



PONTIFICIA **UNIVERSIDAD CATÓLICA** DEL PERÚ

Esta obra ha sido publicada bajo la licencia Creative Commons  
Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 2.5 Perú.

Para ver una copia de dicha licencia, visite  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/pe/>



# PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

## MAESTRIA EN INGENIERÍA DE CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN



### Desarrollo de un Sistema de Control Avanzado de la Presión del Vapor en una Caldera de Tubos de Fuego

Tesis presentada para optar el grado de Magíster en  
Ingeniería de Control y Automatización

**Autor:** Ing. José Renato Rodríguez Vásquez

**Asesor de Tesis:** Dr. Raúl Rivas Pérez.

**Co-Asesor:** Dr. Javier Sotomayor Moriano.

PUCP - 2006

## RESUMEN

Teniendo en cuenta la actual creciente crisis energética en el ámbito internacional y la evidente necesidad de utilizar de forma inteligente y racional los combustibles fósiles, sobre todos en aquellos equipos que son considerados como alto consumidores de esta clase de combustibles, esta tesis se encuentra dirigida al desarrollo de estrategias de control avanzado de las calderas de tubos de fuego que posibiliten elevar la efectividad y fiabilidad en su funcionamiento, así como disminuir su actual consumo de combustible y emisión de gases contaminantes al medio ambiente.

Considerando que el proceso que presenta un mayor significado en el funcionamiento de las calderas de tubos de fuego es el de variación de la presión del vapor en su cuerpo, debido a que el control de la combustión se realiza mediante el control de la presión del vapor, esta tesis presenta el siguiente objetivo:

Desarrollar un sistema de control avanzado de la variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego, que posibilite un funcionamiento efectivo y fiable del proceso de combustión, así como una disminución del actual consumo de combustible y de los gases contaminantes del medio ambiente. Para cumplir con este objetivo es necesario desarrollar las siguientes tareas:

Obtener mediante la aplicación de las técnicas de identificación de sistemas un modelo matemático (orientado al control) del proceso de variación de la presión de vapor en el cuerpo de una calderas de tubos de fuego, que describa con un adecuado nivel de exactitud el comportamiento dinámico de dicho proceso;

Diseñar un sistema de control adaptativo predictivo del proceso bajo estudio;

Comparar los resultados de la simulación del sistema de control adaptativo predictivo del proceso bajo estudio diseñado con los de un sistema de control clásico, de forma tal de demostrar las ventajas en relación al nivel de desempeño del sistema desarrollado.

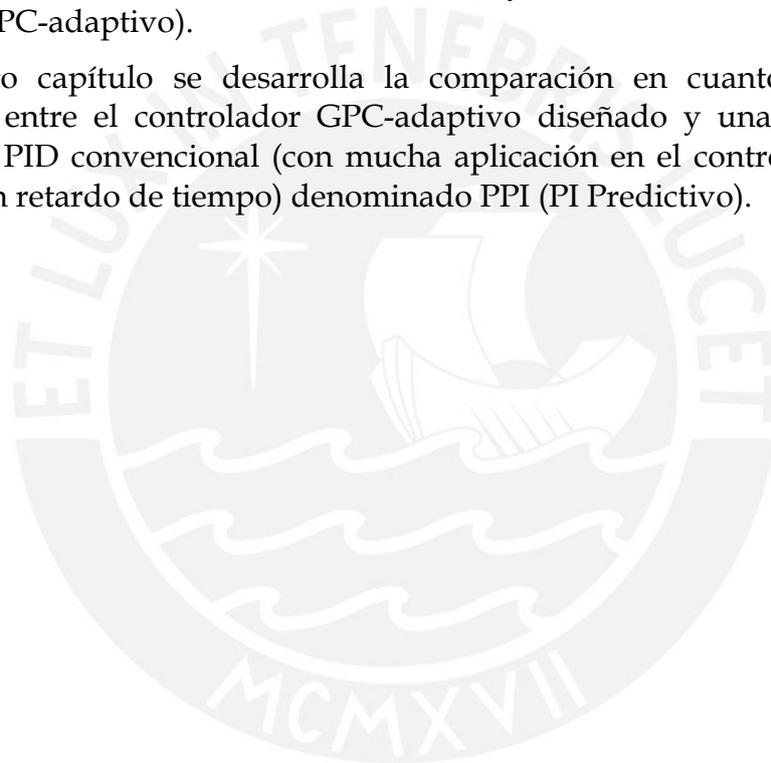
En el primer capítulo se presenta el estado del arte de la automatización de calderas, en el cual se fundamenta que estos equipos se caracterizan por presentar un comportamiento dinámico difícil, por lo que para poder obtener un funcionamiento efectivo y fiable real resulta necesario aplicar las estrategias de control avanzado, las cuales están consideradas como una herramienta conceptual y práctica capaz de afrontar los problemas presentes en el control industrial, tanto por la estabilidad y precisión del control que proporciona como por su fácil utilización.

En el segundo capítulo se desarrolla el procedimiento completo de la identificación del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de

una caldera de tubos de fuego desde el diseño del experimento hasta la validación del modelo final, considerando los conocimientos físicos previos.

En el tercer capítulo se fundamenta la utilización de la estrategia de Control Predictivo Generalizado (GPC) para el control efectivo de la variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego. Se diseña un sistema de control (con controlador GPC) del proceso bajo estudio y se simula bajo distintas condiciones de operación. Se demuestra la necesidad de reajustar los parámetros del controlador cuando se originan variaciones en los parámetros dinámicos del proceso. Para ello se implementa un estimador recursivo basado en el método de minimización del error de predicción, lo cual posibilita actualizar en condiciones de funcionamiento real los parámetros del modelo matemático del proceso y reajustar los parámetros del controlador. De esta forma el controlador diseñado constituye un controlador predictivo-adaptivo (GPC-adaptivo).

En el cuarto capítulo se desarrolla la comparación en cuanto a nivel de desempeño entre el controlador GPC-adaptivo diseñado y una variante del controlador PID convencional (con mucha aplicación en el control efectivo de procesos con retardo de tiempo) denominado PPI (PI Predictivo).



## INTRODUCCIÓN

Actualmente la sociedad moderna requiere para desarrollar todas sus actividades productivas y no productivas de la utilización de combustibles fósiles, los cuales en los últimos años se han venido utilizando como fuente principal de energía. Esta clase de combustible se está consumiendo de forma masiva y en un espacio reducido de tiempo, por lo que el riesgo de que se agoten estos recursos en el plazo mediano es evidente. Asimismo, la combustión de este tipo de combustibles incrementa la cantidad de dióxido de carbono atmosférico, originándose serios problemas ambientales como el efecto invernadero. Por ello, el uso eficiente y racional de los combustibles fósiles presenta una elevada prioridad.

Entre los grandes consumidores de combustibles fósiles se encuentran las calderas, las cuales constituyen equipos de gran aplicabilidad en la industria a escala mundial. El objetivo fundamental de esta clase de equipos consiste en transformar en energía térmica la energía química contenida en los combustibles fósiles mediante su combustión y transferirla al agua para generar vapor, el cual posteriormente es utilizado como fuente de energía para realizar múltiples actividades industriales, así como para alimentar de vapor a diversos procesos. Para mantener una elevada eficiencia en el funcionamiento de las calderas se necesita disponer de sistemas efectivos de control automático.

Las calderas en correspondencia con el contenido de sus tubos se clasifican en calderas de tubos de agua o acuotubulares y calderas de tubos de fuego o pirotubulares. Las calderas acuotubulares son utilizadas principalmente cuando se requiere de elevadas cantidades de vapor, por ejemplo en centrales termoeléctricas. Por el contrario, las calderas pirotubulares se utilizan en procesos que no necesitan un elevado consumo de vapor. Este trabajo centra su atención en las calderas pirotubulares debido a que estos equipos son los más difundidos en el ámbito industrial en diversas aplicaciones.

Las calderas como objeto de control automático presentan un comportamiento dinámico difícil, con múltiples entradas y salidas, múltiples interrelaciones entre estas variables, así como incertidumbres. Entre los procesos que presentan una mayor significación en el funcionamiento de las calderas tubos de fuego se encuentra el de variación de la presión del vapor en su cuerpo, debido a que el control de la combustión se realiza mediante el control de la presión del vapor.

En la mayor parte de las calderas de tubos de fuego el proceso de variación de la presión del vapor se controla mediante controladores PID. No obstante, debido al difícil comportamiento dinámico que presenta dicho proceso, esta clase de controladores no posibilita la obtención de una elevada efectividad en el control, lo que se traduce en un mayor consumo de combustible, así como en una mayor emisión de gases producto de la combustión a la atmósfera.

Los controladores PID, caracterizados por generar la señal de control reaccionando al error ya producido (pasado) entre la salida medida y la referencia, iniciaron la era de la automatización industrial. Desde entonces han venido siendo el estándar del control industrial. Sin embargo, la necesidad existente de mejorar la efectividad del control, así como de introducir las ventajas de la automatización en procesos cada vez más complejos y exigentes, como los que tienen lugar en las calderas de tubos de fuego, ha motivado un gran esfuerzo de investigación y desarrollo que se ha venido prolongando de manera creciente en las cuatro últimas décadas. Uno de estos métodos es el denominado control avanzado, al cual pertenecen los controladores predictivos, considerados hoy en día como una herramienta conceptual y práctica capaz de afrontar los problemas presentes en el control industrial, tanto por la estabilidad y precisión del control que proporcionan como por su fácil utilización. La aplicación de esta clase de controladores requiere de un modelo matemático interno que describa adecuadamente el proceso a controlar.

La efectividad de los controladores predictivos depende significativamente del grado de adecuación del modelo matemático interno del proceso bajo control. Ello quiere decir que si se producen cambios en los parámetros dinámicos del proceso, su modelo matemático no lo representará de forma adecuada y por lo tanto la efectividad del sistema de control se verá disminuida en gran medida. En estos casos, el control adaptativo predictivo constituye una potente herramienta para solucionar esta clase de problema. El diseño de un sistema de control adaptativo predictivo requiere de un mecanismo capaz de identificar de forma recursiva los parámetros dinámicos del proceso bajo control y de reajustarlos en tiempo real en el modelo interno del controlador.

Considerando que el proceso que presenta un mayor significado en el funcionamiento de las calderas de tubos de fuego es el de variación de la presión del vapor en su cuerpo, debido a que el control de la combustión se realiza mediante el control de la presión del vapor, esta tesis presenta el siguiente objetivo:

Desarrollar un sistema de control avanzado de la variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego, que posibilite un funcionamiento efectivo del proceso de combustión, así como una disminución del consumo de combustible y de los gases contaminantes del medio ambiente. Para cumplir con este objetivo es necesario desarrollar las siguientes tareas:

Obtener mediante la aplicación de las técnicas de identificación de sistemas un modelo matemático (orientado al control) del proceso de variación de la presión de vapor en el cuerpo de una calderas de tubos de fuego, que describa con un adecuado nivel de exactitud el comportamiento dinámico de dicho proceso;

Diseñar un sistema de control adaptativo predictivo del proceso bajo estudio;

Comparar los resultados de la simulación del sistema de control adaptativo predictivo del proceso bajo estudio diseñado con los de un sistema de control clásico, de forma tal de demostrar las ventajas en relación al nivel de desempeño del sistema desarrollado.

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	2
CAPÍTULO I: ESTADO DEL ARTE DE LA AUTOMATIZACIÓN DE CALDERAS	
1.1. Introducción.....	5
1.2. Estado del arte de las calderas y su automatización en el ámbito internacional.....	6
1.3. Estado del arte de la automatización de calderas en el ámbito nacional.....	15
1.4. Objetivos de la tesis.....	16
CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LAS CALDERAS DE TUBOS DE FUEGO COMO OBJETOS DE CONTROL AUTOMÁTICO	
2.1. Introducción.....	18
2.2. Caracterización de las calderas de tubos de fuego como objetos de control automático .....	19
2.2.1. Conceptos básicos de calderas.....	19
2.2.2. La caldera básica .....	19
2.2.3. Recuperación de calor de gases de combustión.....	21
2.2.4. Clasificación de las calderas.....	22
2.2.5. Calderas pirotubulares o de tubos de fuego.....	23
2.3. Principio de funcionamiento de las calderas de tubos de fuego .....	28
2.3.1. Relaciones de entrada-salida y rendimiento.....	28



3.2.6.1.	Modelo de predicción.....	87
3.2.6.1.1.	Modelo del proceso.....	87
3.2.6.1.2.	Modelo de las perturbaciones.....	91
3.2.6.1.3.	Respuestas libre y forzada.....	91
3.2.6.2.	Función objetivo.....	93
3.2.6.3.	Obtención de la ley de control.....	96
3.2.7.	Revisión de los principales algoritmos.....	96
3.2.7.1.	Control con matriz dinámica (DMC).....	97
3.2.7.2.	Control basado en modelo (MAC).....	98
3.2.7.3.	Control funcional predictivo (PFC).....	98
3.2.7.4.	Control adaptivo de predicción extendida (EPSAC).....	99
3.2.7.5.	Control adaptivo de horizonte extendido (EHAC).....	100
3.2.7.6.	Control predictivo generalizado (GPC).....	101
3.2.7.6.1.	Formulación del Control Predictivo Generalizado.....	102
3.2.7.6.2.	Predicción Óptima.....	103
3.2.7.6.3.	Predicción Óptima cuando $C \neq 1$ .....	107
3.2.7.6.4.	Obtención de la ley de control.....	111
3.3.	Desarrollo de un sistema de control predictivo generalizado para controlar la presión del vapor de una caldera piro-tubular.....	113
3.3.1.	Solución de la ecuación diofántica.....	114
3.3.2.	Implementación del algoritmo de control GPC en Simulink.....	115
3.4.	Simulación del sistema de control predictivo generalizado implementado en Simulink.....	124
3.4.1.	Resultados de simulación variando parámetros $\lambda$ y $\alpha$ .....	125
3.4.2.	Resultados de simulación cambiando la varianza de la señal aleatoria del modelo de perturbaciones de la planta.....	131
3.4.3.	Resultados de simulación ante la variación de parámetros del modelo.....	132
3.5.	Implementación de un identificador recursivo de máxima probabilidad para modelos tipo ARMAX.....	135
3.5.1.	Estimación recursiva utilizando el método de mínimos cuadrados con factor de olvido.....	136

3.5.2. Bias y estimación en línea de regresiones pseudolineales.....	138
3.5.3. Implementación del algoritmo de identificación recursiva.....	139
3.6. Implementación de una etapa adaptiva para el controlador predictivo generalizado.....	146
3.6.1. Control adaptivo - Lineamientos teóricos.....	146
3.6.2. Implementación del controlador GPC-adaptivo.....	150
3.6.3. Simulación del sistema de control GPC-adaptivo.....	152
3.7. Conclusiones.....	154
 CAPÍTULO IV: COMPARACIÓN ENTRE EL SISTEMA DE CONTROL GPC-ADAPTIVO DISEÑADO Y UN SISTEMA DE CONTROL PID PARA CONTROLAR LA PRESIÓN DEL VAPOR EN UNA CALDERA DE TUBOS DE FUEGO	
4.1. Introducción.....	160
4.2. Ajuste y simulación de un sistema de control PID de la presión del vapor en una caldera de tubos de fuego.....	161
4.2.1. Modelamiento de la planta mediante un sistema de primer orden con tiempo muerto.....	161
4.2.2. Método de ajuste $\lambda$ -tuning.....	164
4.3. Comparación entre el sistema de control GPC-adaptivo y el sistema de control PPI.....	169
4.3.1. Respuesta ante cambio por la referencia, cuando no hay variación paramétrica.....	170
4.3.2. Respuesta ante ingreso de perturbaciones, cuando no hay variación paramétrica.....	173
4.3.3. Respuesta ante cambio por la referencia, cuando hay un incremento de 5% de uno de los parámetros del proceso bajo estudio.....	175
4.3.4. Respuesta ante cambio por la referencia, cuando hay un decremento de 5% de uno de los parámetros del proceso bajo estudio.....	178
4.4. Conclusiones.....	181
CONCLUSIONES GENERALES	183
BIBLIOGRAFÍA	186
ANEXOS	191

# CAPÍTULO I: ESTADO DEL ARTE DE LA AUTOMATIZACIÓN DE CALDERAS

## 1.1. INTRODUCCIÓN

La expresión "eficiencia energética" define una adecuada administración de la energía tanto desde el punto de vista económico como medioambiental. Su objetivo consiste en disminuir el consumo de energía, fomentando comportamientos, métodos de trabajo y técnicas de producción que consuman menos energía. Se trata de utilizar mejor la energía.

El incremento de la eficiencia energética resulta esencial para el logro de una política energética sostenible, así como para la seguridad en el abastecimiento energético, tema que ha suscitado inquietud en los últimos años.

Es fundamental que la sociedad aprenda a usar la energía de forma eficiente, lo cual constituye una tarea urgente, debido a la creciente amenaza del cambio climático global y otros problemas ambientales.

Para mejorar la seguridad del abastecimiento energético y reducir las emisiones de gases con efecto invernadero, la eficiencia energética es tan importante como las fuentes de energía renovables. Un uso eficiente de la energía implica no utilizarla en actividades innecesarias. Desarrollar tecnologías y sistemas de vida y trabajo que ahorren energía es capital para lograr un desarrollo sostenible.

En los últimos 20 años, en los países desarrollados el consumo energético ha ido disminuyendo. Se ha estimado que desde 1970 a la actualidad en promedio se usa un 20% menos de la energía en la generación de la misma cantidad de bienes. Contrariamente, en los países en desarrollo, aunque el consumo por persona es mucho menor que en los desarrollados, la eficiencia en el uso de la energía es inferior, debido fundamentalmente a que estos países no cuentan con tecnologías modernas. Mejorando la eficiencia energética es posible disminuir el consumo energético considerablemente, el cual para se estima que puede ser del orden del 18% para la Unión Europea.

Los combustibles fósiles, los cuales incluyen el petróleo, el carbón y el gas natural, proporcionan la mayor parte de la energía que mueve la sociedad

moderna industrial. En 1996 se consumieron en el mundo 26 100 millones de barriles de petróleo, 2,32 billones de metros cúbicos de gas natural y cerca de 4 700 millones de toneladas de carbón. Si se trasladan esas cifras a unidades de energía, se puede decir que el consumo de energía mundial en ese año fue de 137 billones de joules de petróleo, 88 billones de joules de carbón y 77 billones de joules de gas natural.

La lluvia ácida y el calentamiento global son dos de los más serios problemas medioambientales relacionados con la utilización a gran escala de los combustibles fósiles. Otros problemas que se están originando los constituyen la contaminación del suelo y el vertido de petróleo, los cuales se encuentran relacionados directamente con la extracción y el transporte de los combustibles fósiles.

Es por ello que las investigaciones relacionadas con el uso eficiente, racional e inteligente de los combustibles fósiles presenta una elevada prioridad. Desarrollar tecnologías, así como sistemas de vida y trabajo que ahorren energía y en especial combustibles fósiles constituyen elementos importantes para lograr un auténtico desarrollo, que se pueda llamar sostenible.

## 1.2. ESTADO DEL ARTE DE LAS CALDERAS Y SU AUTOMATIZACIÓN EN EL ÁMBITO INTERNACIONAL

Entre los grandes consumidores de combustibles fósiles se encuentran las calderas (generadores de vapor), debido a que estos equipos son utilizados en una gran cantidad de aplicaciones industriales y sociales que van desde el calentamiento y acondicionamiento del aire en sistemas de ventilación de casas, grandes edificios e instalaciones comerciales, hasta la producción de energía eléctrica en centrales termoeléctricas.

Hasta principios del siglo XIX se usaron calderas para teñir ropas, producir vapor para limpieza, etc., hasta que Papin creó una pequeña caldera llamada "marmita". Posteriormente, se usó vapor para intentar mover la primera máquina, la cual no funcionaba durante mucho tiempo ya que utilizaba vapor húmedo (de baja temperatura) y al calentarse ésta dejaba de producir trabajo útil.

Luego de otras experiencias, James Watt completó una máquina de vapor de funcionamiento continuo, que usó en su propia fábrica, ya que era un industrial inglés muy conocido.

La máquina elemental de vapor fue inventada por Dionisio Papin en 1769 y desarrollada posteriormente por James Watt en 1776.

Inicialmente las calderas fueron empleadas en estas máquinas de vapor que eran utilizadas para accionar bombas de agua de cilindros verticales. Ella fue la impulsora de la revolución industrial, la cual comenzó en ese siglo y continúa en el nuestro.

El objetivo fundamental de las calderas consiste en transformar en energía

térmica la energía química contenida en los combustibles fósiles mediante su combustión y transferirla al agua para generar vapor. Durante la transformación de una forma de energía en otra se realizan múltiples operaciones que son interdependientes, por lo que el buen funcionamiento de una etapa está en función del funcionamiento adecuado de todas las etapas anteriores.

Para mantener una elevada eficiencia en el funcionamiento de las calderas se necesita disponer de sistemas efectivos de control automático los cuales posibilitan un desempeño eficiente de cada etapa y por lo tanto de la caldera en su conjunto.

En correspondencia con el contenido de sus tubos, las calderas se subdividen en dos grandes grupos: de tubos de agua o acuotubulares y de tubos de fuego o pirotubulares.

Las calderas de tubos de agua se caracterizan por la circulación del agua por el interior de los tubos y la aplicación de fuego en la superficie exterior de los mismos. Estas calderas presentan un gran espectro de producción de vapor, que puede variar desde una pequeña producción, en calderas compactas, hasta las grandes producciones de 1 000 t/h y presiones hasta 150 kg/cm<sup>2</sup>, como es el caso de las calderas de centrales termoeléctricas. En términos de operación, son mucho más complejas y requieren una mayor seguridad que las calderas de tubos de fuego.

Las calderas de tubos de fuego se caracterizan por la circulación de los gases de la combustión por el interior de los tubos, mientras que el agua a evaporar rodea la superficie exterior de dichos tubos. La presión de trabajo normalmente no excede los 20 kg/cm<sup>2</sup> y la producción de vapor máxima es de aproximadamente 25 t/h. Se utilizan en industrias que no necesitan elevadas cantidades de vapor, pero son las más difundidas y las que presentan mayor aplicación en todo el sector industrial. Las calderas de tubos de fuego de 25MW / 2500HP de potencia y 25bar / 360psi de presión utilizadas para aplicaciones donde se requiere de agua caliente o de vapor como fuente de energía son las más utilizadas hoy en día.

La necesidad de una empresa de ser competitiva en costos y de mantener los requerimientos de emisiones de gases ha puesto un nuevo énfasis en la optimización del desempeño de las calderas de tubos de fuego. Actualmente, el objetivo de cualquier industria a nivel mundial es el de proveerse de energía con el menor costo posible. Sin embargo, operar bajo los niveles de emisión de gases permisible usualmente incrementa los costos operativos.

La eficiencia de una caldera, en términos simples, representa la diferencia entre la energía que entra y la energía que sale de la caldera. Para alcanzar una eficiencia óptima, típicamente se trata de operar las calderas a aproximadamente al 80% de su carga máxima. En aplicaciones que utilizan múltiples calderas y cargas variables, alcanzar la más eficiente combinación

de calderas significa en ocasiones apagar algunas para permitir que otras operen a un ritmo más eficiente.

La operación de las calderas tubos de fuego con buenos niveles de eficiencia (bajos consumos de combustibles) reporta un elevado beneficio económico y medioambiental. Por ejemplo, por cada 20° C que aumenta la temperatura de salida de los gases de combustión, se incrementa en 1% el consumo de combustible. De igual forma, por cada 10% de incremento en el exceso de aire en el proceso de combustión del quemador, el consumo de combustible aumenta también en 1%.

Adicionalmente, una caldera de tubo de fuego tiene una vida útil de hasta 50 años o más, sin embargo, reemplazarla puede ser una inversión bastante costosa. Las consecuencias naturales de la utilización de una caldera con varios años de uso son una reducida confiabilidad, incremento de los costos de mantenimiento y menor desempeño. Dependiendo de los años de uso de una caldera en particular y de la proyección de su vida útil remanente, los fabricantes usualmente tienen incentivos económicos para reutilizar componentes del sistema para mantener a la caldera operando a una capacidad y con una eficiencia óptimas.

Para asegurar una máxima eficiencia en la operación de estas calderas, son esenciales dos requisitos:

- Mantener una correcta proporción aire-combustible, lo que garantiza que la combustión sea completa dentro de los límites de diseño.
- Garantizar que en todo momento sea quemada la cantidad exacta de combustible que posibilita mantener la presión del vapor de salida dentro de los límites requeridos, independientemente de las variaciones en la carga.

Estos requisitos no pueden ser garantizados si no se cuenta con un sistema de control efectivo de las calderas. Hoy en día, los sistemas avanzados de automatización y control de la combustión en calderas son capaces de reducir grandemente los costos y proveer recursos para una mayor flexibilidad en la administración y control de la planta. La carga en una caldera está siempre fluctuando y un sistema de control sofisticado puede automáticamente detectar los cambios y responder a las condiciones de manera más rápida y más precisa que los dispositivos operados manualmente o con sistemas de control de pobre desempeño. Los métodos de control de calderas pueden mejorar la consistencia operacional y la confiabilidad y evitar que se produzcan daños en el equipo del proceso de combustión y áreas adyacentes debido a explosiones u otros eventos indeseables.

La modernización de una caldera con sistemas efectivos de control automático elimina las deficiencias y desbalances que pueden alterar las operaciones de la planta. Por ejemplo, mediante la conexión de un sistema de control integrado con una red de comunicaciones de alta velocidad, los

fabricantes pueden extraer datos de los dispositivos de control y rápidamente reportarlos a sistemas superiores. Esto da a los administradores información actualizada acerca de la utilización de combustible, picos de demanda y eficiencia operacional, permitiéndoles tomar decisiones más precisas y más rápidamente.

Adicionalmente, muchas plantas tienen múltiples calderas que no son del mismo tamaño y que no operan bajo las mismas demandas. Mediante la automatización de estos sistemas multi-calderas y proveyendo información del proceso a los administradores, las plantas pueden coordinar mejor la producción e incrementar la eficiencia operacional y la disponibilidad de las unidades.

Uno de los grandes beneficios de la modernización de un sistema de control consiste en la reducción significativa de los costos de operación y mantenimiento. Con los controles manuales, las calderas deben contar con mucho personal las 24 horas del día que monitoree el sistema y que responda a problemas que se presenten. A través del uso de controles automáticos, muchos de los problemas pueden ser resueltos por el mismo sistema, y en último caso sistemas de mensajería en línea pueden notificar a los operarios designados la activación de alarmas. Esto permite que las plantas empleen su personal en otras tareas y que usen sus recursos más eficientemente.

Actualmente los sistemas de control en la industria de procesos deben satisfacer criterios económicos, asociados con el mantenimiento de las variables de proceso en sus referencias minimizando dinámicamente una función de coste de operación, criterios de seguridad y medioambientales, y de calidad en la producción, la cual debe satisfacer ciertas especificaciones sujetas a una demanda normalmente variable.

Como se ha visto, uno de los principales objetivos de un sistema de control de calderas es mantener una correcta proporción aire-combustible. Uno de los principales parámetros que se requiere para mantener una correcta proporción aire-combustible es la minimización del aire en exceso, el que permite una operación eficiente de cualquier equipo de combustión. La cantidad de combustible que no reacciona y el aire en exceso en los gases producto de la combustión indican la eficiencia del quemador. En condiciones de operación reales, las calderas y otros sistemas de combustión no realizan una mezcla perfecta de aire con combustible, aún bajo las mejores condiciones posibles.

El monitoreo regular del contenido de oxígeno en los gases de la combustión indicará cuánto de aire en exceso está disponible después de haberse producido la combustión. Los altos niveles de oxígeno en los gases de la combustión pueden ser corregidos incorporando un lazo de control de relación aire-combustible en los controles de la caldera. Un analizador de oxígeno puede instalarse para monitorear continuamente el aire en exceso y

ajustar la proporción aire-combustible continuamente para lograr una eficiencia óptima.

Un sistema de control de la proporción aire-combustible en el proceso de combustión de la caldera mejora la transferencia de calor ya que la caldera absorbe mayor cantidad de calor en el proceso, permite una detección adecuada de problemas potenciales mediante el análisis de los gases de la combustión y reduce significativamente los costos de los combustibles. La instalación de un sistema efectivo de control permite conseguir un control más preciso del aire en exceso a través de una referencia de oxígeno, y lograr mantener esta referencia ante el ingreso de perturbaciones.

Las plantas que a su vez cuentan con un sistema de control de seguridad en la entrada del combustible pueden presentar grandes ventajas. Este método de control ayuda a mejorar la seguridad minimizando el riesgo de una proporción aire-combustible peligrosa durante el proceso de combustión. Este se implementa aumentando siempre el flujo de aire antes de aumentar el flujo de combustible, o disminuyendo el flujo de combustible antes de disminuir el flujo de aire. Este sistema de control es altamente efectivo y puede proveer: una mejor optimización del consumo de combustible; condiciones de operación más seguras reduciendo el riesgo de una explosión; diagnóstico y solución de problemas mejorado; mejor visibilidad. La combustión combinada de múltiples combustibles simultáneamente puede lograrse fácilmente con este tipo de sistema.

Un lazo de control de monóxido de carbono en conjunto con el analizador de oxígeno, puede también ser usado para corregir la proporción aire-combustible incrementando la calidad de la combustión. Esto se logra minimizando el aire en exceso y las emisiones de CO.

Sin embargo, el proceso que presenta la mayor significación e importancia en el funcionamiento de las calderas de tubos de fuego es el de variación de la presión del vapor en su cuerpo, ya que la presión del vapor es un parámetro que indica si se debe variar la cantidad de combustible de alimentación al quemador de la caldera en un instante de tiempo determinado. Por medio de la alimentación de combustible se controla la llama dentro de la cámara, lo que se traduce en generación de vapor y por ende, en el aumento o disminución de la presión dentro de los conductos que transportan el vapor. Asimismo, otra ventaja clave de la automatización de las calderas es la administración de la demanda de vapor. Uno de los objetivos principales durante la operación de las calderas es asegurar que la presión del vapor de trabajo sea sostenible para cualquier demanda que la planta requiera. Esto se consigue asegurando que las calderas quemen sólo el combustible necesario, lo que da como resultado un costo de operación mucho menor.

Las calderas como objeto de control automático presentan un comportamiento dinámico difícil o complicado, ya que pueden caracterizarse

como sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas, de comportamiento no lineal, variantes en el tiempo, cuyos estados generalmente cambian con el punto de operación.

En un comienzo la presión del vapor en las calderas se controlaba utilizando sistemas de control de dos estados o denominados ON/OFF. Esto se conseguía mediante el uso de un presostato y de un sistema de conexión/desconexión del quemador. Este sistema de control probó ser altamente ineficiente ya que se desperdiciaba una gran cantidad de combustible durante las operaciones de encendido y apagado del quemador. Posteriormente se utilizaron controladores de 3 estados, los cuales utilizaban una potencia “base” del quemador para evitar su permanente conexión y desconexión. Sin embargo, pronto fueron desechados ya que no ofrecían un suministro constante de vapor, por las continuas fluctuaciones tanto en presión como en flujo.

En la actualidad, en muchas calderas de tubos de fuego el proceso de variación de la presión del vapor en su cuerpo se controla mediante controladores PID de lazo simple. Sin embargo, el desempeño de tales controladores es limitado, debido a que los mismos no consideran las variaciones que se originan en los parámetros dinámicos del proceso, así como el retardo de tiempo que dicho proceso presenta. Esto se traduce en un mayor consumo de combustible, así como en una mayor emisión de gases producto de la combustión a la atmósfera

El procedimiento normal para el diseño de controladores PID parte de un modelo lineal del proceso con parámetros fijos, obtenido linealizando el sistema alrededor de un punto de operación. Esta es una aproximación, ya que las características de la respuesta del proceso son no lineales, y los parámetros del sistema de potencia son función del punto de operación. Entonces, mientras las condiciones de operación cambian, el desempeño del sistema no será óptimo con este sistema de control. Mediante la utilización de técnicas adaptativas, el punto de operación del sistema puede conseguirse para todas las condiciones de operación, y los parámetros del sistema pueden ser actualizados cuando sea requerido. La señal de control entonces puede calcularse óptimamente utilizando los parámetros actualizados del modelo del proceso.

Los controladores predictivos se muestran como una opción importante para la solución del problema del control efectivo de la presión del vapor en el cuerpo de las calderas de tubos de fuego. El control predictivo generalizado (GPC) constituye una estrategia de control muy popular, que puede ser fácilmente mejorada mediante la adición de un identificador recursivo, lo que la convierte en una estrategia auto-sintonizable. Este método utiliza un predictor multi-paso que permite conseguir mejores predicciones que otras técnicas estándares.

Este tipo de controladores permite trabajar con procesos inestables o de fase

no mínima, incorpora el concepto de horizonte de control, así como la consideración en la función de costo de ponderación de los incrementos en las acciones de control. Además permite trabajar con un modelo de las perturbaciones, lo cual permite obtener predicciones mucho más precisas. Sin embargo, su aplicación requiere de modelos matemáticos que describan de forma adecuada los procesos a controlar.

La situación actual de aplicaciones de controladores del tipo GPC en la industria está reflejada en la recopilación de Qin y Badgwell, que recoge unas 2200 aplicaciones, principalmente en el sector petroquímico (desde entonces el número de aplicaciones puede estimarse en torno a las 3000). La mayoría de las aplicaciones son en procesos multivariables, registrándose casos como un controlador con 40 entradas y 80 salidas. Sorprendentemente, el GPC ha tenido un menor impacto en otros tipos de industrias, aunque estudios de 1993 sugieren que unas 20 000 aplicaciones podrían beneficiarse de esta técnica.

El éxito actual del GPC en la industria se debe a tres razones principales:

- La incorporación de un modelo explícito del proceso en los cálculos permite al controlador tratar con todas las características importantes de la dinámica del proceso.
- La consideración del comportamiento del proceso a lo largo de un horizonte futuro permite tener en cuenta el efecto de las perturbaciones en la realimentación y *pre*-alimentación, permitiendo al controlador conducir la salida del proceso a la trayectoria de referencia deseada.
- La consideración de restricciones en la fase del diseño del controlador evitando en lo posible su violación, resultando un control más preciso en torno al punto óptimo de operación. La inclusión de restricciones es quizás la característica que más distingue al GPC respecto a otras metodologías.

Otra de las razones que han contribuido a que el GPC se haya convertido en un éxito comercial es el hecho de que existen unos 15 suministradores que instalan el producto llave en mano, con periodos de amortización de entre 3 y 12 meses, permitiendo que medianas empresas puedan tener acceso a esta tecnología. Aparte de esto, los nuevos Sistemas de Control Distribuido empiezan a ofertar productos GPC genéricos que ofrecen al usuario la posibilidad de realizar futuras modificaciones sin depender de un producto cerrado.

Una de las principales desventajas de los controladores predictivos es que dependen fuertemente del modelo de la planta. Ello quiere decir que si se producen cambios en el comportamiento dinámico de la caldera, el modelo matemático no representará adecuadamente dicho comportamiento y por lo tanto la efectividad del sistema de control se verá disminuida. Por ello, se presenta el control predictivo-adaptivo como una variante que soluciona en

gran medida este problema. Para implementar este sistema de control es necesario el diseño e implementación de un algoritmo que permita actualizar el modelo matemático cuando se producen variaciones en el comportamiento dinámico en el proceso.

El problema de la obtención de modelos matemáticos que describan de forma adecuada el proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego no ha sido suficientemente investigado. Ello se debe a que para poder modelar matemáticamente este sistema complejo a partir de principios físicos fundamentales, sería necesario evaluar la dinámica del actuador, la cantidad de energía química que posee el combustible, y las relaciones termodinámicas y fisicoquímicas que se producen en el interior de la caldera hasta obtener un modelo aceptable que relacione la entrada (combustible) con la salida de interés (presión de vapor). También es necesario incluir las variaciones dinámicas introducidas en el tiempo, producto de fenómenos químicos y físicos que alteran constantes el sistema como son los coeficientes de transferencia de calor radiante y convectivo.

Este procedimiento puede incluir muchas ecuaciones diferenciales altamente acopladas. Uno de los principales problemas que se tiene que afrontar es el gran número de parámetros experimentales que se deben hallar para cada proceso particular, muchos de los cuales exigen mediciones muy precisas e incluso inaccesibles. Este modelamiento es de tipo “interno” y permite un conocimiento profundo y al detalle de las interacciones entre las distintas variables del sistema.

Ante esta problemática y a las luces del objetivo principal, que es controlar la presión del vapor en el cuerpo de la caldera, se puede utilizar un modelamiento matemático de tipo “entrada-salida”, en el que se consideren sólo los valores de las variables manipuladas y controladas, dejando las interacciones internas de lado. Si se asume que el sistema puede modelarse como un sistema causal, lineal, relajado e invariante en el tiempo, entonces el modelo a obtener puede expresarse como una función de transferencia.

Si los datos de operación del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego se encuentran disponibles, se pueden utilizar los procedimientos estadísticos de identificación de sistemas para modelar el proceso bajo estudio. Este es un campo del modelamiento matemático de sistemas dinámicos que utiliza datos experimentales como punto de partida, a los cuales se aplican un conjunto de técnicas estadísticas con el fin de ajustar los datos a una estructura dinámica determinada por el investigador. En este caso, no hay necesidad de conocer las leyes internas que gobiernan el comportamiento del sistema.

Desde hace varios años muchos trabajos han explorado la automatización de calderas utilizando sistemas de control GPC, sin embargo, la mayor parte de estos trabajos se centran en la automatización de calderas de tubos de agua

ya que son las más utilizadas en grandes sistemas de producción de energía eléctrica.

B.W. Hogg estudia el control predictivo generalizado multivariable de una caldera de tubos de agua (Hogg et al., 1990). Los resultados de este trabajo muestran que se pueden obtener mejoras sustanciales en la eficiencia de esta clase de calderas utilizando un sistema de control GPC con respecto al desempeño que se obtiene con un controlador PI convencional. Las variaciones de la presión y de la temperatura se reducen grandemente y con un menor esfuerzo del controlador. Sin embargo, este trabajo utiliza para validar sus resultados un modelo físico del proceso, el cual si bien ha sido cuidadosamente elaborado, representa de una manera muy general el proceso bajo estudio y no considera la influencia de las perturbaciones que en un sistema real se presentan.

Con este mismo enfoque Fujiwara demuestra que la inclusión de un sistema adaptativo estable contribuye en gran medida a mejorar el desempeño del controlador GPC (Fujiwara et al., 1990). Sin embargo, nuevamente no utilizan datos de un proceso real. Estos mismos autores también han estudiado la implementación de un sistema de control predictivo para controlar la temperatura del vapor sobrecalentado en una caldera de tubos de agua utilizando el mismo modelo mencionado anteriormente.

Otras estrategias de control avanzado también han sido utilizadas en la automatización de calderas. Entre ellas se encuentran: las técnicas de control de orden fraccional aplicadas en el control de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego (Rivas Pérez et al., 2005), los controladores PID con auto-ajuste utilizados en el control del nivel del agua en una caldera de tubos de fuego (Gyun, 2001), el control robusto multivariable basado en técnicas de control  $H_\infty$  (Wen et al, 2002). Gyun también ha investigado la aplicación de sistemas de control adaptativos para mejorar el desempeño de los sistema de control de generadores de vapor de tubos de agua (Gyun et al., 2001).

Como se aprecia, en el ámbito internacional el desarrollo de estrategias de control para la automatización efectiva de calderas ha sido tratado por diferentes autores, constituyendo un área de continua investigación. Sin embargo, la mayor parte de las investigaciones desarrolladas han estado dirigidas a la automatización de calderas de tubos de agua, debido a la amplia utilización de esta clase de calderas en la generación de grandes cantidades de vapor. El tema de la automatización efectiva de calderas de tubos de fuego no ha sido suficientemente investigado, a pesar de la importancia que presentan.

### 1.3. ESTADO DEL ARTE DE LA AUTOMATIZACIÓN DE CALDERAS EN EL ÁMBITO NACIONAL

La automatización de calderas en el Perú constituye un área de investigaciones que recién comienza a desarrollarse y que promete ser un campo de gran expansión debido a las grandes ventajas que pueden reportar estas investigaciones en el aumento de la fiabilidad en el funcionamiento de esta clase de equipos, así como en la elevación de su eficiencia energética. En el Perú se cuenta con más de 50 fabricantes de calderas entre fabricantes formales e informales. De las calderas existentes en la industria peruana aproximadamente el 85% son de tubos de fuego, aplicándose las mismas en las industrias de bebidas gaseosas, alimentos y textiles. Las calderas que se fabrican disponen de 3 controles de presión:

Un primer sistema de control es el denominado “control de la presión del vapor en operación”. Este sistema de control consta de un presostato o controlador de tipo ON-OFF que enciende/apaga el quemador. Cuando se alcanza la presión máxima de operación, el quemador se apaga y arranca nuevamente cuando la presión se encuentra por debajo de un límite mínimo de presión de operación. Este límite es predeterminado por el usuario y se define según la demanda de vapor y el ritmo de producción.

Un segundo sistema de control de la presión del vapor es el de modulación, para el que se utiliza un presostato que envía señales a un motor de tipo “Modutrol”. Cuando la presión del vapor se acerca a la presión de corte (máxima presión de operación) el presostato envía una señal al motor Modutrol que lleva al quemador al modo de “baja potencia”, esto incluye gobernar la válvula reguladora de caudal de petróleo y el flujo de ingreso de aire al quemador para la combustión. Cuando la presión del vapor de la caldera se aleja mucho de la presión de corte, el motor “Modutrol” recibe la señal del presostato para llevar el quemador a “alta potencia”. Este sistema procura evitar que la caldera se apague, para minimizar los arranques y paradas del equipo.

Finalmente se tiene un tercer sistema de control utilizado con fines de seguridad, donde se utiliza un presostato configurado 10% por encima de la máxima presión de operación (presión de corte) para que en caso que el presostato de operación falle, éste corte inmediatamente todo el sistema y no arranque hasta que se solucione el problema del primer presostato.

Se observa que fundamentalmente, los sistemas de control utilizados en el ámbito nacional son de tipo dos estados o tres estados, por lo que existen muchas mejoras por realizar en este campo de automatización. La inclusión de sistemas de control PID puede mejorar grandemente la eficiencia de las calderas. La inclusión de sistemas de control avanzando en el funcionamiento de las mismas puede representar mejoras mucho más importantes en la operación y mantenimiento de estos equipos.

#### 1.4. OBJETIVOS DE LA TESIS

Considerando que el proceso que presenta un mayor significado en el funcionamiento de las calderas de tubos de fuego es el de variación de la presión del vapor en su cuerpo, debido a que el control de la combustión se realiza mediante el control de la presión del vapor, esta tesis presenta el siguiente objetivo general

“Desarrollar un sistema de control avanzado de la variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego, que posibilite un funcionamiento efectivo y fiable del proceso de combustión, así como una disminución del actual consumo de combustible y de los gases contaminantes del medio ambiente. “

Para cumplir con este objetivo es necesario alcanzar los siguientes objetivos específicos:

1. Obtener mediante la aplicación de las técnicas de identificación de sistemas un modelo matemático (orientado al control) del proceso de variación de la presión de vapor en el cuerpo de una calderas de tubos de fuego, que describa con un adecuado nivel de exactitud el comportamiento dinámico de dicho proceso;
2. Diseñar un sistema de control adaptativo predictivo del proceso bajo estudio;
3. Comparar los resultados de la simulación del sistema de control adaptativo predictivo del proceso bajo estudio diseñado con los de un sistema de control clásico, de forma tal de demostrar las ventajas en relación al nivel de desempeño del sistema desarrollado.

## CAPÍTULO II: COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LAS CALDERAS DE TUBOS DE FUEGO COMO OBJETO DE CONTROL AUTOMÁTICO

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Una caldera es un equipo que tiene por objetivo transferir la energía de los combustibles al agua mediante combustión para generar vapor. Este vapor puede ser utilizado en una gran cantidad de labores tales como: generación de energía eléctrica, intercambio de calor, limpieza, etc.

El control de la presión del vapor dentro de la caldera es de suma importancia, ya que es una variable que junto con la temperatura indica la cantidad de energía que transporta el vapor (Rivas et al., 2000). Por ello es importante el control de esta variable, lo que se lleva a cabo modificando el flujo de alimentación de combustible. Al variar el flujo de combustible que ingresa al quemador, se incrementa o disminuye la cantidad de calor transferida al agua en el interior de la caldera. Esto se traduce en una mayor o menor generación de vapor y por ende en el aumento o disminución de la presión de vapor en la caldera.

Para diseñar un sistema eficiente de control de las calderas que cumpla con los requerimientos impuestos por la industria moderna es necesario construir un modelo matemático que permita dicho diseño (Rodríguez et al., 2006). Para la modelación matemática de los procesos que se originan en el interior de las calderas existen dos métodos fundamentales. El primer método se basa en el modelado a partir de las ecuaciones de balance de masa y energía. Este método es muy engorroso y difícil por el gran número de variables y ecuaciones involucradas en el funcionamiento de las calderas (Rivas Pérez et al., 1994). El segundo método consiste en la aplicación de las técnicas de identificación de sistemas dinámicos. Este método utiliza los datos obtenidos de entrada y salida del sistema para aproximar un modelo matemático lineal, y se considera una vía alternativa muy fiable (Ljung, 1999). Este procedimiento se desarrolla en la segunda parte de este capítulo.

## 2.2. CARACTERIZACIÓN DE LAS CALDERAS DE TUBOS DE FUEGO COMO OBJETOS DE CONTROL AUTOMÁTICO.

### 2.2.1. CONCEPTOS BÁSICOS DE CALDERAS

En la conversión de agua en fase líquida a fase vapor, se añade calor para inicialmente incrementar la temperatura del agua hasta la temperatura del punto de ebullición. El punto de ebullición del agua es 100 °C a la presión atmosférica y se incrementa cuando la presión en el sistema aumenta. La temperatura del punto de ebullición se conoce como la temperatura de saturación del vapor que se produce. Las relaciones entre la temperatura de saturación y la presión del vapor son propiedades termodinámicas fijas del vapor de agua (Lindsley, 1991).

Durante la conversión del agua de su fase líquida a la fase de vapor, la temperatura no varía con la adición de calor. El fluido existe en una relación de saturación temperatura-presión durante la entera conversión del agua líquida a vapor. El calor que se añade durante la conversión a temperatura constante se denomina calor latente de vaporización. El vapor que se obtiene de esta forma y que no ha sido calentado a una temperatura superior a la temperatura de ebullición, se denomina vapor saturado. Si el vapor contiene partículas de agua líquida, se denomina vapor "húmedo". El porcentaje en peso de las gotas de agua en el vapor húmedo se denomina "porcentaje de humedad". El porcentaje de calidad del vapor húmedo se obtiene restando el porcentaje de humedad de 100 %.

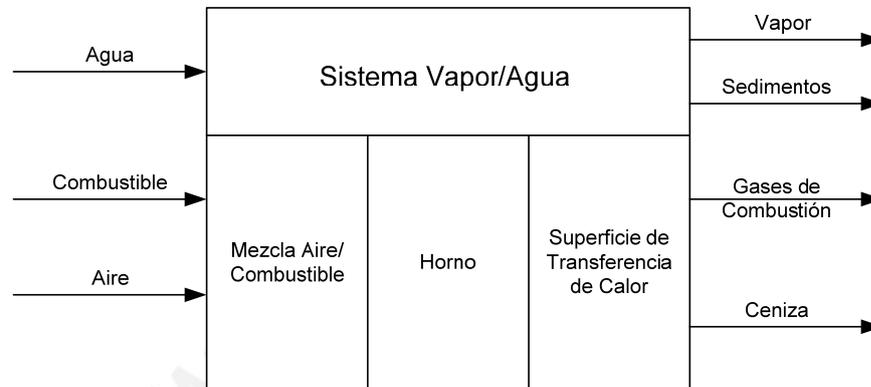
La cantidad total de calor que se requiere para producir una cantidad dada de vapor seco saturado incluye la cantidad de calor sensible utilizado para llevar el líquido al punto de ebullición y el calor latente de vaporización. Generalmente, cuando la presión del vapor saturado seco se incrementa, la cantidad de calor sensible necesario se incrementa y la cantidad de calor latente decrece.

La adición de calor sensible adicional al vapor seco saturado ocasiona que la temperatura pueda ser incrementada por encima de la temperatura de saturación. El vapor que es calentado por encima de la temperatura de saturación se denomina vapor sobrecalentado.

### 2.2.2. LA CALDERA BÁSICA

Un diagrama básico de una caldera se muestra en la Fig. 2.1. Este diagrama muestra que una caldera se encuentra conformada por dos sistemas separados. El primero es el sistema vapor-agua, el cual es también llamado la zona de agua de la caldera. En este sistema el agua se introduce y, luego de recibir el calor que es transferido a través de una barrera metálica, es calentado, convertido en vapor, para finalmente salir del sistema.

El otro sistema de la caldera es el de combustible-aire-gases de combustión, el cual también se conoce como el sistema de calentamiento de la caldera. Este sistema provee el calor que es transferido al agua. Las entradas a este sistema son el combustible y el aire requerido para quemar el combustible (Dukelow, 1991).



**Fig. 2.1.** Diagrama Básico de una caldera

En este sistema, el combustible y el aire son mezclados y quemados en un horno. El resultado de la combustión es la conversión de la energía química del combustible en energía térmica o calorífica. El horno está usualmente alineado con la superficie de transferencia de calor en la forma de tubos por donde circulan ya sea agua-vapor o en el caso de las calderas piro-tubulares, los gases de combustión. Estos tubos reciben el calor radiante de la llama y lo transfieren al lado de agua del sistema. Los gases resultantes de la combustión, son enfriados mediante la transferencia de su calor a través de lo que se conoce como la superficie de transferencia de calor radiante. Los gases salen del horno y pasan a través de una superficie de calentamiento adicional formada por tubos por donde circulan una mezcla de agua-vapor. En esta área, las superficies no pueden “ver” la llama, y el calor se transfiere por convección. También en esta área, conocida como la superficie de calentamiento por convección, cantidades adicionales de calor son transferidas hacia el lado de agua de la caldera. Esta transferencia de calor enfría más aún los gases de combustión, los cuales salen de la caldera.

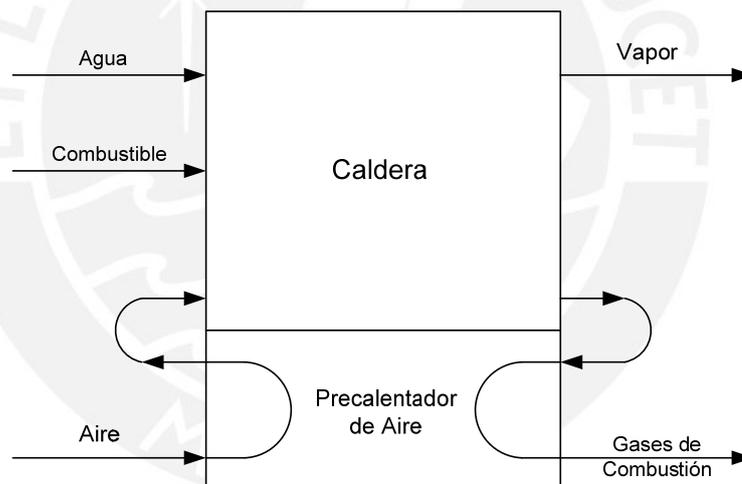
Debido a que la transferencia de calor depende de una diferencia de temperaturas como “fuerza motriz”, los gases de combustión de esta caldera básica sólo pueden enfriarse a una temperatura que se encuentra en algún nivel por encima de la temperatura del sistema vapor-agua. La pérdida de calor en los gases de combustión de la caldera queda determinada por la temperatura de saturación del sistema vapor-agua.

El proceso de adición de calor para convertir agua a vapor tiene una constante de tiempo que depende de las características específicas de la instalación. Los factores que afectan esta constante de tiempo incluyen la acumulación de calor del sistema, los coeficientes de transferencia de calor en

las diferentes partes del sistema, las masas del metal y de refractario y su configuración, y otros factores adicionales. Para los propósitos de control, es generalmente suficiente entender que la constante de tiempo dominante se encuentra en el orden de los minutos.

### 2.2.3. RECUPERACIÓN DE CALOR DE GASES DE COMBUSTIÓN

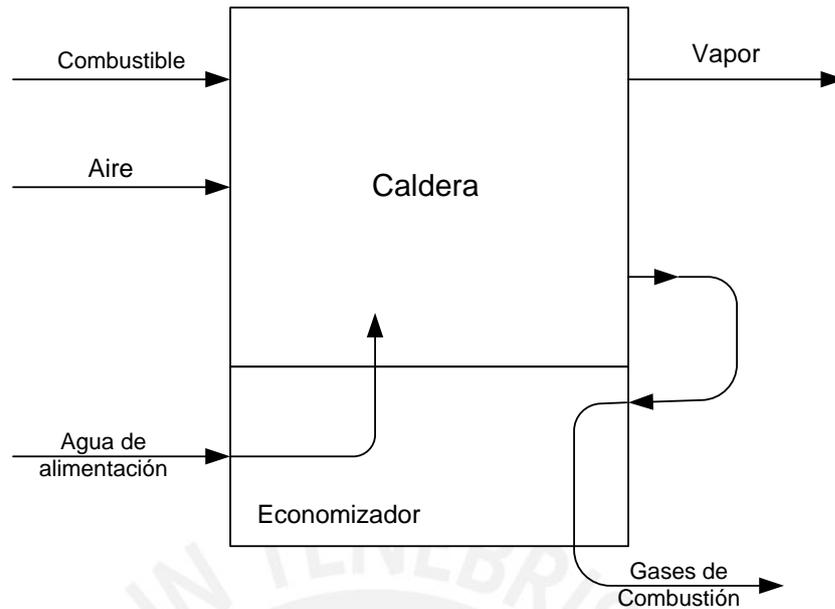
Si las pérdidas de calor de los gases de combustión se requiere reducir, se deben añadir intercambiadores de calor separados de la caldera para recuperar el calor y enfriar los gases de combustión (Basu, 1999). El precalentador de aire de combustión es una forma de estos intercambiadores de calor adicionales. La aplicación de un precalentador de aire se muestra en la Fig. 2.2. Los gases de combustión salen de la caldera y pasan a través de un precalentador de aire. El aire de combustión también pasa a través del precalentador de aire antes de ser mezclado con el combustible. Debido a que la temperatura de los gases de combustión es mucho mayor que la temperatura del aire, el calor se transfiere desde los gases de combustión al aire de combustión vía la superficie convectiva de transferencia de calor del precalentador de aire de combustión.



**Fig. 2.2.** Una caldera simple más un precalentador de aire de combustión

Esta transferencia de calor enfría los gases de combustión y por lo tanto disminuyen las pérdidas de calor. El calor añadido en el aire de combustión entra al horno, mejora el proceso de combustión, y reduce el requerimiento de combustible en una cantidad equivalente al calor que ha sido transferido en el precalentador de aire. Usando el precalentador de aire, aproximadamente 1% de combustible se ahorra por cada 20°F de incremento en la temperatura del aire de combustión.

El uso de un economizador es otra forma de recuperar el calor de los gases de combustión. En este arreglo, los gases de combustión salen de la caldera y entran al economizador, el cual está en contacto con la superficie de transferencia de calor de los tubos de alimentación de agua de la caldera.



**Fig. 2.3.** Una caldera simple más economizador

El arreglo de este tipo de intercambiador de calor adicional se muestra en la Fig. 2.3.

Debido a que los gases de combustión se encuentran a una temperatura mayor que el agua, los gases de combustión son enfriados y la temperatura del agua de alimentación se incrementa. Enfriar los gases de combustión reduce las pérdidas energéticas en una cantidad igual al calor transferido al agua de alimentación de la caldera.

El incremento de calor en el agua de alimentación reduce los requerimientos de combustible de la caldera. Aproximadamente 1% de la entrada de combustible se ahorra por cada 5°C de incremento en el agua de alimentación cuando pasa a través del economizador.

Ambos tipos de intercambiadores de calor son usualmente utilizados en calderas grandes. Cuando ambos, el precalentador de aire y el economizador son utilizados, la práctica normal consiste en pasar los gases de combustión primero a través del economizador y luego a través del precalentador de aire.

#### 2.2.4. CLASIFICACIÓN DE LAS CALDERAS

Hay dos tipos generales de calderas: las pirotubulares (tubos de fuego) y las acuotubulares (tubos de agua). Adicionalmente, las calderas se clasifican como de “alta” y “baja” presión y como calderas de “vapor” y calderas de “agua caliente” (Shields, 1999).

Por definición, las calderas de alta presión son calderas de vapor que operan a presiones mayores que 15 psig. En estas calderas, debido a que la

temperatura de saturación del agua se incrementa cuando la presión aumenta, también se incrementa la temperatura de los gases de combustión, aumentando las pérdidas de calor.

Una ventaja de usar altas presiones es que permite una reducción en el tamaño físico de la caldera y del sistema de tuberías. Esto se debe a la mayor densidad (menor volumen específico) del vapor a mayor presión. La ventaja es particularmente importante si la caldera está a alguna distancia de la carga de calor.

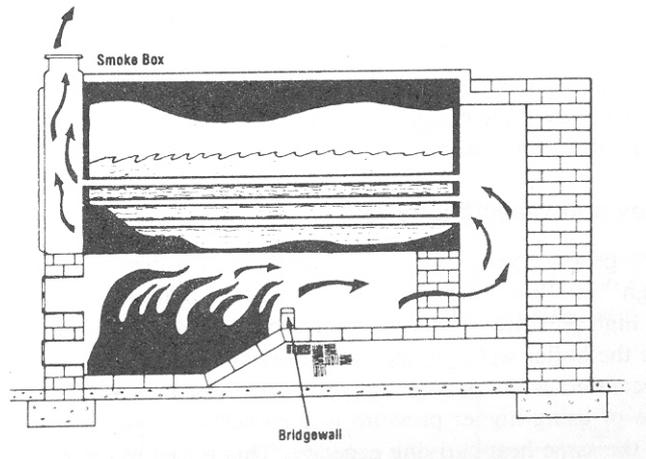
Un atributo particular del vapor a alta presión es que contiene una cantidad significativamente mayor de energía disponible. Energía disponible es un término dado a la energía que puede ser convertida en trabajo en una planta industrial o de generación eléctrica.

Una caldera de baja presión es aquella que opera a presiones por debajo de los 15 psig. Casi todas las calderas de baja presión son utilizadas para acondicionamiento de espacios. Las calderas de baja presión son más simples ya que las válvulas reductoras de presión son raramente requeridas y la química del agua en la caldera es más simple de mantener.

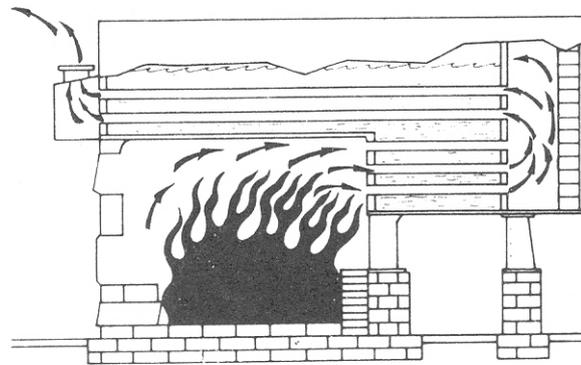
#### 2.2.5. CALDERAS PIROTUBULARES O DE TUBOS DE FUEGO

Las calderas pirotubulares constituyen la mayor parte de calderas industriales de pequeño o mediano tamaño (Feliú et al., 2005). En las calderas de tubos de fuego los gases de combustión fluyen a través de las paredes de los tubos hacia el agua que los circunda. El vapor es generado por la transferencia de calor a través de las paredes de los tubos hacia el agua. Los gases de combustión son enfriados mientras fluyen a través de los tubos, transfiriendo su calor al agua; por lo tanto, a mayor enfriamiento de los gases de combustión, mayor será la cantidad de calor transferido. El enfriamiento de los gases de combustión está en función de la conductividad calorífica de los tubos y de sus superficies, de la diferencia de temperatura entre los gases de combustión y el agua de la caldera, del área de transferencia de calor, del tiempo de contacto entre los gases de combustión, de la superficie de los tubos de la caldera, etc.

Las calderas pirotubulares usadas hoy en día evolucionan de los primeros diseños de un recipiente de presión cilíndrico o esférico montado sobre el fuego con la llama y los gases calientes alrededor de la carcasa de la caldera (Dukelow S.G., 1999). Este diseño ha sido mejorado mediante la instalación de tubos longitudinales en el recipiente de presión y haciendo pasar los gases de combustión a través de los tubos. Esto incrementa el área de transferencia de calor y mejora los coeficientes de transferencia de calor. Los resultados son las dos variaciones de la caldera de retorno horizontal (HRT) que se muestran en las Fig. 2.4 y Fig. 2.5. Una variación de la caldera HRT de la Fig. 2.4 es la caldera de caja de fuego empacada que se muestra en la Fig. 2.6.



**Fig. 2.4.** Caldera tubular de retorno horizontal

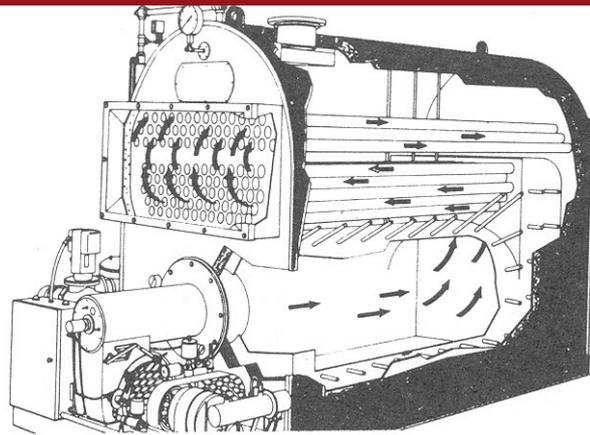


**Fig. 2.5.** Caldera de dos pasos

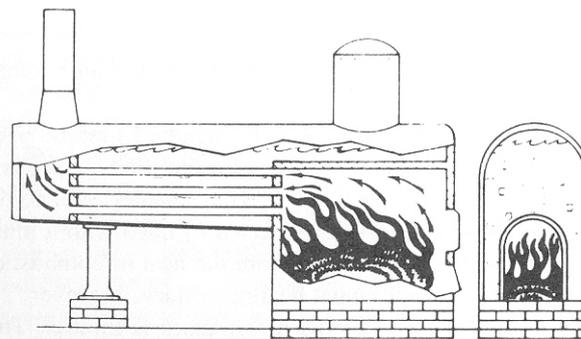
Una evolución paralela de la caldera de tubos de fuego fue la caldera de locomotora diseñada con el horno rodeado por un área de transferencia de calor añadida usando tubos horizontales. Este tipo de caldera se muestra en la Fig. 2.7.

La caldera marina Scotch, como se muestra en la Fig. 2.8, con el horno como un tubo largo de metal, combina esta característica de la caldera English Cornisa de los 1800s y los tubos horizontales pequeños de la caldera HRT. Esta caldera originalmente fue desarrollada para satisfacer la necesidad de calderas compactas para embarcaciones. Debido a que el horno es enfriado completamente por agua, no se requiere horno refractario. El calor radiante de la combustión es transferido directamente a través de la pared de metal al agua. Esto le permite a las paredes del horno convertirse en superficies de transferencia de calor particularmente efectivas debido a la alta diferencia de temperaturas entre la llama y el agua de la caldera.

Un diseño modificado de la caldera Scotch es el que se utiliza en la caldera pirotubular estándar, que es la más común utilizada hoy en día. Dos variaciones del diseño Scotch, denominadas "wetback" y "dryback", son las mostradas en las Fig. 2.9 y Fig. 2.10.



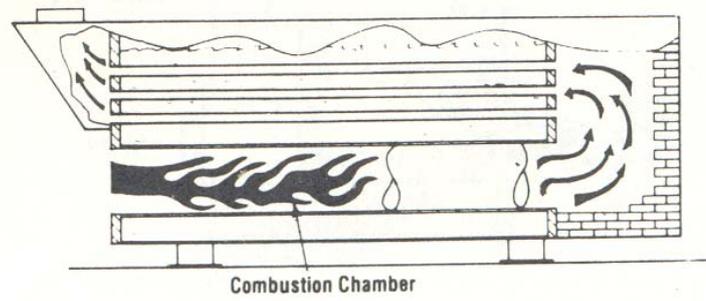
**Fig. 2.6.** Caldera “Firebox”



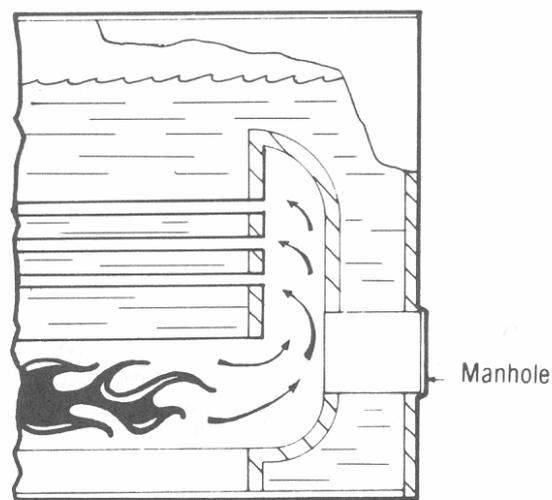
**Fig. 2.7.** Caldera de tipo locomotora

Estos nombres refieren a la parte trasera de la cámara de combustión, la cual debe ser rodeada ya sea por agua o recubierta con un material aislante a alta temperatura, tal como un refractario, para protegerla del calor de combustión.

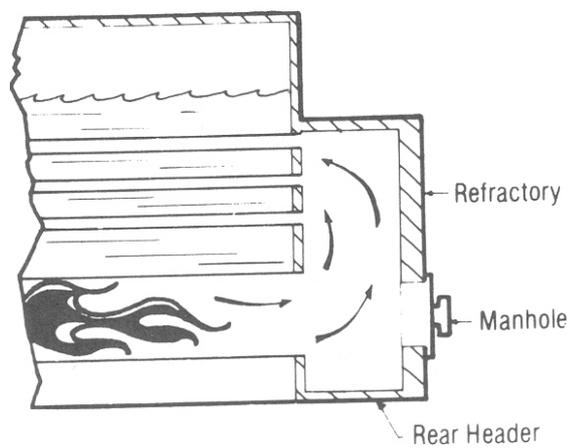
Las calderas wetback ganan superficie de calentamiento adicional sin embargo, es más difícil el mantenimiento debido a que el acceso a la parte trasera final de los tubos de la caldera es limitado. El mantenimiento de la caldera dryback es más fácil de realizar debido a que las puertas traseras pueden ser removidas por completo para un acceso hacia los tubos y al material aislante o refractario. El recubrimiento refractario o aislante puede deteriorarse luego de un tiempo. Si este recubrimiento no está apropiadamente mantenido, la eficiencia puede reducirse debido a que los gases de combustión van a perder calor a través de las puertas traseras, especialmente en las calderas de 3 o 4 pasos, y las puertas de metal se deteriorarán.



**Fig. 2.8.** Caldera marina “Scotch”.

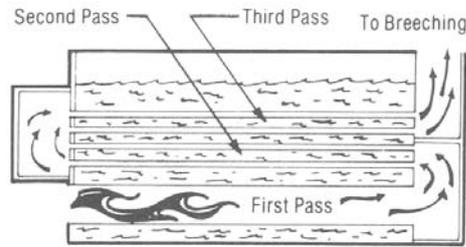


**Fig. 2.9.** Variante tipo “wetback”.



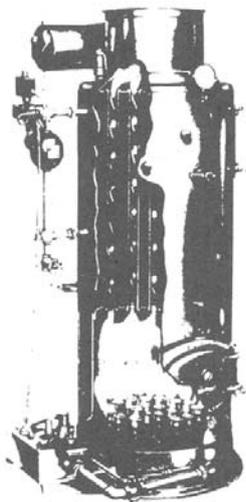
**Fig. 2.10.** Variante tipo “dryback”.

El “número de pasos” en una caldera de tubos de fuego es un parámetro que se refiere al número de corridas horizontales que los gases realizan entre el horno y la salida de los mismos (Gilman, 2005). La cámara de combustión o el horno se consideran como primer paso; cada conjunto separado de tubos de fuego provee pasos adicionales como se muestra en Fig. 2.11.



**Fig. 2.11.** Caldera de pasos.

El número de pasos de gases de combustión en una caldera pirotubular no necesariamente determina su eficiencia característica. Para el mismo número total, longitud, y tamaño de tubos (misma superficie de calefacción), el incremento del número de pasos incrementa la longitud que los gases de combustión tienen que viajar debido a que los gases deben pasar a través de los tubos en serie más que en paralelo. Esto incrementa la velocidad de los gases de combustión dentro de los tubos pero hace poco para cambiar el tiempo total que los gases calientes fluyen desde el horno hasta la salida en contacto con las superficies calefactoras de los tubos.



**Fig. 2.12.** Caldera pirotubular vertical

El incremento en la velocidad de los gases en algunos casos puede mejorar la transferencia de calor incrementando la turbulencia de los gases mientras viajan a través de los tubos. Generalmente, sin embargo, el incremento en el número de pasos y la velocidad resultante de los gases incrementa la resistencia al flujo y fuerza al ventilador de aire a consumir más energía.

Una caldera pirotubular adicional usada generalmente sólo cuando el espacio es limitado y los requerimientos de vapor son pequeños, es la caldera pirotubular mostrada en la Fig. 2.12, (Dukelow, 1999). Esta es una variación de la caldera de caja

de fuego con el horno rodeado por agua y tubos verticales. Esta configuración es similar a un típico calentador de agua caliente doméstico.

## 2.3. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LAS CALDERAS DE TUBOS DE FUEGO

### 2.3.1. RELACIONES DE ENTRADA – SALIDA Y RENDIMIENTO

El rendimiento de una caldera relaciona su habilidad para transferir calor del combustible al agua satisfaciendo ciertas especificaciones de operación. El rendimiento de la caldera incluye todos los aspectos de la operación.

Las especificaciones de rendimiento incluyen la capacidad operativa y los factores para ajustar esa capacidad, la presión del vapor, la calidad del agua de la caldera, las temperaturas de la caldera, el análisis de los gases de combustión, el análisis del combustible y de los residuos de combustión. Especificaciones adicionales de rendimiento indican incluir los requerimientos energéticos de los ventiladores (Lindsley, 1991).

El resultado de un cálculo que involucra la especificación de rendimiento es una eficiencia calculada. La eficiencia de la caldera se presenta como un porcentaje entre del calor suministrado a la caldera y el calor absorbido por el agua de la caldera.

#### 2.3.1.1. CAPACIDAD Y RENDIMIENTO

Las calderas pirotubulares generalmente se describen en términos de BoHP (caballos de fuerza de caldera.  $1 \text{ BoHP} = 34\,475 \text{ Btu}$ ) (Basu, 1999).

La capacidad en BoHP de una caldera pirotubular moderna es aproximadamente un quinto del área total de transferencia de calor. Por ejemplo, una caldera de 500 BoHP tiene aproximadamente 2 500 pies cuadrados de superficie de calentamiento. Aunque estas calderas se describen en términos de BoHP, la energía liberada puede ser convertida fácilmente a unidades de presión o de flujo de vapor. Debido a que el contenido calórico de una libra de vapor se incrementa cuando la presión se incrementa en las calderas de tubos de fuego, las libras de vapor por BoHP decrecen con la presión.

#### 2.3.1.2. RELACIÓN ENTRADA - SALIDA

La energía que entra en una caldera normalmente se piensa como el contenido de calor del combustible utilizado (Sintas, 1994). El flujo de este combustible medido durante un periodo de tiempo multiplicado por el contenido de calor de este combustible devuelve la entrada de energía total durante un período de tiempo. Medir la salida de energía de una caldera involucra medir el flujo de vapor en un periodo de tiempo y multiplicarlo por el contenido calórico de una libra de vapor para obtener la energía a la salida. Simples y útiles relaciones entre la entrada y la salida tales como las libras de vapor/galón de combustible pueden utilizarse efectivamente para seguir la eficiencia relativa. Estas relaciones, sin embargo, no son precisas

debido a que factores como el contenido energético del combustible, el contenido energético del vapor, la temperatura del agua de alimentación, etc., no se consideran.

La mayor pérdida energética de diversas calderas depende de la masa de los gases de combustión y su temperatura cuando salen de la caldera (Dukelow, 1999). Para obtener la pérdida neta de energía de los gases de combustión, la temperatura del aire de entrada al quemador y del combustible debe considerarse.

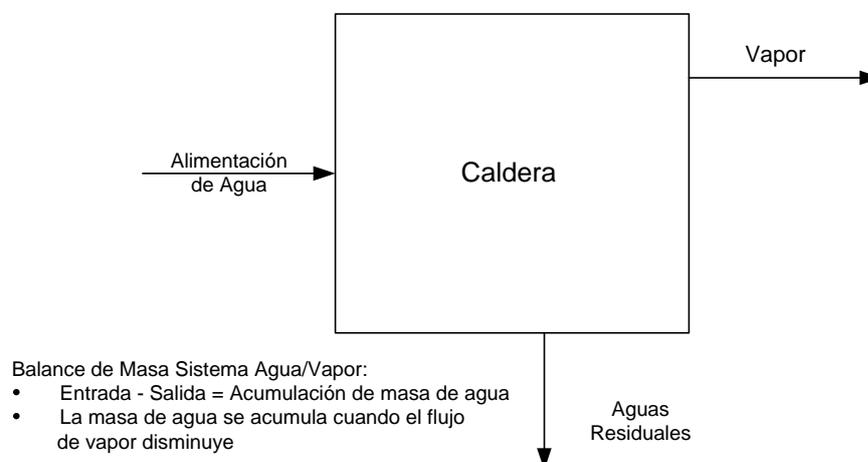
Cuando el hidrógeno de los combustibles reacciona con el oxígeno del aire, forma agua, la cual sale de la caldera en forma de vapor sobrecalentado. El calor latente de este vapor es una pérdida energética, la cual es aproximadamente del 5 al 6 % para combustibles líquidos como el diesel. El porcentaje de hidrógeno y humedad en el combustible afecta esta pérdida.

La energía útil a la salida de las calderas es el calor transportado por el vapor. Esto se mide usualmente como un flujo de vapor en la caldera y se ajusta para obtener el contenido energético utilizando mediciones adicionales de presión o de temperatura, o ambas.

Aunque estos procedimientos proveen información acerca de la salida de energía útil, no proveen información acerca de la contribución de la caldera a esta energía útil. Para determinar la contribución de la caldera, el calor del agua entrante debe sustraerse del calor transportado a la salida de la caldera.

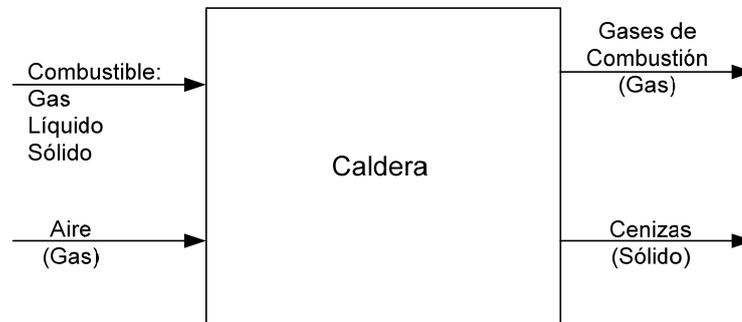
### 2.3.2. BALANCES DE MASA Y DE ENERGÍA INVOLUCRADOS

Los balances de masa en una caldera de vapor se muestran en los diagramas de las Fig. 2.13 - Fig. 2.17 (Gilman, 2005). En la Fig. 2.13 se tiene el balance de materia principal, correspondiente al balance de agua dentro de la caldera. En este balance, la cantidad de vapor es normalmente 90 a 99 % de la salida.



**Fig. 2.13.** Balance de masa Vapor-Agua

En la Fig. 2.14 se representa el balance entre la masa del aire de combustión y el combustible y de los gases de combustión más la ceniza o residuos de combustión (Dukelow, 1999). El aire de combustión es la mayor entrada debido a que puede tener una masa de más de 12 veces la del combustible.

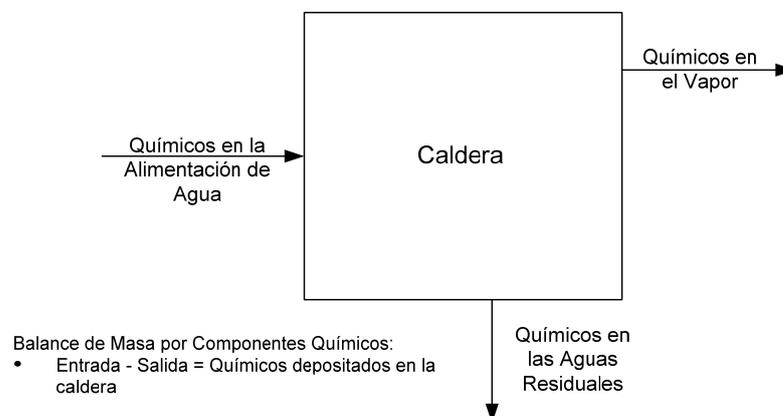


**Fig. 2.14.** Balance de masa de combustible, aire-combustible

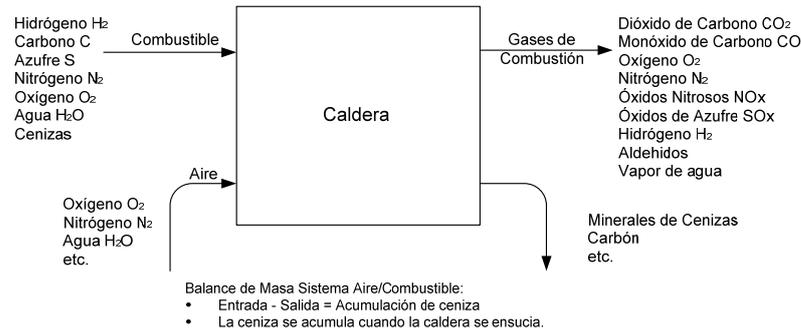
Los balances de materia involucrados también se realizan sobre los componentes químicos a la entrada y a la salida del sistema agua-vapor (Sintas, 1994). Esto se muestra en la Fig. 2.15. En este caso hay un balance de masa de cada elemento químico presente. El vapor se espera que sea tan puro que casi 100 % de los componentes químicos no hayan sido arrastrados en el proceso.

El balance de materia de los componentes químicos en el proceso de combustión se muestra en la Fig. 2.16. Como con el balance de compuestos químicos en el agua, aquí se presenta un balance para cada elemento químico. En este caso los compuestos químicos del combustible en la entrada han sido cambiados por aquellos productos de la combustión a la salida.

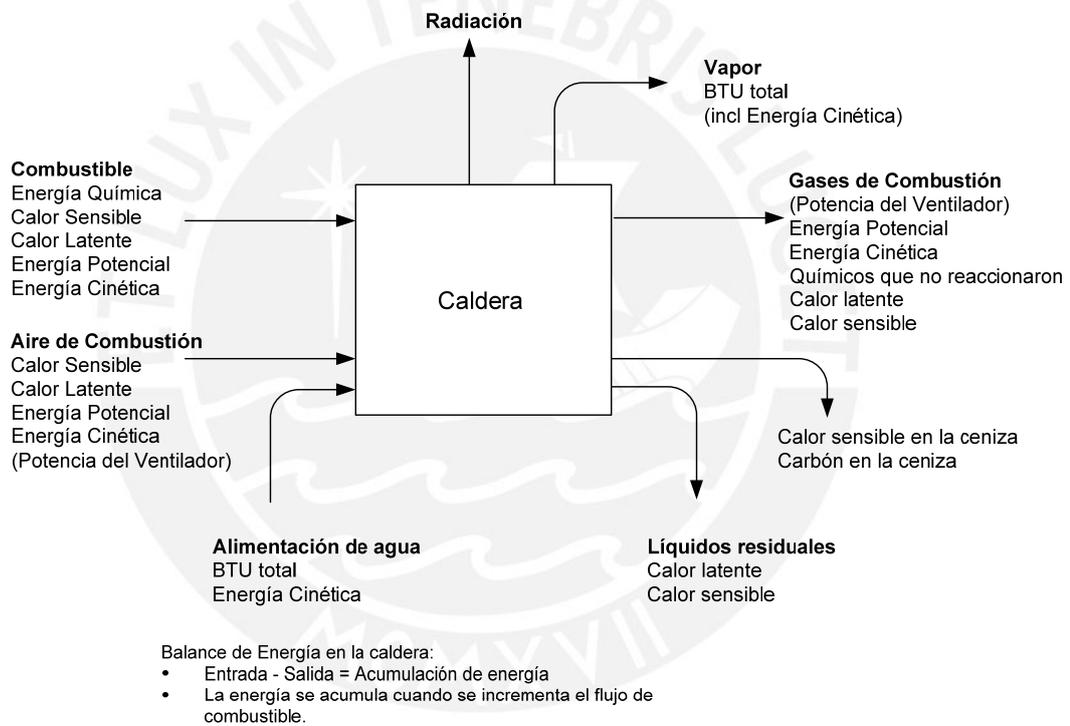
El balance de energía de la caldera se muestra en la Fig. 2.17 (Dukelow, 1999). La energía entra y sale de la caldera en una gran variedad de formas. La energía en el vapor es la única salida energética considerada útil. La energía del combustible es la mayor fuente de energía y, a menos que se requieran valores precisos de eficiencia, es la única entrada energética considerada.



**Fig. 2.15.** Balance de masa por componentes químicos en el lado de agua de la caldera



**Fig. 2.16.** Balance de masa por componentes químicos para el sistema aire-combustible



**Fig. 2.17.** Balance de energía del proceso de generación de vapor

### 2.3.3. MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA

Dos métodos fundamentales para el cálculo de la eficiencia se conocen. Estos son generalmente referidos como el método de entrada/salida o método directo y el método de pérdida de cabeza o método indirecto (Dukelow, 1999).

El método de la entrada/salida depende de las mediciones del contenido energético del combustible, del vapor y del flujo de agua de alimentación:

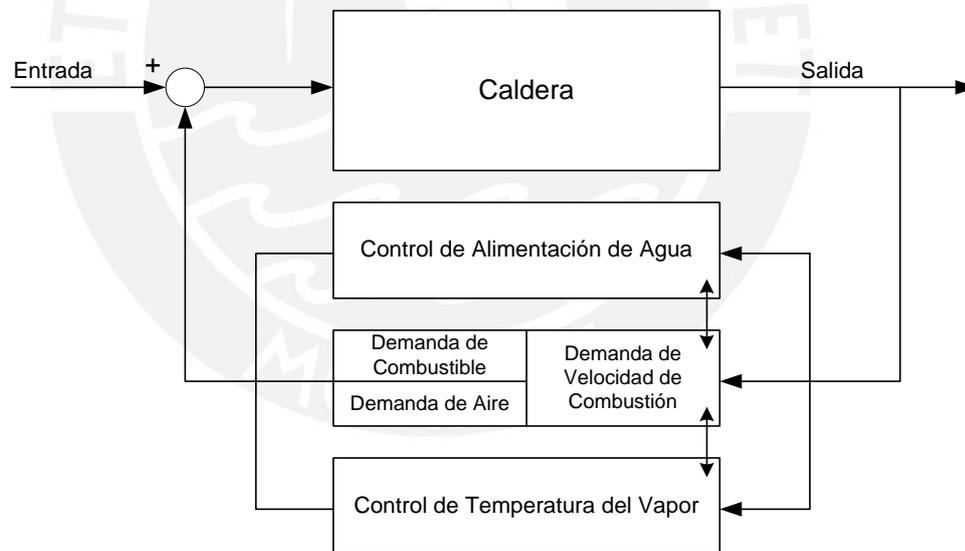
$$Eficiencia = \frac{Calor\ añadido\ al\ agua\ entrante}{Calor\ del\ combustible + Calor\ del\ aire\ de\ combustión} \quad (2.1)$$

Este método devuelve un número decimal, el cual se expresa luego como un porcentaje de eficiencia.

En el método de pérdida de cabeza, el porcentaje de cada una de las pérdidas mayores se considera. Este método no es muy utilizado ya que requiere muchas mediciones.

#### 2.3.4. CONTROL DE CALDERAS

El sistema de control de una caldera es el vehículo a través del cual los balances de masa y de energía de la misma se manejan. Todas las principales entradas de masa y de energía de la caldera deben ser reguladas con el fin de alcanzar las condiciones de salida deseadas. Las mediciones de las variables de proceso a la salida proveen la información a la unidad inteligente del sistema de control (Lindsley, 2000). La Fig. 2.18 muestra como las partes de todo el sistema de control se coordinan en un sistema de control de caldera.



**Fig. 2.18.** Diagrama de bloques de un sistema de control para calderas

Para el requerimiento de energía a la entrada se debe desarrollar una señal de velocidad de combustión. Esta señal crea una demanda de combustible y de aire por separado. La masa de agua en el interior de la caldera también debe ser regulada, y el control de agua de alimentación regula la masa de agua en la caldera. La condición de temperatura final del vapor también debe ser regulada (para calderas que generan vapor sobrecalentado y tengan esta capacidad de control), y esto se logra a través del sistema de control de temperatura. Los efectos de las acciones de control de entrada interactúan, ya

que la velocidad de combustión afecta la temperatura del vapor y la alimentación de agua afecta la presión del vapor, el cual es el parámetro que fija la demanda de velocidad de combustión. El sistema total debe por lo tanto ser aplicado y coordinado de tal forma que se minimicen los efectos de estas interacciones.

#### 2.3.4.1. DEMANDA DE VELOCIDAD DE COMBUSTIÓN PARA CALDERAS INDUSTRIALES

La demanda o cambio en la demanda de combustible en una caldera se genera por los requerimientos de flujo de energía de los usuarios. Mientras ellos abren válvulas para conseguir más energía de la caldera, la presión cae en el sistema de almacenamiento de energía, dando lugar a la liberación de parte de la energía calorífica almacenada (Gilman, 2005).

La magnitud de la caída de presión depende de la relación entre el volumen de agua de la caldera, el volumen total del sistema de vapor, la magnitud de la demanda de vapor, y la magnitud del cambio en la demanda de vapor. Si el volumen de agua es elevado, la energía del agua se libera para reducir el cambio en la presión de vapor. Si el volumen del sistema es relativamente bajo, el cambio en la presión de vapor será relativamente alto y viceversa (Dukelow, 1999).

La presión de “cabecera” de vapor es el punto de balance de energía entre las demandas energéticas de vapor y la alimentación de combustible y aire a la caldera para reponer la energía al sistema. Cuando existe un requerimiento constante de energía, una presión de cabecera constante indica que el suministro de energía y la demanda están en equilibrio (Shields, 1996).

Los requerimientos reales son de energía, sin embargo, los sistemas de control trabajan sobre las propiedades físicas de presión y temperatura. El balance energético y de materiales de la caldera puede representarse por los siguientes enunciados (Dukelow, 1999):

- Demanda de vapor = Flujo de vapor requerido.
- Energía de alimentación = Energía del combustible, aire y agua en la caldera más el cambio en la energía almacenada.
- Demanda de energía = Vapor para los usuarios.
- Punto de balance = Presión de cabecera del vapor.
- Presión en incremento = La alimentación excede la demanda.
- Presión en decremento = La demanda excede la alimentación.

#### 2.3.4.2. RELACIÓN DE LA SALIDA CON LOS CAMBIOS EN LA COMBUSTIÓN

Los sistemas de combustión, control de alimentación de agua, y control de presión de vapor determinan como la caldera opera en realidad y si logra su eficiencia potencial. Los controles deben diseñarse para regular el

combustible, el aire y el agua de la caldera y mantener una presión de vapor deseada mientras se optimiza la eficiencia de la caldera simultáneamente. Durante una operación normal o anormal, la mayor sofisticación de los controles conduce a una mayor eficiencia potencial del sistema total de la caldera. Un sistema de control puede usualmente ser actualizado añadiendo componentes de software o de hardware. Mejorar un sistema de control usualmente es una manera económicamente efectiva de mejorar la eficiencia operativa de cualquier caldera (Lindsley, 1991).

Generalmente los controles de la caldera pueden clasificarse en dos grupos principales: on/off y modulados (Gilman, 2005).

El controlador más simple y menos costoso y aquel usado para controlar la velocidad de combustión sólo en las calderas piro-tubulares y acoutubulares más pequeñas es el on/off. El control se inicia con un switch de presión de vapor. Cuando la presión cae por debajo del punto de operación del switch, la bomba de combustible se prende. La combustión continua a velocidad máxima, y la presión o la temperatura se incrementan hasta que el contacto del switch se abre.

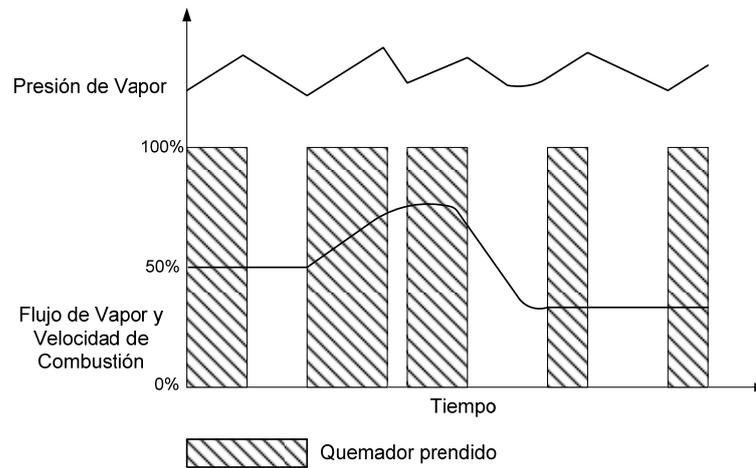
Aunque este sistema puede mantener la presión de vapor dentro de los límites aceptables, la combustión no se controla debido a que la eficiencia de combustión es producto de un ajuste mecánico del quemador. Cuando el quemador está prendido, el exceso de aire queda sujeto a las siguientes variaciones en la alimentación de combustible:

- Presión y temperatura del combustible
- Contenido en Btu del combustible (relación hidrógeno/carbón)
- Gravedad específica del combustible
- Viscosidad del combustible
- Tolerancias de ajuste mecánico

El exceso de aire también se encuentra sujeto a variaciones del aire de combustión alimentado:

- Temperatura del aire y humedad relativa
- Presión del aire de alimentación
- Presión barométrica

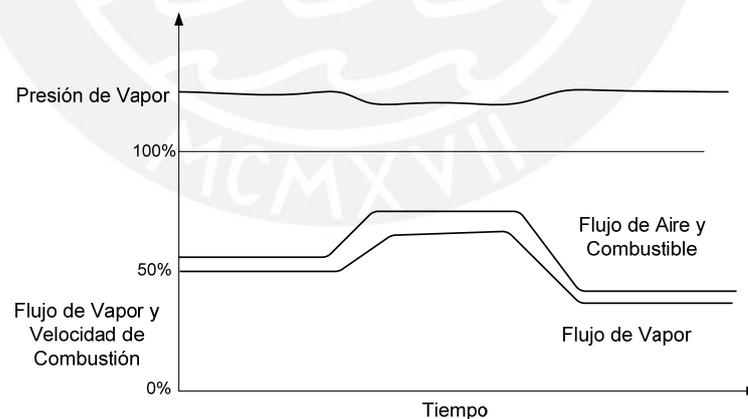
Adicionalmente, cada vez que el quemador está apagado, el aire que entra caliente a combustión se enfría. Cuando el sistema está en uso, la combustión se realiza a toda capacidad y la temperatura del gas de flama se encuentra al máximo. En la Fig. 2.19 se representa como trabaja el sistema on/off. Cuando se usa el control on/off para añadir agua a la caldera –basándose en el nivel de agua de la misma- intermitentemente se enfría y se calienta el agua que se encuentra dentro de ella, causando un incremento en la acción cíclica del controlador on/off de combustión.



**Fig. 2.19.** Acción de control ON/OFF

El control modulado es una mejora básica en el control de la combustión y del agua de alimentación, en el que una señal continua de control se genera por un controlador conectado al sistema de tuberías de vapor. Las reducciones en la presión de vapor incrementa la señal de salida, la cual incrementa la velocidad de combustión.

El control modulado es una mejora debido a que los requerimientos de energía al ingreso de combustible y de energía a la salida del vapor de la caldera son monitoreados continuamente (Dukelow, 1999). La acción de ese sistema de control bajo las mismas condiciones de carga de la Fig. 2.19 se muestra en la Fig. 2.20.



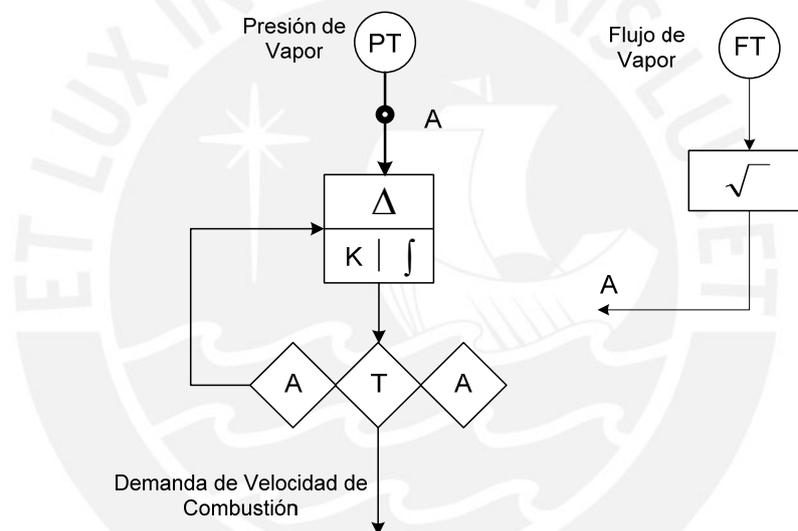
**Fig. 2.20.** Acción de control modulada

Debido al monitoreo, es que los requerimientos energéticos de entrada y salida se mejoran, la presión de vapor se mantiene dentro de tolerancias más pequeñas que las que son posibles con los sistemas de control previamente discutidos. El promedio ponderado de la temperatura del gas de flama es menor, por lo que la eficiencia es mayor. Cuando se compara la eficiencia de calderas con los diferentes sistemas, se puede ver claramente el beneficio que

conlleva la instalación de un sistema de control más sofisticado. El tipo de control modulado y cómo se implementa para elaborar la señal de “demanda de combustión” se examina a continuación.

### 2.3.4.3. CONTROL DE LA PRESIÓN DE VAPOR O DEL FLUJO DE VAPOR

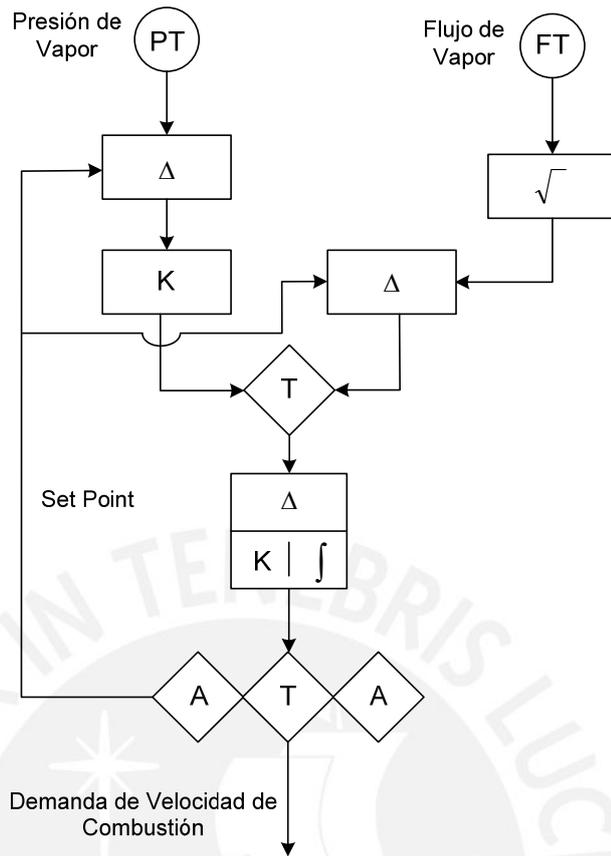
Asumiendo que el equipo que genera la señal de demanda de combustión es del tipo modulado, muchos métodos y consideraciones diferentes se involucran (Dukelow, 1999). Para los sistemas más sencillos, un simple controlador proporcional o proporcional-integral puede ser utilizado. La Fig. 2.21 demuestra este método para regular la velocidad de combustión usando la presión de vapor. En algunas instalaciones, un flujo constante de vapor puede requerirse para una combinación de una o más calderas, mientras que otras calderas conectadas a la misma cabecera pueden ser usadas para controlar la presión de vapor.



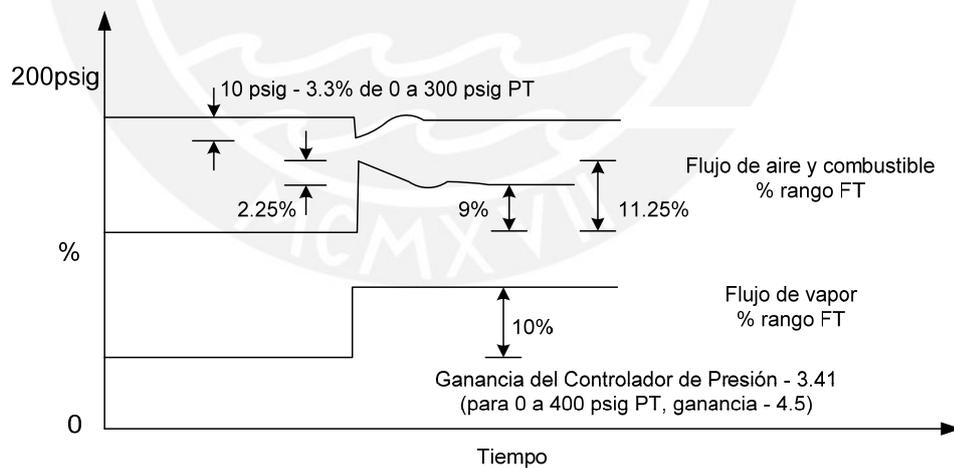
**Fig. 2.21.** Control de Presión de Vapor o de Flujo de Vapor

También es posible implementar el sistema mostrado en la Fig. 2.22 de tal manera que el control para una caldera particular puede cambiarse entre el control de flujo y el control de presión. El procedimiento de cambio requeriría que el operador fije el tipo de operación en “manual”, ajuste el punto de operación (SP) al valor deseado de la variable a la que se va a cambiar, cambie al tipo de controlador deseado, y regrese el tipo de operación a la posición “automático”. En cualquier caso, presión o flujo de vapor, un cambio en estas variables se iguala a la demanda de energía del sistema.

En la Fig. 2.23 se muestra un diagrama del cambio en la velocidad del flujo de vapor, velocidad de combustión, y presión de vapor con respecto al tiempo (Sintas, 1994). Este diagrama es útil para analizar los parámetros de sintonización del lazo de control.



**Fig. 2.22.** Control de Presión de Vapor o de Flujo de Vapor.



**Fig. 2.23.** Cambios en el Flujo de Vapor, Velocidad de Combustión, y Presión de Vapor con respecto al tiempo.

Supóngase, como se muestra, que el transmisor de presión de vapor tiene un rango de 0 a 300 psig para un 0 a 100 % de la señal de salida y que a una velocidad de flujo de vapor constante, la velocidad de combustión es 90 % de su rango cuando el flujo de vapor se encuentra a un 100 % de su rango. Si 10 psig es la máxima desviación de presión deseada para un 10 % de cambio

en la velocidad de flujo de vapor, tal desviación producirá un  $(10/300)$  ó 3.3 % de cambio en la señal del transmisor de presión de vapor.

Esta señal debe ser amplificada para producir un cambio en la velocidad de combustión. Bajo condiciones de estado estacionario, el cambio en la velocidad de combustión para el 10 % de cambio en la velocidad de flujo de vapor es aproximadamente 9 % de su rango.

#### 2.4. IDENTIFICACIÓN DEL PROCESO DE VARIACIÓN DE LA PRESIÓN DEL VAPOR EN EL CUERPO DE UNA CALDERA DE TUBOS DE FUEGO

En el apartado anterior se hizo una reseña del comportamiento dinámico de las calderas de vapor. Una de las conclusiones más notables es el gran número de variables que juegan un papel importante en el comportamiento dinámico del generador de vapor (Fig. 2.17).

En adelante se estudiará el comportamiento dinámico de la presión del vapor en las calderas de tubos de fuego. Esta variable constituye la más importante de una caldera ya que se encuentra relacionada con el control del proceso de combustión y determina la eficiencia de dicho equipo.

Para poder modelar matemáticamente este sistema complejo a partir de principios físicos fundamentales, sería necesario evaluar la dinámica del actuador, la cantidad de energía química que posee el combustible, y las relaciones termodinámicas y fisicoquímicas que se producen en el interior de la caldera hasta obtener un modelo aceptable que relacione la entrada (combustible) con la salida de interés (presión de vapor). También es necesario incluir las variaciones dinámicas introducidas en el tiempo, producto de fenómenos químicos y físicos que alteran constantes del sistema como son los coeficientes de transferencia de calor radiante y convectivo.

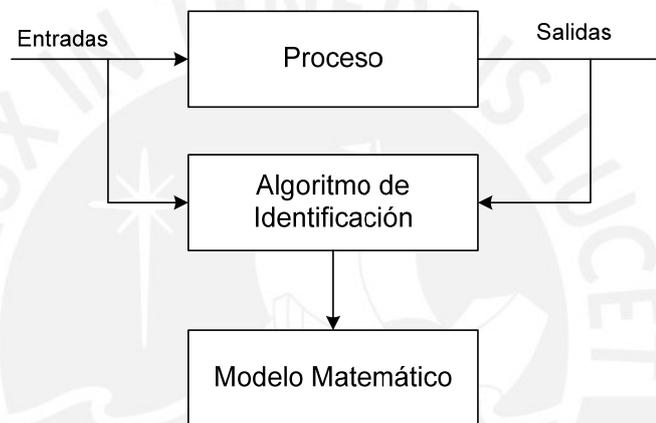
Este procedimiento puede incluir muchas ecuaciones diferenciales altamente acopladas. Uno de los principales problemas que se tiene que afrontar es el gran número de parámetros experimentales que se deben hallar para cada proceso particular, muchos de los cuales exigen mediciones muy precisas e incluso inaccesibles (Rivas et al., 1994).

Este modelamiento es tipo “interno” y permite un conocimiento profundo y al detalle de las interacciones entre las distintas variables del sistema.

Ante esta problemática y a las luces del objetivo principal, que es controlar la presión del vapor de la caldera, se puede utilizar un modelamiento matemático de tipo “entrada-salida”, en el que se consideren sólo los valores de las variables manipulada y controlada, dejando las interacciones internas de lado. Si se asume que el sistema puede modelarse como un sistema causal, lineal, relajado e invariante en el tiempo, entonces el modelo a obtener puede expresarse como una función de transferencia (Ogata, 2003).

Para lograr este objetivo, se pueden utilizar los procedimientos estadísticos de Identificación de Sistemas. Este es un campo del modelamiento matemático de sistemas dinámicos que utiliza datos experimentales como punto de partida, a los cuales se aplican un conjunto de técnicas estadísticas con el fin de ajustar los datos a una estructura dinámica determinada por el investigador. En este caso, no hay necesidad de conocer las leyes internas que gobiernan el comportamiento del sistema. Por esto, los modelos obtenidos por estas técnicas se denominan de “caja negra” (Ljung, 1999). (Fig. 2.24)

El término “identificación de sistemas” adoptado por el especialista de control, puede ser definido como la obtención de la estructura y parámetros de un modelo matemático, que reproduce con suficiente exactitud las características dinámicas del proceso objeto de estudio, para los fines de deseados de control automático (Söderström et al., 1988).



**Fig. 2.24.** Esquema general de identificación.

En la identificación de sistemas se observan tres elementos fundamentales:

1. Experimento: debe diseñarse un experimento que involucre entre otros, las señales de excitación, captura de datos y organización de información.
2. Clase de modelos: se busca el mejor modelo disponible que refleje el comportamiento del sistema. Se incluye estructuras, retardos, linealidad.
3. Criterios: Minimizar un índice de performance que refleje el nivel de proximidad del modelo respecto al comportamiento del sistema a identificar.

La identificación de sistemas no es una metodología totalmente segura, la cual puede ser utilizada sin interacción con el usuario. Las razones son:

1. Se debe encontrar una apropiada estructura del modelo. Esto puede ser una dificultad, sobretodo si la dinámica del sistema es no lineal.
2. Presenta sin dudas datos no perfectos en la vida real. El factor que los datos grabados sean perturbados por los ruidos, debe ser tenido en consideración.

3. El proceso puede variar con el tiempo, lo cual puede causar un problema, sobre todo si se intenta describir con un sistema invariante en el tiempo.
4. Puede ser dificultoso o imposible de medir alguna variable o señal de importancia para el modelo.

#### 2.4.1. METODOLOGÍA DE IDENTIFICACIÓN:

En términos generales, un experimento de identificación es realizado excitando al sistema [usando algún tipo de entrada tales como señales escalón, sinusoidal, PRBS (Pseudo Random Binary Signal) o aleatoria] y observando las señales de entrada y de salida en un intervalo de tiempo. Estas señales son normalmente recolectadas en un computador para luego procesar esta información (Ljung, 1999).

En la práctica, la estimación de la estructura y parámetros del proceso son hechos frecuentemente de forma iterativa. Esto significa que la estructura tentativa es elegida y los parámetros correspondientes son estimados.

El modelo obtenido es examinado para ver si es una representación apropiada del sistema. Si este no es el caso, alguna otra estructura más compleja debe ser considerada, estimando sus parámetros, validando el nuevo modelo, etc.

El proceso de obtener un modelo a partir de los datos de entrada y de salida del proceso sigue los siguientes pasos (Ljung, 1999):

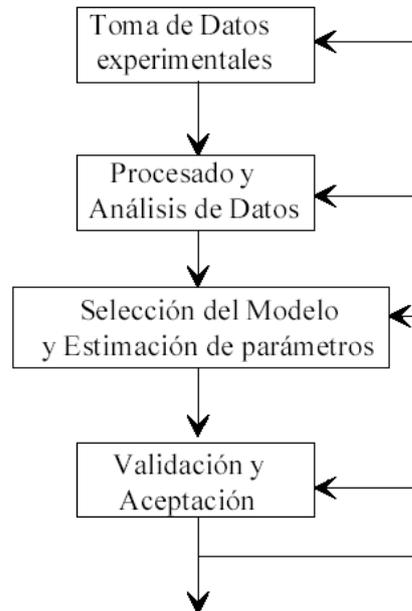
- Seleccionar las variables de entrada (variable manipulada) y de salida (variable controlada).
- Seleccionar un conjunto de datos experimentales de entrada y de salida realizando los ensayos al proceso.
- Examinar y pulir los datos (filtrar los datos, eliminar datos espureos, etc.).
- Seleccionar la estructura del modelo y elegir un algoritmo particular para determinar sus parámetros.
- Validar el modelo identificado y sus incertidumbres, esto engloba un análisis en el tiempo y en frecuencia del modelo obtenido.

El proceso es cíclico tal como se observa en la Fig. 2.25. Si la respuesta no es satisfactoria, se tendrá que regresar a cualquiera de las etapas anteriores y modificar el método de identificación, la estructura del modelo o los datos experimentales.

La identificación de sistemas incluye las siguientes etapas:

- Planificación experimental
- Pretratamiento de los datos experimentales
- Estimación de modelos no-paramétricos.
- Selección de la estructura del modelo

- Formulación de un criterio
- Estimación de parámetros
- Validación del modelo obtenido



**Fig. 2.25.** Metodología de Identificación

#### 2.4.2. PLANIFICACIÓN EXPERIMENTAL E IDENTIFICACIÓN NO PARAMÉTRICA:

Cuando se investiga un proceso del que se tiene un conocimiento previo pobre, lo razonable es comenzar con un análisis transitorio o de respuesta en frecuencia para lograr una estimación grosera de la dinámica y de las perturbaciones, pudiéndose utilizar los resultados para planificar posteriores experimentos (Aström et al., 1997).

Generalmente experimentos como la respuesta al escalón ofrecen información útil sobre el retardo de tiempo, constantes de tiempo y ganancia del proceso. Un análisis de respuesta estática permite analizar la respuesta estacionaria que presenta el sistema ante distintos estímulos, lo que se utiliza para determinar la región lineal de la planta. Basándose en los resultados obtenidos se puede mejorar la estructura del modelo y pueden diseñarse nuevos experimentos (Aström, 1994).

En el caso específico de la identificación de la caldera de tubos de fuego utilizada en esta tesis, se seleccionó como variable de entrada o manipulada el flujo de combustible al horno quemador y como variable de salida o controlada, la presión del vapor de salida de la caldera.

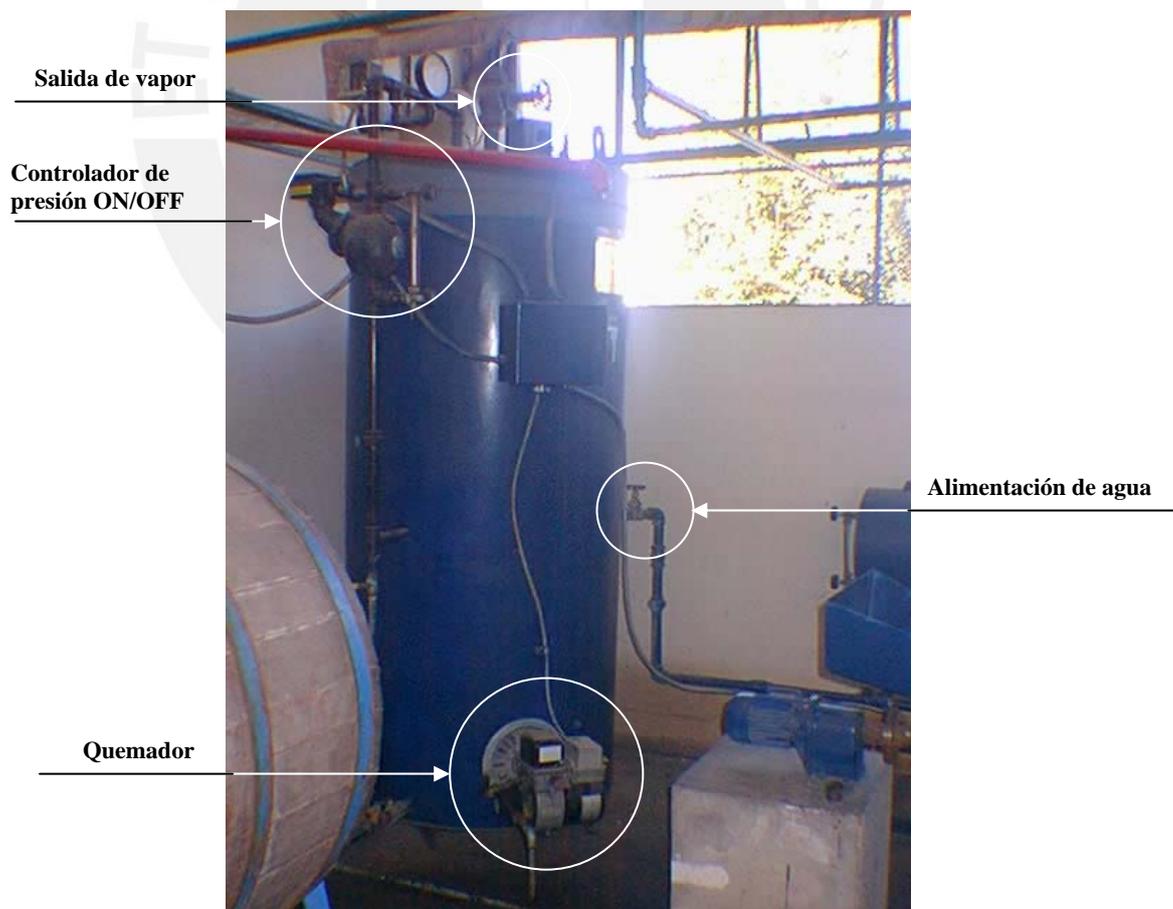
Siguiendo los lineamientos anteriormente establecidos, se realizó un primer análisis a través de una prueba de ganancia estática, que sirvió de guía para

estimar diversos modelos no paramétricos como también modelos paramétricos del proceso de interés.

El procedimiento de identificación se llevó a cabo en la caldera pirotubular que se muestra en la Fig. 2.26. Aquí se observa el horno quemador, que es el encargado de realizar el proceso de combustión y por lo tanto, el que recibe el combustible.

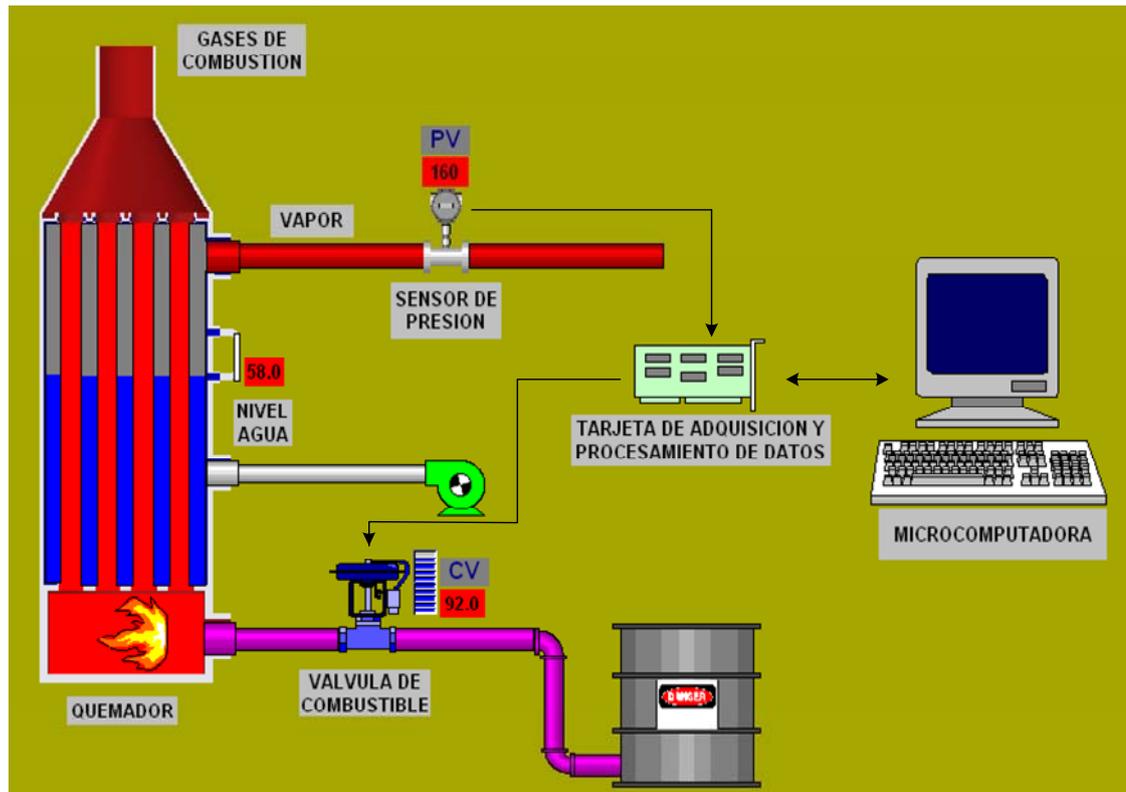
El sistema de control de la caldera es de tipo ON / OFF utilizando como sensor de presión un presostato de panel que no devuelve señal eléctrica alguna y que al llegar a cierto nivel de presión desconecta la alimentación eléctrica del quemador. Este sistema se utiliza como elemento de seguridad al programarse la desconexión en 150 kPa.

Para poder actuar sobre la variable manipulada, se colocó una servoválvula que regula el flujo de combustible al quemador. En la parte superior de la caldera se aprecia la salida principal del vapor. Por razones propias de la estructura de la caldera no se pudo colocar un sensor de presión en su salida. El sensor fue colocado 10 metros más adelante, donde era factible su instalación.



**Fig. 2.26.** Caldera pirotubular utilizada para la recolección de datos

Considerando que la presión del vapor en el cuerpo de la caldera constituye la variable controlada o variable de proceso (PV) y que el flujo de combustible que ingresa al quemador representa a la variable manipulada o variable de control (CV), el modelo matemático a obtener tendrá a la presión del vapor como variable de salida y al flujo de combustible como variable de entrada. En la Fig. 2.27 se presenta un diagrama tecnológico de la instalación experimental utilizada en la recolección de datos del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de la caldera.



**Fig. 2.27.** Diagrama tecnológico de la instalación experimental utilizada en la recolección de datos del proceso de variación de la presión del vapor.

Para efectuar la experimentación se contó con los siguientes equipos:

- Sensor de Presión Motorola MPX5700AP (0-700 kPa de presión absoluta).
- Servoválvula lineal.
- Tarjeta DAQ National Instruments (LabPC+).
- Computadora personal.

Durante la experimentación se observaron algunos fenómenos propios de este sistema:

- La cantidad de vapor consumido por los equipos que la caldera alimenta, es considerablemente menor que la cantidad que produce. Por esto, cambios muy pequeños en la apertura de la válvula ocasionan grandes cambios en la presión de vapor de la caldera. Se espera entonces obtener un modelo con una gran ganancia de estado estacionario.
- Se observó un tiempo de retardo considerable, producto de la lenta dinámica del proceso. Adicionalmente, la medición de la presión de vapor no se realizó en a la salida de la caldera como se explicó.
- La presión del vapor a la salida de la caldera no puede ser mayor a los 150 kPa por motivos de seguridad.

Una vez establecidas las condiciones de experimentación, se procedió a realizar la prueba de ganancia estática. Como se mencionó, esta etapa tiene como objetivo conocer la región de operación en la que la caldera puede considerarse como un sistema lineal. Esta prueba consiste en:

- Aplicar una entrada constante a la caldera durante tiempo indefinido hasta obtener el estado estacionario.
- Registrar los valores de entrada y salida para el estado estacionario.
- Incrementar ligeramente la entrada y se repetir el procedimiento.

Con esta prueba se aprecia el efecto que la señal de entrada de distintos niveles de magnitud tiene sobre la señal de salida.

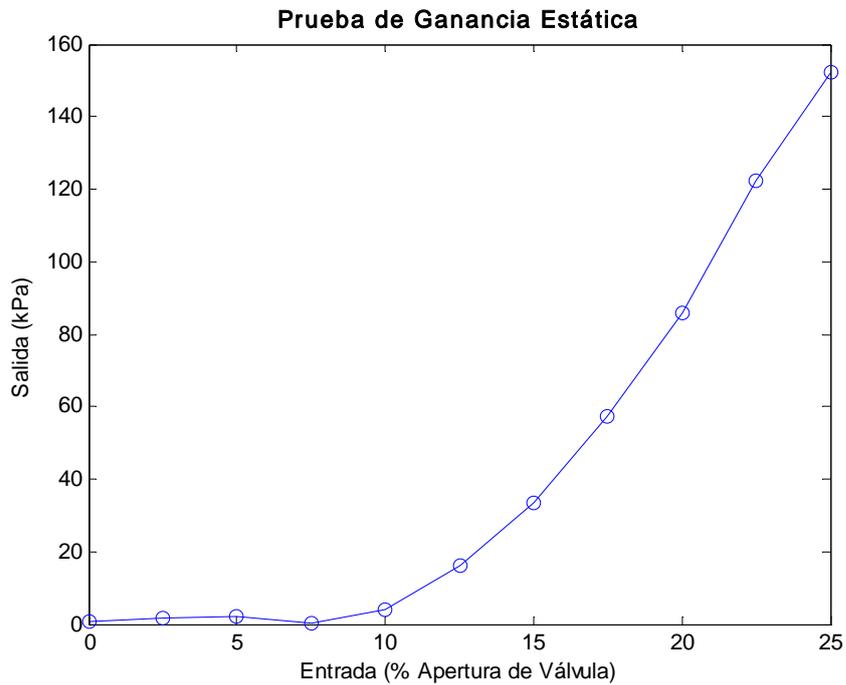
En la Fig. 2.28 se muestran los datos adquiridos mediante esta prueba. Se observa que existe una zona razonablemente lineal entre 10 % y 25 % de apertura de válvula de combustible. También se puede inferir que la zona lineal se prolonga incluso por encima de la región sujeta a experimentación, pero que no puede considerarse por tener la restricción de seguridad (no exceder de 150 kPa).

Luego, se realizó un segundo examen preliminar, que consistió en:

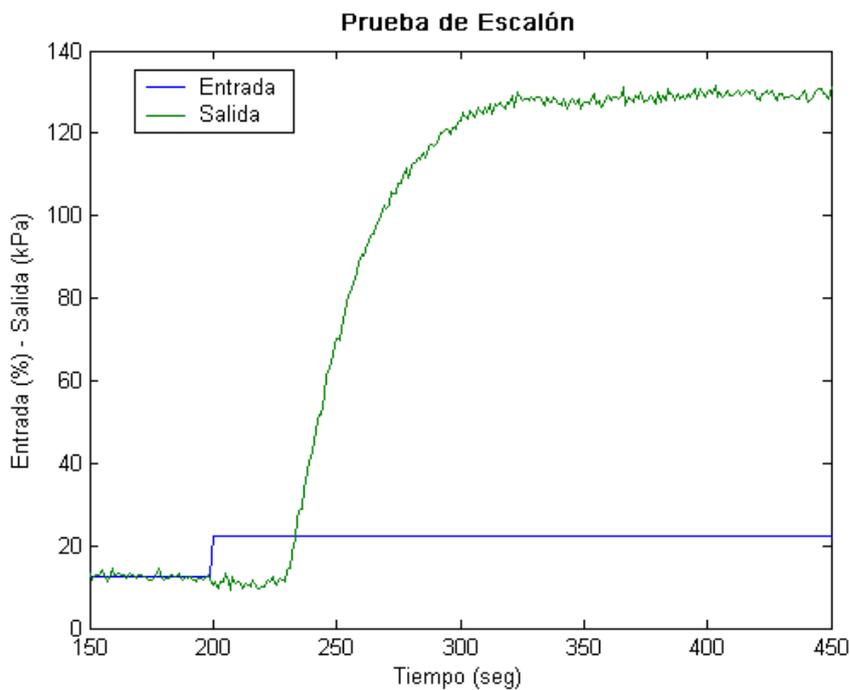
- Introducir un paso escalón en la válvula de combustible de la caldera entre un valor inicial y uno final. Ambos valores se deben encontrar dentro de la zona lineal encontrada en la prueba de ganancia estática (10 % - 25 % apertura de válvula). Los valores elegidos fueron 12.5 % a 22.5 % de apertura de válvula.
- Medir la presión del vapor en la salida y registrar estos datos y el tiempo en el que fueron producidos.

Con esta prueba se espera encontrar las principales características dinámicas del sistema como son las constantes de tiempo más significativas, el retardo de tiempo y la ganancia. Los datos adquiridos mediante esta prueba

preliminar se muestran en la Fig. 2.29, donde también se muestra la señal escalón aplicada a la entrada.



**Fig. 2.28.** Análisis de Ganancia Estática, en el que se gráfica la salida del sistema en estado estacionario, para diversas magnitudes de la señal de entrada.



**Fig. 2.29.** Prueba paso escalón para una entrada entre 12.5 % y 22.5 % de apertura de válvula.

Se observa que con este escalón de entrada se cubre casi toda la región lineal de comportamiento dinámico de la presión del vapor de la caldera. De la Fig. 2.29 se obtienen los siguientes parámetros:

- Retardo de tiempo  $\approx 30$  seg.
- Constante de tiempo principal del sistema  $\approx 32$  seg.
- Tiempo de estabilización  $\approx 120$  seg.
- Ganancia  $\approx 9.85$  kPa / %.
- Orden del Proceso  $\approx$  Segundo Orden.

Entonces se puede afirmar, que el comportamiento dinámico de la presión del vapor a la salida de la caldera se representa mediante la expresión (Smith, 2000):

$$G_p(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad (2.2)$$

donde:

$G_p(s)$  - Función de transferencia del proceso de variación de la presión del vapor en la caldera,

$K, \tau_1, \tau_2$  - Ganancia y constantes de tiempo del proceso respectivamente.

Asimismo,  $G_p(s)$  se define como:

$$G_p(s) = \frac{Y_p(s)}{U_p(s)}, \quad (2.3)$$

donde:

$Y_p(s)$  - Presión del vapor a la salida de la caldera,

$U_p(s)$  - Señal de entrada (variación del flujo de combustible).

Por ser una prueba preliminar, estos resultados son aún aproximados.

Con estos resultados se puede diseñar el experimento para obtener los datos necesarios para realizar la identificación paramétrica del proceso de variación de la presión del vapor en la caldera.

Las propiedades de los datos usados en la estimación de los parámetros son cruciales para obtener un modelo de buena calidad. Uno de estos parámetros es el período de muestreo, el cual no debe ser muy pequeño ya que los polos del modelo identificado se sitúan alrededor de  $z=1$ ; ni muy grande, que se

pierda información fundamental de la dinámica del sistema. En líneas generales, un buen criterio para obtener un período de muestreo adecuado es consiste en dividir el tiempo de estabilización entre 10 ó 20 aprox. Para este proceso, se determina un período de muestreo de 5 s (Aström, 1997).

Una de las propiedades más importantes de la señal de entrada que se utilizará para identificar el proceso es la “excitación persistente” (Ljung, 1999). Esto implica que la matriz de covarianzas de esta señal sea definida positiva. Bajo estas circunstancias, el proceso es excitado en distintas frecuencias, lo que permite estimar un modelo que contenga la mayor cantidad de información posible acerca del sistema real.

Una señal que posee estas características es la secuencia binaria pseudo-aleatoria (PRBS). Las características de esta señal (amplitud, período y anchos de pulso mínimo y máximo) se obtienen directamente de la información recogida con las experiencias preliminares.

La amplitud de la PRBS en este caso se determina de tal forma que abarque la mayor parte de la región lineal. Como se expresó un rango adecuado es entre 12.5 % y 22.5 % de apertura de válvula.

Los anchos de pulso mínimo y máximo, se determinan aplicando las siguientes reglas prácticas (Chen et al., 2000):

$$T_{\max} \approx \frac{2\pi T}{0.15}; \quad (2.4)$$

$$\frac{2\pi T}{10} < T_{\min} < \frac{2\pi T}{5}, \quad (2.5)$$

donde:

$T$  - Período de muestreo,

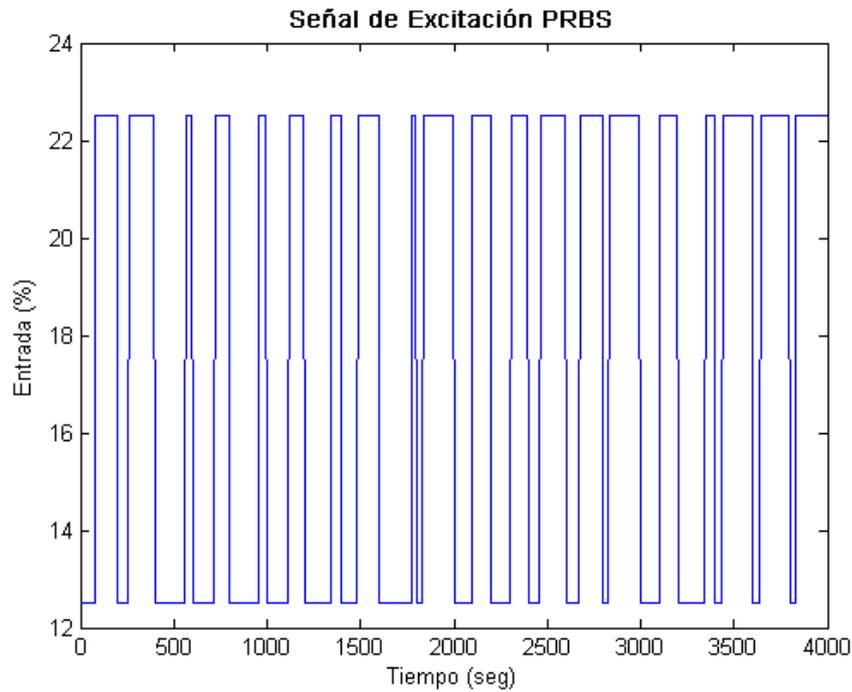
$T_{\max}$  - Ancho de pulso máximo,

$T_{\min}$  - Ancho de pulso mínimo.

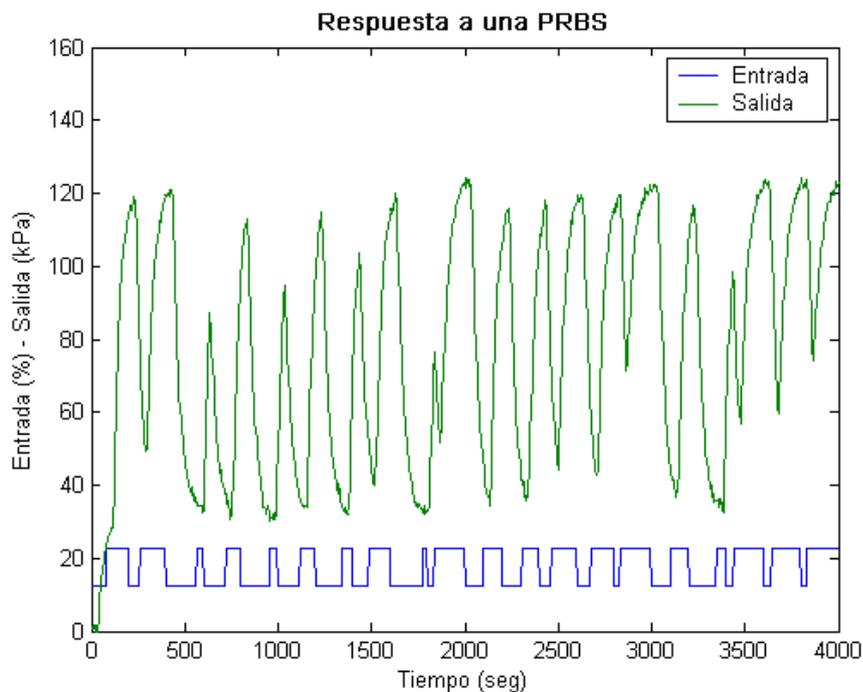
Los anchos de pulso mínimo y máximo calculados son entonces  $T_{\max}=190$  seg y  $T_{\min}=10$  seg. El período de cada pulso ( $T_{PRBS}$ ) se elige como la suma de  $T_{\max} + T_{\min}$ . De esta forma  $T_{PRBS}=200$ seg.

La duración del experimento también afecta los parámetros estimados. Una regla general consiste en aplicar entre 10 y 20 ciclos completos de la PRBS. La señal de excitación diseñada se muestra en la Fig. 2.30.

La respuesta del sistema ante la excitación con PRBS se muestra en la Fig. 2.31. Los datos correspondientes a la Fig. 2.31 fueron almacenados en un archivo para su posterior utilización en el cálculo de los coeficientes del modelo paramétrico de la presión del vapor en la caldera.



**Fig. 2.30.** Señal PRBS de excitación de la presión de vapor en la caldera. Amplitud entre 12.5 % y 22.5 % de apertura de válvula,  $T_{min}=10\text{seg}$ ,  $T_{max}=190$ ,  $T_{prbs}=200\text{seg}$ , duración total = 20 pulsos.



**Fig. 2.31.** Respuesta de la presión del vapor en la caldera frente a una señal de entrada tipo PRBS

### 2.4.3. PREPROCESAMIENTO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES:

Una vez que se dispone de los datos del proceso de variación de la presión del vapor en la caldera, es necesario realizar un tratamiento previo de los mismos antes de ser utilizados en los algoritmos de identificación (Ljung, 1999). Existen distintas deficiencias en los datos adquiridos que deben ser corregidas para garantizar una correcta estimación de parámetros, entre las que se encuentran:

- Perturbaciones de altas frecuencias en los datos.
- Ocasionales datos incorrectos y/o olvidados.
- Derivas, offset y perturbaciones a bajas frecuencias.
- Los valores numéricos de las distintas señales no tienen el mismo orden de magnitud.
- Presencia de tiempos de retardo importantes.

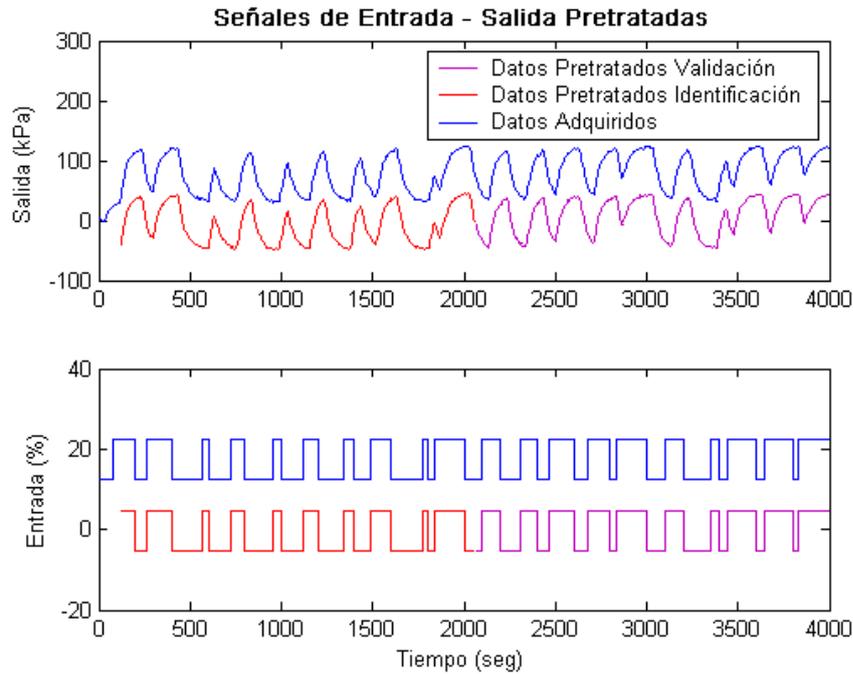
Las perturbaciones de altas frecuencias aparecen cuando se elige un tiempo de muestreo muy pequeño. En los datos adquiridos no se aprecia la presencia de esta deficiencia.

Los datos incorrectos y olvidados por otra parte se presentan cuando existe deficiencia en el sistema de adquisición de datos. Para corregir esta situación, existen algoritmos que permiten “arreglar” los datos adquiridos sin falsificarlos. En el caso estudiado, se presenta un pequeño período transitorio al inicio de la adquisición de datos, el cual se elimina para que no influya en la estimación de los parámetros.

Las derivas, offset y perturbaciones a bajas frecuencias se deben a factores externos que no es deseable incluir en el modelo. Asimismo, se tiene que el modelo paramétrico a determinar, se encuentra en función del operador de desplazamiento hacia atrás ( $q^{-1}$ ), el cual implica que la respuesta del proceso debe ocurrir alrededor de un punto de operación al que se considera como “cero”. Para solucionar esta deficiencia se utiliza la función **detrend** de Matlab, la cual permite eliminar el offset y las derivas de los datos adquiridos.

La diferencia de valores numéricos entre señales se presenta frecuentemente en sistemas MIMO, al utilizar señales de entrada y de salida que numéricamente tienen elevada diferencia de magnitudes. Finalmente, la presencia de tiempo de retardo se analiza durante la identificación no paramétrica, la cual en este caso ofrece resultados más confiables.

Un procedimiento adicional es la división de los datos en “datos para la identificación” y “datos para la validación”. Esto se realiza con el objeto de validar los modelos con datos que no han sido utilizados durante la identificación. Los datos adquiridos luego de ser preprocesados se muestran en la Fig. 2.32.



**Fig. 2.32.** Pretratamiento de los datos adquiridos.

#### 2.4.4. COMPROBACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA IDENTIFICACIÓN NO PARAMÉTRICA UTILIZANDO ANÁLISIS POR CORRELACIÓN:

El análisis por correlación es un método basado en técnicas estadísticas y tiene como objetivo estimar la respuesta impulso del proceso. Con este método no se obtiene una función de transferencia sino una secuencia o una gráfica de la respuesta impulso del proceso. Este análisis es útil para comprobar la información obtenida durante la identificación no paramétrica (Ljung, 1999).

La respuesta impulso del proceso se determina a partir de la correlación que existe entre la señal de entrada y la señal de salida. Las señales de prueba más utilizadas en este ensayo son las secuencias de ruido blanco o en la práctica, las PRBS. En resumen, el método consiste en solucionar la siguiente ecuación:

$$\hat{R}_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{g}(k)\hat{R}_u(\tau - k), \quad (2.6)$$

donde:

$\hat{R}_{yu}$  - Correlación cruzada entre la salida "y" y la entrada "u",

$\hat{R}_u$  - Autocorrelación de la entrada "u",

$\hat{g}$  - Respuesta impulso estimada del proceso,

$k, \tau$  - Número de la muestra y del desplazamiento respectivamente.

La correlación cruzada entre la salida y la entrada y la autocorrelación de la entrada se pueden definir como:

$$\hat{R}_{yu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-\max(\tau,0)} y(k)u(k+\tau); \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad (2.7)$$

$$\hat{R}_u(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-\tau} u(k)u(k+\tau), \quad (2.8)$$

donde:

$N$  - Número total de muestras.

El problema queda muy simplificado en el caso en que se utilicen señales de entrada especiales con funciones de autocorrelación sencillas. Cuando se utiliza, por ejemplo, un ruido blanco como señal de prueba, sabiendo que  $\hat{R}_u(\tau) = 0$  para  $\tau > 0$ , la solución se reduce a:

$$\hat{g}(\tau) = \frac{\hat{R}_{yu}(\tau)}{\hat{R}_u(0)}, \quad (2.9)$$

siendo fácilmente calculable a partir de los datos experimentales.

En el caso en que la señal de excitación no sea un ruido blanco, el cálculo de la solución no es trivial. Por esto, es que se proponen varios métodos para resolverla (Chen, 2000). Uno de ellos es el método de la *respuesta impulsional finita* (FIR). En este caso se considera que la función impulso es de orden finito:  $g(k)=0$  para  $k \geq M$ . Para ser utilizado, es necesario que  $M$  sea mayor que la constante dominante del sistema. Así, la respuesta impulso puede calcularse según:

$$\hat{R}_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{M-1} \hat{g}(k)\hat{R}_u(\tau-k). \quad (2.10)$$

Si se desarrolla la ecuación (2.10) y se ordena en forma matricial, podemos encontrar un sistema de ecuaciones lineales:

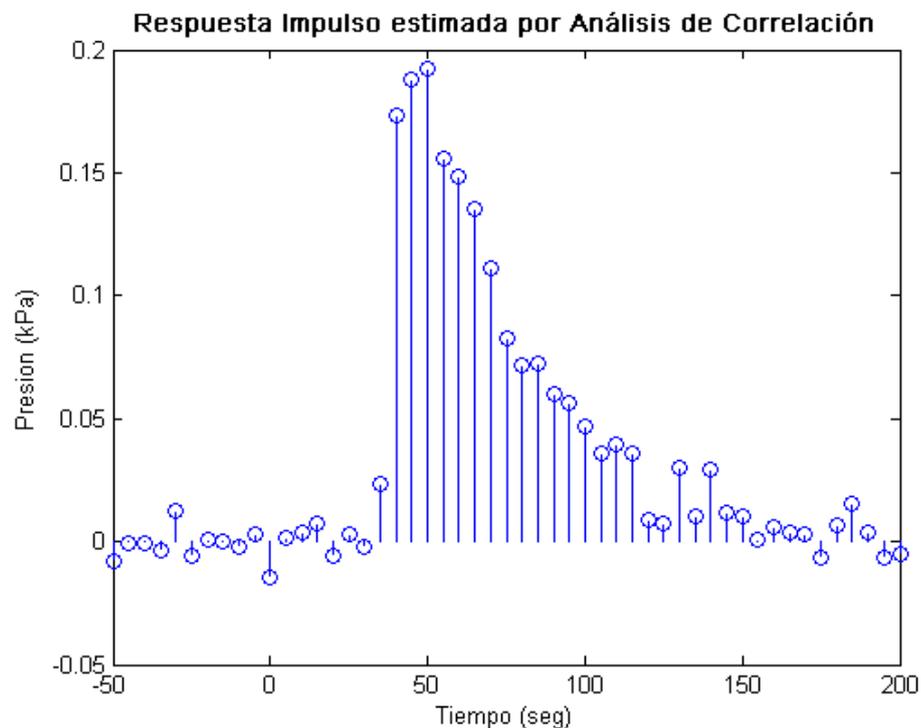
$$\hat{R}_{yu} = \hat{R}_u \cdot \hat{g}. \quad (2.11)$$

Las propiedades básicas del análisis por correlación son:

- Da una rápida información sobre la constante de tiempo dominante del sistema y del retardo puro.
- Da como resultado una tabla de datos o una gráfica que no pueden ser utilizados directamente en simulación.

- Los resultados obtenidos parten del hecho de que la entrada es independiente de las perturbaciones y/o ruido, esto limita el uso de este método a sistemas sin retroalimentación (lazo abierto).

En Matlab, el algoritmo de análisis por correlación se encuentra implementado en el *System Identification Toolbox* en la función **cra**, la misma que estima la respuesta impulso del sistema, partiendo de los datos de entrada y de salida del mismo (Ljung, 1999). Aplicando esta función a los datos adquiridos de la caldera, se obtuvo la respuesta impulsiva que se muestra en la Fig. 2.33.



**Fig. 2.33.** Respuesta impulso de la presión de vapor de la caldera pirotubular estudiada.

Se observa que la respuesta impulso encontrada mediante análisis por correlación tiene la forma característica de la respuesta de un proceso de segundo orden, lo que verifica la observación realizada en la identificación no paramétrica. Asimismo, se logra una mejor estimación del retardo de tiempo del proceso, el cual es de  $t = 35 \text{ seg}$ .

#### 2.4.5. COMPROBACIÓN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA IDENTIFICACIÓN NO PARAMÉTRICA UTILIZANDO ANÁLISIS ESPECTRAL:

Los sistemas lineales pueden también definirse a partir de la respuesta frecuencial  $G(j\omega)$  (Ogata, 2003). Mientras que las respuestas transitorias y el análisis por correlación tienen por objetivo estimar la respuesta impulsional, las técnicas frecuenciales tienen por objetivo la estimación directa de la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia (Ljung, 1999).

El espectro de una señal  $u(t)$  o periodograma,  $\Phi_u(\omega)$ , se puede interpretar como una medida de su contenido frecuencial y se define como:

$$\Phi_u(\omega) = \frac{1}{N} |U(\omega)|^2, \quad (2.12)$$

donde:

$U(\omega)$  - Transformada de Fourier de la señal de entrada  $u(t)$ ,  
 $N$  - Número total de muestras.

Las propiedades de los periodogramas son:

- Una señal puramente senoidal presenta picos en este diagrama.
- Con otros tipos de señales el resultado obtenido es muy fluctuante.
- Suavizando visualmente los resultados obtenidos puede obtenerse una idea del contenido frecuencial de la señal.

Dada una señal  $u(t)$  obtenida de un proceso estocástico con una densidad espectral  $\Phi_u(\omega)$ , el valor estimado  $\hat{\Phi}_u^N(\omega)$  para  $N$  muestras será:

$$\hat{\Phi}_u^N(\omega) = \Phi_u(\omega) + R_N, \quad (2.13)$$

donde:

$R_N$  - termino residual, responsable de las fluctuaciones.

El término  $R_N$  se caracteriza por tener un valor medio nulo y una variancia que depende del tipo de señal y puede tender a cero a medida que se aumenta  $N$ .

Como resultado de aplicar la transformada de Fourier al modelo representado por:

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t), \quad (2.14)$$

donde:

$y(t)$  - Salida o respuesta del proceso,  
 $u(t)$  - Entrada al proceso,  
 $G(q)$  - Función de transferencia del proceso,  
 $v(t)$  - Perturbaciones medibles como no medibles.

se obtiene:

$$Y(\omega) = G(j\omega)U(\omega) + V(\omega), \quad (2.15)$$

donde:

$Y(\omega), U(\omega), V(\omega)$  - Transformada de Fourier de las señales correspondientes,  
 $G(i\omega)$  - Función de transferencia del proceso expresada en el dominio de la frecuencia.

Considerando que las señales  $u(t)$  y  $v(t)$  son independientes, al multiplicar la ecuación (2.15) por  $U(\omega)$  tenemos:

$$\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega) = \hat{G}_N(j\omega)\hat{\Phi}_u^N(\omega), \quad (2.16)$$

donde:

$\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)$  - Estimación del espectro cruzado entre la señal de salida y la señal de entrada para  $N$  muestras,

$\hat{\Phi}_u^N(\omega)$  - Estimación del espectro de la señal de entrada para  $N$  muestras,

$\hat{G}_N(j\omega)$  - Estimación de la respuesta espectral del sistema para  $N$  muestras.

La estimación de la función espectral se realiza mediante:

$$\hat{G}_N(j\omega) = \frac{\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)}{\hat{\Phi}_u^N(\omega)}, \quad (2.17)$$

En Matlab, el algoritmo de análisis espectral se encuentra implementado en la función **spa**, la misma que estima valores de la función de transferencia sistema para determinadas frecuencias, con los que se obtiene su diagrama de Bode (Ljung, 1999). Aplicando esta función a los datos adquiridos en la caldera, se obtuvo el diagrama de Bode que se muestra en la Fig. 2.34.

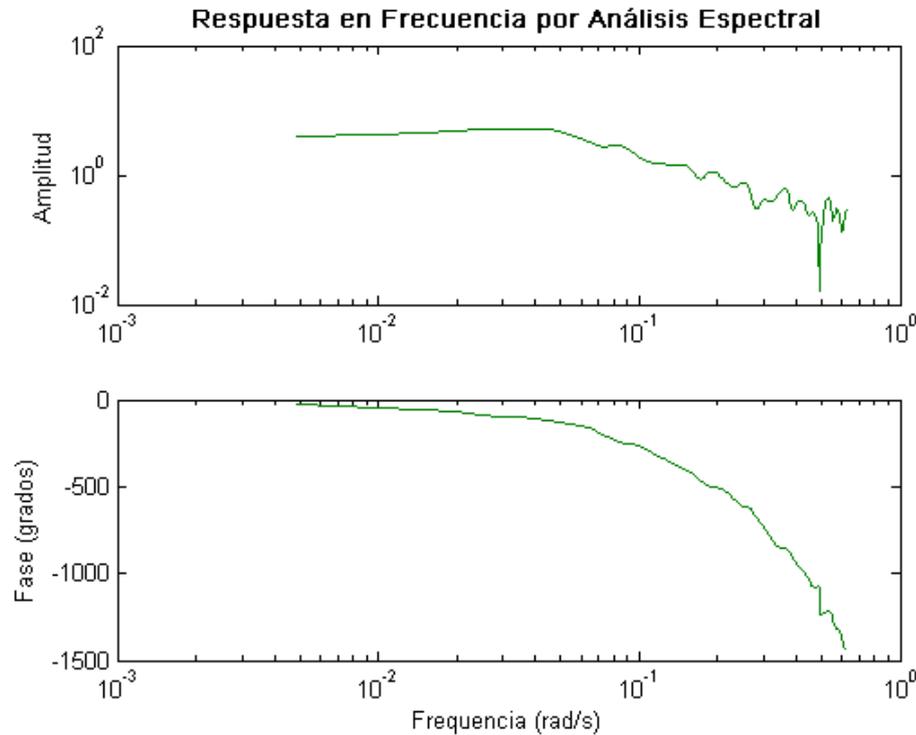
Se observa que el diagrama de Bode obtenido se asemeja bastante a la respuesta en frecuencia de un sistema de segundo orden. Las irregularidades presentes en el diagrama de ganancia se deben al ruido de alta frecuencia que se observa en los datos. Asimismo, a bajas frecuencias se observa la influencia de dos retardos de primer orden superpuestos, es decir, un retardo de segundo orden. En el diagrama de fase se observa una tendencia hacia el infinito, la que es característica de los procesos con retardo de tiempo.

#### 2.4.6. SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA DEL MODELO PARAMÉTRICO:

Las aplicaciones de control requieren modelos paramétricos que permitan relacionar la entrada aplicada con la salida. Sin embargo, los datos experimentales no sólo muestran esta relación, sino también la influencia de las perturbaciones en la salida (Söderström, 1988).

Los métodos de estimación por mínimos cuadrados y por probabilidad máxima, permiten identificar estructuras ARX (Auto-Regresiva Controlada) y

ARMAX (Auto-Regresiva de Media Móvil Controlada). Ambas consideran la influencia de las perturbaciones en la salida (Ljung, 1999).



**Fig. 2.34.** Diagrama de Bode del sistema estudiado obtenido por análisis espectral.

De particular interés es la estructura ARMAX, ya que permite obtener una función de transferencia de la parte determinística (relación entrada-salida) y otra de la parte estocástica (relación perturbaciones-salida). Esto provee al controlador una mejor estimación de las perturbaciones, que permite realizar mejores predicciones de la respuesta del sistema (Aström, 1995). Por estas razones, las estructuras candidatas son ARX y ARMAX.

La siguiente selección importante, se refiere al orden de los parámetros de cada estructura (Ljung, 1999). En base a la identificación no paramétrica realizada, como también en base al análisis por correlación y al análisis espectral, puede hacerse una aproximación tentativa. En estas pruebas se observó que la respuesta del proceso bajo estudio es similar a la respuesta de un sistema de segundo orden. Sin embargo, por consideraciones prácticas el modelo debe tener un orden más elevado ya que el actuador y el sensor tienen dinámicas incluidas en los datos. Se probarán entonces modelos de órdenes 2, 3 y 4. A manera de comprobación también se probarán modelos de primer orden. En cuanto al número de "ceros" o de los polinomios  $B(q^{-1})$  y  $C(q^{-1})$ , sólo se puede inferir que debe ser igual o menor que el número de polos estimados, para obtener funciones de transferencia propias. Por último, es necesario incluir en el modelo el retardo de tiempo del sistema, el cual se obtuvo de la identificación no paramétrica y corroborado con el análisis por correlación. En este caso se observa un retardo de  $t = 35 \text{ seg}$ , que corresponde a  $d=7$  muestras.

## FORMULACIÓN DEL CRITERIO Y ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS:

Cuando se formula un problema de identificación se introduce un criterio para tener una medida hasta qué punto un modelo se ajusta a los datos experimentales (Chen, 2000). Mediante hipótesis estadísticas se pueden deducir criterios de base probabilística. Con frecuencia los criterios para los sistemas discretos se expresan de la forma (Ljung, 1999):

$$J(\theta) = \sum_{t=1}^n g(\varepsilon(t)), \quad (2.18)$$

donde:

$J(\theta)$  - función de costos de la estimación,  
 $g(\varepsilon(t))$  - función de ponderación del error,  
 $\varepsilon$  - error de entrada, error de salida o un error generalizado.

Frecuentemente la función  $g$  se elige del tipo cuadrático, pero puede ser de muchas otras formas. Gauss formuló el problema de identificación como un problema de optimización e introdujo el principio de los *mínimos cuadrados*, un método basado en la minimización de la suma de los cuadrados del error. Cuando las perturbaciones de un proceso se describen como procesos estocásticos, el problema de identificación se formula como un problema estadístico de estimación de parámetros.

En este estudio se utilizará el criterio de mínimos cuadrados y una variante de éste, la estimación de *probabilidad máxima* (Ljung, 1999). El criterio de mínimos cuadrados es bueno para estimar parámetros de sistemas que se pueden modelar mediante estructuras ARX, en donde se puede separar claramente el ruido blanco del modelo determinístico, obteniendo regresores lineales. En cambio, cuando se requiere identificar un modelo ARMAX, cuyo regresor es pseudo-lineal, es necesario utilizar la estimación de máxima probabilidad, debido a que el método de mínimos cuadrados produce una desviación indeseable de los parámetros estimados.

Los algoritmos de identificación que utilizan estos criterios se encuentran implementados en Matlab. Las funciones a utilizar son **arx** y **armax**, en las que se ingresan los datos de entrada - salida y los órdenes tentativos del modelo. Las funciones devuelven el modelo paramétrico encontrado (Ljung, 1999).

La función **arx** realiza la estimación de mínimos cuadrados, usando factorización QR para ecuaciones lineales sobredeterminadas. La función **armax** minimiza un criterio de máxima probabilidad utilizando un algoritmo de búsqueda iterativa. Adicionalmente, el predictor se somete a una prueba de estabilidad, para asegurar que sólo modelos correspondientes a predictores estables sean estimados.

Se procedió entonces a realizar la estimación de varios modelos con estructuras ARMAX y ARX utilizando los criterios de selección expuestos y los algoritmos implementados en Matlab. Los órdenes de los polinomios y el retardo de tiempo de los modelos candidatos se muestran en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1.** Órdenes de los polinomios  $A(q)$ ,  $B(q)$  y  $C(q)$  y retardo de tiempo que se utilizarán en el proceso de identificación paramétrica utilizando estructuras ARX y ARMAX.

Estructura	na	nb	nc	d
ARX	2	2	0	7
ARX	3	3	0	7
ARMAX	1	1	1	7
ARMAX	1	2	2	7
ARMAX	2	2	2	7
ARMAX	3	3	3	7
ARMAX	4	4	4	7

Los modelos identificados tienen las siguientes estructuras:

$$\text{ARX227: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) = b_0u(t-1-7) + b_1u(t-2-7) + e(t); \quad (2.19)$$

$$\text{ARX337: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) + a_3y(t-3) = b_0u(t-1-7) + \dots \quad (2.20)$$

$$\dots b_1u(t-2-7) + b_2u(t-3-7) + e(t);$$

$$\text{ARMAX1117: } y(t) + a_1y(t-1) = b_1u(t-1-7) + e(t) + c_1e(t-1); \quad (2.21)$$

$$\text{ARMAX1227: } y(t) + a_1y(t-1) = b_1u(t-1-7) + b_2u(t-2-7) + \dots \quad (2.22)$$

$$\dots e(t) + c_1e(t-1) + c_2e(t-2);$$

$$\text{ARMAX2227: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) = b_1u(t-1-7) + b_2u(t-2-7) + \dots \quad (2.23)$$

$$\dots e(t) + c_1e(t-1) + c_2e(t-2);$$

$$\text{ARMAX3337: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) + a_3y(t-3) = \dots \quad (2.24)$$

$$\dots b_1u(t-1-7) + b_2u(t-2-7) + b_3u(t-3-7) + \dots$$

$$\dots e(t) + c_1e(t-1) + c_2e(t-2) + c_3e(t-3);$$

$$\text{ARMAX4447: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) + a_3y(t-3) + a_4y(t-4) = \dots \quad (2.25)$$

$$b_1u(t-1-7) + b_2u(t-2-7) + b_3u(t-3-7) + b_4u(t-4-7) + \dots$$

$$\dots e(t) + c_1e(t-1) + c_2e(t-2) + c_3e(t-3) + c_4e(t-4).$$

Los parámetros estimados de los polinomios  $A(q)$ ,  $B(q)$  y  $C(q)$  se muestran en las tablas 2.2, 2.3 y 2.4.

**Tabla 2.2.** Parámetros estimados del polinomio  $A(q)$  para los modelos ARX y ARMAX.

Estructura	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
ARX227	-1.020	0.1291	0	0
ARX337	-0.645	-0.3022	0.1013	0
ARMAX1117	-0.8884	0	0	0
ARMAX1227	-0.881	0	0	0
ARMAX2227	-1.197	0.2899	0	0
ARMAX3337	-1.09	0.122	0.06548	0
ARMAX4447	-1.811	1.915	-1.251	0.2637

**Tabla 2.3.** Parámetros estimados del polinomio  $B(q)$  para los modelos ARX y ARMAX.

Estructura	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
ARX227	0.1060	0.8875	0	0
ARX337	0.1174	0.8086	0.4022	0
ARMAX1117	1.078	0	0	0
ARMAX1227	0.06305	1.063	0	0
ARMAX2227	0.1084	0.7205	0	0
ARMAX3337	0.1152	0.7517	0.01058	0
ARMAX4447	0.1176	0.6566	-0.3784	0.6577

**Tabla 2.4.** Parámetros estimados del polinomio  $C(q)$  para los modelos ARMAX.

Estructura	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
ARMAX1117	0.09445	0	0	0
ARMAX1227	-0.2606	-0.00208	0	0
ARMAX2227	-0.6890	0.2381	0	0
ARMAX3337	-0.6341	-0.01793	0.1202	0
ARMAX4447	-1.394	1.575	-0.7952	0.1485

#### 2.4.7. VALIDACIÓN Y SELECCIÓN DEL MODELO:

La validación de los modelos calculados es uno de los pasos esenciales en un proceso de identificación (Söderström, 1988). Luego que la fase de estimación de parámetros ha sido realizada, se debe validar el modelo obtenido.

Validación significa evaluar el grado de confianza de nuestro modelo. Esto puede ser muy impreciso y, en realidad, no existe una medida de validación definitiva. La aceptación del modelo no sólo depende del modelo en si, sino del propósito de su uso.

En lugar de una prueba simple, validar el modelo involucra analizar su respuesta bajo diferentes puntos de vista. Es este grupo de pruebas, y la coherencia de los resultados obtenidos, lo que nos permite aceptar el modelo (Ljung, 1999). Hay varias formas de probar un modelo:

- Prueba del error final de predicción y análisis de polos y ceros.
- Validación cruzada.
- Índices de performance.
- Verificación cruzada con otros modelos.
- Medidas estadísticas.

En primer lugar debemos verificar la correcta estimación del orden del modelo. El método más simple es mirar la función de costo  $V(\hat{\theta})$ , directamente vinculada con el orden del modelo. Cuando se incrementa el orden, la función de costo decrece hasta que se mantiene constante o cambia lentamente. Otros métodos se basan en pruebas estadísticas de la función de costo o en la evaluación de diferentes criterios que tiene en cuenta la complejidad del modelo.

Una de estas pruebas, es el criterio propuesto por Akaike llamado "final prediction error criterion (FPE)". En este criterio no sólo se toma en cuenta la función de costos, sino que se penaliza la complejidad del modelo:

$$FPE(p) = \frac{N + p}{N - p} J(\theta), \quad (2.26)$$

donde:

$J(\theta)$  - función de costos de la estimación de parámetros,

$p$  - número de parámetros del modelo,

$N$  - número de muestras.

Si bien es cierto que este criterio tiende a subestimar el modelo del sistema, permite determinar el orden del mismo como el valor mínimo del criterio y no es necesario evaluarlo en función de unos niveles de confianza.

Otro método utilizado para verificar el orden de los parámetros del modelo estimado, es la evaluación de sus polos y ceros. Si el orden del modelo es  $s$  y es superior al orden del proceso real  $n$ , se originan pares de polos-ceros muy próximos que pueden ser cancelados. En este caso se dice que el modelo está sobredimensionado y se debe reducir el orden.

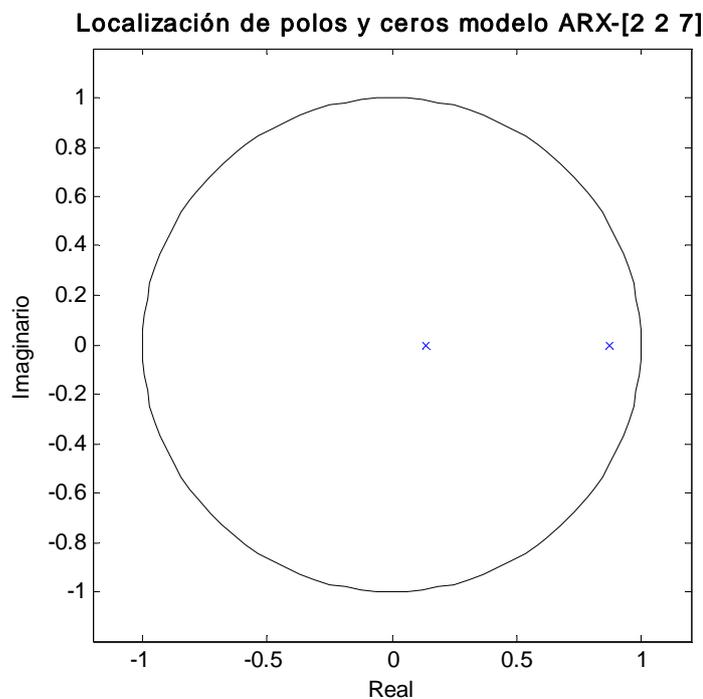
Para los modelos estimados, la aplicación del criterio FPE dio los resultados que se muestran en la Tabla 2.5.

**Tabla 2.5.** Valor del error final de predicción (FPE) de los modelos estimados.

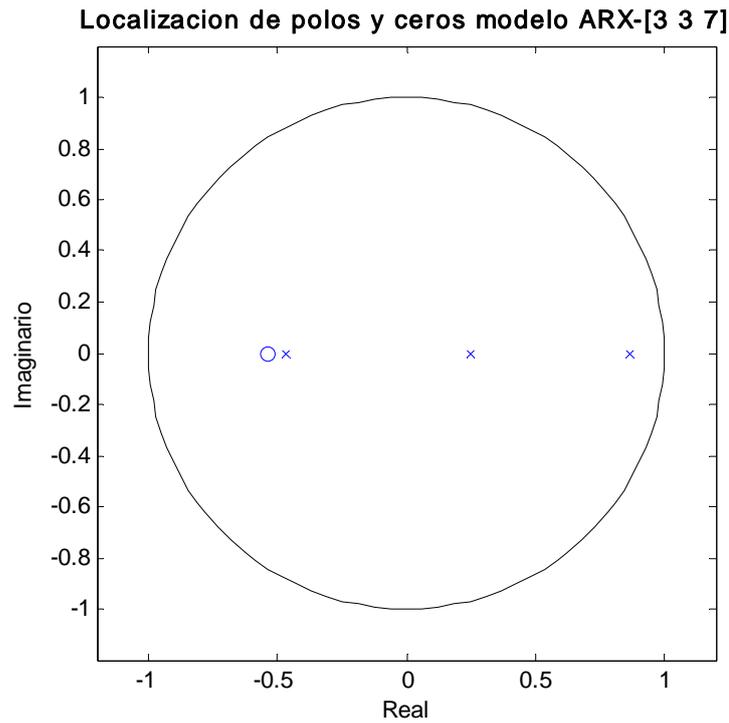
Estructura	[na nb nc d]	FPE
ARX	[2 2 0 7]	1.7294
ARX	[3 3 0 7]	1.4178
ARMAX	[1 1 1 7]	1.8126
ARMAX	[1 2 2 7]	1.8219
ARMAX	[2 2 2 7]	1.3039
ARMAX	[3 3 3 7]	1.3077
ARMAX	[4 4 4 7]	1.2888

Se observa que para los modelos ARMAX, el FPE se estabiliza alrededor de 1.30. Con este resultado se puede eliminar los modelos ARMAX de primer orden. Aún no se pueden sacar conclusiones acerca de los modelos ARX, puesto que no se tiene suficiente base comparativa.

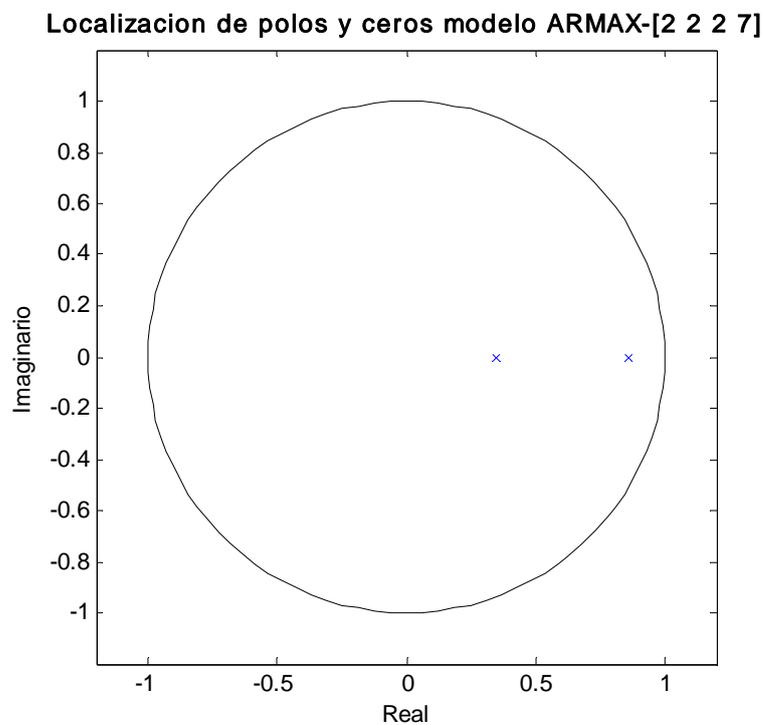
La localización de los polos y ceros de los modelos restantes, se muestran en las Fig. 2.35 - Fig. 2.39. Por ahora sólo interesa la evaluación de las cancelaciones polo-cero y dado que todos los modelos son estables, se muestran sólo los elementos que se encuentran dentro del círculo unitario:



**Fig. 2.35.** Localización de polos y ceros para el modelo estimado con estructura ARX y órdenes  $n_a=2$ ,  $n_b=2$ ,  $d=7$ . Sólo se muestran los elementos en el interior del círculo unitario.

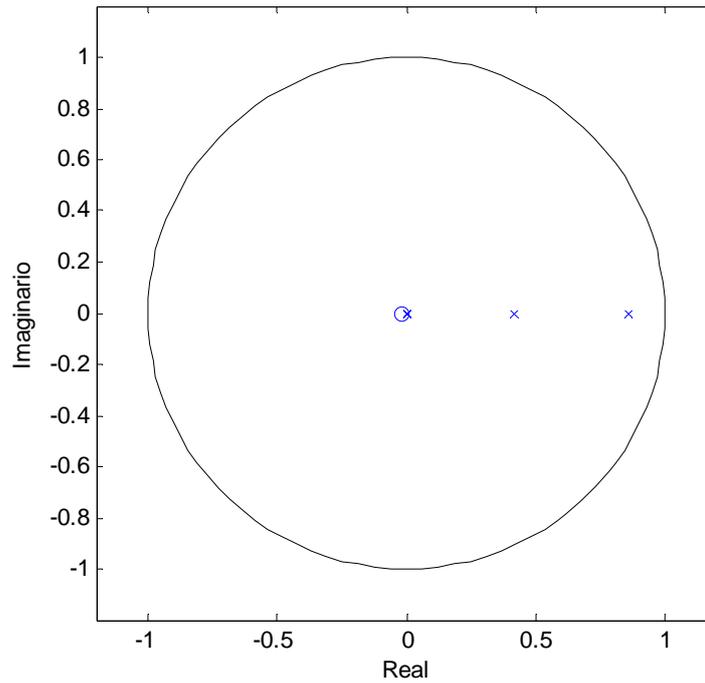


**Fig. 2.36.** Localización de polos y ceros para el modelo estimado con estructura ARX y órdenes  $n_a=3$ ,  $n_b=3$ ,  $d=7$ . Sólo se muestran los elementos en el interior del círculo unitario.



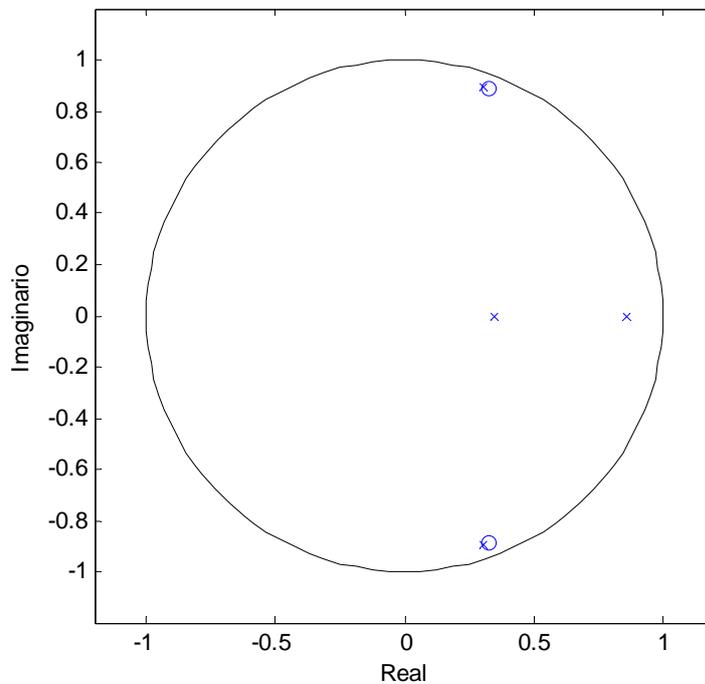
**Fig. 2.37.** Localización de polos y ceros para el modelo estimado con estructura ARMAX y órdenes  $n_a=2$ ,  $n_b=2$ ,  $n_c=2$ ,  $d=7$ . Sólo se muestran los elementos en el interior del círculo unitario.

Localización de polos y ceros modelo ARMAX-[3 3 3 7]



**Fig. 2.38.** Localización de polos y ceros para el modelo estimado con estructura ARMAX y órdenes  $n_a=3$ ,  $n_b=3$ ,  $n_c=3$ ,  $d=7$ . Sólo se muestran los elementos en el interior del círculo unitario.

Localización de polos y ceros modelo ARMAX-[4 4 4 7]



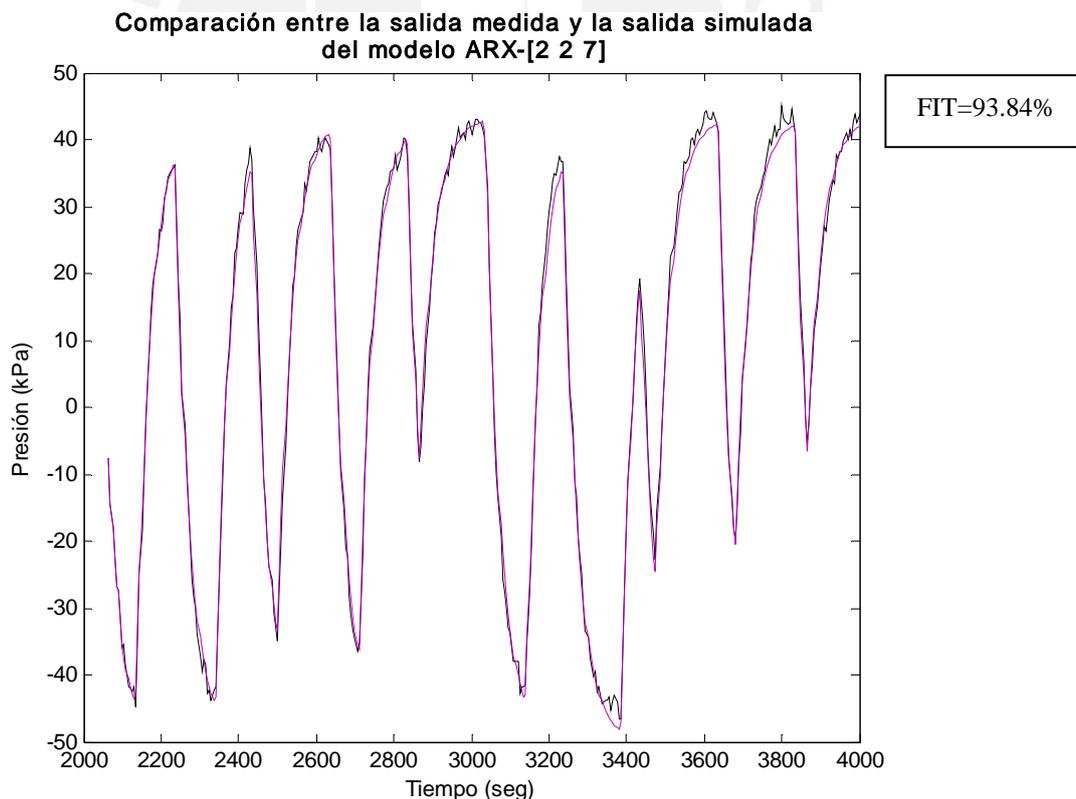
**Fig. 2.39.** Localización de polos y ceros para el modelo estimado con estructura ARMAX y órdenes  $n_a=4$ ,  $n_b=4$ ,  $n_c=4$ ,  $d=7$ . Sólo se muestran los elementos en el interior del círculo unitario.

De este análisis se observa que los modelos ARMAX de tercer y cuarto orden presentan cancelación de polos y ceros, dejando en cada caso 2 polos sin cancelar. Esto muestra que el orden preponderante del sistema es 2, por lo que no se considerarán estos modelos en adelante.

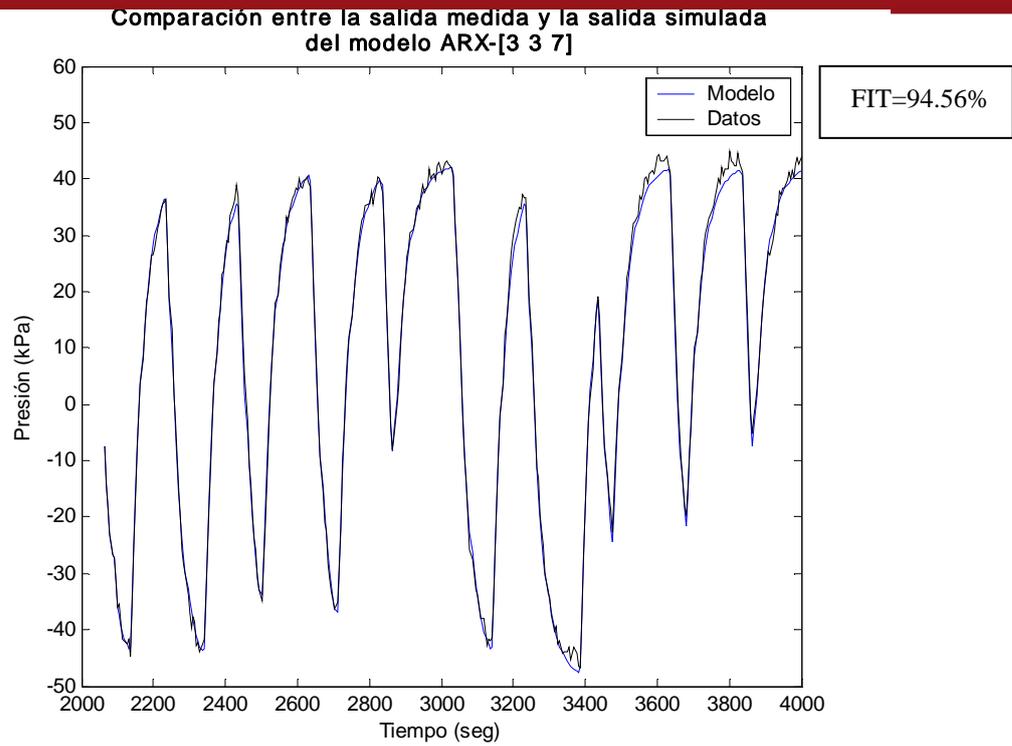
Una vez verificado el correcto orden de los modelos, se procede a realizar la *validación cruzada*. Este es un paso en la validación del modelo que consiste en comparar gráficamente en el dominio del tiempo la respuesta del modelo y la respuesta del sistema real. Para esto, se utilizan los datos experimentales de validación. De este modo se puede estudiar la independencia de los resultados del conjunto de los experimentos.

La comparación entre los datos observados y la salida del modelo se realiza generalmente mirando las anomalías del modelo no detectadas previamente. La validación cruzada se considera la mejor manera de validar el modelo y la única prueba verdadera para su aplicabilidad general.

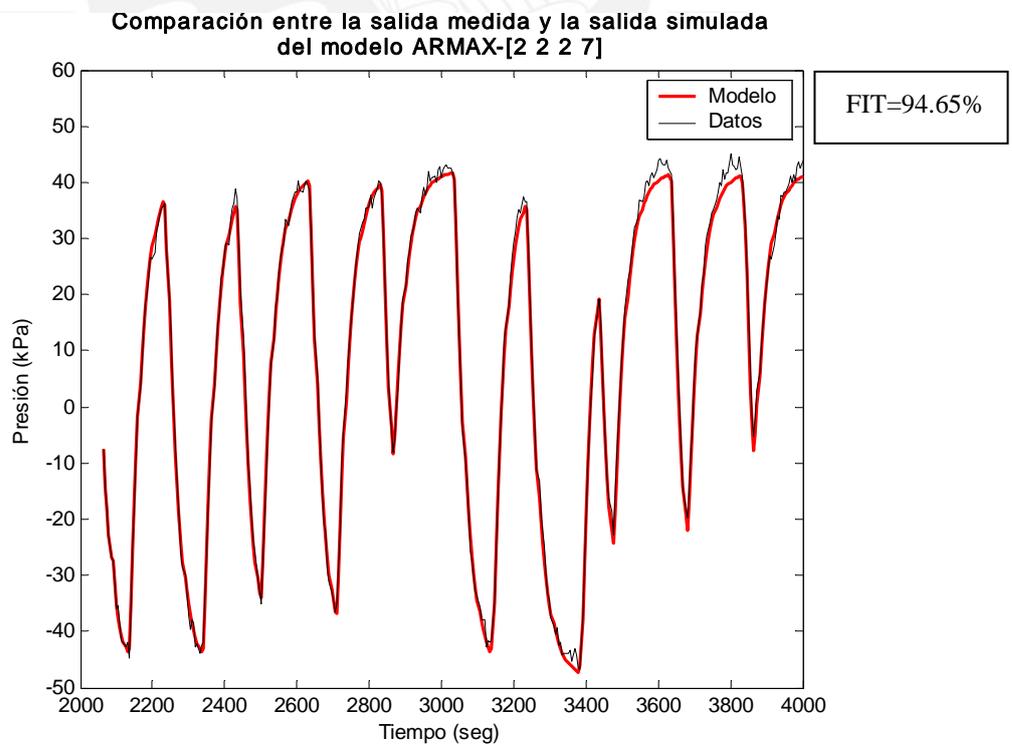
Los resultados de la validación cruzada para los modelos restantes se muestran en las Fig. 2.40 - Fig. 2.42.



**Fig. 2.40.** Validación cruzada del modelo ARX-[2 2 7] utilizando datos adquiridos para validación.



**Fig. 2.41.** Validación cruzada del modelo ARX-[3 3 7] utilizando datos adquiridos para validación.



**Fig. 2.42.** Validación cruzada del modelo ARMAX-[2 2 2 7] utilizando datos adquiridos para validación.

A partir de estos resultados, se aprecia que las salidas de los tres modelos se aproximan bastante bien a los datos de validación adquiridos de la caldera. En este caso se puede cuantificar la aproximación del modelo utilizando un “índice de performance”. Este es una medida cuantitativa de la calidad del modelo que puede obtenerse a partir de la norma de los errores residuales. Una fórmula que utiliza Matlab como índice de performance (FIT) es la siguiente:

$$FIT = \left( 1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \right) \times 100\% , \quad (2.27)$$

donde:

$y$  - salida medida,  
 $\hat{y}$  - salida estimada.

Este índice corresponde a las variaciones de la salida real que son reproducidas por el modelo. Un número más cercano a 100% significa un mejor modelo. Para los modelos estimados se obtuvieron los índices de performance que se muestran en la Tabla 2.6.

**Tabla 2.6.** Índice de Performance de los modelos ARX y ARMAX restantes

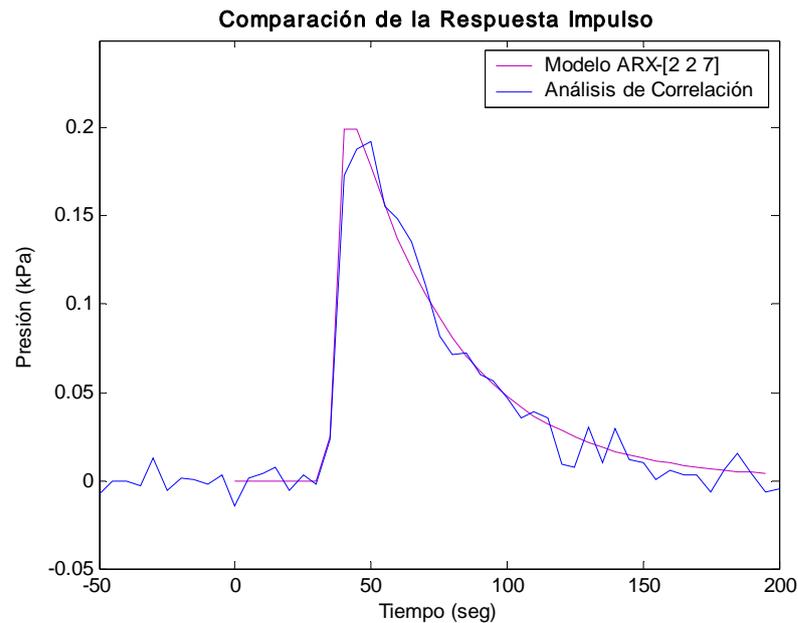
Estructura	[na nb nc d]	FIT
ARX	[2 2 0 7]	93.84%
ARX	[3 3 0 7]	94.56%
ARMAX	[2 2 2 7]	94.65%

Se observa que si bien todos los modelos dan una buena estimación, el modelo ARMAX es el que tiene la mejor performance.

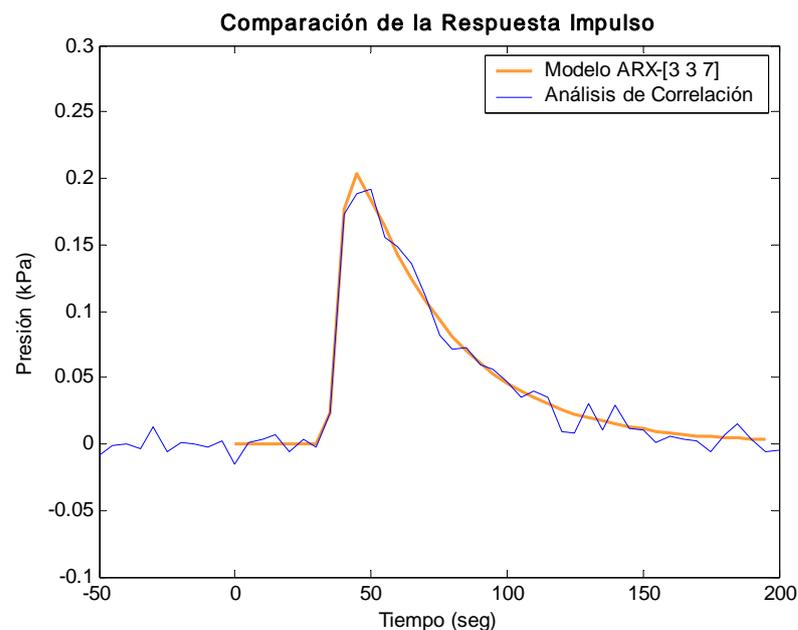
Para comprobar aun más las propiedades de los modelos estimados se realiza una “verificación cruzada de modelos”. Hasta ahora, varios tipos de modelos han sido identificados: funciones de transferencia, gráficos de respuesta transitoria (impulso) y de respuesta en frecuencia (diagrama de bode).

Si el modelo paramétrico estimado es correcto, todos los modelos identificados deben ser coherentes entre sí. Se puede comparar la respuesta transitoria obtenida utilizando análisis por correlación con la respuesta que se obtiene del modelo como se muestra en las Fig. 2.43 - Fig. 2.45. También se puede comparar la respuesta en frecuencia obtenida por análisis espectral con la respuesta que se obtiene del modelo como se muestra en las Fig. 2.46 - Fig. 2.48.

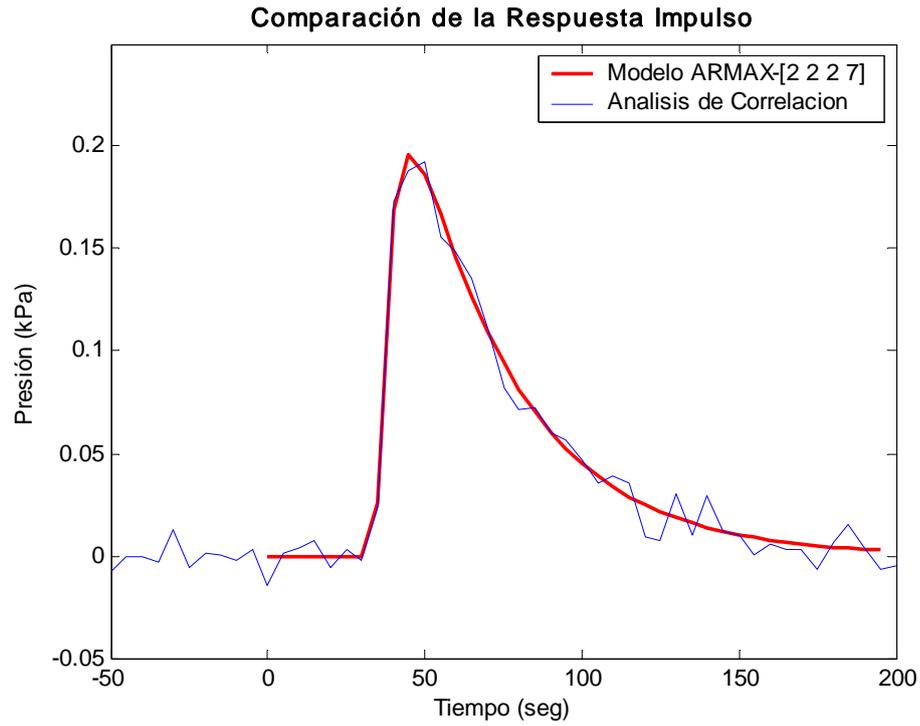
Finalmente, se valida el modelo utilizando “medidas estadísticas”. si un modelo es una representación válida del proceso, los errores o residuos deben ser estadísticamente independientes de la entrada de excitación. Esto quiere decir que la correlación cruzada entre la entrada y los residuos, no debe ser significativamente diferente de cero para  $k$  diferente de cero. De la misma manera, la autocorrelación de los residuos permite verificar si no hay más información posible a modelar. Las gráficas de correlación de cada modelo se muestran de la Fig. 2.49 a la Fig. 2.51.



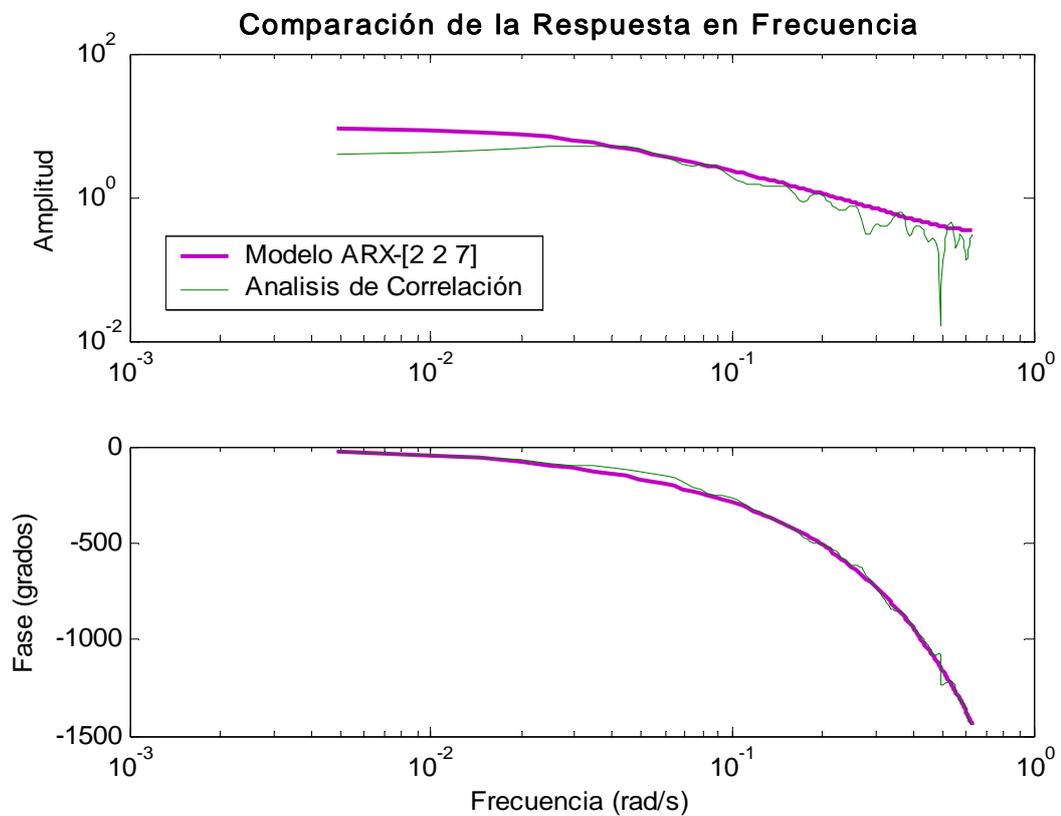
**Fig. 2.43.** Comparación de la respuesta impulsiva obtenida por correlación con la obtenida utilizando el modelo ARX-[2 2 7]



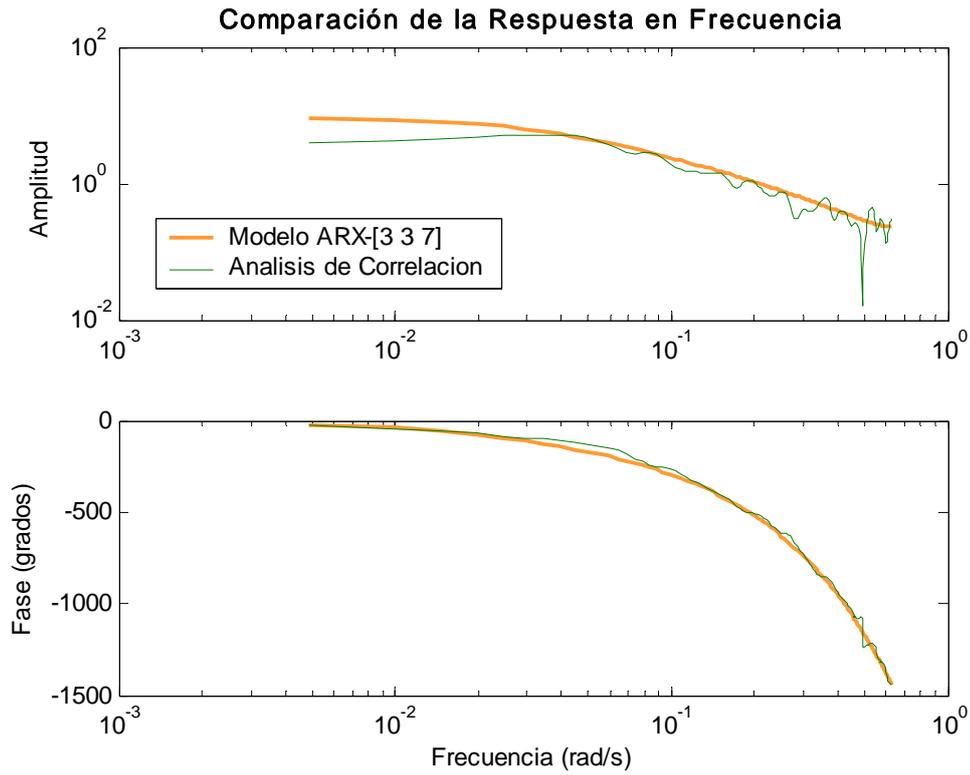
**Fig. 2.44.** Comparación de la respuesta impulsiva obtenida por correlación con la obtenida utilizando el modelo ARX-[3 3 7]



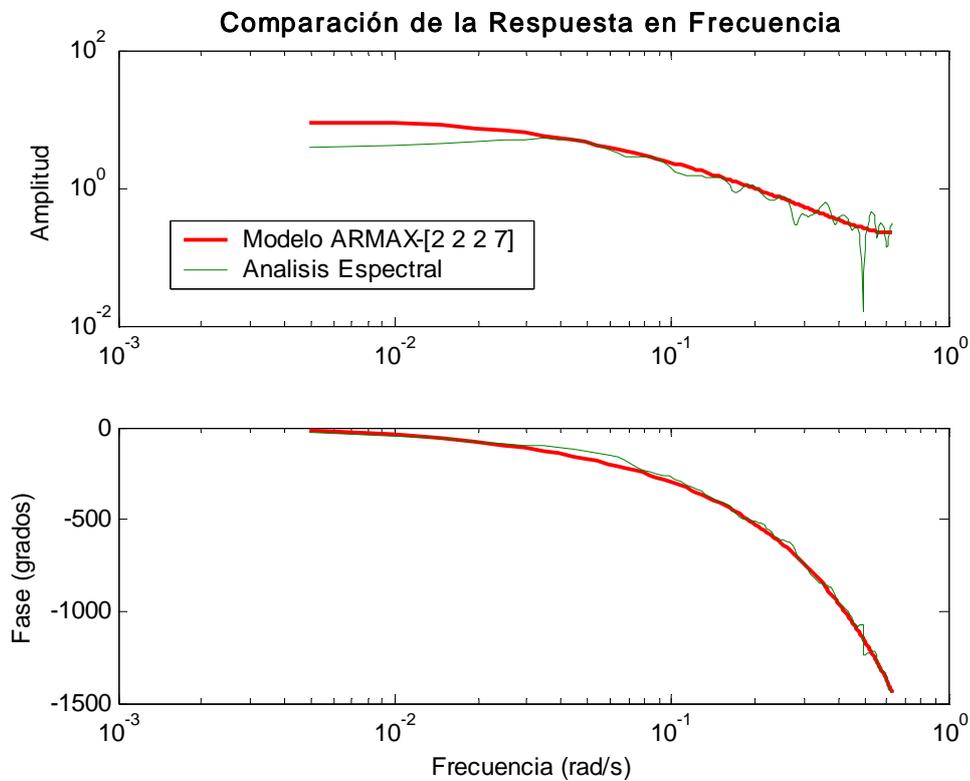
**Fig. 2.45.** Comparación de la respuesta impulsiva obtenida por correlación con la obtenida utilizando el modelo ARMAX-[2 2 2 7]



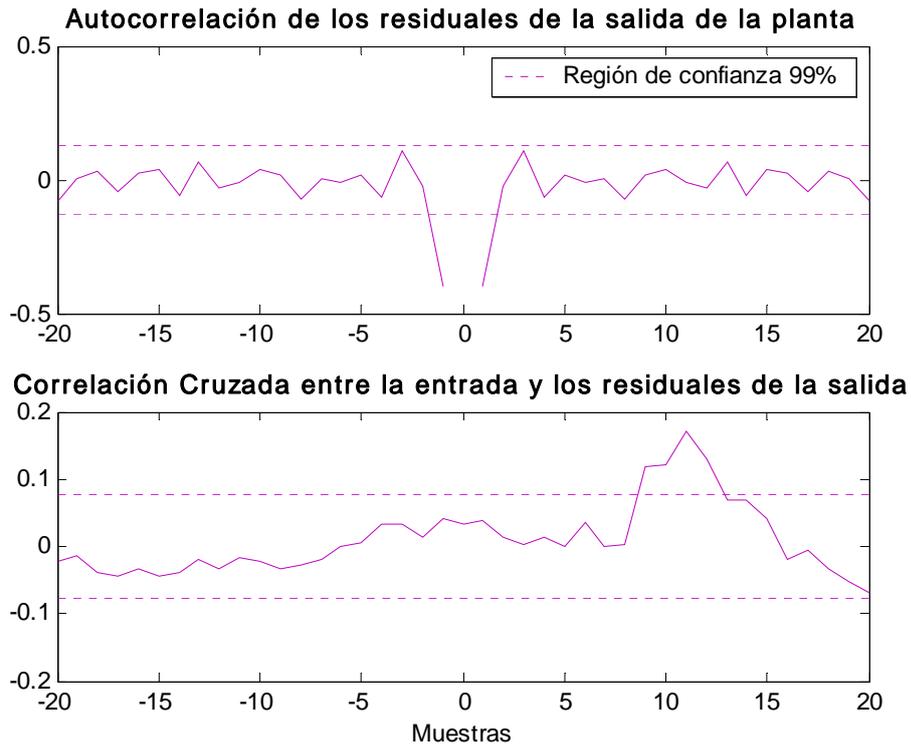
**Fig. 2.46.** Comparación de la respuesta frecuencial obtenida por análisis espectral con la obtenida utilizando el modelo ARX-[2 2 7]



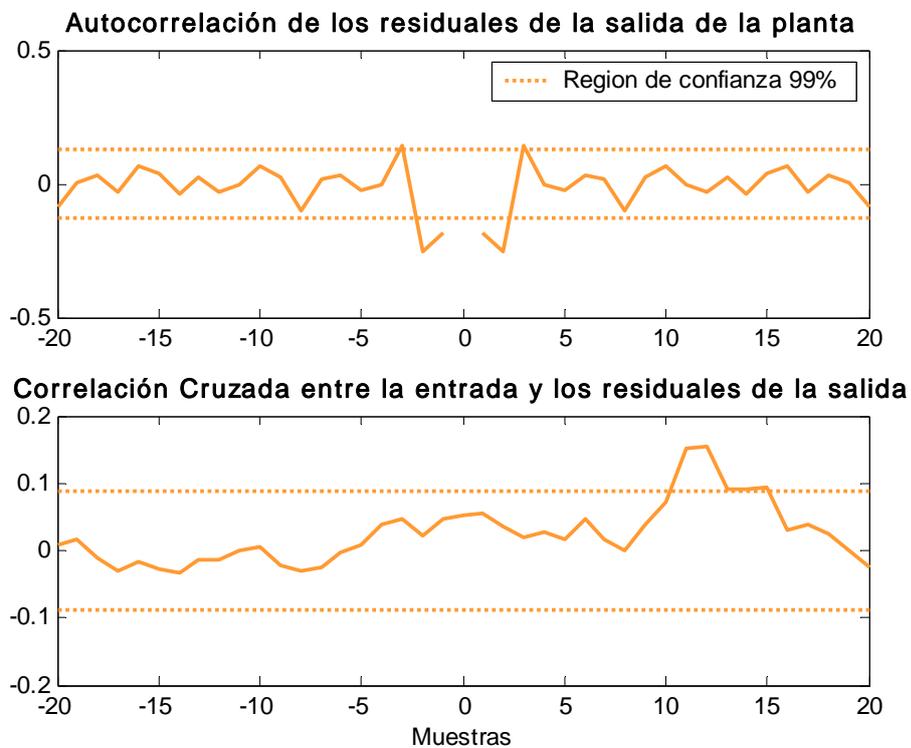
**Fig. 2.47.** Comparación de la respuesta frecuencial obtenida por análisis espectral con la obtenida utilizando el modelo ARX-[3 3 7]



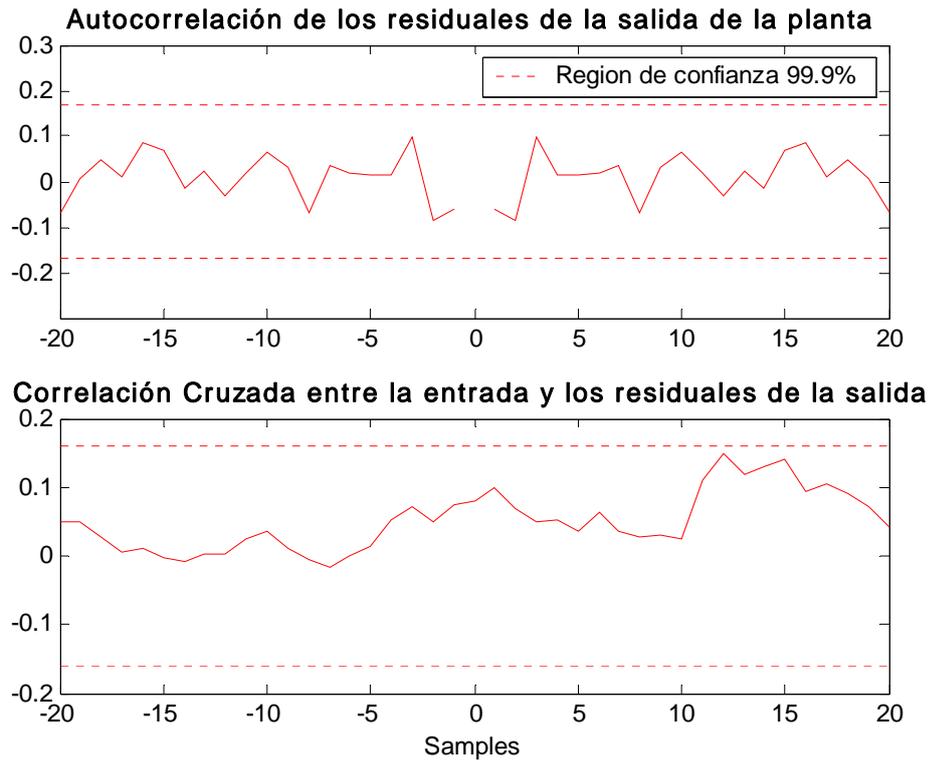
**Fig. 2.48.** Comparación de la respuesta frecuencial obtenida por análisis espectral con la obtenida utilizando el modelo ARMAX-[2 2 2 7]



**Fig. 2.49.** Correlación cruzada entre la entrada de excitación y los residuales de la salida de la planta, y autocorrelación de los residuales de la salida de la planta para el modelo ARX-[2 2 7]



**Fig. 2.50.** Correlación cruzada entre la entrada de excitación y los residuales de la salida de la planta, y autocorrelación de los residuales de la salida de la planta para el modelo ARX-[3 3 7]



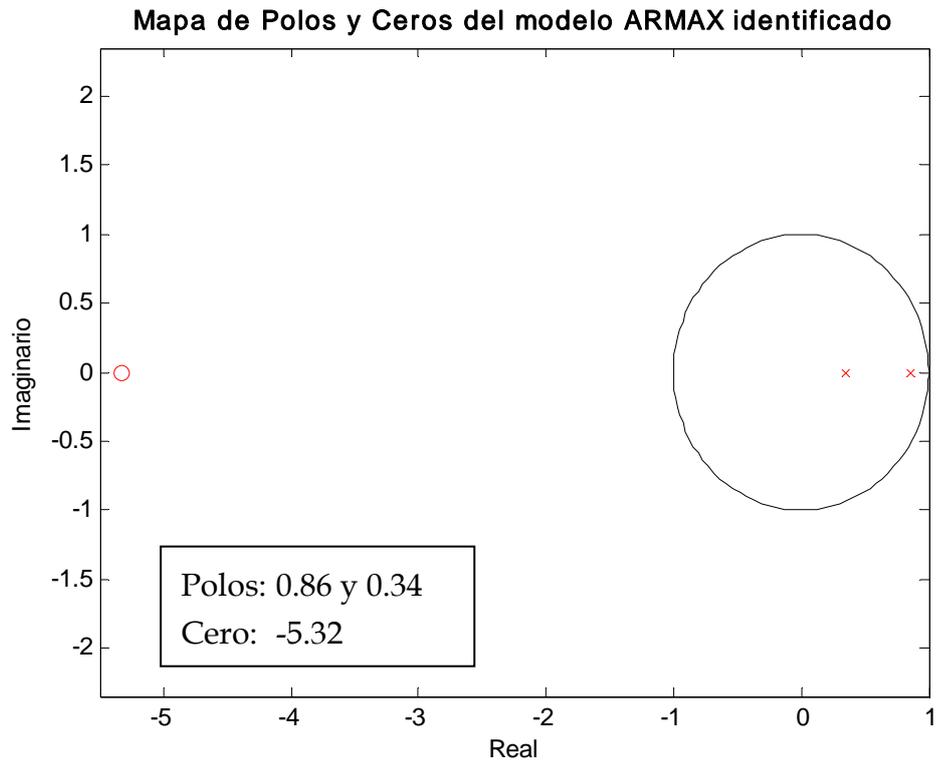
**Fig. 2.51.** Correlación cruzada entre la entrada de excitación y los residuales de la salida de la planta, y autocorrelación de los residuales de la salida de la planta para el modelo ARMAX-[2 2 2 7]

De las figuras presentadas se puede apreciar que la estimación de la respuesta impulso y de la respuesta en frecuencia de los tres modelos queda validada con los modelos no paramétricos obtenidos por correlación y por análisis espectral. Asimismo, con las gráficas de la respuesta transitoria se confirma el valor del retardo de tiempo de 35seg.

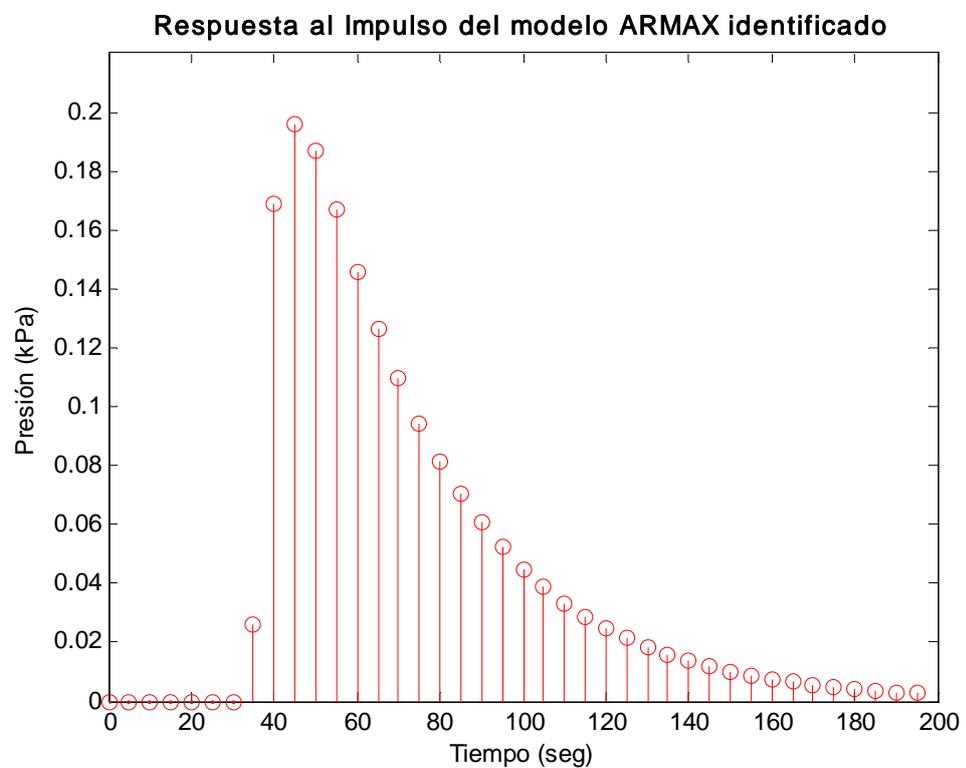
Sin embargo, se observa que los errores residuales de ambos modelos ARX se encuentran correlacionados alrededor de un desplazamiento de 12 muestras. Esto es un indicador que es recomendable utilizar una estructura que emplee un modelo de ruido "coloreado" para modelar las perturbaciones, en lugar de un modelo de ruido blanco (Chen et al., 2000). La estructura tipo ARMAX estima un modelo de ruido coloreado utilizando un filtro de media móvil. Por esta razón, cuando se aplica la prueba de autocorrelación de errores residuales al modelo ARMAX-[2 2 2 7], la gráfica indica que no están correlacionados en un intervalo de confianza de 99.9%. También se observa que los errores residuales tampoco se encuentran correlacionados con la entrada a la planta.

Con esto se finaliza el proceso de validación y selección de modelos, y por las razones expuestas se elige el modelo ARMAX-[2 2 2 7], cuyas principales características presentan a en las siguientes figuras:

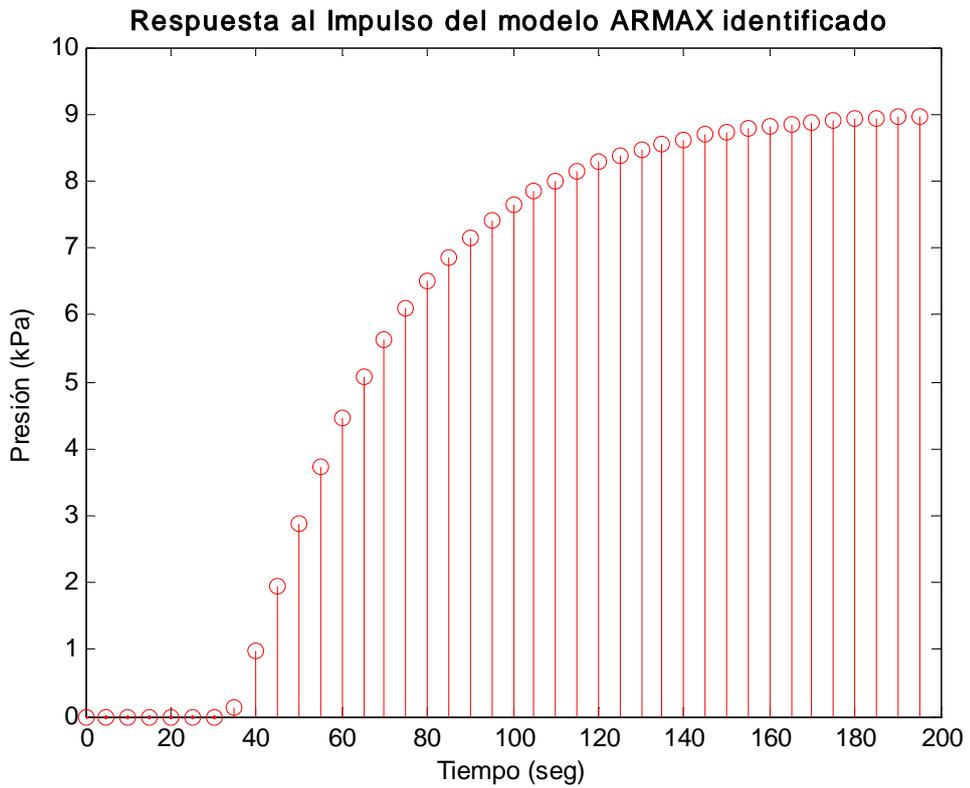
- Mapa de Polos y Ceros:



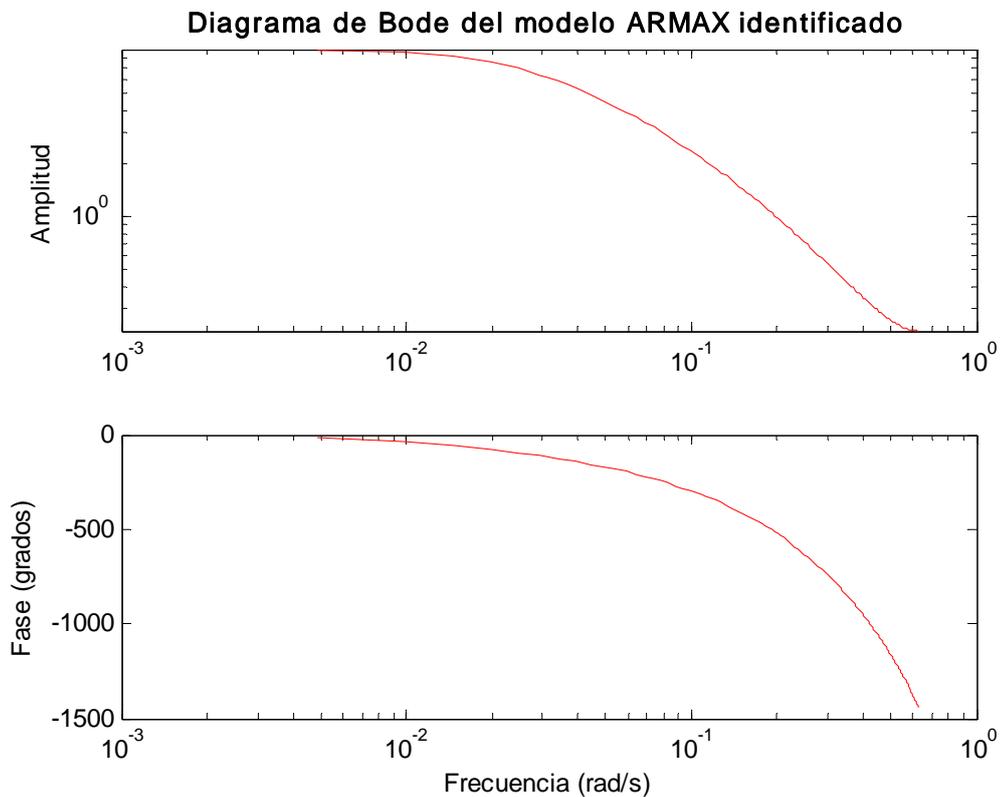
- Respuesta Impulsiva:



- Respuesta al Escalón Unitario:



- Diagrama de Bode:



Tenemos entonces un modelo estable amortiguado que posee una elevada ganancia de estado estacionario al tener su único cero en una posición bastante alejada del círculo unitario. La respuesta escalón unitario confirma esta conclusión, ya que se observa que el valor de estado estacionario de la caldera es de alrededor de 9 kPa de presión para una entrada unitaria de apertura de válvula. Finalmente, tenemos que el proceso presenta un retardo de tiempo de 35seg.

El modelo ARMAX hallado tiene la siguiente estructura:

$$\text{ARMAX2227: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) = b_1u(t-1-7) + \dots \dots b_2u(t-2-7) + e(t) + c_1e(t-1) + c_2e(t-2). \quad (2.28)$$

Los modelos ARX337 y ARX227 que no fueron elegidos pero que presentaron un desempeño aceptable y que pueden utilizarse en algunas aplicaciones básicas, tienen las siguientes estructuras:

$$\text{ARX227: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) = b_0u(t-1-7) + \dots \dots b_1u(t-2-7) + e(t); \quad (2.29)$$

$$\text{ARX337: } y(t) + a_1y(t-1) + a_2y(t-2) + a_3y(t-3) = b_0u(t-1-7) + \dots \dots b_1u(t-2-7) + b_2u(t-3-7) + e(t). \quad (2.30)$$

Los parámetros estimados para los tres modelos se muestran en la Tabla 2.7:

**Tabla 2.7.** Parámetros estimados del polinomio para los modelos ARX y ARMAX.

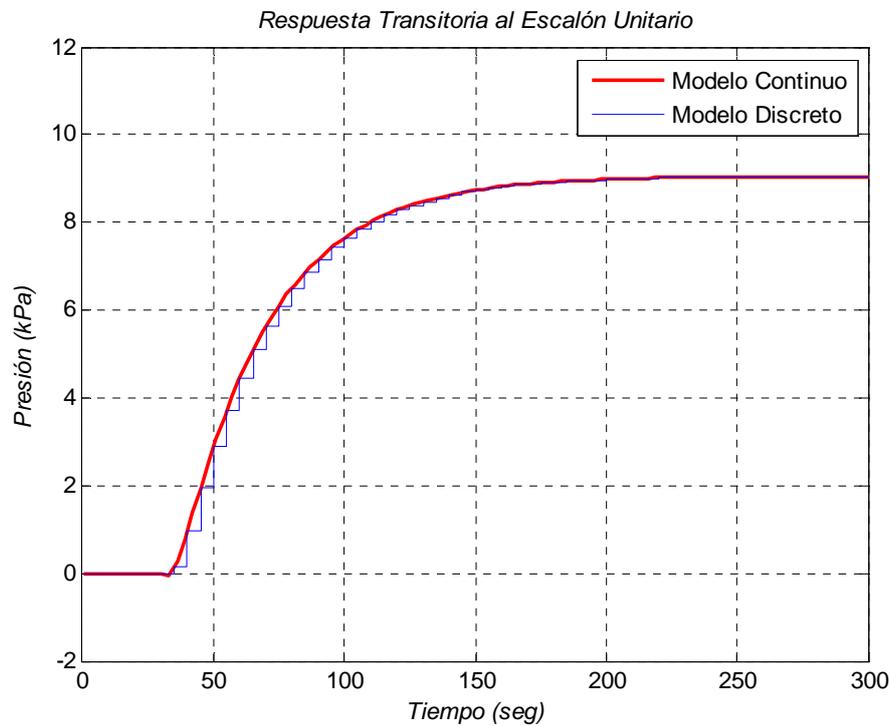
Estructura	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$c_1$	$c_2$
ARMAX2227	-1.197	0.2899	0	0.1084	0.7205	0	-0.689	0.2381
ARX227	-1.02	0.1291	0	0.106	0.8875	0	0	0
ARX337	-0.645	-0.3022	0.1013	0.1174	0.8086	0.4022	0	0

Como se ha visto, en el modelo ARMAX2227 la transferencia dinámica hacia la salida proviene de dos fuentes: la señal de entrada (modelo determinístico) y las perturbaciones que estadísticamente pueden modelarse como un ruido blanco filtrado (modelo estocástico). A partir de este modelo, se pueden obtener las respectivas funciones de transferencia en tiempo continuo utilizando el método de zoh, como se muestran:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-0.1273s + 0.05703}{s^2 + 0.2419s + 0.006299} e^{-35s}; \quad (2.21)$$

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{s^2 + 0.3286s + 0.02815}{s^2 + 0.2419s + 0.006299}. \quad (2.22)$$

Para verificar la validez de la función de transferencia determinística, se aplicó un escalón unitario tanto al modelo en tiempo discreto como al de tiempo continuo. El resultado se muestra en la Fig. 2.52.



**Fig. 2.52.** Comparación de la respuesta a un escalón unitario del modelo identificado en tiempo discreto y la respuesta del modelo aproximado en tiempo continuo.

Se observa que el modelo en tiempo continuo sigue apropiadamente la respuesta del modelo identificado.

## 2.5. CONCLUSIONES

- Se realizó un estudio sobre el principio de funcionamiento de las calderas como objeto de control automático. Se presentaron los diferentes tipos de calderas destacándose las calderas acuotubulares y las pirotubulares, así como las diferentes clases de calderas pirotubulares, reconociendo la caldera objeto de estudio en este capítulo como una caldera pirotubular vertical.
- Se estudiaron las ecuaciones de balance de masa y energía relacionadas con el principio de generación de vapor en calderas pirotubulares. Se determinaron las variables involucradas en el funcionamiento de estos equipos. Se mostró que las calderas como objeto de control automático presentan un comportamiento difícil o complicado, con múltiples entradas y salidas y múltiples interrelaciones entre estas variables.
- Se fundamentó que la presión del vapor a la salida de la caldera constituye la variable más importante de esta clase de equipos.

- Se fundamentó la necesidad de utilizar las técnicas de identificación de sistemas en la obtención del modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de la presión del vapor a la salida de la caldera.
- Como resultado de la identificación no paramétrica se determinaron algunas características del comportamiento dinámico del proceso de variación de la presión del vapor a la salida de la caldera.
- Se verificaron mediante análisis de correlación y análisis espectral los resultados obtenidos en la identificación no paramétrica del proceso de variación de la presión del vapor a la salida de la caldera.
- Se fundamentó la selección de la estructura ARMAX del modelo paramétrico del proceso de variación de la presión del vapor a la salida de la caldera.
- Como resultado de la identificación paramétrica se obtuvieron los coeficientes de la estructura ARMAX seleccionada de segundo orden. El modelo obtenido presenta  $na = 2, nb = 2, nc = 2, nk = 7, T = 5$  seg.
- Se desarrolló el procedimiento de validación del modelo obtenido. Los resultados de la validación muestra que el modelo obtenido presenta un índice de performance de 94.65 %.

## CAPÍTULO III:

# DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL AVANZADO DE LA PRESIÓN DEL VAPOR EN UNA CALDERA DE TUBOS DE FUEGO

### 3.1. INTRODUCCIÓN

Actualmente los sistemas de control en la industria de procesos deben satisfacer criterios económicos, asociados con el mantenimiento de las variables de proceso en sus referencias minimizando dinámicamente una función de coste de operación, criterios de seguridad y medioambientales, y de calidad en la producción, la cual debe satisfacer ciertas especificaciones sujetas a una demanda normalmente variable. (Feliú et al., 2005).

La representación matemática de muchos de estos criterios se lleva a cabo en forma de funciones objetivo dinámicas y de restricciones mientras que el proceso se representa como un modelo dinámico con incertidumbres asociadas. Las técnicas de Control Predictivo Basado en Modelo (Model Based Predictive Control, MPC) parecen constituir poderosas herramientas para afrontar estos retos (Clarke D.W., 1994).

En esta sección se hace una revisión de las principales tendencias en el control de procesos industriales y se exponen los principales motivos que fundamentan la elección del control avanzado como estrategia para el control de la presión del vapor en una caldera pirotubular. Posteriormente se detalla el algoritmo de Control Predictivo Generalizado (GPC) y se diseña el controlador sobre la base del modelo ARMAX estimado en el capítulo anterior. Luego, se simula el sistema de control en lazo cerrado y se comentan las razones que justifican la incorporación de un sistema de control adaptivo predictivo utilizando un identificador ARMAX recursivo. Finalmente, se comprueba mediante simulación la efectividad del controlador diseñado.

### 3.2. FUNDAMENTO DEL SISTEMA DE CONTROL AVANZADO A UTILIZAR

#### 3.2.1. TENDENCIAS ACTUALES EN EL CONTROL DE PROCESOS

Aunque en el pasado podía considerarse que el único objetivo del control de procesos consistía en mantener una operación estable, actualmente la industria se enfrenta a un mercado cambiante y difícil de predecir, lo que obliga a operar los procesos productivos en consonancia con la evolución del mercado para poder mantener la competitividad, así como la rentabilidad.

La competencia en muchos sectores industriales así como el creciente interés social por los problemas medioambientales relacionados con los procesos de producción provoca la necesidad de disponer de técnicas fiables que permitan la operación del proceso con gran eficiencia y alto grado de flexibilidad.

Como se ha mencionado, los sistemas de control en la industria de procesos deben satisfacer criterios económicos. Estos criterios están asociados con el mantenimiento de las variables de proceso en sus referencias. Esto se logra minimizando dinámicamente una función de costo, la cual debe satisfacer ciertas especificaciones sujetas a una demanda normalmente variable.

Por ello, se puede considerar de forma efectiva que en la actualidad el objetivo de todo sistema de control consiste en determinar las variables controladas de forma que satisfagan múltiples y cambiantes criterios de funcionamiento (económicos, de seguridad, medioambientales o de calidad) en presencia de cambios en las características del proceso.

El amplio abanico de metodologías actuales de control de procesos se enfrenta al cumplimiento de este objetivo. La diferencia entre las diversas técnicas radica básicamente en los compromisos hechos en la formulación matemática de los criterios de funcionamiento y en la elección de la manera de representar el proceso.

La representación matemática de muchos de estos criterios se lleva a cabo en forma de funciones objetivo dinámicas y de restricciones mientras que el proceso se representa como un modelo dinámico con incertidumbres asociadas. La importancia de las incertidumbres está siendo cada vez más reconocida y por tanto incluida explícitamente en la formulación de los controladores.

Las técnicas de Control Predictivo Basado en Modelo (Model Based Predictive Control, MPC) aparecen entonces como poderosas herramientas para afrontar estos retos.

MPC, en su forma más general, acepta cualquier tipo de modelos, funciones objetivo o restricciones, siendo la metodología que actualmente puede reflejar

más directamente los múltiples criterios de funcionamiento relevantes en la industria de procesos. Quizás sea ésta la principal razón del éxito de estas técnicas en numerosas aplicaciones de la industria de procesos, unida a que es la forma más general de formular el problema de control en el dominio del tiempo, de manera que puede resultar fácil de aceptar por el personal de la industria.

Los resultados de un estudio realizado por Takatsu et al. para la Society of Instrumentation and Control Engineering son indicativos de las necesidades futuras de la industria en el ámbito del control. En este informe se analizan los principales problemas de control que se encuentran en la industria de procesos, el estado de aplicación de las tecnologías avanzadas, el grado de satisfacción de los usuarios con cada una de ellas y las expectativas que cada una genera.

La evolución en los últimos años de los principales problemas de control para los usuarios se muestra en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1.** Principales problemas de control

1983	(%)	1989	(%)	1995	(%)
Retardo	24	Retardo	23	Interacción	24
Perturbaciones	21	Interacción	16	Perturbaciones	22
Interacción	17	Perturbaciones	15	Retardo	21
Respuesta	16	Cambios	12	Cambios	14
Estabilidad	11	No lineal	10	No lineal	7

Obsérvese que los tres primeros problemas siguen siendo los mismos en los tres años que se ha realizado la encuesta y parece que a lo largo del tiempo se resuelven problemas básicos como estabilidad y respuesta y se atacan problemas más difíciles como dinámica no lineal.

En las tablas 3.2 y 3.3 se muestran los factores claves de éxito y fracaso de la automatización del proceso. Se desprende que la elección de la estrategia de control no es el único factor a tener en cuenta para garantizar un buen funcionamiento del sistema de control. Se observa que el principal factor de fracaso de un sistema automatizado lo constituyen las inexactitudes del modelo matemático.

**Tabla 3.2.** Principales factores claves de éxito

Selección de la estrategia de control	14 %
Selección del equipo de control	12 %
Especificaciones apropiadas	10 %
Configuración flexible del sistema	10 %
Operación de emergencia	10 %
Interface con el operario	8 %
Análisis de proceso	8 %

**Tabla 3.3.** Principales factores claves de fracaso

Ausencia de análisis del proceso. Inexactitud del modelo	21 %
Selección de los sensores	14 %
Falta de rechazo a las perturbaciones	10 %
Selección de la estrategia de control	7 %
Selección de los actuadores	6 %
Selección del equipo de control	5 %
Especificaciones inapropiadas	5 %
Configuración rígida del sistema	5 %

Del informe citado se pueden extraer conclusiones interesantes sobre el estado y el grado de aceptación de las tecnologías consideradas avanzadas (Tabla 3.4).

**Tabla 3.4.** Estado de las distintas técnicas

Técnica	1989	1995
Compensación de retardo	29.6	52.4
Borroso	9.9	38
Control Predictivo	25.4	37.2
Gain-scheduling	25.7	32.5
PID avanzado	24.8	29.4
Autoajuste	32.2	29.1
Desacoplo	17.5	28.6
Basado en reglas	6.3	17.9
Filtro de Kalman	9.1	15.5
Neuronal	0	11.8
LQ	8.2	11
Observador	8.2	9.8
Control adaptativo	10.3	7
$H_{\infty}$	0	9.3

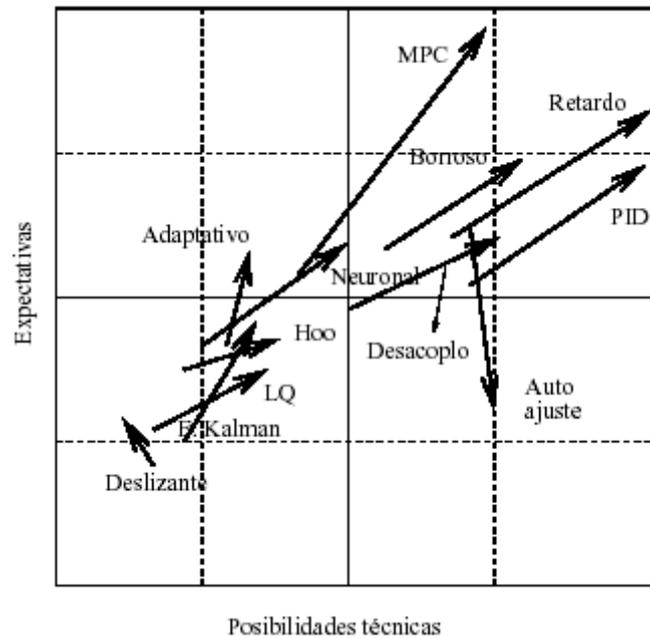
En la Tabla 3.4 se muestra el porcentaje de plantas que usaron cada una de las técnicas de control avanzado en 1989 y 1995. Obsérvese que todas crecieron excepto el control adaptativo y el autoajuste que tuvieron un ligero descenso.

Con el fin de evaluar el grado de satisfacción de los usuarios con las distintas técnicas, se muestra en la Tabla 3.5 el porcentaje de usuarios que están satisfechos con cada una de las técnicas que han empleado. Como conclusión interesante se destaca el hecho de que prácticamente todos los usuarios de Control Predictivo están satisfechos.

También resulta interesante intentar cuantificar la evolución futura de las distintas técnicas de control avanzado. Para ello, la Fig. 3.1 intenta mostrar las posibilidades técnicas y las expectativas despertadas por cada una de ellas.

**Tabla 3.5.** Grado de satisfacción de las distintas técnicas

Técnica	1989	1995
Control Predictivo	76	94
PID avanzado	77	89
Compensación de retardo	72	89
Gain-scheduling	78	87
Borroso	67	83
LQ	79	70
Neuronal	-	69
Desacoplo	64	66
Filtro de Kalman	70	66
Autoajuste	60	65
Observador	67	62
Basado en reglas	43	61
Control adaptativo	50	56
$H_{\infty}$	-	50



**Fig. 3.1.** Expectativas y posibilidades técnicas

Posibilidad técnica se refiere a la facilidad de implementación y expectativas al efecto esperado de uso de cada técnica. El punto de partida de cada flecha es la media de todas las respuestas a la encuesta, mientras que su extremo corresponde a la media de las 15 plantas consideradas líderes en temas de control. El citado artículo interpreta la flecha como tendencia futura. Según esto, el PID avanzado, compensación de retardo, borroso, desacoplo y MPC serán técnicas ampliamente usadas con grandes expectativas. El control neuronal despierta grandes expectativas pero tiene ciertas dificultades de

implementación, mientras que el Autoajuste se implementa con facilidad pero pierde expectativas. Las técnicas como LQR, filtro de Kalman,  $H_{\infty}$  o deslizando se mantienen como "sin demasiadas expectativas y no fácilmente implementables".

Este estado actual de futuras tendencias en el campo del control de procesos industriales indican que el Control Predictivo Basado en Modelo se puede considerar una tecnología suficientemente introducida en la industria y que además sigue despertando muchas expectativas. Estos hechos, unidos a la existencia de campos abiertos tanto en investigación como en temas relacionados con la implementación justifican un estudio más detallado de esta tecnología. Asimismo, la versión adaptiva de este controlador lo flexibiliza y atenúa los problemas derivados de las incertidumbres paramétricas del modelo.

### 3.2.2. PERSPECTIVA HISTÓRICA

El Control Predictivo se desarrolló en base a dos líneas básicas. Por un lado, a finales de los años setenta surgieron diversos algoritmos que usaban explícitamente un modelo dinámico del proceso para predecir el efecto de las acciones de control futuras en la salida, las cuales eran determinadas minimizando el error predicho sujeto a restricciones de operación. La optimización se repetía en cada instante de muestreo con información actualizada del proceso. Estas formulaciones eran de naturaleza heurística y algorítmica e intentaban aprovechar el creciente potencial de los computadores digitales por aquella época.

Rápidamente el MPC adquirió gran popularidad en las industrias de procesos químicos principalmente debido a la simplicidad del algoritmo y al uso del modelo de respuesta impulsional o en escalón, que aunque posea muchos más parámetros que las formulaciones en el espacio de estados o función de transferencia suele ser preferido por ser intuitivo y necesitar menos información a priori para identificar. La mayoría de las aplicaciones fueron llevadas a cabo sobre sistemas multivariados incluyendo restricciones. Los algoritmos utilizados fueron principalmente el IDCOM (Identification-Command) y el DMC (Control con Matriz Dinámica, Dynamic Matrix Control).

Independientemente fue surgiendo otra línea de trabajo en torno a las ideas del control adaptativo, desarrollando estrategias esencialmente para procesos monovariados formuladas con modelos entrada/salida. En este contexto se extendieron las ideas del Controlador de Mínima Varianza y se desarrolló el Control Predictivo Generalizado (Generalized Predictive Control GPC) que es uno de los métodos más populares en la actualidad.

### 3.2.3. SITUACIÓN ACTUAL

La situación actual de aplicaciones de controladores del tipo MPC en la industria está reflejada en la recopilación de Qin y Badgwell, que recoge unas 2200 aplicaciones, principalmente en el sector petroquímico (desde entonces el número de aplicaciones puede estimarse en torno a las 3000). La mayoría de las aplicaciones son en procesos multivariables, registrándose casos como un controlador con 40 entradas y 80 salidas. Sorprendentemente, el MPC ha tenido menor impacto en otro tipo de industrias, aunque estudios de 1993 sugieren que unas 20 000 aplicaciones podrían beneficiarse de esta técnica.

El éxito actual del MPC en la industria se debe a tres razones principales:

- La incorporación de un modelo explícito del proceso en los cálculos permite al controlador tratar con todas las características importantes de la dinámica del proceso.
- La consideración del comportamiento del proceso a lo largo de un horizonte futuro permite tener en cuenta el efecto de las perturbaciones en la realimentación y *pre*-alimentación, permitiendo al controlador conducir la salida del proceso a la trayectoria de referencia deseada.
- La consideración de restricciones en la fase del diseño del controlador evita en lo posible su violación, resultando un control más preciso en torno al punto óptimo de operación. La inclusión de restricciones es quizás la característica que más distingue al MPC respecto a otras metodologías.

Otra de las razones que han contribuido a que el MPC se haya convertido en un éxito comercial es el hecho de que existen unos 15 suministradores que instalan el producto llave en mano, con periodos de amortización de entre 3 y 12 meses, permitiendo que medianas empresas puedan tener acceso a esta tecnología. Aparte de esto, los nuevos Sistemas de Control Distribuido empiezan a ofertar productos MPC genéricos que ofrecen al usuario la posibilidad de realizar futuras modificaciones sin depender de un producto cerrado.

### 3.2.4. CONCEPTOS BÁSICOS DE CONTROL PREDICTIVO

El Control Predictivo Basado en Modelo, Model (Based) Predictive Control (MBPC ó MPC) constituye un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes e integra diversas disciplinas como control óptimo, control estocástico, control de procesos con tiempos muertos, control multivariable o control con restricciones.

El Control Predictivo no es una estrategia de control específica, sino que se trata más bien de un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes. Estos métodos de diseño conducen a

controladores lineales que poseen prácticamente la misma estructura y presentan suficientes grados de libertad.

Las ideas que aparecen en mayor o menor medida en toda la familia de controladores predictivos son básicamente:

- Uso explícito de un modelo para predecir la salida del proceso en futuros instantes de tiempo (horizonte de predicción).
- Cálculo de las señales de control minimizando una cierta función objetivo.
- Estrategia deslizante, de forma que en cada instante el horizonte se va desplazando hacia el futuro, lo que implica aplicar la primera señal de control en cada instante y desechar el resto, repitiendo el cálculo en cada instante de muestreo.

Los distintos algoritmos de MPC difieren entre sí casi exclusivamente en el modelo usado para representar el proceso y los ruidos y en la función de costo a minimizar. Aunque las diferencias puedan parecer pequeñas a priori, pueden provocar distintos comportamientos en bucle cerrado, siendo críticas para el éxito de un determinado algoritmo en una determinada aplicación.

El Control Predictivo es un tipo de control de naturaleza abierta dentro del cual se han desarrollado muchas realizaciones, encontrando gran aceptación tanto en aplicaciones industriales como en el mundo académico. En la actualidad existen numerosas aplicaciones de controladores predictivos funcionando con éxito, tanto en la industria de procesos como en control de motores o Robótica. El buen funcionamiento de estas aplicaciones muestra la capacidad del MPC para conseguir sistemas de control de elevadas prestaciones capaces de operar sin apenas intervención durante largos períodos de tiempo.

El MPC presenta una serie de ventajas sobre otros métodos, entre las que destacan:

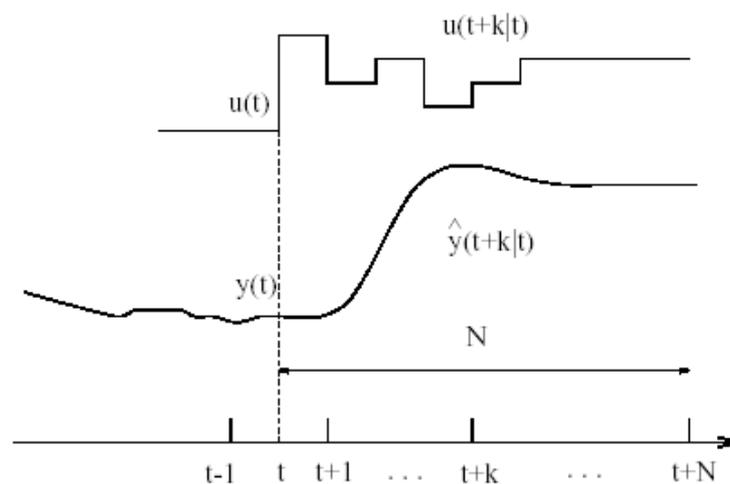
1. Resulta particularmente atractivo para los operadores sin un conocimiento profundo de control, puesto que los conceptos resultan muy intuitivos, a la vez que la sintonización es relativamente fácil.
2. Puede ser utilizado para controlar una gran variedad de procesos, desde aquéllos con dinámica relativamente simple hasta otros más complejos incluyendo sistemas con grandes retardos, de fase no mínima o inestables.
3. Permite tratar con facilidad el caso de procesos multivariable.
4. Posee intrínsecamente compensación del retardo.
5. Resulta conceptualmente simple la extensión al tratamiento de restricciones, que pueden ser incluidas de forma sistemática durante el proceso de diseño.
6. Es muy útil cuando se conocen las futuras referencias (robótica o procesos *batch*).

7. Es una metodología completamente abierta fundamentada en algunos principios básicos que permite futuras extensiones.

Pero, lógicamente, también presenta inconvenientes. Unos de ellos es la carga de cálculo necesaria para la resolución de algunos algoritmos. Pero quizás el mayor inconveniente se encuentra marcado por la necesidad de disponer de un modelo apropiado del proceso. El algoritmo de diseño está basado en el conocimiento previo del modelo y es independiente de éste, pero resulta evidente que las prestaciones obtenidas dependerán de las discrepancias existentes entre el proceso real y el modelo usado. Se hace evidente entonces la necesidad de contar con un modelo actualizado y confiable, que permita una operación eficiente del controlador.

### 3.2.5. ESTRATEGIA DE LOS CONTROLADORES

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia del MPC se caracteriza por la estrategia siguiente, representada en la Fig. 3.2:



**Fig. 3.2.** Estrategia de control predictivo

En cada instante  $t$  y haciendo uso del modelo del proceso se predicen las futuras salidas para un determinado horizonte  $N$ , llamado horizonte de predicción. Estas salidas predichas  $\hat{y}(t+k|t)$  para  $k=1\dots N$  dependen de los valores conocidos hasta el instante  $t$ , de las entradas y salidas pasadas, así como de las señales de control futuras  $\hat{u}(t+k|t)$ ,  $k=0\dots N-1$  que se pretenden enviar al sistema y que son las que se necesitan calcular.

El conjunto de señales de control futuras se calcula optimizando un determinado criterio en el que se pretende mantener el proceso lo más próximo posible a la trayectoria de referencia  $w(t+k)$  (que puede ser directamente la referencia o una suave aproximación a ésta). Este criterio suele tomar la forma de una función cuadrática de los errores entre la salida predicha y la trayectoria de referencia también predicha, incluyendo en

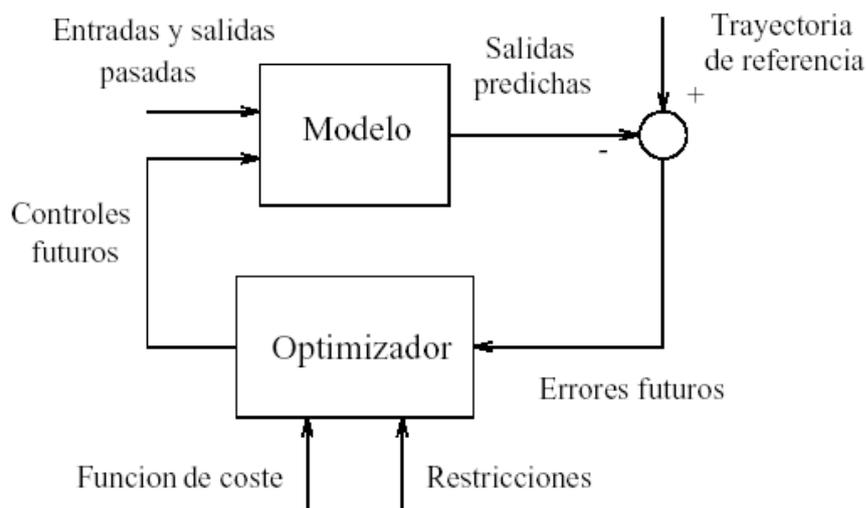
muchos casos el esfuerzo de control. Si el criterio es cuadrático, el modelo lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución explícita, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización.

Adicionalmente se hace alguna suposición sobre la estructura de la ley de control futura, como por ejemplo que va a ser constante a partir de cierto instante de tiempo.

La señal de control  $u(t|t)$  es enviada al proceso mientras que las siguientes señales de control calculadas son desechadas, puesto que en el siguiente instante de muestreo ya se conoce  $y(t+1)$ . Se repite el proceso con este nuevo valor y todas las secuencias son actualizadas. Se calcula por tanto  $u(t+1|t+1)$  (que en principio será diferente al  $u(t+1|t)$  al disponer de nueva información), haciendo uso del concepto de horizonte deslizante.

Para llevar a cabo esta estrategia, se usa una estructura como la mostrada en la Fig. 3.3. Se hace uso de un modelo para predecir las salidas futuras del proceso, basándose en las futuras señales de control propuestas. Estas señales son calculadas por el optimizador teniendo en cuenta la función de costo (donde aparece el error de seguimiento futuro) así como las restricciones. Por tanto, el modelo juega un papel decisivo en el controlador. El modelo elegido debe ser capaz de capturar la dinámica del proceso para poder predecir las salidas futuras, al mismo tiempo que debe ser sencillo de usar y de comprender.

El optimizador es otra parte fundamental de la estrategia pues proporciona las acciones de control. Si la función de costo es cuadrática, el mínimo se puede obtener como una función explícita de las entradas y salidas pasadas y de la trayectoria de referencia. Sin embargo, cuando existen restricciones de desigualdad la solución debe ser calculada por métodos numéricos con más carga de cálculo.



**Fig. 3.3.** Estructura básica del MPC

### 3.2.6. ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS CONTROLADORES PREDICTIVOS

Todos los controladores predictivos poseen elementos comunes y para cada uno de estos elementos se pueden elegir diversas opciones, dando lugar a distintos algoritmos. Estos elementos son:

- Modelo de predicción
- Función objetivo
- Obtención de la ley de control

#### 3.2.6.1. MODELO DE PREDICCIÓN

La piedra angular del MPC es el modelo de predicción. Un diseño completo debe incluir los mecanismos necesarios para la obtención del mejor modelo posible, el cual debe ser lo suficientemente rico para capturar al máximo la dinámica del proceso y debe ser capaz de permitir el cálculo de las predicciones a la vez que sea intuitivo y permita un análisis teórico. El uso del modelo del proceso viene determinado por la necesidad del cálculo de la salida predicha en instantes futuros  $\hat{y}(t+k|t)$ . Las diferentes estrategias de MPC pueden usar distintos modelos para representar la relación de las salidas con las entradas medibles, algunas de las cuales serán variables manipuladas y otras se pueden considerar como perturbaciones medibles, que pueden ser compensadas por acción feedforward. Además se tendrá en cuenta un modelo de las perturbaciones, para intentar describir el comportamiento que no aparece reflejado en el modelo del proceso, englobándose aquí el efecto de las entradas no medibles, el ruido y los errores de modelado.

Para el estudio se puede separar el modelo en dos partes: el modelo del proceso propiamente dicho y el modelo de las perturbaciones. Cualquier método usará ambas partes para la predicción.

##### 3.2.6.1.1. Modelo del Proceso

Casi todas las formas posibles de modelar un proceso aparecen en alguna formulación de MPC siendo las más usadas las siguientes:

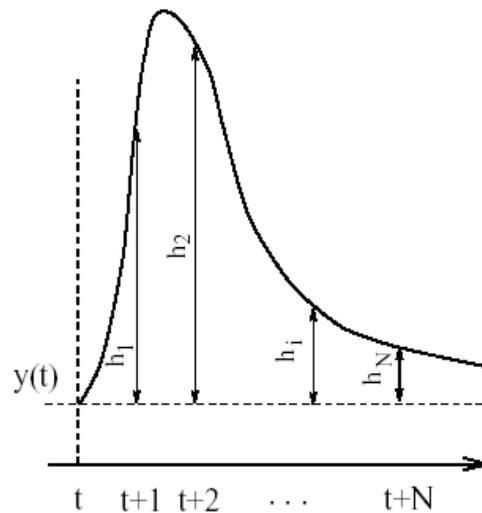
- **Respuesta impulsional:** También conocida por secuencia de ponderación o modelo de convolución. La salida viene relacionada con la entrada por la ecuación:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t-i), \quad (3.1)$$

donde:

$y(t)$  – salida del proceso (variable controlada),

$u(t-i)$  - entrada al proceso (variable de control), desplazada  $i$  muestras,  
 $h_i$  - valores muestreados obtenidos al someter al proceso a un impulso unitario de amplitud igual al período de muestreo como se muestra en la Fig. 3.5.



**Fig. 3.4:** Respuesta impulsional de un proceso

Esta suma es truncada y sólo se consideran  $N$  valores (por tanto sólo permite representar procesos estables y sin integradores), teniendo:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t-i) = H(q^{-1})u(t), \quad (3.2)$$

donde:

$$H(q^{-1}) = h_1 q^{-1} + h_2 q^{-2} + \dots + h_N q^{-N}. \quad (3.3)$$

Un inconveniente de este método es el gran número de parámetros que necesita, ya que  $N$  suele ser un valor elevado (del orden de 40-50). La predicción vendrá dada por:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^N h_i u(t+k-i|t) = H(q^{-1})u(t+k|t), \quad (3.4)$$

donde:

$k$  - Número de pasos de predicción.

$\hat{y}(t+k|t)$  - Valor estimado de la salida en el tiempo  $t+k$  con la información conocida hasta el tiempo  $t$ ,

$u(t+k-i|t)$  - Valor de la entrada desplazada  $i$  muestras en el tiempo  $t+k$  con la información conocida hasta el tiempo  $t$ .

Este método es ampliamente aceptado en la práctica industrial debido a que es muy intuitivo y no requiere información previa sobre el proceso, con lo que el procedimiento de identificación se simplifica, a la vez que permite describir fácilmente dinámicas complejas como fase no mínima o retardos.

- **Respuesta escalón:** Este tipo de respuesta es muy similar a la anterior, sólo que ahora la señal de entrada es un escalón. Para sistemas estables se tiene la respuesta truncada representada mediante:

$$y(t) = y_0 + \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t-i) = y_0 + G(q^{-1})(1-q^{-1})u(t), \quad (3.5)$$

donde:

$$g_i - \text{Valores muestreados ante la entrada escalón,} \\ \Delta u(t) = u(t) - u(t-1). \quad (3.6)$$

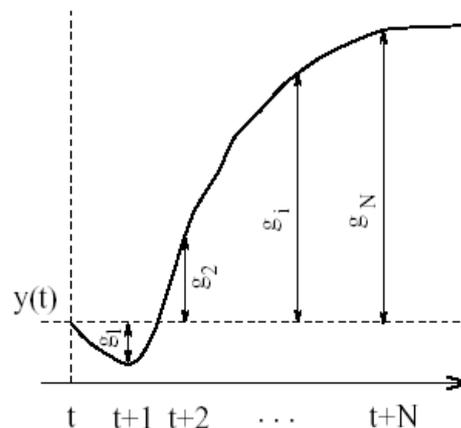
La respuesta escalón de un proceso típico se muestra en la Fig. 3.5. El valor de  $y_0$  puede tomarse 0 sin pérdida de generalidad, con lo cual el predictor se presenta como:

$$\hat{y}(t+k | t) = \sum_{i=1}^N g_i \Delta u(t+k-i | t), \quad (3.7)$$

donde:

$$\Delta u(t+k-i | t) - \text{Cambio en el valor de la entrada desplazada } i \text{ muestras} \\ \text{en el tiempo } t+k \text{ con la información conocida hasta el} \\ \text{tiempo } t.$$

Este método presenta las mismas ventajas e inconvenientes que el anterior.



**Fig. 3.5.** Respuesta escalón

- **Función de transferencia:** Se utiliza el concepto de función de transferencia  $G = B/A$  con lo que la salida viene dada por:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t), \quad (3.8)$$

donde:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na}, \quad (3.9)$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{na}q^{-na}. \quad (3.10)$$

Por tanto la predicción vendrá dada por:

$$\hat{y}(t+k|t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t+k|t). \quad (3.11)$$

Esta representación es válida también para procesos inestables y posee la ventaja de necesitar pocos parámetros, aunque es fundamental un conocimiento a priori del proceso sobre todo en cuanto al orden de los polinomios  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$ .

- **Espacio de estados:** Tiene la siguiente representación:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t); \quad (3.12)$$

$$y(t) = Cx(t), \quad (3.13)$$

donde:

$x(t)$  - Vector de estado del proceso,

$u(t)$  - Vector de entradas del proceso,

$y(t)$  - Vector de salidas del proceso,

$A$ ,  $B$  y  $C$  - Matrices de coeficientes que caracterizan el comportamiento dinámico del proceso.

Para este modelo la predicción viene dada por:

$$\hat{y}(t+k|t) = C\hat{x}(t+k|t) = C \left[ A^k x(t) + \sum_{i=1}^k A^{i-1} Bu(t+k-i|t) \right], \quad (3.14)$$

donde:

$\hat{x}(t+k|t)$  - Valor estimado del vector de estados del proceso en el tiempo  $t+k$  con la información conocida hasta el tiempo  $t$ .

Posee la ventaja de que sirve también para representar sistemas multivariantes a la vez que permite analizar la estructura interna del

proceso (aunque a veces los estados obtenidos al discretizar no tienen ningún significado físico). Los cálculos pueden ser complicados, con la necesidad adicional de incluir un observador si los estados no son accesibles.

### 3.2.6.1.2. Modelo de las perturbaciones

De tanta importancia como la elección de un determinado modelo del proceso es la elección del modelo utilizado para representar las perturbaciones. Un modelo bastante extendido es el Autorregresivo Integrado de Media Móvil (Auto-Regressive and Integrated Moving Average, ARIMA), en el que las perturbaciones, es decir, las diferencias entre la salida medida y la salida calculada por el modelo vienen dadas por:

$$n(t) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} e(t), \quad (3.15)$$

donde:

$n(t)$  - modelo de perturbaciones ARIMA,

$e(t)$  - ruido blanco de media cero,

$D(q^{-1})$  - polinomio que incluye explícitamente el integrador  $\Delta = 1 - q^{-1}$ ,

$C(q^{-1})$  - polinomio promediador de media móvil del ruido.

Este modelo se considera apropiado para dos tipos de perturbaciones: cambios aleatorios ocurridos en instantes aleatorios (por ejemplo cambio en la calidad del material) y movimiento browniano (en procesos con balance de energía) y es usado en varios métodos. Nótese que al incluir un integrador se consigue un control con error nulo en régimen permanente (offset-free).

Como caso particular del modelo ARIMA se puede incluir la perturbación constante:

$$n(t) = \frac{1}{1 - q^{-1}} e(t), \quad (3.16)$$

cuya mejor predicción será  $\hat{n}(t+k|t) = n(t)$ .

### 3.2.6.1.3. Respuestas libre y forzada

Una característica típica de la mayoría de los controladores MPC es el empleo de los conceptos de respuesta libre y forzada. La idea es expresar la secuencia de acciones de control como la suma de dos señales:

$$u(t) = u_f(t) + u_c(t), \quad (3.17)$$

donde:

$u_f(t)$  – Señal que corresponde a las entradas pasadas (anteriores al instante  $t$ ) y en el futuro se mantiene constante e igual al último valor de la variable de control, es decir:

$$u_f t(t-j) = u(t-j) \text{ para } j=1,2,\dots; \tag{3.18}$$

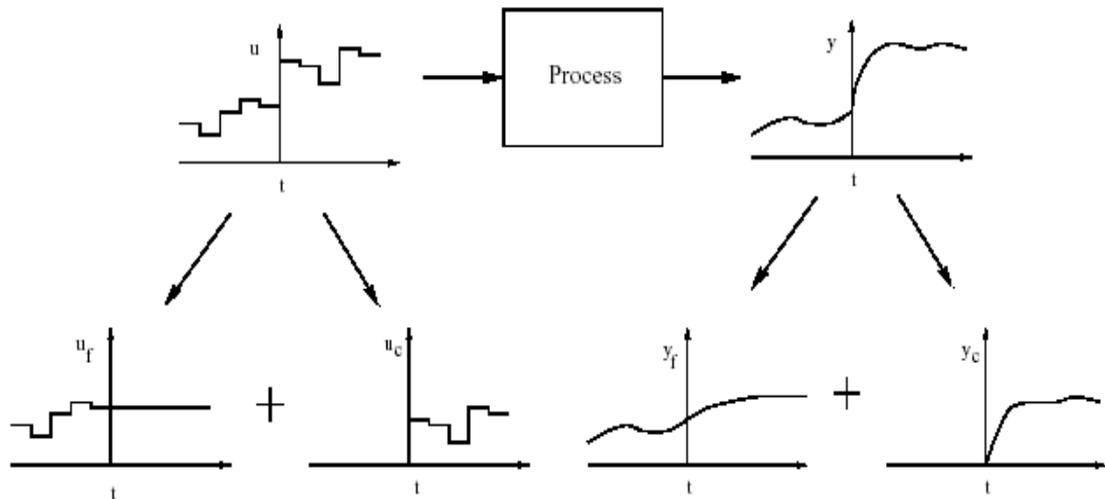
$$u_f t(t+j) = u(t-1) \text{ para } j=0,1,2,\dots, \tag{3.19}$$

$u_c(t)$  – Señal que vale cero en el pasado y que corresponde a las señales de control en los instantes futuros, es decir:

$$u_c t(t-j) = 0 \text{ para } j=1,2,\dots; \tag{3.20}$$

$$u_c t(t+j) = u(t+j) - u(t-1) \text{ para } j=0,1,2,\dots. \tag{3.21}$$

La predicción de la secuencia de salida se separa en dos partes, como se ve en la (Fig. 3.6). Una de ellas ( $y_f(t)$ ), la respuesta libre, corresponde a la predicción de la salida cuando la variable manipulada se hace igual a  $u_f(t)$  y la otra, la respuesta forzada ( $y_c(t)$ ), corresponde a la predicción de la salida cuando la señal de control es  $u_c(t)$ .



**Fig. 3.6.** Respuestas libre y forzada

La respuesta libre corresponde a la evolución del proceso debido a su estado actual (incluido por tanto el efecto de acciones pasadas) mientras que la respuesta forzada se origina como resultado de las acciones de control futuras.

### 3.2.6.2. FUNCIÓN OBJETIVO

Los diversos algoritmos de MPC proponen distintas funciones de costo para la obtención de la ley de control. En general se persigue que la salida futura en el horizonte considerado siga a una determinada señal de referencia al mismo tiempo que se puede penalizar el esfuerzo de control requerido. La expresión general de tal función objetivo será:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=1}^n \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (3.22)$$

donde:

- $J(N_1, N_2, N_u)$  - Función de costos a minimizar,
- $N_1$  y  $N_2$  - Horizontes mínimo y máximo de predicción (o de costo),
- $N_u$  - Horizonte de control (no tiene por qué coincidir con el horizonte máximo de predicción, como se verá posteriormente),
- $\delta(j)$  y  $\lambda(j)$  - Secuencias que ponderan el comportamiento futuro,
- $w(t+j)$  - Trayectoria de referencia en el tiempo  $t+j$ ,
- $n$  - Número de valores que posee la trayectoria de referencia.

En algunos métodos el segundo sumando, que considera el esfuerzo de control, no se tiene en cuenta, mientras que en otros también aparecen directamente los valores de la señal de control (no sus incrementos). En la función de costo se pueden considerar:

- **Parámetros:** El significado de  $N_1$  y  $N_2$  resulta bastante intuitivo: marcan los límites de los instantes en que se desea que la salida siga a la referencia. Así, si se toma un valor grande de  $N_1$  es porque no importa que haya errores en los primeros instantes, lo cual provocará una respuesta suave del proceso. Nótese que para procesos con tiempo muerto  $d$  no tiene sentido que  $N_1$  sea menor que dicho valor puesto que la salida no empezará a evolucionar hasta el instante  $t+d$ . Además, si el proceso es de fase no mínima, este parámetro permite eliminar de la función objetivo los primeros instantes de respuesta inversa.

Los coeficientes  $\delta(j)$  y  $\lambda(j)$  usualmente se consideran valores constantes o secuencias exponenciales. Por ejemplo se puede conseguir un peso exponencial de  $\delta(j)$  a lo largo del horizonte usando:

$$\delta(j) = \alpha^{N_2-j}, \quad (3.23)$$

donde:

$\alpha$  - Constante de penalización de los errores.

Si  $\alpha$  está comprendido entre 0 y 1 indica que se penaliza más a los errores más alejados del instante  $t$  que a los más próximos, dando lugar a un control más suave y con menor esfuerzo. Si, por el contrario,  $\alpha > 1$  es que se penalizan más los primeros errores, provocando un control más brusco.

Todos estos valores pueden ser usados como parámetros de sintonización, obteniendo un abanico muy amplio de posibilidades con las que se puede cubrir una extensa gama de opciones, desde un control estándar hasta una estrategia diseñada a medida para un proceso en particular.

- **Trayectoria de referencia:** Una de las ventajas del control predictivo es que si se conoce a priori la evolución futura de la referencia, el sistema puede empezar a reaccionar antes de que el cambio se haya efectivamente realizado, evitando los efectos del retardo en la respuesta del proceso. En muchas aplicaciones la evolución futura de la referencia  $r(t+k)$  es conocida de antemano, como en robótica, servos o procesos en batch; en otras aplicaciones aunque la referencia sea constante, se puede conseguir una sensible mejora de prestaciones simplemente conociendo el instante de cambio de valor y adelantándose a esa circunstancia.

En el criterio de minimización (3.22), la mayoría de los métodos suelen usar una trayectoria de referencia  $w(t+k)$  que no tiene por qué coincidir con la referencia real. Normalmente será una suave aproximación desde el valor actual de la salida  $y(t)$  a la referencia conocida mediante un sistema de primer orden:

$$w(t) = y(t) ; \quad (3.24)$$

$$w(t+k) = \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k), \quad k = 1 \dots n, \quad (3.25)$$

donde:

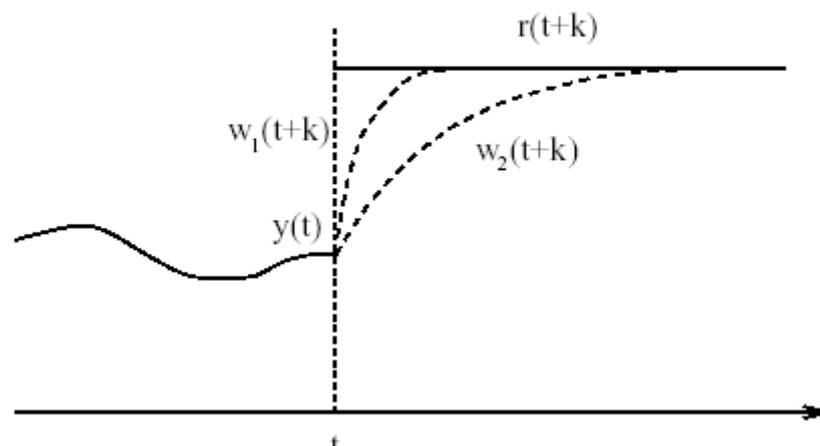
$\alpha$  - Parámetro comprendido entre 0 y 1 (mientras más próximo a 1 más suave será la aproximación) que constituye un valor ajustable que influirá en la respuesta dinámica del sistema,

$r(t+k)$  - Valor de la referencia en el tiempo  $t+k$ ,

$w(t+k)$  - Trayectoria deseada hacia la referencia en el tiempo  $t+k$ .

En la Fig. 3.7 se muestra la forma de la trayectoria cuando la referencia  $r(t+k)$  es constante y para dos valores distintos de  $\alpha$ ; para valores pequeños de este parámetro se tiene un seguimiento rápido ( $w_1$ ) mientras que si aumenta, la trayectoria de referencia será ( $w_2$ ) dando lugar a una respuesta más suave.

El parámetro  $\alpha$  es un parámetro de sintonización del controlador que tiene una importante influencia sobre el comportamiento dinámico del sistema de control en lazo cerrado.



**Fig. 3.7.** Trayectoria de referencia

- Restricciones:** En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Los actuadores tienen un campo limitado de acción así como una determinada velocidad de cambio (slew rate), como es el caso de las válvulas, limitadas por las posiciones de totalmente abierta o cerrada y por la velocidad de respuesta. Razones constructivas, de seguridad o medioambientales o bien los propios alcances de los sensores pueden causar límites en las variables de proceso, tales como niveles en depósitos, caudales en tuberías o temperaturas y presiones máximas. Además, normalmente las condiciones de operación vienen definidas por la intersección de ciertas restricciones por motivos fundamentalmente económicos, con lo que el sistema de control operará cerca de los límites. Todo lo expuesto anteriormente hace necesaria la introducción de restricciones en la función a minimizar.

Muchos algoritmos predictivos tienen en cuenta el tema de las restricciones por lo cual han tenido gran éxito en la industria. Normalmente se considerarán límites en la amplitud y el slew rate de la señal de control y límites en las salidas:

$$u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \quad \forall t ; \quad (3.26)$$

$$du_{\min} \leq u(t) - u(t-1) \leq du_{\max} \quad \forall t ; \quad (3.27)$$

$$y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max} \quad \forall t , \quad (3.28)$$

donde:

$u_{\min}, u_{\max}, y_{\min}, y_{\max}$  - Valores máximos y mínimos posibles de las entradas y de las salidas del proceso respectivamente,

$du_{\min}, du_{\max}$  - Valores máximo y mínimo posibles del cambio de las entradas del proceso.

Con la adición de estas restricciones a la función objetivo, la minimización resulta más compleja, no pudiendo obtenerse la solución analíticamente como en el caso sin restricciones.

### 3.2.6.3. OBTENCIÓN DE LA LEY DE CONTROL

Para obtener los valores  $w(t+k|t)$  será necesario minimizar el funcional  $J$  de la ecuación (3.22). Para ello se calculan los valores de las salidas predichas  $\hat{y}(t+k|t)$  en función de valores pasados de entradas y salidas y de señales de control futuras, haciendo uso del modelo que se haya elegido y se sustituyen en la función de costo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados. Para el criterio cuadrático si el modelo es lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución analítica, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización.

De cualquiera de las maneras, la obtención de la solución no resulta trivial pues existirán  $N_2 - N_1 + 1$  variables independientes, valor que puede ser elevado (del orden de 10 a 30). Con la idea de reducir estos grados de libertad se puede proponer cierta estructuración de la ley de control. Además se ha encontrado que esta estructuración de la ley de control produce una mejora en la robustez y en el comportamiento general del sistema, debido fundamentalmente a que el hecho de permitir la libre evolución de las variables manipuladas (sin estructurar) puede conducir a señales de control de alta frecuencia no deseables y que en el peor de los casos podrían conducir a la inestabilidad.

Esta estructuración de la ley de control se plasma en el uso del concepto de horizonte de control ( $N_u$ ), que consiste en considerar que tras un cierto intervalo  $N_u < N_2$  no hay variación en las señales de control propuestas, es decir:

$$\Delta u(t+j-1) = 0 \quad j > N_u, \quad (3.29)$$

Esto es equivalente a dar pesos infinitos a los cambios en el control a partir de cierto instante. El caso límite sería considerar  $N_u$  igual a 1 con lo que todas las acciones futuras serían iguales a  $u(t)$ . Se debe considerar que debido al horizonte deslizante, la señal de control se recalcula en el siguiente período de muestreo.

### 3.2.7. REVISIÓN DE LOS PRINCIPALES ALGORITMOS

Se presentan a continuación los algoritmos de control predictivo más utilizados, mostrando sus principales características pero sin entrar en detalles. Posteriormente se desarrolla el algoritmo de Control Predictivo Generalizado detalladamente, presentando distintos algoritmos de predicción de predicción y de obtención de la ley de control óptima.

### 3.2.7.1. CONTROL CON MATRIZ DINÁMICA (DYNAMIC MATRIX CONTROL - DMC)

Este método utiliza la respuesta escalón para modelar el proceso, considerando sólo los  $N$  primeros términos, asumiendo por tanto que el proceso es estable. En cuanto a las perturbaciones, se considera que su valor permanece constante e igual al existente en el instante actual durante todo el horizonte, es decir, igual al valor medido de la salida ( $y_m$ ) menos el estimado por el modelo  $\hat{y}(t|t)$ , es decir:

$$\hat{n}(t+k|t) = \hat{n}(t|t) = y_m(t) - \hat{y}(t|t), \quad (3.30)$$

donde:

$\hat{n}(t+k|t)$  - Valor de la perturbación en el tiempo  $t+k$  con la información conocida hasta el tiempo  $t$ ,  
 $y_m(t)$  - Valor de la salida medido en el tiempo  $t$ ,  
 $\hat{y}(t|t)$  - Valor de la salida estimado por el modelo en el tiempo  $t$ .

Por tanto el valor predicho de la salida será:

$$\hat{y}(t+k|t) = \sum_{i=1}^k g_i \Delta u(t+k-i) + \sum_{i=k+1}^N g_i \Delta u(t+k-i) + \hat{n}(t+k|t), \quad (3.31)$$

donde:

$\hat{y}(t+k|t)$  - Valor de la salida en el tiempo  $t+k$  con la información conocida hasta el tiempo  $t$ ,  
 $g_i$  -  $i$ -ésimo valor de la secuencia  $g$ , que contiene los valores de la respuesta impulso del proceso,  
 $\Delta u(t+k-i)$  - Variación de la entrada del proceso en el tiempo  $t+k$ , desplazada  $i$  muestras,  
 $N$  - Número de valores que contiene la respuesta impulso.

En la ecuación (3.31), el primer término contiene las acciones de control futuras (que serán calculadas), el segundo término los valores pasados de las acciones de control (conocidas) y el último representa las perturbaciones. La función de costo puede considerar sólo errores futuros o incluir también el esfuerzo de control, en cuyo caso toma la forma genérica (3.22).

Una de las características de este método que lo ha hecho muy popular en la industria es la inclusión de restricciones. En este caso la optimización debe ser numérica y se lleva a cabo en cada periodo de muestreo, enviándose la señal  $u(t)$  y recalculando nuevamente la señal de control en el nuevo periodo de muestreo, como en todos los métodos MPC. Los principales

inconvenientes de este método son el tamaño del modelo empleado y la imposibilidad de tratar procesos inestables.

### 3.2.7.2. CONTROL BASADO EN MODELO (MODEL ALGORITHMIC CONTROL - MAC)

Este método se conoce también como Control Heurístico Predictivo Basado en Modelo (Model Predictive Heuristic Control - MPHIC) y el producto comercial se llama IDCOM (Identification-Command). Es similar al DMC con la diferencia principal de usar un modelo de respuesta impulsional (3.1). Introduce el concepto de trayectoria de referencia como un retardo de primer orden que evoluciona desde la salida actual a la referencia según una determinada constante de tiempo. La varianza del error entre esta trayectoria y la salida es lo que marca la minimización de la función objetivo. Las perturbaciones se pueden tratar como en el método anterior o se pueden estimar según la siguiente expresión:

$$\hat{n}(t+k|t) = \alpha \hat{n}(t+k-1|t) + (1-\alpha)[y_m(t) - \hat{y}(t|t)], \quad (3.32)$$

donde:

$$\hat{n}(t|t) = 0,$$

$\alpha$  - parámetro ajustable ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) relacionado con el tiempo de respuesta, el ancho de banda y la robustez del lazo cerrado.

El método también considera restricciones en los actuadores, en las variables internas o en salidas secundarias.

### 3.2.7.3. CONTROL FUNCIONAL PREDICTIVO (PREDICTIVE FUNCTIONAL CONTROL - PFC)

Este controlador fue desarrollado por Richalet para procesos rápidos. Emplea un modelo en el espacio de estados, por lo que permite el manejo de procesos inestables, y también la extensión al caso no lineal. Este esquema de control tiene dos características que lo distinguen del resto de controladores de la familia: el uso de puntos de coincidencia y de funciones base.

El concepto de puntos de coincidencia (Fig. 3.8) se emplea para simplificar los cálculos considerando sólo un subconjunto de puntos en el horizonte de predicción  $h_j$ ,  $j = 1, \dots, n_H$ . La salida deseada y la predicha deben coincidir en dichos puntos, no en todo el horizonte de predicción.

La otra idea innovadora de este método es la parametrización de la señal de control como una combinación lineal de ciertas funciones base, que son elegidas según la naturaleza del proceso y la referencia, es decir:

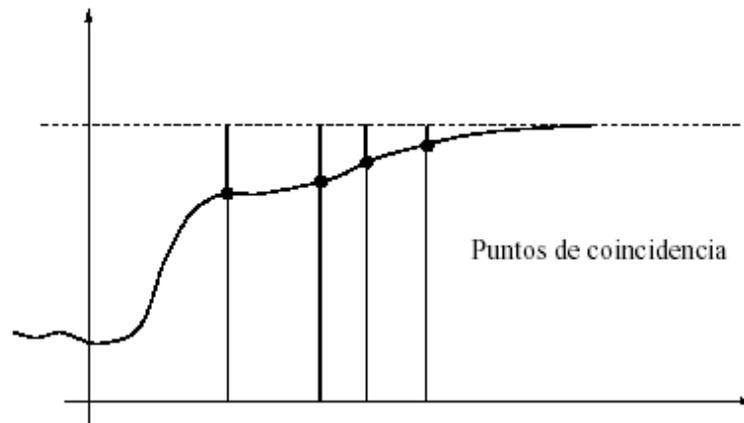
$$u(t+k) = \sum_{i=1}^{n_B} [\mu_i(t) + B_i(t)] \tag{3.33}$$

donde:

$u(t+k)$  - Valor de la entrada en el tiempo  $t+k$ .

$B(t)$  - Funciones de base.

$\mu$  - Parámetros desconocidos a encontrar.



**Fig. 3.8.** Puntos de coincidencia

Normalmente las funciones de base son de tipo polinómico: escalones ( $B_1(k) = 1$ ), rampas ( $B_2(k) = k$ ) o parábolas ( $B_3(k) = k^2$ ), ya que la mayoría de referencias se pueden especificar como una combinación de estas funciones. Con esta estrategia, un perfil de entrada complejo se puede especificar usando un pequeño número de parámetros desconocidos  $\mu_i$  que son las incógnitas del problema de minimización. El algoritmo PFC también puede manejar restricciones de máximo y mínimo en la aceleración, que son prácticas en aplicaciones de servocontrol.

#### 3.2.7.4. CONTROL AUTO-ADAPTIVO DE PREDICCIÓN EXTENDIDA (EXTENDED PREDICTION SELF ADAPTIVE CONTROL - EPSAC)

El algoritmo EPSAC usa un modelo de función de transferencia

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d) + v(t), \tag{3.34}$$

donde:

$A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  - Polinomios que definen el comportamiento dinámico del proceso,

$d$  - Retardo de tiempo,

$v(t)$  - Perturbaciones.

Este modelo puede ampliarse para tratar perturbaciones medibles añadiendo un término  $D(q^{-1})d(t)$  para incluir efecto feedforward. La estructura de la ley de control es muy simple, ya que se considera que la señal de control permanecerá constante a partir del instante  $t$  (es decir, horizonte de control igual a 1):  $\Delta u(t+k) = 0$  para  $k > 0$ . Para obtener la señal de control se minimiza una función de costo de la forma:

$$J = \sum_{k=d}^N \gamma(k) [w(t+k) - P(q^{-1})\hat{y}(t+k|t)]^2, \quad (3.35)$$

donde:

$P(q^{-1})$  - Polinomio de diseño con ganancia unitaria,

$\gamma(k)$  - Secuencia de ponderación,

$w(t+k)$  - Trayectoria de referencia en el tiempo  $t+k$ ,

$y(t+k)$  - Salida estimada en el tiempo  $t+k$  con la información conocida hasta el tiempo  $t$ .

La señal de control se puede calcular de la siguiente manera:

$$u(t) = \frac{\sum_{k=d}^N h_k \gamma(k)}{\sum_{k=d}^N h_k^2 \gamma(k)} [w(t+k) - P(q^{-1})\hat{y}(t+k|t)], \quad (3.36)$$

donde:

$h_k$  - Coeficientes de la respuesta impulsional del sistema.

$N$  - Número de valores de la vector de respuesta impulsional del sistema.

### 3.2.7.5. CONTROL ADAPTIVO DE HORIZONTE EXTENDIDO (EXTENDED HORIZON ADAPTIVE CONTROL - EHAC)

Esta formulación también emplea un modelo de función de transferencia y pretende minimizar la discrepancia entre la salida calculada  $\hat{y}$  y la referencia  $w$  en el instante  $t+N$ :

$$\hat{y}(t+N|t) - w(t+N), \quad N \geq d. \quad (3.37)$$

La solución a este problema no es única (a menos que  $N = d$ ); una posible estrategia es considerar un horizonte de control igual a 1:

$$\Delta u(t+k-1) = 0, \quad 1 < k \leq N-d, \quad (3.38)$$

o minimizar el esfuerzo de control, expresado como:

$$J = \sum_{k=0}^{N-d} u^2(t+k). \quad (3.39)$$

Este método utiliza un predictor de  $N$  pasos de la forma:

$$\hat{y}(t+n|t) = y(t) + F(q^{-1})\Delta y(t) + E(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+n-d), \quad (3.40)$$

donde:

$E(z^{-1})$  y  $F(z^{-1})$  - Polinomios que satisfacen la relación:

$$(1-q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1})(1-q^{-1}) + q^{-N}F(q^{-1})(1-q^{-1}). \quad (3.41)$$

El grado del polinomio  $E(q^{-1})$  es igual a  $N-1$ . Una ventaja de este método es que se puede encontrar fácilmente una solución explícita, dada por:

$$u(t) = u(t-1) + \frac{\alpha_0 [w(t+N) - \hat{y}(t+N|t)]}{\sum_{k=0}^{N-d} \alpha_k^2}, \quad (3.42)$$

donde:

$\alpha_k$  - Coeficiente correspondiente a  $\Delta u(t+k)$  en la ecuación de predicción.

Por tanto, la ley de control depende sólo de los parámetros del proceso y puede hacerse fácilmente adaptiva si se emplea un identificador en línea. El único coeficiente de ajuste es el horizonte de predicción  $N$ , lo cual simplifica el uso pero proporciona poca libertad para el diseño. Obsérvese que no puede usarse trayectoria de referencia porque el error se considera sólo en un instante  $(t+N)$ , ni tampoco la ponderación del esfuerzo de control.

### 3.2.7.6. CONTROL PREDICTIVO GENERALIZADO (GENERALIZED PREDICTIVE CONTROL - GPC)

El Control Predictivo Generalizado GPC fue propuesto por Clarke et al. en 1987 y se ha convertido en uno de los métodos más populares en el ámbito del Control Predictivo tanto en el mundo industrial como en el académico. Se ha empleado con éxito en numerosas aplicaciones industriales, mostrando buenas prestaciones a la vez que un cierto grado de robustez respecto a sobreparametrización o retardos mal conocidos.

Puede resolver muchos problemas de control diferentes para un amplio campo de procesos con un número razonable de variables de diseño, que son especificadas por el operador dependiendo del conocimiento previo del proceso y de los objetivos de control.

La idea básica del GPC es calcular una secuencia de futuras acciones de control de tal forma que minimice una función de costo multipaso. El índice a minimizar es una función cuadrática que mide por un lado la distancia entre la salida predicha del sistema y una cierta trayectoria de referencia hasta el horizonte de predicción, y por otro el esfuerzo de control necesario para obtener dicha salida.

El Control Predictivo Generalizado tiene muchas ideas en común con otros controladores predictivos previamente mencionados ya que está basado en las mismas ideas pero posee a su vez algunas diferencias. Como se verá más adelante, es capaz de proporcionar una solución explícita (en ausencia de restricciones), puede trabajar con procesos inestables o de fase no mínima e incorpora el concepto de horizonte de control así como la consideración en la función de costo de ponderación de los incrementos en las acciones de control. Las diversas posibilidades disponibles para el GPC conducen a una gran variedad de objetivos de control comparado con otras realizaciones, algunas de las cuales pueden ser consideradas como subconjuntos o casos límites del GPC.

### 3.2.7.6.1. Formulación del Control Predictivo Generalizado

La mayoría de los procesos de una sola entrada y una sola salida (single-input single output, SISO), al ser considerados en torno a un determinado punto de trabajo y tras ser linealizados, pueden ser descritos de la siguiente forma:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})e(t), \quad (3.43)$$

donde:

$u(t)$  y  $y(t)$  - Señal de control y la salida del proceso respectivamente,

$e(t)$  - Ruido blanco de media cero,

$d$  - Tiempo de retardo del sistema.

$A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  y  $C(q^{-1})$  - Polinomios en el operador de desplazamiento hacia atrás  $q^{-1}$  que definen el comportamiento dinámico del proceso. Estos polinomios se expresan de la forma:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_naq^{-na} \quad (3.44)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nbq^{-nb} \quad (3.45)$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_ncc^{-nc} \quad (3.46)$$

Como se vio en el capítulo anterior, este modelo es conocido como Autorregresivo de Media Móvil Controlado (Controlled Auto-Regressive Moving-Average CARMA), también denominado Autorregresivo de Media Móvil con Entrada Externa (ARMAX). En muchas aplicaciones industriales

en las que las perturbaciones son no-estacionarias resulta más conveniente el uso de un modelo ARMAX integrado, dando lugar al ARIMAX, que viene descrito por:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d} B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1}) \frac{e(t)}{\Delta}, \quad (3.47)$$

donde:

$$\Delta = 1 - q^{-1}, \quad (3.48)$$

Por simplicidad, a partir de ahora el polinomio  $C(q^{-1})$  se va a tomar igual a 1. Nótese que en el caso de que  $C(q^{-1})$  pueda ser truncado se puede absorber en  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$ .

El algoritmo del Control Predictivo Generalizado consiste en aplicar una secuencia de señales de control que minimice una función de costo de la forma:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (3.49)$$

donde:

$J(N_1, N_2, N_u)$  - Función de costos a minimizar,

$\hat{y}(t+j|t)$  - Predicción óptima de la salida del proceso  $j$  pasos hacia delante con datos conocidos hasta el instante  $t$ ,

$N_1$  y  $N_2$  - Horizontes mínimo y máximo de predicción,

$N_u$  - Horizonte de control,

$\delta(j)$  y  $\lambda(j)$  - Secuencias que ponderan el comportamiento futuro. En muchas situaciones se considera  $\delta(j)$  igual a 1 y  $\lambda(j)$  constante,

$w(t+j)$  - Trayectoria de referencia futura en el tiempo  $t+j$ ,

$n$  - Número de valores que posee la trayectoria de referencia.

El objetivo consiste en calcular la futura secuencia de control  $u(t), u(t+1), \dots$ , de tal manera que la salida futura del proceso  $y(t+j)$  permanezca próxima a  $w(t+j)$ . Esto se logra minimizando  $J(N_1, N_2, N_u)$ .

### 3.2.7.6.2. Predicción óptima

Con la intención de minimizar la función de costo, se obtendrá previamente la predicción óptima de  $y(t+j)$  para  $j \geq N_1$  y  $j \geq N_2$ . Considérese la siguiente ecuación diofántica:

$$1 = E_j(q^{-1})\Delta A(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) ; \quad (3.50)$$

$$1 = E_j(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) , \quad (3.51)$$

donde:

$E_j(q^{-1})$  y  $F_j(q^{-1})$  - Polinomios a hallar,

$$\Delta A(q^{-1}) = \tilde{A}(q^{-1}) = (1 - q^{-1})A(q^{-1}). \quad (3.52)$$

Los polinomios  $E_j(q^{-1})$  y  $F_j(q^{-1})$  están únicamente definidos con grados  $j-1$  y  $na$  respectivamente. Se pueden obtener dividiendo 1 entre  $\tilde{A}(q^{-1})$  hasta que el resto pueda ser factorizado como  $q^{-j}F_j(q^{-1})$ . El cociente de la división es entonces el polinomio  $E_j(q^{-1})$ .

Si se multiplica la ecuación (3.47) por  $E_j(q^{-1})q^j\Delta$  se obtiene:

$$\tilde{A}(q^{-1})E_j(q^{-1})y(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(q^{-1})e(t+j). \quad (3.53)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (3.51), la ecuación (3.53) queda:

$$(1 - q^{-j}F_j(q^{-1}))y(t+j) = E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(q^{-1})e(t+j). \quad (3.54)$$

La cual se puede escribir como

$$y(t+j) = F_j(q^{-1})y(t) + E_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(q^{-1})e(t+j). \quad (3.55)$$

Al ser el grado del polinomio  $E_j(q^{-1})$  igual a  $j-1$  los términos del ruido en la ecuación (3.55) están todos en el futuro. La mejor predicción de  $y(t+j)$  será por consiguiente:

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(q^{-1})y(t), \quad (3.56)$$

donde:

$$G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1}). \quad (3.57)$$

Resulta simple demostrar que los polinomios  $E_j(q^{-1})$  y  $F_j(q^{-1})$  se pueden obtener recursivamente, de forma que los nuevos valores de los coeficientes de ambos polinomios en el paso  $j+1$  ( $E_{j+1}(q^{-1})$  y  $F_{j+1}(q^{-1})$ ) sean función de los valores en el paso  $j$ . A continuación se demuestra la recursividad de la ecuación diofántica. Existen otras formulaciones del GPC que no están basadas en la recursividad de esta ecuación.

Considérense que los polinomios  $E_j(q^{-1})$  y  $F_j(q^{-1})$  se han obtenido dividiendo 1 entre  $\tilde{A}(q^{-1})$  hasta que el resto haya sido factorizado como  $q^{-j}F_j(q^{-1})$ . Con este procedimiento los polinomios  $E_j(q^{-1})$  y  $F_j(q^{-1})$  tienen la forma:

$$F_j(q^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + \cdots + f_{j,na}q^{-na} ; \quad (3.58)$$

$$E_j(q^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}q^{-1} + \cdots + e_{j,j-1}q^{-(j-1)} , \quad (3.59)$$

donde:

$f_{j,m}$  -  $m$ -ésimo coeficiente del polinomio  $F_j(q^{-1})$ ,

$e_{j,n}$  -  $n$ -ésimo coeficiente del polinomio  $E_j(q^{-1})$ .

Supóngase que se utiliza el mismo procedimiento para obtener  $E_{j+1}(q^{-1})$  y  $F_{j+1}(q^{-1})$ , es decir, dividir 1 entre  $\tilde{A}(q^{-1})$  hasta que el resto se pueda factorizar como  $q^{-(j+1)}F_{j+1}(q^{-1})$ , tomando nuevamente la forma:

$$F_{j+1}(q^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}q^{-1} + \cdots + f_{j+1,na}q^{-na} . \quad (3.60)$$

Queda claro que solamente es necesario dar un paso más en la división para obtener los polinomios  $E_{j+1}(q^{-1})$  y  $F_{j+1}(q^{-1})$ . Al ser  $E_{j+1}(q^{-1})$  el nuevo cociente de la división, será igual al cociente que había hasta el momento  $j$ , ( $E_j(q^{-1})$ ) más un nuevo término, que será el  $f_{j,0}$ , pues el divisor  $\tilde{A}(q^{-1})$  es mónico. Por lo tanto:

$$E_{j+1}(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) + e_{j+1,j}q^{-1} , \quad (3.61)$$

donde:

$$e_{j+1,j} = f_{j,0} . \quad (3.62)$$

Teniendo en cuenta que el nuevo resto será el resto anterior menos el producto del cociente por el divisor, los coeficientes del polinomio  $F_{j+1}(q^{-1})$  se pueden expresar como:

$$f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1} , \quad i = 0, 1, \cdots, na . \quad (3.63)$$

En resumen, la forma de obtener los polinomios  $E_j(q^{-1})$  y  $F_j(q^{-1})$  es la siguiente:

1. Comenzar con  $E_1 = 1$ ,  $F_1 = q(1 - \tilde{A})$ ;
2. Ir añadiendo nuevos términos a  $E_j(q^{-1})$  con  $e_{j+1,j} = f_{j,0}$ ;

3. Calcular  $f_{j+1,j} = f_{j,i} + 1 - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1}$ ,  $i = 0 \dots na$ , siendo  $f_{j,na+1} = 0$ .

El polinomio  $G_{j+1}(q^{-1})$  puede ser obtenido recursivamente como sigue:

$$\begin{aligned} G_{j+1}(q^{-1}) &= E_{j+1}(q^{-1})B(q^{-1}) = (E_j(q^{-1}) + f_{j,0}q^{-j})B(q^{-1}) = \dots \\ &\dots G_j(q^{-1}) + f_{j,0}q^{-j}B(q^{-1}) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Es decir, los primeros  $j$  coeficientes de  $G_{j+1}$  serán idénticos a los de  $G_j$  mientras que el resto viene dado por:

$$g_{j+1,j+1} = g_{j,j+1} + f_{j,0}b_i. \quad (3.65)$$

Para resolver el GPC es necesario obtener el conjunto de señales de control  $u(t), u(t+1), \dots, u(t+N)$  que minimizan la ecuación (3.49). Al tener el proceso un retardo de  $d$  períodos de muestreo, la salida sólo se verá influenciada por la señal  $u(t)$  después del instante  $d+1$ . Los valores  $N_1, N_2$  que marcan los horizontes de predicción pueden ser definidos como  $N_1 = d+1$  y  $N_2 = d+N$ . No tiene sentido hacer  $N_1 < d+1$  ya que los términos de (3.49) sólo dependerán de las señales de control pasadas. Por otro lado, haciendo  $N_1 > d+1$ , los primeros puntos de la secuencia de salida, que serán los mejor estimados, no se tendrán en cuenta.

El conjunto de las  $j$  predicciones óptimas, se expresa como:

$$\hat{y}(t+d+1|t) = G_{d+1}(q^{-1})\Delta u(t) + F_{d+1}(q^{-1})y(t); \quad (3.66)$$

$$\hat{y}(t+d+2|t) = G_{d+2}(q^{-1})\Delta u(t+1) + F_{d+2}(q^{-1})y(t); \quad (3.67)$$

⋮

$$\hat{y}(t+d+N|t) = G_{d+N}(q^{-1})\Delta u(t+N-1) + F_{d+N}(q^{-1})y(t), \quad (3.68)$$

el cual puede ser escrito en forma matricial como:

$$\hat{y}(t_{yf}|t) = G(q^{-1})u(t_{yf}) + G'(q^{-1})\Delta u(t-1) + F(q^{-1})y(t) \quad (3.69)$$

donde:

$$\hat{y}(t_{yf}|t) = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix}; \quad (3.70)$$

$$t_{yf} = (t+d+1), (t+d+2), \dots, (t+d+N); \quad (3.71)$$

$$u(t_{uf}) = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}; \quad (3.72)$$

$$t_{uf} = t, t+1, \dots, t+N-1; \quad (3.73)$$

$$G(q^{-1}) = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_0 \end{bmatrix}; \quad (3.74)$$

$$G'(q^{-1}) = \begin{bmatrix} q(G_{d+1}(q^{-1}) - g_0) \\ q^2(G_{d+2}(q^{-1}) - g_0 - g_1q^{-1}) \\ \vdots \\ q^N(G_{d+N}(q^{-1}) - g_0 - g_1q^{-1} - \dots - g_{N-1}q^{-(N-1)}) \end{bmatrix}; \quad (3.75)$$

$$F(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(q^{-1}) \\ F_{d+2}(q^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(q^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (3.76)$$

Al depender los dos últimos términos de la ecuación (3.69) sólo del presente y del pasado, pueden agruparse, dando lugar a:

$$\hat{y}(t_{yf} | t) = G(q^{-1})u(t_{uf}) + f(q^{-1}, t, t-1), \quad (3.77)$$

donde:

$$f(q^{-1}, t, t-1) = G'(q^{-1})\Delta u(t-1) + F(q^{-1})y(t). \quad (3.78)$$

Obsérvese que es la misma expresión que se obtuvo para el DMC, aunque en este caso la respuesta libre es distinta.

### 3.2.7.6.3. Predicción óptima cuando $C \neq 1$ :

El modelo ARIMAX a considerar es el que se presentó en las ecuaciones (3.47) y (3.48). En este caso, la ecuación diofántica viene dada por:

$$C(q^{-1}) = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j'(q^{-1}), \quad (3.79)$$

donde:

$E_j(q^{-1})$  - Polinomio de grado  $j-1$ ,

$F'_j(q^{-1})$  - Polinomio de grado  $na$ .

La ecuación (3.79) se puede expresar en la forma:

$$\frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} = E_j(q^{-1}) + \frac{q^{-j} F'_j(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta} \quad (3.80)$$

A partir del modelo ARIMAX de las ecuaciones (3.47) y (3.48) se tiene:

$$y(t+j) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} q^{-d} u(t+j-1) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta} e(t+j) \quad ; \quad (3.81)$$

$$y(t+j) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t+j-1-d) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta} e(t+j) \quad . \quad (3.82)$$

El ruido  $e(t)$  en instantes previos está dado por:

$$e(t) = \frac{A(q^{-1})\Delta y(t) - B(q^{-1})\Delta u(t-1-d)}{C(q^{-1})} \quad (3.83)$$

En adelante los polinomios se representan sin su argumento para simplificar las representaciones.

Reemplazando (3.80) y (3.83) en (3.72) y manipulando algebraicamente la ecuación, se tiene que la salida a  $j$  pasos es:

$$y(t+j) = \frac{B}{A} u(t+j-1-d) + E_j e(t+j) + \frac{F'_j}{A\Delta} \left( \frac{A\Delta y(t) - B\Delta u(t-1-d)}{C} \right); \quad (3.84)$$

$$y(t+j) = \frac{B}{A} u(t+j-1-d) + E_j e(t+j) + \frac{F'_j}{C} y(t) - \frac{B}{A} \frac{F'_j}{C} u(t-1-d); \quad (3.85)$$

$$y(t+j) = \frac{B}{A} \left[ 1 - \frac{F'_j}{C} q^{-j} \right] u(t+j-1-d) + E_j e(t+j) + \frac{F'_j}{C} y(t). \quad (3.86)$$

De la ecuación (3.79) y manipulando algebraicamente la ecuación, se tiene:

$$y(t+j) = \frac{B}{A} \left[ \frac{E_j A \Delta}{C} \right] u(t+j-1-d) + E_j e(t+j) + \frac{F'_j}{C} y(t); \quad (3.87)$$

$$y(t+j) = \frac{BE_j}{C} \Delta u(t+j-1-d) + E_j e(t+j) + \frac{F'_j}{C} y(t). \quad (3.88)$$

Por lo tanto, la predicción de la salida viene dada por:

$$\hat{y}(t+j) = E\{y(t+j) | t\}; \quad (3.89)$$

$$\hat{y}(t+j) = \frac{BE_j}{C} \Delta u(t+j-1-d) + \frac{F'_j}{C} y(t). \quad (3.90)$$

Esta ecuación representa una expresión recursiva para la predicción.

Para separar las acciones de control futuras de las pasadas, se considera la siguiente ecuación diofántica:

$$E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = C(q^{-1})T_j(q^{-1}) + q^{-j}K_j(q^{-1}), \quad (3.91)$$

donde:

$K_j(q^{-1})$  - Polinomio a hallar,

$T_j(q^{-1})$  - Polinomio a hallar de grado  $j-1$ .

En adelante los polinomios se representan sin su argumento para simplificar las representaciones.

Por lo tanto, la predicción viene dada por:

$$\hat{y}(t+j) = \frac{CT_j + q^{-j}K_j}{C} \Delta u(t+j-1-d) + \frac{F'_j}{C} y(t); \quad (3.92)$$

$$\hat{y}(t+j) = T_j \Delta u(t+j-1-d) + \frac{K_j}{C} \Delta u(t-1-d) + \frac{F'_j}{C} y(t), \quad (3.93)$$

donde:

$T_j \Delta u(t+j-1-d)$  incluye las acciones de control futuras,

$\frac{K_j}{C} \Delta u(t-1-d)$  incluye las acciones de control pasadas.

Esta ecuación se puede escribir en la forma:

$$\hat{y}(t+d+j) = T_j \Delta u(t+j-1) + \frac{K_j}{C} \Delta u(t-1) + \frac{F'_j}{C} y(t). \quad (3.94)$$

Al igual que en el caso  $C=1$ , podemos escribir la ecuación (3.94) en forma matricial obteniendo:

$$\hat{y}(t_{yf} | t) = T(q^{-1})u(t_{uf}) + \frac{K(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-1) + \frac{F'(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t), \quad (3.95)$$

donde:

$$\hat{y}(t_{yf} | t) = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1 | t) \\ \hat{y}(t+d+2 | t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N | t) \end{bmatrix}; \quad (3.96)$$

$$t_{yf} = (t+d+1), (t+d+2), \dots, (t+d+N); \quad (3.97)$$

$$u(t_{uf}) = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}; \quad (3.98)$$

$$t_{uf} = t, t+1, \dots, t+N-1; \quad (3.99)$$

$$T(q^{-1}) = \begin{bmatrix} T_1(q^{-1}) \\ T_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ T_N(q^{-1}) \end{bmatrix}; \quad (3.100)$$

$$K(q^{-1}) = \begin{bmatrix} K_1(q^{-1}) \\ K_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ K_N(q^{-1}) \end{bmatrix}; \quad (3.101)$$

$$F'(q^{-1}) = \begin{bmatrix} F'_1(q^{-1}) \\ F'_2(q^{-1}) \\ \vdots \\ F'_N(q^{-1}) \end{bmatrix}. \quad (3.102)$$

Al comparar las ecuaciones (3.95) y (3.69) se puede identificar componentes similares. Nuevamente, los dos últimos términos de la ecuación (3.95) dependen sólo del presente y del pasado y pueden agruparse dando lugar a:

$$\hat{y}(t_{yf} | t) = G(q^{-1})u(t_{uf}) + f(q^{-1}, t, t-1), \quad (3.103)$$

donde:

$$G(q^{-1}) = T(q^{-1}); \quad (3.104)$$

$$f(q^{-1}, t, t-1) = \frac{K(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-1) + \frac{F'(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t). \quad (3.105)$$

Para facilitar la notación en la siguiente sección se prescindirá de los argumentos de polinomios y matrices, con lo que la ecuación (3.103) se escribe:

$$\hat{y} = Gu + f. \quad (3.106)$$

#### 3.2.7.6.4. Obtención de la ley de control

La ecuación (3.49) puede escribirse en la forma:

$$J = (Gu + f - w)^T (Gu + f - w) + \lambda u^T u, \quad (3.107)$$

donde:

$$w = [w(t+d+1) \quad w(t+d+2) \quad \dots \quad w(t+d+N)]^T. \quad (3.108)$$

La ecuación (3.107) se puede representar como:

$$J = \frac{1}{2} u^T H u + b u + f_0, \quad (3.109)$$

donde:

$$H = 2(G^T G + \lambda I); \quad (3.110)$$

$$b = 2(f - w)^T G; \quad (3.111)$$

$$f_0 = (f - w)^T (f - w). \quad (3.112)$$

El mínimo de  $J$ , siempre que no existan restricciones en la señal de control, puede ser calculado igualando a cero el gradiente de  $J$ , lo cual conduce a:

$$u = -H^{-1} b^T = -2H^{-1} G^T (f - w). \quad (3.113)$$

Debido al uso de la estrategia deslizante, sólo se aplica realmente el primer elemento del vector  $u$ , el cual es  $\Delta u(t)$ , repitiendo de nuevo el mismo procedimiento en el siguiente instante de muestreo, es decir:

$$\Delta u(t) = -2 \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times (N-1)} \end{bmatrix} H^{-1} G^T (f - w). \quad (3.114)$$

Finalmente, el valor de la entrada al proceso en el tiempo  $t$ , se calcula según:

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t). \quad (3.115)$$

La solución propuesta involucra la inversión (o al menos la triangularización) de una matriz de dimensión  $N \times N$ , lo cual conlleva una gran carga de cálculo. El concepto ya usado en otros métodos de horizonte de control se emplea con la finalidad de reducir la cantidad de cálculo, asumiendo que las señales de control permanecerán en un valor constante a partir del intervalo  $N_u < N$ . Por tanto la dimensión de la matriz que hay que invertir queda reducida a  $N_u \times N_u$ , quedando la carga de cálculo reducida (en el caso límite de  $N_u = 1$ , se reduce al caso escalar) aunque restringiendo la optimalidad. El concepto de horizonte de control aplicado en el cálculo de  $\Delta u(t)$  puede expresarse como:

$$\Delta u(t) = -2 \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times (N_u-1)} \end{bmatrix} H^{-1} G^T (f - w). \quad (3.116)$$



### 3.3. DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO GENERALIZADO PARA CONTROLAR LA PRESIÓN DEL VAPOR DE UNA CALDERA PIROTUBULAR.

A continuación se presenta el diseño del Controlador Predictivo Generalizado para el caso del modelo ARMAX obtenido por identificación paramétrica de la caldera pirotubular en el capítulo anterior.

El modelo ARMAX del proceso identificado es:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d) + C(q^{-1})e(t), \quad (3.117)$$

donde:

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.208q^{-1} + 0.2983q^{-2}; \quad (3.118)$$

$$B(q^{-1}) = 0.1291q^{-1} + 0.6878q^{-2}; \quad (3.119)$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.7758q^{-1} + 0.1788q^{-2}; \quad (3.120)$$

$$d = 7; \quad (3.121)$$

$$T = 5s. \quad (3.122)$$

Como se dedujo en (3.95), el predictor toma la forma:

$$\hat{y}(t_{yf} | t) = T(q^{-1})u(t_{uf}) + \frac{K(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-1) + \frac{F'(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t), \quad (3.123)$$

Definiendo:

$$G(q^{-1}) = T(q^{-1}); \quad (3.124)$$

$$G'(q^{-1}) = \frac{K(q^{-1})}{C(q^{-1})}; \quad (3.125)$$

$$F(q^{-1}) = \frac{F'(q^{-1})}{C(q^{-1})}. \quad (3.126)$$

Se obtiene la ecuación (3.69):

$$\hat{y}(t_{yf} | t) = G(q^{-1})u(t_{uf}) + G'(q^{-1})\Delta u(t-1) + F(q^{-1})y(t), \quad (3.127)$$

El punto clave en la elaboración del algoritmo lo constituye la solución de las ecuaciones diofánticas (3.79) y (3.91), ya que con (3.79) se obtienen los polinomios  $E(q^{-1})$  y  $F'(q^{-1})$  a partir de los polinomios del modelo  $C(q^{-1})$  y  $A(q^{-1})$ . Luego, con (3.91) se encuentran los polinomios  $T(q^{-1})$  y  $K(q^{-1})$  a partir de  $E(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  y  $C(q^{-1})$ .

Una vez hallados los polinomios  $T(q^{-1})$ ,  $F'(q^{-1})$  y  $K(q^{-1})$ , se pueden formar los polinomios  $G(q^{-1})$ ,  $F(q^{-1})$  y  $G'(q^{-1})$ .

Con estos resultados se calcula la ley de control directamente.

Los parámetros de sintonía del controlador vienen dados por la elección de  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_w$ ,  $\lambda$  y  $\alpha$ . Los criterios para realizar esta elección se presentarán al finalizar esta sección.

### 3.3.1. SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DIOFÁNTICA

La ecuación diofántica como se vio en la sección anterior corresponde a la ecuación de una división polinomial. Es decir, tiene la forma:

$$D = Qd + R, \quad (3.128)$$

donde:

$D$  = dividendo,  
 $d$  = divisor,  
 $Q$  = cociente,  
 $R$  = residuo.

Para los propósitos del diseño del controlador GPC, se dispone del dividendo y del divisor y se requiere calcular el cociente y el residuo.

La resolución de esta ecuación puede realizarse en Matlab teniendo en cuenta la representación polinomial de esta aplicación, en la que cada polinomio se representa por el vector de coeficientes del mismo, ordenados según el orden de la variable que multiplican. Así, el polinomio  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 2$ , puede representarse en Matlab con el vector  $P = [1 \ -3 \ 0 \ 2]$ .

Una vez en su representación numérica tanto el dividendo como el divisor, se utiliza la función *deconv*, la que directamente entrega el cociente y el residuo según la siguiente sintaxis:

**[Q , R] = deconv(D , d)** : Deconvoluciona el vector  $d$  del vector  $D$ . El resultado se obtiene en el vector  $Q$  y el residuo en el vector  $R$ , tal que:

$$D = conv(d, Q) + R. \quad (3.128)$$

Si  $d$  y  $D$  son vectores de coeficientes polinomiales, la deconvolución es equivalente a una división polinomial. El resultado de dividir  $D$  por  $d$  es el cociente  $Q$  y el residuo  $R$ .

La ecuación (3.79) puede ser escrita como:

$$q^j C(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) q^j A(q^{-1}) \Delta + F'_j(q^{-1}). \quad (3.129)$$

En esta forma se puede identificar la siguiente ecuación diofántica:

$$D = Qd + R, \quad (3.130)$$

donde:

$$D = q^j C(q^{-1}); \quad (3.131)$$

$$d = q^j A(q^{-1})\Delta; \quad (3.132)$$

$$Q = E_j(q^{-1}); \quad (3.133)$$

$$R = F'_j(q^{-1}). \quad (3.134)$$

Una vez hallado  $E_j(q^{-1})$ , se pueden hallar los polinomios  $T_j(q^{-1})$  y  $K_j(q^{-1})$  de la ecuación (3.91). Para esto, se escribe esta ecuación como:

$$q^j E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = q^j C(q^{-1})T_j(q^{-1}) + K_j(q^{-1}). \quad (3.135)$$

Nuevamente, se puede determinar la siguiente ecuación diofántica:

$$D = Qd + R, \quad (3.136)$$

donde:

$$D = q^j E_j B(q^{-1}); \quad (3.137)$$

$$d = q^j C(q^{-1}); \quad (3.138)$$

$$Q = T_j(q^{-1}); \quad (3.139)$$

$$R = K_j(q^{-1}). \quad (3.140)$$

Ambos ecuaciones diofánticas se resuelven recursivamente desde  $j = N_1$  hasta  $j = N_2$ . Con los polinomios obtenidos en cada paso  $j$ , se pueden formar las matrices  $T(q^{-1})$ ,  $F'(q^{-1})$  y  $K(q^{-1})$ , las cuales contienen los coeficientes de los polinomios  $F_j$ ,  $T_j$  y  $K_j$ , para  $j = N_1$  hasta  $j = N_2$ .

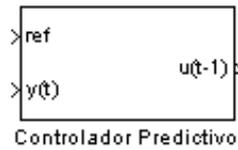
Para realizar estos cálculos, se elaboró la función de Matlab denominada **matpred.m**, la que resuelve las ecuaciones diofánticas planteadas. La sintaxis de esta función se explica en el siguiente apartado.

### 3.3.2. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CONTROL GPC EN SIMULINK

La implementación del algoritmo GPC en Simulink proporciona un medio visual de fácil interpretación y simulación. Para comenzar, se añade a un modelo nuevo de Simulink un sub-sistema vacío y se nombra el bloque y sus entradas y salidas como se muestra en la Fig. 3.9.

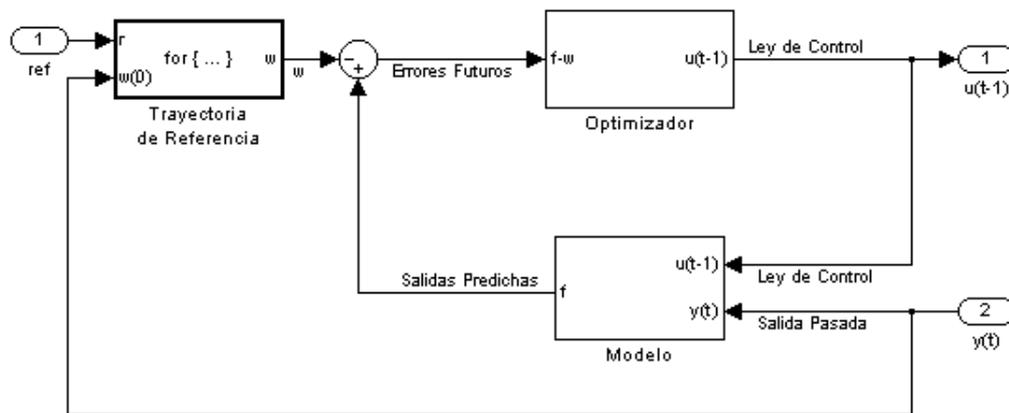
Como se observa, al bloque ingresan la referencia, y la salida medida en el tiempo  $t$ . La ley de control en la Fig. 3.9 se obtiene a la salida del bloque. El hecho de que la ley de control se encuentre en el tiempo  $t-1$ , es necesario para no originar un lazo algebraico sin fin. Es decir, se necesita una condición

inicial  $u(0)$  para originar la salida medida  $y(1)$ , que a su vez se utiliza para obtener la ley de control en  $u(1)$ , y así sucesivamente.



**Fig. 3.9:** Sub-sistema donde se implementará el algoritmo GPC.

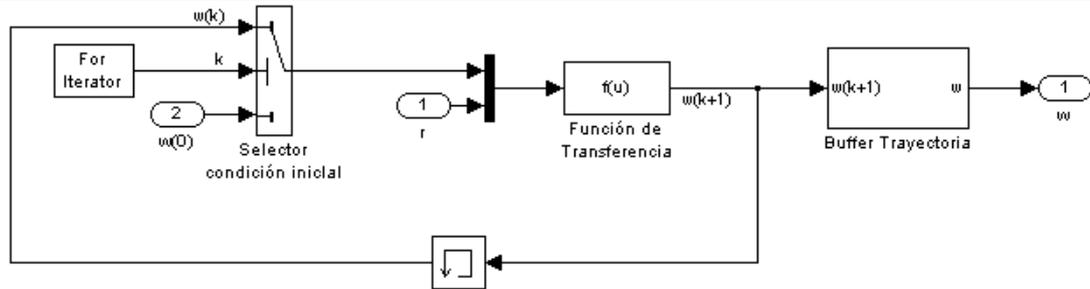
La implementación del algoritmo GPC se realiza siguiendo el esquema general de control presentado en la Fig. 3.3, como se muestra en la Fig. 3.10.



**Fig. 3.10:** Esquema general del controlador GPC implementado en Simulink.

La trayectoria de referencia se forma utilizando una estructura *FOR*. El optimizador y las salidas predichas basadas en el modelo se implementan utilizando sub-sistemas. A continuación se explican cada una de estas partes.

La trayectoria de referencia se forma utilizando el modelo de un sistema de primer orden. La implementación de este algoritmo se muestra en la Fig. 3.11. Lo importante es que en cada instante de tiempo se debe generar toda la trayectoria de referencia, los  $N$  pasos del horizonte de predicción, formando el vector  $w$ . Es por esto que se requiere utilizar la estructura *FOR* antes de continuar con el algoritmo. Las principales partes del generador de trayectoria de referencia son: el selector de condición inicial, que permite que en la primera iteración el valor inicial de  $w$  sea el valor actual de la variable medida, y en las siguientes sea el valor de  $w$  generado en el paso anterior. Después se tiene la función de transferencia propiamente (ecuaciones (3.24) y (3.25)), la cual genera los valores  $w(k)$  de la trayectoria de referencia, siendo  $k = 1, 2, \dots, N$  y finalmente un *buffer* o *acumulador* de trayectoria, el cual junto con el ciclo *FOR* permite acumular los valores calculados  $w(k)$  en el vector  $w$ . La forma como funciona este acumulador se explica a continuación ya que es una herramienta que se utilizará con frecuencia.



**Fig. 3.11:** Trayectoria de referencia implementada en Simulink como un retardo de primer orden.

Un *buffer* permite acumular valores pasados de una secuencia determinada, utilizando la ecuación (3.141), como veremos.

$$m(k + 1) = Am(k) + bp(k), \tag{3.141}$$

donde:

$p(k)$  - Valor de la variable que se desea acumular en un vector,

$m(k)$  - Vector que contiene los valores pasados de  $p(k)$ ,

$A$  - Matriz de desplazamiento,

$b$  - Vector de acoplamiento.

Para entender mejor el funcionamiento de este algoritmo, se propone el siguiente ejemplo:

Se requiere acumular los 3 últimos valores de la variable escalar  $p$  en un vector que se denomina  $m$ , en donde el valor más reciente de  $p$  sea el primer valor del vector  $m$ .

Para ello, se definen las siguiente matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \tag{3.142}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.143}$$

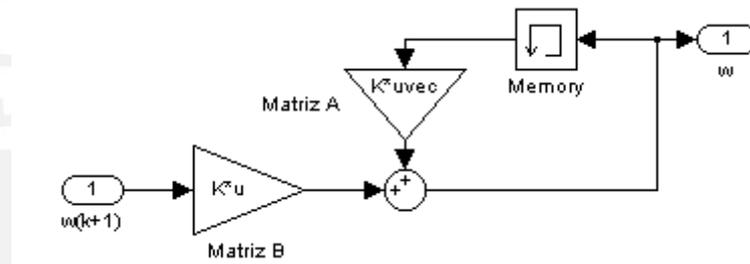
Reemplazando (3.142) y (3.143) en (3.141), se obtiene:

$$m(k + 1) = \begin{bmatrix} p(k) \\ p(k - 1) \\ p(k - 2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(k - 1) \\ p(k - 2) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} p(k); \tag{3.144}$$

$$m(k+1) = \begin{bmatrix} 0 \\ p(k-1) \\ p(k-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p(k) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.145)$$

Se observa que la ecuación (3.141) tiene la misma representación que un sistema discreto representado en espacio-estados. Aquí, el vector de “estados” lo conforma el vector de valores a acumular  $m$ . La matriz  $A$ , es una matriz de  $N \times N$ , donde  $N$  es el número de valores que se desea acumular en el vector  $m$  (en este caso  $N=3$ ). La matriz  $A$  es igual a una matriz identidad con su diagonal desplazada una posición hacia abajo. Esto permite, que el resultado de la multiplicación  $Am(k)$  sea el mismo vector  $m(k)$ , pero con sus elementos desplazados una posición hacia abajo, y que el valor de la primera posición sea cero. El vector  $bp(k)$ , contiene sólo ceros, excepto en la primera posición que contiene a  $p(k)$ . Este vector es del mismo tamaño de  $Am(k)$ , de tal forma, que al sumarlos se inserta el valor de  $p(k)$  en  $m(k+1)$ .

La implementación de la ecuación (3.141) para acumular los valores pasados de la trayectoria de referencia se realiza en un sub-sistema aparte, que contiene los bloques que se muestran en la Fig. 3.12:



**Fig. 3.12:** Implementación del acumulador de la trayectoria de referencia en imulink, En este caso, el valor a acumular es  $w(k+1)$  y el vector de valores acumulados es  $w$ .

En este algoritmo, se aprecian los bloques de ganancia “*Matriz A*” y “*Matriz B*”, en los que se configuran los valores correspondientes de la ecuación (3.141). Además, se utiliza un bloque de “*Memoria*”, el cual es necesario para inicializar el vector de valores acumulados, ya que de otra forma se produciría un bucle algebraico sin fin.

En el caso del generador de trayectoria de referencia se tienen las siguientes definiciones, siguiendo la estructura presentada en (3.141):

$$p(k) = w(k+1); \quad (3.146)$$

$$m(k+1) = w; \quad (3.147)$$

$$A = \text{diag}(\text{ones}(N-1,1), -1); \quad (3.148)$$

$$B = [1; \text{zeros}(N-1,1)]; \quad (3.149)$$

$$\text{Memoria}(0) = \text{zeros}(N,1); \quad (3.150)$$

$$N - \text{Número de valores del horizonte de predicción} \quad (3.151)$$

De esta manera finaliza la implementación del generador de trayectoria de referencia.

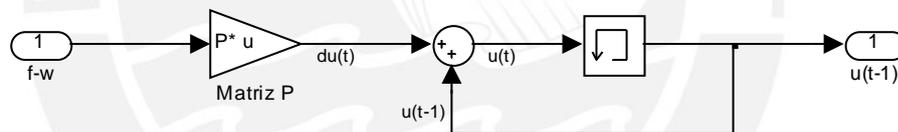
Como se vio, la minimización de la función de costo sin restricciones (3.49) se obtuvo analíticamente. Esta solución puede resumirse en las ecuaciones (3.113), (3.114) y (3.115). Tomando en cuenta estas ecuaciones, se define:

$$P = -2 \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times (N-1)} \end{bmatrix} H^{-1} G^T; \quad (3.152)$$

Luego, se tiene que:

$$\Delta u(t) = P(f - w). \quad (3.153)$$

Al optimizador ingresan entonces los errores futuros ( $f-w$ ), los que son multiplicados por la matriz  $P$  obtenida luego de resolver las ecuaciones diofánticas. Se obtiene como resultado  $\Delta u(t)$ . Para obtener  $u(t)$  debemos sumar  $\Delta u(t)$  y  $u(t-1)$ . Nuevamente para obtener  $u(t-1)$  se utiliza un bloque memoria. La salida del optimizador es  $u(t-1)$ , ya que como se comentó es necesaria la condición inicial  $u(0)$  para obtener la salida medida de la planta  $y(1)$ , con la que obtenemos  $u(1)$ , y así sucesivamente. De no tener esta condición inicial, se formaría un lazo algebraico sin fin. Este procedimiento se observa en la Fig. 3.13:



**Fig. 3.13:** Implementación del algoritmo optimizador en Simulink. Se observa que sólo se requiere multiplicar los errores futuros por una matriz constante.

El último sub-sistema del esquema general consiste en la formación de las salidas predichas utilizando el modelo de la planta junto a las salidas y entradas pasadas, como se muestra en la Fig. 3.22:

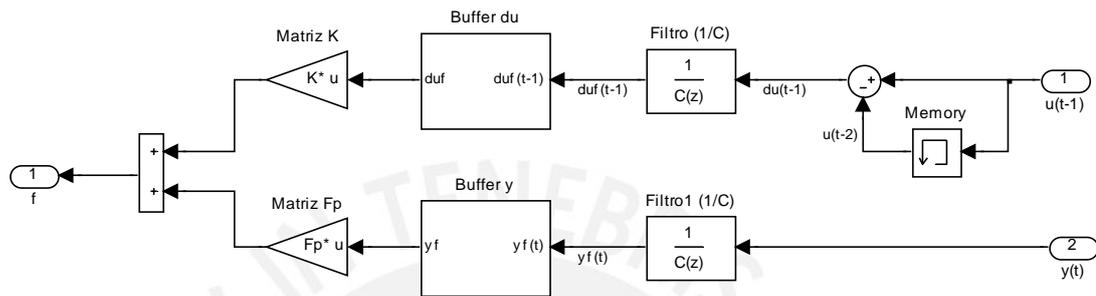
En este sub-sistema se implementa la ecuación (3.105), es decir:

$$f(t, t-1, q^{-1}) = \frac{K(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(t-1) + \frac{F'(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(t) \quad (3.154)$$

La ecuación (3.154) puede ser escrita como:

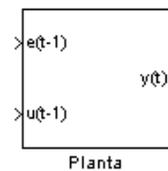
$$f = K(q^{-1}) \frac{\Delta u(t-1)}{C(q^{-1})} + F'(q^{-1}) \frac{y(t)}{C(q^{-1})} = K \Delta u_f(t-1) + F' y_f(t) \quad (3.155)$$

Las matrices  $K(q^{-1})$  y  $F'(q^{-1})$  se obtienen resolviendo las ecuaciones diofánticas (3.79) y (3.91), en tanto que  $\Delta u_f(t-1)$  y  $y_f(t)$  se obtienen filtrando  $\Delta u(t-1)$  y  $y(t)$  con el filtro  $[C(q^{-1})]^{-1}$ . Para poder realizar las multiplicaciones con las matrices  $K(q^{-1})$  y  $F'(q^{-1})$  se requiere acumular los valores de  $\Delta u_f(t-1)$  y  $y_f(t)$  apropiadamente según el tamaño de  $K(q^{-1})$  y  $F'(q^{-1})$ . Para esto utilizamos dos bloques buffer cuyo funcionamiento fue se basa en la ecuación (3.141) como se explicó.



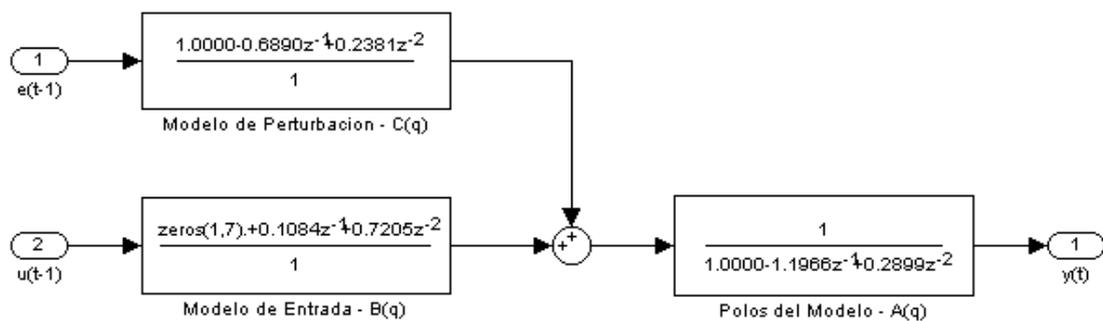
**Fig. 3.14:** Algoritmo implementado en Simulink, que permite hallar las salidas predichas utilizando el modelo de la planta, las salidas y entradas pasadas.

Una vez que se tiene el bloque del controlador, se procede a implementar el modelo de la planta. Para ello, se añade un sub-sistema nuevo y se configura las entradas y salidas como se muestra en la Fig. 3.15:



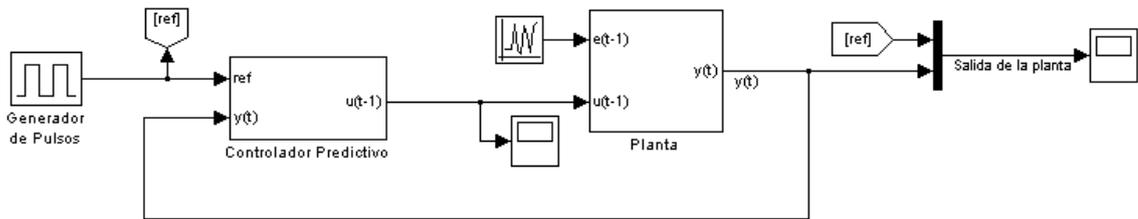
**Fig. 3.15:** Sub-sistema que se añade para implementar el modelo dinámico identificado de la caldera

El modelo de la planta posee una estructura tipo ARMAX, por lo que se puede implementar utilizando los bloques que se muestran en la Fig. 3.16:



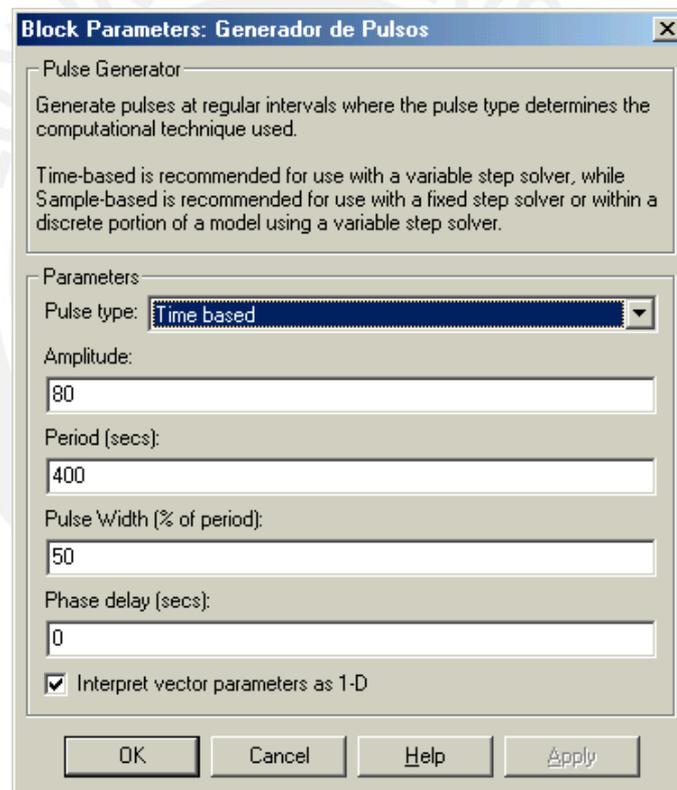
**Fig. 3.16:** Modelo paramétrico tipo ARMAX identificado de la caldera pirotubular. Este modelo se usará para simular la planta en Simulink.

Como se aprecia, se han utilizado los polinomios encontrados en el capítulo anterior mediante identificación paramétrica de la caldera pirotubular. Finalmente, se unen los bloques como se muestra en la Fig. 3.17:



**Fig. 3.17:** Algoritmo de Control GPC implementado en Simulink para el modelo identificado tipo ARMAX de la caldera pirotubular.

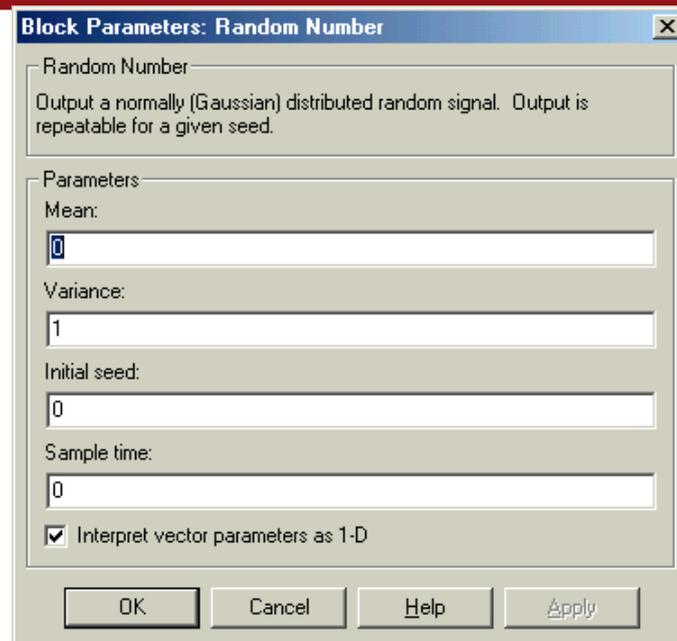
Como se aprecia la referencia o set point, viene dada por un generador de pulsos configurado según se muestra en la Fig. 3.18:



**Fig. 3.18:** Configuración utilizada para el bloque generador de pulsos. Para acceder a esta ventana hacer doble clic sobre el bloque respectivo.

El modelo de la planta al ser de tipo ARMAX, cuenta con dos funciones de transferencia. La primera de ellas modela el comportamiento dinámico de la salida ante una variación en la entrada y la segunda modela el comportamiento de la salida ante perturbaciones.

Para poder simular la influencia de las perturbaciones, se ingresa a la planta una secuencia aleatoria con la configuración que se muestra en la Fig. 3.19:



**Fig. 3.19:** Configuración utilizada para el bloque número aleatorio. Para acceder a esta ventana hacer doble clic sobre el bloque respectivo.

Finalmente, se utilizan bloques de salida “Scope” para poder mostrar la evolución de la salida medida junto con la referencia, y la evolución de ley de control.

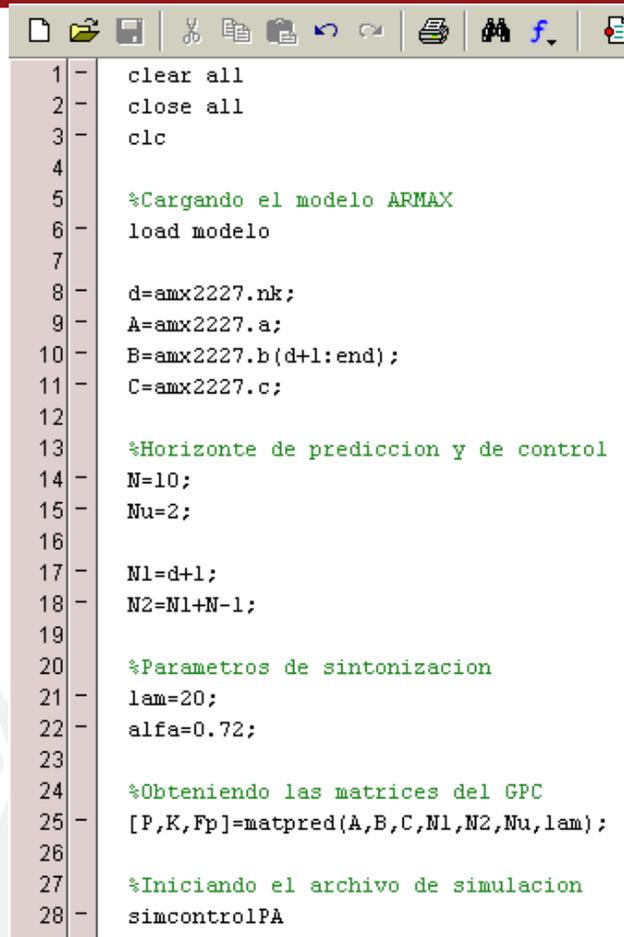
El archivo de simulación se grabó con el nombre **simcontrolpa.mdl**

Para poder realizar la simulación es necesario cargar las matrices  $P$ ,  $K$  y  $F_p$  al espacio de trabajo (workspace) de Matlab. Como se mencionó, se ha preparado la función **matpred.m** con este fin. La sintaxis de esta función es la siguiente:

**[P , K , Fp]=matpred(A , B , C , N1 , N2 , Nu , lam):**

Esta función permite solucionar las ecuaciones diofánticas (3.79) y (3.91) y resolver la minimización de la función de costos (3.152), para una planta modelada con estructura tipo ARMAX. A la función ingresan los polinomios  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  y  $C(q^{-1})$  del modelo, así como el número de pasos a partir de donde comienza y en donde termina el horizonte de predicción ( $N_1$  y  $N_2$ ), el número de pasos de horizonte de control ( $N_u$ ) y el peso de la ley de control  $lambda$ . Como resultado se obtienen las matrices  $P$ ,  $K$  y  $F_p$ .

Asimismo para simplificar la simulación del sistema de control en Simulink, se elaboró un archivo de Matlab denominado **controlpa.m**, el cual carga el modelo ARMAX identificado, inicializa todas las constantes necesarias, ejecuta el algoritmo de diseño del controlador GPC implementado en el archivo **matpred.m** e inicializa el modelo **simcontrolpa.mdl** en Simulink. El contenido del archivo controlpa.m se muestra en la Fig. 3.20:



```

1 - clear all
2 - close all
3 - clc
4
5 - %Cargando el modelo ARMAX
6 - load modelo
7
8 - d=amx2227.nk;
9 - A=amx2227.a;
10 - B=amx2227.b(d+1:end);
11 - C=amx2227.c;
12
13 - %Horizonte de prediccion y de control
14 - N=10;
15 - Nu=2;
16
17 - N1=d+1;
18 - N2=N1+N-1;
19
20 - %Parametros de sintonizacion
21 - lam=20;
22 - alfa=0.72;
23
24 - %Obteniendo las matrices del GPC
25 - [P,K,Fp]=matpred(A,B,C,N1,N2,Nu,lam);
26
27 - %Iniciando el archivo de simulacion
28 - simcontrolPA
  
```

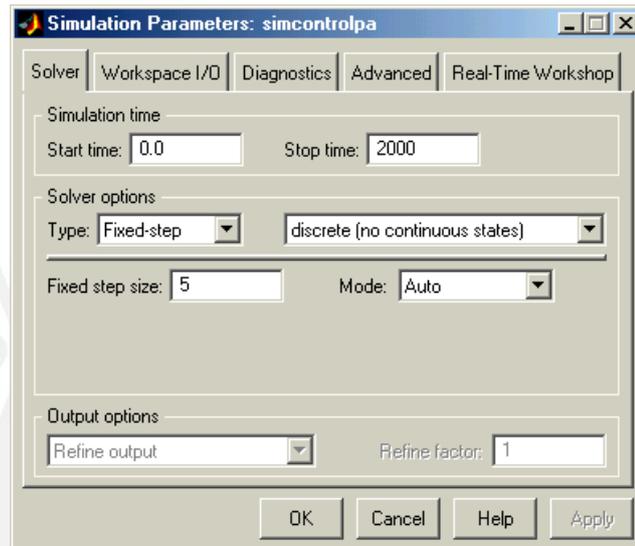
**Fig. 3.20:** Pasos de inicialización de la simulación del sistema de control GPC.

En primer lugar se carga el modelo identificado y se almacenan los coeficientes de los polinomios y el retardo de tiempo en sus respectivas variables. A continuación se definen los horizontes de predicción y de control. No hay una regla fija sobre qué valores son los ideales como horizontes de predicción y de control. Sin embargo, un criterio utilizado es el de considerar el tamaño del horizonte de predicción como el número de pasos necesarios para que el sistema llegue al estado estacionario cuando se le somete a una entrada escalón. En este caso  $N=10$ . Cuando hay retardo de tiempo  $d$ , no tiene sentido predecir los valores de la salida afectados por el retardo. Por lo tanto, el horizonte de predicción se considera a partir de  $N_1 = d + 1$ , hasta  $N_2 = N_1 + N$ . Un criterio utilizado para elegir el horizonte de control es tomarlo aproximadamente igual al orden del sistema ( $N_u = 2$ ). El valor de  $\alpha$  permite fijar la constante de tiempo del modelo de la trayectoria de referencia. Con  $\alpha$  cercana a cero, la constante de tiempo es muy pequeña, haciendo que la trayectoria tenga una estabilización brusca. Con  $\alpha$  cercana a uno, la aproximación a la referencia será más suave pero a la vez más lenta. El parámetro  $\lambda$  permite limitar el uso de la señal de control. Con un  $\lambda$  cercano a cero, la señal de control no se encuentra limitada por lo que el controlador asume que se tiene un actuador de potencia infinita o en este caso una válvula que no tiene límite de apertura y que por lo tanto, es capaz de

incrementar infinitamente el flujo de combustible. Tanto  $\lambda$  como  $\alpha$  son valores que deben probarse de manera empírica. Por esto, se hicieron varias pruebas que se presentarán más adelante.

Finalmente, con estos datos se emplea la función `matpred.m` para resolver las ecuaciones diofánticas y optimizar la función de costo, y se inicializa el archivo de simulación.

Para simular el sistema de control GPC, es necesario configurar los parámetros de simulación como se muestra en la Fig. 3.21:



**Fig. 3.21:** Configuración de los parámetros de simulación del archivo `simcontrolpa.mdl`

Para iniciar la simulación se deben guardar y cerrar todos los archivos y desde la línea de comandos de Matlab ejecutar `controlpa.m`. Al finalizar de cargar los datos necesarios para la simulación se abrirá el archivo `simcontrolpa.mdl` de Simulink, que se encuentra listo para iniciar la simulación.

### 3.4. SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO GENERALIZADO IMPLEMENTADO EN SIMULINK.

En esta sección se presentan los principales resultados de simulación, para poder tener una idea clara de la manera en que se afecta la respuesta de la planta como resultado del cambio de las siguientes variables:

1. Parámetros de sintonización  $\alpha$  y  $\lambda$ .
2. Varianza de la señal aleatoria que ingresa al modelo de perturbación de la planta.
3. Incertidumbres paramétricas de la planta.

De esta forma se puede identificar las principales fortalezas y debilidades del algoritmo.

### 3.4.1. RESULTADOS DE SIMULACIÓN VARIANDO PARÁMETROS ALFA Y LAMBDA.

Para observar el efecto de la variación de los parámetros  $\alpha$  y  $\lambda$  en la respuesta del sistema en lazo cerrado, se probarán los valores extremos de los mismos. No se consideran incertidumbres paramétricas ni perturbaciones, para evaluar exclusivamente la influencia de estos parámetros en el desempeño del controlador.

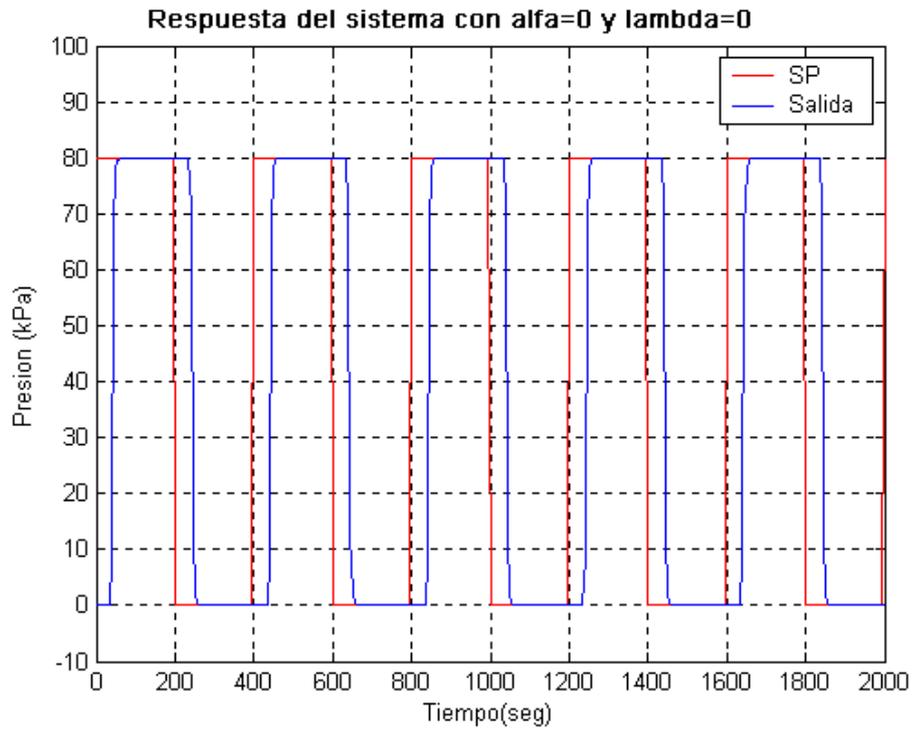
Los valores extremos para  $\alpha$  son 0 y 1, aunque no se puede emplear exactamente 1 sino un valor cercano, ya que se origina una singularidad. Para  $\lambda$ , los valores extremos son 0 y un número elevado aprox. 1000. Con ello se intenta abarcar casi todo el rango de ambos parámetros.

**Tabla 3.6:** Valores de  $\alpha$  y  $\lambda$  propuestos para evaluar el desempeño del controlador GPC.

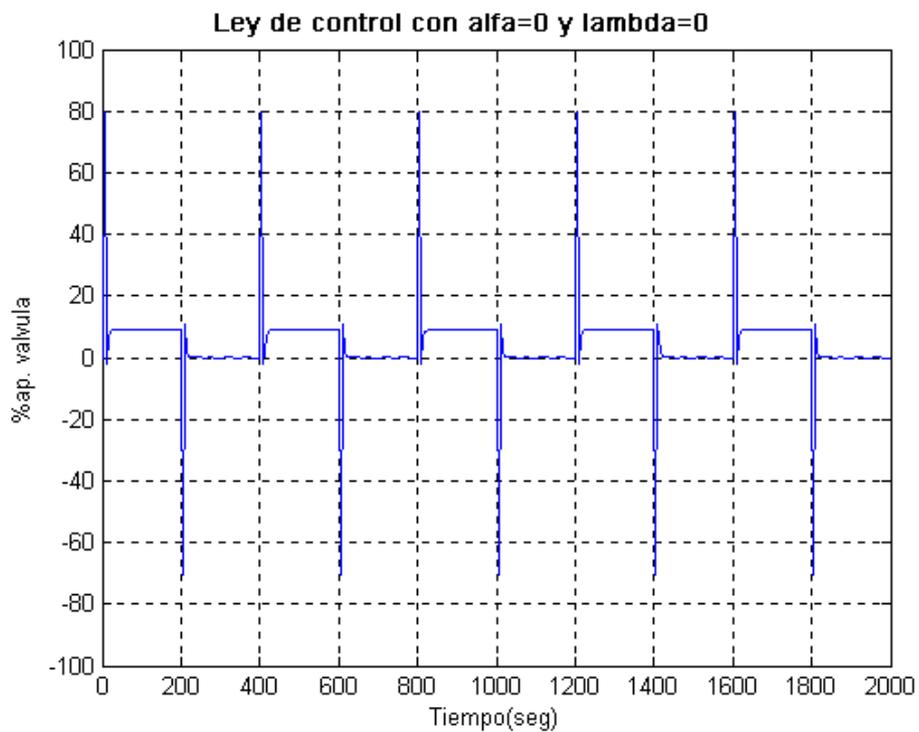
Prueba	$\alpha$	$\lambda$
1	0	0
2	0	1000
3	0.99	0
4	0.99	1000

Los resultados de estas pruebas se muestran a continuación:

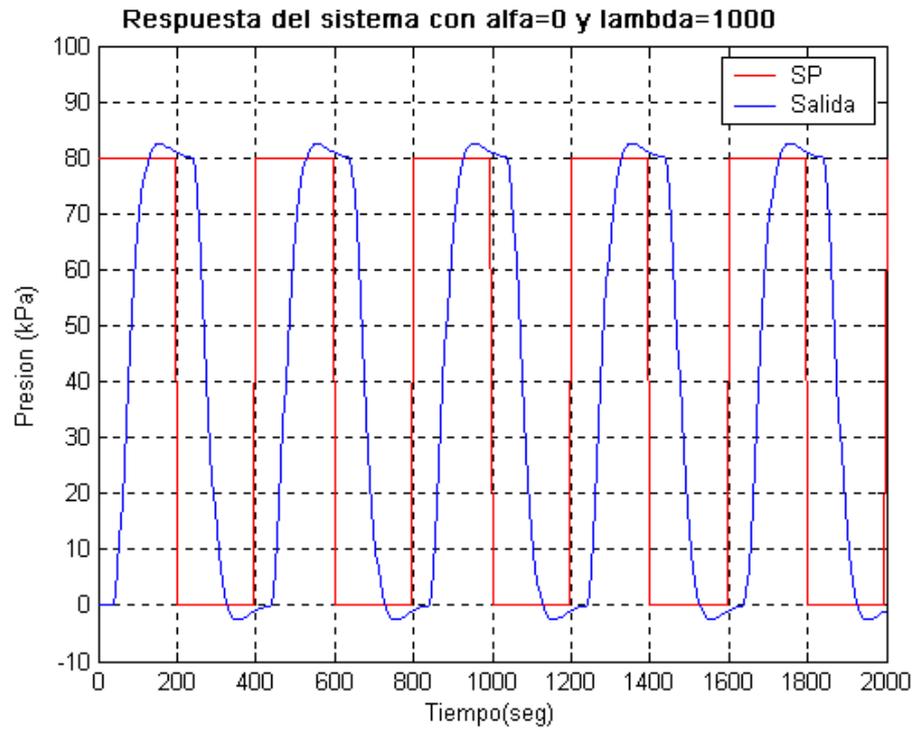
- **Cuando  $\alpha = 0$  y  $\lambda = 0$ :** La constante de tiempo del modelo de la trayectoria referencia de primer orden es 0 y no se penalizan las acciones de control. La respuesta del sistema como la ley de control presentan variaciones muy bruscas. (Fig. 3.22 y Fig. 3.23).
- **Cuando  $\alpha = 0$  y  $\lambda = 1000$ :** La constante de tiempo del modelo de la trayectoria referencia de primer orden es 0 y se penalizan al extremo las acciones de control. La respuesta del sistema es subamortiguada y la ley de control no presenta variaciones bruscas. (Fig. 3.24 y Fig. 3.25).
- **Cuando  $\alpha = 0.99$  y  $\lambda = 0$ :** La constante de tiempo del modelo de la trayectoria referencia de primer orden es muy grande y no se penalizan las acciones de control. La respuesta del sistema es muy lenta y la evolución de la ley de control presenta variaciones bruscas. (Fig. 3.26 y Fig. 3.27).
- **Cuando  $\alpha = 0.99$  y  $\lambda = 1000$ :** La constante de tiempo del modelo de la trayectoria referencia de primer orden es muy grande y se penalizan al extremo las acciones de control haciendo que la respuesta del sistema sea muy lenta y que la evolución de la ley de control no presente variaciones bruscas. (Fig. 3.28 y Fig. 3.29).



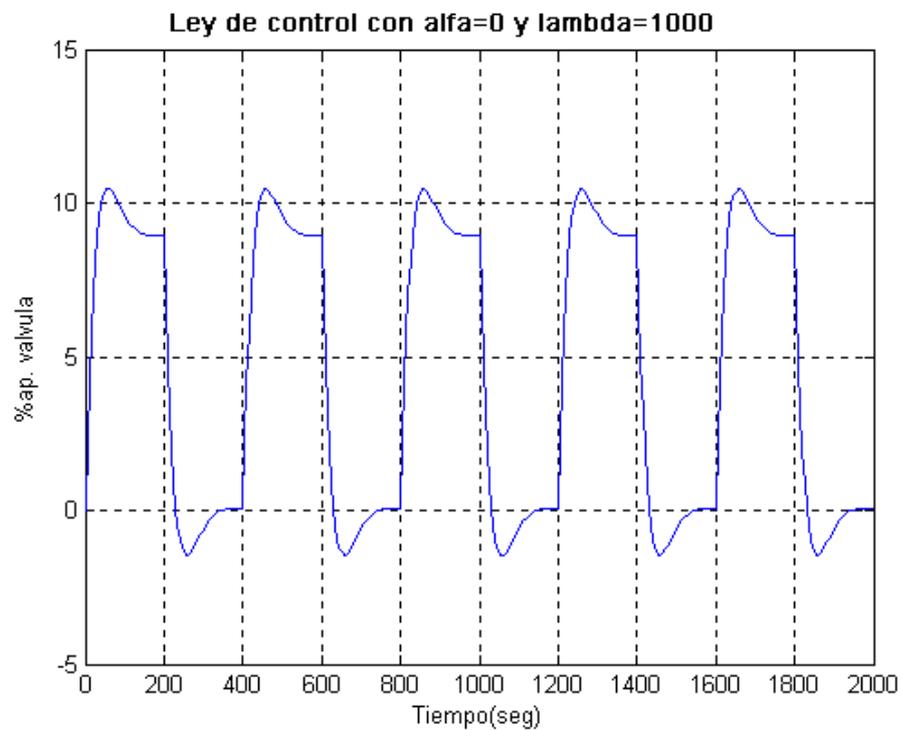
**Fig. 3.22.** Respuesta del sistema con  $\alpha=0$  y  $\lambda=0$ .  
La respuesta presenta una variación brusca.



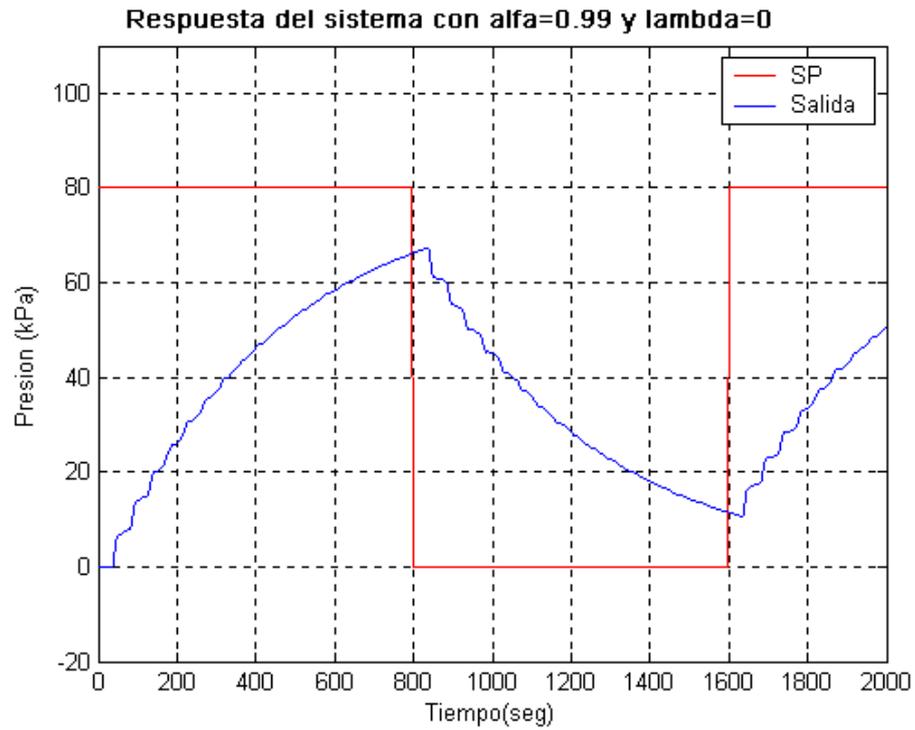
**Fig. 3.23.** Ley de control del sistema en lazo cerrado con  $\alpha=0$  y  $\lambda=0$ .  
Se observa que presenta una variación brusca.



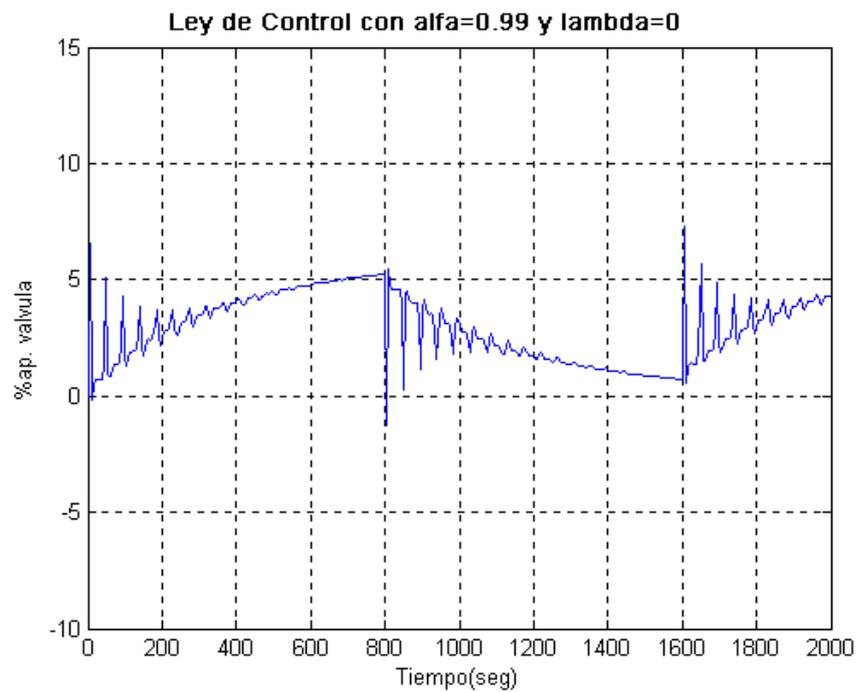
**Fig. 3.24.** Respuesta del sistema con  $\alpha=0$  y  $\lambda=1000$ .  
La respuesta es subamortiguada.



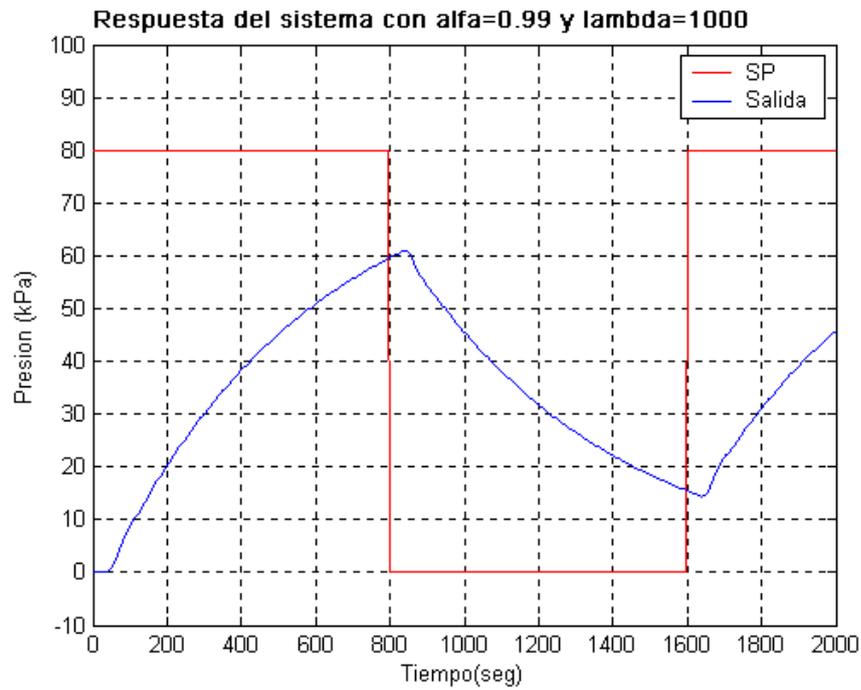
**Fig. 3.25.** Ley de control del sistema en lazo cerrado con  $\alpha=0$  y  $\lambda=1000$ .  
Se observa que no presenta variaciones bruscas.



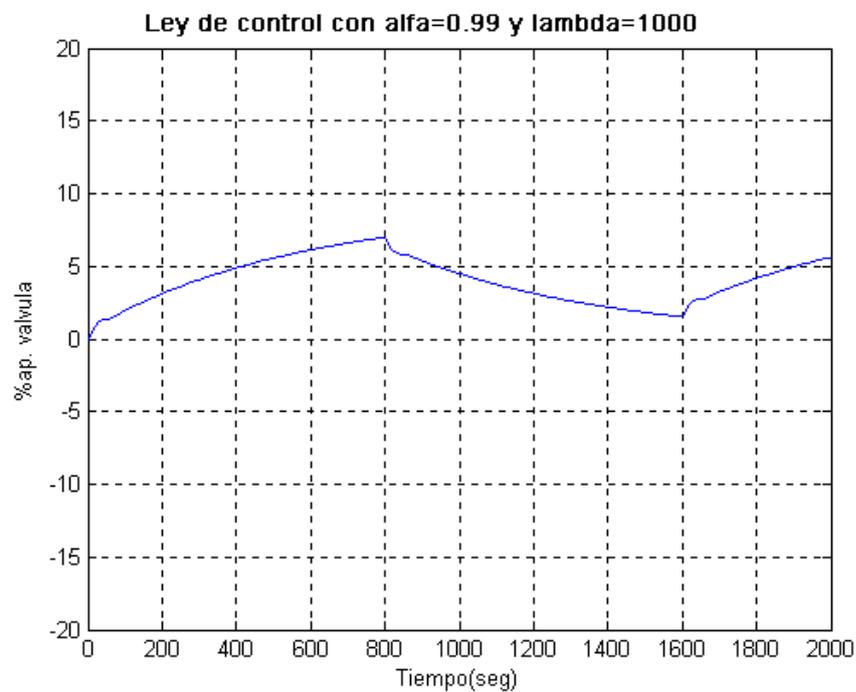
**Fig. 3.26.** Respuesta del sistema con  $\alpha=0.99$  y  $\lambda=0$ .  
La respuesta es demasiado lenta.



**Fig. 3.27.** Ley de control del sistema en lazo cerrado con  $\alpha=0.99$  y  $\lambda=0$ .  
Se observan variaciones bruscas.

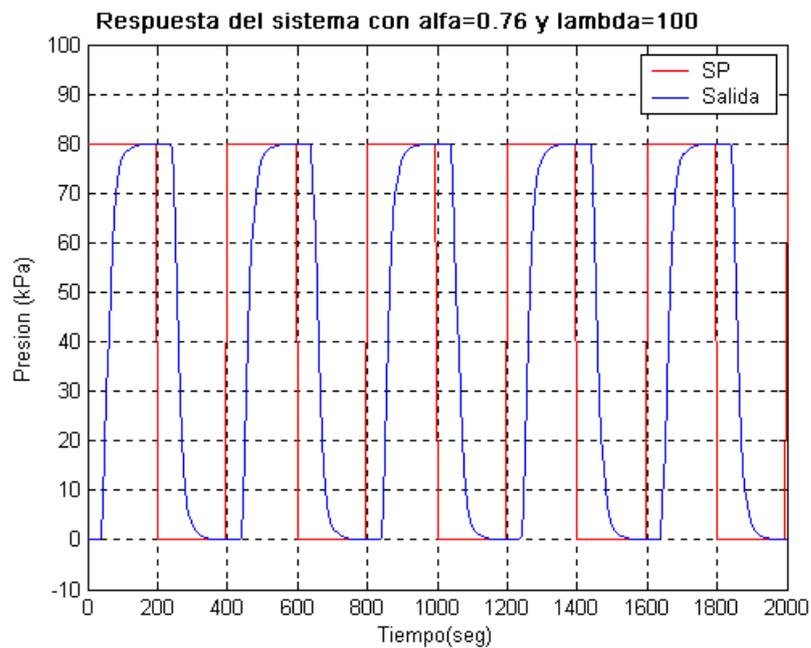


**Fig. 3.28.** Respuesta del sistema con  $\alpha=0.99$  y  $\lambda=1000$ .  
La respuesta es muy lenta.

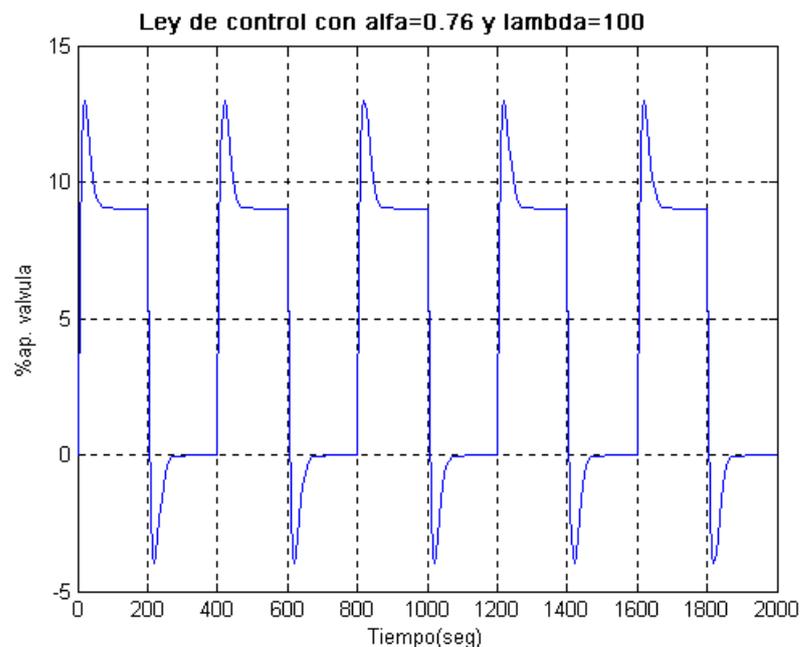


**Fig. 3.29.** Ley de control del sistema en lazo cerrado con  $\alpha=0.99$  y  $\lambda=1000$ .  
Se observa que no presenta variaciones bruscas.

Para lograr la respuesta deseada con una ley de control suave, se deben equilibrar ambos parámetros, por prueba y error. El resultado de este procedimiento se muestra en las Fig. 3.30 y Fig. 3.31. Se observa que la constante de tiempo del modelo de la trayectoria referencia no es muy grande haciendo que la respuesta del sistema sea rápida y que se penalizan las acciones de control haciendo que la evolución de la ley de control no presente variaciones bruscas.



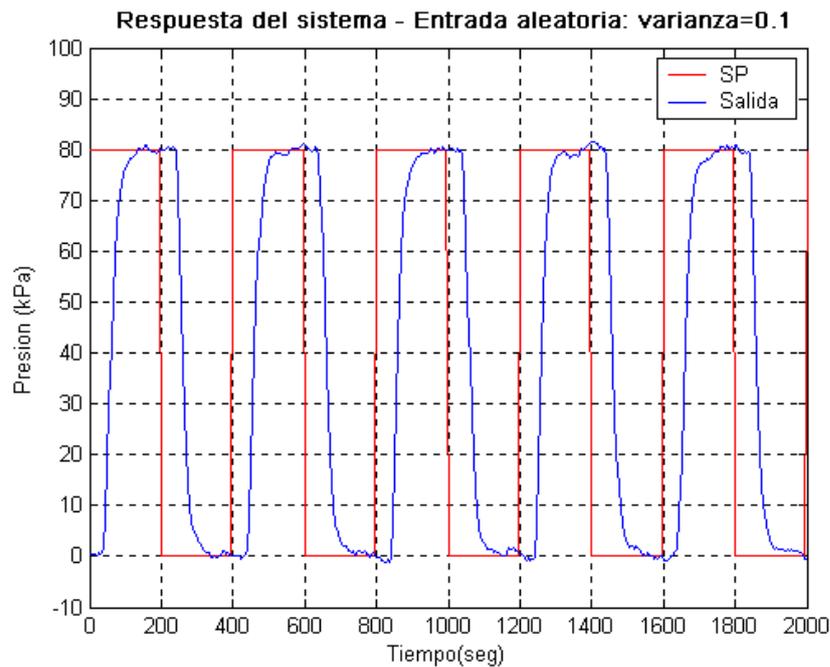
**Fig. 3.30.** Respuesta del sistema con  $\alpha=0.76$  y  $\lambda=100$ .  
La respuesta es muy lenta.



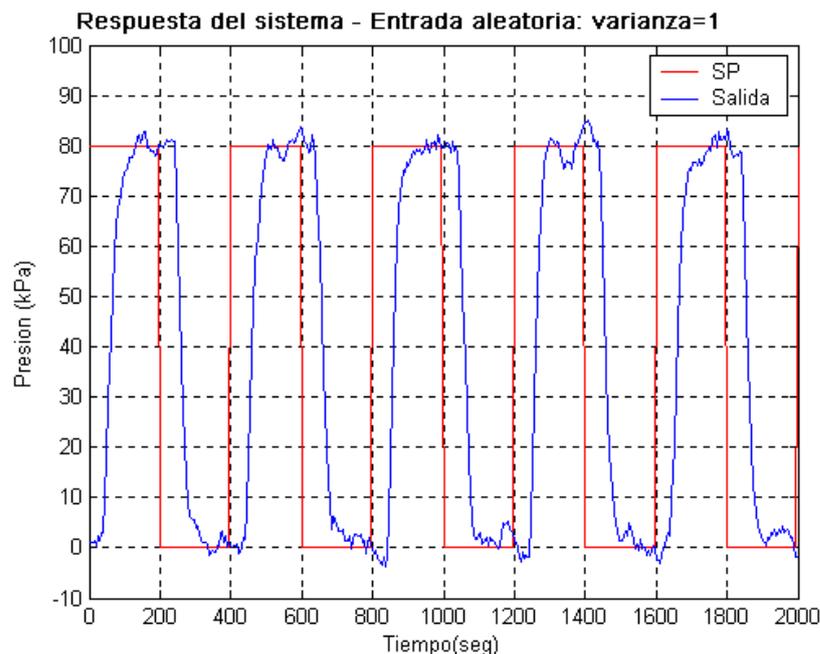
**Fig. 3.31.** Ley de control del sistema en lazo cerrado con  $\alpha=0.76$  y  $\lambda=100$ .  
Se observa que no presenta variaciones bruscas.

### 3.4.2. RESULTADOS DE SIMULACIÓN CAMBIANDO LA VARIANZA DE LA SEÑAL ALEATORIA DEL MODELO DE PERTURBACIONES DE LA PLANTA.

Para observar el efecto del cambio en la varianza de la secuencia aleatoria del modelo de perturbaciones, en la respuesta del sistema en lazo cerrado, se probarán 3 valores de varianza. No se consideran incertidumbres paramétricas y los parámetros  $\alpha$  y  $\lambda$  son los elegidos en la sección anterior. Los valores de prueba de varianza son: 0.1, 1 y 2.5. Los resultados de las pruebas se muestran en las Fig. 3.32 a Fig. 3.34:



**Fig. 3.32.** Respuesta del sistema cuando la varianza es 0.1



**Fig. 3.33.** Respuesta del sistema cuando la varianza es 1

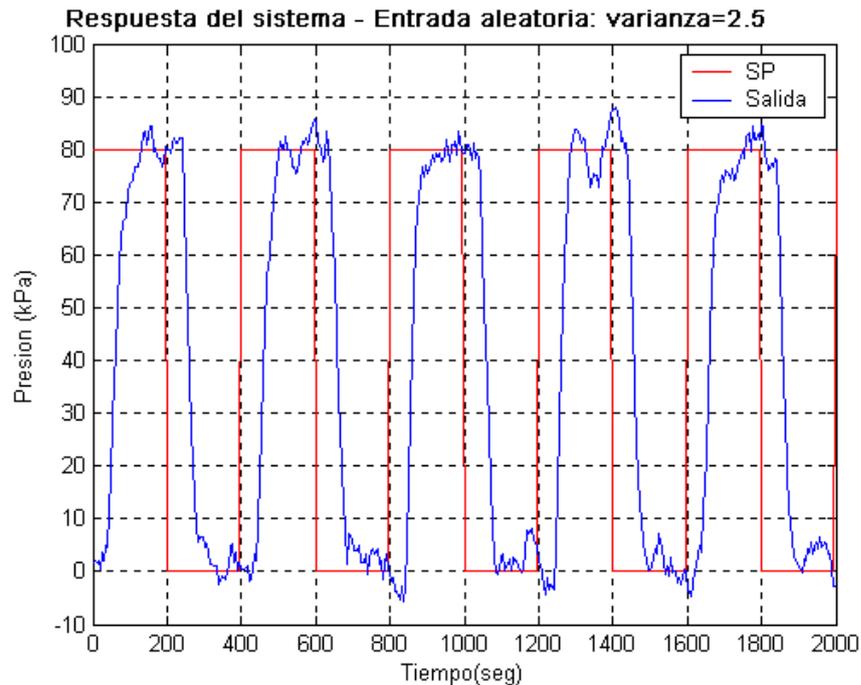


Fig. 3.34. Respuesta del sistema cuando la varianza es 2.5

La conclusión de esta experiencia es que el controlador no se desestabiliza ante la presencia de perturbaciones, y que tiende a minimizar el error de estado estacionario de manera asintótica.

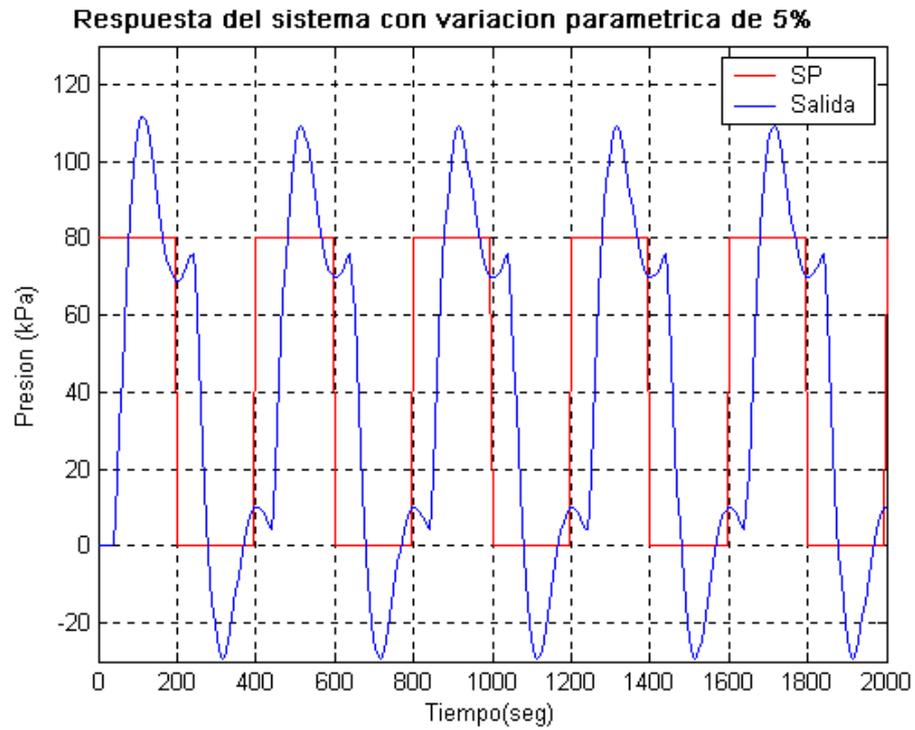
### 3.4.3. RESULTADOS DE SIMULACIÓN ANTE LA VARIACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO.

Esta experiencia nos da información acerca de cuán confiable es el controlador cuando el modelo de la planta presenta incertezas paramétricas o cambio en los parámetros de su función de transferencia. La planta en realidad puede ser no lineal o lineal por partes. También puede tener comportamiento diferente ante diferentes cargas.

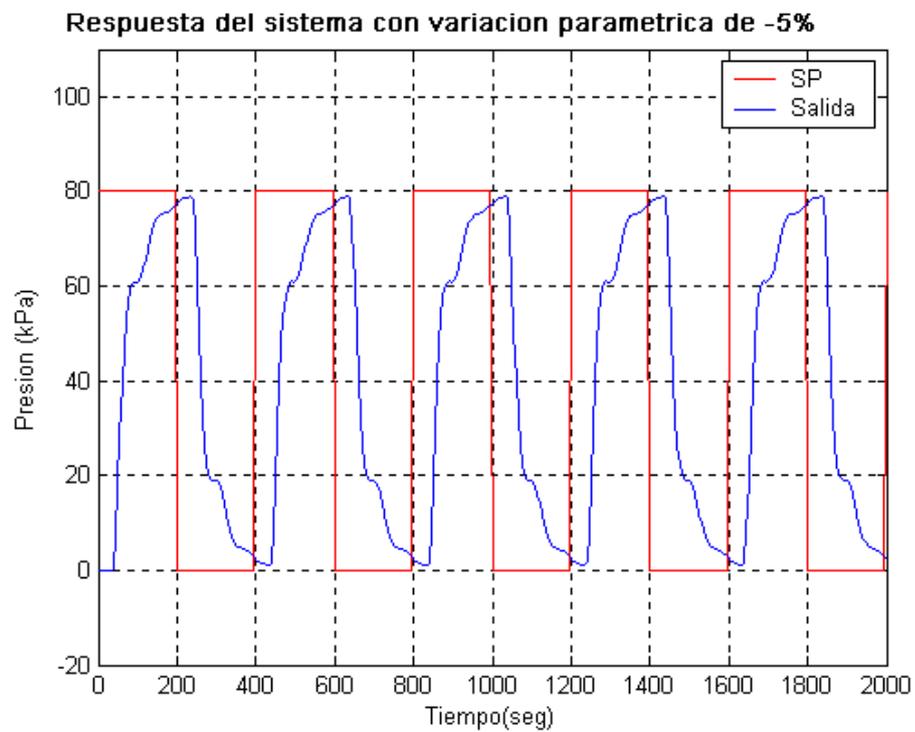
El polinomio que posee la mayor cantidad de información acerca del comportamiento dinámico del sistema es  $A(q^{-1})$ , ya que contiene los polos del sistema. Por lo tanto, una variación en un parámetro del modelo equivale a una dinámica distinta de la planta.

Las variaciones paramétricas significativas oscilan por lo general entre 5% y 10% de su valor actual. En este caso se realizaron dos pruebas variando uno de los parámetros del polinomio  $A(q^{-1})$ . En la primera prueba el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  se incrementará en 5%, y en la segunda prueba el mismo parámetro se decrementará en 5% de su valor inicial. Esto conlleva a una modificación proporcional de los polos.

Los resultados de las pruebas se muestran en las Fig. 3.35 y Fig. 3.36:



**Fig. 3.35.** Respuesta del sistema cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un incremento de 5%.



**Fig. 3.36.** Respuesta del sistema cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un decremento de 5%.

De estas figuras se observa que la variación paramétrica introducida a la planta empobrece significativamente el desempeño del controlador GPC.

Por un lado, un incremento del parámetro de prueba de 5% produce una respuesta en lazo cerrado con un gran sobreimpulso y con oscilaciones que no se estabilizan en un tiempo deseable.

Por otro lado, un decremento del 5% en el parámetro de prueba produce una respuesta sobreamortiguada y lenta que tampoco logra estabilizarse dentro de los márgenes de tiempo deseables.

Como se mencionó en los lineamientos teóricos del controlador predictivo, uno de los principales problemas encontrados, es que su desempeño y confiabilidad dependen fuertemente del modelo de la planta. Una forma bastante utilizada para solucionar este inconveniente, es reajustar continuamente el controlador GPC, sobre la base de las variaciones de comportamiento dinámico que pueda sufrir la planta.

En realidad, el proceso puede verse como una manera automática de realizar los pasos de diseño hasta ahora vistos: modelamiento de la planta a controlar, diseño del controlador, actualización de los parámetros del controlador. Estos pasos se realizan continuamente mientras el sistema en lazo cerrado funciona, proporcionándole la capacidad al controlador de adaptarse a los distintos cambios en el comportamiento dinámico de la planta.

El controlador diseñado de esta forma constituirá un controlador predictivo-adaptivo generalizado.

### 3.5. IMPLEMENTACIÓN DE UN IDENTIFICADOR RECURSIVO DE MÁXIMA PROBABILIDAD PARA MODELOS TIPO ARMAX.

La expresión para la estimación de parámetros de un modelo de regresión lineal es:

$$\hat{\theta}_N = \left[ \sum_{t=1}^N \beta(N,t) \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \beta(N,t) \varphi(t) y(t), \quad (3.156)$$

donde:

- $\hat{\theta}_N$  - Vector de parámetros a estimar cuando se disponen de  $N$  datos,
- $\varphi(t)$  - Vector de regresión en el tiempo  $t$ ,
- $\beta(N,t)$  - Secuencia de ponderación en función del tiempo  $t$  y del número de datos  $N$ ,
- $y(t)$  - Valor de la salida medida en el tiempo  $t$ .

Esta expresión utiliza los  $N$  valores adquiridos para la identificación. De forma similar, podemos definir la estimación  $\hat{\theta}_t$  recursiva para un tiempo  $t$  cualquiera:

$$\hat{\theta}_t = \left[ \sum_{k=1}^t \beta(t,k) \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^t \beta(t,k) \varphi(k) y(k), \quad (3.157)$$

donde:

- $t, k$  - Índices utilizados para designar el valor del tiempo actual  $t$  y del tiempo pasado  $k$ .

De esta expresión podemos definir:

$$\hat{\theta}_t = R^{-1}(t) f(t), \quad (3.158)$$

donde:

$$R(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t,k) \varphi(k) \varphi^T(k); \quad (3.159)$$

$$f(t) = \sum_{k=1}^t \beta(t,k) \varphi(k) y(k); \quad (3.160)$$

### 3.5.1. ESTIMACIÓN RECURSIVA UTILIZANDO EL MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS CON FACTOR DE OLVIDO.

La utilización de un método de estimación recursivo permite identificar un modelo “en línea”, es decir, mientras la planta o el sistema se encuentre en operación.

Para poder utilizar el método de mínimos cuadrados de forma recursiva, es útil definir la secuencia de ponderación  $\beta(t, k)$  como:

$$\beta(t, k) = \lambda(t)\beta(t-1, k), \quad 1 \leq k \leq t-1; \quad (3.161)$$

$$\beta(t, t) = 1; \quad (3.162)$$

donde:

$\lambda(t)$  - Valor escalar variable en el tiempo.

Se observa entonces que (3.159) y (3.160) se pueden escribir como:

$$R(t) = \lambda(t)R(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t); \quad (3.163)$$

$$f(t) = \lambda(t)f(t-1) + \varphi(t)y(t). \quad (3.164)$$

Al reemplazar estas ecuaciones en (3.157), y luego de reordenar términos se obtiene:

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + R^{-1}(t)\varphi(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}_{t-1}]; \quad (3.165)$$

$$R(t) = \lambda(t)R(t-1) + \varphi(t)\varphi^T(t). \quad (3.166)$$

Estas expresiones representan el algoritmo Recursivo del Método de Mínimos Cuadrados (RLSE). En este algoritmo, las condiciones iniciales  $R(t-1)$  y  $\hat{\theta}_{t-1}$  se asumen y por lo tanto son conocidas. Los coeficientes  $\lambda(t)$  de la secuencia de ponderación se eligen y por tanto también son conocidos. El vector de regresión está siendo actualizado permanentemente con los datos adquiridos, por lo que también se conoce. Es decir, que en cada instante de tiempo, es posible calcular la matriz  $R(t)$ , la cual se invierte y con este resultado se determina  $\hat{\theta}_t$ .

El cálculo de  $R^{-1}(t)$ , puede ser computacionalmente costoso si se realiza en cada instante de muestreo. Entonces, es necesario el uso del siguiente lemma de inversión de matrices:

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[DA^{-1}B + C^{-1}]^{-1}DA^{-1} \quad (3.167)$$

Si se reemplaza  $A = \lambda(t)R(t-1)$ ,  $B = D^T = \varphi(t)$ ,  $C = 1$ , y se define  $P(t) = R^{-1}(t)$ , entonces se tiene:

$$P(t) = \frac{P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}}{\lambda(t)} \quad (3.168)$$

Para el cálculo de (3.166) se necesita  $R^{-1}(t)\varphi(t)$ , es decir:

$$L(t) = R^{-1}(t)\varphi(t) = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \quad (3.169)$$

Finalmente, se tiene el siguiente algoritmo RLSE computacionalmente eficiente:

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + L(t)[y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}_{t-1}]; \quad (3.170)$$

$$L(t) = \frac{P(t-1)\varphi(t)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)}; \quad (3.171)$$

$$P(t) = \frac{1}{\lambda(t)} \left[ P(t-1) - \frac{P(t-1)\varphi(t)\varphi^T(t)P(t-1)}{\lambda(t) + \varphi^T(t)P(t-1)\varphi(t)} \right]. \quad (3.172)$$

Por lo general, el valor inicial de  $P(t-1)$  es un valor grande y se asume como  $10^6$  y el de  $\hat{\theta}_{t-1}$  como cero si es que no se cuenta con un modelo inicial. Nuevamente, los coeficientes de la secuencia de ponderación  $\lambda(t)$  se eligen y por tanto también son conocidos. El vector de regresiones se actualiza permanentemente con los datos adquiridos, por lo que en cada instante de tiempo, podemos calcular la matriz  $P(t)$  y  $L(t)$ , y con esto hallar  $\hat{\theta}_t$ .

La secuencia de ponderación  $\beta(t, k)$  se puede definir de tal forma que se asigne un menor peso a las mediciones más antiguas, las cuales ya no son tan representativas para el sistema. Para un sistema que cambia gradualmente y de una forma "estacionaria", la elección más común para la secuencia de ponderación es:

$$\beta(t, k) = \lambda^{t-k} \quad \text{es decir} \quad \lambda(t) \equiv \lambda, \quad (3.173)$$

donde:

$\lambda$  - Constante llamada "factor de olvido".

Como se aprecia en este caso, las mediciones más antiguas son descartadas exponencialmente. Esta constante  $\lambda$  siempre se escoge ligeramente menor a 1 de tal forma que:

$$\beta(t, k) = e^{(t-k)\log \lambda} \approx e^{-(t-k)(1-\lambda)} \quad (3.174)$$

Esto significa que las mediciones más antiguas que  $1/1-\lambda$  muestras se incluyen en el criterio de mínimos cuadrados con un peso que es  $e^{(-1)} \approx 36\%$  del que se asigna a las mediciones más recientes. Típicamente el valor de  $\lambda$  se escoge entre 0.98 y 0.995.

### 3.5.2. BIAS Y ESTIMACIÓN EN LÍNEA DE REGRESIONES PSEUDOLINEALES.

Cuando las perturbaciones del sistema no tienen características de ruido blanco, sino más bien están correlacionadas, una salida estimada con estructura ARX es confiable, sin embargo los parámetros del modelo hallado, no se corresponden con los del modelo "real". Este fenómeno se conoce como "bias".

Para mejorar el modelo se deben utilizar estructuras que permitan modelar las perturbaciones. Por ejemplo, en la estructura tipo ARMAX a través del polinomio  $C(q^{-1})$  se puede definir la correlación entre las perturbaciones y el sistema.

Una característica importante de este modelo, es que no sólo tiene una parte determinista, sino también una parte estocástica, es decir, que depende de una señal aleatoria ( $e(t)$ ). Es así, que este modelo puede representarse a través de un vector de regresiones pseudolineal.

El criterio de mínimos cuadrados es muy apropiado para la estimación de parámetros cuando el vector de regresiones es lineal. Sin embargo, su utilización en el caso de vectores de regresión pseudolineales es imposible, puesto que el error de predicción  $\varepsilon(t, \theta)$  depende del vector de parámetros que recién se van a estimar. Una aproximación obvia para solucionar este problema es la utilización del residuo en lugar del error de predicción. El residuo se define como:

$$\varepsilon(t) = y(t) - \varphi(t)\hat{\theta}_{t-1}. \quad (3.175)$$

Observar que ahora  $\varepsilon(t, \theta)$  se denota como  $\varepsilon(t)$ , lo mismo se aplica a  $\varphi(t)$ . Finalmente, para optimizar la probabilidad de hallar los parámetros del modelo, en las ecuaciones (3.170) y (3.171) se reemplaza  $\varphi(t)$  por:

$$\psi(t) = \frac{1}{C(q^{-1})} \varphi(t). \quad (3.176)$$

La aplicación de este criterio da como resultado la denominada Estimación de Máxima Probabilidad (Maximum Likelihood Estimate).

### 3.5.3. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE IDENTIFICACIÓN RECURSIVA

El objetivo de esta sección es implementar en Simulink el algoritmo para identificar recursivamente una función de transferencia dada como ejemplo. Una vez que se compruebe el adecuado desempeño del identificador, se puede utilizar con el proceso objeto de la presente tesis.

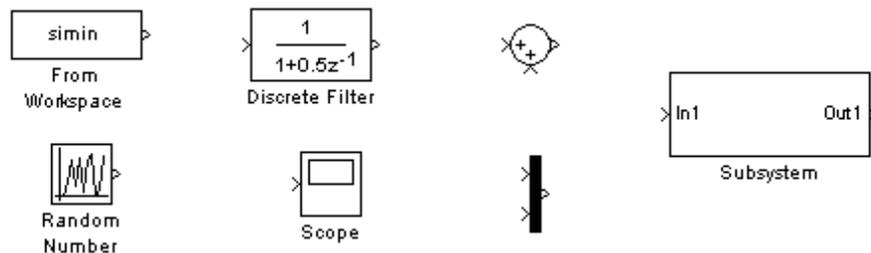
La función de transferencia a identificar es:

$$G(q) = \frac{0.5}{1 - 0.8q^{-1}} \quad (3.177)$$

Debido a que las condiciones iniciales de esta función de transferencia son cero, entonces puede utilizarse el operador de retardo ( $q^{-1}$ ). Adicionalmente, se añadirá una señal de ruido correlacionado como perturbación.

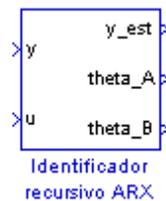
Los pasos necesarios para la realización de esta experiencia son:

1. Iniciar Simulink, crear un modelo nuevo, añadir al modelo los bloques que se muestran en la Fig. 3.37.



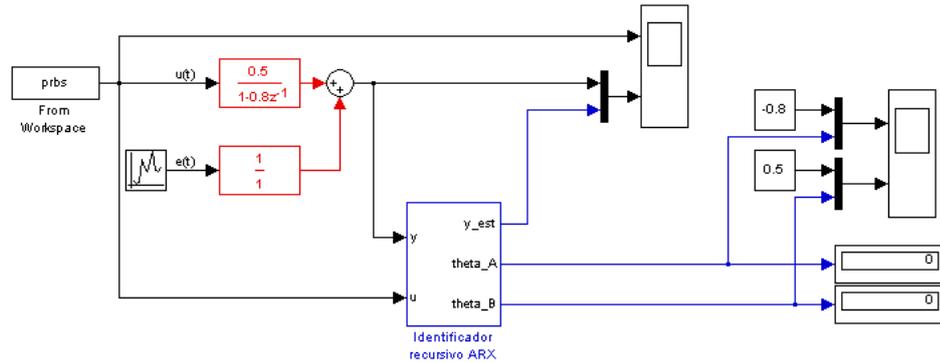
**Fig. 3.37:** Bloques de Simulink necesarios para iniciar el diseño del modelo de simulación.

2. Configurar el número aleatorio con media y varianza igual a cero.
3. Ingresar los parámetros del modelo de la planta en el bloque “Discrete Filter”.
4. En el bloque sub-sistema añadir 1 entrada y 2 salidas más y nombrarlas como se muestra en la Fig. 3.38.



**Fig. 3.38:** Bloque Sub-sistema donde se implementará el identificador recursivo.

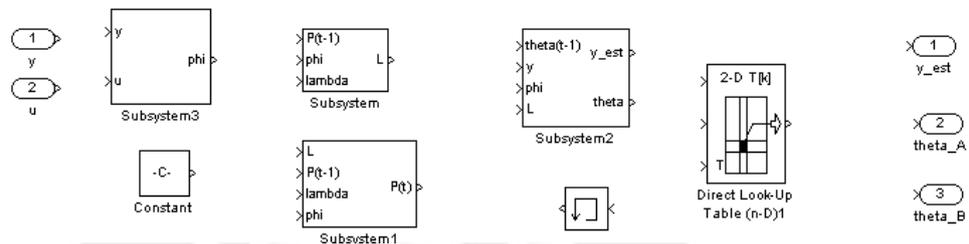
5. Reacomodar los bloques y unirlos como se muestra en la Fig. 3.39.



**Fig. 3.39:** Vista general del modelo de simulación utilizado para probar el desempeño del algoritmo de identificación recursiva.

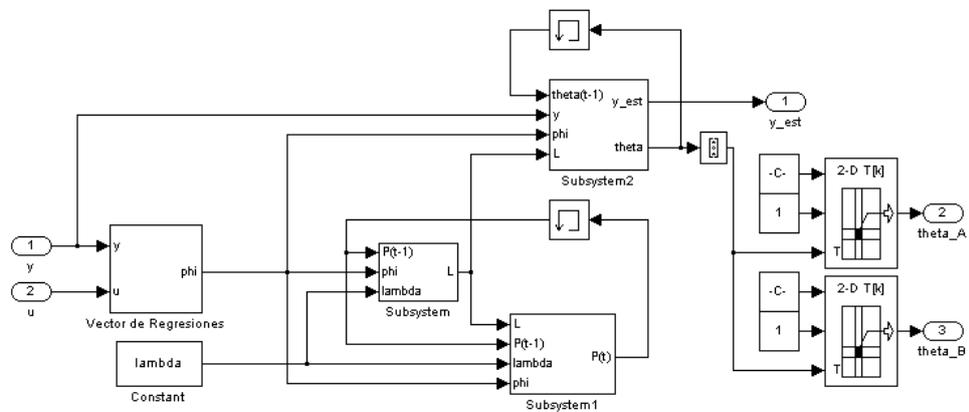
Se aprecian los bloques de la planta en rojo, y el bloque identificador en azul. Se han añadido otros bloques básicos del tipo fuente “source” o sumidero “sink”, que se asume que el usuario está familiarizado con su uso y no se entrará en detalle.

6. Abrir el subsistema del identificador y agregar los siguientes bloques. Nuevamente, agregar y nombrar las entradas y salidas de los subsistemas como se muestra en la Fig. 3.40.



**Fig. 3.40:** Bloques utilizados para la implementación del algoritmo de identificación recursiva.

7. Reacomodar los bloques y unirlos como se muestra en la Fig. 3.41.



**Fig. 3.41:** Vista interna final del bloque “Identificador Recursivo ARX”.

Los bloques “Reshape”, representados mediante el símbolo , se utilizan para cambiar las dimensiones de una señal o de una matriz, en este caso se cambiará una señal tipo fila a una señal tipo columna.

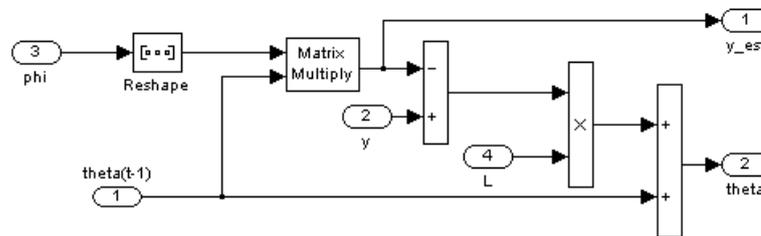
- Ingresar los valores iniciales del vector  $\theta_{t-1}$  y de la matriz  $P(t-1)$ , en los bloques “Memoria” como se muestra en la Tabla 3.7.

**Tabla 3.7:** Valores iniciales de los bloque “Memoria” que representan las condiciones iniciales del vector  $\theta_{t-1}$ , y de la matriz  $P(t-1)$ .

Bloque	Conectado a señal	Campo	Valor
Memoria	theta	Initial Condition	0
Memoria	P(t)	Initial Condition	1e6*eye(3)

Los bloques de memoria se usan para guardar los valores de la señal de entrada en el tiempo anterior.

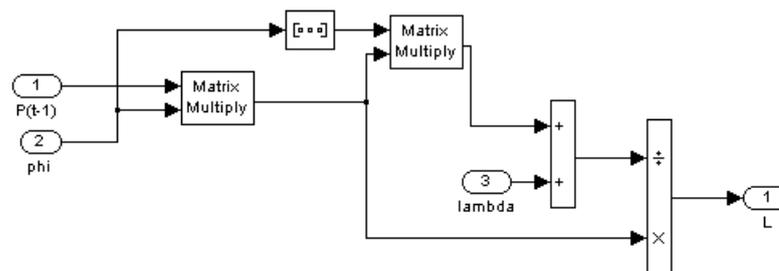
- Los bloques “Direct Look-Up Table” se usan para extraer los parámetros de  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  del vector theta y deben configurarse de esa manera.
- Abrir el bloque Subsystem2 utilizado para estimar los parámetros  $\theta$ , añadir los siguientes bloques y unirlos como se muestran en la Fig. 3.42.



**Fig. 3.42:** Vista general de la implementación de la ecuación (3.170).

Este subsistema implementa la ecuación (3.170) en Simulink.

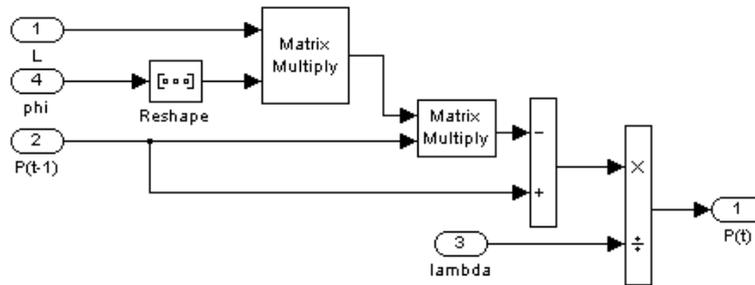
- Abrir el bloque Subsystem, añadir los siguientes bloques y unirlos como se muestra en la Fig. 3.43.



**Fig. 3.43:** Vista general de la implementación de la ecuación (3.171).

Este subsistema implementa la ecuación (3.171) en Simulink.

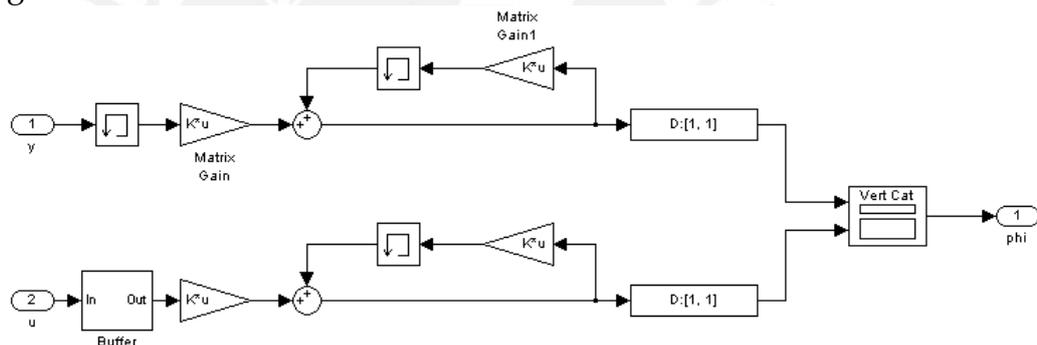
12. Abrir el bloque Subsystem1 utilizado, añadir los siguientes bloques y unirlos como se muestran en la Fig. 3.44.



**Fig. 3.44:** Vista general de la implementación de la ecuación (3.172).

Este subsistema forma la ecuación (3.172).

13. Abrir el bloque Subsystem3 utilizado para formar el vector de regresión  $\varphi(t)$ , añadir los siguientes bloques y unirlos como se muestra en la Fig. 3.45.



**Fig. 3.45:** Vista general del sub-sistema que permite formar el vector de regresión.

Este subsistema acumula los  $na$  valores pasados de la señal de salida  $y(t)$  y los  $nb$  valores pasados de la señal de entrada  $u(t)$  formando dos vectores que luego concatena. Este procedimiento es el mismo que el utilizado en los bloques buffer diseñados en la implementación del control predictivo, los que se basan en la ecuación (3.141).

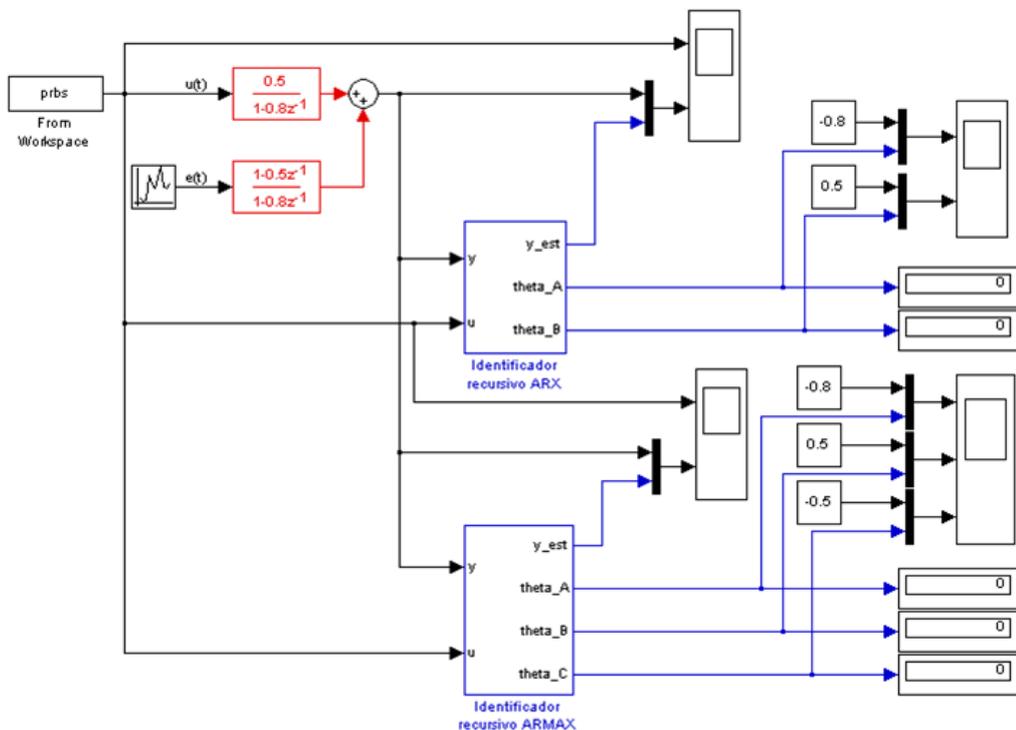
Para la variable  $u(t)$  hay un segundo buffer, que permite acumular los valores pasados con un retardo  $nk$ . Esto es útil cuando el proceso presenta un retardo de tiempo por transporte, en donde se tiene el mismo método de acumulación presentado, sólo que en lugar de obtener a la salida el vector resultante, se obtiene el valor de la última posición del mismo, correspondiente a  $nk$  muestras de retraso.

14. La señal  $prbs$  de excitación de la planta, debe ser generada en Matlab, con un periodo de muestreo  $T_s = 0.1$  s, un periodo de onda  $T = 2$  s, un número de periodos de 100 y una amplitud de 5.

15. Configurar el tiempo de muestreo de la simulación como “Fixed-Step”, con un valor de 0.1 s y el tiempo total de simulación como 200 s. Iniciar la simulación.

El bloque elaborado sirve para identificar modelos tipo ARX con retardo de tiempo. Una vez que se haya probado el funcionamiento del bloque, se puede continuar con la implementación del identificador ARMAX.

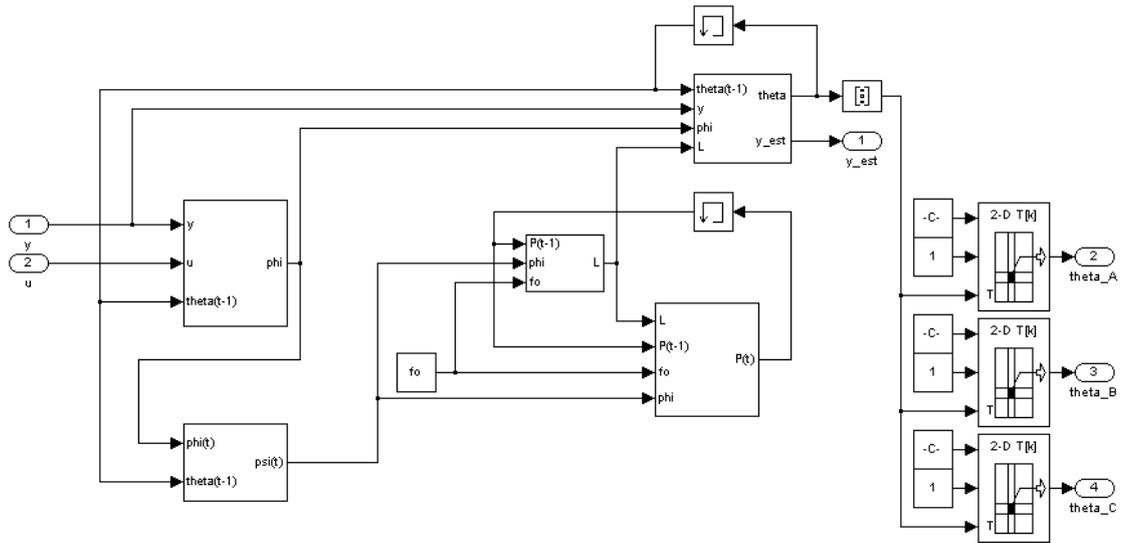
16. Para esto, se copia el subsistema del identificador ARX, se añade una salida más, se ordena y se conecta los bloques como se muestra en la Fig. 3.46.



**Fig. 3.46:** Vista general del modelo de simulación donde se implementan los algoritmos de identificación recursiva para modelos tipo ARX y ARMAX

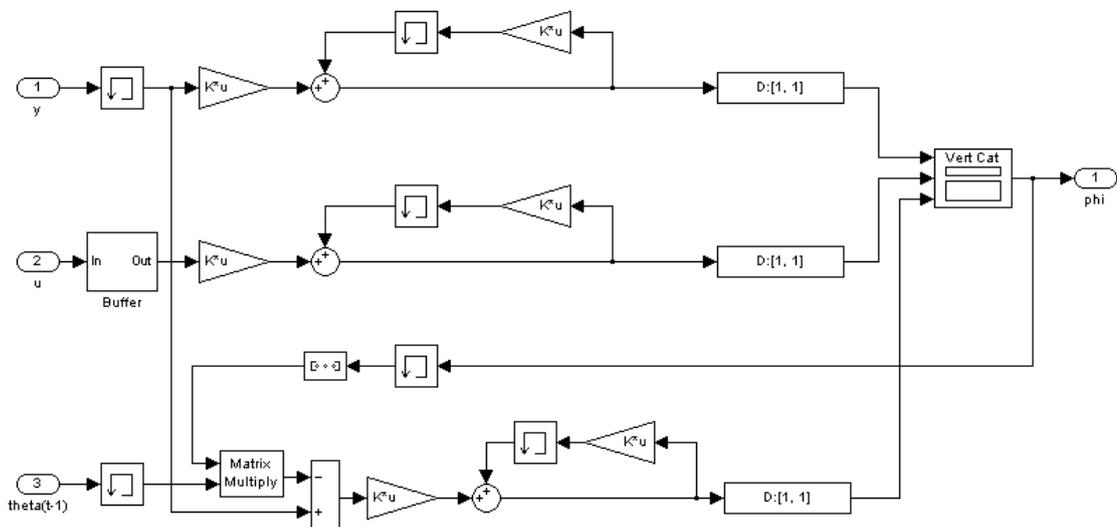
17. Hacer doble clic al subsistema añadido y realizar las modificaciones que se muestran en la Fig. 3.47. Hay que notar lo siguiente:
  - a. Se ha introducido un nuevo subsistema, que permite el cálculo de  $\psi(t)$  utilizando  $\varphi(t)$  y  $\theta_{t-1}$ .
  - b. Debido a que ahora hay que estimar también los parámetros de  $C(q^{-1})$ , se tiene que modificar la estructura de  $\varphi(t)$  como se muestra en el paso 18.
  - c. Los bloques que permiten el cálculo de  $L$ ,  $P$  y  $\theta_t$  se mantienen iguales. Lo único que varía es que para el cálculo de  $L$  y de  $P$  ya no se utiliza  $\varphi(t)$  sino  $\psi(t)$ .

- d. Se ha añadido un bloque adicional “Direct Look-up Table” para extraer los parámetros de  $C(q^{-1})$  de  $\theta$ .



**Fig. 3.47:** Vista interna del sub-sistema “Identificador Recursivo ARMAX” en la que se muestran las modificaciones realizadas al identificador ARX.

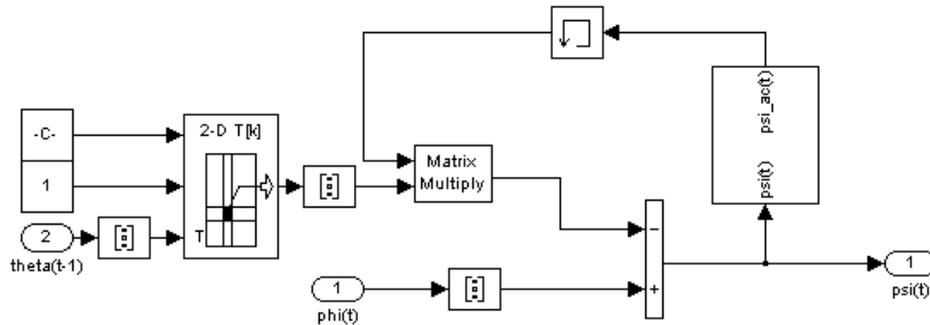
18. Hacer doble clic al subsistema que permite el cálculo de  $\varphi(t)$  y realizar las modificaciones que se muestran en la Fig. 3.48:



**Fig. 3.48:** Vista interna del sub-sistema que calcula el vector de regresión con las modificaciones realizadas.

En este caso el vector de regresión debe estar formado también por los errores de predicción pasados. Entonces, se realiza el cálculo del error de predicción actual mediante la sustracción de la salida actual y la estimada, que se calcula como el producto  $\varphi(t)^T \theta_{t-1}$ . Finalmente, este valor actual del error de predicción se acumula utilizando un buffer o acumulador como en el caso de las señales  $y(t)$  o para  $u(t)$ .

19. Hacer doble clic al subsistema que permite el cálculo de  $\psi(t)$  y realizar las modificaciones que se muestran a en la Fig. 3.49:



**Fig. 3.49:** Sub-sistema que permite el calculo de  $\psi(t)$  filtrando  $\phi(t)$  con  $1/C(q^{-1})$ .

20. Como se explicó en teoría, el valor de  $\psi(t)$  se halla filtrando  $\phi(t)$  con  $1/C(q^{-1})$ . Esto es equivalente a:

$$\psi(t) = \frac{1}{C(q^{-1})} \phi(t) \quad \Rightarrow \quad C(q^{-1})\psi(t) = \phi(t); \quad (3.178)$$

$$\psi(t) = -\hat{c}_1(t-1)\psi(t-1) - \hat{c}_2(t-1)\psi(t-2) - \dots - \hat{c}_{nc}(t-1)\psi(t-nc) + \phi(t); \quad (3.179)$$

Como se observa, en este caso es necesario acumular los vectores de  $\psi(t)$  pasados, y multiplicarlos con los parámetros estimados de  $C(q^{-1})$ , para finalmente sumarlos. Esta suma es restada del valor de  $\phi(t)$  y esto constituye el nuevo  $\psi(t)$ . Para acumular los valores anteriores de  $\psi(t)$  se utiliza un procedimiento muy similar al visto en la formación de  $\phi(t)$ . En este caso, como lo que se quiere acumular son vectores y no escalares, se tendrá que formar un matriz cuyas filas se desplacen a la derecha en cada instante de tiempo. La multiplicación y suma entre los parámetros estimados de  $C(q^{-1})$  y los vectores  $\psi(t)$  acumulados puede interpretarse como un producto escalar entre ambos, el cual se realiza con el bloque (Matrix Multiply). Finalmente, el resultado se suma con  $\phi(t)$  para obtener el nuevo  $\psi(t)$ .

Realizar nuevamente la simulación, esta vez utilizando el identificador ARMAX recién implementado, utilizando el polinomio  $C(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1}$  y un factor de olvido  $\lambda = 0.995$ . En este punto se puede comparar los resultados de la identificación cuando se utiliza el bloque identificador para modelos tipo ARX y el bloque para modelos tipo ARMAX.

Una vez comprobadas las características del identificador recursivo implementado, se graba el bloque identificador ARMAX en una librería para ser utilizado en el controlador predictivo con etapa adaptativa que se desarrollará a continuación.

### 3.6. IMPLEMENTACIÓN DE UNA ETAPA ADAPTATIVA PARA EL CONTROLADOR PREDICTIVO GENERALIZADO.

En la sección 3.4 se concluyó que una de las principales dificultades que presenta el uso de un controlador predictivo generalizado en esta planta es la variación de los parámetros del modelo, lo cual es muy probable que suceda en la aplicación real, dando como resultado un pobre desempeño del controlador predictivo.

Una técnica utilizada para ayudar a minimizar este problema es el uso de una etapa de ajuste de los parámetros del controlador. Esto permite que el mecanismo se “adapte” a distintas condiciones de funcionamiento de la planta, y por lo tanto, el desempeño del controlador mejore considerablemente.

En la sección 3.5 se implementó un identificador en línea para modelos tipo ARMAX que será utilizado en esta sección para diseñar el algoritmo de ajuste de los parámetros del controlador. En primer lugar, se presentarán algunos aspectos teóricos de las técnicas de control adaptivo para continuar con el diseño del algoritmo escogido.

#### 3.6.1. CONTROL ADAPTIVO - LINEAMIENTOS TEÓRICOS

El término “adaptar” significa cambiar un comportamiento en respuesta a nuevas circunstancias. Intuitivamente, un controlador adaptivo es entonces un controlador que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en las dinámicas de los procesos y las características de las perturbaciones.

Un controlador adaptivo, se puede definir entonces como un controlador con parámetros ajustables y un mecanismo para ajustar estos parámetros. El controlador se torna no lineal debido a la presencia del mecanismo de ajuste.

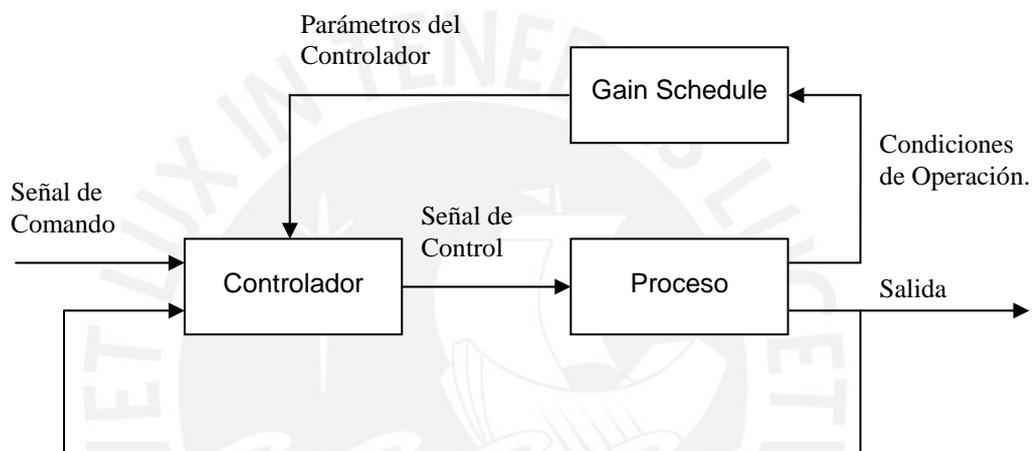
Se puede decir que un sistema de control adaptivo tiene dos lazos. El primer lazo constituye el de retroalimentación normal con el proceso y el controlador. El otro lazo es el de ajuste de parámetros. El lazo de ajuste de parámetros normalmente es más lento que el lazo de retroalimentación.

Existen muchos esquemas adaptativos que pueden adicionarse a un controlador. Los principales son: Gain Scheduling, Model-Reference Adaptive Control (MRAS) y Self-tuning regulator (STR).

#### Ganancia Programable (Gain Scheduling)

Existen muchos casos en los que variables medidas se pueden relacionar con cambios en la dinámica del proceso. Uno de estos ejemplos es el cambio en la dinámica de un avión en vuelo. Aquí, las variables medidas son la altitud y la

velocidad, y en base a ellas se puede tener una aproximación del cambio de dinámica que sufre el avión en estas condiciones. Estas variables pueden ser usadas luego para cambiar los parámetros del controlador. Este procedimiento se denomina *gain scheduling* porque el esquema fue originalmente utilizado para medir la ganancia y luego cambiar el controlador para compensar los cambios en la ganancia del proceso. Un diagrama de bloques de un sistema con *gain scheduling* se muestra en la Fig. 3.50. Nuevamente se puede considerar el sistema con dos lazos. Existe un lazo interno compuesto por el controlador y el proceso y un lazo externo que ajusta los parámetros del controlador basándose en las condiciones de operación. Este método puede ser considerado como un mapeo de los parámetros del proceso a los parámetros del controlador.



**Fig. 3.50.** Diagrama de bloques de un sistema de control con Ganancia Programada.

### Sistema de Control Adaptivo con Modelo de Referencia (Model-Reference Adaptive Systems - MRAS)

Este método fue propuesto originalmente para resolver un problema en el cual las especificaciones de desempeño estaban dadas en términos de un modelo de referencia. Este modelo dice cómo la salida del proceso idealmente debería responder a la señal de comando. Un diagrama de bloques de este sistema se muestra en la Fig. 3.51. El mecanismo de ajuste de este sistema cambia los parámetros del controlador de tal manera que el error entre la salida del proceso  $y(t)$  y el salida del modelo  $y_m(t)$ , sea pequeño. El MRAS se introdujo inicialmente para el control de vuelo. En este caso el modelo de referencia describe la respuesta deseada del aeroplano a los movimientos de una trayectoria de referencia variable.

El problema central con MRAS es determinar un mecanismo de ajuste de tal forma que se obtenga un sistema estable, que lleve el error a cero. Este problema no es trivial, y en general se requiere un procedimiento adecuado para asegurar el adecuado desempeño del controlador.

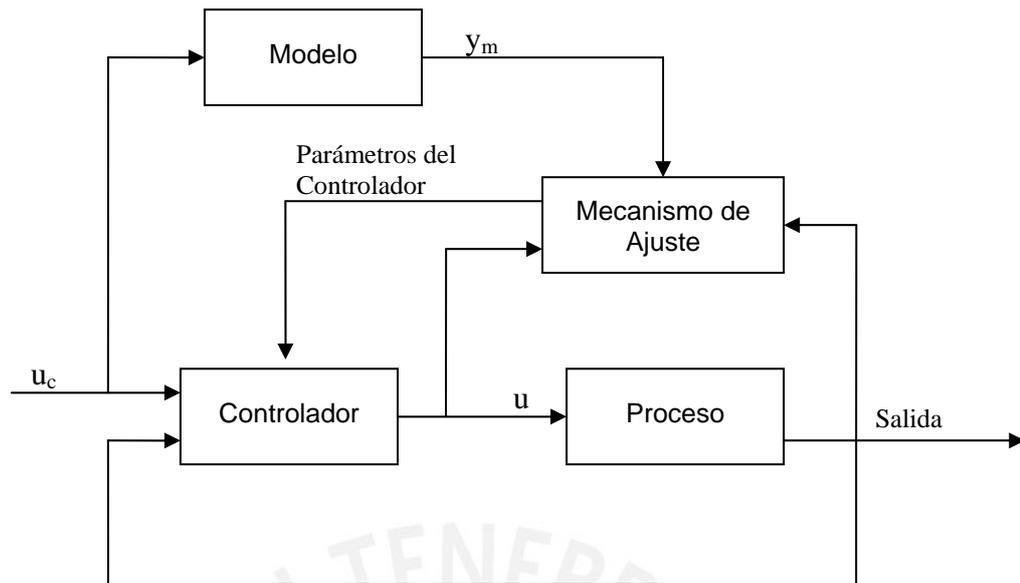


Fig. 3.51. Diagrama de bloques de un model-reference adaptive system

### Reguladores con Autoajuste (Self-tuning Regulators - STR)

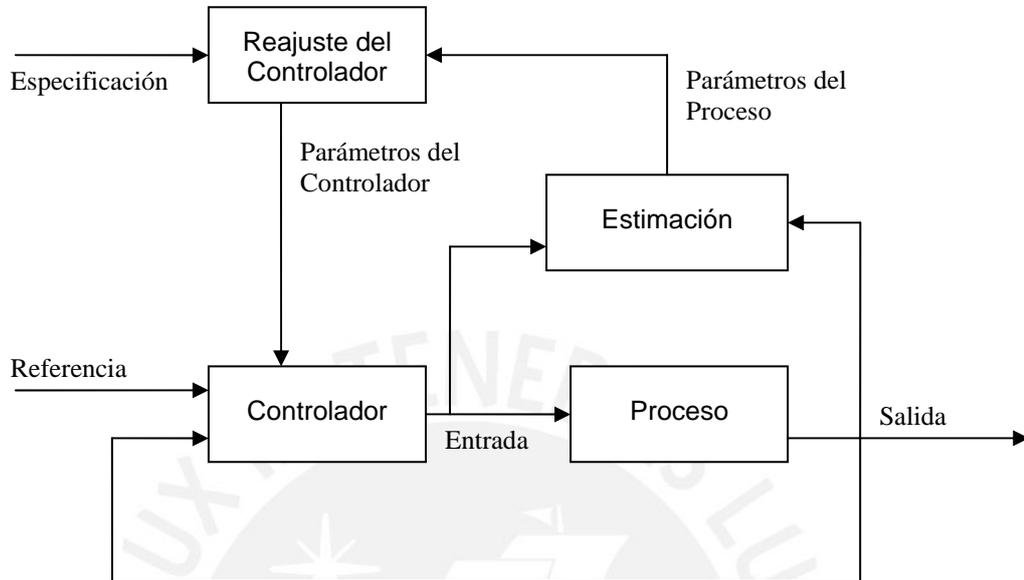
Los esquemas adaptativos que se han discutido hasta ahora se denominan métodos *directos*, ya que reglas de ajuste dicen directamente como los parámetros del controlador deben ajustarse.

Un esquema diferente se obtiene si la estimación de los parámetros del proceso se actualiza y los parámetros del controlador se obtienen como una solución del problema de diseño usando los parámetros estimados. Un diagrama de bloques de este esquema se muestra en la Fig. 3.52. Nuevamente, este controlador adaptativo tiene dos lazos. El lazo interno se encuentra conformado por el proceso y un controlador con retroalimentación convencional. Los parámetros del controlador se ajustan a través del lazo externo, el cual está compuesto de un estimador recursivo de parámetros y un bloque de reajuste de los parámetros del controlador.

Este proceso se puede considerar como una automatización del procedimiento de modelado y diseño del controlador, en el que el modelo del proceso y el controlador se actualizan en cada instante de tiempo. Un controlador con estas características se denomina *regulador con autoajuste* (STR) para enfatizar que el controlador automáticamente sintoniza sus parámetros para obtener las propiedades deseadas del sistema en lazo cerrado.

El esquema STR es muy flexible en cuanto a la elección del algoritmo de control y el método de estimación de parámetros. Muchas combinaciones diferentes se han explorado. Por ejemplo, algunas veces es posible reparametrizar el proceso de tal forma que el modelo pueda ser expresado en

términos de los parámetros del controlador. Esto simplifica grandemente la implementación del algoritmo ya que los cálculos de diseño se eliminan, y el controlador se actualiza directamente. En un STR, los parámetros del controlador o los parámetros del proceso se estiman en tiempo real.



**Fig. 3.52.** Diagrama de bloques de un self-tuning regulador (STR).

En líneas generales, los procedimientos que se muestran en diagrama de bloques de la Fig. 3.52 pueden realizarse de formas distintas. Hay muchas alternativas de estructuras de modelos y de controladores. La estimación puede realizarse de forma continua o en lotes. En una implementación digital, que es lo más común, se pueden utilizar distintos tiempos de muestreo para el recalculador y para el estimador. También es posible utilizar esquemas híbridos en los que el control se realiza continuamente y los parámetros se actualizan en forma discreta. La estimación de parámetros puede hacerse de varias formas. También hay una gran variedad de técnicas que pueden ser usadas para diseñar el sistema de control. También es posible considerar modelos no lineales y técnicas de control no lineal. Aunque muchas técnicas de estimación prevén estimación de las incertidumbres paramétricas, por lo general no son utilizadas en el diseño del controlador. Los parámetros estimados son tratados como si fueran verdaderos en el diseño. Esto se denomina el “principio de certeza equivalente”.

Es decir, el controlador de la Fig. 3.52 es una estructura muy rica y sólo muy pocas alternativas se han investigado. La elección de una estructura para el modelo y su parametrización son asuntos de importancia al utilizar este esquema. Un procedimiento directo consiste en estimar los parámetros de la función de transferencia del proceso y actualizar los parámetros del controlador. Esto origina un *algoritmo adaptativo indirecto*.

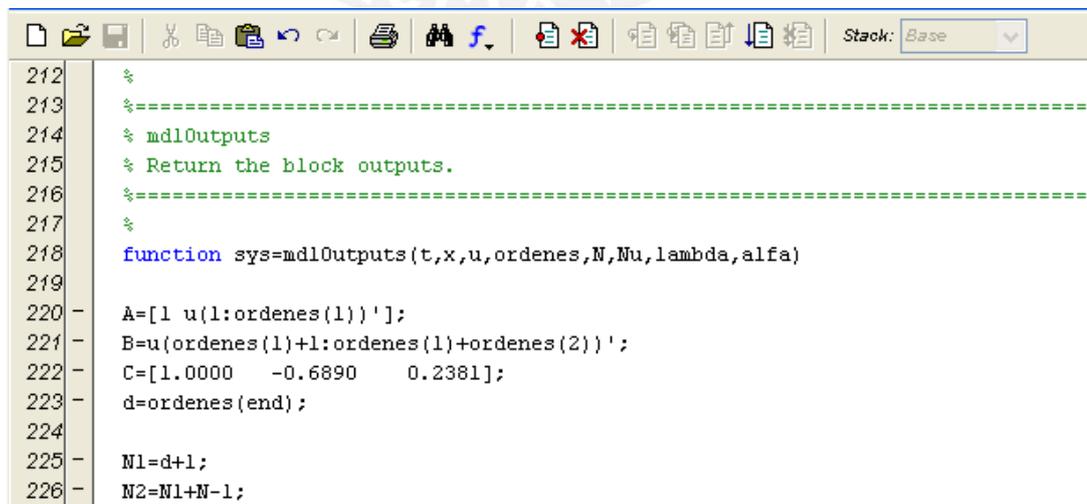
Otra variante se obtiene cuando el modelo se reparametriza de tal forma que los parámetros del controlador puedan estimarse directamente. Se tiene entonces un *algoritmo adaptativo directo*.

En el caso de los algoritmos de control predictivo, estos se encuentran basados en un modelo del proceso, asumido en un supuesto escenario para las futuras señales de control. Esto da una secuencia de señales de control. Para hacer una versión adaptativa del controlador predictivo generalizado, es necesario utilizar el esquema STR, en el cual se estiman en cada instante de tiempo los polinomios  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  del modelo ARIMAX empleado. Los valores predichos son calculados y se obtiene la ley de control. El controlador predictivo - adaptivo generalizado constituye un algoritmo de control que ha mostrado buen desempeño y cierto grado de robustez con respecto a la elección del orden del modelo y retardos de tiempo poco conocidos.

### 3.6.2. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PREDICTIVO-ADAPTIVO GENERALIZADO.

El esquema a seguir será el que se muestra en la Fig. 3.52. Aquí se requieren dos etapas diferenciadas. La primera es la etapa de estimación de los parámetros del modelo. Para esto se utiliza el identificador de modelos ARMAX diseñado en la sección 3.5. La segunda etapa permite realizar el cálculo de los parámetros del controlador en base a los parámetros estimados del modelo.

Para implementar esta etapa en Simulink, fue necesaria la utilización de una S-function que permita realizar la tarea. Esta función conecta la simulación realizada en Simulink con los cálculos del controlador implementados en Matlab (matpred.m). Como resultado se obtienen las matrices  $P$ ,  $K$  y  $Fp$ , las cuales finalmente son los parámetros a actualizar del controlador. El código principal utilizado en esta S-function, se muestra en la Fig. 3.53 y Fig. 3.54.



```

212 %
213 %=====
214 % mdlOutputs
215 % Return the block outputs.
216 %=====
217 %
218 function sys=mdlOutputs(t,x,u,ordenes,N,Nu,lambda,alfa)
219
220 - A=[1 u(1:ordenes(1))'];
221 - B=u(ordenes(1)+1:ordenes(1)+ordenes(2))';
222 - C=[1.0000 -0.6890 0.2381];
223 - d=ordenes(end);
224
225 - N1=d+1;
226 - N2=N1+N-1;
  
```

**Fig. 3.53:** Código que permite extraer los parámetros del modelo paramétrico a actualizar.

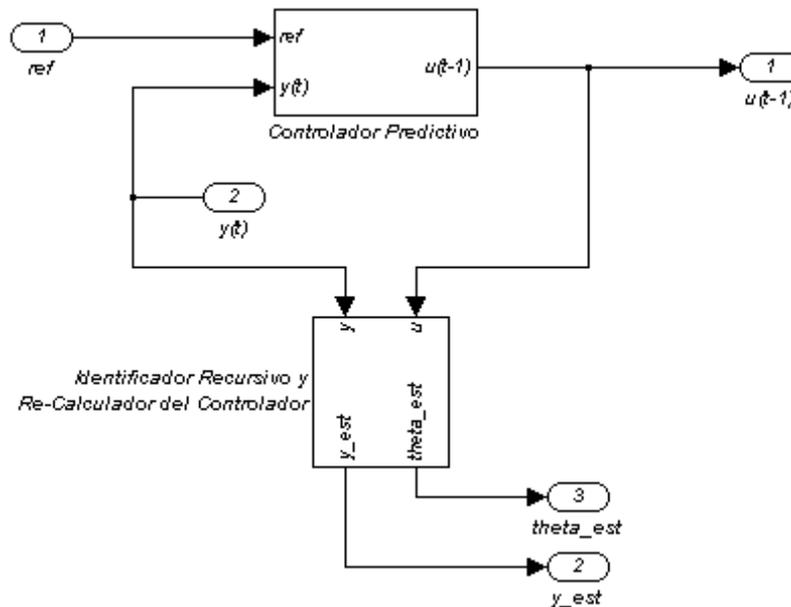
```

228 - na=length(A);
229 - nb=length(B);
230
231 - [P,K,Fp]=matpred(A,B,C,N1,N2,Nu,lambda);
232
233 - set_param('simcontrolPA/MBPAC/Controlador Predictivo/Optimizador/Matriz P','Gain',mat2str(P,4))
234 - set_param('simcontrolPA/MBPAC/Controlador Predictivo/Modelo/Matriz K','Gain',mat2str(K,4))
235 - set_param('simcontrolPA/MBPAC/Controlador Predictivo/Modelo/Matriz Fp','Gain',mat2str(Fp,4))
236 - set_param('simcontrolPA/MBPAC/Controlador Predictivo/Modelo/Filtro (1/C)','Denominator',mat2str(C,4))
237 - set_param('simcontrolPA/MBPAC/Controlador Predictivo/Modelo/Filtrol (1/C)','Denominator',mat2str(C,4))
    
```

**Fig. 3.54:** Código que permite recalculer los parámetros del controlador GPC y reajustarlos.

Aquí, los polinomios  $A(q^{-1})$  y  $B(q^{-1})$  son actualizados por la información proveniente del identificador, para finalmente ingresar a la función `matpred.m` que recalcula las matrices del controlador que finalmente son actualizadas en la simulación haciendo uso del comando `set_param`.

El bloque controlador en el archivo de simulación se modifica como se muestra en la Fig. 3.55.

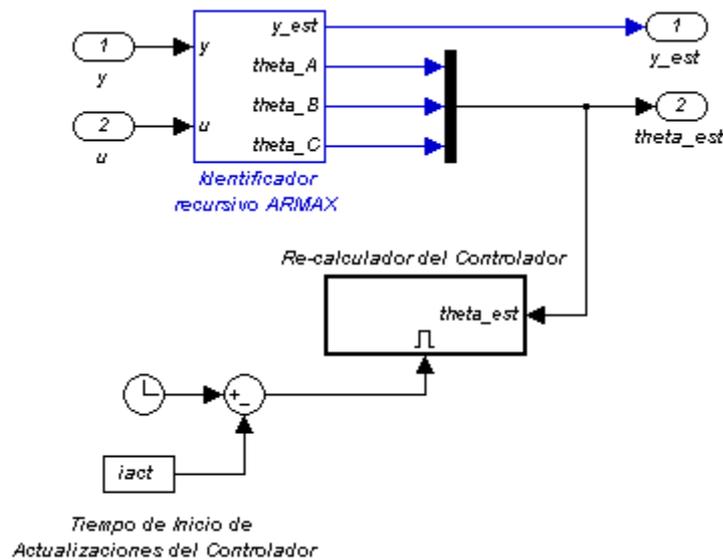


**Fig. 3.55:** Bloque controlador que ha sido modificado para incluir un identificador recursivo para reajustar los parámetros del controlador GPC.

El sub-sistema “Identificador Recursivo y Recalculador del Controlador” contiene los bloques que se muestran en la Fig. 3.56.

El bloque identificador del modelo ARMAX fue ya desarrollado en la sección anterior. El bloque utilizado para el recalculador, es un sub-sistema con activación. La activación viene dada por el parámetro configurable “Tiempo de Inicio de Actualizaciones”. Este tiempo implica que las actualizaciones del controlador no se inician al iniciar la simulación, puesto que el identificador recién está estimando los parámetros del modelo. Si la actualización se produce entonces, es muy probable que el desempeño del controlador al

inicio de la simulación sea muy pobre. Por esto, se da un tiempo para que los parámetros estimados converjan y las actualizaciones puedan realizarse.



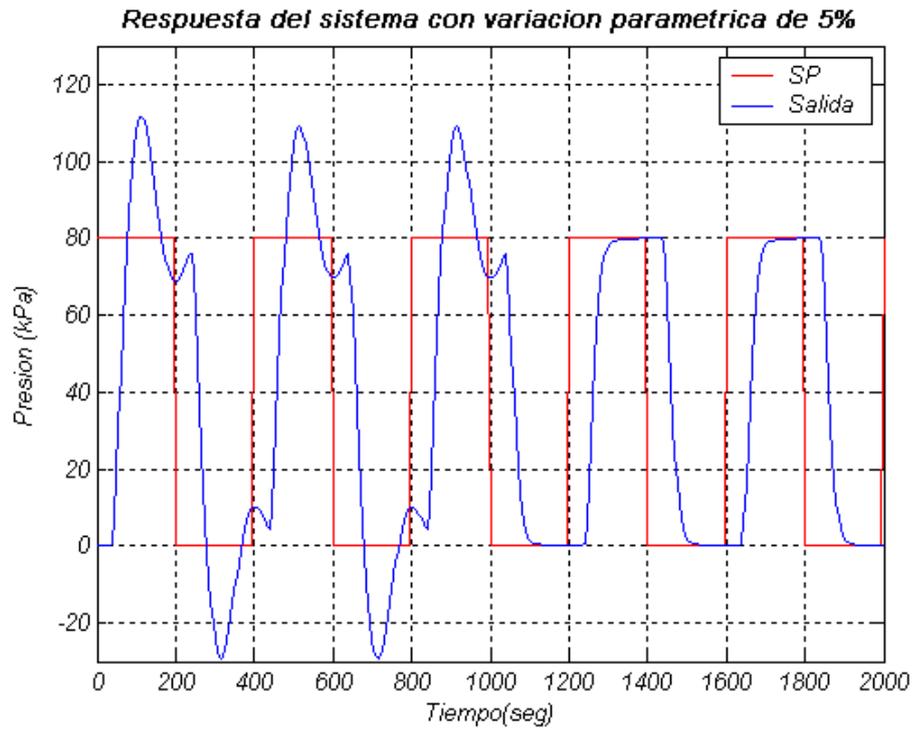
**Fig. 3.56:** Vista interna del bloque que implementa un identificador recursivo para modelos tipo ARMAX y un bloque que permite reajustar los parámetros del controlador GPC.

Por otro lado, el tiempo de muestreo de las actualizaciones puede variar con relación al tiempo de muestreo del lazo de control principal. Sin embargo, por lo general se recomienda que sean iguales.

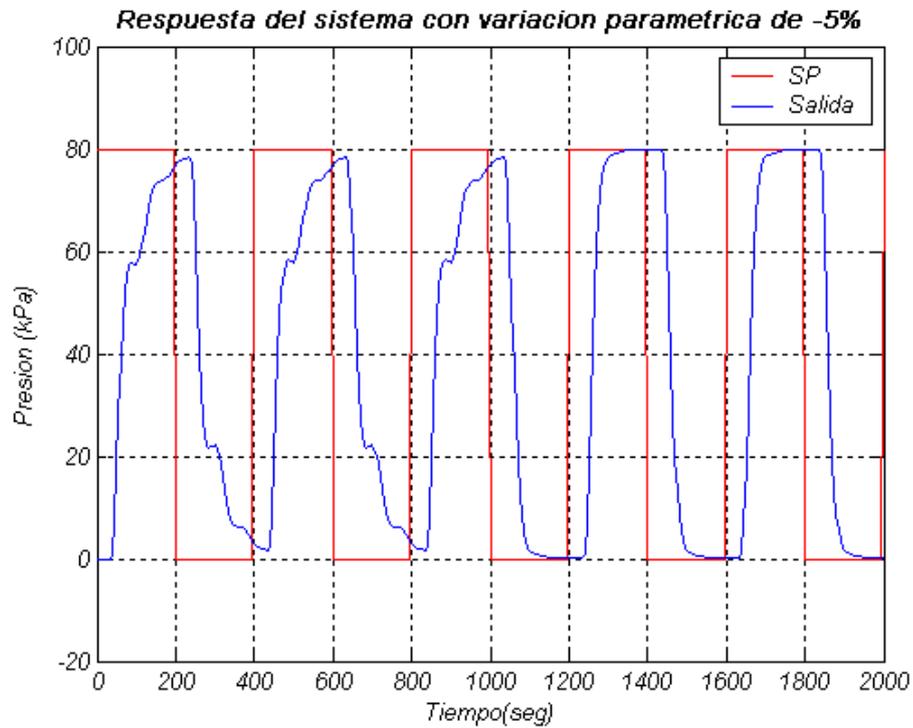
### 3.6.3. SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO ADAPTIVO GENERALIZADO.

En este epígrafe se utilizarán los parámetros de diseño del controlador predictivo encontrados en la sección 3.4. Como se vio, el principal problema de este controlador consiste en la variación de los parámetros de la planta. En esta simulación se realizará la misma experiencia utilizando un controlador predictivo-adaptivo generalizado. Los resultados se pueden ver en las Fig. 3.57 y Fig. 3.58. En ambos casos, las actualizaciones comienzan en  $t = 1000$  s. Se observa que a partir de ese momento, el desempeño del controlador vuelve a ser el obtenido con el modelo inicial. De esta forma se soluciona en cierto grado la gran dependencia del controlador GPC con el modelo de la planta.

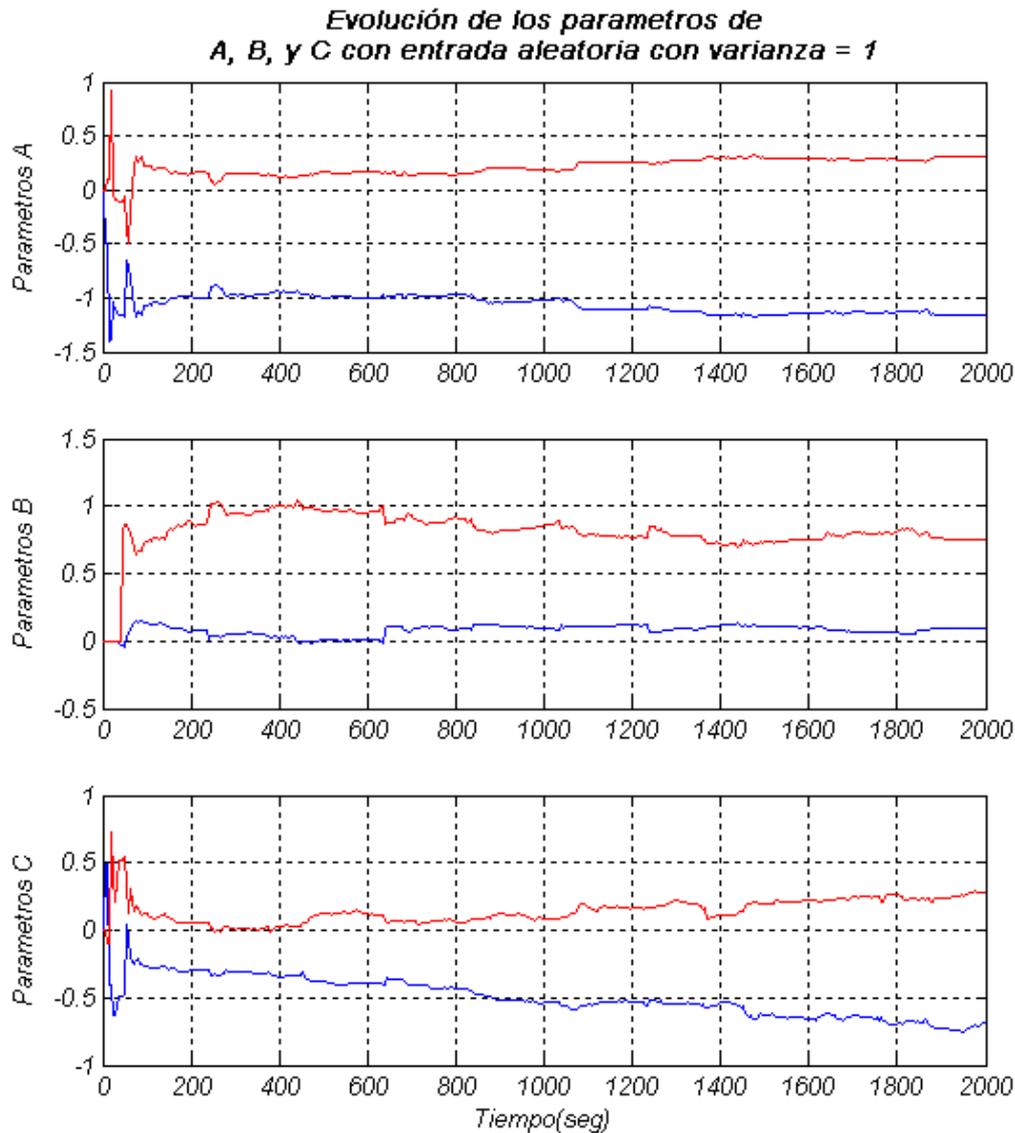
En la Fig. 3.59 se presenta la evolución de los parámetros estimados cuando la simulación se realiza en presencia de perturbaciones simuladas utilizando una señal de ruido blando con varianza igual a 1. De esta forma se concluye el diseño del controlador avanzado para esta planta.



**Fig. 3.57.** Respuesta del sistema cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un incremento de 5%.



**Fig. 3.58.** Respuesta del sistema cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un decremento de 5%.



**Fig. 3.59.** Evolución de los parámetros de los polinomios  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  y  $C(q^{-1})$  cuando la varianza de la señal aleatoria de simulación es 1.

### 3.7. CONCLUSIONES

- Se presentaron las principales tendencias en control de procesos industriales. Allí se vio que el principal factor de éxito de un sistema de control es la selección de la estrategia de control, y el principal factor de fracaso es la inexactitud del modelo. Ante estos retos, el control predictivo se muestra como una alternativa viable industrialmente, de gran aceptación y con una proyección futura bastante favorable, pero que depende fuertemente del modelo de la planta. Por ello, se presentó el control predictivo-adaptivo como una variante que soluciona en gran medida este problema.

- Se presentaron los conceptos básicos de control predictivo como: modelo de planta, trayectoria de referencia, horizonte de predicción, horizonte de control, respuestas libre y forzada. También se presentaron los principales algoritmos de control predictivo, concluyendo con la elección del algoritmo GPC como la estrategia de control a utilizar, ya que permite trabajar con procesos inestables o de fase no mínima, incorpora el concepto de horizonte de control así como la consideración en la función de costo de ponderación de los incrementos en las acciones de control. Además permite trabajar con modelos estocásticos en los que se incluye el modelo de las perturbaciones.
- Se desarrolló el sistema de control predictivo generalizado para la el proceso de variación de la presión del vapor en la salida de una caldera de tubos de fuego. Para esto se implementaron en Matlab funciones que permiten el cálculo del algoritmo de control. Asimismo, en Simulink se programaron los bloques necesarios para la simulación del controlador GPC.
- Se simuló el controlador diseñado variando los parámetros de sintonía  $\lambda$  y  $\alpha$  con el objeto de encontrar el mejor desempeño, el que se logró para  $\lambda = 100$  y  $\alpha = 0.76$ . Se simularon perturbaciones a través del modelo hallado utilizando una señal aleatoria de media cero y varianza variable. En todos los casos el controlador presentó una respuesta estable y adecuada. Finalmente, se simularon variaciones paramétricas de la planta, encontrándose un desempeño pobre del controlador GPC ante un incremento o un decremento de 5% de uno de los parámetros del modelo.
- Para solucionar este problema, se implementó un identificador recursivo de máxima probabilidad para modelos tipo ARMAX, el cual sirvió para desarrollar una estrategia de control predictivo-adaptiva. En primer lugar, se hizo una reseña teórica de los algoritmos de identificación recursiva, encontrándose que el más adecuado para modelos estocásticos con ruido coloreado es el método de máxima probabilidad. A continuación se procedió a desarrollar el algoritmo en Simulink.
- Finalmente, se presentaron los principios teóricos de los controladores adaptativos, así como sus principales estrategias de control. Dentro de ellas, la más adecuada para su aplicación junto con el control predictivo, es la que permite desarrollar un regulador con autoajuste (STR). Este esquema de control requiere de la permanente estimación de los parámetros de la planta, lo que se logra con el identificador recursivo desarrollado, y del cálculo de los nuevos parámetros del controlador para finalmente actualizarlos en la simulación.
- Se simuló el controlador predictivo-adaptivo generalizado, en donde se mostró que las dificultades encontradas en el controlador GPC debido a la variación de los parámetros del proceso de variación de la presión a la

salida de la caldera fueron superadas, lográndose de esta forma recuperar como resultado del mecanismo de estimación y reajuste de los parámetros del modelo del proceso de referencia el buen desempeño del controlador.



## CAPÍTULO IV:

# COMPARACIÓN ENTRE EL SISTEMA DE CONTROL GPC-ADAPTIVO DISEÑADO Y UN SISTEMA DE CONTROL PID PARA CONTROLAR LA PRESIÓN DEL VAPOR EN UNA CALDERA DE TUBOS DE FUEGO.

### 3.1. INTRODUCCIÓN:

Los controladores PID son por mucho los sistemas de control más utilizados en la actualidad en todas las aplicaciones industriales, en las que más del 95% de los lazos de control poseen el algoritmo PID, muchos de los cuales son incluso PI. (Aström, 1994).

Estos controladores son suficientes para muchos problemas de control, particularmente cuando la dinámica del proceso es benigna y los requerimientos de desempeño son modestos. Es por esto, que han sobrevivido muchos cambios tecnológicos desde los antiguos controladores neumáticos a los microprocesadores pasando por los tubos de vacío, los transistores, y los circuitos integrados. (Bitmead et al. 1990).

Por esta razón, se considera que este algoritmo representa una buena base comparativa para el controlador GPC-adaptivo diseñado en este proyecto. En este capítulo se diseña una variante del controlador PID, el controlador PI predictivo (PPI), el cual posee mayores capacidades de compensación de tiempo muerto, y se simula la respuesta del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de la caldera utilizando este controlador. Finalmente, se compara el desempeño del controlador PPI con el del controlador GPC-adaptivo diseñado.

### 3.2. AJUSTE Y SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL PID DE LA PRESIÓN DEL VAPOR EN UNA CALDERA DE TUBOS DE FUEGO.

Entre los métodos de ajuste de controladores PID, existe uno de particular interés en el caso del presente proyecto. El método  $\lambda$ -Tuning fue desarrollado para procesos con un tiempo muerto considerable. Este método da lugar al denominado “controlador PI predictivo” (PPI), el cual incorpora en la ley de control un término de compensación del tiempo muerto (Aström, 1994). Cuando no existe tiempo muerto, el controlador PPI se reduce a un controlador PI tradicional.

Como en el caso de muchos métodos de ajuste, el  $\lambda$ -Tuning se basa en un modelo de la planta de primer orden con tiempo muerto (tres parámetros). Por esta razón, en primer lugar se halla este modelo, para luego ajustar el controlador.

#### 3.2.1. MODELAMIENTO DE LA PLANTA MEDIANTE UN SISTEMA CON DE PRIMER ORDEN CON TIEMPO MUERTO

Muchos métodos de ajuste de controladores PID se basan en aproximar el comportamiento dinámico de la planta mediante un sistema de primer orden con tiempo muerto (Smith et al., 2000):

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-sL}, \quad (4.1)$$

donde:

$K$  - Ganancia estática,  
 $T$  - Constante de tiempo,  
 $L$  - Tiempo muerto.

Este modelo de proceso caracterizado por tres parámetros es el más comúnmente utilizado en artículos sobre ajuste de controladores PID. Los parámetros  $L$  y  $T$  frecuentemente se denominan *tiempo muerto aparente* y *constante de tiempo aparente*, respectivamente. La respuesta temporal de esta clase de sistema es:

$$y(t) = K(1 - e^{-(t-L)/T}), \quad (4.2)$$

donde:

$y(t)$  - Salida de la planta.

De la ecuación (4.2) se obtiene que el tiempo de residencia promedio es:

$$T_{ar} = \frac{\int_0^{\infty} (y(\infty) - y(t)) dt}{K} = L + T, \quad (4.3)$$

donde:

$T_{ar}$  – Tiempo de residencia promedio,

$y(\infty)$  – Valor de la salida en un tiempo muy lejano. Frecuentemente coincide con el valor de estado estacionario.

La relación que se define como (Aström, 1994) :

$$\tau = \frac{L}{T + L} = \frac{L}{T_{ar}}; \quad 0 \leq \tau \leq 1, \quad (4.4)$$

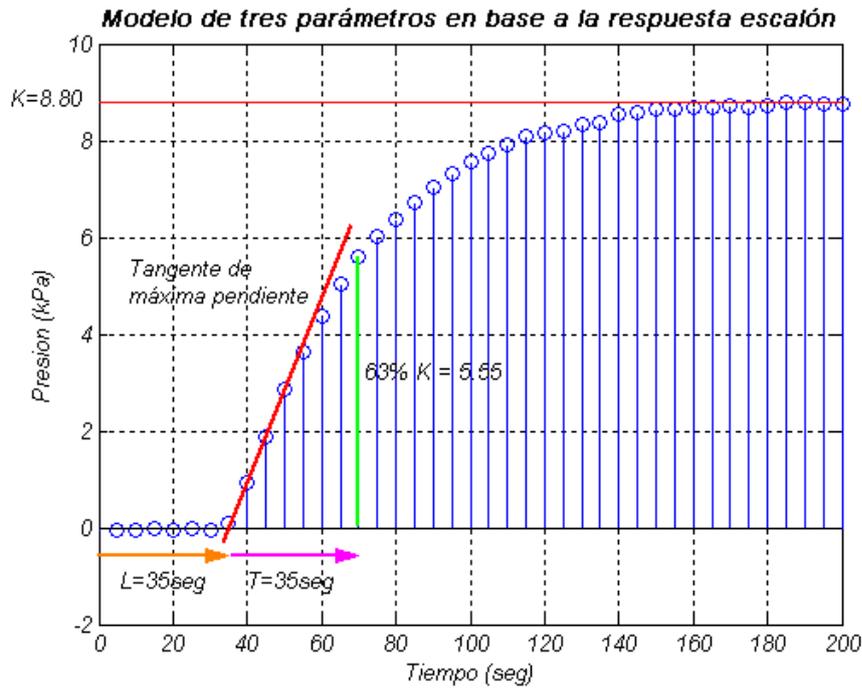
donde:

$\tau$  – Tiempo muerto normalizado, la cual es una variable que puede utilizarse para caracterizar el grado de dificultad que presentan los procesos a controlar. Algunas veces también se denomina *ratio de controlabilidad*.

Se ha encontrado, que los procesos con pequeño  $\tau$  son fáciles de controlar y que la dificultad en controlar los procesos se incrementa conforme  $\tau$  aumenta. Como se observa, los procesos con  $\tau = 1$  corresponden a procesos con tiempo muerto puro.

Los parámetros del modelo (4.1) pueden ser determinados gráficamente a partir de la respuesta escalón del sistema (Dorf et al., 2005). La ganancia estática ( $K$ ) es obtenida del nivel de estado estacionario de la salida del proceso. Hay que recordar que la salida del proceso debe estar escalada con el cambio en la variable de control. La intersección de la tangente a la respuesta escalón que tenga la mayor pendiente con el eje horizontal da  $L$ . El tiempo muerto  $L$  puede también obtenerse como el tiempo entre el ingreso de la señal escalón al sistema y un porcentaje del valor final de la respuesta. Hay muchas formas de determinar  $T$ . Una de las más utilizadas es determinar el tiempo que se demora la respuesta escalón en alcanzar el valor de  $0.632K$ .

En muchos casos obtener la respuesta escalón del sistema es inviable o muy difícil por la considerable modificación que sufren las condiciones de operación del sistema con esta prueba. Una forma simple se hacerlo es introducir una señal pseudoaleatoria al sistema, y realizar una identificación no paramétrica utilizando análisis por correlación (Ljung, 1999). Este método da como resultado la respuesta impulsiva del sistema, que integrada nos devuelve la respuesta escalón del mismo.



**Fig. 4.1.** Método gráfico utilizado para modelar el proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de la caldera mediante un modelo de primer orden con tiempo muerto (tres parámetros)

En este proyecto el análisis por correlación de la respuesta de la planta a una señal pseudoaleatoria fue realizado en la sección 2.4.4. El resultado de la identificación por análisis de correlación se aprecia en la Fig. 2.32. Allí se ve la respuesta impulsiva de la planta, la que una vez integrada da como resultado la respuesta escalón.

El modelamiento del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de la caldera se hizo aplicando el método gráfico, como se muestra en la Fig. 4.1. Los parámetros encontrados son:  $L = 35\text{seg}$ ;  $T = 35\text{seg}$ ;  $K = 8.80$ .

El proceso bajo estudio tiene entonces el siguiente ratio de controlabilidad:

$$\tau = \frac{L}{T + L} = \frac{35}{35 + 35} = 0.5 \quad (4.5)$$

Esto indica que este proceso no es muy fácil de controlar, aunque tampoco muy difícil. La función de transferencia del proceso de variación de la presión de vapor en el cuerpo de la caldera queda entonces:

$$G(s) = \frac{8.80}{1 + 35s} e^{-35s} \quad (4.6)$$

### 3.2.2. MÉTODO DE AJUSTE $\lambda$ -TUNING

Existen muchos métodos de ajuste analíticos donde la función de transferencia del controlador se obtiene de especificaciones de respuesta mediante cálculo directo (Sohlberg, 1997). Si se denomina  $G_p(s)$  y  $G_c(s)$  las funciones de transferencia del proceso y del controlador, la función de transferencia del lazo cerrado obtenido con retroalimentación del error es entonces (Ogata, 2003):

$$G_o(s) = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (4.7)$$

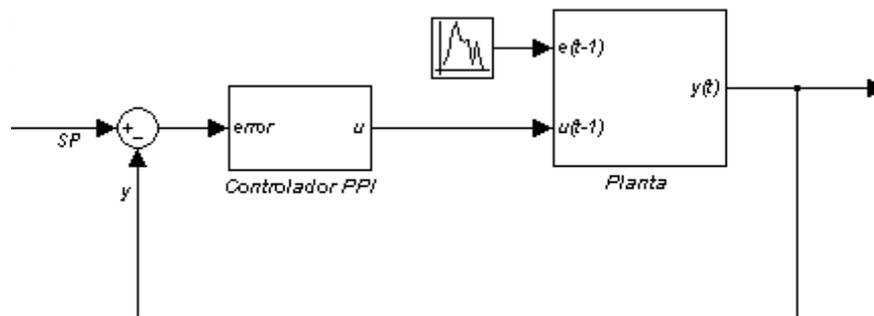
donde:

$G_o(s)$  – Función de transferencia del lazo cerrado,

$G_p(s)$  – Función de transferencia de la planta,

$G_c(s)$  – Función de transferencia del controlador.

En la Fig. 4.2 se muestra un diagrama que representa el lazo cerrado del sistema de control del proceso bajo estudio con controlador PPI.



**Fig. 4.2.** Lazo cerrado del sistema de control del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera con controlador PPI.

Despejando  $G_c(s)$  de la ecuación (4.7) se tiene:

$$G_c(s) = \frac{1}{G_p(s)} \cdot \frac{G_o(s)}{1 - G_o(s)} \quad (4.8)$$

Si se especifica la función de transferencia de lazo cerrado  $G_o(s)$  y es conocida  $G_p(s)$ , entonces es fácil calcular  $G_c(s)$ . El problema clave está en encontrar formas razonables para determinar  $G_o(s)$  basándose en especificaciones ingenieriles del sistema.

Se tiene de la ecuación (4.8), que todos los polos y ceros del sistema son cancelados por el controlador. Esto significa que el método no puede

aplicarse cuando el proceso tiene polos y ceros poco amortiguados. El método dará también una respuesta a perturbaciones pobre cuando se cancelen polos lentos del proceso (Aström, 1994).

Como se mencionó, el método denominado  $\lambda$ -Tuning fue desarrollado para procesos con un tiempo muerto  $L$  considerable. En este método se considera que el comportamiento dinámico del proceso bajo estudio se describe mediante:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{1 + sT} e^{-sL} . \quad (4.9)$$

Ahora se asume que la función de transferencia del lazo cerrado es:

$$G_o = \frac{e^{-sL}}{1 + s\lambda T} , \quad (4.10)$$

donde:

$\lambda$  - Parámetro de ajuste. Las constante de tiempo del sistema en lazo abierto y en lazo cerrado son las mismas para  $\lambda = 1$ . El sistema en lazo cerrado responde más rápido que el sistema en lazo abierto cuando  $\lambda < 1$  y es más lento cuando  $\lambda > 1$ .

Se deduce de la ecuación (4.8) que la función de transferencia del controlador es entonces:

$$G_c(s) = \frac{1 + sT}{K_p(1 + \lambda sT - e^{-sL})} . \quad (4.11)$$

El controlador tiene acción integral, porque  $G_c(0) = \infty$ . La relación de entrada-salida del controlador es:

$$(1 + s\lambda T - e^{-sL})U(s) = \frac{1}{K_p}(1 + sT)E(s) , \quad (4.12)$$

donde:

$U(s)$  - Señal de control expresada en el dominio de la frecuencia.

$E(s)$  - Señal del error expresada en el dominio de la frecuencia.

La ecuación (4.12) puede escribirse como:

$$U(s) = \frac{1}{\lambda K_p} \left( 1 + \frac{1}{sT} \right) \left( E(s) - \frac{K_p}{1 + sT} (1 - e^{-sL}) U(s) \right) . \quad (4.13)$$

Cuando  $L = 0$ , se tiene un controlador PI con ganancia  $K = 1/(\lambda K_p)$  y con tiempo integral  $T_i = T$ . El término:

$$\frac{K_p}{1+sT} (1-e^{-sL})U(s), \quad (4.14)$$

puede interpretarse como una predicción de la salida del proceso en el tiempo  $t$ , basándose en los valores de la señal de control en el intervalo de tiempo  $(t-T, t)$ . El controlador dado por la ecuación (4.13) puede interpretarse entonces como un controlador PI predictivo donde la predicción se realiza como una corrección de los efectos de las acciones de control que han sido enviadas al proceso, pero que no han aparecido en la salida debido al retardo en el proceso. Para procesos con gran retardo de tiempo, la predicción dada en la ecuación (4.13) es mucho mejor que la predicción obtenida por acción derivativa (Aström, 1994).

El controlador PPI puede ser escrito como:

$$U(s) = \frac{1}{\lambda K_p} \left( 1 + \frac{1}{sT} \right) E(s) - \frac{1}{s\lambda T} (1 - e^{-sL}) U(s). \quad (4.15)$$

Para evaluar el desempeño del controlador PPI en relación con un controlador PID convencional, se puede comparar la integral del error de ambos controladores. La integral del error (IE) con un controlador PID basado en el método de la respuesta escalón de Ziegler-Nichols es (Lewis, 1999):

$$IE_{PID} = \frac{K_p L^2}{0.6T}, \quad (4.16)$$

donde:

$IE_{PID}$  - Integral del error cuando se utiliza un control PID basado en el método de Ziegler-Nichols.

Para calcular la integral del error para el controlador PPI se asumirá que el sistema se encuentra inicialmente en reposo y que una perturbación de carga en forma de escalón unitario se aplica a la entrada del proceso. Debido a que el controlador posee acción integral, se tiene que  $u(\infty) = 1$ . Para integrar la ecuación (4.15) hay que notar que:

$$\frac{1}{\lambda T} \int_0^\infty (u(t) - u(t-L)) dt = \frac{L}{\lambda T}. \quad (4.17)$$

La integración de la ecuación (4.15) desde 0 hasta  $\infty$  es:

$$u(\infty) - u(0) = 1 = \frac{1}{\lambda K_p T} \int_0^\infty e(t) dt - \frac{L}{\lambda T}. \quad (4.18)$$

La integral del error es entonces:

$$IE_{PPI} = K_p(L + \lambda T) \quad (4.19)$$

donde:

$IE_{PPI}$  - Integral del error cuando se utiliza un control PPI.

Se observa que el error integrado es más pequeño con el controlador PPI que con el controlador PID cuando  $L$  es grande. Para  $\lambda=1$  el criterio es igual cuando  $L/T=1.1$ . Las mejoras con el controlador PPI aumentan cuando el valor de  $\lambda$  disminuye (Aström, 1994).

La función de sensibilidad (Aström, 1994) obtenida con el ajuste  $\lambda$ -Tuning está dada por:

$$S(s) = 1 - \frac{e^{-sL}}{1 + s\lambda T} = \frac{1 + s\lambda T - e^{-sL}}{1 + s\lambda T}, \quad (4.20)$$

$S(s)$  - Función de sensibilidad en el dominio de la frecuencia.

Puede mostrarse que:

$$M_s = \max_{\omega} |S(i\omega)| \quad (4.21)$$

donde:

$M_s$  - siempre menor que 2.

Una expresión aproximada para  $M_s$  viene dada por:

$$M_s = 2 - \lambda \frac{T}{L} \quad (4.22)$$

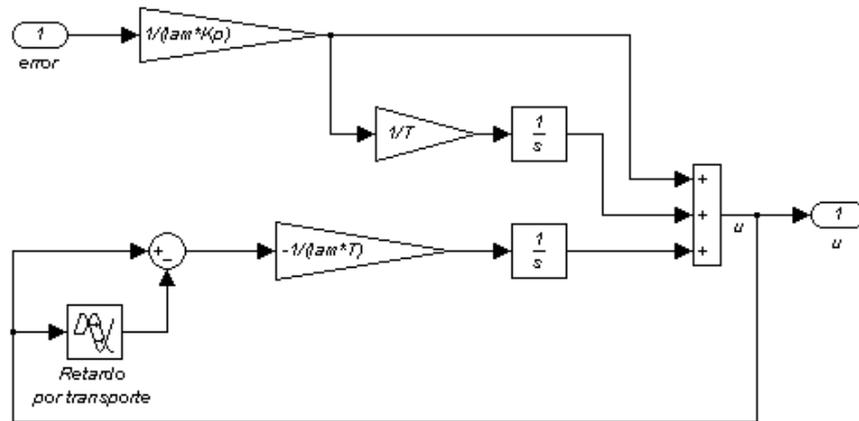
Entonces, para tener un valor de  $M_s$  menor a 2, es importante que  $\lambda$  sea lo suficientemente grande.

Con el fin de hacer el error integrado pequeño es ventajoso tener un valor pequeño de  $\lambda$ . Un pequeño valor de  $\lambda$ , sin embargo, incrementa la sensibilidad.

En la práctica es común escoger  $\lambda$  entre 0.5 y 5. El controlador PPI es particularmente simple cuando  $\lambda=1$ , es decir, si la constante de tiempo de lazo cerrado es igual a la constante de tiempo de lazo abierto. La ecuación (4.15) queda entonces:

$$U(s) = KE(s) + \frac{e^{-sL}}{1 + sT} U(s). \quad (4.23)$$

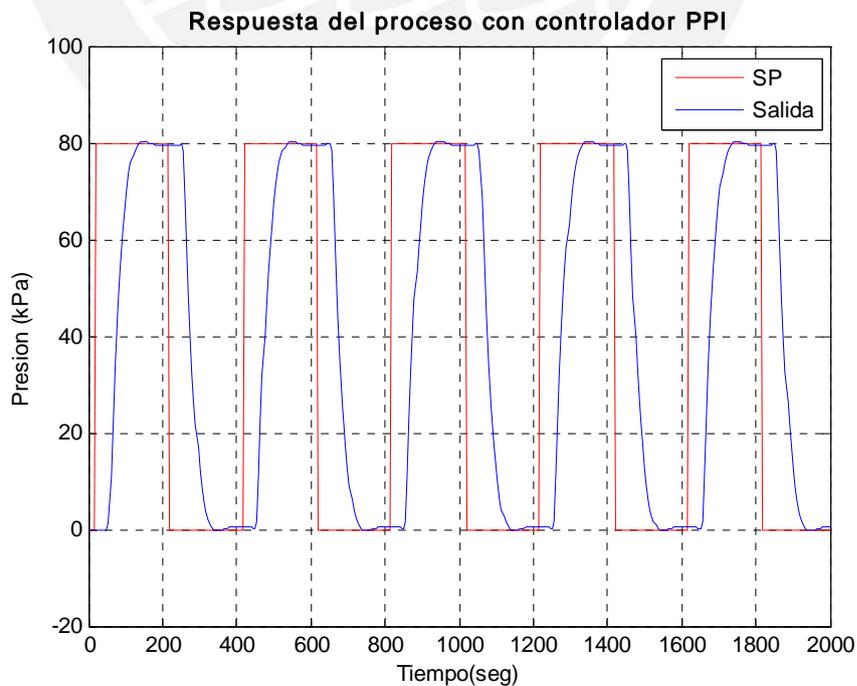
La implementación en Simulink del controlador PPI, viene dada por el diagrama que se muestra en la Fig. 4.3.



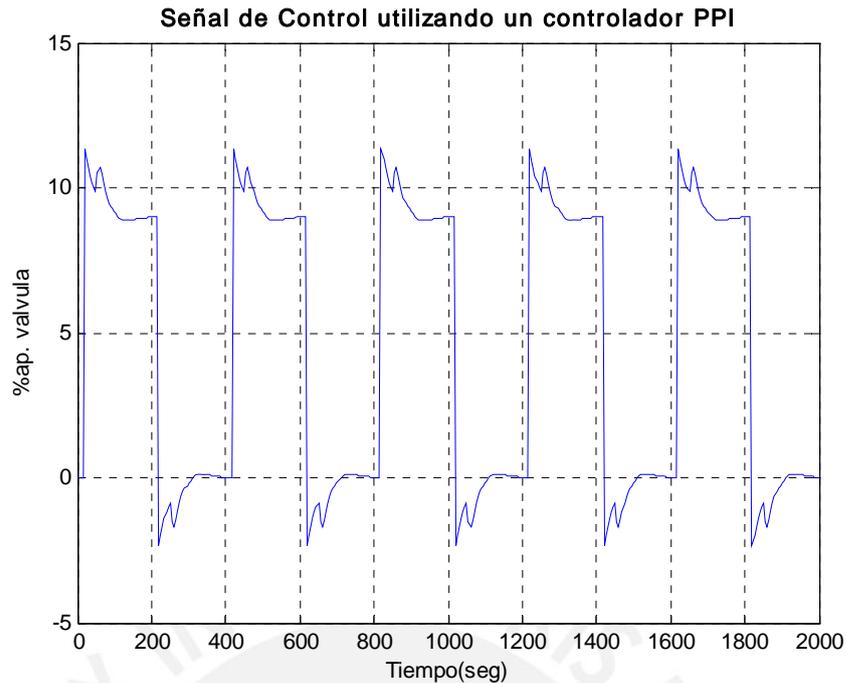
**Fig. 4.3.** Implementación del controlador PPI utilizando Simulink.

El único parámetro de sintonía en este controlador es el factor  $\lambda$ . Como se mostró, la forma de hallar este factor es por métodos empíricos. Así, después de varias pruebas, se obtuvo el valor de  $\lambda = 0.8$ , que es el que origina el mejor desempeño del sistema en lazo cerrado.

La simulación del sistema de control en lazo cerrado del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de la caldera con controlador PPI se realizó bajo las mismas condiciones que las utilizadas en la simulación del sistema con GPC adaptivo. Los resultados se muestran en la Fig. 4.4 y en la Fig. 4.5. De estas figuras se observa, que la salida de la planta alcanza el estado estacionario en 120 s y no presenta sobreimpulso significativo ni oscilaciones.



**Fig. 4.4.** Respuesta del proceso bajo estudio ante variaciones por la referencia utilizando controlador PPI.



**Fig. 4.5.** Señal de control ante variaciones por la referencia utilizando un controlador PPI.

Por otro lado, se ve que la señal de control presenta variaciones bruscas, que si bien permiten controlar adecuadamente el sistema, es poco recomendable su uso para implementación ya que pueden ocasionar daños al actuador.

### 3.3. COMPARACIÓN ENTRE EL SISTEMA DE CONTROL GPC-ADAPTIVO Y EL SISTEMA DE CONTROL PPI.

La comparación entre distintos algoritmos de control involucra varios criterios. En primer lugar se tiene la respuesta del sistema ante una variación en la referencia o ante el ingreso de perturbaciones. Otro criterio de interés es la respuesta ante variaciones paramétricas de la planta. Finalmente, en todos los casos es necesario conocer cómo varía la ley de control para determinar su viabilidad en la práctica.

En esta sección se compararán ambos controladores utilizando las siguientes pruebas:

- Respuesta ante cambio de referencia, cuando no hay variación paramétrica.
- Respuesta ante ingreso de perturbaciones, cuando no hay variación paramétrica.
- Respuesta ante cambio de referencia, cuando hay un incremento de 5% de uno de los parámetros del modelo.

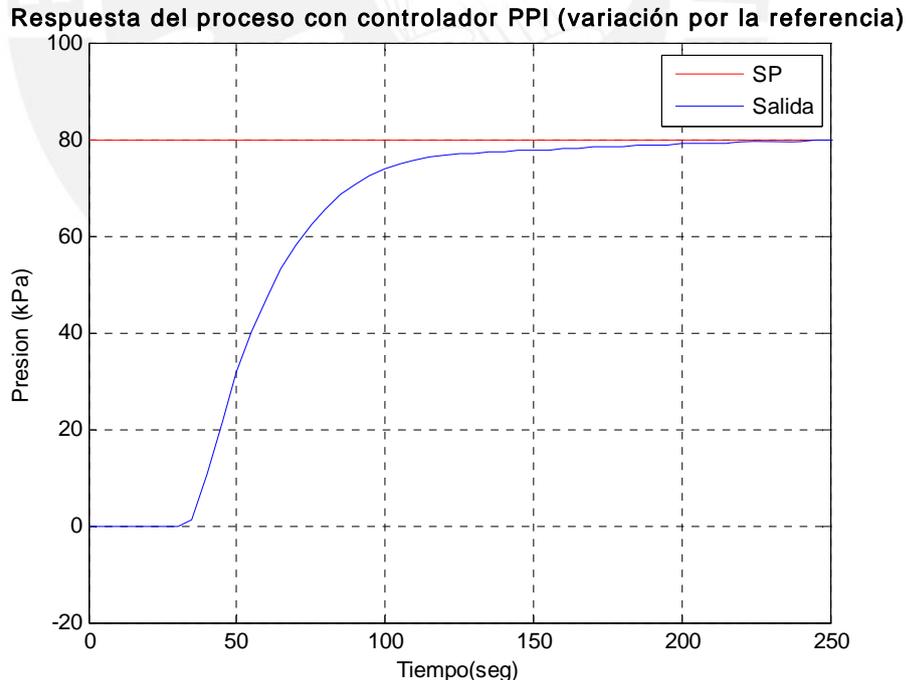
- Respuesta ante cambio de referencia, cuando hay una decremento de 5% de uno de los parámetros del modelo.

### 3.3.1. RESPUESTA ANTE CAMBIO POR LA REFERENCIA, CUANDO NO HAY VARIACIÓN PARAMÉTRICA.

Esta prueba consiste en someter a cada sistema controlador y planta en lazo cerrado) a un cambio por la referencia de la misma magnitud. Se asumirá que el modelo de la planta permanece constante y será igual al modelo identificado fuera de línea en la sección 2.4.

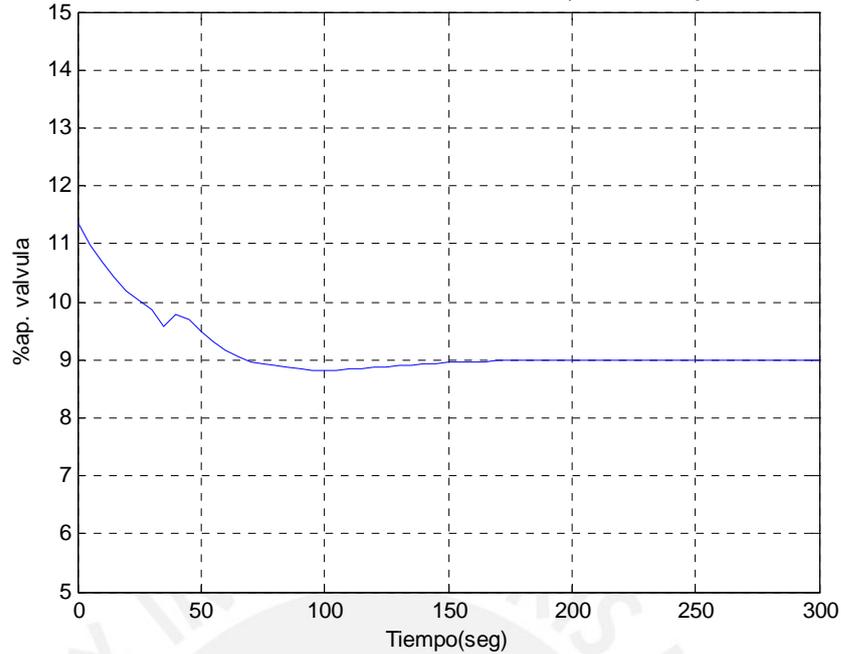
Luego, para cuantificar el desempeño de ambos controladores, se elegirá una función de costos, siendo el controlador con mejor desempeño el que provea el menor valor de dicha función (Lewis, 1999).

Los resultados de esta prueba se pueden ver de la Fig. 4.6 a la Fig. 4.9. Las respuestas de ambos sistemas son satisfactorias, aunque se nota una mayor rapidez en la respuesta del sistema con controlador GPC-Adaptivo. De igual manera, la señal de control de este sistema es suave y dentro de los límites del actuador. La señal de control del sistema con controlador PPI presenta un pico grande al inicio, lo que físicamente puede perjudicar el actuador.



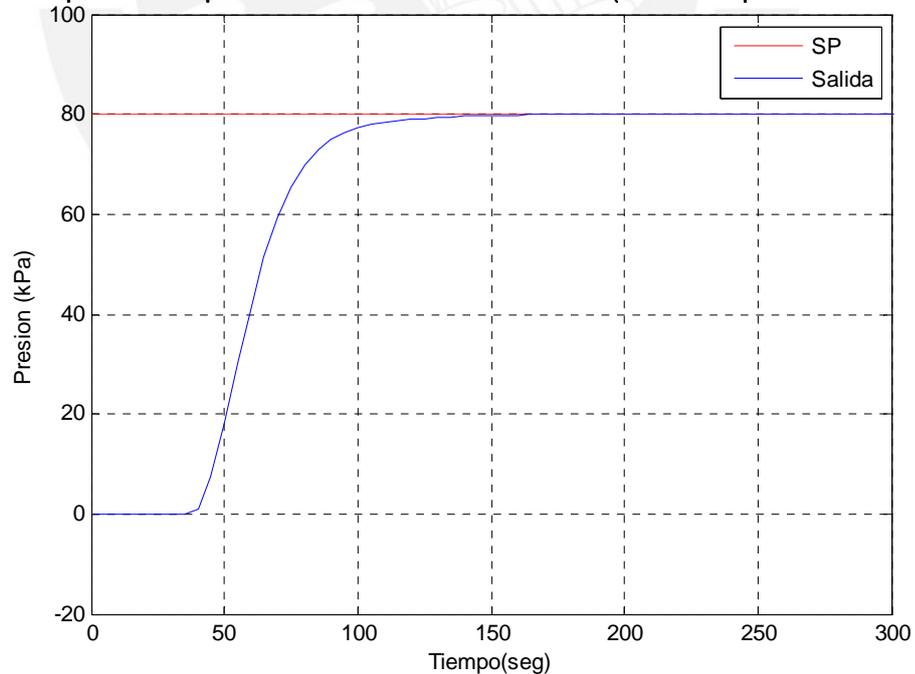
**Fig. 4.6.** Respuesta del proceso bajo estudio ante una variación por la referencia utilizando un controlador PPI (no hay variaciones paramétricas)

Señal de Control utilizando un controlador PPI (variación por la referencia)



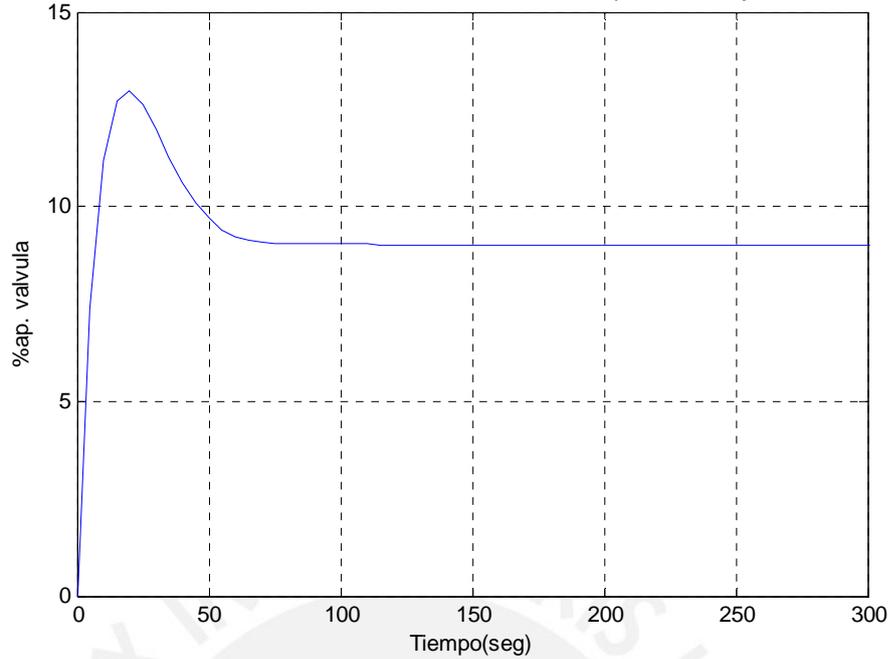
**Fig. 4.7.** Señal de control ante una variación por la referencia utilizando controlador PPI (no hay variaciones paramétricas)

Respuesta del proceso con controlador GPC-A (variación por la referencia)



**Fig. 4.8.** Respuesta del proceso bajo estudio ante una variación por la referencia utilizando un controlador GPC adaptivo (no hay variaciones paramétricas).

Señal de Control utilizando un controlador GPC-A (variación por la referencia)



**Fig. 4.9.** Señal de control ante una variación de referencia utilizando controlador GPC adaptivo (no hay variaciones paramétricas)

La función de costos que se utiliza para cuantificar el desempeño de los controladores, será la integral del cuadrado del error, la cual se representa como (Smith et al., 2000) :

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t)dt \tag{4.24}$$

donde:

- $J$  - Función de costo del cuadrado del error.
- $e(t)$  - Señal de error en el dominio del tiempo.

La integral calculada para la prueba realizada dio los resultados que se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Comparación del valor de la función de costo cuando se prueban ambos controladores ante una variación por la referencia.

Controlador	Función de costos
PPI	6.5947e4
GPC adaptivo	7.2201e4

Se observa que este resultado favorece al controlador PPI. Sin embargo, hay que observar que el controlador envía una señal de control brusca en el instante inicial. Esto permite un acercamiento inicial rápido de la salida del sistema hacia la referencia, por lo que se obtiene una función de costo menor. Si bien esto es favorable, como se mencionó, la forma de la señal de control

puede ser inviable físicamente. Este resultado no se obtiene con el controlador GPC ya que en su diseño se encuentra limitada la señal de control.

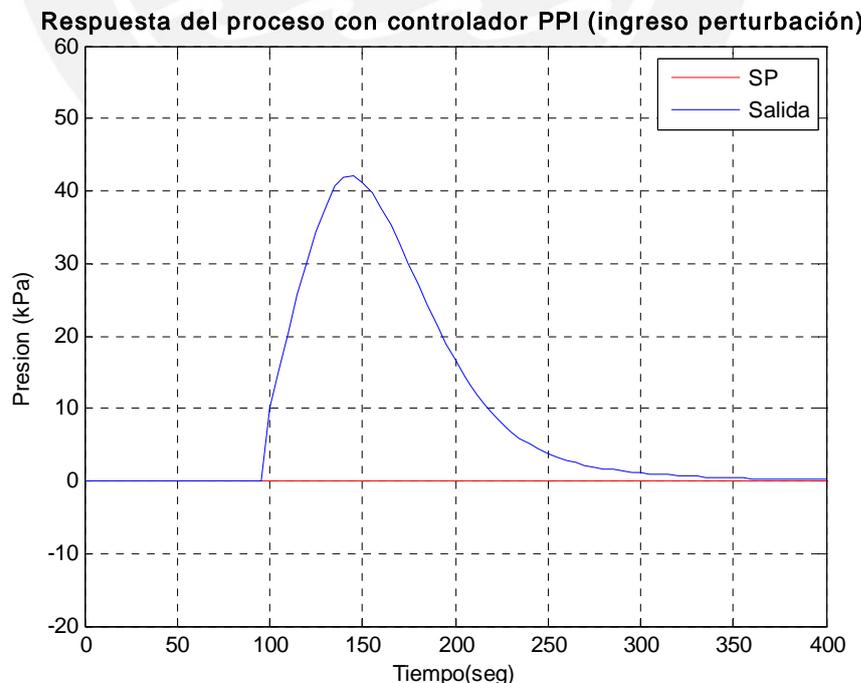
### 3.3.2. RESPUESTA ANTE INGRESO DE PERTURBACIONES, CUANDO NO HAY VARIACIÓN PARAMÉTRICA.

Esta prueba consiste en someter a cada sistema (controlador y planta en lazo cerrado) a una perturbación escalón en el tiempo 100 s. Se asumirá que el modelo de la planta permanece constante y será igual al modelo identificado fuera de línea en la sección 2.4.

Luego, para cuantificar el desempeño de ambos controladores, se utilizará la función de costo utilizada en el apartado anterior, siendo el controlador con mejor desempeño el que provea el menor valor de dicha función.

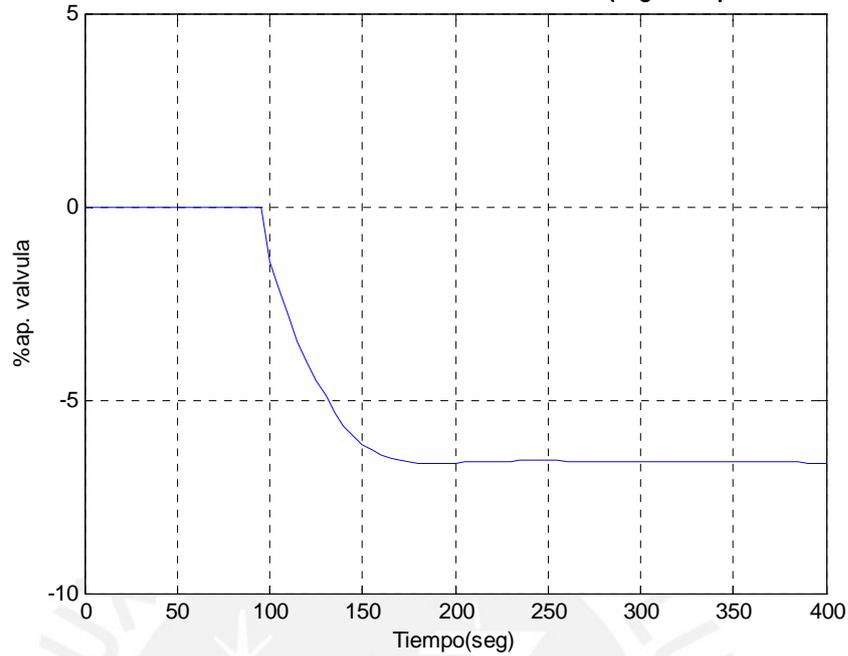
Los resultados de esta prueba se observan de la Fig. 4.10 a la Fig. 4.13. Las respuestas de ambos sistemas son satisfactorias, aunque se nota una mayor rapidez en la respuesta del sistema con controlador GPC-Adaptivo. De igual manera, la señal de control de este sistema es suave y dentro de los límites del actuador. La señal de control del sistema con controlador PPI no presenta picos durante la ejecución.

Nuevamente, para cuantificar el desempeño de ambos controladores se utiliza la función de costo del cuadrado del error que se definió mediante la ecuación (4.24).



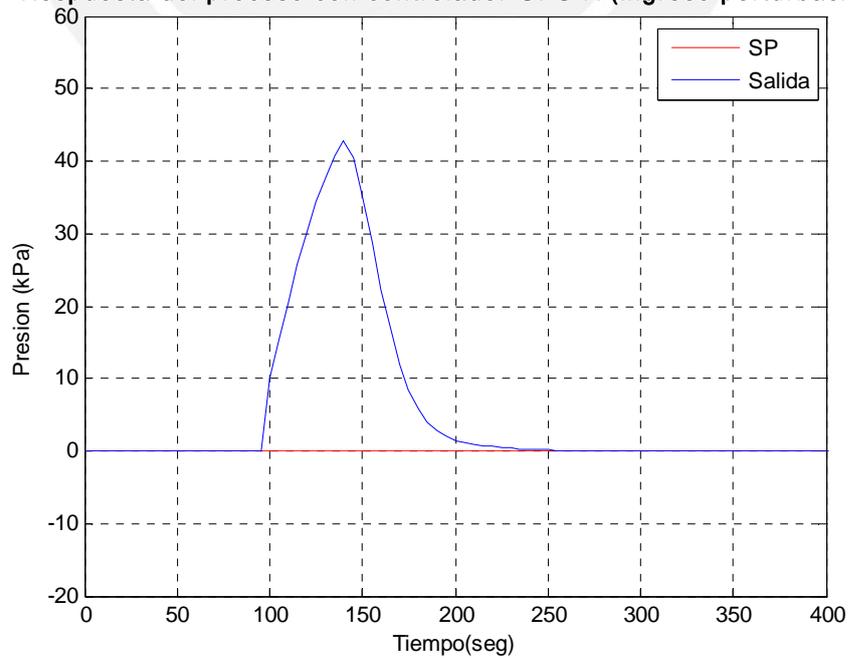
**Fig. 4.10.** Respuesta del sistema con controlador PPI de una perturbación (no hay variaciones paramétricas)

Señal de Control utilizando un controlador PPI (ingreso perturbación)



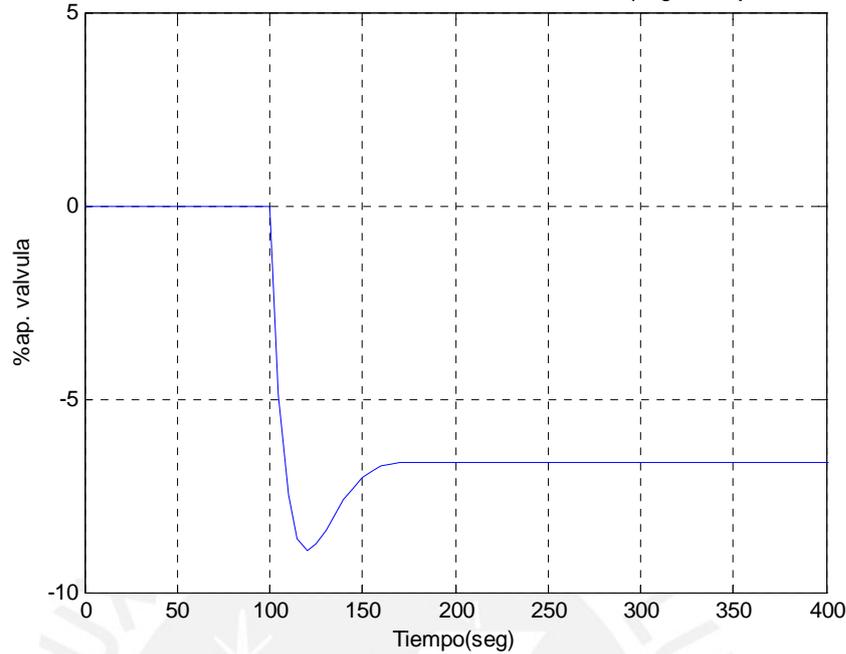
**Fig. 4.11.** Señal de control del sistema con controlador PPI en presencia de una perturbación (no hay variaciones paramétricas)

Respuesta del proceso con controlador GPC-A (ingreso perturbación)



**Fig. 4.12.** Respuesta del sistema con controlador GPC-Adaptivo en presencia de una perturbación (no hay variaciones paramétricas)

Señal de Control utilizando un controlador GPC-A (ingreso perturbacion)



**Fig. 4.13.** Señal de control del sistema con controlador GPC-Adaptivo en presencia de una perturbación (no hay variaciones paramétricas)

La integral de la función de costos calculada para esta prueba dio los resultados que se muestran en la Tabla 2.

**Tabla 2.** Comparación del valor de la función de costo cuando se prueban ambos controladores en presencia de una perturbación.

Controlador	Función de costos
PPI	2.1261e4
GPC adaptivo	1.3215e4

En este caso el controlador GPC-Adaptivo tuvo un mejor desempeño que el controlador PPI. Como se observa, ambas leyes de control son satisfactorias y físicamente realizables.

Como regla, los procesos se desarrollan bajo el efecto de las perturbaciones, por lo que los resultados obtenidos considerando el efecto de las perturbaciones presentan una mayor importancia.

**3.3.3. RESPUESTA ANTE CAMBIO POR LA REFERENCIA, CUANDO HAY UN INCREMENTO DE 5 % DE UNO DE LOS PARÁMETROS DEL PROCESO BAJO ESTUDIO.**

Esta prueba consiste en someter a cada sistema (controlador y proceso bajo estudio en lazo cerrado) a cambios en la referencia en forma de pulso con periodo 400 s. Como en las pruebas anteriores, se utiliza el modelo ARMAX

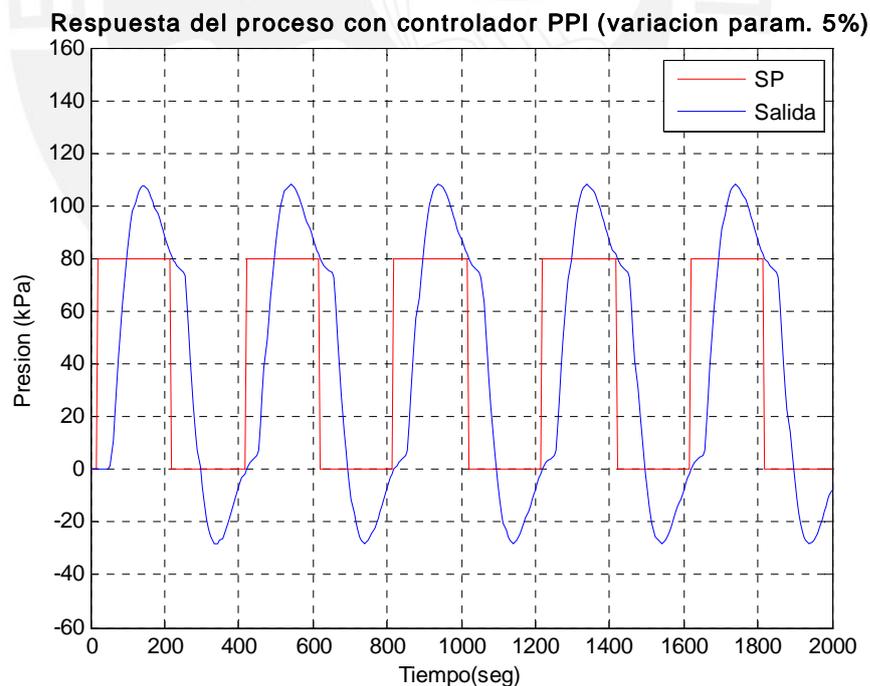
identificado en la sección 2.4, con un incremento de 5 % en el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$ , tal como en las pruebas realizadas para simular el controlador GPC-Adaptivo (epígrafe 3.4.3 y 3.6.3).

Para apreciar mejor el efecto de la etapa adaptiva del controlador GPC adaptivo, es que las actualizaciones de los parámetros del controlador se inician en el tiempo 1000 s.

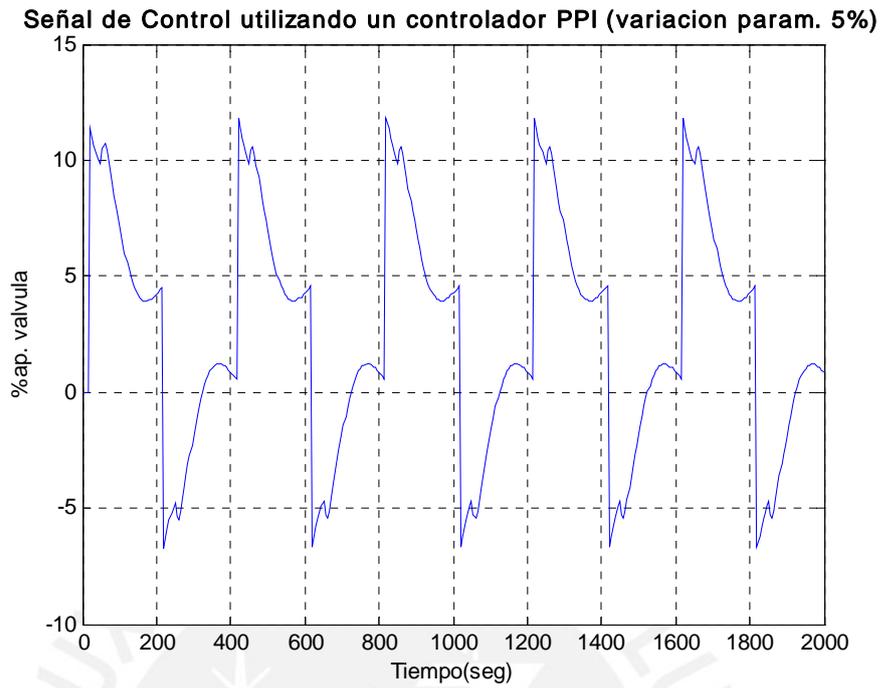
Los resultados de esta prueba se pueden ver de la Fig. 4.14 a la Fig. 4.17. En este caso se aprecia que ambos controladores no tienen un desempeño adecuado durante los primeros 1000 s. A partir de este momento, el controlador GPC-Adaptivo actualiza los parámetros del controlador y permite conseguir el desempeño deseado.

Nuevamente, la señal de control del controlador PPI presenta variaciones bruscas, mientras que la señal de control del controlador GPC-Adaptivo se comporta sin mayores sobresaltos.

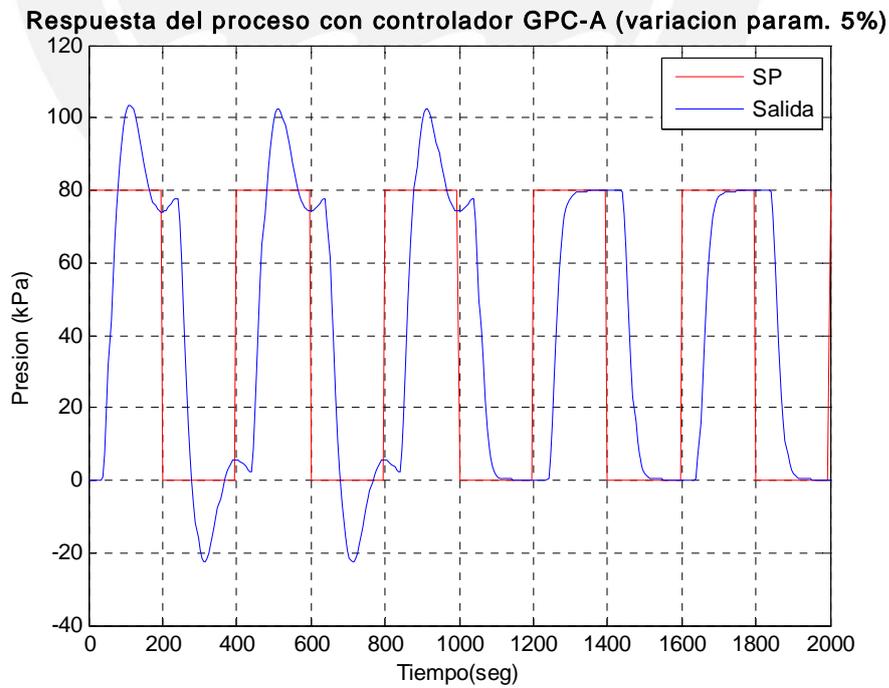
En este caso, no es necesario someter ambas pruebas a una cuantificación con una función de costos, ya que la respuesta obtenida por el controlador PPI no es deseable.



**Fig. 4.14.** Respuesta del sistema con controlador PPI cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un incremento de 5%.

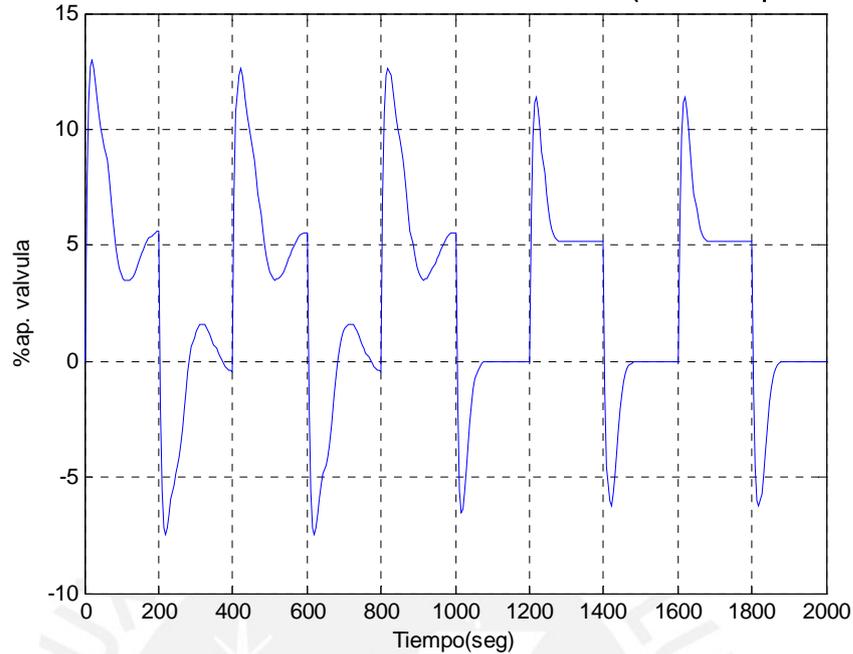


**Fig. 4.15.** Señal de control del sistema con controlador PPI cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un incremento de 5%.



**Fig. 4.16.** Respuesta del sistema con controlador GPC-Adaptivo cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un incremento de 5%.

Señal de Control utilizando un controlador GPC-A (variación param. 5%)



**Fig. 4.17.** Señal de control del sistema con controlador GPC-Adaptivo cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un incremento de 5%.

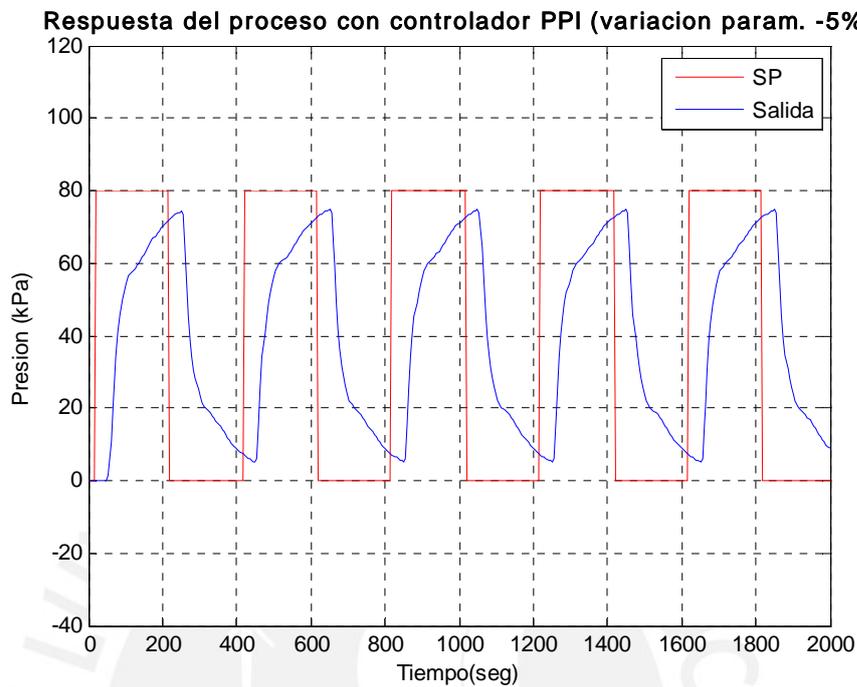
### 3.3.4. RESPUESTA ANTE CAMBIO POR LA REFERENCIA, CUANDO HAY UN DECREMENTO DE 5% DE UNO DE LOS PARÁMETROS DEL PROCESO BAJO ESTUDIO.

Esta prueba consiste en someter a cada uno de los sistemas (controlador y proceso bajo estudio en lazo cerrado) a cambios por la referencia en forma de pulso con periodo 400 s. Como en las pruebas anteriores, se utiliza el modelo ARMAX identificado en la sección 2.4, con un decremento de 5 % en el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$ , tal como en las pruebas realizadas para simular el controlador GPC-Adaptivo (epígrafe 3.4.3 y 3.6.3). Para apreciar mejor el efecto de la etapa adaptiva del controlador GPC-Adaptivo, las actualizaciones de los parámetros del controlador se inician en el tiempo 1000 s.

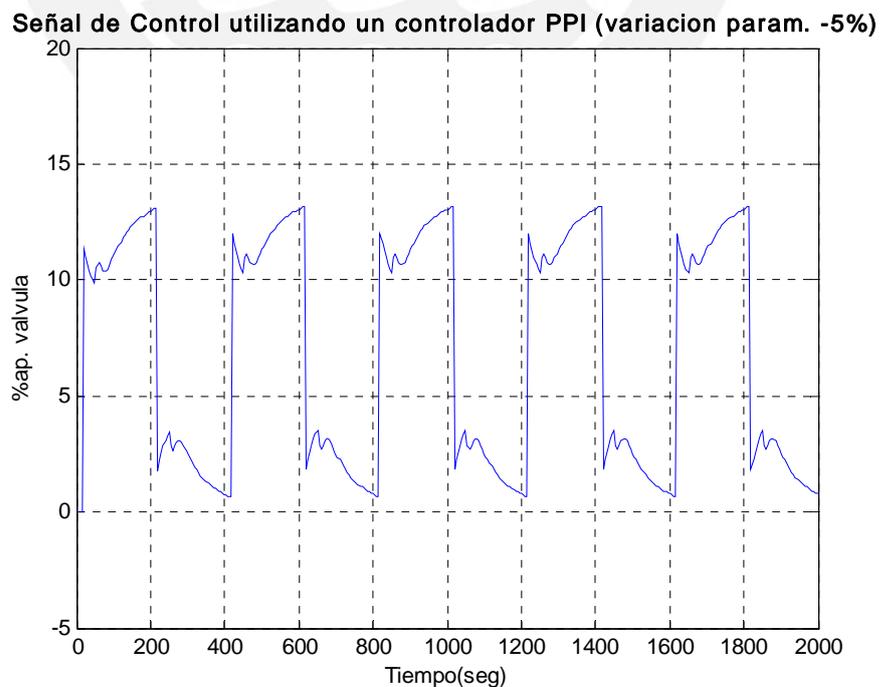
Los resultados de esta prueba se pueden ver de la Fig. 4.18 a la Fig. 4.21. En este caso se observa, que ambos controladores no tienen un desempeño adecuado durante los primeros 1000 s. A partir de este momento, el controlador GPC-Adaptivo actualiza los parámetros del controlador y permite conseguir el desempeño deseado.

Nuevamente, la señal de control del controlador PPI presenta variaciones bruscas, mientras que la señal de control del controlador GPC-Adaptivo se comporta sin mayores sobresaltos.

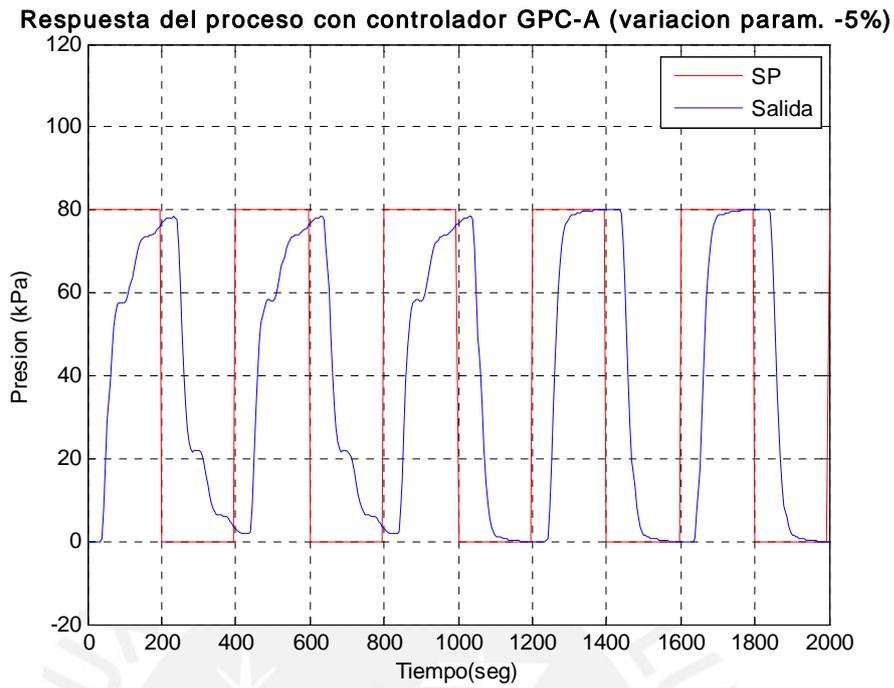
En este caso, no es necesario someter ambas pruebas a una cuantificación con una función de costos, ya que la respuesta obtenida por el controlador PPI no es deseable.



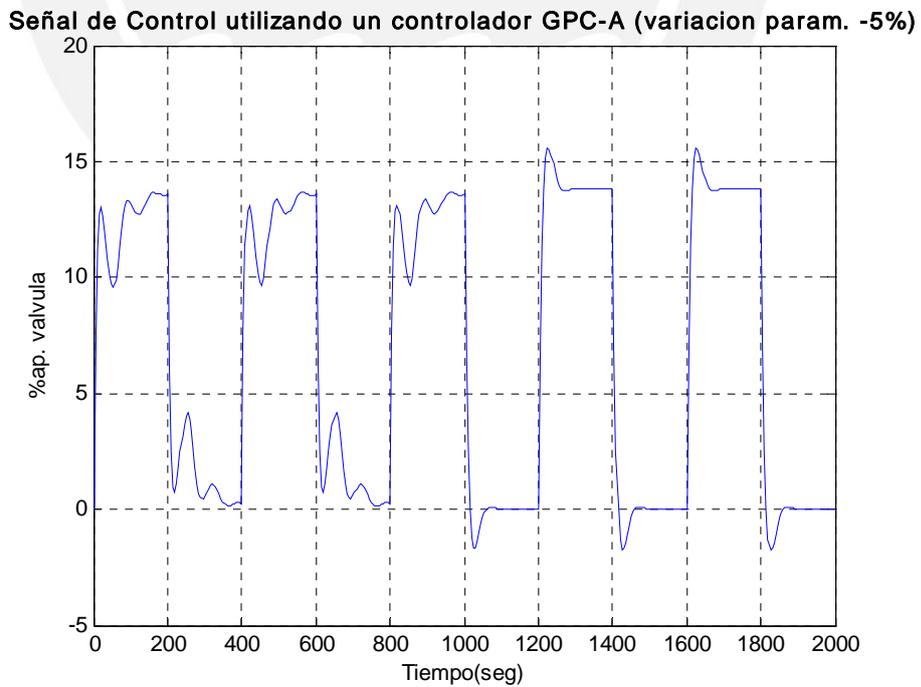
**Fig. 4.18.** Respuesta del sistema con controlador PPI cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un decremento de 5%.



**Fig. 4.19.** Señal de control del sistema con controlador PPI cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un decremento de 5%.



**Fig. 4.20.** Respuesta del sistema con controlador GPC-Adaptivo cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un decremento de 5%.



**Fig. 4.21.** Señal de control del sistema con controlador GPC-Adaptivo cuando el primer parámetro del polinomio  $A(q^{-1})$  sufre un decremento de 5%.

### 3.4. CONCLUSIONES

- Se presentó el ajuste  $\lambda$ -Tuning, que da lugar al controlador PPI, el cual es una variante del controlador PID diseñado especialmente para procesos con retardo de tiempo considerable.
- Se halló un modelo de primer orden más tiempo muerto de la planta, haciendo uso de su respuesta escalón, la que fue obtenida por análisis de correlación utilizando las pruebas realizadas para su identificación en la sección 2.4.
- Se ajustó el controlador PPI utilizando  $\lambda = 0.8$ , y se simuló el sistema en Simulink.
- Se comparó el sistema con controlador PPI y el sistema con controlador GPC-Adaptivo realizando cuatro pruebas, en las que se probó su habilidad para responder a cambios por la referencia, el rechazo a perturbaciones, y la variación paramétrica del modelo de la planta.
- El desempeño del controlador GPC-Adaptivo se probó superior al presentado por el controlador PPI, especialmente ante las variaciones paramétricas.
- Se comprobó que la señal de control del sistema con controlador GPC-Adaptivo es físicamente posible, no presentando variaciones abruptas ni fuera de rango. Esto se debe a la limitación impuesta en el diseño del controlador GPC-Adaptivo.

## CONCLUSIONES GENERALES

Se fundamentó la elevada prioridad que presenta el uso eficiente, racional e inteligente de los combustibles fósiles, tanto por el riesgo de su evidente agotamiento como por los problemas ambientales que su utilización conlleva. Se señaló que las calderas se encuentran entre los equipos industriales que consumen una elevada cantidad de combustibles fósiles, y que las mismas pueden incrementar notablemente su eficiencia y por ende reducir su actual consumo de combustible mediante la implementación de sistemas avanzados de control automático.

Se analizó el estado del arte de la automatización de calderas, concluyéndose que la mayor parte de las investigaciones en este campo, así como de la implementación práctica de los resultados de dichas investigaciones se realizan sobre calderas de tubos de agua. Se concluye que el desarrollo de sistemas de control efectivo de calderas de tubos de fuego constituye un tema poco abordado, y que presenta una alta importancia debido a la gran cantidad de esta clase de calderas que se encuentran funcionando en el sector industrial.

Se realizó un estudio sobre el principio de funcionamiento de las calderas de tubos de fuego como objeto de control automático. Se mostró que esta clase de calderas como objeto de control automático presenta un comportamiento dinámico difícil, con múltiples entradas y salidas y múltiples interrelaciones entre estas variables, así como significativas incertidumbres. Se fundamentó que la presión del vapor en el cuerpo de la caldera constituye una de las variables más importantes de esta clase de equipos, debido a que el control de la combustión se realiza mediante el control de la presión del vapor.

Mediante el uso de las técnicas de identificación de sistemas se obtuvo un modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego. El modelo obtenido del proceso bajo estudio presenta estructura ARMAX, segundo orden y un retardo de tiempo de 35 s. Los resultados de la validación muestran que el modelo obtenido describe con una elevada exactitud el proceso real bajo estudio, presentado un índice de comportamiento de 94.65 %, por lo que se considera un buen modelo para su utilización con fines de predicción y control.

Se desarrolló un estudio sobre las principales tendencias del control avanzado de procesos industriales, destacándose el control predictivo-adaptivo como una alternativa viable industrialmente, de gran aceptación y con una proyección futura bastante favorable. Se presentaron los conceptos básicos de control predictivo, así como los algoritmos de control predictivo más utilizados en la práctica industrial. Se fundamentó la elección del algoritmo de control predictivo generalizado (GPC) como la estrategia a utilizar en el control de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego.

Se desarrolló un sistema de control basado en el algoritmo GPC del proceso bajo estudio. Se implementaron en Matlab y Simulink funciones y bloques que permiten el cálculo de la señal de control y su simulación. Se simuló el sistema de control predictivo de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos fuego mostrando un pobre desempeño frente a variaciones de los parámetros dinámicos del proceso.

Para solucionar este problema, se implementó un identificador recursivo de máxima probabilidad para modelos tipo ARMAX, el cual posibilitó el desarrollo de una estrategia de control predictivo-adaptiva. Se implementó el algoritmo de identificación en Simulink.

Se fundamentó la necesidad de utilizar una etapa adaptiva en la estrategia de control GPC utilizando para ello un regulador con autoajuste (STR), así como el identificador recursivo desarrollado. Se simuló el sistema de control con controlador GPC-adaptivo, mostrándose que las dificultades encontradas con el controlador GPC debido a las variaciones de los parámetros dinámicos del proceso bajo estudio fueron superadas.

Como variante alternativa de control del proceso bajo estudio se presentó un algoritmo de ajuste conocido como  $\lambda$ -Tuning, que da lugar al controlador PPI, el cual constituye una variante del controlador PID para procesos con retardo de tiempo considerable. Se ajustó el controlador PPI y se simuló el sistema de control en Simulink.

Se realizó una comparación entre el sistema de control del proceso de variación de la presión del vapor en el cuerpo de una caldera de tubos de fuego con controlador PPI y controlador GPC-Adaptativo. Se mostró la habilidad del sistema con controlador GPC\_Adaptativo para responder de forma efectiva frente a variaciones en la referencia y en los parámetros del proceso, así como para rechazar perturbaciones. Se demostró la superioridad en el desempeño del controlador GPC-Adaptativo sobre el PPI, especialmente frente a variaciones en los parámetros dinámicos del proceso. Se evidenció la necesidad de utilizar controladores avanzados en el diseño de sistemas de control efectivo de la presión del vapor en el cuerpo de las calderas de tubos de fuego.

Los resultados obtenidos durante el desarrollo de las investigaciones realizadas muestran que el diseño de sistemas de control avanzado de la presión del vapor en calderas de tubos de fuego constituye una herramienta muy potente que posibilita un funcionamiento efectivo y fiable de estos equipos, así como una disminución de su consumo actual de combustible y de contaminación del medio ambiente. Estos resultados presentan una significativa importancia industrial debido a la creciente crisis energética y elevados precios del combustible que se observan en el ámbito internacional.

La implementación práctica de los resultados obtenidos en este trabajo no representa grandes esfuerzos y se puede desarrollar con un bajo costo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aguado A. (2000). *Identificación de Sistemas y Control Adaptable*. Editorial Academia.
- Alonso F. (1996). *La Seguridad en Calderas*, INSHT, Madrid, España.
- Astolfi A. (2006). *Nonlinear and Adaptive Control*, Imperial College Press, U.K.
- Aström, K.J. y B. Wittenmark (1997). *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. Third Edition, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Aström, K.J. (1995). *Adaptive Control*. Second Edition, Addison-Wesley, USA.
- Aström, K.J. (1994). *PID controllers*. Third Edition, ISA, Research Triangle Park.
- Basu, P. (1999). *Boilers and Burners: Design and Theory*, Springer-Verlag Inc., New York.
- Bychko B.J. (1988). *Procesos Químicos y Termoenergéticos. Dinámica y Control*. Editorial ENPES, Ciudad de la Habana.
- Bitmead, R.R., M.Gevers, y V. Wertz (1990). *Adaptive Optimal Control: The Thinking Man's GPC*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Calderin M., Palensuela M. (1998). Control integral del sistema de generación de vapor del comedor de estudiantes del ISPJAE. ISPJAE.
- Camacho E. F., Bordons C. (2004). *Model Predictive Control*, Second Edition, Springer-Verlag, London.
- Camacho E. F., Bordons C. (1995) *Model Predictive Control in the Process Industry*. Springer Verlag, 1995.
- Camacho E.F. (1995). *Model Predictive Control in the Process Industry*, Springer-Verlag, New York.
- Chen J., Gu G. (2000). *Control-Oriented System Identification*, John Wiley & Sons Ltd., Canada.
- Clarke, D.W., C. Mohtadi, y P.S. Tuffs (1987). Generalized Predictive Control, Part I and II. *Automatica*, Vol.23, N°.2, 137-160.
- Clarke, D.W. (1994). *Advances in Model-Based Predictive Control*, Oxford University Press, Oxford.
- Colectivo de Autores. (1982). *Generadores de Vapor*. UCLV.
- Colectivo de autores. (1990). *Calderas de Vapor en la Industria Azucarera*. Segunda Edición, compilación de artículos.
- Colectivo de Autores. (1998) *Información técnica (Ahorro en procesos)*. Editorial del Centro de Información de la Construcción.
- Control System Toolbox – For use with Matlab*. (2002), Version 5, The Mathworks Inc., Natick, MA.
- Controlador de Nivel Mobrey*. (1990). Manual de instrucciones.

- Córdoba F., Samuel D. (1999). *Proyecto de Automatización del Generador de Vapor "Alastor 45", ubicado en el comedor de becas del ISPJAE*. ISPJAE.
- Crues, F. (1982). *Instrumentación industrial*. ENEPS, Ciudad de la Habana Cuba.
- Dorf R.C., Bishop R.H. (2005). *Sistemas de Control Moderno*, Pearson Educación S.A., Madrid.
- Dukelow S.G. (1991). *The Control of Boilers*, ISA, Research Triangle Park, USA.
- Feliú Batlle V., Rivas Pérez R., Castillo García F., Sotomayor Moriano J. (2005). Control Fraccional. Calderas Industriales Piro-tubulares, *Automatica e Instrumentación*, N°365, 90-95.
- Feng G., Lozano R. (1999). *Adaptive Control Systems*, Newnes, Oxford.
- Fujiwara T., Miyakawa H. (1990). , Application of Predictive Adaptive Control System for Steam Temperature Control in Boiler Plant, *Proceedings of 29<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii.
- Gilman G.F. (2005). *Boiler Control Systems Engineering*, ISA – Instrumentation, Systems and Automation Society.
- González J. (1986). *Controles de procesos térmicos en instalaciones termoenergéticas*. Editorial ISPJAE.
- Hogg B.W., El-Rabaie N.M. (1991). Multivariable Generalized Predictive Control of a Boiler System, *IEEE Trans. Energy Conversion*, Vol. 6, N° 2, 282-288.
- Hogg B.W., El-Rabaie N.M. (1990). Generalized Predictive Control of Steam Pressure in a Drum Boiler, *IEEE Trans. Energy Conversion*, Vol. 5, N° 3, 485-492.
- ISA. (1998). *Boiler feedwater and Steam Controlling for Safety and Efficiency [videograbación]*., ISA – Instrumentation, Systems and Automation Society.
- J. Richalet (1991). Industrial Application of Model-Based Predictive Control, *Automation*, Vol. 29, N° 5, 1251-1274.
- Kanjilal P.P. (1995). *Adaptive Prediction and Predictive Control*, Peter Peregrinus Ltd., USA.
- Krsticacute M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. (1995). *Nonlinear and Adaptive Control Design*, Wiley-Interscience, USA.
- Kuo B. (1995). *Automatic control system*. Printce Hall.
- Landau Y.D. (1997) *Adaptive Control*, Springer-Verlag, New York.
- Lewis P.H., Yang P. (1999). *Sistemas de Control en Ingeniería*, Prentice-Hall, Madrid.
- Lindsley D.M. (2000). *Power-plant Control and Instrumentation. The Control of Boilers an HRSG Systems*, IEEE Control Engineering Series, Londres.
- Lindsley D.M. (1991). *Boiler Control System*, Mc-Graw Hill, London.
- Ljung, L. (1996). *Estimating the total error from standard model validation test*. IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA.
- Ljung, L. (1996). *Development of system identification*, IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA.
- Ljung L. (1999). *System Identification – Theory for the User*, Second Edition, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

- Ljung L. (1999). *System Identification Toolbox – For Use with Matlab*, Version 5, The Mathworks Inc., Natick, MA.
- Maciejowski J. (1999). *Predictive Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Martínez M. (1995). *Identificación y control adaptativo*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Milán García G, Rivas Pérez R, (1997). Automatización integral de generadores de vapor igneotubulares. *Memorias del segundo congreso de la asociación colombiana de automática*.
- Mosca E. (1994). *Optimal, Predictive and Adaptive Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Moscinski J. (1996). *Advanced Control with MATLAB and SIMULINK*. Prentice Hall, N.Y.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de Control Moderna*, Cuarta Edición, Pearson Educación S.A., Madrid.
- Ogata, K. (1996). *Sistemas de Control en Tiempo Discreto*, Segunda Edición, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Pérez Garay, L. (1972). *Generadores de Vapor*. ENPES, Ciudad de la Habana.
- Pérez Garay, L. (1986). *Generadores de Vapor*. Editorial Pueblo, Ciudad de la Habana.
- Prada Moraga C. (1998). *Fundamentos de control predictivo de procesos*. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Facultad de Ciencias Universidad de Valladolid, España.
- Quemador OERTLI*. (1994). Manual de instrucciones.
- Qiu X., Xue M., SunD., Wu G. (2000). The Stair-Like Generalized Predictive Control for Main-Steam Pressure of Boiler in Steam-power Plant, *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation*, Hefei, China.
- Real-Time Windows Target – For Use with Real-Time Workshop*. (2002), Version 2, The Mathworks Inc., Natick, MA.
- Revaux F. H. (1995) *Automatic control engineering*, New York, McGraw-Hill.
- Rivas Pérez R, Aref Ghraizi R., Perán González J. R., Cesar Sánchez E. (2000). Industrial Boilers. Integral Automatic Control System, *Automatica and Instrumentation*, No. 308, 79-80.
- Rivas Pérez R. (1999). *Identificación de Sistemas*. Universidad de Valladolid, España.
- Rivas Pérez R., Aref Ghraizi R., Cesar Sánchez E., Inga Castro J. (2000). *Sistemas de Control Automático Integral de Generadores de Vapor Piro-tubulares*. Ingeniería Eléctrica, Automática y Comunicaciones, Vol. XXI, No 2.
- Rivas Pérez R., Prada Moraga C., Peran González J, R. (2000). Desarrollo de Sistemas de Control Avanzado para la Automatización de Procesos Industriales con Comportamiento Dinámico Difícil. *Memoria de la III Conferencia Internacional sobre el Control de Sistemas Industriales, Informática 2000*, Ciudad de la Habana.
- Rivas Pérez R., Sotomayor J., Prada Móruga C., Fuente Aparicio M. J. Control Avanzado de Procesos. *Electro-Electrónica*, No 12, pp. 30-36, 1999.
- Rivas Pérez, R. (1997). *Control Adaptativo*. ISPJAE.

- Rivas Perez R., Beauchamb G., Saliceti Piazza L., Cesar Sánchez E. (1998). Automatic Control System of Steam Generator, *Proceedings of XVIII Interamerican Congress of Chemical Engineering*, San Juan, Puerto Rico.
- Rivas Pérez R., Herranz J., Llanes O., Cartaya L. (1994). Modelo Matemático Dinámico de Generadores de Vapor, *Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, Vol. XV, N° 3, 45-54.
- Rodríguez R., Rivas R., Sotomayor J. (2006). Identificación del Proceso de Variación de la Presión del vapor en el Cuerpo de una Caldera de Tubos de Fuego, *Proceedings del XII Congreso Latinoamericano de Control Automático*, Salvador Bahia, 3-6 de octubre, Brasil.
- Rodríguez R., Rivas R., Sotomayor J. (2006). Identificación de un Generador de Vapor de Tubos de Fuego, *Electro-Electrónica*, No. 24, pp. 33-38.
- Rodríguez R., Rivas R., Sotomayor J. (2007). System Identification of Fire Tube Steam Generator, *Enviado al Congreso Internacional de la IFAC Low Cost Automation*, La Habana, 10-14 de febrero, Cuba.
- Rodríguez Rubio F., López Sánchez M.J. (1996). *Control Adaptativo y Robusto*. Universidad de Sevilla.
- Rositer J.A. (2003). *Model-Based Predictive Control*, CRC Press, USA.
- Roffel B., Vermeer P.J., Chin P.A. (1989). *Simulation and Implementation of Self-Tuning Controllers*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Sánchez J.M., Rodellar J. (1996). *Adaptive Predictive Control: Industrial Plant Optimization*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Shields C.D. (1996). *Boilers: Types, Characteristics and Funcions.*, McGraw-Hill, TX.
- Simulink – Model-Based and System-Based Design*. (2002), Version 5, The Mathworks Inc., Natick, MA.
- Sintas Coll J. (1994). *Control de Calderas de Vapor*, Tercera Edición, Tiempo Real S.A.
- Smith C., Corripio A. (2000). *Control Automático de Procesos*, John Wiley Limusa, México.
- Söderström T., Stoica P. (1988). *System Identification*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Sohlberg. B. (1997). *Supervision and Control for Industrial Processes*, Springer-Verlag Inc., New York.
- Sunan H. (2001). *Applied Predictive Control*, Springer-Verlag Inc., New York.
- Tao G. (2003). *Adaptive Control Design and Analysis*, Wiley-IEEE Press, USA.
- Ulacia, O. (1997). *Informe técnico sobre el autómata SISCAL-600*. Empresa de Calderas Alastor.
- VanDoren V. (2002). *Techniques for Adaptive Control*, Butterworth-Heinemann, U.K.