

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD**  
**CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**ANÁLISIS DE LA FLUCTUACIÓN DE LAS CARGAS SOBRE  
EL CONJUNTO EJE-IMPULSOR DE UN AGITADOR DE EJE  
VERTICAL MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA**

Tesis para optar el Título de **Ingeniero Mecánico**, que presenta el bachiller:

**AGUSTÍN ARMANDO LOZANO SALAS**

**ASESOR: Dr. Quino Martín Valverde Guzmán**

**CO-ASESOR: Dr. Rosendo Franco Rodriguez**

Lima, Agosto de 2015

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación está enfocado en realizar el estudio de las cargas fluctuantes generadas por el movimiento rotacional del conjunto eje-impulsor en un agitador vertical, a partir de los datos obtenidos del estudio fluido-dinámico en régimen transitorio del sistema utilizando simulación numérica. Este estudio se basa en la problemática del movimiento oscilatorio presente en el eje durante la operación del equipo. Para lograr este objetivo, se utilizó la metodología MRF (*movil reference frame*) utilizada en investigaciones precedentes de sistemas agitados.

En primer lugar, los resultados obtenidos a partir del análisis numérico, utilizando el software ANSYS, fueron validados con las pruebas realizadas en el laboratorio. Estas pruebas fueron realizadas con un modelo a escala que cumple con todas las especificaciones técnicas de un análisis dimensional. Las variaciones presentes en el análisis son inferiores al 12% lo que comprueba el correcto trabajo realizado en el sistema numérico.

Una vez realizada la validación y el estudio de las cargas dinámicas, se pueden obtener conclusiones que permiten cuantificar efectos pocas veces tomados en cuenta como el comportamiento de las cargas generadas en cada uno de los álabes, este efecto es bastante estable a lo largo del tiempo debido a que cada uno de los álabes aplica esfuerzos cortantes al fluido generando campos turbulentos a lo largo de su recorrido. Por lo tanto, la frecuencia de aplicación de las cargas coincide con la frecuencia del movimiento rotacional del eje. Una vez cuantificado este efecto, se determina que el álabe tiene un factor de seguridad cercano a la unidad cuando se lo verifica utilizando la teoría debido a la fatiga, lo cual exige un mayor análisis y cuidado durante su diseño.

Además, se comprueba que el impulsor tiene una frecuencia cuyo valor es exactamente el triple de la frecuencia a la que gira el eje y el comportamiento de sus cargas está relacionado con su número de álabes. A su vez, mediante la verificación del cálculo de la falla debido a la fatiga se demuestra que el sistema está sobredimensionado excesivamente cuando se analiza el eje.



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**

**TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO**

**TÍTULO** : **ANÁLISIS DE LA FLUCTUACIÓN DE LAS CARGAS SOBRE EL CONJUNTO EJE-IMPULSOR DE UN AGITADOR DE EJE VERTICAL MEDIANTE SIMULACIÓN NUMÉRICA.**

**ÁREA** : Diseño # 275

**PROPUESTO POR** : Dr. Ing. Quino Valverde Guzmán

**ASESOR** : Dr. Ing. Quino Valverde Guzmán

**CO-ASESOR** : Dr. Ing. Rosendo Franco Rodríguez

: Agustín Armando Lozano Salas

**TESISTA**

**CÓDIGO** : 20070376

**FECHA** : 17 de Octubre del 2014



**DESCRIPCIÓN Y OBJETIVOS:**

El estudio del comportamiento mecánico de los equipos utilizados en la industria, está directamente relacionado con la evolución de los avances tecnológicos, siendo las herramientas computacionales una opción muy versátil para analizar los diferentes escenarios de trabajo de los componentes mecánicos.

Los tanques agitadores son ampliamente utilizados en las industrias, donde la eficiencia de las operaciones de mezclado tiene un impacto tanto en los costos como en la calidad del proceso; por esta razón, se requiere nuevos diseños que permitan mayor competitividad en la producción. A pesar de que el desarrollo de prototipos permite un estudio adecuado de los agitadores gracias a los datos que se pueden recopilar, este tipo de estudio es un proceso extremadamente costoso. La estrategia en estos casos es combinar en el proceso de estudio herramientas de simulación numérica y experimentación.

En la presente tesis, se propone realizar el análisis de las cargas y su fluctuación en el tiempo generadas por el movimiento rotacional del conjunto eje-impulsor mediante herramientas de simulación numérica. En consecuencia, en este trabajo el proceso se debe estudiar no sólo en estado estable sino también en estado transitorio.

4

4



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA

TEMA DE TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE INGENIERO MECÁNICO

ANÁLISIS DE LA FLUCTUACIÓN DE LAS CARGAS SOBRE EL CONJUNTO  
EJE-IMPULSOR DE UN AGITADOR DE EJE VERTICAL MEDIANTE  
SIMULACIÓN NUMÉRICA.

Introducción

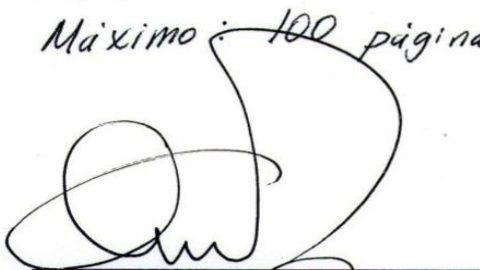
1. Descripción del proceso de agitación
2. Dinámica de fluidos computacional
3. Análisis y comparación de resultados

Conclusiones

Bibliografía

Anexos

*Máximo: 100 páginas*



---

Dr. Ing. Quino Valverde  
Asesor



---

Dr. Rosendo Franco Rodríguez  
Co-asesor







Este trabajo nunca hubiera podido ocurrir sin el apoyo incondicional de mis padres, los cuales con su infinito amor y paciencia lograron formarme en valores.

A mi madre que con nuestras incontables conversaciones me dio el regalo más importante que alguna vez pude imaginar, la capacidad de soñar.

A mi padre, que más que un padre siempre fue un amigo del cual a pesar de los años y las bromas, siempre me enseña algo nuevo día a día.

A mis amigos, que siempre felices alimentamos nuestra procrastinación.

Finalmente, a Shirley por su tenacidad en recordarme la meta de este trabajo.

## ÍNDICE

RESUMEN .....	ii
APROBACIÓN DEL FORMATO DE TESIS .....	iii
ÍNDICE .....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS .....	ix
INTRODUCCIÓN .....	1
OBJETIVO GENERAL.....	2
OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	2
1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE AGITACIÓN .....	4
1.1. DESCRIPCIÓN GENERAL.....	4
1.2. APLICACIONES .....	6
1.3. EQUIPO DE AGITACIÓN.....	7
1.3.1. TANQUE.....	8
1.3.2. DEFLECTORES .....	8
1.3.3. IMPULSOR .....	9
1.4. CONCEPTOS GENERALES DE MECÁNICA DE FLUIDOS .....	13
1.4.1. ANÁLISIS DIMENSIONAL .....	13
1.4.2. CAPA LÍMITE.....	15
1.5. NATURALEZA DE LAS FUERZAS EN EL IMPULSOR.....	17
1.5.1. FUENTES DE DISTORSIÓN .....	18
1.5.2. FUERZAS GENERADAS .....	21
2. DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL .....	24
2.1. APLICACIONES .....	24

2.2. VENTAJAS.....	25
2.3. LIMITACIONES .....	25
2.4. FUNCIONAMIENTO.....	26
2.4.1. PRE-PROCESAMIENTO .....	27
2.4.2. SOLVER.....	27
2.4.3. POST- PROCESAMIENTO .....	28
2.5. METODOLOGÍA DE LA SIMULACIÓN .....	29
2.6. CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA .....	30
2.6.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	30
2.6.2. GEOMETRÍA DEL EQUIPO .....	30
2.6.3. CONDICIONES DE TRABAJO.....	32
2.7. DESARROLLO DEL MODELAMIENTO FÍSICO .....	33
2.7.1. TIPO DE ANÁLISIS.....	33
2.7.2. CONDICIONES DE BORDE .....	34
2.7.3. MODELO DE TURBULENCIA .....	35
2.7.4. CONSIDERACIONES DEL MODELO FÍSICO .....	36
2.8. MODELO COMPUTACIONAL .....	39
2.8.1. DOMINIO EN ANÁLISIS.....	39
2.9. DISCRETIZACIÓN DEL MEDIO.....	43
2.9.1. SUBDOMINIO ROTACIONAL.....	43
2.9.2. SUBDOMINIO ESTÁTICO .....	45
2.9.3. CALIDAD DE MALLA.....	47
3. VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	49
3.1. VALIDACIÓN DE RESULTADOS .....	49

3.1.1. MODELO EXPERIMENTAL .....	50
3.1.2. MODELO MATEMÁTICO.....	50
3.1.3. COMENTARIOS .....	58
3.1.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	59
3.1.5. CONJUNTO IMPULSOR-ÁLABE .....	60
3.1.6. CONJUNTO EJE – IMPULSOR .....	69
3.1.7. COMENTARIOS .....	82
CONCLUSIONES .....	84
BIBLIOGRAFÍA .....	86
ANEXOS .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO A: Representación de las cargas a lo largo del tiempo (ÁLABE).....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO B: Representación de las cargas a lo largo del tiempo (IMPULSOR) .	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO C: Fluctuación de esfuerzos máximos (ÁLABE).....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO D: Características de tubería normalizada.....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO E: Fluctuación de las cargas máximas (IMPULSOR)...	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO F: Fluctuación de las cargas máximas (BRIDA).....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXO G: Fluctuación de esfuerzos máximos (BRIDA) .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1 Partes de un tanque agitador [7].....	7
Figura 1-2 Formación de vórtice en un tanque agitado. [5].....	8
Figura 1-3 (a) Agitador sin deflectores; (b) Agitador con deflectores. [10].....	9
Figura 1-4 Impulsor tipo hélice [11].....	10
Figura 1-5 Impulsor tipo paletas [11] .....	11
Figura 1-6 Impulsor tipo turbina [11].....	12
Figura 1-7 Correlación número de potencia - número de Reynolds para fluidos newtonianos [8].....	14
Figura 1-8 Capa límite con flujo laminar [14].....	15
Figura 1-9 Capa límite con flujo turbulento [15].....	16
Figura 1-10 Cargas producidas por el fluido [16].....	17
Figura 1-11 Frecuencia del SEIN [17].....	18
Figura 1-12 Curva de Fuerza vs Velocidad en el impulsor [16].....	19
Figura 1-13 Carga en el álabe de un agitador [16] .....	20
Figura 1-14 X- Momento flector (X- Bending) vs tiempo (s) [16] .....	21
Figura 1-15 Cargas debido al fluido (Flexión, Torsión y axial) en el impulsor. [16].....	22
Figura 1-16 Despejando las cargas torsionales en un impulsor. [16] .....	22
Figura 2-1 Procedimiento para establecer el modelo computacional [19] .....	29
Figura 2-2 Esquema general del tanque agitador con deflectores (izquierda) y del sistema motriz (derecha).....	31
Figura 2-3 Condición de apertura en el modelo computacional.....	34
Figura 2-4 Condición de pared no deslizante en el modelo computacional. ....	35
Figura 2-5 Representación del método continuo para la tensión superficial.....	38
Figura 2-6 Dominio computacional.....	40
Figura 2-7 Subdominio rotacional .....	41
Figura 2-8 Subdominio estacionario.....	41
Figura 2-9 (a) Vista isométrica del mallado. (b) Corte frontal del mallado. ....	42

Figura 2-10 (a) Vista isométrica del dominio rotacional. (b) Corte frontal del dominio rotacional. ....	43
Figura 2-11 Vistas detalladas del <i>inflation</i> de la superficie del impulsor.....	44
Figura 2-12 Mallado con elementos hexaédricos del dominio estacionario.....	46
Figura 2-13 (a) Vista isométrica del volumen adyacente al impulsor. (b) Corte frontal del volumen adyacente al impulsor. ....	46
Figura 2-14 Detalles del mallado de la base. ....	47
Figura 3-1 Modelo a escala (2 ft x 2 ft) .....	50
Figura 3-2 Error en la turbulencia.....	51
Figura 3-3 Masa de agua en el cilindro.....	53
Figura 3-4 Masa del sistema .....	54
Figura 3-5 Curva T vs $N^2$ .....	57
Figura 3-6 (Izquierda) Álabe (Derecha) DCL del álabe .....	65
Figura 3-7 Diagrama de la viga .....	65
Figura 3-8 Diagrama de fatiga mostrando varios criterios de falla [25].....	67
Figura 3-9 Análisis estructural del álabe .....	68
Figura 3-10 Curva de $\sigma_p$ (Mpa) vs t (s) .....	68
Figura 3-11 (Izquierda) Eje del agitador (Derecha) DCL del eje .....	72
Figura 3-12 Diagrama de momento flector (y) .....	73
Figura 3-13 Diagrama de momento flector (z) .....	74
Figura 3-14 Puntos evaluados en el eje .....	78
Figura 3-15 Curva de esfuerzo principales (kPa) vs t(s) .....	80

## INTRODUCCIÓN

En el Perú, el sector Metal Mecánico representó, en el 2013, el 24.4% del total del sector manufacturero, contribuyendo solamente con el 3.7% del total del PBI. A pesar, de tener un ligero crecimiento en nuestros índices macroeconómicos comparados con los obtenidos en años anteriores, se puede observar la lenta y pausada mejora de algunos sectores, como la metal mecánica, que alimentan a las industrias extractivas (minería e hidrocarburos).

En la actualidad, la fabricación de maquinaria y equipos en nuestro país representa el 0.78% del total del PBI. Esta realidad se ve afectada por importantes amenazas como el acelerado cambio tecnológico, los bajos márgenes de utilidades, el insuficiente nivel de inversión privada y sobre todo la falta de una imagen de país internacional como productor y exportador de productos manufacturados. Por esta razón, el estudio especializado de la tecnología es sumamente importante para su posterior desarrollo y mejora continua.

En la actualidad, uno de los equipos más usados en las diferentes industrias nacionales son los tanques agitadores; por esta razón, la eficiencia de las operaciones de agitación tiene un impacto tanto en los costos como en la calidad del proceso, siendo los sectores

dedicados a la manufactura los que requieren de nuevos diseños que les permita ser cada vez más competitivos en el mercado.

Por esta razón, el gobierno a través del fondo para la innovación, ciencia y tecnología (FINCyT) en conjunto con la Pontificia Universidad Católica del Perú y la empresa privada, realizaron hasta la fecha un conjunto de investigaciones las cuales permiten el desarrollo y entendimiento en este campo tan amplio y a su vez tan poco explorado, logrando potenciar el diseño de las nuevas versiones de estos equipos. Como una de las etapas finales del proyecto, se pretende realizar el análisis de las fuerzas que actúan en el conjunto eje-impulsor a lo largo del tiempo. Se tiene como hipótesis inicial que las cargas varíen a lo largo del tiempo pero no se sabe a ciencia cierta su naturaleza, grado de variación o magnitud.

Para realizar este estudio, fue necesario establecer los objetivos específicos basados en las diferentes etapas de la investigación con el fin que estos sirvan como hitos para poder alcanzar el objetivo general, como se lo presenta a continuación.

### **OBJETIVO GENERAL**

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo verificar y analizar las cargas fluctuantes generadas por el movimiento rotacional del conjunto eje-impulsor en un agitador vertical, a partir de la comparación de los datos obtenidos mediante simulación numérica con los datos obtenidos experimentalmente.

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Analizar el comportamiento de las cargas dinámicas generadas en cada uno de los álabes
- Verificar la falla debido a la fatiga el conjunto álabe-impulsor.
- Analizar el comportamiento de las cargas dinámicas generadas en todo el impulsor.
- Verificar la falla debido a la fatiga el conjunto eje-impulsor.



Este trabajo es la etapa inicial de un análisis más completo que culmina con el análisis utilizando simulación numérica de la falla debido a la fatiga en el conjunto eje-impulsor. Como etapa inicial del estudio, se va analizar minuciosamente el comportamiento y naturaleza de las cargas generadas en el movimiento del eje. Además, se pretende marcar la ruta y señalar cuales son las herramientas analíticas y/o numéricas más adecuadas para afrontar este tipo de diseño u otros con características similares.



## CAPÍTULO 1

### DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE AGITACIÓN

El presente capítulo tiene como objetivo realizar una descripción completa de todos los conceptos y fenómenos físicos involucrados en el proceso de agitación. Inicialmente, se desarrolla una presentación general del proceso, luego se realiza una breve descripción de sus aplicaciones, las partes del equipo y los conceptos más importantes de fluidos que van a ser usados. Finalmente, se explica los fenómenos físicos involucrados como el comportamiento de las fuerzas generadas por el movimiento del impulsor.

#### 1.1. DESCRIPCIÓN GENERAL

Los procesos de agitación y de mezclado son operaciones unitarias, procesos en los cuales existe una transferencia de masa y energía originada por algún medio físico o físico-químico. [1] En la actualidad, la agitación y el mezclado son los procesos principales en muchas industrias como la de productos de cuidado personal, plásticos, papel, químicos finos, comida, farmacéutica, caucho, cerámicos y entre otros. Por esta razón, resulta difícil de encontrar alguna industria que no involucre alguno de estos procesos, ya sea para lograr la homogenización de fases, obtener reacciones químicas, realizar el proceso de lixiviación, mezclado dentro de tuberías, etc. Este tipo de

operación unitaria puede involucrar sistemas de una sola o de varias fases (sólido, líquidas y gaseosas) y se pueden realizar en equipos de mezclado del tipo estático o en sistemas agitados. [2]

Dentro de los conceptos utilizados en el presente trabajo, se tiene que mencionar la diferencia entre los procesos de agitación y de mezcla. El proceso de agitación tiene como objetivo crear un cierto nivel de flujos turbulentos los cuales se traducen en movimientos violentos e irregulares en el seno del mismo fluido, situando las partículas o moléculas de una o más fases de tal modo que se obtenga el fin pretendido en el mínimo de tiempo y con un mínimo de energía. En el caso de que no sea una única sustancia la que reciba este movimiento, sino dos o más sustancias, miscibles o no, se llamará mezcla. Por otro lado, el proceso de mezclado es una operación que envuelve la manipulación de un sistema físico heterogéneo, con la intención de hacerlo más homogéneo y así conseguir la máxima interposición posible de materiales, los cuales pueden ser miscibles o inmiscibles. [3]

En los procesos industriales, para obtener una mezcla eficiente, es difícil de lograr sin la presencia de las mejoras continuas de los diseños y los procesos de mezcla. En nuestra industria, en la mayoría de los casos se realiza el diseño de los tanques de agitación de forma experimental tomando, los siguientes parámetros en cuenta:

- Potencia requerida
- Capacidad de bombeo,
- Tiempo de mezcla,
- Dirección del flujo,
- Niveles de concentración,
- Etc.

Es por esta razón, que la forma más adecuada de cuantificar estos parámetros es a través de modelos empíricos como los modelos a escala de vidrio o cualquier otro material transparente que permite medir cualitativamente algunos parámetros. Actualmente, existen equipos capaces de realizar mediciones precisas de los fluidos mezclados; sin embargo se requieren de equipos costosos que se viene desarrollado desde finales de los años 90, estas técnicas empezaron a estudiarse en la Nanyang Technological University en Singapore las cuales consisten en combinar velocimetría de imágenes de partículas (Particle Image Velocimetry – PIV) con fluorescencia inducida por láser en el plano (Planar Laser Induced Fluorescence - PLIF). La combinación de estas técnicas provee datos de la velocidad como los niveles de concentración en el fluido y permite la correlación entre ambos parámetros, permitiendo el cálculo de las concentraciones generadas en la turbulencia del fluido. [4]

Cabe mencionar que en los siguientes capítulos y etapas del estudio, se va a mencionar simplemente el proceso de agitación, pues la base de este trabajo comprende el estudio de la presión generada por el trabajo mecánico del conjunto eje-impulsor, mas no las características del fluido producto del movimiento rotacional.

## 1.2. APLICACIONES

Los líquidos se agitan con diversos fines, dependiendo de los objetivos de la etapa del proceso. Dichos fines pueden comprender: [5]

- Suspensión de partículas sólidas.
- Mezclado de líquidos miscibles, por ejemplo, alcohol metílico y agua.
- Dispersión de un gas en un líquido en forma de pequeñas burbujas.
- Dispersión de un segundo líquido, inmisible con el primero, para formar una emulsión o suspensión de gotas diminutas.
- Promoción de la transformación de calor entre el líquido y un serpentín o encamisado.



### 1.3. EQUIPO DE AGITACIÓN

Dentro de los sistemas agitados, existe una gran variedad de aplicaciones para los tanques agitadores, los cuales se extienden desde procesos en régimen laminar hasta procesos altamente turbulentos. [3]

Los tanques agitados, para poder cumplir con todas estas demandas debido al diseño tienen que cumplir ciertos requisitos como variar su tamaño en un rango que va desde los  $0,004m^3$  hasta los  $10m^3$  (de uno o dos galones hasta miles de galones). Para aplicaciones específicas se puede requerir vidrio u otros tratamientos superficiales que se encargan de inhibir la corrosión. Además, se recomienda que el tanque presente placas deflectoras las cuales evitan la formación de vórtices (remolinos) y finalmente, sobre el eje suspendido desde la parte superior, va montado un impulsor como se muestra en la Figura 1-1 que es la representación estándar del montaje de un sistema agitado. [6]

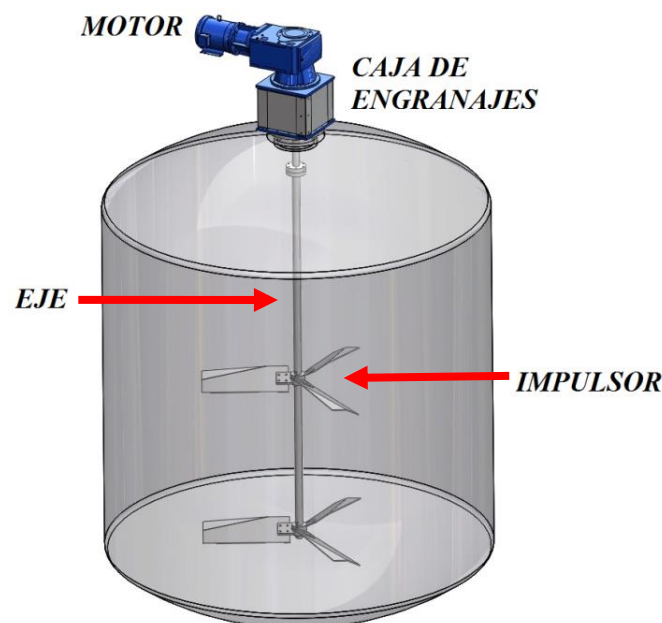


Figura 1-1 Partes de un tanque agitador [7]

### 1.3.1. TANQUE

El diseño en los tanques puede tener muchas variaciones como son los de fondo redondeado, este diseño se caracteriza por evitar las regiones donde no penetrarían corrientes de flujo, además de requerir de una menor energía en el funcionamiento. Sin embargo, por consideraciones económica debido al montaje se utilizan tanques de fondo plano, modelo de estudio en el presente trabajo, ya que no necesitan un soporte especial en la base y son los de mayor uso en la industria. [8]

### 1.3.2. DEFLECTORES

Los deflectores son productores de arrastre energéticamente ineficientes; por lo general, son vigas de metal planas o placas fijadas perpendicularmente a las paredes laterales del tanque. Estos componentes son usualmente utilizados en fluidos con viscosidades menores a  $4\text{kg/ms}$  siendo obligatorio utilizarlos, ya que evitan la generación del patrón de flujo tangencial; estos patrones de flujo, son más pronunciados en un diseño de tanque carente de deflectores. [9] Sin embargo, no son requeridos en fluidos con altas viscosidades donde el patrón de flujo tangencial no es un problema. La forma de este patrón es mostrado en la Figura 1-2.

#### Flujo tangencial

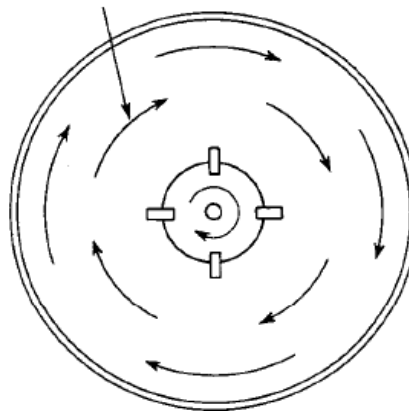


Figura 1-2 Formación de vórtice en un tanque agitado. [5]

Estos componentes son montados a lo largo de la altura de la pared del tanque y tienen un ancho que varía entre  $1/12$  a  $1/10$  del diámetro del tanque con un desplazamiento de  $1/3$  del ancho del deflector. [5] Generalmente, un tanque cuenta con cuatro deflectores como se muestra en la Figura 1-3.

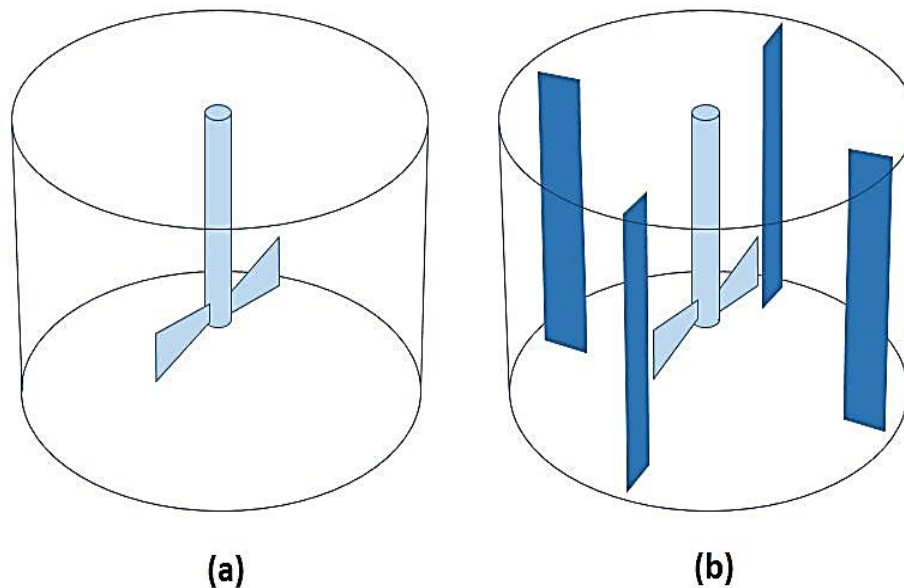


Figura 1-3 (a) Agitador sin deflectores; (b) Agitador con deflectores. [10]

### 1.3.3. IMPULSOR

Los tanques agitadores utilizan dos tipos de impulsores y se dividen en: los que generan corrientes paralelas al eje del impulsor y aquellos que generan corrientes en dirección tangencial o radial. Los primeros reciben el nombre de impulsores de flujo axial y los segundos impulsores de flujo radial. Los tres principales tipos de impulsores son hélices, palas y turbinas. Cada uno de ellos comprende muchas variantes y subtipos que no se van a considerar en el presente estudio. Otros impulsores resultan también útiles en situaciones especiales, pero los tres tipos principales mencionados resuelven tal vez el 95% de todos los problemas de agitación presentados en la industria. [5]

## A. HÉLICE

Este tipo de impulsor dirige el flujo en dirección axial y es utilizado cuando se necesita altas velocidades en la agitación, la mayoría de las veces en líquidos de baja viscosidad. Las hélices pequeñas, generalmente, giran con la misma velocidad del motor, entre 1150 y 1750 rpm, mientras que las hélices grandes lo hacen en un rango de 400 y 800 rpm. Las corrientes de flujo generadas por el movimiento del impulsor salen de este y luego continúan a través del líquido en una dirección determinada hasta que chocan con el fondo o las paredes del tanque en donde la columna, altamente turbulenta, de remolinos de líquido que abandona el impulsor, arrastra al moverse el líquido estancado probablemente en mayor proporción que lo haría una columna equivalente procedente de una boquilla estacionaria, debido a que las placas del impulsor cortan o cizallan vigorosamente el líquido durante su operación.

Debido a la persistencia de las corrientes de flujo, los agitadores de hélice son eficaces en tanques muy grandes. Una hélice giratoria traza una hélice en el fluido y, si no hubiese deslizamiento entre el fluido y la hélice, una revolución completa provocaría el desplazamiento longitudinal del líquido una distancia fija, dependiendo del ángulo de inclinación de las palas de la hélice, la relación entre esta distancia y el diámetro de la hélice se conoce como paso de hélice.

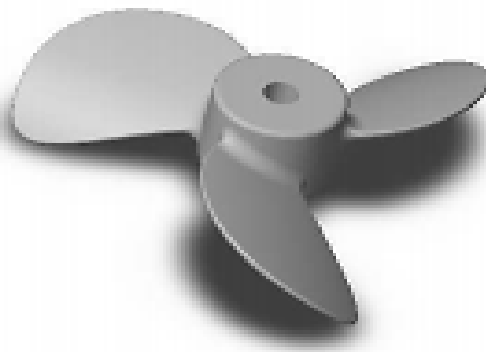


Figura 1-4 Impulsor tipo hélice [11]



En la Figura 1-4 se representa una hélice típica siendo las más frecuentes las hélices marinas de tres palas; para aplicaciones especiales se utilizan hélices de cuatro palas, ruedas dentadas y otros diseños. Este diseño de impulsor raramente supera las 18 pulg de diámetro. En tanques profundos pueden instalarse dos o más hélices sobre el mismo eje, generalmente dirigiendo el líquido en la misma dirección. A veces, dos hélices operan en direcciones opuestas, o en «*push pull*», con el fin de crear una zona de turbulencia especialmente elevada entre ellas. [5]

## B. PALETAS

Para los problemas más sencillos, un agitador eficaz consta de una pala plana que gira sobre un eje vertical siendo los más frecuentes los agitadores de dos o cuatro palas; a veces, las palas están inclinadas pero lo más frecuente es que sean verticales como se muestra en Figura 1-5.

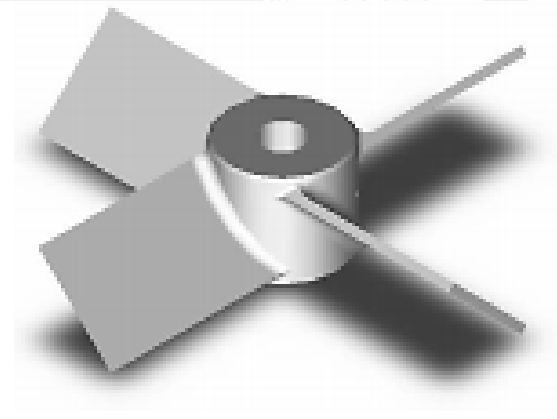


Figura 1-5 Impulsor tipo paletas [11]

Estas paletas giran a bajas o moderadas velocidades en el centro del tanque, impulsando el líquido radial y tangencialmente, sin que haya prácticamente movimiento vertical a excepción de las placas que están inclinadas. Las corrientes generadas se desplazan hacia fuera hasta chocar con la pared del tanque y después hacia arriba o hacia abajo dependiendo de la geometría del diseño.

Los agitadores de palas giran a velocidades comprendidas entre 20 y 150 rpm. La longitud total de un impulsor de palas está típicamente comprendido entre el 50 y el 80% del diámetro interior del tanque. A velocidades muy bajas los agitadores de palas generan una agitación muy suave en tanques sin placas deflectoras, las cuales son necesarias para velocidades más elevadas, pues de lo contrario el líquido se desplaza en bloque alrededor del tanque con velocidad alta, pero con poca mezcla. [5]

### C. TURBINA

En la Figura 1-6, se representa uno de los numerosos diseños de impulsores tipo turbina utilizados largamente en la industria. La mayoría de estos diseños consta de una placa circular con numerosas palas cortas que giran a altas velocidades sobre un eje montado centralmente en el tanque, estas placas pueden ser rectas, curvas, inclinadas o verticales contenidas por un impulsor de geometría abierta, semi-cerrada o cerrada. El diámetro del impulsor es menor que el de las palas, varía entre el 30 y el 50% del diámetro del tanque.

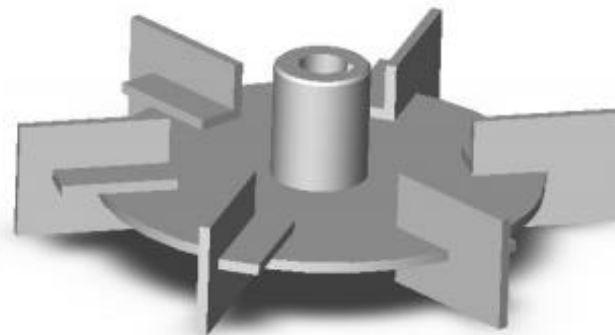


Figura 1-6 Impulsor tipo turbina [11]

Las turbinas son eficaces para un amplio intervalo de viscosidades; por ejemplo, en líquidos de baja viscosidad las turbinas generan fuertes corrientes que persisten a lo largo de todo el tanque destruyendo las bolsas de fluido estancado. Cerca del impulsor hay una zona de corrientes rápidas, elevada turbulencia e intensa cizalladura siendo las

corrientes principales radiales y tangenciales. Los componentes tangenciales inducen a la formación de vórtices y remolinos, que deben ser destruidos por placas deflectoras o por un anillo difusor para que la agitación sea más eficaz. [5]

#### **1.4. CONCEPTOS GENERALES DE MECÁNICA DE FLUIDOS**

El estudio y comprensión de la ciencia en la mecánica de fluidos se ha desarrollado gracias al entendimiento de las propiedades de los fluidos, a la aplicación de las leyes básicas de la mecánica y a una experimentación ordenada. [12] Por esta razón, es muy importante mencionar los conceptos más representativos de esta rama de la ingeniería que han sido usados en el presente trabajo, como se muestra a continuación:

##### **1.4.1. ANÁLISIS DIMENSIONAL**

Dado que en la mecánica de fluidos el número de problemas que se pueden resolver en forma puramente analítica es pequeño; por esta razón, la gran mayoría requiere algún grado de resultados empíricos y/o experimentales. El análisis dimensional ofrece un método para reducir problemas físicos complejos a su forma funcional más simple; por lo tanto, permite tener una visión general del problema y las variables (adimensionales) relevantes involucradas.

En el corazón del análisis dimensional se encuentra el concepto de similitud o semejanza. En términos físicos, la similitud se refiere a alguna equivalencia entre dos fenómenos diferentes. Por ejemplo, bajo algunas condiciones particulares hay una relación directa entre las fuerzas que actúan sobre un avión de tamaño real y aquellas que actúan sobre un modelo a escala que se prueba en el túnel de viento de un laboratorio.

Por lo tanto, la utilidad principal del análisis dimensional radica en la capacidad de representar en forma más reducida la forma funcional de las relaciones físicas involucradas en un fenómeno dado, un problema que en un principio puede parecer

complejo, puede a veces resolverse con un esfuerzo pequeño a través del análisis dimensional. [13]

**A. REQUERIMIENTOS DE POTENCIA**

En el análisis dimensional, se ha deducido un cierto número de grupos adimensionales para preparar los parámetros de diseño. Estos parámetros han sido basadas frecuentemente en trabajos experimentales, dando lugar a modelos que son de mucha utilidad aún en la actualidad, ya que no se necesitan computadoras para tener una buena aproximación. Los más importantes para obtener la cantidad de energía necesaria en nuestro diseño son los números de Reynolds del impulsor y el número de potencia.

**B. CORRELACIÓN DE DISEÑO**

A partir del análisis dimensional ya mencionado, se ha explorado la relación entre estos dos números para una gran variedad de tipos de álabes y se obtiene como constante el número de potencia a partir de una determinada cantidad de *Re*. [12]

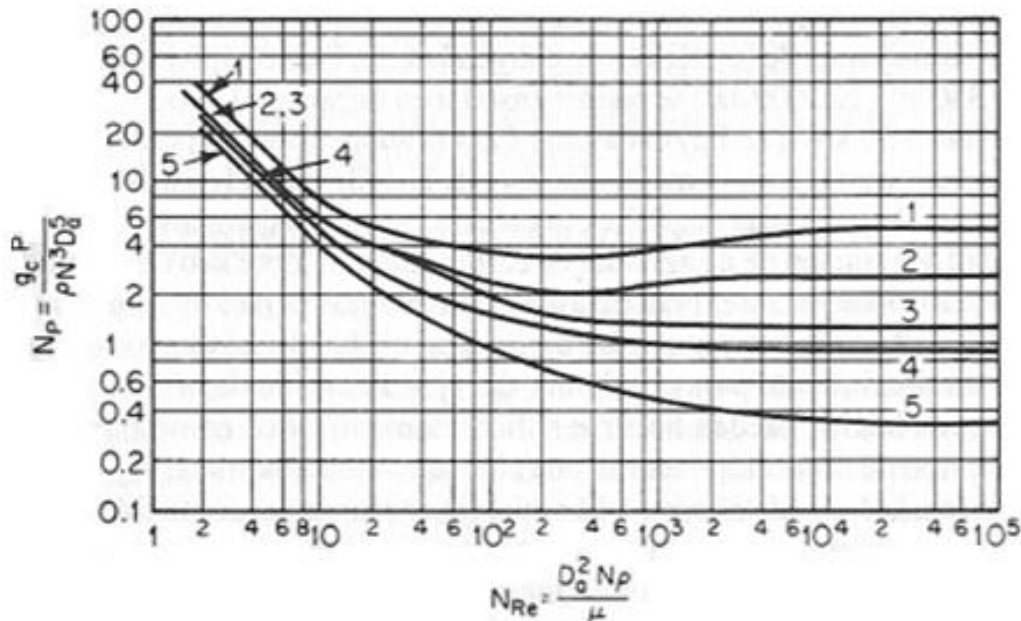


Figura 1-7 Correlación número de potencia - número de Reynolds para fluidos newtonianos [8]

Esta correlación se muestra gráficamente en la Figura 1-7 donde la información obtenida es la cantidad de energía por volumen necesaria para agitar la sustancia, independientemente de la naturaleza de esta. Cabe mencionar que la gráfica mostrada es obtenida de un libro de fluidos; por lo tanto, cada línea representa la naturaleza de un impulsor en particular.

### 1.4.2. CAPA LÍMITE

El último concepto propio de la mecánica de fluidos de vital importancia para el presente estudio es la capa límite, este fenómeno físico va a ser el responsable de todo el estudio que se va a realizar a continuación. Cuando empieza el movimiento en un fluido que tiene una viscosidad muy pequeña, el fluido es esencialmente irrotacional, que no genera torbellinos o turbulencia, en los primeros instantes. Debido a que el fluido tiene velocidad cero en las fronteras con respecto a éstas, existe un alto gradiente de velocidad desde la frontera hacia el flujo. Este gradiente, en fluidos reales, origina fuerzas de corte cerca de la frontera que reducen la velocidad del flujo a la de la frontera. La capa del fluido cuya velocidad ha sido afectada por el esfuerzo cortante de la frontera se conoce como la capa límite la cual es mostrada en la Figura 1-8.

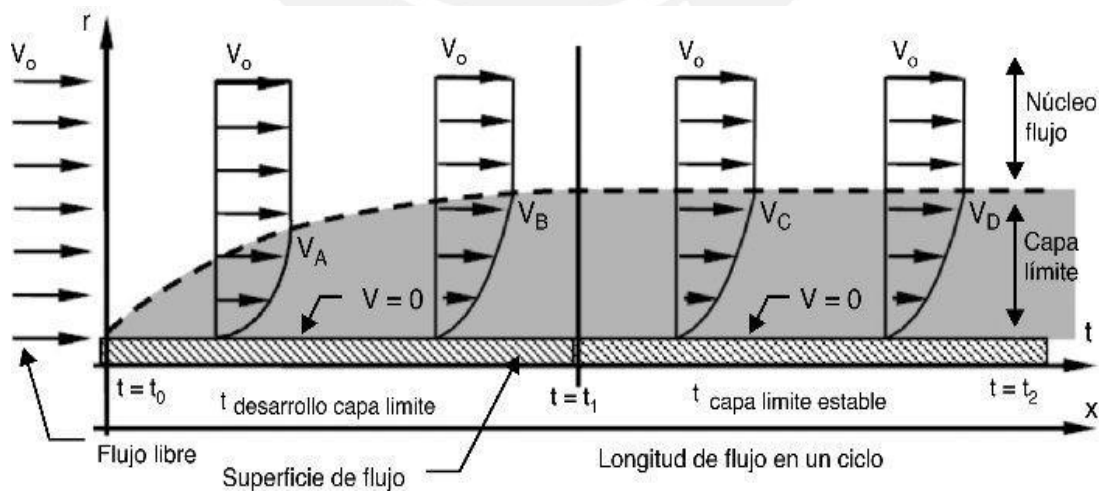


Figura 1-8 Capa límite con flujo laminar [14]

La velocidad en la capa límite se aproxima a la velocidad en el flujo principal, en forma asintótica. La capa límite es muy delgada en el extremo de aguas arriba en un cuerpo aerodinámico en reposo sujeto a un flujo uniforme. A medida que esta capa se mueve a lo largo del cuerpo, la acción continua de los esfuerzos cortantes tiende a desacelerar partículas adicionales de fluido, haciendo que el espesor de la capa límite aumente con la distancia del punto de aguas arriba.

A medida que la capa límite aumenta su espesor se vuelve inestable y finalmente se transforma en una capa límite turbulenta en donde las partículas de fluido se mueven en trayectorias aleatorias, a pesar de que su velocidad ha sido reducida por la acción viscosa en la frontera. Cuando la capa límite se ha hecho turbulenta, una pequeña capa muy delgada con movimiento laminar, sigue existiendo cerca de la frontera. Esta se conoce como la subcapa laminar como se observa en la Figura 1-9. [12]

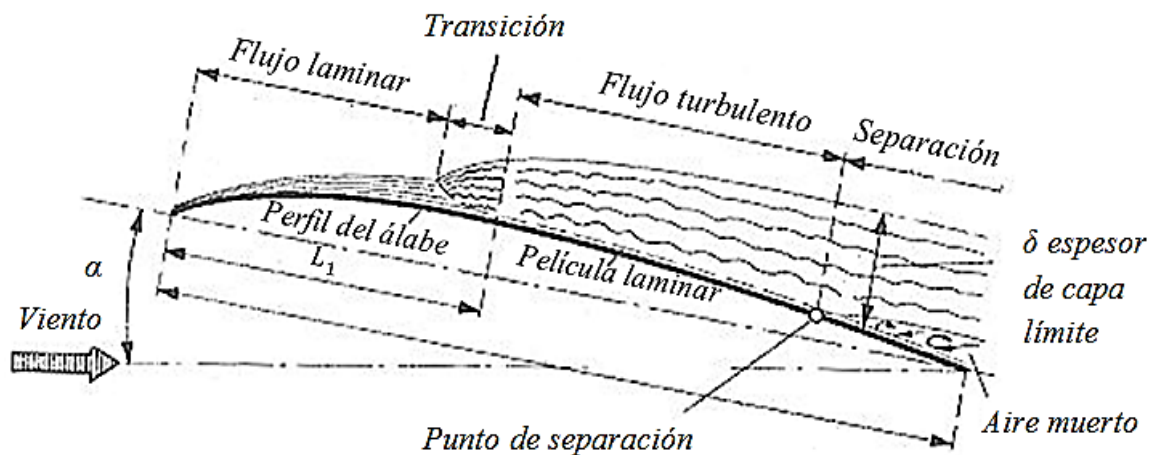


Figura 1-9 Capa límite con flujo turbulento [15]

La importancia de este concepto físico radica en que su profundo entendimiento es de carácter medular en el presente estudio; ya que, las fuerzas que se pretenden estudiar mediante la simulación numérica tienen que tener un alto grado de confiabilidad y es por



esta razón que el fenómeno tiene que estar bien descrito debido a que las fuerzas generadas son producto de la interacción entre el fluido y superficie del impulsor.

### 1.5. NATURALEZA DE LAS FUERZAS EN EL IMPULSOR

La mayoría de agitadores son diseñados con ejes en voladizo, esto quiere decir que no cuentan con un cojinete estabilizador para soportar el extremo libre del eje como se muestra en la Figura 1-10, en esta figura claramente se aprecia las fuerzas que actúan en el impulsor y la configuración del eje. No obstante, los ensayos de los procedimientos y la metodología del diseño asumen que la naturaleza de la carga en el mezclador y el tanque es geoméricamente simétrica e invariante en el tiempo, una condición que difícilmente se cumple.

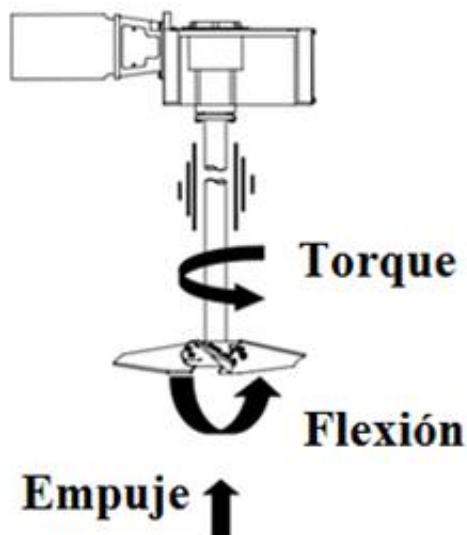


Figura 1-10 Cargas producidas por el fluido [16]

En el presente trabajo, se pretende hacer un estudio de la naturaleza de las cargas generadas en el momento que el impulsor interactúa con el fluido; sin embargo, existen ciertas fuentes de distorsión que generan o incrementan esta asimetría en las fuerzas que actúan en el conjunto eje-impulsor, a continuación se las explica brevemente. [16]

### 1.5.1. FUENTES DE DISTORSIÓN

Estas fuentes son las que aparecen cuando los equipos empiezan a operar; ya que, muchas veces el diseño por razones prácticas se simplifica y algunos datos de entrada no son considerados, a continuación se presenta las fuentes de distorsión más comunes.

#### A. FUENTES ELÉCTRICAS

La red eléctrica del Perú proporciona a los equipos conectados la energía necesaria para funcionar; sin embargo, existen un par de parámetros los cuales varían a lo largo del tiempo y es que esta variación genera fluctuaciones que son normales en la corriente del motor. En primer lugar, aproximadamente entre el  $\pm 5$  y  $\pm 15\%$  del valor nominal del voltaje varía normalmente; no obstante, cabe mencionar que la norma UNE-EN 50160 solo admite un  $\pm 10$  por ciento en la variación del valor nominal. [16]

Adicionalmente, otro parámetro presente en la red eléctrica es la variación de la frecuencia la cual tiene una relación directamente proporcional con el torque. Como se puede observar en la Figura 1-11, a pesar de ser poca se tiene una variación constante la cual puede llegar hasta una magnitud de 1.2%. Este tipo de distorsión no va a ser considerada en el presente estudio pero vale la pena mencionarlo con el fin de entender el fenómeno físico en toda su magnitud.



Figura 1-11 Frecuencia del SEIN [17]

## B. FUENTES MECÁNICAS

Otra fuente de distorsión presente durante el trabajo de estos equipos es la causada por el sistema mecánico, cada sistema tiene frecuencias naturales que pueden causar amplificaciones de las cargas mecánicas si la velocidad de operación es cercana a estas frecuencias de resonancia. [16]

Existen dos problemas principales, el primero es cuando la velocidad del eje (*RPM*) coincide con la primera frecuencia natural del eje y la segunda cuando la frecuencia de paso de los álabes (velocidad de operación multiplicada por el número de álabes del impulsor) es similar a la frecuencia natural del eje.

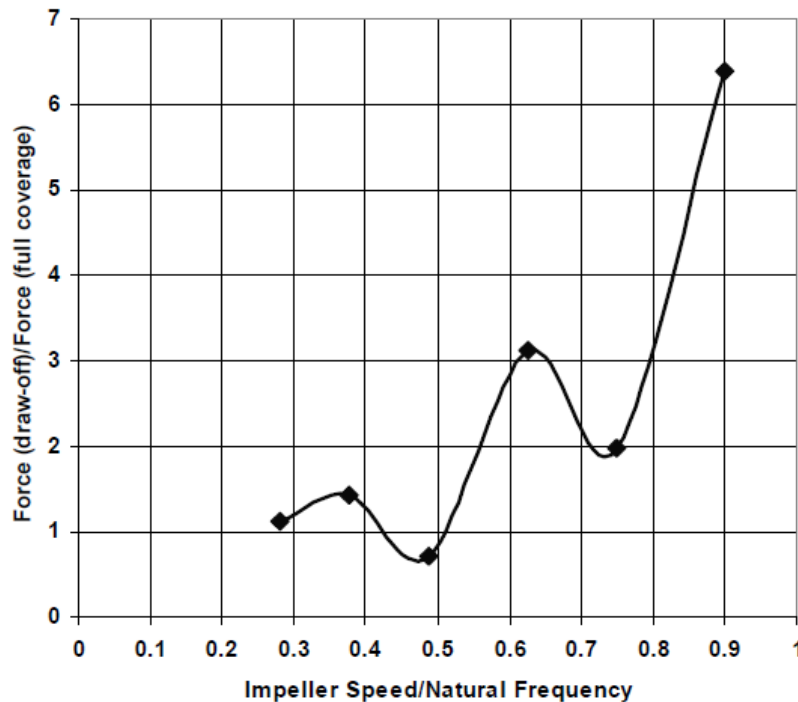


Figura 1-12 Curva de Fuerza vs Velocidad en el impulsor [16]

La velocidad de operación en un agitador convencional varía entre el 60%-80% de la frecuencia natural; sin embargo, se tiene que tener cuidado pues existen picos de amplificación de las cargas mecánicas como se ilustra en la Figura 1-12. Cabe señalar

que esta curva es para un impulsor de tres álabes y de geometría muy parecida a la que posteriormente se va a estudiar. A pesar de no haber sido tomado en consideración, se recomienda al lector que revise la bibliografía al respecto porque es un tema muy amplio que no será abordado en este trabajo pero es importante mencionarlo pues de no tomarse en cuenta en el diseño podría ser catastrófico para el equipo. [16]

### C. FUENTES ORIGINADAS POR EL FLUIDO

Finalmente, la última fuente de distorsión a lo largo del tiempo es producida por la carga en los álabes como se muestra en la Figura 1-13, estas cargas dinámicas generadas en cada álabe del impulsor van a ser diferentes; ya que, si ni un solo álabe enfrenta el mismo ambiente de fluido que otro, es por eso que el resultado es una fuerza desbalanceada en el eje. Este fenómeno se debe a que los álabes viajan a través de un campo de flujo turbulento que a su vez produce un campo de velocidades variables, por lo tanto se producen fluctuaciones que son transmitidas en cargas dinámicas hacia el eje.

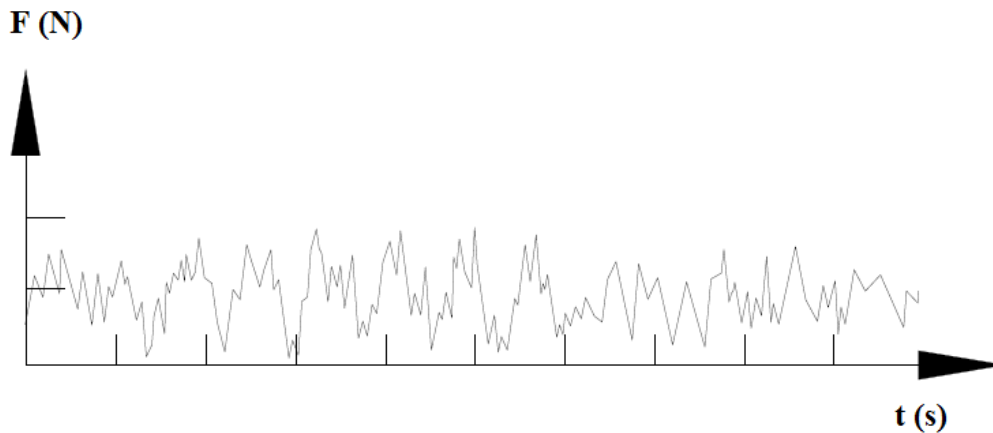


Figura 1-13 Carga en el álabe de un agitador [16]

Además, en esta figura se muestra la correspondiente carga en el álabe, que varía de cero a 200% de la media, o una fluctuación de  $\pm 100\%$ . Cabe resaltar que estas asimetrías también son causadas por campos de fluido no homogéneos o bien a partir de gradientes de densidad. [16]

En la Figura 1-14 se muestra la fluctuación del momento flector en la dirección “x”, la cual tiene una naturaleza completamente reversible, el momento flector tiene una muy pequeña componente constante y es realmente una señal oscilante. Estas señales fueron tomadas de strain gauges montadas en la superficie superior del eje y es importante mencionar que la geometría del impulsor de estas pruebas es parecida en diseño al que posteriormente se va a estudiar. [16]

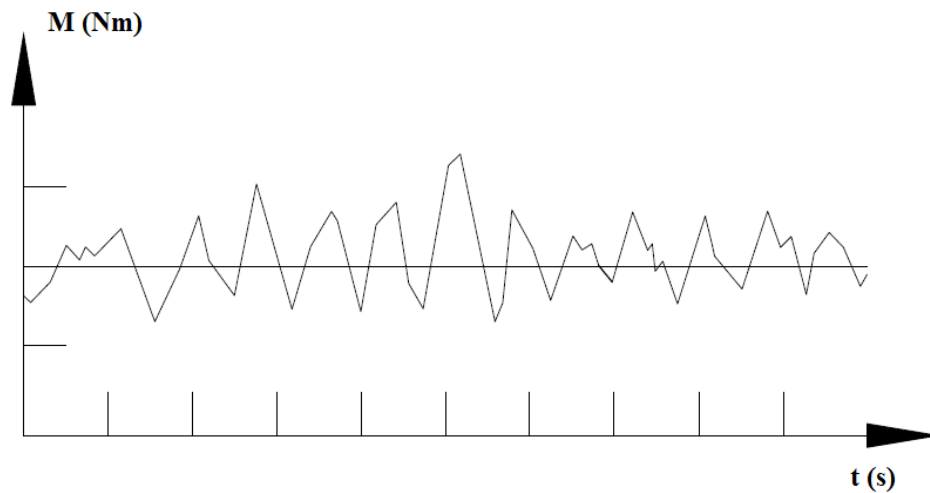


Figura 1-14 X- Momento flector (X- Bending) vs tiempo (s) [16]

### 1.5.2. FUERZAS GENERADAS

La etapa más importante del estudio, va a estar enfocada en el cálculo de las fuerzas presentes en el impulsor. Para simplificaciones, a continuación se presenta el ejemplo de un impulsor con cuatro álabes que es mostrado en la Figura 1-15 y Figura 1-16 en vista de elevación y planta respectivamente. Las cargas que producen flexión en el eje son causadas por una fuerza  $F$  efectiva actuando horizontalmente en el impulsor. [16]

En primer lugar, la potencia transmitida por el motor a través del reductor y por el eje puede ser calculado por la ecuación 1.1, esta relación como ya se mencionó anteriormente se extrae de los conceptos estudiados de análisis dimensional, este valor

puede ser asumido como la cantidad de masa que pasa a través del flujo de entrada en un determinado tiempo siendo esta la energía cinética del fluido. [16]

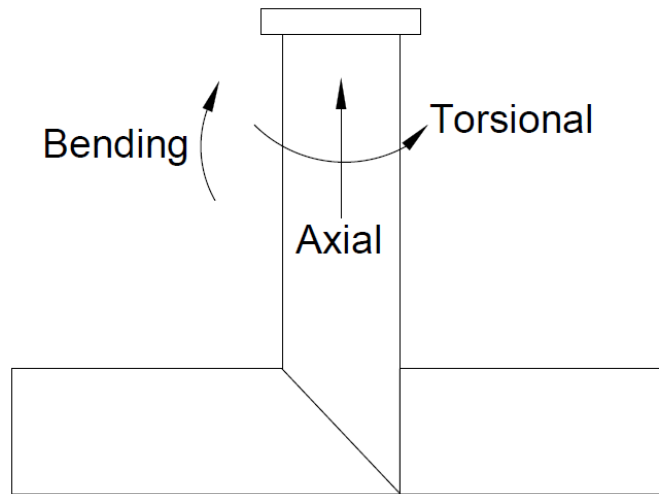


Figura 1-15 Cargas debido al fluido (Flexión, Torsión y axial) en el impulsor. [16]

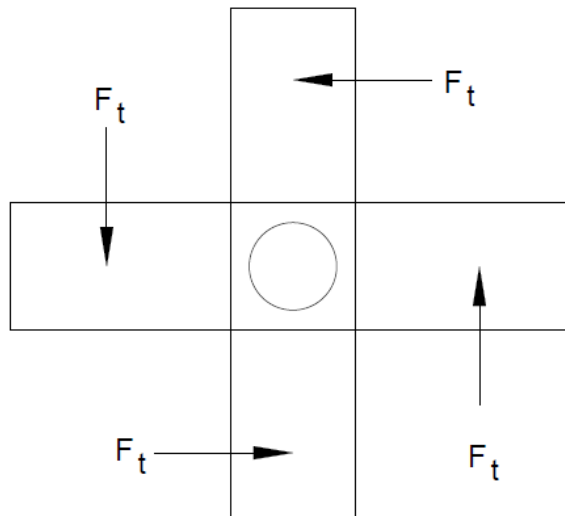


Figura 1-16 Despejando las cargas torsionales en un impulsor. [16]



Según la potencia aplicada y la velocidad del impulsor, el torque es calculado como se muestra en la ecuación 1.2. El torque puede ser asumido como una fuerza en un radio efectivo, la distancia desde la línea que representa el centro del eje hasta el punto de carga media del álabe, este planteamiento dio origen a la ecuación 1.3 para la fuerza horizontal en el álabe. Sin embargo, de esta ecuación la fuerza neta del fluido podrá ser obtenida una vez que sea evaluado el radio efectivo para las condiciones propias del sistema. En la práctica, los exponentes de 2 en la velocidad y 4 en el diámetro no son siempre exactos y pueden variar algo como una función de los parámetros, como los efectos de la escala y el número de Reynolds, etc. Estos altos exponentes significan que se debe tener cuidado cuando la velocidad del impulsor o la longitud de su diámetro varía. [16]

$$Potencia = Np * \rho * \omega^3 * d^5 \quad (1.1)$$

$$Torque = \frac{Potencia}{2\pi * \omega}$$

$$Torque = \frac{Np * \rho * \omega^3 * d^5}{2\pi * \omega}$$

$$Torque = \frac{Np * \rho * \omega^2 * d^5}{2\pi} \quad (1.2)$$

$$Fuerza_{Torque} = \frac{Torque}{Radio_{efectivo} * N_{álaves}}$$

$$Fuerza_{Torque} = \frac{Np * \rho * \omega^2 * d^5}{2\pi * Radio_{efectivo} * N_{álaves}} \quad (1.3)$$

## CAPÍTULO 2

### DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

El presente capítulo tiene como objetivo introducir los conocimientos básicos de la dinámica de fluido computacional, luego, se detalla toda la teoría de los modelos físicos presentes durante la operación del agitador y finalmente se explica cómo se abordó el modelo computacional.

#### 2.1. APLICACIONES

La dinámica de fluido computacional o CDF (*Computational Fluid Dynamics*) es un sistema de análisis que envuelve el flujo del fluido, transferencia de calor y los fenómenos asociados a las reacciones químicas por medio del análisis computacional. Esta técnica abarca un amplio rango de aplicaciones entre las áreas orientadas a la industria y las que son meramente académicas. Algunos ejemplos son: [18]

- Aerodinámica de aviones y vehículos: sustentación y resistencia.
- Hidrodinámica de naves.
- Plantas generadoras de electricidad: motores de combustión interna.
- Turbomaquinaria: flujo dentro de pasajes rotatorios, difusores, etc.

- Ingeniería eléctrica y electrónica: enfriamiento de equipos.
- Procesos químicos: mezcla y separación, moldeo de polímero.
- Ingeniería naval: cargas en alta mar.

## 2.2. VENTAJAS

Existe una gran cantidad de ventajas entre usar un código CFD sobre los resultados basados en los experimentos de los sistemas de flujo las cuales se pueden apreciar a continuación: [18]

- Reducción sustancial en los plazos de entrega y los costos de nuevos diseños.
- Habilidad para estudiar sistemas donde los experimentos controlados son difíciles o imposibles de llevar a cabo, por ejemplo sistemas muy largos.
- Habilidad de estudiar sistemas bajo condiciones extremadamente peligrosas y más allá de sus límites normales de funcionamiento, por ejemplo estudios de seguridad y escenarios de accidentes.
- Prácticamente ilimitado nivel de detalle en los resultados.

La variable costo en un experimento, en términos de alquiler de las instalaciones y/o el costo de horas-hombre, es proporcional al número de puntos de datos y al número de configuraciones probadas. Sin embargo, en los códigos CFD se puede producir una gran cantidad de información sin alguna inversión extra al presupuesto ya destinado. Es muy barato de realizar estudios paramétricos, por ejemplo para optimizar el rendimiento de un equipo.

## 2.3. LIMITACIONES

Como cualquier otro método de análisis existen ciertas limitaciones y a pesar de sus grandes ventajas y aplicaciones hay que tomarlas en cuenta para disminuir su grado de error. [6]

- Modelos físicos - Las soluciones están basadas en modelos físicos de los procesos del mundo real (por ejemplo, la turbulencia, reacciones químicas, la compresibilidad, flujo multifásico, etc.). Los resultados que nos ofrece sólo pueden ser tan exactas como los modelos físicos en los que están basados.
- Errores numéricos - La resolución de ecuaciones a través de una computadora siempre induce a errores numéricos. Errores de redondeo aunque puede ser pequeña en la mayoría de los casos). Un segundo error, son los errores de truncamiento, debido a las aproximaciones de los modelos numéricos.
- Condiciones de contorno - Al igual que con los modelos físicos, la precisión en los resultados depende en gran medida a las condiciones iniciales y límites previstos en el modelo numérico.

#### 2.4. FUNCIONAMIENTO

Los códigos de CFD están estructurados alrededor de algoritmos numéricos los cuales pueden abordar la mayoría de problemas presentados en los flujos de fluidos. Para proveer un fácil acceso al paquete de CFD, el software incluye un sofisticado sistema de interfaces en donde los usuarios pueden ingresar las condiciones límites de cómo se origina el fenómeno y posteriormente analizar los resultados. Cualquier código de simulación numérica se desarrolla bajo tres elementos importantes: [18]

- Pre- procesamiento
- Solver
- Post- procesamiento

A continuación, se va a explicar brevemente la función de cada uno de los elementos dentro del contexto del código de CFD.

### 2.4.1. PRE-PROCESAMIENTO

Consiste en el ingreso de un problema de fluidos al software con el código CFD por medio de una interfaz amigable y la subsecuente transformación de esa entrada a una forma adecuada para que el solver pueda operar sin ningún problema. Las actividades que deben ser realizadas por el usuario en la etapa de pre-procesamiento son: [18]

- Definición de la geometría de interés: el dominio computacional
- Generación de la malla: subdivisión del dominio computacional en un determinado número de pequeños subdominios.
- Selección del fenómeno físico o químico que tiene que ser modelado.
- Definición de las propiedades del fluido.
- Especificación de las adecuadas condiciones límite de la malla que coincide con el límite del dominio.

La solución de un problema de fluidos (velocidad, presión, temperatura, etc) es definida por los nodos dentro de cada elemento de malla. La precisión que se logra en una solución utilizando simulación numérica es gobernada por la cantidad de elementos en la malla. En general, cuanto mayor sea el número de elementos, mejores serán los resultados hablando en términos de la precisión. Tanto la precisión de la solución como su costo en términos de hardware y el gasto computacional son dependientes del grado de finura de la malla. Las mallas óptimas son frecuentemente no uniformes: finas en áreas donde grandes variaciones ocurren de punto a punto y de calidad burda en regiones donde exista un pequeño cambio en las propiedades. [18]

### 2.4.2. SOLVER

Hay tres corrientes distintas en las técnicas de solución numérica: diferencia finita, elementos finitos y métodos espectrales. A grandes rasgos, los métodos numéricos que forman la base del programa de solución, realizan los siguientes pasos:

- Aproximación de las variables de fluido desconocidas por medio de funciones simples.
- Discretización por sustitución de las aproximaciones en las ecuaciones gobernantes del fluido y las subsecuentes manipulaciones matemáticas.
- Solución de las ecuaciones algebraicas. [18]

Una vez realizada la simulación, esta etapa se realiza de manera interna en la computadora se procede a la validación y verificación de los resultados.

#### 2.4.3. POST- PROCESAMIENTO

Así como en el pre-procesamiento, una gran cantidad de trabajo también se ha desarrollado en el campo del post-procesamiento. Debido a la creciente popularidad de las *workstations* en la ingeniería, muchos de los cuales tienen capacidades gráficas sobresalientes, los principales paquetes de CFD están ahora equipados con versátiles herramientas de visualización de datos. Estas incluyen:

- Geometría del dominio y visualización de la malla.
- Ploteo de vectores.
- Ploteo de líneas y curvas.
- Ploteo de superficies 2D y 3D.
- Rastreo de partículas.
- Manipulación de vistas. ( traslación, rotación, escalamiento, etc)

Últimamente, los softwares dedicados a este análisis incluyen animaciones del resultado de forma dinámica, permitiendo al usuario visualizar fácilmente los resultados en gráficas muy versátiles en el análisis ingenieril de los fenómenos.



## 2.5. METODOLOGÍA DE LA SIMULACIÓN

El objetivo de este trabajo es obtener la fluctuación de las cargas en el tiempo; por lo tanto, el modelo computacional tiene que representar al agitador funcionando a ciertas condiciones de operación. Como es necesario realizar un análisis fluido dinámico muy detallado en régimen transitorio del sistema, primero se tiene que establecer el modelo computacional y posteriormente, realizar la simulación del mismo de acuerdo al procedimiento establecido en la Figura 2-1.

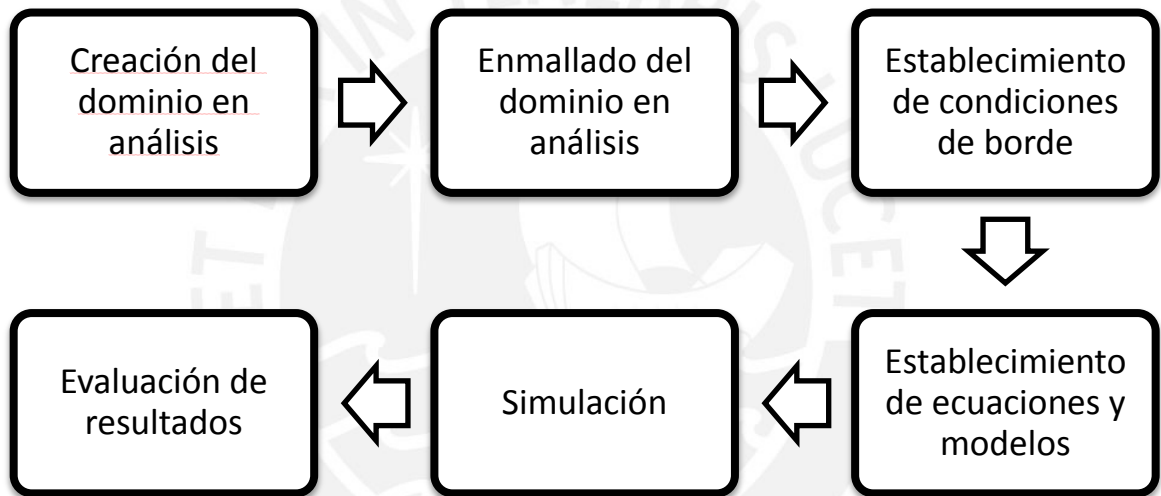


Figura 2-1 Procedimiento para establecer el modelo computacional [19]

Cabe resaltar que la penúltima etapa es la simulación de todo el proceso, esta etapa se entiende como la realización de la simulación en régimen estable del sistema cuyo resultado brindará los valores iniciales del punto de partida de la simulación en estado transitorio. Este proceso va a permitir obtener más rápido la convergencia, término que será desarrollado más adelante, y además permitirá alcanzar una mejor estabilidad de los resultados en menor tiempo, debido a que una simulación de esta magnitud es extremadamente compleja y se necesita de un enorme gasto computacional.

## 2.6. CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA

El primer paso en todo trabajo de simulación es la correcta caracterización del sistema, donde se entiende como sistema a la cantidad de materia o región en el espacio elegida para el análisis; [20] por lo tanto, el sistema estudiado en el presente trabajo de investigación es un agitador vertical, las características del equipo y las condiciones de trabajo del mismo son presentadas a continuación.

### 2.6.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Como se explicó en el capítulo precedente, el principio de funcionamiento de estos equipos es la de hacer girar un componente mecánico, llamado impulsor, el cual transmite energía cinética al fluido. Este fluido al absorber este movimiento rotacional mezcla los diferentes agentes que interactúan en su interior como es el caso de los fluidos miscibles.

### 2.6.2. GEOMETRÍA DEL EQUIPO

El equipo modelado es un agitador vertical desarrollado por la empresa FABTECH. Los datos necesarios para resolver este trabajo son presentados en la siguiente figura donde detalladamente se muestran los componentes del equipo como el impulsor.

El equipo consta de dos implementos fundamentales, el primero es el tanque que limita el volumen del fluido acuoso y además proporciona una base de fijación para los deflectores que son colocados perpendicularmente a esta superficie como se observa en la Figura 2-2. En esta imagen se puede apreciar claramente la posición de los deflectores, su importancia radica en ayudar a generar el flujo turbulento del fluido.

Luego, la siguiente sección importante del análisis es el eje con el impulsor, la importancia de este componente es que va a energizar al fluido con una dirección determinada que está relacionada con el ángulo de ataque con que ha sido manufacturado. En este trabajo se va a realizar el estudio con un impulsor de naturaleza axial por lo que el fluido va a ser impulsado hacia el fondo del tanque.

A continuación se muestra la geometría del equipo cuya modelación ha sido realizada en un software de diseño.

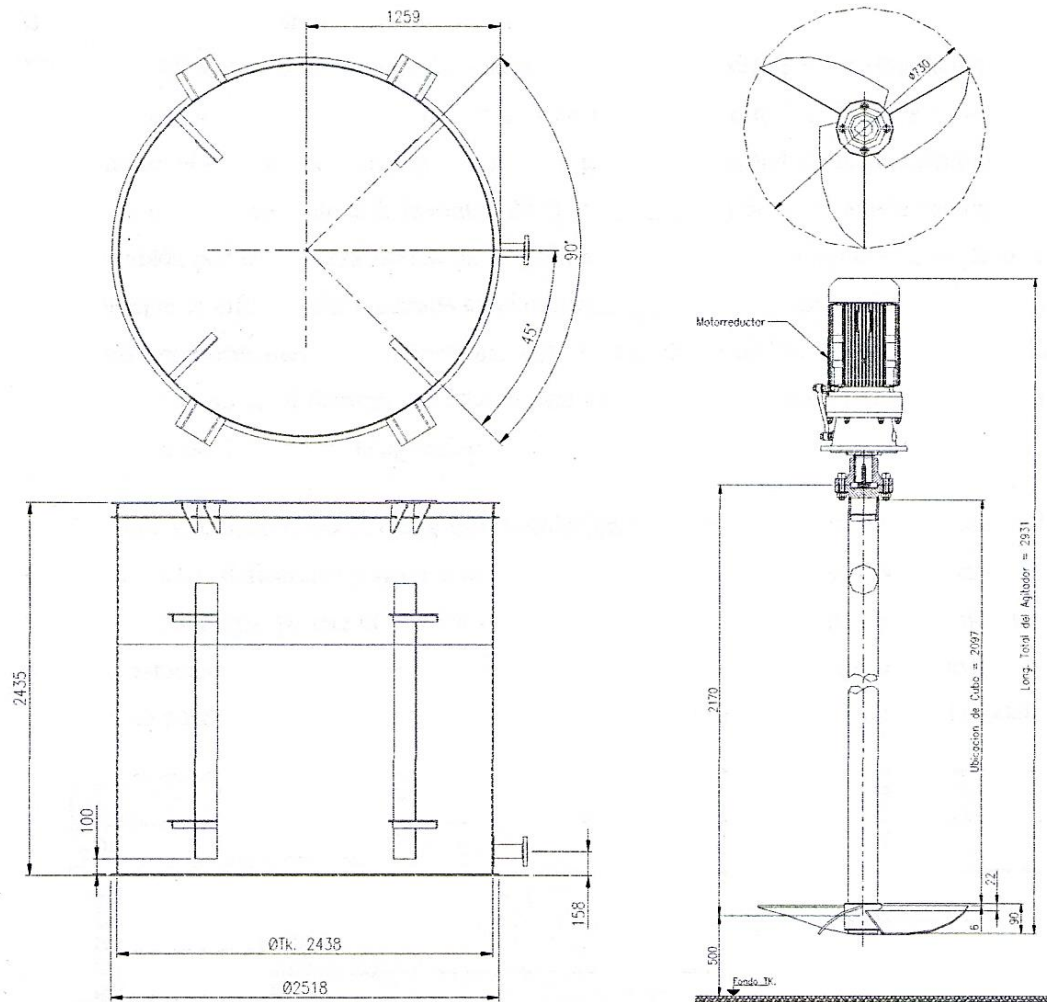


Figura 2-2 Esquema general del tanque agitador con deflectores (izquierda) y del sistema motriz (derecha)

### 2.6.3. CONDICIONES DE TRABAJO

A continuación se explicarán todas las condiciones en el que el sistema va a trabajar con el fin de poder representar mejor los fenómenos físicos presentes durante la operación del equipo.

#### A. VELOCIDAD DE TRABAJO

Este equipo operaba a una condición nominal de trabajo de 120 RPM, como ya se mencionó anteriormente existen dos tipos de análisis para poder concretar el estudio. En el primer análisis se va a simular el régimen estacionario del sistema a diferentes velocidades con el fin de luego poder correlacionar los parámetros funcionales del sistema, esta simulación se va a realizar a las siguientes velocidades.

- 0 RPM
- 30 RPM
- 60 RPM
- 90 RPM
- 120 RPM

Luego, una vez concluida esta etapa y los resultados estén validados, se realiza la simulación en estado transitorio pero solo a la velocidad nominal de trabajo (120 RPM).

#### B. FLUIDOS DE TRABAJO

Para la representación del sistema, va a ser necesario utilizar la interacción entre dos fluidos los cuales son:

- Agua – Esta sustancia llenará el tanque en un 82.5% de su volumen, esta cantidad de agua va a representar el fluido que es agitado por el impulsor.
- Aire – Este fluido va a estar ubicado en la sección superior del tanque debido a que va a representar el fluido gaseoso presente en el ambiente.

## C. CONDICIONES AMBIENTALES

La temperatura y presión atmosférica son las condiciones ambientales de trabajo del equipo. Para esta investigación va a ser suficiente con considerar una temperatura de 25C° y una presión atmosférica de 1 atm. Estos valores son necesarios a la hora de tomar en consideración las variables de entrada del sistema debido a que el tanque va a estar abierto en la sección superior, generándose una interacción entre la presión ambiental y el fluido. Además, como todo el sistema va a estar rodeado por un fluido gaseoso a temperatura ambiente que va a rodear todas las superficies del tanque se elimina cualquier hipótesis de transferencia de energía.

### 2.7. DESARROLLO DEL MODELAMIENTO FÍSICO

En esta sección se explica detalladamente los conceptos físicos y matemáticos utilizados en el desarrollo del modelo, esta etapa tiene como finalidad poder construir adecuadamente el modelo matemático más representativo del todo el sistema. Cabe mencionar que no se dará una explicación profunda de como resuelve el software estas variables de ingreso debido a que no es parte de este análisis; sin embargo, se hará hincapié en los modelos matemáticos de cada efecto físico.

#### 2.7.1. TIPO DE ANÁLISIS

El movimiento del impulsor es caracterizado utilizando el modelo matemático MRF (*mobile reference frame*). Existen diversos modelos pero se elige este por su simplicidad, información previa y su grado de aplicación en un amplio rango de sistemas como turbomaquinaria y equipos de mezclado. [21]

Este modelo matemático es una aproximación del estado estable en donde los elementos se mueven a diferente velocidad rotacional, además el fluido en cada sección es resuelto usando las ecuaciones de su sistema de referencia. Por ejemplo, la zona estacionaria tiene una velocidad angular nula y el software después de resolver las ecuaciones en cada zona (móvil y estacionaria) intercambia los datos a través de la interfaz. Cabe

señalar que en este método no existe movimiento relativo entre la zona que tiene movimiento angular con respecto a las zonas adyacentes.

### 2.7.2. CONDICIONES DE BORDE

Las condiciones de borde establecen las características de cada superficie que limita al dominio en análisis; por lo tanto, su correcta elección y entendimiento es vital en el desarrollo del algoritmo numérico. De no seleccionar las condiciones de borde adecuadas, se pueden producir errores o el tiempo en que la computadora desarrolla el modelo matemático puede ralentizarse durante un periodo muy largo.

#### A. CONDICIÓN DE ABERTURA

Esta condición establece que existe una abertura de aire del sistema en la sección superior como se muestra en la Figura 2-3. A través de esta superficie es donde se conectan algunas propiedades del modelo computacional, como la temperatura y la presión, con las condiciones de trabajo normales del equipo.

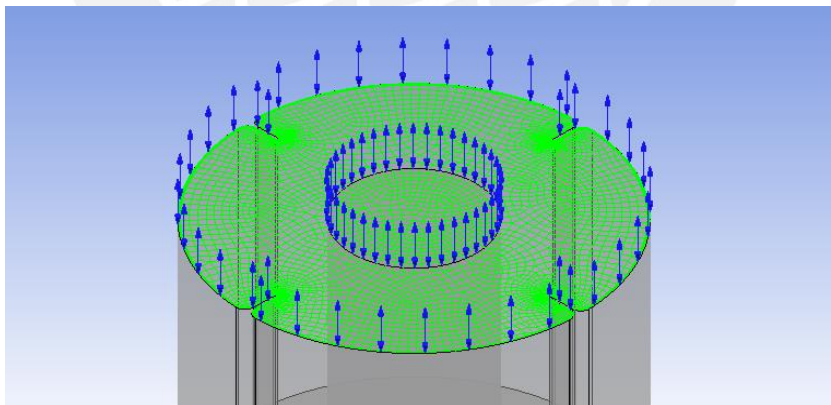


Figura 2-3 Condición de apertura en el modelo computacional.

#### B. CONDICIÓN DE PARED NO DESLIZANTE

Se establece que una superficie es impenetrable por un fluido y que, además, la velocidad de flujo adyacente a esta superficie es igual a 0 (condición de no



deslizamiento). Esta condición solo es aplicada a superficies en contacto con algún fluido.

Para el presente estudio se tiene dos tipos de pared no deslizante como se observa en Figura 2-4. En primer lugar, se tiene la pared del tanque y los deflectores la cual permanecerá estática durante todo el proceso, y la pared que corresponde al impulsor la cual tendrá una componente de movimiento angular paralela a su eje de rotación (eje x).

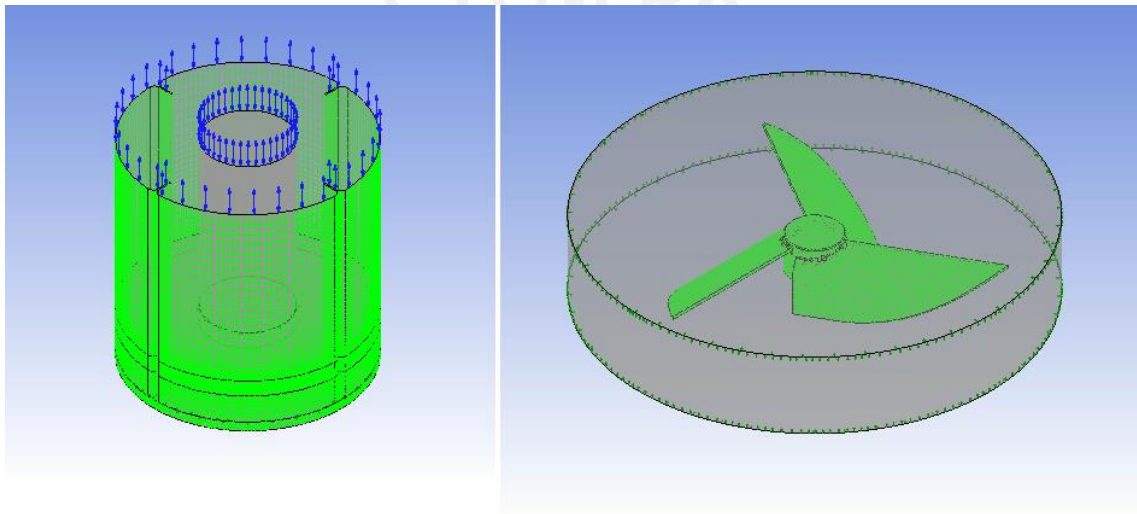


Figura 2-4 Condición de pared no deslizante en el modelo computacional.

### 2.7.3. MODELO DE TURBULENCIA

El modelo de turbulencia más adecuado para este trabajo es el SST (*shear stress transport*). Este modelo, a diferencia de los otros con los que cuenta el software, tiene la capacidad de caracterizar adecuadamente la turbulencia del flujo generada por el movimiento del impulsor, debido a que cuenta con una ecuación de corrección que se ajusta con mucha fiabilidad al efecto físico del fluido. [22]

#### 2.7.4. CONSIDERACIONES DEL MODELO FÍSICO

El modelamiento físico de los efectos, originados por la interacción de los fluidos, permite la construcción teórica del modelo matemático más adecuado. A continuación se presenta los efectos más relevantes de este estudio.

##### A. CONTINUIDAD

Para poder aplicar las ecuaciones gobernantes de los fluidos primero se debe definir que la propiedad de cualquier parámetro (presión, velocidad y temperatura) es una función continua del espacio. Por lo tanto, se asume que cada punto de la materia es una molécula; sin embargo, se sabe que la materia está compuesta de moléculas y espacio entre ellas pero se idealiza que este espacio es despreciable.

El criterio para evaluar la continuidad en un fluido es realizado mediante el número de Knudsen, este concepto está basado en la distancia promedio en que una molécula viaja entre dos colisiones sucesivas, su cálculo es presentado a continuación.

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{1}{\frac{\rho}{\bar{M}}(\pi r^2)} < 0.01$$

Donde	$\lambda$	=	Distancia promedio entre dos colisiones.
	$L$	=	Longitud característica del sistema.
	$\rho$	=	Densidad del fluido estudiado.
	$\bar{M}$	=	Masa molar del fluido estudiado.
	$r$	=	Distancia aproximada entre los átomos de una molécula.

De acuerdo a la teoría de fluidos, para poder tener la certeza que se está trabajando en un medio continuo se tiene que tener un número de Knudsen menor a 0.01 [12]. Este valor es ampliamente logrado, ya que evaluando el aire a condiciones ambientales se obtiene un valor de  $2.19 * 10^{-9}$ .

## B. FLUJO MULTIFÁSICO

El modelo de flujo multifásico en donde el movimiento relativo entre dos fluidos es despreciado, se denomina flujo multifásico homogéneo. Está claro que dos flujos diferentes van a viajar a velocidades diferentes, y ciertamente el movimiento relativo es una parte implícita del estudio de los flujos por separados. Sin embargo, en teoría cualquiera de las dos fases puede llegar a estar bien mezclada y por lo tanto las partículas al dispersarse alcanzar la misma velocidad que el fluido principal. Este caso no será el motivo de estudio, solo se trabajará con el agua como fluido de referencia debido a que es el fluido de mayor densidad en donde se sabe que una cantidad mínima de aire ingresará al sistema y la mezcla formada será tratada como fluido homogéneo. [23]

En ausencia de movimiento relativo, las ecuaciones de masa y de conservación de momentum son presentadas a continuación:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g$$

## C. TENSION SUPERFICIAL

El modelo físico que explica el límite superficial entre el líquido y el aire que se forma se denomina tensión superficial, esta superficie se forma debido a que las fuerzas que afectan a cada molécula son diferentes en el interior del líquido en comparación con la superficie. Adicionalmente, en la región interna del líquido cada molécula está sometida a fuerzas de atracción que en promedio se anulan, esto permite que la molécula tenga una energía bastante baja; sin embargo, en la superficie hay una fuerza neta hacia el interior del líquido. Rigurosamente, si en el exterior del líquido se tiene un gas, existirá una mínima fuerza atractiva hacia el exterior, aunque en la realidad esta fuerza es despreciable debido a la gran diferencia de densidades entre el líquido y gas.

El método continuo es un modelo matemático muy versátil que permite cuantificar este efecto, las interfaces entre fluidos de diferentes propiedades son representadas como regiones de transición con un pequeño espesor como se muestra en la Figura 2-5. En cada punto de la zona de transición, el peso específico es definido proporcionalmente a la curvatura de la superficie. Existe una relación en que se define convencionalmente que la tensión superficial en un interfaz se recupera cuando la relación del espesor en la región de transición local de la curvatura tiende a cero. Además, la ventaja de este método es que elimina la necesidad de reconstrucción de la interfaz lo que simplifica el cálculo. [24]

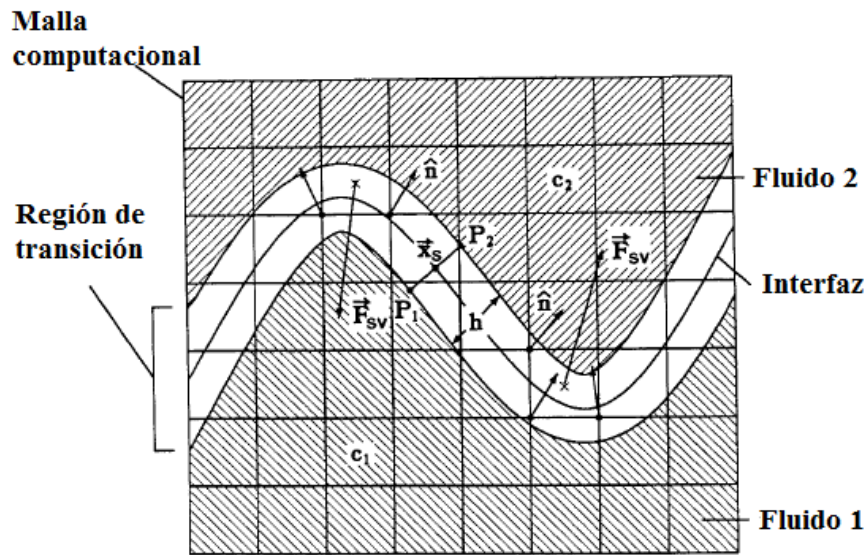


Figura 2-5 Representación del método continuo para la tensión superficial.

#### D. PRESIÓN HIDROSTÁTICA

La presión hidrostática se refiere a la presión que cualquier fluido en un espacio confinado experimenta. Si el fluido está en un contenedor, va haber una presión en la pared, si se analiza la magnitud de esta fuerza se podrá observar que en la sección inferior del contenedor existe una mayor componente de presión que en la superficie, esta presión varía linealmente en función a la altura.

Para fluidos que pueden considerarse como homogéneos e incompresibles,  $\gamma$  (peso específico) es constante, se obtiene que el incremento de presión está relacionada directamente con la expresión " $-\gamma h$ ". En donde  $h$  se mide verticalmente hacia abajo ( $h=-y$ ) a partir de una superficie libre de líquido y  $p$  es el incremento en la presión desde aquella encontrada en la superficie libre. La ecuación mostrada puede ser deducida tomando como cuerpo libre de fluido una columna vertical de líquido de altura finita  $h$  con su superficie superior en la superficie libre. [12]

### E. FUERZA DE BOYAMIENTO

La fuerza resultante ejercida sobre un cuerpo por un fluido estático que se encuentra sumergido o flotando se conoce como la fuerza de boyamiento. Esta fuerza siempre actúa verticalmente hacia arriba, no puede existir componente horizontal de la resultante debido a que la proyección del cuerpo sumergido o la porción sumergida de un cuerpo flotante sobre un plano vertical siempre es cero. [12] A pesar, de tener un sistema donde existe movimiento del fluido se tiene que considerar este modelo físico pues es el encargado de limitar el movimiento de las partículas de aire cuando ingresan al el fluido.

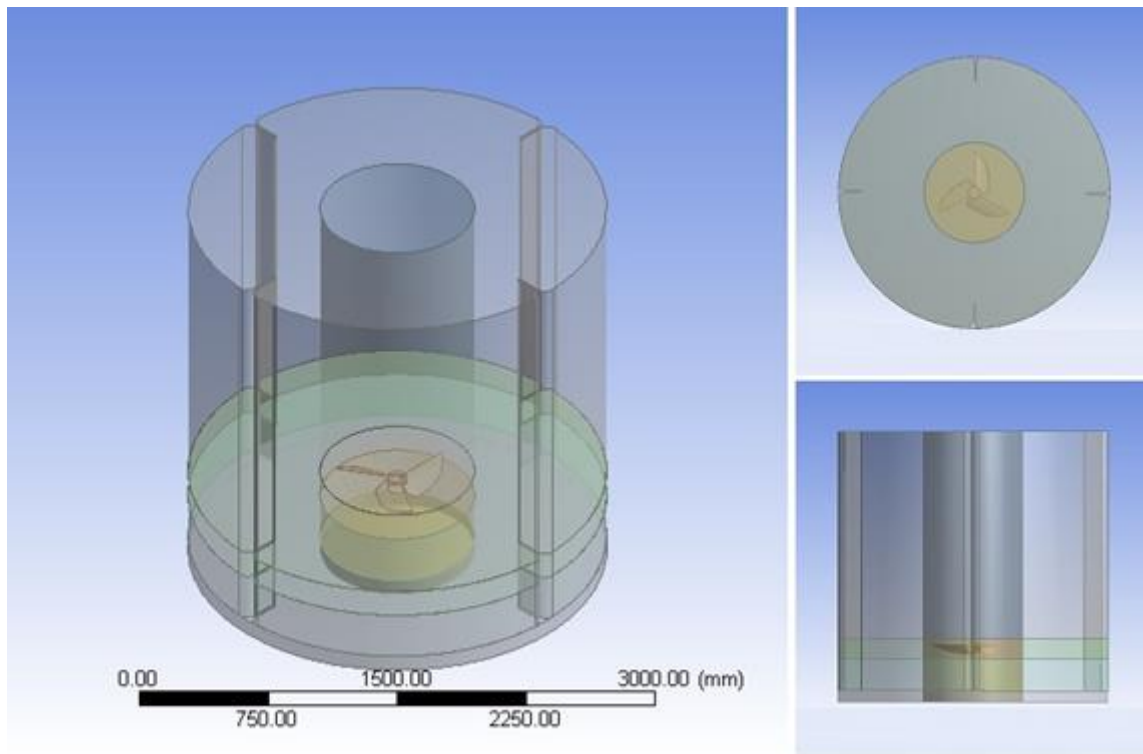
## 2.8. MODELO COMPUTACIONAL

El modelo computacional del agitador vertical tiene como finalidad presentarlo trabajando en sus condiciones nominales de operación y bajo todas las condiciones externas definidas correctamente durante la caracterización del problema. Con el fin de poder realizar la simulación correcta de todo el sistema, se debe seguir el procedimiento establecido anteriormente.

### 2.8.1. DOMINIO EN ANÁLISIS

El dominio en análisis va a incluir toda la información relevante de la geometría con la finalidad que el modelo represente adecuadamente la naturaleza del sistema. Cabe resaltar, que se realizaron algunas simplificaciones con la finalidad de reducir el costo

computacional de la simulación, estas simplificaciones serán presentadas en la siguiente sección. En la Figura 2-6 se presenta la esquematización del modelo que va a representar al sistema.

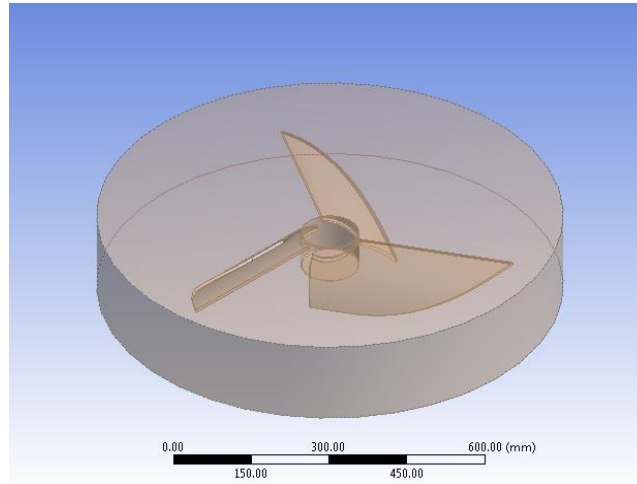


**Figura 2-6 Dominio computacional**

#### **A. SUBDOMINIO ROTACIONAL**

El subdominio rotacional va a ser el encargado de generar el movimiento del fluido a lo largo de todo el dominio. Como se muestra en la Figura 2-7, este volumen va a ser programado a la velocidad nominal de trabajo y es el único que tendrá esta característica de las 8 secciones presentadas anteriormente. El criterio para determinar el diámetro de este sólido se basa que tiene que ser mayor que el del impulsor con el fin de poder contener toda su geometría y además, debe ser capaz de transmitir los diferentes parámetros funcionales de manera suave entre ambos subdominios. Para este trabajo se optó por elegir un diámetro de 900mm.

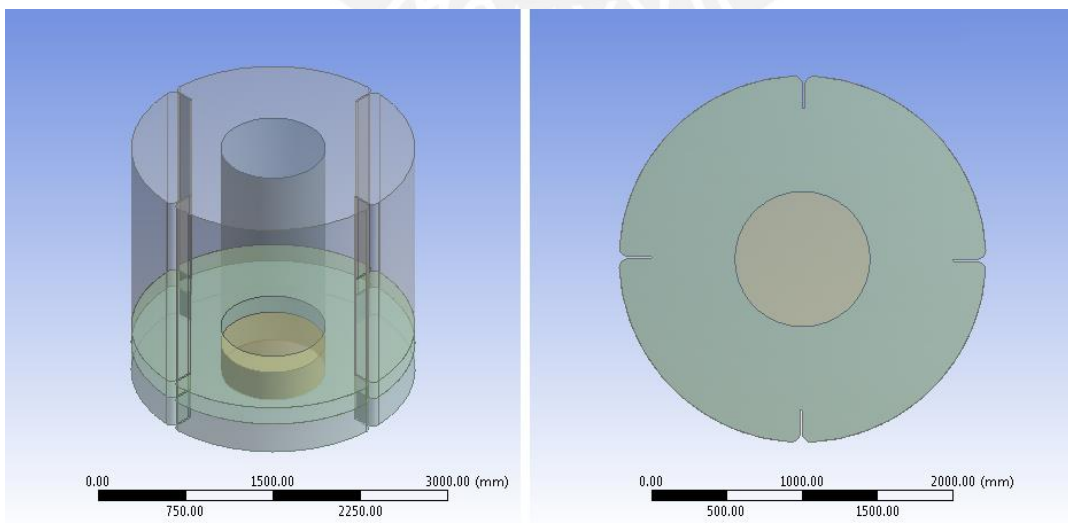




**Figura 2-7 Subdominio rotacional**

## B. SUBDOMINIO ESTÁTICO

El subdominio estático, a diferencia del subdominio rotacional va a ser el encargado de recibir toda la información proveniente del subdominio rotacional. En esta etapa del proceso se realizaron algunos cambios significativos con el fin de poder ahorrar costo computacional en la simulación y obtener un mejor resultado.

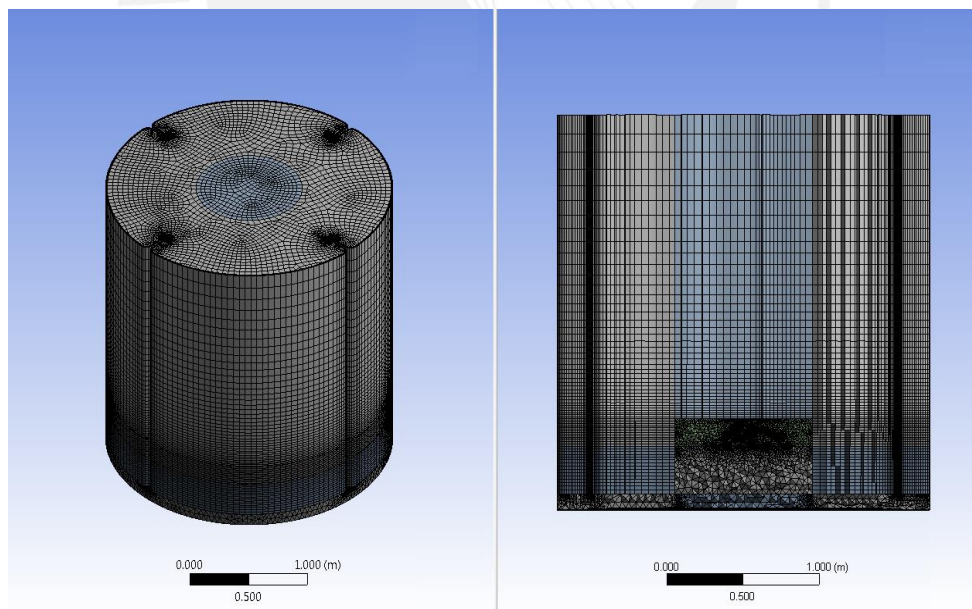


**Figura 2-8 Subdominio estacionario**



En primer lugar, el cambio más significativo de la geometría es la eliminación del eje. El criterio para realizar esta operación radica en el bajo torque proporcionado por el eje, los valores que fundamentan esta hipótesis son presentados en el capítulo final los cuales concuerdan con la amplia bibliografía estudiada.

Luego, otro cambio que se ha realizado es la suavización de la geometría en el sector donde se encuentran los deflectores. El criterio para poder realizar esta operación radica en que el presente trabajo se basa en los efectos generados en el impulsor y no en los deflectores, este cambio solo va a tener una pequeña variación en la magnitud de las fuerzas obtenidas en los deflectores, pero va a repercutir enormemente en la calidad de malla obtenida. Las diferentes etapas de esta investigación están interrelacionadas y la elección de un dominio computacional va a repercutir no solo en la malla sino en la calidad de resultados.



**Figura 2-9 (a) Vista isométrica del mallado. (b) Corte frontal del mallado.**

## 2.9. DISCRETIZACIÓN DEL MEDIO

En esta etapa del procedimiento se genera la malla, y se tiene como objetivo discretizar los elementos de la forma más eficiente de acuerdo a la naturaleza del sistema; es decir, dividir el dominio computacional utilizando como criterio la dirección del flujo y de esa manera elegir el tipo de elemento más adecuado para que exista una interacción bien representada por los elementos de la interfaz entre el subdominio rotacional y estático, como se muestra en la siguiente imagen.

### 2.9.1. SUBDOMINIO ROTACIONAL

El subdominio rotacional tiene la finalidad de representar el movimiento generado por el impulsor; por lo tanto, la dirección del fluido va a ser básicamente axial y la mayoría de las partículas del medio van a ser impulsadas hacia la base del tanque.

Sin embargo, como se va a generar un flujo altamente turbulento y algunas de las componentes van a tener una dirección radial, se opta por la elección de tener elementos tetraédricos con el fin de representar adecuadamente esta característica, se puede observar en la Figura 2-10 como estos elementos pueden adecuarse eficientemente a geometría complejas como la del impulsor.

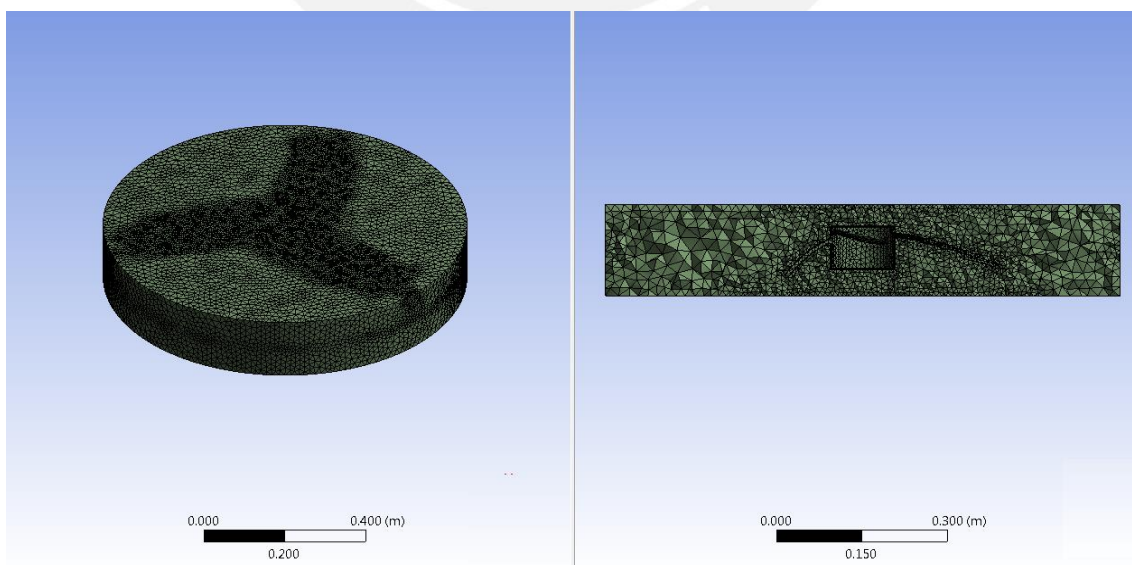


Figura 2-10 (a) Vista isométrica del dominio rotacional. (b) Corte frontal del dominio rotacional.

Además, con el fin de ahorrar elementos en el mallado y reducir el número de ecuaciones durante la simulación, se trabaja el volumen interno y se le da un tratamiento donde los elementos van creciendo desde la sección interna hacia el exterior a una tasa de 1.2. Como se observa en la Figura 2-10, la zona más alejada del dominio rotacional tiene elementos de mayor dimensión en comparación con sus similares que están en contacto con la superficie del impulsor.

Un concepto muy importante mencionado en el primer capítulo, es la caracterización de la capa límite la cual aparece cuando existe una interacción del fluido con el sólido. Para poder caracterizar el efecto del gradiente del campo de velocidades, se tiene que trabajar la superficie del álabe con la finalidad de generar muchas capas paralelas a la superficie de pequeño espesor, este tipo de malla tiene el nombre de *inflation* y se observa en la Figura 2-11. Cabe mencionar que este tipo de método hace que la estadística general de la calidad de malla baje, este concepto es también un criterio de evaluación.

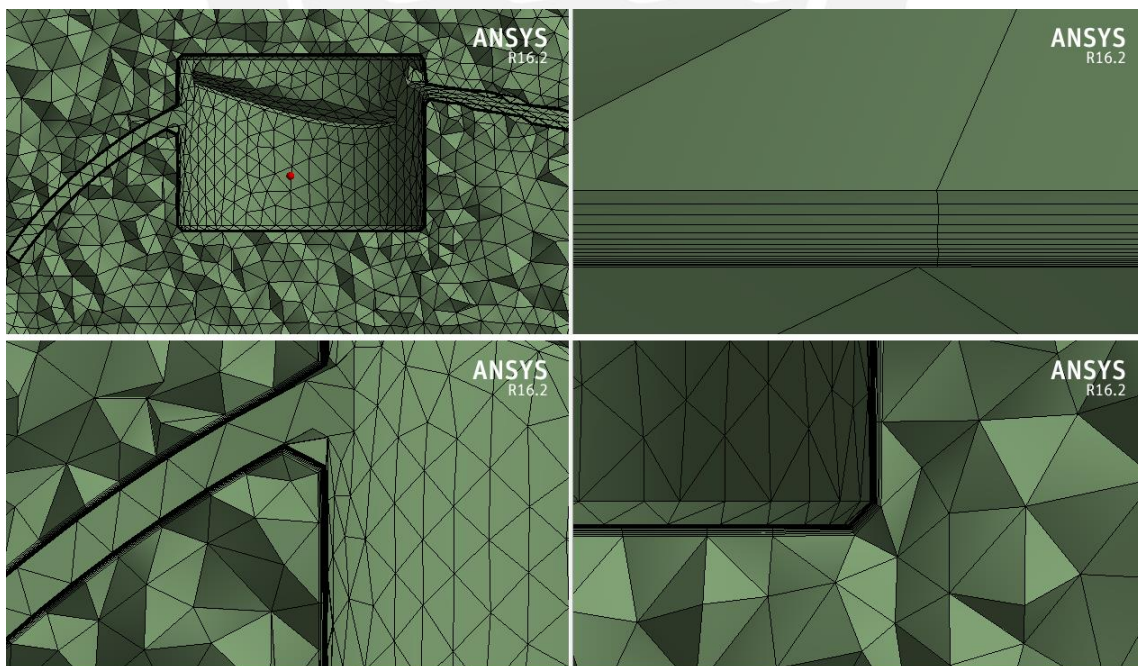


Figura 2-11 Vistas detalladas del *inflation* de la superficie del impulsor.

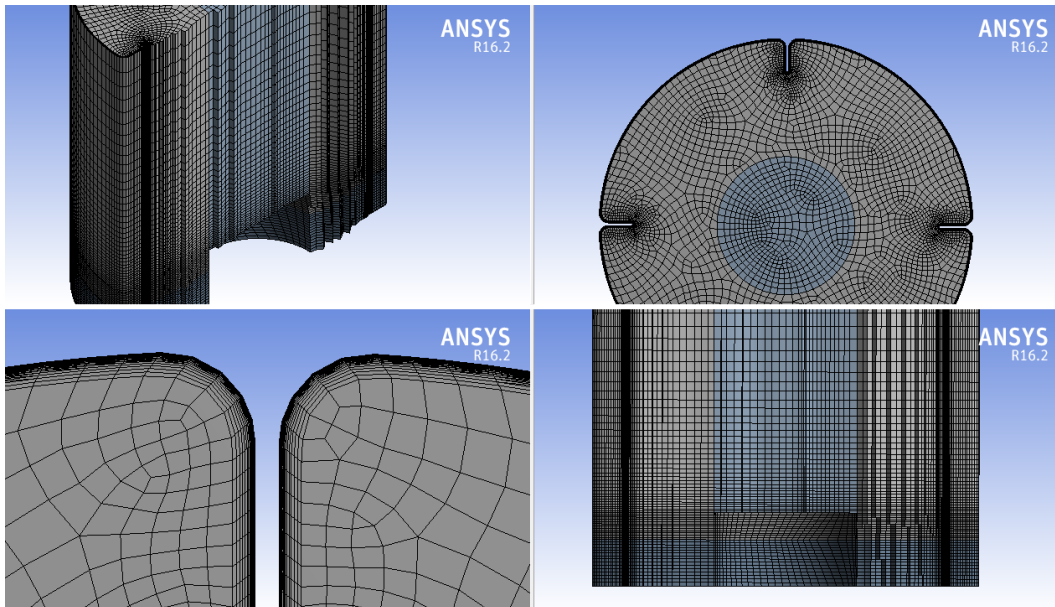
### 2.9.2. SUBDOMINIO ESTÁTICO

A diferencia del subdominio rotacional, esta sección de la geometría va a ser la encargada de recibir toda la información del flujo generado por el movimiento del impulsor y hacer que las corrientes del fluido viajen a través de todo el dominio. Es muy importante reducir al máximo la cantidad de elementos utilizados en la malla; por esta razón, se trabajó el mallado en tres secciones del subdominio estático.

La primera etapa consta de la generación de la malla hexaédrica en el dominio computacional. El criterio para desarrollar esta estrategia en el tratamiento de la malla es el conocimiento previo que se tiene de cómo se comporta el fluido cuando viaja a lo largo de todo el dominio. De acuerdo a la información que se tiene, el fluido una vez que es energizado por el impulsor se dirige hacia la base del tanque, cuando las partículas de agua impactan en la base pierden velocidad y en consecuencia se dirigen hacia los costados. Como su cantidad de movimiento ha disminuido considerablemente, las partículas se dirigen hacia los sectores donde los campos de presiones son más bajos, por lo tanto, se genera una elevación del fluido que impacta con las paredes laterales del tanque y los deflectores hacia la superficie. Es por esto, que se utiliza una malla hexaédrica debido a que las partículas tienen un patrón definido en este sector.

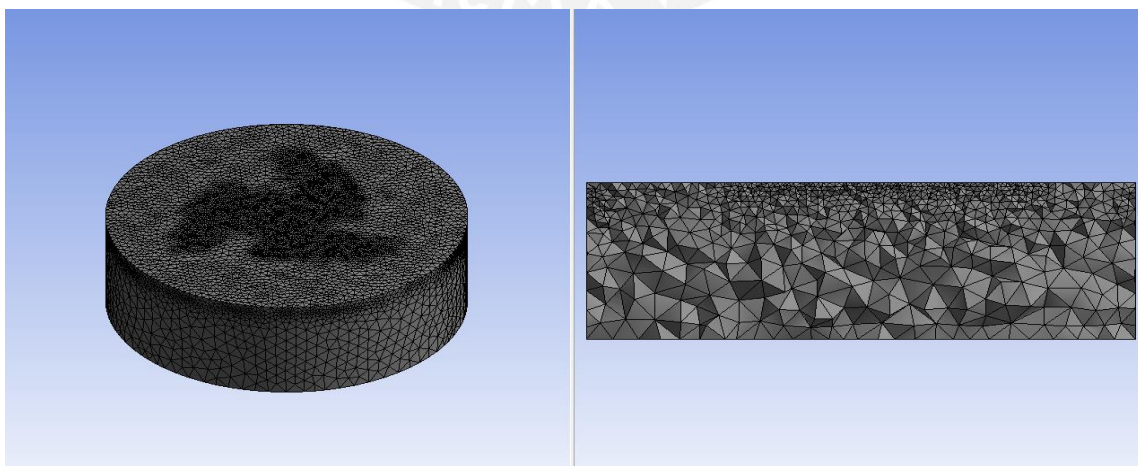
Además, al igual que en la sección anterior, se puede observar en la Figura 2-12 que se realizó un tratamiento en toda la superficie llamado *inflation* el cual va a permitir caracterizar adecuadamente las propiedades de la capa límite generada por el tanque y los deflectores. Otra característica anteriormente mostrada es el suavizado de la geometría en el sector donde se conecta perpendicularmente el deflector y el tanque, esto se debe en que a diferencia del plano de fabricación donde se conecta ambas geometrías mediante soldadura y una viga de acero, se asumen que la geometría es suave; además, se sabe que los efectos entre el deflector y la pared del tanque son mínimos en comparación a todo el sistema.





**Figura 2-12** Mallado con elementos hexaédricos del dominio estacionario.

Además, se puede apreciar como la altura de los componentes hexaédricos van disminuyendo cuando se van acercando al impulsor, esto se debe a que cuanto más cerca las partículas de fluido se encuentran al impulsor, aumenta su cantidad de movimiento, por lo tanto la captación de sus efectos debe ser más fina y es por eso que se aumenta la cantidad de nodos en ese sector.



**Figura 2-13** (a) Vista isométrica del volumen adyacente al impulsor. (b) Corte frontal del volumen adyacente al impulsor.

El siguiente sector evaluado es la zona adyacente al impulsor. Los efectos presentes en este sector son altos debido a que se comporta como puente entre el impulsor y la base del tanque, por lo tanto el fluido va a tener una orientación axial en su mayoría. Por esta razón, para caracterizar mejor el efecto del flujo se utiliza elementos tetraédricos; además, como se observa en la Figura 2-13 los elementos tienen una tasa de crecimiento de 1.2. Esta técnica se utiliza con la finalidad de reducir la cantidad de elementos.

**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**

**Figura 2-14 Detalles del mallado de la base.**

Finalmente, el último sector por evaluar es la base del tanque, el flujo en esta sección del tanque va tener cierto patrón radial a la hora de seguir su recorrido y como luego empieza su ascenso, se necesita que la malla capte perfectamente este efecto, por esta razón se utiliza elementos tetraédricos como ya se explicó en el apartado precedente. Además, como la superficie del tanque está en contacto con el fluido se tiene que hacer el tratamiento adecuado de la malla con el fin de obtener el *inflation*, como se muestra en la Figura 2-14.

### **2.9.3. CALIDAD DE MALLA**

Según la recomendación de la bibliografía [21] se procuró realizar el mallado del dominio de tal forma que la calidad ortogonal promedio y mínima de los elementos sea mayor a 60% y 5% respectivamente. Este proceso es básicamente iterativo, ya que el impacto de la calidad de malla es directamente proporcional a la calidad de los resultados.

En la Tabla 2-1 se puede apreciar que en términos generales el mallado es relativamente bueno, ya que tiene una calidad mínima 2% y una calidad promedio de 87% para el presente estudio. Se tiene que mencionar que a pesar de no lograr el valor recomendado se puede trabajar adecuadamente siempre y cuando la calidad ortogonal sea mayor a 1%.

Además, el número de elementos promedio para el análisis es de 3.2 millones lo cual se traduce en el uso más adecuado de los recursos computacionales.

**Tabla 2-1 Evaluación de la calidad en la malla**

<b>Estadísticas:</b>	
Nodos	1578868
Elementos	3238882
<b>Mallado métrico</b>	<b>Calidad ortogonal</b>
Mínimo	$2.059 \times 10^{-2}$
Máximo	0.9999
Promedio	0.8787



## CAPÍTULO 3

### VALIDACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se tiene como objetivo validar y posteriormente analizar los resultados obtenidos a partir de la metodología planteada en el capítulo precedente. En primer lugar, se realiza una comparación entre los experimentos realizados a un modelo a escala del agitador con la simulación numerica obtenida del software ANSYS.

Seguidamente, una vez validados estos resultados se procede a analizar, separar, utilizar y observar el comportamiento de los datos con fines prácticos y aplicados al diseño de componenetes mecánicos de un sistema agitado.

#### 3.1. VALIDACIÓN DE RESULTADOS

La última etapa en la metodología de una simulación es la validación de los resultados; por lo tanto, se procede a comparar la información obtenida desde dos perspectivas completamente diferentes. Como ya se mencionó en el primer capítulo, el análisis dimensional es independiente del tamaño del sistema, por esta razón se compara los resultados del modelo numérico (simulación) con los resultados obtenidos de un modelo experimental (modelo físico a escala). En este estudio se escogió el número de potencia como agente verificador debido a su relevancia en el diseño de diferentes sistemas agitados como se verá a continuación.

### 3.1.1. MODELO EXPERIMENTAL

El modelo experimental tiene una altura y un diámetro de 2ft, lo que indica que la escala del sistema está en función de 1:4 veces comparando con el tamaño real, este prototipo se muestra en la Figura 3-1.



Figura 3-1 Modelo a escala (2 ft x 2 ft)

#### A. ANÁLISIS DIMENSIONAL

De acuerdo a lo ya discutido en el primer capítulo, el valor del número de potencia es constante en la curva  $Re$  vs  $N_p$  cuando el número de Reynold supera el valor de  $10^3$ . Durante el análisis experimental, se obtuvo como resultado un valor de 0.25 en esta sección de la curva donde el número de potencia empieza a tener un valor constante.

### 3.1.2. MODELO MATEMÁTICO

En la solución de problemas orientados a la mecánica de fluidos computacional se necesita ser consiente del grado de complejidad de los fundamentos físicos; en consecuencia, la calidad de los resultados generados por el código CFD están directamente relacionados con el conocimiento teórico del operador, ya que todos los problemas, incluso en los más

simples, necesitan simplificaciones que permitan reducir la complejidad a un nivel manejable sin afectar la calidad de los resultados.

## A. VARIABLES MONITOREADAS

A diferencia del modelo experimental, la simulación numérica genera una excesiva cantidad de información la cual tiene que ser monitoreada y estudiada cuidadosamente con la finalidad de obtener el resultado más adecuado. Por lo tanto, para un buen desarrollo de la solución tres conceptos matemáticos son usados en la verificación de buenos resultados y se los menciona a continuación:

### A.1. ESTABILIDAD

Este concepto matemático está asociado al amortiguamiento de errores originados por el método numérico de procedencia. Si una técnica no es estable cuando ya se ha alcanzado la tendencia de la solución numérica, los errores pueden causar oscilaciones bruscas o inestabilidades dentro del sistema numérico. Por ejemplo, en la Figura 3-2 se muestra la estabilidad numérica llegada por la turbulencia del sistema.

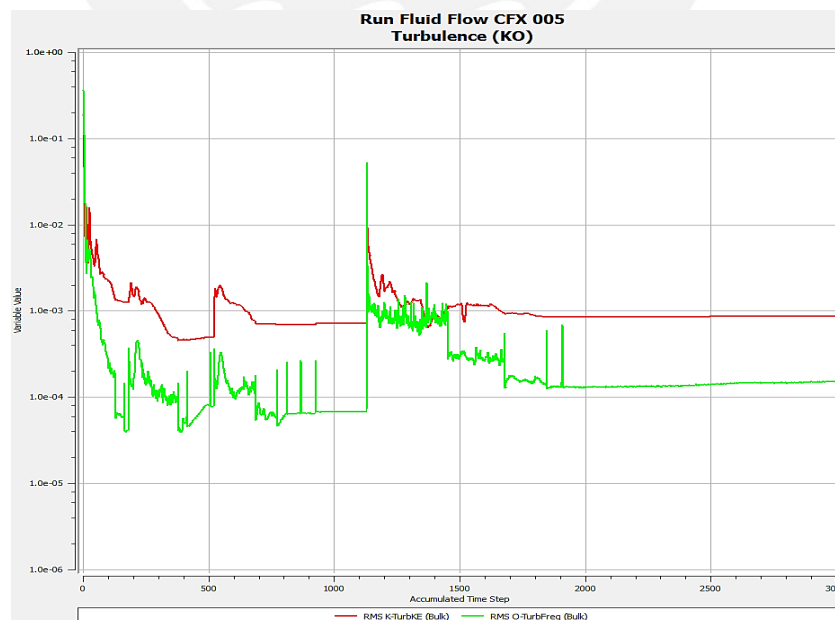


Figura 3-2 Error en la turbulencia

Las variables monitoreadas tienen un comportamiento muy inestable al inicio de la simulación, luego de continuas iteraciones (aproximadamente 80) los valores empiezan a tener una tendencia bastante marcada.

Cabe resaltar que cada reacción y momento generado en la geometría (tanque, deflectores e impulsor) fue monitoreado durante el periodo de solución del modelo numérico, observándose el mismo comportamiento como un patrón repetitivo.

### **A.2. CONVERGENCIA**

Es la propiedad del método numérico por la cual se produce un resultado que se aproxima a la solución exacta del sistema, esta propiedad es directamente proporcional al tamaño de los elementos utilizados en la malla, tamaño del volumen de control y el tamaño de los elementos cuando estos tienden a cero. Esta propiedad está ligada a la estabilidad del sistema, anteriormente ya mencionada.

### **A.3. CONSISTENCIA**

Los modelos numéricos producen sistemas de ecuaciones algebraicas que pueden llegar a ser tan complejos como las mismas ecuaciones gobernantes del sistema. Por ejemplo, la variable masa es una de las más importantes y monitorearla a lo largo del proceso iterativo es una técnica muy eficaz para tener indicios de estar realizando una simulación correcta. Bajo este escenario se comprueba que la masa no tiene por qué variar significativamente en el sistema como se logra apreciar en el siguiente procedimiento.

Primero, la cantidad de masa utilizada por el sistema es calculada con la finalidad de saber si el resultado de la simulación es correcta. La Figura 3-3 muestra el volumen de control analizado en el presente cálculo donde la geometría se está simplificando notablemente eliminando el efecto del impulsor y los deflectores.

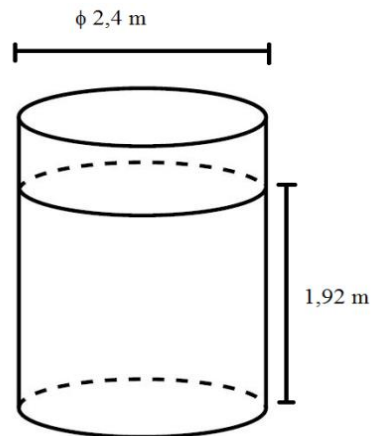


Figura 3-3 Masa de agua en el cilindro

Datos:

*Diámetro*  $\rightarrow \phi = 2,4 \text{ m}$

*Altura*  $\rightarrow h = 1,92 \text{ m}$

Relaciones útiles:

*Volumen*  $\rightarrow V_{agua} = h * \left( \pi * \frac{\phi^2}{4} \right)$

*Masa*  $\rightarrow m_{agua} = \rho * V_{agua}$

Desarrollo:

$V_{agua} = 1,92 * \left( \pi * \frac{2,4^2}{4} \right) = 8,68 \text{ m}^3$

$m_{agua} = 997 * 8,68 = 8655 \text{ kg}$

Cabe mencionar, que el cálculo sería más exacto si se considera el efecto causado por los volúmenes internos del sistema (deflectores y eje); sin embargo, es correcto admitir una variación inferior al 5%.

Seguidamente, la masa que se obtiene a partir del modelo numérico muestra un valor de 8866 kg como se observa en la Figura 3-4, este valor tiene que coincidir con la cantidad de masa hallada analíticamente.

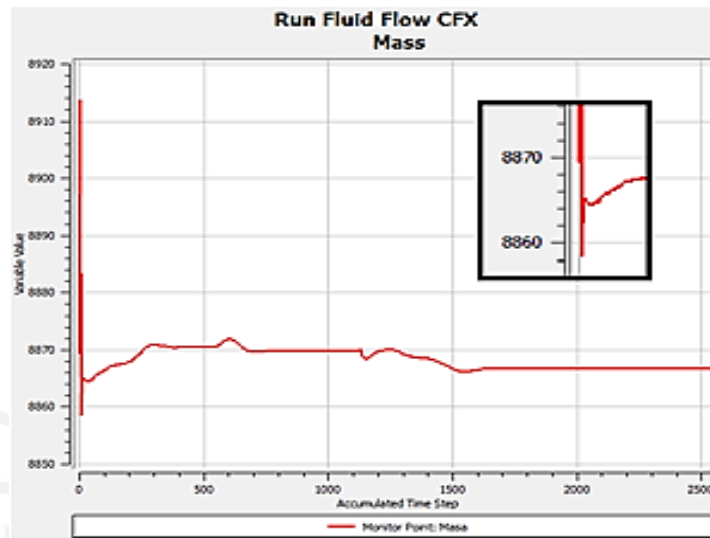


Figura 3-4 Masa del sistema

La relación matemática que permite obtener el error relativo se muestra a continuación.

$$Error\ relativo \rightarrow Err = \frac{|Masa - Masa_{Sim}|}{Masa} * 100$$

$$Error\ relativo \rightarrow Err = \frac{|8654,8 - 8866|}{8654,8} * 100 = 2,4\%$$

De acuerdo a los resultados obtenidos, una diferencia de 2,44% entre ambos valores demuestra que la simulación es correcta, o al menos esa conclusión se puede tener inicialmente.

## B. ANÁLISIS DIMENSIONAL

En esta sección se van a desarrollar los conceptos más gravitantes del análisis dimensional, los cuales serán desarrollados a continuación.

### B.1. RANGO DE VELOCIDAD

El primer criterio para validar la simulación fue determinar el correcto rango de velocidades donde va a trabajar el sistema. Este criterio radica en el comportamiento de la curva  $Re$  vs  $Np$  donde el sistema se hace estable cuando el  $Re$  supera el valor de  $10^4$ . En otras palabras, el sistema va a tener un valor de  $Np$  constante a partir de cierta cantidad de  $Re$ ; por lo tanto, se calcula la velocidad mínima donde el valor del  $Np$  empieza a ser constante, como se muestra a continuación:

Datos:

$$\text{Vel. angular} \rightarrow N = X \text{ rps}$$

$$\text{Diám. álabe} \rightarrow d = 0.72 \text{ m}$$

$$\text{Densidad} \rightarrow \rho = 997.1 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Viscosidad} \rightarrow \mu = 0.894 * 10^{-3} \text{ Pa} * \text{s}$$

Relaciones utilizadas:

$$\text{Num. Reynold} \rightarrow Re = \frac{N * d^2 * \rho}{\mu}$$

Desarrollo:

$$\text{Vel. angular} \rightarrow N = \frac{10^4 * 0.894 * 10^{-3}}{0,72^2 * 997,1} = 1.73 * 10^{-2} \text{ rps} \approx 1 \text{ rpm}$$

De acuerdo al desarrollo analítico, se obtiene que teóricamente a partir de 1 rpm se cumple la premisa de superar los  $10^4$   $Re$ ; por lo tanto, esta deducción permite utilizar el valor hallado a partir del modelo experimental del  $Np$  para una amplia gama de velocidades.



## B.2. NÚMERO DE POTENCIA

Para asegurar una correcta validación de los resultados, se desarrolla una relación analítica entre el  $N_p$  y sus parámetros de entrada con la finalidad de trabajar siempre en rango más adecuado.

Relaciones utilizadas:

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \frac{P}{N^3 * d^5 * \rho}$$

Desarrollo:

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \frac{T * \omega}{N^3 * d^5 * \rho}$$

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \frac{T * (N * 2\pi)}{N^3 * d^5 * \rho}$$

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \frac{T * 2\pi}{N^2 * d^5 * \rho}$$

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \left[ \frac{2\pi}{d^5 * \rho} \right] * \left[ \frac{T}{N^2} \right]$$

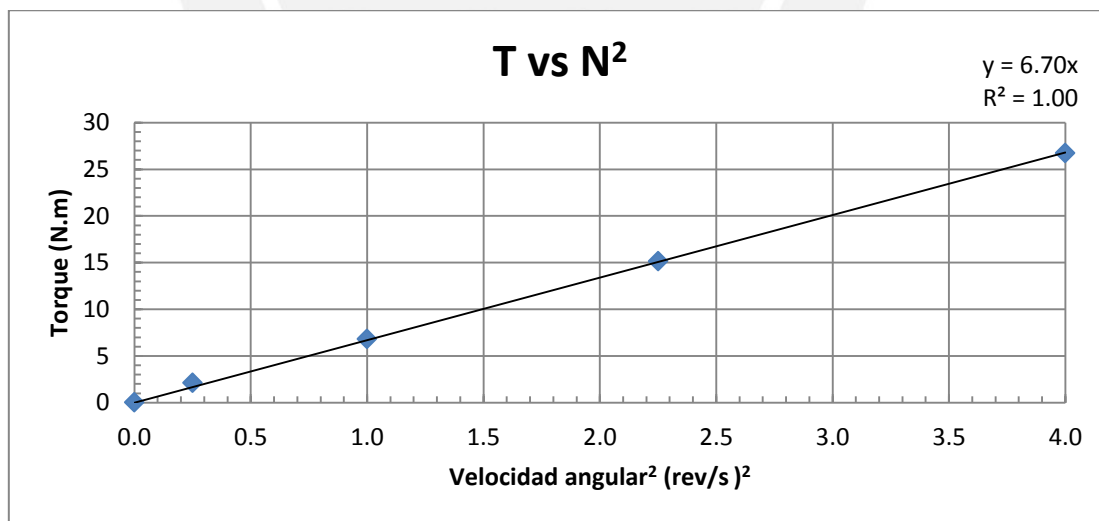
A partir de este desarrollo analítico, se puede inferir que para tener un número de potencia constante la relación entre el valor del torque y el cuadrado de la velocidad con la que gira el impulsor tiene que ser constante. De acuerdo a la información desarrollada anteriormente, este concepto solo va a ser válido para un valor de Re mayor a  $10^4$ .

Para poder validar la simulación no solo se tiene que cumplir que el valor del  $N_p$  coincida en un solo punto, sino que además se demuestre que el procedimiento realizado cumpla para un amplio espectro de valores. Por esta razón, a continuación se presenta la Tabla 3-1 donde se muestra el valor de la velocidad angular relacionada con el torque correspondiente, estos valores fueron obtenidos a partir de continuas simulaciones, donde el único valor modificado fue la velocidad del impulsor.

Tabla 3-1 Valores de torque a diferentes velocidades

RPM (rev/min)	N (rev/s)	T (N.m)
0	0.00	0.00
30	0.50	1.92
60	1.00	6.12
90	1.50	14.33
120	2.00	25.01

Con esta información, se procede a construir la curva de  $T$  vs  $N^2$  la cual se espera que sea una recta y que el error al cuadrado propio de la regresión lineal sea mayor a 0.7; además, la última consideración a tomar en cuenta a partir del cálculo analítico es que el  $N_p$  va a ser constante para velocidades angulares mayores a 1 rpm. Como las variables de entrada del sistema superan ampliamente esta restricción, la distorsión de la curva entre 0 y 1 rpm va a ser obviada debido a que su efecto es insignificante.

Figura 3-5 Curva T vs  $N^2$ 

El resultado mostrado en la Figura 3-5 es el esperado a partir de todo el análisis teórico realizado anteriormente, es interesante observar como el error cuadrático de la regresión

lineal es casi nulo. A partir de estos resultados, como ya se ha obtenido la pendiente de la curva, valor que se pretendía hallar, se procede a verificar el valor del  $N_p$  obtenido a partir de la simulación numérica y compararlo con el análisis experimental.

Desarrollo:

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \frac{2\pi}{d^5 * \rho} * \frac{T}{N^2}$$

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = \frac{2\pi}{d^5 * \rho} * \frac{T}{N^2} = \frac{2\pi}{0.72^5 * 997.1} * 6.70$$

$$\text{Núm. Potencia} \rightarrow N_p = 0.218 \approx 0.22$$

Solución:

$$\text{Error relativo} \rightarrow \text{Err} = \frac{|0.22 - 0.25|}{0.25} * 100 = 12\%$$

### 3.1.3. COMENTARIOS

Luego de realizar el análisis comparativo del  $N_p$  entre la simulación numérica y el análisis experimental, se observa que existe cierta variación entre los resultados para el rango de velocidades que se determinó como adecuado.

Según la bibliografía estudiada del software, se admite una variación no mayor a 15% para un análisis fluido dinámico [21]. A pesar de tener un código numérico bastante robusto, existen muchos factores que son responsables de las variaciones existentes entre ambos métodos como por ejemplo errores cometidos durante la fabricación, el montaje o los efectos físicos propios del sistema como la turbulencia generada, el cálculo de su efecto es aproximado en el software incrementando el porcentaje de error.

Sin embargo, con todos los errores presentes se obtiene una variación del 12%; además, no hay que dejar de mencionar que los parámetros funcionales en cada simulación (torque) fueron obtenidos cuando cada sistema mostraba convergencia y estabilidad en sus

resultados. Por lo expuesto, queda demostrado que los resultados obtenidos en cada simulación, son correctos.

### 3.1.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para poder analizar adecuadamente los resultados en el agitador, se tuvo como criterio principal tomar en consideración cada unión realizada durante la fabricación del eje. A partir de esta consideración se puede observar que el componente es soldado en tres puntos los cuales se detallan a continuación.

En primer lugar, un cordón de soldadura es utilizado para unir el eje con una brida en la sección superior, en el montaje esta brida será utilizada para conectar el eje con el acople flexible del motor. Luego, el cordón ubicado en la sección inferior del eje será soldado con el cubo del impulsor. Por lo tanto, al momento de estudiar las cargas generadas se puede deducir claramente que el movimiento rotacional es proporcionado por el motor pero las cargas obtenidas por la interacción entre la estructura y el fluido son generadas en el impulsor. Adicionalmente, el cubo mencionado tiene una soldadura que lo conecta con los álabes, componentes responsables de generar el flujo turbulento en el fluido debido al movimiento.

A partir de lo anteriormente expuesto, se deduce que se necesita analizar el diseño del agitador bajo dos escenarios distintos. El primero, consiste en estudiar el conjunto impulsor-álabe e idealizar su comportamiento como el de una viga empotrada, la simulación realizada capta el efecto de un solo álabe a lo largo de todo su recorrido. El segundo escenario consiste en estudiar el conjunto eje-impulsor como un solo componente en donde las fuerzas son obtenidas a partir del impulsor. A continuación, se explica más detalladamente este análisis.

### 3.1.5. CONJUNTO IMPULSOR-ÁLABE

El desarrollo de este primer escenario tiene la finalidad de evaluar la conexión entre el cubo del impulsor y el álabe, como la geometría proporcionada por la empresa no detalla algunas características propias del sistema como el tamaño del cordón; por lo tanto, el planteamiento asumido en la unión del álabe con el cubo fue la de un empotramiento ya que la unión no tiene ningún grado de libertad. Además, debido a la superficie que sirve de conexión entre el álabe y el cubo es curva, el cálculo analítico se vuelve muy complejo. Entonces, para poder analizar adecuadamente el sistema se decidió realizar dos tipos de análisis muy distintos.

Primero, se analizará el sistema calculando analíticamente e idealizando el álabe como si fuera una viga empotrada de geometría simplificada, es importante mencionar que el sistema será sobredimensionado ya que las cargas serán aplicadas en el extremo más alejado. Una vez concluido el cálculo analítico, se realizará un análisis FSI (*Fluid Structure Interaction*) usando el software ANSYS, mediante esta técnica las cargas obtenidas son transmitidas a la estructura para analizarlas a lo largo de su geometría real.

#### A. NATURALEZA DE LAS CARGAS

A diferencia del análisis en estado estable, utilizado comúnmente, las cargas reales durante la agitación varían constantemente debido a los campos turbulentos generados por el movimiento del impulsor. Además, obtener esa información en una simulación numérica requiere de una gran cantidad de recursos y validaciones.

Luego de asegurar que la simulación en estado estable es correcta, su resultado es utilizado como punto inicial en la simulación de estado transitorio; en consecuencia, se obtiene la relación de las cargas en función del tiempo de cada componente en menor tiempo. Debido a la gran cantidad de información que se tiene que manejar en este capítulo, las curvas de las cargas generadas en un álabe del impulsor serán presentadas en el **¡Error! No se**

**encuentra el origen de la referencia.**, se solicita al lector revisar cada una de las 6 figuras antes de continuar con la explicación.

**Tabla 3-2 Resumen de cargas en el álabe**

<b>Reacciones</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>	<b>Promedio</b>	<b>Variación (%)</b>
<b>Mx (N.m)</b>	3.5	3.5	3.5	0
<b>My (N.m)</b>	-23.0	23.0	0.0	200
<b>Mz (N.m)</b>	-2.3	-2.3	-2.3	2
<b>Fx (N)</b>	70.0	95.0	82.5	36
<b>Fy (N)</b>	-3.3	-3.2	-3.3	1
<b>Fz (N)</b>	-11.0	15.0	2.0	236

A partir de la información proporcionada por las curvas, se extrae un breve resumen el cual es presentado en la Tabla 3-2. Como se puede observar, algunas reacciones son básicamente constantes en el tiempo, sin embargo, la mitad de ellas tienen cierta fluctuación. Además, cabe señalar que estos valores representan el efecto de las presiones a lo largo de toda la superficie del álabe en donde la frecuencia de oscilación de las cargas coincide con la velocidad del impulsor (2 Hz).

## **B. FALLA DEBIDO A LA FATIGA**

De acuerdo a los conocimientos recibidos en los cursos de pregrado, se sabe que la carga aplicada en forma gradual, fuerzas estáticas, le proporciona suficiente tiempo al material para que la deformación se desarrolle en su totalidad, si se diera el caso en que se genere una posible falla. Sin embargo, cuando existen cargas que varían o fluctúan entre ciertos niveles, se observa que el material puede fallar sin necesidad de alcanzar el esfuerzo máximo, que es el responsable de generar rotura en una pieza. Por esta razón, a partir del análisis fluido dinámico se estudia el comportamiento del álabe ante la presencia de cargas con naturaleza fluctuante en donde se desarrolla la falla debido a la fatiga como método de verificación.



En primer lugar, el material seleccionado es un acero A-200, utilizado ampliamente en el diseño de piezas y componentes mecánicos, sus propiedades mecánicas se muestran a continuación.

$$S_{ut} = 460.0 \text{ MPa}$$

$$S_y = 250.0 \text{ MPa}$$

$$S'_e = 86.2 \text{ MPa}$$

El esfuerzo máximo es representado por  $S_{ut}$ , este concepto indica que bajo la acción de un esfuerzo estático de 460 MPa, el material fallaría. El otro concepto importante a tener en cuenta es la falla del material ante la acción de una carga alternante pura que es representado por  $S'_e$ , este criterio indica que el material no va a fallar si la magnitud de los esfuerzos alternantes no superan los 86.2 MPa.

La teoría de la falla debido a la fatiga, ha sido desarrollada en laboratorios en donde algunos factores muy comunes durante la operación de estos componentes como el tamaño, la manufactura o la temperatura no fueron tomados en cuenta; por esta razón, es imperativo corregir los resultados ajustando los valores utilizando factores de corrección.

### **B.1. FACTOR DE SUPERFICIE ( $k_a$ )**

El factor de modificación depende de la calidad de la superficie y de la resistencia a la tensión. A fin de determinar expresiones cuantitativas para acabados comunes se utilizan los datos recolectados por Lipson y Noll y reproducidos por Horgen. Los datos pueden expresarse mediante. [25]

$$k_a = aS_{ut}^b$$

Los valores de a y b se encuentran en la Tabla 3-3.

Tabla 3-3 Parámetros en el factor de la condición superficial de Marin [25]

ACABADO SUPERFICIAL	FACTOR - (a)		EXPONENTE (b)
	kpsi	MPa	
Esmerilado	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272	-0.995

De la tabla en mención  $a = 4.51$  y  $b = -0.265$ . Entonces de la ecuación anterior:

$$k_a = 4.51(460)^{-0.265} = 0.89$$

### B.2. FACTOR DE TAMAÑO ( $k_b$ )

Como la geometría analizada es básicamente una plancha rolada, no se ha encontrado un factor de tamaño adecuado para esta geometría compleja; sin embargo, en vista que existe una relación inversamente proporcional con el tamaño, y que el espesor de la plancha es muy delgado, es correcto asumir un  $k_b = 1$ .

### B.3. FACTOR DE CARGA ( $k_c$ )

De acuerdo a los procedimientos de este escenario, las cargas debido a las flexión no cambian los límites de resistencia a la fatiga de  $S_{ut}$ , por lo que se usará un  $k_c = 1$ .

### B.4. FACTOR DE TEMPERATURA ( $k_d$ )

Cuando las temperaturas de operación son menores que la temperatura ambiente, la fractura frágil es una posibilidad fuerte. Cuando las temperaturas de operación son mayores que la temperatura ambiente, primero se debe investigar el efecto de la fluencia porque la

resistencia a esta disminuye [25]. Sin embargo, el sistema trabaja a temperatura ambiente, por ende su efecto puede ser descartado, por lo tanto  $k_d = 1$ .

### B.5 FACTOR DE CONFIABILIDAD ( $k_e$ )

El concepto señalado aquí es aplicado a la dispersión de datos; generalmente, la mayoría de los datos de resistencia a la fatiga se reportan como valores medios. Los datos que presentaron Haugen y Wirchin muestran desviaciones estándar de la resistencia a la fatiga de menos del 8%. En la Tabla 3-4 se muestran algunos valores, en el presente trabajo se utilizará una confiabilidad del 90%.

Tabla 3-4 Factores de confiabilidad

CONFIABILIDAD (%)	FACTOR ( $k_e$ )
50	1.000
90	0.897
95	0.868

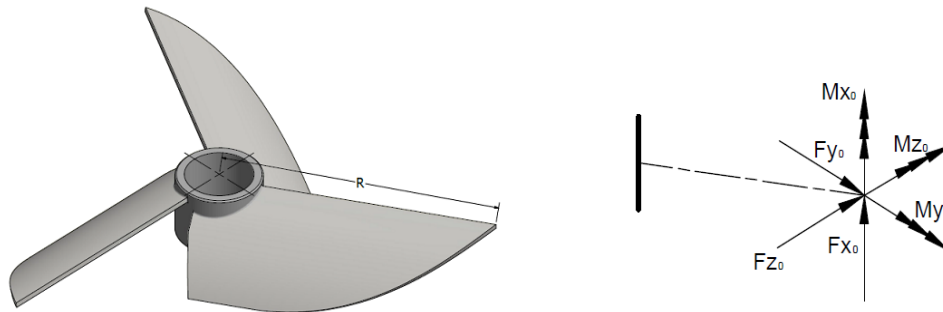
### B.6. FACTOR DE EFECTOS VARIOS ( $k_f$ )

Aunque el factor  $k_f$  tiene el propósito de tomar en cuenta la reducción del límite de resistencia a la fatiga debido a todos los otros efectos, en verdad significa un recordatorio que estos efectos se deben tomar en cuenta, porque los valores reales de  $k_f$  no siempre están disponibles [25]. Como no se lo puede estimar, la unidad será considerada como el valor de este factor.

## C. CÁLCULO CONSERVADOR

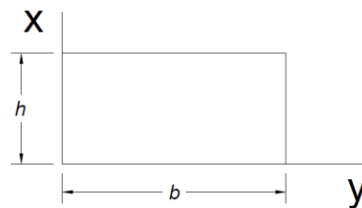
En esta sección, el sistema va a ser verificado utilizando la teoría clásica de la falla debido a la fatiga. En primer lugar, la naturaleza de las cargas será simplificada como si se tratara de 6 ondas sinusoidales perfectamente acopladas entre si.

Luego, para realizar este estudio se monitorea las cargas dinámicas generadas en un álabe, estas cargas van a ser aplicadas en el extremo del elemento como se muestra en el DCL mostrado en la Figura 3-6 (caso crítico).



**Figura 3-6 (Izquierda) Álabe (Derecha) DCL del álabe**

Cabe mencionar que el álabe va a ser analizado como si estuviera empotrado debido a la unión que tiene con el cubo soldado. En la Figura 3-7, se muestra la vista frontal de la geometría simplificada con la que se va a trabajar, esta simplificación del sistema es correcta, ya que el resultado va a indicar cierto grado de sobredimensionamiento en el sistema.



**Figura 3-7 Diagrama de la viga**

Datos:

$$h = 6 \text{ mm} \perp b = 150 \text{ mm}$$

Relaciones:

$$I_y = \frac{1}{12} * b * h^3 = \frac{1}{12} * 6 * 150^3 = 2.70 * 10^3 \text{ mm}^4$$

Desarrollando:

$$M_{y(crit)} = M_y + F_x * R$$

$$M_{y(max)} = 22 + 97 * 0.31 = 52.07 \text{ N m}$$

$$M_{y(min)} = -22 + 66 * 0.31 = -1.54 \text{ N m}$$

Esfuerzo alternante generado por el momento alternante con el eje y.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{y(max)} * (b/2)}{I_y} = \frac{52.07 * 10^3 * 0.5 * 6}{2.70 * 10^3} = 57.9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{min} = \frac{M_{y(min)} * (b/2)}{I_y} = \frac{-1.54 * 10^3 * 0.5 * 6}{2.70 * 10^3} = -1.7 \text{ MPa}$$

Entonces:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = 29.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 28.1 \text{ MPa}$$

Por lo tanto, de acuerdo a la teoría básica de la falla debido a la fatiga, se sabe que el análisis que se conoce como la curva S-N solamente es útil cuando las cargas son completamente alternantes. Por esta razón, se desarrolla un equivalente con la finalidad de poder evaluar utilizando la carga media y la carga alternante.

Se elige como criterio la línea de Soderberg debido a que su álgebra lineal lo convierte en un método muy fácil de aplicar, basta hallar el factor de seguridad ( $n$ ) para asegurar que el sistema no fallará. Además, no se necesita luego verificar el sistema por fluencia como se muestra en la Figura 3-8.

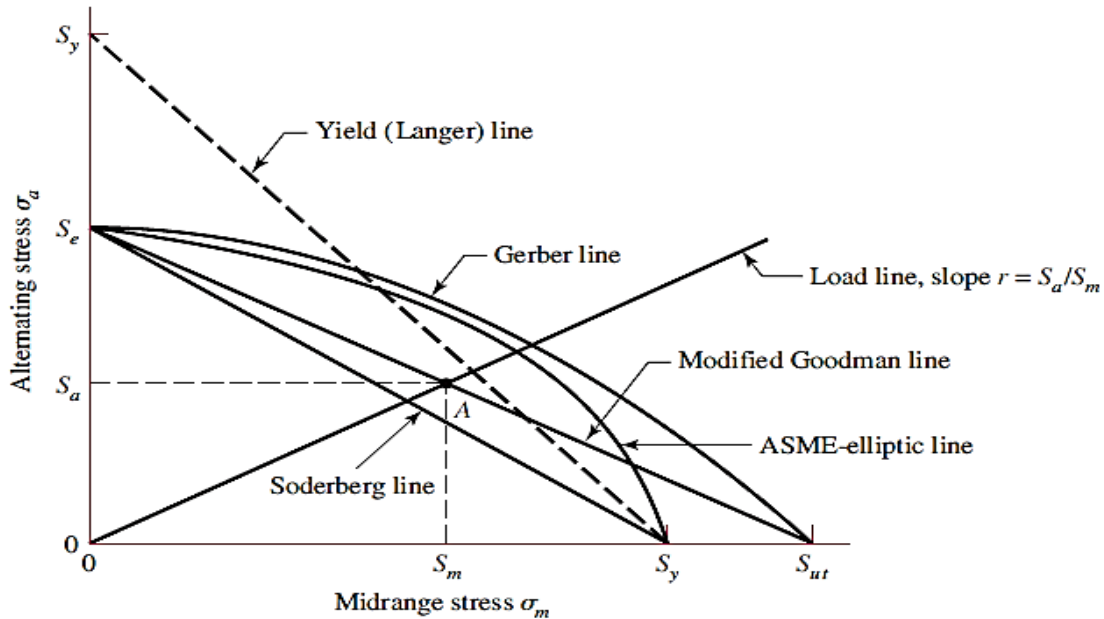


Figura 3-8 Diagrama de fatiga mostrando varios criterios de falla [25]

Criterio de falla según Soderberg:

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{FS}$$

En donde:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e = (0.89)(1)(1)(1)(0.897)(1)(86.2) = 68.8 \text{ MPa}$$

Finalmente, reemplazando:

$$FS = 1.83$$

#### D. CÁLCULO USANDO SIMULACIÓN

El desarrollo de este escenario utiliza la misma teoría usada en el cálculo analítico, sin embargo el software la usa de forma más eficiente en cada nodo de la malla a lo largo de todo el sistema. Por lo tanto, la información obtenida a partir del análisis estructural es

mucho más fina y exacta, ya que las cargas del análisis fluido dinámico es trabajada en el módulo estructural del software con la finalidad de obtener los esfuerzos principales en el álabe, como se muestra en la Figura 3-9.

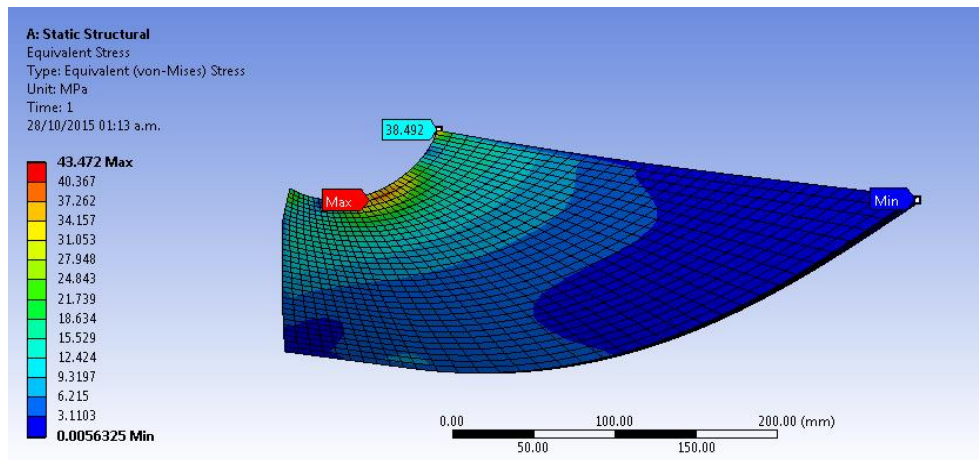


Figura 3-9 Análisis estructural del álabe

Este análisis es realizado para todo el espectro de datos obtenidos en la curva; sin embargo, como se obtiene una gran cantidad de información solamente se muestra en el ANEXO C los datos obtenidos en cada pico, esto se logra enfatizando el análisis con una frecuencia de 4 Hz como se muestra en la Figura 3-10.

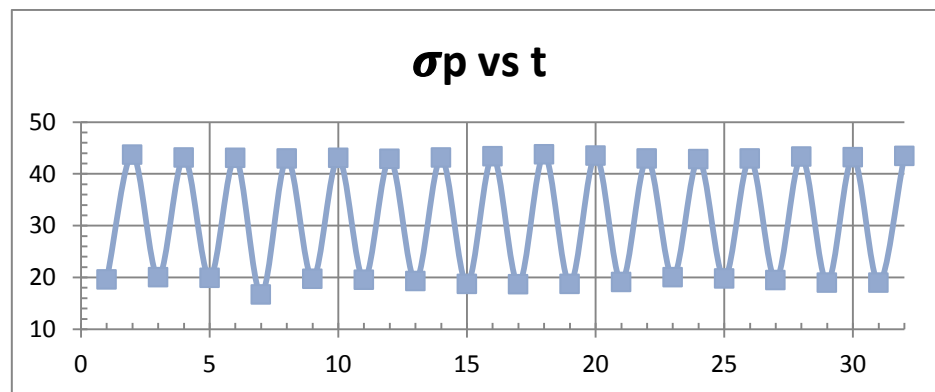


Figura 3-10 Curva de  $\sigma_p$  (Mpa) vs t (s)



Observando la curva de los esfuerzos principales en el tiempo, se puede concluir que las cargas a pesar de ser variables, tienen un comportamiento periódico bastante estable que se traduce en una fluctuación casi sinusoidal.

Los datos que se pueden extraer de la curva anterior representan a los valores de esfuerzo máximo y mínimo ( $\sigma_{max} = 43.2 MPa$ ;  $\sigma_{min} = 19.2 MPa$ ) cuando el sistema se encuentra en operación. Utilizando algunas herramientas de la estadística, se analizó por separado el comportamiento de los picos superiores e inferiores de la curva, observando una variación mínima entre los valores; por lo tanto, se puede afirmar que los valores son constantes en el tiempo, entonces se procede a calcular el esfuerzo medio y alternante en el sistema.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = 12.0 MPa$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = 31.2 MPa$$

Reemplazando en el criterio de Soderberg, anteriormente desarrollado se obtiene:

$$\frac{12.0}{68.8} + \frac{31.2}{250} = \frac{1}{FS} \rightarrow FS = 3.3$$

### 3.1.6. CONJUNTO EJE – IMPULSOR

Otro efecto importante a la hora de diseñar un equipo de estas características, es saber cuál es el efecto de los esfuerzos en el conjunto eje-impulsor. Este segundo escenario desarrolla el comportamiento de las fuerzas a lo largo de todo el eje causadas por el impulsor, al igual que el escenario anterior la geometría proporcionada por la empresa no ha sido detallada en su totalidad por lo que algunas características propias del sistema como el tamaño o forma de la brida que conecta al motor y el eje, no son proporcionadas. Al no tener información del ensamble total, se simplifica la geometría que conecta el eje con el motor como una unión empotrada.

A diferencia del escenario anterior, esta sección será desarrollada, solamente, mediante cálculos analíticos. Primero, se analizará el sistema calculando e idealizando el eje como si fuera una viga rotativa utilizando la teoría de análisis de falla debido a la fatiga aprendida en pregrado. Luego, se realizará un análisis de esfuerzos variables y fluctuantes los cuales generan un daño por fatiga acumulada en el material. Debido a la novedad de este método se solicita leer sobre el método rain-flow.

### A. NATURALEZA DE LAS CARGAS

Las cargas, al tener un comportamiento variable en el tiempo, es muy difícil de predecir su naturaleza si no se determina un patrón repetitivo. A diferencia de la información proporcionada por el álabe, las curvas en esta sección tienen cierta naturaleza de mayor complejidad las cuales se pueden apreciar en el ANEXO B, se solicita al lector revisar esta información que consta de 6 curvas obtenidas a partir de la simulación numérica.

Tabla 3-5 Resumen de las cargas en el impulsor

Reacciones	Mínimo	Máximo	Promedio	Variación (%)
<b>Mx (N.m)</b>	-27.5	-25.0	-26.3	10
<b>My (N.m)</b>	-6.0	5.0	-0.5	220
<b>Mz (N.m)</b>	-5.0	5.0	0.0	200
<b>Fx (N)</b>	236.0	270.0	253.0	13
<b>Fy (N)</b>	-12.0	6.0	3.0	300
<b>Fz (N)</b>	-8.0	11.0	2.0	238

Como se observa en la Tabla 3-5, la naturaleza de los datos es más inestable que las curvas presentadas en el escenario anterior, esto se debe a la superposición desfasada de la carga debido al movimiento de cada álabe (3 álabes soldados al impulsor). Además, observando cada curva se puede apreciar que existen algunos datos que se pueden relacionar como es el caso de la fuerza en la dirección en “x” en donde la magnitud de la fuerza en el impulsor es

el triple de la obtenida por un álabe con un error de apenas el 2.2%, comprobando otra vez la consistencia de los datos.

## B. FALLA DEBIDO A LA FATIGA

Las reacciones obtenidas en el impulsor tienen cierto grado de fluctuación, por lo tanto se necesita verificar el diseño a través de la teoría de la falla debido a la fatiga. Por esta razón, esta sección va a mostrar el cálculo de la falla debido a la fatiga en el eje, como este componente está unido al impulsor mediante soldadura, se idealizará esta unión como si fuera un solo elemento; por lo tanto, las cargas a las que se somete el impulsor afectan directamente al eje. A continuación serán analizados solamente algunos factores de corrección para este caso, los demás que no se mencionen serán los mismos que se usaron en el estudio del álabe.

### B.1. FACTOR DE TAMAÑO ( $k_b$ )

Los resultados para flexión y torsión pueden expresarse de la siguiente manera: [25]

$$k_c \rightarrow \begin{array}{ll} 1.24 * d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51 * d^{-0.157} & 51 \leq d \leq 254 \text{ mm} \end{array}$$

### B.2. FACTOR DE CARGA ( $k_c$ )

Cuando se realizan los ensayos de fatiga con carga de flexión, axial (empujar y jalar) y de torsión, los límites de resistencia a la fatiga difieren con  $S_{ut}$ . Los valores medios del factor de carga se especifican a continuación [25].

$$k_c \rightarrow \begin{array}{ll} 1 & \text{flexión} \\ 0.85 & \text{axial} \\ 0.59 & \text{torsión} \end{array}$$

### C. CÁLCULO CONSERVADOR

En esta sección, el sistema va a ser verificado utilizando la teoría clásica de la falla debido a la fatiga; en primer lugar, para realizar este estudio se tiene que monitorear las cargas dinámicas generadas en el impulsor y observar su comportamiento a lo largo de todo el eje. Realizando un simple análisis estático se puede determinar que existe dos puntos importantes y son el punto de aplicación de las cargas y el extremo del eje como se muestra en el DCL de la Figura 3-11.

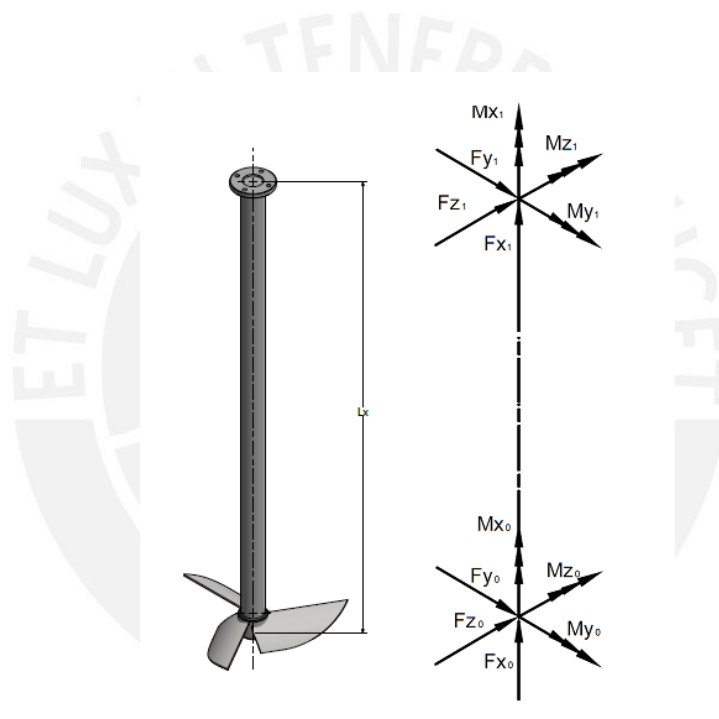


Figura 3-11 (Izquierda) Eje del agitador (Derecha) DCL del eje

Entre las cargas obtenidas a partir de la simulación numérica, solo se consideran las reacciones existentes entre el movimiento del impulsor y la resistencia del fluido; sin embargo, algunas propiedades extensivas como el peso del eje tiene que ser calculado independientemente. A partir de la tabla mostrada en el ANEXO D, se puede calcular la masa del eje donde se obtiene una constante que multiplicada con la longitud del eje da como resultado su peso.

$$W_s = C * L_x = 33,4 \text{ kg}$$

Además, la masa del eje y del impulsor se suma y por lo tanto se obtiene.

$$W_t = W_s + W_i = 38,9 \text{ kg} \rightarrow F_x = 111,6 \text{ N}$$

Al verificar la información obtenida, se puede observar que la variación de la fuerza en la dirección de “x” es de apenas del 13% y además prácticamente la mitad de la carga es absorbida por el peso de todo el eje. Este criterio también será usado al momento de evaluar los esfuerzos cortantes, ya que debido a su pequeña magnitud el efecto causado en el sistema es básicamente despreciable, cabe resaltar que estas fuerzas si van a ser consideradas en el diagrama de momentos flectores que muestra la Figura 3-12.

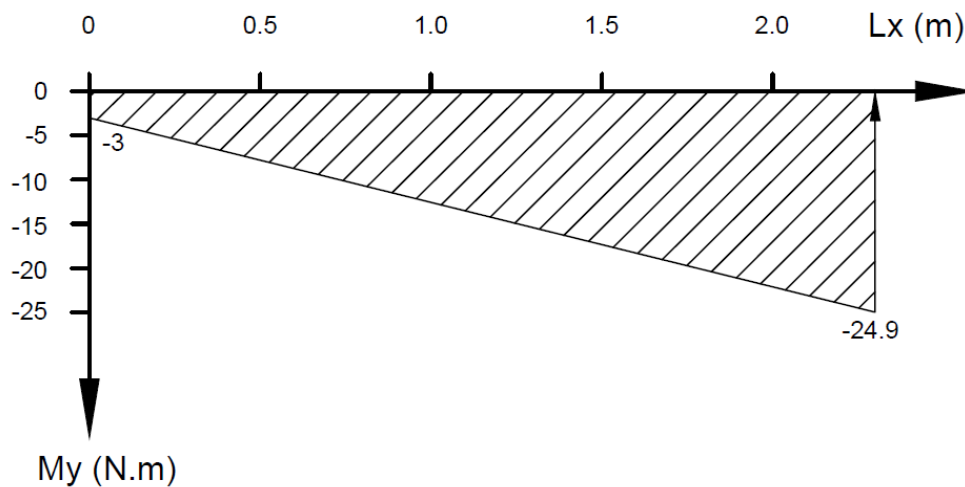


Figura 3-12 Diagrama de momento flector (y)

Posteriormente, como los momentos flectores son cargas alternantes puras se halla el valor máximo en cada dirección con la finalidad de obtener el valor del momento flector resultante.

Por otro lado, en la dirección “z”, se realiza la misma operación solo que se tiene que tener la consideración del sentido de la fuerza como se desarrolla en la Figura 3-13., sin embargo

al tener una variación tan baja y su magnitud es básicamente constante en el tiempo se asume constante a lo largo de todo el tiempo.

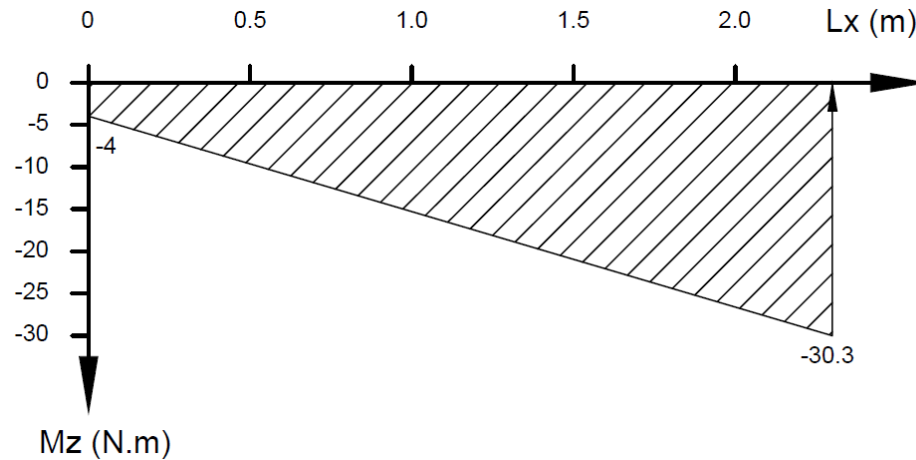


Figura 3-13 Diagrama de momento flector (z)

Una vez obtenidos los valores máximos de los momentos flectores, se puede observar que los valores más representativos se ubican cuando la longitud correspondiente al eje es igual a 2.3 m, esta distancia hace referencia a la conexión existente con la brida que va empernada al acople flexible del motor. Por lo tanto, como los esfuerzos son puntuales, bastará con evaluar la conexión con la brida (punto más crítico) para saber si el componente fallará. El momento flector resultante se halla de la siguiente manera.

$$M_R = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{24.9^2 + 30.3^2} = 39.2 \text{ N m}$$

Los esfuerzos originados por la flexión, como ya se mencionó anteriormente, son considerados alternantes puros puesto que el eje gira para transmitir potencia al fluido generando en un punto determinado un estado de tensión y compresión durante cada ciclo de movimiento.

$$(\sigma_a)_{flexión} = \frac{M_R * r}{I} = 1.08 \text{ MPa}$$

El efecto del momento torsor le brinda al sistema una componente cortante media igual a 25 N m.

$$(\tau_m)_{torsión} = \frac{M_{tm} * r}{J} = 0.35 \text{ MPa}$$

Luego, el efecto del esfuerzo equivalente medio o estático se detalla a continuación:

Para flexión:  $(\sigma_m)_{flexión} = 0 \text{ MPa}$

Para torsión:  $(\tau_m)_{torsión} = 0.35 \text{ MPa}$

Por lo tanto, de acuerdo al esfuerzo equivalente medio según von Mises:

$$\sigma'_m = \sqrt{[(\sigma_m)_{flexión}]^2 + 3[(\tau_m)_{torsión}]^2} = 0.61 \text{ MPa}$$

El efecto del esfuerzo equivalente alternante se es caracterizado por la flexión en el eje.

Para flexión:  $(\sigma_a)_{flexión} = 1.08 \text{ MPa}$

Para torsión:  $(\tau_a)_{torsión} = 0 \text{ MPa}$

Por lo tanto, el esfuerzo equivalente alternante según von Mises será:

$$\sigma'_a = \sqrt{\left[ (\sigma_a)_{flexión} + \frac{(\sigma_a)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3[(\tau_a)_{torsión}]^2} = 2.55 \text{ MPa}$$

De acuerdo al criterio de falla según Soderberg como se vio anteriormente:

$$\frac{\sigma'_a}{S_e} + \frac{\sigma'_m}{S_y} = \frac{1}{FS}$$

En donde:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e = (0.89)(0.93)(1)(1)(0.897)(1)(86.2) = 64.2 \text{ MPa}$$



Finalmente, reemplazando:

$$FS = 50.8$$

#### D. CÁLCULO UTILIZANDO EL MÉTODO RAIN-FLOW

En vez de un bloque histórico de un solo esfuerzo completamente reversible compuesto de  $n$  ciclos, cual es el planteamiento teórico cuando una parte de la máquina, en una ubicación crítica, se somete a

- Un esfuerzo completamente reversible  $\sigma_1$  durante  $n_1$  ciclos,  $\sigma_2$  durante  $n_2$  ..., o
- Una recta de tiempo “oscilatoria” de esfuerzo que presenta muchos y diferentes picos y valles.

Existen muchas interrogantes como ¿cuáles son los esfuerzos significativos?, ¿cuáles cuentan como un ciclo? y ¿cuál es la medida de daño incurrido? Por esta razón, en esta sección se usará la regla de Palmgren-Miner donde se suma la relación de ciclos,

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = c$$

Según este planteamiento  $n_i$  es el número de ciclos y  $N_i$  representa el número de ciclos donde falla a ese nivel de esfuerzo  $\sigma_i$ . El parámetro  $c$  se determina mediante experimentación; por lo general se encuentra en el intervalo de  $0.7 < c < 2.2$  con un valor promedio cerca de la unidad.

Usando la formulación determinística como una regla de daño lineal, donde “ $D$ ” es el daño acumulado, se origina la falla cuando  $D=1$ . [25]

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i}$$

En el presente estudio, al igual que el análisis anterior, la zona crítica es la conexión de la brida, pero se presenta primero en el ANEXO E las reacciones obtenidas en la superficie del impulsor con la finalidad de darle la oportunidad al lector de verificar y comprobar los resultados obtenidos. Luego, gracias al desarrollo analítico se obtiene las reacciones generadas en la brida debido al impulsor (ANEXO F).

La finalidad de este cálculo es obtener de la manera más exacta posible el valor de los esfuerzos principales a lo largo del tiempo, ya que estos son obtenidos a partir de los esfuerzos normales, flexionantes, torsionales y cortantes relacionados entre si a partir de la teoría de falla según Von Misses; sin embargo, como los esfuerzos son puntuales bastará con estudiar el comportamiento del valor más crítico.

De acuerdo, a la teoría estudiada, se sabe que los esfuerzos más representativos son los flexionantes, los cuales cuanto más alejados se encuentren del eje neutro mayor será su magnitud. Entonces, se tiene como primer indicio que el punto más crítico se encuentra en el borde de la circunferencia del diámetro exterior, una simplificación adecuada es hallar el momento flector resultante y asumir que tiene un comportamiento constante, el problema es el sobredimensionamiento del sistema.

Otro problema que se puede apreciar es la enorme cantidad de información obtenida, como comentario se menciona que se está tomando en cuenta solamente a partir del séptimo segundo, ya que se puede apreciar una tendencia y estabilización marcada en las curvas.

Además, observando los datos de las tablas en el ANEXO F se deduce que el eje neutro obtenido a partir de los momentos flectores no tiene un comportamiento constante. A su vez, la relación entre los esfuerzos cortantes y torsionales depende de la ubicación del punto evaluado.

Ante esta situación un tanto compleja, la solución propuesta consta en evaluar cada reacción en 12 puntos simétricos como se muestra en la Figura 3-14. Cabe mencionar, que la selección del punto más crítico radica en la obtención de los 4 tipos de esfuerzos ya mencionados (normales, flexionantes, torsionales y cortantes), luego se tiene que comparar estas 12 posibilidades a lo largo del tiempo analizando el promedio y desviación estándar de cada punto. El criterio de selección radica en obtener el punto que proporcione el promedio y desviación estándar más elevado, la importancia de cada uno se traduce en el esfuerzo medio y la componente alternante respectivamente.

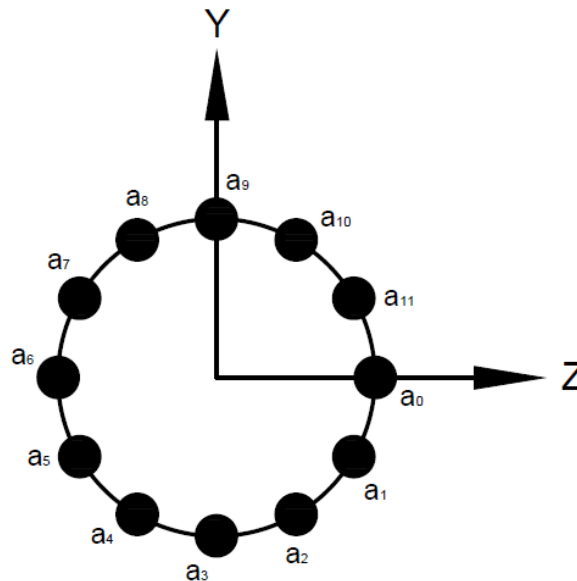


Figura 3-14 Puntos evaluados en el eje

El desarrollo de este procedimiento es muy complejo, por tal motivo la presentación de los resultados será obviada ya que se genera un matriz de  $92 \times 48$ . A partir del análisis realizado, el punto que alcanzó los valores más altos fue  $a_{11}$ . Es interesante mencionar que la diferencia entre cada uno de los puntos evaluados no es tan marcada, apenas se percibe una variación menor del 5% entre resultados; por lo tanto, también hubiera sido correcto elegir cualquier punto al azar.

Además, entre las cargas obtenidas se introduce un cierto grado de complicación en las que pueden coexistir esfuerzos axiales y normales cada uno con valores medios. A su vez, también pueden existir múltiples concentradores de esfuerzos, uno para cada modo de carga; sin embargo, no serán considerados para el presente cálculo. A partir de la teoría estudiada, se sabe que la única forma de relacionar la naturaleza de cada tipo de esfuerzo es a través de una teoría de falla, por lo que la más adecuada es la de máxima energía de distorsión.

Considerando que los esfuerzos flexionantes, torsionales y axiales tienen componentes alternantes y medios, el esfuerzo principal puede escribirse. [25]

$$\sigma'_m = \sqrt{\left[ (\sigma_m)_{flexión} + \frac{(\sigma_m)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3[(\tau_m)_{torsión}]^2}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\left[ (\sigma_a)_{flexión} + \frac{(\sigma_a)_{axial}}{0.85} \right]^2 + 3[(\tau_a)_{torsión}]^2}$$

A partir de los esfuerzos generados en la brida, se procede a obtener el valor medio y alternante de cada esfuerzo con la finalidad de relacionarlos utilizando la teoría de Von Misses. De acuerdo a la naturaleza de los datos obtenidos, se puede observar que el único elemento que brindará una componente alternante es el esfuerzo debido a la flexión, todos los demás solo cuentan con una componente de esfuerzo medio.

Valores medios:

$$(\sigma_m)_{flexión} = -6.3 \text{ kPa}$$

$$(\sigma_m)_{axial} = -67.8 \text{ kPa}$$

$$(\tau_m)_{torsión} = -359 \text{ kPa}$$

Reemplazando:

$$\sigma'_m = 627.7 * 10^{-3} MPa$$

A partir de esta información analizada, se realiza la misma operación para cada esfuerzo alternante a lo largo del espacio temporal, como la operación se repetiría 92 veces se muestra la Figura 3-15 en donde se resume el comportamiento de los esfuerzos principales a lo largo del tiempo en donde ya se puede obtener un patrón en la distribución de los esfuerzos.

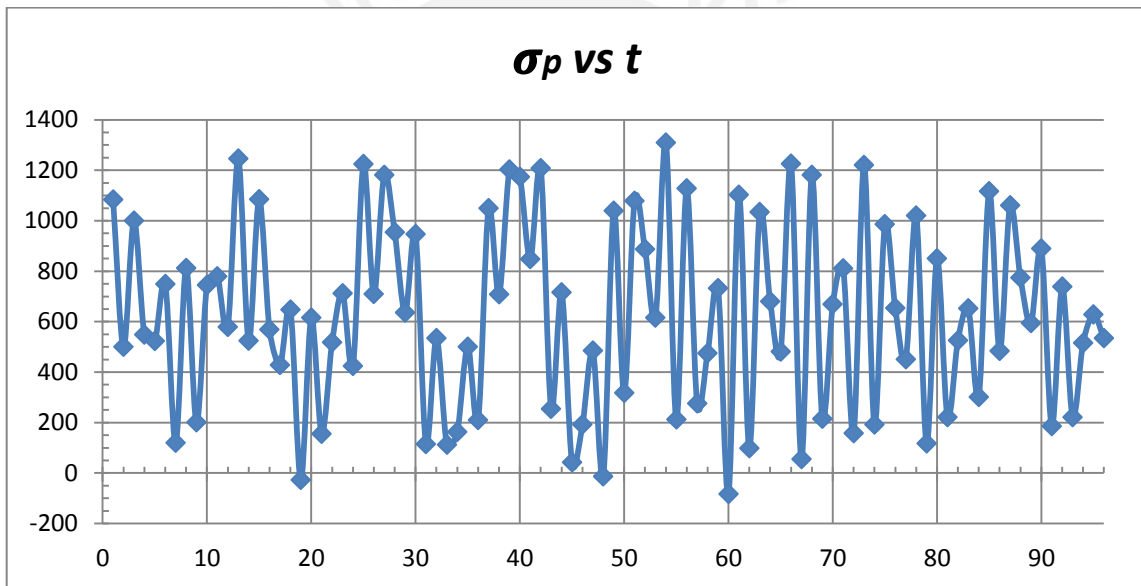


Figura 3-15 Curva de esfuerzo principales (kPa) vs t(s)

A partir de estos resultados se obtiene un valor de esfuerzo máximo de  $1.2 MPa$  y un valor mínimo de  $-83.9 * 10^{-3} MPa$ . Para poder realizar un conteo del daño causado por todo el recorrido del esfuerzo a lo largo del tiempo, primero se subdividió todo el rango de incidencia en 95 secciones, luego se contabilizó la cantidad de veces en las que el esfuerzo pasaba por cada uno de los rangos divididos.

Tabla 3-6 Evaluación de daño por segmento

Segmento	$\sigma_a$	$\sigma_{Nf}$	$n_i$	$N_i$ , ciclos	FS
1	696.5	698.2	1	$\infty$	75
2	636.5	638.1	1	$\infty$	81
3	619.4	620.9	1	$\infty$	83
4	590.7	592.2	1	$\infty$	85
5	582.9	584.4	1	$\infty$	86
6	555.3	556.7	1	$\infty$	89
7	545.7	547.2	1	$\infty$	90
8	533.7	535.1	1	$\infty$	92
9	532.1	533.5	1	$\infty$	92
10	504.2	505.5	1	$\infty$	97
11	480.3	481.5	1	$\infty$	100
12	472.9	474.1	1	$\infty$	101
13	449.6	450.7	1	$\infty$	105
14	443.5	444.7	1	$\infty$	106
15	430.0	431.0	1	$\infty$	108
16	420.3	421.4	1	$\infty$	110
17	413.5	414.6	1	$\infty$	112
18	410.2	411.2	1	$\infty$	113
19	399.5	400.5	1	$\infty$	115
20	389.2	390.2	1	$\infty$	118
21	365.8	366.7	1	$\infty$	122
22	335.5	336.3	1	$\infty$	130
23	294.1	294.8	1	$\infty$	144
24	1.6	1.7	1	$\infty$	292
25	247.4	248.0	1	$\infty$	164
26	193.7	194.2	1	$\infty$	182
27	175.6	176.0	1	$\infty$	194
28	149.0	149.3	1	$\infty$	212
29	129.1	129.4	1	$\infty$	225
30	104.8	105.0	1	$\infty$	241
31	0.3	0.3	1	$\infty$	516
32	4.1	4.1	1	$\infty$	344
33	36.3	36.4	1	$\infty$	330
34	5.1	5.1	1	$\infty$	456
35	13.5	13.6	1	$\infty$	335

Una vez contabilizado cada rango de incidencia, se puede resumir la amplitud de la carga en diferentes segmentos, la Tabla 3-6 no solo muestra los segmentos sino también evalúa el factor de seguridad y el tiempo de vida por segmentos de carga aplicada.

De acuerdo a la información evaluada, el factor de seguridad del sistema ( $FS$ ) se obtiene a partir de la evaluación de la carga más crítica, este valor es de 75. Además, el daño por bloque corresponde a

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} = \left[ \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} \dots + \frac{1}{\infty} \right] = \frac{1}{\infty}$$

Al establecer  $D = 1$ , como ya se mencionó anteriormente, se obtiene  $N = \infty$  ciclos.

### 3.1.7. COMENTARIOS

De acuerdo a los dos análisis realizados, para poder observar el comportamiento de las fuerzas en cada escenario se evaluó por distintos métodos con la finalidad de corroborar y verificar los resultados.

El análisis realizado en el álabe, demuestra que a pesar del grado de precisión del efecto debido a la carga fluctuante usando simulación numérica, se demuestra que para diseñar un álabe es correcto asumir que el sistema se comporta como una viga empotrada de geometría simple excitada por una carga variable en el extremo. No existe una gran variación entre el cálculo conservador y el desarrollo mediante simulación numérica.

Finalmente, el escenario donde se analiza el comportamiento del eje debido a las cargas tiene la función de verificar si las fuerzas generadas en el impulsor serán capaces de dañar el conjunto eje-impulsor. A pesar de ser bastante básico y sobredimensionado, el cálculo conservador es bastante eficiente si se compara con todos los recursos usados cuando se evaluó el comportamiento del eje usando el método rain-flow ya que no existe gran



diferencia entre hallar un factor de seguridad de 50 con uno de 75. Se recomienda al lector estudiar sobre el método rain-flow, debido a que el objetivo de esta tesis es simplemente explicar, plantear y resolver el problema, no abarcar profundamente en el análisis teórico, se recomienda leer teoría online fidedigna como la proporcionada por la Universidad de Toledo [26]



## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se estudió el efecto de la interacción entre el flujo turbulento con el conjunto eje-impulsor de un agitador vertical. El principal objetivo fue el de realizar el estudio de las cargas fluctuantes generadas por el movimiento rotacional del equipo, a partir de los datos obtenidos del análisis fluido-dinámico en régimen transitorio del sistema. La herramienta utilizada en este trabajo es el software ANSYS V16, en donde se usó la metodología MRF (*model reference frame*), utilizada en sistemas agitados de similares características. Después de haber analizado las reiteradas simulaciones, se obtuvo las siguientes conclusiones:

1. El análisis dimensional permite deducir que la simulación es correcta si el error relativo no supera el 15% de variación (modelo a escala vs simulación numérica). Se observa en el presente estudio que el error relativo es inferior al 12%; por lo tanto, se puede concluir que el procedimiento de validación para el análisis fluido dinámico es correcto.
2. Se observó que el comportamiento de las cargas dinámicas generadas en cada uno de los álabes es bastante estable a lo largo del tiempo. Este efecto se debe a

que cada uno de los álabes aplica esfuerzos cortantes al fluido generando campos turbulentos; por lo tanto, la frecuencia de aplicación de las cargas coincide con la frecuencia del movimiento rotacional del eje (2 Hz).

3. Se observa que en la verificación de la falla debido a la fatiga del conjunto álabe-impulsor el factor de seguridad utilizando el método conservador es de 1.8, valor que indica cierto grado de alerta ante una posible falla; desde otra perspectiva, la simulación numérica da como resultado 3.3 como factor de seguridad. Por lo tanto, se puede concluir que esta sección del sistema tiene que ser diseñada utilizando simulación numérica si se desea evitar un diseño sobredimensionado.
4. Se comprueba que existen diferencias entre analizar el efecto en un álabe con el análisis de todo el impulsor; ya que, el impulsor es excitado por cada uno de sus tres álabes que le que proporcionan una carga con un desfase de  $120^\circ$ . Por lo tanto, el impulsor tiene una frecuencia cuyo valor es exactamente el triple de la frecuencia a la que gira el eje. A su vez, se concluye que el comportamiento de las cargas en el impulsor está relacionado con el número de álabes.
5. La verificación del cálculo de la falla debido a la fatiga del conjunto eje-impulsor mediante los dos métodos propuestos da el mismo resultado, que el sistema está sobredimensionado excesivamente. Sin embargo, es importante mencionar que para esta aplicación a pesar que el método rain-flow es más preciso debido al conteo del daño, el gasto de recursos y tiempo para lograr plantearlo adecuadamente lo vuelve muy ineficiente en comparación con el planteamiento conservador.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. Gelmi Weston, Fundamentos de operaciones unitarias, Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile, 2006.
- [2] P. M. Hernández, *Predicción de datos de diseño en reactores provistos de turbinas de flujo axial mediante CFD*, Catalunya: Departament d'Enginyeria Química, Universitat Politècnica de Catalunya, 2007.
- [3] G. A. Arrieta Valderrama, *Metodología de optimización numérica multi-objetivo y de simulación numérica de la interacción fluido-estructura del desempeño de un agitador con impulsor PBT variando ángulo, altura y velocidad de rotación utilizando ANSYS CFX, MECHANICAL y DESIGN*, Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, 2012.
- [4] Dantec Dynamics, «Dantec Dynamics, a Nova Instruments Company,» Nova Instruments, 2013. [En línea]. Available: <http://www.dantecdynamics.com/laser-induced-fluorescence-liquid>. [Último acceso: 03 08 2015].
- [5] W. L. McCabe, Operaciones unitarias en Ingeniería Química, Madrid: McGraw-Hill, 1991.
- [6] H. O. Huerto Bujaico, *Estudio del fluido en un tanque agitador vertical de impulsor PTB con superficie libre mediante el programa ANSYS CFX V14.0*, Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, 2013.
- [7] Sabino Barbera, «Sabino Barbera,» 2012. [En línea]. Available: <http://www.savinobarbera.com/english/mixer/>. [Último acceso: 18 08 2015].
- [8] Pacontrol. [En línea]. Available: [http://www.pacontrol.com/processinformationbook/Mixing%20and%20Agitation%2093851\\_10.pdf](http://www.pacontrol.com/processinformationbook/Mixing%20and%20Agitation%2093851_10.pdf). [Último acceso: 25 03 2014].
- [9] P. Edward L., Handbook of industrial mixing, Canada: John Wiley & Sons Inc, 2004.

- [10] MGT Liquid & Process systems, «MGT Liquid & Process systems,» [En línea]. Available: [http://www.mgt.co.il/MGT\\_mixing/impellers\\_rushton.asp](http://www.mgt.co.il/MGT_mixing/impellers_rushton.asp). [Último acceso: 18 08 2015].
- [11] UNAD, «Universidad abierta a distancia,» [En línea]. Available: [http://datateca.unad.edu.co/contenidos/211618/EXELARNING/leccin\\_20\\_manejo\\_de\\_fluidos.html](http://datateca.unad.edu.co/contenidos/211618/EXELARNING/leccin_20_manejo_de_fluidos.html). [Último acceso: 18 08 2015].
- [12] V. L. Streeter, *Mecánica de fluidos*, Santa fé de Bogotá: McGraw-Hill, 2011.
- [13] Universidad de chile, «U cursos\_me33a,» Universidad de chile, 2010. [En línea]. Available: [file:///C:/Users/usuario/Downloads/me33a\\_cap08.pdf](file:///C:/Users/usuario/Downloads/me33a_cap08.pdf). [Último acceso: 07 08 2015].
- [14] ELSEVIER, «ELSEVIER,» 12 09 2011. [En línea]. Available: <http://www.elsevier.es/en-revista-archivos-cardiologia-mexico-293-articulo-caracterizacion-del-flujo-pulsante-vascular-90168827>. [Último acceso: 2015 08 18].
- [15] UNCTIMONEL, «UNCTIMONEL,» [En línea]. Available: <http://unctimonel.es.tl/NAVEGACION-A-VELA.htm>. [Último acceso: 2015 08 18].
- [16] R. J. Weetman y B. Gigas, «Mixer mechanical design - Fluid forces,» de *Proceeding of the 19th international pump users symposium*, Hannover, 2002.
- [17] COES, «COES-SISAC,» [En línea]. Available: <http://www.coes1.org.pe/WebPages/home.aspx>. [Último acceso: 18 08 2015].
- [18] H. Versteeg, *Computational Fluid Dynamics*, Malaysia: Longman Group, 1995.
- [19] D. Sotomayor Sajarov, *SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO DE UN INTERCAMBIADOR DE CALOR DE FLUJO TRANSVERSAL ALETEADO*, Lima: PUCP, 2014.
- [20] Y. A. Cengel y M. A. Boles, *Termodinámica*, D.F.: Mc Graw Hill, 2010.
- [21] Inc, ANSYS, «ANSYS Help,» 2014.

- [22] LEAP AUSTRALIA pty ltd, «LEAP australia computacional fluid dynamics blog,» 2014. [En línea]. Available: <http://www.computationalfluidynamics.com.au/turbulence-modelling/>. [Último acceso: 17 09 2015].
- [23] C. E. Brennen, *Fundamentals of Multiphase Flows*, California Institute of technology: California , 2008.
- [24] J. U. Brackbill, D. B. Kothe y C. Zemach, «A continuum Method for Modeling Surface Tension,» *Journal of computational physics*, n° 100, pp. 335-354, 1991.
- [25] R. G. Budynas y J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*, México, D.F.: The McGraw-Hill, 2008.
- [26] eFatigue LLC, «eFatigue,» [En línea]. Available: <https://www.efatigue.com/>. [Último acceso: 14 09 2015].



