

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**IDONEIDAD DE LAS TAREAS SOBRE MEDIA ARITMÉTICA EN TEXTOS DE
PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA**

Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas que
presenta

WILLY HERNÁN SALAZAR TORRES

Dirigido por

AUGUSTA ROSA OSORIO GONZALES

San Miguel, 2015



A mi padre Miguel y a la memoria de Yraida mi madre

A mi esposa Dinora

A mis hijos Cristian Hernán y Diana Yadira

A mis hermanas Cuiny, Dora y a la memoria de María Inés

AGRADECIMIENTOS

A Dios por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento importante en mi formación profesional.

Al Ministerio de Educación del Perú, quien por medio del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo-PRONABEC, me permitió acceder a la Beca Presidente de la República denominada “Beca Docente de Posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación en el Perú 2014”.

A la maestría en la enseñanza de las matemáticas de la escuela de post grado de la Pontificia Universidad Católica del Perú; en especial a cada uno de los profesores que he tenido a lo largo de este proceso, por su apertura, colaboración y sus grandes enseñanzas.

Especial agradecimiento a la Mag. Augusta Osorio Gonzales, mi asesora de tesis, por sus valiosas orientaciones y su paciencia en la realización de esta investigación.

A la Directora de la Maestría la Dra. Jesús Flores, por sus consejos que en todo momento y sobre todo en los apremiantes me animaron a seguir adelante en mis estudios.

A la Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho y a la Mag. Elizabeth Milagro Advíncula Clemente, agradecerles los aportes y sugerencias que fueron valiosos para la mejora del presente trabajo.

A mi esposa Dinora y mis hijos Cristian Hernán y Diana Yadira por su comprensión y apoyo incondicional que me da las fuerzas para seguir adelante hacia logros personales y familiares.

A mis compañeros de la Maestría en Enseñanza de la Matemática de la PUCP-PRONABEC, por su amistad y apoyo.

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo determinar el grado de idoneidad de las tareas sobre media aritmética presentadas en textos del primer grado del nivel secundario. Para realizar esta investigación se consideró como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción y Cognición Matemática EOS, el cual nos brindó las herramientas necesarias para el análisis de nuestro objeto de estudio media aritmética, tales como las configuraciones epistémicas y criterios de idoneidad. En primer lugar determinamos la configuración epistémica de referencia para lo cual analizamos diferentes textos del nivel superior e investigaciones sobre el tema de media aritmética. Asimismo, para cada uno de los textos analizados se elaboró las configuraciones epistémica de las tareas sobre media aritmética para obtener el significado de media aritmética en los textos de primer grado de secundaria. También se elaboró la matriz de indicadores de idoneidad, teniendo como base la tabla de indicadores de idoneidad propuesta en el EOS, que nos permitió hacer el análisis correspondiente a las tareas. Finalmente, después del análisis respectivo, determinamos el grado de idoneidad de las tareas sobre media aritmética en los textos analizados.

Palabras claves: media aritmética, idoneidad didáctica, configuración epistémica, análisis de textos matemáticos.

ABSTRACT

This research has as objective to determine the adequacy degree of the task about Arithmetic average that include in the texts of first grade of secondary level. To do this research was considered Ontosemiotic Approach framework of Cognition and Mathematics Instruction (EOS), which gave us the necessary tools to analyze our object of study arithmetic average, such as epistemic configurations and eligibility criteria. First we determine the epistemic reference configuration for which we analyze different higher level texts and research about the topic of arithmetic average. Also, for each of the analyzed texts the epistemic configurations tasks about arithmetic average was developed for the meaning of the arithmetic average of the texts of first grade of secondary. Also the Matrix adequacy indicators was developed, based on the scoreboard suitability proposed in the Ontosemiotic Approach framework of Cognition and Mathematics Instruction (EOS), which allowed us to make the corresponding analysis tasks. Finally, after the respective analysis, we determine the adequacy degree of the task about arithmetic average in the texts analyzed.

Key words: arithmetic average, didactical suitability, epistemic configuration, analysis of mathematical texts.

INDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1. Aspectos de una propuesta didáctica..... | 15 |
| Figura 2. Capacidades y conocimientos del componente Estadística y Probabilidad de 1° de secundaria. | 16 |
| Figura 3. Ejemplo de media aritmética en un conjunto de datos..... | 20 |
| Figura 4. Ejemplo de media aritmética ponderada..... | 20 |
| Figura 5. Problema de media aritmética para datos agrupados de variable discreta..... | 21 |
| Figura 6. Problema para estimar una medida a partir de diversas mediciones, realizadas en presencia de errores. | 23 |
| Figura 7. Problema para obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto equitativo..... | 24 |
| Figura 8. Problema para obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados | 24 |
| Figura 9. Problema para estimar un valor con mayor probabilidad de una población | 24 |
| Figura 10. Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados..... | 25 |
| Figura 11. Cálculo de la media en tablas de frecuencia | 25 |
| Figura 12. Cálculo de la media en tablas de datos agrupados en clases..... | 25 |
| Figura 13: Definición de la media como la suma ponderada | 26 |
| Figura 14. Definición de media como promedio de un conjunto de datos..... | 26 |
| Figura 15. Configuración de objetos primarios | 29 |
| Figura 16. Componentes de la Idoneidad Didáctica..... | 31 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | |
|---|----|
| Tabla 1. Configuración epistémica de referencia | 33 |
| Tabla 2. Indicadores de idoneidad epistémica..... | 36 |
| Tabla 3. Procedimientos y estrategias de objetivos específicos | 39 |
| Tabla 4: Unidad de Estadística, combinatoria y azar en el libro de primer grado de secundaria del MED. | 43 |
| Tabla 5. Temática de primera unidad en el texto MPT | 44 |
| Tabla 6. Configuración epistémica del problema 1 del texto MED | 46 |
| Tabla 7. Configuración epistémica del problema 2 , 5 y 6 del texto MED | 47 |
| Tabla 8. Configuración epistémica del problema 3 y 7 del texto MED | 49 |
| Tabla 9. Configuración epistémica del problema 4 del texto MED | 51 |
| Tabla 10. Configuración epistémica del problema 8 del texto MED | 53 |
| Tabla 11. Configuración epistémica del problema 9 del texto MED | 54 |
| Tabla 12. Configuración epistémica del problema 10 del texto MED | 55 |
| Tabla 13. Configuración epistémica del problema 11 del texto MED | 57 |
| Tabla 14. Configuración epistémica del problema 3, 5 y 8 del texto MPT..... | 59 |
| Tabla 15. Configuración epistémica del problema 4 y 8 del texto MPT..... | 61 |
| Tabla 16. Configuración epistémica del problema 1 del texto MPT..... | 63 |
| Tabla 17. Configuración epistémica del problema 2, 6, 7 y 9 del texto MPT..... | 64 |
| Tabla 18. Configuración epistémica del problema 11 del texto MPT..... | 67 |
| Tabla 19. Configuración epistémica del problema 12 del texto MPT..... | 68 |
| Tabla 20. Configuración epistémica del problema 13 y 14 del texto MPT..... | 70 |
| Tabla 21. Configuración epistémica de los textos en estudio..... | 72 |
| Tabla 22. Indicadores de idoneidad epistémica aplicada al texto del MED..... | 81 |
| Tabla 23. Indicadores de Idoneidad epistémica aplicada al texto de MPT | 85 |

INDICE

| | |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN..... | 10 |
| CAPÍTULO I: EL PROBLEMA | 12 |
| 1.1 Antecedentes..... | 12 |
| 1.2 Justificación | 14 |
| 1.3 Problema y objetivos de investigación | 18 |
| 1.3.1 Objetivo general..... | 18 |
| 1.3.2 Objetivos específicos | 18 |
| CAPÍTULO II: MARCÓ TEÓRICO..... | 19 |
| 2.1 La media aritmética | 19 |
| 2.1.1 Definición | 19 |
| 2.1.2 Obtención de la media aritmética | 19 |
| 2.1.3 Cálculo de la media aritmética ponderada..... | 20 |
| 2.1.3 Propiedades de la media aritmética..... | 21 |
| 2.2 Caracterización de los componentes del significado de la media aritmética | 23 |
| 2.3 Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)..... | 27 |
| 2.4 Configuración epistémica del objeto matemático media aritmética..... | 32 |
| 2.5 Idoneidad didáctica de las tareas | 36 |
| 2.6 Metodología y procedimiento..... | 37 |
| CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE los libros de texto | 42 |
| 3.1 Descripción de los libros texto en estudio..... | 42 |
| 3.2 Configuración epistémica de las tareas en los texto de matemática de primer grado | 45 |
| 3.2.1 Configuración epistémica de las tareas en el texto de matemática de primer grado distribuidos por el MED..... | 45 |
| 3.2.2 Configuración epistémica de las tareas en el texto de Matemática Para Todos del primer grado de secundaria MPT..... | 59 |
| 3.3 Significados de la media aritmética en los libros de texto analizados | 72 |

| | |
|--|----|
| 3.4. Análisis de los textos referente a la configuración epistémica de referencia | 78 |
| 3.4.1. Análisis del contenido de las tareas presentadas en el texto del MED | 78 |
| 3.4.2. Análisis del contenido de las tareas presentadas en el texto del MPT | 79 |
| 3.5 Idoneidad didáctica de las tareas de media aritmética presentadas en los textos analizados dimensión epistémica. | 80 |
| CAPITULO IV: Consideraciones finales | 91 |
| 4.1 Conclusiones..... | 91 |
| 4.2 Sugerencias..... | 92 |
| REFERENCIAS | 93 |
| ANEXOS..... | 95 |



INTRODUCCIÓN

En los últimos años la estadística está adquiriendo importancia en las diferentes áreas de estudio como, ingeniería, medicina, economía, etc. Así también, en aplicaciones en la vida cotidiana. Dentro de la Estadística, un tema importante es el estudio de las medidas de tendencia central, que nos permite encontrar un valor que representa a un conjunto de datos, entre ellas una de las más importantes es la media aritmética.

Asimismo, los textos de estudio forman parte sustancial en el proceso de enseñanza aprendizaje, por lo que su análisis crítico, la evaluación de su pertinencia e idoneidad, es importante.

En esta investigación presentamos el estudio de la idoneidad epistémica de las tareas sobre media aritmética propuestas en dos libros de texto de primer grado del nivel secundario (alumnos entre 11 y 12 años), El estudio está organizado en cuatro capítulos, cada uno de los cuales describimos a continuación:

En el primer capítulo, presentamos la problemática de la investigación en el que revisamos investigaciones que tienen relación con el estudio del significado de la media aritmética en textos de educación secundaria, el desarrollo de la comprensión de las propiedades sobre media aritmética, significados personales e institucionales de las medidas de tendencia central, justificamos la problemática, formulamos la pregunta y los objetivos de nuestra investigación.

En el segundo capítulo presentamos aspectos epistemológicos de la media aritmética, la caracterización de los componentes del significado de media aritmética, resumimos la parte de la teoría del enfoque que soportará nuestra investigación, a saber, el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), debido a las herramientas concretas que este ofrece en el campo de la investigación en didáctica de la matemática. El EOS presenta cinco niveles de análisis bien definidos de los cuales hemos tomado, el segundo nivel, configuración de objetos y procesos, y el quinto nivel, idoneidad didáctica en su faceta epistémica. Presentamos la configuración epistémica de referencia y los componentes de indicadores de idoneidad.

En el tercer capítulo presentamos la descripción de los dos textos de educación secundaria; la descripción del tema de media aritmética en cada uno de los textos; las configuraciones epistémicas de cada una de las tareas presentadas en los textos; analizamos la idoneidad epistémica de las tareas utilizando la tabla de indicadores.

Finalmente, en el cuarto capítulo presentamos las conclusiones que tienen su fundamento en los resultados obtenidos y planteamos algunas sugerencias que consideramos pueden servir para futuras investigaciones relacionadas con temas afines al del presente estudio.



CAPÍTULO I: EL PROBLEMA

En este capítulo, describimos brevemente algunas de las investigaciones que se han realizado sobre la enseñanza y el aprendizaje de la media aritmética, con el propósito de fundamentar adecuadamente nuestro trabajo. Asimismo, detallamos la justificación del problema, la pregunta de investigación y planteamos el objetivo general y los objetivos específicos.

En un primer momento, nuestra idea estaba enfocada en construir una propuesta didáctica para la enseñanza de la media aritmética. Para elaborar una propuesta de este tipo se tendría que pensar en todos los elementos necesarios para su construcción y análisis. Estos pueden ser: los significados de referencia, significados pretendidos, errores de los alumnos sobre el tema, creencias de los profesores sobre el objeto matemático en estudio, investigaciones previas de errores que cometen los alumnos sobre el tema de media aritmética, etc. Sin embargo, por el tiempo destinado a esta investigación, solo nos enfocaremos en parte del análisis para la propuesta, trabajándose con el análisis de los significados de referencia y de las tareas implementadas en los textos de matemática del primer año de secundaria (alumnos entre 11 y 12 años) para el objeto media aritmética en el ámbito estadístico, dejando el estudio de los otros componentes para investigaciones futuras.

1.1 Antecedentes

Las investigaciones revisadas toman en cuenta resultados relevantes relacionados con la enseñanza de la media aritmética. Estos estudios son útiles en el trabajo de investigación, ya que permiten reconocer los diferentes tipos de problemas que se pueden proponer sobre media aritmética, y tener en cuenta las propiedades que, a nuestro parecer, debemos utilizar en esta investigación.

En primer lugar, se cuenta con los aportes de Cobo y Batanero (2004), quienes realizaron una investigación relacionada con el análisis del significado de la media aritmética en textos de educación secundaria. Las autoras presentan algunos estudios que justifican la importancia que el libro de texto tiene como recurso didáctico. Luego, presentan una síntesis de investigaciones previas sobre errores y dificultades que tienen los alumnos al calcular la media aritmética. En el estudio, las dificultades que se evaluaron se refieren a los problemas y las tareas concretas que se proponen en los textos, los algoritmos de cálculo y otras prácticas en la resolución de problemas.

El análisis se hizo seleccionando veintidós libros de texto destinados a la educación secundaria ordinal (ESO) en España. Estos libros incluyen entre sus temas, contenidos

relativos a la media aritmética; en total 14 de 3° de ESO (destinados a alumnos de 15 años) y 7 de 4° de ESO (alumnos de 16 años). Una vez seleccionados los textos, se tomaron aquellos capítulos en los que se tratan las medidas de centralización y todos los que se relacionan con otros conceptos en los que, explícita o implícitamente, pueden aparecer los promedio, como, por ejemplo, estadísticos de orden y medidas de dispersión, representaciones gráficas de conjuntos de datos. El análisis del contenido se llevó a cabo en tres pasos.

En primer lugar, se realizó una lectura de los capítulos que tratan el tema, clasificando y agrupando las diferentes definiciones, propiedades, representaciones y justificaciones e intentando determinar los elementos de significado que contienen, partiendo de un análisis conceptual previo. En segundo lugar, se elaboraron tablas comparativas que recogen los elementos de significado presentes en los diferentes textos en relación con cada contenido. Para el proceso de análisis, las autoras siguieron un proceso inductivo y cíclico, sugerido para el análisis de datos cualitativos. Los resultados obtenidos revelaron que en los libros de texto de esta etapa educativa hay homogeneidad al presentar el concepto de media, se presta mucha más importancia a las definiciones y al cálculo de la media, que al estudio de sus propiedades y respecto a los cálculos realizados a partir de gráficos, constataron que no aparecen tratados explícitamente en los libros de texto.

Esta investigación será útil para nuestro trabajo de investigación porque permitirá reconocer los diferentes significados que se pueden proponer sobre media aritmética en los libros de texto.

Por otra parte, la investigación realizada por Strauss y Bichler (1988) para determinar el desarrollo de la comprensión infantil de algunas propiedades de la media aritmética, y para evaluar los diferentes efectos de los medios y materiales de presentación en la comprensión de éste concepto. Se realizó seleccionando veinte alumnos de edades comprendidas entre 8 a 14 años, la metodología empleada fue el modelo de desarrollo evolutivo, que consiste en conocer cómo van evolucionando los elementos claves del concepto a lo largo de una etapa. Los autores proponen una clasificación de las propiedades de la media aritmética en tres aspectos:

Estadístico:

- a) La media está localizada entre los valores extremos
- b) La suma de las desviaciones de la media es cero
- c) La media se ve influenciada al añadir otros datos distintos de la media

Abstracto:

- d) La media no es necesariamente igual a un valor aun valor que se haya sumado
- e) La media puede ser una fracción que no sea posible en la realidad
- d) Cuando calculamos la media, si aparece un valor cero, este se debe tener en cuenta

Representativo:

- f) La media es un valor representativo de los valores que se están promediando

En esta investigación los autores concluyen que existen diferentes caminos para desarrollar la comprensión de las propiedades de la media aritmética, destacan que es importante conocer las diferentes dificultades que implican las propiedades de la media y su desarrollo por los alumnos, ya que de esta forma se podría estudiar una manera de enfocar los contenidos de media aritmética propuestos en el currículo. Además, proponen que en estudios posteriores se deben buscar actividades que desarrollen las distintas propiedades sobre la media aritmética y estudiar su influencia en el desarrollo del concepto por los alumnos. Esta investigación será útil para mi trabajo de investigación porque me permitirá identificar y estudiar las diferentes propiedades de la media aritmética en relación a las edades de los alumnos de secundaria.

En el Perú, se encontró la investigación realizada por Sayritupac (2013) donde se analizan los significados personales e institucionales de las medidas de tendencia central en un estudio con alumnos de los primeros ciclos de las carreras de humanidades de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Para dicho análisis el autor consideró como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) En dicho trabajo se afirma que los significados de referencia reflejados en los textos analizados son restringidos por considerar las medidas de tendencia central como medidas de resumen, sin dar una perspectiva de la media como un estimador del parámetro de la población. Además, se enfatiza los aspectos algorítmicos y de cálculo pero no la comprensión conceptual de estas medidas. Esta investigación es importante para el estudio porque nos permite entender el proceso a seguir en la descripción del significado institucional de referencia a través del análisis de textos.

1.2 Justificación

En los últimos años la estadística va adquiriendo importancia en las diferentes áreas de estudio como ingeniería, medicina, sociología economía, etc. Así también, su aplicación se da en la vida cotidiana, por ejemplo cuando se analizan precios, producción, empleo y otros

indicadores económicos. Por tal razón resulta primordial brindar en los centros educativos una sólida formación estadística, que capacite a los alumnos para la interpretación correcta de los datos e informaciones que se presentan en la vida diaria, necesarios para la toma de decisiones. Dentro de la estadística, un tema importante es el estudio de las medidas de tendencia central, estas permite encontrar el valor que representa a un conjunto de datos, entre ellas una de las más importantes es la media aritmética, por sus aplicaciones en el análisis estadístico de todos los niveles de complejidad.

Nos enfocaremos en los significados de referencia y la idoneidad de las tareas implementadas sobre media aritmética, en dos textos de matemática del primer año de educación secundaria. En un inicio, en la presente investigación pretendimos hacer una propuesta didáctica para la enseñanza de la media aritmética en la cual se analizaría los diferentes aspectos para determinar dicha propuesta (figura 01), como son: análisis de los significados de referencia y pretendidos del objeto matemático media aritmética, errores de los alumnos sobre el tema de media aritmética, creencias de profesores sobre el objeto media aritmética, investigaciones previas sobre errores que cometen los alumnos al resolver problemas sobre media aritmética. Pero dado la magnitud del trabajo y el tiempo destinado a esta investigación, dejamos el estudio de los otros componentes para investigaciones futuras.

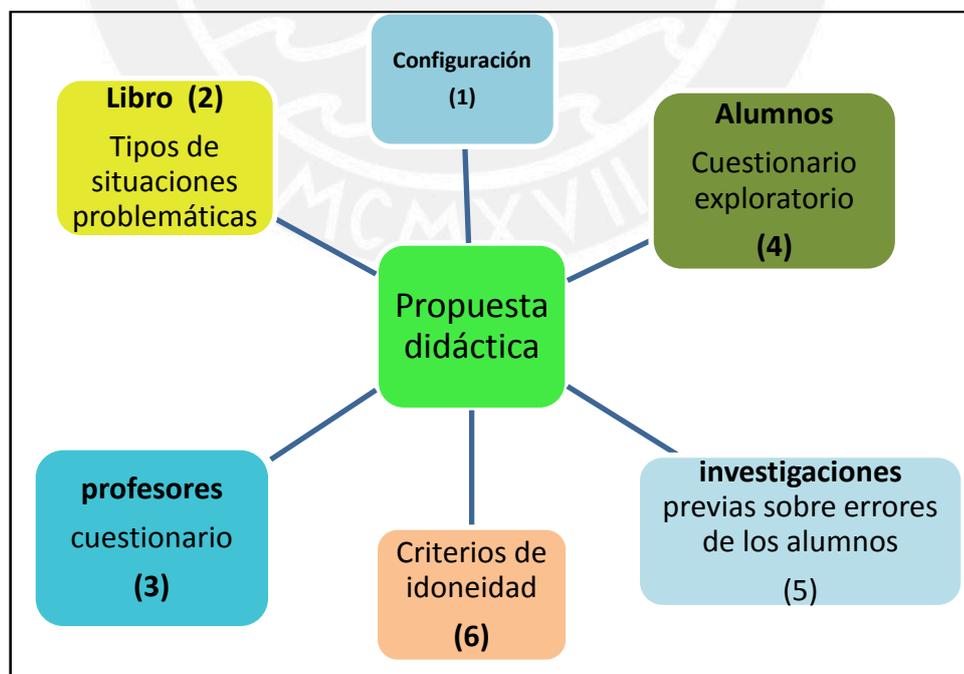


Figura 1. Aspectos de una propuesta didáctica

Desde mi experiencia como docente de matemática en el nivel de educación secundaria, he visto la dificultad que tienen los alumnos para lograr comprender el concepto de media aritmética, tales dificultades se pueden evidenciar en la situación siguiente: al presentarles un ejercicio sobre media aritmética, generalmente resuelven sin dificultad la parte algorítmica. Sin embargo, cuando se les presenta una situación-problema contextualizada, la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para resolverla, también tienen dificultades en interpretar los resultados que se obtienen de los cálculos, debido a que más importancia se da a la parte algorítmica y problemas intra matemáticos y muy poco se resuelven problemas contextualizados.

En la normativa vigente, el Ministerio de Educación organizó los contenidos de matemática en educación secundaria, en cuatro componentes: Números, relaciones y funciones, geometría y medición, estadística y probabilidad. En este último componente, en primer grado es donde se estudia las medidas de tendencia central, como se observa en la figura 2. Toma importancia el estudio de la media aritmética dado que plantea la siguiente capacidad: resuelve problemas que involucra el cálculo de promedios aritméticos simple y ponderado en datos numéricos no agrupados (Perú, 2009).

| ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD | |
|--|---|
| CAPACIDADES | CONOCIMIENTOS |
| <ul style="list-style-type: none"> ■ Razonamiento y demostración <ul style="list-style-type: none"> • Aplica el principio aditivo y el principio multiplicativo para realizar conteos. • Formula ejemplos de experimentos aleatorios y determinísticos. ■ Comunicación matemática <ul style="list-style-type: none"> • Organiza la información mediante gráficos de barras, pictogramas y tablas de frecuencias absolutas. • Elabora tablas de frecuencias absolutas utilizando escalas e intervalos con datos no agrupados. • Representa eventos en diagramas de árbol para contar y listar. ■ Resolución de problemas <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que involucra el cálculo de promedios aritmético, simple y ponderado; mediana y moda en datos numéricos no agrupados. • Resuelve problemas que requieran del cálculo del espacio de un determinado suceso. • Identifica ejemplos de experimentos aleatorios y determinísticos en situaciones reales. • Calcula experimentalmente la probabilidad de eventos equiprobables. | <ul style="list-style-type: none"> ■ Estadística <ul style="list-style-type: none"> • Gráfico de barras, pictogramas y tablas de frecuencias absolutas. • Escalas e intervalos con datos no agrupados. • Promedios: aritmético, simple y ponderado; mediana y moda en datos numéricos no agrupados. ■ Azar <ul style="list-style-type: none"> • Sucesos y espacio de sucesos. • Experimento determinístico y aleatorio en situaciones reales. • Probabilidad de eventos equiprobables. ■ Combinatoria <ul style="list-style-type: none"> • Principio aditivo y principio multiplicativo para la realización de conteos. • Gráfica de árboles para contar y listar. |

Figura 2. Capacidades y conocimientos del componente Estadística y Probabilidad de 1° de secundaria.

Fuente: Perú (2009, p 323)

Asimismo, uno de los documentos que ha transformado la enseñanza en los Estados Unidos y otros países lo han tomado como base para realizar adaptaciones curriculares, ha sido el que declara los principios y estándares para la matemática escolar del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000). En este documento la estadística y probabilidad se ven reforzadas y aparecen a lo largo del currículo en los diferentes niveles educativos.

En los grados 6 a 8 (11- 13 años) los alumnos deben ser capaces de:

- Formular preguntas, diseñar estudios y recoger datos sobre una característica compartida por dos poblaciones o de diferentes características de una población.
- Seleccionar, crear y usar representaciones gráficas apropiadas.
- Encontrar, usar e interpretar medidas de posición central, incluyendo la media y el rango intercuartílico.
- Discutir y comprender la correspondencia entre conjuntos de datos y sus representaciones gráficas, especialmente los histogramas, gráficos de cajas y diagramas de dispersión.
- Usar observaciones sobre las diferencias en dos o más muestras para hacer conjeturas sobre las poblaciones de donde se tomaron las muestras.
- Hacer conjeturas sobre la posible relación entre dos características de una muestra a partir del diagrama de dispersión, aproximando una línea de ajuste.
- Usar conjeturas para formular nuevas cuestiones y planificar nuevos estudios para responderlas.

Se pretende que progresivamente los estudiantes sean capaces de ver el conjunto de datos como un todo, describir su forma y usar las características estadísticas, como las medidas de tendencia central para comparar conjunto de datos.

En el diseño curricular nacional y en el NCTM se observa que en la actualidad se está dando su debida importancia a los contenidos estadísticos, como a las medidas de tendencia central y particularmente a la media aritmética.

Por otro lado, esta investigación se justifica por la importancia que el libro de texto tiene como recurso didáctico. Según Font y Godino (2006) los textos asumen una parte sustancial de la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, por lo que su análisis es importante en el estudio didáctico de los proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Asimismo Chevillard (citado por Cobo y Batanero, 2004) sugiere que los libros de texto ofrecen una concepción legitimada del saber a enseñar e institucionalizan una forma de progresión del conocimiento de los estudiantes.

Por este motivo, analizaremos dos textos del primer grado de educación secundaria, donde se desarrolla el objeto media aritmética. Uno, distribuido por el ministerio de educación a todas las instituciones educativas públicas de nuestro país y el texto Matemática para Todos (MPT) distribuido por el instituto Apoyo a todas las instituciones educativas pertenecientes a la ONG Fe y Alegría.

1.3 Problema y objetivos de investigación

Las dificultades encontradas en investigaciones sobre el objeto media aritmética, el énfasis que se le está dando a la enseñanza de la media aritmética tanto en currículos internacionales como en el currículo de nuestro país y la importancia que el libro de texto tiene, como referente inmediato de la práctica docente, me motiva a investigar sobre el proceso de enseñanza de este objeto matemático. Puesto que el problema es amplio y complejo, en la presente investigación delimito el problema y me centro en un estudio a nivel de análisis de objetos y procesos de las tareas matemáticas propuestas y la idoneidad didáctica en la dimensión epistémica de estas tareas.

De acuerdo a lo expuesto, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué grado de idoneidad epistémica presentan las tareas sobre media aritmética propuestas en dos libros de texto de matemática del primer grado del nivel secundaria?

Para responder a la pregunta de investigación debemos alcanzar los siguientes objetivos:

1.3.1 Objetivo general

Determinar el grado de idoneidad epistémica de las tareas sobre media aritmética propuestas en dos libros de texto de matemática del primer grado del nivel secundaria.

1.3.2 Objetivos específicos

- Determinar la configuración epistémica de referencia asociados a la media aritmética obtenida de libros de nivel superior e investigaciones.
- Determinar desde las tareas de media aritmética propuestas en dos libros de texto de matemática del primer año de secundaria, las entidades primarias del significado que presentan dichas tareas.
- Elaborar los criterios de idoneidad epistémica del objeto media aritmética, para las tareas propuestas en dos libros de texto.
- Valorar la idoneidad epistémica de las tareas de media aritmética, propuestas en dos libros de texto analizados.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo detallamos aspectos epistemológicos de la media aritmética, la tipificación de situaciones-problemas y el marco teórico en que se basa nuestro trabajo, conocido como Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática, describiendo sus características generales y luego los elementos que se utilizaremos en la investigación.

2.1 La media aritmética

Desde comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues se utilizaban símbolos en pieles, representaciones gráficas y paredes en las cuevas para contar el número de personas, animales o cosas. Según Plackett (citado por Batanero, 2001) los astrónomos Babilonios expresaron en tablillas de arcilla registros sobre los movimientos de los astros y planetas, resolviendo un problema de estimación de una cantidad desconocida mediante el cálculo de la suma total de las observaciones y dividiéndolo por el número de datos. Esta práctica se ha conservado hasta la actualidad, dando origen a lo que hoy conocemos por media aritmética. De esta manera, la media, entre otras cosas, nos ayuda a resolver situaciones como estimar una cantidad desconocida, en presencia de errores de medida.

Existen diferentes formas de definir la media aritmética. Para las definiciones que presentamos, sobre media aritmética, se ha tomado en cuenta investigaciones de Cobo y Batanero (2004), Novaes (2011) y los textos de estadística descriptiva y aplicada que se usan en los primeros ciclos de educación superior como: Murray (1979), Córdova (2003) y Johnson y Kuby (2008).

2.1.1 Definición

Según Novaes (2011), la media aritmética de una distribución es el valor alrededor del cual los otros valores se distribuyen (o se concentran), es decir, un valor de referencia para un conjunto de datos analizados. Una de las interpretaciones posibles para el valor de media de un conjunto de datos sería como el punto de equilibrio de los valores de una distribución.

2.1.2 Obtención de la media aritmética

La media aritmética es el valor numérico que se obtiene dividiendo la suma total de los valores observados de una variable entre el número de observaciones.

La media aritmética de un conjunto N de números $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ se representa por \bar{X} y se define como:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

A continuación presentamos un ejemplo para obtener la media aritmética de un conjunto de datos.

Las calificaciones de un estudiante en seis pruebas fueron 84, 91, 72, 68, 87 y 78. Hallar la media aritmética de las calificaciones.

Solución:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = \frac{480}{6} = 80$$

Figura 3. Ejemplo de media aritmética en un conjunto de datos
Fuente: Murray, R.(1979, p 51)

2.1.3 Cálculo de la media aritmética ponderada

A veces se asocia a los números $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ ciertos factores o pesos $w_1, w_2, w_3, \dots, w_k$ que dependen de la significación o importancia de cada uno de los números. En este caso se define la media aritmética ponderada como:

$$\bar{X} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + w_3 X_3 + \dots + w_k X_k}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_k} = \frac{\sum_{i=1}^k w_i X_i}{\sum_{i=1}^k w_i}$$

Presentamos el ejemplo que muestra la aplicación de la media aritmética ponderada.

Las puntuaciones finales de un estudiante en Matemáticas, Física, Inglés e Higiene son, respectivamente, 82, 86, 90 y 70. Si la importancia que se asigna a estas asignaturas son de 3, 5, 3 y 1, respectivamente, determinar el promedio de puntuación adecuado.

Solución:

Se emplea una media ponderada, los pesos que se dan a cada asignatura son las importancias relativas de cada una de ellas. Entonces

$$\bar{X} = \frac{\sum wX}{\sum w} = \frac{(3)(82) + (5)(86) + (3)(90) + (1)(70)}{3 + 5 + 3 + 1} = 85$$

Figura 4. Ejemplo de media aritmética ponderada
Fuente: Murray, R.(1979, p 52)

Asimismo, mostramos un ejemplo que ilustra el cálculo de la media aritmética en una distribución de frecuencias.

EJEMPLO 2.7
 Calcule la media aritmética de la distribución de frecuencias del número de hijos por familia del ejemplo 1.2.

SOLUCIÓN
 La distribución de frecuencias del ejemplo 1.2 se repite en el cuadro 2.2, donde se ha incluido una columna de productos $f_i \times x_i$

Cuadro 2-2. Cálculo de la media de X =Número de hijos por familia

| # de hijos | # de familias | Productos |
|------------|---------------|------------------|
| x_i | f_i | $f_i \times x_i$ |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 4 | 4 |
| 2 | 7 | 14 |
| 3 | 6 | 18 |
| 4 | 2 | 8 |
| Total | 20 | 44 |

La media de la distribución es: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i \times x_i}{20} = \frac{44}{20} = 2.2$ hijos

Figura 5. Problema de media aritmética para datos agrupados de variable discreta
 Fuente: Córdova (2003, p 44)

2.1.3 Propiedades de la media aritmética

Presentamos las propiedades propuestas en los textos del nivel superior consultados para esta investigación.

- La suma algebraica de las desviaciones de un conjunto de números de su media aritmética es cero.
- La suma de los cuadrados de las desviaciones de un conjunto de números X_i de cualquier número a es mínima solamente si $a = \bar{X}$.
- Si f_1 números tienen la media m_1 , f_2 números tienen la media m_2, \dots, f_k números tienen la media m_k , entonces la media de todos los números es

$$\bar{X} = \frac{f_1 m_1 + f_2 m_2 + f_3 m_3 + \dots + f_k m_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k}$$

Es decir una media ponderada de todas las medias.

- La suma total de n valores cuya media es \bar{x} es igual a $n\bar{x}$

$$\sum_{i=1}^n x_i = n\bar{x}$$

Por otra parte, según Strauss y Bichler (1988) la media aritmética presenta propiedades, como se describe en el capítulo I de esta investigación, y las expresamos con algunos ejemplos tomados de García y García (2004).

- a) La media está localizada entre los valores extremos

Ejemplo:

Los alumnos de una clase desean celebrar una fiesta en la playa. Cada uno de ellos lleva papas para asar. David es el que más papas lleva, 3. Cuando estaban listos para comer, los alumnos decidieron repartir todas las papas, de forma que todos tuvieran la misma cantidad. Cuando se repartieron cada alumno recibió 4 papas. ¿Crees que esto es posible? ¿Por qué crees que esto pudo haber ocurrido?

b) La suma de las desviaciones de la media es cero

Ejemplo:

Los alumnos traen caramelos a una fiesta. Algunos traen muchos y otros traen pocos. Los alumnos que traen muchos deciden dar a los alumnos que traen pocos hasta que todos tengan la misma cantidad de caramelos. ¿Será la cantidad de caramelos dada por los que trajeron muchos, igual a la cantidad de caramelos recibida por los que trajeron pocos? ¿Será mayor? ¿Será menor? ¿Por qué crees que es así?

c) La media se ve influenciada al añadir otros datos distintos de la media

Ejemplo:

El lunes cada alumno trajo a clase una cierta cantidad de boliches. Cuando se los repartieron, de forma que cada alumno tuviera la misma cantidad, resultó que cada uno tuvo dos boliches. El martes cada alumno trajo los mismos boliches a clase, salvo Daniel que trajo unos cuantos más. Los juntaron todos y los volvieron a repartir de forma que cada uno recibiera la misma cantidad de boliches. Cuando esto se hizo, cada alumno quedó con dos boliches. ¿Crees que esto es posible? ¿Por qué crees que esto pudo (o no pudo) haber sucedido?

d) La media no es necesariamente igual a un valor que se haya sumado

Ejemplo:

La media aritmética de 1 y 5 es 3

e) La media puede ser una fracción que no sea posible en la realidad

Ejemplo:

Las mujeres en el Perú tienen 2,6 hijos en promedio.

f) Cuando calculamos la media, si aparece un valor cero, este se debe tener en cuenta

Ejemplo:

Cuando calculamos el promedio de horas semanales que dedica un alumno en hacer su tarea, también se incluye los días en que el alumno no hace las tareas.

g) La media es un valor representativo de los valores que se están promediando

2.2 Caracterización de los componentes del significado de la media aritmética

También, en el presente trabajo tomamos como referencia la investigación realizada por Cobo y Batanero (2004) sobre el significado de la media aritmética en los libros de texto de secundaria, en España, y en la cual consideran las siguientes entidades primarias, propuestas por el Enfoque Ontosemiótico, como constituyentes del significado media aritmética: Problemas y situaciones; procedimientos, algoritmos y operaciones; Representaciones; abstracciones y demostraciones. Luego de un análisis detallado de la media realizado a partir de una muestra de libros universitarios de estadística descriptiva, las autoras establecieron una caracterización de las entidades primarias utilizadas para el significado de referencia de la media, las cuales se presentan a continuación:

Situaciones problema: Que inducen actividades matemáticas y definen el campo de problemas de donde surge la idea de media. Los tipos de situaciones problema asociados a la media son:

- Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas en presencia de errores.

Un ejemplo para este tipo de problemas es el siguiente:

Hemos escogido 50 bolsas de pasta alimenticia en un supermercado. Todas ellas llevan impreso «Peso neto: 250 g» en la etiqueta. Después de pesarlas con precisión, hemos obtenido los siguientes resultados, expresado en gramos.

243 269 226 249 255 240 266 230 236 250
 252 261 242 240 270 240 251 228 259 262
 260 231 261 268 252 259 250 249 243 256
 230 250 252 259 236 249 243 256 230 250
 249 243 256 230 250 252 274 268 270 233

¿Qué peso podemos esperar que tenga una bolsa de pasta alimenticia de esta marca?

Matemáticas 3º ESO. Guadiel, p. 150

Figura 6. Problema para estimar una medida a partir de diversas mediciones, realizadas en presencia de errores.

Fuente: Cobo y Batanero (2004, p 9)

- Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme.

El siguiente ejemplo es característico de este tipo de problemas.

En un pequeño comercio hay cinco empleados cuyos sueldos mensuales son: 80.000, 80.000, 80.000, 100.000 y 400.000 pesetas. Halla la moda y la mediana e interprétalas.
 ¿Cuánto cobran entre todos los empleados al mes? Si esta cantidad se repartiera por igual, ¿cuánto cobraría cada uno? ¿Alguno de ellos cobra este sueldo medio?
 ¿Qué valor de los tres: moda, mediana o media, crees que representa mejor los sueldos de los empleados de este pequeño comercio?
 ¿Cuál es el mayor sueldo? ¿Y el menor? ¿Cuál es la diferencia entre estos dos valores?

3º Matemáticas. Secundaria. Edelvives, p. 328

Figura 7. Problema para obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto equitativo.

Fuente: Cobo y Batanero (2004, p 9)

- Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica.

Presentamos un ejemplo de este tipo.

Un alumno ha obtenido en cinco exámenes las siguientes calificaciones: 5, 7, 6, 7 y 9. La nota media se calcula así:

$$\text{Nota media} = \frac{5 + 7 + 6 + 7 + 9}{5} = 6,8$$

La media resume la trayectoria escolar en un solo dato: 6,8; y en ello estriba su ventaja.

Figura 8. Problema para obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados

Fuente: Cobo y Batanero (2004, p 9)

- Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población cuando la variable es aproximadamente simétrica.

Un ejemplo de este tipo es el siguiente:

La altura media de los alumnos de un colegio es 1'40. Si extraemos una muestra aleatoria de 5 estudiantes y resulta que la altura de los 4 primeros es de 1'38, 1'42, 1'60, 1'40. ¿Cuál sería la altura más probable del quinto estudiante?

Figura 9. Problema para estimar un valor con mayor probabilidad de una población

Fuente: Batanero y Godino (2001, p 3)

Algoritmos y procedimientos: Cuando un alumno se enfrenta a un problema, y trata de resolverlo, realiza distintos tipos de procedimientos o algoritmos que a continuación presentamos:

- Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados.

Presentamos un ejemplo de este tipo de algoritmo

Se quiere estudiar el efecto secundario que tiene la vacuna contra la meningitis. Para ello se toma la temperatura a cuatro niños. Los resultados obtenidos, en grados, son los siguientes:

$$\bar{x} = \frac{37,1^\circ + 36,5^\circ + 38^\circ + 37^\circ}{4} = 37,15^\circ$$

3º Matemáticas. Edelvives. Proyecto Adara, p. 236

Figura 10. Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados.
Fuente: Cobo y Batanero (2004, p 10)

- Cálculo de la media de una variable discreta con datos presentados en tablas de frecuencias.

Mostramos un ejemplo de este tipo

| x | f | xf |
|-------|----|----|
| 1 | 5 | 5 |
| 2 | 9 | 18 |
| 3 | 8 | 24 |
| 4 | 6 | 24 |
| Total | 28 | 71 |

La media en este ejemplo se halla aplicando la fórmula

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{71}{28} = 2.536$$

Figura 11. Cálculo de la media en tablas de frecuencia
Fuente: Johnson. Citado por Cobo (2003, p 52)

- Cálculo de la media en tabla de datos agrupados en clases.

| Altura (pulgadas) | Marcas de clase (x) | Frecuencias (f) | fX |
|-------------------|---------------------|--------------------|------------------|
| 60 – 62 | 61 | 5 | 305 |
| 63 – 65 | 64 | 18 | 1152 |
| 66 – 68 | 67 | 42 | 2814 |
| 69 – 71 | 70 | 27 | 1890 |
| 72 – 74 | 73 | 8 | 584 |
| | | $N = \sum f = 100$ | $\sum fX = 6745$ |

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{\sum f} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{6745}{100} = 67,45 \text{ pulgadas}$$

Figura 12. Cálculo de la media en tablas de datos agrupados en clases
Fuente: Murray, R.(1979, p 53)

Definiciones: Hay diversos tipos de definiciones para el mismo concepto, algunas de las cuales enfatizan diferentes aspectos del significado de los conceptos o remiten a diferentes formas de cálculo. A continuación presentamos los tipos de definiciones encontradas:

- La definición de la media como la suma ponderada de cada uno de los valores de la media, multiplicado por su frecuencia.

Presentamos un ejemplo de este tipo de definición

La media aritmética o media de una variable estadística es el resultado que se obtiene al dividir la suma de todos los datos entre el número total de datos. Se representa por \bar{x} . La fórmula para obtener la media aritmética es:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i \cdot n_i}{N}$$

Matemáticas A. 4º ESO. Casals, p. 191

Figura 13: Definición de la media como la suma ponderada
Fuente: Cobo y Batanero (2004, p 11)

- Definición de media, como promedio aritmético de un conjunto de datos.

Ejemplo:

La media aritmética, \bar{x} es el promedio de todos los valores que toma la variable. Esta media es única para cada distribución cuantitativa y se calcula mediante la expresión:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i \cdot F_i}{N}$$

Matemáticas 4º Opción A. Oxford Educación, p. 197

Figura 14. Definición de media como promedio de un conjunto de datos.
Fuente: Cobo y Batanero (2004, p 11)

Propiedades: La media aritmética puede ser presentada desde diversos puntos de vista: como el resultado de un cálculo, como operador que a una distribución asigna un número y como un resumen estadístico o parámetro que caracteriza una distribución. Para cada uno de estos puntos de vista se puede analizar sus propiedades. A continuación presentamos las propiedades analizadas por las autoras:

Propiedades numéricas

- La media de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango del valor perteneciente al rango de la variable.
- La media puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos.
- En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.
- La media se ve afectada por cualquier cambio en los datos.

Propiedades algebraicas

- La media conserva los cambios de origen y de escala.

- La media de la suma de dos o más variables es la suma de las medias.
- La media no está definida para datos ordinales o nominales.

Propiedades estadísticas

- La media es un representante de un colectivo.
- La media es un estadístico menos resistente que la mediana y la moda.
- La media coincide con el centro de gravedad del conjunto de datos.
- La suma de las desviaciones de un conjunto de datos con respecto a su media es cero
- No se puede calcular la media de un conjunto de datos si están agrupados en intervalos y uno de ellos es abierto.

Argumentos: Los libros usan diferentes formas de probar los resultados o propiedades, las describimos a continuación.

- Comprobación de casos particulares y contraejemplos: cuando para justificar una propiedad o la forma de hacer un cálculo, se muestra cómo se cumple dicha propiedad en un caso particular. En otros casos con un contraejemplo se invalida una ley. Es más frecuente la aparición de casos particulares, tanto para justificar propiedades como para presentar definiciones posteriores o ilustrar técnicas de cálculo.
- Razonamientos algebraicos: demostraciones matemáticas
- Razonamientos verbales deductivos: este tipo de argumentos generalmente se utilizan para interpretar los resultados obtenidos en algún cálculo realizado.
- Uso de gráficos como justificación: cuando la argumentación verbal o simbólica se apoya en las propiedades visuales de un gráfico auxiliar. Se aplica como validación cuando por medio del gráfico se muestra visualmente la verdad o falsedad de una propiedad o de una afirmación.

2.3 Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) según Godino (2014) surge en el seno de la Didáctica de las matemáticas con el propósito de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. Por tal motivo adopta una óptica global, teniendo en cuenta las distintas dimensiones involucradas y las interacciones entre las mismas.

Según Godino, Batanero y Font (2009) el punto de partida del EOS es la formulación de una ontología de los objetos matemáticos, que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática

como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Tomando como noción primitiva la de situación-problemática, se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado, con el fin de hacer patente y operativo, por un lado, el triple carácter de la matemática, y por otro, la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, así como su mutua interdependencia.

El conjunto de nociones teóricas que en la actualidad componen el EOS se han clasificado en cinco niveles, de acuerdo a Godino (2012), son las siguientes:

- 1) **Sistema de prácticas operativas, discursivas y normativas.** En este nivel de análisis se asume una concepción pragmática-antropológica de las matemáticas, tanto desde el punto de vista institucional como personal. La actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central de la construcción del conocimiento matemático.
- 2) **Configuración de objetos y procesos matemáticos,** emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas. En este nivel se asume una noción interaccionista de objeto y pragmatista del significado. Asimismo, los diversos medios de expresión (lenguajes) desempeñan el doble papel de instrumentos del trabajo matemático y de representación de los restantes objetos matemáticos.
- 3) **Configuraciones y trayectorias didácticas.** En este nivel de análisis se contempla el estudio de las configuraciones didácticas, puesto que el estudio de las matemáticas tiene lugar bajo la dirección del profesor en interacción con los estudiantes. Las configuraciones didácticas y su secuencia en trayectorias didácticas tienen en cuenta las facetas epistémica (conocimientos institucionales), cognitiva (conocimientos personales), afectiva, mediacional (recursos tecnológicos y temporales), interaccional y ecológica que caracterizan los procesos de estudio matemático.
- 4) **Dimensión normativa.** En este nivel de análisis se estudia los sistemas de reglas, hábitos, normas que restringen y soportan las prácticas matemáticas y didácticas. El principal factor explicativo de los fenómenos didácticos es el reconocimiento del efecto de las normas y meta-normas que intervienen en las diversas facetas que caracterizan los procesos de estudio matemático.
- 5) **Idoneidad didáctica.** Concebida como criterio general de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de estudio matemático.

El Enfoque Ontosemiótico en el nivel de configuración de objetos y procesos matemáticos, según Godino, Batanero y Font (2009) cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado de objetos formado por:

- Situaciones-problemas: aplicaciones intra o extra matemáticas, tareas, ejercicios.
- Lenguaje: términos, expresiones, notaciones, gráficos; en sus diversos registros escrito, oral, gestual.
- Conceptos – definiciones: introducidos mediante definiciones o descripciones.
- Procedimientos: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo,
- Proposiciones: enunciados sobre conceptos, propiedades.
- Argumentos: enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivo o de otro tipo.

En la figura 15 se muestra la manera como interrelacionan los diferentes objetos descritos.

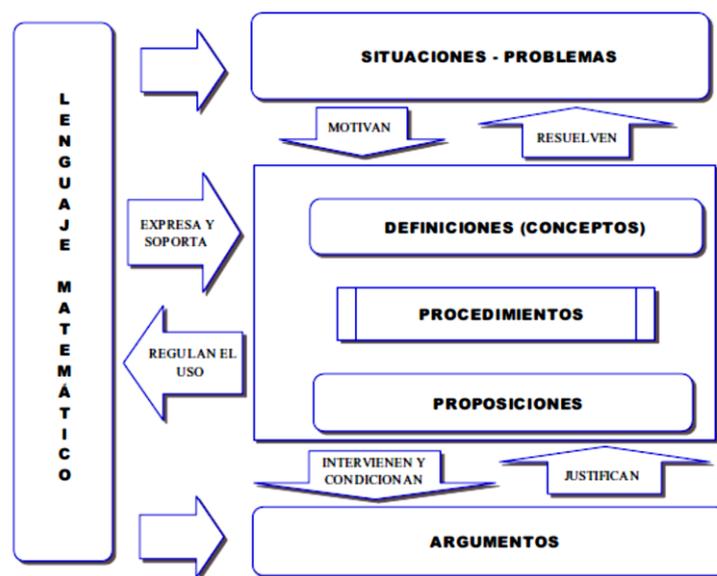


Figura 15. Configuración de objetos primarios
Fuente: Godino, Batanero y Font (2009, p.7)

A este conglomerado de objetos se le llama configuración. Estas configuraciones pueden ser cognitivas (conglomerado de objetos personales) o epistémicas (conglomerado de objetos institucionales) según que se considere la práctica desde la perspectiva personal o institucional.

Nuestra investigación tiene el propósito de aplicar la configuración de objetos y procesos matemáticos, ya que nos permitirá fundamentar los criterios de análisis y valoración de las tareas en los libros de texto analizados.

Criterios de idoneidad de un proceso de instrucción

En el Enfoque Ontosemiótico, la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Batanero y Font, 2009):

Idoneidad epistémica, se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, la enseñanza de la media aritmética en la educación secundaria puede limitarse al aprendizaje de rutinas y ejercicios de aplicación de algoritmos, lo cual se puede valorar como de baja idoneidad, o tener en cuenta los diferentes tipos de problemas contextualizados donde se aplica el proceso inverso e incluir la justificación de los algoritmos, lo que constituye una alta idoneidad.

Idoneidad cognitiva, alude al grado en que los significados pretendidos e implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos e implementados. Un proceso de enseñanza y aprendizaje que posee un alto grado de idoneidad cognitiva sería, en el estudio de las operaciones aritméticas con números de tres o más cifras, que el profesor evaluara inicialmente para saber si la mayoría de alumnos dominan los números de una y dos cifras, y en caso que no fuera así, empezar el proceso de instrucción abordando dichos números.

Idoneidad interaccional, un proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional, si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, de un lado, identificar a priori conflictos semióticos potenciales, y de otro lado permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Así por ejemplo, un proceso de estudio realizado de acuerdo a una secuencia de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización, tiene potencialmente mayor idoneidad semiótica frente a un proceso magistral que no tenga en cuenta las dificultades de los alumnos.

Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, cuando el profesor y los alumnos tienen a su disposición medios informáticos pertinentes al estudio de un tema matemático específico, el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tiene potencialmente mayor idoneidad mediacional frente a otro que se desarrolle de manera tradicional utilizando solamente pizarra, lápiz y papel. Otro ejemplo de un proceso de

enseñanza – aprendizaje con un alto grado de idoneidad mediacional con relación a los medios temporales sería una clase magistral, donde el profesor reproduce de manera íntegra y sin interacción con los estudiantes el significado pretendido.

Idoneidad emocional, indica el grado de implicación (interés, motivación,..) de los alumnos en el proceso de estudio. La idoneidad emocional está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como de aquellos que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Por ejemplo, tendrán alta idoneidad emocional los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes.

Idoneidad ecológica, expresa el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Los componentes de la idoneidad didáctica se muestran como un proceso sistémico en la Figura 16. En el hexágono regular está representada la idoneidad correspondiente a un proceso de estudio pretendido o programado, donde a priori se asume un grado máximo de las idoneidades parciales. En el hexágono irregular interior se representan las idoneidades efectivamente logradas en la realización de un proceso de estudio implementado.

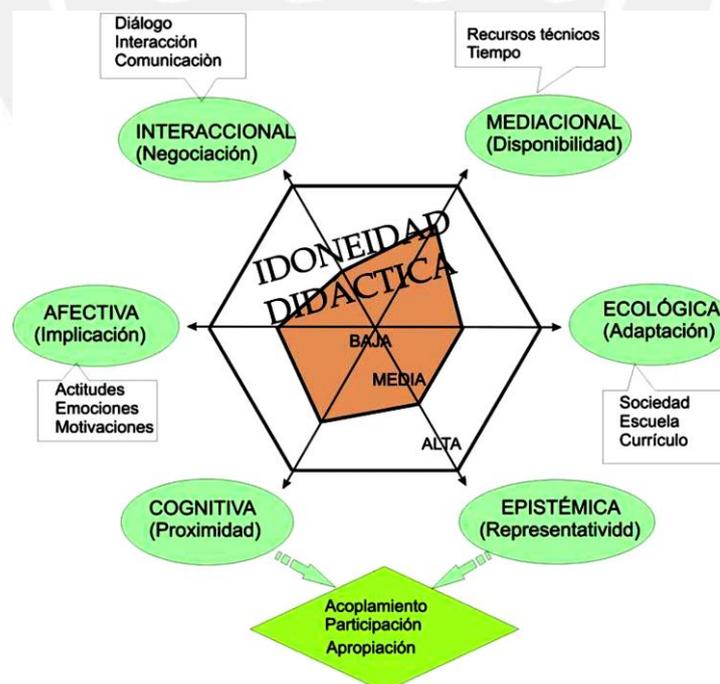


Figura 16. Componentes de la Idoneidad Didáctica
Fuente: Godino, J. D. (2011, p 6)

De lo descrito anteriormente, se deduce que la idoneidad de una dimensión no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos criterios de idoneidad se deben abordar de manera interrelacional, es decir, que debemos referirnos a la *idoneidad didáctica* de manera holística, con un criterio sistémico de adaptación y pertinencia respecto del proyecto educativo global. Sin embargo, esta idoneidad se debe interpretar, como relativa a determinadas circunstancias temporales y contextuales cambiantes, lo cual exige una actitud de reflexión e investigación por parte del docente, discente y demás miembros involucrados en el proyecto de desarrollo educativo e institucional.

En el presente trabajo de investigación se ha seleccionado el componente *dimensión epistémica* con la que pretendemos determinar la baja, media o alta idoneidad epistémica de las tareas sobre media aritmética presentadas en los textos de matemática de primer grado de secundaria seleccionados.

2.4 Configuración epistémica del objeto matemático media aritmética

Para alcanzar el primer objetivo específico, es necesario diseñar la configuración epistémica de referencia del objeto media aritmética. Para determinar dichos significados hemos partido de los textos de estadística que se usan en los primeros ciclos de educación superior como: Murray (1979), Córdova (2003), Johnson y Kuby (2008) e investigaciones como: Cobo y Batanero (2004), Novaes (2011).

Para determinar el significado de referencia se revisó y analizó los textos e investigaciones antes mencionadas y es por ello que el significado construido para esta investigación no coincide con ninguno de los textos, pero engloba a todos ellos. Determinamos como significado de referencia uno más acorde a lo estudiado en la educación secundaria.

Los componentes considerados para esta configuración serán los mencionados en Godino, Batanero y Font (2009). Estos componentes son: Las situaciones- problemas, el lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y los argumentos; que van siguiendo cierto orden en el proceso de instrucción.

Entendemos por:

Situaciones problema: son las diversas problemáticas que enfrentan los alumnos durante las diferentes actividades que constituye el proceso de instrucción.

Lenguaje: términos relacionados con el objeto media aritmética, con el que los estudiantes se deben familiarizar y servirá para enunciar las definiciones y propiedades de dicho objeto.

Relacionado con el contexto: expresiones relacionadas con el contexto de los diferentes problemas o tareas.

Términos matemáticos: palabras que expresan objetos u operaciones matemáticas

Simbólico: signos y símbolos de objetos matemáticos

Gráfico: pictogramas, fotografías, esquemas o diagramas usados en los libros de texto.

Definiciones: Significado que le damos a cada concepto considerado en el componente del lenguaje dentro del proceso de instrucción.

Procedimientos: Conjunto de pasos a seguir por los alumnos para poder definir u obtener alguno de los significados al objeto matemático en estudio. Se realizará en términos contextualizados.

Argumentos: Razones que el estudiante debe tener presente para justificar la tesis, inherentes a los significados trabajados.

La tabla 1 muestra los componentes de la configuración epistémica de referencia.

Tabla 1. Configuración epistémica de referencia

| | |
|----------------------|--|
| Situaciones-problema | <ul style="list-style-type: none"> • Contextualizados. • Con contextos próximos a la realidad del alumno. • Con diferentes grado de complejidad. |
| Lenguaje | <p>Verbal:</p> <p>Relacionados con el contexto de la situación problemática</p> <p>Términos matemáticos:</p> <p>Dato, muestra, medida de tendencia central, media aritmética, medida resumen, media ponderada, frecuencia, tabla de datos, suma, división, producto.</p> <p>Simbólico:</p> <p>Las notaciones simbólicas las utilizamos para referirnos a determinados conceptos de media aritmética. A continuación presentamos los más frecuentes:</p> <p>\bar{x}, x_i, f_i, $x_i \cdot f_i$, n, $\sum_{i=1}^n x_i$, $\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i$, $+$, $.$, $/$.</p> <p>Gráfico:</p>  |

| | |
|-----------------------|---|
| <p>Definiciones</p> | <p>Dato: es la representación simbólica (numérica, alfabética, algorítmica, espacial) de un atributo o variable cuantitativa.</p> <p>Muestra: es un subconjunto representativo de la población a partir del cual se pretende realizar inferencias respecto a la población de donde procede.</p> <p>Medida de tendencia central: valores numéricos que localizan, en algún sentido, el centro de un conjunto de datos.</p> <p>Media aritmética: La media aritmética de una distribución es el valor alrededor del cual los otros valores se distribuyen (o se concentran), es decir, un valor de referencia para un conjunto de datos analizados.</p> <p>Frecuencia: cuando hablamos del número de veces que se repite un valor en una distribución de datos.</p> <p>Tabla de datos: conjunto de datos organizados en filas y columnas</p> <p>\bar{x} : representa a la media aritmética o promedio aritmético</p> <p>x_i : simboliza a cada uno de los datos.</p> <p>f_i : para representar la frecuencia con que aparece algún valor.</p> <p>$\sum_{i=1}^n x_i$: para simbolizar el total de la suma de datos a que se hace referencia</p> <p>$\sum_{i=1}^n x_i f_i$: simboliza la suma de los productos de cada valor por su respectiva frecuencia.</p> <p>n : representa a la cantidad total de datos.</p> |
| <p>Procedimientos</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Para hallar la media aritmética de una variable discreta con datos aislados, se suma el total de los valores observados de una variable y se divide entre el número de observaciones. • Para hallar la media de una variable discreta con datos presentados en tablas de frecuencia se multiplican cada valor por su frecuencia, luego se suman los productos, el resultado se divide entre la suma total de las frecuencias • Para hallar la media ponderada se multiplica cada valor por su peso (ponderación) respectivo, luego se suman los productos y se divide entre la suma de todos los pesos. • Para hallar la media desde un gráfico de barras primero se identifica los valores y sus respectivas frecuencias luego se multiplican los valores con sus frecuencias y se divide entre la suma total de frecuencias. • Para hallar un dato desconocido de un conjunto de datos, dado su media, se |

| | |
|--------------------|--|
| | <p>resuelve la ecuación donde en uno de sus miembros aparece el dato desconocido.</p> |
| <p>Propiedades</p> | <ul style="list-style-type: none"> • La media está localizada entre valores extremos • La suma de las desviaciones de la media es cero • La media se ve influenciada al añadir otros datos distintos de la media. • La media no es necesariamente igual un valor que se haya sumado. • La media puede ser una fracción que no sea posible en la realidad. • Cuando calculamos la media, si aparece un valor, este se debe tener en cuenta. • La media es un valor representativo de los valores que se están promediando. • La suma algebraica de las desviaciones de un conjunto de números de su media aritmética es cero. • La suma de los cuadrados de las desviaciones de un conjunto de números X_i de cualquier número a es mínima solamente si $a = \bar{X}$. • Si f_1 números tienen la media m_1, f_2 números tienen la media m_2, \dots, f_k números tienen la media m_k, entonces la media de todos los números es $\bar{X} = \frac{f_1 m_1 + f_2 m_2 + f_3 m_3 + \dots + f_k m_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k}$ <p>Es decir una media ponderada de todas las medias.</p> • La suma total de n valores cuya media es \bar{x} es igual a $n\bar{x}$ $\sum_{i=1}^n x_i = n\bar{x}$ |
| <p>Argumentos</p> | <ul style="list-style-type: none"> • Comprobación de casos particulares y contraejemplos: cuando para justificar una propiedad o la forma de hacer un cálculo, se muestra cómo se cumple dicha propiedad en un caso particular • Razonamientos algebraicos: demostraciones matemáticas • Razonamientos verbales deductivos: este tipo de argumentos generalmente se utilizan para interpretar los resultados obtenidos en algún cálculo realizado. • Uso de gráficos como justificación: cuando la argumentación verbal o simbólica se apoya en las propiedades visuales de un gráfico auxiliar. Se aplica como validación cuando por medio del gráfico se muestra visualmente la verdad o falsedad de una propiedad o de una afirmación. |

Esta configuración nos permite tener un sistema de referencia para el análisis de las tareas propuestas en los libros de texto del primer grado de educación secundaria seleccionados.

2.5 Idoneidad didáctica de las tareas

Para el EOS la idoneidad didáctica es una cuestión de grado que se puede calificar como una idoneidad baja, media o alta. En la valoración de la idoneidad que efectuamos en la presente investigación consideramos solo la epistémica. También, de lo propuesto por Godino, Bencomo, Font y Willhelmi (2007) elegimos las componentes que se presentan para la idoneidad a analizar, cuyos indicadores tiene el mismo valor. La tabla 2 muestra los componentes e indicadores de idoneidad epistémica.

Tabla 2. Indicadores de idoneidad epistémica

| COMPONENTE | INDICADORES |
|-----------------------------|--|
| Situaciones-problema | La mayor parte de las situaciones-problema presentadas son contextualizadas. |
| | Los contextos utilizados en las situaciones-problemas de media aritmética son próximos a la realidad del alumno. |
| | Se presentan situaciones-problema resueltos con diferentes grados de complejidad. |
| | Se presentan situaciones-problema propuestos con diferentes grados de complejidad. |
| | Las situación-problema propuestas se presentan en una secuencia de menor a mayor complejidad. |
| | Se ejemplifica con ejercicios las definiciones propuestas en el libro para la media aritmética. |
| | Se ejemplifica con ejercicios las propiedades propuestas en el libro para la media aritmética. |
| lenguaje | Se usa la expresión gráfica en problemas sobre media aritmética. |
| | Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...) |
| | El nivel de lenguaje es adecuado a los estudiantes de secundaria. |

| | |
|--|--|
| | Se proponen situaciones de interpretación de los resultados de los problemas contextualizados |
| Elementos regulativos (definiciones, proposiciones y procedimientos) | Las definiciones y conceptos de media aritmética son claros y correctos. |
| | Las definiciones y conceptos de media aritmética son apropiados al nivel de educación secundaria. |
| | Los procedimientos utilizados en la ejemplificación son claros y correctos. |
| | Los procedimientos son apropiados al nivel de educación secundaria. |
| | Las propiedades que se presentan son apropiadas al nivel de educación secundaria. |
| Argumentos | Las comprobaciones de las soluciones de las situaciones-problema de media aritmética son adecuadas para el nivel de educación secundaria |
| | Las demostraciones presentadas sobre propiedades de la media aritmética son adecuadas para el nivel de educación secundaria. |
| | Se promueve situaciones-problema donde el alumno tenga que argumentar. |
| Relaciones (conexiones, significados) | Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. |
| | Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas. |

2.6 Metodología y procedimiento

Siguiendo la clasificación de Hernández, Fernández y Baptista (2010) definimos el presente estudio como una investigación cualitativa, puesto que va encaminado a describir, los fenómenos a través de las percepciones y significados producidos en el análisis de las tareas de los textos.

Latorre y Cols (1996) proponen un esquema general para el proceso de investigación cualitativa. Este esquema contempla seis fases generales que debe seguir toda investigación de corte cualitativo: exploratoria, planificación, entrada en el escenario, recojo y análisis de información, retirada del escenario y elaboración del informe. En la presente investigación

haremos una adaptación de algunas de estas fases que responden a nuestro problema y de acuerdo a nuestros intereses.

A continuación describimos las fases, comentando y precisando los pasos seguidos en el estudio.

1. Fase exploratoria o de reflexión

En esta primera parte presentamos el problema que nos interesa estudiar, es así, que para nuestro caso específico la problemática gira en torno a la idoneidad de las tareas sobre media aritmética en los textos de primer grado de educación secundaria. Una vez identificada la problemática se planteó la pregunta de investigación, el objetivo general y los objetivos específicos con los que se pretende dar solución al problema de investigación.

Para justificar y documentar esta primera etapa, hemos recurrido a investigaciones previas sobre media aritmética, análisis de texto, configuración epistémica e idoneidad didáctica. Es decir, tesis de maestría, tesis doctorales, artículos científicos, reportes de investigación en didáctica de la matemática, entre otros documentos.

2. Fase de planificación

En esta etapa primeramente, se seleccionó tres textos de estadística que se usan en los primeros ciclos de educación superior como: Murray (1979), Córdova (2003), Johnson & Kuby (2008) y las investigaciones de Cobo y Batanero (2004) y Novaes (2011), de donde se obtendrán los significados de referencia del objeto matemático media aritmética. También se determinó que el marco teórico para nuestra investigación sería el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e instrucción matemática (EOS), del cual tomaremos los niveles de configuraciones de objetos y procesos e idoneidad didáctica.

Para cumplir nuestro primer objetivo específico, que es determinar la configuración epistémica de referencia asociada a la media aritmética, recurrimos a la técnica de análisis, así elaboramos la matriz de configuración epistémica de objetos primarios. También, elaboraremos la matriz de indicadores de idoneidad epistémica del objeto matemático media aritmética, propuesta por el EOS.

3. Fase de recogida y análisis de información

Realizaremos la recolección de datos, que consiste en identificar los ejemplos y tareas de los dos textos de matemática del primer grado de educación secundaria seleccionados, de donde obtendremos información para lograr nuestro objetivo específico 3: determinar la

configuración epistémica de las tareas sobre media propuestas en los libros de texto del primer año de educación secundaria.

Luego, comparamos las configuraciones epistémicas obtenidas de cada texto analizado con los componentes del significado de la media obtenida en Cobo y Batanero (2004) y también, con la configuración epistémica de referencia.

4. Fase de la retirada del escenario

Después de tener la configuración epistémica, sobre media aritmética, de cada libro de texto seleccionado, verificamos si se cumplen en dichos textos los indicadores que consideramos en la matriz de idoneidad epistémica.

5. Fase de elaboración del informe

Se redactará el informe final del trabajo, que contendrá los resultados y conclusiones de la investigación.

Basado en los objetivos de la presente investigación proponemos los procedimientos y estrategias para el registro y análisis de la información. En la tabla 3 mostramos los objetivos, acciones por cada objetivo y los pasos para cada actividad.

Tabla 3. Procedimientos y estrategias de objetivos específicos

| OBJETIVO GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN | OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE LA INVESTIGACIÓN | ACCIONES POR OBJETIVO | PASOS POR CADA ACTIVIDAD |
|--------------------------------------|---|---|--|
| Determinar el grado de | Determinar la configuración epistémica de referencia asociado a la media aritmética | Establecer los conocimientos previos que debe tener el alumno de primer año de secundaria para estudiar el tema de media aritmética | Analizando el DCN(2009) estableceremos los conocimientos previos que debe tener el alumno para estudiar el tema media aritmética |
| | | Revisar los textos de estadística que contenga el tema de media aritmética | Seleccionamos libros de texto del nivel universitario que nos servirán para elaborar la configuración epistémica de referencia |
| | | Elaborar la configuración epistémica de referencia del | Elaboraremos la configuración epistémica de referencia |

| | | | |
|---|--|---|--|
| <p>idoneidad epistémica de las tareas sobre media aritmética propuestas en los libros de</p> | | <p>objeto matemático media aritmética</p> | <p>determinando de manera específica los elementos primarios (lenguaje, situaciones-problema, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos) del objeto matemático media aritmética.</p> |
| <p>texto de primer grado del nivel secundario.</p> | <p>Elaborar los criterios de idoneidad en su dimensión epistémica del objeto media aritmética.</p> | <p>Elaborar la matriz de idoneidad epistémica del objeto matemático media aritmética</p> | <p>Teniendo en cuenta la configuración epistémica de referencia y la pauta de análisis y valoración de idoneidad didáctica propuesta por el EOS, proponemos los descriptores a considerar en la matriz de idoneidad epistémica.</p> |
| <p>Determinar desde las tareas de media aritmética propuestas en dos libros de texto de matemática del primer año de secundaria las</p> | | <p>Revisar dos textos de matemáticas del primer grado de educación secundaria que contenga el tema de media aritmética para identificar las tareas a analizar</p> | <p>Seleccionamos dos libros de texto que utilizan los alumnos del primer grado de secundaria: uno, el libro otorgado por el ministerio de educación a las instituciones públicas de nuestro país; el otro, el libro de matemáticas para todos utilizados por diversas instituciones educativas, pertenecientes a la organización de Fe y Alegría, que se encuentran ubicadas en diversas regiones de nuestro país.</p> |
| <p>entidades primarias del significado de la media aritmética.</p> | | <p>Elaborar la configuración epistémica para cada una de las tareas seleccionadas del tema media aritmética con la finalidad de determinar los objetos matemáticos emergentes e intervinientes.</p> | <p>El propósito es determinar de manera específica los componentes del significado (lenguaje, situaciones-problemas, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos) presentes en las tareas sobre media aritmética propuestas en dos libros de texto de primer año de secundaria seleccionados</p> |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | Elaborar la configuración epistémica del tema de media aritmética para cada uno de los textos seleccionados | Analizando las configuraciones epistémicas de las tareas de cada texto, elaboramos la configuración epistémica del objeto matemático media aritmética de cada uno de los textos seleccionados |
| | Valoración de idoneidad didáctica en su dimensión epistémica, de las tareas de media aritmética propuestas en dos textos del primer grado de educación secundaria. | Valoramos la idoneidad para cada componente de la matriz de idoneidad epistémica de las tareas de media aritmética propuestas en los textos analizados. | Para cumplir con este objetivo específico se plantea realizar lo siguiente: Verificar si se cumplen, en los libros de texto analizado, los indicadores de cada componente que se consideran en la matriz de idoneidad epistémica. |

CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO

En este capítulo presentamos una descripción de los libros de textos seleccionados para su análisis. Asimismo la configuración epistémica emergente de las tareas de los textos seleccionados y luego la configuración epistémica de los textos.

3.1 Descripción de los libros texto en estudio

Los textos en los que se realizaron el análisis son del primer año de educación secundaria, uno de ellos distribuido por el Ministerio de Educación (2012) a todas las instituciones educativas públicas a nivel nacional y el texto de Matemática para Todos (MPT) distribuido por el Grupo Apoyo (2003) a todas las instituciones educativas pertenecientes a la ONG Fe y Alegría del Perú.

El Ministerio de Educación desde los lineamientos de política de estado, asume la responsabilidad de dotar periódicamente a las instituciones y programas educativos públicos a nivel nacional de materiales educativos suficientes, para el desarrollo de los aprendizajes establecidos en Perú (2009); por ello, se distribuyen textos escolares para todos los estudiantes de las instituciones públicas de todo el país.

El libro de texto del área de matemática del primer grado de secundaria otorgado por el Ministerio de Educación está estructurado en las siguientes unidades:

- Unidad 1: Relaciones lógicas y conjuntos
- Unidad 2: Sistemas de los números naturales
- Unidad 3: Sistema de los números enteros
- Unidad 4: Sistema de los números racionales
- Unidad 5: Funciones y algebra
- Unidad 6: Medida y geometría plana
- Unidad 7: Geometría del espacio y transformaciones
- Unidad 8: Estadística, combinatoria y azar

La unidad ocho está dividida en dos temas: Estadística y combinatoria y azar. En la parte de estadística se trata el tema del promedio aritmético, como se muestra en la tabla 4.

Tabla 4: Unidad de Estadística, combinatoria y azar en el libro de primer grado de secundaria del MED.

| Estadística, combinatoria y azar | Aprendizajes esperados. |
|--|--|
| <p>Estadística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tablas de frecuencia • Tablas de frecuencia con intervalos • Promedio aritmético • Mediana y moda <p>Combinatoria y azar</p> <ul style="list-style-type: none"> • Principio aditivo y principio multiplicativo • Diagrama de árbol • Experimento determinístico y aleatorio | <p>Razonamiento y demostración.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica el principio aditivo y multiplicativo para realizar conteos. • Formula e identifica ejemplos de experimentos aleatorios y determinísticos. |
| | <p>Comunicación matemática.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elabora tablas de frecuencias con datos no agrupados. • Organiza la información mediante gráficos estadísticos. • Representa sucesos o eventos en diagramas de árbol. |
| | <p>Resolución de problemas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que involucran el cálculo de promedios, mediana y moda. • Resuelve problemas que requieren determinar el espacio muestral y el cálculo de la probabilidad de un suceso. |

Fuente: Perú, Ministerio de Educación (2012, pp. 226, 240)

El tema de promedio aritmético está programado en la última unidad del texto, desarrollado entre las páginas 231 y 234. Uno de los aprendizajes esperados en esta unidad, es que el estudiante resuelva problemas que involucren el cálculo de promedios, mediana y moda.

Por otra parte, el libro de texto de Matemática para Todos (MPT) es usado por diversas instituciones educativas en varias regiones del país, como las instituciones educativas pertenecientes a la ONG Fe y Alegría. Este texto es distribuido por el Instituto Apoyo en colaboración con la editorial Bruño y Klett.

El texto del primer año de Matemática para Todos presenta los siguientes contenidos:

Unidad 1: aplicaciones estadísticas del cálculo fraccionario.

Unidad 2: relaciones o correspondencias.

Unidad 3: Transformaciones geométricas y simetría.

Unidad 4: números racionales.

Unidad 5: expresiones algebraicas y ecuaciones.

En la primera unidad donde se encuentra el tema de promedio, entre las páginas 19 a 21, contiene los siguientes temas:

Tabla 5. Temática de primera unidad en el texto MPT

| Tema | Meta de aprendizaje |
|---|--|
| Partes de un todo y concepto de porcentaje. | Calcular las partes de un todo y expresarlas en porcentaje. Aplicar correctamente el cálculo de porcentaje. |
| Frecuencias relativas. | Aplicar el procedimiento para calcular frecuencias relativas y absolutas. Elaborar e interpretar gráficos. |
| Promedio | Conocer y aplicar el promedio como una medida que permite analizar diferentes situaciones. Aplicar el redondeo de decimales. |
| Promedio y mediana | Aprender a calcular la mediana. Conocer la diferencia entre promedio y mediana. Aprender la conveniencia de utilizar uno u otra. |

Fuente: Grupo Apoyo (2003, pp. 19, 21)

En el texto de *Matemática para Todos* cada tema se presenta con su meta de aprendizaje, por ejemplo, en la primera unidad se desarrolla el tema de promedio y su meta de aprendizaje es que los estudiantes conozcan y apliquen el promedio como una medida que permite analizar diferentes situaciones.

Para el análisis de los textos se ha seleccionado la unidad en la que se trata el objeto de estudio. Una vez hecha la selección de la unidad se ha realizado un análisis de las tareas, llevado a cabo los siguientes pasos:

En primer lugar se ha realizado una lectura minuciosa del tema clasificando y agrupando las definiciones, representaciones, propiedades, intentando determinar los elementos de significado que contienen: campos de problemas, definiciones, procedimientos, propiedades y argumentos.

En segundo lugar, para determinar los elementos de significado hemos partido del análisis epistémico del significado institucional de referencia elaborado en el capítulo 2 y se ha ido determinando cuáles de ellos aparecen en los dos libros de texto.

Finalmente, Se han elaborado tablas comparativas que recogen los elementos de significado presentes en los textos.

3.2 Configuración epistémica de las tareas en los texto de matemática de primer grado

En ese apartado presentamos el análisis de los objetos matemáticos emergentes e intervinientes en las tareas de media aritmética de cada uno de los dos textos de matemática del primer grado de educación secundaria. Es decir haremos la configuración epistémica de los objetos matemáticos que intervienen en las tareas de media aritmética. Además hemos considerado la contextualización y niveles de complejidad.

Contextualización:

Contextualizado: el problema se presenta dentro de un contexto.

No contextualizado: el problema se presenta solamente en términos matemáticos.

Niveles de complejidad:

Nivel Bajo: si la solución del problema solamente requiere de la aplicación directa del algoritmo de la media aritmética.

Nivel medio: si la solución del problema requiere de extraer los datos de tablas

Nivel alto: cuando la solución del problema requiere de aplicar el proceso inverso del algoritmo y también cuando la solución del problema requiera extraer los datos de gráficos.

3.2.1 Configuración epistémica de las tareas en el texto de matemática de primer grado distribuidos por el MED.

En esta sección mostramos las configuraciones epistémicas de las tareas presentadas en el texto del MED.

Tabla 6. Configuración epistémica del problema 1 del texto MED

| | |
|--|---|
| SITUACIÓN PROBLEMA | |
| Problema N° 1 resuelto (p 231) | |
| <p>Promedio aritmético</p> <p>Pedro observa el mapa de Piura con las distancias a algunas de sus ciudades. Luego de realizar un cálculo mental, afirma: “La distancia promedio de Piura a sus ciudades es 126 km aproximadamente”.</p> <p>¿Qué proceso realizó Pedro para establecer su afirmación? ¿Será correcta su afirmación?</p> <p>Lo que Pedro hizo es: $\frac{182 + 60 + 120 + 143}{4} = \frac{505}{4} = 126,25 \approx 126$</p> <p>Pedro calculó el promedio aritmético simple de las distancias, y su afirmación es correcta, puesto que redondeó el resultado obtenido.</p> | <p style="text-align: center;">Distancia de Piura a algunas de sus ciudades</p>  |
| Este es un problema contextualizado, con un nivel bajo de complejidad. | |
| LENGUAJE | |
| <p>Verbal:</p> <p>Relacionados con el contexto: distancias, ciudades, kilómetros.</p> <p>Términos matemáticos: suma, división, cálculo mental, media aritmética, redondeo</p> <p>Simbólico:</p> <p>+, /, =, ≈</p> | |
| DEFINICIONES Y CONCEPTOS | |
| Definición de la media aritmética como algoritmo de cálculo: suma de todos los valores dividida por el número de valores. | |
| PROCEDIMIENTOS | |
| Para hallar la media aritmética se suman las distancias, luego se divide el resultado entre el número total de ciudades. El resultado final se redondea a número entero. | |
| PROPOSICIONES - PROPIEDADES | |
| <p>La media puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos.</p> <p>En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.</p> | |

Tabla 7. Configuración epistémica del problema 2 , 5 y 6 del texto MED

SITUACIÓN PROBLEMA

Problema N° 2 resuelto (p 231)

En una excursión a la ciudad de Paita, para practicar el cálculo del promedio aritmético, Rosa tomó nota de la cantidad de maletas que tenía cada uno de sus compañeros. Observa cómo procedió:

$$\bar{x} = \frac{1(10) + 2(16) + 3(6) + 4(4)}{36}$$

$$\bar{x} = \frac{10 + 32 + 18 + 16}{36} = \frac{76}{36} = 2,1$$

Rosa multiplicó cada valor con su respectiva frecuencia, sumó los resultados, y la suma la dividió entre el total de datos. Es decir, aplicó la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{n}$$

Se trata del promedio ponderado.

Luego, los compañeros de Rosa llevaron 2 maletas, en promedio.

| N° de maletas | f |
|---------------|----|
| $x_1 = 1$ | 10 |
| $x_2 = 2$ | 16 |
| $x_3 = 3$ | 6 |
| $x_4 = 4$ | 4 |
| Total | 36 |

Problema contextualizado con un nivel bajo de complejidad.

Problema N° 5 propuesto (p 233)

Determinar la media en cada caso

| | | | | | | |
|----|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) | Edad | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| | f | 7 | 9 | 8 | 5 | 1 |
| b) | Notas | 08 | 10 | 12 | 16 | 17 |
| | f | 6 | 10 | 10 | 2 | 2 |

Solución propuesta

$$a) \quad \bar{x} = \frac{15(7)+16(9)+17(8)+18(5)+19(1)}{7+9+8+5+1} = \frac{494}{30} = 16.47$$

$$b) \quad \bar{x} = \frac{8(6)+10(10)+12(10)+16(2)+17(2)}{6+10+10+2+2} = \frac{334}{30} = 11.13$$

Problema no contextualizado con nivel medio de complejidad.

Problema N° 6 propuesto (p 233)

3. Observa la tabla y responde:

| Alquiler (\$) | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| N.º de departamentos | 3 | 5 | 9 | 5 | 3 |

¿Cuál es el precio promedio del alquiler de un departamento?

Solución propuesta

$$\bar{x} = \frac{200(3) + 250(5) + 300(9) + 350(5) + 400(3)}{3 + 5 + 9 + 5 + 3} = \frac{7500}{25} = 300$$

Problema no contextualizado con nivel medio de complejidad.

LENGUAJE

Verbal:

Relacionados con el contexto: excursión, ciudad, compañeros, maletas, edad, notas, alquiler, departamentos, precio.

Términos matemáticos: promedio aritmético, promedio ponderado, promedio, media, frecuencia, adición, multiplicación, división.

Simbólico:

$$\bar{x}, x_i, f_i, n, f, +, /$$

DEFINICIONES Y CONCEPTOS

Definición de media ponderada

PROCEDIMIENTOS

Para hallar el promedio ponderado:

Se multiplica el número de maletas por la frecuencia (número de compañeros), luego se suman los productos, el resultado se divide entre el número total de compañeros.

Para determinar la media:

Se multiplica cada edad por su respectiva frecuencia, se suman todos los productos y el resultado se divide entre la suma de todas las frecuencias.

Para determinar la media:

Se multiplica cada nota por su respectiva frecuencia, se suman todos los productos y el resultado se divide entre la suma de todas las frecuencias.

Para determinar el precio promedio:

Se multiplica el precio del alquiler por el número de departamentos, se suman los productos y dicho resultado se divide entre el número total de departamentos.

PROPOSICIONES - PROPIEDADES

La media puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos.

En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.

Tabla 8. Configuración epistémica del problema 3 y 7 del texto MED

SITUACIÓN PROBLEMA

Problema N° 3 resuelto (p 233)
Calcular la media en cada diagrama

Edades

| Edad | N.º de estudiantes |
|------|--------------------|
| 10 | 6 |
| 11 | 2 |
| 12 | 1 |
| 13 | 7 |

$$\bar{x} = \frac{6(10) + 2(11) + 1(12) + 7(13)}{16}$$

$$\bar{x} = \frac{60 + 22 + 12 + 91}{16} = \frac{185}{16} = 11,5625$$

N.º de hermanos

| N.º de hermanos | N.º de estudiantes |
|-----------------|--------------------|
| 0 | 20 |
| 1 | 40 |
| 2 | 70 |
| 3 | 70 |

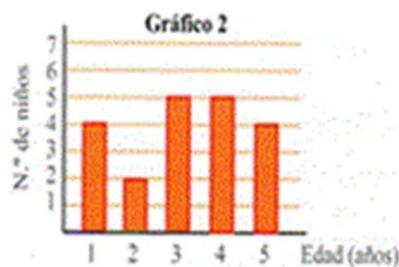
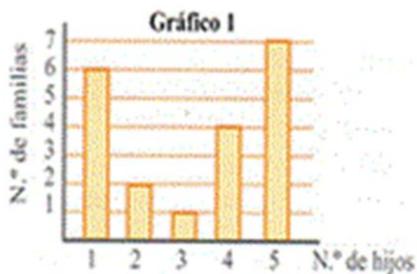
$$\bar{x} = \frac{20(0) + 40(1) + 70(2) + 70(3)}{200}$$

$$\bar{x} = \frac{0 + 40 + 140 + 210}{200} = \frac{390}{200} = 1,95$$

Problema no contextualizado con alto nivel de complejidad.

Problema N° 7 propuesto (p 233)

Determina la media de los datos representados en los gráficos 1 y 2



Solución propuesta

Gráfico 1

$$\bar{x} = \frac{1(6) + 2(2) + 3(1) + 4(4) + 5(7)}{6 + 2 + 1 + 4 + 7} = \frac{64}{20} = 3.2$$

Gráfico 2

$$\bar{x} = \frac{1(4) + 2(2) + 3(5) + 4(5) + 5(4)}{4 + 2 + 5 + 5 + 4} = \frac{63}{20} = 3,15$$

Problema no contextualizado con alto nivel de complejidad.

LENGUAJE

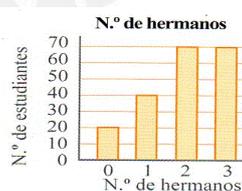
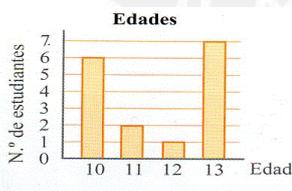
Verbal:

Relacionado con el contexto: estudiantes, edades, hermanos, familias, hijos, niños
 Términos matemáticos: Media, gráfico, ejes de coordenadas, frecuencia

Simbólico:

\bar{x} , ., +, /

Gráfico:



DEFINICIONES Y CONCEPTOS

Frecuencia, media ponderada.

PROCEDIMIENTOS

Para calcular la media ponderada se identifica la frecuencia de cada clase, multiplica cada clase por su frecuencia, suma los productos, el resultado de los productos lo divide entre la suma de frecuencias.

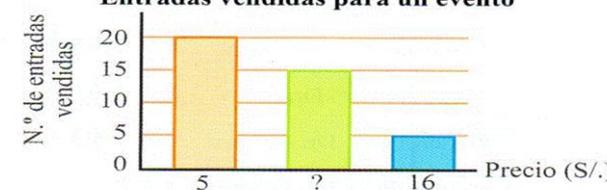
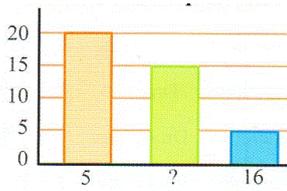
| |
|--|
| PROPOSICIONES – PROPIEDADES |
| <p>La media de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de variable.</p> <p>La media puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos.</p> <p>En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.</p> |
| ARGUMENTOS |
| <p>Cuando en la gráfica aparecen datos y otros distintos referidos a los primeros estos se identifican como valores ponderados.</p> |

Tabla 9. Configuración epistémica del problema 4 del texto MED

| |
|--|
| SITUACIÓN PROBLEMA |
| <p>Problema N° 4 propuesto (p 233)</p> <p>Determinar la media en cada caso:</p> <p>a) Las notas de Matemática de un grupo de estudiantes son 12; 16; 18; 12; 15; 13; 16; 12; 18; 12; 16; 12; 14; 12; 11; 12.</p> <p>b) Las edades de un grupo de estudiantes son 11; 12; 10; 11; 12; 11; 10; 13; 11; 12; 11; 13; 12; 14; 12; 11.</p> |
| <p>Solución propuesta</p> <p>a)</p> $\bar{x} = \frac{12 + 16 + 18 + 12 + 15 + 13 + 16 + 12 + 18 + 12 + 16 + 12 + 14 + 12 + 11 + 12}{16}$ $= \frac{221}{16} = 13.81$ <p>Otra forma:</p> $\bar{x} = \frac{11(1) + 12(7) + 13(1) + 14(1) + 15(1) + 16(3) + 18(2)}{1 + 7 + 1 + 1 + 1 + 3 + 2} = \frac{221}{16} = 13.81$ <p>b)</p> $\bar{x} = \frac{12 + 10 + 11 + 12 + 11 + 10 + 13 + 11 + 12 + 11 + 13 + 12 + 14 + 12 + 11}{15}$ $= \frac{175}{15} = 11.67$ <p>Otra forma:</p> $\bar{x} = \frac{10(2) + 11(5) + 12(5) + 13(2) + 14(1)}{2 + 5 + 5 + 2 + 1} = \frac{175}{15} = 11.67$ |

| |
|--|
| Problema no contextualizado con bajo nivel de complejidad. |
| LENGUAJE |
| <p>Verbal:</p> <p>Relacionados al contexto: notas de matemática, edades de estudiantes.</p> <p>Términos matemáticos: media, suma, producto, división,</p> <p>Simbólico:</p> <p>\bar{x}, ., +, /</p> |
| DEFINICIONES Y CONCEPTOS |
| <p>Definición de la media aritmética como algoritmo de cálculo: suma de todos los valores dividida por el número de valores.</p> <p>Definición de media ponderada.</p> |
| PROCEDIMIENTOS |
| <p>Cálculo de la media de una variable con datos aislados.</p> <p>Para hallar la media:</p> <p>Se suman todos los datos dados y se divide entre el número total de datos.</p> <p>Para hallar la media ponderada:</p> <p>Se multiplica cada dato por el número de veces que se repite, se suman los productos y se divide entre el número total de datos.</p> |
| PROPOSICIONES - PROPIEDADES |
| <p>En el cálculo de la media intervienen todos los datos.</p> <p>La media de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de la variable.</p> <p>La media es un representante de un colectivo.</p> |

Tabla 10. Configuración epistémica del problema 8 del texto MED

| |
|--|
| <p>SITUACIÓN PROBLEMA</p> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-bottom: 10px;"> <p style="text-align: center;">Problema N°8 propuesto (p 233)</p> <p style="text-align: center;">Observa el gráfico.</p> <p style="text-align: center;">Entradas vendidas para un evento</p>  <p style="text-align: center;">Si el precio promedio de la entrada es S/. 9, ¿cuál es la cantidad desconocida?</p> </div> <p>Solución propuesta</p> $9 = \frac{5(20) + x(15) + 16(5)}{20 + 15 + 5} = \frac{180 + 15x}{40}$ $9 \cdot 40 = 180 + 15x$ $x = \frac{360 - 180}{15} = 12$ <p>Problema no contextualizado con nivel alto de complejidad.</p> |
| <p>LENGUAJE</p> |
| <p>Verbal:</p> <p style="padding-left: 20px;">Relacionadas con el contexto: N° de entradas vendidas, precio.</p> <p style="padding-left: 20px;">Términos matemáticos: promedio, producto, suma, resta, división.</p> <p>Simbólico:</p> <p style="padding-left: 20px;">x, +, -, ·, /, =</p> <p>Gráfico:</p>  |
| <p>DEFINICIONES Y CONCEPTOS</p> |

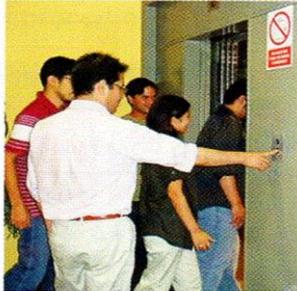
| |
|--|
| <p>Frecuencia.</p> <p>Media ponderada.</p> <p>Ecuación.</p> |
| PROCEDIMIENTOS |
| <p>Se invierte el algoritmo de la media ponderada</p> <p>Para hallar el dato desconocido:</p> <p>Se forma la ecuación en un miembro de la ecuación va el precio promedio y en el otro miembro se coloca la suma de los productos de las frecuencias por su marca de clase, dividido entre el número total de las frecuencias. Resolvemos la ecuación y obtenemos el valor desconocido.</p> |
| PROPOSICIONES – PROPIEDADES |
| <p>En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.</p> <p>La suma de las desviaciones de un conjunto de datos con respecto a su media es cero.</p> |

Tabla 11. Configuración epistémica del problema 9 del texto MED

| SITUACIÓN PROBLEMA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-------------------|-----|-------------------|-----------|--------|-------|--------|---------|--------|-------|--------|-------|--------|------|--------|-------|--------|-------|--------|
| <p>Problema N° 9 propuesto (p 234)</p> <p>La asistencia mensual al centro comercial Todo Barato durante 8 meses del año fue:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Mes</th> <th>N.º de visitantes</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Diciembre</td> <td>32 500</td> </tr> <tr> <td>Enero</td> <td>22 500</td> </tr> <tr> <td>Febrero</td> <td>20 300</td> </tr> <tr> <td>Marzo</td> <td>19 000</td> </tr> <tr> <td>Abril</td> <td>19 800</td> </tr> <tr> <td>Mayo</td> <td>25 600</td> </tr> <tr> <td>Junio</td> <td>24 600</td> </tr> <tr> <td>Julio</td> <td>28 000</td> </tr> </tbody> </table> <p>a) ¿Qué mes sugerirías a la administración para realizar un evento? ¿Por qué?</p> <p>b) Si una persona está pensando en establecer un negocio en ese centro comercial y desea saber si Todo Barato tiene regularmente una buena asistencia de compradores, ¿qué dato le conviene averiguar? ¿Por qué?</p> | | Mes | N.º de visitantes | Diciembre | 32 500 | Enero | 22 500 | Febrero | 20 300 | Marzo | 19 000 | Abril | 19 800 | Mayo | 25 600 | Junio | 24 600 | Julio | 28 000 |
| Mes | N.º de visitantes | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Diciembre | 32 500 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Enero | 22 500 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Febrero | 20 300 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Marzo | 19 000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Abril | 19 800 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Mayo | 25 600 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Junio | 24 600 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Julio | 28 000 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Solución propuesta</p> <p>a) Sugeriría a la administración que realice el evento en diciembre, porque en ese mes hay un mayor número de visitantes al centro comercial.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| |
|---|
| <p>b) Si se desea saber la cantidad de asistentes que regularmente tiene el centro comercial conviene conocer la media aritmética porque es el valor que mejor representa a un conjunto de datos uniformemente distribuidos.</p> <p>Problema contextualizado con nivel medio de complejidad.</p> |
| <p>LENGUAJE</p> |
| <p>Verbal: Relacionado con el contexto: asistencia mensual, centro comercial, mes número de visitantes</p> |
| <p>DEFINICIONES Y CONCEPTOS</p> |
| <p>Promedio</p> |
| <p>PROCEDIMIENTOS</p> |
| <p>Analizar los datos presentados en el cuadro.</p> |
| <p>PROPOSICIONES - PROPIEDADES</p> |
| <p>La media es un representante de un colectivo</p> |

Tabla 12. Configuración epistémica del problema 10 del texto MED

| |
|--|
| <p>SITUACIÓN PROBLEMA</p> |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p style="text-align: center;">Problema N° 10 propuesto (p 234)</p> <p style="text-align: center;">Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 kg y el de los hombres es 80 kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?</p>  </div> |
| <p>Solución propuesta</p> <p>4 mujeres → el peso promedio es: $\bar{x}_m = 60$ kg</p> <p>6 hombres → el peso promedio es: $\bar{x}_h = 80$ kg</p> <p>\bar{x}_t : peso promedio de las 10 personas</p> |

$$\bar{x}_t = \frac{60(4) + 80(6)}{10} = \frac{720}{10} = 72 \text{ kg}$$

Problema contextualizado con nivel medio de complejidad.

LENGUAJE

Verbal:

Relacionado con el contexto: personas, mujeres, hombres, ascensor, peso, kilogramos.

Términos matemáticos: promedio, suma multiplicación, división

Simbólico:

\bar{x} , ., +, /, =

DEFINICIONES Y CONCEPTOS

Promedio

PROCEDIMIENTOS

Para hallar el peso promedio se multiplica cada promedio por el número de personas que forman ese promedio, se suman los productos y el resultado se divide entre el número total de personas.

PROPOSICIONES - PROPIEDADES

Si f_1 números tienen la media m_1 , f_2 números tienen la media m_2, \dots, f_k números tienen la media m_k , entonces la media de todos los números es

$$\bar{X} = \frac{f_1 m_1 + f_2 m_2 + f_3 m_3 + \dots + f_k m_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k}$$

Es decir una media ponderada de todas las medias.

Tabla 13. Configuración epistémica del problema 11 del texto MED

SITUACIÓN PROBLEMA

Problema N° 11 propuesto (p 234)

Analiza el pictograma y responde

N.º de pacientes atendidos en enero en la clínica Buena Salud

| | | |
|-------------|-------------|-----------------|
| Pediatría | Dra. Díaz | ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ |
| Ortopedia | Dra. Tito | ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ |
| General | Dr. Aguirre | ■ ■ ■ ■ ■ |
| Cardiología | Dr. Lozano | ■ ■ ■ |

Cada ■ representa 10 pacientes atendidos.

- ¿Cuántos pacientes atendió cada especialista?
- ¿Cuántos pacientes más atendió la doctora Tito que el doctor Lozano en enero?

En promedio, ¿cuántos pacientes atendió un médico de la clínica Buena Salud en el mes de enero?

Si cada consulta en la clínica Buena Salud tiene un costo de S/. 80, ¿cuánto dinero recibió por atención médica durante el mes de enero?

Solución propuesta

Cada especialista atendió:

Pediatría : $8(10) = 80$ pacientes

Ortopedia: $7(10) = 70$ pacientes

General: $5(10) = 50$ pacientes

Cardiología: $3(10) = 30$ pacientes

La doctora Tito atendió: 70 pacientes

El doctor Lozano atendió: 30 pacientes

$70 - 30 = 40$ pacientes más atendió la doctora Tito.

Promedio de pacientes atendidos por un médico en la clínica Buena Salud.

$$\bar{x} = \frac{80+70+50+30}{4} = \frac{230}{4} = 57.5 \text{ pacientes.}$$

Cantidad total recibida por atención médica durante el mes de enero:

$$230(80) = \text{S/. } 18400$$

| |
|--|
| Problema contextualizado con nivel alto de complejidad. |
| LENGUAJE |
| <p>Verbal:</p> <p>Relacionados con el contexto: pacientes, clínica, pediatría, ortopedia, general, cardiología, especialista.</p> <p>Términos matemáticos: pictograma, promedio.</p> <p>Simbólico:</p> <p>\bar{x}, .., +, -, /, =</p> |
| DEFINICIONES Y CONCEPTOS |
| Promedio |
| PROCEDIMIENTOS |
| <p>Para hallar el promedio de pacientes atendidos por un médico:</p> <p>Se suman las cantidades de pacientes atendidos por cada especialista y se divide entre el número de especialistas.</p> |
| PROPOSICIONES - PROPIEDADES |
| <p>En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.</p> <p>La media puede ser una fracción que no sea posible en la realidad.</p> |

En las tereas analizadas en el texto del MED, encontramos que:

De los 11 problemas presentados seis no son contextualizados. Para que un problema sea contextualizado no basta con darle un nombre a la variable, como se presenta en los problemas 4, 5, 6, 7 y 8, sino, comprende el conjunto del que se recogieron los datos.

Por otro lado, tres de los problemas presentados tienen bajo nivel de complejidad, donde se aplica directamente el algoritmo de la media aritmética; dos tienen un nivel medio de complejidad, pues, para su solución se requiere extraer los datos de la variable de tablas de frecuencia; cinco problemas presentan un nivel alto de complejidad pues en ellos se requiere

extraer datos de gráficos y en otros casos aplicar el proceso inverso del algoritmo de cálculo de la media aritmética.

Asimismo, de la solución de todos los problemas emergen las definiciones de media aritmética o de media ponderada.

De todos los problemas presentados emergen diversas propiedades, la propiedad que más emerge es: *en el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos.*

Son pocos los problemas presentados en los que hay que argumentar, ya que directamente se les pide hallar la media aritmética del conjunto de datos o la media ponderada.

3.2.2 Configuración epistémica de las tareas en el texto de Matemática Para Todos del primer grado de secundaria MPT.

En esta sección mostramos las configuraciones epistémicas de las tareas presentadas en el texto de Matemática para todos (MPT).

Tabla 14. Configuración epistémica del problema 3, 5 y 8 del texto MPT

| SITUACIÓN PROBLEMA |
|--|
| <p>Problema N° 3 resuelto (p 19)</p> <p>Ejemplo A</p> <p>Determina el promedio y redondea el resultado al primer decimal.</p> <p>a) 16,0; 15,0; 15,5; 16,5; 15,7; 16,1</p> <p>b) 1,22 m; 1,2 m; 1,19 m; 1,2 m; 1,35 m</p> <p>Solución:</p> <p>a) $\frac{16,0 + 15,0 + 15,5 + 16,5 + 15,7 + 16,1}{6} = 94,8 : 6 = 15,8$. El promedio es 15,8.</p> <p>b) $\frac{1,22\text{ m} + 1,2\text{ m} + 1,19\text{ m} + 1,2\text{ m} + 1,35\text{ m}}{5} = 6,16\text{ m} : 5 = 1,23\text{ m}$. El promedio redondeado es 1,2 m.</p> <p>Problema no contextualizado, con bajo nivel de complejidad.</p> |
| <p>Problema N° 5 propuesto (p 20)</p> <p>Calcula el promedio. Redondea al decimal indicado.</p> <p>a) 2,50 m; 2,10 m; 1,80 m; 1,90 m; 1,75 m; 2,05 m; 2,15 m (2 decimales)</p> <p>b) 12,4 kg; 12,1 kg; 14,4 kg; 11,8 kg; 12,5 kg (1 decimal)</p> <p>c) 0,55 t; 0,61 t; 0,58 t; 0,59 t; 0,75 t; 0,52 t; 0,63 t (2 decimales)</p> |

Solución propuesta

a)

$$\bar{x} = \frac{2.50 + 2.10 + 1.80 + 1.90 + 1.75 + 2.05 + 2.15}{7} = \frac{14.25}{7} = 2.035 \approx 2.04$$

b)

$$\bar{x} = \frac{12.4 + 12.1 + 14.4 + 11.8 + 12.5}{5} = \frac{63.2}{5} = 12.64 \approx 12.6$$

c)

$$\bar{x} = \frac{0.55 + 0.61 + 0.58 + 0.59 + 0.75 + 0.52 + 0.63}{7} = \frac{4.23}{7} = 0.6042 \approx 0.60$$

Problema no contextualizado con bajo nivel de complejidad.

Problema N° 10 propuesto (p 21)

Carlos entrena salto largo. Él ha anotado la longitud de sus saltos (en m) durante varios días:

| | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|
| Lu: | 3,95 | 4,05 | 3,78 | 3,82 | 4,15 | 3,79 |
| Ma: | 3,75 | 3,15 | 3,94 | 3,90 | 4,15 | |
| Mi: | 3,97 | 3,61 | 3,93 | 4,03 | 4,21 | |
| Ju: | 3,67 | 3,76 | 3,81 | 4,12 | 4,12 | 3,90 |

¿En qué día tuvo mejor resultado?

Solución propuesta

$$\bar{x}_l = \frac{3.95 + 4.05 + 3.78 + 3.82 + 4.15 + 3.79}{6} = \frac{23.54}{6} = 3.9233$$

$$\bar{x}_{Ma} = \frac{3.75 + 3.15 + 3.94 + 3.90 + 4.15}{5} = \frac{18.89}{5} = 3.778$$

$$\bar{x}_{Mi} = \frac{3.97 + 3.61 + 3.93 + 4.03 + 4.21}{5} = \frac{19.75}{5} = 3.95$$

$$\bar{x}_j = \frac{3.67 + 3.76 + 3.81 + 4.12 + 4.12 + 3.90}{6} = \frac{23.38}{6} = 3.8966$$

El miércoles obtuvo el mejor resultado.

Problema contextualizado con bajo nivel de complejidad.

LENGUAJE

Verbal:

Relacionados con el contexto: no es un problema contextualizado

Términos matemáticos: Promedio, decimales

Simbólico:

\bar{x} , ., +, /, =, \approx

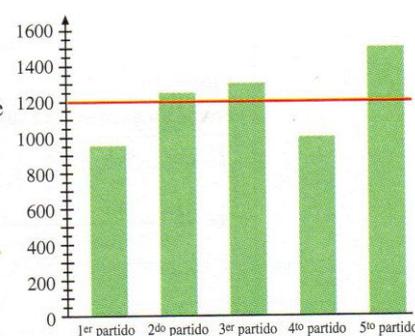
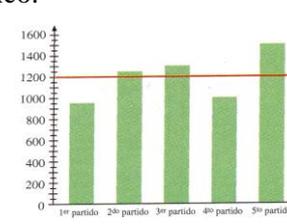
| |
|---|
| DEFINICIONES Y CONCEPTOS |
| Suma de números decimales, media aritmética |
| PROCEDIMIENTOS |
| Se suman todos los valores y después se divide por el número de valores. |
| PROPOSICIONES - PROPIEDADES |
| La media de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de la variable. La media puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos. |
| ARGUMENTOS |
| Como tengo que comparar los resultados diarios y cada día tengo varios datos entonces primero tengo que obtener el promedio por día. |

Tabla 15. Configuración epistémica del problema 4 y 8 del texto MPT

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SITUACIÓN PROBLEMA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p style="text-align: center;">Problema N° 4 resuelto (p 19)</p> <p>Ejemplo B</p> <p>Determina el promedio y redondea el resultado al primer decimal. En una medición se obtuvo resultados repetidos: 2 veces 5 ℓ; 3 veces 6 ℓ; 4 veces 4 ℓ y 3 veces 3 ℓ. Al calcular el promedio se debe considerar cuántas veces se presentó cada resultado, multiplicando.</p> <p>Solución: $\frac{2 \cdot 5\ell + 3 \cdot 6\ell + 4 \cdot 4\ell + 3 \cdot 3\ell}{12} = 53 \ell : 12 \approx 4,4 \ell$. El promedio redondeado es 4,4 ℓ.</p> <p style="text-align: center;">Problema no contextualizado con bajo nivel de complejidad.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p style="text-align: center;">Problema N° 8 propuesto (p 20)</p> <p>La señora Izquierdo escribe en la pizarra el resultado del dictado de inglés:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>N° de errores</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td> </tr> <tr> <td>Alumnos</td> <td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td> </tr> </table> <p>a) Calcula el promedio de errores por alumno. Redondea al primer decimal. b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron mejor resultado que el promedio? ¿Cuánto es eso en porcentaje?</p> <p>Solución propuesta</p> <p>a)</p> | N° de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 |
| N° de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | |

| |
|---|
| $\bar{x} = \frac{0(3) + 1(2) + 2(1) + 3(2) + 4(3) + 5(5) + 6(4) + 7(2) + 8(1) + 9(2) + 10(1) + 11(0) + 12(2)}{28}$ $\bar{x} = \frac{145}{28} = 5.178 \approx 5.2$ <p>b) $3+2+1+2+3+5 = 16$ alumnos obtuvieron mejor resultado que el promedio. Total de alumnos: $3+2+1+2+3+5+4+2+1+2+1+0+2 = 28$ Porcentaje: $\frac{16}{28} \times 100 = 57.1 \%$</p> <p>Problema contextualizado con nivel alto de complejidad. Ya que, después de extraer los datos de la tabla se aplica la definición de media ponderada y volver a extraer de la tabla la cantidad de alumnos que obtuvieron mejor promedio que la media y además expresarlo en porcentaje.</p> |
| <p>LENGUAJE</p> |
| <p>Verbal:</p> <p>Relacionado con el contexto: no es un problema contextualizado.</p> <p>Términos matemáticos: Promedio, decimal</p> <p>Simbólico:</p> <p>\bar{x}, ., +, /, =</p> |
| <p>DEFINICIONES Y CONCEPTOS</p> |
| <p>Definición de media ponderada</p> |
| <p>PROCEDIMIENTOS</p> |
| <p>Multiplicar cada medida por el número de repeticiones, suma dichos productos y divide entre el número total de mediciones.</p> |
| <p>PROPOSICIONES – PROPIEDADES</p> |
| <p>La media de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de la variable.</p> <p>La media puede no coincidir con ninguno de los valores de los datos.</p> |

Tabla 16. Configuración epistémica del problema 1 del texto MPT

| <p>SITUACIÓN PROBLEMA</p> | | | | | | | | | | | | |
|--|--------------|--------------|-------------|-----|-------------|------|-------------|------|-------------|------|-------------|------|
| <p>Problema N° 1 propuesto (p 19)</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>En los últimos partidos de un popular equipo de fútbol se registraron récords en la asistencia de los espectadores.</p> <p>a) Lee en el siguiente gráfico la cantidad de espectadores de los últimos 5 partidos locales.</p> <p>b) ¿Cuántos espectadores asistieron en total?</p> <p>c) ¿Qué significa la recta roja que figura en el gráfico?</p> | | | | | | | | | | | | |
|  <table border="1"> <caption>Data for Problema N° 1 propuesto (p 19)</caption> <thead> <tr> <th>Partido</th> <th>Espectadores</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1er partido</td> <td>950</td> </tr> <tr> <td>2do partido</td> <td>1250</td> </tr> <tr> <td>3er partido</td> <td>1300</td> </tr> <tr> <td>4to partido</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>5to partido</td> <td>1500</td> </tr> </tbody> </table> | Partido | Espectadores | 1er partido | 950 | 2do partido | 1250 | 3er partido | 1300 | 4to partido | 1000 | 5to partido | 1500 |
| Partido | Espectadores | | | | | | | | | | | |
| 1er partido | 950 | | | | | | | | | | | |
| 2do partido | 1250 | | | | | | | | | | | |
| 3er partido | 1300 | | | | | | | | | | | |
| 4to partido | 1000 | | | | | | | | | | | |
| 5to partido | 1500 | | | | | | | | | | | |
| <p>Solución propuesta</p> <p>a) 1er. partido: 950 espectadores</p> <p>2do. partido: 1250 espectadores</p> <p>3er. partido: 1300 espectadores</p> <p>4to. partido: 1000 espectadores</p> <p>5to. partido: 1500 espectadores</p> <p>b) total = $950+1250+1300+1000+1500 = 6000$ espectadores</p> <p>c) la recta roja significa la cantidad equitativa de espectadores en los cinco partidos.</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>Problema contextualizado con alto nivel de complejidad.</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>LENGUAJE</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>Verbal:</p> <p>Relacionado con el contexto: partidos, equipo de futbol, asistencia, espectadores</p> <p>Gráfico:</p>  | | | | | | | | | | | | |
| <p>DEFINICIONES Y CONCEPTOS</p> | | | | | | | | | | | | |
| <p>Promedio</p> | | | | | | | | | | | | |

| |
|--|
| PROCEDIMIENTOS |
| Obtener de la gráfica el número de espectadores por partido. Sumar la cantidad de espectadores de cada partido. |
| PROPOSICIONES – PROPIEDADES |
| La suma de las desviaciones de un conjunto de datos respecto a su media es cero. |

Tabla 17. Configuración epistémica del problema 2, 6, 7 y 9 del texto MPT

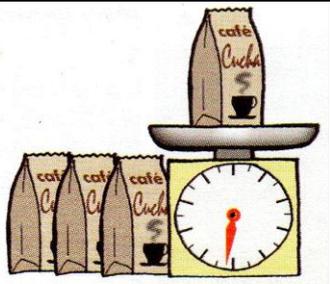
SITUACIÓN PROBLEMA

Problema N° 2 propuesto (p 19)

CASO 2
El café es vendido en paquetes de $\frac{1}{2}$ kg. Durante un control de varios paquetes se vuelve a pesar la cantidad de café y se anota el peso real. ¿Cuántos g de café hay en promedio en un paquete?

Café Cucha

| | | | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Control | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Peso en g | 502 | 495 | 510 | 498 | 488 | 506 | 504 | 497 |



Solución propuesta

$$\bar{x} = \frac{502 + 495 + 510 + 498 + 488 + 506 + 504 + 497}{8} = \frac{4000}{8} = 500$$

El promedio de la cantidad de gramos de café en los paquetes es de 500 g.

Problema contextualizado con bajo nivel de complejidad.

Problema N° 6 propuesto (p 20)

Las cuatro secciones de 1^{er} de secundaria tienen 26, 27, 28 y 29 alumnos, respectivamente. Determina el promedio de alumnos por sección.

Solución propuesta

$$\bar{x} = \frac{26 + 27 + 28 + 29}{4} = \frac{110}{4} = 27.5$$

Problema contextualizado con bajo nivel de complejidad.

Problema N° 7 propuesto (p 20)

El té es vendido en paquetes de 250 g y de 500 g. Para el control respectivo se pesan nuevamente 10 paquetes y se anotan los pesos reales:

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Paquete de 250 g: | 253 g | 249 g | 243 g | 254 g | 245 g | 247 g | 253 g | 251 g | 252 g | 246 g |
| Paquete de 500 g: | 502 g | 505 g | 482 g | 495 g | 501 g | 507 g | 515 g | 498 g | 494 g | 502 g |

Calcula el peso promedio de cada tipo de paquete. Redondea al gramo.

Solución propuesta

a) Paquete de 250 g.

$$\bar{x} = \frac{253 + 249 + 243 + 254 + 245 + 247 + 253 + 251 + 252 + 246}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{2493}{10} = 249.3 \text{ g.}$$

b) Paquete de 500 g.

$$\bar{x} = \frac{502 + 505 + 482 + 495 + 501 + 507 + 515 + 498 + 494 + 502}{10}$$

$$\bar{x} = \frac{5001}{10} = 500.1 \text{ g.}$$

Problema contextualizado con bajo nivel de complejidad.

Problema N° 9 propuesto (p 20)

Aldo y Miriam han realizado diferentes recorridos en bicicleta durante sus vacaciones. Calcula el promedio de los recorridos diarios de cada uno.

| | Aldo | Miriam |
|---------------------|---------|---------|
| 1 ^{er} día | 14,5 km | 12,5 km |
| 2 ^{do} día | 18,5 km | 23,5 km |
| 3 ^{er} día | 22 km | 16 km |
| 4 ^{to} día | 18 km | 28 km |
| 5 ^o día | 34,5 km | 24 km |
| 6 ^o día | 12 km | 15,7 km |
| 7 ^{mo} día | 26 km | 26 km |
| 8 ^o día | 24 km | 29 km |



Solución propuesta

a) Aldo:

$$\bar{x} = \frac{14.5 + 18.5 + 22 + 18 + 34.5 + 12 + 26 + 24}{8} = \frac{169.5}{8} = 21.19$$

b) Miriam

$$\bar{x} = \frac{12.5 + 23.5 + 16 + 28 + 24 + 15.7 + 26 + 29}{8} = \frac{174.7}{8} = 21.84$$

Problema contextualizado con bajo nivel de complejidad.

LENGUAJE

Verbal:

Relacionado al contexto: café, paquetes, peso real, gramos, kilogramos, secciones del nivel secundario, alumnos, té, recorrido en bicicleta, vacaciones.

Términos matemáticos: promedio

Simbólico:

$$\bar{x}, ., +, /, =$$

DEFINICIONES Y CONCEPTOS

Promedio

PROCEDIMIENTOS

Para hallar el promedio se suman todos los datos y se divide entre el número total de datos.

| |
|--|
| <p>PROPOSICIONES – PROPIEDADES</p> <p>La media aritmética de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de la variable.</p> <p>En el cálculo de la media aritmética intervienen todos los valores de los datos.</p> <p>La media aritmética es un representante de un colectivo.</p> |
|--|

Tabla 18. Configuración epistémica del problema 11 del texto MPT

| |
|--|
| <p>SITUACIÓN PROBLEMA</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px auto; width: 80%;"> <p style="text-align: center;">Problema N° 11 propuesto (p 21)</p> <p>Rafaela ha pesado 10 manzanas. Juntas pesan 1,2 kg.</p> <p>a) ¿Cuántos g pesa una manzana en promedio?</p> <p>b) ¿Cuántos kg pesarían 200 de estas manzanas aproximadamente?</p> <p>c) ¿Cuántas de estas manzanas entrarían aproximadamente en una caja de 20 kg?</p> </div> <p>Solución propuesta</p> <p>a) una manzana en promedio pesa = $\frac{1.2}{10} = 0.12$ kg.</p> <p>b) 200 manzanas pesarán = $200(0.12) = 24$ kg.</p> <p>c) en una caja de 20 kg. entrará = $\frac{20\text{kg}}{0.12\text{kg}} = 166.67 \approx 166$ manzanas</p> <p>Problema contextualizado con nivel medio de complejidad.</p> |
| <p>LENGUAJE</p> <p>Verbal:</p> <p style="padding-left: 20px;">Relacionado con el contexto: peso, manzanas, kilogramos, caja.</p> <p style="padding-left: 20px;">Términos matemáticos: promedio.</p> <p>Simbólico:</p> <p>\bar{x}, ., /, =, \approx</p> |
| <p>DEFINICIONES Y CONCEPTOS</p> <p>Promedio</p> |
| <p>PROCEDIMIENTOS</p> <p>Para hallar el peso promedio de una manzana:</p> <p style="padding-left: 20px;">Se divide el peso total entre el número de manzanas.</p> <p>Para hallar el peso de 200 manzanas:</p> <p style="padding-left: 20px;">Se multiplica el peso promedio de una manzana por el número de manzanas.</p> |

Para hallar el número de manzanas que entrarían en una caja de 20 kilogramos:

Se divide el peso de soporte de la caja entre el peso promedio de una manzana.

PROPOSICIONES – PROPIEDADES

La media es un representante de un colectivo.

Tabla 19. Configuración epistémica del problema 12 del texto MPT

SITUACIÓN PROBLEMA

Problema N° 12 propuesto (p 21)

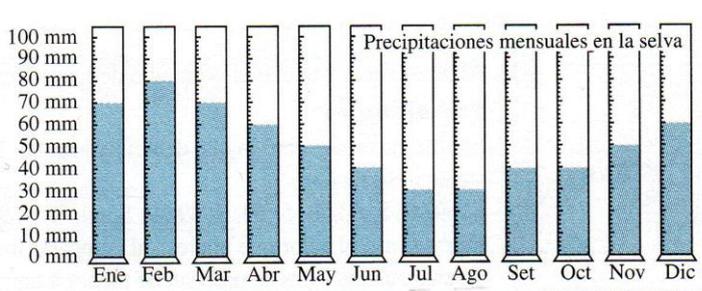
10.

a) Representa en una tabla las precipitaciones que hubo en la selva.

b) Calcula el promedio anual de precipitaciones.

c) Calcula cuántos mm de lluvia se precipitaron mensualmente en promedio durante cada período.

d) Compara los promedios obtenidos.



| | |
|---------------------|-------------------|
| (1) Julio - agosto | (2) Mayo - agosto |
| (3) Enero - febrero | (4) Enero - abril |

Solución propuesta

a)

| Mes | Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Set | Oct | Nov | Dic |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Precipitación mm. | 70 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 30 | 40 | 40 | 50 | 60 |

b)

$$\bar{x} = \frac{70 + 80 + 70 + 60 + 50 + 40 + 30 + 30 + 40 + 40 + 50 + 60}{12} = \frac{620}{12} = 51.67$$

El promedio anual de precipitación fluvial es 51.67 mm.

c)

$$\bar{x}_{J-A} = \frac{30 + 30}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ mm.}$$

$$\bar{x}_{M-A} = \frac{50 + 40 + 30 + 30}{4} = \frac{150}{4} = 37.5 \text{ mm.}$$

$$\bar{x}_{E-F} = \frac{70 + 80}{2} = \frac{150}{2} = 75 \text{ mm.}$$

$$\bar{x}_{E-A} = \frac{70 + 80 + 70 + 60 + 50 + 40 + 30 + 30}{8} = \frac{430}{8} = 53.75 \text{ mm.}$$

Problema contextualizado con nivel alto de complejidad.

LENGUAJE

Verbal:

Relacionado al contexto: lluvia, selva, meses.

Términos matemáticos: promedio, periodo.

Simbólico:

\bar{x} , +, /, =

Gráfico:

DEFINICIONES Y CONCEPTOS

Promedio

PROCEDIMIENTOS

Para realizar la tabla relaciona cada mes con su respectiva cantidad de precipitación pluvial.

Para hallar el promedio:

Suma las cantidades de precipitaciones pluviales de todos los meses y divide entre el número de meses.

PROPOSICIONES – PROPIEDADES

La media es un representante de un colectivo.

La suma de las desviaciones de un conjunto de datos respecto a su media es cero

Tabla 20. Configuración epistémica del problema 13 y 14 del texto MPT

SITUACIÓN PROBLEMA

Problema N° 13 propuesto (p 21)

¿Qué número tiene que sustituir a x para obtener el promedio indicado?

a) 2; 3; 2; 2; x ; 3 (promedio 2,5) b) 44; 45; x ; 43; 46 (promedio 45)

c) 22,5; 23; x ; 21,5; 23,2 (22,4) d) 14,75; 13,8; 14,2; 13,25; x (14)

Solución propuesta

a)

$$2.5 = \frac{2+3+2+2+x+3}{6}$$

$$15 = 12 + x$$

$$x = 15 - 12$$

$$x = 3$$

c)

$$22.4 = \frac{22.5+23+x+21.5+23.2}{5}$$

$$112 = 90.2 + x$$

$$x = 112 - 90.2$$

$$x = 21.8$$

b)

$$45 = \frac{44+45+x+43+46}{5}$$

$$225 = 178 + x$$

$$x = 225 - 178$$

$$x = 47$$

d)

$$14 = \frac{14.75+13.8+14.2+13.25+x}{5}$$

$$70 = 56 + x$$

$$x = 70 - 56$$

$$x = 14$$

Problema no contextualizado con nivel medio de complejidad.

Problema N° 14 propuesto (p 21)

Gabriel corre todas las mañanas. Él anota diariamente su recorrido (en km):

| Día | Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Recorrido | 7,9 | 8,3 | 9,1 | 6,8 | 7,6 | |

¿Cuántos km tiene que correr el sábado para obtener un recorrido promedio de 7,5 km diarios?

Solución propuesta

$$7.5 = \frac{7.9 + 8.3 + 9.1 + 6.8 + 7.6 + x}{6}$$

$$45 = 39.7 + x$$

$$x = 45 - 39.7$$

$$x = 5.3$$

El sábado tiene que recorrer 5.3 km.

| |
|--|
| Problema contextualizado con nivel alto de complejidad. |
| LENGUAJE |
| <p>Verbal:</p> <p>Relacionado con el contexto: días de la semana, recorrido, kilómetros</p> <p>Términos matemáticos: promedio, decimales</p> <p>Simbólico:</p> <p>\bar{x}, ., +, /, =, x.</p> |
| DEFINICIONES Y CONCEPTOS |
| Promedio |
| PROCEDIMIENTOS |
| <p>Se invierte el algoritmo de la media aritmética.</p> <p>Para hallar el dato desconocido:</p> <p>Se forma una ecuación, en un miembro de la ecuación va el promedio y en el otro miembro se coloca la suma de todos los datos incluido la incógnita, dividida entre el número total de datos. Resolvemos la ecuación y obtenemos el valor desconocido.</p> |
| PROPOSICIONES – PROPIEDADES |
| En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos. |
| ARGUMENTOS |
| Si dan como dato el promedio. El valor desconocido es aquel que se halla empleando la definición de promedio. |

De las tareas analizadas en el texto MPT, encontramos que:

De los 14 problemas presentados cuatro no son contextualizados. Además, ocho de los problemas presentados tienen bajo nivel de complejidad, donde se aplica directamente el algoritmo de la media aritmética; uno tienen un nivel medio de complejidad, pues, para su solución se requiere extraer los datos de la variable de tablas de frecuencia; cinco problemas

presentan un nivel alto de complejidad pues en ellos se requiere extraer datos de gráficos y en otros casos aplicar el proceso inverso del algoritmo.

Asimismo, de la solución de todos los problemas emergen las definiciones de media aritmética o de media ponderada.

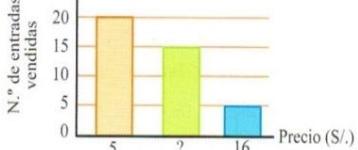
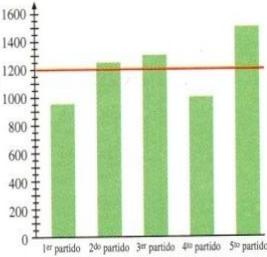
Además, de todos los problemas presentados emergen diversas propiedades, la propiedad que más emerge es: *la media es un representante de un conjunto de datos*

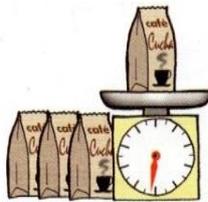
Son pocos los problemas presentados en los que hay que argumentar, ya que directamente se les pide hallar la media aritmética del conjunto de datos o la media ponderada.

3.3 Significados de la media aritmética en los libros de texto analizados

Presentamos la configuración de los dos textos seleccionados teniendo presente el trabajo expuesto por Cobo y Batanero (2004).

Tabla 21. Configuración epistémica de los textos en estudio

| Texto del MED | Texto MPT |
|---|---|
| <p data-bbox="225 1048 485 1084">Situaciones-problema</p> <p data-bbox="225 1133 802 1267">Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme.</p> <p data-bbox="316 1301 711 1337">Problema N° 8 propuesto (p.233)</p> <p data-bbox="328 1370 472 1397">Observa el gráfico.</p> <p data-bbox="389 1402 639 1429">Entradas vendidas para un evento</p>  <p data-bbox="328 1597 676 1648">Si el precio promedio de la entrada es S/. 9, ¿cuál es la cantidad desconocida?</p> | <p data-bbox="823 1133 1433 1267">Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme.</p> <p data-bbox="927 1301 1326 1337">Problema N° 1 propuesto (p. 19)</p> <p data-bbox="842 1413 903 1435">CASO 1</p> <p data-bbox="842 1440 1126 1507">En los últimos partidos de un popular equipo de fútbol se registraron récords en la asistencia de los espectadores.</p> <p data-bbox="842 1507 1126 1641">a) Lee en el siguiente gráfico la cantidad de espectadores de los últimos 5 partidos locales. b) ¿Cuántos espectadores asistieron en total? c) ¿Qué significa la recta roja que figura en el gráfico?</p>  |
| <p data-bbox="225 1709 802 1843">Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica.</p> <p data-bbox="316 1877 711 1912">Problema N° 4 propuesto (p.233)</p> | <p data-bbox="823 1709 1433 1843">Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica.</p> <p data-bbox="927 1877 1318 1912">Problema N°5 propuesto (p. 20)</p> |

| <p>Determina la media aritmética en cada caso:</p> <p>a) Las notas de Matemática de un grupo de estudiantes son 12; 16; 18; 12; 15; 13; 16; 12; 18; 12; 16; 12; 14; 12; 11; 12.</p> <p>b) Las edades de un grupo de estudiantes son 11; 12; 10; 11; 12; 11; 10; 13; 11; 12; 11; 13; 12; 14;</p> | <p>Calcula el promedio. Redondea al decimal indicado.</p> <p>a) 2,50 m; 2,10 m; 1,80 m; 1,90 m; 1,75 m; 2,05 m; 2,15 m (2 decimales)</p> <p>b) 12,4 kg; 12,1 kg; 14,4 kg; 11,8 kg; 12,5 kg (1 decimal)</p> <p>c) 0,55 t; 0,61 t; 0,58 t; 0,59 t; 0,75 t; 0,52 t; 0,63 t (2 decimales)</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---------|-----------|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|---|-----------|-----|---|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|---|---|---|---|---|----|----|----|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|--|-----|------|------|------|------|------|--|-----|------|------|------|------|------|------|
| <p>Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores.</p> <p>No se encontró</p> | <p>Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores.</p> <p>Problema N° 2 propuesto (p. 19)</p> <p>El café es vendido en paquetes de $\frac{1}{2}$ kg. Durante un control de varios paquetes se vuelve a pesar la cantidad de café y se anota el peso real. ¿Cuántos g de café hay en promedio en un paquete?</p>  <p>Café Cucha</p> <table border="1" data-bbox="837 862 1364 929"> <thead> <tr> <th>Control</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Peso en g</td> <td>502</td> <td>495</td> <td>510</td> <td>498</td> <td>488</td> <td>506</td> <td>504</td> <td>497</td> </tr> </tbody> </table> | Control | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Peso en g | 502 | 495 | 510 | 498 | 488 | 506 | 504 | 497 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Control | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Peso en g | 502 | 495 | 510 | 498 | 488 | 506 | 504 | 497 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población cuando la variable es aproximadamente simétrica.</p> <p>No se encontró</p> | <p>Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población cuando la variable es aproximadamente simétrica.</p> <p>No se encontró</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Lenguaje</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Verbales:</p> <p>Promedio aritmético, medida resumen, media aritmética, media, promedio,</p> | <p>Verbales:</p> <p>Promedio.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Tablas:</p> <table border="1" data-bbox="231 1702 446 1915"> <thead> <tr> <th>N° de maletas</th> <th>f</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x_1 = 1$</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>$x_2 = 2$</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>$x_3 = 3$</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>$x_4 = 4$</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>36</td> </tr> </tbody> </table> | N° de maletas | f | $x_1 = 1$ | 10 | $x_2 = 2$ | 16 | $x_3 = 3$ | 6 | $x_4 = 4$ | 4 | Total | 36 | <p>Tablas:</p> <table border="1" data-bbox="829 1691 1420 1780"> <thead> <tr> <th>N° de errores</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> <th>11</th> <th>12</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Alumnos</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" data-bbox="837 1825 1332 1960"> <tbody> <tr> <td>Lu:</td> <td>3,95</td> <td>4,05</td> <td>3,78</td> <td>3,82</td> <td>4,15</td> <td>3,79</td> </tr> <tr> <td>Ma:</td> <td>3,75</td> <td>3,15</td> <td>3,94</td> <td>3,90</td> <td>4,15</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Mi:</td> <td>3,97</td> <td>3,61</td> <td>3,93</td> <td>4,03</td> <td>4,21</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Ju:</td> <td>3,67</td> <td>3,76</td> <td>3,81</td> <td>4,12</td> <td>4,12</td> <td>3,90</td> </tr> </tbody> </table> | N° de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | Lu: | 3,95 | 4,05 | 3,78 | 3,82 | 4,15 | 3,79 | Ma: | 3,75 | 3,15 | 3,94 | 3,90 | 4,15 | | Mi: | 3,97 | 3,61 | 3,93 | 4,03 | 4,21 | | Ju: | 3,67 | 3,76 | 3,81 | 4,12 | 4,12 | 3,90 |
| N° de maletas | f | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_1 = 1$ | 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_2 = 2$ | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_3 = 3$ | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_4 = 4$ | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total | 36 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| N° de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Lu: | 3,95 | 4,05 | 3,78 | 3,82 | 4,15 | 3,79 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Ma: | 3,75 | 3,15 | 3,94 | 3,90 | 4,15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Mi: | 3,97 | 3,61 | 3,93 | 4,03 | 4,21 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Ju: | 3,67 | 3,76 | 3,81 | 4,12 | 4,12 | 3,90 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | |
|----|-------|----|----|----|----|----|
| a) | Edad | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| | f | 7 | 9 | 8 | 5 | 1 |
| b) | Notas | 08 | 10 | 12 | 16 | 17 |
| | f | 6 | 10 | 10 | 2 | 2 |

Símbolos:

$$\bar{x} = \frac{1(10) + 2(16) + 3(6) + 4(4)}{36}$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{n}$$

Símbolos:

$$\bar{x} = \frac{72 + 74 + 97 + 205 + 112 + 207 + 234 + 214 + 105 + 136 + 211 + 70}{12 \text{ (meses)}}$$

$\bar{x} = 145$

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_n}{n}$$

Gráficos:

Gráficos:

Definiciones

Media como promedio aritmético de un conjunto de datos.

Texto del MED (p.232)

El promedio aritmético es el resultado de dividir la suma de todos los datos entre la cantidad total de datos. Se simboliza con \bar{x} .

Media como promedio aritmético de un conjunto de datos.

$$\text{Promedio} = \frac{\text{Suma de todos los valores}}{\text{Cantidad de valores}}$$

Texto MPT (p.20)

| | <p>El promedio, por lo general, se escribe \bar{x}.</p> $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|-----|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-----------|------|-------|-----|---|---------------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|----|----|----|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <p>Media como la suma ponderada de cada uno de los valores de la variable, multiplicado por su frecuencia.</p> <p>Texto del MED (p.232)</p> $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{n}$ <p>Se trata del promedio ponderado.</p> | <p>Media como la suma ponderada de cada uno de los valores de la variable, multiplicado por su frecuencia.</p> <p>No presenta</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Procedimientos</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados.</p> $\frac{182 + 60 + 120 + 143}{4} = \frac{505}{4} = 126,25 \approx 126$ | <p>Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados.</p> <p>Promedio mensual de extranjeros que visitan el Museo de la Nación</p> <table border="1" data-bbox="833 999 1417 1133"> <tr> <td>Ene</td><td>Feb</td><td>Mar</td><td>Abr</td><td>May</td><td>Jun</td><td>Jul</td><td>Ago</td><td>Set</td><td>Oct</td><td>Nov</td><td>Dic</td> </tr> <tr> <td>72+</td><td>74+</td><td>97+</td><td>205+</td><td>112+</td><td>207+</td><td>234+</td><td>214+</td><td>105+</td><td>136+</td><td>211+</td><td>70</td> </tr> </table> <p>$\bar{x} = \frac{\dots}{12 \text{ (meses)}}$</p> <p>$\bar{x} = 145$ visitantes</p> | Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Set | Oct | Nov | Dic | 72+ | 74+ | 97+ | 205+ | 112+ | 207+ | 234+ | 214+ | 105+ | 136+ | 211+ | 70 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Ene | Feb | Mar | Abr | May | Jun | Jul | Ago | Set | Oct | Nov | Dic | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 72+ | 74+ | 97+ | 205+ | 112+ | 207+ | 234+ | 214+ | 105+ | 136+ | 211+ | 70 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Cálculo de la media de una variable discreta con datos presentados en tablas de frecuencia.</p> $\bar{x} = \frac{1(10) + 2(16) + 3(6) + 4(4)}{36}$ $\bar{x} = \frac{10 + 32 + 18 + 16}{36} = \frac{76}{36} = 2,1$ <p>Rosa multiplicó cada valor con su respectiva frecuencia, sumó los resultados, y la suma la dividió entre el total de datos. Es decir, aplicó la fórmula:</p> <table border="1" data-bbox="571 1429 785 1639"> <thead> <tr> <th>Nº de maletas</th> <th>f</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x_1 = 1$</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>$x_2 = 2$</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>$x_3 = 3$</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>$x_4 = 4$</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Total</td> <td>36</td> </tr> </tbody> </table> | Nº de maletas | f | $x_1 = 1$ | 10 | $x_2 = 2$ | 16 | $x_3 = 3$ | 6 | $x_4 = 4$ | 4 | Total | 36 | <p>Cálculo de la media de una variable discreta con datos presentados en tablas de frecuencia.</p> <p>La señora Izquierdo escribe en la pizarra el resultado del dictado de inglés:</p> <table border="1" data-bbox="833 1402 1423 1473"> <tr> <td>Nº de errores</td> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td> </tr> <tr> <td>Alumnos</td> <td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td> </tr> </table> <p>a) Calcule el promedio de errores por alumno. Redondea al primer decimal. b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron mejor resultado que el promedio? ¿Cuánto es eso en porcentaje?</p> | Nº de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 |
| Nº de maletas | f | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_1 = 1$ | 10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_2 = 2$ | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_3 = 3$ | 6 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $x_4 = 4$ | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total | 36 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Nº de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Cálculo de la media de una variable continua o discreta con datos agrupados en intervalos de clase.</p> <p>No presenta.</p> | <p>Cálculo de la media de una variable continua o discreta con datos agrupados en intervalos de clase.</p> <p>No presenta.</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | |
|--|--|
| Propiedades explícitas | |
| No presenta | Presenta una propiedad: El promedio no necesariamente figura como uno de los valores individuales. |
| Propiedades emergentes | |
| <ul style="list-style-type: none"> • En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos. • La media es un representante de un colectivo. • La suma de las desviaciones de un conjunto de datos respecto a su media es cero. • La media aritmética de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de la variable. • La media no puede coincidir con ninguno de los valores de los datos. | <ul style="list-style-type: none"> • En el cálculo de la media intervienen todos los valores de los datos. • La media es un representante de un colectivo. • La suma de las desviaciones de un conjunto de datos respecto a su media es cero. • La media aritmética de un conjunto de datos es siempre un valor perteneciente al rango de la variable. • La media no puede coincidir con ninguno de los valores de los datos. |
| Argumentos | |
| <ul style="list-style-type: none"> • Cuando en la gráfica aparecen datos y otros distintos referidos a los primeros estos se identifican como valores ponderados. | <ul style="list-style-type: none"> • Si dan como dato el promedio. Para hallar el valor desconocido se emplea la definición de promedio. |

Al llevar a cabo el análisis de los textos de primer grado de secundaria, en primer lugar se ha encontrado diferentes tipos diferenciados de problemas que, en su conjunto, definen el campo de problemas de aplicación de la media aritmética. A continuación, describimos estos campos de problemas:

- *Obtener una cantidad equitativa al hacer un reparto para conseguir una distribución uniforme.* Esta idea de media como reparto equitativo se encontró en los dos textos estudiados. La idea de distribución uniforme no aparece de forma explícita. Sin embargo, en el problema 3 (MED) y en el problema 1 (MPT) en los que se debe calcular la media de un conjunto de datos, está implícita la idea de uniformizar los valores de una variable.
- *Obtener un elemento representativo de un conjunto de valores dados cuya distribución es aproximadamente simétrica.* Este problema es el que más se ha encontrado en los textos

analizados; en el texto del MED. Por ejemplo en el problema 1, se pide hallar el promedio de un conjunto de distancia; en el cuarto problema, indica hallar la media de notas de un conjunto de estudiantes; en el sexto problema, el promedio del costo de alquiler de un conjunto de departamentos. Asimismo, en el texto de MPT, en el problema 3 se pide determinar el promedio de un conjunto de números; en el problema 5, el promedio de un conjunto de distancias; en el problema 6, el promedio de alumnos en conjunto de secciones.

- *Estimar una medida a partir de diversas mediciones realizadas, en presencia de errores.* Este tipo de problema se encontró en el texto de MPT, en los problemas 2 y 7, en el texto del MED no se encontró ningún problema de este tipo. Creemos que este tipo de problemas debería presentarse con más frecuencia porque es comprensible para los alumnos de estas edades y permite construir la idea de media como mejor estimador de una cantidad desconocida.
- *Estimar el valor que se obtendrá con mayor probabilidad al tomar un elemento al azar de una población cuando la variable es aproximadamente simétrica.* No se ha encontrado en ninguno de los dos textos analizados un problema que haga referencia a esta situación.

En segundo lugar, se analizaron los términos, los símbolos y las representaciones gráficas empleadas en el tema. En el texto del MED, la media se presenta con los nombres de *promedio aritmético*, *media aritmética*, *media*, *promedio* y en el texto MPT, la media aritmética solo presenta el término de *promedio* y esto puede causar confusión a los estudiantes por tratarse de un término general para las medidas de tendencia central. Así mismo, las notaciones simbólicas usadas en los libros de texto de nuestro análisis son, para la media \bar{x} , para los datos x_i , para la frecuencia f_i y denotan el total de datos por n . Estos símbolos se combinan en fórmulas que sirven para enseñar un procedimiento de cálculo.

En tercer lugar, al analizar las definiciones presentadas explícitamente en los textos, se observó que la definición de media aritmética, como promedio aritmético de un conjunto de datos, se presenta explícitamente en los dos textos analizados, y la definición de media como la suma ponderada de cada uno de los valores de la variable solo aparece en el texto del MED. Podemos apreciar que en los dos textos se presenta la definición a partir del algoritmo, enfatizando la idea de media como operación y no centrando la idea de media como representante de un conjunto de datos.

En cuarto lugar, en los ejercicios resueltos, se utilizan diversas técnicas específicas para el cálculo de la media aritmética o para la representación gráfica de los datos, que el estudiante debe aprender. Los dos textos presentan los dos casos siguientes:

Cálculo de la media de una variable discreta con datos aislados. En los dos textos se presentan; el algoritmo de cálculo para valores aislados, que consiste en la suma de todos los valores, dividiendo por el número de datos. Se introduce con una notación sencilla, sin emplear símbolos algebraicos. Además el texto de MPT emplea símbolos algebraicos como se puede observar en la tabla 21.

Cálculo de la media de una variable discreta con datos presentados en tablas de frecuencia. En este caso se debe aplicar el algoritmo de cálculo de la media ponderada, en el libro del MED la fórmula se da explícitamente y se presentan problemas para aplicarla; en el texto de MPT no se presenta esta fórmula pero sí problemas donde se deben aplicar este tipo de procedimientos.

En quinto lugar, respecto a las propiedades de la media aritmética, el libro del MED no presenta ninguna propiedad explícitamente y el libro MPT solo presenta una propiedad.

Finalmente, los textos presentan pocos problemas donde se tenga que argumentar o justificar los procedimientos y resultados.

3.4. Análisis de los textos referente a la configuración epistémica de referencia

En esta sección presentamos el análisis de las tareas de los dos textos de primer grado de secundaria según la configuración epistémica de referencia.

3.4.1. Análisis del contenido de las tareas presentadas en el texto del MED

Situaciones-problema

De los 11 problemas presentados cinco son contextualizados y están en contextos próximos al alumno y los diferentes grados de dificultad si se muestran progresivamente

Lenguaje

El texto presenta variedad de términos involucrados en el estudio de la media aritmética. Las expresiones verbales media, media aritmética y promedio son usadas de manera indistinta, aunque sabemos que este último tiene un significado más amplio. Respecto a los símbolos y notaciones, estos son usados en la formalización de la definición del objeto de estudio, como también en los procedimientos. También encontramos tablas de frecuencias.

Definiciones

La definición que se presenta en el texto es algorítmica, ya que nos da la definición como el proceso para encontrar la media. Dicha definición se presenta verbalmente no en forma algebraica. Por otra parte presenta la definición de media ponderada, algebraicamente.

Procedimientos

Al abordar el objeto de estudio se presenta la situación-problema N° 1 (resuelto), contextualizado, que para desarrollarla se aplica el algoritmo de la media aritmética para datos sin agrupar. Para luego darlo como definición verbal y presentar el símbolo \bar{x} . En otro ejemplo se presenta una tabla de frecuencias y se efectúa el procedimiento de la media ponderada, para luego definirla algebraicamente.

En el problema N° 3 se presentan dos gráficas de barras y se pide calcular la media \bar{x} , se realiza el algoritmo de la media ponderada sin explicar cuáles son los datos de la variable y las ponderaciones.

Propiedades

El texto no presenta ninguna propiedad

Argumentos

No se presentan de forma explícita situaciones-problema en la que se tenga que argumentar o justificar los procedimientos o resultados.

3.4.2. Análisis del contenido de las tareas presentadas en el texto del MPT

Situaciones-problema

La mayoría de los problemas son contextualizados y están en contextos próximos al alumno y los diferentes grados de dificultad si se muestran progresivamente

Lenguaje

El texto presenta el término *promedio* como media aritmética. Respecto a los símbolos y notaciones, estos son usados en la formalización de la definición del objeto de estudio, como también en los procedimientos. También encontramos tablas de frecuencias y gráficos.

Definiciones

La definición que se presenta en el texto es algorítmica, ya que nos da la definición como el proceso para encontrar la media o promedio y esto no permite que los alumnos lleguen a una

comprensión integral del concepto de media tal como la definición que proponemos en nuestra configuración de referencia.

Procedimientos

Al abordar el objeto de estudio se presenta la situación-problema N° 3 (resuelto), no contextualizada, que para desarrollarla se aplica el algoritmo de la media aritmética para datos sin agrupar. En la situación-problema N° 4 (resuelta), no contextualizada se hace uso del procedimiento para encontrar la media ponderada, sin haber presentado dicha definición.

Propiedades

Solo se presenta una propiedad explícitamente: el promedio no necesariamente figura como uno de los valores individuales, que esta expresado como una nota del texto. Pero si emergen propiedades al resolver los problemas. Esto es muy distante de lo que proponemos en la configuración de referencia, que es una adecuada presentación y aplicación de las propiedades

Argumentos

No se presentan situaciones-problema en la que se tenga que argumentar o justificar los procedimientos o resultados.

Del análisis de las configuraciones epistémicas de los dos textos podemos afirmar que se da mucha más importancia a la definición algorítmica de la media y no a su definición estadística, como representante de un conjunto de datos. Además, se da más importancia al cálculo de la media que al estudio de sus propiedades.

3.5 Idoneidad didáctica de las tareas de media aritmética presentadas en los textos analizados dimensión epistémica.

En esta sección, se presenta el análisis de la idoneidad didáctica de las tareas sobre media aritmética en su dimensión epistémica, tanto para el texto del MED, como para el texto MPT. Es preciso señalar que este análisis de idoneidad se realizó a través de los indicadores de idoneidad didáctica propuestas por el EOS.

- Es preciso señalar que una muestra representativa será cuando se cumpla en más de la mitad de los problemas propuestos por el libro.
- El trabajo de análisis de idoneidad se realiza por componente.
- Para expresar la idoneidad epistémica del texto, sobre el objeto media aritmética, se realizará en términos cualitativos según su correspondencia con los indicadores propuestos utilizando los siguientes conceptos:

- *Alta*, supone un cumplimiento del 70% de los indicadores o más.
- *Media*, se cumple un porcentaje de indicadores igual o superior al 40% y menor que el 70%.
- *Baja*, el porcentaje de indicadores que se cumple es inferior al 40%.

Los problemas numerados de los textos se presentan en el anexo.

La tabla 22 muestra el cumplimiento de los indicadores de idoneidad adaptada del EOS en la cual nos basamos para determinar la idoneidad de las tareas presentadas en el texto del MED.

Tabla 22. Indicadores de idoneidad epistémica aplicada al texto del MED.

| COMPONENTE | INDICADORES | CUMPLE | |
|-----------------------------|---|--------|----|
| | | SI | NO |
| Situaciones-problema | <p>La mayor parte de las situaciones-problema presentadas son contextualizadas.</p> <p>Se observa lo siguiente:</p> <p>La situación-problema 1 contextualizado</p> <p>La situación-problema 2 contextualizado.</p> <p>La situación-problema 3 no contextualizado.</p> <p>La situación-problema 4 no contextualizado.</p> <p>La situación-problema 5 no contextualizado.</p> <p>La situación-problema 6 no contextualizado.</p> <p>La situación-problema 7 no contextualizado.</p> <p>La situación-problema 8 no contextualizado.</p> <p>La situación-problema 9 contextualizado.</p> <p>La situación-problema 10 contextualizado.</p> <p>La situación-problema 11 contextualizado</p> <p>Seis de once problemas son no contextualizados.</p> | | X |
| | <p>Los contextos utilizados en las situaciones-problemas de media aritmética son próximos a la realidad del alumno.</p> <p>Los contextos que se presentan en las tareas son: distancia de ciudades, viaje de excursión, edad de estudiantes, notas de matemática, alquiler de departamentos, pacientes atendidos en una clínica. Todas estas situaciones son próximas al alumno.</p> | X | |

| | | | |
|-----------------|--|---|---|
| | <p>Se presentan situaciones-problema resueltos con diferentes grados de complejidad.</p> <p>Solo hay tres problemas resueltos de los cuales el primero y segundo problema son de baja complejidad y el tercero es de media complejidad, pero no hay de alta complejidad.</p> | | X |
| | <p>Se presentan situaciones-problema propuestos con diferentes grados de complejidad.</p> <p>Si se observa que las situaciones-problemas propuestas presentan diferente grado de complejidad, por ejemplo la situación-problema 4 es de baja complejidad, la situación-problema 6 es de complejidad media y la situación-problema 8 es de alta complejidad.</p> | X | |
| | <p>Las situación-problema propuestas se presentan en una secuencia de menor a mayor complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 4 baja complejidad. La situaciones-problema 5 complejidad media. La situaciones-problema 6 complejidad media. La situaciones-problema 7 alta complejidad. La situaciones-problema 8 alta complejidad. La situaciones-problema 9 complejidad media. La situaciones-problema 10 complejidad media. La situaciones-problema 11 alta complejidad.</p> <p>Esto implica que se puede observar una secuencia de menor a mayor complejidad</p> | X | |
| | <p>Se ejemplifica con ejercicios las definiciones propuestas en el libro para la media aritmética.</p> <p>En la situación problema 1(resuelta) es un ejemplo de aplicación de la definición algorítmica de media aritmética y la situación-problema 2 es un ejemplo de la aplicación de la definición de media ponderada, presentada en el texto.</p> | X | |
| | <p>Se ejemplifica con ejercicios las propiedades propuestas en el libro para la media aritmética.</p> <p>El texto no presenta propiedades, de las configuraciones epistémicas de las situaciones-problemas se observa que solo emergen propiedades de dicho objeto.</p> | | X |
| lenguaje | <p>Se usa la expresión gráfica en problemas sobre media aritmética.</p> <p>La situación-problema 3, 7 y 8 están presentados en gráficos de barras.</p> | X | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | <p>Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...)</p> <p>Entre las palabras usadas en el texto para presentar y hablar de media aritmética, hemos encontrado que para nombrar dicho objeto matemático también se utiliza la palabra promedio aritmético, promedio y media.</p> <p>Otro término presentado es el de promedio ponderado.</p> <p>La notación simbólica usada en el libro de texto para la media es: \bar{x}</p> <p>Se presenta la fórmula para para la media ponderada:</p> $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{n}$ <p>Además del lenguaje y los símbolos, en el texto aparecen tablas de frecuencia y grafico de barras.</p> | X | |
| | <p>El nivel de lenguaje es adecuado a los estudiantes de secundaria.</p> <p>Observamos que las situaciones-problemas resueltas y propuestas emplean un lenguaje entendible para los estudiantes de primer grado.</p> | X | |
| | <p>Se proponen situaciones de interpretación de los resultados de los problemas contextualizados.</p> <p>No encontramos ninguna situación-problema en la que se proponga que los estudiantes interpreten los resultados.</p> | | X |
| <p>Elementos regulativos (definiciones proposiciones y procedimientos)</p> | <p>Las definiciones y conceptos de media aritmética son claros y correctos.</p> <p>La definición de la media presentada de forma algorítmica es inadecuada, esta definición no permite que los alumnos comprendan el significado integral del concepto. También debería proponerse la definición de la media como representante de un conjunto de datos.</p> | | X |
| | <p>Las definiciones y conceptos de media aritmética son apropiados al nivel de educación secundaria.</p> <p>Dado que, la media aritmética es una medida del centro de los datos, un valor que representa aspectos del conjunto de datos como un todo.</p> <p>Observamos que la definición algorítmica, que se presenta, de la media no permite que los estudiantes obtengan el significado de representatividad de este objeto matemático.</p> | | X |
| | <p>Los procedimientos utilizados en la ejemplificación son claros y correctos.</p> <p>En las situaciones-problema resueltas 1 y 2 las explicaciones son claras pero no en la situación-problema 3 en la que falta explicar como de los datos presentados en un gráfico se llega a una expresión</p> | | X |

| | | | |
|---|--|---|---|
| | algebraica de la media. | | |
| | <p>Los procedimientos son apropiados al nivel de educación secundaria.</p> <p>Los procedimientos son adecuados lo que falta sería su aclaración. Ya que presenta los resultados en forma aislada sin una respectiva explicación.</p> | X | |
| | <p>Las propiedades que se presentan son apropiadas al nivel de educación secundaria.</p> <p>En el texto no se presenta ninguna propiedad, esto puede no permitir a los alumnos tener una mejor comprensión sobre media aritmética.</p> | | X |
| Argumentos | <p>Las comprobaciones de las soluciones de las situaciones-problema de media aritmética son adecuadas para el nivel de educación secundaria</p> <p>El texto no presenta ninguna comprobación de las situaciones-problema resueltas.</p> | | X |
| | <p>Las demostraciones presentadas sobre propiedades de la media aritmética son adecuadas para el nivel de educación secundaria.</p> <p>No se presenta ninguna demostración de propiedades.</p> | | X |
| | <p>Se promueve situaciones-problema donde el alumno tenga que argumentar.</p> <p>En la situación-problema N° 9 se promueve la argumentación para mostrar la solución.</p> | | X |
| Relaciones (conexiones, significados) | <p>Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí.</p> <p>Las situaciones-problema, las definiciones y procedimientos realizados si se relacionan y articulan para dar solución a dichos problemas, como se observa en las configuraciones de cada tarea.</p> | X | |
| | <p>Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.</p> <p>En solución de las situaciones-problema propuestas emergen propiedades de la media aritmética y estas no han sido presentadas en el texto.</p> | | X |

A continuación, hacemos un análisis comparativo del nivel de cumplimiento de los indicadores de idoneidad epistémica, de las tareas sobre media aritmética.

En cuanto al componente *situaciones-problema* se observa que de los siete indicadores, que posee, cuatro cumplen (57.14 %) lo que sugiere una idoneidad media de las tareas analizadas.

En lo referente al componente *lenguaje* podemos apreciar, a partir de la tabla 22, que de los cuatro indicadores propuestos para este componente, 3 indicadores si cumplen (75%). En consecuencia, de acuerdo al EOS, podemos concluir, para este componente específico, que las tareas analizadas, poseen un alto grado de idoneidad.

En cuanto al componente *elementos regulativos*, podemos observar que de los cinco indicadores solo uno cumple (20 %). Podemos decir que las tareas en este componente alcanzan un nivel de idoneidad baja.

Además, podemos manifestar que dichas tareas presentan un bajo grado de idoneidad epistémica en cuanto al componente *argumentos*, puesto que según los resultados de la tabla 22, estas tareas no cumplen con ninguno de los indicadores de idoneidad epistémica planteados en el análisis.

Finalmente, en lo que respecta al componente *relaciones*, podemos concluir que las tareas presentan un grado medio de idoneidad.

En conclusión, observando todos los indicadores en la tabla 22, de los 21 indicadores se cumple 9 de los indicadores (40.9 %) podemos afirmar que las tareas sobre media aritmética presentadas en el texto del MED poseen un grado medio de idoneidad epistémica.

La tabla 23 muestra el cumplimiento de los indicadores de idoneidad adaptada del EOS en la cual nos basamos para determinar la idoneidad de las tareas presentadas en el texto del MPT.

Tabla 23. Indicadores de Idoneidad epistémica aplicada al texto de MPT

| COMPONENTE | INDICADORES | CUMPLE | |
|-----------------------------|---|--------|----|
| | | SI | NO |
| Situaciones-problema | La mayor parte de las situaciones-problema presentadas son contextualizadas. | X | |
| | La situación-problema 1 contextualizado | | |
| | La situación-problema 2 contextualizado. | | |
| | La situación-problema 3 no contextualizado. | | |
| | La situación-problema 4 no contextualizado. | | |
| | La situaciones-problema 5 no contextualizado. | | |

| | | | |
|--|---|---|---|
| | <p>La situaciones-problema 6 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 7 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 8 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 9 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 10 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 11 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 12 contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 13 no contextualizado.</p> <p>La situaciones-problema 14 contextualizado.</p> <p>El libro posee 10 problemas contextualizados.</p> | | |
| | <p>Los contextos utilizados en las situaciones-problemas de media aritmética son próximos a la realidad del alumno.</p> <p>Los contextos que se presentan las tareas son: asistencia de espectadores a los partidos de un equipo de futbol, cantidad de alumnos de una sección, pesos de bolsas de té, cantidad de errores en el dictado de inglés, recorridos en bicicleta, longitudes de saltos de una persona, recorrido en kilómetros que realiza una persona, asistencia de espectadores a los partidos de futbol de un equipo. Estos contextos son próximos al alumno.</p> | X | |
| | <p>Se presentan situaciones-problema resueltos con diferentes grados de complejidad.</p> <p>Solo hay dos situaciones-problema resueltos (3 y 4), los dos son de complejidad baja.</p> | | X |
| | <p>Se presentan situaciones-problema propuestos con diferentes grados de complejidad.</p> <p>Las situaciones-problema propuestas presentan diferente grado de complejidad tal como se observa en la siguiente fila.</p> | X | |
| | <p>Las situación-problema propuestas se presentan en una secuencia de menor a mayor complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 1 baja complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 2 baja complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 5 baja complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 6 baja complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 7 baja complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 8 complejidad media.</p> <p>La situaciones-problema 9 baja complejidad.</p> | X | |

| | | | |
|----------|---|---|---|
| | <p>La situaciones-problema 10 baja complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 11 complejidad media.</p> <p>La situaciones-problema 12 alta complejidad.</p> <p>La situaciones-problema 13 alta complejidad</p> <p>La situaciones-problema 14 alta complejidad</p> <p>Se observa una secuencia de menor a mayor complejidad</p> | | |
| | <p>Se ejemplifica con ejercicios las definiciones propuestas en el libro para la media aritmética.</p> <p>Para la solución de la situación-problema 3 (resuelta) se observa la aplicación de la definición propuesta en el texto. Además de las situaciones-problema propuestas emergen las definiciones de promedio planteada en el texto, como se observa en las configuraciones epistémicas de las tareas.</p> | X | |
| | <p>Se ejemplifica con ejercicios las propiedades propuestas en el libro para la media aritmética.</p> <p>El texto solo presenta una propiedad, y no presenta ejemplos para dicha propiedad.</p> | | X |
| Lenguaje | <p>Se usa la expresión gráfica en problemas sobre media aritmética.</p> <p>La situación-problema 1 y 10 están presentados en gráficos de barras.</p> | X | |
| | <p>Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...)</p> <p>En el texto solo se emplea el término <i>promedio</i> para referirse a la media aritmética. La definición se presenta en la forma:</p> $\text{promedio} = \frac{\text{suma de todos los valores}}{\text{cantidad de valores}}$ <p>también se presenta en la forma algebraica</p> $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$ <p>Además del lenguaje y los símbolos, en el texto aparecen tablas de frecuencia y grafico de barras.</p> | X | |
| | <p>El nivel de lenguaje es adecuado a los estudiantes de secundaria.</p> <p>Observamos que el lenguaje en cual se presentan las situaciones problemas, resueltas y propuestas, se emplean términos accesibles al entendimiento de un alumno del primer grado de educación secundaria.</p> | X | |
| | <p>Se proponen situaciones de interpretación de los resultados de los problemas contextualizados</p> | | X |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | En la situación-problemática N° 1 se pide que el alumno interprete un resultado que se da (¿Qué significa la recta roja que figura en el gráfico), solo este problema observamos en el que se pide una interpretación. | | |
| Elementos regulativos (definiciones proposiciones y procedimientos) | Las definiciones y conceptos de media aritmética son claros y correctos. La definición de la media presentada de forma algorítmica es inadecuada, en muchos casos esto se aplica de forma mecánica sin comprender el significado de media aritmética. | | X |
| | Las definiciones y conceptos de media aritmética son apropiados al nivel de educación secundaria. Dado que, la media aritmética es una medida del centro de los datos, un valor que representa aspectos del conjunto de datos como un todo. Observamos que la definición algorítmica, que se presenta, de la media puede influir negativamente en la comprensión dl concepto. | | X |
| | Los procedimientos utilizados en la ejemplificación son claros y correctos. En las dos situaciones-problemas resueltas, que son de baja complejidad, los procedimientos realizados son adecuados. | X | |
| | Los procedimientos son apropiados al nivel de educación secundaria. Los procedimientos efectuados en la solución de las situaciones-problemas resueltas presentan operaciones que los estudiantes del primer grado lo pueden comprender. | X | |
| | Las propiedades que se presentan son apropiadas al nivel de educación secundaria. Solo se presenta una propiedad y no se ejemplifica | | X |
| Argumentos | Las comprobaciones de las soluciones de las situaciones-problema de media aritmética son adecuadas para el nivel de educación secundaria El texto no presenta ninguna comprobación de las situaciones-problema resueltas. | | X |
| | Las demostraciones presentadas sobre propiedades de la media aritmética son adecuadas para el nivel de educación secundaria. No se presenta ninguna demostración de propiedades. | | X |
| | Se promueve situaciones-problema donde el alumno tenga que argumentar. | | X |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | No hay situaciones-problema donde el estudiante tenga que argumentar, solo piden obtener o calcular el promedio. | | |
| Relaciones (conexiones, significados) | Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. Las situaciones-problema, las definiciones y procedimientos realizados si se relacionan y articulan como se observa en las configuraciones de cada tarea. | X | |
| | Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas. En solución de las situaciones-problema propuestas emergen propiedades de la media aritmética y estas solo una ha sido presentada en el texto. | | X |

A continuación hacemos un análisis comparativo del nivel de cumplimiento de los indicadores de idoneidad epistémica, de las tareas de media aritmética presentadas en el texto *Matemática Para Todos* distribuido por el grupo Apoyo a diferentes instituciones educativas en nuestro país.

De la tabla 23 podemos observar que en la componente *situaciones-problemas*, la cual posee siete indicadores, las tareas cumplen cinco de los siete indicadores (71.43 %) por tanto de acuerdo al EOS y a la escala propuesta, dichas tareas alcanzan un alto grado de idoneidad epistémica.

En lo concerniente al componente *lenguaje*, de acuerdo a lo observado en la tabla 23 se cumplen tres de los cuatro indicadores evaluados (75 %) entonces podemos considerar que la idoneidad de las tareas es alta.

Para el componente *elementos regulativos* se observa que de los cinco indicadores propuestos se cumplen solo dos (40 %), de lo cual podemos decir que las tareas en este componente tienen un nivel medio de idoneidad.

En cuanto al componente *argumentos* podemos afirmar que presenta un bajo nivel de idoneidad debido a que no cumple ninguno de los indicadores.

Finalmente, en lo referente al componente *relaciones*, se observa que cumple un indicador de los dos indicadores propuestos (50 %), por lo tanto, podemos decir que las tareas en este componente tienen un nivel medio de idoneidad.

En conclusión, observando todos los indicadores en la tabla 23, de los 21 indicadores se cumple 11 de los indicadores (52,4 %) podemos afirmar que las tareas sobre media aritmética presentadas en el texto del MED poseen un grado medio de idoneidad epistémica.



CAPÍTULO IV: CONSIDERACIONES FINALES

En esta parte de la investigación presentamos las conclusiones obtenidas respecto a los objetivos planteados en el Capítulo I. También mostramos algunas sugerencias para continuar investigando cuestiones relacionados con el presente trabajo.

4.1 Conclusiones

La investigación que emprendimos tuvo como finalidad determinar el grado de idoneidad epistémica de las tareas sobre media aritmética propuestas en dos libros de texto de matemática del primer grado del nivel secundario. Las principales conclusiones de nuestro trabajo son:

En relación al primer objetivo, determinar la configuración epistémica de referencia asociados a la media aritmética obtenida de libros de nivel superior e investigaciones. Luego de revisar y estudiar los textos del nivel superior e investigaciones realizadas sobre estadística y media aritmética se elaboró la matriz de configuración epistémica de referencia (tabla N° 1) teniendo en cuenta los elementos primarios (situaciones-problema, lenguaje, definiciones, procedimientos, propiedades y argumentos) propuestos en el EOS.

Con respecto al segundo objetivo específico, nos propusimos determinar desde las tareas de media aritmética propuestas en dos libros de texto de matemática del primer año de secundaria, las entidades primarias del significado que presentan dichas tareas. Elaboramos la configuración epistémica para cada tarea y para cada grupo de tareas que tienen el mismo procedimiento de solución, de cada uno de los dos libros analizados. Las configuraciones epistémicas de los textos nos permitieron compararlas con la caracterización de los componentes del significado propuesta por Cobo y Batanero (2004). Asimismo, comparamos las configuraciones epistémicas de los textos analizados con la configuración de referencia.

En los libros de textos analizados se da más importancia a la definición algorítmica de la media y no a su definición estadística, como representante de un conjunto de datos.

Se prioriza el cálculo de la media que al estudio de sus propiedades. Una de las consecuencias que este hecho puede tener es que, aunque los estudiantes consigan manejar perfectamente los procedimientos de cálculo, pueden no alcanzar una comprensión completa de este objeto matemático.

En relación al tercer objetivo específico, elaboramos los criterios de idoneidad epistémica del objeto media aritmética, para las tareas propuestas en un libro de texto. Para elaborar los

indicadores de idoneidad hemos tenido en cuenta las pautas de análisis y valoración de la idoneidad didáctica propuesta por el EOS, en la cual adaptamos indicadores en cada uno de los componentes, de acuerdo a nuestro objeto matemático de estudio.

En relación al cuarto objetivo específico, nos propusimos valorar la idoneidad epistémica de las tareas de media aritmética, propuestas en los libros de texto analizados. Para cada uno de los componentes de la matriz de idoneidad epistémica se determinó la idoneidad de las tareas en los dos textos.

Encontramos que las tareas presentadas en los dos textos analizados poseen un grado de idoneidad epistémica medio. Este grado de idoneidad epistémica medio puede ser uno de los factores que influyen en el hecho que, la comprensión del objeto media aritmética no sea la adecuada en los alumnos.

En resumen podemos afirmar que hemos logrado los objetivos que nos habíamos propuesto, se ha cumplido con los objetivos específicos y general. Contestando a la pregunta principal del problema, hemos determinado el grado de idoneidad de las tareas, sobre media aritmética, presentadas en textos analizados.

4.2 Sugerencias

La aproximación al estudio de la media aritmética basada en la definición algorítmica y el cálculo en tareas descontextualizadas, no permite que los alumnos lleguen a una comprensión integral del concepto de media aritmética. Para lograr esta comprensión integral, pensamos que los textos deben proponer tareas de media aritmética teniendo en cuenta los diferentes componentes señaladas por el EOS: situaciones problemas del contexto de los alumnos, utilizar distintos lenguajes (gráfico, algebraico, verbal, simbólico), desarrollando definiciones claras y entendibles, aplicando procedimientos no repetitivos y desarrollando las distintas propiedades e incentivando al alumno a argumentar sus resultados.

Consideramos que la presente investigación se complementará y enriquecerá con otros trabajos de investigación. A continuación sugerimos algunas ideas:

- Realizar Investigaciones relacionadas a errores que cometen los alumnos sobre el tema media aritmética.
- Investigar sobre las concepciones de los maestros de secundaria sobre los promedios.
- Investigar sobre estudios previos relacionados a errores que cometen los alumnos en el tema de media aritmética.

REFERENCIAS

- Batanero, C. (2000). *Didáctica de la estadística*. GEEUG. Granada. España. Recuperado de <http://bit.ly/1IqxOKH>
- Batanero, C. y Godino, J. (2001). Análisis de datos y su didáctica. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf>.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>.
- Cobo, B. y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Revista enseñanza de las ciencias*, 22(1), pp. 5-17. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/view/21957/21791>.
- Córdova, M. (2003). *Estadística descriptiva e inferencial* (5ta ed.). Lima, Perú: Moshera.
- Font, V. y Godino, D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. Universidad de granada. Recuperado de [file:///c:/users/sistemas/downloads/538-1469-1-pb%20\(2\).pdf](file:///c:/users/sistemas/downloads/538-1469-1-pb%20(2).pdf).
- García, I. y Ggarcía, J. (2004). La media aritmética. Formación del profesorado e investigación en educación matemática, vol.6, pp. 197-217. Recuperado de http://jagacruz.webs.ull.es/articulos/fpiem_2004.pdf.
- Godino, D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. XIII conferencia internacional de educación matemática – CIAEM. Recife, Brasil. Recuperado: de http://www.ugr.es/local/jgodino/indice_eos.htm
- Godino, D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_eos_baeza_2012.pdf
- Godino, D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de granada. Recuperado de www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_eos_24agosto14.pdf.
- Godino, D. Batanero, C. y Font, V. (2009). El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/poster_EOS_19diciembre08.pdf.

- Godino, D., Bencomo, D. Font, V. y Wilhelmi, M. (2007). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/indiceeos.htm>.
- Grupo Apoyo (2003). *Matemática para todos I*. Lima: Bruño.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México, D.F. McGraw. Hill Interamericana. Johnson, R. y Kubly, P. (2008). *Estadística Elemental*. Cengage Learning
- Latorre, A. Cools (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa* (1ra. ed.).
- Murray, R.(1979). *Teoría y problemas de Estadística*. Mc Graw-Hill.
- NCTM (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Novaes, D. (2011). *Concepções de professores da Educação Básica sobre variabilidade estatística*. Tesis doctoral. Pontificia Universidade Católica de São Paulo.
- Perú, Ministerio de Educación (2009). *Diseño Curricular Nacional de la educación básica regular*. Lima. Recuperado de <http://www.minedu.gob.pe>.
- Perú, Ministerio de Educación (2012) *Matemática 1° de secundaria*. Editorial Norma. Lima.
- Sayritupac, J. (2013). *Significados de las medidas de tendencia central. Un estudio con alumnos universitarios de carreras de humanidades*. Tesis de maestría en enseñanza de las matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Strauss, S. y Bichler, E.(1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 64-80. Recuperado de http://www.jstor.org/stable/749111?seq=1#page_scan_tab_contents.

ANEXOS

Problemas presentados en el texto del primer grado de educación secundaria distribuidos por el Ministerio de Educación.

Problema N° 1 resuelto (p. 231)

Promedio aritmético

Pedro observa el mapa de Piura con las distancias a algunas de sus ciudades. Luego de realizar un cálculo mental, afirma: “La distancia promedio de Piura a sus ciudades es 126 km aproximadamente”.

¿Qué proceso realizó Pedro para establecer su afirmación? ¿Será correcta su afirmación?

$$\text{Lo que Pedro hizo es: } \frac{182 + 60 + 120 + 143}{4} = \frac{505}{4} = 126,25 \approx 126$$

Pedro calculó el promedio aritmético simple de las distancias, y su afirmación es correcta, puesto que redondeó el resultado obtenido.

Distancia de Piura a algunas de sus ciudades



Problema N° resuelto (p. 233)

En una excursión a la ciudad de Paita, para practicar el cálculo del promedio aritmético, Rosa tomó nota de la cantidad de maletas que tenía cada uno de sus compañeros. Observa cómo procedió:

$$\bar{x} = \frac{1(10) + 2(16) + 3(6) + 4(4)}{36}$$

$$\bar{x} = \frac{10 + 32 + 18 + 16}{36} = \frac{76}{36} = 2,1$$

Rosa multiplicó cada valor con su respectiva frecuencia, sumó los resultados, y la suma la dividió entre el total de datos. Es decir, aplicó la fórmula:

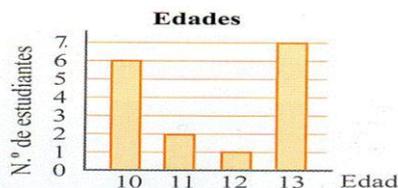
$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{n} \text{ Se trata del promedio ponderado.}$$

Luego, los compañeros de Rosa llevaron 2 maletas, en promedio.

| N° de maletas | f |
|---------------|----|
| $x_1 = 1$ | 10 |
| $x_2 = 2$ | 16 |
| $x_3 = 3$ | 6 |
| $x_4 = 4$ | 4 |
| Total | 36 |

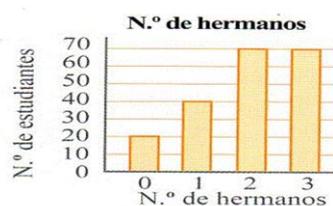
Problema N° 3 resuelto (p. 233)

Calcular la media en cada diagrama



$$\bar{x} = \frac{6(10) + 2(11) + 1(12) + 7(13)}{16}$$

$$\bar{x} = \frac{60 + 22 + 12 + 91}{16} = \frac{185}{16} = 11,5625$$



$$\bar{x} = \frac{20(0) + 40(1) + 70(2) + 70(3)}{200}$$

$$\bar{x} = \frac{0 + 40 + 140 + 210}{200} = \frac{390}{200} = 1,95$$

Problema N° 4 propuesto (p. 233)

Determinar la media en cada caso:

- a) Las notas de Matemática de un grupo de estudiantes son 12; 16; 18; 12; 15; 13; 16; 12; 18; 12; 16; 12; 14; 12; 11; 12.
- b) Las edades de un grupo de estudiantes son 11; 12; 10; 11; 12; 11; 10; 13; 11; 12; 11; 13; 12; 14; 12; 11.

Problema N° 5 propuesto (p. 233)

Determinar la media en cada caso

| | | | | | | |
|----|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| a) | Edad | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| | <i>f</i> | 7 | 9 | 8 | 5 | 1 |
| b) | Notas | 08 | 10 | 12 | 16 | 17 |
| | <i>f</i> | 6 | 10 | 10 | 2 | 2 |

Problema N° 6 propuesto (p. 233)

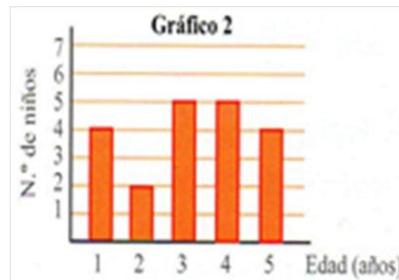
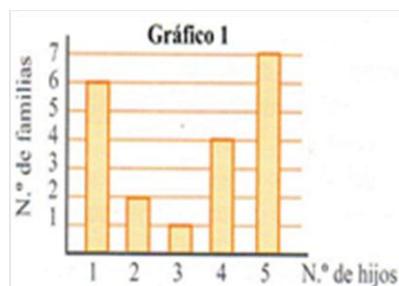
3. Observa la tabla y responde:

| | | | | | |
|----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Alquiler (\$) | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 |
| N.º de departamentos | 3 | 5 | 9 | 5 | 3 |

¿Cuál es el precio promedio del alquiler de un departamento?

Problema N° 7 propuesto (p. 233)

Determina la media de los datos representados en los gráficos 1 y 2



Problema N°8 propuesto (p. 233)

Observa el gráfico.



Si el precio promedio de la entrada es S/. 9, ¿cuál es la cantidad desconocida?

Problema N° 9 propuesto (p. 234)

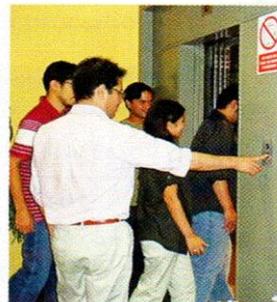
6. La asistencia mensual al centro comercial Todo Barato durante 8 meses del año fue:

| Mes | N.º de visitantes |
|-----------|-------------------|
| Diciembre | 32 500 |
| Enero | 22 500 |
| Febrero | 20 300 |
| Marzo | 19 000 |
| Abril | 19 800 |
| Mayo | 25 600 |
| Junio | 24 600 |
| Julio | 28 000 |

- a) ¿Qué mes sugerirías a la administración para realizar un evento? ¿Por qué?
- b) Si una persona está pensando en establecer un negocio en ese centro comercial y desea saber si Todo Barato tiene regularmente una buena asistencia de compradores, ¿qué dato le conviene averiguar? ¿Por qué?

Problema N° 10 propuesto (p. 234)

Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso promedio de las mujeres es de 60 kg y el de los hombres es 80 kg. ¿Cuál es el peso promedio de las 10 personas del ascensor?



Problema N° 11 propuesto (p. 234)

Analiza el pictograma y responde

N.º de pacientes atendidos en enero en la clínica Buena Salud

| | | |
|-------------|-------------|----------|
| Pediatría | Dra. Díaz | ♣♣♣♣♣♣♣♣ |
| Ortopedia | Dra. Tito | ♣♣♣♣♣♣♣♣ |
| General | Dr. Aguirre | ♣♣♣♣♣ |
| Cardiología | Dr. Lozano | ♣♣♣ |

Cada ♣ representa 10 pacientes atendidos.

- ¿Cuántos pacientes atendió cada especialista?
- ¿Cuántos pacientes más atendió la doctora Tito que el doctor Lozano en enero?

En promedio, ¿cuántos pacientes atendió un médico de la clínica Buena Salud en el mes de enero?

Si cada consulta en la clínica Buena Salud tiene un costo de S/. 80, ¿cuánto dinero recibió por atención médica durante el mes de enero?

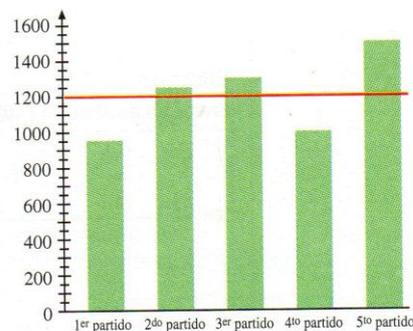
Problemas presentados en el texto Matemática Para Todos (MPT) del primer grado de educación secundario distribuidos por el grupo Apoyo.

Problema N° 1 propuesto (p. 19)

CASO 1

En los últimos partidos de un popular equipo de fútbol se registraron récords en la asistencia de los espectadores.

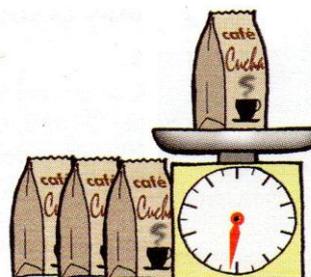
- Lee en el siguiente gráfico la cantidad de espectadores de los últimos 5 partidos locales.
- ¿Cuántos espectadores asistieron en total?
- ¿Qué significa la recta roja que figura en el gráfico?



Problema N° 2 propuesto (p. 19)

CASO 2

El café es vendido en paquetes de $\frac{1}{2}$ kg. Durante un control de varios paquetes se vuelve a pesar la cantidad de café y se anota el peso real. ¿Cuántos g de café hay en promedio en un paquete?



Café Cucha

| Control | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Peso en g | 502 | 495 | 510 | 498 | 488 | 506 | 504 | 497 |

Problema N° 3 resuelto (p. 19)

Ejemplo A

Determina el promedio y redondea el resultado al primer decimal.

- a) 16,0; 15,0; 15,5; 16,5; 15,7; 16,1
- b) 1,22 m; 1,2 m; 1,19 m; 1,2 m; 1,35 m

Solución:

- a) $\frac{16,0 + 15,0 + 15,5 + 16,5 + 15,7 + 16,1}{6} = 94,8 : 6 = 15,8$. El promedio es 15,8.
- b) $\frac{1,22 \text{ m} + 1,2 \text{ m} + 1,19 \text{ m} + 1,2 \text{ m} + 1,35 \text{ m}}{5} = 6,16 \text{ m} : 5 = 1,23 \text{ m}$. El promedio redondeado es 1,2 m.

Problema N° 4 resuelto (p. 19)

Ejemplo B

Determina el promedio y redondea el resultado al primer decimal.

En una medición se obtuvo resultados repetidos: 2 veces 5 ℓ; 3 veces 6 ℓ; 4 veces 4 ℓ y 3 veces 3 ℓ. Al calcular el promedio se debe considerar cuántas veces se presentó cada resultado, multiplicando.

Solución: $\frac{2 \cdot 5\ell + 3 \cdot 6\ell + 4 \cdot 4\ell + 3 \cdot 3\ell}{12} = 53 \ell : 12 \approx 4,4 \ell$. El promedio redondeado es 4,4 ℓ.

Problema N° 5 propuesto (p. 20)

3.

Calcula el promedio. Redondea al decimal indicado.

- a) 2,50 m; 2,10 m; 1,80 m; 1,90 m; 1,75 m; 2,05 m; 2,15 m (2 decimales)
- b) 12,4 kg; 12,1 kg; 14,4 kg; 11,8 kg; 12,5 kg (1 decimal)
- c) 0,55 t; 0,61 t; 0,58 t; 0,59 t; 0,75 t; 0,52 t; 0,63 t (2 decimales)

Problema N° 6 propuesto (p. 20)

4.

Las cuatro secciones de 1^{er} de secundaria tienen 26, 27, 28 y 29 alumnos, respectivamente. Determina el promedio de alumnos por sección.

Problema N° 7 propuesto (p. 20)

5.

El té es vendido en paquetes de 250 g y de 500 g. Para el control respectivo se pesan nuevamente 10 paquetes y se anotan los pesos reales:

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Paquete de 250 g: | 253 g | 249 g | 243 g | 254 g | 245 g | 247 g | 253 g | 251 g | 252 g | 246 g |
| Paquete de 500 g: | 502 g | 505 g | 482 g | 495 g | 501 g | 507 g | 515 g | 498 g | 494 g | 502 g |

Calcula el peso promedio de cada tipo de paquete. Redondea al gramo.

Problema N° 8 propuesto (p. 20)

La señora Izquierdo escribe en la pizarra el resultado del dictado de inglés:

| | | | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| N° de errores | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Alumnos | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 |

- Calcula el promedio de errores por alumno. Redondea al primer decimal.
- ¿Cuántos alumnos obtuvieron mejor resultado que el promedio? ¿Cuánto es eso en porcentaje?

Problema N° 9 propuesto (p. 20)

Aldo y Miriam han realizado diferentes recorridos en bicicleta durante sus vacaciones. Calcula el promedio de los recorridos diarios de cada uno.

| | Aldo | Miriam |
|---------------------|---------|---------|
| 1 ^{er} día | 14,5 km | 12,5 km |
| 2 ^{do} día | 18,5 km | 23,5 km |
| 3 ^{er} día | 22 km | 16 km |
| 4 ^{to} día | 18 km | 28 km |
| 5 ^{to} día | 34,5 km | 24 km |
| 6 ^{to} día | 12 km | 15,7 km |
| 7 ^{mo} día | 26 km | 26 km |
| 8 ^{vo} día | 24 km | 29 km |



Problema N° 10 propuesto (p. 21)

Carlos entrena salto largo. Él ha anotado la longitud de sus saltos (en m) durante varios días:

| | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|
| Lu: | 3,95 | 4,05 | 3,78 | 3,82 | 4,15 | 3,79 |
| Ma: | 3,75 | 3,15 | 3,94 | 3,90 | 4,15 | |
| Mi: | 3,97 | 3,61 | 3,93 | 4,03 | 4,21 | |
| Ju: | 3,67 | 3,76 | 3,81 | 4,12 | 4,12 | 3,90 |

¿En qué día tuvo mejor resultado?

Problema N° 11 propuesto (p. 21)

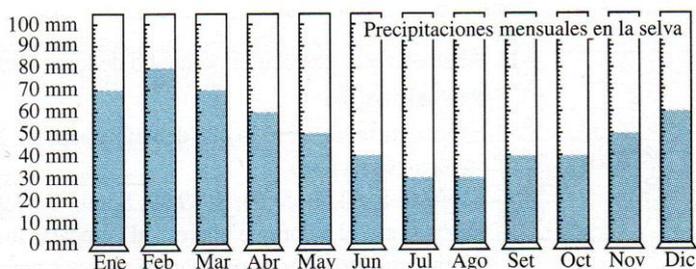
Rafaela ha pesado 10 manzanas. Juntas pesan 1,2 kg.

- a) ¿Cuántos g pesa una manzana en promedio?
- b) ¿Cuántos kg pesarían 200 de estas manzanas aproximadamente?
- c) ¿Cuántas de estas manzanas entrarían aproximadamente en una caja de 20 kg?

Problema N° 12 propuesto (p. 21)

10.

- a) Representa en una tabla las precipitaciones que hubo en la selva.
- b) Calcula el promedio anual de precipitaciones.



- c) Calcula cuántos mm de lluvia se precipitaron mensualmente en promedio durante cada período.
- d) Compara los promedios obtenidos.

| | |
|---------------------|-------------------|
| (1) Julio - agosto | (2) Mayo - agosto |
| (3) Enero - febrero | (4) Enero - abril |

Problema N° 13 propuesto (p. 21)

¿Qué número tiene que sustituir a x para obtener el promedio indicado?

- a) 2; 3; 2; 2; x ; 3 (promedio 2,5)
- b) 44; 45; x ; 43; 46 (promedio 45)
- c) 22,5; 23; x ; 21,5; 23,2 (22,4)
- d) 14,75; 13,8; 14,2; 13,25; x (14)

Problema N° 14 propuesto (p. 21)

Gabriel corre todas las mañanas. Él anota diariamente su recorrido (en km):

| Día | Lu | Ma | Mi | Ju | Vi | Sa |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|----|
| Recorrido | 7,9 | 8,3 | 9,1 | 6,8 | 7,6 | |

¿Cuántos km tiene que correr el sábado para obtener un recorrido promedio de 7,5 km diarios?