

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE POSGRADO



**ANÁLISIS DE PROBLEMAS DE ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN  
DE EXPRESIONES DECIMALES, CREADOS POR ESTUDIANTES DEL 6°  
GRADO DE PRIMARIA EN UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA**

Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas que  
presenta

JORGE FERNANDO CÁRDENAS CANCHANYA

Dirigido por

ULDARICO VÍCTOR MALASPINA JURADO

San Miguel, 2015



En memoria de mi madre Ana María Canchanya Cuevas, a los diez años de su fallecimiento, ella siempre me apoyó en los proyectos académicos que emprendí y seguramente, estaría muy feliz con esta maestría.

A Helene (mi esposa), María Fernanda y Ana Lucía (mis hijas) a quienes quité horas de dedicación durante el período que duró esta maestría. Porque siempre estuvieron allí, brindándome su amor.

A Beatriz Canchanya Cuevas, mi tía, la que me inspiró para abrazar esta carrera docente.

## AGRADECIMIENTOS

Al gobierno peruano que a través del Ministerio de Educación y el PRONABEC con la beca docente de posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación 2014, me ha subvencionado una maestría de calidad en la mejor universidad del Perú.

A la Pontificia Universidad Católica del Perú con su Maestría de la Enseñanza de las Matemáticas y su staff de profesores por compartirme sus conocimientos y experiencias.

Al maestro Uldarico Malaspina Jurado, mi asesor de tesis y una persona que sabe inspirar el amor por las matemáticas, por su aporte al enriquecimiento de esta investigación.

A los magísteres Miguel Gonzaga Ramírez y Augusta Osorio Gonzáles, por la atención prestada para la revisión de mi trabajo de investigación.

A la familia romeína; directivos, profesores, trabajadores, padres de familia, estudiantes y ex alumnos de la Institución Educativa Estatal Romeo Luna Victoria de San Borja, especialmente al 6to grado Rojo promoción 2015; por el apoyo brindado para la aplicación de esta investigación.

A mis compañeros de la Maestría de Enseñanza de las Matemáticas, quienes, llegados desde diferentes partes del país, se convirtieron en mi segunda familia durante el tiempo que compartimos aulas de estudios.

A mis primos Karina Torres e Iván Herrera, que desde el inicio confiaron en mí y me alentaron a postular a la beca de maestría.

A mi tía Teresa Canchanya, por su desprendido apoyo desinteresado.

## RESUMEN

La presente investigación tiene el objetivo de obtener la información sobre las capacidades creativas y matemáticas de estudiantes del 6° grado de primaria de una institución educativa estatal del Perú, mediante el análisis de los problemas que ellos crearon sobre adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales. Para obtener información sobre las capacidades creativas, examinamos la originalidad, flexibilidad y fluidez que se muestran en los problemas y para las capacidades matemáticas examinamos las soluciones de los problemas que propusimos y de los que ellos mismos crearon, así como la coherencia lógica entre información y requerimientos al crear problemas. Como resultado del análisis realizado concluimos que los estudiantes muestran altos niveles de flexibilidad, fluidez y claridad al crear problemas por elaboración; que la fluidez se expresa mucho mejor con los problemas no rutinarios; que la originalidad no es muy alta por la tendencia a imitar los problemas trabajados anteriormente; que los estudiantes revelan mayor capacidad de creación de problemas cuando conocen el contexto y dominan el entorno matemático; y que el trabajo grupal es más fructífero que el individual. Encontramos altas capacidades matemáticas, en cuanto a la resolución de los problemas propuestos y creados y a la coherencia lógica en los problemas creados.

Palabras clave: problemas, expresiones decimales, creatividad, creación de problemas

## ABSTRACT

The present research paper aims to get information on the creative and mathematical abilities of 6<sup>th</sup> grade elementary students of a public education center in Peru by analyzing the problems they posed on addition, subtraction and multiplication of decimal expressions. In order to obtain information regarding creative abilities, we examined the originality, flexibility and fluency shown in the problem, and for the mathematical abilities, we examined the solutions to the problems we proposed and the ones they posed themselves, as well as the logical coherence between information and requirements when posing problems. As a result of the performed analysis, we concluded that students show high levels of flexibility, fluency and clarity when posing problems by elaboration; that originality is not too high due to the tendency to imitate problems done previously; that students reveal a higher problem posing ability when they know the context and dominate the mathematical environment; and that group work is more productive than the individual one. We found high mathematical abilities regarding the resolution of the proposed and posed problems as well as the logical coherence in the posed problems.

Key words: problems, decimal expressions, creativity, problem posing

## LISTA DE FIGURAS

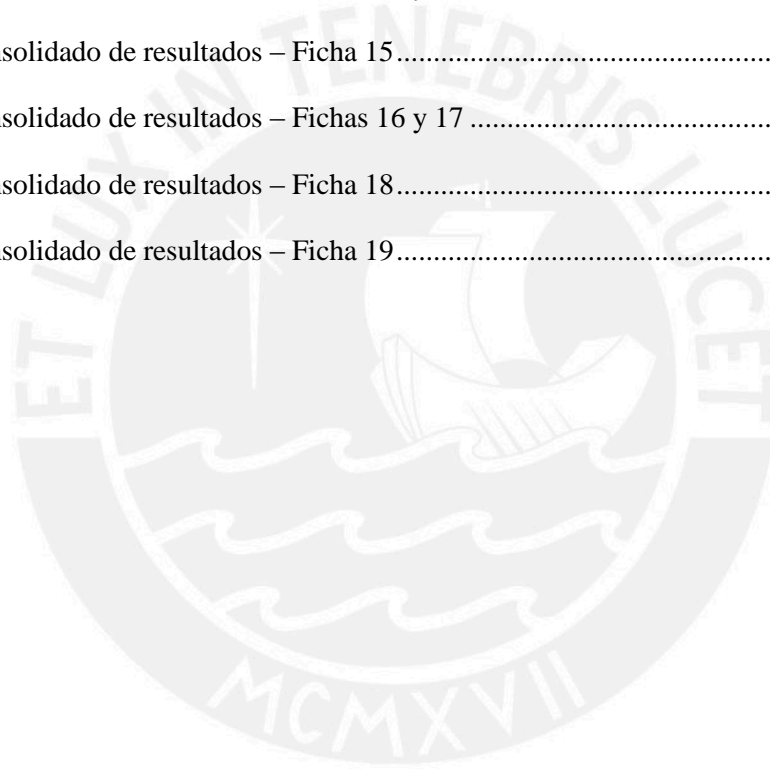
<b>Figura 1.</b> Capacidades y conocimientos en el 5to grado, según el DCN .....	20
<b>Figura 2.</b> Capacidades y conocimientos en el V ciclo, Rutas del Aprendizaje - 1 .....	20
<b>Figura 3.</b> Capacidades y conocimientos en el V ciclo, Rutas del Aprendizaje - 2.....	21
<b>Figura 4.</b> Ejercicios de la página 78 del Texto Matemática 6. ....	22
<b>Figura 5.</b> Ejercicios de la página 80 del Texto Matemática 6 .....	23
<b>Figura 6.</b> Ejercicio de la página 85 del Texto Matemática 6.....	24
<b>Figura 7.</b> Dinamización.....	41
<b>Figura 8.</b> Elaboración a partir de una situación dada. ....	44
<b>Figura 9.</b> La panadería.....	52
<b>Figura 10.</b> El bazar de la plaza Marquina.....	55
<b>Figura 11.</b> El mercadito.....	58
<b>Figura 12.</b> Las jarras de Anita.....	62
<b>Figura 13.</b> Problema creado y resuelto por B1 en la Ficha 2 .....	72
<b>Figura 14.</b> Problema creado por A1 en la Ficha 12.....	72
<b>Figura 15.</b> Problema creado por A2 en la Ficha 17.....	73
<b>Figura 16.</b> Problema creado por D1 en la Ficha 4.....	80
<b>Figura 17.</b> Problema creado por C2 en la Ficha 7.....	80
<b>Figura 18.</b> Problema creado y resuelto por A3 en la Ficha 19 .....	81
<b>Figura 19.</b> Problema creado por el grupo B en la Ficha 15.....	84
<b>Figura 20.</b> Problema creado y resuelto por el grupo C en la Ficha 10.....	89
<b>Figura 21.</b> Problema creado y resuelto por el grupo D en la Ficha 18.....	90
<b>Figura 22.</b> Algunas respuestas vertidas en la ficha 0 .....	91
<b>Figura 23.</b> Algunas respuestas vertidas en la ficha 19 .....	92

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> DCN Creación de problemas y operaciones con expresiones decimales en el V ciclo.....	19
<b>Tabla 2.</b> Mapas de Progreso. Creación de problemas y operaciones con decimales en V ciclo .....	21
<b>Tabla 3.</b> Variación de un problema dado.....	43
<b>Tabla 4.</b> Sexo y edad de los sujetos de estudio.....	47
<b>Tabla 5.</b> Organización de los sujetos de estudio.....	48
<b>Tabla 6.</b> Etapas y objetivos de la investigación.....	50
<b>Tabla 7.</b> Actividades, contenidos y objetivos .....	50
<b>Tabla 8.</b> Actividad 1 “En la caja del supermercado”.....	53
<b>Tabla 9.</b> Actividad 1 “Posibles soluciones y dificultades”.....	53
<b>Tabla 10.</b> Actividad 1 “Desarrollo de actividades” .....	54
<b>Tabla 11.</b> Actividad 2 “En el bazar de la plaza Marquina” .....	56
<b>Tabla 12.</b> Actividad 2 “Posibles soluciones y dificultades” .....	56
<b>Tabla 13.</b> Actividad 2 “En el bazar de la plaza Marquina” .....	57
<b>Tabla 14.</b> Actividad 3 “La compra en el mercadito” .....	59
<b>Tabla 15.</b> Actividad 3 “Posibles soluciones y dificultades” .....	59
<b>Tabla 16.</b> Actividad 3 “La compra en el mercadito” .....	60
<b>Tabla 17.</b> Actividad 4 “Las jarras de Anita” .....	62
<b>Tabla 18.</b> Actividad 4 “Posibles soluciones y dificultades” .....	63
<b>Tabla 19.</b> Actividad 4 “Las jarras de Anita” .....	63
<b>Tabla 20.</b> La experiencia didáctica.....	65
<b>Tabla 21.</b> Resumen estadístico de creación individual de problemas por variación .....	73
<b>Tabla 22.</b> Resumen estadístico de creación individual de problemas por elaboración .....	81
<b>Tabla 23.</b> Resumen estadístico de creación grupal de problemas por variación .....	85
<b>Tabla 24.</b> Resumen estadístico de creación grupal de problemas por elaboración .....	90
<b>Tabla 25.</b> Comparación entre las fichas 0 y 19 pregunta 1.....	92
<b>Tabla 26.</b> Comparación entre las fichas 0 y 19 pregunta 2.....	93
<b>Tabla 27.</b> Comparación entre las fichas 0 y 19 pregunta 4.....	94



<b>Tabla 28.</b> Resumen de los porcentajes de los niveles alto y muy alto.....	94
<b>Tabla 29.</b> Consolidado de resultados – Fichas 1, 2 y 3 .....	95
<b>Tabla 30.</b> Consolidado de resultados – Fichas 4 y 5 .....	96
<b>Tabla 31.</b> Consolidado de resultados – Fichas 6 y 7 .....	97
<b>Tabla 32.</b> Consolidado de resultados – Fichas 8 y 9 .....	98
<b>Tabla 33.</b> Consolidado de resultados – Ficha 10.....	99
<b>Tabla 34.</b> Consolidado de resultados – Fichas 11 y 12 .....	100
<b>Tabla 35.</b> Consolidado de resultados – Fichas 13 y 14 .....	101
<b>Tabla 36.</b> Consolidado de resultados – Ficha 15.....	102
<b>Tabla 37.</b> Consolidado de resultados – Fichas 16 y 17 .....	103
<b>Tabla 38.</b> Consolidado de resultados – Ficha 18.....	104
<b>Tabla 39.</b> Consolidado de resultados – Ficha 19.....	105





## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	11
CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA.....	12
1.1 Antecedentes .....	12
1.1.1 Creación de problemas de matemática.....	12
1.1.2 Adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales.....	16
1.1.3 La creación de problemas de expresiones decimales en los documentos nacionales.....	19
1.2 El problema de investigación .....	24
1.2.1 Planteamiento y justificación del problema .....	24
1.2.2 Pregunta de investigación.....	26
1.2.3 Objetivos de la investigación .....	27
CAPÍTULO II: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO.....	28
2.1 Aspectos matemáticos.....	28
2.1.1 Definición de expresión decimal.....	28
2.2 Aspectos didácticos .....	30
2.2.1 Definición de número decimal .....	30
2.2.2 Adición, sustracción y multiplicación con números decimales.....	32
2.3 Consideraciones adicionales .....	33
2.3.1 Antecedentes históricos.....	33
2.3.2 Los decimales y la medida .....	34
CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO Y MÉTODO .....	35
3.1 Marco teórico .....	35
3.1.1 La creatividad.....	35
3.1.2 Capacidades matemáticas y capacidades creativas en la creación de problemas.....	37
3.1.3 Elementos que conforman los problemas matemáticos.....	39
3.1.4 Proceso de la creación de problemas.....	40

3.1.5 Criterios para examinar la capacidad de crear problemas .....	41
3.1.6 Sugerencias para estimular la variación de problemas .....	42
3.1.7 Sugerencias para estimular la elaboración de problemas .....	43
3.2 Metodología y procedimiento metodológico .....	44
<b>CAPÍTULO IV: SESIONES LLEVADAS A CABO Y SU ANÁLISIS .....</b>	<b>47</b>
4.1 Los sujetos de estudio .....	47
4.2 Los instrumentos de aplicación del marco teórico .....	48
4.3 Presentación de las actividades .....	51
4.3.1 Actividad 1 “En la caja del supermercado y la panadería” .....	51
4.3.2 Actividad 2 “En el bazar de la plaza Marquina” .....	55
4.3.3 Actividad 3 “La compra en el mercadito” .....	58
4.3.4 Actividad 4 “Las jarras de Anita” .....	61
4.4 Las sesiones.....	65
4.5 Análisis de resultados.....	66
4.5.1 Creación individual de problemas por variación.....	66
4.5.2 Creación individual de problemas por elaboración.....	74
4.5.3 Creación grupal de problemas por variación.....	82
4.5.4 Creación grupal de problemas por elaboración.....	85
4.5.5 Comparación entre la ficha 0 y la ficha 19.....	91
4.5.6 Resumen de los porcentajes de niveles alto y muy alto .....	94
4.5.7 Consolidado de las fichas analizadas .....	94
<b>CAPÍTULO V: CONSIDERACIONES FINALES .....</b>	<b>106</b>
5.1 Conclusiones .....	106
5.2 Comentarios y sugerencias.....	109
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>111</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>115</b>

## INTRODUCCIÓN

El campo de la creación de problemas matemáticos por estudiantes de la educación básica regular, es un campo poco explorado en investigaciones en nuestro país; sin embargo, a nivel mundial ya está posicionándose como una actividad que involucra a los estudiantes con las matemáticas y les permite desarrollarse con más seguridad en esta disciplina.

En esta investigación, hemos analizado el potencial que tiene un grupo de niños y niñas del sexto grado de educación primaria de un colegio estatal peruano, para crear problemas matemáticos con operaciones de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales. Mediante los análisis elaborados y las conclusiones obtenidas, que revelan capacidades creativas y matemáticas de estos estudiantes en la creación de problemas, queremos aportar a los profesores e investigadores con criterios que nos permitan evaluar y valorar el esfuerzo creativo de nuestros estudiantes.

El presente trabajo de investigación presenta seis capítulos:

En el capítulo I, presentamos la problemática de la investigación, es decir, los antecedentes relacionados al tema, el planteamiento y la justificación del problema; la pregunta que da origen a esta investigación y finalmente los objetivos.

En el capítulo II, mostramos un estudio de los objetos matemáticos inherentes a la investigación que son la adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales, resumimos sus aspectos matemáticos, sus aspectos didácticos y explicitamos unas consideraciones adicionales, que incluyen aspectos históricos y la vinculación de las expresiones decimales con la medida.

En el capítulo III, presentamos el marco teórico, el método y los procedimientos metodológicos que rigen el desarrollo de nuestra investigación.

En el capítulo IV, mostramos el análisis de las sesiones trabajadas con diez estudiantes en la creación y resolución de problemas matemáticos del sexto grado de primaria.

En el capítulo V, presentamos las conclusiones finales de nuestra investigación, las que se relacionan con los objetivos planteados en el capítulo I. También hacemos algunos comentarios y sugerencias para futuras investigaciones acerca de este tema.

Finalmente, mostramos un anexo que contiene las 20 fichas trabajadas con los estudiantes en la presente investigación.

## CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA

En el presente capítulo presentamos los antecedentes de la investigación que desarrollamos en torno al análisis de problemas sobre adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales creados por estudiantes del 6to grado de primaria en una experiencia didáctica; luego presentamos el planteamiento y la justificación; seguidamente, incluimos la definición del problema que le dio origen, así como la pregunta y los objetivos de la investigación.

### 1.1 Antecedentes

Las siguientes son referencias de investigaciones realizadas sobre la creación de problemas matemáticos y acerca de la adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, que consideramos relevantes para la presente investigación. Además, en la parte final, resumimos cómo se presenta la creación de problemas en torno a las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de representaciones decimales para los estudiantes del V ciclo de educación básica regular, en los documentos del currículo escolar peruano y en el texto que el Ministerio de Educación entrega a los estudiantes de las instituciones educativas estatales.

#### 1.1.1 Creación de problemas de matemática

La acción de crear problemas en Matemáticas ha recibido diferentes denominaciones por los investigadores que han tratado este tema. En su investigación, Castro (2011), menciona que Kilpatrick la llama *formulación de problemas*; Brown y Walter la denominan *plantear problemas*; Silver llama a este acto *generación de problemas*; la propia Castro la nombra como *invención de problemas* y Malaspina (2011), la denomina *creación de problemas*. Lo cierto es que estamos frente a una actividad intelectual que se ha convertido en una eficaz manera de aprender matemáticas, según prestigiosos investigadores como Polya, Freudenthal y Kilpatrick (Citados en Castro, 2011).

En Estados Unidos, ya desde inicios de la última década del siglo pasado, existía la preocupación por este tema; al respecto, Malaspina (2013b), cita.

Ya en 1989 el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), recomendaba a los profesores brindar oportunidades para que los estudiantes piensen matemáticamente y desarrollen sus conocimientos mediante la creación de problemas en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Textualmente, decía: “los estudiantes deben tener algunas experiencias reconociendo y formulando sus propios problemas,

actividad que es el corazón del hacer matemáticas” (p. 138); recomendaba también que a los estudiantes se les dé oportunidades de formular problemas a partir de una situación dada y de crear nuevos problemas modificando las condiciones de un problema dado. (NCTM, 1991, p. 95). (P. 129)

Castro (2011), considera que cuando una persona tiene la capacidad de crear un problema ha alcanzado niveles de reflexión complejos; es decir, ha llegado a una etapa de razonamiento que hace posible la construcción del conocimiento matemático. Según Castro, las ventajas de crear problemas son muchas, por ejemplo, el incremento del conocimiento matemático, la motivación, la reducción del miedo o la preocupación por las matemáticas, la mejora en superar los errores matemáticos habituales, la ayuda positiva al desarrollo de la creatividad y el permitir al docente conocer las habilidades de sus estudiantes para usar su conocimiento matemático.

De acuerdo con Castro (2011), para Polya el escenario ideal para la creación de problemas es el que proviene de crear un nuevo problema a partir de uno ya resuelto; para Brown y Walter (Citados en Castro 2011), la actividad consiste en proponer nuevos problemas en la resolución de otros problemas; para Silver (Citado en Castro 2011), la tarea de inventar puede ubicarse antes, durante o después de la resolución de problemas; sostiene también, que un individuo, a partir de un hecho genera problemas nuevos y a partir de un problema complejo procede a la división de este en otros más sencillos.

Moses, Bjork y Goldemberg (también citados en Castro, 2011), dicen que para generar problemas a partir de uno dado, el estudiante ha de saber distinguir los elementos que forman parte de un problema que son: Información conocida, información desconocida y los procesos a seguir para relacionar ambas informaciones, a partir de ahí considerar lo que pasaría si alguno de estos elementos cambiase.

Según Castro (2011), los investigadores Brown y Walter, a través de su estrategia llamada *¿Qué pasaría si?* separaron al proceso en dos partes: la aceptación del problema y la exigencia del problema dado. Por otro lado menciona que Stoyanova clasifica las formas de problemas en situaciones libres, donde los estudiantes formulan sus problemas sin restricción; situaciones semiestructuradas, que es cuando a los estudiantes se les propone inventar problemas que sean similares a otros presentados o con alguna exigencia; y situaciones estructuradas, que son en las que se reformulan los problemas o se cambia alguna condición de un problema presentado. Así, la investigación de Castro se convierte en un importante referente para el conocimiento de la creación de problemas matemáticos.



Malaspina (2014a), dice que, si bien es positivo crear un problema mediante variaciones cuantitativas a un problema dado, es mucho más apreciable el crear un nuevo problema haciendo modificaciones cualitativas y cuantitativas a tal información. Dice el autor, que esto revela una mayor creatividad en este acto creativo y puede adoptarse como un criterio para construir algunos indicadores de la capacidad de crear problemas.

Según el investigador, cuando hay modificaciones en la información, se producen también modificaciones en los requerimientos que pueden ser muy evidentes o muy sutiles y este se convierte en otro criterio a tener en cuenta en la construcción de indicadores de la capacidad de crear problemas.

Malaspina (2014a), propone introducir explícitamente la creación de problemas al desarrollar los cursos de matemáticas para los futuros profesores; también recomienda usar material manipulable para crear un ambiente lúdico mientras se crea problemas.

El investigador menciona que es importante formular claramente el problema, con una redacción adecuada que guarde equilibrio entre la expresión matemática apropiada y la sencillez de las expresiones verbales que harán más fácil la comprensión. Concluye manifestando interés por establecer indicadores de la capacidad de crear problemas de matemáticas; sin embargo expresa que las dificultades radican en la diversidad de puntos de vista en relación a la medición de la creatividad y particularmente, de la creatividad matemática.

Respecto de la motivación para crear problemas, Malaspina (2014a), señala que nuestros estudiantes tienen gran potencial para desarrollar la capacidad de crear problemas de matemáticas y es tarea de los docentes estimular el desarrollo de tal capacidad. Una forma de hacerlo es introduciendo explícitamente la creación de problemas al desarrollar los cursos de matemáticas, haciendo críticas constructivas a los problemas creados por los estudiantes y mostrando las potencialidades didácticas y matemáticas que tienen tales problemas.

Los trabajos realizados por Malaspina en los últimos años (2011, 2012a, 2012b, 2013a, 2013b, 2013c, 2014a , 2014b, 2014c y 2015), en lo relacionado a la creación de problemas, constituyen un punto de apoyo importante para el presente trabajo de investigación, ya que presenta una visión actualizada y explora el campo de la creación de problemas relacionándolo con la solución de problemas y el estímulo al aprendizaje, tendiendo puentes para iniciar investigaciones no solo con profesores o estudiantes de educación, sino con los propios estudiantes de Educación Básica Regular.

De otro lado, destacamos la investigación de Ayllón (2012), relacionada a la invención y resolución de problemas por los alumnos de primaria, que tuvo como objetivos describir las creencias de los estudiantes sobre qué es un problema, para qué sirve, cómo y cuándo resolverlo; establecer la relación entre la capacidad de inventar y de resolver los problemas inventados por ellos y sus compañeros e identificar los conocimientos numéricos y aritméticos que ellos involucran en los problemas que inventan.

La investigadora también se planteó clasificar los enunciados de los problemas inventados por los estudiantes en base a su coherencia, estructura semántica, estructura operatoria, el número de preguntas formuladas y el número de etapas involucradas en la resolución de los problemas inventados, así como estudiar a qué conjunto numérico pertenecen los números que utilizan los estudiantes al inventar sus problemas y el número de cifras que tienen.

Los sujetos investigados fueron estudiantes del nivel primario de primer a sexto grado, siendo evaluados un pequeño grupo de 27 en el año 2001 con un instrumento llamado prueba exploratoria y 351 en 2010, con un instrumento denominado prueba confirmatoria.

Las experimentaciones del 2001 se hicieron en base a tarjetas donde aparecían diferentes artículos con sus precios, se le solicitó a cada grupo de estudiantes que inventen un problema de compra-venta que tenga relación con la tarjeta elegida y que fuese resuelto posteriormente, luego se les pidió crear un problema más difícil que el anterior, más adelante se les entrevistó sobre su concepción de lo que es un problema y se solicitó solucionar el problema elaborado por su compañero.

En 2010, Ayllón realizó cuestionarios y pruebas para reconocer la noción que tenían los estudiantes sobre los problemas, el sistema de trabajo fue parecido al de 2001 pero en esta ocasión se les solicitó solucionar los problemas elaborados por ellos mismos y todo fue recopilado a través de un cuestionario escrito.

Se concluyó que los investigados consideran que un problema es resolver una cuestión utilizando para ello operaciones matemáticas, que los lugares donde desarrollan problemas matemáticos son la casa y el colegio. Los estudiantes vinculan la idea que todo problema debe contener datos numéricos; también aceptan de buena gana la tarea de formular problemas y al crearlos lo hacen con coherencia y esos problemas enunciados se asemejan mucho a los que aparecen en los libros escolares. Se constató que en la mayoría de problemas predominan las estructuras aditivas, multiplicativas y las que combinan ambas estructuras; en las situaciones



aditivas predominan las categorías semánticas de cambio mientras que en las multiplicativas predominan las de tasas y partición.

Ayllón (2012), encontró en su investigación que la mayoría de los problemas enunciados por sus investigados presentan una sola pregunta y una sola etapa, es decir, solo se basan en una operación para su resolución aunque no es nada desdeñable el porcentaje de estudiantes que utiliza un mínimo de dos operaciones para su resolución. Se concluye que depende mucho del dominio y la comprensión que los estudiantes tienen del significado y usos de las operaciones aritméticas. Se demostró que los estudiantes de primaria no presentan dificultad para ejecutar la tarea de inventar problemas; la investigadora dice que esto incrementa sus habilidades para aplicar los conceptos matemáticos, ejercita una variedad de estrategias para poder llegar a la solución y manifiesta la capacidad que tienen para inventar sus propios problemas aritméticos.

Para la investigadora, los estudiantes que formulan correctamente un problema son los que generalmente también lo resuelven correctamente y en aquellos que fallan, se observa errores operativos. En esta investigación se encontró que los números naturales son aquellos que más se utilizan en la formulación de problemas de estos estudiantes de primaria pese a que los números racionales (fracciones y decimales) aparecen a partir del 3er y 4to curso respectivamente, siendo mayor su porcentaje en 5to y 6to curso.

Finalmente, Ayllón (2012), manifiesta que los estudiantes saben utilizar los conocimientos aritméticos que ellos mismos proponen en sus problemas y que consideran fáciles a los problemas que saben resolver y si los consideran difíciles es porque los conceptos involucrados en el problema aún no han sido objeto de su estudio,

Tomaremos en cuenta para nuestra investigación, lo que Ayllón ha enunciado respecto a que los estudiantes de primaria son capaces de crear problemas y resolverlos con facilidad si es que dominan los conceptos aritméticos puestos en consideración en el problema. Nuestro propósito es mostrar un análisis que refleje tal capacidad de crear problemas.

### **1.1.2 Adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales**

Consideramos relevante la investigación desarrollada por Konic (2011), porque nos brinda una visión acerca de la adición y sustracción de expresiones decimales.

La investigadora tuvo por objetivo principal aportar nuevos conocimientos para la mejora de la formación inicial en matemáticas y didáctica de la matemática de los profesores de educación primaria españoles. Utilizó el Enfoque Onto Semiótico (EOS), siendo su objeto

matemático las expresiones decimales. Se planteó como objeto de investigación elaborar un modelo didáctico de referencia local para evaluar conocimientos sobre los decimales; asimismo se pretendía analizar trayectorias de enseñanza de las expresiones decimales en ciertos libros de textos escolares de primaria en España y evaluar aquellos significados personales que tienen los futuros profesores de primaria acerca de los decimales.

Konic (2011), realizó la investigación con estudiantes de pregrado del primer año de la especialidad de educación primaria, de la Universidad de Granada, España. La metodología empleada consistió en experimentaciones que fueron pruebas piloto, el uso de juicio de expertos y el análisis del tratamiento del tema en libros escolares.

Del análisis de los datos se identificaron dificultades existentes en la enseñanza y aprendizaje de las expresiones decimales, también las implicaciones que ello acarrea tanto para el desempeño en la vida cotidiana como en el abordaje de conocimientos nuevos en el área de los números. Además se manifestó la necesidad de revisar textos y actividades planteadas para el aula por parte de los docentes en actividad.

De acuerdo con la investigadora, la operación de adición o la de sustracción con decimales es un procedimiento que consiste en transformar las expresiones decimales para que tengan el mismo número de cifras después de la coma, añadiendo ceros a la derecha del número que tenga la parte decimal más corta. Así, si se disponen los dos números en columnas, la coma debajo de la coma, sólo queda aplicar el algoritmo habitual de la adición o de la sustracción en números naturales.

En lo concerniente a la definición de lo que se denomina expresiones decimales, Konic (2011), presentó dos posturas: La primera, según Arezzo y Moreira que considera al decimal como una forma de expresión de un número racional y una segunda postura que lo considera como un conjunto numérico con entidad propia según Brousseau, Socas, Cid, Godino y Batanero.

Para Konic, la expresión *número decimal* indica en sí misma a un número que está escrito en base diez, pero en la tradición escolar nos han enseñado que el número decimal designa casi siempre a los números con coma o sea aquellos en los que podemos distinguir una parte entera y una parte decimal separada por una coma.

Pensamos que la tesis doctoral de Konic (2011), aporta un importante material para el objeto matemático elegido, porque brinda una amplia y detallada información basada en reseñas

históricas cronológicamente ordenadas e importantes investigaciones acerca de las expresiones decimales realizadas en este siglo, básicamente en Europa.

También consideramos relevante la investigación de Ávila (2013), porque la hizo en base a un grupo de estudiantes mexicanos de 10 a 12 años que integraban una sección de sexto grado de primaria en México y que es equivalente al sexto grado de primaria de nuestro país, donde se trabajó con sus conocimientos acerca de las expresiones decimales.

La investigadora se trazó el objetivo de identificar aquellos conocimientos que pueden construir los niños sobre las expresiones decimales si les es ofrecido un acercamiento conceptual al tema, incidiendo en la relación de orden, de equivalencia, la propiedad de densidad y los significados que subyacen a su representación decimal. Para su análisis se basó en la Teoría de los Registros de las Representaciones Semióticas.

La investigación se realizó con 28 niños del sexto grado de educación primaria de una escuela pública de la Ciudad de México, todos integraban una misma aula y el promedio de edad en ellos era de 11 años. La metodología empleada fue la observación e indagación del trabajo realizado por los estudiantes en la construcción de conocimientos de las expresiones decimales. Este grupo tenía el antecedente de haber salido con buen puntaje en las pruebas matemáticas nacionales del año anterior y además contaba con una profesora con 20 años de experiencia docente y preparada en el área, con un título de magister en enseñanza de las matemáticas.

Ávila (2013), concluye que la experiencia de este grupo fue exitosa porque la profesora se apartó del enfoque clásico (nominalista), que consiste en escribir los decimales, nombrar las posiciones o el valor posicional, que tiene el común de docentes de primaria para la enseñanza de las expresiones decimales e introdujo también el orden, la equivalencia, la densidad y la representación en la recta numérica de los números decimales, mejorando los resultados grupales en este aspecto con relación a los resultados de las pruebas nacionales.

Para la investigadora, la secuencia de actividades planeada por la profesora del grupo, presenta dificultades en la conversión de figuras bidimensionales a escrituras decimales, en la denominación de posiciones o lugares, en el valor de las cifras que ahí se representan y la equivalencia entre décimos, centésimos y milésimos.

Consideramos relevante esta investigación porque nos presenta el trabajo con expresiones decimales en niños que cursan el sexto grado de Educación Primaria en México, contexto semejante al que presentamos en nuestra investigación, y demuestra cómo con formas

didácticas apartadas de la enseñanza tradicional es posible introducir las operaciones con expresiones decimales en la educación primaria.

### 1.1.3 La creación de problemas de expresiones decimales en los documentos nacionales

Encontramos que en los documentos nacionales vigentes del Ministerio de Educación del Perú, relacionados al sexto grado de educación primaria (V ciclo Educación Básica Regular), se menciona directa o indirectamente la creación de problemas matemáticos con adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, pero en los textos que se reparte a los estudiantes de los colegios nacionales que cursan el sexto grado no aparece la creación de problemas en la unidad relacionada a dichas operaciones.

#### 1.1.3.1 Diseño Curricular Nacional (DCN)

En la tabla 1 Observamos cómo se presenta la creación de problemas con adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales en el Diseño Curricular Nacional.

**Tabla 1.** DCN Creación de problemas y operaciones con expresiones decimales en el V ciclo

NÚMERO, RELACIONES Y OPERACIONES - CICLO V		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
Resuelve y formula, con autonomía y seguridad, problemas que requieren del establecimiento de relaciones entre números naturales, decimales y fracciones, y sus operaciones, argumentando los procesos empleados en su solución e interpretando los resultados obtenidos.	Resuelve y formula problemas que implican operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.	Adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales.

**Fuente:** Adaptada de Ministerio de Educación, Perú (2009).

Observamos que en el V ciclo (correspondiente al 5to y 6to grados de primaria de la Educación Básica Regular), la creación de problemas con adición, sustracción y multiplicación de decimales se encuentra expresada en las competencias, las capacidades y los conocimientos esperados de los alumnos de esos grados de estudios.

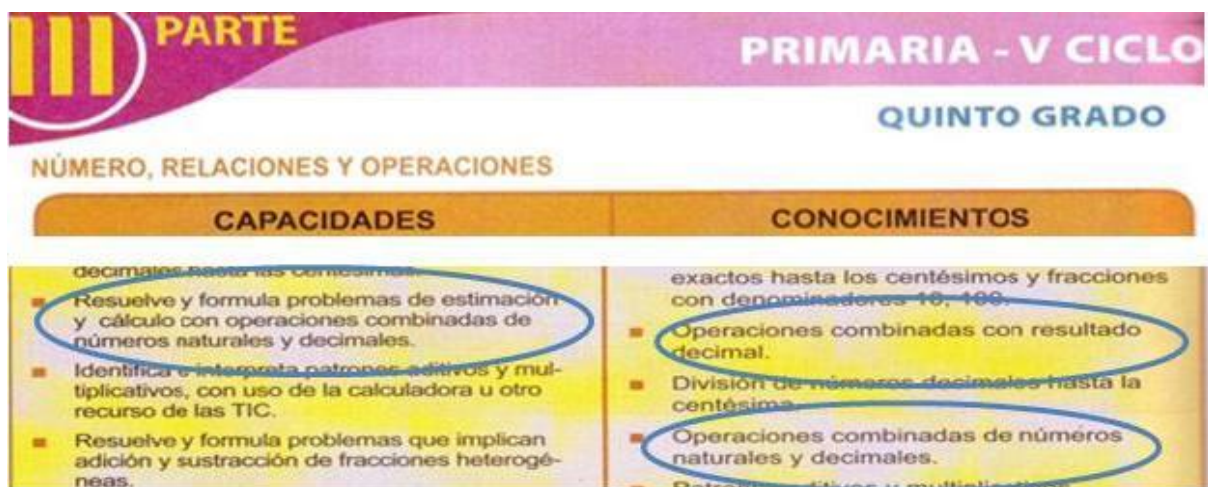
En la figura 1 observamos un recorte hecho a los conocimientos en números y operaciones que el Diseño Curricular Nacional (Perú, 2009), presenta para los estudiantes del quinto grado de Educación primaria peruanos, es decir, los conocimientos con los que debe llegar un



estudiante al sexto grado. Nos centramos en observar lo relacionado a creación de problemas y operaciones con expresiones decimales.

En lo que respecta a las capacidades, en el ítem seleccionado figura “Resuelve y formula problemas de estimación y cálculo con operaciones combinadas de números naturales y decimales”.

En cuanto a los conocimientos, en el primer ítem seleccionado dice “operaciones combinadas con resultado decimal” y en el segundo ítem seleccionado dice “operaciones combinadas con números naturales y decimales”



PARTE PRIMARIA - V CICLO QUINTO GRADO	
NÚMERO, RELACIONES Y OPERACIONES	
CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Resuelve y formula problemas de estimación y cálculo con operaciones combinadas de números naturales y decimales.</li> <li>Identifica e interpreta patrones aditivos y multiplicativos, con uso de la calculadora u otro recurso de las TIC.</li> <li>Resuelve y formula problemas que implican adición y sustracción de fracciones heterogéneas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Operaciones combinadas con resultado decimal.</li> <li>División de números decimales hasta la centésima.</li> <li>Operaciones combinadas de números naturales y decimales.</li> </ul>

Figura 1. Capacidades y conocimientos en el 5to grado, según el DCN

Fuente: Ministerio de Educación, Perú (2009)

### 1.1.3.2 Rutas del Aprendizaje

En el documento “Rutas del Aprendizaje” (Perú, 2013b), en los indicadores de números y relaciones del 5to grado de primaria no observamos a las operaciones con expresiones decimales, las cuáles recién se presentan en el 6to grado, mientras que sobre creación de problemas no aparecen menciones. Esto lo podemos apreciar en los recortes que aparecen en las figuras 2 y 3.



INDICADORES DE NÚMERO Y OPERACIONES			
Quinto Grado		Sexto Grado	
Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social y científico	Construcción del significado y uso de las fracciones como medida y operador en situaciones problemáticas con cantidades discretas y continuas	Construcción del significado y uso los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social, y científico	Construcción del significado y uso de expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales en situaciones problemáticas de medida, compra venta

Figura 2. Capacidades y conocimientos en el V ciclo, Rutas del Aprendizaje - 1

Fuente: Ministerio de Educación, Perú (2013b)

INDICADORES DE NÚMERO Y OPERACIONES			
Quinto Grado		Sexto Grado	
<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas aditivas de igualar y comparar y situaciones multiplicativas de combinación y división</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experimenta y describe el significado y uso de las operaciones con</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con fracciones en situaciones problemáticas de agregar, quitar, juntar, separar, comparar, igualar, repetir o repartir una cantidad**</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experimenta y describe el significado y uso de las operaciones con</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas aditivas de igualar y comparar y situaciones multiplicativas de combinación, división y comparación y repetición de factores iguales</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experimenta y describe el significado y uso de las</li> </ul>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con fracciones decimales y números decimales en situaciones problemáticas agregar, quitar, juntar, separar, comparar, igualar, repetir o repartir una cantidad</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Experimenta y describe el significado y uso de las operaciones con números</li> </ul>

Figura 3. Capacidades y conocimientos en el V ciclo, Rutas del Aprendizaje - 2

Fuente: Ministerio de Educación, Perú (2013b)

En la competencia general de número y operaciones no aparece expresa la creación de problemas, sin embargo sí aparece en el estándar al finalizar el V ciclo correspondiente al 5to y 6to grados de primaria de la Educación Básica Regular (“Resuelve, modela y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de comparar e igualar dos cantidades, combinar los elementos de dos conjuntos o relacionar magnitudes directamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Identifica la potencia como un producto de factores iguales”), pero en los indicadores respectivos solo aparece la resolución de problemas a pesar de ser esto enunciado en el Diseño Curricular Nacional como lo vimos en la tabla 1.

### 1.1.3.3 Mapas de Progreso

En la tabla 2 apreciamos cómo se presenta la creación de problemas con adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales en el documento llamado Mapas de Progreso.

Tabla 2. Mapas de Progreso. Creación de problemas y operaciones con decimales en V ciclo

DESCRIPCIÓN DE LOS NIVELES DEL V CICLO
<p>Representa cantidades discretas o continuas mediante fracciones, decimales y porcentaje. Compara y establece equivalencias entre números naturales, fracciones, decimales y porcentajes más usuales. Identifica la equivalencia de números de hasta seis dígitos en centenas, decenas y unidades de millar, y de unidades en décimos y centésimos. Estima, compara y mide la masa de objetos en miligramos; la duración de eventos en minutos y segundos; y la temperatura en grados Celsius. Resuelve y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de comparar e igualar dos cantidades, combinar los elementos de dos conjuntos o relacionar magnitudes directamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Identifica la potencia como un producto de factores iguales.</p>

Fuente: Adaptada de Ministerio de Educación, Perú (2013a).

Observamos que la descripción de los niveles del V ciclo (correspondiente al 5to y 6to grados de primaria de la Educación Básica Regular), indica, de manera similar a lo visto en la tabla 2 acerca de la creación de problemas, pero no expresamente para hacerla con la adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, a pesar de ser esto enunciado en el Diseño Curricular Nacional como lo vimos en la tabla 1.

### 1.1.3.4 Texto del 6to grado entregado por el Ministerio de Educación

Los estudiantes de las instituciones educativas estatales de educación básica regular del Perú reciben gratuitamente textos al inicio de cada año de estudios, uno de ellos corresponde al área de Matemática, en este caso el que corresponde al sexto grado de primaria se denomina “Matemática 6”.

Al hacer una revisión del libro, observamos que entre las páginas 78 y 85 aparecen los problemas y ejercicios para ser desarrollados a través de operaciones con expresiones decimales. Mencionaremos algunos ejemplos del tratamiento que se le da a este tema. Observemos la figura 4, donde aparece un recorte de la página 78.

7. Una vendedora de verduras hizo la cuenta siguiente y la entregó a uno de sus clientes.

Verduras	Nuevos soles
3 paltas	3.00
Coliflor	2.50
¼ kg vainitas	0.70
Pepinillo	0.80
½ kg arvejas	2.50
Apio	0.80
½ kg limón	1.50
Total	12.10

El cliente le dijo a la vendedora que debía rectificar su cuenta, pues se había equivocado. ¿Tenía razón el cliente? Justifiquen su respuesta.

8. Descubran la relación que existe entre los números de cada pirámide y completa los casilleros vacíos:

0.08		0.12	
0.1	0.8	0.8	0.15

		8.64	
	1.2		
	6	1.2	
2	3	0.4	

Figura 4. Ejercicios de la página 78 del Texto Matemática 6.

Fuente: El Nocedal (2012)

Observamos que el ejercicio 7 se resuelve mediante una operación de adición con decimales, mientras que para el ejercicio 8 se requiere realizar multiplicaciones con decimales. No se aprecian espacios para promover la creación de problemas.

En la figura 5, podemos apreciar el recorte hecho a la página 80 donde observamos operaciones combinadas con adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales.



También mostramos el contenido de la página 80 del libro Matemática 6 en la figura 5.

**OPERACIONES COMBINADAS CON DECIMALES SIN SIGNOS DE COLECCIÓN**

**En el mercado**  
Julia ha ido al mercado con S/. 100. Primero compra carne por S/. 12,50. Luego, va a los abarrotes, ahí paga S/. 5,80 por azúcar, S/. 6,8 por arroz, S/. 9,50 por el aceite, y S/. 7,20 por frejoles. ¿Cuánto le quedaría a Julia?

Representemos el problema con una operación combinada.

A Julia le queda S/. 58,20

$$\begin{array}{r} 100 - 12,50 - (5,80 + 6,8 + 9,50 + 7,20) \\ 100 - 12,50 - (29,30) \\ 100,00 - 12,50 - 29,30 \\ 87,50 - 29,30 \\ \hline 58,20 \end{array}$$

Resolvamos la siguiente operación combinada:

$$5,6 \times 10 + 2,8 - 1,4 + 6,5 \div 5 \times 2,1$$

Primero calculamos las multiplicaciones y divisiones hasta que queden solo sumas y restas. Luego sumamos y/o restamos de izquierda a derecha.

$$\begin{array}{r} 56 + 2,8 - 1,4 + 1,3 \times 2,1 \\ 56 + 2,8 - 1,4 + 2,73 \\ 58,8 - 1,4 + 2,73 \\ 57,4 + 2,73 \\ \hline 60,13 \end{array}$$

Con signos de colección:

$$\begin{array}{r} \{ 1,5 + (9,8 - 0,1 \times 0,3) - 2,4 \} + [8,4 \times 2,1 - 1,5 \div 5] \\ \{ 1,5 + (9,8 - 0,03) - 2,4 \} + [17,64 - 0,3] \\ \{ 1,5 + 9,77 - 2,4 \} + 17,34 \\ 8,87 + 17,34 \\ \hline 26,21 \end{array}$$

Eliminamos los signos de colección de adentro hacia fuera, calculando las operaciones. Luego resolvemos como en el caso anterior.

¿De qué otra forma hubieras planteado la operación combinada?

**TRABAJO INDIVIDUAL**

- Resuelve las siguientes operaciones combinadas en tu cuaderno:
  - $[25,5 \times 7 + 12,8 \times 3 - 1,5] \times (2,6 - 1,9)$
  - $1500 - [28,5 \times 3 + 15,5 - 3,8 \times 2]$
  - $6,6 \times 4,3 + (7,5 - 0,8) + 9,2 \times 8$
- Inventa un problema para la siguiente operación combinada:  
 $2,8 + 15,25 \times 3 - 7,2 \times 0,5 + 8,2 \times 3$

Figura 5. Ejercicios de la página 80 del Texto Matemática 6

Fuente: El Nosedal (2012)

Apreciamos que a través de un problema desarrollado se introduce al tema de las operaciones combinadas con expresiones decimales, posteriormente como trabajo individual se deja la resolución de tres operaciones combinadas y encontramos un único caso en el que se sugiere la creación de un problema a partir de una operación combinada propuesta.

En la página 81 hay una sección de refuerzo donde se puede trabajar combinando operaciones con expresiones decimales. En los problemas 2; 3 y 4 se requiere operar combinando las operaciones básicas de adición, sustracción, multiplicación y división con expresiones decimales, sin embargo no hay espacio a la creación de problemas.

En las páginas 82 y 83 se encuentra un juego de reforzamiento de lo aprendido donde a través de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con expresiones decimales los jugadores participantes del mismo pueden avanzar los casilleros.

Finalmente en la página 85, dedicada a la evaluación de lo aprendido en la unidad aparece el ejercicio 7 (figura 6), donde se combinan las operaciones.

$$7. \text{ Calcula: } \{3,8 + (9,6 - 1,5) \times 3\} + [6 + 2,5 \times 0,3 + 6 \div 0,2]$$

**Figura 6.** Ejercicio de la página 85 del Texto Matemática 6

**Fuente:** El Nocedal (2012)

Observamos que a esta sección de páginas, dedicadas a las expresiones decimales, se enfatiza la parte operativa, pero no la creatividad de los estudiantes, la creación de problemas está ausente en las actividades.

En conclusión, notamos que a pesar de estar explícita, la creación de problemas con adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, en el V ciclo de Educación Básica Regular del Diseño Curricular Nacional, no aparece claramente en los documentos llamados Rutas del Aprendizaje, Mapas de Progreso ni en el texto de Matemática que se le entrega a todos los escolares del 6to grado de Educación Primaria del Perú. Esto es motivo de preocupación pero consideramos que los estudiantes tienen capacidad para crear problemas y los profesores debemos estimularla.

## 1.2 El problema de investigación

En la presente sección presentamos el planteamiento y la justificación del problema de investigación, proponemos la pregunta que genera nuestra investigación y los objetivos (el general y los específicos), que se constituyen en la columna principal del presente trabajo.

### 1.2.1 Planteamiento y justificación del problema

La creatividad es una característica que los niños expresan a través de diversas actividades relacionadas a sus vivencias, experiencias y fantasías, muchas de las cuales se ven plasmadas en historias, relatos, cuentos, historietas, dibujos, etc. Sin embargo, a la creatividad pocas veces se la encuentra relacionada con las matemáticas, como lo dice Pehkonen (Citado en Malaspina 2013c): “Comúnmente, la gente piensa que creatividad y matemáticas no tienen nada que hacer una con otra”.

Desde pequeños nos relacionamos con la adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales a través de actividades comunes de la vida diaria; por ejemplo, al ir de compras a la bodega o en las situaciones de dar o recibir el cambio de dinero, pero a través de nuestra práctica docente hemos podido comprobar que cuando se trasladan estos ejercicios relacionados con la vida cotidiana a las clases de matemáticas, resultan muy complejos para los niños; especialmente se les complica por efecto de una mala redacción o porque se quiere que en un mismo problema se resuelva gran cantidad de interrogantes que pueden presentarse por separado. La presente propuesta es que los mismos estudiantes sean quienes cumplan la función de crear sus propios problemas, estimulados por su profesor, en una relación estrecha entre resolución y creación de problemas.

El actual Diseño Curricular de Educación Básica Regular del Perú (Perú, 2009), considera la formulación de problemas como una de las competencias a desarrollar por los estudiantes. En el área de Matemática, a partir del V ciclo (5to y 6to grado de Primaria), se señala específicamente “Resuelve y formula, con autonomía y seguridad, problemas que requieren del establecimiento de relaciones entre números naturales, decimales y fracciones, y sus operaciones, argumentando los procesos empleados en su solución e interpretando los resultados obtenidos”. Posteriormente, el documento Mapas de Progreso (Perú, 2013), ha resaltado la formulación de problemas como un complemento para el enfoque de la resolución de problemas; sin embargo, lo que predomina actualmente en la enseñanza de las matemáticas en el Perú es fundamentalmente la resolución de problemas.

En el campo de los números y operaciones, hay una constante preocupación por acercar la resolución de problemas a la realidad; específicamente, en lo concerniente a los decimales, se enuncian las siguientes capacidades en el DCN (Perú, 2009):

**5to grado:** Resuelve y formula problemas de estimación y cálculo con operaciones combinadas de números naturales y decimales.

**6to grado:** Resuelve y formula problemas que implican operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales.

Consideramos que el logro de estas capacidades debe producirse en simultáneo, ya que se suele dar mucha importancia a la resolución de problemas y se deja de lado la formulación de los mismos. El formular sus propios problemas le dará al estudiante más seguridad para el aprendizaje de la matemática y en particular en lo que se refiere a operaciones con expresiones decimales.

Conocemos que resolver problemas no es algo sencillo para gran parte de nuestros estudiantes y una de las razones puede ser que sus motivaciones para resolverlos se ven recortadas al tener que resolver solo los que les dan sus profesores o aquellos que están en los libros y no se fomenta que ellos creen sus propios problemas.

Creemos que desarrollando la capacidad de nuestros estudiantes de crear problemas matemáticos, conseguiremos que ellos desarrollen su capacidad de resolverlos y de estudiar las matemáticas con mayor interés y confianza, lo que les permitirá un aprendizaje más significativo. Para esto nos basamos en las investigaciones realizadas por Ayllón (2012), hecha a escolares de primaria españoles de primer al sexto curso de estudios (equivalentes a nuestros grados de estudios de primaria peruanos), donde se comprobó que los estudiantes son capaces de crear problemas matemáticos coherentes desde el primer curso y los que están en el sexto curso pueden ser capaces de formular y responder problemas matemáticos con números naturales y números racionales.

Utilizamos la perspectiva de Malaspina para el análisis matemático y didáctico en nuestro estudio.

La investigación permitirá analizar si, como revelan las investigaciones realizadas por Ayllón en España y por Ávila en México, también en nuestra realidad es posible no solo estimular la capacidad de creación de problemas de nuestros niños sino tener mayor claridad sobre su creatividad en esta actividad, en términos de la flexibilidad, fluidez, originalidad y claridad al crear problemas.

### **1.2.2 Pregunta de investigación**

Por nuestras propias experiencias en la docencia, percibimos que los niños responden a estímulos para crear problemas de matemáticas y disfrutan con ello, consideramos que es pertinente que el profesor tenga elementos para analizar los problemas creados por sus estudiantes y así tener mejor información de las capacidades creativas y matemáticas que en ellos se manifiestan. En ese sentido, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación, focalizando las actividades en torno a operaciones con representaciones decimales:

¿Cómo obtener información sobre las capacidades creativas y matemáticas de los estudiantes mediante el análisis de los problemas creados por ellos?



### 1.2.3 Objetivos de la investigación

La pregunta de investigación es muy amplia y en el presente trabajo queremos dar algunos elementos para responderla, limitándonos a problemas creados por estudiantes de sexto grado de primaria y en torno a las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales

#### 1.2.3.1 Objetivo general:

- Analizar las capacidades creativas y matemáticas de estudiantes de sexto grado de primaria, en los problemas creados por ellos sobre adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales.

#### 1.2.3.2 Objetivos específicos:

- a) Describir la capacidad de crear problemas sobre adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales de los estudiantes de la muestra, al iniciar la experiencia didáctica.
- b) Analizar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en la creación de problemas mediante la variación de problemas dados, en torno a los objetos matemáticos considerados.
- c) Analizar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en la creación de problemas mediante la elaboración de problemas a partir de situaciones dadas vinculadas a los objetos matemáticos considerados.
- d) Examinar las capacidades matemáticas de resolución de problemas y de coherencia lógica al crear problemas, considerando los objetos matemáticos escogidos en el estudio.

## CAPÍTULO II: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO

En este capítulo presentaremos tres definiciones relacionadas a las representaciones decimales. La primera es la realizada por Lima, Carvalho, Wagner y Morgado (2000), en el capítulo 4 de su libro *La matemática de la enseñanza media* quienes describen a los decimales desde el punto de vista matemático; la segunda es la definición de Ávila y García (2008), en el libro *Los decimales: más que una escritura*; la tercera es la dada en el libro de Godino, Cid y Batanero (2004), en el capítulo 5 del libro *Matemática para maestros*. En todos los casos hallaremos definiciones de expresiones decimales; pero en el segundo y tercer caso, que son definiciones en el marco de enfoques didácticos; se encuentra además la historia y algunas características adicionales de nuestro objeto matemático.

### 2.1 Aspectos matemáticos

Hemos seleccionado los conceptos vertidos por Lima et al (2000), para encontrar la definición del objeto matemático de nuestra investigación desde el punto de vista matemático.

#### 2.1.1 Definición de expresión decimal

Es relevante la definición que hace Lima et al (2000), mencionando que las expresiones decimales son la forma como podemos representar a los números reales con más eficiencia, reconociendo que es suficiente considerar a los números reales positivos, ya que para el caso de los números negativos sólo se debe añadir el signo menos. Consideran que una expresión decimal se puede simbolizar por:

$$\alpha = a_0, a_1 a_2 \dots a_n \dots,$$

Donde  $a_0$  es un número entero  $\geq 0$  y  $a_1; a_2, \dots; a_n \dots; \dots$  son dígitos; esto es, números enteros tales que  $0 \leq a_n \leq 9$ . Para cada  $n \in \mathbb{N}$ , se tiene un dígito  $a_n$ , llamado  $n$ -ésimo dígito de la expresión decimal  $\alpha$ . El número natural  $a_0$  se llama parte entera de  $\alpha$ . (p. 55)

Esto lo podemos graficar mejor con el valor de  $\pi$  o la longitud de una circunferencia de diámetro 1, si reemplazamos  $\alpha = \pi$ ,  $a_0 = 3$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_3 = 1$ ,  $a_4 = 5$ ,  $a_5 = 9, \dots, a_n$

Lima considera también que hay algunas situaciones particulares que deben ser tomadas en cuenta como sucede cuando:

A partir de cierto punto, todos los dígitos  $a_n$  se vuelven iguales a cero:

$$\alpha = a_0, a_1 a_2 \dots a_n 000 \dots$$

Entonces 
$$\alpha = a_0 + \frac{a_1}{10} + \dots + \frac{a_n}{10^n}$$

Es un número racional; en realidad una fracción decimal (fracción cuyo denominador es una potencia de 10). (p.57)

Este caso puede ser ejemplificado con la siguiente expresión decimal:

$$13,42800 \dots = 13 + \frac{4}{10} + \frac{2}{100} + \frac{8}{1000} = \frac{13428}{1000}$$

El autor también nos refiere que la expresión decimal  $\alpha = a_0, a_1 a_2 \dots a_n \dots$  puede representar un número racional, si existe periodicidad entre sus dígitos de la parte decimal, aunque no termine en ceros; un caso muy simple es la siguiente expresión decimal, es decir del número real.

$$\alpha = 0,999 \dots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \dots$$

En este caso Lima et al (2000) afirma que  $\alpha$  es igual a 1 por la aproximación de valores de  $\alpha$  que son  $\alpha_1 = 0,9$ ;  $\alpha_2 = 0,99$ ;  $\alpha_3 = 0,999$ ; etc. entonces  $1 - \alpha_1 = 0,1$ ;  $1 - \alpha_2 = 0,01$ ;  $1 - \alpha_3 = 0,001$  y, en general  $1 - \alpha_n = 10^{-n}$ . Esto quiere decir que conforme  $n$  sea más grande, la diferencia entre 1 y  $\alpha_n$  puede llegar a ser más pequeña, eso significa que el valor de los números racionales  $\alpha_n = 0,99\dots9$  se aproxima cada vez más al valor de 1, esto es, el 1 es su valor límite.

Ya establecido que  $0,999 \dots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{10^n} + \dots = 1$ , resulta que

$$0,111 \dots = \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{10^n} + \dots = \frac{1}{9}$$

En consecuencia, para todo dígito  $a$ , tenemos  $0,aaa \dots = \frac{a}{10} + \frac{a}{100} + \dots + \frac{a}{10^n} + \dots = \frac{a}{9}$

$$\text{Así, } 0,777 \dots = \frac{7}{9}$$

Si seguimos explorando, podemos observar que de:  $\frac{9}{10} + \frac{9}{100} = \frac{99}{100}$ ;  $\frac{9}{1000} + \frac{9}{10000} = \frac{99}{10000}$ , etc.

$$\text{Entonces: } 1 = \left(\frac{9}{10} + \frac{9}{10^2}\right) + \left(\frac{9}{10^3} + \frac{9}{10^4}\right) + \dots = \frac{99}{100} + \frac{99}{100^2} + \dots = 99 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \dots\right)$$

$$\text{Luego } \frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \dots = \frac{1}{99}$$

De esto tenemos como resultado, por ejemplo:

$$0,373737\dots = \frac{37}{100} + \frac{37}{100^2} + \frac{37}{100^3} + \dots = 37 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \dots\right) = \frac{37}{99}$$

Entonces el autor concluye que si existe una expresión decimal  $\alpha = 0, a_1 a_2 \dots$  la llamaremos decimal periódica simple, de período  $a_1 a_2 \dots a_p$ , cuando se cumpla la condición que los primeros  $p$  dígitos a la derecha del separador decimal se repiten indefinidamente en el mismo



orden y pone los casos de 0,777..... y 0,373737... “que son décimas periódicas simples con períodos de 7 y 37 respectivamente.” (Lima et al, 2000, p.59)

Aplicando el razonamiento anterior para todos los casos, el autor menciona que podemos entender que todo decimal periódico simple es representante de un número racional al cual se le conoce por *generatriz* y “La generatriz de un decimal periódico simple es una fracción cuyo numerador es el período y cuyo denominador es el número formado por tantos nueves como guarismos tiene el período.” (Lima et al, 2000, p.59)

Como sucedería con el siguiente ejemplo:  $0,432432432 \dots = \frac{432}{999}$

Con respecto a las operaciones de adición, sustracción y multiplicación desde el punto de vista matemático, Lima et al (2000), nos hace notar la imposibilidad de realizarlas con las expresiones decimales si las usamos completamente por las formas opuestas en que están organizadas las expresiones decimales (de izquierda a derecha), y las operaciones (de derecha a izquierda).

## 2.2 Aspectos didácticos

En la siguiente sección presentamos los conceptos vertidos por Ávila y García (2008), y Godino (2004), en relación a la definición del objeto matemático de nuestra investigación desde el punto de vista de la didáctica de la matemática.

### 2.2.1 Definición de número decimal

Encontramos relevantes las definiciones vertidas por Ávila y García (2008), que expresan que contra lo pensado por el común de las personas, “Los decimales son mucho más que una escritura: son números que tienen ciertas propiedades y funciones que lo hacen distinguirse de otros, y la escritura utilizando el punto es sólo una de las formas que tenemos para representarlos.” (Ávila y García, 2008, p. 27), y más adelante completan “La notación utilizando el punto es sólo una forma de representar las fracciones que surgió con el interés de facilitar los cálculos con ellas. Sin embargo, algunas fracciones son decimales y otras no.” (Ávila y García, 2008, p. 33).

Las autoras también mencionan que los números decimales son aquellos que pueden representarse en forma de fracción decimal y que sus aplicaciones a la vida cotidiana y a otras áreas del conocimiento humano suceden en gran cantidad. También hacen una diferencia entre lo que llamamos número decimal y lo que conocemos como expresión decimal. “Los

números decimales son aquellos que pueden escribirse en forma de fracciones decimales. Las fracciones decimales son las que pueden expresarse con un numerador entero y un denominador que es una potencia de diez”. (Ávila y García, 2008, p. 33).

Para graficar mejor su idea, Ávila y García (2008), nos proponen el siguiente ejemplo: “ $3/10$  y  $1/1000$  son fracciones decimales; también son fracciones decimales  $1/2$  y  $3/5$ , ya que se pueden encontrar fracciones equivalentes a un medio y a tres quintos cuyos denominadores sean alguna potencia de 10.” (Ávila y García, 2008, p. 33), Acerca de este tipo de fracciones también podemos representarlas utilizando la coma decimal como 0,3 ; 0,001 y dan lugar a las llamadas *expresiones decimales finitas* y que en el colegio reciben el nombre de *decimales*.

En el caso que las fracciones no sean decimales como en  $1/3$  las autoras señalan que no se puede hacer una representación de una expresión decimal finita y por eso este tipo de fracciones originan las expresiones decimales periódicas infinitas que en el caso de nuestro ejemplo sería 0.3333...

Otra característica que las autoras mencionan es la posibilidad que presentan los decimales de expresar cantidades menores que la unidad.

Las autoras expresan que el nacimiento de la notación decimal de las fracciones fue con el fin de simplificar los cálculos con dichos números y que su representación utilizando el punto está basada en dos principios que son el de valor de posición y la extensión del principio de posición a la escritura de números menores que la unidad.

Sobre este mismo tema Godino (2004), dice:

La expresión 0,75 designa un *número decimal*, que también se puede escribir en forma de fracción,  $75/100$ , la cual a su vez es equivalente a la fracción irreducible  $3/4$ . Son tres formas de escribir y de hablar sobre un número decimal particular.

La expresión o notación decimal con un número finito de cifras decimales se puede usar en todos los racionales que pueden ser representados por una fracción cuyo denominador es una potencia de diez. Este subconjunto (D) de números racionales (Q) recibe el nombre de “conjunto de los números decimales” ( $D \subset Q$ ).

Algunas características importantes de la notación decimal es la facilidad que nos permite para expresar los números racionales, ello simplifica ciertos cálculos (Godino, 2004).

La notación decimal para expresar los números racionales es importante ya que es más fácil trabajar con ella que con la notación de fracción. Por ejemplo, al comparar dos racionales es más rápido comparar las expresiones decimales que las fracciones:

Ejemplo: Para comparar  $7/8$  con  $22/25$  hay que reducir las fracciones a común denominador y comparar los numeradores. Sin embargo, si los expresamos en notación decimal,  $7/8 = 0,875$ , y  $22/25 = 0,88$ , vemos en seguida que  $22/25$  es mayor.

La notación decimal es también cómoda para encontrar un número racional comprendido entre otros dos dados. La mayor ventaja es en la realización de operaciones aritméticas, ya que se pueden usar algoritmos similares a los desarrollados para trabajar con números enteros. (p. 129).

### 2.2.2 Adición, sustracción y multiplicación con números decimales

Debido a la problemática presentada en nuestra investigación, consideramos que el procedimiento para desarrollar las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales se convierte en una tarea difícil de procesar, aún en los estudiantes que llegan al final de su educación primaria a los 11 o 12 años de edad.

Respecto a los algoritmos de adición y sustracción con números decimales Ávila y García (2008), sugieren que existe una regla para hacer estas operaciones:

- Acomodar los números cuidando que el punto decimal quede alineado verticalmente.
- Resolver la operación como si fuesen números naturales.
- Poner en el resultado el punto debajo del punto de los números que se sumaron o restaron. (p.74).

También consideran importante que los estudiantes comprendan que el alinear el punto decimal obedece a una razón matemática "...Hay que sumar o restar décimos con décimos, centésimos con centésimos, milésimos con milésimos, etcétera, al igual que para sumar naturales se alinean decenas con decenas, centenas con centenas, etcétera" (Ávila y García, 2008, p. 74).

Con relación a la multiplicación con números decimales las autoras consignan que la regla a seguir es la multiplicación de los números como si estuviésemos haciendo una multiplicación de números naturales pero en el resultado se debe tomar primero el número de cifras decimales que equivale a la suma de las cifras decimales que corresponden al multiplicando y el multiplicador y si el número de cifras del producto fuese menor que esta suma, debemos completar con ceros a la izquierda.

Como en el siguiente ejemplo que nos proponen las autoras (p. 77), observamos que los factores tienen dos y una cifra decimal por lo tanto en el producto debe tener tres cifras decimales.

$$\begin{array}{r}
 4,56 \times \\
 \underline{\quad 2,3} \\
 1368 \\
 \underline{912} \\
 10,488
 \end{array}$$

Ávila y García (2008) añaden:

En la adición y la sustracción es relativamente fácil entender que las décimas se suman (o restan) con décimas y que el resultado son décimas, lo mismo para las centésimas o milésimas. Pero en el caso de la multiplicación, para los alumnos es más difícil entender que décimas por décimas da centésimas o centésimas por décimas da milésimas. (p. 77).

## 2.3 Consideraciones adicionales

En las siguientes líneas mencionaremos algunas características relacionadas a los números decimales que serán de utilidad en nuestro trabajo de investigación como los antecedentes históricos y la relación de las expresiones decimales con la medida.

### 2.3.1 Antecedentes históricos

Las expresiones decimales surgen de la necesidad de expresar las fracciones con un sistema de números enteros separados con signos de su parte fraccionaria y así hacer más fácil los cálculos; con referencia a los antecedentes de la aparición de los números decimales Ávila y García (2008) mencionan:

Al-Uglidisi, matemático árabe que vivió en el siglo X, ya utilizaba en sus escritos las fracciones decimales y una notación parecida a la que utilizamos actualmente, separando la parte entera de la fraccionaria del número mediante una coma; por ejemplo:  $2'35$ , que entonces se leía *2 unidades y 35 de cien*, sería el equivalente de la expresión 2.35 que nosotros utilizamos y que leemos como *2 enteros 35 centésimos*.

Al-Kasi fue otro matemático árabe de gran fama, que vivió aproximadamente entre 1380 y 1436. Al-Kasi se proclamó a sí mismo el creador de los números decimales, introdujo en sus obras las fracciones *compuestas de las potencias sucesivas de un décimo*, a las que llamó *décimas, segundos decimales, terceros decimales...* creando un sistema en el que *todas las operaciones se efectuarán exactamente como con los números enteros*. Esto resultaba más fácil que el cálculo sexagesimal que fue ideado por los babilonios en la antigüedad y que en esa época utilizaban los astrónomos. (pp. 30-31).

Estos antecedentes, sucedidos en la península arábiga marcan el inicio de la relación entre los seres humanos y las expresiones decimales, pero es más aún trascendente la mención que hacen Ávila y García (2008), respecto a su aparición en el mundo occidental:

El interés por simplificar los cálculos mediante la notación decimal empezó al menos desde el siglo X, con las notaciones de Al-Uglidisi. Pero el primero que introdujo una teoría de las fracciones decimales y de su aritmética en el mundo occidental fue un ingeniero belga llamado Simon Stevin, quien vivió en el siglo XVI y principios del XVII. El objetivo que se planteó Stevin fue enseñar *cómo efectuar con números enteros sin quebrados todas las cuentas que aparecen en los negocios de los hombres*. Y trató de cumplir este objetivo escribiendo un pequeño texto llamado *De Thiende* o *La Disme* (en francés), que fue publicado en 1585.

Las autoras relatan que pasado el tiempo, debido a los problemas de tipografía de las máquinas de escribir de entonces y en búsqueda de hacer más fáciles las operaciones, el signo ideado por Stevin se convertiría en el punto decimal que se utiliza en la actualidad.

La representación de las fracciones utilizando el punto pasó por varios intentos hasta llegar a la que actualmente conocemos, bastante simple y funcional. Sin embargo, a pesar de que las expresiones decimales simplificaban muchísimo la realización de los cálculos con números menores que la unidad, su uso tardó bastante en generalizarse. Fue el crecimiento del comercio, el nacimiento de los bancos y otras empresas humanas experimentadas en el siglo XVI lo que creó el ambiente que favoreció el uso de los decimales. (p. 32).

### 2.3.2 Los decimales y la medida

A partir de la introducción de los números decimales en los instrumentos de medida, es que podemos hacer uso de ellos en la vida diaria y en el caso especial, de nuestra investigación, es cuando los niños empiezan a interactuar con ellos aunque aún en la escuela no lo hayan aprendido. El autor dice que la introducción de los números decimales se produce de forma habitual a partir de las medidas de longitud (metros, centímetros, decímetros, milímetros), al respecto Godino (2004), refiere el siguiente ejemplo:

El metro (m), se representa en forma decimal, insistiendo en las multiplicaciones o divisiones por 10 que relacionan unos con otros. La “expresión decimal” aparece como un medio cómodo de representar medidas complejas.

Ejemplo: “2 dam, 3 m, 1 dm y 3 cm”, se conviene en expresarlo como 23,13 m si se ha elegido el metro como unidad principal, mientras que se escribe como 2313 cm si se elige el centímetro. (p. 134)

Finaliza el autor expresando que este proceso sólo requiere algunas nociones con las que los niños están familiarizados.



## CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO Y MÉTODO

En esta sección presentamos los criterios teóricos que encuadran nuestra investigación, los elementos que conforman los problemas matemáticos, el proceso de creación de problemas, los criterios para examinar la capacidad de crear problemas y la dinámica para la variación y la elaboración de problemas; posteriormente se presenta el método del presente trabajo de investigación.

### 3.1 Marco teórico

La creación de problemas de matemática es poco practicada dentro de nuestra realidad educativa. A pesar de reconocerse su importancia, mucho se ha tratado sobre resolución de problemas pero pocos autores han tratado de cubrir la evidente ausencia de estudios acerca de la creación de esos problemas que se deben resolver. Observamos que se ha dejado paso para que los problemas sean creados por expertos y nos quedamos en la búsqueda de estrategias para su resolución, olvidando o ignorando que la creación es un importante aporte no solo para la resolución sino para favorecer el desarrollo de la creatividad, la autoestima y las actitudes hacia la matemática (Malaspina y Vallejo 2014).

#### 3.1.1 La creatividad

Según Esquivias 2001, el término creatividad es relativamente nuevo, porque recién aparece a finales del siglo XX en el diccionario de la Real Academia de la lengua española; la psicología tampoco lo consideraba en sus estudios y era entendido como la invención, el ingenio, el talento, etc.

Para Guilford 1978 (Citado en Esquivias 2001), "La creatividad implica huir de lo obvio, lo seguro y lo previsible para producir algo que, al menos para el niño, resulta novedoso.... La creatividad en sentido limitado, se refiere a las aptitudes que son características de los individuos creadores, como la fluidez, la flexibilidad, la originalidad y el pensamiento divergente". El propio Guilford, también demostró que la creatividad y la inteligencia son cualidades diferentes.

Para Paul Torrance (citado en Esquivias 2001), "La creatividad es un proceso que vuelve a alguien sensible a los problemas, deficiencias, grietas o lagunas en los conocimientos y lo lleva a identificar dificultades, buscar soluciones, hacer especulaciones o formular hipótesis,

aprobar y comprobar esas hipótesis, a modificarlas si es necesario, además de comunicar los resultados".

La autora también cita a Gagné cuando dice "La creatividad puede ser considerada como una forma de solucionar problemas, mediante intuiciones o una combinación de ideas de campos muy diferentes de conocimientos".

Finalmente, la propia Esquivias define a la creatividad como un proceso mental elevado, el cual supone: actitudes, experiencias, combinatoria, originalidad y juego, para lograr una producción o aportación diferente a lo que ya existía.

De acuerdo a Esquivias (2001), el primer antecedente del estudio de la creatividad se puede atribuir a Galton que en el año 1869 realizó unos estudios en individuos dotados de "genialidad", posteriormente fueron Schoen en 1930 y Guilford en 1939 y 1952 quienes desde un punto de vista de la psicología aportaron información relacionada a este tema.

La investigadora menciona que, a partir del año 1950 se manifiesta interés por el concepto "creatividad" del que Guilford fue uno de los iniciadores y entre sus grandes aportes podemos mencionar que demostró que la creatividad y la inteligencia son cualidades diferentes, a su vez identificó ocho habilidades que componen la creatividad, que son aceptadas por algunos estudiosos del tema. Esas ocho habilidades de la creatividad son:

1. Sensibilidad para los problemas
2. Fluidez
3. Flexibilidad
4. Originalidad
5. Redefinición
6. Análisis
7. Síntesis
8. Penetración

Según Esquivias (2001), en 1978 Paul Torrance realizó diferentes estudios sobre este tema y sugiere como claves confiables de la creatividad: la flexibilidad, la sensibilidad ante los problemas, la redefinición, la conciencia de sí mismo, la originalidad y la capacidad de perfección.



Precisamente de Torrance 1962 (citado en López, Prieto y Hervás, 1998), es que extraemos estos factores necesarios en el pensamiento creativo:

- a) Sensibilidad hacia los problemas.
- b) Fluidez o habilidad para generar ideas.
- c) Flexibilidad, habilidad para definir y cambiar enfoques.
- d) Originalidad y elaboración, consistentes en la habilidad para definir y redefinir problemas, considerar detalles y percibir soluciones de manera diferente. (p. 88)

### **3.1.2 Capacidades matemáticas y capacidades creativas en la creación de problemas**

En este estudio, para analizar las capacidades matemáticas proponemos hacer énfasis en el estudio de la coherencia en la creación de problemas y en la resolución de los mismos, para ello citaremos un documento del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España donde se menciona a algunas capacidades matemáticas como el diseño de estrategias para resolver problemas, al cual definen como “El conjunto de procesos fundamentales que guían al individuo para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente”. (España 2013 p.16).

Dentro de la capacidad matemática de utilizar operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico, también encontramos insumos para nuestra investigación; esta capacidad es definida como “La comprensión, interpretación, manipulación y utilización de expresiones simbólicas en un contexto matemático regido por convenciones y reglas matemáticas.” (España 2013 p.16).

Con relación a las capacidades creativas, hemos considerado pertinente la investigación de Yuan y Sriraman (2010), quienes llaman *problem posing* (creación de problemas) al proceso por el cual, basados en la experiencia, los estudiantes construyen interpretaciones personales de las situaciones concretas y a partir de estas situaciones, formulan problemas matemáticos significativos. Estos autores mencionan a Guilford y Torrance como investigadores que han contribuido en el estudio de la creatividad y la manera de reconocerla mediante algunos rasgos.

Según Guilford 1969 (citado en Yuan y Sriraman, 2010), la fluidez, la flexibilidad y la originalidad son tres aspectos importantes de la creatividad. Él encuentra estos indicios en su modelo de intelecto. El investigador menciona que la fluidez en el pensamiento se refiere a la cantidad de producción, mientras que la flexibilidad está referida a un cambio de algún tipo:

en el significado, en la interpretación, en el uso de algo, en la comprensión de la tarea, en la estrategia para hacer la tarea o en la dirección del pensamiento, lo que puede significar una nueva interpretación de la meta.

Guilford señala que la originalidad en el pensamiento está relacionada con la producción inusual, descabellada o se manifiesta en respuestas inteligentes.

Torrance 1966 (citado en Yuan y Sriraman, 2010), en sus pruebas de pensamiento creativo (TTCT), se basó en cuatro factores: fluidez, flexibilidad, originalidad y elaboración para medir la creatividad, pero no tomó en cuenta la elaboración para guiar el diseño y análisis de datos de todo el estudio, incluyendo la creación de problemas matemáticos. Torrance no utiliza la elaboración porque su medida es más por estimación y, por lo tanto, no proporciona una información precisa sobre la capacidad de elaboración de sus participantes.

Consideramos pertinente lo expresado por Rosli, Goldsby y Capraro (2013), en cuanto se refieren a la búsqueda de una rúbrica para la creación de problemas. Estas autoras mencionan a muchos investigadores que han utilizado diferentes marcos para evaluar la comprensión del estudiante en cuanto a la creación de problemas, entre los que destacan Silver y Cai 2005 (Citados en Rosli et al 2013), que sugirieron criterios generales que se centraron en la cantidad, la originalidad y la complejidad de los problemas planteados o también investigadores como Yuan y Sriraman (2010), que utilizaron criterios de fluidez, flexibilidad y originalidad; pero sus resultados fueron expresados a través de estadísticas descriptivas como cuadros de frecuencia y porcentajes. La falta de antecedentes acerca de rúbricas para evaluar las tareas que implican la creación de problemas hace reflexionar a las autoras que mencionan que, debido a lo complejo del tema, aún hay mucho trabajo por hacer en lo que respecta a evaluar la creación de problemas.

Según Kulm 1994 (citado en Rosli et al, 2013), muchos estudiantes carecen de oportunidades para formular problemas pero él cree que los estudiantes pueden crear problemas si entienden profundamente los conceptos matemáticos. Kulm lo comprobó cuando, semanalmente, a los alumnos de su clase les pedía que planteen un problema para sus pares y que, a su vez, resuelvan los de ellos. Kulm utilizó un sistema de puntuación para examinar las tareas de plantear problemas bajo los indicadores de comprensión del concepto, solución, creatividad y solución del problema en parejas. El investigador finaliza diciendo que hay mucho espacio para hacer en lo que respecta a conseguir una rúbrica que pueda medir con certeza la gama de habilidades matemáticas de los estudiantes.

Malaspina (2014c), dice que la flexibilidad se manifiesta en la creación de problemas por variación cuando la persona es capaz de hacer modificaciones con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros a lo presentado en el problema dado. El investigador menciona que aprecia la flexibilidad cuando el creador del problema se aparta de la situación presentada y plantea nuevas regla para la información o los requerimientos.

Para Malaspina (2014c), en la creación de problemas por variación, la originalidad se puede apreciar en el sentido que la persona presente novedad en su problema respecto al problema dado y distinguirse notoriamente de otras modificaciones realizadas al mismo problema por otros participantes. La fluidez es entendida en el sentido de crear más de un problema con ideas y propuestas diferentes, a partir de la situación y los problemas dados.

### 3.1.3 Elementos que conforman los problemas matemáticos

Nuestro trabajo de investigación recoge los estudios previos del investigador peruano Malaspina en lo que respecta a la creación de problemas. Para el autor, los problemas de matemáticas están conformados por cuatro elementos fundamentales: Información, requerimiento, contexto y entorno matemático. En relación a ello Malaspina y Vallejo (2014) afirman:

La *información* está constituida por los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el problema.

El *requerimiento* es lo que se pide que se encuentre, examine o concluya, que puede ser cuantitativo o cualitativo, incluyendo gráficos y demostraciones.

En cuanto al *contexto*: suele llamarse “problema contextualizado” a aquel que está relacionado con alguna situación real, con la vida cotidiana; sin embargo, consideraremos que el contexto también puede ser formal o estrictamente matemático. En ese sentido, podemos afirmar que en un problema, el *contexto* puede ser *intra matemático* o *extra matemático*. En el primer caso, como su nombre lo indica, el problema se circunscribe a lo matemático (por ejemplo, hallar el dominio de una función, graficar una ecuación de dos variables y hallar los factores primos de un número natural, son problemas que tienen contexto intra matemático). En el segundo caso, el problema está más vinculado a una situación real.

El elemento *entorno matemático* se refiere a los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para resolver el problema. Ciertamente esto es relativo, pues depende del camino que se siga para resolver el problema. En el marco de la creación de problemas para el aprendizaje, el entorno matemático puede ser el punto de partida para la creación de nuevos problemas, como “el tema a tratar”. (pp. 12-13)

### 3.1.4 Proceso de la creación de problemas

Según Malaspina (2013b), para la obtención de un nuevo problema se puede partir de un problema dado y modificar uno o más de los cuatro elementos de tal problema, a lo que llama *variación de un problema* o partir de una situación dada o imaginada, en cuyo caso llama *elaboración de un problema*.

Mediante la creación de problemas, Malaspina y Vallejo (2014), afirman que podemos conseguir estudiantes capaces de: desarrollar su creatividad, estar más motivados para el estudio, resolver problemas, formularse preguntas, identificar problemas, investigar, ver los aspectos matemáticos que hay en el medio que los rodea, establecer conexiones con otros campos del conocimiento, ampliar su visión de las matemáticas, adquirir una sólida formación matemática y fortalecer su autoestima.

A su vez, el docente que se involucre en la creación de problemas también se ve beneficiado porque al variar los problemas considerados difíciles por sus estudiantes, los adecuará a su realidad y facilitará su comprensión, las sesiones de aprendizaje se convertirán en experiencias motivadoras y podrá conseguir que los propios estudiantes se vean incentivados por el desarrollo y producción de nuevos problemas por variación o por elaboración.

Malaspina (2014b), considera que la creación de problemas está implícitamente incluida en enfoques de la educación matemática hechos por investigadores contemporáneos y cita:

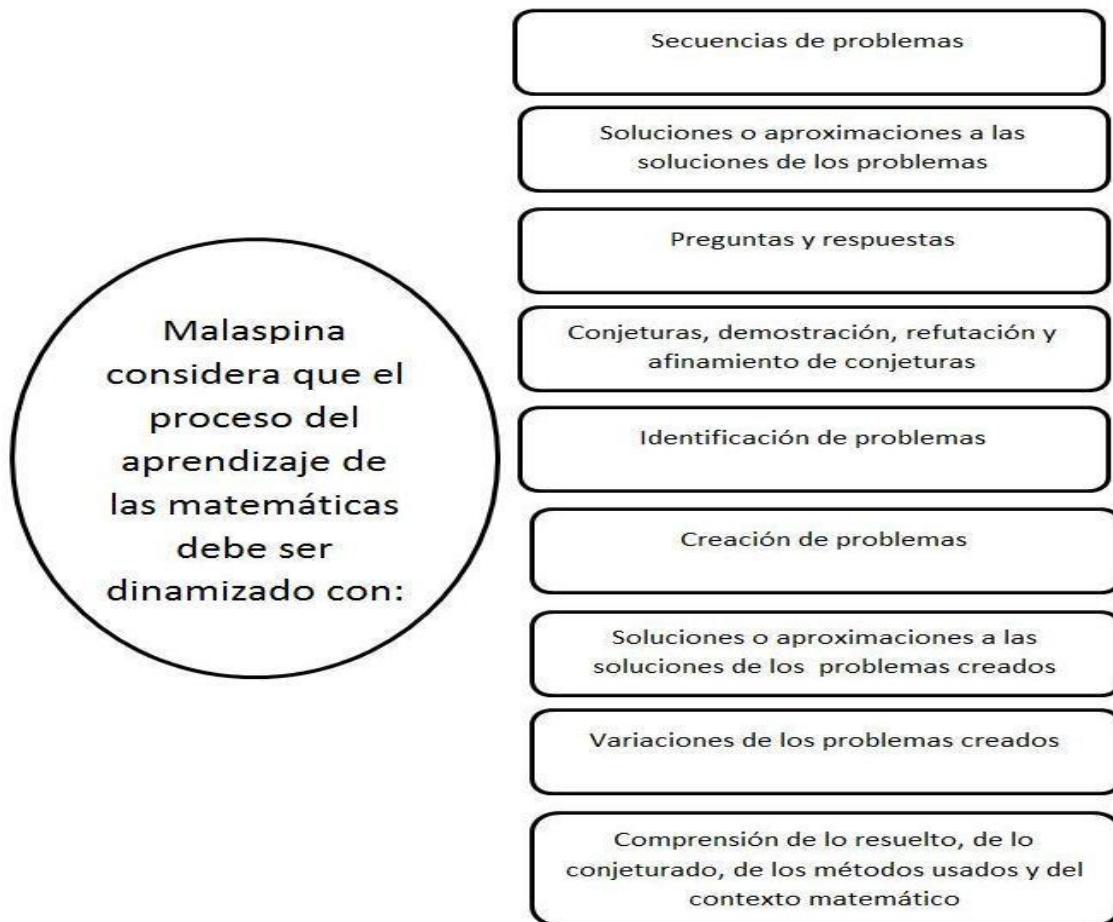
Brousseau, en su teoría de situaciones didácticas, nos dice que aprender un conocimiento es *reconstruirlo* y que el objeto final del aprendizaje es que el alumno pueda *hacer funcionar el saber en situaciones en las que el profesor no está presente*. Ciertamente, crear problemas forma parte de la reconstrucción de conocimientos y permite ir más allá de la resolución de problemas entregados por el profesor o contenidos en un texto.

Chevallard, Bosch y Gascón (2005), en la teoría antropológica de lo didáctico, nos dicen que enseñar y aprender matemáticas corresponde a la actividad de *reconstruir organizaciones matemáticas para poderlas utilizar en nuevas situaciones y bajo distintas condiciones*. En ese sentido, crear problemas forma parte de la reconstrucción de organizaciones matemáticas, en las que se consideran tipos de problemas y a éstos como parte del “saber-hacer” matemático.

En la afirmación que hacen Font, Planas y Godino (2010), en el marco del enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, que el aprendizaje de las matemáticas consiste en aprender a realizar una práctica operativa (de lectura y producción de textos) y, sobre todo, una práctica discursiva (de reflexión sobre la práctica operativa) que puede ser reconocida como matemática por un interlocutor experto, encontramos que implícitamente consideran la creación de problemas como parte de la práctica operativa y discursiva, pues la creación de problemas conlleva la producción de textos y la reflexión sobre la práctica operativa, al hacer variaciones a

problemas trabajados o elaborar nuevos problemas a partir de situaciones concretas. (Pp.106-107).

Para Malaspina (2013b), el profesor juega un papel muy importante en el proceso de la creación de problemas matemáticos en sus clases. Hace notar que el profesor debe ser competente en matemáticas y en didáctica para poder estimular adecuadamente en sus estudiantes la creatividad y favorecer el aprendizaje mediante la creación de problemas; para ello nos sugiere una dinamización de las clases interactuando con los estudiantes:



**Figura 7.** Dinamización

**Fuente:** Adaptada de Malaspina (2014a)

### 3.1.5 Criterios para examinar la capacidad de crear problemas

Malaspina (2014a), hace una distinción entre crear problemas haciendo variaciones cuantitativas, cualitativas o en ambas situaciones.

Si bien es cierto que es positivo crear un problema mediante variaciones a un problema dado, siendo tales variaciones modificaciones cuantitativas a la información dada en el problema, consideramos que crear un nuevo problema haciendo modificaciones cualitativas y cuantitativas a tal información, revela una mayor creatividad en ese acto creativo y puede adoptarse como un criterio para construir



algunos indicadores de la capacidad de crear problemas. Parece claro lo que se entiende por modificaciones cuantitativas a la información dada en el problema (cambiar las dimensiones de las figuras, los precios de los productos, las velocidades de los móviles, etc., según lo que se considere en el problema dado). Cabe aclarar lo que estamos entendiendo por modificaciones cualitativas a la información dada. Como su nombre lo indica, se refiere a las cualidades de los objetos intervinientes en la información del problema dado; es decir, a cambios de objetos y a cambios en las relaciones entre los objetos. En ambos casos, estas modificaciones en la información conllevan modificaciones en los requerimientos – pueden ser requerimientos muy evidentes o muy sutiles – y éste es otro criterio a tener en cuenta en la construcción de indicadores de la capacidad de crear problemas. (p. 135)

Malaspina (2014c), también en la línea de Guilford y Torrance, considera la flexibilidad, la fluidez y la originalidad para examinar la capacidad de crear problemas. Este enfoque se complementa en la sección 3.1.2

### **3.1.6 Sugerencias para estimular la variación de problemas**

Malaspina (2013b), comparte una serie de recomendaciones para estimular la capacidad de crear problemas matemáticos, partiendo de un problema que ya ha sido enunciado. El autor da a conocer que en este proceso hay tres bloques diferenciados: el trabajo individual, el trabajo grupal y la socialización.

El investigador propone comenzar con el trabajo individual y está referido a buscar más de una forma para resolver el problema y durante o al final de este desarrollo plantearse preguntas ¿Qué pasaría si...? Tratando de pensar qué sucedería si se cambiase alguno de los elementos fundamentales del problema (información, requerimiento, entorno matemático o contexto).

Posteriormente, viene el bloque del trabajo grupal donde se debe compartir la solución del problema planteado y las preguntas creadas con ¿Qué pasaría si...? El investigador sugiere que estos grupos no deben tener más de 4 integrantes para que todos tengan la oportunidad de participar; más adelante, han de seleccionar las preguntas y las respuestas posibles que van a servir para modificar el problema inicial, deben escribir el enunciado del problema que han modificado y resolverlo ordenadamente. Si el problema creado es complicado puede ser desagregado en problemas menos difíciles para luego proponérselo a otro grupo con el fin que lo solucionen y expresen sus opiniones.

Finalmente, en el bloque de la socialización, donde se harán las exposiciones de los grupos sobre los problemas que resolvieron y se intercambiarán opiniones. Luego revisará la redacción y por último se fijarán las ideas o los conceptos matemáticos que hayan aparecido en este proceso (ver tabla 3).



**Tabla 3.** Variación de un problema dado

### COMO VARIACIÓN DE UN PROBLEMA DADO

Trabajo individual		Trabajo grupal						Socialización			
Buscar más de una forma de resolver el problema	Plantearse "¿Qué pasaría si...?"	Compartir la solución del problema y las preguntas "¿Qué pasaría si...?"	Seleccionar las preguntas, analizar las respuestas y decidir las modificaciones	Escribir el enunciado del problema creado.	Resolver el problema creado.	Pensar en la posibilidad de desagregarlo en problemas más sencillos	Proponer el problema a otro grupo y pedir solución y comentarios	Hacer exposiciones críticas sobre el problema resuelto.	Promover intercambio de opiniones	Revisar la redacción y hacer ajustes	Redondear ideas o conceptos matemáticos surgidos

**Fuente:** Adaptado de Malaspina (2013b)

### 3.1.7 Sugerencias para estimular la elaboración de problemas

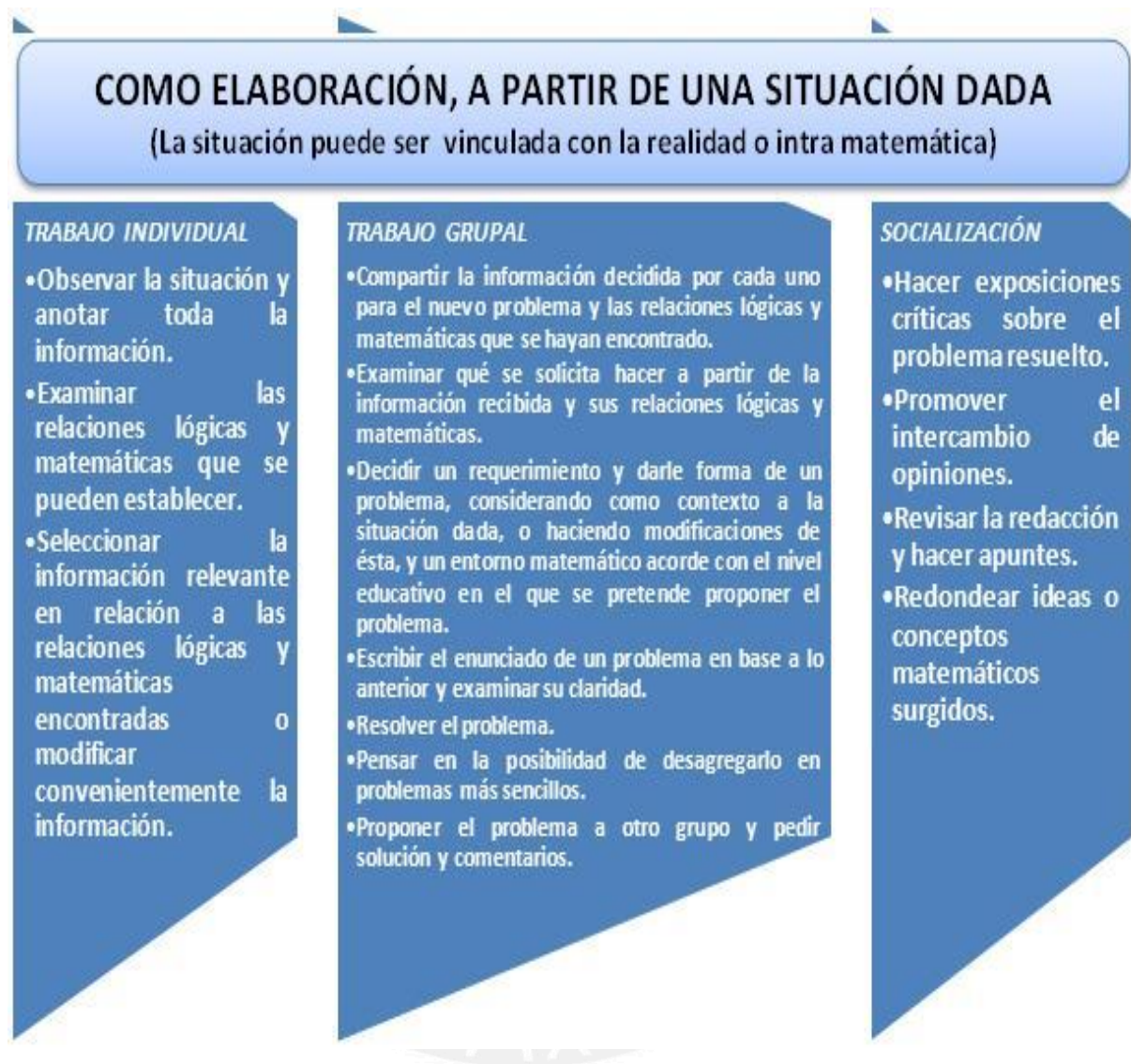
Malaspina (2013b), también propone la creación de problemas partiendo de una situación, la misma que puede ser vinculada con la realidad o ser intra matemática; para ello clasifica los momentos en tres bloques de similar denominación al dado en los de variación de problemas, es decir: trabajo individual, trabajo grupal y socialización.

Todo debe partir con el bloque del trabajo individual, donde hay que observar la situación dada e ir tomando anotaciones, luego se consideran las relaciones lógicas y matemáticas que se pueden encontrar en la situación dada y se selecciona la información que se considere importante con relación a las relaciones lógicas y matemáticas que se encontraron.

Luego prosigue el bloque del trabajo grupal, donde se comparte dentro del grupo lo obtenido por cada uno en el trabajo individual, se evalúan qué requerimientos se pueden hacer con la información decidida, después se debe decidir por un requerimiento para darle forma al problema tomando en cuenta que el contexto ha de ser la situación dada y el entorno matemático debe estar de acuerdo al nivel educativo de quienes han de resolver el problema. Más adelante, el grupo debe redactar su problema, resolverlo y si encuentran dificultades para su resolución se sugiere desagregarlo en problemas más sencillos. Se finaliza este bloque grupal proponiendo su problema a otro grupo para que sea resuelto y comentado.

Para finalizar, tenemos al bloque de la socialización donde se harán las exposiciones de los grupos acerca del problema que desarrollaron, aquí también se debe fomentar el intercambio de opiniones, luego de ello se debe revisar la redacción de cada problema creado y fijar las ideas o los conceptos matemáticos que hayan aparecido en este proceso.

En la siguiente figura (8), podemos observar un esquema de cómo elaborar problemas a partir de una situación dada.



**Figura 8.** Elaboración a partir de una situación dada.

**Fuente:** Adaptada de Malaspina (2013b)

### 3.2 Metodología y procedimiento metodológico

En esta parte presentamos las características de la metodología seguida en nuestra investigación, que es un estudio cualitativo, constructivista, teniendo en cuenta el enfoque de Sampieri, Collado y Lucio (2003), que dice que los estudios cualitativos nos permiten a los investigadores la formulación de preguntas e hipótesis antes, durante y después de recoger los datos y luego del análisis. Este proceso se realiza en una ida y vuelta entre los hechos y su interpretación. El proceso de investigación es flexible, ya que es dependiente de las respuestas obtenidas y del desarrollo de la teoría.

Las investigaciones cualitativas nos enfocan un área o tema significativo de investigación y tratan de expandir los datos e información obtenidos. También, para la recolección de datos, se toma en cuenta las entrevistas abiertas, revisión de documentos, las experiencias personales y la interacción grupal.

En líneas generales, el estudio cualitativo se encarga de estudiar y comprender su objeto de estudio en el ambiente natural en el que se desarrolla.

Para examinar la capacidad de crear problemas matemáticos que tienen los estudiantes del 6to grado de primaria ante situaciones de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales usamos específicamente la metodología cualitativa de Investigación-Acción. Esta ha sido elegida porque, según Tripp (2005), es ante todo una estrategia a emplear por profesores e investigadores a fin de que puedan utilizar su investigación para mejorar su enseñanza y, como resultado, el aprendizaje de sus estudiantes.

De acuerdo con Rodríguez y Valdeoriola (2009), el origen de la investigación-acción se le atribuye a psicólogo social Kurt Lewin y su principal objetivo se centra en transformar la realidad, por lo tanto, un cambio educativo y la transformación social. Los autores añaden que, la Investigación-Acción se orienta a resolver los problemas a través de un proceso cíclico que lleva desde una actividad de reflexión hasta una actividad de transformación.

Trabajamos con la modalidad de Investigación-acción llamada emancipadora (Murillo 2010), porque buscamos emanciparnos de las tradicionales ideas de resolver solo problemas que otros han creado, que ya vienen hechos por expertos. Buscamos que el investigador tenga un rol de moderador del proceso y haya una relación de colaboración entre los participantes.

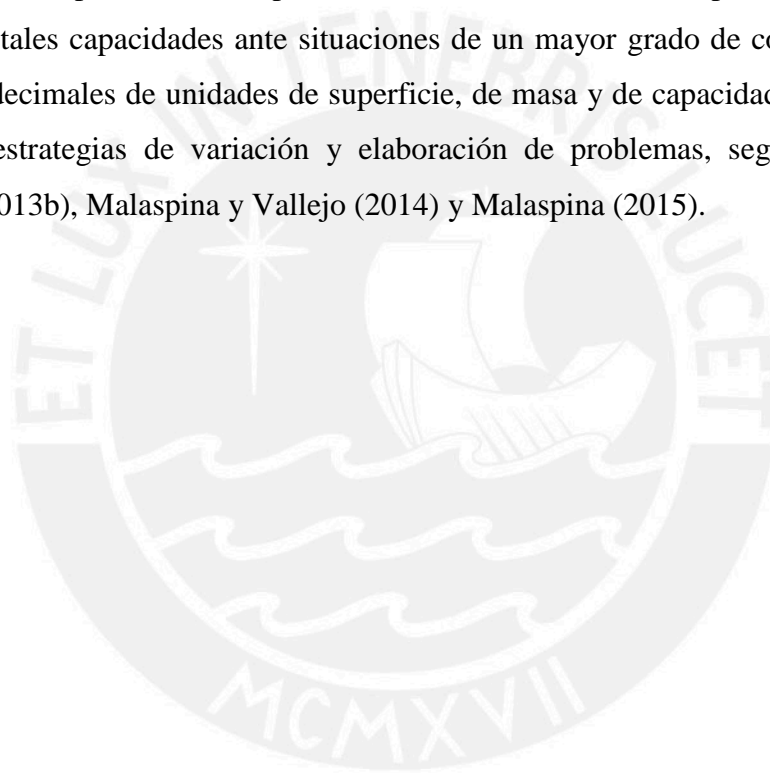
Seguimos el modelo de proceso enunciado por Elliot, 1993 (citado por Murillo 2010), quien señala el siguiente proceso:

- A. *Identificación de una idea general.*
- B. *Exploración o planteamiento de las hipótesis.*
- C. *Construcción del plan de acción (La puesta en marcha del primer paso de la acción, la evaluación y la revisión del plan general)*

Para la parte A, consideramos que la creación de problemas de matemáticas debe formar parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, como una manera de mejorar aprendizajes, de estimular la creatividad y de identificar capacidades de los estudiantes.

Para la parte B, consideramos que los estudiantes tienen una capacidad de crear problemas de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales y que examinando los problemas que ellos crean, podemos identificar sus capacidades creativas y sus capacidades matemáticas.

Para la parte C, elaboramos los instrumentos para la experiencia didáctica, teniendo en cuenta aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes. Estos fueron útiles para conocer las capacidades de crear problemas matemáticos que presentan los estudiantes antes de iniciar esta experiencia didáctica, pues usualmente trabajan con situaciones rutinarias, de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales con énfasis operativo. Posteriormente examinamos tales capacidades ante situaciones de un mayor grado de complejidad y usando expresiones decimales de unidades de superficie, de masa y de capacidad. En todos los casos usamos las estrategias de variación y elaboración de problemas, según lo expresado en Malaspina (2013b), Malaspina y Vallejo (2014) y Malaspina (2015).





## CAPÍTULO IV: SESIONES LLEVADAS A CABO Y SU ANÁLISIS

En el presente capítulo, caracterizamos la elección de los sujetos de estudio, presentamos los instrumentos que aplicamos del marco teórico, presentamos las actividades, describimos las sesiones y luego analizamos las producciones de los estudiantes en las fichas de trabajo.

### 4.1 Los sujetos de estudio

La investigación se realizó con diez estudiantes del sexto grado de educación primaria de la Institución Educativa Estatal Romeo Luna Victoria de la urbanización Las Torres de Limatambo, distrito de San Borja, provincia y departamento de Lima.

Para realizar el diseño de actividades, se obtuvo algunos datos de los estudiantes participantes. El aula denominada “Sexto Rojo” cuenta con 33 estudiantes matriculados que asisten regularmente a clases de lunes a viernes en el horario de 7:45 am a 12:45 pm, tiene un docente con más de veinte años de servicio en escuelas públicas como profesor de aula de primaria. La mayoría de las familias cuyos niños estudian aquí son de clase media baja, el colegio tiene tres turnos (mañana, tarde y nocturna) y dos niveles (primaria y secundaria).

Se seleccionó diez estudiantes (cinco niños y cinco niñas) de 11 años de edad (ver tabla 4). La muestra se seleccionó en base a su actitud favorable y de colaboración en anteriores trabajos realizados por el docente investigador en el aula.

**Tabla 4.** Sexo y edad de los sujetos de estudio

Estudiante	Sexo	Edad
A1	Masculino	11
A2	Masculino	11
A3	Masculino	11
B1	Femenino	11
B2	Femenino	11
B3	Femenino	11
C1	Masculino	11
C2	Masculino	11
D1	Femenino	11
D2	Femenino	11

Debemos mencionar que el profesor de aula nos hizo notar que la alumna B3 tiene algunas dificultades para el área de las matemáticas, esencialmente en el aspecto de operatividad; que



el alumno C2 hace largos viajes de más de una hora para llegar al colegio pues domicilia en el distrito de Villa El Salvador, ubicado en el cono sur de Lima; también mencionó que los estudiantes A2, A3 y D2 tienen un rendimiento regular en el área de matemáticas mientras que A1, B1, B2, C1, C2 y D1 podrían ser considerados como de buen rendimiento en matemáticas.

Los sujetos de estudio se ubicaron en cuatro mesas (ver tabla 5), dichas agrupaciones naturales sirvieron para formar equipos de trabajo en el momento de resolver fichas grupales. Sustituimos sus nombres por códigos, protegiendo, de esa manera, su identidad.

**Tabla 5.** Organización de los sujetos de estudio

MESA	A	B	C	D
GÉNERO DE LOS INTEGRANTES	masculino	femenino	masculino	femenino
ESTUDIANTE	A1	B1	C1	D1
	A2	B2	C2	D2
	A3	B3		

## 4.2 Los instrumentos de aplicación del marco teórico

Con base en los enfoques teóricos y metodológicos expuestos en las secciones anteriores, elaboramos los siguientes instrumentos para la presente investigación:

Para la experiencia didáctica:

- Fichas de trabajo sobre resolución de problemas.
- Fichas de trabajo sobre creación de problemas por variación, para trabajo individual y grupal.
- Fichas de trabajo sobre creación de problemas por elaboración, para trabajo individual y grupal.

Para concretar estos instrumentos fue esencial crear problemas que motivaron su solución y sirvieron de base para la creación de problemas por variación y también para describir situaciones que sirvan de base para crear problemas por elaboración.

Para el análisis de los productos de los estudiantes:

- Elaboración de criterios específicos donde analizamos las capacidades creativas y matemáticas en los productos de los estudiantes.

- Cuadros donde registramos los resultados del trabajo de los estudiantes en las fichas elaboradas, consolidados en grupos, teniendo en cuenta su vinculación.

Para concretar estos instrumentos fue esencial examinar globalmente los productos de los estudiantes y precisar criterios para registrar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en los problemas creados.

Los pasos seguidos en la investigación fueron:

1. Selección de la muestra.
2. Elaboración de los instrumentos para la experiencia didáctica.
3. Aplicación de los instrumentos, en cuatro sesiones de dos horas cada una, en días consecutivos.
4. Socialización de los trabajos de los alumnos y comentarios del investigador luego del trabajo de los niños en cada sesión.
5. Análisis global de los productos de cada sesión, recogiendo elementos para afinar las fichas aún no aplicadas y para elaborar los instrumentos de análisis.
6. Elaboración de los instrumentos de análisis.
7. Análisis de la información registrada en los cuadros elaborados como instrumento de análisis.
8. Elaboración de conclusiones y sugerencias.

Los instrumentos que presentamos en esta etapa de la investigación fueron creados tomando como referencia los realizados por Malaspina (2013a), a estudiantes de nivel superior y que por ende han sido validados. Igualmente, presentamos actividades de elaboración propia pero basadas en las investigaciones de Malaspina.

Nuestras sesiones siguen la siguiente dinámica:

- Resolución de un problema dado o presentación de una situación.
- Creación de un problema (por variación del problema dado o por elaboración a partir de la situación presentada)
- Socialización de lo realizado.
- Estimulación y comentarios por parte del docente.

También exploramos el uso de las expresiones decimales a través de los usos más frecuentes que se les da en la vida real: unidades monetarias, de masa, de longitud, de superficie y de capacidad.

A continuación presentamos la descripción de los objetivos de cada etapa de la implementación de la actividad encaminados a contestar a nuestra pregunta de investigación: ¿Cómo obtener información sobre las capacidades creativas y matemáticas de los estudiantes mediante el análisis de los problemas creados por ellos?

**Tabla 6.** Etapas y objetivos de la investigación

ETAPAS	OBJETIVOS
Exploración	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describir la capacidad de crear problemas sobre adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales de los estudiantes de la muestra, al iniciar la experiencia didáctica.</li> </ul>
Experimentación	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analizar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en la creación de problemas mediante la variación de problemas dados, en torno a los objetos matemáticos considerados.</li> <li>Analizar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en la creación de problemas mediante la elaboración de problemas a partir de situaciones dadas vinculadas a los objetos matemáticos considerados.</li> <li>Examinar las capacidades matemáticas de resolución de problemas y de coherencia lógica al crear problemas, considerando los objetos matemáticos escogidos en el estudio.</li> </ul>

En la siguiente tabla presentamos la relación de actividades, contenidos y objetivos que tuvimos en cuenta para la propuesta de la implementación de las actividades:

**Tabla 7.** Actividades, contenidos y objetivos

Acti vidad	Contenidos	Nombre de la actividad	Objetivos de la actividad
1	Resolución, modificación y creación de problemas con adición, sustracción y multiplicación de representaciones decimales.  Situaciones estructuradas y semiestructuradas con énfasis en unidades monetarias.	En la caja del supermercado y la panadería	Describir la capacidad de crear problemas matemáticos sobre adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales de los estudiantes de la muestra, al iniciar la experiencia didáctica.
2	Identificación de los elementos de un problema matemático. Maneras de modificarlo o elaborar uno nuevo con adición, sustracción y multiplicación de representaciones decimales. Resolución de los problemas creados.  Situaciones estructuradas y semiestructuradas con énfasis en unidades de longitud y superficie.	El bazar de la plaza Marquina.	Analizar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en la creación de problemas mediante la variación de problemas dados, en torno a los objetos matemáticos considerados.  Examinar las capacidades matemáticas de resolución de problemas y de coherencia lógica al crear problemas, considerando los objetos matemáticos escogidos en el estudio.
3	Variación individual y grupal de problemas matemáticos con	El mercadito.	Analizar la originalidad, flexibilidad, fluidez y claridad en la creación de

	<p>adición, sustracción y multiplicación de representaciones decimales. Resolución de los problemas variados.</p> <p>Situaciones estructuradas y semiestructuradas con énfasis en unidades de masa.</p>		<p>problemas mediante la elaboración de problemas a partir de situaciones dadas vinculadas a los objetos matemáticos considerados.</p> <p>Examinar las capacidades matemáticas de resolución de problemas y de coherencia lógica al crear problemas, considerando los objetos matemáticos escogidos en el estudio.</p>
4	<p>Elaboración individual y grupal de problemas matemáticos con adición, sustracción y multiplicación de representaciones decimales. Resolución de los problemas elaborados.</p> <p>Situaciones estructuradas, semiestructuradas y libres con énfasis en unidades de capacidad.</p>	<p>Las jarras de Anita.</p>	<p>Identificar algunas reacciones de los estudiantes en relación a la experiencia de crear problemas.</p> <p>Examinar las capacidades matemáticas de resolución de problemas y de coherencia lógica al crear problemas, considerando los objetos matemáticos escogidos en el estudio.</p>

Nuestras actividades están contextualizadas en las situaciones que los estudiantes pueden experimentar al interactuar en los negocios de su urbanización como pueden ser un supermercado, un mercadito, un bazar o una bodega. Consideramos este contexto porque en la zona donde está ubicada la institución educativa Romeo Luna Victoria y las viviendas de la mayoría de los estudiantes que forman parte de esta investigación, encontramos tres grandes supermercados y gran cantidad y variedad de comercios minoristas, en los cuales, los estudiantes hacen cotidianamente las compras para su hogar o acompañan a sus padres cuando estos las hacen.

### 4.3 Presentación de las actividades

En la siguiente sección detallamos las cuatro actividades de aplicación realizadas con los estudiantes de la muestra.

#### 4.3.1 Actividad 1 “En la caja del supermercado y la panadería”

La primera fue una sesión exploratoria sobre los conocimientos requeridos para el desarrollo de las actividades, trató básicamente sobre la indagación de las capacidades de resolución, variación y elaboración de problemas que contengan situaciones de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales que presentan los estudiantes del 6° grado que participaron en la muestra de la presente investigación. En esta sesión se trabajó con unidades monetarias y tuvo una duración de 120 minutos.

Para este primer instrumento de investigación, elaboramos cinco fichas, que fueron impresas para que los estudiantes las resuelvan con lapicero, sin el uso de algún apoyo tecnológico.

*SITUACIÓN N°1: Anita es una niña que tiene una edad casi como la tuya.*

*Ella vive con su papá, mamá y hermana mayor en las Torres de Limatambo.*

*Cerca de la casa de Anita hay tres supermercados y ella, mientras ha ido creciendo, ha visto la gran relación que tienen los vecinos con los supermercados.*

*Ella ha aprendido a comprar sola y muchas veces sus padres le encargan alguna compra o algún pago. “Para que vayas aprendiendo” le dicen, y va con gusto, porque así practica sus operaciones matemáticas.*

*Leamos lo que pasó hoy:*

**PROBLEMA N° 1:** Anita fue al supermercado con su mamá porque tienen que hacer los siguientes pagos: S/. 165,25 por consumo de electricidad; S/. 84,70 por el consumo de agua potable; y hará una recarga de S/. 20 para el celular pre pago de su papá. La mamá lleva en su cartera 4 billetes de 100 Soles y 5 billetes de 20 Soles.

a) ¿Cuál es el total de los pagos que debe hacer la mamá de Anita?

b) ¿Cuánto es el vuelto que debe recibir la mamá de Anita si paga con 3 billetes de 100 Soles?



**Figura 9.** La panadería

**SITUACIÓN N°2:** ¿Sabes a qué llamamos panadería? Es un establecimiento donde se hace y vende el pan, pasteles, bocaditos y otros productos de pastelería. También las



panaderías suelen vender los complementos para el pan; es decir jamón, mantequilla, queso, aceituna, chorizo, salchicha, etc. Además venden leche, café, té, envasados, etc.

**Tabla 8.** Actividad 1 “En la caja del supermercado”

Problema	Elemento	Descripción del elemento	Objetivo
Problema 1	Información	Anita fue al supermercado con su mamá porque tienen que hacer los siguientes pagos: S/. 165,25 por consumo de electricidad; S/. 84,70 por el consumo de agua potable; y hará una recarga de S/. 20 para el celular pre pago de su papá. La mamá de Anita lleva en su cartera 4 billetes de 100 Soles y 5 billetes de 20 Soles.	Describir la capacidad de los estudiantes de la muestra de resolver problemas matemáticos, sobre adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales, al iniciar la experiencia didáctica.
	Requerimiento	¿Cuál es el total de los pagos que debe hacer la mamá de Anita?  ¿Cuánto es el vuelto que debe recibir la mamá de Anita si paga con 3 billetes de 100 Soles?	
	Contexto	Extra matemático	
	Entorno matemático	Adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales.	

En la siguiente tabla hacemos unas predicciones de las posibles soluciones y dificultades que encontrarán los estudiantes de la muestra.

**Tabla 9.** Actividad 1 “Posibles soluciones y dificultades”

Problema	Posible solución	Posibles dificultades
Problema 1	<p>En este problema el estudiante debe ordenar verticalmente las expresiones decimales, teniendo en cuenta que las comas decimales deben ir en una misma columna (una debajo de la otra). Así, a la derecha de las comas se tendrá columnas de décimos y de centésimos y a la izquierda de las comas se tendrá columnas de unidades, decenas y centenas. Los números enteros 300 y 20 se ubicarán hacia el lado izquierdo de la columna de comas decimales, cuidando mantener en columna las unidades, decenas y centenas.</p> $  \begin{array}{r}  165,25 + \quad 3 \times 100 = 300 \\  84,70 \qquad \qquad 300,00 - \\  \underline{20,00} \qquad \qquad \underline{269,95} \\  269,95 \qquad \qquad 30,05  \end{array}  $ <p>Responder: la mamá de Anita ha pagado S/. 269,95 por los servicios y ha recibido S/. 30,05 de vuelto.</p>	<p>Consideramos que los estudiantes podrían tener las siguientes dificultades al efectuar estos algoritmos:</p> <p>Colocar los números enteros que no tienen coma decimal, hacia el lado derecho en 20 y 300</p> <p>Colocar a todos los números, indiscriminadamente, hacia la derecha, sin respetar los espacios que corresponderían a los décimos y centésimos de cada uno en 20 y 300.</p> <p>Confundir y hacer la adición con el 300 como gasto.</p> <p>Según los errores en las operaciones, también emitirán una respuesta errada.</p>

En la siguiente tabla presentamos el desarrollo de la actividad 1.

**Tabla 10.** Actividad 1 “Desarrollo de actividades”

Situación	Objetivos	Descripción	Duración	Momento
Situación 1	Observar cuál es la capacidad de resolución de problemas matemáticos de los estudiantes.	El docente-investigador iniciará la sesión proponiendo que los estudiantes resuelvan la siguiente situación problemática (ver Ficha N° 1).	10 minutos	Trabajo individual
	Reconocer estrategias para la resolución de problemas matemáticos.	El docente-investigador recibirá las fichas desarrolladas y las usará para interactuar con los estudiantes y aclarar la solución del problema.	10 minutos	
	Observar cuál es la capacidad de variación y resolución de problemas matemáticos que tienen los estudiantes.	Se entregará la Ficha N° 2 a los estudiantes para que creen un nuevo problema modificando algún o algunos datos y algunas preguntas de la situación problemática presentada inicialmente.	20 minutos	Trabajo individual
		Se solicitará que cada estudiante resuelva en la Ficha N° 3 el problema que acaba de variar.	10 minutos	
		Algunos estudiantes explicarán oralmente cómo resolvieron el problema creado.	15 minutos	Socialización
Situación 2	Observar cuál es la capacidad de creación y resolución de problemas matemáticos que tienen los estudiantes, a partir de una situación dada.	Se invitará a los estudiantes a observar la imagen sobre una panadería (figura 9), y se dialogará sobre la experiencia de haber adquirido algo en ella.	5 minutos	Trabajo individual
		El docente-investigador entregará la Ficha N° 4 a cada estudiante y le solicitará que inventen un problema relacionado con la situación y que su solución sea trabajada usando una o más operaciones de adición, sustracción o multiplicación de expresiones decimales.	20 minutos	
		Se solicitará que cada estudiante resuelva en la Ficha N° 5 el problema que acaba de crear.	15 minutos	
		Se invitará a que cada estudiante comparta en voz alta el problema que ha creado. Algunos estudiantes explicarán oralmente cómo resolvieron el problema propuesto.	15 minutos	Socialización

### 4.3.2 Actividad 2 “En el bazar de la plaza Marquina”

La segunda actividad propuesta se realizó para hacer notar a los estudiantes las partes de un problema matemático, reflexionar con ellos acerca de la importancia de la creación de problemas y motivarlos en el proceso creativo. Esta actividad duró 120 minutos.

Para definir los pasos a seguir nos basamos en el enfoque propuesto por Malaspina (2013a), quien menciona que el profesor es el encargado de presentar una situación y a partir de ella estimular a los estudiantes a crear un problema. A ese problema adicionalmente se le puede hacer la variación de uno más de sus elementos (información, requerimiento, contexto o entorno matemático).

Siendo alumnos de primaria y estando claro el entorno matemático (adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales), se presta atención a la información y el requerimiento; y se trabaja con problemas en contexto extra matemático.

Para esta segunda sesión de investigación, elaboramos cinco fichas, que fueron impresas para que los estudiantes las resuelvan con lapicero, sin el uso de algún apoyo tecnológico.



Figura 10. El bazar de la plaza Marquina

**SITUACIÓN N°3: ¿Sabes qué es un bazar? Es un establecimiento donde se vende gran diversidad de productos, como relojes, juguetes, artículos para la casa y objetos de regalo; casi todos los bazares tienen una sección donde ofrecen telas, botones, lanas, cintas, etc.**

**PROBLEMA N° 2:** *En la plaza Marquina de nuestra urbanización hay un bazar muy conocido por la variedad de productos que ofrece. Anita ha ido con su mamá y su hermana a ese bazar para comprar las cintas satinadas que necesita para hacer su trabajo de manualidades. La señora que atiende en el bazar ha sacado su cinta métrica y su tijera para despachar lo que le pide la mamá de Anita: “0,90 metros de cinta azul; 0,75 metros de cinta verde; 1,35 metros de cinta roja y 2 metros de cinta amarilla”.*

*Determina cuántos metros de cinta ha comprado la mamá de Anita en total.*

**Tabla 11.** Actividad 2 “En el bazar de la plaza Marquina”

Problema	Elemento	Descripción del elemento	Objetivo
Problema 2	Información	La señora que atiende en el bazar usa su cinta métrica y su tijera para despachar lo que le pide la mamá de Anita: “0,90 metros de cinta azul; 0,75 metros de cinta verde; 1,35 metros de cinta roja y 2 metros de cinta amarilla”.	Examinar la capacidad de los estudiantes de la muestra para crear problemas mediante la elaboración de un problema, en torno a los objetos matemáticos considerados, usando unidades de longitud.
	Requerimiento	Determinar cuántos metros de cinta ha comprado la mamá de Anita en total.	
	Contexto	Extra matemático	
	Entorno matemático	Adición con expresiones decimales.	

En la siguiente tabla hacemos unas predicciones de las posibles soluciones y dificultades que encontrarán los estudiantes de la muestra.

**Tabla 12.** Actividad 2 “Posibles soluciones y dificultades”

Problema	Posible solución	Posibles dificultades
Problema 2	<p>En este problema el estudiante debe ordenar las cantidades, teniendo en cuenta que las comas decimales deben ir una debajo de otra y que los números que representan a las unidades deben estar al lado izquierdo de la coma. El número entero 2 se ubicará hacia el lado izquierdo de la columna de comas decimales, cuidando mantener en columna las unidades, y al lado derecho los décimos y centésimos.</p> <p>0,90 + 0,75 1,35 <u>2,00</u> 5,00</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">                     Responder: la mamá de Anita ha comprado 5 metros de cinta satinada en total.                 </div>	<p>Consideramos que los estudiantes podrían tener las siguientes dificultades al efectuar estos algoritmos:</p> <p>Colocar los números enteros que no tienen coma decimal, hacia el lado derecho en 2.</p> <p>Colocar a todos los números, indiscriminadamente, hacia la derecha, sin respetar los espacios que corresponderían a los décimos y centésimos de cada uno en 20 y 300.</p> <p>Confundir y hacer la adición con el 300 como gasto.</p> <p>Según los errores en las operaciones, también emitirán una respuesta errada.</p>



**Desarrollo de la actividad**

En la siguiente tabla presentamos el desarrollo de la actividad 2.

**Tabla 13.** Actividad 2 “En el bazar de la plaza Marquina”

Situación	Objetivos	Descripción	Duración	Momento
Situación 3	Estimular para que los estudiantes creen problemas matemáticos.	El docente comentará la sesión anterior, valorará los trabajos realizados, mencionará algunos errores que se han encontrado y estimulará a seguir en el propósito de crear problemas.	10 minutos	
	Demostrar a los estudiantes como pueden ser unas estrategias para crear problemas matemáticos.	El docente-investigador presentará la imagen del interior de un bazar (figura 10), buscando que los estudiantes la observen y mencionen lo que se expende en él.	10 minutos	Trabajo individual
	Hacer que los estudiantes reconozcan las partes de un problema matemático.	El docente-investigador informará a los estudiantes las partes del problema que aparece en la ficha N° 6 y propondrá que los estudiantes lo resuelvan.	15 minutos	
	Demostrar estrategias de resolución de problemas.	Algunos estudiantes explicarán oralmente como resolvieron el problema propuesto.	10 minutos	Socialización
	Motivar para que los estudiantes creen problemas.	Se invitará a los estudiantes a observar el plano de distribución interna del bazar (Ficha N° 7), y se dialogará sobre las situaciones problemáticas que se pueden crear con ese entorno matemático.	5 minutos	Trabajo individual
	Observar cuál es la capacidad de creación y resolución de problemas matemáticos que tienen los estudiantes.	Se entregará la Ficha N° 7 a cada estudiante y se le solicitará que creen un problema relacionado con la situación y que su solución sea trabajada usando una o más operaciones de adición, sustracción o multiplicación de expresiones decimales.	15 minutos	
		Se solicitará que cada estudiante resuelva en la Ficha N° 8 el problema que acaba de crear.	10 minutos	
	Valorar el trabajo propio y de sus compañeros al crear y resolver problemas.	Se formarán equipos de trabajo de dos o tres estudiantes cada uno para resolver en la Ficha N° 9 el problema elaborado por otro compañero de la muestra.	10 minutos	Trabajo grupal
Se invitará a que cada equipo de trabajo cree un problema en la Ficha N° 10, el problema debe ser de condiciones		20 minutos	Socialización	



		similares al elaborado individualmente.		
		El docente-investigador y los estudiantes revisarán la redacción, unificarán ideas y los conceptos matemáticos surgidos de esta experiencia.	5 minutos	

### 4.3.3 Actividad 3 “La compra en el mercadito”

La tercera actividad propuesta fue realizada para motivar el proceso creativo de los estudiantes a través de la resolución y variación de problemas que contengan los conocimientos de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales. La variación de los mismos corresponde a la modificación de uno o más de sus elementos: información o requerimiento. Esta actividad duró 120 minutos.

Para definir los pasos a seguir nos basamos en el enfoque propuesto por Malaspina (2013a), donde menciona que el profesor es el encargado de presentar una situación y a partir de ello se crea un nuevo problema, y es a ese problema al que se le debe hacer la variación de uno más de sus elementos (información, requerimiento, contexto o entorno matemático).

Para esta tercera sesión de investigación, elaboramos cinco fichas, que fueron impresas para que los estudiantes las resuelvan con lapicero, sin el uso de algún apoyo tecnológico.



Figura 11. El mercadito

*SITUACIÓN N°4:*

**¿Sabes a qué le llamamos mercadito? Es un establecimiento donde se vende gran diversidad de productos, como abarrotes, dulces, frutas, verduras, carnes y otros**

comestibles. En nuestra urbanización hay varios establecimientos a los que conocemos como mercaditos, son locales compartidos por varios vendedores que antes fueron ambulantes, donde cada uno tiene un rubro distinto.

**PROBLEMA N° 3:** Anita ha ido con su mamá y su hermana Mafer a un mercadito para comprar arroz. El kilo de arroz cuesta S/. 3,20 y el señor que atendía ya tenía tres paquetes embolsados: el primero pesa 5 kilogramos; el segundo pesa 750 gramos; y el tercero pesa 1 kilogramo.

Mafer lleva el primer paquete, la mamá el segundo y Anita el tercero.

- a) ¿Quién lleva el paquete menos pesado? ¿Por qué?
- b) ¿Qué cantidad total de arroz, en kilogramos, llevan Anita con su mamá?
- c) ¿Es verdad que Mafer lleva el cuádruple de arroz que su mamá? ¿Por qué?

**Tabla 14.** Actividad 3 “La compra en el mercadito”

Problema	Elemento	Descripción del elemento	Objetivo
Problema 3	Información	Anita ha ido con su mamá y su hermana Mafer a un mercadito para comprar arroz. El kilo de arroz cuesta S/. 3,20 y el señor que atendía ya tenía tres paquetes embolsados: el primero pesa 5 kilogramos; el segundo pesa 750 gramos; y el tercero pesa 1 kilogramo.  Mafer lleva el primer paquete, la mamá el segundo y Anita el tercero.	Examinar la capacidad de los estudiantes de la muestra para crear problemas mediante la variación de un problema, en torno a los objetos matemáticos considerados, usando unidades de masa.
	Requerimiento	¿Quién lleva el paquete menos pesado? ¿Por qué?  ¿Qué cantidad total de arroz, en kilogramos, llevan Anita con su mamá?  ¿Es verdad que Mafer lleva el cuádruple de arroz que su mamá? ¿Por qué?	
	Contexto	Extra matemático	
	Entorno matemático	Adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales.	

En la siguiente tabla hacemos unas predicciones de las posibles soluciones y dificultades que encontrarán los estudiantes de la muestra.

**Tabla 15.** Actividad 3 “Posibles soluciones y dificultades”

Problema	Posible solución	Posibles dificultades
Problema 3	Para la adición, el estudiante debe ordenar verticalmente las cantidades, teniendo en cuenta que las comas decimales deben	Consideramos que los estudiantes podrían tener las

<p>ir una debajo de otra y que los números que representan a las unidades deben estar al lado izquierdo de la coma. El número entero 1 se ubicará hacia el lado izquierdo de la columna de comas decimales, cuidando mantener en columna las unidades.</p> <p><b>MAFER</b> 5 kilogramos de arroz = 5 000 gramos de arroz</p> <p><b>LA MAMÁ</b> 0,75 kilogramos de arroz = 750 gramos de arroz</p> <p><b>ANITA</b> 1 kilogramo de arroz = 1 000 gramos de arroz</p> <p><b>1,00</b> + cantidad de arroz en kilogramos que lleva Anita</p> <p><u>0,75</u> cantidad de arroz en kilogramos que lleva la mamá</p> <p><b>1,75</b></p> <p><b>0,75 x</b> cantidad de arroz que lleva la mamá en kg</p> <p><u>4</u></p> <p><b>3,00</b> cuádruple de arroz en kg</p> <p><b>Comparando las tres cantidades que ya están en las mismas unidades y en consecuencia responder:</b></p> <p><b>El paquete menos pesado lo lleva la mamá porque 750 gramos no llega a pesar ni un kilogramo de arroz.</b></p> <p><b>La cantidad total de arroz que llevan Anita y su mamá es de 1,75 kilogramos.</b></p> <p><b>No es verdad, porque el cuádruple de la cantidad de arroz que lleva la mamá sería 3 kilogramos y Mafer lleva 5 kg que es más que eso.</b></p>	<p>siguientes dificultades:</p> <p>Desconocer las equivalencias de las unidades de masa.</p> <p>Colocar los números enteros que no tienen coma decimal, hacia el lado derecho en 1</p> <p>Colocar todos los números, indiscriminadamente, hacia la derecha, sin respetar los espacios que corresponden a los décimos y centésimos y milésimos de cada uno en 1</p> <p>Confundir y hacer multiplicación errando en el lugar donde colocar la coma decimal.</p> <p>Según los errores en las operaciones, también emitirán una respuesta errada.</p>
---	---

### Desarrollo de la actividad

En la siguiente tabla presentamos el desarrollo de la actividad 3.

**Tabla 16.** Actividad 3 “La compra en el mercadito”

Situación	Objetivos	Descripción	Duración	Momento
Situación 4	Estimular que los estudiantes creen problemas matemáticos.	El docente comentará la sesión anterior, valorará los trabajos realizados, mencionará algunos errores que se han encontrado y estimulará a seguir en el propósito de crear problemas.	5 minutos	
		El docente-investigador presentará la imagen de un mercadito (figura 11), buscando que los estudiantes la observen y mencionen lo que se expende en él.	10 minutos	Trabajo individual
	Observar la resolución de	El docente-investigador entregará a cada	15 minutos	

	problemas de los estudiantes.	estudiante la Ficha N° 11 para su resolución.		
	Demostrar estrategias de resolución de problemas.	Algunos estudiantes explicarán oralmente como resolvieron el problema propuesto.	15 minutos	Socialización
	Observar cuál es la capacidad de creación y resolución de problemas matemáticos que tienen los estudiantes.	Se entregará la Ficha N° 12 a los estudiantes para que modifiquen algún o algunos datos de la situación problemática presentada inicialmente.	15 minutos	Trabajo individual
		Se solicitará que cada estudiante resuelva en la Ficha N° 13 el problema que acaba de variar.	10 minutos	
		Se formarán equipos de trabajo de tres estudiantes y cada uno intentará resolver en la Ficha N° 14 el problema elaborado por otro compañero de la muestra.	10 minutos	Trabajo grupal
	Se invitará a que cada equipo de trabajo cree en la Ficha N° 15 un problema de condiciones similares al elaborado individualmente.	15 minutos		
	Valorar el trabajo propio y de sus compañeros al crear y resolver problemas.	Un estudiante de cada grupo leerá oralmente y explicará cómo resolver el problema creado por su equipo de trabajo, también los estudiantes de otros grupos pueden expresar sus opiniones y críticas.	15 minutos	Socialización
		El docente-investigador y los estudiantes revisarán la redacción, unificarán ideas y los conceptos matemáticos surgidos de esta experiencia.	10 minutos	

#### 4.3.4 Actividad 4 “Las jarras de Anita”

La cuarta y última actividad propuesta se ideó para motivar el proceso creativo de los estudiantes a través de la variación y elaboración de problemas que contengan los conocimientos de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales. La actividad duró 120 minutos.

Para definir los pasos a seguir nos basamos en el enfoque propuesto por Malaspina (2013a), donde menciona que el profesor es el encargado de presentar una situación y a partir de ello crear un problema.



Para esta última sesión de investigación, elaboramos cuatro fichas, que fueron impresas para que los estudiantes las resuelvan con lapicero, sin el uso de algún apoyo tecnológico.

**Figura 12.** Las jarras de Anita



*SITUACIÓN N°5 – Las jarras de Anita*

**PROBLEMA N° 4:** En la casa de Anita tienen una jarra con la que solo se puede medir exactamente 1,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 3,5 litros. Para la fiesta en el Colegio, con motivo del Día del Niño, Anita debe llevar cierta cantidad exacta de litros de chicha morada.

- a) ¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 13 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?
- b) ¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 2 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?

**Tabla 17.** Actividad 4 “Las jarras de Anita”

Problema	Elemento	Descripción del elemento	Objetivo
Problema 4	Información	En la casa de Anita tienen una jarra con la que solo se puede medir exactamente 1,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 3,5 litros. Para la fiesta en el Colegio, con motivo del Día del Niño, Anita debe llevar cierta cantidad exacta de litros de chicha morada.	Analizar la resolución de problemas que impliquen operaciones con números decimales.
	Requerimiento	¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 13 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?	



		¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 2 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?	
	Contexto	Extra matemático.	
	Entorno matemático	Adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales.	

En la siguiente tabla hacemos unas predicciones de las posibles soluciones y dificultades que encontrarán los estudiantes de la muestra.

**Tabla 18.** Actividad 4 “Posibles soluciones y dificultades”

Problema	Posible solución	Posibles dificultades
Problema 4	<p>En este problema el estudiante debe ordenar las cantidades como si se tratasen de números naturales pero, teniendo en cuenta que los espacios hacia la derecha de las comas decimales se contarán en su totalidad en el producto final de esta multiplicación de derecha a izquierda para colocar la coma decimal después del último espacio considerado. Ya en el producto, los ceros decimales hacia la derecha de la coma decimal no son considerados para pronunciarlos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Para completar 13 litros en el bidón, Anita debe llenar dos veces el envase de 3,5 litros con chicha y cuatro veces el envase de 1,5 litros y cada vez lleno verter su contenido en el bidón</li> </ul> $\begin{array}{r} 3,5 \times \quad 1,5 \times \quad 7,0 + \\ \underline{\quad 2} \quad \underline{\quad 4} \quad \underline{\quad 6,0} \\ 7,0 \quad 6,0 \quad 13,0 \end{array}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Para conseguir medir 2 litros, Anita debe llenar el envase de 3,5 litros con chicha y luego verter el contenido hasta llenar el envase de 1,5 litros. Lo que le quede de chicha en el envase de 3,5 litros será 2 litros y entonces ya los podrá verter con seguridad en el bidón.</li> </ul> $\begin{array}{r} 3,5 - \\ \underline{1,5} \\ 2,0 \end{array}$	<p>Consideramos que los estudiantes podrían tener las siguientes dificultades al efectuar estos algoritmos:</p> <p>No recordar las medidas de capacidad.</p> <p>Querer colocar los números enteros sin decimales, hacia la izquierda de las comas decimales y considerarle esos espacios a la hora de hacer el conteo de los espacios en el producto para escribir la coma decimal.</p> <p>Según los errores en las operaciones, también emitirán una respuesta errada.</p>

### Desarrollo de la actividad

En la siguiente tabla presentamos el desarrollo de la actividad 4.

**Tabla 19.** Actividad 4 “Las jarras de Anita”

Situación	Objetivos	Descripción	Duración	Momento
-----------	-----------	-------------	----------	---------

Situación 5	Estimular para que los estudiantes creen problemas matemáticos.	El docente comentará la sesión anterior, valorará los trabajos realizados, mencionará algunos errores que se han encontrado y estimulará a seguir en el propósito de crear problemas.	5 minutos	
	Demostrar a los estudiantes como pueden ser unas estrategias para crear problemas matemáticos.	El investigador presentará las imágenes de unas jarras donde aparece el total de capacidad que puede contener (figura 12), y buscará que los estudiantes las observen y mencionen lo que se puede realizar con ellas.	10 minutos	Trabajo individual
	Observar la resolución de problemas de los estudiantes.	El docente-investigador propondrá que los estudiantes resuelvan la situación problemática de la Ficha N° 16	20 minutos	
	Demostrar estrategias de resolución de problemas.	Algunos estudiantes explicarán oralmente como resolvieron el problema propuesto.	15 minutos	Socialización
	Observar cuál es la capacidad de creación y resolución de problemas matemáticos que tienen los estudiantes.	El docente-investigador entregará la Ficha N° 17 a los estudiantes para que modifiquen o agreguen preguntas a la situación problemática del mismo contexto extra matemático y las resuelvan considerando que para su solución se requiera de la adición, sustracción y multiplicación con números decimales.	15 minutos	Trabajo individual
		Se solicitará que cada estudiante invente y resuelva en la Ficha N° 18 un problema retador de acuerdo a la siguiente información: <i>Se dispone de una jarra con la que solo se puede medir exactamente 2,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 5,5 litros.</i>	20 minutos	
		Se invitará a que cada estudiante invente libremente en la Ficha N° 19 un problema matemático cuya solución necesite hacer dos o más operaciones matemáticas con decimales.	20 minutos	
El docente-investigador y los estudiantes revisarán la redacción, unificarán ideas y los conceptos matemáticos surgidos de esta experiencia.		15 minutos	Socialización	

#### 4.4 Las sesiones

Programamos cuatro sesiones para la creación de problemas con el objeto matemático de adición, sustracción y multiplicación con representaciones decimales, cada una tuvo una duración aproximada de 120 minutos, las realizamos en un ambiente de la biblioteca del colegio por ser un espacio cómodo y contar con equipo de multimedia.

Durante las sesiones se contó con la presencia del profesor investigador quien dirigió las mismas, un camarógrafo que filmó pasajes de las sesiones y otra persona encargada de tomar fotografías y servir de apoyo auxiliar al docente investigador.

Es relevante mencionar que el tema de operaciones con decimales aún no había sido trabajado durante el año escolar por los estudiantes, sin embargo, ellos tenían conocimiento del mismo porque lo habían trabajado desde el cuarto grado de primaria.

Los estudiantes mencionaron no recordar haber creado problemas matemáticos en el colegio o en casa.

Para el análisis de las sesiones se tomaron en cuenta a Malaspina y Vallejo (2014) quienes mencionan que mediante la creación de problemas podemos conseguir estudiantes creativos, también a Malaspina (2013b) quien sugiere una serie de procesos de dinamización para la creación de problemas matemáticos y propone una serie de pasos para la creación de problemas, que adaptamos al nivel de niños del sexto grado de primaria, ya que el autor concibió los mismos para profesores de matemáticas.

En la siguiente tabla resumimos la experiencia didáctica realizada en la presente investigación.

**Tabla 20.** La experiencia didáctica

<b>LA EXPERIENCIA DIDÁCTICA</b>				
	<b>DÍA 1</b>	<b>DÍA 2</b>	<b>DÍA 3</b>	<b>DÍA 4</b>
<b>Fichas trabajadas</b>	1 a 5	6 a 10	11 a 15	16 a 19
<b>Creación por variación</b>	✓		✓	✓
<b>Creación por elaboración</b>	✓	✓		✓
<b>Trabajo individual</b>	✓	✓	✓	✓
<b>Trabajo grupal</b>		✓	✓	✓
<b>Situación estructurada</b>	✓		✓	✓
<b>Situación semi estructurada</b>	✓	✓	✓	✓
<b>Situación libre</b>				✓
<b>Resolución de problemas</b>	✓	✓	✓	✓
<b>Unidades utilizadas</b>	Nuevos Soles	Metro	Gramo	Litro

## 4.5 Análisis de resultados

En la siguiente sección presentamos el análisis de las fichas de aplicación, donde identificamos algunas características importantes que merecen ser resaltadas.

### 4.5.1 Creación individual de problemas por variación

Diseñamos las fichas 2, 12 y 17 para la creación individual de problemas por variación. En la ficha 2, el problema está relacionado con las compras en el supermercado y trabajamos con la unidad monetaria del Perú (Sol) y su sub múltiplo más usado (céntimo).

En la ficha 12, el problema está relacionado con las compras y el peso de productos en un mercadito y trabajamos con la unidad de masa utilizada en el Perú (gramo) y su múltiplo más usado (kilogramo).

El problema de la ficha 17 se relaciona con los cálculos que se pueden hacer con cantidades de chicha morada (bebida originaria del Perú) en envases llamados jarras y se trabajó con la unidad de capacidad utilizada en el Perú (litro).

A continuación presentamos sus respectivos análisis.

#### **Originalidad:**

El criterio fue:

- Presenta novedad con respecto al total de la muestra.

El cual graduamos de la siguiente manera:

1 (regular) Coincide o es similar con otros tres problemas más.

2 (alto) Coincide o es similar con uno o dos problemas más.

3 (muy alto) Es un problema, diferente a todos los demás.

En la ficha 2, la estudiante B1 (figura 13), mostró originalidad muy alta porque no se limitó a modificar el problema siguiendo la misma estructura del inicial sino que elaboró un requerimiento más, distinto al del problema dado. Por otro lado, B2, C2 y D1 manifestaron una originalidad alta, porque no repitieron los mismos productos del problema inicial sino que presentaron una nueva información. La originalidad en el nivel alto y muy alto suma el 40% del total de la muestra, esto se explica porque la mayoría intentó hacer un problema de estructura parecida al mostrado como ejemplo por el profesor.

En la ficha 12, los estudiantes A1 (figura 14), A2 y B1 crearon los problemas más novedosos de la muestra, situándolos con una originalidad alta porque hicieron varias modificaciones al inicial. La originalidad en el nivel alto y muy alto suma el 30% del total de la muestra, explicable porque la mayoría intentó hacer un problema de estructura parecida al mostrado como ejemplo en la ficha.

En la ficha 17, el problema realizado por A2 (figura 15), tiene una originalidad alta porque hizo sus requerimientos en base a decimales, modificando claramente a los requerimientos del problema inicial. Por su parte D1 creó un problema diferente al resto porque tenía tres requerimientos, mientras que los demás solo contaban con dos, tal como estaba en el problema dado. Aquí encontramos un declive de la originalidad a un 20% de la muestra. Una posible explicación es el carácter poco rutinario del problema y en consecuencia la creación de problemas con características muy similares al presentado.

### **Flexibilidad:**

Para el análisis de la flexibilidad se observó los siguientes criterios:

#### **CRITERIOS PARA LA FICHA 2:**

1. Modifica cantidades solo en la información.
2. Modifica cantidades solo en el requerimiento.
3. Modifica cantidades en la información y en el requerimiento.
4. Sus requerimientos no son similares al del problema original.
5. Añade o cambia denominaciones del dinero.
6. Añade sumandos enteros y/o decimales.
7. Considera otros productos en la compra.
8. Considera multiplicación en la compra.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer y segundo criterio, en un segundo nivel situamos al quinto, sexto y séptimo criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel situamos al tercer, cuarto y octavo criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

#### **NIVEL O (Bajo):**

- Los casos que cumplen sólo el criterio 1 o el 2.



NIVEL 1 (Regular):

-Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 5, 6 o 7 y además el criterio 1.

NIVEL 2 (Alto):

-Los casos que cumplen dos de estos criterios: 5, 6 y 7 y además el criterio 1.

-Los casos que sólo cumplen el criterio 3.

-Los casos que sólo cumplen el criterio 4.

-Los casos que sólo cumplen el criterio 8.

NIVEL 3 (Muy alto):

-Los casos que cumplen todos los siguientes criterios: 5, 6 y 7.

-Los casos que cumplen dos o más de los siguientes criterios: 3, 4 y 8.

Encontramos un 90% de flexibilidad entre alta y muy alta; donde la estudiante B1 (figura 13), muestra criterios de flexibilidad que la ubican en el nivel 3, porque logró diferenciarse del problema inicial tanto en la información como en el requerimiento y añadió una multiplicación de decimales en la compra, por otro lado, B3 está en un nivel 0 de flexibilidad ya que en la ficha 2 solamente trató de imitar al problema presentado en la primera ficha.

El resultado positivo de la mayoría está relacionado a que todos los niños usualmente hacen compras o acompañan a sus padres a hacerlo, por lo tanto ejecutan con frecuencia las acciones de comprar productos o calcular y recibir el vuelto (cambio) de dinero.

#### CRITERIOS PARA LA FICHA 12

1. Modifica cantidades enteras y decimales en la información.
2. Añade cantidades decimales a la información.
3. Sus requerimientos no son similares al del problema inicial.
4. Considera otros productos en la compra.
5. Utiliza el precio para sus requerimientos.
6. Considera adición, sustracción y multiplicación de decimales en su requerimiento.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo y tercer criterio; el siguiente nivel corresponde al cuarto criterio, mientras que en un tercer y más alto nivel situamos al quinto y sexto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha así:

NIVEL 0 (Bajo):

- Los casos que cumplen sólo el criterio 1.
- Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4.

NIVEL 1 (Regular):

- Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.

NIVEL 2 (Alto):

- Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.
- Los casos que cumplen el criterio 5.
- Los casos que cumplen el criterio 6.

NIVEL 3 (Muy alto):

- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 2, 3 y 4; además uno de los criterios 5 o 6.
- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 5 y 6.

De acuerdo a lo presentado, encontramos que la flexibilidad entre alta y muy alta fue de un 70%; donde el estudiante A1 (figura 14), hizo un problema que tiene un nivel muy alto, debido a que realizó modificaciones en la información y los requerimientos, demandando el uso de las tres operaciones (adición, sustracción y multiplicación con decimales), para su resolución. Un caso especial es el de D2 quien muestra un nivel muy alto de flexibilidad por realizar modificaciones y colocar nuevos datos al problema, aunque no utilizó los decimales para la información ni el requerimiento.

#### CRITERIOS PARA LA FICHA 17

1. Modifica cantidades enteras en el requerimiento.
2. Modifica cantidades enteras por decimales en el requerimiento.
3. Sus requerimientos no son similares al del problema inicial.
4. Considera dos de las tres operaciones con decimales trabajadas en sus requerimientos.
5. Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.
6. Considera multiplicación de decimal por decimal en sus requerimientos.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo, tercer y cuarto criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel situamos al quinto y sexto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

NIVEL 0 (Bajo):

- Los casos que sólo cumplen el criterio 1.
- Los casos que cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4.

NIVEL 1 (Regular):

- Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.
- Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4.

NIVEL 2 (Alto):

- Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.
- Los casos que cumplen todos los criterios: 2, 3 y 4.
- Los casos que sólo cumplen el criterio 5.
- Los casos que sólo cumplen el criterio 6.

NIVEL 3 (Muy alto):

- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 2, 3 y 4; además uno de los criterios 5 o 6.
- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 5 y 6.

La flexibilidad entre alta y muy alta llegó al 50% del total de la muestra, explicable también por tratarse de un problema poco rutinario. En este aspecto, los estudiantes A1, A2 (figura 15), A3, B1, C1 y C2 realizaron un problema de flexibilidad alta, debido a que hicieron un problema que tuvo mucha diferencia con el problema inicial de la ficha N° 16.

### **Fluidez:**

Para el análisis de la fluidez se observó los siguientes criterios:

- NIVEL REGULAR: Consideró dos ítems en el requerimiento.
- NIVEL ALTO: Consideró tres ítems en el requerimiento.
- NIVEL MUY ALTO: Consideró más de tres ítems en el requerimiento.

La fluidez, entre sus niveles alto y muy alto alcanzó al 90 % en las fichas 2 y 12 y llegó al 100% en la ficha 17.

### **Claridad:**

Para el análisis de la claridad se observó los siguientes criterios:

- Hace modificaciones coherentes.
- La redacción no da lugar a dudas.

La claridad, alcanzó al 90 % en las fichas 2 y 12 y llegó al 100% en la ficha 17, lo cual revela comprensión clara del problema y creación de nuevos requerimientos, aunque sin alejarse de las ideas para los requerimientos del problema de la ficha.

### **Resolución:**

Para analizar la resolución, observamos los siguientes criterios:

- Resolvió correctamente.
- Cometió un error operativo.
- Cometió otro tipo de error.

En este caso, debido a que cada estudiante no resolvió la misma cantidad de requerimientos en los problemas creados durante la muestra, (ello dependía de la flexibilidad del creador), se hizo una evaluación por requerimiento resuelto de cada estudiante.

En la ficha 3 (resolución de problemas creados en la ficha N° 2), el 90% de requerimientos tuvo respuestas correctas.

En las fichas 13 y 14 (resolución de problemas de la ficha N° 12), el 68% de sus propios requerimientos fue respondido correctamente, mientras que el 76% de los requerimientos del problema de otro compañero de la muestra fue respondido exitosamente.

En la ficha 17, el 95% de los requerimientos fue resuelto correctamente.

Un ejemplo de los problemas creados en la ficha 2, es el que apreciamos en la figura 13, donde la estudiante B1, demuestra una originalidad muy alta al elaborar un problema que se distingue del propuesto porque presenta un requerimiento más; la flexibilidad está en el nivel 3 porque el problema creado tiene diferencias con el problema inicial en información y requerimiento, además añade una multiplicación en la compra; la fluidez también es alta

porque considera un ítem más en el requerimiento que el problema dado y en el aspecto de la claridad, las modificaciones son coherentes y la redacción no dejó lugar a dudas.

Anita fue al supermercado con su mamá porque tienen que hacer los siguientes pagos: S/. 206,25 por internet; S/. 178,90 por el consumo de teléfono; y hará una recarga de 30 soles al celular de Anita. La mamá lleva ~~3~~ billetes de 100 y ~~4~~ de 50 para pagar sus deudas.

a) ¿Cuál es el total de los pagos de la mamá de Anita?  
 b) ¿Cuanto recibirá de vuelto la mamá de Anita?  
 c) ¿Si se llegara a duplicar ~~las deudas~~ el total de las deudas de la mamá de Anita. ¿Cuanto sería el total?

El total de pagos de la mamá de Anita es de 415,15 soles

$\begin{array}{r} 206,25 \\ + 178,90 \\ + 30,00 \\ \hline 415,15 \end{array}$	$\begin{array}{r} 500,00 \\ - 415,15 \\ \hline 84,85 \end{array}$
---	---

Figura 13. Problema creado y resuelto por B1 en la Ficha 2

En la ficha 12, las dificultades principales de los estudiantes radicaron en su poco manejo de las equivalencias entre el gramo y el kilogramo. Un ejemplo de los problemas creados en esta ficha lo podemos apreciar en la figura 14, donde el estudiante denominado A1 crea un problema por variación realizando algunas modificaciones al problema dado, esto es una muestra de originalidad, esos cambios también son indicios de flexibilidad, ya que hay algunas modificaciones en la información y los requerimientos, los cuales demandan el uso de la adición, sustracción y multiplicación con expresiones decimales, para su resolución.

Para el enunciado del problema creado

Anita ha ido con su mamá y su hermana Mafero a un mercadito, para comprar arroz. El kilo de arroz cuesta S/. 3,90 y el señor que atendía ya tenía tres paquetes embolsados el primero pesa ~~3~~ kilogramos; el segundo pesa 750 gramos; y el tercero pesa 1,50 kilogramos.

a) ~~¿Cuánto cuesta?~~ Mafero lleva el primer paquete, la mamá el segundo y Anita el tercero.

b) ¿Cuánto ~~costa~~ cuesta el paquete de Anita?  
 ¿Que cantidad total de arroz, en kilogramos, llevan las tres juntas?  
~~¿Cuánto tiene?~~ Si la mamá tiene S/. 25, ¿cuánto le dan de vuelto?

Figura 14. Problema creado por A1 en la Ficha 12



Finalmente, podemos observar uno de los problemas creados en la ficha 17 (figura 15), donde el estudiante A2 crea un requerimiento de originalidad alta, lo apreciamos en su ítem b) que parece sencillo pero encierra dificultad para su resolución; encontramos la flexibilidad al notar que los requerimientos no son iguales a los del problema dado; la fluidez se manifiesta cuando considera dos ítems en el requerimiento y la claridad está en la coherencia de las modificaciones y la redacción clara.

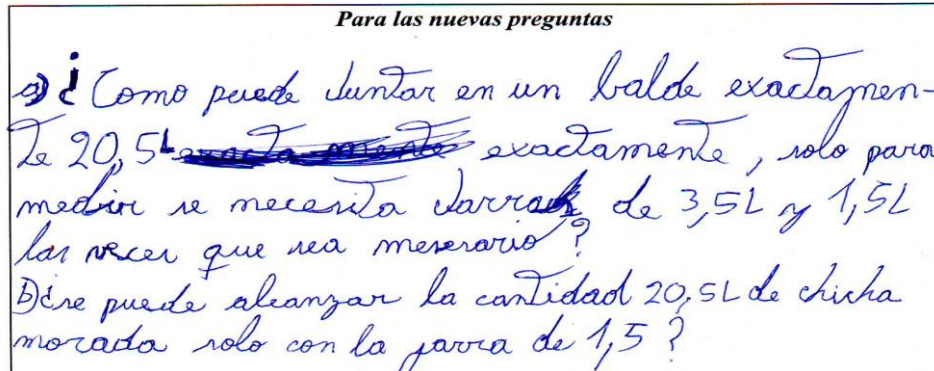


Figura 15. Problema creado por A2 en la Ficha 17

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

Tabla 21. Resumen estadístico de creación individual de problemas por variación

Nivel de originalidad	Ficha 2	Ficha 12	Ficha 17
Alto o muy alto	4 estudiantes (40%)	3 estudiantes (30%)	2 estudiantes (20%)
Regular o bajo	6 estudiantes (60%)	7 estudiantes (70%)	8 estudiantes (80%)

Nivel de flexibilidad	Ficha 2	Ficha 12	Ficha 17
Alto o muy alto	9 estudiantes (90%)	7 estudiantes (70%)	5 estudiantes (50%)
Regular o bajo	1 estudiante (10%)	3 estudiantes (30%)	5 estudiantes (50%)

Nivel de fluidez	Ficha 2	Ficha 12	Ficha 17
Alto o muy alto	9 estudiantes (90%)	9 estudiantes (90%)	10 estudiantes (100%)
Regular o bajo	1 estudiante (10%)	1 estudiante (10%)	0%

Nivel de claridad	Ficha 2	Ficha 12	Ficha 17
Alto o muy alto	9 estudiantes (90%)	9 estudiantes (90%)	10 estudiantes (100%)
Regular o bajo	1 estudiante (10%)	1 estudiante (10%)	0%

Nivel de resolución	Ficha 3	Fichas 13 y 14	Ficha 17
Correcto	19 ítems (90%)	17 ítems (68%) 19 ítems (76%)*	20 ítems (95%)
Incorrecto	2 ítems (10%)	8 ítems (32%) 6 ítems (24%)*	1 ítem (5%)

(\*) Resolución de los requerimientos del problema creado por otro compañero de la muestra.

#### 4.5.2 Creación individual de problemas por elaboración

Diseñamos las fichas 4, 7 y 19 para la creación individual de problemas por elaboración.

En la ficha 4, la situación presentada fue la de una panadería, solo se mencionamos productos y no precio ni casos específicos de compra.

En la ficha 7, el problema se relacionó con el plano de un bazar y se trabajó con la unidad de longitud utilizada en el Perú (metro) y su sub múltiplo más usado (centímetro).

En la ficha 19, el problema fue de creación completamente libre; los estudiantes podían hacerlo en el contexto que deseen y trabajar con las unidades que deseen.

A continuación presentamos sus respectivos análisis.

##### **Originalidad:**

El criterio fue:

- Presenta novedad con respecto al total de la muestra.

El cual se graduó de la siguiente manera:

1 (regular) Coincide o es similar con otros tres problemas más.

2 (alto) Coincide o es similar con uno o dos problemas más.

3 (muy alto) Es un problema, diferente a todos los demás.

En la ficha 4, el estudiante D1 (figura 16), registra un nivel muy alto de originalidad, por el hecho de haber creado un problema que tiene algunas diferencias relevantes con relación al que se le entregó en la ficha N° 1 como el mostrar tres requerimientos, siendo uno de ellos totalmente diferente a los leídos en los otros problemas; en el caso de B1 y B2 existe una coincidencia en uno de sus requerimientos, que se diferencian de lo que el resto realizó, similar situación es la de A1 y C1 que dentro de la información presentaron un dato que requería de una multiplicación para encontrarlo. El nivel alto y muy alto de originalidad suma el 50% del total de la muestra, se explica porque la situación trabajada fue de compra y venta y lo natural al iniciarse en la experiencia de crear problemas, sobre todo ante la situación dada, es proponer requerimientos en situaciones de compra-venta.

En la ficha 7, observamos que el problema de C2 (figura 17), muestra un nivel muy alto de originalidad porque exploró en la búsqueda de un perímetro de una figura no rectangular, muy diferente a lo realizado por el resto de la muestra. Por su parte en A1, A3, B1 y D1

encontramos un regular nivel de originalidad ya que propusieron problemas que requerían de áreas y perímetros para su resolución. Los niveles alto y muy alto de la originalidad suman el 50% del total de la muestra, el otro 50% coincidió con crear su problema con requerimientos de perímetro de figuras rectangulares.

En la ficha 19, la mayoría de estudiantes creó un problema sobre unidades monetarias, que son las que más se usan con expresiones decimales en la vida diaria; sin embargo A3 (figura 18), y B1 crearon problemas considerados de originalidad alta con respecto al resto de la muestra porque A3 trabajó sobre unidades de masa y B1 lo hizo con unidades de capacidad. El problema de esta ficha era de creación completamente libre; la mayoría creó un problema con unidades monetarias, mientras que solo el 20% hizo un problema con originalidad reflejada en el uso de otro tipo de medidas (capacidad, longitud o masa). Cabe destacar que en esta ficha se pide por primera vez la creación de un problema por elaboración, sin presentarles una situación concreta y resulta natural que su problema tenga mucha similitud con alguno de los problemas vistos en las fichas anteriores. Por otra parte, fue el último día del taller, que coincidió con una actividad en el colegio por el “Día del Niño”, lo cual perturbó la atención y dedicación a la tarea de creación del problema.

### **Flexibilidad:**

Para el análisis de la flexibilidad se observó los siguientes criterios:

#### CRITERIOS PARA LA FICHA 4:

1. Modifica cantidades sólo en la información con respecto al problema de la ficha N° 1.
2. Modifica cantidades sólo en el requerimiento con respecto al problema de la ficha N° 1.
3. Modifica cantidades en la información y en el requerimiento con respecto al problema de la ficha N° 1.
4. Sus requerimientos no son similares al problema de la ficha N° 1.
5. Propone un problema de estructura diferente al de la ficha N° 1.
6. Considera sólo dos operaciones distintas.
7. Considera tres operaciones distintas.
8. Considera multiplicación de decimal por decimal.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer y segundo criterio, en un segundo nivel situamos al quinto, sexto y séptimo criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel situamos al tercer, cuarto y octavo criterio.

De acuerdo con esto, clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

NIVEL 0 (Bajo):

-Los casos que cumplen sólo el criterio 1 o el 2.

NIVEL 1 (Regular):

-Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 5, 6 o 7 y además el criterio 1.

-Los casos que sólo cumplen el criterio 3.

NIVEL 2 (Alto):

-Los casos que cumplen dos de estos criterios: 5, 6 y 7 y además el criterio 1.

-Los casos que sólo cumplen el criterio 4.

-Los casos que sólo cumplen el criterio 8.

NIVEL 3 (Muy alto):

-Los casos que cumplen todos los siguientes criterios: 5, 6 y 7.

-Los casos que cumplen dos o más de los siguientes criterios: 3, 4 y 8.

Encontramos que el 50% presenta flexibilidad entre alta y muy alta; de acuerdo a este rango, cinco estudiantes de la muestra están en un nivel 1 (A1, A3, B3, C1 y C2) es decir que tienen un nivel de flexibilidad regular, mientras tanto otro número similar de estudiantes (A2, B1, B2, D1 y D2) muestran un nivel alto de flexibilidad. No encontramos estudiantes que califican de bajo nivel ni tampoco alguno que haya alcanzado un muy alto nivel de flexibilidad.

CRITERIOS PARA LA FICHA 7:

1. Considera sólo perímetros de rectángulos.
2. Considera sólo áreas de rectángulos.
3. Considera áreas y perímetros de rectángulos.
4. Considera sólo perímetros de figuras no rectangulares.
5. Considera sólo áreas de figuras no rectangulares.

6. Considera áreas y perímetros de figuras no rectangulares.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo y tercer criterio; el siguiente nivel corresponde al cuarto y quinto criterio, mientras que en el más alto nivel situamos al sexto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

NIVEL 0 (Bajo):

-Los casos que cumplen sólo el criterio 1.

NIVEL 1 (Regular):

-Los casos que sólo cumplen los criterios 2 o 3.

NIVEL 2 (Alto):

-Los casos que cumplen los criterios 4 o 5.

NIVEL 3 (Muy alto):

-Los casos que cumplen el criterio 6.

En esta ficha, la flexibilidad entre alta y muy alta fue solo de un 10%. Una razón importante para este bajo porcentaje es el poco uso previo de áreas; así, la mayoría optó por los perímetros, que solo requiere adiciones. A esto se suma que varios alumnos no recordaban la equivalencia entre centímetro y metro. Según lo presentado, el estudiante C2 (figura 17), ha alcanzado un nivel 2 (alto), ya que no solo se limitó a medir las figuras tal como se le presentaba en la imagen, sino que ha establecido una situación de sustracción de una zona de la misma, de modo que ha tenido que hallar el perímetro de una figura que no era rectangular.

CRITERIOS PARA LA FICHA 19:

1. Considera cantidades decimales en su información.
2. Considera multiplicación de cantidades enteras por decimales en el requerimiento.
3. Sus requerimientos no son similares al de los problemas de las sesiones anteriores.
4. Considera dos de las tres operaciones con decimales trabajadas en sus requerimientos.
5. Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.
6. Considera multiplicación de decimal por decimal en sus requerimientos.



Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo, tercer y cuarto criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel situamos al quinto y sexto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

NIVEL 0 (Bajo):

- Los casos que sólo cumplen el criterio 1.
- Los casos que cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4.

NIVEL 1 (Regular):

- Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.
- Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4.

NIVEL 2 (Alto):

- Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.
- Los casos que cumplen todos los criterios: 2, 3 y 4.
- Los casos que sólo cumplen el criterio 5.
- Los casos que sólo cumplen el criterio 6.

NIVEL 3 (Muy alto):

- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 2, 3 y 4; además uno de los criterios 5 o 6.
- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 5 y 6.

La flexibilidad entre alta y muy alta llegó al 60% del total de la muestra, porque seis estudiantes realizaron un problema considerado de nivel alto de flexibilidad, debido a que utilizaron dos y hasta tres operaciones con expresiones decimales trabajadas en las sesiones (adición, sustracción y multiplicación).

### **Fluidez:**

Para el análisis de la fluidez se observó los siguientes criterios:

- NIVEL REGULAR: Consideró dos ítems en el requerimiento.
- NIVEL ALTO: Consideró tres ítems en el requerimiento.
- NIVEL MUY ALTO: Consideró más de tres ítems en el requerimiento.

La fluidez, entre sus niveles alto y muy alto alcanzó al 80 % en la ficha 4; en la ficha 7, fue del 70% y del 80% en la ficha 19.

### **Claridad:**

Para el análisis de la claridad se observó los siguientes criterios:

- Hace modificaciones coherentes.
- La redacción no da lugar a dudas.

La claridad, alcanzó al 80 % en las fichas 4 y 19 y fue 50% en la ficha 7, en esta última ficha el resultado es coherente con lo dicho antes, en relación al mejor manejo de perímetros que de áreas.

### **Resolución:**

Para analizar la resolución, observamos los siguientes criterios:

- Resolvió correctamente.
- Cometió un error operativo.
- Cometió otro tipo de error.

En este caso, debido a que cada estudiante no resolvió la misma cantidad de requerimientos en los problemas creados durante la muestra, (ello dependía de la flexibilidad del creador), se hizo una evaluación por requerimiento resuelto de cada estudiante.

En la ficha 5 (resolución de problemas creados en la ficha N° 4), el 95% de requerimientos fue respondido correctamente.

En las fichas 8 y 9 (resolución de problemas creados en la ficha N°7), el 76% de sus propios requerimientos fue respondido correctamente, mientras que el 72% de los requerimientos del problema de otro compañero de la muestra fue respondido exitosamente.

En la ficha 19, el 100% de los requerimientos fue resuelto correctamente.

Podemos observar un ejemplo de los problemas creados en la ficha 4, con el hecho por la estudiante D1, donde la originalidad se evidencia al presentar tres requerimientos, siendo el c) totalmente distinto a lo leído en los problemas de los otros estudiantes de la muestra.

Carla fue a comprar ~~alimentos~~ <sup>complementos</sup> para su desayuno en la panadería, esto fue lo que compró: 1 mantecquilla a \$2.50, 1/2 de pan, chorizo a \$5.00, pero ella compró 3 chorizos, ~~1/2~~ <sup>1</sup> litro de 2 litros de leche a \$2.75 y 2 jugos embotellados a \$3.

- ¿Cuánto debe pagar en total Carla?
- ¿Cuánto le deben de dar de vuelto si pagó con 3 billetes de \$10?
- ¿Cuánto debería pagar si no hubiera comprado los 3 chorizos?

Figura 16. Problema creado por D1 en la Ficha 4

En la siguiente figura (17), podemos apreciar el problema creado por C2 en la elaboración del problema en la ficha 7, que muestra muy alto nivel de originalidad, ya que exploró la búsqueda de un perímetro de una figura no rectangular, diferenciándose por esto del problema propuesto por el resto de la muestra.

Anita después de mirar el cuadro se pone a ver: ¿cuál sería el perímetro de la tienda sin el pasadizo y la vitrina? y ¿cuál sería el perímetro de la tienda con el pasadizo, vitrina y ~~juguetes~~?

Figura 17. Problema creado por C2 en la Ficha 7

En la siguiente figura (18), podemos ver uno de los problemas hechos en la ficha 19, corresponde a A3, el mismo que creó su problema libre utilizando las unidades de masa, contrario a la mayoría, que trabajó con unidades monetarias.



Para el enunciado, en limpio, del problema creado	Para la solución del problema creado
<p>Manita se fue al supermercado y compró arroz; La primera bolsa pesaba 250 gramos; la segunda 6 kg; y la tercera 2 kg. Si en el camino a casa se le cayó a la segunda bolsa 2 kg.</p> <p>a) ¿Cuánto pesan las 3 bolsas en total? b) ¿Cuánto arroz le quedó a la segunda bolsa?</p> <p>Rpts:</p> <p>a) Pesar en total 6250 gramos las 3 bolsas. b) Le quedó 4000 gramos a la segunda bolsa.</p>	<p>a) <math display="block">\begin{array}{r} 8000 - 4000 + \\ \underline{2000} \quad 2000 \\ 4000 \quad \underline{250} \\ 6250 \end{array}</math></p> <p>b) <math display="block">\begin{array}{r} 6000 - \\ \underline{2000} \\ 4000 \end{array}</math></p>

Figura 18. Problema creado y resuelto por A3 en la Ficha 19

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

Tabla 22. Resumen estadístico de creación individual de problemas por elaboración

Nivel de originalidad	Ficha 4	Ficha 7	Ficha 19
Alto o muy alto	5 estudiantes (50%)	5 estudiantes (50%)	2 estudiantes (20%)
Regular o bajo	5 estudiantes (50%)	5 estudiantes (50%)	8 estudiantes (80%)

Nivel de flexibilidad	Ficha 4	Ficha 7	Ficha 19
Alto o muy alto	5 estudiantes (50%)	1 estudiante (10%)	6 estudiantes (60%)
Regular o bajo	5 estudiantes (50%)	9 estudiantes (90%)	4 estudiantes (40%)

Nivel de fluidez	Ficha 4	Ficha 7	Ficha 19
Alto o muy alto	8 estudiantes (80%)	7 estudiantes (70%)	8 estudiantes (80%)
Regular o bajo	2 estudiantes (20%)	3 estudiantes (30%)	2 estudiantes (20%)

Nivel de claridad	Ficha 4	Ficha 7	Ficha 19
Alto o muy alto	8 estudiantes (80%)	5 estudiantes (50%)	8 estudiantes (80%)
Regular o bajo	2 estudiantes (20%)	5 estudiantes (50%)	2 estudiantes (20%)

Nivel de resolución	Ficha 5	Ficha 8 y 9	Ficha 19
Correcto	19 ítem (95%)	19 ítems (76%) 18 ítems (72%)*	20 ítems (100%)
Incorrecto	1 ítem (5%)	6 ítems (24%) 7 ítems (28%)*	0%

(\*): Resolución de los requerimientos del problema creado por otro compañero de la muestra.

### 4.5.3 Creación grupal de problemas por variación

Diseñamos la ficha 15 para la creación grupal de problemas por variación.

La situación presentada estaba relacionada con las compras y el peso de productos en el mercadito y se trabajó con la unidad de masa utilizada en el Perú (gramo) y su múltiplo más usado (kilogramo), además con la unidad monetaria del Perú (Sol) y su sub múltiplo más usado (céntimo).

A continuación presentamos sus respectivos análisis.

#### **Originalidad:**

El criterio fue:

- Sus requerimientos no son similares a los problemas elaborados individualmente.

El cual se graduó de la siguiente manera:

REGULAR: Coincide o es similar con otros dos problemas más.

ALTO: Coincide o es similar con un problema más.

MUY ALTO: Es un problema, diferente a todos los demás.

El nivel alto y muy alto suman el 50% del total de la muestra, hay que hacer notar que este porcentaje corresponde a los grupos B y D, conformados íntegramente por niñas, y ellas demostraron conocer más productos y situaciones a la hora de crear sus problemas; mientras que el otro 50% (grupos formados por niños), intento hacer un problema de estructura parecida al mostrado como ejemplo por el profesor.

#### **Flexibilidad:**

Para el análisis de la flexibilidad se observó los siguientes criterios:

CRITERIOS PARA LA FICHA 15:

1. Modifica cantidades enteras y decimales en la información.
2. Añade cantidades decimales en la información.
3. Sus requerimientos no son similares a los dados en los problemas anteriores.
4. Considera otros productos en la compra.
5. Utiliza el precio para sus requerimientos.



6. Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo, tercer y cuarto criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel consideramos al quinto y sexto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

NIVEL 0 (Bajo):

- Los casos que cumplen sólo el criterio 1.
- Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4

NIVEL 1 (Regular):

- Los casos que cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.

NIVEL 2 (Alto):

- Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.
- Los casos que sólo cumplen el criterio 5.
- Los casos que sólo cumplen el criterio 6.

NIVEL 3 (Muy alto):

- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 2, 3 y 4; además uno de los criterios 5 o 6.
- Los casos que cumplen los siguientes criterios: 5 y 6.

La flexibilidad encontrada en estos problemas modificados por los grupos suma un 75% entre alta y muy alta. Los grupos B y D también destacan en este aspecto, porque no se limitaron a seguir el planteamiento de los problemas anteriores e ingresaron más sumandos, pusieron productos distintos y utilizaron el precio de los productos o trabajaron con las tres operaciones (adición, sustracción y multiplicación con decimales) en sus requerimientos.

### **Fluidez:**

Para el análisis de la fluidez se observó los siguientes criterios:

- NIVEL REGULAR: Consideró dos ítems en el requerimiento.
- NIVEL ALTO: Consideró tres ítems en el requerimiento.
- NIVEL MUY ALTO: Consideró más de tres ítems en el requerimiento.

La fluidez, entre sus niveles alto y muy alto alcanzó al 100 %.

### Claridad:

Para el análisis de la claridad se observó los siguientes criterios:

- La elaboración es coherente.
- La redacción no da lugar a dudas.

En esta ficha, la claridad alcanzó al 75 % de los grupos.

### Resolución:

Para analizar la resolución, observamos los siguientes criterios:

- Resolvió correctamente.
- Cometió un error operativo.
- Cometió otro tipo de error.

En este caso, debido a que cada grupo no resolvió la misma cantidad de requerimientos en los problemas creados durante la muestra, (ello dependía de la flexibilidad del grupo creador), se hizo una evaluación por requerimiento resuelto de cada grupo.

El 89% de requerimientos fue respondido correctamente.

En la siguiente figura (19), podemos ver el caso del problema creado por el grupo B, conformado solamente por niñas, que creó una lista de compras con productos y pesos variados que no se asemejaron a los de otros grupos.

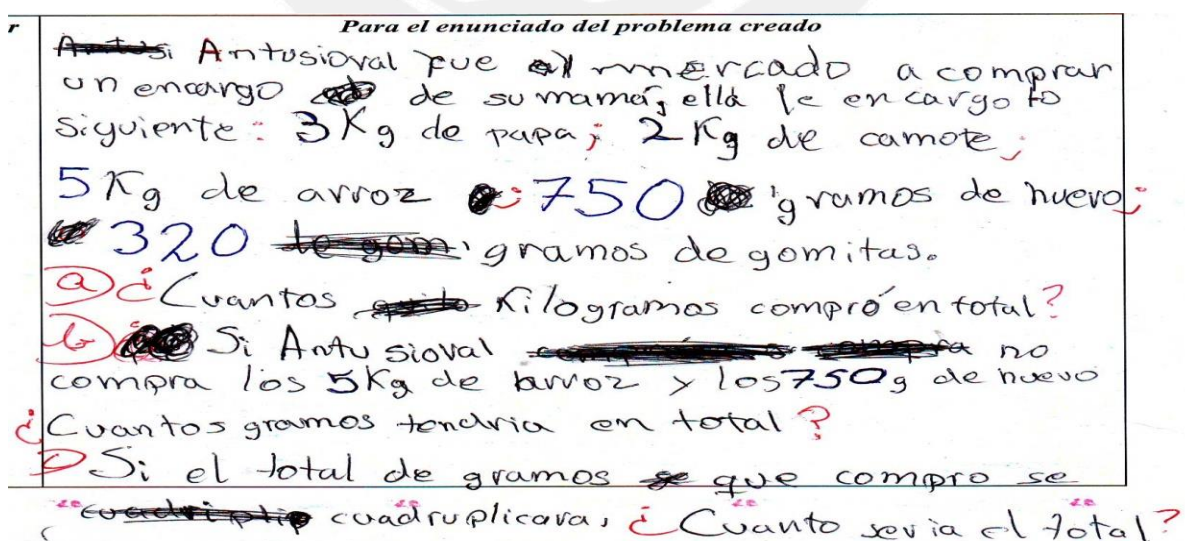


Figura 19. Problema creado por el grupo B en la Ficha 15

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

**Tabla 23.** Resumen estadístico de creación grupal de problemas por variación

Nivel de originalidad	Ficha 15
Alto o muy alto	2 grupos (50%)
Regular o bajo	2 grupos (50%)

Nivel de flexibilidad	Ficha 15
Alto o muy alto	3 grupos (75%)
Regular o bajo	1 grupo (25%)

Nivel de fluidez	Ficha 15
Alto o muy alto	4 grupos (100%)
Regular o bajo	0%

Nivel de claridad	Ficha 15
Alto o muy alto	3 grupos (75%)
Regular o bajo	1 grupo (25%)

Nivel de resolución	Ficha 15
Correcto	8 ítems (89%)
Incorrecto	1 ítem (11%)

#### 4.5.4 Creación grupal de problemas por elaboración

Diseñamos las fichas 10 y 18 para la creación grupal de problemas por elaboración.

En la ficha 10, el problema está relacionado con el plano de un bazar y trabajamos con la unidad de longitud utilizada en el Perú (metro) y su sub múltiplo más usado (centímetro).

El problema de la ficha 18 estaba relacionado con los cálculos que se pueden hacer usando envases llamados jarras con determinadas capacidades en litros, para medir exactamente otras capacidades dadas. Se trabajó con la unidad de capacidad utilizada en el Perú (litro).

A continuación presentamos sus respectivos análisis.

##### **Originalidad:**

El criterio de originalidad para la ficha 10 fue:

- Sus requerimientos no son similares a los problemas elaborados individualmente.

El criterio de originalidad para la ficha 18 fue:

- Su información y requerimientos no son similares al problema de la ficha N° 16 o al elaborado individualmente en la ficha N° 17.

Ambos criterios se graduaron de la siguiente manera:

REGULAR: Coincide o es similar con otros dos problemas más.

ALTO: Coincide o es similar con un problema más.

MUY ALTO: Es un problema, diferente a todos los demás.

En la ficha 10, la originalidad no estuvo presente porque todos los grupos coincidieron con efectuar un problema parecido a los que ya habían realizado sus integrantes individualmente en las fichas anteriores.

En la ficha 18, la originalidad llega al total de los problemas grupales (100%), porque los integrantes de cada grupo utilizaron la experiencia en los problemas que habían creado individualmente para la creación de un nuevo problema con requerimientos diferentes.

### **Flexibilidad:**

Para el análisis de la flexibilidad se observó los siguientes criterios:

#### CRITERIOS PARA LA FICHA 10:

1. Considera sólo perímetros de rectángulos.
2. Considera sólo áreas de rectángulos.
3. Considera áreas y perímetros de rectángulos.
4. Considera áreas y perímetros de figuras no rectangulares.

Para este aspecto consideramos en un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo, tercer y cuarto criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel consideramos al quinto y sexto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

#### NIVEL 0 (Bajo):

- Los casos que cumplen sólo el criterio 1.

#### NIVEL 1 (Regular):

- Los casos que cumplen el criterio 2.

NIVEL 2 (Alto):

-Los casos que cumplen el criterio 3.

NIVEL 3 (Muy alto):

-Los casos que cumplen el criterio 4.

La flexibilidad entre alta y muy alta alcanzó a un 75% de los problemas grupales, porque los estudiantes adquirieron en las fichas anteriores ciertas destrezas para trabajar con estas unidades de medida y sus equivalencias. Los grupos A, C y D muestran un nivel alto de flexibilidad, porque consideran áreas y perímetros de figuras rectangulares en sus problemas, cosa que no sucede con el grupo B que solo considera perímetros de figuras rectangulares.

CRITERIOS PARA LA FICHA 18:

1. Considera cantidades enteras por decimales en el requerimiento.
2. Sus requerimientos no son similares al de los problemas de las fichas 16 y 17.
3. Considera en sus requerimientos, dos de las tres operaciones con decimales.
4. Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.
5. Considera multiplicación de decimal por decimal en sus requerimientos.

Para este aspecto consideramos como un nivel inicial al primer criterio, en un segundo nivel situamos al segundo, tercer y cuarto criterio; mientras que en un tercer y más alto nivel situamos al quinto criterio.

De acuerdo con esto clasificamos los niveles de flexibilidad para esta ficha:

NIVEL O (Bajo):

-Los casos que cumplen sólo el criterio 1.

-Los casos que sólo cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4.

NIVEL 1 (Regular):

-Los casos que cumplen uno de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.

-Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4

NIVEL 2 (Alto):

-Los casos que cumplen dos de estos criterios: 2, 3 o 4 y además el criterio 1.



-Los casos que sólo cumplen el criterio 5.

-Los casos que cumplen todos estos criterios: 2, 3 y 4.

NIVEL 3 (Muy alto):

-Los casos que cumplen todos los siguientes criterios. 2, 3 y 4; además el criterio 5.

En la ficha 18, encontramos el 100% de flexibilidad en la creación de problemas. El grupo D realizó un problema con flexibilidad alta, debido a que ha considerado muchos aspectos que no se han visto en los diferentes problemas trabajados en esta sesión. Podemos advertir efectividad en los trabajos en grupo con distribución de funciones entre sus integrantes, lo cual encontramos altamente positivo.

### **Fluidez:**

Para el análisis de la fluidez se observó los siguientes criterios:

- NIVEL REGULAR: Consideró dos ítems en el requerimiento.
- NIVEL ALTO: Consideró tres ítems en el requerimiento.
- NIVEL MUY ALTO: Consideró más de tres ítems en el requerimiento.

La fluidez, entre sus niveles alto y muy alto alcanzó al 100 % en la ficha 10 y del 75% en la ficha 18.

### **Claridad:**

Para el análisis de la claridad se observó los siguientes criterios:

- La elaboración es coherente.
- La redacción no da lugar a dudas.

La claridad, alcanzó al 100 % en la ficha 10 y fue 75% en la ficha 18.

### **Resolución:**

Para analizar la resolución, observamos los siguientes criterios:

- Resolvió correctamente.
- Cometió un error operativo.
- Cometió otro tipo de error.

En este caso, debido a que cada estudiante no resolvió la misma cantidad de requerimientos en los problemas creados durante la muestra, (ello dependía de la flexibilidad del creador), se hizo una evaluación por requerimiento resuelto de cada estudiante.

En la ficha 10, el 82% de requerimientos fue respondido correctamente. Los errores fueron por no manejar bien el concepto de área involucrado en el problema creado.

En la ficha 18 el 88% de los ítems estuvo resuelto correctamente. El error en la resolución fue operativo.

Como una muestra de los problemas creados en la ficha 10, podemos apreciar en la figura 20 el problema creado por el grupo C, compuesto totalmente por niños, donde no presenta originalidad puesto que todos los grupos crearon un problema similar; pero su flexibilidad es alta, entre otras cosas, porque consideran áreas y perímetros en sus problemas, mientras que otros solo consideran perímetros o solo áreas.

decimales. Área

Anita quiere saber el perímetro del Bazar de la Plaza Marquina quitándole la parte del Bazar ¿Cuál es el perímetro del Bazar de la Plaza Marquina sin el Bazar? ~~Área~~

12,55 +	12,55 x
12,55	5,95
5,95	6275
5,95	11295
<u>37,00</u>	<u>6275</u>
	74,6725

R: El perímetro de Plaza Marquina es de "37,00 metros" y el área es de 74,6725 m<sup>2</sup>.

**Figura 20.** Problema creado y resuelto por el grupo C en la Ficha 10

En la figura 21 observamos el problema creado por el grupo D en la ficha 18, donde se aprecia la capacidad creativa en la originalidad, porque su información y requerimientos no son similares a los del problema dado o los elaborados previamente en clase; la flexibilidad está presente cuando considera las tres operaciones con expresiones decimales trabajadas en la sesión y la fluidez está en la cantidad de ítems propuestos en el requerimiento. La capacidad matemática se expresó mediante la coherencia al redactar y la resolución correcta del problema.

Para el enunciado, en limpio, del problema creado	Para la solución del problema creado
<p>Mariana tiene que llenar 4 jarras de 5,5 l.</p> <p>a) ¿Cuántas jarras de capacidad 7,5 l tiene que utilizar?</p> <p>b) ¿Llega a llenar las 4 jarras exactamente con las 7 jarras de limonada? ¿Cuánto le falta?</p> <p>a) Necesita 7 jarras, porque si hacemos con 8 se para.</p> <p>b) No, le faltan <del>7,5</del> <sup>4,5</sup> litros.</p>	<p>Handwritten calculations for the solution:</p> $\begin{array}{r} 5,5 \times 4 \\ \underline{22,0} \end{array}$ $\begin{array}{r} 2,5 \times 7 \\ \underline{17,5} \\ 4,5 \end{array}$ $\begin{array}{r} 22,0 \\ - 17,5 \\ \hline 4,5 \end{array}$

Figura 21. Problema creado y resuelto por el grupo D en la Ficha 18

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

Tabla 24. Resumen estadístico de creación grupal de problemas por elaboración

Nivel de originalidad	Ficha 10	Ficha 18
Alto o muy alto	0%	4 grupos (100%)
Regular o bajo	4 grupos (100%)	0%

Nivel de flexibilidad	Ficha 10	Ficha 18
Alto o muy alto	3 grupos (75%)	4 grupos (100%)
Regular o bajo	1 grupo (25%)	0%

Nivel de fluidez	Ficha 10	Ficha 18
Alto o muy alto	4 grupos (100%)	3 grupos (75%)
Regular o bajo	0%	1 grupo (25%)

Nivel de claridad	Ficha 10	Ficha 18
Alto o muy alto	4 grupos (100%)	3 grupos (75%)
Regular o bajo	0%	1 grupo (25%)

Nivel de resolución	Ficha 10	Ficha 18
Correcto	9 ítems (82%)	7 ítems (88%)
Incorrecto	2 ítems (18%)	1 ítem (12%)

#### 4.5.5 Comparación entre la ficha 0 y la ficha 19

En las fichas 0 y 19 consideramos ítems para recoger las opiniones de dos grupos estudiantes ante la creación de problemas.

Inicialmente, se pensó desarrollar la ficha 0 con el grupo de la muestra al principio de la aplicación; por problemas logísticos, no se logró imprimir la ficha a tiempo y quedó la ficha 0 para un grupo diferente al de la muestra. Corresponde a un grupo de 10 estudiantes sin experiencia en la creación de problemas, del mismo colegio, grado, turno, edad y con rendimiento parecido al de los 10 estudiantes que trabajaron el resto de fichas. La finalidad era conocer cuál era su reacción ante la inclusión de la creación de problemas matemáticos con decimales, por ellos mismos, entre sus actividades de clases.

La ficha 19 corresponde a los diez estudiantes de la muestra y fue hecha al final de la última sesión para conocer sus impresiones posteriores al trabajo de creación de problemas.

En la primera parte de las fichas 0 y 19 se les dejó tres espacios para que escriban igual cantidad de palabras o frases cortas que se les ocurran si en sus clases de matemáticas les pidiesen crear problemas con decimales.

Examinando la ficha 0, encontramos que las palabras relacionadas con las operaciones (sumas, restas, multiplicaciones, etc.) ocupan el 33,3% de los espacios; en segundo lugar podemos citar a la categoría de palabras negativas frente a esta actividad (dificultad, cansancio, desánimo, etc.) con el 30% de estos resultados; luego con 20% están las palabras o expresiones favorables hacia esta clase de actividad (alegría, emoción, etc.) y finalmente con 6% están aquellas que expresan duda ante la posibilidad de crear problemas. Estos porcentajes reflejan desconcierto ante una actividad inusual en las clases de matemáticas, la costumbre arraigada de resolver solo problemas que están en los textos o elaborados por otras personas y la asociación que hacen de problemas matemáticos fundamentalmente con operaciones.

En la figura 22 podemos observar algunas de estas palabras vertidas por los estudiantes.

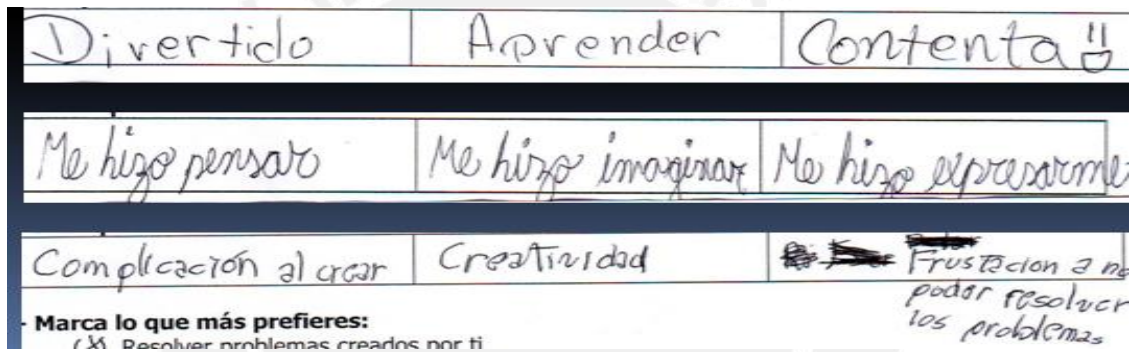
multiplicación	decimales	¿Será fácil?
que flojera	¿tengo que hacerlo?	Toy a hacer poco
Alegría	un poco de dudar	emoción

**Figura 22.** Algunas respuestas vertidas en la ficha 0



En la ficha 19, el 50% de palabras escritas las podemos considerar expresiones favorables (diversión, alegría, emoción, etc.) frente a las actividades realizadas; en segundo término con 36,7% están las palabras que están relacionadas con capacidades positivas como creatividad, imaginación, expresión, etc. Estos dos resultados muestran claramente una actitud favorable a la creación de problemas por parte de los propios estudiantes. Las observaciones directas revelan un fortalecimiento de su autoestima y de su aprecio a las matemáticas. Con un 13,3% están aquellos términos que representan expresiones negativas como: dificultad, frustración o complicación. Estos porcentajes son explicables por tratarse de una actividad nueva para los estudiantes y por el manejo de conocimientos matemáticos que se requiere para la creación de problemas, lo cual de manera deliberada, no fue homogéneo en la muestra.

En la figura 23 se puede ver algunas respuestas de los estudiantes de la muestra.



**Figura 23.** Algunas respuestas vertidas en la ficha 19

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

**Tabla 25.** Comparación entre las fichas 0 y 19 pregunta 1

<b>FICHA 0:</b> Escribe tres palabras o frases cortas que se te ocurran, si en tus clases te piden crear problemas de matemáticas con decimales.	
Relacionadas con las operaciones	10 palabras (33,3 %)
Expresiones negativas	9 palabras (30%)
Expresiones favorables	6 palabras (20%)
Expresiones de duda	5 palabras (16,7%)

<b>FICHA 19:</b> Escribe tres palabras o frases cortas que expresen lo que has sentido en la experiencia de crear problemas de matemáticas.	
Expresiones favorables	15 palabras (50%)
Relacionadas con capacidades positivas	11 palabras (36,7%)
Expresiones negativas	4 palabras (13,3%)



En la segunda parte de las fichas 0 y 19 se les pidió elegir qué es lo que más prefieren entre resolver problemas creados por ellos, creados por sus compañeros, propuestos por su profesor o aquellos que están en los libros.

En el grupo sin experiencia en creación de problemas, el 50% de respuestas corresponde a la alternativa de los problemas que les propone el profesor, un 20% se inclinó por los problemas que están en los libros e igual porcentaje (20%) preferiría a los problemas que ellos mismos crean, mientras que sólo un 10% decidió por aquellos problemas creados por sus compañeros. Este es un resultado que corresponde a las características y experiencias ya mencionadas de este grupo.

En el grupo que participó de la experiencia creativa, el 60% hizo notar que preferían los problemas que ellos mismos creaban, el 20% expresó que preferían los problemas creados por sus compañeros, un 10% manifestó que preferían los problemas que les propone su profesor y similar porcentaje (10%) mencionó que preferían los problemas que están en los libros. Estos resultados muestran claramente que hay una gran confianza en estos estudiantes sobre lo que ellos realizaron en todas las sesiones y lo que pueden volver a hacer si se les presentan oportunidades.

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

**Tabla 26.** Comparación entre las fichas 0 y 19 pregunta 2

	Marca los problemas que más prefieres resolver:	
	FICHA 0	FICHA 19
Los creados por ti	2 estudiantes (20%)	6 estudiantes (60%)
Los creados por tus compañeros	1 estudiante (10%)	2 estudiantes (20%)
Los que te propone el profesor	5 estudiantes (50%)	1 estudiante (10%)
Los que están en los libros	2 estudiantes (20%)	1 estudiante (10%)

La última parte de las fichas 0 y 19 fue la pregunta: ¿En tus clases te gustaría inventar problemas sobre otros temas de matemática? En ambas fichas se contó con porcentajes totales (100%) para la respuesta sí. Esto nos indica que en todos los estudiantes hay la voluntad de crear problemas matemáticos en sus clases, lo que falta es que los docentes motiven estas situaciones. En el caso de nuestra investigación, se estimuló constantemente la formulación de problemas que hacían los estudiantes y se notó que ellos se sentían muy satisfechos cuando el problema creado por ellos era resuelto por el profesor o por sus compañeros.

Acompañamos la información con el siguiente resumen estadístico.

**Tabla 27.** Comparación entre las fichas 0 y 19 pregunta 4

En tus clases, ¿Te gustaría inventar problemas sobre otros temas de matemáticas?		
	FICHA 0	FICHA 19
Sí	10 estudiantes (100%)	10 estudiantes (100%)
No	0%	0%

#### 4.5.6 Resumen de los porcentajes de niveles alto y muy alto

Luego del análisis, hemos elaborado un cuadro (tabla 28) que nos permite apreciar el registro de la originalidad, la flexibilidad, la fluidez, la claridad y la resolución de problemas durante toda la etapa de aplicación de nuestra investigación. A través de su lectura interpretación es que podemos expresar las conclusiones finales del presente trabajo.

**Tabla 28.** Resumen de los porcentajes de los niveles alto y muy alto.

Unidad utilizada	ORIGINALIDAD			FLEXIBILIDAD			FLUIDEZ			CLARIDAD			RESOLUCIÓN		
	S/.	g	l	S/.	g	l	S/.	g	l	S/.	g	l	S/.	g	l
INDIVIDUAL POR VARIACIÓN	40%	30%	20%	90%	70%	50%	90%	90%	100%	90%	90%	100%	90%	68%	95%
INDIVIDUAL POR ELABORACIÓN	50%	50%	20%	50%	10%	60%	80%	70%	80%	80%	50%	80%	95%	76%	100%

Unidad utilizada	ORIGINALIDAD		FLEXIBILIDAD		FLUIDEZ		CLARIDAD		RESOLUCIÓN	
	m	l	m	l	m	l	m	l	m	l
GRUPAL POR VARIACIÓN		50%		75%		100%		75%		89%
GRUPAL POR ELABORACIÓN	0%	100%	75%	100%	100%	75%	100%	75%	82%	88%

#### 4.5.7 Consolidado de las fichas analizadas

Finalmente, presentamos el consolidado de las fichas analizadas en 4.5.1, 4.5.2, 4.5.3, 4.5.4 y 4.5.5, donde apreciamos como respondió cada estudiante y cada grupo de la muestra frente a cada criterio examinado.

En la tabla 29 observamos el consolidado de las fichas 1, 2 y 3.

**Tabla 29.** Consolidado de resultados – Fichas 1, 2 y 3

Estudiante	FICHA 1: Resolución individual de un problema			FICHA 2. Creación individual de un problema por variación a partir de una situación estructurada										FICHA 3: Solución individual del problema creado														
	Requerimiento a)		Requerimiento b)	Originalidad	Flexibilidad (**)								Fluidez	Claridad	Requerimiento a)	Requerimiento b)	Requerimiento c)											
			1		2	3	4	5	6	7	8																	
	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Presenta novedad con respecto al total de la muestra (*)	Modifica cantidades solo en la información	Modifica cantidades solo en el requerimiento	Modifica cantidades en la información y el requerimiento	Sus requerimientos no son similares al del problema original	Añade o cambia de nominaciones del dinero	Añade sumandos enteros y/o decimales	Considera otros productos en la compra	Considera multiplicación en la compra	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	Hace modificaciones coherentes	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error		
A1	✓						✓		✓				✓			✓	✓		✓									
A2	✓						✓		✓	✓			✓			✓	✓	✓			✓							
A3	✓						✓						✓			✓	✓	✓			✓							
B1	✓			3			✓	✓	✓			✓		✓		✓	✓	✓			✓			✓				
B2	✓			2			✓		✓	✓			✓			✓	✓	✓			✓							
B3	✓				✓								✓			✓	✓	✓			✓							
C1	✓						✓						✓			✓	✓	✓			✓							
C2	✓			2			✓		✓	✓	✓		✓			✓	✓	✓			✓							
D1	✓			2			✓		✓	✓			✓			✓	✓	✓			✓							
D2	✓						✓		✓				✓				✓	✓			✓							
Total	10	0	0	10	0	0	1	0	9	1	6	4	2	1	9	1	0	6	10	9	1	0	9	0	1	1	0	0



En la tabla 30 observamos el consolidado de las fichas 4 y 5.

**Tabla 30.** Consolidado de resultados – Fichas 4 y 5

Estudiante	FICHA 4: Creación individual de un problema por elaboración a partir de una situación semiestructurada								FICHA 5: Solución individual del problema creado														
	Originalidad	Flexibilidad (**)							Fluidez	Claridad	Requerimiento a)	Requerimiento b)	Requerimiento c)										
		1	2	3	4	5	6	7						8									
	Presenta novedad con respecto al total de la muestra (*)	Modifica cantidades solo en la información con respecto al problema de la ficha Nº 1	Modifica cantidades solo en el requerimiento con respecto al problema de la ficha Nº 1	Modifica cantidades en la información y el requerimiento con respecto al problema de la ficha Nº 1	Sus requerimientos no son similares al problema de la Ficha Nº 1	Propone un problema de estructura diferente al de la Ficha Nº 1	Considera solo dos operaciones distintas.	Considera tres operaciones distintas.	Considera multiplicación de decimal por decimal	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	Presenta situaciones coherentes	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error
A1	2		✓				✓			✓	✓		✓	✓	✓								
A2			✓		✓		✓			✓	✓		✓	✓									
A3			✓				✓		✓	✓	✓		✓	✓			✓						
B1	2		✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓				✓			
B2	2		✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓				✓			
B3			✓				✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓							
C1	2		✓				✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓							
C2			✓				✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓							
D1	3		✓	✓	✓		✓		✓	✓	✓		✓	✓		✓							
D2			✓		✓	✓			✓	✓	✓		✓	✓		✓							
Total		0	0	10	3	5	6	4	0	6	2	0	8	10	9	1	0	8	0	0	2	0	0

En la tabla 31 observamos el consolidado de las fichas 6 y 7.

**Tabla 31.** Consolidado de resultados – Fichas 6 y 7

Estudiante	FICHA 6: Resolución individual de un problema			FICHA 7: Creación individual de un problema por elaboración a partir de una situación semiestructurada											
	Requerimiento a)			Originalidad	Flexibilidad (**)						Fluidez			Claridad	
	1	2	3		4	5	6	1	2	3	1	2			
	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Presenta novedad con respecto al total de la muestra (*)	Considera solo perímetros de rectángulos.	Considera solo áreas de rectángulos.	Considera áreas y perímetros de rectángulos.	Considera solo perímetros de figuras no rectangulares.	Considera solo áreas de figuras no rectangulares.	Considera áreas y perímetros de figuras no rectangulares.	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	Hace elaboraciones coherentes	La redacción no da lugar a dudas
	Observaciones														
A1	✓			2			✓						✓	✓	✓
A2		✓				✓					✓			✓	Para redactar repite la información de la imagen, eso hace un texto poco claro.
A3	✓			2			✓				✓			✓	Para redactar repite la información de la imagen, eso hace un texto poco claro.
B1	✓			2			✓				✓			✓	El requerimiento final no especifica a qué total se refiere.
B2	✓				✓							✓	✓	✓	
B3	✓				✓								✓	✓	
C1	✓					✓							✓		Para redactar repite la información de la imagen, eso hace un texto poco claro.
C2	✓			3			✓			✓			✓	✓	
D1		✓		2			✓					✓	✓		No aclara si al decir "bazar" es la sección específica o todo el negocio.
D2	✓				✓								✓	✓	
Total	8	2	0		3	2	4	1	0	0	4	0	3	10	5



En la tabla 32 observamos el consolidado de las fichas 8 y 9.

**Tabla 32.** Consolidado de resultados – Fichas 8 y 9

Estudiante	FICHA 8: Solución individual del problema creado										FICHA 9: Solución individual del problema creado por otro estudiante de la muestra																			
	Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)		Requerimiento d)		Requerimiento e)		Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)		Requerimiento d)		Requerimiento e)											
	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error									
A1	✓			✓			✓			✓			✓	✓					✓											
A2	✓				✓								✓																	
A3	✓				✓							✓	✓																	
B1	✓			✓								✓	✓	✓			✓		✓											
B2	✓			✓			✓			✓		✓		✓			✓		✓											
B3		✓								✓																				
C1	✓											✓	✓																	
C2		✓			✓					✓																				
D1	✓			✓					✓	✓		✓																		
D2	✓											✓	✓																	
Total	8	2	0	4	1	2	3	0	0	2	0	1	2	0	0	6	1	3	5	2	0	3	0	0	2	0	1	2	0	0

En la tabla 33 observamos el consolidado de la ficha 10.

**Tabla 33.** Consolidado de resultados – Ficha 10

Grupo de trabajo	FICHA 10: Creación grupal de un problema por elaboración a partir de una situación semiestructurada y resolución grupal del mismo.																		
	Originalidad	Creación						Resolución											
		Flexibilidad (**)				Fluidez	Claridad	Requerimiento a)	Requerimiento b)	Requerimiento c)	Requerimiento d)								
		1	2	3	4														
	Sus requerimientos no son similares a los problemas elaborados individualmente (*)	Considera solo perímetros de rectángulos.	Considera solo áreas de rectángulos.	Considera áreas y perímetros de rectángulos.	Considera áreas y perímetros de figuras no rectangulares	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	La elaboración es coherente.	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error
A				✓		✓		✓	✓	✓			✓						
B		✓					✓		✓	✓			✓		✓				
C				✓		✓			✓	✓			✓						
D				✓			✓	✓	✓	✓				✓		✓		✓	

En la tabla 34 observamos el consolidado de las fichas 11 y 12.

**Tabla 34.** Consolidado de resultados – Fichas 11 y 12

**Consolidado de resultados - Fichas 11 y 12**

Estudiante	FICHA 11: Resolución individual de un problema						FICHA 12. Creación individual de un problema por variación a partir de una situación estructurada										Observaciones					
	Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)		Originalidad	Flexibilidad (**)						Fluidez		Claridad						
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6	1	2	3		4				
	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Presenta novedad con respecto al total de la muestra (**)	Modifica cantidades enteras y decimales en la información	Añade cantidades decimales en la información	Sus requerimientos no son similares al del problema Inicial.	Considera otros productos en la compra	Utiliza el precio para sus requerimientos	Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	Hace modificaciones coherentes	La redacción no da lugar a dudas	
A1	✓			✓			✓			2	✓		✓		✓	✓		✓		✓	✓	
A2			✓			✓		✓		2	✓		✓		✓			✓		✓	✓	
A3	✓			✓					✓		✓							✓		✓	✓	
B1	✓			✓			✓			2	✓		✓	✓				✓		✓	✓	
B2	✓			✓			✓				✓			✓				✓		✓	✓	
B3			✓			✓			✓				✓							✓	✓	
C1	✓			✓			✓				✓		✓		✓			✓		✓	✓	
C2	✓			✓				✓			✓		✓		✓			✓		✓	✓	
D1			✓			✓			✓		✓		✓		✓			✓		✓	✓	
D2	✓			✓			✓						✓	✓	✓	✓		✓			✓	Utilizó números enteros para elaborar su problema
Total	7	0	3	7	0	3	5	0	5		8	0	8	3	6	1	3	6	0	9	10	



En la tabla 35 observamos el consolidado de las fichas 13 y 14.

**Tabla 35.** Consolidado de resultados – Fichas 13 y 14

Estudiante	FICHA 13: Solución del problema creado						FICHA 14: Solución del problema creado por otro estudiante de la muestra						Observaciones					
	Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)		Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)							
	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error						
A1		✓	✓			✓	✓			✓	✓							
A2	✓		✓				✓		✓		✓							
A3	✓			✓	✓		✓											
B1	✓			✓	✓		✓		✓		✓		Le tocó resolver un problema sobre números enteros.					
B2		✓	✓				✓		✓		✓							
B3		✓						✓		✓		✓	Desconocía las equivalencias de gramos y kilogramos.					
C1	✓		✓		✓		✓		✓		✓							
C2	✓		✓				✓		✓				Le tocó resolver otra vez el problema que elaboró.					
D1	✓			✓	✓		✓		✓									
D2	✓		✓		✓			✓		✓								
Total	7	0	3	6	1	2	4	2	0	8	0	2	6	0	3	5	0	1

En la tabla 36 observamos el consolidado de la ficha 15.

**Tabla 36.** Consolidado de resultados – Ficha 15

Grupo de trabajo	FICHA 15: Creación grupal de un problema por variación a partir de una situación semiestructurada y resolución grupal del mismo.																	
	Originalidad	Creación						Resolución										
		Flexibilidad (**)						Fluidez	Claridad	Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)				
		1	2	3	4	5	6											
	Sus requerimientos no son similares a los problemas elaborados individualmente (*)	Modifica cantidades enteras y decimales en la información	Añade cantidades decimales en la información	Sus requerimientos no son similares a los dados en los problemas anteriores	Considera otros productos en la compra	Utiliza el precio para sus requerimientos	Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	La elaboración es coherente.	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error
A		✓					✓			✓	✓	✓						
B	✓	✓	✓	✓	✓		✓	✓		✓	✓	✓			✓			
C		✓		✓		✓	✓			✓	✓	✓			✓			
D	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓			✓		✓		✓				



En la tabla 37 observamos el consolidado de las fichas 16 y 17.

**Tabla 37.** Consolidado de resultados – Fichas 16 y 17

**Consolidado de resultados - Fichas 16 y 17**

Estudiante	FICHA 16: Resolución individual de un problema						FICHA 17. Creación individual de un problema por variación a partir de una situación semi estructurada y resolución del mismo																							
	Requerimiento a)			Requerimiento b)			Originalidad	Flexibilidad (**)						Fluidez	Claridad	Requerimiento a)			Requerimiento b)			Requerimiento c)								
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6			1	2	3	1	2	3	1	2	3						
	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error		Presenta novedad con respecto al total de la muestra (*)	Modifica cantidades enteras en el requerimiento.	Modifica cantidades enteras por decimales en el requerimiento.	Sus requerimientos no son similares al del problema original	Considera dos de las tres operaciones con decimales trabajadas en sus requerimientos.	Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.			Considera multiplicación de decimal por decimal en sus requerimientos.	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	Hace modificaciones coherentes	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error
A1	✓			✓				✓		✓	✓				✓			✓	✓	✓	✓									
A2	✓			✓			2		✓	✓	✓				✓			✓	✓	✓	✓									
A3	✓			✓				✓				✓			✓			✓	✓	✓	✓									
B1	✓			✓				✓		✓	✓				✓			✓	✓	✓	✓									
B2	✓			✓					✓	✓		✓			✓			✓	✓	✓	✓									
B3	✓			✓				✓			✓				✓			✓	✓	✓	✓									
C1	✓			✓					✓	✓	✓				✓			✓	✓	✓	✓									
C2	✓			✓				✓				✓			✓			✓	✓	✓	✓									
D1	✓			✓			2	✓			✓					✓		✓	✓	✓	✓					✓				
D2	✓			✓				✓			✓				✓			✓	✓	✓	✓									
Total	10	0	0	10	0	0		7	3	5	7	3	0	9	1	0	10	10	9	1	0	10	0	0	1	0	0			

En la tabla 38 observamos el consolidado de la ficha 18.

**Tabla 38.** Consolidado de resultados – Ficha 18

Grupo de trabajo	FICHA 18: Creación grupal de un problema por elaboración a partir de una situación semiestructurada y resolución grupal del mismo.																			
	Originalidad	Creación					Fluidez	Claridad	Resolución											
		Flexibilidad (**)							Requerimiento a)	Requerimiento b)	Requerimiento c)									
	1	2	3	4	5															
	Su información y requerimientos no son similares al problema de la ficha 16 o al elaborado individualmente en la ficha 17(*)	Considera cantidades enteras por decimales en el requerimiento.	Sus requerimientos no son similares al de los problemas de las fichas 16 y 17	Considera dos de las tres operaciones con decimales trabajadas en sus requerimientos.	Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.	Considera multiplicación de decimal por decimal en sus requerimientos.	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	La elaboración es coherente.	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error
A	✓	✓	✓		✓		✓			✓		✓			✓					
B	✓	✓	✓		✓		✓			✓	✓	✓			✓			✓		
C	✓	✓	✓	✓	✓					✓	✓	✓								
D	✓	✓	✓		✓		✓			✓	✓		✓		✓					

En la tabla 39 observamos el consolidado de la ficha 19.

**Tabla 39.** Consolidado de resultados – Ficha 19

Estudiante	FICHA 19. Creación individual de un problema por elaboración a partir de una situación libre y resolución del mismo																				
	Creación										Resolución										
	Originalidad	Flexibilidad (**)					Fluidez	Claridad	Requerimiento a)	Requerimiento b)	Requerimiento c)	Requerimiento a)		Requerimiento b)		Requerimiento c)					
		1	2	3	4	5						6									
	Presenta novedad con respecto al total de la muestra (*)	Considera en su información cantidades decimales.	Considera multiplicación de cantidades enteras por decimales en el requerimiento.	Sus requerimientos no son similares al de los problemas de las sesiones anteriores.	Considera dos de las tres operaciones con decimales trabajadas en sus requerimientos.	Considera adición, sustracción y multiplicación decimal en sus requerimientos.	Considera multiplicación de decimal por decimal en sus requerimientos.	Considera dos ítems en el requerimiento	Considera tres ítems en el requerimiento	Considera más de tres ítems en el requerimiento	Hay coherencia entre la información y los requerimientos	La redacción no da lugar a dudas	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error	Resolvió correctamente	Cometió un error operativo	Cometió otro tipo de error
A 1		✓		✓			✓			✓			✓					✓			
A 2		✓	✓		✓					✓	✓	✓									
A 3	2	✓					✓			✓	✓	✓			✓						
B 1	2	✓	✓		✓			✓		✓	✓	✓			✓			✓			
B 2		✓	✓			✓		✓		✓	✓	✓	✓		✓						
B 3		✓			✓			✓		✓	✓	✓			✓						
C 1		✓	✓		✓			✓		✓	✓	✓			✓						
C 2		✓	✓		✓					✓	✓	✓									
D 1		✓	✓		✓			✓		✓			✓		✓					✓	
D 2		✓			✓			✓		✓	✓	✓			✓						
Total		9	7	0	8	1	0	6	1	0	10	8	7	3	0	6	1	1	1	1	0



## CAPÍTULO V: CONSIDERACIONES FINALES

En el presente capítulo presentamos las consideraciones finales que nos deja la presente investigación, como son las conclusiones a las que llegamos luego de este estudio, los comentarios y las sugerencias que pueden ser utilizadas para siguientes investigaciones relacionadas al tema.

### 5.1 Conclusiones

Al iniciar la presente investigación nos formulamos la pregunta ¿Cómo obtener información sobre las capacidades creativas y matemáticas de los estudiantes mediante el análisis de los problemas creados por ellos?, en el transcurso buscamos antecedentes de trabajos que se hayan ocupado del análisis con estudiantes de primaria, para basarnos en ellos como punto de referencia acerca de qué y cómo analizar las capacidades creativas y matemáticas pero, encontramos escasa información, las cuales no cubrieron totalmente nuestras expectativas y por esta razón acudimos a otras investigaciones que abarcaban la creatividad en forma general.

Con toda esta información nos planteamos el siguiente objetivo general:

**ANALIZAR LAS CAPACIDADES CREATIVAS Y MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE PRIMARIA, EN LOS PROBLEMAS CREADOS POR ELLOS SOBRE ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN DE EXPRESIONES DECIMALES.**

Para este fin elaboramos una serie de criterios para identificar y medir la capacidad creativa a través de la originalidad, la flexibilidad y la fluidez al momento de crear problemas matemáticos; con ellos obtuvimos la información acerca de las capacidades creativas de los estudiantes de la muestra.

También, elaboramos otro grupo de criterios que nos permitieron identificar la coherencia y claridad al crear y resolver problemas; con ellos logramos información sobre las capacidades matemáticas de los estudiantes que participaron de nuestra investigación.

Para cumplir nuestro objetivo, diseñamos una secuencia didáctica que brindó espacios para la resolución, variación y elaboración de problemas a partir de situaciones estructuradas, semi estructuradas y libres.

Consideramos que este objetivo se logró puesto que con la experiencia didáctica desarrollada se cumplieron los cuatro objetivos específicos planteados y también obtuvimos importantes datos que reafirman los presentados por nuestros referentes en el tema; además, aportamos



con indicadores o ítems específicos para las capacidades creativas y capacidades matemáticas trabajadas en esta investigación, los cuales no existían al momento de iniciar el presente trabajo.

**CONCLUSIONES RELACIONADAS AL PRIMER OBJETIVO ESPECÍFICO:**  
DESCRIBIR LA CAPACIDAD DE CREAR PROBLEMAS SOBRE ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN CON EXPRESIONES DECIMALES DE LOS ESTUDIANTES DE LA MUESTRA, AL INICIAR LA EXPERIENCIA DIDÁCTICA.

Del análisis de las fichas 2 y 4 podemos concluir:

- Ante un primer requerimiento de crear problemas por variación, percibimos que la mayoría sigue la forma del problema dado, por lo cual afirmamos que hay un nivel bajo de originalidad (Ver 4.5.1).
- Los estudiantes muestran altos niveles de flexibilidad, fluidez y claridad al crear problemas por elaboración en forma grupal, sobre todo al trabajar con situaciones no rutinarias con medidas de capacidad (Ver 4.5.2).
- Ante una situación semi estructurada, percibimos mayor originalidad en la creación de problemas por elaboración que en los casos de creación por variación. Cabe mencionar que la situación semi estructurada con la que trabajaron los estudiantes de la muestra para crear problemas por elaboración fue con unidades monetarias y relacionada con su experiencia cotidiana, lo cual, según lo manifestado por los estudiantes, favorece la imaginación de situaciones problemáticas (Ver 4.5.1 y 4.5.2)

**CONCLUSIONES RELACIONADAS AL SEGUNDO OBJETIVO ESPECÍFICO:**  
ANALIZAR LA ORIGINALIDAD, FLEXIBILIDAD, FLUIDEZ Y CLARIDAD EN LA CREACIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE LA VARIACIÓN DE PROBLEMAS DADOS, EN TORNO A LOS OBJETOS MATEMÁTICOS CONSIDERADOS.

Del análisis de las fichas 12, 15 y 17 podemos concluir:

- Frente a la variación de problemas, los estudiantes lo hacen exitosamente si conocen el contexto y dominan el entorno matemático; en la presente investigación tuvieron más facilidad con la unidad de masa que con la de capacidad. Una explicación percibida en la socialización es que la medición de masa no solo la experimentan en las transacciones comerciales sino también con sus propios casos cuando hablan del “peso” de su cuerpo; por otro lado, las medidas de capacidad se usan de manera más rígida al comprar envases de gaseosas, refrescos, aceite, jugos, etc. con capacidad ya prefijada y son menores las

ocasiones donde pueden medir los líquidos cuando vierten cierta cantidad en envases con medidas (Ver 4.5.1).

- Dentro de las capacidades creativas, ya sea individual o grupalmente, los estudiantes no revelan alto nivel de la originalidad, porque la mayor parte de veces tienden a imitar al problema dado o a problemas trabajados anteriormente, solo limitándose a hacer leves modificaciones (Ver 4.5.1 y 4.5.2).
- En cuanto a flexibilidad y fluidez, estos son más altos al variar problemas no rutinarios (ficha 17) que al variar los rutinarios. Los estudiantes, tanto individual como grupalmente se sienten cómodos de crear nuevas situaciones y requerimientos, a partir de las ideas presentes en el problema dado (Ver 4.5.1 y 4.5.3).

**CONCLUSIONES RELACIONADAS AL TERCER OBJETIVO ESPECÍFICO:**  
ANALIZAR LA ORIGINALIDAD, FLEXIBILIDAD, FLUIDEZ Y CLARIDAD EN LA CREACIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE LA ELABORACIÓN DE PROBLEMAS A PARTIR DE SITUACIONES DADAS VINCULADAS A LOS OBJETOS MATEMÁTICOS CONSIDERADOS.

Del análisis de las fichas 7, 10, 18 y 19 podemos concluir:

- Los estudiantes muestran bajos niveles de flexibilidad cuando trabajan con temas que no conocen del todo bien, tal como sucedió en las fichas 7 y 10 (“El bazar de la Plaza Marquina”), donde trabajaron con perímetros y áreas y tuvieron más dificultades al considerar el concepto de área que al considerar solo el concepto de perímetro (Ver 4.5.2 y 4.5.4).
- Dentro de las capacidades creativas, ya sea individual o grupal, percibimos bajo nivel de originalidad ante situaciones semi estructuradas cercanas a su experiencia, debido a que en muchos casos la tendencia es a crear problemas parecidos a los trabajados anteriormente (Ver 4.5.2 y 4.5.4).
- Los estudiantes muestran alto nivel de fluidez al elaborar sus problemas, se sienten más motivados cuando encuentran que un problema no es rutinario y pueden crear ítems o situaciones con total libertad, tal como sucedió en los problemas de las fichas 18 y 19 (“Las jarras de Anita”). Los estudiantes se sienten motivados a elaborar más ítems en los requerimientos (Ver 4.5.2 y 4.5.4).

**CONCLUSIONES RELACIONADAS AL CUARTO OBJETIVO ESPECÍFICO:**  
EXAMINAR LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE RESOLUCIÓN DE

PROBLEMAS Y DE COHERENCIA LÓGICA AL CREAR PROBLEMAS, CONSIDERANDO LOS OBJETOS MATEMÁTICOS ESCOGIDOS EN EL ESTUDIO.

- Una apreciación general es que advertimos un bajo porcentaje de errores operativos al resolver los problemas propuestos o los creados por ellos mismos, así podemos afirmar en la perspectiva de España, 2013, que los estudiantes tienen capacidad de comprender, interpretar, manipular y utilizar expresiones decimales. El tener buen manejo de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, fue favorable a la creación de problemas relacionados con estas operaciones (Ver 4.5.6).
- En lo concerniente a las capacidades matemáticas, encontramos que:
  - a) Un alto porcentaje de la muestra, tanto en trabajos individuales como grupales resuelven correctamente los problemas que se les propone y también los problemas que ellos mismos elaboran (Ver 4.5.6).
  - b) Al crear problemas por variación (fichas 2, 12, 15 y 17), las modificaciones introducidas se hacen con coherencia lógica (Ver 4.5.1 y 4.5.3).
  - c) Al crear problemas por elaboración ante situaciones semi estructuradas (fichas 4, 7, 10 y 18), los requerimientos del problema tienen coherencia lógica con la información expuesta en la situación (Ver 4.5.2 y 4.5.4).
  - d) Al crear problemas por elaboración ante situaciones libres (ficha 19) hay coherencia entre la situación creada, la información y los requerimientos (Ver 4.5.2).

## 5.2 Comentarios y sugerencias

- En general, advertimos actitudes favorables de los estudiantes hacia la creación de problemas. La comparación de las respuestas de los ítems 1, 2 y 4 de las fichas 0 y 19 son una muestra de esto y de los efectos positivos de introducir la creación de problemas como parte del proceso de aprendizaje.
- Cuando los estudiantes modifican o elaboran sus problemas, el profesor debe buscar la manera que estos sean socializados ante el resto de integrantes del aula; es importante que el profesor estimule constantemente a los estudiantes en su acto creador de problemas matemáticos, ya sea felicitando por el esfuerzo, leyendo y resolviendo el problema en clase, publicando el problema en el periódico mural, en separatas o en las redes sociales y puedan tener acceso los propios estudiantes y así ellos perciban que lo que han creado es reconocido.

- Al iniciar un acto creador de problemas no hay que forzar al estudiante en la perfección o en la cantidad de trabajo a realizar, todo este proceso es producto de un aprendizaje paso a paso hasta que el estudiante vaya ganando confianza en sí mismo y pericia en sus creaciones.
- Al trabajar en grupos o en equipos para la creación de problemas es más favorable que éste se componga de tres integrantes; uno menos ocasiona ciertos conflictos de liderazgo, con tres hay más posibilidad de tomar decisiones por mayoría y evitar conflictos o discusiones innecesarias.
- Consideramos que se puede llevar a cabo investigaciones sobre la creación de problemas con otros temas, con otros grados de educación básica y con más estudiantes que los participantes de la muestra de esta investigación. El investigador puede elegir el tema teniendo en cuenta las motivaciones de los alumnos y, preferentemente, iniciar las experiencias didácticas con temas que sean conocidos por ellos.
- Otra línea de investigación en este campo, es usar las estrategias de creación de problemas no solo para reforzar aprendizajes sino también para motivar aprendizajes nuevos.
- También será interesante investigar cómo los profesores capacitados en la creación de problemas de matemáticas, adecuan las estrategias que experimentaron, para ser usadas en las aulas con sus alumnos y cómo esto favorece el aprendizaje.



## REFERENCIAS

- Ávila, A., y García, S. (2008). *Los decimales: más que una escritura*. Ciudad de México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Ávila, A. (2013). Conocimientos en construcción sobre los números decimales: los resultados de un acercamiento conceptual. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. IREM de Strasbourg, (18), pp.29-59. Recuperado de <http://turing.scedu.umontreal.ca/Annales/documents/volume%2018/Avila.pdf>
- Ayllón, M. (2012). *Invencción-Resolución de problemas por alumnos de educación primaria*. (Tesis de Doctorado, Universidad de Granada, Andalucía, España) Recuperado de <http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/27771/1/2116633x.pdf>
- Castro, E. (2011). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación. SEIEM. *Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e historia de la matemática y educación matemática*. Universidad de Granada, Andalucía, España. pp. 1-15. Recuperado de <http://www.seiem.es/gruposdetrabajo/pna/ActasPNAGranada.pdf>
- El Nosedal (2012). *Matemática 6 sexto grado de educación primaria*; pp. 78-85. Lima: Editorial Bruño
- España (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012*. Madrid. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d>
- Esquivias, M. (2001). Una evaluación de la creatividad en la Educación Primaria. *Revista Digital Universitaria*, Universidad Nacional Autónoma de México,1(3). Recuperado de <http://www.revista.unam.mx/vol.1/num3/art1/>
- Godino, J. (2004). *Matemática para maestros*. Universidad de Granada, Andalucía, España. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/8\\_matematicas\\_maestros.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/8_matematicas_maestros.pdf)
- Konic, P. (2011). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores para la enseñanza de los números decimales* (Tesis de Doctorado, Universidad de Granada, Andalucía, España). Recuperado de <http://0-hera.ugr.es.adrastea.ugr.es/tesisugr/0680004.pdf>
- Lima, E., Pinto, P., Wagner, E. y Morgado, A. (2000). *La matemática de la enseñanza media*. Lima: Instituto de Matemática y Ciencias Afines, IMCA.

- López, O., Prieto, M. y Hervás, R. (1998). Creatividad, superdotación y estilos de aprendizaje: hacia un modelo integrador. *Revista de altas capacidades FAISCA*, (6), pp. 86-108. Recuperado de <http://revistas.ucm.es/index.php/FAIS/article/view/FAIS9898110086A/7888>
- Malaspina, U. (2011). Sobre creación de problemas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (28), pp. 159-164. Recuperado de [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2011/28/archivo\\_16\\_volumen28.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2011/28/archivo_16_volumen28.pdf)
- Malaspina, U. (2012a). Hacia la creación de problemas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (29), pp. 155-160. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/29/archivo13.pdf>
- Malaspina, U. (2012b). Creando problemas para Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (31), pp. 131-137. Recuperado de [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/31/archivo\\_13\\_de\\_volumen\\_31.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/31/archivo_13_de_volumen_31.pdf)
- Malaspina, U. (2013a). Variaciones de un problema. El caso de un problema de R. Douady. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (34), pp. 141-149. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/34/archivo13.pdf>
- Malaspina, U. (2013b). La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. *Actas del VII CIBEM*, pp. 129-140. Recuperado de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/727.pdf>
- Malaspina, U. (2013c). La enseñanza de las matemáticas y el estímulo a la creatividad. *Revista de didáctica de las matemáticas UNO*, (63), pp. 41-49. Recuperado de <http://uno.grao.com/revistas/uno/063-innovacion-en-la-universidad/la-ensenanza-de-las-matematicas-y-el-estimulo-a-la-creatividad>
- Malaspina, U. (2014a). Papiroflexia y elementos para construir indicadores sobre creación de problemas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (38), pp. 135-141. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/38/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2014b). La creación de problemas como medio para ampliar horizontes matemáticos. *CIEDIC 2014, I Colóquio internacional sobre ensino e didática das ciencias contribuições e perspectivas*; pp. 104-110. Feira de Santana, Bahía, Brasil: CD Room.

- Malaspina, U. (2014c). Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN*, (39), pp. 135-140. Recuperado de <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2015). Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. CIAEM 2015, XIV Conferencia Iberoamericana de Educación Matemática. Recuperado de [http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/1485/607](http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1485/607)
- Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. En Departamento Académico de Ciencias, Sección Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, *Reflexiones y propuestas en educación matemática*; pp. 7-54. Lima: Editorial Moshera S.R.L.
- Murillo, F. (2010). *Investigación-Acción, métodos de investigación UAM*. Madrid. Recuperado de [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso\\_10/Inv\\_accion\\_trabajo.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf)
- Perú (2009). *Diseño curricular nacional de la educación básica regular*. Lima. Recuperado de <http://ebr.minedu.gob.pe/pdfs/dcn2009final.pdf>
- Perú (2013a). *Mapas del progreso del Aprendizaje: Números y operaciones*. Lima. Recuperado de [http://www.ipeba.gob.pe/estandares/MapasProgreso\\_Matematica\\_NumerosOperaciones.pdf](http://www.ipeba.gob.pe/estandares/MapasProgreso_Matematica_NumerosOperaciones.pdf)
- Perú (2013b). *Rutas del Aprendizaje: Números y operaciones. Cambio y relaciones IV y V ciclos*. Lima. Recuperado de [http://recursos.perueduca.pe/rutas2014/listadorec.php?seccn\\_cod=15&pg=2](http://recursos.perueduca.pe/rutas2014/listadorec.php?seccn_cod=15&pg=2)
- Rodríguez, D. y Valdeoriola, J. (2009). Metodología de la investigación. Universitat Oberta de Catalunya, *Material docente de la UOC*. Barcelona. Recuperado de [http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat\\_cast-nodef/PID\\_00148556-1.pdf](http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat_cast-nodef/PID_00148556-1.pdf)
- Rosli, R., Goldsby, D. y Capraro, M. (2013). Assessing students' mathematical problem-solving and problem-posing skills. *Asian Social Science*, 9(16), pp. 54-60. Recuperado de <http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ass/article/viewFile/32380/18854>

- Sampieri, R., Collado, C. y Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación*. McGraw Interamericana. México.
- Yuan, X. y Sriraman, B. (2010); An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problema-posing abilities. En B. Sriraman y K. Hwa Lee; Eds. *Advances in creativity and Giftedness. The elements of creativity and giftedness in mathematics*; Pp. 5-28. Boston: Sense Publishers.
- Tripp, D. (2005). Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, São Paulo 31(3), pp. 443-466. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a09v31n3.pdf>





**ANEXOS**

**ANEXO 1 – FICHA 0 EVALUACIÓN DE ENTRADA SOBRE CREACIÓN DE PROBLEMAS – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos:..... Fecha:.....

**Ficha N° 0**

1. Escribe tres palabras o frases cortas que se te ocurran, si en tus clases te piden crear problemas de matemáticas con decimales.

--	--	--

2. Marca lo que más prefieres:
- Resolver problemas creados por ti
  - Resolver problemas creados por tus compañeros
  - Resolver problemas que te propone el profesor
  - Resolver problemas que están en los libros

3. Inventa libremente un problema, cuya solución necesite hacer dos o más operaciones con decimales.

<p style="text-align: center;"><b>Para el enunciado, en borrador, del problema creado</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Para cálculos que necesites hacer</b></p>
<p style="text-align: center;"><b>Para el enunciado, en limpio, del problema creado</b></p>	<p style="text-align: center;"><b>Para la solución del problema creado</b></p>

4. En tus clases, ¿te gustaría inventar problemas sobre otros temas de matemática?
- Sí     No

## ANEXO 2 – FICHA 1 PARA RESOLVER PROBLEMA – INDIVIDUAL

Nombres y apellidos:.....

Fecha:.....

### FICHA N° 1

Lee detenidamente la siguiente información y resuelve el problema para responder las preguntas que se presentan.



Anita es una niña que tiene una edad casi como la tuya.

Ella vive con su papá, mamá y hermana mayor en las Torres de Limatambo.

Cerca de la casa de Anita hay tres supermercados y ella, mientras ha ido creciendo, ha visto la gran relación que tienen los vecinos con los supermercados.

Anita ha aprendido a comprar sola y muchas veces sus padres le encargan alguna compra o algún pago. “Para que vayas aprendiendo” le dicen, y va con gusto, porque así practica sus operaciones matemáticas.

Leamos lo que pasó hoy:

**PROBLEMA:** Anita fue al supermercado con su mamá porque tienen que hacer los siguientes pagos: S/. 165,25 por consumo de electricidad; S/. 84,70 por el consumo de agua potable; y hará una recarga de S/. 20 para el celular pre pago de su papá. La mamá lleva en su cartera 4 billetes de 100 soles y 5 billetes de 20 soles

- ¿Cuál es el total de los pagos que debe hacer la mamá de Anita?
- ¿Cuánto es el vuelto que debe recibir la mamá de Anita si paga con 3 billetes de 100 soles?

**Solución del problema**



## ANEXO 3 – FICHA 2 PARA MODIFICAR EL PROBLEMA DE LA FICHA 1 – INDIVIDUAL

Nombres y apellidos:.....

Fecha:.....

### FICHA N° 2

A continuación volvemos a escribir el problema de la Ficha 1. Léelo atentamente y **crea uno nuevo** modificando alguno(s) de los datos o alguna(s) de las preguntas

Para resolver el problema que hayas creado, se debe usar alguna(s) de estas operaciones: adición, sustracción o multiplicación con decimales.

**PROBLEMA:** Anita fue al supermercado con su mamá porque tienen que hacer los siguientes pagos: S/. 165,25 por consumo de electricidad; S/. 84,70 por el consumo de agua potable; y hará una recarga de S/. 20 para el celular pre pago de su papá. La mamá lleva en su cartera 4 billetes de 100 soles y 5 billetes de 20 soles

- ¿Cuál es el total de los pagos que debe hacer la mamá de Anita?
- ¿Cuánto es el vuelto que debe recibir la mamá de Anita si paga con 3 billetes de 100 soles?

**Escribe el problema modificado por ti**





## ANEXO 4 – FICHA 3 PARA RESOLVER EL PROBLEMA MODIFICADO EN LA FICHA 2 – INDIVIDUAL

Nombres y apellidos: .....

Fecha: .....

### FICHA N° 3

Utiliza el siguiente espacio para resolver el problema creado por tí en la ficha N° 2



## ANEXO 5 – FICHA 4 PARA CREAR UN PROBLEMA EN BASE A SITUACIÓN SEMI ESTRUCTURADA – INDIVIDUAL

Nombres y apellidos: .....

Fecha: .....

### FICHA N° 4

¿Sabes a qué llamamos panadería? Es un establecimiento donde se hace y vende el pan, pasteles, bocaditos y otros productos de pastelería. También las panaderías suelen vender los complementos para el pan; es decir, jamón, mantequilla, queso, aceituna, chorizo, salchicha, etc. Además venden leche, café, té, jugos envasados, etc.

**Crea un problema de matemáticas en el contexto de la panadería.**

Para resolver el problema que hayas creado, **se debe usar** alguna(s) de las siguientes operaciones: **adición, sustracción o multiplicación con decimales.**





**ANEXO 6 – FICHA 5 PARA RESOLVER EL PROBLEMA CREADO EN LA FICHA 4 – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos:..... Fecha:.....

**FICHA N° 5**

Utiliza el siguiente espacio para resolver el problema creado por ti en la ficha N° 4



**ANEXO 7 – FICHA 6 PARA RESOLVER UN PROBLEMA – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos:..... Fecha:.....

**FICHA N° 6**

¿Sabes qué es un bazar?  
Es un establecimiento donde se vende gran diversidad de productos, como relojes, juguetes, artículos para la casa y objetos de regalo; casi todos los bazares tienen también una sección donde ofrecen telas, botones, lanas, cintas, etc.

Resuelve el siguiente problema:

*En la plaza Marquina de nuestra urbanización hay un bazar muy conocido por la variedad de productos que ofrece. Anita ha ido con su mamá y su hermana a ese bazar para comprar las cintas satinadas que necesita para hacer su trabajo de manualidades. La señora que atiende en el bazar ha sacado su cinta métrica y su tijera para despachar lo que le pide la mamá de Anita: "0,90 metros de cinta azul; 0,75 metros de cinta verde; 1,35 metros de cinta roja y 2 metros de cinta amarilla". Determina cuántos metros de cinta ha comprado la mamá de Anita en total.*



<p><u>Elementos fundamentales que conforman un problema matemático</u></p> <p>INFORMACIÓN</p> <p>REQUERIMIENTO</p>
--



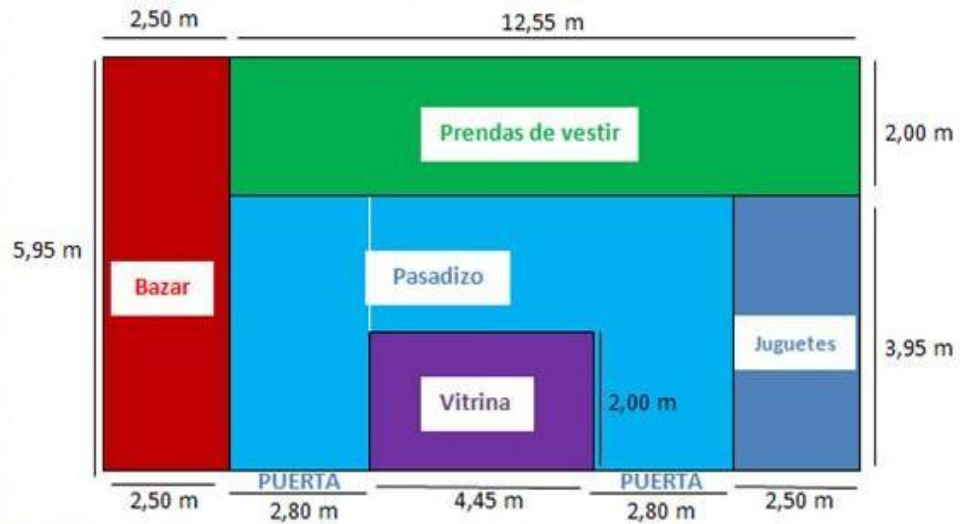
**ANEXO 8 – FICHA 7 PARA CREAR Y RESOLVER UN PROBLEMA DE ADICIÓN SOBRE SITUACIÓN SEMI ESTRUCTURADA – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos: ..... Fecha: .....

**FICHA N° 7**



Mientras esperaba que atiendan a su mamá, Anita observó que en una de las paredes del bazar había un cuadro donde aparecía el plano de la distribución de ese negocio. De acuerdo a ese contexto (el plano del bazar de la plaza Marquina), crea un problema de matemáticas.



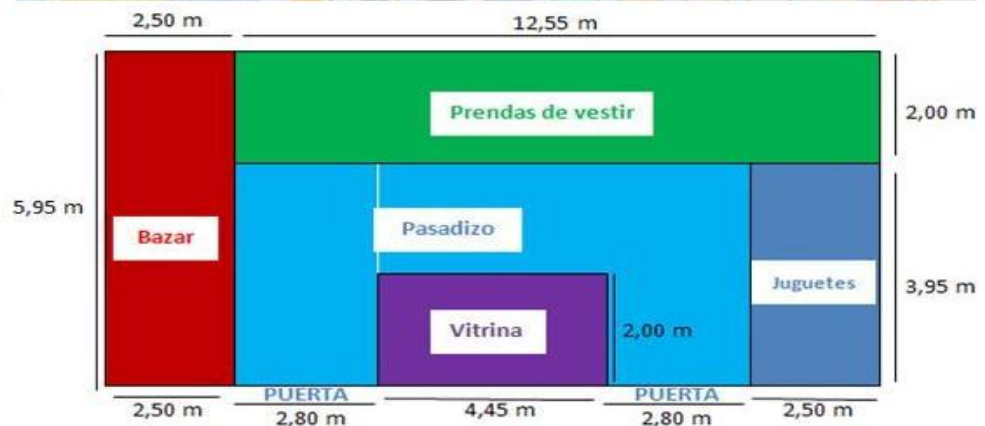
Para resolver el problema que hayas creado, se debe usar alguna(s) de las siguientes operaciones: adición, sustracción o multiplicación con decimales.

**ANEXO 9 – FICHA 8 PARA RESOLVER EL PROBLEMA CREADO EN LA FICHA 7 – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos: ..... Fecha: .....

**FICHA N° 8**

Utiliza el siguiente espacio para desarrollar el problema creado por ti en la ficha N° 7



**ANEXO 10 – FICHA 9 PARA RESOLVER EL PROBLEMA CREADO POR OTRO ESTUDIANTE EN LA FICHA 7 – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos:.....

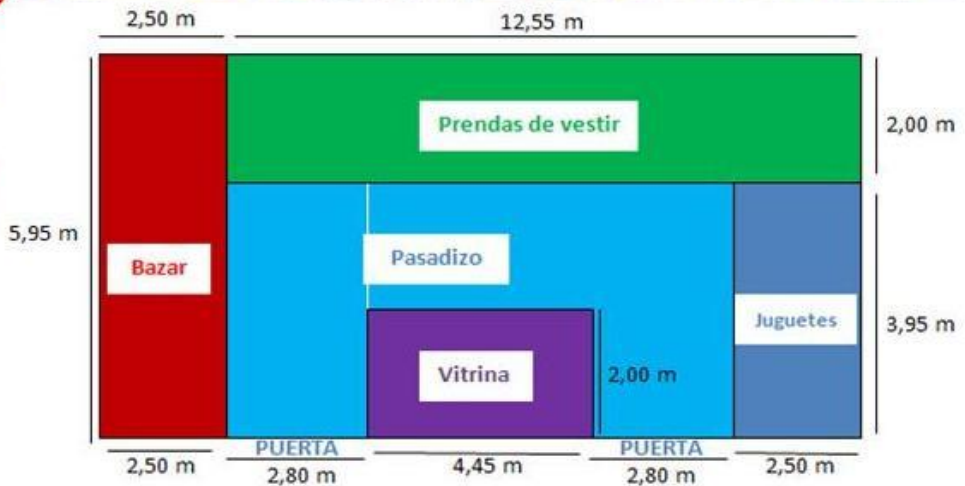
Fecha:.....

Escribe el código del problema que vas a desarrollar:  
.....

**FICHA N° 9**



Utiliza el siguiente espacio para resolver el problema de un(a) compañero(a), en la ficha N° 7.



**ANEXO 11 – FICHA 10 PARA CREAR Y RESOLVER UN PROBLEMA DE ADICIÓN SOBRE SITUACIÓN SEMI ESTRUCTURADA – GRUPAL**

Nombre del grupo:.....

Fecha:.....

**FICHA N° 10**

De acuerdo a este contexto (el plano del bazar de la Plaza Marquina) inventen en grupo un problema de matemáticas y resuélvanlo en esta misma ficha. Para resolver el problema que hayan creado se debe usar por lo menos una de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación con decimales.





ANEXO 12 – FICHA 11 PARA RESOLVER UN PROBLEMA –  
INDIVIDUAL

Nombres y apellidos:.....

Fecha:.....


**FICHA N° 11**

*¿Sabes a qué le llamamos mercadito? Es un establecimiento donde se vende gran diversidad de productos, como abarrotes, dulces, frutas, verduras, carnes y otros comestibles. En nuestra urbanización hay varios establecimientos a los que conocemos como mercaditos, son locales compartidos por varios vendedores que antes fueron ambulantes, donde cada uno tiene un rubro distinto.*

**Resuelve el siguiente problema:**

*Anita ha ido con su mamá y su hermana Mafer a un mercadito, para comprar arroz. El kilo de arroz cuesta S/3,20 y el señor que atendía ya tenía tres paquetes embolsados: el primero pesa 5 kilogramos, el segundo pesa 750 gramos, y el tercero pesa 1 kilogramo.*

*Mafer lleva el primer paquete, la mamá el segundo y Anita el tercero.*

- ¿Quién lleva el paquete menos pesado? ¿Por qué?*
- ¿Qué cantidad total de arroz, en kilogramos, llevan Anita con su mamá?*
- ¿Es verdad que Mafer lleva el cuádruple de arroz que su mamá? ¿Por qué?*

**ANEXO 13 – FICHA 12 PARA MODIFICAR EL PROBLEMA DE LA FICHA 11 – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos:.....

Fecha:.....

**FICHA N° 12**



A continuación volvemos a escribir el problema de la ficha 11. Léelo atentamente y crea un nuevo problema, modificando alguno(s) de los datos, o lo que se pide en el problema.

Para resolver el problema que hayas creado se debe usar operaciones con decimales.

*Anita ha ido con su mamá y su hermana Mafer a un mercadito, para comprar arroz. El kilo de arroz cuesta S/.3,20 y el señor que atendía ya tenía tres paquetes embolsados: el primero pesa 5 kilogramos; el segundo pesa 750 gramos; y el tercero pesa 1 kilogramo.*

*Mafer lleva el primer paquete, la mamá el segundo y Anita el tercero.*

- a) ¿Quién lleva el paquete menos pesado? ¿Por qué?*
- b) ¿Qué cantidad total de arroz, en kilogramos, llevan Anita con su mamá?*
- c) ¿Es verdad que Mafer lleva el cuádruple de arroz que su mamá? ¿Por qué?*

**Ahora escribe el problema modificado por ti (Lo resolverás en la Ficha 13)**

<i>Para cálculos que necesites hacer</i>	<i>Para el enunciado del problema creado</i>



**ANEXO 14 – FICHA 13 PARA RESOLVER EL PROBLEMA MODIFICADO EN LA FICHA 12 – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos: ..... Fecha: .....



**FICHA N° 13**

Utiliza el siguiente espacio para resolver el problema creado por ti en la ficha N° 12

**ANEXO 15 – FICHA 14 PARA RESOLVER EL PROBLEMA MODIFICADO POR OTRO ESTUDIANTE EN LA FICHA 12 – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos: ..... Fecha: .....



**FICHA N° 14**

Escribe el código del problema que vas a desarrollar:

Utiliza el siguiente espacio para resolver el problema que un(a) compañero(a) creó en la ficha N° 12.

**ANEXO 16 – FICHA 15 PARA MODIFICAR EL PROBLEMA DE LA FICHA 11 Y RESOLVERLO – GRUPAL**

Nombre del grupo:

Fecha:.....



**FICHA N° 15**

Ahora, el problema de Anita en El Mercadito (el de la Ficha 12) deben modificarlo trabajando en grupo.

Pueden modificar alguno(s) dato(s) o también lo que se pide en el problema.

Para resolver el problema que hayan creado se debe usar operaciones con decimales.

*Anita ha ido con su mamá y su hermana Mafer a un mercadito, para comprar arroz. El kilo de arroz cuesta S/3,20 y el señor que atendía ya tenía tres paquetes embolsados: el primero pesa 5 kilogramos; el segundo pesa 750 gramos; y el tercero pesa 1 kilogramo. Mafer lleva el primer paquete, la mamá el*

*segundo y Anita el tercero.*

- a) *¿Quién lleva el paquete menos pesado? ¿Por qué?*
- b) *¿Qué cantidad total de arroz, en kilogramos, llevan Anita con su mamá?*
- c) *¿Es verdad que Mafer lleva el cuádruple de arroz que su mamá? ¿Por qué?*

**Ahora escriban el problema modificado en grupo (Resuélvanlo al reverso de esta hoja)**

*Para cálculos que necesiten hacer*

*Para el enunciado del problema creado*

--	--



**ANEXO 17 – FICHA 16 PARA RESOLVER EL PROBLEMA – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos:.....

Fecha:.....

**LAS JARRAS DE ANITA**



**FICHA N° 16**

**Resuelve el siguiente problema**

*En la casa de Anita tienen una jarra con la que solo se puede medir exactamente 1,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 3,5 litros. Para la fiesta en el Colegio, con motivo del Día del Niño, Anita debe llevar cierta cantidad exacta de litros de chicha morada.*

- a) *¿Cómo puede juntar en un bidón exactamente 13 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?*
- b) *¿Cómo puede juntar en un bidón exactamente 2 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?*

**ANEXO 18 – FICHA 17 PARA MODIFICAR EL PROBLEMA DE LA FICHA 16 Y RESOLVERLO – INDIVIDUAL**

Nombres y apellidos: ..... Fecha: .....

**LAS JARRAS DE ANITA**



**FICHA N° 17**

A continuación volvemos a escribir el problema de la Ficha 16.

En la casa de Anita tienen una jarra con la que solo se puede medir exactamente 1,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 3,5 litros. Para la fiesta en el Colegio, con motivo del Día del Niño, Anita debe llevar cierta cantidad exacta de litros de chicha morada.

- a) *¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 13 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?*
- b) *¿Cómo puede juntar en un balde exactamente 2 litros de chicha morada, si para medir solamente puede usar una sola jarra o las dos, las veces que sea necesario?*

Lee atentamente el problema y **modifica o agrega preguntas** a este problema.

<p><i>Para las nuevas preguntas</i></p>	<p><i>Para los cálculos que necesites hacer</i></p>
<p>Para responder las nuevas preguntas.</p>	



**ANEXO 19 – FICHA 18 PARA CREAR Y RESOLVER UN PROBLEMA ANTE UNA SITUACIÓN SEMI ESTRUCTURADA – GRUPAL**

Nombre del grupo: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_



**FICHA N° 18**

Se tiene la siguiente situación

*Se dispone de una jarra con la que solo se puede medir exactamente 2,5 litros y otra jarra con la que solo se puede medir exactamente 5,5 litros.*

Teniendo en cuenta la situación dada, inventen y resuelvan un problema retador, cuya solución requiera usar por lo menos dos de las operaciones de adición, sustracción y multiplicación con decimales.

<p>Para el enunciado, en borrador, del problema creado</p>	<p>Para cálculos que necesites hacer</p>
<p>Para el enunciado, en limpio, del problema creado</p>	<p>Para la solución del problema creado</p>

## ANEXO 20 – FICHA 19 EVALUACIÓN DE SALIDA SOBRE CREACIÓN DE PROBLEMAS– INDIVIDUAL

Nombres y apellidos:.....

Fecha:.....

### FICHA N° 19

1.- Escribe tres palabras o frases cortas que expresen lo que has sentido en la experiencia de crear problemas de matemáticas.

--	--	--

2.- Marca lo que más prefieres:

- Resolver problemas creados por ti
- Resolver problemas creados por tus compañeros
- Resolver problemas que te propone el profesor
- Resolver problemas que están en los libros

3.- Inventa libremente un problema, cuya solución necesite hacer dos o más operaciones con decimales.

Para el enunciado, en borrador, del problema creado	Para cálculos que necesites hacer
Para el enunciado, en limpio, del problema creado	Para la solución del problema creado

4.- En tus clases, ¿te gustaría inventar problemas sobre otros temas de matemática?

- Sí       No