

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**LOCALIZACIÓN ÓPTIMA DE ANTENAS PARA UNA EMPRESA DE  
TELECOMUNICACIONES EN EL CALLAO**

Tesis para optar el Título de Ingeniero Industrial, que presenta el bachiller:

**Aldo Rodrigo Ponce Antinori**

**ASESOR: Walter A. Silva Sotillo**

Lima, abril de 2011

## RESUMEN

El presente trabajo tiene como finalidad buscar un método que permita localizar las antenas de una compañía telefónica nueva en toda una ciudad, de manera óptima, minimizando los costos. Se sabe que en la actualidad, dichas antenas son colocadas secuencialmente, una después de otra, dependiendo de la necesidad e incremento de cobertura de un operador móvil, sin tomar en cuenta el sistema como conjunto.

Se comenzó con un marco teórico del sistema de comunicaciones móviles como las características de las antenas, clasificaciones y aplicaciones. Luego, se vieron varios modelos de programación lineal que pueden ser posibles formas de resolver el problema, también se revisó programación entera y programación por metas.

Después, se hizo un análisis del mercado de celulares en el Perú para tener un contexto más claro de la cantidad actual de equipos y se hizo una proyección de la demanda de celulares para el 2010. Posteriormente, se procedió a investigar los costos de implementar el sistema, tanto de las antenas, como de las torres de telecomunicación y de la colocación de las mismas.

Seguidamente, se realizó el planteamiento del modelo. Para ello, se trazaron círculos en todo el plano que representan zonas de la población, dichos círculos estarán lo más cerca posible entre ellos para abarcar todo el territorio. Luego, se trazaron puntos que representarán posibles ubicaciones de antenas. Se probó con tres distintos alcances de antenas: 500 metros, 750 metros y 1000 metros de diámetro. Cada punto cubre, dependiendo del tipo de antena, cierto número de círculos zonales, esto se utilizó para realizar el modelo.

Se usó un modelo de programación lineal entera, en particular del tipo binario, donde las variables son la decisión de usar o no la antena de cada tipo en cada uno de los puntos trazados. Solamente se puede elegir un tipo de antena para cada punto y todos los círculos deben estar cubiertos por al menos una antena.

Se minimizó el costo total de esta operación, tomando en cuenta los costos variables que implicaron colocar una antena de cierto alcance, luego se le agregó el costo fijo para obtener el costo total mínimo.

Se realizó una prueba piloto en el distrito de La Punta y parte de Callao Cercado. Se obtuvo como resultado que dos antenas cubrían la zona con el máximo alcance, demostrando que el modelo funcionaba. Luego, se llevó el modelo a toda la provincia del Callao. La solución fue 49 antenas empleadas en total, con un costo mínimo total de 19.505.715 dólares.

### TEMA DE TESIS

PARA OPTAR : Título de Ingeniero Industrial

ALUMNO(A) : **ALDO RODRIGO PONCE ANTINORI**

CÓDIGO : 2006.4602.1.12

PROPUESTO POR : Ing. Walter Alejandro Silva Sotillo

ASESOR(A) : Ing. Walter Alejandro Silva Sotillo

TEMA : LOCALIZACIÓN ÓPTIMA DE ANTENAS PARA UNA  
EMPRESA DE TELECOMUNICACIONES EN CALLAO

Nº TEMA :

FECHA : San Miguel, 08 de febrero de 2011

#### **JUSTIFICACIÓN:**

En los últimos años, el mercado de telefonía celular ha crecido exponencialmente según el compendio de estadísticas que realizó OSIPTEL en el 2006. Ahí se puede apreciar una gran tendencia a seguir creciendo sobrepasando las 8 millones de líneas móviles en ese año<sup>1</sup>.

Datos más actuales comprueban esta tendencia, en los años 2007, 2008 y 2009 se registraron 15.4, 20.9 y 24.7 millones de líneas de teléfonos móviles<sup>1</sup>. Como es de esperarse para cada año, siempre la ciudad de Lima y Callao obtienen el mayor porcentaje de participación.

Por otro lado, la población peruana sigue creciendo, sobre todo la de nuestra capital. Se estima que la cantidad de habitantes de Lima y Callao llegará a 9.365 millones en el 2015<sup>2</sup> lo cual acrecentará la demanda de medios de comunicación móviles en algún momento.

Todo ello da una gran oportunidad para que una nueva empresa abarque gran parte del mercado insipiente y compita con las existentes, para ello es necesario que coloque sus antenas estratégicamente en toda la capital de tal manera que tenga una cobertura total sobre Lima metropolitana y Callao, y además, minimice costos al reducir el número de antenas.

---

<sup>1</sup> Fuente: Empresas Operadoras.

Elaboración: Gerencia de Políticas Regulatorias – OSIPTEL. 0.050.080.200.440.7

<sup>2</sup> Fuente: Badatur

- 2 -

Es ahí donde la programación lineal, como parte de la ingeniería industrial, ayuda a solucionar este tipo de problemas, ahorrando recursos mucho antes de implementar los proyectos dando soluciones integrales a problemas complejos.

### **OBJETIVO GENERAL:**

Localizar de manera óptima el número de antenas en Callao para una nueva empresa de telefonía celular.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Desarrollar un adecuado marco teórico
- Identificar los lugares donde haya mayor utilización de telefonía celular.
- Investigar los costos de este tipo de operaciones.
- Localizar las antenas utilizando el menor número de torres.

### **PUNTOS A TRATAR:**

#### **a. Marco teórico.**

Se hará una introducción a las antenas en general, los tipos de antenas, formas de propagación de las ondas, y toda la física que hay detrás. También se presentará formas de resolver el problema como la programación lineal, lineal entera, entre otras.

#### **b. Ubicación de la zonas con mayor demanda de uso**

Se investigará la cantidad de usuarios de celulares por distritos y se identificará los críticos para tener una mejor idea de dónde localizar las antenas.

#### **c. Determinación de los costos implicados**

Se cuantificará el costo de colocar una torre con determinado tipo de antenas, dependiendo de la potencia y otros factores clave para la asignación. Se analizará los posibles tipos de antena que se utilizarían comparando con los actuales y las tendencias.

- 3 -

**d. Localización de las antenas**

Utilizando todos los datos anteriores, se formularán las restricciones y se obtendrá una o más soluciones al problema de la localización de dichas antenas, teniendo en cuenta el costo como factor clave y todos los factores involucrados.

**e. Conclusiones y recomendaciones.**

-----  
ASESOR



# ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS.....	iii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	iv
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO.....	01
1.1. Antenas.....	01
1.1.1. Características y parámetros de las antenas.....	01
1.1.2. Clasificación clásica y funcional.....	05
1.1.3. Aplicaciones de las antenas planas.....	08
1.1.3.1. Antenas sectoriales.....	08
1.1.3.2. Ecuaciones de alcance.....	11
1.1.4. Otras aplicaciones de las antenas.....	12
1.2. Modelos matemáticos.....	13
1.2.1. Investigación de operaciones.....	13
1.2.2. Programación lineal.....	14
1.2.3. Programación entera.....	16
1.2.4. Programación por metas.....	18
1.2.5. Regresión lineal.....	19
CAPÍTULO 2. UBICACIÓN DE LAS ZONAS CON MAYOR DEMANDA DE USO	
2.1. El mercado de celulares.....	23
2.1.1. Descripción y evolución en el Perú.....	23
2.1.2. Proyecciones.....	27
2.2. Determinación de los distritos críticos.....	31
2.3. Agrupamiento en zonas hexagonales.....	36
CAPÍTULO 3. INVESTIGACIÓN DE LOS COSTOS IMPLICADOS.....	38
3.1. Costos de las antenas de radio.....	39
3.2. Costos de torres.....	43
3.3. Costos de montaje de torres.....	47
CAPÍTULO 4. LOCALIZACIÓN DE LAS ANTENAS.....	48
4.1 Planteamiento del modelo.....	48
4.2 Resolución del modelo.....	60
4.3 Evaluación Técnica.....	61

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	64
5.1 Conclusiones.....	64
5.2 Recomendaciones.....	66
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	67



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Representación gráfica de un diagrama de radiación.....	02
Figura 1.2 Antenas de apertura.....	05
Figura 1.3 Antena Yagui.....	07
Figura 1.4 Antenas omnidireccionales.....	08
Figura 1.5 Antenas direccionales.....	09
Figura 1.6 Antenas sectoriales.....	10
Figura 1.7 Comparativo de antenas.....	10
Figura 1.8 Arreglo lineal de antenas.....	11
Figura 1.9 Antenas sectoriales.....	12
Figura 1.10 Gráfica de dispersión del tiempo empleado por el camión.....	20
Figura 2.1 Equipos vendidos en el Perú, 2009.....	24
Figura 2.2 Densidad de líneas de telefonía celular en el Perú.....	26
Figura 2.3 Evolución de la cantidad de líneas de telefonía celular.....	29
Figura 2.4 Total de líneas móviles en el Perú - Proyección.....	29
Figura 2.5 Proyección de las líneas de Lima y Callao.....	30
Figura 2.6 Pirámide de los niveles socioeconómicos.....	31
Figura 2.7 Distribución socioeconómica por zonas.....	32
Figura 2.8 Proyecciones de líneas telefónicas por zona.....	34
Figura 2.9 Agrupamiento en zonas hexagonales de Lima y Callao.....	36
Figura 3.1 Torre de telecomunicaciones I.....	39
Figura 3.2 Torre de telecomunicación II.....	40
Figura 3.3 Antena para microondas.....	41
Figura 3.4 Centro de conmutación MTSS.....	43
Figura 3.5 Torre Ventada.....	44
Figura 3.6 Pararrayos Franklin.....	44
Figura 3.7 Grupo electrógeno.....	45
Figura 3.8 Luz de balizaje.....	45
Figura 4.1 Mapa de La Punta y Callao.....	48
Figura 4.2 Mapa del Callao.....	54



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Tabla de tiempos y distancias de un camión .....	19
Tabla 1.2 Tabla Anova.....	22
Tabla 2.1 Distribución de frecuencias entre operadores.....	25
Tabla 2.2 Indicadores generales del servicio telefónico.....	27
Tabla 2.3 Cantidad de líneas celulares por departamento.....	28
Tabla 2.4 Ecuaciones de regresión y coeficientes de correlación.....	29
Tabla 2.5 Líneas asignadas por nivel socioeconómico.....	31
Tabla 2.6 Distribución de distritos en zonas.....	32
Tabla 2.7 Distribución de líneas proyectadas por zona y NSE.....	33
Tabla 2.8 Error en las aproximaciones.....	35
Tabla 3.1 Costos unitarios del sistema radiante.....	42
Tabla 3.2 Costos de los equipos WCDMA.....	46
Tabla 3.3 Costos de la infraestructura de las torres y accesorios.....	46
Tabla 3.4 Costos de implementación.....	47
Tabla 4.1 Alcance de antenas de 500 metros de radio – modelo parcial.....	49
Tabla 4.2 Alcance de antenas de 750 metros de radio – modelo parcial.....	50
Tabla 4.3 Alcance de antenas de 1000 metros de radio – modelo parcial.....	50
Tabla 4.4 Tabla de resultados del modelo parcial.....	53
Tabla 4.5 Alcance de antenas de 500 metros de radio – modelo completo.....	55
Tabla 4.6 Alcance de antenas de 750 metros de radio – modelo completo.....	56
Tabla 4.7 Alcance de antenas de 1000 metros de radio – modelo completo.....	57
Tabla 4.8 Solución al problema: variables con valor 1.....	61
Tabla 4.9 Costo de implementación.....	62

# CAPÍTULO 1 MARCO TEÓRICO

## 1.1 Antenas

El “*Institute of Electrical and Electronic Engineers*” (IEEE 1993) define a las antenas como “aquella parte de un sistema transmisor o receptor diseñada específicamente para radiar o recibir ondas electromagnéticas”

Las Antenas son utilizadas en casi todos los medios de telecomunicación para transmitir señales a largas distancias mediante ondas electromagnéticas. Básicamente existen dos tipos de antenas: las unidireccionales, que emiten su señal en una sola dirección para que no se disperse la señal y llegue únicamente en la dirección que se requiera; y las omnidireccionales, como las antenas de celulares, que sirven para emitir ondas en todas las direcciones posibles y tratar que abarque la mayor cantidad de radio posible.

Son utilizadas para conectar enlaces punto a punto, emitir y recibir señales de radio, televisión, internet, entre otros. Toda la teoría de antenas surge a partir de los descubrimientos de James Maxwell (matemático). Heinrich Hertz fue quien realizó los experimentos para corroborar el trabajo teórico de Maxwell. A lo largo de los años muchos aportes de científicos e ingenieros de todo el mundo han logrado desarrollar este tema mucho más y fueron partícipes e inspiración de los sistemas de comunicación con los que contamos hoy en día. (Ferrando y Valero)

### 1.1.1 Características y parámetros de las antenas

#### Diagrama de radiación

Miguel Ferrando y Alejandro Valero<sup>1</sup>, profesores del Departamento de Comunicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia, definen el diagrama de radiación como la representación gráfica de las características de radiación en función de la dirección angular.

---

<sup>1</sup> Ferrando y Valero (2010)

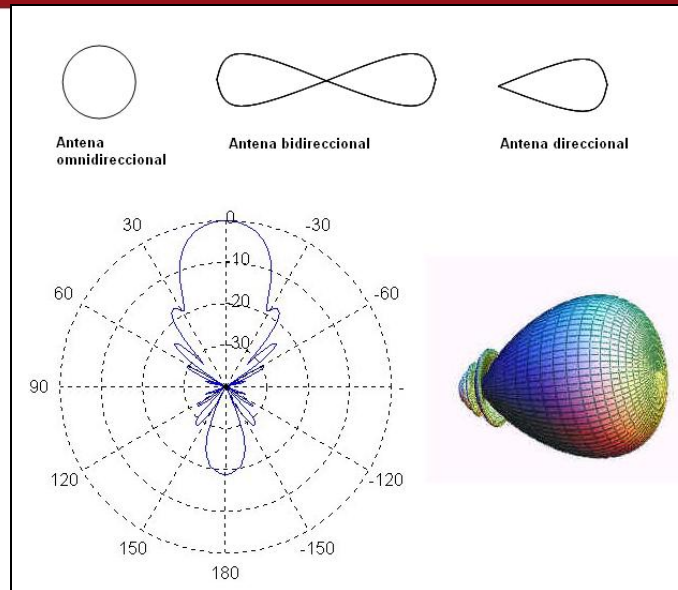


Figura 1.1 Representación gráfica de un diagrama de radiación  
Fuente: Castaño (2009)

Las antenas omnidireccionales son ideales. Teóricamente, tienen su diagrama de radiación circular, pero en la realidad, eso no sucede. Sin embargo, para distancias pequeñas, se puede asumir lo ideal.

**Ancho de banda**

Es el margen de frecuencias en el cual los parámetros de las antenas cumplen determinadas características. Se puede definir ancho de banda de la impedancia, de polarización, de ganancia, o de potencia, que es lo más común.

**Densidad de potencia radiada**

Se define como la potencia por unidad de superficie en una determinada dirección.

Se mide en vatios por metros cuadrados  $\left(\frac{W}{m^2}\right)$ .

$$\vec{P}(\theta, \phi) = \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H})$$

Donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico y  $\vec{H}$  es el campo magnético.

### Impedancia característica del medio

Es el cociente de los módulos de los campos eléctrico y magnético respectivamente y se representan mediante la siguiente ecuación:

$$n = \frac{\left| \vec{E} \right|}{\left| \vec{H} \right|}$$

### Directividad

Se define como la relación entre la densidad de potencia radiada en una dirección, a una distancia, y la densidad de potencia que radiaría a la misma distancia una antena isotrópica<sup>2</sup> a igualdad de potencia total radiada.

$$D(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{\frac{W_t}{4\pi \cdot r^2}}$$

### Ganancia

Se define como la relación entre la densidad de potencia radiada en una dirección y la densidad de potencia que radiaría una antena isotrópica, a igualdad de distancias y potencias entregadas a la antena.

$$G(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{\frac{W_e}{4\pi \cdot r^2}}$$

La diferencia entre la Directividad y la Ganancia está en que la primera es cuánto de potencia la antena emite, pero debido a pérdidas óhmicas, la antena llega a entregar menos potencia, es decir, la ganancia.

Si ambas son iguales, en un caso ideal, la eficiencia es 100%, pero en la realidad, la eficiencia está por debajo del 90% y se define como el cociente entre ambas:

$$e = \frac{D(\theta, \phi)}{G(\theta, \phi)}$$

<sup>2</sup> Es una antena ideal que irradia energía de manera uniforme en todas direcciones.

El valor de  $n = 1$  en el caso teórico ideal.

### **Polarización**

Se define como la orientación o concentración de la onda radiada por una antena en una dirección específica. Se puede representar con una figura geométrica que depende de la variación de la onda. Si varía sinusoidalmente, se genera una elipse, también existen polarizaciones lineales y circulares.

### **Impedancia**

Se define como la relación entre la tensión y la corriente en sus terminales de entrada. Es un número complejo por lo general, la parte real se denomina resistencia de antena y la parte imaginaria, reactancia de antena.

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i}$$

$$Z_i = R_z + jX_a$$

La resistencia se puede dividir en resistencia de radiación y resistencia óhmica, con lo cual tendríamos la siguiente ecuación:

$$Z_i = R_r + R_\Omega + jX_a$$

Si se anula la reactancia de entrada, la antena se denomina resonante.

### **Adaptación**

Se define como el cociente entre la potencia recibida y la potencia que recibiría en caso de máxima transferencia de potencia.

$$C_a = \frac{W_r}{W_r^m}$$

### 1.1.2 Clasificación clásica y funcional

Según Mezquida (2004), las antenas se pueden clasificar de manera clásica, por la geometría; o por su funcionalidad, que depende principalmente de su uso.

#### CLASIFICACIÓN CLÁSICA

Clásicamente se agrupaba a las antenas en 4 conjuntos. Antenas de Hilo, de Apertura, Planas y Arreglos.

##### **Antenas de hilo**

Son las antenas cuyos elementos radiantes están con conductores de hilo. Su principal uso está en las ondas MF, HF, VHF y UHF. Dentro de las antenas de hilos podemos encontrar a los monopolos verticales, dipolo, antena espira y la antena helicoidal.

##### **Antenas de apertura**

Son aquellas que la forma física le da cierta distribución de las ondas, por ejemplo las antenas parabólicas, las rectangulares, piramidales, cónicas, etc.

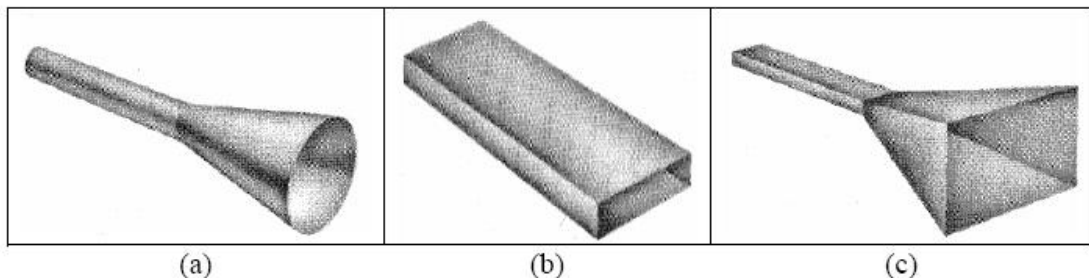


Figura 1.2 Antenas de apertura, (a) bocina cónica, (b) guía de onda y (c) bocina piramidal.  
Fuente: Mezquida (2004)

##### **Antenas Planas**

Son aquellas de apertura sintética, utilizadas para casos en los cuales el radar está en movimiento y los blancos relativamente inmóviles (aviones). También se utiliza mucho en geología y geografía, para identificar los flujos de los glaciares, la deformación del paisaje luego de un terremoto o una erupción volcánica, etc.

### **Arreglo de Antenas**

En términos generales es la combinación de dos o más antenas del mismo tipo o diferentes para formar una radiación electromagnética que no pueda formarse con un único elemento.

Dentro de este tipo de antenas encontramos los arreglos lineales cuando los elementos están dispuestos en línea recta; los planos, cuando se posicionan a lo largo y ancho de una superficie plana; y los conformados, cuando están dispuestos sobre una superficie curva.

Con esto, se gana incremento en la zona de cobertura, que las antenas por sí solas no podrían abarcar, se reduce la potencia de transmisión al incrementar la sensibilidad, reducción del nivel de interferencia, entre otros.

### CLASIFICACIÓN FUNCIONAL

Funcionalmente existen antenas con reflector, antenas de dipolos y antenas planas.

#### **Antenas con reflector**

Son aquellas cuyo funcionamiento se basa en la reflexión de ondas electromagnéticas sobre un foco, que está en el centro del paraboloide. Son las llamadas antenas parabólicas. Esta forma se utiliza cuando se desea máxima directividad y existen diferentes tipos:

- Antena de foco primario: Su superficie es un paraboloide de revolución, solamente el 60% de las ondas recibidas llegan al foco y se aprovechan, el resto se pierde debido a diferentes factores.
- Antena offset: Su superficie es oval y simétrica, el foco está ubicado a un costado y no al centro, permitiéndole ganar hasta 70% de rendimiento.
- Antenas Cassegrain: Utiliza una antena de gran tamaño que permite alta directividad por lo que es necesario emplear un segundo reflector o subreflector, que es de forma hiperbólica.

- Bocinas: se utilizan como alimentador de las antenas, para iluminar el reflector formando la antena parabólica. La bocina se encuentra en el foco del paraboloide. La polarización debe ser ortogonal para que no haya interferencias. En función a su forma de apertura puede ser piramidal o cónica.

### Antenas de dipolos

Un dipolo es una antena con alimentación central empleada para transmitir o recibir ondas de radiofrecuencia

Existen cuatro tipos básicos de antenas con dipolos, los cuales son:

- Dipolo corto: es un dipolo cuya longitud es la mitad de la longitud de onda de frecuencia con polarización lineal.
- Dipolo de media onda: Es parecido al dipolo corto pero en este caso su longitud es igual a la mitad de la onda.
- Dipolo doblado: Son dos dipolos paralelos cortocircuitados en su extremo.
- Antena Yagi: Fue inventada por el Dr Yagi en 1926 y consiste en agregar elementos parásitos en forma transversal para aumentar su rendimiento al momento de emitir señal.



Figura 1.3 Antena Yagi  
Fuente: Rubio (2009)



## Antenas Planas

Existen tres tipos básicos de antenas planas: de bucle magnético, microstrip y de apertura sintética (SAR)

- De bucle magnético: consiste en un bucle de forma circular, octogonal o rectangular, son poco afectadas por la tierra a partir de alturas superiores a metro y medio. Trabaja con altas tensiones pero poco ancho de banda
- Antenas Microstrip: Son antenas resonantes impresas, para conexiones wireless en microonda de banda estrecha. Es de fabricación sencilla, bajo perfil y versátiles, pero tienen baja eficiencia, baja potencia y pobre pureza de polarización.
- Antenas de apertura sintética (SAR): Son una especie de radares que emiten señales a través de pulsos que vuelven como un eco, se mide la intensidad y el retardo y se forman imágenes del objeto a medir. Los satélites, como el (ERS), utilizan este tipo de radar.

### 1.1.3 Aplicaciones de las antenas planas

#### 1.1.3.1 Antenas Sectoriales

Recordemos que las antenas omnidireccionales, como la que se muestra en la figura 1.4. Tienen un corto alcance pero abarcan  $360^\circ$  en toda dirección, siendo útil para centralizar la emisión de señales.

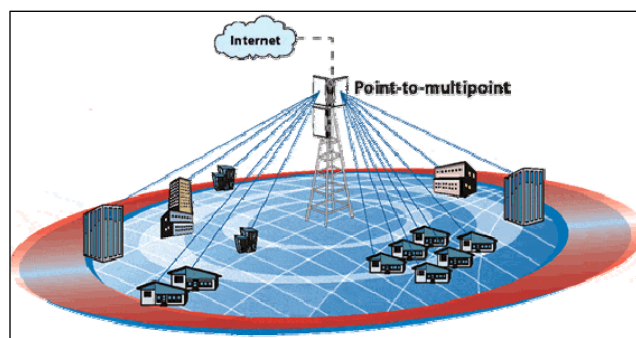


Figura 1.4 Antenas omnidireccionales  
Fuente: Digital Store Perú (2010)

El segundo tipo de antenas eran las antenas unidireccionales o direccionales (directiva). Son la que orientan su dirección a un solo punto, como una linterna, lo bueno es que tienen un largo alcance, pero no abarcan muchos grados alrededor de ellas.

Si los interlocutores se encuentran uno frente a otro, puede existir una muy buena comunicación entre ambos, sin embargo, de no estar en el haz de cobertura, no se escuchará sonido alguno. En la figura 1.5, se muestra una antena direccional.

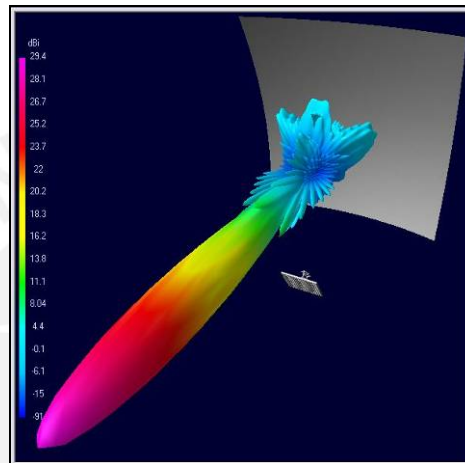


Figura 1.5 Antenas direccionales  
Fuente: DOBRIČIĆ (2005)

Las antenas sectoriales son una mezcla de las unidireccionales y las omnidireccionales, pues así logran captar un radio mayor ( $360^\circ$ ) y una mayor distancia pues tienen características de las direccionales. La figura 1.6 es un ejemplo de este tipo de antena.

Esto se logra de diversas maneras. Una de ellas es colocar tres antenas sectoriales a  $120^\circ$  de distancia para tener mayor cobertura y evitar interferencias. También se puede realizar lo mismo pero con cuatro antenas sectoriales, una en cada esquina. Poseen un gran nivel de penetración en cuanto a la relación de potencia/alcance. (Sotelo 2009)

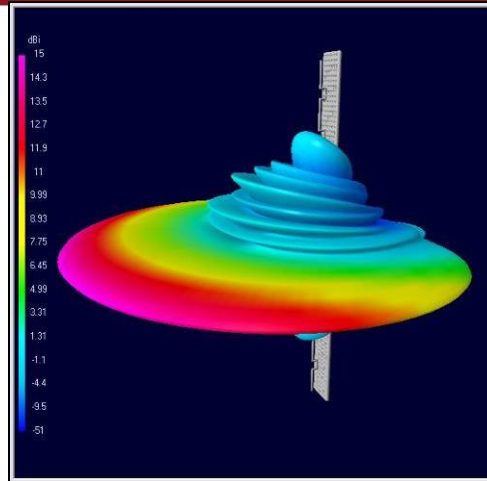


Figura 1.6 Antenas sectoriales  
 Fuente: Dobričić (2005)

En la figura 1.7, se observa un diagrama de una curva de nivel horizontal de la propagación de ondas de los tres tipos. Las direccionales cuentan con mayor alcance y menos amplitud, las omnidireccionales abarcan un radio a corta distancia y las sectoriales un nivel medio de ambas, por eso son las más utilizadas para las conexiones de redes celulares e Internet.

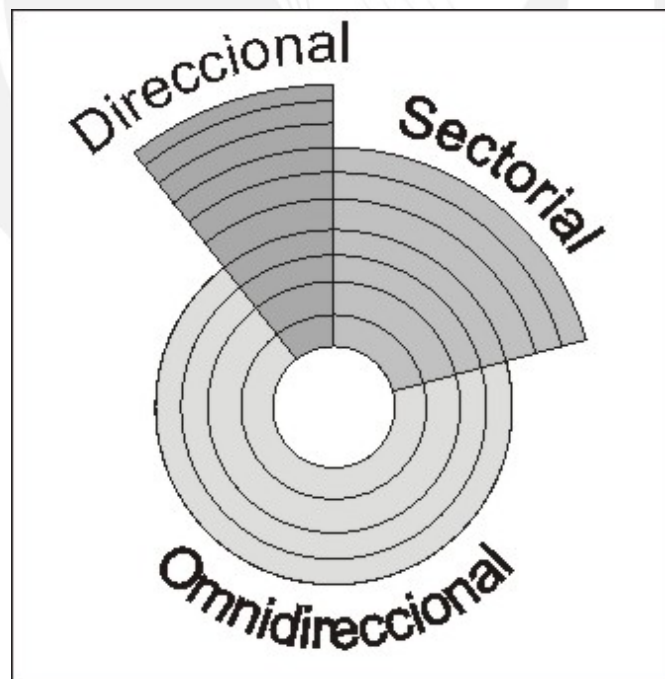


Figura 1.7 Comparativo Antenas  
 Fuente: 34 Telecom SL (2010)  
 Elaboración propia

## 1.1.3.2 Ecuaciones de alcance

Según Analizemath (2007), las antenas Sectoriales son un ejemplo de arreglos de antenas, que no es nada más que el conjunto ordenado de un número de antenas para lograr características que por separado no podrían lograr.

Por ejemplo, si deseamos hallar el diagrama de radiación para un determinado arreglo como por ejemplo el de la figura 1.8:

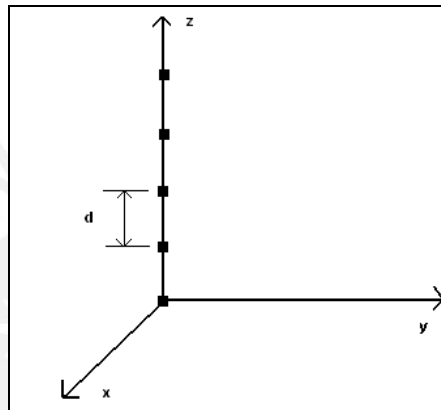


Figura 1.8 Arreglo lineal de antenas  
Fuente: Analyzemath (2007)

Donde la distancia entre cada dipolo es “d”. Se define primero el factor de arreglo, el cual es dado por la siguiente fórmula:

$$FA = \frac{\sin\left(\frac{N}{2} * \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Donde

$$\varphi = kd \cos(\theta) + \beta$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$\theta$  = ángulo polar

$\beta$  = desfase

Si se usara un arreglo con  $N=3$  unidades, distanciados  $0.9 \text{ mm}$  cada uno, y con desfase de  $\frac{1}{4} * \pi$ , tendríamos el diagrama de radiación, mostrado en la figura 1.9

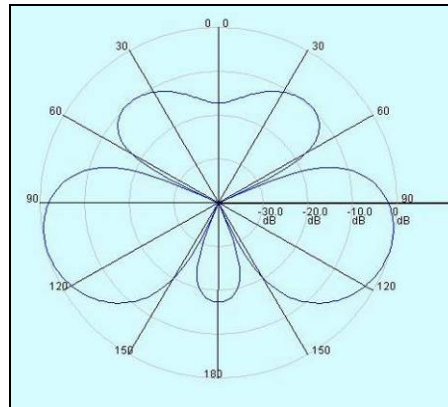


Figura 1.9 Antenas sectoriales  
Fuente: Analizemath (2007)

#### 1.1.4 Otras aplicaciones de las antenas<sup>3</sup>

- Existen varias aplicaciones como la radio digital por Internet, en la cual se procesa digitalmente el sonido y se transmiten más de 100 emisoras en un lugar estático o en movimiento. Este servicio está disponible únicamente en Estados Unidos distribuidos por las empresas XM y Worldspace.
- Generación de modelos digitales de terreno: se emiten señales que son devueltas para reconstruir mapas de terrenos y zonas poco accesibles y permiten localizar puntos remotos desde cualquier lugar. Es utilizado también en la topografía.
- Control del hielo del mar: para los navegantes del océano es muy útil conocer dónde están las aglomeraciones de iceberg en su rumbo, especialmente en la noche. Las antenas les permiten detectar a qué distancia están del próximo bloque de hielo y reaccionar a tiempo.
- Monitoreo de bosques: al igual que la generación de modelos de terreno, las antenas se utilizan para controlar la tala ilegal de bosques, el estado de los cultivos, entre otras cosas.

<sup>3</sup> LPI (2002)

- Vigilancia de zonas costeras: se utiliza para tener un control del crecimiento de los contaminantes, la erosión del suelo en las zonas costeras y el agotamiento de algunos recursos naturales.
- Inundaciones: aún no se ha llevado a cabo pero existen estudios que dicen que pueden ser usados para predecir y controlar inundaciones de ríos, lagos y mares.

## 1.2 Modelos Matemáticos

### 1.2.1 Investigación de operaciones

La investigación de operaciones, según Mathur y Solow (1996), surge durante la segunda guerra mundial como una necesidad de administrar los escasos recursos con los que se contaban y trata de la utilización de modelos matemáticos para la resolución de modelos complejos u optimización del funcionamiento de un sistema.

Los investigadores militares formaron un grupo de científicos e ingenieros en los años 40 y, mediante estas técnicas, lograron destacar en los combates, en especial en los aéreos con la detección y medición de distancias por radar.

Después de la guerra, los administradores de las diferentes industrias en el mundo vieron útiles dichas herramientas y decidieron aplicarlas en sus diferentes negocios para resolver problemas complejos de toma de decisiones.

Existen diferentes tipos de problemas que pueden ser resueltos mediante la investigación de operaciones. Unos son los problemas determinísticos, donde se conoce con certeza toda la información necesaria para obtener una solución. Los otros, son los problemas estocásticos, en los cuales la información necesaria para resolver el problema no se conoce con certeza y se comporta de manera probabilística.

Los problemas determinísticos se subdividen en varias clasificaciones, una de ellas es la programación lineal y la no lineal. Para esta investigación, se utilizará la programación lineal, que, a su vez, puede ser entera o continua.

### 1.2.2 Programación lineal

Un problema de programación lineal es aquel en el que la función objetivo y las restricciones son lineales, es decir, todas las variables están en la primera potencia. Las ecuaciones pueden contener sumas, restas, igualdades o desigualdades. En el sistema cartesiano, las restricciones representarían rectas en el plano.

Según Winston (2005), Se cuenta con varios supuestos:

#### **Suposición de proporción**

Este supuesto tiene que ver con la forma lineal de las funciones. Implica que producir dos veces más de un artículo, significará dos veces más de ganancias.

#### **Supuesto de adición**

Esto implica que la contribución de cada variable a la función objetivo es independiente de las demás variables.

#### **Suposición divisibilidad**

Esto significa que la solución puede tomar como valor cualquier fracción. Sin embargo, en muchos problemas de la vida real necesitamos encontrar soluciones enteras, de ahí surge la programación lineal entera.

#### **Supuesto de certeza**

Esto tiene que ver con la característica determinística que se explicó anteriormente. Se supone que se conoce con certeza toda la información necesaria para plantear el problema como las variables, los costos, la contribución, etc.

## Modelo de programación Lineal

Según Kong, M (2010), de manera genérica, se puede plantear un problema de programación lineal así:

$$\text{Max } Z = C_1 * X_1 + C_2 * X_2 + C_3 * X_3 + \dots C_N * X_N$$

Sujeto a las condiciones o restricciones:

$$A_{11} * X_1 + A_{12} * X_2 + \dots A_{1N} * X_N \{ \leq, =, \geq \} B_1$$

$$A_{21} * X_1 + A_{22} * X_2 + \dots A_{2N} * X_N \{ \leq, =, \geq \} B_2$$

.

.

.

$$A_{M1} * X_1 + A_{M2} * X_2 + \dots A_{MN} * X_N \{ \leq, =, \geq \} B_M$$

En donde  $X_1, X_2, \dots, X_N$  son variables

$C_1, C_2, \dots, C_N, A_{11}, A_{12}, \dots, A_{MN}, B_1, B_2, \dots, B_N$  son constantes

En cada condición se asume uno de los símbolos  $\{ \leq, =, \geq \}$

Tanto la función objetivo como las restricciones son funciones lineales de las variables  $X_1, X_2, \dots, X_N$

Se llama solución factible a cualquier conjunto de valores  $X_1, X_2, \dots, X_N$  que cumplen todas las restricciones y se llama solución óptima al mayor o menor valor de ese conjunto de valores factibles, dependiendo de cuál sea el caso.

## Formas de solucionar un problema de programación lineal

Un método comúnmente utilizado es el método simplex ideado por George Dantzig que consiste en utilizar una forma estándar de escribir el modelo y mediante iteraciones en tablas llegar al óptimo. También se puede usar programas informáticos como el LINDO o LINGO para resolverlos rápidamente, solamente se colocan la función objetivo y restricciones mediante ciertas reglas y en pocos segundos, se tiene la solución al modelo.



### 1.2.3 Programación entera

Según Winston (2005), la programación entera es una variación de la programación lineal en la cual las variables de decisión toman valores únicamente enteros en la solución. Actualmente no existe un algoritmo como el del método simplex para resolver el problema entero.

- Un problema puro de programación con enteros es aquel en el que todas las variables toman valores enteros, por ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = 5X_1 + 2X_2 \\ \text{Sujeto a:} \quad & X_1 + X_2 < 6 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \text{ y enteros} \end{aligned}$$

- Un problema combinado de programación con enteros es aquel en el que solo algunas de las variables tienen que ser números enteros.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = 5X_1 + 2X_2 \\ \text{Sujeto a:} \quad & X_1 + X_2 < 6 \\ & X_1, X_2 \geq 0, X_2 \text{ enteros} \end{aligned}$$

En este caso se requiere que  $X_2$  sea entero pero no necesariamente  $X_1$  por lo que tiene más rango de factibilidad que un problema puro, pero menos que uno de programación lineal de variables reales.

- Un problema de programación binaria es un problema de programación entera en el cual los valores que pueden tomar las variables de decisión son solamente ceros y unos.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = 5X_1 + 2X_2 \\ \text{Sujeto a:} \quad & X_1 + X_2 < 6 \\ & X_1, X_2 = 0 \text{ o bien } 1 \end{aligned}$$

- La relajación de un problema de programación entera es la programación lineal que se obtiene al omitir las restricciones de enteros, por ejemplo el ejercicio anterior quedaría así:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = 5X_1 + 2X_2 \\ \text{Sujeto a:} \quad & X_1 + X_2 < 6 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Una manera de resolver estos problemas es redondear la solución real al entero más cercano hacia arriba y hacia abajo, sin embargo, algunas veces se sale de la región de puntos factible o no es la óptima. En ese caso, se tendría que evaluar la función objetivo en cada punto y elegir la que tenga mayor o menor valor según sea el caso.

### Algoritmo de ramificación y acotamiento

Según Marcel Goic (2005), para problemas enteros donde hay un gran número de variables y restricciones, se utiliza el algoritmo de ramificación y acotamiento. Este, consiste, primero, en resolver el problema relajado, es decir, como si las variables fueran continuas. En el caso de las binarias, donde solo puede tomar los valores de cero o uno, se agrega la restricción siguiente:

$$0 \leq x_i \leq 1$$

Luego, una vez que se tenga la solución real, se elige un nodo del problema, digamos  $x_i^* = f$ , donde  $f$  es un número fraccionario, y se procede a ramificar el problema colocando restricciones para que no pueda tomar dicho valor:

$$x_i \leq |f|$$

$$x_i \geq |f| + 1$$

Con esto, se tendrán todas las soluciones factibles enteras del problema original de un nodo, sin embargo, puede que dicho nodo no requiera más ramificaciones, con lo que se procede a acotar la rama. Luego, se elige otro nodo y se repite el procedimiento.

#### 1.2.4 Programación por metas

Cuando se tienen múltiples objetivos, es difícil, si no imposible, maximizar y/o minimizar todos al mismo tiempo, y la solución óptima de todo el conjunto puede que no sea la óptima para los objetivos (llamados metas en este caso) individualmente.

Según Epen (2000), se debe considerar una variable adicional de desviación que se intenta minimizar para todas las metas. Ahora, se tendrá una función objetivo de minimizar dicha variable.

Cada restricción de meta tiene un lado izquierdo  $g_i(x_1, \dots, x_n)$  y un lado derecho  $b_i$  y además se tiene variables de desviación  $u_i, v_i$ . En condiciones de optimalidad, por lo menos uno de los elementos  $u_i$  o  $v_i$  será cero. La variable  $u_i$  representa un resultado insuficiente, mientras que  $v_i$  representa un resultado excesivo. Existen cuatro tipos de metas:

##### **Propósito**

Lograr que  $g_i(x_1, \dots, x_n)$  se aproxime lo más posible a  $b_i$ , para lo cual se minimiza la suma de  $u_i$  y  $v_i$  en la función objetivo.

$$g_i(x_1, \dots, x_n) + u_i - v_i = b_i$$

##### **Minimizar el valor faltante**

Para lograr esto, se utiliza la misma ecuación del inciso anterior pero en la función objetivo, se minimiza  $u_i$ .

##### **Minimizar el excedente**

Similar al del valor faltante, pero en este caso, se minimiza el  $v_i$ .

##### **Restricción del intervalo de la meta.**

Aquí, la meta consiste en aproximarse lo más posible a un rango de valores, con lo cual, la restricción de meta quedaría así:

$$a_i \leq g_i(x_1, \dots, x_n) \leq b_i$$

Para expresarlo como una meta, se descompone en dos partes y se le agrega las variables de desviación.

$$g_i(x_1, \dots, x_n) + u_i \geq a_i$$

$$g_i(x_1, \dots, x_n) - v_i \leq b_i$$

Aquí, se minimiza la suma de las variables  $u_i$  y  $v_i$ .

### 1.2.5 Regresión lineal

A menudo, se requiere hacer pronósticos de una variable (dependiente) en función de otra (independiente). Esto significa que es posible predecir con cierto margen de error cuanto serán las ventas del próximo mes o año de una compañía, el precio de una acción de la bolsa de valores, o los costos de producción, etc.

Por ejemplo, un camión lleva fruta a las diferentes ciudades costeñas de un país y realiza diferentes viajes de distancia variable según sea la ruta. En el siguiente cuadro se muestra la distancia que recorrió en cada viaje y el tiempo empleado en minutos por cada uno de ellos, se supone que el chofer viaja de noche y solo realiza paradas cuando requiera almorzar o ir al baño o cambiar de chofer con el copiloto.

Tabla 1.1 Tabla de tiempos y distancias de un camión

Viajes	Distancia recorrida (km)	Tiempo empleado (min)
1	180	223
2	273	403
3	364	450
4	455	563
5	546	800
6	640	933
7	733	951
8	822	1023
9	902	1260
10	1100	1322

Elaboración propia

Si colocamos los datos en un gráfico de dos ejes, se ve en la figura 1.10 que siguen una tendencia lineal.

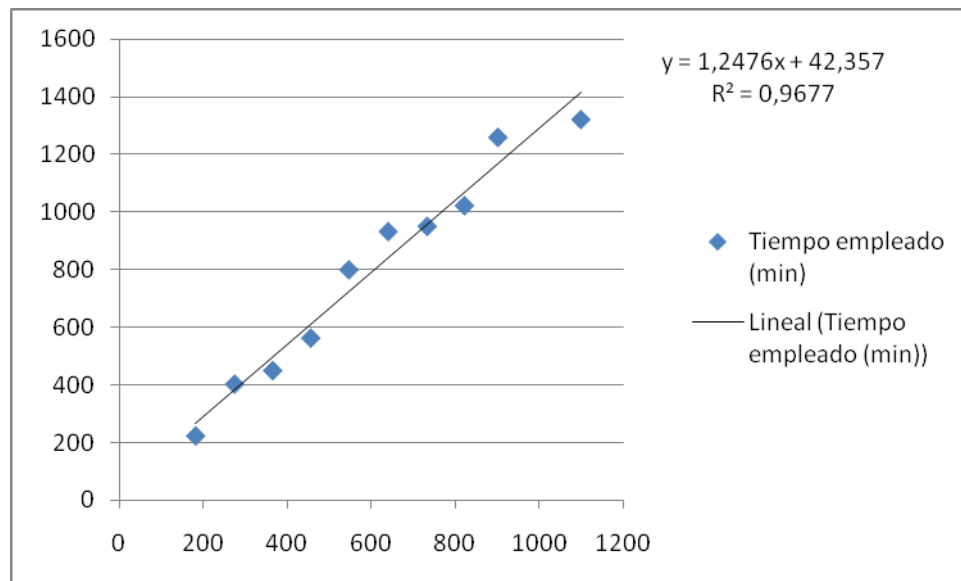


Figura 1.10 Gráfica de dispersión del tiempo empleado por el camión.  
Elaboración propia

Según Córdova (2006), para hallar una recta que garantice un buen ajuste deberíamos partir de una ecuación similar a la siguiente:

$$Y = a + b \cdot X + e$$

Donde

Y: tiempo empleado en el recorrido del camión

X: distancia recorrida

a: intercepto con el eje Y

b: pendiente

y luego encontrar la recta que minimice los errores:

$$e = Y - a - bX$$

Sin embargo, como se tiene tanto errores positivos como negativos se emplean los errores al cuadrado, por lo que se busca minimizar lo siguiente:

$$F = \sum e^2 = \sum (Y - a - bX)^2$$

Aplicando conocimientos de cálculo diferencial se obtiene las siguientes soluciones:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

Para este ejemplo:

$$b = 42.35$$

$$a = 1.247$$

$$\text{La ecuación es: } y = 1.247x + 42.35$$

Con esto podríamos estimar cuánto sería el tiempo que nos demoraríamos en hacer un recorrido de 660km, por ejemplo. Esto resultaría  $1.247 \cdot 660 + 42.35 = 790.55$  minutos.

### Análisis de residuales

Luego de realizar la regresión, no se puede afirmar que existe correlación entre ambas variables, es necesario realizar el *test* de residuales. Para ello, se debe cumplir algunos supuestos:

- La variable dependiente es aleatoria y sigue una distribución normal
- Las observaciones deben ser independientes entre sí
- Los residuales deben seguir una distribución normal
- Las varianzas deben ser homogéneas

Se calcula la suma de cuadrados de los factores, del error, los grados de libertad, etc. Luego, se elabora una tabla para obtener los cuadrados medios y el valor F, con el cuál se hará la prueba de hipótesis.

Tabla 1.2 Tabla Anova

Fuente	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrados medios	F
Regresión	$SC_{factores}$	t-1	$SC_{factores}/(t-1)$	$F=CM(\text{regresión})/CM(\text{error})$
Residuales	$SC_{error}$	n-1	$SC_{error}/(n-1)$	
Total	$SC_{total}$	N-1		

Fuente: Córdova (2006)  
Elaboración propia

La prueba estadística “F” evalúa las hipótesis:

$H_p: \beta_1 = 0$ . No existe una regresión lineal entre X e Y.

$H_a: \beta_1 \neq 0$ . Existe regresión lineal de Y en función de X.

Una vez obtenido el valor F se contrasta con el valor en tablas para un determinado nivel de confianza y si el valor calculado es mayor, se rechaza la hipótesis nula, que quiere decir que la regresión no puede considerarse lineal. En cambio, si el valor calculado es menor al de las tablas, no hay razones suficientes para rechazar la hipótesis nula, es decir, podríamos considerar que sí existe la regresión lineal.

## CAPÍTULO 2 UBICACIÓN DE ZONAS CON MAYOR DEMANDA DE USO

### 2.1 El Mercado de Celulares

#### 2.1.1 Descripción y evolución en el Perú

La telefonía fija fue durante muchos años un monopolio de la entonces Compañía Peruana de Teléfonos, que luego fue comprada por Telefónica del Perú por 2002 millones de dólares, luego que el estado decidiera privatizar el servicio para ofrecer una competencia que mejore el servicio. Luego fueron integrándose otras compañías pero con menor éxito.

En la telefonía celular, el caso es distinto. Según (Valera 2008), hay que distinguir entre las operadoras y las proveedoras.

Las empresas operadoras, que ofrecen el servicio de telefonía en el mercado peruano. Las dos operadoras más grandes son: Telefónica que opera con la marca Movistar y América Móviles con la marca Claro.

Las empresas proveedoras, como Nokia o LG, son los fabricantes de los equipos de teléfonos celulares, los cuales son vendidos a las empresas operadoras para que los utilicen sus usuarios.

En la figura 2.1, se muestra la cantidad de equipos vendidos entre enero y agosto del 2009.



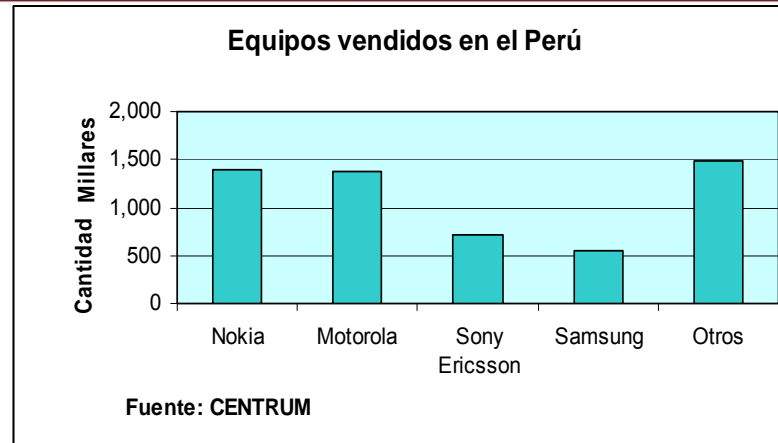


Figura 2.1 Equipos vendidos en el Perú, 2009  
Fuente: CENTRUM (2009)

Vemos que Nokia es el de mayor presencia con 1.4 millones de unidades, 25.8% del total. Motorola está segundo con 1.38 millones (24.6%), Sony con 710 mil (12.7%), Samsung con 559 mil y 10%.

En el año 1995, solamente existían dos operadores de telefonía celular: Telefónica y Comunicaciones móviles (Bellsouth), esta última con un 40% de participación del mercado en líneas de servicio. En el año 1998 ingresa Nextel con su servicio de radio abarcando un pequeño espacio del mercado. TIM inicia sus operaciones en el Perú en el año 2001.

En Marzo de 2004, Telefónica móviles firmó un acuerdo global para adquirir las operaciones de las filiales de BellSouth Internacional en América del sur, y en agosto de 2005, TIM fue adquirida al 100% por América Móvil. Actualmente solamente existen tres operadores en el Perú: Telefónica móviles S.A.C., América Móvil S.A.C. y Nextel del Perú S.A.

El MTC (Ministerio de Transportes y Telecomunicaciones) es el ente encargado de emitir autorizaciones para el uso de las frecuencias y ancho de banda de las líneas de los operadores. No obstante, esta no se encarga de asignar el tipo de tecnología que utilizan las operadoras, ellas son libres de elegir cuál usar.

Tabla 2.1 Distribución de frecuencias entre operadores

Frecuencia	Banda	Rango de Frecuencias				Total (MHz)	Empresa	Área de Asignación
		Ida (MHz)		Retorno (MHz)				
850 MHz	A	824	835	869	880	25	Telefónica Móviles	A nivel nacional
		845	846,5	890	891,5			
	B	835	845	880	890	25	América móviles	A nivel nacional
		846,5	849	891,5	894			
	B1	846,5	847,75	891,5	892,75	2,5	Disponible	Áreas rurales
B2	847,75	849	892,75	894	2,5	Disponible		
1900 MHz	A	1850	1865	1930	1945	30	América móviles	A nivel nacional
	D	1865	1870	1945	1950	10	Nextel	A nivel nacional
	B	1870	1882,5	1950	1962,5	25	Telefónica Móviles	A nivel nacional
	E	1882,5	1895	1962,5	1975	25	Nextel	A nivel nacional
	F	1895	1897,5	1975	1977,5	5	Disponible	A nivel nacional
	C	1897,5	1910	1977,5	1990	25	Disponible	A nivel nacional

Fuente: Valera (2008)

La tabla 2.1 es un cuadro de la conferencia UMT Overview de Luis Barrera en el congreso nacional de telecomunicaciones 2008. Muestra las bandas que se asignan para cada tipo de frecuencia a las operadoras. La frecuencia de 1900 fue asignada originalmente a Nextel pero luego por el crecimiento del mercado tuvo que distribuirse entre los tres operadores.

Observamos que todas las frecuencias son a nivel nacional o áreas rurales y vemos que hay algunas disponibles, como la B1 de 850 MHz o la F de 1900 MHz, lo que demuestra que sí es posible el ingreso de un nuevo operador para la competencia de precios. Además, se conoce que Entel PCS, Oi y Hits (operadores extranjeros) están interesados en la licitación de la cuarta licencia para el Perú y ya adquirieron los pliegos correspondientes (Telesemana 2009).

OSIPTEL (Organismo Supervisor de Inversión Privada en Telecomunicaciones) es la entidad normativa, reguladora, supervisora, fiscalizadora, sancionadora, y de solución de controversias. Se encarga de regular los servicios de telefonía local y larga distancia tanto fija como móvil a nivel nacional.

## Objetivos de OSIPTEL:

- Incrementar la competencia en los mercados de telecomunicaciones.
- Impulsar y promover el acceso universal a los servicios de telecomunicaciones.
- Orientar a los usuarios y cautelar sus derechos.
- Lograr eficacia, eficiencia y transparencia de la totalidad de funciones y procesos de gestión institucional.

El mercado de celulares en el Perú tiene un alto grado de penetración en Lima y Callao y muchas provincias, sin embargo no es total, y constantemente existe competencia entre los dos operadores más grandes (Telefónica móviles y América móvil) por ampliar su cobertura. El siguiente mapa, de la figura 2.2, se muestra cómo se distribuye la disponibilidad del servicio de telefonía móvil en todo el país y se puede apreciar en qué zonas no hay cobertura aún.

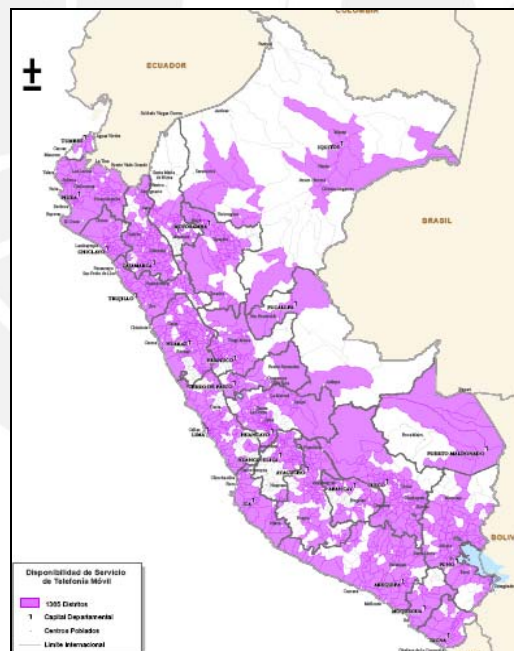


Figura 2.2 Densidad de líneas de telefonía celular en el Perú  
Fuente: MTC (2008)

Se observa que aún no hay una total cobertura en todas las regiones del país, e incluso hay comentarios de las personas de esas localidades que manifiestan interés en contar con una línea móvil e incluso estarían dispuestos a sacrificar gastos de primera necesidad por ella (Vindas 2010).

## 2.1.2 Proyecciones

Para este inciso, se utilizó información disponible en la página web del Ministerio de Transportes y Telecomunicaciones, donde se encuentran un conjunto de tablas estadísticas sobre el mercado de comunicaciones móviles en el país.

La tabla 2.2 muestra la evolución de los diferentes tipos de telefonía desde el año 2006. Podemos apreciar que hay una fuerte diferencia entre las líneas fijas y móviles, teniendo estas últimas una mayor cantidad y mayor crecimiento anual.

Tabla 2.2 Indicadores Generales del Servicio Telefónico

Indicadores Telefónicos	2006	2007	2008	2009	mar-10
<b>Telefonía fija de abonado</b>					
Líneas instaladas	2.812.936	3.180.435	3.417.557	3.550.604	3.482.146
Líneas en servicio	2.400.603	2.677.847	2.875.385	2.965.283	2.931.262
<b>Servicios móviles</b>					
Líneas en servicio	8.772.479	15.417.368	20.951.834	24.702.060	25.909.795
<b>Telefonía de uso público</b>					
Líneas en servicio 1/.	158.314	171.083	196.659	192.765	197.230
<b>Densidad</b>					
Telefonía fija 2/.	8,7	9,7	10,3	10,5	10,4
Servicios móviles 2/.	31,9	55,6	74,9	87,5	91,5
Telefonía de uso público 3/.	5,8	6,2	7,0	6,8	7,0

(\*) Información a fin de período.

1/. Incluye a los teléfonos públicos urbanos y rurales.

2/. Líneas en servicio por cada 100 habitantes. Para el cálculo del indicador de teledensidad se toma la población estimada por el INEI en base al censo del 2005.

3/. Líneas en servicio por cada 1000 habitantes. Para el cálculo del indicador de teledensidad se toma la población estimada por el INEI en base al censo del 2005.

Fuente: Empresas operadoras.  
Elaborado por Osiptel

En la tabla 2.3 vemos las líneas en servicio de telefonía celular por departamento desde el 2003. En el año 2010, se muestran los datos obtenidos hasta el primer trimestre. Como era de esperarse, en Lima se observa la mayor participación.

Tabla 2.3 Cantidad de líneas celulares por departamento

	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	Mar-10**
Amazonas	2.097	5.458	10.512	22.007	54.398	98.454	127.851	136.968
Ancash	52.967	76.109	112.382	199.554	404.793	582.697	700.109	746.576
Apurímac	3.535	7.725	14.322	29.496	71.529	117.619	160.949	172.169
Arequipa	154.912	196.317	305.259	504.953	906.511	1.158.143	1.343.661	1.411.775
Ayacucho	9.671	20.197	31.840	73.031	188.707	317.653	426.275	452.124
Cajamarca	37.639	58.773	79.416	154.775	337.840	523.119	675.626	720.161
Cusco	53.088	77.497	119.301	218.709	436.982	664.205	889.386	928.322
Huancavelica	774	2.079	4.444	11.648	28.236	50.216	73.369	79.534
Huánuco	10.609	21.750	35.454	68.762	140.489	240.308	328.600	355.856
Ica	50.774	84.054	143.165	246.097	456.064	615.055	735.331	763.952
Junín	49.820	73.668	116.822	222.278	461.785	716.885	935.700	984.913
La Libertad	146.558	189.036	254.580	436.301	865.880	1.169.056	1.381.847	1.446.199
Lambayeque	82.238	115.724	171.712	303.933	627.119	884.995	1.021.397	1.074.627
Lima y Callao	2.039.430	2.795.351	3.597.193	5.203.601	8.238.127	10.635.989	11.941.098	12.433.624
Loreto	19.965	32.028	46.684	81.025	158.652	235.637	293.639	312.518
Madre de Dios	1.444	3.242	8.656	23.074	50.689	79.367	103.962	110.774
Moquegua	13.027	24.332	42.060	73.378	122.256	153.250	174.418	184.412
Pasco	2.628	6.350	11.968	31.518	79.508	123.704	159.262	167.370
Piura	82.502	123.170	184.517	315.724	629.092	886.554	1.082.862	1.138.545
Puno	37.699	58.295	95.854	203.210	486.482	726.323	920.784	993.622
San Martín	6.762	14.382	26.862	62.588	157.182	285.102	382.559	410.124
Tacna	50.833	61.674	91.882	145.284	250.885	313.307	370.662	386.427
Tumbes	9.932	22.001	39.287	67.645	118.365	157.495	190.410	200.503
Ucayali	11.439	23.346	39.184	73.888	145.797	216.701	282.303	298.700
<b>Total Perú</b>	<b>2.930.343</b>	<b>4.092.558</b>	<b>5.583.356</b>	<b>8.772.479</b>	<b>15.417.368</b>	<b>20.951.834</b>	<b>24.702.060</b>	<b>25.909.795</b>

(\*) Información a fin de período.

(\*\*) El OSIPTEL se encuentra evaluando el tratamiento que dará estadísticamente a los dispositivos USB de internet de banda ancha móvil. Mientras no se concluya dicha evaluación, el reporte periódico de líneas móviles en servicio incluirá a dichos USB de internet móvil que hayan sido contabilizados como líneas activas.

Fuente: Empresas operadoras  
Elaborado por Osiptel

Gráficamente, se puede ver en la figura 2.3 cómo han ido incrementándose las líneas móviles en servicio en todo el Perú y se aprecia una fuerte tendencia a seguir creciendo.

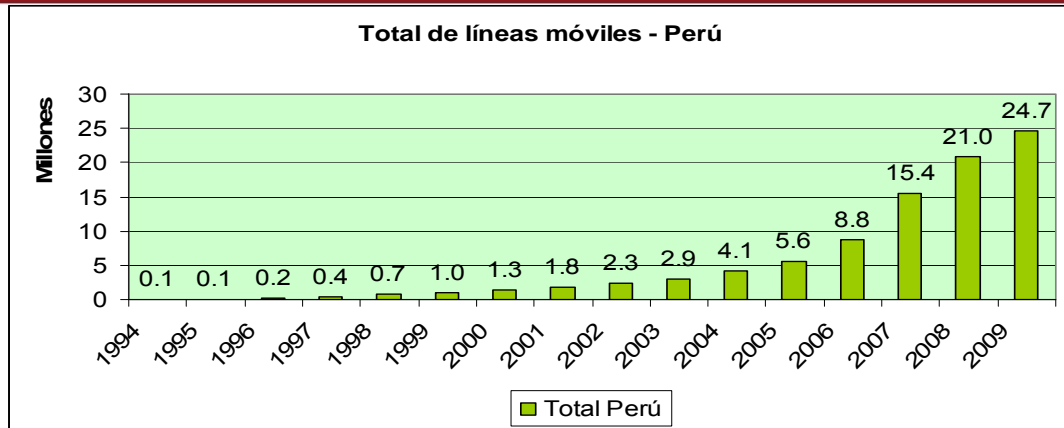


Figura 2.3 Evolución de la cantidad de líneas de telefonía celular en el Perú  
Fuente: OSIPTEL (2010)

Haciendo varias proyecciones en Excel, se llega a la conclusión que la regresión es del tipo polinómica de grado 3. Dicha regresión es la que mejor ajusta pues tiene un coeficiente de correlación más alto. Esto se puede observar en la figura 2.4

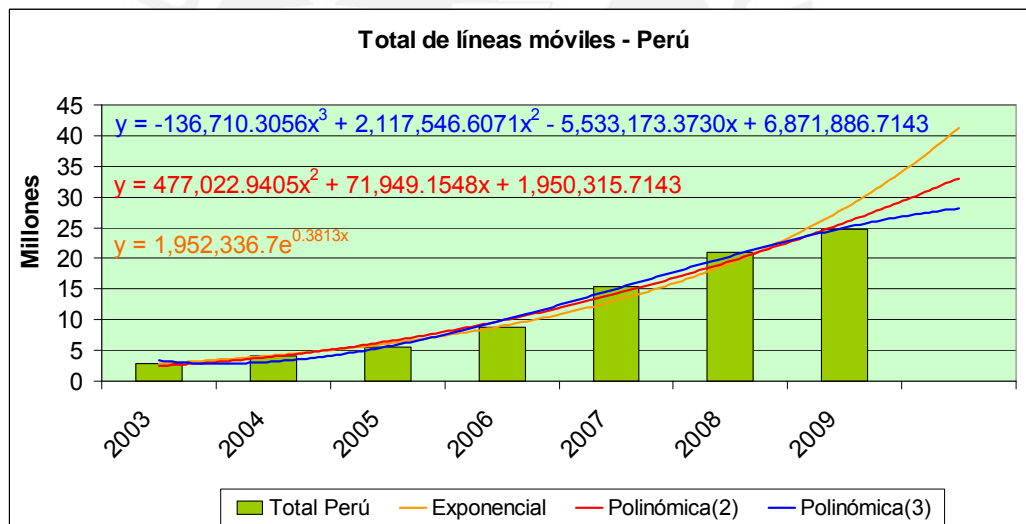


Figura 2.4 Total de líneas móviles en el Perú - Proyección  
Fuente: OSIPTEL (2010)  
Elaboración propia

Las ecuaciones y coeficientes de correlación se muestran en la tabla 2.4

Tabla 2.4 Ecuaciones de regresión y coeficientes de correlación

	Ecuación	R <sup>2</sup>
Lineal	$3,888,132.7x - 3,773,959.6$	0.9423
Logarítmica	$11,066,569.7\ln(x) - 1,699,184.9$	0.7672
Exponencial	$1,952,336.7e^{0.3813x}$	0.9854
Potencial	$2,185,477.6x^{1.2}$	0.9160
Polinómica 2	$477,022.9x^2 + 71,949.2x + 1,950,315.7$	0.9849
Polinómica 3	$-136,710.3x^3 + 2,117,546.6x^2 - 5,533,173.4x + 6,871,886.7$	0.9939

Elaboración propia

Para finales del año 2010 se estima 28.133.806 de líneas de servicio de telefonía móvil en todo el país.

Lima y Callao también han ido creciendo en número de líneas cada año, el siguiente cuadro muestra la evolución y su comparación con el total de líneas del Perú. En la figura 2.5, se aprecia que el porcentaje de líneas de Lima y Callao con respecto al total del Perú va disminuyendo pues los operadores tienden a ampliar su cobertura nacional, sin embargo, este porcentaje tendrá a estabilizarse en algún momento, probablemente cuando se alcance la cobertura del 100% del país.

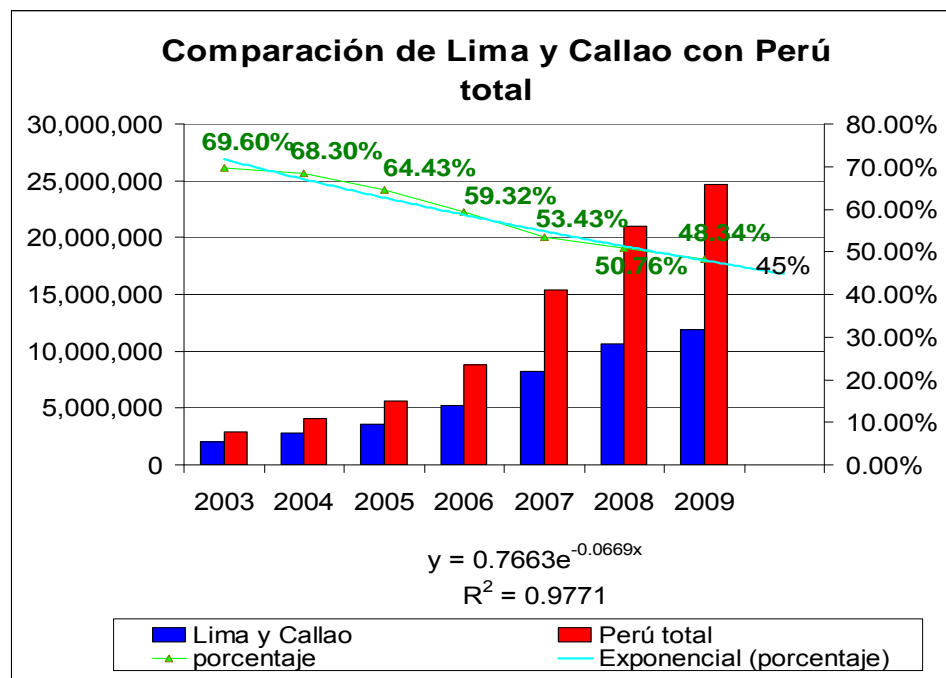


Figura 2.5 Proyección de la líneas de Lima y Callao  
 Fuente: OSIPTEL (2010)  
 Elaboración propia

La tendencia exponencial decreciente indica que los porcentajes de líneas que tendrán Lima y Callao con respecto al total serán de 45%.

Entonces para fines del año 2010, se tendría el 45% del total de líneas proyectadas para ese año (28.133.806) lo que equivale a 12.660.213 líneas para la región de Lima y Callao.

## 2.2 Determinación de los distritos críticos

Ahora, que ya contamos con la proyección de líneas telefónicas para Lima y Callao, debemos desagregar esa demanda futura proporcionalmente entre los diferentes distritos de Lima.

Un estudio reciente de APEIM, muestra la distribución de los niveles socioeconómicos en Lima. En la figura 2.6, se muestra la pirámide social.

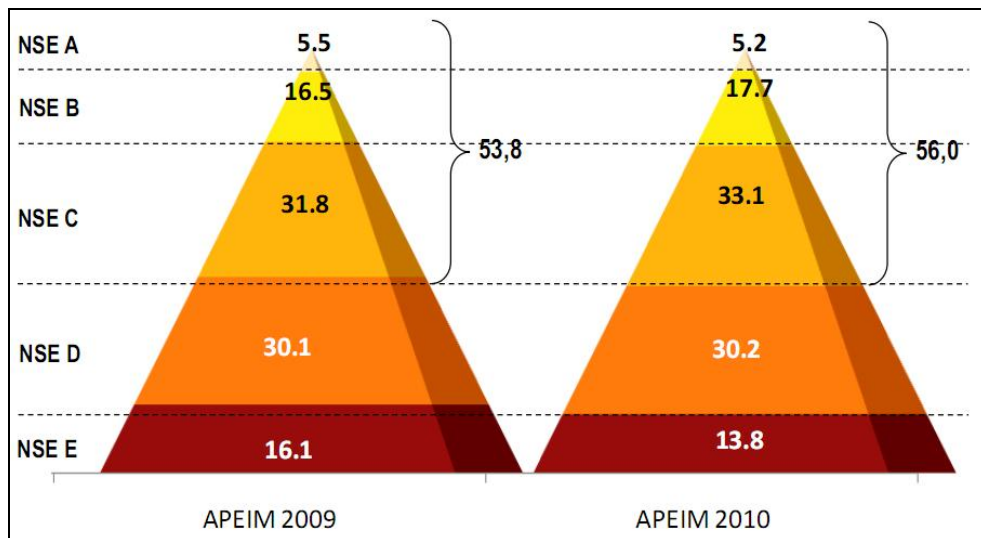


Figura 2.6 Pirámide de niveles socioeconómicos  
Fuente: APEIM (2010)

Del total de 12.660.213 líneas, se tendría para cada sector socioeconómico la siguiente cantidad de líneas, como se muestra en la tabla 2.5

Tabla 2.5 Líneas asignadas por nivel socioeconómico

<b>Total Líneas Lima y Callao</b>	12,660,213			
<b>NSE A</b>	<b>NSE B</b>	<b>NSE C</b>	<b>NSE D</b>	<b>NSE E</b>
5.2%	17.7%	33.1%	30.2%	13.8%
658,331	2,240,858	4,190,530	3,823,384	1,747,109

Elaboración propia

Luego necesitaríamos distribuir los distritos en grupos para facilitar la determinación de líneas por zonas.



Para ello, se usará como base la clasificación de APEIM de 10 zonas en base a su proximidad geográfica, características socioculturales, economía y estilo de vida.

El agrupamiento se muestra a en la tabla 2.6

Tabla 2.6 Distribución de distritos en zonas

Zona1	Ventanilla, Puente Piedra, Comas, Carabaylo.
Zona2	Independencia, Los Olivos, San Martín de Porras.
Zona3	San Juan de Lurigancho.
Zona4	Cercado, Rimac, Breña, La Victoria.
Zona5	Ate, Chaclacayo, Lurigancho, Santa Anita, San Luis, El Agustino.
Zona6	Jesús María, Lince, Pueblo Libre, Magdalena, San Miguel.
Zona7	Miraflores, San Isidro, San Borja, Surco, La Molina.
Zona8	Surquillo, Barranco, Chorrillos, San Juan de Miraflores.
Zona9	Villa El Salvador, Villa María del Triunfo, Lurín, Pachacamac.
Zona10	Callao, Bellavista, La Perla, La Punta y Carmen de la Legua.

Fuente: APEIM (2010)

Elaboración propia

En la figura 2.7, se muestra la proporción de personas de los diferentes niveles socioeconómicos, distribuidas por las zonas anteriormente mencionadas, según APEIM también.

(%) VERTICALES	A	B	C	D	E
ZONA1 (Ventanilla, Puente Piedra, Comas, Carabaylo)	2,8	8,3	12,8	18,2	19,1
ZONA2 (Independencia, Los Olivos, San Martín de Porres)	1,4	10,1	16,1	12,8	9,9
ZONA3 (San Juan de Lurigancho)	2,8	4,3	11,0	12,2	17,0
ZONA4 (Cercado, Rímac, Breña, La Victoria)	4,9	11,4	11,8	9,0	5,5
ZONA5 (Ate, Chaclacayo, Lurigancho, Santa Anita, San Luis, El Agustino)	4,2	5,9	10,6	14,6	19,6
ZONA6 (Jesús María, Lince, Pueblo Libre, Magdalena, San Miguel)	18,1	10,8	4,6	1,5	0,3
ZONA7 (Miraflores, San Isidro, San Borja, Surco, La Molina)	54,9	23,5	6,4	2,1	1,8
ZONA8 (Surquillo, Barranco, Chorrillos, San Juan de Miraflores)	9,0	14,6	9,1	8,2	6,0
ZONA9 (Villa el Salvador, Villa María del Triunfo, Lurín, Pachacamac)	0,0	3,4	9,8	15,6	15,4
ZONA10 (Callao, Bellavista, La Perla, La Punta, Carmen de la Legua)	2,1	7,7	7,8	2,6	5,5

Figura 2.7 Distribución socioeconómica por zonas

Fuente: APEIM (2010)

Por ejemplo, la gente del nivel socioeconómico “A” se reparte 2.8% en la zona 1, 1.4% en la zona 2, y así sucesivamente. Observamos que el 18.1% de la población de NSE A está en la zona 6 y el 54.9% en la zona 7.

Lo que está sombreado en la figura 2.7 representa los niveles de mayor concentración por zona.

Ahora, multiplicando la cantidad de líneas por nivel socioeconómico por los porcentajes de zonas, se obtiene la distribución de líneas de Lima y Callao por zonas y NSE. Esto se muestra en la tabla 2.7

Tabla 2.7 Distribución de líneas proyectadas por zona y NSE

	A	B	C	D	E
Zona1	18,433	185,991	536,388	695,856	333,698
Zona2	9,217	226,327	674,675	489,393	172,964
Zona3	18,433	96,357	460,958	466,453	297,009
Zona4	32,258	255,458	494,483	344,105	96,091
Zona5	27,650	132,211	444,196	558,214	342,433
Zona6	119,158	242,013	192,764	57,351	5,241
Zona7	361,424	526,602	268,194	80,291	31,448
Zona8	59,250	327,165	381,338	313,518	104,827
Zona9	-	76,189	410,672	596,448	269,055
Zona10	13,825	172,546	326,861	99,408	96,091

Fuente: APEIM (2010)  
Elaboración propia

Dicha distribución se aprecia mejor en la figura 2.8:

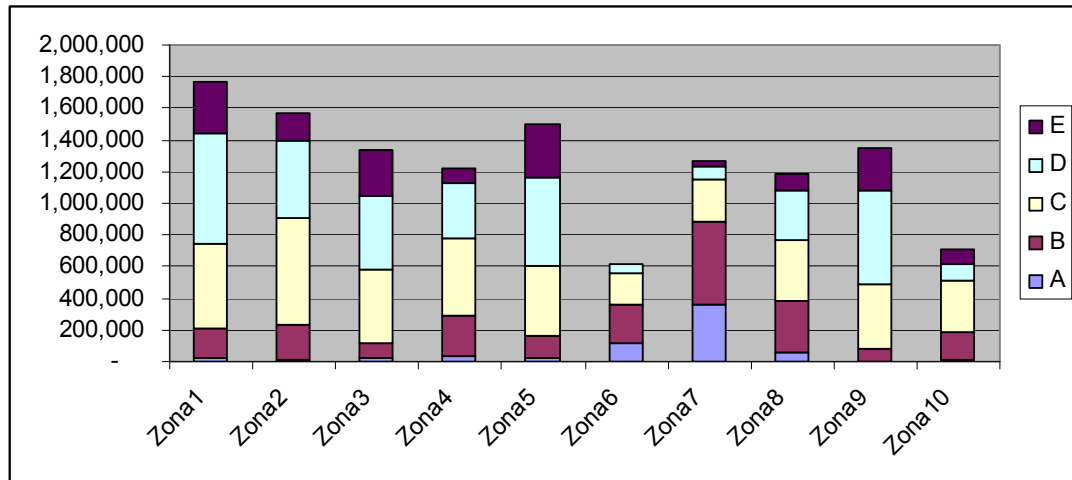


Figura 2.8 Gráfico de las proyecciones de líneas telefónicas por zona  
Elaboración propia

### Determinación del error

Como se han tomado porcentajes socioeconómicos poblacionales para distribuir las proyecciones de líneas telefónicas en las 10 zonas de Lima y Callao, es necesario saber qué tan alejados de lo real estamos, para ello se calculó el error de estas proyecciones, utilizando la siguiente fórmula:

$$e^2 = \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot S^2}{\bar{x}^2 \cdot n^2}$$

Donde:

e = error de las proyecciones

Z = estadístico calculado al 95% de confianza. Es decir 1.96

S = desviación estándar

$\bar{X}$  = media de las líneas por sector socioeconómico.

n= cantidad de zonas (10)

Utilizando los datos de la tabla 2.7, obtenemos los errores para cada nivel socioeconómico, los cuales se muestran en la tabla 2.8

Tabla 2.8 Error de las aproximaciones

	A	B	C	D	E
Zona1	18.433	185.991	536.388	695.856	333.698
Zona2	9.217	226.327	674.675	489.393	172.964
Zona3	18.433	96.357	460.958	466.453	297.009
Zona4	32.258	255.458	494.483	344.105	96.091
Zona5	27.650	132.211	444.196	558.214	342.433
Zona6	119.158	242.013	192.764	57.351	5.241
Zona7	361.424	526.602	268.194	80.291	31.448
Zona8	59.250	327.165	381.338	313.518	104.827
Zona9	-	76.189	410.672	596.448	269.055
Zona10	13.825	172.546	326.861	99.408	96.091

Zona	A	B	C	D	E
Z 0.975	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96
N	10	10	10	10	10
PROMEDIO	73.294	224.086	419.053	370.104	174.886
DESV EST	113.330	130.890	137.899	229.784	126.385
VAR	12.843.605.987	17.132.072.066	19.016.130.015	52.800.511.228	15.973.135.970
ERROR	30,31%	11,45%	6,45%	12,17%	14,16%

Elaboración propia

Esto quiere decir que de las proyecciones calculadas, se debe tomar cierto margen para cada zona, por ejemplo para el nivel socioeconómico A, hay un 30.31% de error.

El nivel C es el que muestra el menor error.

## 2.3 Agrupamiento en zonas hexagonales

Tomando como referencia el modelo celular del panal de abejas, de acuerdo con Sotelo (2009), se agrupó la ciudad en hexágonos regulares de 2km de lado, conocido como microcelda, las cuales servirán de base para la distribución e implementación de las antenas.

La distribución potencial se muestra en la figura 2.9

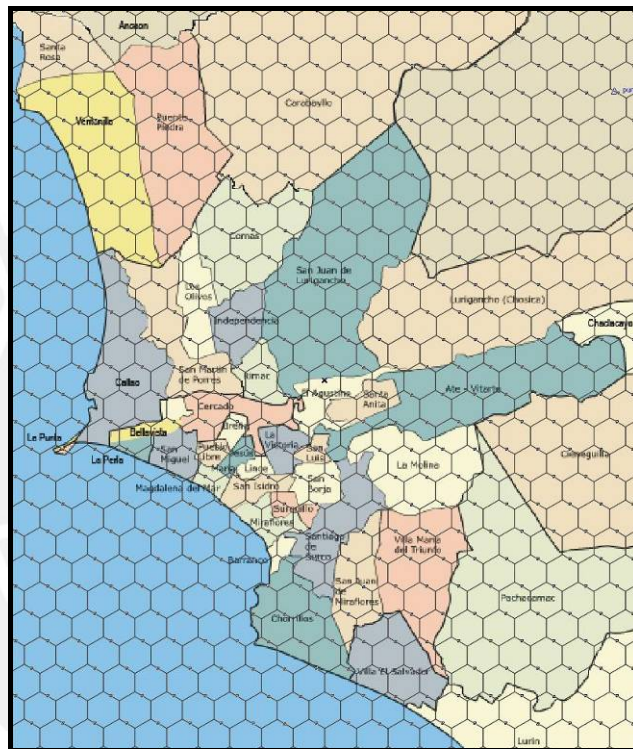


Figura 2.9 agrupamiento en zonas hexagonales de Lima y Callao  
Fuente: Reynoso (2009)  
Elaboración propia

Existen 335 celdas en todo Lima metropolitana y 56 en el Callao. Dado que, mientras más pequeñas las celdas, mejor es la aproximación, la forma hexagonal tiende a convertirse en circular. Por ello, más adelante, se planteará el modelo con zonas circulares y solamente a la provincia constitucional del Callao, para contar con más zonas de menor tamaño y mejor precisión.

Para ubicar una torre, las empresas de telecomunicaciones realizan estudios de suelos, de radiofrecuencia, etc. que combina conocimientos específicos de ingenieros civiles, electrónicos, entre otros, que van más allá del alcance de este trabajo. Por ello, se considerará también, que la ciudad es plana, y que el tráfico de llamadas es uniforme en todo el territorio.

Sin embargo, dichas empresas no toman el sistema en conjunto, por lo cual, esta investigación pretende ser un paso inicial para la obtención de un modelo que, posteriormente, pueda englobar todas las características y condiciones que se usan en el campo.



## CAPÍTULO 3 INVESTIGACIÓN DE LOS COSTOS IMPLICADOS

En el Perú, los fabricantes de estaciones base como *core* son Nokia-Siemens, Ericsson y Huawei. Los fabricantes de antenas propiamente dichas son Andrew, RFS, entre otros, todos en el extranjero.

Visitando las páginas web de algunas de las empresas que brindan esos productos, se pudo observar que sus precios no figuran libremente por el internet, sino que varían de acuerdo al tipo de cliente, servicio que brindará, calidad de las partes, etc.

Es por eso que los operadores de telefonía móvil en el país, solicitan cotizaciones de los productos a adquirir a los fabricantes, muchas veces obtienen precios especiales o descuentos que no permiten identificar fácilmente los costos implicados en la implementación.

Dichas cotizaciones solo se realizan a empresas que sean clientes potenciales y muchas veces se solicita una gran cantidad de documentación para poder acceder a ello. Eso hace difícil obtener costos mediante esta vía.

Otra forma de obtener los costos es mediante las páginas de venta de equipos de segunda mano, tales como *mercadolibre.com*, *ebay.com*, etc. Sin embargo, en esas páginas se encuentran artículos usados y con precios muy variables, lo que haría imposible estimar el precio real en función a eso.

Además, en las páginas de internet, no están todo lo requerido para implementar una estación base, por ejemplo, no se puede comprar un pozo a tierra (se tiene que mandar a construir), entre otras cosas.

Para este capítulo, he considerado montos referenciales, al igual que muchos tesisistas de ingeniería de telecomunicaciones, quienes tampoco han podido conseguir dichos valores con exactitud. Me he valido del estudio de algunos de ellos para tomar referencias. Dichos costos, mencionados a lo largo de este capítulo, fueron tomados de Guillen (2008).

### 3.1 Costos de las antenas de radio

En el Perú, los sistemas de antenas más utilizadas son las WCDMA, WIMAX y las TDJ. Para este estudio se utilizará un sistema WCDMA, *Acceso múltiple por división de código de banda ancha* por sus siglas en inglés. Esto consiste en dividir el ancho de banda mediante codificación de los códigos en lugar de dividirlo por frecuencias o tiempos.

Esto hace que con una sola frecuencia se puedan tener múltiples transmisiones y por tanto, una mayor velocidad de transferencia de datos. Además, soporta la tecnología 3G, que es muy utilizada en estos tiempos.

Hay que hacer énfasis en la diferencia entre una antena y una torre. Una torre o también conocida como estación base, es la estructura metálica que soporta las antenas, las cuales son las que transmiten la información a toda su área de cobertura.

En la figura 3.1, se aprecia la diferencia entre ambas:

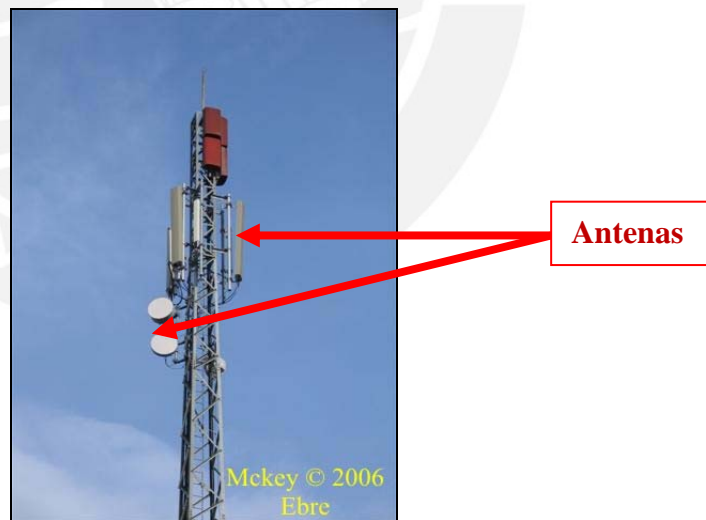


Figura 3.1 Torre de telecomunicaciones I  
Fuente: SEBATÉ (2006)



Además, existen distintos tipos de antenas, para este estudio se emplearán las antenas normales y las de radio microondas.

### Antenas celulares

Son de forma rectangular y transmiten directamente la señal a los teléfonos móviles de los usuarios de telefonía. Se explicó sus características y tipos en el capítulo 1. La figura 3.2 muestra cómo son dichas antenas.



Figura 3.2 Torre de telecomunicaciones II  
Fuente: Cybertronic (2009)

En esta foto se aprecia una plataforma con nueve antenas, tres en cada lado. Las plataformas suelen ir en lo más alto de la torre, aunque a veces se presentan a la mitad de ellas por cuestiones de cobertura, incluso existen torres con múltiples plataformas.

Como se mencionó anteriormente, la posición en tres sectores, se realiza con el fin de abarcar una mayor área, casi radial, empleando antenas sectoriales que actúan mitad como direccionales, y mitad como omnidireccionales.

El costo aproximado de cada antena de la marca Andrew es de **1200 dólares** americanos.

## Radio microondas

Estas antenas son de forma parabólica y son como más se relaciona mentalmente una antena de telecomunicación. Las antenas de radio microonda se utilizan para enviar la señal entre la estación central y las distintas estaciones base, y a veces, entre las distintas estaciones base, cuando estas se encuentran distantes de la central.

La figura 3.3 muestra un ejemplo claro de este tipo de antenas y cómo se sitúan en una torre de telecomunicaciones.



Figura 3.3 Antena para microondas  
Fuente: GUERRERO (2009)

A diferencia de las antenas para celulares, estas antenas solo pueden emitir su señal linealmente o con una ligera curvatura, por lo que deben situarse estratégicamente para que su señal llegue a ser recibida por otra estación base con precisión.

La ventaja de las antenas para microondas es que pueden lograr altas velocidades de transmisión y enviar gran cantidad de información a grandes distancias. Esto evita además el uso de cables y mejora la eficiencia de la transmisión de datos en un sistema de comunicaciones.

El costo aproximado de estas antenas bordea los **21000 dólares** la unidad.

Las antenas para celulares y las antenas microondas, constituyen parte del sistema radiante de un sistema de comunicaciones móviles. Aparte de ellas, se cuenta con feeders o alimentadores, conectores, etc.

En la tabla 3.1, se muestra los costos de los componentes básicos de un sistema radiante:

Tabla 3.1 Costos unitarios del sistema radiante

SISTEMA RADIANTE			
	CONCEPTO	MARCA	COSTO UNITARIO US\$
	Antenas	Andrew	1.200
	feeders	Andrew	47
	conectores	Andrew	33
	radio microonda	NEC	21.000

Fuente: Guillén (2008)

Elaboración propia

### 3.2 Costos de torres

Para implementar un sistema de comunicaciones móviles, es necesario un centro de conmutación MTSO, conformado por el edificio de administración y una torre central.

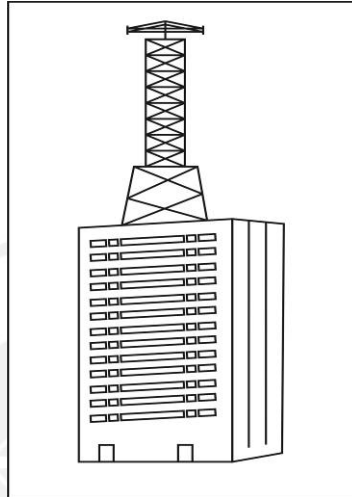


Figura 3.4 Centro de conmutación MTSO  
Fuente: SOTELo (2009)

El costo aproximado de la construcción o compra del inmueble más la antena principal, se estima en unos **200.000 dólares**

Para implementar un sistema de comunicaciones móviles, es necesario un centro de conmutación, conformado por el edificio de administración y una torre central.

Adicionalmente, se requieren las **estaciones base**, o torres de telecomunicación, en cada celda de la ciudad dónde se pretende llegar, para tener una mejor cobertura se necesitan más torres, pero el costo de estas es relativamente elevado por lo que su cantidad deberá ser optimizada. Un modelo de dichas torres, se muestra en la figura 3.5

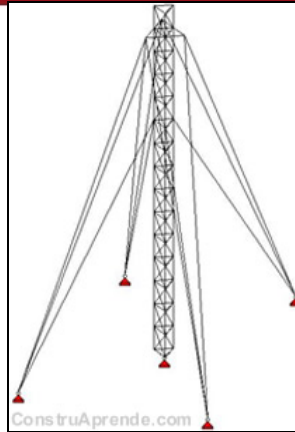


Figura 3.5 Torre ventada  
Fuente: Construaprende (2010)

Las torres pueden ir en el suelo o sobre un edificio, siendo lo último lo más común, para poder aprovechar la altura de este. También son conocidos como estaciones base y cuentan además con accesorios importantes que sirven de apoyo para su adecuado funcionamiento.

Su costo aproximado de fabricación es **11.600 dólares** cada una de fabricación nacional.

Los accesorios de la torre pueden ser varios, a continuación, algunos de ellos:

#### **Pararrayos:**

Se colocan encima de la torre para proteger a la estación frente a descargas atmosféricas. Está conformado por un elemento captador (varilla), un cable conductor y un pozo a tierra.

La varilla junto con el cable está aproximadamente **150 dólares**, la construcción de un pozo a tierra **11 dólares**.



Figura 3.6 Pararrayos Franklin  
Fuente: Proenergy (2010)

### Grupo electrógeno

Se colocan en cada estación base para evitar la interrupción inesperada de la corriente eléctrica de la zona y así, proporcionar un servicio continuo durante las veinticuatro horas del día. Su costo aproximado es de **3500 dólares** por cada uno.



Figura 3.7 Grupo electrógeno  
Fuente: Generadores y Maquinarias (2010)

### Luz de balizaje



Figura 3.8 Luz de balizaje Tramontina  
Fuente: Promelsa (2010)

La luz de balizaje es un sistema que permite informar a los navegantes sobre la presencia de obstáculos en el aire, su uso es importante durante las noches pues ahí es donde la estructura metálica de la torre pierde visibilidad y puede causar accidentes.

Cada torre tiene de una a dos luces de balizaje. Su precio se estima en 15 dólares cada una.

### Aire acondicionado

Se utiliza para mantener a temperatura adecuada los sistemas eléctricos en las estaciones base y la de conmutación (estación central). Por lo general se utiliza una en cada torre y dos en la MTSO.

Su costo es de aproximadamente **12.000 dólares** cada uno.

Adicionalmente se tienen otros accesorios como *grounding kit*, MSC + HLR, plataformas multimedia, etc. En el siguiente cuadro se resume los costos implicados en las torres de comunicaciones, tanto en la infraestructura como en el equipo WCDMA.

Tabla 3.2 Costos de los equipos WCDMA.

EQUIPOS WCDMA			
	CONCEPTO	MARCA	COSTO UNITARIO US\$
	Nodos	huawei	40.000
	RNC	huawei	200.000
	MSC + HLR/ AUC	huawei	450.000
	Plataforma multimedia	huawei	40.000

Fuente: Guillén (2008)  
Elaboración propia

Tabla 3.3 Costos de la infraestructura de las torres y accesorios.

INFRAESTRUCTURA DE LAS TELECOMUNICACIONES			
	CONCEPTO	MARCA	COSTO UNITARIO US\$
	Pararrayos	THOUR	150
	banco de baterías	Tudor	15.000
	grupo electrógeno	Honda	3.500
	pozo de tierra	THOR-GEL	30
	<b>torres</b>	<b>Fab Nacional</b>	<b>11.600</b>
	aire acondicionado	York	12.000
	luz de balizaje	Promelga	15
	grounding kit	Hyperlink	18

Fuente: Guillén (2008)  
Elaboración propia

### 3.3 Costos de montaje de torres

Se considerarán los costos de implementación, instalación, aduanas, etc. Todo lo relacionado con llevar a cabo el montaje respectivo de las estaciones base e inicio de operación. Hay tanto costos fijos como variables.

#### Interconexión con telefónica

Esto se realiza para los equipos que son del exterior, ya que telefónica posee el control sobre el tráfico al exterior. Hay otro cargo para la interconexión nacional. El primero cuesta alrededor de 2.548.264 dólares y el nacional, 250.000 dólares.

#### Instalación y seguridad

Incluye los gastos de montaje de torres, vigilancia de la central, protección contra incendios, entre otras cosas. Se estima en **8000 dólares** por cada estación base y por cada estación central.

#### Aduanas

Se estima que el 43% del costo total será lo que se pague en aduanas por motivos de importaciones, licencias, etc.

En resumen se tiene los siguientes costos, tabulados en la tabla 3.4:

Tabla 3.4 costos de implementación.

CONCEPTO	MARCA	COSTO UNITARIO US\$
interconexión con telefónica	para equipos	2.548.264
interconexión con telefónica	TDP	250.000
instalación y seguridad	GyM	8.000
compra de local para NOC		120.000
otros		50.000
Aduana (43%)		

Fuente: Guillén (2008)  
Elaboración propia



## CAPÍTULO 4 LOCALIZACIÓN DE LAS ANTENAS

### 4.1 Planteamiento del modelo

Por simplicidad, se agruparán segmentos circulares referentes a clientes para dividir la región en áreas más pequeñas y lograr un planteamiento lineal del modelo.

Luego, se elegirán puntos aleatorios para representar posibles ubicaciones de antenas. Cada punto abarcará cierta cantidad de círculos dependiendo del alcance de la antena.

Se utilizarán tres tipos de antenas, con tres diferentes alcances: 500 metros de radio, 750 metros de radio y 1000 metros de radio y se tomarán los costos variables. (1200, 1600 y 2500; Respectivamente).

Inicialmente, se planteará el modelo para una pequeña parte del mapa, específicamente, el distrito de La Punta y parte de Callao Cercado, como se aprecia en la figura 4.1. Luego, se aplicará el modelo para todo el Callao.

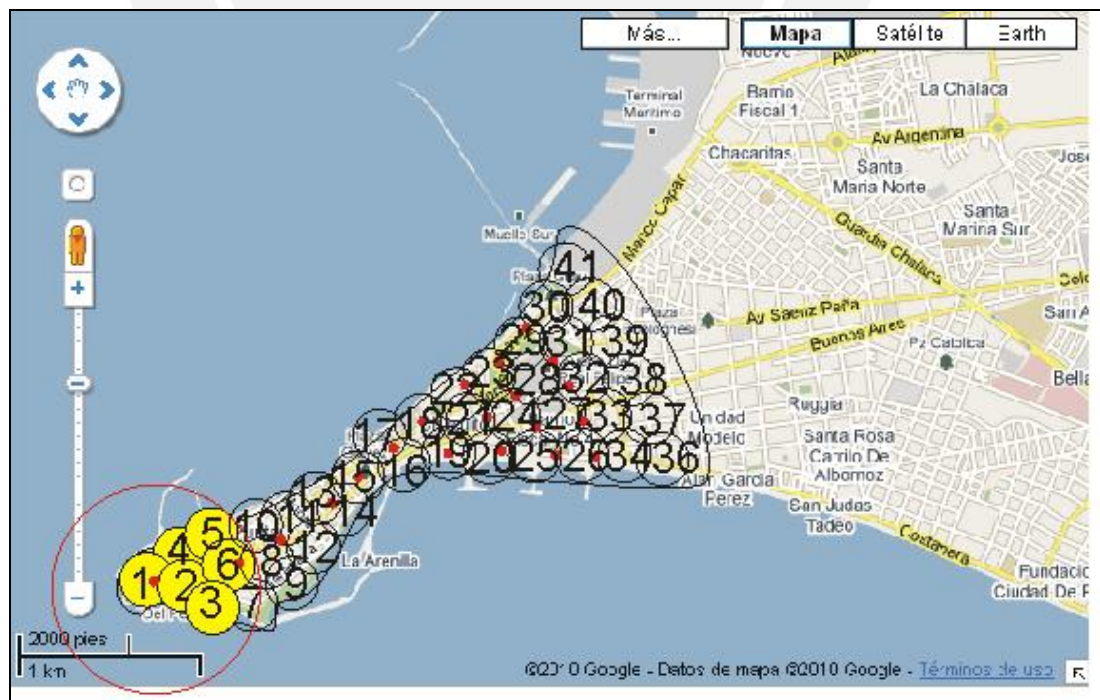


Figura 4.1 Mapa de La Punta y Callao.  
Fuente: Google Maps (2010)

En la figura 4.1, se puede apreciar que el primer punto, de 500 metros de diámetro, abarca los primeros seis círculos de población. De la misma forma, se realizó el conteo para los veinte primeros puntos y se obtuvo la tabla 4.1:

Tabla 4.1 Alcance de antenas de 500 metros de radio – modelo parcial

<b>1</b>	1	2	3	4	5	6					
<b>2</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
<b>3</b>	5	6	7	8	9	10	11	12			
<b>4</b>	11	12	13	14	15						
<b>5</b>	13	14	15	16	17						
<b>6</b>	15	16	17	18	19						
<b>7</b>	16	17	18	19	20	21					
<b>8</b>	16	17	18	19	21	22					
<b>9</b>	18	21	22	23	24	30					
<b>10</b>	18	19	20	21	22	23	24	25	26	28	29
<b>11</b>	19	20	21	24	25	26	27	28			
<b>12</b>	23	24	30	31	32	33					
<b>13</b>	23	24	25	28	29	30	31	33	34	35	
<b>14</b>	24	25	26	27	28	29	34	35	36	37	
<b>15</b>	25	26	27	28	35	36	37				
<b>16</b>	30	31	32	33	42	43	44				
<b>17</b>	32	33	34	30	31	41	42	43	47		
<b>18</b>	29	30	33	34	35	40	41	42	48		
<b>19</b>	28	29	33	34	35	36	39	40	41	49	50
<b>20</b>	27	28	35	36	37	38	39	40	51		

Elaboración propia

Similarmente, se realizó para las antenas de 750 y 1000 metros de radio, tal como se aprecia en la tabla 4.2 y 4.3



Los puntos suspensivos significan que dicho punto, abarcaba más círculos y, que por motivos de espacio, no se han colocado en dichas gráficas.

Ahora, ya es posible plantear un modelo, el cual sugiere minimizar el número de antenas, o mejor dicho, el costo total que implican dichas antenas, sujeto a varias restricciones.

### Variables de decisión

$YA_i$ = Decisión de colocar o no, la antena  $i$  del tipo A (500m radio)

$YB_i$ = Decisión de colocar o no, la antena  $i$  del tipo B (750m radio)

$YC_i$ = Decisión de colocar o no, la antena  $i$  del tipo C (1000m radio)

### Función objetivo

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^{20} 1200(YA_i) + 1200(YB_i) + 1200(YC_i)$$

### Restricciones

$$YA_i + YB_i + YC_i \leq 1 \text{ para } i=1 \text{ a } 20$$

Estas restricciones indican que en cada punto solamente puede haber una antena asignada, si es que la hay. Por ejemplo, en el punto 1, se pueden colocar una antena de 500 metros, de 750 metros o de 1000 metros de alcance. Sin embargo, solo es viable colocar una de ellas. Es posible también, que a dicho punto no se le asigne ninguna antena, pues otro punto ya lo está cubriendo.

$$(YA_1+YB_1+YB_2+YC_1+YC_2+YC_3) \geq 1$$

$$(YA_1+YA_2+ YB_1+YB_2+ YB_3+YC_1+YC_2+YC_3+YC_4) \geq 1$$

$$(YA_1+ YA_2+YB_1+YB_2+YB_3+YC_1+YC_2+YC_3+YC_4) \geq 1$$

...

...

...

$$(YB_{19}+YB_{20}+YC_{14}+YC_{15}+YC_{18}+YC_{19}+YC_{20}) \geq 1$$

Estas últimas restricciones, indican que todos los círculos deben ser cubiertos por al menos una antena. Por ejemplo, el primer círculo es cubierto por la antena 1 de radio 500 metros (YA1), por la antena 2 de radio 750 (YB1), así, sucesivamente. Puede que con varias antenas cubran dicha zona, pero debe haber por lo menos una, por ello está la restricción es de mayor o igual.

Hay 52 restricciones en total.

Rango de existencia Se supone que todas las variables son no negativas y binarias, es decir solo pueden tomar los valores cero o uno:

$$YA_1 = \{0;1\}$$

$$YA_2 = \{0;1\}$$

$$YA_3 = \{0;1\}$$

...

$$YA_{20} = \{0;1\}$$

$$YB_1 = \{0;1\}$$

$$YB_2 = \{0;1\}$$

$$YB_3 = \{0;1\}$$

...

$$YB_{20} = \{0;1\}$$

$$YC_1 = \{0;1\}$$

$$YC_2 = \{0;1\}$$

$$YC_3 = \{0;1\}$$

...

$$YC_{20} = \{0;1\}$$

**Como solución al modelo parcial, se obtuvo lo siguiente:**

Valor de la función objetivo: 5000.000

Tabla 4.4 Tabla de resultados modelo parcial

Antena	Valor de decisión
YC3	1
YC18	1

Elaboración propia

Las antenas del tipo YC3 e YC18, ambas de alcance más largo - 1000 metros de radio -, son las que logran cubrir toda la zona a un menor costo. Como era de esperarse, para una pequeña zona, este tipo de antenas logra cubrirla toda con una cantidad mínima. Sin embargo, para una zona mayor, es probable que sea una combinación de varios tipos.

El costo de esta operación resultó USD 5000. El reporte completo de este primer modelo se puede ver en el anexo 08 del CD adjunto.

## Modelo completo

Ahora, se procederá a hacer lo mismo, pero para toda la ciudad. Inicialmente, se pensó en replicar el modelo para todo el territorio de Lima metropolitana. Sin embargo, esta es muy grande y realizar el mapeo de los puntos en un plano resultaría una labor monótona y el tiempo de ejecución sería excesivamente largo para el objetivo de esta investigación.

Por ello, se planteará solamente para la provincia constitucional del Callao. Con esto, se tendrá una mejor aproximación de la funcionalidad del modelo y si realmente es adecuado para este tipo de situaciones o no.

En caso de dar resultados positivos, podría, más adelante, servir de base para la aplicación para toda la ciudad metropolitana de Lima, y, por qué no, para todo el país.



Figura 4.2 Mapa del Callao  
Fuente: Geographos (2010)

Se procede a trabajar de la misma manera que con el modelo pequeño. Se generan las tablas que indican qué círculos abarcan las antenas, de la 1 a la 102.

En la tabla 4.5, se observa las de las antenas tipo A para todo el Callao:

Tabla 4.5 Alcance de antenas de 500 metros de radio – modelo completo

<b>1</b>	1	2	3	4	5						...
<b>2</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10		...
<b>3</b>	5	6	7	8	9	10	11	12			...
<b>4</b>	11	12	13	14	15						...
<b>5</b>	13	14	15	16	17						...
<b>6</b>	15	16	17	18	19						...
<b>7</b>	16	17	18	19	20	21					...
<b>8</b>	16	17	18	19	21	22					...
<b>9</b>	18	21	22	23	24	30					...
<b>10</b>	18	19	20	21	22	23	24	25	26	28	...
<b>11</b>	19	20	21	24	25	26	27	28			...
<b>12</b>	23	24	30	31	32	33					...
<b>13</b>	23	24	25	28	29	30	31	33	34	35	...
<b>14</b>	24	25	26	27	28	29	34	35	36	37	...
<b>15</b>	25	26	27	28	35	36	37				...
<b>16</b>	30	31	32	33	42	43	44				...
<b>17</b>	32	33	34	30	31	41	42	43	47		...
<b>18</b>	29	30	33	34	35	40	41	42	48		...
<b>19</b>	28	29	33	34	35	36	39	40	41	49	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<b>102</b>	694	695	696	702	703	703	704	723	724	725	...

Elaboración propia

La tabla 4.5 indica que las antenas del tipo A de la 1 a la 102, que son las de menor alcance (500 metros de radio), pueden llegar a cubrir los puntos que se muestran a la derecha de ellos.

No se muestra toda la tabla por motivos de espacio en este documento, sin embargo se puede encontrar todo el modelo en la hoja “A”, en el anexo 07 adjunto en el CD. En el mismo archivo, se encuentran las hojas “B” y “C”, pertenecientes a las tablas 4.6 y 4.7, respectivamente.



A continuación, se muestra la tabla 4.6, que corresponde a las antenas tipo B, de 750 metros de radio de alcance.

Tabla 4.6 Alcance de antenas de 750 metros de radio – modelo completo

<b>1</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	10	...
<b>2</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
<b>3</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
<b>4</b>	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
<b>5</b>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	...
<b>6</b>	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...
<b>7</b>	13	15	16	17	18	19	20	21	22	...
<b>8</b>	15	16	17	18	19	20	21	22	23	...
<b>9</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
<b>10</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
<b>11</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
<b>12</b>	21	22	23	24	25	28	29	30	31	...
<b>13</b>	18	20	21	22	23	24	25	26	27	...
<b>14</b>	19	20	21	22	23	24	25	26	27	...
<b>15</b>	20	21	24	25	26	27	28	29	34	...
<b>16</b>	23	24	29	30	31	32	33	34	41	...
<b>17</b>	23	24	28	29	30	31	32	33	34	...
<b>18</b>	23	24	25	27	28	29	30	31	32	...
<b>19</b>	24	25	26	27	28	29	30	33	34	...
<b>20</b>	25	26	27	28	29	34	35	36	37	...
<b>21</b>	36	37	38	39	40	49	50	51	52	...
<b>22</b>	34	35	36	37	38	39	40	41	42	...
<b>23</b>	33	34	35	36	39	40	41	42	43	...
<b>24</b>	32	33	34	35	40	41	42	43	44	...
<b>25</b>	31	32	33	41	42	43	44	45	46	...
<b>26</b>	43	44	45	46	47	58	59	60	61	...
<b>27</b>	42	43	45	46	47	48	57	58	61	...
<b>28</b>	40	41	42	43	46	47	48	49	50	...
<b>29</b>	38	39	40	48	49	50	51	52	53	...
<b>30</b>	38	39	49	50	51	52	53	54	55	...
<b>31</b>	38	51	52	53	54	55	69	70	71	...
<b>32</b>	53	70	71	72	73	74	75	95	96	...
<b>33</b>	53	54	55	69	70	71	72	73	74	...
<b>34</b>	54	55	56	57	67	68	69	70	71	...
<b>35</b>	56	57	58	59	65	66	67	68	69	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<b>102</b>	699	670	671	672	693	694	695	696	697	...

Elaboración propia

Por último, la tabla de las antenas tipo C, de 1000 metros de radio de alcance, en la tabla 4.7.

Tabla 4.7 Alcance de antenas de 1000 metros de radio – modelo completo

<b>1</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
<b>2</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
<b>3</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
<b>4</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
<b>5</b>	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
<b>6</b>	8	9	10	11	12	13	14	15	16	...
<b>7</b>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	...
<b>8</b>	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...
<b>9</b>	15	16	17	18	19	20	21	22	23	...
<b>10</b>	15	16	17	18	19	20	21	22	23	...
<b>11</b>	13	15	16	17	18	19	20	21	22	...
<b>12</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
<b>13</b>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	...
<b>14</b>	16	18	19	20	21	22	23	24	25	...
<b>15</b>	16	18	19	20	21	22	23	24	25	...
<b>16</b>	21	22	23	24	25	28	29	30	31	...
<b>17</b>	20	21	22	23	24	25	26	27	28	...
<b>18</b>	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
<b>19</b>	19	20	21	22	23	24	25	26	27	...
<b>20</b>	19	20	21	22	23	24	25	26	27	...
<b>21</b>	27	28	35	36	37	38	39	40	41	...
<b>22</b>	27	28	29	30	31	32	33	34	35	...
<b>23</b>	23	24	25	27	28	29	30	31	32	...
<b>24</b>	23	28	29	30	31	32	33	34	35	...
<b>25</b>	23	30	31	32	33	34	35	40	41	...
<b>26</b>	32	33	42	43	44	45	46	47	48	...
<b>27</b>	32	33	34	40	41	42	43	44	45	...
<b>28</b>	32	33	34	35	39	40	41	42	43	...
<b>29</b>	34	35	36	37	38	39	40	41	42	...
<b>30</b>	35	36	37	38	39	40	41	48	49	...
<b>31</b>	37	38	39	40	49	50	51	52	53	...
<b>32</b>	52	53	54	55	69	70	71	72	73	...
<b>33</b>	50	51	52	53	54	55	56	68	69	...
<b>34</b>	48	49	50	51	53	54	55	56	57	...
<b>35</b>	46	47	48	49	55	56	57	58	59	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
<b>102</b>	660	661	662	663	667	668	669	670	671	...

Elaboración propia

Luego, se procede a plantear el modelo completo. Muchas partes son similares al modelo parcial anterior.

Variables de decisión:

$YA_i$ = Decisión de colocar o no, la antena  $i$  del tipo A (500m radio)

$YB_i$ = Decisión de colocar o no, la antena  $i$  del tipo B (750m radio)

$YC_i$ = Decisión de colocar o no, la antena  $i$  del tipo C (1000m radio)

Función objetivo:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^{102} 1200(YA_i) + 1200(YB_i) + 1200(YC_i)$$

Restricciones:

$$YA_i + YB_i + YC_i \leq 1 \text{ para } i=1 \text{ a } 102$$

Estas restricciones indican que en cada punto solamente puede haber una antena asignada, si es que la hay. Por ejemplo, en el punto 1, se pueden colocar una antena de 500 metros, de 750 metros o de 1000 metros de alcance. Sin embargo, solo es viable colocar una de ellas. Es posible también, que a dicho punto no se le asigne ninguna antena, pues otro punto ya lo está cubriendo. Para el modelo completo existen 102 restricciones de este tipo.

$$(YA_1 + YB_1 + YB_2 + YC_1 + YC_2 + YC_3) \geq 1$$

$$(YA_1 + YA_2 + YB_1 + YB_2 + YB_3 + YC_1 + YC_2 + YC_3 + YC_4) \geq 1$$

...

...

...

$$YB_91 \geq 1$$

Estas últimas restricciones, indican que todos los círculos deben ser cubiertos por al menos una antena. Por ejemplo, el primer círculo es cubierto por la antena 1 de radio 500 metros (YA1), por la antena 2 de radio 750 (YB1), y así, sucesivamente. Es posible que con varias antenas, se cubra dicha zona, pero debe haber por lo menos una, por ello está la restricción de mayor o igual. Para el modelo completo existen 648 restricciones de este tipo.

Faltaría agregar el rango de existencia, es decir la condición binaria de las variables.

$$YA_1 = \{0;1\}$$

$$YA_2 = \{0;1\}$$

$$YA_3 = \{0;1\}$$

...

$$YA_{102} = \{0;1\}$$

$$YB_1 = \{0;1\}$$

$$YB_2 = \{0;1\}$$

$$YB_3 = \{0;1\}$$

...

$$YB_{102} = \{0;1\}$$

$$YC_1 = \{0;1\}$$

$$YC_2 = \{0;1\}$$

$$YC_3 = \{0;1\}$$

...

$$YC_{102} = \{0;1\}$$

Para ver el modelo completo, ir a la hoja LINGO en el anexo 07 o al anexo 09 del CD adjunto.

## 4.2 Resolución del modelo

El modelo fue hecho para correrse en LINGO, ya que la cantidad de variables (300) y restricciones (751) es considerable.

Además, todas las variables son variables de decisión, es decir, tenían que declararse como binarias, y LINGO profesional era la única herramienta que permitía eso.

Sin embargo, al ejecutar el programa, no se pudo resolver el modelo, apareció un mensaje de error de *Jacobian overflow*, que se debe a que o las restricciones son no lineales, o las variables no fueron descritas como binarias o enteras.

Ninguna de esas posibilidades puede darse en este modelo, pues todas las restricciones fueron revisadas y son totalmente lineales, además, se agregó al final la condición de que todas las variables sean binarias.

Como última alternativa, se envió un correo con el modelo adjunto a **Mark Wiley**, de LINDO, quien cordialmente respondió el motivo del error que causaba el sobre flujo y adjuntó la solución del modelo<sup>4</sup>.

Wiley mencionó que en el momento de ejecución se habían mezclado las sintaxis en el programa y que la versión del programa no contaba con el parche necesario.

En la tabla 4.8 se mostrarán las antenas que fueron seleccionadas para dar una solución óptima al modelo. El reporte completo puede verse en el anexo 10 o anexo 12 en el CD.

---

<sup>4</sup> WILEY, Mark. 2010. *Jacobian overflow*. Correo electrónico del 22 de noviembre de 2010

### 4.3 Evaluación técnica

En la tabla 4.8, se muestra las antenas que forman parte de la solución:

Tabla 4.8 Solución al problema, variables con valor 1

YB2	YB66	YB94
YB8	YB68	YB95
YB20	YA69	YB96
YB25	YA70	YB97
YB32	YB72	YB98
YB35	YB73	YB99
YB38	YB75	YB100
YA39	YB76	YB101
YA40	YB77	YB102
YA41	YB79	
YA44	YA80	
YA45	YB82	
YB51	YB83	
YB52	YB85	
YB54	YB87	
YA56	YC89	
YB58	YB90	
YB60	YB91	
YB61	YB92	
YB64	YB93	

Elaboración propia

Se aprecia en la tabla 4.8 que la solución tiene como preferencia a las antenas del tipo B, que tienen por lo general un mayor alcance que las del tipo A y un menor costo que las del tipo C. Particularmente solo existe una solución para antenas tipo C, que es la antena número 89. Mientras que para las antenas tipo A, encontramos 9 de estas como solución al problema.

Esto demuestra que no basta con un solo tipo de antenas para obtener el costo mínimo, si se usan diferentes tipos de antenas, dependiendo del alcance y costo se puede llegar a una mejor solución.

Si se aumenta el tipo y variedad de costos de antenas en el modelo, y se aplica a toda la ciudad, se puede obtener mejores resultados mediante programación lineal simple binaria, ya que se aproximaría a funciones continuas.

75,300 dólares es el costo mínimo por emplear 49 antenas de diferentes tipos, esto nos da un promedio de 1536.7 dólares por antena, lo que demuestra la preferencia del tipo de antena B, ya que su costo variable es similar.

El costo total de toda la implementación, se calcula en función de costos fijos y variables en función del número de antenas. Luego se agregó un aproximado de aduanas 43% y en la tabla 4.9 se aprecia el costeo total:

Tabla 4.9 Costo total de implementación

<b>EQUIPOS WCDMA</b>			
CONCEPTO	COSTO UNITARIO US\$	cantidad	subtotal
Nodos	40.000	49	1.960.000
RNC	200.000	1	200.000
MSC + HLR/ AUC + gestión	450.000	1	450.000
Plataforma multimedia	40.000	1	40.000

<b>SISTEMA RADIANTE</b>			
CONCEPTO	COSTO UNITARIO US\$		
<b>Antenas</b>	<b>1.537</b>	<b>49</b>	<b>75.300</b>
feeders	47	49	2.303
conectores	33	49	1.617
radio microonda	21.000	98	2.058.000

<b>INFRAESTRUCTURA DE LAS TELECOMUNICACIONES</b>			
CONCEPTO	COSTO UNITARIO US\$		
Pararrayos	150	49	7.350
banco de baterías	15.000	1	15.000
grupo electrógeno	3.500	2	7.000
pozo de tierra	30	49	1.470
<b>torres</b>	<b>11.600</b>	<b>49</b>	<b>568.400</b>
aire acondicionado	12.000	2	24.000
luz de balizaje	15	49	735
grounding kit	18	1	18

OTROS			
CONCEPTO	COSTO UNITARIO US\$		
interconexión con telefónica	2.548.264	1	2.548.264
interconexión con telefónica	250.000	1	250.000
instalación y seguridad	8.000	1	8.000
compra de local para NOC	120.000	1	120.000
otros	50.000	1	50.000
Aduana (43%)	8.387.457		8.387.457
			<b>19.505.715</b>

Fuente: Guillen (2008)  
Elaboración propia

**El costo total asciende a 19.505.715 dólares. La tabla de costos se puede observar en el anexo 06 del CD.**





## CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 Conclusiones

Se logró investigar más sobre el tema de las antenas, en particular, la teoría sobre propagación de las ondas, tipos de antenas, diagrama de radiación, entre otras características importantes.

También, se investigó sobre el sistema de comunicaciones móviles, en particular de los teléfonos celulares, la forma de interacción, componentes y distintos modelos de interacción.

Se revisó diferentes modelos de programación lineal, entera y mixta que podrían servir para la solución del problema. Finalmente, se concluyó que el de programación binaria era el más adecuado para resolverlo.

Se estudió el mercado de celulares en el Perú, su historia y crecimiento. También se vio el rango de frecuencias disponibles para la entrada de un cuarto operador y se indagó sobre los entes reguladores en el país.

Se vieron las proyecciones para fines del año 2010 y se estimó que habría 12.660.213 líneas móviles para Lima y Callao y que equivaldría al 45% del total del Perú. A la fecha, se tienen 12.902.187 líneas de teléfonos móviles en Lima y Callao –OSIPTEL–, lo cual supera las proyecciones hechas y demuestra la alta tasa de crecimiento en los últimos meses.

También, se estimó la cantidad de líneas por zona y por nivel socioeconómico. Se observó que en la zona 1; que corresponde a Ventanilla, Puente Piedra, Comas y Carabayllo; contiene la mayor cantidad de líneas móviles en el nivel D, ya que en esos lugares existe un alto nivel de población y crecimiento económico.

Se investigó sobre los costos asociados a la implementación de un nuevo operador en el país. Dado que la información es muchas veces confidencial, las empresas no suelen publicar datos sobre dichos costos; no obstante, se utilizó la tesis de Daniel

Guillén, ingeniero de las telecomunicaciones y de Ernesto Cuesta, como referencia para identificarlos.

Entre los principales costos tenemos: El sistema radiante; constituido por antenas, *feeders*, conectores, radio de microondas; Equipos WCDMA, es decir nodos, RND y plataformas multimedia; Infraestructura, Pararrayos, pozos a tierra, grupo electrógeno, torres, aire acondicionado, etc.; y por último, de operación: interconexión telefónica, instalación, seguridad, compra de local, etc.(los montos se encuentran en el capítulo tres de este trabajo)

En el modelo se optó por realizar agrupamiento de zonas circulares debido a la mayor flexibilidad que estos aportaban al identificar alcances. Se tienen alrededor de 700 círculos o zonas que permitieron plantear el modelo con facilidad.

También, se definieron 102 puntos de posibles antenas y 3 por cada tipo de antena. En total se tiene 306 puntos que fueron puestos en el modelo para todo el Callao. El modelo se enfoca en la provincia del Callao por la gran extensión de Lima metropolitana.

Primero, se realizó una prueba en el distrito de La punta, y se obtuvo que con solo dos antenas de gran alcance se cubría toda la zona al menor costo. Luego, se realizó el modelo para todo el Callao. Esta vez, se obtuvieron 49 puntos, que cubren a toda la provincia constitucional a un costo de 75.300 dólares.

Por último se evaluó el costo total, incluyendo estaciones base, torres, centrales, interconexiones, etc. Dicho monto asciende a 19.505.715 dólares.

Se puede decir que la programación lineal es efectiva en muchos casos, y en la localización de antenas también puede ser de gran ayuda para los técnicos en telecomunicaciones.

## 5.2 Recomendaciones

Si bien no se tomaron en cuenta muchos factores importantes como las condiciones del suelo, o el tráfico de llamadas, estos se podrían agregar y mejorar el modelo, que está sujeto a cualquier cambio que mejore las condiciones y soluciones.

Este modelo no trata de ser único y absoluto, sino que es una primera aproximación al planteamiento de este tipo de situaciones y debe ser tomado en cuenta como una base sobre la cual trabajar e ir agregando datos y variables que permitan una verdadera mejoría en el diseño de los sistemas de telecomunicaciones.

Se recomienda realizar la aplicación del modelo completo para la ciudad de Lima metropolitana u otra región del país y ver su viabilidad para integrar todo el sistema de comunicaciones del país.

Además, se podría ver la posibilidad de que las empresas compartan sus torres de telecomunicaciones y plantear un modelo que englobe todo ello, así los costos serían compartidos y beneficiaría también el usuario.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEN, Ben.

2005 *Adaptive array systems: fundamentals and applications* / M. Ghavami. West Sussex: Wiley

ANALIZEMATH

2007 *Antenna Arrays*. Consulta: 24 de abril de 2010  
<[http://www.analizemath.com/antenna\\_tutorials/antenna\\_arrays.html](http://www.analizemath.com/antenna_tutorials/antenna_arrays.html)>

APEIM

2010 *Niveles socioeconómicos 2010*. Lima, 2010. Consulta: 05 de junio de 2010  
<[http://www.apeim.com.pe/images/APEIM\\_NSE\\_2010\\_LIMA.pdf](http://www.apeim.com.pe/images/APEIM_NSE_2010_LIMA.pdf)>

BALANIS, Constantine A.

2005 *Antenna theory: analysis and design. 3rd ed* Hoboken, NJ : Wiley-Interscience

CASTAÑO, Fernando

2009 *Diagrama general de radiación*. Wikimedia Commons – contenido libre – Consulta: 23 de abril de 2010  
<[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/61/Diagrama\\_gen\\_rad.JPG](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/61/Diagrama_gen_rad.JPG) >

CONSTRUAPRENDE

2010 *Tipos de torres para telecomunicaciones*. Consulta: 04 de setiembre de 2010  
< [http://www.construaprende.com/Telecomunicaciones/tipos\\_torres.html](http://www.construaprende.com/Telecomunicaciones/tipos_torres.html) >

CÓRDOVA, Manuel

2006 *Estadística aplicada*. Lima: Mochera

CUESTA, Ernesto y Claudia CABREJOS

2009 *Diseño de una red IMS para la ciudad de Ica*. Tesis de titulación en Ingeniería de Telecomunicaciones. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.

CYBERTRONIC

2009 *Funcionamiento de la telefonía celular*. Consulta: 28 de agosto de 2010  
<<http://cybertronic-movil.blogspot.com/2009/09/cybertronic-funcionamiento-de-la.html>>

DIGITAL STORE PERÚ

2010 Tienda virtual de productos de telecomunicaciones. Consulta: 23 de abril de 2010  
<[http://www.digitalstoreperu.com/kitsparainst/imagenes/trango\\_illus.gif](http://www.digitalstoreperu.com/kitsparainst/imagenes/trango_illus.gif) >

DOBRIČIĆ, Dragoslav

2005 *Amos Antennas*. Consulta: 23 de abril de 2010  
<[http://www.qsl.net/yu1aw/amos\\_antennas.htm](http://www.qsl.net/yu1aw/amos_antennas.htm)>

2005 *Dish feed Antennas, 2005*. Consulta: 23 de abril de 2010  
<[http://www.qsl.net/yu1aw/dish\\_feed\\_antennas.htm](http://www.qsl.net/yu1aw/dish_feed_antennas.htm)>

EPPEN, G.D. y otros

2000 *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. México: PRETICE-HALL.

FERRANDO, Miguel y Alejandro VALERO

2010 *Parámetros de Antenas*. Material de enseñanza. Consulta: 20 de abril de 2010  
<[http://www.upv.es/antenas/Documentos\\_PDF/Notas\\_clase/Tema\\_1.PDF](http://www.upv.es/antenas/Documentos_PDF/Notas_clase/Tema_1.PDF)>

GARDIOL, Fred & Yves FOURNIER

2006 *Cradle of Wireless, How Marconi Conducted Early Wireless Experiments in the Swiss Alps*", *Microwave Journal*, February 2006, pp. 124-136

GENERADORES Y MAQUINARIAS

2010 *Grupos eléctricos*. Consulta: 04 de setiembre de 2010  
<<http://www.generadoresymaquinaria.com/descripcion.php?id=96>>

GEOGRAPHOS

2010 *Galería de mapas*. Consulta: 04 de setiembre de 2010  
<<http://www.geographos.com/mapas/?p=73>>

GOIC, Marcel

2005 *Análisis Post Optimal y Algoritmo de Ramificación y Acotamiento*. Chile: Universidad de Chile.

GOOGLE MAPS

2010 Consulta: 23 de octubre de 2010  
< <http://maps.google.com>>

GUERRERO, Luis

2009 *Telecomunicaciones: Capítulo 4*. Material de enseñanza, 2009. Consulta: 28 de agosto de 2010  
<<http://hosting.udlap.mx/profesores/luisg.guerrero/Cursos/IE445/Apuntesie445/capitulo4home.htm>>

GUILLÉN, Daniel

2008 *Diseño de una red de telefonía móvil de tercera generación WCDMA para la ciudad de Tacna*. Tesis de titulación en Ingeniería de Telecomunicaciones. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.

IEEE

1993 *Standard definitions of terms for antennas*. New York

KONG, Maynard

2010 *Investigación de operaciones*. Lima: Fondo editorial PUCP.

LPI (Laboratorio de procesamiento de imágenes)

2002 *Antenas: aplicaciones*. Universidad de Valladolid. Consulta: 10 de mayo de 2010  
<[http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/EMC/trabajos\\_01\\_02/Antenas/Aplicaciones.htm](http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/EMC/trabajos_01_02/Antenas/Aplicaciones.htm)>

MATHUR, Kamlesh y Daniel SOLOW

1996 *Investigación de operaciones*. México: PRETTICE-HALL

MERINO, Adriana

2008 *Optimización de la zona Centro-Norte de la red GSM de un operador móvil en Lima a nivel radio*. Tesis de titulación en Ingeniería de Telecomunicaciones. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.

MEZQUIDA, Carlos

2004 *Diseño y optimización de una antena impresa para Wireless LAN*. Universidad politécnica de Valencia. Consulta: 23 de abril de 2010  
<[http://www.carlosmezquida.com/word/wpcontent/archive/Pagina\\_2\\_CAPITULO3.pdf](http://www.carlosmezquida.com/word/wpcontent/archive/Pagina_2_CAPITULO3.pdf)>

MINISTERIO DE TRANSPORTES Y TELECOMUNICACIONES

2008 *Disponibilidad de servicio de telefonía móvil*. Consulta: 01 de mayo de 2010  
<[http://www.carlosmezquida.com/word/wpcontent/archive/Pagina\\_2\\_CAPITULO3.pdf](http://www.carlosmezquida.com/word/wpcontent/archive/Pagina_2_CAPITULO3.pdf)>

OSIPEL

2010 *Estadísticas: indicadores de servicio móvil*. Consulta: 28 de mayo de 2010  
<[PROENERGY, Suministros eléctricos](http://www.osiptel.gob.pe/WebsiteAjax/WebFormgeneral/sector/wfrm_Consulta_Informacion_Estadisticas.aspx?CodInfo=13478&CodSubCat=864&TituloInformacion=3.%20Indicadores%20de%20Servicio%20M%C3%B3vil&DescripcionInformacion=></a>></p>
</div>
<div data-bbox=)

2010 *Pararrayos tipo Franklin*. Consulta: 04 de setiembre de 2010  
<<http://www.actiweb.es/pronergy/pagina5.html>>

PROMELSA

2010 *Luz de balizaje simple de 60W*. Consulta: 04 de setiembre de 2010  
<[http://www.promelsa.com.pe/productos\\_list.asp?id\\_marca=TRAMON&id\\_linea=009&id\\_sublinea=C&id\\_familia=09&saldos=&pm\\_list=M](http://www.promelsa.com.pe/productos_list.asp?id_marca=TRAMON&id_linea=009&id_sublinea=C&id_familia=09&saldos=&pm_list=M)>

REYNOSO, José

2009 *Blog AutoCAD nivel 2. Proyecto Cartografía Lima y redes*, 2009. Consulta: 01 de mayo de 2010  
<<http://autocadnivel2.blogspot.com/2009/01/proyecto-cartografia-lima-y-redes.html>>

ROVIRA I FONT, Magi y Daniel MARTIN

1991 *Telecomunicaciones móviles: agentes y tecnologías*. Mundo electrónico -- No. 217, Mayo.

RUBIO, Luciano

2010 Figura en el *Blog Loociano*, de un alumno de la Universidad Politécnica de Madrid, en el artículo *Aprendiendo algo de antenas*, 2009. Consulta: 23 de abril de 2010  
<<http://dat.etsit.upm.es/~luciano/blog/aprendiendo-algo-de-antenas>>

SABATÉ, David

2006 *Blog Circuitdelebre*. Consulta: 28 de agosto de 2010  
<<http://www.circuitdelebre.com/Projectes.htm>>

SOTELO, Carlos

2009 *Sistemas de comunicaciones móviles*. Lima: Fondo editorial de la universidad de San Martín de Porres.

TELESEMANA

2009 “Entel PCS, Oi y Hits adquirieron pliegos para licitación de cuarta licencia” Lima, 21 de abril de 2009. Consulta: 29 de mayo de 2010  
<<http://www.telesemana.com/analisis/detalle.php?id=2342>>

VALERA, Pedro

2008 *Telefonía celular en el Perú*, 2008. *Blog de Pedro*. Consulta: 29 de mayo de 2010  
<<http://blog.pucp.edu.pe/item/29253/la-telefonía-celular-en-el-peru>>

VINDAS, Julio

2010 “La maravillosa libertad de vivir desconectado”. *Diario extra*. San José, Costa Rica, 27 de noviembre de 2010. Consulta: 30 de noviembre de 2010  
<<http://www.diarioextra.com/2010/noviembre/27/opinion04.php>>

WINGSTON, Wayne L.

2005 *Investigación de operaciones, algoritmos y aplicaciones*. International Thompson editors.

34 TELECOM SL

2010 *Antenas para redes inalámbricas WiFi*. Consulta: 24 de abril de 2010  
<<http://www.34t.com/Unique/wiFiAntenas.asp>>