

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**ESTRATEGIAS PARA ESTIMULAR LA CREACIÓN DE PROBLEMAS DE
ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES CON
PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

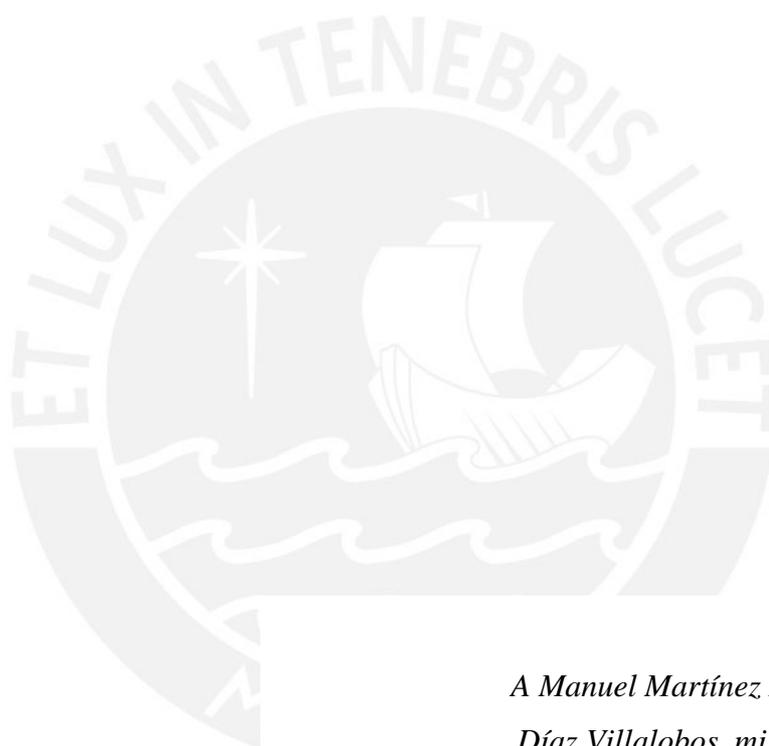
Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas
que presenta

CATHERINA ELIZABETH MARTÍNEZ DÍAZ

Dirigido por

CAROLINA RITA REAÑO PAREDES

San Miguel, 2015



*A Manuel Martínez Morales y Victoria
Díaz Villalobos, mis adorados padres.*

*A mi amado esposo, por su constante apoyo,
comprensión y palabras de aliento.*

A mi amado hijo, Ronaldo.

A mis hermanos: Flor, Marco y Juan.

*A los niños, a quienes tuve la dicha de
enseñar, les enseño y enseñaré.*

AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Educación del Perú, quien por medio del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo-PRONABEC, nos permitió acceder a la Beca Presidente de la República denominada “Beca Docente de Posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación en el Perú 2014”.

A la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú por las enseñanzas recibidas y aporte para nuestra formación profesional.

A la Mg. Carolina Rita Reaño Paredes, mi asesora de tesis, por su excelente y constante guía, y valiosos aportes, factor fundamental en la realización de esta investigación.

A la Dra. Jesús Victoria Flores Salazar por sus enseñanzas, por su dedicación, sugerencias y aliento, palabras necesarias en el momento oportuno que me sirvieron de aliciente y energía para continuar con el trabajo.

Al Dr. Uldarico Victor Malaspina Jurado por su apoyo incondicional, sus orientaciones, sugerencias y contribución valiosa en la realización de la presente investigación.

A los maestros y maestras de la Maestría Didáctica de la enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú por sus sabias enseñanzas.

A mis compañeros Verónica, Elva y Milagros por su amistad y apoyo.

A mis 13 compañeros de la I.E. N° 20402 Virgen de Fátima de la ciudad de Huaral por su participación voluntaria como sujetos de investigación en el presente estudio.

A Dios, autor de mis días, por procurarme la salud y bendecirme día a día.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación proporciona conocimientos para la elaboración, aplicación y análisis de resultados de un taller realizado con profesores de Educación Primaria de la I.E. N° 20402 Virgen de Fátima de la ciudad de Huaral, en el que se aplicaron cuatro actividades, con el propósito de estimular su capacidad creadora al formular problemas de adición y sustracción de números naturales por variación. Vemos que en los textos escolares que brinda el Gobierno se otorgan pocos espacios para desarrollar estrategias para la creación de problemas. Así mismo, en el Diseño Curricular de Formación Docente, tampoco se brindan las estrategias sobre la creación de problemas a los profesores en formación, a pesar de que en nuestros documentos normativos se hace explícito que los estudiantes de Educación Primaria deben crear sus problemas. Por ello, se hace necesario un trabajo que aborde estos temas, preocupación de la presente investigación. Concretamente, para el desarrollo de los talleres de la investigación nos apoyaremos en las estrategias *Episodio en clase*, *Problema Pre* y *problema Pos* (Estrategias *EPP*) de Malaspina, y en la Metodología Etnográfica de Arnal. El objetivo general de nuestro estudio es analizar el efecto que tendrá la propuesta *EPP*, orientada a estimular la capacidad de crear problemas de adición y sustracción de números naturales en profesores de Educación Primaria a través de *Episodios en clase* contextualizados de acuerdo a la realidad en la que ellos laboran. Al concluir nuestro trabajo de investigación, se apreció que, la capacidad creadora innata que poseían los participantes, se incrementó con la estrategia *EPP*, y, además, mejoró su autoconfianza en su capacidad creadora. Los participantes, después de la aplicación de la estrategia *EPP*, opinaron que la creación de problemas por variación es apropiada y pertinente porque los pasos para crearlos son sencillos y les permiten un acercamiento a las matemáticas con problemas de acuerdo a las necesidades e inquietudes de sus estudiantes. Asimismo, manifestaron la intención de usar las estrategias *EPP*, aprendidas en los talleres, como una oportunidad para mejorar sus procesos de enseñanza y aprendizaje, y propiciar que sus estudiantes elaboren sus propios problemas, como parte de su proceso de aprendizaje.

Palabras clave: problemas por variación, problemas contextualizados, facilitar la enseñanza-aprendizaje.

ABSTRACT

The present research paper provides knowledge for the elaboration, application and analysis of the results obtained from a workshop carried out with elementary school teachers from I.E. N° 20402 Virgen de Fátima in the city of Huaral, in which four activities were applied with aims to stimulate their creative ability by posing addition and subtraction problems of natural numbers by variation. We see few spaces for developing strategies for problem posing in the school textbooks the government provides. Likewise, in the Curricular Design for Teacher Training, the strategies for problem posing are not provided to teachers in training either, even though the regulatory documents clearly state that elementary school students shall pose their problems. Therefore, a paper addressing these issues is necessary, and that is the concern of the present research. To be precise, we will support the development of the research workshops on Malaspina's *Episode*, *Pre-problem* and *Post-problem* strategies (*EPP* strategies) and on Arnal's Ethnographic Methodology. The general objective of our study is to analyze the effect of the *EPP* proposal, oriented to stimulate the ability to pose addition and subtraction problems of natural numbers in elementary school teachers through *in-class Episodes* set in the context of their real job. When our research paper was done, it was perceived that the natural, creative ability the participants possessed increased with the *EPP* strategy, and the selfconfidence they had on their creative ability also improved. After applying the *EPP* strategy, the participants thought that problem posing by *Variation* is appropriate and relevant because the steps to pose them are simple and they allow them to approach mathematics with problems according to students' needs and concerns. Additionally, they expressed their intention to use the *EPP* strategies learned in the workshops as an opportunity to improve their teaching and learning processes, as well as a way to contribute so their students can pose their own problems as part of their learning process.

Key words: problems by variation, contextualized problems, facilitate teaching-learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo de un problema con enunciado no adecuado	32
Figura 2. Ejemplo de problemas de combinación	44
Figura 3. Ejemplo de problemas de cambio	45
Figura 4. Ejemplo de problemas de comparación	46
Figura 5. Ejemplo de problemas de comparación	46
Figura 6. Metodología Etnográfica.....	51
Figura 7. Problema Pre 1.1	93
Figura 8. Problema Pre 1.2	96
Figura 9. Problema Pos 1.....	99
Figura 10. Problema Pre 2.1	105
Figura 11. Problema Pre 2.2	107
Figura 12. Problema Pos 2.....	109
Figura 13. Problema Pre 3.1	115
Figura 14. Problema Pre 3.2	118
Figura 15. Problema Pos 3.....	120
Figura 16. Problema Pre 4.1	126
Figura 17. Problema Pre 4.2	128
Figura 18. Problema Pos 4.....	131

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Niveles de logro 2013-2014 Nacional.....	22
Tabla 2. Resultados nacionales y por estratos 2013-2014.....	22
Tabla 3. Tipos de problemas aditivos requeridos para el III ciclo	47
Tabla 4. Rúbrica para analizar los <i>Problemas Pre</i>	62
Tabla 5. Rúbrica para analizar los <i>Problemas Pos</i>	63
Tabla 6. Aspectos a considerar en el análisis de los problemas propuestos por variación.....	64
Tabla 7. Calificación de la calidad	64
Tabla 8. Datos informativos de los profesores que participaron en los talleres	67
Tabla 9. Cuadro Resumen	69
Tabla 10. Organización de los <i>Episodios en clase</i> a desarrollar	70
Tabla 11. Secuencia de actividades	70
Tabla 12. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 1.1</i>	95
Tabla 13. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 1.2</i>	98
Tabla 14. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pos 1</i>	103
Tabla 15. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 2.1</i>	107
Tabla 16. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 2.2</i>	109
Tabla 17. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pos 2</i>	114
Tabla 18. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 3.1</i>	117
Tabla 19. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 3.2</i>	119
Tabla 20. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pos 3</i>	125
Tabla 21. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 4.1</i>	128
Tabla 22. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pre 4.2</i>	130
Tabla 23. Rúbrica para analizar el <i>Problema Pos 4</i>	135
Tabla 24. Resumen de los análisis a los problemas pre propuestos	137
Tabla 25. Resumen de los análisis a los problemas pos propuestos.....	138

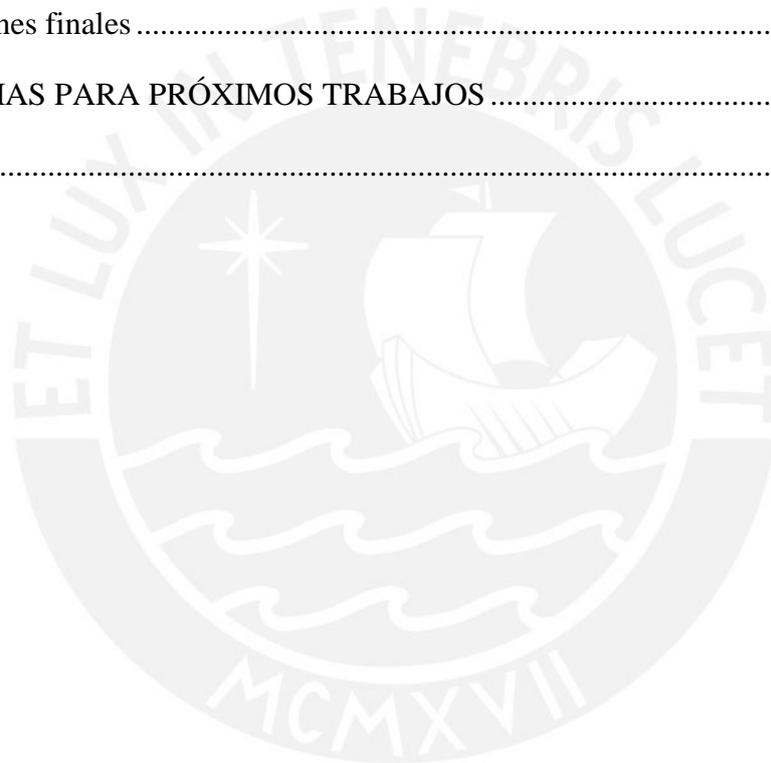
Tabla 26. Ficha de recolección de datos informativos 152



ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	11
CAPÍTULO I: ESTUDIOS PREVIOS Y PROBLEMÁTICA	13
1.1. Aportes y sugerencias de investigaciones que anteceden nuestro estudio	13
1.2. Fundamento de nuestra investigación	19
1.3. El porqué de nuestra investigación.....	21
1.4. Creación de problemas	24
1.5. Estrategia EPP para la creación de problemas.....	24
1.5.1. Ventajas o razones de resolver problemas creados por uno mismo	25
1.5.2. Episodio en clases, Problemas Pre y Problemas Pos (EPP)	28
1.6. Pregunta de investigación.....	38
1.7. Objetivos de nuestra investigación.....	38
CAPÍTULO II: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO.....	39
2.1. Una mirada a los problemas aritméticos de adición y sustracción.....	39
2.2. Clasificación del objeto de estudio desde el punto de vista de la matemática formal...39	
2.2.1. El sentido numérico	39
2.2.2. El sistema de los Números Naturales	40
2.2.3. Adición de números naturales	40
2.2.4. Sustracción de números naturales.....	41
2.3. Clasificación del objeto de estudio desde el punto de vista de la didáctica	42
2.3.1. Problemas aritméticos de adición y sustracción	42
2.3.2. Definición de un (PAEV)	42
CAPÍTULO III: METODOLOGÍA, INSTRUMENTOS Y ANÁLISIS PRELIMINAR	49
3.1. Metodología.....	49
3.1.1. Fases de la metodología.....	51

3.2. Descripción de los profesores con quienes se aplicaran los talleres.....	65
3.3. Secuencia de actividades	70
3.4. Desarrollo de las actividades	72
CAPÍTULO IV: APLICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS	90
4.1. Implementación del taller	90
4.2. Desarrollo del taller	91
4.2.1. Explicación de la estrategia EPP	91
Consideraciones finales	139
SUGERENCIAS PARA PRÓXIMOS TRABAJOS	146
ANEXOS	151



INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación se inicia por el anhelo de contribuir en la mejora de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en la Educación Primaria. Esta delicada labor nos propusimos desarrollarla con el sustento teórico pertinente y fundamentado en investigaciones científicas en Educación Matemática.

Teniendo como base la reflexión acerca de la labor docente como profesores de una escuela estatal, es relevante resaltar que la participación activa de los estudiantes en la construcción de sus aprendizajes, de acuerdo con sus intereses y motivaciones, es fundamental para que ellos logren apropiarse de los conocimientos matemáticos, disfruten de las sesiones de clases y que estas les resulten significativas y útiles para aplicarlas en su trabajo cotidiano.

Para el logro de sesiones de clases motivadoras, en las que converjan los recursos humanos, científicos y tecnológicos, el docente tiene un rol y compromiso profesional preponderante.

En la presente investigación, resaltamos la importancia de la creación de problemas de matemáticas en las labores de enseñanza y aprendizaje y consideramos que las estrategias *EPP* desarrolladas por Malaspina son el camino apropiado para proponer situaciones didácticas que faciliten la interacción entre alumno, conocimiento matemático y docente: una verdadera construcción del conocimiento matemático. Consideramos fundamental que los niños aprendan matemáticas creando sus propios problemas y para ello queremos contribuir con este trabajo a que los profesores de Educación Primaria se involucren en la creación de problemas para que esta actividad sea parte importante de sus clases con sus estudiantes.

El trabajo de investigación se ha organizado en cuatro capítulos y nos permitirá concretar nuestros objetivos al acercar la estrategia *EPP* para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales con profesores de Educación Primaria.

En el primer capítulo, presentamos los estudios que anteceden a nuestra investigación y nos sirven de cimiento para explicar nuestra problemática debido a la importancia de la resolución y creación de problemas. Recordemos que esta habilidad está presente en las capacidades a lograr en nuestros documentos normativos y resulta vital por su aplicación en las actividades cotidianas que realiza toda persona para resolver situaciones problemáticas. Además, en este capítulo, damos a conocer la estrategia *EPP* que orienta nuestro trabajo y los objetivos de nuestra investigación.

En el segundo capítulo, describimos nuestro objeto matemático desde una mirada de la matemática formal y desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, al describir los requerimientos presentes en los documentos normativos actuales.

En el tercer capítulo, presentamos las fases metodológicas a desarrollar, la elaboración de los instrumentos y el diseño de las actividades contextualizadas que nos permiten difundir la creación de problemas como un aporte a la labor educativa de los profesores.

En el cuarto capítulo, damos a conocer los resultados de la aplicación de los instrumentos; el análisis de problemas creados, tanto de manera individual como grupal; las consideraciones finales y sugerencias para investigaciones futuras.



CAPÍTULO I: ESTUDIOS PREVIOS Y PROBLEMÁTICA

Iniciamos nuestra investigación dando a conocer las reflexiones y sugerencias recogidas de los trabajos de investigación que anteceden a nuestro estudio: estrategias para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales con profesores de Educación Primaria, los cuales nos permitirán dar a conocer y justificar la pertinencia de su estudio.

1.1. Aportes y sugerencias de investigaciones que anteceden nuestro estudio

Hemos organizado la investigación presentando los antecedentes de nuestro estudio organizado en dos ejes para facilitar su comprensión. El primer eje se refiere a los estudios realizados sobre resolución y creación de problemas con estudiantes de Educación Primaria; el segundo eje presenta una síntesis de los estudios que se han realizado en los últimos años sobre creación de problemas con profesores y se centra, principalmente, en los estudios de Malaspina (2012c, 2012d, 2014, 2014b, 2014c) en los talleres dirigidos a profesores en ejercicio de su labor o en formación sobre creación de problemas que desarrolla tanto en el Perú como en otros países. Más adelante, presentaremos los aportes de su trabajo y la estrategia que viene implementando, lo cual servirá de base teórica de nuestro estudio en los próximos capítulos. De la misma manera, mostraremos nuestros aportes como: organización de los planteamientos de la estrategia *EPP*, adaptación de rubricas, relatos de acuerdo a la realidad de los estudiantes, de los cuales se presentaron los *Episodios en clase* y sugerir algunos pasos para la creación de problemas por parte de los profesores con sus estudiantes.

Estudios realizados en la resolución y creación de problemas aplicados en estudiantes de Educación Primaria

García (2008), en su trabajo de investigación sobre los tipos de problemas que aplican los profesores en estudiantes del primer grado de una escuela estatal, manifiesta que es una preocupación nacional y mundial la resolución de problemas, ya que esta actividad les resulta de gran dificultad a los estudiantes. Una explicación que precisa la autora para esta situación es el desconocimiento, por parte de la profesora del aula en la que se aplicó el estudio, acerca de los tipos de problemas de estructura aditiva, las características particulares de cada uno de ellos que, de ser usados de manera secuencial, facilitarían en los estudiantes la potenciación de sus habilidades de comprensión, resolución y creación de problemas, lo cual no ocurre en el aula donde se desarrolló el estudio. La docente del aula, al aplicar al azar diez problemas

durante todo el año lectivo, pierde el valioso aporte que estos brindan en las actividades de enseñanza de conceptos matemáticos porque Los problemas que la docente desarrolla no corresponden a situaciones significativas para los estudiantes; además, lleva a cabo en los meses de agosto y noviembre (tardíamente), debido a que le da mayor importancia a la ubicación de los números en el tablero de valor posicional y a la práctica del algoritmo. Así, los estudiantes deducen que resolver un problema solo es efectuar una operación aplicando el algoritmo y usando el tablero de valor posicional. Al efectuar estos procedimientos, no les quedan claros los significados de adición y sustracción. Así mismo, la autora manifiesta que los estudiantes no analizan los problemas ni verifican sus respuestas, aspecto fundamental que se debe tener en cuenta en la resolución de problemas, pues al comprender las operaciones de adición y sustracción, los estudiantes podrán usar estas como herramientas para solucionar los problemas que se le presenten en las actividades cotidianas. En ese sentido, vemos con preocupación que, a pesar de que la profesora del aula dedicó bastante tiempo para reforzar la práctica del algoritmo, no logró que todos los estudiantes desarrollaran esta capacidad.

En el estudio realizado por García (2008), se aplicaron 31 problemas de estructura aditiva de manera secuencial, según el grado de dificultad de cada problema. Se les dio oportunidad a los estudiantes de crear sus propios problemas de manera oral. Estos, a pesar de presentar dificultades, ya que no tenían experiencia en crear problemas, se sintieron motivados y pidieron ayuda a los profesores. Finalmente, 5 de un grupo de 9 estudiantes, lograron formular sus problemas. La autora, después de la experiencia, en la que observó los comportamientos de los estudiantes frente a la resolución y creación de problemas, sugiere que se enfatice la resolución y creación de problema en las sesiones de enseñanza aprendizaje y que se valoren los procesos realizados por los estudiantes al tratar de resolver los problemas matemáticos antes que la obtención de la respuesta correcta. Además, otorga importancia al reforzamiento de las habilidades de comprensión, resolución y creación de problemas en los estudiantes, a través de la frecuente presentación de variados problemas y estrategias didácticas pertinentes como el reconocimiento de los datos en el enunciado, el reconocimiento de las operaciones a realizar, la revisión de los procedimientos y a la información que los estudiantes proporcionen (¿por qué realizarán dicha operación?), y comenten en qué otras situaciones podrían ellos utilizar las estrategias desarrolladas. Para concluir, manifiesta que los problemas creados por los propios estudiantes les resultan de fácil comprensión y los motivan, pero acota que es importante que los profesores se preocupen en garantizar que los estudiantes conozcan los significados de las operaciones. En ese sentido, es importante iniciar las sesiones de

aprendizaje con problemas contextualizados para que los estudiantes descubran e identifiquen en ellos el significado y uso de las operaciones, y, de esta manera, se posibilite que los estudiantes reconstruyan y desarrollen su capacidad de creación, la cual es una labor fundamental y delicada que es responsabilidad de todos, por lo que se debe involucrar en esta actividad a directivos y profesores.

En la misma línea, Astola, Salvador y Vera (2012), hacen notar las bajas calificaciones obtenidas por los estudiantes de primaria en las áreas de Matemáticas y de Comunicación tanto en las evaluaciones censales nacionales como en las evaluaciones internacionales. Sugieren, por ello, una revisión de la labor docente y proponen enfatizar la resolución de problemas en estudiantes del segundo grado de primaria. Asimismo, detallan los niveles de logro que obtienen los educandos al resolver los problemas de adición y sustracción con números naturales y precisan en qué tipo de problemas presentan mayores dificultades en su desarrollo. También manifiestan que, pese a los bajos resultados de las evaluaciones censales, existen muy pocas propuestas pedagógicas para contrarrestar esta situación. En su trabajo, realizan una secuencia de actividades para la resolución de problemas aritméticos de adición y sustracción basados en el modelo de Polya.

En ese sentido, ante las dificultades halladas en la resolución de problemas por nuestros estudiantes, es motivador conocer la propuesta de Ayllón (2012), en su trabajo de investigación realizado en España sobre creación de problemas por parte de estudiantes de primaria (entre 6 y 11 años de edad). La autora afirma que, desde muy temprana edad, algunos alumnos están en la capacidad de inventar problemas, desde los que constan de una etapa hasta los que constan de más etapas. La investigadora evidenció que los estudiantes, desde los primeros grados, consideran importante incluir en el enunciado la presencia de datos numéricos y una pregunta que requiere el hallazgo de respuestas. El trabajo realizado en dos etapas permitió a la autora observar la evolución de las opiniones considerando las razones que le daban los estudiantes para estudiar matemáticas como consecuencia de la acción de crear problemas “para aprender”, “para realizar situaciones de compra-venta”, “para resolver problemas de la vida”, etc. Sin embargo, cabe resaltar que en los problemas creados por los estudiantes se evidenció falta de coherencia y de una historia verosímil; de la misma manera se pudo determinar que los problemas preferidos por los estudiantes fueron “Tipo Cambio”.

Ayllón (2012) concluye manifestando que se debe valorar el esfuerzo de los estudiantes a la hora de generar sus problemas, actividad enriquecedora que indica el dominio y comprensión

que poseen estos sobre las operaciones matemáticas. En la misma línea, afirma que la actividad de creación de problemas contribuyó a que los estudiantes mejoraran en la resolución de problemas, al usar la estrategia de trabajo en parejas, la cual consistía en resolver el problema creado por un compañero: si al estudiante que resolvía el problema se le presentaban dificultades, el compañero autor le indicaba como lo debía resolver con lo cual se propiciaba ayuda mutua y la socialización de experiencias.

En los trabajos citados, en los que se enfoca directamente el objeto de estudio que investigaremos, nos convence la estrecha relación que hay entre la resolución y creación de problemas. Por este motivo, para nosotros es pertinente tomar como punto de partida las dificultades halladas en los estudiantes en la resolución de problemas y las sugerencias que se proporcionan en los estudios, tal como la presentación de los problemas aritméticos de manera gradual y con el previo conocimiento de los tipos de problemas por parte del profesor. En la misma línea, se sugiere motivar a los estudiantes y profesores a iniciarse en la tarea de creación de problemas.

Trabajos realizados en talleres con los profesores en la creación de problemas

Según Espinoza, Lupiañez y Segovia (2014), la creación de problemas, invención o propuesta de problemas es una línea de investigación que se fortalece en la década de los 80 y surge de los estudios realizados sobre la resolución de problemas matemáticos. Por la estrecha relación y el aporte que brinda en la mejora de la capacidad resolutoria de los problemas, es reconocida como actividad relevante y facilitadora de la labor de aprendizaje y enseñanza.

Desde la década de los 80 hasta la actualidad, las investigaciones sobre el tema se han incrementado y lo tratan desde diversas perspectivas. En Ayllón (2012), se presentan la *Invención vinculada a la resolución*, *Habilidades en el proceso de invención*, *Invención usando tecnología*, *Invención como evaluación* e *Invención como método de enseñanza*.

Ayllón (2012), basándose en investigaciones acerca de la creación de problemas por diversos autores, afirma que:

Los autores comparten la necesidad de que se instruya a los futuros profesores en la invención de problemas, ya que si estos tienen un alto nivel de habilidad planteando problemas, podrán motivar y enseñar a sus estudiantes [...] También piden un compromiso por parte de los profesores para que incluyan la invención de problemas en sus clases, asegurando que esta tarea les ayudará a crear un ambiente relajado que merme los temores y ansiedades que provoca esta disciplina, fomentará su confianza en las capacidades de sus estudiantes y mejorará la actitud en los estudiantes para el aprendizaje de las matemáticas. (p.101).

Frente a las dificultades presentadas por los estudiantes en la resolución y creación de problemas y al desconocimiento o deficiente aplicación de este sistema por parte de los profesores (según los estudios de García (2008) y Astola, Salvador y Vera (2012), así como lo importante que resulta conocer los aportes que propicia la creación de problemas tanto en estudiantes como en profesores, según los estudios de Ayllón (2012), resulta gratificante conocer las experiencias en los trabajos que viene realizando en el Perú y en otros países Malaspina, quien viene dedicándose en las últimas décadas a promover la práctica de creación de problemas tanto en profesores en ejercicio como en formación.

Malaspina (2012c) asegura que:

Las experiencias muestran que crear problemas contribuye a reforzar e interrelacionar lo aprendido, aplicándolo creativamente a situaciones concretas, con una perspectiva propia. Más aún, ayuda a ir tomando conciencia de manera natural que la matemática está en continua expansión, que no todos los problemas están escritos en los libros, ni todos los problemas están resueltos. Crear problemas contribuirá a que el alumno sienta que es posible colaborar a esa continua expansión de la matemática. Estimular esta capacidad, acompañada con la de resolver problemas, puede hacer percibir mejor la belleza de la matemática y su didáctica, y sentir que es posible contribuir a crear “obras de arte” en la matemática. (p. 136).

En esa misma línea, Malaspina (2013d) rescata la importancia de estimular la capacidad de crear problemas de matemáticas en los profesores a través de talleres en una fase de estímulo al que Malaspina denomina fase de “*entrenamiento*” para el desarrollo de esta capacidad. A través de la estrategia *EPP*, que daremos a conocer más adelante, el autor precisa que el rol del orientador en los talleres es relevante ya que permite explotar las posibilidades matemáticas y didácticas de la actividad, de acuerdo con el grupo humano con el que se está trabajando y considerando sus intereses y necesidades. En ese proceso, el conocimiento matemático y la experiencia didáctica del orientador permitirán encontrar el equilibrio

adecuado. Además, el uso del diálogo, las sugerencias y preguntas pertinentes permitirán que los profesores participantes en los talleres propongan problemas interesantes. También considera importante darles libertad en la actividad creativa a los protagonistas. De esta manera, se espera que, en su ejercicio docente, los profesores estimulen la capacidad creadora en los estudiantes y sean estos los que elaboren sus propios problemas tomando como ejemplo a su profesor. Todo esto debe realizarse en el marco de las sesiones de aprendizaje, se parte del supuesto de que esta actividad favorecerá el desarrollo de la competencia de la resolución de problemas en los estudiantes.

Además, (Polya, Freundenthal y Bonotto, citados en Malaspina (2013) consideran muy importante la creación de problemas. Argumentan que esta actividad permite desarrollar diversas potencialidades de los estudiantes al estimular una mayor flexibilidad mental motivándolos a la investigación. De esa forma, los estudiantes se inician con problemas de acuerdo a situaciones de contexto, con dificultad gradual y con los requerimientos de los diseños curriculares y documentos complementarios. Dichos problemas deben responder a las percepciones e interrogantes de los estudiantes, permitirles ampliar sus ideas y favorecer el aprendizaje por descubrimiento. En los mencionados estudios, se valora la importancia de la creación de problemas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en futuros profesores y la estrecha relación que tiene esta actividad con la mejora del rendimiento de los estudiantes de Educación Primaria en la resolución de problemas aritméticos de adición y sustracción con números naturales, actividad en las cuales se muestran preocupantes dificultades. Por ser considerada dicha actividad como el centro de la enseñanza de las matemáticas, merece nuestra pronta atención.

Malaspina (2012d) resalta la importancia que tiene en la formación de los futuros profesores y en los que ya ejercen la profesión la capacidad de estimular la competencia sobre creación de problemas matemáticos. Nos invita a la reflexión y el reto que tenemos los profesores, acerca de la relevancia de la enseñanza de las matemáticas de acuerdo con las necesidades de la nueva sociedad: “Sociedad del conocimiento y la información” (p.10) con sus problemas, expectativas de la época y el avance de la tecnología. También precisa que debemos involucrar en esta tarea a los matemáticos, los investigadores en educación matemática y las instituciones educativas.

1.2. Fundamento de nuestra investigación

La resolución de problemas es una actividad que está presente en la vida del hombre diariamente. Así, a través de la historia, generación tras generación, el hombre ha tenido que hallar soluciones a las adversidades y necesidades que la vida le presentaba, para garantizar su supervivencia o mejorar su calidad de vida, y, para hallar dichas soluciones, la capacidad del pensamiento y razonamiento matemático ha sido fundamental. En esa misma línea, en el documento normativo *Rutas de Aprendizaje* Perú (2013), se establece la necesidad de desarrollar el pensamiento de nuestros estudiantes, iniciando las sesiones de aprendizaje con problemas cotidianos que respondan a las necesidades e intereses de los educandos y les permitan posteriormente resolver problemas más complejos. De esta manera, se espera que luego puedan conectar los conocimientos que poseen con los nuevos y que estos les sean de utilidad en la construcción de sus aprendizajes y los puedan aplicar en su vida.

Polya (1974), precisa la delicada labor que tienen los profesores de reforzar la actitud de los estudiantes al resolver problemas, brindándoles la ayuda pertinente y necesaria a través de la formulación de preguntas y el hecho de proporcionarles la mayor cantidad posible de oportunidades de imitación y práctica. (p.27)

En ese sentido, opinamos que el desempeño del docente como orientador en el proceso de resolución y creación de problemas matemáticos es importante, ya que esto contribuirá a que los estudiantes mejoren su capacidad de resolver y formular sus propios problemas, lo cual, a su vez, llevará a estudiar con más agrado esta disciplina, mejorará su autoestima y les dará mayor seguridad al afrontar sus evaluaciones.

En una perspectiva más amplia, Díez, Más, Mula, Navas, Penalva, Roig, Torregrosa y Valis (2005), sostienen que el constante avance tecnológico de la sociedad ha hecho que disminuyan las tareas de cálculo, pero ha incrementado la necesidad de interpretación y comunicación. En ese sentido, consideran pertinente efectuar cambios inmediatos en el desarrollo de las habilidades lingüísticas y matemáticas en las etapas escolares, presentando e interpretando situaciones matemáticas con el uso del lenguaje especializado, símbolos, gráficos, modelos y otros recursos de su contexto, que permitan tanto a los individuos como a las comunidades comunicar y construir significados, destrezas y habilidades para establecer estrategias renovadas de aprendizaje, las mismas que favorezcan que el paso del mundo escolar al laboral sea efectivo.

Para que el profesor cumpla con el rol que estamos describiendo en los párrafos anteriores, pensamos que es fundamental que desarrolle mayores capacidades creativas, en particular, en la matemática, y que esa creatividad sea no solo para resolver problemas sino también para crearlos y para estimular a sus estudiantes a crear sus propios problemas. Tengamos en cuenta que la resolución de problemas matemáticos es una actividad compleja, pero muy enriquecedora ya que implica la puesta en práctica de los conocimientos adquiridos con anterioridad, así como también la habilidad de hacer uso de estrategias que se posee o fueron útiles en situaciones similares para llegar a la solución.

En el Diseño curricular Básico Nacional de formación docente (DCBN), Perú (2010), encontramos algunos cambios que se vienen realizando a partir del 2007 en la formación de los futuros profesores. Dichos cambios nacen de la preocupación de garantizar el desarrollo integral de los estudiantes al tener una educación de calidad, significativa y acorde con el avance tecnológico. En ese sentido, impulsa la práctica del ejercicio docente, permitiendo que los estudiantes se involucren en diferentes realidades del contexto local y potencien sus competencias para aportar un cambio social desde la institución educativa. Así, se enfatiza la delicada responsabilidad del profesor de ser el mediador cultural entre el alumno y el mundo que lo rodea.

En ese sentido, en relación al Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular del Perú, Malaspina (2012c) manifiesta que:

...vemos con agrado que se considera la actividad creativa de los estudiantes en diversas áreas; en particular, en el área de matemáticas para primaria, encontramos párrafos que van en la línea de poner énfasis en la creación de problemas, a los cuales parece que no se les está dando la debida importancia en los planes de formación y capacitación de profesores de primaria y secundaria. (p.134).

Debido a nuestra experiencia docente, podemos afirmar que los estudiantes disfrutan al resolver problemas que ellos mismos crean cuando sus profesores los estimulan adecuadamente a hacerlo, los mismos que facilitan la integración de las matemáticas con otras áreas de estudios e incrementan los conocimientos de los estudiantes de manera democrática y libre. Los estudiantes solicitan que se le explique uno o más temas, pues lo requieren para plantear sus problemas: dicha acción es enriquecedora porque se hace de manera voluntaria y permite establecer mejores lazos de amistad y compartir los roles en la enseñanza-aprendizaje; sin embargo, esto no es habitual en las clases de educación básica regular, sobre

todo en Educación Primaria. Podemos afirmar que esto no es extraño, pues ni en su formación de pregrado, ni en los institutos superiores pedagógicos, ni en las facultades de educación, ni en muchas de las capacitaciones o actualizaciones, los profesores reciben estímulos para que ellos mismos creen problemas, tal como lo corroboramos en los contenidos del (DCBN) Perú (2010), documento en el cual no se toma en cuenta la capacidad de estimular la creación de problemas en la formación docente. Consideramos que esta situación revela una debilidad, pues evidentemente tiene como consecuencia que los profesores no estimulen a sus estudiantes a crear sus propios problemas, privándolos así de participar activamente en la construcción de sus aprendizajes, de disfrutar de las matemáticas y de estimular su autoestima y creatividad. Por lo expuesto, consideramos fundamental desarrollar estrategias que potencien en los profesores la capacidad de crear problemas.

1.3. El porqué de nuestra investigación

Nuestro tema de investigación nace por tres motivos fundamentales:

El primer motivo es la importancia del tema y su estrecha relación entre resolución y creación de problemas, presentes en las capacidades a lograr en nuestros documentos normativos. Además, por su aplicación en las actividades cotidianas que realiza toda persona se hace necesaria la resolución de situaciones problemáticas. Cabe resaltar el bajo rendimiento que presentaron los estudiantes del segundo grado de primaria en las evaluaciones censales al enfrentar estas habilidades tal como se aprecia en la figura N° 1: solo el 25.8% de los estudiantes alcanza el nivel de logro *Satisfactorio* al finalizar el segundo grado, según el informe brindado por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC), que es la instancia técnica del Ministerio de Educación, responsable de desarrollar el sistema nacional de evaluación del rendimiento escolar y de brindar información relevante a las instancias de decisión de política educativa, a la comunidad educativa y a la sociedad en general sobre estos resultados, con la finalidad de ofrecer información relevante y confiable sobre los resultados de las evaluaciones del rendimiento escolar y sus factores asociados para contribuir a la toma de decisiones en las diferentes instancias y con el fin de mejorar la calidad del sistema educativo.

Tabla 1. Niveles de logro 2013-2014 Nacional

Logro	ECE 2013	ECE 2014	Diferencia
	%	%	
Satisfactorio	16,8	25,9	9,1
En Proceso	32,3	35,3	3,0
En Inicio	50,8	38,7	-12,1

Fuente: Adaptado de Perú (2014, p. 33)

En la tabla N°1, se observa un incremento porcentual en los niveles de logro *Satisfactorio* y *En Proceso*; sin embargo, vemos con preocupación que el 74% de los estudiantes se encuentran en los niveles de *En Proceso* e *Inicio*; por ello, opinamos que se requiere el conocimiento cercano de la práctica pedagógica, las condiciones en que se vienen desarrollando las sesiones de aprendizaje y las dificultades que tienen los profesores en su labor, es decir, conocer las oportunidades, fortalezas, amenazas y debilidades para buscar y ejecutar alternativas de solución. Por este motivo, consideramos importante realizar nuestro trabajo de investigación, dar a conocer la estrategia de creación de problemas *EPP* y sugerir la inclusión de la creación de problemas para el trabajo en las aulas con el propósito de mejorar el nivel de logro en la resolución de problemas en los estudiantes, acercando para ello las matemáticas de acuerdo a la realidad, a las inquietudes, intereses y necesidades de los estudiantes.

Tabla 2. Resultados nacionales y por estratos 2013-2014

Nacional		ECE 2013			ECE 2014			Diferencias		
		En inicio	En Proceso	Satisfactorio	En inicio	En Proceso	Satisfactorio	En inicio	En Proceso	Satisfactorio
		%	%	%	%	%	%	%	%	%
		50,8	32,3	16,8	38,7	35,3	25,9	-12,1	3,0	9,1
Sexo	Hombres	50,1	31,1	18,9	38,0	33,8	28,2	-12,1	2,7	9,3
	Mujeres	51,7	33,6	14,7	39,5	36,9	23,6	-12,2	3,3	8,9
Gestión	Estatad	53,3	30,9	15,8	39,0	35,2	25,7	-14,3	4,3	9,9
	No estatal	44,3	36,1	19,6	38,0	35,6	26,4	-6,3	-0,5	6,8
Área de ubicación	Urbano	45,4	35,2	19,4	33,9	37,2	28,9	-11,5	2,0	9,5
	Rural	72,9	20,6	6,5	59,6	27,3	13,1	-13,3	6,7	6,6
Característica	Polidocente	46,3	34,8	18,9	34,1	37,2	28,7	-12,2	2,4	9,8
	Multigrado	71,4	21,1	7,5	61,5	26,2	12,2	-9,9	5,1	4,8

Fuente: Adaptado de Perú (2014, p.35)

De la misma manera, observamos en la tabla N° 2 que el avance los estudiantes desde el 2013 al 2014 en el área de Matemática ha mejorado considerablemente, pero aún es preocupante el porcentaje de estudiantes que se encuentran en el nivel de *Inicio*, el mismo que es mayor que los porcentajes obtenidos en los niveles de *En Proceso* y *Satisfactorio*. Como es este último

nivel el requerido por los estudiantes al finalizar el III ciclo, constituye nuestro primer motivo. En ese sentido consideramos pertinente direccionar nuestra pronta atención y buscar vías de solución que permitan mejorar el nivel de resolución de problemas de adición y sustracción en los estudiantes del ciclo antes mencionado.

El segundo motivo es que consideramos fundamental que los estudiantes aprendan matemáticas creando sus propios problemas y, para ello, queremos contribuir con este trabajo a que los profesores de Educación Primaria se involucren en la creación de problemas para que esta actividad creativa sea parte de sus clases con sus estudiantes.

El tercer motivo es la difusión de la estrategia de la creación de problemas como una herramienta de enseñanza. Motivar y potenciar en los maestros su capacidad creadora para que luego ellos estimulen el desarrollo del pensamiento, creatividad y curiosidad de sus estudiantes resulta fundamental.

Por las consideraciones anteriores, nuestro trabajo de investigación tiene el propósito de contribuir con el cambio fundamental que se detalla en Perú (2009) y Perú (2013), que es pasar de un aprendizaje memorístico de las matemáticas a un aprendizaje basado en la construcción de los aprendizajes matemáticos a partir de la creación de problemas. Tomando como base las experiencias de los trabajos mencionados anteriormente, en los que se destacan la implicancia que tiene la labor docente en el progreso educativo de los estudiantes, y siendo importante el desarrollar la capacidad creativa de estos, es esencial que los maestros desarrollen o incrementen la capacidad de creación de problemas para luego usarla en su actividad docente.

Como reflexión global a partir de los antecedentes expuestos, consideramos que al existir disposición y actitud favorable a la creación de problemas por parte de los profesores, como sostiene Malaspina (2012, 2013, 2014), que el estimular a los profesores el desarrollo de su capacidad de crear problemas, contribuirá a que su labor de enseñanza sea amena y significativa, tal como lo sustentan los estudios señalados anteriormente. Es esperable que los docentes, luego de conocer la estrategia *EPP* y sobre la base de sus conocimientos y experiencias, sean los protagonistas en sus aulas y faciliten en sus estudiantes la creación de sus propios problemas de adición y sustracción. Opinamos, pues, que, siendo los educadores los protagonistas y tomando como punto de inicio la realidad, intereses y necesidades de sus estudiantes, les brinden la oportunidad y libertad de plasmar en los enunciados de sus problemas creados, los datos de acuerdo a los conocimientos matemáticos que poseen, a fin

de que sean ellos mismos los que se retan en avanzar e incrementar el horizonte matemático adquirido hasta el momento. Por lo manifestado, esperamos que la actividad de creación de problemas de adición y sustracción de números naturales contribuya en la mejora de la capacidad de resolverlos y superar dificultades que presentan los estudiantes descritos previamente.

1.4. Creación de problemas

¿Qué entendemos por crear problemas?

Para explicar lo que entendemos por crear problemas matemáticos, nos basaremos en la posición adoptada en Malaspina (2013): “La creación de problemas matemáticos es un proceso mediante el cual se obtiene un nuevo problema” (p.131)

Para nosotros la creación de problemas matemáticos, es la capacidad que tiene el hombre, a partir de sus experiencias personales, de plasmar vivencias y dificultades en un enunciado, el mismo que le permita efectuar operaciones a través de estrategias y procedimientos, y, de esa manera, obtener una o varias soluciones, las mismas que le permitan resolver sus problemas planteados y aplicarlos en circunstancias que se les presenten en la vida cotidiana.

1.5. Estrategia EPP para la creación de problemas

La estrategia *EPP* (*Episodio en clase, Problema Pre y Problema Pos*) son los pasos o acciones que hacen los participantes tanto de manera individual como grupal y les permiten la creación de problemas de acuerdo a su realidad y creatividad. La estrategia *EPP* es una creación del Dr. Uldarico Víctor Malaspina Jurado, peruano que ha brindado a los profesores asistentes a los talleres, además de las pautas necesarias, la motivación y el conocimiento para elaborar sus propios problemas matemáticos y didácticos de acuerdo con el nivel de enseñanza. A continuación, según la estrategia *EPP*, explicaremos en qué consisten los elementos de un problema y la creación de problemas por *Variación* de un problema dado o por *Elaboración* de una situación presentada. Así mismo, detallaremos las ventajas que brinda la creación de problemas, por razones didácticas, en la enseñanza (profesores), en el aprendizaje (estudiantes), y por razones investigativas; finalmente, daremos a conocer algunos criterios a tener en cuenta para considerar la calidad de un problema creado, desde el punto de vista de la estrategia *EPP* propuesto por Malaspina, que es nuestro sustento teórico.

1.5.1. Ventajas o razones de resolver problemas creados por uno mismo

De acuerdo con los aportes de los estudios que hemos revisado y en base a nuestra experiencia laboral en las aulas, podemos manifestar que los problemas contextualizados creados por los profesores, permiten enseñar a los estudiantes los contenidos matemáticos adecuándolos a las características generales del grupo, hecho que resulta estimulante y de provecho porque responden a las capacidades, intereses y necesidades de estos. Además, permite al docente realizar una evaluación personalizada y tener una visión más clara de los logros obtenidos por cada estudiante, no solo en la parte operativa, sino también de los procesos cognitivos que estos realizan.

Como aporte para nuestra investigación, (Malaspina 2013a, citado en Malaspina y Vallejo 2014) precisa las ventajas o razones didácticas de resolver problemas creados por los mismos profesores, en ese sentido, es importante:

- a) Proponer problemas que sean cercanos a las motivaciones de los alumnos y a los contextos en los que viven.
- b) Crear secuencias de problemas de dificultad gradual que lleven a un problema particularmente importante.
- c) Proponer problemas que respondan las iniciativas, percepciones o interrogantes de los alumnos, que contribuyan a aclarar o ampliar sus ideas, ante el reto de resolver problemas o de comprender temas de matemáticas,
- d) Proponer problemas y actividades que respondan a las orientaciones generales que suelen darse en los diseños curriculares y documentos complementarios desde los organismos centralizados de educación,
- e) Llenar el vacío que hay en la mayoría de textos de matemáticas, sobre todo en los de nivel escolar,
- f) Tener problemas adecuados para aplicar las teorías sobre educación matemática fuertemente apoyadas en la resolución de problemas,
- g) Mejorar la calidad de las evaluaciones,
- h) Consolidar la formación matemática de los profesores. (p.10)

Sobre la base de los aspectos tanto favorables como desfavorables presentes en las investigaciones que hemos dado a conocer en nuestros antecedentes y en las sesiones de clases que hemos realizado con los estudiantes por más de diecinueve años, podemos manifestar que, cuando un estudiante crea sus propios problemas, moviliza conocimientos matemáticos que ha adquirido con anterioridad, rememora algunas estrategias que le sirvieron para resolver problemas similares y, además, se percata de la necesidad de incrementar sus conocimientos matemáticos, a fin de poder retarse con problemas de mayor dificultad. Asimismo, esta estrategia de enseñanza propicia que los alumnos se sientan motivados a aprender las matemáticas y disfruten de ellas al desafiar a sus compañeros del aula a formular y resolver sus propios problemas, en los que incluyen sus nombres, el nombre de sus

familiares, el de sus mascotas y actividades que son de su conocimiento y que les permiten argumentar y opinar.

En un sentido más amplio y sobre la base de los estudios que viene desarrollando, (Malaspina 2013a, citado en Malaspina y Vallejo 2014) sostiene que las ventajas o razones que presenta la creación de problemas por los estudiantes en su aprendizaje contribuye a:

a) Desarrollar la creatividad; b) Motivarlos más al estudio; c) Fortalecer las capacidades de resolver problemas, de formular(se) preguntas, de identificar, problemas y de investigar; d) Ver aspectos matemáticos en el medio que los rodea; e) Establecer conexiones entre las matemáticas y otros campos del conocimiento; f) Ampliar la visión de las matemáticas; g) Adquirir una formación matemática más sólida (con experiencias que van más allá de lo operativo y de los problemas tipo); h) Fortalecer la autoestima del alumno.(p.11)

Otra de las ventajas o razones que brinda la creación de problemas es que ayuda a iniciar a los estudiantes en la investigación, factor que consideramos importante, porque los motiva a descubrir e innovar conocimientos y elementos que la sociedad actual necesita. En ese sentido, resulta importante no solo limitarnos a presentar y resolver problemas ya formulados, sino también realizar modificaciones a los problemas con la participación activa de los estudiantes. Esta participación los llevará a establecer una cadena de *Requerimientos* que surjan de acuerdo a su creatividad. En ese sentido, refiriéndose a las ventajas y razones que aportan los problemas creados por uno mismo en el campo de la matemática, (Malaspina 2013a, citado en Malaspina y Vallejo 2014), manifiesta que contribuye: “ a) Estimular la capacidad de formularse preguntas (esencial en la investigación), b) Estimular la capacidad de identificar problemas y formular modelos matemáticos; c) Estimular y desarrollar la creatividad, d) Aplicar y continuar investigaciones sobre educación matemática basadas en la resolución y creación de problemas.”(p.11)

En la misma línea, Castro (2011), precisa las ventajas o beneficios que la invención de problemas puede aportar para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas y áreas afines. Señalaremos algunas (que hemos parafraseado).

- Contribuye a incrementar el conocimiento matemático, ya que la tarea exige que el individuo realice conexiones entre sus conocimientos previos. La persona que inventa el problema debe hacer uso de los diferentes conceptos matemáticos y otros que, en oportunidades, ha elaborado en situaciones anteriores de su vida escolar, familiar y, a veces, de manera aislada. En ese sentido, para hallar la solución han de adelantarse a la

solución del problema y, si estos no se resuelven con ejercicios sencillos de aplicación, han de recurrir a relaciones con otros conceptos para arribar a la solución requerida en el problema planteado. Todo ello contribuye en el aumento de la aplicación de diversos conceptos matemáticos y el aprendizaje del uso de una gama de estrategias por parte del estudiante. Estas habilidades se encuentran en constante incremento para obtener la o las soluciones de los problemas, es decir, para ampliar su horizonte matemático, el mismo no se hace de manera forzada ni impositiva por parte del docente, sino que nace de la necesidad que tiene el estudiante de incrementar conocimientos, los mismos que le permitan resolver las situaciones planteadas.

- Motiva al individuo, lo cual resulta vital, pues es reconocido que la motivación es un factor importante en el aprendizaje y en el rendimiento de los estudiantes. Polya, (citado en Castro (2011)), señala que tanto el trabajo de invención como el de resolución de problemas contribuye a que en los estudiantes se despierten la curiosidad y la motivación.
- Contribuye a reducir la ansiedad, el miedo y la preocupación de los estudiantes, según los autores (Brown y Walter, Burcin, English, Silver, Song, Yim, Shin, y Lee, citados en Castro (2011)). Estos investigadores opinan que, a medida que la actividad de formular problemas genere un acercamiento más favorable y responsable hacia las matemáticas, esta propiciará que en los estudiantes se disminuyan la ansiedad y el temor hacia las mismas. En ese sentido y de acuerdo a nuestra experiencia laboral somos de la opinión que la actividad de crear problemas favorece el acercamiento entre profesor-estudiante y estudiante-estudiante, lo que permite recibir y dar apoyo en la construcción de los aprendizajes de manera libre y personalizada.
- Contribuye a superar errores matemáticos frecuentes. Autores como Brown y Walter, English, citados en Castro (2011), sostienen que la actividad de invención de problemas guía a los estudiantes a elegir la información que requieren en la actividad de resolución de problemas y a seleccionar los datos con los que han de efectuar la operación, lo que contribuirá a que los errores en la resolución disminuyan. En esa línea, opinamos que los estudiantes, al tener libertad de plantear sus propios problemas, superarán poco a poco sus errores, debido a que ellos elegirán los datos y operaciones a realizar dentro del universo numérico que conocen y pueden resolver.
- Facilita el desarrollo de la creatividad de los estudiantes y la tarea evaluadora del docente debido a que otorga la posibilidad de utilizar la tarea de invención de problemas para evaluar ciertas capacidades y analizar los procesos del pensamiento matemático de los

sujetos investigados. Castro (2011), precisa que la invención de problemas permite evaluar en los estudiantes sus conocimientos, su razonamiento y el desarrollo conceptual: una persona que logra proponer un problema lo hace ha alcanzado niveles de reflexión complejos y se encuentra en una etapa de razonamiento que posibilita la construcción del conocimiento matemático.

Otra ventaja que atribuimos a la creación de problemas es que nos permite integrar las matemáticas con otras áreas de estudio, ya que en todas ellas están presentes las situaciones matemáticas. Así tenemos que, en el desarrollo de la matemática es necesario el uso de la comunicación porque los estudiantes, al tener que formular sus problemas, necesitarán del lenguaje tanto oral como escrito para entender el problema, comunicar sus planteamientos, sus estrategias para crear y resolver problemas y justificar sus procedimientos.

Por las ventajas mencionadas es necesario que se potencie en las aulas la creación de problemas como estrategia en el proceso de enseñanza aprendizaje.

1.5.2. Episodio en clases, Problemas Pre y Problemas Pos (EPP)

En la presente sección presentamos las herramientas básicas de la estrategia *EPP* propuesta por Malaspina (2013d) y Malaspina y Vallejo (2014).

Episodio en clase: consiste en presentar un problema en un contexto didáctico, considerando reacciones de los estudiantes ante el problema planteado y pedir a los participantes en los talleres que en un trabajo-primeraamente individual y luego grupal- analicen el episodio y creen dos problemas variando el problema dado: un *Problema Pre* y luego un *Problema Pos*.

Problema Pre: el propósito de este problema, propuestos por cada participante, es orientar a los estudiantes, facilitar la comprensión del problema dado, disipar las dudas presentadas en el *Episodio en clase* y obtener una solución correcta de ambos problemas (*Problema Pre* y problema del *Episodio en clase*).

Problema Pos: después de haber resuelto correctamente el problema dado en el *Episodio en clase* descrito, el *Problema Pos* tiene el propósito de retar a los estudiantes a ir más allá de una solución correcta. En ese sentido, puede llevar a los estudiantes a ampliar el panorama de las matemáticas al hacer generalizaciones, al cambiar el contexto y el entorno matemático del problema del *Episodio en clase*.

Cabe resaltar que los problemas que se creen pueden tener varios *Requerimientos* de dificultad gradual. Por otra parte, tanto el problema del *Episodio en clase*, el *Problema Pre*

como el *Problema Pos* constituirán una secuencia de problemas relacionados entre sí, los mismos que, de ser ejecutados de manera permanente en la formación de profesores, presentarán una gran riqueza cíclica que posibilitará incrementar los conocimientos matemáticos y didácticos requeridos para los diversos grados de enseñanza.

Malaspina (2014c, p.136) manifiesta que, al examinar la creación de problemas por *Variación*, se deben tener en cuenta tres aspectos importantes: Flexibilidad, Originalidad, y Fluidez.

Flexibilidad: cuando los problemas creados reflejan modificaciones con amplitud yendo más allá de cambios simples y ligeros.

Originalidad: cuando los problemas creados reflejan novedad y se distinguen notoriamente de otras modificaciones realizadas en el mismo problema.

Fluidez: cuando se crea más de un problema, a partir de un problema dado, con ideas y propuestas diferentes.

En la misma línea, Callejo (2003, p.33) considera a la flexibilidad, originalidad y fluidez como tres indicadores de la creatividad, y la explica de la siguiente manera en la formulación de problemas.

Flexibilidad: cuando se formulan problemas que se pueden resolver de diferentes formas. Formular nuevos problemas a través de la pregunta “¿Qué pasaría si...?”

Originalidad: cuando tomando como base un problema dado, se analiza y se proponen otros diferentes.

Fluidez: cuando, dada una situación, la persona o personas formulan varios problemas.

Basándonos en las definiciones proporcionadas y, siendo criterios importantes para analizar la creatividad de los profesores, tomaremos aportes de ambos autores.

¿Cómo podemos crear problemas?

Según Malaspina (2013), podemos crear problemas:

A partir de un problema dado (*Variación* de un problema) o

A partir de una situación (*Elaboración* de un problema).

La situación puede ser dada, o configurada como parte de la elaboración del problema.

En el primer caso, se trata de una situación tal como se presenta en la realidad; y en el segundo es una situación imaginada, presentada adecuadamente.

Para plantear, desarrollar y crear problemas matemáticos, nuestra experiencia nos dice que es importante considerar las situaciones cotidianas, conocidas por los estudiantes y que respondan a sus intereses y necesidades. Consideramos apropiado incluir en los enunciados las experiencias personales, los nombres de los estudiantes del aula y de personas significativas para ellos, pues se sentirán identificados y valorados.

Con el mismo criterio, Castro (2011) sostiene que la invención de problemas lleva a reflexiones más profundas sobre el objeto matemático que se está trabajando. En ese sentido, la acción de inventar problemas es considerada como un gran aporte para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por ello, propone que se ponga mayor énfasis en el trabajo sobre creación de problemas en el aula y recomienda que los profesores brinden a los estudiantes oportunidades de aprender a resolver así como inventar o formular nuevos problemas de acuerdo a diversas situaciones suscitadas o propuestas.

Elementos fundamentales a tener en cuenta en la creación de problemas

Malaspina (2013), considera en los problemas cuatro elementos fundamentales a tener presentes al momento de crear nuevos problemas matemáticos; dichos elementos son: *Información, Requerimiento, Contexto y Entorno matemático.*

La Información: este elemento está constituido por los datos cuantitativos o relacionales que se dan en el enunciado del problema.

El Requerimiento: es lo que se pide que se halle, examine o concluya: puede ser cuantitativo o cualitativo; en este elemento también se considera los gráficos y demostraciones.

El Contexto: suele llamarse “problema contextualizado” a aquel que está relacionado con alguna situación real, sin embargo, nosotros consideraremos que el contexto también puede ser formal o estrictamente matemático. De este modo, pensamos que el *contexto* puede ser *intra matemático* o *extra matemático*. En el primer caso, como su nombre lo indica, el problema se circunscribe a lo matemático (por ejemplo, hallar la suma de dos cantidades dadas, o hallar la diferencia dado el minuendo y el sustraendo). En el segundo caso, el problema está más vinculado a una situación real, por ejemplo, hallar la cantidad total de caramelos que tiene la niña María si se sabe que tiene 5 caramelos en la mano izquierda y 3 en la mano derecha. Otra situación extra matemática se ilustra gráficamente en la siguiente

situación de compra y venta: Juan tiene un billete de 10 soles y gastó en el recreo 7 soles. ¿Cuánto recibió de vuelto?

Entorno Matemático: se refiere a los conceptos matemáticos que intervienen o pueden intervenir para hallar la solución al problema. Desde luego que este aspecto es relativo, pues depende de la ruta que se siga para resolver el problema. En el marco de la creación de problemas para el aprendizaje, el entorno matemático puede ser el punto de inicio para la creación de nuevos problemas, como también lo puede ser “el tema a tratar”, pues, quien resuelve un problema o intenta resolverlo, se apoya en un conjunto de conceptos matemáticos al que llamaremos *Entorno matemático*. Evidentemente, no habiendo una única manera de resolver un problema, el entorno matemático no tiene que ser único y la misma *Información*, *Requerimiento* y *Contexto* pueden llevar a problemas diferentes, al precisar el entorno matemático que se debe usar para resolverlo.

¿Qué entendemos por variación y elaboración de un problema?

Con las apreciaciones realizadas líneas arriba podemos explicar mejor lo que entendemos por *Variación* y *Elaboración* de un problema.

Variación de un problema dado: proceso según el cual se crea un nuevo problema a partir de un problema dado, modificando uno o más de los cuatro elementos del problema original.

Malaspina (2014b, p.136) afirma que ejemplos muy interesantes de estos son los que resultan de plantear generalizaciones a partir de un problema o problemas dados. Las variaciones pueden ser cualitativas si se hacen cambios en los objetos que interviene en el problema o en las relaciones entre los objetos; y cuantitativas si se hacen modificaciones referentes a cantidades como precio de los productos, velocidades de los móviles, etc., según lo que se considere en el problema original. Puede ser más desafiante crear problemas nuevos realizando ambas variaciones a la vez, ya que refleja mayor creatividad de la persona.

Elaboración de un problema: proceso según el cual se crea un nuevo problema a partir de una situación (dada o configurada por el autor) y cuyo contexto se origina en tal situación. La *Información* es obtenida por selección o modificación de la *Información* que se percibe en la situación. El *Requerimiento* es una consecuencia de las relaciones lógicas y matemáticas establecidas o encontradas entre los elementos de la *Información* especificada, que están implícitas en el enunciado dentro de un cierto *Entorno matemático*.

Algunas estrategias para estimular la capacidad de crear problemas

Malaspina (2013), da a conocer las estrategias para crear problemas organizados en dos grupos, el primero por *Variación* de un problema dado y el segundo como *Elaboración*, a partir de una situación dada. Ambos grupos presentan tres etapas: trabajo individual, trabajo grupal y socialización.

1. Como variación de un problema dado

Trabajo individual

En ese sentido para estimular la capacidad de crear problemas por *Variación* en un trabajo individual, Malaspina (2013) sugiere realizar las siguientes estrategias:

- a) Buscar más de una forma de resolver el problema, b). Luego de resolver el problema, o al intentar resolverlo, plantearse preguntas “¿Qué pasaría si...?”. Por ejemplo, qué pasaría si la información fuera otra, si el requerimiento fuera diferente, si se considera otro entorno matemático, si se cambiara el contexto. [...], es un trabajo reflexivo, creativo y con mente abierta, y el “¿Qué pasaría si...?” incluye analizar si los cambios tienen sentido y verlos integradamente. (p.137)

Por lo citado anteriormente, es necesario que los docentes proporcionen a los estudiantes diversos recursos y materiales (dibujos, esquemas) para que los manipulen y, a través de sus propias estrategias como el tanteo o el ensayo y el error (y otros que los estudiantes de acuerdo a su creatividad puedan proponer), descubran y enuncien sus problemas con las operaciones y resultados adecuados y pertinentes de acuerdo con su realidad. Asimismo, resulta fundamental que, a través de preguntas diversas, los estudiantes encuentren nuevas formas de resolver los problemas. Ello les permitirá analizar los problemas de manera integral y no permitirá que ocurra lo que se visualiza en la figura N° 3, en la que presentamos un problema creado por un estudiante, en los estudios realizados por Ayllón y Castro (2002).

Si Juan tiene la mitad de años que Pedro y la edad de Pedro es 3 veces mayor que la de su abuelo menos 2 años. Si el abuelo tiene 86 años, ¿cuál será la edad de Juan?

Solución:

$J = P/2$

$P = 3A - 2$

$A = 86$

⇒

$P = 256$ años y $J = 129$ años

Figura 1. Ejemplo de un problema con enunciado no adecuado
Fuente: (Ayllón y Castro, 2002. p.116)

Como podemos observar, aunque las operaciones estuvieran todas correctamente resueltas, la información no es pertinente, pues no existe una persona en el mundo que sea tres veces mayor que su abuelo. Además el promedio de vida de una persona es 80 años o algo más. Pero nunca más de 130 o 200 años. El ejemplo mostrado, tomado de Ayllón y Castro (2002), es un material valioso, pues permite dar a conocer e ilustrar a los participantes de los talleres acerca de la relación con la realidad que debe tener la *Información* que escojamos para crear nuestros problemas sea por *Variación* o *Elaboración*.

Trabajo grupal

Malaspina (2013) manifiesta la siguiente estrategia para la creación de problemas por *Variación* a través del trabajo grupal:

- a) Compartir en grupos (preferentemente a lo más de 4 integrantes) la solución del problema y las diversas respuestas a la pregunta “¿Qué pasaría sí....?”, efectuadas por cada integrante del grupo;
- b) Seleccionar en grupo las preguntas, analizar las posibles repuestas y decidir las modificaciones para configurar el nuevo problema;
- c) Escribir en grupo el enunciado del problema creado, con base en lo anterior y examinar su claridad;
- d) Resolver ordenadamente el problema creado;
- e) Atendiendo a la dificultad del problema creado y al nivel educativo en el que se pretenda emplear, pensar en la posibilidad o conveniencia de desagregarlo en problemas de dificultad gradual,
- f) Proponer el problema a otro grupo y pedirle solución y comentarios.(p.137)

Sobre la base de los antecedentes y de nuestra experiencia laboral, podemos manifestar que el intercambio de opinión a través del trabajo grupal, favorece el incremento de los conocimientos de los estudiantes de manera lúdica no solo en el campo de las matemáticas, sino también en otras áreas de estudio, pues se necesita debatir y argumentar sus puntos de vista y justificar el porqué de sus propuestas (esta habilidad se vincula, por ejemplo, con el área de Comunicación). Además, facilita que los estudiantes con aprendizaje más lento o que poseen dudas sobre el tema que se está estudiando, las disipen al interactuar con sus compañeros. En se sentido, es importante el acompañamiento del docente, quien debe establecer las normas tanto de las estrategias a usar como las de buen comportamiento para evitar conductas no pertinentes.

Socialización

Para esta forma de trabajo, en que los participantes dan a conocer sus creaciones, Malaspina (2013) manifiesta la siguiente estrategia:

- a) Según la disposición del tiempo, hacer exposiciones críticas de los grupos que resolvieron los problemas. Promover el intercambio de opiniones; b) Revisar la redacción de los enunciados de los problemas expuestos y hacer los ajustes que se consideren necesarios, c) Redondear ideas o conceptos matemáticos que hayan surgido y evidenciar nuevos problemas como variación del problema inicial (los que haya previsto el profesor u otros que surjan en esta fase).(p. 137)

Consideramos compartir el estudio con los compañeros del aula es una acción doblemente enriquecedora, porque, además de permitir el corregir y mejorar aspectos de la gramática en los enunciados, interioriza en los estudiantes el sentido de tolerancia y empatía, pues estos han de recibir, asumir y mejorar las críticas, además de manifestar sus puntos de vista muchas veces en desacuerdo con los demás integrantes del aula, lo cual les permite reconocer sus aciertos y desaciertos con el propósito de mejorar sus futuras propuestas. En ese sentido permite el ir moldeando el carácter y acercarlos a la vida democrática en el que debemos respetar nuestros derechos y el de los demás. Además propicia la autoestima y la confianza en su capacidad creativa. En este aspecto, resulta claro que el docente cumple un papel vital para dirigir adecuadamente el trabajo grupal y redondear las ideas a las que vayan llegando los estudiantes.

2. Como elaboración a partir de una situación dada

En el diario quehacer ocurren diversas situaciones que no han sido planificadas, pero que resultan motivadoras o del interés de los estudiantes, pues han sido participes u observadores de las mismas. En ese sentido, opinamos que resultan recursos importantes que, aprovechados de manera pertinente, nos permitirán el acercamiento a las matemáticas de manera significativa.

En este sentido, Malaspina (2013), nos dice que la situación puede ser vinculada con la realidad o ser intra matemática, de acuerdo a los intereses y necesidades de los educandos. A continuación presentamos las estrategias que el autor sugiere, para realizar la creación de problemas a través de las situaciones espontáneas que se pudieran presentar.

Trabajo individual

En palabras de Malaspina (2013), para realizar este trabajo se debe:

- a) Observar la situación y anotar toda la información que se vaya encontrando,
- b) Examinar las relaciones lógicas y matemáticas que se pueden establecer con la información que se percibe, c) Seleccionar la información que se considere relevante en relación a las relaciones lógicas y matemáticas encontradas; o modificar convenientemente la información.(p.138)

Opinamos, al respecto, que el trabajo individual permite a los estudiantes incrementar sus conocimientos sobre la base de la construcción de sus propios aprendizajes, al tener que observar, examinar y seleccionar la información que considere apropiada para proponer sus problemas.

Trabajo grupal

Para esta siguiente etapa en que los participantes proponen sus problemas a través del trabajo en grupo, Malaspina (2013), sugiere realizar las siguientes estrategias:

- a) Compartir en grupos la información decidida individualmente para el nuevo problema y las relaciones lógicas y matemáticas que se hayan encontrado o establecido, b) Examinar qué requerimientos se pueden hacer a partir de la información decidida y sus relaciones lógicas y matemáticas; c) Decidir un requerimiento, y darle forma de un problema, considerando como contexto la situación dada, o haciendo algunas modificaciones a esta, y a un entorno matemático acorde con el nivel educativo en el que se pretenda proponer el problema, d) Escribir en grupo el enunciado del problema con base en lo anterior, y examinar la claridad; e) Resolver el problema, f) Atendiendo a la dificultad del problema creado y al nivel educativo en el que se pretenda emplear, pensar en la posibilidad o conveniencia de desagregarlo en problemas de dificultad gradual; g) Proponer el problema a otro grupo y pedirle solución y comentarios.(p.138)

Similar a las estrategias presentadas en la creación de problemas por *Variación*, esta forma de trabajo aporta beneficios como la superación de errores matemáticos a través de la ayuda mutua, el incremento de la dificultad de los problemas planteados previamente o la creación de sub problemas (problemas más sencillos) a partir de un problema complejo para facilitar su comprensión y su resolución. Además, esta estrategia de trabajo facilita la formulación de nuevos problemas, según los nuevos temas matemáticos que se desean abordar a través de la incorporación de datos de la realidad del estudiante y los conocimientos matemáticos requeridos para el ciclo y grados con el que se está trabajando.

Socialización

Sobre la base de nuestra experiencia docente, opinamos que la socialización es un aspecto fundamental para la formación integral de los estudiantes, pues les permite superar, paulatinamente, sus dificultades o temores al enfrentarse al público. En la escuela, la socialización se ve favorecida al surgir la necesidad de opinar y argumentar propuestas ante los compañeros del grupo. Así mismo, mediante la socialización, los estudiantes adquieren el control de sus reacciones ante la autocrítica y críticas constructivas que puedan formular o recibir en las sesiones de clases. Por estas razones, consideramos valiosa la oportunidad de potenciar estas habilidades en los estudiantes a través de la acción de compartir grupalmente sus creaciones. En ese sentido, para dar a conocer los problemas que han elaborado los participantes.

Malaspina (2013) manifiesta la siguiente estrategia para el desarrollo de la socialización:

- a) Según la disposición de tiempo y del número de grupos, se procederá a realizar exposiciones críticas de los grupos que resolvieron los problemas, b) Promover el intercambio de opiniones; c) Revisar la redacción de los enunciados de los problemas expuestos y hacer los ajustes que se consideren necesarios; d) Redondear ideas o conceptos matemáticos que hayan surgido y evidenciar nuevos problemas como variación del problema inicial (los que haya previsto el profesor u otros que surjan en esta fase). (p.138)

Por las ventajas y razones que hemos detallado y sobre la base de las situaciones vividas en las aulas con nuestros estudiantes en las labores educativas, a continuación damos algunas recomendaciones para el trabajo de creación de problemas de adición y sustracción con los estudiantes en el aula.

- ✓ Acercar las situaciones matemáticas a través de relatos breves acerca de las actividades cotidianas que realizan los estudiantes como visitas de estudios, paseos, fiesta de la escuela, noticia impactante y otras situaciones que les resulten motivadoras.
- ✓ Presentar a los estudiantes un *Episodio en clase* que se desprenda del relato anterior, que presente un problema de dificultad asequible a la mayoría de estudiantes y que permita a los estudiantes opinar acerca del episodio no de manera impositiva, sino, por el contrario, de modo tal en que ellos se perciban como los facilitadores para hallar la solución al problema propuesto.

- ✓ Plantearnos la siguiente interrogante: ¿cómo podemos ayudar a los estudiantes del problema para que entiendan la situación planteada y puedan hallar la solución correcta?
- ✓ Solucionar el problema de diversas formas, según la creatividad de los estudiantes
- ✓ Una vez resuelto el problema, revisar las estrategias desarrolladas y analizar si fueron pertinentes o si se podrán usar para resolver otros problemas.
- ✓ Con la participación de los estudiantes del aula, de manera individual, realizar modificaciones al problema inicial introduciendo *Requerimientos* de dificultad gradual, con dos propósitos (hacerlos más sencillos para facilitar la comprensión de los estudiantes o hacerlos más retadores para tratar temas nuevos y que estos le permita hacer generalizaciones).
- ✓ Dar tiempo a los estudiantes para que analicen si las modificaciones son pertinentes y si el problema creado tiene solución.
- ✓ Si el problema no tiene solución, argumentar por qué no tienen solución. Este aspecto es relevante, pues el estudiante, para argumentar, se verá en la necesidad de recurrir a sus saberes previos y a los temas matemáticos que conoce para convencer a sus compañeros.
- ✓ Estimular a los estudiantes a que manifiesten las razones por las cuáles su problema tiene sentido: tanto porque se puede resolver como porque es coherente con la realidad.
- ✓ Direccionar las modificaciones realizadas paulatinamente en el problema con el propósito de que los estudiantes establezcan patrones. Así mismo hacer que establezcan los valores mínimo o máximo que puedan tener los datos del problema.
- ✓ Direccionar las modificaciones realizadas paulatinamente en el problema con el propósito de que los estudiantes adquieran definiciones matemáticas como número par, impar, etc., y que dicha condición permita hallar la solución y crear otros problemas.
- ✓ Brindar a los estudiantes la confianza para que propongan problemas similares a los presentados considerando sus vivencias y apoyándose en el uso de material didáctico.

Por lo antes expuesto, opinamos que es pertinente y apropiado usar las estrategias propuestas por Malaspina (2013), pues son flexibles, permiten adaptarse al contexto en el cual se desarrollarán los talleres, pueden adecuarse a los *Requerimientos* que se hacen en los documentos normativos y a los textos de trabajo que venimos desarrollando ya que

posibilitan el diálogo e intervención directa de los participantes con la o las personas que dirigen los talleres. Así mismo, facilitan la superación y motivación personal, y el intercambio de experiencias.

Nosotros desarrollaremos en los talleres la creación de problemas aritméticos de adición y sustracción por *Variación*, que es nuestra propuesta.

En concordancia con lo antes mencionado formulamos la siguiente pregunta:

1.6. Pregunta de investigación

¿Cómo la estrategia *EPP* estimula la capacidad de crear problemas por variación de adición y sustracción de números naturales en los profesores de Educación Primaria?

1.7. Objetivos de nuestra investigación

Objetivo general

Analizar como la estrategia *EPP* estimula la capacidad para crear problemas por *Variación* de adición y sustracción de números naturales en los profesores de Educación Primaria.

Objetivos específicos:

- Identificar la capacidad de los profesores de Educación Primaria para crear problemas por variación según los tipos de problemas aritméticos de estructura aditiva que ellos propongan.
- Identificar los cambios en la capacidad de crear problemas de adición y sustracción de números naturales de los profesores de Educación Primaria, luego de aplicar la estrategia *EPP*.

Una vez conocida la pregunta y los objetivos de nuestra investigación, en el siguiente capítulo describiremos nuestro objeto matemático sobre el cual se orientarán las creaciones de los problemas a desarrollarse en el taller de aplicación.

CAPÍTULO II: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO

En el presente capítulo, haremos un estudio del objeto matemático “adición y sustracción de números naturales”, desde dos puntos de vista: la Matemática formal y la didáctica de las Matemáticas.

2.1. Una mirada a los problemas aritméticos de adición y sustracción

El objeto de estudio de nuestro trabajo de investigación son los problemas aritméticos de adición y sustracción de números naturales para el III ciclo de Educación Primaria. En esta sección definiremos los conceptos básicos desde el punto de vista de la matemática formal y, luego, desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas tal como se viene presentando y desarrollando el tema de resolución y creación de problemas en los textos de trabajo destinados por el Ministerio de Educación para el III ciclo de Educación Primaria.

2.2. Clasificación del objeto de estudio desde el punto de vista de la matemática formal

En esta sección definimos el objeto de estudio de nuestra investigación desde el punto de vista de la matemática formal.

2.2.1. El sentido numérico

Castro (2011), define el concepto de número como una actividad compleja, pues no solo supone saber contar y reconocer la representación escrita, sino también tener interiorizadas las ideas de parte y todo, nociones que permiten establecer correspondencia entre las cantidades reales y sus medidas. Debido a que esta actividad es delicada y compleja, el docente debe diseñar actividades que posibiliten en los educandos la construcción progresiva de las mismas.

En ese sentido, Collette (2006, citado en Porras, Cañellas & Iturbe (2013), precisa que el hombre logra pensar numéricamente cuando puede captar ciertas relaciones como:

- Que la naturaleza de los objetos que se van a contar no desempeña ningún papel en el número de los objetos.
Es decir, que el número que se le asigna a una colección, por ejemplo el número 9, es la abstracción obtenida a partir de todas las colecciones que contienen nueve objetos.
- El orden en que los elementos son observados no influye en el resultado final, es decir, en el número cardinal.

Los estudiantes, al efectuar el conteo de una colección de objetos observados, lo pueden hacer indistintamente.

- El último elemento contado de la colección corresponde a su cardinal (cantidad total)

Acerca de este tema, Porras, Cañellas & Iturbe (2013) opinan que:

... en el proceso de contar, los hombres, no solo descubrieron y asimilaron las relaciones entre los números, como por ejemplo que dos y tres son cinco (...) En general los números no aparecieron como entidades separadas, sino como un sistema con sus relaciones mutuas y sus reglas. (p.20).

2.2.2. El sistema de los Números Naturales

Carranza (1997), define el sistema de los números naturales de la siguiente manera.

Es un conjunto al cual denotaremos por \mathbb{IN} , provisto de una relación de igualdad ($=$), dos operaciones: adición y multiplicación, y una relación de orden ($<$) con las cuales verifica los siguientes axiomas:

Igualdad

$a = a \quad \forall a \in \mathbb{IN}$ (Propiedad reflexiva)

Si $a = b \rightarrow b = a$; $a, b \in \mathbb{IN}$ (Propiedad simétrica)

Si $a = b \wedge b = c \rightarrow a = c$; $a, b, c \in \mathbb{IN}$ (Propiedad transitiva)

Donde $a = b$ se lee “a es igual a b” y su negación: $a \neq b$ se lee “a no es igual a b” o “a es diferente de b”

Orden

Dados dos números naturales a y b, se dice que a es *menor* que b, y se denota $a < b$ sí, y solo si, existe un número natural $c \neq 0$ tal que $a + c = b$

Simbólicamente: $a < b \leftrightarrow \exists c \in \mathbb{IN}, c \neq 0 / a + c = b$

- **Axioma de la Tricotomía**

Para todo: $a, b \in \mathbb{IN}$, una y solo una de las siguientes proposiciones es verdadera: $a < b$; $a = b$; $b < a$. (Carranza, 1997, pp. 47- 48)

2.2.3. Adición de números naturales

Según Lages, Pinto, Wagner y Morgado (2000), basándose en la valiosa síntesis realizada por el matemático italiano Giuseppe Peano a inicios del siglo XX, manifiestan que, en el conjunto

de los números naturales, están definidas dos operaciones fundamentales: la adición, que a los números $n, p \in \mathbb{N}$ les hace corresponder la suma $n + p$; y la multiplicación, que les asocia el producto np .

La suma $n + p$ es el número natural que se obtiene a partir de n aplicándose p veces seguidas la operación de tomar el sucesor. En particular, $n + 1$ es el sucesor de n , $n + 2$ es el sucesor de $n + 1$, etc. Por ejemplo, se tiene $2 + 2 = 4$ sencillamente porque 4 es el sucesor del sucesor de 2.

De ahora en adelante, el sucesor del número natural n será designado por $n + 1$.

Adición: $n + 1 = \text{sucesor de } n$ y $n + (p + 1) = (n + p) + 1$. Esta última igualdad supone que, si sabemos sumar p a todos los números naturales n , también sabemos sumar $p + 1$: la suma $n + (p + 1)$ es simplemente el sucesor $(n + p) + 1$ de $n + p$. (p.31).

Carranza (1997) define la adición de números naturales como:

$$+: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$(a, b) \rightarrow a + b$$

Es una operación que cumple con los siguientes axiomas:

- $a + b = b + a \quad \forall a, b \in \mathbb{N}$ (Conmutatividad)
- $(a + b) + c = a + (b + c) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{N}$ (Asociatividad)
- Existe un número natural llamado cero y denotado por 0, tal que
 $a + 0 = a \quad \forall a \in \mathbb{N}$ (Elemento neutro aditivo)
- $a + c = b + c \rightarrow a = b$ (Cancelación). (Carranza, 1997, p.47)

(Cañadas y Castro, 2011, p.79), definen la adición de la siguiente manera:

Si a y b son dos números naturales que representan los cardinales de dos conjuntos (A y B), la adición de a y b se escribe $a + b$ y es el cardinal del conjunto A unión B (se entiende que A y B no tienen elementos comunes).

La suma de dos números naturales a y b se define por:

$a + b = \text{card.}(A \cup B)$, donde $a = \text{card.}(A)$ y $b = \text{card.}(B)$, con los conjuntos A y B disjuntos (Cañadas y Castro, 2011, p. 81).

2.2.4. Sustracción de números naturales

Cañadas y Castro (2011) definen la sustracción de la siguiente manera:

La diferencia de dos números naturales a y b con $a \geq b$ es aquel otro número c que sumado con el menor de ellos b , da como resultado el mayor a , donde $c + b = a$. Por ese motivo, se dice que la sustracción es la operación inversa de la adición.

Sean dos números a y b , con $a \geq b$, se define su diferencia, $c = a - b$ como aquel número que sumado con b da como resultado a .

2.3. Clasificación del objeto de estudio desde el punto de vista de la didáctica

Una vez ubicado el objeto de estudio de nuestro trabajo de investigación desde el punto de vista de la Matemática formal, pasaremos a explicar la presencia de nuestro objeto de estudio: problemas aritméticos de adición y sustracción. Para dar una definición acerca de los problemas aritméticos de adición y sustracción, tomaremos los aportes de Puig y Cerdán (1995).

2.3.1. Problemas aritméticos de adición y sustracción

Los problemas aritméticos son, en general, problemas de aplicación, lo que permite tener problemas en contextos variados. En el enunciado, la información que se proporciona tiene carácter cuantitativo, ya que los datos proporcionados son en la mayoría cantidades. Hallar la respuesta o contestar a la pregunta del problema, principalmente, consiste en realizar una o varias operaciones aritméticas (Puig y Cerdán, 1995, pp.17-18).

En el trabajo cotidiano que venimos desarrollando los profesores en los documentos normativos Perú (2009) y Perú (2013), se precisa la necesidad de que los estudiantes consoliden la noción aditiva y sus habilidades en la resolución y creación de problemas, cuando ingresen a la escuela. En ese sentido, se precisa que dichas actividades se inicien con situaciones cotidianas asociadas a las acciones de agregar, quitar, juntar, separar, comparar e igualar que, en la didáctica de las Matemáticas se organizan como Problemas Aritméticos Elementales Verbal o Problemas Aritméticos de Enunciado verbal (PAEV).

2.3.2. Definición de un (PAEV)

Según Cañadas y Castro (2011), los problemas Aritméticos de Enunciado Verbal (PAEV) son situaciones que se presentan a los escolares en forma de textos escritos y permiten dar respuestas a situaciones problemáticas que ocurren en el mundo real. En la resolución de los problemas se distinguen entre problemas de estructura aditiva (adición y/o sustracción), y de estructura multiplicativa (multiplicación y/o división); y en problemas de una etapa o problemas de dos o más etapas.

Problemas de una etapa o simples.- son aquellos que se resuelven con una operación aritmética empleada una sola vez. En estos problemas hay tres cantidades involucradas: a las cantidades conocidas se le llama datos y a la cantidad desconocida, resultado o incógnita.

Problemas de dos o más etapas.- un problema de n etapas es aquel que necesita n operaciones para hallar su resolución. En el caso de los problemas de estructura aditiva, cada una de estas etapas se corresponden con operaciones de adiciones y/o sustracciones (p. 84)

Según Puig y Cerdán (1995), los Problemas Aritméticos Elementales verbal (PAEV) son los primeros que aparecen en el currículo escolar de matemáticas y son, en general, problemas de aplicación, lo que hace que aparezcan problemas matemáticos con enunciados en contextos variados. En la información, los datos suelen ser cantidades (tipo cuantitativo) y la pregunta requiere hallar una o varias cantidades, o relaciones entre cantidades. Contestar la pregunta fundamentalmente requiere de la realización de una o varias operaciones aritméticas. En estos problemas, se pide que, bajo ciertas condiciones, se halle una cantidad desconocida a partir de otras que se han proporcionado y son conocidas. Además, los autores precisan que en un PAEV de una etapa, se pueden distinguir dos partes: la parte informativa y la pregunta del problema (p.92)

Cañadas y Castro (2011) establecen una clasificación semántica y Puig y Cerdán (1995) establecen una categoría semántica, a las que los cuatro autores denominan problemas de cambio, combinación, comparación e igualación.

Según nuestros documentos normativos Perú (2013), se define a los Problemas Aritméticos Elementales Verbal (PAEV) como situaciones (problemas) de estructura verbal sencilla, en cuyos enunciados se presenta la información redactada en frases. En Perú (2013), se precisa que, a través de los tipos de problemas (PAEV) como: Combinación, Cambio o transformación, Comparación e Igualación y sus diversas posibilidades de variación, los estudiantes pueden consolidar la noción de adición así como también reforzar sus estrategias de cálculo. (p.35)

Situaciones

En Perú (2013), se presentan los problemas matemáticos como situaciones, los mismos que se inician a través de acciones del contexto cotidiano del estudiante y cuya solución o respuesta no se conoce con anterioridad. Se precisan cuatro tipos de situaciones para trabajar con los estudiantes del III ciclo de Educación Primaria, que corresponden al primer y segundo grado.

1. Situaciones de combinación

Se refiere a los problemas en los que se desconoce una parte o el todo. Estos tipos de problemas se plantean a partir de “combinar” dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica.

a. Combinación 1: se conoce las dos partes y se pregunta por el todo.

b. Combinación 2: se conoce el todo y una de sus partes. Se pregunta por la otra parte.



Figura 2. Ejemplo de problemas de combinación
Fuente: Perú (2013, p.37)

2. Situaciones de cambio

Según Perú (2013), estas se refieren a los problemas en los que se parte de una cantidad inicial, a la que luego se le añade o se le quita otra cantidad de naturaleza similar.

a. Cambio 1: se conoce la cantidad inicial y luego se la aumenta. Se pregunta por la cantidad final.

b. Cambio 2: se conoce la cantidad inicial y luego se la hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.

c. Cambio 3: se conoce la cantidad inicial y la final (mayor). Se pregunta por el aumento.

d. Cambio 4: se conoce la cantidad inicial y la final (menor). Se pregunta por la disminución.

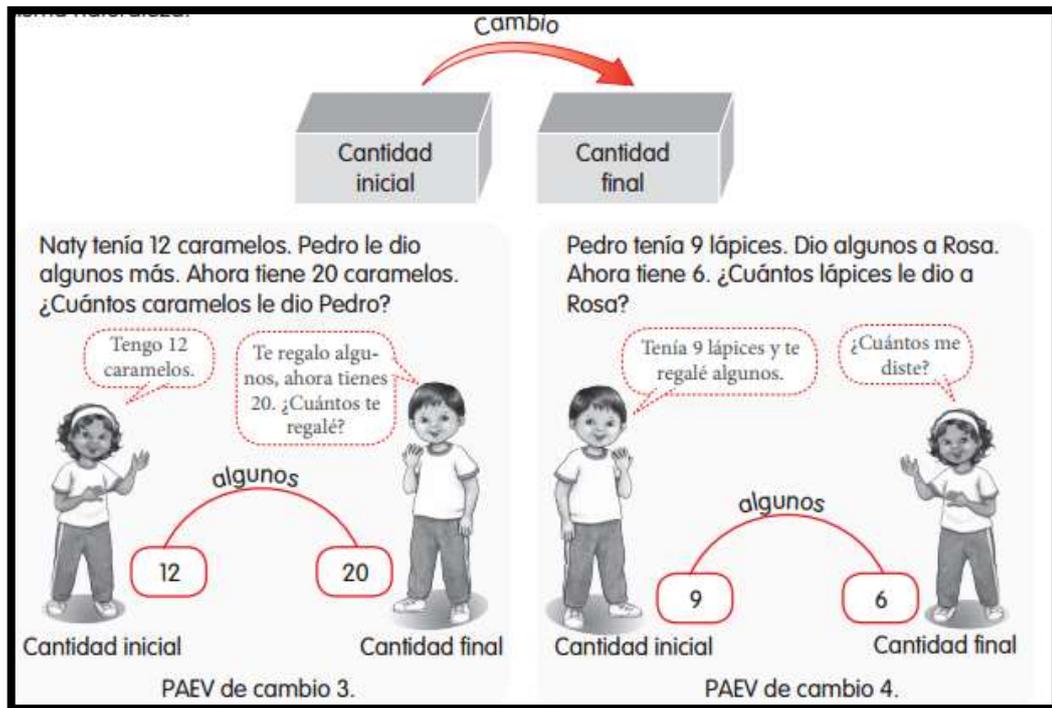


Figura 3. Ejemplo de problemas de cambio

Fuente: Perú (2013, p.37)

3. Situaciones de comparación

En estos tipos de problemas requeridos en Perú (2013), se comparan dos cantidades. Los datos son las cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De estas dos cantidades, una es la comparada y la otra es la referencia. La diferencia es la distancia que se establece entre ellas.

a. Comparación 1: se conoce la cantidad referente y la comparada. Se pregunta cuánto más es la diferencia.

b. Comparación 2: se conoce la cantidad referente y la comparada. Se pregunta cuánto menos es la diferencia.

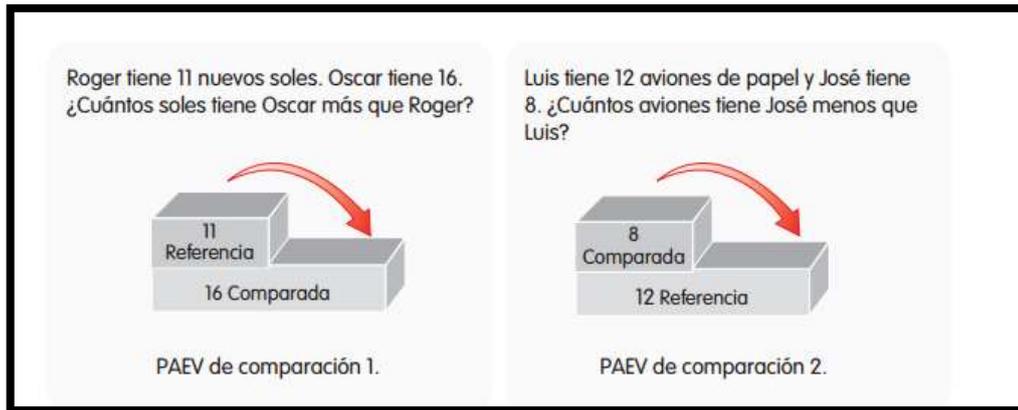


Figura 4. Ejemplo de problemas de comparación
Fuente: Perú (2013, p.38)

4. Situaciones de igualación

Se refieren a los problemas cuyo enunciado tiene dos cantidades diferentes (cantidad a igualar y cantidad referente) sobre una de las cuales se actúa aumentándola o disminuyéndola hasta lograr igualar ambas cantidades. La transformación que se produce en una de dichas cantidades es la igualación.

- a. **Igualación 1:** se conocen las dos cantidades. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para igualar a la mayor.
- b. **Igualación 2:** se conocen las dos cantidades. Se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para igualar a la menor.

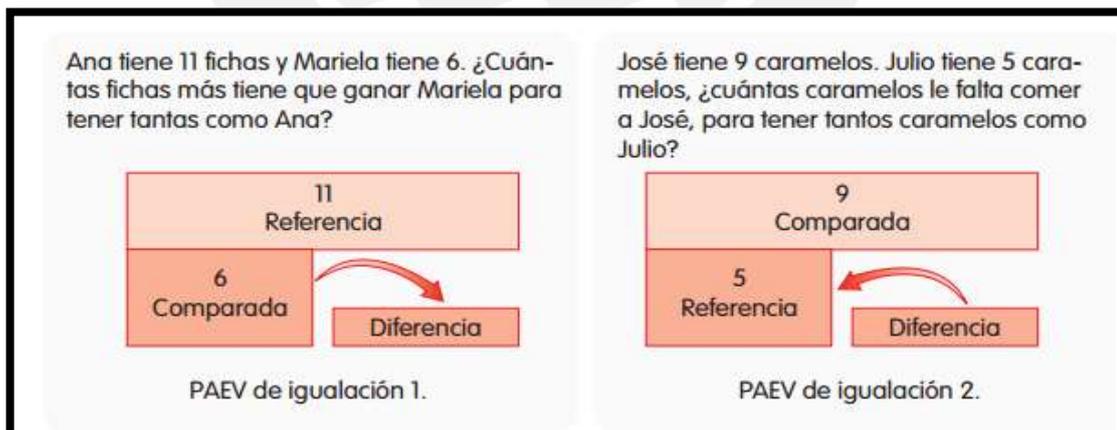


Figura 5. Ejemplo de problemas de comparación
Fuente: Perú (2013, p.38)

Problemas requeridos para el III ciclo de Educación Primaria

Según nuestro documento normativos Perú (2009), se hace explícito, tanto para el primer grado como para el segundo grado, en el componente Números, Relaciones y Operaciones, la

capacidad de resolución de problemas de adición y sustracción, cuyos resultados sean de dos y tres cifras respectivamente. (pp. 191-193)

A. Problemas aditivos requeridos para el primer y segundo grado (III ciclo)

En la tabla, se señalan los problemas aditivos a desarrollar tanto en el primer grado como en el segundo grado, que corresponde al III ciclo de Educación Primaria, según Perú (2013)

Tabla 3. Tipos de problemas aditivos requeridos para el III ciclo

Grado \ Tipo de problemas	Subtipos de problema requeridos para el primer grado	Subtipos de problema requeridos para el segundo grado
Combinación	Combinación 1	Combinación 1
		Combinación 2
Cambio	Cambio 1	Cambio 1
	Cambio 2	Cambio 2
		Cambio 3
		Cambio 4
Comparación		Comparación 1
		Comparación 2
Igualación		Igualación 1
		Igualación 2

Fuente: Perú (2013, p.36)

B. Presentación de los problemas aritméticos en los textos del Ministerio de Educación (MINEDU).

En los textos de matemáticas para III ciclo del primer y segundo grado (2012), distribuidos por el MINEDU, que hemos revisado, vemos que se presentan problemas aritméticos, según los tipos de problemas explicados en Perú (2013), de menor a mayor complejidad, los mismos que se desprenden de situaciones cotidianas, aunque no todas de acuerdo al contexto de los estudiantes. Además, se hace explícita la tarea de que los estudiantes inventen problemas a partir de los problemas planteados en los libros, pero no se precisan las definiciones ni los pasos o estrategias a seguir.

En ese sentido, de los aportes y sugerencias que se hacen en las investigaciones que anteceden a nuestro trabajo, de la clasificación de los problemas aritméticos antes detallado, de las variedades de problemas que se pueden derivar de cada clasificación, así como de la necesidad de direccionar el aprendizaje de nuestros estudiantes de manera significativa y posteriormente de la posibilidad de incluir en los textos de matemática algunas pautas, sugerencias o estrategias que permitan tanto a los estudiantes como a los profesores crear

sus propios problemas matemáticos, opinamos que es fundamental estimular la capacidad creadora en la elaboración de problemas aritméticos en los profesores, porque ello contribuirá a incrementar la capacidad creadora de los estudiantes y, por ende, servirá de apoyo en la labor de enseñanza aprendizaje, en la mejora de las resoluciones de los problemas aritméticos presentados en las aulas y evaluaciones censales.

Una vez conocido nuestro objeto de estudio y la manera como se vienen trabajando en las escuelas, planteamos que es significativo y pertinente dar a conocer, a los profesores de la institución educativa donde desarrollaremos nuestra investigación, la estrategia *EPP* como apoyo en la labor de aprendizaje y enseñanza. En el siguiente capítulo, presentaremos la metodología, instrumentos y análisis preliminares que orientarán nuestra pregunta de investigación y el logro de nuestros objetivos.



CAPÍTULO III: METODOLOGÍA, INSTRUMENTOS Y ANÁLISIS PRELIMINAR

3.1. Metodología

En esta sección, presentamos la metodología que emplearemos en nuestro estudio. La investigación que realizaremos es cualitativa (y supone un componente descriptivo), pues, según Sierra (2011), es aquella que se enfoca en el presente y posee como objetivo, principalmente, dar a conocer, de manera exacta, la situación del problema que se investiga, para, luego, teniendo como fundamento los datos recolectados, sugerir alternativas de solución y plantear otras posibles investigaciones.

Además, en la investigación cualitativa se presentan dos centros fundamentales de actividades:

1. Recabar la información necesaria y suficiente que permita el logro del objetivo planteado en la investigación y en la solución del problema.
2. Dar a conocer los resultados de la investigación de una manera coherente y lógica de acuerdo a la teoría que la sustenta.

Por la definición dada anteriormente, entendemos por investigación cualitativa a aquella que se centra en el estudio de la calidad y cualidad de las actividades en las interacciones entre los participantes y su medio en una situación dada. En ese sentido, Sampieri, Collado y Lucio (2003) afirman que los estudios cualitativos permiten al investigador formular preguntas e hipótesis antes, durante y después de la recolección de los datos y el análisis. El proceso se realiza en un ir y venir entre los hechos y su interpretación. El proceso de investigación es flexible, pues depende de las respuestas obtenidas y del desarrollo de la teoría. Las investigaciones cualitativas enfocan un área o tema significativo de investigación y tratan de expandir los datos e información obtenidos. Así mismo, para la recolección de datos, se consideran las entrevistas abiertas, la revisión de documentos, las experiencias personales y la interacción grupal, pero sin asociarlas a una cantidad numérica, de modo que los resultados son descriptivos.

En términos generales, una investigación cualitativa estudia y busca comprender su objeto de estudio en el ambiente natural donde se desarrolla.

En ese sentido, nosotros trabajaremos con un grupo de profesores la estrategia *EPP* para creación de problemas de adición y sustracción de números naturales por *Variación*. Iniciaremos esta actividad de socialización de experiencia, acercando la matemática a la realidad de Huaral, que es el lugar donde los profesores (sujetos de nuestro estudio) laboran y desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje. Tomaremos en cuenta sus experiencias y aportes individuales y grupales en la creación de problemas en el taller a desarrollar. El proceso a realizar será flexible de acuerdo con los aportes, necesidades e inquietudes de los participantes. Para el logro de este propósito, presentamos los instrumentos que utilizaremos, los mismos que nos serán de utilidad para conocer, en un primer momento, las opiniones que tienen los profesores acerca de los problemas aritméticos de adición y sustracción y cómo vienen desarrollándolos en sus sesiones de aprendizaje.

En un segundo momento, daremos a conocer lo relatos contextualizados y aplicaremos los *Episodios en clase*, instrumento que permitirá obtener *Problemas Pre* y *Problemas Pos*, propuestos de manera individual y grupal por los profesores participantes de los talleres. Para concluir, analizaremos los *Problemas Pre* y *Problemas Pos* obtenidos en el taller, con el uso de una rúbrica, la misma que nos permitirá dar a conocer, de manera descriptiva, los resultados obtenidos de las propuestas realizadas por los participantes y explicitar las conclusiones, y, finalmente, propondremos otros posibles temas de investigación.

Por lo antes mencionado, para lograr que nuestra investigación alcance los objetivos planteados y responda a nuestra pregunta de investigación, utilizaremos la secuencia metodológica etnográfica, pues su propósito fundamental es orientar en la comprensión del objeto en su entorno natural.

Algunos elementos de la investigación etnográfica que utilizaremos están tomados de Arnal, (citado por Rodríguez y Valdeoriola (2009), y son los siguientes:

- Es de carácter holístico: describe los fenómenos de una manera global en sus contextos naturales.
- Utiliza la vía inductiva: se basa en las evidencias y observaciones para formular sus concepciones.
- Es de carácter fenomenológico: los significados se estudian desde el punto de vista de los agentes sociales.
- Los datos aparecen contextualizados dentro de una perspectiva más amplia.

Hemos elegido esta metodología, entre otras estudiadas, por ser la que se adapta más al trabajo que venimos realizando, ya que en este nos centraremos en describir las prácticas pedagógicas que realizan los profesores que participan de nuestro estudio referidas a la creación de problemas a través de la estrategia *EPP*, de acuerdo al contexto donde laboran. Es nuestro propósito acercar las matemáticas a través de actividades diseñadas de acuerdo a la realidad y expectativas de nuestros estudiantes, para que lo aprendido en el aula les sea de utilidad en sus quehaceres cotidianos. La metodología etnográfica consta de seis fases secuenciales (exploratoria, planificación, entrada al escenario, recogida y análisis de la información, retirada del escenario y elaboración del informe), las mismas que se detallan en la figura N° 14 y que las explicaremos secuencialmente, según se presenten en el desarrollo de nuestra investigación.

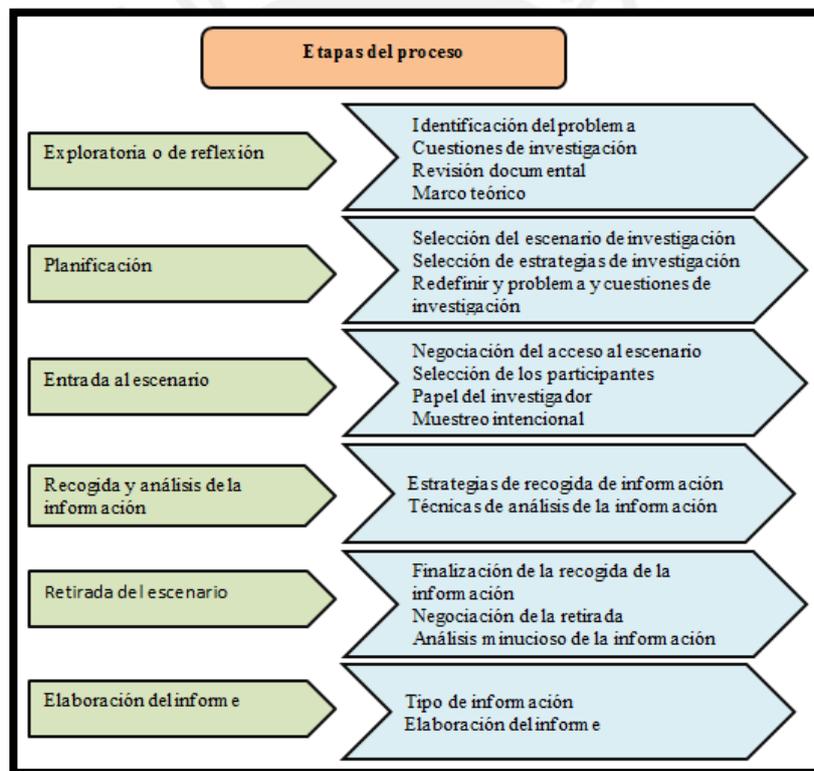


Figura 6. Metodología Etnográfica
Fuente: Rodríguez y Valdeoriola (2009)

3.1.1. Fases de la metodología

A. Fase exploratoria

En esta primera fase, se define el problema de investigación, se efectúa un primer acercamiento con el objeto de estudio, se realiza la revisión bibliográfica y documental

(antecedentes) para dar a conocer investigaciones que se han realizado hasta la fecha sobre el objeto de estudio.

En esta fase identificamos y ubicamos nuestro problema de estudio en investigaciones previas sobre creación de problemas de adición y sustracción de números naturales en profesores del III ciclo de Educación Primaria, como los trabajos en los talleres que viene desarrollando tanto en profesores en formación como en servicio de la labor pedagógica, Malaspina (2012, 2013, 2014). Así mismo, hemos identificado nuestro objeto de estudio gracias a los aportes de trabajos de García (2008) y Astola, Salvador y Vera (2012) referidos a las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de los problemas aritméticos de adición y sustracción. De acuerdo con estos investigadores, dichas dificultades se deben, entre otras causas, al desconocimiento de los tipos de problemas y secuencia de aplicación de los mismos por parte de los profesores de aula y a la falta de oportunidad para permitir que los educandos propongan sus propios problemas de acuerdo a sus expectativas.

De la misma manera, en los trabajos de Ayllón (2012), se dan a conocer los logros obtenidos en su investigación realizada con estudiantes de primaria, a los que se les brindó la oportunidad de crear problemas, actividad que les sirvió para superar y mejorar en la resolución de problemas. En los estudios anteriores, se pone énfasis en la creación de problemas matemáticos propios, a través de la motivación y oportunidad que deben brindar los profesores a sus estudiantes en las aulas y a la revisión de la práctica pedagógica. Consideramos todos estos aportes como base para iniciar nuestro trabajo de investigación, el cual pretende contribuir con acercar las matemáticas a los estudiantes de acuerdo con su realidad a través de la estrategia *EPP*, y promover la creación de problemas por parte de los profesores de primer y segundo grado de Educación Primaria.

B. Fase de planificación

En esta segunda fase se realiza el primer acercamiento al escenario. Es fundamental detallar lo que se va a investigar y los recursos disponibles. Se dan respuestas a las interrogantes como: ¿qué se va a investigar?, ¿dónde se va a investigar?, ¿en quiénes se va a investigar?, ¿cómo entraremos al escenario?, ¿cuándo entraremos al escenario?, ¿cuándo y cómo recogeremos la información?, ¿cuánto tiempo nos tomará la recolección de la información y el análisis de los datos?

En nuestro estudio, en el desarrollo de esta fase, damos a conocer la localidad elegida donde realizaremos la investigación, la misma que es la ciudad de Huaral, lugar donde laboran los

sujetos de estudio. Asimismo, describimos la Institución Educativa y las características en el plano pedagógico de los profesores con quienes desarrollaremos la investigación. También realizamos la revisión de nuestro objeto de estudio “adición y sustracción de números naturales, para el III ciclo de Educación Primaria”, desde la matemática formal (Carranza (1997), Lages, Pinto, Wagner y Morgado (2000), y desde la didáctica de las Matemáticas, con los aportes de Puig y Cerdán (1995) al revisar los documentos normativos Perú (2009), Perú (2010), Perú (2013) y textos de trabajo (2012) que brinda el MINEDU a los estudiantes del III ciclo (primer y segundo grado de Educación Primaria).

Así mismo, consideramos los instrumentos (ficha de recolección de datos personales, *Episodios en clase* y una rúbrica) y recursos tecnológicos (grabadoras de audio y video para cada actividad del taller) necesarios para la ejecución de nuestro estudio. Para finalizar esta fase, precisamos las posibles respuestas de los profesores participantes del taller, al proponer sus problemas de acuerdo a su capacidad creadora, capacidad que, en nuestra opinión, se puede desarrollar e incrementar.

a. Descripción del lugar donde se desarrollará la investigación

Nuestra investigación se realizó en la ciudad de Huaral, provincia de la ciudad de Lima. En este lugar laboran los profesores que participaron en nuestro taller de investigación. Las actividades más representativas que se realizan en Huaral son la agricultura, la ganadería, la industria, la gastronomía, entre otras. Dichas actividades, por ser conocidas y significativas para los estudiantes, los profesores y la comunidad, nos sirvieron de contexto para las situaciones planificadas con el fin de acercar la matemática a los participantes de los talleres a través de narraciones referidas a ellas. También usamos, para lograr el propósito antes descrito, actividades referidas a la práctica de valores como el ahorro. Todas estas actividades nos permitieron presentar el problema del *Episodio en clase*, inicio de la estrategia *EPP*, de acuerdo a la realidad de los participantes.

b. Descripción de la escuela donde se desarrollará la investigación

La escuela elegida para la realización de nuestra investigación es la Institución Educativa N° 20402 Virgen de Fátima UGEL N° 10 – Huaral, de gestión estatal. Se ubica en la zona urbana y tiene 142 años de creación. En ella, se brinda enseñanza a 1412 estudiantes que cursan desde el primero al sexto grado de Educación Primaria. La escuela cuenta con 48 profesores de aula; 25 aulas funcionan en el turno de la mañana, con un promedio de 32 estudiantes cada

una; y 23 aulas, con un promedio de 22 estudiantes cada una, funcionan en el turno de la tarde.

c. Elaboración de instrumentos

Para precisar lo que consideramos instrumentos, tomamos las definiciones proporcionadas por Domínguez, Sánchez y Sánchez (2009), quienes afirman que los instrumentos y técnicas son los medios que usa el investigador, tales como cuestionarios, entrevistas, observaciones, etc., las cuales facilitan la recolección de información para la investigación.

En el mismo sentido, Pérez (1998) afirma que la recolección de datos en la investigación cualitativa puede ser bastante variada, por lo que el investigador puede necesitar diversos instrumentos ya existentes o inventar otros que le permitan sistematizar y dar a conocer la información obtenida. (p.103)

Para la presente investigación se usaron los siguientes instrumentos: una ficha de recolección de datos, cuatro fichas de aplicación denominados *Episodio en clase*, contextualizados de acuerdo a las vivencias huaralinas y una rúbrica que nos permitió analizar las creaciones realizadas por los profesores. Asimismo, para conocer las características pedagógicas de los docentes, se recabó información previa sobre los modos de trabajo que vienen desarrollando en la creación de problemas de adición y sustracción, y sobre sus opiniones. De la misma manera hemos considerado pertinente incluir de manera previa a la presentación de los *Episodios en clase* que propone Malaspina, relatos breves, a partir de cuyo contenido, plantearemos los problemas del *Episodio en clase*.

1. Ficha de Recolección de datos

Para conocer las principales características de los profesores que participan de nuestro estudio de investigación se elaboró una ficha de recolección de datos. Este documento consta de nueve ítems para ser respondidos de manera individual por los profesores. En esta, se registraron las principales características de las actividades educativas que vienen desarrollando los docentes, y sus opiniones sobre la pertinencia de incluir en las sesiones de enseñanza y aprendizaje la creación de problemas (ver anexo 1).

Una vez detalladas las respuestas que se obtuvieron de la ficha de recolección de datos, se mostró un segundo y tercer instrumento: los relatos y *Episodios en clase* con sus respectivos problemas contextualizados.

2. Relato

Definimos relato como la narración de una secuencia de hechos que corresponden a las actividades más representativas que realizan los pobladores de una zona determinada en su diario vivir, y que contienen elementos que son fáciles de identificar y usar para resolver problemas matemáticos. Las acciones que corresponden a actividades de compra y venta, ahorro, gastos o cantidad de alimentos que pueden adquirir las personas ficticias que hemos incluido en los relatos, están redactadas en oraciones sencillas con el léxico que corresponde al usado por la comunidad de Huaral, que es el lugar donde se ubica la escuela donde realizamos la investigación.

3. Episodios en clase

Los *Episodios en clases* que presentamos a los profesores participantes de nuestro taller de investigación, fueron cuatro. En cada uno ellos, se presentó un problema contextualizado, de dificultad media, que correspondía a la vivencias presentadas en el relato previo (narraciones sencillas conocidas por los estudiantes). La solución del problema antes descrito requirió del uso de operaciones aritméticas de adición y/o sustracción y presentó aspectos de los tipos de problemas PAEV, requeridos según nuestros documentos normativos. También, en ellos se presentaron, de manera explícita, las posibles respuestas y dificultades que pueden presentar los estudiantes del III ciclo por no entender bien el problema. La narración de las dificultades de los estudiantes al tratar de hallar las soluciones y responder los problemas tuvo el siguiente propósito:

En los profesores

Que los profesores participantes del taller elaboraran estrategias que les fueran útiles para que sus estudiantes entendieran los problemas y les permitieran hallar soluciones y explicaran el proceso de las mismas, sin que se cometieran los errores presentados en los estudiantes del *Episodio en clase*. (Ver anexo 2).

Precisamos que en cada uno de los *Episodios en clases* que se elaboraron para los docentes, se colocó el nombre de un profesor y tres estudiantes (todos personajes ficticios). La actividad se inició a través de relatos sencillos conocidos por los estudiantes que trataban sobre actividades culinarias, visitas de estudio, cosecha y el valor del ahorro, porque los estudiantes y la población en general de Huaral practican con frecuencia dichas acciones. Se escogieron estos temas con el propósito de sugerir a los profesores el acercamiento de las matemáticas a los estudiantes de manera significativa a fin de que estos participaran, opinaran, descubrieran o

tuvieran la necesidad de adquirir los conocimientos matemáticos, y no cometieran los errores presentados en los estudiantes ficticios del *Episodio en clase* presentado.

Episodio en clases que se desarrollarán en los talleres

El profesor Cano, con el propósito de que sus estudiantes del III ciclo de Educación Primaria comprendan las operaciones de adición y sustracción y desarrollen estrategias de solución, a través de los siguientes *Episodios en clase*.

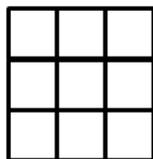
Relato 1: “La cocina de la abuelita Emma”

La señora Emma es una linda abuelita, ella tiene una buena sazón y es especialista en deliciosos potajes salados y dulces que se preparan en Huaral, como por ejemplo el arroz con leche, el flan, el budín y otros platos más. Ella está muy preocupada por la alimentación y buena nutrición de su familia. Hoy, en la mañana, ha horneado galletas de fresa y de naranja. Cuando las galletas estaban tibias, les obsequió a sus nietos Ronaldo y Patricia cierta cantidad de estas. Ellos, muy contentos, agradecieron a su abuelita por las riquísimas galletitas nutritivas que les había preparado.

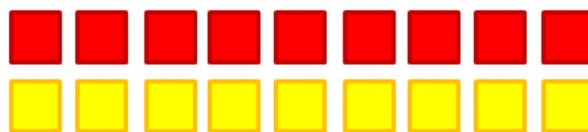
Dado el relato, el profesor Cano propuso el siguiente *Episodio en clase*:

1. Ronaldo ha colocado las galletas que recibió de su abuelita Emma en una fuente que tiene forma de un cuadrado en el que alcanzan 9 galletas de forma cuadrada. Las galletas de color rojo son de fresa y pesan 10 gramos cada una; las galletas de color amarillo son de naranja y pesan 20 gramos cada una. ¿Cuántas galletas de cada sabor deben colocar Ronaldo en la fuente de manera que el peso total sea de 130 gramos, sin dejar espacio vacío en la fuente ni sobreponer galletas?

Los estudiantes recibieron los siguientes materiales:



Cuadro que representa la fuente



Cuadritos que representan a las galletas

Los estudiantes voluntariamente respondieron lo siguiente:

- Luis dijo que Ronaldo debe colocar 7 galletas de fresa y 3 galletas de naranja.
- Estrella dijo que Ronaldo debe colocar 6 galletas de naranja y 1 galleta de fresa.
- Victoria dijo que usaría los cuadritos, para saber cuántas galletas de cada sabor debe colocar Ronaldo.

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se postuló:

- a) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- b) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del episodio). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase* debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

Relato 2: “Ahorrar es importante”

La abuelita Emma, además de cocinar deliciosos potajes dulces y salados, ha enseñado a sus nietos Ronaldo y Patricia la importancia del ahorro. Ella, para hacer que sus nietos se inicien en el ahorro, le ha obsequiado una alcancía a cada uno. Los dos estudiantes guardan muy contentos las propinas que reciben de sus familiares.

Dado el anterior relato, el profesor Cano propuso a sus estudiantes el siguiente *Episodio en clase*:

Ronaldo dice: “Por fin llené mi alcancía. Estoy muy contento, pues he ahorrado lo que me quedó de mis propinas que recibí los meses de enero, febrero, marzo, abril y mayo. ¿Me pueden ayudar a contar mis propinas y saber cuánto dinero tengo en total? Les doy algunas pistas: mi papá me dio de propina, cada mes, un billete de diferente valor más una moneda de un nuevo sol. En ninguno de los meses se repitió el valor de los billetes, pero la moneda siempre fue de un nuevo sol.”

Si Ronaldo gastó el mes de enero 10 soles, y los meses siguiente gastó dos soles más que el mes el anterior y, además, se sabe que Ronaldo en el mes de mayo perdió un billete de 50 soles, ¿cuánto dinero tiene en total ahorrado el niño Ronaldo?

Los estudiantes recibieron billetes y monedas para representar la situación.

Los estudiantes voluntariamente representaron lo siguiente:

- Sebastián representó la propina recibida por Ronaldo de la siguiente manera:

Meses	Billetes y monedas recibidos	Monto recibido por mes	Monto gastado por mes	Monto ahorrado por mes
Enero				
Febrero				
Marzo				
Abril				
Mayo				
Total				

- Liliana representó la propina recibida por Ronaldo de la siguiente manera:

Meses	Billetes y monedas recibidos	Monto recibido por mes	Monto gastado por mes	Monto ahorrado por mes
Enero				
Febrero				
Marzo				
Abril				
Mayo				
Total				

- Julia representó la propina recibida por Ronaldo de la siguiente manera:

Meses	Billetes y monedas recibidos	Monto recibido por mes	Monto gastado por mes	Monto ahorrado por mes
Enero				
Febrero				
Marzo				
Abril				
Mayo				
Total				

¿Qué opinas de las representaciones dadas por los estudiantes? Ante este *Episodio en la clase* del profesor Cano, se sugirió:

- proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del episodio.) El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

Relato 3: “El viaje de las frutas que se cosechan en Huaral”

Las frutas que se cosechan en Huaral tienen destinos diferentes. Un grupo de ellas son llevadas a los mercados para ser vendidas y consumidas por las personas de Huaral; otras viajan en grandes camiones a nuestra capital u otros lugares del país para ser consumidas por nuestros compatriotas. Un tercer grupo de ellas, son enviadas por avión a lugares más lejanos de nuestro planeta, son las frutas de exportación y sirven de alimento a las personas que viven en el extranjero. Y, por último, una cantidad considerable de ellas es destinada a las industrias, en las cuales se transforman en mermeladas, licores, compotas y jugos envasados, para luego ser destinadas al consumo humano.

Dado el anterior relato, el profesor Cano propuso a sus estudiantes el siguiente *Episodio en clase*:

La profesora Silvia y sus estudiantes visitan una fábrica de jugos envasados y mermelada para observar el proceso de fabricación. Luego, observan en una pizarra los siguientes precios: una botella de jugo envasado cuesta S/. 2 y un frasco de mermelada cuesta S/.3. Si Susana compró 4 botellas de jugo envasado y Joaquín compró 3 frascos de mermelada, ¿cuánto más gastó Joaquín que Susana?

Los estudiantes voluntariamente respondieron lo siguiente:

- Lupe dijo que Susana gastó más que Joaquín, porque 4 es más que 3.
- Piero dijo que los dos gastaron igual, ya que lo gastado por Susana es $2 + 4 = 6$ y lo gastado por Joaquín es $3 + 3 = 6$.
- Victoria dijo que, para saber quién gastó más, hay que jugar a la tienda usando billetes y monedas de juguete.

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se recomendó:

- a) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- b) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del episodio). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

Relato 4: “La cosecha del abuelito de Ronaldo”

Don Juan, abuelito de Ronaldo, es un agricultor de la ciudad de Huaral. Él tiene en su campo de cultivo una gran variedad de frutas como naranjas, duraznos y manzanas, entre otras, las mismas que cultiva con ayuda de su familia. Cuando llega la época de la cosecha, él, su esposa, hijos y nietos recogen los sabrosos frutos y los venden en el mercado para obtener ganancias y satisfacer, de esta manera, sus necesidades básicas.

Una vez leído el *Episodio en clase* y formulado algunas preguntas de comprensión como: ¿ustedes conocen a un agricultor?, ¿qué trabajo realiza un agricultor?, ¿cómo se llama el agricultor de la historia que hemos narrado?, ¿qué clases de frutas siembra el Sr. Juan?, ¿qué otros frutos se pueden sembrar?, se realizó una actividad.

Dado el anterior relato, el profesor Cano propuso a sus estudiantes el siguiente *Episodio en clase*:

Ronaldo lleva 18 naranjas en dos bolsas: una en la mano derecha y otra en la mano izquierda. Si en la bolsa de la mano derecha lleva cuatro naranjas más que en la bolsa de la mano izquierda, ¿puedes saber cuántas naranjas lleva Ronaldo en cada bolsa?, ¿cuántas naranjas debe pasar Ronaldo de la bolsa de la mano derecha a la bolsa de la mano izquierda para que en ambas bolsas lleve la misma cantidad de naranjas?

Algunos de sus estudiantes respondieron lo siguiente:

- Melva dijo que Ronaldo lleva 4 naranjas en la bolsa de la mano derecha.
- Jaime dijo que en la mano izquierda Ronaldo lleva 2 y en la bolsa de la mano derecha, 6.
- Elizabeth dijo que debe pasar 4 naranjas de la bolsa de la mano derecha a la bolsa de la mano izquierda para que en ambas bolsas lleve la misma cantidad de naranjas.

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se recomendó:

- c) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- d) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del episodio). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

4. Rúbrica para el análisis de la información

En nuestra investigación, usamos una rúbrica. El diseño de la misma se adaptó de Ayllón (2012). Los criterios descriptivos, son adaptaciones de los aportes de Malaspina (2014c) y para el uso de criterios numéricos, tomamos como base los aportes que hacen Rosli, Goldsby y Capraro (2013) en sus estudios, con el propósito de identificar y describir la calidad de los problemas creados por los estudiantes y cómo estos facilitaron la tarea evaluadora de los profesores.

La rúbrica elaborada nos permitió identificar y describir la capacidad creadora de los participantes de los talleres al observar los elementos de un problema considerados en la estrategia *EPP*, que han sido modificados de manera pertinente y creativa por ellos tanto en los *Problema Pre* y *Problemas Pos* a partir del *Episodio en clase* desarrollado en los talleres y trabajado de manera individual y grupal respectivamente. También se pudo determinar la calidad de manera cualitativa de los mismos, a través de los criterios de Originalidad, Fluidez y Flexibilidad que establece Malaspina (2014c). En ese sentido, asignamos de 1 a 4 puntos (de menor a mayor, según sean las modificaciones que hayan realizado los participantes), lo que facilitó nuestro análisis en el que tomamos en cuenta tanto lo visualizado como lo

argumentado en sus propuestas al momento de desenvolverse de manera individual (*Problema Pre*), su participación como integrante del grupo durante la propuesta (debate y consenso dentro de su grupo) y la socialización (momento en el que dieron a conocer a todos los participantes del taller su *Problemas Pos*). En la rúbrica también precisamos el tipo o los tipos de problemas PAEV de estructura aditiva a la que pertenecía la creación propuesta.

Tabla 4. Rúbrica para analizar los *Problemas Pre*

Episodio N°	Grado de la EBR que enseña en el presente año el participante		Grado Académico Institución de Formación Profesional		Cantidad de estudiantes con los que trabaja					
Problema Pre creado	Tipo de problema PAEV de estructura aditiva									
	Combinación									
	Cambio									
	Comparación									
	Igualación									
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos			Puntos obtenidos			Puntos obtenidos			
	PUNTAJE TOTAL (CALIDAD ALCANZADA)									

Fuente: Adaptado de Ayllón (2012), Rosli, Goldsby y Capraro (2013) y Malaspina (2014c)

Tabla 5. Rúbrica para analizar los *Problemas Pos*

Episodio N°		Cantidad de participantes que elaboraron el problema								
Problema Pos creado							Tipo de problema PAEV de estructura aditiva			
							Combinación			
							Cambio			
							Comparación			
						Igualación				
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos			Puntos obtenidos			Puntos obtenidos			
	PUNTAJE TOTAL (CALIDAD ALCANZADA)									

Fuente: Adaptado de Ayllón (2012), Rosli, Goldsby y Capraro (2013) y Malaspina (2014c)

Aspectos a considerar en las rúbricas

En la rúbrica de análisis (ver anexo 3) se registraron las características pedagógicas de los profesores participantes: grado que enseñan, grado académico que ostentan, institución donde recibieron su formación académica y la cantidad de estudiantes a los que enseñan en el presente año en la institución educativa en la que se realizó la investigación. También en ella se registraron los aspectos que han variado en sus problemas creados y nos permitieron dar a conocer la calidad de su propuesta, los mismos que son los siguientes.

1. Elementos presentes en el problema propuesto

Información

- Cuantitativa.-Si la información presentada es numérica
- Relacional.-Si la información presentada no es numérica

Requerimiento

- Cuantitativo.- Si requiere como respuesta un dato numérico
- Cualitativo.- Si requiere como respuesta un dato no numérico

Contexto

- Intra matemático.- Si inicia con un algoritmo
- Extra matemático.- Si acerca las matemáticas a través de actividades cotidianas

Entorno matemático

- Analizamos los conceptos matemáticos movilizados, operaciones matemáticas que se requiere efectuar para resolver el problema: adición, sustracción, relación de igualdad y relación de orden en los números naturales.

2. Calidad del problema

Tabla 6. Aspectos a considerar en el análisis de los problemas propuestos por variación

	Flexibilidad	Originalidad	Fluidez
Puntos	Si el problema propuesto refleja modificaciones con amplitud y va más allá de cambios simples y ligeros.	Si refleja novedad con creatividad respecto a lo propuesto por los demás integrantes del taller.	Si se proponen más requerimientos que en el problema del Episodio
1 - 4	<p>Se otorga 1 punto por cada una de las consideraciones siguientes:</p> <p>(1) hay <i>Requerimiento</i> de dificultad gradual.</p> <p>(1) los <i>Requerimientos</i> pueden obtenerse de varias formas (con uso de gráficos, tablas, manipulación de material concreto y otros).</p> <p>(1) favorece la conexión con otros temas matemáticos.</p> <p>(1) favorece la conexión con otras áreas del conocimiento.</p>	<p>Se observa:</p> <p>a. Novedad en la <i>Información</i></p> <p>b. Novedad en el <i>Requerimiento</i></p> <p>c. Novedad en la <i>Información</i> y en el <i>Requerimiento</i></p> <p>Se otorga puntos:</p> <p>(4) si es el único problema diferente a los demás.</p> <p>(3) si es uno de los dos problemas similares entre sí, pero diferente al de los demás.</p> <p>(2) si es uno de los tres o cuatro problemas similares entre sí, pero diferentes a los demás.</p> <p>(1) Los otros casos</p>	<p>Se otorga puntos:</p> <p>(4) si propone dos problemas diferentes entre sí.</p> <p>(3) si propone un problema con tres a más <i>Requerimientos</i>.</p> <p>(2) si propone un problema con dos <i>Requerimientos</i>.</p> <p>(1) si propone un problema con un solo <i>Requerimiento</i>.</p>

Fuente: Adaptado de Rosli, Goldsby y Capraro (2013) y Malaspina (2014c)

Calificación de la calidad: para dar a conocer la calidad obtenida en cada uno de los problemas propuestos de manera cualitativa, fue necesario establecer equivalencias entre los criterios numéricos y los cualitativos para facilitar la comprensión de nuestro análisis. En ese sentido, se establecieron las siguientes categorías.

Tabla 7. Calificación de la calidad

Puntaje	Calificación cualitativa de la calidad
1 – 4	Baja
5 – 8	Media
9 – 12	Alta

Tipo de problema PAEV de estructura aditiva:

- Combinación
- Cambio
- Comparación
- Igualación

C. Fase de entrada en el escenario

En esta fase se seleccionó al grupo de docentes a quienes se investigó (sin usar técnicas de muestreo). Además, se tuvo en cuenta para la elección del grupo de estudio a la calidad de la información, no a la cantidad de individuos analizados.

3.2. Descripción de los profesores con quienes se aplicaran los talleres

Desarrollamos el taller con un total de trece profesores, a quienes se denominó “participantes”, ellos trabajan en el presente año en el III ciclo de Educación Primaria (seis en el primer grado y siete en segundo grado), en la I. E. N° 20402 Virgen de Fátima de la ciudad de Huaral UGEL 10. Poseen en promedio doce años de servicio en dicha institución educativa y cuatro años de experiencia en otras instituciones, con lo cual cuentan con un total de dieciséis años de experiencia en promedio. Nueve de los trece participantes tiene el grado académico de Licenciado y la Institución Educativa predominante donde recibieron su formación académica es la Universidad Estatal. Los trece participantes enseñan en promedio a 29 alumnos, y destinan 8 horas pedagógicas a la semana a la enseñanza del área de matemáticas, en las cuales incluyen el razonamiento matemático.

Consideran importante la propuesta presentada, ya que, la inclusión de la creación de problemas en el desarrollo de sus sesiones en el área de matemáticas, les permitirá que sus estudiantes resuelvan dichos problemas con mayor facilidad. Tres de ellos manifestaron que la creación de problemas favorece las actividades de aprendizaje y enseñanza, ya que estimula y desarrolla la creatividad. En general, opinaron que, con la creación de problemas, sus estudiantes se motivarán para preguntar y opinar sobre los temas tratados en clases, pues esta actividad despierta su curiosidad. Además, afirmaron que, al crear problemas matemáticos, sus estudiantes demostrarían los aprendizajes que han aprendido anteriormente, es decir, tomarían en cuenta los saberes previos que, unidos a la capacidad y estrategias que poseen, les permitiría mejorar en la resolución de los mismos. Los participantes consideraron que las actividades cotidianas que realizan las personas, tanto para satisfacer sus necesidades básicas como las labores que desempeñan en beneficio de las demás personas de la comunidad (como

vender, comprar, pagar), son oportunidades que los profesores pueden aprovechar para crear problemas matemáticos a partir de ellos.

Para efecto de los análisis se seleccionó solo a 6 de los profesores, a quienes los denominaremos “Participantes” (P) para su identificación. Hemos sombreado sus datos, tal como se aprecia en la tabla N° 8. El criterio para seleccionarlos ha sido el grado que enseñan y los avances que mostraron durante el desarrollo de las actividades. En ese sentido, hemos considerado a 3 participantes que laboran en el primer grado (P1, P2, P3) y a 3 participantes que laboran en el segundo grado (P4, P5, P6). Ellos, a pesar de no conocer estrategias de creación de problemas, mostraron mayor disposición y ganas de aprender. No se apropiaron de la estrategia *EPP* al mismo tiempo: se evidencio diferencias en la adquisición de la misma, pero, al finalizar el taller y a través del trabajo en grupo, todos se apropiaron de la estrategia *EPP* y mejoraron su capacidad de crear.



Tabla 8. Datos informativos de los profesores que participaron en los talleres

DOCENTE PARTICIPANTE	I.E. DONDE LABORA ACTUALMENTE	AÑOS DE SERVICIO EN LA DOCENCIA		GRADO ACADÉMICO			LUGAR DONDE RECIBIÓ LA FORMACIÓN ACADÉMICA			CICLO Y GRADO QUE ENSEÑA ACTUALMENTE		ADEMÁS DE LABORAR EN LA I.E. LABORA EN OTRA I.E.		¿CUÁL ES SU OPINIÓN ACERCA DE INCLUIR EN LAS SESIONES DE APRENDIZAJE LA CREACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?	CANTIDAD DE ESTUDIANTES PROMEDIO A LOS QUE ENSEÑA EN SU AULA.	HORAS A LA SEMANA QUE DESTINA PARA LA ENSEÑANZA DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS
		En la I.E.	En otra I.E.	Bachiller	Licenciado	Magister	Instituto pedagógico	Universidad Estatal	Universidad particular	Ciclo	Grado	Si	No			
P. 1	I.E. N° 20402 “V de F”	7	7		X					III	1°		X	Importantísimo, ya que va a ayudar al estudiante a resolver futuros problemas que se les presenten.	30	8
		14														
P. 2	I.E. N° 20402 “V de F”	22	4		X					III	1°		X	Es muy importante porque, al crear problemas, están demostrando su aprendizaje, y aplican lo aprendido en su la vida cotidiana creando sus propias estrategias.	29	9
		26														
P. 3	I.E. N° 20402 “V de F”	21	4			X			X	III	1°		X	Importante para que los estudiantes observen críticamente los problemas de la vida cotidiana y su realidad.	30	8
		25														
P. 4	I.E. N° 20402 “V de F”	1	5	X						III	1°		X	Muy importante e interesante porque se comienza con diferentes problemas de contexto real, y esto motiva a los estudiantes a preguntar y a opinar sobre el tema.	28	6
		6						No precisa								
P. 5	I.E. N° 20402 “V de F”	1	6		X					III	1°		X	Creamos problemas matemáticos, porque nuestros estudiantes en todo momento harán uso de su capacidad para resolver problemas durante su vida: comprar, vender, pagar, etc.	30	8
		7							X							

P. 6	I.E. N° 20402 “V de F”	1			X					X	III	1°		X	Es importante porque la creación de problemas matemáticos servirán para brindarle una enseñanza significativa al niño. Además, ellos mismos tendrán que darse cuenta de forma más significativa sobre lo que sucede en su vida cotidiana.	24	8
		1															
P. 7	I.E. N° 20402 “V de F”	2	12		X					X	III	2°		X	Es importante, ya que se fomenta en nuestros estudiantes la resolución de problemas que se le presentan en la vida cotidiana.	35	6
		14															
P. 8	I.E. N° 20402 “V de F”	2			X					X	III	2°	X		Es necesario, ya que los problemas cotidianos nos sirven para poder rescatar los saberes previos y poder aplicarlos y resolver esas inquietudes.	36	6
		2															
P. 9	I.E. N° 20402 “V de F”	13	6		X					X	III	2°		X	Es muy interesante, porque así lo pide también el Ministerio, aparte ayuda al alumno a resolver situaciones de su vida diaria al momento de contar y comprar.	36	9.
		19															
P. 10	I.E. N° 20402 “V de F”			No precisa						X	III	2°		X	Es significativo para los estudiantes, ya que con su participación se apoya la creatividad.	24	6
P. 11	I.E. N° 20402 “V de F”	11	2		X					X	III	2°		X	Es muy importante para los estudiantes, porque les ayuda a resolver problemas de su vida diaria y futura.	31	10
		13															
P. 12	I.E. N° 20402 “V de F”	3	3							X	III	2°		X	La propuesta es acertada porque incluye en las sesiones la creación de problemas, y será de gran utilidad y apoyo para los profesores y los estudiantes.	28	9
		6															
P. 13	I.E. N° 20402 “V de F”	29			X					X	III	2°		X	Es muy significativo para los estudiantes, ya que son extraídos de su realidad y despierta su curiosidad y atención para conocer la respuesta.	26	9
		29															

Tabla 9. Cuadro Resumen
 Datos informativos de los profesores que participaron en los talleres

Cantidad de profesores que laboran en le III ciclo en la I.E N° 20402		Cantidad de profesores que laboran en le III ciclo en la I.E N° 20402 y participaron en los talleres		Años de servicio en la docencia		Grado Académico				Lugar donde recibió la formación académica			Además de laborar en la I.E., labora en otra I.E.		¿Cuál es la cantidad de estudiantes promedio a los que enseña en su aula?	¿Cuántas horas a la semana destina en promedio para la enseñanza del área de matemáticas?	
Primer Grado	Segundo Grado	Primer Grado	Segundo Grado	En la I.E.	En otra I.E.	Bachiller	Licenciado	Magister	No precisa	Instituto Pedagógico	Universidad Estatal	Universidad Particular	No precisa	Sí	No		
8	8	6	7	12	4	2	9	1	1	3	8	1	1	1	12	29	8
16		13		16													

D. Fase de recojo y análisis de la información

En esta fase, la investigadora precisó las técnicas e instrumentos que utilizó en la investigación; entre ellas podemos mencionar la entrevista, la observación, la socialización de la experiencia y la revisión de documentos. La estrategia para la recolección y registro de la información fue la aplicación de una ficha de recolección de datos y sondeo de opinión (ver anexo 1) y cuatro *Episodios en clase* (ver anexo 2), previa explicación de la estrategia *EPP* por la docente investigadora, y con el soporte técnico de presentación de diapositivas y de grabadoras de video y audio.

Aplicación de los instrumentos

El primer instrumento que aplicamos, fue la ficha de recolección de datos, la misma que los profesores participantes de los talleres desarrollaron de manera individual en un tiempo considerado de 30 minutos. La docente investigadora dio explicaciones generales antes de la ejecución del llenado de la ficha de recolección de datos y dispuso algunas dudas que se presentaron durante la ejecución de la misma.

El segundo instrumento que se ejecutó en nuestra investigación fueron los cuatro *Episodios en clase*. El desarrollo de los mismos se organizó en cuatro actividades (tal como se muestra en la tabla N° 10 y tabla N° 11).

Tabla 10. Organización de los *Episodios en clase* a desarrollar

Actividad	<i>Episodios en clase</i> contextualizados de acuerdo a las vivencias y a la práctica de valores	Fecha	Duración	Tipo de problema	Momentos
1	“La cocina de la abuelita Emma”	3 de agosto	120 minutos	Combinación	<ul style="list-style-type: none"> • Explicación por parte del investigador acerca de la estrategia <i>EPP</i> • Vinculación con los tipos de problemas y documentos normativos DCN y Rutas de Aprendizaje • Desarrollo de la estrategia <i>EPP</i>. • Socialización de las experiencias
2	“Ahorrar es importante”	4 de agosto	120 minutos	Cambio	
3	“El viaje de las frutas que se cosechan en Huaral”	5 de agosto	120 minutos	Comparación	
4	“La cosecha del abuelito de Ronaldo”	6 de agosto	120 minutos	Igualación	

3.3. Secuencia de actividades

Tabla 11. Secuencia de actividades

Actividades	Objetivos	Contenidos
-------------	-----------	------------

<p>Aplicación de una ficha de recolección de datos a los profesores participantes en los talleres (ver anexo 1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Obtener información relacionada con su formación y su práctica docente • Conocer la opinión de los profesores sobre la creación de problemas 	<p>Ítems referidos a <i>conocer</i> en los profesores:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiempo de servicio en la docencia • Grado de instrucción • Lugar donde recibió su formación académica • Ciclo y grado que enseña generalmente • Cantidad promedio de estudiantes que atiende por aula • Horas semanales que dedica a la enseñanza de las matemáticas • Opinión acerca de la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales
<p>Desarrollo del taller con los profesores para crear problemas por <i>Variación</i>, los que enfatizan la socialización de experiencias</p> <p>Episodio 1: “La cocina de la abuelita Emma”</p> <p>Episodio 2: “Ahorrar es importante”</p> <p>Episodio 3: “El viaje de las frutas que se cosechan en Huaral”</p> <p>Episodio 4: “La cosecha del abuelito de</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer y explicar los elementos de la estrategia <i>EPP</i> • Explicar en los <i>Problemas Pre</i> y los elementos de un problema presentes en los enunciados • Explicar la estrategia a seguir para la creación de <i>Problemas Pre</i> y <i>Problemas Pos</i> • Elaborar de manera individual <i>Problemas Pre</i> • Socializar los <i>Problemas Pre</i> e intercambiar opiniones y sugerencias • Crear <i>Problemas Pos</i> a través de trabajos en grupos • Socializar los <i>Problemas Pos</i> e intercambiar opiniones y sugerencias 	<p>Contenidos Teóricos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elementos del estrategias <i>EPP</i>: <i>Episodio en clase, Problema Pre</i> y <i>Problema Pos</i> • Elementos de un <i>Problema Pre</i> y un <i>Problema Pos</i>: <i>Información, Requerimiento, Contexto</i> y <i>Entorno matemático</i> • Estrategias <i>EPP</i> para la creación de problemas por <i>Variación</i>
<p>Episodio 4: “La cosecha del abuelito de</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer los tipos de problemas de estructura aditiva requeridos según nuestros documentos normativos para el III ciclo de Educación Primaria • Reconocer las operaciones a realizar para llegar a 	<p>Contenidos de la matemática formal</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de los problemas (PAEV) • Orden de los números naturales • Comparación de números naturales • Números ordinales y cardinales

Ronaldo”	resolver el problema	<ul style="list-style-type: none"> • La adición y sus propiedades • La sustracción como operación inversa de la adición
----------	----------------------	---

3.4. Desarrollo de las actividades

Actividad N° 1

EPISODIO EN CLASE N° 1: “La cocina de la abuelita Emma”

Lograr que los profesores participantes del taller:

- reconozcan los elementos de la estrategia para la creación de problemas, según la estrategia *EPP*.
- creen problemas originales de estructura aditiva una vez que han reconocido los elementos de la estrategia *EPP*, mediante los procedimientos que esta estrategia propone.
- reconozcan la secuencia en que deben ser enseñados los tipos de problemas aritméticos de estructura aditiva.
- reconozcan los contenidos matemáticos que se pueden enseñar a través de los problemas creados por ellos mismos.

Secuencia Didáctica

Presentaremos a los profesores el relato N°1, titulado “**La cocina de la abuelita Emma**”

Leeremos en forma conjunta y haremos apreciaciones como si el relato leído corresponde a la realidad de Huaral, si responde a los intereses de los educandos, si les será de utilidad para aplicarlos en sus sesiones de clase y en situaciones de la vida cotidiana, etc.

A. Objetivo:

- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los profesores, los cuales permitan crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos, y trasladar estos conocimientos a los estudiantes.

A. Formularemos preguntas a los profesores para conocer sus opiniones acerca de:

- la pertinencia de acercar la matemática a los estudiantes a través de situaciones de contextos familiares para ellos.
- si el texto se acerca a la realidad de Huaral.
- si piensan que a los estudiantes, les resultará de fácil entendimiento la narración del texto, y se les

pedirá justificar.

B. Objetivos:

- Identificar, en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema, presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP* (Información, Requerimiento, Contexto y Entorno matemático)
- Reconocer y explicar los elementos de la estrategia *EPP*. (*Problema Pre* y *Problema Pos*)

B. Una vez realizada la lectura del texto narrado y el intercambio de opiniones, presentaremos el problema contextualizado del *Episodio en clase* N°1 (ver anexo 2.1):

Ante este *Episodio en la clase* del profesor Cano, se pedirá a los profesores asistentes a los talleres, que:

- a) propongan un *Problema Pre* que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema del *Episodio en clase* y a aclarar sus dudas, y que los lleve a dar las respuestas, según el *Requerimiento* del problema.
- b) propongan un *Problema Pos* que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio en clase*. El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, deberá ayudar a resolver el *Problema Pos* que propongan.

C. Objetivos:

- Reconocer los tipos de problemas de estructura aditiva para el III ciclo de Educación Primaria.
- Reconocer la secuencia en que se deben enseñar los problemas de estructura aditiva.

C. Con la participación de los profesores, analizaremos en forma conjunta e identificaremos el tipo de problema PAEV al que pertenece el problema del *Episodio en clase* N°1 presentado y los elementos presentes en ese problema, de acuerdo a la estrategia *EPP*.

Tipo de problema: **SITUACIÓN DE COMBINACIÓN 2**

Se refiere a los problemas en los que se desconoce una parte o el todo. Estos tipos de problemas se plantean a partir de “combinar” dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica.

Combinación 2: Se conoce el todo y una de sus partes; luego, se pregunta por la otra parte. En este caso, el problema presenta dos condiciones: colocar galletas de los dos sabores (partes) sin superponer y que el peso total sea 130 gramos: Fue necesario realizar más de una operación para hallar la cantidad de galletas de fresa o de naranja que cumplan con la *Información* dada. Asimismo, para descubrir las partes del problema fue necesario efectuar operaciones de adición o sustracción, que dependieron de los intentos de la persona que resolvió el problema.

Analizaremos los elementos presentes en el problema, según la estrategia *EPP* y reconoceremos los tipos de problemas y si estos son pertinentes para los estudiantes del III ciclo.

D. Objetivos:

- Identificar en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*.
- Explicar la estrategia a seguir para la creación de *Problemas Pre* y *Problemas Pos* por *Variación*.
- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos que les permitan a los estudiantes crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos.
- Identificar en los *Problemas Pos*, los elementos de un problema, presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*.

D. Posibles *Problemas Pre*

1. Si Ronaldo coloca en la fuente sólo galletas de fresa, ¿cuánto será el peso total de las galletas?

Respuesta:

- El peso total de las galletas será de 90 gramos.
2. ¿Cuál es el máximo peso que se puede obtener al colocar galletas de manera que no sobre espacio, sin sobreponer galletas en la fuente? ¿de qué sabor deben ser esas galletas?, ¿por qué?

Respuestas:

- El peso máximo que se puede obtener al colocar las nueve galletas, cumpliendo las condiciones dadas es de 180 gramos.
- Las galletas serán de naranja, porque son las que pesan más.

Solución ideal

Una vez analizado el problema y conociendo los elementos, preguntaremos a los profesores: ¿Cómo podemos enseñar a resolver a los estudiantes el problema presentado? Ellos darán a conocer los procedimientos y recursos que utilizan para lograr que sus estudiantes aprendan a resolver el problema, basándose en su experiencia docente. Luego deberán crear un *Problema Pre*, siguiendo los pasos de la estrategia de creación de problemas *EPP*.

Posible *Problema Pre* propuesto por los profesores

Si se sabe que de las nueve galletas que ha recibido Ronaldo, tres son de fresa. ¿Cuál es el peso total de las galletas que recibió Ronaldo?

Respuesta:

- El peso total de las galletas que recibió Ronaldo fue de 150 gramos.

E. ¿Qué esperamos?

En esta actividad N° 1 se espera que los profesores creen *Problemas Pos* por *Variación*.

Objetivo:

- Reconocer la creatividad de los profesores a través de la Flexibilidad, Originalidad y Fluidez plasmados en sus problemas creados.
- Crear otros *Problemas Pos* a través de trabajos en grupos de 4 profesores como máximo.
- Identificar en los *Problemas Pos*, los tipos de problemas de estructura aditiva a la que pertenecen.

E. Posibles *Problemas Pos* obtenidos por *Variación*

1. Ronaldo ha recibido nueve galletas, cinco de ellas son de fresa y el resto son de naranja. Se sabe que el precio de cada galleta de fresa es de S/. 2 y el precio de cada galleta de naranja es el doble que el precio de una galleta de fresa. Si Ronaldo vende sus nueve galletas, ¿cuánto dinero recibirá él en total?

Respuesta:

- Ronaldo recibirá S/. 26 en total.

Tomando como referencia la *Información* dada en el problema del *Episodio en clase* N°1.

2. Ronaldo tiene su fuente llena con nueve galletas, cuyo peso es de 150 gramos. Si se le caen cuatro galletas y ahora su fuente pesa 100 gramos, ¿cuántas y de qué sabor eran las galletas que llevaba en su fuente?, ¿de qué sabor eran las galletas que se cayeron?, ¿de qué sabor son las galletas que quedan en la fuente de Ronaldo?, ¿cuántas galletas le quedan en total a Ronaldo?

Respuestas:

- Ronaldo llevaba en su fuente 3 galletas de fresa y 6 galletas de naranja.
- Las galletas que se cayeron de la fuente eran: 3 de fresa y 1 de naranja.
- Las galletas que quedan en la fuente de Ronaldo son de naranja.
- A Ronaldo le quedan 5 galletas.

3. Ronaldo tiene su fuente llena con nueve galletas (2 de fresa y el resto de naranja). Se sabe que el peso total de las galletas y la fuente son 230 gramos. Si una galleta de fresa pesa 10 gramos y una galleta de naranja pesa 20 gramos, ¿cuántas galletas de naranja lleva Ronaldo?, ¿cuál es el peso de la fuente vacía?

Respuestas:

- Ronaldo lleva 7 galletas de naranja
- El peso de la fuente vacía es 70 gramos.



Actividad N° 2**EPISODIO EN CLASE N° 2: “Ahorrar es importante”**

Lograr que los profesores participantes del taller:

- reconozcan los elementos de la estrategia para la creación de problemas, según la estrategia *EPP*.
- creen problemas originales de estructura aditiva de acuerdo a la estrategia *EPP*, relacionándolos con la práctica de valores y otras áreas de estudios del nivel primario.
- reafirmen la secuencia en que deben ser enseñado los tipos de problemas aritméticos de estructura aditiva.
- reconozcan los contenidos matemáticos que se pueden enseñar a través de los problemas creados por ellos mismos.

Secuencia Didáctica

Presentaremos a los profesores, el relato N° 2, titulado “Ahorrar es importante”

Leeremos en forma conjunta y haremos apreciaciones como las detalladas en la actividad N° 1.

A. Objetivo:

- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los profesores, los cuales les permitan crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos, y trasladar estos conocimientos a los estudiantes.

A. Formularemos preguntas a los profesores para conocer sus opiniones acerca de:

- la pertinencia de acercar la matemática a los estudiantes a través de situaciones de contextos familiares para ellos.
- si el texto se acercó a la realidad de Huaral.
- si piensan que a los estudiantes les resultará de fácil comprensión la narración del texto. Además, se les pedirá justificar.

B. Objetivos:

- Identificar en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema, presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*
- Reconocer y explicar los elementos de la estrategia *EPP* (*Problema Pre* y *Problema Pos*)

B. Una vez realizada la lectura del texto narrado y el intercambio de opiniones, presentaremos

el problema contextualizado del *Episodio en clase* N° 2 (ver anexo 2.2):

Ante este *Episodio en la clase* del profesor Cano, se pedirá a los profesores asistentes a los talleres, que:

- a) propongan un *Problema Pre* que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema del *Episodio en clase* y a aclarar sus dudas, y que los lleve a dar las respuestas, según el *Requerimiento* del problema.
- b) propongan un *Problema Pos* que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio en clase*. El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, deberá ayudar a resolver el *Problema Pos* que propongan.

C. Objetivos:

- Reafirmar los conocimientos de los profesores acerca de los tipos de problemas de estructura aditiva para el III ciclo de Educación Primaria.
- Reafirmar la secuencia en que se deben enseñar los problemas de estructura aditiva.
- Intercambiar opiniones y sugerencias acerca de la pertinencia de vincular los problemas matemáticos con las prácticas de valores y áreas de estudio del nivel de Educación Primaria.

C. Con la intervención activa de los participantes, analizaremos en forma conjunta, los aspectos que nos permitirán identificar el tipo de problema PAEV al que pertenece el problema del *Episodio en clase* presentado y los elementos presentes en ese problema, de acuerdo a la estrategia *EPP*.

Observaremos que el problema del *Episodio en clase* N° 2 presenta aspectos del tipo PAEV Combinación

Tipo de problema: **SITUACIÓN DE COMBINACIÓN 2**

Con estos problemas, nos referimos a aquellos en los que se desconoce una parte o el todo. Estos tipos de problemas se plantean a partir de “combinar” dos cantidades, las cuales se diferencian en alguna característica.

Combinación 2: la misma definición dada en el Episodio N°1

En este caso se conoce de manera implícita las partes (cantidad de meses y pistas para hallar la cantidad de propina por mes), se deberá hallar la cantidad de dinero que se recibió de propina cada mes (todo). También se deberá hallar el gasto mensual y total (partes - todo). Luego, para responder al *Requerimiento*, sabiendo el monto total de propina recibida (todo) y el monto gastado (parte), se procederá hallar la otra parte que corresponde al monto total que pudo ahorrar

Ronaldo.

Analizaremos los elementos presentes en el problema, según la estrategia *EPP* y reconocimos los tipos de problemas, y si estos son pertinentes para los estudiantes.

D. Objetivos:

- Identificar en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*.
- Explicar la estrategia a seguir para la creación de *Problemas Pre* y *Problemas Pos*.
- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los estudiantes a fin de que ello le permita crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos.
- Identificar en los *Problemas Pos*, los elementos de un problema presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*.

D. Posibles *Problemas Pre*

1. Si Ronaldo recibe un billete de S/. 10 y una moneda de S/. 1, mensualmente, ¿cuánto dinero habrá recibido en total en tres meses?

Respuesta:

- Ronaldo ha recibido S/. 55 de propina en los cinco meses.
2. Si Ronaldo ha recibido de propina un billete y una moneda cada mes, obteniendo el mayor monto de propina posible, ¿Cuál es el valor del billete y la moneda que ha recibido Ronaldo mensualmente?, ¿cuánto ha recibido Ronaldo de propina en los tres meses?

Respuestas:

- El valor del billete y la moneda que ha recibido mensualmente Ronaldo es de S/. 200 y S/. 5 respectivamente.
- Ronaldo ha recibido de propina en los cinco meses S/.615.

Solución ideal

Una vez analizado el problema y conociendo los elementos, preguntaremos a los profesores: ¿Cómo podemos enseñar a resolver a los estudiantes el problema presentado? Ellos darán a conocer los procedimientos y recursos que utilizan para lograr que sus estudiantes aprendan a resolver el problema, basándose en su experiencia docente. Luego, deberán crear un *Problema Pre*, siguiendo los pasos de la estrategia de creación de problemas *EPP*.

Posible *Problema Pre* propuesto por los profesores

Ronaldo ha recibido de propina un billete de S/. 20 cada mes y una moneda mayor o igual a un

sol cada mes. ¿Cuál es la menor cantidad de dinero que puede haber recibido Ronaldo de propina en los cinco meses?

Respuesta:

- La menor cantidad de propina que puede haber recibido Ronaldo en los cinco meses es de S/.105.

E. ¿Qué esperamos?

En esta actividad N° 2 se espera que los profesores creen *Problemas Pos* por *Variación* con facilidad y creatividad y se evidencie mayor Flexibilidad, Originalidad y Fluidez que en la actividad 1.

Objetivo:

- Reconocer la creatividad de los profesores a través de la Flexibilidad, Originalidad y Fluidez plasmados en sus problemas creados.
- Crear otros *Problemas Pos* a través de trabajos en grupos de 4 profesores como máximo.
- Identificar en los *Problemas Pos*, los tipos de problemas de estructura aditiva a la que pertenece.

E. Posibles *Problemas Pos* obtenidos por *Variación*

1. Ronaldo ha recibido de propina durante los meses de abril y mayo, dos billetes de diferente valor y dos monedas de diferente valor una igual a 1 sol y la otra mayor a 1 sol, cada mes. ¿Cuál es la menor cantidad de propina que puede haber recibido Ronaldo en total? ¿Por qué?

Respuesta:

La menor cantidad de propina que puede haber recibido Ronaldo, es de S/. 66, porque; respetando las condiciones del problema, Ronaldo obtuvo cada mes un billete de S/. 10, un billete de S/. 20, una moneda de S/. 1 y una moneda de S/. 2, los que constituyen los menores valores cada mes, que pueden tener los billetes y monedas que recibió Ronaldo.

2. Ronaldo ha recibido de propina, durante los meses de abril y mayo, dos billetes de diferente valor y dos monedas, de diferente valor: una igual a 2 soles y la otra mayor que 1 sol cada mes. ¿Cuál es el mayor monto de propina que puede haber recibido Ronaldo en total? Si él compró un celular valorizado en S/. 259 y lo pagó con sus propinas, ¿cuánto dinero de sus propinas le queda a Ronaldo?

Respuestas:

- El mayor monto de propina que puede haber recibido Ronaldo en los dos meses es de S/. 614.
- A Ronaldo le quedó S/. 355 de propina.

Actividad N° 3

EPISODIO EN CLASE N° 3: “El viaje de las frutas que se cosechan en Huaral”

El objetivo fue lograr que los profesores participantes del taller:

- reafirmar los objetivos propuestos en las actividades 1 y 2.

Secuencia Didáctica

Presentaremos a los profesores, el relato N° 3, titulado “**El viaje de las frutas que se cosechan en Huaral**”

Leeremos en forma conjunta y haremos apreciaciones como si el relato leído corresponde a la realidad de Huaral, si responde a los intereses de los educandos, si les será de utilidad para aplicarlos en sus sesiones de clase y en situaciones de la vida cotidiana, etc.

A. Objetivo:

- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los profesores, los cuales les permitan crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos, y trasladar estos conocimientos a los estudiantes.

A. Formularemos a los participantes preguntas similares a las trabajadas en las actividades N° 1 y N° 2.

B. Objetivos:

- Identificar en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema, presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*.
- Reconocer y explicar los elementos de la estrategia *EPP*. (*Problema Pre* y *Problema Pos*)

B. Una vez realizada la lectura del texto narrado y el intercambio de opiniones presentaremos el problema contextualizado del *Episodio en clase* N° 3 (ver anexo2,3):

Ante este *Episodio en la clase* del profesor Cano, se pedirá a los profesores asistentes a los talleres que:

a) propongan un *Problema Pre* que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema del

Episodio en clase y a aclarar sus dudas y que los lleve a dar las respuestas, según el *Requerimiento* del problema.

b) propongan un *Problema Pos* que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio en clase*. El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, deberá ayudar a resolver el *Problema Pos* que propongan.

C. Objetivos:

- Reafirmar los conocimientos acerca de los tipos de problemas de estructura aditiva para el III ciclo de Educación Primaria.
- Reafirmar la secuencia en que se deben enseñar los problemas de estructura aditiva.

C. Con la participación de los profesores, analizaremos en forma conjunta los aspectos que nos permitirán identificar el tipo de problema al que pertenece el problema del *Episodio en clase* N° 3 y los elementos presentes en ese problema, de acuerdo a la estrategia *EPP*.

Tipo de problema: **SITUACIÓN DE COMPARACIÓN 1**

En estos tipos de problemas se comparan dos cantidades. Los datos son las cantidades y la diferencia que existe entre ellas. De estas dos cantidades, una es la comparada y la otra es la referencia. La diferencia es la distancia que se establece entre ellas.

Comparación 1: Se conoce la cantidad referente y la comparada. Se pregunta cuánto más es la comparada con respecto a la referente. En este caso se da información de las compras que realiza cada niño y se debe hallar cuánto más gastó Joaquín que Susana (los niños del problema). Es necesario realizar operaciones de adición para hallar la cantidad que gasta cada niño y, luego efectuar una sustracción para hallar la diferencia entre los gastos realizado por cada niño para responder al *Requerimiento*.

D. Objetivos:

- Identificar, en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*
- Explicar la estrategia a seguir para la creación de *Problemas Pre* y *Problemas Pos*
- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los estudiantes, lo cual les permita crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos

D. Posibles *Problemas Pre*

Tomando como referencia la *Información* dada en el problema del *Episodio en clase* N° 3.

1. Susana tiene dos soles. Con esa cantidad de dinero, ¿puede comprar un frasco de mermelada?

¿Sí o no? ¿Por qué?

Respuesta:

- Susana no puede comprar un frasco de mermelada, porque le falta S/.1
2. Si Susana desea comprar 4 botellas de jugos envasados, ¿cuántos soles necesita?

Respuesta:

- Susana necesita S/. 8 para comprar 4 botellas de jugos envasados.
3. Si Susana desea comprar 4 frascos de mermelada, ¿cuántos soles necesita?

Respuesta:

- Susana necesita S/.12 para comprar 4 frascos de mermelada.

Solución ideal

Una vez analizado el problema y conociendo los elementos, preguntaremos a los profesores: ¿Cómo podemos enseñar a resolver a los estudiantes el problema presentado? Ellos darán a conocer los procedimientos y recursos que utilizan para lograr que sus estudiantes aprendan a resolver el problema, basándose en su experiencia docente. Luego, deberán crear un *Problema Pre*, siguiendo los pasos de la estrategia de creación de problemas *EPP*.

Posible *Problema Pre* propuesto por los profesores,

Una botella de jugos envasado cuesta S/. 2 y un frasco de mermelada cuesta S/. 3. Susana compró 1 botella de jugo envasado y Joaquín compró 1 frasco de mermelada. ¿Cuánto dinero gastó cada uno? ¿Quién gastó más?

Respuestas:

- Susana gastó S/. 2 y Joaquín gastó S/. 3.
- Joaquín gastó más.

E. ¿Qué esperamos?

En esta actividad N° 3, se espera que los profesores propongan *Problemas Pos* por *Variación* con mayor facilidad que en las actividades anteriores.

Objetivo:

- Reconocer la creatividad de los profesores a través de la Flexibilidad, Originalidad y Fluidez plasmados en sus problemas creados.
- Crear otros *Problemas Pos* a través de trabajos en grupos de 4 profesores como máximo.
- Identificar en los *Problemas Pos*, los elementos de un problema, presentes en los

enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*.

- Identificar en los *Problemas Pos*, los tipos de problemas de estructura aditiva a la que pertenecen.

E. Posibles *Problemas Pos* obtenidos por *Variación*

1. La profesora Silvia posee un billete de S/. 20 y desea comprar jugos envasados y mermeladas, de manera que no le sobre dinero. Sabiendo que una botella de Jugo envasado cuesta S/. 2 y un frasco de mermelada cuesta S/. 3 ¿qué podría comprar?

Respuestas:

La profesora Silvia puede comprar una de las siguientes combinaciones:

- Dos frascos de mermelada y siete botellas de jugo envasado
- Cuatro frascos de mermelada y cuatro botellas de jugo envasado
- Seis frascos de mermelada y una botella de jugo envasado

2. Al finalizar la visita a la fábrica de elaboración de jugos envasados y mermeladas, los estudiantes reciben de obsequio 5 fichas cada uno, las mismas que pueden ser de color rojo, amarillo y verde. El administrador de la fábrica les dice que ellos las pueden canjear de la siguiente manera: “Si tienes una ficha de color rojo la puedes canjear por una botella de jugo envasado; si tienes una ficha de color amarillo la puedes canjear por dos botellas de jugos envasados o un frasco de mermelada; y si tienes una ficha de color verde, la puedes canjear por 3 botellas de jugos envasados o un frasco de mermelada más una botella de jugo envasado.

Las cinco fichas que ha recibido Raúl son de color rojo. ¿Qué puede canjear?

Si Estrella, al canjear sus cinco fichas recibió 3 frascos de mermelada y 4 botellas de jugo envasado. ¿De qué color fueron sus fichas?

Respuesta:

- Raúl solo pudo canjear sus 5 fichas de color rojo por 5 botellas de jugo envasado.
- Las fichas de Estrella fueron dos rojas, una amarilla y dos verdes.

Actividad N° 4

EPISODIO EN CLASE N° 4: “El campo de cultivo del abuelito de Ronaldo”

Lograr que los participantes del taller:

- revisen lo aprendido en las actividades anteriores.

Secuencia Didáctica

Presentaremos a los participantes, el relato N° 4, titulado “**El campo de cultivo del abuelito de Ronaldo**”

Leeremos en forma conjunta y haremos apreciaciones similares a las realizadas en las actividades anteriores.

A. Objetivo:

- Recordar los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los participantes, los cuales les permitan crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos y trasladar estos conocimientos a los estudiantes.
- Conocer sus opiniones acerca de qué situaciones contextualizadas permitirán acercar las matemáticas a sus estudiantes.

A. Formularemos preguntas a los participantes para conocer sus opiniones acerca de qué otras situaciones contextualizadas permitirán acercar las matemáticas de acuerdo a los intereses de los estudiantes.

B. Objetivos:

- Recordar en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*
- Recordar y explicar los elementos de la estrategia *EPP*. (*Problema Pre* y *Problema Pos*)

B. Una vez realizada la lectura del texto narrado y el intercambio de opiniones presentaremos el problema contextualizado del *Episodio en clase* N° 4 (ver anexo 4,2):

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se pedirá los profesores asistentes al taller que:

- a) propongan un *Problema Pre* que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema del *Episodio en clase* y a aclarar sus dudas, y que les permita proporcionar las respuestas, según el *Requerimiento* del problema.
- b) propongan un *Problema Pos* que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio en clase*. El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase*, deberá ayudar a resolver el *Problema Pos* que propongan.

C. Objetivos:

- Reafirmar los conocimientos de los profesores acerca de los tipos de problemas de estructura aditiva para el III ciclo de Educación Primaria
- Reafirmar la secuencia en que se deben enseñar los problemas de estructura aditiva
- Intercambiar opiniones y sugerencias acerca de la pertinencia de proponer problemas matemáticos para el IV y V Ciclo de Educación Primaria

C. Con la intervención activa de los participantes, analizaremos en forma conjunta, los aspectos que nos permitirán identificar el tipo de problema al que pertenece el problema del *Episodio en clase* N° 4 presentado y los elementos presentes en ese problema, de acuerdo a la estrategia *EPP*.

Tipo de problema: **SITUACIÓN DE IGUALACIÓN**

Se refiere a los problemas cuyo enunciado tiene dos cantidades diferentes (cantidad a igualar y cantidad referente) sobre una de las cuales se actúa aumentándola o disminuyéndola hasta lograr igualar ambas cantidades. La transformación que se produce en una de dichas cantidades es la igualación.

Igualación 1: se conocen las dos cantidades. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para que sea igual a la mayor.

Igualación 2: Se conocen las dos cantidades. Se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para que sea igual a la menor.

En el problema que presentaremos se conocen las dos cantidades a igualar (luego de haber resuelto el primer *Requerimiento*), y se debe conservar la cantidad total de naranjas distribuidas en dos bolsas de manera equitativa. Para lograr esa igualdad, era necesario extraer dos naranjas de la cantidad mayor y adicionarlas a la cantidad menor (Igualación 1 y 2).

Analizaremos los elementos presentes en el problema, según la estrategia *EPP* y reconoceremos los tipos de problemas, y si estos serán pertinentes para los estudiantes.

D. Objetivos:

- Identificar, en los *Problemas Pre*, los elementos de un problema presentes en los enunciados de acuerdo a la estrategia *EPP*
- Explicar la estrategia a seguir para la creación de *Problemas Pre* y *Problemas Pos*
- Intercambiar opiniones acerca de los pasos y estrategias a seguir para desarrollar los procesos cognitivos en los estudiantes, los cuales les permita a ellos crear, plantear y hallar soluciones a los problemas propuestos.

D. Posibles *Problemas Pre*

1. Si en la bolsa de la mano izquierda Ronaldo lleva 2 naranjas y en la bolsa de la mano derecha lleva 5 naranjas, ¿cuántas naranjas debe aumentar en la bolsa de la mano izquierda para que ambas bolsas tengan la misma cantidad de naranjas?

Respuesta:

- Ronaldo debe aumentar tres naranjas a la bolsa de la mano izquierda.

2. En la bolsa de la mano derecha, Ronaldo lleva 7 naranjas. Si se sabe que él lleva 12 naranjas en la bolsa de la mano izquierda, ¿cuántas naranjas tiene que sacar Ronaldo de la bolsa izquierda, para que en ambas bolsas lleve la misma cantidad de naranjas?

Respuesta:

- Ronaldo debe sacar 5 naranjas de la bolsa izquierda.

Solución ideal

Una vez analizado el problema y conociendo los elementos, preguntaremos a los participantes ¿cómo podemos enseñar a resolver a los estudiantes el problema presentado? Ellos darán a conocer los procedimientos y recursos que utilizan para lograr que sus estudiantes aprendan a resolver el problema basándose en su experiencia docente. Luego, deberán crear un *Problema Pre*, siguiendo los pasos de la estrategia de creación de problemas *EPP*.

Posible *Problema Pre* propuesto por los profesores,

Si en la bolsa de la mano izquierda Ronaldo lleva 16 naranjas y en la bolsa de la mano derecha lleva 6 naranjas más que en la bolsa de la mano izquierda, y se sabe que en la bolsa de la mano derecha, hay 8 naranjas malogradas, ¿qué acciones debemos hacer para que en ambas bolsas Ronaldo lleve la misma cantidad de naranjas y que todas estén en buenas condiciones?

Respuesta:

Las acciones que debe realizar Ronaldo son:

1. Sacar las 8 naranjas malogradas de la bolsa de la mano derecha y desecharlas.
2. Ronaldo debe pasar una naranja de la bolsa de la mano izquierda a la bolsa de la mano derecha.

E. ¿Qué esperamos?

En esta actividad N° 4 se espera que los participantes propongan con facilidad y creatividad *Problemas Pos* por *Variación* y se evidencie en ellos mayor Flexibilidad, Originalidad y Fluidez que en las actividades anteriores.

Objetivo:

- Reconocer la creatividad de los participantes a través de la Flexibilidad, Originalidad y Fluidez plasmados en sus problemas creados
- Proponer otros *Problemas Pos* a través de trabajos en grupos de 4 profesores como máximo
- Identificar, en los *Problemas Pos*, los elementos de un problema presentes en los enunciados, de acuerdo a la estrategia *EPP*.
- Identificar, en los *Problemas Pos*, los tipos de problemas de estructura aditiva a la que pertenecen

E. Posibles *Problemas Pos* obtenidos por *Variación*

1. Si Ronaldo ha cosechado en total 27 naranjas y se sabe que lleva tres naranjas más en la bolsa de la mano derecha que las que lleva en la bolsa de la mano izquierda, ¿cuántas naranjas lleva en cada bolsa?

Respuesta:

- Ronaldo lleva 15 naranjas en la bolsa de la mano derecha y 12 naranjas en la bolsa de la mano izquierda.

2. Piero lleva en su mano derecha 16 nísperos y en su mano izquierda 12 nísperos. ¿Cuántos nísperos más lleva Piero en su mano derecha que en su mano izquierda?

Respuesta:

- Piero lleva 4 nísperos más en la mano derecha que en su mano izquierda.

3. Piero lleva en su mano derecha 16 nísperos y en su mano izquierda 12 nísperos. ¿Cuántos nísperos debe pasar de la mano derecha a la mano izquierda para que, en ambas manos lleve la misma cantidad de nísperos?

Respuesta:

- Piero debe pasar dos nísperos de la mano derecha a la mano izquierda.

E. Fase de retirada del escenario

En esta fase, la investigadora finalizó el recojo de información y estableció nexos con los sujetos investigados para mantener el acercamiento y ver la pertinencia de trasladar las estrategias *EPP* a otros campos de las matemáticas y otras áreas de estudio, de manera simultánea se propició el conocer la opinión de los participantes al finalizar la aplicación de las actividades. Más adelante, en nuestro trabajo de investigación, se realizará un segundo análisis de la información más minucioso que el anterior, en el que se integrarán todos los elementos de la información recogida.

En esta penúltima fase de nuestra investigación, una vez culminados el taller, acordamos con los profesores participantes de nuestro estudio continuar nuestro nexo, para seguir trabajando la creación de problemas.

F. Fase elaboración del informe

En la última fase se da a conocer los resultados obtenidos, haciendo las citas de las referencias utilizadas, sin perder de vista el objeto de estudio y su contexto. En ese sentido, el presente trabajo nos permitirá elaborar el informe de nuestra investigación, con el fin de proponer apreciaciones con criterios cualitativos acerca de la calidad de los problemas propuestos por los participantes. Finalmente, se explicitan las conclusiones y las sugerencias pertinentes para la ejecución del objeto estudiado y para precisar otros temas de investigación que se generen a raíz del presente estudio realizado.

Con la explicación de las seis fases secuenciales de la metodología etnográfica y los aspectos que nos permitirán desarrollar en cada una de ellas, presentaremos en el último capítulo la aplicación de los instrumentos, aspecto fundamental que nos llevará a responder a nuestra pregunta de investigación, verificar el logro de nuestros objetivos y dar las conclusiones y sugerencias, tal como se explicó en la última fase de la metodología que estamos empleando.

CAPÍTULO IV: APLICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

Finalizamos nuestro trabajo de investigación con la aplicación de instrumentos, la misma que la hemos organizado en cuatro fases: implementación del taller, desarrollo del taller (explicación de las estrategias *EPP* y desarrollo de las cuatro actividades), análisis de los *Problemas Pre* y *Problemas Pos* propuestos por los participantes, las consideraciones finales y sugerencias obtenidas tanto de la aplicación de los instrumentos como del trabajo de investigación en general.

4.1. Implementación del taller

Un factor importante en nuestra investigación fue el grupo de profesores con quienes se trabajaron el taller. Para conocer sus principales características pedagógicas y el entorno en el cual laboran, aplicamos una ficha de recolección de datos diseñada previamente para este propósito (tabla N° 26). Dicho instrumento fue contestado de manera anónima e individual. Las respuestas obtenidas de su aplicación y se muestran en la tabla N° 8 y tabla N° 9.

Impresiones previas

Otro de los aspectos relevantes para nuestro estudio fue conocer dos elementos principales. Primero conocer la labor pedagógica de los docentes antes de participar en el taller. Ello nos permitió iniciar el desarrollo de nuestras cuatro actividades de acuerdo con las principales características pedagógicas de los docentes: los profesores desarrollan los temas matemáticos requeridos para el III ciclo de Educación Primaria con los libros que reparte el MINEDU de manera gratuita a cada uno de los estudiantes, con apoyo de fichas de trabajo, hojas de aplicación y material concreto. Asimismo, elaboran de manera permanente problemas semejantes a los de la evaluación censal, pues están preparando a los estudiantes para rendir dichas evaluaciones. Ellos se sienten presionados por el constante monitoreo de los supervisores, quienes se dedican a monitorear sus avances, principalmente, en las áreas de Comunicación y Matemática, pero no les dan las pautas para mejorar su labor, con lo cual perciben la falta de apoyo de algunos padres de familia. El segundo elemento fue conocer la opinión que tienen los docentes acerca de la pertinencia de incluir en las sesiones de aprendizaje la creación de problemas matemáticos. Las respuestas brindadas por los trece profesores las damos a conocer en la tabla N° 8.

4.2. Desarrollo del taller

Para el registro de lo ocurrido en los cuatro talleres, se emplearon 2 cámaras y se contó con el apoyo de un asistente. Los aspectos a desarrollar en las actividades se cumplieron, pero el tiempo fue mayor al previsto, debido, entre otros factores, al desconocimiento que tenían los participantes acerca de estrategias para la creación de problemas. Sin embargo, este problema se pudo subsanar al dar a conocer la estrategia *EPP* y gracias a las explicaciones reiteradas que brindamos para despejar las dudas, lo que nos permitió obtener sus propuestas tanto individuales como grupales.

4.2.1. Explicación de la estrategia EPP

Para acercar a los profesores participantes con los aspectos de la investigación, detallamos en qué consistía la estrategia *EPP* (*Episodio en clase, Problema Pre y Problema Pos*). Se explicó de manera sencilla y reiterada cada aspecto de la estrategia *EPP*, los elementos de un problema (*Información, Requerimiento, Contexto y Entorno Matemático*), según estas estrategias, y las dos formas de creación de problemas que se iban a proponer. Asimismo, se enfatizó la importancia de la creación por *Variación* de un problema dado, que es la forma de obtener problemas de estructura aditiva para el III ciclo de Educación Primaria que trabajaríamos en el taller.

Desarrollo de las actividades

Una vez explicada la estrategia y teniendo conocimiento de las características generales de los profesores participantes, procedimos a desarrollar las actividades.

Desarrollo de la actividad N°1

Presentamos el *Episodio en clase* N°1 a través del relato del texto: “**La cocina de la abuelita Emma**”. Una vez leído el texto, propiciamos el diálogo a través de preguntas seguidas del resumen de las respuestas obtenidas de su formulación. Estas preguntas y sus respectivas respuestas fueron las siguientes:

¿El texto que hemos leído es de fácil comprensión?, ¿corresponde a nuestra realidad?, ¿nos permitirá acercar las matemáticas basándonos en las acciones que se hacen en el relato?

Contestaron que sí, que es de fácil comprensión, porque la mayoría de estudiantes consumen galletas que compran o preparan en sus casas.

¿Es pertinente acercar las matemáticas a través de actividades que los estudiantes conocen?

Opinaron que es pertinente por las siguientes razones:

1. El conocimiento por parte de los estudiantes de las actividades con las que se inician las sesiones les permitirá opinar más sobre el tema.

2. Favorece la creación de un clima motivador en el aula, pues a los estudiantes les agrada que se incluyan sus nombres en los textos, así como el de sus familiares y sus mascotas. De la misma manera, consideraron que las actividades que realizan con los estudiantes como paseos, visitas guiadas, deportes y otras que se llevan a cabo con frecuencia en la comunidad y son del conocimiento de ellos y se constituyen en una fuente rica de oportunidades para la creación de problemas. Las opiniones y repuestas dadas por los participantes de los talleres, propiciadas a través del diálogo, nos permitieron iniciar las actividades de nuestra investigación bastante motivados al ver, en la mayoría de ellos, disposición, ganas de aprender y compartir sus experiencias. Sin embargo, es importante acotar que algunos mostraban cierto temor, porque o no han tenido oportunidad o han tenido pocas ocasiones para realizar sus labores de enseñanza y aprendizaje con problemas creados por ellos mismos, debido a varios factores, entre ellos, el desconocimiento de algunos pasos o estrategias para crear problemas, porque no han recibido ninguna información al respecto ni en su formación docente, ni en las capacitaciones y acompañamientos que vienen recibiendo.

Respondimos al dialogo, agradeciéndoles y felicitándolos por sus valiosas opiniones; además, puntualizamos el hecho de que las actividades cotidianas brindan oportunidad a los profesores de optimizar el tiempo al integrar las matemáticas con otras áreas de estudio y lograr aprendizajes significativos y útiles en nuestros estudiantes. Creemos firmemente que la creación de problemas contextualizados nos permitirá desarrollar en nuestras sesiones de enseñanza y aprendizaje los contenidos matemáticos establecidos para el grado y ciclo e incrementar la dificultad de los mismos de acuerdo con el avance de los estudiantes.

A continuación, presentamos el análisis de la calidad de los *Problemas Pre* y *Problemas Pos* propuestos en el taller por los profesores que hemos seleccionado. Utilizaremos la rúbrica diseñada para este propósito.

PROBLEMAS PRE PROPUESTOS DE MANERA INDIVIDUAL

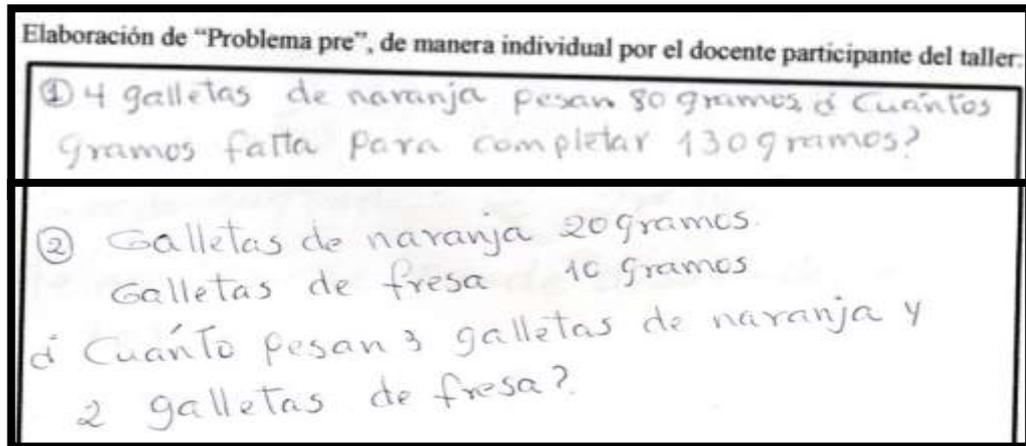


Figura 7. Problema Pre 1.1

En la figura N° 7, se observa que el participante propone dos problemas: el primero presenta aspectos que corresponde a un PAEV tipo Combinación 2 e Igualación 1, porque, conocida una de las partes (peso de las cuatro galletas), se pregunta por la otra parte (los gramos que faltan) para completar el peso total de las galletas que debe contener la fuente. El problema se resuelve con una operación de sustracción. La diferencia de dos números naturales a y b con $a \geq b$ es aquel otro número c que sumado con el menor de ellos b , da como resultado el mayor a entonces tenemos $c + b = a$. Por ese motivo se dice que la sustracción es la operación inversa de la adición.

En este caso, sea $a = 130$ gramos de galletas que se deben completar y sea $b = 80$ el peso de las cuatro galletas, con $a \geq b$, se halla la diferencia:

$$c + 80 = 130$$

El segundo problema presenta aspectos que corresponden a un PAEV tipo Combinación 1, porque dada en la *Información* el peso unitario de cada galleta según sea su sabor (se tienen las partes). Los estudiantes haciendo cálculos simples de adición, deben hallar el peso total de las galletas, de acuerdo al sabor de las mismas, que les permitirá responder al *Requerimiento*. Sea $a = 60$ gramos el peso de las tres galletas de naranja, *card. (A)* y sea $b = 20$ gramos, el peso de las dos galletas de fresa, *card. (B)* se debe hallar $a + b = \text{card. (A } \cup \text{ B)}$, que corresponde al peso total de ambas galletas.

$$60 + 20 = \text{card. (A } \cup \text{ B)}$$

El participante descontextualizó el problema ya que no incluyó la historia de la abuelita, dado que presentó directamente la *Información* y el *Requerimiento* a los que hizo modificaciones cuantitativas (con respecto a la cantidad de galletas), pero consideró mantener el peso y sabor de las galletas proporcionado en el *Episodio en clase*. El contexto utilizado es *Extra matemático*, similar al presentado en el *Episodio en clase*, y resulta útil resolverlo porque responde a los intereses de los estudiantes (las galletas son uno de sus alimentos preferidos y consumidos con frecuencia por ellos). En la propuesta, se observaron los siguientes indicadores de creatividad:

Flexibilidad. La dificultad de los problemas propuestos es diferente. Consideramos que para su aplicación con los estudiantes se debe presentar primero el problema 2 y, luego, el problema 1, a fin de que la dificultad sea gradual. El *Requerimiento* de los problemas presentados puede ser hallado de varias formas: uso de material concreto (cuadrados de color anaranjado, que representen a las galletas de naranja; cuadrados de color rojo, que representen las galletas de fresa; y un cuadrado grande que representa a la fuente, en la que alcanzan 9 galletas sin superponer ni dejar espacio); uso de dibujos; operaciones simples de adición; entre otros. Considerando todos estos aspectos cabe señalar que el trabajo realizado con este indicador posibilitó la conexión con otros temas matemáticos (comparación e equivalencia). Por los aspectos hallados en la propuesta, se le asignó un puntaje de (2).

Originalidad. El problema presentado es uno de los tres problemas similares pero diferentes entre sí, con respecto a la propuesta de los demás participantes, porque usando la misma *Información* plantea dos *Requerimientos* diferentes, en el primer problema no es necesario considerar el precio unitario de las galletas pero en el segundo problema si es necesario considerar el precio unitario de las galletas y en el otro se puede obviar esta *Información*. Se asignó un puntaje de (2).

Fluidez. El participante del mismo *Episodio en clase* propuso dos problemas diferentes entre sí, con un *Requerimiento* cada uno. Se asignó un puntaje de (4).

Consideramos que ambas propuestas presentan solución única y alcanzable, pues es posible resolverlas de varias maneras: con apoyo de material concreto o dibujos que representan a las galletas y a la fuente; o efectuando operaciones de adición (para ambos problemas) o de restas sucesivas (para el primer problema), las que permiten el razonamiento de los estudiantes al tener que determinar cómo usar la *Información* brindada, antes del uso mecánico de los algoritmos. Además, posibilitan la verificación de los datos con la respuesta obtenida y la

conexión con otros temas matemáticos de dificultad gradual, como es el paso de un reparto de sustracciones sucesivas a los inicios de las operaciones de división.

Por todo lo expuesto, el participante alcanzó un puntaje total de 8 puntos (calificación cualitativa de calidad, categoría media) para su problema, según los criterios establecidos en las tablas N° 6 y N° 7, lo observado y analizado con respecto a la creatividad mostrada por el participante en su propuesta lo damos a conocer en la tabla N°12.

Tabla 12. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 1.1*

Episodio N° 1		Primer Grado		Licenciado		Trabaja con 30					
Participante 1				Universidad estatal		estudiantes					
Problema Pre	4 galletas de naranja pesan 80 gramos ¿Cuántos gramos faltan para completar 130 gramos? Galletas de naranja 20 gramos. Galletas de fresa 10 gramos. ¿Cuánto pesan 3 galletas de naranja y 2 galletas de fresa?						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva				
							Combinación		X		
							Cambio				
							Comparación				
							Igualación		X		
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO				
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados				
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden	
	X		X			X	X	X			
	CALIDAD DEL PROBLEMA										
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ				
	Puntos obtenidos		2		Puntos obtenidos		2		Puntos obtenidos		4
	PUNTAJE TOTAL 8 (CALIDAD MEDIA)										

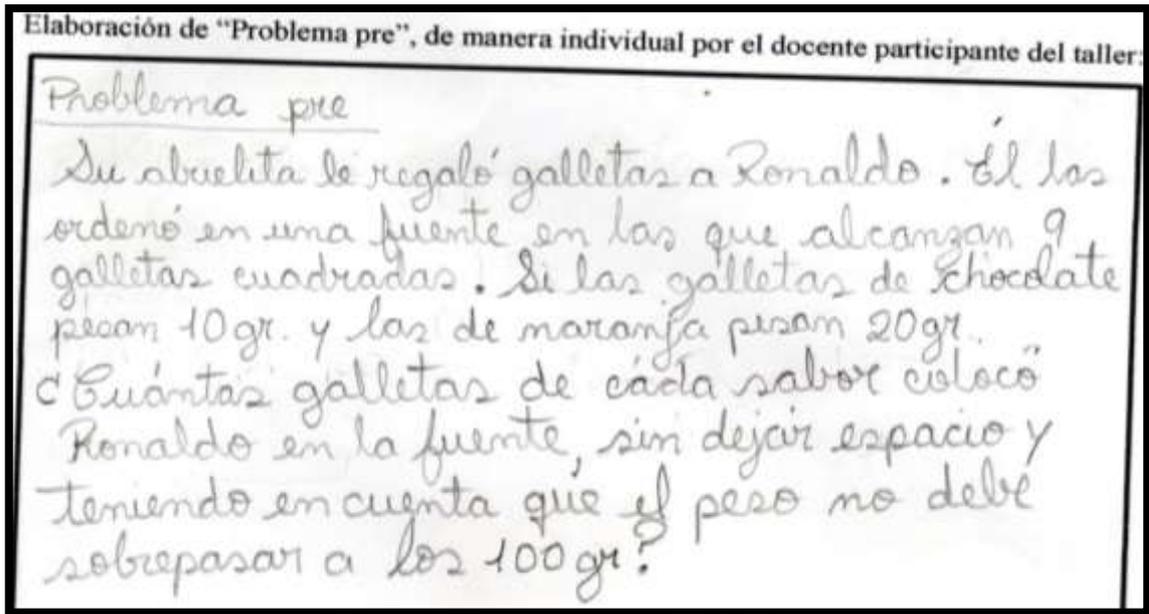


Figura 8. Problema Pre 1.2

En la figura N° 8, se observa que el participante propuso un problema, cuyos aspectos corresponden a un PAEV tipo Combinación 2, porque conocido el peso máximo de las galletas (todo) que debe contener la fuente, los estudiantes debían hallar la cantidad de galletas de cada sabor (partes) que cumplieran con la *Información* y condiciones dadas en el *Episodio en clases*. El problema se resuelve con una operación de sustracción. Tal como hemos explicado en el primer *Requerimiento* del *Problema Pre 1.1*

En este caso, sea $a = 100$ el peso total de galletas que puede contener la fuente y sean b y c el peso de las galletas de cada sabor, con $a \geq b$, se halla la diferencia:

$$c + b = 100$$

El participante acercó el problema a sus estudiantes haciendo uso del parafraseo y un contexto *Extra matemático* similar al brindado en el *Episodio en clase*, porque consideró la participación de la abuelita (es decir, considero el relato). Adicionalmente, realizó variaciones en un sabor de las galletas porque, según su sabor, estas tenían un peso distinto. El problema a primera vista parece ser de solución abierta, pero es un problema de solución única, que favorece el razonamiento antes que el uso mecánico de algoritmos, permite que los estudiantes realicen intentos viendo si el peso de las galletas escogidas sobrepasan o no el límite, según el peso total que debe contener la fuente, los estudiantes deberán efectuar operaciones de adición y sustracción para hallar la solución. En la propuesta se observa los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. Porque hace posible la conexión con otros temas matemáticos como comparación, equivalencias e inecuaciones y con otras áreas de estudio como Ciencia y Ambiente y Comunicación (al trabajar temas como alimentación saludable y la receta, respectivamente). Así mismo, es posible hallar el *Requerimiento* de varias formas, como las detalladas en el *Problema Pre* 1.1. Por los aspectos hallados en la propuesta, se asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema que planteo el participante fue similar al de otro participante, pero diferentes a las otras propuestas, porque se cambió el *Requerimiento* “no superponer galletas y que el peso de las galletas colocadas en la fuente no exceda a los 100 gramos”, cantidad que, a primera vista, hizo que el problema pareciera presentar una solución abierta, aunque fue de solución única. Se asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante solo ha propuesto un problema por lo que, si bien obtuvo puntaje, este fue mínimo. El propósito que quiso lograr en sus estudiantes es que diferenciaron el peso de las galletas según el sabor y que, con el uso de sumas sucesivas, hallaran el peso del grupo de galletas que permitiría cumplir con las condiciones dadas en la *Información* y el *Requerimiento*. Se le asignó un puntaje de (1).

Por lo tanto, el participante alcanzó un puntaje total de 7 puntos, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 13.

Tabla 13. Rúbrica para analizar el *Problema Pre* 1.2

Episodio N° 1 Participante 4		Segundo Grado		Licenciado Universidad estatal		Trabaja con 28 estudiantes						
Problema Pre	Su abuelita le regaló galletas a Ronaldo. Él las ordenó en una fuente en la que alcanzan 9 galletas cuadradas. Si las galletas de chocolate pesan 10 gr. y las de naranja pesan 20 gr., ¿cuántas galletas de cada sabor colocó Ronaldo en la fuente, sin dejar espacio y teniendo en cuenta que el peso no debe sobrepasar a los 100 gr?					Tipo de problema PAEV de estructura aditiva						
						Combinación			X			
						Cambio						
						Comparación						
						Igualación						
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO					
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados					
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden		
	X		X			X	X					
	CALIDAD DEL PROBLEMA											
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ					
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		1			
	PUNTAJE TOTAL 7 (CALIDAD MEDIA)											

PROPONER UN PROBLEMA POS DE MANERA GRUPAL

Una vez elaborados los *Problemas Pre* por cada uno de los participantes, estos formaron grupos de a lo más cuatro profesores y compartieron sus creaciones. Ellos explicaron los elementos que habían variado, los mismos que respondían a las características de sus estudiantes: sus conocimientos matemáticos previos, acciones que realizan en su vida cotidiana tanto en sus casas (compra y venta de artículos de primera necesidad y juguetes) como en la escuela (programas del gobierno del cual son beneficiarios y actividades propias que la escuela programa) o de la comunidad. Los participantes escuchaban atentamente las narraciones y argumentaciones de cada uno de los integrantes de su grupo, formulaban y respondían preguntas para aclarar sus dudas y ver la pertinencia de la modificación de los elementos del problema que habían realizado con respecto al problema del *Episodio en clase* presentado inicialmente, el cual permitía la participación activa, amena y significativa de los estudiantes. Luego de disipadas las dudas y haber llegado a un consenso, los participantes procedieron a proponer su *Problema Pos*, el mismo que permitiría a los profesores ampliar el conocimiento de nuevos temas matemáticos para sus estudiantes. Durante la realización de la actividad, ellos iban leyendo, resolviendo y precisando mejor la *Información* y el *Requerimiento* del problema desde sus inicios hasta su versión final. Similares vivencias se observaron en las creaciones de los *Problemas Pos* en las actividades siguientes, programadas para nuestro estudio de investigación, pues en todas ellas se utilizaron la estrategia de la

creación de problemas por *Variación* y las características de los estudiantes detalladas líneas arriba.

PROBLEMA POS PROPUESTO DE MANERA GRUPAL

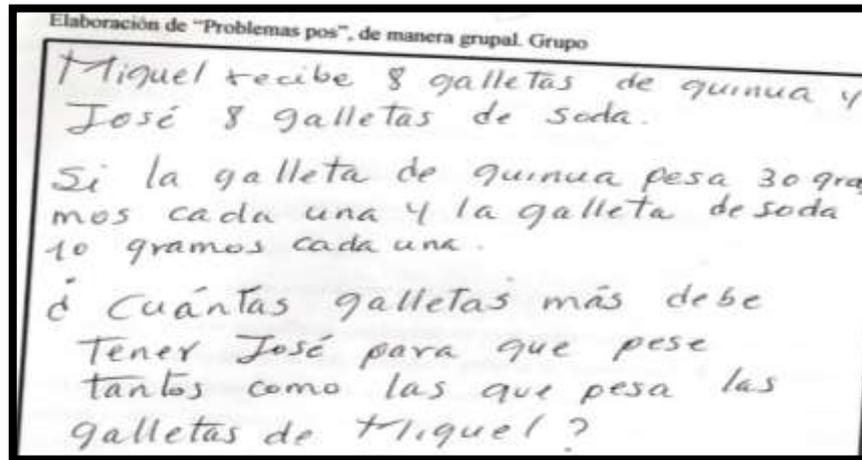


Figura 9. Problema Pos 1

En la figura N° 9, se observa que los participantes han propuesto un problema cuyas características corresponden a un problema PAEV tipo Combinación 1, tipo Comparación 2 y tipo Igualación 1, porque para hallar la solución es necesario realizar los siguientes pasos, que corresponden a cada tipo de problema respectivamente:

- conocida la cantidad de galletas y el peso de cada una según el sabor (partes) se debe calcular el peso total de las galletas recibidos por cada uno de los estudiantes (todo). En la *Información* implícita se puede determinar, aplicando la propiedad de asociatividad, al agrupar el peso de las galletas.
- conocido el peso de las galletas que posee cada niño (cantidad mayor y menor), se debe hallar la diferencia del peso menor con respecto al peso mayor. El *Requerimiento* se halla con una operación de sustracción. En este caso, sea $a = 240$ el peso de las galletas de quinua (cantidad mayor); y sea $b = 80$ el peso de las galletas de soda, con $a \geq b$, se halla la diferencia:

$$c + 80 = 240$$

- conocida las dos cantidades a igualar (sea $a = 160$ gramos, diferencia del peso de las galletas de quinua y sea $b = 160$ gramos, el peso de las galletas de soda que faltan para igualar al peso de las galletas de quinua se debe expresar en cuantas galletas del

menor peso (sabor soda) equivale a los 160 gramos de galletas de quinua. Propiedad simétrica con respecto al peso de las galletas.

También se observa que los participantes hicieron modificación cuantitativa en la *Información* y el *Requerimiento*, pues cambiaron los nombres y la cantidad de estudiantes que recibieron las galletas. También modificaron el sabor de las galletas y el peso de una de ellas. En la propuesta se observa los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. La propuesta presenta el *Requerimiento* de dificultad gradual y permitió conectar con otros temas matemáticos como equivalencia y comparación, para que recién se pueda determinar la cantidad de galletas que le falta a una cantidad menor para igualar a la mayor. Además, es posible hallar la solución de varias formas, como hemos dado a conocer en el *Episodio de clase* anterior. Por los aspectos hallados en la propuesta, se signó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema es el único diferente a los propuestos en el taller, los participantes acercaron las matemáticas a sus estudiantes al contextualizar el problema, de acuerdo a las experiencias significativas que viven en la escuela como el ser beneficiarios del programa nacional Qali Warma. Se asignó un puntaje de (4).

Fluidez. Los participantes han propuesto solo un problema con un solo *Requerimiento* pero de mayor dificultad al propiciar que se comparen no solo los pesos unitarios de las galletas, sino también el peso total de galletas que tenía cada estudiante. La propuesta hace posible el fomentar el razonamiento en los estudiantes antes que el uso mecánico del algoritmo, ya que deben diferenciar que, a igual número de galletas de cada grupo de diferente color no le corresponde un mismo peso; que, para alcanzar el peso de una galleta de quinua (30 gramos), es necesario colocar 3 galletas de soda (10 gramos cada una) a fin de hallar la igualdad en el peso entre las galletas de ambos sabores. Se asignó un puntaje de (1).

Por lo tanto, los participantes alcanzaron un puntaje total de 8 puntos (calificación cualitativa de calidad, categoría media) para su problema, según los criterios establecidos.

¿Cómo propusieron su *Problema Pos*?

Después de escuchar los *problemas Pre* de cada uno de los integrantes del grupo y, a través del siguiente diálogo, llegaron a un consenso:

PI– Acercaremos el problema a los estudiantes con las galletas del Qali Warma.

P2– Con las galletas de quinua y kiwicha que reciben los estudiantes

P1–Será algo diferente.

Investigador – Es significativo para ellos porque lo viven cotidianamente.

P1– Las galletas del Qali Warma son de diferente tamaño.

P2–Podemos incluir las galletas de quinua que tienen forma rectangular y las galletas de soda que tienen forma cuadrada

Investigador–Si las galletas son de diferente tamaño o medida, ¿qué temas matemáticos podemos trabajar?

Participantes– Las medidas, seriación, el metro.

Los participantes dialogan para considerar el sabor y el peso que van a tener cada galleta en su problema.

P1– ¿30 gramos le hubieses puesto a las galletas de soda?

P2– No, 10 gramos, la galleta de soda es delgadita.

Investigadora– P3 Resuelve y da la respuesta al Problema Pos que vienen proponiendo. Lee el problema a sus compañeros, quienes intervienen para mejorar el enunciado y precisar el Requerimiento.

Propiciamos el dialogo con los integrantes del grupo a través de preguntas: ¿cómo vienen creando sus problemas? ¿Qué implica el crear problemas?

Participantes– Primero los estudiantes deben darse cuenta de cómo son las galletas que reciben.

Investigador– Es importante ver semejanzas y diferencias.

P2– Podemos trabajar seriación. Por ejemplo, colocar una galleta de quinua, luego una de soda, luego otra de quinua y...También puede ser una de quinua y dos de soda, luego una de quinua y tres de soda...

Investigador– Los participantes manifestaron lo importante que fue descubrir y enseñar patrones para que, en un primer momento, los estudiantes se familiaricen con problemas de secuencias y, en un segundo momento, logren hacer generalizaciones. Los participantes

reconocieron la importancia de enseñar los problemas iniciando con los más fáciles hasta llegar a los más difíciles.

P1– Cada vez más difícil, de acuerdo a lo que nosotros deseamos enseñar a los estudiantes.

Investigador– Es importante decir: ¿qué pasaría sí...? Por ejemplo, ¿qué pasaría si cambio una galleta de quinua por una de soda?

P2– Si cambio una galleta de quinua por una de soda, ¿cuántos gramos faltan? o ¿cuántos gramos sobran?

Investigador– P2, se percató de las diferencias que hay entre una galleta de soda y una de quinua, y mencionó los temas que se pueden trabajar.

Luego de compartir sus creaciones con todos los integrantes de los talleres, los participantes preguntaron.

Participantes– ¿Nos enseñarás también estrategias para el área de comunicación?

Investigador– Por ahora, compartiremos estrategias de matemática, pero, a través de ellas, podemos integrar con otras áreas de estudio como Ciencia y Ambiente, y Comunicación.

El haber apreciado el trabajo de los participantes, tanto de manera individual como grupal y el haber valorado sus opiniones a través de los diálogos (que iniciaron con actitud tímida para llegar, después, a argumentos más complejos) fue motivador para cada uno de ellos y para nosotros como investigadores, pues se evidenció en los participantes curiosidad al formular preguntas para aclarar sus dudas y actitud positiva para apropiarse de la estrategia *EPP*. Además, se evidenció su deseo de aplicar en sus aulas las estrategias aprendidas, y no solo en el área de Matemáticas, sino también en otras áreas de estudio.

El análisis de su creación lo damos a conocer en la tabla N° 14.

Tabla 14. Rúbrica para analizar el *Problema Pos 1*

Episodio N° 1		Problema propuesto por tres profesores								
Problema Pos	Miguel recibe 8 galletas de quinua y José 8 galletas de soda. Si la galleta de quinua pesa 30 gramos cada una y la galleta de soda 10 gramos cada una. ¿Cuántas galletas más debe tener José para que pese tanto como las que pesan las galletas de Miguel?						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva			
							Combinación		X	
							Cambio			
							Comparación		X	
				Igualación		X				
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X	X		
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3		Puntos obtenidos		4		Puntos obtenidos	
PUNTAJE TOTAL 8 (CALIDAD MEDIA)										

Al concluir con el desarrollo de la actividad N°1, identificamos en los *Requerimientos* de las propuestas *Problema Pre*, realizadas por los participantes en el *Episodio de clases* N°1, que ambas propuestas presentaban aspectos que correspondían a un PAEV de tipo Combinación, según las tablas N° 12 y N° 13; y en los *Problemas Pos* se evidenciaron aspectos que corresponden a uno, dos o tres tipos de PAEV en una misma propuesta, en los que predominaron los de tipo Combinación, Comparación e Igualación, tal como se evidencia en la tabla N° 14. En esta actividad, se obtuvieron *Problemas Pre* de categoría baja y media, debido a que, en el criterio de Flexibilidad, predominó el nivel 2; y, en los criterios de Originalidad y Fluidez, el nivel 1 fue el más recurrente, según la tabla N° 24. Los *Problemas Pos* alcanzaron una categoría media de calidad, los criterios de Flexibilidad y Originalidad se situaron en el nivel 3 y 4, mientras que la Fluidez mostrada alcanzó el nivel 1 y 2, según la tabla N° 25.

Desarrollo de la actividad N° 2

Iniciamos la aplicación del *Episodio en clase* N° 2 leyendo algunos *Problemas Pre* y los *Problemas Pos* propuestos por cada uno de los grupos en el *Episodio en clase* N°1. Formulamos preguntas como: ¿qué observamos en los problemas?, ¿Los estudiantes entenderán con facilidad lo requerido en cada problema?, ¿cuál es la respuesta?, ¿hay una sola respuesta o hay varias respuestas?, ¿qué podemos mejorar?, ¿qué falta precisar en el

problema?, ¿será importante cerrar el problema para evitar confusiones en los estudiantes?, ¿cuál es el propósito de formular problemas abiertos?, con el propósito de propiciar en los participantes la autocrítica y crítica constructiva.

Los participantes analizaron y opinaron sobre sus creaciones y reflexionaban haciendo autocríticas:

Participantes– Nos faltó precisar el sabor de la galleta. Al presentar el Requerimiento, sin precisar el sabor de la galleta, el estudiante se puede confundir.

Participantes– Es cierto, la Información que hemos propuesto dará lugar a varias respuestas.

Investigador– Para los primeros grados, es fundamental presentar los problemas con soluciones cerradas para evitar confusiones en los estudiantes. Luego de que los estudiantes dominen los problemas con solución cerrada, se pueden incluir problemas de solución abierta que permitan un mayor desarrollo cognitivo de los estudiantes.

Luego, con la participación activa de los participantes recordamos y explicamos, de manera oral, la estrategia *EPP* y los elementos que deben estar presentes en un problema. Ellos opinaron acerca de la estrategia que venimos poniendo en práctica. Posteriormente, les manifestamos que podemos crear problemas no solo con actividades de compra venta, paseos y visitas dirigidas, sino también podemos proponer problemas matemáticos a través de la práctica de los valores. Procedimos luego a presentar y leer el *Episodio en clase* N° 2. **“Ahorrar es importe”**

PROBLEMAS PRE PROPUESTOS DE MANERA INDIVIDUAL

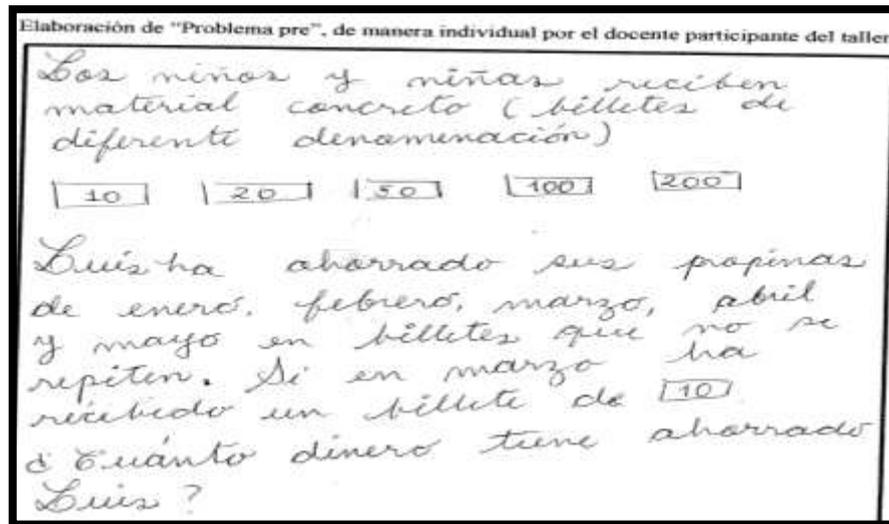


Figura 10. Problema Pre 2.1

En la figura N° 10, se observa que el participante ha elaborado un problema cuyos aspectos considerados corresponden a un problema PAEV tipo Cambio 1, porque en la *Información* se da a conocer la cantidad inicial (la propina que recibió en el mes de marzo). Los estudiantes, sabiendo la cantidad de meses que Luis recibe propina (Cambio o transformación), deben hallar el total de propina recibida (cantidad final). El problema permite el uso o la enseñanza de las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la adición. Sea a el valor del billete de S/. 10 y sean b y c el valor del o de los otros billetes como (S/. 20, S/. 50, S/. 100, S/. 200), se hallará siempre la misma cantidad de propina total, no importando el orden de ubicación de los billetes.

$$a + b = b + a \quad \forall a, b \in \mathbb{N} \text{ (Conmutatividad)}$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad \forall a, b, c \in \mathbb{N} \text{ (Asociatividad)}$$

En el problema, se observa modificaciones cuantitativas en la *Información* y en el *Requerimiento* porque no considera el recibir monedas en la propina, se observa el fin que desea alcanzar el participante: que los estudiantes tengan bien claro solo lo que Luis recibe de propina mensualmente y cómo hallar el total de propina recibida en los cinco meses; no se considera incluir en el problema gastos o pérdidas. En la propuesta se observa los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. El problema propuesto tuvo solución única y alcanzable. El participante sugirió que se brindara a los estudiantes material concreto (billetes de juguete que representan a los billetes de nuestro sistema monetario) para que ellos lo manipularan, y ello les facilitara la comprensión y les permitiera hallar la respuesta al determinar los billetes que debían usar y la o las operaciones que deberían realizar para hallar la respuesta. Consideramos que el problema pudo ser resuelto de varias maneras con el uso de material concreto (como hemos mencionado anteriormente): mediante el uso de dibujos, de cuadros de doble entrada o con operaciones sencillas de adición en las que, previamente, los estudiantes del aula asignen un billete (de diferente valor cada mes) de manera indistinta, excepto en el mes de marzo. De esta manera, el docente del aula propicia en sus estudiantes la creatividad y el descubrimiento de nuevos temas matemáticos como las propiedades conmutativa y asociativa de la adición, pues, por ejemplo, se darán cuenta de que el orden diferente que han asignado a cada mes no altera el valor de la suma total de las propinas. Opinamos que el presente problema propicia o motiva a que los estudiantes propongan cambios en el enunciado con respecto al valor de propina recibida y que ello les permite la creación de nuevos problemas. Por ejemplo, si en el mes de marzo Luis recibió un billete de S/. 20 de propina y los meses de enero, febrero, abril y mayo un billete de diferente valor, ¿tendrá, ahora, Luis la misma cantidad de propina, como cuando recibió S/.10 en el mes de marzo? ¿Por qué? ¿De qué otras maneras puede recibir Luis sus propinas, de manera que siempre obtenga la misma cantidad establecida en los problemas anteriores? Por los aspectos hallados en la propuesta, se le asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El participante presentó un problema similar al de otro participante, pero diferente a los propuestos por los demás participantes, porque consideró un monto de propina fija para el mes de marzo. Además, no incluyó el uso de monedas para facilitar la comprensión del problema, al trabajar con cantidades terminadas en ceros. Se asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante propuso un solo problema con un *Requerimiento*. Se asignó un puntaje de (1).

Por lo tanto, el participante alcanzó un puntaje total de 7 puntos (calificación cualitativa de calidad media) para su problema, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 15.

Tabla 15. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 2.1*

Episodio N° 2		Primer Grado		Licenciado		Trabaja con 30 estudiantes				
Participante 1				Universidad estatal						
Problema Pre	Los estudiantes y las niñas reciben material concreto (billetes de diferente denominación). Luis ha ahorrado sus propinas de enero, febrero, marzo, abril y mayo en billetes que no se repiten. Si en marzo ha recibido un billete de 10 soles, ¿cuánto dinero tiene ahorrado Luis?						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva			
							Combinación			
							Cambio			X
							Comparación			
Igualación										
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X			
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		1	
PUNTAJE TOTAL 7 (CALIDAD MEDIA)										

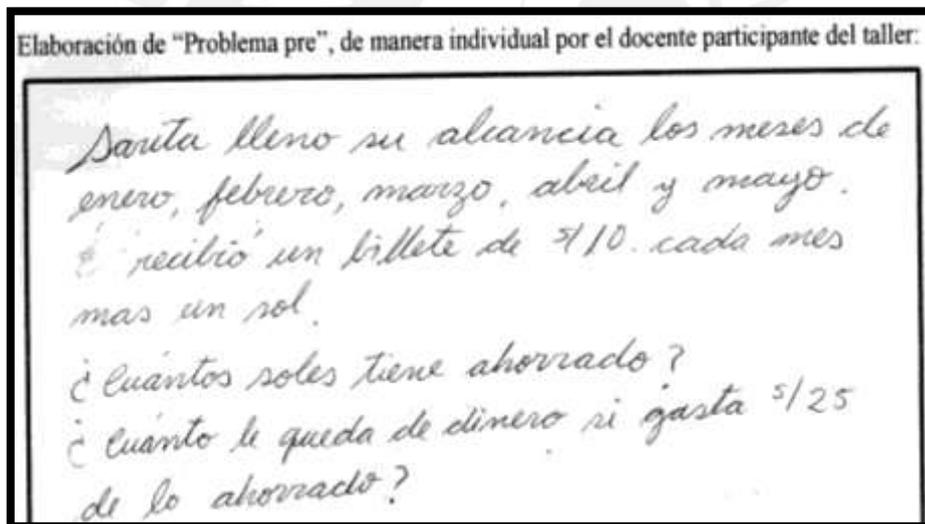


Figura 11. Problema Pre 2.2

En la figura N° 11, se observa que el participante ha elaborado un problema cuyos aspectos considerados corresponden un problema PAEV tipo Combinación 1, con respecto al primer *Requerimiento*, porque, conocida la cantidad de meses y el monto de propinas: la misma cantidad los 5 meses (partes), los estudiantes deben hallar, en un primer momento, la cantidad total de propina que recibió Sarita (el todo). El problema hace posible la enseñanza o el refuerzo de las propiedades de asociatividad y conmutatividad de la adición, tal como lo hemos explicado en el problema anterior y con respecto al segundo *Requerimiento*, corresponde a un problema PAEV tipo Combinación 2, porque se conoce el todo (cantidad

hallada en el primer *Requerimiento* que corresponde a S/. 55) y una de sus partes (gastó S/. 25); se pregunta por la otra parte (cuánto dinero le queda). En este caso, sea $a = 55$ soles la cantidad total de propina recibida (cantidad mayor), y sea $b = 25$ soles el monto gastado de las propinas, con $a \geq b$, se halla la diferencia:

$$c + 25 = 55$$

El participante ha realizado modificaciones cualitativas en la *Información* y en el *Requerimiento*, porque ha considerado una cantidad fija para la propina recibida que es de S/. 10 por mes, y ha modifica la cantidad del gasto, pero mantiene el valor de la moneda recibida de propina por mes y no considera incluir la perdida de dinero. La propuesta es de solución única, fue pertinente resolverla y se ajustó a la realidad de los estudiantes porque, correspondían a sus actividades cotidianas (contexto *Extra matemático*) y al universo numérico que debe conocer los estudiantes del III ciclo de Educación Primaria. En la propuesta se observa los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. El problema presentó el *Requerimiento* con dificultad gradual, propicio el razonamiento de los estudiantes antes que el uso mecánico del algoritmo y fue posible resolverlo con uso de material concreto (billetes de juguete) o ilustraciones. Los estudiantes debían determinar las operaciones matemáticas y el orden en que las debían efectuar. Así mismo, permitió hacer conexiones con otros temas matemáticos como: inicio a la multiplicación y operaciones combinadas de adición y sustracción halladas en cada paso para resolver el problema. Por los aspectos hallados en la propuesta, se asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El participante presentó un problema similar al de otro participante, pero diferente a las demás propuestas porque consideró un monto de propina fija para los cinco meses, aspecto no contemplado por los demás participantes. Se asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante presenta un problema con dos *Requerimientos*. Se asignó un puntaje de (2).

El participante alcanzó un puntaje total de 8 puntos (calificación cualitativa de calidad media) para su problema, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 16.

Tabla 16. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 2.2*

Episodio N° 2		Segundo Grado		No precisa		Trabaja con 35 estudiantes							
Participante 5				Instituto Pedagógico									
Problema Pre	Sarita lleno su alcancía los meses de enero, febrero, marzo, abril y mayo. Si recibió un billete de S/. 10 cada mes más un sol, ¿cuántos soles tiene ahorrado? ¿Cuánto le queda de dinero si gasta S/. 25 de lo ahorrado?						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva						
							Combinación			X			
							Cambio						
							Comparación						
Igualación													
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO						
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados						
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden			
	X		X			X	X						
	CALIDAD DEL PROBLEMA												
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ						
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		2				
PUNTAJE TOTAL 8 (CALIDAD MEDIA)													

PROBLEMAS POS PROPUESTO DE MANERA GRUPAL

Los participantes propusieron sus *Problemas Pos* siguiendo la estrategia y consideraciones detalladas en el desarrollo de la actividad anterior.

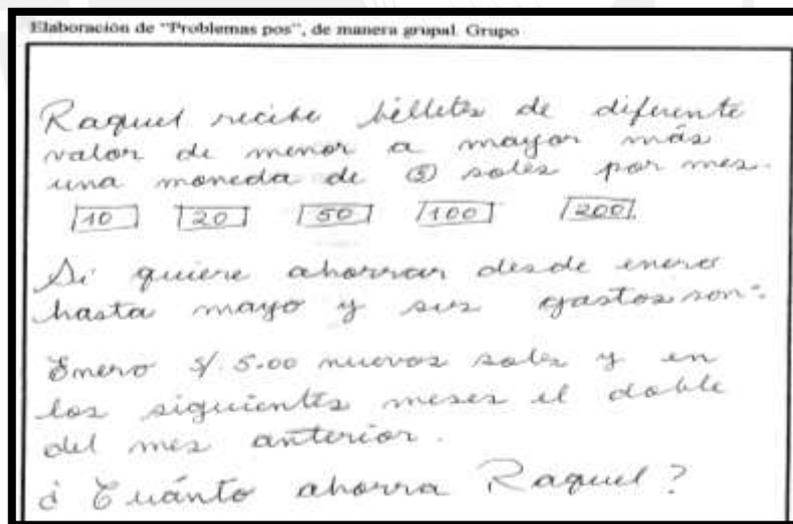


Figura 12. Problema Pos 2

En la figura N° 12, se observa que los participantes ha elaborado un problema cuyos aspectos considerados corresponden a un problema PAEV tipo Combinación 2, porque se conoce el todo (suma de los valores de los billetes que recibe más S/. 5 por mes) y una parte (gastos desde enero a mayo). Luego se pregunta por la otra parte (monto ahorrado en los cinco meses). El problema se resuelve con una operación de sustracción. Sea $a = 405$ soles, la

cantidad total de propina recibida (cantidad mayor), y sea $b = 155$ soles, el monto gastado de las propinas, con $a \geq b$, se halla la diferencia:

$$c + 155 = 405$$

La propuesta se presentó en un contexto *Extra matemático* que responden a las vivencias o rutinas que realizan los estudiantes (ahorrar dinero), presentó modificaciones cuantitativas en la *Información* y el *Requerimiento* como variar el valor de la moneda e incluir términos matemáticos nuevos, se cambió el nombre del protagonista del problema y se expresó el enunciado haciendo uso del parafraseo. En la propuesta se observaron los siguientes aspectos o indicadores de creatividad.

Flexibilidad. El problema presentó el *Requerimiento* de dificultad gradual y permitió en los estudiantes el razonamiento antes que el uso mecánico de los algoritmos, ellos con la previa manipulación de material concreto hizo que los estudiantes reconocieran el valor de los billetes y los ordenaran según su valor de menor a mayor, se consideró pertinente el cambiar el valor de las monedas, pues los participantes opinaron que al usar monedas de S/. 5 por mes, es más sencillo, que usar monedas de S/. 1, ya que los estudiantes las han estudiado previamente y ya la conocen. Estas características permitieron incrementar o fijar otros conocimientos matemáticos como canjes y equivalencias. También observamos que los participantes modificaron los gastos e incluyeron un término matemático no contemplado en el *Episodio en clase* presentado: “gastó el doble del mes anterior”. Los estudiantes debieron determinar el gasto que realizó la niña, lo que propició en ellos la posibilidad de ampliar los conocimientos con otros temas matemáticos como: sucesión, el hallar un patrón e inicio a la multiplicación. Somos de opinión que el problema resulto interesante y útil resolverlo y posibilita la creación de otros problemas al ir variando las cantidades de propinas u otros aspectos, según la creatividad de los profesores y sus estudiantes. Por los aspectos hallados en la propuesta, se signó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema fue el único diferente a los propuestos por los demás participantes, porque incluyó en los gastos el término matemático “doble”, no usado por los demás participantes. Se asignó un puntaje de (4).

Fluidez. Los participantes presentan un problema con un *Requerimiento*. Se asignó un puntaje de (1).

Los participantes alcanzaron un puntaje total de 8 puntos (calificación cualitativa de calidad, categoría media) para su problema, según los criterios establecidos.

¿Cómo propusieron su *Problema Pos*?

La investigadora realizó las indicaciones necesarias, para que, en grupos, los participantes dialoguen, escuchen y argumenten sus propuestas, lleguen a un acuerdo y elaboren un *Problema Pos* de manera grupal, tal como se desarrolló en la actividad N°1.

Cada participante habló de sus propuestas empleando los términos de la estrategia *EPP*. Además, formuló preguntas y respondió a las interrogantes de los demás integrantes de su grupo acerca de los *Problemas Pre* que han planteado.

P1– Yo he planteado de otra manera, (refiriéndose al problema del Episodio en clase).

Investigadora – P2 leyó su *Problema Pre*,

P1 –Allí se especifica el uso del material concreto para desarrollar el siguiente problema.

Investigadora– P1 leyó su problema, las pistas que les dará a sus estudiantes. Además, especificó lo que quiere lograr, los recursos que puede emplear (uso de gráfico en el que ha ubicado los meses y los billetes de menor a mayor valor) y las operaciones matemáticas que pueden realizar los estudiantes al resolver el problema, tanto para saber la cantidad de propinas, como lo que se gastó y perdió.

P2– Tu problema está más fácil.

Continuaron las observaciones y precisiones acerca de los elementos que han considerado en sus *Problemas Pre* y si es pertinente o no incluirlos en el *Problema Pos* que vienen elaborando.

Investigadora– P3 leyó su *Problema Pre*

P1–Tú solo consideras billetes (refiriéndose a P3). Ah, ya te entendí

P3– Todos los estudiantes tendrán la misma respuesta. Porque en el mes de marzo recibirá S/. 10 y los otros cuatro meses colocaran billetes de diferente valor, sin repetir.

*P1– Les saldrá la misma respuesta pero por diferentes caminos. Le daremos billetes, así ellos se darán cuenta. También yo he elaborado un gráfico para que se den cuenta (refiriéndose a su *Problema Pre*).*

P1–Ellos van a jugar con los meses

P2–Ah, de acuerdo al criterio de cada niño.

Investigadora– P1, opinó que la Información debe ser puntual para que los estudiantes no se confundan. Ella precisa que se había estado confundiendo con tanta información.

Investigadora– P3, opinó que es importante que el niño sepa el valor de las monedas. Preciso que, a pesar que en el problema se lee “billete de S/.10”, es importante que el niño conozca el valor de las monedas.

P3– Yo he realizado el Problema Pre con dibujos equivalentes (10 monedas de un sol es igual a un billete de 10 soles).

Investigadora– También, P3 manifestó que es importante no perder la secuencia al enseñar, refiriéndose a la cantidad de dinero, empezando de cantidad menor a cantidad mayor.

Investigadora– Observamos que los participantes disfrutaban, ríen, demuestran seguridad y confianza de sus creaciones, lucen motivados y continúan elaborando su Problema Pos.

P3– Nosotros no podemos decir: “el ejercicio tienen que ser así”. ¿Que estamos haciendo...? Le estamos quitando la creatividad al niño.

P1– El gráfico te ayuda mucho.

P2– En primer grado podemos empezar. Este problema nos puede servir hasta para un tercer grado. Sí, más retador

Los docentes elaboraron su *Problema Pos*. Leyeron reiteradas veces el problema que estaban creando para mejorarlo con el aporte de todos los integrantes de su grupo y se centraron en la dificultad gradual y la pertinencia de las modificaciones que realizaban. También consideraron los posibles caminos que pondrían seguir sus estudiantes para hallar la solución de los problemas, los cuales son varios: cómo resolverlo usando gráficos, resolver paso a paso o primero hallar la cantidad de dinero mensualmente, sabiendo que en marzo recibió S/. 10 y los demás meses de enero a mayo, un billete de diferente valor.

Investigadora– P1 reafirmó la pertinencia del uso de dibujos y esquemas para facilitar la comprensión y resolución por parte de los estudiantes.

Los participantes leyeron el *Problema Pos*, modificaron y cambiaron los verbos para que fuesen pertinentes y faciliten el entendimiento del enunciado en sus estudiantes, tanto para saber lo que reciben de propina como lo que gastarán. Precisarón la cantidad en billetes y monedas que recibirán los estudiantes por mes. A través del diálogo permanente llegaron a un

consenso para cada parte del problema y continuaron resolviéndolo (consideraron resolver el problema usando monedas o billetes), leyendo y mejorando la redacción. Luego de reiteradas intervenciones y después de resolver el problema y verificar la pertinencia de incluir términos matemáticos como: “Gastar el doble del mes anterior”, propusieron su *Problema Pos*, considerando la *Información* y el *Requerimiento* de manera precisa. Al terminar la elaboración de su problema, lucieron motivados y alegres con su propuesta.

En el presente diálogo se pudo apreciar que los participantes usaban los términos de las estrategias *EPP* para dirigirse a sus compañeros y determinaban el propósito de sus propuestas. El tiempo de creación de sus problemas fue menor, debido a que sabían la secuencia de los pasos a seguir y por la curiosidad que tenían por saber sobre los *Problemas Pre* que habían propuesto sus compañeros. Su actitud fue positiva, fueron tolerantes, reían, reflexionaban sobre algunos errores presentados; y se daban ánimo, elogios, críticas constructivas y autocríticas. Al ir conociendo los problemas de cada participante mostraban sorpresa y aceptación.

El análisis de su propuesta lo damos a conocer en la tabla N° 17.

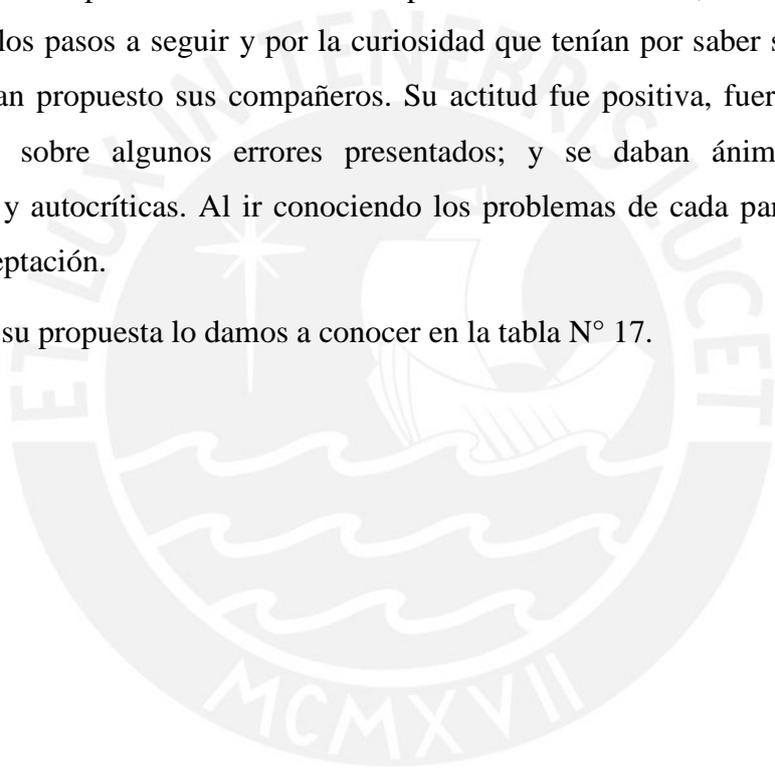


Tabla 17. Rúbrica para analizar el *Problema Pos 2*

Episodio N° 2		Problema propuesto por tres profesores								
Problema Pos	Raquel recibe billetes de diferente valor de menor a mayor (10, 20, 50, 100 y 200 soles) más una moneda de 5 soles por mes. Si quiere ahorrar desde enero hasta mayo y sus gastos son: enero S/. 5 y en los siguientes meses el doble del mes anterior, ¿cuánto ahorra Raquel?	Tipo de problema PAEV de estructura aditiva								
		Combinación						X		
		Cambio								
		Comparación								
						Igualación				
Elementos presentes en el pro	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X		X	
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3		Puntos obtenidos		4		Puntos obtenidos	
PUNTAJE TOTAL 8 (CALIDAD MEDIA)										

Identificamos en los *Requerimientos* de las propuestas (*Problema Pre* y *Problema Pos*) realizadas por los participantes en el *Episodio de clases* N° 2 que presentan aspectos que corresponden a un PAEV de tipo Combinación y de tipo Cambio en una misma propuesta. Los criterios que predominaron para determinar la calidad del problema fueron la Flexibilidad y Originalidad. Con respecto a la Fluidez mostrada, los *Problemas Pre* alcanzaron categoría baja y media de la calidad, según la tabla N° 24. Los *Problemas Pos* obtuvieron una calificación cualitativa de calidad media, según la tabla N° 25.

Desarrollo de la actividad N° 3

Iniciamos la actividad N° 3 haciendo las mismas consideraciones con las que iniciamos el desarrollo de la actividad N° 2.

Episodio en clase N° 3 “El viaje de las frutas que se cosechan en Huaral”

PROBLEMAS PRE PROPUESTOS DE MANERA INDIVIDUAL

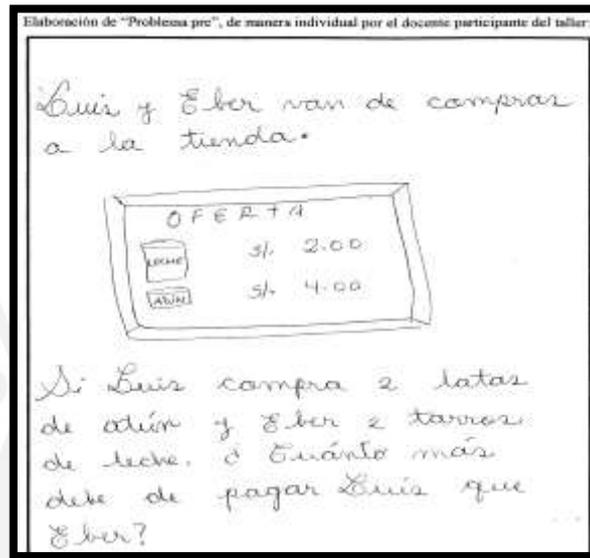


Figura 13. Problema Pre 3.1

En la figura N° 13, se observa que el participante ha elaborado un problema cuyos aspectos corresponden a un problema PAEV tipo Combinación 1 y tipo Comparación 1. Es del tipo Combinación, porque conocido los precios y la cantidad de los productos que se compran (partes), se debe hallar el costo de la compra de cada uno de los estudiantes (todo). Sea $a = 4$ soles, el costo de una lata de atún *card.* (A), y sea $b = 4$ soles, el costo de la otra lata de atún *card.* (B), se debe hallar $a + b = \text{card.}(A \cup B)$ que corresponde a la cantidad total de la compra de Luis.

$$4 + 4 = \text{card.}(A \cup B)$$

Sea $a = 2$ soles el costo de un tarro de leche *card.* (A), y sea $b = 2$ soles el costo del otro tarro de leche *card.* (B), se debe hallar $a + b = \text{card.}(A \cup B)$ que corresponde a la cantidad total de la compra de Eber.

$$2 + 2 = \text{card.}(A \cup B)$$

Por otro lado corresponde a un problema PAEV tipo Comparación 1, porque se conocen las dos cantidades (monto de la compra de cada niño) y se pregunta por la diferencia de más que

tiene la cantidad mayor respecto a la cantidad menor. El *Requerimiento* se halla con una operación de sustracción.

Sea $a = 8$ soles, la cantidad total de la compra de Luis (cantidad mayor), y sea $b = 4$ soles la cantidad total de la compra de Eber, con $a \geq b$, se halla la diferencia:

$$c + 4 = 8$$

El problema propuesto hace posible el descubrimiento o reforzar el uso de las propiedades de asociatividad, conmutatividad y simétrica. Siguiendo las estructuras de un PAEV, según Perú (2013), para facilitar la comprensión del problema en los estudiantes la pregunta se puede formular de la siguiente manera: ¿cuántos soles más debe pagar Luis que Eber? o ¿cuántos soles debe pagar Luis más que Eber? Observamos que el participante ha realizado modificaciones cuantitativas en la *Información* y el *Requerimiento*, ha variado los productos y el precio de cada uno y proporcionó la *Información* mediante el uso de una pizarra, aspecto bastante usual en la forma de presentación de los problemas que se aplican en las evaluaciones censales ECE. Él participante utilizó un contexto *Extra matemático* para acercar las matemáticas a los estudiantes, hace uso de actividades conocidas que se realizan en las escuelas y son significativas para los estudiantes. La resolución del problema resultó útil e interesante, porque son acciones que los estudiantes del III ciclo realizan con frecuencia. En la propuesta, se observaron los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. El *Requerimiento* se presenta de manera gradual, fue de solución alcanzable y fue pertinente resolverlo, pues respondió a las actividades que los estudiantes realizan diariamente y les permitirá usar lo aprendido en el aula en su vida cotidiana. Además, Permite reforzar el razonamiento antes que el uso mecánico del algoritmo, porque los estudiantes deben establecer que “a igual unidad de productos (leche o atún) no le corresponde la misma cantidad de pago”. La presente propuesta permitió también la conexión con otros problemas matemáticos como sucesiones y el doble de un número natural; y, en los grados superiores, puede ser útil para iniciar con progresiones geométricas. Por los aspectos hallados en la propuesta, se asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema presentado en uno de los dos problemas similares entre sí, pero diferente a lo propuesto por los demás porque brindó la *Información* haciendo uso del dibujo de una pizarra y consideró solo dos productos con sus precios respectivos expresados en cantidades conocidas por los estudiantes. Se le asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante presentó un problema con un solo *Requerimiento*, con el propósito que los estudiantes comparen y reconozcan la diferencia entre el precio de cada producto. Se le asignó un puntaje de (1).

El participante alcanzó un puntaje total de 7 puntos (calificación cualitativa de calidad, categoría media) para su problema, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 18.

Tabla 18. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 3.1*

Episodio N° 3 Participante 1		Primer Grado		Licenciado Universidad Estatal		Trabaja con 30 estudiantes				
Problema Pre	Luis y Eber van de compras a la tienda. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block; text-align: center;"> OFERTA Leche S/. 2 Atún S/. 4 </div> Si Luis compra 2 latas de atún y Eber 2 tarros de leche, ¿cuánto más debe de pagar Luis que Eber?					Tipo de problema PAEV de estructura aditiva				
						Combinación		X		
						Cambio				
						Comparación		X		
						Igualación				
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa		Modificación Cuantitativa		Intra matemático		Conceptos matemáticos movilizados			
	Modificación Relacional		Modificación Cualitativa		Extra matemático		Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X		X		X	X	X	
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		1	
PUNTAJE TOTAL 7 (CALIDAD MEDIA)										

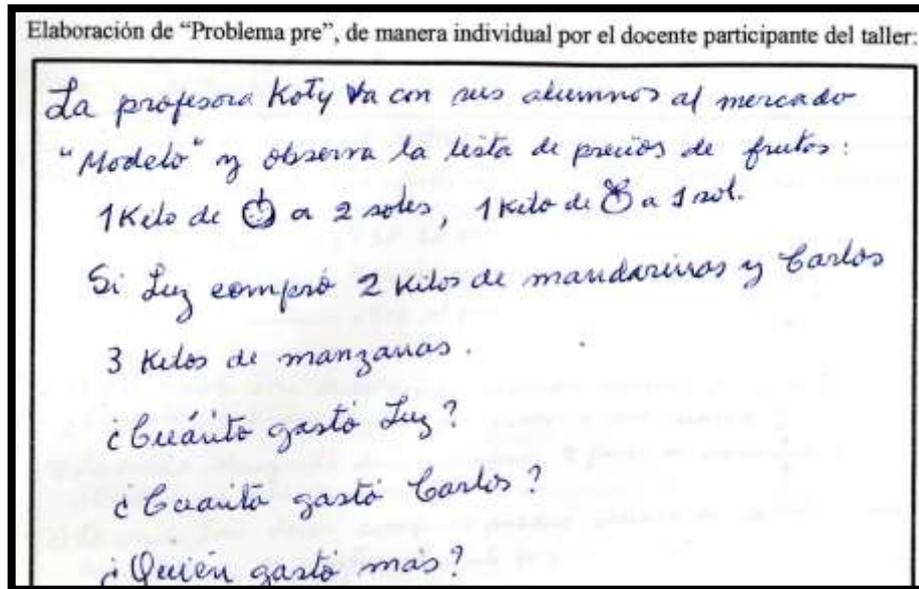


Figura 14. Problema Pre 3.2

En la figura N° 14, se observa que el participante ha elaborado un problema cuyos aspectos corresponden a un problema PAEV tipo Combinación 1 y tipo Comparación 1. Los dos primeros *Requerimientos* corresponden al tipo Combinación, porque conocida la cantidad de los productos y sus precios unitarios por kilo (parte), se debe hallar la cantidad total del pago por la cantidad de fruta que compra cada niño. El tercer *Requerimiento* concuerda con un PAEV tipo Comparación 1, porque conocido, el monto que debe pagar cada niño, se debe hallar la diferencia entre ambas cantidades. Los *Requerimientos* se pueden hallar empleando las mismas identidades que las explicadas en la propuesta *Problema Pre 3.1*.

El problema mostró cómo se puede reforzar el uso de las propiedades de la adición tal como hemos detallado en el análisis del *Episodio en clase* anterior. El participante realizó modificaciones cuantitativas en la *Información* y el *Requerimiento* porque varió los productos, sus precios y lo dio a conocer en un contexto *Extra matemático* muy cercano a sus estudiantes: la actividad de venta de frutas en el mercado, lugar al que los estudiantes asisten con frecuencia. Siguiendo las estructuras de un PAEV, según Perú (2013), para facilitar la comprensión del problema en los estudiantes, la pregunta se puede formular de la siguiente manera: ¿cuántos soles más gastó Luz que Carlos? En la propuesta se observa los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. La propuesta presenta solución alcanzable y el *Requerimiento* es de dificultad gradual. Adicionalmente, permite realizar conexiones con otras áreas de estudio y con nuevos

temas matemáticos como comparación, equivalencia y multiplicación (como lo sugirió el participante). Por los aspectos hallados en la propuesta, se asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema presentado si bien fue similar al de otro participante, se distinguió de los otros propuestos por los demás, porque considera el incluir las actividades de compra y venta en el mercado. Se asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante presenta un problema con tres *Requerimientos*. Se asignó un puntaje de (3).

El participante alcanzó un puntaje total de 9 puntos (calificación cualitativa de calidad alta) para su problema, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 19.

Tabla 19. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 3.2*

Episodio N° 3		Segundo Grado		Licenciado		Trabaja con 26 estudiantes				
Participante 6				Instituto Pedagógico						
Problema Pre	La profesora Koty va con sus estudiantes al mercado “Modelo” y observa la lista de precios de las frutas: 1 kilo de mandarinas a 2 soles, 1 kilo de manzanas a 1 sol. Si Luz compró 2 kilos de mandarinas y Carlos 3 kilos de manzanas. ¿Cuánto gastó Luz?, ¿cuánto gastó Carlos?, ¿quién gastó más?						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva			
							Combinación			X
							Cambio			
							Comparación			X
							Igualación			
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X	X		
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	
	PUNTAJE TOTAL 9 (CALIDAD ALTA)									

PROBLEMA POS PROPUESTO DE MANERA GRUPAL

Los participantes propusieron sus *Problemas Pos*, siguiendo la estrategia y consideraciones detalladas en el Actividad N°2.

Elaboración de "Problemas pos", de manera grupal. Grupo

El profesor Julio va con sus estudiantes a la tienda y observa el cartel de precios.

LISTA DE PRECIOS	
Frasco de Mermelada	S/ 3
Frasco de Yogurt	S/ 5
Botella de Jugo	S/ 2

El profesor pide a sus estudiantes que compren los siguientes productos.

Carmen compra 3 frascos de yogurt y 4 botellas de jugo.

Luis compra: 4 frascos de mermelada, 1 botella de jugo y 2 frascos de yogurt.

Pregunta a los demás estudiantes:

¿Quién pagará más?

Si, Carmen paga con S/ 50 soles ¿Cuanto recibirá de vuelto?

Si, Luis paga con S/ 100 soles ¿Cuanto recibirá de vuelto?

¿Por cuántos soles más paga Luis que Carmen?

¿Cuanto pagarán entre los dos?

Figura 15. Problema Pos 3

En la figura N° 15, se observa que los participantes han elaborado un problema cuyas características corresponden a un problema PAEV tipo Combinación 1 y 2, tipo Comparación 1 y tipo Igualación 2. Fue de tipo Combinación porque, conocido el precio de los productos y la cantidad (partes) que compra cada uno de los estudiantes, Carmen o Luis, fue necesario hallar el precio total de las compras (todo) para poder dar respuesta a los *Requerimientos* que presentó el problema. El primer *Requerimiento* correspondió a un PAEV tipo Comparación 1 porque, halladas las dos cantidades (monto de las compras de los dos estudiantes) se preguntó por la diferencia de más, en este caso "quién pagará más". Siguiendo las estructuras de un PAEV, según Perú (2013), para facilitar la comprensión del problema en los estudiantes, el

Requerimiento se puede formular de la siguiente manera: ¿cuántos soles más pagará Carmen que Luis? El segundo y tercer *Requerimiento* corresponden a un PAEV tipo Combinación 2 porque, conocidos el monto de las compras (parte) y el monto del billete (todo), se debió hallar el vuelto (la otra parte). El cuarto *Requerimiento* correspondió a un PAEV tipo Igualación 2 porque, conocidos los valores de los billetes: Luis S/. 100 (la cantidad mayor) y Carmen S/. 50 (cantidad menor), se debía hallar la disminución de la cantidad mayor para que fuera igual a la menor. Debemos acotar que los *Requerimientos* también se pudieron encontrar empleando las mismas identidades que las explicadas en la propuesta (*Problema Pre 3.1*).

El quinto *Requerimiento* correspondió a un PAEV tipo Combinación 1 porque, conocidas las dos partes (cantidad que debe pagar cada niño por sus compras), se debe hallar el monto total de ambos (todo). Ahora bien, este *Requerimiento* también se pudo determinar empleando la identidad explicada en la propuesta (*Problema Pre 1.1*). En la propuesta, se apreció el modo como, a partir de un solo problema, se pueden enseñar varios temas matemáticos con más facilidad a los estudiantes, ya que ellos comprenden mejor los ejercicios propuestos si se encuentran familiarizados con dicho problema.

Los participantes realizaron modificaciones cuantitativas tanto en la *Información*, al incrementar la cantidad de productos. Ellos plantearon en su problema cinco *Requerimientos* y los presentaron de manera secuencial, de acuerdo con su dificultad. El problema resultó interesante porque responde a la realidad cotidiana de los estudiantes, ya que ellos compran frutas con frecuencia. En la propuesta, se observaron los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. El problema presentó los *Requerimientos* con un orden de dificultad gradual. Además, es importante señalar que el hecho que los estudiantes debían hallar el todo, hizo que el problema propiciara en ellos el desarrollo del pensamiento antes que el uso mecánico del algoritmo, puesto que debían analizar y elegir la *Información* necesaria que le permitiera encontrar los *Requerimientos*. Vemos en la propuesta que los participantes también incluyeron la comparación y el hallazgo de la diferencia del valor de los billetes que posee cada niño en el problema, aspecto que permitió la inclusión de otro tema matemático como la comparación. Por los aspectos hallados en la propuesta, se le asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema presentado fue similar al de otra propuesta, pero diferente a las demás, porque además del incremento en la cantidad de productos, incluyó el hallazgo de la

diferencia entre los valores de los billetes que tienen cada uno de los dos estudiantes en el problema. Se le asignó un puntaje de (3).

Fluidez. Los participantes propusieron un solo problema, pero con cuatro *Requerimientos*. Se le asignó un puntaje de (4).

Por lo tanto, los participantes alcanzaron un puntaje total de 10 puntos (calificación cualitativa de calidad, categoría alta) para su problema.

¿Cómo propusieron su *Problema Pos*?

Los participantes reunidos en grupo de tres, luego de haber propuesto sus *Problemas Pre*, intercambian sus creaciones, resaltando, la manera cómo brindarían la información a sus estudiantes.

P1– Yo he dibujado los frascos de mermelada y botellas de jugo. Y tú ¿cómo hiciste?

P2–Yo lo he realizado más sencillo, porque es un Problema Pre.

P1– Has incluido en tu pizarra los precios, ¡ah! y las ofertas.

Investigadora– P3 lee su *Problema Pre* y menciona que ha incluido dibujos para representar los frascos de mermelada y vasos de yogurt con sus respectivos precios, con el propósito de que sus estudiantes comparen la cantidad de productos y sus precios unitarios. Además, explicó cómo lo harán.

P3– Los estudiantes sumarán y hallarán el costo total de la compra de cada niño. Luego, restarán para y hallar la diferencia del pago que debe realizar cada niño.

P2– Yo he realizado dibujos que representan a los frascos de mermelada y las botellas de jugo, para que ellos entiendan el problema y coloquen el precio que le corresponde a cada uno guiándose con las imágenes.

P3– ¡Ah! para que relacionen el dibujo con el precio de cada uno.

P2– Entonces, cuántos productos colocamos...debe ser más retador

P1– Coloquemos tres productos mermelada, jugos...

P3– Y yogurt...a 5 soles

Investigadora– Los participantes, a medida que intercambiaban sus experiencias y consideraban los aportes pertinentes de cada uno de los integrantes, fueron creando su

Problema Pos. Realizaron, además, actividades como la lectura de los problemas, la resolución y la precisión de la *Información* y el *Requerimiento*. Luego, continuaron dialogando para mejorar su propuesta y opinaron acerca de los temas matemáticos que podían desarrollar.

Investigadora– P2 continúa escribiendo el *Problema Pos*, lo lee y resuelve.

P1– Ah, con este problema, los estudiantes pueden comparar.

P3– Con el mismo problema, podemos variar el *Requerimiento* de “¿cuánto más? a ¿cuánto menos?”

Investigadora– Felicita sus avances.

Participantes– Estamos trabajando bien.

Investigadora– Excelente... ¿Será posible el incluir el uso de los billetes con los que hemos trabajado en el Episodio en clase anterior?

Participantes– siiiii

P1– ¿Con que billetes podemos pagar...? Es posible incluir billetes y monedas

P3– Podemos usar billetes y monedas.

P1– Según sean el costo de las compras, esta cantidad con un billete de 50 y esta otra con un billete de 100.

Investigadora– ¿Será posible el juntar los tres problemas que ha propuesto en uno solo?

Participantes– siiiii.

Participante 2– Si podemos sumar el gasto de los tres o compararlos.

P3– Podemos ver con que billete se puede pagar.

P2– Mira...(refiriéndose a las distintas maneras que han desarrollado su *Problema Pos*) como los problemas se pueden desarrollar de diferentes maneras y llegar a una misma respuesta.

Investigadora– Si, y todas son válidas ¿verdad?

P3– Sí, pero muchas veces en el aula no se llevan a la práctica. Nosotros les damos muchos problemas a los estudiantes y allí estamos mal.

P1– No aprovechamos lo que se puede analizar en un mismo problema. Podemos trabajar un tema, luego otro y otro.

Investigadora– Solo queremos respuestas numéricas y no valoramos el proceso.

P1– Se pierde la oportunidad de aprovechar los problemas

P3– No vemos el proceso y nos limitamos a calificar mal, mal, mal, mal.

P1– Yo en quinto grado pedía su proceso.

Investigadora– ¿Los estudiantes compartían sus procesos con sus compañeros?

P1– Si, lo hacían en la pizarra.

P3– Nosotros, en tercero (refiriéndose a P2 y a él), hemos trabajado los procesos para hallar la solución de un problema expresado en el libro, los estudiantes tenían que dibujar lo que entendían del problema.

P1– Los dibujos son de mucha ayuda.

Los participantes terminan de proponer su *Problema Pos* y lo dieron a conocer a todos los participantes. Felicitamos su trabajo. Ellos lucieron alegres, satisfechos y bastante motivados.

El diálogo anterior resultó bastante alentador para la investigadora, pues se observó mayor dominio de las estrategias *EPP*: los participantes opinaban y argumentaban el porqué de sus propuestas, y lo que pretendían lograr con sus estudiantes de acuerdo a sus experiencias. Además, reflexionaron sobre su práctica docente y reconocieron la capacidad que poseen los estudiantes, desde el primer grado, para crear sus propios problemas matemáticos. El análisis de su propuesta lo damos a conocer en la tabla N° 20.

Tabla 20. Rúbrica para analizar el *Problema Pos 3*

Episodio N° 3		Problema propuesto por tres profesores								
Problema Pos	El profesor Julio va con sus estudiantes a la tienda y observa el cartel de precios: <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">LISTA DE PRECIOS</p> <p>Frasco de mermelada S/. 3</p> <p>Frasco de Yogurt S/. 5</p> <p>Botella de jugo S/. 2</p> </div> El profesor le pide a dos estudiantes que compren los siguientes productos: Carmen, compra 3 frascos de yogurt y 4 botellas de jugo. Luis, compra 4 frascos de mermelada, 1 botella de jugo y 2 frascos de yogurt. Les pregunta los demás estudiantes: ¿Quién pagará más? ¿Cuánto pagarán entre los dos? Si Carmen paga con 50 soles, ¿cuánto recibirá de vuelto? Si Luis paga con 100 soles, ¿cuánto recibirá de vuelto? ¿Cuánto soles más pagará Luis que Carmen?	Tipo de problema PAEV de estructura aditiva								
		Combinación		X						
		Cambio								
		Comparación		X						
Igualación		X								
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X	X		
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		4	
PUNTAJE TOTAL 10 (CALIDAD ALTA)										

Identificamos en los *Requerimientos* de las propuestas *Problema Pre* y *Problema Pos*, realizadas por los participantes en el *Episodio de clases* N°3, que presentaron aspectos correspondientes a uno, dos, tres o cuatro tipos de PAEV en una misma propuesta. En estos, predominaron los de tipo Combinación y tipo Comparación. Se evidenció que, en los *Problemas Pre*, el criterio que predominó fue la Flexibilidad, el cual alcanzó el nivel 3 en 5 de los 6 participantes. Por otro lado, el nivel 1 fue el más reiterativo en el criterio de Originalidad, y en el criterio de Fluidez predominaron los niveles 1 y 2, según la tabla N° 24. En los *Problemas Pos*, destacó el criterio de Fluidez, el cual alcanzó el nivel 4 en ambas propuestas. El criterio de Originalidad se mantuvo en nivel 3, según la tabla N° 25. En esta actividad se hizo evidente la mejora de la capacidad creadora de los participantes, ya que 5 de las 6 propuestas de *Problemas Pre* obtuvieron calificación cualitativa de categoría media y la otra propuesta de *Problema Pre* y la propuesta de *Problema Pos* obtuvieron una calificación cualitativa de categoría alta, según las tablas N° 24 y N° 25.

Desarrollo de la actividad N° 4

Iniciamos la actividad N° 4 con las mismas consideraciones realizadas en las actividades anteriores. Posteriormente, se dio a conocer el *Episodio en clase* N° 4 “**El campo de cultivo del abuelito de Ronaldo**”.

PROBLEMAS PRE PROPUESTOS DE MANERA INDIVIDUAL

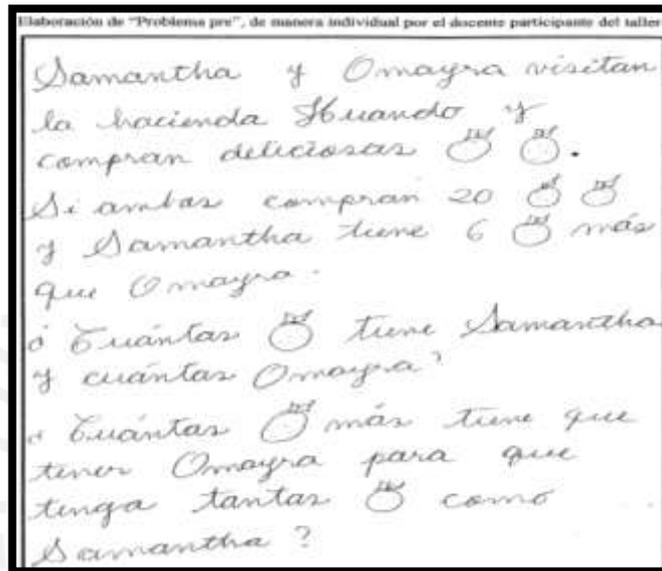


Figura 16. Problema Pre 4.1

En la figura N° 16, se observa que el participante propuso un problema cuyos aspectos corresponden a un problema PAEV tipo Comparación 1 y tipo Igualación 1. El primer *Requerimiento* fue de tipo Comparación 1, porque se conocía la diferencia “de más” que tenía la cantidad mayor con respecto a la cantidad menor, pero no se conocían las dos cantidades a comparar (proceso inverso): se debía hallar la cantidad de naranjas que tenía cada niña respetando la cantidad total que le correspondía a ambas, pero en distintas cantidades. El *Requerimiento* se halla con dos operaciones de sustracción y una de adición.

- Sea $a = 20$ la cantidad total de naranjas que le corresponden a las dos niñas, pero en cantidades diferentes (cantidad mayor); y sea $b = 6$ la cantidad de más de naranjas que tiene Samantha. Con $a \geq b$, se halla la diferencia que corresponde a las dos niñas, como aquel número c que sumado con b da como resultado a .

$$c + 6 = 20$$

- Sea $a = 14$ la cantidad total de naranjas que le corresponden a las dos niñas en partes iguales (cantidad mayor), y sea $b = 7$ la cantidad de naranjas que tiene Omayra con

$a \geq b$, se halla la diferencia que corresponde a la otra parte de las naranjas que tiene Samantha como aquel número c que, sumado con $b = 7$, da como resultado $a = 14$, donde $c = b \Rightarrow b = c$. En este aspecto, observamos que se cumple la propiedad simétrica.

$$c + b = 14$$

- Finalmente, sabiendo que Samantha tenía $a = 6 \text{ card. (A)}$, naranjas más que Omayra y que tenía $b = 7 \text{ card. (B)}$, naranjas más del reparto equitativo, hallamos $a + b = \text{card. (AUB)}$ como la cantidad total de naranjas que compró Samantha.

$$6 + 7 = \text{card. (AUB)}$$

- El segundo *Requerimiento* correspondió a un PAEV tipo Igualación porque se preguntó por el aumento que debe recibir la cantidad menor (cantidad de naranjas que tiene Omayra) para que sea igual a la cantidad mayor (cantidad de naranjas que tiene Samantha). El *Requerimiento* se pudo hallar empleando la identidad explicada en el *Requerimiento 1* de la propuesta (*Problema Pre 1.1*).

El participante presentó su propuesta en un contexto *Extra matemático* que correspondía a la cultura huaralina. Este hecho fue interesante puesto que, en la vida cotidiana, los estudiantes compran y consumen frutas con frecuencia. El participante realizó modificaciones cuantitativas en la *Información* y el *Requerimiento* porque varió la cantidad de frutas recibidas. En la propuesta se observaron los siguientes aspectos o indicadores de creatividad: **Flexibilidad.** El problema del *Episodio en clase* fue considerado como “difícil” por el participante, en ese sentido, presentó el *Requerimiento* de manera gradual para que los estudiantes comprendan el problema. Asimismo, el participante sugirió el uso de material concreto o de las mismas frutas como apoyo. Opinamos que el problema permite la propuesta de otros problemas matemáticos y refuerza las nociones de suma, diferencia y comparación de números naturales. Por los aspectos hallados en la propuesta, se le asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema fue similar al de otro participante, pero diferente a las demás creaciones, porque propone un *Requerimiento* no contemplado por los otros participantes como la pregunta: ¿cuántas naranjas más tiene que tener Omayra para poseer tantas como Samantha? Se le asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante propuso un solo problema pero con dos *Requerimientos*, lo que propició el establecer diferencias y semejanzas entre las cantidades de naranjas. Se asignó un puntaje de (2), con el cual el participante alcanzó un puntaje total de 8 puntos (calificación

cualitativa de calidad, categoría media) para su problema, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 21.

Tabla 21. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 4.1*

Episodio N° 4		Primer Grado		Licenciado		Trabaja con 30 estudiantes				
Participante 1				Universidad Estatal						
Problema Pre	Samantha y Omayra visitan la hacienda Huando y compran deliciosas naranjas. Si ambas compran 20 naranjas y Samantha tiene 6 más que Omayra. ¿Cuántas naranjas tiene Samantha y cuántas tiene Omayra?, ¿cuántas naranjas más tiene que tener Omayra para que tenga tantas como Samantha?						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva			
							Combinación			
							Cambio			
							Comparación		X	
							Igualación		X	
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X	X		
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		3	Puntos obtenidos		2	
	PUNTAJE TOTAL 8 (CALIDAD MEDIA)									

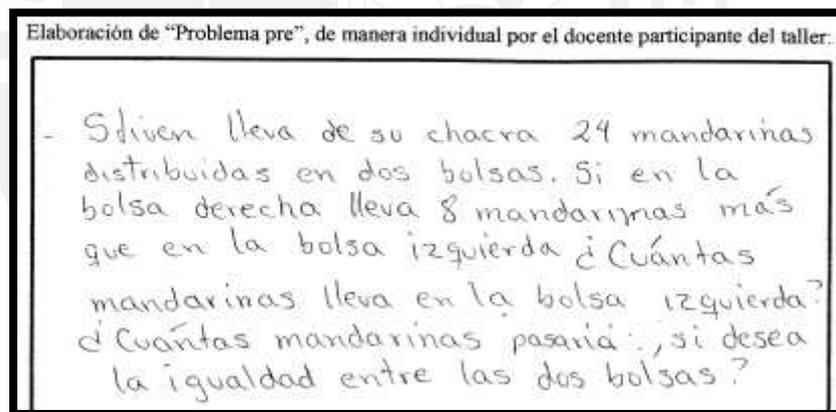


Figura 17. Problema Pre 4.2

En la figura N° 17, se observa que el participante propuso un problema cuyos aspectos corresponden a un problema PAEV tipo Comparación 1 y tipo Igualación 2. El primer *Requerimiento* lo relacionamos como del tipo Comparación 1, porque se evidencia diferencia con la propuesta establecida para este tipo de problema en Perú (2013). En este caso no se conocen las dos cantidades (mayor y menor), pero si se conocen la diferencia de “más” y el total de mandarinas que lleva Stiven, con esta *Información* y previo razonamiento antes que el uso mecánico de algoritmos, se deben realizar operaciones de sustracción y determinar, luego, la cantidad de mandarinas que lleva Stiven en cada mano

(*Requerimiento*). El segundo *Requerimiento* lo relacionamos con el tipo Igualación 2 porque la propuesta presentó ciertos cambios en el enunciado ya establecidos para este tipo de problemas y porque trató de conservar la misma cantidad de elementos, pasándolos de un lugar a otro para establecer la igualdad, es decir, se trató de disminuir la cantidad mayor e incrementar la cantidad menor. Hallar el *Requerimiento* consistió en determinar, a través de operaciones de sustracción (quitar de la cantidad mayor) y adición (aumentar a la cantidad mayor), la misma cantidad que requería la *Información*. El problema presentó modificación cuantitativa en la *Información* y en el *Requerimiento* porque se varió la cantidad, el tipo de las frutas y la diferencia entre la cantidad de ellas. Se presentó en un contexto *Extra matemático* y se consideró incluir términos conocidos por los pobladores de Huaral como “chacra”. Presentó solución alcanzable y única y permitió el uso del razonamiento antes que el uso mecánico del algoritmo. Cabe añadir que el primer *Requerimiento* también se puede encontrar mediante el empleo de las mismas identidades explicadas para hallar el primer *Requerimiento* en la propuesta (*Problema Pre 4.1*). Luego de haber hallado el primer *Requerimiento*, se supo que Stiven llevaba 16 mandarinas en la bolsa de la mano derecha y 8 mandarinas en la bolsa de la mano izquierda. Para determinar el segundo *Requerimiento* y, así, establecer la igualdad entre ambas bolsas, se pueden usar las siguientes identidades:

Sea $a = 16$, la cantidad de mandarinas que lleva Stiven en la bolsa de la mano derecha (cantidad mayor), y sea $b = 8$, la cantidad de mandarinas que lleva Stiven en la bolsa de la mano izquierda, con $a \geq b$, se halla la diferencia de mandarinas que hay entre las dos bolsas, como aquel número c que sumado b con da como resultado a .

$$c + 8 = 16$$

- Una vez conocida la diferencia de mandarinas entre ambas bolsas y para establecer la igualdad, se puede utilizar la siguiente identidad. Sea $a = 8$ la diferencia de mandarinas que hay entre ambas bolsas (cantidad mayor) y sea $b = 4$ la cantidad de mandarinas que se tiene que pasar de la bolsa de la mano derecha a la bolsa de la mano izquierda, se halla la diferencia como aquel número c que sumado con b da como resultado a , donde $c = b$

$$c + 4 = 8$$

En la propuesta se observa los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. El problema presentó el *Requerimiento* con dificultad gradual. Asimismo, el participante sugirió el uso de material concreto para facilitar en los estudiantes el razonamiento y la pertinencia de elegir y realizar la operación matemática correspondiente y el hallazgo de la solución de diferentes formas. Por los aspectos hallados en la propuesta, se le asignó un puntaje de (3).

Originalidad. El problema fue uno de los dos similares entre sí, pero diferente a las demás propuestas, porque propuso un *Requerimiento* no contemplado por los otros participantes como: ¿cuántas mandarías pasaría, si desea la igualdad entre las dos bolsas? Se asignó un puntaje de (3).

Fluidez. El participante presentó un solo problema con dos *Requerimientos*, lo que debería propiciar en los estudiantes el descubrimiento que para establecer la igualdad entre las dos cantidades distintas, no se establece al pasar toda la diferencia de una bolsa a la otra, sino con tal solo pasar la mitad de la diferencia de la cantidad mayor a la cantidad menor. Considerando este último aspecto, se posibilita la creación de nuevos problemas orientados a trabajar la noción de doble y mitad, y números pares e impares. Se le asignó un puntaje de (2).

Por lo tanto, el participante alcanzó un puntaje total de 8 puntos (calificación cualitativa de calidad media) para su problema, según los criterios establecidos, tal como se aprecia en la tabla N° 24.

Tabla 22. Rúbrica para analizar el *Problema Pre 4.2*

Episodio N° 4 Participante 6		Segundo Grado		Licenciado Instituto Pedagógico		Trabaja con 26 estudiantes					
Problema Pre	Stiven lleva de su chacra 24 mandarinas distribuidas en dos bolsas. Si en la bolsa de la mano derecha lleva 8 mandarinas más que en la bolsa izquierda, ¿cuántas mandarinas lleva en la bolsa izquierda? ¿Cuántas mandarinas pasaría, si desea la igualdad entre las dos bolsas?					Tipo de problema PAEV de estructura aditiva					
						Combinación					
						Cambio					
						Comparación		X			
Igualación		X									
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO				
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados				
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden	
	X		X			X	X	X			
	CALIDAD DEL PROBLEMA										
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ				
	Puntos obtenidos		3		Puntos obtenidos		3		Puntos obtenidos		2
	PUNTAJE TOTAL 8 (CALIDAD MEDIA)										

PROBLEMA POS PROPUESTO DE MANERA GRUPAL

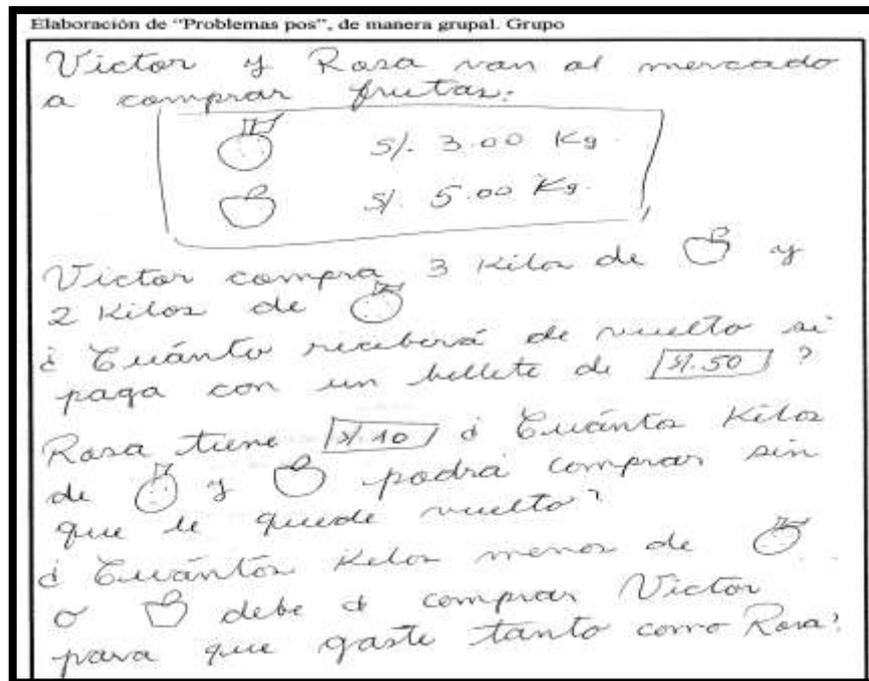


Figura 18. Problema Pos 4

En la figura N° 18, se observa que los participantes han elaborado un problema cuyos aspectos corresponden a un problema PAEV tipo Combinación 1 y 2, tipo Comparación 2 y tipo Igualación 2, por las siguientes consideraciones:

- El primer *Requerimiento* correspondió a un PAEV de tipo Combinación 1 y 2 porque, conocida el tipo de fruta y el precio de cada kilo (parte), los estudiantes debían hallar el valor del costo de la compra que realizó cada niño (todo); y, en un segundo momento, conocido el monto de la compra que realizó el niño (parte) y el valor del billete (todo) con que pagó la cantidad de su compra, los estudiantes debían hallar el vuelto que recibió (la otra parte). Cabe acotar que los *Requerimientos* se pueden hallar empleando las mismas identidades que las explicadas en la propuesta (*Problema Pre 1.1*).
- El segundo *Requerimiento* correspondió a un PAEV tipo Comparación 2 porque. se conocía el todo (billete de S/. 10) y, de forma análoga al desarrollo mostrado en el primer *Requerimiento*, se debía hallar o identificar las partes (cantidad de kilos de frutas que se puede comprar según su valor), por un importe exacto de S/. 10. El *Requerimiento* se puede hallar empleando la identidad explicada en la propuesta (*Problema Pos 1*).

- En el tercer *Requerimiento* se identificó un problema PAEV tipo Comparación 2 porque, una vez conocida la cantidad del pago que debía efectuar cada niño, los estudiantes debían hallar la diferencia entre ambas cantidades a través de operaciones sencillas de sustracción. El *Requerimiento* se puede hallar empleando la misma identidad que la explicada en la propuesta (*Problema Pre1.1*).
- El cuarto *Requerimiento* corresponde a un PAEV del tipo Igualación 2 porque, conocido el valor de las compras, la diferencia entre el valor del pago que debía efectuar cada niño y la diferencia del valor de los billetes que tenía cada uno, debían hallar la cantidad menor de frutas expresadas en kilos que debía comprar el niño (cantidad mayor) para que gastara lo mismo que la niña (cantidad menor). Los *Requerimientos* se pueden hallar empleando las identidades explicadas en la propuesta (*Problema Pre 4.1*).

También se observó que los participantes realizaron modificaciones cuantitativas en la *Información* y en el *Requerimiento* y acercaron las matemáticas a sus estudiantes a través de un contexto *Extra matemático*. El problema fue de solución única y su importancia estriba en que presenta acciones que los estudiantes realizan con frecuencia en su vida cotidiana. En la propuesta, se observaron los siguientes aspectos o indicadores de creatividad:

Flexibilidad. El *Requerimiento* del problema fue de dificultad gradual. Además, permitió la conexión con otros temas matemáticos como equivalencia y uso del kilogramo. También propicia el razonamiento antes que el uso mecánico del algoritmo, porque los estudiantes debían decidir cuáles de las frutas y qué cantidad en kilos de ellas permitía el hallazgo del *Requerimiento* del problema. Por los aspectos señalados en la propuesta, se le asignó un puntaje de (3).

Originalidad. Fue el único problema diferente al propuesto por los demás participantes del taller, porque requería que los estudiantes establecieran la igualdad entre la cantidad de frutas, expresados en kilos son sus respectivos precios. Se asignó un puntaje de (4).

Fluidez. Los participantes propusieron un problema con tres *Requerimientos* que permitió el razonamiento de los estudiantes al tener que establecer equivalencias y diferencias entre el valor de las frutas, expresado en kilos, y el valor de los billetes que tiene cada niño. Se asignó un puntaje de (3).

Los participantes alcanzaron un puntaje total de 10 puntos (calificación cualitativa de calidad, categoría media) para su problema, según los criterios establecidos.

¿Cómo propusieron el *Problema Pos*?

De manera similar al trabajo realizado en los *Episodios de clase* anteriores, los participantes compartieron sus *Problemas Pre*. Ellos identificaron y dieron a conocer la *Información* dada en sus problemas que les puede servir a los estudiantes para que puedan resolver y hallar el *Requerimiento*.

Investigadora– Felicita sus avances y le da ánimo.

P1– ¿Qué nombres colocamos en el problema?

P2– Yo he puesto Víctor, es el nombre de uno de mis estudiantes, dime tú el nombre de uno de tus estudiantes.

P3– Escribe Rosa...

P1– Víctor y Rosa.

P2– ¿Dónde van a comprar?...

P3– La chacra está muy lejos.

P1– Plaza Vea...No, mejor al mercado de frutas.

P2– Si está mejor y ¿qué comprarán?

P1– ¿Qué frutas hay ahora en el mercado?

P2– Naranja de jugo y la otra naranja para comer. ¿Está bien? Dirigiéndose a la investigadora.

Investigadora– Para precisar mejor la *Información*, les sugiero incluir dos clases de frutas distintas.

P2– Escribe naranjas y manzanas.

Investigadora– Los participantes se pusieron de acuerdo para colocar los precios de las naranjas y las manzanas respectivamente. Asimismo, acordaron dar a conocer los precios de las frutas en una pizarra e incluir, en su problema, el uso de los billetes trabajados en la actividad anterior; y, para que su *Problema Pos* correspondiera al tipo Igualación, brindado en el *Episodio en clase* propusieron lo siguiente.

P1– Víctor compra 3 kilos de manzanas y 2 kilos de naranjas.

P2– ¿Cuánto recibirá de vuelto si paga con un billete de S/. 50?

P1– Rosa tiene S/. 10. ¿Cuántos kilos de fruta podrá comprar sin que le quede vuelto? ¿Está bien?

Investigadora– Para evitar confusiones en los estudiantes, sería pertinente especificar qué cantidad de frutas

Investigadora– Los participantes se pusieron de acuerdo y precisaron el Requerimiento.

P1– Rosa tiene S/. 10. ¿Cuántos kilos de naranjas y manzanas podrá comprar sin que le quede vuelto?

P3– Pero no es de Igualación, (refiriéndose al tipo de problema PAEV)

P1– Ah,...entonces ¿cuántos kilos menos de naranjas o manzanas debe comprar Victor para que gaste tanto como Rosa?

Ellos dan a conocer su problema a todos los participantes del taller.

Investigadora– Felicita el trabajo realizado por todos los participantes y propicia el intercambio opiniones a través de las siguientes preguntas:

- 1. ¿Los estudiantes serán capaces de crear sus propios problemas?*
- 2. ¿Desde qué edad o grado de estudios podrán crear sus problemas?*
- 3. ¿Cómo podemos trabajar los problemas presentados en los textos escolares o los presentados en las evaluaciones censales?*

Los participantes, al término de las actividades, opinaron que los estudiantes pueden crear sus problemas desde los primeros grados, y tienen la intención de trasladar la estrategia *EPP* (la consideran apropiada y fácil de poder realizarla) a sus aulas con dos propósitos:

1. Como estrategia para la mejora de su labor de enseñanza- aprendizaje, mediante el acercamiento de los problemas de los textos y evaluaciones censales (los considerarán como problemas *Episodio en clase*) de manera contextualizada, con la *Información* pertinente, al incluir el léxico que es conocido por sus estudiantes para, luego, recién brindarles a estos los problemas de los textos y evaluaciones censales con las dudas aclaradas.
2. Para propiciar en los estudiantes la creación de sus propios problemas y, así, fortalecer la adquisición de conocimientos matemáticos a través de su propio descubrimiento.

El análisis de su propuesta lo damos a conocer en la tabla N° 23.

Tabla 23. Rúbrica para analizar el *Problema Pos 4*

Episodio N° 4		Problema propuesto por tres profesores								
Problema Pos	Víctor y Rosa van al mercado a comprar frutas.						Tipo de problema PAEV de estructura aditiva			
	Naranja 1 Kg. S/. 3 Manzana 1 Kg. S/. 5						Combinación	X		
							Cambio			
	Víctor compra 3 kilos de manzanas y 2 kilos de naranjas. ¿Cuánto recibirá de vuelto si paga con un billete de S/. 50? Rosa tiene un billete de 10 soles. ¿Cuántos kilos de naranjas y manzanas podrá comprar sin que le quede vuelto? ¿Cuántos kilos menos de naranja o manzana debe comprar Víctor para que gaste tanto como Rosa?						Comparación	X		
							Igualación	X		
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO			
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados			
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden
	X		X			X	X	X		
	CALIDAD DEL PROBLEMA									
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ			
	Puntos obtenidos		3		Puntos obtenidos		4		Puntos obtenidos	
PUNTAJE TOTAL 10 (CALIDAD ALTA)										

Al término de la actividad N°4 identificamos en los *Requerimientos* de las propuestas tanto de los *Problemas Pre* como de los *Problemas Pos* realizadas por los participantes en el *Episodio de clase* N°4 que presentaron aspectos que correspondían a dos o tres tipos de PAEV en una misma propuesta, en los que predominaban los de tipo Comparación y del tipo Igualación, según la tablas N° 24 y N° 25. En los *Problemas Pre*, el criterio más recurrente fue la Flexibilidad 5 de 6 participantes alcanzaron nivel 3 en el criterio de Originalidad 3 de 6 participantes alcanzaron nivel 3, mientras que los 6 participantes alcanzaron nivel 2 en el criterio de Fluidez. En los *Problema Pos*, predominaron los criterios de Originalidad y Fluidez alcanzando el nivel 3 y 4, mientras que la Flexibilidad alcanzó nivel 3 en ambas propuestas. Las propuestas de *Problemas Pre* evidencian una calificación cualitativa de calidad de categoría media, mientras que las propuestas de *Problema Pos* obtuvieron una calificación cualitativa de categoría alta.

Al concluir el desarrollo del taller con la aplicación de la actividad N° 4 recordamos la estrategia *EPP* trabajadas en las cuatro actividades. Luego iniciamos la retirada del escenario y respondimos a su pedido de los participantes de que los acompañemos en su labor de creación de problemas con sus estudiantes. Se les respondió que el acercamiento continuará,

lo que les permitirá trasladar la creación de problemas *EPP* por *Variación* o por una *Situación dada* a temas de Aritmética, Geometría, Estadística y otros, para los Ciclos III, IV y V de Educación Primaria. Los participantes manifestaron la pertinencia de la estrategia *EPP* para la creación de problemas y su intención de trasladar lo aprendido a sus aulas. Asimismo, opinaron que los estudiantes poseen la capacidad de crear problemas desde los primeros grados y reconocieron que no habían confiado en la capacidad de sus estudiantes para la creación de problemas, por lo tanto, no les habían brindado la oportunidad de crear sus problemas para que construyesen sus aprendizajes de manera significativa con su participación activa.

Resumen de los análisis a los problemas propuestos

En esta sección, presentamos la síntesis de los análisis realizados con respecto a la calidad de los problemas propuestos por los participantes del taller, al desarrollar las cuatro actividades programadas en nuestra investigación. Hemos organizado la información en dos cuadros, el primero corresponde a los resultados obtenidos de los *Problemas Pre* creados por los seis participantes (seleccionados según los criterios dados a conocer en las tablas N° 6 y N° 7 de manera individual y el segundo cuadro corresponden a los resultados obtenidos de los *Problemas Pos*, trabajados por los seis participantes de manera grupal. Las filas resaltadas con color anaranjado corresponden a los problemas de los participantes que hemos analizado y categorizado.

Tabla 24. Resumen de los análisis a los *Problemas Pre* propuestos

Episodio	Participante y grado que enseña	Cantidad de estudiantes con los que trabaja	Aspectos de PAEV tipo				Flexibilidad	Originalidad	Fluidez	Calidad del problema crear
			Combinación	Cambio	Comparación	Igualación				
1	P1-1°	30	X			X	2	2	4	8
1	P2-1°	29	X				1	1	1	3
1	P3-1°	30	X				2	1	1	4
1	P4-2°	28	X				3	3	1	7
1	P5-2°	35	X				2	1	2	5
1	P6-2°	26	X				2	1	1	4
2	P1-1°	30		X			3	3	1	7
2	P2-1°	29	X	X			2	1	1	4
2	P3-1°	30	X	X			2	1	1	4
2	P4-2°	28	X	X			3	2	2	7
2	P5-2°	35	X				3	3	2	8
2	P6-2°	26	X	X			1	2	1	4
3	P1-1°	30	X		X		3	3	1	7
3	P2-1°	29	X				2	1	2	5
3	P3-1°	30	X				3	1	1	5
3	P4-2°	28	X				3	2	2	7
3	P5-2°	35	X	X	X		3	1	3	7
3	P6-2°	26	X		X		3	3	3	9
4	P1-1°	30			X	X	3	3	2	8
4	P2-1°	29	X		X	X	3	2	2	7
4	P3-1°	30	X		X	X	2	2	2	6
4	P4-2°	28	X	X	X		3	3	2	8
4	P5-2°	35			X	X	3	2	2	7
4	P6-2°	26			X	X	3	3	2	8

Tabla 25. Resumen de los análisis a los *Problemas Pos* propuestos

Episodio	El problema fue propuesto por	Aspectos de PAEV tipo				Flexibilidad	Originalidad	Fluidez	Calidad del problema crear
		Combinación	Cambio	Comparación	Igualación				
1	3 Participantes	X		X	X	3	4	1	8
1	3 Participantes	X		X		3	2	2	7
2	3 Participantes	X				3	4	1	8
2	3 Participantes	X				3	3	3	9
3	3 Participantes	X	X	X	X	3	3	4	10
3	3 Participantes	X		X	X	3	3	4	10
4	3 Participantes	X		X	X	3	4	3	10
4	3 Participantes			X		3	3	4	10



CONSIDERACIONES FINALES

Con respecto a nuestro trabajo de investigación en general, podemos concluir que:

- A través de nuestro trabajo de investigación, se ha contribuido a la adaptación de los planteamientos de la estrategia *EPP* diseñada por el investigador Malaspina, a los dos grados del III ciclo de Educación Primaria de tal manera que permitan un estudio con todas las etapas estructuradas adaptando rúbricas con criterios numéricos y cualitativos que hagan posible una calificación y una categorización de la calidad de los problemas propuestos y adaptando una metodología para llevar a cabo el estudio. Consideramos que nuestro trabajo será un aporte importante para futuras investigaciones en esta línea de *Creación de Problemas* aplicados en el aula, tal como se aprecia en nuestra investigación.
- Los instrumentos que hemos adaptado y creado (relatos, *Episodios en clase*, ficha de recolección de datos, rubrica, tabla para la calificación de la calidad, entre otros) los consideramos pertinentes, porque nos facilitaron el registro y la categorización de la *Información* y de los análisis obtenidos en nuestra investigación, tal como se aprecia en las tablas elaboradas para dar a conocer la calidad de los problemas propuestos por los participantes y en las tablas de resumen de análisis.
- La estrategia *EPP* fue pertinente para estimular la capacidad de crear problemas aritméticos de adición y sustracción de números naturales, porque presenta pasos sencillos, que facilitó a los participantes el apropiarse de los términos y secuencia a seguir. (como se aprecia en los diálogos). Además, permitió que los participantes, de acuerdo con el avance en la aplicación de las actividades, incrementaran la calidad de los problemas que proponían, tal como se aprecia en las tablas N° 24 y N° 25.
- La metodología etnográfica utilizada fue pertinente, ya que nos permitió, a través de sus seis fases (figura N° 6), realizar de manera organizada y secuencial toda la investigación. Esta metodología resulta un modelo útil para los investigadores que necesiten clarificar y ordenar las etapas a seguir en sus trabajos de investigación.
- Debido a la edad y necesidades de los estudiantes a los que enseñan los participantes con los que hemos trabajado los talleres, hemos considerado pertinente presentar inicialmente un

relato breve (como un aporte personal) que contenga elementos y actividades acordes con la realidad del lugar donde laboran los participantes para que, a través de ellos, luego, dar a conocer los *Episodios en clase*. De esta manera, nos permita acercar las matemáticas a temas de su interés y se puede integrar el área de los estudios de la Matemática con otras áreas del conocimiento (Comunicación, al utilizar una redacción precisa en los problemas; Ciencia y Ambiente, al utilizar elementos del entorno de los estudiantes; Personal Social, al dar importancia a la práctica de los valores y a la socialización), tal como se aprecia a lo largo del trabajo.

- A través de nuestra experiencia pedagógica y como resultado de nuestro trabajo de investigación, sugerimos algunos pasos para la creación de problemas por parte de los profesores con sus estudiantes en sus aulas. Estos pasos se especifican en las páginas 36 y 37.
- El iniciar los talleres recordando los problemas propuestos en la actividad anterior permitió a los participantes autocriticarse y realizar críticas constructivas al trabajo de sus compañeros con el fin de mejorar en las próximas propuestas. En estas autoevaluaciones y evaluaciones, se tuvo presente siempre el propósito que se deseaba conseguir: precisar correctamente la *Información* y el *Requerimiento*. (véanse los diálogos)
- Los participantes reflexionaron sobre su práctica pedagógica y reconocieron que el trabajar en grupo, compartir la labor educativa, conocer los modos de enseñanza que venían desarrollando e intercambiar sus *Problemas Pre* propuestos para elaborar un *Problema Pos*, significó una experiencia enriquecedora, pues les permitió incrementar sus conocimientos y fortalecer su práctica pedagógica con los aportes de sus compañeros y con las estrategias brindadas en el taller, tal como se aprecia en el diálogo (páginas 113,114)
- Los participantes, una vez concluida la aplicación de las cuatro actividades, opinaron que la estrategia *EPP* para la creación de problemas por *Variación* es apropiada y pertinente, porque los pasos para crear son sencillos y les permitirá acercar las matemáticas a sus estudiantes con problemas que responden a las necesidades e inquietudes de sus alumnos. De la misma manera, opinaron que la estrategia permite integrar las matemáticas con otras áreas del conocimiento y con la realidad de los estudiantes, pues los contenidos matemáticos están

presentes en ellas así como en las actividades cotidianas que realizamos. Las oportunidades antes mencionadas les permitirán lograr enseñanzas significativas.

En nuestro objetivo general, nos propusimos *Analizar como la estrategia EPP estimula la capacidad para crear problemas por variación de adición y sustracción de números naturales en los profesores de Educación Primaria*. En ese sentido:

- Los participantes del taller de nuestra investigación, a pesar de no conocer la estrategia de creación de problemas y sentir temor -al inicio de la primera actividad- porque habían priorizado en sus estudiantes el fomento de las habilidades comunicativas con mayor énfasis que las matemáticas, demostraron disposición, ganas de incrementar sus conocimientos y de conocer la estrategia *EPP*, la cual les permitió crear problemas aritméticos de estructura aditiva, al formular preguntas referidas a las estrategias presentadas al recibir sugerencias para proponer sus problemas, tal como se aprecia en los diálogos realizados en nuestra investigación.
- Los participantes, al iniciar el taller, si bien manifestaron una valoración positiva hacia la creación de problemas, reconocieron no haber realizado experiencias de creación de problemas con sus estudiantes. (véase la tabla N° 8). Después de la aplicación del taller, opinaron que los estudiantes están en la capacidad de crear sus problemas desde los primeros grados de Educación Primaria y que los profesores deben confiar y trabajar en el desarrollo de la capacidad creadora de sus estudiantes. Esto se puede verificar en la página 135 de nuestro estudio.
- Los participantes hicieron variaciones cuantitativas en la *Información* y en el *Requerimiento* al modificar los datos numéricos, la manera de presentar la *Información* a través del parafraseo y al exhibir dibujos, conforme transcurrían la aplicación de las actividades. Ellos dialogaban haciendo uso de los términos y propósitos de la estrategia *EPP*. La calidad de los problemas creados se fue incrementando al considerar, como muestra de Flexibilidad, en los nuevos *Requerimientos* aspectos no contemplados en los problemas del *Episodio en clase* presentado, tal como se aprecia en la figura N° 12 , N° 18 y en los diálogos.
- Los participantes manifestaron, al término del taller, la intención de usar la estrategia *EPP*, aprendida como una oportunidad para mejorar sus procesos de enseñanza y aprendizaje, al

modificar, de manera adecuada y pertinente, problemas de difícil solución para los estudiantes (creación de *Problemas Pre*), y también crear problemas más retadores para ellos (*Problemas Pos*). Además, decidieron permitir que sus estudiantes elaboren sus propios problemas como parte de su proceso de aprendizaje. Esto puede verificarse en la página 135 del presente trabajo.

- Los participantes, una vez culminado el taller, opinaron que el haber participado de este los ha enriquecido profesionalmente, pues ahora, ante los problemas presentados en los libros o los propuestos en las evaluaciones censales, tienen la intención de analizarlos y contextualizarlos por dos razones: primero, para saber si son pertinentes o no; y segundo, para acercar dichos problemas a la realidad de los estudiantes con las precisiones dadas e incluyendo el léxico apropiado para sus alumnos. Esto puede verificarse en los diálogos de la página 135.
- Los participantes manifestaron valorar el hecho de que los acompañemos en su labor y se desarrollen otros talleres sobre creación de problemas por *Variación* o a través de una situación dada con temas de Aritmética, Geometría, Estadística y otros, para los Ciclos III, IV y V de la Educación Primaria, como se visualiza en la fase de retirada del escenario en la página 137.

Con respecto a la pregunta que nos planteamos al inicio de nuestro estudio: “¿Cómo la estrategia EPP estimula la capacidad de crear problemas por variación de adición y sustracción de números naturales en los profesores de Educación Primaria?”, podemos concluir en lo siguiente:

- Luego de realizar nuestra investigación, podemos afirmar que se pudo apreciar que, la capacidad creadora que poseían los participantes, se incrementó con la estrategia EPP a medida que transcurría el taller. Al desarrollar las actividades 3 y 4, ellos se habían apropiado de los elementos y pasos a seguir para crear problemas por *Variación*, lo hacían en menor tiempo, tomaban en cuenta el problema PAEV que deseaban proponer y la calidad de sus propuestas también aumentó. Además mejoró su autoconfianza en su capacidad creadora, como podemos apreciar en los diálogos.

También logramos cumplir con nuestros objetivos específicos que fueron *Identificar la capacidad de los profesores de Educación Primaria para crear problemas por variación según los tipos de problemas aritméticos de estructura aditiva que ellos propongan e Identificar los cambios en la capacidad de crear problemas de adición y sustracción de números naturales de los profesores de Educación Primaria, luego de aplicar la estrategia EPP*. Respecto de estos objetivos:

- Se identificó que la capacidad inicial de crear problemas refleja baja Fluidez y Originalidad (3 de 3 profesores mostraron nivel 1 para ambos criterios); y nivel 2 de Flexibilidad (se apreció en 4 de 6). Además, identificamos que, en las *Problemas Pre* realizadas por los participantes, los aspectos que predominaron fueron los PAEV de tipo Combinación. La calidad predominante de los *Problemas Pre* fue de categoría media, tal como se visualiza en la tabla N° 24.
- En el marco de la estrategia *EPP* aplicada, podemos afirmar que en los *Problemas Pos* (más retadores) se hizo evidente la presencia de aspectos que corresponden, desde dos hasta los cuatro tipos de problemas PAEV aplicados para el III ciclo de Educación Primaria en una misma propuesta. En ellos, los criterios que predominaron fueron la Originalidad y Fluidez, tal como se aprecia en la tabla N° 25.
- Se identificó que, al inicio de los talleres, los participantes opinaban que la creación de problemas era pertinente para trabajar con sus estudiantes de acuerdo con su realidad para mejorar la resolución de problemas, como se refleja en la tabla N° 6. Al término del taller, opinaron que la creación de problemas, además de permitir la aproximación de las matemáticas a la realidad de manera significativa en sus estudiantes, les servirá no solo para mejorar en la resolución de problemas, sino, también, como estrategia de enseñanza-aprendizaje, ya que les permitirá para enlazar los problemas previos con problemas más complejos, al relacionarlos con otros temas matemáticos más avanzados como se refleja en los diálogos.
- Luego de aplicar la estrategia de creación de problemas, los profesores crearon problemas contextualizándolos en historias creíbles, de fácil entendimiento y de acuerdo con la realidad de sus estudiantes (lugares, usos, actividades) y con sus conocimientos previos. Los

participantes, en los diálogos, priorizaron, sobre la base de su experiencia docente y conocimiento de las características de sus estudiantes, la creación de problemas que propician el razonamiento antes que el uso mecánico de algoritmos, a través de los problemas PAEV de una sola etapa. Más aún, hicieron modificaciones que permitieron conectar la adición con otros temas matemáticos como secuencias y equivalencias, tal como se aprecia en las figuras de las cuatro actividades.

- Los participantes elaboraron problemas aditivos con más de una etapa, los que pueden ser usados en los ciclos siguientes, tal como se evidencia en las figuras en las que mostramos los problemas creados por los participantes.
- De acuerdo con los criterios cualitativos y numéricos establecidos para analizar los *Problemas Pre*, según la tabla N° 24, se evidenció que 3 de los 6 profesores obtuvieron categoría baja en las actividades 1 y 2, porque en sus propuestas predominaba el nivel 1 para el criterio de Originalidad y Fluidez y el nivel 2 para el criterio de Flexibilidad. Luego, se evidenció que la calidad de las propuestas se incrementó, y 5 de los 6 profesores obtuvieron categoría media en las actividades 3 y 4, puesto que, en sus propuestas, en los criterios de Flexibilidad, Originalidad y Fluidez predominaban los niveles 2 y 3.
- La mejora en la capacidad creadora se hizo evidente cuando trabajaban en grupo y daban a conocer sus puntos de vista y discutían para llegar a un consenso y establecer sus propuestas. En este caso, el nivel 3 predominó en los criterios de Flexibilidad y Originalidad; y el criterio de Fluidez pasó de los niveles 1 y 2 obtenidos en las primeras actividades al nivel 4 en las últimas actividades. Los avances mostrados por los participantes, a través de la socialización de la experiencia, permitió obtener *Problemas Pos* de categoría media y categoría alta durante el desarrollo del taller, tal como se aprecia en la tabla N° 25.
- Identificamos que todos los participantes, según su experiencia laboral, plasmaban en sus propuestas los temas matemáticos que deseaban trabajar con sus estudiantes. Se evidenció que sus propuestas permitían trabajar la adición y algunas de sus propiedades. Las más recurrentes fueron asociatividad y conmutatividad, y la sustracción como una operación inversa a la adición, tal como se aprecia en los análisis realizados.

- Algunos de los participantes manifestaron que para facilitar la comprensión de los problemas resulta vital proporcionar a los estudiantes material concreto (utilizar dibujos y esquemas) y que es necesario precisar bien los verbos en los enunciados para no confundir a los alumnos, según los diálogos de la página 112 y 113. También sugirieron que otros de los contextos, a través de los cuales se pueden acercar las matemáticas de manera amena y significativa a los estudiantes y tener fuentes de inspiración para crear problemas, son los programas del gobierno como Qali Warma, del que participan. Esto se observó en los diálogos de la página 102.



SUGERENCIAS PARA PRÓXIMOS TRABAJOS

De las experiencias vividas, la información y resultados obtenidos en nuestra investigación, opinamos que es pertinente:

- Continuar con trabajos de investigación en la misma línea sobre creación de problemas con profesores del IV y V ciclo de Educación Primaria, a fin de ahondar y consolidar esta línea de investigación al abordar temas de Geometría, Estadística y otros.
- Continuar con trabajos de investigación en la misma línea sobre creación de problemas con estudiantes, a fin de ahondar y consolidar esta línea de investigación.
- Continuar con el trabajo realizado y examinar una simplificación de la aplicación de la estrategia *EPP* con estudiantes, a fin de crear “problemas más sencillos” (como los *Problemas Pre*) y “Problemas más retadores” (como los *Problemas Pos*), al considerar los problemas presentados en textos y evaluaciones censales como *Episodios en clase*.
- Realizar investigaciones de creación de problemas a través de situaciones que se producen de manera espontánea en el aula, que es otra de las maneras de crear problemas que propone la estrategia *EPP* (elaboración de problemas, a partir de situaciones) y ver la pertinencia de trasladarlas a otras áreas de estudio.

REFERENCIAS

- Astola, C., Salvador, A. y Vera, G. (2012). *Efectividad del programa “Gpa – Resol” en el incremento del nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos aditivos y sustractivos en estudiantes de segundo grado de primaria de dos instituciones educativas. Una de gestión estatal y otra privada del Distrito de San Luis*. (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima. Recuperado de:
http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/1702/ASTOLA_SALVADOR_VERA_EFECTIVIDAD_PROGRAMA.pdf?sequence=1
- Ayllón, M. y Castro, E. (2002). *Investigación en el aula de matemáticas resolución de problemas*. (pp.113-119) Recuperado de:
<http://thales.cica.es/~granada/JORNADAS%20THALES%20GRANADA/2002/ACTAS%20THALES.pdf>
- Ayllón, M. (2012). *Invencción- Resolución de problemas por estudiantes de Educación Primaria*. (Tesis Doctoral) Universidad de Granada. España. Recuperado de:
<http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/27771/1/2116633x.pdf>
- Callejo, M. (2003). *Creatividad matemática y resolución de problemas*. Recuperado de:
http://www.ejgv.euskadi.eus/r532291/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_22/3_Creatividad_Matematica.pdf
- Cañadas, M. y Castro, E. (2011). *Aritmética de los números naturales. Estructura Aditiva*. Madrid: Editorial Pirámide.
- Carranza, C. (1997). *Matemática*. Lima: Editorial Bruño
- Castro, E. (2011). *La invención de problemas y sus ámbitos de investigación. Investigaciones en pensamiento numérico y algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática*. (pp. 1-15) Recuperado de:
<http://www.seiem.es/gruposdetrabajo/pna/ActasPNAGranada.pdf>

- Castro, R. (2011). *Didáctica de las matemáticas (De preescolar a secundaria)*. Colombia: Ediciones Ecoe.
- Díez, A., Más, J., Mula, A., Navas, L., Penalva, M., Roig, A., Torregrosa, G. y Valis, J. (2005). *Modelización matemática y competencia lectora en educación secundaria obligatoria*. Alicante: Compobell, S.L
- Domínguez, S., Sánchez, E. y Sánchez, G. (2009). *Guía para elaborar una tesis*. México: Editorial Mc Graw Hill.
- Espinoza, J., Lupiañez, J. y Segovia, I. (2014). La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática. *Matemática, Educación e Internet*, 14(2)
Recuperado de:
<http://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/viewFile/1664/1523>
- García, A. (2008). *Los tipos de problemas que aplican los profesores y el desarrollo de habilidades cognitivas para la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes y niñas de primer grado del C.E.1104 Crnel-FAP Victor Maldonado Begazo de Magdalena del Mar*. (Tesis de Licenciatura). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima.
- Lages, E., Pinto, P., Wagner, E. y Morgado, A. (2000). *La Matemática de la Enseñanza Media*. Volumen I. Perú:IMCA
- Malaspina, U. (2012c). Creando problemas para Educación Primaria. *Unión*, (31), pp. 131 – 137. Recuperado de:
http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/31/archivo_13_de_volumen_31.pdf
- Malaspina, U. (2012d). Enseñanza de las matemáticas: retos en un contexto global y aportes en una retrospectiva histórica. *Unión*, (32), pp.9 –27. Recuperado de:
http://www.fisem.org/www/union/revistas/2012/32/archivo5_volumen32.pdf

- Malaspina, U. (2013). *La creación de problemas matemáticos en la formación de profesores. VII CIBEM*, pp. 129 -140. Uruguay. Recuperado de:
<http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/727.pdf>
- Malaspina, U. (2013d). Variación de un problema isoperimétrico, conjeturas y teoremas. *Unión*, (36), pp.123-130. Recuperado de:
<http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/36/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2014b). Papiroflexia y elementos para construir indicadores sobre creación de problemas. *Unión*, (38), pp.135-141. Recuperado de:
<http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/38/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. (2014c). Flexibilidad, Originalidad y Fluidez en la variación de problemas *Unión*, (39), pp.135-140. Recuperado de:
<http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo12.pdf>
- Malaspina, U. y Vallejo, E. (2014). Creación de problemas en la docencia e investigación. En Departamento Académico de Ciencias, Sección Matemáticas, Pontificia Universidad Católica del Perú, *Reflexiones y propuestas en educación matemática*; pp. 7- 54. Lima: Editorial Moshera S.R.L.
- Perú (2009). *Diseño Curricular Nacional*. Ministerio de Educación del Perú: Lima.
- Perú (2010). *Diseño Curricular Básico Nacional*. Ministerio de Educación del Perú: Lima.
Recuperado de: http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacion_inicial/wp-descargas/2010/DCBN__Primaria_2010.pdf
- Perú (2012). *Matemática 1*. Ministerio de Educación del Perú: Ediciones Norma
- Perú (2012). *Matemática 2*. Ministerio de Educación del Perú: Ediciones Norma
- Perú (2013). *Rutas de Aprendizaje*. Ministerio de Educación del Perú: Lima.

- Perú (2014). *Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes*. Ministerio de Educación del Perú: Lima. Recuperado de: <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2015/02/ECE-2014-Web-270215-27febv2.pdf>
- Pérez, G. (1998). *Investigación cualitativa, Retos e interrogantes II. Técnicas y análisis de datos*. España: Editorial La Muralla.
- Polya, G. (1974). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Porras, M., Cañellas, A. & Iturbe, A. (2013). *Enseñanza de los números naturales en el nivel inicial*. Argentina: Ediciones Novedades Educativas.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1995). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Rodríguez, D. y Valldeoriola, J. (2009). Metodología de la investigación. Universitat Oberta de Catalunya, Material docente de la UOC. Barcelona. Recuperado de: http://zanadoria.com/syllabi/m1019/mat_cast-nodef/PID_00148556-1.pdf
- Rosli, R., Goldsby, D. y Capraro, M. (2013). Assessing Students' Mathematical Problem-Solving and Problem-Posing Skills *Asian Social Science*; 9(16), pp.54. Recuperado de: <http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ass/article/viewFile/32380/18854>
- Sampieri, R., Collado, C. y Lucio, P. (2003). *Metodología de la Investigación*. McGraw Interamericana. México.
- Sierra, M. (2011). Investigación en educación matemática: objetivos, cambios, criterios, método y difusión. pp.173-198. Recuperado de: <http://revistas.um.es/educatio/article/viewFile/133021/122721>



ANEXOS

Anexo 1

Tabla 26. Ficha de recolección de datos informativos

DATOS INFORMATIVOS	
I.E. DONDE LABORA: I. E. N° 20402 “Virgen de Fátima”:	
TIEMPO DE SERVICIO EN LA DOCENCIA: En la I.E. N° 20402 “Virgen de Fátima”: En otras instituciones educativas:.....	
GRADO ACADÉMICO <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> Bachiller <input type="radio"/> Licenciado (a) <input type="radio"/> Magister LUGAR DONDE RECIBIÓ LA FORMACIÓN ACADÉMICA <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> Instituto Pedagógico <input type="radio"/> Universidad estatal <input type="radio"/> Universidad particular 	CICLO Y GRADO QUE ENSEÑA ACTUALMENTE <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> III ciclo <ul style="list-style-type: none"> a. primer grado b. segundo grado <input type="radio"/> IV ciclo <ul style="list-style-type: none"> a. tercer grado b. cuarto grado <input type="radio"/> V ciclo <ul style="list-style-type: none"> a. quinto grado b. sexto grado Otros:
ADEMÁS DE LABORAR EN LA INSTITUCIÓN ESTATAL, LABORA EN INSTITUCIONES EDUCATIVAS PARTICULARES <ul style="list-style-type: none"> <input type="radio"/> Si <input type="radio"/> No 	
¿CÚAL ES SU OPINIÓN ACERCA DE INCLUIR EN LAS SESIONES DE APRENDIZAJE, LA CREACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS?	
¿CÚAL ES LA CANTIDAD DE ESTUDIANTES PROMEDIO A LOS QUE ENSEÑA EN SU AULA?	
¿CUÁNTAS HORAS A LA SEMANA DESTINA PARA LA ENSEÑANZA DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS?	

Anexo 2.1 *Episodios en clase* N° 1

**ESTRATEGIAS PARA ESTIMULAR LA CREACIÓN DE PROBLEMAS DE ADICIÓN
Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES CON PROFESORES DE EDUCACIÓN
PRIMARIA**

EPISODIO EN CLASE N° 1

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

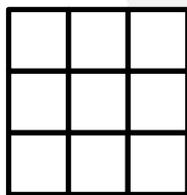
Nivel y grado que enseña:.....

Dado el siguiente *Episodio en clase*.

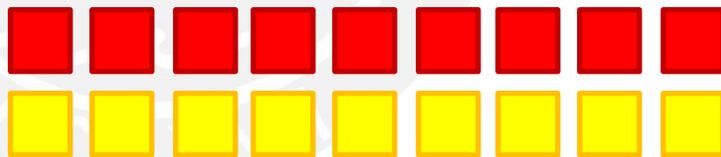
El profesor Cano propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Ronaldo ha colocado las galletas que recibió de su abuelita Emma, en una fuente que tiene forma de un cuadrado, en la que alcanzan 9 galletas de forma cuadrada. Las galletas de color rojo son de fresa y pesan 10 gramos cada una, las galletas de color amarillo son de naranja y pesan 20 gramos cada una. ¿Cuántas galletas de cada sabor debe colocar Ronaldo en la fuente de manera que el peso total sea de 130 gramos? Sin dejar espacio vacío en la fuente ni sobreponer galletas.

Los estudiantes reciben los siguientes materiales:



Cuadro que representa la fuente



cuadritos que representan a las galletas

Los estudiantes voluntariamente responden lo siguiente:

- Luis dice que Ronaldo debe colocar 7 galletas de fresa y 3 galletas de naranja.
- Estrella dice que Ronaldo debe colocar 8 galletas de naranja y 1 galleta de fresa.
- Victoria dice que usará los cuadritos, para saber cuántas galletas de cada sabor debe colocar Ronaldo.

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se postuló:

- a) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- b) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio*). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase* debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.



Anexo 2.2 *Episodios en clase* N° 2

ESTRATEGIAS PARA ESTIMULAR LA CREACIÓN DE PROBLEMAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES CON PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

EPISODIO EN CLASE N° 2

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Nivel y grado que enseña:.....

Dado el siguiente *Episodio en clase*.

El profesor Cano propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Ronaldo dice “Por fin llene mi alcancía”. Estoy muy contento, pues he ahorrado lo que me quedó de mis propinas que recibí los meses de enero, febrero, marzo, abril y mayo. Me pueden ayudar a contar mis propinas y saber cuánto dinero tengo en total. Les doy algunas pistas: recibí de propina cada mes un billete de diferente valor más una moneda de un nuevo sol. En ninguno de los meses se repitió el valor de los billetes. Si Ronaldo gastó el mes de enero 10 soles, y los meses siguiente gastó dos soles más que mes el anterior y además se sabe que Ronaldo en el mes de mayo perdió un billete de 50 soles, ¿Cuánto dinero tiene en total ahorrado Ronaldo?

Los estudiantes reciben billetes y monedas para representar la situación.

Los estudiantes voluntariamente representan lo siguiente:

- Sebastián representó la propina recibida por Ronaldo de la siguiente manera.

Meses	Billetes y monedas recibidos	Monto recibido por mes	Monto gastado por mes	Monto ahorrado por mes
Enero				
Febrero				
Marzo				
Abril				
Mayo				
Total				

- Liliana representó la propina recibida por Ronaldo de la siguiente manera.

Meses	Billetes y monedas recibidos	Monto recibido por mes	Monto gastado por mes	Monto ahorrado por mes
Enero	 			
Febrero	 			
Marzo	 			
Abril	 			
Mayo	 			
Total				

Julia representó la propina recibida por Ronaldo de la siguiente manera.

Meses	Billetes y monedas recibidos	Monto recibido por mes	Monto gastado por mes	Monto ahorrado por mes
Enero				
Febrero				
Marzo				
Abril				
Mayo				
Total				

¿Qué opinas de las representaciones dadas por los estudiantes?

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se sugirió:

- a) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- b) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio*). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase* debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

Anexo 2.3 *Episodios en clase* N° 3

ESTRATEGIAS PARA ESTIMULAR LA CREACIÓN DE PROBLEMAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES CON PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

EPISODIO EN CLASE N° 3

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Nivel y grado que enseña:.....

Dado el siguiente *Episodio en clase*.

El profesor Cano propone a sus estudiantes el siguiente problema:

La profesora Silvia y sus estudiantes visitan una fábrica de jugos envasados y mermelada para observar el proceso de fabricación. Luego ellos observan en una pizarra los siguientes precios: una botella de jugo envasado cuesta S/. 2 y un frasco de mermelada cuesta S/.3. Sí, Susana compró 4 botellas de jugo envasado y Joaquín compró 3 frascos de mermelada, ¿cuánto más gastó Joaquín que Susana?

Los estudiantes voluntariamente responden lo siguiente:

- Lupe dice que Susana gastó más que Joaquín, porque 4 es más que 3
- Piero dice que los dos gastaron igual, ya que lo gastado por Susana es $2 + 4 = 6$ y lo gastado por Joaquín es $3 + 3 = 6$
- Victoria dice que para saber quién gastó más hay que jugar a la tienda usando billetes y monedas de juguete.

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se recomendó:

- a) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- b) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio*). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase* debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

Anexo 2.4 *Episodios en clase* N° 4

ESTRATEGIAS PARA ESTIMULAR LA CREACIÓN DE PROBLEMAS DE ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES CON PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

EPISODIO EN CLASE N° 4

CREACIÓN DE PROBLEMAS POR VARIACIÓN

Nivel y grado que enseña:.....

Dado el siguiente *Episodio en clase*.

El profesor Cano propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Ronaldo lleva 18 naranjas en dos bolsas, una en la mano derecha y otra en la mano izquierda. Si en la bolsa de la mano derecha lleva cuatro naranjas más que en la bolsa de la mano izquierda ¿Se puede saber cuántas naranjas lleva Ronaldo en cada bolsa?, ¿cuántas naranjas debe pasar de la bolsa de la mano derecha a la bolsa de la mano izquierda, para que en ambas bolsas lleve la misma cantidad?

Algunos de sus estudiantes responden lo siguiente:

- Melva dice que Ronaldo lleva 4 naranjas en la bolsa de la mano derecha
- Jaime dice que en la mano izquierda Ronaldo lleva 2 y en la bolsa de la mano derecha 6
- Flor dice que no se puede saber cuántas naranjas se debe pasar de una bolsa a la otra bolsa, ya que no sabe qué cantidad de naranjas lleva en cada bolsa.

Ante este *Episodio en clase* del profesor Cano, se recomendó:

- a) proponer un *Problema Pre* (que ayude a sus estudiantes a entender mejor el problema y a aclarar sus respuestas).
- b) proponer un *Problema Pos* (que sea un tanto más retador que el problema del *Episodio*). El haber resuelto el *Problema Pre* creado y el problema del *Episodio en clase* debería ayudar a resolver el *Problema Pos* que se proponga.

(Anexo 3)

Rubrica destinada a determinar los elementos que se han variado en los Episodios para obtener un “Problema Pre”. A través de trabajo individual, determinar la calidad de los mismos y el tipo de problema PAEV de estructura aditiva a la que pertenecen.

Episodio N°	Grado de la EBR que enseña en el presente año el participante				Grado Académico Institución de Formación Profesional		Cantidad de estudiantes con los que trabaja				
Problema Pre creado							Tipo de problema PAEV de estructura aditiva				
							Combinación				
							Cambio				
							Comparación				
							Igualación				
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO				
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados				
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden	
	CALIDAD DEL PROBLEMA										
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ				
	Puntos obtenidos				Puntos obtenidos				Puntos obtenidos		
	PUNTAJE TOTAL (CALIDAD ALCANZADA)										

(Anexo 3)

Rubrica destinada a determinar los elementos que se han variado en los Episodios para obtener un “*Problema Pos*”. A través de trabajo grupal, determinar la calidad de los mismos y el tipo de problema PAEV de estructura aditiva a la que pertenecen.

Episodio N°		Cantidad de participantes que elaboraron el problema									
Problema Pos creado							Tipo de problema PAEV de estructura aditiva				
							Combinación				
							Cambio				
							Comparación				
							Igualación				
Elementos presentes en el problema creado	INFORMACIÓN		REQUERIMIENTO		CONTEXTO		ENTORNO MATEMÁTICO				
	Modificación Cuantitativa	Modificación Relacional	Modificación Cuantitativa	Modificación Cualitativa	Intra matemático	Extra matemático	Conceptos matemáticos movilizados				
							Adición	Sustracción	Relación de igualdad	Relación de orden	
	CALIDAD DEL PROBLEMA										
	FLEXIBILIDAD			ORIGINALIDAD			FLUIDEZ				
	Puntos obtenidos				Puntos obtenidos				Puntos obtenidos		
	PUNTAJE TOTAL (CALIDAD ALCANZADA)										

