |\delta x_{23} + H|}{\sqrt{|\delta x_{12}|^3}} \\
 &\quad - \frac{a_1 a_2 a_3}{4} \frac{\operatorname{sgn}(\delta x_{12}) \operatorname{sgn}^2(x_2) s(\delta x_{34})}{\sqrt{|\delta x_{12}|} |\delta x_{23} + H|} - \frac{a_1}{2} \left[ \frac{a_1 \sqrt{|\delta x_{12}|^3} - a_2 s(\delta x_{12}) s_H(\delta x_{23})}{|\delta x_{12}|^2} \right] \frac{q_1}{S} \\
 &\quad - \frac{a_1}{2} \frac{\operatorname{sgn}(\delta x_{12})}{\sqrt{|\delta x_{12}|}} \frac{\dot{q}_1}{S} + \frac{\ddot{q}_1}{S}
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

Obtenido el mapeo de  $x$  sobre  $z$ , vemos que es posible obtener la imagen inversa  $T^{-1}$  del sistema, como se muestra en la ecuación (2.46).

$$\begin{aligned}
 x_1 &= y \\
 x_2 &= x_1 - \frac{1}{a_1^2} \left[ \dot{y} - \frac{q_1}{S} \right]^2 \\
 x_3 &= x_2 - \frac{4}{a_1^2 a_2^2} \left[ s(\delta x_{12}) \left( \ddot{y} - a_1^2 - \frac{q_1}{S} \right) - \frac{a_1 q_1}{2S} \right]^2 \\
 x_4 &= x_3 - \frac{16|\delta x_{12}| |\delta x_{23} + H|}{a_1^2 a_2^2 a_3^2} \left[ \stackrel{(3)}{y} + \frac{a_1^2 a_2}{4|\delta x_{12}|} \left( s_H(\delta x_{23}) - \frac{|\delta x_{12}| - |\delta x_{23} + H|}{\sqrt{|\delta x_{23} + H|}} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{a_1 a_2^2 \operatorname{sgn}(\delta x_{12}) |\delta x_{23} + H|}{\sqrt{|\delta x_{12}|^3}} + \frac{a_1}{2} \left( \frac{a_1 \sqrt{|\delta x_{23} + H|^3} - a_2 s(\delta x_{12}) s_H(\delta x_{23})}{|\delta x_{12}|^2} \right) \frac{q_1}{S} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{a_1}{2} \frac{\operatorname{sgn}(\delta x_{12})}{2\sqrt{|\delta x_{12}|}} \frac{\dot{q}_1}{S} - \frac{\ddot{q}_1}{S} \right]^2
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Por lo tanto, es posible demostrar que **el sistema es globalmente observable** desde  $y = x_1$ , pues, todos los estados pueden ser expresados (y por lo tanto estimados) solo con el conocimiento de  $x_1, q_1, \dot{q}_1, \ddot{q}_1$ . Cabe resaltar que la inversión del mapa de observabilidad es una condición suficiente, mas no necesaria para la observabilidad global (Birk and Zeitz, 2016). Existen algunos puntos singulares en los cuales el mapa de observabilidad queda indefinido ( $x_{12} = 0$  y  $x_{34} = 0$ ); sin embargo, en el diseño de los observadores consideramos adecuado aplicar una aproximación numérica sumando un pequeño exponente ( $\sim 10^{-10}$ ) a las indeterminaciones (Hou et al., 2002).

### 2.7.3. Observabilidad Local

En general, es muy común que el mapa de observabilidad tenga cierta complejidad matemática, haciendo imposible obtener el mapa inverso para demostrar la observabilidad global.

En este caso se puede analizar la observabilidad local del sistema, obteniendo la matriz de observabilidad, la cual se define como el Jacobiano del mapa de observabilidad.

$$J_{\mathcal{O}} = \nabla \mathcal{O} = \left. \begin{array}{ccc} \frac{\partial h(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial \mathcal{L}_f h(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \mathcal{L}_f h(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathcal{L}_f^{n-1} h(x)}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \mathcal{L}_f^{n-1} h(x)}{\partial x_n} \end{array} \right\} x = \bar{x} \quad (2.47)$$

Si se verifica que  $J_{\mathcal{O}}$  posee rango completo para todo el dominio de definición de  $x$  (vecindad de  $\bar{x}$ ), entonces se dice que el sistema es localmente observable alrededor de  $\bar{x}$ . Sin embargo, dado que el sentido de observabilidad global es mas fuerte que la observabilidad local, no es necesario aplicar esta prueba al Sistema de Cuatro Tanques Acoplados en Serie.

## 2.8. Diseño del Controlador

### 2.8.1. Linearización alrededor de un punto de operación

Consideramos el sistema no lineal invariante en el tiempo :

$$\sum_{LTI} = \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(t_0) = x_o \\ y = h(x, u), & x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^p, y(t) \in \mathbb{R}^q \end{cases} \quad (2.48)$$

Donde asumimos que la linearización se hace alrededor de un punto estacionario  $(\bar{x}, \bar{u})$ , donde  $\bar{x}$  y  $\bar{u}$  son constantes halladas a partir del equilibrio  $f(\bar{x}, \bar{u}) = 0$ .

Analizaremos que sucede con las variables  $x(t)$  y  $y(t)$  cuando se presenta una pequeña perturbación alrededor del punto estacionario :

$$u(t) = \bar{u} + \Delta u(t), \quad x_o = \bar{x}_o + \Delta x_o \quad (2.49)$$

Donde  $\|\Delta u(t)\|$  y  $\|\Delta x_o\|$  son desplazamiento pequeños que provocarán el mismo efecto alrededor del punto de operación de la variable de estado :

$$x(t) = \bar{x} + \Delta x(t) \quad (2.50)$$

Derivando:

$$\dot{x} = \frac{d\bar{x}}{dt} + \frac{d\Delta x(t)}{dt} = f(\bar{x} + \Delta x(t), \bar{u} + \Delta u(t)) \quad (2.51)$$

Por expansión en series de Taylor:

$$f(\bar{x} + \Delta x(t), \bar{u} + \Delta u(t)) \approx f(\bar{x}, \bar{u}) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta u(t) \quad (2.52)$$

Bajo las asunciones anteriores:

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} \approx \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta u(t) \quad (2.53)$$

Analizando la ecuación de salida  $h(x, u)$ , una pequeña perturbación de  $\Delta x$  y  $\Delta u$  alrededor del punto de operación  $(\bar{x}, \bar{u})$ , provocará una desviación del punto estacionario  $\bar{y}$  según:

$$y(t) = \bar{y} + \Delta y(t), \quad \bar{y} = h(\bar{x}, \bar{u}) \quad (2.54)$$

Luego:

$$y(t) = \bar{y} + \Delta y(t) = h(\bar{x} + \Delta x(t), \bar{u} + \Delta u(t)) \quad (2.55)$$

Por Taylor:

$$h(\bar{x} + \Delta x(t), \bar{u} + \Delta u(t)) \approx h(\bar{x}, \bar{u}) + \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta u(t) \quad (2.56)$$

Combinando las ecuaciones (2.54), (2.55) y (2.56) tenemos :

$$\Delta y(t) \approx \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \Delta u(t) \quad (2.57)$$

Por lo tanto, la linearización del sistema no lineal invariante en el tiempo de la ecuación (2.48) alrededor del punto de operación  $(\bar{x}, \bar{u})$  es un sistema lineal invariante en el tiempo según Ec. (2.58).

$$\sum_{\Delta} = \begin{cases} \frac{d\Delta x}{dt} = A\Delta x + B\Delta u, & \Delta x(t_0) = x_o - \bar{x} \\ \Delta y = C\Delta x + D\Delta u \end{cases} \quad (2.58)$$

Donde:

$$A = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}}, \quad B = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \\ C = \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}}, \quad D = \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} \quad (2.59)$$

Aplicando este procedimiento al Sistema de Cuatro Tanques Acoplado en Serie, cuya dinámica se corresponde a la ecuación (2.31), calculamos las matrices  $A, B, C, D$ :

$$\begin{aligned}
 A &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = \begin{pmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ a & -a-b & b & 0 \\ 0 & b & -b-c & c \\ 0 & 0 & c & -c-d \end{pmatrix} \Bigg|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}}, \\
 B &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 C &= \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = \mathbf{I}_4, \\
 D &= \left. \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=\bar{x} \\ u=\bar{u}}} = 0 \times \mathbf{I}_4
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Donde :

$$a = \frac{a_1 \operatorname{sgn}(\delta x_{12})}{2 \sqrt{|\delta x_{12}|}}, \quad b = \frac{a_2 \operatorname{sgn}^2(x_2)}{2 \sqrt{|\delta x_{23} + H|}}, \quad c = \frac{a_3 \operatorname{sgn}(\delta x_{34})}{2 \sqrt{|\delta x_{34}|}}, \quad d = \frac{a_4}{2\sqrt{h_4}} \tag{2.61}$$

El punto de operación  $(\bar{x}, \bar{u})$  se halla a partir de hacer  $f(x, u) = 0$  en la ecuación (2.31). Si consideramos dos flujos estacionarios de entrada tal que :  $\bar{u} = [\bar{Q}_1 \ \bar{Q}_4]^T$ , es fácil demostrar que los puntos de equilibrio están dados por :

$$\bar{x}_4 = \left[ \frac{\bar{Q}_1 + \bar{Q}_4}{Sa_4} \right]^2, \quad \bar{x}_3 = \bar{x}_4 + \left[ \frac{\bar{Q}_1}{Sa_3} \right]^2, \quad \bar{x}_2 = \bar{x}_3 - H + \left[ \frac{\bar{Q}_1}{Sa_2} \right]^2, \quad \bar{x}_1 = \bar{x}_2 + \left[ \frac{\bar{Q}_1}{Sa_1} \right]^2 \tag{2.62}$$

Usando los parámetros definidos para en la tabla 2.2 y escogiendo como punto estacionario para las entradas :

$$\bar{u} = [0,20 \times q_{max}, 0,25 \times q_{max}] = [\bar{Q}_1, \bar{Q}_4] = [80, 100] [cm^3/s] \tag{2.63}$$

Define los puntos de equilibrio  $\bar{x}$  según ecuación (2.62):

$$\bar{x}_4 = 15,35 \text{ cm}, \quad \bar{x}_3 = 20,18 \text{ cm}, \quad \bar{x}_2 = 21,15 \text{ cm}, \quad \bar{x}_1 = 31,22 \text{ cm} \tag{2.64}$$

Definidos  $A, B, C$  y  $D$ , se procede a desarrollar la ley de control.

### 2.8.2. Controlabilidad

El objetivo de una ley de control  $u$  es, en primer lugar, la estabilización de un sistema. El problema de la estabilización por realimentación de estados para el sistema no lineal de la



ecuación (2.48) es el problema del diseño de una ley de control de la siguiente forma:

$$u = \gamma(x) \quad (2.65)$$

Tal que el origen  $x = 0$  es un punto uniformemente asintóticamente estable del sistema en lazo cerrado:

$$\dot{x} = f(x, \gamma(x)) \quad (2.66)$$

Es decir, la ley de control  $u$  debe ser capaz de estabilizar asintóticamente el sistema en el origen desde cualquier condición inicial dada. Sin embargo, mientras este enfoque clásico de estabilización define el origen como punto de equilibrio, podemos modificar el planteamiento para estabilizar el sistema alrededor de un punto arbitrario  $\bar{x}$ . Par tal efecto, necesitamos encontrar un valor estacionario de la entrada  $\bar{u}$  el cual mantendrá el equilibrio en  $\bar{x}$ , de tal forma que:

$$0 = f(\bar{x}, \bar{u}), \quad \forall t \geq 0 \quad (2.67)$$

Efectuando un cambio de coordenadas tal que :

$$\Delta x = x - \bar{x}, \quad \Delta u = u - \bar{u} \quad (2.68)$$

Resulta en el sistema :

$$\Delta \dot{x} = f(\bar{x} + \Delta x, \bar{u} + \Delta u) \stackrel{def}{=} f_{\Delta}(\Delta x, \Delta u) \quad (2.69)$$

Donde  $f_{\Delta}(0, 0) = 0$  para todo  $t \geq 0$ . Por lo tanto, el problema de control se convierte en un problema clásico de estabilización, donde  $\Delta u$  es diseñado como realimentación de estado de  $\Delta x$ . El problema es mucho mas sencillo cuando el sistema es lineal e invariante en el tiempo, como el sistema linealizado de la ecuación (2.58). En este caso, una ley de control de la forma  $\Delta u = K\Delta x$ , puede asegurar la estabilidad asintótica del sistema

$$\Delta \dot{x} = (A - BK)\Delta x \quad (2.70)$$

Sí y solo sí la matriz  $A - BK$  es Hurwitz, es decir, si sus eigenvalores están ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo. La ganancia  $K$  puede ser asignada de muchas maneras, desde manera arbitraria asegurando la estabilidad de  $A - BK$ , hasta un enfoque optimo que asegure el menor gasto energético de la ley de control (Khalil, 1996).

La posibilidad de llevar el sistema linealizado a un estado estable se evalúa a partir del análisis de la matriz de Controlabilidad  $\mathbf{Co}$ .

$$\mathbf{Co} = \left\{ B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B \right\} \quad (2.71)$$

Si la matriz  $\mathbf{Co}$  es de rango completo, entonces se dice que el sistema no lineal de la ecuación (2.48) es *localmente controlable* alrededor del punto estacionario  $(\bar{x}, \bar{u})$ . Calculando la matriz de controlabilidad para la linealización de la ecuación (2.60):

$$\mathbf{C}_o = \begin{bmatrix} 141,4711 & 0,0000 & -0,7951 & 0,0000 & 0,0089 & 0,0000 & -0,0001 & +0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,7951 & 0,0000 & -0,0098 & 0,0018 & 0,0001 & -0,0001 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 1,6588 & 0,0009 & -0,0545 & -0,0000 & 0,0016 \\ 0,0000 & 141,4111 & 0,0000 & -2,8322 & 0,0000 & 0,0762 & 0,0000 & -0,0022 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Se puede verificar que  $\text{rank}(\mathbf{C}_o) = 4$ , por lo tanto, el sistema es localmente controlable alrededor de los puntos estacionarios definidos en Ec. (2.63) y (2.64).

### 2.8.3. Controlador Óptimo

El enfoque de control optimo consiste en encontrar un controlador de realimentación de estados para un sistema dinámico sobre un periodo de tiempo con el objetivo de producir una salida deseada minimizando una función objetivo, el cual considera la dinámica del sistema o restricción para el calculo de esta. Desde luego, todos los problemas de control optimo pueden ser analizados como problemas de diseño óptimo (Arora, 2004).

La formulación de un problema de control optimo requiere los siguientes elementos :

- Un modelo matemático del sistema a controlar.
- Una especificación del indice de desempeño o función objetivo
- Especificación de la condiciones de frontera para los estados, descripción matemática de las restricciones a ser satisfechas.

### Control LQR

Un caso especial del problema de control óptimo es cuando la función objetivo es una función cuadrática de  $x$  y  $u$  y la dinámica del sistema es lineal. La ley de control resultante de optimizar la función de costo es llamada *Regulador Lineal Cuadrático*. La función objetivo esta definida por :

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} x_{t_f}^T Q_{t_f} x_{t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_o}^{t_f} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \quad (2.73)$$

Donde  $Q_{t_f}$  y  $Q$  son matrices positivas semidefinidas,  $x$  es el vector de estados y  $R$  es una matriz positiva definida. Usualmente  $Q$  y  $R$  son definidas como el grado de importancia o “pesos” que se asignan a  $x$  y  $u$  respectivamente. La restricción esta definida por la dinámica del sistema:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t), \quad x(t_o) = x_o \quad (2.74)$$

Al ser la función objetivo convexa y la restricción lineal, el problema de optimización es un problema de optimización convexo, y tiene una solución cerrada o única para  $u$ .

$$u(t) = -K(t) x(t) = R^{-1} B^T P(t) x(t) \quad (2.75)$$

Donde  $P(t)$  es la solución a la ecuación diferencial de Ricatti :

$$A^T P + P A^T - P B R^{-1} B^T P + Q = -\dot{P} \quad (2.76)$$

En los problemas de horizonte infinito ( $t_f \rightarrow \infty$ ), y si el par  $(A, B)$  es controlable, la ecuación diferencial de Ricatti converge un valor estacionario de  $P$ , por lo que  $\dot{P} = 0$ . De esta forma es posible hallar  $P$  dando solución a la ecuación algebraica de Ricatti :

$$A^T P + P A^T - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (2.77)$$

Definiendo adecuadamente  $Q$  y  $R$ , encontramos un regulador cuadrático para el sistema linealizado de la ecuación (2.58).

$$K = \begin{bmatrix} 312,3289 & 3,8870 & 0,01332 & 0,0003 \\ 0,0003 & 0,02735 & 7,7957 & 302,5963 \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Ahora aplicamos la ley de control diseñada a fin de estabilizar el nivel de los tanques según el esquema de la figura 2.15.

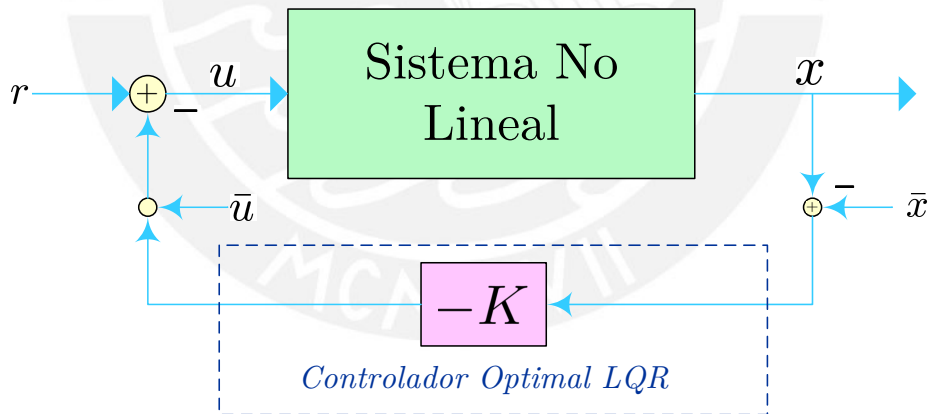


Figura 2.15: Esquema de Control por Realimentación de Estados. Fuente: Elaboración Propia

En la figura (2.16) se observa el desempeño del regular LQR diseñado para el sistema no lineal. Se puede verificar la estabilización exitosa del sistema alrededor del punto estacionario  $(\bar{x}, \bar{u})$ .

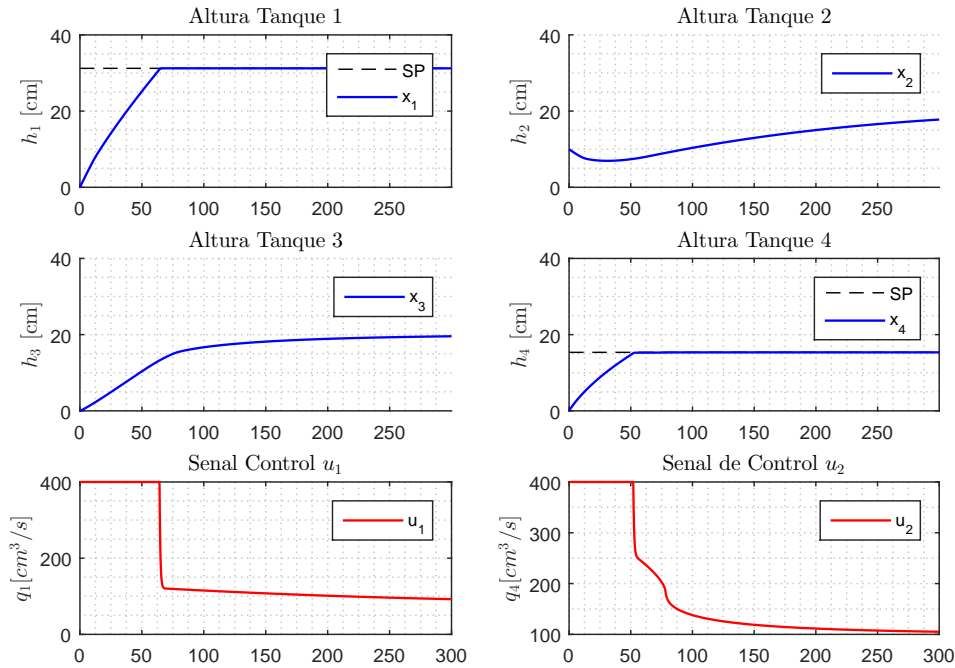


Figura 2.16: Desempeño del Regulador LQR. Fuente: Elaboración Propia

Sin embargo, hasta aquí no se ha considerado el desempeño que tendría el controlador en un ambiente real, en el cual, generalmente las mediciones realimentadas están contaminadas con ruido. El efecto que este hecho tendría se puede observar en la figura 2.17.

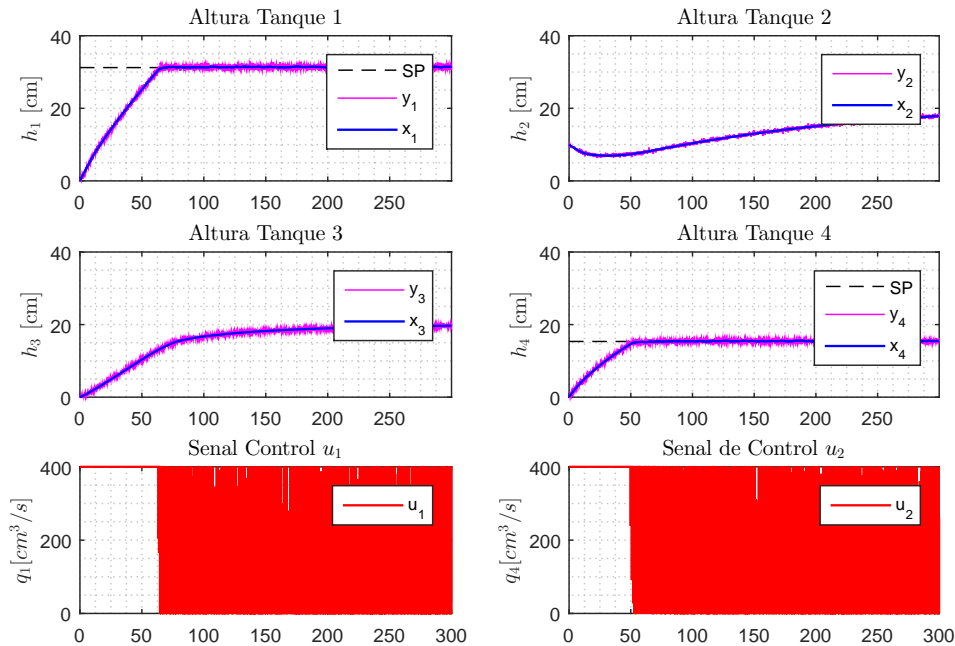


Figura 2.17: Desempeño del Controlador LQR con realimentación de sensores ruidosos. Fuente: Elaboración Propia

Se concluye que si bien el controlador LQR es robusto porque llega a estabilizar el sistema aún en presencia de ruido. Sin embargo, este deteriora la calidad de la señal de control, haciendo impráctico su implementación en un entorno real.

Dado que esta investigación considera al sistema no lineal desde un punto de vista estocástico, deberemos modificar la ley de control a fin de que pueda considerar los efectos del ruido en su estructura.

### Control LQG

El *Controlador Lineal Cuadrático Gaussiano* (LQG) se encuentra dentro del área de estudio de la teoría de control óptimo de sistemas estocásticos y ha sido aplicado ampliamente en sistemas de control de vuelo, navegación de misiles, navegación de embarcaciones. Su aplicación es muy popular en sistemas con alta cantidad de ruido y en los cuales hay posibilidades de reconstruir todos los estados a partir de observaciones disponibles, debido a que fusiona conceptos de los reguladores lineales cuadráticos (LQR) y la estimación de parámetros con Filtros de Kalman.

El esquema general de la implementación del regulador LQG en el sistema linealizado del Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie se encuentra en la figura 2.18. Se puede observar el esquema LQG se consigue cuando se construye un estimador de estados para generar los estimados filtrados  $\hat{x}(t)$ , los cuales pasan a través de una ganancia de realimentación calculada de forma óptima  $K$ . Ambos subsistemas óptimos, estimador y regulador, pueden ser calculados de forma independiente, debido al *principio de dualidad* (Bryson, 1975) y al *principio de separación estocástico* (Georgiou and Lindquist, 2013).

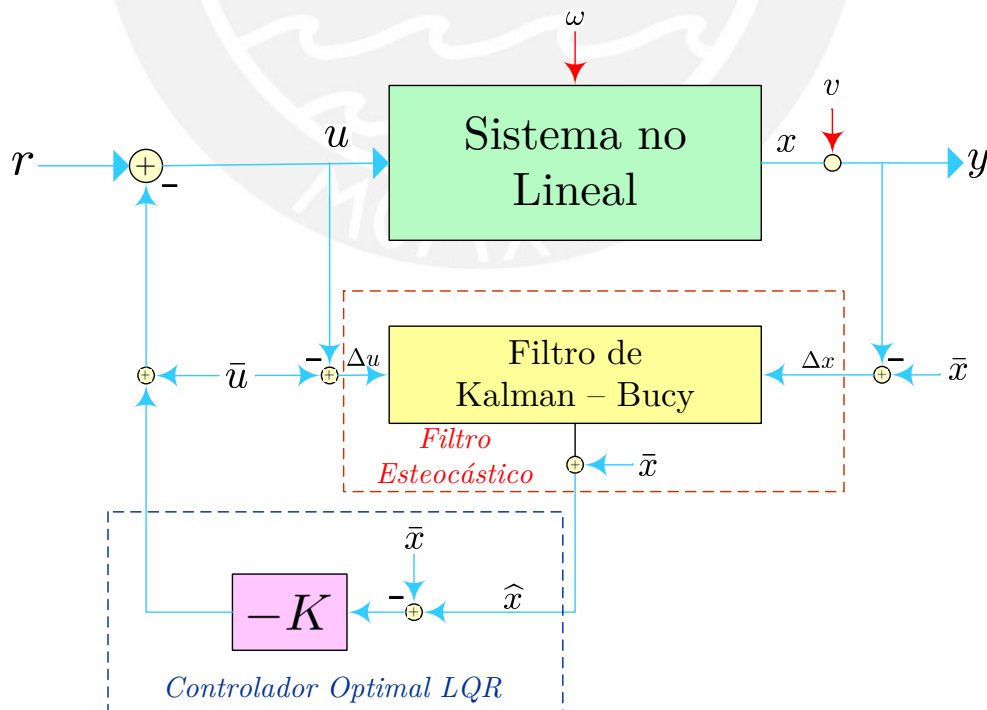


Figura 2.18: Diagrama de bloques del regulador LQG. Fuente: Elaboración Propia

El proceso comienza verificando la controlabilidad y observabilidad de los pares  $A, B$  y  $A, C$  respectivamente. Estos criterios son necesarios para la existencia de la solución a las ecuaciones usadas para encontrar las ganancias optimales. Luego se procede a el diseño del estimador interno o filtro interno, encontrándose una ganancia optimal de estimación de estados  $K_F$ . El diseño finaliza encontrando una ganancia optimal de realimentación de estados  $K$  mediante el LQR, cerrando el lazo con los estimados provenientes del filtrado óptimo anterior.

Para el diseño del filtro interno, deberemos considerar el modelo lineal descrito por la ecuación (2.58) como un proceso estocástico, tomando la forma de la ecuación (2.79).

$$\sum_{\mathcal{N}} = \begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + G\omega(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases} \quad (2.79)$$

Donde se ha introducido  $\omega(t)$  y  $v(t)$ , los cuales son procesos estocásticos de ruido blanco Gaussiano asociados al proceso y a las mediciones respectivamente. Ambas variables son estadísticamente independientes o incorrelacionadas, con una media y covarianza definida por :

$$\begin{aligned} p(x(t_0)) &\sim \mathcal{N}(x_0, P_0) \\ p(\omega(t)) &\sim \mathcal{N}(0, Q) \\ p(v(t)) &\sim \mathcal{N}(0, R) \end{aligned} \quad (2.80)$$

La versión continua del filtro de Kalman es el filtro de Kalman-Bucy, descrito en 1961. La estructura de este filtro es similar al observador de Luenberger, pero se incluye la media del ruido del proceso  $\bar{\omega}$ , como se muestra en la ecuación:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G\bar{\omega} + SH^T R^{-1}(y - C\hat{x}) \quad (2.81)$$

Donde  $S$  es la solución a la ecuación diferencial de Ricatti :

$$AS + SA^T - SC^T R^{-1}CS + GQG^T = \dot{S} \quad (2.82)$$

Se dice que el proceso descrito por la ecuaciones (2.79) y (2.80) es un *proceso estadísticamente estacionario*, debido a que  $A, B, G, C, D, Q$  y  $R$  son matrices constantes, por lo que la ecuación diferencial de Ricatti alcanza un estado estacionario ( $\dot{S} = 0$ ). El filtro continuo de estado estacionario fue descrito por primera vez por Norbert Wiener en 1949 (Bryson, 1975).

De esta forma, para calcular la ganancia del filtro de Kalman - Bucy interno, solo requerimos resolver la forma algebraica de la ecuación (2.82). Definiendo adecuadamente  $R, Q$  y  $G = 0_{[4 \times 1]}$ , la ganancia del filtro de Kalman-Bucy  $K_F$  puede ser calculada:

$$K_F = SH^T R^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0094 & 0,0005 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0007 & 0,0307 & 0,0015 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0001 & 0,0088 & 0,0010 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0010 & 0,0082 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

La figura (2.19) muestra el resultado del sistema en lazo cerrado con regulador LQG. Es fácil notar que el regulador LQG reduce notablemente los efectos del ruido de los sensores  $v(t)$  sobre la ley de control  $u$  en lazo cerrado, en comparación con los resultados del controlador LQR de la figura (2.17). Por lo tanto, la aplicación de un controlador LQG para un sistema real, permitiría encontrar una ley de control coherente e implementable en un escenario práctico.

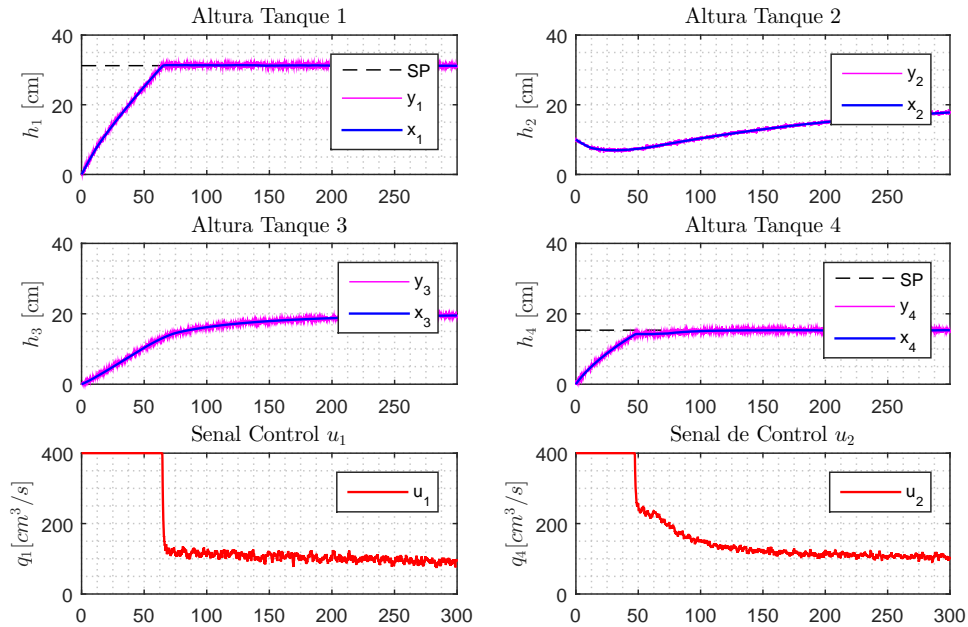


Figura 2.19: Desempeño del Regulador LQG con realimentación de sensores ruidosos. Fuente: Elaboración Propia

## Conclusiones

El diseño de un controlador LQG constituye la mejor opción para el diseño de controladores por realimentación de estados en escenarios prácticos debido a su sencillez de diseño, implementación y robustez ante el ruido. Sin embargo, el regulador LQG no es robusto a perturbaciones por errores de modelado. No obstante, si la incertidumbre en el modelo es considerable, se puede añadir robustez diseñando un controlador bajo enfoque  $H_\infty$  en vez del controlador LQR.

## Capítulo 3

# DISEÑO DEL SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLOS

### 3.1. Introducción

Un proceso real comúnmente experimenta cambios debido a la influencia de factores externos e internos. Tales factores tienen normalmente una naturaleza aleatoria y representan ruidos o perturbaciones sobre el sistema. Cuando se aborda el estudio de los sistemas, tomando en cuenta el comportamiento aleatorio de algunas de sus variables, se considera al proceso como un sistema estocástico (Gómez Bruque, 2011).

Diversas aplicaciones industriales poseen tal característica, y aun así, se requieren estimaciones lo suficientemente precisas de variables no medidas a partir de señales contaminadas con el objetivo de supervisión o desarrollo de sistemas de diagnóstico de fallos. Dichos desarrollos también suponen la obtención de un modelo estocástico del fenómeno. Cuando el modelo es lineal y las perturbaciones son Gaussianas, es factible encontrar de manera óptima la función de densidad de probabilidad (PDF) de los estados dadas las mediciones ruidosas a través del filtro de Kalman (KF). Sin embargo casi todos los procesos industriales poseen características no lineales y los ruidos generalmente no poseen una distribución Gaussiana. En este caso el desarrollo del Filtro Extendido de Kalman (EKF) ha demostrado tener un buen rendimiento ante sistemas con bajo grado de no linealidad y procesos estocásticos no-Gaussianos (Viveros et al., 2014). Sin embargo, este filtro es muy sensible a imperfecciones de modelado, por lo que su convergencia esta condicionada a un buen entendimiento del fenómeno.

Una forma de disminuir el tiempo de convergencia del EKF es el rediseño de la ganancias usando escalamiento técnico de la matriz de covarianza, introduciendo el algoritmo Strong Tracking Filter (STF), el cual ha sido ampliamente adoptado en diagnóstico de fallos, estimación de estados y control adaptativo (Lan and Mu, 2005).

En el presente capítulo se estudia la factibilidad de aplicar STF a el Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie para el desarrollo de estimadores de estado que permitan implementar algoritmos de diagnóstico de fallos. En la primera parte se pretende comparar el desempeño de algunos filtros estocásticos como el KF, EKF y STF en la estimación de



estados. En la segunda parte se aborda el desarrollo del sistema de diagnóstico en sensores basados en el Esquema de Observadores Dedicados. Finalmente se aborda la estimación de parámetros del sistema como instrumento de monitoreo y diagnóstico de algunas fallas en componentes del sistema, comparando asimismo el desempeño del EKF y STF en esta tarea.

### 3.2. Generación Residual

En el capítulo 1 se definió el concepto de residual como la diferencia entre una variable real y una predicha por un modelo verificado. Un enfoque común de generación residual es el uso de estimadores de estado. El residual entonces estará formado por la diferencia de los estados estimados y los medidos. Tal residual es idealmente cero en condiciones normales de operación, y diferente de cero en caso de falla.

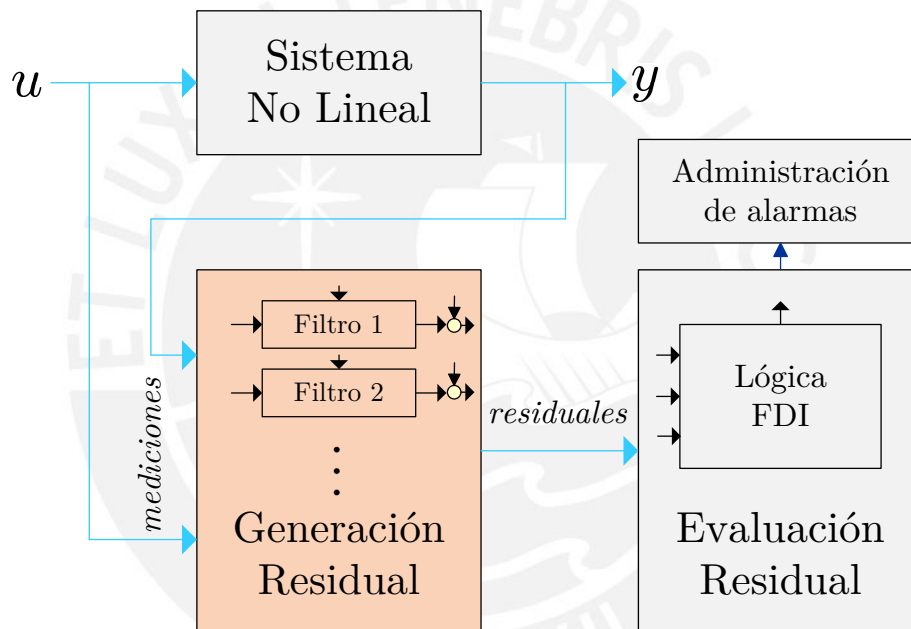


Figura 3.1: Esquema de Generación Residual. Fuente: Elaboración Propia

En la figura 3.1 se puede ver la concepción holística del sistema de diagnóstico de fallos, en particular, se identifica la generación residual como una parte del desarrollo del SDF. Dentro de esta tarea se encuentra el desarrollo de los filtros necesarios para llevar a cabo la tarea de estimación.

#### 3.2.1. Discretización y Modelo Estocástico del Sistema

Dado la naturaleza aleatoria de las perturbaciones y ruidos del sistema, es de interés la obtención de un modelo matemático adecuado para el objeto bajo estudio. En el capítulo anterior se obtuvo un modelo continuo determinista para el Sistema de Cuatro Tanques Interconectados en Serie bajo ciertas asunciones y simplificaciones. Sin embargo, para implementar el EKF y STF es necesario disponer de ecuaciones recursivas en tiempo discreto

que contemplen los ruidos y perturbaciones presentes en la planta. Para ello, el modelo de la ecuación (2.31) se aproxima usando el método de Euler, con periodo de muestreo  $\Delta t$ , es decir,

$$\begin{aligned} x_{1k+1} &= x_{1k} + \Delta t \left[ -a_1 s(\delta x_{12k}) + \frac{q_1}{S} \right] + \omega_{1k} \\ x_{2k+1} &= x_{2k} + \Delta t [a_1 s(\delta x_{12k}) - a_2 s_H(\delta x_{23k})] + \omega_{2k} \\ x_{3k+1} &= x_{3k} + \Delta t [a_2 s_H(\delta x_{23k}) - a_3 s(\delta x_{34k})] + \omega_{3k} \\ x_{4k+1} &= x_{4k} + \Delta t \left[ a_3 s(\delta x_{34k}) - a_4 \sqrt{|x_{4k}|} + \frac{q_4}{S} \right] + \omega_{4k} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Las salidas del sistema son:

$$y_{ik} = x_{ik} + \eta_{ik}, \quad i \in 1, \dots, 4 \quad (3.2)$$

Idealmente,  $\omega_k$  y  $\eta_k$  son procesos de ruido estadísticamente estacionarios (covarianzas constantes), ambos ruidos son independientes entre si, y con el vector de estados  $x$ , además son considerados como procesos de ruido blanco Gaussiano, con media 0 y covarianza  $Q$  y  $R$ , respectivamente

Aunque existe muchos métodos para calcular el tiempo de muestreo óptimo para sistemas lineales, para sistemas no lineales, y en particular para la aplicación del EKF y STF se considera adecuado hacer  $\Delta = 100ms$ , debido al método de discretización usado.

### 3.2.2. Filtro Lineal de Kalman

El Filtro lineal originalmente concebido por Rudolf Kalman en 1960 (Kalman et al., 1960), diseñado para sistemas lineales con el fin de estimar de forma mínima cuadrática una señal, a partir de mediciones ruidosas disponibles. Este filtro permite actualizar en cada iteración el valor de las variables estimadas conforme se hacen disponibles los datos de entrada, tiene carácter óptimo bajo la hipótesis de ruidos Gaussianos. También posee una medida de la calidad de estimación mediante la actualización de la matriz de covarianza del error de estimación  $P$ .

#### Planteamiento del Problema

Consideramos el sistema discreto estocástico con los estados  $x_k$  en el tiempo  $k$  presentado por un modelo dinámico lineal de acuerdo a Ec. (3.3).

$$\sum_{\mathcal{N}} = \begin{cases} x_{k+1} &= Fx_k + Gu_k + \omega_k, \\ y_k &= Hx_k + \eta_k \end{cases} \quad (3.3)$$

Donde  $F$  es la matriz de transferencia del sistema,  $u_k$  es la variable asociada a las entradas del sistema y  $y_k$  son las mediciones disponibles al tiempo  $k$ . El estado inicial del sistema es  $x_o$  y su distribución normal es  $(0, P_o)$ , donde  $P_o$  es la matriz de covarianza inicial del proceso estocástico  $x$ . Los errores de modelado  $\omega_k$  y ruido de mediciones  $\eta_k$  son procesos Gaussianos con covarianzas  $Q_k$  y  $R_k$  respectivamente.

### Las Ecuaciones del Filtro de Kalman

El diseño del filtro para el sistema descrito por la ecuación (3.3) comienza efectuando una predicción sobre el valor del estado en un tiempo  $k + 1$  a partir de los estimados actuales  $x_k$  y entradas actuales  $u_k$ . Esta estimación a priori o **predicción sobre el valor del estado posterior**, usa el modelo lineal de la ecuación (3.3) para generar  $\hat{x}_{k+1}^-$ , según:

$$\hat{x}_{k+1}^- = F\hat{x}_k + Gu_k \quad (3.4)$$

Una **predicción inicial de la covarianza del error de estimación** es calculada usando la siguiente relación entre matrices:

$$\hat{P}_{k+1}^- = F P_k F^T + Q_k \quad (3.5)$$

Donde  $P_k$  y  $P_{k+1}$  tienen significado estadístico y corresponde a la covarianza del error de predicción sobre el estado en  $k$  y  $k + 1$  correspondientemente.

$$\begin{aligned} \hat{P}_{k+1}^- &= E [(\hat{x}_{k+1}^- - x_{k+1})(\hat{x}_{k+1}^- - x_{k+1})^T] \\ \hat{P}_k &= E [(\hat{x}_k - x_k)(\hat{x}_k - x_k)^T] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Luego es necesario efectuar el paso de corrección o **actualización sobre el estado**, usando la mediciones disponibles  $y_{k+1}$ .

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(y_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-) \quad (3.7)$$

La ganancia del Filtro de Kalman  $K_{k+1}$  es calculada a partir de:

$$K_{k+1} = \hat{P}_{k+1}^- H^T (H \hat{P}_{k+1}^- H^T + R_{k+1})^{-1} \quad (3.8)$$

Es de notar que  $R_{k+1} = R_k$ ,  $\forall k > 1$ , debido a las asunciones antes hechas. La actualización sobre la matriz de covarianza se calcula de la siguiente forma:

$$P_{k+1}^+ = (I - K_{k+1}H) \hat{P}_{k+1}^- \quad (3.9)$$

El filtro puede ser implementado de forma computacional bajo el Algoritmo 1.

### Aplicación al Sistema de Cuatro Tanques Interconectados

El algoritmo 1 fue aplicado en el desarrollo de un filtro considerando la disponibilidad única del sensor de nivel del primer tanque (Fig. 2.11), esto es  $H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ . En este caso  $F$  corresponde a la representación linealizada del sistema de cuatro tanques interconectados, definida anteriormente en la ecuación (2.58).

---

**Algorithm 1:** FILTRO LINEAL DE KALMAN EN TIEMPO DISCRETO

---

**Input:**  $\hat{x}_o$ ,  $P_o$ ,  $Q_k$ ,  $R_k$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$

---

```

1  $k = 1$ 
2 while true do
    /* Predicciones */
3  $\hat{x}_{k+1}^- \leftarrow F\hat{x}_k + Gu_k$  // Sobre los estados
4  $\hat{P}_{k+1}^- \leftarrow FP_kF^T + Q_k$  // Sobre la Matriz de Covarianza
    /* Actualizaciones */
5  $K_{k+1} \leftarrow \hat{P}_{k+1}^- H^T (H\hat{P}_{k+1}^- H^T + R_{k+1})$  // Calcular la Ganancia de Kalman
6  $\hat{x}_{k+1}^+ \leftarrow \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(y_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-)$  // Sobre los estados
7  $P_{k+1}^+ \leftarrow (I - K_{k+1}H)\hat{P}_{k+1}^-$  // Sobre la Matriz de Covarianza
8  $k \leftarrow k + 1$ 
9 end

```

---

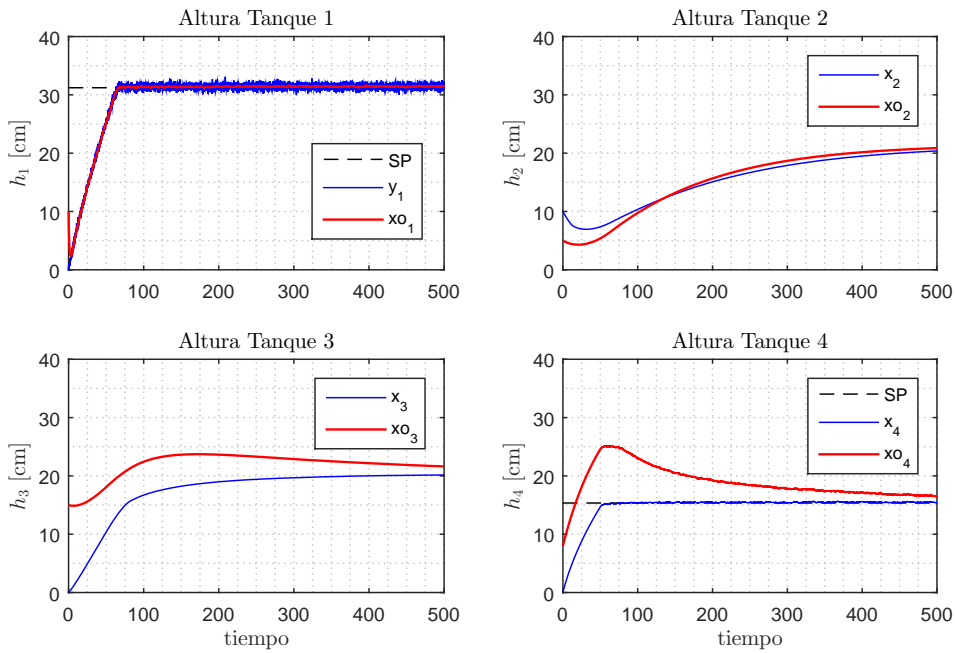


Figura 3.2: Estimación de estados usando KF cuando se dispone de solo una medida ruidosa,  $\Delta t = 0,1s$ . Fuente: Elaboración Propia

En la figura 3.2, los estados estimados  $\hat{x}$  en rojo, tienen un valor inicial  $\hat{x}_o = [10; 5; 15; 8]$ . Se puede observar que el Filtro Lineal carece de precisión y rapidez de convergencia, atributos que son necesarios para la *generación residual*. Por lo tanto se concluye que, no es factible el uso de un estimador de estados basado en Filtro Lineal de Kalman para el desarrollo del SDF. Entonces deberemos ampliar el rango de estimación incluyendo la versión extendida de este filtro.

### 3.2.3. Filtro Extendido de Kalman

Con el objetivo de incrementar la precisión de los estados estimados, se puede usar la aproximación no lineal del filtro del Kalman. El filtro Extendido de Kalman (EKF<sup>1</sup>), fue propuesto por Schmidt (1970) con el propósito de mejorar los simuladores de vuelo de la NASA. Básicamente, el EKF resuelve el problema de la estimación del estado  $x_k$  generado por un sistema no lineal, utilizando la expansión de la serie de Taylor aproxima las ecuaciones no lineales que describen el modelo sobre el valor actual del estimado  $\hat{x}_k$ . Asimismo, provee un estimado de la covarianza del error de aproximación  $x_k - \hat{x}_k$  basado en la información estadística del modelo (Sánchez et al., 2013).

El sistema no lineal es definido como:

$$\sum_{\mathcal{N}} = \begin{cases} x_{k+1} &= f(x_k, u_k) + \omega_k, \\ y_k &= h(x_k) + \eta_k \end{cases} \quad (3.10)$$

Con las mismas asunciones sobre las covarianzas de los ruidos según la ecuación (??). Los pasos de predicción y actualización son los mismos que el filtro lineal de Kalman, descrito en el algoritmo 1. La única diferencia que las matrices  $F$  y  $H$  son linealizadas a partir del modelo no lineal. El cálculo del modelo linealizado  $F_k$  y la matriz de mediciones  $H_{k+1}$  se introducen como pasos adicionales en el algoritmo 2.

---

#### Algorithm 2: FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

---

**Input:**  $\hat{x}_o, P_o, Q_k, R_k$

---

```

1  $k = 1$ 
2 while true do
   /* Predicciones */
3    $F_k \leftarrow \partial f(x, u) / \partial x |_{x=\hat{x}_k}$  // Linealización del modelo
4    $\hat{x}_{k+1}^- \leftarrow f(\hat{x}_k, u_k)$  // Sobre los estados
5    $\hat{P}_{k+1}^- \leftarrow F_k P_k F_k^T + Q_k$  // Sobre la Matriz de Covarianza
   /* Actualizaciones */
6    $H_{k+1} \leftarrow \partial h(x) / \partial x |_{x=\hat{x}_{k+1}^-}$  // Linealización de la matriz de mediciones
7    $K_{k+1} \leftarrow \hat{P}_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} \hat{P}_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$  // Calcular la Ganancia de Kalman
8    $\hat{x}_{k+1}^+ \leftarrow \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$  // Sobre los estados
9    $P_{k+1}^+ \leftarrow (I - K_{k+1} H_{k+1}) \hat{P}_{k+1}^-$  // Sobre la Matriz de Covarianza
10   $k \leftarrow k + 1$ 
11 end

```

---

En particular, la matriz de mediciones  $H_{k+1} = H_k = H$ , se mantiene constante. Sin embargo, la matriz  $F_k$ , usada para actualizar la ganancia del filtro y el cálculo de la covarianza, se convierte en una matriz Lineal Variante en el Tiempo (LTV<sup>2</sup>). Además, ya que el cálculo de la matriz de covarianza del error es solo un aproximado, las propiedades del modelo influirán

<sup>1</sup>Por sus siglas en Inglés

<sup>2</sup>Linear Time Variant

enormemente en la factibilidad de aplicación del filtro, siendo este adecuado para sistemas con bajo nivel de no linealidad.

### Aplicación al Sistema de Cuatro Tanques Interconectados

Al igual que en la sección anterior, es de interés evaluar el desempeño del EKF en la estimación de estados. Para tal fin, se considera disponible una medición, la altura del primer tanque o sensor LTE101 (Fig. 2.11), es decir  $y_k = x_{1k} + \eta_{1k}$

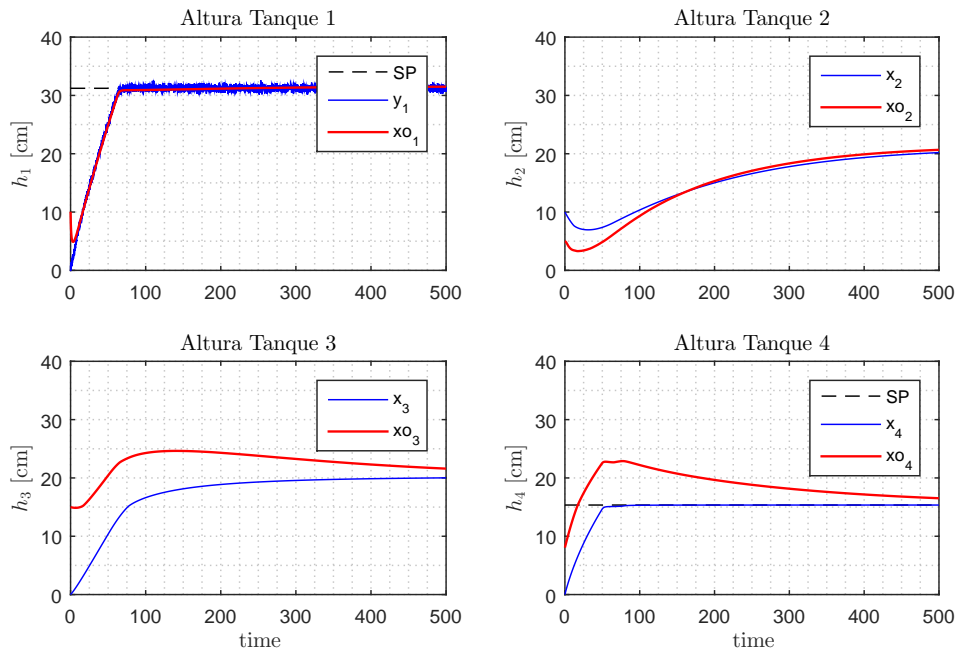


Figura 3.3: Estimación de estados usando EKF cuando se dispone de solo una medida ruidosa,  $\Delta t = 0,1s$ . Fuente: Elaboración Propia

Al efectuar comparaciones con los estimados del Filtro Lineal de Kalman, lo que se desea es evaluar el tiempo de convergencia de los filtros. Vemos pues, que el desempeño del EKF no supera mucho al KF. Esto puede ser debido al tiempo de discretización escogido para la aproximación de Euler del modelo. Es lógico pensar si disminuimos este tiempo  $\Delta t$ , obtendremos mejores aproximaciones; sin embargo, un tiempo muy pequeño, imposibilitaría la implementación sobre algún controlador industrial, debido al elevado coste computacional que requiere el computo del filtro.

#### 3.2.4. Strong Tracking Filter

Como vimos anteriormente, tanto el KF como el EKF poseen una convergencia lenta en la estimación de estados. Esto puede ser debido a las propiedades no lineales del sistema. Además, la convergencia del filtro esta condicionada por el uso de un modelo preciso y estable, y la obtención aproximada de las covarianzas de los ruidos. Sin embargo, en práctica, es difícil mantener la precisión y estabilidad del modelo, especialmente cuando los estados se

ven afectados por mutaciones debido principalmente a factores ambientales u otros (Wei and Aidi, 2011).

Con el objetivo de solucionar este problema, en 1991 se desarrollo el Filtro de Rápido Seguimiento o de Rápida Convergencia (STF<sup>3</sup>) (ZHONGJUN, 1991), una variante adaptativa del EKF, en el cual se introduce un factor de desvanecimiento suboptimal  $\lambda$  (fading factor) para ajustar el calculo de la matriz de covarianza del error  $P$  y la matriz de ganancia del filtro  $K$ , incrementando la estabilidad del filtro. Este método de estimación de estados puede ser usados para sistemas lineales y no lineales que poseen modelos relativamente imprecisos o cambios abruptos en los valores de los estados (Ge et al., 2015). Además, el algoritmo STF es el mas famoso dentro de los filtros adaptativos, el cual ha sido usado tanto en Diagnóstico de Fallos (Wang et al., 2015) y Control Adaptativo como estimador de estados (Lan and Mu, 2005).

### Las Ecuaciones del STF

La idea detrás del algoritmo STF es computar el factor de desvanecimiento variante en el tiempo  $\lambda_k$  de forma heurística en el paso de predicción sobre la matriz de covarianza en tiempo real. Modificando la ecuación (3.5) del Filtro del Kalman.

$$\hat{P}_{k+1}^- = \lambda_k F_k P_k F_k^T + Q_k \quad (\text{Línea 11, Alg. 3}) \quad (3.11)$$

Donde  $\lambda_k$  es computada resolviendo el siguiente problema de optimización:

$$\underset{x_k}{\text{Minimizar:}} \quad E \left[ [x_k - \hat{x}_k] [x_k - \hat{x}_k]^T \right] \quad (3.12a)$$

$$\text{Sujeto a:} \quad E \left[ \epsilon_{k+m} \epsilon_k^T \right] = 0, \quad k = 1, 2, \dots; \quad m \geq 1 \quad (3.12b)$$

Donde  $\epsilon_k = y_k - H\hat{x}_k$  es el error de predicción. La función de costo en (3.12a) es la regla de estimación optimal y la restricción significa que los errores de predicción deberían de ser ortogonales en todos los tiempos para lograr la optimalidad en el sentido de mínimos cuadrados, pues ha sido demostrado que, si la estimación esta basada en un modelo preciso y se usa Mínimos Cuadrados o Filtro de Kalman, la ecuación (3.12b) es satisfecha con naturalidad. Sin embargo, la introducción de un factor de desvanecimiento  $\lambda_k$  para controlar la rapidez de convergencia del filtro, destruye el principio de optimalidad del KF y EKF, lo que conlleva a tener ciertas ondulaciones en el desempeño del filtro. Mientras que resolver el problema de optimización anterior sigue siendo un problema (Ge et al., 2015), es común tomar el suboptimal  $\lambda_k$  como (ZHONGJUN, 1991):

$$\lambda_k = \begin{cases} \gamma c_k, & c_k > 1 \\ 1, & c_k \leq 1 \end{cases} \quad (\text{Línea 9, Alg. 3}) \quad (3.13)$$

$$c_k = \frac{Tr(N_k)}{Tr(M_k)} \quad (\text{Línea 8, Alg. 3}) \quad (3.14)$$

<sup>3</sup>Strong Tracking Filter, por sus siglas en Inglés.

Donde se ha introducido el término  $\gamma$  que representa al factor del índice de desvanecimiento, el cual es determinado por conocimiento a priori y  $c_k$  es la división de las trazas de las matrices  $N_k$  y  $M_k$ , las cuales se computan de la siguiente manera:

$$N_k = V_{0,k} - H_k Q_k H_k^T - \beta R_k \quad (\text{Línea 6, Alg. 3}) \quad (3.15a)$$

$$M_k = H_k F_k P_k F_k^T H_k^T \quad (\text{Línea 7, Alg. 3}) \quad (3.15b)$$

Y  $V_{0,k}$ , llamado matriz filtro de varianza del error, es calculado de:

$$V_{0,k} = \begin{cases} \epsilon_1 \epsilon_1^T, & k = 1 \\ \frac{\rho V_{0,k-1} + \epsilon_k \epsilon_k^T}{1 + \rho}, & k > 1 \end{cases} \quad (\text{Línea 5, Alg. 3}) \quad (3.16)$$

Donde  $\rho \in [0; 1]$  es el factor de olvido, normalmente toma valores cercanos a 0.95;  $\beta$  es el factor de debilitamiento del STF, el cual hace la estimación mas suave.

---

**Algorithm 3:** STRONG TRACKING FILTER

---

**Input:**  $\hat{x}_o, P_o, Q_k, R_k, \gamma, \beta, \rho$

---

```

1 k = 1
2 while true do
    /* Calculo del fading factor */
3      $\epsilon_k = y_k - H_k \hat{x}_k$  // error de predicción
4      $F_k \leftarrow \partial f(x, u) / \partial x|_{x=\hat{x}_k}$  // Cálculo del Jacobiano
5      $V_{0,k} \leftarrow$  (ec. 3.16) // Cálculo de la matriz filtro de varianza del error
6      $N_k \leftarrow V_{0,k} - H_k Q_k H_k^T - \beta R_k$ 
7      $M_k \leftarrow H_k F_k P_k F_k^T H_k^T$ 
8      $c_k = Tr(N_k) / Tr(M_k)$ 
9      $\lambda_k \leftarrow$  (ec. 3.13) // Actualizar factor desvanecimiento
    /* Predicciones */
10     $\hat{x}_{k+1}^- \leftarrow f(\hat{x}_k, u_k)$  // Sobre los estados
11     $\hat{P}_{k+1}^- \leftarrow \lambda_k F_k P_k F_k^T + Q_k$  // Sobre la Matriz de Covarianza
    /* Actualizaciones */
12     $H_{k+1} \leftarrow \partial h(x) / \partial x|_{x=\hat{x}_{k+1}^-}$  // Linealización de la matriz de mediciones
13     $K_{k+1} \leftarrow \hat{P}_{k+1}^- H_{k+1}^T (H_{k+1} \hat{P}_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1}$  // Calcular la Ganancia de Kalman
14     $\hat{x}_{k+1}^+ \leftarrow \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-)$  // Sobre los estados
15     $P_{k+1}^+ \leftarrow (I - K_{k+1} H_{k+1}) \hat{P}_{k+1}^-$  // Sobre la Matriz de Covarianza
16    k ← k + 1
17 end

```

---

El algoritmo 3 muestra en forma ordenada el procedimiento computacional para la implementación del STF. Asimismo la aplicación al Sistema de Cuatro Tanques se puede encontrar en el Anexo B.1 con el nombre FourTanksHibridSTF.m.

### Criterios de Evaluación para el Algoritmo STF

El principal objetivo de un observador es generar estimados precisos en el menor tiempo posible, por lo que evaluar y cuantificar el desempeño de la técnica bajo estudio resulta



importante a fin de obtener conclusiones y justificaciones. Desde el punto de vista de la Ingeniería del Control, es posible evaluar el desempeño de los observadores mediante:

- **Precisión de la estimación.** Será determinada a partir de la raíz del Error Medio Cuadrático Normalizado (NRMSE<sup>4</sup>) de los valores reales de los estados de la planta y sus respectivos estimados, la formula para calcular esta cantidad es:

$$NRMSE = \frac{1}{\bar{\hat{x}}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2}{n}} \quad (3.17)$$

donde el índice  $i$  es el  $i$ -ésimo dato,  $\bar{\hat{x}}$  es el valor medio de los valores estimados hasta el dato  $i$  y  $n$  es el número de datos. En este caso,  $n = 5000$  es el número de datos a evaluar provenientes de la simulación. En el campo de la estadística, el NRMSE es conocido como *coeficiente de variación*  $C_v$ . Su valor indica cuan alejado en promedio están las estimaciones de los valores reales.

- **Tiempo de Convergencia.** En esta tesis se considera medir el tiempo de convergencia de un estimado  $T_{conv}$  como el tiempo necesario para que el observado alcance y permanezca dentro de los valores máximo y mínimo de la señal ruidosa medida.
- **Demanda computacional.** Expresada en unidades de tiempo de CPU, representa el tiempo promedio requerido por el computador para ejecutar el algoritmo desde el momento de la medición hasta cuando el observador entrega las variables estimadas.

### Aplicación al Sistema de Cuatro Tanques Interconectados : STF vs EKF

En esta sección el objetivo es comparar el desempeño de ambas técnicas: el EKF y su variante, el STF. Para tal fin, las condiciones iniciales en cada estimador se mantienen:

$$\hat{x}_o = [10 \quad 5 \quad 15 \quad 8] \quad (3.18)$$

Además, basados en la prueba de observabilidad global efectuado anteriormente, se considera plantear el desarrollo de estimadores locales considerando disponible solo la medida de un sensor de nivel para cada estimador. En la tabla 3.1 se resume los parámetros usados para el diseño de los filtros en cada caso.

Tabla 3.1: Parámetros usados para el diseño de los estimadores locales basados en STF

Nombre del Estimador	Medición disponible	Covarianza del ruido $\sigma^2$	Factor de olvido $\rho$	Factor de debilitamiento $\beta$	Factor de desvanecimiento $\gamma$
$STF_1$	LET101	0.1225	0.91	430	1
$STF_2$	LET102	0.0625	0.91	80	1
$STF_3$	LET103	0.0900	0.90	1100	1
$STF_4$	LET104	0.1600	0.91	330	1

<sup>4</sup>Normalized Root Mean Squared Error, por sus siglas en Inglés.

El tiempo de simulación empieza en  $t_o = 0$  y termina en  $t_f = 500s$  con un tiempo de discretización  $\Delta t = 100ms$  en ambos casos. En la figura 3.4 muestra los estimados usando ambas técnicas y sus respectivos NRMSE, cuando solo se dispone de la medida del sensor del primer tanque, LET101, esto es :  $y = x_1$ .

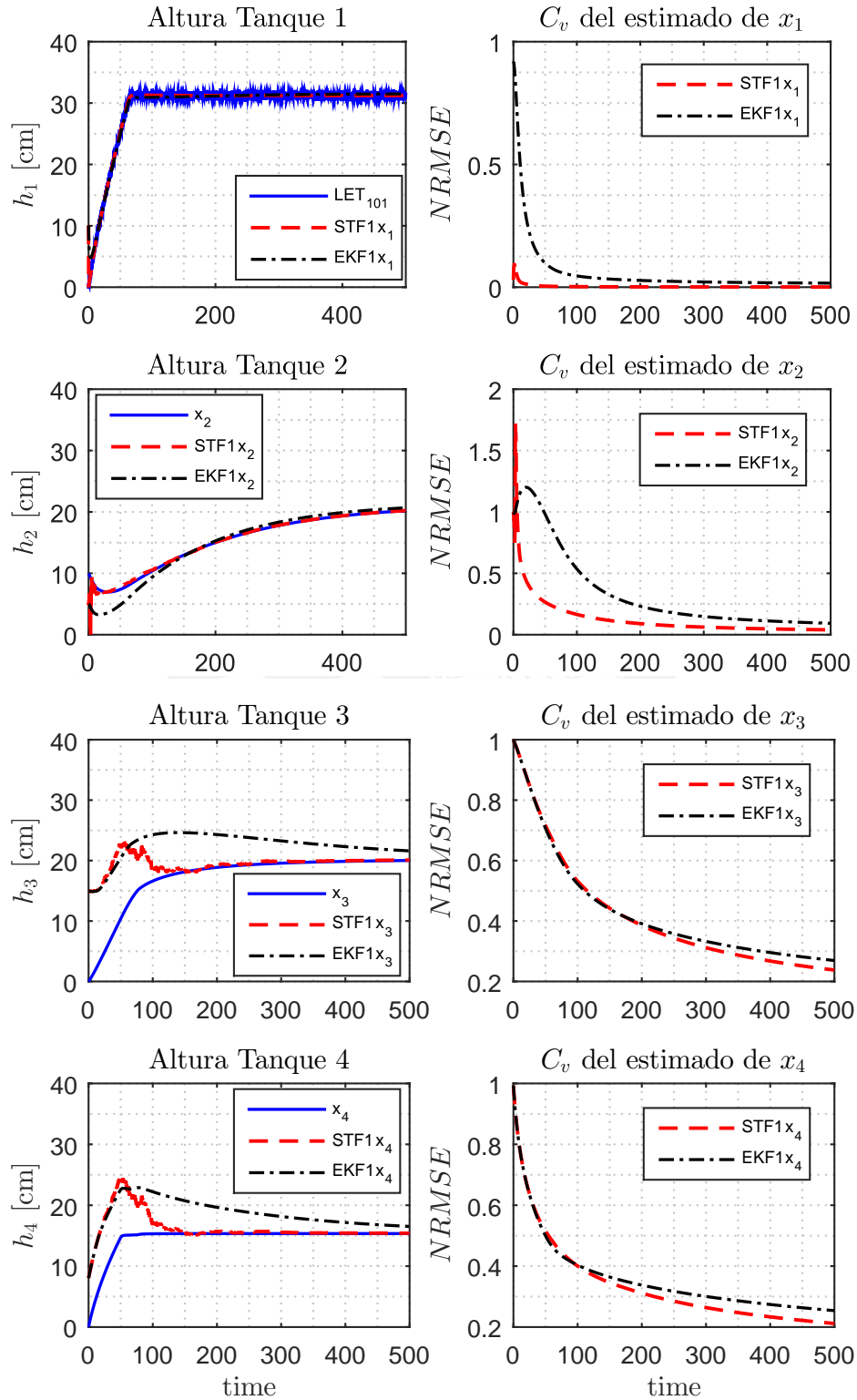


Figura 3.4: Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET101. Fuente: Elaboración Propia

Analizando cualitativamente las gráficas podemos obtener las siguientes conclusiones preliminares:

- El algoritmo STF mejora significativamente la rapidez de convergencia de los estimados a sus valores reales.
- El tiempo de convergencia de EKF es bastante largo, haciéndolo no adecuado para su uso en desarrollo de técnicas de FD.
- El EKF podría presentar sesgo en la estimación de los valores no medidos, debido al tiempo de discretización escogido.
- Los NRMSE asociados a las estimaciones por STF tienden a valores cercanos a cero más rápidamente que los asociados a EKF, confirmando el mejor desempeño del STF sobre el EKF.

En la tabla 3.2 se muestran los valores de los coeficientes de variación de las estimaciones y los tiempos de convergencia aproximados en cada técnica, con una muestra de  $N = 5000$  datos.

Tabla 3.2: Comparación del Coeficiente de Variación  $C_v$  de los estimados cuando  $y = LET101$

$y = x_1$	$\hat{x}_1$		$\hat{x}_2$		$\hat{x}_3$		$\hat{x}_4$	
	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$
$STF_1$	0.0008	~1s	0.0393	~6s	0.2378	~160s	0.2117	~150s
$EKF_1$	0.0164	~5s	0.0928	>500s	0.2693	>500s	0.2540	>500s

Ciertamente, las estimaciones pertenecientes al algoritmo STF poseen un coeficiente de variación mas pequeño que el algoritmo EKF para cada variable estimada. Esto significa que en promedio los estimados del STF poseen valores mas cercanos a los reales que los estimados por EKF. El tiempo de convergencia para cada variable estimada es considerablemente menor en STF en comparación con EKF.

En la gráfica 3.5 se compara el desempeño del STF y EKF cuando  $y = x_2$ . En este caso es posible ver con mas claridad la superioridad del desempeño del STF en tiempo de convergencia de los estimados. Los NRMSE asociados a cada estimación también convergen más rápidamente a cero, confirmando la rapidez de la técnica. Los valores numéricos de los NRMSE asociados a cada estimación y el tiempo de convergencia aproximado al término de la simulación se encuentran en la tabla 3.3.

Tabla 3.3: Comparación del Coeficiente de Variación  $C_v$  de los estimados cuando  $y = LET102$

$y = x_2$	$\hat{x}_1$		$\hat{x}_2$		$\hat{x}_3$		$\hat{x}_4$	
	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$
$STF_2$	0.0290	~5s	0.0016	~1s	0.1653	~60s	0.1342	~110s
$EKF_2$	0.0858	~170s	0.0400	>250s	0.2591	>500s	0.2418	>500s

Siempre es posible manipular los coeficientes  $\rho$  y  $\beta$  del algoritmo STF a fin de obtener la respuesta deseada. Como se mostró en la tabla 3.1, la configuración de estos parámetros es

diferente en cada caso. Es posible que el algoritmo STF diverga al comienzo de las pruebas, esto indica que se debe suavizar las simulaciones aumentando el valor del coeficiente de debilitamiento  $\beta$ . Una vez que se logre la estabilidad se procede a tunear el factor de olvido  $\rho$  para aumentar la velocidad del filtro.

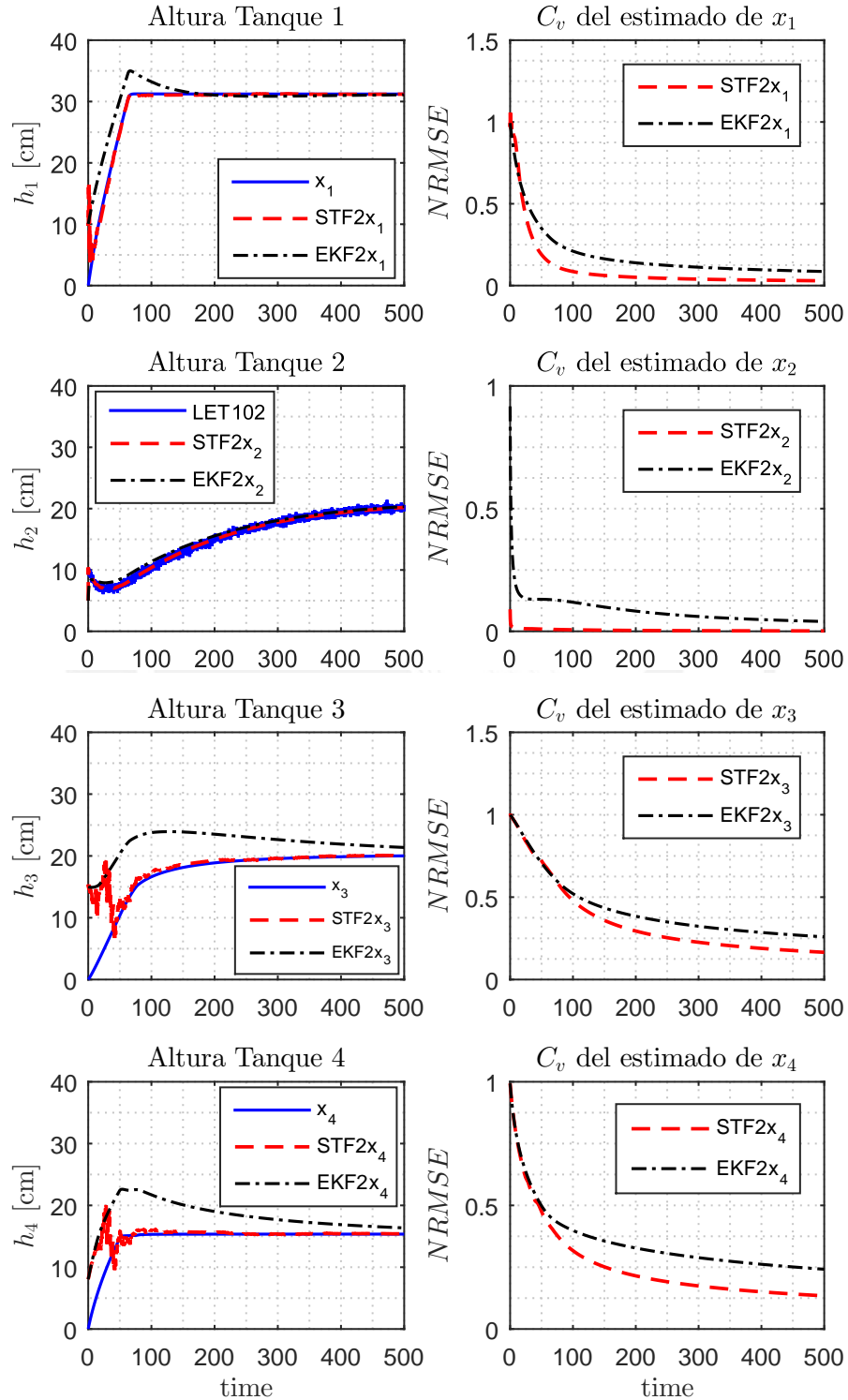


Figura 3.5: Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET102. Fuente: Elaboración Propia

En la figura 3.6 se contrasta el desempeño del STF y EKF cuando  $y = x_3$ . El algoritmo STF muestra mejor tiempo de convergencia de los estimados, mientras que EKF pierde precisión estimando los niveles de los tanques superiores.

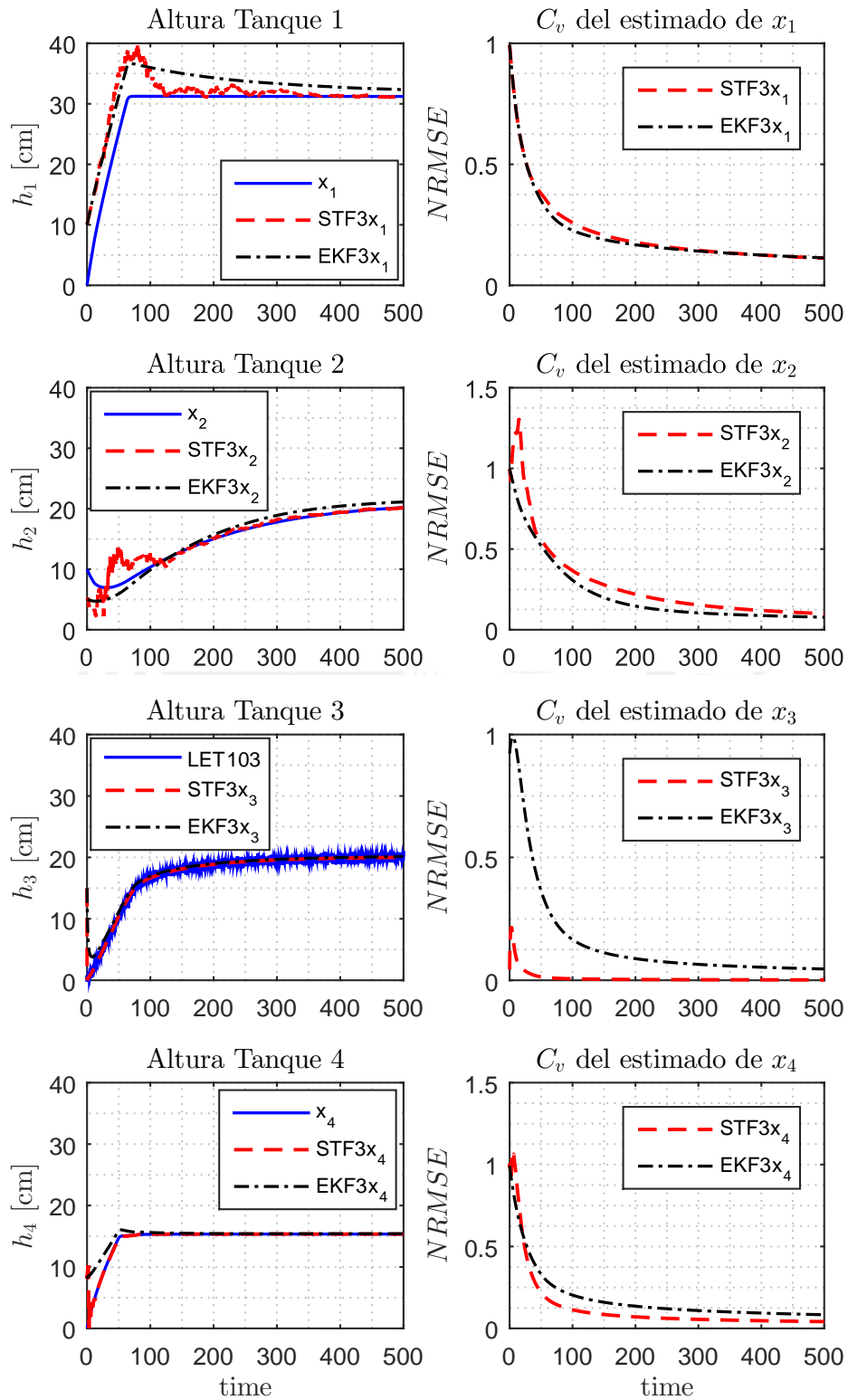


Figura 3.6: Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET103. Fuente: Elaboración Propia

En la tabla 3.4 se muestran los coeficientes de variación de los estimados, obtenidos al final de la simulación. Es posible ver que los NRMSE no son muy diferentes al estimar  $\hat{x}_1$  y  $\hat{x}_2$ , esto es debido al similar desempeño de ambas técnicas en este caso, no siendo así en la estimación de los niveles de los tanques inferiores  $\hat{x}_3$  y  $\hat{x}_4$ , en los cuales, si se puede ver una diferencia apreciable. Además, al interpretar esta información se debe tomar en cuenta que todos los índices han sido normalizados a su valor promedio para un mejor comparación.

Tabla 3.4: Comparación del Coeficiente de Variación  $C_v$  de los estimados cuando  $y = LET103$

$y = x_3$	$\hat{x}_1$		$\hat{x}_2$		$\hat{x}_3$		$\hat{x}_4$	
	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$
$STF_3$	0.1119	~350s	0.0995	~150s	0.0016	~1s	0.0414	~15s
$EKF_3$	0.1132	>500s	0.0775	>500s	0.0460	~60s	0.0832	~100s

El último caso, mostrado en la gráfica 3.7 demuestra la posibilidad de estimar precisamente todos los estados no medidos desde el Tanque 4, considerando disponible la información del sensor LET104, esto es,  $y = x_4$ . Tal resultado es solo posible usando el algoritmo STF, el cual, de cierta forma “obliga” a la convergencia de los estados no medidos, mientras que EKF presenta un tiempo de convergencia mayor al tiempo de simulación. La tabla 3.5 muestra los NRMSE y  $T_{conv}$  asociados a cada variable estimada.

Tabla 3.5: Comparación del Coeficiente de Variación  $C_v$  de los estimados cuando  $y = LET104$

$y = x_4$	$\hat{x}_1$		$\hat{x}_2$		$\hat{x}_3$		$\hat{x}_4$	
	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$	NRMSE	$T_{conv}$
$STF_4$	0.1193	~210s	0.0811	~210s	0.0657	~25s	0.0023	~1s
$EKF_4$	0.1162	>500s	0.0803	>500s	0.1485	~125s	0.0533	~125s

### Tiempo de Cómputo

Una opción que recomienda Matlab® para medir el rendimiento de un programa o una sección de código es el uso de las funciones *tic* y *toc*, cuya sintaxis se muestra en el Anexo B.4.

Tabla 3.6: Tiempo de Cómputo promedio para cada estimador

Tiempo de Computo ( $\mu s$ ) cuando:					
	$y = x_1$	$y = x_2$	$y = x_3$	$y = x_4$	Promedio
$STF$	122.52	101.73	103.32	116.23	110.95
$EKF$	71.43	72.23	70.73	75.21	72.40

En la tabla 3.6 se muestra un resumen de los tiempos promedio ( $N = 5000$ ) en  $\mu s$  consumidos por cada estimador para realizar el cálculo de los estimados. Observamos que efectivamente el algoritmo STF representa una demanda computacional promedio 53.24% mayor que el EKF; aun así, los tiempos consumidos para la ejecución del código dejan un gran margen de tiempo

para la ejecución de otras tareas, lo cual es importante en aplicaciones en tiempo real, en los cuales, el tiempo representa una restricción dura.

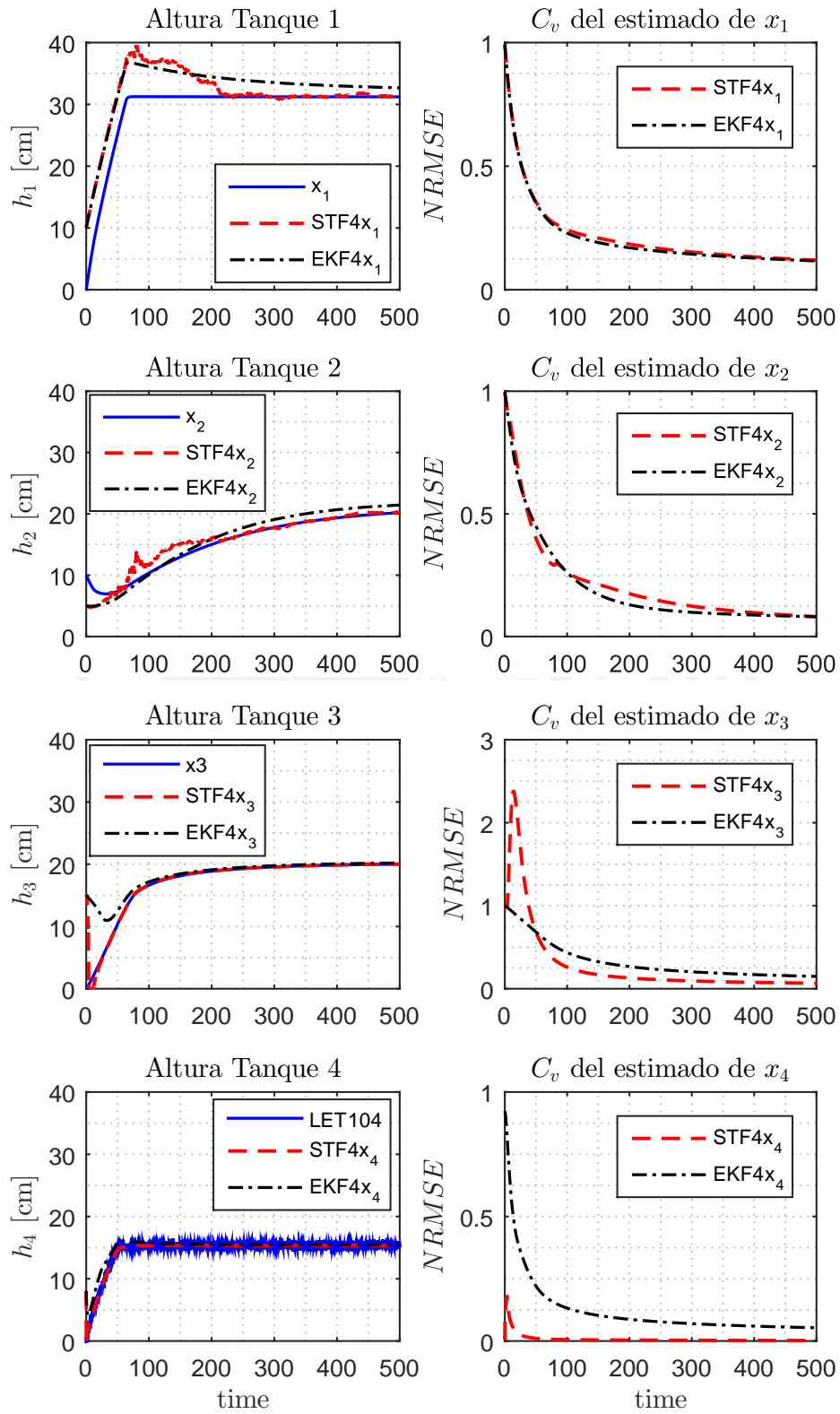


Figura 3.7: Comparación STF vs EKF cuando solo se dispone de la medida de LET104. Fuente: Elaboración Propia

### Recuperación ante un fallo: STF vs EKF

En el desarrollo de SDF basados en observadores, es deseable que los estimados estén disponibles la mayor cantidad de tiempo posible, aún después de presentarse fallos en las mediciones usadas para efectuar tales estimaciones. Bajo este punto vista, es preciso evaluar la capacidad de seguimiento y recuperación ante fallas del algoritmo propuesto. Para tal fin, se simula una pérdida de la señal proveniente del sensor LET101 durante un periodo corto de tiempo (50 s), tal como se muestra en la gráfica 3.8.

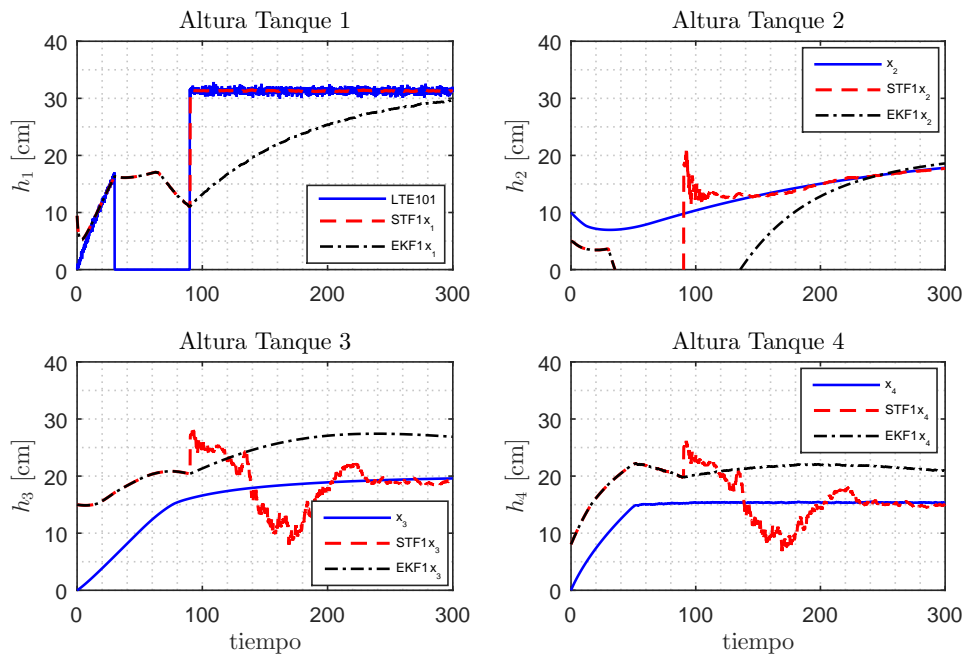


Figura 3.8: Comparación de la recuperación ante fallo del algoritmo STF y EKF . Fuente: Elaboración Propia

De los resultados, podemos concluir y confirmar que el STF, en comparación con el EKF, tiene características superiores de seguimiento, aún después de la pérdida de la señal de referencia, lo que disminuye sobremedida el tiempo de recuperación de los estados estimados a su valor de convergencia. Esta característica muy deseable, incrementará la disponibilidad y autonomía de nuestro SDF, evitando reiniciar los observadores después que ocurra un fallo.

En resumen:

- El algoritmo STF tiene mejor desempeño que el EKF en la reducción del tiempo de convergencia de los estimados, además ayuda a reducir los efectos del bias generado por la técnica de discretización usada.
- El algoritmo STF representará una demanda computacional promedio 53.24 % mayor que una implementación de EKF, aun así, debido a la baja carga de procesamiento que representa, una implementación práctica aun es factible.
- El mejor tiempo de recuperación después de una pérdida de la señal de referencia fue logrado por algoritmo STF, lo que es deseable desde un punto de vista práctico.



### 3.2.5. El Esquema de Observadores Dedicados

Uno de los objetivos más importantes de los Sistemas de Diagnóstico de Fallos es la detección temprana de anomalías o fallas en instrumentos. Esto es debido a que en muchos casos, estas señales son realimentadas para generar la ley de control. En caso de pérdida o falla de uno de los instrumentos, los estados de la planta podrían desviarse más allá de los límites permitidos desestabilizando la planta. Por supuesto, esto se podría anticipar con la información adecuada a fin de que permita la reconfiguración del sistema.

Existen muchos enfoques para el diagnóstico de fallos en instrumentos. Algunos requieren redundancia física. Otros esquemas usan técnicas de estimación como observadores de Luenberger o Filtro de Kalman para generar redundancia analítica, estos métodos pertenecen al grupo de técnicas basadas en modelo. Dentro de estos, el Esquema de Observadores Dedicados (DOS<sup>5</sup>) resalta por su enfoque práctico, sencillez y factibilidad de aplicación en un entorno real. En el esquema original presentado por Clark en (Clark, 1979) propone el diseño de un estimador de estados a partir del conocimiento de todo el sistema de entradas y la medida de un sensor. Por lo tanto, si el sistema posee “n” instrumentos, se diseñarán “n” estimadores de estados de orden completo.

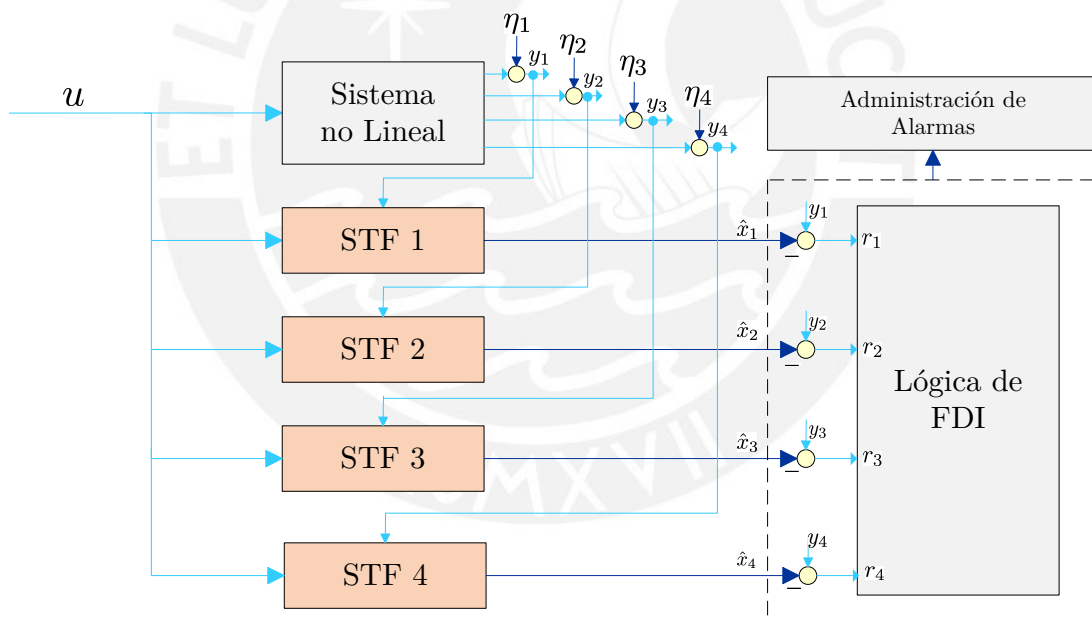


Figura 3.9: Esquema DOS aplicado al diagnóstico de sensores del Sistema Interconectado de Cuatro Tanques. Fuente: Elaboración Propia

En la figura 3.9 se muestra un esquema de la aplicación del enfoque DOS al diagnóstico de sensores en el sistema no lineal bajo estudio. Aprovechando la observabilidad uniforme del sistema (Ver Ec. (2.46)) se construye un banco de filtros, cuyo desempeño fue mostrado en las gráficas 3.4-3.7. A diferencia del esquema original, el nuevo enfoque usa Filtros de Rápido Seguimiento (STF) en la tarea de estimación de estado. La idea central es que un fallo en el sensor  $i$  causará que los estados estimados del estimador  $i$  diverjan de los estimados por los

<sup>5</sup>Dedicated Observer Scheme, or sus siglas en Inglés

otros “ $n - 1$ ” estimadores “sanos”, lo que permitirá una detección e aislamiento de la falla de forma directa, sencilla y rápida. Luego los residuos serán calculados de la siguiente forma:

$$r_i = y_i - H_i X_{STF_i} \quad (3.19)$$

Donde  $H_i$  es diferente para cada filtro y  $X_{STF_i}$  representa el vector de estimados por el filtro  $i$ . En la figura 3.10 se observa los residuales generados por cada banco, cuando no existen fallos en los sensores.

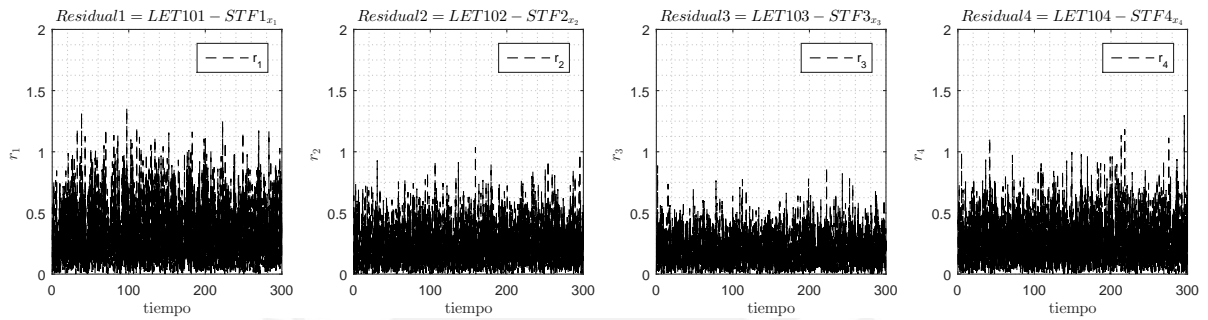


Figura 3.10: Residuales en caso sin fallos. Fuente: Elaboración Propia

### 3.3. Evaluación Residual

La siguiente paso en la tarea de diagnóstico de fallos es la evaluación residual. Este proceso involucra confrontar los residuos generados con la firma de fallos para la toma de decisiones o aplicación de alguna lógica de FDI basada, generalmente, en lógica de umbrales (Frank and Ding, 1997), la cual confirmará la ocurrencia de un fallo o una falsa alarma. Existen muchas otras técnicas más complejas y robustas como reconciliación de datos, correlación, reconocimiento de patrones, lógica difusa, umbrales adaptativos, etc, que se usan cuando los residuales generados tienen incertidumbres grandes o entradas desconocidas. Sin embargo, en un enfoque práctico, la evaluación residual mediante umbrales estáticos es más apropiada para una implementación real, ya que estos pueden ser adaptados mediante pruebas de ensayo y error en el proceso de puesta en marcha del sistema.

En la figura 3.11 se puede observar el SDF desarrollado para el diagnóstico en sensores del proceso hidráulico con tanques interconectados. El sistema de diagnóstico se compone por los siguiente bloques:

- **Banco de Estimadores STF**, cuya tarea es generar los estimados a partir de las mediciones disponibles.
- **Generador de Fallos**, el cual, mediante un banco de señales de fallos, simulará descalibración y/o pérdida de la señal en uno/varios sensores a la vez.
- **Bloque de Lógica de Identificación**, el cual contiene los algoritmos que permiten identificar la ubicación temporal y la naturaleza del fallo.

- **Registradores de eventos**, cuya función es alertar al operario sobre la ocurrencia de un fallo, su ubicación temporal, la naturaleza, magnitud y confiabilidad del diagnóstico en %.

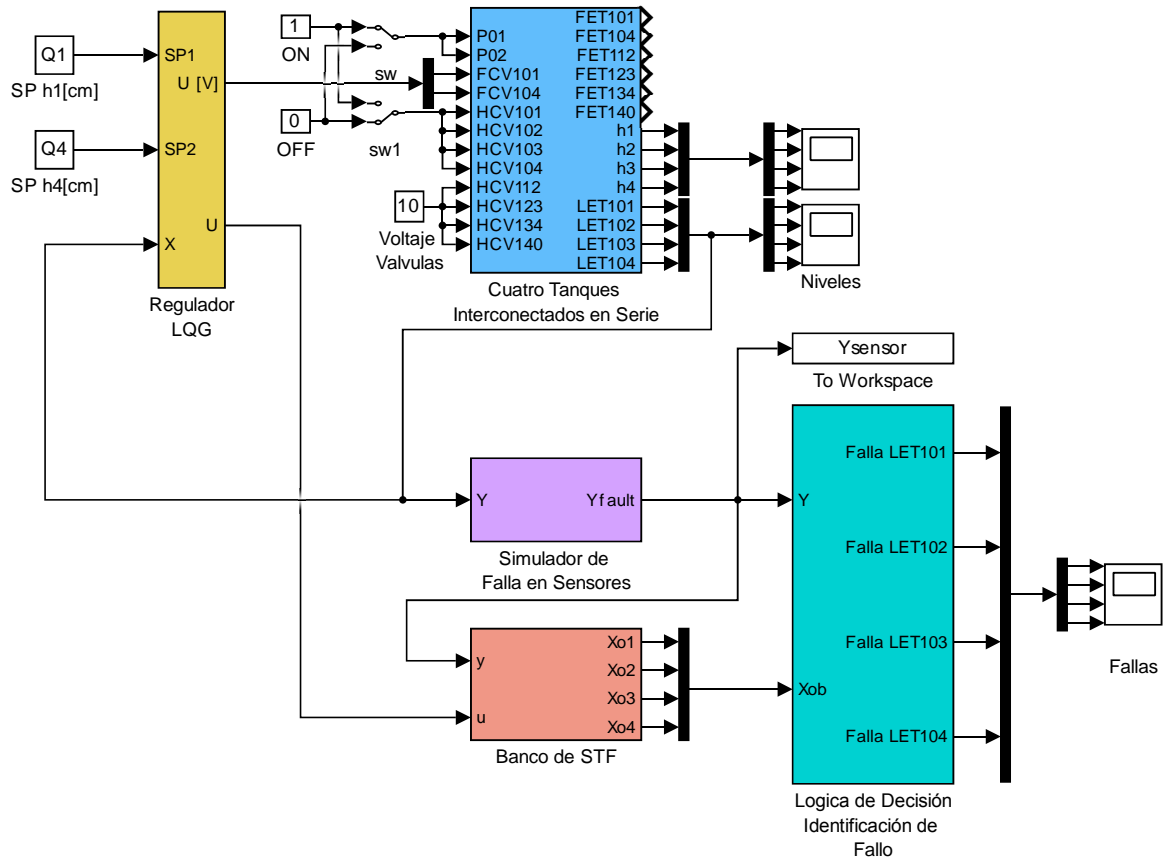


Figura 3.11: Sistema de FDI desarrollado para el diagnóstico en sensores del Sistema Interconectado de Cuatro Tanques. Fuente: Elaboración Propia

### 3.3.1. Detección y Aislamiento de Fallos

Debido a su concepción, el enfoque DOS permite la detección y aislamiento directo de un evento anómalo cuando el residual es mayor que un umbral escogido mediante conocimiento a priori del sistema. Mediante el modelamiento anterior de las fallas en sensores (Ec. (2.34)), se puede establecer la siguiente firma de fallas, de acuerdo a la tabla 3.7.

	$f_{x1}$	$f_{x2}$	$f_{x3}$	$f_{x4}$
$r_1$	1	0	0	0
$r_2$	0	1	0	0
$r_3$	0	0	1	0
$r_4$	0	0	0	1

Tabla 3.7: Matriz de firma de Fallos ante fallas de sensores.

Ahora, analizando los residuales en el caso sin falla de la figura 3.10, podemos escoger unos

umbrales estáticos  $\delta_i$  adecuados para generador. Por lo tanto, basados en el hecho que nuestro generador residual es inherentemente estructurado, las fallas en sensores pueden ser detectadas y aisladas por simple decisión lógica:

$$\begin{aligned}
 |r_1| \geq \delta_1, & \implies \text{Falla en LET101} \\
 |r_2| \geq \delta_2, & \implies \text{Falla en LET102} \\
 |r_3| \geq \delta_3, & \implies \text{Falla en LET103} \\
 |r_2| \geq \delta_4, & \implies \text{Falla en LET104}
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Con lo cual la tarea de Detección e Aislamiento estaría completada. En muchas investigaciones solo se llega hasta este punto sin explicar la naturaleza del fallo o discernir si se trató de una falsa alarma (Anzures-Marin and Castillo-Toledo (2006), Córdova Ricapa (2016)). Este enfoque es un tanto incompleto desde un punto de vista aplicado, debido a que, si no se usa toda la información disponible, la capacidad de diagnóstico se verá limitada, y el SDF resultante no tendrá muchas de las prestaciones deseadas (Venkatasubramanian et al., 2003).

### 3.3.2. Identificación de Fallas

También llamado Estimación de Fallas, es el proceso por el cual se le provee al SDF con la “inteligencia suficiente”, a fin de que pueda procesar la información del sistema para brindar una explicación lógica al origen de la falla. Por lo general, para llevar a cabo esta tarea, es necesario usar la mayor parte de información proveniente de los estimadores y de los residuales. Un esquema en el que se muestra la información de entrada al algoritmo (en azul) y la información proveniente del análisis (en rojo), se encuentra en la figura 3.12.

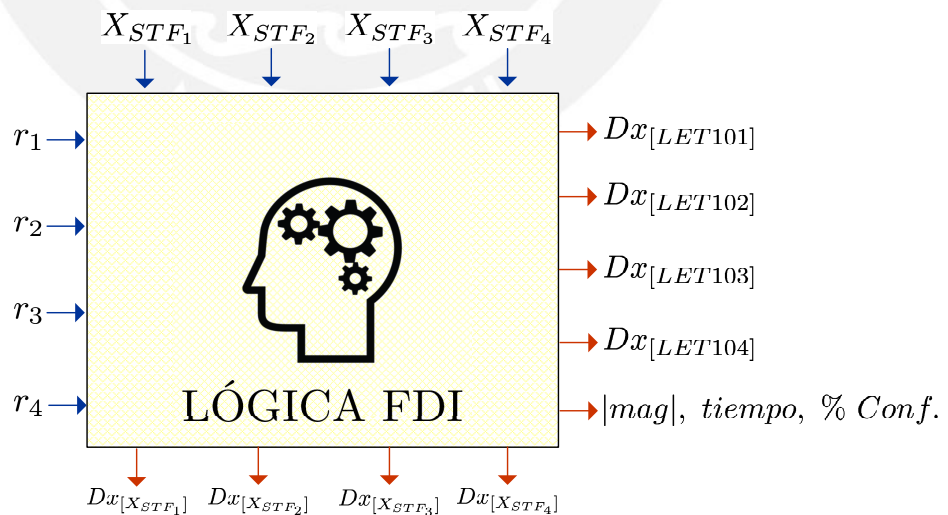


Figura 3.12: Lógica de FDI. Fuente: Elaboración Propia

La lógica de Identificación de fallas ha sido implementado en el bloque **Lógica de Decisión** de la figura 3.11, el cual ha sido diseñado de tal forma que pueda discriminar entre un fallo de sensor por descalibración o desconexión.

Para tal fin, fue preciso adicionar valores numéricos al índice ( $Dx_{LET10i}$ ), que representa la identificación del tipo de fallo del sensor “i”, según (3.21).

$$Dx_{LET10i} = TipoFallo = \begin{cases} 1, & \text{Sin Falla} \\ 0, & \text{Desconexión} \\ -1, & \text{Descalibración} \end{cases} \quad (3.21)$$

Adicionalmente, la lógica implementada permite conocer la magnitud, la ubicación temporal y el grado de fiabilidad del diagnóstico expresado en %. Esto es posible usando los  $X_{STFi}$  de los demás estimadores “sanos”. En este sentido, es importante conocer la grado de fiabilidad o **disponibilidad** de un estimador ( $Dx_{STFi}$ ) para asegurar si este puede ser usado en el diagnóstico de los demás sensores. Hay que tomar en cuenta que aunque un sensor se recupere después de un fallo y alcance un estado “Sin Falla”, esto no asegura que inmediatamente los estados estimados mediante esta medición posean valores acordes con los verdaderos (Fig. ??). Aunque el uso del algoritmo STF permite la rápida convergencia de los estimados después de un fallo, debemos establecer un atributo para conocer la disponibilidad de los estados estimados a partir de una medición:

$$Dx_{STFi} = Disponibilidad = \begin{cases} 1, & \text{Listo} \\ 0, & \text{No disponible} \end{cases} \quad (3.22)$$

Por lo que una disponibilidad igual a 1 significará que todos los estados estimados a partir de una medición poseen fiabilidad y pueden ser usados para el diagnóstico de los demás sensores o para técnicas de reconfiguración de la ley de control ante un escenario de fallo. De lo contrario, los estimados no son fiables y pueden encontrarse en un estado transitorio hacia la convergencia. El algoritmo que determina la disponibilidad está basado en una lógica de comparaciones sucesivas ente estimadores, el cual es implementado en el SDF bajo el nombre de “Salud de los Estimados” en Simulink® y se encuentra en el Anexo A.2. Asimismo, el script correspondiente con el código se encuentra en el Anexo B.2.

En el Algoritmo 4 se puede apreciar, en forma simplificada, el pseudo-código implementado para identificar un fallo en el sensor LET101. El diagnosticador necesita aparte de los residuales generados, información de los demás estimadores  $X_{STFi}$  y sus disponibilidades  $Dx_{STFi}$  para efectuar un diagnóstico mas detallado y útil para el operador. También se establecen umbrales estáticos como  $umb_{r_1} = \delta_1$ , cuyo valor es fijado experimentalmente estableciendo un valor máximo para  $r_1$  en estado “Sin Falla”. El umbral de desconexión  $umb_{desc}$  es un valor que depende del tipo de red industrial usado o de la tarjeta de adquisición de datos. Para efectos demostrativos se considerará que se ha perdido la señal de un sensor si este devuelve un valor cercano a 0.

El Script, correspondiente a la implementación del algoritmo Algoritmo 4 en la identificación de falla en el sensor LET101 puede ser encontrado en el Anexo B.3.

---

**Algorithm 4:** ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN DE FALLO PARA EL SENSOR LET101

---

**Input:**  $r_1, y_1, X_{STF_i}, Dx_{STF_i}$

**Output:**  $Dx_{LET101}$

```

1 while true do
2   if  $r_1 \geq umb_{r_1}$  then
3     if  $\neg Dx_{STF_2} \wedge \neg Dx_{STF_3} \wedge \neg Dx_{STF_4}$  then
4       Print "Imposible realizar diagnóstico"
5       Break // Si no hay ningun estimador disponible
6     else
7        $BIAS \leftarrow \frac{\sum_{i=2}^4 |y_1 - X_{STF_{i,1}}| \times Dx_{STF_i}}{\sum_{i=2}^4 Dx_{STF_i}}$  // Calcular magnitud fallo
8       if  $BIAS \leq umb_{ruido}$  then // Sensor Normal
9          $Dx_{LET101} \leftarrow 1$ 
10      else if  $y_1 \leq umb_{desc}$  then // Sensor sin Conexión
11         $Dx_{LET101} \leftarrow 0$ 
12      else // Sensor Descalibrado
13         $Dx_{LET101} \leftarrow -1$ 
14      end
15    end
16  else
17    Break
18  end
19 end

```

---

### 3.4. Pruebas y resultados

Para validar el enfoque empleado, el SDF será puesto a prueba induciendo artificialmente las siguientes dos fallas en los sensores:

- Descalibración
- Desconexión o pérdida de la señal

Mediante la lógica implementada, se verificará que el sistema puede detectar, aislar e identificar:

- Fallas en un instrumento.
- Dos fallas simultáneas en diferentes instrumentos.
- Tres fallas simultáneas en diferentes instrumentos.

### 3.4.1. Fallas individuales

Es importante analizar el desempeño del SDF cuando ocurre una falla individual, a fin de evaluar la confiabilidad del diagnóstico y justificar la técnica utilizada. Bajo este contexto, se induce dos fallas diferente en un mismo sensor: una desconexión inicial en el segundo 30 con restablecimiento de conexión en 90', posteriormente dos descalibraciones consecutivas de diferentes magnitudes suceden en (150 s - 210 s).

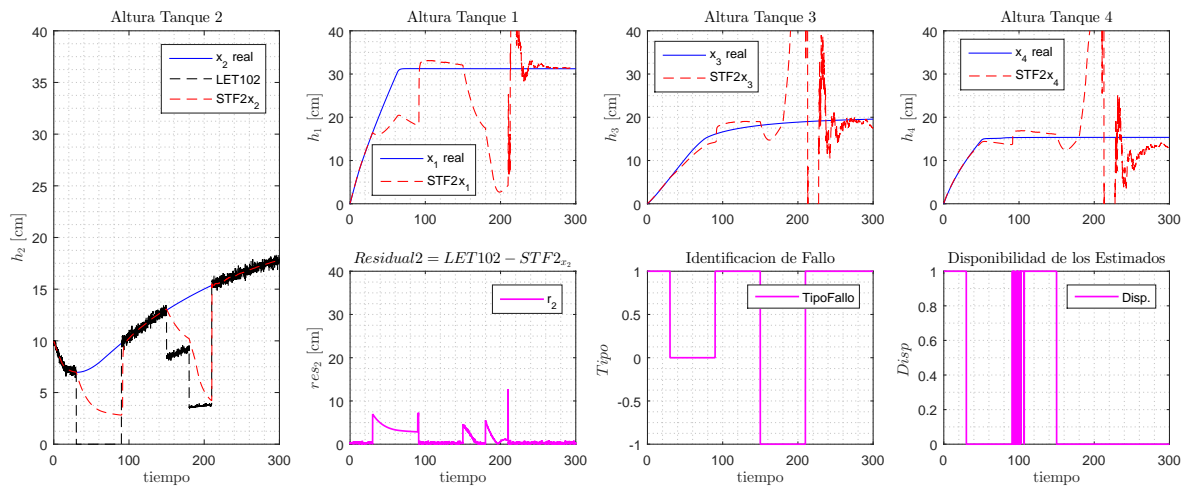


Figura 3.13: Detección, aislamiento e identificación de falla individual en LET102.

En la figura 3.13 se puede ver la aplicación de este conjunto de fallas al sensor LET102. Podemos ver la correcta identificación de la naturaleza de la falla en “Identificación de Fallo” bajo la convención definida anteriormente (Ver. Ec. 3.21). Es interesante además analizar el desempeño del STF recuperando el valor de los estados estimados después de la falla, incrementando la “Disponibilidad de los Estimados”. El mismo conjunto de fallas aplicado al sensor LET104 se puede ver en la figura 3.14, nuevamente se confirma la validez del método empleado según los resultados del diagnóstico.

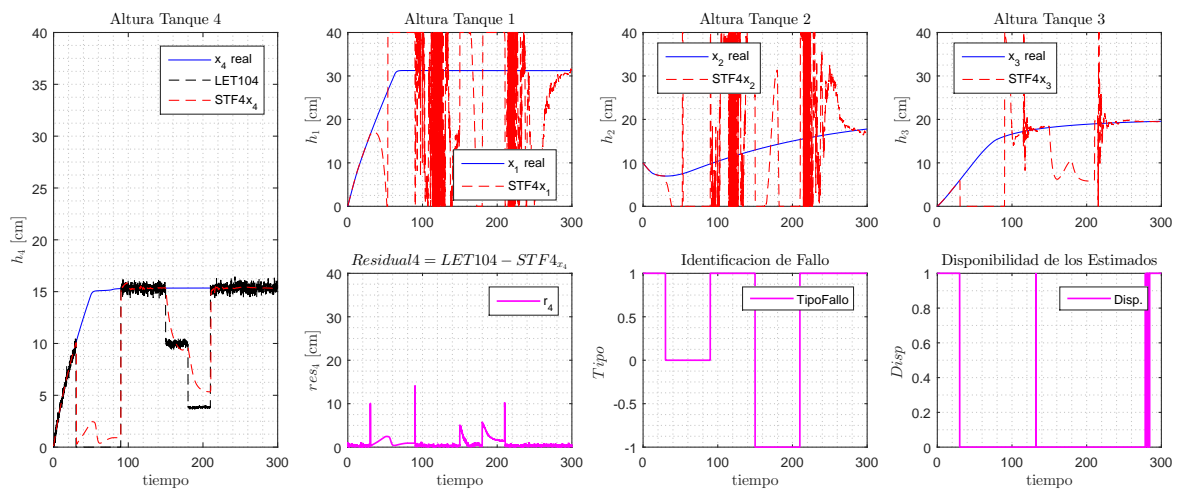


Figura 3.14: Detección, aislamiento e identificación de falla individual en LET104.

### 3.4.2. Fallas Simultaneas - 2 sensores

El implementación de la lógica de Identificación del Algoritmo 4 nos permite explicar la naturaleza de dos fallas simultáneas en diferentes sensores, esto es posible, como se dijo anteriormente, usando los estimados de las mediciones “sanas”. En la parte superior de la figura 3.15 se observa dos fallas simultáneas en LET101 y LET104 en el segundo 30, ambas de diferente naturaleza; en la parte inferior se observa el diagnóstico correspondiente.

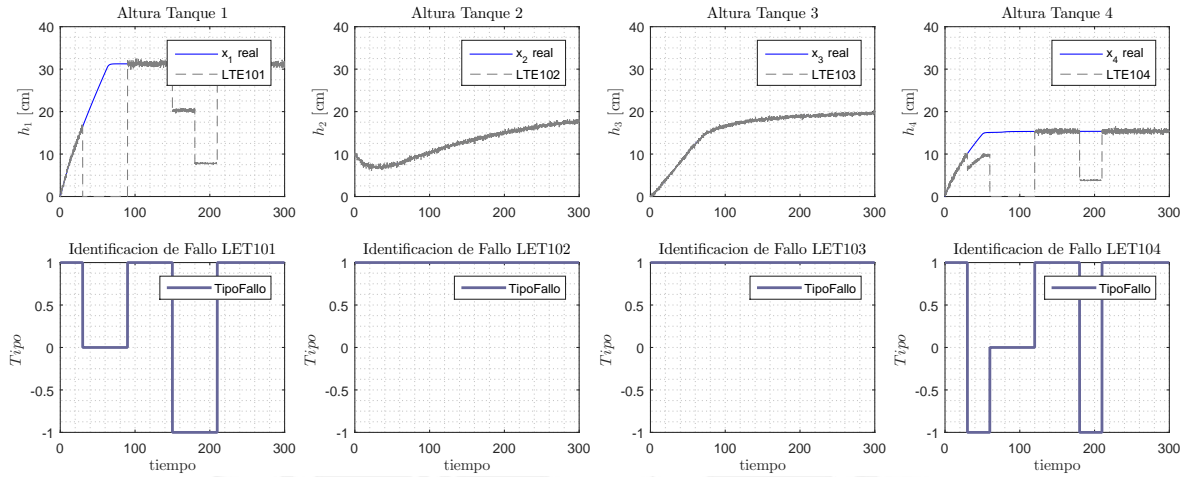


Figura 3.15: Identificación de fallas simultáneas en LET101 y LET104.

Asimismo se puede apreciar que el sistema predice correctamente la salud de los sensores LET102 y LET104. Otro caso de fallas simultánea múltiple se observa en la figura 3.16 en el cual se han inducido el mismo conjunto de fallas en LET102 y LET103, lográndose también una correcta identificación de la falla.

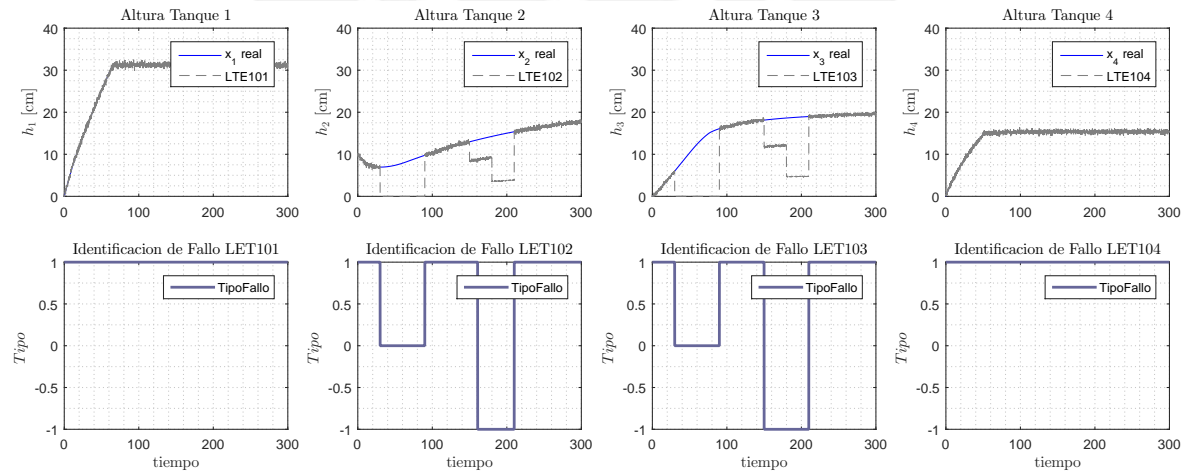


Figura 3.16: Identificación de fallas simultáneas en LET102 y LET103.



### 3.4.3. Fallas Simultaneas - 3 sensores

Como se teorizó anteriormente, el enfoque DOS permite aislar cuatro fallas simultáneas en el sistema; sin embargo, la tarea de Identificación de la Falla solo se puede realizar si se tiene alguna medida saludable con la cual efectuar las comparaciones según el Algoritmo 4. Bajo este enfoque, se presume que el SDF sería capaz de Identificar hasta 3 fallas simultáneas en sensores. En la figura 3.17 la robustez de Identificación de la lógica implementada se pone a prueba induciendo 3 conjunto de fallas diferentes y simultáneas en los sensores LET102, LET103 y LET104 (parte superior). El correspondiente diagnóstico para cada sensor en la parte inferior de la figura demuestra la efectividad del método y la conjetura inicial.

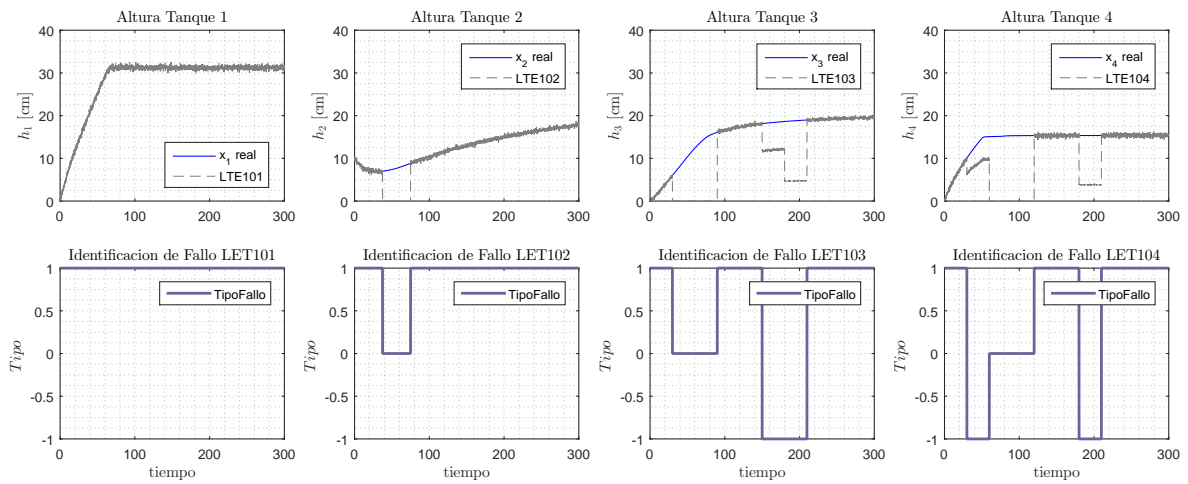


Figura 3.17: Identificación de fallas simultáneas en LET102, LET103 y LET104.

En la figura 3.18 se presenta fallos simultáneos en LET101, LET102 y LET104. La Identificación de las fallas se efectúa con la información proveniente del estimador construido a partir de la medida saludable LET103. Una vez mas, la efectividad, confiabilidad, robustez y sencillez del enfoque desarrollado queda demostrada.

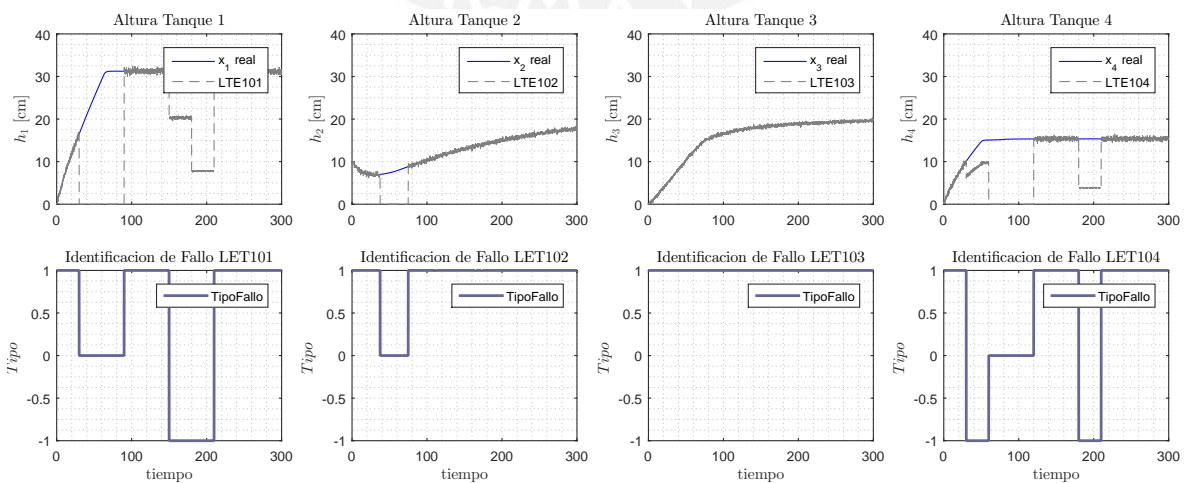


Figura 3.18: Identificación de fallas simultáneas en LET101, LET102 y LET104.

### 3.5. Monitoreo Paramétrico

En muchas aplicaciones críticas y de gran inversión existe creciente interés en estimar parámetros que no pueden ser medidos directamente, con fines de monitoreo o de diagnóstico (Wiklander, 2003). Desde luego, una alerta temprana de un cambio paramétrico será muy útil para la tareas de mantenimiento preventivo, para corrección de el modelo o para ajustar la ley de control de tal fin que se pueda asegurar la integridad y continuidad del proceso. Quizás el método más extendido y popular para estimación paramétrica sea el método de mínimos cuadrados (LS). Sin embargo, cuando la dinámica del sistema es no lineal y las muestras están contaminadas con ruido no Gaussiano, es más apropiado usar técnicas estocásticas tales como el Filtro de Kalman Extendido (EKF) o alguna de sus variantes no lineales.

En el caso de los Procesos Hidráulicos con Tanques Interconectados, los parámetros de interés provienen del modelo físico tales como los coeficientes de gasto, la constante de efectividad del actuador, etc. Algunas investigaciones han abordado la estimación de parámetros usando el Filtro Extendido de Kalman bajo diferentes esquemas como el Doble Filtro Extendido de Kalman (DEKF) (Seung et al., 2013) o el Filtro Extendido de Kalman con Estado Aumentados (ASEKF) (Lincon et al. (2007), Voros J (2009), Viveros et al. (2014)), para la estimación de parámetros de coeficientes de caída y de efectividad del actuador.

En esta subsección, se analiza los problemas de convergencia en la aplicación de la técnica ASEKF en el monitoreo de parámetros internos de interés para el diagnóstico en el Proceso Hidráulico con Tanques Interconectados. También se pretende demostrar como es posible superar la divergencia mediante la incorporación de escalamiento técnico de la matriz de covarianza  $P$  usando el algoritmo STF.

#### 3.5.1. Filtro Extendido de Kalman de Estados Aumentados

Si la función de transición de estados  $f$  y/o las función de medición  $h$  dependen de cantidades adicionales tales como parámetros del sistema físico, perturbación o entradas desconocidas es posible construir un filtro estimador para estas variables implementando el enfoque de estados aumentados (Gelb, 1974).

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

En este enfoque, las variables desconocidas  $p$  a ser estimadas son modelados como constantes o secuencias de ruido aleatorio Gaussiano de media cero y de covarianza  $Q_{pp}$ . Así, el planteamiento general del sistema será:

$$\dot{x} = f(x, u, p) + \omega_1 \quad (3.24a)$$

$$\dot{p} = 0 + \omega_p \quad (3.24b)$$

$$y = h(x, p) + \eta \quad (3.24c)$$

$$E[\omega_1 \omega_1^T] = Q \quad (3.24d)$$

$$E[\omega_p \omega_p^T] = Q_{pp} \quad (3.24e)$$

$$E[\eta \eta^T] = R \quad (3.24f)$$

De esta forma, aumentando los estados con los parámetros de interés, incluyendo el conjunto de las ecuaciones del modelo y los procesos de ruido asociados, el Filtro Extendido de Kalman podría ser usado para estimación simultanea de estados y parámetros, aun si estos varían en el tiempo. A continuación se muestra el algoritmo completo, el cual fue adaptado de (Bohn, 2000).

---

**Algorithm 5:** FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN DE ESTADO AUMENTADOS

---

**Input:**  $\hat{x}_o, \hat{p}_o, P_{xxo}, P_{xp_o}, P_{ppo}, Q, Q_{pp}, R$

---

```

1  k = 1
2  while true do
    /* Predicciones */
3  F_k ← ∂f(x, u, p)/∂x|_{x=̂x_k} // Jacobiano con respecto a los estados
4  D_k ← ∂f(x, u, p)/∂p|_{x=̂x_k} // Jacobiano con respecto a los parámetros
5  ̂x_{k+1}^- ← f(̂x_k, u_k, ̂p_k) // Sobre los estados
6  P_{xx_{k+1}}^- ← F_k P_{xx_k} F_k^T + D_k P_{xp_k}^T + P_{xp_k} D_k^T + Q_k // Sobre la covarianza de los estados
7  P_{xp_{k+1}}^- ← F_k P_{xp_k} + D_k P_{pp_k} // Sobre la covarianza cruzada
8  P_{pp_{k+1}}^- ← Q_{pp_k} // Sobre la covarianza de los parámetros
    /* Actualizaciones */
9  H_{k+1} ← ∂h(x, p)/∂x|_{x=̂x_{k+1}}^- // Linealización de la matriz de mediciones estad
10 J_{k+1} ← ∂h(x, p)/∂p|_{x=̂x_{k+1}}^- // Linealización de la matriz de mediciones param
11 ̵_{k+1} ← y_{k+1} - H_{k+1} ̂x_{k+1}^- // error de predicción
12 A_{k+1} ← R_{k+1} + H_{k+1} P_{xx_{k+1}}^- H_{k+1}^T + H_{k+1} P_{xp_{k+1}}^- J_{k+1}^T
13 + J_{k+1} P_{xp_{k+1}}^- H_{k+1}^T + J_{k+1} P_{pp_{k+1}}^- J_{k+1}^T // Aproximando covarianzas del error de predicción
14 K_{k+1} ← (P_{xx_{k+1}}^- H_{k+1}^T + P_{xp_{k+1}}^- J_{k+1}^T) A_{k+1}^-1 // Ganancia del Filtro - Estados
15 L_{k+1} ← (P_{xp_{k+1}}^- H_{k+1}^T + P_{pp_{k+1}}^- J_{k+1}^T) A_{k+1}^-1 // Ganancia del Filtro - Parámetros
16 ̂x_{k+1}^+ ← ̂x_{k+1}^- + K_{k+1} ̵_{k+1} // Sobre los estados
17 ̂p_{k+1}^+ ← ̂p_{k+1}^- + L_{k+1} ̵_{k+1} // Sobre los parámetros
18 P_{xx_{k+1}}^+ ← P_{xx_{k+1}}^- - K_{k+1} A_{k+1} K_{k+1}^T // Sobre la Cov. error de los estados
19 P_{xp_{k+1}}^+ ← P_{xp_{k+1}}^- - K_{k+1} A_{k+1} L_{k+1}^T // Sobre la Cov. error cruzada
20 P_{pp_{k+1}}^+ ← P_{pp_{k+1}}^- - L_{k+1} A_{k+1} L_{k+1}^T // Sobre la Cov. error parámetros
21 k ← k + 1
22 end

```

---

Teóricamente, dado que los parámetros no dependen de los estados, la precisión de los estimados será fuertemente dependiente su matriz de covarianza del ruido  $Q_{pp}$ . Los casos en cuales se recomienda aplicar este esquema se pueden encontrar en Bohn (2000) y las propiedades de convergencia de este método aplicado a sistemas discretos son analizado en Ljung (1979).

### 3.5.2. Modelo ampliado del Sistema

A fin de poder implementar el Algoritmo 5, el conjunto de ecuaciones discretas que describen al sistema, definidas por la ecuación 3.1, deberá ser modificado; considerando que los parámetros de interés son variantes en el tiempo, según la ecuación 3.25.

$$x_{1k+1} = x_{1k} + \Delta t \left[ -a_{1k}s(\delta x_{12k}) + \beta_{1k} \frac{q_{1k}}{S} - \theta_{1k} \sqrt{|x_{1k}|} \right] + \omega_{1k} \quad (3.25a)$$

$$x_{2k+1} = x_{2k} + \Delta t \left[ a_{1k}s(\delta x_{12k}) - a_{2k}s_H(\delta x_{23k}) - \theta_{2k} \sqrt{|x_{2k}|} \right] + \omega_{2k} \quad (3.25b)$$

$$x_{3k+1} = x_{3k} + \Delta t \left[ a_{2k}s_H(\delta x_{23k}) - a_{3k}s(\delta x_{34k}) - \theta_{3k} \sqrt{|x_{3k}|} \right] + \omega_{3k} \quad (3.25c)$$

$$x_{4k+1} = x_{4k} + \Delta t \left[ a_{3k}s(\delta x_{34k}) - \theta_{4k} \sqrt{|x_{4k}|} + \beta_{2k} \frac{q_{4k}}{S} \right] + \omega_{4k} \quad (3.25d)$$

Los parámetros de interés para el monitoreo y sus valores nominales se encuentran resumidos en la tabla 3.8. Su significado físico de cada variable ha sido estudiado en el capítulo 2 de la presente tesis.

Descripción	Símbolo	Valor normal	Unidades
Coefficiente de transferencia entre tanques 1 y 2	$a_{1k}$	0.0357	-
Coefficiente de transferencia entre tanques 2 y 3	$a_{2k}$	0.0159	-
Coefficiente de transferencia entre tanques 3 y 4	$a_{3k}$	0.0515	-
Coefficiente de efectividad del actuador 1	$\beta_{1k}$	1.0000	-
Coefficiente de efectividad del actuador 2	$\beta_{2k}$	1.0000	-
Coefficiente de fuga en el tanque 1	$\theta_{1k}$	0.0000	-
Coefficiente de fuga en el tanque 2	$\theta_{2k}$	0.0000	-
Coefficiente de fuga en el tanque 3	$\theta_{3k}$	0.0000	-
Coefficiente de fuga o descarga en tanque 4	$\theta_{4k}$	0.0650	-

Tabla 3.8: Parámetros de Interés para en el Sistema de Cuatro Tanques Acoplados

### 3.5.3. Monitoreo y Diagnóstico del coeficiente de efectividad del Actuador

$\beta_i$

Los coeficientes  $\beta_{ik}$  representan la efectividad de la ley de control. En condiciones normales de operación, este coeficiente debería poseer un valor cercano a 1, lo que significa que el actuador está entregando el flujo solicitado por la ley de control. Una estimación menor a 1 podría significar una pérdida en la eficiencia del actuador debido a múltiples causas (Tabla 2.3).

A fin de desarrollar el ASEKF, es necesario considerar estos parámetros como estados adicionales al modelo de la ecuación (3.25) según el procedimiento descrito en (3.23) - (3.24).

$$\beta_{1k+1} = \beta_{1k} + \omega_{5k} \quad (3.26a)$$

$$\beta_{2k+1} = \beta_{2k} + \omega_{6k} \quad (3.26b)$$

Se establece un vector de estados y de parámetros:

$$x_k = \begin{Bmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ x_{3k} \\ x_{4k} \end{Bmatrix}, \quad p_k = \begin{Bmatrix} \beta_{1k} \\ \beta_{2k} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

y se calcula sus respectivas covarianzas mediante conocimiento a priori:

$$Q = \begin{pmatrix} 0,010 & 0,000 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,015 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,008 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 0,013 \end{pmatrix}, \quad Q_{pp} = \begin{pmatrix} 0,005 & 0,000 \\ 0,000 & 0,005 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

A fin de lograr la rápida convergencia del estimador, se considerará disponible las medidas de los cuatro sensores del sistema, es decir  $h(x) = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^T$ . En el cálculo de las matrices variantes en el tiempo definidas en el Algoritmo ASEKF ( $F_k$ ,  $D_k$ ,  $H_k$  y  $J_k$ ), todos los demás parámetros que no son monitoreados se consideran constantes, con sus valores nominales definidos en (3.8).

$$F_k = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\hat{x} \\ u=\hat{u}}} = \begin{pmatrix} 1-a & a & 0 & 0 \\ a & 1-a-b & b & 0 \\ 0 & b & 1-b-c & c \\ 0 & 0 & c & 1-c-d \end{pmatrix} \begin{matrix} x = \hat{x} \\ p = \hat{p} \end{matrix} \quad (3.29a)$$

$$D_k = \left. \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \right|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \begin{pmatrix} q_1 \Delta t / S & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & q_2 \Delta t / S \end{pmatrix} \begin{matrix} x = \hat{x} \\ p = \hat{p} \end{matrix} \quad (3.29b)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h(x, p)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \mathbf{I}_{4 \times 4} \quad (3.29c)$$

$$J_k = \left. \frac{\partial h(x, p)}{\partial p} \right|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \mathbf{0}_{4 \times 2} \quad (3.29d)$$

Donde  $a, b, c$  y  $d$  han sido definidos en el proceso de linealización del proceso (Ver Ec. 2.61).

Definidas las matrices necesarias, aplicamos el Algoritmo 5 al Proceso Hidráulico de Tanques Interconectados, usando ambos, el EKF y el algoritmo STF, obteniéndose el resultado de la estimación en la gráfica 3.19, en un escenario sin falla en actuadores.

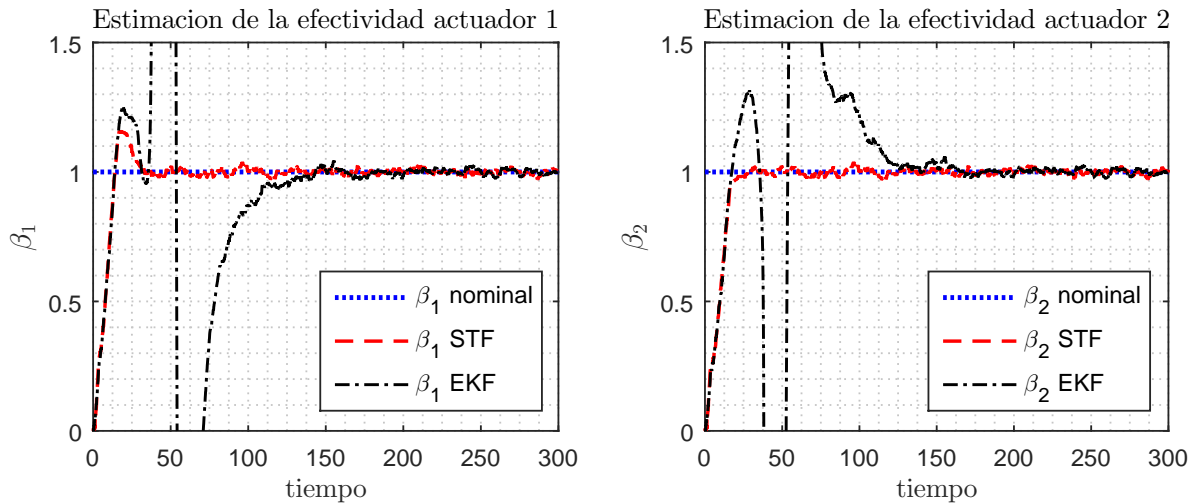


Figura 3.19: Estimación del parámetro  $\beta$  en operación sin falla. Fuente: Elaboración Propia

Se puede apreciar que el EKF tiene el problema de inestabilidad al comienzo de la estimación, convergiendo en 150 segundos aproximadamente con buena precisión y sin bias. También se observa que introducción del escalamiento técnico de  $P$  corrige este problema, haciendo que los estados estimados, y por ende los parámetros converjan más rápidamente a su valor final.

El valor asignado a  $Q_{pp}$  es muy importante debido a que este determina el nivel de ruido asociado en la estimación final. Mediante varias pruebas en el proceso de sintonización del filtro, se pudo observar que un valor muy pequeño de las covarianzas de  $Q_{pp}$  hacen la estimación mas suave, pero condicionan la estabilidad del filtro. Estos problemas de convergencia siempre pueden ser superados encontrando el factor de olvido  $\rho$  y de debilitamiento  $\beta$  apropiado. En esta estimación,  $\rho$  fue configurado en 0.95 y  $\beta$  en 4.

La aplicación del algoritmo STF en la estimación del parámetro de efectividad del actuador se puede encontrar en código script de Matlab® en el Anexo B.5.

El siguiente objetivo es poner a prueba la técnica empleada para ver si esta es capaz de poder determinar el valor de los parámetros cuando existe un cambio interno asociado a tal variable. En este sentido, deberemos poner a prueba el Sistema de Monitoreo induciendo fallas multiplicativas y simultáneas en ambos actuadores. Los resultados de la aplicación de tales pruebas se encuentran en la gráfica 3.20.

Se ha simulado una pérdida del 35% de efectividad en el actuador 1 en el segundo 90 reestableciéndose el desempeño normal en el segundo 180. Asimismo se induce dos perdidas de efectividad seguidas del 15% (segundo 90) y 45% (segundo 210) en el segundo actuador.

Se observa que los parámetros estimados mediante el algoritmo STF convergen rápidamente a valores coherentes con las mediciones efectuadas, logrando estimarlas con precisión, aun

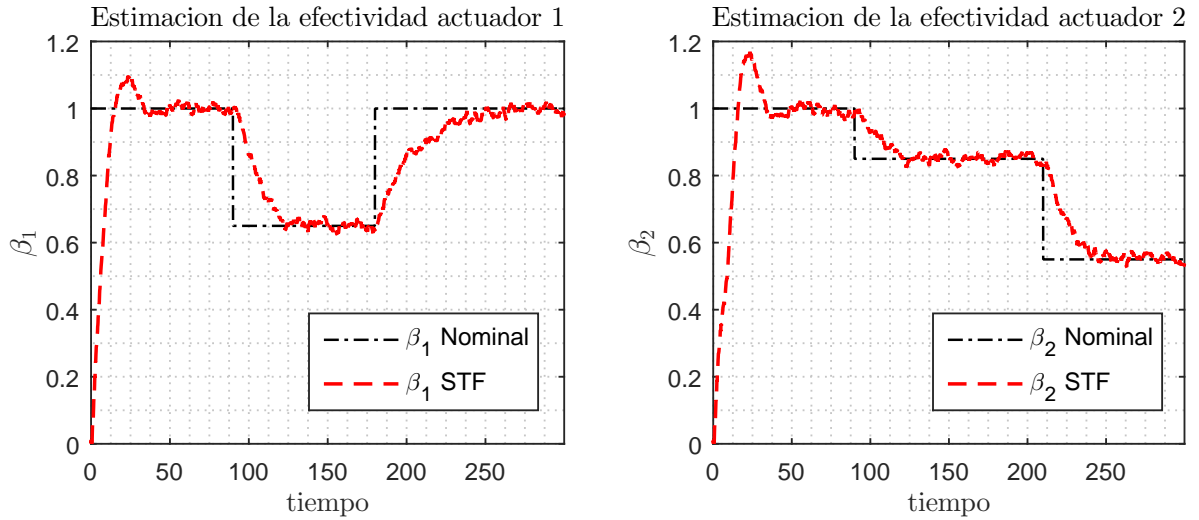


Figura 3.20: Detección de cambio paramétrico en  $\beta$ . Fuente: Elaboración Propia

cuando los fallos son abruptos y ocurren al mismo tiempo (segundo 90), evidenciando la fuerte capacidad de seguimiento de la técnica. Tampoco se evidencian problemas de convergencia. Se puede concluir que la adición del algoritmo STF en la técnica de estados aumentados posibilita el monitoreo rápido, preciso y sin problemas de estabilidad del parámetro de efectividad del actuador.

### 3.5.4. Monitoreo y Diagnóstico del coeficiente de Gasto $\mu_i$

Los coeficientes de gasto  $\mu_i$ , son parámetros que se obtiene de forma experimental (Ver Ec. 2.15), los cuales representan la rigidez de la tubería al paso del fluido. Estos parámetros pueden ser derivados a partir de los coeficientes de transferencia  $a_{ik}$ , usando la siguiente relación:

$$\mu_{ik} = \frac{a_{ik} S_i}{S_c \sqrt{2g}}, \quad \forall i \in [1; 3] \quad (3.30)$$

Donde  $S_i$  es la área transversal de los tanques,  $S_c$  es la sección de la tubería, y  $g$  es la aceleración de la gravedad.

En muchos procesos industriales que involucran subsistemas hidráulicos comunicados mediante tuberías, es de interés el monitoreo del coeficiente de transferencia  $a_{ik}$ , debido a que un cambio repentino en este parámetro podría representar una obstrucción debido a la inserción de un objeto extraño, mientras que un cambio gradual en el tiempo podría considerarse como un fenómeno inherente en este tipo de plantas debido al “encalichamiento” suciedad acumulada en las tuberías a lo largo del tiempo de operación. Un diagnóstico temprano de este tipo de fallo podría significar un ahorro de dinero por tiempos de parada no programadas en limpieza de ductos y tuberías.

Por lo expuesto anteriormente, se ve necesario el planteamiento de la técnica de estado aumentados para la estimación de este parámetro. Afortunadamente, los coeficientes de transferencia también pueden ser modelados como ruido blanco Gaussiano, por lo que se

pueden añadir al modelo de la ecuación (3.25) los siguientes estados ficticios.

$$a_{1k+1} = a_{1k} + \omega_{7k} \quad (3.31a)$$

$$a_{2k+1} = a_{2k} + \omega_{8k} \quad (3.31b)$$

$$a_{3k+1} = a_{3k} + \omega_{9k} \quad (3.31c)$$

Se define el vector de parámetros y se establece su respectiva matriz de covarianza, la cual ha sido definida de forma heurística en el proceso de sintonización del filtro.

$$p_k = \begin{Bmatrix} a_{1k} \\ a_{2k} \\ a_{3k} \end{Bmatrix}, \quad Q_{pp} = \begin{pmatrix} 0,005 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,006 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,003 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Las matrices  $F_k$  y  $H_k$  se calculan según Ec. (3.29), las demás matrices necesarias son:

$$D_k = \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \Big|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \begin{pmatrix} -\Delta t s(\delta x_{12k}) & 0 & 0 \\ \Delta t s(\delta x_{12k}) & -\Delta t s_H(\delta x_{23k}) & 0 \\ 0 & \Delta t s_H(\delta x_{23k}) & -\Delta t s(\delta x_{34k}) \\ 0 & 0 & \Delta t s(\delta x_{34k}) \end{pmatrix} \Big|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} \quad (3.33a)$$

$$J_k = \frac{\partial h(x, p)}{\partial p} \Big|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \mathbf{0}_{4 \times 3} \quad (3.33b)$$

De la misma forma que en la estimación del parámetro de efectividad del actuador, todos los demás parámetros que no se incluyen en los estados aumentados se consideran constantes, con sus valores nominales definidos en la tabla 3.8.

En el gráfico 3.21 se observa los resultados de la aplicación del algoritmo 5 al Proceso Hidráulico de Cuatro Tanques Interconectados en la estimación de los coeficientes de gasto  $\mu_i$ . Durante el desarrollo del estimador de parámetros se evidenció fuertes problemas de convergencia al usar EKF. Tales resultados son consecuentes con las predicciones de Lung (Ljung, 1979) acerca de los problemas de convergencia del EKF en la estimación paramétrica al no considerar algunas sensibilidades con respecto a los parámetros en la actualización de los estados. Dado que usualmente es complicado obtener buenos estimados paramétricos usando solo EKF, algunas tesis doctorales, como en Bohn (2000) proponen el uso de variaciones de alta complejidad del EKF a fin de otorgar mayor estabilidad al filtro. Sin embargo, estos métodos involucran el cálculo de sensibilidades online mediante la solución de ecuaciones complejas, lo que hace inviable su implementación en un controlador de mediana capacidad computacional como un PAC.

Otro inconveniente es que la convergencia del ASEKF esta fuertemente condicionada por la exactitud de  $Q$  y  $R$  (Wiklander, 2003), valores difíciles de estimar en procesos no lineales no Gaussianos. Además, se pudo comprobar que cuando el algoritmo posee muchos estados aumentados, es mas probable que los estados estimados, y por ende los parámetros, diverjan de sus valores reales.



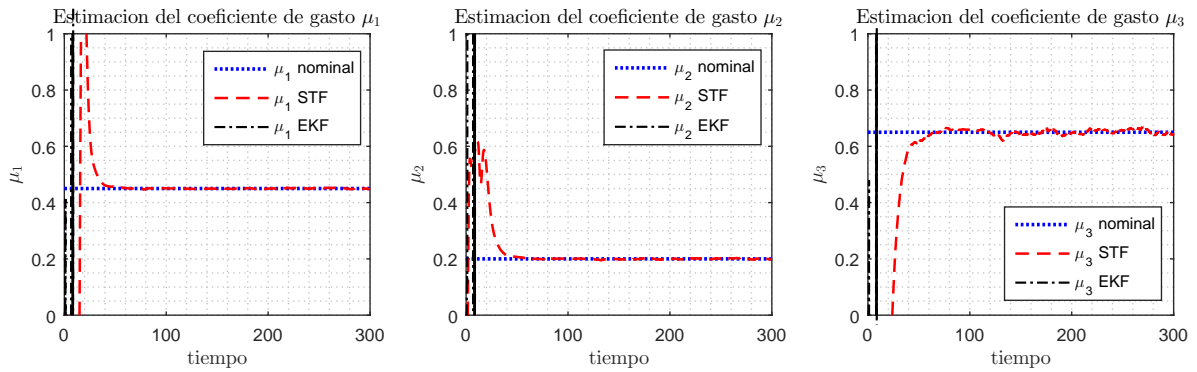


Figura 3.21: Comparación del desempeño de EKF vs STF en la estimación de los coeficiente de gasto  $\mu$  Fuente: Elaboración Propia

Dado que la convergencia de los parámetros  $p_k$  esta sujeta primero a la convergencia de los estados estimados  $x_k$ , algunos autores podrían sugerir el uso del Filtro Extendido de Kalman de 2 Etapas (TSEKF) (Lincon et al., 2007). Sin embargo, tal como se observa en la figura 3.21, el problema de convergencia en la estimación de parámetros puede ser resuelto usando el mismo enfoque de estado aumentados pero usando el algoritmo STF (Alg. 3) en lugar del EKF. Tal enfoque no es nuevo. Análisis de robustez del STF como estimador paramétrico no lineal fueron llevados a cabo en Zhou and Frank (1996), demostrando también el mejor desempeño de este frente al EKF y recomendando su uso en implementaciones online.

Resuelto el problema de convergencia, podemos someter a prueba al AS-STF simulando obstrucciones simultáneas entre el tanque 1 y 2 ( $\mu_1$ ) y entre el tanque 3 y 4 ( $\mu_3$ ), tal como se observa en la figura 3.22.

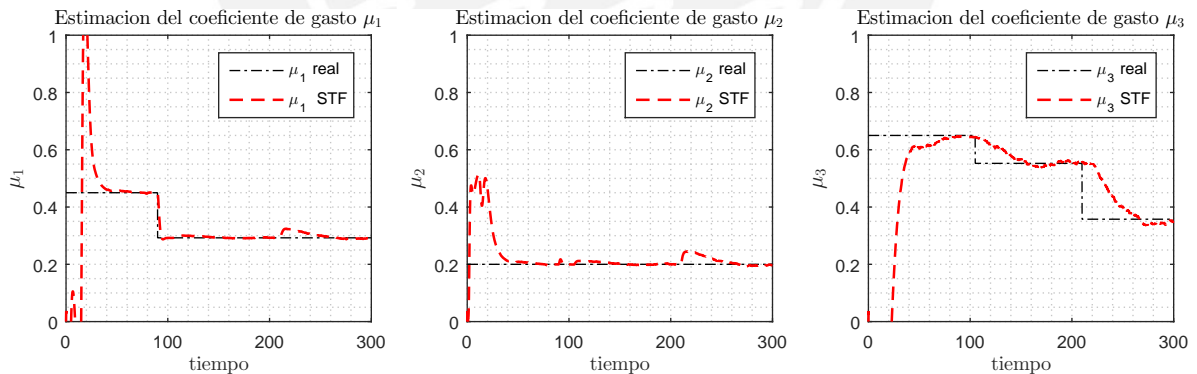


Figura 3.22: Estimación del Coeficiente de gasto  $\mu$  cuando ocurren cambios paramétricos.

Se observa como la nueva variante de estados aumentados logra una convergencia suave y precisa de los parámetros, aún ante fallos repentinos y simultáneos. El coeficiente de olvido  $\rho$  fue configurado en 0.92 y el factor de debilitamiento  $\beta$  en 6, ambos fueron obtenidos de forma heurística comparando varios resultados hasta obtener el mejor desempeño. El código de implementación en Matlab® puede ser encontrado en el Anexo B.6 con el nombre *Estimación del coeficiente de transferencia entre tanques*.

Se concluye pues, que haber introducido el Algoritmo STF en la técnica de estados aumentados

evitó que se recurriera a técnicas de estimación paramétrica más complejas, dado el problema de convergencia del EKF, logrando resultados muy aceptables.

### 3.5.5. Monitoreo y Diagnóstico de los coeficientes de fuga $\theta_i$

Los coeficientes  $\theta_{ik}$  del modelo ampliado de la ecuación (3.25) son parámetros imaginarios que cuantifican la magnitud de una fuga en el tanque  $i$ , según el modelamiento de falla en componentes del capítulo 2 (Ver Ec. 2.36). Los estados ficticios que representan a los parámetros de interés serán modelados también como secuencias de ruido blanco Gaussiano, según (3.34):

$$\theta_{1k+1} = \theta_{1k} + \omega_{10k} \quad (3.34a)$$

$$\theta_{2k+1} = \theta_{2k} + \omega_{11k} \quad (3.34b)$$

$$\theta_{3k+1} = \theta_{3k} + \omega_{12k} \quad (3.34c)$$

$$\theta_{4k+1} = \theta_{4k} + \omega_{13k} \quad (3.34d)$$

El vector de parámetros y su respectiva covarianza, obtenida mediante sintonización del filtro:

$$p_k = \begin{Bmatrix} \theta_{1k} \\ \theta_{2k} \\ \theta_{3k} \\ \theta_{4k} \end{Bmatrix}, \quad Q_{pp} = \begin{pmatrix} 0,0005 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0005 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0005 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0009 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

La matriz  $F_k$  y  $H_k$  son las mismas de la Ec. (3.29), las demás matrices necesarias se calculan mediante:

$$D_k = \left. \frac{\partial f(x, u, p)}{\partial p} \right|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \begin{pmatrix} -\Delta t \sqrt{|x_{1k}|} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\Delta t \sqrt{|x_{2k}|} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta t \sqrt{|x_{3k}|} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\Delta t \sqrt{|x_{4k}|} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} x = \hat{x} \\ p = \hat{p} \end{matrix} \quad (3.36a)$$

$$J_k = \left. \frac{\partial h(x, p)}{\partial p} \right|_{\substack{x=\hat{x} \\ p=\hat{p}}} = \mathbf{0}_{4 \times 4} \quad (3.36b)$$

Donde los parámetros  $a_{ik}$  y  $\beta_{ik}$  son considerados constantes, con su valores nominales definidos en la Tabla 3.8.

Para una mejor representación y entendimiento, normalizamos la magnitud de la fuga con respecto a un orificio de  $\frac{1}{2}$  pulgada, multiplicando  $\theta_{ik}$  por un factor, según la ecuación:

$$\theta'_{ik} = \theta_{ik} \frac{S_i}{S_c \sqrt{2g}}, \quad \forall i \in [1; 3] \quad (3.37)$$

Donde  $S_i$  es el área transversal del tanque  $i$ ,  $S_c$  en área seccional de una tubería de  $\frac{1}{2}$  pulgada y  $g$  la aceleración de la gravedad.

En la gráfica 3.23 se muestra los resultados de la aplicación del algoritmo STF Y EKF mediante la técnica de estados aumentados (Alg. 5) para la estimación del coeficiente de fuga  $\theta_{i_k}'$ .

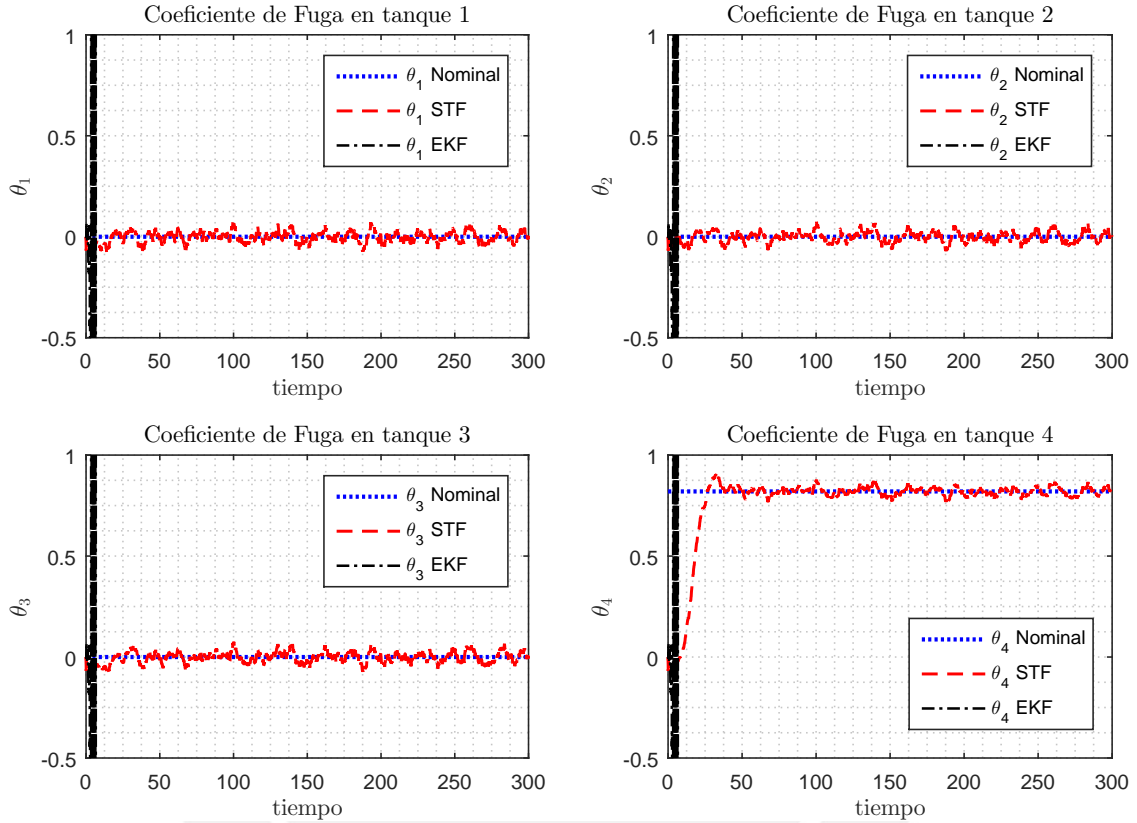


Figura 3.23: Estimación del Coeficiente de fuga normalizado  $\theta_{i_k}'$  en caso de no fallo.

El EKF por si solo no es capaz de lograr la convergencia de los estados estimados, desestabilizándose en los primeros instantes de la simulación. El problema es resuelto con el algoritmo STF, el cual brinda una estimación precisa y acorde a las mediciones efectuadas.

Los parámetros estimados  $\theta_{i_k}'$  predicen que no existe fuga en los tanques 1, 2 y 3, lo cual es acertado; mas en el cuarto tanque existe un nivel de fuga de magnitud media 0.82, el cual corresponde a la tubería de descarga del tanque al reservorio del sistema, el cual posee el valor nominal de  $\mu_4$  según la tabla de parámetros de entrada del sistema (Tabla 2.2).

Para comprobar la capacidad de diagnóstico del filtro, en la figura 3.24 se puede observar que se simula una fuga en el tanque 1 con una magnitud del 20% (con respecto a un orificio de 1/2 pulgada de sección transversal) en el segundo 90, luego una fuga en el tanque 3 en el segundo 180 con una magnitud del 24% y finalmente la fuga en el primer tanque crece a un 65% en el segundo 210. En todo el proceso de falla por fuga, el Filtro es capaz de estimar con precisión la magnitud y ubicación de la falla, adecuando el valor del parámetro ficticio  $\theta_i$  al modelo mediante la mediciones efectuadas.

Por lo tanto, se concluye que el problema de diagnóstico de fallos por fugas en tanques puede

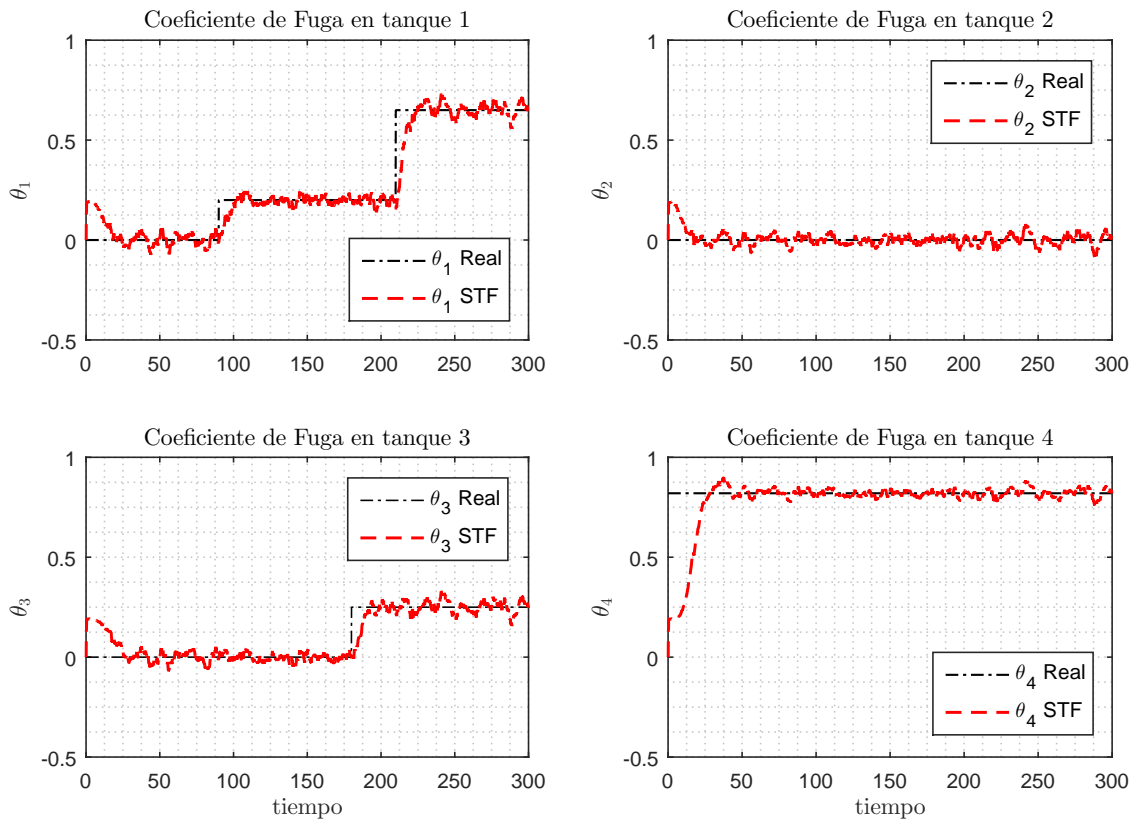


Figura 3.24: Estimación del Coeficiente de fuga normalizado  $\theta_{i'k}$  en caso de fuga en tanque 1 y 3 en diferentes tiempos.

ser resuelto mediante la monitoreo paramétrico del coeficiente imaginario de fuga  $\theta_i$  usando el algoritmo STF bajo el enfoque de Estados Aumentados.

### 3.5.6. Conclusiones del capítulo

El algoritmo STF posee un desempeño global superior en comparación con el EKF en la reducción del tiempo de convergencia de los estimados y del bias generado por el método de discretización empleado. Además, ante presencia de fallos ha demostrado tener gran capacidad de seguimiento y recuperación de los estimados, por lo cual, fue escogido como técnica principal en la construcción del banco de observadores, parte fundamental del Esquema de Observadores Dedicados. Se demostró también que mediante el diseño de una buena lógica de aislamiento y usando la mayor parte de información proveniente de los bancos, es posible detectar, aislar e identificar fallos individuales en todos los sensores, llegando inclusive a identificar fallos simultáneos hasta en tres sensores a la vez.

En el tema de estimación paramétrica, se evidenció que el STF representa una sencilla solución a los problemas de divergencia del ASEKF, logrando la convergencia de los parámetros estimados a sus valores nominales, aún en presencia de incertidumbres en el modelo y ruido de medición. Asimismo, se resalta que el algoritmo STF es recursivo y representa una baja demanda computacional, por consecuencia, se considera factible incluir el uso de esta técnica en implementaciones prácticas en línea de Sistemas de Diagnóstico de Fallos.

## Capítulo 4

# PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA

### 4.1. Introducción

El presente capítulo aborda la problemática de la implementación de los algoritmos diseñados bajo simulación a un ambiente real de trabajo. A pesar de algunas aplicaciones exitosas al diagnóstico en Sistemas Hidráulicos con Tanques Interconectados (Noura et al. (2009), Sobhani and Poshtan (2011), Ucak et al. (2013), Prajapati and Roy (2016)), muchos de estos desarrollos continúan siendo vistos como un concepto académico mas que un esquema de diagnóstico comercial. Esto es en parte, debido a que usualmente su implementación suele ser difícil y costosa a causa de la complejidad de los algoritmos involucrados.

Teniendo esto en mente, en este capítulo tendrá por objeto el desarrollo de una propuesta de implementación de los algoritmos de diagnóstico en sensores y estimación de parámetros diseñados en el capítulo 3, usando el estándar de programación IEC 61131.3 sobre un controlador industrial de uso extendido. Otro de los objetivos es también investigar los problemas que se podrían presentar al momento de la implementación debido a las capacidades de cálculo limitadas del controlador. Por último se aborda el diseño de la interfaz gráfica de supervisión Hombre - Máquina que posibilitará el monitoreo y control de la operación de la planta tomando en cuenta las recomendaciones en el diseño de un buen SDF (Venkatasubramanian et al., 2003). Asimismo, se presentan los procesos necesarios que nos permitirán llevar a cabo una implementación práctica exitosa.

### 4.2. El Controlador Programable de Automatización ControLogix

Por hoy, el uso de Controladores Lógicos Programables PLC<sup>1</sup> está muy extendido en la industria debido a sus características de robustez, confiabilidad, escalabilidad y disponibilidad,

---

<sup>1</sup>Programable Logic Controller, por sus siglas en Inglés.

los cuales pueden ser configurados y programados de forma relativamente simple, de tal modo que cualquier operario o técnico no tendría dificultad a la hora de poner en marcha o darle mantenimiento a estos sistemas. Otra ventaja es que los fabricantes de estos equipos usualmente ofrecen plataformas gráficas de monitoreo online (HMI<sup>2</sup>) e integración con bases de datos empresariales (MES y ERP's).

Sin embargo, los PLC's tradicionales encuentran limitado su rango de aplicación debido a su limitada capacidad de procesamiento, estabilidad y determinismo. En respuesta a estas necesidades se desarrollan los Controladores Programables de Automatización (PAC<sup>3</sup>), los cuales, brevemente, pueden entenderse como equipos que reúnen las mejores características de los PLC's (robustez, confiabilidad, sencillez de programación) y de los PC<sup>4</sup> (velocidad, memoria, escalabilidad, fácil integración). Inclusive algunos PAC, como el ControlLogix poseen Sistemas Operativos que pueden emular procesos en tiempo real. Otra de las características interesante de los PAC es que tienen compatibilidad completa con el estándar IEC 61131.3 (Rockwell, 2014), lo que permite suficiente flexibilidad a la hora de programar algoritmos de mediana complejidad.

Debido a las características antes mencionadas y las necesidades de integración del concepto académico a la aplicación industrial, se escoge como plataforma de programación para la propuesta de implementación al procesador ControlLogix 1756-L71, el cuál se encuentra instalado en los Laboratorios de Control Avanzado de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

### 4.3. El estándar de programación IEC-61131.3

El estándar IEC 61131.3 es el tercer tratado de la norma IEC 61131 para controladores programables. Su última revisión del 2003 define 3 lenguajes gráficos, 2 lenguajes de propósito general y unidades de organización del programa (61131-3, 2003).

- **Ladder (LD)** : Lenguajes gráfico de fácil uso relacionado con la lógica de relés.
- **Diagrama de Bloque de Funciones (FBD)** : Lenguaje gráfico relacionado con los diagramas de circuitos. Los bloques de funciones comparten información mediante conexiones entre ellos.
- **Mapa de funciones secuenciales (SFC)** : Lenguaje gráfico relacionado con las maquinas de estados. Proveen una forma de organizar y estructurar los programas y los bloques de función.
- **Lista de Instrucciones (IL)** : Lenguajes básico similar al código en ensamblador inicialmente usado para programar PLC.
- **Texto Estructurado (ST)** : Lenguaje de alto nivel de propósito general similar al PASCAL. Puede ser empleado para implementar algoritmos complejos que difícilmente

<sup>2</sup>Human Machine Interface, por sus siglas en Inglés.

<sup>3</sup>Programable Automation Controller, por sus siglas en Inglés.

<sup>4</sup>Personal Computer, por sus siglas en Inglés.

podrían ser implementados en los demás lenguajes. Usualmente disponible en PAC y Computadores Industriales.

Como se mencionó anteriormente, la familia de PAC's ControlLogix ofrecen la posibilidad de ser programados en todos los lenguajes de programación establecidos en el estándar IEC-61131.3.

#### 4.3.1. Aspectos importantes de programación

La interfaz de programación para el Procesador ControlLogix es el Software de desarrollo Studio5000. Dado que el Algoritmo STF, AS-EKF y AS-STF requieren manipulación de array bidimensionales (matrices), y operaciones entre ellos (sumas, multiplicación, transpuestas, inversas) es conveniente escribir las tareas en Texto Estructurado ya que se ajusta a los requerimientos computacionalmente del algoritmo.

#### 4.4. Lista de Instrumentos

En la tabla 4.1 se describen los instrumentos que componen la planta hidráulica (Ver Fig. 2.10) según el diagrama de instrumentación y tuberías de la figura 2.11. Los equipos e instrumentos fueron etiquetados de acuerdo a las recomendaciones del estándar ISA 5.1.





Equipo / Instrumento	Marca	Tipo	Rango	Precisión	Unidades	Proceso
FIT101 FIT104 FIT112 FIT123 FIT134	Rosemount	Flujómetro Magnético + Indicador Transmisor	0.01 - 12	0.25 %	$\frac{m}{h}$	
FCV101 FCV104	Fisher	Válvula de Control con posicionador electrónico de Acc. Neumático	0 - 100	-	%	
LET101 LET102 LET104 LET104	Endress + Hauser	Sensor de Presión Manométrica + Transmisor	-1.5 - 1.5	0.15 %	PSI	
P01 P02	Salmson	Bomba centrífuga horizontal 0,55KW	0 - 25	-	$\frac{m^3}{h}$	

Tabla 4.1: Instrumentación y equipamiento de la Planta Hidráulica

## 4.5. Arquitectura del Sistema de Supervisión y Control

La arquitectura que mejor se adapta a lo que se posee “ In Situ.”<sup>es</sup> el enfoque PLC/SCADA, debido al reducido número de instrumentos y procesos a controlar/supervisar. La propuesta de la red de supervisión y control se muestra en la figura 4.1. El sistema está basado en el CPU ControlLogix L71 (2) como elemento central que ejecuta los algoritmos de supervisión, monitoreo, diagnóstico y control, además posee funcionalidades de Módem entre la periferia (1) (instrumentos y equipos) y la red TCP/IP. En el mismo nivel se encuentra la Interfaz de Operación HMI (5) que permitirá al operador de campo supervisar las variables más importantes del sistema y tomar decisiones ante eventos o fallos que el SDF detecte.

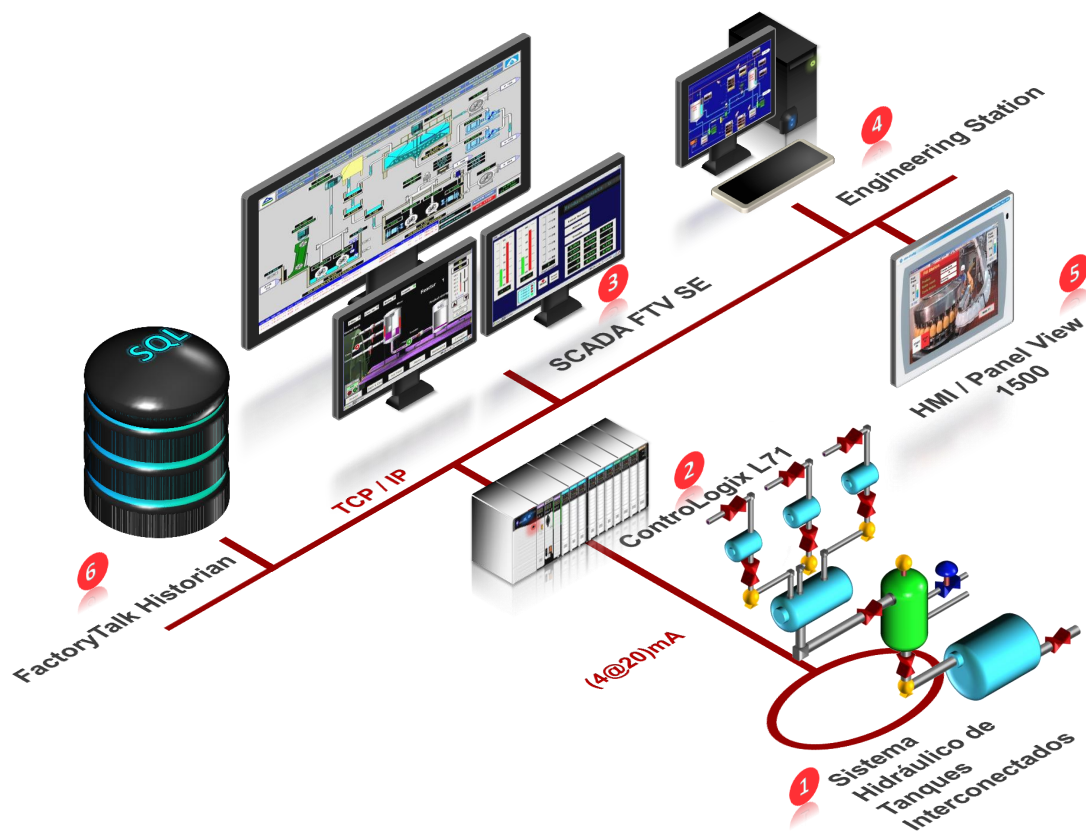


Figura 4.1: Arquitectura de Red del SDF para el Sistema Hidráulico Interconectado de Cuatro Tanques. Fuente: Elaboración propia

En el Nivel de Supervisión se encuentra la estación de Ingeniería (4), en la cual se desarrollan, actualizan y despliegan los programas hacia los DTE<sup>5</sup>; la interfaz de supervisión gráfica (3) y la base de datos que almacena y genera los históricos del proceso (6).

Además, como se puede observar en la figura 4.1 todos los equipos del nivel de Supervisión y Control están configurados en Bus, el medio físico usado es par trenzado y el protocolo de comunicaciones es EtherNet/IP<sup>6</sup>.

<sup>5</sup>Data Terminal Equipment

<sup>6</sup>Protocolo propietario de Allen Bradley



## 4.6. Planificación y Organización del Programa

### 4.6.1. Generalidades

Como se mencionó anteriormente, el software de desarrollo usado para la programación del ControlLogix es el Studio5000, cuya interfaz de organización de tareas y programación se muestra en la figura 4.3(a) y 4.3(b) respectivamente. Debido a que el algoritmo de diagnóstico desarrollado en el capítulo 3 involucra el uso de varias técnicas que interactúan entre sí, es necesario planificar de forma ordenada y jerárquica el flujo de información aprovechando la estructura de organización recomendada por el estándar IEC 61131.3. Cabe resaltar que Studio5000® es compatible con este estándar, dado que permite organizar los programas de forma jerárquica en tareas, programas y rutinas de forma sencilla, tal como se observa en la figura 4.3(a).

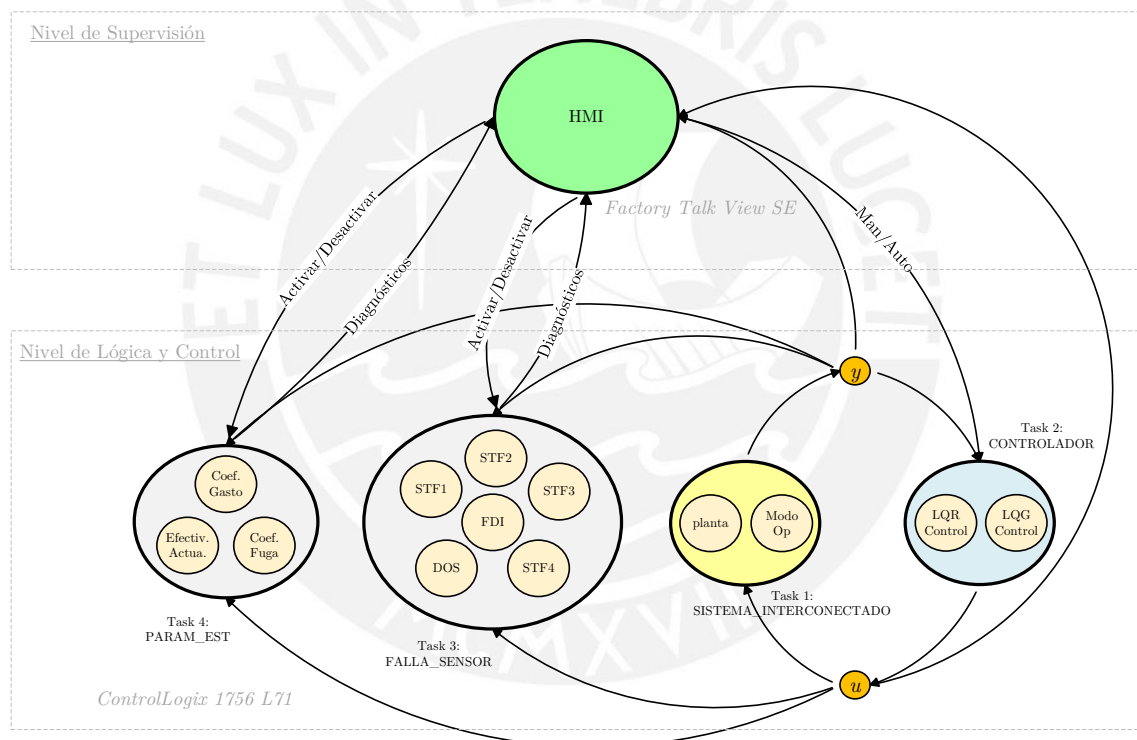


Figura 4.2: Planificación de las tareas y programas asociados.

Dada la estructura podemos bosquejar un mapa simplificado y general de la planificación de las tareas y programas asociados a estas, como se puede observar en la figura 4.2. En este diagrama los ovoides representan las tareas, las cuales persiguen un propósito general como diagnóstico de fallas en sensores, estimación de parámetros, etc. Los círculos dentro de las tareas representan los programas asociados, los cuales son de objetivo específico y están continuamente intercambiando información dentro de la misma tarea. Dentro de cada programa varias rutinas se ejecutan a fin de desarrollar la función encomendada. Una parte del programa realizado conteniendo todas las tareas, programas y rutinas asociadas se muestran en la figura 4.3(a). Todas las rutinas fueron programas en Texto Estructurado, como se observa

en la figura 4.3(b).

Asimismo, se puede integrar el sistema de supervisión gráfica HMI dentro del bosquejo, en el cual se configura el modo de operación del sistema, se centraliza la información proveniente de la periferia y administra los sistemas de monitoreo y diagnóstico. Las plataforma de programación usada para el desarrollo de estas interfaces fueron FactoryTalk®View SE (sobre computador) y ME (en campo).

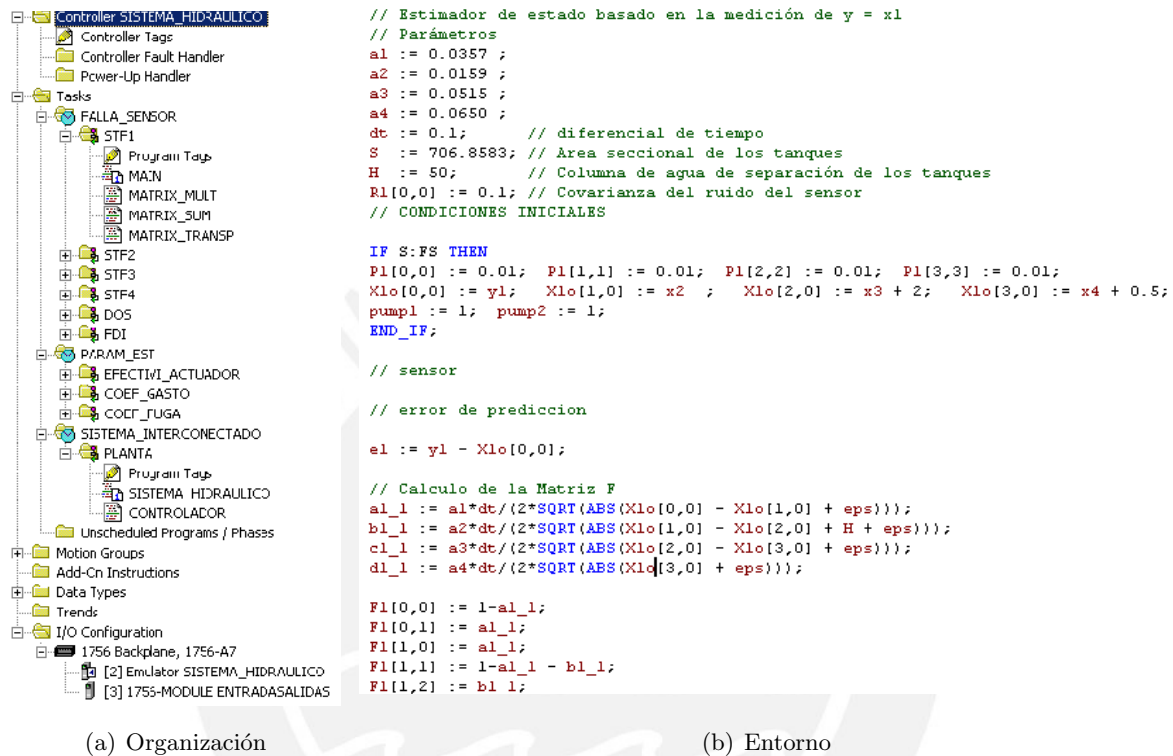


Figura 4.3: Organización de los programas en el entorno de programación de Studio5000®

#### 4.6.2. Diagrama de Flujo de Operación del SDF

A fin de poder asegurar un desempeño seguro y coherente del SDF, es necesario establecer el modo de operación del mismo, el cual que se encuentra representado en el diagrama de flujo de la figura 4.4(a) para el diagnóstico en sensores, y en la figura 4.4(b) para el monitoreo de parámetros en componentes.

Ambos diagramas nos permiten evidenciar que ambos sistemas no son independientes, si no que es posible complementarlos de tal forma que aseguren una mayor disponibilidad y confiabilidad del SDF.

Por ejemplo, ante un cambio paramétrico no podríamos asegurar la fiabilidad del diagnóstico en sensores, ya que los estimadores usados se basan en un modelo con parámetros previamente definidos. Por lo tanto, el sistema de monitoreo paramétrico debería brindar información al sistema entero, de tal forma que se actualicen todos los modelos usados tanto para el diagnóstico, como para el control. Idealmente esta estrategia incrementaría la robustez y disponibilidad del diagnóstico.

De forma similar, un solo fallo en cualquier sensor afectaría la estimación de parámetros debido a que usamos todas las medidas provenientes del sistema para realizar esta tarea. Por lo tanto, la información proveniente del SDF en sensores condicionaría la aplicación del algoritmo de estimación de parámetros, tal como se observa en el diagrama de flujo de la figura 4.4(b).

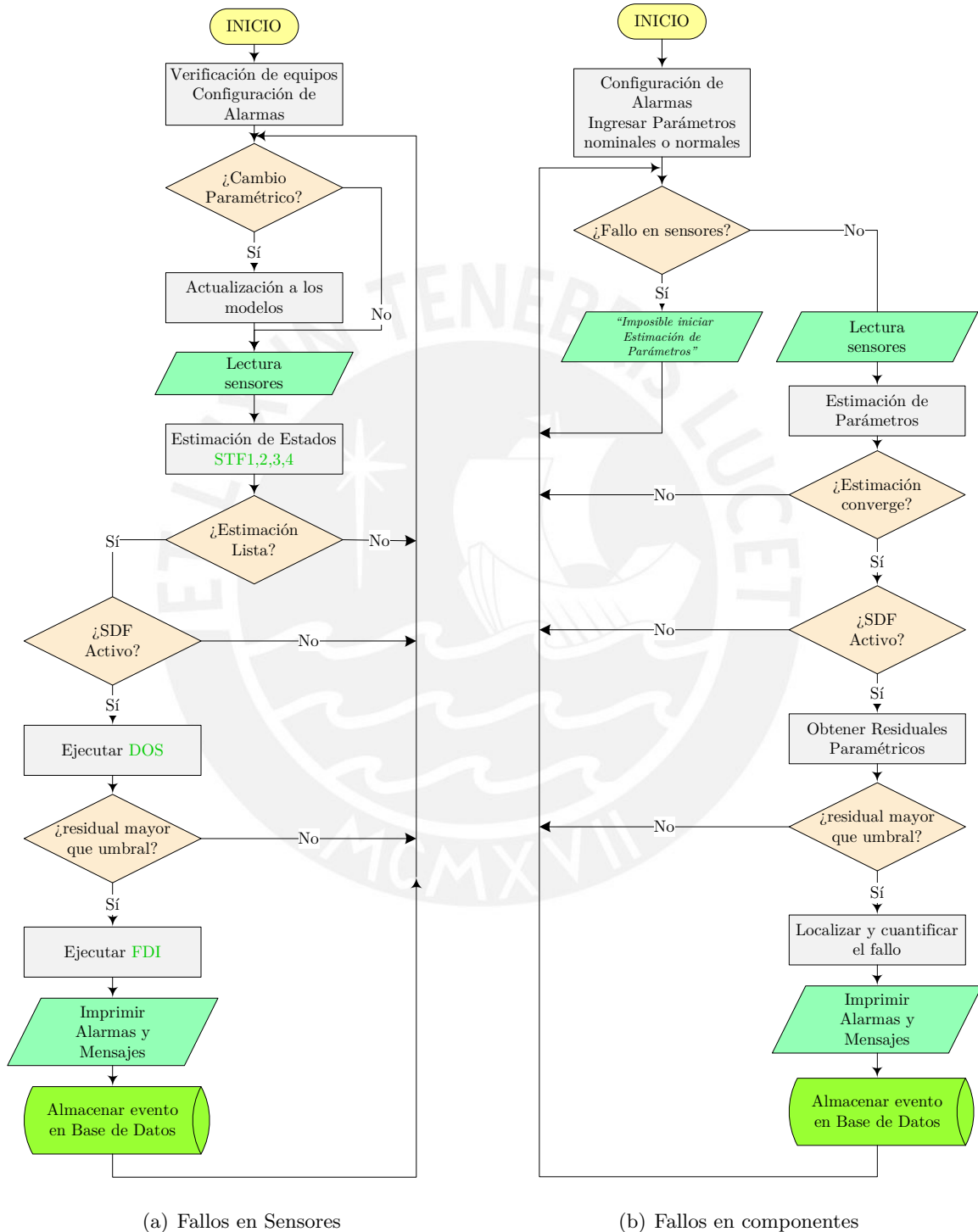


Figura 4.4: Diagrama de flujo del Sistema de Diagnóstico de Fallas

Por supuesto, la cantidad de información proveniente del primer sistema también abre un

abánico de posibilidades para sortear este problema. Por ejemplo, podría ser de gran utilidad reemplazar la medidas del sensor en fallo por un estimado del mismo proveniente del banco de estimadores. Usar esta técnica de reconfiguración ante fallos incrementaría aún mas la robustez, disponibilidad y fiabilidad del sistema.

## 4.7. Diseño de la Interfaz Hombre Máquina de Supervisión Avanzada

En la figura 4.6 se puede apreciar una propuesta para la Interfaz Gráfica de Supervisión, Monitoreo y Diagnóstico del Proceso de Cuatro Tanques Acoplados. En el diseño de la presente, se consideró algunas de las recomendaciones del estándar ISA 101, la cual . El diseño también se enfocó en maximizar la utilidad de la pantalla a fin de que el operario pueda tener a la mano la información mas importante del diagnóstico de forma intuitiva.

La tarea más básica de la Interfaz es definir el modo de operación de la planta (Fig. 4.5(b)). Además también es posible definir el punto de operación, la ley de control (Fig. 4.5(a)), e inclusive definir si la reconfiguración de la ley de realimentación se efectuará de forma automática o manual.



(a) Setpoints, ley de control y reconfiguración ante fallos

(b) Modo de Operación

Figura 4.5: Opciones del Sistema de Control. Fuente: Elaboración Propia

También se ha incorporado algunas funcionalidades extras mediante la inserción de botones, en los cuales es posible configurar aspectos básicos del sistema de diagnóstico tales como umbrales, sintonizar las técnicas de estimación, configurar y definir las alarmas activas, generar reportes de eventos. Un resumen definiendo la función de cada botón puede ser encontrado en la tabla 4.2.

Es recomendable también definir una filosofía en la representación de la alarmas. Según el estándar ISA 101 los colores usados para definir los niveles de alarma debería ser reservados dentro del HMI solo para este propósito, con el fin de establecer en la mente del operador un concepto cognitivo entre el color y su respectivo significado.

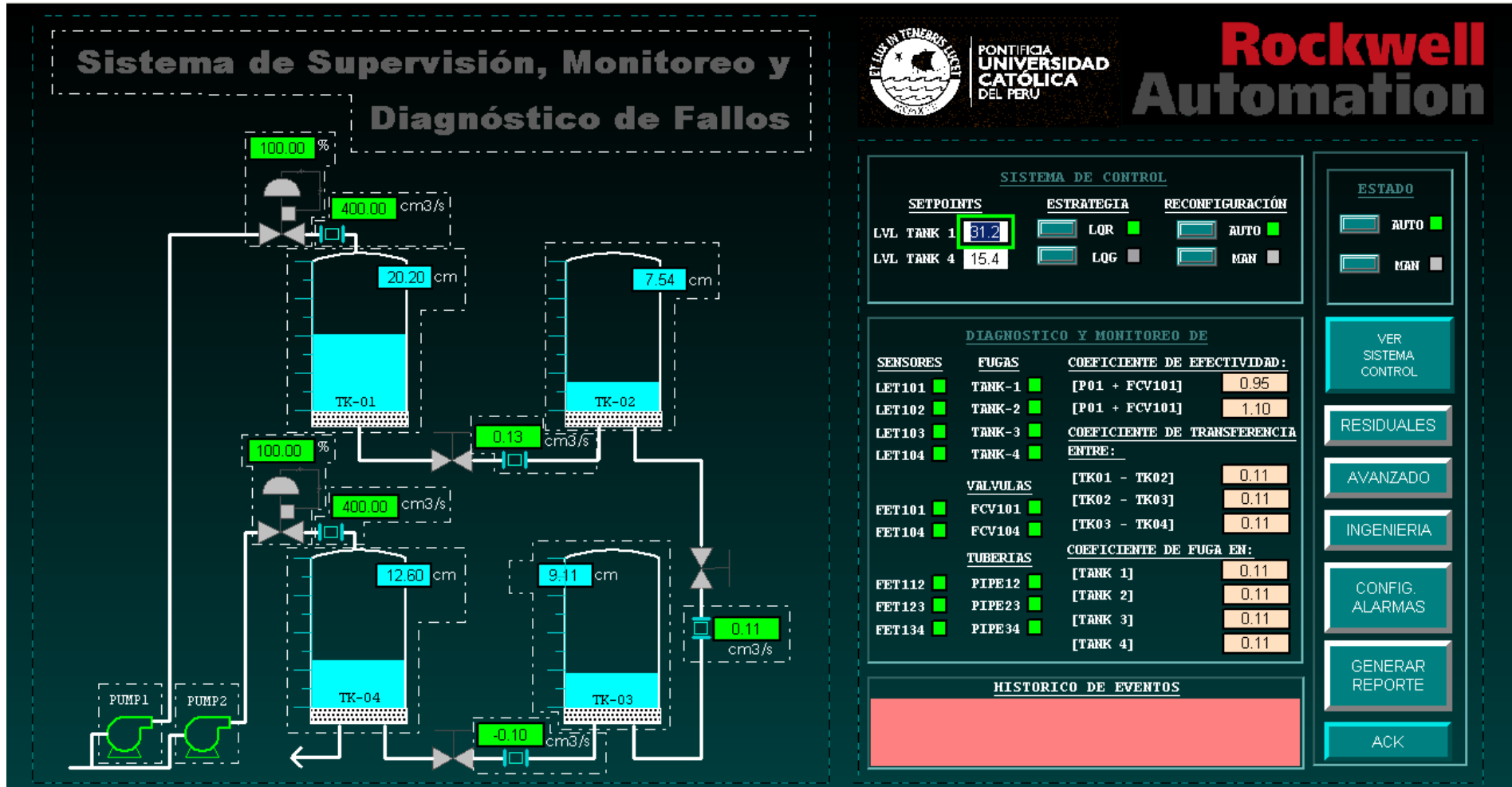


Figura 4.6: Sistema de Supervisión, Monitoreo y Diagnóstico diseñado para el Proceso Interconectado de Cuatro Tanques Acoplados.

Botón	Función	Descripción
	Display Trends	Permite visualizar gráficamente los setpoints y las variables controladas.
	Display Trends	Permite visualizar gráficamente en una nueva ventana los residuales generados.
	Display menu	Muestra un menú donde es posible configurar el SDF, umbrales de detección, valores nominales.
	Display menu	Muestra un menú en el cual se puede sintonizar los filtros relacionados con la estimación de estados y parámetros.
	Display menu	Muestra un menú en el cual se puede activar o desactivar el diagnóstico en elementos específicos del sistema.
	Display menu	Muestra un menú en el cual es posible exportar históricos del diagnóstico en Excel.
	Confirmación	Botón que permite al sistema saber si el operario tomó conocimiento de alguna falla diagnosticada.

Tabla 4.2: Opciones de la Interfaz Gráfica.

En este sentido, cuando un elemento del sistema se verifica con el indicador verde, significa que el elemento está funcionando bajo condiciones normales. Asimismo, una etiqueta naranja identificaría una descalibración y una roja correspondería a una desconexión del sensor. La figura 4.7(a) se brinda un ejemplo de los colores usados para identificar un tipo de falla en el HMI. En la figura 4.7(b) se muestran la interfaz de diálogo del HMI, el cual comunica de forma clara la naturaleza y ubicación temporal del fallo.



(a) Código de color

(b) Mensaje de la Interfaz en caso de Falla

Figura 4.7: Identificación de la falla en sensores. Fuente: Elaboración Propia

#### 4.7.1. Resultados del SDF

En las siguientes gráficas se muestran algunos resultados de los algoritmos que conforman el SDF, tales como son el sistema de control, el banco de estimadores basados en STF, los residuales y la estimación del coeficiente de efectividad del actuador.

## Sistema de Control

En la figura 4.8 se muestra el desempeño de la ley de control en la regulación de los niveles de los tanques 1 y 4 (LET101 y LET104). Por tratarse de una simulación, en este caso es escogido la estrategia LQR. De los resultados concluimos que el LQR implementado en el PAC es capaz de estabilizar el sistema en torno al punto de operación. Estos resultados son similares a los obtenidos mediante simulación, en cuanto al tiempo de establecimiento y la respuesta inversa del segundo estado.

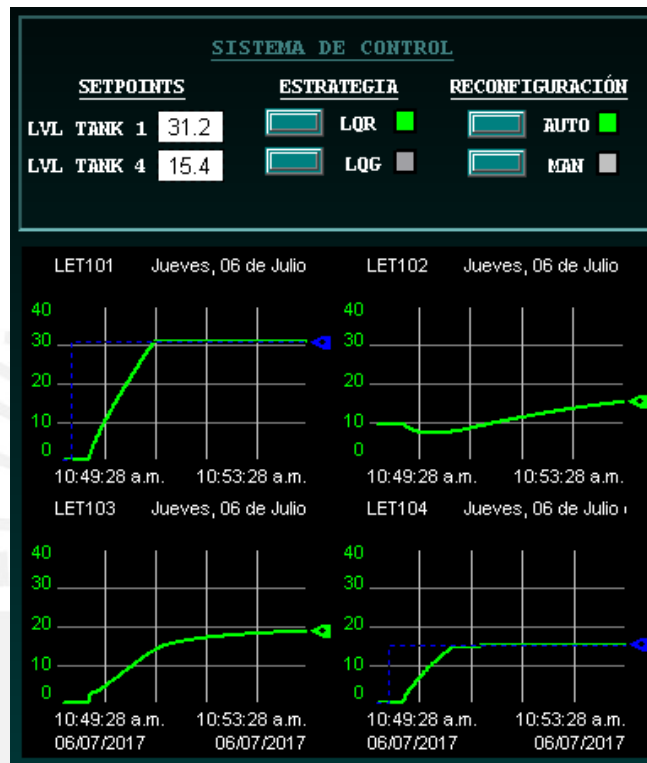


Figura 4.8: Desempeño del Sistema de Control.

## Estimación de Estados

En la figura 4.9 se muestra el desempeño del estimador STF1, el cual toma la medida del sensor LET101 (señal verde) y estima los valores de los estados desconocidos (señal rojo). El tiempo de ploteo es de 500 segundos. Se puede observar la rápida convergencia de los estados estimados a sus valores reales (señal azul). En la aplicación práctica del algoritmo STF se evidenció que el algoritmo tendía a ser moderadamente inestable, por lo que se elevó el coeficiente de debilitamiento  $\beta$  a fin de evitar oscilaciones y lograr la convergencia. Resultados similares fueron obtenidos en los demás estimadores.

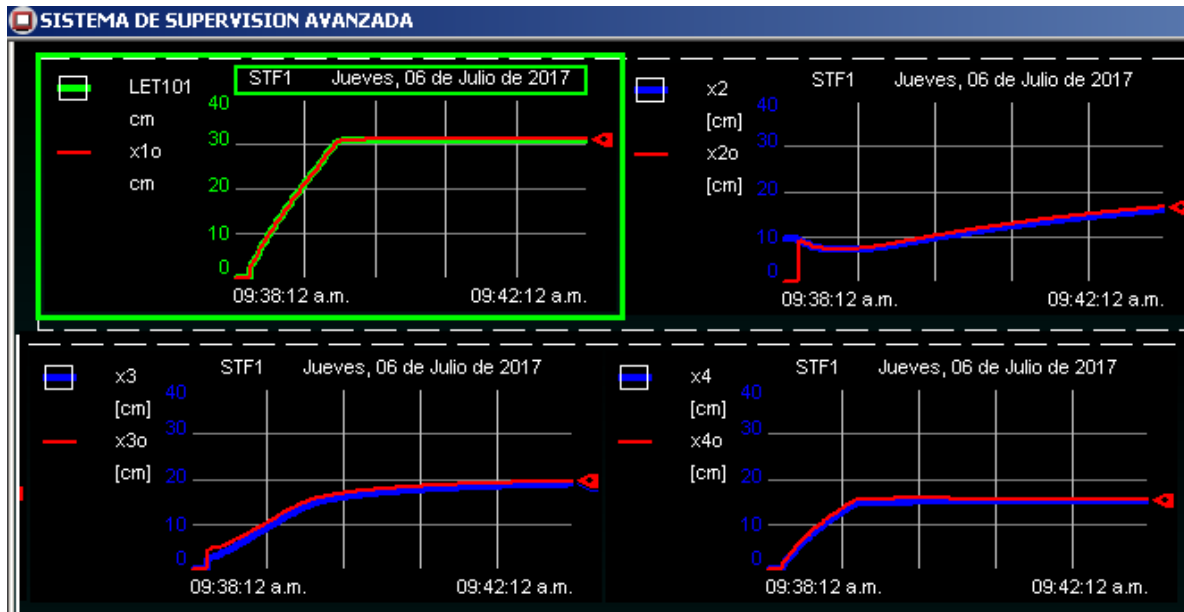


Figura 4.9: Desempeño del observador STF1.

### Generación de residuales

En la figura 4.10 se puede observar como los residuales van convergiendo a valores cercanos mientras los valores de los estimados convergen al valor real de la señal.

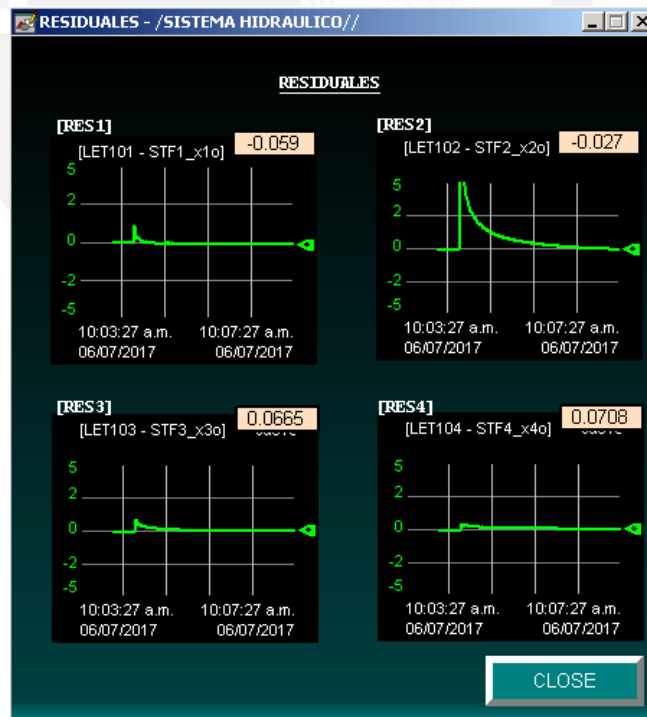


Figura 4.10: Residuales generados en transitorio.

El SDF podría ser activado cuando los valores de los residuales tengan un valor estable y menor a los umbrales establecidos experimentalmente.



## Estimación de parámetros

En la figura 4.11 se muestra el desempeño del algoritmo AS-STF para la estimación del coeficiente de efectividad del actuador.

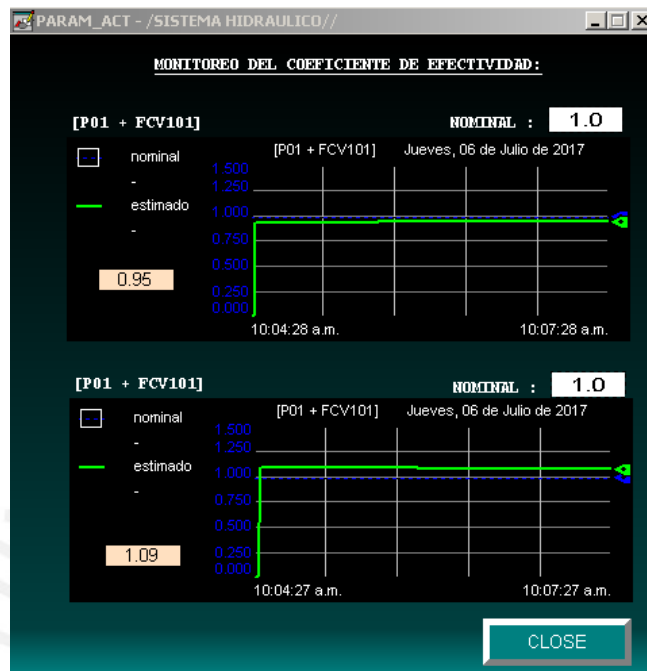


Figura 4.11: Estimación del parámetro de eficiencia del actuador.

Podemos observar que el algoritmo STF logra la rápida convergencia del valor de los parámetros ficticios a valores cercanos de los nominales, luego el filtro tiende a ajustar lentamente el valor de los parámetros a las mediciones efectuadas. El diagnóstico en actuadores debería ser activado previa confirmación visual de estabilidad del estimador y con un valor de umbral mayor al error de estimado en todos los casos.

## 4.8. Conclusiones de capítulo

En el presente capítulo quedó demostrado la factibilidad de la implementación práctica del SDF. Se asumió que se poseía una adecuada descripción matemática del proceso y un estimado previo de las covarianzas de los ruidos de las mediciones y del proceso. Con esta información se migraron los algoritmos diseñados a un controlador industrial de uso extendido y se verificó un funcionamiento similar a de las simulaciones. Sin embargo, se evidenció que la convergencia del filtro está fuertemente condicionada al conocimiento de las matrices de covarianza de perturbaciones del modelo  $Q$ , del ruido de medición  $R$  y de la covarianza asignada a los parámetros estimados  $Q_{pp}$ . Sin embargo, siempre es posible manipular los parámetros de diseño del STF tales como el coeficiente de olvido  $\rho$  y el factor de debilitamiento  $\beta$  a fin de forzar la convergencia de los parámetros estimados.

# Conclusiones

En la presente tesis se desarrolló un Sistema de Diagnóstico de Fallos para un Proceso Hidráulico con Tanques Acoplados, se verificó su funcionamiento y se demostró las ventajas de aplicar el Filtro Extendido de Kalman de Rápido Seguimiento (Algoritmo STF) en el diseño del mismo.

Mediante el estudio del estado del arte en el diseño de sistemas de diagnóstico aplicados a procesos hidráulicos con tanques interconectados, fue posible contrastar los resultados de algunas de las técnicas más usadas encontradas en la literatura, se concluyó que el EKF se ajusta más a los requerimientos de diseño del SDF.

Efectuando un estudio detallado de los fenómenos hidráulicos involucrados en el proceso fue posible identificar las variables y parámetros de importancia que definen el fenómeno y comprender la interacción entre ellas. Se desarrolló un modelo matemático que permitió identificar y modelar los posibles modos de falla en sensores, actuadores y componentes.

Con el objeto de estudiar el comportamiento dinámico del proceso se desarrolló un emulador en Simulink®), el cual adicionalmente fue dotado con la flexibilidad necesaria para simular fallos en sensores, actuadores y componentes.

Se evaluó el desempeño del SDF bajo diferentes situaciones de fallo. En el caso del diagnóstico en sensores fue demostrado como aprovechando la mayor parte de la información proveniente de los bancos de observadores y creando una lógica de razonamiento basada en umbrales, fue posible detectar, aislar e identificar fallos individuales en todos los sensores, llegando inclusive a identificar fallos simultáneos hasta en tres sensores a la vez. El diagnóstico en componentes (actuadores, tuberías y tanques) fue llevado a cabo usando el enfoque de monitoreo paramétrico. Se evidenció que solo fue posible hacer monitoreo de las variables de interés usando la técnica propuesta ya que el EKF tendía a la divergencia. Las pruebas demostraron el buen desempeño en la estimación de las variables relacionadas en presencia de cambios paramétricos bruscos y simultáneos.

La propuesta de implementación del SDF en el Controlador Programable de Automatización ControlLogix dio resultados similares a las simulaciones. Adicionalmente, se desarrolló la Interfaz Gráfica de Supervisión, Monitoreo y Diagnóstico en FactoryTalk View® SE, integrando en su diseño algunas recomendaciones del estándar ISA 101 y muchas de las funcionalidades deseables para un sistema de Supervisión Avanzada.

# Recomendaciones

La obtención de un modelo matemático lo suficiente preciso condiciona la efectividad y estabilidad del filtro. Es también importante poseer una estimación inicial de las covarianzas del ruido del proceso  $Q$  y de las mediciones  $R$ , ya que la convergencia del filtro está fuertemente relacionada a estas variables. Si se va a usar el algoritmo STF, es recomendable comenzar usando un factor de debilitamiento  $\beta$  alto, luego ir disminuyéndolo hasta conseguir el equilibrio entre oscilaciones generadas y el tiempo de convergencia. A veces también es útil dar un valor menor a uno al factor de desvanecimiento  $\gamma$  para evitar la divergencia y/o reducir las oscilaciones en los estimados.

Con respecto al SDF, es posible mejorar el desempeño global y la robustez del sistema mediante la actualización periódica de los coeficientes de los modelos de los bancos, usando la información proveniente de los estimadores paramétricos. Bajo este enfoque, también se debería contemplar la posibilidad de dotar al sistema de control características de reconfiguración ante fallos, sustituyendo una medida realimentada en fallo por un estimado sano de la misma, la cual puede ser extraída de algún estimador disponible.

# Bibliografía

- 61131-3, I. (2003). 61131-3: Programmable controllers—part 3: Programming languages. *International Standard, Second Edition, International Electrotechnical Commission, Geneva*, 1:2003. 91
- Anzures-Marin, J. and Castillo-Toledo, B. (2006). The fault diagnosis problem: Sliding mode fuzzy dedicated observers approach. In *Fuzzy Systems, 2006 IEEE International Conference on*, pages 1322–1328. IEEE. 73
- Arora, J. (2004). *Introduction to optimum design*. Academic Press. 47
- Besaçon, G. (2007). *Nonlinear observers and applications*, volume 363. Springer. 39
- Birk, J. and Zeitz, M. (2016). Computer-aided analysis of nonlinear observation problems. In *Nonlinear Control Systems Design 1992: Selected papers from the 2nd IFAC Symposium, Bordeaux, France, 24-26 June 1992*, page 257. Elsevier. 42
- Bismarckstr Amira, G. (1994). Documentation of the three-tank system—documentation of the three-tank system. *D-47057 Duisburg, Germany*, (65). 15, 30
- Biswas, G., Bregon, A., Koutsoukos, X., and Pulido, B. (2009). Analytic redundancy, possible conflicts, and tcg-based fault signature diagnosis applied to nonlinear dynamic systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(8):1486–1491. 18
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., and Staroswiecki, M. (2016). Introduction to diagnosis and fault-tolerant control. In *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*, pages 1–35. Springer. 3
- Bohn, C. (2000). *Recursive parameter estimation for nonlinear continuous time systems through sensitivity model based adaptive filters*. Pro Business. 80, 81, 85
- Bryson, A. E. (1975). *Applied optimal control: optimization, estimation and control*. CRC Press. 50, 51
- Chen, J. and Patton, R. J. (2012). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, volume 3. Springer Science & Business Media. 10
- Chiang, L. H., Russell, E. L., and Braatz, R. D. (2000). *Fault detection and diagnosis in industrial systems*. Springer Science & Business Media. ix, 9, 12

- Clark, R. N. (1979). The dedicated observer approach to instrument failure detection. In *Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1979 18th IEEE Conference on*, volume 2, pages 237–241. IEEE. 70
- Córdova Ricapa, F. (2016). Practical implementation of fault detection scheme in a three tank system. 39, 73
- Ding, S. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques: design schemes, algorithms, and tools*. Springer Science & Business Media. 9, 10
- Elke Laubwald, M. A. P. C. (2014). Coupled Tank Systems 1. Technical report, University of Guadalajara, Department of Electronics and Computation. 1
- Engell, S., Frehse, G., and Schnieder, E. (2003). *Modelling, analysis and design of hybrid systems*, volume 279. Springer. 31
- Frank, P. M. and Ding, X. (1997). Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of process control*, 7(6):403–424. 71
- Ge, Q., Shao, T., Wen, C., and Sun, R. (2015). Analysis on strong tracking filtering for linear dynamic systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015. 60
- Gelb, A. (1974). *Applied optimal estimation*. MIT press. 79
- Georgiou, T. T. and Lindquist, A. (2013). The separation principle in stochastic control, redux. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 58(10):2481–2494. 50
- Gertler, J. (1991). Analytical redundancy methods in fault detection and isolation. In *Preprints of IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes SAFEPROCESS'91*, pages 9–21. ix, 11
- Gharaee, Z. and Shoorehdeli, M. A. (2015). An observer based fault detection and isolation in quadruple-tank process. In *Control and Decision Conference (CCDC), 2015 27th Chinese*, pages 2437–2442. IEEE. 18
- Gómez Bruque, J. L. (2011). Filtros de Kalman Extendido y “Unscented” en Sistemas Estocásticos no Lineales con Observaciones Inciertas. Master’s thesis, Universidad de Granada, Departamento de Estadística e Investigación Operativa Filtros, Spain. 53
- Gruhn, P. and Cheddie, H. (2005). *Safety instrumented systems*. Books24x7. com. 1
- Hou, M., Xiong, Y., and Patton, R. (2002). Observer design for a three-tank system. *IFAC Proceedings Volumes*, 35(1):327–332. 42
- Isermann, R. (2006). *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media. viii, ix, 4, 5, 7, 10, 11
- Isermann, R. (2011). *Fault-diagnosis applications: model-based condition monitoring: actuators, drives, machinery, plants, sensors, and fault-tolerant systems*. Springer Science & Business Media. 1, 10

- Isermann, R. and Balle, P. (1997). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control engineering practice*, 5(5):709–719. 4
- Johansson, K. H. (2000). The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on control systems technology*, 8(3):456–465. IX, 17, 18
- Kalman, R. E. et al. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82(1):35–45. 55
- Kamel, M., Chadli, M., Chaabane, M., El Hajjaji, A., and Chaari, A. (2009). Fault detection and isolation for a lipschitz nonlinear system: Application to a bank of tanks. In *Control and Automation, 2009. MED'09. 17th Mediterranean Conference on*, pages 377–382. IEEE. 18
- Khalil, H. K. (1996). *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, New Jersey. 46
- Khan, A., Ding, S., Chihaiia, C., Abid, M., and Chen, W. (2010). Robust fault detection in nonlinear systems: a three-tank benchmark application. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 347–352. IEEE. 16
- Khorasgani, H., Jung, D., and Biswas, G. (2015). Structural approach for distributed fault detection and isolation. *IFAC-PapersOnLine*, 48(21):72–77. 18
- Knight, J. C. (2002). Safety critical systems: challenges and directions. In *Software Engineering, 2002. ICSE 2002. Proceedings of the 24rd International Conference on*, pages 547–550. IEEE. 3
- Koenig, D., Nowakowski, S., and Cecchin, T. (1997). An original approach for actuator and component fault detection and isolation. *Proc. 3th IFAC SAFEPROCESS, Kingston Upon Hull*. 16
- Kratz, F., Nuninger, W., and Ploix, S. (1998). Fault detection for time-delay systems: a parity space approach. In *American Control Conference, 1998. Proceedings of the 1998*, volume 4, pages 2009–2011. IEEE. 11
- Lan, J. and Mu, C. (2005). A strong tracking proportional integral kalman filter for nonlinear system state estimation. In *Machine Learning and Cybernetics, 2005. Proceedings of 2005 International Conference on*, volume 1, pages 532–537. IEEE. 53, 60
- Lincon, S. A., Sivakumar, D., and Prakash, J. (2007). State and fault parameter estimation applied to three-tank bench mark relying on augmented state kalman filter. *ICGST Journal of Automatic Control and System Engineering*, 7(1):33–41. 16, 79, 86
- Ljung, L. (1979). Asymptotic behavior of the extended kalman filter as a parameter estimator for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(1):36–50. 81, 85
- Montes de Oca, S., Puig, V., and Blesa, J. (2012). Robust fault detection based on adaptive threshold generation using interval lpv observers. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 26(3):258–283. 18

- Noura, H., Theilliol, D., Ponsart, J.-C., and Chamseddine, A. (2009). *Fault-tolerant control systems: Design and practical applications*. Springer Science & Business Media. 2, 16, 90
- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación S.A. Madrid. 21
- Patton, R. J., Frank, P. M., and Clark, R. N. (2013). *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer Science & Business Media. 10
- Pérez, C. G., Chanthery, E., Travé-Massuyès, L., and Sotomayor, J. (2016). Fault-driven minimal structurally overdetermined set in a distributed context. In *The 27th International Workshop on Principles of Diagnosis: DX-2016*. ix, 18, 19
- Ponsart, J.-C., Theilliol, D., and Noura, H. (1999). Fault-tolerant control of a nonlinear system application to a three-tank-system. In *Control Conference (ECC), 1999 European*, pages 1592–1597. IEEE. ix, 15
- Prajapati, A. K. and Roy, B. (2016). Multi-fault diagnosis in three coupled tank system using unknown input observer. *IFAC-PapersOnLine*, 49(1):47–52. 16, 90
- Prakash, J., Patwardhan, S. C., and Shah, S. L. (2010). Design and implementation fault tolerant model predictive control scheme on a simulated model of a three-tank hybrid system. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 173–178. IEEE. 16
- Rockwell, A. (2014). Controllogix system user manual 1756-um001o-es-p. 91
- Sánchez, L., Ordonez, J., and Infante, S. (2013). Filtro de kalman extendido y filtro de partículas kalman extendido para problemas de estimación no lineal. 58
- Schmidt, S. (1970). Computational techniques in kalman filtering. *Theory and applications of kalman filtering*, 139. 58
- Seung, J.-H., Lee, D.-J., and Chong, K.-T. (2013). Parameter estimation method for coupled tank system using dual extended kalman filter. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2013 13th International Conference on*, pages 1223–1228. IEEE. 17, 79
- Sobhani, M. H. and Poshtan, J. (2011). Observer-based fault detection and isolation of three-tank benchmark system. In *Control, Instrumentation and Automation (ICCIA), 2011 2nd International Conference on*, pages 759–763. IEEE. 16, 90
- Theilliol, D., Noura, H., and Ponsart, J.-C. (2002). Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy. *ISA transactions*, 41(3):365–382. 16
- Trueba Coronel, S. (1976). Hidráulica. 14ª impresión. *Editorial continental SA de CV, México DF*. ix, ix, x, 21, 24, 25, 27
- Ucak, K., Caliskan, F., and Oke, G. (2013). Fault diagnosis in a nonlinear three-tank system via anfis. In *Electrical and Electronics Engineering (ELECO), 2013 8th International Conference on*, pages 566–570. IEEE. 17, 90

- Umez-Eronini, E. J., Palos, J. C., et al. (2001). *Dinámica de sistemas y control*. Number 620.72 U4. **IX, IX, IX, 13, 20, 26, 27**
- Urrego, L. R. (2012). *Diagnóstico de Fallos en Sistemas Complejos basado en el Método de Anidamiento Latente usando Redes de Petri Coloreadas e Híbridas*. PhD thesis. **1**
- Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Yin, K., and Kavuri, S. N. (2003). A review of process fault detection and diagnosis: Part i: Quantitative model-based methods. *Computers & chemical engineering*, 27(3):293–311. **7, 73, 90**
- Viveros, R. A., Yuz, J. I., and Perez-Ibacache, R. R. (2014). Estimación simultánea de estado y parámetros para un sistema no lineal variante en el tiempo. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 11(3):263–274. **2, 17, 53, 79**
- Voros J, Mikles, C. (2009). A comparison of different ekf approaches for parameters estimation. In *Proceedings of the 17th International Conference on Process Control 2009*, 1(1):213–218. **79**
- Wang, L., Wu, L., Guan, Y., and Wang, G. (2015). Online sensor fault detection based on an improved strong tracking filter. *Sensors*, 15(2):4578–4591. **60**
- Wang, S.-H., Wang, E., and Dorato, P. (1975). Observing the states of systems with unmeasurable disturbances. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 20(5):716–717. **16**
- Wei, W. and Aidi, W. (2011). An improved strong tracking filter. In *Proceedings of the 2011 International Conference on Informatics, Cybernetics, and Computer Engineering (ICCE2011) November 19–20, 2011, Melbourne, Australia*, pages 281–288. Springer. **60**
- Wiklander, J. (2003). Performance comparison of the extended kalman filter and the recursive prediction error method. **79, 85**
- Willsky, A. S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamic systems. *Automatica*, 12(6):601–611. **8, 10**
- Witczak, M. (2014). Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 266. **2, 16**
- Yu, Y., Woradechjumroen, D., and Yu, D. (2014). A review of fault detection and diagnosis methodologies on air-handling units. *Energy and Buildings*, 82:550–562. **9**
- Zhang, J., Swain, A. K., and Nguang, S. K. (2016). Robust observer-based fault diagnosis for nonlinear systems using matlab®. *Advances in industrial control*. **9, 10**
- ZHONGJUN, Z. D. X. Y. Z. (1991). A suboptimal multiple fading extended kalman filter [j]. *Acta Automatica Sinica*, 6:006. **60**
- Zhou, D. and Frank, P. (1996). Strong tracking filtering of nonlinear time-varying stochastic systems with coloured noise: Application to parameter estimation and empirical robustness analysis. *International Journal of Control*, 65(2):295–307. **86**