

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE POSGRADO



ANÁLISIS DE UNA ORGANIZACIÓN MATEMÁTICA ASOCIADA AL OBJETO  
CUADRILÁTEROS QUE SE PRESENTA UN LIBRO DE TEXTO DEL QUINTO  
GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas que  
presenta

ALICIA BECERRA LÓPEZ

Dirigido por

CINTYA SHERLEY GONZALES HERNÁNDEZ

San Miguel, 2015



*Dedico esta investigación a Dios por ser mi ejemplo de maestro, por haberme dado el regalo más grande que son mis hijos Ana Cristina y Felipe Alberto, la razón de cada paso que doy en la vida, por haberme dado unos padres maravillosos Blas y Ana que me enseñaron que cuando hay amor todo es posible, por haber puesto en mi camino a Luis Alberto mi esposo y por darme la oportunidad de conseguir culminar con éxito mis estudios de maestría.*

## AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Educación del Perú, quien por medio del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo-PRONABEC, nos permitió acceder a la Beca Presidente de la República denominada “Beca Docente de Posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación en el Perú 2014”.

A la Maestría Educación Matemática, por todo su apoyo brindado al entregarnos a los mejores docentes para nuestra formación, que cada día nos brindaban todo su conocimiento en cada clase impartida

A mí querida familia: Luis Alberto, Paola, Katty, Cynthia, Ana Cristina, Felipe Alberto, Naresh, Priya, Leyla y José por ser el soporte que necesito para seguir adelante y cumplir mis metas.

A mis hermanos, especialmente a Dina, Sebastián, Hilda y Ana por su ejemplo, comprensión y por darme ánimos para culminar mis estudios.

A mi Asesora Mg. Cintya Gonzales Hernández, por su amistad y paciencia, además de sus correcciones y sugerencias en todo el proceso de este trabajo.

A la profesora Jesús Flores, por motivarnos y alentarnos a seguir adelante.

A los profesores, Cecilia Gaita Iparraguirre y Miguel Gonzaga Ramírez por sus sugerencias y aportes valiosos en este trabajo de investigación.

A todos los profesores de la Maestría, en forma muy especial al profesor Uldarico Malaspina por ser un ejemplo de sencillez y humildad a pesar de su gran sabiduría.

A mis sobrinos desde Elena hasta Blas y muy en especial a mi sobrino Orlando por su ayuda en este trabajo y porque a pesar de todos los obstáculos y pérdidas que tuvo que enfrentar desde pequeño, demuestra que todo es posible.

A mis queridos amigos de la Maestría con quienes tuve el gusto de compartir experiencias durante este periodo de lucha por alcanzar nuestras metas de manera muy especial para María Ysabel y Edith del Rocío por su amistad sincera.

A mis alumnos del colegio Monserrat por haber formado parte de uno de los mejores años de mi vida al empezar con ellos mi labor docente y porque a pesar de los años transcurridos el cariño sigue intacto, siendo una de las razones por la que continúo ejerciendo y capacitándome en esta noble labor.

## RESUMEN

La presente investigación tiene por objetivo describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” presente en la unidad cuatro de un libro de texto del quinto grado de educación primaria, el cual fue elaborado por encargo del Ministerio de Educación y utilizado por las instituciones educativas públicas de nuestro país. Trabajamos sobre la base de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, la cual nos brindó los elementos necesarios para describir la organización matemática presente en el libro de texto. Para dicha descripción utilizamos los elementos de dicha teoría como son, los tipos de tareas, las técnicas involucradas, el discurso teórico y tecnológico que están detrás de dichas técnicas. Asimismo para el análisis de la organización matemática utilizamos los criterios de completitud de Fonseca. En cuanto a la metodología empleada, nos apoyamos en la investigación cualitativa de tipo bibliográfica. Los resultados obtenidos en nuestra investigación evidencian la presencia de 9 tipos de tareas, 23 tareas, 6 técnicas 14 elementos tecnológicos y una teoría. Con respecto al análisis de los indicadores de completitud de Fonseca (OML1- OML7), observamos que los indicadores (OML1-OML6) se cumplen parcialmente y el indicador (OML7) no se cumple. Esto nos permite concluir que la organización matemática que se presenta en el capítulo cuatro del libro de texto de quinto grado de educación primaria presenta un grado de completitud relativamente completa.

Palabras clave: organización matemática, cuadriláteros, indicadores de completitud.

## ABSTRACT

The aim of this study is to describe and analyze the mathematical organization related to the mathematical object "quadrilateral" in chapter 4 of a fifth grade of primary education textbook, which was made at the request of the Ministry of Education and is used by public educational institutions of our country. We did our research on the basis of the Anthropological Theory of the Didactic, which gave us the necessary elements to describe the mathematical organization in the textbook.

For the description we use the elements of this theory, such as the types of tasks, the techniques involved, the theoretical and technological discourse behind these techniques. Also for the mathematical organization analysis we use the criteria of completeness of Fonseca.

In terms of methodology, we rely on qualitative research, biographical-type.

The results of our investigation show the presence of 9 types of tasks, 23 tasks, 6 techniques, 14 technological elements and a theory. Regarding the analysis of Fonseca completeness indicators (OML1- OML7), we observe that (OML1-OML6) indicators are partially achieved and (OML7) indicator is not achieved.

This allows us to conclude that mathematical organization in chapter four of the fifth grade of primary education textbook has a relatively complete degree of completeness.

Keywords: mathematical organization, quadrilaterals, completeness indicators.

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Figuras en posición estandar.....	21
Figura 2. Clasificación particional y jerárquica de los paralelogramos .....	23
Figura 3. Medida del área tomando como unidad de medida una cuadrícula .....	25
Figura 4. Medida del área descomponiendo la figura .....	25
Figura 5. Medida del área componiendo la figura.....	25
Figura 6. Tipo de tareas(T) y tareas (t).....	30
Figura 7. Tarea (t) identificar rectángulos.....	39
Figura 8. Condiciones para ser un cuadrilátero.....	42
Figura 9. Cuadriláteros.....	42
Figura 10. Diagonales de un Cuadrilátero.....	42
Figura 11. Propiedad de la diagonal de un cuadrilátero.....	43
Figura 12. Diagonales de un paralelogramo 1.....	43
Figura 13. Condicion para ser un un paralelogramo 2 .....	44
Figura 14. Propiedad de los ángulos opuestos en un paralelogramo.....	44
Figura 15. Diagonales en un paralelogramo.....	44
Figura 16. Rectángulo .....	45
Figura 17. Rombo.....	45
Figura 18. Cuadrado.....	45
Figura 19. Trapecio .....	46
Figura 20. Tarea (t) identificar rectángulos.....	46
Figura 21. Actividad para reconocer cuadrado y rectángulo.....	51
Figura 22. Polígono en el libro Lógico Matemático 5 .....	54
Figura 23. Clasificación de polígonos en el libro Lógico Matemático5 .....	55
Figura 24. Clasificación de los cuadriláteros en el libro de texto .....	61
Figura 25. Relación de intersección de paralelogramos en el libro de texto.....	62
Figura 26. Clasificación de las fuentes bibliográficas.....	65

Figura 27. Problema resuelto 1 .....	95
Figura 28. Problema resuelto 2 .....	96
Figura 29. Problema resuelto 3 .....	97
Figura 30. Problema propuesto 1 .....	98
Figura 31. Problema propuesto 2 .....	99
Figura 32. Problema propuesto 3 .....	99
Figura 33. Problema propuesto 4 .....	100
Figura 34. Problema propuesto 5 .....	101
Figura 35. Problema propuesto 6 .....	102
Figura 36. Problema propuesto 7 .....	103
Figura 37. Problema propuesto 8 .....	103
Figura 38. Problema propuesto 9 .....	104
Figura 39. Problema propuesto 10 .....	105
Figura 40. Problema propuesto 11 .....	105
Figura 41. Problema propuesto 12 .....	106
Figura 42. Problema propuesto 13 .....	107
Figura 43. Problema propuesto 14 .....	107
Figura 44. Problema propuesto 15 .....	108
Figura 45. Problema propuesto 16 .....	108
Figura 46. Problema propuesto 17 .....	109
Figura 47. Problema propuesto 18 .....	109
Figura 48. Problema propuesto 19 .....	110
Figura 49. Problema propuesto 20 .....	110
Figura 50. Problema propuesto 21 .....	111
Figura 51. Problema propuesto 22 .....	111
Figura 52. Problema propuesto 23 .....	112
Figura 53. Problema propuesto 24 .....	112
Figura 54. Problema propuesto 25 .....	112

Figura 55. Problema propuesto 26 .....	113
Figura 56. Ejemplo1 de OML1 – problema resuelto 2.....	115
Figura 57. Ejemplo2 de OML1 – problema propuesto 5 .....	115
Figura 58. Ejemplo3 de OML1 - problemas propuestos 10 y 11 .....	116
Figura 59. Ejemplo4 de OML1- problema resuelto 3 .....	116
Figura 60. Ejemplo5 de OML1 – problema propuesto 4 .....	117
Figura 61. Ejemplo de OML3- problema propuesto 22 .....	119
Figura 62. Ejemplo de OML4 – problema propuesto 1 y 17.....	120
Figura 63. Ejemplo de OML5 – problema resuelto 3.....	121
Figura 64. Ejemplo1 de OML6.....	122
Figura 65. Ejemplo2 de OML6 .....	123
Figura 66. Ejemplo3 de OML6 .....	123
Figura 67. Ejemplo de OML7 .....	124
Figura 68. Clasificando objetos por sus características.....	134
Figura 69. Bloques lógicos.....	135
Figura 70. Clasifican figuras .....	135
Figura 71. Distintas clases de líneas.....	135
Figura 72. Interior de una región.....	136
Figura 73. Exterior de una región.....	136
Figura 74. Límite de una región .....	136
Figura 75. Figuras planas .....	136
Figura 76. Uso de esquemas para clasificar .....	137
Figura 77. Líneas curvas y rectas .....	137
Figura 78. Identificación de figuras planas .....	138
Figura 79. Definición de polígono .....	138
Figura 80. Reconocen figuras geométrica.....	138
Figura 81. Vértices y lados de un polígono.....	139
Figura 82. Perímetro1.....	139



Figura 83. Unidad de medida .....	139
Figura 84. Área 1 .....	140
Figura 85. Perímetro 2 .....	140
Figura 86. Uso de regla y escuadra .....	141
Figura 87. Rectas paralelas y perpendiculares .....	141
Figura 88. Construyendo figuras .....	142
Figura 89. Unidad de área .....	142
Figura 90. Medida del área con cuadrículas .....	143
Figura 91. Clasificación de ángulos .....	144
Figura 92. Rectas paralelas y secantes .....	144
Figura 93. Uso de escuadras .....	145
Figura 94. Uso del geoplano .....	145
Figura 95. Clasificación de polígonos .....	146
Figura 96. Completar el diagrama .....	146
Figura 97. Calculando el perímetro .....	147
Figura 98. Calculando medida del área .....	147
Figura 99. Completando áreas .....	148
Figura 100. Descomponiendo figuras para hallar la medida del área .....	148
Figura 101. Estimar medidas .....	149

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Componentes de una praxeología .....	28
Tabla 2. Información de la Enciclopedia Fanal de cuarto grado de primaria.....	48
Tabla 3. Información de la Enciclopedia Venciendo del quinto grado de educación primaria.....	50
Tabla 4. Información de la Enciclopedia Venciendo quinto grado de primaria.....	51
Tabla 5. Información de la Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria.....	52
Tabla 6. Información Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria.....	53
Tabla 7. Información Del libro del MInedu del quinto grado de primaria.....	54
Tabla 8. Información de la enciclopedia Escuela Nueva sexto grado de primaria.....	56
Tabla 9. Información de la Colección Venciendo Juventud sexto grado de primaria.....	57
Tabla 10. Información de la Enciclopedia Escolar Escuela Nueva.....	57
Tabla 11. Capacidades y conocimientos correspondientes al 5to grado de primaria.....	59
Tabla 12. Indicadores de desempeño relacionados a los cuadriláteros .....	60
Tabla 13. Ejercicios correspondientes a los tipos de tareas y tareas del bloque I .....	74
Tabla 14. Organización Matemática del bloque I .....	75
Tabla 15. Organización matemática correspondiente al bloque II.....	81
Tabla 16. Técnicas y tecnologías correspondientes al bloque II.....	81
Tabla 17. Organización matemática correspondiente al bloque III.....	92
Tabla 18. Técnica y tecnología correspondiente al bloque III .....	92
Tabla 19. Resumen de los ejercicios presentados en el libro .....	93
Tabla 20. Organización matemática presente en el libro de texto.....	94
Tabla 21. Tipos de ostensivos encontrados en el texto .....	119
Tabla 22. Tareas abiertas1.....	121
Tabla 23. Tareas abiertas2.....	122

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	13
CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	15
1.1. Antecedentes de la investigación .....	15
1.2. Justificación .....	19
1.3. Pregunta de investigación .....	26
1.4. Objetivos de la investigación .....	26
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO .....	27
2.1. Teoría antropológica de lo didáctico .....	27
2.2. Organización Matemática o Praxeológica.....	28
2.3 Elementos de una organización praxeológica .....	29
2.4. Clases de praxeologías .....	32
2.5 Niveles de jerarquía .....	33
2.6 Indicadores del grado de completitud de una praxeología local .....	34
CAPÍTULO 3: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO .....	38
3.1. Evolución histórica del objeto matemático .....	38
3.2. Cuadriláteros en el libro de geometría plana.....	41
3.3 Estudio de libros de textos desde 1970 hasta el 2008 .....	48
3.4. El objeto matemático en el diseño curricular y el Mapa de progreso .....	58
3.5. Cuadriláteros en el libro de texto del Ministerio de Educación .....	61
CAPÍTULO 4: MARCO METODOLÓGICO .....	63
4.1. Descripción de la metodología.....	63
4.2. Procedimientos metodológicos .....	65
4.3. Instrumentos de investigación.....	67
CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DEL MATERIAL DIDÁCTICO .....	68
5.1. Descripción del texto.....	68
5.2. Descripción de la organización matemática asociada a los cuadriláteros presente en el libro...69	69

5.3. Valoración de la OM del texto a partir de los indicadores de completitud de una praxeología local.....	114
5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS.....	125
CONCLUSIONES .....	126
REFERENCIAS.....	128
ANEXO.....	134



## INTRODUCCIÓN

El punto de partida del presente trabajo de investigación ha sido la constatación de la dificultad que muestran los estudiantes de educación primaria pertenecientes a las instituciones públicas donde he laborado en la comprensión de problemas relativos a los cuadriláteros.

Otro aspecto que consideramos importante es la existencia del libro de texto, el cual es elaborado y distribuido en forma gratuita por encargo del Ministerio de Educación de acuerdo con el Diseño Curricular (2009). Este material resulta ser uno de los principales recursos para el aprendizaje de este tema pues es el que disponen todos los alumnos y docentes de las instituciones públicas de nuestro país. Por ello, consideramos que la organización del conocimiento matemático referido a l objeto “Cuadriláteros” contenido en dicho libro puede facilitar u obstaculizar la enseñanza y el aprendizaje.

Debido a esto nos propusimos analizar lo siguiente: *¿Cuál es la organización matemática que presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria con relación a los cuadriláteros?*

Sustentamos nuestro trabajo en la Teoría Antropológica de lo Didáctico propuesta por Chevallard (1999). Utilizando las herramientas proporcionadas por esta teoría para analizar la OM, tales como los tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría presentes, verificaremos los indicadores de completitud para una organización matemática local propuesta por Fonseca (2004), que están presentes en dicha organización.

En el primer capítulo presentamos el problema de investigación, en el cual se encuentran los antecedentes, la justificación del estudio, la formulación del problema y los objetivos de nuestro trabajo de investigación.

Teniendo en cuenta que nuestra investigación se enmarca dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, en el segundo capítulo, explicaremos los elementos de dicha teoría que fundamentan nuestra investigación. También presentaremos los indicadores de completitud de las organizaciones matemáticas locales propuestos por Fonseca (2004)

En el tercer capítulo presentaremos el estudio del objeto matemático “cuadriláteros”. Analizaremos su ubicación en los programas oficiales, su evolución histórica, realizamos el estudio del objeto señalado desde el punto de vista matemático así también constatamos la

presencia de dicho objeto en algunos libros de texto de educación primaria más usados en de nuestro País desde 1970 hasta 1980 y por último describimos la presencia del objeto de estudio en el libro de texto a analizar.

En el cuarto capítulo se describe el marco metodológico que nos servirá de guía en nuestra investigación y los instrumentos para realizar el recojo de información y el análisis del libro de texto.

El quinto capítulo presenta la descripción de la organización matemática relacionada con los cuadriláteros presentes en el libro de texto escolar “Matemática 5”, específicamente del capítulo cuatro denominado “Descubrimos el mundo de las formas geométricas” y a continuación presentamos el análisis de la Organización Matemática utilizando como herramienta los indicadores de completitud de Fonseca.

Por último, en el capítulo seis presentamos los resultados del análisis y las conclusiones, siendo la más relevante que el libro de texto en el capítulo cuatro presenta una organización matemática relativamente completa. También proponemos sugerencias para futuras investigaciones.

## CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo presentaremos los antecedentes y los argumentos que justifican la realización de nuestra investigación, así como el problema y los objetivos por cumplir.

### 1.1. Antecedentes de la investigación

Nuestro trabajo se centra en el análisis de un libro de texto de matemática perteneciente al nivel de educación primaria, pues consideramos que este constituye una herramienta indispensable tanto para el alumno como para el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al respecto, Cobo y Batanero (citado por Martínez, 2006) señalan lo siguiente:

El libro de texto de matemática es, en los niveles escolares, el instrumento más utilizado en el aula y el que contiene prácticamente toda la información escrita que maneja el alumno. Los libros de texto no solo son un medio para la enseñanza, sino también una manera de entender el desarrollo de los contenidos curriculares. Si en los textos aparecen significados sesgados o que inducen a error, pueden generar en los estudiantes dificultades que son difíciles de erradicar o falsas creencias relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos. Algunas de las dificultades que los estudiantes encuentran en el aprendizaje de un concepto matemático dependen de la enseñanza recibida y esta se halla condicionada, en gran medida, por la forma en la que los libros de texto presentan los conceptos (p. 285).

Considerando que en nuestro país el uso del libro de texto de matemática es utilizado por todos los docentes por disposición del Ministerio de Educación quien monitorea su uso en las escuelas, creemos importante conocer las herramientas que nos permitirán analizar la presentación del objeto matemático cuadriláteros en un libro de texto. Al respecto la Teoría Antropológica de lo Didáctico proporciona las herramientas para describir y analizar contenidos referidos al estudio del objeto matemático y así determinar la organización matemática de un texto.

De las investigaciones revisadas, hemos considerado las que se refieren al objeto matemático “cuadriláteros” y aquellas que utilizan para su análisis la Teoría Antropológica de lo Didáctico, las cuales presentamos a continuación.

Aguilar (2013) realizó un análisis de los libros de textos de cuarto, quinto y sexto grado más utilizados por los docentes de educación primaria en Venezuela, tomando como

unidad para su análisis las actividades didácticas referidas a la geometría de los cuadriláteros que existen en tres enciclopedias importantes (Didáctica, Caracol y Girasol).

Aguilar escogió para este fin el tema “cuadriláteros” por estar presente tanto en los nueve libros de texto revisados como en el currículo vigente.

En esta investigación se plantearon interrogantes tales como las siguientes: ¿qué tipo de actividades con contenidos geométricos se plantean en los libros? y ¿qué relación existe entre los contenidos geométricos planteados por los libros de texto y los que señala el currículo básico nacional?

Para analizar las actividades didácticas referidas a los cuadriláteros, se realizó una revisión sobre las definiciones, clasificación y tareas propuestas presentes en los libros, para luego pasar a determinar si es que las tareas planteadas tenían relación con el contenido desarrollado en el libro. Así se llegó a la conclusión que, con respecto a la Enciclopedia Didáctica, se presenta la clasificación de los paralelogramos en rectángulo, cuadrado, romboide y rombo como categorías disjuntas, es decir, se trabaja categorías no inclusivas y se realiza una separación de la clase de paralelogramos. De igual forma, en la Enciclopedia Caracol se hace también una clasificación de los cuadriláteros como clases no inclusivas; sin embargo, en Girasol se menciona que cuando los lados del rectángulo tienen la misma longitud la figura se denomina cuadrado, descartando así en esta enciclopedia la clasificación particional. Se observó entonces que para tratar un mismo tema propuesto por el currículo básico nacional existen diferentes concepciones sobre los cuadriláteros.

Con respecto a la segunda interrogante, se encontró que las enciclopedias se limitan a desarrollar los contenidos curriculares mínimos, estableciendo escasas relaciones con otras áreas del conocimiento previstas en el currículo vigente, lo cual pudiera ser según la autora una limitante para la integración de la matemática en los proyectos de aprendizaje.

Finalmente, recomienda a los docentes de educación primaria una revisión de los contenidos geométricos presentes en el libro de texto que estén utilizando con la finalidad de que, al impartir un tema, no nos guíemos textualmente por lo que allí se encuentra plasmado, ya que, existe la posibilidad de encontrar conceptos errados y discordancias en alguna parte del contenido dificultándole al estudiante la comprensión de la clase y, por ende, la realización de las actividades. En esta investigación hemos constatado que existen diferentes formas de presentar un mismo tema y que, a veces, no existe coherencia entre



las definiciones presentadas y las tareas propuestas. En ese sentido, nosotros analizaremos cómo se presenta el tema “cuadriláteros” en un texto del quinto grado de educación primaria en nuestro país.

Por otro lado, Gisell (2005) realiza una investigación referida al estudio de los cuadriláteros tomando como referencia la teoría antropológica de lo didáctico, en la cual analiza los diseños curriculares y la organización matemática presente en el libro de texto del octavo grado en la provincia de Córdoba (Argentina) utilizado por los docentes de las escuelas públicas, el cual corresponde al segundo grado de educación secundaria en nuestro país. El objetivo de su investigación fue evidenciar las razones de ser y el tipo de praxeología con relación a la clasificación de cuadriláteros presente en dichas organizaciones, bajo el supuesto de que estas condicionan el saber que se vive en el aula. Se llegó a las siguientes conclusiones: Con respecto a los diseños curriculares, no se observan las razones de cómo deben evolucionar la organización de clasificación de cuadriláteros en los diferentes años de escolaridad y no aparecen indicaciones prácticas del modo en que se relacionan los contenidos.

Con relación al análisis de libro, se trabajó la organización matemática del capítulo dos llamado “Geometría”, en donde se observó que la mayor parte de la propuesta se genera alrededor de un tipo de tarea que consiste en calcular medidas y las técnicas aparecen centradas en la traducción de expresiones algebraicas, trabajo con ecuaciones y el empleo de relaciones evidenciadas en el dibujo; es decir, cada problema viene acompañado de un dibujo tal que las propiedades que habría que usar se pueden determinar a partir del dibujo sin exigir justificación y la tecnología propuesta en el texto aparece totalmente desconectada de las tareas. Significa que para desarrollar las tareas no se requiere de la tecnología presente en el libro. Esto permitió concluir que la praxis aparece separada del logos. La investigación aporta a la nuestra porque muestra la organización matemática que se presenta en el estudio de los cuadriláteros en un libro de texto de secundaria aplicando la misma teoría que usaremos nosotros en un libro de primaria.

En la misma línea, Carrillo (2012) analiza la organización matemática relacionada a la concepción de fracción que presenta el texto escolar del quinto grado de educación primaria distribuido por el Ministerio de Educación del Perú. Este análisis se llevó a cabo utilizando los elementos que proporciona la Teoría Antropológica de lo didáctico. La investigadora centró su trabajo en el análisis praxeológico de la unidad cuatro del libro

denominado La división de un todo en partes iguales considerando la siguiente secuencia metodológica: selección de un texto relevante; definición de los criterios para realizar el análisis de texto, planteamiento de los resultados y, finalmente, las consideraciones finales sobre el proceso seguido.

Los criterios para realizar el análisis del texto fueron los siguientes: determinar las actividades del libro que permitan identificar los tipos de concepciones del objeto matemático, determinar si las representaciones e ilustraciones empleadas en el libro guardan relación con las concepciones del objeto matemático e identificar las tareas que se proponen y la técnica o técnicas que se presentan en cada una de las secciones. El análisis realizado permitió identificar las praxeologías: tipos de tareas y técnicas empleadas, así como las tecnologías que justifican esas técnicas presentes en el texto escolar y que, según la autora, pueden influir en el aprendizaje del objeto matemático, llegando a la conclusión que la praxeología que predomina en el texto analizado es la del “saber hacer”. Consideramos importante esta investigación en cuanto nosotros analizaremos un libro de texto que presenta la misma estructura y que es distribuido gratuitamente por encargo del Ministerio de Educación a todos los alumnos y docentes de colegios nacionales de nuestro país y los resultados obtenidos con respecto a su organización podrían tenerse en cuenta para la elaboración de los futuros libros de texto de nuestro país.

Por otro lado, Miyazaki (2004) realiza una investigación que tiene por objetivo describir el proceso de formación del concepto de cuadriláteros como parte del desarrollo del pensamiento geométrico, durante la realización de una secuencia de actividades y verificar la posibilidad de avance en el desarrollo del pensamiento geométrico en los alumnos, tomando como referencia los niveles de Van Hiele. Este estudio se desarrolló en una escuela pública, correspondiente al primer grado de educación secundaria localizada en Itajaí del estado de Santa Catarina, Brasil con 28 alumnos entre 12 y 13 años. Se consideró como uno de los factores determinantes en la enseñanza de la geometría la forma como estos contenidos son organizados para ser enseñados en la escuela.

Así mismo la autora considera en su investigación estudios relacionados a los errores presentados en los libros de texto y manifiesta que uno de los problemas que se enfrenta en la enseñanza de los contenidos de geometría es la transposición que ocurre entre las definiciones presentadas en los libros de texto donde se observan reproducciones correctas e incorrectas de definiciones, propiedades y fórmulas, las cuales sufren un proceso de

transformaciones desde el saber sabio. Este conocimiento, durante la trayectoria para llegar a los libros escolares, sufre diferentes influencias tanto del campo científico como de otras fuentes, pasando por un proceso evolutivo que dará forma al aspecto conceptual y el contenido metodológico; es decir, considera los libros de texto como recursos educativos de importancia por su influencia en el proceso enseñanza-aprendizaje. Esto motiva que en nuestra investigación consideremos también pertinente realizar un análisis de la transposición del “saber sabio” al “saber enseñado” de la definición de cuadriláteros que se presenta en el libro de texto lo que nos llevará a realizar un estudio del objeto matemático “cuadriláteros” desde sus orígenes.

## 1.2. Justificación

La geometría nos ayuda a representar el mundo que nos rodea, a ubicarnos en el espacio. Su aprendizaje es de mucha utilidad en la vida diaria ya que si observamos a nuestro alrededor nos daremos cuenta de que estamos rodeados de figuras geométricas de dos o tres dimensiones, tales como puertas, ventanas, losetas, mesas, sillas, pupitres, etcetera. En ese sentido, Castiblanco, Urquina y Acosta (citado por Gamboa, 2010) señalan que el desarrollo histórico de la geometría ha estado relacionado con actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas; situación que puede utilizarse para justificar un re-direccionamiento de los procesos de enseñanza hacia el logro de una visión contextualizada de la geometría. Desde tiempos antiguos, nociones geométricas han estado presentes para resolver problemas relacionados con el cálculo de perímetros y áreas. Por eso es importante, desde los primeros años de escolaridad, desarrollar el pensamiento lógico del niño y una de las herramientas fundamentales para hacerlo es el aprendizaje de la Geometría.

En Perú (2009), se ubica como uno de las componentes en matemática a la Geometría y Medida. Dentro de ella se ubica el objeto matemático “cuadriláteros”. Dicho tema está presente desde el nivel inicial, donde los niños tienen el primer contacto con los cuadriláteros a través de la identificación de formas y relacionando espontáneamente objetos. Luego, en la educación primaria, se espera que los niños examinen, analicen las formas, características y relaciones de figuras de dos y tres dimensiones. Posteriormente, este objeto será estudiado en el ciclo VI correspondiente al 1er y 2do grado de educación secundaria donde se espera que el el alumno resuelva problemas que relacionan figuras

planas y sólidos geométricos, argumenten y comuniquen los procesos de solución y los resultados utilizando un lenguaje matemático.

Asimismo, en los principios y estándares para la educación matemática (NCTM, 2000), en lo que se refiere a la geometría, se establece en el primer estándar que el niño debe “Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas”. Se considera que los niños están inclinados de modo natural a observar y describir figuras, y ya posteriormente se pueden enfocar en propiedades y atributos de las figuras. En grados superiores, los estudiantes podrán observar y discutir acerca de los componentes de las figuras y, en la enseñanza media, los estudiantes aprenderán a utilizar el razonamiento deductivo, a elaborar conjeturas y verificarlas, comprobando así que el objeto matemático “cuadriláteros” se presenta desde el inicio de la etapa escolar hasta los estudios superiores.

De otro lado, Vilella (citado por Vivas, 2010) sostiene que el libro de texto constituye uno de los pilares básicos sobre los que se sustenta la acción docente en cualquier nivel educativo y, muy a menudo, se transforma en el referente exclusivo del saber científico, tanto para los profesores como para los alumnos. Es por ello que el Ministerio de Educación, en el marco del programa presupuestal denominado “Logros de aprendizaje de estudiantes de educación básica regular” opta por distribuir a todas las escuelas públicas del país, en forma gratuita, textos de matemática para cada grado educativo, apoyados también en que las capacidades y los contenidos que deben desarrollarse según el diseño curricular nacional son comunes a nivel nacional. Dicho material debe convertirse así en una herramienta valiosa para desarrollar el currículo del área. De esta manera, el seguimiento del mismo condicionará toda la actividad educativa. Por esta razón, conviene hacer una reflexión sobre la estructura del libro de texto que se utiliza en dichas instituciones escolares.

Consideramos importante también presentar algunas investigaciones que nos ayudaron en decidimos en el estudio de los cuadriláteros y nos centraremos en la presentación del objeto matemático, las diferentes formas de clasificarlo y en la medida del área.

### **Representaciones estereotipadas**

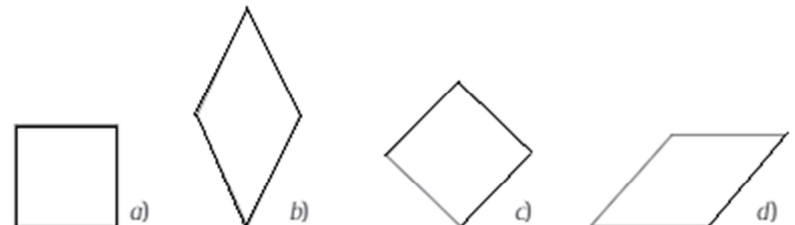
Un estereotipo, según la Real Academia de la Lengua, es una imagen estructurada y aceptada por la mayoría de las personas como representativa de un determinado colectivo.

Esta imagen se forma a partir de una concepción estática sobre las características generalizadas de los miembros de esa comunidad. En los libros de matemática de primaria en nuestro país, generalmente observamos que las representaciones de las figuras geométricas se encuentran en posiciones estereotipadas.

Al respecto, Moriena (2003) realizó un estudio para detectar la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos, señalando que esta podría generar dificultad para identificar una figura geométrica cuando su representación gráfica es diferente de las posiciones estándar. Encontró que en la mayoría de los libros de texto las figuras se presentan en forma estereotipada; por ejemplo, la representación del rectángulo y del cuadrado se caracteriza por presentar los lados paralelos a la horizontal y vertical respectivamente. Esta investigación se aplicó a 53 alumnos del octavo grado cuya edad promedio era de 13 años, pertenecientes a dos escuelas de Santa fe (Argentina). A ellos se les propusieron ejercicios con la finalidad de detectar errores causados por el uso de representaciones gráficas de figuras que responden o no a estereotipos determinados.

Con respecto al rombo el ejercicio, que se les presentó a los alumnos incluyó dos rombos en la posición estereotipada (b) y (c) y otros dos con lados paralelos a la línea horizontal (a) y (d).

2. ¿Cuáles de los siguientes cuadriláteros son rombos?



a)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

b)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

c)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

d)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

**Figura 1.** Figuras en posición estandar  
**Fuente.** Moriena Susana y Scaglia Sara (2003, p.15)

Con respecto a las respuestas dadas por los alumnos, se observa que la mayoría de los alumnos identifica correctamente las figuras *b* y *c*; sin embargo, el porcentaje de respuestas correctas disminuye en las figuras *a* y *d*, y en lo que se refiere a los argumentos usados, se

observó que la mayoría hace alusión a los cuatro lados iguales. De esta manera, el investigador concluye que es necesario que los alumnos apliquen sus conocimientos conceptuales de las figuras geométricas sobre dibujos no estereotipados de estas.

De igual forma, Pastor, Chiapa y Gutiérrez (1992) realizan una investigación sobre los errores e inconsistencias que se presentan en los libros de textos con respecto a la definición de triángulos y cuadriláteros, lo cual, según los autores, puede provocar retraso en los aprendizajes, aprendizajes incorrectos o conflictos innecesarios en los estudiantes. En los textos analizados se encontraron errores ocasionados por la presentación visual, ocasionada porque en la mayoría de los libros existen muy pocas figuras o no las hay en posición no estándar.

También se presentan definiciones diferentes; por ejemplo, en un libro del quinto grado se incluye al romboide entre los paralelogramos, señalando que “tienen los lados desiguales y los ángulos desiguales”, pero en sexto grado se define al romboide como el “paralelogramo con lados y ángulos opuestos iguales y ángulos consecutivos suplementarios”.

Se señala además que estas propiedades son válidas para el rectángulo, cuadrado y rombo, resultando en este caso que un rectángulo o rombo, no son romboides en quinto grado, pero sí lo son en sexto grado.

Otro error señalado es con respecto a la interpretación incorrecta de la definición. Al estudiar cuadriláteros en el libro del alumno correspondiente a la cuarta serie se define al rectángulo como la “intersección de bandas perpendiculares” sin hacer mención a los lados. Sin embargo, en los comentarios del libro del profesor se afirma que “la anchura de las bandas es distinta y por eso sus lados no miden lo mismo”; por lo tanto, un cuadrado sí es un rectángulo según la definición presentada en el libro para el alumno, pero en el libro del profesor no lo es.

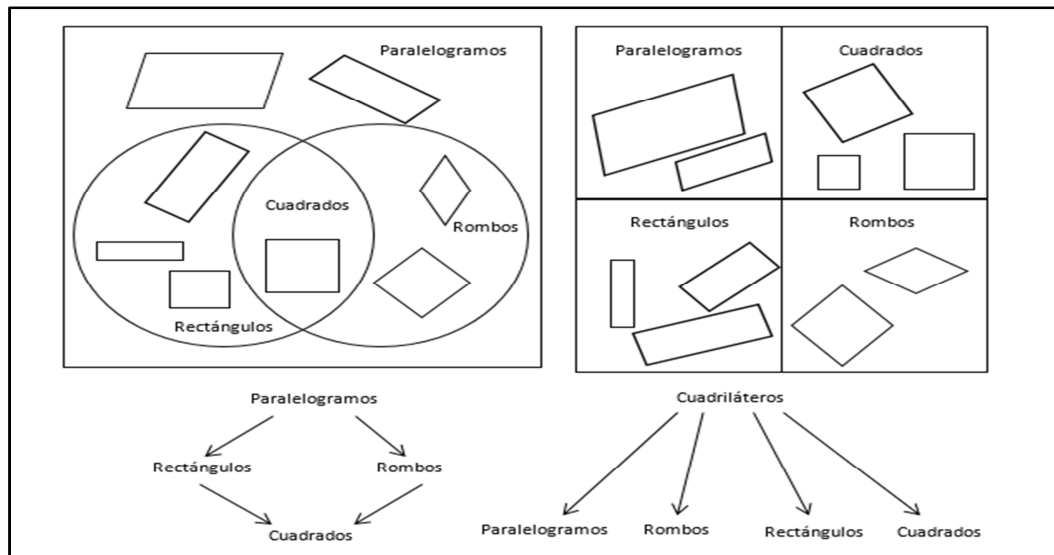
### **Diferentes formas de clasificar los cuadriláteros**

El proceso de clasificación de figuras geométricas es muy importante. Por ello consideramos que los docentes debemos comprender en qué consiste y cómo evaluar si estos procesos se están desarrollando oportunamente en nuestros alumnos.

En este sentido, Villiers (Citado por Dalcin, 2006) hace referencia a los dos tipos de clasificaciones:

La clasificación es jerárquica cuando los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conceptos más generales (por ejemplo, cuando los cuadrados son algunos de los rectángulos y estos, a su vez, son algunos de los paralelogramos). En la clasificación particional de un conjunto de conceptos estos se agrupan en subconjuntos disjuntos (por ejemplo, cuando cuadrados, rectángulos, rombos y paralelogramos no tienen características en común). (p.472)

Presentamos a continuación el siguiente esquema donde se representa las dos formas de clasificar a los cuadriláteros.



**Figura 2.** Clasificación particional y jerárquica de los paralelogramos

**Fuente:** De Villiers (2012, p.98)

Al respecto, Fernández (2012), realizó una investigación cuyo objetivo fue analizar los criterios que emplean los estudiantes docentes al momento de definir y clasificar cuadriláteros convexos, y a quienes se les aplicó una encuesta. De los resultados se pudo observar que ellos tenían dos categorías para clasificar los cuadriláteros, una para ellos como profesores y otra para sus alumnos. Asimismo, se plantearon preguntas basadas en las dos categorías que ellos manejaban, las cuales solicitaban escribir las definiciones de cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio y trapecoide y las dos categorías que adoptaban, tanto para sí mismos como las que usarían para enseñar en las escuelas, de lo que se obtuvo lo siguiente: con respecto a la definición de trapecio y romboide, el 41,2%, define trapecio de forma contradictoria con respecto a las categorías “para sí mismo” y “para enseñar”. Por ejemplo, uno de ellos definió trapecio para sí mismo como “cuadrilátero con al menos un par de lados paralelos” y para enseñar como “cuadrilátero con un solo par de lados opuestos paralelos”, observándose que en el primer caso los paralelogramos son trapecios, es decir, la definición resulta inclusiva con respecto a los

paralelogramos, y en el segundo caso la definición es exclusiva o particional. El 29,4 % define trapecio dentro de los paralelogramos y el 17,6% los define de forma exclusiva con respecto a los paralelogramos, observándose finalmente que de los 17 alumnos encuestados, 12 de ellos definen en forma contradictoria por lo menos una de las dos definiciones evaluadas, lo que representa un total del 70% de encuestados.

### **Aspectos relacionados al concepto de área de figuras planas.**

La comprensión del concepto de área en nuestros alumnos es una de las grandes dificultades que enfrentamos los maestros a la hora de enseñar, siendo una de las razones la forma cómo este concepto se presenta en los libros, los cuales a veces se limitan a presentar fórmulas y los ejercicios son únicamente la aplicación de estas.

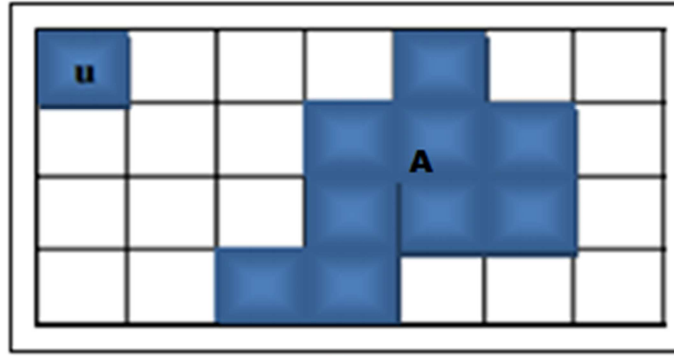
Al respecto Freudenthal (citado por Corberan, 1996) señala que en la educación primaria el área se reduce a la expresión “longitud x anchura” y propone realizar actividades que tengan como objetivo diferenciar el área del perímetro, comparaciones entre áreas, etc.

De igual forma, Hershkowitz (citado por Corberan, 1996) señala algunas condiciones que se deberían seguir para el aprendizaje de la medida del área como la conservación del área, es decir es necesario que comprendan que el área de una figura se conserva cuando ésta se parte o reagrupa para formar una figura diferente y sugiere que los niños utilicen una variedad de técnicas de medidas para el cálculo de la medida del área,

Por otro lado, Silva (2010) señala que el cálculo del área utilizando cuadrículas apoya el proceso de medición puesto que la medida del área se obtiene al comparar una unidad (generalmente un cuadrado) con la superficie a ser medida. Propone que en el caso de que la figura geométrica dada contenga a la cantidad exacta de cuadraditos, se procederá a contarlos y el resultado representa la medida del área en la unidad de medida dada.

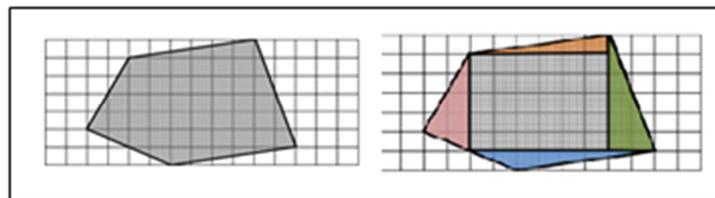
A continuación, en la figura 4 mostramos un ejemplo propuesto por el autor donde para calcular la medida del área de A, tomando como unidad la superficie de una cuadrícula (u), se procede a contar la cantidad de veces que u está contenido en A. Siendo en este caso 9 u.





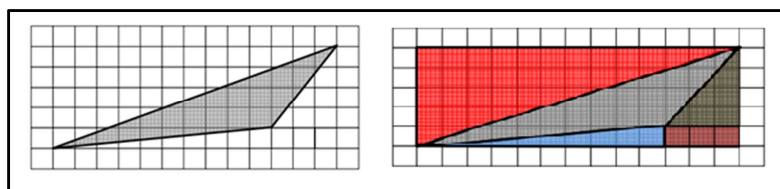
**Figura 3.** Medida del área tomando como unidad de medida una cuadrícula  
**Fuente:** Silva (2013, p.24)

En el caso de la figura 4, se procederá a descomponer la figura original y subdividirla en 4 triángulos rectángulos y un rectángulo. El área de la figura original será igual a la suma de la medida de las áreas de los triángulos y el rectángulo.



**Figura 4.** Medida del área descomponiendo la figura  
**Fuente:** Silva (2013, p.33)

En otros casos como en la figura 5, para calcular la medida del área del triángulo, será necesario encuadrarlo en un rectángulo que contenga totalmente a la figura. En el rectángulo formado se observan triángulos y rectángulos, de tal manera que para calcular la medida del área del rectángulo se procederá a calcular la medida del área del rectángulo mayor y restar la medida de las áreas que no forman parte del triángulo original.



**Figura 5.** Medida del área componiendo la figura  
**Fuente:** Silva (2013, p.34)

Considerando los trabajos previos en los que se ha identificado la importancia del libro de texto en cuanto a la presentación del objeto matemático “Cuadriláteros” y a la importancia de la forma como este se presenta en dichos libros, decidimos hacer la siguiente investigación para lo cual nos planteamos la siguiente pregunta de investigación.

### 1.3. Pregunta de investigación

A continuación pasaremos a redactar la pregunta de investigación:

¿Cuál es la organización matemática que presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria en relación a los cuadriláteros?

### 1.4. Objetivos de la investigación

#### Objetivo general

Describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.

#### Objetivos específicos

- Identificar la organización matemática relacionada al tema de cuadriláteros presentados en el libro de texto del quinto grado de educación primaria.
- Describir la organización matemática relacionada a los cuadriláteros que se presenta en el libro de texto del quinto grado de primaria desde la postura de la TAD.
- Valorar la organización matemática del texto teniendo en cuenta los indicadores de completitud.

A continuación presentaremos el marco teórico con el cual sustentaremos nuestro trabajo de investigación.

## CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

En este capítulo, presentamos aspectos de la Teoría Antropológica de lo didáctico que sirve de soporte a nuestra investigación centrada en el análisis de un libro de texto. Esta teoría epistemológica del aprendizaje de la matemática considera como foco de atención a los objetos matemáticos, es decir, que el objeto de estudio de la didáctica va más allá de las prácticas escolares centrandose su interés casi de manera exclusiva en la dimensión institucional del conocimiento matemático. Esta teoría nos proporcionará las herramientas necesarias para analizar la organización matemática presente en el libro de texto elegido para nuestra investigación.

### 2.1. Teoría antropológica de lo didáctico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, tiene su origen en la teoría de la transposición didáctica propuesta por (Chevallard 1985) y considera que no es posible explicar las características del saber matemático aprendido sin tomar en cuenta todas las etapas de la transposición, es decir, todo el proceso que va desde su creación como saber matemático hasta su puesta en práctica en la escuela como saber enseñado.

Al respecto, Chevallard (1999) señala que:

Al conjunto de las transformaciones adaptativas que sufre una obra para ser enseñada se denomina transposición didáctica de la obra en cuestión. Tomada en un sentido más amplio, la transposición didáctica de una obra incluye tanto un eslabón anterior como otro posterior a las transformaciones adaptativas citadas. (p.136)

Un objeto matemático para ser enseñado atraviesa tres etapas: la primera tiene lugar en la propia comunidad matemática, es decir, la matemática de los matemáticos; la segunda etapa ocurre cuando un contenido del “saber” ha sido designado como “saber a enseñar”. Es a partir de entonces que este contenido sufre una serie de transformaciones hasta ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza y la tercera etapa se da cuando un objeto del saber a enseñar se transforma en un objeto de enseñanza.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, propuesta por Chevallard en el año 1999, distingue dos tipos de praxeologías u organizaciones: la organización matemática (OM), la cual está referida a la realidad matemática que pretendemos estudiar, y la organización

didáctica (OD) referida a la forma como se pone en práctica la organización matemática. Esta teoría considera que toda actividad humana puede describirse como un modelo único, el cual se resume con la palabra praxeología, organización u obra.

Para el efecto de nuestra investigación tomaremos las herramientas de esta teoría para analizar la organización matemática de un libro de texto.

## 2.2. Organización Matemática o Praxeológica

La noción de “organización praxeológica” o “Praxeología” es uno de los conceptos fundamentales de la TAD. La palabra “praxeología” proviene de los términos “praxis” y “logos”. “Praxis” hace referencia al “saber hacer”, es decir, comprende aquí las tareas y las técnicas que se utilizan, y el término “logos” se identifica con el “saber”, que está comprendido por las tecnologías que justifican a las técnicas y las teorías con las cuales se fundamenta la tecnología. En otras palabras, toda actividad humana puede analizarse bajo dos componentes y estos se hallan interrelacionados entre sí. En consecuencia, no hay praxis sin logos, pero tampoco hay logos sin praxis. Al respecto, Chevallard (1999) manifiesta lo siguiente:

“...toda obra se construye como respuesta a un tipo de cuestiones o, lo que es equivalente, de tareas problemáticas. Ahora podemos precisar que esta respuesta se constituye a partir de cuatro elementos esenciales: los tipos de problemas que surgen de las cuestiones; las técnicas que permiten resolver estos problemas; las tecnologías que justifican y hacen comprensibles las técnicas; y las teorías que sirven de fundamento a las tecnologías. Estos son los componentes principales de toda obra matemática” (p. 125).

Al respecto, Lucas (2010) señala que el sistema formado por estos dos bloques (o cuatro componentes) constituye una praxeología, como sugiere el siguiente esquema:

**Tabla 1.** Componentes de una praxeología

PRAXEOLOGÍA MATEMÁTICA BLOQUES			
PRÁCTICO-TÉCNICO Saber hacer		TECNOLÓGICO TEÓRICO Saber	
TAREA	TÉCNICA	TECNOLOGÍA	TEORÍA

**Fuente:** Adaptado de Lucas (2006, p.25)

### 2.3 Elementos de una organización praxeológica

Describiremos a continuación la estructura de una organización matemática, indicando cada uno de sus componentes, y la designaremos mediante  $OM = [T, \tau, \theta, \Theta]$ , donde:

**T:** símbolo que utilizaremos para indicar el tipo de tarea

**$\tau$ :** símbolo que utilizaremos para indicar la técnica o pasos a seguir para realizar la tarea.

**$\theta$ :** Símbolo que utilizaremos para indicar la tecnología que justifica la técnica aplicada.

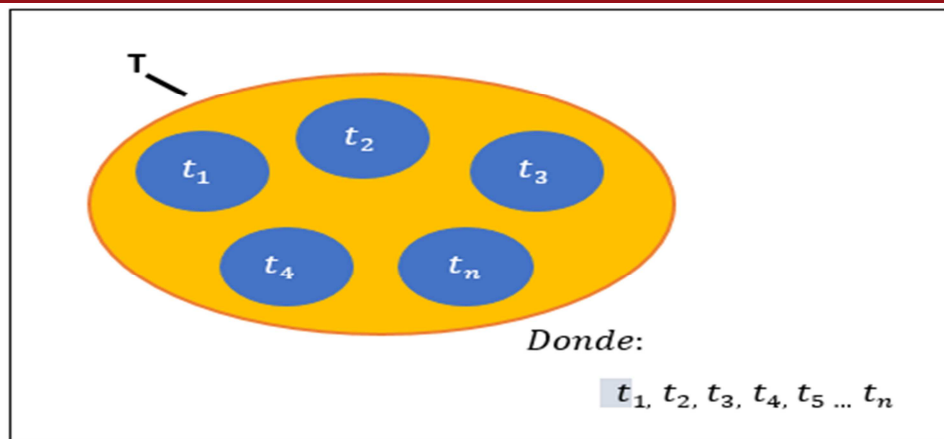
**$\Theta$ :** Símbolo que utilizaremos para la teoría que sustenta la tecnología.

#### Tipos de tarea (t)

Cada tipo de tarea está formado por un conjunto de tareas. El término “tarea” se encuentra en el bloque práctico-técnico y está relacionado con el “saber hacer”. Una tarea dentro de esta teoría difiere del concepto que la mayoría de maestros tenemos, pues empleamos este término como sinónimo de “ejercicios” que los alumnos trabajarán en casa sobre lo visto en clase. La noción de tarea empleada aquí significa que esta para ser realizada exige en la acción una técnica. Puede darse el caso que otras tareas se desarrollen aplicando los mismos procesos que la primera. En este caso, diremos que las tareas pertenecerán a un mismo tipo (T). Respecto de los tipos de tarea, Chevallard (1999) señala lo siguiente:

En la raíz de la noción de praxeología se encuentran las nociones solidarias de tarea t, y de tipo de tareas, T. Cuando una tarea t forma parte de un tipo de tareas T, se escribirá  $t \in T$ . En la mayoría de casos, una tarea (y el tipo de tareas asociado) se expresa por un verbo: limpiar la habitación, desarrollar la expresión literal dada, dividir un entero entre otro, integrar la función  $x \rightarrow x \ln x$  entre  $x = 1$  y  $x = 2$ , etc... la noción de tarea o, mejor, de tipo de tareas, supone un objeto relativamente preciso. Subir una escalera es un tipo de tarea, pero subir simplemente no lo es. De la misma manera, calcular el valor de una función en un punto es un tipo de tarea, pero calcular es lo que se llamará un género de tareas, que pide un determinativo. (p. 222)

En la figura 6 presentamos cómo varias tareas (t) pueden pertenecer a un mismo tipo de tareas (T).



**Figura 6.** Tipo de tareas(T) y tareas (t)  
**Fuente.** Adaptado de Claro. D (2013, p.608)

Chevallard menciona un ejemplo de tareas que pertenecen a un mismo tipo de tareas:

Dónde:

T: Reconstruir triángulos.

$t_1$ : Reconstruir un triángulo dado un lado, un ángulo y una altura.

$t_2$ : Reconstruir un triángulo dada la medida de los tres lados.

$t_3$ : Reconstruir un triángulo dada la amplitud de los ángulos; dados dos lados y un ángulo; dados dos lados y una altura; dados un lado, una altura y una mediana; etcétera.

Se debe tener en cuenta que no basta observar que las tareas tengan enunciados parecidos, los cuales generalmente están indicados con un verbo. Es necesario elaborar una técnica matemática capaz de abordarlos.

### Técnica ( $\tau$ )

Podemos entenderla como el conjunto de pasos que se siguen para resolver una determinada tarea (t). Está relacionada con el “saber hacer”. En algunos casos, determinados tipos de tareas presentan una sola técnica para resolver las tareas (t); otras veces pueden presentar dos o más técnicas diferentes.

Al respecto, Chevallard (1999) afirma:

Sea pues T un tipo de tareas dado. Una praxeología relativa a T requiere (en principio) una manera de realizar las tareas  $t \in T$ : a una determinada manera de hacer,  $\hat{o}$ , se le da aquí el nombre de técnica (del griego tekhnê, saber hacer). Una praxeología relativa al tipo de tareas T contiene pues, en principio, una técnica  $\hat{o}$  relativa a T. Contiene así un “bloque” designado por  $[T/\hat{o}]$ , que se denomina bloque práctico técnico y que se identificará genéricamente con lo que

comúnmente se denomina un saber hacer: un determinado tipo de tareas, T y una determinada manera,  $\theta$ , de realizar las tareas de este tipo. (p.223)

Para entender mejor qué es una técnica en la TAD, señalamos un ejemplo propuesto por Chevallard (1997):

- Estudiante: ¿Qué es técnica?
- Profesor: Fíjate, ante la ecuación  $2.800 + 0,5 = x$ , tú dices: 2.800 representan el 50% de x, luego x es 2 veces 2.800, o sea 5.600. Al hacer estos cálculos, pones en práctica una técnica, una “manera de hacer” determinada.

Como podemos observar, al hecho de disponer de una manera cómo solucionar la ecuación aplicando porcentaje es al cual llamamos “técnica”.

### Tecnología ( $\theta$ )

Es el proceso por el cual se justifican los pasos dados en la técnica para llevar a cabo un tipo de tarea (T). El proceso de estudio de una organización matemática no termina después de haber resueltos las tareas aplicando una o más técnicas; es necesario entonces justificar “racionalmente” estas técnicas aplicadas con la finalidad de asegurarse que permita realizar las tareas de tipo (T)

Al respecto Chevallard señala (1997):

La existencia de una técnica supone que también exista en su entorno un discurso interpretativo y justificativo de aquella y de su ámbito de aplicabilidad o validez. Llamaremos a este discurso sobre la técnica una **tecnología** (de *tékhne*, “técnica”, y *logos*, “discurso”). Además de justificarla y hacerla inteligible, la tecnología también tiene la importante función de aportar elementos para modificar la técnica con el fin de ampliar su alcance, superando así sus limitaciones y permitiendo en algunos casos la producción de una nueva técnica” (p. 125).

La tecnología entonces cumple tres funciones dentro de una organización matemática:

- Explicar la técnica, hacerla comprensible, explicar por qué la técnica empleada es la correcta.
- Reproducción de técnicas, siempre hay tecnologías potenciales a la espera de técnicas que aún no son tecnología de alguna técnica o son tecnología de muy pocas técnicas.

- Justificar la técnica y hacerla comprensible.

### Teoría (Θ)

La teoría tiene la función de justificar, explicar y hacer comprensible la tecnología. La teoría frente a la tecnología cumple la misma función que esta frente a la técnica. Al respecto, Serrano (2013) señala que:

La teoría (asociada a una tecnología) es el discurso justificador de esta tecnología y constituye, por decisión metodológica, el último nivel de justificación de la actividad...el nivel de la teoría acostumbra a permanecer implícito, formado por principios y verdades asumidas por el grupo, que solo suben a la superficie en caso de problemas o dificultades, cuando se cuestiona la razón de ser de un tipo de tareas o la manera de llevarla a cabo. (p.19)

### 2.4. Clases de praxeologías

Chevallard (citado en Lucas, 2010) introdujo niveles de praxeologías u organizaciones matemáticas según el grado de complejidad de sus componentes, las cuales se generan a partir del cuestionamiento sobre las razones de ser de las organizaciones matemáticas que se desean reconstruir y articular. Estas son:

#### Organización matemática puntual (OMP)

Pertencen a una praxeología puntual las organizaciones matemáticas donde las tareas propuestas pertenecen a un mismo tipo de tarea que son resueltas generalmente por una misma técnica y sustentadas por una tecnología y teoría.

Generadas por lo que se considera en la institución como un único tipo de tareas. Esta noción es relativa a la institución considerada y está definida, en principio, a partir del bloque práctico-técnico. En este tipo de organización los tipos de problemas y las técnicas tienen un claro papel predominante. De hecho raramente se encuentran las praxeologías puntuales ya que generalmente, una teoría responde a varias tecnologías, cada una de las cuales a su vez justifica y hace inteligible varias técnicas correspondientes a varios tipos de problemas (p.26).

#### Organización matemática local (OML)

Pertencen a una praxeología local las organizaciones matemáticas que presentan diferentes técnicas que pueden ser resueltos aplicando la misma tecnología y teoría.



Cada praxeología local está caracterizada por una tecnología, que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran. En general las praxeologías se integran en praxeologías locales para poder dar respuesta a cuestiones problemáticas que no podrían ser resueltas con ninguna de las praxeologías puntuales de partida. (p.26)

### Organización matemática regional (OMR)

Pertenecen a una praxeología regional las organizaciones matemáticas en las cuales diferentes tecnologías pueden ser sustentadas por una misma teoría.

Se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración, alrededor de una teoría matemática común, de diversas praxeologías locales. Esta integración comporta que el discurso teórico tome el papel central. (p.26)

### Organización matemática global (OMG)

Surgen agregando varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías.

Otro aspecto que consideramos de la TAD es la jerarquía de niveles de codeterminación las cuales veremos a continuación

### 2.5 Niveles de jerarquía

Chevallard (2001) señala que las organizaciones matemáticas pueden ser organizadas mediante una jerarquía de niveles que organice los conocimientos. Estos empiezan en el más genérico, que es la sociedad, y finaliza en el más específico, una cuestión matemática concreta que se pretende que sea llevada a cabo en el aula.

El esquema correspondiente a estos niveles es el siguiente:

Sociedad → Escuela → Pedagogía → Disciplina → Área → Sector → Tema → Cuestión

El autor señala al respecto que:

El principio del esquema anterior es el siguiente: cada nivel corresponde a un nivel de estructuración de la OM y, en cada uno de ellos, se introducen restricciones particulares sobre lo que será didácticamente posible en el aula [...] la jerarquía de entidades se debe interpretar así. Para transmitir conocimientos sobre cierta cuestión, la que figura en el último eslabón, hay que recorrer un camino que empieza en la sociedad, continua por la escuela,

sigue por cierta área dentro de una disciplina en la que se estudia la cuestión, por cierto sector dentro del área y por cierto tema del sector. En cada una de estas etapas se imponen restricciones y condiciones que acaban definiendo lo que es posible hacer para estudiar la cuestión considerada. (p.2)

El investigador ejemplifica los niveles de jerarquía en matemática de esta manera:

La cuestión: ¿Cuáles son las simetrías de un rectángulo no cuadrado?

Tema: Simetrías del polígono

Sector: Transformaciones en el plano

Área: Geometría

Disciplina: Matemática

Sin embargo, para que una cuestión matemática pueda ser estudiada con sentido en la escuela, no basta que se construya esta jerarquía. Es necesario como señala Gascón (2003), que tenga legitimidad social, es decir, provenga de cuestiones que la sociedad propone para ser estudiadas en las escuelas; que tenga legitimidad matemática; en otras palabras, que su raíz central se ubique en la matemática y que tenga legitimidad funcional, que conduzca a alguna parte y que se relacione con otras cuestiones que se estudian en la escuela.

## 2.6 Indicadores del grado de completitud de una praxeología local

Para el análisis de las organizaciones matemáticas, en nuestro trabajo de investigación tomaremos como referencia los indicadores del grado de completitud de una organización matemática local propuestos por Fonseca (2004).

El investigador señala siete indicadores del grado de completitud de una OML, señalando las características de los componentes y de las relaciones entre ellos.

### **OML1: Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.**

El grado de completitud dependerá del grado de integración de todos los tipos de tareas. Deben aparecer tipos de tareas asociados al “cuestionamiento tecnológico” de las técnicas de la OML; esto es, tareas que hagan referencia a la interpretación, la justificación, la fiabilidad, la economía y el alcance de las técnicas, así como a la comparación entre ellas. Una OML será menos completa cuantos más tipos de tareas aisladas existan.

### **OML2: Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.**

Una OML será más completa en la medida que, dado un tipo concreto de tareas  $T_q$  de OML, existan dos o más técnicas que permitan realizar algunas de las tareas concretas de ese tipo. Este indicador de la completitud comporta que en a OML existan, además, los elementos tecnológicos que permiten discernir, para cada tarea concreta cual es la técnica más fiable y económica para llevar a cabo dicha tarea.

Considerando este indicador, analizaremos si en el libro de texto existen dos o más técnicas para resolver un tipo de tarea asociada a los cuadriláteros y si se proponen tareas para las cuáles se dispone de elementos tecnológicos que permitan elegir al alumno que técnica es más fiable y económica.

### **OML3: Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas.**

La flexibilidad de las técnicas en una OML se refiere a que estas no se identifiquen rígidamente con los objetos ostensivos, sino que, por el contrario, acepten diferentes representaciones ostensivas dependiendo de la actividad matemática en la que están inmersas. Esta independencia presupone que en una OML existen criterios (más o menos implícitos) que permiten elegir adecuadamente la representación ostensiva más adecuada de cada técnica para realizar la tarea.

Considerando este indicador analizaremos si en el libro de texto se proponen diferentes tipos de ostensivos para llevar a cabo las técnicas que permitirán resolver los diferentes tipos de tareas relacionada a los cuadriláteros.

Con respecto a los ostensivos y no ostensivos, Bosch (1994) señala que:

Llamaremos objeto ostensivo a todo objeto dotado de una naturaleza sensible, de cierta materialidad, y que, por ello, puede presentarse al sujeto humano como una realidad perceptible...los objetos ostensivos se caracterizan por el hecho de poder ser concretamente manipulables y se distinguen por ello de los objetos no-ostensivos (p 48)

La autora además señala que elegir una simbolización y una terminología adecuada son también elementos muy importantes para la constitución y calidad de una tecnología o teoría.

**OML4: Existencia de tareas y técnicas “inversas”**

Otro indicador de la flexibilidad de las técnicas indica el hecho de que existan en la OML técnicas inversas de otras que permiten realizar las tareas también inversas, por ejemplo, aquellas definidas intercambiando datos y las incógnitas de la tarea inicial.

**OML5: Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas**

Una OM local tendrá mayor grado de completitud en la medida en la que su discurso tecnológico adquiera mayor funcionalidad, es decir, explique, justifique técnicas y especialmente, interprete el funcionamiento de la técnica y de su resultado. Esto es, que en la OM estén los elementos tecnológicos necesarios para interpretar la técnica o las técnicas.

**OML6: Existencia de tareas matemáticas “abiertas”**

Una OML será más completa en la medida que existan tipos de tareas matemáticas “abiertas”, esto es, tipos de tareas en las cuales los datos y las incógnitas no están fijadas plenamente de antemano. Existe un segundo nivel de tareas matemáticas abiertas en las que el estudiante ha de decidir ante una situación matemática o extra matemática, qué datos debe utilizar y cuáles son las incógnitas más pertinentes para resolver correctamente el problema dado.

**OML7: Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la práctica**

El grado de completitud de OML dependerá también del grado de integración interna de los elementos tecnológicos y de su incidencia efectiva sobre la práctica matemática que se lleva a cabo con las tareas y las técnicas.

Es importante señalar que el investigador señala que la noción de “completitud” es relativa. Se trata de una cuestión de grado, es decir, existen OML más o menos “completas” que otras, en función del grado en que sus componentes cumplen las condiciones descritas por los indicadores OML1-OML7.

Cabe mencionar que las herramientas proporcionadas por la TAD, serán utilizadas para el estudio de la OM presente en el libro de texto a analizar de igual manera que los indicadores para medir el grado de completitud de una organización matemática local los utilizaremos para realizar la valoración de la organización matemática presente en el capítulo cuatro del libro de texto del quinto grado de educación primaria.

En el siguiente capítulo presentaremos el estudio del objeto matemático cuadriláteros desde el saber sabio, el cual nos servirá de base para el análisis del libro de texto.



## CAPÍTULO 3: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO

En este capítulo presentaremos un estudio histórico de los cuadriláteros. También presentaremos el objeto cuadriláteros en un libro de geometría superior que nos permitirá realizar la descripción de los cuadriláteros desde el punto de vista formal y matemático, presentaremos además un estudio de nuestro objeto en los libros de textos más utilizados en nuestro país en las instituciones públicas desde 1970 hasta el 2008, el estudio del objeto matemático cuadriláteros en los documentos oficiales de nuestro país como son el Diseño Curricular Nacional 2009, los Mapas de Progreso 2013 y finalmente veremos cómo se presenta el objeto matemático en el libro de texto del quinto grado de educación primaria que analizaremos en el capítulo 4.

### 3.1. Evolución histórica del objeto matemático

En este apartado realizaremos un estudio del objeto Matemático considerando su desarrollo histórico desde Euclides (citado por Zamorano ,1576) quien sistematizó todos los conocimientos matemáticos de su época partiendo de definiciones, postulados y axiomas. Escribió el libro “Los elementos”, dentro del cual, en los libros del I al VI, encontramos la definición de nuestro objeto matemático “cuadriláteros”.

Figuras cuadriláteras son las que se comprenden debajo de cuatro líneas rectas. De las figuras cuadriláteras, **cuadrado** es el que es equilátero y rectángulo. **Cuadrángulo** es el que es rectángulo, pero no equilátero. **Rombo** es la figura que es equilátera, pero no es rectángula. **Romboide** es la figura que tiene los lados y ángulos contrarios y iguales, pero no es equilátera ni rectángula. **Trapeacios**: los demás cuadriláteros fuera de ellos, llámense trapeacios. (p.10).

De las definiciones hechas por Euclides, podemos observar que la tecnología usada para definir un cuadrilátero es la siguiente:

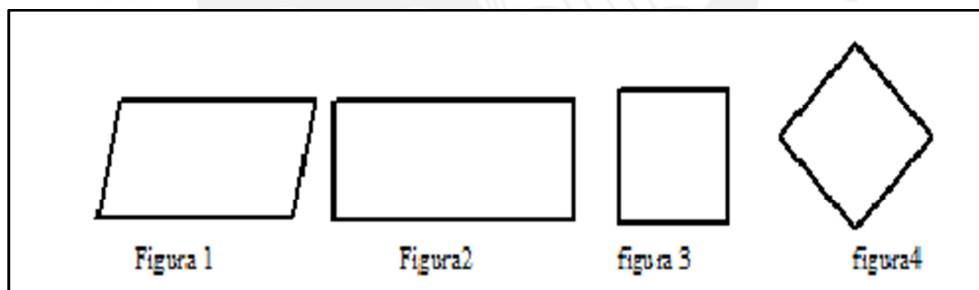
- El cuadrado es una figura que tiene los cuatro lados iguales y los ángulos rectos.
- El rectángulo, llamado por Euclides “Cuadrángulo”, es una figura que tiene los ángulos rectos, pero todos sus lados no son iguales.
- El rombo es la figura que tiene sus lados iguales, pero sus ángulos no son rectos.

- El romboide es la figura que tiene los lados y los ángulos opuestos iguales, mas sus lados no son iguales y los ángulos no son rectos.
- El trapecio es una figura que no cumple las condiciones dadas en las demas definiciones.
- El cuadrado no puede ser considerado como un rectángulo, pues este exige que sus lados no sean iguales.
- Un cuadrado no es un rombo, pues este exige que sus ángulos no sean rectos.

Podemos constatar que Euclides no hace una clasificación de los cuadriláteros; sin embargo, podemos decir que la forma como define a cada uno de los cinco cuadriláteros coincide con la definición de clasificación parcial que hace De Villiers (2012), quien afirma que “en la clasificación parcial de un conjunto de conceptos estos se agrupan en subconjuntos disjuntos”. Por ejemplo, cuando señala que cuadrados, rectángulos, rombos, paralelogramos no tienen características en común”

Teniendo en cuenta la figura 7, presentamos una tarea y una técnica que se utilizaría, desde la clasificación parcial de los cuadriláteros.

**Tipo de tarea (t):** Identificar cuadriláteros



**Figura 7.** Tarea (t) identificar rectángulos

**Fuente:** Creación propia

**Tarea (t):** Identificar cuáles son rectángulos:

En el caso presentado, la tarea (t) es “identificar los rectángulos”, para lo cual se utilizará una técnica ( $\tau$ ) formada por los siguientes pasos (Observar las figuras geométricas, reconocer las propiedades de las figuras, discriminar el nombre del polígono, identificar el rectángulo), en este caso la respuesta correcta será entonces la figura 2, pues la tecnología ( $\theta$ ) que la sustenta es que para ser rectángulo los lados deben ser diferentes y los ángulos rectos, basado esto en la teoría ( $\Theta$ ) correspondiente a la teoría de los cuadriláteros.

Si se toma como referencia esta forma de definir a los cuadriláteros, sería necesario demostrar las propiedades que se cumplen en cada una de ellas, pues son figuras disjuntas.

El libro “Los elementos” de Euclides incluye elementos tecnológicos tales como definiciones y proposiciones que aparecen en lo que respecta al tema de cuadriláteros; sin embargo, el libro no presenta tareas propuestas ni resueltas.

Durante muchos años, los “Elementos” fueron el paradigma y el único modelo lógico-deductivo disponible para todas las ciencias.

Huerta (1996) realiza un análisis donde muestra como estuvo organizado el contenido geométrico cuadriláteros en diferentes manuales desde el siglo XIX hasta finales del siglo XX. A continuación mostraremos los aspectos más relevantes presentados por el investigador:

### **Cuadriláteros a comienzos del siglo XIX**

Los inicios del siglo XIX se caracterizan por cuestionar la veracidad de los axiomas de Euclides y la construcción de la geometría euclidiana. Esta época se caracterizó por establecer una definición para las diferentes figuras geométricas y, a partir de las definiciones, comenzaba un razonamiento deductivo que generaba las clasificaciones y las proposiciones.

Dentro de la clase de los paralelogramos se presentaban el romboide, el rombo, el rectángulo y el cuadrado; sin embargo, dichas clases estaban tratadas de modo exclusivo. Por lo tanto, nunca un cuadrado podría ser considerado como una clase especial de rectángulo, pues el primero exigía igualdad de lados y ángulos mientras que el segundo exigía la desigualdad de los lados.

### **Cuadriláteros a comienzos del siglo XX**

En el siglo pasado, la presentación del contenido que debía enseñarse y estudiarse presentó algunos cambios.

De esta manera Rey Pastor y Puig Adam (citado por Huerta 1996), definían el rectángulo, el rombo y el cuadrado así:

Si uno de los ángulos de un paralelogramo es recto, lo serán los otros tres (por el paralelismo de los lados) y el paralelogramo recibe el nombre de rectángulo. Si un paralelogramo tiene dos lados contiguos iguales, tiene también iguales a ellos sus opuestos, los otros dos, es decir, los cuatro lados son iguales y el paralelogramo se llama rombo. Si se construye un rombo con un ángulo recto, es decir, rectángulo,



se obtiene un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados iguales por ser rectos. Esta figura se llama cuadrado y tiene, naturalmente, reunidas las propiedades del rombo y del rectángulo p (57).

### Cuadriláteros a finales del siglo XX

Esta etapa se caracteriza por la degradación que sufrió la geometría. Esta degradación escolar obligó a efectuar las renovaciones curriculares del último tercio del siglo y hablar de una recuperación necesaria para devolver el estatus de siglos anteriores. Las demostraciones dejan de tener presencia en la geometría escolar elemental y las definiciones se construyen. Las proposiciones se descubren en términos de propiedades. Surge en este periodo el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría cuyo fundamento es que el aprendizaje de la geometría se construye.

### 3.2. Cuadriláteros en el libro de geometría plana

En nuestra investigación consideraremos las definiciones y propiedades de los cuadriláteros propuestas por Michel Hellfgot (1991).

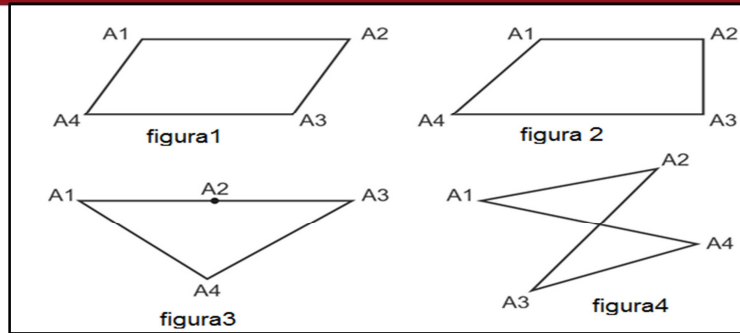
En este apartado haremos una revisión formal del objeto matemático cuadriláteros presentados en un libro de educación superior confirmando la legitimidad matemática de dicho objeto. Para tal efecto elegimos el libro de Geometría Plana propuesto por Michael Helfgott (2009).

Definición de cuadrilátero:

Sean  $A_1, A_2, A_3,$  y  $A_4$  cuatro puntos distintos del plano. Construimos los segmentos  $A_1 A_2, A_2 A_3, A_3 A_4$  y  $A_4 A_1$ . La unión de estos segmentos recibe el nombre de un cuadrilátero si se cumplen dos propiedades:

- (i) No es posible que descansen, sobre una misma recta, dos segmentos con un punto en común.
- (ii) Dos segmentos cualesquiera solo pueden intersectarse en sus extremos. (p.97)

Se presentan los siguientes figuras para ejemplificar cuáles de ellos representan un cuadrilátero de acuerdo con la definición dada por el autor.

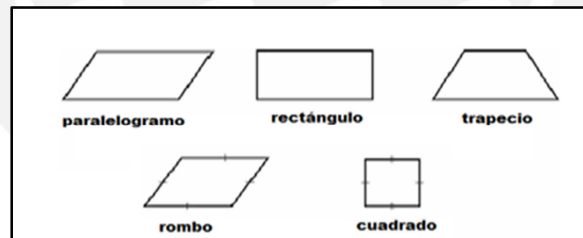


**Figura 8.** Condiciones para ser un cuadrilátero

**Fuente:** Helfgott (1991, p. 97)

Teniendo en cuenta las dos propiedades dadas por el autor para que exista un cuadrilátero, podemos concluir que los gráficos (1) y (2) de la figura 11 representan a cuadriláteros, pues cumplen las dos propiedades dadas por el autor. No obstante, el gráfico de la figura (3) no representa cuadrilátero pues no cumple la condición uno (no es posible que descansen sobre una misma recta, dos segmentos), y el gráfico (4) tampoco representa un cuadrilátero, ya que no cumple la segunda propiedad (dos segmentos cualesquiera solo pueden intersectarse en sus extremos).

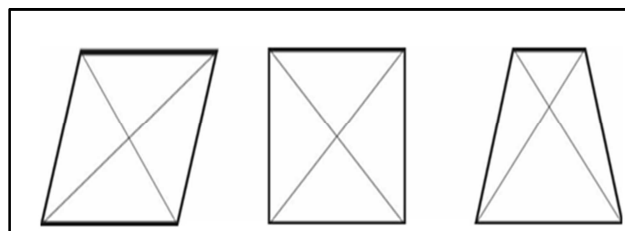
Así mismo, podemos observar en la figura 12 que presenta a los cuadriláteros como paralelogramos, rectángulos y trapecios, considera al rombo como un caso especial de paralelogramo y al cuadrado como caso especial de rombo.



**Figura 9.** Cuadriláteros

**Fuente:** Helfgott (1991, p. 98)

El autor señala también que en todo cuadrilátero se pueden trazar diagonales al unir dos vértices no consecutivos.

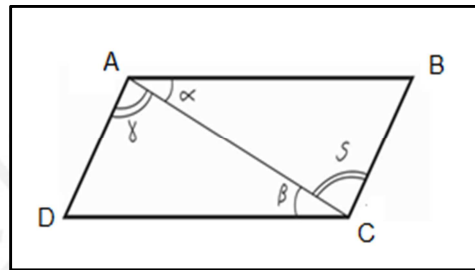


**Figura 10.** Diagonales de un Cuadrilátero

**Fuente:** Helfgott (1991, p.98)

También define “paralelogramo” como un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y presenta proposiciones con sus respectivas demostraciones que se cumplen en todos los paralelogramos. En este sentido, las propiedades demostradas en los paralelogramos se aplicarán tanto para el rectángulo, cuadrado, rombo y romboide pues son considerados paralelogramos. Las proposiciones consideradas en el libro son las siguientes:

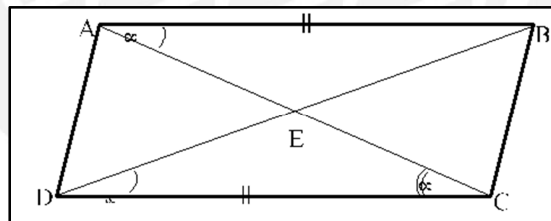
**Proposición 1:** Una diagonal de un paralelogramo divide al paralelogramo en dos triángulos congruentes.



**Figura 11.** Propiedad de la diagonal de un cuadrilátero  
Fuente: Helgott (1991, p.98)

Dado un paralelogramo, si sus lados opuestos son congruentes, los ángulos opuestos también lo son.

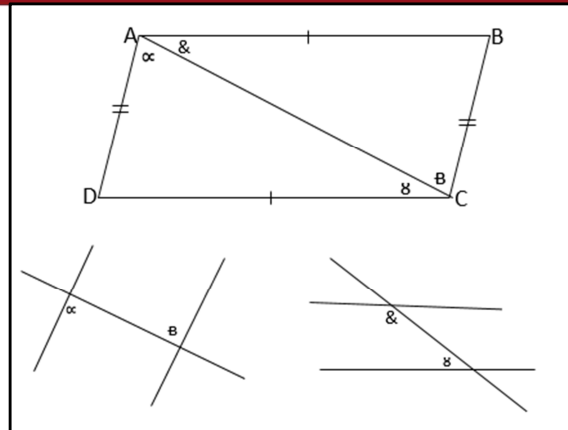
**Proposición 2:** Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.



**Figura 12.** Diagonales de un paralelogramo 1  
Fuente: Helgott (año1991, p.99)

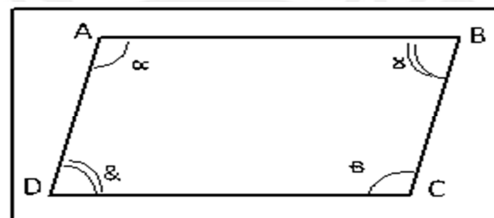
A continuación Helgott presenta distintas condiciones para que un cuadrilátero sea un paralelogramo.

**Proposición 3:** Supongamos que un par de lados opuestos de un cuadrilátero son paralelos y congruentes. Entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.



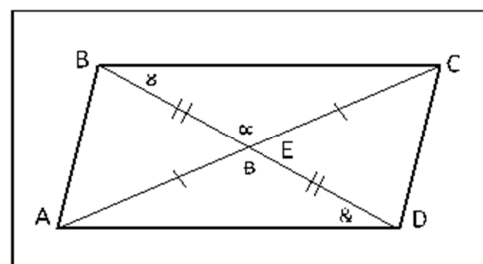
**Figura 13.** Condicion para ser un un paralelogramo 2  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.100)

**Proposición 4:** Un cuadrilátero es un paralelogramo si los ángulos opuestos son congruentes.



**Figura 14.** Propiedad de los ángulos opuestos en un paralelogramo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.101)

**Proposición 5:** Supongamos que las diagonales de un cuadrilátero se bisecan. Entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.



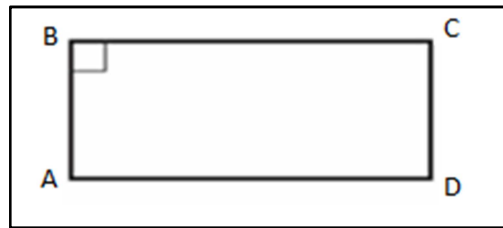
**Figura 15.** Diagonales en un paralelogramo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.101)

En conclusión, el autor considera cuatro condiciones para que un cuadrilátero sea un paralelogramo:

- Ambos pares de lados opuestos son congruentes.
- Un par de lados opuestos son paralelos y congruentes.
- Los dos pares de ángulos opuestos son congruentes.
- Las diagonales se bisecan.

Posteriormente, el autor define al rectángulo, romboide, cuadrado y rombo tomando como referencia que cumplen todas las condiciones del paralelogramo.

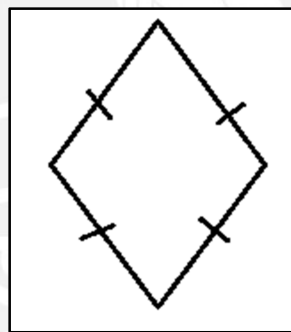
Rectángulo: Un rectángulo es un paralelogramo con un ángulo interior recto.



**Figura 16.** Rectángulo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.105)

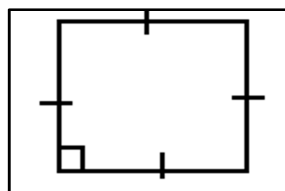
Como podemos observar, un paralelogramo para ser un rectángulo debe cumplir una sola condición, la de poseer un ángulo interior recto, pues al ser un paralelogramo, dos ángulos consecutivos deben sumar  $180^\circ$ . Considerando esta teoría podemos decir que la técnica para determinar que una figura geométrica es un rectángulo resulta más económica.

Rombo: Es un paralelogramo con los cuatro lados congruentes. Las diagonales de un rombo son una perpendicular a la otra. Además, las diagonales bisecan a los ángulos interiores del rombo.



**Figura 17.** Rombo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.107)

Cuadrado: Un cuadrado es un rombo con uno de sus ángulos interiores recto.



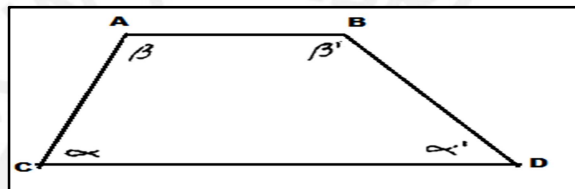
**Figura 18.** Cuadrado  
**Fuente.** Helfgott(1991, p.109)

Otra manera equivalente de definir un cuadrado es tomando en cuenta que es un rectángulo con lados congruentes. Como todo cuadrado es, al mismo tiempo, paralelogramo, rombo y rectángulo, las proposiciones referidas a estas figuras geométricas son válidas cuando

tratamos con cuadrados. Así, por ejemplo, dado un cuadrado podemos afirmar que sus diagonales gozan de las siguientes propiedades:

- Se cortan en su punto medio.
- Son congruentes.
- Son perpendiculares entre sí.
- Bisecan a los ángulos interiores.

Trapezio: Un cuadrilátero es un trapezio si posee dos lados opuestos paralelos, mientras que los otros dos lados opuestos no son paralelos. Estos lados paralelos son conocidos como las bases del trapezio, mientras que los pares de ángulos ( $\alpha$ ,  $\alpha'$ ) y ( $\beta$ ,  $\beta'$ ) son conocidos como los ángulos de la base del trapezio.



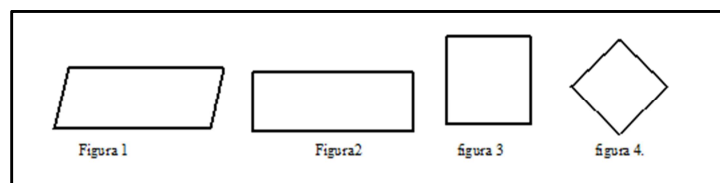
**Figura 19.** Trapecio  
**Fuente:** Helfgott. (1991, p109)

Como podemos observar, la definición y clasificación propuesta por Helfgott hace referencia a una clasificación jerárquica.

Hemos visto entonces dos tipos de clasificación de los cuadriláteros. La de Euclides, que hasta la actualidad se considera en los libros de texto, y la de Helfgott, Ambas nos servirán de base para determinar en el libro de texto de quinto grado las tareas relacionadas al respecto de la clasificación.

Ahora, teniendo en cuenta la definición jerárquica, resolveremos tomando como referencia la figura 23 el mismo ejercicio presentado en la figura 7 cuando enunciamos la clasificación particional.

Tarea (t): Identificar rectángulos dentro de un grupo de figuras



**Figura 20.** Tarea (t) identificar rectángulos  
**Fuente:** Propia

En este caso, la tarea (t) es la siguiente: identificar los rectángulos. Para lo cual se utilizará la siguiente técnica (Observar las figuras geométricas, reconocer las propiedades de las figuras, discriminar el nombre del polígono, identificar los rectángulos). En este caso la respuesta correcta será la figura 2, 3 y 4 pues la tecnología ( $\theta$ ) que la sustenta es que para ser rectángulo debe ser un paralelogramo con un ángulo recto, basado esto en la teoría ( $\Theta$ ) de la clasificación jerárquica de los cuadriláteros.

Considerando también que en el estudio de la organización matemática presente en el libro de texto del quinto grado de primaria revisaremos las tareas relativas a la medida del área de cuadriláteros. Consideramos necesario hacer una revisión desde el punto de vista matemático y formal, para lo cual hemos considerado los siguientes autores.

Con respecto a la definición de área Allen y otros (1965), que la define como “la función que asigna un número real único a un conjunto de puntos en el plano, siendo el dominio de esta función el conjunto de todas las regiones acotadas o limitadas o encerradas en un polígono o circunferencia”.

Con el uso de esta definición es posible plantear una serie de postulados que nos permiten desarrollar toda la teoría de áreas de regiones de frontera poligonal y también de regiones de frontera curva.

- (1) Postulado 1 (postulado del Área): existe una función  $A$  llamada Área, definida para todos los conjuntos acotados en el plano de modo que, a cada conjunto acotado  $S$  se le asigna un número no negativo  $A(S)$ .  
Tanto un punto como un segmento son conjuntos acotados a quienes les corresponde Área 0.
- (2) Postulado 2 (suma de áreas): dados dos conjuntos  $S$  y  $T$  del plano, que no tienen punto en común, entonces, el área de la reunión de  $S$  y  $T$  es igual a la suma de las áreas de  $S$  y  $T$ .
- (3) Postulado 3 (postulado de la congruencia): si  $S$  es un conjunto de puntos del plano,  $S$  es acotado y  $S \equiv T$  entonces el área de  $S$  es igual al área de  $T$ .
- (4) Postulado 4 (postulado de la unidad): si  $S$  es el conjunto formado por un cuadrado de lado 1 y su interior, entonces el área de  $S$  es uno.

A su vez Helfgott, señala que:

A toda toda región poligonal  $R$  (muy especial cuando se trata de cuadrados, rectángulos o triángulos) se les puede asignar un número que lo denotaremos  $a(R)$  “área de la región poligonal  $R$ ”) tal que:

- (i)  $a(R) \geq 0$
- (ii) Si  $R_1$  y  $R_2$  son regiones triangulares congruentes. Entones:  $a(R_1) = a(R_2)$ .
- (iii) Si  $R_1$  y  $R_2$  son regiones triangulares que solo se intersecan en bordes y vértices(o son disjuntas). Entonces:  $a(R_1 \cup R_2) = a(R_1) + a(R_2)$ .
- (iv) Si  $R$  es un rectángulo de base  $b$  y altura  $h$  entonces:  $a(R) = bh$  (p.158)


Continuamos con la revisión del objeto cuadriláteros en libros de texto que han sido utilizados por la mayoría de las escuelas públicas de nuestro país, que antecedieron al libro de texto analizado en esta investigación, para percibir cómo se presenta nuestro objeto de estudio.

### 3.3 Estudio de libros de textos desde 1970 hasta el 2008

En esta sección haremos una breve revisión de los textos usados por la mayoría de los alumnos de las escuelas primarias del cuarto, quinto y sexto grado en nuestro país desde 1970, con el fin de observar las definiciones referidas a los elementos de los cuadriláteros, el tipo de clasificación que emplean y la forma del tratamiento de la medida del área y perímetro del objeto matemático “cuadriláteros” de dichos textos. Si bien es cierto estos libros no fueron elaborados por encargo del Ministerio de Educación son un referente para el estudio de nuestro objeto matemático en lo que respecta a las herramientas que presenta el libro de texto.

#### Libros del 4to grado de primaria:

**Tabla 2.** Información de la Enciclopedia Fanal de cuarto grado de primaria

Grado:4to	Año	Título	Autor
	1984	Enciclopedia Escolar FANAL	Benavente Lazo, Lino Benavente Buitrón, Luis Velásquez Zevallos, Luz

**Fuente:** Autoría propia

En esta enciclopedia se presenta el objeto matemático en la unidad 8 y 9. Empieza con la definición de recta, rayo y segmento, ángulos recto, agudo y obtuso. Luego se observa la definición de rectas paralelas como “dos rectas que no se encuentran en ningún punto,



porque su intersección es el conjunto vacío” y rectas perpendiculares como “dos rectas que dividen al plano en cuatro ángulos rectos y al caer la recta CD sobre la recta AB, no se inclina a ningún lado”, A continuación, se define polígono como “ la unión de tres o más segmentos consecutivos no colineales, de modo que cada par de segmentos tiene solamente un extremo común”(p.225) y cuadrilátero como “polígono de cuatro lados”.

Señala que con respecto a los lados y ángulos del polígono, los cuadriláteros se clasifican de la siguiente manera: “Paralelogramo es el cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos. Por ejemplo: cuadrado, rectángulo, rombo y romboide”. Dentro de los paralelogramos, menciona lo siguiente:

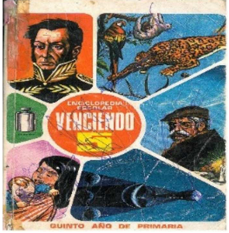
- 1) Rombo es el paralelogramo que tiene cuatro lados iguales y sus ángulos son iguales dos a dos.
- 2) Romboide es el paralelogramo que tiene dos pares de lados opuestos iguales y paralelos.
- 3) Cuadrado es el cuadrilátero que tiene cuatro lados iguales y paralelos dos a dos.
- 4) Rectángulo es el paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos y lados contiguos desiguales.

Se observa que la clasificación de los cuadriláteros es parcial ya que se hace una clara diferenciación entre cuadrado, rectángulo, rombo y romboide. Esto se puede apreciar en problemas como estos:

- ¿Qué es un cuadrado? Dibújalo
- Traza cuadrados cuyos lados midan, respectivamente, 2, 3,4 y 5 centímetros.
- ¿A qué se llama rectángulo? Dibújalo.
- Traza los siguientes rectángulos: de 4cm de largo por 2 cm de ancho; de 5 cm de largo por 3 cm de ancho; de 3,5 cm de largo por 2,5 de ancho.
- ¿Cómo es un rombo? Dibújalo.
- ¿Cómo es un romboide? Dibújalo.

## Libros del 5to grado de primaria

**Tabla 3.** Información de la Enciclopedia Venciendo del quinto grado de educación primaria

Grado	Año	Título	Autor
	1972	Enciclopedia Venciendo	Rojas P. Faggioni M. La Torre B. Cortijo B.

**Fuente:** Autoría propia

Este libro presenta el objeto matemático en la unidad 1 y 2. Empieza con nociones básicas de geometría tales como punto, recta, semirrecta y segmento de recta. También se observa la definición de ángulo, además de su clasificación: ángulo recto, ángulo agudo y ángulo obtuso. Asimismo, se observa que el texto clasifica a los cuadriláteros de la siguiente manera:

- 1) Trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.
- 2) Paralelogramo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos.
- 3) Trapezoide es un cuadrilátero que no tiene lados paralelos.

Dentro de los paralelogramos ubica al cuadrado, rombo y rectángulo. Define al cuadrado como un “paralelogramo cuyos cuatro lados son iguales y cuyos ángulos son rectos”; con respecto al rectángulo señala que “es una figura geométrica formada por cuatro segmentos”, pero se diferencia del cuadrado porque en el rectángulo un par de lados son más largos que el otro par.

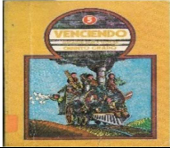
Podemos constatar entonces que la clasificación es exclusiva del rectángulo con respecto al cuadrado, pues el rectángulo exige tener un lado más largo que el otro. Con respecto al área, se presenta la gráfica de un cuadrado y rectángulo dividido en cuadrículas del mismo tamaño y, a continuación, la fórmula para calcular el área. Podemos observar que las tareas no requieren aplicar la clasificación de cuadriláteros y estas se refieren solo al cálculo del área de sus lados.

Por ejemplo:

- Si un patio mide 35 metros de largo por 12 de ancho, ¿cuál es su área?

- ¿Cuánto mide la base de un rectángulo si sabemos que el área es de  $128 \text{ m}^2$  y la altura es de  $8 \text{ m}$ ?

**Tabla 4.** Información de la Enciclopedia Venciendo quinto grado de primaria.

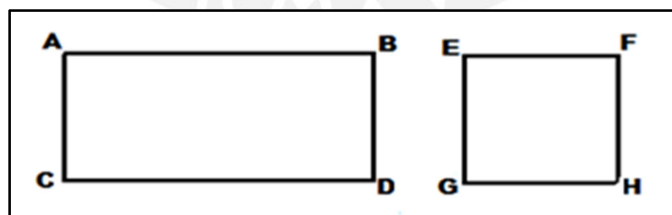
Grado:5to	Año	Título	Autor
	1976	Enciclopedia Escolar Venciendo.	Rojas Portilla, T. Faggioni Mallea, C. La Torre Balza, C. Cortijo Bustios, R.

**Fuente:** Autoría propia

En este libro, el objeto matemático se encuentra en la unidad VIII, donde se puede observar que empieza con las nociones básicas de la geometría, tales como punto, recta, segmento de recta y semirrecta y define al ángulo como “el conjunto o reunión de dos rayos que tienen el mismo origen” y lo clasifica en agudo, recto y obtuso. También notamos que se define al rectángulo como “una figura geométrica que tiene cuatro lados y cuatro ángulos rectos” y al cuadrado como “un rectángulo que tiene lados de igual longitud”.

La definición de cuadrado y rectángulo se realiza independientemente de los paralelogramos; sin embargo, al considerar que el cuadrado es un rectángulo, podemos considerarla dentro de la clasificación inclusiva o jerárquica.

En dicha obra se presentan actividades para que el niño, a partir de preguntas, reconozca al cuadrado como un rectángulo. Aquí la presentamos:



**Figura 21.** Actividad para reconocer cuadrado y rectángulo  
**Fuente.** Enciclopedia Venciendo (1976, p.443)

En la figura ABCD, mide los lados AB y CD para ver si tienen el mismo largo. ¿Son iguales sus longitudes? Ahora mide los lados AC y BD para ver si tienen el mismo ancho. ¿Son iguales sus longitudes?

Después de estas preguntas, presenta la siguiente definición:

- Una figura que tiene 4 lados y 4 ángulos rectos es un rectángulo

Luego, se plantean las siguientes interrogantes:

En la figura EFGH anterior, ¿Tiene cuatro lados esta figura? ¿Tiene cuatro ángulos rectos?

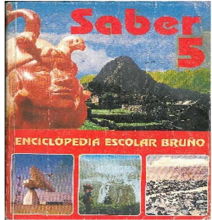
¿En qué es distinta esta figura de la de su izquierda?

Presenta a continuación la siguiente conclusión:

- Un rectángulo que tiene lados de igual longitud es un CUADRADO.

Con esta actividad constatamos entonces que un cuadrado es también un rectángulo. Respecto de la medida del área podemos observar que solo se refieren a la medida del área del rectángulo y del cuadrado y, a continuación, presentan algunos ejercicios para calcular la medida del área. Por ejemplo: “¿Cuánto se pagará por un terreno de forma cuadrada que mide 28,50 metros de lado?”.

**Tabla 5.** Información de la Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	1984	Enciclopedia Escolar ESCUELA NUEVA	Benavides Estrada Díaz Alva, Oscar Marín del Águila, Ángel. Soto Sánchez, Alberto

**Fuente:** Autoría propia

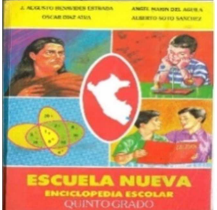
El objeto matemático cuadriláteros, se presenta dentro del capítulo “Construcciones geométricas”. Con respecto a las nociones básicas de geometría empieza con la definición de rectas paralelas, secantes perpendiculares y oblicuas. También se observa la definición de ángulo y lo clasifica, teniendo en cuenta su medida, en agudo, obtuso, recto y llano.

La obra llama a los cuadriláteros “figuras de cuatro lados” y define a los paralelogramos como “cuadriláteros cuyos dos pares de lados opuestos son paralelos”. A continuación define rectángulo así: “paralelogramo que tiene sus ángulos rectos”, considerando además al cuadrado como un rectángulo, pues cumple la condición de tener los ángulos rectos, y al rombo como “paralelogramo que no tiene ángulos rectos, pero sí tiene los lados de la misma longitud”.

Se observa que la clasificación del cuadrado es inclusiva con respecto al rectángulo; sin embargo, con relación al rombo es exclusiva, ya que considera que el rombo no debe tener los ángulos rectos. Según esta definición, los cuadrados no serían rombos.

Respecto de la medida del área y del perímetro se observa que se define este como la suma de las longitudes de todos los lados de un polígono, y con respecto al área utilizan las cuadrículas como unidad de medida para calcular el área del rectángulo y del cuadrado, para luego presentar la fórmula de ambas figuras geométricas. A su vez, presentan el área del rombo como la mitad del área del rectángulo. Se observan pocos problemas destinados a calcular la medida del área.

**Tabla 6.** Información Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	1993	Enciclopedia Escolar ESCUELA NUEVA	Benavides Estrada Díaz Alva, Oscar Marín del Águila, Ángel Soto Sánchez, Alberto

**Fuente:** Autoría propia

Este libro se desarrolló teniendo en cuenta la programación curricular nacional vigente para el año escolar 1993. En la décima unidad, se encuentra el estudio del objeto matemático, el cual comienza con una revisión de algunos elementos geométricos fundamentales.

Podemos encontrar también la definición de figura geométrica como “todo conjunto no vacío de puntos”. Se definen las rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas y, asimismo, se hace un estudio de los ángulos y su clasificación de la manera siguiente: nulo, agudo, recto, obtuso, llano y ángulo de una vuelta. Con respecto a la definición de cuadrilátero, primero se define el polígono así: “Sean  $A, B, C, D, \dots, N$ ,  $n$  segmentos consecutivos determinados por cada par de puntos dados. Si cada par de segmentos consecutivos solamente tiene un extremo común y no son colineales, entonces se denomina polígono  $ABCD, \dots, N$  a la reunión de los  $n$  segmentos” (p.567). En tal sentido define al cuadrilátero como un polígono de cuatro lados.


Este libro no presenta la definición de paralelogramo ni su clasificación

Con respecto a la medida del áreas de los cuadriláteros, solamente se trabaja la definición de área del rectángulo, cuadrado y romboide tomando las cuadrículas como unidad de medida para determinar la medida del área y presentando la fórmula de cada una de ellas. Se presenta una actividad para construir con cartón, cartulina y hojas de papel plantillas de regiones cuadrangulares y se pide a los estudiantes que, usando la unidad de medida elegida por ellos, calculen el perímetro y área de dichas figuras. No obstante, no se

presenta ninguna técnica para realizar dicha actividad. Luego, a través de otra actividad, se define el área del rectángulo, romboide y cuadrado.

Podemos concluir que el tema de cuadriláteros se trabaja de manera muy superficial. Se presentan muy pocas tareas para determinar el área y se utiliza como unidad de medida la superficie de una cuadrícula.

**Tabla 7.** Información Del libro del MInedu del quinto grado de primaria

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	2004-2008	Lógico Matemático 5	Armas, Julia Dos Reis, Isabel Hurtado, Katya Ramírez, Carmen Ozejo, Tulio Sebastiani, Felipe

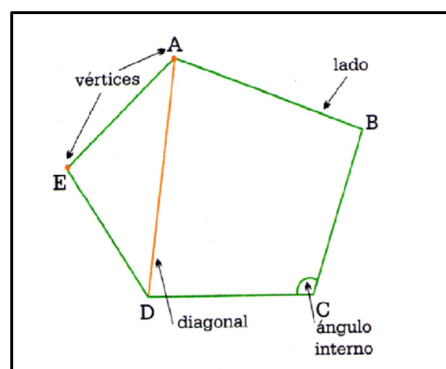
**Fuente:** Autoría propia

Es importante mencionar que este libro fue distribuido para los alumnos del quinto grado de educación primaria en el periodo 2004-2008 en nuestro país y hoy forman parte del banco de libros.

En la unidad 3, se encuentra la presencia del objeto matemático “cuadriláteros” el cual se encuentra dentro de la clasificación de polígonos. Podemos observar que primero comienza con las nociones básicas de la geometría, tales como recta, segmento y rayo. A continuación presenta la definición de ángulos, rectas paralelas y perpendiculares así como la técnica para dibujar dichas rectas utilizando regla y escuadra.

Con respecto a los polígonos, se define como figuras geométricas cerradas, formado por segmentos de recta consecutivos no contenidos en la misma recta.

Presentando la siguiente gráfica:

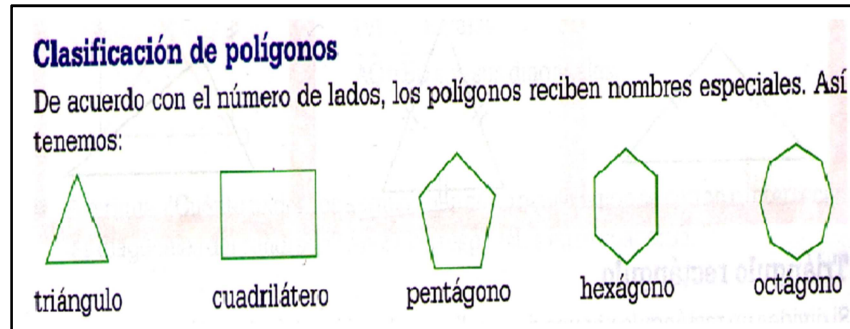


**Figura 22.** Polígono en el libro Lógico Matemático 5

**Fuente.** Libro Matemática 5 (2008, p.43)

Como podemos observar en la figura 22, la definición de polígono hace referencia a los segmentos que forman los lados mas no ha su interior.

Y de acuerdo al número de lados del polígono lo clasifica en:



**Figura 23.** Clasificación de polígonos en el libro Lógico Matemático5

**Fuente.** . Libro Matemática 5 (2008, p.43)

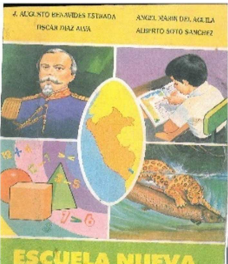
Como podemos observar en la figura 23 en este libro de texto se considera al cuadrilátero como un polígono de cuatro lados.

En este capítulo del libro de texto no se presenta la clasificación de los cuadriláteros, sin embargo se presenta la definición de rectángulo y cuadrado en la cual se manifiesta que el cuadrado es también un rectángulo. Por lo tanto diremos que la definición del cuadrado es inclusiva con respecto al rectángulo.

Con respecto a la medida del área presenta la definición del área del rectángulo y cuadrado primero contando la cantidad de cuadrículas contenidas en la figura y luego aplicando la fórmula.

### Libros de 6to grado de primaria:

**Tabla 8.** Información de la enciclopedia Escuela Nueva sexto grado de primaria

Grado:6to	Año	Título	Autor
	1994	Escuela Nueva Enciclopedia Escolar 6to grado	Benavides Estrada, Juan Martin del Águila, Ángel Díaz Alva, Óscar Soto Sánchez, Alberto.

**Fuente:** Autoría propia

En este libro, el objeto matemático se presenta dentro del capítulo titulado: Algunos elementos geométricos fundamentales donde se define una figura geométrica como “todo conjunto no vacío de puntos” y la clasifica en figuras geométricas planas y figuras geométricas del espacio, cuerpos geométricos o sólidos geométricos.

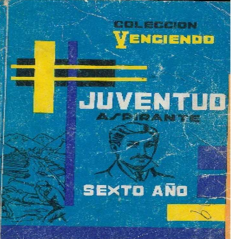
Con respecto a la clasificación de cuadriláteros, se define al cuadrilátero como un polígono que tiene cuatro lados. Luego clasifica a los cuadriláteros teniendo en cuenta el paralelismo de sus lados de la siguiente manera: paralelogramos (si sus cuatro lados son paralelos dos a dos); trapecios (si solamente dos de sus lados son paralelos); y trapezoides (si sus lados no son paralelos).

Divide a los paralelogramos, atendiendo a la congruencia de sus lados y ángulos, en romboides (si sus lados y ángulos internos consecutivos son no congruentes); en rombos (si sus cuatro lados son congruentes y sus ángulos internos consecutivos son no congruentes); rectángulos (si sus lados consecutivos son no congruentes y sus cuatro ángulos, congruentes); y cuadrados (si sus cuatro lados y ángulos internos son congruentes).

De estas definiciones concluimos que la clasificación de los cuadriláteros es parcial y que las tareas presentadas pertenecen a un solo tipo, que consiste en calcular el área de los cuadriláteros aplicando la fórmula respectiva.



**Tabla 9.** Información de la Colección Venciendo Juventud sexto grado de primaria

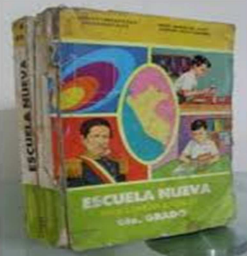
Grado:6to	Año	Título	Autor
	1971	Colección Venciendo. Juventud	Rojas Portilla, Teodoro. Cortejo Bustios, Rolando Faggioni Mallea, Alberto La torre Balza, Carlos

**Fuente:** Autoría propia

En este libro, se observa la definición de polígonos como una figura plana, limitada por líneas rectas. Dentro de la clasificación de los polígonos está el cuadrilátero que es un polígono de cuatro lados; sin embargo, no se observa un capítulo o estudio de los cuadriláteros, por lo que no podemos saber qué tipo de clasificación se está considerando.

Con respecto al estudio de la medida de áreas se presenta la fórmula para hallar el área de polígonos regulares. Con ese fin, se indica que debe multiplicar el perímetro por la apotema y el resultado dividirlo entre dos. Las tareas presentadas consisten en aplicar la fórmula.

**Tabla 10.** Información de la Enciclopedia Escolar Escuela Nueva

Grado:6to	Año	Título	Autor
	1982	Enciclopedia escolar Escuela Nueva.	Benavides Estrada, Augusto. Marín del Águila, Ángel Díaz Alva, Oscar Soto Sánchez, Alberto

**Fuente:** Autoría propia

El objeto matemático se encuentra en la décima unidad correspondiente a “Construcciones de figuras planas y cuerpos geométricos”.

Con respecto a los elementos de los cuadriláteros, se observa que no hay conceptos geométricos previos, pero sí una actividad donde el alumno para trabajar dicha actividad debe recordar conceptos como recta, segmento, rectas paralelas, perpendiculares, ángulos etcétera.

Con respecto a la clasificación de los cuadriláteros no se observa qué tipo se tomará en cuenta para la solución de los problemas. Luego se presentan actividades en las cuales los alumnos deben construir regiones cuadrangulares en cartulina u hojas de papel: cuadrado,

rectángulo y trapecio. Con el fin de calcular el área de estas figuras se presenta un plano dividido en cuadrículas, más para hallar la medida del área usan la fórmula.

Como vemos, en los libros analizados con respecto a los cuadriláteros se puede concluir que en algunos de ellos antes de empezar con el tema de polígonos o cuadriláteros hacen una revisión de los saberes previos tales como rectas paralelas, secantes, ángulos, etc. Con respecto a los cuadriláteros podemos observar que en algunos de los libros de texto presentan la clasificación particional y otros presentan la clasificación jerárquica. Con respecto a la medida de áreas, la mayoría de los libros de texto presentan primero el cálculo de la medida del área a partir de figuras geométricas presentadas en cuadrículas y en otros empiezan de frente con las fórmulas y su aplicación. Se pueden observar también representaciones gráficas estereotipadas para la representación del cuadrado, rectángulo, rombo y trapecio.

A continuación revisaremos la presencia del objeto matemático en los documentos oficiales, ya que desde la perspectiva de la TAD la segunda etapa de la transposición didáctica se da cuando un contenido del saber ha sido designado como saber a enseñar, en este caso los encargados de designar que contenidos se enseñan son los miembros encargados del Ministerio de Educación.

### **3.4. El objeto matemático en el diseño curricular y el Mapa de progreso**

El Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular del Perú (Perú 2009) vigente, responde al Proyecto Educativo Nacional al 2021, denominado “La educación que todos queremos para el Perú”, el cual fue aprobado mediante resolución suprema N° 001-2007-ED, del 7 de enero del 2007 y está organizado por niveles, ciclos y grados. A su vez todos los niveles consideran competencias por ciclos, así como también un conjunto de capacidades, conocimientos actitudes de acuerdo al desarrollo de los estudiantes.

Teniendo en cuenta que el libro motivo de nuestro análisis fue elaborado bajo las consideraciones presentes en Perú (2009), realizaremos un estudio para constatar los conocimientos y capacidades correspondientes al estudio de los cuadriláteros.

Con respecto al área de matemática, este se organizan en: Números relaciones y operaciones, geometría y medición y estadística.

El objeto matemático, se encuentra en la dimensión de geometría y medida.

A continuación presentamos en la tabla 2 las capacidades y conocimientos correspondientes al objeto de investigación.

**Tabla 11.** Capacidades y conocimientos correspondientes al 5to grado de primaria

CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasifica triángulos y cuadriláteros de acuerdo con sus ángulos y lados</li> <li>- Interpreta y mide la superficie de los polígonos.</li> <li>- Representa y argumenta las variaciones de los perímetros y áreas al variar la medida de los lados de un cuadrado y un rectángulo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Triángulos y cuadriláteros: Clases.</li> <li>-Superficie de figuras geométricas, cuadrado, rectángulo y triángulo.</li> <li>-Área y perímetro de un polígono.</li> </ul>

**Fuente:** DCN (2009)

Así mismo, el objeto matemático cuadriláteros se encuentra dentro de los Mapas de Progreso donde se describe el conjunto de aprendizajes que requieren los alumnos de nuestro país al finalizar su Educación Básica Regular y a su vez sirve de guía para la labor docente, el cual fue elaborado por un conjunto de especialistas del IPEBA y del Ministerio de Educación asesorados por expertos nacionales e internacionales.

Con respecto a nuestro trabajo de investigación hemos revisado al Mapa de Progreso de correspondiente a geometría, en la cual se describe el desarrollo progresivo de la competencia para describir objetos, sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico; comparar, y clasificar formas y magnitudes; graficar el desplazamiento de un objeto en sistemas de referencia; componer y descomponer formas; estimar medidas y utilizar instrumentos de medición; y resolver situaciones problemáticas mediante diversas estrategias.

En la tabla 3 presentamos los indicadores de desempeño referidos a los cuadriláteros que se encuentran en el Mapa de Progreso.

**Tabla 12.** Indicadores de desempeño relacionados a los cuadriláteros

NIVEL	INDICADORES DE DESEMPEÑO
III CICLO (1° Y 2° de primaria)	Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos, las clasifica, explica el criterio utilizado y las representa con material concreto o con dibujos. Interpreta e identifica la longitud, superficie y capacidad como atributos medibles diferentes. Mide, compara y estima longitudes, superficies y capacidades de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria pertinente al atributo, explicando sus resultados.
IV CICLO (3° Y 4° de primaria)	Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. Mide, compara y estima la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos, seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria y convencional pertinente al atributo que se quiere medir, explicando sus resultados.
V CICLO (5° Y 6° de primaria)	Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construye a partir de la descripción de sus elementos. Interpreta y explica la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales y entre áreas de cuadriláteros y triángulos. Compara, calcula y estima la medida de ángulos, perímetros y superficies, seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinentes y explica los procedimientos empleados.

**Fuente:** Mapa de Progreso del Aprendizaje de Matemática (Perú, 2013, p.9)

De esta manera el Ministerio de educación con la finalidad de que esta propuesta curricular llegue a todos los docentes y alumnos de nuestro país entrega y monitorea el uso de los libros de texto cada grado en todas las instituciones públicas.

Situamos también al objeto matemático cuadriláteros dentro de la jerarquía de niveles propuestos por Chevallard (1999), quien considera que toda cuestión que genera un proceso de estudio en una institución forma parte de un tema, que pertenece a un sector, el cual pertenece a su vez a un área de una cierta disciplina.

En tal sentido ubicamos nuestro objeto matemático dentro de esta jerarquía:

- **Cuestiones:** Las preguntas relacionadas con los cuadriláteros (Por ejemplo: ¿Cuál es la medida del área de un cuadrado?)
- **Tema:** Cuadriláteros.
- **Sector:** Geometría plana

- **Área:** Geometría
- **Disciplina:** Matemática
- **Escuela:** Enseñanza primaria

Al respecto Bosch (citado por Parra 2009), señala que:

Esta sucesión de niveles de organización es relativa no sólo a la cuestión o grupo de cuestiones consideradas, sino también al periodo histórico y a la institución en la que nos situemos. Sin embargo, el hecho que se construya esta jerarquía no garantiza la calidad del estudio de tales OM (p.24)

A su vez podemos verificar que las cuestiones a estudiar tienen legitimidad social, por su presencia en el DCN, legitimidad matemática porque su origen está en la matemática y comprobaremos su legitimidad funcional.

A continuación describiremos la presencia del objeto matemático en el libro de texto del quinto grado del Ministerio de Educación.

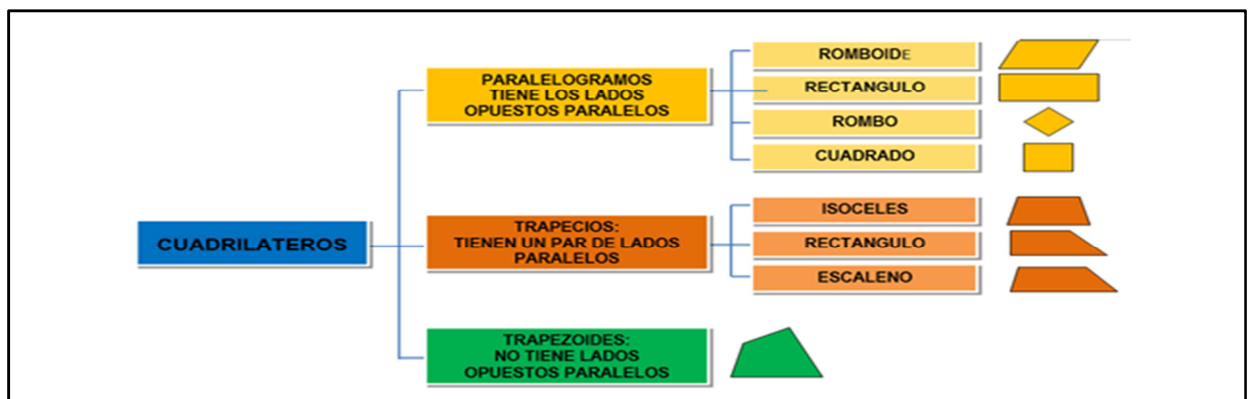
### 3.5. Cuadriláteros en el libro de texto del Ministerio de Educación

En este apartado haremos una revisión de las definiciones de cuadriláteros propuesta en el libro de texto del Ministerio de Educación llamado Matemática 5.

Podemos observar que primero se brinda la definición de polígono como “una superficie plana limitada por segmentos consecutivos que no están en línea recta” (p.99).

Con respecto a la definición de cuadrilátero, podemos observar que se halla dentro de la clasificación de los polígonos y lo define como “una figura geométrica que tiene cuatro lados”. (p.100).

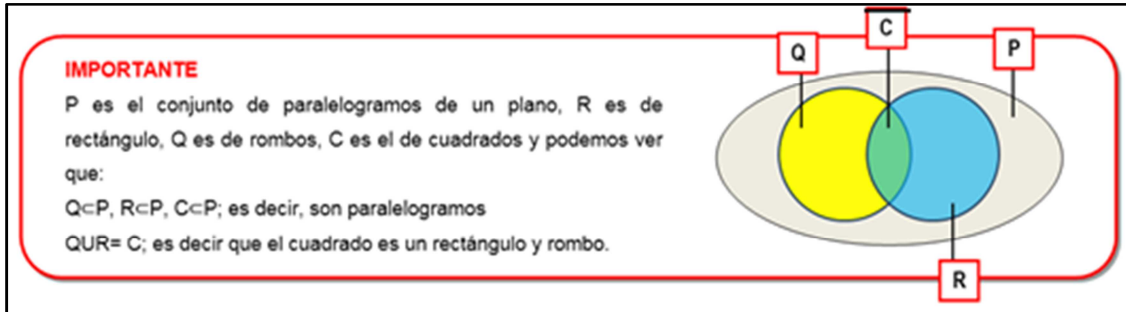
El libro presenta también la siguiente clasificación de los cuadriláteros:



**Figura 24.** Clasificación de los cuadriláteros en el libro de texto

**Fuente:** Libro Matemática 5 (2012, p.100)

La clasificación presentada en la figura 24 del libro es la representación de una clasificación particional, pues utiliza para su representación conjuntos disjuntos. Sin embargo, en el mismo texto presenta también el siguiente esquema:



**Figura 25.** Relación de intersección de paralelogramos en el libro de texto  
**Fuente:** Libro Matemática 5 (Minedu 2012, p.100)

El esquema presentado en la figura 25 corresponde a la clasificación jerárquica, pues hace referencia a la relación de inclusión.

Como podemos observar, la clasificación de cuadriláteros en el libro de texto toma como referencia a las dos formas de clasificar cuadriláteros. Por un lado, presenta un esquema en el que se observa la clasificación particional y también se observa en el diagrama que el cuadrado es, a la vez, un rectángulo y un rombo.

Asimismo, podemos percatarnos de que en el libro de quinto que estamos analizando se presentan las siguientes características de los cuadriláteros:

**Romboide o paralelogramo**, tiene dos pares de lados opuestos paralelos. Sus lados y ángulos opuestos tienen la misma medida; **rectángulo**, tiene dos pares de lados opuestos paralelos (largo y ancho), cuatro vértices, cuatro ángulos rectos y dos diagonales; **cuadrado**, posee tiene cuatro ángulos rectos y las medidas de sus lados son iguales; **rombo**, posee dos pares de lados opuestos paralelos, sus lados son iguales y sus ángulos opuestos tienen igual medida; **trapecio**, tiene un par de lados paralelos, llamados base mayor (B) y base menor (b). (p.101)

Con respecto al área en el libro se define como la medida de la superficie de un polígono, señalando a su vez que el área es un número.

A continuación presentaremos el marco metodológico que hemos considerado en nuestra investigación.

## CAPÍTULO 4: MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo presentamos la metodología de nuestro trabajo de investigación, el procedimiento metodológico y los criterios que usaremos en la validación.

### 4.1. Descripción de la metodología

La metodología, en todo trabajo de investigación, es el proceso por el cual se alcanzan los objetivos propuestos en la investigación.

Al respecto, Rodríguez, Gil y García (1996) consideran que la investigación cualitativa se da cuando observadores competentes y calificados informan con objetividad y precisión sobre un hecho o una experiencia por medio de un conjunto de técnicas o métodos, como es el caso del análisis documental. Manifiestan que en la investigación cualitativa no siempre se procede siguiendo un esquema rígido; sin embargo, por cuestiones de didáctica, señalan cuatro fases que se dan en todo trabajo cualitativo: preparatoria, trabajo de campo, analítica e informativa, y señalan que en cada fase el investigador tendrá que ir tomando opciones entre las diferentes alternativas que se le va presentando.

Hernández (2010) considera que una investigación es cualitativa cuando “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación”. El autor afirma que en una investigación cualitativa, “se cuestiona el valor de los documentos”. Menciona además como una de las características del método cualitativo el análisis de textos, descripción, análisis y desarrollo de los temas y el significado profundo de los resultados (p.26)

El autor considera ciertas características que debe tener una investigación cualitativa de las cuales con respecto a nuestro trabajo de investigación hemos considerado las siguientes:

- El investigador plantea un problema y las preguntas de investigación no siempre se han conceptualizado o definido por completo.
- El enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados y el análisis no es estadístico. El investigador recaba datos a través a través del lenguaje escrito, los cuales describe y analiza.

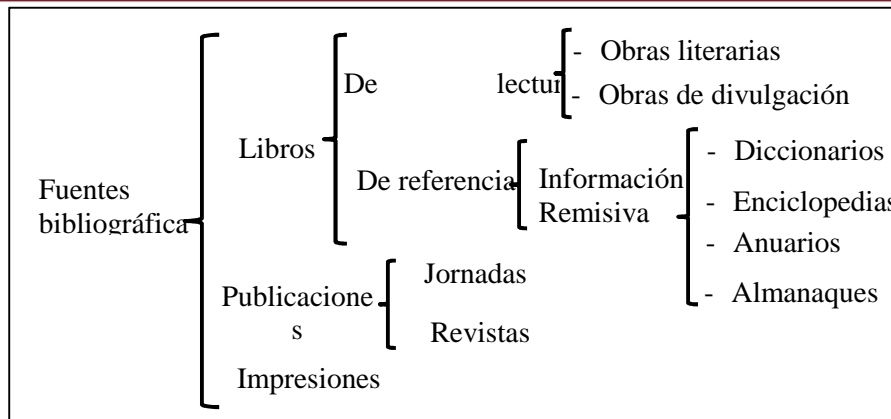
- El investigador utiliza técnicas para recolectar datos como la revisión de documentos.
- Evalúa el desarrollo natural de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación con respecto a la realidad.
- La investigación cualitativa se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado.
- No pretende generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias, no es su objetivo que sus estudios lleguen a replicarse.
- Puede considerarse como un conjunto de prácticas interpretativas, pues intenta encontrar sentido a las o los fenómenos en función de los significados que las personas les otorgan.

De la misma forma, Da Silva y Muzkat (2005) consideran que la interpretación de los fenómenos y significados que se asigna son básicos en el proceso de la investigación cualitativa, no requiere del uso de métodos y técnicas estadísticas. Considera que el investigador es un instrumento clave. El proceso y su significado son el foco principal de enfoque.

Después de hacer una revisión de diferentes autores sobre los métodos de investigación, consideramos que la definición y características que más se ajustan con nuestro trabajo, es la definición dada por Hernández Sampieri. En tal sentido diremos que nuestra investigación es cualitativo-descriptiva, en cuanto busca especificar las propiedades y las características de cualquier fenómeno que se someta a un análisis. Habiendo definido el tipo de investigación para nuestro trabajo, procedemos a revisar los enfoques que se consideran para la investigación matemática.

La investigación bibliográfica, de acuerdo con Gil (2002) “una investigación bibliográfica es desarrollada con base en material ya elaborado, establecido principalmente en libros, quienes constituyen fuentes bibliográficas por excelencia” (p.44)





**Figura 26.** Clasificación de las fuentes bibliográficas

**Fuente:** Gil (2002, p.44)

Este investigador señala que la investigación bibliográfica sigue varias etapas, pero que estas etapas no son arbitrarias y dependerán de la naturaleza del problema, el grado de precisión que se pretende dar a la investigación, etc.

Los pasos que considera el autor con base en su experiencia son:

- Elección del tema
- Levantamiento bibliográfico preliminar
- Formulación del problema
- Elaboración del plan provisional
- Búsqueda de fuentes
- Lectura del material
- Informe
- Organización lógica
- Redacción del informe

Para Fiorientini (2006)), la investigación bibliográfica se basa en la observación de la práctica pedagógica y en el análisis de documentos, currículos, libros ricos en fuentes de información.

#### 4.2. Procedimientos metodológicos

Para alcanzar los objetivos propuestos en nuestro trabajo de investigación, realizaremos los siguientes pasos o etapas:

1. Elección del tema: En esta etapa decidimos realizar una investigación relacionada con el análisis de textos del área de Matemática en educación primaria que son distribuidos por el Ministerio de Educación, debido a que en nuestro quehacer

- pedagógico los libros de texto constituyen una herramienta fundamental tanto para el docente como para el estudiante.
2. Levantamiento bibliográfico preliminar: Después de elegir el tema de investigación realizamos un estudio exploratorio de las diferentes fuentes de información como libros, artículos, actas y tesis relacionadas a la diferentes teoría que nos permitirían el análisis de textos; así como investigaciones relacionadas con el objeto matemático de nuestra investigación.
  3. Formulación del problema: En esta etapa formulamos la pregunta de investigación y los objetivos generales y específicos de nuestra investigación. Es importante señalar que tanto el problema como los objetivos pueden ser modificados en el transcurso de la investigación.
  4. Identificación de fuentes para el trabajo de investigación: En esta etapa seleccionamos las investigaciones que son relevantes para nuestro trabajo de investigación que dan respuesta al problema propuesto. Optamos por utilizar la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Yves Chevallard que sustentará nuestro trabajo de investigación para realizar el análisis de la organización matemática de nuestro objeto de estudio. De la misma forma consideramos los indicadores que tendremos en cuenta para el análisis de la organización matemática.
  5. Organización lógica del análisis de texto: En esta etapa realizamos las siguientes actividades:
    - Elección del capítulo presente en el libro de texto “Descubrimos el mundo de las formas geométricas”, donde se encuentra el objeto matemático cuadriláteros.
    - Resolver los problemas que se presentan en el capítulo del texto que analizaremos.
    - Identificar los tipos de tarea y tareas correspondientes a cada tipo
    - Identificar las técnicas y tecnologías de estudio asociadas a las tareas identificadas.
    - Verificar las presencia de los criterios de completitud de la organización praxeológica del objeto matemático cuadriláteros
  6. Redacción del trabajo de investigación: En esta etapa procederemos a la redacción de la investigación así como las conclusiones y sugerencias para futuras investigaciones.

### 4.3. Instrumentos de investigación

Tomamos la definición de Hernández (2010) quien define instrumento de medición como “el recurso que utiliza el investigador para registrar información o datos sobre las variables que tiene en la mente”. (p.200)

En este sentido, creemos que es necesaria la elaboración de un instrumento que nos permita describir la organización de un libro de texto de matemáticas, usando el lenguaje de la Teoría Antropológica de lo didáctico, este instrumento se presenta en la tabla 11, la cual nos posibilitará la construcción de la organización matemática presente en el capítulo cuatro del libro de texto seleccionado.

En nuestra investigación elaboraremos los criterios que nos permitirán analizar la organización matemática del libro de texto seleccionados.

**Tabla 11.** Bosquejo de la organización matemática del libro de texto

Bloque práctico-técnico (praxis)			Bloque tecnológico-teórico (logos)	
Tipos de tareas (T)	Tareas (t)	Técnicas (τ)	Tecnologías (θ)	Teorías (Θ)
¿Cuáles son los tipos de tareas propuestas en el texto?	¿Cuáles son las tareas que pertenecen a un determinado tipo de tarea?	¿Cuáles son las técnicas que justifican las tareas presentadas en el libro de texto?	¿Cuáles son las tecnologías que justifican las técnicas aplicadas en el libro de texto?	¿Cuáles son las teorías que justifican las tecnologías presentes en el libro de texto?
T1	t	τ	θ	Θ: Teoría de los cuadriláteros
	t			
	t			
T2				
Tn				

**Fuente:** Adaptado de Chevallard

Una vez recogida toda la información sobre los elementos propuestos por la TAD con respecto a la organización matemática del libro de texto procederemos a realzar el análisis de la OM para lo cual hemos considerado los indicadores de completitud propuestos por Fonseca (2004).

A continuación presentaremos el capítulo donde realizaremos la descripción y el análisis de la organización matemática presente en el capítulo indicado anteriormente.

## CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DEL MATERIAL DIDÁCTICO

En este capítulo presentaremos la descripción de la Organización Matemática presente en el libro de texto seleccionado, el cual ha sido diseñado teniendo en cuenta los lineamientos del Diseño Curricular Nacional vigente. Utilizaremos como herramienta los elementos de la Teoría Antropológica de lo didáctico propuesta por Chevallard (1999).

### 5.1. Descripción del texto

El libro de texto es uno de los materiales más usados en nuestro país para el trabajo en el aula durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues este refleja los contenidos del Diseño Curricular Nacional que el país considera necesarios para sus estudiantes. De acuerdo con Cobo y Batanero (citado por Martínez y Penalva, 2006)

El libro de texto de matemática es, en los niveles escolares (educación primaria y secundaria obligatoria), el instrumento más utilizado en el aula y el que contiene prácticamente toda la información escrita que maneja el alumno. Los libros de texto no son solo un medio para la enseñanza, sino también una manera de entender el desarrollo de los contenidos curriculares. Si en los textos aparecen significados sesgados o que inducen a error, pueden generar en los estudiantes dificultades que son difíciles de erradicar o falsas creencias relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos. Algunas de las dificultades que los estudiantes encuentran en el aprendizaje de un concepto matemático dependen de la enseñanza recibida y esta resulta condicionada, en gran medida, por la forma en la que los libros de texto presentan los conceptos. (p.285)

Motivo por el cual analizaremos el libro de texto del quinto grado de primaria titulado: “Matemática 5”, el cual está organizado en ocho unidades. Sin embargo para nuestra investigación nos centraremos en la unidad 4 cuyo título es “Descubrimos el mundo de las formas geométricas”, que se encuentra en las páginas del 92 al 115.

Con respecto a la organización de la Unidad 4, podemos observar que se divide en cinco secciones (Exploro mis saberes, Construyo mis aprendizajes, refuerzo lo aprendido y evalúo mis aprendizajes) A su vez al inicio de la unidad se presentan los indicadores correspondientes a dicha unidad, los cuales permitirán el desarrollo de las capacidades propuestas en Perú (2009)

- Resuelve problemas con ángulos en figuras geométricas
- Distingue las diferentes clases de triángulos y cuadriláteros
- Interpreta problemas sobre cálculo de áreas y perímetros

- Utiliza las relaciones entre lado, perímetro y área del cuadrado y del rectángulo para crear estrategias que ayuden en el cálculo de la medida de lados, perímetros y áreas.

A continuación presentaremos una descripción detallada de la organización matemática relacionada a los cuadriláteros presente en el libro de texto.

## 5.2. Descripción de la organización matemática asociada a los cuadriláteros presente en el libro

En este apartado, describiremos la Praxeología Matemática en torno a los cuadriláteros, utilizando las herramientas que proporciona la TAD, constituida por un determinado tipo de tareas, una o varias técnicas, su tecnología y su teoría correspondiente.

Con el propósito de observar cuales son los tipos de tareas, las tareas correspondientes a cada tipo de tarea, las técnicas, tecnología y teoría propuestas por los autores del libro de texto desarrollamos cada uno de los problemas presentados en la unidad 4.

Para ello se consideramos la siguiente notación:

$T_i$ : Es el tipo de tarea  $i$ .

$t_{i,j}$ : Es la tarea donde  $i$  indica el tipo de tarea y  $j$  indica el número de tarea.

$\tau^k_{i,j}$ : Es la técnica donde  $i$  indica el tipo de tarea;  $j$  indica el número de tarea y  $k$  indica el número de técnica de la tarea  $j$ .

Si en una técnica no se observa el valor de  $k$ , se entiende que sólo hay una técnica para dicha tarea.

Asimismo:

$i \in \{1;2;3;.....9\}$

$j \in \{1;2;3;.....23\}$

$k \in \{1;2,3,4\}$

$\theta$  : es la tecnología que justifica la tarea.

$\Theta$  : es la teoría que justifica la tecnología.

Por otra parte, los tipos de tareas encontrados lo hemos organizado en tres bloques como sigue:

Bloque I: Tipos de tareas y tareas en torno de los elementos de los cuadriláteros

Bloque II: Tipos de tareas y tareas en torno de la clasificación de cuadriláteros

Bloque III: Tipos de tareas y tareas en torno de la medida del área

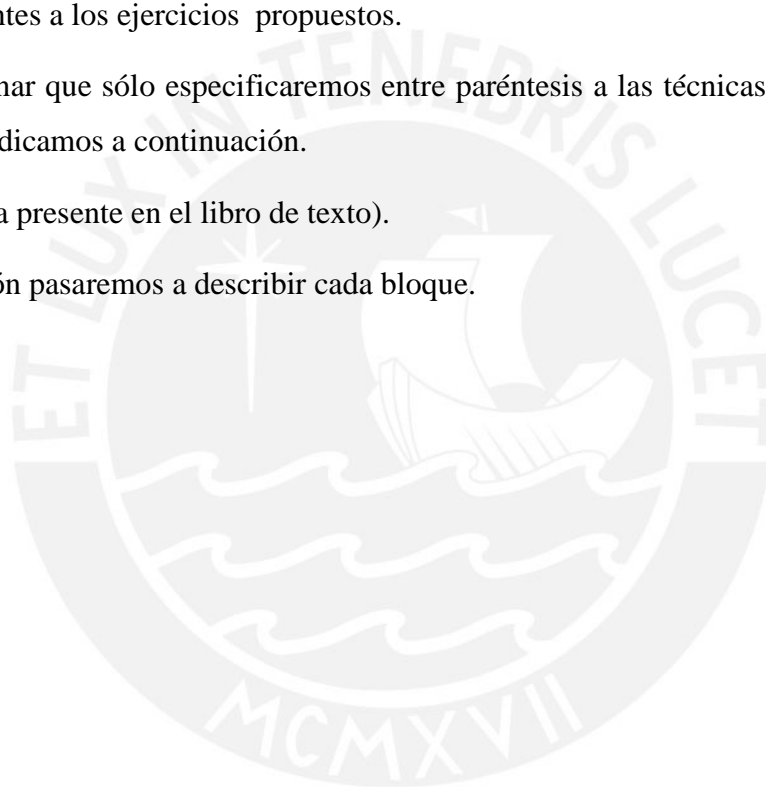
A continuación presentamos los tipos de tareas, tareas, técnicas, tecnología y teoría correspondientes a cada bloque.

Es importante señalar que debido a que el libro de texto presenta muy pocas técnicas, hemos revisado los libros de grados anteriores de la misma editorial para ver las técnicas y tecnologías presentes relativos al objeto matemático y de ésta manera elaborar técnicas correspondientes a los ejercicios propuestos.

Cabe mencionar que sólo especificaremos entre paréntesis a las técnicas propuestas en el libro como indicamos a continuación.

$\tau^k_{i,j}$  (Técnica presente en el libro de texto).

A continuación pasaremos a describir cada bloque.



## Bloque I

En esta sección ubicaremos los ejercicios del libro referidos al reconocimiento de rectas paralelas, perpendiculares, clasificación y medición de ángulos que consideramos como requisitos para la clasificación de los cuadriláteros. Para ello se ha tenido en cuenta que en el libro de texto la clasificación de los cuadriláteros se ha realizado considerando el paralelismo de sus lados la medición de sus ángulos.

La praxeología correspondiente a este bloque comprende tres tipos de tareas, siete tareas, una técnica y seis tecnologías. Las cuales presentamos a continuación:

Tipos de tareas (T)

T<sub>1</sub>: Reconocer rectas paralelas y perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros

T<sub>2</sub>: Identificar ángulos en un cuadrilátero de acuerdo a su medida

T<sub>3</sub>: Medir ángulos de un cuadrilátero

Tareas (t)

t<sub>1,1</sub>: Reconocer rectas paralelas que contienen a los lados de los cuadriláteros.

t<sub>1,2</sub>: Reconocer rectas perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros

t<sub>2,1</sub>: Identificar ángulos agudos en un cuadrilátero

t<sub>2,2</sub>: Identificar ángulos obtusos en un cuadrilátero

t<sub>2,3</sub>: Identificar ángulos rectos en un cuadrilátero

t<sub>3,1</sub>: Estimar la medida de ángulos

t<sub>3,2</sub>: Medir ángulos y comparar sus medidas

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnología ( $\theta$ ), correspondientes a cada tarea del tipo 1

**t<sub>1,1</sub>: Reconocer rectas paralelas que contienen a los lados de los cuadriláteros.**

$\tau^1_{1,1}$ : Utilizando la regla y escuadra

Paso1: Ubicar la regla perpendicular a uno de los lados

Paso2: Ubicar la escuadra formando una L con la regla y el lado

Paso3: Desplazar la escuadra hasta el otro lado.

Paso4: Reconocer los lados paralelos

$\tau^2_{1,1}$ : Prolongando sus lados.

Paso1: Prolongar los lados

Paso2: Observar si los lados se cortan o no se cortan en un punto

Paso3: Concluir si los lados son paralelos.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_2$ : Definición de rectas secantes

**$t_{(1,2)}$ : Reconocer rectas perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros.**

$\tau_{1,2}$

Paso1: Colocar la escuadra en la intersección de dos lados.

Paso2: Observar que se forma una L con los lados seleccionados.

Paso3: Identificar los lados perpendiculares

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_3$ : Definición de rectas perpendiculares

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnología ( $\theta$ ), correspondientes a cada tarea del tipo 2

**$t_{2,1}$ : Identificar ángulos agudos en un cuadrilátero;  $t_{(2,2)}$ : Identificar ángulos obtusos en un cuadrilátero;  $t_{(2,3)}$ : Identificar ángulos rectos en un cuadrilátero**

$\tau^1_{2,1; 2,2; 2,3}$  (técnica presente en el libro de texto)

Paso1: Ubicar la escuadra en uno de los lados del ángulo a medir, de tal manera que el vértice del ángulo de  $90^\circ$  de la escuadra coincida con el vértice del ángulo a medir.

Paso2: Observar el otro lado del ángulo a medir



Paso3: Controla con la mirada, si la medida del ángulo está comprendida entre cero y  $90^\circ$ , es igual a  $90^\circ$  o es mayor que  $90^\circ$ .

Paso4: Identificar el ángulo de acuerdo a su medida.

Paso5: Nombrar el ángulo.

$\tau^2_{2,1}$ ;  $2,2$ ;  $2,3$ (técnica presentada en el libro)

Paso1: Hacer coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo.

Paso2: Hacer coincidir la graduación  $0^\circ$ , con uno de los lados del ángulo.

Paso3: Seguir las graduaciones  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,.....hasta encontrar el otro lado del ángulo

Paso4: Discriminar si es agudo, recto u obtuso.

Paso5: Nombrar el ángulo.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_3$ : Clasificación de ángulos por su medida

$\theta_4$ : Uso de la escuadra, regla, transportador

$\theta_5$ : Postulado de la medida del ángulo.

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y la tecnología ( $\theta$ ), correspondientes a cada tarea del tipo 3

### **$t_{3,1}$ : Estimar la medida de ángulos**

$\tau_{3,1}$

Paso 1: Observar el ángulo a estimar su medida

Paso 2: Comparar el ángulo dado con un ángulo tomado como referencia ( $90^\circ$ ,  $45^\circ$ , etc.)

Paso3: Anotar la medida aproximada del ángulo

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_3$ : Clasificación de ángulos por su medida

### **$t_{(3,2)}$ : Medir ángulos y comparar sus medidas**

$\tau_{3,2}$

Paso1: Hacer coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo.

Paso2: Hacer coincidir la graduación  $0^\circ$ , con uno de los lados del ángulo.

Paso3: Seguir las graduaciones  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots$  hasta encontrar el otro lado del ángulo

Paso4: Anotar la medida de cada ángulo.

Paso5: Observar la relación entre los ángulos dados

Paso6: Anotar sus observaciones.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_5$ : Postulado de la medida del ángulo.

$\theta_6$ : Uso del transportador

Teoría ( $\Theta$ )

Teoría de los cuadriláteros

A continuación mostraremos un cuadro resumen de los problemas resueltos y propuestos en este bloque.

**Tabla 13.** Ejercicios correspondientes a los tipos de tareas y tareas del bloque I

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
$T_1$ : Reconocer rectas paralelas y perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros.	$t_{(1,1)}$ $t_{(1,2)}$	1a - 2a 1b - 2c	
$T_2$ : Identificar ángulos en un cuadrilátero de acuerdo a su medida	$t_{(2,1)}$ $t_{(2,2)}$ $t_{(2,3)}$	1c- 3b 1e - 3 c 1d- 2b-3a	
$T_3$ : Medir ángulos de un cuadrilátero	$t_{(3,1)}$ $t_{(3,2)}$	4a 4b - 5	1
$T = 3$	$t = 7$	Prob. propuestos=14	Prob. resueltos=1

**Fuente:** creación propia

Presentamos también el resumen de las técnicas y tecnologías presentes en este bloque

**Tabla 14.** Organización Matemática del bloque I

Bloques	Tipos de tarea (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnologías ( $\theta$ )
Bloque I	<b>T<sub>1</sub>:</b> Reconocer rectas paralelas y perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros.	$t_{(1,1)}$	$\tau_{1,1}^1; \tau_{1,1}^2$	$\theta_1, \theta_2$
		$t_{(1,2)}$	$\tau_{1,2}$	$\theta_1, \theta_3$
	<b>T<sub>2</sub>:</b> Identificar ángulos en un cuadrilátero de acuerdo a su medida	$t_{(2,1)}$	$\tau_{2,1}^1; 2,2; 2,3$	$\theta_3, \theta_4, \theta_5$
		$t_{(2,2)}$	$\tau_{2,1}^2; 2,2; 2,3$	
		$t_{(2,3)}$		
	<b>T<sub>3</sub>:</b> Medir ángulos de un cuadrilátero	$t_{(3,1)}$	$\tau_{3,1}$	$\theta_3$
$t_{(3,2)}$		$\tau_{3,2}$	$\theta_5, \theta_6$	

**Fuente:** Creación propia

Conclusiones sobre la OM del bloque I: Tipos de tareas y tareas en torno a los elementos de los cuadriláteros.

- Los tipos de tareas correspondientes al bloque I están formados por tareas previas a la clasificación de los cuadriláteros, considerando que en este libro de texto la clasificación se hace en base al paralelismo de sus lados y la medición de sus ángulos.
- El tipo uno de la tarea 1 está formado por dos tareas y consiste en reconocer los lados paralelos y perpendiculares en una figura geométrica, la técnica para el trazado de rectas perpendiculares y paralelas se presenta en el libro de tercer grado como se puede ver en el anexo página 129
- El tipo de tarea 2, está conformado por tres tareas que pueden ser resueltas por una sola técnica, para lo cual se podrá utilizar instrumentos como la escuadra y el transportador, el libro de texto presenta dos técnicas de tal manera que para su solución se podrá elegir la más fácil o económica.
- El tipo de tarea 3, está conformado por dos tareas relacionados con la medición de ángulos donde se puede observar que los pasos de las técnicas se repiten por

ejemplo los pasos 1,2 y 3 de la técnica 2 de la tarea  $t_{(2,1)}$  se repiten en los pasos de la técnica de la tarea  $t_{(3,2)}$ .

- El libro de texto propone dos técnicas para resolver la tarea  $t_{(2,1)}$ .
- Con respecto a las tareas que no evidencian técnicas, hemos elaborado dichas técnicas señalando los pasos para resolver dicha tarea, teniendo en cuenta la tecnología presente en los libros de texto de la misma editorial desde primer a cuarto grado de primaria como se puede ver en el anexo. Al respecto, Chevallard (1999) señala que el primer gran tipo de actividad matemática consiste en resolver problemas a partir de herramientas matemáticas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar.
- La tecnología usada en este bloque se encuentra en el libro de texto o en los libros analizados de años anteriores, por ejemplo la definición de rectas paralelas y perpendiculares se encuentra en el libro de tercer grado página 22 como se puede ver en el anexo.



## Bloque II

En esta sección ubicaremos a los ejercicios del libro de texto referidos a la clasificación de los cuadriláteros, pues como señala Perú (2009), la clasificación es una de las tareas del desarrollo básico para el andamiaje de los aprendizajes escolares y de la vida diaria y que la capacidad de clasificación implica agrupar objetos o acontecimientos de acuerdo a reglas o criterios. En este sentido analizaremos si los ejercicios propuestos en el libro de texto están orientados al desarrollo de esta capacidad.

La praxeología en este bloque presenta dos tipos de tareas, cinco tareas, dos técnicas propuestas en el libro y seis elementos de la tecnología. Las cuales presentamos a continuación:

### Tipos de tareas (T)

T<sub>4</sub>: Identificar cuadriláteros

T<sub>5</sub>: Construir cuadriláteros

### Tareas (t)

t<sub>4,1</sub>: Dada la representación gráfica de un cuadrilátero identifica su nombre

t<sub>4,2</sub>: Dado el nombre del cuadrilátero identifica su representación gráfica

t<sub>4,3</sub>: Reconocer las propiedades de los cuadriláteros

t<sub>4,4</sub>: Identifica cuadriláteros por el nombre de sus vértices

t<sub>5,1</sub>: Construir un cuadrado

A continuación presentamos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes a la tarea de tipo 4

t<sub>4,1</sub>: Dada la representación gráfica de un cuadrilátero identifica su nombre

$\tau_{4,1}$

Paso1: Observar las figuras geométricas

Paso2: Reconocer las propiedades de las figuras

Paso3: Discriminar el nombre del polígono

Paso3: Nombrar el polígono

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

**$t_{4,2}$ : Dado el nombre del cuadrilátero identifica su representación gráfica**

$\tau_{4,2}$

Paso1: Leer el nombre del polígono

Paso2: Observar las figuras geométricas dadas

Paso4: Discriminar la representación correspondiente al nombre

Paso5: Marcar la figura.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

**$t_{4,3}$  Reconocer las propiedades de los cuadriláteros**

$\tau_{4,3}$

Paso1: Observar las figuras geométricas e identifica una de ellas

paso1: Leer la proposición dada de cada ítem

Paso2: Discriminar de las proposiciones dadas las características que corresponden a la figura elegida.

Paso3: Escribir o marcar la proposición correspondiente a la figura elegida.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_3$ : Definición de rectas perpendiculares

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

**t<sub>4,4</sub> Identifica cuadriláteros por el nombre de sus vértices.**

$\tau_{4,4}$

Paso1: Observar la figura geométrica

Paso2: Elegir el primer nombre asignado al cuadrilátero

Paso3: Constata si los vértices del cuadrilátero dado son consecutivos

Paso4: Discrimina cuales de los nombres dados representa al cuadrilátero dado

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_9$ : Definición de cuadrilátero

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

A continuación presentamos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes a la tarea de tipo de tarea 5

**t<sub>5,1</sub> Construir un cuadrado**

$\tau_{5,1}^1$  (Técnica presente en el libro de texto)

Paso1: Trazar un segmento AB

Paso2: Traza las perpendiculares a este segmento

Paso3: Con un compás mide AB. A partir de A marca con el compás el punto D, luego a partir de B marca el punto C

Paso4: Traza el segmento DC

Cabe mencionar que los pasos de la técnica  $\tau_{5,1}^1$  son los que se presentan en el libro de texto y que al momento de ponerlo en práctica faltan condiciones. Motivo por el cual hemos reestructurado dicha técnica como sigue:

$\tau_{5,1}^1$

Paso1: Trazar un segmento AB

Paso2: Trazar las perpendiculares a este segmento por los puntos A y B

Paso3: Haz coincidir la abertura del compás con la longitud del segmento AB y haz girar hacia la izquierda teniendo como punto fijo al punto A y marca con un punto D, el primer punto de corte con la recta perpendicular que pasa por A.

Paso4: Haz coincidir la abertura del compás con la longitud del segmento AB y haz girar hacia la derecha teniendo como punto fijo al punto B y marca con un punto C, el primer punto de corte con la recta perpendicular que pasa por B.

Paso5: Une con un segmento los puntos C y D.

Paso6: Verifica las propiedades del cuadrado.

Paso7: Nombra el polígono.

$\tau_{5,1}^2$  (Técnica presente en el libro de texto)

Paso1: Trazar dos rectas perpendiculares que se corten en O.

Paso2: Tomando como centro el punto O, traza una circunferencia con el compás y marca todos los puntos donde esta circunferencia corta a estas dos rectas y nombra los puntos de corte con las letras A, B, C y D sucesivamente.

Paso3: Une los puntos AB, BC, CD y DA

Paso4: Verifica las propiedades del cuadrado

Paso5: Nombra el polígono.

$\tau_{5,1}^3$

Paso1: Traza dos rectas paralelas

Paso2: Escoge un punto A sobre cualquiera de las dos rectas.

Paso3: Por A traza una recta perpendicular que corte a la otra recta en el punto B.

Paso4: Haz coincidir la abertura del compás con la longitud del segmento AB, gira hacia la izquierda y marca con el punto D, el primer punto de corte con la recta que pasa por A.

Paso5: Por D traza una recta perpendicular que corte a la otra recta en el punto C.

Paso6: Une con segmentos los puntos consecutivos A, B, C y D.

Paso7: Verifica las propiedades del cuadrado



Paso8: Nombra el cuadrilátero.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_3$ : Definición de rectas perpendiculares

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

Teoría ( $\Theta$ ):

$\Theta$ : Teoría de los cuadriláteros

En la tabla 15, mostramos un cuadro resumen de las tareas, la cantidad de ejercicios pertenecientes a cada tarea de éste bloque:

**Tabla 15.** Organización matemática correspondiente al bloque II

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
T <sub>4</sub> : Identificar cuadriláteros	t <sub>(4,1)</sub>	1,2- 6,1	0
	t <sub>(4,2)</sub>	17	0
	t <sub>(4,3)</sub>	6,2- 21	
	t <sub>(4,4)</sub>	18 a	
T <sub>5</sub> : Construir cuadriláteros	t <sub>(5,1)</sub>		2
T = 2	t=5	Prob. Propuestos=6	Prob. Resueltos =1

**Fuente:** creación propia

De la misma forma en la tabla 16 presentamos las técnicas y la tecnología correspondiente a este bloque:

**Tabla 16.** Técnicas y tecnologías correspondientes al bloque II

Bloques	Tipos de tarea (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnologías ( $\theta$ )
Bloque II	T <sub>4</sub> :Identificar cuadriláteros	t <sub>(4,1)</sub> t <sub>(4,2)</sub> t <sub>(4,3)</sub> t <sub>(4,4)</sub>	$\tau_{4,1}$ $\tau_{4,2}$ $\tau_{4,3}$ $\tau_{4,4}$	$\theta_6, \theta_7$ $\theta_6, \theta_7$ $\theta_1, \theta_3, \theta_7, \theta_8$ $\theta_9$

	T <sub>5</sub> : Construir cuadriláteros	t <sub>(5,1)</sub>	$\tau_{5,1}^1$ $\tau_{5,1}^2$ $\tau_{5,1}^3$	$\theta_1, \theta_3, \theta_5, \theta_8$
--	--	--------------------	--	--

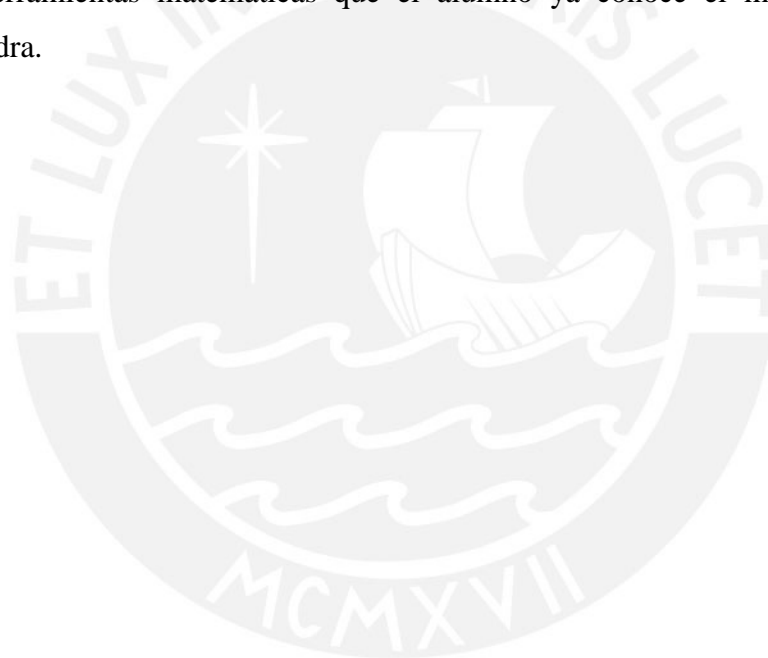
Fuente: creación propia

Conclusiones sobre la OM del bloque II: Tipos de tareas y tareas en torno a los elementos de los cuadriláteros.

- Los tipos de tareas correspondientes al bloque II consideramos que son tareas relacionadas con la clasificación de cuadriláteros y el reconocimiento de sus propiedades. Consideramos importante señalar que al revisar la tecnología presente al respecto pudimos observar que en la página 100 del libro de texto se presenta la clasificación de los cuadriláteros como conjuntos disjuntos, sin embargo en la misma página se muestra un esquema donde se muestra la relación de intersección donde se muestra que el cuadrado es un rectángulo y también rombo. Por otra parte en la página 101 presentan la definición de rectángulo, cuadrado y rombo como conjuntos disjuntos.
- El tipo de tarea 4 está formada por cuatro tareas. La solución de esta tarea dependerá de la tecnología presentada al respecto, por ejemplo el ejercicio 6,1 de la t<sub>4,1</sub>, las figuras correspondientes a la letra A y B son rectángulos de acuerdo a la clasificación jerárquica y de acuerdo a la clasificación parcial solo B sería un rectángulo, lo mismo sucede con el ejercicio 18 perteneciente a la tarea t<sub>4,2</sub>.
- Podemos observar también que las figuras presentadas en el libro representan figuras estereotipadas, por ejemplo el ejercicio 18 de la tarea t<sub>4,2</sub>, se representa al rectángulo con un lado más largo que el otro y con respecto al rombo, la representación gráfica estereotipada se caracteriza por presentar las diagonales paralelas a las líneas horizontal y vertical, respectivamente es decir la figura “parada en una punta”
- Las técnicas de las tareas t<sub>(4,1)</sub>; t<sub>(4,2)</sub>; t<sub>(4,3)</sub> y t<sub>(4,4)</sub> tienen un paso en común, que es “Observa la figura geométrica”, porque los ejercicios propuestos tienen incorporado un dibujo.
- El tipo de tarea 5 está formado por una sola tarea en la cual para su solución se presentan tres técnicas. En esta tarea el alumno debe utilizar instrumentos como regla, escuadra y compas. En el libro de texto se presentan las dos primeras técnicas

para resolver estas tareas, sin embargo a la hora de seguir los pasos indicados en la técnica 1 no resuelve la tarea propuesta por lo cual hemos agregado otros pasos que permitan la solución de la tarea como se puede ver en la página 78-79

- Sólo la tarea  $t_{(5,1)}$ ; presenta una tarea donde es necesario la construcción de una figura geométrica en la cual se requiere la explicación de definiciones y propiedades. Siendo además la única tarea que conecta el bloque I y II por que las construcciones geométricas efectúan la conexión con la clasificación de cuadriláteros.
- Las técnicas para la solución de las tareas se realizan sobre sobre lo que se observa de la figura dada. Consideramos necesario incluir tareas donde construyan cuadriláteros y los clasifiquen porque de esta manera se tendrá necesidad de utilizar las herramientas matemáticas que el alumno ya conoce el manejo de regla y escuadra.



### Bloque III

En esta sección ubicaremos las tareas del libro referidas a la medición del área y perímetro. Encontramos cuatro tipos de tareas, nueve tareas, dos técnicas propuestas en el libro y seis elementos de la tecnología. Las cuales presentamos a continuación:

#### Tipos de tareas (T)

T<sub>6</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia

T<sub>7</sub>: Calcular la medida del perímetro de cuadriláteros dado la longitud de sus lados

T<sub>8</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dado la longitud de sus lados.

T<sub>9</sub>: Relacionar la medida del área y perímetro de cuadriláteros.

#### Tareas (t)

t<sub>6, 1</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de una cuadrícula.

t<sub>6, 2</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de un cuadrado, triángulo rectángulo, un romboide, etc.

t<sub>7, 1</sub>: Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros dado una gráfica

t<sub>7, 2</sub>: Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal

t<sub>7, 3</sub>: Determinar la medida del lado de un cuadrilátero dado el perímetro

t<sub>8, 1</sub>: Determinar la medida del área de cuadriláteros dado una gráfica.

t<sub>8, 2</sub>: Determinar la medida del área de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal.

t<sub>8, 3</sub>: Determinar uno de los lados de un cuadrilátero dado la medida del área.

t<sub>9, 1</sub>: Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dado las longitudes de sus lados o perímetro.

t<sub>9, 2</sub>: Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la medida del área

t<sub>9, 3</sub>: Comparar la medida del área y perímetro de cuadriláteros

A continuación presentamos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea seis

$t_{6,1}$  Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de una cuadrícula.

$\tau_{6,1}^1$ : Si los bordes del cuadrilátero coinciden con los bordes de las cuadrículas

Paso1: Observar la figura geométrica dada

Paso2: Contar la cantidad de cuadrículas contenidas en la figura geométrica dada

Paso3: Anotar la medida del área tomando como unidad la superficie de una cuadrícula.

$\tau_{6,1}^2$ : Si los bordes del cuadrilátero no coinciden con los bordes de la cuadrícula

Paso1: Descomponer la figura dada en dos o más piezas

Paso2: Unir las piezas obtenidas, de tal manera que forme una figura con una cantidad exacta de cuadraditos y que coincidan con los bordes de las cuadrículas

Paso3: Aplicar la técnica 1

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_{10}$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Definición de unidad de medida

$t_{6,2}$ : Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de un cuadrado, triángulo rectángulo, un romboide, etc.

$\tau_{6,2}^1$ : (Técnica presente en el libro de texto para calcular la medida del área del rectángulo)

Paso1: Traza el cuadriculado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1\text{cm}^2$ .

Paso2: Encuentra la medida del área del rectángulo en  $\text{cm}^2$ .

Paso3: indica teniendo como unidad de medida el centímetro.

- La medida l del largo del rectángulo
- La medida a del ancho del rectángulo

Paso4: Calcula el producto  $l \times a$

Qué constatas?

Tecnología:

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

$\tau_{6,2}^2$ : (Técnica presente en el libro de texto para calcular la medida del área del rectángulo)

Paso1: Traza el cuadrículado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1\text{cm}^2$ .

Paso2: Encuentra la medida del área del cuadrado en  $\text{cm}^2$ .

Paso3: indica teniendo como unidad de medida en cm, la medida l del cuadrado

Paso 4: Calcula el producto  $l \times l$

¿Qué constatas?

Tecnología:

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

$\tau_{6,2}^3$ : Si la figura contiene exactamente a la unidad de referencia.

Paso1: Dividir la figura dada en tantas veces la unidad de referencia

Paso2: Contar la cantidad de veces que la unidad de referencia está contenida exactamente en la figura.

Paso3: Escribir el valor de la medida del área expresada en la unidad de superficie dada.

$\tau_{6,3}^4$ : Si la figura no contiene exactamente a la unidad de referencia.

Paso1: Aplicar la técnica 2 de  $t_{6,2}$

Paso2: Establecer la equivalencia entre la unidad de medida dada como referencia y una cuadrícula

Paso3: Realizar la operación de transformación

Paso4: Anotar la medida del área tomando la unidad de referencia dada.

Tecnología:

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

Técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea 7

**$t_{7,1}$ : Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros dado una gráfica.**

$\tau_{7,1}$ :

Paso1: Observar la figura

Paso2: Identificar las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Calcular el perímetro

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

**$\tau_{7,2}$ : Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal**

$\tau_{7,2}$ :

Paso1: Graficar la figura correspondiente

Paso2: Identificar los lados en la figura

Paso3: Calcular el perímetro.

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

$\theta_{13}$ : Graficar cuadriláteros

**$\tau_{7,3}$ : Determinar la medida del lado de un cuadrilátero dado el perímetro**

$\tau_{7,3}$ :

Paso1: Graficar el cuadrilátero

Paso2: Identificar los lados del cuadriláteros

Paso3: distribuir el valor del perímetro en cada lado

Paso4: Anotar la medida del lado

Tecnología:

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

Técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea 8

**$\tau_{8,1}$ : Determinar la medida del área de cuadriláteros dado una gráfica con datos**

$\tau_{8,1}^1$ : Aplicando directamente la fórmula

Paso1: Identificar los datos en la figura

Paso2: Aplicar la fórmula correspondiente

Paso3: Escribir la medida del área

$\tau_{8,1}^2$ : Completando datos

Paso1: Reconocer las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Reconocer la fórmula correspondiente

Paso4: Aplicar la fórmula.

Paso5: Escribir la medida del área

$\tau_{8,1}^3$ : Descomponiendo la figura

Paso1: Reconocer las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Descomponer la figura en dos o más figuras conocidas

Paso5: Reconocer la fórmula correspondiente

Paso6: Calcular la medida del área.

$\tau_{8,1}^4$ : Sumando o restando áreas

Paso1: Reconocer las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Identificar la medida del área a calcular

Paso4: Sumar o restar la medida de las áreas conocidas

Paso 5: Obtener la medida del área que se pide.

Tecnología:

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros



$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

**$\tau_{8,2}$ : Determinar la medida del área de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal**

$\tau_{8,2}$ :

Paso1: Dibuja la figura correspondiente

Paso2: Discrimina la fórmula a utilizar

Paso3: Aplica la fórmula

Paso4: determinar la medida de área de la figura

Tecnología

$\theta_8$ : Propiedades de lo paralelogramos

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

$\tau_{8,3}$ : Determinar uno de los lados de un cuadrilátero dado la medida del área.

Paso1: Graficar el cuadrilátero

Paso2: Identificar el dato en el cuadrilátero

Paso3: Identificar la fórmula

Paso4: Calcular la medida del otro lado

Tecnología:

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_{12}$ : Definición de medida del área

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea 9

**$t_9, 1$ : Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dado sus lados o perímetro**

$\tau_{9,1}^1$ : Técnica: Ensayo y error

Técnica1:

Paso1: Graficar dos o más rectángulos que tengan el mismo perímetro

Paso2: Comparar sus áreas

Paso3: Inferir su respuesta a partir de los ejemplos mostrados

$\tau_{9,1}^2$

Paso1: Dibuja el cuadrilátero, teniendo en cuenta sus lados

Paso2: Calcula el perímetro de la figura y anota su respuesta

Paso3: Calcula el área y anota su respuesta

Paso4: Observa que pasa con la medida del perímetro si el lado se duplica

Paso5: Observa que pasa con la medida del área si el lado se duplica

Paso5: Anota sus observaciones.

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

**$t_9, 2$ : Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la medida del área**

$\tau_{9,2}$

Paso1: Graficar dos rectángulos que tengan la misma medida del área

Paso2: Comparar sus perímetros

Paso3: Inferir su respuesta a partir de los ejemplos mostrados

Tecnología:

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

**$\tau_{9,3}$ : Comparar la medida del área y perímetro de cuadriláteros**

$\tau_{9,3}$

Paso1: Dibuja un rectángulo cuya medida del perímetro es un número natural

Paso2: Dibuja todos los rectángulos que tengan el mismo perímetro igual a N

Paso3: Calcula las Áreas de dichos rectángulos

Paso4: Identifica el rectángulo cuya medida del área es mayor

Paso5: Identifica el rectángulo cuya medida del área es menor

Paso6: Compara la medida del área con la medida del perímetro de cada uno de los cuadriláteros

Paso5: Anota sus conclusiones

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

A continuación mostraremos en la tabla 17 un cuadro resumen de las tareas, la cantidad de ejercicios propuestos y resueltos pertenecientes a cada tarea.

**Tabla 17.** Organización matemática correspondiente al bloque III

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
T <sub>6</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia	t <sub>(6,1)</sub>	8a -22	3a-3b
	t <sub>(6,2)</sub>	8b-13-15	
T <sub>7</sub> : Calcular la medida del perímetro de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(7,1)</sub>	9a-18c	
	t <sub>(7,2)</sub>	23b	
	t <sub>(7,3)</sub>	25	
T <sub>8</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(8,1)</sub>	9b-10-14-18b	
	t <sub>(8,2)</sub>	19-23a	
	t <sub>(8,3)</sub>	26	
T <sub>9</sub> : Relacionar la medida del área y perímetro de cuadriláteros.	t <sub>(9,1)</sub>	11a-12b-12c-16-20-24	
	t <sub>(9,2)</sub>	11b	
	t <sub>(9,3)</sub>	12a	
T =4	t= 11	Prob. Propuestos= 25	Prob. Resueltos=2

Fuente: creación propia

De la misma forma en la tabla 18 presentamos el siguiente cuadro donde se muestran las técnicas y la tecnología correspondiente.

**Tabla 18.** Técnica y tecnología correspondiente al bloque III

Bloques	Tipos de tarea (T)	Tarea (t)	Técnicas (τ)	Tecnologías (θ)
Bloque III	T <sub>6</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia.	t <sub>(6,1)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>6,1</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>6,1</sub> ; τ <sup>3</sup> <sub>6,1</sub> ; τ <sup>4</sup> <sub>6,1</sub>	θ <sub>10</sub> , θ <sub>11</sub>
		t <sub>(6,2)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>6,2</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>6,2</sub>	
	T <sub>7</sub> : Calcular la medida del perímetro de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(7,1)</sub>	τ <sub>7,1</sub>	θ <sub>8</sub> , θ <sub>12</sub> θ <sub>8</sub> , θ <sub>12</sub> , θ <sub>13</sub> θ <sub>6</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>12</sub>
		t <sub>(7,2)</sub>	τ <sub>7,2</sub>	
t <sub>(7,3)</sub>		τ <sub>7,3</sub>		
T <sub>8</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(8,1)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>8,1</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>8,1</sub> ; τ <sup>3</sup> <sub>8,1</sub> τ <sup>4</sup> <sub>8,1</sub>	θ <sub>6</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>10</sub> , θ <sub>14</sub> θ <sub>8</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>14</sub> θ <sub>6</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>9</sub>	
	t <sub>(8,2)</sub>	τ <sub>8,2</sub>		
	t <sub>(8,3)</sub>	τ <sub>8,3</sub>		
T <sub>9</sub> : Relacionar la medida del área y perímetro de cuadriláteros.	t <sub>(9,1)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>9,1</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>9,1</sub>	θ <sub>8</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>14</sub> θ <sub>11</sub> , θ <sub>12</sub> θ <sub>8</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>14</sub>	
	t <sub>(9,2)</sub>	τ <sub>9,2</sub>		
	t <sub>(9,3)</sub>	τ <sub>9,3</sub>		

Fuente: Creación propia

Conclusiones sobre la OM del bloque III: Tipos de tareas y tareas en torno a los elementos de los cuadriláteros.

- Con respecto al cálculo de la medida del área observamos que en el libro de texto se trabaja teniendo en cuenta las cuadrículas y las fórmulas correspondientes a cada figura.
- El tipo de tarea 6 presenta dos tareas. En la tarea  $t_{6,1}$  y  $t_{6,2}$ ; se considera como unidad de medida la superficie de un cuadradito. La tarea consiste en cubrir las figuras dadas con varios ejemplares iguales de la dada como unidad, para luego contar la cantidad de ejemplares que entra en la superficie a medir. El producto de la superficie elegida como unidad de medida, por la cantidad de veces que entra que entra en la superficie a medir es la medida del área de dicha superficie.
- En el libro de texto, se puede observar dos técnicas para calcular la medida del área del rectángulo y cuadrado.
- El tipo de tarea 7 está formado por tres tareas que consiste en hallar la medida del perímetro y del área a partir de un enunciado verbal.
- A partir del paso 3 de la  $\tau_{6,1}^4$  se repiten los pasos de la  $\tau_{6,1}^3$
- El tipo de tarea 8 está formado por tres tareas que consiste en hallar la medida del área a partir de una gráfica. Podemos señalar que la mayoría de ejercicios sobre la medida de área o perímetro presentes en el libro están condicionadas a la gráfica presentada, es decir se muestra una dependencia de ellos.
- Con respecto a las tareas que no evidencian técnicas, hemos elaborado técnicas teniendo en cuenta la tecnología presente en los libros de texto de la misma editorial como se puede ver en el anexo y en los estudios preliminares.
- Solo se presenta una tarea bloque correspondiente al  $T_7$  tarea  $t_{7,1}$  donde debe comparar la medida del área y perímetro de una misma figura geométrica.

En la tabla 19 presentamos un resumen de todos los ejercicios resueltos y propuestos en toda la OM presente en el capítulo 4 del libro de texto.

**Tabla 19.** Resumen de los ejercicios presentados en el libro

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
9	23	23	3

**Fuente:** Creación propia

Después de haber presentado la OM de cada bloque, presentamos a continuación la OM construida teniendo en cuenta los ejercicios propuestos y resueltos presentados en el libro.

**Tabla 20.**Organizacion matemática presente en el libro de texto

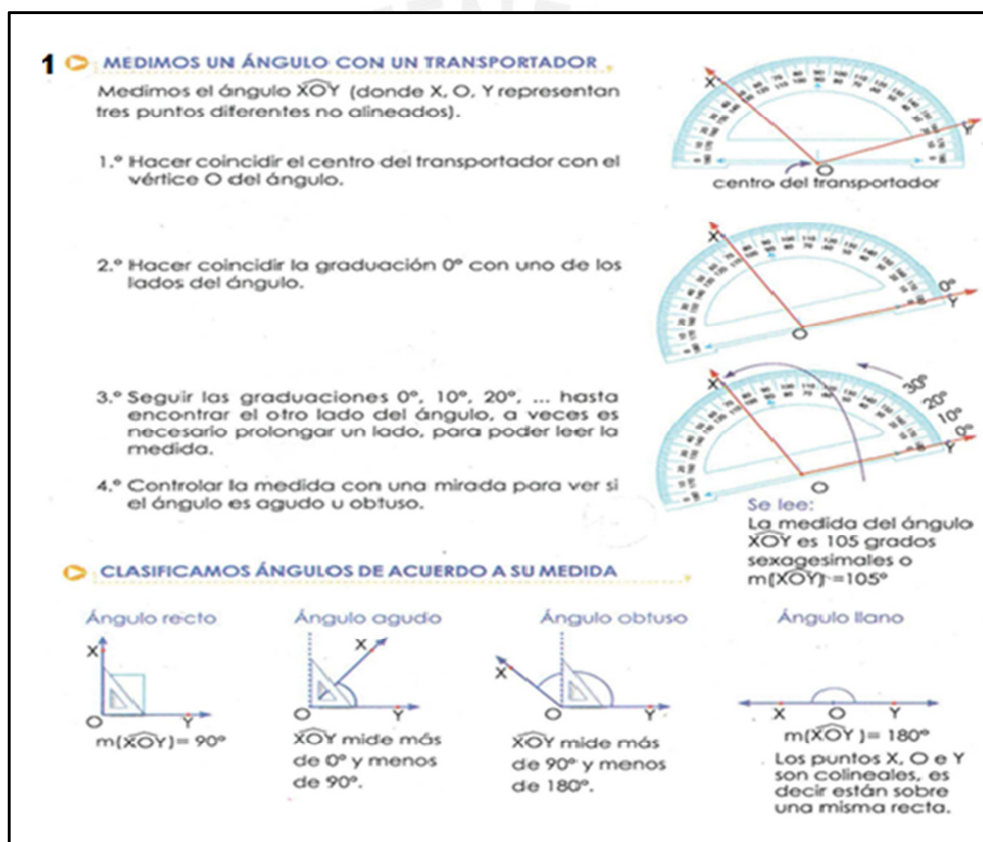
Tipos de tarea (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnología ( $\theta$ )	Teoría ( $\Theta$ )
T <sub>1</sub>	t <sub>(1,1)</sub>	$\tau_{1,1}^1; \tau_{1,1}^2$	$\theta_1, \theta_2$	$\Theta$
	t <sub>(1,2)</sub>	$\tau_{1,2}$	$\theta_1, \theta_3$	
T <sub>2</sub>	t <sub>(2,1)</sub>	$\tau_{2,1}^1; 2,2; 2,3$	$\theta_3, \theta_4, \theta_5$	
	t <sub>(2,2)</sub>	$\tau_{2,1}^2; 2,2; 2,3$		
	t <sub>(2,3)</sub>			
T <sub>3</sub>	t <sub>(3,1)</sub>	$\tau_{3,1}$	$\theta_3$	
	t <sub>(3,2)</sub>	$\tau_{3,2}$	$\theta_5, \theta_6$	
T <sub>4</sub>	t <sub>(4,1)</sub>	$\tau_{4,1}$	$\theta_6, \theta_7$	
	t <sub>(4,2)</sub>	$\tau_{4,2}$	$\theta_6, \theta_7$	
	t <sub>(4,3)</sub>	$\tau_{4,3}$	$\theta_1, \theta_3, \theta_7, \theta_8$	
	t <sub>(4,4)</sub>	$\tau_{4,4}$	$\theta_9$	
T <sub>5</sub>	t <sub>(5,1)</sub>	$\tau_{5,1}^1$ $\tau_{5,1}^2$ $\tau_{5,1}^3$	$\theta_1, \theta_3, \theta_5, \theta_8$	
T <sub>6</sub>	t <sub>(6,1)</sub>	$\tau_{6,1}^1; \tau_{6,1}^2; \tau_{6,1}^3; \tau_{6,1}^4$	$\theta_{10}, \theta_{11}$	
	t <sub>(6,2)</sub>	$\tau_{6,2}^1; \tau_{6,2}^2$		
T <sub>7</sub>	t <sub>(7,1)</sub>	$\tau_{7,1}$	$\theta_8, \theta_{12}$	
	t <sub>(7,2)</sub>	$\tau_{7,2}$	$\theta_8, \theta_{12}, \theta_{13}$	
	t <sub>(7,3)</sub>	$\tau_{7,3}$	$\theta_6, \theta_{11}, \theta_{12}$	
T <sub>8</sub>	t <sub>(8,1)</sub>	$\tau_{8,1}^1; \tau_{8,1}^2; \tau_{8,1}^3; \tau_{8,1}^4$	$\theta_6, \theta_9, \theta_{10}, \theta_{14}$	
	t <sub>(8,2)</sub>	$\tau_{8,2}$	$\theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{14}$	
	t <sub>(8,3)</sub>	$\tau_{8,3}$	$\theta_6, \theta_{11}, \theta_9$	
T <sub>9</sub>	t <sub>(9,1)</sub>	$\tau_{9,1}^1; \tau_{9,1}^2$	$\theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{14}$	
	t <sub>(9,2)</sub>	$\tau_{9,2}$	$\theta_{11}, \theta_{12}$	
	t <sub>(9,3)</sub>	$\tau_{9,3}$	$\theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{14}$	

**Fuente.** Creación propia

**Descripción de los problemas presentados en el capítulo cuatro del libro de texto**

En este sector examinaremos cada uno de los problemas presentados en el capítulo cuatro del libro de texto para luego determinar su ubicación considerando el bloque, el tipo de tarea y tarea a la cual pertenece.

**Problemas resueltos:** A continuación presentamos las figuras correspondientes a los problemas resueltos en el libro de texto.



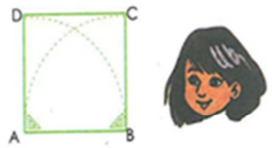
**Figura 27.** Problema resuelto 1  
**Fuente:** Libro de texto Matemática 5 (Minedu 2012, p.94)

El problema señalado en la figura 27, se ubica en el bloque I,  $T_1; t_{3,2}$ , pues consiste en medir ángulos.

Se observa los pasos para medir ángulos utilizando el transportador. Es el único problema resuelto del bloque uno. También podemos observar el uso de la escuadra para determinar si un ángulo es agudo, obtuso o recto.

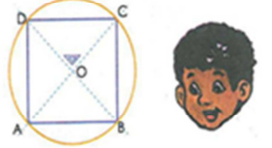
Amelia y Antonio proponen construir cada uno un cuadrado de manera diferente.

**Construcción de Amelia**



1. Traza un segmento AB.
2. Traza las perpendiculares a este segmento.
3. Con un compás mide AB. A partir de A marca con el compás el punto D, luego a partir de B marca el punto C.
4. Traza el segmento DC.

**Construcción de Antonio**



1. Traza 2 rectas perpendiculares que se corten en O como lo indica la figura.
2. Traza una circunferencia de centro O que corte estas rectas en 4 puntos.
3. Nombra A a uno de estos puntos, después B, C y D, los tres en el sentido contrario a las agujas del reloj.
4. Une los puntos en orden A, B, C, D, A.

a) Realiza estas 2 construcciones, ¿Obtienes cuadrados? ¿Por qué afirmas que son cuadrados?

b) ¿Qué propiedades del cuadrado te permiten justificar la construcción de Amelia y de Antonio?

c) Ahora construye un cuadrado de manera diferente a las anteriores.

**Figura 28.** Problema resuelto 2

**Fuente:** Libro de texto de Matemática 5(Minedu 2012,p.101)

En la figura 28, el problema que comprende los ítems a, b y c se ubican en el bloque II, T<sub>5</sub>; t<sub>5,1</sub> pues se refiere a la construcción de una figura geométrica.

Dentro de este tipo de tarea sólo se encuentra éste problema en la que el alumno debe construir un cuadrado usando los elementos de la tecnología descrita en el bloque I, sin embargo con respecto a las técnicas presentadas podemos observar que en los pasos presentados en la “Construcción de Amelia”, son insuficientes y al resolverlos sin mirar la gráfica no responde a la tarea propuesta. Se debe tener en cuenta que la técnica debe permitir realizar la tarea en cuestión en forma “relativamente sistemática y segura”.

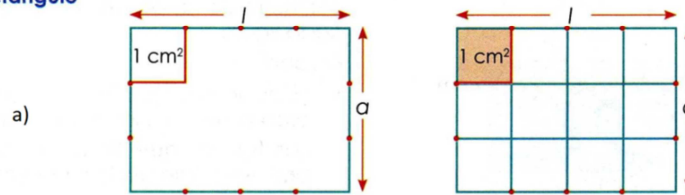
Además la técnica no debe estar supeditada a un solo modelo por ejemplo en este caso la técnica señala que se debe resolver el ejercicio empezando a trazar el segmento inicial en posición horizontal.

En este caso la confrontación se hace a través de la evidencia perceptiva, es decir la figura obtenida en la construcción es correcta si coincide con la imagen prototípica dada.



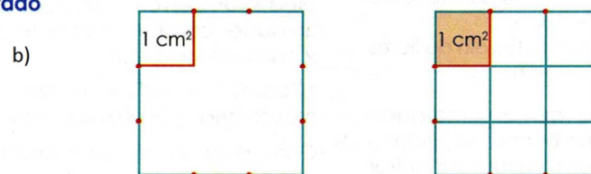
Reproduce en tu cuaderno el rectángulo y el cuadrado que te mostramos a continuación.

● **El rectángulo**



- Traza el cuadrículado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1 \text{ cm}^2$ .
  - Encuentra la medida del área del rectángulo en  $\text{cm}^2$ .
  - Indica, teniendo como unidad de medida el centímetro:
    - La medida  $l$  del largo del rectángulo.
    - La medida  $a$  del ancho del rectángulo.
  - Calcula el producto  $l \times a$ .
- ¿Qué constatas?

● **El cuadrado**



- Traza un cuadrículado en el interior del cuadrado, teniendo como unidad el  $\text{cm}^2$ .
  - Encuentra la medida del área del cuadrado en  $\text{cm}^2$ .
  - Indica, teniendo como unidad de medida en  $\text{cm}$ , la medida del lado  $l$  del cuadrado.
  - Calcula el producto  $l \times l$ .
- ¿Qué constatas?

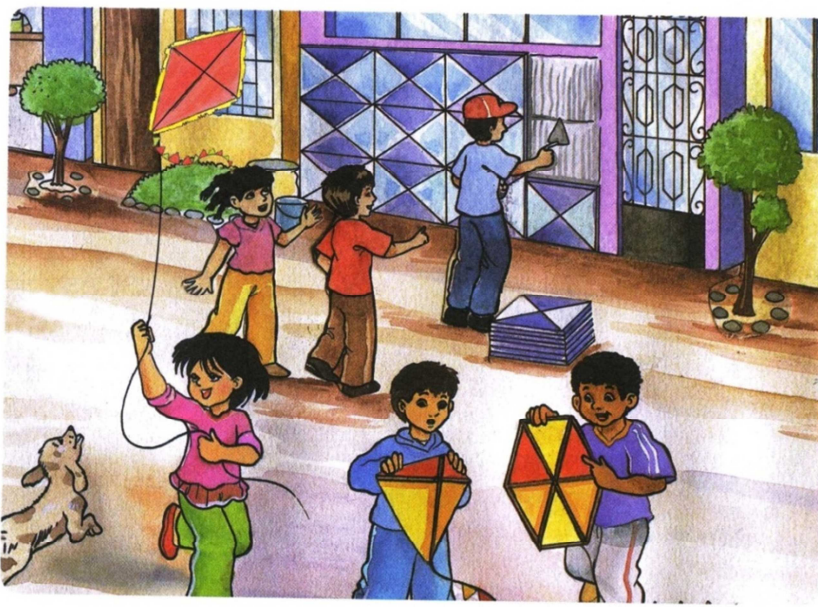
**Figura 29.** Problema resuelto 3

**Fuente:** Libro de texto Matemática 5 (Minedu 2012, p.105)

En la figura 29, los ítems a y b se ubican en el Bloque III, T<sub>6</sub>; t<sub>6,2</sub>, pues consiste en calcular la medida del área de un cuadrilátero dada una unidad de medida como referencia. Las técnicas que se espera emplean para calcular el área del rectángulo y del cuadrado consisten en dividir la figura dada en tantas cuadrículas de un centímetro de lado y luego procederán a medir en  $\text{cm}$  el largo y el ancho y aplicar la fórmula para luego comparar sus resultados. Observamos también que la técnica está condicionada al gráfico y es de corto alcance ya que el alumno tendrá dificultad cuando las longitudes de los lados no sean múltiplos de la unidad de medida.

**Problemas propuestos:** A continuación presentamos las figuras correspondientes a los problemas propuestos en el libro de texto.

1
CONSTRUIAMOS FIGURAS GEOMÉTRICAS



**Dibuja** en tu cuaderno una imagen similar a la que observas. **Encuentra** en tu dibujo líneas y figuras geométricas y luego **realiza** lo que se indica.

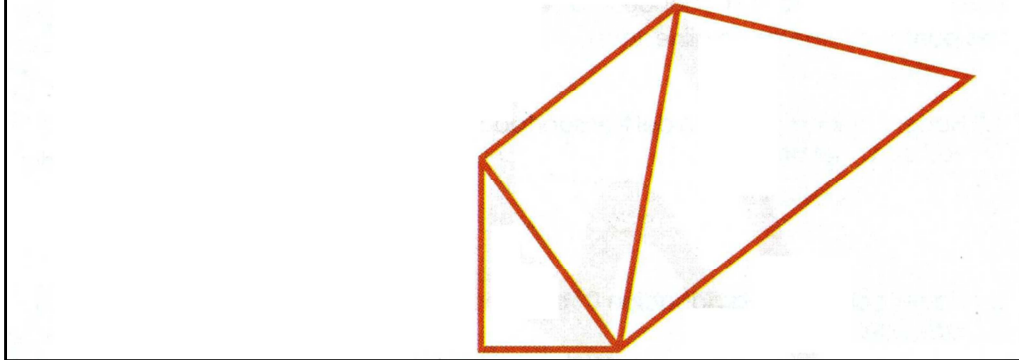
1. **Colorea:**
  - a) De rojo, todas las rectas paralelas que reconozcas.
  - b) De azul, todas las rectas perpendiculares.
  - c) De verde, todos los ángulos agudos.
  - d) De amarillo, los ángulos rectos.
  - e) ¿Puedes encontrar algún objeto con ángulo obtuso?
2. **Identifica y dibuja** los objetos que encuentres en la imagen con la forma de los siguientes polígonos.
 

a) Rectángulo.	d) Trapecio.
b) Rombo.	e) Triángulo.
c) Cuadrado.	f) Hexágono.

**Figura 30.** Problema propuesto 1  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012,p.92)

En la figura 30, el ítem (1a) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{1,1}$  pues consiste en reconocer las rectas paralelas que contienen a los lados de un cuadrilátero, el ítem (1b) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{1,2}$ , consiste en reconocer rectas perpendiculares y los ítems 1 c, d, e se ubican en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{2,1}; t_{2,2}; t_{2,3}$  consisten en identificar ángulos, agudos, obtusos y rectos y el ítem 1.2 se pertenece al bloque al bloque II,  $T_4$ ;  $t_{4,1}$  pues consiste en identificar el nombre de un cuadrilátero dada su representación gráfica.

**Reproduce** las siguientes figuras en tu cuaderno. Luego **colorea** de un mismo color las rectas paralelas y de otro color los ángulos rectos y las rectas perpendiculares.



**Figura 31.** Problema propuesto 2

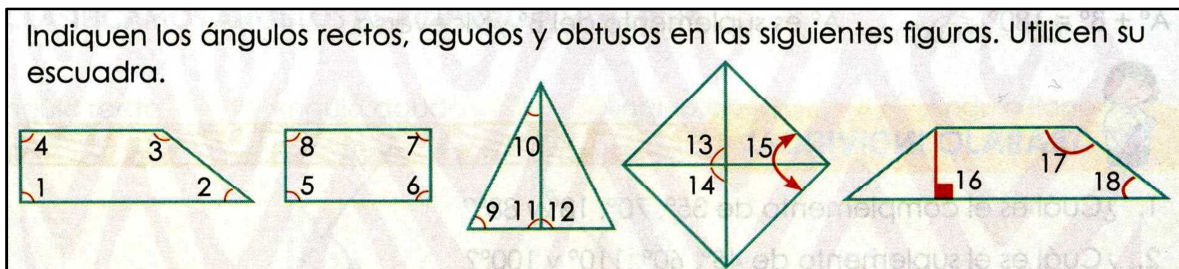
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p. 93)

En la figura 31, hemos dividido la pregunta en tres ítems

- a) Colorea de un mismo color las rectas paralelas
- b) Colorea de otro color los ángulos rectos
- c) Colorea las rectas perpendiculares.

El ítem (a) se ubica en el bloque I,  $T_1; t_{1,1}$  pues consiste en reconocer rectas paralelas, el ítem (c) se ubica en el bloque I,  $T_1; t_{1,2}$  porque consiste en reconocer rectas perpendiculares y el ítem (b) se ubica en el bloque I,  $T_1; t_{2,3}$  pues consiste en identificar ángulos rectos.

Podemos observar dependencia del ostensivo gráfico pues no exige el uso de regla y escuadra. Consideramos que se deberían plantear ejercicios donde se exija el uso de instrumentos que más adelante le servirá para construir figuras geométricas.



**Figura 32.** Problema propuesto 3

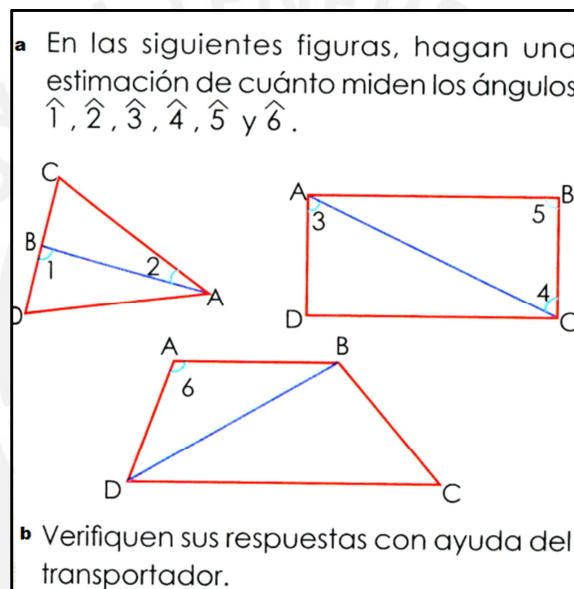
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.96)

En la figura 32, para ubicar el problema hemos dividido la pregunta en tres ítems:

- Indiquen los ángulos rectos
- Indiquen los ángulos agudos
- Indiquen los ángulos obtusos

En este problema los ítems a, b y c se ubican respectivamente en el bloque I,  $T_2$ ;  $t_{2,1}$ ;  $t_{2,2}$  y  $t_{2,3}$  pues consiste en identificar ángulos agudos, obtusos y rectos.

En este problema podemos ver que las representaciones geométricas son figuras estereotipadas o prototipos. Por ejemplo el rombo siempre con una de las diagonales paralela a la base y las demás figuras con la base sobre la horizontal.



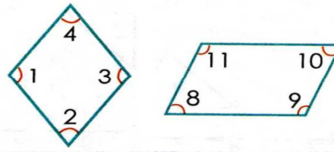
**Figura 33.** Problema propuesto 4

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

En la figura 33, el ítem (a) se ubica en el al bloque I,  $T_3$ ;  $t_{3,1}$ ; que consiste en estimar la medida de un ángulo y el ítem (b), se ubica en el bloque I,  $T_3$ ;  $t_{3,2}$  pues consiste en medir ángulos.

En este problema se puede observar que hace referencia a la fiabilidad de la técnica, ya que en un primer momento puede contestar la pregunta a simple vista pero luego al utilizar el transportador se dará cuenta que la técnica donde se usa un instrumento de medición es más fiable.

Midan con su transportador los siguientes ángulos en las figuras dadas.



- Indiquen los ángulos que tienen igual medida en cada figura.
- Sumen las medidas de los ángulos 1 y 4, 8 y 11. ¿Qué clase de ángulos son? ¿Por qué?
- ¿Qué relación tienen los ángulos  $\hat{1}$  y  $\hat{3}$ ;  $\hat{2}$  y  $\hat{4}$ ;  $\hat{8}$  y  $\hat{10}$ ;  $\hat{9}$  y  $\hat{11}$ ?  
¿Qué conclusiones obtienen?

**Figura 34.** Problema propuesto 5

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

Los ítems correspondiente a la figura 34 se ubican en el bloque I, T<sub>3</sub>; t<sub>3,2</sub>. Pues consiste en medir ángulos y comparar sus medidas.

Podemos observar la representación estereotipada con respecto al rombo y romboide como lo señalamos en los antecedentes. El ítem (b) está relacionado con el cuestionamiento tecnológico y el ítem (d) se le pide analizar los resultados obtenidos y emitir una apreciación sobre los resultados obtenidos.

• **Observa** los polígonos que se han dibujado en el geoplano.

1. En tu cuaderno, **copia** un tablero como el siguiente y **escribe** el nombre de cada polígono dibujado en el geoplano.

Polígono de 3 lados	Polígono de 4 lados	Polígono de 5 lados	Polígono de 6 lados	Polígono de 7 lados
E				

2. **Reproduce** el siguiente tablero y **marca** con una X debajo de cada polígono según convenga.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Sus lados tienen la misma longitud.														
Tienen al menos un ángulo recto.														
Tienen al menos dos lados paralelos.														
Sus ángulos son agudos y obtusos.														

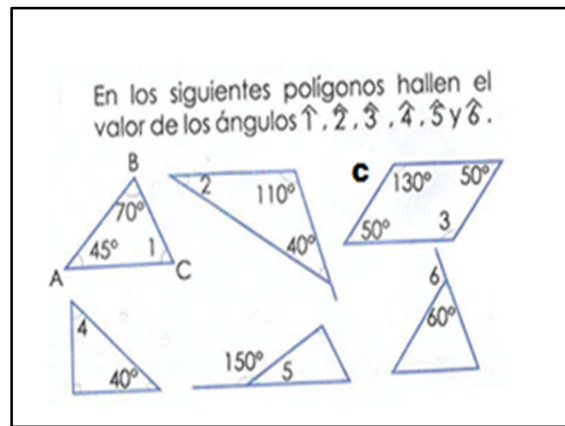
**Figura 35.** Problema propuesto 6  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.98)

En la figura 35, el ítem (1) se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,1</sub> porque consiste en identificar el nombre de un cuadrilátero dada su representación gráfica y el ítem (2) se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,3</sub> porque en este caso el alumno debe reconocer las propiedades de los cuadriláteros.

En este problema podemos ver nuevamente la presencia de figuras estereotipadas o de prototipos para la representación de las figuras geométricas.

Con respecto al ítem 2 podemos ver que el ejercicio consiste en reconocer las propiedades de los cuadriláteros también a partir de la figura.

Consideramos que los ejercicios deberían orientarse a construir las figuras a partir de enunciados verbales.







**Figura 36.** Problema propuesto 7  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.103)

En la figura 36, hacemos referencia a la gráfica correspondiente al ítem (c) por tratarse de un cuadrilátero, el cual se ubica en el bloque II, T<sub>3</sub>; t<sub>3,2</sub>. Pues consiste en hallar la medida del ángulo.

Podemos calcular las áreas de figuras geométricas de diferentes maneras, veremos algunas de ellas.

1.º Toma como unidad un cuadradito de un papel cuadrículado.  
 ¿Cuál es el área de esta figura?  
 ¿Encontraste que el área de esta figura es igual a 29 cuadraditos?

2.º Considera un triángulo como unidad de medida U de la superficie de un polígono: 1U =   
 ¿Cuánto mide la superficie de cada uno de los siguientes polígonos?

a)       b)       

**Importante**  
 La medida de la superficie de un polígono es su área. El área es un número.

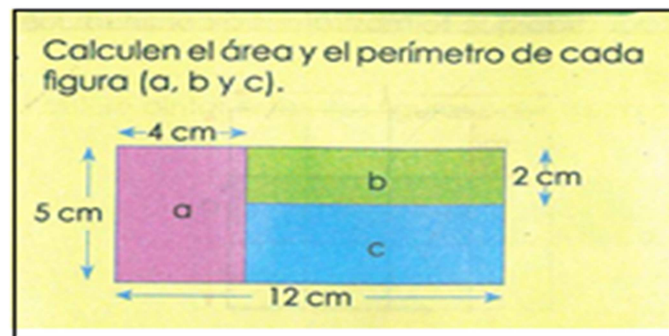
• Comprueba que el área del rectángulo representado es 24 U, el área del segundo polígono es 20 U, y el área del triángulo es 18 U.

**Figura 37.** Problema propuesto 8  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.96)

En la figura 37, el ítem (a) se ubica en el bloque II, T<sub>6</sub>; t<sub>6,1</sub> pues consiste en hallar la medida del área dada como unidad de referencia la superficie de una cuadrícula y el ítem b

pertenece al bloque II, T<sub>6</sub>; t<sub>6,2</sub> porque para hallar la medida del área se toma otra unidad como referencia.

Podemos observar que estos problemas consisten en calcular la medida del área a partir de una unidad de medida como referencia; sin embargo en el triángulo rectángulo dado como unidad de referencia sólo se considera el borde,  $\triangle$  es decir el perímetro, sin considerar su superficie, lo cual como señala Freudhental podría confundir al alumno respecto al concepto de área y perímetro al considerarlo como definiciones equivalentes.



**Figura 38.** Problema propuesto 9  
Fuente: Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 38, Para ubicar este problema hemos dividido la pregunta en dos ítems:

- a) Calcular el perímetro de cada figura (a, b, c)
- b) Calcular el área de cada figura(a, b, c)

El ítem (a), se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,1</sub> que consiste en determinar el perímetro y el ítem (b) pertenece al bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub> que consiste en determinar la medida del área.

Este problema o consideramos pertinente por que piden determinar la medida del perímetro y área de una misma figura la cual permitirá a los alumnos darse cuenta que para una misma figura la medida del área y perímetro no siempre coinciden.



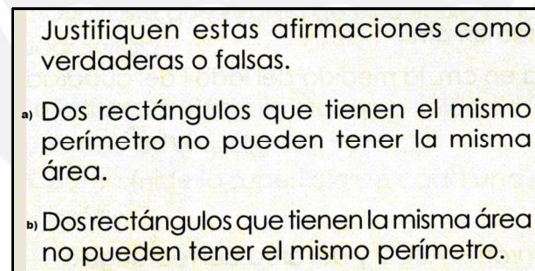


**Figura 39.** Problema propuesto 10

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 39, el problema se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub> por que consiste en calcular la medida del área dado una gráfica.

Consideramos que en este problema, el estudiante debe decidir ante una situación extra matemática que se le presenta, qué datos debe utilizar y cuáles son las incógnitas más pertinentes; por lo tanto podemos considerarla como un ejemplo de tarea abierta.




**Figura 40.** Problema propuesto 11

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 40, el ítem (a), se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,1</sub> pues consiste en comparar la medida del área dado su perímetro y el ítem (b) pertenece al bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,2</sub> pues consiste en comparar la medida del perímetro dado la medida del área.

Estos ejercicios son ejemplos de tareas abiertas ya que los datos no están prefijados y su solución dependerá de los valores que le asigne el alumno.

a) Pedro piensa que con una cuerda de 24 cm atada en sus extremos puede construir diferentes rectángulos de igual perímetro y área. ¿Será posible?



b) En un geoplano, dibujen un rectángulo de 8 cuadritos de largo y 4 cuadritos de ancho. El perímetro será 24 unidades y el área  $32 U^2$ . Con el mismo perímetro de 24 unidades construyan otros rectángulos y calculen sus áreas.

¿Cuál es la superficie del rectángulo de mayor área? ¿Cuál es el de menor área?

Completen el siguiente cuadro en su cuaderno.

Largo	Ancho	Área
1	11	
2	10	
3	9	
4	8	
5	7	
6	6	
7	5	
8	4	
9	3	
10	2	
11	1	

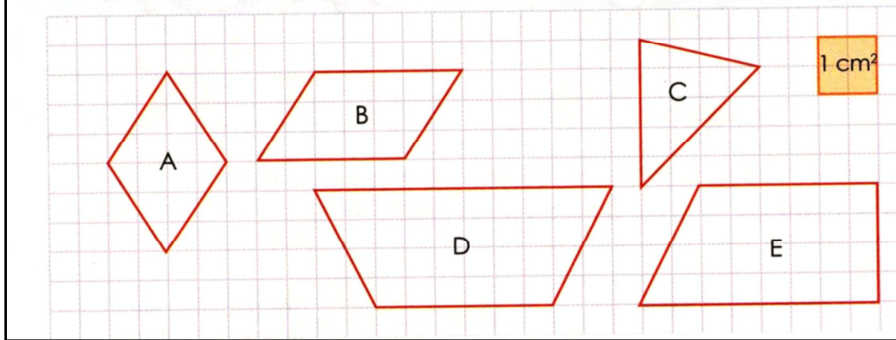
c) ¿Qué pueden decir de la secuencia que forman las áreas? ¿Por qué?

**Figura 41.** Problema propuesto 12

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 41, el ítem (a) se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,3</sub> pues se debe comparar la medida del área y perímetro de un cuadrilátero el ítem (b) y (c) pertenecen a la tarea t<sub>9,1</sub>. En este ejercicio podemos observar que respecto al ítem (b) la respuesta dependerá de qué tipo de clasificación halla interiorizado el alumno. Considerando las definiciones y las características sobre los cuadriláteros presentados en el libro podemos distinguir que en este ejercicio se deben considerar estos aspectos. Por ejemplo la medida de la mayor área del rectángulo sería  $35u^2$ , si considera la clasificación exclusiva donde un rectángulo no es cuadrado o la respuesta podría ser  $36u^2$ , si se considera la clasificación jerárquica donde un cuadrado es también un rectángulo.

2. **Calcula** el área, en  $\text{cm}^2$ , de las figuras A, B, C, D y E.



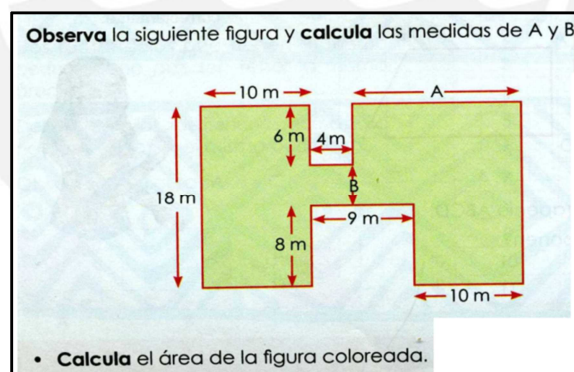
**Figura 42.** Problema propuesto 13

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.108)

En la figura 42, el problema se ubica en el bloque III, T<sub>6</sub>; t<sub>6,2</sub> porque consiste en calcular la medida del área dada una unidad de medida.

En este problema se observa la representación de los cuadriláteros en posición estándar de los cuadriláteros con excepción del trapecio.

La técnica que el alumno podría utilizar para resolver este ejercicio podría ser componer o descomponer figuras como se puede observar en los estudios preliminares y también en los libros de grados anteriores señalados en el anexo.

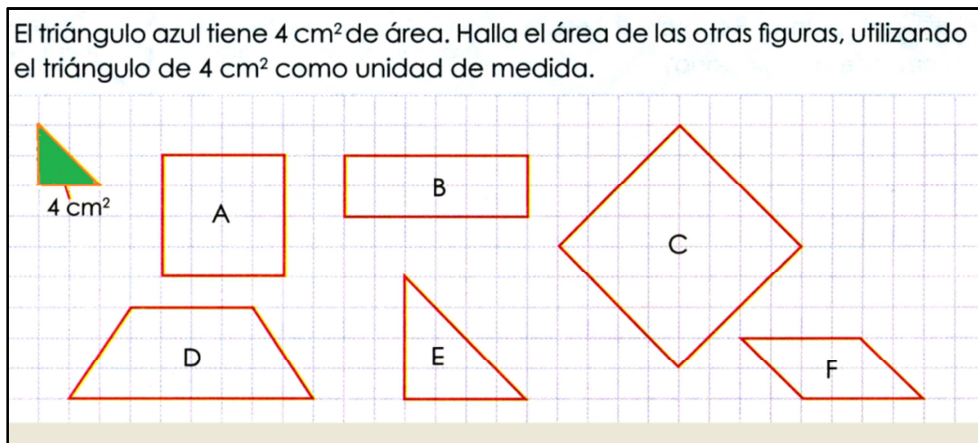


**Figura 43.** Problema propuesto 14

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.108)

El problema presentado en la figura 43, se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub>, pues consiste en hallar la medida del área dada una gráfica.

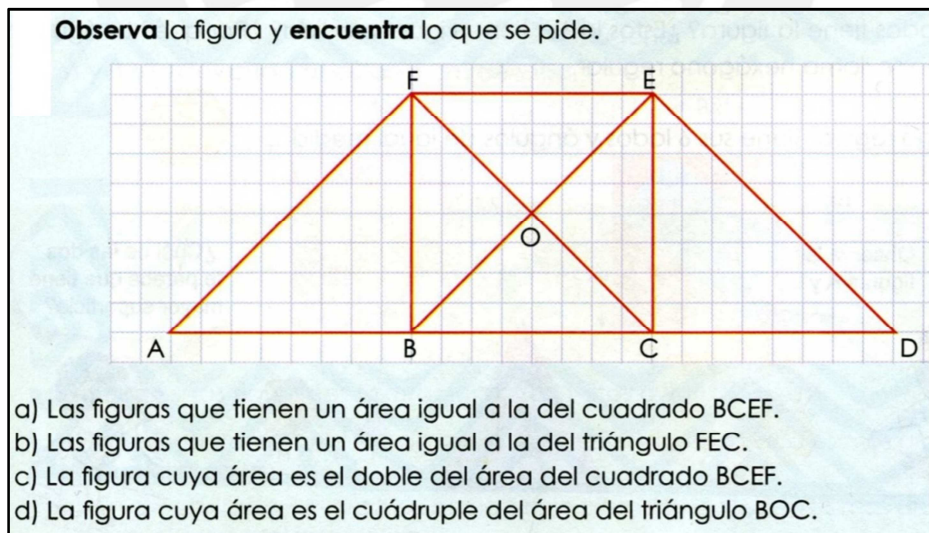
Para determinar la medida del área una de las técnicas propuestas es descomponer la figura y aunque ésta técnica no se presenta en el libro de quinto grado lo hemos podido ubicar en el libro de cuarto grado como se muestra en el anexo.



**Figura 44.** Problema propuesto 15  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.109)

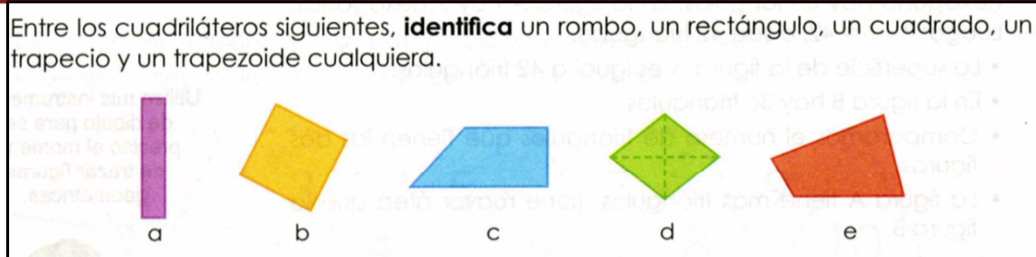
El problema presentado en la figura 44, se ubica en el bloque III,  $T_6$ ;  $t_{6,2}$ , pues consiste en calcular la medida del área dada una unidad de medida, que en este caso es un triángulo rectángulo.

En este problema observamos nuevamente la presencia de figuras estereotipadas o en posición estándar para representar las figuras geométricas. También podemos señalar que la unidad de referencia para calcular la medida del área falta sombrearla.



**Figura 45.** Problema propuesto 16  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.109)

El problema presentado en la figura 45, se ubica en el bloque III,  $T_9$ ;  $t_{9,1}$ . Pues consiste en comparar la medida de las áreas de cuadriláteros.

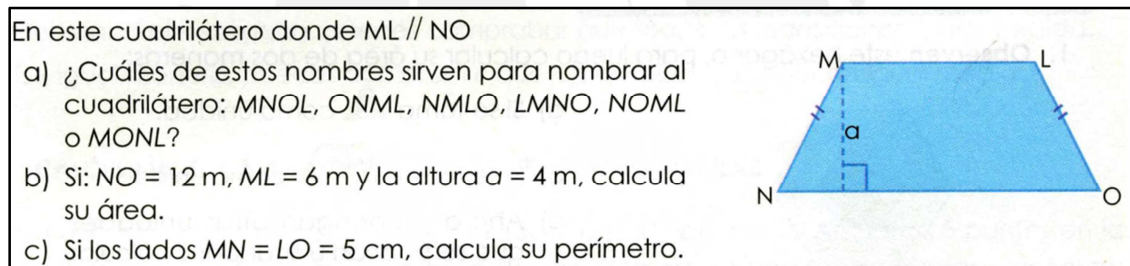


**Figura 46.** Problema propuesto 17  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.112)

El problema presentado en la figura 46, se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,2</sub>, pues consiste en identificar la representación gráfica de un cuadrilátero dado su nombre.

En este problema podemos observar un ejemplo de la representación ostensiva de los cuadriláteros porque tienen como soporte la representación gráfica. También podemos observar la presencia de figuras en posición estándar o prototipos.

En el problema, se indica que solo hay una figura geométrica para cada caso; sin embargo, de acuerdo con la definición dada en la figura 24, existirían dos rectángulos y dos rombos.



**Figura 47.** Problema propuesto 18  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.112)

En el problema presentado en la figura 47, en el ítem (a), se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,4</sub> por que consiste en identificar un cuadrilátero por el nombre de sus vértices.

Podemos observar otra forma de representar un cuadrilátero que es nombrándolo por sus vértices. Este es un ejemplo de representación ostensiva basada en símbolos para representar un cuadrilátero.

El ítem (b), se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub> porque consiste determinar la medida del área dada una gráfica con datos y el ítem (c) se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,1</sub> pues consiste en determinar el perímetro de un cuadrilátero a partir de una gráfica.

También se puede observar que se utiliza como soporte el ostensivo gráfico. Este problema permitirá al alumno afianzar que la medida el área y perímetro en la mayoría de figuras no son iguales.

Traza un rombo cuyas diagonales midan 10 cm y 6 cm (recuerda que las diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio).  
Ahora halla el área del rombo.

**Figura 48.** Problema propuesto 19  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.112)

El problema presentado en la figura 48, se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,2</sub>, pues consiste en determinar la medida del área a partir de un enunciado verbal.  
Este problema, es un ejemplo donde se pide calcular la medida del área a partir de un enunciado verbal sin embargo no exige el trazado del rombo ya que el alumno podría calcular la medida del área aplicando la fórmula dada en el libro.  
También podemos observar la representación ostensiva verbal.

Dibuja cuadrados de 1, 2, 3, 4, 5 y 6 cm de lado y construye una tabla con sus perímetros y áreas.

Lado	Perímetro	Área
1 cm	4 cm	1 cm <sup>2</sup>
2 cm		
3 cm		
4 cm		
5 cm		
6 cm		

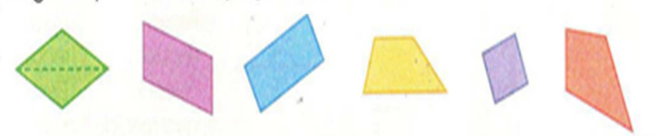
- ¿Cuál es la mayor área? ¿Cuál la menor?
- Si el lado se duplica, ¿qué pasa con el perímetro?
- Si el lado se duplica, ¿qué pasa con el área?

**Figura 49.** Problema propuesto 20  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

El problema presentado en la figura 49, se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,1</sub>; pues consiste en comparar la medida del área de cuadriláteros.  
En este problema el alumno podrá darse cuenta que la medida del área y del perímetro de una misma figura no son iguales excepto cuando la medida del lado es 4cm, así como

también podrán darse cuenta que si la medida del lado de duplica o triplica, la medida del área y perímetro no varían en la misma proporción

Copia las proposiciones a, b, c, d, e, f y g. Al costado de cada una, escribe los nombres de las figuras que tienen esa propiedad.



rombo      romboide      rectángulo      trapecio      cuadrado      trapezoide

a) Los lados no son paralelos.      e) Solo tiene un par de lados opuestos paralelos.  
 b) Los cuatro lados tienen la misma longitud.      f) Los cuatro ángulos son rectos y los cuatro lados iguales.  
 c) Tiene dos pares de lados opuestos paralelos.      g) Los lados opuestos son iguales y tienen cuatro ángulos rectos.  
 d) Los cuatro ángulos son rectos.

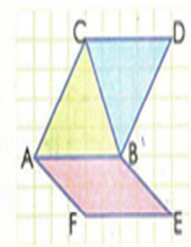
**Figura 50.** Problema propuesto 21  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

El problema presentado en la figura 50 se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,3</sub>; pues consiste en reconocer las propiedades de los cuadriláteros.

Este problema consiste en reconocer las propiedades de la figura geométrica a partir de una gráfica. En este caso las figuras geométricas no se presentan en posición estándar a excepción del rombo donde se observa la diagonal con líneas punteadas, sin embargo la mayoría de tareas presentes en el libro, se sustentan en figuras geométricas en posición estándar.

La unidad de área es un cuadradito de tu cuaderno. Úsala para calcular las siguientes áreas:

- Área del triángulo ABC y área del triángulo CBD.
- Área del paralelogramo ABEF.
- Área del rombo ABDC.



**Figura 51.** Problema propuesto 22  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

El problema presentado en la figura 51, se ubica en el bloque III, T<sub>6</sub>; t<sub>6,1</sub>. Pues consiste en hallar la medida del área dada como unidad de referencia una cuadrícula. En esta pregunta podemos observar que la representación del rombo no está en posición estándar.

- a) Calcula el área de un cuadrado de 21 cm de lado y luego el área de un rectángulo de 24 cm de largo y 18 cm de ancho.  
b) Calcula el perímetro del cuadrado y del rectángulo.

**Figura 52.** Problema propuesto 23

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

En el problema presentado en la figura 52 el ítem (b) se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,2</sub> pues consiste en determinar el perímetro de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal y el ítem(a) se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,2</sub> pues consiste en determinar la medida del área a partir de un enunciado verbal. Este problema representa al ostensivo verbal pues no se apoya en una representación gráfica.

Encuentra todos los rectángulos cuyas medidas del largo y ancho sean números naturales en cm y cuyo perímetro mida 10 cm. ¿Cuál de los rectángulos tiene el área más grande?

**Figura 53.** Problema propuesto 24

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

El problema presentado en la figura 53 se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,1</sub>; pues consiste en comparar la medida del área de cuadriláteros dado su lado o perímetro. Este problema es un ejemplo de modelización matemática y está dentro del tipo de tarea abierta por que para su solución utilizaran conocimientos sobre propiedades como paralelismo, perpendicularidad, perímetro, superficie que permitirán tomar decisiones para su solución.

El perímetro de un cuadrado es igual a 36 m. ¿Cuál es la medida de su lado?

**Figura 54.** Problema propuesto 25

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.115)

El problema presentado en la figura 54 se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,3</sub> pues consiste en determinar el lado de un cuadrilátero dado su perímetro. Es un ejemplo del uso del ostensivo verbal para representar figuras geométricas



El área de un rectángulo es de  $160 \text{ m}^2$ . Si el largo mide  $20 \text{ m}$ ,  
¿cuánto mide su ancho?

**Figura 55.** Problema propuesto 26  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.115)

El problema presentado en la figura 55, se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,3</sub> pues consiste en determinar la medida del lado de un cuadrilátero dado la medida del área. Es un ejemplo de representación ostensivo verbal.

Después de haber realizado una descripción de cada uno de los problemas presentados en el capítulo cuatro del libro de texto del quinto grado de primaria pasaremos a realizar el análisis utilizando los indicadores de completitud de las organizaciones matemáticas locales propuestos por Fonseca (2004).

Cabe mencionar que al analizar los problemas presentes han aparecido otros aspectos que nos permitirán hacer una valoración de esta unidad como son las representaciones de los cuadriláteros en posición estándar, la clasificación de los cuadriláteros y la presentación de los problemas para determinar el área.

### **5.3. Valoración de la OM del texto a partir de los indicadores de completitud de una praxeología local.**

A continuación presentamos la valoración de la OM encontrada en el texto, relativos al objeto matemático cuadriláteros, presente en el capítulo cuatro del libro de texto del quinto grado de educación primaria.

Cabe señalar que para la valoración se usarán los indicadores de completitud de Fonseca. Por otro lado para dicha valoración tendremos en cuenta las técnicas presentes en el libro de texto.

#### **OML1: En el texto se encuentran evidencias de que los tipos de tareas se integran y se encuentran tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.**


Con respecto a la integración del tipo de tareas, podemos verificar que algunos tipos de tareas correspondientes a cada bloque están relacionadas entre sí mediante el desarrollo de sus técnicas. Por ejemplo, los tipos de tareas  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  están referidas a reconocer objetos que ayudarán a reconocer propiedades que cumplen los cuadriláteros, tales como rectas paralelas, perpendiculares y medición de ángulos. Los tipos de tareas  $T_4$ ,  $T_5$  y las tareas correspondientes a estos tipos, están relacionadas en cuanto se refieren a identificar y construir cuadriláteros. Los tipos de tareas  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ , y  $T_9$ , y las tareas correspondientes a estos tipos están relacionados entre sí en tanto se refieren al cálculo de la medida del área y perímetro.

Con respecto al cuestionamiento tecnológico encontramos en la OM algunos problemas donde se hace referencia a la justificación, fiabilidad y economía, así como comparación.


A continuación presentamos los problemas encontrados en el libro de texto relativos a la justificación.

Amelia y Antonio proponen construir cada uno un cuadrado de manera diferente.

Construcción de Amelia



Construcción de Antonio

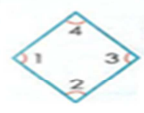



a) Realiza estas 2 construcciones. ¿Obtienes cuadrados? ¿Por qué afirmas que son cuadrados?  
 b) ¿Qué propiedades del cuadrado te permiten justificar la construcción de Amelia y de Antonio?  
 c) Ahora construye un cuadrado de manera diferente a los anteriores.

**Figura 56.** Ejemplo1 de OML1 – problema resuelto 2  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.101)

Como se puede observar en el problema presentado en la figura 56 se pide justificar haciendo referencia a la tecnología presente en el libro de texto. Otro ejemplo donde se muestra la presencia de este indicador es la figura 57 correspondiente al problema propuesto 5.

Midan con su transportador los siguientes ángulos en las figuras dadas.

b) Sumen las medidas de los ángulos 1 y 4, 8 y 11. ¿Qué clase de ángulos son? ¿Por qué?

**Figura 57.** Ejemplo2 de OML1 – problema propuesto 5  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

En los problemas presentados en la figura 58, el estudiante, no sólo debe encontrar la solución del problema, sino también justificar los procesos.

El siguiente jardín tiene forma rectangular, 26 metros de perímetro y está compuesto de dos partes:

Un rectángulo central sembrado completamente de flores.  
Un camino que bordea el jardín de flores y tiene un metro de ancho.

¿Cuál es el área, en metros cuadrados, de este camino que bordea el jardín? Expliquen cómo hicieron para encontrar dicha área.

Justifiquen estas afirmaciones como verdaderas o falsas.

a) Dos rectángulos que tienen el mismo perímetro no pueden tener la misma área.

b) Dos rectángulos que tienen la misma área no pueden tener el mismo perímetro.

**Figura 58.** Ejemplo3 de OML1 - problemas propuestos 10 y 11  
**Fuente:** Libro Matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

Con respecto a la comparación y economía de las técnicas podemos identificar el siguiente problema que se ubica en la tarea  $t_{(6,1)}$

Reproduce en tu cuaderno el rectángulo y el cuadrado que te mostramos a continuación.

● **El rectángulo**

a)

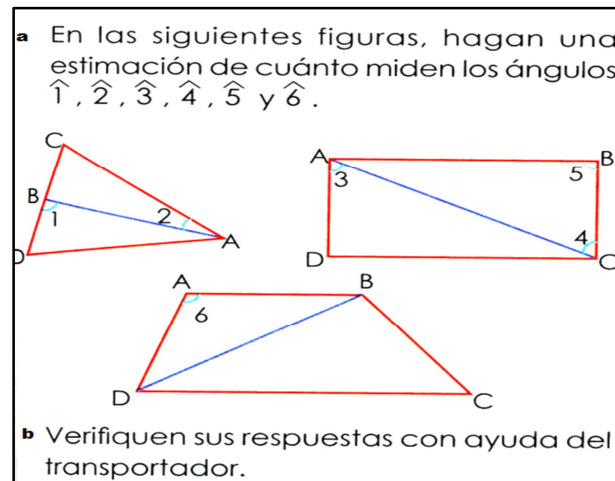
- Traza el cuadrículado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1 \text{ cm}^2$ .
- Encuentra la medida del área del rectángulo en  $\text{cm}^2$ .
- Indica, teniendo como unidad de medida el centímetro:
  - La medida  $l$  del largo del rectángulo.
  - La medida  $a$  del ancho del rectángulo.
- Calcula el producto  $l \times a$ .

¿Qué constatas?

**Figura 59.** Ejemplo4 de OML1- problema resuelto 3  
**Fuente:** Libro Matemática 5(Minedu 2012, p.106)

En este problema se presentan dos técnicas para hallar la medida del área del rectángulo: Una mediante el trazado de cuadrículas y otro aplicando la fórmula. Aquí el alumno podrá comparar las técnicas y decidir cuál de ellas es la más económica.

Con respecto a la fiabilidad de la técnica podemos citar el problema propuesto 4.



**Figura 60.** Ejemplo5 de OML1 – problema propuesto 4  
**Fuente:** Libro Matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

Este ejercicio permitirá comprobar que los resultados obtenidos con el uso de un instrumento de medición, resultan más fiables que los valores obtenidos por estimación.

Con respecto al alcance y fiabilidad de las técnicas podemos identificar que la técnica  $\tau_{5,1}^1$ ; es de corto alcance pues los pasos realizados se han elaborado en función de la gráfica y no es fiable ya que al resolver la tarea siguiendo los pasos dados, no se llega a resolver la tarea indicada. Lo mismo sucede con las técnicas  $\tau_{6,1}$  y  $\tau_{6,2}$  que sólo es aplicable para calcular la medida del rectángulo y cuadrado.

Debemos tener en cuenta que Chevallard (2009) señala que para que una técnica pueda ser utilizada de manera normalizada, debe aparecer como algo a la vez correcto y comprensible.

### **OML2: Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.**

Respecto a la existencia de dos o más técnicas asociadas al objeto matemático cuadriláteros, hemos encontrado que el libro de texto se presenta dos técnicas por cada bloque.

**Tabla 17.** Diferentes técnicas para una tarea

Bloque	tarea	técnica
Bloque I	$t_{2,1}; t_{2,2}; t_{2,3}$	$t_{2,1}^1; 2,2; 2,3$ $t_{2,1}^2; 2,2; 2,3$
Bloque II	$t_{5,1}$	$t_{5,1}^1$ $t_{5,1}^2$
Bloque III	$t_{6,2}$	$t_{6,2}^1$ $t_{6,2}^2$

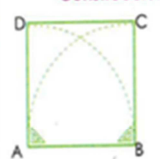
**Fuente.** Creación propia

Como podemos observar en la tabla anterior solamente cinco tareas de las 23 tareas presentadas presentan dos técnicas para la solución de la tarea.

Mostramos como ejemplo la tarea  $t_{5,1}$ , donde se presentan dos técnicas para construir un cuadrado.

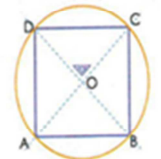
Amelia y Antonio proponen construir cada uno un cuadrado de manera diferente.

**Construcción de Amelia**



1. Traza un segmento AB.
2. Traza las perpendiculares a este segmento.
3. Con un compás mide AB. A partir de A marca con el compás el punto D, luego a partir de B marca el punto C.
4. Traza el segmento DC.

**Construcción de Antonio**



1. Traza 2 rectas perpendiculares que se corten en O como lo indica la figura.
2. Traza una circunferencia de centro O que corte estas rectas en 4 puntos.
3. Nombra A a uno de estos puntos, después B, C y D, los tres en el sentido contrario a las agujas del reloj.
4. Une los puntos en orden A, B, C, D, A.

a) Realiza estas 2 construcciones, ¿Obtienes cuadrados? ¿Por qué afirmas que son cuadrados?

b) ¿Qué propiedades del cuadrado te permiten justificar la construcción de Amelia y de Antonio?

c) Ahora construye un cuadrado de manera diferente a las anteriores.

**Figura 61.** Ejemplo de OML2  
**Fuente:** Libro de Matemática 5(2012, p. 101)

**OML3: Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar la técnica.**

En el texto encontramos tres tipos de representaciones de los cuadriláteros. A continuación mostramos los problemas donde se evidencian las representaciones.

**Tabla 21** Tipos de ostensivos encontrados en el texto


Tipos de ostensivos	Problemas resueltos	Problemas propuestos	Total
Gráfica	2, 3	1-10, 13-18, 21, 22	15
Verbal	0	11, 12, 19, 20, 23-26	8
Simbólica	0	18	1

**Fuente:** Creación propia

Resaltamos que en nuestro trabajo solo hemos considerado las representaciones de cuadriláteros, podemos observar en la tabla anterior que se evidencia la forma de representar el objeto matemático cuadrilátero en su mayoría es a partir del ostensivo gráfico y solo un problema de los 26 usa la representación simbólica. Por otra parte, observamos que la mayoría de problemas presentes en el texto, se apoyan en figuras de posición estándar, presentamos un ejemplo de ostensivo gráfico donde los cuadriláteros no están en posición estándar.

Presentamos un ejemplo:

Copia las proposiciones a, b, c, d, e, f y g. Al costado de cada una, escribe los nombres de las figuras que tienen esa propiedad.



rombo      romboide      rectángulo      trapecio      cuadrado      trapezoide

a) Los lados no son paralelos.      e) Solo tiene un par de lados opuestos paralelos.  
 b) Los cuatro lados tienen la misma longitud.      f) Los cuatro ángulos son rectos y los cuatro lados iguales.  
 c) Tiene dos pares de lados opuestos paralelos.      g) Los lados opuestos son iguales y tienen cuatro ángulos rectos.  
 d) Los cuatro ángulos son rectos.

**Figura 61.**Ejemplo de OML3- problema propuesto 22

**Fuente:** Libro de Matemática 5 (2012, p. 114)

**OML4: Existencia de tareas y técnicas inversas.**

Podemos observar la presencia de tareas inversas, es decir, aquellas donde se intercambian los datos y las incógnitas del problema.



A continuación presentamos en la tabla 18 ejemplos de tareas inversas.

**Tabla 18.** Existencia de tareas inversas

Tarea directa	Tarea inversa
<p><math>t_{4,1}</math>: Dada la representación gráfica de un cuadrilátero, identifica su nombre.</p> <p><math>t_{9,1}</math>: Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dado sus lados o perímetro</p>	<p><math>t_{4,2}</math>: Dado el nombre del cuadrilátero, identifica su representación gráfica.</p> <p><math>t_{9,2}</math>: Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la medida del área</p>

**Fuente.** Creación propia

A continuación mostraremos un ejemplo de este indicador:

Tarea directa $t_{4,1}$	Tarea inversa $t_{4,2}$
 <p>Dibuja en tu cuaderno una imagen similar a la que observas. Encuentra en tu d líneas y figuras geométricas y luego realiza lo que se indica.</p> <p>Identifica y dibuja los objetos que encuentres en la imagen con la forma de siguientes polígonos.</p> <p>a) Rectángulo.                      d) Trapecio.                  b) Rombo.                              e) Triángulo.                  c) Cuadrado.                          f) Hexágono.</p>	<p>Entre los cuadriláteros siguientes, <b>identifica</b> un rombo, un rectángulo, un cuadrado, un trapecio y un trapecoide cualquiera.</p>  <p>a                      b                      c                      d                      e</p>

**Figura 62.** Ejemplo de OML4 – problema propuesto 1 y 17  
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.99-112)

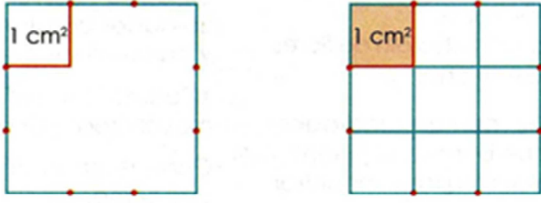
**OML5: Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.**

En el libro de texto sólo se presenta un problema donde el alumno debe interpretar el real funcionamiento de la técnica y el resultado de su aplicación.



● **El cuadrado**

b)



a) Traza un cuadrículado en el interior del cuadrado, teniendo como unidad el  $\text{cm}^2$ .

b) Encuentra la medida del área del cuadrado en  $\text{cm}^2$ .

c) Indica, teniendo como unidad de medida en  $\text{cm}$ , la medida del lado  $l$  del cuadrado.

d) Calcula el producto  $l \times l$ .

¿Qué constatas?

**Figura 63.** Ejemplo de OML5 – problema resuelto 3  
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.105)

Este ejemplo permitirá constatar los resultados obtenidos con respecto a la medida del área, primero completando la figura con cuadrículas de  $1 \text{ cm}^2$  y luego midiendo la longitud del área y aplicar la fórmula:  $l \times l$ .

Sin embargo podemos constatar que es la única tarea donde se constata el resultado de aplicar la técnica.

**OML6: Existencia de tareas matemáticas abiertas.**

Consideramos en este aspecto primero, aquellos problemas en la que los datos y las incógnitas no están prefijados completamente y segundo, aquellas tareas asociadas a situaciones matemáticas o extramatemáticas relacionadas al objeto matemático cuadriláteros.

A continuación presentamos la tabla 24, donde se indican las tareas donde los datos no están prefijados.

**Tabla 22.** Tareas abiertas 1

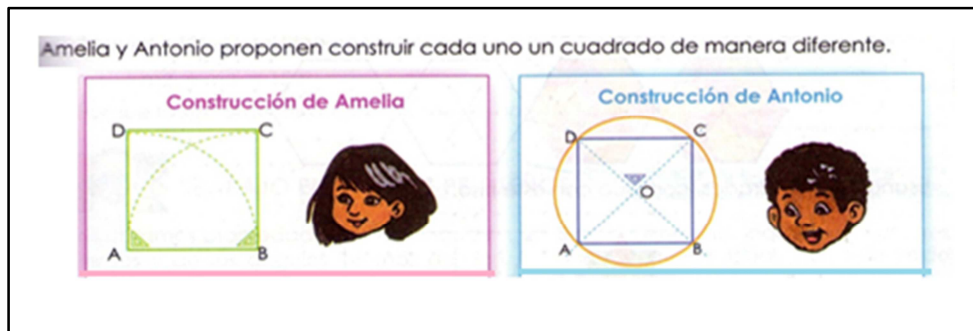
tareas	total
$t_{5, 1}; t_{9, 1}; t_{9, 2}$	3

**Fuente:** Creacion propia

Podemos observar en la tabla existen tres tareas correspondiente a este indicador en donde los datos y las incógnitas no están prefijados completamente y las respuestas dependerán del conocimiento que tiene el estudiante al respecto y de las variables que le asigne.

A continuación presentamos los ejercicios correspondientes a este aspecto:

t<sub>5,1</sub>: Construir un cuadrado



**Figura 64.** Ejemplo1 de OML6  
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.101)

-Construye un cuadrado de manera diferente a las anteriores.

En este caso, el alumno podrá utilizar cualquier medida para la construcción del cuadrado.

t<sub>9,1</sub>: Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dados sus lados o perímetro

- Justifique esta afirmación como verdadera o falsa: Dos rectángulos que tienen el mismo perímetro no pueden tener la misma área.

t<sub>9,2</sub>: Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la misma área

- Justifique estas afirmaciones como verdaderas o falsas: Dos rectángulos que tienen la misma área no pueden tener el mismo perímetro

Con respecto al segundo aspecto de las tareas abiertas, relativos a los problemas de modelización presentamos las siguientes tareas relativas a este indicador.

**Tabla 23.** Tareas abiertas2

tareas	total
t <sub>8,1</sub> ; t <sub>9,1</sub>	2

**Fuente:** Creación propia

A continuación presentamos los problemas correspondientes a este aspecto:

t<sub>8,1</sub>: Determinar la medida del área de un cuadrilátero dado una gráfica con datos

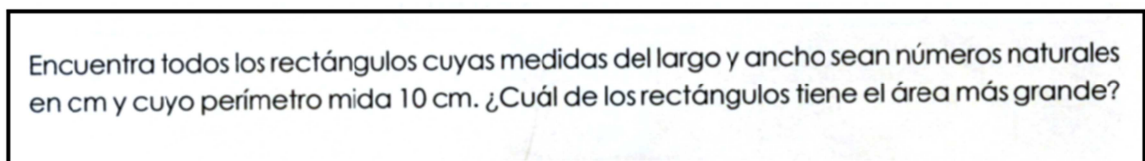


**Figura 65.**Ejemplo2 de OML6

**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.106)

Este problema es una tarea relativa a la modelización matemática asociada a una situación extramatemática por que representa una situación relacionado con la vida cotidiana.

$t_{9,1}$ : Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dados sus lados o perímetro



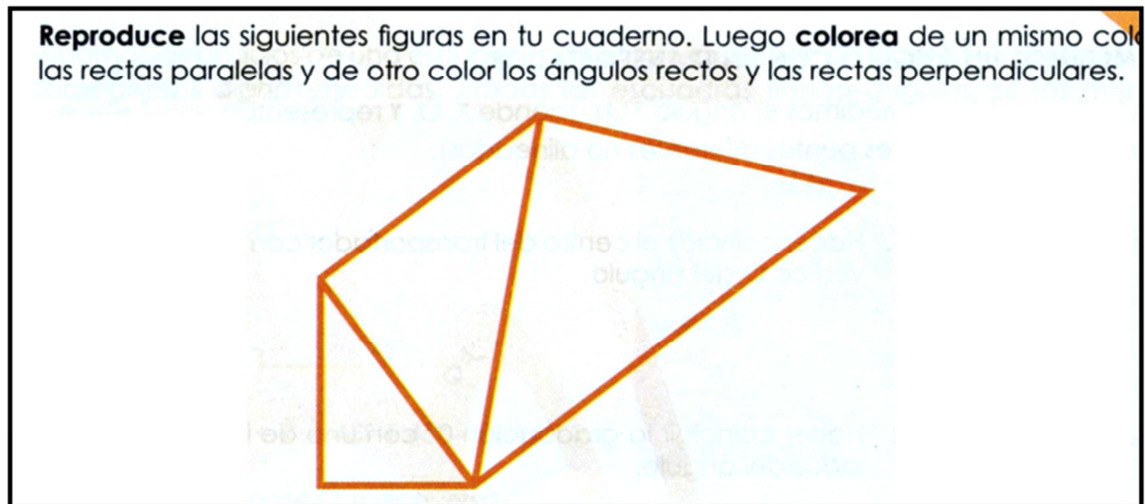
**Figura 66.**Ejemplo3 de OML6

**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.114)

Este problema representa una tarea relativa a la modelización matemática asociada a una situación matemática.

### OML7: Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la practica

Podemos observar que la praxis aparece desconectada del logos, es decir que para resolver algunas tareas no se requiere de la tecnología expresada en el libro de texto. Por ejemplo en las tareas del bloque I,  $t_{(1,1)}$ ,  $t_{(1,2)}$  se observa esto.



**Figura 67.** Ejemplo de OML7

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.93)

Observamos que, a pesar de que en el texto se señala la técnica para trazar rectas paralelas y perpendiculares utilizando materiales como la regla y escuadra, el alumno podría resolver la tarea solo observando la figura y relacionándola con sus conocimientos anteriores, constatando además que los elementos tecnológicos para la construcción de rectas paralelas y perpendiculares no tienen incidencia sobre la práctica.

Chevallard (1999), señala “la necesidad de integrar la tecnología y el trabajo técnico”, es decir en una organización matemática debe existir una interrelación muy estrecha entre las técnicas utilizadas y la tecnología para presentarla como algo comprensible.

En el texto analizado podemos observar por ejemplo que hay problemas donde no se evidencia interrelación entre tecnología y la técnica.

## 5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS

A partir del análisis realizado de cada uno de los indicadores de completitud de una OML identificada, procederemos a valorar los siete indicadores mencionados.

1. Con respecto a la integración del tipo de tareas, podemos verificar que algunos tipos de tareas correspondientes a cada bloque están relacionadas entre sí mediante el desarrollo de sus técnicas. Por ejemplo, los tipos de tareas  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  están referidas a reconocer objetos que ayudarán a reconocer propiedades que cumplen los cuadriláteros; tales como rectas paralelas, perpendiculares y medición de ángulos. Los tipos de tareas  $T_4$ ,  $T_5$  y las tareas correspondientes a estos tipos, están relacionadas en cuanto se refieren a identificar y construir cuadriláteros y los tipos de tareas  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ , y  $T_9$ , y las tareas correspondientes a estos tipos están relacionadas entre sí en tanto se refieren al cálculo de la medida del área y perímetro. Así también, encontramos 5 ejemplos de problemas relativos al cuestionamiento tecnológico, donde se debe justificar la técnica, comparar el alcance de la técnica y determinar la fiabilidad de la técnica.
2. De las 23 tareas presentadas, solo cinco de ellas presentan dos técnicas para la solución de la tarea.
3. Con respecto a los ostensivos presentes en el libro de texto, se presenta tres formas de representar a los cuadriláteros, gráfica, verbal y simbólica.
4. Con respecto a la existencia de tareas y técnicas inversas, encontramos dos tareas que hacen referencia a la existencia de tareas inversas.
5. En el libro de texto sólo se presenta un problema donde el alumno debe interpretar el real funcionamiento de la técnica y el resultado de su aplicación.
6. Con respecto a la existencia de tareas abiertas, el texto presenta tres tareas relativas a este indicador.
7. El texto no presenta tareas con la descripción de este indicador.

Podemos observar que la organización matemática en torno a los cuadriláteros, no puede considerarse como una praxeología local completa, pues cumple parcialmente o no cumple con todos los indicadores. Finalmente podemos concluir que es una praxeología local relativamente completa.

## CONCLUSIONES

En esta investigación nos propusimos describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.

Al término de nuestra investigación podemos concluir que sustentar nuestro trabajo en la Teoría Antropológica de lo Didáctico ha sido pertinente pues esta teoría brinda, en primer lugar, las herramientas para describir y analizar la organización matemática relativas al estudio de los cuadriláteros presente en el libro de texto. En segundo lugar, los indicadores de completitud de una organización matemática local propuesto por Fonseca (2004), permitieron valorar la OM que presenta dicho texto.

Con respecto a la metodología, esta ha sido de tipo cualitativa y bibliográfica, la cual ha resultado pertinente para nuestro trabajo porque el procedimiento metodológico nos permitió alcanzar los objetivos propuestos.

Con relación al primer objetivo específico: *Identificar la organización matemática relacionada al tema de cuadriláteros presentados en el libro de texto de quinto grado*, logramos identificar por 9 tipos de tareas, 23 tareas, 6 técnicas, 14 elementos tecnológicos que integra los diferentes tipos de tareas y una teoría.

Con relación al segundo objetivo específico: *Describir la organización matemática relacionadas a los cuadriláteros que se presenta en el libro de texto del quinto grado de primaria desde la postura de la TAD*, podemos concluir que la praxeología dominante en el libro de texto analizado es la del “saber hacer”, siendo muy poca la incidencia del “saber” sobre la actividad matemática que se realiza. Acerca de las técnicas empleadas se evidenció que en el libro de texto sólo se identificó cinco técnicas, además existen pocas preguntas dirigidas al cuestionamiento tecnológico de dichas técnicas, justificación, alcance y validez. Las tareas correspondientes a cada bloque se presentan en forma aislada ya que no se observan actividades que enlacen los elementos tecnológicos presentes.

Con relación al tercer objetivo específico: *Valorar la OM del texto, teniendo en cuenta los indicadores de completitud de Fonseca*, Podemos concluir que la OM presente en el capítulo cuatro del libro de texto es una praxeología matemática local relativamente completa.

Podemos decir entonces que se cumplió con el objetivo general de nuestra investigación *Describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.* Y por lo tanto conseguimos responder la pregunta de investigación: *¿Cuál es la organización matemática que presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria con relación a los cuadriláteros?*

Finalmente esperamos que esta investigación propicie una reflexión sobre la importancia de analizar los libros de texto por constituir un material importante en el proceso de enseñanza aprendizaje.

#### SUGERENCIAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

1. Describir otras OM asociadas a la clasificación de los cuadriláteros y a la medida del área en otros libros de texto de educación primaria y compararlos con la OM encontrada en esta investigación.
2. Elaborar una OM de referencia asociada a los cuadriláteros para el quinto grado de educación primaria y en base a ello analizar la OM presentes en otros libros de texto.
3. Analizar una organización didáctica de cuadriláteros para el quinto grado de educación primaria tomando que toma como referencia la OM presente en el texto analizado.

## REFERENCIAS

- Allen, F., Douglas, E., Richmond, D., Rickart, Ch., Swain, H. y Walker, R. (1965);  
Matemática Para la Escuela Secundaria Geometría (Parte 2) Comentario; USA.
- Aguilar De Iglesias, I. (2013). *La geometría de los cuadriláteros en los libros de texto de educación primaria. Paradigma, 34(2)*,
- Benavides, J., Marín, A., Díaz, O. y Soto, A. (1982). *Escuela Nueva 6°*. Tercera edición.  
Lima: Escuela Nueva.
- Benavides, J., Marín, A., Díaz, O. y Soto, A. (1993). *Escuela Nueva 5°*. Primera edición.  
Lima: Escuela Nueva.
- Benavides, J., Marín, A., Díaz, O. y Soto, A. (1996). *Escuela Nueva 6°*. Segunda edición.  
Lima: Escuela Nueva.
- Bosch, M. (1994). La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad. (Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona).  
Recuperado de: <http://www.atd-tad.org/documentos/la-dimension-ostensiva-en-la-actividad-matematica-el-caso-de-la-proporcionalidad/>
- Cabo, B. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. En *Revista de investigación y experiencias didácticas*.
- Capdevilla, R., Chávez, B. y Muñoz, J. (1990). *Saber 5°*. Lima: Bruño.
- Carrillo, M. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionadas a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria*. (Tesis de Maestría en enseñanza de la matemática). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú. Recuperado de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/1547>.
- Chevallard, I., Bosh, M y Gascón, I. (1997). *El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Horsori.
- Chevallard, I. (1991). *La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Edición Argentina.



- Chevallard, I. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), (221-266). Recuperado de: <http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF>
- Chevallard, I. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente. En *onferencia impartida en las xvi jornadas del seminario interuniversitario de investigación en didáctica de las matemáticas*, (1-10). Recuperado de: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC\\_2001\\_-\\_Osca.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Osca.pdf)
- Claro, D. Bothelo, F. y Sánchez V. (2013). Organización praxeológica de saberes escolares: Una comparación de la educación de Clapeyron en los libros de física y química. En *Investigaciones en enseñanza de las ciencias*. 18 (3), (601-620). Recuperado de: [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID345/v18\\_n3\\_a2013.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID345/v18_n3_a2013.pdf)
- Corberán, R. (1996). Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes de primaria a la universidad. (Tesis doctoral, Universidad de Valencia). Recuperado de: <http://www.uv.es/apregeom/archivos2/Corberan96.pdf>
- Da Silva E. y Muzkart E. (2005). Metodología Da Pesquisa y elaboración de disertación Recuperado de: [https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia\\_de\\_pesquisa\\_e\\_elaboracao\\_de\\_teses\\_e\\_dissertacoes\\_4ed.pdf](https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf)
- Dalcín, M. (2006). La definición y la clasificación de los cuadriláteros en los libros de texto de ayer y hoy. En *Acta latinoamericana de matemática educativa*, 19(1), (472 – 477). Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5531/1/DalcinLadefinicionAlme2006.pdf>
- De Villiers, M. (2012). Rol y función de una clasificación jerárquica de cuadriláteros. From *Perspectives en Educación*. Recuperado de: <http://www.geometriadinamica.cl/postimg/clascuadv2.pdf>.
- Fernández E. y Díaz F. (2012). Definición y clasificación de cuadriláteros convexos: Contradicciones en las producciones escritas de estudiantes y docentes. En *Actas III de enseñanza e investigación educativa en el campo de las ciencias exactas naturales*, (284-297). Recuperado de: <http://jornadasceyn.fahce.unlp.edu.ar/actas/Fernandez%20y%20Diaz.pdf>

- Fiorentine, D. y Lorenzato. S. (2006). *Investigação em educação matemática*. 2da edición. Brasil. Recuperado de: [https://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)
- Fonseca, C. (2004). Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria (Tesis de doctorado en Ciencias Matemáticas). Universidad de Vigo. Vigo, España. Recuperado de: [http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/TESIS\\_\\_en\\_\\_PDF.pdf](http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/TESIS__en__PDF.pdf)
- Fiorentini, D. y Lorenzato, S. (2009). *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos*. Autores Asociados. Recuperado de: [http://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](http://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)
- Gamboa, A. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. En *Revista Electrónica Educare*. 1409-42.58. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>.
- Gil, A. (2002). *Cómo elaborar proyectos de pesquisa*. 4°. Ed. Sao Paulo: Atlas S/A. Recuperado de: [https://www.academia.edu/4405328/GIL\\_Antonio\\_Carlos\\_COMO\\_ELABORAR\\_PROJETOS\\_DE\\_PESQUISA\\_Copia](https://www.academia.edu/4405328/GIL_Antonio_Carlos_COMO_ELABORAR_PROJETOS_DE_PESQUISA_Copia)
- Gissell, R. (2005). *La clasificación de cuadriláteros. Razones de ser de su enseñanza*. (Tesis de maestría en Didáctica de la Matemática). Universidad Nacional de Rio Cuarto. Colombia.
- Gonzales, C. (2014). *Una praxeología Matemática de proporción en un texto universitario*. (Tesis de maestría en Enseñanza de la Matemáticas). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima. Recuperado de: [http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5225/GONZALES\\_HERNANDEZ\\_CINTYA\\_PRAXEOLOGIA\\_MATEMATICA.pdf?sequence=1](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5225/GONZALES_HERNANDEZ_CINTYA_PRAXEOLOGIA_MATEMATICA.pdf?sequence=1)
- Helfgott, M. (2009). *Geometría Plana*. Perú: Escuela Activa.
- Hernández, R., Fernández, C., & Batista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2003). *Metodología de la Investigación*. Tercera edición. México D.F: McGraw-Hill Interamericana. Recuperado de:

<http://www.terras.edu.ar/aula/tecnicatura/15/biblio/SAMPIERI-HERNANDEZ-R-Cap-1-El-proceso-de-investigacion.pdf>

[http://www.academia.edu/4405328/GIL\\_Antonio\\_Carlos\\_COMO\\_ELABORAR\\_PROJETOS\\_DE\\_PESQUISA\\_Copia](http://www.academia.edu/4405328/GIL_Antonio_Carlos_COMO_ELABORAR_PROJETOS_DE_PESQUISA_Copia)

Haro, J. (2002). *La probabilidad en los libros de textos*. España. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesisjj.PDF>

Huerta M. (1996). Los cuadriláteros a comienzos del siglo xix, a comienzos del siglo xx y a finales del siglo xx, ¿qué ha cambiado? En *Revista Suma*, número21, (55–62). Recuperado de: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/21/055-062.pdf>

Kiener. F, Scaglia. S, Gotte. M. (2012). Análisis del tratamiento del concepto de área en los libros de texto de primaria. En *Revista Unión*, número36, (67–88). Recuperado de: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/36/archivo9.pdf>

Lucas, C. (2010). Organizaciones matemáticas locales relativamente completas (Memoria de investigación de Diploma de Estudios Avanzados, Universidad de Vigo). Recuperado de [http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/DEA-CatarinaLucas\\_versi%20C3%B3n-preliminar.pdf](http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/DEA-CatarinaLucas_versi%20C3%B3n-preliminar.pdf)

Martínez G, Penalva, M. (2013). Proceso de simbolización del concepto de potencia: Análisis de libros de texto de secundaria. En *Enseñanza de las ciencias*, 24(2), (185 – 298). Recuperado de: <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/75832/96336>

Miyazaki, R. (2004). *O processo de formacao do conceito de quadrilateros, envolvendo alunos de uma 6 serie do ensino fundamental*. (Tesis de maestría en educación). Universidad do Vale do Itajai. Recuperado de: <http://siaibib01.univali.br/pdf/Rosa%20Inoue.pdf>

Moriena. S, Scaglia. Sara. (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. En *Educación matemática*, 15(1), (5 – 19). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515101>

Parra, V., Otero, M. y Fanaro, M. (2009). Reconstrucción de una Organización Matemática de referencia para el estudio del límite y la continuidad de funciones en la Universidad, Parra, V., Otero, M. y Fanaro, M. (2009). *REIEC*. Recuperado de: <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v4n2/v4n2a03.pdf>

- Pastor. A, Chapa, F y Gutiérrez. A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: Errores e inconsistencias en los libros de texto de E.G.B. En *Epsilon*, 23(1), (49 – 62). Recuperado de: <http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/JaiChaGut92.pdf>
- Perú, Ministerio de Educación – UMC (2005). *Evaluación Nacional de Rendimiento Estudiantil 2004. Informe Pedagógico de Resultados*. Formación Matemática. Segundo Grado de Primaria. Recuperado de: [http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/documentos/archivo\\_14.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/documentos/archivo_14.pdf)
- Perú, Ministerio de Educación (2009). *Diseño curricular nacional de educación básica regular*. Lima Recuperado de: [file:///C:/Users/admin/Downloads/DCN%202009%20final%20-%20C3%BA%20ultima%20versi%C3%B3n%20\(5\).pdf](file:///C:/Users/admin/Downloads/DCN%202009%20final%20-%20C3%BA%20ultima%20versi%C3%B3n%20(5).pdf)
- Rodriguez G., Gil J. Garcia E. (1996); Metodología de la investigación científica. Recuperado de: [http://www.catedranaranja.com.ar/taller5/notas\\_T5/metodologia\\_investig\\_cap.3.pdf](http://www.catedranaranja.com.ar/taller5/notas_T5/metodologia_investig_cap.3.pdf)
- Rojas, T., Faggioni, C., La Torre, C. y Cortijo, R. (1965). *Venciendo 5°*. Lima: Universo.
- Rojas, T., Faggioni, C., La Torre, C. y Cortijo, R. (1971). *Venciendo 6°*. Lima: Universo.
- Rojas, T., Faggioni, C., La Torre, C. y Cortijo, R. (1976). *Venciendo 5°*. Lima: Universo.
- Silva, G. (2010). *Un estudio diagnóstico sobre el cálculo de áreas de figuras planas en una malla cuadrículada. Influencia de algunas variables*. (Tesis de maestría: Universidad Federal de Pernambuco, Recife)
- Serrano, L. (2013). La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica. (Tesis Doctoral, Universitat Ramon Llull). Recuperado de [http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/101204/Tesis\\_Lidia\\_Serrano\\_2013.pdf?sequence=1](http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/101204/Tesis_Lidia_Serrano_2013.pdf?sequence=1)
- Silva, G. (2010). *Un estudio diagnóstico sobre el cálculo de áreas de figuras planas en una malla cuadrículada. Influencia de algunas variables*. (Tesis de maestría: Universidad Federal de Pernambuco, Recife)
- Vivas, D. (2010). La función cuadrática a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina. En *Ciencias exactas e historia*. (163-180). Recuperado de: <http://www.google.com.pe/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0C>

CUQFjAB&url=http%3A%2F%2F dialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F3699237.pdf&ei=2RaHVJmVBYX8yQThzYKQBQ&usg=AFQjCNGcsUYEgfPN\_MnTmFIsOvHXTAI9zQ&bvm=bv.81449611,d.aWw

Zamorano R. (1576). *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*. Sevilla.

Recuperado

de:

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/Los\\_Elementos\\_de\\_Euclides\\_%281576%29\\_-\\_Libro\\_I.pdf?uselang=es](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/Los_Elementos_de_Euclides_%281576%29_-_Libro_I.pdf?uselang=es)



## ANEXO

## Tecnología presentada en los libros de texto

Para el análisis de la organización matemática de la unidad 4 “Descubrimos el mundo de las formas geométricas” hemos considerado conveniente hacer una revisión de los temas relacionados con el objeto matemático desde el primer grado de primaria, propuestos en los libros del Ministerio en la medida que estos datos nos ayudarán en la propuestas de técnicas para la solución de las tareas. Considerando que “El primer gran tipo de actividad matemática consiste en resolver problemas a partir de herramientas matemáticas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar” (p.55)

**Primer grado:**

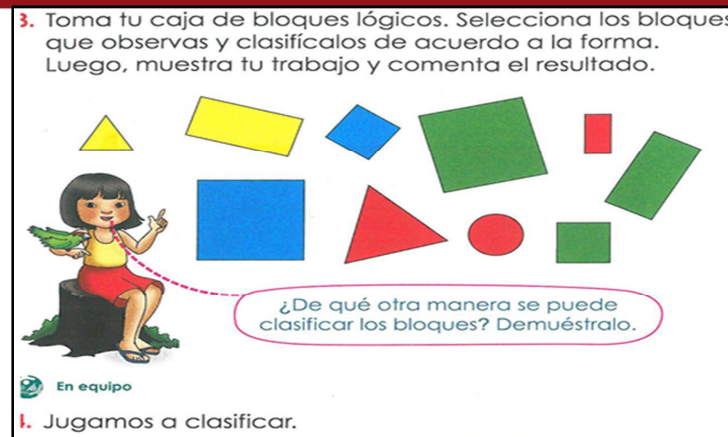
-Clasifican objetos por sus características: Al agrupar objetos por sus características, se está clasificando. Se puede clasificar por su color, forma, tamaño, grosor, uso, etc. (p.17).



**Figura 68.** Clasificando objetos por sus características

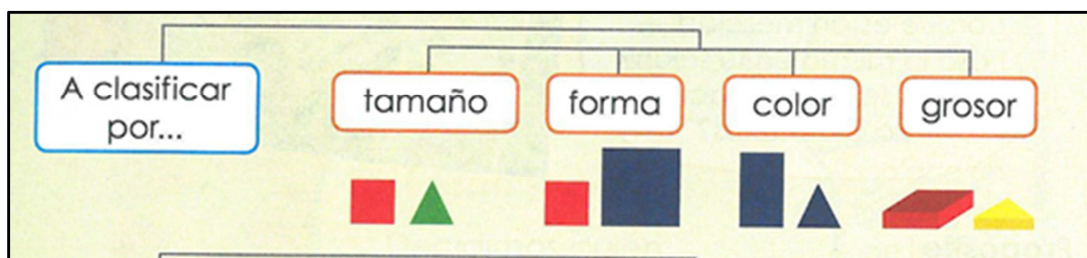
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.18)

Se puede observar que en la clasificación se utilizan bloques lógicos con la forma de **figuras geométricas** como el cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo de diferentes tamaños y colores.



**Figura 69.** Bloques lógicos

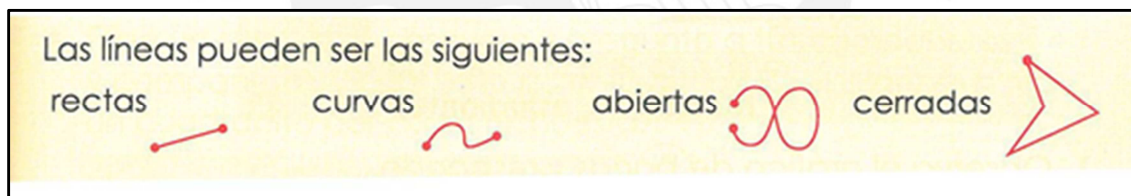
Fuente: Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p12)



**Figura 70.** Clasifican figuras

Fuente: Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.15)

Identifican distintas clases de líneas: Rectas, curvas, abiertas, cerradas (p.89).



**Figura 71.** Distintas clases de líneas

Fuente: Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.15).

- Dibujan figuras geométricas como el triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo. Sin embargo no se define cada una de las figuras geométricas y pintan también el interior de la figura (p.142).
- Cuando en el texto se utiliza los términos figuras o figuras geométricas para referirse al cuadrado, rectángulo, etc.

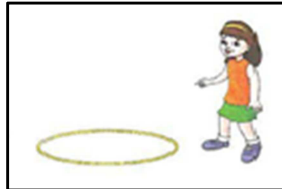
En el glosario, se presentan definiciones de:

Dentro: En el interior de una región



**Figura 72.** Interior de una región  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

Fuera: En el exterior de una región



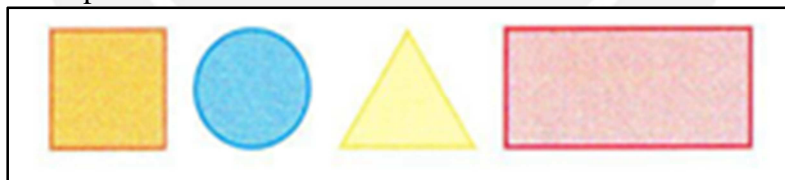
**Figura 73.** Exterior de una región  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

En el borde: En el límite de una región con otra (p.178)



**Figura 74.** Límite de una región  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

Figuras geométricas planas:



**Figura 75.** Figuras planas  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

Geoplano: Tablero de madera en el que se han introducido clavos que sobresalen para formar y reproducir figuras.

Podemos concluir que en el Primer grado de primaria los niños manipulan las figuras geométricas para clasificarlas por tamaño, color, forma sin tener en cuenta aún las características de cada una de ellas.


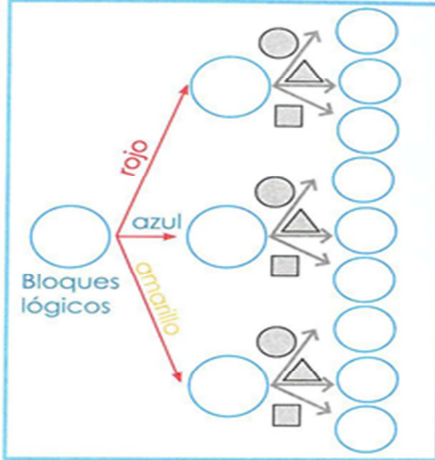
**Segundo Grado:**

-Clasifican usando esquemas: Utilizan el esquema del árbol para clasificar figuras por el color, tamaño, etc. (p.47).



### Clasificamos usando esquemas


**En clase**  
Los niños juegan carreras de bloques lógicos. ¿Quieren jugar? Preparen un papelógrafo como el mostrado. Luego, cada uno tome sin ver un bloque y llévelo por las líneas correspondientes. Gana quien coloca bien la mayor cantidad de bloques en 10 minutos.


**Figura 76.** Uso de esquemas para clasificar  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.11)

-Trazan líneas: Los alumnos reconocen dos tipos de líneas:


### Líneas curvas, y rectas que pueden ser abiertas o cerradas




- Cada estudiante recorrió un camino. Repasa con tu dedo sobre las líneas y reconoce qué camino eligieron.




Mi camino se parecía a las montañas. Eran líneas rectas abiertas.



Mi camino era ondeado. Eran líneas curvas abiertas.







El mío tenía líneas curvas, pero cerradas.



El mío tenía líneas rectas cerradas.

Se pueden trazar varias clases de líneas.

Curvas		Rectas	
Abiertas →		Abiertas →	
Cerradas →		Cerradas →	

**Figura 77.** Líneas curvas y rectas  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.18)

-Identifican figuras planas: Reconocen figuras planas tales como el cuadrado, rectángulo, triángulo y rombo. A los lados se le llaman líneas rectas.

**Identificamos figuras planas**

**En clase**

1. Observa los diseños hechos en clase de arte.  
¿Qué figuras reconoces? ¿Qué nombre reciben las figuras usadas? ¿En qué se parecen las figuras azules a las rojas?

Estos son mis diseños. Usa tus bloques lógicos y crea los tuyos.

2. Completa de manera oral cada expresión.
  - a. La figura está formada por \_\_\_ líneas rectas.
  - b. La figura está formada por \_\_\_ líneas rectas.
  - c. La figura está formada por \_\_\_ líneas rectas.

**Figura 78.** Identificación de figuras planas  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.11)

-Definen polígonos: “Las figuras cerradas formadas por líneas rectas se llaman polígonos. Tienen lados y vértices”. (p.106).

Las figuras cerradas formadas por líneas rectas se llaman **polígonos**. Tienen lados y vértices.

**Figura 79.** Definición de polígono  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.15)




- Construyen polígonos usando el geoplano.
- Reconoce a las figuras geométricas como el triángulo, cuadrado y rectángulo como polígono.

Armamos las siguientes figuras.  
Utilizamos lápices, sorbetes, plastilina o cualquier otro material que encontremos.  
¿Qué nombre reciben?

**Figura 80.** Reconocen figuras geométrica  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.25)


-Reconocen el número de lados y vértices del triángulo, rectángulo y cuadrado


Señala y cuenta los vértices y los lados en cada polígono. Luego, completa la tabla usando tarjetas de números.


			
	Triángulo	Cuadrado	Rectángulo
N.º de lados			
N.º de vértices			

**Figura 81.** Vértices y lados de un polígono  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.32)

- Estiman y calculan el perímetro: Definen el **perímetro** como “la medida del contorno de una figura geométrica”. Utilizan diferentes unidades de medida como los pasos de los niños.

largo → 32 



ancho 28 

Sumamos:  
 $32 + 28 + 32 + 28 = 120$  

**Figura 82.** Perímetro  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.52)

- Estiman y calculan el área: la definen así: “el área de una región o superficie es la cantidad de figuras geométricas que completan o cubren la región” (p.150).

- Se presentan tareas donde debe utilizar como unidad de medida la superficie de un triángulo y de un cuadrado.

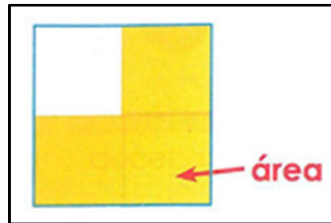
Los estudiantes hicieron figuras con pedazos de cartulina. Ellos usaron como medida el  y el . ¿Qué área tiene el árbol? ¿Qué área tiene el perro?

Recuerda indicar la unidad de medida.

**Figura 83.** Unidad de medida  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.62)

- Estiman el valor del área de una figura y luego comprueban.
- No utilizan fórmulas para el cálculo de las áreas. Trabajan con cuadrículas.
- En el glosario se presentan las siguientes definiciones:

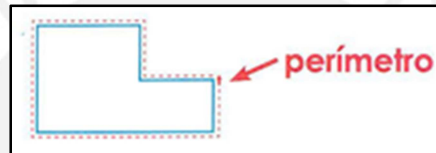
**Área:** “Es la medida de la superficie”.



**Figura 84.** Área 1

**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.62)

**Perímetro:** “Es la medida del contorno de una figura plana”



**Figura 85.** Perímetro2

**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.82)

### Tercer grado:

- Identifican rectas paralelas y perpendiculares:

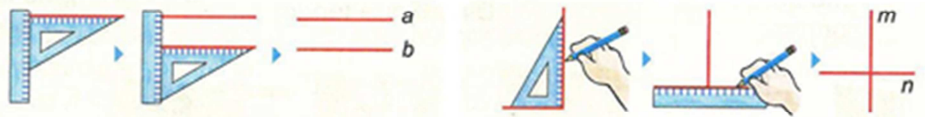
Rectas paralelas, “Dos rectas paralelas nunca se cortan. La distancia que las separa siempre es la misma”.

Rectas perpendiculares: “Dos rectas son perpendiculares si al cortarse en un punto, forman una L” (p.122).

- Para trazar rectas paralelas y perpendiculares usan la regla y la escuadra. Aquí se puede observar que el libro presenta la técnica para graficar rectas paralelas y perpendiculares.

Traza en tu cuaderno dos líneas que representen dos calles que se encuentran en una esquina. Nómbralas.

- Observa cómo se trazan las rectas paralelas y perpendiculares utilizando la escuadra y la regla.



La recta  $a$  es **paralela** a la recta  $b$ .  
 $a \parallel b$

La recta  $m$  es **perpendicular** a la recta  $n$ .  
 $m \perp n$

Dos rectas **paralelas** nunca se cortan. La distancia que las separa siempre es la misma.

Dos rectas son **perpendiculares** si al cortarse en un punto, forman una "L".

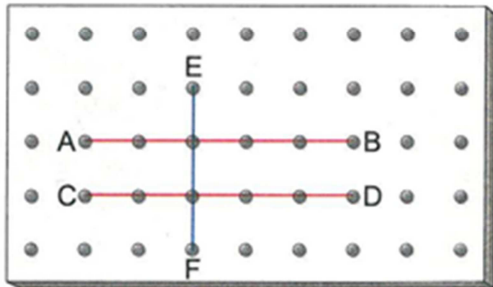
**Figura 86.** Uso de regla y escuadra

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.22)

-Identifican rectas y segmentos perpendiculares.

Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- Segmento AB es paralelo al segmento EF.
- Segmento AB es paralelo al segmento CD.
- Segmento EF es perpendicular al segmento CD.
- Segmento CD es paralelo al segmento EF.

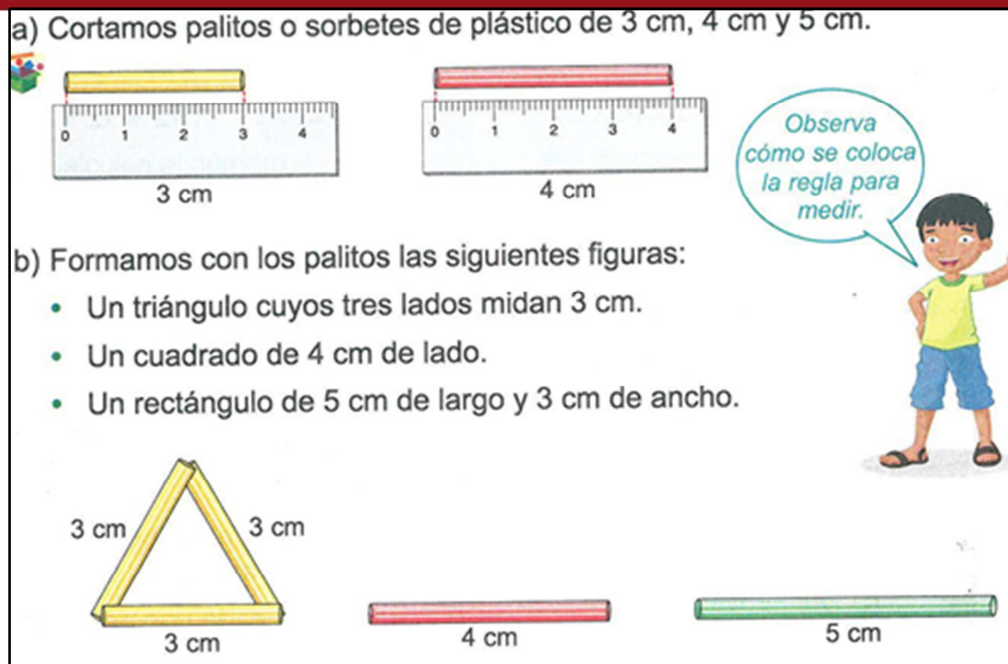


**Figura 87.** Rectas paralelas y perpendiculares

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.33)

Para representar una recta utilizan una línea recta con flechas a ambos extremos.

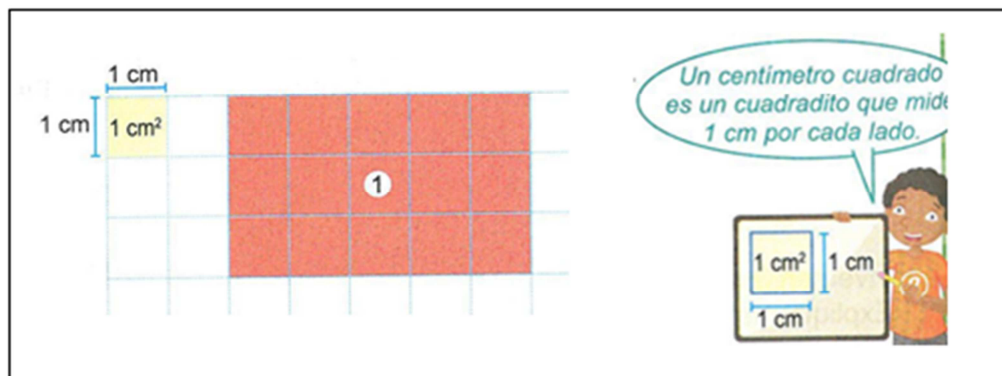
En el capítulo “Medimos perímetros”, se da la definición de perímetro de una figura como “la suma de todos los lados que forman su contorno. Se expresa en metros y centímetros” (p.72).



**Figura 88.** Construyendo figuras

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.72)

Dentro del tema “Calculamos áreas”, se da la definición de Área como “la medida de la superficie de una figura (p. 140). También señala que la parte coloreada de cada figura representa su superficie y que se puede medir en unidades arbitrarias, como losetas y cuadraditos, o en unidades oficiales, como centímetros cuadrados o metros cuadrados.



**Figura 89.** Unidad de área

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.140)

-Se les indica la técnica para medir la superficie de rectángulos, multiplicando su largo por su ancho. Así en el caso presentado será  $5\text{cm} \times 3\text{cm} = 15\text{ cm}^2$ .

-Se observan tareas donde la cantidad de cuadrículas no son exactas y en este caso se propone unir dos triángulos rectángulos para formar un cuadradito. Sin embargo, la indicación debe ser más clara y sombrear la parte interior del cuadradito tomado como unidad.



**Figura 90.** Medida del área con cuadrículas  
**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.145)

- Aquí encontramos la definición de cuadrilátero: “las figuras de 4 lados se llaman cuadriláteros; el cuadrado, el rombo y el rectángulo son cuadriláteros”.

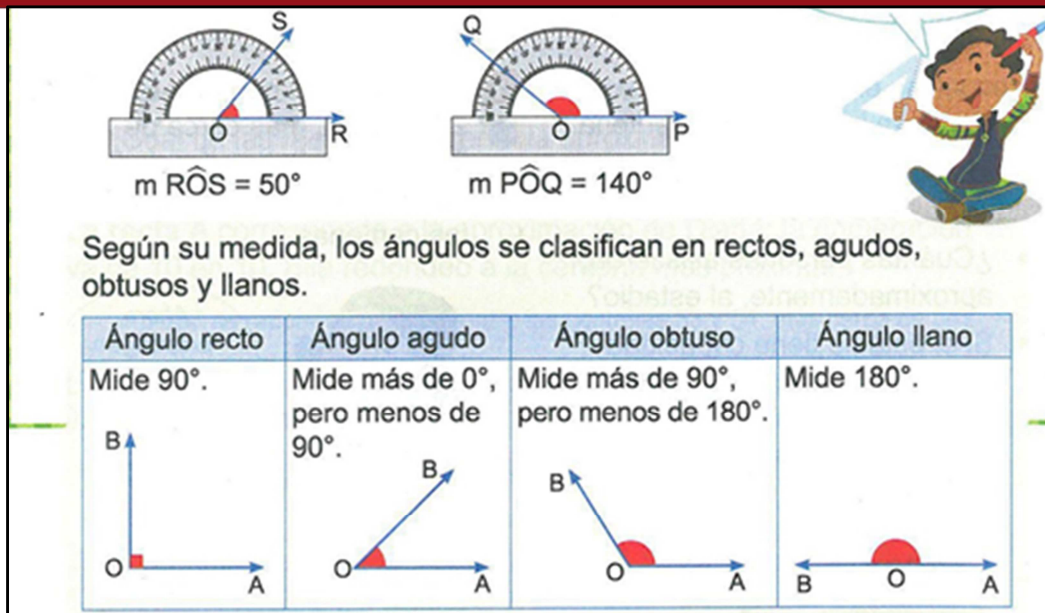
-Se observa que hay tareas donde se le pide al alumno dibujar cuadrado y rectángulo de diferentes medidas.

#### Cuarto grado

-Dentro del capítulo “Identificamos y medimos ángulos”, se observa que utilizan el transportador para calcular su medida y, a su vez, clasifican los ángulos en:

Ángulo recto, cuando mide  $90^\circ$ ; Ángulo agudo cuando mide más de  $0^\circ$ , pero menos de  $90^\circ$ ; Ángulo obtuso, mide más de  $90^\circ$ , pero menos de  $180^\circ$ , y Ángulo llano, si mide  $180^\circ$  (p. 18).

-Definen la medida del ángulo como la medida de la abertura entre dos líneas.

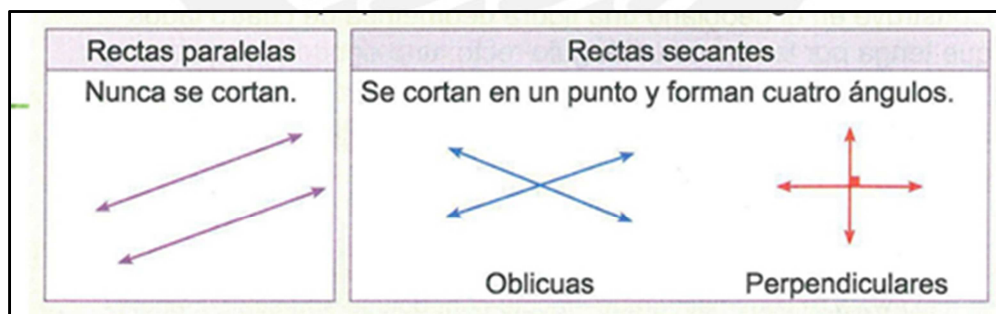


**Figura 91.** Clasificación de ángulos

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.18)

-Se dan tareas donde se les pide que construyan en el geoplano figuras geométricas e identifiquen los ángulos.

En el capítulo “Reconocemos rectas paralelas y secantes” se señala que las rectas paralelas están separadas siempre por la misma distancia y las rectas oblicuas forman dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos y que las rectas perpendiculares forman cuatro ángulos rectos.

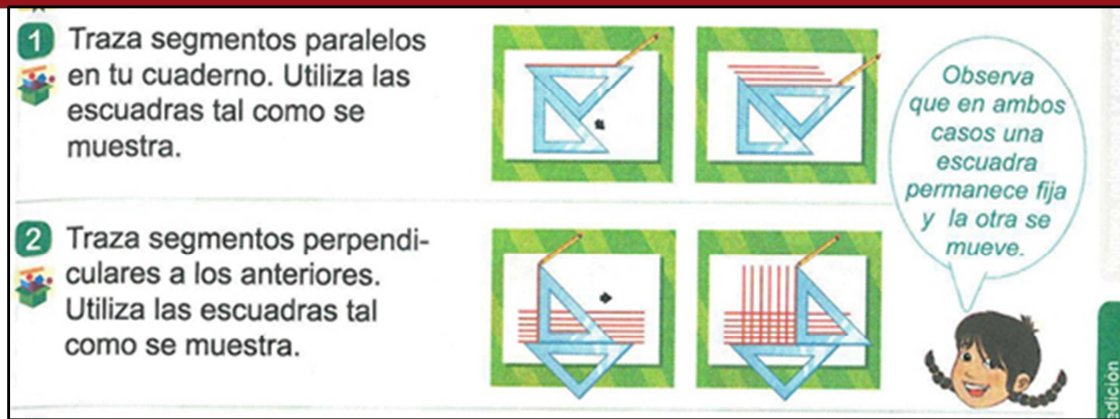


**Figura 92.** Rectas paralelas y secantes

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.20)

-La técnica que se les enseña a los niños para reconocer rectas paralelas y secantes es a través de la **posición de las escuadras**.

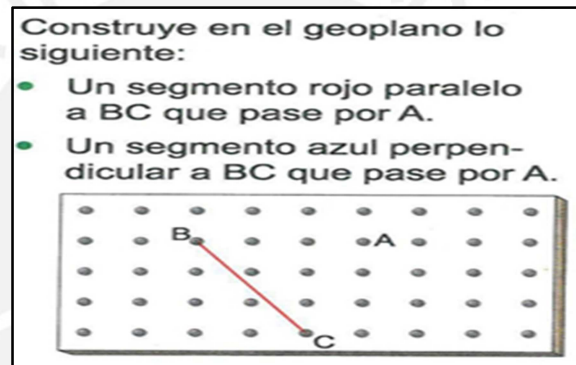




**Figura 93.** Uso de escuadras

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.21)

- Se les presenta tarea donde se les pide trazar segmentos paralelos o perpendiculares en un geo plano.



**Figura 94.** Uso del geoplano

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.21)

- Se observa que utilizan la palabra traza o dibuja para dar la misma indicación.
- En el capítulo “Reconocemos polígonos”, se observa la siguiente definición: “Las figuras planas, como los triángulos, cuadrados y rectángulos, están formadas por líneas rectas. Estas figuras se llaman polígonos”
- Identifican los elementos del polígono: Angulo, vértice, diagonal y lado.
- Clasifican los polígonos según la medida de sus lados y ángulos en regulares e irregulares (p.122).

Identificamos los elementos de un polígono.

La diagonal es el segmento que une dos vértices no consecutivos.

¿Cuántos lados, ángulos, vértices y diagonales tiene el polígono anterior?

Los polígonos se clasifican de dos formas:

Según su número de lados:

Triángulo      Cuadrilátero  
Pentágono      ...

Según la medida de sus lados y ángulos:

**Regulares.** Todos sus lados y ángulos tienen igual medida.

**Irregulares.** Al menos uno de sus lados o ángulos tiene distinta medida.

**Figura 95.** Clasificación de polígonos

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.122)

-Podemos observar tareas donde se les pide construir diferentes polígonos con sorbetes o tiras de cartón.

- Se presentan tareas donde deben reconocer las semejanzas y las características propias de un cuadrado y de un rectángulo (p123). Sin embargo, creemos que este tipo de tarea

**En grupos**

Completen el diagrama indicando las semejanzas entre el cuadrado y el rectángulo y las características propias de cada uno de ellos.


**Figura 96.** Completar el diagrama

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.123)

Con respecto al perímetro y área dentro del capítulo “Relacionamos el perímetro y el área”, observamos la definición de perímetro como, “polígono es la medida de su contorno. Se calcula sumando las longitudes de los lados”.

Antonio suma las medidas de los lados de los jardines para calcular la longitud de los cercos.


4 m



4 m

$4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ m}$

6 m



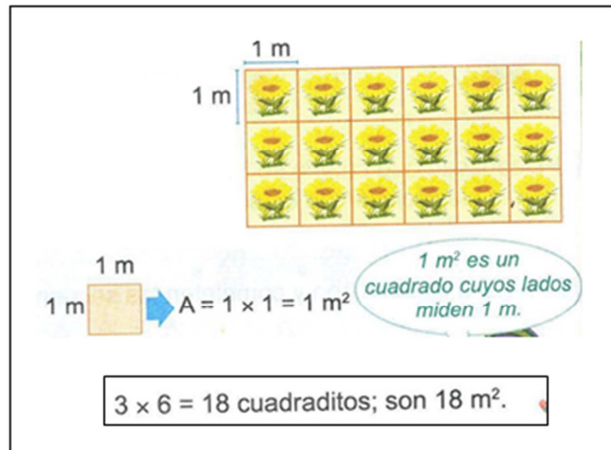
3 m

$3 + 3 + 6 + 6 = 18 \text{ m}$

**Figura 97.** Calculando el perímetro

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.146)

También define el área de un polígono como “la medida de su superficie”



$3 \times 6 = 18 \text{ cuadraditos; son } 18 \text{ m}^2.$

**Figura 98.** Calculando medida del área

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.146)

- Señala que el área de un polígono es la medida de su superficie. Se calcula multiplicando las longitudes de sus lados. Sin embargo, esta definición, al ser general, causará confusión porque no funciona, por ejemplo, en el caso del rombo o del romboide.
- Se observan tareas donde se les pide que dibujen figuras teniendo como dato el perímetro y el área.
- En el capítulo “Usamos unidades para medir superficies” se define que “el centímetro cuadrado es una unidad de medida de superficie. Es un cuadrado cuyos lados miden un centímetro”.
- Para calcular el área de polígonos, se observa que utilizan la técnica de descomponerla en figuras conocidas y luego sumar o restar las áreas.

Víctor y Manuel son hermanos y quieren colocar losetas en el piso de su habitación. El plano muestra la forma y las medidas de la habitación. ¿Cuántos metros cuadrados de losetas deben comprar?

¿Cómo calculamos el área de la habitación?

a) Víctor divide la habitación en dos rectángulos y suma sus áreas.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{rectángulo 1}} + A_{\text{rectángulo 2}}$$

$$= 5 \times 2 + 3 \times 2$$

$$= 10 + 6 = 16 \text{ m}^2$$

b) Manuel calcula el área del rectángulo que contiene a la habitación y le resta el área del baño.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{rectángulo}} - A_{\text{baño}}$$

$$= 5 \times 4 - 2 \times 2$$

$$= 20 - 4 = 16 \text{ m}^2$$

**Figura 99.** Completando áreas  
Fuente: Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.148)

Los hermanos han diseñado un mural para colocar sus fotografías y desean pintarlo de dos colores, como indica la figura. ¿Qué área pintarán de cada color?

¿Cómo calculamos el área de los triángulos?

a) Víctor observa que la superficie de cada triángulo equivale a la mitad de la superficie del rectángulo.

b) Manuel calcula el área:  $A_{\text{triángulo}} = 2 \times 1 + 2 = 1$   
Pintarán  $1 \text{ m}^2$  del muro de cada color.

Para calcular el área de un polígono lo descomponemos en cuadriláteros y triángulos.

Ejemplo:  $A_{\text{total}} = A_{\text{rectángulo 1}} + A_{\text{rectángulo 2}} + A_{\text{triángulo}}$


**Figura 100.** Descomponiendo figuras para hallar la medida del área  
Fuente: Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.148)

- Se les pide tareas donde se les pide estimar la medida de la superficie y luego comprobar con su regla.

Estima cuántos centímetros cuadrados mide lo siguiente:

- La carátula de tu libro de Matemática
- Tu DNI
- Una foto familiar

*Mide con tu regla y verifica tus respuestas.*



**Figura 101.** Estimar medidas

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.172)



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE POSGRADO



ANÁLISIS DE UNA ORGANIZACIÓN MATEMÁTICA ASOCIADA AL OBJETO  
CUADRILÁTEROS QUE SE PRESENTA UN LIBRO DE TEXTO DEL QUINTO  
GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas que  
presenta

ALICIA BECERRA LÓPEZ

Dirigido por

CINTYA SHERLEY GONZALES HERNÁNDEZ

San Miguel, 2015



*Dedico esta investigación a Dios por ser mi ejemplo de maestro, por haberme dado el regalo más grande que son mis hijos Ana Cristina y Felipe Alberto, la razón de cada paso que doy en la vida, por haberme dado unos padres maravillosos Blas y Ana que me enseñaron que cuando hay amor todo es posible, por haber puesto en mi camino a Luis Alberto mi esposo y por darme la oportunidad de conseguir culminar con éxito mis estudios de maestría.*

## AGRADECIMIENTOS

Al Ministerio de Educación del Perú, quien por medio del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo-PRONABEC, nos permitió acceder a la Beca Presidente de la República denominada “Beca Docente de Posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación en el Perú 2014”.

A la Maestría Educación Matemática, por todo su apoyo brindado al entregarnos a los mejores docentes para nuestra formación, que cada día nos brindaban todo su conocimiento en cada clase impartida

A mí querida familia: Luis Alberto, Paola, Katty, Cynthia, Ana Cristina, Felipe Alberto, Naresh, Priya, Leyla y José por ser el soporte que necesito para seguir adelante y cumplir mis metas.

A mis hermanos, especialmente a Dina, Sebastián, Hilda y Ana por su ejemplo, comprensión y por darme ánimos para culminar mis estudios.

A mi Asesora Mg. Cintya Gonzales Hernández, por su amistad y paciencia, además de sus correcciones y sugerencias en todo el proceso de este trabajo.

A la profesora Jesús Flores, por motivarnos y alentarnos a seguir adelante.

A los profesores, Cecilia Gaita Iparraguirre y Miguel Gonzaga Ramírez por sus sugerencias y aportes valiosos en este trabajo de investigación.

A todos los profesores de la Maestría, en forma muy especial al profesor Uldarico Malaspina por ser un ejemplo de sencillez y humildad a pesar de su gran sabiduría.

A mis sobrinos desde Elena hasta Blas y muy en especial a mi sobrino Orlando por su ayuda en este trabajo y porque a pesar de todos los obstáculos y pérdidas que tuvo que enfrentar desde pequeño, demuestra que todo es posible.

A mis queridos amigos de la Maestría con quienes tuve el gusto de compartir experiencias durante este periodo de lucha por alcanzar nuestras metas de manera muy especial para María Ysabel y Edith del Rocío por su amistad sincera.

A mis alumnos del colegio Monserrat por haber formado parte de uno de los mejores años de mi vida al empezar con ellos mi labor docente y porque a pesar de los años transcurridos el cariño sigue intacto, siendo una de las razones por la que continúo ejerciendo y capacitándome en esta noble labor.



## RESUMEN

La presente investigación tiene por objetivo describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” presente en la unidad cuatro de un libro de texto del quinto grado de educación primaria, el cual fue elaborado por encargo del Ministerio de Educación y utilizado por las instituciones educativas públicas de nuestro país. Trabajamos sobre la base de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, la cual nos brindó los elementos necesarios para describir la organización matemática presente en el libro de texto. Para dicha descripción utilizamos los elementos de dicha teoría como son, los tipos de tareas, las técnicas involucradas, el discurso teórico y tecnológico que están detrás de dichas técnicas. Asimismo para el análisis de la organización matemática utilizamos los criterios de completitud de Fonseca. En cuanto a la metodología empleada, nos apoyamos en la investigación cualitativa de tipo bibliográfica. Los resultados obtenidos en nuestra investigación evidencian la presencia de 9 tipos de tareas, 23 tareas, 6 técnicas 14 elementos tecnológicos y una teoría. Con respecto al análisis de los indicadores de completitud de Fonseca (OML1- OML7), observamos que los indicadores (OML1-OML6) se cumplen parcialmente y el indicador (OML7) no se cumple. Esto nos permite concluir que la organización matemática que se presenta en el capítulo cuatro del libro de texto de quinto grado de educación primaria presenta un grado de completitud relativamente completa.

Palabras clave: organización matemática, cuadriláteros, indicadores de completitud.

## ABSTRACT

The aim of this study is to describe and analyze the mathematical organization related to the mathematical object "quadrilateral" in chapter 4 of a fifth grade of primary education textbook, which was made at the request of the Ministry of Education and is used by public educational institutions of our country. We did our research on the basis of the Anthropological Theory of the Didactic, which gave us the necessary elements to describe the mathematical organization in the textbook.

For the description we use the elements of this theory, such as the types of tasks, the techniques involved, the theoretical and technological discourse behind these techniques. Also for the mathematical organization analysis we use the criteria of completeness of Fonseca.

In terms of methodology, we rely on qualitative research, biographical-type.

The results of our investigation show the presence of 9 types of tasks, 23 tasks, 6 techniques, 14 technological elements and a theory. Regarding the analysis of Fonseca completeness indicators (OML1- OML7), we observe that (OML1-OML6) indicators are partially achieved and (OML7) indicator is not achieved.

This allows us to conclude that mathematical organization in chapter four of the fifth grade of primary education textbook has a relatively complete degree of completeness.

Keywords: mathematical organization, quadrilaterals, completeness indicators.

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Figuras en posición estandar.....	21
Figura 2. Clasificación particional y jerárquica de los paralelogramos .....	23
Figura 3. Medida del área tomando como unidad de medida una cuadrícula .....	25
Figura 4. Medida del área descomponiendo la figura .....	25
Figura 5. Medida del área componiendo la figura.....	25
Figura 6. Tipo de tareas(T) y tareas (t).....	30
Figura 7. Tarea (t) identificar rectángulos.....	39
Figura 8. Condiciones para ser un cuadrilátero.....	42
Figura 9. Cuadriláteros.....	42
Figura 10. Diagonales de un Cuadrilátero.....	42
Figura 11. Propiedad de la diagonal de un cuadrilátero.....	43
Figura 12. Diagonales de un paralelogramo 1.....	43
Figura 13. Condicion para ser un un paralelogramo 2 .....	44
Figura 14. Propiedad de los ángulos opuestos en un paralelogramo.....	44
Figura 15. Diagonales en un paralelogramo.....	44
Figura 16. Rectángulo .....	45
Figura 17. Rombo.....	45
Figura 18. Cuadrado.....	45
Figura 19. Trapecio .....	46
Figura 20. Tarea (t) identificar rectángulos.....	46
Figura 21. Actividad para reconocer cuadrado y rectángulo.....	51
Figura 22. Polígono en el libro Lógico Matemático 5 .....	54
Figura 23. Clasificación de polígonos en el libro Lógico Matemático5 .....	55
Figura 24. Clasificación de los cuadriláteros en el libro de texto .....	61
Figura 25. Relación de intersección de paralelogramos en el libro de texto.....	62
Figura 26. Clasificación de las fuentes bibliográficas.....	65

Figura 27. Problema resuelto 1 .....	95
Figura 28. Problema resuelto 2 .....	96
Figura 29. Problema resuelto 3 .....	97
Figura 30. Problema propuesto 1 .....	98
Figura 31. Problema propuesto 2 .....	99
Figura 32. Problema propuesto 3 .....	99
Figura 33. Problema propuesto 4 .....	100
Figura 34. Problema propuesto 5 .....	101
Figura 35. Problema propuesto 6 .....	102
Figura 36. Problema propuesto 7 .....	103
Figura 37. Problema propuesto 8 .....	103
Figura 38. Problema propuesto 9 .....	104
Figura 39. Problema propuesto 10 .....	105
Figura 40. Problema propuesto 11 .....	105
Figura 41. Problema propuesto 12 .....	106
Figura 42. Problema propuesto 13 .....	107
Figura 43. Problema propuesto 14 .....	107
Figura 44. Problema propuesto 15 .....	108
Figura 45. Problema propuesto 16 .....	108
Figura 46. Problema propuesto 17 .....	109
Figura 47. Problema propuesto 18 .....	109
Figura 48. Problema propuesto 19 .....	110
Figura 49. Problema propuesto 20 .....	110
Figura 50. Problema propuesto 21 .....	111
Figura 51. Problema propuesto 22 .....	111
Figura 52. Problema propuesto 23 .....	112
Figura 53. Problema propuesto 24 .....	112
Figura 54. Problema propuesto 25 .....	112

Figura 55. Problema propuesto 26 .....	113
Figura 56. Ejemplo1 de OML1 – problema resuelto 2.....	115
Figura 57. Ejemplo2 de OML1 – problema propuesto 5 .....	115
Figura 58. Ejemplo3 de OML1 - problemas propuestos 10 y 11 .....	116
Figura 59. Ejemplo4 de OML1- problema resuelto 3 .....	116
Figura 60. Ejemplo5 de OML1 – problema propuesto 4 .....	117
Figura 61. Ejemplo de OML3- problema propuesto 22 .....	119
Figura 62. Ejemplo de OML4 – problema propuesto 1 y 17.....	120
Figura 63. Ejemplo de OML5 – problema resuelto 3.....	121
Figura 64. Ejemplo1 de OML6.....	122
Figura 65. Ejemplo2 de OML6 .....	123
Figura 66. Ejemplo3 de OML6 .....	123
Figura 67. Ejemplo de OML7 .....	124
Figura 68. Clasificando objetos por sus características.....	134
Figura 69. Bloques lógicos.....	135
Figura 70. Clasifican figuras .....	135
Figura 71. Distintas clases de líneas.....	135
Figura 72. Interior de una región.....	136
Figura 73. Exterior de una región.....	136
Figura 74. Límite de una región .....	136
Figura 75. Figuras planas .....	136
Figura 76. Uso de esquemas para clasificar .....	137
Figura 77. Líneas curvas y rectas .....	137
Figura 78. Identificación de figuras planas .....	138
Figura 79. Definición de polígono .....	138
Figura 80. Reconocen figuras geométrica.....	138
Figura 81. Vértices y lados de un polígono.....	139
Figura 82. Perímetro1.....	139

Figura 83. Unidad de medida.....	139
Figura 84. Área 1.....	140
Figura 85. Perímetro2.....	140
Figura 86. Uso de regla y escuadra .....	141
Figura 87. Rectas paralelas y perpendiculares .....	141
Figura 88. Construyendo figuras.....	142
Figura 89. Unidad de área .....	142
Figura 90. Medida del área con cuadrículas.....	143
Figura 91. Clasificación de ángulos .....	144
Figura 92. Rectas paralelas y secantes .....	144
Figura 93. Uso de escuadras.....	145
Figura 94. Uso del geoplano .....	145
Figura 95. Clasificación de polígonos.....	146
Figura 96. Completar el diagrama.....	146
Figura 97. Calculando el perímetro.....	147
Figura 98. Calculando medida del área.....	147
Figura 99. Completando áreas.....	148
Figura 100. Descomponiendo figuras para hallar la medida del área .....	148
Figura 101. Estimar medidas.....	149

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Componentes de una praxeología .....	28
Tabla 2. Información de la Enciclopedia Fanal de cuarto grado de primaria.....	48
Tabla 3. Información de la Enciclopedia Venciendo del quinto grado de educación primaria.....	50
Tabla 4. Información de la Enciclopedia Venciendo quinto grado de primaria.....	51
Tabla 5. Información de la Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria.....	52
Tabla 6. Información Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria.....	53
Tabla 7. Información Del libro del MInedu del quinto grado de primaria.....	54
Tabla 8. Información de la enciclopedia Escuela Nueva sexto grado de primaria.....	56
Tabla 9. Información de la Colección Venciendo Juventud sexto grado de primaria.....	57
Tabla 10. Información de la Enciclopedia Escolar Escuela Nueva.....	57
Tabla 11. Capacidades y conocimientos correspondientes al 5to grado de primaria.....	59
Tabla 12. Indicadores de desempeño relacionados a los cuadriláteros .....	60
Tabla 13. Ejercicios correspondientes a los tipos de tareas y tareas del bloque I .....	74
Tabla 14. Organización Matemática del bloque I .....	75
Tabla 15. Organización matemática correspondiente al bloque II.....	81
Tabla 16. Técnicas y tecnologías correspondientes al bloque II.....	81
Tabla 17. Organización matemática correspondiente al bloque III.....	92
Tabla 18. Técnica y tecnología correspondiente al bloque III .....	92
Tabla 19. Resumen de los ejercicios presentados en el libro .....	93
Tabla 20. Organización matemática presente en el libro de texto.....	94
Tabla 21. Tipos de ostensivos encontrados en el texto .....	119
Tabla 22. Tareas abiertas1.....	121
Tabla 23. Tareas abiertas2.....	122

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	13
CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	15
1.1. Antecedentes de la investigación .....	15
1.2. Justificación .....	19
1.3. Pregunta de investigación .....	26
1.4. Objetivos de la investigación .....	26
CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO .....	27
2.1. Teoría antropológica de lo didáctico .....	27
2.2. Organización Matemática o Praxeológica.....	28
2.3 Elementos de una organización praxeológica .....	29
2.4. Clases de praxeologías .....	32
2.5 Niveles de jerarquía .....	33
2.6 Indicadores del grado de completitud de una praxeología local .....	34
CAPÍTULO 3: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO .....	38
3.1. Evolución histórica del objeto matemático .....	38
3.2. Cuadriláteros en el libro de geometría plana.....	41
3.3 Estudio de libros de textos desde 1970 hasta el 2008 .....	48
3.4. El objeto matemático en el diseño curricular y el Mapa de progreso .....	58
3.5. Cuadriláteros en el libro de texto del Ministerio de Educación .....	61
CAPÍTULO 4: MARCO METODOLÓGICO .....	63
4.1. Descripción de la metodología.....	63
4.2. Procedimientos metodológicos .....	65
4.3. Instrumentos de investigación.....	67
CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DEL MATERIAL DIDÁCTICO .....	68
5.1. Descripción del texto.....	68
5.2. Descripción de la organización matemática asociada a los cuadriláteros presente en el libro...69	69



5.3. Valoración de la OM del texto a partir de los indicadores de completitud de una praxeología local.....	114
5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS.....	125
CONCLUSIONES .....	126
REFERENCIAS.....	128
ANEXO.....	134



## INTRODUCCIÓN

El punto de partida del presente trabajo de investigación ha sido la constatación de la dificultad que muestran los estudiantes de educación primaria pertenecientes a las instituciones públicas donde he laborado en la comprensión de problemas relativos a los cuadriláteros.

Otro aspecto que consideramos importante es la existencia del libro de texto, el cual es elaborado y distribuido en forma gratuita por encargo del Ministerio de Educación de acuerdo con el Diseño Curricular (2009). Este material resulta ser uno de los principales recursos para el aprendizaje de este tema pues es el que disponen todos los alumnos y docentes de las instituciones públicas de nuestro país. Por ello, consideramos que la organización del conocimiento matemático referido a l objeto “Cuadriláteros” contenido en dicho libro puede facilitar u obstaculizar la enseñanza y el aprendizaje.

Debido a esto nos propusimos analizar lo siguiente: *¿Cuál es la organización matemática que presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria con relación a los cuadriláteros?*

Sustentamos nuestro trabajo en la Teoría Antropológica de lo Didáctico propuesta por Chevallard (1999). Utilizando las herramientas proporcionadas por esta teoría para analizar la OM, tales como los tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría presentes, verificaremos los indicadores de completitud para una organización matemática local propuesta por Fonseca (2004), que están presentes en dicha organización.

En el primer capítulo presentamos el problema de investigación, en el cual se encuentran los antecedentes, la justificación del estudio, la formulación del problema y los objetivos de nuestro trabajo de investigación.

Teniendo en cuenta que nuestra investigación se enmarca dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, en el segundo capítulo, explicaremos los elementos de dicha teoría que fundamentan nuestra investigación. También presentaremos los indicadores de completitud de las organizaciones matemáticas locales propuestos por Fonseca (2004)

En el tercer capítulo presentaremos el estudio del objeto matemático “cuadriláteros”. Analizaremos su ubicación en los programas oficiales, su evolución histórica, realizamos el estudio del objeto señalado desde el punto de vista matemático así también constatamos la

presencia de dicho objeto en algunos libros de texto de educación primaria más usados en de nuestro País desde 1970 hasta 1980 y por último describimos la presencia del objeto de estudio en el libro de texto a analizar.

En el cuarto capítulo se describe el marco metodológico que nos servirá de guía en nuestra investigación y los instrumentos para realizar el recojo de información y el análisis del libro de texto.

El quinto capítulo presenta la descripción de la organización matemática relacionada con los cuadriláteros presentes en el libro de texto escolar “Matemática 5”, específicamente del capítulo cuatro denominado “Descubrimos el mundo de las formas geométricas” y a continuación presentamos el análisis de la Organización Matemática utilizando como herramienta los indicadores de completitud de Fonseca.

Por último, en el capítulo seis presentamos los resultados del análisis y las conclusiones, siendo la más relevante que el libro de texto en el capítulo cuatro presenta una organización matemática relativamente completa. También proponemos sugerencias para futuras investigaciones.

## CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo presentaremos los antecedentes y los argumentos que justifican la realización de nuestra investigación, así como el problema y los objetivos por cumplir.

### 1.1. Antecedentes de la investigación

Nuestro trabajo se centra en el análisis de un libro de texto de matemática perteneciente al nivel de educación primaria, pues consideramos que este constituye una herramienta indispensable tanto para el alumno como para el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al respecto, Cobo y Batanero (citado por Martínez, 2006) señalan lo siguiente:

El libro de texto de matemática es, en los niveles escolares, el instrumento más utilizado en el aula y el que contiene prácticamente toda la información escrita que maneja el alumno. Los libros de texto no solo son un medio para la enseñanza, sino también una manera de entender el desarrollo de los contenidos curriculares. Si en los textos aparecen significados sesgados o que inducen a error, pueden generar en los estudiantes dificultades que son difíciles de erradicar o falsas creencias relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos. Algunas de las dificultades que los estudiantes encuentran en el aprendizaje de un concepto matemático dependen de la enseñanza recibida y esta se halla condicionada, en gran medida, por la forma en la que los libros de texto presentan los conceptos (p. 285).

Considerando que en nuestro país el uso del libro de texto de matemática es utilizado por todos los docentes por disposición del Ministerio de Educación quien monitorea su uso en las escuelas, creemos importante conocer las herramientas que nos permitirán analizar la presentación del objeto matemático cuadriláteros en un libro de texto. Al respecto la Teoría Antropológica de lo Didáctico proporciona las herramientas para describir y analizar contenidos referidos al estudio del objeto matemático y así determinar la organización matemática de un texto.

De las investigaciones revisadas, hemos considerado las que se refieren al objeto matemático “cuadriláteros” y aquellas que utilizan para su análisis la Teoría Antropológica de lo Didáctico, las cuales presentamos a continuación.

Aguilar (2013) realizó un análisis de los libros de textos de cuarto, quinto y sexto grado más utilizados por los docentes de educación primaria en Venezuela, tomando como

unidad para su análisis las actividades didácticas referidas a la geometría de los cuadriláteros que existen en tres enciclopedias importantes (Didáctica, Caracol y Girasol).

Aguilar escogió para este fin el tema “cuadriláteros” por estar presente tanto en los nueve libros de texto revisados como en el currículo vigente.

En esta investigación se plantearon interrogantes tales como las siguientes: ¿qué tipo de actividades con contenidos geométricos se plantean en los libros? y ¿qué relación existe entre los contenidos geométricos planteados por los libros de texto y los que señala el currículo básico nacional?

Para analizar las actividades didácticas referidas a los cuadriláteros, se realizó una revisión sobre las definiciones, clasificación y tareas propuestas presentes en los libros, para luego pasar a determinar si es que las tareas planteadas tenían relación con el contenido desarrollado en el libro. Así se llegó a la conclusión que, con respecto a la Enciclopedia Didáctica, se presenta la clasificación de los paralelogramos en rectángulo, cuadrado, romboide y rombo como categorías disjuntas, es decir, se trabaja categorías no inclusivas y se realiza una separación de la clase de paralelogramos. De igual forma, en la Enciclopedia Caracol se hace también una clasificación de los cuadriláteros como clases no inclusivas; sin embargo, en Girasol se menciona que cuando los lados del rectángulo tienen la misma longitud la figura se denomina cuadrado, descartando así en esta enciclopedia la clasificación particional. Se observó entonces que para tratar un mismo tema propuesto por el currículo básico nacional existen diferentes concepciones sobre los cuadriláteros.

Con respecto a la segunda interrogante, se encontró que las enciclopedias se limitan a desarrollar los contenidos curriculares mínimos, estableciendo escasas relaciones con otras áreas del conocimiento previstas en el currículo vigente, lo cual pudiera ser según la autora una limitante para la integración de la matemática en los proyectos de aprendizaje.

Finalmente, recomienda a los docentes de educación primaria una revisión de los contenidos geométricos presentes en el libro de texto que estén utilizando con la finalidad de que, al impartir un tema, no nos guíemos textualmente por lo que allí se encuentra plasmado, ya que, existe la posibilidad de encontrar conceptos errados y discordancias en alguna parte del contenido dificultándole al estudiante la comprensión de la clase y, por ende, la realización de las actividades. En esta investigación hemos constatado que existen diferentes formas de presentar un mismo tema y que, a veces, no existe coherencia entre

las definiciones presentadas y las tareas propuestas. En ese sentido, nosotros analizaremos cómo se presenta el tema “cuadriláteros” en un texto del quinto grado de educación primaria en nuestro país.

Por otro lado, Gisell (2005) realiza una investigación referida al estudio de los cuadriláteros tomando como referencia la teoría antropológica de lo didáctico, en la cual analiza los diseños curriculares y la organización matemática presente en el libro de texto del octavo grado en la provincia de Córdoba (Argentina) utilizado por los docentes de las escuelas públicas, el cual corresponde al segundo grado de educación secundaria en nuestro país. El objetivo de su investigación fue evidenciar las razones de ser y el tipo de praxeología con relación a la clasificación de cuadriláteros presente en dichas organizaciones, bajo el supuesto de que estas condicionan el saber que se vive en el aula. Se llegó a las siguientes conclusiones: Con respecto a los diseños curriculares, no se observan las razones de cómo deben evolucionar la organización de clasificación de cuadriláteros en los diferentes años de escolaridad y no aparecen indicaciones prácticas del modo en que se relacionan los contenidos.

Con relación al análisis de libro, se trabajó la organización matemática del capítulo dos llamado “Geometría”, en donde se observó que la mayor parte de la propuesta se genera alrededor de un tipo de tarea que consiste en calcular medidas y las técnicas aparecen centradas en la traducción de expresiones algebraicas, trabajo con ecuaciones y el empleo de relaciones evidenciadas en el dibujo; es decir, cada problema viene acompañado de un dibujo tal que las propiedades que habría que usar se pueden determinar a partir del dibujo sin exigir justificación y la tecnología propuesta en el texto aparece totalmente desconectada de las tareas. Significa que para desarrollar las tareas no se requiere de la tecnología presente en el libro. Esto permitió concluir que la praxis aparece separada del logos. La investigación aporta a la nuestra porque muestra la organización matemática que se presenta en el estudio de los cuadriláteros en un libro de texto de secundaria aplicando la misma teoría que usaremos nosotros en un libro de primaria.

En la misma línea, Carrillo (2012) analiza la organización matemática relacionada a la concepción de fracción que presenta el texto escolar del quinto grado de educación primaria distribuido por el Ministerio de Educación del Perú. Este análisis se llevó a cabo utilizando los elementos que proporciona la Teoría Antropológica de lo didáctico. La investigadora centró su trabajo en el análisis praxeológico de la unidad cuatro del libro

denominado La división de un todo en partes iguales considerando la siguiente secuencia metodológica: selección de un texto relevante; definición de los criterios para realizar el análisis de texto, planteamiento de los resultados y, finalmente, las consideraciones finales sobre el proceso seguido.

Los criterios para realizar el análisis del texto fueron los siguientes: determinar las actividades del libro que permitan identificar los tipos de concepciones del objeto matemático, determinar si las representaciones e ilustraciones empleadas en el libro guardan relación con las concepciones del objeto matemático e identificar las tareas que se proponen y la técnica o técnicas que se presentan en cada una de las secciones. El análisis realizado permitió identificar las praxeologías: tipos de tareas y técnicas empleadas, así como las tecnologías que justifican esas técnicas presentes en el texto escolar y que, según la autora, pueden influir en el aprendizaje del objeto matemático, llegando a la conclusión que la praxeología que predomina en el texto analizado es la del “saber hacer”. Consideramos importante esta investigación en cuanto nosotros analizaremos un libro de texto que presenta la misma estructura y que es distribuido gratuitamente por encargo del Ministerio de Educación a todos los alumnos y docentes de colegios nacionales de nuestro país y los resultados obtenidos con respecto a su organización podrían tenerse en cuenta para la elaboración de los futuros libros de texto de nuestro país.

Por otro lado, Miyazaki (2004) realiza una investigación que tiene por objetivo describir el proceso de formación del concepto de cuadriláteros como parte del desarrollo del pensamiento geométrico, durante la realización de una secuencia de actividades y verificar la posibilidad de avance en el desarrollo del pensamiento geométrico en los alumnos, tomando como referencia los niveles de Van Hiele. Este estudio se desarrolló en una escuela pública, correspondiente al primer grado de educación secundaria localizada en Itajaí del estado de Santa Catarina, Brasil con 28 alumnos entre 12 y 13 años. Se consideró como uno de los factores determinantes en la enseñanza de la geometría la forma como estos contenidos son organizados para ser enseñados en la escuela.

Así mismo la autora considera en su investigación estudios relacionados a los errores presentados en los libros de texto y manifiesta que uno de los problemas que se enfrenta en la enseñanza de los contenidos de geometría es la transposición que ocurre entre las definiciones presentadas en los libros de texto donde se observan reproducciones correctas e incorrectas de definiciones, propiedades y fórmulas, las cuales sufren un proceso de

transformaciones desde el saber sabio. Este conocimiento, durante la trayectoria para llegar a los libros escolares, sufre diferentes influencias tanto del campo científico como de otras fuentes, pasando por un proceso evolutivo que dará forma al aspecto conceptual y el contenido metodológico; es decir, considera los libros de texto como recursos educativos de importancia por su influencia en el proceso enseñanza-aprendizaje. Esto motiva que en nuestra investigación consideremos también pertinente realizar un análisis de la transposición del “saber sabio” al “saber enseñado” de la definición de cuadriláteros que se presenta en el libro de texto lo que nos llevará a realizar un estudio del objeto matemático “cuadriláteros” desde sus orígenes.

## 1.2. Justificación

La geometría nos ayuda a representar el mundo que nos rodea, a ubicarnos en el espacio. Su aprendizaje es de mucha utilidad en la vida diaria ya que si observamos a nuestro alrededor nos daremos cuenta de que estamos rodeados de figuras geométricas de dos o tres dimensiones, tales como puertas, ventanas, losetas, mesas, sillas, pupitres, etcetera. En ese sentido, Castiblanco, Urquina y Acosta (citado por Gamboa, 2010) señalan que el desarrollo histórico de la geometría ha estado relacionado con actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas; situación que puede utilizarse para justificar un re-direccionamiento de los procesos de enseñanza hacia el logro de una visión contextualizada de la geometría. Desde tiempos antiguos, nociones geométricas han estado presentes para resolver problemas relacionados con el cálculo de perímetros y áreas. Por eso es importante, desde los primeros años de escolaridad, desarrollar el pensamiento lógico del niño y una de las herramientas fundamentales para hacerlo es el aprendizaje de la Geometría.

En Perú (2009), se ubica como uno de las componentes en matemática a la Geometría y Medida. Dentro de ella se ubica el objeto matemático “cuadriláteros”. Dicho tema está presente desde el nivel inicial, donde los niños tienen el primer contacto con los cuadriláteros a través de la identificación de formas y relacionando espontáneamente objetos. Luego, en la educación primaria, se espera que los niños examinen, analicen las formas, características y relaciones de figuras de dos y tres dimensiones. Posteriormente, este objeto será estudiado en el ciclo VI correspondiente al 1er y 2do grado de educación secundaria donde se espera que el el alumno resuelva problemas que relacionan figuras



planas y sólidos geométricos, argumenten y comuniquen los procesos de solución y los resultados utilizando un lenguaje matemático.

Asimismo, en los principios y estándares para la educación matemática (NCTM, 2000), en lo que se refiere a la geometría, se establece en el primer estándar que el niño debe “Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas”. Se considera que los niños están inclinados de modo natural a observar y describir figuras, y ya posteriormente se pueden enfocar en propiedades y atributos de las figuras. En grados superiores, los estudiantes podrán observar y discutir acerca de los componentes de las figuras y, en la enseñanza media, los estudiantes aprenderán a utilizar el razonamiento deductivo, a elaborar conjeturas y verificarlas, comprobando así que el objeto matemático “cuadriláteros” se presenta desde el inicio de la etapa escolar hasta los estudios superiores.

De otro lado, Vilella (citado por Vivas, 2010) sostiene que el libro de texto constituye uno de los pilares básicos sobre los que se sustenta la acción docente en cualquier nivel educativo y, muy a menudo, se transforma en el referente exclusivo del saber científico, tanto para los profesores como para los alumnos. Es por ello que el Ministerio de Educación, en el marco del programa presupuestal denominado “Logros de aprendizaje de estudiantes de educación básica regular” opta por distribuir a todas las escuelas públicas del país, en forma gratuita, textos de matemática para cada grado educativo, apoyados también en que las capacidades y los contenidos que deben desarrollarse según el diseño curricular nacional son comunes a nivel nacional. Dicho material debe convertirse así en una herramienta valiosa para desarrollar el currículo del área. De esta manera, el seguimiento del mismo condicionará toda la actividad educativa. Por esta razón, conviene hacer una reflexión sobre la estructura del libro de texto que se utiliza en dichas instituciones escolares.

Consideramos importante también presentar algunas investigaciones que nos ayudaron en decidimos en el estudio de los cuadriláteros y nos centraremos en la presentación del objeto matemático, las diferentes formas de clasificarlo y en la medida del área.

### **Representaciones estereotipadas**

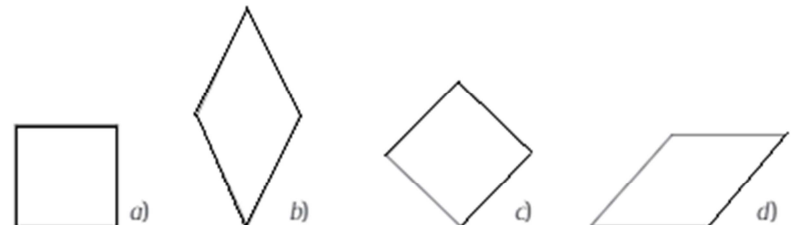
Un estereotipo, según la Real Academia de la Lengua, es una imagen estructurada y aceptada por la mayoría de las personas como representativa de un determinado colectivo.

Esta imagen se forma a partir de una concepción estática sobre las características generalizadas de los miembros de esa comunidad. En los libros de matemática de primaria en nuestro país, generalmente observamos que las representaciones de las figuras geométricas se encuentran en posiciones estereotipadas.

Al respecto, Moriena (2003) realizó un estudio para detectar la influencia de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos geométricos, señalando que esta podría generar dificultad para identificar una figura geométrica cuando su representación gráfica es diferente de las posiciones estándar. Encontró que en la mayoría de los libros de texto las figuras se presentan en forma estereotipada; por ejemplo, la representación del rectángulo y del cuadrado se caracteriza por presentar los lados paralelos a la horizontal y vertical respectivamente. Esta investigación se aplicó a 53 alumnos del octavo grado cuya edad promedio era de 13 años, pertenecientes a dos escuelas de Santa fe (Argentina). A ellos se les propusieron ejercicios con la finalidad de detectar errores causados por el uso de representaciones gráficas de figuras que responden o no a estereotipos determinados.

Con respecto al rombo el ejercicio, que se les presentó a los alumnos incluyó dos rombos en la posición estereotipada (b) y (c) y otros dos con lados paralelos a la línea horizontal (a) y (d).

2. ¿Cuáles de los siguientes cuadriláteros son rombos?



a)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

b)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

c)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

d)  Sí  No  Por qué \_\_\_\_\_

**Figura 1.** Figuras en posición estandar  
**Fuente.** Moriena Susana y Scaglia Sara (2003, p.15)

Con respecto a las respuestas dadas por los alumnos, se observa que la mayoría de los alumnos identifica correctamente las figuras *b* y *c*; sin embargo, el porcentaje de respuestas correctas disminuye en las figuras *a* y *d*, y en lo que se refiere a los argumentos usados, se

observó que la mayoría hace alusión a los cuatro lados iguales. De esta manera, el investigador concluye que es necesario que los alumnos apliquen sus conocimientos conceptuales de las figuras geométricas sobre dibujos no estereotipados de estas.

De igual forma, Pastor, Chiapa y Gutiérrez (1992) realizan una investigación sobre los errores e inconsistencias que se presentan en los libros de textos con respecto a la definición de triángulos y cuadriláteros, lo cual, según los autores, puede provocar retraso en los aprendizajes, aprendizajes incorrectos o conflictos innecesarios en los estudiantes. En los textos analizados se encontraron errores ocasionados por la presentación visual, ocasionada porque en la mayoría de los libros existen muy pocas figuras o no las hay en posición no estándar.

También se presentan definiciones diferentes; por ejemplo, en un libro del quinto grado se incluye al romboide entre los paralelogramos, señalando que “tienen los lados desiguales y los ángulos desiguales”, pero en sexto grado se define al romboide como el “paralelogramo con lados y ángulos opuestos iguales y ángulos consecutivos suplementarios”.

Se señala además que estas propiedades son válidas para el rectángulo, cuadrado y rombo, resultando en este caso que un rectángulo o rombo, no son romboides en quinto grado, pero sí lo son en sexto grado.

Otro error señalado es con respecto a la interpretación incorrecta de la definición. Al estudiar cuadriláteros en el libro del alumno correspondiente a la cuarta serie se define al rectángulo como la “intersección de bandas perpendiculares” sin hacer mención a los lados. Sin embargo, en los comentarios del libro del profesor se afirma que “la anchura de las bandas es distinta y por eso sus lados no miden lo mismo”; por lo tanto, un cuadrado sí es un rectángulo según la definición presentada en el libro para el alumno, pero en el libro del profesor no lo es.

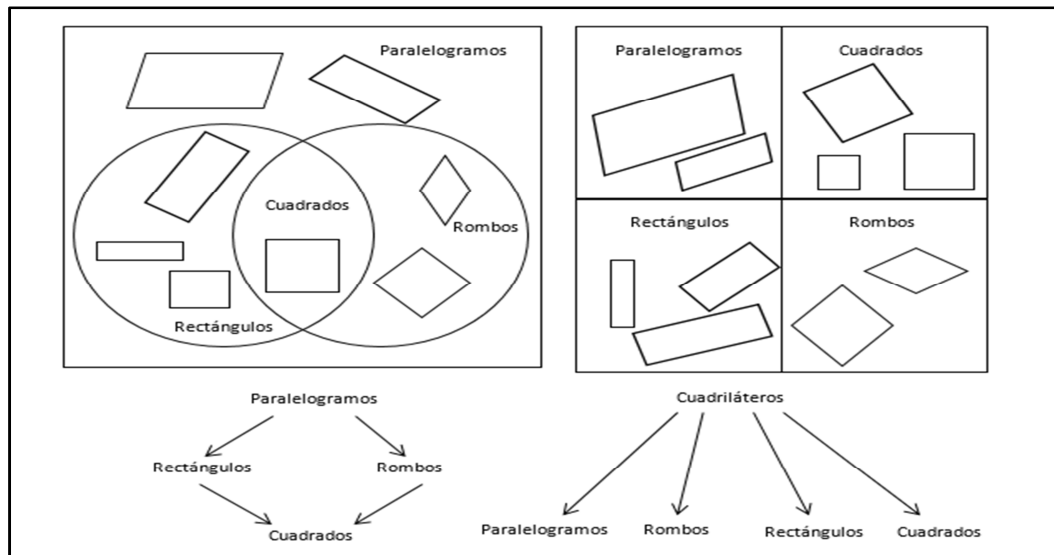
### **Diferentes formas de clasificar los cuadriláteros**

El proceso de clasificación de figuras geométricas es muy importante. Por ello consideramos que los docentes debemos comprender en qué consiste y cómo evaluar si estos procesos se están desarrollando oportunamente en nuestros alumnos.

En este sentido, Villiers (Citado por Dalcin, 2006) hace referencia a los dos tipos de clasificaciones:

La clasificación es jerárquica cuando los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conceptos más generales (por ejemplo, cuando los cuadrados son algunos de los rectángulos y estos, a su vez, son algunos de los paralelogramos). En la clasificación particional de un conjunto de conceptos estos se agrupan en subconjuntos disjuntos (por ejemplo, cuando cuadrados, rectángulos, rombos y paralelogramos no tienen características en común). (p.472)

Presentamos a continuación el siguiente esquema donde se representa las dos formas de clasificar a los cuadriláteros.



**Figura 2.** Clasificación particional y jerárquica de los paralelogramos

**Fuente:** De Villiers (2012, p.98)

Al respecto, Fernández (2012), realizó una investigación cuyo objetivo fue analizar los criterios que emplean los estudiantes docentes al momento de definir y clasificar cuadriláteros convexos, y a quienes se les aplicó una encuesta. De los resultados se pudo observar que ellos tenían dos categorías para clasificar los cuadriláteros, una para ellos como profesores y otra para sus alumnos. Asimismo, se plantearon preguntas basadas en las dos categorías que ellos manejaban, las cuales solicitaban escribir las definiciones de cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio y trapecoide y las dos categorías que adoptaban, tanto para sí mismos como las que usarían para enseñar en las escuelas, de lo que se obtuvo lo siguiente: con respecto a la definición de trapecio y romboide, el 41,2%, define trapecio de forma contradictoria con respecto a las categorías “para sí mismo” y “para enseñar”. Por ejemplo, uno de ellos definió trapecio para sí mismo como “cuadrilátero con al menos un par de lados paralelos” y para enseñar como “cuadrilátero con un solo par de lados opuestos paralelos”, observándose que en el primer caso los paralelogramos son trapecios, es decir, la definición resulta inclusiva con respecto a los

paralelogramos, y en el segundo caso la definición es exclusiva o particional. El 29,4 % define trapecio dentro de los paralelogramos y el 17,6% los define de forma exclusiva con respecto a los paralelogramos, observándose finalmente que de los 17 alumnos encuestados, 12 de ellos definen en forma contradictoria por lo menos una de las dos definiciones evaluadas, lo que representa un total del 70% de encuestados.

### **Aspectos relacionados al concepto de área de figuras planas.**

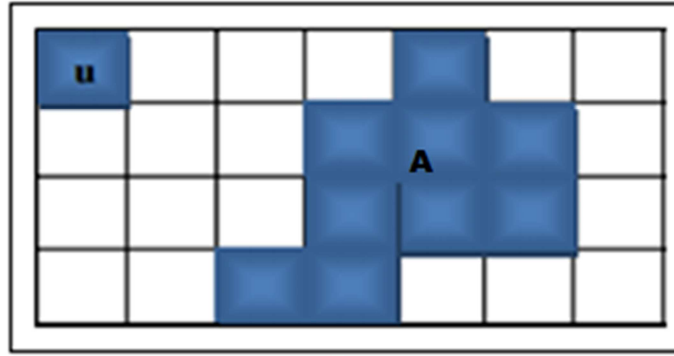
La comprensión del concepto de área en nuestros alumnos es una de las grandes dificultades que enfrentamos los maestros a la hora de enseñar, siendo una de las razones la forma cómo este concepto se presenta en los libros, los cuales a veces se limitan a presentar fórmulas y los ejercicios son únicamente la aplicación de estas.

Al respecto Freudenthal (citado por Corberan, 1996) señala que en la educación primaria el área se reduce a la expresión “longitud x anchura” y propone realizar actividades que tengan como objetivo diferenciar el área del perímetro, comparaciones entre áreas, etc.

De igual forma, Hershkowitz (citado por Corberan, 1996) señala algunas condiciones que se deberían seguir para el aprendizaje de la medida del área como la conservación del área, es decir es necesario que comprendan que el área de una figura se conserva cuando ésta se parte o reagrupa para formar una figura diferente y sugiere que los niños utilicen una variedad de técnicas de medidas para el cálculo de la medida del área,

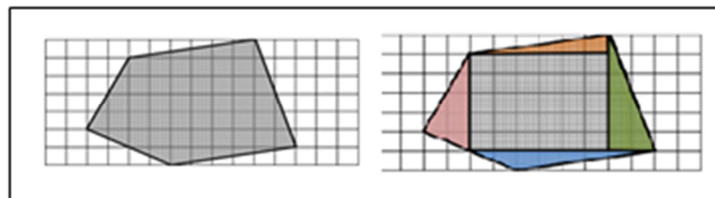
Por otro lado, Silva (2010) señala que el cálculo del área utilizando cuadrículas apoya el proceso de medición puesto que la medida del área se obtiene al comparar una unidad (generalmente un cuadrado) con la superficie a ser medida. Propone que en el caso de que la figura geométrica dada contenga a la cantidad exacta de cuadraditos, se procederá a contarlos y el resultado representa la medida del área en la unidad de medida dada.

A continuación, en la figura 4 mostramos un ejemplo propuesto por el autor donde para calcular la medida del área de A, tomando como unidad la superficie de una cuadrícula (u), se procede a contar la cantidad de veces que u está contenido en A. Siendo en este caso 9 u.



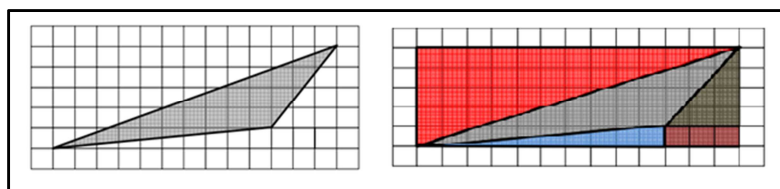
**Figura 3.** Medida del área tomando como unidad de medida una cuadrícula  
**Fuente:** Silva (2013, p.24)

En el caso de la figura 4, se procederá a descomponer la figura original y subdividirla en 4 triángulos rectángulos y un rectángulo. El área de la figura original será igual a la suma de la medida de las áreas de los triángulos y el rectángulo.



**Figura 4.** Medida del área descomponiendo la figura  
**Fuente:** Silva (2013, p.33)

En otros casos como en la figura 5, para calcular la medida del área del triángulo, será necesario encuadrarlo en un rectángulo que contenga totalmente a la figura. En el rectángulo formado se observan triángulos y rectángulos, de tal manera que para calcular la medida del área del rectángulo se procederá a calcular la medida del área del rectángulo mayor y restar la medida de las áreas que no forman parte del triángulo original.



**Figura 5.** Medida del área componiendo la figura  
**Fuente:** Silva (2013, p.34)

Considerando los trabajos previos en los que se ha identificado la importancia del libro de texto en cuanto a la presentación del objeto matemático “Cuadriláteros” y a la importancia de la forma como este se presenta en dichos libros, decidimos hacer la siguiente investigación para lo cual nos planteamos la siguiente pregunta de investigación.

### 1.3. Pregunta de investigación

A continuación pasaremos a redactar la pregunta de investigación:

¿Cuál es la organización matemática que presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria en relación a los cuadriláteros?

### 1.4. Objetivos de la investigación

#### Objetivo general

Describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.

#### Objetivos específicos

- Identificar la organización matemática relacionada al tema de cuadriláteros presentados en el libro de texto del quinto grado de educación primaria.
- Describir la organización matemática relacionada a los cuadriláteros que se presenta en el libro de texto del quinto grado de primaria desde la postura de la TAD.
- Valorar la organización matemática del texto teniendo en cuenta los indicadores de completitud.

A continuación presentaremos el marco teórico con el cual sustentaremos nuestro trabajo de investigación.

## CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

En este capítulo, presentamos aspectos de la Teoría Antropológica de lo didáctico que sirve de soporte a nuestra investigación centrada en el análisis de un libro de texto. Esta teoría epistemológica del aprendizaje de la matemática considera como foco de atención a los objetos matemáticos, es decir, que el objeto de estudio de la didáctica va más allá de las prácticas escolares centrandose su interés casi de manera exclusiva en la dimensión institucional del conocimiento matemático. Esta teoría nos proporcionará las herramientas necesarias para analizar la organización matemática presente en el libro de texto elegido para nuestra investigación.

### 2.1. Teoría antropológica de lo didáctico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, tiene su origen en la teoría de la transposición didáctica propuesta por (Chevallard 1985) y considera que no es posible explicar las características del saber matemático aprendido sin tomar en cuenta todas las etapas de la transposición, es decir, todo el proceso que va desde su creación como saber matemático hasta su puesta en práctica en la escuela como saber enseñado.

Al respecto, Chevallard (1999) señala que:

Al conjunto de las transformaciones adaptativas que sufre una obra para ser enseñada se denomina transposición didáctica de la obra en cuestión. Tomada en un sentido más amplio, la transposición didáctica de una obra incluye tanto un eslabón anterior como otro posterior a las transformaciones adaptativas citadas. (p.136)

Un objeto matemático para ser enseñado atraviesa tres etapas: la primera tiene lugar en la propia comunidad matemática, es decir, la matemática de los matemáticos; la segunda etapa ocurre cuando un contenido del “saber” ha sido designado como “saber a enseñar”. Es a partir de entonces que este contenido sufre una serie de transformaciones hasta ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza y la tercera etapa se da cuando un objeto del saber a enseñar se transforma en un objeto de enseñanza.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, propuesta por Chevallard en el año 1999, distingue dos tipos de praxeologías u organizaciones: la organización matemática (OM), la cual está referida a la realidad matemática que pretendemos estudiar, y la organización



didáctica (OD) referida a la forma como se pone en práctica la organización matemática. Esta teoría considera que toda actividad humana puede describirse como un modelo único, el cual se resume con la palabra praxeología, organización u obra.

Para el efecto de nuestra investigación tomaremos las herramientas de esta teoría para analizar la organización matemática de un libro de texto.

## 2.2. Organización Matemática o Praxeológica

La noción de “organización praxeológica” o “Praxeología” es uno de los conceptos fundamentales de la TAD. La palabra “praxeología” proviene de los términos “praxis” y “logos”. “Praxis” hace referencia al “saber hacer”, es decir, comprende aquí las tareas y las técnicas que se utilizan, y el término “logos” se identifica con el “saber”, que está comprendido por las tecnologías que justifican a las técnicas y las teorías con las cuales se fundamenta la tecnología. En otras palabras, toda actividad humana puede analizarse bajo dos componentes y estos se hallan interrelacionados entre sí. En consecuencia, no hay praxis sin logos, pero tampoco hay logos sin praxis. Al respecto, Chevallard (1999) manifiesta lo siguiente:

“...toda obra se construye como respuesta a un tipo de cuestiones o, lo que es equivalente, de tareas problemáticas. Ahora podemos precisar que esta respuesta se constituye a partir de cuatro elementos esenciales: los tipos de problemas que surgen de las cuestiones; las técnicas que permiten resolver estos problemas; las tecnologías que justifican y hacen comprensibles las técnicas; y las teorías que sirven de fundamento a las tecnologías. Estos son los componentes principales de toda obra matemática” (p. 125).

Al respecto, Lucas (2010) señala que el sistema formado por estos dos bloques (o cuatro componentes) constituye una praxeología, como sugiere el siguiente esquema:

**Tabla 1.** Componentes de una praxeología

PRAXEOLOGÍA MATEMÁTICA BLOQUES			
PRÁCTICO-TÉCNICO Saber hacer		TECNOLÓGICO TEÓRICO Saber	
TAREA	TÉCNICA	TECNOLOGÍA	TEORÍA

**Fuente:** Adaptado de Lucas (2006, p.25)

### 2.3 Elementos de una organización praxeológica

Describiremos a continuación la estructura de una organización matemática, indicando cada uno de sus componentes, y la designaremos mediante  $OM = [T, \tau, \theta, \Theta]$ , donde:

**T:** símbolo que utilizaremos para indicar el tipo de tarea

**$\tau$ :** símbolo que utilizaremos para indicar la técnica o pasos a seguir para realizar la tarea.

**$\theta$ :** Símbolo que utilizaremos para indicar la tecnología que justifica la técnica aplicada.

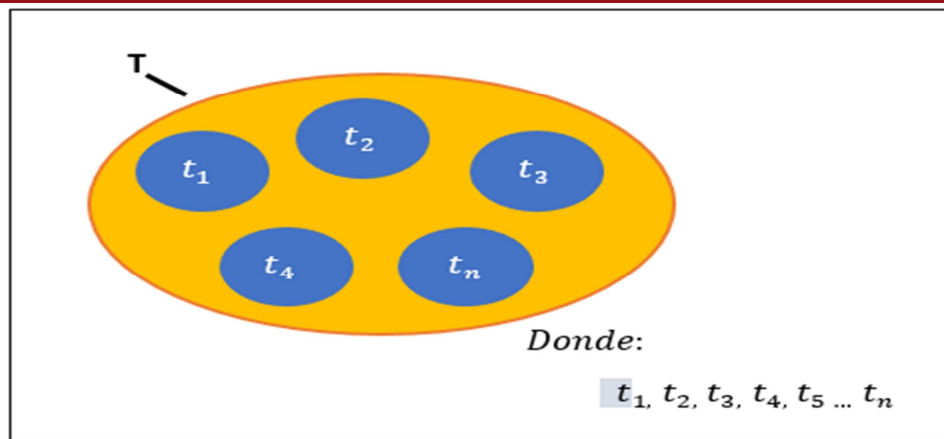
**$\Theta$ :** Símbolo que utilizaremos para la teoría que sustenta la tecnología.

#### Tipos de tarea (t)

Cada tipo de tarea está formado por un conjunto de tareas. El término “tarea” se encuentra en el bloque práctico-técnico y está relacionado con el “saber hacer”. Una tarea dentro de esta teoría difiere del concepto que la mayoría de maestros tenemos, pues empleamos este término como sinónimo de “ejercicios” que los alumnos trabajarán en casa sobre lo visto en clase. La noción de tarea empleada aquí significa que esta para ser realizada exige en la acción una técnica. Puede darse el caso que otras tareas se desarrollen aplicando los mismos procesos que la primera. En este caso, diremos que las tareas pertenecerán a un mismo tipo (T). Respecto de los tipos de tarea, Chevallard (1999) señala lo siguiente:

En la raíz de la noción de praxeología se encuentran las nociones solidarias de tarea t, y de tipo de tareas, T. Cuando una tarea t forma parte de un tipo de tareas T, se escribirá  $t \in T$ . En la mayoría de casos, una tarea (y el tipo de tareas asociado) se expresa por un verbo: limpiar la habitación, desarrollar la expresión literal dada, dividir un entero entre otro, integrar la función  $x \rightarrow x \ln x$  entre  $x = 1$  y  $x = 2$ , etc... la noción de tarea o, mejor, de tipo de tareas, supone un objeto relativamente preciso. Subir una escalera es un tipo de tarea, pero subir simplemente no lo es. De la misma manera, calcular el valor de una función en un punto es un tipo de tarea, pero calcular es lo que se llamará un género de tareas, que pide un determinativo. (p. 222)

En la figura 6 presentamos cómo varias tareas (t) pueden pertenecer a un mismo tipo de tareas (T).



**Figura 6.** Tipo de tareas(T) y tareas (t)  
**Fuente.** Adaptado de Claro. D (2013, p.608)

Chevallard menciona un ejemplo de tareas que pertenecen a un mismo tipo de tareas:

Dónde:

T: Reconstruir triángulos.

$t_1$ : Reconstruir un triángulo dado un lado, un ángulo y una altura.

$t_2$ : Reconstruir un triángulo dada la medida de los tres lados.

$t_3$ : Reconstruir un triángulo dada la amplitud de los ángulos; dados dos lados y un ángulo; dados dos lados y una altura; dados un lado, una altura y una mediana; etcétera.

Se debe tener en cuenta que no basta observar que las tareas tengan enunciados parecidos, los cuales generalmente están indicados con un verbo. Es necesario elaborar una técnica matemática capaz de abordarlos.

### Técnica ( $\tau$ )

Podemos entenderla como el conjunto de pasos que se siguen para resolver una determinada tarea (t). Está relacionada con el “saber hacer”. En algunos casos, determinados tipos de tareas presentan una sola técnica para resolver las tareas (t); otras veces pueden presentar dos o más técnicas diferentes.

Al respecto, Chevallard (1999) afirma:

Sea pues T un tipo de tareas dado. Una praxeología relativa a T requiere (en principio) una manera de realizar las tareas  $t \in T$ : a una determinada manera de hacer,  $\hat{o}$ , se le da aquí el nombre de técnica (del griego tekhnê, saber hacer). Una praxeología relativa al tipo de tareas T contiene pues, en principio, una técnica  $\hat{o}$  relativa a T. Contiene así un “bloque” designado por  $[T/\hat{o}]$ , que se denomina bloque práctico técnico y que se identificará genéricamente con lo que

comúnmente se denomina un saber hacer: un determinado tipo de tareas, T y una determinada manera,  $\theta$ , de realizar las tareas de este tipo. (p.223)

Para entender mejor qué es una técnica en la TAD, señalamos un ejemplo propuesto por Chevallard (1997):

- Estudiante: ¿Qué es técnica?
- Profesor: Fíjate, ante la ecuación  $2.800 + 0,5 = x$ , tú dices: 2.800 representan el 50% de x, luego x es 2 veces 2.800, o sea 5.600. Al hacer estos cálculos, pones en práctica una técnica, una “manera de hacer” determinada.

Como podemos observar, al hecho de disponer de una manera cómo solucionar la ecuación aplicando porcentaje es al cual llamamos “técnica”.

### Tecnología ( $\theta$ )

Es el proceso por el cual se justifican los pasos dados en la técnica para llevar a cabo un tipo de tarea (T). El proceso de estudio de una organización matemática no termina después de haber resueltos las tareas aplicando una o más técnicas; es necesario entonces justificar “racionalmente” estas técnicas aplicadas con la finalidad de asegurarse que permita realizar las tareas de tipo (T)

Al respecto Chevallard señala (1997):

La existencia de una técnica supone que también exista en su entorno un discurso interpretativo y justificativo de aquella y de su ámbito de aplicabilidad o validez. Llamaremos a este discurso sobre la técnica una **tecnología** (de *tékhne*, “técnica”, y *logos*, “discurso”). Además de justificarla y hacerla inteligible, la tecnología también tiene la importante función de aportar elementos para modificar la técnica con el fin de ampliar su alcance, superando así sus limitaciones y permitiendo en algunos casos la producción de una nueva técnica” (p. 125).

La tecnología entonces cumple tres funciones dentro de una organización matemática:

- Explicar la técnica, hacerla comprensible, explicar por qué la técnica empleada es la correcta.
- Reproducción de técnicas, siempre hay tecnologías potenciales a la espera de técnicas que aún no son tecnología de alguna técnica o son tecnología de muy pocas técnicas.

- Justificar la técnica y hacerla comprensible.

### Teoría (Θ)

La teoría tiene la función de justificar, explicar y hacer comprensible la tecnología. La teoría frente a la tecnología cumple la misma función que esta frente a la técnica. Al respecto, Serrano (2013) señala que:

La teoría (asociada a una tecnología) es el discurso justificador de esta tecnología y constituye, por decisión metodológica, el último nivel de justificación de la actividad...el nivel de la teoría acostumbra a permanecer implícito, formado por principios y verdades asumidas por el grupo, que solo suben a la superficie en caso de problemas o dificultades, cuando se cuestiona la razón de ser de un tipo de tareas o la manera de llevarla a cabo. (p.19)

### 2.4. Clases de praxeologías

Chevallard (citado en Lucas, 2010) introdujo niveles de praxeologías u organizaciones matemáticas según el grado de complejidad de sus componentes, las cuales se generan a partir del cuestionamiento sobre las razones de ser de las organizaciones matemáticas que se desean reconstruir y articular. Estas son:

#### Organización matemática puntual (OMP)

Pertencen a una praxeología puntual las organizaciones matemáticas donde las tareas propuestas pertenecen a un mismo tipo de tarea que son resueltas generalmente por una misma técnica y sustentadas por una tecnología y teoría.

Generadas por lo que se considera en la institución como un único tipo de tareas. Esta noción es relativa a la institución considerada y está definida, en principio, a partir del bloque práctico-técnico. En este tipo de organización los tipos de problemas y las técnicas tienen un claro papel predominante. De hecho raramente se encuentran las praxeologías puntuales ya que generalmente, una teoría responde a varias tecnologías, cada una de las cuales a su vez justifica y hace inteligible varias técnicas correspondientes a varios tipos de problemas (p.26).

#### Organización matemática local (OML)

Pertencen a una praxeología local las organizaciones matemáticas que presentan diferentes técnicas que pueden ser resueltos aplicando la misma tecnología y teoría.

Cada praxeología local está caracterizada por una tecnología, que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran. En general las praxeologías se integran en praxeologías locales para poder dar respuesta a cuestiones problemáticas que no podrían ser resueltas con ninguna de las praxeologías puntuales de partida. (p.26)

### Organización matemática regional (OMR)

Pertenecen a una praxeología regional las organizaciones matemáticas en las cuales diferentes tecnologías pueden ser sustentadas por una misma teoría.

Se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración, alrededor de una teoría matemática común, de diversas praxeologías locales. Esta integración comporta que el discurso teórico tome el papel central. (p.26)

### Organización matemática global (OMG)

Surgen agregando varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías.

Otro aspecto que consideramos de la TAD es la jerarquía de niveles de codeterminación las cuales veremos a continuación

### 2.5 Niveles de jerarquía

Chevallard (2001) señala que las organizaciones matemáticas pueden ser organizadas mediante una jerarquía de niveles que organice los conocimientos. Estos empiezan en el más genérico, que es la sociedad, y finaliza en el más específico, una cuestión matemática concreta que se pretende que sea llevada a cabo en el aula.

El esquema correspondiente a estos niveles es el siguiente:

Sociedad → Escuela → Pedagogía → Disciplina → Área → Sector → Tema → Cuestión

El autor señala al respecto que:

El principio del esquema anterior es el siguiente: cada nivel corresponde a un nivel de estructuración de la OM y, en cada uno de ellos, se introducen restricciones particulares sobre lo que será didácticamente posible en el aula [...] la jerarquía de entidades se debe interpretar así. Para transmitir conocimientos sobre cierta cuestión, la que figura en el último eslabón, hay que recorrer un camino que empieza en la sociedad, continua por la escuela,

sigue por cierta área dentro de una disciplina en la que se estudia la cuestión, por cierto sector dentro del área y por cierto tema del sector. En cada una de estas etapas se imponen restricciones y condiciones que acaban definiendo lo que es posible hacer para estudiar la cuestión considerada. (p.2)

El investigador ejemplifica los niveles de jerarquía en matemática de esta manera:

La cuestión: ¿Cuáles son las simetrías de un rectángulo no cuadrado?

Tema: Simetrías del polígono

Sector: Transformaciones en el plano

Área: Geometría

Disciplina: Matemática

Sin embargo, para que una cuestión matemática pueda ser estudiada con sentido en la escuela, no basta que se construya esta jerarquía. Es necesario como señala Gascón (2003), que tenga legitimidad social, es decir, provenga de cuestiones que la sociedad propone para ser estudiadas en las escuelas; que tenga legitimidad matemática; en otras palabras, que su raíz central se ubique en la matemática y que tenga legitimidad funcional, que conduzca a alguna parte y que se relacione con otras cuestiones que se estudian en la escuela.

## **2.6 Indicadores del grado de completitud de una praxeología local**

Para el análisis de las organizaciones matemáticas, en nuestro trabajo de investigación tomaremos como referencia los indicadores del grado de completitud de una organización matemática local propuestos por Fonseca (2004).

El investigador señala siete indicadores del grado de completitud de una OML, señalando las características de los componentes y de las relaciones entre ellos.

### **OML1: Integración de los tipos de tareas y existencia de tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.**

El grado de completitud dependerá del grado de integración de todos los tipos de tareas. Deben aparecer tipos de tareas asociados al “cuestionamiento tecnológico” de las técnicas de la OML; esto es, tareas que hagan referencia a la interpretación, la justificación, la fiabilidad, la economía y el alcance de las técnicas, así como a la comparación entre ellas. Una OML será menos completa cuantos más tipos de tareas aisladas existan.

### **OML2: Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.**

Una OML será más completa en la medida que, dado un tipo concreto de tareas  $T_q$  de OML, existan dos o más técnicas que permitan realizar algunas de las tareas concretas de ese tipo. Este indicador de la completitud comporta que en a OML existan, además, los elementos tecnológicos que permiten discernir, para cada tarea concreta cual es la técnica más fiable y económica para llevar a cabo dicha tarea.

Considerando este indicador, analizaremos si en el libro de texto existen dos o más técnicas para resolver un tipo de tarea asociada a los cuadriláteros y si se proponen tareas para las cuáles se dispone de elementos tecnológicos que permitan elegir al alumno que técnica es más fiable y económica.

### **OML3: Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar las técnicas.**

La flexibilidad de las técnicas en una OML se refiere a que estas no se identifiquen rígidamente con los objetos ostensivos, sino que, por el contrario, acepten diferentes representaciones ostensivas dependiendo de la actividad matemática en la que están inmersas. Esta independencia presupone que en una OML existen criterios (más o menos implícitos) que permiten elegir adecuadamente la representación ostensiva más adecuada de cada técnica para realizar la tarea.

Considerando este indicador analizaremos si en el libro de texto se proponen diferentes tipos de ostensivos para llevar a cabo las técnicas que permitirán resolver los diferentes tipos de tareas relacionada a los cuadriláteros.

Con respecto a los ostensivos y no ostensivos, Bosch (1994) señala que:

Llamaremos objeto ostensivo a todo objeto dotado de una naturaleza sensible, de cierta materialidad, y que, por ello, puede presentarse al sujeto humano como una realidad perceptible...los objetos ostensivos se caracterizan por el hecho de poder ser concretamente manipulables y se distinguen por ello de los objetos no-ostensivos (p 48)

La autora además señala que elegir una simbolización y una terminología adecuada son también elementos muy importantes para la constitución y calidad de una tecnología o teoría.



**OML4: Existencia de tareas y técnicas “inversas”**

Otro indicador de la flexibilidad de las técnicas indica el hecho de que existan en la OML técnicas inversas de otras que permiten realizar las tareas también inversas, por ejemplo, aquellas definidas intercambiando datos y las incógnitas de la tarea inicial.

**OML5: Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas**

Una OM local tendrá mayor grado de completitud en la medida en la que su discurso tecnológico adquiera mayor funcionalidad, es decir, explique, justifique técnicas y especialmente, interprete el funcionamiento de la técnica y de su resultado. Esto es, que en la OM estén los elementos tecnológicos necesarios para interpretar la técnica o las técnicas.

**OML6: Existencia de tareas matemáticas “abiertas”**

Una OML será más completa en la medida que existan tipos de tareas matemáticas “abiertas”, esto es, tipos de tareas en las cuales los datos y las incógnitas no están fijadas plenamente de antemano. Existe un segundo nivel de tareas matemáticas abiertas en las que el estudiante ha de decidir ante una situación matemática o extra matemática, qué datos debe utilizar y cuáles son las incógnitas más pertinentes para resolver correctamente el problema dado.

**OML7: Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la práctica**

El grado de completitud de OML dependerá también del grado de integración interna de los elementos tecnológicos y de su incidencia efectiva sobre la práctica matemática que se lleva a cabo con las tareas y las técnicas.

Es importante señalar que el investigador señala que la noción de “completitud” es relativa. Se trata de una cuestión de grado, es decir, existen OML más o menos “completas” que otras, en función del grado en que sus componentes cumplen las condiciones descritas por los indicadores OML1-OML7.

Cabe mencionar que las herramientas proporcionadas por la TAD, serán utilizadas para el estudio de la OM presente en el libro de texto a analizar de igual manera que los indicadores para medir el grado de completitud de una organización matemática local los utilizaremos para realizar la valoración de la organización matemática presente en el capítulo cuatro del libro de texto del quinto grado de educación primaria.

En el siguiente capítulo presentaremos el estudio del objeto matemático cuadriláteros desde el saber sabio, el cual nos servirá de base para el análisis del libro de texto.



## CAPÍTULO 3: ESTUDIO DEL OBJETO MATEMÁTICO

En este capítulo presentaremos un estudio histórico de los cuadriláteros. También presentaremos el objeto cuadriláteros en un libro de geometría superior que nos permitirá realizar la descripción de los cuadriláteros desde el punto de vista formal y matemático, presentaremos además un estudio de nuestro objeto en los libros de textos más utilizados en nuestro país en las instituciones públicas desde 1970 hasta el 2008, el estudio del objeto matemático cuadriláteros en los documentos oficiales de nuestro país como son el Diseño Curricular Nacional 2009, los Mapas de Progreso 2013 y finalmente veremos cómo se presenta el objeto matemático en el libro de texto del quinto grado de educación primaria que analizaremos en el capítulo 4.

### 3.1. Evolución histórica del objeto matemático

En este apartado realizaremos un estudio del objeto Matemático considerando su desarrollo histórico desde Euclides (citado por Zamorano ,1576) quien sistematizó todos los conocimientos matemáticos de su época partiendo de definiciones, postulados y axiomas. Escribió el libro “Los elementos”, dentro del cual, en los libros del I al VI, encontramos la definición de nuestro objeto matemático “cuadriláteros”.

Figuras cuadriláteras son las que se comprenden debajo de cuatro líneas rectas. De las figuras cuadriláteras, **cuadrado** es el que es equilátero y rectángulo. **Cuadrángulo** es el que es rectángulo, pero no equilátero. **Rombo** es la figura que es equilátera, pero no es rectángula. **Romboide** es la figura que tiene los lados y ángulos contrarios y iguales, pero no es equilátera ni rectángula. **Trapeacios**: los demás cuadriláteros fuera de ellos, llámense trapeacios. (p.10).

De las definiciones hechas por Euclides, podemos observar que la tecnología usada para definir un cuadrilátero es la siguiente:

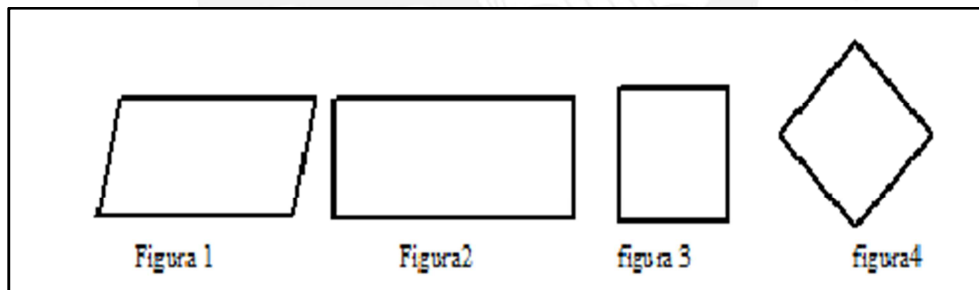
- El cuadrado es una figura que tiene los cuatro lados iguales y los ángulos rectos.
- El rectángulo, llamado por Euclides “Cuadrángulo”, es una figura que tiene los ángulos rectos, pero todos sus lados no son iguales.
- El rombo es la figura que tiene sus lados iguales, pero sus ángulos no son rectos.

- El romboide es la figura que tiene los lados y los ángulos opuestos iguales, mas sus lados no son iguales y los ángulos no son rectos.
- El trapecio es una figura que no cumple las condiciones dadas en las demas definiciones.
- El cuadrado no puede ser considerado como un rectángulo, pues este exige que sus lados no sean iguales.
- Un cuadrado no es un rombo, pues este exige que sus ángulos no sean rectos.

Podemos constatar que Euclides no hace una clasificación de los cuadriláteros; sin embargo, podemos decir que la forma como define a cada uno de los cinco cuadriláteros coincide con la definición de clasificación parcial que hace De Villiers (2012), quien afirma que “en la clasificación parcial de un conjunto de conceptos estos se agrupan en subconjuntos disjuntos”. Por ejemplo, cuando señala que cuadrados, rectángulos, rombos, paralelogramos no tienen características en común”

Teniendo en cuenta la figura 7, presentamos una tarea y una técnica que se utilizaría, desde la clasificación parcial de los cuadriláteros.

**Tipo de tarea (t):** Identificar cuadriláteros



**Figura 7.** Tarea (t) identificar rectángulos

**Fuente:** Creación propia

**Tarea (t):** Identificar cuáles son rectángulos:

En el caso presentado, la tarea (t) es “identificar los rectángulos”, para lo cual se utilizará una técnica ( $\tau$ ) formada por los siguientes pasos (Observar las figuras geométricas, reconocer las propiedades de las figuras, discriminar el nombre del polígono, identificar el rectángulo), en este caso la respuesta correcta será entonces la figura 2, pues la tecnología ( $\theta$ ) que la sustenta es que para ser rectángulo los lados deben ser diferentes y los ángulos rectos, basado esto en la teoría ( $\Theta$ ) correspondiente a la teoría de los cuadriláteros.

Si se toma como referencia esta forma de definir a los cuadriláteros, sería necesario demostrar las propiedades que se cumplen en cada una de ellas, pues son figuras disjuntas.

El libro “Los elementos” de Euclides incluye elementos tecnológicos tales como definiciones y proposiciones que aparecen en lo que respecta al tema de cuadriláteros; sin embargo, el libro no presenta tareas propuestas ni resueltas.

Durante muchos años, los “Elementos” fueron el paradigma y el único modelo lógico-deductivo disponible para todas las ciencias.

Huerta (1996) realiza un análisis donde muestra como estuvo organizado el contenido geométrico cuadriláteros en diferentes manuales desde el siglo XIX hasta finales del siglo XX. A continuación mostraremos los aspectos más relevantes presentados por el investigador:

### **Cuadriláteros a comienzos del siglo XIX**

Los inicios del siglo XIX se caracterizan por cuestionar la veracidad de los axiomas de Euclides y la construcción de la geometría euclidiana. Esta época se caracterizó por establecer una definición para las diferentes figuras geométricas y, a partir de las definiciones, comenzaba un razonamiento deductivo que generaba las clasificaciones y las proposiciones.

Dentro de la clase de los paralelogramos se presentaban el romboide, el rombo, el rectángulo y el cuadrado; sin embargo, dichas clases estaban tratadas de modo exclusivo. Por lo tanto, nunca un cuadrado podría ser considerado como una clase especial de rectángulo, pues el primero exigía igualdad de lados y ángulos mientras que el segundo exigía la desigualdad de los lados.

### **Cuadriláteros a comienzos del siglo XX**

En el siglo pasado, la presentación del contenido que debía enseñarse y estudiarse presentó algunos cambios.

De esta manera Rey Pastor y Puig Adam (citado por Huerta 1996), definían el rectángulo, el rombo y el cuadrado así:

Si uno de los ángulos de un paralelogramo es recto, lo serán los otros tres (por el paralelismo de los lados) y el paralelogramo recibe el nombre de rectángulo. Si un paralelogramo tiene dos lados contiguos iguales, tiene también iguales a ellos sus opuestos, los otros dos, es decir, los cuatro lados son iguales y el paralelogramo se llama rombo. Si se construye un rombo con un ángulo recto, es decir, rectángulo,

se obtiene un cuadrilátero que tiene sus cuatro lados iguales por ser rectos. Esta figura se llama cuadrado y tiene, naturalmente, reunidas las propiedades del rombo y del rectángulo p (57).

### Cuadriláteros a finales del siglo XX

Esta etapa se caracteriza por la degradación que sufrió la geometría. Esta degradación escolar obligó a efectuar las renovaciones curriculares del último tercio del siglo y hablar de una recuperación necesaria para devolver el estatus de siglos anteriores. Las demostraciones dejan de tener presencia en la geometría escolar elemental y las definiciones se construyen. Las proposiciones se descubren en términos de propiedades. Surge en este periodo el modelo de Van Hiele para la enseñanza de la geometría cuyo fundamento es que el aprendizaje de la geometría se construye.

### 3.2. Cuadriláteros en el libro de geometría plana

En nuestra investigación consideraremos las definiciones y propiedades de los cuadriláteros propuestas por Michel Hellfgot (1991).

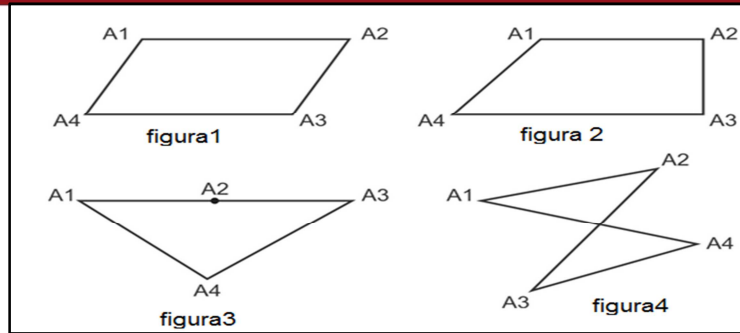
En este apartado haremos una revisión formal del objeto matemático cuadriláteros presentados en un libro de educación superior confirmando la legitimidad matemática de dicho objeto. Para tal efecto elegimos el libro de Geometría Plana propuesto por Michael Helfgott (2009).

Definición de cuadrilátero:

Sean  $A_1, A_2, A_3,$  y  $A_4$  cuatro puntos distintos del plano. Construimos los segmentos  $A_1 A_2, A_2 A_3, A_3 A_4$  y  $A_4 A_1$ . La unión de estos segmentos recibe el nombre de un cuadrilátero si se cumplen dos propiedades:

- (i) No es posible que descansen, sobre una misma recta, dos segmentos con un punto en común.
- (ii) Dos segmentos cualesquiera solo pueden intersectarse en sus extremos. (p.97)

Se presentan los siguientes figuras para ejemplificar cuáles de ellos representan un cuadrilátero de acuerdo con la definición dada por el autor.

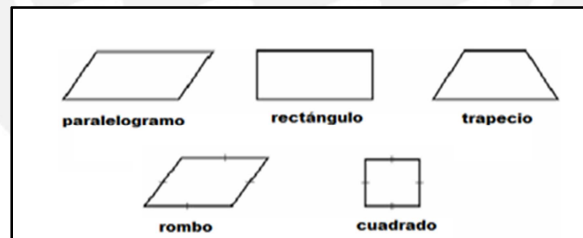


**Figura 8.** Condiciones para ser un cuadrilátero

**Fuente:** Helfgott (1991, p. 97)

Teniendo en cuenta las dos propiedades dadas por el autor para que exista un cuadrilátero, podemos concluir que los gráficos (1) y (2) de la figura 11 representan a cuadriláteros, pues cumplen las dos propiedades dadas por el autor. No obstante, el gráfico de la figura (3) no representa cuadrilátero pues no cumple la condición uno (no es posible que descansen sobre una misma recta, dos segmentos), y el gráfico (4) tampoco representa un cuadrilátero, ya que no cumple la segunda propiedad (dos segmentos cualesquiera solo pueden intersectarse en sus extremos).

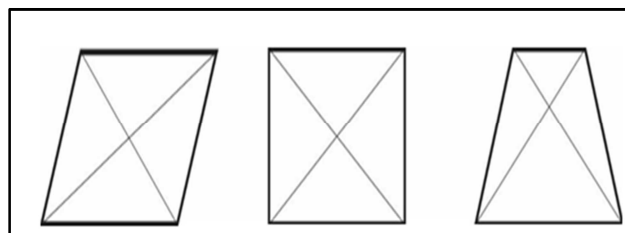
Así mismo, podemos observar en la figura 12 que presenta a los cuadriláteros como paralelogramos, rectángulos y trapecios, considera al rombo como un caso especial de paralelogramo y al cuadrado como caso especial de rombo.



**Figura 9.** Cuadriláteros

**Fuente:** Helfgott (1991, p. 98)

El autor señala también que en todo cuadrilátero se pueden trazar diagonales al unir dos vértices no consecutivos.

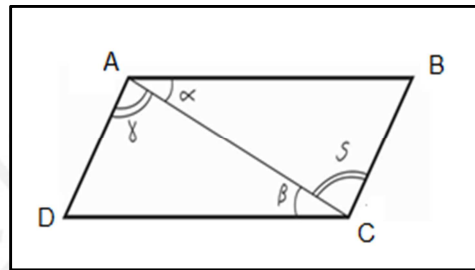


**Figura 10.** Diagonales de un Cuadrilátero

**Fuente:** Helfgott (1991, p.98)

También define “paralelogramo” como un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y presenta proposiciones con sus respectivas demostraciones que se cumplen en todos los paralelogramos. En este sentido, las propiedades demostradas en los paralelogramos se aplicarán tanto para el rectángulo, cuadrado, rombo y romboide pues son considerados paralelogramos. Las proposiciones consideradas en el libro son las siguientes:

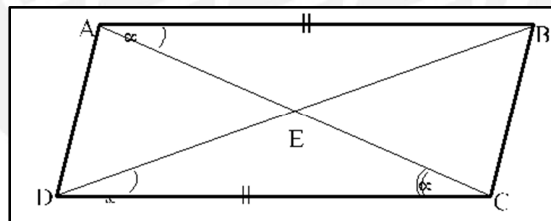
**Proposición 1:** Una diagonal de un paralelogramo divide al paralelogramo en dos triángulos congruentes.



**Figura 11.** Propiedad de la diagonal de un cuadrilátero  
Fuente: Helgott (1991, p.98)

Dado un paralelogramo, si sus lados opuestos son congruentes, los ángulos opuestos también lo son.

**Proposición 2:** Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

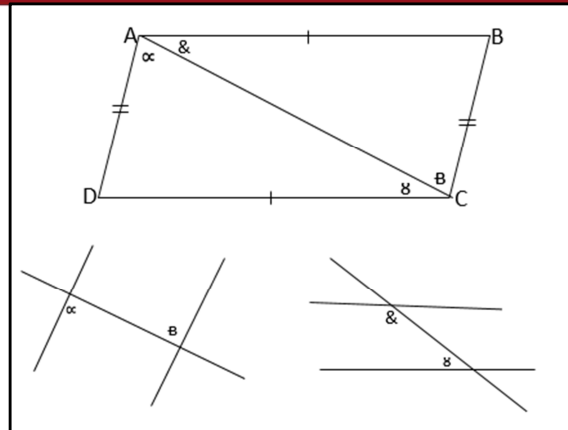


**Figura 12.** Diagonales de un paralelogramo 1  
Fuente: Helgott (año1991, p.99)

A continuación Helgott presenta distintas condiciones para que un cuadrilátero sea un paralelogramo.

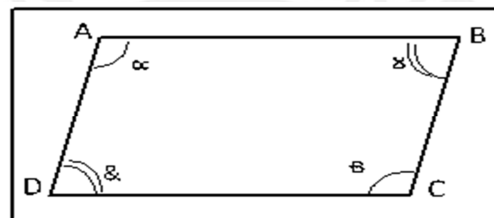
**Proposición 3:** Supongamos que un par de lados opuestos de un cuadrilátero son paralelos y congruentes. Entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.





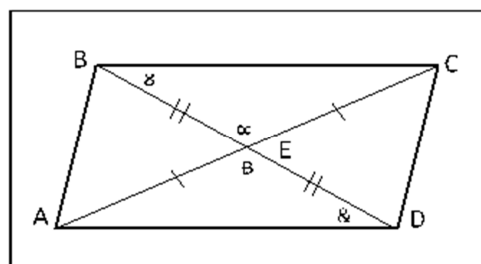
**Figura 13.** Condicion para ser un un paralelogramo 2  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.100)

**Proposición 4:** Un cuadrilátero es un paralelogramo si los ángulos opuestos son congruentes.



**Figura 14.** Propiedad de los ángulos opuestos en un paralelogramo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.101)

**Proposición 5:** Supongamos que las diagonales de un cuadrilátero se bisecan. Entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.



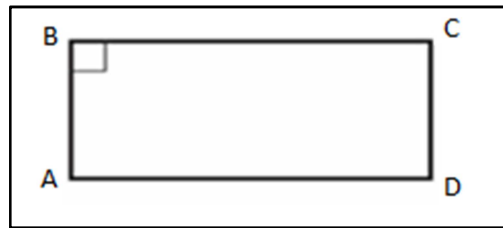
**Figura 15.** Diagonales en un paralelogramo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.101)

En conclusión, el autor considera cuatro condiciones para que un cuadrilátero sea un paralelogramo:

- Ambos pares de lados opuestos son congruentes.
- Un par de lados opuestos son paralelos y congruentes.
- Los dos pares de ángulos opuestos son congruentes.
- Las diagonales se bisecan.

Posteriormente, el autor define al rectángulo, romboide, cuadrado y rombo tomando como referencia que cumplen todas las condiciones del paralelogramo.

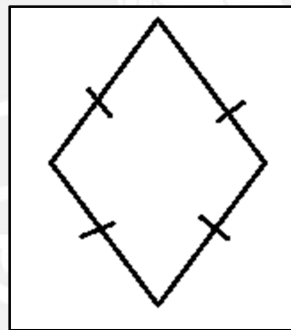
Rectángulo: Un rectángulo es un paralelogramo con un ángulo interior recto.



**Figura 16.** Rectángulo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.105)

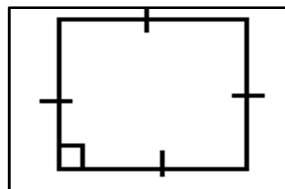
Como podemos observar, un paralelogramo para ser un rectángulo debe cumplir una sola condición, la de poseer un ángulo interior recto, pues al ser un paralelogramo, dos ángulos consecutivos deben sumar  $180^\circ$ . Considerando esta teoría podemos decir que la técnica para determinar que una figura geométrica es un rectángulo resulta más económica.

Rombo: Es un paralelogramo con los cuatro lados congruentes. Las diagonales de un rombo son una perpendicular a la otra. Además, las diagonales bisecan a los ángulos interiores del rombo.



**Figura 17.** Rombo  
**Fuente:** Helfgott (1991, p.107)

Cuadrado: Un cuadrado es un rombo con uno de sus ángulos interiores recto.



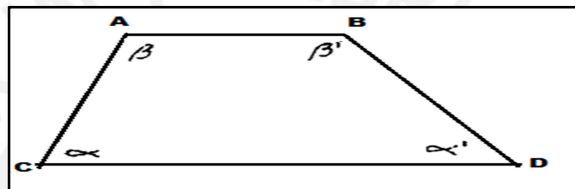
**Figura 18.** Cuadrado  
**Fuente.** Helfgott(1991, p.109)

Otra manera equivalente de definir un cuadrado es tomando en cuenta que es un rectángulo con lados congruentes. Como todo cuadrado es, al mismo tiempo, paralelogramo, rombo y rectángulo, las proposiciones referidas a estas figuras geométricas son válidas cuando

tratamos con cuadrados. Así, por ejemplo, dado un cuadrado podemos afirmar que sus diagonales gozan de las siguientes propiedades:

- Se cortan en su punto medio.
- Son congruentes.
- Son perpendiculares entre sí.
- Bisecan a los ángulos interiores.

Trapezio: Un cuadrilátero es un trapezio si posee dos lados opuestos paralelos, mientras que los otros dos lados opuestos no son paralelos. Estos lados paralelos son conocidos como las bases del trapezio, mientras que los pares de ángulos ( $\alpha$ ,  $\alpha'$ ) y ( $\beta$ ,  $\beta'$ ) son conocidos como los ángulos de la base del trapezio.



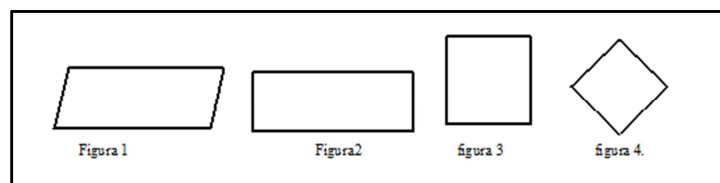
**Figura 19.** Trapecio  
**Fuente:** Helfgott. (1991, p109)

Como podemos observar, la definición y clasificación propuesta por Helfgott hace referencia a una clasificación jerárquica.

Hemos visto entonces dos tipos de clasificación de los cuadriláteros. La de Euclides, que hasta la actualidad se considera en los libros de texto, y la de Helfgott, Ambas nos servirán de base para determinar en el libro de texto de quinto grado las tareas relacionadas al respecto de la clasificación.

Ahora, teniendo en cuenta la definición jerárquica, resolveremos tomando como referencia la figura 23 el mismo ejercicio presentado en la figura 7 cuando enunciamos la clasificación particional.

Tarea (t): Identificar rectángulos dentro de un grupo de figuras



**Figura 20.** Tarea (t) identificar rectángulos  
**Fuente:** Propia

En este caso, la tarea (t) es la siguiente: identificar los rectángulos. Para lo cual se utilizará la siguiente técnica (Observar las figuras geométricas, reconocer las propiedades de las figuras, discriminar el nombre del polígono, identificar los rectángulos). En este caso la respuesta correcta será la figura 2, 3 y 4 pues la tecnología ( $\theta$ ) que la sustenta es que para ser rectángulo debe ser un paralelogramo con un ángulo recto, basado esto en la teoría ( $\Theta$ ) de la clasificación jerárquica de los cuadriláteros.

Considerando también que en el estudio de la organización matemática presente en el libro de texto del quinto grado de primaria revisaremos las tareas relativas a la medida del área de cuadriláteros. Consideramos necesario hacer una revisión desde el punto de vista matemático y formal, para lo cual hemos considerado los siguientes autores.

Con respecto a la definición de área Allen y otros (1965), que la define como “la función que asigna un número real único a un conjunto de puntos en el plano, siendo el dominio de esta función el conjunto de todas las regiones acotadas o limitadas o encerradas en un polígono o circunferencia”.

Con el uso de esta definición es posible plantear una serie de postulados que nos permiten desarrollar toda la teoría de áreas de regiones de frontera poligonal y también de regiones de frontera curva.

- (1) Postulado 1 (postulado del Área): existe una función  $A$  llamada Área, definida para todos los conjuntos acotados en el plano de modo que, a cada conjunto acotado  $S$  se le asigna un número no negativo  $A(S)$ .  
Tanto un punto como un segmento son conjuntos acotados a quienes les corresponde Área 0.
- (2) Postulado 2 (suma de áreas): dados dos conjuntos  $S$  y  $T$  del plano, que no tienen punto en común, entonces, el área de la reunión de  $S$  y  $T$  es igual a la suma de las áreas de  $S$  y  $T$ .
- (3) Postulado 3 (postulado de la congruencia): si  $S$  es un conjunto de puntos del plano,  $S$  es acotado y  $S \equiv T$  entonces el área de  $S$  es igual al área de  $T$ .
- (4) Postulado 4 (postulado de la unidad): si  $S$  es el conjunto formado por un cuadrado de lado 1 y su interior, entonces el área de  $S$  es uno.

A su vez Helfgott, señala que:

A toda toda región poligonal  $R$  (muy especial cuando se trata de cuadrados, rectángulos o triángulos) se les puede asignar un número que lo denotaremos  $a(R)$  “área de la región poligonal  $R$ ”) tal que:

(i)  $a(R) \geq 0$

(ii) Si  $R_1$  y  $R_2$  son regiones triangulares congruentes. Entones:  $a(R_1) = a(R_2)$ .

(iii) Si  $R_1$  y  $R_2$  son regiones triangulares que solo se intersecan en bordes y vértices(o son disjuntas). Entonces:  $a(R_1 \cup R_2) = a(R_1) + a(R_2)$ .

(iv) Si  $R$  es un rectángulo de base  $b$  y altura  $h$  entonces:  $a(R) = bh$  (p.158)


Continuamos con la revisión del objeto cuadriláteros en libros de texto que han sido utilizados por la mayoría de las escuelas públicas de nuestro país, que antecedieron al libro de texto analizado en esta investigación, para percibir cómo se presenta nuestro objeto de estudio.

### 3.3 Estudio de libros de textos desde 1970 hasta el 2008

En esta sección haremos una breve revisión de los textos usados por la mayoría de los alumnos de las escuelas primarias del cuarto, quinto y sexto grado en nuestro país desde 1970, con el fin de observar las definiciones referidas a los elementos de los cuadriláteros, el tipo de clasificación que emplean y la forma del tratamiento de la medida del área y perímetro del objeto matemático “cuadriláteros” de dichos textos. Si bien es cierto estos libros no fueron elaborados por encargo del Ministerio de Educación son un referente para el estudio de nuestro objeto matemático en lo que respecta a las herramientas que presenta el libro de texto.

#### Libros del 4to grado de primaria:

**Tabla 2.** Información de la Enciclopedia Fanal de cuarto grado de primaria

Grado:4to	Año	Título	Autor
	1984	Enciclopedia Escolar FANAL	Benavente Lazo, Lino Benavente Buitrón, Luis Velásquez Zevallos, Luz

**Fuente:** Autoría propia

En esta enciclopedia se presenta el objeto matemático en la unidad 8 y 9. Empieza con la definición de recta, rayo y segmento, ángulos recto, agudo y obtuso. Luego se observa la definición de rectas paralelas como “dos rectas que no se encuentran en ningún punto,

porque su intersección es el conjunto vacío” y rectas perpendiculares como “dos rectas que dividen al plano en cuatro ángulos rectos y al caer la recta CD sobre la recta AB, no se inclina a ningún lado”, A continuación, se define polígono como “ la unión de tres o más segmentos consecutivos no colineales, de modo que cada par de segmentos tiene solamente un extremo común”(p.225) y cuadrilátero como “polígono de cuatro lados”.

Señala que con respecto a los lados y ángulos del polígono, los cuadriláteros se clasifican de la siguiente manera: “Paralelogramo es el cuadrilátero que tiene sus lados opuestos paralelos. Por ejemplo: cuadrado, rectángulo, rombo y romboide”. Dentro de los paralelogramos, menciona lo siguiente:

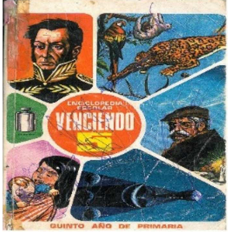
- 1) Rombo es el paralelogramo que tiene cuatro lados iguales y sus ángulos son iguales dos a dos.
- 2) Romboide es el paralelogramo que tiene dos pares de lados opuestos iguales y paralelos.
- 3) Cuadrado es el cuadrilátero que tiene cuatro lados iguales y paralelos dos a dos.
- 4) Rectángulo es el paralelogramo que tiene cuatro ángulos rectos y lados contiguos desiguales.

Se observa que la clasificación de los cuadriláteros es parcial ya que se hace una clara diferenciación entre cuadrado, rectángulo, rombo y romboide. Esto se puede apreciar en problemas como estos:

- ¿Qué es un cuadrado? Dibújalo
- Traza cuadrados cuyos lados midan, respectivamente, 2, 3,4 y 5 centímetros.
- ¿A qué se llama rectángulo? Dibújalo.
- Traza los siguientes rectángulos: de 4cm de largo por 2 cm de ancho; de 5 cm de largo por 3 cm de ancho; de 3,5 cm de largo por 2,5 de ancho.
- ¿Cómo es un rombo? Dibújalo.
- ¿Cómo es un romboide? Dibújalo.

## Libros del 5to grado de primaria

**Tabla 3.** Información de la Enciclopedia Venciendo del quinto grado de educación primaria

Grado	Año	Título	Autor
	1972	Enciclopedia Venciendo	Rojas P. Faggioni M. La Torre B. Cortijo B.

**Fuente:** Autoría propia

Este libro presenta el objeto matemático en la unidad 1 y 2. Empieza con nociones básicas de geometría tales como punto, recta, semirrecta y segmento de recta. También se observa la definición de ángulo, además de su clasificación: ángulo recto, ángulo agudo y ángulo obtuso. Asimismo, se observa que el texto clasifica a los cuadriláteros de la siguiente manera:

- 1) Trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.
- 2) Paralelogramo es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos.
- 3) Trapezoide es un cuadrilátero que no tiene lados paralelos.

Dentro de los paralelogramos ubica al cuadrado, rombo y rectángulo. Define al cuadrado como un “paralelogramo cuyos cuatro lados son iguales y cuyos ángulos son rectos”; con respecto al rectángulo señala que “es una figura geométrica formada por cuatro segmentos”, pero se diferencia del cuadrado porque en el rectángulo un par de lados son más largos que el otro par.

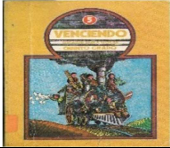
Podemos constatar entonces que la clasificación es exclusiva del rectángulo con respecto al cuadrado, pues el rectángulo exige tener un lado más largo que el otro. Con respecto al área, se presenta la gráfica de un cuadrado y rectángulo dividido en cuadrículas del mismo tamaño y, a continuación, la fórmula para calcular el área. Podemos observar que las tareas no requieren aplicar la clasificación de cuadriláteros y estas se refieren solo al cálculo del área de sus lados.

Por ejemplo:

- Si un patio mide 35 metros de largo por 12 de ancho, ¿cuál es su área?

- ¿Cuánto mide la base de un rectángulo si sabemos que el área es de  $128 \text{ m}^2$  y la altura es de  $8 \text{ m}$ ?

**Tabla 4.** Información de la Enciclopedia Venciendo quinto grado de primaria.

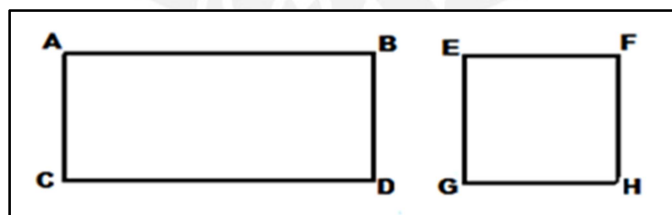
Grado:5to	Año	Título	Autor
	1976	Enciclopedia Escolar Venciendo.	Rojas Portilla, T. Faggioni Mallea, C. La Torre Balza, C. Cortijo Bustios, R.

**Fuente:** Autoría propia

En este libro, el objeto matemático se encuentra en la unidad VIII, donde se puede observar que empieza con las nociones básicas de la geometría, tales como punto, recta, segmento de recta y semirrecta y define al ángulo como “el conjunto o reunión de dos rayos que tienen el mismo origen” y lo clasifica en agudo, recto y obtuso. También notamos que se define al rectángulo como “una figura geométrica que tiene cuatro lados y cuatro ángulos rectos” y al cuadrado como “un rectángulo que tiene lados de igual longitud”.

La definición de cuadrado y rectángulo se realiza independientemente de los paralelogramos; sin embargo, al considerar que el cuadrado es un rectángulo, podemos considerarla dentro de la clasificación inclusiva o jerárquica.

En dicha obra se presentan actividades para que el niño, a partir de preguntas, reconozca al cuadrado como un rectángulo. Aquí la presentamos:



**Figura 21.** Actividad para reconocer cuadrado y rectángulo

**Fuente.** Enciclopedia Venciendo (1976, p.443)

En la figura ABCD, mide los lados AB y CD para ver si tienen el mismo largo. ¿Son iguales sus longitudes? Ahora mide los lados AC y BD para ver si tienen el mismo ancho. ¿Son iguales sus longitudes?

Después de estas preguntas, presenta la siguiente definición:

- Una figura que tiene 4 lados y 4 ángulos rectos es un rectángulo



Luego, se plantean las siguientes interrogantes:

En la figura EFGH anterior, ¿Tiene cuatro lados esta figura? ¿Tiene cuatro ángulos rectos?

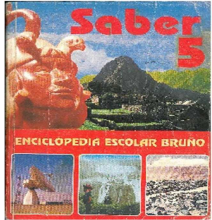
¿En qué es distinta esta figura de la de su izquierda?

Presenta a continuación la siguiente conclusión:

- Un rectángulo que tiene lados de igual longitud es un CUADRADO.

Con esta actividad constatamos entonces que un cuadrado es también un rectángulo. Respecto de la medida del área podemos observar que solo se refieren a la medida del área del rectángulo y del cuadrado y, a continuación, presentan algunos ejercicios para calcular la medida del área. Por ejemplo: “¿Cuánto se pagará por un terreno de forma cuadrada que mide 28,50 metros de lado?”.

**Tabla 5.** Información de la Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	1984	Enciclopedia Escolar ESCUELA NUEVA	Benavides Estrada Díaz Alva, Oscar Marín del Águila, Ángel. Soto Sánchez, Alberto

**Fuente:** Autoría propia

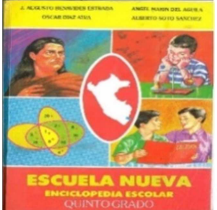
El objeto matemático cuadriláteros, se presenta dentro del capítulo “Construcciones geométricas”. Con respecto a las nociones básicas de geometría empieza con la definición de rectas paralelas, secantes perpendiculares y oblicuas. También se observa la definición de ángulo y lo clasifica, teniendo en cuenta su medida, en agudo, obtuso, recto y llano.

La obra llama a los cuadriláteros “figuras de cuatro lados” y define a los paralelogramos como “cuadriláteros cuyos dos pares de lados opuestos son paralelos”. A continuación define rectángulo así: “paralelogramo que tiene sus ángulos rectos”, considerando además al cuadrado como un rectángulo, pues cumple la condición de tener los ángulos rectos, y al rombo como “paralelogramo que no tiene ángulos rectos, pero sí tiene los lados de la misma longitud”.

Se observa que la clasificación del cuadrado es inclusiva con respecto al rectángulo; sin embargo, con relación al rombo es exclusiva, ya que considera que el rombo no debe tener los ángulos rectos. Según esta definición, los cuadrados no serían rombos.

Respecto de la medida del área y del perímetro se observa que se define este como la suma de las longitudes de todos los lados de un polígono, y con respecto al área utilizan las cuadrículas como unidad de medida para calcular el área del rectángulo y del cuadrado, para luego presentar la fórmula de ambas figuras geométricas. A su vez, presentan el área del rombo como la mitad del área del rectángulo. Se observan pocos problemas destinados a calcular la medida del área.

**Tabla 6.** Información Enciclopedia escolar Escuela Nueva quinto grado de primaria

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	1993	Enciclopedia Escolar ESCUELA NUEVA	Benavides Estrada Díaz Alva, Oscar Marín del Águila, Ángel Soto Sánchez, Alberto

**Fuente:** Autoría propia

Este libro se desarrolló teniendo en cuenta la programación curricular nacional vigente para el año escolar 1993. En la décima unidad, se encuentra el estudio del objeto matemático, el cual comienza con una revisión de algunos elementos geométricos fundamentales.

Podemos encontrar también la definición de figura geométrica como “todo conjunto no vacío de puntos”. Se definen las rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas y, asimismo, se hace un estudio de los ángulos y su clasificación de la manera siguiente: nulo, agudo, recto, obtuso, llano y ángulo de una vuelta. Con respecto a la definición de cuadrilátero, primero se define el polígono así: “Sean A, B, C, D,....N, n segmentos consecutivos determinados por cada par de puntos dados. Si cada par de segmentos consecutivos solamente tiene un extremo común y no son colineales, entonces se denomina polígono ABCD.....N a la reunión de los n segmentos” (p.567). En tal sentido define al cuadrilátero como un polígono de cuatro lados.


Este libro no presenta la definición de paralelogramo ni su clasificación

Con respecto a la medida del áreas de los cuadriláteros, solamente se trabaja la definición de área del rectángulo, cuadrado y romboide tomando las cuadrículas como unidad de medida para determinar la medida del área y presentando la fórmula de cada una de ellas. Se presenta una actividad para construir con cartón, cartulina y hojas de papel plantillas de regiones cuadrangulares y se pide a los estudiantes que, usando la unidad de medida elegida por ellos, calculen el perímetro y área de dichas figuras. No obstante, no se

presenta ninguna técnica para realizar dicha actividad. Luego, a través de otra actividad, se define el área del rectángulo, romboide y cuadrado.

Podemos concluir que el tema de cuadriláteros se trabaja de manera muy superficial. Se presentan muy pocas tareas para determinar el área y se utiliza como unidad de medida la superficie de una cuadrícula.

**Tabla 7.** Información Del libro del MInedu del quinto grado de primaria

Grado: 5to	Año	Título	Autor
	2004-2008	Lógico Matemático 5	Armas, Julia Dos Reis, Isabel Hurtado, Katya Ramírez, Carmen Ozejo, Tulio Sebastiani, Felipe

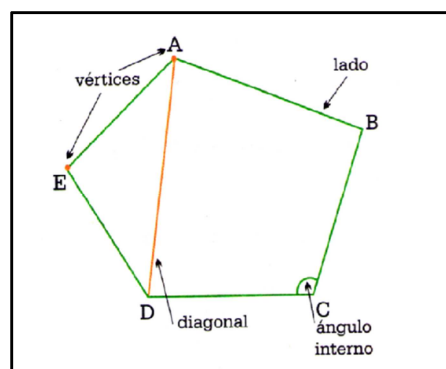
**Fuente:** Autoría propia

Es importante mencionar que este libro fue distribuido para los alumnos del quinto grado de educación primaria en el periodo 2004-2008 en nuestro país y hoy forman parte del banco de libros.

En la unidad 3, se encuentra la presencia del objeto matemático “cuadriláteros” el cual se encuentra dentro de la clasificación de polígonos. Podemos observar que primero comienza con las nociones básicas de la geometría, tales como recta, segmento y rayo. A continuación presenta la definición de ángulos, rectas paralelas y perpendiculares así como la técnica para dibujar dichas rectas utilizando regla y escuadra.

Con respecto a los polígonos, se define como figuras geométricas cerradas, formado por segmentos de recta consecutivos no contenidos en la misma recta.

Presentando la siguiente gráfica:

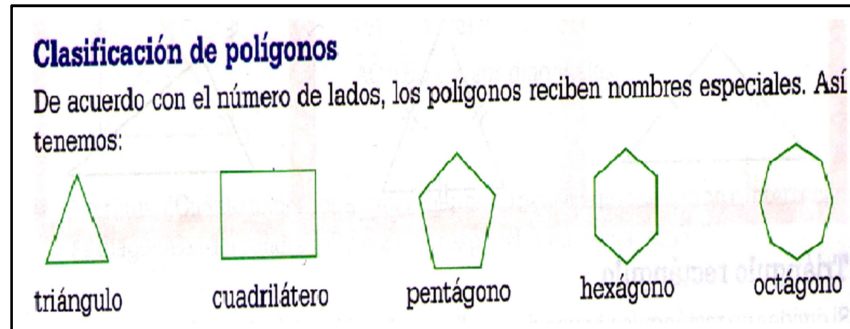


**Figura 22.** Polígono en el libro Lógico Matemático 5

**Fuente.** Libro Matemática 5 (2008, p.43)

Como podemos observar en la figura 22, la definición de polígono hace referencia a los segmentos que forman los lados mas no ha su interior.

Y de acuerdo al número de lados del polígono lo clasifica en:



**Figura 23.** Clasificación de polígonos en el libro Lógico Matemático5  
**Fuente.** . Libro Matemática 5 (2008, p.43)

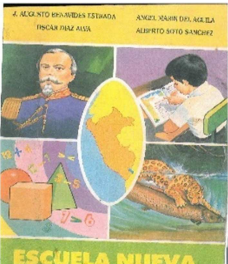
Como podemos observar en la figura 23 en este libro de texto se considera al cuadrilátero como un polígono de cuatro lados.

En este capítulo del libro de texto no se presenta la clasificación de los cuadriláteros, sin embargo se presenta la definición de rectángulo y cuadrado en la cual se manifiesta que el cuadrado es también un rectángulo. Por lo tanto diremos que la definición del cuadrado es inclusiva con respecto al rectángulo.

Con respecto a la medida del área presenta la definición del área del rectángulo y cuadrado primero contando la cantidad de cuadrículas contenidas en la figura y luego aplicando la fórmula.

### Libros de 6to grado de primaria:

**Tabla 8.** Información de la enciclopedia Escuela Nueva sexto grado de primaria

Grado:6to	Año	Título	Autor
	1994	Escuela Nueva Enciclopedia Escolar 6to grado	Benavides Estrada, Juan Martin del Águila, Ángel Díaz Alva, Óscar Soto Sánchez, Alberto.

**Fuente:** Autoría propia

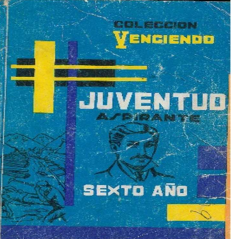
En este libro, el objeto matemático se presenta dentro del capítulo titulado: Algunos elementos geométricos fundamentales donde se define una figura geométrica como “todo conjunto no vacío de puntos” y la clasifica en figuras geométricas planas y figuras geométricas del espacio, cuerpos geométricos o sólidos geométricos.

Con respecto a la clasificación de cuadriláteros, se define al cuadrilátero como un polígono que tiene cuatro lados. Luego clasifica a los cuadriláteros teniendo en cuenta el paralelismo de sus lados de la siguiente manera: paralelogramos (si sus cuatro lados son paralelos dos a dos); trapecios (si solamente dos de sus lados son paralelos); y trapezoides (si sus lados no son paralelos).

Divide a los paralelogramos, atendiendo a la congruencia de sus lados y ángulos, en romboides (si sus lados y ángulos internos consecutivos son no congruentes); en rombos (si sus cuatro lados son congruentes y sus ángulos internos consecutivos son no congruentes); rectángulos (si sus lados consecutivos son no congruentes y sus cuatro ángulos, congruentes); y cuadrados (si sus cuatro lados y ángulos internos son congruentes).

De estas definiciones concluimos que la clasificación de los cuadriláteros es parcial y que las tareas presentadas pertenecen a un solo tipo, que consiste en calcular el área de los cuadriláteros aplicando la fórmula respectiva.

**Tabla 9.** Información de la Colección Venciendo Juventud sexto grado de primaria

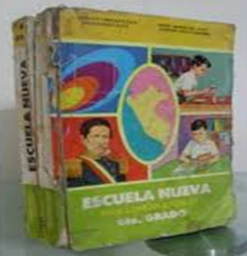
Grado:6to	Año	Título	Autor
	1971	Colección Venciendo. Juventud	Rojas Portilla, Teodoro. Cortejo Bustios, Rolando Faggioni Mallea, Alberto La torre Balza, Carlos

**Fuente:** Autoría propia

En este libro, se observa la definición de polígonos como una figura plana, limitada por líneas rectas. Dentro de la clasificación de los polígonos está el cuadrilátero que es un polígono de cuatro lados; sin embargo, no se observa un capítulo o estudio de los cuadriláteros, por lo que no podemos saber qué tipo de clasificación se está considerando.

Con respecto al estudio de la medida de áreas se presenta la fórmula para hallar el área de polígonos regulares. Con ese fin, se indica que debe multiplicar el perímetro por la apotema y el resultado dividirlo entre dos. Las tareas presentadas consisten en aplicar la fórmula.

**Tabla 10.** Información de la Enciclopedia Escolar Escuela Nueva

Grado:6to	Año	Título	Autor
	1982	Enciclopedia escolar Escuela Nueva.	Benavides Estrada, Augusto. Marín del Águila, Ángel Díaz Alva, Oscar Soto Sánchez, Alberto

**Fuente:** Autoría propia

El objeto matemático se encuentra en la décima unidad correspondiente a “Construcciones de figuras planas y cuerpos geométricos”.

Con respecto a los elementos de los cuadriláteros, se observa que no hay conceptos geométricos previos, pero sí una actividad donde el alumno para trabajar dicha actividad debe recordar conceptos como recta, segmento, rectas paralelas, perpendiculares, ángulos etcétera.

Con respecto a la clasificación de los cuadriláteros no se observa qué tipo se tomará en cuenta para la solución de los problemas. Luego se presentan actividades en las cuales los alumnos deben construir regiones cuadrangulares en cartulina u hojas de papel: cuadrado,

rectángulo y trapecio. Con el fin de calcular el área de estas figuras se presenta un plano dividido en cuadrículas, más para hallar la medida del área usan la fórmula.

Como vemos, en los libros analizados con respecto a los cuadriláteros se puede concluir que en algunos de ellos antes de empezar con el tema de polígonos o cuadriláteros hacen una revisión de los saberes previos tales como rectas paralelas, secantes, ángulos, etc. Con respecto a los cuadriláteros podemos observar que en algunos de los libros de texto presentan la clasificación particional y otros presentan la clasificación jerárquica. Con respecto a la medida de áreas, la mayoría de los libros de texto presentan primero el cálculo de la medida del área a partir de figuras geométricas presentadas en cuadrículas y en otros empiezan de frente con las fórmulas y su aplicación. Se pueden observar también representaciones gráficas estereotipadas para la representación del cuadrado, rectángulo, rombo y trapecio.

A continuación revisaremos la presencia del objeto matemático en los documentos oficiales, ya que desde la perspectiva de la TAD la segunda etapa de la transposición didáctica se da cuando un contenido del saber ha sido designado como saber a enseñar, en este caso los encargados de designar que contenidos se enseñan son los miembros encargados del Ministerio de Educación.

### **3.4. El objeto matemático en el diseño curricular y el Mapa de progreso**

El Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular del Perú (Perú 2009) vigente, responde al Proyecto Educativo Nacional al 2021, denominado “La educación que todos queremos para el Perú”, el cual fue aprobado mediante resolución suprema N° 001-2007-ED, del 7 de enero del 2007 y está organizado por niveles, ciclos y grados. A su vez todos los niveles consideran competencias por ciclos, así como también un conjunto de capacidades, conocimientos actitudes de acuerdo al desarrollo de los estudiantes.

Teniendo en cuenta que el libro motivo de nuestro análisis fue elaborado bajo las consideraciones presentes en Perú (2009), realizaremos un estudio para constatar los conocimientos y capacidades correspondientes al estudio de los cuadriláteros.

Con respecto al área de matemática, este se organizan en: Números relaciones y operaciones, geometría y medición y estadística.

El objeto matemático, se encuentra en la dimensión de geometría y medida.

A continuación presentamos en la tabla 2 las capacidades y conocimientos correspondientes al objeto de investigación.

**Tabla 11.** Capacidades y conocimientos correspondientes al 5to grado de primaria

CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasifica triángulos y cuadriláteros de acuerdo con sus ángulos y lados</li> <li>- Interpreta y mide la superficie de los polígonos.</li> <li>- Representa y argumenta las variaciones de los perímetros y áreas al variar la medida de los lados de un cuadrado y un rectángulo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Triángulos y cuadriláteros: Clases.</li> <li>-Superficie de figuras geométricas, cuadrado, rectángulo y triángulo.</li> <li>-Área y perímetro de un polígono.</li> </ul>

**Fuente:** DCN (2009)

Así mismo, el objeto matemático cuadriláteros se encuentra dentro de los Mapas de Progreso donde se describe el conjunto de aprendizajes que requieren los alumnos de nuestro país al finalizar su Educación Básica Regular y a su vez sirve de guía para la labor docente, el cual fue elaborado por un conjunto de especialistas del IPEBA y del Ministerio de Educación asesorados por expertos nacionales e internacionales.

Con respecto a nuestro trabajo de investigación hemos revisado al Mapa de Progreso de correspondiente a geometría, en la cual se describe el desarrollo progresivo de la competencia para describir objetos, sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico; comparar, y clasificar formas y magnitudes; graficar el desplazamiento de un objeto en sistemas de referencia; componer y descomponer formas; estimar medidas y utilizar instrumentos de medición; y resolver situaciones problemáticas mediante diversas estrategias.

En la tabla 3 presentamos los indicadores de desempeño referidos a los cuadriláteros que se encuentran en el Mapa de Progreso.



**Tabla 12.** Indicadores de desempeño relacionados a los cuadriláteros

NIVEL	INDICADORES DE DESEMPEÑO
III CICLO (1 <sup>o</sup> Y 2 <sup>o</sup> de primaria)	Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos, las clasifica, explica el criterio utilizado y las representa con material concreto o con dibujos. Interpreta e identifica la longitud, superficie y capacidad como atributos medibles diferentes. Mide, compara y estima longitudes, superficies y capacidades de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria pertinente al atributo, explicando sus resultados.
IV CICLO (3 <sup>o</sup> Y 4 <sup>o</sup> de primaria)	Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. Mide, compara y estima la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos, seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria y convencional pertinente al atributo que se quiere medir, explicando sus resultados.
V CICLO (5 <sup>o</sup> Y 6 <sup>o</sup> de primaria)	Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construye a partir de la descripción de sus elementos. Interpreta y explica la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales y entre áreas de cuadriláteros y triángulos. Compara, calcula y estima la medida de ángulos, perímetros y superficies, seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinentes y explica los procedimientos empleados.

**Fuente:** Mapa de Progreso del Aprendizaje de Matemática (Perú, 2013, p.9)

De esta manera el Ministerio de educación con la finalidad de que esta propuesta curricular llegue a todos los docentes y alumnos de nuestro país entrega y monitorea el uso de los libros de texto cada grado en todas las instituciones públicas.

Situamos también al objeto matemático cuadriláteros dentro de la jerarquía de niveles propuestos por Chevallard (1999), quien considera que toda cuestión que genera un proceso de estudio en una institución forma parte de un tema, que pertenece a un sector, el cual pertenece a su vez a un área de una cierta disciplina.

En tal sentido ubicamos nuestro objeto matemático dentro de esta jerarquía:

- **Cuestiones:** Las preguntas relacionadas con los cuadriláteros (Por ejemplo: ¿Cuál es la medida del área de un cuadrado?)
- **Tema:** Cuadriláteros.
- **Sector:** Geometría plana

- **Área:** Geometría
- **Disciplina:** Matemática
- **Escuela:** Enseñanza primaria

Al respecto Bosch (citado por Parra 2009), señala que:

Esta sucesión de niveles de organización es relativa no sólo a la cuestión o grupo de cuestiones consideradas, sino también al periodo histórico y a la institución en la que nos situemos. Sin embargo, el hecho que se construya esta jerarquía no garantiza la calidad del estudio de tales OM (p.24)

A su vez podemos verificar que las cuestiones a estudiar tienen legitimidad social, por su presencia en el DCN, legitimidad matemática porque su origen está en la matemática y comprobaremos su legitimidad funcional.

A continuación describiremos la presencia del objeto matemático en el libro de texto del quinto grado del Ministerio de Educación.

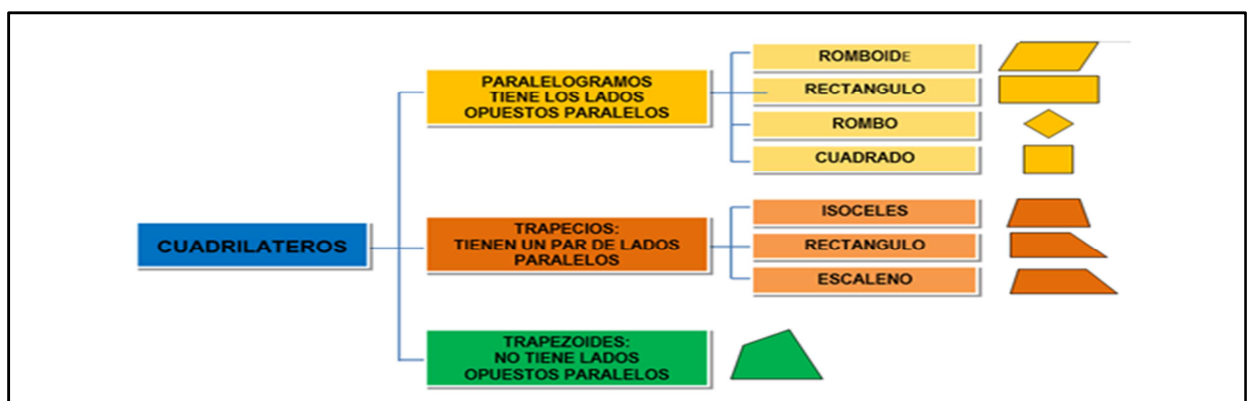
### 3.5. Cuadriláteros en el libro de texto del Ministerio de Educación

En este apartado haremos una revisión de las definiciones de cuadriláteros propuesta en el libro de texto del Ministerio de Educación llamado Matemática 5.

Podemos observar que primero se brinda la definición de polígono como “una superficie plana limitada por segmentos consecutivos que no están en línea recta” (p.99).

Con respecto a la definición de cuadrilátero, podemos observar que se halla dentro de la clasificación de los polígonos y lo define como “una figura geométrica que tiene cuatro lados”. (p.100).

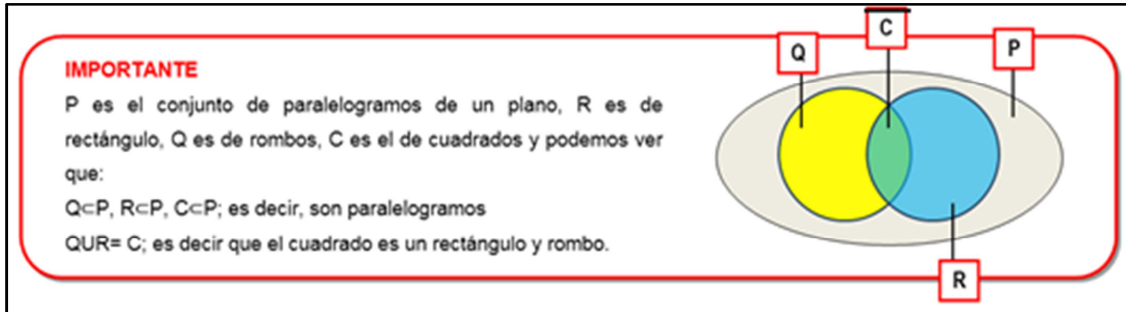
El libro presenta también la siguiente clasificación de los cuadriláteros:



**Figura 24.** Clasificación de los cuadriláteros en el libro de texto

**Fuente:** Libro Matemática 5 (2012, p.100)

La clasificación presentada en la figura 24 del libro es la representación de una clasificación particional, pues utiliza para su representación conjuntos disjuntos. Sin embargo, en el mismo texto presenta también el siguiente esquema:



**Figura 25.** Relación de intersección de paralelogramos en el libro de texto  
**Fuente:** Libro Matemática 5 (Minedu 2012, p.100)

El esquema presentado en la figura 25 corresponde a la clasificación jerárquica, pues hace referencia a la relación de inclusión.

Como podemos observar, la clasificación de cuadriláteros en el libro de texto toma como referencia a las dos formas de clasificar cuadriláteros. Por un lado, presenta un esquema en el que se observa la clasificación particional y también se observa en el diagrama que el cuadrado es, a la vez, un rectángulo y un rombo.

Asimismo, podemos percatarnos de que en el libro de quinto que estamos analizando se presentan las siguientes características de los cuadriláteros:

**Romboide o paralelogramo**, tiene dos pares de lados opuestos paralelos. Sus lados y ángulos opuestos tienen la misma medida; **rectángulo**, tiene dos pares de lados opuestos paralelos (largo y ancho), cuatro vértices, cuatro ángulos rectos y dos diagonales; **cuadrado**, posee tiene cuatro ángulos rectos y las medidas de sus lados son iguales; **rombo**, posee dos pares de lados opuestos paralelos, sus lados son iguales y sus ángulos opuestos tienen igual medida; **trapecio**, tiene un par de lados paralelos, llamados base mayor (B) y base menor (b). (p.101)

Con respecto al área en el libro se define como la medida de la superficie de un polígono, señalando a su vez que el área es un número.

A continuación presentaremos el marco metodológico que hemos considerado en nuestra investigación.

## CAPÍTULO 4: MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo presentamos la metodología de nuestro trabajo de investigación, el procedimiento metodológico y los criterios que usaremos en la validación.

### 4.1. Descripción de la metodología

La metodología, en todo trabajo de investigación, es el proceso por el cual se alcanzan los objetivos propuestos en la investigación.

Al respecto, Rodríguez, Gil y García (1996) consideran que la investigación cualitativa se da cuando observadores competentes y calificados informan con objetividad y precisión sobre un hecho o una experiencia por medio de un conjunto de técnicas o métodos, como es el caso del análisis documental. Manifiestan que en la investigación cualitativa no siempre se procede siguiendo un esquema rígido; sin embargo, por cuestiones de didáctica, señalan cuatro fases que se dan en todo trabajo cualitativo: preparatoria, trabajo de campo, analítica e informativa, y señalan que en cada fase el investigador tendrá que ir tomando opciones entre las diferentes alternativas que se le va presentando.

Hernández (2010) considera que una investigación es cualitativa cuando “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación”. El autor afirma que en una investigación cualitativa, “se cuestiona el valor de los documentos”. Menciona además como una de las características del método cualitativo el análisis de textos, descripción, análisis y desarrollo de los temas y el significado profundo de los resultados (p.26)

El autor considera ciertas características que debe tener una investigación cualitativa de las cuales con respecto a nuestro trabajo de investigación hemos considerado las siguientes:

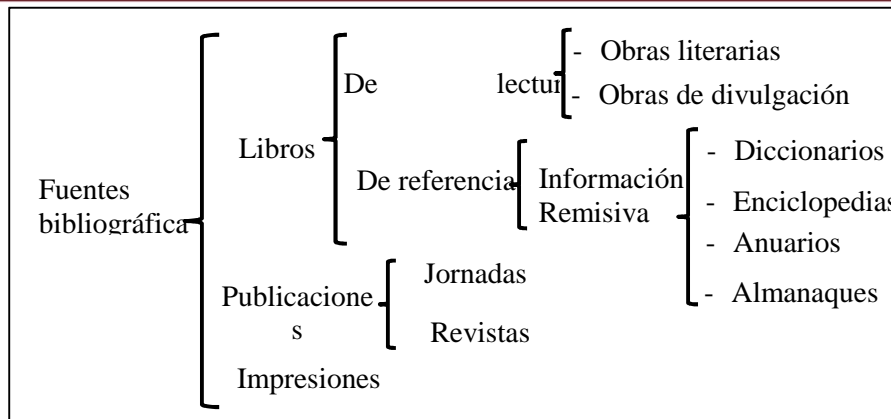
- El investigador plantea un problema y las preguntas de investigación no siempre se han conceptualizado o definido por completo.
- El enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados y el análisis no es estadístico. El investigador recaba datos a través a través del lenguaje escrito, los cuales describe y analiza.

- El investigador utiliza técnicas para recolectar datos como la revisión de documentos.
- Evalúa el desarrollo natural de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación con respecto a la realidad.
- La investigación cualitativa se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado.
- No pretende generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias, no es su objetivo que sus estudios lleguen a replicarse.
- Puede considerarse como un conjunto de prácticas interpretativas, pues intenta encontrar sentido a las o los fenómenos en función de los significados que las personas les otorgan.

De la misma forma, Da Silva y Muzkat (2005) consideran que la interpretación de los fenómenos y significados que se asigna son básicos en el proceso de la investigación cualitativa, no requiere del uso de métodos y técnicas estadísticas. Considera que el investigador es un instrumento clave. El proceso y su significado son el foco principal de enfoque.

Después de hacer una revisión de diferentes autores sobre los métodos de investigación, consideramos que la definición y características que más se ajustan con nuestro trabajo, es la definición dada por Hernández Sampieri. En tal sentido diremos que nuestra investigación es cualitativo-descriptiva, en cuanto busca especificar las propiedades y las características de cualquier fenómeno que se someta a un análisis. Habiendo definido el tipo de investigación para nuestro trabajo, procedemos a revisar los enfoques que se consideran para la investigación matemática.

La investigación bibliográfica, de acuerdo con Gil (2002) “una investigación bibliográfica es desarrollada con base en material ya elaborado, establecido principalmente en libros, quienes constituyen fuentes bibliográficas por excelencia” (p.44)



**Figura 26.** Clasificación de las fuentes bibliográficas

**Fuente:** Gil (2002, p.44)

Este investigador señala que la investigación bibliográfica sigue varias etapas, pero que estas etapas no son arbitrarias y dependerán de la naturaleza del problema, el grado de precisión que se pretende dar a la investigación, etc.

Los pasos que considera el autor con base en su experiencia son:

- Elección del tema
- Levantamiento bibliográfico preliminar
- Formulación del problema
- Elaboración del plan provisional
- Búsqueda de fuentes
- Lectura del material
- Informe
- Organización lógica
- Redacción del informe

Para Fiorientini (2006)), la investigación bibliográfica se basa en la observación de la práctica pedagógica y en el análisis de documentos, currículos, libros ricos en fuentes de información.

#### 4.2. Procedimientos metodológicos

Para alcanzar los objetivos propuestos en nuestro trabajo de investigación, realizaremos los siguientes pasos o etapas:

1. Elección del tema: En esta etapa decidimos realizar una investigación relacionada con el análisis de textos del área de Matemática en educación primaria que son distribuidos por el Ministerio de Educación, debido a que en nuestro quehacer

- pedagógico los libros de texto constituyen una herramienta fundamental tanto para el docente como para el estudiante.
2. Levantamiento bibliográfico preliminar: Después de elegir el tema de investigación realizamos un estudio exploratorio de las diferentes fuentes de información como libros, artículos, actas y tesis relacionadas a la diferentes teoría que nos permitirían el análisis de textos; así como investigaciones relacionadas con el objeto matemático de nuestra investigación.
  3. Formulación del problema: En esta etapa formulamos la pregunta de investigación y los objetivos generales y específicos de nuestra investigación. Es importante señalar que tanto el problema como los objetivos pueden ser modificados en el transcurso de la investigación.
  4. Identificación de fuentes para el trabajo de investigación: En esta etapa seleccionamos las investigaciones que son relevantes para nuestro trabajo de investigación que dan respuesta al problema propuesto. Optamos por utilizar la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Yves Chevallard que sustentará nuestro trabajo de investigación para realizar el análisis de la organización matemática de nuestro objeto de estudio. De la misma forma consideramos los indicadores que tendremos en cuenta para el análisis de la organización matemática.
  5. Organización lógica del análisis de texto: En esta etapa realizamos las siguientes actividades:
    - Elección del capítulo presente en el libro de texto “Descubrimos el mundo de las formas geométricas”, donde se encuentra el objeto matemático cuadriláteros.
    - Resolver los problemas que se presentan en el capítulo del texto que analizaremos.
    - Identificar los tipos de tarea y tareas correspondientes a cada tipo
    - Identificar las técnicas y tecnologías de estudio asociadas a las tareas identificadas.
    - Verificar las presencia de los criterios de completitud de la organización praxeológica del objeto matemático cuadriláteros
  6. Redacción del trabajo de investigación: En esta etapa procederemos a la redacción de la investigación así como las conclusiones y sugerencias para futuras investigaciones.

### 4.3. Instrumentos de investigación

Tomamos la definición de Hernández (2010) quien define instrumento de medición como “el recurso que utiliza el investigador para registrar información o datos sobre las variables que tiene en la mente”. (p.200)

En este sentido, creemos que es necesaria la elaboración de un instrumento que nos permita describir la organización de un libro de texto de matemáticas, usando el lenguaje de la Teoría Antropológica de lo didáctico, este instrumento se presenta en la tabla 11, la cual nos posibilitará la construcción de la organización matemática presente en el capítulo cuatro del libro de texto seleccionado.

En nuestra investigación elaboraremos los criterios que nos permitirán analizar la organización matemática del libro de texto seleccionados.

**Tabla 11.** Bosquejo de la organización matemática del libro de texto

Bloque práctico-técnico (praxis)			Bloque tecnológico-teórico (logos)	
Tipos de tareas (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnologías ( $\theta$ )	Teorías ( $\Theta$ )
¿Cuáles son los tipos de tareas propuestas en el texto?	¿Cuáles son las tareas que pertenecen a un determinado tipo de tarea?	¿Cuáles son las técnicas que justifican las tareas presentadas en el libro de texto?	¿Cuáles son las tecnologías que justifican las técnicas aplicadas en el libro de texto?	¿Cuáles son las teorías que justifican las tecnologías presentes en el libro de texto?
T1	t	$\tau$	$\theta$	$\Theta$ : Teoría de los cuadriláteros
	t			
	t			
T2				
Tn				

**Fuente:** Adaptado de Chevallard

Una vez recogida toda la información sobre los elementos propuestos por la TAD con respecto a la organización matemática del libro de texto procederemos a realzar el análisis de la OM para lo cual hemos considerado los indicadores de completitud propuestos por Fonseca (2004).

A continuación presentaremos el capítulo donde realizaremos la descripción y el análisis de la organización matemática presente en el capítulo indicado anteriormente.



## CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DEL MATERIAL DIDÁCTICO

En este capítulo presentaremos la descripción de la Organización Matemática presente en el libro de texto seleccionado, el cual ha sido diseñado teniendo en cuenta los lineamientos del Diseño Curricular Nacional vigente. Utilizaremos como herramienta los elementos de la Teoría Antropológica de lo didáctico propuesta por Chevallard (1999).

### 5.1. Descripción del texto

El libro de texto es uno de los materiales más usados en nuestro país para el trabajo en el aula durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, pues este refleja los contenidos del Diseño Curricular Nacional que el país considera necesarios para sus estudiantes. De acuerdo con Cobo y Batanero (citado por Martínez y Penalva, 2006)

El libro de texto de matemática es, en los niveles escolares (educación primaria y secundaria obligatoria), el instrumento más utilizado en el aula y el que contiene prácticamente toda la información escrita que maneja el alumno. Los libros de texto no son solo un medio para la enseñanza, sino también una manera de entender el desarrollo de los contenidos curriculares. Si en los textos aparecen significados sesgados o que inducen a error, pueden generar en los estudiantes dificultades que son difíciles de erradicar o falsas creencias relacionadas con la naturaleza de los objetos matemáticos. Algunas de las dificultades que los estudiantes encuentran en el aprendizaje de un concepto matemático dependen de la enseñanza recibida y esta resulta condicionada, en gran medida, por la forma en la que los libros de texto presentan los conceptos. (p.285)

Motivo por el cual analizaremos el libro de texto del quinto grado de primaria titulado: “Matemática 5”, el cual está organizado en ocho unidades. Sin embargo para nuestra investigación nos centraremos en la unidad 4 cuyo título es “Descubrimos el mundo de las formas geométricas”, que se encuentra en las páginas del 92 al 115.

Con respecto a la organización de la Unidad 4, podemos observar que se divide en cinco secciones (Exploro mis saberes, Construyo mis aprendizajes, refuerzo lo aprendido y evalúo mis aprendizajes) A su vez al inicio de la unidad se presentan los indicadores correspondientes a dicha unidad, los cuales permitirán el desarrollo de las capacidades propuestas en Perú (2009)

- Resuelve problemas con ángulos en figuras geométricas
- Distingue las diferentes clases de triángulos y cuadriláteros
- Interpreta problemas sobre cálculo de áreas y perímetros

- Utiliza las relaciones entre lado, perímetro y área del cuadrado y del rectángulo para crear estrategias que ayuden en el cálculo de la medida de lados, perímetros y áreas.

A continuación presentaremos una descripción detallada de la organización matemática relacionada a los cuadriláteros presente en el libro de texto.

## 5.2. Descripción de la organización matemática asociada a los cuadriláteros presente en el libro

En este apartado, describiremos la Praxeología Matemática en torno a los cuadriláteros, utilizando las herramientas que proporciona la TAD, constituida por un determinado tipo de tareas, una o varias técnicas, su tecnología y su teoría correspondiente.

Con el propósito de observar cuales son los tipos de tareas, las tareas correspondientes a cada tipo de tarea, las técnicas, tecnología y teoría propuestas por los autores del libro de texto desarrollamos cada uno de los problemas presentados en la unidad 4.

Para ello se consideramos la siguiente notación:

$T_i$ : Es el tipo de tarea  $i$ .

$t_{i,j}$ : Es la tarea donde  $i$  indica el tipo de tarea y  $j$  indica el número de tarea.

$\tau^k_{i,j}$ : Es la técnica donde  $i$  indica el tipo de tarea;  $j$  indica el número de tarea y  $k$  indica el número de técnica de la tarea  $j$ .

Si en una técnica no se observa el valor de  $k$ , se entiende que sólo hay una técnica para dicha tarea.

Asimismo:

$i \in \{1;2;3;.....9\}$

$j \in \{1;2;3;.....23\}$

$k \in \{1;2,3,4\}$

$\theta$  : es la tecnología que justifica la tarea.

$\Theta$  : es la teoría que justifica la tecnología.

Por otra parte, los tipos de tareas encontrados lo hemos organizado en tres bloques como sigue:

Bloque I: Tipos de tareas y tareas en torno de los elementos de los cuadriláteros

Bloque II: Tipos de tareas y tareas en torno de la clasificación de cuadriláteros

Bloque III: Tipos de tareas y tareas en torno de la medida del área

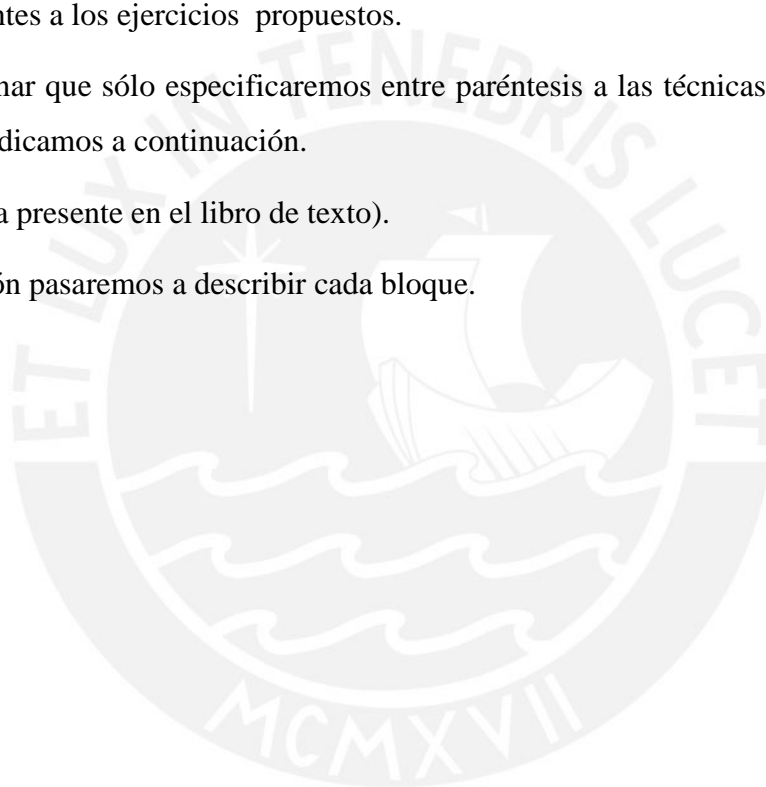
A continuación presentamos los tipos de tareas, tareas, técnicas, tecnología y teoría correspondientes a cada bloque.

Es importante señalar que debido a que el libro de texto presenta muy pocas técnicas, hemos revisado los libros de grados anteriores de la misma editorial para ver las técnicas y tecnologías presentes relativos al objeto matemático y de ésta manera elaborar técnicas correspondientes a los ejercicios propuestos.

Cabe mencionar que sólo especificaremos entre paréntesis a las técnicas propuestas en el libro como indicamos a continuación.

$\tau^k_{i,j}$  (Técnica presente en el libro de texto).

A continuación pasaremos a describir cada bloque.



## Bloque I

En esta sección ubicaremos los ejercicios del libro referidos al reconocimiento de rectas paralelas, perpendiculares, clasificación y medición de ángulos que consideramos como requisitos para la clasificación de los cuadriláteros. Para ello se ha tenido en cuenta que en el libro de texto la clasificación de los cuadriláteros se ha realizado considerando el paralelismo de sus lados la medición de sus ángulos.

La praxeología correspondiente a este bloque comprende tres tipos de tareas, siete tareas, una técnica y seis tecnologías. Las cuales presentamos a continuación:

### Tipos de tareas (T)

T<sub>1</sub>: Reconocer rectas paralelas y perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros

T<sub>2</sub>: Identificar ángulos en un cuadrilátero de acuerdo a su medida

T<sub>3</sub>: Medir ángulos de un cuadrilátero

### Tareas (t)

t<sub>1,1</sub>: Reconocer rectas paralelas que contienen a los lados de los cuadriláteros.

t<sub>1,2</sub>: Reconocer rectas perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros

t<sub>2,1</sub>: Identificar ángulos agudos en un cuadrilátero

t<sub>2,2</sub>: Identificar ángulos obtusos en un cuadrilátero

t<sub>2,3</sub>: Identificar ángulos rectos en un cuadrilátero

t<sub>3,1</sub>: Estimar la medida de ángulos

t<sub>3,2</sub>: Medir ángulos y comparar sus medidas

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnología ( $\theta$ ), correspondientes a cada tarea del tipo 1

**t<sub>1,1</sub>: Reconocer rectas paralelas que contienen a los lados de los cuadriláteros.**

$\tau^1_{1,1}$ : Utilizando la regla y escuadra

Paso1: Ubicar la regla perpendicular a uno de los lados

Paso2: Ubicar la escuadra formando una L con la regla y el lado

Paso3: Desplazar la escuadra hasta el otro lado.

Paso4: Reconocer los lados paralelos

$\tau^2_{1,1}$ : Prolongando sus lados.

Paso1: Prolongar los lados

Paso2: Observar si los lados se cortan o no se cortan en un punto

Paso3: Concluir si los lados son paralelos.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_2$ : Definición de rectas secantes

**$t_{(1,2)}$ : Reconocer rectas perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros.**

$\tau_{1,2}$

Paso1: Colocar la escuadra en la intersección de dos lados.

Paso2: Observar que se forma una L con los lados seleccionados.

Paso3: Identificar los lados perpendiculares

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_3$ : Definición de rectas perpendiculares

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnología ( $\theta$ ), correspondientes a cada tarea del tipo 2

**$t_{2,1}$ : Identificar ángulos agudos en un cuadrilátero;  $t_{(2,2)}$ : Identificar ángulos obtusos en un cuadrilátero;  $t_{(2,3)}$ : Identificar ángulos rectos en un cuadrilátero**

$\tau^1_{2,1; 2,2; 2,3}$  (técnica presente en el libro de texto)

Paso1: Ubicar la escuadra en uno de los lados del ángulo a medir, de tal manera que el vértice del ángulo de  $90^\circ$  de la escuadra coincida con el vértice del ángulo a medir.

Paso2: Observar el otro lado del ángulo a medir

Paso3: Controla con la mirada, si la medida del ángulo está comprendida entre cero y  $90^\circ$ , es igual a  $90^\circ$  o es mayor que  $90^\circ$ .

Paso4: Identificar el ángulo de acuerdo a su medida.

Paso5: Nombrar el ángulo.

$\tau^2_{2,1}$ ;  $2,2$ ;  $2,3$ (técnica presentada en el libro)

Paso1: Hacer coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo.

Paso2: Hacer coincidir la graduación  $0^\circ$ , con uno de los lados del ángulo.

Paso3: Seguir las graduaciones  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,.....hasta encontrar el otro lado del ángulo

Paso4: Discriminar si es agudo, recto u obtuso.

Paso5: Nombrar el ángulo.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_3$ : Clasificación de ángulos por su medida

$\theta_4$ : Uso de la escuadra, regla, transportador

$\theta_5$ : Postulado de la medida del ángulo.

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y la tecnología ( $\theta$ ), correspondientes a cada tarea del tipo 3

### **$t_{3,1}$ : Estimar la medida de ángulos**

$\tau_{3,1}$

Paso 1: Observar el ángulo a estimar su medida

Paso 2: Comparar el ángulo dado con un ángulo tomado como referencia ( $90^\circ$ ,  $45^\circ$ , etc.)

Paso3: Anotar la medida aproximada del ángulo

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_3$ : Clasificación de ángulos por su medida

### **$t_{(3,2)}$ : Medir ángulos y comparar sus medidas**

$\tau_{3,2}$

Paso1: Hacer coincidir el centro del transportador con el vértice del ángulo.

Paso2: Hacer coincidir la graduación  $0^\circ$ , con uno de los lados del ángulo.

Paso3: Seguir las graduaciones  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, \dots$  hasta encontrar el otro lado del ángulo

Paso4: Anotar la medida de cada ángulo.

Paso5: Observar la relación entre los ángulos dados

Paso6: Anotar sus observaciones.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_5$ : Postulado de la medida del ángulo.

$\theta_6$ : Uso del transportador

Teoría ( $\Theta$ )

Teoría de los cuadriláteros

A continuación mostraremos un cuadro resumen de los problemas resueltos y propuestos en este bloque.

**Tabla 13.** Ejercicios correspondientes a los tipos de tareas y tareas del bloque I

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
$T_1$ : Reconocer rectas paralelas y perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros.	$t_{(1,1)}$ $t_{(1,2)}$	1a - 2a 1b - 2c	
$T_2$ : Identificar ángulos en un cuadrilátero de acuerdo a su medida	$t_{(2,1)}$ $t_{(2,2)}$ $t_{(2,3)}$	1c- 3b 1e - 3 c 1d- 2b-3a	
$T_3$ : Medir ángulos de un cuadrilátero	$t_{(3,1)}$ $t_{(3,2)}$	4a 4b - 5	1
$T = 3$	$t = 7$	Prob. propuestos=14	Prob. resueltos=1

**Fuente:** creación propia

Presentamos también el resumen de las técnicas y tecnologías presentes en este bloque

**Tabla 14.** Organización Matemática del bloque I

Bloques	Tipos de tarea (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnologías ( $\theta$ )
Bloque I	<b>T<sub>1</sub>:</b> Reconocer rectas paralelas y perpendiculares que contienen a los lados de los cuadriláteros.	$t_{(1,1)}$	$\tau_{1,1}^1; \tau_{1,1}^2$	$\theta_1, \theta_2$
		$t_{(1,2)}$	$\tau_{1,2}$	$\theta_1, \theta_3$
	<b>T<sub>2</sub>:</b> Identificar ángulos en un cuadrilátero de acuerdo a su medida	$t_{(2,1)}$	$\tau_{2,1}^1; 2,2; 2,3$	$\theta_3, \theta_4, \theta_5$
		$t_{(2,2)}$	$\tau_{2,1}^2; 2,2; 2,3$	
		$t_{(2,3)}$		
	<b>T<sub>3</sub>:</b> Medir ángulos de un cuadrilátero	$t_{(3,1)}$	$\tau_{3,1}$	$\theta_3$
$t_{(3,2)}$		$\tau_{3,2}$	$\theta_5, \theta_6$	

**Fuente:** Creación propia

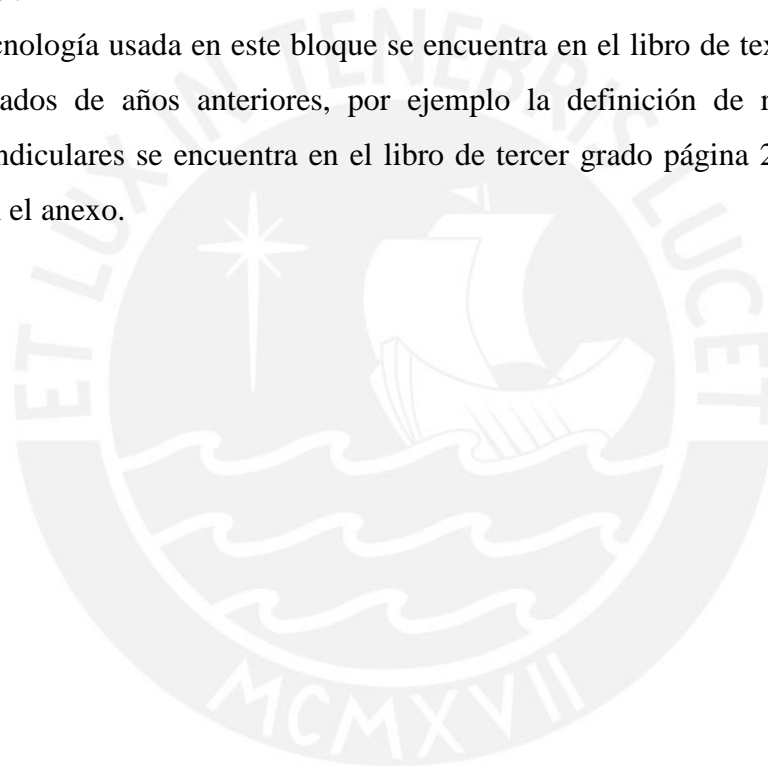
Conclusiones sobre la OM del bloque I: Tipos de tareas y tareas en torno a los elementos de los cuadriláteros.

- Los tipos de tareas correspondientes al bloque I están formados por tareas previas a la clasificación de los cuadriláteros, considerando que en este libro de texto la clasificación se hace en base al paralelismo de sus lados y la medición de sus ángulos.
- El tipo uno de la tarea 1 está formado por dos tareas y consiste en reconocer los lados paralelos y perpendiculares en una figura geométrica, la técnica para el trazado de rectas perpendiculares y paralelas se presenta en el libro de tercer grado como se puede ver en el anexo página 129
- El tipo de tarea 2, está conformado por tres tareas que pueden ser resueltas por una sola técnica, para lo cual se podrá utilizar instrumentos como la escuadra y el transportador, el libro de texto presenta dos técnicas de tal manera que para su solución se podrá elegir la más fácil o económica.
- El tipo de tarea 3, está conformado por dos tareas relacionados con la medición de ángulos donde se puede observar que los pasos de las técnicas se repiten por



ejemplo los pasos 1,2 y 3 de la técnica 2 de la tarea  $t_{(2,1)}$  se repiten en los pasos de la técnica de la tarea  $t_{(3,2)}$ .

- El libro de texto propone dos técnicas para resolver la tarea  $t_{(2,1)}$ .
- Con respecto a las tareas que no evidencian técnicas, hemos elaborado dichas técnicas señalando los pasos para resolver dicha tarea, teniendo en cuenta la tecnología presente en los libros de texto de la misma editorial desde primer a cuarto grado de primaria como se puede ver en el anexo. Al respecto, Chevallard (1999) señala que el primer gran tipo de actividad matemática consiste en resolver problemas a partir de herramientas matemáticas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar.
- La tecnología usada en este bloque se encuentra en el libro de texto o en los libros analizados de años anteriores, por ejemplo la definición de rectas paralelas y perpendiculares se encuentra en el libro de tercer grado página 22 como se puede ver en el anexo.



## Bloque II

En esta sección ubicaremos a los ejercicios del libro de texto referidos a la clasificación de los cuadriláteros, pues como señala Perú (2009), la clasificación es una de las tareas del desarrollo básico para el andamiaje de los aprendizajes escolares y de la vida diaria y que la capacidad de clasificación implica agrupar objetos o acontecimientos de acuerdo a reglas o criterios. En este sentido analizaremos si los ejercicios propuestos en el libro de texto están orientados al desarrollo de esta capacidad.

La praxeología en este bloque presenta dos tipos de tareas, cinco tareas, dos técnicas propuestas en el libro y seis elementos de la tecnología. Las cuales presentamos a continuación:

### Tipos de tareas (T)

T<sub>4</sub>: Identificar cuadriláteros

T<sub>5</sub>: Construir cuadriláteros

### Tareas (t)

t<sub>4,1</sub>: Dada la representación gráfica de un cuadrilátero identifica su nombre

t<sub>4,2</sub>: Dado el nombre del cuadrilátero identifica su representación gráfica

t<sub>4,3</sub>: Reconocer las propiedades de los cuadriláteros

t<sub>4,4</sub>: Identifica cuadriláteros por el nombre de sus vértices

t<sub>5,1</sub>: Construir un cuadrado

A continuación presentamos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes a la tarea de tipo 4

t<sub>4,1</sub>: Dada la representación gráfica de un cuadrilátero identifica su nombre

$\tau_{4,1}$

Paso1: Observar las figuras geométricas

Paso2: Reconocer las propiedades de las figuras

Paso3: Discriminar el nombre del polígono

Paso3: Nombrar el polígono

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

**$t_{4,2}$ : Dado el nombre del cuadrilátero identifica su representación gráfica**

$\tau_{4,2}$

Paso1: Leer el nombre del polígono

Paso2: Observar las figuras geométricas dadas

Paso4: Discriminar la representación correspondiente al nombre

Paso5: Marcar la figura.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

**$t_{4,3}$  Reconocer las propiedades de los cuadriláteros**

$\tau_{4,3}$

Paso1: Observar las figuras geométricas e identifica una de ellas

paso1: Leer la proposición dada de cada ítem

Paso2: Discriminar de las proposiciones dadas las características que corresponden a la figura elegida.

Paso3: Escribir o marcar la proposición correspondiente a la figura elegida.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_3$ : Definición de rectas perpendiculares

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

**$t_{4,4}$  Identifica cuadriláteros por el nombre de sus vértices.**

$\tau_{4,4}$

Paso1: Observar la figura geométrica

Paso2: Elegir el primer nombre asignado al cuadrilátero

Paso3: Constata si los vértices del cuadrilátero dado son consecutivos

Paso4: Discrimina cuales de los nombres dados representa al cuadrilátero dado

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_9$ : Definición de cuadrilátero

Teoría ( $\theta$ )

$\Theta$ : Teoría de los de cuadriláteros

A continuación presentamos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes a la tarea de tipo de tarea 5

**$t_{5,1}$  Construir un cuadrado**

$\tau_{5,1}^1$  (Técnica presente en el libro de texto)

Paso1: Trazar un segmento AB

Paso2: Traza las perpendiculares a este segmento

Paso3: Con un compás mide AB. A partir de A marca con el compás el punto D, luego a partir de B marca el punto C

Paso4: Traza el segmento DC

Cabe mencionar que los pasos de la técnica  $\tau_{5,1}^1$  son los que se presentan en el libro de texto y que al momento de ponerlo en práctica faltan condiciones. Motivo por el cual hemos reestructurado dicha técnica como sigue:

$\tau_{5,1}^1$

Paso1: Trazar un segmento AB

Paso2: Trazar las perpendiculares a este segmento por los puntos A y B

Paso3: Haz coincidir la abertura del compás con la longitud del segmento AB y haz girar hacia la izquierda teniendo como punto fijo al punto A y marca con un punto D, el primer punto de corte con la recta perpendicular que pasa por A.

Paso4: Haz coincidir la abertura del compás con la longitud del segmento AB y haz girar hacia la derecha teniendo como punto fijo al punto B y marca con un punto C, el primer punto de corte con la recta perpendicular que pasa por B.

Paso5: Une con un segmento los puntos C y D.

Paso6: Verifica las propiedades del cuadrado.

Paso7: Nombra el polígono.

$\tau_{5,1}^2$  (Técnica presente en el libro de texto)

Paso1: Trazar dos rectas perpendiculares que se corten en O.

Paso2: Tomando como centro el punto O, traza una circunferencia con el compás y marca todos los puntos donde esta circunferencia corta a estas dos rectas y nombra los puntos de corte con las letras A, B, C y D sucesivamente.

Paso3: Une los puntos AB, BC, CD y DA

Paso4: Verifica las propiedades del cuadrado

Paso5: Nombra el polígono.

$\tau_{5,1}^3$

Paso1: Traza dos rectas paralelas

Paso2: Escoge un punto A sobre cualquiera de las dos rectas.

Paso3: Por A traza una recta perpendicular que corte a la otra recta en el punto B.

Paso4: Haz coincidir la abertura del compás con la longitud del segmento AB, gira hacia la izquierda y marca con el punto D, el primer punto de corte con la recta que pasa por A.

Paso5: Por D traza una recta perpendicular que corte a la otra recta en el punto C.

Paso6: Une con segmentos los puntos consecutivos A, B, C y D.

Paso7: Verifica las propiedades del cuadrado

Paso8: Nombra el cuadrilátero.

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_1$ : Definición de rectas paralelas

$\theta_3$ : Definición de rectas perpendiculares

$\theta_7$ : Clasificación de paralelogramos

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

Teoría ( $\Theta$ ):

$\Theta$ : Teoría de los cuadriláteros

En la tabla 15, mostramos un cuadro resumen de las tareas, la cantidad de ejercicios pertenecientes a cada tarea de éste bloque:

**Tabla 15.** Organización matemática correspondiente al bloque II

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
T <sub>4</sub> : Identificar cuadriláteros	t <sub>(4,1)</sub>	1,2- 6,1	0
	t <sub>(4,2)</sub>	17	0
	t <sub>(4,3)</sub>	6,2- 21	
	t <sub>(4,4)</sub>	18 a	
T <sub>5</sub> : Construir cuadriláteros	t <sub>(5,1)</sub>		2
T = 2	t=5	Prob. Propuestos=6	Prob. Resueltos =1

**Fuente:** creación propia

De la misma forma en la tabla 16 presentamos las técnicas y la tecnología correspondiente a este bloque:

**Tabla 16.** Técnicas y tecnologías correspondientes al bloque II

Bloques	Tipos de tarea (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnologías ( $\theta$ )
Bloque II	T <sub>4</sub> :Identificar cuadriláteros	t <sub>(4,1)</sub> t <sub>(4,2)</sub> t <sub>(4,3)</sub> t <sub>(4,4)</sub>	$\tau_{4,1}$ $\tau_{4,2}$ $\tau_{4,3}$ $\tau_{4,4}$	$\theta_6, \theta_7$ $\theta_6, \theta_7$ $\theta_1, \theta_3, \theta_7, \theta_8$ $\theta_9$

	T <sub>5</sub> : Construir cuadriláteros	t <sub>(5,1)</sub>	$\tau_{5,1}^1$ $\tau_{5,1}^2$ $\tau_{5,1}^3$	$\theta_1, \theta_3, \theta_5, \theta_8$
--	--	--------------------	--	--

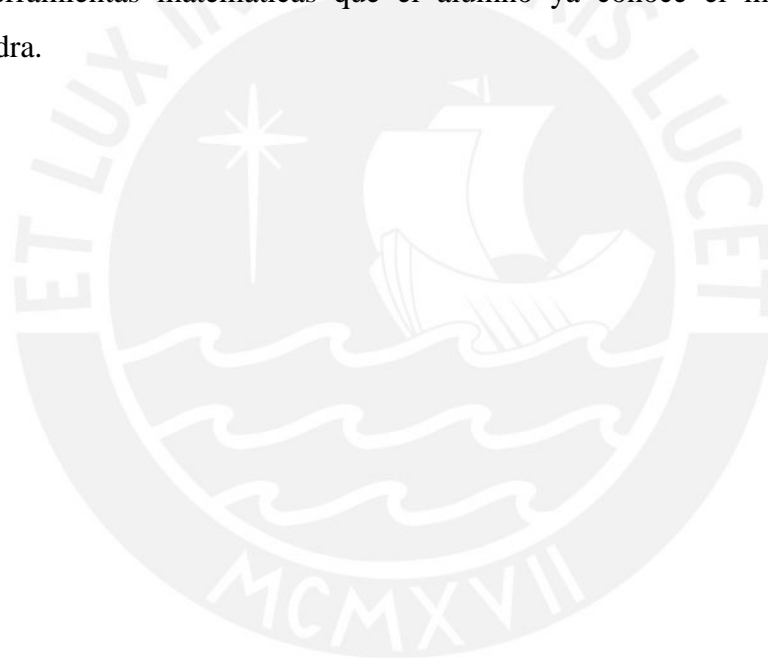
Fuente: creación propia

Conclusiones sobre la OM del bloque II: Tipos de tareas y tareas en torno a los elementos de los cuadriláteros.

- Los tipos de tareas correspondientes al bloque II consideramos que son tareas relacionadas con la clasificación de cuadriláteros y el reconocimiento de sus propiedades. Consideramos importante señalar que al revisar la tecnología presente al respecto pudimos observar que en la página 100 del libro de texto se presenta la clasificación de los cuadriláteros como conjuntos disjuntos, sin embargo en la misma página se muestra un esquema donde se muestra la relación de intersección donde se muestra que el cuadrado es un rectángulo y también rombo. Por otra parte en la página 101 presentan la definición de rectángulo, cuadrado y rombo como conjuntos disjuntos.
- El tipo de tarea 4 está formada por cuatro tareas. La solución de esta tarea dependerá de la tecnología presentada al respecto, por ejemplo el ejercicio 6,1 de la t<sub>4,1</sub>, las figuras correspondientes a la letra A y B son rectángulos de acuerdo a la clasificación jerárquica y de acuerdo a la clasificación parcial solo B sería un rectángulo, lo mismo sucede con el ejercicio 18 perteneciente a la tarea t<sub>4,2</sub>.
- Podemos observar también que las figuras presentadas en el libro representan figuras estereotipadas, por ejemplo el ejercicio 18 de la tarea t<sub>4,2</sub>, se representa al rectángulo con un lado más largo que el otro y con respecto al rombo, la representación gráfica estereotipada se caracteriza por presentar las diagonales paralelas a las líneas horizontal y vertical, respectivamente es decir la figura “parada en una punta”
- Las técnicas de las tareas t<sub>(4,1)</sub>; t<sub>(4,2)</sub>; t<sub>(4,3)</sub> y t<sub>(4,4)</sub> tienen un paso en común, que es “Observa la figura geométrica”, porque los ejercicios propuestos tienen incorporado un dibujo.
- El tipo de tarea 5 está formado por una sola tarea en la cual para su solución se presentan tres técnicas. En esta tarea el alumno debe utilizar instrumentos como regla, escuadra y compas. En el libro de texto se presentan las dos primeras técnicas

para resolver estas tareas, sin embargo a la hora de seguir los pasos indicados en la técnica 1 no resuelve la tarea propuesta por lo cual hemos agregado otros pasos que permitan la solución de la tarea como se puede ver en la página 78-79

- Sólo la tarea  $t_{(5,1)}$ ; presenta una tarea donde es necesario la construcción de una figura geométrica en la cual se requiere la explicación de definiciones y propiedades. Siendo además la única tarea que conecta el bloque I y II por que las construcciones geométricas efectúan la conexión con la clasificación de cuadriláteros.
- Las técnicas para la solución de las tareas se realizan sobre sobre lo que se observa de la figura dada. Consideramos necesario incluir tareas donde construyan cuadriláteros y los clasifiquen porque de esta manera se tendrá necesidad de utilizar las herramientas matemáticas que el alumno ya conoce el manejo de regla y escuadra.





### Bloque III

En esta sección ubicaremos las tareas del libro referidas a la medición del área y perímetro. Encontramos cuatro tipos de tareas, nueve tareas, dos técnicas propuestas en el libro y seis elementos de la tecnología. Las cuales presentamos a continuación:

#### Tipos de tareas (T)

T<sub>6</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia

T<sub>7</sub>: Calcular la medida del perímetro de cuadriláteros dado la longitud de sus lados

T<sub>8</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dado la longitud de sus lados.

T<sub>9</sub>: Relacionar la medida del área y perímetro de cuadriláteros.

#### Tareas (t)

t<sub>6, 1</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de una cuadrícula.

t<sub>6, 2</sub>: Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de un cuadrado, triángulo rectángulo, un romboide, etc.

t<sub>7, 1</sub>: Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros dado una gráfica

t<sub>7, 2</sub>: Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal

t<sub>7, 3</sub>: Determinar la medida del lado de un cuadrilátero dado el perímetro

t<sub>8, 1</sub>: Determinar la medida del área de cuadriláteros dado una gráfica.

t<sub>8, 2</sub>: Determinar la medida del área de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal.

t<sub>8, 3</sub>: Determinar uno de los lados de un cuadrilátero dado la medida del área.

t<sub>9, 1</sub>: Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dado las longitudes de sus lados o perímetro.

t<sub>9, 2</sub>: Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la medida del área

t<sub>9, 3</sub>: Comparar la medida del área y perímetro de cuadriláteros

A continuación presentamos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea seis

$t_{6,1}$  Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de una cuadrícula.

$\tau_{6,1}^1$ : Si los bordes del cuadrilátero coinciden con los bordes de las cuadrículas

Paso1: Observar la figura geométrica dada

Paso2: Contar la cantidad de cuadrículas contenidas en la figura geométrica dada

Paso3: Anotar la medida del área tomando como unidad la superficie de una cuadrícula.

$\tau_{6,1}^2$ : Si los bordes del cuadrilátero no coinciden con los bordes de la cuadrícula

Paso1: Descomponer la figura dada en dos o más piezas

Paso2: Unir las piezas obtenidas, de tal manera que forme una figura con una cantidad exacta de cuadraditos y que coincidan con los bordes de las cuadrículas

Paso3: Aplicar la técnica 1

Tecnología ( $\theta$ )

$\theta_{10}$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Definición de unidad de medida

$t_{6,2}$ : Calcular la medida del área de cuadriláteros dada como unidad de referencia la superficie de un cuadrado, triángulo rectángulo, un romboide, etc.

$\tau_{6,2}^1$ : (Técnica presente en el libro de texto para calcular la medida del área del rectángulo)

Paso1: Traza el cuadriculado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1\text{cm}^2$ .

Paso2: Encuentra la medida del área del rectángulo en  $\text{cm}^2$ .

Paso3: indica teniendo como unidad de medida el centímetro.

- La medida l del largo del rectángulo
- La medida a del ancho del rectángulo

Paso4: Calcula el producto  $l \times a$

Qué constatas?

Tecnología:

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

$\tau_{6,2}^2$ : (Técnica presente en el libro de texto para calcular la medida del área del rectángulo)

Paso1: Traza el cuadrículado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1\text{cm}^2$ .

Paso2: Encuentra la medida del área del cuadrado en  $\text{cm}^2$ .

Paso3: indica teniendo como unidad de medida en cm, la medida l del cuadrado

Paso 4: Calcula el producto  $l \times l$

¿Qué constatas?

Tecnología:

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

$\tau_{6,2}^3$ : Si la figura contiene exactamente a la unidad de referencia.

Paso1: Dividir la figura dada en tantas veces la unidad de referencia

Paso2: Contar la cantidad de veces que la unidad de referencia está contenida exactamente en la figura.

Paso3: Escribir el valor de la medida del área expresada en la unidad de superficie dada.

$\tau_{6,3}^4$ : Si la figura no contiene exactamente a la unidad de referencia.

Paso1: Aplicar la técnica 2 de  $t_{6,2}$

Paso2: Establecer la equivalencia entre la unidad de medida dada como referencia y una cuadrícula

Paso3: Realizar la operación de transformación

Paso4: Anotar la medida del área tomando la unidad de referencia dada.

Tecnología:

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

Técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea 7

**$t_{7,1}$ : Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros dado una gráfica.**

$\tau_{7,1}$ :

Paso1: Observar la figura

Paso2: Identificar las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Calcular el perímetro

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

**$\tau_{7,2}$ : Determinar la medida del perímetro de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal**

$\tau_{7,2}$ :

Paso1: Graficar la figura correspondiente

Paso2: Identificar los lados en la figura

Paso3: Calcular el perímetro.

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

$\theta_{13}$ : Graficar cuadriláteros

**$\tau_{7,3}$ : Determinar la medida del lado de un cuadrilátero dado el perímetro**

$\tau_{7,3}$ :

Paso1: Graficar el cuadrilátero

Paso2: Identificar los lados del cuadriláteros

Paso3: distribuir el valor del perímetro en cada lado

Paso4: Anotar la medida del lado

Tecnología:

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

Técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea 8

**$\tau_{8,1}$ : Determinar la medida del área de cuadriláteros dado una gráfica con datos**

$\tau_{8,1}^1$ : Aplicando directamente la fórmula

Paso1: Identificar los datos en la figura

Paso2: Aplicar la fórmula correspondiente

Paso3: Escribir la medida del área

$\tau_{8,1}^2$ : Completando datos

Paso1: Reconocer las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Reconocer la fórmula correspondiente

Paso4: Aplicar la fórmula.

Paso5: Escribir la medida del área

$\tau_{8,1}^3$ : Descomponiendo la figura

Paso1: Reconocer las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Descomponer la figura en dos o más figuras conocidas

Paso5: Reconocer la fórmula correspondiente

Paso6: Calcular la medida del área.

$\tau_{8,1}^4$ : Sumando o restando áreas

Paso1: Reconocer las propiedades de la figura dada (Lados iguales, lados paralelos, etc)

Paso2: Completar los datos que faltan

Paso3: Identificar la medida del área a calcular

Paso4: Sumar o restar la medida de las áreas conocidas

Paso 5: Obtener la medida del área que se pide.

Tecnología:

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{10}$ : Definición de unidad de medida

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

**$\tau_{8,2}$ : Determinar la medida del área de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal**

$\tau_{8,2}$ :

Paso1: Dibuja la figura correspondiente

Paso2: Discrimina la fórmula a utilizar

Paso3: Aplica la fórmula

Paso4: determinar la medida de área de la figura

Tecnología

$\theta_8$ : Propiedades de lo paralelogramos

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

$\tau_{8,3}$ : Determinar uno de los lados de un cuadrilátero dado la medida del área.

Paso1: Graficar el cuadrilátero

Paso2: Identificar el dato en el cuadrilátero

Paso3: Identificar la fórmula

Paso4: Calcular la medida del otro lado

Tecnología:

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_6$ : Clasificación de cuadriláteros

$\theta_{12}$ : Definición de medida del área

A continuación presentaremos las técnicas ( $\tau$ ) y tecnologías ( $\theta$ ), correspondientes al tipo de tarea 9

**$t_9, 1$ : Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dado sus lados o perímetro**

$\tau_{9,1}^1$ : Técnica: Ensayo y error

Técnica1:

Paso1: Graficar dos o más rectángulos que tengan el mismo perímetro

Paso2: Comparar sus áreas

Paso3: Inferir su respuesta a partir de los ejemplos mostrados

$\tau_{9,1}^2$

Paso1: Dibuja el cuadrilátero, teniendo en cuenta sus lados

Paso2: Calcula el perímetro de la figura y anota su respuesta

Paso3: Calcula el área y anota su respuesta

Paso4: Observa que pasa con la medida del perímetro si el lado se duplica

Paso5: Observa que pasa con la medida del área si el lado se duplica

Paso5: Anota sus observaciones.

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

**$t_9, 2$ : Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la medida del área**

$\tau_{9,2}$

Paso1: Graficar dos rectángulos que tengan la misma medida del área

Paso2: Comparar sus perímetros

Paso3: Inferir su respuesta a partir de los ejemplos mostrados

Tecnología:

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{12}$ : Definición de perímetro

**$\tau_{9,3}$ : Comparar la medida del área y perímetro de cuadriláteros**

$\tau_{9,3}$

Paso1: Dibuja un rectángulo cuya medida del perímetro es un número natural

Paso2: Dibuja todos los rectángulos que tengan el mismo perímetro igual a N

Paso3: Calcula las Áreas de dichos rectángulos

Paso4: Identifica el rectángulo cuya medida del área es mayor

Paso5: Identifica el rectángulo cuya medida del área es menor

Paso6: Compara la medida del área con la medida del perímetro de cada uno de los cuadriláteros

Paso5: Anota sus conclusiones

Tecnología:

$\theta_8$ : Propiedades de los paralelogramos

$\theta_9$ : Definición de medida del área

$\theta_{11}$ : Graficar cuadriláteros

$\theta_{14}$ : Fórmula para calcular la medida del área de cuadriláteros

A continuación mostraremos en la tabla 17 un cuadro resumen de las tareas, la cantidad de ejercicios propuestos y resueltos pertenecientes a cada tarea.



**Tabla 17.** Organización matemática correspondiente al bloque III

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
T <sub>6</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia	t <sub>(6,1)</sub>	8a -22	3a-3b
	t <sub>(6,2)</sub>	8b-13-15	
T <sub>7</sub> : Calcular la medida del perímetro de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(7,1)</sub>	9a-18c	
	t <sub>(7,2)</sub>	23b	
	t <sub>(7,3)</sub>	25	
T <sub>8</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(8,1)</sub>	9b-10-14-18b	
	t <sub>(8,2)</sub>	19-23a	
	t <sub>(8,3)</sub>	26	
T <sub>9</sub> : Relacionar la medida del área y perímetro de cuadriláteros.	t <sub>(9,1)</sub>	11a-12b-12c-16-20-24	
	t <sub>(9,2)</sub>	11b	
	t <sub>(9,3)</sub>	12a	
T =4	t= 11	Prob. Propuestos= 25	Prob. Resueltos=2

Fuente: creación propia

De la misma forma en la tabla 18 presentamos el siguiente cuadro donde se muestran las técnicas y la tecnología correspondiente.

**Tabla 18.** Técnica y tecnología correspondiente al bloque III

Bloques	Tipos de tarea (T)	Tarea (t)	Técnicas (τ)	Tecnologías (θ)
Bloque III	T <sub>6</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dada una unidad como referencia.	t <sub>(6,1)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>6,1</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>6,1</sub> ; τ <sup>3</sup> <sub>6,1</sub> ; τ <sup>4</sup> <sub>6,1</sub>	θ <sub>10</sub> , θ <sub>11</sub>
		t <sub>(6,2)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>6,2</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>6,2</sub>	
	T <sub>7</sub> : Calcular la medida del perímetro de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(7,1)</sub>	τ <sub>7,1</sub>	θ <sub>8</sub> , θ <sub>12</sub> θ <sub>8</sub> , θ <sub>12</sub> , θ <sub>13</sub> θ <sub>6</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>12</sub>
		t <sub>(7,2)</sub>	τ <sub>7,2</sub>	
t <sub>(7,3)</sub>		τ <sub>7,3</sub>		
T <sub>8</sub> : Calcular la medida del área de cuadriláteros dado sus longitudes	t <sub>(8,1)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>8,1</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>8,1</sub> ; τ <sup>3</sup> <sub>8,1</sub> τ <sup>4</sup> <sub>8,1</sub>	θ <sub>6</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>10</sub> , θ <sub>14</sub> θ <sub>8</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>14</sub> θ <sub>6</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>9</sub>	
	t <sub>(8,2)</sub>	τ <sub>8,2</sub>		
	t <sub>(8,3)</sub>	τ <sub>8,3</sub>		
T <sub>9</sub> : Relacionar la medida del área y perímetro de cuadriláteros.	t <sub>(9,1)</sub>	τ <sup>1</sup> <sub>9,1</sub> ; τ <sup>2</sup> <sub>9,1</sub>	θ <sub>8</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>14</sub> θ <sub>11</sub> , θ <sub>12</sub> θ <sub>8</sub> , θ <sub>9</sub> , θ <sub>11</sub> , θ <sub>14</sub>	
	t <sub>(9,2)</sub>	τ <sub>9,2</sub>		
	t <sub>(9,3)</sub>	τ <sub>9,3</sub>		

Fuente: Creación propia

Conclusiones sobre la OM del bloque III: Tipos de tareas y tareas en torno a los elementos de los cuadriláteros.

- Con respecto al cálculo de la medida del área observamos que en el libro de texto se trabaja teniendo en cuenta las cuadrículas y las fórmulas correspondientes a cada figura.
- El tipo de tarea 6 presenta dos tareas. En la tarea  $t_{6,1}$  y  $t_{6,2}$ ; se considera como unidad de medida la superficie de un cuadradito. La tarea consiste en cubrir las figuras dadas con varios ejemplares iguales de la dada como unidad, para luego contar la cantidad de ejemplares que entra en la superficie a medir. El producto de la superficie elegida como unidad de medida, por la cantidad de veces que entra que entra en la superficie a medir es la medida del área de dicha superficie.
- En el libro de texto, se puede observar dos técnicas para calcular la medida del área del rectángulo y cuadrado.
- El tipo de tarea 7 está formado por tres tareas que consiste en hallar la medida del perímetro y del área a partir de un enunciado verbal.
- A partir del paso 3 de la  $\tau_{6,1}^4$  se repiten los pasos de la  $\tau_{6,1}^3$
- El tipo de tarea 8 está formado por tres tareas que consiste en hallar la medida del área a partir de una gráfica. Podemos señalar que la mayoría de ejercicios sobre la medida de área o perímetro presentes en el libro están condicionadas a la gráfica presentada, es decir se muestra una dependencia de ellos.
- Con respecto a las tareas que no evidencian técnicas, hemos elaborado técnicas teniendo en cuenta la tecnología presente en los libros de texto de la misma editorial como se puede ver en el anexo y en los estudios preliminares.
- Solo se presenta una tarea bloque correspondiente al  $T_7$  tarea  $t_{7,1}$  donde debe comparar la medida del área y perímetro de una misma figura geométrica.

En la tabla 19 presentamos un resumen de todos los ejercicios resueltos y propuestos en toda la OM presente en el capítulo 4 del libro de texto.

**Tabla 19.** Resumen de los ejercicios presentados en el libro

Tipos de tareas	tareas	Problemas propuestos	Problemas resueltos
9	23	23	3

**Fuente:** Creación propia

Después de haber presentado la OM de cada bloque, presentamos a continuación la OM construida teniendo en cuenta los ejercicios propuestos y resueltos presentados en el libro.

**Tabla 20.**Organizacion matemática presente en el libro de texto

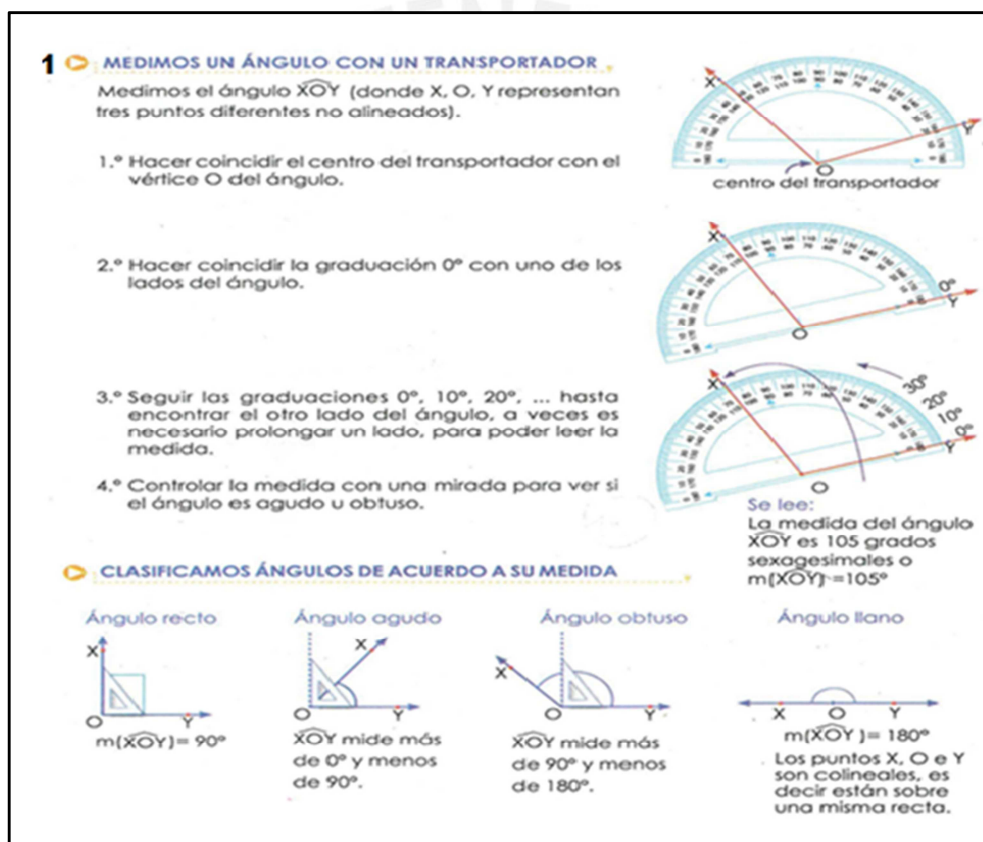
Tipos de tarea (T)	Tareas (t)	Técnicas ( $\tau$ )	Tecnología ( $\theta$ )	Teoría ( $\Theta$ )
T <sub>1</sub>	t <sub>(1,1)</sub>	$\tau_{1,1}^1; \tau_{1,1}^2$	$\theta_1, \theta_2$	$\Theta$
	t <sub>(1,2)</sub>	$\tau_{1,2}$	$\theta_1, \theta_3$	
T <sub>2</sub>	t <sub>(2,1)</sub>	$\tau_{2,1}^1; 2,2; 2,3$	$\theta_3, \theta_4, \theta_5$	
	t <sub>(2,2)</sub>	$\tau_{2,1}^2; 2,2; 2,3$		
	t <sub>(2,3)</sub>			
T <sub>3</sub>	t <sub>(3,1)</sub>	$\tau_{3,1}$	$\theta_3$	
	t <sub>(3,2)</sub>	$\tau_{3,2}$	$\theta_5, \theta_6$	
T <sub>4</sub>	t <sub>(4,1)</sub>	$\tau_{4,1}$	$\theta_6, \theta_7$	
	t <sub>(4,2)</sub>	$\tau_{4,2}$	$\theta_6, \theta_7$	
	t <sub>(4,3)</sub>	$\tau_{4,3}$	$\theta_1, \theta_3, \theta_7, \theta_8$	
	t <sub>(4,4)</sub>	$\tau_{4,4}$	$\theta_9$	
T <sub>5</sub>	t <sub>(5,1)</sub>	$\tau_{5,1}^1$ $\tau_{5,1}^2$ $\tau_{5,1}^3$	$\theta_1, \theta_3, \theta_5, \theta_8$	
T <sub>6</sub>	t <sub>(6,1)</sub>	$\tau_{6,1}^1; \tau_{6,1}^2; \tau_{6,1}^3; \tau_{6,1}^4$	$\theta_{10}, \theta_{11}$	
	t <sub>(6,2)</sub>	$\tau_{6,2}^1; \tau_{6,2}^2$		
T <sub>7</sub>	t <sub>(7,1)</sub>	$\tau_{7,1}$	$\theta_8, \theta_{12}$	
	t <sub>(7,2)</sub>	$\tau_{7,2}$	$\theta_8, \theta_{12}, \theta_{13}$	
	t <sub>(7,3)</sub>	$\tau_{7,3}$	$\theta_6, \theta_{11}, \theta_{12}$	
T <sub>8</sub>	t <sub>(8,1)</sub>	$\tau_{8,1}^1; \tau_{8,1}^2; \tau_{8,1}^3; \tau_{8,1}^4$	$\theta_6, \theta_9, \theta_{10}, \theta_{14}$	
	t <sub>(8,2)</sub>	$\tau_{8,2}$	$\theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{14}$	
	t <sub>(8,3)</sub>	$\tau_{8,3}$	$\theta_6, \theta_{11}, \theta_9$	
T <sub>9</sub>	t <sub>(9,1)</sub>	$\tau_{9,1}^1; \tau_{9,1}^2$	$\theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{14}$	
	t <sub>(9,2)</sub>	$\tau_{9,2}$	$\theta_{11}, \theta_{12}$	
	t <sub>(9,3)</sub>	$\tau_{9,3}$	$\theta_8, \theta_9, \theta_{11}, \theta_{14}$	

**Fuente.** Creación propia

**Descripción de los problemas presentados en el capítulo cuatro del libro de texto**

En este sector examinaremos cada uno de los problemas presentados en el capítulo cuatro del libro de texto para luego determinar su ubicación considerando el bloque, el tipo de tarea y tarea a la cual pertenece.

**Problemas resueltos:** A continuación presentamos las figuras correspondientes a los problemas resueltos en el libro de texto.



**Figura 27.** Problema resuelto 1

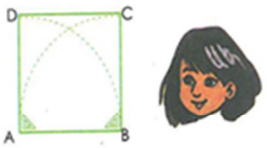
**Fuente:** Libro de texto Matemática 5 (Minedu 2012, p.94)

El problema señalado en la figura 27, se ubica en el bloque I,  $T_1; t_{3,2}$ , pues consiste en medir ángulos.

Se observa los pasos para medir ángulos utilizando el transportador. Es el único problema resuelto del bloque uno. También podemos observar el uso de la escuadra para determinar si un ángulo es agudo, obtuso o recto.

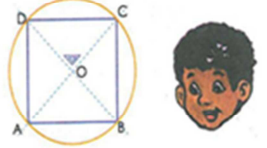
Amelia y Antonio proponen construir cada uno un cuadrado de manera diferente.

**Construcción de Amelia**



1. Traza un segmento AB.
2. Traza las perpendiculares a este segmento.
3. Con un compás mide AB. A partir de A marca con el compás el punto D, luego a partir de B marca el punto C.
4. Traza el segmento DC.

**Construcción de Antonio**



1. Traza 2 rectas perpendiculares que se corten en O como lo indica la figura.
2. Traza una circunferencia de centro O que corte estas rectas en 4 puntos.
3. Nombra A a uno de estos puntos, después B, C y D, los tres en el sentido contrario a las agujas del reloj.
4. Une los puntos en orden A, B, C, D, A.

a) Realiza estas 2 construcciones, ¿Obtienes cuadrados? ¿Por qué afirmas que son cuadrados?

b) ¿Qué propiedades del cuadrado te permiten justificar la construcción de Amelia y de Antonio?

c) Ahora construye un cuadrado de manera diferente a las anteriores.

**Figura 28.** Problema resuelto 2

**Fuente:** Libro de texto de Matemática 5(Minedu 2012,p.101)

En la figura 28, el problema que comprende los ítems a, b y c se ubican en el bloque II, T<sub>5</sub>; t<sub>5,1</sub> pues se refiere a la construcción de una figura geométrica.

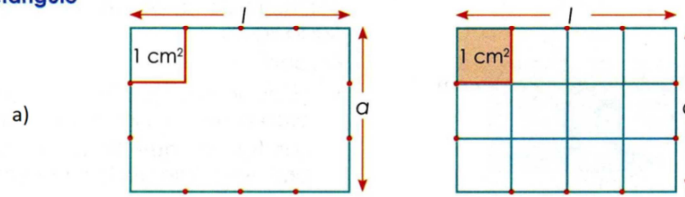
Dentro de este tipo de tarea sólo se encuentra éste problema en la que el alumno debe construir un cuadrado usando los elementos de la tecnología descrita en el bloque I, sin embargo con respecto a las técnicas presentadas podemos observar que en los pasos presentados en la “Construcción de Amelia”, son insuficientes y al resolverlos sin mirar la gráfica no responde a la tarea propuesta. Se debe tener en cuenta que la técnica debe permitir realizar la tarea en cuestión en forma “relativamente sistemática y segura”.

Además la técnica no debe estar supeditada a un solo modelo por ejemplo en este caso la técnica señala que se debe resolver el ejercicio empezando a trazar el segmento inicial en posición horizontal.

En este caso la confrontación se hace a través de la evidencia perceptiva, es decir la figura obtenida en la construcción es correcta si coincide con la imagen prototípica dada.

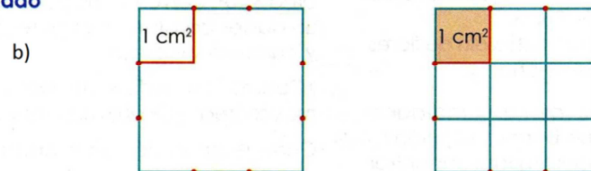
Reproduce en tu cuaderno el rectángulo y el cuadrado que te mostramos a continuación.

● **El rectángulo**



- Traza el cuadrículado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1 \text{ cm}^2$ .
  - Encuentra la medida del área del rectángulo en  $\text{cm}^2$ .
  - Indica, teniendo como unidad de medida el centímetro:
    - La medida  $l$  del largo del rectángulo.
    - La medida  $a$  del ancho del rectángulo.
  - Calcula el producto  $l \times a$ .
- ¿Qué constatas?

● **El cuadrado**



- Traza un cuadrículado en el interior del cuadrado, teniendo como unidad el  $\text{cm}^2$ .
  - Encuentra la medida del área del cuadrado en  $\text{cm}^2$ .
  - Indica, teniendo como unidad de medida en  $\text{cm}$ , la medida del lado  $l$  del cuadrado.
  - Calcula el producto  $l \times l$ .
- ¿Qué constatas?

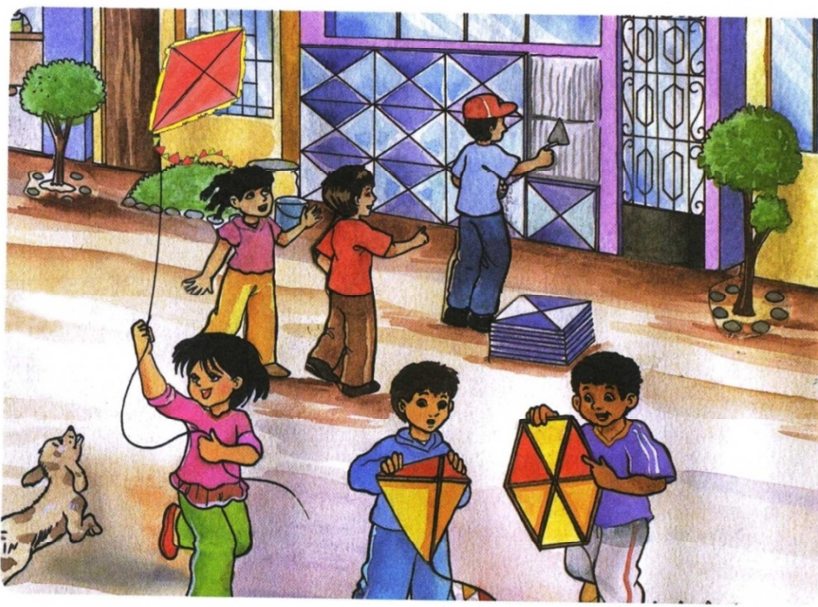
**Figura 29.** Problema resuelto 3

**Fuente:** Libro de texto Matemática 5 (Minedu 2012, p.105)

En la figura 29, los ítems a y b se ubican en el Bloque III, T<sub>6</sub>; t<sub>6,2</sub>, pues consiste en calcular la medida del área de un cuadrilátero dada una unidad de medida como referencia. Las técnicas que se espera emplean para calcular el área del rectángulo y del cuadrado consisten en dividir la figura dada en tantas cuadrículas de un centímetro de lado y luego procederán a medir en  $\text{cm}$  el largo y el ancho y aplicar la fórmula para luego comparar sus resultados. Observamos también que la técnica está condicionada al gráfico y es de corto alcance ya que el alumno tendrá dificultad cuando las longitudes de los lados no sean múltiplos de la unidad de medida.

**Problemas propuestos:** A continuación presentamos las figuras correspondientes a los problemas propuestos en el libro de texto.

1
CONSTRUIAMOS FIGURAS GEOMÉTRICAS



**Dibuja** en tu cuaderno una imagen similar a la que observas. **Encuentra** en tu dibujo líneas y figuras geométricas y luego **realiza** lo que se indica.

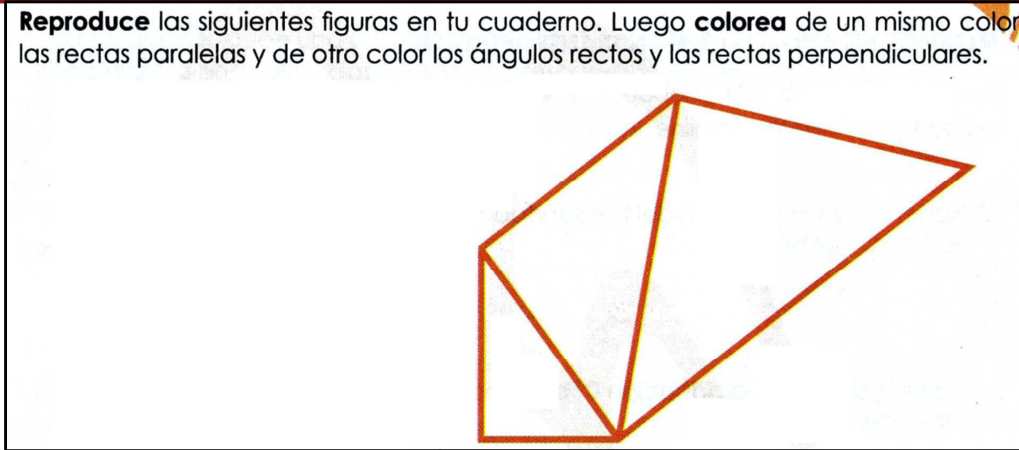
1. **Colorea:**
  - a) De rojo, todas las rectas paralelas que reconozcas.
  - b) De azul, todas las rectas perpendiculares.
  - c) De verde, todos los ángulos agudos.
  - d) De amarillo, los ángulos rectos.
  - e) ¿Puedes encontrar algún objeto con ángulo obtuso?
2. **Identifica y dibuja** los objetos que encuentres en la imagen con la forma de los siguientes polígonos.
 

a) Rectángulo.	d) Trapecio.
b) Rombo.	e) Triángulo.
c) Cuadrado.	f) Hexágono.

**Figura 30.** Problema propuesto 1  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012,p.92)

En la figura 30, el ítem (1a) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{1,1}$  pues consiste en reconocer las rectas paralelas que contienen a los lados de un cuadrilátero, el ítem (1b) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{1,2}$ , consiste en reconocer rectas perpendiculares y los ítems 1 c, d, e se ubican en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{2,1}; t_{2,2}; t_{2,3}$  consisten en identificar ángulos, agudos, obtusos y rectos y el ítem 1.2 se pertenece al bloque al bloque II,  $T_4$ ;  $t_{4,1}$  pues consiste en identificar el nombre de un cuadrilátero dada su representación gráfica.

**Reproduce** las siguientes figuras en tu cuaderno. Luego **colorea** de un mismo color las rectas paralelas y de otro color los ángulos rectos y las rectas perpendiculares.



**Figura 31.** Problema propuesto 2

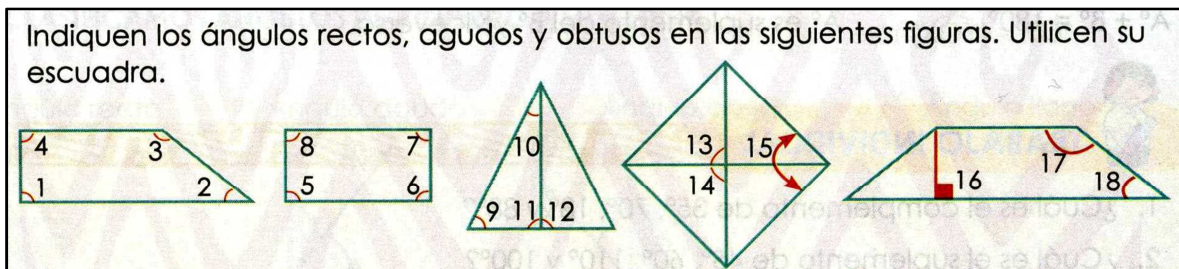
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p. 93)

En la figura 31, hemos dividido la pregunta en tres ítems

- a) Colorea de un mismo color las rectas paralelas
- b) Colorea de otro color los ángulos rectos
- c) Colorea las rectas perpendiculares.

El ítem (a) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{1,1}$  pues consiste en reconocer rectas paralelas, el ítem (c) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{1,2}$  porque consiste en reconocer rectas perpendiculares y el ítem (b) se ubica en el bloque I,  $T_1$ ;  $t_{2,3}$  pues consiste en identificar ángulos rectos.

Podemos observar dependencia del ostensivo gráfico pues no exige el uso de regla y escuadra. Consideramos que se deberían plantear ejercicios donde se exija el uso de instrumentos que más adelante le servirá para construir figuras geométricas.



**Figura 32.** Problema propuesto 3

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.96)

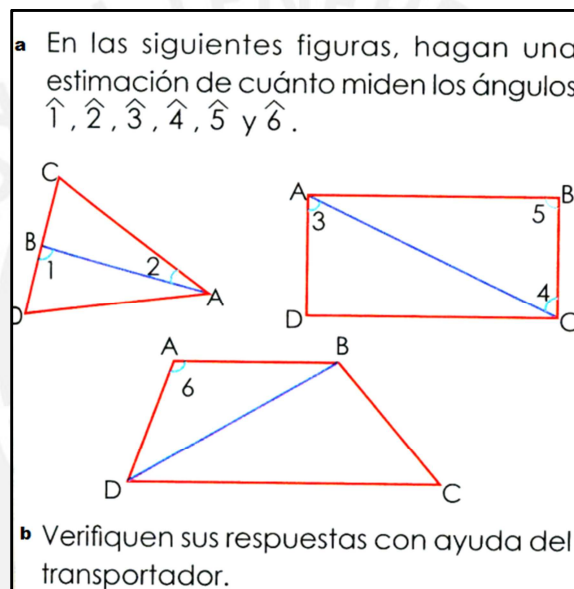
En la figura 32, para ubicar el problema hemos dividido la pregunta en tres ítems:



- Indiquen los ángulos rectos
- Indiquen los ángulos agudos
- Indiquen los ángulos obtusos

En este problema los ítems a, b y c se ubican respectivamente en el bloque I,  $T_2$ ;  $t_{2,1}$ ;  $t_{2,2}$  y  $t_{2,3}$  pues consiste en identificar ángulos agudos, obtusos y rectos.

En este problema podemos ver que las representaciones geométricas son figuras estereotipadas o prototipos. Por ejemplo el rombo siempre con una de las diagonales paralela a la base y las demás figuras con la base sobre la horizontal.



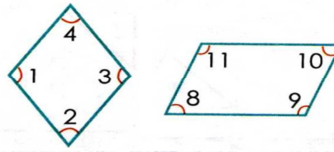
**Figura 33.** Problema propuesto 4

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

En la figura 33, el ítem (a) se ubica en el al bloque I,  $T_3$ ;  $t_{3,1}$ ; que consiste en estimar la medida de un ángulo y el ítem (b), se ubica en el bloque I,  $T_3$ ;  $t_{3,2}$  pues consiste en medir ángulos.

En este problema se puede observar que hace referencia a la fiabilidad de la técnica, ya que en un primer momento puede contestar la pregunta a simple vista pero luego al utilizar el transportador se dará cuenta que la técnica donde se usa un instrumento de medición es más fiable.

Midan con su transportador los siguientes ángulos en las figuras dadas.



- Indiquen los ángulos que tienen igual medida en cada figura.
- Sumen las medidas de los ángulos 1 y 4, 8 y 11. ¿Qué clase de ángulos son? ¿Por qué?
- ¿Qué relación tienen los ángulos  $\hat{1}$  y  $\hat{3}$ ;  $\hat{2}$  y  $\hat{4}$ ;  $\hat{8}$  y  $\hat{10}$ ;  $\hat{9}$  y  $\hat{11}$ ?  
¿Qué conclusiones obtienen?

**Figura 34.** Problema propuesto 5

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

Los ítems correspondiente a la figura 34 se ubican en el bloque I, T<sub>3</sub>; t<sub>3,2</sub>. Pues consiste en medir ángulos y comparar sus medidas.

Podemos observar la representación estereotipada con respecto al rombo y romboide como lo señalamos en los antecedentes. El ítem (b) está relacionado con el cuestionamiento tecnológico y el ítem (d) se le pide analizar los resultados obtenidos y emitir una apreciación sobre los resultados obtenidos.

• **Observa** los polígonos que se han dibujado en el geoplano.

1. En tu cuaderno, **copia** un tablero como el siguiente y **escribe** el nombre de cada polígono dibujado en el geoplano.

Polígono de 3 lados	Polígono de 4 lados	Polígono de 5 lados	Polígono de 6 lados	Polígono de 7 lados
E				

2. **Reproduce** el siguiente tablero y **marca** con una X debajo de cada polígono según convenga.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Sus lados tienen la misma longitud.														
Tienen al menos un ángulo recto.														
Tienen al menos dos lados paralelos.														
Sus ángulos son agudos y obtusos.														

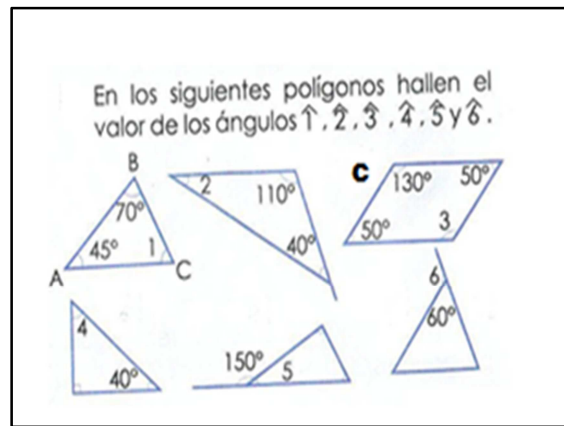
**Figura 35.** Problema propuesto 6  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.98)

En la figura 35, el ítem (1) se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,1</sub> porque consiste en identificar el nombre de un cuadrilátero dada su representación gráfica y el ítem (2) se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,3</sub> porque en este caso el alumno debe reconocer las propiedades de los cuadriláteros.

En este problema podemos ver nuevamente la presencia de figuras estereotipadas o de prototipos para la representación de las figuras geométricas.

Con respecto al ítem 2 podemos ver que el ejercicio consiste en reconocer las propiedades de los cuadriláteros también a partir de la figura.

Consideramos que los ejercicios deberían orientarse a construir las figuras a partir de enunciados verbales.







**Figura 36.** Problema propuesto 7  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.103)

En la figura 36, hacemos referencia a la gráfica correspondiente al ítem (c) por tratarse de un cuadrilátero, el cual se ubica en el bloque II, T<sub>3</sub>; t<sub>3,2</sub>. Pues consiste en hallar la medida del ángulo.

Podemos calcular las áreas de figuras geométricas de diferentes maneras, veremos algunas de ellas.

1.º Toma como unidad un cuadradito de un papel cuadrículado.  
 ¿Cuál es el área de esta figura?  
 ¿Encontraste que el área de esta figura es igual a 29 cuadraditos?

2.º Considera un triángulo como unidad de medida U de la superficie de un polígono: 1U =   
 ¿Cuánto mide la superficie de cada uno de los siguientes polígonos?

a)       b)       

**Importante**  
 La medida de la superficie de un polígono es su área. El área es un número.

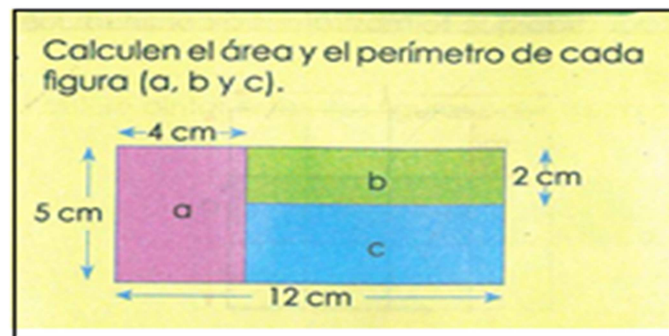
• Comprueba que el área del rectángulo representado es 24 U, el área del segundo polígono es 20 U, y el área del triángulo es 18 U.

**Figura 37.** Problema propuesto 8  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.96)

En la figura 37, el ítem (a) se ubica en el bloque II, T<sub>6</sub>; t<sub>6,1</sub> pues consiste en hallar la medida del área dada como unidad de referencia la superficie de una cuadrícula y el ítem b

pertenece al bloque II, T<sub>6</sub>; t<sub>6,2</sub> porque para hallar la medida del área se toma otra unidad como referencia.

Podemos observar que estos problemas consisten en calcular la medida del área a partir de una unidad de medida como referencia; sin embargo en el triángulo rectángulo dado como unidad de referencia sólo se considera el borde,  $\triangle$  es decir el perímetro, sin considerar su superficie, lo cual como señala Freudhental podría confundir al alumno respecto al concepto de área y perímetro al considerarlo como definiciones equivalentes.



**Figura 38.** Problema propuesto 9  
Fuente: Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 38, Para ubicar este problema hemos dividido la pregunta en dos ítems:

- Calcular el perímetro de cada figura (a, b, c)
- Calcular el área de cada figura(a, b, c)

El ítem (a), se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,1</sub> que consiste en determinar el perímetro y el ítem (b) pertenece al bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub> que consiste en determinar la medida del área.

Este problema o consideramos pertinente por que piden determinar la medida del perímetro y área de una misma figura la cual permitirá a los alumnos darse cuenta que para una misma figura la medida del área y perímetro no siempre coinciden.

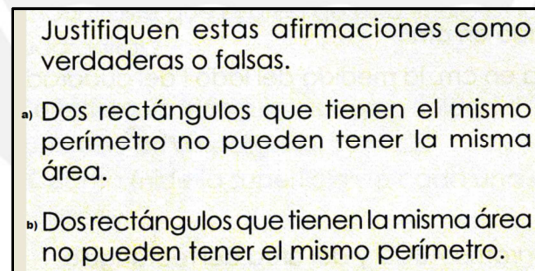


**Figura 39.** Problema propuesto 10

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 39, el problema se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub> por que consiste en calcular la medida del área dado una gráfica.

Consideramos que en este problema, el estudiante debe decidir ante una situación extra matemática que se le presenta, qué datos debe utilizar y cuáles son las incógnitas más pertinentes; por lo tanto podemos considerarla como un ejemplo de tarea abierta.




**Figura 40.** Problema propuesto 11

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 40, el ítem (a), se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,1</sub> pues consiste en comparar la medida del área dado su perímetro y el ítem (b) pertenece al bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,2</sub> pues consiste en comparar la medida del perímetro dado la medida del área.

Estos ejercicios son ejemplos de tareas abiertas ya que los datos no están prefijados y su solución dependerá de los valores que le asigne el alumno.

a) Pedro piensa que con una cuerda de 24 cm atada en sus extremos puede construir diferentes rectángulos de igual perímetro y área. ¿Será posible?



b) En un geoplano, dibujen un rectángulo de 8 cuadritos de largo y 4 cuadritos de ancho. El perímetro será 24 unidades y el área  $32 U^2$ . Con el mismo perímetro de 24 unidades construyan otros rectángulos y calculen sus áreas.

¿Cuál es la superficie del rectángulo de mayor área? ¿Cuál es el de menor área?

Completen el siguiente cuadro en su cuaderno.

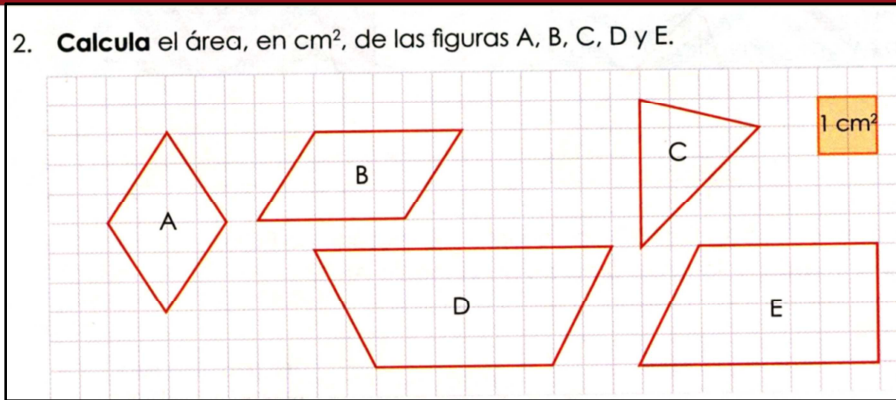
Largo	Ancho	Área
1	11	
2	10	
3	9	
4	8	
5	7	
6	6	
7	5	
8	4	
9	3	
10	2	
11	1	

c) ¿Qué pueden decir de la secuencia que forman las áreas? ¿Por qué?

**Figura 41.** Problema propuesto 12

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

En la figura 41, el ítem (a) se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,3</sub> pues se debe comparar la medida del área y perímetro de un cuadrilátero el ítem (b) y (c) pertenecen a la tarea t<sub>9,1</sub>. En este ejercicio podemos observar que respecto al ítem (b) la respuesta dependerá de qué tipo de clasificación halla interiorizado el alumno. Considerando las definiciones y las características sobre los cuadriláteros presentados en el libro podemos distinguir que en este ejercicio se deben considerar estos aspectos. Por ejemplo la medida de la mayor área del rectángulo sería  $35u^2$ , si considera la clasificación exclusiva donde un rectángulo no es cuadrado o la respuesta podría ser  $36u^2$ , si se considera la clasificación jerárquica donde un cuadrado es también un rectángulo.

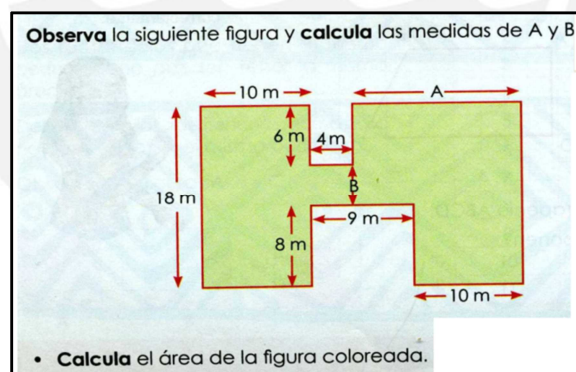


**Figura 42.** Problema propuesto 13  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.108)

En la figura 42, el problema se ubica en el bloque III, T<sub>6</sub>; t<sub>6,2</sub> porque consiste en calcular la medida del área dada una unidad de medida.

En este problema se observa la representación de los cuadriláteros en posición estándar de los cuadriláteros con excepción del trapecio.

La técnica que el alumno podría utilizar para resolver este ejercicio podría ser componer o descomponer figuras como se puede observar en los estudios preliminares y también en los libros de grados anteriores señalados en el anexo.

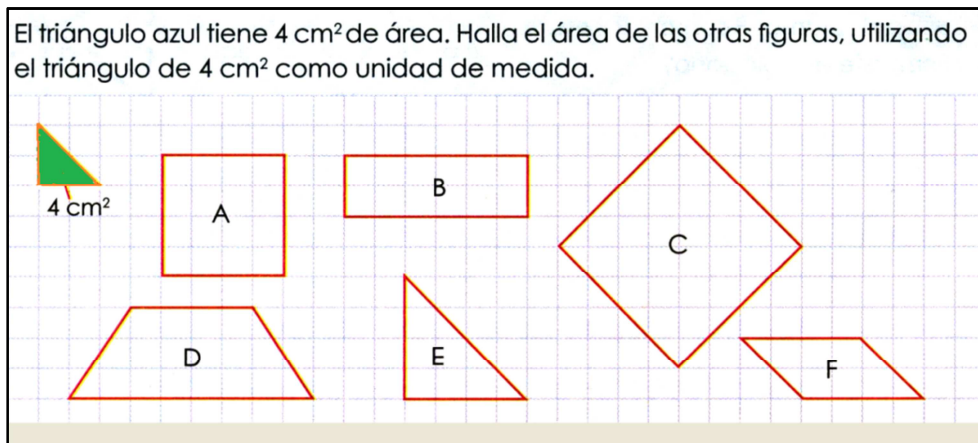


**Figura 43.** Problema propuesto 14  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.108)

El problema presentado en la figura 43, se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub>, pues consiste en hallar la medida del área dada una gráfica.

Para determinar la medida del área una de las técnicas propuestas es descomponer la figura y aunque ésta técnica no se presenta en el libro de quinto grado lo hemos podido ubicar en el libro de cuarto grado como se muestra en el anexo.

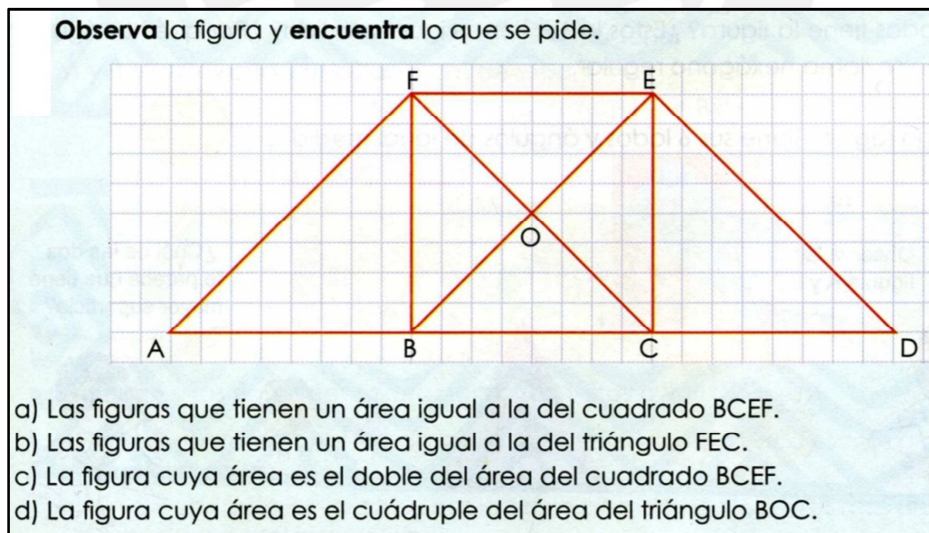




**Figura 44.** Problema propuesto 15  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.109)

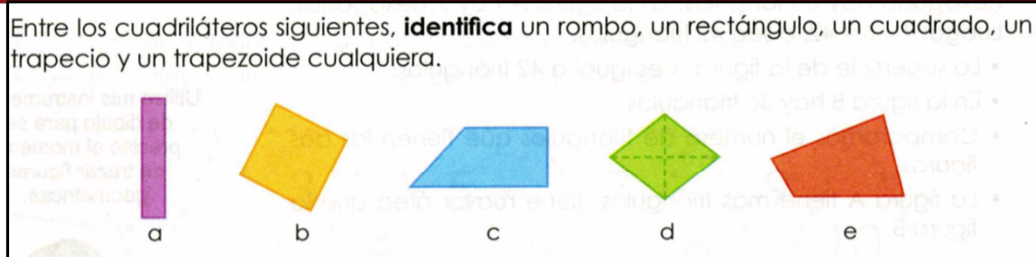
El problema presentado en la figura 44, se ubica en el bloque III,  $T_6$ ;  $t_{6,2}$ , pues consiste en calcular la medida del área dada una unidad de medida, que en este caso es un triángulo rectángulo.

En este problema observamos nuevamente la presencia de figuras estereotipadas o en posición estándar para representar las figuras geométricas. También podemos señalar que la unidad de referencia para calcular la medida del área falta sombrearla.



**Figura 45.** Problema propuesto 16  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.109)

El problema presentado en la figura 45, se ubica en el bloque III,  $T_9$ ;  $t_{9,1}$ . Pues consiste en comparar la medida de las áreas de cuadriláteros.

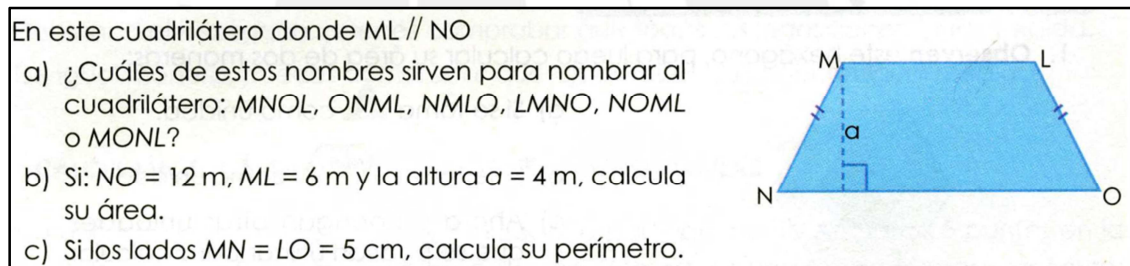


**Figura 46.** Problema propuesto 17  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.112)

El problema presentado en la figura 46, se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,2</sub>, pues consiste en identificar la representación gráfica de un cuadrilátero dado su nombre.

En este problema podemos observar un ejemplo de la representación ostensiva de los cuadriláteros porque tienen como soporte la representación gráfica. También podemos observar la presencia de figuras en posición estándar o prototipos.

En el problema, se indica que solo hay una figura geométrica para cada caso; sin embargo, de acuerdo con la definición dada en la figura 24, existirían dos rectángulos y dos rombos.



**Figura 47.** Problema propuesto 18  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.112)

En el problema presentado en la figura 47, en el ítem (a), se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,4</sub> por que consiste en identificar un cuadrilátero por el nombre de sus vértices.

Podemos observar otra forma de representar un cuadrilátero que es nombrándolo por sus vértices. Este es un ejemplo de representación ostensiva basada en símbolos para representar un cuadrilátero.

El ítem (b), se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,1</sub> porque consiste determinar la medida del área dada una gráfica con datos y el ítem (c) se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,1</sub> pues consiste en determinar el perímetro de un cuadrilátero a partir de una gráfica.

También se puede observar que se utiliza como soporte el ostensivo gráfico. Este problema permitirá al alumno afianzar que la medida el área y perímetro en la mayoría de figuras no son iguales.

Traza un rombo cuyas diagonales midan 10 cm y 6 cm (recuerda que las diagonales son perpendiculares y se cortan en su punto medio).  
Ahora halla el área del rombo.

**Figura 48.** Problema propuesto 19  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.112)

El problema presentado en la figura 48, se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,2</sub>, pues consiste en determinar la medida del área a partir de un enunciado verbal.

Este problema, es un ejemplo donde se pide calcular la medida del área a partir de un enunciado verbal sin embargo no exige el trazado del rombo ya que el alumno podría calcular la medida del área aplicando la fórmula dada en el libro.

También podemos observar la representación ostensiva verbal.

Dibuja cuadrados de 1, 2, 3, 4, 5 y 6 cm de lado y construye una tabla con sus perímetros y áreas.

Lado	Perímetro	Área
1 cm	4 cm	1 cm <sup>2</sup>
2 cm		
3 cm		
4 cm		
5 cm		
6 cm		

- ¿Cuál es la mayor área? ¿Cuál la menor?
- Si el lado se duplica, ¿qué pasa con el perímetro?
- Si el lado se duplica, ¿qué pasa con el área?

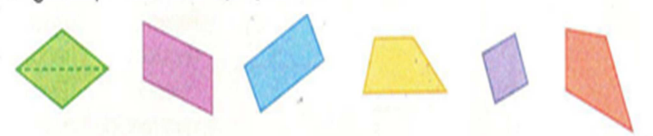
**Figura 49.** Problema propuesto 20  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

El problema presentado en la figura 49, se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,1</sub>; pues consiste en comparar la medida del área de cuadriláteros.

En este problema el alumno podrá darse cuenta que la medida del área y del perímetro de una misma figura no son iguales excepto cuando la medida del lado es 4cm, así como

también podrán darse cuenta que si la medida del lado de duplica o triplica, la medida del área y perímetro no varían en la misma proporción

Copia las proposiciones a, b, c, d, e, f y g. Al costado de cada una, escribe los nombres de las figuras que tienen esa propiedad.



rombo      romboide      rectángulo      trapecio      cuadrado      trapezoide

a) Los lados no son paralelos.      e) Solo tiene un par de lados opuestos paralelos.  
 b) Los cuatro lados tienen la misma longitud.      f) Los cuatro ángulos son rectos y los cuatro lados iguales.  
 c) Tiene dos pares de lados opuestos paralelos.      g) Los lados opuestos son iguales y tienen cuatro ángulos rectos.  
 d) Los cuatro ángulos son rectos.

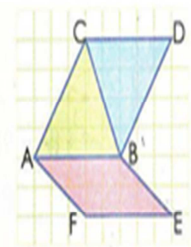
**Figura 50.** Problema propuesto 21  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

El problema presentado en la figura 50 se ubica en el bloque II, T<sub>4</sub>; t<sub>4,3</sub>; pues consiste en reconocer las propiedades de los cuadriláteros.

Este problema consiste en reconocer las propiedades de la figura geométrica a partir de una gráfica. En este caso las figuras geométricas no se presentan en posición estándar a excepción del rombo donde se observa la diagonal con líneas punteadas, sin embargo la mayoría de tareas presentes en el libro, se sustentan en figuras geométricas en posición estándar.

La unidad de área es un cuadradito de tu cuaderno. Úsala para calcular las siguientes áreas:

- Área del triángulo ABC y área del triángulo CBD.
- Área del paralelogramo ABEF.
- Área del rombo ABDC.



**Figura 51.** Problema propuesto 22  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

El problema presentado en la figura 51, se ubica en el bloque III, T<sub>6</sub>; t<sub>6,1</sub>. Pues consiste en hallar la medida del área dada como unidad de referencia una cuadrícula. En esta pregunta podemos observar que la representación del rombo no está en posición estándar.

- a) Calcula el área de un cuadrado de 21 cm de lado y luego el área de un rectángulo de 24 cm de largo y 18 cm de ancho.  
b) Calcula el perímetro del cuadrado y del rectángulo.

**Figura 52.** Problema propuesto 23

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

En el problema presentado en la figura 52 el ítem (b) se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,2</sub> pues consiste en determinar el perímetro de cuadriláteros a partir de un enunciado verbal y el ítem(a) se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,2</sub> pues consiste en determinar la medida del área a partir de un enunciado verbal. Este problema representa al ostensivo verbal pues no se apoya en una representación gráfica.

Encuentra todos los rectángulos cuyas medidas del largo y ancho sean números naturales en cm y cuyo perímetro mida 10 cm. ¿Cuál de los rectángulos tiene el área más grande?

**Figura 53.** Problema propuesto 24

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.114)

El problema presentado en la figura 53 se ubica en el bloque III, T<sub>9</sub>; t<sub>9,1</sub>; pues consiste en comparar la medida del área de cuadriláteros dado su lado o perímetro. Este problema es un ejemplo de modelización matemática y está dentro del tipo de tarea abierta por que para su solución utilizaran conocimientos sobre propiedades como paralelismo, perpendicularidad, perímetro, superficie que permitirán tomar decisiones para su solución.

El perímetro de un cuadrado es igual a 36 m. ¿Cuál es la medida de su lado?

**Figura 54.** Problema propuesto 25

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.115)

El problema presentado en la figura 54 se ubica en el bloque III, T<sub>7</sub>; t<sub>7,3</sub> pues consiste en determinar el lado de un cuadrilátero dado su perímetro. Es un ejemplo del uso del ostensivo verbal para representar figuras geométricas

El área de un rectángulo es de  $160 \text{ m}^2$ . Si el largo mide  $20 \text{ m}$ ,  
¿cuánto mide su ancho?

**Figura 55.** Problema propuesto 26  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.115)

El problema presentado en la figura 55, se ubica en el bloque III, T<sub>8</sub>; t<sub>8,3</sub> pues consiste en determinar la medida del lado de un cuadrilátero dado la medida del área. Es un ejemplo de representación ostensivo verbal.

Después de haber realizado una descripción de cada uno de los problemas presentados en el capítulo cuatro del libro de texto del quinto grado de primaria pasaremos a realizar el análisis utilizando los indicadores de completitud de las organizaciones matemáticas locales propuestos por Fonseca (2004).

Cabe mencionar que al analizar los problemas presentes han aparecido otros aspectos que nos permitirán hacer una valoración de esta unidad como son las representaciones de los cuadriláteros en posición estándar, la clasificación de los cuadriláteros y la presentación de los problemas para determinar el área.

### **5.3. Valoración de la OM del texto a partir de los indicadores de completitud de una praxeología local.**

A continuación presentamos la valoración de la OM encontrada en el texto, relativos al objeto matemático cuadriláteros, presente en el capítulo cuatro del libro de texto del quinto grado de educación primaria.

Cabe señalar que para la valoración se usarán los indicadores de completitud de Fonseca. Por otro lado para dicha valoración tendremos en cuenta las técnicas presentes en el libro de texto.

#### **OML1: En el texto se encuentran evidencias de que los tipos de tareas se integran y se encuentran tareas relativas al cuestionamiento tecnológico.**


Con respecto a la integración del tipo de tareas, podemos verificar que algunos tipos de tareas correspondientes a cada bloque están relacionadas entre sí mediante el desarrollo de sus técnicas. Por ejemplo, los tipos de tareas  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  están referidas a reconocer objetos que ayudarán a reconocer propiedades que cumplen los cuadriláteros, tales como rectas paralelas, perpendiculares y medición de ángulos. Los tipos de tareas  $T_4$ ,  $T_5$  y las tareas correspondientes a estos tipos, están relacionadas en cuanto se refieren a identificar y construir cuadriláteros. Los tipos de tareas  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ , y  $T_9$ , y las tareas correspondientes a estos tipos están relacionados entre sí en tanto se refieren al cálculo de la medida del área y perímetro.

Con respecto al cuestionamiento tecnológico encontramos en la OM algunos problemas donde se hace referencia a la justificación, fiabilidad y economía, así como comparación.


A continuación presentamos los problemas encontrados en el libro de texto relativos a la justificación.

Amelia y Antonio proponen construir cada uno un cuadrado de manera diferente.

Construcción de Amelia



Construcción de Antonio

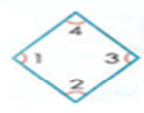



a) Realiza estas 2 construcciones. ¿Obtienes cuadrados? ¿Por qué afirmas que son cuadrados?  
 b) ¿Qué propiedades del cuadrado te permiten justificar la construcción de Amelia y de Antonio?  
 c) Ahora construye un cuadrado de manera diferente a los anteriores.

**Figura 56.** Ejemplo1 de OML1 – problema resuelto 2  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.101)

Como se puede observar en el problema presentado en la figura 56 se pide justificar haciendo referencia a la tecnología presente en el libro de texto. Otro ejemplo donde se muestra la presencia de este indicador es la figura 57 correspondiente al problema propuesto 5.

Midan con su transportador los siguientes ángulos en las figuras dadas.

b) Sumen las medidas de los ángulos 1 y 4, 8 y 11. ¿Qué clase de ángulos son? ¿Por qué?

**Figura 57.** Ejemplo2 de OML1 – problema propuesto 5  
**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

En los problemas presentados en la figura 58, el estudiante, no sólo debe encontrar la solución del problema, sino también justificar los procesos.



El siguiente jardín tiene forma rectangular, 26 metros de perímetro y está compuesto de dos partes:

Un rectángulo central sembrado completamente de flores.  
Un camino que bordea el jardín de flores y tiene un metro de ancho.

¿Cuál es el área, en metros cuadrados, de este camino que bordea el jardín? Expliquen cómo hicieron para encontrar dicha área.

Justifiquen estas afirmaciones como verdaderas o falsas.

a) Dos rectángulos que tienen el mismo perímetro no pueden tener la misma área.

b) Dos rectángulos que tienen la misma área no pueden tener el mismo perímetro.

**Figura 58.** Ejemplo3 de OML1 - problemas propuestos 10 y 11  
**Fuente:** Libro Matemática 5 (Minedu 2012, p.106)

Con respecto a la comparación y economía de las técnicas podemos identificar el siguiente problema que se ubica en la tarea  $t_{(6,1)}$

Reproduce en tu cuaderno el rectángulo y el cuadrado que te mostramos a continuación.

● **El rectángulo**

a)

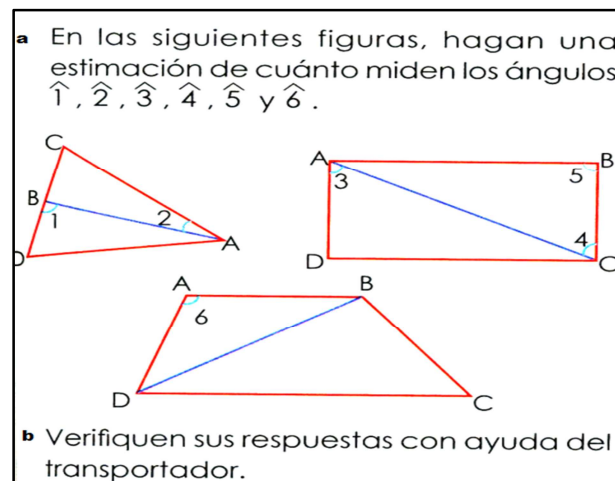
- Traza el cuadrículado en el interior del rectángulo, tomando como unidad  $1 \text{ cm}^2$ .
- Encuentra la medida del área del rectángulo en  $\text{cm}^2$ .
- Indica, teniendo como unidad de medida el centímetro:
  - La medida  $l$  del largo del rectángulo.
  - La medida  $a$  del ancho del rectángulo.
- Calcula el producto  $l \times a$ .

¿Qué constatas?

**Figura 59.** Ejemplo4 de OML1- problema resuelto 3  
**Fuente:** Libro Matemática 5(Minedu 2012, p.106)

En este problema se presentan dos técnicas para hallar la medida del área del rectángulo: Una mediante el trazado de cuadrículas y otro aplicando la fórmula. Aquí el alumno podrá comparar las técnicas y decidir cuál de ellas es la más económica.

Con respecto a la fiabilidad de la técnica podemos citar el problema propuesto 4.



**Figura 60.** Ejemplo5 de OML1 – problema propuesto 4  
**Fuente:** Libro Matemática 5 (Minedu 2012, p.97)

Este ejercicio permitirá comprobar que los resultados obtenidos con el uso de un instrumento de medición, resultan más fiables que los valores obtenidos por estimación.

Con respecto al alcance y fiabilidad de las técnicas podemos identificar que la técnica  $\tau_{5,1}^1$ ; es de corto alcance pues los pasos realizados se han elaborado en función de la gráfica y no es fiable ya que al resolver la tarea siguiendo los pasos dados, no se llega a resolver la tarea indicada. Lo mismo sucede con las técnicas  $\tau_{6,1}$  y  $\tau_{6,2}$  que sólo es aplicable para calcular la medida del rectángulo y cuadrado.

Debemos tener en cuenta que Chevallard (2009) señala que para que una técnica pueda ser utilizada de manera normalizada, debe aparecer como algo a la vez correcto y comprensible.

### **OML2: Diferentes técnicas para cada tipo de tareas y criterios para elegir entre ellas.**

Respecto a la existencia de dos o más técnicas asociadas al objeto matemático cuadriláteros, hemos encontrado que el libro de texto se presenta dos técnicas por cada bloque.

**Tabla 17.** Diferentes técnicas para una tarea

Bloque	tarea	técnica
Bloque I	$t_{2,1}; t_{2,2}; t_{2,3}$	$t_{2,1}^1; 2,2; 2,3$ $t_{2,1}^2; 2,2; 2,3$
Bloque II	$t_{5,1}$	$t_{5,1}^1$ $t_{5,1}^2$
Bloque III	$t_{6,2}$	$t_{6,2}^1$ $t_{6,2}^2$

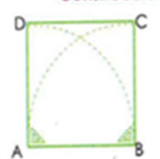
**Fuente.** Creación propia

Como podemos observar en la tabla anterior solamente cinco tareas de las 23 tareas presentadas presentan dos técnicas para la solución de la tarea.

Mostramos como ejemplo la tarea  $t_{5,1}$ , donde se presentan dos técnicas para construir un cuadrado.

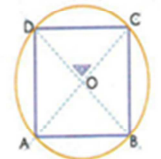
Amelia y Antonio proponen construir cada uno un cuadrado de manera diferente.

**Construcción de Amelia**



1. Traza un segmento AB.
2. Traza las perpendiculares a este segmento.
3. Con un compás mide AB. A partir de A marca con el compás el punto D, luego a partir de B marca el punto C.
4. Traza el segmento DC.

**Construcción de Antonio**



1. Traza 2 rectas perpendiculares que se corten en O como lo indica la figura.
2. Traza una circunferencia de centro O que corte estas rectas en 4 puntos.
3. Nombra A a uno de estos puntos, después B, C y D, los tres en el sentido contrario a las agujas del reloj.
4. Une los puntos en orden A, B, C, D, A.

a) Realiza estas 2 construcciones, ¿Obtienes cuadrados? ¿Por qué afirmas que son cuadrados?

b) ¿Qué propiedades del cuadrado te permiten justificar la construcción de Amelia y de Antonio?

c) Ahora construye un cuadrado de manera diferente a las anteriores.

**Figura 61.** Ejemplo de OML2  
**Fuente:** Libro de Matemática 5(2012, p. 101)

**OML3: Independencia de los objetos ostensivos que sirven para representar la técnica.**

En el texto encontramos tres tipos de representaciones de los cuadriláteros. A continuación mostramos los problemas donde se evidencian las representaciones.

**Tabla 21** Tipos de ostensivos encontrados en el texto


Tipos de ostensivos	Problemas resueltos	Problemas propuestos	Total
Gráfica	2, 3	1-10, 13-18, 21, 22	15
Verbal	0	11, 12, 19, 20, 23-26	8
Simbólica	0	18	1

**Fuente:** Creación propia

Resaltamos que en nuestro trabajo solo hemos considerado las representaciones de cuadriláteros, podemos observar en la tabla anterior que se evidencia la forma de representar el objeto matemático cuadrilátero en su mayoría es a partir del ostensivo gráfico y solo un problema de los 26 usa la representación simbólica. Por otra parte, observamos que la mayoría de problemas presentes en el texto, se apoyan en figuras de posición estándar, presentamos un ejemplo de ostensivo gráfico donde los cuadriláteros no están en posición estándar.

Presentamos un ejemplo:

Copia las proposiciones a, b, c, d, e, f y g. Al costado de cada una, escribe los nombres de las figuras que tienen esa propiedad.



rombo      romboide      rectángulo      trapecio      cuadrado      trapezoide

a) Los lados no son paralelos.      e) Solo tiene un par de lados opuestos paralelos.  
 b) Los cuatro lados tienen la misma longitud.      f) Los cuatro ángulos son rectos y los cuatro lados iguales.  
 c) Tiene dos pares de lados opuestos paralelos.      g) Los lados opuestos son iguales y tienen cuatro ángulos rectos.  
 d) Los cuatro ángulos son rectos.

**Figura 61.**Ejemplo de OML3- problema propuesto 22

**Fuente:** Libro de Matemática 5 (2012, p. 114)

**OML4: Existencia de tareas y técnicas inversas.**

Podemos observar la presencia de tareas inversas, es decir, aquellas donde se intercambian los datos y las incógnitas del problema.



A continuación presentamos en la tabla 18 ejemplos de tareas inversas.

**Tabla 18.** Existencia de tareas inversas

Tarea directa	Tarea inversa
<p>t<sub>4,1</sub>: Dada la representación gráfica de un cuadrilátero, identifica su nombre.</p> <p>t<sub>9,1</sub>: Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dado sus lados o perímetro</p>	<p>t<sub>4,2</sub>: Dado el nombre del cuadrilátero, identifica su representación gráfica.</p> <p>t<sub>9,2</sub>: Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la medida del área</p>

**Fuente.** Creación propia

A continuación mostraremos un ejemplo de este indicador:

Tarea directa t <sub>4,1</sub>	Tarea inversa t <sub>4,2</sub>
 <p>Dibuja en tu cuaderno una imagen similar a la que observas. Encuentra en tu d líneas y figuras geométricas y luego realiza lo que se indica.</p> <p>Identifica y dibuja los objetos que encuentres en la imagen con la forma de siguientes polígonos.</p> <p>a) Rectángulo.                      d) Trapecio.                  b) Rombo.                            e) Triángulo.                  c) Cuadrado.                        f) Hexágono.</p>	<p>Entre los cuadriláteros siguientes, <b>identifica</b> un rombo, un rectángulo, un cuadrado, un trapecio y un trapecoide cualquiera.</p>  <p>a                      b                      c                      d                      e</p>

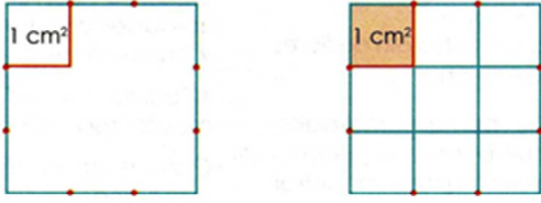
**Figura 62.** Ejemplo de OML4 – problema propuesto 1 y 17  
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.99-112)

**OML5: Interpretación del funcionamiento y del resultado de aplicar las técnicas.**

En el libro de texto sólo se presenta un problema donde el alumno debe interpretar el real funcionamiento de la técnica y el resultado de su aplicación.

**El cuadrado**

b)



a) Traza un cuadrículado en el interior del cuadrado, teniendo como unidad el  $\text{cm}^2$ .

b) Encuentra la medida del área del cuadrado en  $\text{cm}^2$ .

c) Indica, teniendo como unidad de medida en  $\text{cm}$ , la medida del lado  $l$  del cuadrado.

d) Calcula el producto  $l \times l$ .

¿Qué constatas?

**Figura 63.** Ejemplo de OML5 – problema resuelto 3  
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.105)

Este ejemplo permitirá constatar los resultados obtenidos con respecto a la medida del área, primero completando la figura con cuadrículas de  $1 \text{ cm}^2$  y luego midiendo la longitud del área y aplicar la fórmula:  $l \times l$ .

Sin embargo podemos constatar que es la única tarea donde se constata el resultado de aplicar la técnica.

**OML6: Existencia de tareas matemáticas abiertas.**

Consideramos en este aspecto primero, aquellos problemas en la que los datos y las incógnitas no están prefijados completamente y segundo, aquellas tareas asociadas a situaciones matemáticas o extramatemáticas relacionadas al objeto matemático cuadriláteros.

A continuación presentamos la tabla 24, donde se indican las tareas donde los datos no están prefijados.

**Tabla 22.** Tareas abiertas 1

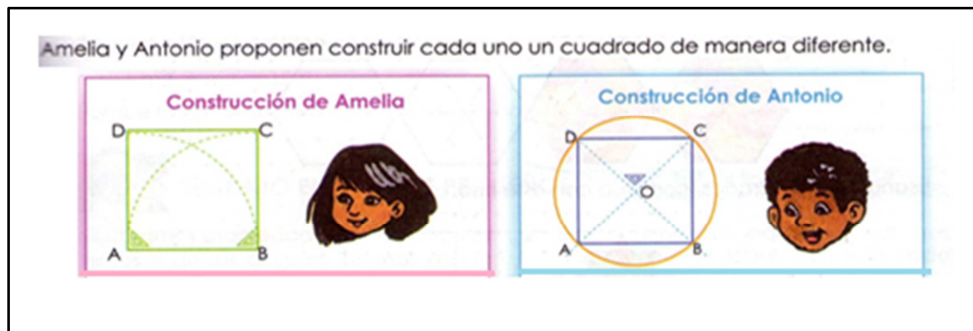
tareas	total
$t_{5, 1}; t_{9, 1}; t_{9, 2}$	3

**Fuente:** Creacion propia

Podemos observar en la tabla existen tres tareas correspondiente a este indicador en donde los datos y las incógnitas no estan prefijados completamente y las respuestas dependeran del conocimiento que tiene el estudiante al respecto y de las variables que le asigne.

A continuacion presentamos los ejercicios correspondientes a este aspecto:

t<sub>5,1</sub>: Construir un cuadrado



**Figura 64.** Ejemplo1 de OML6  
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.101)

-Construye un cuadrado de manera diferente a las anteriores.

En este caso, el alumno podrá utilizar cualquier medida para la construcción del cuadrado.

t<sub>9,1</sub>: Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dados sus lados o perímetro

- Justifique esta afirmación como verdadera o falsa: Dos rectángulos que tienen el mismo perímetro no pueden tener la misma área.

t<sub>9,2</sub>: Comparar la medida del perímetro de dos cuadriláteros diferentes dada la misma área

- Justifique estas afirmaciones como verdaderas o falsas: Dos rectángulos que tienen la misma área no pueden tener el mismo perímetro

Con respecto al segundo aspecto de las tareas abiertas, relativos a los problemas de modelización presentamos las siguientes tareas relativas a este indicador.

**Tabla 23.** Tareas abiertas2

tareas	total
t <sub>8,1</sub> ; t <sub>9,1</sub>	2

**Fuente:** Creación propia

A continuación presentamos los problemas correspondientes a este aspecto:

t<sub>8,1</sub>: Determinar la medida del área de un cuadrilátero dado una gráfica con datos

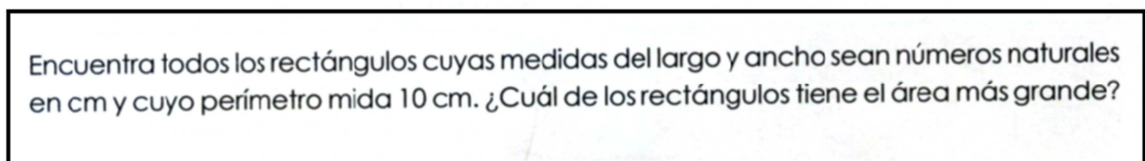


**Figura 65.**Ejemplo2 de OML6

**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.106)

Este problema es una tarea relativa a la modelización matemática asociada a una situación extramatemática por que representa una situación relacionado con la vida cotidiana.

$t_{9,1}$ : Comparar la medida del área de cuadriláteros diferentes dados sus lados o perímetro



**Figura 66.**Ejemplo3 de OML6

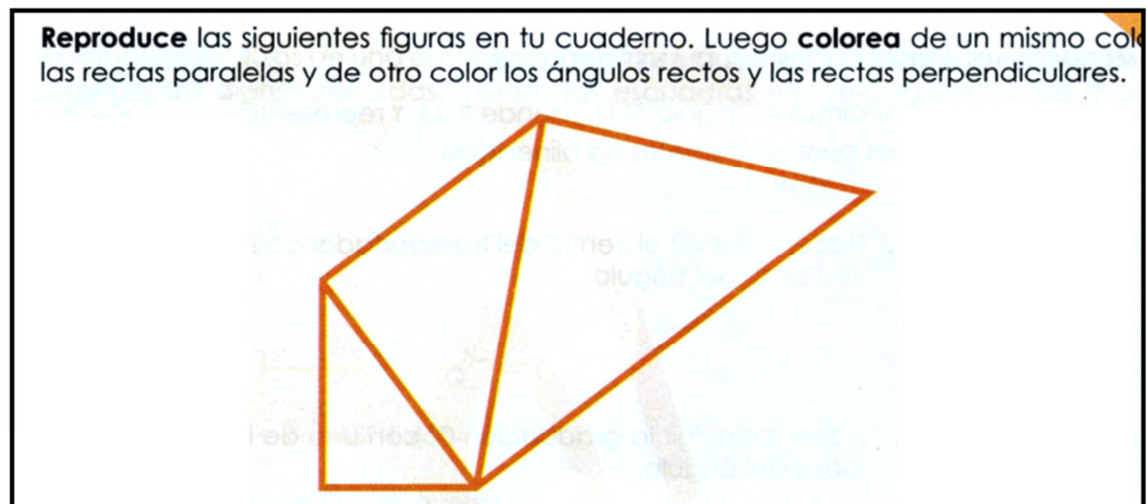
**Fuente.** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.114)

Este problema representa una tarea relativa a la modelización matemática asociada a una situación matemática.

### OML7: Integración de los elementos tecnológicos e incidencia sobre la practica

Podemos observar que la praxis aparece desconectada del logos, es decir que para resolver algunas tareas no se requiere de la tecnología expresada en el libro de texto. Por ejemplo en las tareas del bloque I,  $t_{(1,1)}$ ,  $t_{(1,2)}$  se observa esto.





**Figura 67.** Ejemplo de OML7

**Fuente:** Libro de matemática 5 (Minedu, 2012, p.93)

Observamos que, a pesar de que en el texto se señala la técnica para trazar rectas paralelas y perpendiculares utilizando materiales como la regla y escuadra, el alumno podría resolver la tarea solo observando la figura y relacionándola con sus conocimientos anteriores, constatando además que los elementos tecnológicos para la construcción de rectas paralelas y perpendiculares no tienen incidencia sobre la práctica.

Chevallard (1999), señala “la necesidad de integrar la tecnología y el trabajo técnico”, es decir en una organización matemática debe existir una interrelación muy estrecha entre las técnicas utilizadas y la tecnología para presentarla como algo comprensible.

En el texto analizado podemos observar por ejemplo que hay problemas donde no se evidencia interrelación entre tecnología y la técnica.

## 5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS

A partir del análisis realizado de cada uno de los indicadores de completitud de una OML identificada, procederemos a valorar los siete indicadores mencionados.

1. Con respecto a la integración del tipo de tareas, podemos verificar que algunos tipos de tareas correspondientes a cada bloque están relacionadas entre sí mediante el desarrollo de sus técnicas. Por ejemplo, los tipos de tareas  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  están referidas a reconocer objetos que ayudarán a reconocer propiedades que cumplen los cuadriláteros; tales como rectas paralelas, perpendiculares y medición de ángulos. Los tipos de tareas  $T_4$ ,  $T_5$  y las tareas correspondientes a estos tipos, están relacionadas en cuanto se refieren a identificar y construir cuadriláteros y los tipos de tareas  $T_6$ ,  $T_7$ ,  $T_8$ , y  $T_9$ , y las tareas correspondientes a estos tipos están relacionadas entre sí en tanto se refieren al cálculo de la medida del área y perímetro. Así también, encontramos 5 ejemplos de problemas relativos al cuestionamiento tecnológico, donde se debe justificar la técnica, comparar el alcance de la técnica y determinar la fiabilidad de la técnica.
2. De las 23 tareas presentadas, solo cinco de ellas presentan dos técnicas para la solución de la tarea.
3. Con respecto a los ostensivos presentes en el libro de texto, se presenta tres formas de representar a los cuadriláteros, gráfica, verbal y simbólica.
4. Con respecto a la existencia de tareas y técnicas inversas, encontramos dos tareas que hacen referencia a la existencia de tareas inversas.
5. En el libro de texto sólo se presenta un problema donde el alumno debe interpretar el real funcionamiento de la técnica y el resultado de su aplicación.
6. Con respecto a la existencia de tareas abiertas, el texto presenta tres tareas relativas a este indicador.
7. El texto no presenta tareas con la descripción de este indicador.

Podemos observar que la organización matemática en torno a los cuadriláteros, no puede considerarse como una praxeología local completa, pues cumple parcialmente o no cumple con todos los indicadores. Finalmente podemos concluir que es una praxeología local relativamente completa.

## CONCLUSIONES

En esta investigación nos propusimos describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.

Al término de nuestra investigación podemos concluir que sustentar nuestro trabajo en la Teoría Antropológica de lo Didáctico ha sido pertinente pues esta teoría brinda, en primer lugar, las herramientas para describir y analizar la organización matemática relativas al estudio de los cuadriláteros presente en el libro de texto. En segundo lugar, los indicadores de completitud de una organización matemática local propuesto por Fonseca (2004), permitieron valorar la OM que presenta dicho texto.

Con respecto a la metodología, esta ha sido de tipo cualitativa y bibliográfica, la cual ha resultado pertinente para nuestro trabajo porque el procedimiento metodológico nos permitió alcanzar los objetivos propuestos.

Con relación al primer objetivo específico: *Identificar la organización matemática relacionada al tema de cuadriláteros presentados en el libro de texto de quinto grado*, logramos identificar por 9 tipos de tareas, 23 tareas, 6 técnicas, 14 elementos tecnológicos que integra los diferentes tipos de tareas y una teoría.

Con relación al segundo objetivo específico: *Describir la organización matemática relacionadas a los cuadriláteros que se presenta en el libro de texto del quinto grado de primaria desde la postura de la TAD*, podemos concluir que la praxeología dominante en el libro de texto analizado es la del “saber hacer”, siendo muy poca la incidencia del “saber” sobre la actividad matemática que se realiza. Acerca de las técnicas empleadas se evidenció que en el libro de texto sólo se identificó cinco técnicas, además existen pocas preguntas dirigidas al cuestionamiento tecnológico de dichas técnicas, justificación, alcance y validez. Las tareas correspondientes a cada bloque se presentan en forma aislada ya que no se observan actividades que enlacen los elementos tecnológicos presentes.

Con relación al tercer objetivo específico: *Valorar la OM del texto, teniendo en cuenta los indicadores de completitud de Fonseca*, Podemos concluir que la OM presente en el capítulo cuatro del libro de texto es una praxeología matemática local relativamente completa.

Podemos decir entonces que se cumplió con el objetivo general de nuestra investigación *Describir y analizar la organización matemática relacionada con el objeto matemático “cuadriláteros” en un libro de texto del quinto grado de educación primaria.* Y por lo tanto conseguimos responder la pregunta de investigación: *¿Cuál es la organización matemática que presenta un libro de texto del quinto grado de educación primaria con relación a los cuadriláteros?*

Finalmente esperamos que esta investigación propicie una reflexión sobre la importancia de analizar los libros de texto por constituir un material importante en el proceso de enseñanza aprendizaje.

#### SUGERENCIAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

1. Describir otras OM asociadas a la clasificación de los cuadriláteros y a la medida del área en otros libros de texto de educación primaria y compararlos con la OM encontrada en esta investigación.
2. Elaborar una OM de referencia asociada a los cuadriláteros para el quinto grado de educación primaria y en base a ello analizar la OM presentes en otros libros de texto.
3. Analizar una organización didáctica de cuadriláteros para el quinto grado de educación primaria tomando que toma como referencia la OM presente en el texto analizado.

## REFERENCIAS

- Allen, F., Douglas, E., Richmond, D., Rickart, Ch., Swain, H. y Walker, R. (1965);  
Matemática Para la Escuela Secundaria Geometría (Parte 2) Comentario; USA.
- Aguilar De Iglesias, I. (2013). *La geometría de los cuadriláteros en los libros de texto de educación primaria. Paradigma, 34(2)*,
- Benavides, J., Marín, A., Díaz, O. y Soto, A. (1982). *Escuela Nueva 6°*. Tercera edición.  
Lima: Escuela Nueva.
- Benavides, J., Marín, A., Díaz, O. y Soto, A. (1993). *Escuela Nueva 5°*. Primera edición.  
Lima: Escuela Nueva.
- Benavides, J., Marín, A., Díaz, O. y Soto, A. (1996). *Escuela Nueva 6°*. Segunda edición.  
Lima: Escuela Nueva.
- Bosch, M. (1994). La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad. (Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona).  
Recuperado de: <http://www.atd-tad.org/documentos/la-dimension-ostensiva-en-la-actividad-matematica-el-caso-de-la-proporcionalidad/>
- Cabo, B. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. En *Revista de investigación y experiencias didácticas*.
- Capdevilla, R., Chávez, B. y Muñoz, J. (1990). *Saber 5°*. Lima: Bruño.
- Carrillo, M. (2012). *Análisis de la organización matemática relacionadas a las concepciones de fracción que se presenta en el texto escolar matemática quinto grado de educación primaria*. (Tesis de Maestría en enseñanza de la matemática). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú. Recuperado de: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/1547>.
- Chevallard, I., Bosh, M y Gascón, I. (1997). *El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Horsori.
- Chevallard, I. (1991). *La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Edición Argentina.

- Chevallard, I. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), (221-266). Recuperado de: <http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF>
- Chevallard, I. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente. En *onferencia impartida en las xvi jornadas del seminario interuniversitario de investigación en didáctica de las matemáticas*, (1-10). Recuperado de: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC\\_2001\\_-\\_Osca.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Osca.pdf)
- Claro, D. Bothelo, F. y Sánchez V. (2013). Organización praxeológica de saberes escolares: Una comparación de la educación de Clapeyron en los libros de física y química. En *Investigaciones en enseñanza de las ciencias*. 18 (3), (601-620). Recuperado de: [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID345/v18\\_n3\\_a2013.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID345/v18_n3_a2013.pdf)
- Corberán, R. (1996). Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes de primaria a la universidad. (Tesis doctoral, Universidad de Valencia). Recuperado de: <http://www.uv.es/apregeom/archivos2/Corberan96.pdf>
- Da Silva E. y Muzkart E. (2005). Metodología Da Pesquisa y elaboración de disertación Recuperado de: [https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia\\_de\\_pesquisa\\_e\\_elaboracao\\_de\\_teses\\_e\\_dissertacoes\\_4ed.pdf](https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf)
- Dalcin, M. (2006). La definición y la clasificación de los cuadriláteros en los libros de texto de ayer y hoy. En *Acta latinoamericana de matemática educativa*, 19(1), (472 – 477). Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5531/1/DalcinLadefinicionAlme2006.pdf>
- De Villiers, M. (2012). Rol y función de una clasificación jerárquica de cuadriláteros. From *Perspectives en Educación*. Recuperado de: <http://www.geometriadinamica.cl/postimg/clascuadv2.pdf>.
- Fernandez E. y Diaz F. (2012). Definición y clasificación de cuadriláteros convexos: Contradicciones en las producciones escritas de estudiantes y docentes. En *Actas III de enseñanza e investigación educativa en el campo de las ciencias exactas naturales*, (284-297). Recuperado de: <http://jornadasceyn.fahce.unlp.edu.ar/actas/Fernandez%20y%20Diaz.pdf>

- Fiorentine, D. y Lorenzato. S. (2006). *Investigação em educação matemática*. 2da edición. Brasil. Recuperado de: [https://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)
- Fonseca, C. (2004). Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la enseñanza secundaria y la enseñanza universitaria (Tesis de doctorado en Ciencias Matemáticas). Universidad de Vigo. Vigo, España. Recuperado de: [http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/TESIS\\_en\\_PDF.pdf](http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/TESIS_en_PDF.pdf)
- Fiorentini, D. y Lorenzato, S. (2009). *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos*. Autores Asociados. Recuperado de: [http://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_ge\\_summary\\_r&cad=0#v=onepage&q&f=false](http://books.google.com.br/books?id=l89pPjS6OxQC&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false)
- Gamboa, A. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. En *Revista Electrónica Educare*. 1409-42.58. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/1941/194115606010.pdf>.
- Gil, A. (2002). *Cómo elaborar proyectos de pesquisa*. 4°. Ed. Sao Paulo: Atlas S/A. Recuperado de: [https://www.academia.edu/4405328/GIL\\_Antonio\\_Carlos\\_COMO\\_ELABORAR\\_PROJETOS\\_DE\\_PESQUISA\\_Copia](https://www.academia.edu/4405328/GIL_Antonio_Carlos_COMO_ELABORAR_PROJETOS_DE_PESQUISA_Copia)
- Gissell, R. (2005). *La clasificación de cuadriláteros. Razones de ser de su enseñanza*. (Tesis de maestría en Didáctica de la Matemática). Universidad Nacional de Rio Cuarto. Colombia.
- Gonzales, C. (2014). *Una praxeología Matemática de proporción en un texto universitario*. (Tesis de maestría en Enseñanza de la Matemáticas). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima. Recuperado de: [http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5225/GONZALES\\_HERNANDEZ\\_CINTYA\\_PRAXEOLOGIA\\_MATEMATICA.pdf?sequence=1](http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5225/GONZALES_HERNANDEZ_CINTYA_PRAXEOLOGIA_MATEMATICA.pdf?sequence=1)
- Helfgott, M. (2009). *Geometría Plana*. Perú: Escuela Activa.
- Hernández, R., Fernández, C., & Batista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2003). *Metodología de la Investigación*. Tercera edición. México D.F: McGraw-Hill Interamericana. Recuperado de:

<http://www.terras.edu.ar/aula/tecnicatura/15/biblio/SAMPIERI-HERNANDEZ-R-Cap-1-El-proceso-de-investigacion.pdf>

[http://www.academia.edu/4405328/GIL\\_Antonio\\_Carlos\\_COMO\\_ELABORAR\\_PROJETOS\\_DE\\_PESQUISA\\_Copia](http://www.academia.edu/4405328/GIL_Antonio_Carlos_COMO_ELABORAR_PROJETOS_DE_PESQUISA_Copia)

Haro, J. (2002). *La probabilidad en los libros de textos*. España. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesisjj.PDF>

Huerta M. (1996). Los cuadriláteros a comienzos del siglo xix, a comienzos del siglo xx y a finales del siglo xx, ¿qué ha cambiado? En *Revista Suma*, número21, (55–62). Recuperado de: <http://revistasuma.es/IMG/pdf/21/055-062.pdf>

Kiener. F, Scaglia. S, Gotte. M. (2012). Análisis del tratamiento del concepto de área en los libros de texto de primaria. En *Revista Unión*, número36, (67–88). Recuperado de: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2013/36/archivo9.pdf>

Lucas, C. (2010). Organizaciones matemáticas locales relativamente completas (Memoria de investigación de Diploma de Estudios Avanzados, Universidad de Vigo). Recuperado de [http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/DEA-CatarinaLucas\\_versi%20C3%B3n-preliminar.pdf](http://www.atd-tad.org/wp-content/uploads/2012/07/DEA-CatarinaLucas_versi%20C3%B3n-preliminar.pdf)

Martínez G, Penalva, M. (2013). Proceso de simbolización del concepto de potencia: Análisis de libros de texto de secundaria. En *Enseñanza de las ciencias*, 24(2), (185 – 298). Recuperado de: <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/75832/96336>

Miyazaki, R. (2004). *O processo de formacao do conceito de quadrilateros, envolvendo alunos de uma 6 serie do ensino fundamental*. (Tesis de maestría en educación). Universidad do Vale do Itajai. Recuperado de: <http://siaibib01.univali.br/pdf/Rosa%20Inoue.pdf>

Moriena. S, Scaglia. Sara. (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. En *Educación matemática*, 15(1), (5 – 19). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40515101>

Parra, V., Otero, M. y Fanaro, M. (2009). Reconstrucción de una Organización Matemática de referencia para el estudio del límite y la continuidad de funciones en la Universidad, Parra, V., Otero, M. y Fanaro, M. (2009). *REIEC*. Recuperado de: <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v4n2/v4n2a03.pdf>



- Pastor. A, Chapa, F y Gutiérrez. A. (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: Errores e inconsistencias en los libros de texto de E.G.B. En *Epsilon*, 23(1), (49 – 62). Recuperado de: <http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/JaiChaGut92.pdf>
- Perú, Ministerio de Educación – UMC (2005). *Evaluación Nacional de Rendimiento Estudiantil 2004. Informe Pedagógico de Resultados*. Formación Matemática. Segundo Grado de Primaria. Recuperado de: [http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/documentos/archivo\\_14.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/admin/images/documentos/archivo_14.pdf)
- Perú, Ministerio de Educación (2009). *Diseño curricular nacional de educación básica regular*. Lima Recuperado de: [file:///C:/Users/admin/Downloads/DCN%202009%20final%20-%20C3%BA%20ultima%20versi%C3%B3n%20\(5\).pdf](file:///C:/Users/admin/Downloads/DCN%202009%20final%20-%20C3%BA%20ultima%20versi%C3%B3n%20(5).pdf)
- Rodriguez G., Gil J. Garcia E. (1996); Metodología de la investigación científica .Recuperado de: [http://www.catedranaranja.com.ar/taller5/notas\\_T5/metodologia\\_investig\\_cap.3.pdf](http://www.catedranaranja.com.ar/taller5/notas_T5/metodologia_investig_cap.3.pdf)
- Rojas, T., Faggioni, C., La Torre, C. y Cortijo, R. (1965). *Venciendo 5°*. Lima: Universo.
- Rojas, T., Faggioni, C., La Torre, C. y Cortijo, R. (1971). *Venciendo 6°*. Lima: Universo.
- Rojas, T., Faggioni, C., La Torre, C. y Cortijo, R. (1976). *Venciendo 5°*. Lima: Universo.
- Silva, G. (2010). *Un estudio diagnóstico sobre el cálculo de áreas de figuras planas en una malla cuadrículada. Influencia de algunas variables*. (Tesis de maestría: Universidad Federal de Pernambuco, Recife)
- Serrano, L. (2013). La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica. (Tesis Doctoral, Universitat Ramon Llull). Recuperado de [http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/101204/Tesis\\_Lidia\\_Serrano\\_2013.pdf?sequence=1](http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/101204/Tesis_Lidia_Serrano_2013.pdf?sequence=1)
- Silva, G. (2010). *Un estudio diagnóstico sobre el cálculo de áreas de figuras planas en una malla cuadrículada. Influencia de algunas variables*. (Tesis de maestría: Universidad Federal de Pernambuco, Recife)
- Vivas, D. (2010). La función cuadrática a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina. En *Ciencias exactas e historia*. (163-180). Recuperado de: <http://www.google.com.pe/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0C>

CUQFjAB&url=http%3A%2F%2F dialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F3699237.pdf&ei=2RaHVJmVBYX8yQThzYKQBQ&usg=AFQjCNGcsUYEgfPN\_MnTmFIsOvHXTAI9zQ&bvm=bv.81449611,d.aWw

Zamorano R. (1576). *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*. Sevilla.

Recuperado

de:

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/Los\\_Elementos\\_de\\_Euclides\\_%281576%29\\_-\\_Libro\\_I.pdf?uselang=es](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/Los_Elementos_de_Euclides_%281576%29_-_Libro_I.pdf?uselang=es)



## ANEXO

## Tecnología presentada en los libros de texto

Para el análisis de la organización matemática de la unidad 4 “Descubrimos el mundo de las formas geométricas” hemos considerado conveniente hacer una revisión de los temas relacionados con el objeto matemático desde el primer grado de primaria, propuestos en los libros del Ministerio en la medida que estos datos nos ayudarán en la propuestas de técnicas para la solución de las tareas. Considerando que “El primer gran tipo de actividad matemática consiste en resolver problemas a partir de herramientas matemáticas que uno ya conoce y sabe cómo utilizar” (p.55)

**Primer grado:**

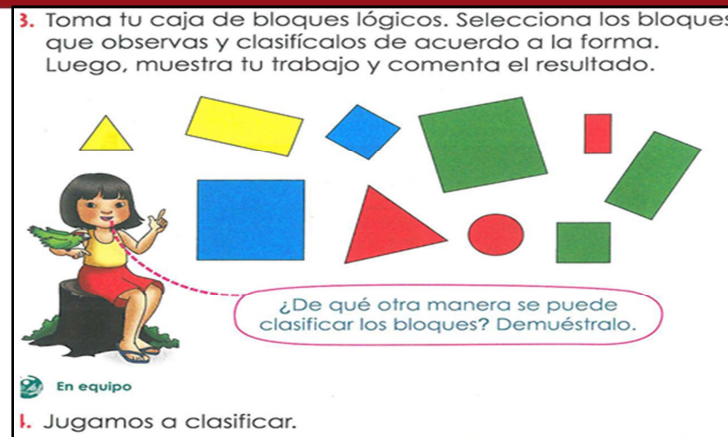
-Clasifican objetos por sus características: Al agrupar objetos por sus características, se está clasificando. Se puede clasificar por su color, forma, tamaño, grosor, uso, etc. (p.17).



**Figura 68.** Clasificando objetos por sus características

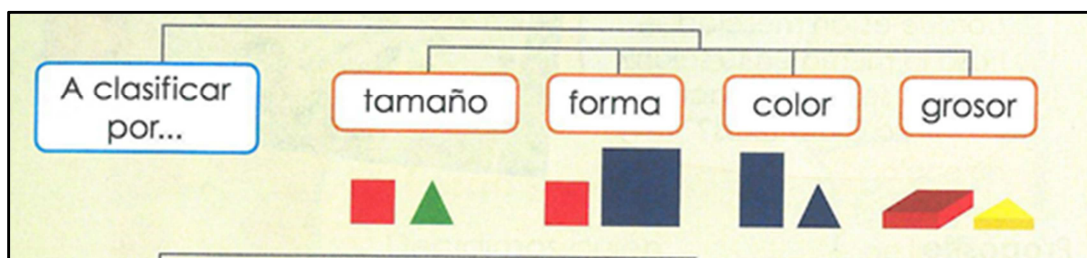
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.18)

Se puede observar que en la clasificación se utilizan bloques lógicos con la forma de **figuras geométricas** como el cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo de diferentes tamaños y colores.



**Figura 69.** Bloques lógicos

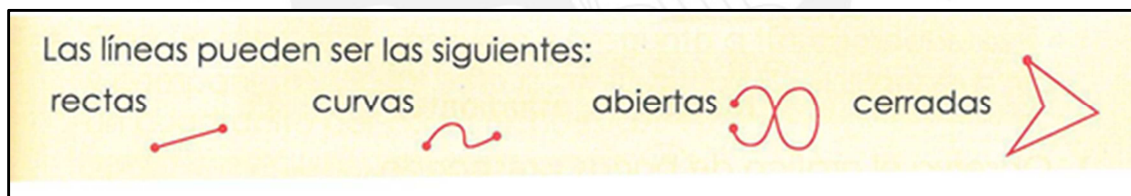
Fuente: Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p12)



**Figura 70.** Clasifican figuras

Fuente: Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.15)

Identifican distintas clases de líneas: Rectas, curvas, abiertas, cerradas (p.89).



**Figura 71.** Distintas clases de líneas

Fuente: Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.15).

- Dibujan figuras geométricas como el triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo. Sin embargo no se define cada una de las figuras geométricas y pintan también el interior de la figura (p.142).
- Cuando en el texto se utiliza los términos figuras o figuras geométricas para referirse al cuadrado, rectángulo, etc.

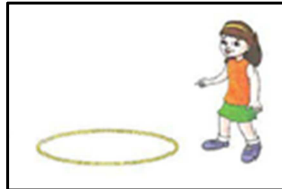
En el glosario, se presentan definiciones de:

Dentro: En el interior de una región



**Figura 72.** Interior de una región  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

Fuera: En el exterior de una región



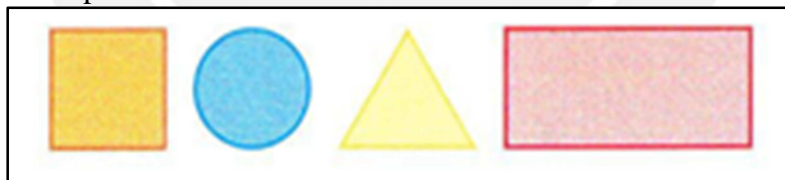
**Figura 73.** Exterior de una región  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

En el borde: En el límite de una región con otra (p.178)



**Figura 74.** Límite de una región  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

Figuras geométricas planas:



**Figura 75.** Figuras planas  
**Fuente:** Libro de matemática 1 (Minedu 2012, p.115)

Geoplano: Tablero de madera en el que se han introducido clavos que sobresalen para formar y reproducir figuras.


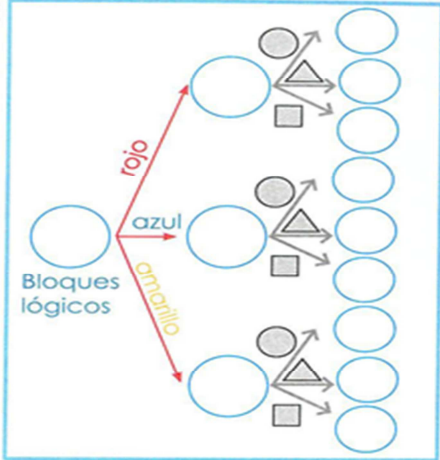
Podemos concluir que en el Primer grado de primaria los niños manipulan las figuras geométricas para clasificarlas por tamaño, color, forma sin tener en cuenta aún las características de cada una de ellas.

**Segundo Grado:**

-Clasifican usando esquemas: Utilizan el esquema del árbol para clasificar figuras por el color, tamaño, etc. (p.47).

### Clasificamos usando esquemas

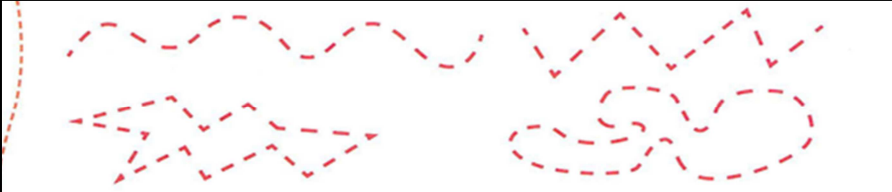
**En clase**  
Los niños juegan carreras de bloques lógicos. ¿Quieren jugar? Preparen un papelógrafo como el mostrado. Luego, cada uno tome sin ver un bloque y llévelo por las líneas correspondientes. Gana quien coloca bien la mayor cantidad de bloques en 10 minutos.


**Figura 76.** Uso de esquemas para clasificar  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.11)

-Trazan líneas: Los alumnos reconocen dos tipos de líneas:


### Líneas curvas, y rectas que pueden ser abiertas o cerradas




- Cada estudiante recorrió un camino. Repasa con tu dedo sobre las líneas y reconoce qué camino eligieron.




Mi camino se parecía a las montañas. Eran líneas rectas abiertas.



Mi camino era ondeado. Eran líneas curvas abiertas.







El mío tenía líneas curvas, pero cerradas.



El mío tenía líneas rectas cerradas.

Se pueden trazar varias clases de líneas.

Curvas		Rectas	
Abiertas →		Abiertas →	
Cerradas →		Cerradas →	

**Figura 77.** Líneas curvas y rectas  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.18)

-Identifican figuras planas: Reconocen figuras planas tales como el cuadrado, rectángulo, triángulo y rombo. A los lados se le llaman líneas rectas.

**Identificamos figuras planas**

**En clase**

1. Observa los diseños hechos en clase de arte.  
¿Qué figuras reconoces? ¿Qué nombre reciben las figuras usadas? ¿En qué se parecen las figuras azules a las rojas?

2. Completa de manera oral cada expresión.

- a. La figura está formada por \_\_\_ líneas rectas.
- b. La figura está formada por \_\_\_ líneas rectas.
- c. La figura está formada por \_\_\_ líneas rectas.

Estos son mis diseños. Usa tus bloques lógicos y crea los tuyos.

**Figura 78.** Identificación de figuras planas  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.11)

-Definen polígonos: “Las figuras cerradas formadas por líneas rectas se llaman polígonos. Tienen lados y vértices”. (p.106).

Las figuras cerradas formadas por líneas rectas se llaman **polígonos**. Tienen lados y vértices.

**Figura 79.** Definición de polígono  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.15)




- Construyen polígonos usando el geoplano.
- Reconoce a las figuras geométricas como el triángulo, cuadrado y rectángulo como polígono.

Armamos las siguientes figuras.  
Utilizamos lápices, sorbetes, plastilina o cualquier otro material que encontremos.  
¿Qué nombre reciben?

**Figura 80.** Reconocen figuras geométrica  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.25)


-Reconocen el número de lados y vértices del triángulo, rectángulo y cuadrado


Señala y cuenta los vértices y los lados en cada polígono. Luego, completa la tabla usando tarjetas de números.


			
	Triángulo	Cuadrado	Rectángulo
N.º de lados			
N.º de vértices			


**Figura 81.** Vértices y lados de un polígono  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.32)

- Estiman y calculan el perímetro: Definen el **perímetro** como “la medida del contorno de una figura geométrica”. Utilizan diferentes unidades de medida como los pasos de los niños.



largo → 32 



ancho 28 

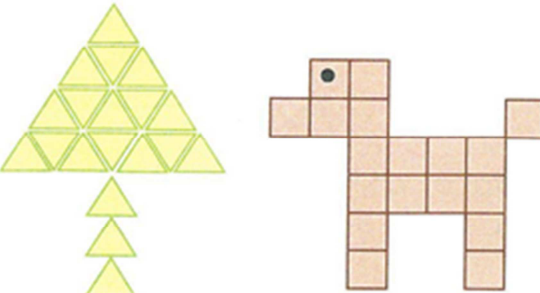
Sumamos:  
 $32 + 28 + 32 + 28 = 120$  

**Figura 82.** Perímetro  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.52)


- Estiman y calculan el área: la definen así: “el área de una región o superficie es la cantidad de figuras geométricas que completan o cubren la región” (p.150).

- Se presentan tareas donde debe utilizar como unidad de medida la superficie de un triángulo y de un cuadrado.

Los estudiantes hicieron figuras con pedazos de cartulina. Ellos usaron como medida el  y el . ¿Qué área tiene el árbol? ¿Qué área tiene el perro?



Recuerda indicar la unidad de medida.

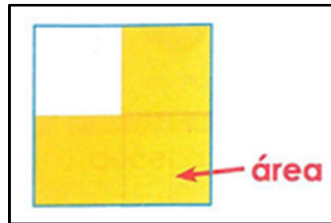


**Figura 83.** Unidad de medida  
**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.62)



- Estiman el valor del área de una figura y luego comprueban.
- No utilizan fórmulas para el cálculo de las áreas. Trabajan con cuadrículas.
- En el glosario se presentan las siguientes definiciones:

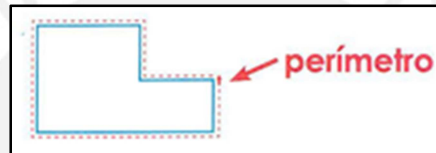
**Área:** “Es la medida de la superficie”.



**Figura 84.** Área 1

**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.62)

**Perímetro:** “Es la medida del contorno de una figura plana”



**Figura 85.** Perímetro2

**Fuente:** Libro de matemática 2 (Minedu 2012, p.82)

### Tercer grado:

- Identifican rectas paralelas y perpendiculares:

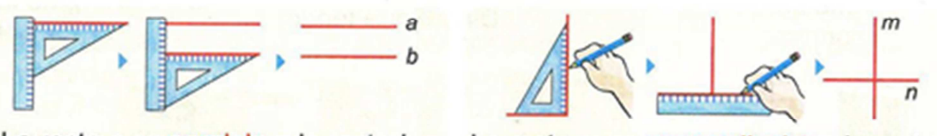
Rectas paralelas, “Dos rectas paralelas nunca se cortan. La distancia que las separa siempre es la misma”.

Rectas perpendiculares: “Dos rectas son perpendiculares si al cortarse en un punto, forman una L” (p.122).

- Para trazar rectas paralelas y perpendiculares usan la regla y la escuadra. Aquí se puede observar que el libro presenta la técnica para graficar rectas paralelas y perpendiculares.

Traza en tu cuaderno dos líneas que representen dos calles que se encuentran en una esquina. Nómbralas.

- Observa cómo se trazan las rectas paralelas y perpendiculares utilizando la escuadra y la regla.



La recta  $a$  es **paralela** a la recta  $b$ .  
 $a \parallel b$

La recta  $m$  es **perpendicular** a la recta  $n$ .  
 $m \perp n$

Dos rectas **paralelas** nunca se cortan. La distancia que las separa siempre es la misma.

Dos rectas son **perpendiculares** si al cortarse en un punto, forman una "L".

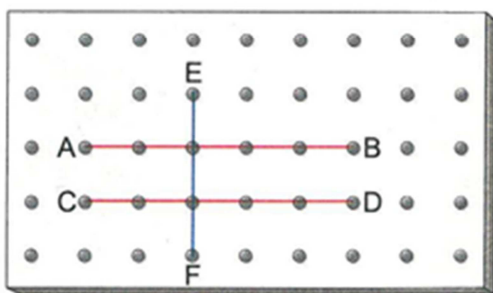
**Figura 86.** Uso de regla y escuadra

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.22)

-Identifican rectas y segmentos perpendiculares.

Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- Segmento AB es paralelo al segmento EF.
- Segmento AB es paralelo al segmento CD.
- Segmento EF es perpendicular al segmento CD.
- Segmento CD es paralelo al segmento EF.

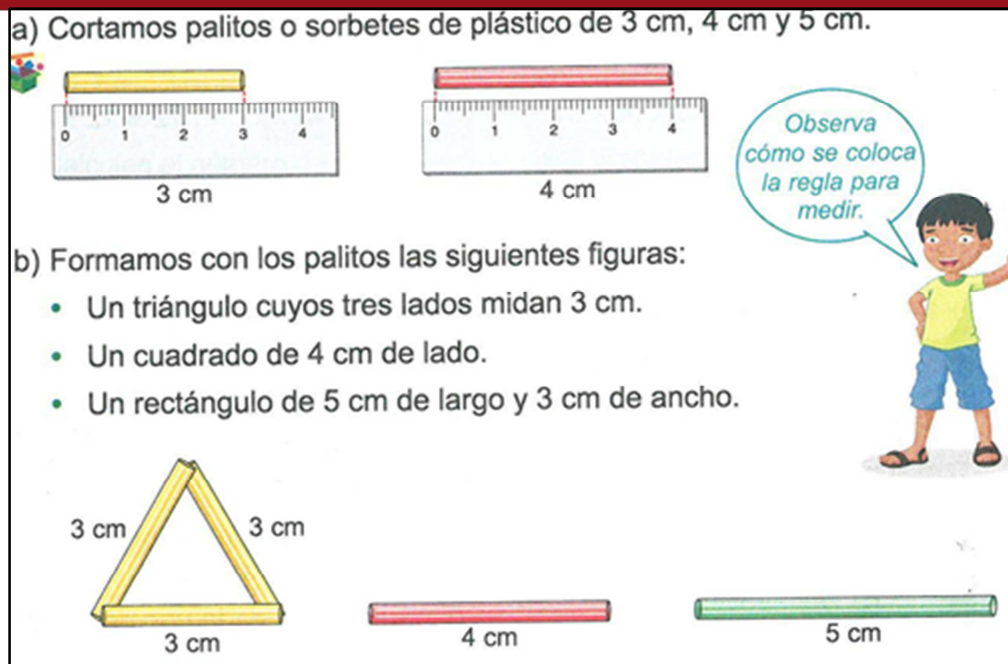


**Figura 87.** Rectas paralelas y perpendiculares

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.33)

Para representar una recta utilizan una línea recta con flechas a ambos extremos.

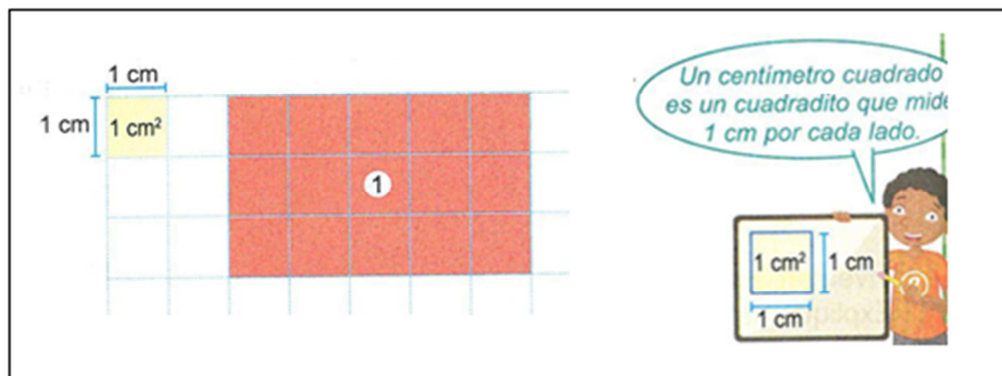
En el capítulo “Medimos perímetros”, se da la definición de perímetro de una figura como “la suma de todos los lados que forman su contorno. Se expresa en metros y centímetros” (p.72).



**Figura 88.** Construyendo figuras

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.72)

Dentro del tema “Calculamos áreas”, se da la definición de Área como “la medida de la superficie de una figura (p. 140). También señala que la parte coloreada de cada figura representa su superficie y que se puede medir en unidades arbitrarias, como losetas y cuadraditos, o en unidades oficiales, como centímetros cuadrados o metros cuadrados.



**Figura 89.** Unidad de área

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.140)

-Se les indica la técnica para medir la superficie de rectángulos, multiplicando su largo por su ancho. Así en el caso presentado será  $5\text{cm} \times 3\text{cm} = 15\text{ cm}^2$ .

-Se observan tareas donde la cantidad de cuadrículas no son exactas y en este caso se propone unir dos triángulos rectángulos para formar un cuadradito. Sin embargo, la indicación debe ser más clara y sombrear la parte interior del cuadradito tomado como unidad.



**Figura 90.** Medida del área con cuadrículas  
**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.145)

- Aquí encontramos la definición de cuadrilátero: “las figuras de 4 lados se llaman cuadriláteros; el cuadrado, el rombo y el rectángulo son cuadriláteros”.

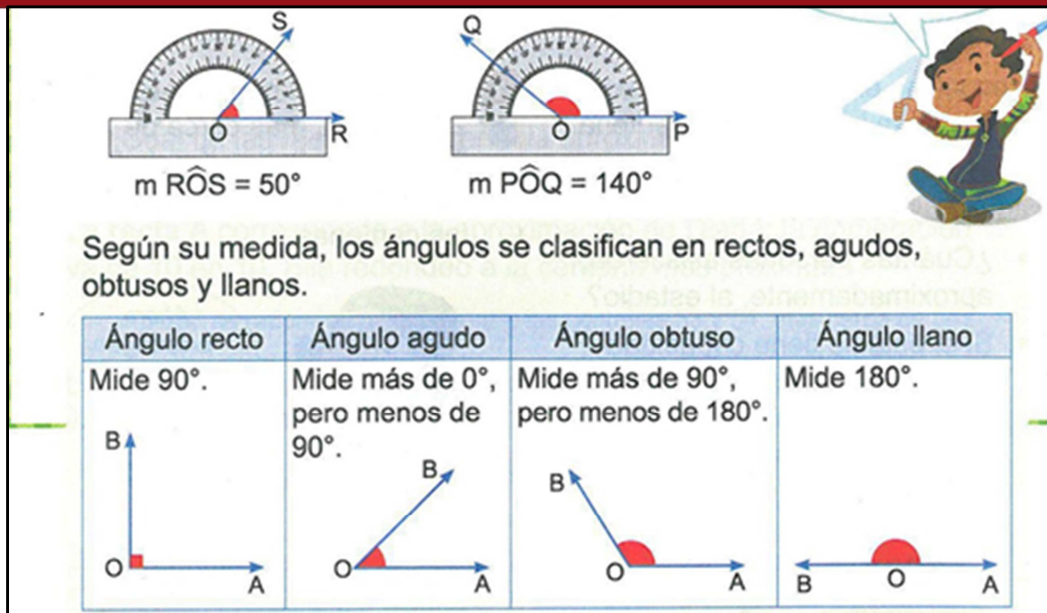
-Se observa que hay tareas donde se le pide al alumno dibujar cuadrado y rectángulo de diferentes medidas.

#### Cuarto grado

-Dentro del capítulo “Identificamos y medimos ángulos”, se observa que utilizan el transportador para calcular su medida y, a su vez, clasifican los ángulos en:

Ángulo recto, cuando mide  $90^\circ$ ; Ángulo agudo cuando mide más de  $0^\circ$ , pero menos de  $90^\circ$ ; Ángulo obtuso, mide más de  $90^\circ$ , pero menos de  $180^\circ$ , y Ángulo llano, si mide  $180^\circ$  (p. 18).

-Definen la medida del ángulo como la medida de la abertura entre dos líneas.

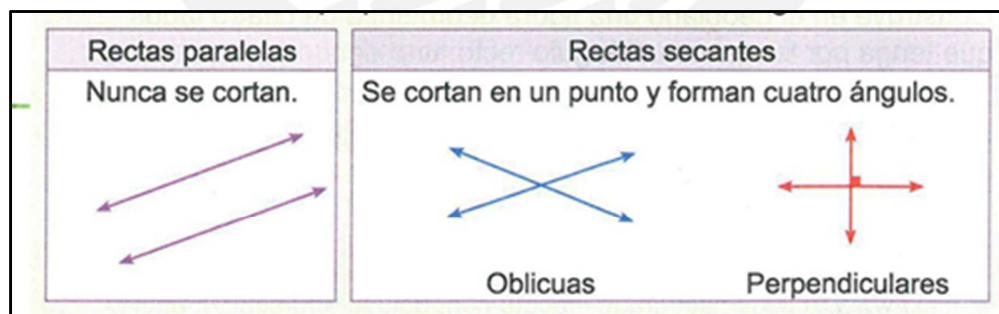


**Figura 91.** Clasificación de ángulos

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.18)

-Se dan tareas donde se les pide que construyan en el geoplano figuras geométricas e identifiquen los ángulos.

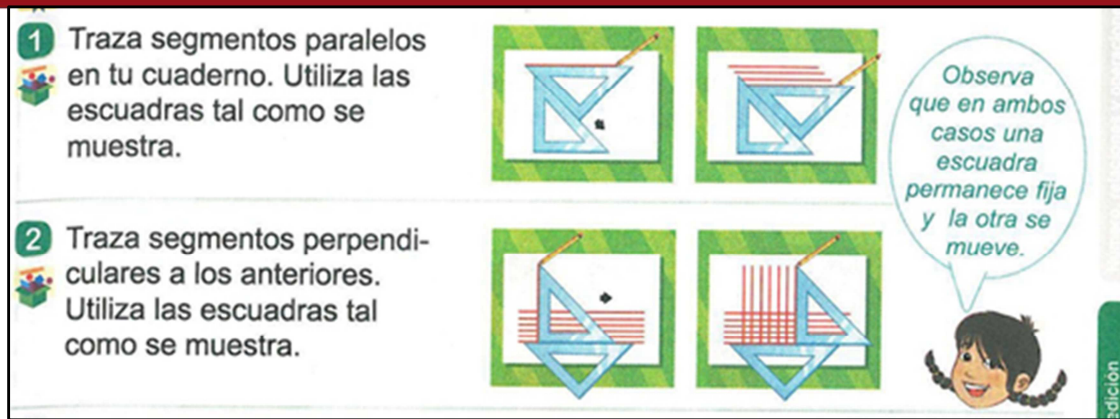
En el capítulo “Reconocemos rectas paralelas y secantes” se señala que las rectas paralelas están separadas siempre por la misma distancia y las rectas oblicuas forman dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos y que las rectas perpendiculares forman cuatro ángulos rectos.



**Figura 92.** Rectas paralelas y secantes

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.20)

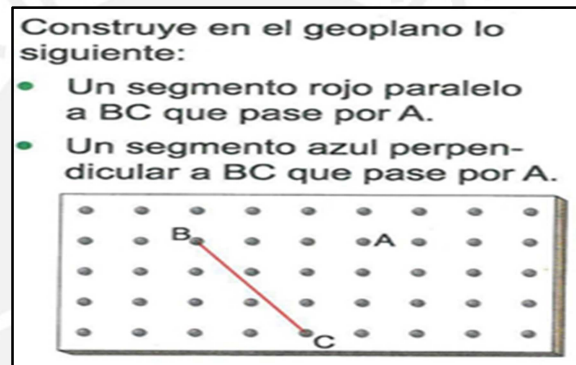
-La técnica que se les enseña a los niños para reconocer rectas paralelas y secantes es a través de la **posición de las escuadras**.



**Figura 93.** Uso de escuadras

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.21)

- Se les presenta tarea donde se les pide trazar segmentos paralelos o perpendiculares en un geo plano.



**Figura 94.** Uso del geoplano

**Fuente:** Libro de matemática 3 (Minedu 2012, p.21)

- Se observa que utilizan la palabra traza o dibuja para dar la misma indicación.
- En el capítulo “Reconocemos polígonos”, se observa la siguiente definición: “Las figuras planas, como los triángulos, cuadrados y rectángulos, están formadas por líneas rectas. Estas figuras se llaman polígonos”
- Identifican los elementos del polígono: Angulo, vértice, diagonal y lado.
- Clasifican los polígonos según la medida de sus lados y ángulos en regulares e irregulares (p.122).

Identificamos los elementos de un polígono.

La diagonal es el segmento que une dos vértices no consecutivos.

¿Cuántos lados, ángulos, vértices y diagonales tiene el polígono anterior?

Los polígonos se clasifican de dos formas:

Según su número de lados:

Triángulo      Cuadrilátero  
Pentágono      ...

Según la medida de sus lados y ángulos:

**Regulares.** Todos sus lados y ángulos tienen igual medida.

**Irregulares.** Al menos uno de sus lados o ángulos tiene distinta medida.

**Figura 95.** Clasificación de polígonos

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.122)

-Podemos observar tareas donde se les pide construir diferentes polígonos con sorbetes o tiras de cartón.

- Se presentan tareas donde deben reconocer las semejanzas y las características propias de un cuadrado y de un rectángulo (p123). Sin embargo, creemos que este tipo de tarea

**En grupos**

Completen el diagrama indicando las semejanzas entre el cuadrado y el rectángulo y las características propias de cada uno de ellos.

**Figura 96.** Completar el diagrama

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.123)

Con respecto al perímetro y área dentro del capítulo “Relacionamos el perímetro y el área”, observamos la definición de perímetro como, “polígono es la medida de su contorno. Se calcula sumando las longitudes de los lados”.

Antonio suma las medidas de los lados de los jardines para calcular la longitud de los cercos.

4 m

4 m

$4 + 4 + 4 + 4 = 16 \text{ m}$

6 m

3 m

$3 + 3 + 6 + 6 = 18 \text{ m}$

**Figura 97.** Calculando el perímetro  
**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.146)

También define el área de un polígono como “la medida de su superficie”

**Figura 98.** Calculando medida del área  
**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.146)

- Señala que el área de un polígono es la medida de su superficie. Se calcula multiplicando las longitudes de sus lados. Sin embargo, esta definición, al ser general, causará confusión porque no funciona, por ejemplo, en el caso del rombo o del romboide.
- Se observan tareas donde se les pide que dibujen figuras teniendo como dato el perímetro y el área.
- En el capítulo “Usamos unidades para medir superficies” se define que “el centímetro cuadrado es una unidad de medida de superficie. Es un cuadrado cuyos lados miden un centímetro”.
- Para calcular el área de polígonos, se observa que utilizan la técnica de descomponerla en figuras conocidas y luego sumar o restar las áreas.



Víctor y Manuel son hermanos y quieren colocar losetas en el piso de su habitación. El plano muestra la forma y las medidas de la habitación. ¿Cuántos metros cuadrados de losetas deben comprar?

¿Cómo calculamos el área de la habitación?

a) Víctor divide la habitación en dos rectángulos y suma sus áreas.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{rectángulo 1}} + A_{\text{rectángulo 2}}$$

$$= 5 \times 2 + 3 \times 2$$

$$= 10 + 6 = 16 \text{ m}^2$$

b) Manuel calcula el área del rectángulo que contiene a la habitación y le resta el área del baño.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{rectángulo}} - A_{\text{cuadrado}}$$

$$= 5 \times 4 - 2 \times 2$$

$$= 20 - 4 = 16 \text{ m}^2$$

**Figura 99.** Completando áreas  
Fuente: Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.148)

Los hermanos han diseñado un mural para colocar sus fotografías y desean pintarlo de dos colores, como indica la figura. ¿Qué área pintarán de cada color?

¿Cómo calculamos el área de los triángulos?

a) Víctor observa que la superficie de cada triángulo equivale a la mitad de la superficie del rectángulo.

b) Manuel calcula el área:  $A_{\text{triángulo}} = 2 \times 1 \div 2 = 1$   
Pintarán 1 m<sup>2</sup> del muro de cada color.

Para calcular el área de un polígono lo descomponemos en cuadriláteros y triángulos.

Ejemplo:  $A_{\text{Total}} = A_{\text{rectángulo 1}} + A_{\text{rectángulo 2}} + A_{\text{triángulo}}$


**Figura 100.** Descomponiendo figuras para hallar la medida del área  
Fuente: Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.148)

- Se les pide tareas donde se les pide estimar la medida de la superficie y luego comprobar con su regla.

Estima cuántos centímetros cuadrados mide lo siguiente:

- La carátula de tu libro de Matemática
- Tu DNI
- Una foto familiar

*Mide con tu regla y verifica tus respuestas.*



**Figura 101.** Estimar medidas

**Fuente:** Libro de matemática 4 (Minedu 2012, p.172)

