

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD  
CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**PROPUESTA DE MEJORA EN LA PRODUCCIÓN DE COSTILLAS DE  
ACERO PARA EL SOSTENIMIENTO DE TÚNELES MEDIANTE EL USO DEL  
ALGORITMO DE CORTE UNIDIMENSIONAL**

Tesis para optar por el Título de Ingeniero Industrial, que presenta el bachiller:

**Miguel Ángel Rodríguez Anticona**

**ASESOR: Mg. Jonatán Rojas Polo**

Lima, Junio 2017



## Resumen

La presente tesis tiene como objetivo aumentar la eficiencia del proceso de producción de costillas de acero en una empresa localizada en el Callao que tiene diez años desde su fundación, una cantidad aproximadamente de 150 trabajadores y que se dedica especialmente a la fabricación de elementos y accesorios para el sostenimiento de túneles pero, también produce otros tipos de productos para diversos sectores industriales, como: sector minero, sector pesca, sector construcción, etc.

Se encuentra en el análisis de la empresa una oportunidad de mejora en el proceso de cortado al detectarse que el 8% aproximadamente de materia prima se desperdicia y que el desorden y la improvisación en la planificación son características predominantes, por lo tanto se procedió a investigar en la literatura científica experiencias previas de este tipo problema conocido como *cutting stock problem* que se basa en reducir los residuos en los procesos de corte y que se han aplicado exitosamente en variadas y diferentes industrias.

Posteriormente se desarrolla el modelo matemático para nuestro caso en estudio basándonos en patrones de cortes y teniendo en cuenta las particularidades que caracterizan este producto, tales como la inexistencia de planificación de compra de materia prima proyectada por ser la demanda extremadamente variable y por pedido, usar las piezas sobrantes para futuros cortes, determinar una longitud mínima de residuo para ser almacenado, usar las piezas almacenadas prioritariamente a comprar nueva materia prima.

Por último se evalúa el performance de nuestro modelo sometiéndola a tres periodos de producción detectando que la eficiencia promedio es del 93,9% o sea se desecha el 6,1% de la materia prima y nuestra eficiencia ácida (cuando se considera el almacenamiento de piezas residuales) es del 99,2% o sea se desecha el 0,7% ambos indicadores superiores al nivel de desecho actual promedio que es del 8%.

## TEMA DE TESIS

PARA OPTAR : Título de Ingeniero Industrial

ALUMNO : **MIGUEL ÁNGEL RODRÍGUEZ ANTICONA**

CÓDIGO : 2007.2270.12

PROPUESTO POR : Dr. Miguel H. Mejía Puente

ASESOR : Ing. Jonatán E. Rojas Polo

TEMA : PROPUESTA DE MEJORA EN LA PRODUCCIÓN DE COSTILLAS DE ACERO PARA EL SOSTENIMIENTO DE TÚNELES MEDIANTE EL USO DEL ALGORITMO DE CORTE UNDIMENSIONAL.

Nº TEMA :

FECHA : San Miguel, 29 de febrero de 2016

### **JUSTIFICACIÓN:**

El Producto Bruto Interno (PBI) del Perú entre 2005 al 2015 ha tenido una tasa de crecimiento promedio de 5,89%, a pesar de que la tasa de crecimiento ha decrecido a un 2,4% y a un 3,6% el 2014 y 2015 respectivamente<sup>1 2</sup>. El sector de manufactura no primaria se ha contraído el 2015 en un -2,7 %<sup>3</sup>, por lo cual la empresa metalmeccánica en estudio debe aumentar su competitividad reduciendo sus costos de producción. El objetivo de este estudio es proporcionarle un método para optimizar el proceso de corte en la producción de costillas de acero a la empresa en estudio reduciendo así la materia prima y por lo tanto sus costos de producción. Las costillas de acero son estructuras de soporte provisionales o permanentes, en forma de arco, que dan estabilidad y seguridad a los túneles. Son muy usadas en la industria minera para dar sostenimiento a sus túneles y en la industria de la construcción donde hallan túneles, como por ejemplo el metro subterráneo que se plantea en Lima en los próximos años.

Las costillas de acero de sección H que produce la empresa, pueden estar formadas por la unión de dos, tres o cuatro segmentos de vigas de perfil H. Las costillas de acero reticuladas que produce la empresa son una armadura conformada por segmentos de barras de acero liso y corrugado. Los lotes de costillas de acero varían ampliamente su

---

<sup>1</sup> The World Bank (2016). GDP Growth (anual %).

<http://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.MKTP.KD.ZG/countries>

<sup>2</sup> Banco de Reserva del Perú (2016) Producto Interno y demanda interna (variaciones porcentuales anualizadas)

<sup>3</sup> Banco de Reserva del Perú (2016) Producto Interno y demanda interna (variaciones porcentuales anualizadas)

geometría entre sí dependiendo de las características internas del túnel donde serán destinadas.

Además optimizando el proceso de corte en su producción se podrá mejorar el Lead Time donde la empresa adolece, ya que los retrasos provocan costos altísimos en la logística de entrada de las empresas solicitantes porque sus proyectos mineros o de construcción pueden estar en cualquier zona alejada del Perú.

También es importante mencionar que el producto sustituto de las costillas metálicas son costillas de madera que tienen una calidad inferior para el sostenimiento de túneles, pero que sus insumos se podrían conseguir en los bosques cercanos de la zona donde se esté realizando el proyecto. Sin embargo, por la creciente influencia de una mayor conciencia ecológica y de seguridad laboral no es recomendable el uso de este producto sustituto.

### **OBJETIVO GENERAL:**

Optimizar el uso de materia prima mediante la minimización de los residuos en la producción de costillas de acero, a través de la aplicación de modelos matemáticos.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Se resumirá los problemas de corte en la literatura actual.
- Presentar y analizar las operaciones de producción de las costillas de acero.
- Evaluar los factores significativos para este caso en particular del proceso de corte.
- Diseñar un modelo matemático eficaz en base a estos factores cuantitativos.

### **PUNTOS A TRATAR:**

#### **a. Marco teórico**

Se presentará las definiciones del problema de corte y empaquetamiento, sus clasificaciones y sus aplicaciones en la industria metalmeccánica. Se desarrollará más la definición del problema de corte de una dimensión que se aplicará en este estudio, sus diferentes formulaciones matemáticas basadas en programación lineal y las técnicas más recurrentes utilizadas por la literatura para la resolución de problemas de optimización combinatoria con especial énfasis en la resolución de problemas de corte de 1 dimensión.

#### **b. Descripción y diagnóstico de la empresa.**

Se presentará como antecedente la historia de túneles, su construcción y las estructuras actuales usadas para el sostenimiento de túneles para entrar en contexto sobre las costillas de acero y su naturaleza como producto. Después se describirá la empresa en estudio, los productos de sostenimiento de túneles que realiza y porqué hemos elegido a las costillas de acero para el estudio. Finalmente se describirá el proceso de producción de las costillas de acero y que tipos de costillas de acero la empresa en estudio produce.

**c. Diseño del modelo.**

Se desarrollará la formulación del modelo matemático y la explicación al detalle de sus variables, de sus restricciones de demanda, capacidad, disponibilidad, detalles geométricos del producto final y de la función objetivo.

**d. Evaluación de resultados.**

Se comparará el uso de materia prima usando el modelo matemático propuesto versus la manera tradicional que actualmente se usa en la empresa, en base a su impacto monetario.

**e. Conclusiones y recomendaciones.**



# ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS .....	IX
ÍNDICE DE FIGURAS .....	X
INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO .....	2
1.1 Programación lineal.....	5
1.2 El problema de corte y empaquetamiento .....	9
1.2.1 Clasificación de los problemas de corte y empaquetamiento	12
1.2.2 Aplicaciones de los CSP en la industria metalmecánica	17
1.2.3 El problema de corte CSP de una dimensión	18
1.2.4 Formulaciones matemáticas en programación lineal (1D CSP)	19
1.2.5 Resolución de los problemas de 1-dimensional MSSCSP	25
1.3 El proceso de análisis jerárquico .....	30
CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE CASOS .....	34
CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE LA EMPRESA .....	46
3.1 Antecedentes .....	46
3.1.1 Túneles	46
3.1.2 Construcción de túneles	47
3.1.3 Sostenimientos de túneles	49
3.2 La Empresa.....	53
3.2.1 Productos	54
3.2.2 Descripción de las costillas de acero producidas	56
2.2.4 Diagnóstico de la empresa	61
CAPÍTULO 4. DESARROLLO DEL MODELO.....	68
CAPITULO 5. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS .....	84
CAPITULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	91
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	94

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Tipos de problemas intermedios: minimización del input .....	14
Tabla 2 Tipos de problemas intermedios: minimización del input .....	16
Tabla 3 Notación del caso 1 .....	36
Tabla 4 Variaciones en los algoritmos heurísticos FFD y MBS .....	37
Tabla 5 Resultados obtenidos - caso 1.....	38
Tabla 6 Solución óptima para el pequeño problema .....	41
Tabla 7 La solución óptima para los residuos.....	41
Tabla 8 Características técnicas de las retículas .....	60
Tabla 9 Matriz de comparaciones pareadas.....	69
Tabla 10 Matriz normalizada .....	69
Tabla 11 Resultados del análisis jerárquico.....	70
Tabla 12 Ítems a cortar por tipo de costilla .....	81
Tabla 13 Demanda por tipo de costilla.....	82
Tabla 14 Ítems en el periodo 1 .....	82
Tabla 15 Ítems en el periodo 2.....	83
Tabla 16 Ítems en el periodo 3.....	83
Tabla 17 Resultados del primer periodo de corte .....	84
Tabla 18 Resultados del segundo periodo de corte .....	86
Tabla 19 Resultados del tercer periodo de corte.....	88
Tabla 20 Indicadores del modelo.....	90

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Niveles de abstracción en el desarrollo de un modelo .....	4
Figura 2 Fenomenología del problema de corte y empaquetamiento .....	11
Figura 3 Vista general de los tipos de problemas relacionados con los problemas de corte y empaquetamiento .....	15
Figura 4 Algoritmo del recocido simulado general.....	31
Figura 5 Algoritmo genético general .....	32
Figura 6 Rozadora .....	48
Figura 7 Tuneladora.....	48
Figura 8 Costilla de acero TH .....	51
Figura 9 Costilla de acero HEB con planchas Bernold y hormigón.....	52
Figura 10 Dovelas en el túnel del metro de Delhi, India .....	53
Figura 11 Ingresos en dólares por producto en 2014.....	55
Figura 12 Unión de ítems en las costillas de acero HEB.....	56
Figura 13 Unión de ítems en las costillas de acero reticuladas .....	57
Figura 14 Ejemplo de formas de costillas de acero HEB.....	57
Figura 15 “Patas de elefantes” .....	58
Figura 16 Empleo de soleras en las costillas de acero.....	59
Figura 17 Capacidad de curvado en frío de perfiles HEB.....	60
Figura 18 Dibujo isométrico de una retícula .....	61
Figura 19 El sistema actual de producción de costillas de acero.....	62
Figura 21 Algoritmo actual de la producción de costillas de acero reticuladas .....	64
Figura 22 Residuos del proceso de corte en la producción de costillas de acero HEB y reticuladas .....	66
Figura 23 Algoritmo de generación de patrones de corte .....	72
Figura 24 Flujograma general del funcionamiento del modelo .....	75
Figura 25 Histograma de los ítems a cortar .....	76
Figura 26 Lista de Materiales de las costillas a procesar .....	77
Figura 26 Lista de Materiales de las costillas a procesar .....	78
Figura 26 Lista de Materiales de las costillas a procesar .....	79
Figura 26 Lista de Materiales de las costillas a procesar .....	80
Figura 27 Modelo en AMPL para el período 1 .....	85
Figura 28 Modelo en AMPL para el período 2.....	87
Figura 29 Modelo en AMPL para el período 2.....	89



## AGRADECIMIENTOS

A Dios por su bendición.

A Jonatán Rojas Polo gran iluminaria que me guío en la investigación.

A Jesús Figueroa Curo y Alessandro Gilardino Arias por sus contribuciones.

A Manuel Zanutelli Cosio por su amabilidad al escuchar mis dramas.

A Lourdes y Silvia Astorga por creer en mí y abrir las puertas de su empresa.



## DEDICATORIA

Dedico esta tesis a mis padres, a Graciela mujer marmórea en mi vida y a Yaneth que me enseñó suspirar



## INTRODUCCIÓN

El objetivo de la presente tesis es aumentar la eficiencia del proceso de producción de costillas de acero en una empresa localizada en el Callao que se dedica especialmente a la fabricación de elementos y accesorios para el sostenimiento de túneles. Al cumplir este objetivo se contribuirá a mejorar a la alicaída industria manufacturera no primaria peruana que según el Banco de Reserva del Perú (2016) en el año 2015 tuvo una contracción del -2,7%.

En el capítulo del marco teórico se presentará las definiciones del problema de corte y empaquetamiento, sus clasificaciones y sus aplicaciones en la industria metalmecánica. Se enfatizará la definición del problema de corte de una dimensión que se aplicará en este estudio, sus diferentes formulaciones matemáticas basadas en programación lineal y las técnicas más recurrentes utilizadas por la literatura para la resolución de problemas de optimización combinatoria.

En el capítulo llamado estudio de casos se describen los resultados de la búsqueda en la literatura académica de estudios parecidos al problema que buscamos resolver.

En el capítulo sobre la descripción y diagnóstico de la empresa se trazará la historia de túneles, su construcción y las estructuras actuales usadas para el sostenimiento de túneles para entrar en contexto sobre la naturaleza del producto llamado costillas de acero. Después se describirá la empresa en estudio, los productos de sostenimiento de túneles que realiza y porqué hemos elegido a las costillas de acero para el estudio. Finalmente se describirá el proceso de producción de las costillas de acero y que tipos de costillas de acero la empresa en estudio produce.

En el capítulo sobre el diseño del modelo se presentarán el mundo real supuesto para a partir de ahí empezar a desarrollar la formulación del modelo matemático que la represente y la explicación al detalle de sus variables, de sus restricciones de demanda, capacidad, disponibilidad, detalles geométricos del producto final y de la función objetivo.

Finalmente en los dos últimos capítulos se presentará los resultados del modelo propuesto y sus conclusiones y recomendaciones.

# CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO

Se presentará una breve definición de investigación de operaciones y de programación lineal para después enfocarnos en el problema de corte y empaquetamiento, una breve historia sobre las formulaciones de este tipo de problemas en la literatura científica, sus tipologías y sus aplicaciones en la industria metalmeccánica. Posteriormente se desarrollará más la definición del problema de corte de una dimensión que se aplicará en este estudio, sus diferentes formulaciones matemáticas basadas en programación lineal y las técnicas mediante métodos exactos y heurísticas más recurrentemente utilizadas por la literatura científica para la resolución de problemas de optimización combinatoria con especial énfasis en la resolución de los problemas de corte de una dimensión.

Realizando una síntesis en las definiciones de investigación de operaciones según Hillier y Liberman ( 2006) y Winston (2005) se define a la investigación de operaciones como un enfoque científico en la toma de decisiones a partir de un análisis sistémico de problemas determinísticos, donde se conoce con certeza toda la información necesaria para su resolución o en problemas estocásticos, en los cuales la información necesaria para resolver el problema no se conoce con certeza y se comporta de manera probabilística.

Según las investigaciones de Kirby (1989) en su espectacular libro sobre la utilización del área de investigación de operaciones desde la década de los 30 hasta las 70, las primeras actividades formales de la investigación de operaciones se dieron en Gran Bretaña durante la Segunda Guerra Mundial cuando se encargó a un equipo de científicos ingleses, liderados por el distinguido físico británico Patrick Blackett, la mejor utilización de recursos bélicos que en ese tiempo eran escasos. Ellos tuvieron que analizar la situación de Gran Bretaña al introducir el sistema de convoyes, los cuales están compuestos por una flota de buques mercantes escoltados por buques de guerra con el objetivo de reducir las pérdidas de suministros ocasionados por los ataques de los submarinos alemanes, pero no estaba claro si era mejor que los convoyes fueran pequeños o grandes. El convoy viaja a la velocidad del miembro más lento, por lo que un convoy pequeño tiende a viajar más rápido, se argumentó que los convoyes pequeños serían más difíciles de detectar para los submarinos alemanes, por otro lado, un convoy grande podría desplegar más buques de guerra contra su agresor. El equipo de Blackett demostró que las pérdidas sufridas por los convoyes dependían en gran medida del número de buques de escolta presentes

más que del tamaño total del convoy. Su conclusión fue que un número reducido de convoyes grandes son más defendibles que muchos convoyes pequeños. Otra solución del equipo de Blackett es el cambio de activación de las cargas de profundidad de 30 metros a 6 metros con lo cual su mortalidad subiría, la razón era que si un submarino veía un avión poco antes de su llegada las cargas de profundidad no tendrían efecto relevante ya que el submarino no habría tenido tiempo para descender hasta los 30 metros, y si veía al avión con bastante anticipación tendría tiempo para alterar su curso bajo el agua por lo que las posibilidades de que las cargas de profundidad le hagan daño eran pequeñas. Fue más eficiente atacar a los submarinos cerca de la superficie cuando las ubicaciones de los objetivos eran mejor conocidos que intentar su destrucción a mayor profundidad cuando sus posiciones sólo se podían adivinar. Antes del cambio de configuración de 30 metros a 6 metros, 1% de los submarinos sumergidos se hundía y se dañaba el 14%. Después del cambio, el 11% fueron hundidos y 15 % dañados. Blackett dijo que "hay pocos casos donde una gran ganancia operativa había sido obtenida por cambios tan pequeños y simples en las tácticas.

Nos relata Hillier y Lieberman (2006) que al finalizar la Segunda Guerra Mundial el uso de la investigación de operaciones se expandió más allá del campo militar, para incluir tanto a empresas privadas y otras organizaciones no gubernamentales por que se dieron cuenta que los mismos problemas que sufrieron las diferentes fuerzas armadas eran similares a las que ellos afrontaban a pesar de estar en otro contexto y es así que muchas de las herramientas característica de la Investigación de operaciones como programación lineal, programación dinámica, teoría de colas y teoría de inventarios habían sido desarrolladas casi por completo antes del término de la década de los años cincuenta. La industria petroquímica fue de las primeras industrias según las investigaciones históricas de Kirby (1989) en utilizar ampliamente la investigación de operaciones para mejorar su eficiencia y su productividad.

La investigación operativa depende no solo de la capacidad analítica nos aclara Taha (2004), sino también de la creatividad y la experiencia como por ejemplo el saber cuándo y cómo usar determinada técnica.

Según Winston (2005) las fases principales del proceso de la investigación de operaciones son:

1. Plantear el problema
2. Observar el sistema
3. Formular un modelo matemático del problema
4. Solucionar el modelo y usar el modelo para predecir
5. Elegir la alternativa más adecuada
6. Presentar los resultados y la conclusión del estudio a la empresa
7. Poner en marcha y evaluar las recomendaciones.

Todos los teóricos en investigación de operaciones están de acuerdo con que el elemento principal de la investigación de operaciones es el modelado matemático. Taha (2004) define el proceso de modelamiento matemático empezando por delimitar el mundo real supuesto que se abstrae del mundo real, enfocándose en las variables más importantes que puedan explicar el sistema del mundo real. Posteriormente el modelo se origina como abstracción de las relaciones matemáticas del mundo real supuesto, dicho proceso se aprecia de forma esquemática en la figura 1. Un modelo que no logra predecir lo que ocurrirá en el mundo real supuesto debe descartarse, pero analizando sus fallas lo que permite el perfeccionamiento del siguiente modelo, algunos de los adelantos más importantes de la ciencia han resultado de la falla de un modelo en particular. La solución del modelo matemático establece una base para tomar una decisión, pero siempre se debe tener en cuenta factores intangibles o no cuantificables, por ejemplo, el comportamiento humano para poder llegar a una decisión final.

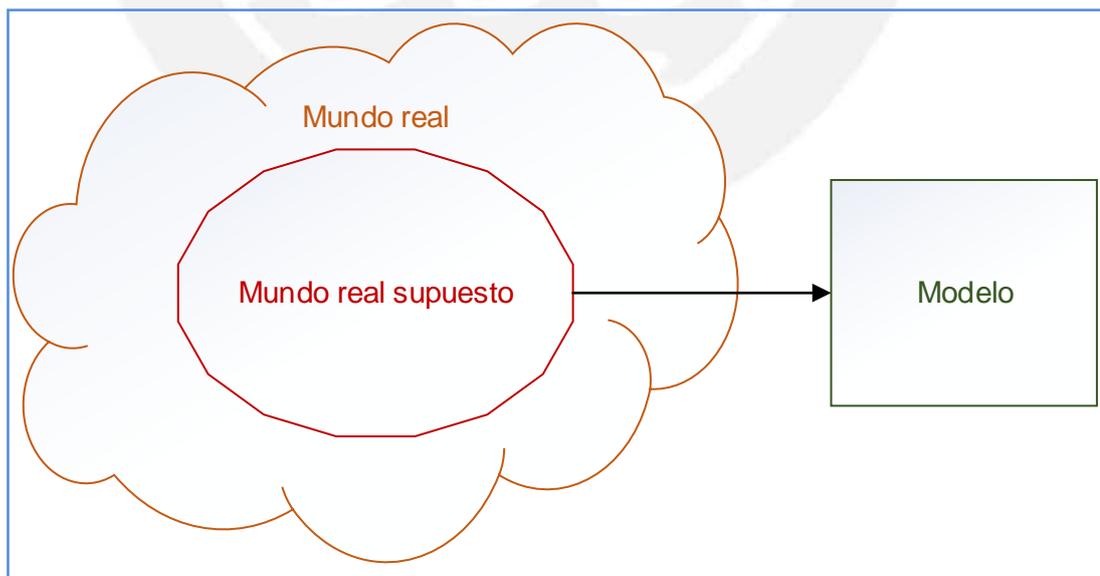


Figura 1 Niveles de abstracción en el desarrollo de un modelo  
Fuente: Taha (2004)

## 1.1 Programación lineal

Los problemas determinísticos se subdividen en varias clasificaciones, una de ellas es la programación lineal que ha sido clasificado como uno de los más importantes logros científicos del siglo XX. Los fundadores de esta técnica son Leonid Kantorovich quien diseñó un programa lineal para modular un problema de naturaleza económica, George Dantzig quien diseñó el algoritmo simplex en 1947 y John von Neumann quien desarrolló la teoría de la dualidad el mismo año.

La programación lineal es una herramienta para resolver problemas de optimización basadas principalmente en una función objetivo y restricciones que son lineales, o sea todas las variables están en la primera potencia. Según Arreola (2003) es “una técnica matemática que se utiliza para la solución de diferentes tipos de problemas, tanto teóricos como prácticos, en diversas áreas del conocimiento”. El éxito en su aplicación a problemas reales, sofisticados y complejos es avalado por una gran cantidad de instituciones de bienes y servicios en muchos países y por cientos de artículos publicados.

Las suposiciones básicas de la programación lineal son:

**Suposición de proporción.** Este supuesto tiene que ver con la forma lineal de las funciones. Así por ejemplo, producir dos veces más de un artículo, significará dos veces más de ganancias.

**Supuesto de adición.** Esto implica que la contribución de cada variable a la función objetivo es independiente de las demás variables.

**Suposición divisibilidad.** Esto significa que la solución puede tomar como valor cualquier fracción. Sin embargo, en muchos problemas de la vida real necesitamos encontrar soluciones enteras, de ahí surge la programación lineal entera.

**Supuesto de certeza.** Esto tiene que ver con la característica determinística, o sea, que se conoce con certeza toda la información necesaria para plantear el problema como las variables, los costos, la contribución, etc.

**Supuesto de no negatividad.** Todas las respuestas o variables son no negativas, mayor o iguales a cero.

La formulación de la programación lineal consta de las siguientes partes:

1. **Las variables de decisión** las cuales son incógnitas y que obtendrán recién un valor en la solución y que nos permitirán tomar decisiones sobre las causas

que provocaron el planteamiento del modelo de programación lineal, por ejemplo  $X_1, X_2, \dots, X_N$ .

2. **La función objetivo** o también llamada la función lineal, es la función compuesta por las variables de decisión donde el tomador de decisión busca maximizar (usualmente ganancias o utilidades) o minimizar (usualmente reducir costos).
3. **Un conjunto de restricciones** son las relaciones entre las variables de decisión y los recursos disponibles, estas restricciones limitan los valores que tomarán las variables de decisión.
4. **Coefficientes tecnológicos** son los coeficientes que afectan a las variables de las restricciones. Son llamados así porque usualmente estos coeficientes reflejan el nivel de tecnología usada para producir diferentes productos.
5. **Las restricciones de no negatividad** o también conocido como el rango de existencia, que consiste en restringir todas las variables  $X_N$  que sean mayores o iguales a cero.

Según Kong (2010), de manera genérica, se puede plantear un problema de programación lineal así:

$$\text{Max ó Min } Z = C_1 * X_1 + C_2 * X_2 + C_3 * X_3 + \dots + C_N * X_N$$

Sujeto a las condiciones o restricciones:

$$A_{11} * X_1 + A_{12} * X_2 + \dots + A_{1N} * X_N \{ \leq, =, \geq \} B_M$$

.

.

.

$$A_{M1} * X_1 + A_{M2} * X_2 + \dots + A_{MN} * X_N \{ \leq, =, \geq \} B_M$$

En donde  $X_1, X_2, \dots, X_N$  son variables

$C_1, C_2, \dots, C_N, A_{11}, A_{12}, \dots, A_{MN}, B_1, B_2, \dots, B_M$  son constantes

En cada condición se asume uno de los símbolos  $\{ \leq, =, \geq \}$

Tanto la función objetivo como las restricciones son funciones lineales de las variables  $X_1, X_2, \dots, X_N$

Se llama región factible al conjunto de soluciones factibles donde los valores  $X_1, X_2, \dots, X_N$  cumplen todas las restricciones y se llama solución óptima a la solución factible con valores  $X_i$  que maximizan el objetivo si es que la función se indicó como

maximización, o que minimizan el objetivo si es que la función se indicó como minimización

Las restricciones con frecuencia representan el uso de recursos limitados, ya sea en forma directa o indirecta. En este caso, se puede imaginar que el lado derecho representa límites de disponibilidad de los recursos.

Tener en cuenta que en algunas programaciones lineales las restricciones de no negatividad no podrían cumplirse para algunas de las variables de decisión.

### **Análisis de sensibilidad**

Las soluciones óptimas han sido encontradas bajo las suposiciones ya descritas. Entre estas suposiciones está el supuesto de la certeza, lo que significa que datos que pueden ser por ejemplo las utilidades unitarias sean fijas, las cantidades de recursos disponibles conocidas, el tiempo necesario para producir una unidad sea exacta. Sin embargo, en el mundo real las condiciones no tienden a ser estáticas sino dinámicas. Para aumentar la aplicación de la programación lineal en la práctica, se necesita agregar una dimensión dinámica que investigue el impacto que tiende a hacer cambios en los parámetros del modelo (coeficientes de la función objetivo y de las restricciones) sobre la solución óptima.

Los valores del lado derecho de las restricciones a menudo representan recursos disponibles para la empresa, estos pueden ser tiempo estándar de trabajo, materiales de producción disponibles, horas de mano de obra disponibles, etc.

El precio dual de un recurso indica el valor en que la función objetivo será incrementada o disminuida debido a cambios en una unidad del recurso; sin embargo esta propiedad se cumple solo hasta un límite. Posterior a este límite la función objetivo puede cambiar pero por un valor diferente al precio dual.

Si una solución óptima es no degenerada y tiene una variable de decisión cuyo valor óptimo es cero, se puede afirmar que el coeficiente de estas variables en la función objetivo debe ser modificado por lo menos en el costo reducido (y posiblemente en más), con el objeto de que haya una solución óptima en la que la variable aparezca con un valor positivo.

### **Programación lineal entera**

La programación lineal entera según Hillier y Lieberman (2006) es una variación de la programación lineal en la cual las variables de decisión están restringidas a tomar valores enteros o discretos en la solución porque las variables de decisión solo tienen

sentido real si su valor es entero. Por ejemplo, cuando es necesario asignar a las actividades cantidades enteras de personas, máquinas o vehículos. Una aplicación de ellos son los problemas binarios de programación entera que tienen variables que solo pueden tomar valores 0 o 1. Las variables binarias en esencia se plantean en situaciones del tipo todo o nada, o hacerlo o no hacerlo.

Un problema puro de programación con enteros es aquel en el que todas las variables toman valores enteros, por ejemplo:

$$\text{Max } Z = 7X_1 + 4X_2,$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 < 9$$

$$X_1, X_2 \geq 0 \text{ y enteros}$$

Un problema combinado de programación lineal con variables continuas y enteras llamada programación mixta es aquel en el que solo algunas de las variables tienen que ser números enteros.

$$\text{Max } Z = 9X_1 + 10X_2,$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 < 6$$

$$X_1, X_2 \geq 0, X_2 \text{ entero}$$

En este caso se requiere que  $X_2$  sea entero, pero no necesariamente  $X_1$  por lo tanto tiene más rango de factibilidad que un problema puro de programación lineal entera como la detallada anteriormente, pero tiene menos factibilidad que un problema de programación lineal de variables reales.

Un problema de programación binaria es un problema de programación entera en el cual los valores que pueden tomar las variables de decisión son solamente ceros y unos.

$$\text{Max } Z = 7X_1 + 3X_2,$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 < 8$$

$$X_1, X_2 = 0 \text{ ó bien } 1$$

## **Programación por metas**

Los modelos de programación lineal pueden tener una sola función objetivo que se intentará maximizar o minimizar, o varias funciones objetivas en la cual se busca minimizar las desviaciones de las metas especificadas. Mejía (2011) nos detalla magistralmente la naturaleza de las metas “si existen metas múltiples, puede especificarse una jerarquía ordinal o prioridades, y el proceso de solución de programación por metas opera de tal manera que se satisface la meta con mayor prioridad antes de considerar las metas de prioridad inferior”. En contraste la programación lineal busca identificar la solución óptima de entre un conjunto de soluciones factibles. La programación por metas produce lo que se suele llamar solución eficiente, porque tal vez no sea óptima con respecto a todos los objetivos contrapuestos del problema, pero halla los valores que satisfacen mejor el conjunto de metas de un problema. Se pueden encontrar:

- Problema de objetivos múltiples sin prioridades, donde se trata de satisfacer a todas las metas por igual
- Problema de objetivos múltiples con prioridades, donde se usa coeficientes de prioridad en la función objetivo para dar un orden preferencial de optimización de las metas ya jerarquizadas.
- Problema de objetivos múltiples con prioridades y ponderaciones, donde es deseable asignar a las metas que tienen la misma prioridad mayor importancia a unas que a otras. Si este es el caso, se utiliza un peso diferencial para reflejar la diferencia en importancia dentro del mismo nivel de prioridad.

### **1.2 El problema de corte y empaquetamiento**

Los problemas de corte y empaquetamiento abarcan un conjunto de problemas de optimización combinatoria los cuales tienen alta complejidad matemática y computacional, son considerados NP-Duros. Fueron formulados por primera vez por el matemático y Premio Nobel de Economía el ruso Leonid Vitaliyevich Kantorovich en 1939 pero, recién en 1961 Gilmore y Gomory realizan el primer modelo matemático para problemas reales cuando diseñaron el algoritmo de generación de columnas. Desde entonces ha habido un rápido crecimiento de estudios al respecto, especialmente en las últimas décadas provenientes de diferentes nacionalidades y de diferentes disciplinas como las Matemáticas, la Ingeniería Industrial, la Logística, la Investigación de Operaciones y las Ciencias de la Computación, entre otros. El

conjunto de problemas de corte y empaquetamiento se identifican en una estructura lógica común donde existen dos grupos de datos básicos que son los siguientes:

- Un conjunto de piezas grandes llamados objetos que se encuentran disponibles en stock.
- Un conjunto de piezas más pequeñas llamados ítems con unas demandas que se buscan satisfacer.

La denominación de objetos e ítems es la utilizada en la tipología de Dyckhoff (1990) y es la que se utilizará a lo largo de este trabajo.

En esencia el problema de corte y empaquetamiento consiste en obtener diferentes patrones de combinaciones geométricas determinados de los ítems asignados de los objetos. Los espacios que ocupan los ítems de un subconjunto deben caber en el espacio que ocupa el objeto al que se le asocia de tal forma que se optimice la función objetivo dado que puede ser la minimización del número de objetos para obtener los ítems, el tiempo, etc. Los pedazos residuales ocurren en patrones que no pertenecen a los ítems. Los problemas de corte y empaquetamiento más reconocidos son los que tienen dimensiones espaciales, por ejemplo:

- El problema de la mochila
- El problema de corte
- El problema de la caja de embalaje

Sin embargo, los problemas de corte y empaquetamiento también pueden ser considerados desde un sentido abstracto en dimensiones no espaciales, por ejemplo:

- El problema del equilibrio de líneas de montaje es de dimensión temporal.
- El problema de la mochila tiene el peso como dimensión.
- El problema del presupuesto de capital es de dimensión financiera.
- El problema de la asignación de memoria tiene al almacenamiento de datos como dimensión

Los problemas de cortes y empaquetamiento que pueden existir en una dimensión son por ejemplo, el corte de un conjunto de barras o el corte de vigas de acero. Cuando son de dos dimensiones podrían ser por ejemplo: el corte de placas de aluminio o un problema muy particular en la literatura científica llamada el problema del ordenamiento y agrupación del cuero o *Leather Nesting Problem* en inglés que se consiste en encontrar los mejores patrones de corte de ítems de formas irregulares

o regulares dentro de grandes pieles de cuero natural con contornos muy irregulares y donde se encuentran zonas con diferentes frecuencias de desperfectos del material. Los problemas de cortes y empaquetamiento que pueden existir en tres dimensiones son por ejemplo: el empaquetado de objetos en contenedores o el problema de la mochila. Finalmente un problema en N-dimensiones con  $N > 3$  podrían ser por ejemplo: el problema de empaquetamiento de tres dimensiones más el tiempo como la cuarta dimensión ya que también hay la necesidad de secuenciar óptimamente el proceso. Se presenta en un esquema en la figura 2 la clasificación de los problemas de corte y empaquetamiento con respecto a sus dimensiones. El presente estudio solo se enfocará al problema de corte en una dimensión.

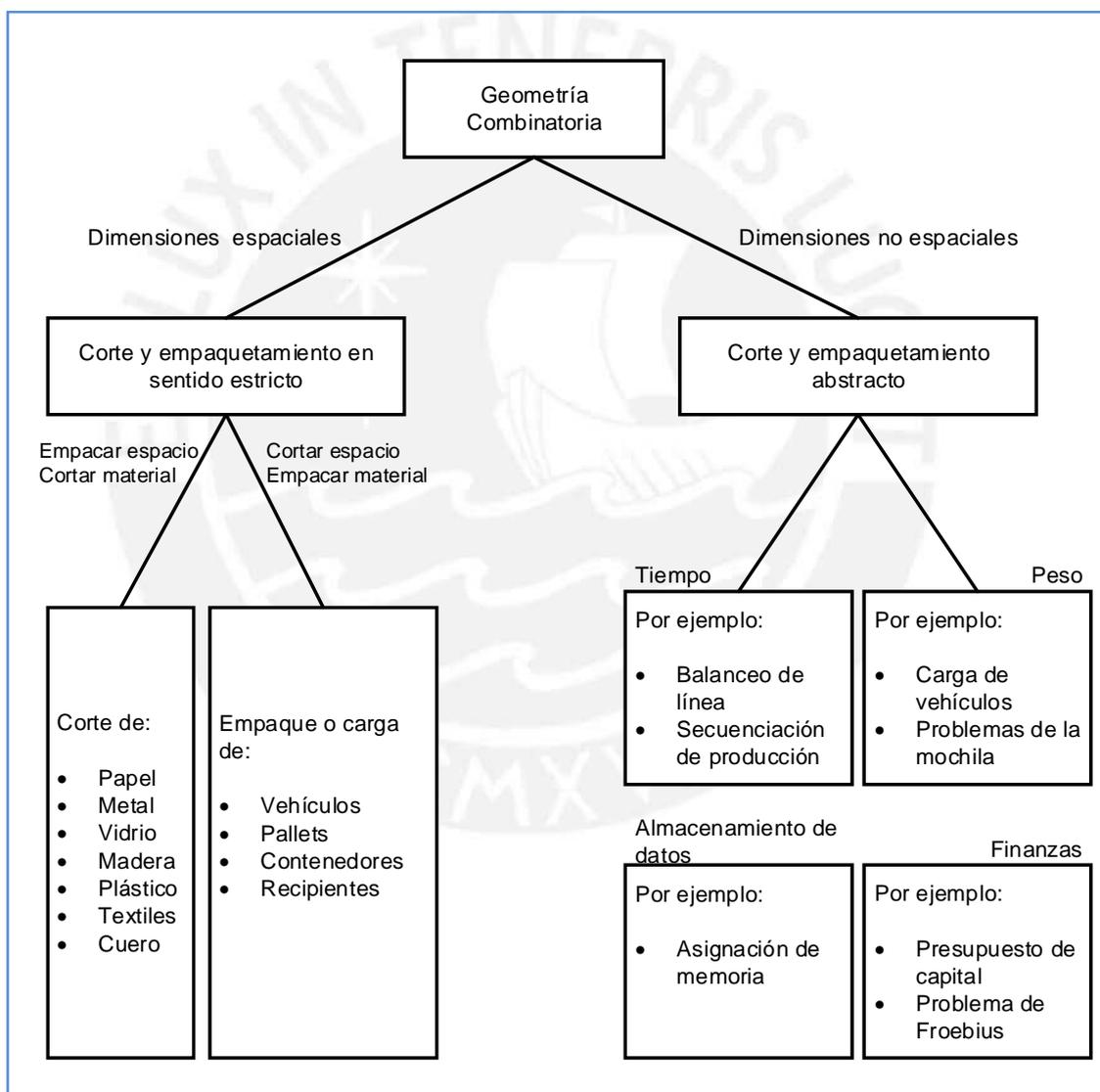


Figura 2 Fenomenología del problema de corte y empaquetamiento  
Fuente: Dyckhoff (1990)

### 1.2.1 Clasificación de los problemas de corte y empaquetamiento

El rápido crecimiento de estudios de estos problemas hechos de manera individual como si se tratasen de problemas totalmente diferentes entre sí conllevó que Dyckhoff (1990) realizara una tipología, develando la estructura lógica que los unía y categorizándolos según a estos criterios:

1. Dimensionalidad (define el número mínimo de dimensiones necesarias para describir la geometría de la disposición de los ítems en los objetos).
  - Unidimensional
  - Bidimensional
  - Tridimensional
  - (N) Multidimensional con  $N > 3$
2. Clase de asignación
  - (B) Todos los objetos y una selección de ítems
  - (V) Una selección de objetos y todos los ítems
3. Surtido de los objetos
  - (O) Un objeto
  - (I) Figuras idénticas
  - (D) Diferentes figuras
4. Surtido de los ítems
  - (F) Pocos ítems (de diferentes figuras)
  - (M) Muchos ítems de muchas diferentes figuras
  - (R) Muchos ítems de relativamente pocas diferentes figuras (no- congruentes)
  - (C) Figuras congruentes

Waescher et al. (2007) realizan mejoras sobre la tipología de Dyckhoff (1990). En la clase de asignación B de Dyckhoff, Waescher et al. (2007) lo explican como la maximización del output, o sea que todos los objetos se utilizan y por tanto la selección se realiza sobre los ítems, y el objetivo es la maximización del valor de la asignación. En la clase de asignación V de Dyckhoff, Waescher et al. (2007) lo tratan como la minimización del input, ya que se debe de elegir entre un conjunto de objetos sobre los que acomodar todos los ítems de forma que se minimicen los residuos. También hace una mayor distinción en el surtido de objetos y resume el surtido de ítems de Dyckhoff. Con la tipología de Waescher se evita problemas con características y soluciones diferentes se clasifiquen igual como ocurría en algunos casos con la tipología de Dyckhoff, como por ejemplo, en el problema de carga de vehículos que podía ser codificado como 1/V//F y como 1/ V//M a la vez.

La propuesta de Waescher et al (2007) es la siguiente:

**Dimensionalidad:** Número de dimensiones necesarias para describir el problema

**Clase de asignación:**

- Maximización del output
- Minimización del input

**Surtido de objetos grandes:**

- Un único gran objeto
  - Todas sus dimensiones fijas
  - Una o más dimensiones variables
- Muchos objetos (todas dimensiones fijas)
  - Idénticos
  - Surtido débilmente heterogéneo
  - Surtido fuertemente heterogéneo

**Surtido de ítems:**

- Todos idénticos (equivale a la C de Dyckhoff)
- Surtido débilmente heterogéneo (donde la demanda de cada ítem es relativamente grande, sería el equivalente del R de Dyckhoff)
- Surtido fuertemente heterogéneo (donde prácticamente la demanda de un ítem es igual o cercana a uno, sería el equivalente al M y al F de Dyckhoff)

Waescher et al. (2007) también realizan un nuevo criterio referente a la forma de los ítems para problemas de dos o más dimensiones.

**Forma de ítems:**

- Forma regular
- Forma irregular

Waescher et al. (2007) no solamente mejoró la tipología, también con los criterios definidos el realiza agrupaciones de problemas similares. Empiezan por establecer la diferencia entre problemas puros y extendidos, definiendo a los problemas puros como el grupo de patrones según el cual los ítems son cortados o empaquetados con base en los objetos en un sentido estrictamente literal. La inclusión de aspectos adicionales más allá del sentido estrictamente literal de la anterior definición de los problemas puros da lugar a un tipo de problema extendido. Waescher et al. (2007)

citan como ejemplo de problema extendido a la secuenciación de los patrones de corte en los estudios de Foerster y Waescher (1998), Yanasse (1997), Yuen (1995), Yuen y Richardson (1995).

En las definiciones de los problemas básicos, intermedios y refinados, introducen ciertos supuestos que creen necesarios. Algunos de estos supuestos son descritos como las propiedades generales del problema y las restricciones en vista de un único, objetivo, de un único periodo y de datos determinísticos. Al reemplazar estos supuestos por otros se considerarán como variantes del problema, tales como problemas con múltiples objetivos, problemas estocásticos donde las medidas de los objetos o ítems pueden ser variables aleatorias, como ejemplo de este caso Waescher et al.(2007) citan el estudio de Das y Ghosh(2003).

A partir de dos criterios, la clase de asignación y el surtido de ítems Waescher et al (2007) identifican seis problemas básicos de corte y empaquetado los cuales se esquematizan en la tabla 1.

Tabla 1 Tipos de problemas intermedios: minimización del input

Nº	Problemas básicos de corte y empaquetado
1	Problema de empaquetado con ítems idénticos (identical ítem parking problem IPP)
2	Problema de emplazamiento ( placemente problem PP)
3	Problema de la mochila (knapsack problem KP)
4	Problema de dimensión abierta (open dimensión problem OPD)
5	Problema de corte (cutting stock problem CS)
6	Problema de la caja de embalaje ( bin packing problem BPP)

Fuente: Waescher et al. (2007)

Waescher et al (2007) profundiza la clasificación de los seis problemas básicos, donde determina que el problema de empaquetado con ítems idénticos, el problema de emplazamiento y el problema de la mochila son por esencia problemas de minimización del output o de los productos finales mientras que los problemas de corte, los problemas de dimensión abierta y el problema de la caja de embalaje son por esencia problemas de minimización del input o de la materia prima. En este estudio nos centraremos en el problema de corte (*cutting stock problem CS*).

En la figura 3 se presenta un esquema sobre la tipología por nivel modelamiento de los problemas de corte y empaquetamiento según Waescher et al (2007).

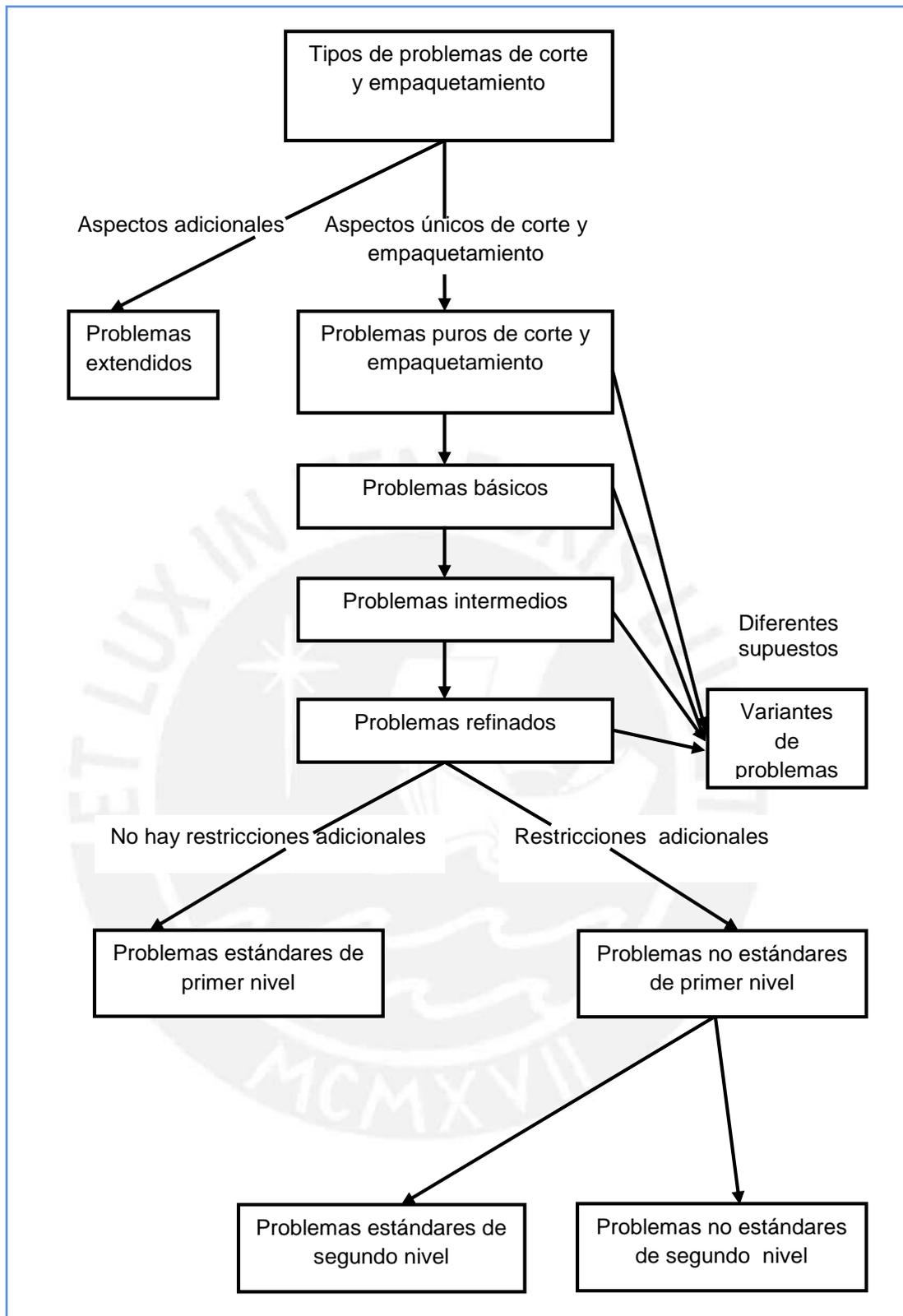


Figura 3 Vista general de los tipos de problemas relacionados con los problemas de corte y empaquetamiento

Fuente: Waescher et al. (2007)

Con el fin de definir y agrupar problemas que sean similares a los desarrollados en los problemas básicos se adiciona un criterio más, la asignación de los objetos, estructurándolos así en problemas intermedios. En la tabla 2 se muestra los problemas intermedios de minimización del input donde se detallan los subtipos de los problemas de corte.

Tabla 2 Tipos de problemas intermedios: minimización del input

Surtido de objetos \ Surtido de ítems		Débilmente Heterogéneo	Fuertemente heterogéneo
		Todas dimensiones fijas	Idéntico
Débilmente heterogéneo	<i>Multiple Stock Size Cutting Stock Problem</i> MSSCSP		<i>Multiple Bin Size Bin Packing Problem</i> MBSBPP
Fuertemente heterogéneo	<i>Residual Cutting Stock Problem</i> RCSP		<i>Residual Bin Packing Problem</i> RBPP
Alguna dimensión variable		Open Dimension Problem ODP	

Fuente: Waescher et al. (2007)

Al sumarle los criterios de dimensionalidad y forma de los ítems, este último criterio solo si son de dos o más dimensiones, a los problemas intermedios se logra estructurarlos en problemas refinados. Si existen restricciones adicionales se llamarán problemas de segundo nivel. En casos cuando la investigación científica conoce muy bien la formalización de los problemas de primer nivel para distinguirlos de los que no, se les otorga el nombre de problemas estándares de segundo nivel.

El resultado de las subcategorías son caracterizadas por ciertas palabras y números que son agregados a los nombres de los problemas intermedios (IPT) de acuerdo al siguiente sistema {1,2,3}-dimensional {rectangular, circular...irregular} {IPT}

Se decide optar por mostrar las dos tipologías por la razón de que aún siguen siendo

vigentes, existen muchas publicaciones que siguen usando la tipología de Dyckhoff (1990) mientras algunos ya han decidido usar la de Waescher et al. (2007).

Adicionalmente a estas tipologías presentadas anteriormente hay un tipo de problema de corte de una dimensión que no encuentra clasificación correctamente, este problema trata sobre el uso que se podría dar a los residuos que provienen del proceso de corte. En las industrias podrían usar los residuos como materia prima para el procesamiento de otros productos diferentes o para producir el mismo tipo de producto.

El uso de residuos en la literatura científica son mencionadas tempranamente en Kantorovich(1960) y Brown(1971) , y a pesar de que la tipología de Waescher et al. (2007) las clasifica como *Residual Cutting Stock Problem*, Cherri et al(2013) plantea que esta clasificación no es correcta porque los problemas de corte con el uso de residuos abarca más que la minimización del input o de la materia prima, también la minimización del output o de los productos finales, hay casos donde se consideran diferentes tipos de input o de objetos y hay otros donde el objeto es único, de un solo tipo. Por esta razón Cherri et al. (2013) prefiere clasificar este tipo de problemas cuando son de una dimensión como 1DSCPUL: *One Dimensional Stock Problem With Usable Leftover*, por su siglas en inglés. En este estudio se clasifica el problema a resolver como un problema de corte con uso de residuos y se decide usar la nomenclatura de Cherri et al. (2013) para definirla por considerarse la más exacta.

### **1.2.2 Aplicaciones de los CSP en la industria metalmecánica**

El corte dentro de esta industria contiene extensas aplicaciones reales desde el corte de hojas finas de aluminio hasta perfiles de metal con espesores de varios centímetros donde los costos por unidad de material son más altos y la minimización de los objetos presenta ahorros significativos. Una muestra de recientes estudios dentro la industria metalmecánica se pueden encontrar en el estudio de Cui et al. (2009), los cuales proponen un algoritmo *greedy* para minimizar los residuos en la obtención de ítems circulares para la embutición de tazas y ollas, teniendo en cuenta que se producen los ítems demandados en el orden que son solicitados. En el estudio de Cui y Lu (2009) sobre el problema de corte bidimensional para la construcción de puentes de acero, desarrollando un algoritmo basado en técnicas recursivas y de programación dinámica para solucionar el problema de cortar numerosos ítems rectangulares de placas con tamaños arbitrarios que se encuentran en los diferentes rangos especificados por los proveedores, lo que crea la necesidad

de minimizar el área de las placas que se tendrán que adquirir. En el estudio de Reinertsen y Vossen (2010) sobre el problema unidimensional de corte que tiene aparte de las restricciones clásicas de un problema de corte CSP, la restricción de la programación de entrega de los productos demandados que son barras de acero corrugado.

### 1.2.3 El problema de corte CSP de una dimensión

En muchos procesos industriales ocurre el problema del corte (*cutting stock problem*) el cual a lo largo de los años ha ido incrementando su importancia ya que sus soluciones óptimas minimizan costos, pérdida de materiales, niveles de inventarios, tiempos de maquinaria y de horas hombre.

El problema de corte unidimensional en esencia trata que con un determinado número actual de objetos se logre la cantidad y los tamaños limitados por una dimensión de los ítems solicitados con adecuados patrones de corte de tal forma que al satisfacer la demanda se minimiza el número de materiales(objetos) solicitados, sus residuos y sus inventarios. Si los objetos son todos iguales según la tipología de Waescher son llamados 1-dimensional (SSSCSP), si el surtido de objetos es débilmente heterogéneo o sea que existe más de un único tamaño del objeto son llamados 1-dimensional (MSSCSP), también son llamados *Paper Trim Problem* en la literatura. Waescher et al. (2007) dan ejemplos de este último tipo de problemas en los estudios de Golden (1976), Dyckhoff (1981), Scheithauer (1991), Belov y Scheithauer (2002). Si el surtido de objetos es fuertemente heterogéneo o sea que todos los tamaños de los objetos son diferentes entre sí son llamados 1-dimensional (RCSP) o *Hybrid One-Dimensional Cutting Stock Problem* en la literatura.

En este estudio el problema de corte para las cimbras o costillas de acero con perfil HEB es unidimensional y existen longitudes diferentes para los objetos (vigas HEB de diferentes longitudes) y de ítems débilmente heterogéneos para unirlos de a dos de a tres o de a cuatro dependiendo de la geometría requerida y al nivel de seguridad requeridas para formar las cimbras. De igual modo para las cimbras reticuladas donde existen longitudes diferentes para las barras de acero liso y corrugado y de ítems débilmente heterogéneos. Por lo tanto según la tipología del alemán Dyckhoff(1990) estos problemas de corte son 1/V/D/R y por la tipología de los también alemanes Waescher et al. (2007) son 1 dimensional-(MSSCSP). Sin embargo como se mencionó anteriormente se preferirá usar la tipología de Cherri

Cherri et al. (2013) y clasificarla como un 1DSCPUL porque esta incluye el uso de piezas sobrantes en el modelamiento.

#### 1.2.4 Formulaciones matemáticas en programación lineal (1D CSP)

En esta sección revisaremos algunas formulaciones matemáticas basadas en programación lineal del problema de corte unidimensional (1D CSP). Definiendo los siguientes datos:  $(p, m, L = (L_1, \dots, L_p), e = (e_1, \dots, e_p), l = (l_1, \dots, l_m), d = (d_1, \dots, d_m))$ ,  $p$  es el número de tipos de objetos disponibles ( $k = 1, \dots, p$ ) en cantidades  $e_k$  y a costos  $c_k$ ,  $L$  representa la longitud del objeto,  $m$  es el número de tipos de ítems que hay que producir ( $i = 1, \dots, m$ ),  $l_i$  es la longitud de cada barra y  $d_i$  su demanda.

##### Modelo de asignación

La primera formulación fue la de Kantorovich(1939) basado en variables de asignación utilizando variables binarias para relacionar los ítems con objetos de igual tamaño.

$$z = \min \sum_{j=1}^n y_j$$

s.a

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \geq d_i, i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m l_i x_{ij} \geq L y_j, j = 1, \dots, n,$$

$$y_j \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ y entero}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n.$$

Donde  $j$  es la cantidad de objetos disponibles,  $y_j = 1$  si el objeto  $j$  es usado, 0 sino lo es, y  $x_{ij}$  el número de ítems de longitud  $l_i$  asignados al objeto  $j$ .

Martello y Toth (1990) demuestran que esta formulación tiene una cota inferior muy débil.

## Modelo basado en patrones de corte

Gilmore y Gomory (1961) diseñan este modelo basado en el concepto de patrón de corte. Este modelo se obtiene mediante la aplicación de la descomposición de Dantzig-Wolfe. Un patrón de corte es un conjunto de cortes que contienen una determinada combinación factible de ítems asignados a un objeto. Un patrón  $j$  para un único tipo de objeto viene definido por el vector columna:

$$a^j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$$

Donde  $j$  es la cantidad de objetos disponibles.  $j = 1, \dots, n$

Un patrón es factible si se cumple la siguiente restricción conocida como "condición de la mochila"

$$\sum_{i=1}^m l_i a_{ij} \leq L$$

El modelo basado en patrones de corte para un único tipo de objeto se formula de la siguiente manera.

$$z = \min \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

s.a

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq d_i, i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m l_i a_{ij} + c_j = L$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

Donde  $x_j$  son las frecuencias de cada patrón y  $c_j$  el residuo asociado a cada patrón.

Frente al modelo de Kantorovich no hay dos soluciones matemáticas que

correspondan a una misma solución real y su cota es bastante más fuerte (Marcotte, 1998). El gran inconveniente de este modelo tiene que ver con su tamaño, en la práctica ni se plantea una enumeración completa de los patrones de corte, estos se generan de forma dinámica o heurística.

En la extensión del modelo para múltiples tipos de objetos se define el patrón de corte como un vector columna:

$$a^j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \\ a_{(m+1)j} \\ \vdots \\ a_{(m+p)j} \end{bmatrix}$$

El cual tiene  $n = m + p$  componentes. Los componentes entre  $a_{1j}$  y  $a_{mj}$  determinan cuántos objetos de tipo  $i$  se cortan en el patrón  $j$ . El componente  $a_{(m+k)j}$  que corresponde al tipo de objeto utilizado por el patrón tendrá un valor igual a 1, los demás componentes  $a_{(m+k)j}$  tendrán valor 0.

Este patrón de corte cumple las siguientes restricciones.

$$\sum_{i=1}^p a_{m+i} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m l_i a_i \leq \sum_{i=1}^p L_i a_{i+m}$$

Sea  $f$  el número de patrones de corte. El problema se puede determinar de la siguiente manera. Determinar un vector de frecuencias  $x$  de corte que minimice el costo del material para satisfacer la demanda de ítems con las cantidades disponibles en stock.

$$z = \min \sum_{j=1}^f c_j x_j$$

$$\sum_{i=1}^f a_{ij} x_j \geq d_i, \quad 1 \leq i \leq m,$$

$$\sum_{i=1}^f a_{ij} x_j \leq e_{i-m}, \quad m \leq i \leq n,$$

$$x_j \geq 0$$

### Modelo de corte único

En el modelo de Gilmore y Gomory cada variable de decisión corresponde a un grupo de operaciones de corte, a un patrón, realizados al objeto para obtener ítems demandadas.

En el modelo de corte único cada variable de decisión corresponde a una sola operación de corte a una pieza. Dado una pieza (no necesariamente un objeto) de cierto tamaño que es dividido en dos pedazos más pequeños, denotando la primera y segunda sección de un solo corte. Todos los cortes únicos deben producir al menos una pieza de un ítem demandado. La pieza residual generada por el corte único dependiendo de su tamaño se considera desperdicio o podrá reutilizarse, aplicándole un nuevo corte único.

En la formulación de Dyckhoff (1981) se aborda el caso de múltiples objetos con diferentes longitudes, el conjunto  $S$  representa las longitudes disponibles  $S = (S_1, \dots, S_k)$ .  $D$  es el conjunto de las longitudes de ítems demandados  $l \in (d_1, \dots, d_l)$ . El conjunto de piezas residuales cortadas lo denotamos como  $R$ .

$N_l$  = La cantidad de ítems demandados de longitud  $l$  (para un  $l \notin D$ :  $N_l = 0$ ; para un  $l \in D$  tal que  $l = d_i$ :  $N_l = n_i$ )

$c_l$  = El costo del consumo de un objeto de longitud  $l$

$y_{k,l}$  = Son las variables de decisión que indican el número de veces que una pieza de longitud  $k$  se corta produciendo una pieza de longitud  $l \in D, l < k$  y una pieza residual de longitud  $k - l$ .

$$z = \min \sum_{l \in D} c_l \left( \sum_{k \in A_l} y_{k,l} - \sum_{k \in B_l} y_{k,l} \right)$$

s.a

$$y_{k,l} \geq 0, k \in S \cup R; l \in D, l < k \quad S \cup R; l \in D, l < k$$

$$\sum_{k \in A_l} y_{k,l} + \sum_{k \in B_l} y_{k+l,l} \geq \sum_{k \in E_l} y_{l,k} + N_l, \text{ para todo } l \in (D \cup R) \setminus S$$

El lado izquierdo de la segunda restricción indica el número de nuevas piezas generadas de longitud  $l$ , ya sea como un  $l \in D$  proveniente de un corte único,  $[k; l]$ , a un objeto o a un residuo de longitud  $k$ , es decir:

$$A_l = \{k \in S \cup R / k > l\}, \quad A_l = \emptyset \text{ para } l \notin D,$$

O como una pieza residual de longitud  $l$  proveniente de un corte único,  $[k + l; k]$ , a un objeto o a un residuo de longitud  $k + l$  para obtener un ítem de longitud  $k$ , es decir:

$$B_l = \{k \in D / k + l \in S \cup R\}$$

El lado derecho de la segunda restricción indica el número de piezas de longitud  $l$  que proveerán a través de un corte único demandas de ítems de longitud  $k$ , es decir:

$$E_l = \{k \in D / k < l\}$$

Al igual que ocurría con el modelo de Kantorovich sucede la simetría en el problema o sea que dos valores diferentes en las variables dan una misma solución real. Generalmente este modelo tiene más restricciones y mucho menos variables que el modelo basado en patrones de corte.

Este modelo tiene aplicaciones en producción continua porque el corte único tiende a generar objetos con longitud menor de objetos de longitudes mayores para poder cubrir una demanda futura. En el caso real donde se realiza este trabajo, el costo de inventario es muy alto y la planificación de la producción es a través de la filosofía *just in time*.

### Modelo basado en grafos

En Válerio de Carvalho (2008) se propone una nueva formulación para el problema de corte estándar basado en un modelo de teoría de grafos para múltiples longitudes del objeto, derivado de su modelo para un único tipo de objeto en Válerio de Carvalho (1998). En este modelo se define un grafo  $G = (X, A)$  donde con  $X$  es el conjunto de nodos y  $A$  el conjunto de arcos, de tal forma que el grafo tiene tantos nodos como el

objeto de mayor longitud más uno  $|X| = \text{Max}(L_k) + 1$ . Cada uno de los nodos del grafo representa una posición discreta dentro del objeto que se va a cortar. El arco es la distancia entre dos vértices que da como resultado la longitud de un ítem.

$$A = \{(h, j): 0 \leq h < j \leq \text{Max}(L_k) \text{ y } j - h = d_i\}.$$

Se deben considerar arcos adicionales  $(h, h + 1)$ ,  $h = 0, 1, \dots, \text{Max}(L_k) - 1$  correspondiente a los espacios vacíos, los residuos. Los arcos que constituyen el camino entre 0 y algún  $L_k$  se define como el patrón de corte. Este modelo tiende a ser altamente simétrico por lo cual se aplican los siguientes criterios. La variable  $x_{ij}$ , asociada con la definición anterior de arcos, corresponde al número de ítems con longitud  $j - i$  ubicado en cualquier patrón de corte a una distancia  $i$  desde el extremo izquierdo del objeto cortado.

- *Criterio 1.* Un arco de demanda  $j$ , designado por  $x_{h, h+d_j}$ , puede solamente tener su cola en el nodo  $h$  que es la cabeza de otro arco de demanda  $i$ ,  $x_{h-i, h}$  si  $d_i > d_j$ . De otro modo debe partir desde el nodo 0 que es el borde extremo izquierdo del objeto. Todos los ítems son ubicados en orden decreciente con su longitud por esta razón los residuos aparecerán últimos en el patrón de corte. Un patrón de corte no puede empezar con los residuos
- *Criterio 2.* Todos los arcos de residuo  $x_{h, h+1}$  pueden ser ajustados a cero para  $i < d_m$ .
- *Criterio 3.* En un patrón de corte el número de arcos consecutivos correspondiente a un ítem debe ser más pequeño o igual a su demanda.

El problema se formula como un problema de flujo mínimo en  $G$ , con restricciones adicionales de demanda de ítems y disponibilidad de objetos. Las variables  $z_k$  indica el número de perfiles de longitud  $L_k$  usados.

$$z = \min \sum_{k=1}^p L_k z_k$$

s.a

$$-\sum_{(h,j) \in A} x_{hj} + \sum_{(j,l) \in A} x_{jl} = \begin{cases} \sum_{k=1}^p z_k, & j = 0 \\ -z_k, \text{ para } j = W_k, & k = 1, \dots, K, \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\sum_{(h, h+l_i) \in A} x_{h, h+l_i} \geq d_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$z_k \leq e_k, \quad k = 1, \dots, p$$

$$x_{hj} \geq 0 \text{ y entero}$$

$$z_k \geq 0 \text{ y entero, } k = 1, \dots, p$$

Este modelo es equivalente al de patrones de corte. Su principal debilidad es el número de restricciones que es pseudo-polinomial y más aún cuando las demandas de los ítems no son variables discretas.

### 1.2.5 Resolución de los problemas de 1-dimensional MSSCSP

En esta sección se presentan las técnicas más recurrentemente utilizadas por la literatura para la resolución de problemas de optimización combinatoria con especial énfasis en la resolución de problemas del tipo 1-MSSCSP las cuales son los métodos exactos y las heurísticas.

La diferencia entre métodos exactos y heurísticos son que los métodos exactos proporcionan una solución óptima donde el tiempo invertido para encontrar dicha solución depende de cuán complejo sea el problema y en algunos casos el tiempo de procesamiento pueden no ser prácticos para tomas de decisiones empresariales, en cambio las heurísticas se concentran en encontrar una buena solución, no necesariamente la mejor solución, en un tiempo de procesamiento menor.

#### a. Métodos exactos

Como se ha dicho anteriormente el problema de corte es un problema de optimización combinatoria por lo cual encontrar un procedimiento que permita encontrar la solución óptima en la mayoría de los casos es una tarea difícil, Gracia (2010) nos aclara que se debe al hecho de que la región factible de soluciones no es un conjunto convexo. Así como en la programación lineal se garantiza que cualquier solución local es un óptimo global, en el caso de la programación lineal entera un problema puede poseer muchos óptimos locales, lo que obliga a tener que demostrar mediante otro tipo de argumentos que una determinada solución es mejor que el resto como las técnicas enumerativas, técnicas de descomposición lagrangiana, algoritmos basados en planos de corte y el algoritmo de generación de columnas, pero también se pueden combinar estos métodos creando un híbrido con el fin de utilizar las ventajas de los que la conforman.

- **Técnicas enumerativas**

Ya que cualquier problema acotado de programación entera mixta tiene solo un número finito de soluciones factibles, resulta natural considerar el uso de algún tipo de procedimiento de búsqueda más profunda para encontrar una solución óptima. Desafortunadamente el número nuevo de soluciones factibles pueden ser muy grandes, por lo que se es necesario que cualquier procedimiento de enumeración se estructure con habilidad para que solo sea necesario examinar una pequeña fracción de soluciones factibles. Una de las técnicas más utilizadas para ese propósito es la técnica de ramificación y acotación (*branch and bound*) ya que se basa en la idea de dividir y conquistar. Aplicado a la programación lineal entera, lo que hace es dividir un problema complejo en varios subproblemas o sea ramificar generando un árbol de soluciones en la que cada una de las ramas que salen de un nodo conduce a una solución posterior a la del nodo y la conquista es sondear los posibles resultados en los subconjuntos y determinar qué ramas no son óptimas, o sea acotar.

Para la programación entera mixta las únicas variables que se toman en cuenta son las variables con restricción de enteros que no tienen un valor entero en la solución óptima del relajamiento para el subproblema actual.

- **Descomposición y relajación Lagrangiana**

Frente a la clásica relación lineal de los problemas de programación entera que consiste en “relajar las restricciones de las variables, otro tipo de relajaciones la que se basa en un enfoque lagrangiano. En este caso se parte de un conjunto de las restricciones más complejas del problema que se añaden a la función objetivo con una serie de multiplicadores de Lagrange que se irán modificando de forma iterativa. Los subproblemas deben resolverse repetidamente hasta que se alcancen los valores óptimos para los multiplicadores.

Otra técnica relacionada con la relajación lagrangiana es la descomposición lagrangiana. Este método consiste en aislar subconjuntos de restricciones de forma que se obtengan problemas sencillos de resolver para cada uno de estos subconjuntos.

- **Algoritmos basados en planos de corte**

El método de los planos de corte fue diseñado por Gomory (1963) en su algoritmo de plano secante. Consiste en modificar el conjunto convexo del espacio de soluciones de la relajación lineal del problema para que sus puntos extremos

lleguen a ser enteros. El primer paso es resolver la relajación lineal para después resolver el problema subsiguiente con el hallazgo de un plano que corte (desigualdad lineal) la parte fraccional de la solución lineal a la vez que se asegura que todos los puntos enteros factibles la cumplen. Un plano de corte será una restricción válida deducida del conjunto de restricciones del problema. El algoritmo termina cuando se encuentra una solución entera al problema y por tanto este se ha resuelto o cuando la relajación lineal del problema no es factible y por tanto tampoco lo es el problema entero o cuando las últimas generaciones de planos de corte no ha mejorado la función objetivo como para seguir con el proceso o cuando ya no es capaz de definir ningún plano de corte.

Un algoritmo híbrido relacionado con los planos de corte y la técnica de ramificación y acotación es denominado ramificación y corte (*branch and cut*) en donde se incorpora el enfoque de los planos de corte dentro de un algoritmo de acotación, los planos de corte se generan a lo largo de todo el árbol, no solamente en su parte más alta.

- **Algoritmo de generación de columnas**

Citando a Gracia (2010) el método de generación de columnas (*branch and price*) diseñado por Dantzig se basa en el hecho de que cualquier punto factible se puede representar como una combinación lineal de los puntos extremos de la región factible. Para la mayoría de problemas reales un conjunto de puntos factibles es demasiado grande para enumerarlo, así que se comienza con la generación de columnas de manera que sea suficiente como para garantizar una solución viable. A partir de aquí se van identificando columnas adicionales que mejoren la solución por medio de un algoritmo que utiliza la información del problema dual asociado para generar nuevas columnas. Se vuelve a resolver el problema primal añadiendo la nueva columna y se repite el ciclo hasta que no existe ninguna columna más que mejore la solución del problema lineal. Conocido el óptimo lineal se aplica una técnica de ramificación que modifique la solución.

## **b. Heurísticas**

Algunos problemas son de alta complejidad que no pueden ser resueltos aplicando algoritmos y modelos ya existentes, por ello se recurre a los algoritmos heurísticos que a comparación con los algoritmos exactos suministra una “buena” solución al problema pero no necesariamente la solución óptima. Sin embargo nos

recalca Hillier y Lieberman (2006) en esta “buena” solución no hay garantía acerca de la calidad de la solución que se obtiene, pero si el algoritmo heurístico está bien diseñado puede proporcionar una solución que al menos esté cerca de ser óptima o concluir en su defecto que no existen soluciones. Los algoritmos heurísticos son algoritmos iterativos, donde cada iteración implica la realización de una búsqueda de una nueva solución que puede ser mejor que la solución que se encontró con anterioridad.

Las heurísticas clásicas son la forma normal de ir cuando necesitamos resultados rápidos para un problema de optimización combinatoria. Sin embargo, cuando se necesita una mayor precisión y hay suficiente capacidad computacional para resolver los problemas las metaheurísticas permiten buscar mejores soluciones. La metaheurística es la evolución de un análisis más profundo de la heurística, por lo que pueden encontrar soluciones de buena calidad comenzando por obtener una solución inicial o un conjunto inicial de soluciones para después evitar estancarse en un óptimo local y reiniciar una búsqueda de soluciones mejores guiadas por estrategias de alto nivel.

A continuación se describen algunas de las metaheurísticas más utilizadas en los problemas de corte unidimensional los cuales se detallarán a profundidad más adelante.

- **El Recocido Simulado**

Hillier y Lieberman (2006) sostienen que fue una de las primeras metaheurísticas diseñadas y es llamado así debido a su analogía con el proceso físico de recocido de metales y cristales, donde son llevados a temperaturas altas y luego a través de un programa de enfriamiento lento es llevado a una estructura cristalina perfecta es decir, su estado mínimo de energía, y así se genera un cristal libre de defectos. Si el enfriamiento es lo suficientemente lento, la estructura final será la de un sólido con integridad estructural superior. El algoritmo de recocido simulado establece la conexión entre este tipo comportamiento termodinámico y la búsqueda de un óptimo global en un proceso de optimización.

Este algoritmo inicia el proceso con un estado inicial, un cambio aleatorio es propuesto para este estado y un cambio de energía es generado,  $\Delta E$ , es calculado. Si el nuevo estado tiene un nivel más bajo de energía que el estado anterior,  $\Delta E \leq 0$ , el nuevo estado es tomado para la siguiente iteración. Sin

embargo, si el nuevo estado tiene un nivel de energía más alto que el anterior, este es aceptado con una probabilidad que depende de un parámetro temperatura, la cual es normalmente disminuida con cada iteración del algoritmo

Esta característica establece que se pueda aceptar con algún grado de probabilidad empeoramientos en la función objetivo y de esta forma escapar de óptimos locales lo que le hace ser diferente a los algoritmos de búsqueda local. Como el parámetro temperatura decrece, los movimientos de empeoramiento ocurren con menor frecuencia. La analogía con un problema de optimización en la forma de minimización es que el nivel de energía de la sustancia en el estado actual del sistema corresponde al valor de la función objetivo. El objetivo de que la sustancia alcance un nivel estable con un nivel de energía tan pequeño como sea posible corresponde al problema de llegar a una solución factible con un valor de la función objetivo tan pequeño como sea posible.

La distribución de soluciones asociadas con la cadena no homogénea de Markov que modela el comportamiento de convergencia del algoritmo es llevada a una forma en la cual toda la probabilidad se concentra en el conjunto de soluciones óptimas globales (siempre que el algoritmo sea convergente; de lo contrario el algoritmo convergerá a un óptimo local, el cual puede ser o no óptimo global).

La disminución de la temperatura es crucial para el éxito del algoritmo, si se configura inteligentemente el enfriamiento, el algoritmo puede escapar de óptimos locales tempranamente y explorar profundamente otras regiones prometedoras.

$\Delta E$  = Diferencia entre el valor objetivo de la solución inicial  $S$  y el valor objetivo de la solución vecina

$T$  = Parámetro del algoritmo llamado temperatura

- **Algoritmo GRASP**

Es otra metaheurística muy utilizada que consiste en iniciar la búsqueda desde diferentes puntos de arranque para que la búsqueda sea más global. En su versión más básica cada iteración consta de dos partes: una primera en la que se busca una solución buena aunque no sea la óptima local y una segunda fase en la que dentro del entorno de esa solución se busca su óptimo local. El procedimiento se repite hasta que se alcanza un criterio de fin.

- **Algoritmos Genéticos**

Los algoritmos genéticos fueron diseñados en los años setenta por John Holland, son algoritmos de optimización matemática inspirados por los mecanismos de selección natural y la genética. Un algoritmo genético típico consiste de un conjunto o una población de posibles soluciones al problema, una manera de calcular qué tan buena es cada una de estas soluciones, un método para combinar dichas soluciones para crear nuevas y mejores soluciones y un operador de mutación que evite la pérdida permanente de diversidad entre las soluciones. Además, un algoritmo genético es un método de búsqueda dirigida basada en probabilidad.

Bajo la condición que el algoritmo guarde siempre al mejor elemento de la población sin hacerle ningún cambio se puede demostrar que el algoritmo converge al óptimo.

- **Algoritmos meméticos**

Son técnicas de optimización que combinan aspectos de otras metaheurísticas como son el uso de poblaciones en los algoritmos evolutivos y la mejora local utilizada en el Recocido Simulado.

En la figura 4 se representa la generalización del algoritmo llamado recocido simulado y en la figura 5 los detalles generales del algoritmo genético para una mejor comprensión sobre estas metaheurísticas muy usadas en el campo de investigación de operaciones.

### **1.3 El proceso de análisis jerárquico**

Thomas Saaty fue quien ideó esta metodología para estructurar y analizar problemas complejos de decisión con atributos múltiples. El uso de esta técnica consiste en los siguientes cinco pasos:

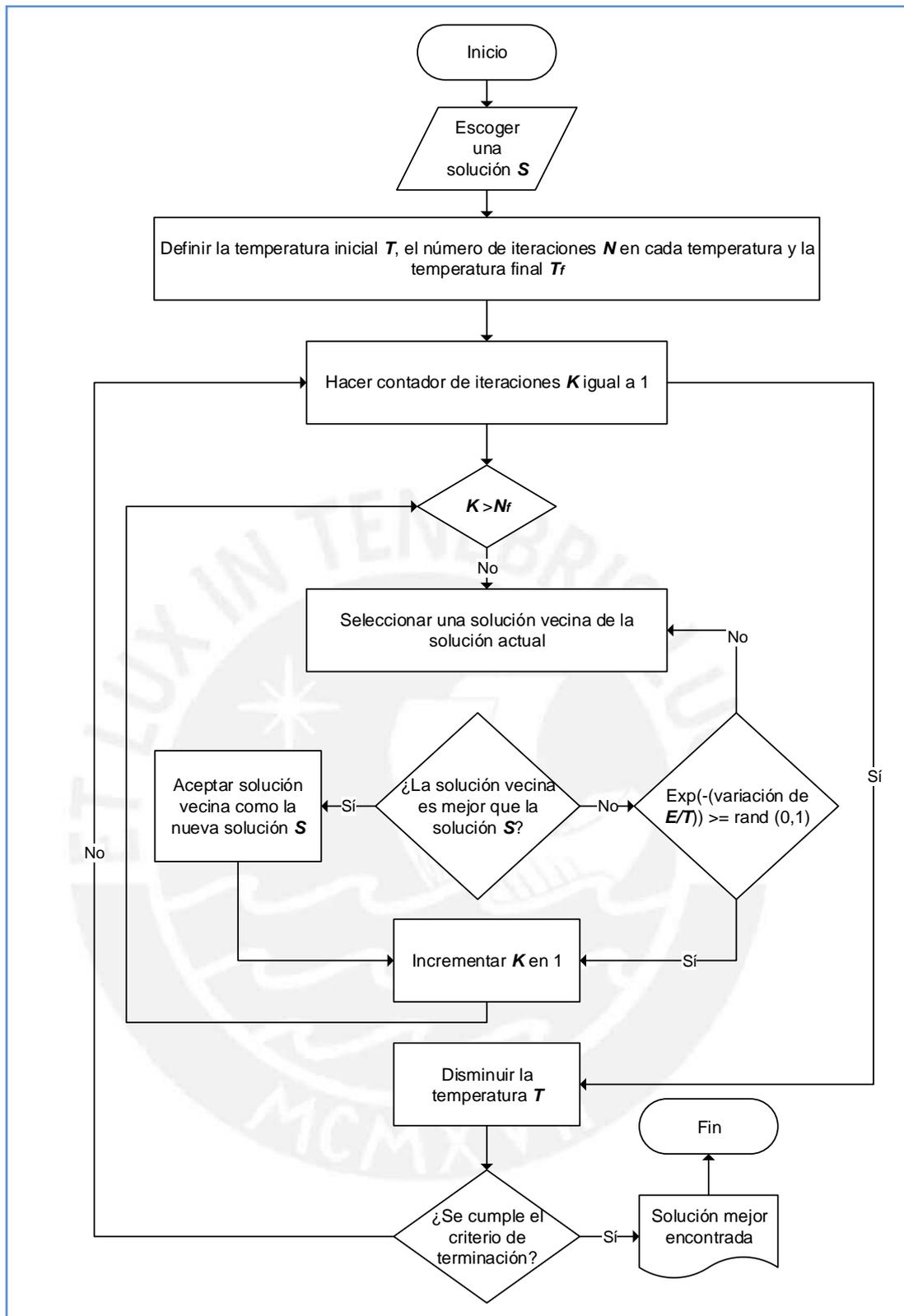


Figura 4 Algoritmo del recocido simulado general

Elaboración propia

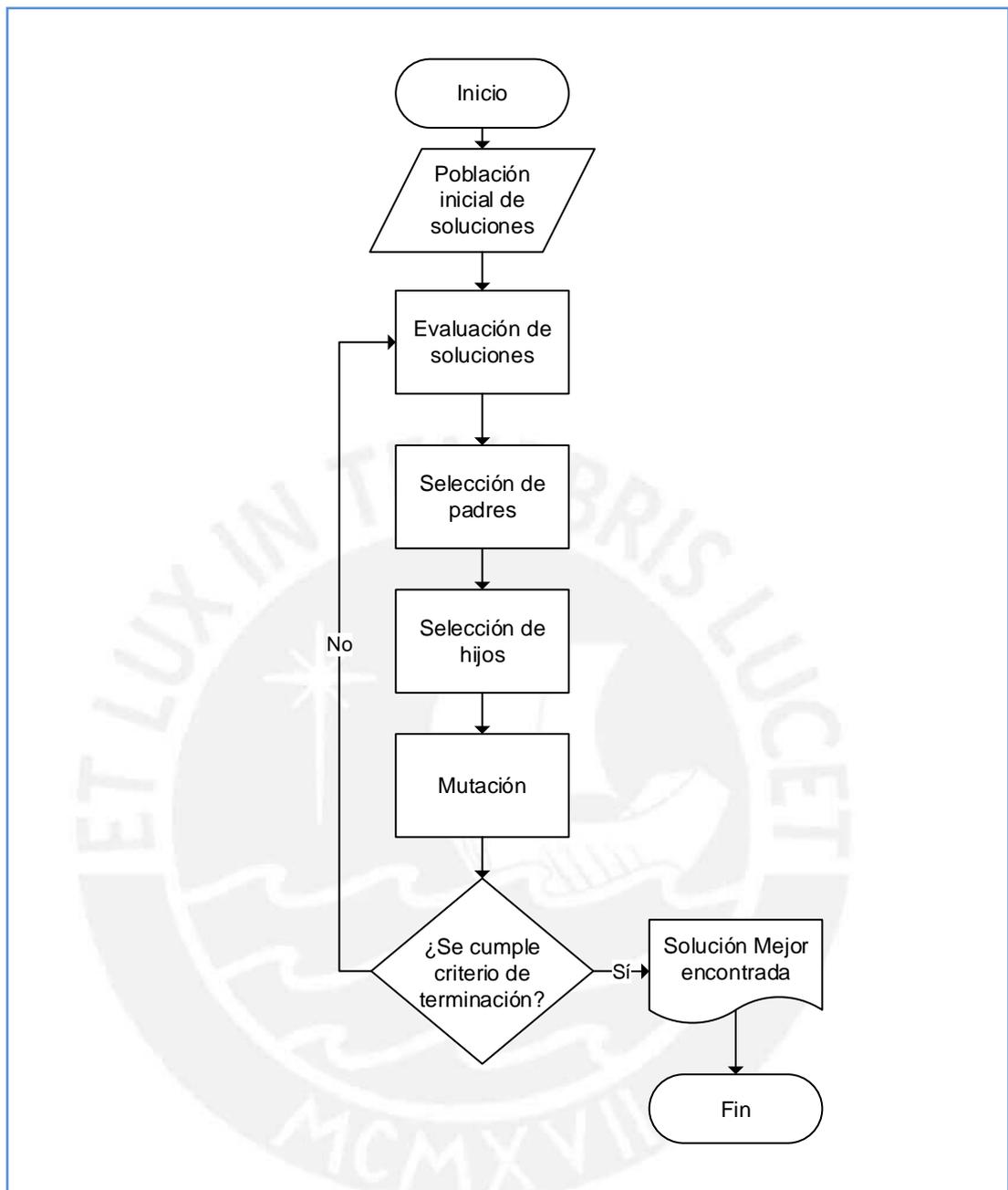


Figura 5 Algoritmo genético general  
Elaboración propia

- Construir una jerarquía de decisión, que consiste en separar el problema de decisión en una jerarquía de sus elementos e identificar las alternativas de decisión.
- Determinar la importancia relativa de los atributos y subatributos.

- Ponderar cada atributo con respecto al siguiente atributo o subatributo de nivel superior.
- Determinar indicadores de consistencia al hacer comparaciones en forma pareada.
- Calificar cada alternativa.

El requisito fundamental es que los atributos y los subatributos sean independientes, que cualquier valor de algún atributo no afecte a otro.



## CAPÍTULO 2. ESTUDIO DE CASOS

En este capítulo se describirán tres casos de la literatura científica sobre problemas de corte unidimensional con uso de residuos específicamente problemas clasificados como 1 DSCPUL tal como se definió en el capítulo anterior.

**Caso 1** - Cutting stock process optimisation in custom door and window manufacturing industry

**Autor:** Sotirios Dimitriadis y Evangelos Kehris (2009).

En este estudio se presenta un software para la toma de decisiones de la programación de producción a corto plazo y mediano plazo enfocados en pequeñas industrias manufactureras de puertas y ventanas personalizadas.

Las pequeñas empresas de este sector tienen que producir ventanas y puertas con las dimensiones y formas requeridas por los clientes, la materia prima para producirlos son barras que tienen usualmente longitudes de 6000 mm o 6500 mm, las cuales posteriormente son cortadas dependiendo de las necesidades. Estas barras difieren en el material (aluminio o PVC), color, calidad, etc. El plan de producción es determinado por la capacidad actual de producción, el tiempo prometido de entrega al cliente, la disponibilidad de materia prima, la ubicación del cliente, etc. Con base en este plan de producción, se determina la programación de producción el cual detalla cuánta materia prima usar y cómo cada una de ellas deberá ser cortada. Al no conocerse la demanda real de los ítems hasta que el cliente realice su pedido, es beneficioso realizar un modelo eficiente de corte que genere piezas sobrantes no al azar sino tratando que contengan en lo posible longitudes aceptables para que puedan ser usadas en futuros periodos de producción con el objetivo de reducir el uso de materia prima. En este estudio, dicho modelo se realiza con adaptaciones originales a dos heurísticas bastantes conocidos, *first fit decreasing* FFD y *minimal bin slack* MBS, en la resolución del problema de corte unidimensional para que puedan generar y hacer uso de piezas sobrantes.

La notación que se utilizará para describir el modelo se muestra en la tabla 3.

Se considera que el desperdicio por cada corte realizado es de 10mm,  $w = 10$  mm, pero esto dependerá de la capacidad tecnológica de cada compañía manufacturera.

Las ecuaciones (1) y (2) son restricciones sobre la generación de ítems desde los objetos iniciales y de los nuevos objetos que son las nuevas piezas sobrantes que se utilizarán.

$$\sum_{q=1}^{a(m)} s_{a(m,q)} + a(m) \cdot w \leq C \quad (1)$$

$$\sum_{q=1}^{b(k)} s_{b(k,q)} + b(k) \cdot w \leq C_k \quad (2)$$

La ecuación (3) es la función a minimizar, donde se asume que las piezas sobrantes utilizables que son más largas que un predeterminado límite UB son almacenados y están disponibles para ser cortados en ítems más pequeños en un futuro periodo. En este caso el total de residuos de R durante el plan de periodo t es igual al total de longitud de las piezas sobrantes que tienen longitudes más cortas que el límite UB, solamente estas piezas son consideradas no utilizables y serán descartadas.

$$\sum_{t=1}^t R_T = \sum_{t=1}^t M_t \cdot C - \sum_{t=1}^t \left[ \sum_{n=1}^{N(t)} s_n + N_T \cdot w \right] - \sum_{k=1}^{K(t+1)} C_k \quad (3)$$

$$f_t = \frac{\sum_{t=1}^t \left[ \sum_{n=1}^{N(t)} s_n + N_T \cdot w \right]}{\sum_{t=1}^t M_t \cdot C - \sum_{k=1}^{K(t+1)} C_k} \quad (4)$$

Si consideramos que el número de piezas sobrantes aceptables al comienzo del primer periodo de planeamiento es cero entonces la solución óptima de la solución ocurre cuando el total del residuo, computado por la fórmula (4), es el mínimo.

En la tabla 3 se describen todas las variables y notaciones usadas en este caso que permiten entender mejor las formulaciones hechas por Dimiatriadis y Kheris (2009) en su modelo.

Tabla 3 Notación del caso 1

Notación	Descripción
$N_T$	El número de ítems que deben ser cortados según el plan de producción durante el periodo t.
n	Índice del enésimo ítem, $n = 1, 2, \dots, N_T$
$s_n$	La longitud del enésimo ítem, $n = 1, 2, \dots, N_T$
C	La longitud del objeto
$M_t$	El número de objetos que serán usados para la producción durante el periodo t
m	El índice del objeto, $m = 1, 2, \dots, M_t$
$K_t$	El número de piezas sobrantes aceptables que están disponibles para el proceso de corte en el comienzo del periodo t
k	El índice de piezas sobrantes aceptables, $k = 1, 2, \dots, K_t$
$C_k$	La dimensión de la piezas k
UB	La longitud límite para las piezas sobrantes; piezas sobrantes con longitudes más largas que este límite serán consideradas como aceptables y serán almacenadas para estar disponibles para que de ellas se puedan cortar ítems más pequeños en el siguiente periodo
w	Los desperdicios por el proceso de corte
A(m)	Un conjunto de ítems para ser cortados usando el objeto m
a(m)	El número de elementos del conjunto A(m)
a(m,q)	El índice de los elementos del conjunto A(m)
B(k)	El conjunto de elementos para ser cortados usando la pieza sobrante aceptable k.
b(k)	El número de elementos del conjunto B(k).
b(k,q)	El índice de las piezas sobrantes aceptables del conjunto B(k)
$L_t$	El total de longitud de las piezas sobrantes al final del periodo t
$R_t$	El total de desperdicios durante el periodo t.

Fuente: Dimitriadis y Kehris (2009)

Dos bien conocidos algoritmos heurísticos para el clásico problema de corte han sido adaptados e implementados por Dimitriadis y Kheris (2009) en el sistema propuesto *first fit decreasing* (FFD) heurística propuesta por Elion y Christofides (1971) y *minimal bin slack* (MBS) heurística propuesta por Gupta y Ho (1999). En la tabla 4 se muestran las adaptaciones que realizó Dimitriadis y Kheris (2009) en los dos algoritmos detallados anteriormente.

Tabla 4 Variaciones en los algoritmos heurísticos FFD y MBS

Variaciones en FFD Y MBS		
FFD	MBS	
-	A	Repetir solución de los ítems con igual longitud
-	B	Que el algoritmo empiece a buscar el conjunto solución incluyendo primero el ítem más largo.
-	C	El parámetro de terminación depende de la longitud mínima de la pieza sobrante
D	Mínima longitud de las piezas sobrantes	
E	Almacenar las piezas sobrantes para que sean consideradas en periodos futuros	
F	Cortar piezas sobrantes aceptables con preferencia y después si no es posible, cortar objetos para satisfacer la demanda	
-	G	Generación de piezas sobrantes aceptables

Fuente: Dimitriadis y Kehris (2009)

Cada política que se puede combinar en la generación de piezas sobrantes aceptables es identificada por cuatro letras en la forma A/B/C/D donde:

- A. Los posibles valores son S o D, el valor S ocurre cuando las piezas sobrantes aceptables se van a usar en futuros periodos de producción y las el valor D es cuando todas las piezas sobrantes se tratarán como sobrantes.
- B. Denota el algoritmo heurístico para generar los patrones de corte: FFD/MBS.
- C. Muestra si el parámetro B es activado en el caso de usarse el algoritmo MBS utilizado en ese caso el valor será 1, en caso contrario el valor será 0.
- D. Muestra si el parámetro F es activado en el caso de usarse el algoritmo MBS utilizado en ese caso el valor será 1, en caso contrario el valor será 0.

El sistema desarrollado se usó en una pequeña empresa griega de ventanas y puertas personalizables en una producción de seis etapas consecutivas para un específico objeto de alta demanda. Durante esta programación se produjo un total

129 puertas y ventanas los que requirieron 516 ítems para ser cortados en objetos con longitud de 6000 mm. Según experiencia del gerente de la compañía se establece que la longitud mínima de una pieza sobrante aceptables es 500 mm. Se puede concluir de los resultados mostrados en la tabla 5 que la performance del algoritmo MBS es superior al FDD en todos los escenarios, así como también la performance se incrementa cuando se usan las piezas sobrantes aceptables.

Tabla 5 Resultados obtenidos - caso 1

	Variaciones de las políticas de corte							
	D/FF D/N/ N	D/MB S/0/N	D/MB S/1/N	S/FDD /N/N	S/MB S/0/0	S/M BS/1 /0	S/MB S/0/1	S/MB S/1/1
Cantidad de objetos de materia prima usadas	97	94	94	93	91	91	91	91
Índice f(%)	93,3	96,3	96,3	97,7	99,7	99,6	99,8	99,8
Cantidad promedio de residuos usados por período	-	-	-	1	1,67	1,67	4,5	5,3
Longitud promedio de los residuos usados por período (mm)	-	-	-	2581,8	2832,9	3140	1451,5	1165,4
Tiempo de procesamiento computacional (s)	0,4	5,2	4,9	0,44	6,9	5,1	5,1	3,5

Fuente: Dimitriadis y Kehris (2009)

**Caso 2 - The one dimensional cutting stock problem using two objectives.**

**Autor:** Zilla Sinuany-Stern y Ittai Werner (1994).

En este estudio se presenta el problema de corte unidimensional reutilizando las piezas sobrantes con dos funciones objetivo. El primer objetivo es reducir los residuos. El segundo objetivo es organizar el corte de tal manera que la máxima cantidad de piezas sobrantes se acumulen en la última barra o en las últimas barras.

Este modelo fue desarrollado e implementado en una pequeña metalmecánica en un Kibutz en la ciudad de Samar en Israel. Los Kibbutz son famosos mundialmente por su enfoque en el desarrollo agroindustrial cooperativo, por esta razón esta empresa se dedica producir implementos para la agricultura. Al ser la esta empresa pequeña se debe tener en cuenta su restricciones computacionales para la implementación de cualquier modelo, la empresa solo cuenta para el área de producción con una computadora IBM que contiene solamente los programas STORM y LINDO. Esta limitación no permite usar el método de generación de columnas para la generación de patrones de corte.

El modelo se desarrolla con dos objetivos, el primero objetivo es obtener el mínimo número de objetos a usarse y el segundo objetivo es organizar el corte tal que la máxima cantidad de sobrantes se acumule en la o los últimos objetos para que puedan usarse en futuros periodos.

Donde

$N$  = Número de objetos usados de longitud de  $L$

$n_i$  = Número de piezas de longitud  $l_i$  requeridas,  $i=1, \dots, I$

$X_{ij}$  = Número de piezas de longitudes  $l_i$  cortadas de la barra  $j$

$K$  = Residuos de cortes anteriores

$L_k$  = Donde  $k = N+1, \dots, N+K$

El primero objetivo es saber cuántos objetos necesitaría usar, para esto se utilizará la fórmula 1

$$N = \left\lceil \frac{\left( \sum_{i=1}^I l_j n_i - \sum_{k=1}^K L_k \right)}{L} + 1 \right\rceil \quad (1)$$

$$\text{Max} \left\{ L - \sum_{i=1}^I l_j X_{iN} \right\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I l_j X_{ij+k} \leq L_K \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{N+K} X_{ij} \geq n_i \quad (4)$$

$$X_{ij} \geq 0 ; N, X_{ij} \text{ enteros} \quad (5)$$

Los pasos del algoritmo son:

Paso 0. Calcular N como el mínimo entero.

Paso 1. Para las restricciones (3)-(5) encontrar si hay una solución posible.

Paso 2. Si no hay solución actualizar  $N = N + 1$  y retornar al paso 1.

Paso 3. Si hay una solución, entonces resolver la función objetivo 2 sujeta a las restricciones (3)-(5) y parar cuando la última solución es óptima.

Este modelo no es eficiente para largos problemas o sea cuando N es grande. Por lo cual los autores sugieren que para problemas largos el enfoque sea dividir el problema en problemas más pequeños, la división puede ser hecha por el tipo de demanda. Para demandas con ítems en idéntica proporción el corte puede ser idéntico para un pequeño problema que para los demás. Debido a los costos por cambio de material en la industria es preferible minimizar los cambios en el patrón de corte, por lo que hay diferentes maneras de descomponer un largo problema dependiendo de los criterios del área de producción.

Los autores probaron el modelo en un caso real de la empresa, un pedido de diez cosechadoras las cuales requieren los siguientes ítems: 15 piezas de 123 cm, 6 piezas de 103 cm, 6 piezas de 30 cm y 5 piezas de 17 cm. Al tener un N igual a 46 aplicando la fórmula 1 es demasiado largo para que pueda ser resuelto por la computadora de la empresa por lo cual se opta por descomponer el problema y se comienza a analizar la solución para un cosechador.

La solución aplicando las formulas del 3-5 dan como residuo en la última barra una pieza sobrante de 108 cm, pero al aplicar la fórmula 2 obtenemos en la última barra una pieza sobrante de 231 cm de 255 cm posibles lo que significa la última barra concentra el 91% del total de los sobrantes como muestra la tabla 6.

Tabla 6 Solución óptima para el pequeño problema

i	j			
	1	2-3	4	5
1	3	4	1	3
2	1	1	3	0
3	4	0	2	0
4	0	0	6	0
Sobrantes (cm)	8	5	6	231
Cantidad de piezas sobrantes	1	2	1	1

Fuente: Sinuany-Stern y Werner. (1994)

Para la solución completa del problema de la producción de 10 cosechadoras se seguirá el patrón de corte óptimo para las 9 cosechadoras y para la décima cosechadora se usarán las piezas sobrantes de los cortes anteriores, por lo tanto al usar la fórmula 1 se obtiene que se necesitan adicionalmente 2 objetos nuevos que unidos a las piezas sobrantes obtenidas anteriormente pueden abastecer el proceso de corte de la décima cosechadora, donde al aplicar el modelo desarrollado se obtiene la solución que se muestra en la tabla 7. Se obtiene que la cantidad de objetos a usar es de 47 objetos cercano al óptimo de 46 que se hubiera obtenido aplicando la fórmula 1 a todo el problema.

Tabla 7 La solución óptima para los residuos

i	j				
	1-6	7-8	9	10	11
1	1	1	1	4	2
2	1	0	0	0	0
3	0	3	0	0	0
4	0	1	4	0	0
Sobrantes(cm)	5	1	40	108	354
Núm. de piezas sobrantes	6	2	1	1	1

Fuente: Sinuany-Stern y Werner. (1994)

**Caso 3** - *Integer linear programming for a cutting problem in the wood-processing industry: a case study.*

**Autor:** Soren Koch, Sebastian Konig y Gerard Waesher (2009).

En este estudio se desarrolla un modelo para la industria de procesamiento de madera que produce madera laminada y en donde se tienen los siguientes costos a tener en cuenta en la programación de corte: el costo del transporte, el costo de inventario y el costo de los desperdicio, donde el factor de uso de piezas sobrantes en posteriores periodos es crucial para el modelo.

El área de producción al recibir la solicitud verifica si es posible satisfacer la demanda con el inventario de productos terminados o si es necesario producir ítems. Por lo general las grandes demandas resultan en nuevos lanzamientos de producción, mientras las pequeñas demandas pueden ser satisfechos con el inventario de productos, los cuales se debe seleccionar qué objetos usar y cómo realizar el patrón de cortes para cumplir con la demanda de ítems. El segundo caso será considerado en este estudio. Existen dos tipos de productos disponibles en el inventario, los objetos estándares de 24 m y los sobrantes de producciones previas.

En el almacén los productos son guardados en contenedores y una aleatoria política de almacenaje es aplicada. Dentro de un contenedor usualmente se pueden encontrar maderas laminadas de diferente calidad, ancho, altura y longitudes. Si un particular objeto u objetos son requeridos de un contenedor, todo el contenedor completo es trasladado del almacén al área de producción.

El diagnóstico de la empresa es que los procesos de programación y de corte son insuficientes porque actualmente la programación es manual y toma un tiempo de un día completo y porque el promedio de desperdicio de la empresa es del 5% del material usado, mientras que los competidores manejan niveles de desperdicio de alrededor 2%, por lo cual hay una diferencia significativa teniendo en cuenta que un 1% de desperdicio representa a la empresa un costo de 45 000 dólares al año.

Para permitir que el planificador almacene piezas usables dentro de límites aceptables, él es requerido para definir los límites máximos y mínimos para las piezas

sobrantes que se usarán en futuros periodos, los residuos más pequeños que el límite mínimo serán desechadas.

### Índices

- $I$  Índice del conjunto de tipos de ítems
- $J$  Índice de tipos de objetos, donde los objetos estándares son  $(j=0)$  y las piezas sobrantes de periodos previos  $j=1, \dots, n$ , es decir  $J=0,1, \dots, n$
- $K$  Índice del conjunto de casetes
- $P(j)$  Índice del conjunto de todos los posibles patrones de corte que pueden ser aplicados al objeto  $j$ .
- $R(J)$  Índice del conjunto de intervalos que definen las longitudes de los residuos del objeto  $j$ .

### Constantes

- $a_{ijp}$  Número de veces que el ítem  $i$  aparece en el patrón de corte  $p$  para el objeto tipo  $j$ .
- $c^{hand}$  Costo de transporte por casete
- $c^{waste}$  Costo de los desperdicios por unidad de longitud
- $c^{resid}$  Costo de las piezas residuales por unidad de longitud
- $c_{jp}^{trim}$  Costo de los residuos causados por patrón de corte  $p$  para  $j$
- $d_i$  Demanda del ítem  $i$
- $l_i$  Longitud del ítem  $i$
- $s_{jk}$  Suministro del objeto  $j$  en el casete  $k$
- $t_{jp}$  Longitud del residuo de los patrones  $p$  aplicados al objeto  $j$
- $L_j$  Longitud del objeto  $j$

### Variables

- $x_{jp}$  Número de veces que el patrón de corte  $p$  es aplicado a  $j$
- $y_k$  Indicador de la utilización del contenedor  $k$ ; donde toma el valor de 1 si al menos un  $k$  es tomado del contenedor  $k$ , y toma el valor de 0 en caso contrario.

### Parámetros

- $WLMAX$  Máxima longitud del residuo para ser desperdicio
- $ONMAX_j$  Máximo número de objeto  $j$  para ser aceptados en la solución

- $RLMIN_{rj}$  Mínima longitud del residuo en el intervalo  $r$  para ser aceptado una pieza sobrante del objeto  $j$
- $RLMAX_{rj}$  Máxima longitud del residuo en el intervalo  $r$  para ser aceptado una pieza sobrante del objeto  $j$

Los parámetros  $WLMAX$ ,  $RLMIN_{rj}$ ,  $RLMAX_{rj}$  son ingresados antes que el modelo sea generado.  $ONMAX_j$  es iniciado con la data concerniente al inventario disponible de productos disponibles.

Los patrones de corte deben satisfacer las siguientes propiedades:

$$\sum_{i=1}^I l_i a_{ijp} + t_{jp} = L_j$$

$$\sum_{i=1}^I a_{ijp} \geq 1, j \in J$$

$$a_{ijp} \geq 0 \text{ y enteros, } y j \in J, i \in I$$

$$t_{jp} \geq 0, j \in J$$

Un patrón de corte  $a_{ijp}$  es llamado factible para  $j$  cuando es usado completamente, es decir  $t_{jp} = 0$ , o cuando  $t_{jp} \leq WLMAX$  o cuando  $RLMIN_{rj} \leq t_{jp} \leq WLMAX$ .

El modelo es el siguiente:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^J \sum_p^P c_{jp}^{trim} \cdot x_{jp} + \sum_{i=k}^K c^{hand} \cdot y_k \geq 1 \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{j=1}^J \sum_p^P a_{ijp} \cdot x_{jp} = d_i, i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^P x_{jp} \leq \sum_{k=1}^K s_{jk} \cdot y_k, j \in J \quad (3)$$

$$\sum_{p=1}^P x_{jp} \leq ONMAX_j, j \in J \quad (4)$$

$$x_{jp} \geq 0 \text{ y enteros, } j \in J, p \in P(j) \quad (5)$$

$$y_k \in \{0,1\}, k \in K \quad (6)$$

Un parámetro ONMAX es iniciado con el mayor número del inventario y se va reduciendo hasta reducirlo a un valor en el cual un valor menor nos permita resolver el modelo

El modelo fue implementado en una computadora personal Intel P4 con procesador 3.2 GHZ. El modelo se alimenta del conjunto de datos del inventario de la compañía para obtener los valores de  $s$  necesarios para el modelo. Como mejoras se redujo el tiempo de planeamiento de 8 horas a 4 horas, un 50% y durante 6 meses se obtuvo una reducción del 1% en desperdicios por lo que representaría un ahorro anual de 45 mil dólares.



# CAPÍTULO 3. DESCRIPCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE LA EMPRESA

Para la elaboración de este capítulo se ha utilizado, como fuente principal, la guía proporcionada por la misma empresa.

## 3.1 Antecedentes

Se presentará como antecedente la historia de túneles, su construcción y las estructuras actuales usadas para el sostenimiento de túneles para definir el contexto de las costillas de acero y su naturaleza como producto. Después se describirá la empresa en estudio, los productos de sostenimiento de túneles que realiza y por qué hemos elegido a las costillas de acero para el estudio. Finalmente, se describirá el proceso de producción de las costillas de acero, qué tipos de costillas de acero produce la empresa en estudio y un diagnóstico de los problemas que afronta.

### 3.1.1 Túneles

Un túnel puede desempeñar distintas funciones: carretera, ferroviaria, paso pedestre, acueducto, hasta de base militar como el Mando Norteamericano de Defensa Aeroespacial, NORAD (en sus siglas en inglés), entre otros. El arte de la realización de túneles está enlazado en sus orígenes con la minería. Según Bickel et al. (1996) la mina más antigua que se tiene data se localiza en el Reino de Suazilandia, África, en la cual el hombre de Neanderthal ya minaba hematita para usarlas en sus rituales funerarios en el 40 000 A.C. El primer túnel de la historia para fines no mineros, fue el túnel bajo el río Éufrates para comunicar el templo de Belo con el palacio de Semíramis, en la Babilonia de 2200 A.C. El siguiente túnel construido bajo un río fue cuatro mil años después, bajo el Támesis en pleno siglo XIX.

En los últimos cuarenta años se presencia el boom de la ingeniería subterránea, una de sus características es su gran diversificación. Muestra de ello son el túnel Seikan con 54 km de longitud de función ferroviaria, el Eurotúnel que cruza el Canal de la Mancha, uniendo Francia con Inglaterra con finalidad ferroviaria y carretera, los túneles submarinos de carretera bajo los fiordos de Noruega, el túnel ferroviario de San Gotardo que es el túnel ferroviario más largo y profundo del mundo y se encuentra bajo los Alpes, inaugurado en el 2016, etc.

### 3.1.2 Construcción de túneles

La construcción formal de túneles se divide en dos ramas: túneles en roca dura y túneles en terreno blando. El objetivo central en la perforación de túneles en roca dura es horadar el macizo rocoso mediante fracturación, excavación y extracción de la roca. En la actualidad es usual revestir el túnel para una mayor estabilidad.

En el caso de construcción de túneles en terreno blando, la excavación es más sencilla que si se tratará de perforar un frente de roca dura. Sin embargo, la gran dificultad es evitar que el terreno se desmorone dentro del túnel. Siempre teniendo en cuenta factores como la cantidad de agua infiltrada, zonas sísmicas, entre otros factores geológicos que hacen más complejo este proceso.

Se describirá a continuación según Puell (2009). los métodos de excavación más utilizados actualmente.

- **Métodos tradicionales de excavación manual**

Es el método más antiguo de excavación de túneles usando manualmente picos y palas, actualmente es auxiliada con martillos neumáticos, martillos hidráulicos, entre otros. Se ejecutan por fases, y los distintos métodos se distinguen por la secuencia de excavación adaptada a los terrenos e idiosincrasia de cada lugar, por lo que el método tiende a recibir el nombre de su país de origen, por ejemplo: el Método Inglés, el Método Belga, el Método Alemán, el Método Austríaco, el Método Madrid, etc. El Método Madrid fue utilizado para la ampliación del Metro de Madrid en el 2009.

- **Método de excavación mediante perforación y voladura**

Este método es para túneles de rocas muy resistentes y abrasivas. Se taladra el frente, se introducen los explosivos y se detonan. La energía liberada rompe la roca, posteriormente se debe ventilar y retirar los escombros.

- **Métodos mecanizados mediante rozadoras y tuneladoras.**

Las rozadoras o minadoras son máquinas de excavación que poseen una cabeza rotatoria con picas de fricción, montada sobre un brazo articulado. Excava pequeños trozos del terreno, de resistencia media a blanda, que se recogen de forma automatizada. Va montado sobre un chasis móvil generalmente de orugas para garantizar su estabilidad y el desplazamiento por el interior del túnel.

Actualmente las rozadoras se utilizan en terrenos de resistencia media-blanda y

obras de longitudes pequeñas. En la figura 6 se muestra la rozadora en plenas funciones.



Figura 6 Rozadora

Fuente: González (2010)

Las tuneladoras, conocidas también como T.B.M (*tunnel boring machine*), son máquinas que automáticamente excavan, retiran el escombro y colocan revestimiento (dovelas), muchísimo más eficientes y automatizadas que las rozadoras pero más costosas también. No existen tuneladoras universales sino solo especializadas para roca, para suelos y para condiciones especiales. Un ejemplo famoso del uso de las tuneladoras fue su empleo en la construcción del Eurotúnel. En la figura 7 se muestra una tuneladora en plenas funciones.

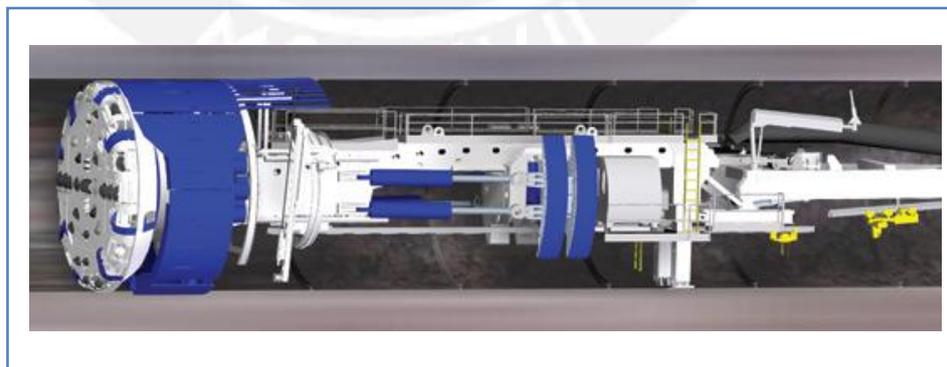


Figura 7 Tuneladora

Fuente: Robbins (2012)

Cabe mencionar que el método específico o una combinación de métodos que se decidirá utilizar dependen de la interpretación geológica-geotécnica, del terreno y de los costos.

### 3.1.3 Sostenimientos de túneles

Al excavarse un túnel se producen convergencias, porque la tensión disminuye conforme se va avanzando y aumenta a la vez la deformación. Esta deformación del túnel produce cambios en el comportamiento mecánico del terreno y cambios en el flujo y presión del agua circundante.

El sostenimiento a veces llamado entibación, trabajará en sentido contrario a las convergencias ejerciendo fuerzas radiales hasta llegar a un nuevo equilibrio. Sin embargo, la capacidad resistente del sostenimiento será menor que la colaboración del terreno circundante. El sostenimiento también evita que el terreno pierda sus propiedades resistentes al evitar que se deforme e incluso las puede mejorar. Adicionalmente protege en el caso de posibles desprendimientos rocosos o de tierra.

Entre los sostenimientos más comunes están los elementos de madera como las tablas, puntales, cuñas etc. Para sostenimientos provisionales, y como sostenimientos permanentes, las costillas de acero, bulones, hormigón proyectado (gunita), etc. Se suelen emplear de forma combinada.

Después del sostenimiento puede ser necesario por condiciones físicas o estéticas un sostenimiento secundario definitivo llamado revestimiento. Regularmente el revestimiento se ejecuta con hormigón encofrado. El sobre costo del revestimiento puede llegar al 30% del costo de un túnel según los estudios de Puell (2009).

A continuación, se detallarán los sostenimientos más importantes que pueden actuar provisionalmente o permanentemente.

- **Costillas de acero**

Las costillas de acero son llamadas cimbras en Perú, cerchas en España y variados nombres en toda Hispanoamérica. En este trabajo se decide optar por el nombre de costillas de acero que es usado en Bickel et al. (1996). Las costillas de acero son arcos de acero que se ajustan al diámetro de la excavación dándole soporte y seguridad. Se ponen en contacto con el terreno, apoyadas firmemente en el suelo del túnel. Para facilitar su colocación se separan en varios segmentos, los cuales en el interior del túnel se unen. Normalmente van separadas a

distancias entre 0,5 metros y 1,5 metros.

Bickel et al. (1996) en su guía sobre ingeniería de túneles ofrece como ejemplos del uso de las costillas de acero algunos segmentos de los túneles del metro de los Ángeles y en el túnel de *Berkeley Hills* en San Francisco.

Existen varios tipos de costillas de acero en función de su sección transversal, tipo TH, tipo HEB, reticuladas, etc (Puell, 2009), se procede a describir las costillas de acero más producidas por la empresa en estudio.

**TH:** esta costilla de acero tiene un perfil omega y es la más empleada tanto para construcción de túneles como para minería. Los ítems se unen muy rápido por medio de unas grapas especiales que permiten acomodar el desarrollo de la costilla de acero a la geometría real que se ha obtenido en la excavación.

**HEB:** se trata de los mismos perfiles empleados en estructuras de edificación conformados con distintos radios de curvatura. Tienen mayor inercia y recurriríamos a ellas cuando las TH no alcancen la inercia necesitada. Se adaptan peor. La unión es algo más complicada que en las TH porque se realiza con chapa de unión y tornillos.

**Reticuladas:** están formadas por una retícula de barras de acero soldadas entre sí de forma que estas cerchas consiguen grandes inercias con poco peso. El solape entre arcos se efectúa mediante tornillos con lo que presentan el mismo inconveniente que las cerchas HEB.

Las ventajas de las costillas de acero es que logra definir claramente la geometría del túnel lo que ayuda a conseguir los espesores adecuados del hormigón proyectado y a evitar las sobre-excavaciones.

En la figura 8 se muestra costillas de acero TH instaladas en un túnel y que posteriormente fueron recubiertas por hormigón para proporcionarle mayor resistencia de sostenimiento.



Figura 8 Costilla de acero TH

Fuente: Tedesa (2012)

- **Planchas Bernold**

Entre cada dos costillas de acero se puede colocar una plancha metálica tipo Bernold. Se trata de planchas que se usan como encofrado perdido para sostenimiento o para rellenar huecos. Luego se debe gunitar para evitar la oxidación superficial. Equivalen a una armadura de acero en el hormigón.

El gunitado consiste en proyectar hormigón a alta presión, lo que permite que el hormigón se adhiera fácilmente a cualquier tipo de superficie.

En la figura 9 se muestra un túnel con costillas de acero HEB y con planchas Bernold que han sido gunitadas para un mejor sostenimiento.



Figura 9 Costilla de acero HEB con planchas Bernold y hormigón.  
Fuente: Tedesa (2012)

- **Bulones**

Los bulones, también llamados pernos, son anclajes de barra que se alojan en el interior de la roca y que adhieren a ella. Trabajan cuando se deforma el terreno. Tienen un efecto de cosido de juntas pero también de confinamiento sobre el macizo. Existen varios tipos de bulones de acuerdo al mecanismo con que se adhieren a la roca y de su capacidad de soporte.

- **Hormigón proyectado**

También llamado gunita, puede ser usado solamente para el sostenimiento de túneles ya que sella rápidamente la superficie y evita la alteración y descompresión. Se puede incorporarle fibras de acero para mejorar las características resistentes del hormigón proyectado.

- **Mallas electrosoldadas**

También llamado mallazo en Perú son barras de acero corrugado unidas mediante electrosoldadura. La distancia entre la malla de acero y la pared de

hormigón proyectado estará comprendida entre 2 y 7 cm y la última capa de mallazo del sostenimiento se suele recubrir con un grueso mínimo de 3 cm de hormigón proyectado para protegerla de la oxidación

- **Anillo de dovelas**

Las dovelas pueden estar hechas de diferentes materiales, como ladrillo o piedra. Actualmente se elaboran en hormigón armado o pretensado. En el caso de las T.B.M., el propio sistema constructivo hace que el sostenimiento con anillos de dovelas sea el revestimiento definitivo.

En la figura 10 se muestra un ejemplo de un túnel en el metro de Delhi que se ha revestido por dovelas

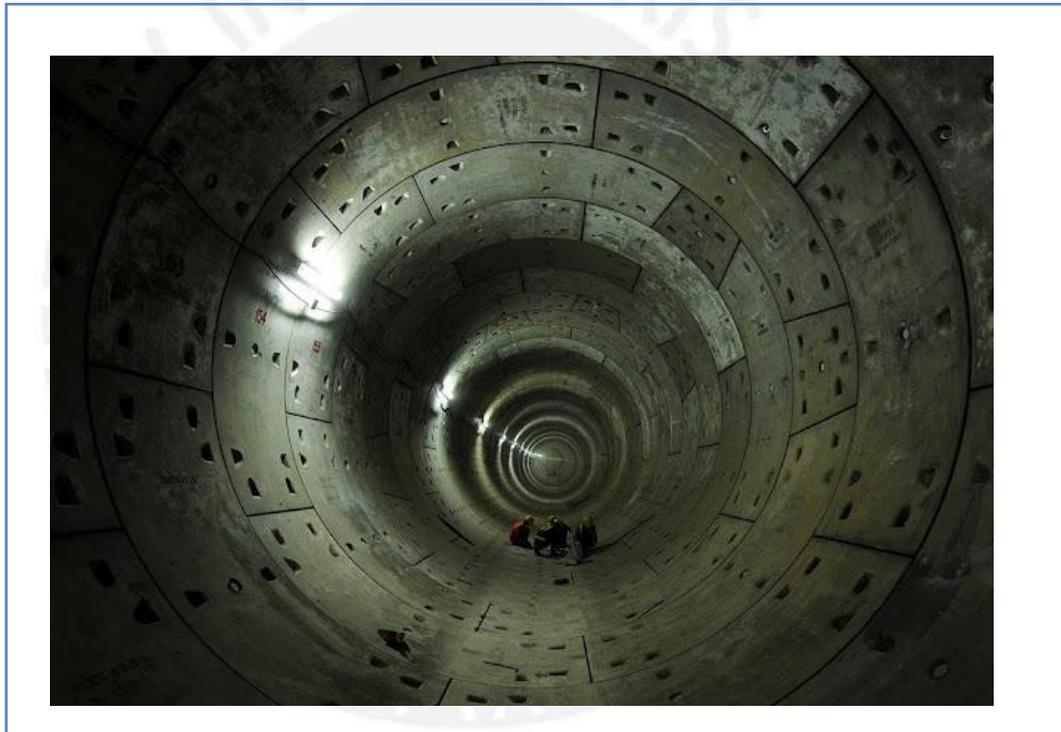


Figura 10 Dovelas en el túnel del metro de Delhi, India

Fuente: Montaral (2010)

### 3.2 La Empresa

Este estudio se realiza en una empresa metalmeccánica localizada en el Callao que tiene diez años desde su fundación, una cantidad aproximadamente de 150

trabajadores y se dedica especialmente a la fabricación de elementos y accesorios para el sostenimiento de túneles pero, también produce otros tipos de productos para diversos sectores industriales, sector minero, sector pesca, sector construcción, etc. Cuenta con dos plantas cercanas, en la primera planta se encuentran las oficinas administrativas, la producción de planchas de tipo Bernold, mallas electrosoldadas, entre otros y una pequeña planta de fundición. En la segunda planta se fabrican costillas de acero, bulones, entre otros.

La empresa todavía no ha diseñado su organigrama. A continuación se mostrará la misión y visión de la empresa, los cuales aún no son oficiales.

### **Visión**

Ser el producto líder a nivel nacional de elementos y accesorios para el sostenimiento de túneles en el año 2020. (Elaboración propia).

### **Misión**

Satisfacer las necesidades de nuestros clientes con la mejor calidad y servicio del mercado con nuestros elementos y accesorios para el sostenimiento de túneles. (Elaboración propia).

#### **3.2.1 Productos**

Los principales productos que ofrece **La Empresa** son:

- Costillas de acero HEB y reticuladas
- Bulones
- Planchas de tipo Bernold y acanaladas
- Mallas electrosoldadas
- Servicio de rolado

Las costillas de acero, las planchas y las mallas son producidos a pedido, unicamente los bulones son producidos por lote.

En la figura 11 se muestra los ingresos en dólares por producto en 2014 y se logra apreciar que las costillas de acero son el producto que más impacto tiene en las ventas con un 65% sobre el total de productos.

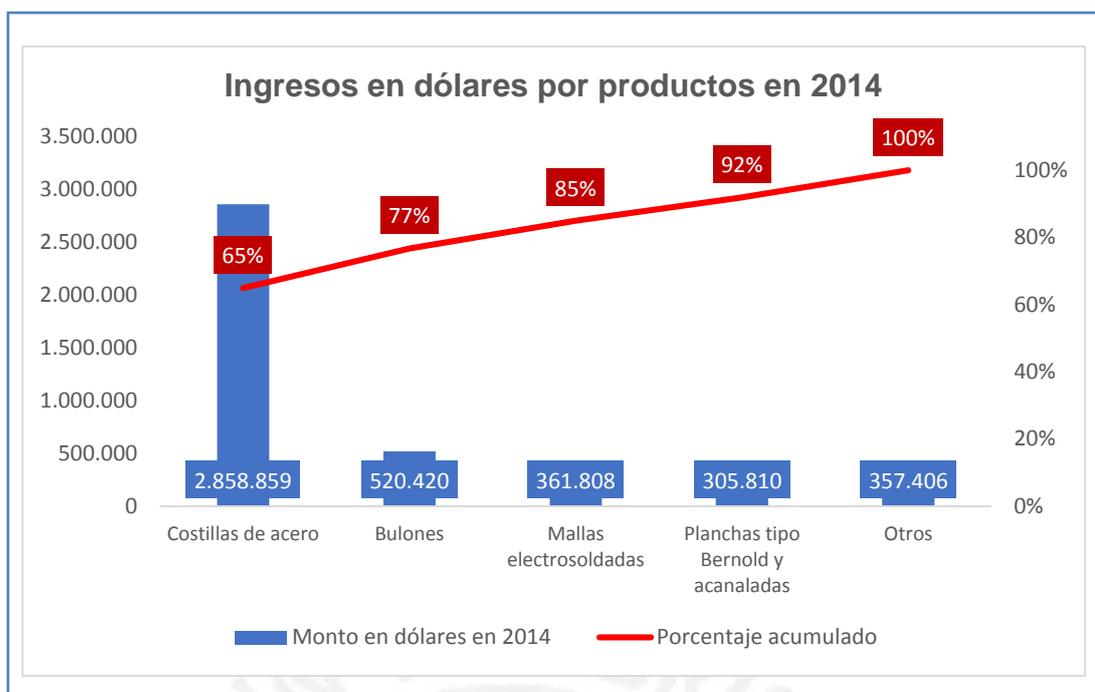


Figura 11 Ingresos en dólares por producto en 2014

Fuente: Formín (2014)

Los principales clientes de **La Empresa** que demandan costillas de acero son:

- Cía. Minas Buenaventura S.A.A.
- Cía. Minera Dynacor del Perú S.A.C.
- Cía. Minera Poderosa S.A.
- Minera Aurífera Retamas S.A. (MARSA)
- Sociedad Minera Corona S.A.
- Cía. Minera Odebrecht S.A.A
- Cía. Minera Caudalosa S.A.
- Cía. Minera Castrovirreyna S.A.
- Cía. Minera Raura S.A.
- Catalina Huanca Sociedad Minera S.A.C.
- Grupo Hoschild S.A.C. (Minera Arcata, Selene y Ares)

### 3.2.2 Descripción de las costillas de acero producidas

La Empresa produce costillas de acero HEB y reticuladas bajo pedido, ya que se trata de un producto personalizado y muy heterogéneo, con grandes diferencias entre los pedidos y dentro del mismo pedido, en su geometría.

Los ítems en las costillas de acero HEB están compuesto por vigas de perfil HEB unidos a través de una placa de empalme con 4 pernos de  $\frac{3}{4}$  de pulgada de diámetro. Los ítems en las costillas de acero reticuladas están unidos por soldadura MIG/MAG y los segmentos grandes por platinas y tornillos. Los cortes de los ítems se realizan manualmente por oxicorte produciéndose un alto nivel de residuos. La cantidad de los objetos necesarios para satisfacer la demanda son elegidos de manera empírica, pidiendo solamente vigas de 9 metros o de 12 metros o barras de acero liso de 6 metros y barras de acero corrugado de 9 metros.

En las figuras 12 y 13 se grafican como ocurren las uniones de ítems tanto en costillas de acero HEB como en costillas reticuladas.

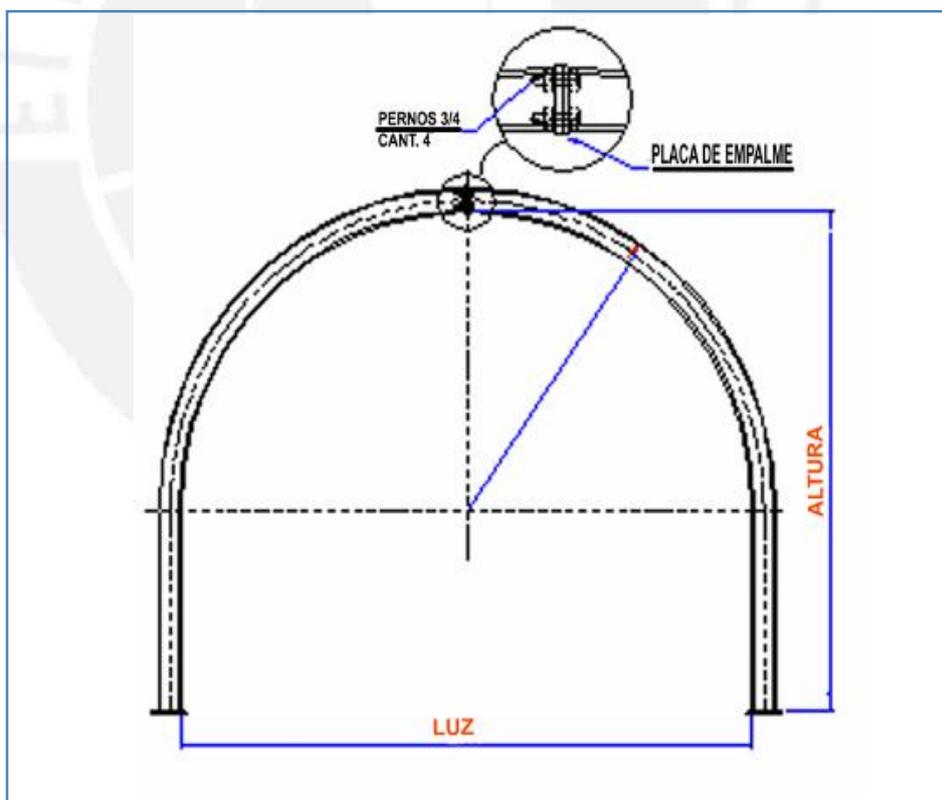


Figura 12 Unión de ítems en las costillas de acero HEB  
Fuente: Formín(2014)

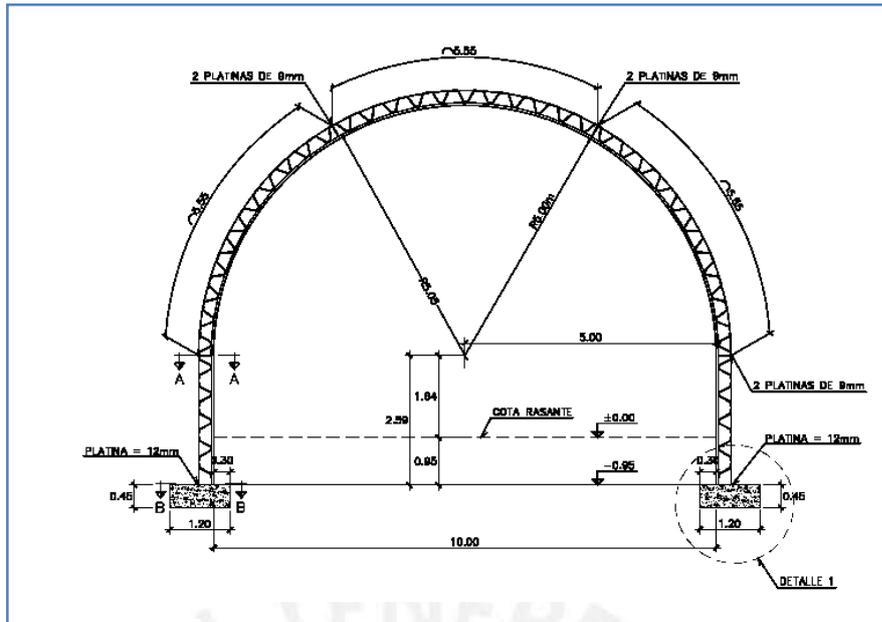


Figura 13 Unión de ítems en las costillas de acero reticuladas

Fuente: Formín (2014)

Las designación de las costillas de acero ocurre de la siguiente manera: Luz interior (pie) x Altura (pie) / Tipo de viga x libraje de viga. Ejemplo: 3 x 3.5 H6 x 20 Lb/pie

En la figura 14 se muestra varios ejemplos de diferentes geometrías que se pueden configurar para las costillas de acero HEB.

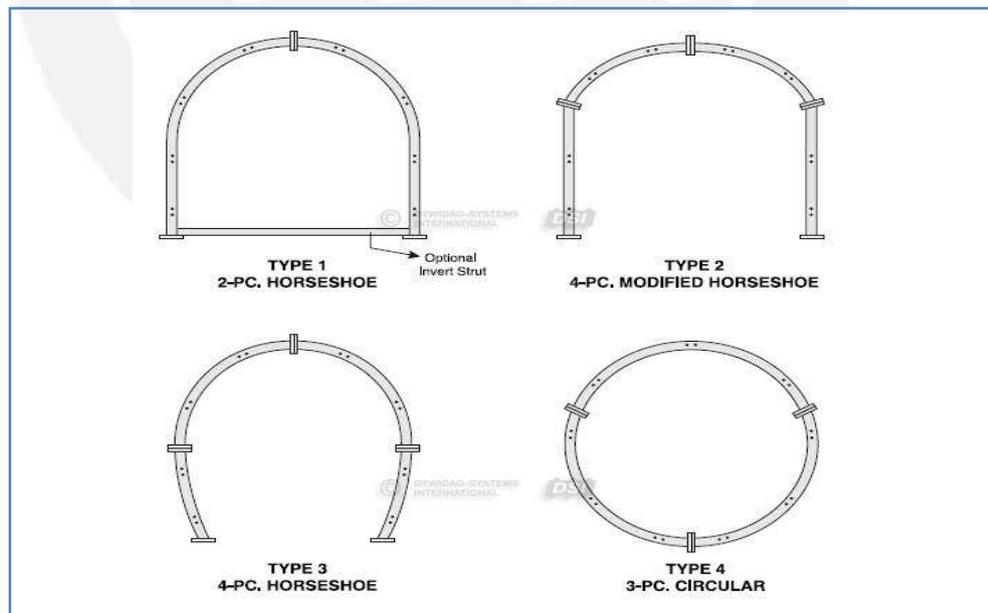


Figura 14 Ejemplo de formas de costillas de acero HEB

Fuente: DSI (2012)

Si el suelo es muy inestable y hay riesgo de que se adhieran mal en el terreno por las altas cargas que soportan, se les adhiere una estructura llamada “pata de elefante” a la costilla de acero HEB. Este reforzamiento consiste en realizar un ensanchamiento de la sección transversal, soldando un trozo de perfil, y de esta manera se consigue ampliar la sección de apoyo. Esta “pata de elefante” tendrá las dimensiones que el cliente crea conveniente según sus estudios para un mayor soporte en el caso eligiesen que son necesarias.

En la figura 15 se muestra un ejemplo de patas de elefante adheridas a una costilla de acero HEB



Figura 15 “Patas de elefantes”

Fuente: Puell (2009)

Según el estudio geológico-geotécnico, el cliente decidirá el empleo de soleras invertidas o no. Su función es evitar que las costillas de acero se deformen por la presión lateral del túnel

En la figura 16 se esquematiza un ejemplo del uso de soleras entre dos costillas de acero.

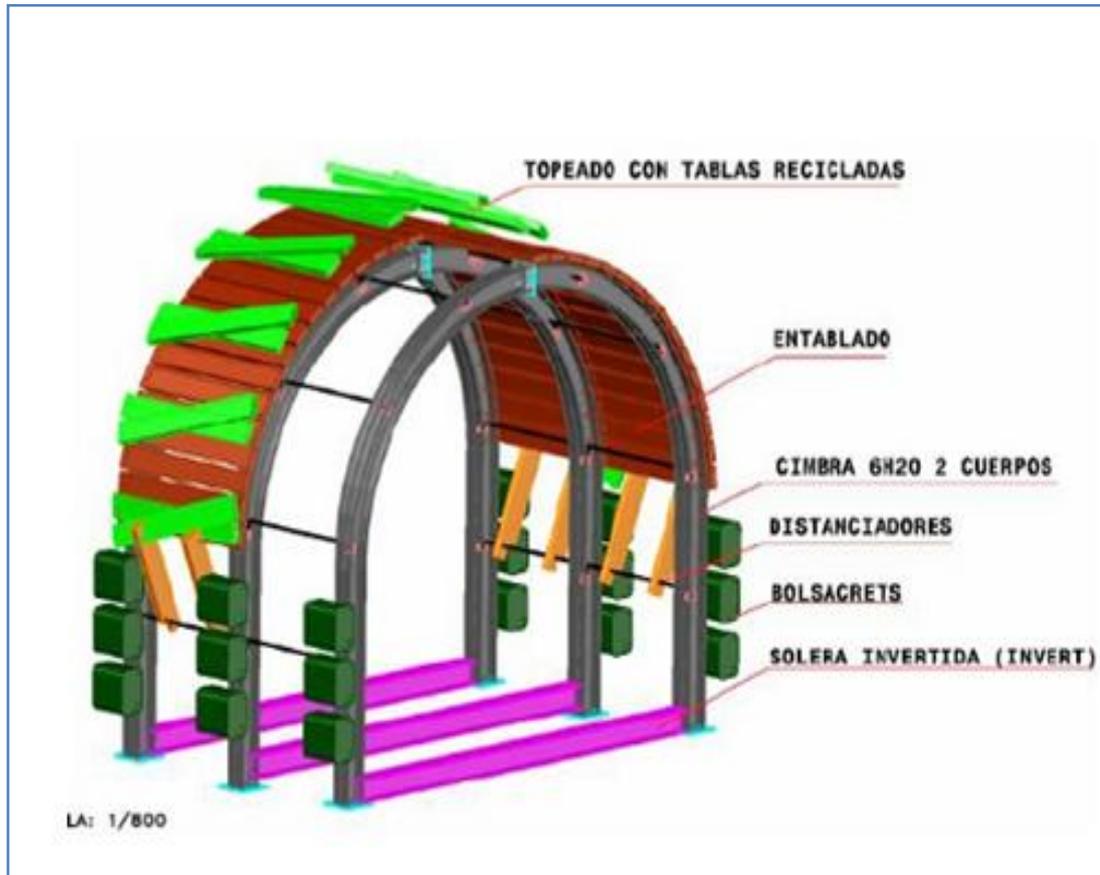


Figura 16 Empleo de soleras en las costillas de acero  
Fuente: Formín (2014)

Cabe mencionar que las vigas que conforman las costillas de acero tienen límites de curvado en frío para no comprometer la resistencia estructural ni de las partes ni la costilla de acero. En caso contrario sino se respetara estos límites se produciría un producto de muy mala calidad ya que no podrían cumplir su función por naturaleza, sostener túneles

Las capacidades del curvado en frío de perfiles HEB se muestran en la figura 17.

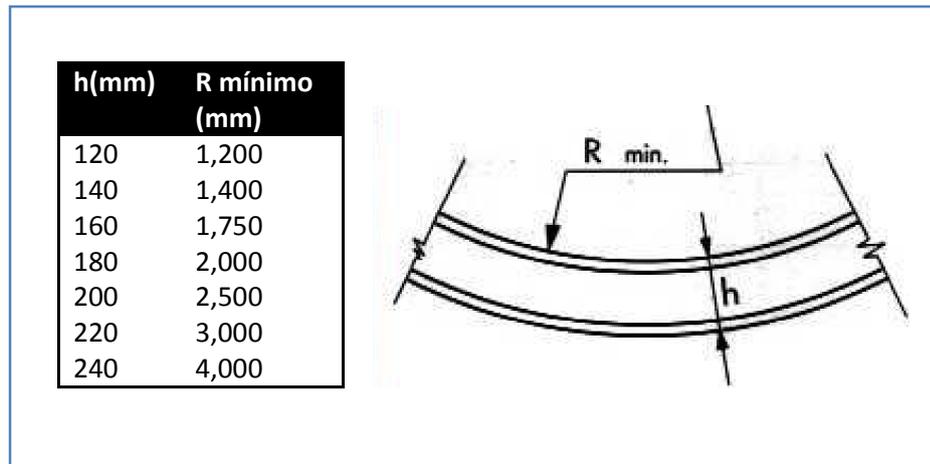


Figura 17 Capacidad de curvado en frío de perfiles HEB  
Fuente: Formín (2014)

Las costillas reticuladas están formadas por una retícula de barras de acero liso y corrugadas soldadas entre sí. Se usa barras de fierro liso de 1", 3/4", 1/2" y 3/8" x 6 metros de largo. Se usa barras de fierro corrugado de 1", 3/4" y 3/8" x 9 metros de largo.

En la tabla 8 se mostrará las relaciones geométricas y técnicas de las retículas que **La Empresa** utiliza actualmente para producir las costillas de acero reticuladas.

En la figura 18 se muestra las relaciones geométricas que deben cumplirse dentro de la retícula, las barras con diámetro D1 y D2 son de acero corrugado y las barra con diámetro d son de acero liso.

Tabla 8 Características técnicas de las retículas

TIPO	D1	D2	d	B	H	A	G	e	lx	Wx	ly	Wy
	mm	mm	mm	mm	mm	mm <sup>4</sup>	kg/m	cm	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>
TE-50	20	25	10	100	95	11,19	10,1	5,32	148	28	104	21
	20	32	10	100	102	14,32	12,6	5,27	210	40	107	22
TE-70	20	25	10	142	115	11,19	10,3	6,44	239	37	237	33
	20	32	10	142	122	14,32	12,8	6,39	332	52	240	34
TE-95	20	25	10	180	140	11,19	10,6	7,84	384	49	405	45
	20	32	12	180	147	14,32	14	7,8	523	67	409	45
TE-115	20	25	12	200	160	11,19	11,86	8,97	527	59	512	51
	20	32	12	200	167	14,32	14,32	8,9	708	79	515	52
TE-130	20	25	12	220	175	11,19	12,06	9,8	644	66	631	57
	20	32	12	220	182	14,32	14,52	9,7	865	89	635	58

Fuente: Formín (2012)

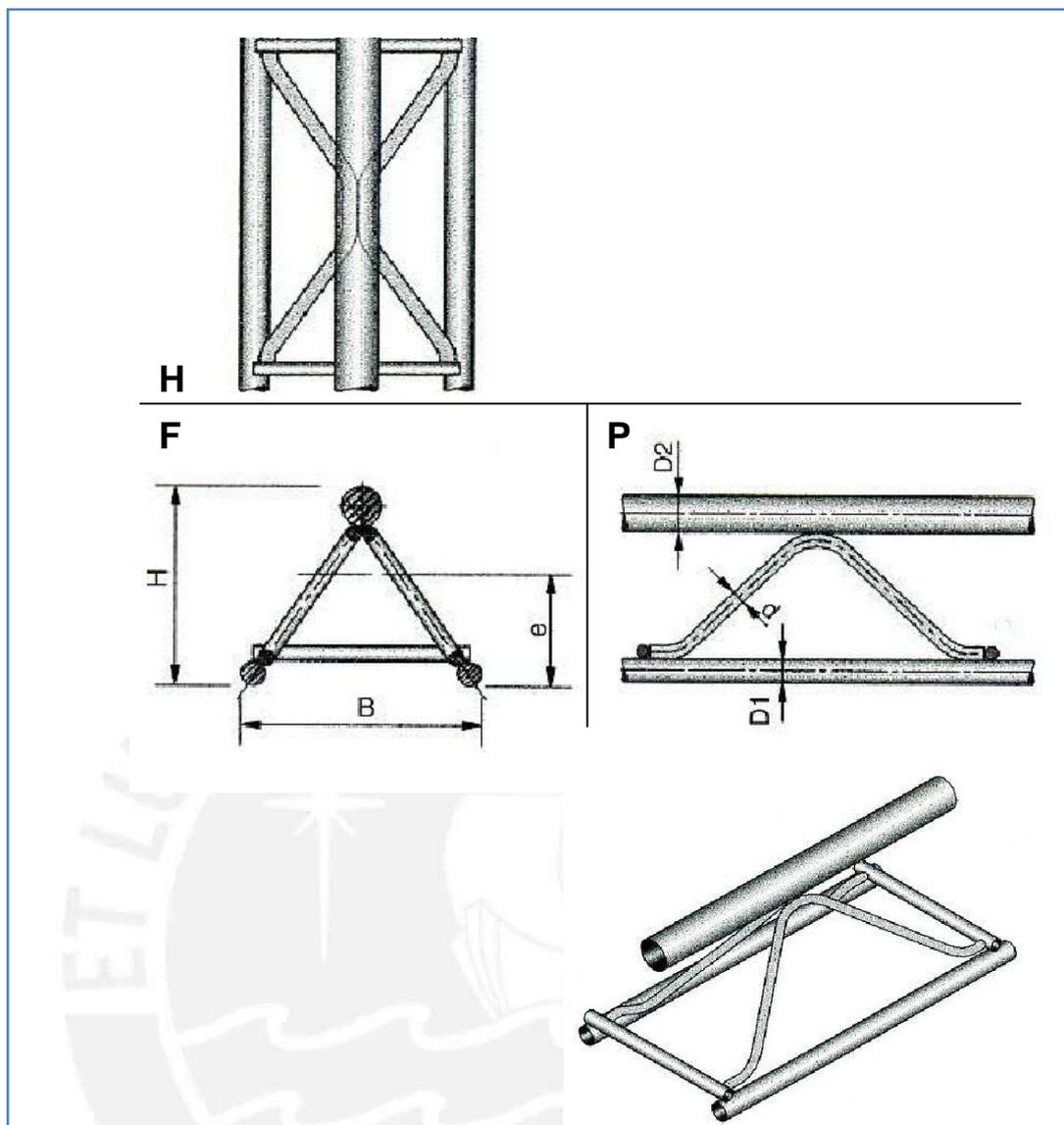


Figura 18 Dibujo isométrico de una retícula  
Fuente: Formín (2014)

#### 2.2.4 Diagnóstico de la empresa

Según la figura 11 el producto más vendido son las costillas de acero con un 65 % del total de los ingresos en 2014, de los cuales el 75% de costillas producidas son del tipo HEB porque es la más confiable en el sostenimiento de túneles. Por este motivo se hará un diagnóstico de la producción de este producto. A continuación en las figuras 19, 20 y 21 se esquematizan el sistema de planeamiento actual y los procesos de producción tanto de las costillas HEB como de las costillas reticuladas.

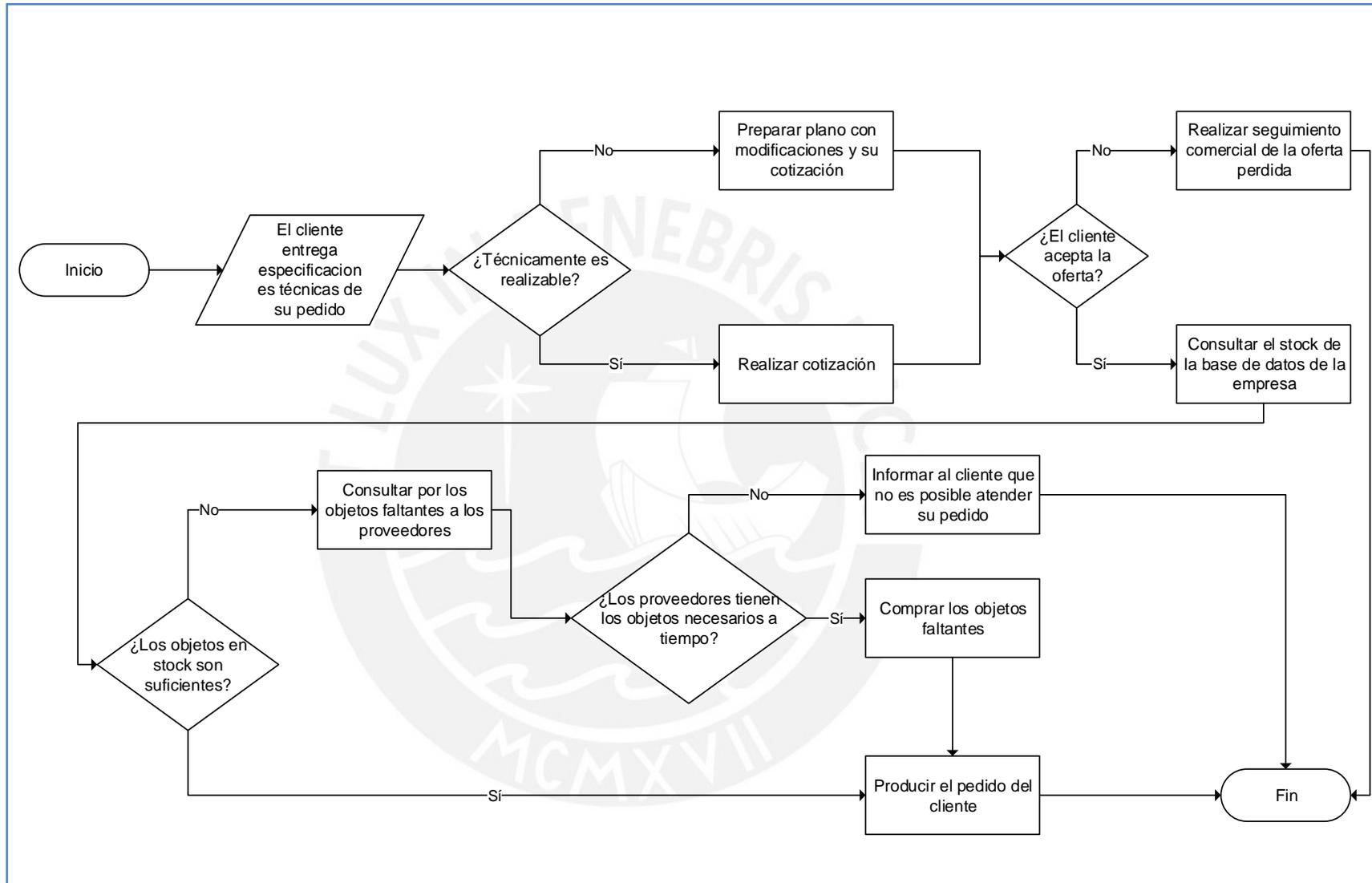


Figura 19 El sistema actual de producción de costillas de acero  
Elaboración propia

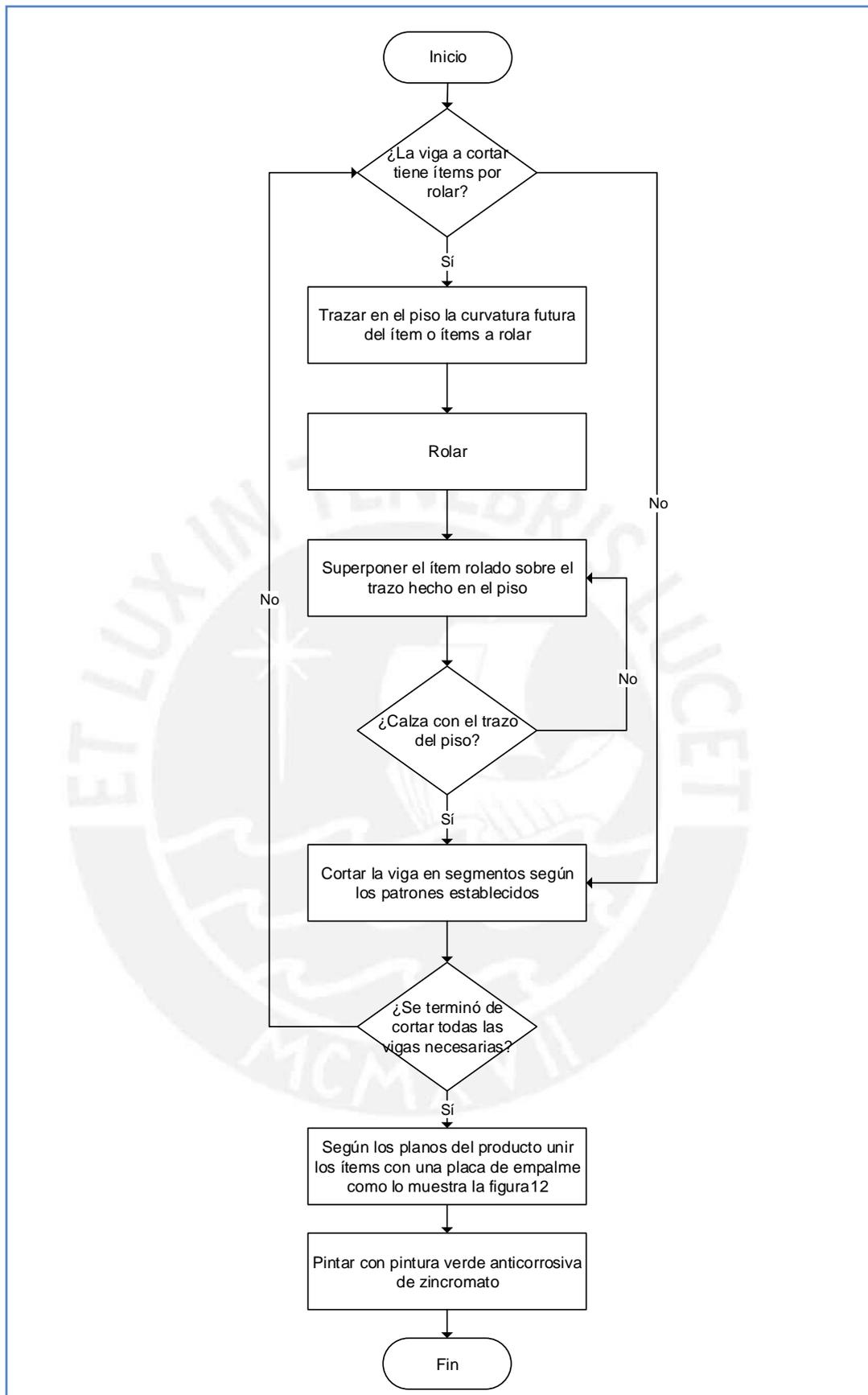


Figura 20 Algoritmo actual de la producción de costillas de acero HEB  
Elaboración propia

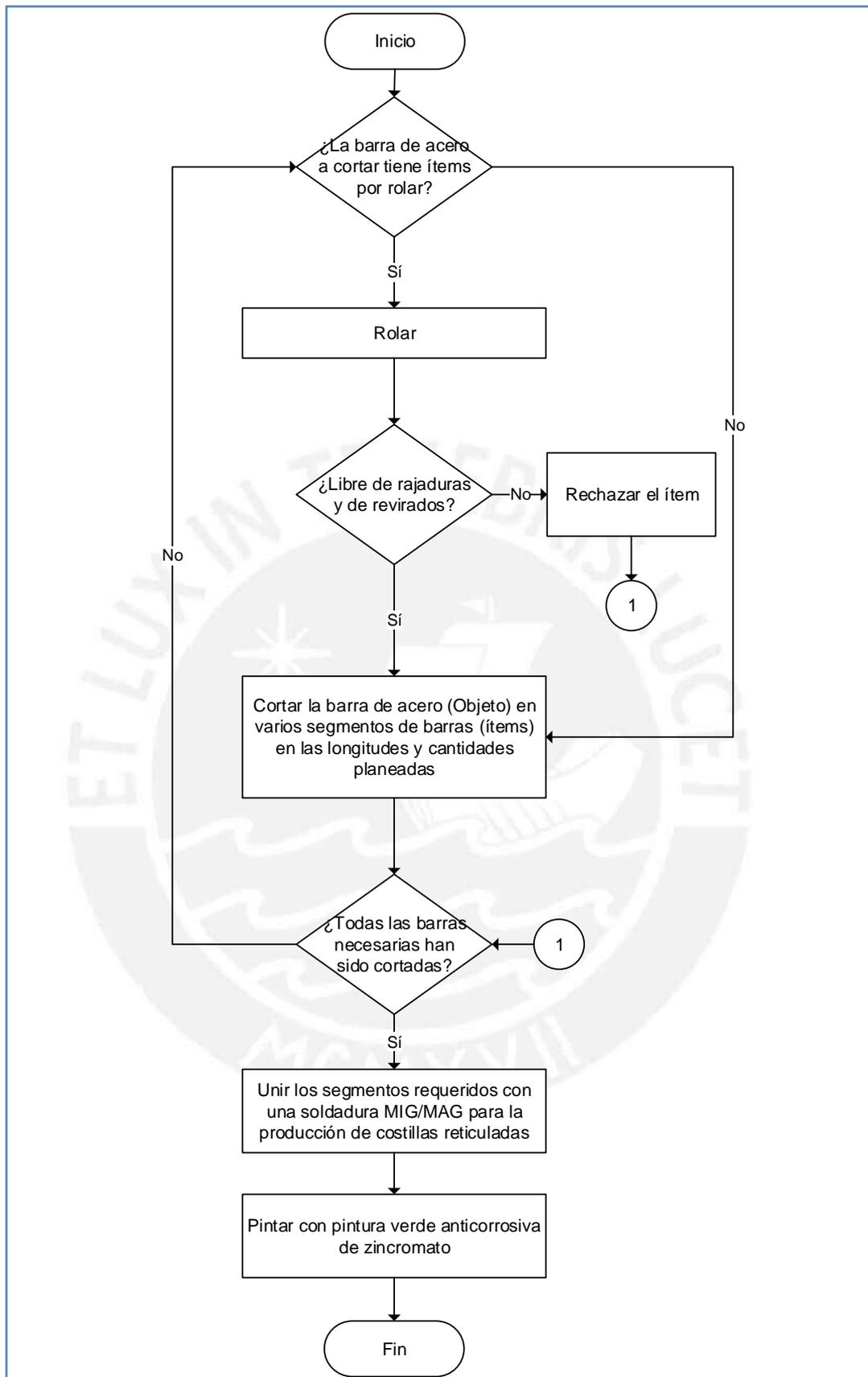


Figura 20 Algoritmo actual de la producción de costillas de acero reticuladas

Fuente: Formín (2014)

Para la planificación de la producción de los dos tipos de costillas de acero se identifican los siguientes datos como entradas

- Datos sobre materiales: Información asociada al pedido (clientes, plazos de entrega, cantidades y longitud de la materia prima necesaria, tipo de la materia prima, etc.) y datos sobre disponibilidad de material en el almacén y en proveedores
- Procedimientos, normas, guías, etc.
- Recursos con los que se cuenta para la preparación del pedido: maquinaria, mano de obra, etc.

Como salidas se tienen

- Pedido: costillas de acero a la medida.
- Datos de control: medida de los recursos utilizados e indicador de satisfacción del cliente.

Este proceso de planificación de la producción demora actualmente aproximadamente 4 horas y no se tiene un inventario de los residuos que pueden usarse en futuros periodos de producción, lo que podría reducir sustancialmente el uso de materia prima.

En el proceso de corte se identifica que actualmente se desperdicia aproximadamente el 8% de la materia prima lo que es un porcentaje muy alto y que el trato de los desperdicios como de las piezas almacenadas es muy desordenado tal como se logra visualizar en la figura 22.



Figura 21 Residuos del proceso de corte en la producción de costillas de acero HEB y reticuladas

Fuente: Formín (2014)

Por lo tanto, se puede identificar dos problemas básicos que habría que resolver en lo que se refiere al proceso del corte en la producción de costillas de acero:

- Necesidad de determinar un programa de producción eficiente: Consistirá en el establecimiento de patrones de corte óptimos, de modo que se reduzcan los residuos y se minimicen los objetos.
- Mejora de los procedimientos: se propone la aplicación de la metodología japonesa de las 5" s": clasificación, orden, limpieza, estandarización y disciplina para resolver los siguientes problemas identificados:
  - Subutilización del espacio disponible.
  - Poca limpieza en la planta.
  - No existe un sistema de identificación de materiales ni de inventarios de piezas residuales a usar en futuros periodos.
  - No existe un almacén propio para la materia prima ni para los productos terminados, sino que son esparcidos en algún rincón de la planta.



## CAPÍTULO 4. DESARROLLO DEL MODELO

En el capítulo 3 se determinó que las costillas de acero representan el 65 % de las ventas totales en el año 2014. Su problemática es que genera un alto nivel de desperdicio de la materia prima. Por lo tanto, se desarrollará la formulación del modelo matemático abstrayendo del mundo real las particularidades del proceso para obtener desde sus variables, sus restricciones de demanda, capacidad, disponibilidad, detalles geométricos del producto final y la función objetivo.

### Características generales del proceso de corte

- La materia prima que la empresa en estudio puede comprar a sus proveedores para satisfacer la demanda de sus clientes son vigas de 6 y 9 metros.
- En la etapa de planeamiento del proceso de corte se tiene que incluir con mayor prioridad a las piezas sobrantes de cortes anteriores como objetos.

### Política de residuos

- Los residuos generados por el proceso de corte se clasificarán en dos tipos, piezas sobrantes y desperdicio. Las piezas sobrantes se llamarán a las piezas que serán almacenadas para volver a reutilizarse en los sucesivos procesos de corte, mientras que el desperdicio se llamará a los residuos que se desecharán y dejarán de existir en los sucesivos procesos de corte. El parámetro  $S_{min}$  indicará la mínima longitud en la cual los residuos pueden clasificarse como piezas sobrantes. Las longitudes que un residuo debe tener para ser considerado un desperdicio deben ser menores al parámetro  $S_{min}$ , porque estas longitudes son tan pequeñas que es muy improbable que puedan ser utilizadas en los próximos procesos de corte y por lo tanto carece de sentido almacenarlas.
- El costo por metro de piezas desperdiciadas ( $C_d =$  Costo de desperdicio) se considera mayor al costo de las piezas sobrantes ( $C_i =$  Costo de inventario) que se almacenarán para ser usadas en próximos procesos de cortes.

### Optimizar

Los principales objetivos a optimizar: son:

- Minimizar los costos de la función de residuos (A)
- Maximizar el uso de piezas sobrantes de anteriores procesos de corte (B)
- Minimizar el uso de materia prima (C)

Se utilizará el proceso de jerarquía analítica para poder clasificar según su importancia en costos los objetivos a optimizar.

En la elaboración de la matriz de comparaciones pareadas se califican como más importantes la B y C que A porque en el caso de B al usar piezas de anteriores procesos evita comprar nueva materia prima y la C porque se enfoca principalmente de reducir la compra de materia prima. El objetivo B se considera más importante que el C porque ayudará a reducir costos de materia prima y los costos de inventarios por seguir almacenando piezas sobrantes. Las comparaciones descritas se esquematizan matemáticamente en la tabla 9.

Tabla 9 Matriz de comparaciones pareadas

	A	B	C
A	1.00	0.20	0.5
B	5.00	1.00	2.00
C	2.00	0.50	1.00

Elaboración propia

De la tabla 9 se suman las tres filas por ejemplo en la fila A obtenemos 8, en la fila B obtenemos 1,7 y en la fila C obtenemos 3,5. Posteriormente cada valor de la tabla 9 será dividido por la sumatoria de la fila que le corresponde, por ejemplo la relación de B con A es dividido por la sumatoria de la fila A que es 8, por lo tanto  $5/8$  resulta 0,63 y con la misma lógica calculamos los demás datos hasta completar la tabla 10 que se llama matriz normalizada.

Tabla 10 Matriz normalizada

	A	B	C
A	0,13	0,12	0,14
B	0,63	0,59	0,57
C	0,25	0,29	0,29

Elaboración propia

Finalmente calculamos los promedios por fila y obtenemos los resultados que se muestra en la tabla 11 donde se obtiene los siguientes pesos ordenados por importancia en función a su contribución económica con la empresa con un nivel de consistencia aceptable (CR) = 0. El objetivo B que maximiza el uso de piezas sobrantes de anteriores procesos de corte se considera el más importante de todo y tiene sentido porque este objetivo evitará comprar nueva materia prima lo que se

traduce en ahorros económicos.

Tabla 11 Resultados del análisis jerárquico

Pesos	
B	0,60
C	0,29
A	0,13

Elaboración propia

### Supuestos:

- No se permite cancelación del pedido de costillas de acero una vez iniciado el planeamiento
- No se generan ítems con medidas defectuosas provenientes del proceso de corte.
- No se generan costillas de acero defectuosas que obligue a realizar reprocesos.

Antes de empezar con la formulación del modelo definiremos sus índices, constantes, variables de decisión y parámetros.

### Índices

- I Conjunto de tipos de ítems demandados.
- I Índice  $i \in I$ .
- J Conjunto de tipos de objetos
- j Índice  $j \in J$ , donde los objetos estándares son ( $j=0$  y  $j=1$ ) cuando  $j$  es 0 se refiere a la viga de 6 metros y cuando  $j$  es 1 se refiere a la viga de 9 metros y las piezas sobrantes de periodos previos  $j=2, \dots, n$ , es decir  $J=0,1, \dots, n$ .
- P(j) Conjunto de todos los posibles patrones de corte que pueden ser aplicados al objeto  $j$ .
- p Índice  $p \in P$
- h Índice del periodo de tiempo.

### Constantes

- $a_{ijp}$  Número de veces que el ítem  $i$  aparece en el patrón de corte  $p$  para el objeto tipo  $j$ .
- $d_i$  Demanda del ítem  $i$
- $l_i$  Longitud del ítem  $i$
- $t_{jp}$  Longitud del residuo de los patrones  $p$  aplicados al objeto  $j$

- $L_j$  Longitud del objeto.
- $Q_j$  Cantidad de objetos  $j$  en el inventario.
- $c_{jp}^{trim}$  El costo relacionado con el nivel de residuo que tiene el patrón  $p$  aplicado al objeto  $j$ .

### Variables de decisión

- $x_{jp}$  Número de veces que el patrón de corte  $p$  es aplicado a  $j$ .
- $y_1$  Cantidad de vigas de 6 metros utilizadas.
- $y_2$  Cantidad de vigas de 9 metros utilizadas.

### Parámetros

- $S_{min}$  Mínima longitud del residuo para ser aceptado una pieza sobrante del objeto  $j$ .
- $Cd$  Costo de los desperdicios por metro.
- $Ci$  Costo de las piezas residuales por metro.

Antes de detallar el modelo matemático, definiremos los patrones de cortes que es un vector columna que indica una forma de cortar un objeto específico en una combinación factible de tipos y cantidades particulares de ítems, los cuales deben de satisfacer las **siguientes condiciones**:

1.  $\sum_{i \in I} l_i a_{ijp} + t_{jp} = L_j$
2.  $\sum_{i \in I} a_{ijp} \geq 1, j \in J$
3.  $a_{ijp} \geq 0$  y enteros,  $j \in J, i \in I$
4.  $t_{jp} \geq 0 j \in J$

Un patrón de corte  $a_{ijp}$  produce residuos llamados  $t_{jp}$  con costos que se clasifican y agrupan en la variable  $c_{jp}^{trim}$  dependiendo de los casos:

- $t_{jp} = 0$
- $0 < t_{jp} < S_{min}$  entonces estas piezas son desechadas y toma un costo total de  $Cd * t_{jp}$
- $S_{min} \leq t_{jp}$  entonces estas piezas son almacenadas para un proceso posterior y toma un costo total el valor de  $Ci * t_{jp}$

Se describe el procedimiento de generación de patrones de corte en la figura 23.

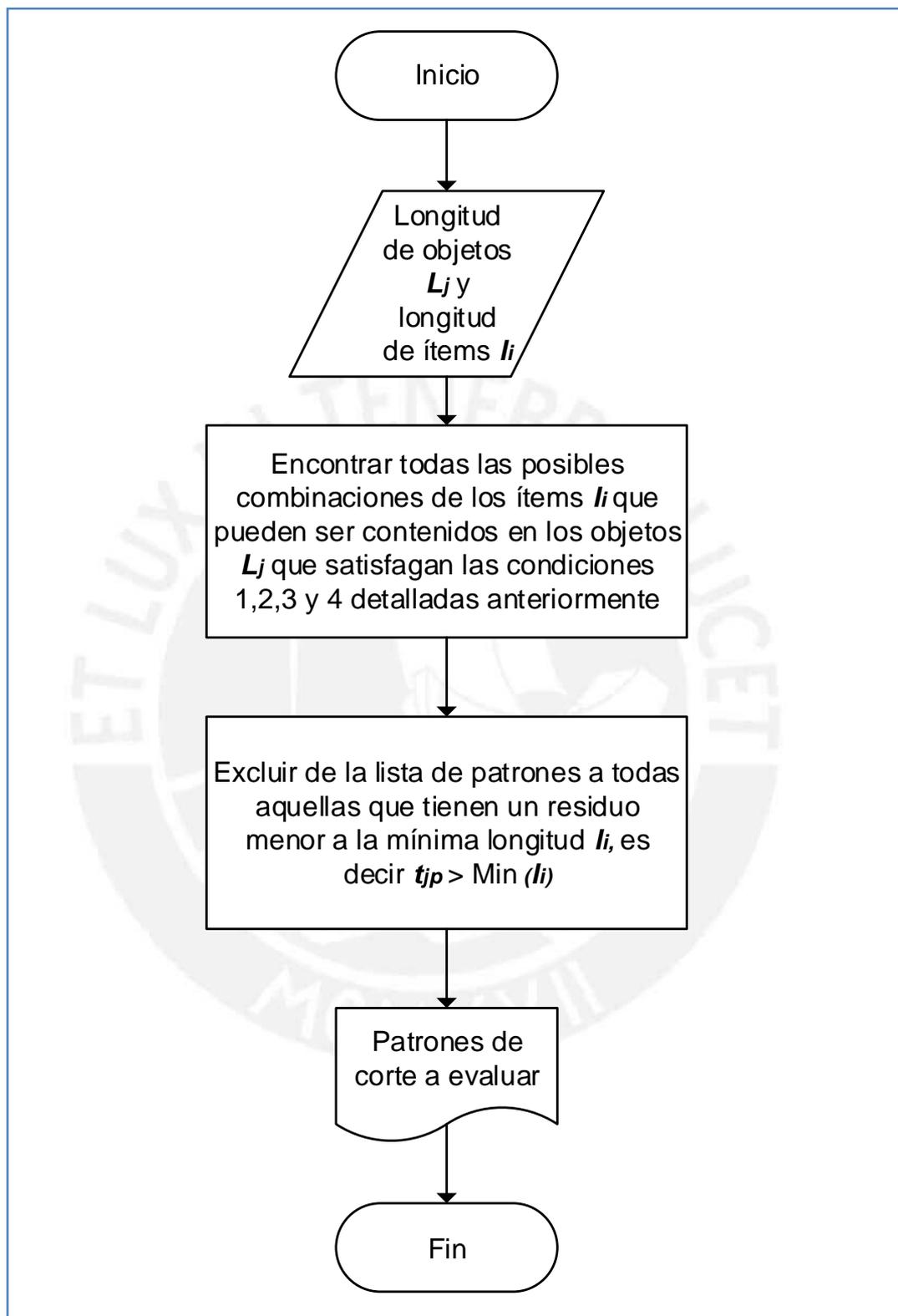


Figura 22 Algoritmo de generación de patrones de corte

Elaboración propia

El modelo para un periodo determinado de tiempo entonces sería:

$$\text{Min } \sum_{j=0}^{j=1} \sum_{p \in P} c_{jp}^{\text{trim}} \cdot x_{jp} + y1 * Cv + y2 * Cv - 2 * Ci * \sum_{j=2}^J \sum_{p \in P} c_{jp}^{\text{trim}} \cdot x_{jp}$$

Sujeto a

$$\sum_{j \in J} \sum_{p \in P} a_{ijp} \cdot x_{jp} \geq d_i, i \in I$$

$$\sum_{p \in P} x_{jp} \leq Q_j, j \geq 2$$

$$\sum_{p \in P} x_{jp} - y1 \leq 0, \quad j = 0$$

$$\sum_{p \in P} x_{jp} - y2 \leq 0, \quad j = 1$$

$$x_{jp}, y1, y2 \geq 0 \text{ y enteros } j \in J, p \in P(j)$$

En la función objetivo minimizamos tanto la compra de materia prima como el costo de residuos con la intención de maximizar el consumo de objetos en el inventario al restar todos los objetos con subíndices mayores de 2 y multiplicados por 2 veces el costo de oportunidad de no almacenarlos en los próximos periodos.

La primera restricción se enfoca a cumplir con la demanda mínima necesaria de ítems para cumplir con el plan de producción de costillas de acero.

La segunda restricción se enfoca en no exceder el uso de objetos que provienen de residuos almacenados en cortes previos porque son claramente limitados, en la primera iteración esta restricción no se utilizará porque no hay procesos de cortes previos.

La tercera restricción se enfoca en restringir la compra de materia prima de vigas de 6 metros.

La cuarta restricción se enfoca en restringir la compra de materia prima de vigas de 9 metros.

La restricción de no negatividad y que pertenezcan al conjunto de números enteros sobre la variables  $x_{jp}$  se debe a que no tendría sentido tener frecuencias de patrón de corte que sean decimales o negativas

Las restricciones de no negatividad y que pertenezcan al conjunto de números enteros sobre las variables  $y_1, y_2$  se debe a que no es posible realizar compra de vigas por 5,8 metros ó 4,1 metros porque los proveedores se manejan con longitudes estandarizadas.

Del output de los modelos obtendremos la cantidad óptima por cada  $x_{jp}$  que usaremos como objetos para el siguiente proceso de corte a los residuos  $t_{jp}$ , que sean mayor o igual a la mínima longitud del ítem del siguiente corte.

Si  $x_{jph} > 0$  entonces evaluar  $t_{jph} \geq \text{Min}(l_{i(h+1)})$ , si se cumple entonces asignar  $t_{jph} \rightarrow L_{j(h+1)}$  donde  $j \geq 2$ .

Los indicadores de eficiencia nos permitirán medir cuán eficiente es el modelo propuesto. Nuestro primer indicador será nombrado simplemente como eficiencia  $f_t$  y al segundo eficiencia ácida  $f_{ta}$ .

El indicador  $f_t$  significará el porcentaje de uso de las piezas cortadas que se usarán en producción con respecto a la sumatoria de todos los objetos que se utilizaron para realizar los cortes, expresado matemáticamente en la siguiente fórmula:

$$f_t = \frac{(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} a_{ijp} \cdot x_{jp} \cdot l_i)}{\sum_{j \in J} \sum_{p \in P} L_j \cdot x_{jp}}$$

El indicador  $f_{ac}$  medirá lo mismo que  $f_t$  agregando las piezas inventariadas en el denominador.

$$f_t = \frac{(\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} a_{ijp} \cdot x_{jp} \cdot l_i)}{\sum_{j \in J} \sum_{p \in P} L_j \cdot x_{jp} - \text{Sumatoria de longitudes de piezas por almacenar}}$$

Para un mayor entendimiento de los modelos formulados se presenta su algoritmo general:

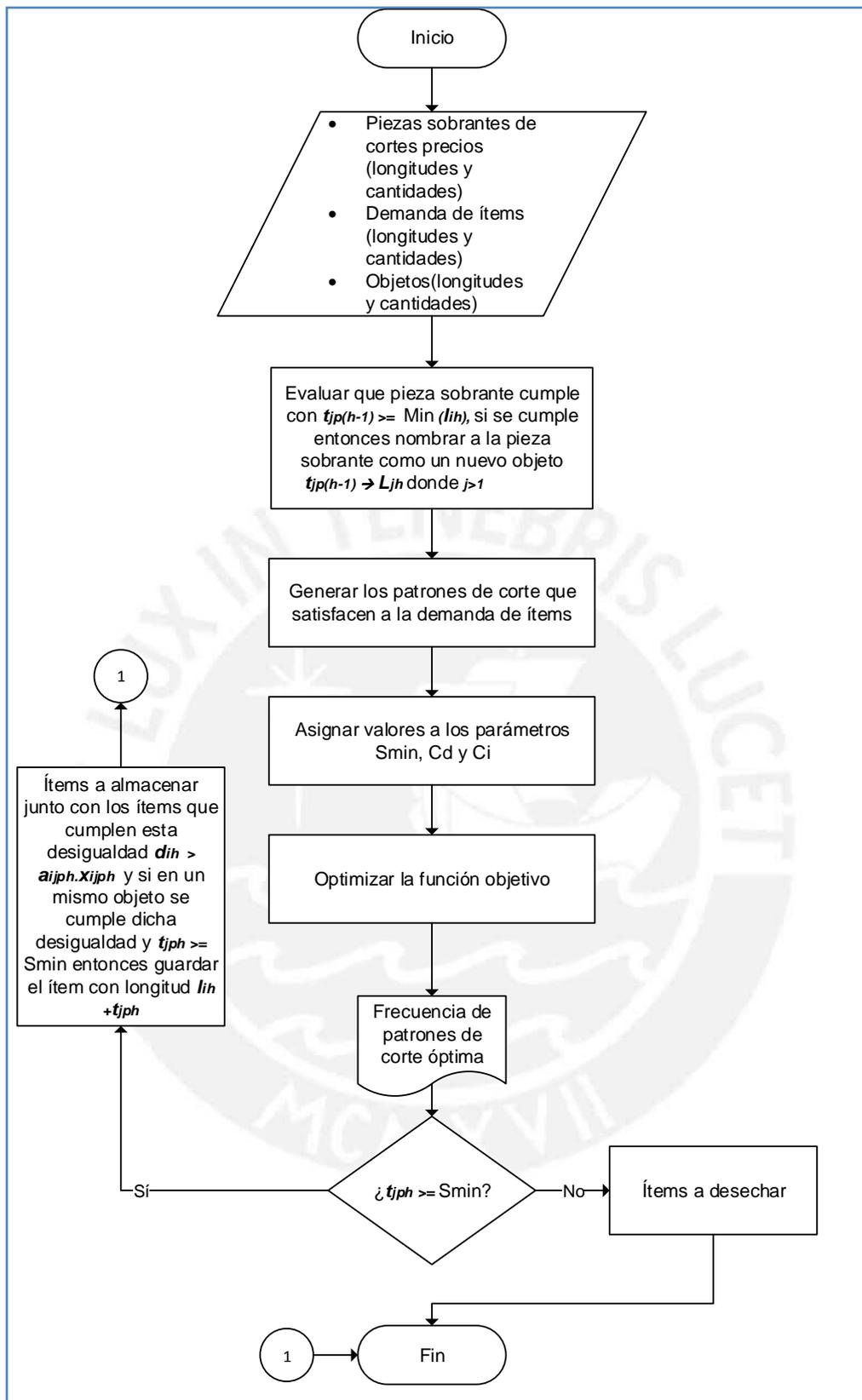


Figura 23 Flujograma general del funcionamiento del modelo

Elaboración propia

A continuación, se detalla el modelo para la empresa en estudio convirtiéndose así en una instancia donde definiremos principalmente los parámetros a usar.

### Instancia

- El costo de las vigas ( $C_v$ ) es de 30 \$ viga/metro.
- El costo por metro de piezas desperdiciadas ( $C_d$  = Costo de desperdicio) se considera mayor al costo de las piezas sobrantes ( $C_i$  = Costo de inventario) que se almacenarán para ser usadas en próximos procesos de cortes. Se considerará las siguientes relaciones  $C_d=C_v*1.25$  debido a costos de transporte y administrativos y al  $C_i= C_v*0.20$ .
- Según data histórica cualquier ítem sobrante menor (mínima longitud de piezas sobrantes =  $S_{min}$ ) a 500 mm se tratará como un desperdicio porque no se tiende a tener ítems demandados de tales longitudes.

Los ítems demandados en el caso estudiado se ilustran en la figura 25.

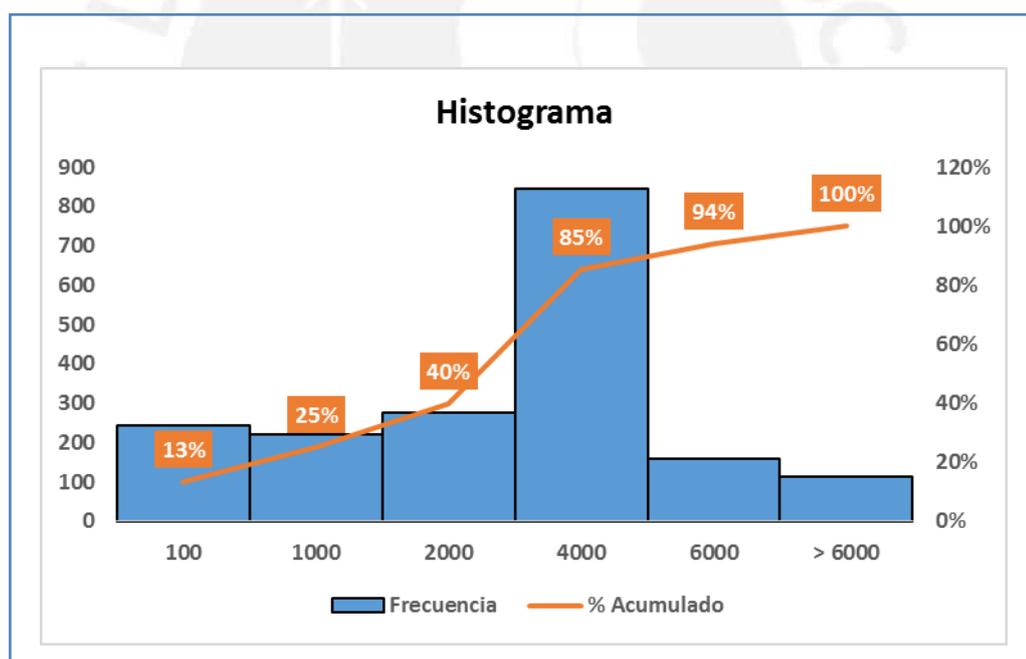


Figura 24 Histograma de los ítems a cortar

Elaboración propia

En la figura 26 se muestra la lista de materiales de las 12 costillas de acero a ser evaluadas.

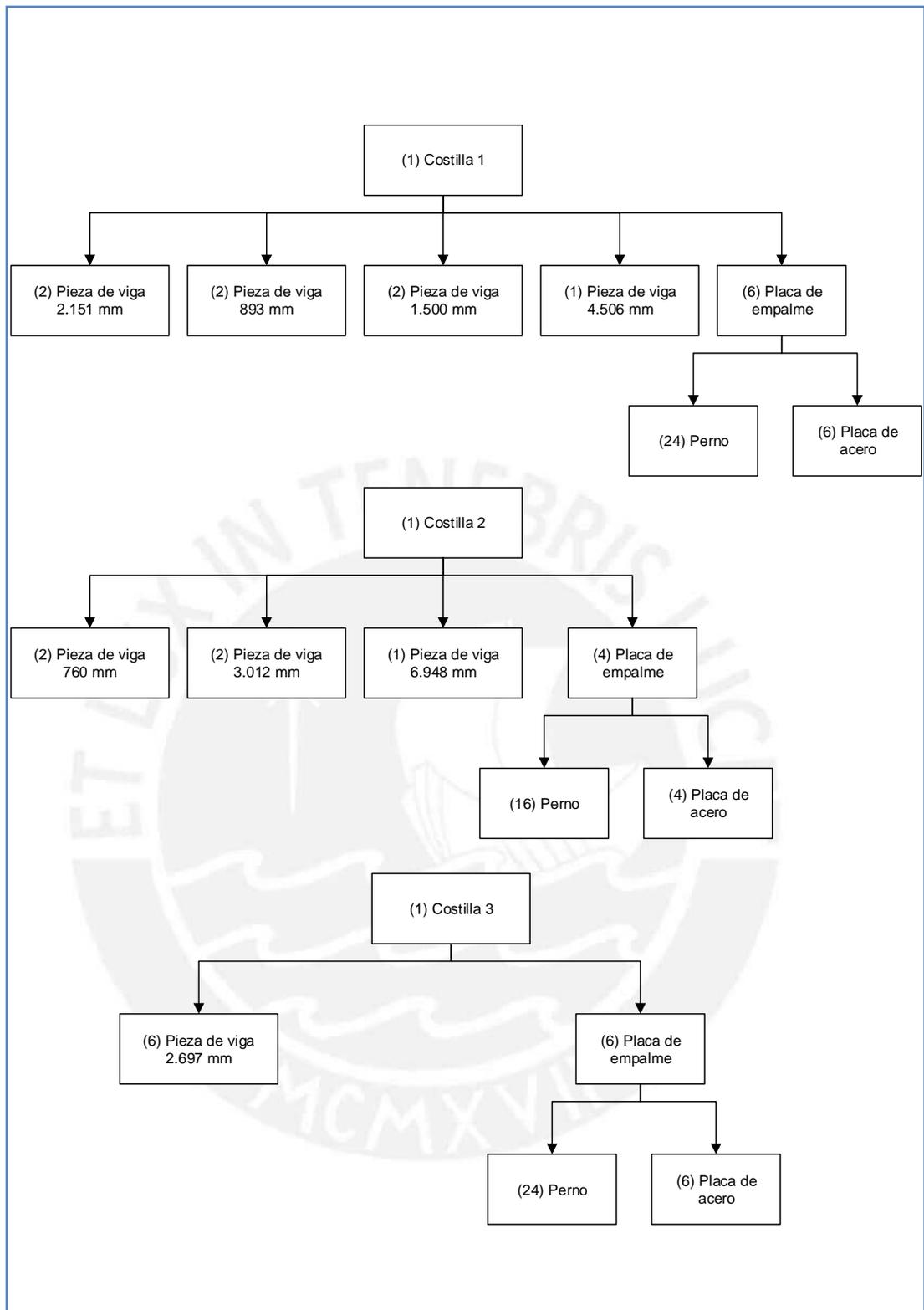


Figura 25 Lista de Materiales de las costillas a procesar

Elaboración propia

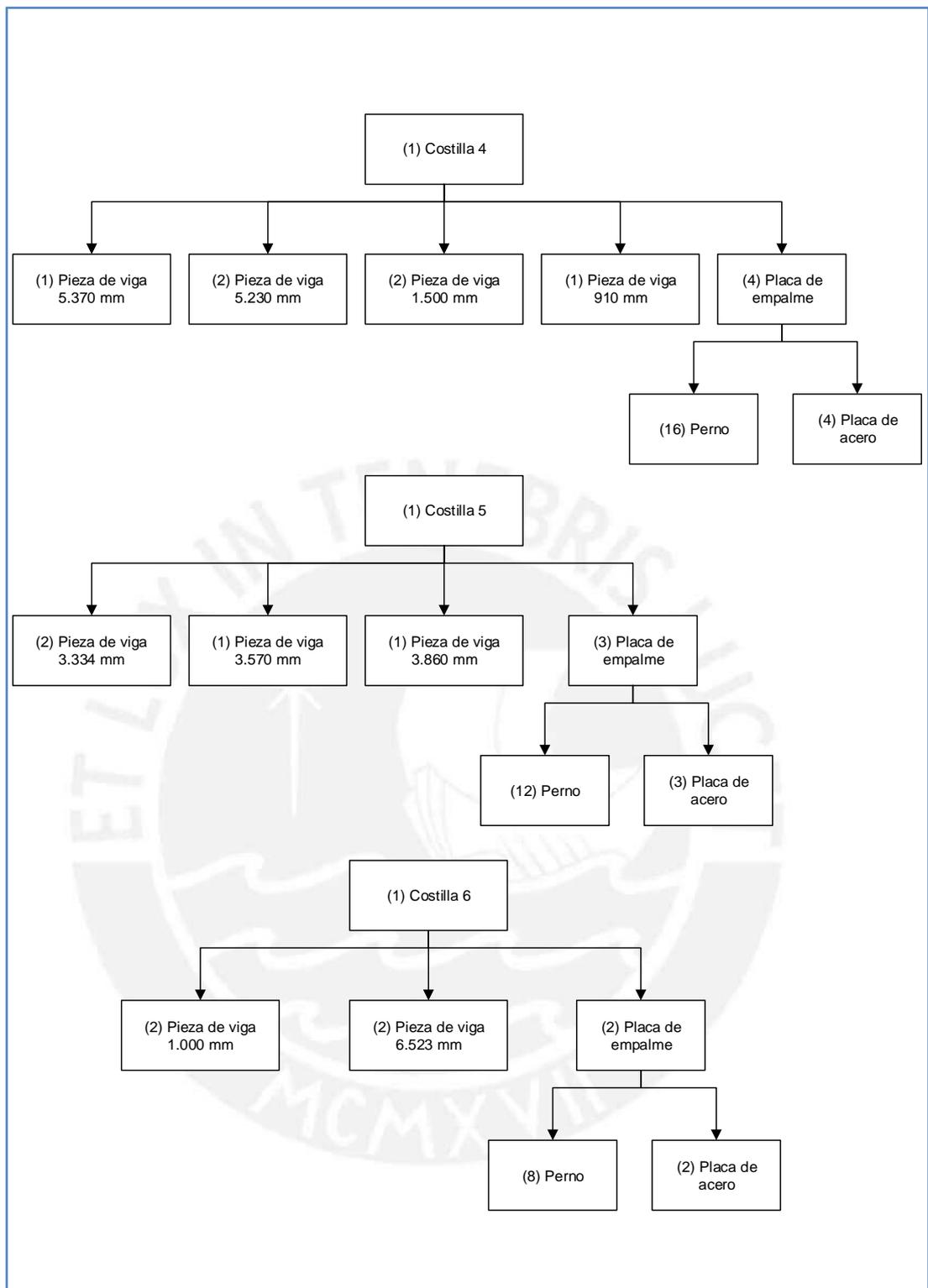


Figura 26 Lista de Materiales de las costillas a procesar  
Elaboración propia

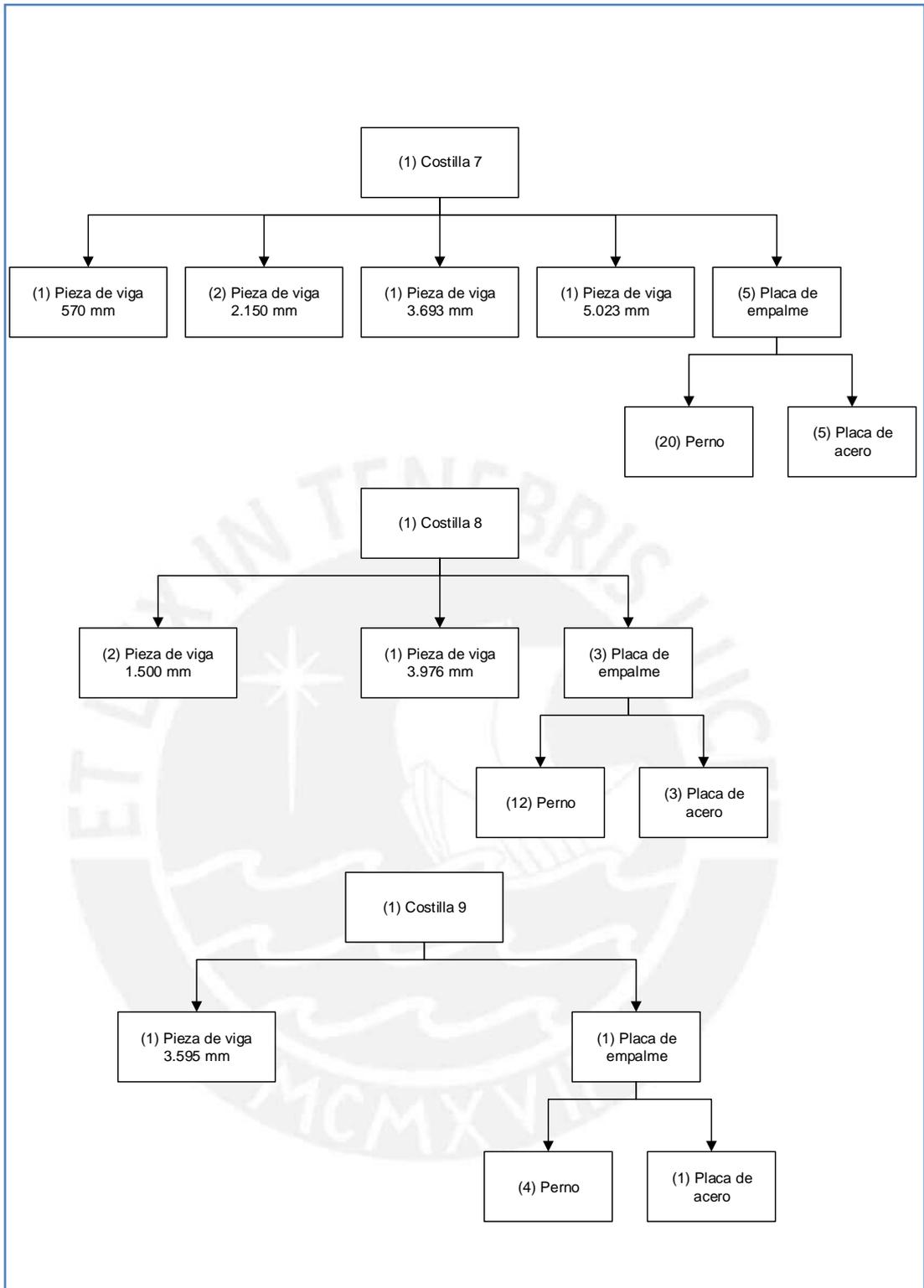


Figura 27 Lista de Materiales de las costillas a procesar  
Elaboración propia

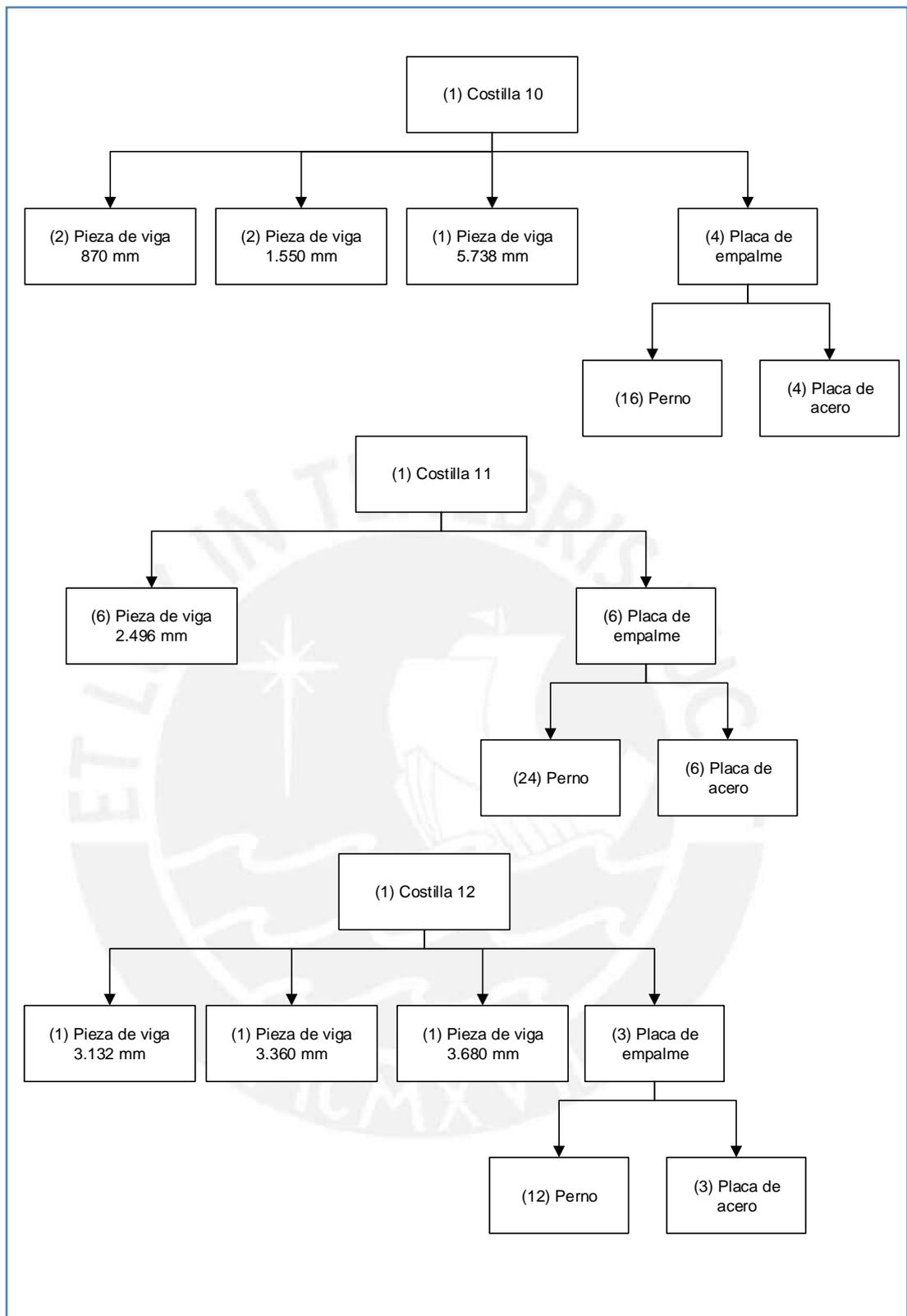


Figura 28 Lista de Materiales de las costillas a procesar

Elaboración propia

En la tabla 12 se resume solamente los ítems requeridos de la lista de materiales de la figura 26, los pernos y las placas de empalme se compran y no son producidas por la empresa en estudio por lo tanto no se analiza el problema de corte para estos materiales.

Tabla 12 ítems a cortar por tipo de costilla

Costilla número	Ítem	Cantidad de ítem requerida por tipo de costilla
1	893	2
1	1.500	2
1	2.151	2
1	4.506	1
2	760	2
2	3.012	2
2	6.948	1
3	2.697	6
4	910	2
4	1.500	2
4	5.230	2
4	5.370	1
5	3.334	2
5	3.570	1
5	3.860	1
6	1.000	2
6	5.523	1
7	570	2
7	2.150	2
7	3.693	1
7	5.023	1
8	1.500	2
8	3.976	2
9	3.595	2
10	870	2
10	1.550	2
10	5.738	1
11	2.496	6
12	3.132	2
12	3.360	1
12	3.680	1

Elaboración propia

En la tabla 13 se presenta las demandas por cada tipo de costilla por parte de los clientes.

Tabla 13 Demanda por tipo de costilla

Costilla número	Cantidad demandada
1	57
2	61
3	39
4	21
5	11
6	53
7	16
8	35
9	107
10	24
11	23
12	17

Elaboración propia

Para evaluar el modelo formulado realizaremos pruebas con las siguientes instancias reales que se dieron en la empresa en los periodos 1,2 y 3.

En el periodo 1 se requieren los siguientes ítems provenientes de las costillas 1, 2,3 y 4 en las cantidades que se visualizan en la tabla 14.

Tabla 14 Ítems en el periodo 1

Ítem	Demanda
760	122
893	114
910	42
1.500	156
2.151	114
2.697	234
3.012	122
4.506	57
5.230	42
5.370	21
6.948	61

Elaboración propia

En el periodo 2 se requieren los siguientes ítems provenientes de las costillas 5, 6, 7,8 y 9 en las cantidades que se visualizan en la tabla 15.

Tabla 15 Ítems en el periodo 2

Ítem	Demanda
570	32
1.000	106
1.500	70
2.150	32
3.334	22
3.570	11
3.595	214
3.693	16
3.860	11
3.976	70
5.023	16
5.523	53

Elaboración propia

En el periodo 3 se requieren los siguientes ítems provenientes de las costillas 10, 11, y 12 en las cantidades que se visualizan en la tabla 16.

Tabla 16 Ítems en el periodo 3

Ítem	Demanda
870	48
1.550	48
2.496	138
3.132	34
3.360	17
3.680	17
5.738	24

Elaboración propia

## CAPITULO 5. EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS

Calculando los tres periodos según los parámetros otorgados para estas instancias tenemos como resultados lo siguiente. Se muestran en la tabla 17 los resultados de la optimización del corte del primer periodo de producción.

Tabla 17 Resultados del primer periodo de corte

Materia prima por comprar	Cantidad	Objetos para almacenar	Cantidad
Vigas 6.000 mm	41	Viga de 843 mm	28
Vigas 9.000 mm	288	Viga de 910 mm	38
		Viga de 1.142 mm	37
Longitud total del material comprado (mm)	2.838.000	Longitud total del material almacenado (mm)	100.438
Costo total del material comprado (dólares \$)	85.140		

Elaboración propia

En la figura 27 se muestra el modelo que se desarrolló en AMPL con su respectiva sintaxis con la que se obtuvo los resultados previos de la tabla 17.

```

#Estos item son los que se desean y de los que se tiene una demanda
set item := 1..11;
#Estos son los patrones de corte que se generarían para la viga de 6 metros
set patrones_6 := 1..126;
#Estos son los patrones que se generarían para la viga de 9 metros
set patrones_9 := 1..643;
set restringe := 1..2;
#Residuos de los patrones de la viga de 6 metros
param costo1 {patrones_6};
#Residuos de los patrones de la viga de 9 metros
param costo2 {patrones_9};
#Frecuencia de corte por item por viga de 6 m
param a1 {patrones_6,item};
#Frecuencia de corte por item por viga de 9 m
param a2 {patrones_9,item};
#demanda
param demanda {item};

#variable para la viga de 6 metros
var x1 {patrones_6} >=0 integer;
#variable para la viga de 9 metros
var x2 {patrones_9} >=0 integer;
var Y {restringe} >=0 integer;

#FO
minimize Costos:
    sum {p in patrones_6} costo1[p] * x1[p] +
    sum {p in patrones_9} costo2[p] * x2[p] + Y[1]*180 + Y[2]*270;

#Restriccion de demanda
subject to Dem {j in item}:
    sum{p in patrones_6} a1[p,j] * x1[p] + sum{p in patrones_9} a2[p,j] * x2[p]>=
demanda[j];

#Restriccion de materia prima
subject to R1:
    sum {p in patrones_6} x1[p] - Y[1] <= 0;

subject to R2:
    sum {p in patrones_9} x2[p] - Y[2] <= 0;

```

Figura 29 Modelo en AMPL para el período 1

Elaboración propia

Se muestran en la tabla 18 los resultados de la optimización del corte del segundo periodo de producción

Tabla 18 Resultados del segundo periodo de corte

Materia prima por comprar	Cantidad	Objetos para almacenar	Cantidad
Vigas 6.000 mm	60	Viga de 570 mm	257
Vigas 9.000 mm	202	Viga de 757 mm	28
		Viga de 670 mm	100
		Viga de 627 mm	3
		Viga de 572 mm	7
Longitud total del material comprado (mm)	2.178.000	Longitud total del material almacenado (mm)	14.120
Costo total del material comprado (dólares \$)	65.340		

Elaboración propia

En la figura 28 se muestra el modelo que se desarrolló en AMPL con su respectiva sintaxis con la que se obtuvo los resultados previos de la tabla 18.

```

#Residuos de los patrones de la viga de 6 metros
param costo1 {patrones_6};
#Residuos de los patrones de la viga de 9 metros
param costo2 {patrones_9};
#Residuos de los patrones de los nuevos objetos
param costo3 {resi_obj1};
param costo4 {resi_obj2};
#Frecuencia de corte por item por viga de 6 m
param a1 {patrones_6,item};
#Frecuencia de corte por item por viga de 9 m
param a2 {patrones_9,item};
#Frecuencia de corte de los nuevos objetos
param a3 {resi_obj1,item};
param a4 {resi_obj2,item};
#cantidad de nuevos objetos
param Q3 {resi_obj1};
param Q4 {resi_obj2};
#demanda
param demanda {item};

#variable para la viga de 6 metros
var x1 {patrones_6} >=0 integer;
#variable para la viga de 9 metros
var x2 {patrones_9} >=0 integer;
#variable para las nuevos objetos residuos
var x3 {resi_obj1} >=0 integer;
var x4 {resi_obj2} >=0 integer;
var Y {restringe} >=0 integer;

#FO
minimize Costos:
    sum {p in patrones_6} costo1[p] * x1[p] +
    sum {p in patrones_9} costo2[p] * x2[p] +
    sum {p in resi_obj1} costo3[p] * x3[p] +
    sum {p in resi_obj2} costo4[p] * x4[p] +
    Y[1]*180 + Y[2]*270 +
    sum{p in resi_obj1} -10.116*x3[p] +
    sum{p in resi_obj2} -13.704*x4[p];

#Restriccion de demanda
subject to Dem {j in item}:
    sum{p in patrones_6} a1[p,j] * x1[p] + sum{p in patrones_9} a2[p,j] * x2[p] +
    sum{p in resi_obj1} a3[p,j]*x3[p] + sum{p in resi_obj2} a4[p,j]*x4[p] >= demanda[j];

#Restriccion para nuevos objetos
subject to R3 {j in resi_obj1} :
    x3[j] <= Q3[j];

subject to R4 {j in resi_obj2} :
    x4[j] <= Q4[j];
#Restriccion de uso de materia prima
subject to R1:
    sum {p in patrones_6} x1[p] - Y[1] <= 0;

subject to R2:
    sum {p in patrones_9} x2[p] - Y[2] <= 0;

```

Figura 30 Modelo en AMPL para el período 2

Elaboración propia

Se muestran en la tabla 19 los resultados de la optimización del corte del tercer periodo de producción.

Tabla 19 Resultados del tercer periodo de corte

Materia prima por comprar	Cantidad	Objetos para almacenar	Cantidad
Vigas 6.000 mm	47	Viga de 1.008 mm	5
Vigas 9.000 mm	63	Viga de 980 mm	10
Longitud total del material comprado (mm)	849.000	Longitud total del material almacenado (mm)	14.120
Costo total del material comprado (dólares \$)	25.470		

Elaboración propia

En la figura 29 se muestra el modelo que se desarrolló en AMPL con su respectiva sintaxis con la que se obtuvo los resultados previos de la tabla 19.

```

set item := 1..7;
#Estos son los patrones de corte que se generarían para la viga de 6 metros
set patrones_6 := 1..17;
#Estos son los patrones de corte que se generarían para la viga de 9 metros
set patrones_9 := 1..57;
#objetos residuos
set resi_obj1:= 1..1;
set restringe := 1..2;
#patrones objetos
#Residuos de los patrones de la viga de 6 metros
param costo1 {patrones_6};
#Residuos de los patrones de la viga de 9 metros
param costo2 {patrones_9};
#Residuos de los patrones de los nuevos objetos
param costo3 {resi_obj1};
#Frecuencia de corte por item por viga de 6 m
param a1 {patrones_6,item};
#Frecuencia de corte por item por viga de 9 m
param a2 {patrones_9,item};
#Frecuencia de corte de los nuevos objetos
param a3 {resi_obj1,item};
#cantidad de nuevos objetos
param Q3 {resi_obj1};
#demanda
param demanda {item};
#variable para la viga de 6 metros
var x1 {patrones_6} >=0 integer;
#variable para la viga de 9 metros
var x2 {patrones_9} >=0 integer;
#variable para las nuevos objetos residuos
var x3 {resi_obj1} >=0 integer;
var Y {restringe} >=0 integer;
#FO
minimize Costos:
    sum {p in patrones_6} costo1[p] * x1[p] +
    sum {p in patrones_9} costo2[p] * x2[p] +
    sum {p in resi_obj1} costo3[p] * x3[p] +
    Y[1]*180 + Y[2]*270 +
    sum{p in resi_obj1} -13.704*x3[p];
#Restriccion de demanda
subject to Dem {j in item}:
    sum{p in patrones_6} a1[p,j] * x1[p] + sum{p in patrones_9} a2[p,j] * x2[p] +
    sum{p in resi_obj1} a3[p,j]*x3[p] >= demanda[j];

#Restriccion para nuevos objetos
subject to R3 {j in resi_obj1} :
    x3[j] <= Q3[j];

#Restriccion de uso de materia prima
subject to R1:
    sum {p in patrones_6} x1[p] - Y[1] <= 0;
subject to R2:
    sum {p in patrones_9} x2[p] - Y[2] <= 0;

```

Figura 31 Modelo en AMPL para el período 2

Elaboración propia

Aplicando los indicadores de eficiencia descritos en el capítulo 4 para medir la robustez del modelo propuesto obtenemos los siguientes resultados de la tabla 20.

Tabla 20 Indicadores del modelo

	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3	Promedio
<b>Eficiencia</b>	96,0%	88,7%	97,1%	93,9%
<b>Eficiencia ácida</b>	99,5%	99,8%	98,8%	99,3%

Elaboración propia

En la tabla 20 se logra apreciar que cuando logramos almacenar los ítems que son más probables de usar en el siguiente periodo nuestra eficiencia que sería en este caso la eficiencia ácida es mejor que solamente desechar todos los residuos. Nuestra eficiencia promedio es del 93,9% o sea se desecha el 6,1% de la materia prima y nuestra eficiencia ácida es del 99,2% o sea se desecha el 0,7% , lo cual en términos económicos representa que por 10.000 dólares gastados en materia prima no se utilizan eficientemente 70 dólares porque son desechados. Mientras que en el indicador actual por cada 10.000 dólares gastado no se utilizan eficientemente 800 dólares.

# CAPITULO 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

## Conclusiones

- El sector metalmecánico está pasando por serios problemas en los últimos años como en el 2015 donde se contrajo un 2,7% según el Banco Central de Reserva del Perú, por lo tanto es importante realizar estudios como de este tipo en sector para lograr mayores niveles de productividad que contribuya al crecimiento económico del sector y de la economía peruana en general.
- Evidentemente el uso estratégico de piezas sobrantes de cortes anteriores produce un modelo más robusto con un promedio de eficiencia del 99,3% según la tabla 20.
- El modelo desarrollado se puede aplicar en el proceso de corte de productos similares de la misma empresa e incluso en otros sectores.
- Otros modelos en la literatura científica no se enfocan primordialmente en conocer cuánta materia prima comprar porque tienen una materia prima almacenada ya que su demanda de producción es predecible, en este caso es un producto con producción por lote y adicionalmente tienen una complejidad alta en su geometría porque dependen de las características internas del túnel donde serán destinadas y cada túnel podría tener secciones diferentes dependiendo de las condiciones geológicas donde se hallan inmersas.
- El modelo nos permite conocer cuánta materia prima comprar, que tipo de materia prima de comprar, cuánta materia prima almacenada usar, que tipo de materia prima almacenada usar, que residuos generados por el corte desechar y que residuos almacenar para próximos cortes, cómo y con que frecuencia realizar los cortes abriendo un nuevo panorama a los algoritmos de corte unidimensional gracias a que en la función objetivo todos estos objetivos se expresaron en términos de costos.

- No existe en la literatura científica otra aplicación específica del corte unidimensional sobre producción de costillas de acero.
- El modelo desarrollado se puede aplicar en el proceso de corte de productos similares de la misma empresa e incluso en otros sectores.
- Se prefirió usar para el modelo la programación lineal entera a la programación lineal entera por metas a pesar de existir varios objetivos porque la programación por metas podría descuidar algún objetivo en detrimento de otra y no lograr un óptimo. Se encontró en el desarrollo del modelo la manera de expresar todos los objetivos en una sola función de minimización de costos.
- Con el modelo propuesto y con una información idónea para tener visibilidad a tiempo real del inventario el proceso de planificación debería de durar un máximo de 1 hora reduciéndose así el tiempo actual de planificación de producción que son de 4 horas según el diagnóstico a la empresa realizado en el capítulo 3.
- En la realización del algoritmo de generador de patrones la relación de los objetos con ítems era de 10 a 1 para el ítem más pequeño aproximadamente y no se tuvieron problemas con el tiempo de procesamiento. Pero, cuando experimentamos generar patrones con una relación de 100 a 1 entre objetos ítems aproximadamente el tiempo computacional no era práctico ya que por ejemplo demoraba 10 horas para 20 ítems y 2 tipos de objetos. Para este tipo de problemas de corte unidimensional si se quieren aplicaciones en el campo de la industria se tendrían que usar heurísticas para la generación de patrones.
- Este modelo optimizará el uso de materia prima y de piezas sobrantes almacenadas de cortes previos de la empresa y por lo tanto evitará que se pierdan solicitudes de producción por una mala planificación, por ejemplo por solicitar una cantidad más alta de materia prima que el modelo a los proveedores y que ellos no puedan responderla en un tiempo razonable. También mejorará los tiempos de producción porque mientras se espera por materia prima de los proveedores se podría comenzar a trabajar

eficientemente con las piezas sobrantes y de esta forma optimizar los tiempos de producción.

- Al implementar el modelo en la empresa de estudio se logrará hacer un uso eficiente de los residuos, desechar lo que es muy improbable a usar y almacenar lo conveniente. Eliminando de esta forma trozos de viga innecesarias y colaborando con el orden que tal como se ve en la figura 22 adolece la empresa. Lo que contribuye al *Seiri* y al *Seiton* de la metodología de las 5S.

## Recomendaciones

- Tener reportes actualizados de la cantidad y el tipo de objetos almacenados para alimentar el modelo en cada iteración.
- Establecer una duración máxima para las piezas almacenadas sin ser usadas para que sean desechadas.
- Calcular periódicamente los parámetros para que el modelo sea lo más aproximado a la realidad.
- Implementar el proceso de corte propuesto en el flujograma de la figura 20 y estandarizar el método de producción, se detectó que dicho flujograma no es muy respetado por los trabajadores de la empresa, por lo que se recomienda su implementar medidas de disciplina y campaña de concientización
- Será necesario que la empresa contrate a un personal especializado en programación lineal para que este modelo sea usado en todo su potencial.
- Se recomienda también asignar una matriz de responsabilidades en el flujograma 20 y adicionar responsabilidades como limpieza periódica del campo de maniobras, de las máquinas y sobre el almacenamiento de residuos de viga así como su deshecho.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVAREZ MARTÍNEZ, David  
2010 *Solución del problema de empaquetamiento óptimo bidimensional en una sola placa, en placas y rollos infinitos con y sin rotación de piezas usando técnicas metaheurísticas de optimización.* Tesis de Maestría en Ingeniería Eléctrica. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, Facultad de Ingenierías. Eléctrica, Electrónica Física y Ciencias Computacionales.
- ANDERSON, David, Dennis SWEENEY, Thomas WILLIAMS, Jeffrey CAMM y Kipp MARTIN  
2012 *An introduction to management science: quantitative approaches to decision making.* USA: Cengage Learning
- ALVES, Cláudio, Pedro BRÁS y José VALÉRIO  
2012 "New constructive algorithms for leather nesting in the automotive industry" *Computers & Operations Research*, volumen 3, número 7, pp. 1487-1505
- ALVES, Cláudio y José VALÉRIO  
2008 "A stabilized branch-and-price-and-cut algorithm for the multiple length cutting stock problem" *Computers & Operations Research*, volumen 35, número 4, pp. 1315-1328
- ARREOLA RISA, Jesús y Antonio ARREOLA RISA  
2003 *Programación lineal: Una introducción a la toma de decisiones cuantitativa.* México: International Thompson Editors.
- BEIGBEDER ATIENZA, Federico  
2009 *Diccionario politécnico de las lenguas española e inglesa.* Dos Volúmenes. Tercera Edición. Madrid: Díaz de Santos.
- BICKEL, John, Elwyn KING y Thomas KUESEL  
1996 *Tunnel Engineering Handbook.* New York: Chapman and Hall.
- CADILLO PAREDES, José J.  
2011 *Estudio comparativo de la aplicación de heurísticas al problema de ruteo de vehículos* Tesis de Licenciatura en Ciencias e Ingeniería con mención en Ingeniería Industrial. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.
- CAIRÓ BATTISTUTTI, Osvaldo  
2006 *Fundamentos de la programación.* México: Pearson Education

- CANADA Jhon, William Sullivan y Jhon White  
1997 *Análisis de la inversión de capital para ingeniería y administración*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana
- CHERRI, Adriana, Marcos NEREU, Horacio HIDEKI y Kelly POLDI  
2009 “The one dimensional cutting stock problems with usable leftover – a survey”. *European Journal of Operational Research*, volume 236, número 2, pp. 395-402
- CORNEJO SÁNCHEZ, Christian S.  
2005 *Modelo de programación lineal entera mixta para el planeamiento de las importaciones con régimen aduanero definitivo en una empresa de producción*. Tesis de Licenciatura en Ciencias e Ingeniería con mención en Ingeniería Industrial. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.
- CUI, Yaodong y Yiping Lu  
2009 “Heuristic algorithm for a cutting stock problem in the steel bridge construction”. *Computers & Operation Research*, volume 36, número 2, pp. 612-622
- CUI, Yaodong, Tianlong GU y Wei HU  
2009 “A cutting-and-inventory control problem in the manufacturing industry of stainless steel wares” *Omega*, volumen 37, número 4, pp. 864-875.
- DIMITRIADIS, Sotirios y Evangelios KHERIS  
2009 “Cutting stock process optimization in custom door and window manufacturing industry”, *International Journal of Decision Sciences, Risk and Management*, volume 1, número 1, pp. 66-80
- DSI-  
2012 *Steel Rib Support*. Consulta 29 de Mayo  
<<http://www.dsigroundsupport.com/products/lattice-girders-steel-arches-props/steel-rib-supports.html>>
- DYCKHOFF, Harald  
1981 “A new Linear Programming Approach to the cutting stock problem” *Operations Research*. Germany. Volumen 29, número 6 pp. 1092-1104
- DYCKHOFF, Harald  
1990 “A Typology of cutting and packing problems” *European Journal of Operational Research*. Aachen. Volumen 44, número 2, pp. 145-159
- FORMIN  
2012 *Industria de Fortificación Minera*. Consulta 10 de Junio de 2012.  
<<http://formin.galeon.com/>>

- GILMORE, Paul y Ralph GOMORY  
1961 "A linear programming approach to the cutting stock problem, PartII". *Operations research*, Volumen 9, número 6 pp. 849-89.
- GOLDBERG, David. E.  
1989 *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. USA: Addison – Wesley Longman.
- GONZÁLEZ, Julio  
2010 *Métodos de excavación mecánica*. Consulta 29 de Mayo.  
< <http://www.fierasdeingenieria.com/metodos-de-excavacion-mecanica/>>
- GOMORY, Ralph  
1963 *An Algorithm for Integer Solutions to Linear Programs*. New York: McGraw Hill
- GRACIA CALANDÍN, Carlos  
2010 *Métodos y algoritmos para resolver problemas de Corte unidimensional en entornos realistas. Aplicación a una empresa del sector Siderúrgico*. Tesis de Doctorado en Organización de empresas: Universitat Politècnica de València, Departament d'Organització d'Empreses.
- HAESSLER, Robert y Paul Sweeney  
1991 "Cutting stock problems and solution procedures", *European Journal of Operational Research*, volumen 54, número 2 ,pp. 141-150.
- HILLIER, Frederick y Gerald LIEBERMAN.  
2006 *Introducción a la investigación de operaciones*. México, D.F: McGraw-Hill.
- KANTOROVICH, Leonid V.  
1960 "Mathematical methods of organizing and planning production (1939)", Traducción del ruso al inglés. *Management Science*, volumen 6, Número 4 pp. 366-422.
- KIRBY, Maurice W.  
1989 *Operational Research in War and Peace: The British Experience from the 1930s to 1970*. Londres: Imperial College Press.
- KOCH, Soren, Sebastian KONIG y Gerhard WAESCHER  
2009 "Integer linear programming for a cutting problem in the wood-processing industry: a case of study", *European International Transactions in Operational Research*, volumen 16, número 6 ,pp. 715-726.
- KONG, Maynard  
2010 *Investigación de operaciones*. Lima: Fondo editorial PUCP.

- MARTELLO, Silvano y Paolo TOTH  
 1990 *Knapsack problems: Algorithms and Computer Implementations*.  
 Chichester: John Wiley and Sons
- MEJÍA PUENTE, Miguel H.  
 2011 *Investigación Operativa* 1. Material de enseñanza. Lima: Fondo  
 Editorial PUCP
- MONTARAL, Enrique  
 2010 *Dovelas en Delhi*. Consulta 29 de Mayo  
 < <http://geodiendo.com/2010/02/dovelas-en-delhi.html>>
- NOBEL PRIZE  
 1975 *Autobiography of Kantorovich*. Consulta 26 de Mayo de 2012  
 <[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/economics/laureates/1975/kantorovich-autobio.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1975/kantorovich-autobio.html)>
- PUELL MARÍN, Fernando  
 2009 *Excavaciones Subterráneas*. Material de enseñanza. Madrid: Fondo  
 Editorial UCM
- RODRÍGUEZ SALA, Jesús J.  
 2003 *Introducción a la programación*. Alicante: Imprenta Gamma
- REINERTSEN, Harald y Thomas VOSSEN  
 2010 "The one-dimensional cutting stock problem with due dates",  
*European Journal of Operational Research*, volumen 201, número  
 3, pp. 701-711
- ROBBINS  
 2012 *T.B.M.* Consulta 29 de Mayo de 20 <<http://www.robbinstbm.com/our-products/tunnel-boring-machines/main-beam/>>
- SINUANY-STERN, Zilla y Ittai WERNER  
 1994 "The one dimensional cutting stock problem using two objectives"  
*The Journal of the Operational Research Society* volume 45, número 2,  
 pp. 231-236
- SZECHY, Karoly  
 1966 *The art of tunneling*. Budapest: Akademiai Kiado
- TAHA, Hamdy A.  
 2004 *Investigación de operaciones*. Naucalpán de Juárez: Pearson  
 Education.
- TEDESA  
 2012 *Catálogo Tedesa*. Consulta 29 de Mayo  
 < [http://www.durofelguera.com/catalogo\\_tedesa/obras.htm](http://www.durofelguera.com/catalogo_tedesa/obras.htm)>

- THIERAUF, Robert J.  
1986 *Introducción a la investigación de operaciones* México: Editorial Limusa.
- TORRES SÁNCHEZ, Fernando A.  
2003 *Algoritmo genético que resuelve el problema de cortes en una dimensión.* Tesis de Licenciatura en Ciencias e Ingeniería con mención en Ingeniería Informática. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.
- VALÉRIO DE CARVALHO, José M.  
2002 “LP models for bin packing and cutting problems.” *European Journal of Operational Research*. Volumen 141, número 2, pp. 253-273
- VALÉRIO DE CARVALHO, José M.  
1998 “Exact solution o cutting stock problems using column generation and branch and bound” *International Transactions in Operational Research*. Volumen 5, número 1, pp. 35-44
- WAESCHER, Gerhard, Heike HAUSSNER y Holger SCHUMANN  
2007 “An improved typology of cutting and packing problems” *European Journal of Operational Research*, volumen 183, número 3 pp. 1109-1130.
- WINSTON, Wayne L.  
2005 *Investigación de operaciones, algoritmos y aplicaciones.* México: International Thompson Editors.