

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**SECUENCIA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CUADRILÁTEROS
CON ESTUDIANTES DEL 5º GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA BASADA EN
EL MODELO DE VAN HIELE**

Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

que presenta

PEDRO MANUEL VIDAL CHAVARRIA

Dirigido por

MIGUEL GONZAGA RAMIREZ

San Miguel, 2015



*A la memoria de mis padres,
a mi compañera de vida Betty Corina y
a mis hermanos Aurora y Javier.*

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Educación del Perú, quien por medio del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo PRONABEC, me permitió acceder a la Beca Presidente de la República denominada “Beca Docente de Posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación en el Perú 2014”.

A la Escuela de posgrado de maestría en la enseñanza de las matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Al Prof. Miguel Gonzaga Ramírez, a la Mg. Elizabeth Milagro Advincula Clemente, a la Dra. María José Ferreira Da Silva, a la Dra. Jesús Flores Salazar, y a la Dra. Cecilia Gaita Iparraguirre. Por sus aportes y el apoyo incondicional en todo el proceso de la investigación.

A mi compañera de vida Betty Corina, a mis hermanos Aurora y Javier, por estar conmigo en los momentos más importantes y difíciles de mi vida, dándome la motivación necesaria para seguir adelante.

RESUMEN

En esta tesis se expone una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros en base al modelo de Van Hiele para estudiantes del quinto grado de educación primaria. Este modelo consta de dos aspectos, que son, la descriptiva y la prescriptiva. La descriptiva busca identificar el nivel de razonamiento del estudiante y, la prescriptiva, que es la parte metodológica permite diseñar actividades en cada nivel de razonamiento, que puede permitir al estudiante, transitar al nivel inmediato superior de razonamiento. De esta manera se busca identificar las prácticas pedagógicas que contribuyan a que los estudiantes alcancen una actitud más asertiva en la apropiación de las definiciones geométricas y establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros. Por otro lado la metodología de investigación–acción busca mejorar la práctica docente, al integrar el trabajo intelectual y la reflexión con la experiencia. La aplicación de una propuesta didáctica, diseñado en actividades didácticas, nos permite analizar y describir el proceso de adquisición de los niveles de razonamiento en los estudiantes de primaria sobre el objeto matemático cuadriláteros. Lo que nos permite afirmar, que la aplicación de una secuencia de actividades diseñadas en base al modelo de Van Hiele, permite a los estudiantes de quinto grado de primaria, lograr el nivel II de razonamiento geométrico.

PALABRA CLAVE. Cuadriláteros, razonamiento y geometría

ABSTRACT

A didactic proposal is exposed in this thesis for teaching quadrilaterals based on the Van Hiele model to fifth grade elementary school students. This model consists of two aspects, which are the descriptive and the prescriptive one. The descriptive one aims to identify a student's level of reasoning, and the prescriptive one, which is the methodological part, allows for designing activities in each level of reasoning, which may allow the student to move to the immediate superior level of reasoning. This way, we are looking to identify the educational practices that contribute to students reaching a more assertive attitude in geometric definition appropriation, and to establish relations between the properties of the quadrilaterals. On the other hand, the research–action methodology aims to improve the teaching practice by integrating intellectual work and reflection with experience. Applying a didactic proposal, designed in didactic activities, allows us to analyze and describe the acquisition process of the reasoning levels in elementary students on the quadrilateral mathematical object. This allows us to state that applying a sequence of didactic activities, whose design is based on the Van Hiele model, allows fifth grade elementary students to achieve the II level of geometric reasoning.

KEY WORDS. Quadrilaterals, reasoning and geometry

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ángulo.....	19
Figura 2. Ángulos	19
Figura 3. Ángulos	20
Figura 4. Rectas paralelas.....	21
Figura 5. Cuadrilátero.....	21
Figura 6. Cuadriláteros	22
Figura 7. Cuadriláteros	22
Figura 8. Cuadriláteros	22
Figura 9. Paralelogramo	23
Figura 10. Rectángulo	23
Figura 11. Cuadrado	24
Figura 12. Rombo	24
Figura 13. Trapecios	24
Figura 14. Ángulo.....	26
Figura 15. Ángulo.....	26
Figura 16. Clases de ángulo.....	27
Figura 17. Ejemplos de Polígonos.....	27
Figura 18. Cuadrilátero.....	28
Figura 19. Cuadriláteros	28
Figura 20. Paralelogramo	29
Figura 21. Rectángulo	29
Figura 22. Rectángulo	30
Figura 23. Rombo	30
Figura 24. Rombo	30
Figura 25. Cuadrado	31
Figura 26. Cuadrado	31
Figura 27. Trapecio isósceles	31
Figura 28. Trapecio escaleno.....	31
Figura 29. Trapecio rectángulo.....	32
Figura 30. Trapecios	32
Figura 31. Figuras geométricas	50

Figura 32. Cuadriláteros	52
Figura 33. Rectángulo	52
Figura 34. Cuadrado	52
Figura 35. Rombo	52
Figura 36. Trapecio.....	52
Figura 37. Propiedades del rombo.....	54
Figura 38. Rombo	56
Figura 39. Respuesta de la alumna Luz Clarita del ítem 4, actividad 1.	63
Figura 40. Respuesta del estudiante Luís de la pregunta 4, actividad 1	64
Figura 41. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 4, actividad 1.....	65
Figura 42. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 4, actividad 1.....	66
Figura 43. Respuesta de la alumna Luz Clarita de la pregunta 2, actividad 2.....	68
Figura 44. Respuesta del alumno Luis de la pregunta 2, actividad 2	69
Figura 45. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 2, actividad 2.....	70
Figura 46. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 2, actividad 2.....	71
Figura 47. Respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1, actividad 3.....	74
Figura 48. Respuesta del alumno Luis a la pregunta 1, actividad 3	74
Figura 49. Respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1, actividad 3.....	75
Figura 50. Respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1, actividad 3.....	76
Figura 51. Respuesta de la alumna Luz Clarita de la pregunta 1, actividad 4.....	78
Figura 52. Respuesta del alumno Luis de la pregunta 1, actividad 4	79
Figura 53. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 1, actividad 4.....	79
Figura 54. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 1, actividad 4.....	80
Figura 55. Respuesta de la alumna Luz Clarita de la pregunta 1, actividad 5.....	82
Figura 56. Respuesta del alumno Luis de la pregunta 1, actividad 5	83
Figura 57. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 1, actividad 5.....	83
Figura 58. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 1, actividad 5.....	84

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Grados de Adquisición de los niveles.	45
Tabla 2. Ponderación de los tipos de respuestas.....	46
Tabla 3. Respuestas esperadas a la actividad 1	49
Tabla 4. Respuestas esperadas a la actividad 2	51
Tabla 5. Respuestas esperadas a la actividad 3	53
Tabla 6. Respuestas esperadas a la actividad 4	55
Tabla 7. Respuestas esperadas a la actividad 5	56
Tabla 8. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 1.....	59
Tabla 9. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 2.....	60
Tabla 10. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 3.....	60
Tabla 11. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 4.....	61
Tabla 12. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 5.....	61
Tabla 13. Resultados de la actividad 1, pregunta 4.	67
Tabla 14. Resultados de la actividad 2, pregunta 2	72
Tabla 15. Resultados de la actividad 3, pregunta 1	77
Tabla 16: Resultados de la actividad 4, pregunta 1.....	81
Tabla 17. Resultados de la actividad 5, pregunta 1	85
Tabla 18. Niveles de razonamiento, tipos de respuesta y grados de adquisición	86
Tabla 19. Resultados de la actividad 1 y actividad 5.....	87
Tabla 20. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 1.....	89
Tabla 21. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 2.....	89
Tabla 22. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 3.....	90
Tabla 23. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 4.....	90
Tabla 24. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 5.....	91

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS.....	3
RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	5
LISTA DE FIGURAS.....	6
LISTA DE TABLAS.....	8
ÍNDICE.....	9
INTRODUCCIÓN.....	11
CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA.....	12
1.1. Antecedentes.....	12
1.2. Justificación.....	15
1.3. El problema de investigación.....	17
1.4. Objetivos de investigación.....	18
CAPÍTULO II: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO CUADRILÁTEROS.....	19
2.1. Aspectos matemáticos.....	19
2.2. Aspectos didácticos.....	25
CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA.....	33
3.1. El modelo Van Hiele.....	33
3.1.1. Niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele.....	36
3.1.2. Las fases de aprendizaje.....	38
3.2. Metodología de Investigación.....	41
3.2.1. Justificación.....	41
3.2.2. Fases metodológicas a implementar en la investigación.....	42
3.2.3. Grados de adquisición de un nivel de razonamiento.....	44
3.2.4. Definición de los tipos de respuesta.....	45
3.2.5. Asignación de los Grados de Adquisición.....	46
CAPÍTULO IV: DISEÑO DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES.....	47

4.1. Diseño de los instrumentos de investigación.....	47
4.2. Secuencia de actividades para el trabajo con estudiantes.....	48
CAPÍTULO V: EXPERIMENTO Y ANÁLISIS	58
5.1. Descripción de los sujetos de la investigación	58
5.2. Descriptores en relación a respuestas a las actividades	59
5.3. Descripción y análisis de las actividades implementadas	62
5.3.1. Descripción y análisis de la actividad 1	62
5.3.2. Descripción y análisis de la actividad 2	67
5.3.3. Descripción y análisis de la actividad 3	73
5.3.4. Descripción y análisis de la actividad 4	77
5.3.5. Descripción y análisis de la actividad 5	81
5.4. Resultado de los niveles, tipos de respuesta y grados de adquisición por actividad	85
5.5. Resultados del análisis de las actividades 1 y 5.....	87
5.6. Comparación de respuestas esperadas con respuestas obtenidas	88
CAPÍTULO VI: CONSIDERACIONES FINALES	92
REFERENCIAS	95
ANEXOS	97
Anexo 1. Preguntas de la actividad 1	97
Anexo 2. Preguntas de la actividad 2	99
Anexo 3. Preguntas de la actividad 3	101
Anexo 4. Preguntas de la actividad 4	103
Anexo 5. Preguntas de la actividad 5	104

INTRODUCCIÓN

En las instituciones educativas de educación primaria la enseñanza de la matemática especialmente de geometría, se realiza en función a la memorización de definiciones y a la resolución de ciertos ejercicios de aplicación, en función al único material de consulta que son los libros de texto proporcionados por el Ministerio de Educación, que cuentan con escasa información en contenidos geométricos. Esta realidad es lo que nos motiva a proponer una secuencia de actividades para la enseñanza de los cuadriláteros en base a un modelo, que crea las condiciones favorables para que el estudiante alcance un nivel superior de pensamiento.

La secuencia de actividades didácticas que proponemos está basada en el modelo de Van Hiele, que considera que, aprender geometría significa, pasar por ciertos niveles de pensamiento, que no están asociados a la edad, que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente. Para esto, garantiza la presencia de cinco fases de aprendizaje, que proporcionan a los profesores directrices de cómo pueden ayudar a los estudiantes para que puedan lograr con más facilidad un nivel superior de razonamiento. Por otro lado, la metodología utilizada es la de investigación–acción, que permite seguir un proceso continuo en la actividad educativa con la finalidad de tomar decisiones.

Este trabajo de investigación consta de seis capítulos. En el capítulo 1 presentamos los aspectos generales del trabajo de investigación, como los antecedentes, la justificación, la delimitación del problema de investigación y los objetivos. En el capítulo 2 presentamos el estudio del objeto matemático cuadriláteros, primeramente con un rigor matemático y luego a nivel didáctico para estudiantes de primaria. En el capítulo 3 presentamos el marco teórico y la metodología de investigación; el marco teórico empleado es el modelo de Van Hiele de lo que describimos sus características, sus cinco fases de aprendizaje y sus cinco niveles de razonamiento geométrico. Por otro lado describimos la metodología de investigación–acción, con énfasis en sus cuatro fases que son: planificación, acción, observación y reflexión. En el capítulo 4 presentamos el diseño de la secuencia didáctica, en lo que se ha delimitado los instrumentos de investigación, con énfasis en la secuencia de actividades y las respuestas esperadas para las preguntas de las actividades. En el capítulo 5 presentamos el experimento y el análisis, en lo que se describe los sujetos de investigación, los instrumentos a emplear, los descriptores y la descripción de las actividades implementadas. Finalmente en el capítulo 6 presentamos las conclusiones y las cuestiones abiertas.

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA

En este capítulo, nos centramos en estudios sobre los cuadriláteros dentro de la geometría plana y su relación con el modelo de razonamiento geométrico propuesto por Van Hiele. Por ello presentamos los antecedentes, la justificación, el planteamiento del problema y los objetivos de la investigación.

1.1. Antecedentes

Maguiña (2013) diseña una propuesta didáctica sobre la enseñanza de los cuadriláteros basado en el modelo Van Hiele con apoyo del software de geometría dinámica GeoGebra, dirigido a estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Particular, Buenas Nuevas, UGEL 03, ubicada en el distrito de San Miguel, Lima – Perú, en el año lectivo 2012. La metodología empleada consistió en la elaboración de una prueba de entrada, que fue aplicada en forma individual, para determinar en qué nivel de razonamiento se encontraban los estudiantes antes de la aplicación de la propuesta didáctica. Las respuestas obtenidas demuestran que los estudiantes se ubican en el nivel de visualización (nivel 1), observándose el uso impreciso de propiedades de las figuras geométricas, y dentro del nivel de análisis (nivel 2) no pueden explicar cómo se relacionan las propiedades de una figura. Luego se aplica una secuencia didáctica, en relación a la enseñanza de los cuadriláteros, que se llevó a cabo durante 6 sesiones de clase. Finalmente se realiza una prueba de salida para comparar los niveles de razonamiento inicial y final, evidenciándose una evolución en los grados de adquisición en los niveles 1, 2 y 3. Respecto al nivel 1, se mejoró en un 18,75%; respecto del nivel 2, se mejoró en un 18,50%; y respecto al nivel 3, se mejoró en 13,75%. Esto demuestra que la aplicación de una propuesta didáctica en base al modelo de Van Hiele permite mejorar los grados de adquisición de los niveles de razonamiento en los estudiantes.

También sobre este modelo, Jaime (1993) manifiesta que el modelo Van Hiele abarca dos aspectos el descriptivo que determina los niveles de razonamiento geométrico, y el instructivo que va a determinar las fases de aprendizaje. Lo descriptivo determina la presencia de cinco niveles de razonamiento en la enseñanza de la Geometría. Esto se debe a que existen diferencias en las formas de aprender, en los modos de trabajar y de expresarse en los distintos períodos por los que atraviesa una persona. Lo instructivo determina la presencia de cinco fases de aprendizaje, que guían al docente en el diseño y organización de las experiencias de aprendizaje, adecuadas para el proceso del paso de un nivel de razonamiento a otro. En esta investigación se expone un método didáctico de analizar y evaluar las respuestas

de los estudiantes, clasificándolos en siete tipos de respuestas, que facilitan determinar los grados de adquisición en cada nivel de razonamiento geométrico que el estudiante puede lograr. Esta metodología de evaluar y analizar las respuestas utilizaremos en nuestra investigación.

Sobre el modelo Van Hiele, Corberán et al. (1994) hacen una interpretación y un análisis sobre la aplicabilidad y la evaluación de este modelo. Explican detalladamente, sobre las características de cada nivel de razonamiento geométrico, y de cómo las fases de aprendizaje nos ayudan a brindar a los estudiantes ciertas estrategias de aprendizaje para llegar a razonar de una determinada forma. Donde el centro de atención no es el aprendizaje de hechos y destrezas, si no la comprensión de definiciones y el perfeccionamiento de las formas de razonamiento. En este sentido la palabra enseñar no hay que entenderla en el sentido escolar y habitual de enseñar definiciones junto a ciertas propiedades matemáticas de esos objetos. Más bien entenderla como la enseñanza de nuevas formas de pensamiento, proveniente de estructuras mentales nuevas y cada vez más complejas, que no pueden ser construidas más que por el propio estudiante a partir de su experiencia. Además estos investigadores presentan los descriptores para cada nivel de razonamiento geométrico, que servirá de base para poder evaluar a los estudiantes y ubicarlos en un determinado nivel de razonamiento, lo que explicaremos detalladamente en el marco teórico de nuestra investigación. Lo más interesante de estos investigadores es que diseñan una propuesta didáctica para la enseñanza de polígonos, triángulos y cuadriláteros, a alumnos de primaria y secundaria. Para lo cual utilizan el modelo Van Hiele como marco teórico, en lo que se observa la forma adecuada de relacionar cada nivel de razonamiento geométrico con cada una de las cinco fases de aprendizaje. Esta investigación lo tomaremos como referencia para elaborar nuestros instrumentos de investigación.

También, Jaime y Gutiérrez (1990) manifiestan que el modelo Van Hiele, surge con la necesidad de mejorar los niveles de comprensión de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática específicamente de la Geometría, y del fracaso de los programas educativos obsoletos. Donde lo único que se busca, es que el alumno memorice las definiciones y las demostraciones emanadas en una clase magistral, para luego ser reproducidos en un examen. Por su parte este modelo propone una enseñanza que cree las condiciones favorables para que el alumno alcance un nivel superior de pensamiento.

Además, manifiestan que, el modelo Van Hiele consta de dos partes, el descriptivo y el instructivo, el descriptivo establece los tipos de razonamiento llamados niveles de

razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que lleguen a su máximo grado, que son cinco. Lo instructivo, establece las fases de aprendizaje, que proporciona a los profesores directrices de cómo pueden ayudar a los estudiantes para que puedan lograr con más facilidad un nivel superior de razonamiento. Estos investigadores describen de manera comprensible los descriptores de cada nivel de razonamiento geométrico; para lo que proponen estrategias de evaluación para cada nivel de razonamiento, lo que, facilitará determinar los grados de adquisición y un nivel de razonamiento para los estudiantes. Donde lo más importante no es evaluar si los estudiantes contestan bien o mal, sino cómo contestan y por qué lo hacen así. En tal sentido proponen una secuencia de actividades a seguir dentro del modelo Van Hiele, lo que nos servirá de base y ayuda para elaborar la secuencia de actividades en nuestra investigación.

Además, Lastra (2005) manifiesta que la enseñanza de la geometría desde el modelo de Van Hiele se orienta dentro de la perspectiva constructivista, porque propicia la participación activa del estudiante en la construcción de su conocimiento. Esta investigadora explica de cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes, en los diferentes niveles de razonamiento geométrico propuestos por Van Hiele; y cómo el profesor puede ayudar a sus alumnos para mejorar la calidad de su razonamiento, con ciertas estrategias de enseñanza llamados fases de aprendizaje. Además, propone ciertos objetivos operacionales en función a los tres primeros niveles de razonamiento, que tienen que cumplirse con la aplicación de dos instrumentos de investigación, como son: la prueba objetiva y la pauta de observación. La investigación se aplicó sobre la enseñanza de los cuadriláteros con el uso del modelo Van Hiele y de un software computacional, Cabrí I, a 700 alumnos del cuarto año de Enseñanza Básica de 13 escuelas críticas del sur de la Región Metropolitana de Chile. Esta investigación permitió concluir, que la aplicación de una secuencia de actividades de enseñanza con el objeto cuadriláteros en base al modelo Van Hiele, favorece el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico. Los instrumentos de colecta de datos de esta investigación nos servirán de referencia para diseñar la secuencia de actividades sobre el objeto cuadriláteros en base al modelo de Van Hiele, para estudiantes de quinto grado de primaria. Y describir los grados de adquisición en cada nivel de razonamiento que los estudiantes pueden lograr.

Por su parte, Godino y Ruiz (2004) proponen actividades didácticas para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría. Entre las que se encuentran los cuadriláteros sus descripciones particulares y propiedades. Consideran que la clasificación de los cuadriláteros ayuda no solo

a entender mejor sus propiedades sino a establecer relaciones entre ellos, de esta manera, para clasificar hay que estudiar las características comunes que tienen estas figuras, lo que dependerá a su vez de criterios o variables que se observan, paralelismo de lados, igualdad de lados, igualdad de ángulos, número de ángulos rectos, posición relativa de las diagonales, concavidad y convexidad, que serán importantes abordar dentro del estudio del objeto matemático cuadriláteros, en nuestra investigación.

Sobre el análisis de datos dentro del modelo de Van Hiele, Santos (2014) en su tesis de maestría. “Modelo Van Hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso del GeoGebra”, presenta una manera muy didáctica de organizar, analizar y contrastar los datos entre las respuestas esperadas con las respuestas obtenidas, y un análisis de datos en función a los objetivos de investigación. Esta investigación nos ayuda a entender mejor el uso de la metodología de investigación-acción, y además es un referente para el análisis de datos en nuestra investigación.

1.2. Justificación

En el Perú, dentro de las instituciones educativas públicas de Educación Básica Regular, el proceso educativo se basa en el DCN del año 2008, en el cual el área de matemática se trabaja en función a tres organizadores: Números y Operaciones, Geometría y Medición, y Estadística. El organizador Geometría y Medición nos presenta varios contenidos curriculares o conocimientos que se tienen que impartir de acuerdo a los ciclos y/o grados en los que nos toca hacer la transposición de los conocimientos. Entre estos contenidos, encontramos a los cuadriláteros, sus notaciones, clases, propiedades, áreas y perímetros. Estos objetos matemáticos requieren ser abordados en base a un modelo didáctico que ayude al estudiante a describir objetos, precisar sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico.

Una explicación más concreta y ligada a la realidad por la que se justifica nuestro trabajo de investigación, la encontramos en Cabellos 2006 (citada en IPEBA 2013, p. 8), quien manifiesta lo siguiente.

Vivimos en un mundo en el que la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. A nuestro alrededor podemos encontrar evidencias geométricas en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales. Este entorno demanda de las personas que pongan en práctica habilidades geométricas como obtener información a partir de la observación; interpretar, representar y describir relaciones entre formas; desplazarse en el espacio; entre otras. En ese sentido, aprender Geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender el

mundo; por ello, la Geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad.

El aprendizaje de la Geometría pasa secuencialmente desde el reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos; por lo tanto, es importante que el aprendizaje de la Geometría favorezca el desarrollo de habilidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar. En esta línea, los estudios de los esposos Van Hiele y de Alan Hoffer son referentes técnicos importantes para la construcción de los niveles de este mapa; sus estudios permiten hacer una descripción de procesos como la modelación y la visualización desde las habilidades implicadas en ellos.

Cabellos (2006) manifiesta que el aprendizaje de la Geometría al ser gradual y secuencial, desde el reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones, hasta la argumentación formal de sistemas geométricos; favorece el desarrollo de habilidades para visualizar, comunicar, representar, argumentar y modelar. En este sentido, los estudios de Van Hiele son referentes técnicos importantes para la construcción de los niveles de razonamiento, como lo manifiesta Jaime (1993).

De otro lado, el Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes, (PISA), organismo operador de la OCDE, analiza el rendimiento de los alumnos de 15 años en asignaturas como matemáticas, lenguaje y ciencia, a partir de unas pruebas a las que fueron sometidos los escolares de los 65 países, que representan el 80% de la población mundial. Se observa que, entre los países latinoamericanos, Chile es el mejor situado al colocarse en el puesto 51 con 423 puntos en matemáticas, por debajo de la media fijada por Pisa, de 494 puntos. El último de la lista y del grupo de América Latina es Perú, en el puesto 65 con una puntuación de 368 para matemáticas, 384 para lectura y 373 para ciencia, lo que evidencia que, a nivel internacional, nuestros estudiantes no tienen ninguna competitividad. La Geometría está presente en el dominio del contenido que se evalúa de acuerdo a cuatro categorías de contenidos interrelacionados entre sí, cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, e incertidumbre y datos.

Debemos considerar que la Geometría está presente en toda la actividad humana; esta, a su vez, genera problemas geométricos que requieren soluciones con cierto nivel de conocimientos matemáticos; además, la enseñanza de estos objetos matemáticos en el nivel de educación primaria se da con cierto grado de falencias, sin ningún rigor matemático; el único recurso bibliográfico de consulta con el que cuentan los docentes y alumnos son los textos oficiales proporcionados por el Ministerio de Educación, que no garantizan una adecuada secuencia didáctica. Por otra parte, Renzulli y Scaglia 2006, Morales y Majé 2011 (citadas por Maguiña 2013) consideran que la enseñanza y aprendizaje de los cuadriláteros está

relacionada con la formación de esquemas mentales (prototipos) de las figuras geométricas que están fuertemente marcados por características irrelevantes desde el punto de vista conceptual. Estos prototipos se forman, entre otras razones, por el uso casi exclusivo de representaciones gráficas estereotipadas durante la enseñanza de las definiciones geométricas. Los alumnos, si bien son capaces de reconocer las características definitorias de algunas figuras geométricas sencillas como el de rombo, cuadrado y rectángulo, incluyen en sus descripciones estas características irrelevantes. Esta realidad nos motiva investigar sobre los cuadriláteros; y, a partir de esta investigación, establecer una secuencia de actividades para la enseñanza y aprendizaje de los cuadriláteros en base al modelo Van Hiele para los alumnos del quinto grado de primaria.

1.3. El problema de investigación

El Ministerio de Educación a través de IPEBA (2013) actualmente SINEACE, plantea como un propósito, que los estudiantes del quinto grado de primaria, estén en condiciones de describir, comparar, estimar y representar formas de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construya a partir de la descripción de sus elementos; interpretar y explicar las relaciones de las medidas de ángulos, perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros, utilizando unidades de medida convencional y arbitraria. Consideramos que este propósito no se cumple por las limitaciones en la transposición de los conocimientos, donde el único material de consulta que tienen alumnos y docentes son los libros de texto que el Ministerio de Educación distribuye. Los cuales presentan escasa información sobre conocimientos básicos de geometría.

Por otro lado, consideramos que los estudiantes de primaria no tienen las estrategias necesarias para desarrollar su razonamiento geométrico en función a los niveles de razonamiento que propone Van Hiele. Como manifiesta, Jaime (1993) todo el proceso educativo se desarrolla en función a la información de los libros de textos, donde se enuncia una definición matemática del objeto en estudio y se hace una descripción de sus características. Finalmente, se plantea ejercicios de memorización, de resolución algorítmica y de reconocimiento de figuras concretas.

En tal sentido, consideramos necesario que los docentes cuenten con diversas propuestas didácticas para abrir paso a la interacción en la enseñanza, a partir de la descripción, interpretación, representación, y estimación de objetos geométricos, con una actitud crítica y reflexiva. Este punto de vista, de enfocar la enseñanza de los contenidos geométricos, de una

manera más didáctica, donde el niño desarrolle sus niveles de razonamiento, nos encaminó a emprender la presente investigación.

Por lo expuesto anteriormente, planteamos la siguiente pregunta de investigación.

¿Cuál es el nivel de razonamiento geométrico que alcanzan los estudiantes de quinto grado de primaria sobre el objeto cuadriláteros, a través de una secuencia de actividades basada en el modelo Van Hiele?

1.4. Objetivos de investigación

Objetivo general

Analizar los niveles de razonamiento geométrico que alcanzan los estudiantes de quinto grado de primaria sobre el objeto cuadriláteros según el modelo Van Hiele.

Objetivos específicos

- Identificar los niveles de razonamiento inicial que poseen los estudiantes de quinto grado de primaria sobre el objeto cuadrilátero según el modelo Van Hiele.
- Describir el proceso de adquisición de los niveles de visualización, análisis y clasificación del objeto cuadriláteros en estudiantes de quinto grado de primaria por medio de una secuencia de actividades.
- Identificar los niveles de razonamiento final que lograron los estudiantes del quinto grado de primaria sobre el objeto cuadriláteros de acuerdo al modelo Van Hiele.

Una vez concluida la presentación del capítulo de la problemática, pasamos a presentar el siguiente capítulo relacionado al objeto matemático cuadriláteros, a nivel matemático y a nivel didáctico para estudiantes de educación primaria.

CAPÍTULO II: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO CUADRILÁTEROS

2.1. Aspectos matemáticos

En esta sección presentamos las definiciones y propiedades con relación al objeto matemático cuadriláteros, que consideramos necesarios que los estudiantes conozcan para lograr aprendizajes esperados. En primer lugar, presentaremos las definiciones geométricas con un rigor matemático, para lo cual tomamos las definiciones dadas por Moise y Downs (1966).

Asumimos que las definiciones de algunos objetos matemáticos ya son conocidas por los estudiantes, en consecuencia solamente presentamos las definiciones que guardan relación directa con nuestro objeto de investigación.

Empezaremos por dar la definición de ángulo.

Ángulos. Al respecto Moise y Downs (1966) definen de la siguiente manera.

Si dos rayos tienen el mismo origen o extremo, pero no están en la misma recta, entonces su reunión es un ángulo. Los dos rayos se llaman los lados del ángulo y el extremo común se llama vértice. Si los rayos son AB y AC , entonces el ángulo se indica con $\angle BAC$ o con $\angle CAB$. (p. 75).

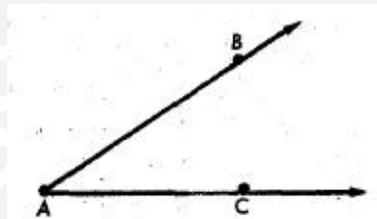


Figura 1. Ángulo

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 75)

“Los dos lados del ángulo son rayos y no segmentos. Por lo tanto, la figura siguiente, a la izquierda, no es un ángulo” (Moise y Downs 1966 p. 75).

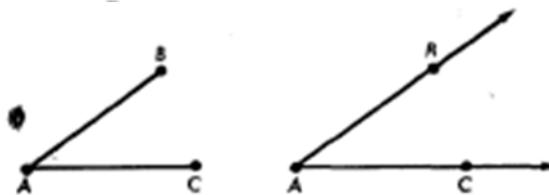


Figura 2. Ángulos

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 75)

Para definir la perpendicularidad de los rayos es necesario definir al ángulo recto. Al respecto Moise y Downs (1966) manifiestan.

Si los ángulos de un par lineal tienen la misma medida, entonces cada uno de ellos se llama un ángulo recto. En este caso, tenemos $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, por el postulado del suplementario”. Por lo tanto, un ángulo recto es el ángulo cuya medida es 90° (p. 87).

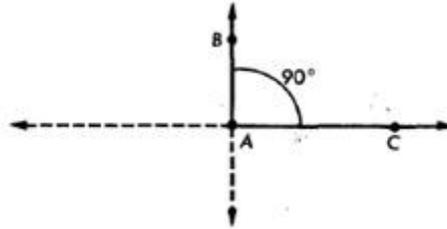


Figura 3. Ángulos

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 87)

Rayos perpendiculares. En la figura 3, “si los rayos AB y AC forman un ángulo recto, entonces se llaman perpendiculares, y escribimos $AB \perp AC$. Empleamos la misma notación para rectas y segmentos...” (Moise y Downs 1966 p. 87).

Rectas paralelas. Al respecto Moise y Downs (1966) consideran que dos rectas en el espacio pueden estar situadas de tres distintas maneras:

- 1) Pueden intersectarse en un punto. En este caso tienen que ser coplanarios.
- 2) Pueden no intersectarse y no ser coplanarios. En este caso, se llaman rectas alabeadas.
- 3) Las dos rectas pueden estar en un mismo plano sin intersectarse. En este caso, decimos que las dos rectas son paralelas.

Además, en dos rectas paralelas se cumplen las siguientes afirmaciones:

- Dos rectas en un plano son paralelas, si ambas son perpendiculares a la misma recta.
- Si dos rectas son paralelas, entonces todos los puntos de cada recta equidistan de la otra recta.
- La distancia entre dos rectas paralelas es la distancia de cualquier punto de una de ellas a la otra.
- Dos rectas paralelas esta exactamente en un plano

Definición. Dos rectas son paralelas, si están en un mismo plano y no se intersectan.

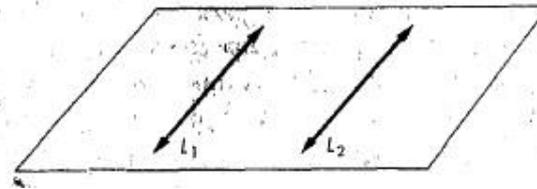


Figura 4. Rectas paralelas

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 229)

Los cuadriláteros. Siendo los cuadriláteros el objeto matemático de investigación, es necesario considerar ciertas afirmaciones. Al respecto Moise y Downs (1966) presentan la siguiente definición.

Sean A, B, C y D, cuatro puntos coplanarios. Si tres cualesquiera de ellos no están alineados, y los segmentos AB, BC, CD y DA se intersecan solamente en sus extremos, entonces la reunión de los cuatro segmentos se llama cuadrilátero. Los cuatro segmentos se llaman lados, y los puntos A, B, C y D se llaman vértices, los $\angle DAB$, $\angle ABC$, $\angle BCD$ y $\angle CDA$ se llaman ángulos del cuadrilátero, y pueden indicarse por $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ y $\angle D$ (p. 245).

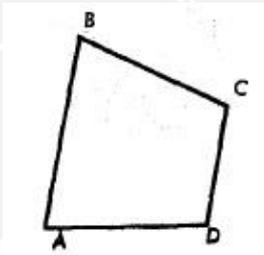


Figura 5. Cuadrilátero

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 245)

Además, consideran que un cuadrilátero es una figura plana de cuatro lados, en las que se cumple las siguientes afirmaciones:

- Los lados de los cuadriláteros no deben cruzarse uno al otro.
- Un cuadrilátero es convexo si dos cualquiera de sus vértices no están en lados opuestos de una recta que contiene a un lado del cuadrilátero.
- Dos lados de un cuadrilátero son opuestos, si no se intersecan.
- Dos ángulos son opuestos, si no tienen común un lado del cuadrilátero.
- Dos lados son consecutivos, si tienen un extremo común.
- Dos ángulos son consecutivos, si tienen común un lado del cuadrilátero.
- Una diagonal de un cuadrilátero es un segmento determinado por dos vértices no consecutivos.

Presentamos algunos ejemplos de cuadriláteros en la figura 6.

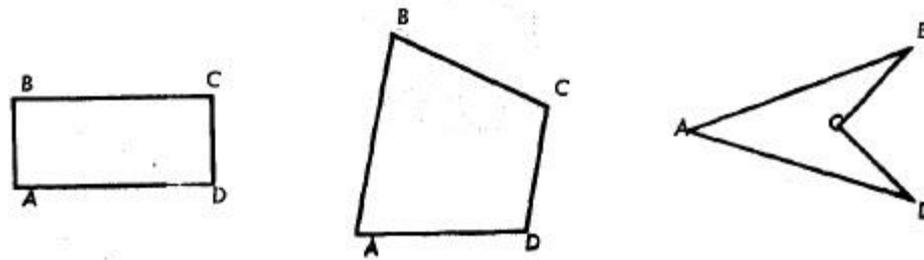
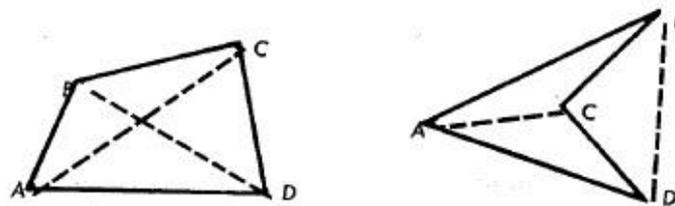


Figura 6. Cuadriláteros

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 143)

Definición de diagonal de un cuadrilátero. Una diagonal de un cuadrilátero es un segmento determinado por dos vértices no consecutivos, como se muestra en la figura 7. (Moise y Downs 1966, p. 246).



Así, en el $\square ABCD$, los siguientes pares de lados y de ángulos son opuestos: \overline{AB} y \overline{CD} , \overline{BC} y \overline{AD} , $\angle A$ y $\angle C$, $\angle B$ y $\angle D$. Algunos de los pares consecutivos son: \overline{AB} y \overline{BC} , \overline{BC} y \overline{CD} , $\angle D$ y $\angle A$, $\angle A$ y $\angle B$. Las diagonales del $\square ABCD$ son \overline{AC} y \overline{BD} .

Figura 7. Cuadriláteros

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 246)

Definición de cuadriláteros convexos. Un cuadrilátero es convexo, si dos cualesquiera de sus vértices no están en lados opuestos de una recta que contiene a un lado del cuadrilátero (Moise y Downs 1966, p. 246).

La figura 8 muestra dos cuadriláteros, la de la izquierda es convexa porque satisface las condiciones, pero la de la derecha no, porque los vértices A y B están en lados opuestos de la recta DC.

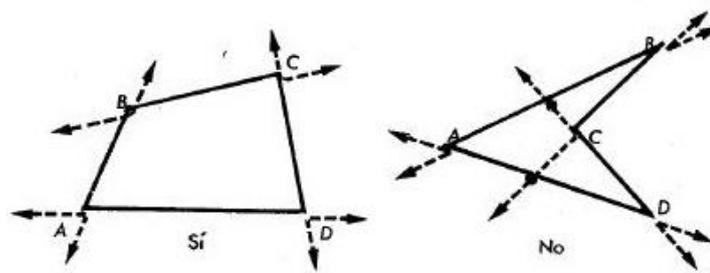


Figura 8. Cuadriláteros

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 246)

Definición del paralelogramo.- Un paralelogramo es un cuadrilátero en el cual ambos pares de lados opuestos son paralelos (Moise y Downs 1966, p. 247).



Figura 9. Paralelogramo
Fuente: Moise y Downs (1966, p. 247)

A continuación presentamos una serie de propiedades.

- Cada diagonal descompone a un paralelogramo en dos triángulos congruentes.
- En un paralelogramo, dos lados opuestos cualquiera son congruentes.
- En un paralelogramo, dos ángulos opuestos cualesquiera son congruentes.
- En un paralelogramo, dos ángulos consecutivos cualesquiera son suplementarios
- Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, entonces tiene cuatro ángulos rectos.
- Las diagonales de un paralelogramo se bisecan.
- Si ambos pares de lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- Si dos lados de un cuadrilátero son paralelos y congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.

Definición del rectángulo. “El rectángulo es un paralelogramo cuyos ángulos son todos rectos” (Moise y Downs 1966, p. 251).

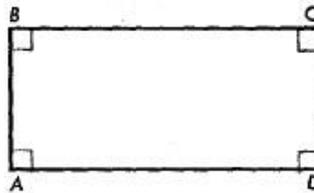


Figura 10. Rectángulo
Fuente: Moise y Downs (1966, p. 251)

Es necesario considerar más afirmaciones presentadas por los mismos autores.

- Si los cuatro ángulos del cuadrilátero son ángulos rectos, entonces el cuadrilátero se llama rectángulo.
- Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, entonces tiene cuatro ángulos rectos, y el paralelogramo es un rectángulo.

Definición del cuadrado. “Un cuadrado es un rectángulo cuyos lados son todos congruentes entre sí” (Moise y Downs 1966, p. 251).

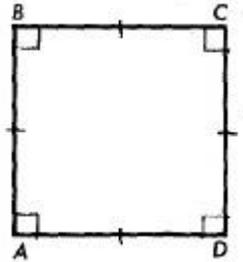


Figura 11. Cuadrado

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 251)

- Si los cuatro ángulos son ángulos rectos y los cuatro lados son congruentes, entonces el cuadrilátero es un cuadrado.

Definición del rombo. “Un rombo es un paralelogramo cuyos lados son todos congruentes entre sí” (Moise y Downs 1966, p. 251).

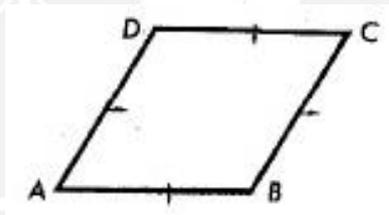


Figura 12. Rombo

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 251)

- En un rombo, las diagonales son perpendiculares entre sí.
- Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan y son perpendiculares, entonces el cuadrilátero es un rombo.

Definición del Trapecio. “Un trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. Permite la posibilidad de que ambos pares de lados opuestos sean paralelos. Si esto sucede, tenemos un paralelogramo.” (Moise y Downs 1966, p. 247).



Figura 13. Trapecios

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 247)

Hemos presentado las definiciones de los objetos matemáticos que consideramos necesarios conocer, para abordar un estudio de los cuadriláteros con un rigor matemático, los que servirán como focos de referencia en el proceso de nuestra investigación. Además presentamos definiciones de los mismos objetos matemáticos desde el punto de vista didáctico para el nivel de educación primaria; de acuerdo a los libros de texto que el Ministerio de Educación proporciona a las instituciones educativas del Perú, como también consideramos pertinente la propuesta de Godino et al. (2004).

2.2. Aspectos didácticos

Al revisar los libros de texto, que el Ministerio de Educación del Perú proporciona para los estudiantes del quinto grado de educación primaria, con los que se trabaja obligatoriamente. Observamos que los cuadriláteros se definen en función a polígonos, muy diferente a la definición dada matemáticamente por Moise y Downs (1966), en lo que no se evidencia la descripción de sus propiedades. Además la presentación de los contenidos geométricos se hace de manera desorganizada, sin considerar que el aprendizaje de la matemática es gradual y secuencial. Por ejemplo, presentan primero a los cuadriláteros y su definición, sin antes de haber presentado y definido los objetos matemáticos necesarios para definir a los cuadriláteros, como son las definiciones de, recta, segmento, ángulo, diagonal, paralelismo, entre otros. Lo que no podemos negar es que en el nivel de educación primaria se espera tener además de las definiciones, la descripción de las propiedades de cada objeto matemático. En este sentido, por ejemplo, sobre el rombo, Godino et al. (2004) presentan una definición más didáctica al manifestar que, el rombo es un paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes. Siendo condición necesaria y suficiente para que un paralelogramo sea rombo que tenga dos lados consecutivos congruentes. Además en todo rombo las diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen. Es por esta razón que optamos también por considerar las definiciones de Godino et al. (2004), que son definiciones adecuadas y diseñadas para trabajar en el nivel de educación primaria.

De acuerdo con Godino et al. (2004) la geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, polígono, poliedro, etc. Que designan a figuras geométricas; los que son considerados como abstracciones o representaciones, y que es necesario tener en cuenta que la naturaleza de estos entes geométricos es distinta de los objetos perceptibles. El punto, la recta, el plano, no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc. Por ejemplo el cuadrado no es una pieza de material de una

forma especial; es una forma controlada por su definición, que debe ser representada para ser aprendida.

En tal sentido estos entes matemáticos deben ser representados para facilitar su uso. Por ejemplo la huella que deja la punta del lápiz en una hoja de papel puede representar al punto. Este como objeto o figura geométrica que no tiene dimensiones se usa para indicar una posición en el espacio. Las rectas son conjuntos de puntos ilimitados por ambos extremos, no tiene espesor. El plano es un conjunto de puntos no colineales ilimitados en todas direcciones, y no tiene espesor. El espacio es el conjunto de todos los puntos. Cualquier subconjunto de puntos del espacio se considera como figura geométrica. Siendo el objetivo de la Geometría la de describir, clasificar y estudiar las propiedades de las figuras geométricas.

A continuación presentamos las definiciones de algunos objetos geométricos de acuerdo a Godino et al. (2004) y de Perú (2009), y así evidenciar ciertas diferencias o similitudes.

Definición de ángulo. “Se usa la palabra ángulo para designar a la figura geométrica formada solamente por el conjunto de los lados y el vértice” (Godino et al. 2004 p. 196). En la figura 14 tenemos el ángulo $\angle CAB$ o $\angle BAC$.

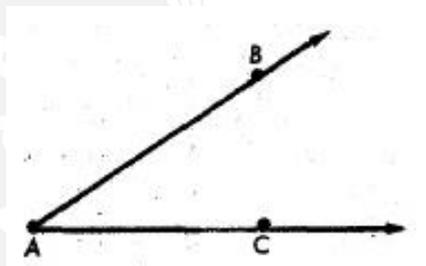


Figura 14. Ángulo

Fuente: Moise y Downs (1966, p. 76)

Definición de Ángulo. Según Perú (2009) un ángulo está formado por dos rayos (lados) que tienen un mismo origen llamado vértice. La figura 15 es la representación de ángulo según el libro de texto consultado.

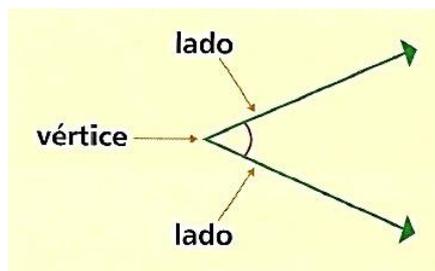


Figura 15. Ángulo

Fuente: Perú (2009, p. 120)

Los ángulos se clasifican en: ángulo recto, ángulo agudo, ángulo obtuso y ángulo llano.

La figura 16 representa la clasificación de ángulos, según el libro de texto consultado

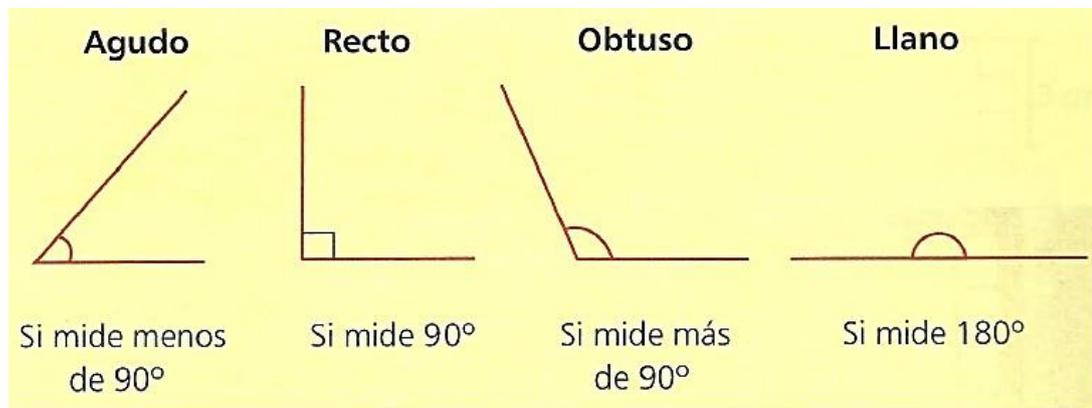


Figura 16. Clases de ángulo
Fuente: Perú (2009, p. 121)

Definición de polígono. De acuerdo con Godino et al. (2004) es una curva simple y cerrada formada por segmentos unidos por sus extremos; a los segmentos que la forman se llaman lados y a los extremos de esos segmentos, vértices. Si todos los lados de un polígono son iguales se dice que es regular. Los polígonos se nombran según el número de lados o vértices que tienen. (Triángulo, cuadrado, pentágono, etc.), en la figura 17 tenemos representaciones de polígonos.

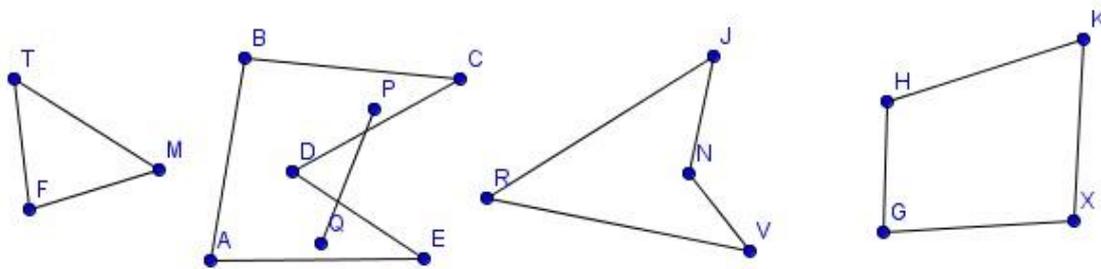


Figura 17. Ejemplos de Polígonos

También en los polígonos se cumple ciertas características como:

- Un polígono que tiene todos sus lados congruentes se dice que es equilátero.
- Un polígono convexo cuyos ángulos interiores son todos congruentes se dice que es equiángulo.
- Un polígono convexo que tiene sus lados y sus ángulos congruentes se dice que es regular.

Definición de polígono. Según Perú (2009) El polígono es una línea poligonal cerrada, que está formada por un número finito de segmentos, unidos uno a continuación de otros. Los segmentos consecutivos no están alineados.

Godino et al. (2004) manifiesta, que después de los triángulos, los polígonos más sencillos, por tener menos lados, son los cuadriláteros, conocidos como cuadrados, rectángulos, rombos, etc., pero realizar clasificaciones de estos objetos geométricos no solo ayuda a entender mejor sus propiedades sino a establecer relaciones entre ellos. Para lo cual es necesario estudiar sus características comunes y los criterios como de paralelismo de lados, igualdad de lados, igualdad de ángulos, igualdad y perpendicularidad de diagonales, número de ángulos rectos, entre otros.

Definición de cuadrilátero. De acuerdo con Godino et al. (2004) es un polígono que tiene cuatro lados, cuatro vértices y dos diagonales, además tienen distintas formas.

La figura 18 representa a un cuadrilátero.

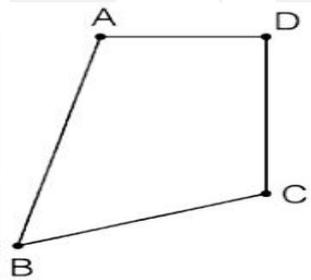


Figura 18. Cuadrilátero

Definición de cuadrilátero. Según Perú (2009) los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados. Se clasifican en paralelogramos y trapecios. Tenemos algunos ejemplos. La figura 19 es la representación de cuadriláteros según el libro de texto consultado.

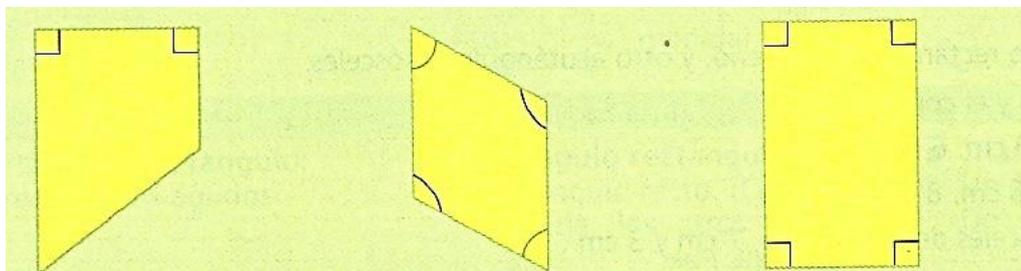


Figura 19. Cuadriláteros
Fuente: Perú (2009, p. 52)

Definición del paralelogramo. Godino et al. (2004) manifiestan que el paralelogramo es un cuadrilátero que tiene paralelos los dos pares de lados opuestos. Entre sus propiedades tenemos:

- Los lados opuestos son congruentes.
- Los ángulos opuestos son congruentes.
- Las diagonales se cortan mutuamente en partes iguales.

La figura 20 representa a un paralelogramo.

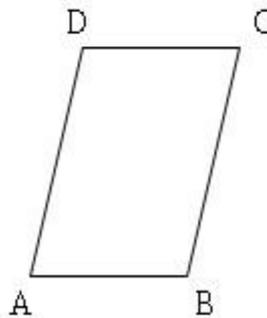


Figura 20. Paralelogramo

Definición de rectángulo. De acuerdo con Godino et al. (2004) el rectángulo es un paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos. El conjunto de los rectángulos está incluido en el conjunto de los paralelogramos. Entre las propiedades de los rectángulos tenemos:

- Los diagonales de un rectángulo son congruentes.
- Los lados opuestos son congruentes.

La figura 21 representa a un rectángulo

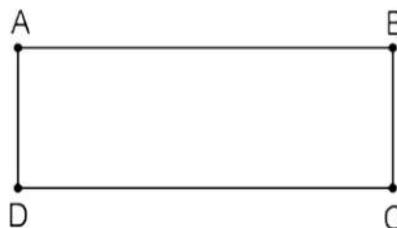


Figura 21. Rectángulo

Definición de rectángulo. Según Perú (2009) el rectángulo es un paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos. La figura 22 representa un rectángulo, según el libro de texto consultado.

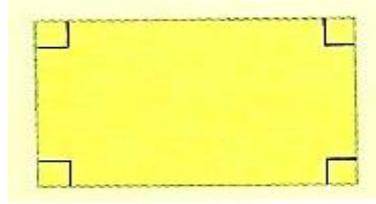


Figura 22. Rectángulo
Fuente: Perú (2009, p. 52)

Definición del rombo. Godino et al. (2004) considera al rombo como un paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes. Siendo condición necesaria y suficiente para que un paralelogramo sea rombo que tenga dos lados consecutivos congruentes. La propiedad que le caracteriza al rombo es, que sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen. La figura 23 representa a un rombo.

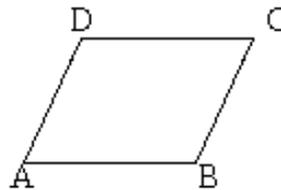


Figura 23. Rombo

Definición de rombo. Según Perú (2009) el rombo es un paralelogramo que tiene cuatro lados de la misma longitud. La figura 24 representa un rombo según el libro de texto consultado.

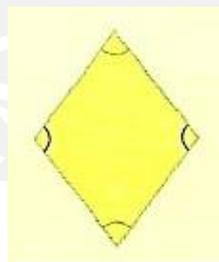


Figura 24. Rombo
Fuente: Perú (2009, p. 52)

Definición del cuadrado. De acuerdo con Godino et al. (2004) el cuadrado es un paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos y sus cuatro lados congruentes. El cuadrado es a la vez un rectángulo y un rombo. Las propiedades más generales son:

- Sus diagonales se cortan en partes congruentes.
- Sus diagonales son congruentes
- Sus diagonales son perpendiculares y bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen. La figura 25 representa a cuadrado ABCD, donde $AB = BC = CD = DA$.

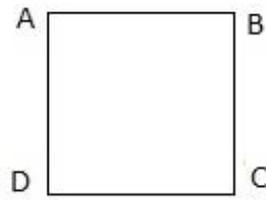


Figura 25. Cuadrado

Definición de cuadrado. Según Perú (2009) el cuadrado es un paralelogramo que tiene cuatro lados de la misma longitud y los cuatro ángulos tienen la misma medida. La figura 26 representa un cuadrado, según el libro de texto consultado.

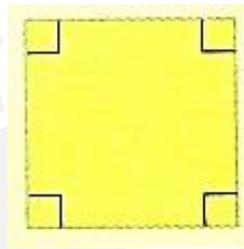


Figura 26. Cuadrado
Fuente: Perú (2009, p. 52)

Definición del trapecio. De acuerdo con Godino et al. (2004) se define como trapecio al cuadrilátero que tiene únicamente dos lados opuestos paralelos. Los lados paralelos se llaman bases del trapecio; base mayor y base menor. Los trapecios se clasifican en, trapecio isósceles, trapecio rectángulo y trapecio escaleno. Los que representamos a continuación.

a. Trapecio isósceles.- Cuando el trapecio tiene sus lados no paralelos congruentes.

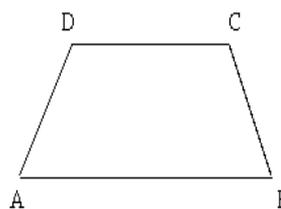


Figura 27. Trapecio isósceles

b.- Trapecio escaleno. Es cuando el trapecio tiene sus cuatro lados de diferentes medidas.

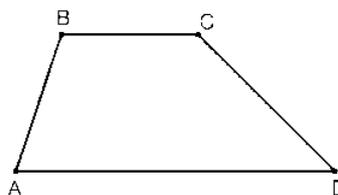


Figura 28. Trapecio escaleno

c.- **Trapezio rectángulo.** Es cuando uno de los lados no paralelos es perpendicular a las bases.

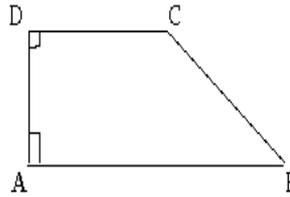


Figura 29. Trapecio rectángulo

Definición del trapecio. Según Perú (2009) el trapecio tiene dos lados paralelos. Se clasifica en: trapecio rectángulo, trapecio isósceles y trapecio escaleno. La figura 30 representa las tres clases de trapecios, según el libro de texto consultado.



Figura 30. Trapecios
Fuente: Perú (2009, p. 52)

Las definiciones y propiedades dadas por Moise y Downs (1966) son la base del aspecto matemático de nuestra investigación. Las definiciones y las propiedades dadas por Godino et al. (2004) y las definiciones del libro de texto, Perú (2009) nos servirán para elaborar los descriptores para los diferentes niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele, por ser aspectos matemáticos diseñados para el nivel de educación primaria desde un punto de vista didáctico.

Concluida la presentación del objeto matemático cuadriláteros, en el aspecto matemático y en el aspecto didáctico, a continuación presentamos el siguiente capítulo relacionado al marco teórico y metodología.

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

En este capítulo, nos centramos en explicar los aportes que tomaremos en cuenta del modelo de Van Hiele. La secuencia de actividades para la enseñanza de los cuadriláteros a estudiantes de primaria, estará centrado en los niveles de razonamiento y en las fases de aprendizaje. Para lo cual abordaremos en el modelo de Van Hiele, los niveles de razonamiento geométrico, las fases de aprendizaje, los descriptores de cada nivel y las estrategias de evaluación. Finalmente haremos una descripción de la metodología de investigación-acción.

3.1. El modelo Van Hiele

Nuestro trabajo de investigación está orientado a determinar una secuencia de actividades, en la enseñanza y aprendizaje del objeto matemático cuadriláteros, con la finalidad, de que los estudiantes comprendan el significado y la utilidad de las definiciones geométricas. Y no sigan con la memorización de definiciones o mecanización de ciertos algoritmos. Por el contrario se les debe de brindar estrategias de aprendizaje, que les ayude desarrollar sus niveles de razonamiento.

Por ser los cuadriláteros un contenido geométrico, utilizaremos una teoría diseñada especialmente para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, como es el modelo de Van Hiele. Para quienes el aprender geometría significa, pasar por ciertos niveles de pensamiento, que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente. Para lo cual, necesita la ayuda del docente.

Al respecto Corberán et al. (1994) manifiestan que, este modelo proporciona a los estudiantes niveles de razonamiento y fases de aprendizaje, que le van a servir para desarrollar su razonamiento geométrico y luego conseguir comprender los temas que estudian e ir más allá, de la simple memorización de las definiciones, teoremas, algoritmos o métodos de resolución de ejercicios. Además, estos investigadores manifiestan que los profesores de primaria se inclinan por una enseñanza más repetitiva, quedando la comprensión, el análisis y el razonamiento relegado a un segundo plano, en desventaja de la actividad comprensiva de los estudiantes, a los cuales sólo se les pide memorizar definiciones, propiedades, fórmulas y algoritmos. Muchas veces no hay manera de conseguir que los estudiantes comprendan algún conocimiento nuevo, y si lo comprenden sólo son capaces de usarlos en ejemplos idénticos a

los resueltos con la ayuda del profesor, muchas veces ni esto ocurre porque el objetivo del profesor es solamente que los estudiantes memoricen las definiciones, las fórmulas, los enunciados, los teoremas, etc. Es difícil encontrar estudiantes que realicen demostraciones más o menos rigurosas, aunque sean intuitivas, de las propiedades o resultados que se están estudiando.

Para explicar mejor los niveles de comprensión que presentan los alumnos es necesario presentar lo que Van Hiele explica sobre el origen de su interés por este tema, Van Hiele 1986 (citado en Corberán et al. 1994, p.13),

Cuando empecé mi carrera como profesor de Matemáticas, pronto me di cuenta de que era una profesión difícil. Había partes de la materia en cuestión que yo podía explicar y explicar, y aun así los alumnos no entendían. Podía ver que ellos lo intentaban realmente, pero no tenían éxito. Especialmente al comienzo de la Geometría, cuando había que demostrar cosas muy simples, podía ver que ellos daban el máximo de sí, pero la materia parecía ser demasiado difícil. -De pronto parecía que comprendían la materia en cuestión. Podían hablar de ella con bastante sentido y a menudo decían: *No es tan difícil, pero ¿por qué nos lo explicó usted de forma tan complicada?* En los años que siguieron cambié mi explicación muchas veces, pero las dificultades se mantenían. Parecía como si siempre estuviera hablando en una lengua distinta. Y considerando esta idea descubrí la solución, los diferentes niveles del pensamiento.

Esta realidad encaminó a Van Hiele, investigar sobre los procesos de aprendizaje de la Geometría, permitiéndoles formular el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele. En lo que se plantea la existencia de diversos niveles de razonamiento geométrico, que sirven para identificar los problemas de aprendizaje. Además, presenta una propuesta para los profesores, sobre cómo lograr que sus alumnos mejoren la calidad de su razonamiento matemático. Se trata de las fases de aprendizaje, en las cuales se propone una organización de la enseñanza que ayudará a los estudiantes a construir las estructuras mentales que les permitan lograr un nivel superior de razonamiento.

Antes de explicar los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje es necesario presentar el resumen de las propuestas de los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje que caracterizan el Modelo de Razonamiento de Van Hiele, extraídas de Corberán et al. (1994, p. 14)

- 1) Se puede encontrar varios niveles diferentes de perfección en el razonamiento de los estudiantes de Geometría y en general, de Matemáticas.
- 2) Un estudiante sólo podrá comprender realmente aquellas partes de las Matemáticas que el profesor le presente de manera adecuada a su nivel de razonamiento.
- 3) Si una relación matemática no puede ser expresada de forma comprensible para el nivel de razonamiento actual de los estudiantes, es necesario esperar a que éstos alcancen un nivel de razonamiento superior para presentársela.

- 4) No se puede enseñar a una persona a razonar de una determinada forma. Pero sí se puede ayudar, mediante una enseñanza adecuada de las matemáticas, a que llegue lo antes posible a razonar de esa forma.

Según ésta teoría, la enseñanza y aprendizaje de la geometría se da en función al uso adecuado de dos elementos importantes, que son, el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos. El primero, implica que los niveles de adquisición, van unidos al uso adecuado del lenguaje, y el segundo, determina que solo se asimila aquello que se presente en el nivel de razonamiento que le corresponde al estudiante. En su defecto se debe de esperar a que lo alcance para enseñar el contenido matemático.

Al igual que todo modelo, el modelo Van Hiele, está caracterizado por determinadas propiedades. Al respecto Jaime y Gutiérrez (1990), mencionan las principales propiedades del modelo, que son.

Recursividad. Cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior, por ejemplo razonar en el segundo nivel no es posible sin la capacidad de razonamiento del primer nivel. Las habilidades que están siendo usados implícitamente por los estudiantes en el nivel N, se convierten en explícitos en el nivel N+1.

Secuencialidad. Un estudiante no puede alcanzar un determinado nivel de razonamiento sin antes haber superado de forma ordenada el nivel inferior. Esto garantiza que los alumnos obtengan mayores grados de adquisición en los distintos niveles de razonamiento.

Especificidad del lenguaje. A cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico, si un profesor quiere que sus estudiantes le comprendan tiene que hablarles en el nivel de lenguaje de ellos, de lo contrario provocará la incomprensión mutua. Las diferentes capacidades de razonamiento geométrico, no solo se reflejan en la forma de resolver los problemas propuestos, sino en la forma de expresarse y en el significado que se le atribuye a determinado vocabulario.

Continuidad. El paso de un nivel de razonamiento al siguiente se produce de forma pausada y continua, y que durante algún tiempo el estudiante se encontrará en un período de transición en el que combinará razonamientos de un nivel y del otro.

Localidad. Se puede observar cómo un estudiante se desenvuelve en diferentes niveles de razonamiento si le proponemos actividades basadas en diferentes áreas de las matemáticas. Un estudiante no siempre se encuentra en el mismo nivel de razonamiento en relación a todos los objetos geométricos, pues sus saberes previos son un elemento determinante en su

habilidad de razonamiento. Es decir, un estudiante puede encontrarse en el nivel 1, respecto a los triángulos pero no necesariamente se encontrará en el mismo nivel respecto a los cuadriláteros.

3.1.1. Niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele

Desde su origen de este modelo en el año 1957, hasta la actualidad ha tenido ciertas modificaciones, uno de ellos es en la numeración; para algunos, los niveles son de 0 a 4 mientras que otros hablan del 1 al 5. Lo que nosotros adoptaremos son los niveles del 1 al 5. A continuación presentamos los descriptores generales de los cinco niveles de razonamiento extraídas de Corberán et al. (1994) y Jaime y Gutiérrez (1990).

Para nuestro trabajo de investigación proponemos los descriptores de cada nivel de razonamiento, que nos ayudaran a identificar los grados de adquisición que un estudiante es capaz de lograr. Para luego asignarle un determinado nivel de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele. Por ser una investigación con alumnos de quinto grado de primaria, hemos determinado trabajar solo en los tres primeros niveles de razonamiento. Para lo cual presentamos los descriptores que mejor relación guardan con los cuadriláteros dentro de nuestra investigación. Entre ellos tenemos.

Nivel 1. Visualización o Reconocimiento

El razonamiento geométrico de este nivel se caracteriza porque los estudiantes manejan solamente información visual y cuya forma de razonamiento no puede ser considerada como propiamente matemática. Es decir, los estudiantes evidenciarán las siguientes características que serán considerados como descriptores de este nivel de razonamiento dentro de nuestra investigación.

- Percibir las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades.
- Describir con el uso de un vocabulario propio, el aspecto físico de las figuras.
- Percibir las figuras como objetos individuales, es decir identificar los cuadriláteros de manera aislada el uno del otro, tales como: cuadrado, rombo, rectángulo y trapecio.
- Comparar y clasificar figuras geométricas basándose en su apariencia global. Por ejemplo, suelen utilizar expresiones como, se parece al cuadro, tiene la forma de una puerta, es como un libro, etc.

Nivel 2. Análisis

Este nivel de razonamiento geométrico se caracteriza porque los estudiantes empiezan a reconocer la presencia de las propiedades matemáticas de los objetos. Es decir, los estudiantes evidenciarán las siguientes características que serán considerados como descriptores de este nivel de razonamiento dentro de nuestra investigación.

- Describir los elementos de los cuadriláteros y enunciar sus propiedades, siempre de manera informal, utilizando vocabulario apropiado. Por ejemplo, lados opuestos de un rectángulo son iguales, el cuadrado tiene cuatro lados iguales.
- Enumerar propiedades necesarias para identificar a cada familia de cuadriláteros. Por ejemplo identificar al cuadrado como una figura de cuatro ángulos rectos, con cuatro lados iguales y dos diagonales iguales.
- Comparar figuras mediante el uso explícito de propiedades de sus componentes. Por ejemplo el trapecio es un cuadrilátero que puede tener diferentes formas dependiendo de la medida de sus ángulos.
- Reconocer las propiedades matemáticas mediante la observación de las figuras y sus elementos de cada familia de cuadrilátero.

Nivel 3. Clasificación

Este nivel se caracteriza porque los estudiantes comienzan a desarrollar la capacidad de razonamiento matemático, y establecer relaciones entre propiedades que caracterizan a cada cuadrilátero. Es decir, los estudiantes evidenciarán las siguientes características que serán considerados como descriptores de este nivel de razonamiento dentro de nuestra investigación.

- Establecer relaciones entre propiedades y deducir unas propiedades de otras ya conocidas, con el uso de un vocabulario geométrico.
- Clasificar diferentes familias de cuadriláteros a partir de propiedades ya conocidas formuladas con precisión matemática.
- Comprender el papel de las definiciones y pueden formular definiciones matemáticamente correctas.
- Usar propiedades que caracterizan a una clase de cuadriláteros, para a partir de ellos llegar a construirlos.

Nivel 4 (Deducción Formal)

El razonamiento geométrico de este nivel se caracteriza porque los estudiantes completan la formación del razonamiento matemático lógico-formal de los individuos. Por lo tanto el estudiante será capaz de.

- Pueden entender y realizar razonamientos lógicos formales. Las demostraciones (de varios pasos) ya tienen sentido para ellos y aceptan su necesidad como único medio para verificar la veracidad de una afirmación.
- Pueden desarrollar demostraciones de distintas maneras. Pueden comparar y contrastar demostraciones diferentes de un mismo teorema.
- Comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y las suficientes y distinguen entre una implicación ($p \rightarrow q$) y su recíproca ($q \rightarrow p$).
- Pueden comprender la estructura axiomática de las Matemáticas, es decir el sentido y la utilidad de términos no definidos, axiomas, teoremas.
- Dan argumentos deductivos formales, pero no investigan los sistemas axiomáticos en sí mismos ni comparan sistemas axiomáticos diferentes.

Nivel 5 (Rigor)

El razonamiento geométrico de este nivel se caracteriza porque los estudiantes adquieren los conocimientos y habilidades propias de los matemáticos profesionales. Por lo tanto el estudiante será capaz de.

- Se encuentran en el máximo nivel de rigor matemático según los parámetros actuales.
- Aceptan la existencia de sistemas axiomáticos diferentes y puede analizarlos y compararlos.
- Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas y compararlos y establecer equivalencias.
- Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.

3.1.2. Las fases de aprendizaje

Cabello (2013) manifiesta que el profesor es quien guía al alumno para que pase de un nivel al siguiente. Para ayudarlo a diseñar el aprendizaje en cada nivel, se establecen cinco fases, es decir, cinco etapas de enseñanza para el progreso en el aprendizaje. Y la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje. Hemos visto, que en los niveles de comprensión, el protagonista es el

alumno, pues es el sujeto de la adquisición de dichos niveles. En cambio, en las fases de aprendizaje, que es la parte metodológica, el protagonista es el profesor, que diseña el camino para que el alumno progrese en la comprensión de la Geometría. A continuación presentamos las características de las cinco fases de aprendizaje extraídas de Corberán et al. (1994) y Jaime (1993).

Fase 1 (Información)

Es una fase de toma de contacto. El profesor debe informar a los estudiantes sobre el campo de estudio en el que van a trabajar, qué tipo de problemas se van a plantear, las definiciones que van a manejar, qué materiales se van utilizar, etc. Los alumnos aprenderán a manejar el material y adquirirán una serie de conocimientos básicos necesarios para empezar el trabajo matemático propiamente dicho.

Es también una fase de información para el profesor, pues sirve para que éste averigüe los conocimientos previos de los estudiantes sobre el tema que se va a abordar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán. Puede ocurrir que los estudiantes hayan estudiado con anterioridad este tema, en cuyo caso el profesor debe saber qué conocimientos (correctos o incorrectos) tienen sus alumnos y, en particular, qué nivel de razonamiento tienen en ese tema concreto.

Fase 2 (Orientación Dirigida)

En esta fase se guía a los estudiantes a explorar el campo de estudio, se resuelve actividades y problemas basados en el material que les ha sido proporcionado por el profesor. Los objetivos principales de esta fase son conseguir que los estudiantes descubran y comprendan, de cuáles son los conocimientos básicos en el área de la Geometría que están estudiando.

Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor tiene que seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y debe orientar sus alumnos hacia la solución cuando lo necesiten, porque los estudiantes todavía no están en condiciones de realizar, por sí solos, un aprendizaje eficaz (en cuanto a los resultados obtenidos y al tiempo empleado), por lo que es necesario que las actividades que se les propongan estén convenientemente dirigidas hacia las definiciones y propiedades que deben estudiar.

Fase 3 (Explicitación)

En esta fase los estudiantes intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo. Es interesante que surjan puntos de vista divergentes, ya que el intento de cada estudiante por justificar su opinión hará que tenga que analizar con cuidado sus ideas.

En esta fase los estudiantes tienen que aprender y utilizar el nuevo vocabulario, para describir las propiedades de los cuadriláteros y establecer las posibles relaciones entre ellos. En esta tercera fase se tendrá que hacer el paso del vocabulario informal propio de los estudiantes al vocabulario geométrico. En esta fase no se produce un aprendizaje de conocimientos nuevos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo con anterioridad, puesta a punto de conclusiones, de práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, todo lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que se está formando.

Fase 4 (Orientación Libre)

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Ahora los estudiantes deberán aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para realizar nuevas actividades y problemas más complejos a los anteriores. El campo de estudio ya es en gran parte conocido por los estudiantes, pero éstos todavía deben perfeccionar su conocimiento del mismo (tanto en los contenidos geométricos como en las habilidades de razonamiento). Esto se consigue mediante el planteamiento por el profesor de problemas que, preferiblemente, puedan desarrollarse de diversas formas o que admitan diferentes soluciones.

Los problemas que hay que plantear en esta fase no tienen nada que ver con los ejercicios de aplicación, tan frecuentes en nuestros libros de texto, para cuya solución solo hace falta recordar algún hecho o método concreto y utilizarlo directamente. Por el contrario, estos problemas deben presentar situaciones nuevas, ser abiertos con varios caminos de resolución, donde intervengan diversas propiedades de los cuadriláteros, que los estudiantes tendrán que combinar de forma adecuada para llegar a su solución.

Fase 5 (Integración)

En esta fase los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre temas, conocimientos y habilidades, y la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente.

En esta fase el profesor debe facilitar la integración de toda la información adquirida, proporcionando comprensiones globales, mediante una acumulación, comparación y combinación de los conocimientos que ya tienen. El trabajo que se realiza en esta fase, y las actividades que se planteen, no deben tener como objetivo producir conocimientos nuevos, sino que deben ayudar a organizar los que ya se han aprendido.

Una vez concluido la descripción del marco teórico de nuestra investigación, que será el modelo Van hiele, proseguimos en describir la metodología de investigación, que es la investigación-acción.

3.2. Metodología de Investigación

3.2.1. Justificación

La metodología de investigación que emplearemos es la investigación-acción. Esta metodología permite al docente interactuar activamente con el estudiante y establecer propuestas de cambio a fin de mejorar la calidad del servicio educativo. Tripp 2005 (citado en santos, 2013) manifiesta que la investigación-acción educativa es una estrategia de desarrollo para los docentes e investigadores, de modo tal que dichas investigaciones puedan mejorar la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos. En este sentido esta metodología es aplicable al campo de la didáctica de la matemática, ya que permite modificar una situación real a través de una comprensión más profunda de los problemas. Todo esto dentro de una postura teórica integrada a la práctica con la intención de mejorar la misma práctica docente, como lo manifiesta Gómez (2010).

La metodología de investigación-acción fue introducida por los años 1944 por Kurt Lewin como forma de estudio de las realidades sociales, con la intención de mejorarlos, como lo manifiesta Rodríguez et al. (2011). En esta línea Elliott (1990) manifiesta que la finalidad esencial de la investigación no es la acumulación de conocimientos sobre la enseñanza o la comprensión de la realidad educativa, sino que guíe la toma de decisiones y los procesos de cambio para la mejora de la misma. Opta como objetivo principal mejorar la practica en vez de generar conocimientos; así, la producción y utilización de conocimientos se subordina a este objetivo fundamental y está condicionado por él. En este sentido la investigación-acción se propone a mejorar la práctica educativa y articular de manera permanente la investigación, la acción y la formación.

Rodríguez et al. (2011) presenta la definición de Elliott, el principal representante de la investigación-acción, desde un enfoque interpretativo define la investigación-acción como un

estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma. La entiende como una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objetivo ampliar la comprensión (diagnóstico) de los docentes de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas.

La metodología a usarse será de tipo participativa y colaborativa. Donde al investigador no se le considera un experto externo que realiza una investigación con personas, sino un coinvestigador que investiga con y para la gente interesada por los problemas prácticos y la mejora de la realidad. En nuestro caso intervienen el docente investigador, docentes de aula, asesores de investigación y alumnos.

3.2.2. Fases metodológicas a implementar en la investigación

La investigación-acción cumple cuatro fases que son propuestos por Elliott (1990), los que detallamos en los siguientes párrafos.

Diagnóstico. Se inicia con una “idea general” con el propósito de mejorar o cambiar algún aspecto problemático de la práctica profesional. Identificado el problema se diagnostica y a continuación se plantea la acción estratégica.

Acción. Dentro de la investigación acción la reflexión recae principalmente sobre la acción; esto porque el énfasis se pone en la acción más que en la investigación; la investigación es así mismo revisada, pero su función principal es servir a la acción. Debe de garantizar de ser sistemático para que la recopilación de datos se realice de acuerdo a un plan y los datos se utilicen para apoyar las evidencias en los cambios.

Observación. Este proceso consiste en generar, obtener y analizar datos relacionados con algún aspecto de la práctica profesional, para poder reflexionar, evaluar, explicar y aplicar a nuestra acción profesional.

Reflexión. Es la etapa final del proceso de investigación. Constituye uno de los momentos más importantes del proceso de investigación acción es una tarea que se realiza mientras persiste el estudio. Nos permite centrarnos en qué hacer con los datos, cómo se va a interpretar los mismos para luego elaborar una información que haga posible una comunicación coherente y entendible.

En base a las 4 fases de la investigación-acción dentro de nuestra investigación cumpliremos las siguientes acciones.

a) Fase de diagnóstico

En esta etapa nuestro propósito principal es identificar el problema. Para lo cual diseñaremos la actividad inicial en base a las nociones básicas de geometría relacionados a los cuadriláteros. Para que los estudiantes identifiquen y describan los cuadriláteros, sus elementos y sus propiedades, con la finalidad de identificar el nivel de razonamiento geométrico que posee cada estudiante dentro del modelo de Van Hiele. La elaboración de esta actividad inicial, lo haremos en función a los contenidos geométricos considerados en el capítulo II de la presente investigación.

Una vez obtenida la información de la actividad inicial. En base al modelo de Van Hiele analizaremos las respuestas de los estudiantes con la finalidad de identificar los grados de adquisición y ubicarlos en el nivel que le corresponde.

b) Fase de acción

En esta fase, diseñamos cuatro actividades relacionados al estudio de los cuadriláteros. Las actividades estarán centrados a identificar a cada familia de cuadriláteros; sus elementos como, lados, ángulos, diagonales, vértices; sus propiedades, como el rectángulo es un paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos, El rombo es un paralelogramo que tiene sus cuatro lados congruentes, entre otros; Las relaciones entre las propiedades, como el cuadrado es un rectángulo de cuatro lados congruentes, el cuadrado es un rombo de cuatro ángulos congruentes, entre otros y, en definir a cada familia de cuadriláteros por la descripción de sus propiedades. La aplicación de estas actividades nos permite observar y analizar el proceso de adquisición del nivel de razonamiento geométrico que logran los estudiantes con relación a los cuadriláteros según el modelo de Van Hiele. La información de la implementación de las actividades, serán las respuestas emitidas por los estudiantes a las preguntas de cada actividad, diseñadas e impresas con anterioridad.

c) Fase de evaluación

Una vez aplicada todas las actividades, nos centraremos en definir los criterios de análisis de las respuestas de los estudiantes. Para lo cual tomaremos como referencia las respuestas esperadas diseñadas con anterioridad y los descriptores de cada nivel de razonamiento, para hacer el contraste respectivo, siempre en base al modelo teórico Van Hiele. Esto nos permite analizar e identificar los niveles de razonamiento del objeto cuadrilátero, que logran los estudiantes al final de las actividades. Además nos brinda información para analizar y verificar la evolución en los grados de adquisición y por ende en los niveles de razonamiento geométrico, en contraste de las respuestas de la primera actividad con las respuestas de la

última actividad. Finalmente después de analizar todos las respuestas se elaboraran las conclusiones que para determinar si ha sido posible cumplir con los objetivos propuestos en nuestra investigación.

d) Fase de reflexión

En esta fase nos centraremos en hacer una evaluación de nuestra propuesta y determinar si es necesario hacer las correcciones. Además describiremos algunas limitaciones o logros que ha tenido nuestro trabajo y puntualizar recomendaciones para futuras investigaciones.

3.2.3. Grados de adquisición de un nivel de razonamiento

Al respecto Jaime (1993) manifiesta que para la descripción de un nivel de razonamiento en el modelo Van Hiele, se debe interpretar las respuestas del estudiante en términos de un nivel de razonamiento, en lo que se puede, identificar la presencia de uno u otro nivel y graduar la calidad de la respuesta. En este sentido, la forma de analizar las respuestas, amplía en gran medida la información obtenida sobre el razonamiento evidenciado por el estudiante.

Además el investigador considera que si nos referimos a la adquisición progresiva de un nivel de razonamiento, podemos hablar en términos cualitativos, de un proceso de dominio cada vez mayor del nivel, que va desde el dominio nulo hasta el dominio completo.

A cada uno de estos Grados de Adquisición de un nivel de razonamiento del modelo de Van Hiele. Jaime (1993, pp. 265-266) caracteriza de la siguiente manera:

Adquisición nula: No se emplean las características de este nivel de razonamiento.

Adquisición baja: Empieza la consciencia de las características, métodos y exigencias propios del nivel, pero es muy pobre la utilización que se hace de ellas. Es frecuente que el estudiante abandone el nivel para trabajar en el nivel anterior.

Adquisición intermedia: El empleo de los métodos de este nivel es más frecuente y preciso, sin embargo, ante la aparición de alguna dificultad y considerando que el dominio no es completo, se realiza un retroceso al nivel anterior intentando regresar al actual luego. Por lo tanto, en este proceso encontramos saltos entre dos niveles consecutivos de razonamiento.

Adquisición alta: Se tiene como nivel de trabajo habitual el actual, aunque muy de vez en cuando se produce el retroceso al nivel anterior. En algunas ocasiones se hace uso inadecuado de las herramientas propias del nivel de razonamiento.

Adquisición completa: Hay dominio total de las herramientas y métodos de trabajos propios de este nivel de razonamiento.

En el sentido de la propuesta, Jaime (1993) determina los límites razonables para cada uno de los grados de adquisición de un nivel de razonamiento, como se detalla en la siguiente tabla.

Tabla 1. Grados de Adquisición de los niveles.

Grado de adquisición	Porcentajes asignados
Adquisición nula	$0\% \leq Gr \leq 15\%$
Adquisición baja	$15\% \leq Gr \leq 40\%$
Adquisición intermedia	$40\% \leq Gr \leq 60\%$
Adquisición alta	$60\% \leq Gr \leq 85\%$
Adquisición completa	$85\% \leq Gr \leq 100\%$

Fuente: Jaime (1993, p. 266)

Finalmente el investigador manifiesta que la cantidad de divisiones y los valores porcentuales asignados para los límites son subjetivos, pero razonables, que no influyen en los grados de adquisición del nivel propuesto. Toda esta clasificación tiene una base en diferentes experimentaciones en diferentes contextos matemáticos y con diversos estudiantes.

A continuación detallaremos sobre el tipo de respuestas que es necesario conocer para poder cumplir con los objetivos establecidos.

3.2.4. Definición de los tipos de respuesta

Jaime (1993) considera que en preguntas de respuesta abierta pueden ser contestados en distintos niveles de razonamiento. Por esta razón no será el enunciado de la pregunta, sino la respuesta del estudiante lo que determine el nivel que se le asigne. En este sentido al momento de evaluar una respuesta, primero se debe de determinar el nivel de razonamiento en el que ha respondido y luego se debe de analizar la calidad de la respuesta desde la perspectiva del nivel que se considera, y de su precisión matemática.

A continuación se presenta los tipos de repuestas, según Jaime (1993, pp. 267-268).

Tipo 1: Ítems sin respuesta, con respuesta no codificable o con respuestas que indican que el estudiante no está en un determinado nivel de razonamiento pero que no proporciona ninguna información sobre su forma de utilizar los niveles de razonamiento inferiores.

Tipo 2: Respuestas matemáticamente incorrectas y muy incompletas, pero en las que se reconocen indicios de utilización de cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres que, además, contienen errores matemáticos o que no contestan directamente a la pregunta planteada.

Tipo 3: Respuestas matemáticamente correctas pero muy incompletas en las que se reconocen indicios de utilización de cierto nivel de razonamiento. Se trata, por lo general, de respuestas muy breves y pobres, aunque no contienen errores matemáticos.

Tipo 4: Respuestas que reflejan claramente características de dos niveles de razonamiento consecutivos. Esta es la situación más típica de los alumnos en

transición entre niveles, pues entremezclan dos niveles de razonamiento consecutivos en sus repuestas a un ítem...

Tipo 5: Respuestas bastante completas pero matemáticamente incorrectas que reflejan claramente la utilización predominante de un nivel de razonamiento determinado. La incorrección de la respuesta puede deberse a errores matemáticos...

Tipo 6: Respuestas bastante completas y matemáticamente correctas que reflejan claramente la utilización predominante de un nivel de razonamiento determinado. Se trata de respuestas claras y correctas pero que no están completas porque no llegan a resolver el problema por completo, porque hay “saltos” en el razonamiento deductivo seguido, porque tienen pequeños errores, etc.

Tipo 7: Respuestas matemáticamente correctas y completas que reflejan claramente la utilización de un nivel de razonamiento determinado.

Esta clasificación en siete tipos de respuestas será utilizada para clasificar las respuestas que brindan los estudiantes a cada uno de las preguntas de las actividades y, para luego asignarle el grado de adquisición y por ende el nivel de razonamiento geométrico a cada estudiante.

3.2.5. Asignación de los Grados de Adquisición

De acuerdo a la propuesta de Jaime (1993) para determinar los grados de adquisición de los diferentes niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele, tendremos en cuenta la ponderación de cada tipo de respuesta, que es trabajado de acuerdo a la siguiente tabla.

Tabla 2. Ponderación de los tipos de respuestas

Tipo	1	2	3	4	5	6	7
Ponderación %	0	20	25	50	75	80	100

Fuente: Jaime (1993, p. 269)

Para calcular el grado de adquisición de cada nivel se determina la media aritmética de las ponderaciones asignadas a todas las preguntas que puedan ser contestadas en ese nivel. Dentro de nuestra investigación analizaremos solamente una respuesta por actividad y por nivel. Por lo tanto, no es necesario determinar la media aritmética. Puesto que el tipo de respuesta de la única pregunta a analizar, se relaciona directamente con la ponderación correspondiente. Por ejemplo si un estudiante tiene un tipo de respuesta 4 en una actividad en un determinado nivel, lo relacionaremos con la ponderación que le corresponde, que es 50%. Esta ponderación determina que el estudiante ha logrado un grado de adquisición intermedia, dentro del nivel que se ha trabajado. Para lo cual determinamos con la ayuda de la tabla 1 referido a los grados de adquisición de los niveles.

A continuación presentamos el siguiente capítulo relacionado al diseño de la secuencia de actividades con sus respuestas esperadas.

CAPÍTULO IV: DISEÑO DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES

En este capítulo presentamos lo referente a la elaboración de los instrumentos de investigación, que son las actividades de la secuencia didáctica y las respuestas esperadas.

4.1. Diseño de los instrumentos de investigación

Para dar sentido a la aplicabilidad de nuestra investigación, hemos diseñado una secuencia de actividades centrado en la enseñanza de los cuadriláteros, que será aplicada con estudiantes del quinto grado de educación primaria. Esta secuencia de actividades está diseñada estrictamente en función a los niveles de razonamiento y a las fases de aprendizaje que propone el modelo de Van Hiele.

Nuestra investigación está orientada para trabajar con alumnos del quinto grado de primaria, con el fin de que estos logren completar la adquisición del segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele. Y si es posible transitar por el tercer nivel. A continuación mostramos los objetivos que esperamos trabajar en cada nivel de razonamiento.

Objetivos del nivel de visualización

Consideramos que en el nivel de visualización los estudiantes, identifican, nombran, comparan y representan los cuadriláteros de acuerdo con su apariencia global, además, cada cuadrilátero es considerado como un objeto, independiente de otras figuras de la misma clase.

- Identificar cuadriláteros por su apariencia global.
- Comparar cuadriláteros por su forma.

Objetivos del nivel de análisis

En el nivel de análisis, los estudiantes reconocen que los cuadriláteros están formados por partes o elementos y están dotadas por propiedades matemáticas. De esta manera se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades como lo manifiestan Morales y Majé (2011).

- Describir los cuadriláteros e identificar sus elementos.
- Identificar las propiedades de cada cuadrilátero.
- Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.

Objetivos del nivel de clasificación

En el nivel de clasificación se deben de establecer las relaciones entre las propiedades que caracterizan a cada cuadrilátero. Como por ejemplo, todo cuadrado es un rectángulo.

- Establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.
- Definir a partir de sus propiedades a cada familia de cuadriláteros.

4.2. Secuencia de actividades para el trabajo con estudiantes

La secuencia de actividades para la enseñanza de los cuadriláteros se ha diseñado bajo el enfoque de las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, puesto que, estas fases constituyen la herramienta didáctica, indispensable para transitar de un nivel de razonamiento geométrico a otro superior. En el diseño de la secuencia de actividades se tiene como referencia los trabajos de investigación realizados por Corberán et al. (1994) y Jaime y Gutiérrez (1990) puesto que son trabajos enfocados para el nivel secundario.

Como lo proponen Corberán et al. (1994) y Jaime y Gutiérrez (1990), en cada actividad se considera necesario trabajar con las cinco fases, iniciando con la fase de información, que nos permite recoger los saberes previos de los estudiantes para luego introducir conceptos nuevos sobre el objeto matemático en estudio; la fase de orientación dirigida facilitará al estudiante aprender los componentes básicos y las relaciones entre propiedades de los cuadriláteros. La fase de explicitación permite que, los estudiantes expresen con un lenguaje geométrico los resultados que han obtenido en las actividades propuestas, luego la fase de orientación libre, permite hacer actividades más complejas para que los estudiantes tengan que emplear los conocimientos construidos durante las fases anteriores, finalmente la fase de integración, permite a los estudiantes tener una visión global de todo lo aprendido sobre los cuadriláteros y establecer la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, con los que tenían anteriormente. A continuación presentamos la secuencia de las 5 actividades diseñadas para trabajar en aula.

Actividad N° 1. Reconociendo los elementos de los cuadriláteros

Objetivos de la actividad

- Identificar cuadriláteros por su apariencia global.

Esta actividad servirá para poner en contacto a los alumnos con el profesor y con el objeto matemático en estudio. Además nos facilita identificar los saberes previos de los alumnos con respecto a los cuadriláteros, sus elementos, como los ángulos, lados y diagonales, así como el

lenguaje que utilizan, para esto se propiciará un clima agradable donde todos manifiesten sus ideas y opiniones. En esta actividad se le presentará a los estudiantes un conjunto de figuras geométricas para que identifiquen, y describan los cuadriláteros y luego todos sus elementos como: ángulos, lados, diagonales, vértices, etc. Al final de la actividad el estudiante responderá las siguientes cuatro preguntas, en forma escrita. (Ver anexo 1)

- 1.- ¿Qué es un ángulo?
- 2.- ¿Qué es un lado de cuadrilátero?
- 3.- ¿Qué es un diagonal de cuadrilátero?
- 4.- Identifica y describe con tus propias palabras al cuadrado, al rectángulo, al rombo y al trapecio.

Respuestas esperadas de la actividad

A continuación presentamos algunas posibles respuestas esperadas por parte del estudiante al desarrollar la actividad propuesta.

Tabla 3. Respuestas esperadas a la actividad 1

ACTIVIDAD	RESPUESTAS ESPERADAS
Actividad 1	<p>-En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre comprender que el ángulo es la unión de dos rayos que tienen un extremo común llamado vértice. (aclaramos que los rayos en este caso contienen los segmentos que son los lados)</p> <p>-En la pregunta 2, se espera que el estudiante logre comprender que un lado del cuadrilátero es cada uno de los segmentos que unen dos vértices consecutivos que son sus extremos.</p> <p>-En la pregunta 3, se espera que el estudiante logre comprender que en el cuadrilátero la diagonal es el segmento que une dos vértices no consecutivos.</p> <p>-En la pregunta 4, se espera que el estudiante logre identificar o describir figuras, comparar o dar atributos, normalmente de tipo físico o visual. Por ejemplo el rectángulo se parece al cuadrado, pero es más largo el lado de su base.</p>

Actividad N° 2. Reconociendo los cuadriláteros

Objetivos de la actividad

- Comparar cuadriláteros por sus formas.
- Describir los cuadriláteros e identificar sus elementos.

En esta actividad se muestran a los estudiantes diferentes cuadriláteros, para que observen cada una de ellos e identifiquen y describan a cada cuadrilátero. Además, deben identificar los elementos de cada cuadrilátero. Esta actividad consta de cuatro preguntas. (Ver anexo 2)

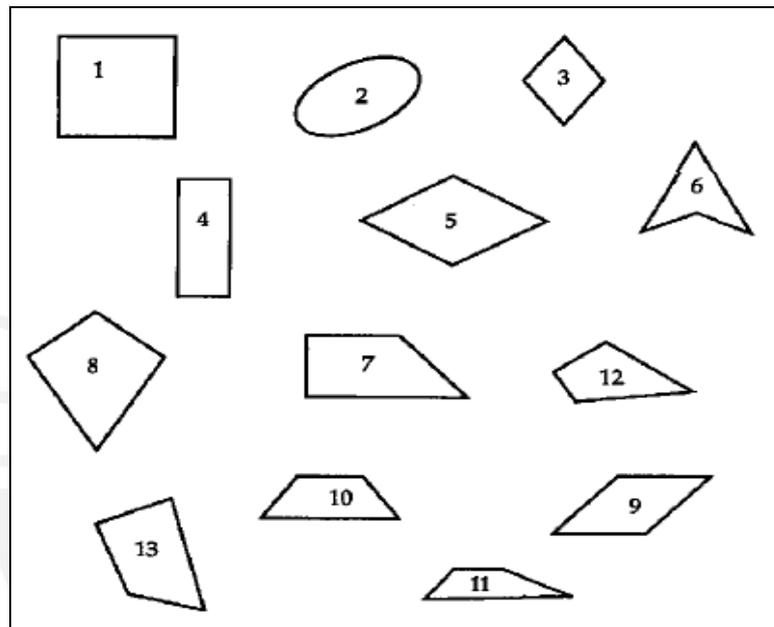


Figura 31. Figuras geométricas
Fuente: Corberán et al. (1994, p. 78)

- 1.- Identifica al cuadrado y expresa el por qué es un cuadrado.
- 2.- Identifica al rectángulo y expresa por qué es un rectángulo.
- 3.- Identifica al rombo y expresa por qué es un rombo.
- 4.- Identifica al trapecio y expresa por qué es un trapecio.

Respuestas esperadas de la actividad 2

A continuación presentamos algunas posibles respuestas esperadas por parte del estudiante al desarrollar la actividad propuesta.

Tabla 4. Respuestas esperadas a la actividad 2

ACTIVIDADES	RESPUESTAS ESPERADAS
Actividad 2	<p>En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre identificar al cuadrado y manifestar, que es un cuadrado porque:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tiene cuatro lados ➤ Tiene cuatro ángulos ➤ Sus diagonales son dos <p>-En la pregunta 2, se espera que el estudiante logre identificar al rectángulo y manifestar, que es un rectángulo porque:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tiene cuatro ángulos ➤ Tiene cuatro lados ➤ Los diagonales son dos <p>En la pregunta 3, se espera que el estudiante logre identificar al rombo y manifestar, que es un rombo porque:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tiene cuatro lados ➤ Tiene cuatro ángulos ➤ Tiene dos diagonales. <p>-En la pregunta 4, se espera que el estudiante logre identificar al trapecio y expresar, que es un trapecio porque:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tiene cuatro lados ➤ Tiene cuatro ángulos <p>Tiene cuatro vértices.</p>

Actividad N° 3. Identificando las propiedades de los cuadriláteros

Objetivos de la actividad.

- Identificar las propiedades de los cuadriláteros.

Se presenta esta actividad para facilitar un análisis de los elementos y propiedades de cada cuadrilátero, donde los estudiantes en contacto directo con el objeto matemático descubran, describan y analicen tanto los elementos como las propiedades, y a partir de ello elaboren un listado de las propiedades de cada familia de cuadriláteros. Esta actividad está formada por cuatro ítems. (Ver anexo 3)



Figura 32. Cuadriláteros
Fuente: Lastra (2005, p. 130)

1.- Observe detenidamente el siguiente rectángulo y describa sus propiedades.

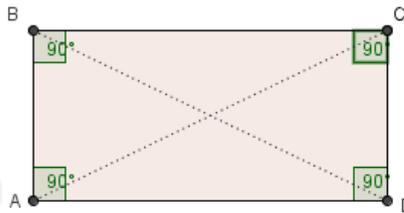


Figura 33. Rectángulo

2.- Observe detenidamente el siguiente cuadrado y describa sus propiedades

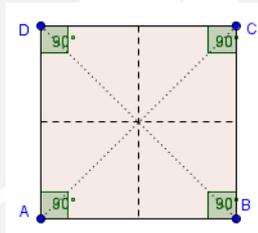


Figura 34. Cuadrado

3.- Observe detenidamente el siguiente rombo y describa sus propiedades.

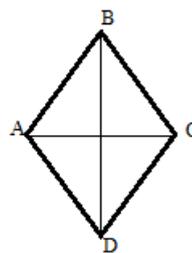


Figura 35. Rombo

4.- Observe detenidamente el siguiente trapecio y describa sus propiedades.

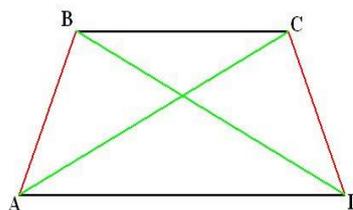


Figura 36. Trapecio

Respuestas esperadas de la actividad 3

A continuación presentamos algunas posibles respuestas esperadas por parte del estudiante al desarrollar la actividad propuesta.

Tabla 5. Respuestas esperadas a la actividad 3

ACTIVIDADES	RESPUESTAS ESPERADAS
Actividad 3	<p>En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre observar detenidamente un rectángulo y describir sus propiedades, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Cuatro ángulos rectos ➤ Lados opuestos congruentes ➤ Lados opuestos paralelos ➤ Diagonales de igual medida <p>En la pregunta 2, se espera que el estudiante logre observar detenidamente un cuadrado y describir sus propiedades, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Cuatro ángulos rectos ➤ Cuatro lados congruentes. ➤ Diagonales de igual medida. ➤ Diagonales perpendiculares. <p>En la pregunta 3, se espera que el estudiante logre observar detenidamente un rombo y describir sus propiedades, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Cuatro lados congruentes ➤ Diagonales perpendiculares ➤ Ángulos opuestos de igual medida. <p>En la pregunta 4 se espera que el estudiante logre observar detenidamente un trapecio y lo describa como un cuadrilátero con lados opuestos paralelos.</p>

Actividad N° 4. Estableciendo relaciones entre propiedades de cuadriláteros

Objetivos de la actividad

- Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.
- Establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.

En esta actividad el estudiante construye diferentes familias de cuadriláteros y asocia las propiedades que le corresponde a cada uno de ellos, para lo cual utiliza un lenguaje adecuado. Con esta actividad se persigue que el estudiante discrimine propiedades relevantes de las irrelevantes o redundantes, de modo que profundice la definición. Para ello se estudiarán las relaciones que existen entre las propiedades de un tipo determinado de cuadrilátero. Esta actividad está formada por tres preguntas. (Ver anexo 4)

1. Un ángulo recto en un paralelogramo determina que es un..... ¿Por qué?
2. Los diagonales perpendiculares en un paralelogramo determinan que es un..... ¿Por qué?
3. El rombo que tiene cuatro ángulos rectos es un..... ¿Por qué?
4. Construye cuadriláteros y establece sus correspondientes propiedades. (A manera de ejemplo presentamos el caso del rombo).

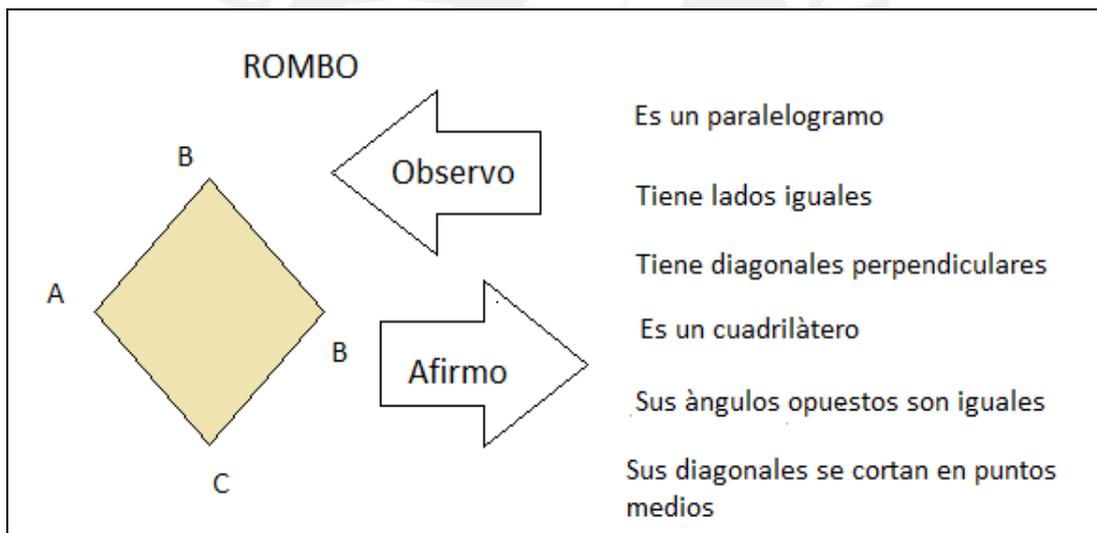


Figura 37. Propiedades del rombo.

Respuestas esperadas de la actividad 4

A continuación presentamos algunas posibles respuestas esperadas por parte del estudiante al desarrollar la actividad propuesta.

Tabla 6. Respuestas esperadas a la actividad 4

ACTIVIDADES	RESPUESTAS ESPERADAS
Actividad 4	<p>En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre comprender que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, porque la condición necesaria tanto del rectángulo como del cuadrado es que tengan sus ángulos rectos y además la otra condición del cuadrado es tener sus lados iguales, y si el rectángulo tiene sus lados iguales entonces también es un cuadrado.</p> <p>En la pregunta 2, se espera que el estudiante logre comprender que las diagonales perpendiculares en un paralelogramo determinen que sea un rombo, porque el rombo tiene como condición necesaria que sus diagonales sean perpendiculares.</p> <p>En la pregunta 3, se espera que el estudiante logre comprender que el rombo que tiene cuatro ángulos rectos es un cuadrado, porque el rombo tiene cuatro lados iguales como el cuadrado, y al tener cuatro ángulos rectos le da la condición necesaria para ser un cuadrado.</p>

Actividad N° 5. Definiendo los cuadriláteros

Objetivos de la actividad

- Definir a partir de sus propiedades a cada cuadrilátero.

En esta actividad se representa en dibujos los cuadriláteros con sus respectivos diagonales, para establecer una serie de relaciones entre sus propiedades y en función a esas propiedades establecer definiciones correctas para cada cuadrilátero. Se presenta como ejemplo un rombo con sus diagonales. Que, como relaciones de propiedades se puede manifestar; que si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares, entonces el cuadrilátero es un rombo. Si un paralelogramo tiene un par de ángulos opuestos iguales y sus diagonales son perpendiculares, entonces es un rombo, etc.

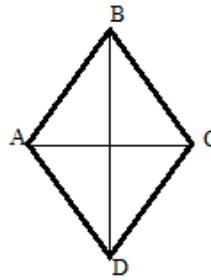


Figura 38. Rombo

Además en esta actividad se establece la red de relaciones de propiedades para definir ciertas características para cada cuadrilátero. Lo que nos servirá para definir cada uno de los cuadriláteros. Hacemos un ejemplo con el cuadrado. Un cuadrado es un rombo con diagonales de igual longitud. Un cuadrado es un rectángulo con los lados de igual longitud, etc. Esta actividad está formada por cuatro preguntas. (Ver anexo 5)

- 1.- Con tus propias palabras define al rectángulo.
- 2.- Con tus propias palabras define al rombo.
- 3.- Con tus propias palabras define al cuadrado.
- 4.- Con tus propias palabras define al trapecio.

Respuestas esperadas de la actividad 5

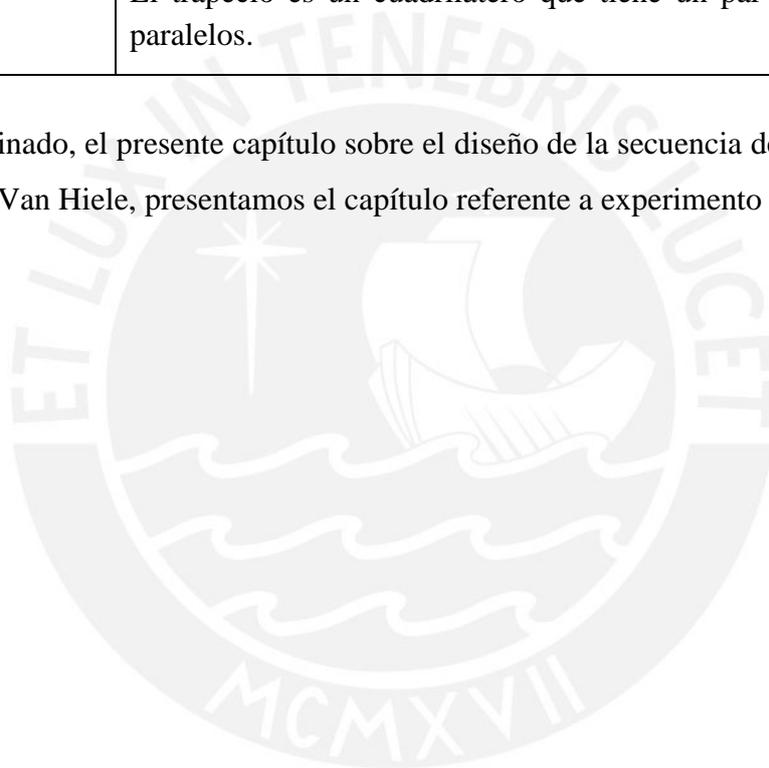
A continuación presentamos algunas posibles respuestas esperadas por parte del estudiante al desarrollar la actividad propuesta.

Tabla 7. Respuestas esperadas a la actividad 5

ACTIVIDADES	RESPUESTAS ESPERADAS
Actividad 5	<p>En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre definir al rectángulo como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ El rectángulo es un paralelogramo con un ángulo recto, o ➤ El rectángulo es un paralelogramo con cuatro ángulos rectos. <p>En la pregunta 2, se espera que el estudiante logre definir al rombo como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Es un paralelogramo que tiene todos sus lados de la misma medida. ➤ Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares, entonces dicho paralelogramo es un

	<p>rombo.</p> <p>En la pregunta 3, se espera que el estudiante logre describir al cuadrado como:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ El cuadrado es un paralelogramo con cuatro ángulos rectos y con diagonales perpendiculares.➤ Un cuadrado es un rectángulo con los lados de igual medida. <p>En la pregunta 4, se espera que el estudiante logre definir al trapecio como:</p> <p>El trapecio es un cuadrilátero que tiene un par de lados opuestos paralelos.</p>
--	---

Una vez terminado, el presente capítulo sobre el diseño de la secuencia de actividades en base al modelo de Van Hiele, presentamos el capítulo referente a experimento y análisis de datos.



CAPÍTULO V: EXPERIMENTO Y ANÁLISIS

En el presente capítulo presentaremos la descripción de los sujetos de la investigación, el diseño de los instrumentos de investigación, la implementación de las actividades de investigación, y la presentación y análisis de los resultados.

5.1. Descripción de los sujetos de la investigación

Para nuestra investigación los sujetos de investigación, son los estudiantes del quinto grado de educación primaria de la institución educativa estatal N° 1073 Hermann Buse De La Guerra del distrito de Pueblo Libre, de la región Lima capital del Perú. Pertenece educativamente a la UGEL 03 de la DRELM. Es una institución educativa que atiende a los niveles de inicial y primaria en un solo turno continuo de mañana. Los estudiantes son de ambos sexos y la edad fluctúa entre los 11 y 12 años. Se escogió la sección “A” con 18 alumnos matriculados de los cuales trabajamos de inicio a fin con 4 estudiantes, a los que se les identificará por sus nombres. La IE. Cuenta con aulas especialmente para CRT, implementado con computadoras, laptops XO, proyector multimedia, entre otros, que nos permitió trabajar con comodidad.

En relación a los saberes previos de los estudiantes, manifestamos que no todos conocían al objeto matemático en estudio, que son los cuadriláteros, sus elementos y propiedades. Lo que nos permitió hacer una actividad inicial sobre las nociones de ángulo, lado, diagonales, paralelismo, perpendicularidad y vértices. Todos estos conocimientos son necesarios conocer para trabajar los elementos y propiedades de los cuadriláteros.

Se trabajó durante cinco días, con dos horas pedagógicas cada día. Se utilizó cinco sesiones de aprendizaje, cada sesión de noventa minutos que equivalen a dos horas pedagógicas. En cada sesión se aplicó una actividad programada. En el primer día, con la primera sesión se trabajó sobre las nociones básicas de geometría relacionados a los cuadriláteros, con la finalidad de identificar el nivel de razonamiento de los estudiantes. En la segunda sesión se trabajó para describir a los cuadriláteros en función a los descriptores del primer nivel de razonamiento. La tercera sesión nos sirvió para describir las propiedades de los cuadriláteros en base a los descriptores del segundo nivel de razonamiento. En la cuarta sesión se trató de establecer las relaciones entre los objetos y sus propiedades, en base a los descriptores del tercer nivel de

razonamiento. Y en la quinta sesión tratamos de definir a los cuadriláteros de acuerdo al nivel de razonamiento que haya logrado cada estudiante.

5.2. Descriptores en relación a respuestas a las actividades

En esta parte nos centraremos en formular los descriptores en relación de las posibles respuestas de parte de los estudiantes a las actividades diseñadas. Para esto utilizaremos un cuadro de doble entrada, donde relacionaremos los descriptores con las respuestas dadas por los estudiantes a cada pregunta de las cinco actividades programadas. Esto nos permitirá asignar a cada descriptor un nivel de razonamiento y un tipo de respuesta.

A continuación detallamos algunos supuestos a manera de ejemplos.

Actividad 1.

Tabla 8. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 1

DESCRIPTOR	POSIBLE RESPUESTA	TIPO	NIVEL
No perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades		1	
Perciben las figuras geométricas, de manera global, como unidades.	Es un cuadrilátero porque se parece a, un cuadro, a una puerta, a un libro, etc.	2	I
Perciben las figuras como objetos individuales, es decir Identifican los cuadriláteros de manera aislada el uno del otro, tales como: cuadrado, rombo, rectángulo y trapecio.	Los cuadriláteros tienen diferentes formas, como el cuadrado, el rectángulo, el rombo, etc.	3	I
Describen el aspecto físico de las figuras con el uso de un vocabulario propio.	-El cuadrilátero es un polígono porque tiene lados, esquinas, etc.	4, 5	I
Comparan y clasifican cuadriláteros basándose en su apariencia global.	El cuadrado es diferente al trapecio porque tiene sus esquinas iguales.	6, 7	I

Actividad 2

Tabla 9. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 2

DESCRIPTOR	POSIBLE RESPUESTA	TIPO	NIVEL
No describen los elementos de los cuadriláteros ni enuncian sus propiedades.		1	
Describen los elementos de los cuadriláteros y enuncian sus propiedades, con el uso de un vocabulario propio.	El cuadrado tiene cuatro lados y cuatro esquinas.	2, 3	I
Comparan figuras mediante el uso explícito de propiedades de sus componentes.	El trapecio es un cuadrilátero que puede tener diferentes formas, dependiendo de la medida de sus ángulos y lados.	4, 5	I
Enumeran propiedades para identificar a cada familia de cuadriláteros.	El cuadrado es un cuadrilátero que tiene cuatro ángulos rectos, cuatro lados iguales y dos diagonales de igual medida.	6, 7	II

Actividad 3

Tabla 10. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 3

DESCRIPTOR	POSIBLE RESPUESTA	TIPO	NIVEL
No enuncian las propiedades de los cuadriláteros utilizando vocabulario apropiado.		1	
Enuncian las propiedades de los cuadriláteros de manera informal, utilizando vocabulario apropiado.	El rombo tiene cada par de esquinas iguales.	2, 3	I
Describen propiedades para identificar a cada cuadrilátero	Un cuadrilátero para ser rombo necesita tener cuatro lados iguales y dos diagonales.	4, 5	II
Reconocen las propiedades matemáticas mediante la observación de las figuras y sus elementos de cada cuadrilátero.	Los diagonales de un cuadrado son perpendiculares.	6, 7	II

Actividad 4

Tabla 11. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 4

DESCRIPTOR	POSIBLE RESPUESTA	TIPO	NIVEL
No establecen relaciones entre propiedades de los cuadriláteros con precisión y uso de vocabulario geométrico.		1	
Reconocen las propiedades de los cuadriláteros con precisión y con el uso de vocabulario geométrico.	El rectángulo tiene dos diagonales iguales, cuatro ángulos y cuatro lados	2, 3	II
Establecen relaciones entre propiedades y deducen unas propiedades de otras conocidas, con un vocabulario geométrico.	La igualdad de los lados del cuadrado determina que sus diagonales sean de igual medida.	4, 5	III
Clasifican diferentes familias de cuadriláteros a partir de propiedades ya conocidas formuladas con precisión matemática.	Un cuadrilátero para ser rombo, necesita tener cuatro lados iguales y diagonales perpendiculares.	6, 7	III

Actividad 5

Tabla 12. Descriptores, tipos de respuestas y nivel de razonamiento de la actividad 5

DESCRIPTOR	POSIBLE RESPUESTA	TIPO	NIVEL
No definen los cuadriláteros ni describen sus elementos y propiedades.		1	
Definen los cuadriláteros describiendo sus elementos y propiedades.	El rectángulo es un cuadrilátero que tiene cuatro lados, ángulos y diagonales	2, 3	I
Comprenden el papel de las definiciones y formulan definiciones correctas.	El rectángulo es un cuadrilátero que tiene cuatro lados y cuatro, ángulos rectos	4, 5	II
Usan propiedades que caracterizan a una clase de cuadriláteros, para a partir de ellos definirlos.	El rectángulo es un paralelogramo que tiene un ángulo recto.	6, 7	III

5.3. Descripción y análisis de las actividades implementadas

En esta parte nos centraremos en describir la aplicación cada una de las actividades programadas, incidiendo en los sujetos de la investigación, medios y materiales educativos, el objeto matemático y entre otros factores que intervienen en la investigación.

5.3.1. Descripción y análisis de la actividad 1

Con esta actividad iniciamos nuestro trabajo de aplicación, que se realizó el lunes diez de agosto de 2015, con la participación de quince estudiantes, con una duración de dos horas pedagógicas y se desarrolló en el laboratorio del CRT. La responsable de este ambiente nos brindó todas las facilidades, por ende teníamos a disposición todo el equipo multimedia, computadoras, mobiliarios, etc.

Esta sesión aprovechamos para recoger información sobre los saberes previos de los estudiantes con relación a los cuadriláteros. Además, se impartió conocimientos sobre las nociones básicas de geometría, tales como: el punto, la recta, el segmento, el rayo, el plano, el paralelismo, la perpendicularidad, el ángulo, el vértice, el polígono y lo más importante los cuadriláteros. Para identificar el nivel de conocimiento de los estudiantes se trabajó en base a cuatro preguntas, de las cuales la cuarta pregunta está relacionada directamente con los cuadriláteros; de cómo grafican y cómo definen este objeto matemático. Las respuestas emitidas sobre esta pregunta nos servirán para identificar el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los estudiantes al inicio de la aplicación de la secuencia de actividades. Además, estas respuestas nos servirán de base para analizar el proceso de adquisición de los niveles de razonamiento del modelo Van Hiele.

Análisis de las respuestas a la pregunta 4 de la actividad 1

En la actividad 1, se trabajó en base a cuatro preguntas, las tres primeras preguntas están relacionadas sobre los elementos de los cuadriláteros. La pregunta cuatro pide a los estudiantes que identifiquen y describan a los cuadriláteros, tales como el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio; con el uso de sus propias palabras. Lo que equivale a formular una definición. Por esta razón, dentro de esta actividad, analizaremos solamente las respuestas de la pregunta cuatro, específicamente el relacionado al rectángulo, de la siguiente manera.

Análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 4 de la actividad 1

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 4 de la actividad 1 relacionado al rectángulo.

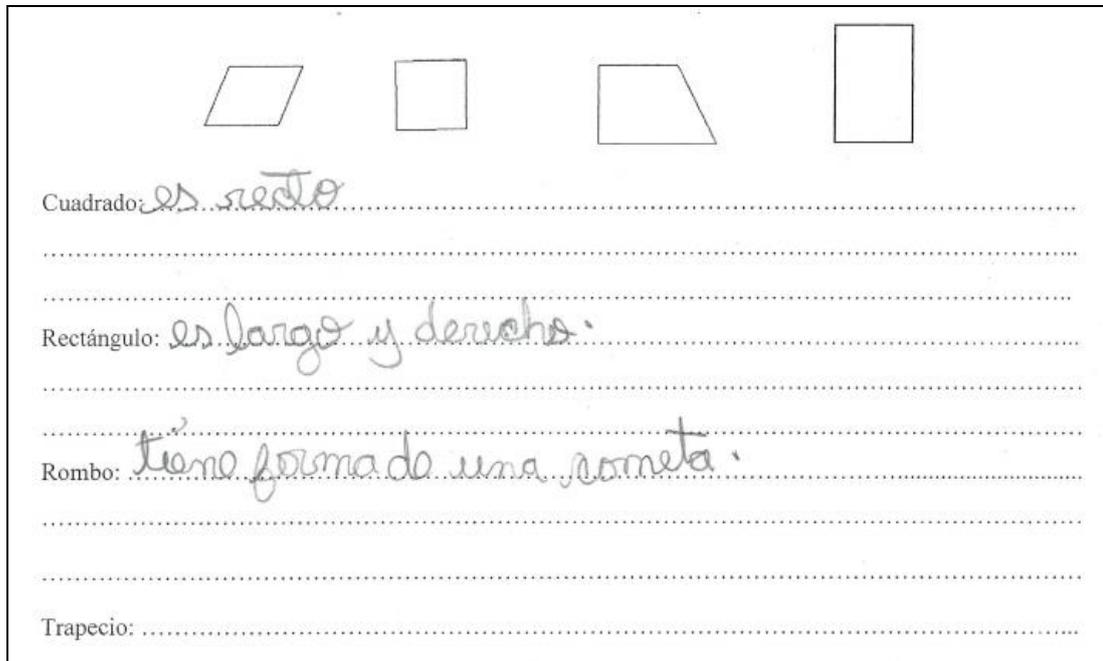


Figura 39. Respuesta de la alumna Luz Clarita del ítem 4, actividad 1

La alumna Luz Clarita identifica los cuadriláteros y describe el cuadrado, el rectángulo y al rombo. Al referirse al rectángulo manifiesta que es largo y derecho. La estudiante percibe el rectángulo como un todo y describe el aspecto físico de la figura, en lo que utiliza información irrelevante de tipo físico o visual. Observamos que la estudiante utiliza un lenguaje propio y característico del primer nivel de razonamiento. Además utiliza información de los descriptores del nivel I, (describen el aspecto físico de las figuras con el uso de un vocabulario propio). Es una respuesta incompleta y breve en las que se reconocen indicios de utilización de cierto nivel de razonamiento. Lo que nos da información que la estudiante se encuentra en el nivel I de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele con un tipo de respuesta 3 y con un grado de adquisición baja, con respecto al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 4 de la actividad 1

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 4 de la actividad 1 relacionado al rectángulo.

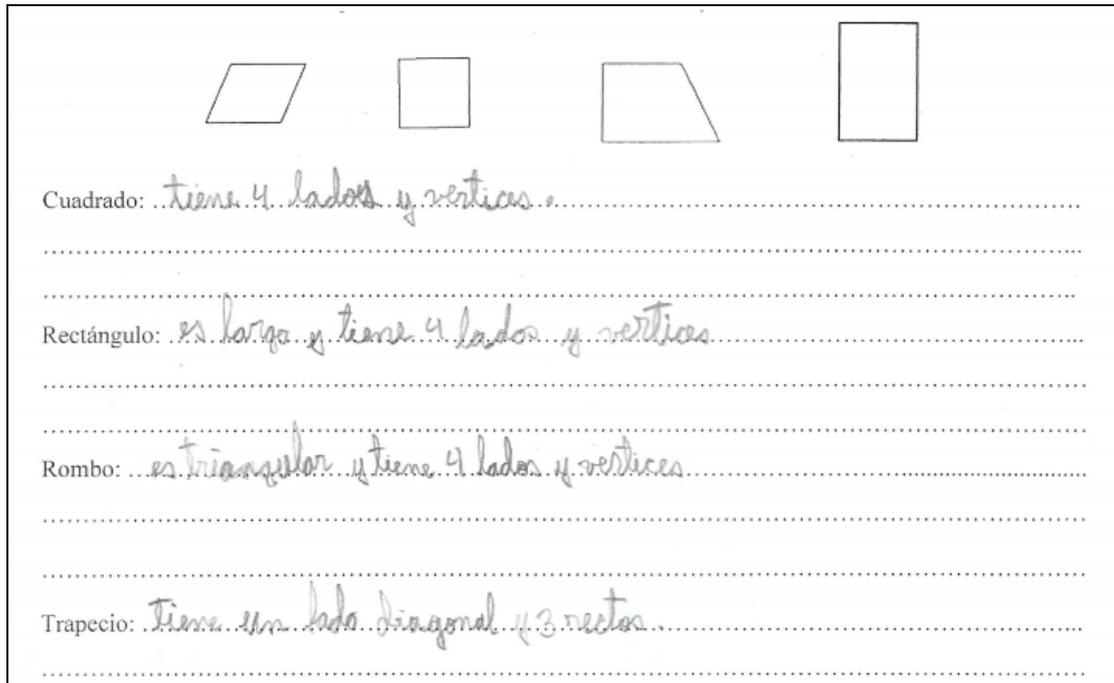


Figura 40. Respuesta del estudiante Luís de la pregunta 4, actividad 1

El estudiante Luis da una respuesta similar al de Rodrigo donde identifica todos los cuadriláteros y describe a cada uno de ellos con el uso de su propio lenguaje. Al referirse al rectángulo manifiesta que es largo y tiene cuatro lados y vértices. El estudiante tiene nociones de los elementos del rectángulo, pero al describir utiliza información físico y visual al manifestar que es largo. Lo que nos da indicios de que el estudiante se encuentra en el nivel I de razonamiento geométrico. Es una respuesta que guarda relación con los descriptores del nivel I, (describen el aspecto físico de las figuras con el uso de un vocabulario propio). Por lo que consideramos que el estudiante se encuentra en el nivel I de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele con un tipo de respuesta 4 y con un grado de adquisición intermedia, con respecto al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 4 de la actividad 1

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 4 de la actividad 1 relacionado al rectángulo.

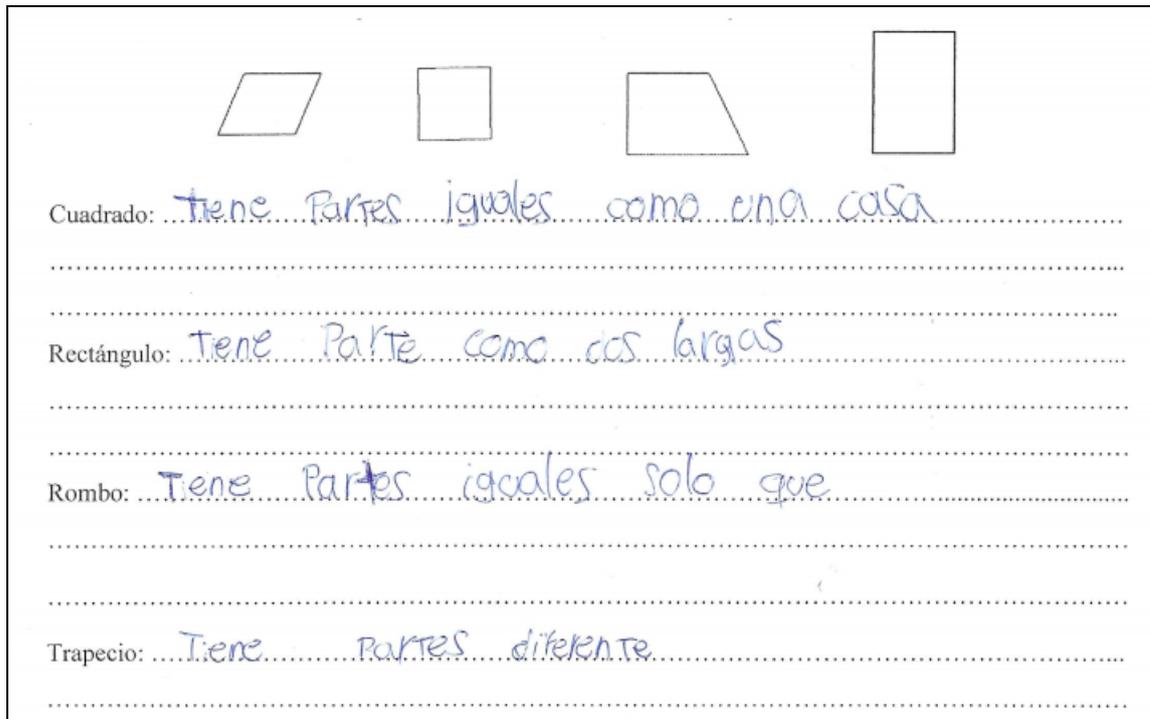


Figura 41. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 4, actividad 1

El estudiante Alexander identifica los cuadriláteros y describe cada uno de ellos. Al referirse al rectángulo manifiesta que tiene parte como dos largas. El estudiante percibe el rectángulo como un todo y utiliza información irrelevante de tipo físico y visual, al emitir una respuesta breve, pobre y matemáticamente incorrecta, en las que se reconocen indicios de utilización del nivel I de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 2 y con un grado de adquisición baja con respecto al rectángulo. Observamos que el estudiante utiliza un lenguaje propio e informal característico del primer nivel de razonamiento y además guarda relación con sus descriptores.

Análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 4 de la actividad 1

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 4 de la actividad 1 relacionado al rectángulo.

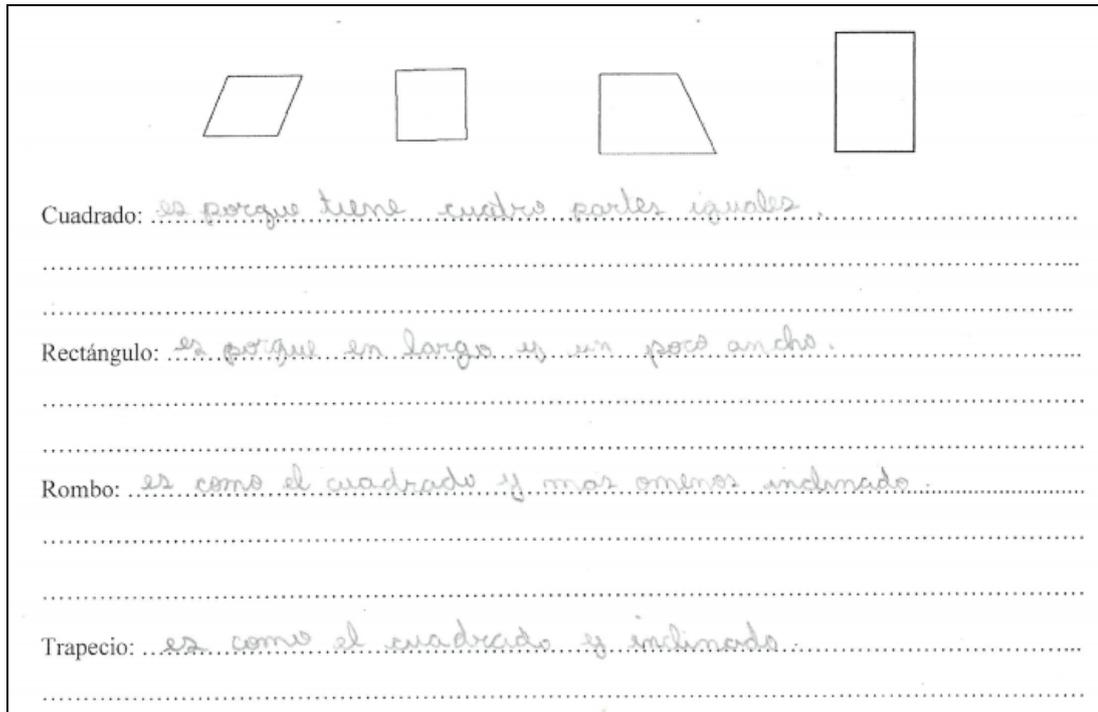


Figura 42. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 4, actividad 1

La estudiante Lourdes identifica correctamente los cuadriláteros y describe cada uno de ellos. Al referirse al rectángulo manifiesta que es largo y un poco ancho. Observamos que la estudiante utiliza un lenguaje propio y característico del primer nivel de razonamiento. Es una respuesta matemáticamente incorrecta que se limita en describir el aspecto físico y visual de la figura, en las que se reconocen indicios de utilización del nivel I de razonamiento geométrico, con una respuesta de tipo 3 y un grado de adquisición baja con respecto al rectángulo.

Análisis de los resultados de la actividad 1, pregunta 4

A continuación presentamos el análisis de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 4, de la actividad 1, en lo que se busca evidenciar, el tipo de respuesta, la ponderación, el grado de adquisición y la ubicación del nivel que le corresponde a cada uno de los estudiantes, con las que se está trabajando, en relación a la descripción de los cuadriláteros.

Tabla 13. Resultados de la actividad 1, pregunta 4.

Alumnos	Tipo de respuesta	Ponderación %	Grado de adquisición	Nivel de razonamiento		
				I	II	III
Luz Clarita	3	25%	Baja	X		
Luis	4	50%	Intermedia	X		
Alexander	2	20%	Baja	X		
Lourdes	3	25%	Baja	X		

En esta actividad, con el análisis de la pregunta 4, se evidencia que un estudiante tiene una respuesta de tipo 4. Respuesta que puede considerarse aceptable para ubicar en el primer nivel de razonamiento geométrico. Este alumno tiene un grado de adquisición intermedia, lo que determina, que no han logrado el primer nivel de razonamiento geométrico. Dos estudiantes tienen el tipo de respuesta 3. Respuestas no correctas matemáticamente. Lo que determina que los estudiantes tienen un grado de adquisición baja, en el primer nivel de razonamiento geométrico. Un estudiante tiene un tipo de respuesta 2. Respuesta incompleta y matemáticamente incorrecta, lo que evidencia que el estudiante tiene dificultades al describir los cuadriláteros y solamente da respuestas breves e incorrectas. Se le asigna el primer nivel de razonamiento con un grado de adquisición baja con relación al rectángulo.

Todos los estudiantes se encuentran en el primer nivel de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele, en el inicio de la aplicación de nuestra propuesta didáctica. A continuación analizaremos las respuestas de la actividad 2.

5.3.2. Descripción y análisis de la actividad 2

Esta actividad se aplicó el día martes once de agosto del año 2015, con una duración de dos horas pedagógicas, con la participación de 18 estudiantes, en el laboratorio del CRT. Lo que nos permitió trabajar con el uso del equipo de multimedia, que fue del completo agrado de los estudiantes.

En esta actividad se trabajó directamente con los cuadriláteros, en base a los descriptores del primer nivel de razonamiento. Para identificar a cada uno de ellos y establecer una

clasificación para diferenciar los paralelogramos, los trapecios y los trapezoides. Entre los paralelogramos a los rectángulos, los rombos y los cuadrados. Además describir sus elementos de cada uno de ellos.

Para saber cómo los estudiantes identifican y cómo diferencian los cuadriláteros unos de los otros, se trabajó en base a cuatro preguntas. Cada pregunta está relacionada a un tipo de cuadrilátero, lo que analizamos a continuación en base al modelo Van Hiele. Además estas respuestas nos sirven para analizar, el cómo los estudiantes organizan sus aprendizajes y su razonamiento geométrico para adquirir un determinado nivel de razonamiento. Hemos determinado que solamente analizaremos las respuestas de la pregunta 2, relacionado al rectángulo; los que a continuación presentamos.

Análisis de las respuestas a la pregunta 2 de la actividad 2

En la actividad 2, pregunta 2 se les pide a los estudiantes, que de una serie de cuadriláteros identifiquen al rectángulo para colorearlos y luego manifestar el por qué es un rectángulo.

Análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 2 de la actividad 2

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 2 de la actividad 2 relacionado al rectángulo.

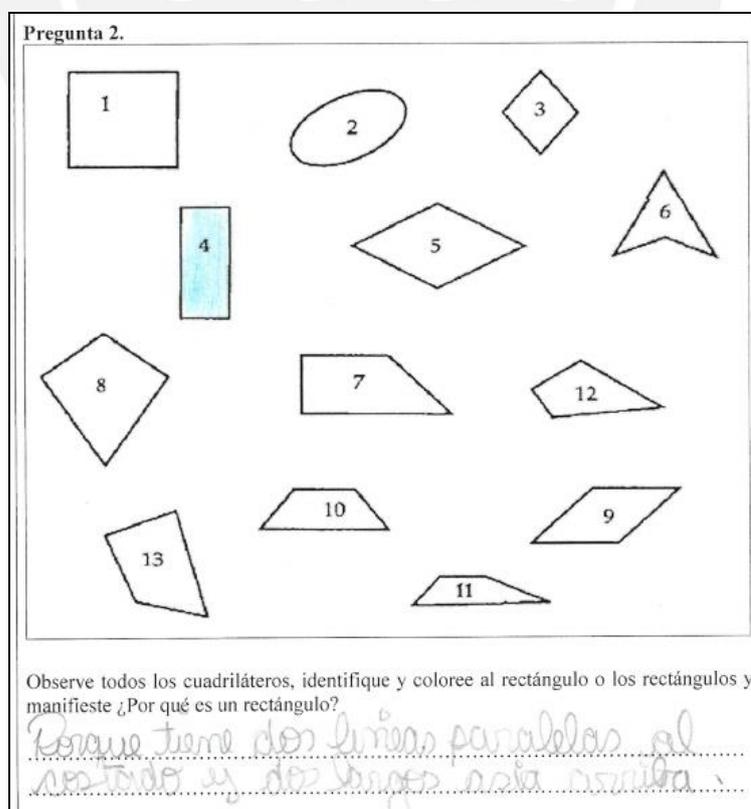


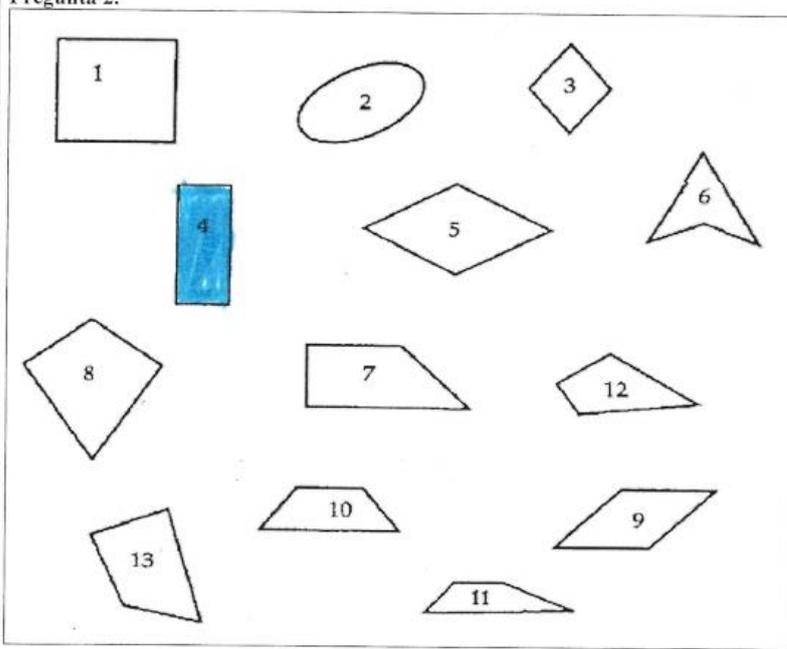
Figura 43. Respuesta de la alumna Luz Clarita de la pregunta 2, actividad 2

Al final de la actividad 2, la estudiante Luz Clarita identifica al rectángulo y colorea el cuadrilátero 4, que es un rectángulo; pero no considera a la figura 1 como rectángulo. Y manifiesta que, es un rectángulo porque tiene dos líneas paralelas al costado y dos largos hacia arriba. Observamos que la estudiante intenta describir los elementos y establecer propiedades del rectángulo. Utiliza su propio lenguaje con errores aceptables en el nivel I. Es una respuesta que tiene relación con el descriptor de la actividad 2, (describen los elementos de los cuadriláteros y enuncian sus propiedades, con el uso de un vocabulario propio). Es una respuesta matemáticamente incorrecta, pero en las que hay indicios de utilización del primer nivel de razonamiento. Es una respuesta de tipo 4, del nivel I, con un grado de adquisición intermedia con respecto al rectángulo. Respuestas que reflejan claramente características de dos niveles de razonamiento consecutivos. Es una respuesta típica de los estudiantes en transición entre niveles, pues entremezclan dos niveles de razonamiento consecutivos en sus repuestas a una pregunta.

Análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 2 de la actividad 2

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 2 de la actividad 2 relacionado al rectángulo.

Pregunta 2.



Observe todos los cuadriláteros, identifique y colorea al rectángulo o los rectángulos y manifieste ¿Por qué es un rectángulo?

Es lo mismo que un cuadrado pero más largo.

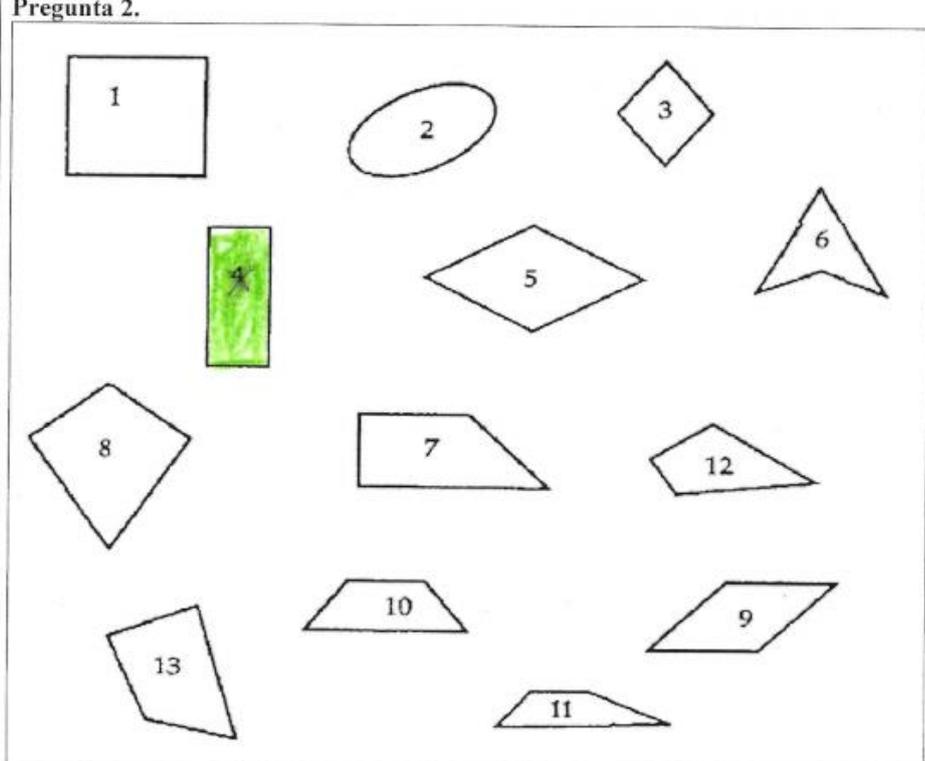
Figura 44. Respuesta del alumno Luis de la pregunta 2, actividad 2

Al final de la actividad 2, el estudiante Luis identifica al rectángulo y colorea el cuadrilátero 4 que es un rectángulo, pero no considera a la figura 1 como rectángulo. Y manifiesta que es un rectángulo por lo que es igual al cuadrado pero más largo. Observamos que el estudiante describe al rectángulo por su forma global, con una información del aspecto físico y visual, además establece la diferencia con el cuadrado por los lados más largos. Es una forma de razonar típico del nivel I. Es una respuesta que tiene relación con el descriptor del nivel I, (comparan y clasifican cuadriláteros basándose en su apariencia global). Es una respuesta de tipo 4, que nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel I de razonamiento geométrico del modelo Van hiele con un grado de adquisición intermedia, con relación al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 2 de la actividad 2

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 2 de la actividad 2 relacionado al rectángulo.

Pregunta 2.



Observe todos los cuadriláteros, identifique y colorea al rectángulo o los rectángulos y manifieste ¿Por qué es un rectángulo?

Porque tiene dos pares de lados paralelos.

Figura 45. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 2, actividad 2

Al final de la actividad 2, el estudiante Alexander identifica al rectángulo y colorea el cuadrilátero 4 que es un rectángulo, pero no considera a la figura 1 como rectángulo. Y manifiesta que es un rectángulo porque tiene dos pares de lados paralelos. Observamos que el estudiante trata de establecer una propiedad de los lados del rectángulo, sin llegar a especificar adecuadamente. Porque al afirmar que tiene dos pares de lados paralelos, también se refiere todos los paralelogramos y no específicamente al rectángulo. Es una respuesta que tiene relación con el descriptor de la actividad 2, (describen los elementos de los cuadriláteros y enuncian sus propiedades, con el uso de un vocabulario propio). Es una respuesta de tipo 4, que refleja características de los niveles I y II. Esta es la situación más típica de los alumnos en transición entre niveles. Esta respuesta no describe la propiedad necesaria y suficiente, por lo tanto es incompleta matemáticamente para afirmar que el estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento del modelo Van Hiele. Pero sí nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel I, con un tipo de respuesta 4, con un grado de adquisición intermedia, con relación al rectángulo.

Análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 2 de la actividad 2

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 2 de la actividad 2 relacionado al rectángulo.

Pregunta 2.

Observe todos los cuadriláteros, identifique y colorea al rectángulo o los rectángulos y manifieste ¿Por qué es un rectángulo?

*... porque tiene cuatro lados, sus ángulos miden 90 grados
... sus diagonales son las diagonales...*

Figura 46. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 2, actividad 2

Al final de la actividad 2, la estudiante Lourdes identifica al rectángulo y colorea el cuadrilátero 4, que es un rectángulo, pero no considera a la figura 1 como rectángulo. Y manifiesta que es un rectángulo porque tiene cuatro vértices, sus ángulos miden 90 grados y tiene dos diagonales. Observamos que la estudiante describe algunos elementos del rectángulo y establece la propiedad necesaria del rectángulo, al decir que tiene sus ángulos de 90 grados. Es una respuesta que tiene relación con el descriptor de la actividad 2, (describen los elementos de los cuadriláteros y enuncian sus propiedades, con el uso de un vocabulario propio). Esta respuesta es bastante completa que refleja características del nivel II de razonamiento del modelo Van Hiele. Es una respuesta de tipo 4, que nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel II, con un grado de adquisición intermedia, con relación al rectángulo.

Análisis de los resultados de la actividad 2 de la pregunta 2

A continuación presentamos el análisis de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 2, de la actividad 2, en lo que se busca evidenciar, el tipo de respuesta, la ponderación, el grado de adquisición y la ubicación del nivel que le corresponde a cada uno de los estudiantes, con las que se está trabajando, en relación a la descripción de los elementos de los cuadriláteros.

Tabla 14. Resultados de la actividad 2, pregunta 2

Alumnos	Tipo de respuesta	Ponderación %	Grado de adquisición	Nivel de razonamiento		
				I	II	III
Luz Clarita	4	50%	Intermedia	X		
Luis	4	50%	Intermedia	X		
Alexander	4	50%	Intermedia	X		
Lourdes	4	50%	Intermedia		X	

Esta actividad, de reconocimiento de los cuadriláteros, se trabajó en base a los descriptores del primer nivel de razonamiento y en función a cuatro preguntas, donde para analizar las respuestas se considera pertinente analizar solamente las respuestas de la pregunta 2. Donde se evidencia que tres estudiantes tienen el tipo de respuesta 4, con relación al primer nivel de

razonamiento geométrico. Son respuestas que nos dan información de un grado de adquisición intermedia, lo que determina que estos estudiantes se encuentran en el primer nivel de razonamiento geométrico en relación al rectángulo. Una alumna tiene una respuesta de tipo 4 con relación al segundo nivel de razonamiento, con un grado de adquisición intermedia, lo que determina que la estudiante ha logrado el primer nivel y se encuentra en el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo de van Hiele en relación al rectángulo.

Tres estudiantes se encuentran en el primer nivel y una estudiante se encuentra en el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele, en la segunda actividad de aplicación de nuestra propuesta didáctica. A continuación analizaremos las respuestas de la actividad 3 de nuestra propuesta didáctica.

5.3.3. Descripción y análisis de la actividad 3

Esta actividad se aplicó el día miércoles doce de agosto del año 2015, con una duración de dos horas pedagógicas, con la participación de dieciséis estudiantes, en el laboratorio del CRT. Lo que nos permitió trabajar con el uso del equipo de multimedia. De los cuales se seleccionó a seis estudiantes para el análisis de datos.

En esta actividad se trabajó en base a los descriptores segundo nivel de razonamiento, donde se identifica los cuadriláteros como: el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio, para establecer las propiedades de cada uno de ellos. Esta actividad nos permite identificar y/o establecer las propiedades de los cuadriláteros y ubicar el nivel de razonamiento que pueden adquirir los estudiantes con respecto a los cuadriláteros.

Para saber cómo los estudiantes identifican las propiedades de los cuadriláteros, se trabajó en base a cuatro preguntas, cada pregunta está diseñada para describir las propiedades de un tipo de cuadrilátero. Dentro de nuestro análisis solamente analizamos la pregunta 1 que está relacionado a la descripción de las propiedades del rectángulo, que se realiza de la siguiente manera.

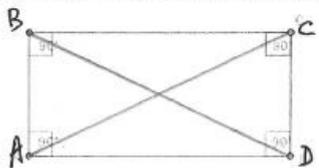
Análisis de las respuestas a la pregunta 1 de la actividad 3

En la actividad 3, pregunta 1 se les pide a los estudiantes, que describan las propiedades del rectángulo con el uso de un lenguaje adecuado al segundo nivel de razonamiento.

Análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1 de la actividad 3

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1 de la actividad 3 relacionado a la descripción de las propiedades del rectángulo.

Pregunta 1.
Observe detenidamente el siguiente rectángulo y describa sus propiedades.



1. Tiene cuatro lados.

2. Tiene cuatro ángulos rectos.

3. Tiene dos diagonales.

4. Tiene ejes de simetría.

5. Tiene cuatro vértices.

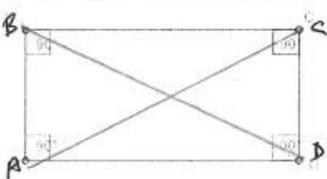
Figura 47. Respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1, actividad 3

Al final de la actividad 3, la estudiante Luz Clarita describe solamente una propiedad del rectángulo al manifestar que tiene cuatro ángulos rectos, lo que es correcto. Luego describe los elementos del rectángulo al manifestar que: tiene cuatro lados, tiene dos diagonales, tiene cuatro vértices y tiene ejes de simetría. Es una respuesta que nos da información de que la estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele con una respuesta de tipo 4, con un grado de adquisición intermedia, en relación al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 1 de la actividad 3

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 1 de la actividad 3 relacionado a la descripción de las propiedades del rectángulo.

Pregunta 1.
Observe detenidamente el siguiente rectángulo y describa sus propiedades.



1. Tiene ángulos rectos.

2. Tiene Ejes de simetría.

3.

Figura 48. Respuesta del alumno Luis a la pregunta 1, actividad 3

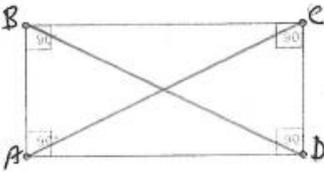
Al final de la actividad 3, el estudiante Luis describe las propiedades del rectángulo de manera incompleta. Manifiesta como primera propiedad, que el rectángulo tiene ángulos rectos, lo que es correcto, porque es una condición necesaria para que un cuadrilátero sea un

rectángulo. Como segunda condición describe un elemento al manifestar que tiene eje de simetría, en este caso no podemos considerar como correcta porque solamente se refiere a un eje de simetría y el rectángulo tiene dos ejes de simetría. Es una respuesta que nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 4, con un grado de adquisición intermedia, en relación al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1 de la actividad 3

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1 de la actividad 3 relacionado a la descripción de las propiedades del rectángulo.

Pregunta 1.
Observe detenidamente el siguiente rectángulo y describa sus propiedades.



1. *tienen los lados iguales*
2. *ángulos rectos*

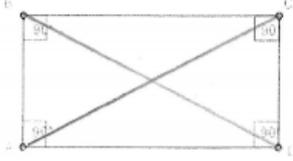
Figura 49. Respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1, actividad 3

Al final de la actividad 3, el estudiante Alexander describe las propiedades del rectángulo de manera incompleta. Manifiesta como primera propiedad, que el rectángulo tiene lados iguales, lo que no es correcto, porque no siempre el rectángulo tiene sus lados iguales. Como segunda propiedad manifiesta que tiene ángulos rectos, lo que es correcto, porque es una condición necesaria para que un cuadrilátero sea un rectángulo. Es una respuesta que nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 4, con un grado de adquisición intermedia, en relación al rectángulo.

Análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1 de la actividad 3

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1 de la actividad 3 relacionado a la descripción de las propiedades del rectángulo.

Pregunta 1.
 Observe detenidamente el siguiente rectángulo y describa sus propiedades.



1.- Tiene cuatro lados.....

2.- Tiene cuatro ángulos rectos.....

3.- Tiene dos diagonales.....

4.- Tiene ejes de simetría.....

5.- Tiene cuatro vértices.....

Figura 50. Respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1, actividad 3

Al final de la actividad 3, la estudiante Lourdes describe solamente una propiedad del rectángulo al manifestar que tiene cuatro ángulos rectos, lo que es correcto, porque es una condición necesaria para que un cuadrilátero sea un rectángulo. Además describe los elementos del rectángulo al manifestar que: tiene cuatro lados, tiene dos diagonales, tiene cuatro vértices y tiene ejes de simetría. Es una respuesta que guarda relación con el descriptor del segundo nivel de razonamiento (describen los elementos de los cuadriláteros y enuncian sus propiedades, con el uso de un vocabulario propio). Y nos da información de que la estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele con una respuesta de tipo 4, con un grado de adquisición intermedia, en relación al rectángulo

Análisis de los resultados de la actividad 3, pregunta 1

A continuación presentamos el análisis de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 1, de la actividad 3, en lo que se busca evidenciar, el tipo de respuesta, la ponderación, el grado de adquisición y la ubicación del nivel que le corresponde a cada uno de los estudiantes, con las que se está trabajando, en relación a las propiedades de los cuadriláteros.

Tabla 15. Resultados de la actividad 3, pregunta 1

Alumnos	Tipo de respuesta	Ponderación %	Grado de adquisición	Nivel de razonamiento		
				I	II	III
Luz Clarita	4	50%	Intermedia		X	
Luis	4	50%	Intermedia		X	
Alexander	4	50%	Intermedia		X	
Lourdes	4	50%	Intermedia		X	

Esta actividad, de identificación de las propiedades de los cuadriláteros se trabajó en base a los descriptores del segundo nivel de razonamiento y en función a cuatro preguntas. Se considera pertinente analizar solamente las respuestas de la pregunta 1. Donde se evidencia que los cuatro estudiantes tienen el tipo de respuesta 4. Respuestas que nos dan información de un grado de adquisición intermedia, lo que determina que estos estudiantes se encuentran en el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele con relación al rectángulo.

Todos los estudiantes se encuentran en el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele, al finalizar la tercera actividad. A continuación analizaremos las respuestas de la actividad 4.

5.3.4. Descripción y análisis de la actividad 4

Esta actividad se aplicó el día jueves trece de agosto del año 2015, con una duración de dos horas pedagógicas, con la participación de diecisiete estudiantes, en el laboratorio del CRT. Lo que nos permitió trabajar con el uso del equipo de multimedia. Para el análisis de las respuestas, los estudiantes seleccionados fueron los mismos de las actividades anteriores.

En esta actividad se identificó las propiedades de cada uno de los cuadriláteros para establecer ciertas relaciones entre ellos. Esta actividad permite razonar a los estudiantes para determinar que ciertas propiedades determinan a otras propiedades, o que una propiedad es consecuencia de otra propiedad. Nuestro propósito está centrado en lograr que el estudiante relacione unas

propiedades con otras propiedades de los cuadriláteros, y por lo tanto describir el nivel de razonamiento de cada estudiante. De esa manera se identifica si un estudiante transita del nivel II de razonamiento geométrico al nivel inmediatamente superior, cuando estudian los cuadriláteros.

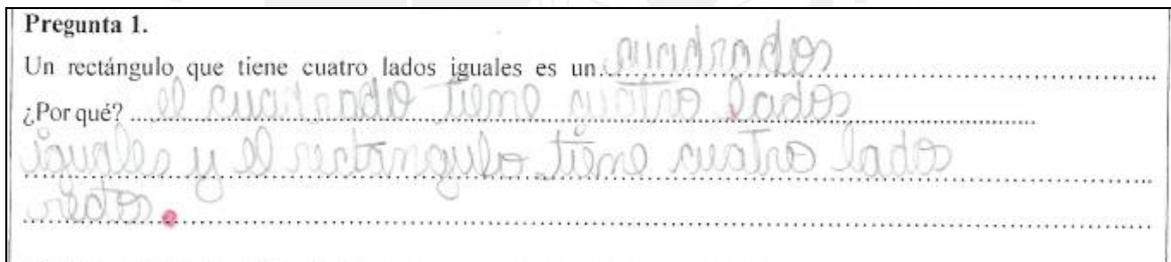
Para saber cómo los estudiantes relacionan las propiedades de los cuadriláteros, se trabajó en base a tres preguntas. En la presente actividad analizaremos la pregunta 1 relacionado al rectángulo, lo que realizamos a continuación en base al modelo Van Hiele.

Análisis de las respuestas a la pregunta 1, actividad 4

En la actividad 4, pregunta 1 se les pide a los estudiantes, que establezcan relaciones entre las propiedades del rectángulo, con el uso de un lenguaje adecuado al tercer nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele.

Análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1 de la actividad 4

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1 de la actividad 4 relacionado a las relaciones de propiedades del rectángulo.



Pregunta 1.
 Un rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado
 ¿Por qué? el cuadrado tiene cuatro lados iguales y el rectángulo tiene cuatro lados rectos.

Figura 51. Respuesta de la alumna Luz Clarita de la pregunta 1, actividad 4

Al final de la actividad 4, la estudiante Luz Clarita manifiesta que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, lo que es una respuesta correcta. Al justificar su respuesta manifiesta que el cuadrado tiene cuatro lados iguales, que también es correcta. Pero su afirmación de que el rectángulo tiene cuatro lados rectos no es correcta. En conclusión esta justificación no es completa ni correcta matemáticamente. Además el lenguaje que utiliza es impreciso, no es el adecuado para el tercer nivel de razonamiento geométrico. Observamos que es una respuesta que nos da información de dos niveles de razonamiento (II y III), típico de los que se encuentran en transición al nivel III. Pero sí, se observa que la estudiante se encuentra el nivel II, porque utiliza información de este nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele, con un tipo de respuesta 4 y con un grado de adquisición intermedia con respecto al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 1 de la actividad 4

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 1 de la actividad 4 relacionado a las relaciones de propiedades del rectángulo.

Pregunta 1.
 Un rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un... *cuadrado*
 ¿Por qué? *Por que si unimos 2 cuadrados es un rectángulo.*

Figura 52. Respuesta del alumno Luis de la pregunta 1, actividad 4

Al final de la actividad 4, el estudiante Rodrigo manifiesta que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, lo que es una respuesta correcta, Al justificar su respuesta manifiesta que si unimos dos cuadrados obtenemos un rectángulo, lo que no es una justificación correcta. Observamos que el estudiante no está en la capacidad de relacionar propiedades de los cuadriláteros. Es una respuesta que nos da indicios de que el estudiante utiliza información del nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con un tipo de respuesta 4 y con un grado de adquisición intermedia.

Análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1 de la actividad 4

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1 de la actividad 4 relacionado a las relaciones de propiedades del rectángulo.

Pregunta 1.
 Un rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un... *Cuadrado*
 ¿Por qué? *los lados iguales y sus ángulos rectos*

Figura 53. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 1, actividad 4

Al final de la actividad 4, el estudiante Alexander manifiesta que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, lo que es una respuesta correcta. Al justificar su respuesta manifiesta que el cuadrado tiene cuatro lados iguales, y sus ángulos rectos. Esta justificación no es completa ni correcta matemáticamente, porque no especifica si se trata del cuadrado o del rectángulo, solamente hace una descripción de dos propiedades y no describe la relación que existe entre las propiedades de un rectángulo con las propiedades de un cuadrado. Observamos que es una respuesta que nos da información de dos niveles de razonamiento (II y III), típico de los que se encuentran en transición al nivel III. Pero sí, se observa que el

estudiante se encuentra el nivel II, porque utiliza información de este nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele, con un tipo de respuesta 4 y con un grado de adquisición intermedia.

Análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1 de la actividad 4

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1 de la actividad 4 relacionado a las relaciones de propiedades del rectángulo.

<p>Pregunta 1.</p> <p>Un rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un... <i>cuadrado</i>.....</p> <p>¿Por qué? <i>porque tiene cuatro lados iguales y sus</i> <i>ángulos son rectos.</i>.....</p>

Figura 54. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 1, actividad 4

Al final de la actividad 4, la estudiante Lourdes manifiesta que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, lo que es una respuesta correcta. Al justificar su respuesta manifiesta que tiene cuatro lados iguales, y sus ángulos rectos. Esta justificación no es completa ni correcta matemáticamente, porque no especifica ni describe la relación que existe entre las propiedades de un rectángulo con las propiedades de un cuadrado. Observamos que es una respuesta que nos da información de dos niveles de razonamiento (II y III), típico de los que se encuentran en transición al nivel III. Pero sí, se observa que el estudiante se encuentra el nivel II, porque utiliza información de este nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele, con un tipo de respuesta 4 y con un grado de adquisición intermedia con respecto al rectángulo.

Análisis de los resultados de la actividad 4, pregunta 1

A continuación presentamos el análisis de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 1, de la actividad 4, en lo que se busca evidenciar, el tipo de respuesta, la ponderación, el grado de adquisición y la ubicación del nivel que le corresponde a cada uno de los estudiantes, con las que se está trabajando, en relación a las relaciones de propiedades de los cuadriláteros.

Tabla 16: Resultados de la actividad 4, pregunta 1

Alumnos	Tipo de respuesta	Ponderación %	Grado de adquisición	Nivel de razonamiento		
				I	II	III
Luz Clarita	4	50%	Intermedia		X	
Luis	4	50%	Intermedia		X	
Alexander	4	50%	Intermedia		X	
Lourdes	4	50%	Intermedia		X	

En esta actividad, que consiste en establecer relaciones entre propiedades de los cuadriláteros, se trabajó en base a los descriptores del tercer nivel de razonamiento y en función a tres preguntas. Se consideró pertinente analizar solamente las respuestas de la pregunta 1, por guardar relación con las propiedades del rectángulo. En el análisis realizado de las respuestas de cada estudiante, se evidencia que todos los estudiantes tratan de relacionar ciertas propiedades, pero ninguno logra relacionar en forma convincente para estar ubicado en el tercer nivel de razonamiento. Pero si se observa que todos los estudiantes utilizan información de los descriptores del nivel II, por lo tanto todos están ubicados en este nivel. Se observa que los cuatro estudiantes tienen una respuesta de tipo 4 con un grado de adquisición intermedia dentro del nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele.

Ningún estudiante logró estar ubicado en el tercer nivel, pero todos se encuentran en el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele, al finalizar la cuarta actividad de aplicación de nuestra propuesta. A continuación analizaremos las respuestas de la actividad 5.

5.3.5. Descripción y análisis de la actividad 5

Esta actividad se aplicó el día jueves trece de agosto del año 2015, con una duración de una hora pedagógica, con la participación de diecisiete estudiantes, en el aula del quinto grado "A". En lo que se contó con el apoyo incondicional de la profesora de aula.

En esta actividad se hizo un consolidado de todo lo trabajado anteriormente, un afianzamiento sobre los elementos, propiedades, relaciones de propiedades de los cuadriláteros, entre otros. La finalidad es de dar las pautas de cómo se puede definir a cada cuadrilátero y que todo está en relación al grado de razonamiento que pueda adquirirse.

Al final de esta actividad habremos finalizado la aplicación de nuestra propuesta didáctica, por lo que los estudiantes están en condiciones de poder dar una definición para cada tipo de cuadrilátero, de acuerdo a un nivel de razonamiento geométrico alcanzado de acuerdo al modelo de Van Hiele. Para lo cual se trabajó en base a cuatro preguntas, cada pregunta está diseñada para definir un tipo de cuadrilátero. Lo que analizamos a continuación es la pregunta 1 relacionado al rectángulo.

Análisis de las respuestas a la pregunta 1 de la actividad 5

En la actividad 5 pregunta 1 se les pide a los estudiantes, que definan al rectángulo, de acuerdo al nivel de razonamiento geométrico adquirido con la aplicación de la secuencia didáctica, con el uso de un lenguaje adecuado para el nivel de razonamiento logrado.

Análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1 de la actividad 5

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Luz Clarita a la pregunta 1 de la actividad 5 relacionado a la definición del rectángulo.

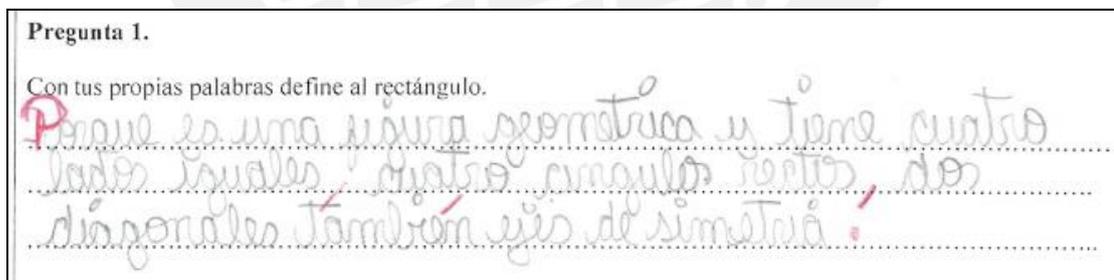


Figura 55. Respuesta de la alumna Luz Clarita de la pregunta 1, actividad 5

Al final de la actividad 4, la alumna Luz Clarita define al rectángulo como una figura geométrica que tiene sus cuatro lados iguales, cuatro ángulos rectos, dos diagonales y con ejes de simetría. Observamos que la estudiante define al rectángulo en función a la descripción de sus elementos y propiedades. Al manifestar que tiene cuatro lados iguales se confunde con decir que tiene cada par de lados opuestos iguales. Es una respuesta con una imprecisión (tiene cuatro lados iguales), que nos da información de que la estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 4 y con un grado de adquisición intermedia, con respecto al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 1 de la actividad 5

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Luis a la pregunta 1 de la actividad 5 relacionado a la definición del rectángulo.

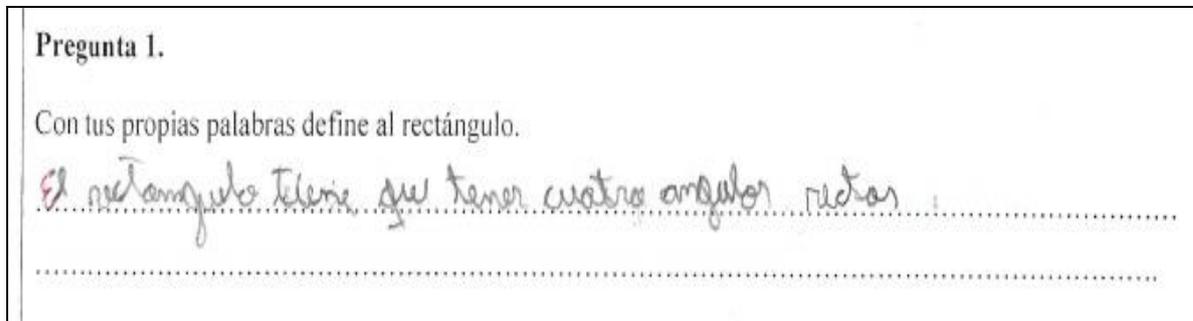


Figura 56. Respuesta del alumno Luis de la pregunta 1, actividad 5

Al final de la actividad 4, el alumno Luis define al rectángulo con el uso de su lenguaje propio, al manifestar que el rectángulo tiene que tener cuatro ángulos rectos. Observamos que el estudiante define al rectángulo en función a la descripción de una condición necesaria para que un cuadrilátero sea un rectángulo, (tiene que tener cuatro ángulos rectos). Es una respuesta no completa que nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 4 y con un grado de adquisición intermedia, con respecto al rectángulo.

Análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1 de la actividad 5

A continuación presentamos el análisis de la respuesta del alumno Alexander a la pregunta 1 de la actividad 5 relacionado a la definición del rectángulo.

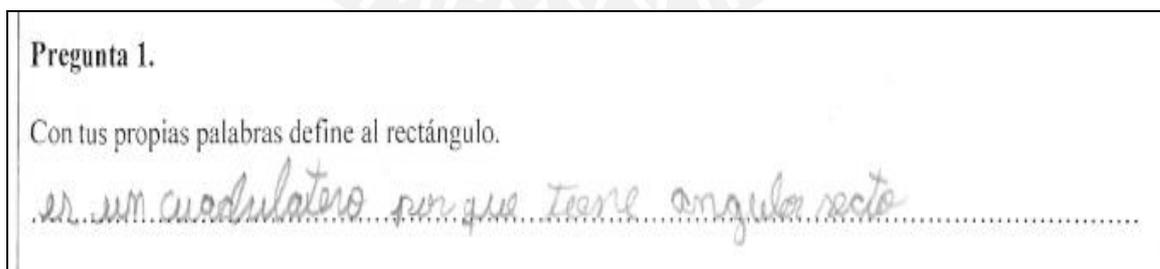


Figura 57. Respuesta del alumno Alexander de la pregunta 1, actividad 5

Al final de la actividad 4, el alumno Alexander define al rectángulo con la descripción de una propiedad. Observamos que el estudiante afirma que el rectángulo es un cuadrilátero porque tiene ángulo recto. Es una respuesta no correcta matemáticamente, porque se refiere a un solo ángulo. Y afirmar que un rectángulo es un cuadrilátero con un ángulo recto, no garantiza que ese cuadrilátero sea un rectángulo, ya que podría ser otro cuadrilátero como el trapecio. Esta

respuesta nos da información de que el estudiante se encuentra en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 4 y con un grado de adquisición intermedia, con respecto al rectángulo.

Análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1 de la actividad 5

A continuación presentamos el análisis de la respuesta de la alumna Lourdes a la pregunta 1 de la actividad 5 relacionado a la definición del rectángulo.

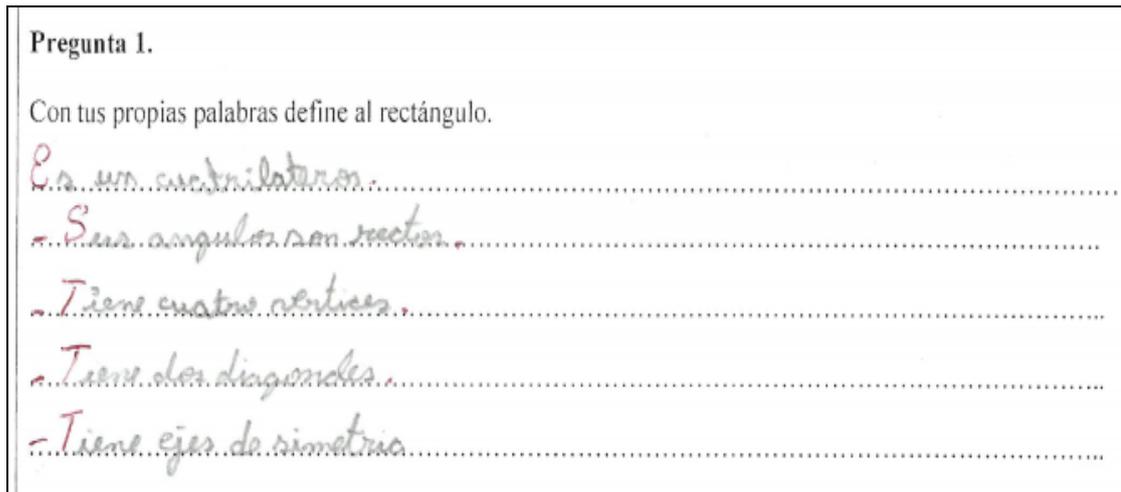


Figura 58. Respuesta de la alumna Lourdes de la pregunta 1, actividad 5

Al final de la actividad 4, la alumna Lourdes define al rectángulo con la descripción de sus elementos y propiedades, manifiesta que es un cuadrilátero con ángulos rectos, con cuatro vértices, con dos diagonales y con ejes de simetría. Observamos que la estudiante describe la condición necesaria del rectángulo al afirmar que tiene cuatro ángulos rectos, lo que evidencia que utiliza información del nivel II. Es una respuesta correcta que ubica a la estudiante en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo Van Hiele con una respuesta de tipo 4 y con un grado de adquisición intermedia, con respecto al rectángulo.

Análisis de los resultados de la actividad 5, pregunta 1

A continuación presentamos el análisis de las respuestas de los estudiantes a la pregunta 1, de la actividad 5, en lo que se busca evidenciar, el tipo de respuesta, la ponderación, el grado de adquisición y la ubicación del nivel que le corresponde a cada uno de los estudiantes, con las que se está trabajando, en relación a la definición de los cuadriláteros.

Tabla 17. Resultados de la actividad 5, pregunta 1

Alumnos	Tipo de respuesta	Ponderación %	Grado de adquisición	Nivel de razonamiento		
				I	II	III
Luz Clarita	4	50%	Intermedia		X	
Luis	4	50%	Intermedia		X	
Alexander	4	50%	Intermedia		X	
Lourdes	4	50%	Intermedia		X	

Esta es la actividad final de nuestra propuesta didáctica, que consiste en que el estudiante logre dar una definición para ciertos cuadriláteros de acuerdo al nivel de razonamiento geométrico que ha podido lograr durante todo el proceso. Se considera pertinente analizar solamente las respuestas de la pregunta 1, por guardar relación con el rectángulo. En el análisis de las respuestas de cada estudiante, se evidencia que todos los estudiantes utilizan información de los descriptores del nivel II, lo que determina que todos estén ubicados en este nivel, con ciertas diferencias en los tipos de respuesta y en los grados de adquisición. Se observa que los cuatro estudiantes tienen respuestas de tipo 4 con un grado de adquisición intermedia dentro del nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele.

Al final de la aplicación de nuestra propuesta didáctica, todos los estudiantes consiguen ubicarse en el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele. A continuación presentamos el consolidado de los tipos de respuesta y los grados de adquisición en cada nivel de razonamiento.

5.4. Resultado de los niveles, tipos de respuesta y grados de adquisición por actividad

A continuación presentamos el resultado consolidado de los tipos de respuesta, grados de adquisición y los niveles de razonamiento geométricos de los estudiantes. Lo que nos ayudara a analizar y describir el proceso de adquisición de un determinado nivel y su tránsito al nivel inmediato superior.

Tabla 18. Niveles de razonamiento, tipos de respuesta y grados de adquisición

ESTUDIANTES	Actividad 1			Actividad 2			Actividad 3			Actividad 4			Actividad 5		
	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición
Luz Clarita	I	3	Baja	I	4	Intermedia	II	4	Intermedia	II	4	Intermedia	II	4	Intermedia
Luis	I	4	Intermedia	I	4	Intermedia	II	4	Intermedia	II	4	Intermedia	II	4	Intermedia
Alexander	I	2	Baja	I	4	Intermedia	II	4	Intermedia	II	4	Intermedia	II	4	Intermedia
Lourdes	I	3	Baja	II	4	Intermedia									

En este cuadro se observa que en la actividad 1, todos los estudiantes lo que equivale al 100% se encuentran en el nivel I de razonamiento geométrico, con respuestas que se caracterizan por ser de información físico y visual de los cuadriláteros, propios del primer nivel, con ciertas diferencias por el tipo de respuesta. Dentro de la actividad 2 que se trabajó con descriptores del nivel I, tres estudiantes lo que equivale al 75% consiguen tener una respuesta de tipo 4 con un grado de adquisición intermedia dentro del primer nivel de razonamiento geométrico. Una estudiante que equivale al 25% tiene una respuesta de tipo 4 con un grado de adquisición intermedia en el segundo nivel de razonamiento geométrico. En la actividad 3 que se trabajó con descriptores del segundo nivel de razonamiento geométrico, los cuatro estudiantes, lo que equivale al 100%, consiguen tener un razonamiento geométrico del nivel II, con un tipo de respuesta de tipo 4, con un grado de adquisición intermedia. En la actividad 4 se trabajó con descriptores del tercer nivel de razonamiento, el total de los estudiantes (100%) no consiguen establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros, lo que evidencia que ninguno de ellos consiguió el tercer nivel de razonamiento geométrico. Pero si manejan información de los descriptores del segundo nivel de razonamiento. Y en la actividad 5 se trabajó en función a que el estudiante pueda definir cualquier cuadrilátero de acuerdo a su nivel de razonamiento logrado y con el uso del lenguaje propio de cada nivel. En esta actividad todos los estudiantes, lo que equivale al 100%, dan sus respuestas con información de los descriptores del segundo nivel, con respuestas de tipo 4, con el grado de adquisición intermedia.

En el cuadro podemos observar claramente que, al inicio de la actividad el 100% de los estudiantes tenían un razonamiento geométrico del nivel I, con respuestas que daban informaciones de las características físicas y visuales de los cuadriláteros; luego el desarrollo de las siguientes actividades ayuda a los estudiantes para que logren ubicarse en el segundo nivel. Al final de la actividad 5 que es la final de la aplicación de la secuencia didáctica, el 100% de los estudiantes logran adquirir el nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele. Esto demuestra que la aplicación de una secuencia de actividades en base al modelo Van Hiele ayuda a los estudiantes a desarrollar sus niveles de razonamiento.

A continuación presentamos la relación de los resultados del análisis de la actividad 1 con las de la actividad 5.

5.5. Resultados del análisis de las actividades 1 y 5

A continuación presentamos la tabla de comparación que nos permite analizar y describir el tipo de respuesta, el grado de adquisición y el nivel de razonamiento logrado por los estudiantes en la primera actividad, en relación al tipo de respuesta, grados de adquisición y el nivel de razonamiento logrado por los estudiantes en la quinta actividad.

Tabla 19. Resultados de la actividad 1 y actividad 5

ESTUDIANTES	Actividad 1			Actividad 5			OBSERVACIONES
	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición	Nivel	Tipo de respuesta	Grado de adquisición	
Luz Clarita	I	3	Baja	II	4	Intermedia	Mejóro su nivel de razonamiento del nivel I con grado de adquisición baja, al nivel II con un grado de adquisición intermedia
Luis	I	4	Intermedia	II	4	Intermedia	Mejóro su nivel de razonamiento del nivel I con grado de adquisición intermedia, al nivel II con grado de adquisición intermedia
Alexander	I	2	Baja	II	4	Intermedia	I Mejóro su nivel de razonamiento del nivel I con grado de adquisición

							baja, al nivel II con grado de adquisición intermedia
Lourdes	I	3	Baja	II	4	Intermedia	Mejoró su nivel de razonamiento del nivel I con grado de adquisición baja, al nivel II con un grado de adquisición intermedia

En este cuadro se observa que al inicio de la aplicación de la secuencia didáctica, todos los estudiantes tenían un razonamiento geométrico del nivel I. Y después de la aplicación de la secuencia de actividades, todos los estudiantes mejoraron su nivel de razonamiento geométrico, ubicándose de todos en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van hiele. Este cambio del nivel de razonamiento se evidencia en el uso cada vez más apropiado y geométrico del lenguaje, que le ayuda a argumentar sus respuestas de manera más convincente basadas en argumentos teóricos superiores a los argumentos físicos o visuales.

Además consideramos pertinente hacer una comparación entre las respuestas esperadas de cada actividad, con las respuestas obtenidas en cada una de las actividades desarrolladas, de la siguiente manera.

5.6. Comparación de respuestas esperadas con respuestas obtenidas

La secuencia de actividades diseñadas, cuenta con cinco actividades y diecinueve preguntas. Si analizamos todas las respuestas de cada estudiante, se tendría que analizar setenta y seis respuestas, ya que, tenemos cuatro alumnos seleccionados al azar para tal fin. Trabajo que consideramos muy extenso. Por otro lado consideramos que el rectángulo es la figura más representativa de los cuadriláteros, lo que, puede ayudarnos a representar las respuestas de los otros cuadriláteros. Por estas razones, es que se analiza solamente las respuestas que están relacionados con el rectángulo. Lo que a continuación presentamos.

En el Perú en el quinto grado de educación primaria de acuerdo a IPEBA (2013) se espera que los estudiantes logren, describir, comparar, estimar y representar formas de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construya a partir de la descripción de sus elementos, para interpretar y explicar las relaciones de las medidas. Consideramos que nuestra investigación se enmarca dentro de este propósito, al buscar que los estudiantes logren al

menos alcanzar el segundo nivel de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele. Lo que detallamos a continuación.

Tabla 20. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 1

RESPUESTA ESPERADA	RESPUESTA OBTENIDA	COMENTARIOS
En la pregunta 4 se espera que el estudiante logre identificar o describir figuras, comparar o dar atributos, normalmente de tipo físico o visual. Por ejemplo, el rectángulo se parece al cuadrado, pero es más largo el lado de su base.	En los resultados obtenidos en la actividad 1, se observa que el 100% de los estudiantes consigue identificar y describir a los cuadriláteros por su aspecto global, de tipo físico y visual. Información que nos permite ubicarlos en el nivel I de razonamiento con grados de adquisición intermedia o por debajo de esta.	Todos los estudiantes coinciden en describir a los cuadriláteros por su apariencia visual, con lo que se logra tener respuestas de acuerdo a lo esperado.

Tabla 21. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 2

RESPUESTA ESPERADA	RESPUESTA OBTENIDA	COMENTARIOS
-En la pregunta 2, se espera que el estudiante logre identificar al rectángulo y manifestar, que es un rectángulo porque: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Tiene cuatro ángulos ➤ Tiene cuatro lados ➤ Las diagonales son dos 	En los resultados obtenidos en la actividad 2, se observa que el 75% de los estudiantes identifica y describe a los cuadriláteros por su aspecto físico y visual. Información que nos permite ubicarlos en el Nivel I, con grados de adquisición intermedia. El 25% de estudiantes logra establecer propiedades que permite ubicarla en el nivel II de razonamiento con grado de adquisición intermedia.	El 75% de los estudiantes logra tener respuestas de acuerdo a lo esperado. El 25% de los estudiantes logra superar la respuesta esperada, al lograr establecer propiedades, lo que permite ubicarla en el nivel II.

Tabla 22. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 3

RESPUESTA ESPERADA	RESPUESTA OBTENIDA	COMENTARIOS
<p>En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre observar detenidamente un rectángulo y describir sus propiedades, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Cuatro ángulos rectos ➤ Lados opuestos congruentes ➤ Lados opuestos paralelos ➤ Diagonales de igual medida. 	<p>En los resultados obtenidos en la actividad 3, se observa que el 100% de los estudiantes logran describir al rectángulo y establecer la propiedad necesaria que el rectángulo tiene 4 ángulos rectos y además describir sus elementos. Información que nos permite ubicarlos en el Nivel II, con grados de adquisición intermedia.</p>	<p>El 100% de los estudiantes logra tener respuestas de acuerdo a lo esperado. Establecen la propiedad necesaria del rectángulo, que es de tener cuatro ángulos rectos.</p>

Tabla 23. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 4

RESPUESTA ESPERADA	RESPUESTA OBTENIDA	COMENTARIOS
<p>En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre comprender, que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, porque la definición tanto del rectángulo como del cuadrado es que tengan sus ángulos rectos y además la otra condición del cuadrado es tener sus lados iguales, y si el rectángulo tiene sus lados iguales entonces también es un cuadrado.</p>	<p>En los resultados obtenidos en la actividad 4, se observa que ningún estudiante logra establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros. Logran identificar que el rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un cuadrado, pero no pueden argumentar el por qué. Esta información nos permite ubicarlos en el Nivel II, con grados de adquisición intermedia.</p>	<p>Ningún estudiante logra establecer relaciones entre propiedades de los cuadriláteros. Por lo tanto no logran tener respuestas de acuerdo a lo esperado.</p>

Tabla 24. Respuestas esperadas y respuestas obtenidas de actividad 5

RESPUESTA ESPERADA	RESPUESTA OBTENIDA	COMENTARIOS
<p>- En la pregunta 1, se espera que el estudiante logre describir al rectángulo como:</p> <p>El rectángulo es un paralelogramo con un ángulo recto.</p> <p>-Si las diagonales de un paralelogramo son iguales, entonces dicho paralelogramo es un rectángulo.</p>	<p>En los resultados obtenidos en la actividad 5, se observa que ninguno de los estudiantes logra definir al rectángulo en función a la relación de sus propiedades. Pero sí logran describir sus elementos y establecer ciertas propiedades. Información que nos permite ubicarlos en el nivel II a todos los estudiantes con el grado de adquisición intermedia.</p>	<p>Ninguno de los estudiantes logra razonar de acuerdo a los descriptores del nivel III y tener respuestas de acuerdo a lo esperado. Pero sí, definen a los rectángulos de acuerdo a los descriptores del nivel II, lo que determina que todos han logrado el nivel II de razonamiento geométrico de Van Hiele.</p>

Después de haber terminado con el análisis de los resultados, presentamos las consideraciones finales de la investigación de la siguiente manera.

CAPÍTULO VI: CONSIDERACIONES FINALES

A continuación, presentamos las conclusiones a las que hemos podido llegar al finalizar el presente trabajo de investigación. Asimismo, proponemos algunas cuestiones abiertas como sugerencias para futuros trabajos.

Conclusiones

Presentamos las conclusiones con respecto a nuestros objetivos de investigación

1. Con respecto al primer objetivo específico

Identificar los niveles de razonamiento inicial, que poseen los estudiantes de quinto grado de primaria, sobre el objeto cuadrilátero según el modelo Van Hiele.

En la aplicación de la primera actividad (Reconociendo los elementos de los cuadriláteros) el 100% de los estudiantes, describían a los cuadriláteros por su apariencia global. Así por ejemplo para el cuadrado manifestaban que era igual a una casa porque tenía partes iguales, para el rectángulo manifestaban que es largo y un poco ancho, para el rombo manifestaban que era igual al cuadrado pero inclinado, y para el trapecio manifestaban que tenía partes diferentes. Estos son respuestas que se relacionan con los descriptores del primer nivel de razonamiento, lo que muestran que, todos los estudiantes se encuentran en el nivel I de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele al inicio de la aplicación de nuestra secuencia de actividades.

2. Con respecto al segundo objetivo específico

Describir el proceso de adquisición de los niveles de visualización, análisis y clasificación del objeto cuadriláteros en estudiantes de quinto grado de primaria por medio de una secuencia de actividades.

Al inicio de la aplicación de la secuencia de actividades, con la actividad 1 (Reconociendo los elementos de los cuadriláteros) se identificó las nociones básicas de Geometría, tales como: punto, recta, plano, ángulo, rayo, segmento, paralelismo, perpendicularidad, polígonos, etc. Sobre los cuadriláteros, el 100% de los estudiantes describía por su aspecto global a cada figura, con respuestas características del primer nivel de razonamiento. En la segunda actividad (Reconociendo los cuadriláteros) se trabajó en función a los descriptores del primer nivel de razonamiento, que permitió al 75% de estudiantes lograr un grado de adquisición intermedia en el nivel I, y el 25% de estudiantes un grado de adquisición intermedia en el

nivel II de razonamiento. En la tercera actividad (Identificando las propiedades de los cuadriláteros) se trabajó en función a los descriptores del segundo nivel de razonamiento, que permitió al 100% de los estudiantes lograr el grado de adquisición intermedia en el nivel II de razonamiento. En la cuarta actividad (Estableciendo relaciones entre propiedades de cuadriláteros) se trabajó en función a los descriptores del tercer nivel de razonamiento, que no permitió a los estudiantes alcanzar el tercer nivel de razonamiento, pero sí el 100% de ellos lograron un grado de adquisición intermedia del nivel II de razonamiento. Y finalmente en la quinta actividad (Definiendo los cuadriláteros) se buscó describir el nivel de razonamiento que lograron los estudiantes durante la aplicación de la secuencia de actividades. En conclusión se evidenció que el 100% de los estudiantes alcanzó el grado de adquisición intermedia en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele.

3. Con respecto al tercer objetivo específico

Identificar los niveles de razonamiento final que lograron los estudiantes del quinto grado de primaria, sobre el objeto cuadriláteros de acuerdo al modelo Van Hiele.

La aplicación de la quinta actividad (Definiendo los cuadriláteros) nos permitió identificar que el 100% de los estudiantes ha logrado alcanzar el grado de adquisición intermedia en el nivel II de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele. Lo que demuestra una evolución en los niveles de razonamiento, del nivel I al Nivel II, con respecto a la primera actividad.

4. Con respecto al Objetivo General

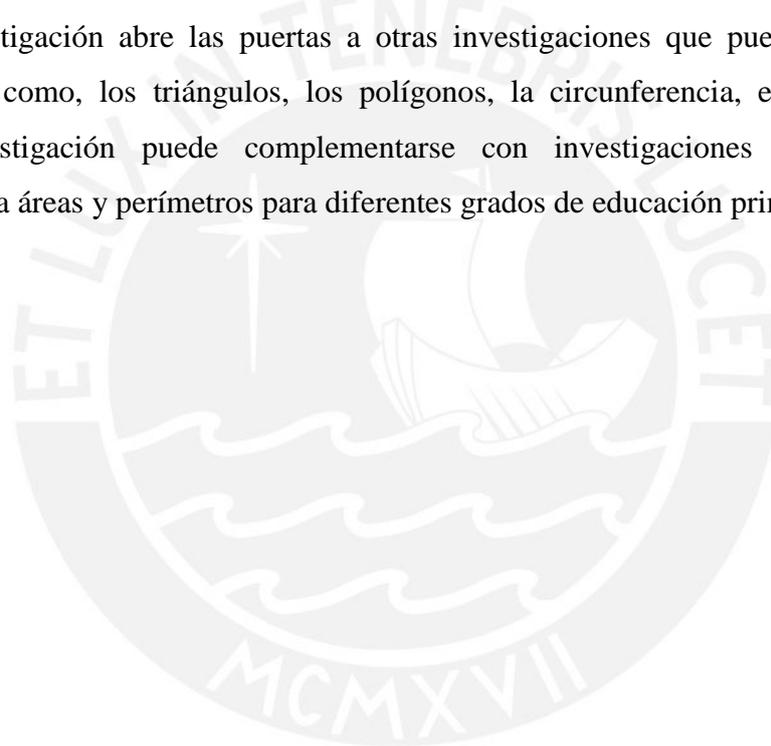
Analizar los niveles de razonamiento geométrico, que alcanzan los estudiantes de quinto grado de primaria, sobre el objeto cuadriláteros según el modelo Van Hiele.

La secuencia de actividades diseñadas, en base al modelo de Van Hiele, permitió que los estudiantes logren alcanzar un grado de adquisición intermedio en el nivel II de razonamiento, donde los estudiantes describen las características de los cuadriláteros y establecen propiedades para cada una de ellas. Pero, no pueden aun establecer relaciones entre las propiedades y afirmar que unas propiedades son consecuencia de otras. Esto nos permite afirmar que la aplicación de una secuencia de actividades basada en el modelo de Van Hiele permitió al 100% de los estudiantes mejorar los grados de adquisición del nivel I al grado de adquisición intermedia del nivel II. Por lo tanto, la relación que guarda todo esto con los objetivos específicos, nos permite afirmar que, hemos logrado el objetivo de nuestra investigación.

El modelo de Van Hiele como marco teórico, nos permitió diseñar una secuencia de actividades para que los estudiantes describan, identifiquen, comparen y comprendan el objeto cuadriláteros, facilitando así los niveles de comprensión y por ende el incremento en sus niveles de razonamiento. Esto nos permite afirmar que, una secuencia de actividades en base al modelo de Van Hiele permite incrementar los niveles de razonamiento, en estudiantes de primaria.

5. Cuestiones abiertas

Con nuestra investigación hemos podido evidenciar que el modelo de Van Hiele permite diseñar secuencias didácticas para estudiantes del nivel de educación primaria. Por ello, nuestra investigación abre las puertas a otras investigaciones que pueden abordar objetos matemáticos como, los triángulos, los polígonos, la circunferencia, entre otros. Además, nuestra investigación puede complementarse con investigaciones sobre cuadriláteros relacionados a áreas y perímetros para diferentes grados de educación primaria.



REFERENCIAS

- Cabello, A. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en el primero de la secundaria obligatoria a partir de cabri*. (Tesis doctoral en Didáctica de las Matemáticas). Universidad de Salamanca. Salamanca. Recuperado de [file:///D:/descargas%20del%20internet/DMA_CabelloPardos_AnaBelen_modelizacion_Van_Hiele%20\(2\).pdf](file:///D:/descargas%20del%20internet/DMA_CabelloPardos_AnaBelen_modelizacion_Van_Hiele%20(2).pdf)
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid: Impresoras Marqués De San Gregorio de Madrid.
- Elliott, J. (1990). *La investigación Acción en Educación*. Barcelona España. Ediciones Morata, S. L. Recuperado de: www.terras.edu.ar/biblioteca/37/37ELLIOT-Jhon-Cap-1-y-5.pdf
- Gilberto, V. y Ronmy, G. (2013). *El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*. Revista Electrónica Uniciencia, Volumen(27), pp.74–94. Recuperado de www.revistas.una.ac.cr/uniciencia.
- Godino, J. & Ruiz, F. (2004). *Geometría para Maestros*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Gomez, G. (2010). *Investigación–Acción: Una Metodología del Docente para el Docente*. Azcapotzalco, Universidad Autónoma Metropolitana de Azcapotzalco. Recuperado de: http://relinguistica.azc.uam.mx/no007/no07_art05.htm
- Ipeba (2013). *Mapas de Progreso del Aprendizaje Matemática: Geometría*. Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad de la Educación Básica (IPEBA). Lima Perú. Editorial e Imprenta de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (CEPREDIM). Recuperado de: www.ipeba.gob.pe.
- Jaime, A. y Gutierrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría*. “En” S. Linares y M. Sánchez “(Eds.)” *Teoría y práctica en educación matemática*. 295 – 324. Sevilla: Alfor. Disponible en: www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf.

- Jaime, A. (1993) *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. (Tesis doctoral en Didáctica de la Matemática) Universidad de Valencia. Valencia. Recuperado de: <file:///C:/Users/user/Desktop/TESIS%20MAESTRIA/JaiGut90.pdf>
- Lastra, S. (2005). *Una propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. (Tesis para optar el grado de Magister). Universidad de Chile. Santiago de Chile.
- Maguiña, A. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele*. (Tesis de maestría en Enseñanza de las matemáticas). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima Perú. Recuperado de file:///c:/users/user/desktop/tesis%20maestria/magui%c3%91a_rojas_albert_propuesta_cuadrilateros.pdf.
- Moise, E y Downs, F. (1966). *Geometría Moderna*. Massachusetts, EE.UU: Editorial Addison Wesley.
- Morales, C. & Majé, R. (2011). *Competencia matemática y desarrollo del pensamiento espacial. Una aproximación desde la enseñanza de los cuadriláteros*. (Tesis de maestría), Universidad de la Amazonia. Colombia.
- Perú (2008). *Diseño Curricular Nacional*. Ministerio de Educación del Perú. Lima.
- Perú (2009). Ministerio de Educación. *Matemática 5, Quinto Grado de Educación Primaria*. Lima Perú. Asociación Editorial Bruño.
- Pisa (2013). *Informe PISA de los resultados de evaluación de comprensión lectora, matemática y ciencias*. Lima Perú. Recuperado de: http://www.rpp.com.pe/2013-12-03-pisa-peru-ultimo-lugar-en-comprension-de-lectura-matematica-y-ciencias-noticia_652086.html.
- Rodríguez, S; Herráiz, N; Prieto, M; Martínez, M; Picazo, M; Castro, I; Bernal. S, (2011) *Metodología de la Investigación Acción*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid. Recuperado de: https://www.uam.es/personal.../InvestigacionEE/.../Inv_accion_trabajo.p.
- Santos, E. (2014) *El modelo Van Hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso del GeoGebra*. (Tesis de maestría en Enseñanza de las matemáticas). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima Perú.

ANEXOS

Anexo 1. Preguntas de la actividad 1

Actividad N° 1: Reconociendo los elementos de los cuadriláteros.	
Nombres: Fecha: .../.../.....	
Objetivos de la actividad	
➤ Identificar cuadriláteros por su apariencia global.	
Pregunta 1	
Represente un cuadrilátero cualquiera, señale sus ángulos y diga con sus propias palabras ¿Qué es un ángulo?	

Actividad N° 1: Reconociendo los elementos de los cuadriláteros.	
Nombres: Fecha: .../.../.....	
Objetivos de la actividad	
➤ Identificar cuadriláteros por su apariencia global.	
Pregunta 2	
Represente un cuadrilátero cualquiera, señale sus lados y diga con sus propias palabras ¿Qué es un lado de cuadrilátero?	

Actividad N° 1: Reconociendo los elementos de los cuadriláteros.

Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Identificar cuadriláteros por su apariencia global.

Pregunta 3

Represente un cuadrilátero cualquiera, trace sus diagonales y diga con sus propias palabras ¿Qué es un diagonal en un cuadrilátero?

	<p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	--

Actividad N° 1: Reconociendo los elementos de los cuadriláteros.

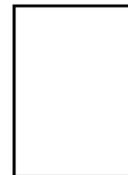
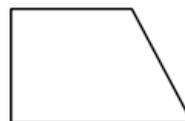
Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Identificar cuadriláteros por su apariencia global.

Pregunta 4

Dado ciertos cuadriláteros, defina con tus propias palabras a cada uno de ellos:



Cuadrado.....

Rectángulo.....

Rombo.....

Trapezio.....

Anexo 2. Preguntas de la actividad 2

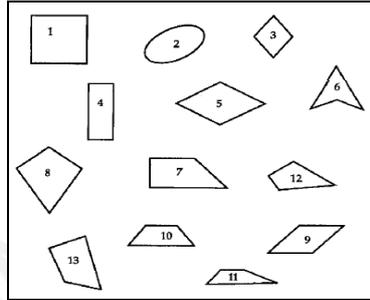
Actividad N° 2: Reconociendo los cuadriláteros.

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Describir los cuadriláteros e identificar sus elementos.
- Expresar las características de los cuadriláteros según sus formas, ángulos, lados, y diagonales

Pregunta 1



Observe todos los cuadriláteros, identifique y coloree al cuadrado o los cuadrados y manifieste ¿Por qué es un cuadrado?

.....

.....

.....

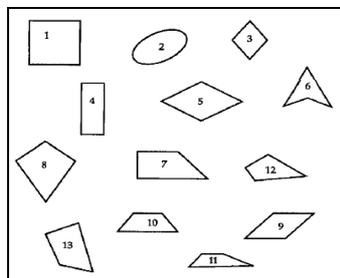
Actividad N° 2: Reconociendo los cuadriláteros.

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Describir los cuadriláteros e identificar sus elementos.
- Expresar las características de los cuadriláteros según sus formas, ángulos, lados, y diagonales

Pregunta 2



Observe todos los cuadriláteros, identifique y coloree al rectángulo o los rectángulos y manifieste ¿Por qué es un rectángulo?

.....

.....

.....

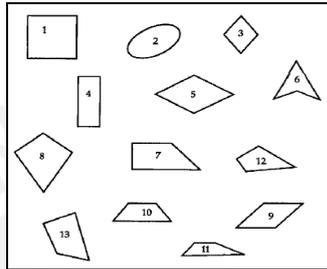
Actividad N° 2: Reconociendo los cuadriláteros.

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Describir los cuadriláteros e identificar sus elementos.
- Expresar las características de los cuadriláteros según sus formas, ángulos, lados, y diagonales

Pregunta 3



Observe todos los cuadriláteros, identifique y coloree al rombo o los rombos y manifieste ¿Por qué es un rombo?

.....

.....

.....

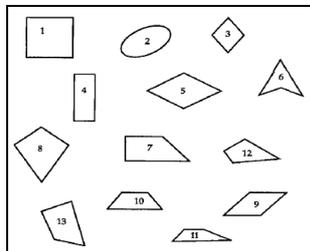
Actividad N° 2: Reconociendo los cuadriláteros.

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Describir los cuadriláteros e identificar sus elementos.
- Expresar las características de los cuadriláteros según sus formas, ángulos, lados, y diagonales

Pregunta 4



Observe todos los cuadriláteros, identifique y coloree al trapecio o los trapecios y manifieste ¿Por qué es un trapecio?

.....

.....

.....

Anexo 3. Preguntas de la actividad 3

Actividad N° 3: Identificando las propiedades de los cuadriláteros

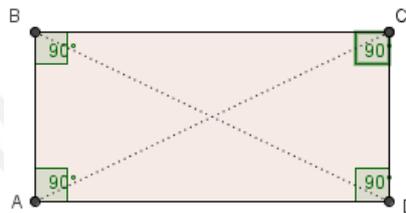
Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Identificar las propiedades de los cuadriláteros.
- Construir cuadriláteros a partir de propiedades dadas.

Pregunta 1

Observe detenidamente el siguiente rectángulo y describa sus propiedades.



- 1.-.....
- 2.-.....
- 3.-.....
- 4.-.....

Actividad N° 3: Identificando las propiedades de los cuadriláteros

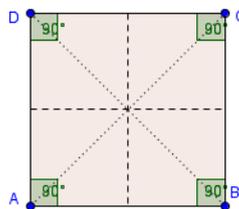
Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Identificar las propiedades de los cuadriláteros
- Construir cuadriláteros a partir de propiedades dadas.

Pregunta 2

Observe detenidamente el siguiente cuadrado y describa sus propiedades



- 1.-.....
- 2.-.....
- 3.-.....
- 4.-.....

Actividad N° 3: Identificando las propiedades de los cuadriláteros

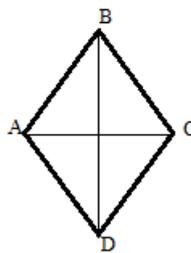
Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Identificar las propiedades de los cuadriláteros.
- Construir cuadriláteros a partir de propiedades dadas.

Pregunta 3

Observe detenidamente el siguiente rombo y describa sus propiedades.



- 1.-
- 2.-
- 3.-
- 4.-

Actividad N° 3: Identificando las propiedades de los cuadriláteros

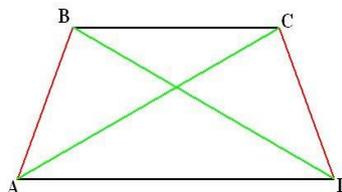
Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Identificar las propiedades de los cuadriláteros.
- Construir cuadriláteros a partir de propiedades dadas.

Pregunta 4

Observe detenidamente el siguiente trapecio y describa sus propiedades.



- 1.-
- 2.-
- 3.-
- 4.-

Anexo 4. Preguntas de la actividad 4

Actividad N° 4: Estableciendo relaciones entre propiedades de cuadriláteros.
 Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.
- Establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.

Pregunta 1
 Un rectángulo que tiene cuatro lados iguales es un.....
 ¿Por qué?.....

Actividad N° 4: Estableciendo relaciones entre propiedades de cuadriláteros.
 Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.
- Establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.

Pregunta 2
 Los diagonales perpendiculares en un paralelogramo determinan que ese cuadrilátero sea un..... ¿Por qué?.....

Actividad N° 4: Estableciendo relaciones entre propiedades de cuadriláteros.
 Nombres: Fecha: .../.../.....

Objetivos de la actividad

- Asociar propiedades a tipos de cuadriláteros.
- Establecer relaciones entre las propiedades de los cuadriláteros.

Pregunta 3
 El rombo que tiene cuatro ángulos rectos es un..... ¿Por qué?.....

Anexo 5. Preguntas de la actividad 5

Actividad N° 5: Definiendo los cuadriláteros

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Definir a partir de sus propiedades a cada familia de cuadriláteros
- Formalizar definiciones.

Pregunta 1

Con tus propias palabras define al rectángulo.

.....

.....

.....

Actividad N° 5: Definiendo los cuadriláteros

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Definir a partir de sus propiedades a cada familia de cuadriláteros
- Formalizar definiciones.

Pregunta 2

Con tus propias palabras define al rombo.

.....

.....

.....

Actividad N° 5: Definiendo los cuadriláteros

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Definir a partir de sus propiedades a cada familia de cuadriláteros
- Formalizar definiciones.

Pregunta 3

Con tus propias palabras define al cuadrado.

.....

.....

.....

Actividad N° 5: Definiendo los cuadriláteros

Nombres: Fecha:/...../.....

Objetivos de la actividad

- Definir a partir de sus propiedades a cada familia de cuadriláteros
- Formalizar definiciones.

Pregunta 4

Con tus propias palabras define al trapecio.

.....
.....
.....

