

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

DISEÑO DEL SISTEMA MECÁNICO DE UN REHABILITADOR DE MARCHA PARA NIÑOS CON PROBLEMAS DE LOCOMOCIÓN

LISTA DE ANEXOS

Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico,
que presenta el bachiller :

José Carlos Macavilca Román

ASESOR: Dr. Dante Elías Giordano

Lima, 12 de febrero del 2016

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1: PARÁMETROS CINEMÁTICOS	1
ANEXO 2: CÁLCULO DE MASA E INERCIA	2
ANEXO 3: COORDENADAS DEL TALÓN Y DEDO PULGAR.....	5
ANEXO 4: PROGRAMAS UBICACIÓN ARTICULACIÓN ESFÉRICA	6
ANEXO 5: RELACIÓN ENTRE DIMENSIONES L_p Y d_p DE LA PLATAFORMA.....	10
ANEXO 6: PROGRAMA <i>verificacion_L</i>	12
ANEXO 7: PROGRAMA <i>check_angulo</i>	14
ANEXO 8: PROGRAMA <i>angulo_rotula</i>	15
ANEXO 9: RESUMEN DE CÁLCULO DE ITERACIONES	16
ANEXO 10: PROGRAMA <i>descomp_fuerza_platf</i>	19
ANEXO 11: NORMA ASTM B438.....	20
ANEXO 12: VARIACIÓN DEL ÁNGULO SEGÚN EL TIEMPO DE MARCHA.....	26
ANEXO 13: CÁLCULO UNIÓN ATORNILLADA ARTICULACIÓN ESFÉRICA.....	31
ANEXO 14: CÁLCULO TORQUE DE AJUSTE DE CONTRATUERCA	37
ANEXO 15: MATRIZ <i>dfza</i> DE FUERZAS DESCOMPUESTAS EN <i>Pi</i>	41
ANEXO 16: PROGRAMAS <i>esfuerzo_34</i> , <i>esfuerzo_12</i> y <i>esfuerzo_56</i>	42
ANEXO 17: RESULTADOS DE PROGRAMAS DE CÁLCULO DE VIGAS 12, 34 Y 56	51
ANEXO 18: CÁLCULO UNIÓN ATORNILLADA PLATAFORMA-BARRA CUADRADA Y UNIÓN SOLDADA	60
ANEXO 19: CÁLCULO DE EJE DE APOYO	84
ANEXO 20: CÁLCULO PERNO DE SUJECIÓN AXIAL DEL APOYO	93
ANEXO 21: CÁLCULO CORDÓN DE SOLDADURA	97
ANEXO 22: CÁLCULO DE PERFIL DE APOYO	101
ANEXO 23: CÁLCULO PERNO DE UNIÓN PLATAFORMA – PERFIL.....	113
ANEXO 24: CÁLCULO DE APOYO DEL PIE	126
ANEXO 25: SELECCIÓN DEL MOTOR Y VERIFICACIÓN DEL PARÁMETRO C_o	127
ANEXO 26: CÁLCULO DE MANIVELA	139
ANEXO 27: CÁLCULO DE SOPORTE DEL REDUCTOR	143

ANEXO 1: PARÁMETROS CINEMÁTICOS

Los parámetros cinemáticos originales, tomados del libro de Winter [26], se muestran en la matriz siguiente:

	[rad/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]	[°]	
	“Fr”	“alfa”	“ax”	“ay”	“δ”
	28	-68.8	-14.43	-3.92	22.669
	30	-10.5	-7.03	4.32	17.382
	32	52.05	-4.39	6.77	10.369
	34	0	-3.06	0	0
	36	0	-1.38	0	0
	38	0	-1.64	0	0
	40	0	-1.91	0	0
	42	0	-0.4	0	0
	44	0	0.76	0	0
	46	0	1.1	0	0
	48	0	0.86	0	0
	50	0	0.85	0	0
	52	-5.69	0.05	0.66	-4.133
	54	-10.45	-0.42	1.91	-5.1636
	56	-28.5	-0.42	2.38	-6.8921
	58	-45.01	0.57	1.39	-9.303
	60	-52.91	4.22	1.88	-12.66
<i>PCM_original :=</i>	62	-49.61	8.37	4.16	-15.0947
	64	-43.01	11.08	6.34	-17.5827
	66	-10.02	13.82	5.61	-19.4712
	68	60.42	18.51	1.5	-21.3819
	70	133.15	21.55	-5.36	-20.87
	72	142.55	19.88	-13.01	-20.181
	74	93.05	15.92	-15.93	-18.336
	76	44.39	12.25	-12.28	-16.509
	78	20.34	9.31	-7.02	-16.459
	80	9.6	6.65	-1.42	-16.808
	82	7.86	4.29	4.87	-16.21
	84	3.78	1.33	10.66	-14.85
	86	-3.31	-4.36	13.44	-3.272
	88	-8.63	-13.62	10.9	8.047
	90	-40.85	-24.71	2.47	18.487
	92	-96.87	-31.47	-8.34	22.333
	94	-117.61	-28.9	-13.34	23.604
	96	-109.12	-18.9	-8.07	23.708
	97	-84.77	-13.77	-3.57	23.343

(A1.1)

La matriz utilizada en el diseño del rehabilitador se calcula al multiplicar los valores anteriores por el factor C_p . Los resultados se muestran en (A1.3).

$$PCM = PCM_original * C_o \tag{A1.2}$$

ANEXO 2: CÁLCULO DE MASA E INERCIA

A2.1. Masa extremidades inferiores:

Las longitudes del muslo, pierna y pie de un humano en función de su altura, se muestra en la figura siguiente:

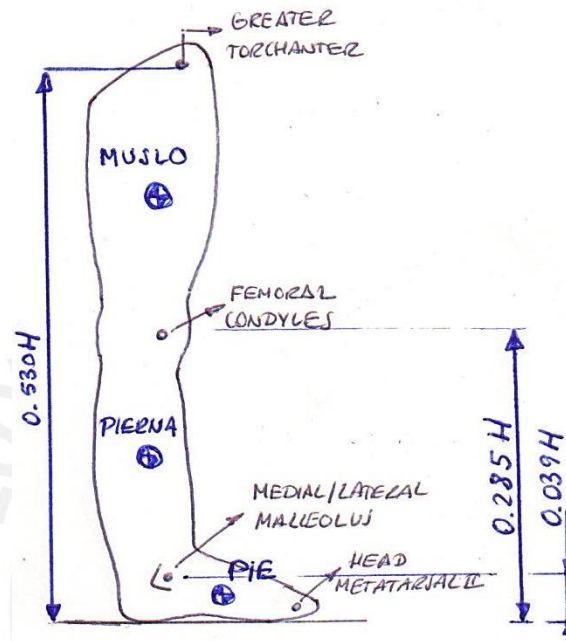


Figura A1.1. Dimensiones extremidad inferior

Los valores se calculan con las ecuaciones del libro de Winter [26], para un niño de 42 kg.

$$M_{\text{muslo}} = 0.1 * m_{\text{niño}} = 4.2 \text{ kg}$$

$$M_{\text{pierna}} = 0.0465 * m_{\text{niño}} = 1.953 \text{ kg}$$

$$M_{\text{pie}} = 0.145 * m_{\text{niño}} = 0.609 \text{ kg}$$

A2.2. Masa plataforma y placa de apoyo:

La masa de la plataforma se halla en base a las dimensiones preliminares y considerando un espesor de 3/8" y material aluminio.

$$M_{\text{plat}} = \rho_{\text{Al}} * V_{\text{plat}} = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.00112 \text{m}^3 = 3.024 \text{ kg}$$

En otra parte, hay incluir el peso de la plancha de apoyo del pie. Aquella se considerará de dimensiones 150x565x9.525 mm y como material aluminio.

$$M_{\text{apo}} = \rho_{\text{Al}} * V_{\text{apo}} = 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.00081 \text{m}^3 = 2.180 \text{ kg}$$

A2.3. Inercia extremidades inferiores:

Los radios de giros respecto a su centro de masa, necesarios en el cálculo de las inercias se hallan con las dimensiones de cada elemento (figura A2.1).

$$\begin{aligned}
 k_{muslo/CM} &= 0.323 * H_{muslo} = 0.1187 \text{ m} \\
 k_{pierna/CM} &= 0.302 * H_{pierna} = 0.1114 \text{ m} \\
 k_{pie/CM} &= 0.475 * H_{pie} = 0.1114 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Los momentos de inercia de respecto a su centro de masa se calculan así:

$$\begin{aligned}
 I_{muslo/CM} &= M_{muslo} * k_{muslo/CM}^2 = 0.0592 \text{ kg.m}^2 \\
 I_{pierna/CM} &= M_{pierna} * k_{pierna/CM}^2 = 0.02424 \text{ kg.m}^2 \\
 I_{pie/CM} &= M_{pie} * k_{pie/CM}^2 = 0.00791 \text{ kg.m}^2
 \end{aligned}$$

Sin embargo, es preciso llevar cada uno de los valores de inercia ya calculado, al centro de masa de la plataforma. Para ello, se utilizará la fórmula de Steiner teniendo en cuenta la distancia entre el centro de masa del pie, muslo y pierna hasta el centro de masa de la plataforma. Los valores se calculan de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}
 I_{muslo} &= 0.0592 + 4.2 * 0.6192^2 = 1.669 \text{ kg.m}^2 \\
 I_{pierna} &= 0.02424 + 1.953 * 0.2578^2 = 0.186 \text{ kg.m}^2 \\
 I_{pie} &= 0.00791 + 0.609 * 0.03424^2 = 0.0086 \text{ kg.m}^2
 \end{aligned}$$

A2.4. Inercia plataforma y placa de apoyo

Las inercias de la plataforma y plancha de apoyo se hallarán mediante el programa SolidWorks.

$$\begin{aligned}
 I_{plat/CM} &= 0.02856 \text{ kg.m}^2 \\
 I_{apo/CM} &= 0.00410 \text{ kg.m}^2
 \end{aligned}$$

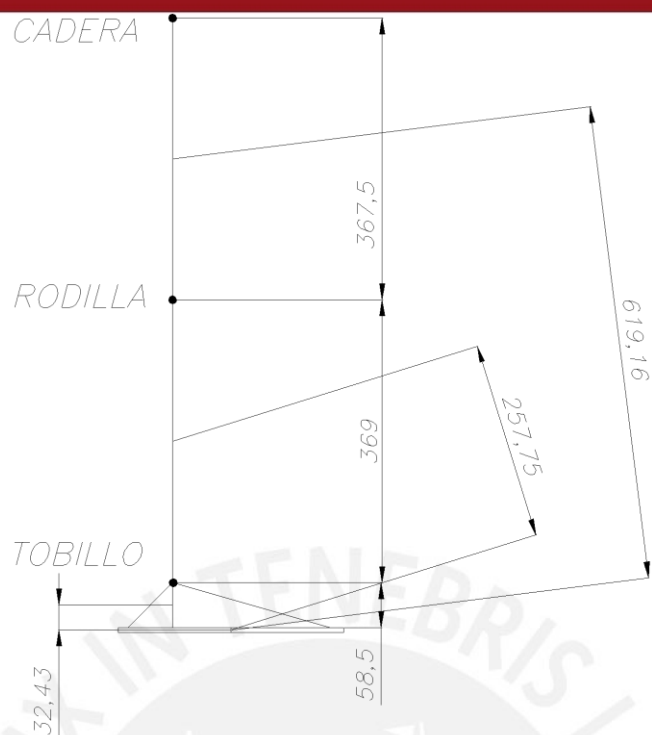


Figura A2.2. Distancias miembros inferiores hacia CM plataforma

ANEXO 3: COORDENADAS DEL TALÓN Y DEDO PULGAR

Las coordenadas de ambos puntos para una longitud de paso de 400 mm se reúnen en la matriz siguiente:

$$U := \begin{matrix} & & \text{[mm]} & \text{[mm]} & \text{[mm]} \\ \begin{matrix} \text{"Fr"} \\ 28 \\ 30 \\ 32 \\ 34 \\ 36 \\ 38 \\ 40 \\ 42 \\ 44 \\ 46 \\ 48 \\ 50 \\ 52 \\ 54 \\ 56 \\ 58 \\ 60 \\ 62 \\ 64 \\ 66 \\ 68 \\ 70 \\ 72 \\ 74 \\ 76 \\ 78 \\ 80 \\ 82 \\ 84 \\ 86 \\ 88 \\ 90 \\ 92 \\ 94 \\ 96 \\ 97 \end{matrix} & \begin{matrix} \text{"x'h"} \\ 0.4565 \\ 14.8701 \\ 30.771 \\ 48.2793 \\ 65.8151 \\ 84.6531 \\ 104.4376 \\ 124.7568 \\ 147.3438 \\ 170.7746 \\ 196.6565 \\ 223.8655 \\ 250.8584 \\ 278.7830 \\ 301.8088 \\ 329.7627 \\ 351.6601 \\ 369.1012 \\ 382.8506 \\ 392.0239 \\ 398.1233 \\ 400 \\ 376.9021 \\ 351.8546 \\ 324.5270 \\ 294.6220 \\ 261.9413 \\ 226.2205 \\ 187.5919 \\ 146.9805 \\ 106.2040 \\ 68.1371 \\ 36.6129 \\ 14.7707 \\ 2.9409 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \text{"z'h"} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 17.3 \\ 21.6 \\ 28.8 \\ 38.8 \\ 52.6 \\ 62.5 \\ 72.5 \\ 80 \\ 87.5 \\ 95 \\ 102.5 \\ 102.5 \\ 95 \\ 87.5 \\ 80 \\ 72.5 \\ 70.1 \\ 36.2 \\ 14.2 \\ 3.8 \\ 1.3 \\ 0.9 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} \text{"z't"} \\ 92.5 \\ 71.7 \\ 43.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9.5 \\ 19.7 \\ 27 \\ 26.8 \\ 19.5 \\ 10.6 \\ 5.5 \\ 8.59 \\ 22.5 \\ 47.8 \\ 79.9 \\ 92.5 \\ 97 \\ 96.5 \\ 95.1 \end{matrix} \end{matrix} \tag{A3.1}$$

ANEXO 4: PROGRAMAS UBICACIÓN ARTICULACIÓN ESFÉRICA

Los programas realizados para la ubicación de las articulaciones esféricas S2, S3 y S4 según la nomenclatura ya descrita se muestra a continuación se muestran a continuación:

```

S3 = ubicacion_S3(C,r,L) :=
    m ← rows(C)
    n ← cols(C)
    km-1,14 ← 0
    for i ∈ 0..m-2
        ki+1,0 ← Ci+1,0
        xP3 ← Ci+1,4
        yP3 ← Ci+1,5
        zP3 ← Ci+1,6
        a ← -17.32 - xP3
        b ← -330 - yP3
        A ← 2 · r · a ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  + 2 · r · b · 0.5
        F ← 2 · r · zP3
        D ← a2 + b2 + zP32
        θ3,1 ← acos( $\frac{L^2 - r^2 - D}{\sqrt{A^2 + F^2}}$ ) + atan( $\frac{A}{F}$ )
        θ3,2 ← -acos( $\frac{L^2 - r^2 - D}{\sqrt{A^2 + F^2}}$ ) + atan( $\frac{A}{F}$ )
        xS3,1 ← r · sin(θ3,1) ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  - 17.32
        yS3,1 ← r · sin(θ3,1) · 0.5 - 330
        zS3,1 ← -r · cos(θ3,1)
        xS3,2 ← r · sin(θ3,2) ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  - 17.32
        yS3,2 ← r · sin(θ3,2) · 0.5 - 330
        zS3,2 ← -r · cos(θ3,2)
        γ3,1 ← atan( $\frac{z_{P3} - z_{S3,1}}{x_{P3} - x_{S3,1}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        γ3,2 ← atan( $\frac{z_{P3} - z_{S3,2}}{x_{P3} - x_{S3,2}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        ki+1,1 ← xS3,1
        ki+1,2 ← yS3,1
        ki+1,3 ← zS3,1
        if γ3,1 < 0
            ki+1,4 ← γ3,1 + 180
        else
            ki+1,4 ← γ3,1
        ki+1,5 ← θ3,1 ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        ki+1,6 ←  $\sqrt{(x_{P3} - x_{S3,1})^2 + (y_{P3} - y_{S3,1})^2 + (z_{P3} - z_{S3,1})^2}$ 
        ki+1,7 ← acos( $\frac{((x_{P3} - x_{S3,1}) \cdot (-17.32 - x_{S3,1}) + (z_{P3} - z_{S3,1}) \cdot (-z_{S3,1}))}{\sqrt{(-z_{S3,1})^2 + (-17.32 - x_{S3,1})^2} \cdot \sqrt{(z_{P3} - z_{S3,1})^2 + (x_{P3} - x_{S3,1})^2}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    
```



```

 $k_{i+1,8} \leftarrow x_{S3,2}$ 
 $k_{i+1,9} \leftarrow y_{S3,2}$ 
 $k_{i+1,10} \leftarrow z_{S3,2}$ 
if  $\gamma_{3,2} < 0$ 
     $k_{i+1,11} \leftarrow \gamma_{3,2} + 180$ 
else
     $k_{i+1,11} \leftarrow \gamma_{3,2}$ 
 $k_{i+1,12} \leftarrow \theta_{3,2} \cdot \frac{180}{\pi}$ 
 $k_{i+1,13} \leftarrow \sqrt{(x_{P3} - x_{S3,2})^2 + (y_{P3} - y_{S3,2})^2 + (z_{P3} - z_{S3,2})^2}$ 
 $k_{i+1,14} \leftarrow \arccos \left( \frac{((x_{P3} - x_{S3,2}) \cdot (-17.32 - x_{S3,2}) + (z_{P3} - z_{S3,2}) \cdot (-z_{S3,2}))}{\sqrt{(-z_{S3,2})^2 + (-17.32 - x_{S3,2})^2} \cdot \sqrt{(z_{P3} - z_{S3,2})^2 + (x_{P3} - x_{S3,2})^2}} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$ 
 $k_{0,0} \leftarrow C_{0,0}$ 
 $k_{0,1} \leftarrow "S3-1x"$ 
 $k_{0,2} \leftarrow "S3-1y"$ 
 $k_{0,3} \leftarrow "S3-1z"$ 
 $k_{0,4} \leftarrow "\gamma3-1"$ 
 $k_{0,5} \leftarrow "\theta3-1"$ 
 $k_{0,6} \leftarrow "d1"$ 
 $k_{0,7} \leftarrow "\psi3-1"$ 
 $k_{0,8} \leftarrow "S3-2x"$ 
 $k_{0,9} \leftarrow "S3-2y"$ 
 $k_{0,10} \leftarrow "S3-2z"$ 
 $k_{0,11} \leftarrow "\gamma3-2"$ 
 $k_{0,12} \leftarrow "\theta3-2"$ 
 $k_{0,13} \leftarrow "d3-2"$ 
 $k_{0,14} \leftarrow "\psi3-2"$ 
k
    
```

```

S4 = ubicacion_SA(E, r, L) :=
    m ← rows(E)
    n ← cols(E)
    km-1,14 ← 0
    for i ∈ 0 .. m-2
        ki+1,0 ← Ei+1,0
        xp4 ← Ei+1,7
        yp4 ← Ei+1,8
        zp4 ← Ei+1,9
        a ← 294.45 - xp4
        b ← -150 - yp4
        A ← 2 · r · a ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  + 2 · r · b · 0.5
        F ← 2 · r · zp4
        D ← a2 + b2 + zp42
        θ4,1 ← acos( $\frac{L^2 - r^2 - D}{\sqrt{A^2 + F^2}}$ ) + atan( $\frac{A}{F}$ )
        θ4,2 ← -acos( $\frac{L^2 - r^2 - D}{\sqrt{A^2 + F^2}}$ ) + atan( $\frac{A}{F}$ )
        xS4,1 ← r · sin(θ4,1) ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  + 294.45
        yS4,1 ← r · sin(θ4,1) · 0.5 - 150
        zS4,1 ← -r · cos(θ4,1)
        xS4,2 ← r · sin(θ4,2) ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  + 294.45
        yS4,2 ← r · sin(θ4,2) · 0.5 - 150
        zS4,2 ← -r · cos(θ4,2)
        γ4,1 ← atan( $\frac{z_{p4} - z_{S4,1}}{x_{p4} - x_{S4,1}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        γ4,2 ← atan( $\frac{z_{p4} - z_{S4,2}}{x_{p4} - x_{S4,2}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        ki+1,1 ← xS4,1
        ki+1,2 ← yS4,1
        ki+1,3 ← zS4,1
        if γ4,1 < 0
            ki+1,4 ← γ4,1 + 180
        else
            ki+1,4 ← γ4,1
        ki+1,5 ← θ4,1 ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        ki+1,6 ←  $\sqrt{(x_{p4} - x_{S4,1})^2 + (y_{p4} - y_{S4,1})^2 + (z_{p4} - z_{S4,1})^2}$ 
        ki+1,7 ← acos( $\frac{((x_{p4} - x_{S4,1}) \cdot (294.45 - x_{S4,1}) + (z_{p4} - z_{S4,1}) \cdot (-z_{S4,1}))}{\sqrt{(-z_{S4,1})^2 + (294.45 - x_{S4,1})^2} \cdot \sqrt{(z_{p4} - z_{S4,1})^2 + (x_{p4} - x_{S4,1})^2}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
        ki+1,8 ← xS4,2
        ki+1,9 ← yS4,2
        ki+1,10 ← zS4,2
        if γ4,2 < 0
            ki+1,11 ← γ4,2 + 180
        else
            ki+1,11 ← γ4,2
        ki+1,12 ← θ4,2 ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    
```

$$k_{i+1,13} \leftarrow \sqrt{(x_{P4} - x_{SA,2})^2 + (y_{P4} - y_{SA,2})^2 + (z_{P4} - z_{SA,2})^2}$$

$$k_{i+1,14} \leftarrow \arccos \left(\frac{((x_{P4} - x_{SA,2}) \cdot (294.45 - x_{SA,2}) + (z_{P4} - z_{SA,2}) \cdot (-z_{SA,2}))}{\sqrt{(-z_{SA,2})^2 + (294.45 - x_{SA,2})^2} \cdot \sqrt{(z_{P4} - z_{SA,2})^2 + (x_{P4} - x_{SA,2})^2}} \right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$k_{0,0} \leftarrow E_{0,0}$$

$$k_{0,1} \leftarrow "SA-1x"$$

$$k_{0,2} \leftarrow "SA-1y"$$

$$k_{0,3} \leftarrow "SA-1z"$$

$$k_{0,4} \leftarrow "\gamma A-1"$$

$$k_{0,5} \leftarrow "\theta A-1"$$

$$k_{0,6} \leftarrow "d1"$$

$$k_{0,7} \leftarrow "\psi A-1"$$

$$k_{0,8} \leftarrow "SA-2x"$$

$$k_{0,9} \leftarrow "SA-2y"$$

$$k_{0,10} \leftarrow "SA-2z"$$

$$k_{0,11} \leftarrow "\gamma A-2"$$

$$k_{0,12} \leftarrow "\theta A-2"$$

$$k_{0,13} \leftarrow "d2"$$

$$k_{0,14} \leftarrow "\psi A-2"$$

k



ANEXO 5: RELACIÓN ENTRE DIMENSIONES L_p Y d_p DE LA PLATAFORMA

El espacio entre la dimensión de del hexágono P_i (d_p) y el lado mayor del hexágono B_i se calculará según la figura a continuación:

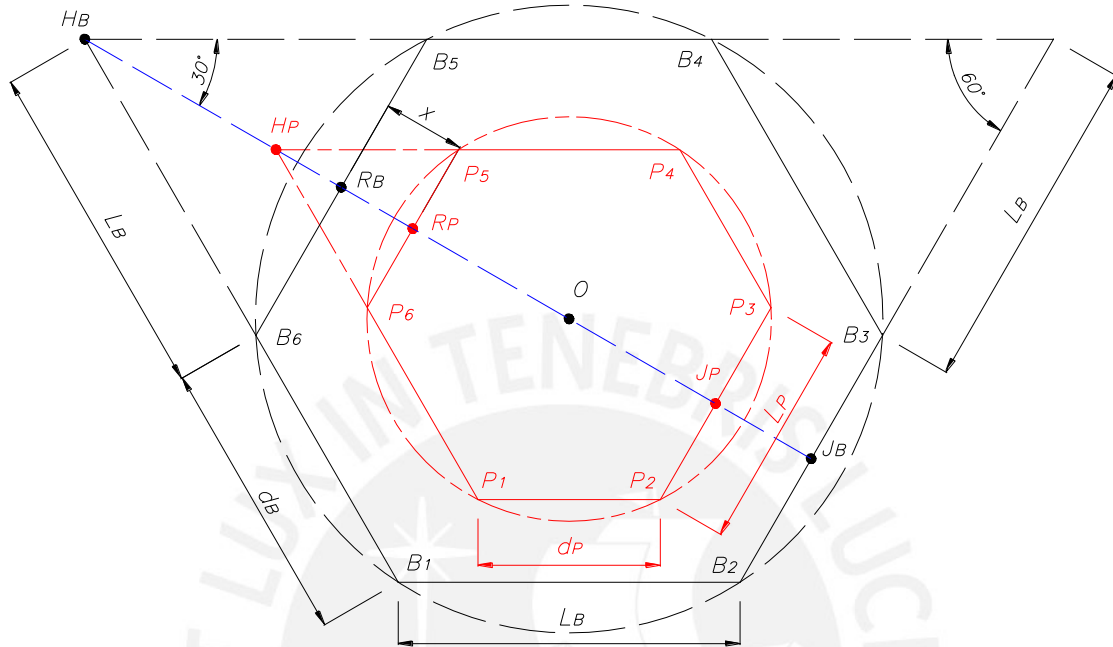


Figura A5.1. Hexágonos P_i y B_i . Vista superior.

De lo anterior:

$$X = \overline{OR_B} - \overline{OR_P} \tag{A5.1}$$

Por semejanza de triángulos:

$$\frac{\overline{J_B H_B}}{\overline{J_B R_B}} = \frac{(2L_B + d_B)\sqrt{3}}{2} \tag{A5.2}$$

El punto O viene a ser el baricentro de los hexágonos irregulares y por propiedad de éstos:

$$\overline{OH_B} = \frac{2}{3}\overline{J_B H_B} = \frac{(2L_B + d_B)\sqrt{3}}{3} \tag{A5.3}$$

La altura $\overline{H_B R_B}$ es igual a:

$$\overline{H_B R_B} = \frac{L_B}{2}\sqrt{3} \tag{A5.4}$$

El segmento $\overline{OR_B}$ se puede hallar al restar a $\overline{OH_B}$ la altura $\overline{H_B R_B}$:

$$\overline{OR_B} = \frac{(2L_B + d_B)\sqrt{3}}{3} - \frac{L_B}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}(L_B + 2d_B) \quad (A5.5)$$

Extrapolando la expresión anterior para el hexágono P_i :

$$\overline{OR_P} = \frac{\sqrt{3}}{6}(d_P + 2L_P) \quad (A5.6)$$

Por condición:

$$X \leq 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6}(L_B + 2d_B) - \frac{\sqrt{3}}{6}(d_P + 2L_P) \leq 0$$

$$L_P \leq \frac{L_B + 2d_B - d_P}{2}$$

Al reemplazar valores del hexágono B_i :

$$L_P \leq \frac{960 - d_P}{2} \quad (A5.7)$$

Por otro lado, el valor inicial de la dimensión d_P que evita interferencias de los apoyos de las articulaciones esféricas es 190 mm.

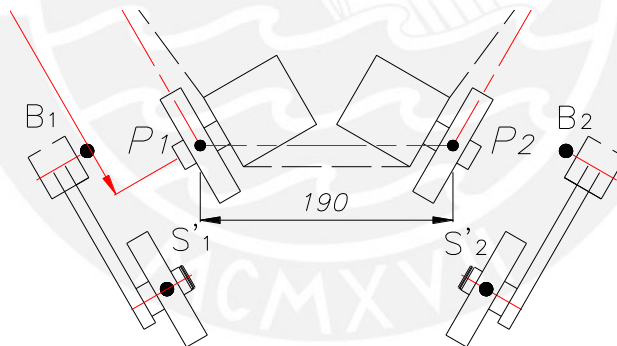


Figura A5.2. Valor mínimo d_P para evitar interferencias entre apoyos.

ANEXO 6: PROGRAMA *verificacion_L*

```

verificacion_L(U,y) :=
  m ← rows(y)
  Jm,6 ← 0
  S1m-2,2 ← 0
  S2m-2,2 ← 0
  c ←  $\frac{\pi}{180}$ 
  for i ∈ 0..m-2
    v2 ← -277.13 - yi+1,1
    w2 ← -180 - yi+1,2
    V2 ← -2 · r · v2 · sin(60 · c) + 2 · r · w2 · cos(60 · c)
    W2 ← 2 · r · yi+1,3
    U2 ← r2 + v22 + w22 + yi+1,32
    A12 ← -√(V22 + W22 + U2)
    A22 ← √(V22 + W22 + U2)
    if A12 ≥ 0
      Ji+1,1 ← √A12
    else
      Ji+1,1 ← 0
    Ji+1,2 ← √A22
    Ji+1,0 ← yi+1,0
    v3 ← -17.32 - yi+1,4
    w3 ← -330 - yi+1,5
    V3 ← -2 · r · v3 · sin(120 · c) + 2 · r · w3 · cos(120 · c)
    W3 ← 2 · r · yi+1,6
    U3 ← r2 + v32 + w32 + yi+1,62
    A13 ← -√(V32 + W32 + U3)
    A23 ← √(V32 + W32 + U3)
    if A13 ≥ 0
      Ji+1,3 ← √A13
    else
      Ji+1,3 ← 0
    Ji+1,4 ← √A23
    v4 ← 294.45 - yi+1,7
    w4 ← -150 - yi+1,8
    V4 ← -2 · r · v4 · sin(120 · c) + 2 · r · w4 · cos(120 · c)
    W4 ← 2 · r · yi+1,9
    U4 ← r2 + v42 + w42 + yi+1,92
    A14 ← -√(V42 + W42 + U4)
    A24 ← √(V42 + W42 + U4)
    if A14 ≥ 0
      Ji+1,5 ← √A14
    else
      Ji+1,5 ← 0
  
```


$$\begin{aligned}
 J_{i+1,6} &\leftarrow \sqrt{A2_4} \\
 S1_{i,0} &\leftarrow J_{i+1,1} \\
 S1_{i,1} &\leftarrow J_{i+1,3} \\
 S1_{i,2} &\leftarrow J_{i+1,5} \\
 S2_{i,0} &\leftarrow J_{i+1,2} \\
 S2_{i,1} &\leftarrow J_{i+1,4} \\
 S2_{i,2} &\leftarrow J_{i+1,6} \\
 J_{0,0} &\leftarrow "Fr" \\
 J_{0,1} &\leftarrow "L2inf" \\
 J_{0,2} &\leftarrow "L2sup" \\
 J_{0,3} &\leftarrow "L3inf" \\
 J_{0,4} &\leftarrow "L3sup" \\
 J_{0,5} &\leftarrow "LAinf" \\
 J_{0,6} &\leftarrow "LASup" \\
 J_{m,1} &\leftarrow \max(S1) \\
 J_{m,2} &\leftarrow \min(S2) \\
 J
 \end{aligned}$$


ANEXO 7: PROGRAMA *check_angulo*

```

check_angulo(ri, Hi, dpi, Lpi) :=
  t ← 0
  q ← 10
  it ← 10
  x4,it ← 0
  g ← 0
  for di ∈ dpi .. (dpi + it)
    for m ∈ Hi .. (Hi + q)
      k ← ubplatf(U, m, Lpi, di)
      verif ← verificacion_L(U, k)
      min ← ceil(verif37,1)
      max ← trunc(verif37,2)
      p ← max - (min)
      sub35,5 ← 0
      fzat35,5 ← 0
      for L ∈ min .. max
        b ← ubicacion_S2(k, ri, L)
        d ← ubicacion_S3(k, ri, L)
        f ← ubicacion_SA(k, ri, L)
        ar ← angulo_rotula(b, d, f, k)
        to ← fuerzas(k, b, d, f, PCM, Co)
        for i ∈ 1 .. 36
          for j ∈ 13 .. 18
            subi-1,j-13 ← ari,j
            fzati-1,j-13 ← toi,j-6
            if |ari,j| ≥ 64
              t ← t + 1
          if t = 0
            val0,g ← [m L]
            vang0,g ← [min(sub) max(sub)]
            vfza0,g ← [min(fzat) max(fzat)]
            g ← g + 1
          t ← 0
        x0,-dpi+di ← di
        x1,-dpi+di ← g
        x2,-dpi+di ← val
        x3,-dpi+di ← vang
        x4,-dpi+di ← vfza
        cval ← cols(val)
        vermat ← IsArray(val)
        if vermat = 1
          for z ∈ 0 .. (cval - 1)
            val0,z ← 0
            vang0,z ← 0
            vfza0,z ← 0
        g ← 0
  x
  
```

Por ejemplo, para el siguiente arreglo de valores se tienen valores menores a 60° sólo en una combinación (56.7°, ver recuadro) y un torque mayor de -97.4 Nm.

	Lb:=360	db:=300	dp:=190	Lp:=358	r:=105	H:=482	L:=560	Co:=0.3													
<i>check_angulo</i> (r, H, dp, Lp) =	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	[[482 569]]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	[[[-40.332 56.652]]]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	[[[-97.439 75.58]]]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]

ANEXO 8: PROGRAMA *angulo_rotula*

```

angulo_rotula(Bx, Dx, Fx, uplat) :=
m ← rows(Bx)
n ← cols(Bx)
tn-1,18 ← 0
c ← π / 180
t0,0 ← "Fr"
t0,1 ← "P2X_p2"
t0,2 ← "P2Y_p2"
t0,3 ← "P2Z_p2"
t0,4 ← "P3X_p3"
t0,5 ← "P3Y_p3"
t0,6 ← "P3Z_p3"
t0,7 ← "P4X_p4"
t0,8 ← "P4Y_p4"
t0,9 ← "P4Z_p4"
t0,10 ← "L2"
t0,11 ← "L3"
t0,12 ← "LA"
t0,13 ← "θxy-P2"
t0,14 ← "θxz-P2"
t0,15 ← "θxy-P3"
t0,16 ← "θxz-P3"
t0,17 ← "θxy-P4"
t0,18 ← "θxz-P4"
for i ∈ 1..m-1
  θ2 ← Bxi,5
  θ3 ← Dxi,12
  θ4 ← Fxi,12
  RP2 ← [
    1 0 0 0
    0 sin(-θ2) cos(-θ2) -r·sin(-θ2)
    0 -cos(-θ2) sin(-θ2) -r·cos(-θ2)
    0 0 0 1
  ]
  RP3 ← [
    1 0 0 0
    0 sin(-θ3) cos(-θ3) -r·sin(-θ3)
    0 -cos(-θ3) sin(-θ3) -r·cos(-θ3)
    0 0 0 1
  ]
  RP4 ← [
    1 0 0 0
    0 sin(-θ4) cos(-θ4) -r·sin(-θ4)
    0 -cos(-θ4) sin(-θ4) -r·cos(-θ4)
    0 0 0 1
  ]
  RU2 ← [
    cos(60·c) -sin(60·c) 0 -0.2887·(Lb+2·db)
    sin(60·c) cos(60·c) 0 -0.5·Lb
    0 0 1 0
    0 0 0 1
  ]
  RU3 ← [
    cos(120·c) -sin(120·c) 0 -0.2887·(Lb-db)
    sin(120·c) cos(120·c) 0 -0.5·Lb
    0 0 1 0
    0 0 0 1
  ]
  RU4 ← [
    cos(120·c) -sin(120·c) 0 0.2887·(2·Lb+db)
    sin(120·c) cos(120·c) 0 -0.5·db
    0 0 1 0
    0 0 0 1
  ]
  P2 ← [
    uplati,1 - Bxi,1
    uplati,2 - Bxi,2
    uplati,3 - Bxi,3
    0
  ]
  P3 ← [
    uplati,4 - Dxi,8
    uplati,5 - Dxi,9
    uplati,6 - Dxi,10
    0
  ]
  P4 ← [
    uplati,7 - Fxi,8
    uplati,8 - Fxi,9
    uplati,9 - Fxi,10
    0
  ]
  P2_P2 ← RP2-1 · (RU2-1 · P2)
  P3_P3 ← RP3-1 · (RU3-1 · P3)
  P4_P4 ← RP4-1 · (RU4-1 · P4)
  ti,0 ← Bxi,0

```

```

ti,1 ← P2_P2,0
ti,2 ← P2_P2,1
ti,3 ← P2_P2,2
ti,4 ← P3_P3,0
ti,5 ← P3_P3,1
ti,6 ← P3_P3,2
ti,7 ← P4_P4,0
ti,8 ← P4_P4,1
ti,9 ← P4_P4,2
ti,10 ← ||P2||
ti,11 ← ||P3||
ti,12 ← ||P4||
ti,13 ← asin( ( P2_P2,0 / sqrt(P2_P2,12 + P2_P2,22) ) · 1/c )
ti,14 ← asin( ( P2_P2,0 / sqrt(P2_P2,02 + P2_P2,02) ) · 1/c )
ti,15 ← asin( ( P3_P3,0 / sqrt(P3_P3,12 + P3_P3,22) ) · 1/c )
ti,16 ← asin( ( P3_P3,0 / sqrt(P3_P3,22 + P3_P3,02) ) · 1/c )
ti,17 ← asin( ( P4_P4,0 / sqrt(P4_P4,12 + P4_P4,02) ) · 1/c )
ti,18 ← asin( ( P4_P4,0 / sqrt(P4_P4,22 + P4_P4,02) ) · 1/c )
t

```

ANEXO 9: RESUMEN DE CÁLCULO DE ITERACIONES

En la tabla siguiente se muestran los resultados como producto de las iteraciones para la determinación de las dimensiones del rehabilitador; para lo cual, se basó en las consideraciones expuestas en la página 57 del documento principal de la tesis.

Tabla A6.1

	dp	Lp	r	H	L	Co	Tmax	θ min (°)	θ max (°)
1	256	350	105	368	451	0.2	-107.0	-66.7	78.3
2	258	350	105	367	449	0.2	-105.5	-73.2	73.2
3	262	350	105	374	456	0.2	-110.1	-72.7	73.6
4	240	352	105	295	383	0.2	-78.5	-67.3	74.8
5	240	352	105	337	424	0.2	-92.4	-79.0	79.8
6	240	352	105	361	442	0.2	-96.3	-75.7	75.5
7	242	352	105	277	365	0.2	-73.2	-63.0	79.6
8	242	352	105	306	393	0.2	-82.3	-70.0	75.1
9	242	352	105	321	409	0.2	-88.5	-72.5	75.0
10	242	352	105	352	436	0.2	-96.3	-76.5	73.7
11	244	352	105	282	370	0.2	-75.5	-63.7	73.6
12	244	352	105	355	440	0.2	-99.9	-64.2	78.8
13	245	352	105	313	398	0.2	-83.9	-61.5	79.0
14	245	352	105	345	429	0.2	-94.7	-59.4	78.2
15	246	352	105	310	395	0.2	-83.3	-67.7	76.4
16	248	352	105	350	435	0.2	-98.8	-68.7	71.3
17	248	352	105	350	435	0.2	-85.3	-68.7	71.3
18	248	352	105	350	435	0.2	-92.1	-68.7	71.3
19	254	352	105	329	414	0.2	-91.6	-71.0	73.2
20	254	352	105	366	450	0.2	-91.6	-63.5	72.3
21	260	352	105	398	481	0.2	-123.0	-57.7	68.9
22	260	352	105	398	481	0.2	-105.9	-57.7	68.9
23	260	352	105	398	481	0.2	-88.8	-57.7	68.9
24	266	352	105	474	552	0.2	-113.1	-68.1	57.1
25	236	354	105	321	410	0.2	-63.8	-51.8	70.0
26	236	354	105	321	410	0.2	-87.5	-51.8	70.0
27	235	354	105	323	408	0.2	-85.1	-65.0	67.7
28	230	354	105	355	445	0.2	-100.1	-63.5	69.1
29	230	354	105	355	445	0.2	-85.9	-63.5	69.1
30	255	354	105	432	513	0.2	-96.1	-48.6	64.2
31	200	355	105	369	466	0.2	-72.4	-62.9	68.4
32	200	355	105	369	466	0.2	-99.9	-62.9	68.4
33	206	355	105	431	505	0.2	-105.5	-62.9	66.2
34	206	355	105	431	505	0.2	-90.1	-62.9	66.2
35	210	355	105	435	524	0.2	-105.5	-49.3	66.1

	dp	Lp	r	H	L	Co	Tmax	θ min (°)	θ max (°)
36	214	355	105	459	545	0.2	-112.2	-36.7	67.4
37	218	355	105	465	538	0.2	-102.5	-48.7	63.7
38	218	355	105	465	538	0.2	-85.3	-48.7	63.7
39	220	355	105	412	490	0.2	-106.3	-64.3	63.6
40	220	355	105	412	490	0.2	-91.6	-64.3	63.6
41	220	355	105	412	490	0.2	-76.2	-64.3	63.6
42	220	355	105	520	597	0.2	-105.5	-47.9	63.4
43	225	355	105	575	650	0.2	-122.2	-54.4	58.9
44	226	355	105	413	502	0.2	-87.8	-66.9	68.0
45	226	355	105	413	502	0.2	-104.7	-66.9	68.0
46	230	355	105	556	635	0.2	-151.7	-55.9	62.5
47	232	355	105	496	570	0.2	-120.1	-60.3	65.4
48	236	355	105	489	568	0.2	-125.5	-64.4	63.8
49	236	355	105	489	568	0.2	-83.1	-64.4	63.8
50	242	355	105	500	581	0.2	-92.6	-58.8	62.5
51	242	355	105	500	581	0.2	-139.6	-58.8	62.5
52	244	355	105	555	628	0.2	-147.8	-54.5	61.3
53	248	355	105	454	536	0.2	-123.4	-49.4	55.2
54	248	355	105	454	536	0.2	-82.6	-49.4	55.2
55	248	355	105	454	536	0.2	-93.2	-49.4	55.2
56	250	355	105	470	549	0.2	-94.7	-55.8	62.8
57	250	355	105	476	557	0.2	-100.7	-61.6	62.3
58	200	356	105	494	564	0.2	-103.2	-63.6	65.4
59	200	356	105	494	564	0.2	-77.0	-63.6	65.4
60	202	356	105	478	568	0.2	-87.4	-51.3	62.9
61	202	356	105	479	569	0.2	-88.8	-49.4	60.5
62	205	356	105	599	675	0.2	-108.6	-50.6	55.2
63	210	356	105	404	488	0.2	-90.9	-64.3	66.5
64	212	356	105	418	493	0.2	-54.0	-65.8	70.2
65	212	356	105	564	637	0.2	-70.1	-59.8	55.1
66	214	356	105	536	610	0.2	-67.8	-63.8	65.8
67	214	356	105	590	660	0.2	-71.6	-63.9	62.9
68	215	356	105	442	530	0.2	-63.9	-60.6	66.0
69	215	356	105	552	633	0.2	-74.7	-62.1	66.0
70	216	356	105	442	517	0.2	-57.8	-63.7	68.9
71	218	356	105	435	522	0.2	-63.1	-63.8	67.8
72	218	356	105	534	607	0.2	-67.8	-64.1	62.2
73	220	356	105	517	598	0.2	-71.6	-49.1	65.2
74	220	356	105	538	621	0.2	-77.0	-58.7	58.4
75	224	356	105	474	549	0.2	-40.8	-52.7	66.2
76	224	356	105	497	582	0.2	-48.5	-62.2	61.1
77	224	356	105	554	625	0.2	-46.2	-61.9	58.7
78	225	356	105	525	601	0.2	-45.4	-59.8	62.3

	dp	Lp	r	H	L	Co	Tmax	θ min (°)	θ max (°)
79	226	356	105	551	624	0.2	-47.0	-63.7	62.9
80	228	356	105	571	642	0.2	-47.7	-55.2	55.8
81	230	356	105	522	599	0.2	-47.0	-53.7	65.1
82	230	356	105	530	603	0.2	-45.4	-59.6	55.2
83	230	356	105	641	713	0.2	-54.7	-57.1	53.7
84	235	356	105	436	522	0.2	-44.7	-63.7	62.5
85	250	356	105	470	549	0.2	-47.0	-55.6	58.0
86	190	358	105	476	546	0.2	-35.4	-44.6	66.7
87	192	358	105	612	679	0.2	-43.9	-60.8	60.0
88	194	358	105	568	650	0.2	-45.3	-36.3	57.8
89	195	358	105	582	651	0.2	-43.1	-56.8	58.8
90	196	358	105	507	580	0.2	-39.3	-44.7	58.4
91	196	358	105	553	636	0.2	-45.4	-32.4	63.8
92	198	358	105	424	504	0.2	-35.4	-57.7	66.4
93	198	358	105	483	570	0.2	-41.6	-62.0	65.8
94	200	358	105	482	569	0.2	-76.1	-40.3	56.7
95	200	358	105	619	698	0.2	-50.1	-59.6	57.4
96	202	358	105	542	629	0.2	-48.5	-59.9	63.6
97	202	358	105	695	770	0.2	-54.7	-57.3	56.3
98	202	358	105	735	802	0.2	-53.9	-47.7	53.3
99	204	358	105	420	511	0.2	-39.3	-58.9	66.1
100	204	358	105	591	662	0.2	-45.4	-57.9	60.8
101	215	358	105	520	594	0.2	-43.1	-54.0	59.9
102	215	358	105	890	959	0.2	-70.1	-44.6	57.5
103	216	358	105	679	754	0.2	-57.0	-47.1	52.0
104	250	356	105	470	549	0.2	-83.9	-55.6	58.0


ANEXO 10: PROGRAMA *descomp_fuerza_platf*

```

descomp_fuerza_platf(K1, fza1) :=
  m ← rows(K1)
  n ← cols(K1)
  g_{m-1,24} ← 0
  c ← π / 180
  g_{0,0} ← "Fr"
  g_{0,1} ← "F1'x"
  g_{0,2} ← "F1'y"
  g_{0,3} ← "F1'z"
  g_{0,4} ← "F2'x"
  g_{0,5} ← "F2'y"
  g_{0,6} ← "F2'z"
  g_{0,7} ← "F3'x"
  g_{0,8} ← "F3'y"
  g_{0,9} ← "F3'z"
  g_{0,10} ← "F4'x"
  g_{0,11} ← "F4'y"
  g_{0,12} ← "F4'z"
  g_{0,13} ← "F5'x"
  g_{0,14} ← "F5'y"
  g_{0,15} ← "F5'z"
  g_{0,16} ← "F6'x"
  g_{0,17} ← "F6'y"
  g_{0,18} ← "F6'z"
  g_{0,19} ← "R1'yz"
  g_{0,20} ← "R2'yz"
  g_{0,21} ← "R3'yz"
  g_{0,22} ← "R4'yz"
  g_{0,23} ← "R5'yz"
  g_{0,24} ← "R6'yz"
  for i ∈ 1..m-1
    δ_p ← K1_{i,10}
    F_2 ← [ fza1_{i,19}
            fza1_{i,20}
            fza1_{i,21}
            fza1_{i,22} ]
    F_3 ← [ fza1_{i,23}
            fza1_{i,24}
            fza1_{i,25}
            fza1_{i,26}
            fza1_{i,27} ]
    F_4 ← [ fza1_{i,16}
            fza1_{i,17}
            fza1_{i,18}
            fza1_{i,28} ]
    F_5 ← [ fza1_{i,29}
            fza1_{i,30}
            fza1_{i,31} ]
    F_6 ← [ fza1_{i,32}
            fza1_{i,33} ]
    R_1 ← [ cos(-60·c)·cos(δ_p·c)  -sin(-60·c)  cos(-60·c)·sin(δ_p·c)
            sin(-60·c)·cos(δ_p·c)  cos(-60·c)  sin(-60·c)·sin(δ_p·c)
            -sin(δ_p·c)              0              cos(δ_p·c) ]
    R_2 ← [ cos(60·c)·cos(δ_p·c)  -sin(60·c)  cos(60·c)·sin(δ_p·c)
            sin(60·c)·cos(δ_p·c)  cos(60·c)  sin(60·c)·sin(δ_p·c)
            -sin(δ_p·c)              0              cos(δ_p·c) ]
    R_3 ← [ cos(120·c)·cos(δ_p·c)  -sin(120·c)  cos(120·c)·sin(δ_p·c)
            sin(120·c)·cos(δ_p·c)  cos(120·c)  sin(120·c)·sin(δ_p·c)
            -sin(δ_p·c)              0              cos(δ_p·c) ]
    R_4 ← R_3
    R_5 ← [ cos(-120·c)·cos(δ_p·c)  -sin(-120·c)  cos(-120·c)·sin(δ_p·c)
            sin(-120·c)·cos(δ_p·c)  cos(-120·c)  sin(-120·c)·sin(δ_p·c)
            -sin(δ_p·c)              0              cos(δ_p·c) ]
    R_6 ← R_5
    F'_2 ← R_2^{-1}·F_2
    F'_3 ← R_3^{-1}·F_3
    F'_i ← R_i^{-1}·F_i
    F'_1 ← R_1^{-1}·F_1
    F'_5 ← R_5^{-1}·F_5
    F'_6 ← R_6^{-1}·F_6
    g_{i,0} ← K1_{i,0}
    g_{i,1} ← F'_{10,0}
    g_{i,2} ← F'_{11,0}
    g_{i,3} ← F'_{12,0}
    g_{i,4} ← F'_{20,0}
    g_{i,5} ← F'_{21,0}
    g_{i,6} ← F'_{22,0}
    g_{i,7} ← F'_{30,0}
    g_{i,8} ← F'_{31,0}
    g_{i,9} ← F'_{32,0}
    g_{i,10} ← F'_{40,0}
    g_{i,11} ← F'_{41,0}
    g_{i,12} ← F'_{42,0}
    g_{i,13} ← F'_{50,0}
    g_{i,14} ← F'_{51,0}
    g_{i,15} ← F'_{52,0}
    g_{i,16} ← F'_{60,0}
    g_{i,17} ← F'_{61,0}
    g_{i,18} ← F'_{62,0}
    g_{i,19} ← √(F'_{10,0}^2 + F'_{12,0}^2)
    g_{i,20} ← √(F'_{21,0}^2 + F'_{22,0}^2)
    g_{i,21} ← √(F'_{31,0}^2 + F'_{32,0}^2)
    g_{i,22} ← √(F'_{41,0}^2 + F'_{42,0}^2)
    g_{i,23} ← √(F'_{51,0}^2 + F'_{52,0}^2)
    g_{i,24} ← √(F'_{61,0}^2 + F'_{62,0}^2)
  g

```

ANEXO 11: NORMA ASTM B438

 Designation: B 438/B 438M – 00a

Standard Specification for Sintered Bronze Bearings (Oil-Impregnated)¹

This standard is issued under the fixed designation B 438/B 438M; the number immediately following the designation indicates the year of original adoption or, in the case of revision, the year of last revision. A number in parentheses indicates the year of last reapproval. A superscript epsilon (ϵ) indicates an editorial change since the last revision or reapproval.

This standard has been approved for use by agencies of the Department of Defense.

1. Scope

1.1 This specification covers sintered bronze, oil-impregnated bearings made primarily from elemental copper, tin, and graphite powders. The manufacturer may, at his discretion, use prealloyed bronze powder in the blend.

1.2 This specification covers the following variables:

1.2.1 *Grades*—Available in three bronze base composition grades identifiable by different graphite contents.

1.2.2 *Type*—Grades 1 and 2 are available in four types described by specific density ranges.

1.3 Bearings ordered to this specification will normally be sized after sintering and will be impregnated with a lubricating oil unless otherwise specified by print.

1.4 The values stated in either inch-pound or SI units are to be regarded separately as standard. Within the text, the SI units are shown in brackets. The values stated in each system are not exact equivalents; therefore, each system shall be used independently of the other. Combining values from the two systems may result in nonconformance with the specification.

2. Referenced Documents

2.1 ASTM Standards:

B 328 Test Method for Density, Oil Content, and Interconnected Porosity of Sintered Powder Metal Structural Parts and Oil-Impregnated Bearings²

E 9 Test Methods of Compression Testing of Metallic Materials at Room Temperature³

Volume 03.05 *Annual Book of ASTM Standards*

2.2 Government Standards:

MIL-PRF-6085 Lubricating Oil: Instrument, Aircraft, Low Volatility⁴

MIL-L-17331 Lubrication Oil: Steam Turbine and Gear, Moderate Service⁴

FED-STD-151 Metals Test Method⁴

¹ This specification is under the jurisdiction of ASTM Committee B-9 on Metal Powders and Metal Powder Products and is the direct responsibility of Subcommittee B09.04 on Bearings.

Current edition approved Nov. 10, 2000. Published January 2001. Originally published as B 438 – 66 T. Last previous edition B 438 – 00.

² *Annual Book of ASTM Standards*, Vol 02.05.

³ *Annual Book of ASTM Standards*, Vol 03.01.

⁴ Available from Standardization Documents Order Desk, Bldg. 4 Section D, 700 Robbins Ave., Philadelphia, PA 19111-5094, Attn: NPODS.

3. Ordering Information

3.1 Orders for parts under this specification shall include the following information:

3.1.1 Dimensions and tolerances (Section 9),

3.1.2 Grade and class (Table 1),

3.1.3 Density specification (Table 2 and Table 3), and

3.1.4 Oil type.

4. Materials and Manufacture

4.1 Sintered bronze bearings shall be made by molding or briquetting metal powder mixtures to the proper density. The green bearing shall be sintered at a time-temperature relationship to produce a microstructure that is essentially alpha bronze and contains no tin-rich phases visible at 300 \times . Sintered bronze bearings are normally sized after sintering to maintain the dimensional characteristics required of the bearing. After sizing and inspection, they are impregnated with a lubricating oil unless otherwise specified.

5. Chemical Composition

5.1 The material shall conform to the requirements as to the chemical composition prescribed in Table 1.

6. Physical Properties

6.1 *Density*—The density of bearings supplied impregnated with lubricant shall be within the limits prescribed in Table 2 and Table 3, when determined in accordance with Test Method B 328.

6.2 *Oil Content*—Oil content of bearings shall not be less than shown in Table 4 for each grade and type when determined in accordance with Test Method B 328.

7. Mechanical Properties

7.1 The manufacturer and purchaser shall agree on a representative number of specimens for tests.

7.2 *Radial Crushing Force*—Radial crushing force shall be determined by compressing the test specimen between two flat steel surfaces at a “no load” speed not greater than 0.2 in./min [5.0 mm/min], the direction of the load being normal to the longitudinal axis of the specimen. The point at which the load drops as a result of the first crack shall be considered the crushing strength. This test shall be applied to plain cylindrical bearings. Flanged bearings shall be tested by cutting off the

B 438/B 438M

TABLE 1 Chemical Requirements (Composition, %)

Element	Grade 1	Grade 2	Grade 3
Copper	87.2–90.5	85.7–90.0	82.8–88.3
Tin	9.5–10.5	9.5–10.5	9.2–10.2
Graphite	0–0.3	0.5–1.8	2.5–5.0
Iron, max	1.0	1.0	1.0
Total other elements by difference, max	1.0	1.0	1.0

TABLE 2 Density Requirements (Oil Impregnated)

Grades 1 and 2	Type	Density, g/cm ³
	1	5.8–6.2 ^A
	2	6.4–6.8
	3	6.8–7.2
	4	7.2–7.6

^AMaximum density limit of 6.2 g/cm³ has been established on Type 1 to ensure meeting an oil content of 27 % minimum. Satisfactory bearings can also be produced between Type 1 and Type 2. These bearings have slightly higher strength constants and slightly lower oil content.

TABLE 3 Density Requirements (Oil Impregnated)

Grade 3	Type	Density, g/cm ³
	1	5.8–6.2
	2	6.2–6.6

TABLE 4 Oil Content (Oil Content, Volume %, Min)

Type	Grade 1	Grade 2	Grade 3
1	27	25	11 ^A
2	19	17	... ^B
3	12	9	...
4	9	7	...

^AAt 3 % graphite, Type 1 will contain 14 % min oil content.
^BAt 3 % graphite, Type 2 will contain 8 % min oil content. At 5 % graphite, Type 2 will contain only a minimal amount of oil.

flange and compressing the two sections separately. Each section shall meet the minimum strength requirements prescribed in Table 5.

7.2.1 Radial crushing force shall not be less than the value calculated as follows:

$$P = KLT^2(D - T) \quad (1)$$

where:
P = radial crushing force, pounds [N];
D = outside diameter of bearing, inches [mm];
T = wall thickness of bearing, inches [mm];
K = strength constant as shown in Table 5 for grade and type specified, psi [MPa];
L = length of bearing, inches [mm].

7.2.2 Concerning spherical bearings, sample parts from a lot will be machined to a straight wall and radially crushed to

TABLE 5 Strength Constant *K* (Strength Constants, Min),^A psi [MPa]

Type	Grade 1	Grade 2	Grade 3
1	15 000 [105]	13 000 [90]	10 000 [70]
2	26 000 [180]	23 000 [160]	15 000 [105]
3	37 000 [255]	30 000 [205]	... [...]
4	40 000 [275]	34 000 [235]	... [...]

^AFor the *K* value specification to be valid, wall thickness must be less than one third of the outside diameter.

calculate the *K* value. Sample parts from the same lot will be radially crushed as is (whole part). By correlation, the minimum radial crush value will be established on the whole bearing and so specified as the minimum radial crush value for the part.

8. Chemical Analysis

8.1 If required by purchase agreement, one sample for chemical analysis shall be taken from each lot. A representative sample of chips may be obtained by milling, drilling, filing, or crushing a bearing with clean dry tools without lubrication. To obtain oil-free chips, the parts selected for test shall have the oil extracted in accordance with Test Method B 328 if necessary.

8.2 The chemical analysis shall be made in accordance with the methods prescribed in Vol 03.05 of the *Annual Book of ASTM Standards* or by any other method agreed upon between the manufacturer and the purchaser.

9. Dimensions and Tolerances

9.1 Permissible variations in dimensions shall be within the limits specified on the drawings describing the bearings accompanying the order or shall be within the limits specified on the order.

10. Workmanship, Finish, and Appearance

10.1 Bearings shall be uniform in composition, clean, and conform to applicable drawings.

11. Sampling

11.1 *Lot*—Unless otherwise specified, a lot shall consist of parts of the same form and dimensions made from powders of the same composition, formed and sintered under the same conditions, and submitted for inspection at one time.

12. Inspection

12.1 Unless otherwise specified, inspection of parts supplied on contract shall be made by the purchaser at the destination.

13. Rejection

13.1 Parts that fail to conform to the requirements of this specification may be rejected. Rejection should be reported to the producer or supplier promptly and in writing.

14. Certification

14.1 When specified in the purchase order or contract, a producer's certification shall be furnished to the purchaser that the parts were manufactured, sampled, tested, and inspected in accordance with this specification and have been found to meet the requirements. When specified in the purchase order or contract, a report of the test results shall be furnished.

14.2 The purchase order must specify whether or not the certification includes chemistry.

14.3 Upon request of the purchaser in the contract or order, the certification of an independent third party indicating conformance to the requirements of this specification may be considered.

B 438/B 438M

15. Supplementary Requirements

15.1 For some materials, supplementary requirements may be specified. Usually these apply only when specified by the purchaser in the inquiry, contract, or order. These supplementary requirements shall appear separately.

15.2 *Special Government Requirements*—Requirements that are special to government needs, such as those on responsibility for inspection and purchasing, may be included in the Supplementary Requirements section.

15.2.1 Materials shall conform to Table 6. Contractor shall furnish a percent composition analysis on an oil-free basis for each lot showing the percentage for each element as specified in Table 6. Bearing shall conform to this specification and supporting military specification as applicable.

15.2.2 High-grade nongumming petroleum lubricants, such as MIL-PRF-6085, MIL-L-17331 (Military Symbol 2190–TEP), or as specified on referenced military standard specification sheets shall be used to impregnate the bearings.

15.2.3 When specified, a first-article inspection shall be performed on bearings. Four samples shall be made available for first-article inspection and tested for chemical requirements, density, porosity, radial crushing strength, oil excretion, and dimensional characteristics as specified herein, Test Method B 328, FED-STD-151, or in an otherwise specified document. Any defect or failure shall be cause for rejection of the lot. Waivers for minor defects may be addressed to the contracting officer.

15.2.4 When procured from a contractor versus the actual manufacturer, a certificate of quality conformance (COQC) supplied by the manufacturer of the bearing may be furnished in lieu of actual performance of such testing by the contractor,

provided lot identity has been maintained and can be demonstrated to the Government. The certificate shall include the name of the contractor, contractor number, name of manufacturer, NSN, item identification, name of the component or material, lot number, lot size, dimensions, date of testing, test method, individual test results, and specification requirements.

15.2.5 When specified in the contract or purchase order, packaging and marking shall be completed in accordance with the provisions of the contract.

15.2.6 Oil excretion of the bearing shall be verified by placing the bearing in the chamber of a preheated oven. Oven temperature shall be nominally 300°F [149°C]. Exposure shall be 5 min. During the period, beads shall exude uniformly from the bearing surface. Lack of appreciable sweating of the lubricant on the bearing surface will be cause for rejection. Lubricant content may be verified using Test Method B 328.

15.2.7 Unless otherwise specified, the contractor is responsible for testing. The contractor may use their own or any other suitable facility for the performance of testing and inspection, unless an exception is stated. The Government reserves the right to perform an inspection set forth herein to assure supplies and sources conform to the prescribed requirements.

15.2.8 Records of examination and tests performed by or for the contractor shall be maintained and made available to the Government by the contractor for a period of three years after delivery of the products and associate material.

15.2.9 All requirements shall be as specified herein. Reference military standard specification sheets shall take precedence unless otherwise specified in the contract or purchase order.

TABLE 6 Chemical Requirements (Composition %)

Element	Grade 4
Copper	80.9–88.0
Tin	9.5–10.5
Lead	2.0–4.0
Graphite	0.50–1.75
Iron, max	1.0, max
Total other elements by difference, max	0.5 max
Zinc	0.75 max
Nickel	0.35 max
Antimony	0.25 max

16. Related Specifications

16.1 *MPIF Standards:*

16.1.1 MPIF Standard 35–Material Standard 35 for P/M Self Lubricating Bearings.

16.2 *ISO Standards:*

16.2.1 2795–Plain Bearings Made From Sintered Material—Dimensions and Tolerances.

16.2.2 5755–Sintered Metal Material Specifications.

17. Keywords

17.1 density; *K* strength constant; oil content; oil-impregnated bearings; porosity

B 438/B 438M

APPENDIX

(Nonmandatory Information)

X1. EXPLANATORY INFORMATION

X1.1 Design Information

X1.1.1 In calculating permissible loads, the operating conditions, housing conditions, and construction should be considered. The maximum static bearing load should not exceed 8500 psi [60 MPa] of projected bearing area (length times inside diameter of bearing) for this material. This figure is 75 % of the value for the compression deformation limit [yield strength, permanent set of 0.001 in. [0.025 mm] for specimens 1½ in. [30 mm] in diameter and 1 in. [25 mm] in length] as determined in accordance with Test Methods E 9.

X1.2 Permissible Loads

X1.2.1 Permissible loads for various operating conditions are given in Table X1.1.

X1.3 Dimensional Tolerances

X1.3.1 Commercial dimensional tolerances are included in Table X1.2. Closer tolerances can be held with special tooling or processing, or both.

X1.3.2 The commercial tolerances listed in Table X1.2 are intended for bearings with a 4 to 1 maximum length to inside diameter ratio and a 24 to 1 maximum length to wall thickness ratio.

X1.3.3 Fig. X1.1, Fig. X1.2, and Fig. X1.3 illustrate standard sleeve, standard flange bearings, and standard thrust bearings, respectively. Their dimensions are referenced throughout the tolerance tables. Standard chamfer tolerances are also listed in Table X1.2.

X1.4 Press Fits

X1.4.1 Plain cylindrical journal bearings are commonly

TABLE X1.1 Permissible Loads

Shaft Velocity, ft/min [m/s]	Permissible Loads, psi [MPa]			
	Grades 1, 2, and 3			
	Type I	Type II	Type III	Type IV
Slow and intermittent	3200 [22]	4000 [28]	4000 [28]	4000 [28]
25 [0.125]	2000 [14]	2000 [14]	2000 [14]	2000 [14]
50 to 100 [0.25–0.50], incl	500 [3.4]	550 [3.9]	550 [3.9]	550 [3.9]
Over 100 to 150 [0.50–0.75], incl	325 [2.2]	365 [2.5]	365 [2.5]	365 [2.5]
Over 150 to 200 [0.75–1.00], incl	250 [1.7]	280 [1.9]	280 [1.9]	280 [1.9]
Over 200 [1.00]	A	A	A	A

^AFor shaft velocities over 200 ft/min [1.00 m/s], the permissible loads may be calculated as follows:

$$P = 50\,000/V^{1.75} \quad (1)$$

where:

P = safe load, psi [MPa] of projected area and
V = shaft velocity, ft/min [m/s].

NOTE 1—With a shaft velocity of less than 50 ft/min [0.25 m/s] and a permissible load greater than 1000 psi [0.15 MPa], an extreme pressure lubricant should be used.

NOTE 2—With good heat dissipation and heat removal techniques, higher PV ratings can be obtained.

TABLE X1.2 Commercial Dimensional Tolerances

Inside Diameter, <i>d</i> , and Outside Diameter, <i>D</i> , in. [mm]		Total Diameter Tolerances, in. [mm]		
Over	Through			
...	1 [25]	0.001 [0.025]		
1 [25]	1.5 [40]	0.0015 [0.04]		
1.5 [40]	2 [50]	0.002 [0.05]		
2 [50]	2.5 [65]	0.0025 [0.064]		
2.5 [65]	3 [75]	0.003 [0.076]		
Length Tolerances, <i>L</i> , in. [mm]				
Over	Through	±		
...	1.5 [40]	0.005 [0.13]		
1.5 [40]	3 [75]	0.010 [0.25]		
3 [75]	4.5 [115]	0.015 [0.38]		
Outside Diameter, <i>D</i> , in. [mm]	Length, <i>L</i> , in. [mm]		Concentricity, ± in. [mm]	
Over	Through	Over	Through	
...	1 [25]	0 [0]	0 [25]	0.003 [0.08]
...	1 [25]	1 [25]	1.5 [40]	0.004 [0.1]
...	1 [25]	1.5 [40]	2 [50]	0.004 [0.1]
...	1 [25]	2 [50]	2.5 [65]	0.005 [0.13]
...	1 [25]	2.5 [65]	3 [75]	0.005 [0.13]
1 [25]	2 [50]	0 [0]	1 [25]	0.004 [0.1]
1 [25]	2 [50]	1 [25]	1.5 [40]	0.005 [0.13]
1 [25]	2 [50]	1.5 [40]	2 [50]	0.005 [0.13]
1 [25]	2 [50]	2 [50]	2.5 [65]	0.006 [0.15]
1 [25]	2 [50]	2.5 [65]	3 [75]	0.006 [0.15]
2 [50]	3 [75]	0 [0]	1 [25]	0.005 [0.13]
2 [50]	3 [75]	1 [25]	1.5 [40]	0.006 [0.15]
2 [50]	3 [75]	1.5 [40]	2 [50]	0.006 [0.15]
2 [50]	3 [75]	2 [50]	2.5 [65]	0.007 [0.18]
2 [50]	3 [75]	2.5 [65]	3 [75]	0.007 [0.18]
Chamfer Tolerances				
Wall Thickness (<i>D-d</i>)½		Chamfer, C, max. in. [mm]		
in. Over	Through			
...	0.040 [1]	0.008 [0.2]		
0.040 [1]	0.080 [2]	0.012 [0.3]		
0.080 [2]	0.120 [3]	0.016 [0.4]		
0.120 [3]	0.160 [4]	0.025 [0.6]		
0.160 [4]	0.200 [5]	0.030 [0.8]		
0.200 [5]	...	0.030 [0.8]		
Angularity		Tolerance, ±		
45° (from the face)		5°		

installed by press fitting the bearing into a housing with an insertion arbor. For housings rigid enough to withstand the press fit without appreciable distortion and for bearings with wall thickness approximately one eighth of the bearing outside diameter, the press fits shown in Table X1.3 are recommended.

X1.5 Running Clearance

X1.5.1 Proper running clearance for sintered bearings depends to a great extent on the particular application. Therefore, only minimum recommended clearances are listed in Table

B 438/B 438M

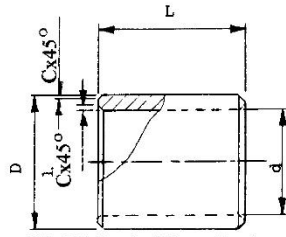


FIG. X1.1 Standard Sleeve Bearing

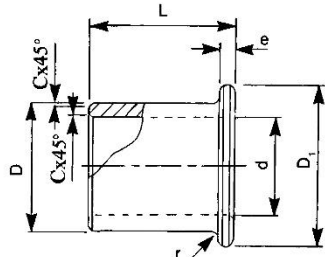


FIG. X1.2 Standard Flange Bearing

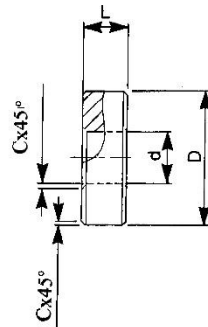


FIG. X1.3 Standard Thrust Bearing

X1.4. The maximum running clearances will automatically be held within good design practice for average conditions. It is assumed that ground steel shafting having a recommended finish of 4 to 16 root mean square (rms) will be used and all bearings will be oil impregnated.

X1.6 Flange and Thrust Bearing Specifications

X1.6.1 Diameter and thickness specifications for flange and thrust washers are shown in Table X1.5.

X1.7 Lubricating Oil-Impregnant

X1.7.1 It was found that the high-grade turbine oil containing rust and oxidation inhibitors and antifoam additives is the

TABLE X1.3 Recommended Press Fits

Outside Diameter of Bearing, in. [mm]		Press Fit	
Over	Through	min, in. [mm]	max, in. [mm]
0.000 [0.000]	0.760 [20]	0.001 [0.025]	0.003 [0.08]
0.760 [20]	1.510 [40]	0.0015 [0.04]	0.004 [0.10]
1.510 [40]	2.510 [63]	0.002 [0.05]	0.005 [0.13]
2.510 [63]	3.010 [75]	0.002 [0.05]	0.006 [0.15]
3.010 [75]	...	0.002 [0.05]	0.007 [0.18]

TABLE X1.4 Running Clearances

Shaft Size, in. [mm]		Clearance, min, in. [mm]
Over	Through	
0.000 [0.000]	0.250 [6]	0.0003 [0.008]
0.250 [6]	0.760 [20]	0.0005 [0.013]
0.760 [20]	1.510 [40]	0.0010 [0.025]
1.510 [40]	2.510 [60]	0.0015 [0.040]
2.510 [60]	... [..]	0.0020 [0.050]

TABLE X1.5 Flange and Thrust Bearings Diameter and Thickness Tolerances^A

Flange Bearings, Flange Diameter Tolerances			
Diameter Range, in. [mm]		Standard (Tolerance), in. [mm]	Special (Tolerance), in. [mm]
Over	Through		
0 [0]	1½ [40]	-0.005 [+0.13]	+0.0025 [-0.06]
1½ [40]	3 [75]	-0.010 [+0.25]	+0.005 [-0.13]
3 [75]	6 [150]	-0.025 [+0.63]	+0.010 [-0.25]
Flange Bearings, Flange Thickness Tolerances			
Diameter Range, in. [mm]		Standard (Tolerance), in. [mm]	Special (Tolerance), in. [mm]
Over	Through		
0 [0]	1½ [40]	-0.005 [+0.13]	+0.0025 [-0.06]
1½ [40]	3 [75]	-0.010 [+0.25]	+0.007 [-0.20]
3 [75]	6 [150]	-0.015 [+0.40]	+0.010 [-0.25]
Flange Bearings, Radius, r, Tolerance			
Outside Diameter, D, in. [mm]		Radius, r, max, in. [mm]	
Over	Through		
0 [0]	0.475 [12]	0.012 [0.3]	
0.475 [12]	1.200 [30]	0.024 [0.6]	
1.20 [30]	... [..]	0.031 [0.8]	
Thrust Bearings (¼-in. [6.35-mm] Thickness, max), Thickness Tolerances for All Diameters ^B			
Standard (Tolerance), in. [mm]		Special (Tolerance), in. [mm]	
+0.005 [-0.13]		+0.0025 [-0.06]	
Parallelism of Faces, max			
Diameter Range, in. [mm]		Standard (Tolerance), in. [mm]	Special (Tolerance), in. [mm]
Over	Through		
0 [0]	1½ [40]	0.003 [0.08]	0.002 [0.05]
1½ [40]	3 [75]	0.004 [0.10]	0.003 [0.08]
3 [75]	6 [150]	0.005 [0.13]	0.004 [0.10]

^AStandard and special tolerances are specified for diameters, thickness, and parallelism. Special tolerances should not be specified unless required since they require additional or secondary operations and, therefore, are costlier.

^BOutside diameter tolerances are the same as for flange bearings.

most desirable type of oil to be used. The viscosity should be specified by the user in accordance with the application.

 **B 438/B 438M**

The American Society for Testing and Materials takes no position respecting the validity of any patent rights asserted in connection with any item mentioned in this standard. Users of this standard are expressly advised that determination of the validity of any such patent rights, and the risk of infringement of such rights, are entirely their own responsibility.

This standard is subject to revision at any time by the responsible technical committee and must be reviewed every five years and if not revised, either reapproved or withdrawn. Your comments are invited either for revision of this standard or for additional standards and should be addressed to ASTM Headquarters. Your comments will receive careful consideration at a meeting of the responsible technical committee, which you may attend. If you feel that your comments have not received a fair hearing you should make your views known to the ASTM Committee on Standards, at the address shown below.

This standard is copyrighted by ASTM, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959, United States. Individual reprints (single or multiple copies) of this standard may be obtained by contacting ASTM at the above address or at 610-832-9585 (phone), 610-832-9555 (fax), or service@astm.org (e-mail); or through the ASTM website (www.astm.org).

ANEXO 12: VARIACIÓN DEL ÁNGULO SEGÚN EL TIEMPO DE MARCHA

Los valores de los ángulos de cada articulación en cada *frame* de marcha se presentan en la tabla siguiente:

Tabla A12.1. Ángulos por cada *frame* de marcha

	FRAME	T(s)	T'(s)	S2			S3			S4		
				θ_{xy}	θ_{xz}	θ_{yz}	θ_{xy}	θ_{xz}	θ_{yz}	θ_{xy}	θ_{xz}	θ_{yz}
ESTANCIA	28	0.00	0.00	19.0	56.6	-12.8	-17.1	-9.3	-62.1	-22.8	-7.9	-71.7
	30	0.03	0.07	18.0	55.6	12.5	-15.6	-8.8	60.9	-10.7	-10.0	46.9
	32	0.06	0.14	18.1	35.4	24.7	-9.6	-10.7	41.9	-8.4	-12.5	-33.9
	34	0.09	0.22	23.6	19.7	-50.7	-8.3	-10.0	39.8	-8.1	-10.4	-37.7
	36	0.11	0.29	28.1	16.6	60.9	-5.6	-40.3	6.5	-36.9	-5.6	82.6
	38	0.14	0.36	14.2	39.4	17.1	-4.7	-23.9	-10.4	-11.8	-5.0	-67.4
	40	0.17	0.43	30.2	13.6	-67.4	-3.8	-10.3	-20.1	-9.1	-3.9	67.1
	42	0.20	0.50	18.8	14.3	-53.1	-3.0	-4.7	-32.9	-8.0	-2.7	-71.6
	44	0.23	0.57	11.4	23.8	-24.6	-1.6	-3.3	-25.2	-1.4	-7.1	-11.4
	46	0.26	0.64	12.4	13.4	-42.5	-0.3	-0.5	-29.4	-0.3	-0.5	28.3
	48	0.29	0.72	13.6	9.5	-55.1	1.3	1.8	-35.4	1.1	7.8	7.8
	50	0.32	0.79	22.3	6.7	73.9	13.4	2.5	-79.7	8.8	2.5	-74.1
	52	0.34	0.86	7.1	7.3	44.1	8.6	4.3	-63.9	7.0	4.6	56.9
	54	0.37	0.93	3.8	20.9	9.8	5.5	16.8	-17.7	5.4	26.2	-10.8
	56	0.40	1.00	3.6	3.7	44.7	9.3	8.9	-46.4	37.5	6.6	-81.5
	58	0.43	1.07	52.4	1.2	89.1	8.7	18.0	-25.2	15.2	9.4	58.8
	60	0.46	1.15	0.3	0.3	-49.0	9.2	50.8	7.5	12.3	14.0	41.2
	62	0.49	1.22	-0.7	-1.5	23.9	11.4	20.6	-28.3	31.2	10.9	-72.4
64	0.52	1.29	-6.3	-1.2	79.1	15.5	15.0	46.1	11.6	40.6	-13.5	
66	0.54	1.36	-2.6	-2.0	-52.6	41.2	11.8	-76.6	22.1	13.9	58.6	
68	0.57	1.43	-3.0	-2.3	52.6	12.1	49.6	10.3	49.9	12.7	79.3	
BALANCEO	70	0.60	1.50	-2.2	-4.1	27.8	15.7	17.7	-41.4	42.6	12.9	76.0
	72	0.63	1.57	-3.2	-0.8	-75.4	11.2	31.6	-17.9	23.7	12.6	63.0
	74	0.66	1.65	7.2	0.4	86.9	11.2	16.6	-33.6	16.3	12.1	53.9
	76	0.69	1.72	3.2	2.0	58.6	23.2	8.3	-71.2	44.0	8.3	-81.4
	78	0.72	1.79	6.5	3.7	-60.7	11.7	7.5	57.4	51.3	6.7	84.6
	80	0.74	1.86	6.6	7.2	42.6	9.9	5.3	-61.8	31.7	5.1	81.7
	82	0.77	1.93	6.8	28.0	12.6	13.7	3.0	-78.0	4.4	4.7	42.9
	84	0.80	2.00	12.4	11.7	46.8	1.3	1.2	-45.3	1.3	2.7	25.7
	86	0.83	2.07	11.3	24.7	23.5	-5.8	-1.5	75.7	-2.0	-2.0	-44.5
	88	0.86	2.15	12.7	55.5	8.8	-10.1	-3.6	-70.5	-3.3	-39.7	-4.0
	90	0.89	2.22	22.0	19.3	-49.0	-5.7	-10.1	29.3	-13.9	-4.8	-71.4
	92	0.92	2.29	49.5	17.2	75.2	-16.3	-6.9	67.5	-9.6	-7.1	-53.6
	94	0.94	2.36	19.7	37.0	25.4	-13.7	-8.8	57.7	-7.7	-13.3	-29.7
96	0.97	2.43	19.2	51.0	15.7	-13.0	-10.1	-52.5	-21.1	-7.7	70.7	
97	0.99	2.47	29.9	22.7	54.0	-8.7	-23.7	-19.2	-9.9	-11.2	41.2	

El tiempo de marcha del rehabilitador diseñado se ve afectado por el factor C_0 , calculado en 2.8.3 del documento principal de la tesis.

$$T' = T/C_0 \tag{A12.1}$$

Se procede a graficar la variación de dichos ángulos respecto a T' .

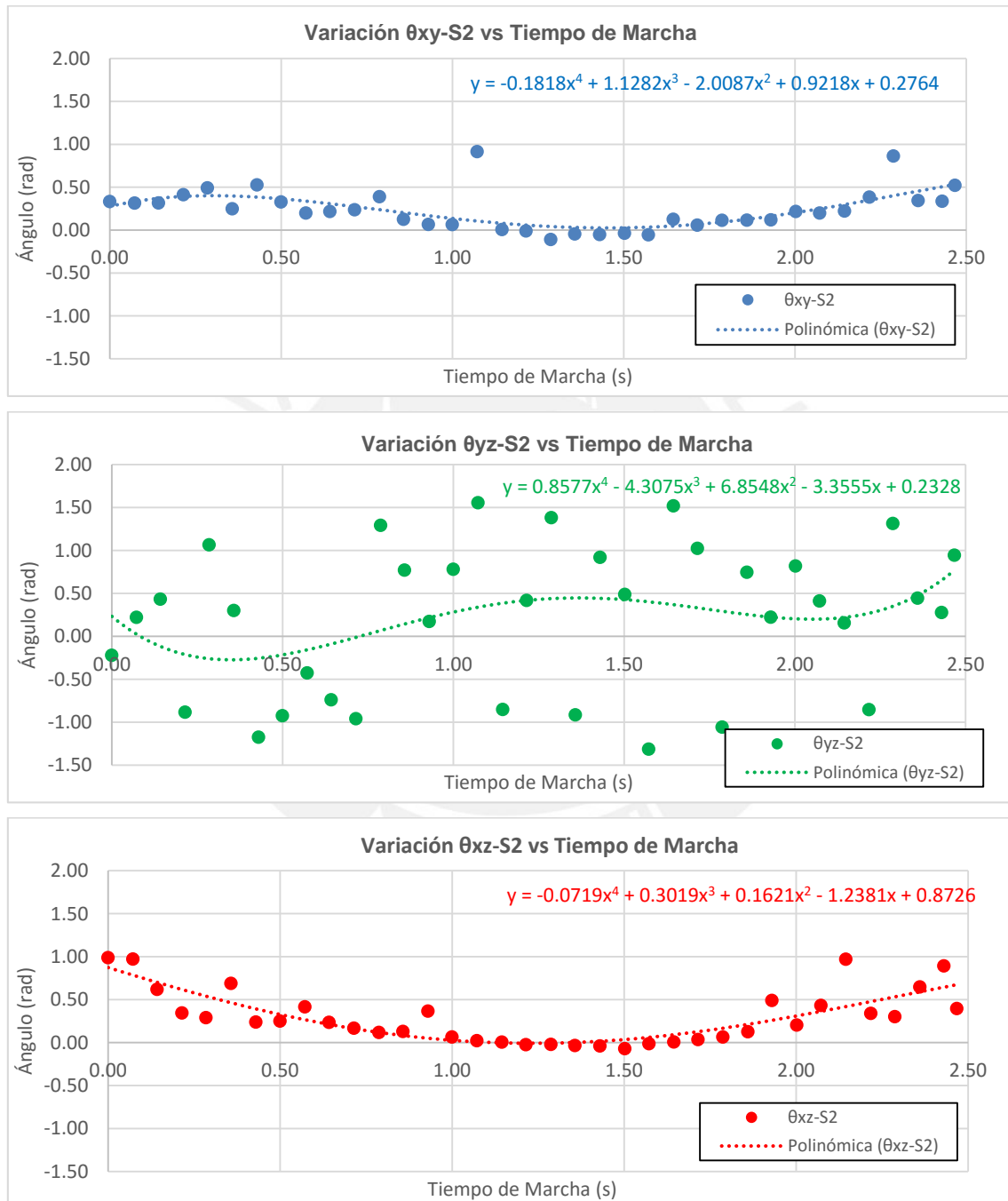


Figura A12.1 Variación de ángulos vs Tiempo de marcha – Articulación S2

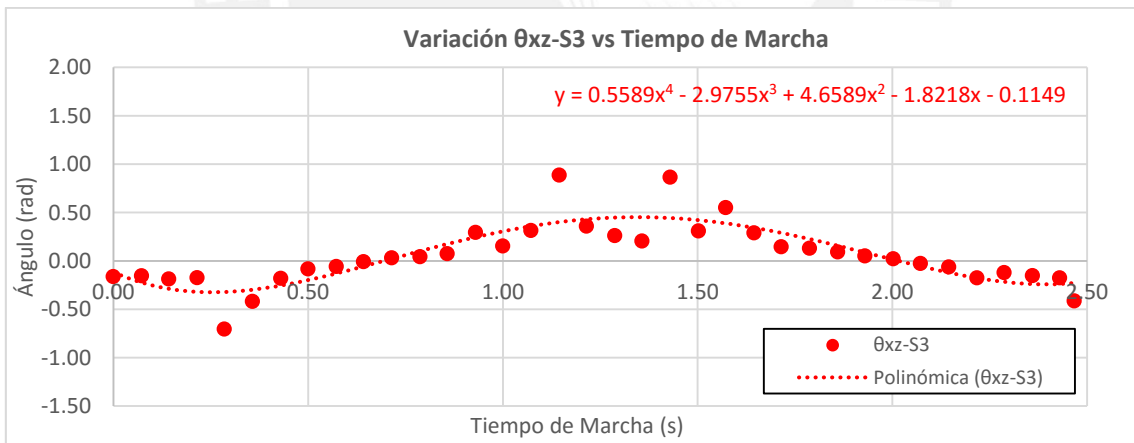
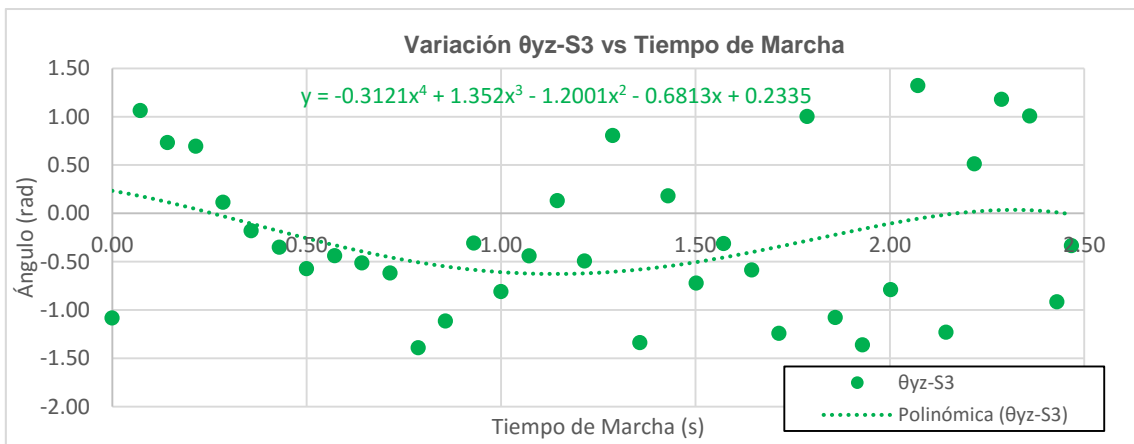
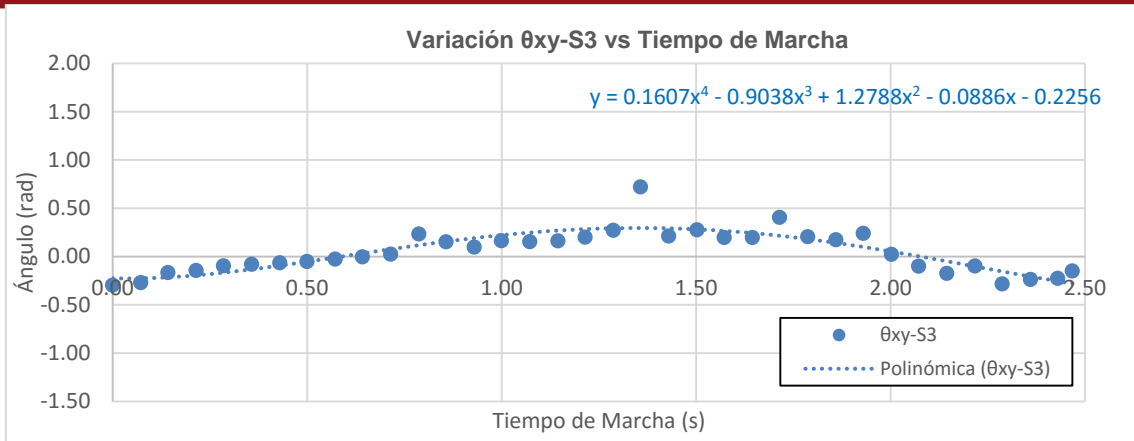


Figura A12.2. Variación de ángulos vs Tiempo de marcha – Articulación S3

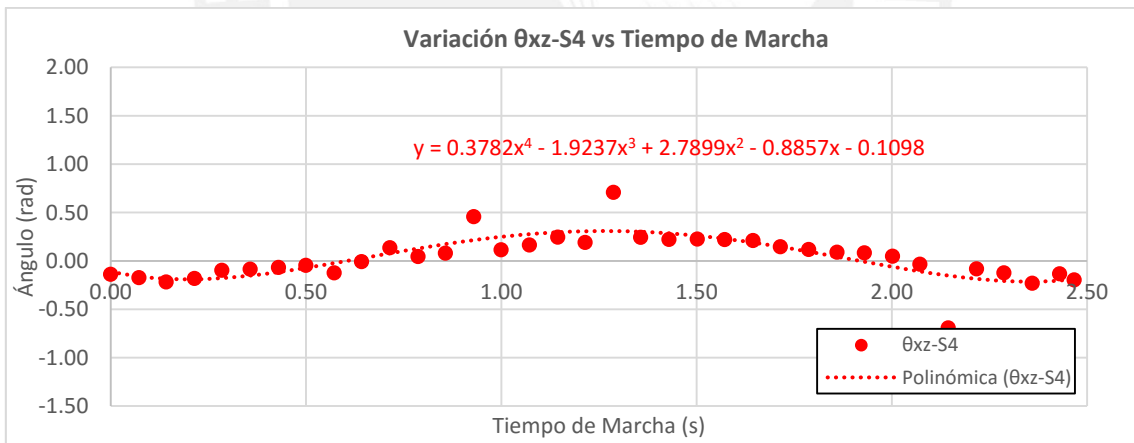
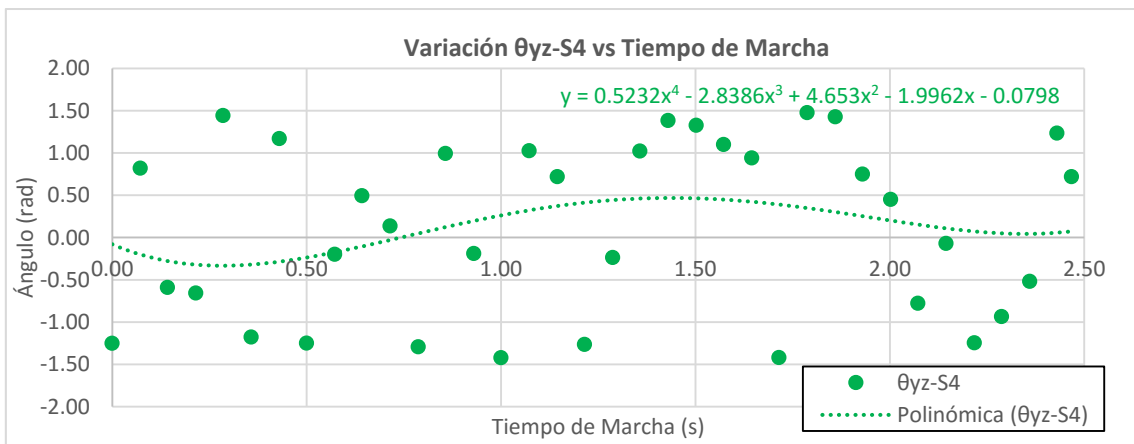
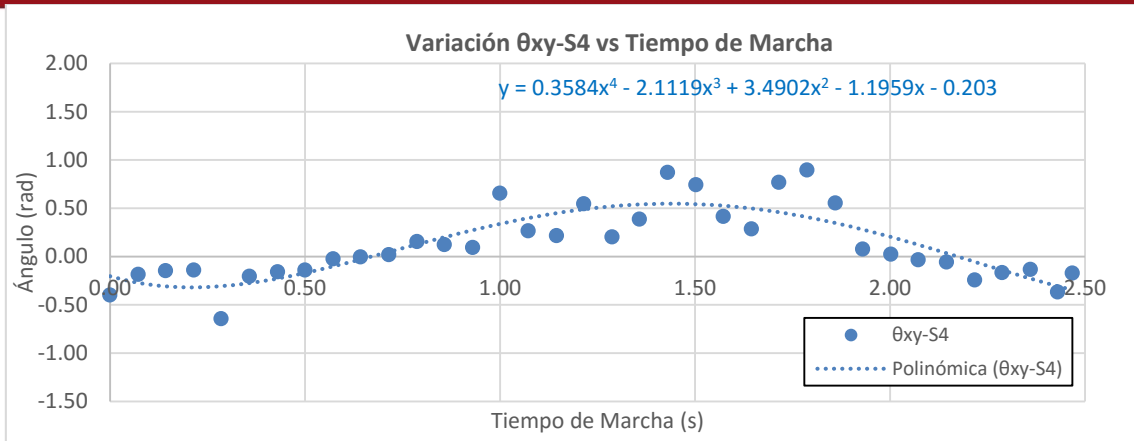


Figura A12.3. Variación de ángulos vs Tiempo de marcha – Articulación S4

Tabla A12.2. Velocidades angulares en articulaciones esféricas

	FRAME	S2			S3			S4			MÓDULO		
		ω_{xy}	ω_{xz}	ω_{yz}	ω_{xy}	ω_{xz}	ω_{yz}	ω_{xy}	ω_{xz}	ω_{yz}	ω_2	ω_3	ω_4
ESTANCIA	28	0.92	-1.24	-3.36	-0.09	-1.82	-0.68	-1.20	-0.89	-0.68	0.92	-1.24	-3.36
	30	0.65	-1.21	-2.43	0.08	-1.19	-0.83	-0.72	-0.51	-0.83	0.65	-1.21	-2.43
	32	0.42	-1.17	-1.65	0.22	-0.67	-0.94	-0.33	-0.20	-0.94	0.42	-1.17	-1.65
	34	0.21	-1.13	-0.97	0.34	-0.21	-1.02	0.03	0.06	-1.02	0.21	-1.13	-0.97
	36	0.03	-1.08	-0.42	0.43	0.16	-1.06	0.31	0.27	-1.06	0.03	-1.08	-0.42
	38	-0.12	-1.02	0.05	0.51	0.47	-1.08	0.56	0.44	-1.08	-0.12	-1.02	0.05
	40	-0.24	-0.95	0.42	0.56	0.71	-1.06	0.75	0.57	-1.06	-0.24	-0.95	0.42
	42	-0.33	-0.89	0.70	0.59	0.88	-1.02	0.89	0.65	-1.02	-0.33	-0.89	0.70
	44	-0.41	-0.81	0.90	0.61	1.01	-0.96	0.99	0.70	-0.96	-0.41	-0.81	0.90
	46	-0.46	-0.73	1.03	0.61	1.07	-0.88	1.05	0.72	-0.88	-0.46	-0.73	1.03
	48	-0.49	-0.65	1.09	0.59	1.09	-0.78	1.08	0.71	-0.78	-0.49	-0.65	1.09
	50	-0.50	-0.56	1.10	0.56	1.07	-0.67	1.07	0.67	-0.67	-0.50	-0.56	1.10
	52	-0.49	-0.48	1.06	0.52	1.01	-0.54	1.04	0.61	-0.54	-0.49	-0.48	1.06
	54	-0.47	-0.38	0.98	0.46	0.92	-0.41	0.97	0.53	-0.41	-0.47	-0.38	0.98
	56	-0.44	-0.30	0.86	0.40	0.81	-0.27	0.88	0.44	-0.27	-0.44	-0.30	0.86
	58	-0.39	-0.20	0.72	0.33	0.66	-0.13	0.77	0.33	-0.13	-0.39	-0.20	0.72
	60	-0.33	-0.11	0.55	0.25	0.50	0.01	0.64	0.21	0.01	-0.33	-0.11	0.55
	62	-0.27	-0.02	0.38	0.17	0.33	0.15	0.50	0.09	0.15	-0.27	-0.02	0.38
64	-0.19	0.07	0.20	0.08	0.15	0.29	0.35	-0.04	0.29	-0.19	0.07	0.20	
66	-0.11	0.15	0.02	-0.01	-0.03	0.41	0.19	-0.16	0.41	-0.11	0.15	0.02	
68	-0.03	0.24	-0.14	-0.10	-0.21	0.53	0.02	-0.28	0.53	-0.03	0.24	-0.14	
BALANCEO	70	0.06	0.32	-0.29	-0.19	-0.39	0.63	-0.15	-0.40	0.63	0.06	0.32	-0.29
	72	0.15	0.39	-0.41	-0.27	-0.55	0.72	-0.31	-0.50	0.72	0.15	0.39	-0.41
	74	0.23	0.47	-0.50	-0.36	-0.70	0.79	-0.48	-0.59	0.79	0.23	0.47	-0.50
	76	0.32	0.53	-0.55	-0.43	-0.82	0.83	-0.63	-0.66	0.83	0.32	0.53	-0.55
	78	0.40	0.59	-0.54	-0.51	-0.92	0.86	-0.77	-0.71	0.86	0.40	0.59	-0.54
	80	0.48	0.65	-0.49	-0.58	-0.99	0.85	-0.91	-0.74	0.85	0.48	0.65	-0.49
	82	0.55	0.69	-0.37	-0.63	-1.02	0.82	-1.02	-0.74	0.82	0.55	0.69	-0.37
	84	0.61	0.73	-0.17	-0.68	-1.01	0.75	-1.11	-0.71	0.75	0.61	0.73	-0.17
	86	0.66	0.76	0.09	-0.71	-0.95	0.65	-1.18	-0.64	0.65	0.66	0.76	0.09
	88	0.70	0.79	0.45	-0.73	-0.84	0.51	-1.23	-0.54	0.51	0.70	0.79	0.45
90	0.73	0.80	0.91	-0.74	-0.68	0.33	-1.24	-0.39	0.33	0.73	0.80	0.91	
92	0.74	0.80	1.45	-0.73	-0.46	0.11	-1.22	-0.21	0.11	0.74	0.80	1.45	
94	0.73	0.79	2.12	-0.70	-0.16	-0.16	-1.17	0.02	-0.16	0.73	0.79	2.12	
96	0.71	0.77	2.88	-0.66	0.19	-0.48	-1.07	0.30	-0.48	0.71	0.77	2.88	
97	0.69	0.76	3.34	-0.63	0.41	-0.66	-1.01	0.47	-0.66	0.69	0.76	3.34	

De la tabla anterior, se observa que las mayores velocidades angulares se desarrollan en la articulación S2. El mayor valor de estos es 4.16 rad/s que se utilizará para el cálculo de la articulación esférica en el tema de tesis (ver 3.2).

ANEXO 13: CÁLCULO UNIÓN ATORNILLADA ARTICULACIÓN ESFÉRICA

La unión atornillada presente en la articulación esférica es de las medidas siguientes:

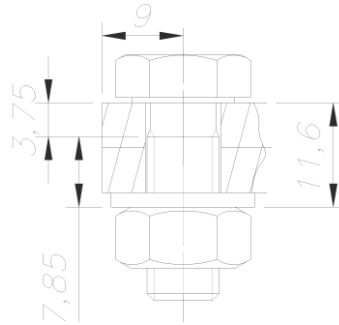


Figura A12.1. Medidas de la unión con perno M8 (nomenclatura según Paulsen)

$$d = 8 \quad | \quad d_1 = 13 \quad | \quad d_2 = 7.188 \quad | \quad d_3 = 6.466 \quad | \quad d_s = 6.827 \quad | \quad d_{ag} = 8.4$$

El primer paso es calcular las constantes de rigidez del perno y de las placas unidas. En el caso del perno, se determina con la siguiente expresión:

$$c_{pe} = \frac{1}{\frac{4}{\pi * E} \left(\frac{0.5d}{d^2} + \frac{3.75}{d^2} + \frac{7.85}{d_3^2} + \frac{0.5d}{d_3^2} + \frac{0.4d}{d^2} \right)} \quad (A13.1)$$

Al reemplazar valores en (A13.1), c_{pe} es igual a 362870 N/mm. Respecto a las placas, el cálculo de la constante de rigidez (c_{pl}) depende del caso en el que se encuentre; para lo cual, primero se hallan los siguientes parámetros [17].

$$D_{ext} = 9 * 2 = 18 \quad | \quad L_p = 11.6 \quad | \quad w = 1 \text{ (agujero pasante)}$$

$$D_{max} = d_1 + wL_p \tan \gamma_c \quad (A13.2)$$

$$\tan \gamma_c = 0.362 + 0.032 \ln \frac{L_p}{2d_1} + 0.153 \ln \frac{D_{ext}}{d_1} \quad (A13.3)$$

Al reemplazar valores en ambas expresiones: $D_{max} = 17.5$ mm y por ser este valor menor a $D_{ext} = 18$, se aplicará la expresión siguiente para el cálculo de c_{pl} :

$$c_{pl} = \frac{wE\pi d_{ag} \tan \gamma_c}{2 \ln \left(\frac{(d_1 + d_{ag})(d_1 + wL_p \tan \gamma_c - d_{ag})}{(d_1 - d_{ag})(d_1 + wL_p \tan \gamma_c + d_{ag})} \right)} \quad (A13.4)$$

Si se sustituyen valores en (A13.4):

$$c_{pl} = 2183745.1 \text{ N/mm}$$

Por teoría, la fuerza externa aplicada en la unión atornillada se distribuye tanto para el perno como para las placas. El valor de cada una depende del factor de carga [17].

$$\Phi = \frac{c_{pe}}{c_{pe} + c_{pl}} \tag{A13.5}$$

Se reemplazan valores:

$$\Phi = 0.14$$

Por otro lado, las superficies de unión del perno presentan rugosidades que originan una fuerza de asentamiento que disminuye la fuerza de apriete [17]. Los valores del asentamiento se estiman según la tabla siguiente:

Tabla A13.1. Valores del asentamiento [17]

Altura promedio de la rugosidad R_z (μm)	Carga	Valores para el asentamiento δ_{as} . Por par de superficies. (μm)		
		En los hilos	Cabeza o tuerca	Entre placas
$R_z < 10$	Normal	3,0	2,5	1,5
	Transversal (corte)	3,0	3,0	2,0
$10 \leq R_z < 40$	Normal	3,0	3,0	2,0
	Transversal (corte)	3,0	4,5	2,5
$40 \leq R_z < 160$	Normal	3,0	2,0	3,0
	Transversal (corte)	3,0	2,5	3,5

R_z : promedio de la profundidad de la rugosidad. Promedio aritmético de cinco profundidades significativas consecutivas en la longitud de medición.

Según figura A13.1, estas son las zonas a evaluar el asentamiento (caso $10 \leq R_z \leq 40$) para carga normal:

$$\delta_{as/cab} = 3.0 \quad | \quad \delta_{as/pla} = 2.0 \quad | \quad \delta_{as/pla_ara} = 2.0 \quad | \quad \delta_{as/tue} = 3.0$$

El asentamiento de la unión atornillada se calcula al sumar los valores de asentamiento parcial:

$$\delta_{as} = 3.0 + 2.0 + 2.0 + 3.0 = 10.0 \mu m$$

La fuerza de asentamiento se halla al multiplicar Φ con el valor de asentamiento:

$$F_{as} = \left(\frac{c_{pl}c_{pe}}{c_{pl} + c_{pe}} \right) \delta_{as} \tag{A13.6}$$

Al reemplazar valores:

$$F_{as} = 3112 N.$$

En otra parte, se deberá aplicar una fuerza de ajuste mayor debido a las incertidumbres presentes para que la unión atornillada tenga un valor mínimo de ajuste; lo cual da origen

una fuerza de montaje máxima y mínima relacionados con el factor de ajuste [17]. Para este caso dicho factor será igual a 1.5¹.

$$\alpha_A = \frac{F_{Mmax}}{F_{Mmin}} \tag{A13.7}$$

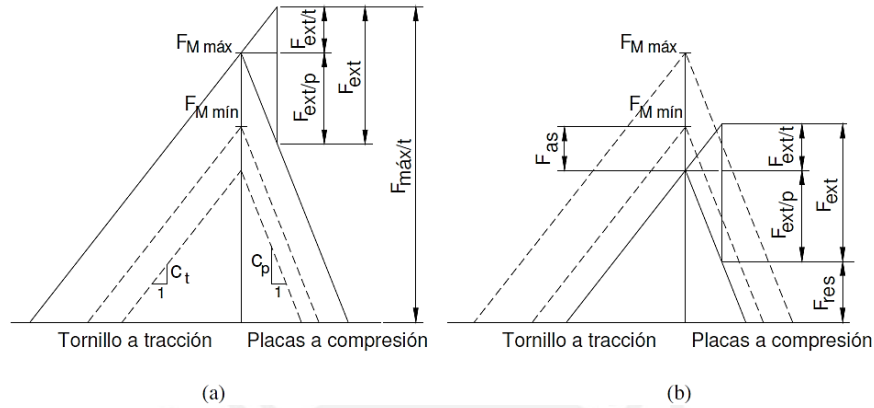


Figura A13.2. Fuerzas en una unión atornillada²: a) Durante el montaje, b) Bajo carga externa. Extraídas de Paulsen [17]

Según lo expuesto por Budynas [5], el torque de ajuste se calcula de la siguiente manera:

$$M_{TM} = KF_{Mmax}d \tag{A13.8}$$

El factor K depende del proceso de fabricación del perno. Debido a que no se conoce el dicho proceso, se considerará $K = 0.2$ ³. Asimismo, el valor de F_{Mmax} se selecciona de los dos siguientes valores: la fuerza máxima admisible que soporta el perno ($F_{p/pe}$) y la fuerza máxima que se puede aplicar sin causar aplastamiento entre las placas a unir ($F_{p/pl}$). El factor 0.75⁴ es un factor recomendado por Budynas. Se selecciona perno de grado 12.9 y placas de material acero A36.

$$F_{p/pe} = 0.75 \frac{\pi d_s^2 S_P}{4} \tag{A13.9}$$

$$F_{p/pl} = 0.75 \frac{\pi (d_1^2 - d_{ag}^2) \sigma_{F-Placa}}{4} \tag{A13.10}$$

Al reemplazar valores en las expresiones anteriores:

$$F_{p/pe} = 0.75 \frac{\pi * 6.827^2 * 1100}{4} = 30199 \text{ N}$$

$$F_{p/pl} = 0.75 \frac{\pi (13^2 - 8.4^2) 250}{4} = 14497 \text{ N}$$

¹ Valor extraído del anexo 2. *Elementos de Máquinas: Uniones atornilladas*. 2009. Lima.

² Gráfico extraído del anexo 2. *Elementos de Máquinas: Uniones atornilladas*. 2009. Lima.

³ *Shigley's Mechanical Engineering Design*. Página 438, Bibliografía 20.

⁴ *Shigley's Mechanical Engineering Design*. Página 442. Ecuación 8-31. Bibliografía 20

Para evitar que ambos componentes fallen, se escoge el menor valor de ambos. Por ello, $F_{Mmax} = 14497 N$ y al sustituir valores en (A13.8), $M_{TM} = 29690 Nmm$. En base a la bibliografía, se escriben las siguientes expresiones:

$$F_{ext/pe} = (1 - \Phi) * F_{ext} \quad (A13.11)$$

$$F_{ext/pl} = \Phi * F_{ext} \quad (A13.12)$$

$$F_{max/pe} = F_{Mmax} + F_{ext/pe} \quad (A13.13)$$

$$F_{res} = F_{Mmin} - F_{as} - F_{ext/pl} \quad (A13.14)$$

Se reemplaza en (A13.7): $F_{Mmin} = 9664 N$.

Verificación del perno durante el montaje

En esta etapa, se produce un esfuerzo de tracción en el perno y cortante por torsión:

$$\sigma_M = \frac{4F_{Mmin}}{\pi d_s^2} \quad (A13.15)$$

$$\tau_M = \frac{16M_{TM}}{\pi d_s^3} \quad (A13.16)$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3\tau_M^2} < 0.9S_p \quad (A13.17)$$

Al sustituir valores: $\sigma_M = 396 MPa$ y $\tau_M = 475 MPa$. Reemplazando en (A13.17):

$$913 MPa < 990 MPa$$

Es decir, el perno M8 de grado 12.9 no falla durante el ajuste.

Verificación del perno durante la aplicación de la carga estática

De la figura 2.32, la fuerza a soportar por los pernos de las articulaciones esféricas varía según el frame de la marcha. El valor alternante, medio e inferior de las fuerzas se muestran a continuación:

$$F_{ext_a} = 604.6 N \quad | \quad F_{ext_m} = -117.9 N \quad | \quad F_{ext_i} = -722.5 N$$

En el cálculo de resistencia por carga estática, se trabajará con el mayor valor ($F_{ext_i} = -755.2 N$). Como se observa en la figura 3.8, la unión de la articulación es mediante dos pernos; por ello, la carga externa en cada perno es la mitad.

$$F_{ext/p_a} = 302.3 N \quad | \quad F_{ext/p_m} = -58.9 N \quad | \quad F_{ext/p_s} = -361.3 N$$

Al reemplazar valores en las ecuaciones anteriores:

$$F_{ext/pl} = 260 \text{ N}, F_{ext/pe} = 42.3 \text{ N}, F_{max/pe} = 14539 \text{ N} \text{ y } F_{res} = 6292 \text{ N}.$$

En vista de que la fuerza residual en la unión es mayor a cero, ésta no se separará.

Debido a que se está considerando la fuerza en la barra de orientación axial, la fuerza externa sólo actúa en esta dirección. Por lo que durante la aplicación de esta carga se genera un esfuerzo de tracción y un esfuerzo cortante, que son determinadas con las ecuaciones siguientes:

$$\sigma_{max/pe} = \frac{4F_{max/pe}}{\pi d_s^2} \quad (\text{A13.18})$$

$$\tau_{trab/pe} = k\tau_M = 0.5\tau_M \quad (\text{A13.19})$$

$$\sigma_{eq-tra} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3(k\tau_M)^2} \leq S_p \quad (\text{A13.20})$$

De Paulsen, $k = 0.5^5$. Se sustituyen valores en las expresiones anteriores:

$$\sigma_{eq-tra} = 573.7 \text{ MPa} \leq 1100 \text{ MPa}$$

Por lo anterior, el perno no falla durante la aplicación de la carga estática.

Verificación del perno por fatiga

La carga alternante por perno se calculó líneas arriba:

$$F_{ext/p_a} = 302.3 \text{ N}$$

El esfuerzo alternante se calcula con la ecuación siguiente:

$$\sigma_{alt/pe} = \frac{4\Phi F_{ext/p_a}}{\pi d_s^2} \quad (\text{A13.21})$$

Con el objetivo de determinar el valor límite a la fatiga para el perno (σ_A), se debe cumplir lo siguiente:

$$0.3 \leq \frac{F_{tm}}{F_{0.2min}} < 1 \quad (\text{A13.22})$$

Los valores anteriores se calculan con las expresiones siguientes [17]:

⁵ Valor extraído de página 13. *Elementos de Máquinas: Uniones atornilladas*. 2009. Lima.

$$F_{0.2min} = S_p \frac{\pi d_s^2}{4} \quad (A13.23)$$

$$F_{Madm} = 0.9 S_p \frac{\pi d_s^2}{4} \quad (A13.24)$$

Sustituyendo valores $F_{0.2min} = 40266.4 \text{ N}$, $F_{Madm} = 36239.7 \text{ N}$ y en (A13.22):

$$\frac{F_{tm}}{F_{0.2min}} = 0.915$$

El valor anterior está dentro del rango; por lo que se procede a calcular de σ_A . En vista de que no conocen el proceso de fabricación del perno, se utilizará la siguiente expresión:

$$\sigma_A = 0.85 \left(\frac{150}{d} + 45 \right) \quad (A13.25)$$

Se reemplazan valores:

$$\sigma_A = 54.2 \text{ MPa}$$

Según norma VDI 2230, en el caso de cálculo por fatiga debe cumplirse lo siguiente:

$$FS = \frac{\sigma_A}{\sigma_{alt/pe}} \geq 1.2 \quad (A13.26)$$

Reemplazando valores:

$$FS = \frac{\sigma_A}{\sigma_{alt/pe}} = 46 \geq 1.2 \quad OK!$$

En conclusión, el perno seleccionado resiste satisfactoriamente las condiciones de trabajo en la simulación de la marcha.

ANEXO 14: CÁLCULO TORQUE DE AJUSTE DE CONTRATUERCA

La unión entre la barra y la articulación esférica se realiza mediante un ajuste de contratuerca (figura 14.1) para de esta manera asegurar que estos dos elementos no se separen durante la simulación de la marcha.

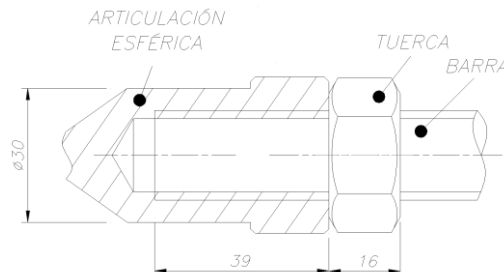


Figura A13.1. Detalle de ensamble entre articulación y barra

Sin embargo, con el fin de aplicar la teoría de tornillos ya explicada en el anexo anterior, se desarrollará una unión equivalente al ensamble mostrado en la figura A14.1. En la figura A14.2 se muestra la unión a estudiar, donde se considera a la articulación y tuerca como dos planchas de acero unidas entre sí por un perno de aluminio en lugar de la barra. Las medidas entre ambas figuras se mantienen.

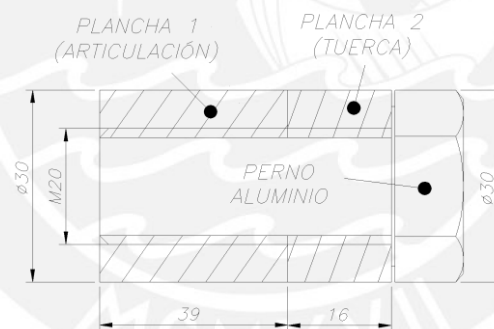


Figura A14.2. Unión equivalente entre articulación y barra

Para un perno M24 de rosca corriente según DIN 933, las medidas son las siguientes:

$$d = 20 \quad | \quad d_1 = 30 \quad | \quad d_2 = 18.38 \quad | \quad d_3 = 16.93 \quad | \quad d_s = 17.66 \quad | \quad d_{ag} = 20$$

Se prosigue con el cálculo de las constantes de rigidez de las placas y del tornillo. Al reemplazar en (A13.1) según las medidas mostradas en la figura anterior:

$$c_{pe} = \frac{1}{\frac{4}{\pi * 7 * 10^4} \left(\frac{0.5d}{d^2} + \frac{0.5d}{d_3^2} + \frac{0.33d}{d^2} \right)} = 719827.6 \text{ N/mm}$$

Los parámetros a utilizar en el cálculo de las constantes de rigidez de las placas son los siguientes [17]:

$$D_{ext} = 34.6$$

$$L_p = 55$$

$$w = 3 \text{ (agujero roscado)}$$

Al reemplazar valores en (A13.2) y (A13.3) se obtiene $D_{max} = 89.27$ mm. Debido a que $d_1 \geq D_{ext}$, la unión se encuentra en el caso 1⁶ para el cual la constante de rigidez se halla con la siguiente expresión:

$$c_{pl} = \frac{E\pi(D_{ext}^2 - d_{ag}^2)}{4L_p} \quad (A14.1)$$

Sustituyendo valores y teniendo en cuenta que las placas propuestas son de acero:

$$c_{pl} = \frac{70000\pi(30^2 - 20^2)}{4 * 55} = 1499396.5N/mm$$

Reemplazando en (A13.5)

$$\Phi = 0.324$$

Según tabla A13.1, estas son las zonas a evaluar el asentamiento (caso $10 \leq R_z \leq 40$) para carga normal:

$$\delta_{as/hilos} = 3.0 \quad | \quad \delta_{as/pla} = 2.0 \quad | \quad \delta_{as/tue} = 3.0$$

El asentamiento de la unión atornillada se calcula al sumar los valores de asentamiento parcial:

$$\delta_{as} = 3.0 + 2.0 + 3.0 = 8.0 \mu m$$

Al reemplazar valores en (A13.6):

$$F_{as} = 3404 N.$$

En el anexo anterior, la fuerza residual fue hallada con (A13.14) teniendo en cuenta una fuerza máxima de ajuste calculada con (A13.9). No obstante, el resultado de esta última expresión es de gran magnitud, lo cual puede ocasionar falla en la rosca de la barra de aluminio. Por tal motivo, se reescribirá la ecuación (A13.14) con el objetivo de estimar la fuerza mínima de ajuste para el presente caso y con esta, determinar la fuerza máxima.

$$F_{Mmin} - F_{as} - F_{ext/pl} = F_{res} \quad (A14.2)$$

⁶ Caso expuesto en página 8. *Elementos de Máquinas: Uniones atornilladas*. 2009. Lima.

En vista de que la fuerza residual nunca debe ser menor o igual a cero:

$$F_{Mmin} \geq F_{as} + F_{ext/pl} \quad (A14.3)$$

Se ha calculado la variación de la fuerza axial en la barra:

$$F_{6_a} = 604.6 \text{ N} \quad | \quad F_{6_m} = -117.9 \text{ N} \quad | \quad F_{6_i} = -722.5 \text{ N}$$

Reemplazando en la ecuación anterior:

$$F_{Mmin} \geq 3404 + 722.5 * (1 - 0.324) = 3892.6 \text{ N}$$

Por lo anterior, el valor mínimo de la fuerza para obtener una fuerza residual nula entre las placas es 3892.6 N. En este caso, se trabajará con un $F_{Mmin} = 12500 \text{ N}$ y según (A13.7), $F_{Mmax} = 18750 \text{ N}$. Reemplazando valores en (A13.11), (A13.12), (A13.13) y (A13.14)

$$F_{ext/pl} = 488.15 \text{ N}, F_{ext/pe} = 234.35 \text{ N}, F_{max/pe} = 18995 \text{ N} \text{ y } F_{res} = 8585 \text{ N}.$$

En vista de que la fuerza residual en la unión es mayor a cero, ésta no se separará.

Verificación del perno durante el montaje

Reemplazando en (A13.15), (A13.16) y (A13.7): $\sigma_M = 76.6 \text{ MPa}$, $\tau_M = 91.9 \text{ MPa}$ y en (A13.17):

$$176.7 \text{ MPa} < 221.4 \text{ MPa}$$

Es decir, la barra de rosca M20 de aluminio no falla durante el montaje.

Verificación del perno durante la aplicación de la carga externa (estática)

Al sustituir valores en (A13.18), (A13.19) y (A13.20):

$$\sigma_{eq-tra} = 111.13 \text{ MPa} \leq 246 \text{ MPa}$$

Por lo anterior, el perno no falla durante la aplicación de la carga estática.

Verificación del perno por fatiga

Reemplazando valores en (A13.23) y (A13.24): $F_{0.2min} = 60219 \text{ N}$, $F_{Madm} = 54197 \text{ N}$ y en (A13.22):

$$\frac{F_{tm}}{F_{0.2min}} = 0.91$$

Es decir, es posible utilizar las relaciones expuestas en la norma VDI 2230.
Reemplazando valores en (A13.25):

$$\sigma_A = 0.85 \left(\frac{150}{24} + 45 \right) = 44.6$$

En (A13.26):

$$FS = \frac{44.6}{\left(\frac{604.6 * 0.324}{\pi * \frac{17.166^2}{4}} \right)} = 55 \geq 1.2$$

Es decir, se verifica la resistencia de la barra ante la carga oscilante. Finalmente, el torque de ajuste se determina con (A12.8):

$$M_{TM} = KF_{Mmax}d_s = 0.3 * 18750 * 17.655 = 99.3 Nm$$

ANEXO 16: PROGRAMAS *esfuerzo_34*, *esfuerzo_12* y *esfuerzo_56*

```

esfuerzo_12(dfza, e) :=
  m ← rows(dfza)
  c ←  $\frac{\pi}{3}$ 
  AP ← 200 · e
  AT ← 25.42
  zP ← 0
  zT ← -0.5 · e - 12.7
  zS ←  $\frac{A_P \cdot z_P + A_T \cdot z_T}{A_P + A_T}$ 
  ITy ←  $\frac{25.4^4}{12}$ 
  ITz ←  $\frac{25.4^4}{12}$ 
  IFy ←  $\frac{200 \cdot e^3}{12}$ 
  IFz ←  $e \cdot \frac{200^3}{12}$ 
  IIGy ← ITy + AT · (12.7 + 0.5 · e - |zS|)2
  IIGz ← ITz + AT · zS2
  Iyy ← IIGy + IFy
  Izz ← IIGz + IFz
  f0,0 ← "Fy"
  f0,1 ← "σf_xA"
  f0,2 ← "σf_xB"
  f0,3 ← "σf_xC"
  f0,4 ← "σf_xD"
  f0,5 ← "σf_xE"
  f0,6 ← "σf_xF"
  f0,7 ← "σf_xA"
  f0,8 ← "σf_xB"
  f0,9 ← "σf_xC"
  f0,10 ← "σf_xD"
  f0,11 ← "σn12"
  f0,12 ← "τRA"
  f0,13 ← "τRB"
  f0,14 ← "τRC"
  f0,15 ← "τRD"
  f0,16 ← "τRE"
  f0,17 ← "τRF"
  f0,18 ← "τRA"
  f0,19 ← "τRB"
  f0,20 ← "τRC"
  f0,21 ← "τRD"
  f0,22 ← "ang"
  f0,23 ← "δmaxZ"
  f0,24 ← "δmaxY"
  for i ∈ 1 .. (m - 1)
    R1 ←  $\begin{bmatrix} \cos(c) & -\sin(c) \\ \sin(c) & \cos(c) \end{bmatrix}$ 
    R2 ←  $\begin{bmatrix} \cos(-c) & -\sin(-c) \\ \sin(-c) & \cos(-c) \end{bmatrix}$ 
    F1 ← R1-1 ·  $\begin{bmatrix} dfza_{i,1} \\ dfza_{i,2} \end{bmatrix}$ 
    F2 ← R2-1 ·  $\begin{bmatrix} dfza_{i,4} \\ dfza_{i,5} \end{bmatrix}$ 
    F12Z ← dfzai,3 + dfzai,6
  
```

$$F_{12X} \leftarrow F_{1_{0,0}} + F_{2_{0,0}}$$

$$F_{12Y} \leftarrow F_{1_{1,0}} + F_{2_{1,0}}$$

$$M_{12Y} \leftarrow 207 \cdot F_{12Z}$$

$$M_{12Z_2} \leftarrow 207 \cdot F_{12Y}$$

$$T_{12X} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ dfza_{i,3} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ dfza_{i,6} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{12Z_1} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{1_{0,0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{1_{0,0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{12Z} \leftarrow M_{12Z_1} + M_{12Z_2}$$

“Cálculo de los momentos torsores”

$$T_T \leftarrow \frac{0.1406 \cdot 25.4^4}{0.333 \cdot 200 \cdot e^3 + 0.1406 \cdot 25.4^4} \cdot T_{12X_{0,0}}$$

$$T_P \leftarrow T_{12X_{0,0}} - T_T$$

“Cálculo de esfuerzos”

$$\sigma_{M12Y_ABC} \leftarrow \frac{M_{12Y} \cdot (0.5 \cdot e + |z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M12Y_DF} \leftarrow \frac{M_{12Y} \cdot (|z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M12Y_EA'} \leftarrow \frac{M_{12Y} \cdot (-0.5 \cdot e + |z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M12Y_B'D'} \leftarrow \frac{-M_{12Y} \cdot (-0.5 \cdot e + |z_S| + 25.4 \cdot 0.5)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M12Y_C'} \leftarrow \frac{-M_{12Y} \cdot (0.5 \cdot e - |z_S| + 25.4)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M12Z_AF} \leftarrow \frac{M_{12Z} \cdot 100}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M12Z_CD} \leftarrow \frac{M_{12Z} \cdot 100}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M12Z_D'} \leftarrow \frac{M_{12Z} \cdot 12.7}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M12Z_B'} \leftarrow \frac{-M_{12Z} \cdot 12.7}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{f_XA} \leftarrow \sigma_{M12Y_ABC} + \sigma_{M12Z_AF}$$

$$\sigma_{f_XB} \leftarrow \sigma_{M12Y_ABC}$$

$$\sigma_{f_XC} \leftarrow \sigma_{M12Y_ABC} + \sigma_{M12Z_CD}$$

$$\sigma_{f_XD} \leftarrow \sigma_{M12Y_DF} + \sigma_{M12Z_CD}$$

$$\sigma_{f_XE} \leftarrow \sigma_{M12Y_EA'}$$

$$\sigma_{f_XF} \leftarrow \sigma_{M12Y_DF} + \sigma_{M12Z_AF}$$

$$\sigma_{f_XA'} \leftarrow \sigma_{M12Y_EA'}$$

$$\sigma_{f_XB'} \leftarrow \sigma_{M12Y_B'D'} + \sigma_{M12Z_B'}$$

$$\sigma_{f_XC'} \leftarrow \sigma_{M12Y_C'}$$

$$\sigma_{f_XD'} \leftarrow \sigma_{M12Y_B'D'} + \sigma_{M12Z_D'}$$

$$\sigma_{n12} \leftarrow \frac{F_{12X}}{A_P + A_T}$$

“Se desprecia el efecto de los esfuerzos cortantes promedio”

$$\tau_{P_max} \leftarrow \frac{T_P}{0.333 \cdot 200 \cdot e^2}$$

$$\tau_P \leftarrow \tau_{P_max} \cdot \frac{e}{200}$$

$$\tau_{T_max} \leftarrow \frac{T_T}{0.208 \cdot 25.4^3}$$

$$\tau_{RA} \leftarrow 0$$

$$\tau_{RB} \leftarrow \tau_{P_max}$$

$$\tau_{RC} \leftarrow 0$$

$$\tau_{RD} \leftarrow \tau_P$$

$$\tau_{RE} \leftarrow \tau_{P_max}$$

$$\tau_{RF} \leftarrow \tau_P$$

$$\tau_{RA'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RB'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RC'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RD'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$f_{i,0} \leftarrow dfza_{i,0}$$

$$f_{i,1} \leftarrow \sigma_{f_XA}$$

$$\begin{aligned}
 f_{i,2} &\leftarrow \sigma_{f_XB} \\
 f_{i,3} &\leftarrow \sigma_{f_XC} \\
 f_{i,4} &\leftarrow \sigma_{f_XD} \\
 f_{i,5} &\leftarrow \sigma_{f_XE} \\
 f_{i,6} &\leftarrow \sigma_{f_XF} \\
 f_{i,7} &\leftarrow \sigma_{f_XA'} \\
 f_{i,8} &\leftarrow \sigma_{f_XB'} \\
 f_{i,9} &\leftarrow \sigma_{f_XC'} \\
 f_{i,10} &\leftarrow \sigma_{f_XD'} \\
 f_{i,11} &\leftarrow \sigma_{n12} \\
 f_{i,12} &\leftarrow \tau_{RA} \\
 f_{i,13} &\leftarrow \tau_{RB} \\
 f_{i,14} &\leftarrow \tau_{RC} \\
 f_{i,15} &\leftarrow \tau_{RD} \\
 f_{i,16} &\leftarrow \tau_{RE} \\
 f_{i,17} &\leftarrow \tau_{RF} \\
 f_{i,18} &\leftarrow \tau_{RA'} \\
 f_{i,19} &\leftarrow \tau_{RB'} \\
 f_{i,20} &\leftarrow \tau_{RC'} \\
 f_{i,21} &\leftarrow \tau_{RD'} \\
 f_{i,22} &\leftarrow \frac{T_T \cdot 207}{0.1406 \cdot 25.4^4 \cdot 26000} \cdot \frac{180}{\pi} \\
 f_{i,23} &\leftarrow \frac{F_{12Z} \cdot 207^3}{3 \cdot 70000 \cdot I_{yy}} \\
 f_{i,24} &\leftarrow \frac{F_{12Y} \cdot 207^3}{3 \cdot 70000 \cdot I_{zz}}
 \end{aligned}$$

f




```

esfuerzo_34(dfza, e) :=
m ← rows(dfza)
c ←  $\frac{\pi}{3}$ 
AP ← 200 · e
AT ← 25.42
zP ← 0
zT ← -0.5 · e - 12.7
zS ←  $\frac{A_P \cdot z_P + A_T \cdot z_T}{A_P + A_T}$ 
ITy ←  $\frac{25.4^4}{12}$ 
ITz ←  $\frac{25.4^4}{12}$ 
IPy ←  $\frac{200 \cdot e^3}{12}$ 
IPz ←  $e \cdot \frac{200^3}{12}$ 
ITGy ← ITy + AT · (12.7 + 0.5 · e - |zS|)2
IPGy ← IPy + AP · zS2
Iyy ← ITGy + IPGy
Izz ← IPz + ITz
J ← Iyy + Izz
f0,0 ← "Fr"
f0,1 ← "σf_xA"
f0,2 ← "σf_xB"
f0,3 ← "σf_xC"
f0,4 ← "σf_xD"
f0,5 ← "σf_xE"
f0,6 ← "σf_xF"
f0,7 ← "σf_xA'"
f0,8 ← "σf_xB'"
f0,9 ← "σf_xC'"
f0,10 ← "σf_xD'"
f0,11 ← "σn12"
f0,12 ← "τRA"
f0,13 ← "τRB"
f0,14 ← "τRC"
f0,15 ← "τRD"
f0,16 ← "τRE"
f0,17 ← "τRF"
f0,18 ← "τRA'"
f0,19 ← "τRB'"
f0,20 ← "τRC'"
f0,21 ← "τRD'"
f0,22 ← "ang"
f0,23 ← "δmaxZ"
f0,24 ← "δmaxY"
for i ∈ 1 .. (m - 1)
    F34Z ← dfzai,9 + dfzai,12
    F34X ← dfzai,7 + dfzai,10
    F34Y ← dfzai,8 + dfzai,11
    M34Y ← 207 · F34Z
    M34Z ← 207 · F34Y
    T34X ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,9} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,12} \end{bmatrix}$ 

```

$$M_{34Z_1} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,7} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,10} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{34Z} \leftarrow M_{34Z_{1,2,0}} + M_{34Z_2}$$

“Cálculo de los momentos torsores”

$$T_T \leftarrow \frac{0.1406 \cdot 25.4^4}{0.333 \cdot 200 \cdot e^3 + 0.1406 \cdot 25.4^4} \cdot T_{34X_{0,0}}$$

$$T_P \leftarrow T_{34X_{0,0}} - T_T$$

“Cálculo de esfuerzos”

$$\sigma_{M34Y_ABC} \leftarrow \frac{M_{34Y} \cdot (0.5 \cdot e + |z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M34Y_DF} \leftarrow \frac{M_{34Y} \cdot (|z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M34Y_EA'} \leftarrow \frac{M_{34Y} \cdot (-0.5 \cdot e + |z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M34Y_B'D'} \leftarrow \frac{-M_{34Y} \cdot (-0.5 \cdot e + |z_S| + 25.4 \cdot 0.5)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M34Y_C'} \leftarrow \frac{-M_{34Y} \cdot (0.5 \cdot e - |z_S| + 25.4)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M34Z_AF} \leftarrow \frac{M_{34Z} \cdot 100}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M34Z_CD} \leftarrow \frac{M_{34Z} \cdot 100}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M34Z_D'} \leftarrow \frac{M_{34Z} \cdot 12.7}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M34Z_B'} \leftarrow \frac{-M_{34Z} \cdot 12.7}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{f_XA} \leftarrow \sigma_{M34Y_ABC} + \sigma_{M34Z_AF}$$

$$\sigma_{f_XB} \leftarrow \sigma_{M34Y_ABC}$$

$$\sigma_{f_XC} \leftarrow \sigma_{M34Y_ABC} + \sigma_{M34Z_CD}$$

$$\sigma_{f_XD} \leftarrow \sigma_{M34Y_DF} + \sigma_{M34Z_CD}$$

$$\sigma_{f_XE} \leftarrow \sigma_{M34Y_EA'}$$

$$\sigma_{f_XF} \leftarrow \sigma_{M34Y_DF} + \sigma_{M34Z_AF}$$

$$\sigma_{f_XA'} \leftarrow \sigma_{M34Y_EA'}$$

$$\sigma_{f_XB'} \leftarrow \sigma_{M34Y_B'D'} + \sigma_{M34Z_B'}$$

$$\sigma_{f_XC'} \leftarrow \sigma_{M34Y_C'}$$

$$\sigma_{f_XD'} \leftarrow \sigma_{M34Y_B'D'} + \sigma_{M34Z_D'}$$

$$\sigma_{n34} \leftarrow \frac{F_{34X}}{A_P + A_T}$$

“Se desprecia el efecto de los esfuerzos cortantes promedio”

$$\tau_{P_max} \leftarrow \frac{T_P}{0.333 \cdot 200 \cdot e^2}$$

$$\tau_P \leftarrow \tau_{P_max} \cdot \frac{e}{200}$$

$$\tau_{T_max} \leftarrow \frac{T_T}{0.208 \cdot 25.4^3}$$

$$\tau_{RA} \leftarrow 0$$

$$\tau_{RB} \leftarrow \tau_{P_max}$$

$$\tau_{RC} \leftarrow 0$$

$$\tau_{RD} \leftarrow \tau_P$$

$$\tau_{RE} \leftarrow \tau_{P_max}$$

$$\tau_{Rf} \leftarrow \tau_P$$

$$\tau_{RA'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RB'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{BC'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RD'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$f_{i,0} \leftarrow dfza_{i,0}$$

$$f_{i,1} \leftarrow \sigma_{f_XA}$$

$$f_{i,2} \leftarrow \sigma_{f_XB}$$

$$f_{i,3} \leftarrow \sigma_{f_XC}$$

$$f_{i,4} \leftarrow \sigma_{f_XD}$$

$$f_{i,5} \leftarrow \sigma_{f_XE}$$

$$f_{i,6} \leftarrow \sigma_{f_XF}$$

$$f_{i,7} \leftarrow \sigma_{f_XA'}$$

$$\begin{aligned}
 f_{i,8} &\leftarrow \sigma_{f_{XB'}} \\
 f_{i,9} &\leftarrow \sigma_{f_{XC'}} \\
 f_{i,10} &\leftarrow \sigma_{f_{XD'}} \\
 f_{i,11} &\leftarrow \sigma_{n34} \\
 f_{i,12} &\leftarrow \tau_{RA} \\
 f_{i,13} &\leftarrow \tau_{RB} \\
 f_{i,14} &\leftarrow \tau_{RC} \\
 f_{i,15} &\leftarrow \tau_{RD} \\
 f_{i,16} &\leftarrow \tau_{RE} \\
 f_{i,17} &\leftarrow \tau_{RF} \\
 f_{i,18} &\leftarrow \tau_{RA'} \\
 f_{i,19} &\leftarrow \tau_{RB'} \\
 f_{i,20} &\leftarrow \tau_{RC'} \\
 f_{i,21} &\leftarrow \tau_{RD'} \\
 f_{i,22} &\leftarrow \frac{T_T \cdot 207}{0.1406 \cdot 25.4^4 \cdot 26000} \cdot \frac{180}{\pi} \\
 f_{i,23} &\leftarrow \frac{F_{34Z} \cdot 207^3}{3 \cdot 70000 \cdot I_{yy}} \\
 f_{i,24} &\leftarrow \frac{F_{34Y} \cdot 207^3}{3 \cdot 70000 \cdot I_{zz}}
 \end{aligned}$$



```

esfuerzo_56(dfza,e):=
m ← rows(dfza)
c ← π/3
Ap ← 200 · e
AT ← 25.42
zP ← 0
zT ← -0.5 · e - 12.7
zS ← (Ap · zP + AT · zT) / (Ap + AT)
ITy ← 25.44 / 12
ITz ← 25.44 / 12
IPy ← 200 · e3 / 12
IPz ← e · 2003 / 12
ITGy ← ITy + AT · (12.7 + 0.5 · e - |zS|)2
IPGy ← IPy + Ap · zS2
Iyy ← ITGy + IPGy
Izz ← IPz + ITz
J ← Iyy + Izz
f0,0 ← "FT"
f0,1 ← "σf_xA"
f0,2 ← "σf_xB"
f0,3 ← "σf_xC"
f0,4 ← "σf_xD"
f0,5 ← "σf_xE"
f0,6 ← "σf_xF"
f0,7 ← "σf_xA'"
f0,8 ← "σf_xB'"
f0,9 ← "σf_xC'"
f0,10 ← "σf_xD'"
f0,11 ← "σn56"
f0,12 ← "τRA"
f0,13 ← "τRB"
f0,14 ← "τRC"
f0,15 ← "τRD"
f0,16 ← "τRE"
f0,17 ← "τRF"
f0,18 ← "τRA'"
f0,19 ← "τRB'"
f0,20 ← "τRC'"
f0,21 ← "τRD'"
f0,22 ← "ang"
f0,23 ← "δmaxZ"
f0,24 ← "δmaxY"
for i ∈ 1 .. (m - 1)
    F56Z ← dfzai,15 + dfzai,18
    F56X ← dfzai,13 + dfzai,16
    F56Y ← dfzai,14 + dfzai,17
    M56Y ← 207 · F56Z
    M56Z,2 ← 207 · F56Y
    T56X ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,15} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,18} \end{bmatrix}$ 

```

$$M_{56Z_1} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,14} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,17} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{56Z} \leftarrow M_{56Z_1,2,0} + M_{56Z_2}$$

“Cálculo de los momentos torsores”

$$T_T \leftarrow \frac{0.1406 \cdot 25.4^4}{0.333 \cdot 200 \cdot e^3 + 0.1406 \cdot 25.4^4} \cdot T_{56X_{0,0}}$$

$$T_P \leftarrow T_{56X_{0,0}} - T_T$$

“Cálculo de esfuerzos”

$$\sigma_{M56Y_ABC} \leftarrow \frac{M_{56Y} \cdot (0.5 \cdot e + |z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M56Y_DF} \leftarrow \frac{M_{56Y} \cdot (|z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M56Y_EA'} \leftarrow \frac{M_{56Y} \cdot (-0.5 \cdot e + |z_S|)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M56Y_B'D'} \leftarrow \frac{-M_{56Y} \cdot (-0.5 \cdot e + |z_S| + 25.4 \cdot 0.5)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M56Y_C'} \leftarrow \frac{-M_{56Y} \cdot (0.5 \cdot e - |z_S| + 25.4)}{I_{yy}}$$

$$\sigma_{M56Z_AF} \leftarrow \frac{M_{56Z} \cdot 100}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M56Z_CD} \leftarrow \frac{M_{56Z} \cdot 100}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M56Z_D'} \leftarrow \frac{M_{56Z} \cdot 12.7}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{M56Z_B'} \leftarrow \frac{-M_{56Z} \cdot 12.7}{I_{zz}}$$

$$\sigma_{f_XA} \leftarrow \sigma_{M56Y_ABC} + \sigma_{M56Z_AF}$$

$$\sigma_{f_XB} \leftarrow \sigma_{M56Y_ABC}$$

$$\sigma_{f_XC} \leftarrow \sigma_{M56Y_ABC} + \sigma_{M56Z_CD}$$

$$\sigma_{f_XD} \leftarrow \sigma_{M56Y_DF} + \sigma_{M56Z_CD}$$

$$\sigma_{f_XE} \leftarrow \sigma_{M56Y_EA'}$$

$$\sigma_{f_XF} \leftarrow \sigma_{M56Y_DF} + \sigma_{M56Z_AF}$$

$$\sigma_{f_XA'} \leftarrow \sigma_{M56Y_EA'}$$

$$\sigma_{f_XD'} \leftarrow \sigma_{M56Y_B'D'} + \sigma_{M56Z_D'}$$

$$\sigma_{f_XC'} \leftarrow \sigma_{M56Y_C'}$$

$$\sigma_{f_XD'} \leftarrow \sigma_{M56Y_B'D'} + \sigma_{M56Z_D'}$$

$$\sigma_{n56} \leftarrow \frac{F_{56X}}{A_P + A_T}$$

“Se desprecia el efecto de los esfuerzos cortantes promedio”

$$\tau_{P_max} \leftarrow \frac{T_P}{0.333 \cdot 200 \cdot e^2}$$

$$\tau_P \leftarrow \tau_{P_max} \cdot \frac{c}{200}$$

$$\tau_{T_max} \leftarrow \frac{T_T}{0.208 \cdot 25.4^3}$$

$$\tau_{RA} \leftarrow 0$$

$$\tau_{RB} \leftarrow \tau_{P_max}$$

$$\tau_{RC} \leftarrow 0$$

$$\tau_{RD} \leftarrow \tau_P$$

$$\tau_{RE} \leftarrow \tau_{P_max}$$

$$\tau_{RF} \leftarrow \tau_P$$

$$\tau_{RA'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RB'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RC'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$\tau_{RD'} \leftarrow \tau_{T_max}$$

$$f_{i,0} \leftarrow dfza_{i,0}$$

$$f_{i,1} \leftarrow \sigma_{f_XA}$$

$$f_{i,2} \leftarrow \sigma_{f_XB}$$

$$f_{i,3} \leftarrow \sigma_{f_XC}$$

$$f_{i,4} \leftarrow \sigma_{f_XD}$$

$$f_{i,5} \leftarrow \sigma_{f_XE}$$

$$f_{i,6} \leftarrow \sigma_{f_XF}$$

$$f_{i,7} \leftarrow \sigma_{f_XA'}$$

$$f_{i,8} \leftarrow \sigma_{f_XB'}$$

$$\begin{aligned}
 f_{i,9} &\leftarrow \sigma_{f_{XC'}} \\
 f_{i,10} &\leftarrow \sigma_{f_{XD'}} \\
 f_{i,11} &\leftarrow \sigma_{n56} \\
 f_{i,12} &\leftarrow \tau_{RA} \\
 f_{i,13} &\leftarrow \tau_{RB} \\
 f_{i,14} &\leftarrow \tau_{RC} \\
 f_{i,15} &\leftarrow \tau_{RD} \\
 f_{i,16} &\leftarrow \tau_{RE} \\
 f_{i,17} &\leftarrow \tau_{RF} \\
 f_{i,18} &\leftarrow \tau_{RA'} \\
 f_{i,19} &\leftarrow \tau_{RB'} \\
 f_{i,20} &\leftarrow \tau_{RC'} \\
 f_{i,21} &\leftarrow \tau_{RD'} \\
 f_{i,22} &\leftarrow \frac{T_T \cdot 207}{0.1406 \cdot 25.4^4 \cdot 26000} \cdot \frac{180}{\pi} \\
 f_{i,23} &\leftarrow \frac{F_{56Z} \cdot 207^3}{3 \cdot 70000 \cdot I_{yy}} \\
 f_{i,24} &\leftarrow \frac{F_{56Y} \cdot 207^3}{3 \cdot 70000 \cdot I_{zz}}
 \end{aligned}$$



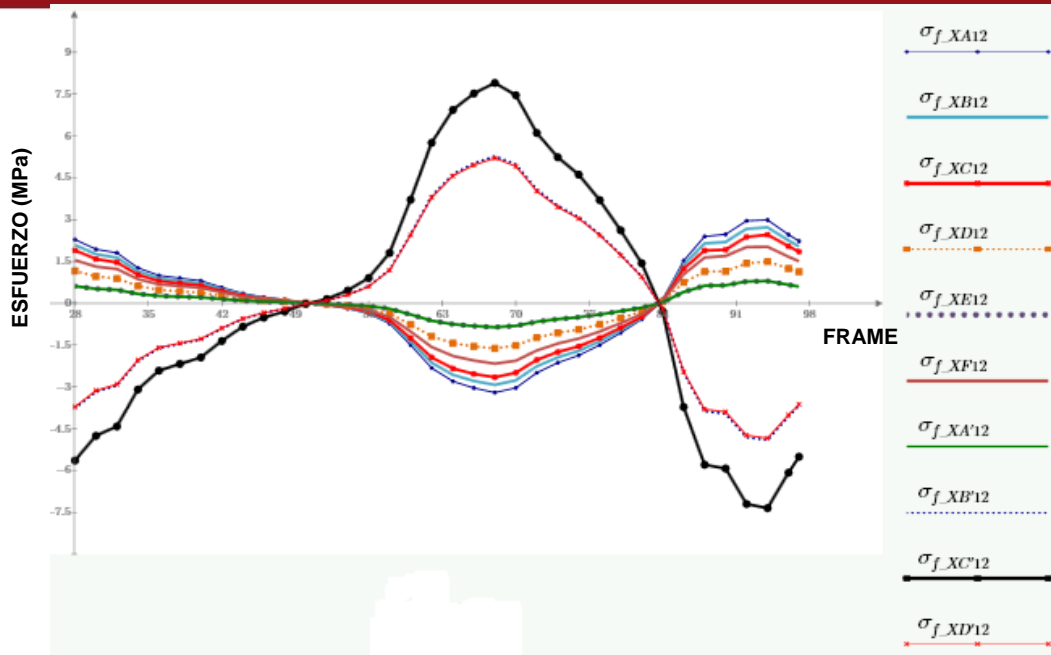


Figura A17.1. Esfuerzos normales resultantes por flexión en viga 12

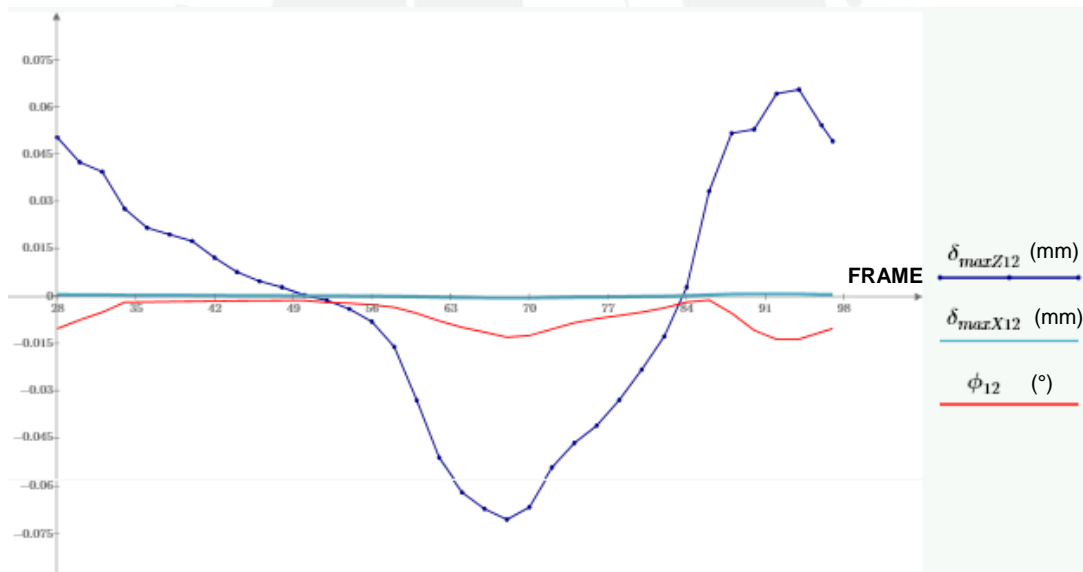


Figura A17.2. Deflexiones en Y, Z y ángulo de giro en viga 12

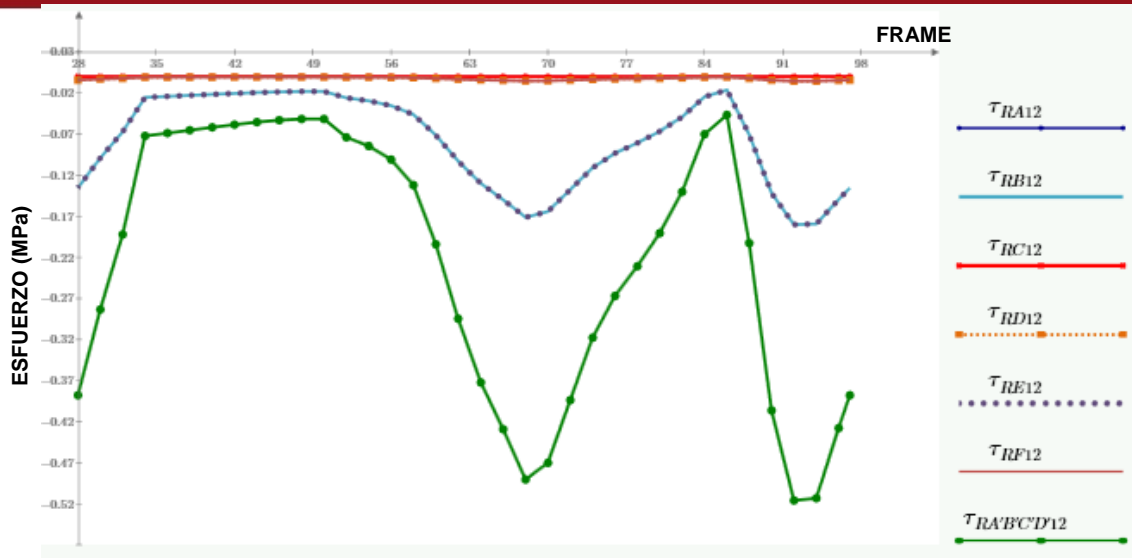


Figura A17.3. Esfuerzos cortantes resultantes en viga 12



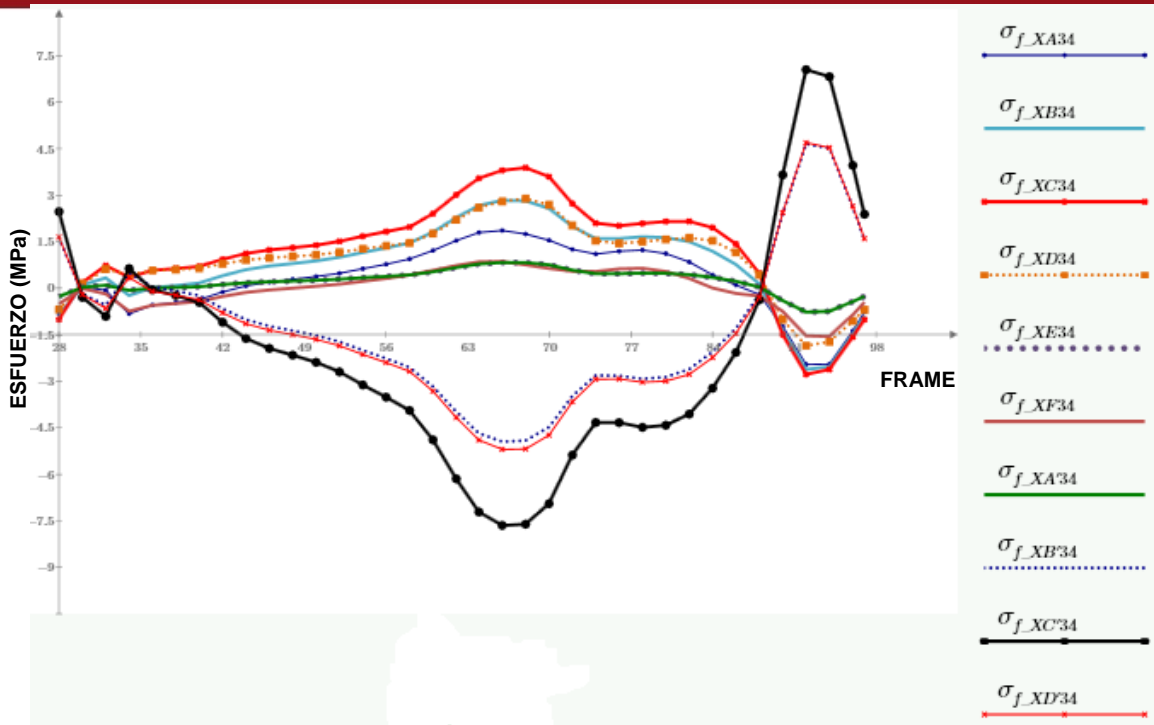


Figura A17.4. Esfuerzos normales resultantes por flexión en viga 34

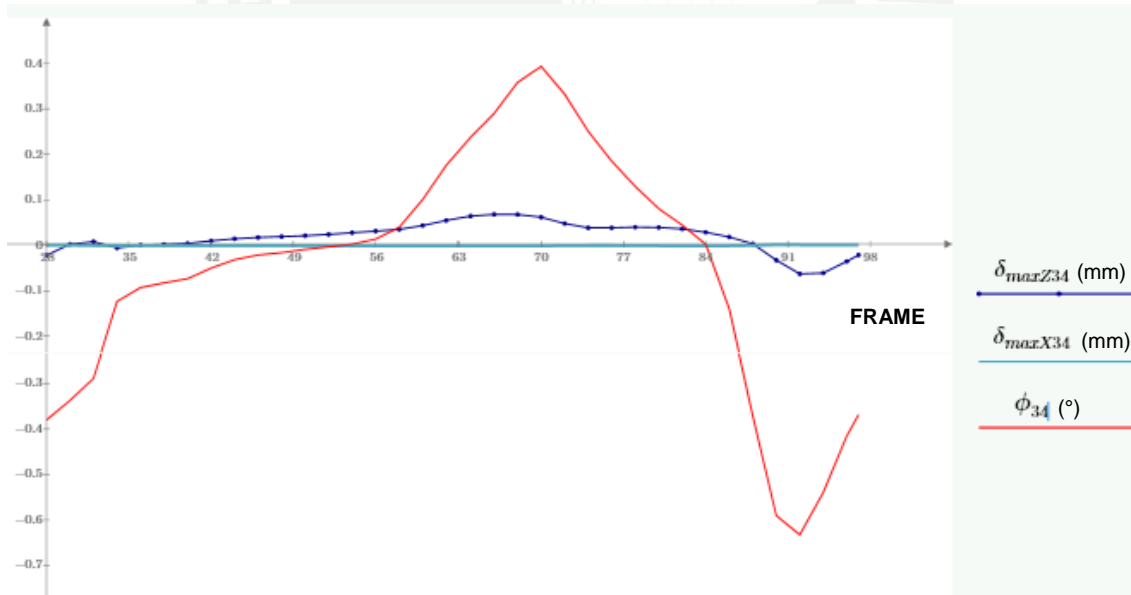


Figura A17.3. Deflexiones en Y, Z y ángulo de giro en viga 34.

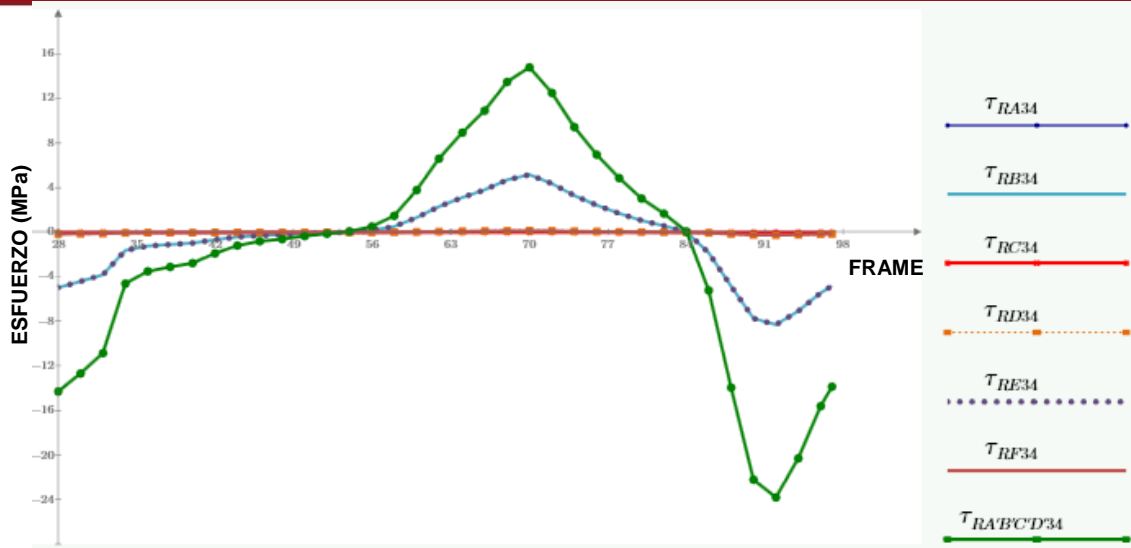


Figura A17.6. Esfuerzos cortantes resultantes en viga 34



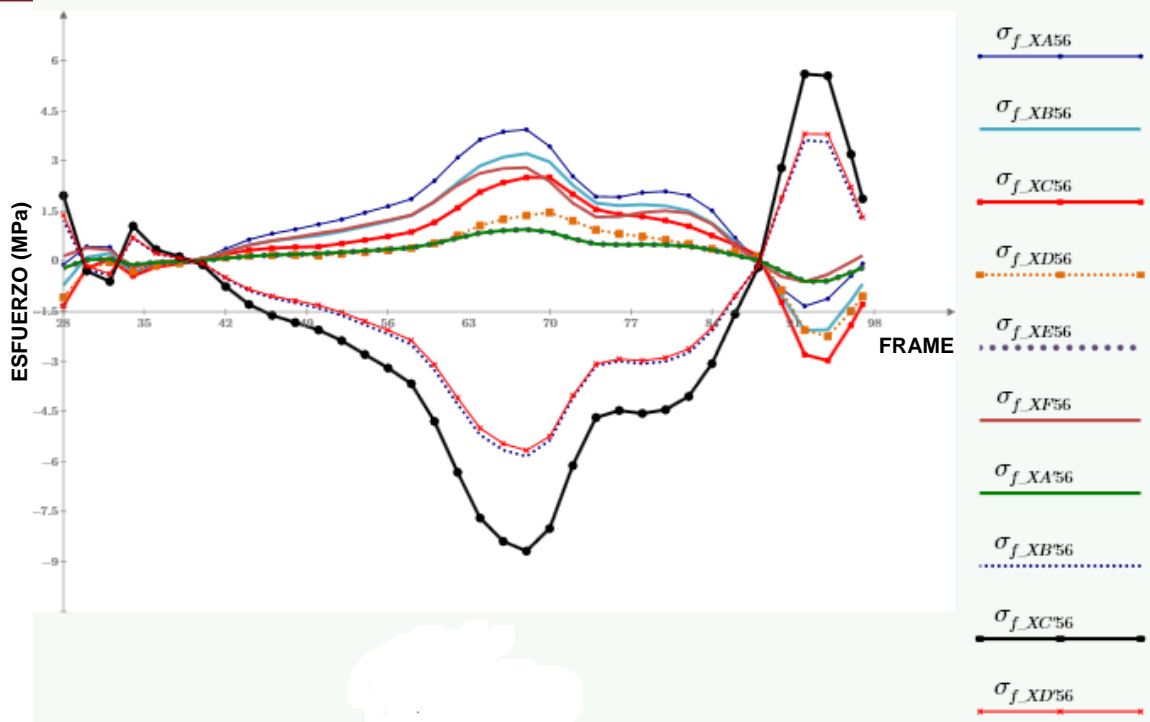


Figura A17.7. Esfuerzos normales resultantes por flexión en viga 56

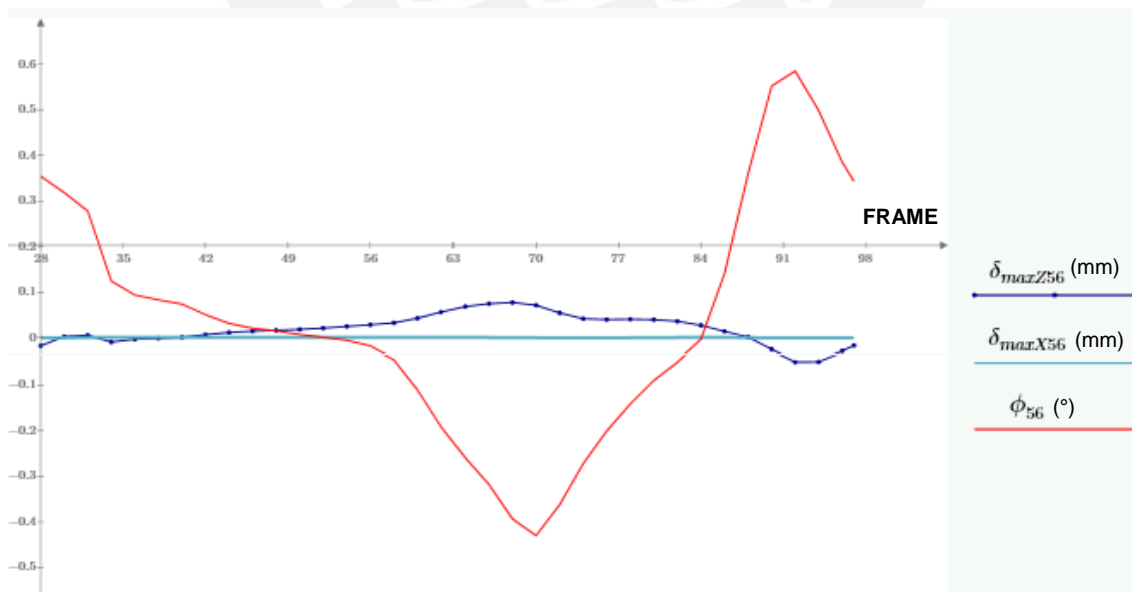


Figura A17.8. Deflexiones en Y, Z y ángulo de giro en viga 56.

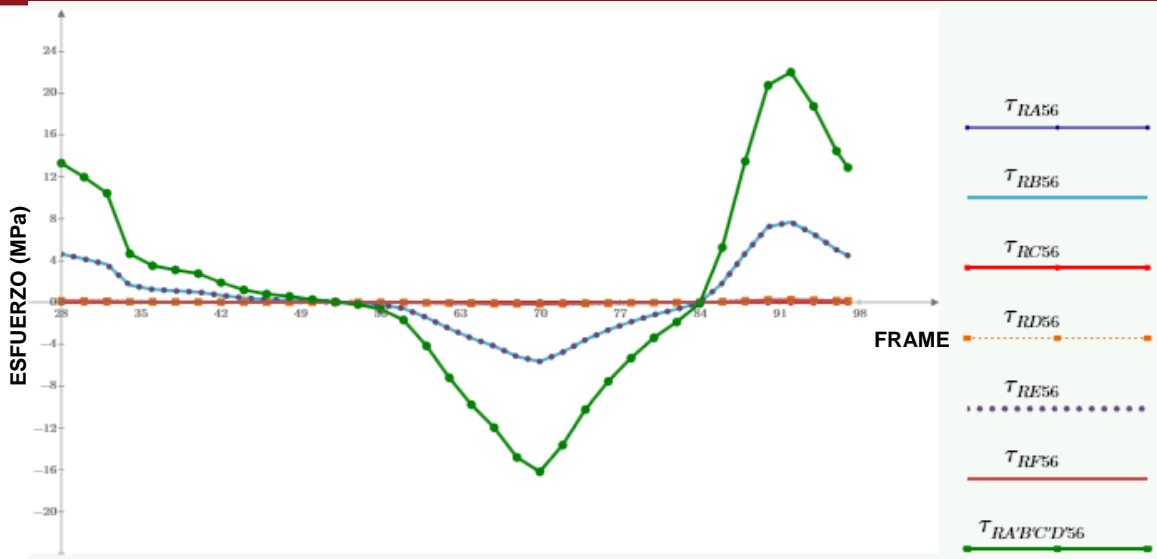


Figura A17.9. Esfuerzos cortantes resultantes en viga 56



ANEXO 18: CÁLCULO UNIÓN ATORNILLADA PLATAFORMA-BARRA CUADRADA Y UNIÓN SOLDADA

La distribución de los pernos de sujeción por cada una de las vigas establecidas en 3.3 se muestra en la figura 18.1. De igual manera que en el documento de la tesis, se elaborarán las ecuaciones tomando como referencia la viga 34. Los resultados se hacen extensivos a las otras vigas.

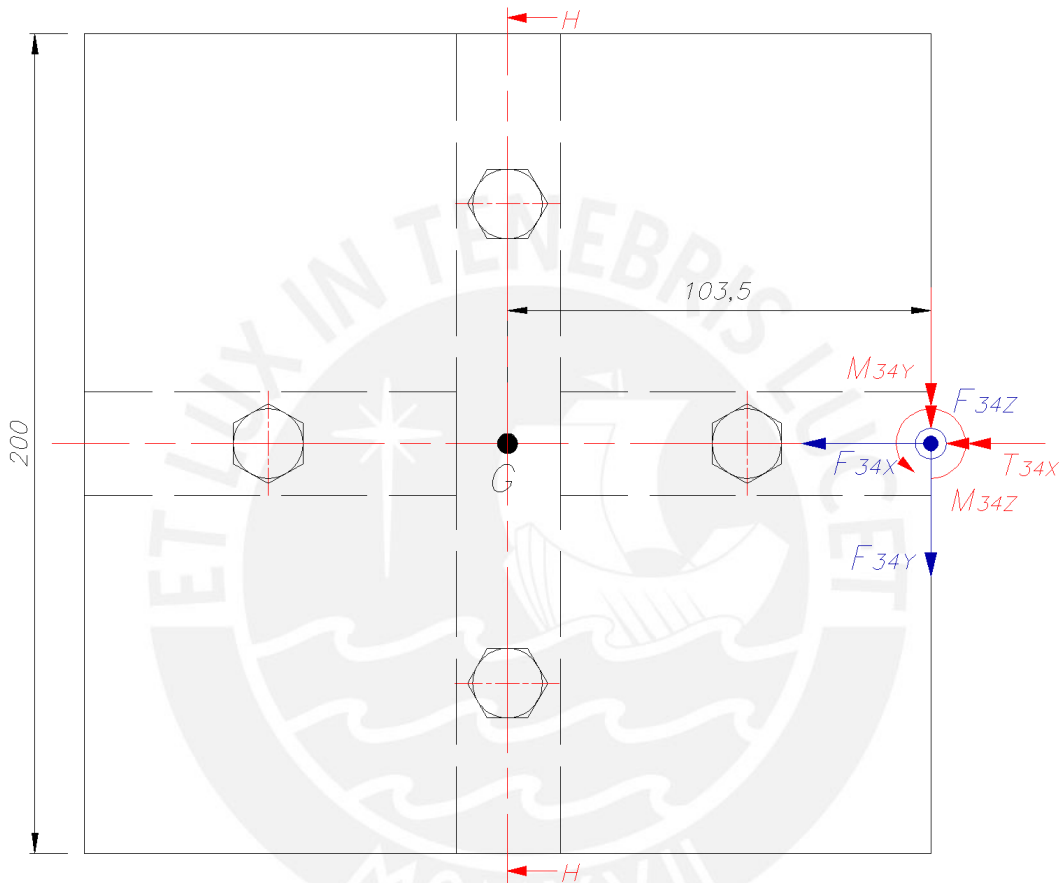


Figura A18.1. Cargas transmitidas por las articulaciones esféricas a viga 34.

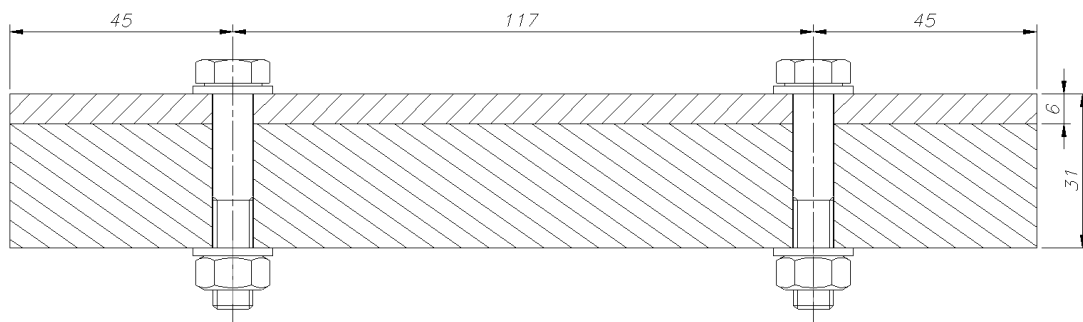


Figura A18.2. Distribución de pernos. Vista de sección H-H.

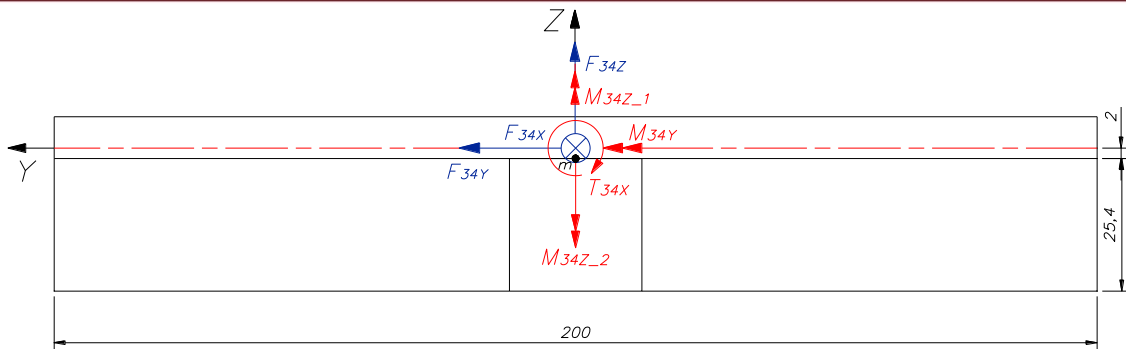


Figura A18.3. Vista lateral de cargas en la viga 34.

La coordenada del centro de masa se calcula con (3.37):

$$z_s = -5.5 \text{ mm}$$

Las cargas transmitidas por las articulaciones esféricas mostradas en la figura anterior se calculan con las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.27), (3.28), (3.29), (3.30), (3.31) y (3.32). Las cargas se trasladan al punto m (figura A18.3), ubicado en la zona de unión entre placas, y luego al centro de gravedad del conjunto de pernos (figura A18.4),

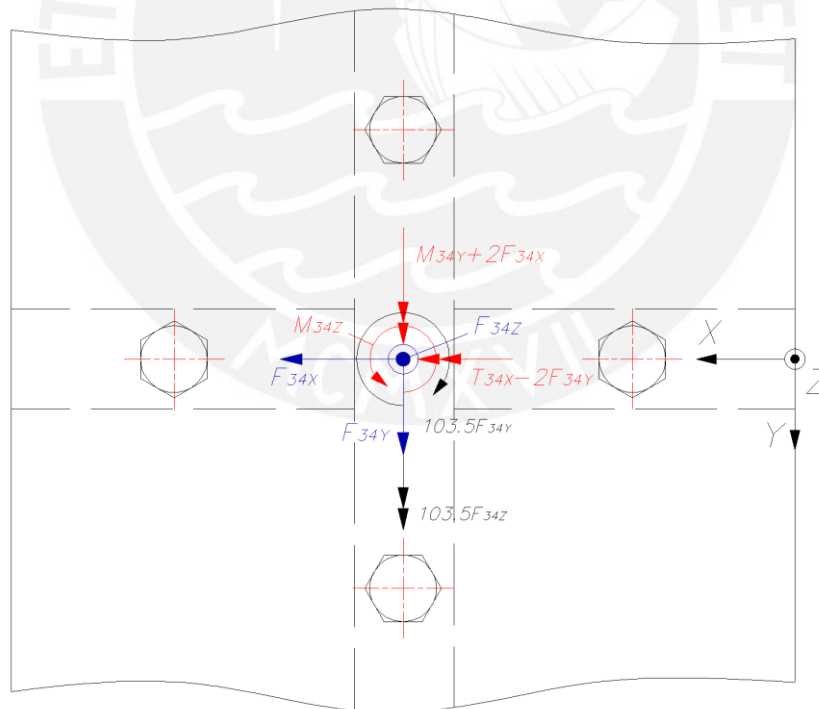


Figura A18.4. Cargas trasladadas al centro de gravedad de los pernos.

En el caso de las fuerzas de reacción producto de los momentos en X y en Y, como primer paso es necesario determinar cuáles pernos efectivamente trabajan a tracción. Para ello, debe cumplirse que el primer momento del área de los tornillos sea igual al primer momento del área de la zona a compresión [17]. En la figura siguiente, se

muestran la zona a compresión, en el refuerzo en el eje X, bajo la acción del momento $103.5F_{34Z}$ al suponer que los dos pernos trabajan a tracción. Preliminarmente se considerarán pernos M8x45 grado 10.9.

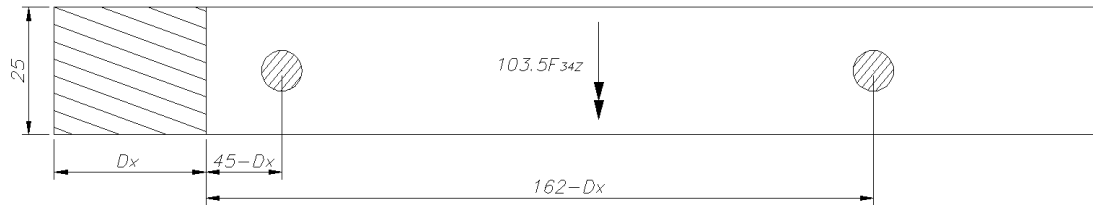


Figura A18.5. Cargas actuantes sobre los pernos.

Se iguala el primer momento de inercia de cada zona.

Restricciones	Valores de prueba	$Dx := 1$
Restricciones	Valores de prueba	$25 \cdot \frac{Dx^2}{2} = \pi \cdot \frac{8^2}{4} \cdot (45 - Dx) + \pi \cdot \frac{8^2}{4} \cdot (162 - Dx)$
Solver	Valores de prueba	$\text{find}(Dx) = 25.109$

Por condición:

$$D_x \leq 45 - 0.5 \cdot 8.4 = 40.4 \quad \text{OK!}$$

Es decir, se comprueba que los dos pernos trabajan a tracción para el momento en Y. Por simetría de los refuerzos, lo mismo se aplica para el caso del momento en X. Las cargas aplicadas sobre cada perno se muestran en la figura A18.6.

Las cargas aplicadas en el centro de masa y actuantes en cada perno se calculan con las expresiones siguientes:

$$D_x = D_y = 25.1 \text{ mm}$$

$$M_{R34Z} = M_{34Z} + 103.5F_{34Y} \tag{A18.1}$$

$$M_{R34Y} = M_{34Y} + 103.5F_{34Z} + 2F_{34X} \tag{A18.2}$$

$$T_{R34X} = T_{34X} - 2F_{34Y} \tag{A18.3}$$

$$F_{tX1} = F_{tX2} = F_{tX3} = F_{tX4} = -\frac{F_{34X}}{4} \tag{A18.4}$$

$$F_{tY1} = F_{tY2} = F_{tY3} = F_{tY4} = -\frac{F_{34Y}}{4} \tag{A18.5}$$

$$F_{tZ1} = F_{tZ2} = F_{tZ3} = F_{tZ4} = -\frac{F_{34Z}}{4} \quad (\text{A18.6})$$

$$-F_{MY1} = F_{MY2} = -F_{MX3} = F_{MX4} = \frac{M_{R34Z}}{234} \quad (\text{A18.7})$$

$$R_1 = F_{MZ1} + F_{MZ2} \quad (\text{A18.8})$$

$$\frac{F_{MZ1}}{45 - D_x} = \frac{F_{MZ2}}{162 - D_x} \quad (\text{A18.9})$$

$$(45 - D_x) F_{MZ1} + (162 - D_x) F_{MZ2} + R_1 \left(\frac{D_x}{2} \right) = |M_{R34Y}| \quad (\text{A18.10})$$

$$R_2 = F_{MZ3} + F_{MZ4} \quad (\text{A18.11})$$

$$\frac{F_{MZ3}}{45 - D_x} = \frac{F_{MZ4}}{162 - D_x} \quad (\text{A18.12})$$

$$(45 - D_x) F_{MZ3} + (162 - D_x) F_{MZ4} + R_2 \left(\frac{D_y}{2} \right) = |T_{R34X}| \quad (\text{A18.13})$$

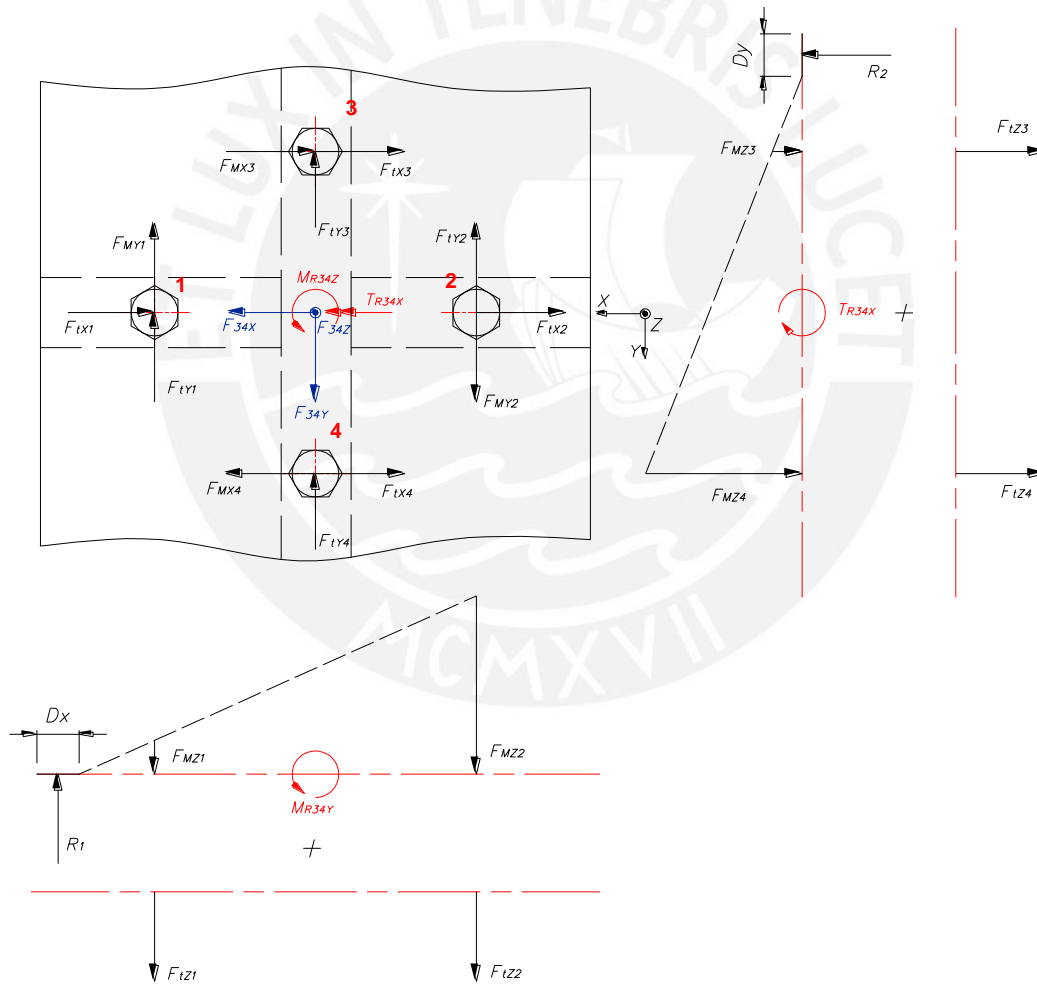


Figura A18.6. Cargas actuantes sobre los pernos.

Al reemplazar valores en (A18.9):

$$\frac{F_{MZ1}}{45 - 25.1} = \frac{F_{MZ2}}{162 - 24.1} = k_1$$

$$F_{MZ1} = 19.9k_1 \quad (\text{A18.14})$$

$$F_{MZ2} = 136.9k_1 \quad (A18.15)$$

Se reemplaza en (A18.8) y (A18.10):

$$R_1 = 156.8k_1 \quad (A18.16)$$

$$k_1 = \frac{|M_{R34Y}|}{21105.5} \quad (A18.17)$$

Notar que estos valores son para M_{R34Y} en dirección +Y. En el caso que M_{R34Y} actúe en dirección -Y, la línea de giro cambia simétricamente en el plano XZ. Por tal motivo, se intercambian los valores calculados.

$$F_{MZ1} = 136.9k_1 \quad (A18.18)$$

$$F_{MZ2} = 19.9k_1 \quad (A18.19)$$

De igual manera para los pernos 3 y 4:

Si T_{R34X} actúa en +X

$$F_{MZ3} = 19.9k_2 \quad (A18.20)$$

$$F_{MZ4} = 136.9k_2 \quad (A18.21)$$

Si T_{R34X} actúa en -X

$$F_{MZ3} = 136.9k_2 \quad (A18.22)$$

$$F_{MZ4} = 19.9k_2 \quad (A18.23)$$

Donde:

$$k_2 = \frac{|T_{R34X}|}{21105.5} \quad (A18.24)$$

Es preciso notar que las fuerzas de reacción F_{MZ1} , F_{MZ2} , F_{MZ3} y F_{MZ4} actúan en dirección -Z. Las resultantes parciales en los pernos se hallan con las ecuaciones siguientes.

$$F_{tXR1} = F_{tX1} \quad (A18.25)$$

$$F_{tYR1} = F_{tY1} + F_{MY1} \quad (A18.26)$$

$$F_{tZR1} = F_{tZ1} - F_{MZ1} \quad (A18.27)$$

$$F_{tXR2} = F_{tX2} \quad (A18.28)$$

$$F_{tYR2} = F_{tY2} + F_{MY2} \quad (A18.29)$$

$$F_{tZR2} = F_{tZ2} - F_{MZ2} \quad (A18.30)$$

$$F_{tXR3} = F_{tX3} + F_{MX3} \quad (A18.31)$$

$$F_{tYR3} = F_{tY3} \quad (A18.32)$$

$$F_{tZR3} = F_{tZ3} - F_{MZ3} \quad (A18.33)$$

$$F_{tXR4} = F_{tX4} + F_{MX4} \quad (A18.34)$$

$$F_{tYR4} = F_{tY4} \quad (A18.35)$$

$$F_{tZR4} = F_{tZ4} - F_{MZ4} \quad (A18.36)$$

De las ecuaciones anteriores, las cargas cortantes que actúan en los pernos son $F_{tYR1}, F_{tX1}, F_{tYR2}, F_{tX2}, F_{tYR3}, F_{tX3}, F_{tYR4}$ y F_{tX4} ; mientras que las cargas axiales son $F_{tZR1}, F_{tZR2}, F_{tZR3}$ y F_{tZR4} . Según Hori [11], la carga equivalente a tracción en cada perno se calcula con la expresión siguiente:

$$F_{e2} = \sqrt{F_{tZR2}^2 + 4(F_{tYR2}^2 + F_{tXR2}^2)} \quad (A18.37)$$

$$F_{e1} = \sqrt{F_{tZR1}^2 + 4(F_{tYR1}^2 + F_{tXR1}^2)} \quad (A18.38)$$

$$F_{e3} = \sqrt{F_{tZR3}^2 + 4(F_{tYR3}^2 + F_{tXR3}^2)} \quad (A18.39)$$

$$F_{e4} = \sqrt{F_{tZR4}^2 + 4(F_{tYR4}^2 + F_{tXR4}^2)} \quad (A18.40)$$

En vista de que las fuerzas varían por cada frame de marcha se programará el algoritmo *cargas_34*, cuyo argumento es la matriz *dfza* (fuerzas proyectadas en la plataforma), para calcular las cargas externas trasladadas al centro de masa de los pernos. Aquel utilizará las ecuaciones desde (A18.1) hasta (A18.9), así como las ecuaciones desde (3.25) hasta (3.32). Los resultados de este programa se almacenarán en la matriz *cargas34* que se empleará como argumento del programa *feq_34*, el cual calculará las fuerzas resultantes parciales y equivalentes en cada perno mediante las expresiones de (A18.10) hasta (A18.25).

```

cargas_34(dfza):=
m ← rows(dfza)
for i ∈ 1..(m-1)
    F34X ← dfzai,7 + dfzai,10
    F34Y ← dfzai,8 + dfzai,11
    F34Z ← dfzai,9 + dfzai,12
    T34X ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,9} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,12} \end{bmatrix}$ 
    M34Z_1 ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,7} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,10} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 
    M34Y ← 207 · F34X
    M34Z_2 ← 207 · F34Y
    M34Z ← M34Z_1,0 + M34Z_2
    MR34Z ← M34Z + 103.5 · F34Y
    MR34Y ← M34Y + 103.5 · F34Z + 2 · F34X
    TR34X ← T34X,0,0 - 2 · F34Y
    fi,0 ← dfzai,0
    fi,1 ← F34X
    fi,2 ← F34Y
    fi,3 ← F34Z
    fi,4 ← TR34X
    fi,5 ← MR34Z
    fi,6 ← MR34Y
f0,0 ← "Fr"
f0,1 ← "F34X"
f0,2 ← "F34Y"
f0,3 ← "F34Z"
f0,4 ← "TR34X"
f0,5 ← "MR34Z"
f0,6 ← "MR34Y"
f

```

```

feq_34(cargas_34) := m ← rows(cargas_34)
for i ∈ 1..(m-1)
  F34X ← cargas_34i,1
  F34Y ← cargas_34i,2
  F34Z ← cargas_34i,3
  TR34X ← cargas_34i,4
  MR34Z ← cargas_34i,5
  MR34Y ← cargas_34i,6

  FLX1 ←  $\frac{-F_{34X}}{4}$ 
  FLY1 ←  $\frac{-F_{34Y}}{4}$ 
  FLZ1 ←  $\frac{-F_{34Z}}{4}$ 
  FMY1 ←  $\frac{-M_{R34Z}}{234}$ 
  FMY2 ← -FMY1
  FMX3 ← FMY1
  FMX4 ← -FMY1
  k1 ←  $\frac{|M_{R34Y}|}{21105.5}$ 
  if MR34Y > 0
    FMZ1 ← 19.9 · k1
    FMZ2 ← 136.9 · k1
  else
    FMZ1 ← 136.9 · k1
    FMZ2 ← 19.9 · k1
  k2 ←  $\frac{|T_{R34X}|}{21105.5}$ 
  if TR34X > 0
    FMZ3 ← 19.9 · k2
    FMZ4 ← 136.9 · k2
  else
    FMZ3 ← 136.9 · k2
    FMZ4 ← 19.9 · k2

  FLXR1 ← FLX1
  FLYR1 ← FLY1 + FMY1
  FLZR1 ← FLZ1 - FMZ1
  FLXR2 ← FLX1
  FLYR2 ← FLY1 + FMY2
  FLZR2 ← FLZ1 - FMZ2
  FLXR3 ← FLX1 + FMX3
  FLYR3 ← FLY1
  FLZR3 ← FLZ1 - FMZ3
  FLXR4 ← FLX1 + FMX4
  FLYR4 ← FLY1
  FLZR4 ← FLZ1 - FMZ4

  Fe1 ←  $\sqrt{F_{LZR1}^2 + 4 \cdot (F_{LYR1}^2 + F_{LXR1}^2)}$ 
  Fe2 ←  $\sqrt{F_{LZR2}^2 + 4 \cdot (F_{LYR2}^2 + F_{LXR2}^2)}$ 
  Fe3 ←  $\sqrt{F_{LZR3}^2 + 4 \cdot (F_{LYR3}^2 + F_{LXR3}^2)}$ 
  Fe4 ←  $\sqrt{F_{LZR4}^2 + 4 \cdot (F_{LYR4}^2 + F_{LXR4}^2)}$ 
  feqi,0 ← cargas_34i,0

  feqi,1 ← Fe1
  feqi,2 ← Fe2
  feqi,3 ← Fe3
  feqi,4 ← Fe4
  feq0,0 ← "Fr"
  feq0,1 ← "Feq1"
  feq0,2 ← "Feq2"
  feq0,3 ← "Feq3"
  feq0,4 ← "Feq4"
  feq

```

De igual manera, se elabora un programa para las demás vigas. En el caso de la viga 12 se rotará el sistema coordenado descrito en 2.7 de los puntos P_1 y P_2 para que coincida con las coordenadas X-Y-Z descritas en este anexo.

```

cargas_12(dfza) :=
m ← rows(dfza)
for i ∈ 1..(m-1)
    c ←  $\frac{\pi}{3}$ 
    R1 ←  $\begin{bmatrix} \cos(c) & -\sin(c) \\ \sin(c) & \cos(c) \end{bmatrix}$ 
    R2 ←  $\begin{bmatrix} \cos(-c) & -\sin(-c) \\ \sin(-c) & \cos(-c) \end{bmatrix}$ 
    F1 ← R1-1 ·  $\begin{bmatrix} dfza_{i,1} \\ dfza_{i,2} \end{bmatrix}$ 
    F2 ← R2-1 ·  $\begin{bmatrix} dfza_{i,4} \\ dfza_{i,5} \end{bmatrix}$ 
    F12Z ← dfzai,3 + dfzai,6
    F12X ← F10,0 + F20,0
    F12Y ← F11,0 + F21,0
    M12Y ← 207 · F12Z
    M12Z_2 ← 207 · F12Y
    T12X ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,6} \end{bmatrix}$ 
    M12Z_1 ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{1,0,0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} F_{1,0,0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 
    M12Z ← M12Z_1 + M12Z_2
    M12Y ← 207 · F12X
    M12Z_2 ← 207 · F12Y
    M12Z ← M12Z_1 + M12Z_2
    MR12Z ← M12Z + 103.5 · F12Y
    MR12Y ← M12Y + 103.5 · F12Z + 2 · F12X
    TR12X ← T12X0,0 - 2 · F12Y
    fi,0 ← dfzai,0
    fi,1 ← F12X
    fi,2 ← F12Y
    fi,3 ← F12Z
    fi,4 ← TR12X
    fi,5 ← MR12Z
    fi,6 ← MR12Y
f0,0 ← "Fr"
f0,1 ← "F12X"
f0,2 ← "F12Y"
f0,3 ← "F12Z"
f0,4 ← "TR12X"
f0,5 ← "MR12Z"
f0,6 ← "MR12Y"
f
    
```


VIGA 12 (Fuerzas en N, Momentos en Nmm)

cargas_12(dfza)=

	"Fy"	"F12X"	"F12Y"	"F12Z"	"TR12X"	"MR12Z"	"MR12Y"
28	159.432	37.919	168.611	-1722.421	11773.737	50772.494	
30	132.877	34.09	142.12	-1271.143	10584.992	42480.664	
32	111.629	33.439	132.042	-883.126	10382.885	36996.698	
34	60.482	24.027	92.515	-354.546	7460.31	22216.031	
36	53.989	19.419	72.277	-330.891	6029.478	18764.238	
38	55.166	18.191	65.072	-313.352	5648.374	18264.528	
40	55.415	16.991	58.149	-296.018	5275.774	17600.057	
42	42.806	12.39	40.478	-272.95	3847.22	13135.809	
44	29.256	8.09	25.136	-251.337	2512.013	8716.062	
46	19.28	5.182	15.37	-235.465	1609.105	5620.373	
48	11.779	3.134	8.938	-225.24	973.098	3386.794	
50	0.895	0.241	0.673	-219.482	74.833	256.672	
52	-2.977	-1.054	-4.447	-311.774	-327.154	-1082.522	
54	-7.258	-3.393	-13.579	-352.051	-1053.449	-2922.328	
56	-9.653	-6.481	-27.089	-415.807	-2012.439	-4821.101	
58	-7.674	-12.272	-53.944	-536.488	-3810.381	-7187.063	
60	11.028	-24.36	-110.963	-818.253	-7563.682	-9179.797	
62	48.955	-37.266	-171.988	-1176.159	-11571.186	-7569.234	
64	101.926	-44.787	-207.225	-1490.975	-13906.209	-145.332	
66	154.221	-49.164	-224.807	-1724.468	-15265.271	8964.653	
68	222.645	-53.457	-236.172	-1975.581	-16598.432	22088.996	
70	259.628	-53.205	-223.003	-1889.745	-16520.013	31181.45	
72	218.24	-45.042	-182.493	-1581.616	-13985.521	26724.033	
74	147.048	-37.364	-156.502	-1274.205	-11601.497	14535.13	
76	87.762	-31.604	-137.865	-1069.694	-9812.952	4073.201	
78	52.015	-24.921	-110.598	-930.944	-7738.023	-575.765	
80	27.297	-17.335	-78.202	-774.756	-5382.428	-2388.774	
82	10.131	-9.172	-42.923	-577.236	-2847.803	-2325.21	
84	-1.826	2.956	8.993	-303.754	917.755	549.182	
86	42.432	28.281	111.237	-254.457	8781.341	20381.186	
88	167.826	48.999	173.077	-959.307	15214.18	52989.054	
90	317.767	53.648	177.118	-1832.514	16657.808	84745.125	
92	334.697	56.395	215.205	-2303.571	17510.72	92225.329	
94	256.677	51.51	219.619	-2282.275	15993.732	76376.067	
96	184.277	40.902	181.646	-1898.372	12700.133	57314.28	
97	158.209	36.75	164.523	-1719.913	11410.947	50093.794	

feq_12(cargas_12(dfza))=

	"Fr"	"Feq1"	"Feq2"	"Feq3"	"Feq4"
28	169.59	388.622	189.018	52.089	
30	147.263	326.459	163.79	47.085	
32	137.285	287.793	150.589	50.092	
34	92.732	177.649	98.121	42.645	
36	75.884	148.382	81.668	32.161	
38	71.93	143.006	78.564	28.023	
40	67.886	136.64	75.118	24.371	
42	49.916	101.277	55.916	16.668	
44	32.792	66.813	37.176	10.281	
46	21.063	42.913	24.141	6.336	
48	12.722	25.807	14.763	3.786	
50	0.973	1.957	1.931	0.438	
52	6.942	2.716	4.412	1.63	
54	19.23	8.184	12.795	6.415	
56	32.27	14.937	22.634	14.294	
58	51.092	27.538	38.25	32.118	
60	83.332	56.102	64.407	76.146	
62	120.209	91.256	84.479	131.619	
64	158.543	120.715	82.984	178.551	
66	179.632	131.006	74.015	216.04	
68	205.615	180.957	61.518	260.938	
70	213.782	226.821	52.239	277.61	
72	180.289	193.988	43.2	233.961	
74	141.203	122.165	44.255	177.782	
76	113.129	81.386	51.056	133.003	
78	86.173	65.516	47.251	96.76	
80	56.495	43.353	36.51	63.148	
82	29.687	22.109	21.009	31.456	
84	9.766	8.667	8.247	9.235	
86	103.04	172.523	101.665	62.332	
88	199.034	409.797	220.961	68.402	
90	263.237	625.622	307.621	55.756	
92	281.875	684.022	325.604	65.122	
94	242.838	575.87	275.259	63.156	
96	187.139	436.221	209.823	53.995	
97	165.83	382.785	185.125	50.049	

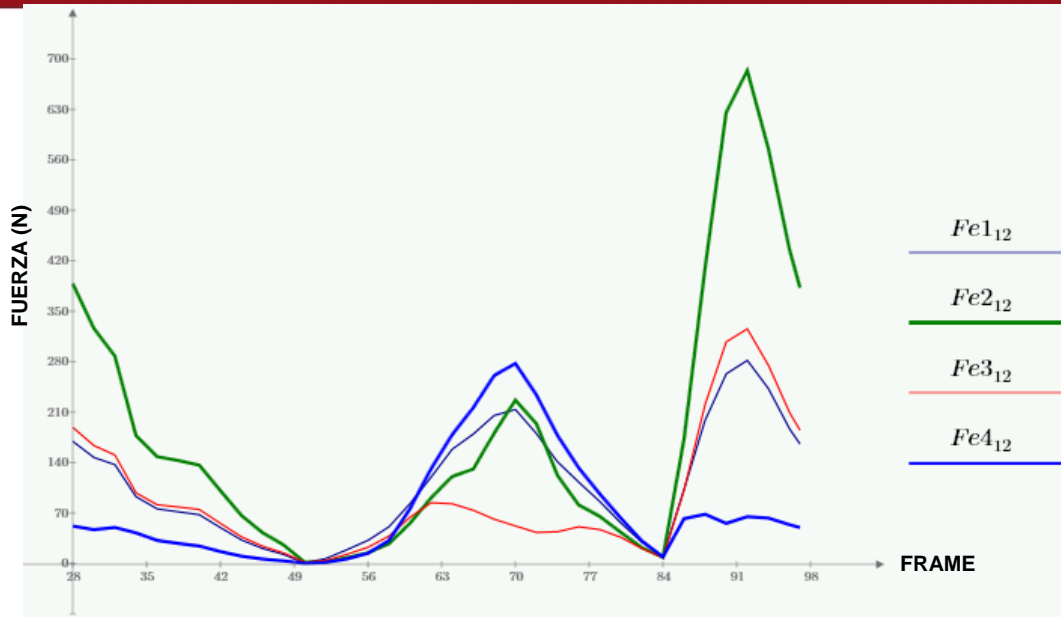


Figura A18.7. Cargas actuantes sobre los pernos en viga 12.

VIGA 34 (Fuerzas en N, Momentos en Nmm)

	"Fr"	"F34X"	"F34Y"	"F34Z"	"TR34X"	"MR34Z"	"MR34Y"
28	2.563	49.671	-73.853	-60856.604	8781.623	-7108.197	
30	-30.358	22	8.776	-53929.895	-869.123	-5436.489	
32	-57.724	-35.726	26.932	-46077.968	-19788.998	-9276.791	
34	-65.738	-76.863	-18.981	-19543.845	-31617.584	-15703.76	
36	-58.121	-74.193	1.394	-14694.066	-30273.276	-12003.052	
38	-55.303	-71.276	7.018	-13029.758	-29459.598	-10831.911	
40	-52.753	-69.124	13.673	-11578.431	-28767.595	-9610.17	
42	-48.566	-73.346	32.668	-7875.109	-28826.366	-6769.205	
44	-45.857	-79.244	48.332	-4880.983	-29255.837	-4581.637	
46	-44.549	-83.827	57.852	-3233.867	-29577.783	-3323.093	
48	-43.676	-86.819	64.356	-2414.253	-29607.255	-2467.391	
50	-42.923	-91.462	71.238	-1216.28	-29817.737	-1597.797	
52	-37.644	-95	80.465	-335.344	-30634.314	460.498	
54	-35.227	-99.724	93.075	597.633	-31482.915	2270.696	
56	-29.386	-102.591	104.9	2400.648	-31851.057	4715.443	
58	-17.379	-102.772	117.688	6515.666	-31436.689	8548.591	
60	1.993	-115.683	145.985	16314.048	-35938.764	15525.953	
62	25.215	-133.32	183.574	28331.713	-43607.962	24269.868	
64	53.54	-140.792	215.458	38215.843	-49873.455	33489.734	
66	77.952	-138.864	228.437	46603.784	-53475.261	39935.167	
68	103.463	-131.402	227.272	57507.289	-56725.943	45146.363	
70	113.944	-101.792	207.493	63030.87	-51906.799	45289.921	
72	100.797	-62.879	160.637	53214.793	-36281.729	37692.616	
74	76.547	-44.41	129.235	40154.507	-24673.75	29374.092	
76	56.598	-51.547	129.328	29677.426	-21937.884	25214.439	
78	39.807	-68.943	133.935	20811.197	-24444.165	22181.937	
80	18.354	-91.365	131.884	13069.287	-30306.202	17485.991	
82	-6.886	-115.318	121.16	7362.82	-38378.799	11100.777	
84	-33.708	-126.79	96.227	600.269	-43898.475	2914.598	
86	-65.846	-94.376	61.713	-22084.331	-36444.079	-7374.62	
88	-55.285	-7.27	11.217	-59257.5	-14477.592	-10393.734	
90	7.258	106.235	-109.301	-94546.245	16333.528	-9795.702	
92	38.849	104.3	-210.688	-101283.355	17259.416	-13686.76	
94	33.336	67.549	-203.899	-86325.598	10429.949	-14136.378	
96	15.852	54.519	-118.403	-66434.239	9631.5	-8941.694	
97	6.694	54.411	-71.292	-59008.203	10607.067	-5979.63	

$freq_34(cargas_34(dfza))=$

"Fr"	"Feq1"	"Feq2"	"Feq3"	"Feq4"
28	103.654	51.596	384.749	87.03
30	40.574	24.972	352.905	54.724
32	200.695	154.778	364.587	150.047
34	325.25	234.339	328.998	240.847
36	307.382	223.85	305.548	233.095
38	297.601	218.243	294.62	227.389
40	289.25	213.32	285.45	222.667
42	288.825	211.608	279.488	225.643
44	293.569	212.308	279.286	231.155
46	297.742	212.79	280.499	234.96
48	298.994	211.581	280.103	235.971
50	302.663	211.105	281.249	238.583
52	310.585	216.393	285.517	248.45
54	320.442	223.187	291.976	257.8
56	325.309	228.596	292.862	265.903
58	322.38	233.452	284.332	274.553
60	368.576	284.588	315.878	344.333
62	444.907	367.653	373.356	453.504
64	504.671	448.168	415.495	548.865
66	536.364	501.716	435.684	616.471
68	561.824	548.281	451.915	690.639
70	506.719	526.279	405.582	682.257
72	353.44	401.52	276.756	528.612
74	243.715	294.49	187.649	385.081
76	222.342	255.594	172.186	312.706
78	250.194	249.577	199.343	286.242
80	308.834	258.904	257.999	296.453
82	387.846	289.09	338.498	338.775
84	439.737	315.203	397.909	364.983
86	365.697	267.281	382.131	284.849
88	148.053	123.888	415.734	112.654
90	196.127	88.431	605.532	158.531
92	203.832	105.136	629.099	144.78
94	130.557	68.999	520.952	85.551
96	113.477	59.52	412.246	85.844
97	119.761	64.699	377.826	98.962

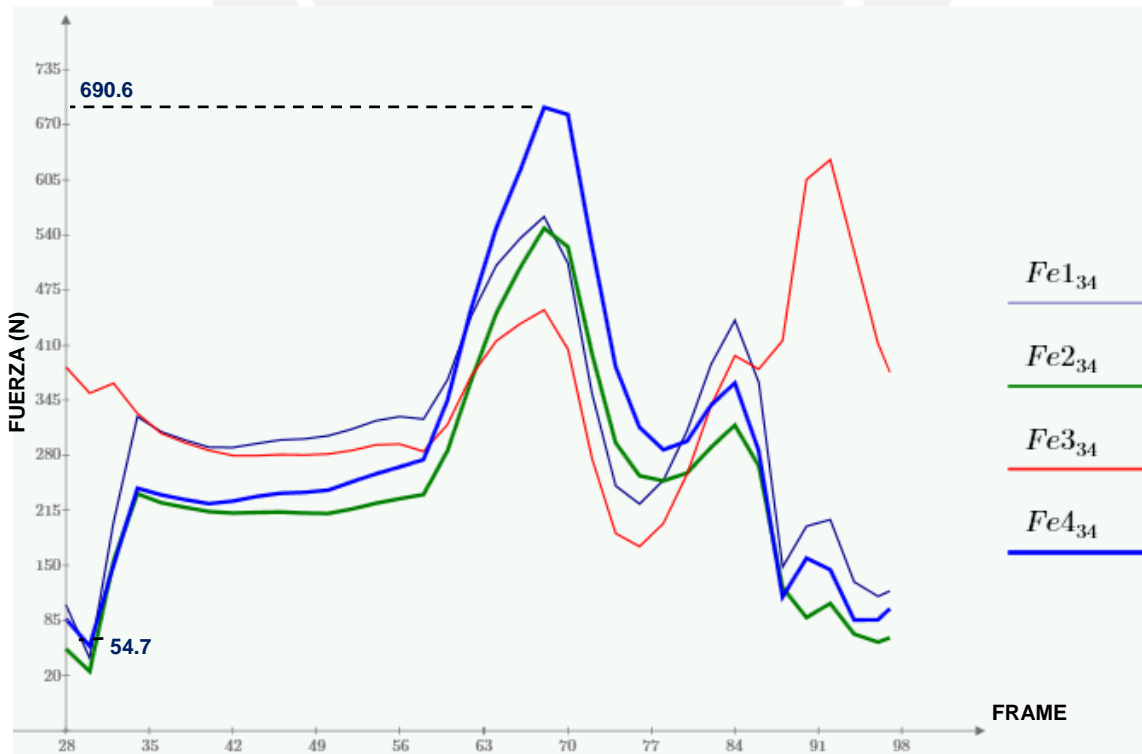


Figura A18.8. Cargas actuantes sobre los pernos en viga 34.

VIGA 56 (Fuerzas en N, Momentos en Nmm)

	"Fr"	"F56X"	"F56Y"	"F56Z"	"TR56X"	"MR56Z"	"MR56Y"
28	82.523	4.832	-58.528	56589.812	17595.471	11189.636	
30	30.951	15.106	8.948	50843.645	21084.289	7394.828	
32	-5.029	60.677	18.329	44270.939	35782.355	846.09	
34	-26.204	85.633	-31.326	19692.944	38540.777	-8718.809	
36	-27.495	77.204	-10.203	14843.929	34156.58	-6802.497	
38	-26.213	72.863	-3.872	13160.263	32502.49	-5879.333	
40	-25.508	69.216	3.4	11677.899	30955.728	-4979.317	
42	-31.191	67.432	22.88	7941.762	27990.4	-4150.899	
44	-37.636	67.854	38.898	4899.322	25710.191	-3840.032	
46	-42.297	68.951	48.573	3190.354	24332.524	-3812.657	
48	-45.429	69.765	55.015	2294.748	23320.005	-3800.633	
50	-50.003	71.67	61.586	1017.988	22221.757	-4076.401	
52	-47.97	73.985	71.211	38.97	22386.43	-2655.438	
54	-50.009	76.952	83.597	-1016.862	22318.59	-1799.543	
56	-49.82	77.452	95.741	-2964.055	21511.243	-503.219	
58	-47.213	73.558	109.773	-7345.596	19042.978	1493.918	
60	-48.761	75.541	143.449	-17795.498	18127.353	4655.98	
62	-50.518	79.482	189.066	-30730.035	19026.383	9009.961	
64	-42.108	75.85	229.914	-41624.274	19823.282	14995.608	
66	-32.168	65.624	250.828	-50919.829	19308.592	19237.516	
68	-22.736	48.405	259.545	-62960.674	17717.504	22111.131	
70	-16.159	18.488	239.414	-68717.616	11859.274	21402.232	
72	-7.264	-6.755	183.058	-57864.968	2732.192	17428.423	
74	-6.429	-10.149	140.061	-43456.645	-1468.372	13152.702	
76	-10.874	4.697	133.687	-32064.243	44.722	11563.935	
78	-15.812	26.325	136.368	-22672.276	5299.061	10809.429	
80	-24.268	53.645	133.033	-14468.554	13848.588	8697.011	
82	-39.414	81.757	121.15	-8173.228	24434.882	4301.386	
84	-51.396	102.168	91.847	-718.603	34669.692	-1235.521	
86	-37.68	98.386	47.392	22227.038	41193.28	-2970.092	
88	23.959	45.819	5.713	57235.784	38277.344	5598.757	
90	139.858	-26.311	-83.379	88181.462	26176.97	20600.658	
92	188.543	-8.198	-167.352	93466.262	30607.159	22084.454	
94	161.388	17.638	-165.748	79579.582	30650.926	16575.113	
96	108.521	8.938	-95.484	61484.556	20641.382	12798.41	
97	84.385	-0.608	-55.629	54812.63	15127.784	11878.892	

cargas_56(dfza) =

	"Fr"	"Feq1"	"Feq2"	"Feq3"	"Feq4"
28	158.33	164.184	195.538	368.952	
30	188.622	180.47	202.155	370.728	
32	336.223	275.689	308.331	425.573	
34	375.629	286.891	319.372	365.409	
36	333.426	253.737	281.088	322.054	
38	316.692	241.767	267.433	305.084	
40	301.288	230.391	254.468	289.791	
42	275.338	206.334	226.551	263.345	
44	256.716	187.245	204.276	244.512	
46	246.144	175.486	190.58	234.013	
48	238.412	166.898	180.716	226.571	
50	230.966	157.291	169.567	219.006	
52	232.242	157.512	172.318	219.221	
54	232.882	155.966	172.367	220.253	
56	225.618	149.262	169.194	214.004	
58	202.992	133.445	162.342	193.046	
60	198.368	136.697	203.372	190.661	
62	211.416	164.047	285.055	206.616	
64	220.382	204.165	361.514	216.975	
66	214.328	229.985	421.554	214.797	
68	195.773	244.355	494.162	206.222	
70	136.763	219.144	514.204	166.131	
72	65.427	161.088	421.578	103.945	
74	50.688	120.605	317.328	76.729	
76	44.741	108.585	241.47	63.963	
78	73.759	109.334	185.44	77.974	
80	151.477	128.717	167.812	141.24	
82	252.843	178.849	210.674	235.267	
84	349.73	247.758	276.785	326.903	
86	402.918	303.825	338.444	405.394	
88	350.335	306.814	344.394	488.627	
90	221.891	271.526	300.488	572.351	
92	275.019	299.612	358.892	588.722	
94	283.736	273.797	344.424	508.262	
96	189.223	189.764	233.233	394.37	
97	135.745	150.213	175.601	352.562	

feq_56(cargas_56(dfza)) =

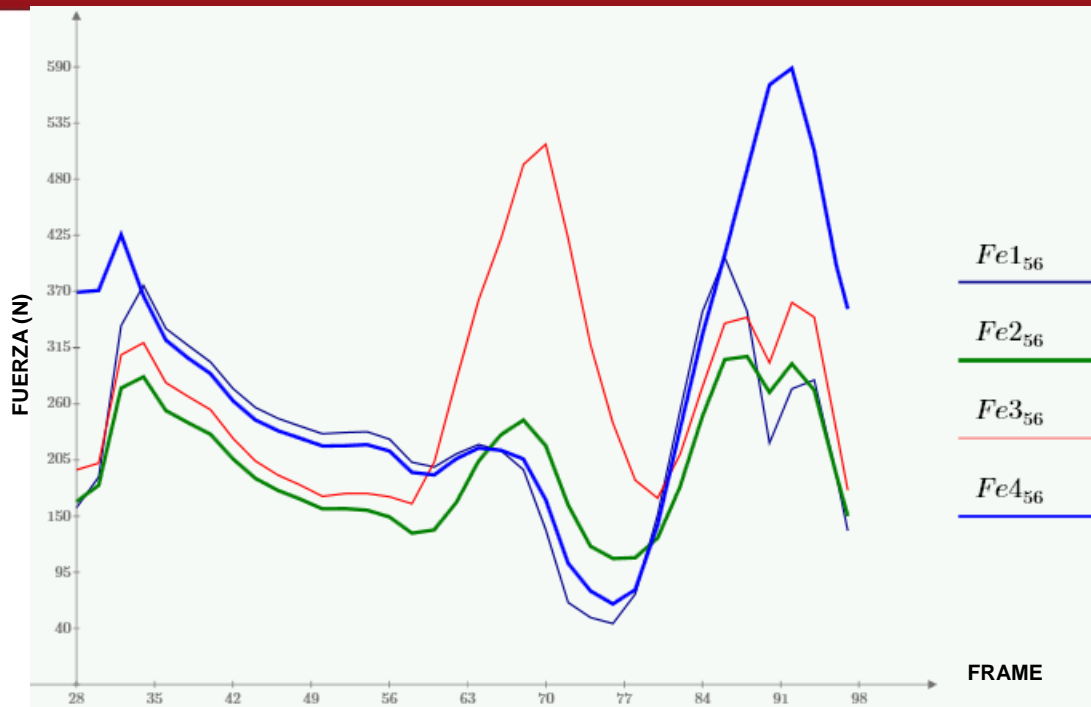


Figura A18.9. Cargas actuantes sobre los pernos en viga 56.

Al comparar los gráficos A18.7, A18.9 y A18.8, se observa que este último (viga 34) describe un mayor valor alternante comparado a los otros gráficos, en especial para el perno 4. Por ello, los valores alternantes, medio y superior a trabajar son los siguientes:

$$F_{e4.a} = \frac{690.6 + 54.7}{2} = 372.7 \text{ N}$$

$$F_{e4.m} = 690.6 - 372.7 = 317.9 \text{ N}$$

$$F_{e4.s} = 690.6 \text{ N}$$

De Hori [11], el área transversal del perno debe cumplir lo siguiente:

$$0.6S_p A_t = 0.6\sigma_F \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \geq F_e \tag{A18.41}$$

Se reemplaza en la ecuación anterior la fuerza de mayor magnitud para un perno de grado 10.9:

$$0.6 * 940 \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \geq F_{e4.s} = 690.6 \text{ N}$$

$$d \geq 1.3 \text{ mm}$$

El perno preseleccionado (M8x45) cumple el rango anterior.

En vista de que los materiales a unir son distintos (arandelas de acero y plataforma y barra de refuerzos de aluminio) se utilizará la teoría de uniones atornilladas expuesta por Budynas [5]. Se empleará el programa Mathcad para agilizar el cálculo.

1) Cálculo de constante de rigidez de las placas

Las dimensiones de la unión roscada se muestran en la figura siguiente:

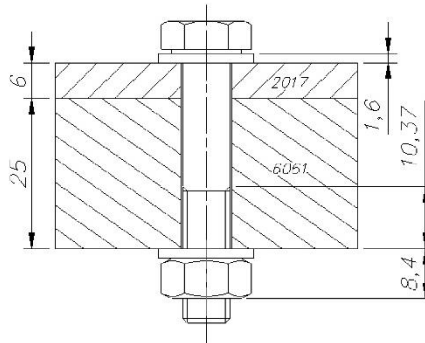


Figura A18.10. Dimensiones unión roscada.

Según Budynas [5], los esfuerzos producidos en las placas debido al ajuste de la unión se pueden representar mediante dos conos truncos cuyo semiángulo de vértice es 30°.

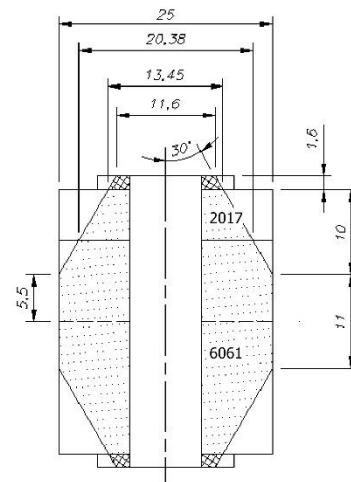


Figura A18.11. Flujo de líneas de esfuerzo representado por un cono trunco.

Se observa que la parte superior abarca los conos truncos de la arandela, del espesor de la plataforma, 4 mm de la barra de refuerzo y un cilindro de 5.5 mm del mismo elemento; mientras que la parte inferior está conformada por el cilindro de 5.5 mm de la barra de refuerzo, el cono trunco de 10 mm y la arandela. La constante de rigidez de cada subtronco se calcula con la siguiente expresión:

$$k = \frac{0.5774\pi E d}{\ln \frac{(1.155t + D - d)(D + d)}{(1.155t + D + d)(D - d)}} \quad (A18.42)$$

Los valores de las variables D, d y t se tomarán según lo siguiente:

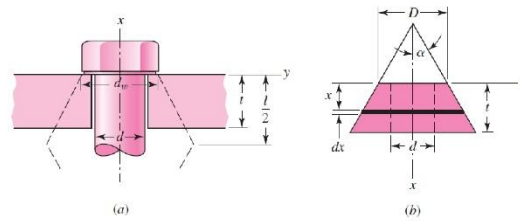


Figura A18.12. Relación entre unión lujos de líneas de esfuerzo representado por un cono tronco. Extraída de Budynas [5].

De la figura A18.12:

$$d := 8 \quad mm$$

Los demás valores difieren según el tronco de cono que se esté analizando.

Tronco Arandela superior: Material acero

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \quad MPa \quad D := 11.6 \quad mm \quad t := 1.6 \quad mm$$

Se reemplaza en (A18.42):

$$k_{a_s} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 9399519.6 \quad \frac{N}{mm}$$

Tronco superior aluminio 2017:

$$E := 7 \cdot 10^4 \quad MPa \quad D := 13.45 \quad mm \quad t := 6 \quad mm$$

Se reemplaza en (A18.42):

$$k_{al_{s1}} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 1879375.9 \quad \frac{N}{mm}$$

Tronco superior barra cuadrada de aluminio 6061:

$$E := 7 \cdot 10^4 \quad MPa \quad D := 20.35 \quad mm \quad t := 4 \quad mm$$

Se reemplaza en (A18.42):

$$k_{al_{s2}} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 6089289.1 \quad \frac{N}{mm}$$

Cilindro barra cuadrada de aluminio 6061:

Debido a que no varía el área en función de la altura del cilindro, la constante de rigidez se calcula con la expresión siguiente [5]:

$$d\delta = \frac{P \, dx}{EA} \quad (A18.43)$$

$$k_{al_c} = \frac{P}{\delta} = \frac{EA}{x_o - x_t} \quad (A18.44)$$

Se reemplazan valores:

$$A := \frac{\pi}{4} \cdot (25^2 - 8^2) = 440.608 \quad \text{mm}^2 \qquad E := 7 \cdot 10^4 \quad \text{MPa}$$

$$k_{al_c} := \frac{E \cdot A}{11} = 2803871.443 \quad \frac{N}{\text{mm}}$$

Tronco inferior barra cuadrada de aluminio 6061

$$E := 7 \cdot 10^4 \quad \text{MPa} \qquad D := 15 \quad \text{mm} \qquad t := 10 \quad \text{mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{al_i} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 1789521.3 \quad \frac{N}{\text{mm}}$$

Tronco Arandela inferior: Material acero

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \quad \text{MPa} \qquad D := 11.6 \quad \text{mm} \qquad t := 1.6 \quad \text{mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{a_i} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 9399519.6 \quad \frac{N}{\text{mm}}$$

La constante de rigidez de todas las placas se halla al considerar al conjunto como resortes en serie [5]:

$$k_{pl} := \frac{1}{\frac{1}{k_{a_s}} + \frac{1}{k_{al_s1}} + \frac{1}{k_{al_s2}} + \frac{1}{k_{al_c}} + \frac{1}{k_{al_i}} + \frac{1}{k_{a_i}}} = 548080.483 \quad \frac{N}{\text{mm}}$$

2) Cálculo de constante de rigidez del perno

Las dimensiones de un perno M8 según la nomenclatura expuesta por Paulsen [17] son las siguientes:

$$d_1 := 13 \quad \text{mm} \qquad d_2 := 7.188 \quad \text{mm} \qquad d_3 := 6.466 \quad \text{mm}$$

$$d_s := .5 \cdot (d_2 + d_3) = 6.827 \quad \text{mm} \qquad d_{og} := 9 \quad \text{mm}$$

Se reemplaza en (A13.1):

$$c_{pe} := \frac{1}{\frac{4}{\pi \cdot 2.1 \cdot 10^5} \cdot \left(\frac{0.5 \cdot d}{d^2} + \frac{22.23}{d^2} + \frac{11.97}{d_3^2} + \frac{0.5 \cdot d}{d_3^2} + \frac{0.4 \cdot d}{d^2} \right)} = 195925.619 \quad \frac{N}{\text{mm}}$$

El factor de carga se calcula con (A13.5):

$$\phi := \frac{c_{pe}}{c_{pe} + k_{pl}} = 0.263$$

3) Verificación durante el ajuste

Cálculo de fuerza de asentamiento:

Los valores para el asentamiento dependen de las superficies a evaluar. De la tabla A13.1 se toman los valores siguientes:

$$\begin{aligned} \delta_{as_c_a} &:= 3 \text{ } \mu\text{m} && (\text{cabeza-arandela}) && \delta_{as_p_a} &:= 2 \text{ } \mu\text{m} && (\text{placa-arandela}) \\ \delta_{as_a_p} &:= 2 \text{ } \mu\text{m} && (\text{arandela-placa}) && \delta_{as_a_l} &:= 3 \text{ } \mu\text{m} && (\text{arandela-tuerca}) \\ \delta_{as_p_p} &:= 2 \text{ } \mu\text{m} && (\text{entre placas}) && \delta_{as_l_r} &:= 3 \text{ } \mu\text{m} && (\text{tuerca-rosca}) \end{aligned}$$

$$\delta_{as} := \delta_{as_c_a} + \delta_{as_a_p} + \delta_{as_p_p} + \delta_{as_p_a} + \delta_{as_a_l} + \delta_{as_l_r} = 15 \text{ } \mu\text{m}$$

Se reemplaza en (A13.6):

$$F_{as} := \frac{c_{pe} \cdot k_{pl}}{c_{pe} + k_{pl}} \frac{\delta_{as}}{1000} = 2164.962 \text{ } N$$

Cálculo de fuerza máxima de montaje:

Se comparan los resultados de las ecuaciones (A13.9) y (A13.10):

$$\sigma_{F_Al} := 275 \text{ } MPa \quad (\text{Aluminio 2017}) \qquad \sigma_{F_P} := 940 \text{ } MPa \quad (10.9)$$

$$F_{p_pe} := 0.75 \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} \cdot \sigma_{F_P} = 25807.1 \text{ } N$$

$$F_{p_pl} := 0.75 \cdot \pi \cdot \frac{(d_1^2 - d_{ag}^2)}{4} \cdot \sigma_{F_Al} = 14255 \text{ } N$$

$$F_{Mmax} := \min(F_{p_pe}, F_{p_pl}) = 14254.977 \text{ } N$$

No obstante, esta fuerza es mucho mayor que la fuerza a soportar. Por ello, se considerará el siguiente valor:

$$F_{Mmax} := 13000 \text{ } N$$

$$K := 0.3 \qquad M_{TM} := K \cdot F_{Mmax} \cdot d_s = 26625.3 \text{ } N \cdot mm$$

Reemplazando en (A13.15) y (A13.16), considerando un factor de ajuste igual 1.5:

$$\alpha_A := 1.5 \qquad F_{Mmin} := \frac{F_{Mmax}}{\alpha_A} = 8666.667 \text{ } N$$

$$\sigma_M := \frac{F_{Mmin}}{\pi \cdot \frac{d_s^2}{4}} = 355.135 \text{ } MPa \qquad \tau_M := \frac{M_{TM} \cdot 16}{\pi \cdot d_s^3} = 426.162 \text{ } MPa$$

$$\sigma_{eq} := \sqrt{\sigma_M^2 + 3 \cdot \tau_M^2} = 819.124 \text{ } MPa \leq 0.9 \cdot \sigma_{F_P} = 846 \text{ } MPa \quad OK!!$$

4) Verificación durante cargas estática

Se considerará como fuerza externa la mayor fuerza superior. Se reemplaza en (A13.11), (A13.12), (A13.13) y (A13.4):

$$F_{ext} := 690.6 \quad N \quad (\text{Carga superior máxima})$$

$$F_{max_pe} := F_{Mmax} + \phi \cdot F_{ext} = 13181.862 \quad N$$

$$F_{res} := F_{Mmin} - F_{as} - (1 - \phi) \cdot F_{ext} = 5992.966 \quad N$$

$$F_{ext_pe} := \phi \cdot F_{ext} = 181.862 \quad N$$

$$F_{ext_pl} := (1 - \phi) \cdot F_{ext} = 508.738 \quad N$$

Se reemplaza en (A13.18), (A13.19) y (A13.20):

$$\sigma_{max_t} := \frac{F_{max_pe}}{\pi \cdot .25 \cdot d_s^2} = 360.103 \quad MPa$$

$$\sigma_{eq_tra} := \sqrt{\sigma_{max_t}^2 + 3 \cdot (0.5 \cdot \tau_M)^2} = 515.64 \quad MPa \leq \sigma_{F_P} = 940 \quad MPa \quad OK!!$$

5) Verificación durante carga alternante:

$$F_{e3_a} := 372.7 \quad N \quad (\text{Carga alternante máxima})$$

$$\sigma_{a_t} := \frac{\phi \cdot F_{e3_a}}{\pi \cdot d_s^2 \cdot .25} = 2.681 \quad MPa$$

$$\sigma_A := 0.85 \cdot \left(\frac{150}{d} + 45 \right) = 54.188 \quad MPa$$

Reemplazando en (A13.22), (A13.23) y (A13.24):

$$F_{02min} := \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 34409.435 \quad N$$

$$F_{Madm} := 0.9 \cdot \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 30968.491 \quad N$$

$$F_{tm} := \phi \cdot F_{e3_a} + F_{Madm} = 31066.638 \quad N$$

$$\frac{F_{tm}}{F_{02min}} = 0.903$$

$$FS := \frac{\sigma_A}{\sigma_{a_t}} = 20.21 > 1.2 \quad OK!$$

Finalmente, se verifica que el perno M8x45 de grado 10.9 resiste satisfactoriamente el torque de ajuste y las cargas alternantes.

Por otro lado, se procederá a verificar la soldadura presente en los refuerzos en cruz. Las cargas aplicadas en las vigas se aprecian de manera genérica en la figura A18.1. Del documento de tesis se observa que los mayores esfuerzos ocurren en la viga 56, por lo que se evaluará la soldadura para los refuerzos correspondiente a dicha viga. En este caso, la viga es tipo E cuyas medidas se observan en la figura siguiente:

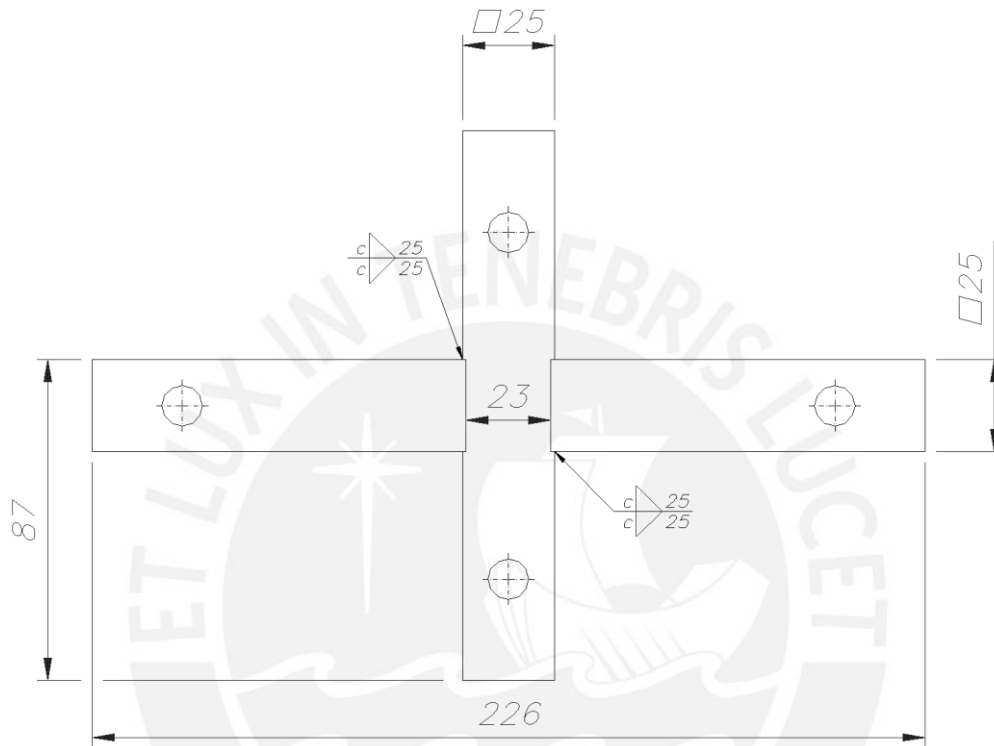


Figura A18.13. Medidas de los refuerzos

En vista de que los momentos flectores se incrementan con el brazo de palanca, se calculará el espesor de garganta para el cordón ubicado a mayor distancia del punto de aplicación inicial (ver figura 3.16 del documento de tesis), es decir a 87 mm. Las cargas actuantes son las siguientes (se desprecia el efecto de las fuerzas cortantes):

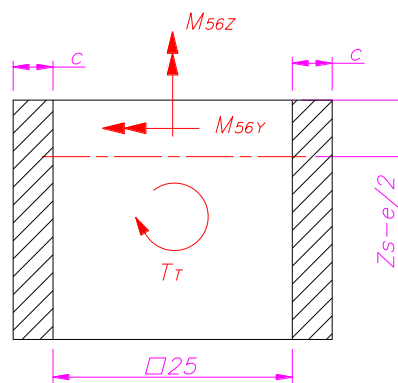


Figura A18.14. Cargas actuantes en el cordón.

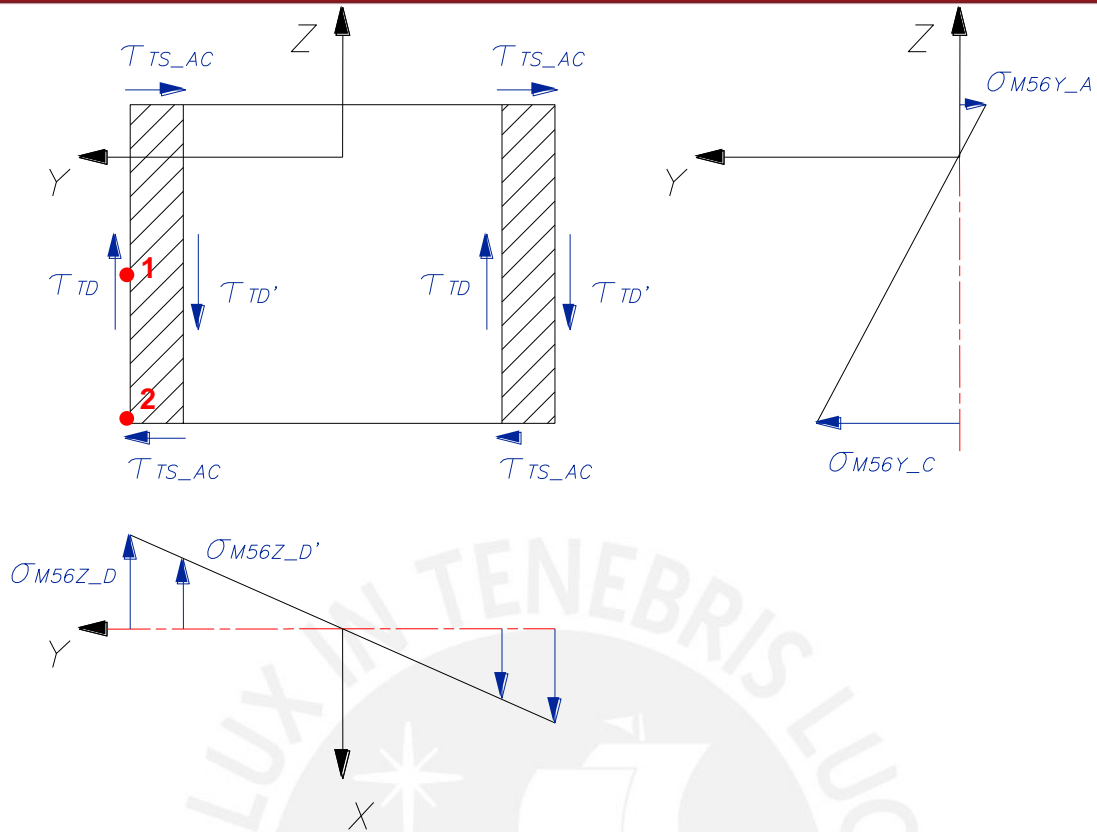


Figura A18.15. Esfuerzos actuantes en el cordón

Del gráfico anterior, se observa que los puntos 1 y 2 son los más críticos. Por ello, se calcularán los esfuerzos para ambos puntos. Para tal fin, se elaborará el programa *soldadura_56*:


```

soldadura_56(dfza,e):=
m ← rows(dfza)
c ← 3.5
AP ← 200 · e
AT ← 25.42
zP ← 0
zT ← -0.5 · e - 12.7
zS ←  $\frac{A_P \cdot z_P + A_T \cdot z_T}{A_P + A_T}$ 
ISy ←  $c \cdot \frac{25^3}{6}$ 
ISz ←  $25 \cdot \frac{c^3}{6}$ 
JS ←  $\frac{I_{Sy} + I_{Sz}}{2}$ 
f0,0 ← "Fr"
f0,1 ← "σP1"
f0,2 ← "σT1"
f0,3 ← "σP2"
for i ∈ 1..(m-1)
    F56Z ← dfzai,15 + dfzai,18
    F56X ← dfzai,13 + dfzai,16
    F56Y ← dfzai,14 + dfzai,17
    M56Y ← 87 · F56Z
    M56Z_2 ← 87 · F56Y
    T56X ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,15} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ dfza_{i,18} \end{bmatrix}$ 
    M56Z_1 ←  $\begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,14} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dfza_{i,17} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 
    M56Z ← M56Z_1,0 + M56Z_2
    "Cálculo de los momentos torsores"
    TT ←  $\frac{0.1406 \cdot 25.4^4}{0.333 \cdot 200 \cdot e^3 + 0.1406 \cdot 25.4^4} \cdot T_{56X_{0,0}}$ 
    TP ← T56X0,0 - TT
    "Momento torsor a soportar por el cordón de soldadura"
    TTS ← 0.5 · TT
    "Cálculo de esfuerzos"
    σM56Y_C ←  $\frac{M_{56Y} \cdot \left( 25 - \left( |z_S| - \frac{e}{2} \right) \right)}{I_{Sy}}$ 

```

$$\sigma_{M56Y_A} \leftarrow \frac{M_{56Y} \cdot \left(|z_S| - \frac{e}{2} \right)}{I_{Sy}}$$

$$\sigma_{M56Z_D} \leftarrow \frac{M_{56Z} \cdot (12.5 + c)}{I_{Sz}}$$

$$\tau_{TS_D} \leftarrow \frac{T_{TS}}{0.305 \cdot 25 \cdot c^2}$$

$$\tau_{TS_AC} \leftarrow \tau_{TS_D} \cdot \frac{c}{25.4}$$

$$\sigma_{P1} \leftarrow \sigma_{M56Z_D}$$

$$\tau_{P1} \leftarrow \tau_{TS_D}$$

$$\sigma_{P2} \leftarrow \sigma_{M56Z_D} + \sigma_{M56Y_C}$$

$$\tau_{P2} \leftarrow 0$$

“Se desprecia el efecto de los esfuerzos cortantes promedio”

$$f_{i,0} \leftarrow dfza_{i,0}$$

$$f_{i,1} \leftarrow \sigma_{P1}$$

$$f_{i,2} \leftarrow \tau_{P1}$$

$$f_{i,3} \leftarrow \sigma_{P2}$$

f

Los resultados son los siguientes:

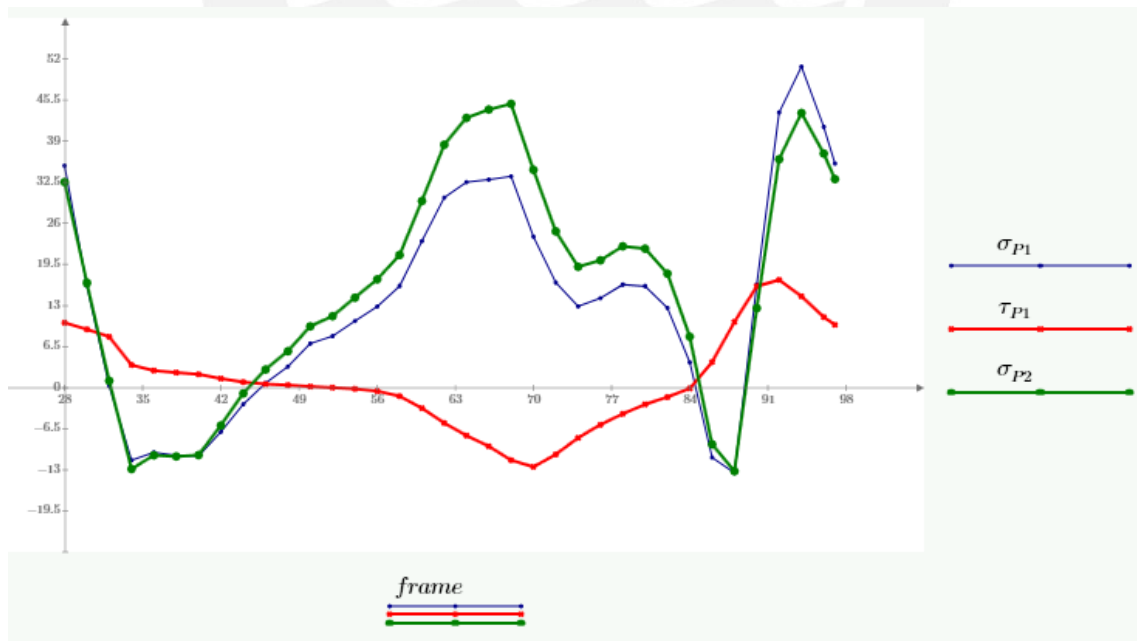


Figura A18.16. Esfuerzos actuantes en los puntos 1 y 2.

Seguidamente, se procede a calcular los esfuerzos equivalentes para el punto 1 ya que se soporta mayor esfuerzo normal por momento flector. Se aplicarán las fórmulas descritas en el anexo 21. Se calcula para un espesor de garganta $c = 17 \text{ mm}$.

$$\sigma_{P1sup} := \max(\sigma_{P1}) = 50.779 \quad \text{MPa} \qquad \tau_{P1sup} := \max(\tau_{P1}) = 17.02 \quad \text{MPa}$$

$$\sigma_{eq1} := \sqrt{\sigma_{P1sup}^2 + 1.8 \cdot \tau_{P1sup}^2} = 55.677 \quad \text{MPa}$$

Por recomendación de la norma AWS D1.2, el esfuerzo de fluencia, para un material de aluminio, reduce un 30% de su valor. De la teoría expuesta por Paulsen [19] se seleccionan los siguientes factores de carga estática y de calidad de la unión:

Factor de carga estática: $v := 0.8$

Factor de calidad de la unión: $v_2 := 1$ (Soldadura de Calidad I, según DIN 1912)

$$v := 0.8 \qquad v_2 := 1 \qquad FS := 2$$

$$\sigma_F := 0.7 \cdot 246 = 172.2 \quad \text{MPa}$$

$$\sigma_{Adm} := v \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_F}{FS} = 68.88$$

Ya que el esfuerzo equivalente es menor al esfuerzo admisible, la unión soldada resiste la carga actuante.

ANEXO 19: CÁLCULO DE EJE DE APOYO

Las ecuaciones descritas para el cálculo del eje se expuestas en 3.4 se incluyen en el programa siguiente para agilizar la iteración.

$$\begin{aligned}
 \text{calculo_eje}(D1, r1, \sigma_B, \sigma_F, \alpha_{KA}, \alpha_{KM}, \alpha_{KC}) := & \eta \leftarrow \frac{1}{1 + \frac{8}{r1} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_B}\right)} \\
 & C_{temp} \leftarrow 1 \\
 & C_c \leftarrow 1 \\
 & C_s \leftarrow 0.85 \\
 & \text{"CARGA AXIAL"} \\
 & \beta_A \leftarrow 1 + \eta \cdot (\alpha_{KA} - 1) \\
 & C_t \leftarrow 1 \\
 & C_{carga} \leftarrow 0.85 \\
 & K_a \leftarrow \frac{\beta_A}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_t \cdot C_{carga}} \\
 & \text{"MOMENTO FLECTOR"} \\
 & \beta_M \leftarrow 1 + \eta \cdot (\alpha_{KM} - 1) \\
 & C_{IM} \leftarrow 0.9 \\
 & C_{cargaM} \leftarrow 1 \\
 & K_m \leftarrow \frac{\beta_M}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_{IM} \cdot C_{cargaM}} \\
 & \text{"CORTANTE"} \\
 & \beta_C \leftarrow 1 + \eta \cdot (\alpha_{KC} - 1) \\
 & C_{IC} \leftarrow 0.9 \\
 & C_{cargaC} \leftarrow 1 \\
 & K_c \leftarrow \frac{\beta_C}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_{IC} \cdot C_{cargaC}} \\
 & A \leftarrow 0.25 \cdot \pi \cdot (D1 - 2 \cdot r1)^2 \\
 & I \leftarrow \pi \cdot \frac{(D1 - 2 \cdot r1)^4}{64} \\
 & \text{"CARGAS ALTERNANTES"} \\
 & \tau_{ya} \leftarrow \frac{110.5}{A} \\
 & \tau_{za} \leftarrow \frac{507}{A} \\
 & \sigma_{xa} \leftarrow \frac{156.8}{A} \\
 & \sigma_{za} \leftarrow 25.5 \cdot 110.5 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1 - 2 \cdot r1)}{I} \\
 & \sigma_{ya} \leftarrow 25.5 \cdot 507 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1 - 2 \cdot r1)}{I} \\
 & \sigma_{resul_H} \leftarrow K_m \cdot \sigma_{ya} + K_a \cdot \sigma_{xa} \\
 & \sigma_{resul_S} \leftarrow K_m \cdot \sigma_{za} + K_a \cdot \sigma_{xa} \\
 & \sigma_{eqn_H} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resul_H}^2 + 3 \cdot \left((K_c \cdot \tau_{ya})^2 + (K_c \cdot \tau_{za})^2 \right)} \\
 & \sigma_{eqn_S} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resul_S}^2 + 3 \cdot \left((K_c \cdot \tau_{ya})^2 + (K_c \cdot \tau_{za})^2 \right)} \\
 & \text{"CARGAS MEDIAS"} \\
 & \tau_{ym} \leftarrow \frac{66.8}{A} \\
 & \tau_{zm} \leftarrow \frac{-43.9}{A} \\
 & \sigma_{xm} \leftarrow \frac{103.2}{A} \\
 & \sigma_{zm} \leftarrow 25.5 \cdot 66.8 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1 - 2 \cdot r1)}{I} \\
 & \sigma_{ym} \leftarrow 25.5 \cdot -43.9 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1 - 2 \cdot r1)}{I} \\
 & \sigma_{resul_H} \leftarrow \sigma_{xm} + \sigma_{ym} \\
 & \sigma_{resul_S} \leftarrow \sigma_{xm} + \sigma_{ym} \\
 & \sigma_{eqm_H} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resul_H}^2 + 3 \cdot \left((\tau_{ym})^2 + (\tau_{zm})^2 \right)} \\
 & \sigma_{eqm_S} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resul_S}^2 + 3 \cdot \left((\tau_{ym})^2 + (\tau_{zm})^2 \right)} \\
 & FS_{fatiga_H} \leftarrow \frac{1}{\frac{\sigma_{eqn_H}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{\sigma_{eqm_H}}{\sigma_B}} \\
 & FS_{fatiga_S} \leftarrow \frac{1}{\frac{\sigma_{eqn_S}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{\sigma_{eqm_S}}{\sigma_B}}
 \end{aligned}$$

"CARGAS SUPERIORES"

$$\tau_{ys} \leftarrow \frac{177.3}{A}$$

$$\tau_{zs} \leftarrow \frac{-550.9}{A}$$

$$\sigma_{xs} \leftarrow \frac{260}{A}$$

$$\sigma_{zs} \leftarrow 25.5 \cdot 177.3 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1-2 \cdot r1)}{I}$$

$$\sigma_{ys} \leftarrow 25.5 \cdot -550.9 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1-2 \cdot r1)}{I}$$

$$\sigma_{res_H} \leftarrow \sigma_{xs} + \sigma_{ys}$$

$$\sigma_{res_S} \leftarrow \sigma_{zs} + \sigma_{ys}$$

$$\sigma_{eqs_H} \leftarrow \sqrt{\sigma_{res_H}^2 + 3 \cdot ((\tau_{ys})^2 + (\tau_{zs})^2)}$$

$$\sigma_{eqs_S} \leftarrow \sqrt{\sigma_{res_S}^2 + 3 \cdot ((\tau_{ys})^2 + (\tau_{zs})^2)}$$

$$FS_{fluencia_H} \leftarrow \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqs_H}}$$

$$FS_{fluencia_S} \leftarrow \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqs_S}}$$

$$f \leftarrow \begin{bmatrix} \text{"seq_a'_H"} & \text{"seq_m_H"} & \text{"seq_s_H"} & \text{"FSfatiga_H"} & \text{"FSfluencia_H"} \\ \sigma_{eqa_H} & \sigma_{eqm_H} & \sigma_{eqs_H} & FS_{fatiga_H} & FS_{fluencia_H} \\ \text{"seq_a'_S"} & \text{"seq_m_S"} & \text{"seq_s_S"} & \text{"FSfatiga_S"} & \text{"FSfluencia_S"} \\ \sigma_{eqa_S} & \sigma_{eqm_S} & \sigma_{eqs_S} & FS_{fatiga_S} & FS_{fluencia_S} \end{bmatrix}$$

Iteración 1

$$Re := 27 \quad D := 18 \quad r := 2 \quad d := D - 2 \cdot r = 14 \quad \sigma_F := 340 \quad \sigma_B := 650$$

$$\frac{r}{d} = 0.14 \quad \frac{D}{d} = 1.29 \quad \alpha_{KA} := 1.6 \quad \alpha_{KM} := 1.55 \quad \alpha_{KC} := 1.28 \quad m := 25.5$$

$$\text{calculo_eje}(D, r, \sigma_B, \sigma_F, \alpha_{KA}, \alpha_{KM}, \alpha_{KC}) = \begin{bmatrix} \text{"seq_a'_H"} & \text{"seq_m_H"} & \text{"seq_s_H"} & \text{"FSfatiga_H"} & \text{"FSfluencia_H"} \\ 76.758 & 3.599 & 50.876 & 4.137 & 6.683 \\ \text{"seq_a'_S"} & \text{"seq_m_S"} & \text{"seq_s_S"} & \text{"FSfatiga_S"} & \text{"FSfluencia_S"} \\ 19.813 & 7.051 & 19.586 & 13.925 & 17.359 \end{bmatrix}$$

Esfuerzos en MPa.

Iteración 2

$$Re := 27 \quad D := 18 \quad r := 1.5 \quad d := D - 2 \cdot r = 15 \quad \sigma_F := 340 \quad \sigma_B := 650$$

$$\frac{r}{d} = 0.1 \quad \frac{D}{d} = 1.2 \quad \alpha_{KA} := 1.7 \quad \alpha_{KM} := 1.65 \quad \alpha_{KC} := 1.32 \quad m := 25.5$$

$$\text{calculo_eje}(D, r, \sigma_B, \sigma_F, \alpha_{KA}, \alpha_{KM}, \alpha_{KC}) = \begin{bmatrix} \text{"seq_a'_H"} & \text{"seq_m_H"} & \text{"seq_s_H"} & \text{"FSfatiga_H"} & \text{"FSfluencia_H"} \\ 62.255 & 2.902 & 41.317 & 5.102 & 8.229 \\ \text{"seq_a'_S"} & \text{"seq_m_S"} & \text{"seq_s_S"} & \text{"FSfatiga_S"} & \text{"FSfluencia_S"} \\ 16.324 & 5.778 & 16.146 & 16.916 & 21.058 \end{bmatrix}$$

Esfuerzos en MPa.

Sección Q

Los esfuerzos alternantes, medios, superiores así como los factores de seguridad se calcularán con el programa anterior al modificar el brazo de palanca que genera los momentos flectores y los factores

$$\text{calculo_eje}(D1, \sigma_B, \sigma_F) :=$$

$$C_{temp} \leftarrow 1$$

$$C_c \leftarrow 1$$

$$C_s \leftarrow 0.83$$

“CARGA AXIAL”

$$\beta_A \leftarrow 1$$

$$C_t \leftarrow 1$$

$$C_{carga} \leftarrow 0.85$$

$$K_a \leftarrow \frac{\beta_A}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_t \cdot C_{carga}}$$

“MOMENTO FLECTOR”

$$\beta_M \leftarrow 1$$

$$C_{tM} \leftarrow 0.9$$

$$C_{cargaM} \leftarrow 1$$

$$K_m \leftarrow \frac{\beta_M}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_{tM} \cdot C_{cargaM}}$$

“CORTANTE”

$$\beta_C \leftarrow 1$$

$$C_{tC} \leftarrow 0.9$$

$$C_{cargaC} \leftarrow 1$$

$$K_c \leftarrow \frac{\beta_C}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_{tC} \cdot C_{cargaC}}$$

$$A \leftarrow 0.25 \cdot \pi \cdot (D1)^2$$

$$I \leftarrow \pi \cdot \frac{(D1)^4}{64}$$

“CARGAS ALTERNANTES”

$$\tau_{ya} \leftarrow \frac{110.5}{A}$$

$$\tau_{za} \leftarrow \frac{507}{A}$$

$$\sigma_{xa} \leftarrow \frac{156.8}{A}$$

$$\sigma_{za} \leftarrow 41 \cdot 110.5 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1)}{I}$$

$$\sigma_{ya} \leftarrow 41 \cdot 507 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1)}{I}$$

$$\sigma_{resa'_H} \leftarrow K_m \cdot \sigma_{ya} + K_a \cdot \sigma_{xa}$$

$$\sigma_{resa'_S} \leftarrow K_m \cdot \sigma_{za} + K_a \cdot \sigma_{xa}$$

$$\sigma_{eqa'_H} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resa'_H}^2 + 3 \cdot ((K_c \cdot \tau_{ya})^2 + (K_c \cdot \tau_{za})^2)}$$

$$\sigma_{eqa'_S} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resa'_S}^2 + 3 \cdot ((K_c \cdot \tau_{ya})^2 + (K_c \cdot \tau_{za})^2)}$$

“CARGAS MEDIAS”

$$\tau_{ym} \leftarrow \frac{66.8}{A}$$

$$\tau_{zm} \leftarrow \frac{-43.9}{A}$$

$$\sigma_{xm} \leftarrow \frac{103.2}{A}$$

$$\sigma_{zm} \leftarrow 41 \cdot 66.8 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1)}{I}$$

$$\sigma_{ym} \leftarrow 41 \cdot -43.9 \cdot \frac{(D1)}{I}$$

$$\sigma_{resm_H} \leftarrow \sigma_{xm} + \sigma_{ym}$$

$$\sigma_{resm_S} \leftarrow \sigma_{zm} + \sigma_{xm}$$

$$\sigma_{eqm_H} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resm_H}^2 + 3 \cdot ((\tau_{ym})^2 + (\tau_{zm})^2)}$$

$$\sigma_{eqm_S} \leftarrow \sqrt{\sigma_{resm_S}^2 + 3 \cdot ((\tau_{ym})^2 + (\tau_{zm})^2)}$$

$$FS_{fatiga_H} \leftarrow \frac{1}{\frac{\sigma_{eqa'_H}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{\sigma_{eqm_H}}{\sigma_B}}$$

$$FS_{fatiga_S} \leftarrow \frac{1}{\frac{\sigma_{eqa'_S}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{\sigma_{eqm_S}}{\sigma_B}}$$

“CARGAS SUPERIORES”

$$\tau_{ys} \leftarrow \frac{177.3}{A}$$

$$\tau_{zs} \leftarrow \frac{-550.9}{A}$$

$$\sigma_{xs} \leftarrow \frac{260}{A}$$

$$\sigma_{zs} \leftarrow 41 \cdot 177.3 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1)}{I}$$

$$\sigma_{ys} \leftarrow 41 \cdot -550.9 \cdot 0.5 \cdot \frac{(D1)}{I}$$

$$\sigma_{rcss_H} \leftarrow \sigma_{zs} + \sigma_{ys}$$

$$\sigma_{rcss_S} \leftarrow \sigma_{zs} + \sigma_{ys}$$

$$\sigma_{eqs_H} \leftarrow \sqrt{\sigma_{rcss_H}^2 + 3 \cdot ((\tau_{ys})^2 + (\tau_{zs})^2)}$$

$$\sigma_{eqs_S} \leftarrow \sqrt{\sigma_{rcss_S}^2 + 3 \cdot ((\tau_{ys})^2 + (\tau_{zs})^2)}$$

$$FS_{fluencia_H} \leftarrow \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqs_H}}$$

$$FS_{fluencia_S} \leftarrow \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqs_S}}$$

$$f \leftarrow \begin{bmatrix} \text{“seq_a’_H”} & \text{“seq_m_H”} & \text{“seq_s_H”} & \text{“FSfatiga_H”} & \text{“FSfluencia_H”} \\ \sigma_{eqs_H} & \sigma_{eqm_H} & \sigma_{eqs_H} & FS_{fatiga_H} & FS_{fluencia_H} \\ \text{“seq_a’_S”} & \text{“seq_m_S”} & \text{“seq_s_S”} & \text{“FSfatiga_S”} & \text{“FSfluencia_S”} \\ \sigma_{eqs_S} & \sigma_{eqm_S} & \sigma_{eqs_S} & FS_{fatiga_S} & FS_{fluencia_S} \end{bmatrix}$$

$Re := 27$ $D := 18$ $\sigma_F := 340$ $\sigma_B := 650$

$$calculo_eje(D, \sigma_B, \sigma_F) = \begin{bmatrix} \text{“seq_a’_H”} & \text{“seq_m_H”} & \text{“seq_s_H”} & \text{“FSfatiga_H”} & \text{“FSfluencia_H”} \\ 49.701 & 5.907 & 38.629 & 6.172 & 8.802 \\ \text{“seq_a’_S”} & \text{“seq_m_S”} & \text{“seq_s_S”} & \text{“FSfatiga_S”} & \text{“FSfluencia_S”} \\ 12.403 & 5.217 & 14.272 & 21.65 & 23.822 \end{bmatrix}$$

Es decir, el eje soporta satisfactoriamente las cargas en el punto Q donde tiene un diámetro de 18 mm.

Verificación de presión de aplastamiento en el eje y tapa de sujeción

La fuerza que genera presiones de aplastamiento es la componente axial.

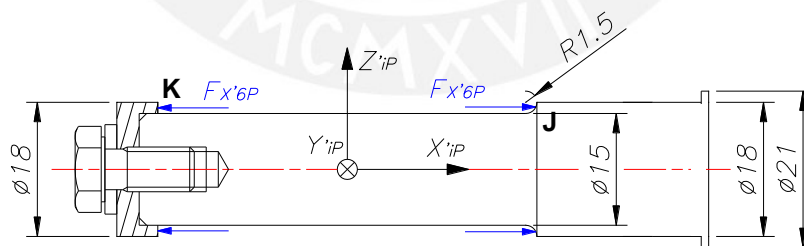


Figura A18.1. Zonas K y J a estudiar.

En los cálculos siguientes se considerará el valor superior de esta fuerza:

$$F_{X'6P_S} = 260 \text{ N}$$

Sección J

La presión de aplastamiento se calcula de la siguiente manera:

$$p_{apl_J} = \frac{F_{X'6P_s}}{\pi \frac{(18^2 - 15^2)}{4}} = \frac{260}{77.8} = 3.34 \text{ MPa}$$

Se calcula el factor de seguridad al aplastamiento:

$$FS_{aplastamiento} = \frac{p_{Adm}}{p_{apl_J}}$$

El valor de presión admisible se extrae de la tabla siguiente:

Tabla A18.1. Presión superficial admisible [17].

MATERIAL	p_{Adm} (N/mm ²)
St37	260
St50	420
C45	700
42CrMo4	850
30CrNiMo8	750
X5CrNiMo1810	210
X10CrNiMo189	220
Acero inoxidable	1000 a 1250
Titanio sin alear	300
T-6Al-4V	1000
GG15	600
GG25	800
GG35	900
GG40	1100
GGG35.3	480
GD MgAl9	220 (140)
GK MgAl9	140 (220)
GKAlSi6Cu4	200
AlZnMgCu0,5	370
Al99	140

Extracto de VDI 2230 Julio 1986
Verein Deutscher Ingenieure (Sociedad Alemana de Ingenieros)

Por lo anterior, no hay riesgo de deformación por aplastamiento en esta sección ya que el valor de p_{apl_J} es muy bajo en comparación con p_{Adm} .

Sección K

La presión de aplastamiento ocurre en la tapa de sujeción, cuyo material también se escogerá en CK 45. Dicha presión se calcula de la siguiente manera:

$$p_{apl_K} = \frac{F_{X'6P_s}}{\pi \frac{(18^2 - 15^2)}{4}} = \frac{260}{77.8} = 3.34 \text{ MPa}$$

Se calcula el factor de seguridad a la fluencia:

$$FS_{aplastamiento} = \frac{p_{Adm}}{p_{apl_K}}$$

Por lo anterior, el p_{apl_K} es de valor muy bajo en comparación con p_{Adm} ; por lo que no hay riesgo de falla por aplastamiento.

Verificación de presión en zona de apoyo con el perfil

Las fuerzas que ocasionan aplastamiento en esta zona son las componentes en los ejes Z e Y. Al igual que en el caso anterior, se trabajarán con los valores superiores de estas fuerzas:

$$F_{Z'6P_s} = -550.9 \text{ N} \quad | \quad F_{Y'6P_s} = 177.3 \text{ N}$$

Cada una de estas fuerzas genera dos tipos de presiones de aplastamiento: una por el momento flector en la zona de apoyo y otro por la presión directa de la carga sobre el área proyectada.

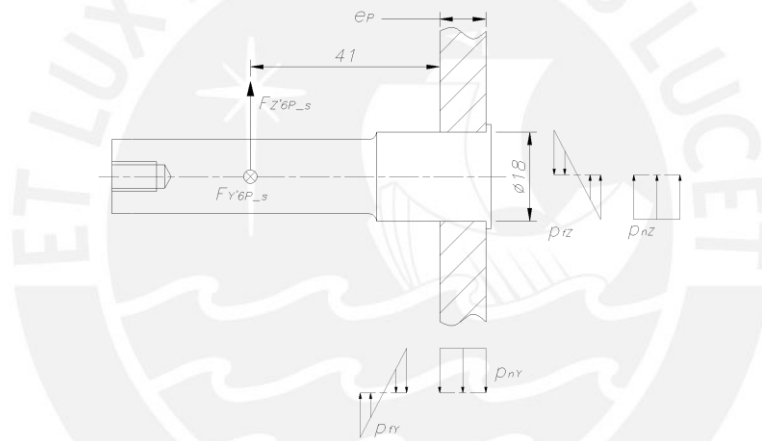


Figura A18.2. Presiones de aplastamiento en zona de apoyo.

Se procede a calcular las presiones mostradas en la figura anterior. Preliminarmente se estimará como espesor del perfil igual a $5/16" = 7.93 \text{ mm}$.

Eje Y

$$p_{nY} = \frac{F_{Y'6P_s}}{18e_p} = \frac{177.3}{18 * 7.93} = 1.3 \text{ MPa}$$

$$p_{fY} = \frac{(41 + 0.5e_p)F_{Y'6P_s}(0.5e_p)}{\frac{18e_p^3}{12}} = \frac{(41 + 0.5 * 7.93) * 177.3 * (0.5 * 7.93)}{\frac{18 * 7.93^3}{12}} = 42.2 \text{ MPa}$$

Por superposición de efectos:

$$p_{maxY} = p_{nY} + p_{fY} = 43.5 \text{ MPa}$$

Eje Z

$$p_{nZ} = \frac{F_{Z'6P_s}}{18e_p} = \frac{550.9}{18 * 7.93} = 3.9 \text{ MPa}$$

$$p_{fY} = \frac{(41 + 0.5e_p)F_{Z'6P_s}(0.5e_p)}{\frac{18e_p^3}{12}} = \frac{(41 + 0.5 * 7.93) * 550.9 * (0.5 * 7.93)}{\frac{18 * 7.93^3}{12}} = 131.5 \text{ MPa}$$

Por superposición de efectos:

$$p_{maxZ} = p_{nZ} + p_{fZ} = 135.4 \text{ MPa}$$

De la tabla A19.1:

$$FS_{apl_Y} = \frac{p_{Adm}}{p_{maxY}} = \frac{700}{43.5} = 16.1 \quad OK!$$

$$FS_{apl_Z} = \frac{p_{Adm}}{p_{maxZ}} = \frac{700}{135.4} = 5.2 \quad OK!$$

Por lo anterior, la zona no falla por aplastamiento.

Verificación de presión de aplastamiento entre eje y esfera.

Debido a que no debe haber giro relativo de la esfera respecto al eje de apoyo, se selecciona un ajuste tipo apriete H6/p5. La interferencia diametral máxima para este ajuste es el siguiente:

$$I_d = 51 \mu m$$

La interferencia radial es la mitad del valor anterior:

$$\delta = \frac{I_d}{2} = 25.5 \mu m$$

De Paulsen [15], la presión de contacto por apriete se calcula con la siguiente expresión:

$$p_c = \frac{\delta}{c \left[\frac{b^2 + c^2}{E_c(b^2 - c^2)} + \frac{a^2 + c^2}{E_e(c^2 - a^2)} + \frac{\nu_c}{E_c} - \frac{\nu_e}{E_e} \right]} \quad (A18.1)$$

Las medidas de a, b y c se toman según la figura siguiente:

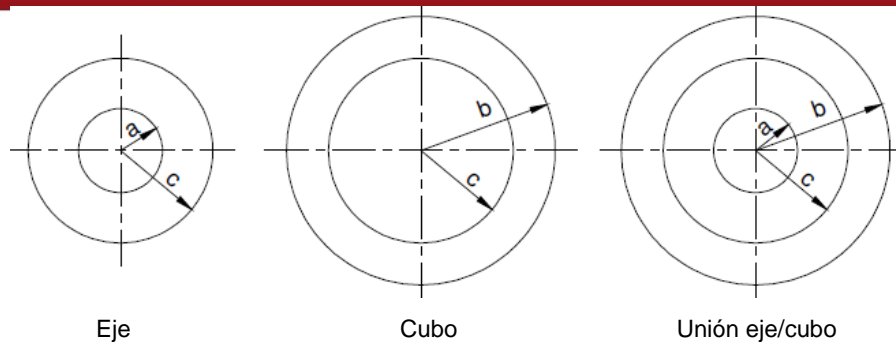


Figura A18.3. Medidas del eje y cubo. Extraída de Paulsen [15].

En este caso, la esfera vendría a ser el cubo. Con el fin de utilizar la expresión (A18.1), se calculará un diámetro equivalente de la esfera como resultado de igualar el volumen de la esfera al volumen de un cilindro de diámetro interno 15 mm y diámetro externo $2b$.

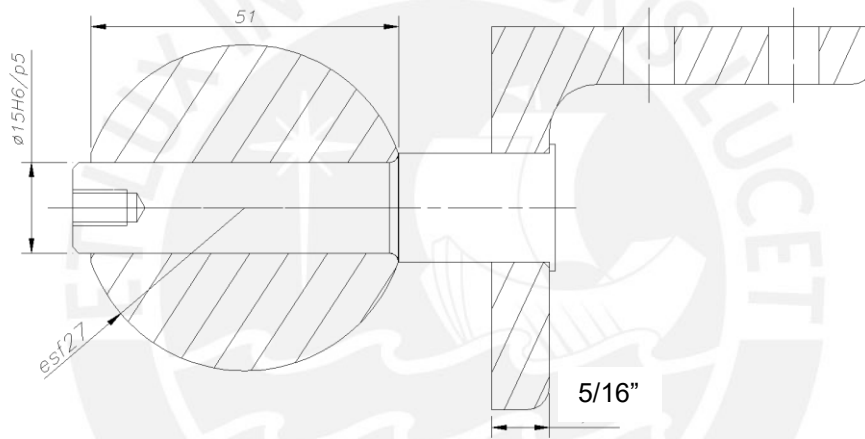


Figura A18.4. Medidas unión esfera-eje.

El volumen de la esfera se halla con el programa SolidWorks. Al igualar volúmenes:

$$73037.5 \text{ mm}^3 = 51 \left(\frac{\pi((2b)^2 - 15^2)}{4} \right)$$

$$b = 22.6 \text{ mm}$$

Debido a que ambos materiales son acero y el eje no presenta agujero interno:

$$a = 0 \text{ mm}$$

$$c = 7.5 \text{ mm}$$

$$E_c = E_e = E = 2100000 \text{ MPa}$$

$$\nu_c = \nu_e$$

Se reemplaza en (A18.1):

$$p_c = \frac{2100000 * \frac{25.5}{1000} (22.6^2 - 7.5^2)}{2 * 7.5 * 22.6^2} = 280.4 \text{ MPa}$$

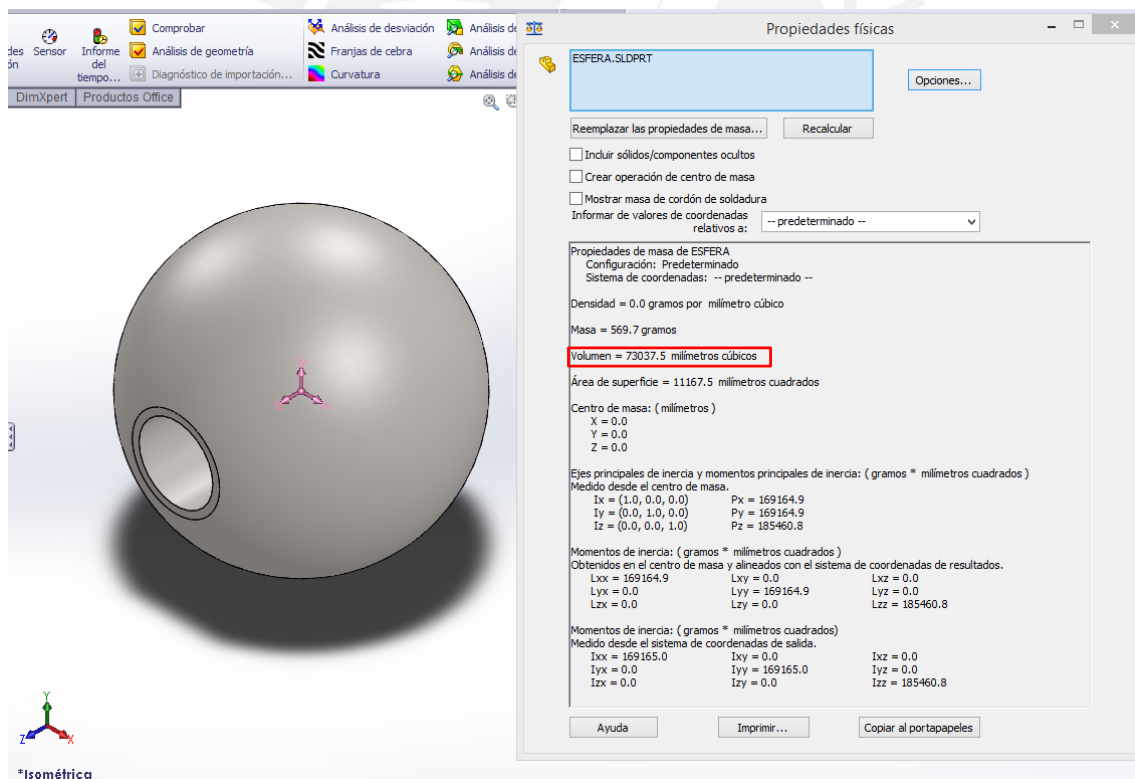
De Paulsen [15], en el caso de uniones por contracción se puede admitir que la unión trabaje en el rango plástico. Sin embargo, es recomendable trabajar en la zona elástica; es decir, debajo de la zona de fluencia de los materiales.

$$FS_{apl} = \frac{\sigma_F}{p_c} = \frac{340}{280.4} = 1.21$$

Se toma como factor de seguridad igual a 1.1 [28].

$$FS_{apl} = 1.21 > 1.1 \text{ OK!}$$

Por lo anterior, la unión por apriete no falla por aplastamiento.



ANEXO 20: CÁLCULO PERNO DE SUJECIÓN AXIAL DEL APOYO

Se seleccionará preliminarmente un perno M6. En adelante se verificará la resistencia durante el ajuste y en trabajo a carga fluctuante.

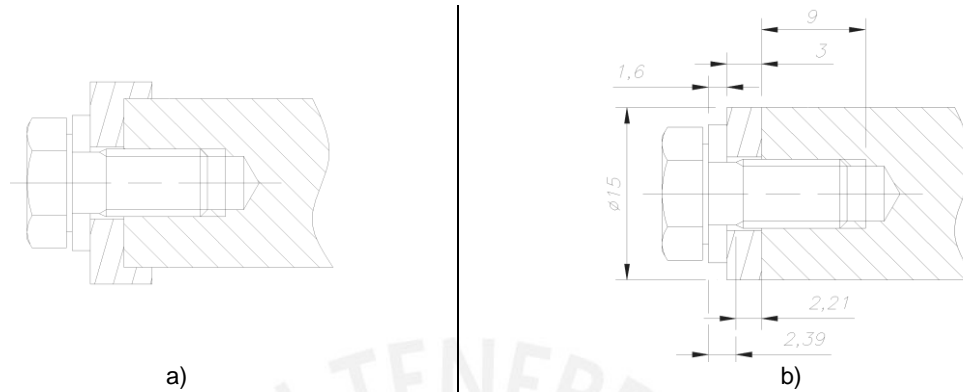


Figura A20.1. Perno de sujeción: a) Unión propuesta, b) Unión simplificada a estudiar

El análisis siguiente se basará en la figura A20.1-b. Las medidas de un perno M6 grado 10.9 son las siguientes (nomenclatura según Paulsen):

$$d = 6 \quad | \quad d_1 = 10 \quad | \quad d_2 = 5.35 \quad | \quad d_3 = 4.019 \quad | \quad d_s = 4.685 \quad | \quad d_{ag} = 6.4$$

Reemplazando en (A13.1) para calcular la constancia de rigidez del perno:

$$c_{pe} = \frac{1}{\frac{4}{\pi * 210000} \left(\frac{0.5d}{d^2} + \frac{2.39}{d^2} + \frac{2.21}{d_3^2} + \frac{0.5d}{d_3^2} + \frac{0.4d}{d^2} \right)} = 306032 \text{ N/mm}$$

Para determinar la constante de rigidez de las placas es necesario hallar los siguientes parámetros [17]:

$$D_{ext} = 15 \text{ mm} \quad | \quad L_p = 12 \text{ mm} \quad | \quad w = 2 \text{ (agujero roscado)}$$

Se sustituyen valores en (A13.2) y en (A13.3):

$$\tan \gamma_c = 0.362 + 0.032 \ln \frac{12}{10} + 0.153 \ln \frac{15}{10} = 0.43$$

$$D_{max} = 20.317 \text{ mm}$$

En vista de que $D_{max} > D_{ext}$, se utiliza la siguiente expresión:

$$c_{pl} = \frac{E\pi}{\frac{2}{w d_{ag} \tan \gamma_c} \ln \left(\frac{(d_1 + d_{ag})(d_1 + w L_p \tan \gamma_c - d_{ag})}{(d_1 - d_{ag})(d_1 + w L_p \tan \gamma_c + d_{ag})} \right) + \frac{4}{D_{ext}^2 - d_{ag}^2} \left(L_p - \frac{(D_{ext} - d_1)}{w \tan \gamma_c} \right)} \quad (\text{A19.1})$$

Se reemplazan valores en (A19.1):

$$c_{pl} = \frac{210000 * \pi}{2 * 6.4 * 0.43} \ln \left(\frac{(10 + 6.4)(10 + 2 * 12 * 0.43 - 6.4)}{(10 - 6.4)(10 + 2 * 12 * 0.43 - 6.4)} \right) + \frac{4}{15^2 - 6.4^2} \left(12 - \frac{(15 - 10)}{2 * 0.43} \right)$$

$$c_{pl} = 1471000 \text{ N/mm}$$

Se calcula el factor de carga con (A13.5):

$$\Phi = 0.172$$

Con la tabla A13.1 y la figura A20.1, se escogen los valores de asentamiento en μm :

$$\delta_{as_{c-a}} = 3.0 \quad | \quad \delta_{as_{a-p}} = 2.0 \quad | \quad \delta_{as_{p-p}} = 2.0 \quad | \quad \delta_{as_{t-r}} = 3.0$$

El asentamiento de la unión atornillada se calcula al sumar los valores de asentamiento parcial:

$$\delta_{as} = 10.0 \mu m$$

La fuerza de asentamiento se halla con (A13.6):

$$F_{as} = 2533 \text{ N}$$

La fuerza residual fue hallada con (A13.14) teniendo en cuenta una fuerza máxima de ajuste calculada con (A13.9). No obstante, el resultado de esta última expresión es de gran magnitud en comparación con la fuerza a soportar ($F_{Xr6P.S} = 260 \text{ N}$). Por ello, se utilizará la expresión (A14.3) para calcular el mínimo valor de la fuerza de montaje.

$$F_{Mmin} \geq 2533 + 260 * (1 - 0.172) = 2748 \text{ N}$$

Por lo anterior, el valor mínimo de la fuerza para obtener una fuerza residual nula entre las placas es 2748 N. En este caso, se trabajará con un $F_{Mmin} = 4000 \text{ N}$ y según (A13.7), $F_{Mmax} = 6000 \text{ N}$.

Verificación del perno durante el montaje

Se utilizarán las ecuaciones (A13.15) y (A13.16):

$$\sigma_M = 348.1 \text{ MPa}$$

$$\tau_M = 417.8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_M^2 + 3\tau_M^2} = 802.9 \text{ MPa}$$

Se verifica la condición de (A13.17):

$$776.2 \text{ MPa} < 0.9S_p = 846 \text{ MPa}$$

Es decir, el perno M6 de grado 10.9 no falla durante el ajuste.

Verificación del perno durante la aplicación de la carga externa (estática)

Se considerará la fuerza superior $F_{X'6P_s} = 313 \text{ N}$. Reemplazando valores en (A13.11), (A13.12), (A13.13) y (A13.14)

$$\begin{array}{l|l} F_{ext/pl} = 215.2 \text{ N} & F_{max/pe} = 6054 \text{ N} \\ F_{ext/pe} = 44.8 \text{ N} & F_{res} = 1208 \end{array}$$

En vista de que la fuerza residual en la unión es mayor a cero, ésta no se separará.

Se sustituyen valores en (A13.18), (A13.19) y en (A13.20):

$$\begin{aligned} \sigma_{max/pe} &= 350.7 \text{ MPa} \\ \tau_{trab/pe} &= 208.9 \text{ MPa} \\ \sigma_{eq-tra} &= 503.9 \text{ MPa} \leq S_p \end{aligned}$$

Para un perno de grado 10.9: $S_p = 940 \text{ MPa}$. Por lo anterior, el perno no falla durante la aplicación de la carga estática.

Verificación del perno por fatiga

Se considerará la fuerza alternante $F_{X'6P_a} = 156.8 \text{ N}$

Se reemplaza en (A13.21).

$$\sigma_{alt/pe} = 1.6 \text{ MPa}$$

Reemplazando en (A13.22), (A13.23) y (A13.24):

$$\begin{aligned} F_{0.2min} &= 16200 \text{ N} \\ F_{Madm} &= 14580 \text{ N} \\ F_{tm} &= 14770 \text{ N} \\ \frac{F_{tm}}{F_{0.2min}} &= 0.912 \end{aligned}$$

El valor anterior está dentro del rango; por lo que se procede a calcular de σ_A .

$$0.3 \leq \frac{F_{tm}}{F_{0.2min}} < 1$$

Sustituyendo valores en (A13.25):

$$\sigma_A = 59.5 \text{ MPa}$$

Según norma VDI 2230, en el caso de cálculo por fatiga debe cumplirse lo siguiente:

$$FS = \frac{\sigma_A}{\sigma_{alt/pe}} \geq 1.2$$

Reemplazando valores:

$$FS = \frac{\sigma_A}{\sigma_{alt/pe}} = 37 \geq 1.2 \quad OK!$$

En conclusión, el perno seleccionado resiste satisfactoriamente las condiciones de trabajo en la simulación de la marcha.



ANEXO 21: CÁLCULO CORDÓN DE SOLDADURA

El cálculo siguiente está basado en la teoría expuesta por Paulsen [19].

Cargas aplicadas en la unión soldada

$$F_{X6P_a} := 156.8 \quad N \quad F_{X6P_m} := 103.2 \quad N \quad F_{X6P_s} := 260 \quad N$$

$$F_{Y6P_a} := 110.5 \quad N \quad F_{Y6P_m} := 66.8 \quad N \quad F_{Y6P_s} := 177.3 \quad N$$

$$F_{Z6P_a} := 507 \quad N \quad F_{Z6P_m} := -43.9 \quad N \quad F_{Z6P_s} := -550.9 \quad N$$

Espesor de garganta: $a := 3.5 \text{ mm}$

Factor de carga estática: $v := 0.8$

Factor de calidad de la unión: $v_2 := 1$ (Soldadura de Calidad I, según DIN 1912)

Tabla A21.1. Factor de calidad de la unión [19]

CALIDAD	v_2
I	1,0
II	0,8
III	0,5

Guía para determinar la calidad de uniones soldadas (DIN 1912)

		Calidad		
		I	II	III
Material	Garantizado para soldar	•	•	•
Preparación	Dirigida por especialista	•	•	•
	Vigilada	•	•	
Método de soldadura	Seleccionado de acuerdo con las propiedades del material, el espesor de las piezas y las cargas de la unión soldada.	•	•	•
Material de aporte	Seleccionado de acuerdo al material base	•	•	•
	Selección verificada y garantizada.	•	•	
Personal	Soldador calificado con supervisión en su Trabajo	•	•	
Verificación	Comprobación de ausencia de fallas (ultrasonido, rayos x, etc.)	•		

Factor de concentración de esfuerzos efectivo: $v_1 := 0.11$

Material de menor esfuerzo de fluencia: $\sigma_F := 340 \text{ MPa}$ (Para CK 45)

Cálculo de unión soldada $A := 0.25 \cdot \pi \cdot ((18 + 2 \cdot a)^2 - 18^2) = 197.92 \text{ mm}^2$

Momento de inercia en Y e Z $I := \pi \cdot \frac{((18 + 2 \cdot a)^4 - 18^4)}{64} = 11133.02 \text{ mm}^4$

CARGAS ALTERNANTES

Fuerza cortante en Z $t_{nz_a} := \frac{F_{Z6P_a}}{A} = 2.145 \text{ MPa}$

Fuerza cortante en Y $t_{ny_a} := \frac{F_{Y6P_a}}{A} = 0.467 \text{ MPa}$

Esfuerzo normal por flexión en X debido a Fz $n_{xFz_a} := \frac{41 \cdot F_{Z6P_a} \cdot (9 + a)}{I} = 18.531 \text{ MPa}$

Esfuerzo normal por flexión en X debido a Fy $n_{xFy_a} := \frac{41 \cdot F_{Y6P_a} \cdot (9+a)}{I} = 4.039$ MPa

Esfuerzo equivalente en punto A $\sigma_{cqA_a} := \sqrt{n_{xFz_a}^2 + 1.8 \cdot (t_{nz_a}^2 + t_{ny_a}^2)} = 18.764$ MPa

Esfuerzo equivalente en punto B $\sigma_{cqB_a} := \sqrt{n_{xFy_a}^2 + 1.8 \cdot (t_{nz_a}^2 + t_{ny_a}^2)} = 4.998$ MPa

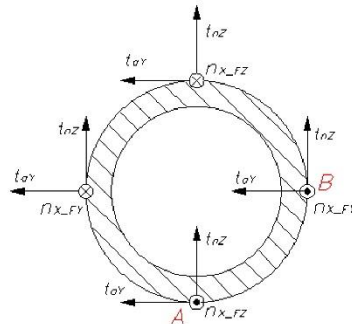


Figura A21.1. Esfuerzos actuantes en cordón de soldadura

CARGAS MEDIAS

Fuerza cortante en Z $t_{nz_m} := \frac{F_{Z6P_m}}{A} = -0.186$ MPa

Fuerza cortante en Y $t_{ny_m} := \frac{F_{Y6P_m}}{A} = 0.283$ MPa

Esfuerzo normal por flexión en X debido a Fz $n_{xFz_m} := \frac{41 \cdot F_{Z6P_m} \cdot (9+a)}{I} = -1.605$ MPa

Esfuerzo normal por flexión en X debido a Fy $n_{xFy_m} := \frac{41 \cdot F_{Y6P_m} \cdot (9+a)}{I} = 2.442$ MPa

Esfuerzo equivalente en punto A $\sigma_{cqA_m} := \sqrt{n_{xFz_m}^2 + 1.8 \cdot (t_{nz_m}^2 + t_{ny_m}^2)} = 1.667$ MPa

Esfuerzo equivalente en punto B $\sigma_{cqB_m} := \sqrt{n_{xFy_m}^2 + 1.8 \cdot (t_{nz_m}^2 + t_{ny_m}^2)} = 2.483$ MPa

CARGAS SUPERIORES

Fuerza cortante en Z $t_{nz_s} := \frac{F_{Z6P_s}}{A} = -2.33$ MPa

Fuerza cortante en Y $t_{ny_s} := \frac{F_{Y6P_s}}{A} = 0.75$ MPa

$$\text{Esfuerzo normal por flexión en X debido a Fz} \quad n_{xFz_s} := \frac{41 \cdot F_{Z6P_s} \cdot (9+a)}{I} = -20.136 \quad \text{MPa}$$

$$\text{Esfuerzo normal por flexión en X debido a Fy} \quad n_{xFy_s} := \frac{41 \cdot F_{Y6P_s} \cdot (9+a)}{I} = 6.48 \quad \text{MPa}$$

$$\text{Esfuerzo equivalente en punto A} \quad \sigma_{eqA_s} := \sqrt{n_{xFz_s}^2 + 1.8 \cdot (t_{nz_s}^2 + t_{ny_s}^2)} = 20.402 \quad \text{MPa}$$

$$\text{Esfuerzo equivalente en punto B} \quad \sigma_{eqB_s} := \sqrt{n_{xFy_s}^2 + 1.8 \cdot (t_{nz_s}^2 + t_{ny_s}^2)} = 7.265 \quad \text{MPa}$$

CÁLCULO DE FACTORES DE SEGURIDAD

De Rodríguez [23] y en vista de que este es un cálculo conservativo, como se explica en el tema de tesis, se escoge un factor de seguridad mínimo igual a 1.5. En este caso, el material que tiene menor esfuerzo alternante es el perfil de material ASTM A52.

$$\sigma_B := 458 \quad \text{MPa} \quad \sigma_F := 352 \quad \text{MPa} \quad \sigma_{Alt} := 0.5 \cdot \sigma_B = 229 \quad \text{MPa}$$

$$\text{FS a fluencia en punto A:} \quad FS_{fl_A} := v \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqA_s}} = 13.803$$

$$\text{FS a fluencia en punto B:} \quad FS_{fl_B} := v \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_F}{\sigma_{eqB_s}} = 38.76$$

FS a fatiga en punto A:

$$\sigma_{eqA_m} = 1.667 \quad \text{MPa} \quad \sigma_{eqA_a} = 18.8 \quad \text{MPa}$$

$$\text{Del gráfico de Smith aproximado:} \quad \sigma_A := 219.28 \quad \text{MPa}$$

$$FS_{fatiga_A} := v_1 \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_A}{\sigma_{eqB_s}} = 3.32 > 1.5 \quad \text{OK!}$$

FS a fatiga en punto B:

$$\sigma_{eqB_m} = 2.483 \quad \text{MPa} \quad \sigma_{eqB_a} = 5 \quad \text{MPa}$$

$$\text{Del gráfico de Smith aproximado:} \quad \sigma_A := 183.45 \quad \text{MPa}$$

$$FS_{fatiga_A} := v_1 \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_A}{\sigma_{eqB_s}} = 2.8 > 1.5 \quad \text{OK!}$$

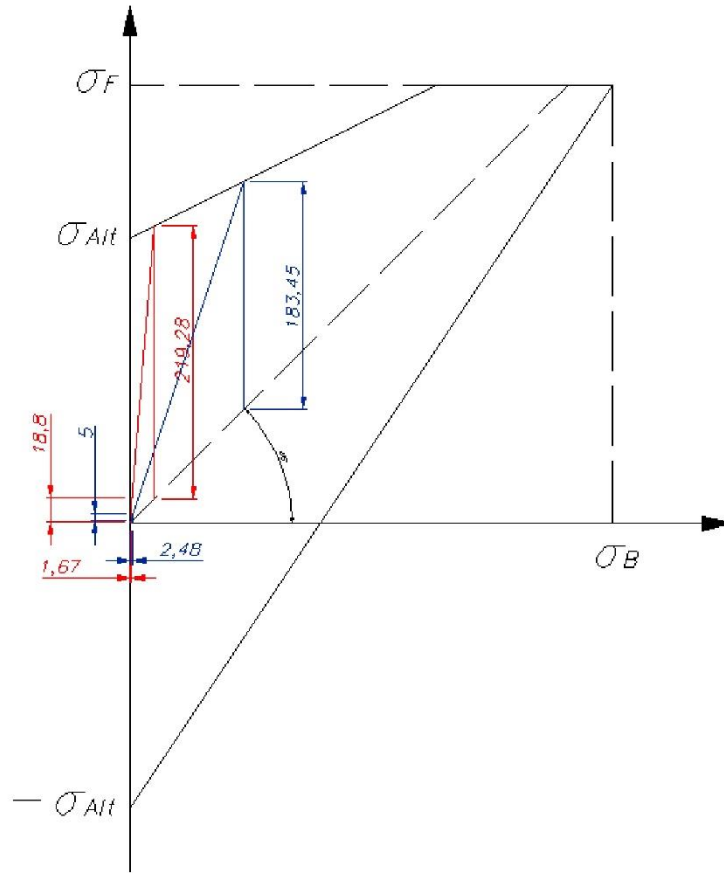


Figura A21.2. Diagrama de Smith simplificado. Dibujado en AutoCAD.



ANEXO 22: CÁLCULO DE PERFIL DE APOYO

1) Propiedades mecánicas para ASTM A52 grado 50

$$\sigma_F := 352 \text{ MPa} \quad \sigma_B := 458 \text{ MPa} \quad \sigma_{All} := 0.5 \cdot \sigma_B = 229 \text{ MPa}$$

Las medidas del perfil pre seleccionado son las siguientes:

$$\text{Dimensiones del perfil: } e_p := 5 \cdot \frac{25.4}{16} = 7.938 \text{ mm} \quad m := 64 \text{ mm}$$

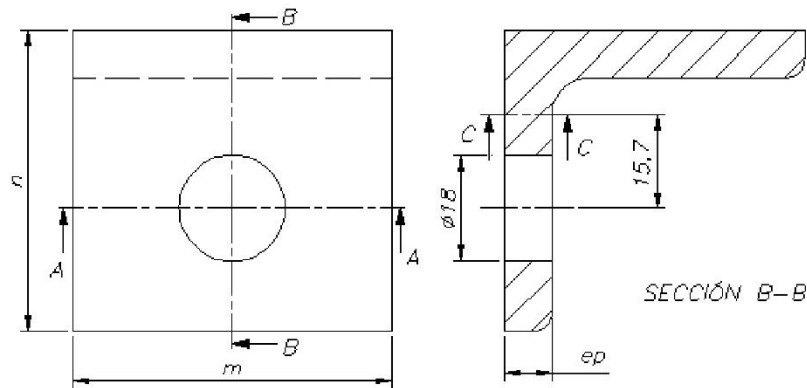


Figura A22.1. Medidas del perfil.

Las cargas a soportar por el perfil, transmitidas a este por el eje de apoyo, son las fuerzas del punto 6. Se analizarán las secciones A-A y C-C debido a que la primera presenta un agujero interno para el eje y la segunda ya que esta zona actúa como empotramiento del ala vertical.

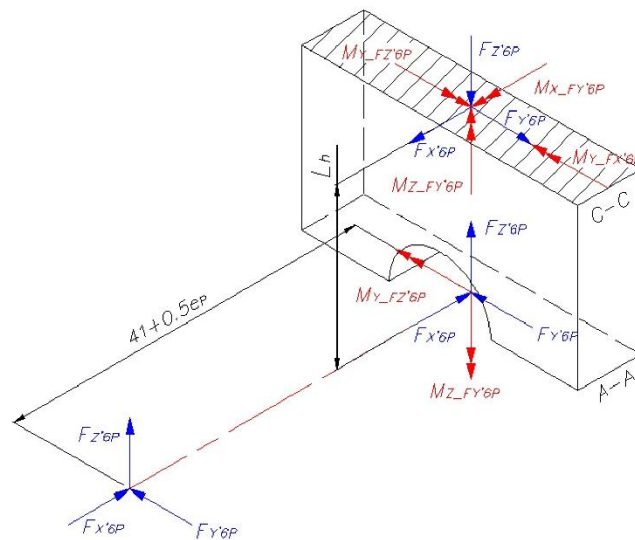


Figura A22.2. Fuerzas trasladadas a secciones de estudio A-A y C-C.

2) Cargas aplicadas en el apoyo

$$\begin{array}{llll}
 F_{X6P_a} := 156.8 & N & F_{X6P_m} := 103.2 & N & F_{X6P_s} := 260 & N \\
 F_{Y6P_a} := 110.5 & N & F_{Y6P_m} := 66.8 & N & F_{Y6P_s} := 177.3 & N \\
 F_{Z6P_a} := 507 & N & F_{Z6P_m} := -43.9 & N & F_{Z6P_s} := -550.9 & N
 \end{array}$$

3) Análisis de sección A-A

3.1) Propiedades Geométricas

Área de la sección: $A_P := e_P \cdot (m - 18) = 365.125 \quad mm^2$

Diámetro de la entalla: $d := 18 \quad mm \quad r := 0.5 \cdot d = 9 \quad mm$

Momento Inercia en X: $I_{X_P} := \frac{e_P \cdot m^3}{12} - \frac{e_P \cdot 18^3}{12} = 1.695 \cdot 10^5 \quad mm^4$

Momento Inercia en Y: $I_{Y_P} := \frac{m \cdot e_P^3}{12} - \frac{18 \cdot e_P^3}{12} = 1.917 \cdot 10^3 \quad mm^4$

Momento Polar: $J_P := I_{X_P} + I_{Y_P} = 1.715 \cdot 10^5 \quad mm^4$

3.2) Cargas y esfuerzos actuantes

Las cargas en la sección y los esfuerzos producto de estas, vistas desde un plano paralelo a X'6P-Y'6P, se muestran en la figura A22.3. De esta se observa que el punto W es el más crítico debido a que los esfuerzos normales van en la misma dirección y las componentes en X e Y del esfuerzo cortante por flector se suman con los otros esfuerzos cortantes.

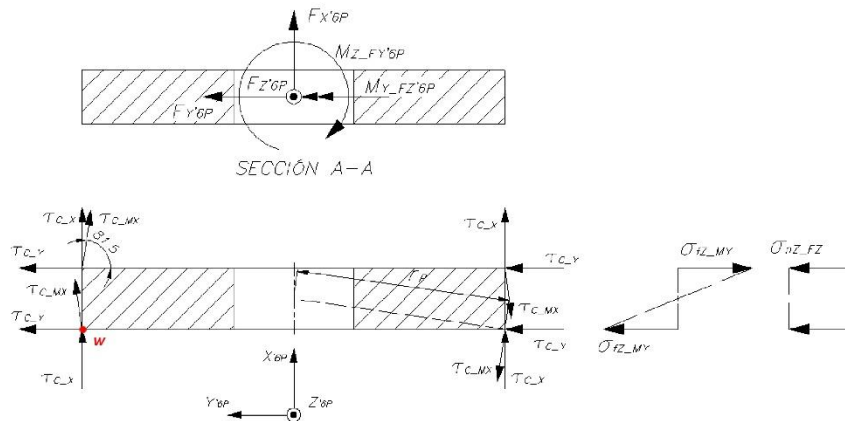


Figura A22.3. Cargas y esfuerzos en sección A-A.

Cálculo de esfuerzos alternantes

Esfuerzo cortante en Y: $\tau_{C_Ya} := \frac{F_{Y6P_a}}{A_p} = 0.303 \quad MPa$

Esfuerzo cortante en X: $\tau_{C_Xa} := \frac{F_{X6P_a}}{A_p} = 0.429 \quad MPa$

Esfuerzo cortante torsión Y: $\tau_{C_MX_Xa} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6P_a} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{2 \cdot J_p} = 0.138 \quad MPa$

Esfuerzo cortante torsión X: $\tau_{C_MX_Ya} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6P_a} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{2 \cdot J_p} = 0.924 \quad MPa$

Esfuerzo normal por momento flector My $\sigma_{fZ_MYa} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot e_p \cdot F_{Z6P_a}}{2 \cdot I_{Y_P}} = 47.2 \quad MPa$

Esfuerzo normal por Fz $\sigma_{nZ_FZa} := \frac{F_{Z6P_a}}{A_p} = 1.389 \quad MPa$

Al comparar los valores de los esfuerzos cortantes con el esfuerzo normal por momento flector, se desprecian los primeros por ser poco significativos. Sólo se trabajará con el esfuerzo cortante por torsión en X.

Factores de cálculo por fatiga: Esfuerzo normal

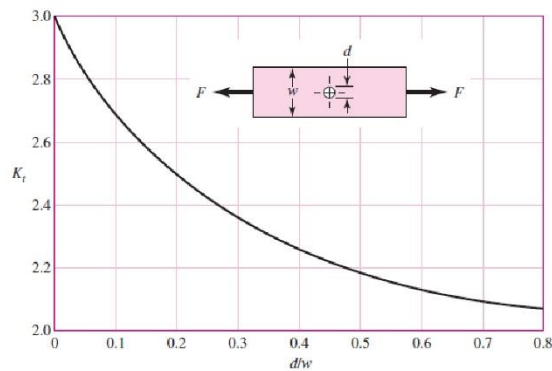


Figura A22.4. Factor de concentración de esfuerzo para placa bajo carga de tracción [5]

Cálculo del factor efectivo de concentración de esfuerzos $\frac{18}{m} = 0.281 \quad \alpha_K := 2.38 \quad \eta := \frac{1}{1 + \frac{8}{r} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_B}\right)} = 0.829$

$\beta := 1 + \eta \cdot (\alpha_K - 1) = 2.145$

Demás factores calculados con recomendaciones expuestas por Rodríguez [22]

$$C_{temp} := 1 \quad C_C := 0.814 \quad C_S := 0.87 \quad C_t := 1 \quad C_{carga} := 0.85$$

Esfuerzo normal por Fz aumentado:

$$\sigma_{nZ_FZa'} := \sigma_{nZ_FZa} \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_C \cdot C_S \cdot C_t \cdot C_{carga}} = 4.947 \quad MPa$$

Factores de cálculo por fatiga: Esfuerzo normal por momento flector

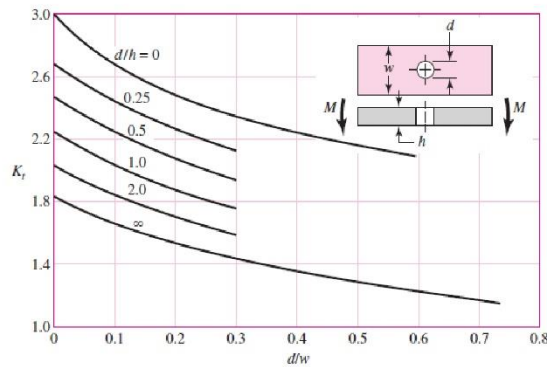


Figura A22.5. Factor de concentración de esfuerzo para placa bajo momento flector [5]

Cálculo del factor efectivo de concentración de esfuerzos

$$\frac{18}{m} = 0.281 \quad \frac{18}{e_P} = 2.268 \quad \alpha_K := 1.41 \quad \eta := \frac{1}{1 + \frac{8}{r} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_B}\right)} = 0.829$$

$$\beta := 1 + \eta \cdot (\alpha_K - 1) = 1.34$$

Demás factores calculados con recomendaciones expuestas por Rodríguez [22]

$$C_{temp} := 1 \quad C_C := 0.814 \quad C_S := 0.87 \quad C_t := 0.9 \quad C_{carga} := 1$$

Esfuerzo normal aumentado por momento flector My:

$$\sigma_{fZ_MYa'} := \sigma_{fZ_MYa} \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_C \cdot C_S \cdot C_t \cdot C_{carga}} = 99.238 \quad MPa$$

Factores de cálculo por fatiga: Esfuerzo cortante por momento torsor

Se van a emplear los mismos factores que del caso anterior.

Esfuerzo cortante torsión Y aumentado:

$$\tau_{C_MX_Ya'} := \tau_{C_MX_Ya} \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_C \cdot C_S \cdot C_t \cdot C_{carga}} = 1.943 \quad MPa$$

Esfuerzo equivalente alternante aumentado

$$\sigma_{eq_a'} := \sqrt{(\sigma_{fZ_MYa'} + \sigma_{nZ_FZa'})^2 + 3 \cdot \tau_{C_MX_Ya'}^2} = 104.213 \quad MPa$$

Cálculo de esfuerzos medios

Esfuerzo cortante en Y: $\tau_{C_Ym} := \frac{F_{Y6P_m}}{A_P} = 0.183 \quad MPa$

Esfuerzo cortante en X: $\tau_{C_Xm} := \frac{F_{X6P_m}}{A_P} = 0.283 \quad MPa$

Esfuerzo cortante torsión Y: $\tau_{C_MX_Xm} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot \sqrt{m^2 + e_P^2} \cdot F_{Y6P_m}}{2 \cdot J_P} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.084 \quad MPa$

Esfuerzo cortante torsión X: $\tau_{C_MX_Ym} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot \sqrt{m^2 + e_P^2} \cdot F_{Y6P_m}}{2 \cdot J_P} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.559 \quad MPa$

Esfuerzo normal por momento flector My $\sigma_{fZ_MYm} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot e_P \cdot F_{Z6P_m}}{2 \cdot I_{Y_P}} = -4.087 \quad MPa$

Esfuerzo normal por Fz $\sigma_{nZ_FZm} := \frac{F_{Z6P_m}}{A_P} = -0.12 \quad MPa$

Al comparar los valores de los esfuerzos cortantes con el esfuerzo normal por momento flector, se desprecian los primeros por ser poco significativos.

$$\sigma_{eq_m} := \sqrt{(\sigma_{fZ_MYm} + \sigma_{nZ_FZm})^2 + 3 \cdot \tau_{C_MX_Ym}^2} = 4.317 \quad MPa$$

Cálculo de esfuerzos superiores

Esfuerzo cortante en Y: $\tau_{C_Ys} := \frac{F_{Y6P_s}}{A_P} = 0.486 \quad MPa$

Esfuerzo cortante en X: $\tau_{C_Xs} := \frac{F_{X6P_s}}{A_P} = 0.712 \quad MPa$

Esfuerzo cortante torsión Y: $\tau_{C_MX_Xs} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot \sqrt{m^2 + e_P^2} \cdot F_{Y6P_s}}{2 \cdot J_P} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.222 \quad MPa$

Esfuerzo cortante torsión X: $\tau_{C_MX_Ys} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot \sqrt{m^2 + e_P^2} \cdot F_{Y6P_s}}{2 \cdot J_P} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 1.483 \quad MPa$

Esfuerzo normal por momento flector My $\sigma_{fZ_MYs} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot e_P \cdot F_{Z6P_s}}{2 \cdot I_{Y_P}} = -51.287 \quad MPa$

Esfuerzo normal por Fz $\sigma_{nZ_FZs} := \frac{F_{Z6P_s}}{A_P} = -1.509 \quad MPa$

Al comparar los valores de los esfuerzos cortantes con el esfuerzo normal por momento flector, se desprecian los primeros por ser poco significativos.

$$\sigma_{eq,s} := \sqrt{(\sigma_{JZ_MYS} + \sigma_{nZ_FZs})^2 + 3 \cdot \tau_{C_MX_Ys}^2} = 52.859 \quad MPa$$

Factores de seguridad

$$FS_{fluencia} := \frac{\sigma_F}{\sigma_{eq,s}} = 6.7$$

$$FS_{fatiga} := \frac{1}{\frac{\sigma_{eq,a'}}{\sigma_{Alt}} + \frac{\sigma_{eq,m}}{\sigma_B}} = 2.2$$

Por lo anterior, un perfil de 5/16" (7.94 mm) de material ASTM A52 grado 50 resiste satisfactoriamente las cargas durante la simulación de la marcha. Las dimensiones del perfil son 2"x2"x5/16".

4) Análisis de sección C-C

En base a las medidas del perfil seleccionado, la distancia Lh es la siguiente:

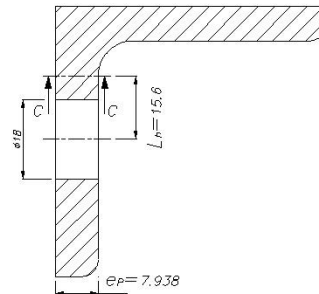


Figura A22.6. Ubicación de sección C-C a estudiar.

Las cargas en la sección y los esfuerzos producto de estas, vistas desde un plano paralelo a X'6P-Y'6P, se muestran en la figura A22.7. En esta sección se analizarán los puntos W2 y W3.

Propiedades Geométricas de la sección C-C

Dimensiones del perfil:	$e_P = 7.938$	<i>mm</i>	$m := 64$	<i>mm</i>
Área de la sección:	$A_C := e_P \cdot (m)$	$= 508$	mm^2	
Momento Inercia en X:	$I_{X_C} := \frac{e_P \cdot m^3}{12}$	$= 1.734 \cdot 10^5$	mm^4	
Momento Inercia en Y:	$I_{Y_C} := \frac{m \cdot e_P^3}{12}$	$= 2.667 \cdot 10^3$	mm^4	
Momento Polar:	$J_C := I_{X_C} + I_{Y_C}$	$= 1.761 \cdot 10^5$	mm^4	

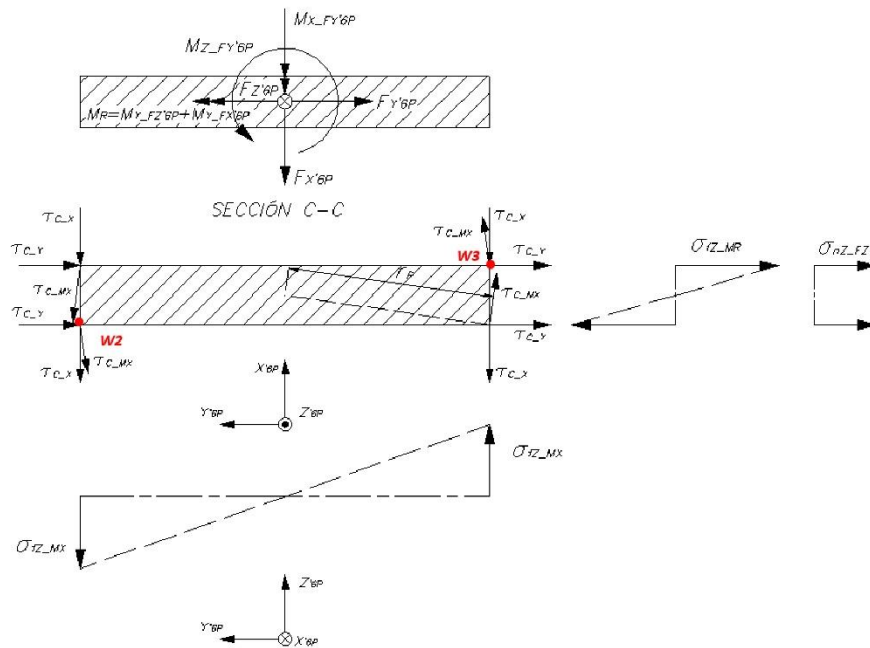


Figura A22.7. Cargas y esfuerzos generados en sección C-C.

Esfuerzos alternantes actuantes

$$M_{Y_{FZ6Pa}} := (41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot F_{Z6Pa} = 22799.2 \text{ Nmm} \quad M_{Y_{FX6Pa}} := (-15.6) \cdot F_{X6Pa} = -2446.08 \text{ Nmm}$$

$$M_{Ra} := M_{Y_{FZ6Pa}} + M_{Y_{FX6Pa}} = 20353.076 \text{ Nmm}$$

Punto W2

Esfuerzo cortante en Y: $\tau_{c_{YW2a}} := -\frac{F_{Y6Pa}}{A_C} = -0.218 \text{ MPa}$

Esfuerzo cortante en X: $\tau_{c_{XW2a}} := -\frac{F_{X6Pa}}{A_C} = -0.309 \text{ MPa}$

Esfuerzo cortante torsión Y: $\tau_{c_{MX_{XW2a}}} := \frac{-(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6Pa}}{2 \cdot J_C} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -0.135 \text{ MPa}$

Esfuerzo cortante torsión X: $\tau_{c_{MX_{YW2a}}} := \frac{-(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6Pa}}{2 \cdot J_C} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -0.9 \text{ MPa}$

Esfuerzo normal en Z por momento flector MR: $\sigma_{JZ_{MRW2a}} := \frac{M_{Ra} \cdot e_p}{2 \cdot I_{Y_C}} = 30.285 \text{ MPa}$

Esfuerzo normal en Z por momento flector Mx generado por Fy6

$$\sigma_{fZ_MXW2a} := \frac{-15.6 \cdot e_P \cdot F_{Y6P_a}}{2 \cdot I_{Y_C}} = -2.565 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal por Fz

$$\sigma_{nZ_FZW2a} := \frac{-F_{Z6P_a}}{A_C} = -0.998 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fz_resW2_a} := \sigma_{fZ_MRW2a} + \sigma_{fZ_MXW2a} + \sigma_{nZ_FZW2a} = 26.722 \text{ MPa}$$

Punto W3

Esfuerzo cortante en Y:

$$\tau_{C_YW3a} := \frac{F_{Y6P_a}}{A_C} = -0.218 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante en X:

$$\tau_{C_XW3a} := \frac{F_{X6P_a}}{A_C} = -0.309 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante torsión Y:

$$\tau_{C_MX_XW3a} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot \sqrt{m^2 + e_P^2} \cdot F_{Y6P_a}}{2 \cdot J_C} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.135 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante torsión X:

$$\tau_{C_MX_YW3a} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot \sqrt{m^2 + e_P^2} \cdot F_{Y6P_a}}{2 \cdot J_C} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.9 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal en Z por momento flector MR

$$\sigma_{fZ_MRW3a} := \frac{M_{Ra} \cdot e_P}{2 \cdot I_{Y_C}} = -30.285 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal en Z por momento flector Mx generado por Fy6

$$\sigma_{fZ_MXW3a} := \frac{15.6 \cdot e_P \cdot F_{Y6P_a}}{2 \cdot I_{Y_C}} = 2.565 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal por Fz

$$\sigma_{nZ_FZW3a} := \frac{-F_{Z6P_a}}{A_C} = -0.998 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fz_resW3_a} := |\sigma_{fZ_MRW3a} + \sigma_{fZ_MXW3a} + \sigma_{nZ_FZW3a}| = 28.718 \text{ MPa} > |\sigma_{fz_resW2_a}| = 26.722 \text{ MPa}$$

Por lo anterior, **el punto crítico es W3**. Se prosigue con el cálculo de resistencia a la fatiga para este punto.

Factores de cálculo por fatiga: Esfuerzo Normal

Cálculo del factor efectivo de concentración de esfuerzos $\beta := 1$ (Debido a que no presenta agujero)

Demás factores calculados con recomendaciones expuestas por Rodríguez [22].

$$C_{temp} := 1 \quad C_C := 0.814 \quad C_S := 0.87 \quad C_t := 1 \quad C_{carga} := 0.85$$

Esfuerzo normal por Fz aumentado:

$$\sigma_{nZ_FZa} := \sigma_{nZ_FZW3a} \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_C \cdot C_S \cdot C_t \cdot C_{carga}} = -1.658 \text{ MPa}$$

Factores de cálculo por fatiga: Esfuerzo normal por momento flector

Cálculo del factor efectivo de concentración de esfuerzos $\beta := 1$ (Debido a que no presenta agujero)

Demás factores calculados con recomendaciones expuestas por Rodríguez [22].

$$C_{temp} := 1 \quad C_C := 0.814 \quad C_S := 0.87 \quad C_t := 0.9 \quad C_{carga} := 1$$

Esfuerzo normal en Z aumentado:

$$\sigma_{fZ_{a'}} := (\sigma_{fZ_{MRW3a}} + \sigma_{fZ_{MXW3a}}) \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_C \cdot C_S \cdot C_t \cdot C_{carga}} = -43.492 \quad MPa$$

Factores de cálculo por fatiga: Esfuerzo cortante por momento torsor

Cálculo del factor efectivo de concentración de esfuerzos $\beta := 1$ (Debido a que no presenta agujero)

Demás factores calculados con recomendaciones expuestas por Rodríguez [22].

$$C_{temp} := 1 \quad C_C := 0.814 \quad C_S := 0.87 \quad C_t := 0.9 \quad C_{carga} := 1$$

Esfuerzo cortante torsión Y aumentado:

$$\tau_{C_{MX_{Ya'}}} := \tau_{C_{MX_{YW3a}}} \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_C \cdot C_S \cdot C_t \cdot C_{carga}} = 1.412 \quad MPa$$

Esfuerzo equivalente alternante aumentado

$$\sigma_{eq_{a'}} := \sqrt{(\sigma_{fZ_{a'}} + \sigma_{nZ_{FZa'}})^2 + 3 \cdot \tau_{C_{MX_{Ya'}}}^2} = 45.197 \quad MPa$$

Cálculo de esfuerzos medios

$$M_{Y_{FZ6Pm}} := (41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot F_{Z6P_m} = -1974.1 \quad Nmm \quad M_{Y_{FX6Pm}} := (-15.6) \cdot F_{X6P_m} = -1609.92 \quad Nmm$$

$$M_{Rm} := M_{Y_{FZ6Pm}} + M_{Y_{FX6Pm}} = -3584.048 \quad Nmm$$

Esfuerzo cortante en Y:

$$\tau_{C_{YW3m}} := \frac{-F_{Y6P_m}}{A_C} = -0.131 \quad MPa$$

Esfuerzo cortante en X:

$$\tau_{C_{XW3m}} := \frac{-F_{X6P_m}}{A_C} = -0.203 \quad MPa$$

Esfuerzo cortante torsión Y:

$$\tau_{C_{MX_{XW3m}}} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6P_m} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right)}{2 \cdot J_C} = 0.081 \quad MPa$$

Esfuerzo cortante torsión X:

$$\tau_{C_MX_YW3m} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6P_m}}{2 \cdot J_C} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.544 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal en Z por momento flector MR

$$\sigma_{fz_MRW3m} := \frac{-M_{Rm} \cdot e_p}{2 \cdot I_{Y_C}} = 5.333 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal en Z por momento flector Mx generado por Fy6

$$\sigma_{fz_MXW3m} := \frac{15.6 \cdot e_p \cdot F_{Y6P_m}}{2 \cdot I_{Y_C}} = 1.551 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal por Fz

$$\sigma_{nz_FZW3m} := \frac{-F_{Z6P_m}}{A_C} = 0.086 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fz_m} := \sigma_{fz_MRW3m} + \sigma_{fz_MXW3m} = 6.884 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq_m} := \sqrt{(\sigma_{fz_m} + \sigma_{nz_FZW3m})^2} + 3 \cdot \tau_{C_MX_YW3m} = 7.086 \text{ MPa}$$

Cálculo de esfuerzos superiores

$$M_{Y_FZ6Ps} := (41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot F_{Z6P_s} = -24773.3 \text{ Nmm} \quad M_{Y_FX6Ps} := (-15.6) \cdot F_{X6P_s} = -4056$$

$$M_{Rs} := M_{Y_FZ6Ps} + M_{Y_FX6Ps} = -28829.284 \text{ Nmm}$$

Esfuerzo cortante en Y:

$$\tau_{C_YW3s} := \frac{-F_{Y6P_s}}{A_C} = -0.349 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante en X:

$$\tau_{C_XW3s} := \frac{-F_{X6P_s}}{A_C} = -0.512 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante torsión X:

$$\tau_{C_MX_XW3s} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6P_s}}{2 \cdot J_C} \cdot \cos\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 0.216 \text{ MPa}$$

Esfuerzo cortante torsión Y:

$$\tau_{C_MX_YW3s} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot \sqrt{m^2 + e_p^2} \cdot F_{Y6P_s}}{2 \cdot J_C} \cdot \sin\left(81.5 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 1.444 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal en Z por momento flector MR

$$\sigma_{fz_MRW3s} := \frac{-M_{Rs} \cdot e_p}{2 \cdot I_{Y_C}} = 42.898 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal en Z por momento flector Mx generado por Fy6

$$\sigma_{fz_MXW3s} := \frac{15.6 \cdot e_p \cdot F_{Y6P_s}}{2 \cdot I_{Y_C}} = 4.116 \text{ MPa}$$

Esfuerzo normal por Fz

$$\sigma_{nz_FZW3s} := \frac{-F_{Z6P_s}}{A_C} = 1.084 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{fz_s} := \sigma_{fz_MRW3s} + \sigma_{fz_MXW3s} = 47.014 \quad \text{MPa}$$

$$\sigma_{eq_s} := \sqrt{(\sigma_{fz_s} + \sigma_{nz_FZW3s})^2 + 3 \cdot \tau_{C_MX_YW3s}} = 48.143 \quad \text{MPa}$$

Factores de seguridad

$$FS_{fluencia} := \frac{\sigma_F}{\sigma_{eq_s}} = 7.3 \quad FS_{fatiga} := \frac{1}{\frac{\sigma_{eq_a'}}{\sigma_{Alt}} + \frac{\sigma_{eq_m}}{\sigma_B}} = 4.7 > 1 \quad \text{OK!}$$

Por lo anterior, se verifica que el perfil seleccionado resiste las cargas.

Cálculo de deflexiones en perfil

De la figura A22.2, las cargas que ocasionan deflexiones F_{X6P} y M_{Y_FZ6P} . Notar que ambas deflexiones ocurren en el eje Z.

$$L := 15.6 \quad \text{mm} \quad E := 2.1 \cdot 10^5 \quad \text{MPa} \quad G := 8 \cdot 10^4 \quad \text{MPa}$$

$$M_{Y_FZ6P} := (41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot F_{Z6P_s} = -24773.284 \text{ Nmm}$$

$$M_{Z_FY6P} := (41 + 0.5 \cdot e_p) \cdot F_{Y6P_s} = 7972.959 \quad \text{Nmm}$$

$$\delta_{FX} := \frac{F_{X6P_s} \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_{Y_P}} = 0.0008 \quad \text{mm}$$

$$\delta_{MY} := \frac{-M_{Y_FZ6P} \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_{Y_P}} = 0.0075 \quad \text{mm}$$

Se calcula el ángulo de giro debido al momento torsor M_{Z_FY6P} .

$$\rho := \frac{M_{Z_FY6P} \cdot L}{J_p \cdot G} = 9.06775 \cdot 10^{-6} \quad \text{rad}$$

La deflexión de un punto ubicado al extremo de la sección A-A es el siguiente:

$$\delta_{MZ} := \rho \cdot \frac{m}{2} = 2.902 \cdot 10^{-4} \quad \text{mm}$$

$$\delta_{res_X} := \delta_{FX} + \delta_{MY} + \delta_{MZ} = 0.009 \quad \text{mm} \leq 0.00175 \cdot 15.6 = 0.027 \quad \text{mm} \quad \text{OK!!}$$

La deflexión total está dentro del rango.

Presión de aplastamiento en Z por fuerza en FY6:

$$p_{nZ} := \frac{|F_{Z6P_s}|}{18 \cdot e_P} = 3.921 \quad \text{MPa}$$

Presión de aplastamiento en Z por momento flector generado por FZ6

$$p_{fZ} := \frac{(41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot |F_{Z6P_s}| \cdot 0.5 \cdot e_P}{18 \cdot \frac{e_P^3}{12}} = 113.02 \quad \text{MPa}$$

Por superposición de efectos:

$$p_{maxZ} := p_{nZ} + p_{fZ} = 116.941 \quad \text{MPa}$$

De la tabla A19.1, la presión admisible para el St 50 (similiar al ASTM A52) es:

$$p_{Adm} := 420 \quad \text{MPa}$$

Se calcula el factor de seguridad al aplastamiento por cada eje:

$$FS_{apl_Y} := \frac{p_{Adm}}{p_{maxY}} = 8.288 \quad > 1 \quad \text{OK!!}$$

$$FS_{apl_Z} := \frac{p_{Adm}}{p_{maxZ}} = 3.592 \quad > 1 \quad \text{OK!!}$$

Es decir, no se producen deformaciones en el eje en la zona de apoyo con el perfil.

Cálculo de deflexiones en perfil

De la figura A21.1, las cargas que ocasionan deflexiones F_{X6P} y $M_{Y_{FZ6P}}$. Notar que ambas deflexiones ocurren en el eje Z.

$$L := 15.6 \quad \text{mm} \quad E := 2.1 \cdot 10^5 \quad \text{MPa} \quad G := 8 \cdot 10^4 \quad \text{MPa}$$

$$M_{Y_{FZ6P}} := (41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot F_{Z6P_s} = 30761.553 \quad \text{Nmm}$$

$$M_{Z_{FY6P}} := (41 + 0.5 \cdot e_P) \cdot F_{Y6P_s} = 13330.616 \quad \text{Nmm}$$

$$\delta_{FX} := \frac{F_{X6P_s} \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_{Y_P}} = 0.0005 \quad \text{mm}$$

$$\delta_{MY} := \frac{-M_{Y_{FZ6P}} \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_{Y_P}} = -0.0054 \quad \text{mm}$$

Se calcula el ángulo de giro debido al momento torsor $M_{Z_{FY6P}}$.

$$\rho := \frac{M_{Z_{FY6P}} \cdot L}{J_P \cdot G} = 0.00001 \quad \text{rad}$$

La deflexión de un punto ubicado al extremo de la sección A-A es el siguiente:

$$\delta_{MZ} := \rho \cdot \frac{m}{2} = 4.023 \cdot 10^{-4} \quad \text{mm}$$

$$\delta_{res_X} := \delta_{FX} + \delta_{MY} + \delta_{MZ} = -0.004 \quad \text{mm} \leq 0.00175 \cdot 15.6 = 0.027 \quad \text{mm} \quad \text{OK!!}$$

La deflexión total está dentro del rango.

ANEXO 23: CÁLCULO PERNO DE UNIÓN PLATAFORMA – PERFIL

Debido a que los materiales a unir por los pernos son distintos: plataforma de material aluminio 2017 y perfil ASTM A52 grado 50, se utilizará la teoría descrita por Budynas [5].

1) Cálculo de constante de rigidez de las placas

Las dimensiones de la unión roscada se muestran en A23.1. Preliminarmente se considerará pernos M6x25 de grado 10.9.

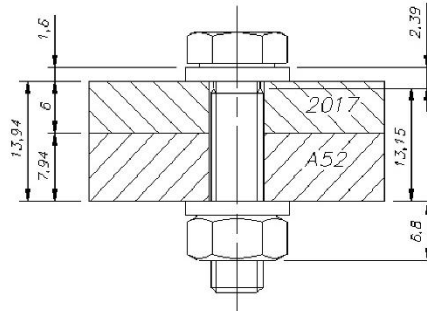


Figura A23.1. Dimensiones unión roscada

Según Budynas [5], los esfuerzos producidos en las placas debido al ajuste de la unión se pueden representar mediante dos conos truncos cuyo semiángulo de vértice es 30°.

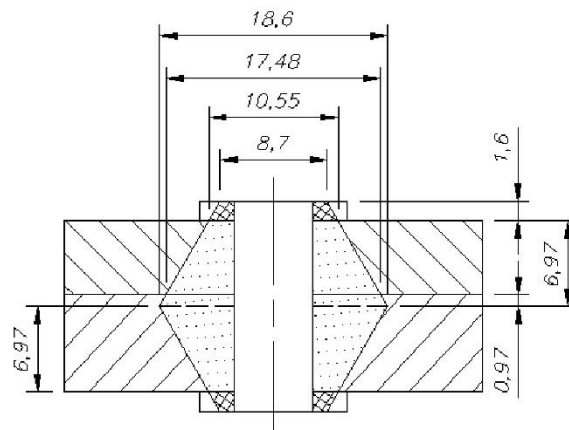


Figura A23.2. Flujo de líneas de esfuerzo representado por un cono trunco.

Se observa que el cono superior abarca la arandela, la plataforma de aluminio y 0.97 mm del perfil, mientras que el cono inferior está conformado el resto del espesor del perfil A52 y la arandela. La constante de rigidez de cada subtronco se calcula con (A18.42).

De las figuras A18.12 y A23.2:

$$d := 6 \quad \text{mm}$$

Los demás valores difieren según el tronco de cono que se esté analizando.

Tronco Arandela superior: Material acero

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad D := 8.7 \text{ mm} \quad t := 1.6 \text{ mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{a_s} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 5671170.5 \frac{N}{mm}$$

Tronco superior aluminio 2017:

$$E := 7 \cdot 10^4 \text{ MPa} \quad D := 10.55 \text{ mm} \quad t := 6 \text{ mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{al} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 1323327.8 \frac{N}{mm}$$

Tronco superior acero A52

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad D := 17.48 \text{ mm} \quad t := 0.97 \text{ mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{ac_s} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 49145449.1 \frac{N}{mm}$$

Tronco inferior acero A52:

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad D := 10.55 \text{ mm} \quad t := 6.97 \text{ mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{ac_i} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 3673256.7 \frac{N}{mm}$$

Tronco Arandela inferior: Material acero

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa} \quad D := 8.7 \text{ mm} \quad t := 1.6 \text{ mm}$$

Se reemplaza en (A22.1):

$$k_{a_i} := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 5671170.5 \frac{N}{mm}$$

La constante de rigidez de todas las placas se halla al considerar al conjunto como resortes en serie [20]:

$$k_{pl} := \frac{1}{\frac{1}{k_{a_s}} + \frac{1}{k_{al}} + \frac{1}{k_{ac_s}} + \frac{1}{k_{ac_i}} + \frac{1}{k_{a_i}}} = 713818.019 \quad \frac{N}{mm}$$

2) Cálculo de constante de rigidez del perno

Las dimensiones de un perno M6 según la nomenclatura expuesta por Paulsen [17] son las siguientes:

$$d_1 := 10 \quad mm \qquad d_2 := 5.35 \quad mm \qquad d_3 := 4.733 \quad mm$$

$$d_s := .5 \cdot (d_2 + d_3) = 5.042 \quad mm \qquad d_{og} := 6.4 \quad mm$$

Se reemplaza en (A13.1):

$$c_{pe} := \frac{1}{\frac{4}{\pi \cdot 2.1 \cdot 10^5} \cdot \left(\frac{0.5 \cdot d}{d^2} + \frac{2.39}{d^2} + \frac{13.15}{d_3^2} + \frac{0.5 \cdot d}{d_3^2} + \frac{0.4 \cdot d}{d^2} \right)} = 175961.182 \quad \frac{N}{mm}$$

El factor de carga se calcula con (A13.5):

$$\phi := \frac{c_{pe}}{c_{pe} + k_{pl}} = 0.198$$

3) Cálculo de cargas de reacción en los pernos

Las cargas que actúan en el eje de apoyo se muestran en las figuras a continuación.

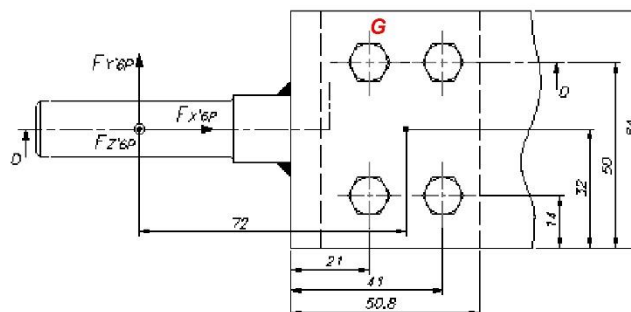


Figura A23.4. Vista superior unión multitornillo plataforma-perfil.

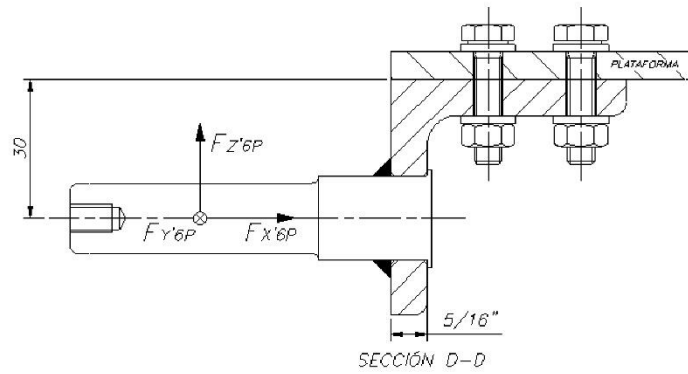


Figura A23.5. Vista de corte de unión multitornillo plataforma-perfil.

Se trasladan las cargas al centro de masa de los pernos $G = (72,0,-6)$, ubicado en el plano de contacto entre la plataforma y el perfil de apoyo. Seguidamente, se procede a trasladar las cargas a dicho punto.

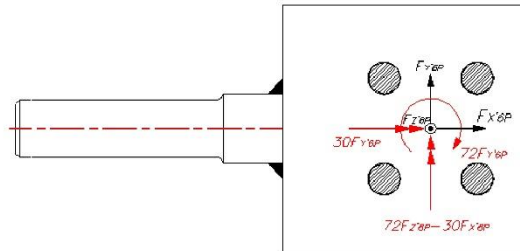


Figura A23.6. Cargas trasladadas a punto G.

Las fuerzas de reacción en cada perno producto de las cargas anteriores se muestran a continuación.

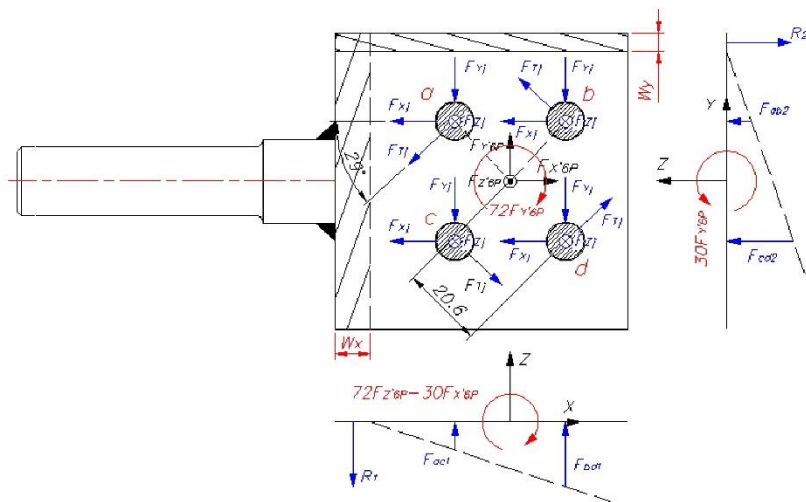


Figura A23.7. Fuerzas de reacción en los pernos.

Las cargas ya fueron anteriormente calculadas:

$$\begin{array}{llll}
 F_{X6P_a} := 156.8 & N & F_{X6P_m} := 103.2 & N & F_{X6P_s} := 260 & N \\
 F_{Y6P_a} := 110.5 & N & F_{Y6P_m} := 66.8 & N & F_{Y6P_s} := 177.3 & N \\
 F_{Z6P_a} := 507 & N & F_{Z6P_m} := -43.9 & N & F_{Z6P_s} := -550.9 & N
 \end{array}$$

Por equilibrio:

$$\begin{array}{lll}
 F_{Yj_a} := \frac{F_{Y6P_a}}{4} = 27.625 & N & F_{Yj_m} := \frac{F_{Y6P_m}}{4} = 16.7 & N & F_{Yj_s} := \frac{F_{Y6P_s}}{4} = 44.33 & N \\
 F_{Xj_a} := \frac{F_{X6P_a}}{4} = 39.2 & N & F_{Xj_m} := \frac{F_{X6P_m}}{4} = 25.8 & N & F_{Xj_s} := \frac{F_{X6P_s}}{4} = 65 & N \\
 F_{Zj_a} := \frac{F_{Z6P_a}}{4} = 126.75 & N & F_{Zj_m} := \frac{F_{Z6P_m}}{4} = -10.98 & N & F_{Zj_s} := \frac{F_{Z6P_s}}{4} = -137.73 & N \\
 F_{Tj_a} := \frac{72 \cdot F_{Y6P_a}}{4 \cdot 20.6} = 96.55 & N & F_{Tj_m} := \frac{72 \cdot F_{Y6P_m}}{4 \cdot 20.6} = 58.37 & N & F_{Tj_s} := \frac{72 \cdot F_{Y6P_s}}{4 \cdot 20.6} = 154.92 & N
 \end{array}$$

En el caso de las fuerzas de reacción producto de los momentos en X y en Y, como primer paso es necesario determinar cuáles pernos efectivamente trabajan a tracción. Para ello, debe cumplirse que el primer momento del área de los tornillos sea igual al primer momento del área de la zona a compresión [17]. En la figura A23.7 se muestran las zonas a compresión: $50.8W_x$ para momento en Y, mientras que para momento en X el área es $50.8W_y$.

Momento en Y:

Valores de prueba

$$w_x := 20$$

Restricciones

$$64 \cdot w_x \cdot \left(\frac{w_x}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 6^2}{4} \cdot (41 - w_x)\right) + 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 6^2}{4} \cdot (21 - w_x)\right)$$

Solver

$$\text{find}(w_x) = 8.848 \quad mm$$

De la figura A23.4, debe cumplirse lo siguiente: $w_x := 8.848 \quad mm < 21 - 0.5 \cdot d_{ag} = 17.8 \quad mm$ OK!

Es decir, los cuatro pernos trabajan a tracción bajo la acción del momento en Y. A continuación se procede a calcular las fuerzas en los pernos bajo acción de las cargas alternantes, medias y superiores descritas líneas arriba.

Cargas alternantes:

Valores de prueba	$F_{ac1_a} := 20 \quad F_{bd1_a} := 20 \quad R_{1_a} := 20$
Restricciones	$\frac{F_{ac1_a}}{21 - w_x} = \frac{F_{bd1_a}}{41 - w_x} \quad \text{(Las deformaciones de los pernos son proporcionales a la distancia respecto al punto de giro. [17])}$ $R_{1_a} = F_{ac1_a} + F_{bd1_a} \quad \text{(Por equilibrio de fuerzas)}$ $F_{ac1_a} \cdot (21 - w_x) + F_{bd1_a} \cdot (41 - w_x) + (R_{1_a}) \cdot \frac{w_x}{2} = 72 \cdot F_{Z6P_a} - 30 \cdot F_{X6P_a} \quad \text{(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro)}$
Solver	$\text{find}(F_{ac1_a}, F_{bd1_a}, R_{1_a}) = \begin{bmatrix} 280.548 \\ 742.28 \\ 1022.828 \end{bmatrix}$

$F_{ac1_a} := 280.548 \quad N \qquad F_{bd1_a} := 742.28 \quad N \qquad R_{1_a} := 1022.828 \quad N$

Las fuerzas en cada perno son las siguientes:

$F_{a1_a} := \frac{F_{ac1_a}}{2} = 140.274 \quad N$	$F_{b1_a} := \frac{F_{bd1_a}}{2} = 371.14 \quad N$
$F_{c1_a} := \frac{F_{ac1_a}}{2} = 140.274 \quad N$	$F_{d1_a} := \frac{F_{bd1_a}}{2} = 371.14 \quad N$

Cargas medias:

Valores de prueba	$F_{ac1_m} := 20 \quad F_{bd1_m} := 20 \quad R_{1_m} := 20$
Restricciones	$\frac{F_{ac1_m}}{21 - w_x} = \frac{F_{bd1_m}}{41 - w_x} \quad \text{(Las deformaciones de los pernos son proporcionales a la distancia respecto al punto de giro. [17])}$ $R_{1_m} = F_{ac1_m} + F_{bd1_m} \quad \text{(Por equilibrio de fuerzas)}$ $F_{ac1_m} \cdot (21 - w_x) + F_{bd1_m} \cdot (41 - w_x) + (R_{1_m}) \cdot \frac{w_x}{2} = 72 \cdot F_{Z6P_m} - 30 \cdot F_{X6P_m} \quad \text{(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro)}$
Solver	$\text{find}(F_{ac1_m}, F_{bd1_m}, R_{1_m}) = \begin{bmatrix} -55.199 \\ -146.047 \\ -201.246 \end{bmatrix}$

$F_{ac1_m} := -55.199 \quad N \qquad F_{bd1_m} := -146.047 \quad N \qquad R_{1_m} := -201.246 \quad N$

Las fuerzas en cada perno son las siguientes:

$F_{a1_m} := \frac{F_{ac1_m}}{2} = -27.6 \quad N$	$F_{b1_m} := \frac{F_{bd1_m}}{2} = -73.024 \quad N$
---	---

$$F_{c1_m} := \frac{F_{ac1_m}}{2} = -27.6 \text{ N}$$

$$F_{d1_m} := \frac{F_{bd1_m}}{2} = -73.024 \text{ N}$$

Cargas superiores:

Valores de prueba	$F_{ac1_s} := 20 \quad F_{bd1_s} := 20 \quad R_{1_s} := 20$	
	$\frac{F_{ac1_s}}{21 - w_x} = \frac{F_{bd1_s}}{41 - w_x}$	(Las deformaciones de los pernos son proporcionales a la distancia respecto al punto de giro. [17])
	$R_{1_s} = F_{ac1_s} + F_{bd1_s}$	(Por equilibrio de fuerzas)
	$F_{ac1_s} \cdot (21 - w_x) + F_{bd1_s} \cdot (41 - w_x) + (R_{1_s}) \cdot \frac{w_x}{2} = 72 \cdot F_{Z6P_s} - 30 \cdot F_{X6P_s}$	(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro)
Restricciones	$\text{find}(F_{ac1_s}, F_{bd1_s}, R_{1_s}) = \begin{bmatrix} -418.747 \\ -1107.93 \\ -1526.677 \end{bmatrix}$	

$$F_{ac1_s} := -418.747 \text{ N}$$

$$F_{bd1_s} := -1107.93 \text{ N}$$

$$R_{1_s} := -1526.677 \text{ N}$$

Las fuerzas en cada perno son las siguientes:

$$F_{a1_s} := \frac{F_{ac1_s}}{2} = -209.374 \text{ N}$$

$$F_{b1_s} := \frac{F_{bd1_s}}{2} = -553.965 \text{ N}$$

$$F_{c1_s} := \frac{F_{ac1_s}}{2} = -209.374 \text{ N}$$

$$F_{d1_s} := \frac{F_{bd1_s}}{2} = -553.965 \text{ N}$$

Momento en X:

Valores de prueba	$w_y := 20$
	$50.8 \cdot w_y \cdot \left(\frac{w_y}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 6^2}{4} \cdot (14 - w_y)\right) + 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 6^2}{4} \cdot (50 - w_y)\right)$
	$\text{find}(w_y) = 9.916 \text{ mm}$
Restricciones	
Solver	

De la figura A23.4, debe cumplirse lo siguiente: $w_y := 9.916 \text{ mm} < 14 - 0.5 \cdot d_{ag} = 10.8 \text{ mm}$ OK!

Es decir, los cuatro pernos trabajan a tracción bajo la acción del momento en X. A continuación se procede a calcular las fuerzas en los pernos bajo acción de las cargas alternantes, medias y superiores descritas líneas arriba.

Cargas alternantes:

Valores de prueba	$F_{ab2_a} := 20 \quad F_{cd2_a} := 20 \quad R_{2_a} := 20$	
Restricciones	$\frac{F_{ab2_a}}{14 - w_y} = \frac{F_{cd2_a}}{50 - w_y}$	(Las deformaciones de los pernos son proporcionales a la distancia respecto al punto de giro. [17])
Solver	$R_{2_a} = F_{ab2_a} + F_{cd2_a}$	(Por equilibrio de fuerzas)
	$F_{ab2_a} \cdot (14 - w_y) + F_{cd2_a} \cdot (50 - w_y) + (R_{2_a}) \cdot \frac{w_y}{2} = 30 \cdot F_{Y6P_a}$	(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro)
	$\text{find}(F_{ab2_a}, F_{cd2_a}, R_{2_a}) = \begin{bmatrix} 7.348 \\ 72.123 \\ 79.471 \end{bmatrix}$	

$F_{ab2_a} := 7.348 \quad N \qquad F_{cd2_a} := 72.123 \quad N \qquad R_{2_a} := 79.471 \quad N$

Las fuerzas en cada perno son las siguientes:

$F_{a2_a} := \frac{F_{ab2_a}}{2} = 3.674 \quad N$	$F_{c2_a} := \frac{F_{cd2_a}}{2} = 36.062 \quad N$
$F_{b2_a} := \frac{F_{ab2_a}}{2} = 3.674 \quad N$	$F_{d2_a} := \frac{F_{cd2_a}}{2} = 36.062 \quad N$

Cargas medias:

Valores de prueba	$F_{ab2_m} := 20 \quad F_{cd2_m} := 20 \quad R_{2_m} := 20$	
Restricciones	$\frac{F_{ab2_m}}{14 - w_y} = \frac{F_{cd2_m}}{50 - w_y}$	(Las deformaciones de los pernos son proporcionales a la distancia respecto al punto de giro. [17])
Solver	$R_{2_m} = F_{ab2_m} + F_{cd2_m}$	(Por equilibrio de fuerzas)
	$F_{ab2_m} \cdot (14 - w_y) + F_{cd2_m} \cdot (50 - w_y) + (R_{2_m}) \cdot \frac{w_y}{2} = 30 \cdot F_{Y6P_m}$	(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro)
	$\text{find}(F_{ab2_m}, F_{cd2_m}, R_{2_m}) = \begin{bmatrix} 4.792 \\ 47.033 \\ 51.825 \end{bmatrix}$	

$F_{ab2_m} := 4.792 \quad N \qquad F_{cd2_m} := 47.033 \quad N \qquad R_{2_m} := 51.825 \quad N$

Las fuerzas en cada perno son las siguientes:

$F_{a2_m} := \frac{F_{ab2_m}}{2} = 2.396 \quad N$	$F_{c2_m} := \frac{F_{cd2_m}}{2} = 23.517 \quad N$
---	--

$$F_{b2_m} := \frac{F_{ab2_m}}{2} = 2.396 \quad N$$

$$F_{d2_m} := \frac{F_{cd2_m}}{2} = 23.517 \quad N$$

Cargas superiores:

Valores de prueba	$F_{ab2_s} := 20 \quad F_{cd2_s} := 20 \quad R_{2_s} := 20$	
	$\frac{F_{ab2_s}}{14 - w_y} = \frac{F_{cd2_s}}{50 - w_y}$	(Las deformaciones de los pernos son proporcionales a la distancia respecto al punto de giro. [17])
Restricciones	$R_{2_s} = F_{ab2_s} + F_{cd2_s}$	(Por equilibrio de fuerzas)
	$F_{ab2_s} \cdot (14 - w_y) + F_{cd2_s} \cdot (50 - w_y) + (R_{2_s}) \cdot \frac{w_y}{2} = 30 \cdot F_{Y6P_s}$	(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro)
Solver	$s := \text{find}(F_{ab2_s}, F_{cd2_s}, R_{2_s}) = \begin{bmatrix} 11.791 \\ 115.723 \\ 127.513 \end{bmatrix}$	

$$F_{ab2_s} := 11.791 \quad N$$

$$F_{cd2_s} := 115.723 \quad N$$

$$R_{2_s} := 127.513 \quad N$$

Las fuerzas en cada perno son las siguientes:

$$F_{a2_s} := \frac{F_{ab2_s}}{2} = 5.896 \quad N$$

$$F_{c2_s} := \frac{F_{cd2_s}}{2} = 57.862 \quad N$$

$$F_{b2_s} := \frac{F_{ab2_s}}{2} = 5.896 \quad N$$

$$F_{d2_s} := \frac{F_{cd2_s}}{2} = 57.862 \quad N$$

Se suman las fuerzas calculadas por separado para cada perno producto de los momentos:

$$F_{a_s} := F_{a1_s} + F_{a2_s} = -203.478 \quad N$$

$$F_{c_s} := F_{c1_s} + F_{c2_s} = -151.512 \quad N$$

$$F_{b_s} := F_{b1_s} + F_{b2_s} = -548.07 \quad N$$

$$F_{d_s} := F_{d1_s} + F_{d2_s} = -496.104 \quad N$$

$$F_{a_a} := F_{a1_a} + F_{a2_a} = 143.948 \quad N$$

$$F_{c_a} := F_{c1_a} + F_{c2_a} = 176.336 \quad N$$

$$F_{b_a} := F_{b1_a} + F_{b2_a} = 374.814 \quad N$$

$$F_{d_a} := F_{d1_a} + F_{d2_a} = 407.202 \quad N$$

$$F_{a_m} := F_{a1_m} + F_{a2_m} = -25.204 \quad N$$

$$F_{c_m} := F_{c1_m} + F_{c2_m} = -4.083 \quad N$$

$$F_{b_m} := F_{b1_m} + F_{b2_m} = -70.628 \quad N$$

$$F_{d_m} := F_{d1_m} + F_{d2_m} = -49.507 \quad N$$

Con los valores anteriores, se procede a calcular las fuerzas resultantes de reacción en cada perno en los ejes X, Y e Z.

Resultantes en eje Z

$$F_{raZ_a} := F_{a_a} - F_{Zj_a} = 17.198 \quad N$$

$$F_{rbZ_a} := F_{b_a} - F_{Zj_a} = 248.064 \quad N$$

$$F_{raZ_m} := F_{a_m} - F_{Zj_m} = -14.229 \quad N$$

$$F_{rbZ_m} := F_{b_m} - F_{Zj_m} = -59.653 \quad N$$

$$F_{raZ_s} := F_{a_s} - F_{Zj_s} = -65.753 \quad N$$

$$F_{rbZ_s} := F_{b_s} - F_{Zj_s} = -410.345 \quad N$$

$$F_{rcZ_a} := F_{c_a} - F_{Zj_a} = 49.586 \quad N$$

$$F_{rdZ_a} := F_{d_a} - F_{Zj_a} = 280.452 \quad N$$

$$F_{rcZ_m} := F_{c_m} - F_{Zj_m} = 6.892 \quad N$$

$$F_{rdZ_m} := F_{d_m} - F_{Zj_m} = -38.532 \quad N$$

$$F_{rcZ_s} := F_{c_s} - F_{Zj_s} = -13.787 \quad N$$

$$F_{rdZ_s} := F_{d_s} - F_{Zj_s} = -358.379 \quad N$$

Resultantes en eje X

$$F_{raX_a} := -F_{Xj_a} - F_{Tj_a} \cdot \cos\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -123.648 \quad N$$

$$F_{rcX_a} := -F_{Xj_a} + F_{Tj_a} \cdot \cos\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 45.248 \quad N$$

$$F_{raX_m} := -F_{Xj_m} - F_{Tj_m} \cdot \cos\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -76.851 \quad N$$

$$F_{rcX_m} := -F_{Xj_m} + F_{Tj_m} \cdot \cos\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 25.251 \quad N$$

$$F_{raX_s} := -F_{Xj_s} - F_{Tj_s} \cdot \cos\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -200.498 \quad N$$

$$F_{rcX_s} := -F_{Xj_s} + F_{Tj_s} \cdot \cos\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 70.498 \quad N$$

$$F_{rbX_a} := F_{raX_a} = -123.648 \quad N$$

$$F_{rdX_a} := F_{rcX_a} = 45.248 \quad N$$

$$F_{rbX_m} := F_{raX_m} = -76.851 \quad N$$

$$F_{rdX_m} := F_{rcX_m} = 25.251 \quad N$$

$$F_{rbX_s} := F_{raX_s} = -200.498 \quad N$$

$$F_{rdX_s} := F_{rcX_s} = 70.498 \quad N$$

Resultantes en eje Y

$$F_{raY_a} := -F_{Yj_a} - F_{Tj_a} \cdot \sin\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -74.435 \quad N$$

$$F_{rbY_a} := -F_{Yj_a} + F_{Tj_a} \cdot \sin\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 56.823 \quad N$$

$$F_{raY_m} := -F_{Yj_m} - F_{Tj_m} \cdot \sin\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -44.998 \quad N$$

$$F_{rbY_m} := -F_{Yj_m} + F_{Tj_m} \cdot \sin\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 34.351 \quad N$$

$$F_{raY_s} := -F_{Yj_s} - F_{Tj_s} \cdot \sin\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = -119.433 \quad N$$

$$F_{rbY_s} := -F_{Yj_s} + F_{Tj_s} \cdot \sin\left(29 \cdot \frac{\pi}{180}\right) = 91.173 \quad N$$

$$F_{rcY_a} := F_{raY_a} = -74.435 \quad N$$

$$F_{rdY_a} := F_{rbY_a} = 56.823 \quad N$$

$$F_{rcY_m} := F_{raY_m} = -44.998 \quad N$$

$$F_{rdY_m} := F_{rbY_m} = 34.351 \quad N$$

$$F_{rcY_s} := F_{raY_s} = -119.433 \quad N$$

$$F_{rdY_s} := F_{rbY_s} = 91.173 \quad N$$

La carga equivalente a tracción se calcula con (A18.12):

$$F_{ea_a} := \sqrt{F_{raZ_a}^2 + 4 \cdot (F_{raX_a}^2 + F_{raY_a}^2)} = 289.159 \text{ N}$$

$$F_{eb_a} := \sqrt{F_{rbZ_a}^2 + 4 \cdot (F_{rbX_a}^2 + F_{rbY_a}^2)} = 368.247 \text{ N}$$

$$F_{ec_a} := \sqrt{F_{rcZ_a}^2 + 4 \cdot (F_{rcX_a}^2 + F_{rcY_a}^2)} = 181.136 \text{ N}$$

$$F_{ed_a} := \sqrt{F_{rdZ_a}^2 + 4 \cdot (F_{rdX_a}^2 + F_{rdY_a}^2)} = 315.844 \text{ N}$$

$$F_{ca_m} := \sqrt{F_{raZ_m}^2 + 4 \cdot (F_{raX_m}^2 + F_{raY_m}^2)} = 178.678 \text{ N}$$

$$F_{cb_m} := \sqrt{F_{rbZ_m}^2 + 4 \cdot (F_{rbX_m}^2 + F_{rbY_m}^2)} = 178.612 \text{ N}$$

$$F_{cc_m} := \sqrt{F_{rcZ_m}^2 + 4 \cdot (F_{rcX_m}^2 + F_{rcY_m}^2)} = 103.427 \text{ N}$$

$$F_{cd_m} := \sqrt{F_{rdZ_m}^2 + 4 \cdot (F_{rdX_m}^2 + F_{rdY_m}^2)} = 93.568 \text{ N}$$

$$F_{ea_s} := \sqrt{F_{raZ_s}^2 + 4 \cdot (F_{raX_s}^2 + F_{raY_s}^2)} = 471.358 \text{ N}$$

$$F_{eb_s} := \sqrt{F_{rbZ_s}^2 + 4 \cdot (F_{rbX_s}^2 + F_{rbY_s}^2)} = 602.022 \text{ N}$$

$$F_{ec_s} := \sqrt{F_{rcZ_s}^2 + 4 \cdot (F_{rcX_s}^2 + F_{rcY_s}^2)} = 277.717 \text{ N}$$

$$F_{ed_s} := \sqrt{F_{rdZ_s}^2 + 4 \cdot (F_{rdX_s}^2 + F_{rdY_s}^2)} = 426.105 \text{ N}$$

De los valores anteriores, los pernos que tienen mayor carga de reacción son a y b. Se verifica la condición (A18.41) para el mayor valor de la fuerza de reacción equivalente (722.389 N).

$$\sigma_{F_P} := 940 \text{ MPa} \quad (\text{Grado } 10.9)$$

$$0.6 \cdot \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 11258.707 \text{ N} \geq F_{eb_s} = 602.022 \text{ N} \quad \text{OK!!}$$

Es decir, se cumple la condición (A18.41) para un perno M6 grado 10.9. Notar que esto es sólo una condición preliminar que se debe cumplir antes de proseguir con la verificación del perno durante el ajuste y bajo acción de la carga alternante. Ambos casos se evaluarán a continuación.

4) Verificación durante el ajuste

Cálculo de fuerza de asentamiento:

Los valores para el asentamiento dependen de las superficies a evaluar. De la tabla A13.1 se toman los valores siguientes:

$\delta_{as_c_a} := 3 \text{ } \mu\text{m}$	(cabeza-arandela)	$\delta_{as_p_a} := 2 \text{ } \mu\text{m}$	(placa-arandela)
$\delta_{as_a_p} := 2 \text{ } \mu\text{m}$	(arandela-placa)	$\delta_{as_a_t} := 3 \text{ } \mu\text{m}$	(arandela-tuerca)
$\delta_{as_p_p} := 2 \text{ } \mu\text{m}$	(entre placas)	$\delta_{as_t_r} := 3 \text{ } \mu\text{m}$	(tuerca-rosca)

$$\delta_{as} := \delta_{as_c_a} + \delta_{as_a_p} + \delta_{as_p_p} + \delta_{as_p_a} + \delta_{as_a_t} + \delta_{as_t_r} = 15 \text{ } \mu\text{m}$$

Se reemplaza en (A13.6):

$$F_{as} := \frac{c_{pe} \cdot k_{pl}}{c_{pe} + k_{pl}} \frac{\delta_{as}}{1000} = 2117.451 \quad N$$

Cálculo de fuerza máxima de montaje:

Se comparan los resultados de las ecuaciones (A13.9) y (A13.10):

$$\sigma_{F_Al} := 275 \quad MPa \quad (\text{Aluminio 2017})$$

$$F_{p_pe} := 0.75 \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} \cdot \sigma_{F_P} = 14073.4 \quad N$$

$$F_{p_pl} := 0.75 \cdot \pi \cdot \frac{(d_1^2 - d_{ag}^2)}{4} \cdot \sigma_{F_Al} = 9563.8 \quad N$$

$$F_{Mmax} := \min(F_{p_pe}, F_{p_pl}) = 9563.793 \quad N$$

No obstante, esta fuerza es mucho mayor que la fuerza a soportar. Por ello, se considerará el siguiente valor:

$$F_{Mmax} := 7200 \quad N$$

$$K := 0.3 \quad M_{TM} := K \cdot F_{Mmax} \cdot d_s = 10889.64 \quad N \cdot mm$$

Reemplazando en (A13.15) y (A13.16), considerando un factor de ajuste igual 1.5:

$$\alpha_A := 1.5 \quad F_{Mmin} := \frac{F_{Mmax}}{\alpha_A} = 4800 \quad N$$

$$\sigma_M := \frac{F_{Mmax}}{\pi \cdot \frac{d_s^2}{4}} = 360.681 \quad MPa \quad \tau_M := \frac{M_{TM} \cdot 16}{\pi \cdot d_s^3} = 432.817 \quad MPa$$

$$\sigma_{eq} := \sqrt{\sigma_M^2 + 3 \cdot \tau_M^2} = 831.915 \quad MPa \leq 0.9 \cdot \sigma_{F_P} = 846 \quad MPa \quad OK!!$$

5) Verificación durante cargas estática

Se considerará como fuerza externa la mayor fuerza superior. Se reemplaza en (A13.11), (A13.12), (A13.13) y (A13.4):

$$F_{ext} := F_{ca_s} = 471.358 \quad N$$

$$F_{max_pe} := F_{Mmax} + \phi \cdot F_{ext} = 7293.215 \quad N$$

$$F_{res} := F_{Mmin} - F_{as} - (1 - \phi) \cdot F_{ext} = 2304.406 \quad N$$

$$F_{ext_pe} := \phi \cdot F_{ext} = 93.215 \quad N$$

$$F_{ext_pl} := (1 - \phi) \cdot F_{ext} = 378.143 \quad N$$

Se reemplaza en (A13.18), (A13.19) y (A13.20):

$$\sigma_{max,t} := \frac{F_{max,pe}}{\pi \cdot 25 \cdot d_s^2} = 365.35 \quad MPa$$

$$\sigma_{ca,tra} := \sqrt{\sigma_{max,t}^2 + 3 \cdot (0.5 \cdot \tau_M)^2} = 523.43 \quad MPa \leq \sigma_{F_P} = 940 \quad MPa \quad OK!!$$

5) Verificación durante carga alternante:

$$F_{eb,a} = 368.247 \quad N \quad (\text{Carga alternante máxima})$$

$$\sigma_{a,t} := \frac{\phi \cdot F_{eb,a}}{\pi \cdot d_s^2 \cdot 25} = 3.648 \quad MPa$$

$$\sigma_A := 0.85 \cdot \left(\frac{150}{d} + 45 \right) = 59.5 \quad MPa$$

Reemplazando en (A13.22), (A13.23) y (A13.24):

$$F_{02min} := \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 18764.512 \quad N$$

$$F_{Madm} := 0.9 \cdot \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 16888.061 \quad N$$

$$F_{tm} := F_{eb,a} + F_{Madm} = 17256.308 \quad N$$

$$\frac{F_{tm}}{F_{02min}} = 0.92$$

$$FS := \frac{\sigma_A}{\sigma_{a,t}} = 16.31 > 1.2 \quad OK!$$

Finalmente, se verifica que el perno M6x25 de grado 10.9 resiste satisfactoriamente el torque de ajuste y las cargas alternantes.

ANEXO 24: CÁLCULO DE APOYO DEL PIE

El apoyo del pie está conformado por una plancha empernada a dos barras de sección empennadas a una plancha de 8 mm de espesor, donde se alojará el pie del paciente.

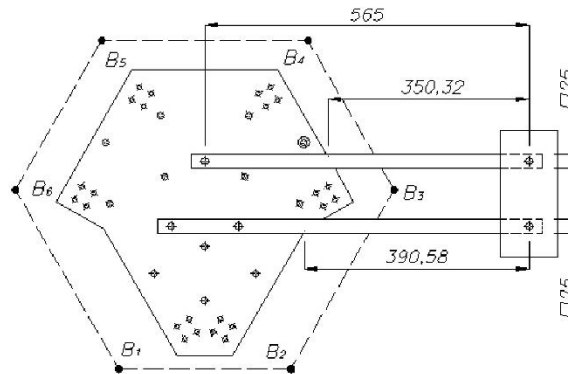


Figura A24.1. Dimensiones del apoyo del pie.

La carga que actúa en la plancha de apoyo es el peso del paciente, valor establecido en la tabla 2.2 ubicado en el tema de tesis.

$$m := 42 \text{ kg}$$

$$m := 42 \cdot 9.81 = 412.02 \text{ N}$$

Se analizará la sección donde se genere el mayor momento flector. De la figura A24.1, el mayor valor se genera a 390.58 mm del punto de aplicación de la fuerza.

$$M := m \cdot 390.58 = 160926.772 \text{ Nmm}$$

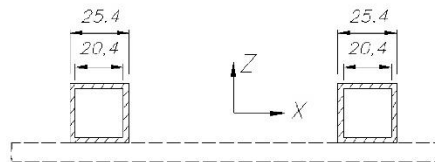


Figura A24.2. Sección a estudiar

Se procede a calcular el momento de inercia respecto a X.

$$I_x := 2 \cdot \left(\frac{25.4^4}{12} - \frac{20.4^4}{12} \right) = 40507.047 \text{ mm}^4$$

Esfuerzo normal por momento flector

$$\sigma_f := \frac{M \cdot \frac{25}{2}}{I_x} = 49.66 \text{ MPa}$$

Las barras son de material aluminio 6061.

$$\sigma_F := 246 \text{ MPa}$$

Se considera un FS de:

$$FS := 2.5$$

Esfuerzo admisible:

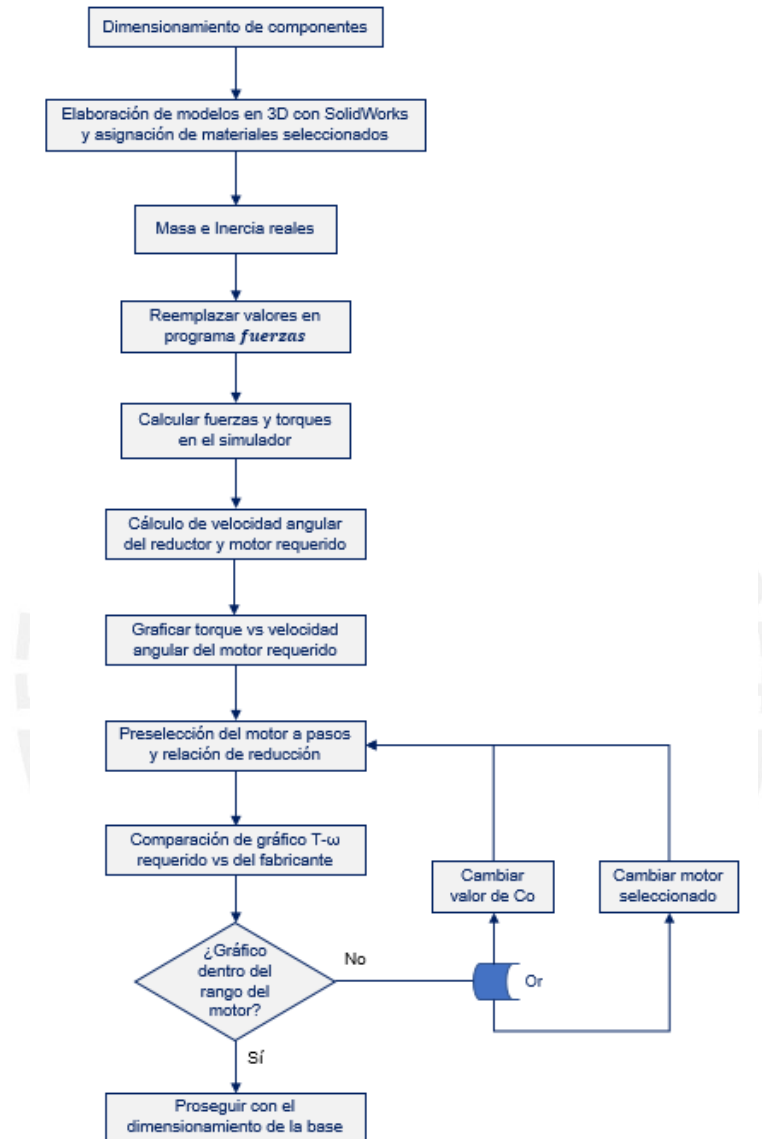
$$\sigma_{Adm} := \frac{\sigma_F}{FS} = 98.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_f = 49.66 \text{ MPa} < \sigma_{Adm} = 98.4 \text{ MPa} \quad \text{OK!!}$$

Por lo anterior, las barras perforadas resisten el peso del paciente.

ANEXO 25: SELECCIÓN DEL MOTOR Y VERIFICACIÓN DEL PARÁMETRO C_o

La selección del motor y la verificación del parámetro C_o se realizarán están relacionadas entre sí, según el siguiente procedimiento:



De lo anterior, se procede a elaborar los modelos en 3D con las dimensiones ya calculadas a los que se les asigna los materiales previamente seleccionados. La masa e inercia, respecto al centro de gravedad, se halla con la opción Propiedades Físicas de dicho programa. Los ejes a considerar para los momentos de inercia ya fueron expresados en el apartado 2.10.1.2 del documento de tesis.

Se considerarán tres ensamblajes: plataforma, manivela y barra de transmisión. Los modelos, masas e inercia se muestran a continuación.

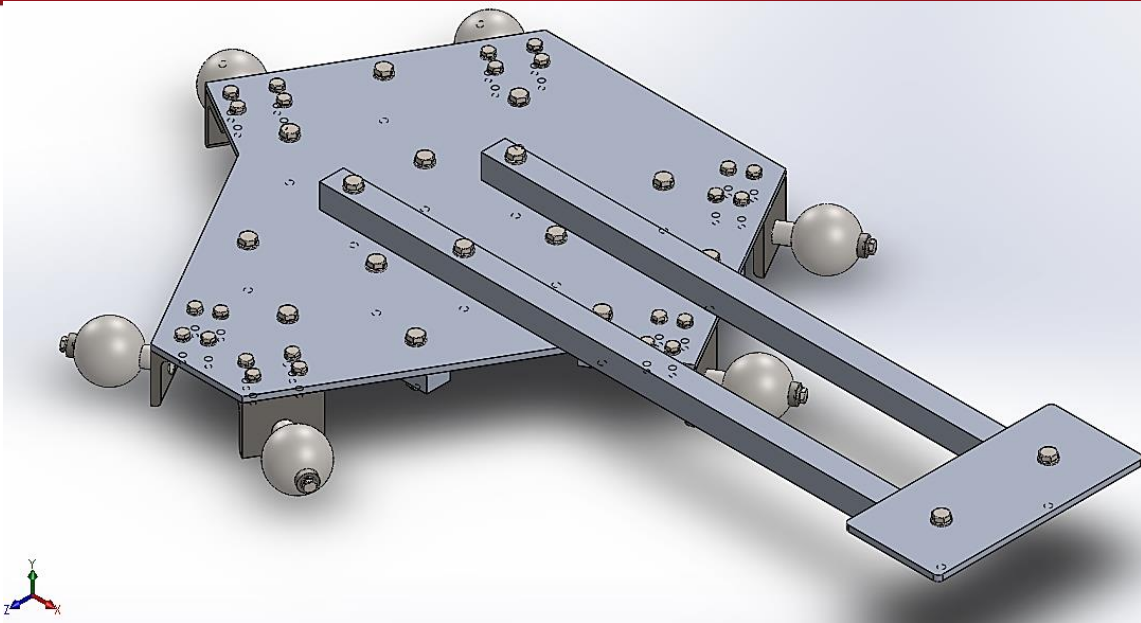


Figura A25.1. Ensamblaje de plataforma, perfiles, refuerzos, esferas, apoyo del pie y pernería.

Propiedades físicas

Ensamblaje Plataforma-Perfiles_ver2.SLDASM

Opciones...

Reemplazar las propiedades de masa... Recalcular

Incluir sólidos/componentes ocultos

Crear operación de centro de masa

Mostrar masa de cordón de soldadura

Informar de valores de coordenadas relativos a: -- predeterminado --

Propiedades de masa de Ensamblaje Plataforma-Perfiles_ver2
 Configuración: Predeterminado
 Sistema de coordenadas: -- predeterminado --

Masa = 12.479 kilogramos

Volumen = 0.003 metros cúbicos

Área de superficie = 1.096 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)
 X = 0.034
 Y = 0.011
 Z = 0.743

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
 Medido desde el centro de masa.
 Ix = (0.999, 0.035, -0.023) Px = 0.300
 Iy = (-0.024, 0.001, -1.000) Py = 0.463
 Iz = (-0.035, 0.999, 0.002) Pz = 0.755

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
 Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

Lxx = 0.300	Lxy = 0.016	Lxz = -0.004
Lyx = 0.016	Lyy = 0.754	Lyx = -0.001
Lzx = -0.004	Lzy = -0.001	Lzz = 0.463

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
 Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

Ixx = 7.196	Ixy = 0.021	Ixz = 0.310
Iyx = 0.021	Iyy = 7.662	Iyz = 0.098
Izx = 0.310	Izy = 0.098	Izz = 0.479

Alineado con sistema XYZ (figura A26.1)

Ayuda Imprimir... Copiar al portapapeles

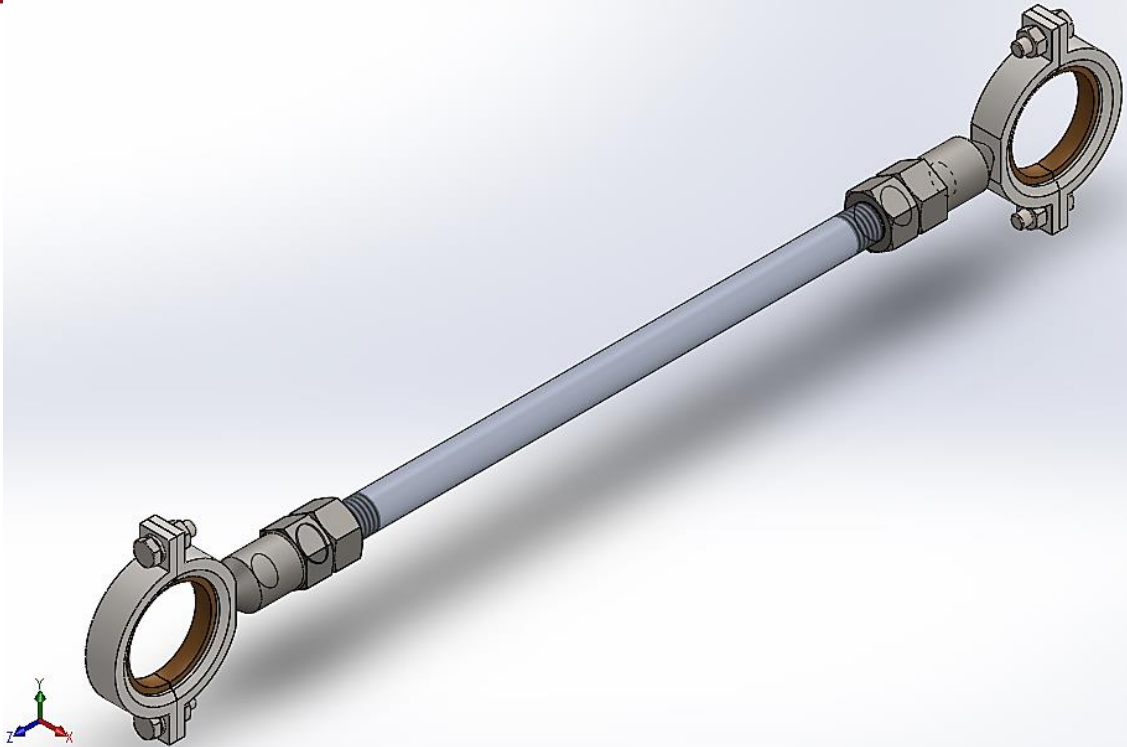


Figura A25.2. Ensamblaje de barra de transmisión y carcasa de articulación esférica.

Propiedades físicas

Ensamblaje Barra-Carcasa A. Esférica.SLDASM

Opciones...

Reemplazar las propiedades de masa... Recalcular

Incluir sólidos/componentes ocultos

Crear operación de centro de masa

Mostrar masa de cordón de soldadura

Informar de valores de coordenadas relativos a: --predeterminado--

Propiedades de masa de Ensamblaje Barra-Carcasa A. Esférica
 Configuración: Predeterminado
 Sistema de coordenadas: --predeterminado--

Masa = 1.7028 kilogramos

Volumen = 0.0003 metros cúbicos

Área de superficie = 0.1090 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)

X = -0.0024
 Y = 0.0003
 Z = 0.4570

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
 Medido desde el centro de masa.

Ix = (0.0000, 0.0000, 1.0000)		Px = 0.0008
Iy = (0.0000, -1.0000, 0.0000)		Py = 0.0940
Iz = (1.0000, 0.0000, 0.0000)		Pz = 0.0946

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
 Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

Lxx = 0.0946	Lxy = 0.0000	Lxz = 0.0000
Lyx = 0.0000	Lyy = 0.0940	Lyz = 0.0000
Lzx = 0.0000	Lzy = 0.0000	Lzz = 0.0008

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
 Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

Ixx = 0.4502	Ixy = -0.0000	Ixz = -0.0019
Iyx = -0.0000	Iyy = 0.4496	Iyz = 0.0002
Izx = -0.0019	Izy = 0.0002	Izz = 0.0008

Alineado con sistema XYZ (figura A26.2)

Ayuda Imprimir... Copiar al portapapeles

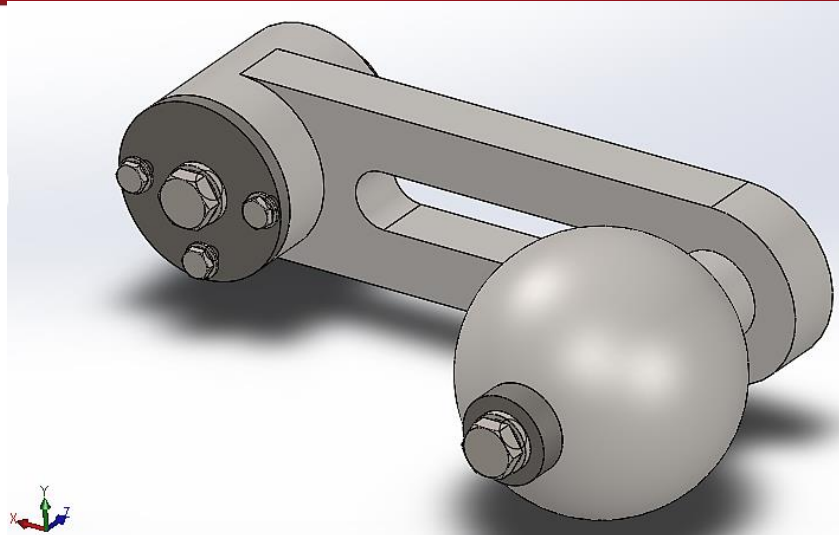


Figura A25.3. Ensamblaje de manivela, esfera y pernos.

Propiedades físicas

Ensamblaje Manivela-Eje Motor.SLDASM

Reemplazar las propiedades de masa... Recalcular

Incluir sólidos/componentes ocultos

Crear operación de centro de masa

Mostrar masa de cordón de soldadura

Informar de valores de coordenadas relativos a: -- predeterminado --

Propiedades de masa de Ensamblaje Manivela-Eje Motor
Configuración: Predeterminado
Sistema de coordenadas: -- predeterminado --

Masa = 1.1873 kilogramos

Volumen = 0.0002 metros cúbicos

Área de superficie = 0.0445 metros cuadrados

Centro de masa: (metros)

X = -0.0506
Y = -0.0000
Z = 0.1044

Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
Medido desde el centro de masa.

Ix = (0.9296, -0.0012, 0.3686)	Px = 0.0005
Iy = (0.3686, -0.0009, -0.9296)	Py = 0.0028
Iz = (0.0014, 1.0000, -0.0003)	Pz = 0.0030

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
Obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas de resultados.

Lxx = 0.0008	Lxy = -0.0000	Lxz = 0.0008
Lyx = -0.0000	Lyx = 0.0030	Lyz = -0.0000
Lzx = 0.0008	Lzy = -0.0000	Lzz = 0.0025

Momentos de inercia: (kilogramos * metros cuadrados)
Medido desde el sistema de coordenadas de salida.

Ixx = 0.0138	Ixy = -0.0000	Ixz = -0.0055
Iyx = -0.0000	Iyy = 0.0189	Iyz = -0.0000
Izx = -0.0055	Izy = -0.0000	Izz = 0.0055

Alineado con sistema XYZ (figura A26.3)

Ayuda Imprimir... Copiar al portapapeles

Estos valores se incluyen en el programa *fuerzas*. Los resultados se muestran a continuación:

El mayor torque de la tabla anterior es 9.1 Nm, valor menor al requerido. Por ello, es necesario utilizar una caja de reducción de velocidad, la cual según la relación de reducción y la eficiencia de transmisión, aumentará el torque ofrecido por el motor.

- c) Las cajas de reducción de engranajes planetarios ofrecidos por esta firma son los siguientes:

Tabla A25.2. Reductores planetarios⁸

PM34 (NEMA 34)				
Parameter	1-stage	2-stage	3-stage	4-stage
Perm. output torque (Appl. factor CB=1.0)	2832.2 oz-in	8496.7 oz-in	16993.4 oz-in	16993.4 oz-in
Gearbox efficiency, approx.	80%	0.75%	70%	65%
Max. backlash in Degree	0.50°	0.55°	0.60°	0.65°
Recommended initial speed	3,000 rpm	3,000 rpm	3,000 rpm	3,000 rpm
Operating temperature	-30 °C to +140 °C	-30 °C to +140 °C	-30 °C to +140 °C	-30 °C to +140 °C
Output side with ball bearing (2RS)				
Max. load, radial	400N	600N	1,000N	1,300N
Max. load, axial	80N	120N	200N	280N
Max. perm. fitting pressure	1,500N	1,500N	1,500N	1,500N
Gearbox length p	77.9 ± 0.5mm	99.6 ± 0.5mm	121.3 ± 0.5mm	143.0 ± 0.5mm
Gearbox length k	104.1 ± 0.6mm	125.8 ± 0.6mm	147.5 ± 0.6mm	169.2 ± 0.6mm
Gearbox length q	112.4 ± 0.5mm	134.1 ± 0.5mm	155.8 ± 0.5mm	177.5 ± 0.5mm
xTotal length (p+length from bearing flange)	81.0 x 126.9 mm	81.0 x 94.5 mm	81.0 x 170.3 mm	81.0 x 192.0 mm
Weight (for gearbox length p)	1.8 kg	2.5 kg	3.2 kg	3.9 kg
Shaft OD (mm)	19	19	19	19
Tolerance (mm)	0./-0.021	0./-0.021	0./-0.021	0./-0.021
Tapped Hole Thread (Shaft center)	M6	M6	M6	M6
Available ratios* (* Additional ratios are available. Please contact Lin Engineering)	4:1	14:1	51:1	Call
	5:1	19:1	71:1	Call
	7:1	25:1	100:1	Call
		35:1		

En vista de que la fuerza radial máxima durante la simulación es 879.8 N y el máximo torque requerido es 90.77 Nm = 12854 oz-in, se opta por el reductor de tres etapas con una relación de reducción ($\eta_{reduccion}$) de 51:1 y una eficiencia de transmisión ($\eta_{transmision}$) de 70%.

- d) El torque y la velocidad angular en el eje del motor se calculan con las relaciones siguientes:

$$T_{Motor} = \frac{T_{caja}}{\eta_{transmision} * \eta_{reduccion}} \tag{A25.1}$$

$$\omega_{Motor} = \omega_{caja} * \eta_{reduccion} \tag{A25.2}$$

⁸ Tabla extraída de <http://www.linengineering.com/gearheads/gearhead-planetary.aspx>

- e) La velocidad angular a la salida del eje del reductor se calcula al derivar la función del ángulo de rotación de la manivela respecto al tiempo. Dichos ángulos para el motor 6 fueron calculados con el programa *ubicación_S3* y almacenados en la matriz **S3**. Se grafican estos valores para obtener la ecuación de tendencia.

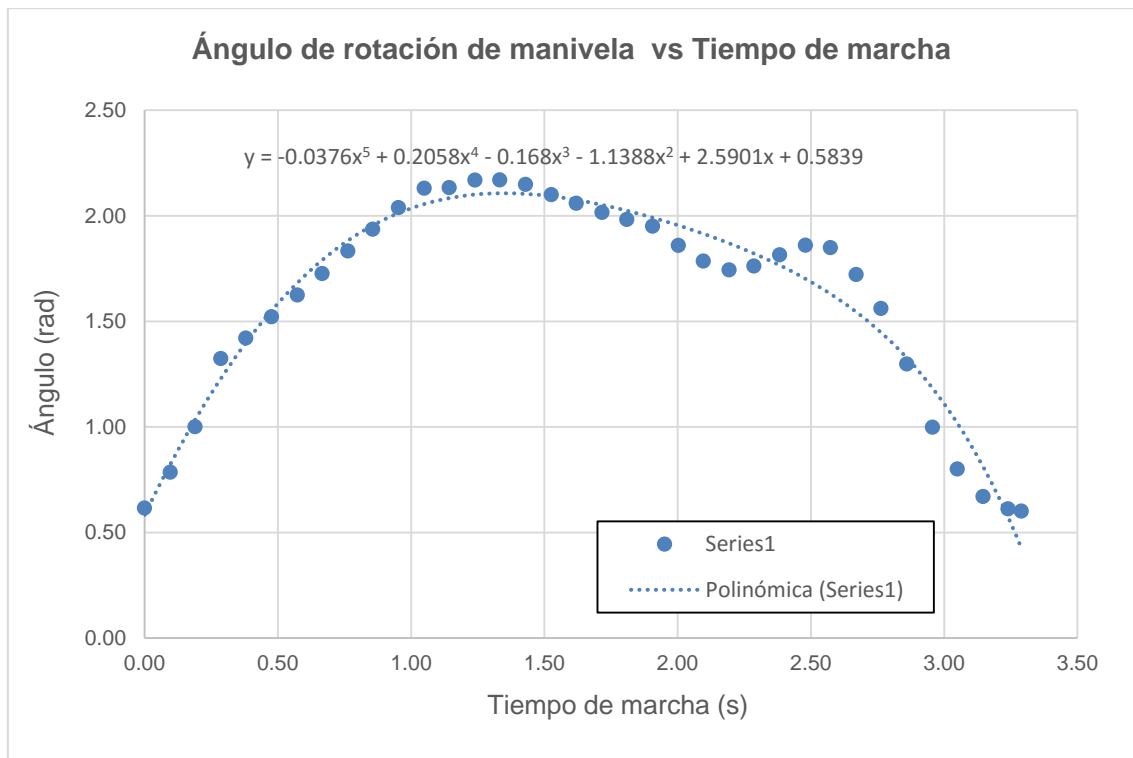


Figura A26.4. Variación del ángulo de manivela θ_6S_6 durante la marcha para $Co = 0,3$.

Del gráfico anterior:

$$\theta_{Motor(t)} = -0.0376t^5 + 0.2058t^4 - 0.168t^3 - 1.1388t^2 + 2.5901t + 0.5839 \quad (A25.3)$$

Se deriva (A26.3) respecto al tiempo:

$$\omega_{Motor(t)} = -0.188t^4 + 0.8232t^3 - 0.504t^2 - 2.2776t + 2.5901 \text{ [rad/s]} \quad (A25.4)$$

- f) Se dividen los valores hallados con (A25.4) por 2π para convertirlos a rps. El torque y velocidad angular del motor se calculan con (A25.1) y (A25.2). Con los resultados se grafica el torque vs velocidad angular requerido y se superpone al gráfico torque vs velocidad angular del motor 8718S⁹, mostrado en la figura A25.5. En aquel, se observa que seis puntos están fuera del rango de trabajo del motor. Por tal motivo, se procederá a cambiar el valor del parámetro Co hasta que se encuentre un valor

⁹ Gráfico extraído de <http://www.linengineering.com/contents/stepmotors/pdf/8718.pdf>

con el cual los torques requeridos estén dentro del rango del motor. Notar que el valor mínimo de dicho parámetro es 0.17 (ver 2.8.3).

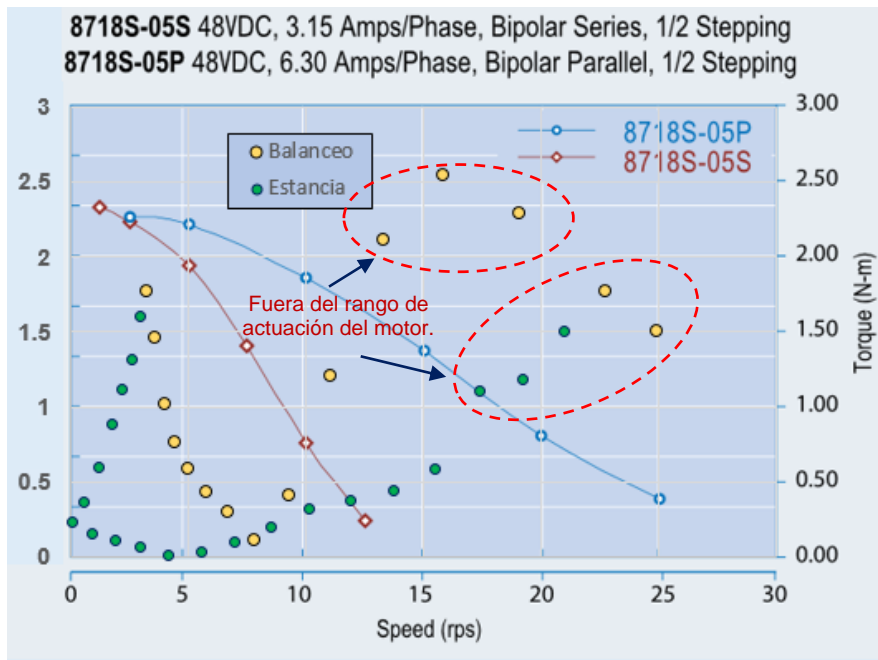


Figura A25.5. Gráfico T vs ω para $C_o = 0.3$.

Se recalcula para $C_o = 0.25$, donde también se observa valores fuera del rango.

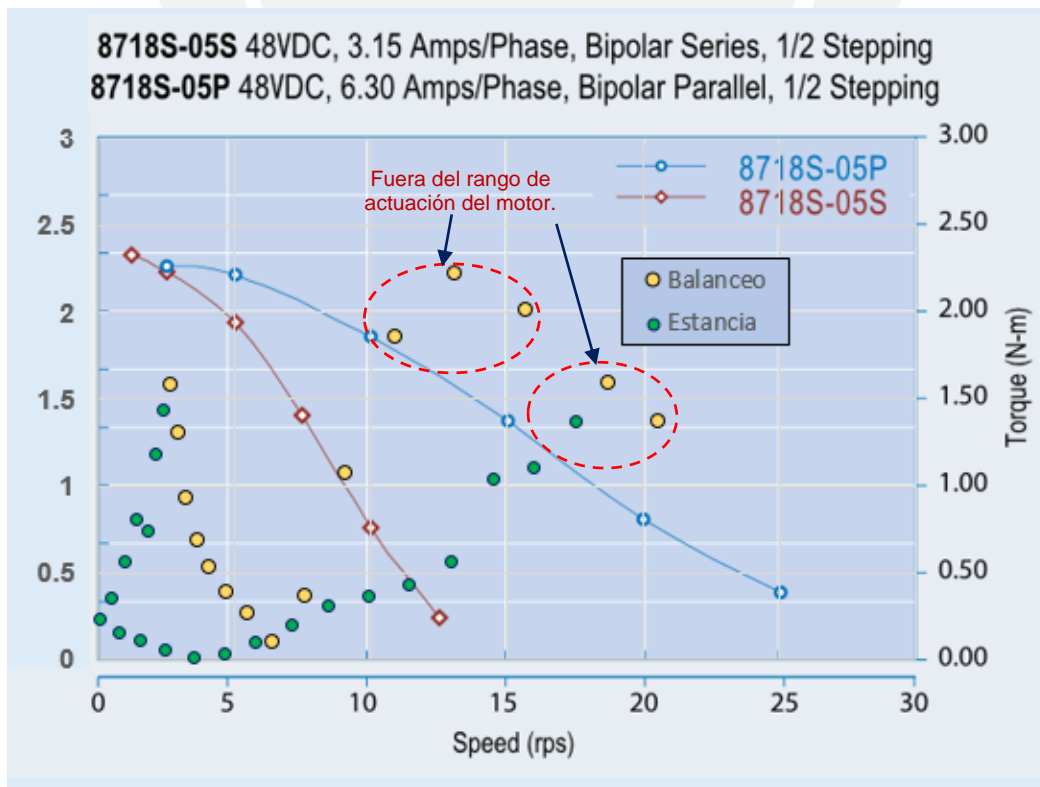


Figura A25.6. Gráfico T vs ω para $C_o = 0.25$.

Se recalcula para $Co = 0.19$.

$Lb := 360 \text{ mm}$ $db := 300 \text{ mm}$ $dp := 200 \text{ mm}$ $Lp := 358 \text{ mm}$ $r := 105 \text{ mm}$ $H := 482 \text{ mm}$ $L := 569 \text{ mm}$ $Co := 0.19$

	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	[N]	[Nmm]	[Nmm]	[Nmm]	[Nmm]	[Nmm]	[Nmm]	
	"F7"	"F1"	"F2"	"F3"	"F4"	"F5"	"F6"	"T1"	"T2"	"T3"	"T4"	"T5"	"T6"
28	223.58	263	-351.74	328.39	222.06	-430.98	14.07	16.55	-35.1	30.45	20.59	-43	
30	115.5	154.29	-269.12	391.61	284.57	-348.66	7.66	10.23	-27.94	40.59	29.49	-36.2	
32	36.14	74.36	-244.42	457.59	350.39	-324.09	2.68	5.51	-25.59	46.16	35.34	-33.93	
34	59.32	97.14	-122.05	298.13	192.96	-201.19	5.21	8.54	-11.64	16.04	10.38	-19.19	
36	48.7	86.33	-86.24	276.89	172.73	-163.66	4.1	7.26	-7.9	14.14	8.82	-14.99	
38	43.74	81.21	-69.35	266.16	162.88	-145.03	3.5	6.5	-6.04	13.05	7.98	-12.63	
40	38.57	75.91	-52.33	255.53	152.95	-126.32	2.93	5.77	-4.29	12.24	7.33	-10.36	
42	27.01	64.27	-16.48	234.13	132.05	-88.89	1.95	4.64	-1.27	11.23	6.33	-6.83	
44	15.37	52.58	18.37	212.98	111.23	-52.51	1.05	3.6	1.31	10.51	5.49	-3.74	
46	5.82	43.06	45.84	195.96	94.34	-23.67	0.38	2.82	3.03	10.23	4.93	-1.56	
48	-2.97	34.4	70.1	180.7	79.03	1.81	-0.19	2.18	4.3	10.24	4.48	0.11	
50	-13.88	23.75	99.44	162.24	60.31	32.15	-0.88	1.5	5.77	10.15	3.77	1.86	
52	-18.75	19.63	124.39	144.57	42	57.65	-1.67	1.75	7.84	9.04	2.63	3.64	
54	-25.21	13.79	151.96	127.5	24.18	85.66	-2.39	1.31	9.87	8.84	1.68	5.56	
56	-21.37	18.18	182.56	94.88	-9.29	116.45	-2.16	1.83	12.59	7.04	-0.69	8.03	
58	-23.32	16.86	223.94	51.42	-54.04	157.9	-2.44	1.77	16.82	4.14	-4.35	11.86	
60	-40.65	-0.23	288.65	3.35	-103.52	222.53	-4.18	-0.02	23.64	0.28	-8.78	18.22	
62	-71.01	-30.53	360.31	-33.67	-141.83	294.07	-6.86	-2.95	31.29	-2.99	-12.6	25.54	
64	-98.07	-57.76	416.56	-57.91	-167.32	350.18	-8.52	-5.02	37.93	-5.32	-15.38	31.89	
66	-151.85	-111.79	460.48	-53.38	-163.76	393.96	-11.65	-8.58	43.22	-5.02	-15.39	36.97	
68	-261.03	-221.37	526.91	-28.51	-139.76	460.29	-16.64	-14.11	50.6	-2.72	-13.33	44.2	
70	-354.09	-314.69	551.88	14.59	-96.16	485.25	-19.42	-17.26	55.05	1.44	-9.52	48.41	
72	-325.12	-286.22	465.74	49.61	-59.01	399.35	-17.57	-15.47	46.97	4.85	-5.77	40.28	
74	-223.77	-184.97	353.75	53.82	-52.8	287.48	-14.67	-12.12	35.63	5.15	-5.05	28.95	
76	-142.56	-103.79	286.59	55.88	-49.22	220.3	-11.47	-8.35	28.14	5.04	-4.44	21.63	
78	-97.71	-59.22	244.69	74.56	-29.63	178.22	-8.63	-5.23	22.81	5.82	-2.31	16.61	
80	-67.38	-29.23	205.28	105.93	2.34	138.41	-6.3	-2.73	17.89	6.3	0.14	12.06	
82	-45.07	-7.23	164.39	148.5	45.52	96.73	-4.42	-0.71	13.73	5.87	1.8	8.08	
84	-12.3	25.28	100.18	199.9	97.86	31.09	-1.23	2.52	8.75	6.57	3.22	2.72	
86	50.85	88.29	-53.52	291.83	189.85	-124.87	5.04	8.75	-4.93	20	13.01	-11.5	
88	112.85	150.17	-248.43	399.19	295.7	-322.21	7.94	10.56	-25.13	39.34	29.14	-32.59	
90	209.04	247.12	-450.39	453.85	349.66	-525.8	7.75	9.16	-47.28	46.66	35.95	-55.2	
92	319.1	357.98	-559.27	403.03	298.27	-636.15	12.99	14.57	-57.71	38.39	28.41	-65.64	
94	340.03	379.3	-520.54	329.49	224.14	-598.56	18.04	20.12	-52.4	29.81	20.28	-60.26	
96	301.42	340.89	-412.43	291.41	185.53	-491.24	17.88	20.22	-41	26.16	16.65	-48.84	
97	249.92	289.41	-353.75	306.35	200.21	-432.84	15.45	17.9	-35.12	27.78	18.15	-42.97	

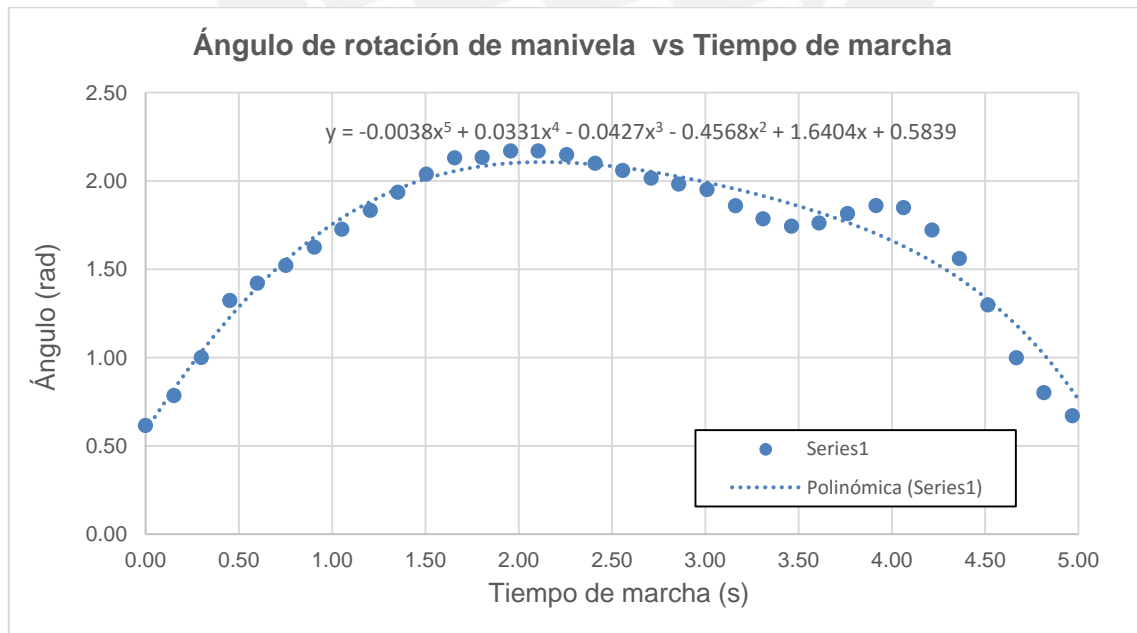


Figura A25.7. Variación del ángulo de manivela $\theta_6 S_6$ durante la marcha para $Co = 0.19$.

Del gráfico anterior:

$$\theta_{Motor(t)} = -0.0038t^5 + 0.0331t^4 - 0.0427t^3 - 0.4568t^2 + 1.6404t + 0.5839 \quad (A25.5)$$

Se deriva (A25.5) respecto al tiempo:

$$\omega_{Motor(t)} = -0.019t^4 + 0.1324t^3 - 0.1281t^2 - 0.9136t + 1.6404 \text{ [rad/s]} \quad (A25.6)$$

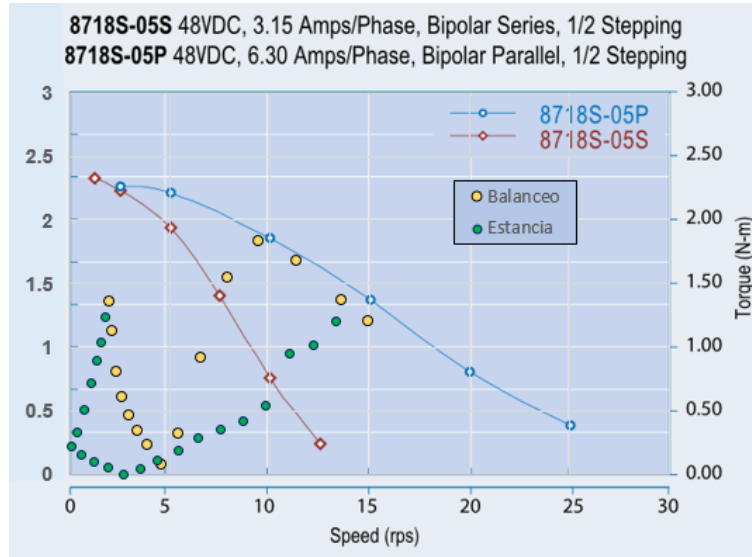


Figura A25.4. Gráfico T vs ω para $C_o = 0.19$.

Como se observa, el torque requerido está dentro del rango de acción del motor a paso modelo 8718S-05P. Las dimensiones del reductor son las siguientes:

Especificaciones Reductor¹⁰

Tabla A25.3. Especificaciones adicionales del reductor

PARAMETER	1-STAGE	2-STAGE	3-STAGE	4-STAGE
Perm. output torque (Appl. factor $C_g = 1.0$)	2832 oz-in	8496 oz-in	16993 oz-in	16993 oz-in
Gearbox efficiency, approx.	80%	0.75%	70%	65%
Max. backlash in degree	0.50°	0.55°	0.60°	0.65°
Recommended initial speed	3,000 rpm	3,000 rpm	3,000 rpm	3,000 rpm
Operating temperature	-30°C to +140°C	-30°C to +140°C	-30°C to +140°C	-30°C to +140°C
OUTPUT SIDE WITH BALL BEARING (2RS)				
Max. load, radial	89.92 lbs.	134.89 lbs.	224.81 lbs.	292.25 lbs.
Max. load, axial	17.98 lbs.	26.98 lbs.	44.96 lbs.	62.95 lbs.
Max. perm. fitting pressure	337.21 lbs.	337.21 lbs.	337.21 lbs.	337.21 lbs.
Gearbox length p (in)	4.24 ± .02	5.09 ± .02	5.94 ± .02	6.79 ± .02
Weight (for gearbox length p)	3.97 lbs.	5.51 lbs.	7.05 lbs.	8.60 lbs.
Shaft OD (in)	.75	.75	.75	.75
Tolerance (in)	.000/-.0008	0.00/-0.021	0.00/-0.021	0.00/-0.021
Tapped Hole Thread (Shaft center)	M6	M6	M6	M6
Available ratios * (* Additional ratios are available. Please contact Lin Engineering)	4:1	14:1	51:1	Contact Lin
	5:1	19:1	71:1	Contact Lin
	7:1	25:1	100:1	Contact Lin
		35:1		

¹⁰ Tabla extraída de la dirección siguiente (Página 92)
http://www.linengineering.com/contents/stepmotors/pdf/LinEngineering_Catalog_2011-2012_HR.pdf

Dimensiones Reductor¹¹

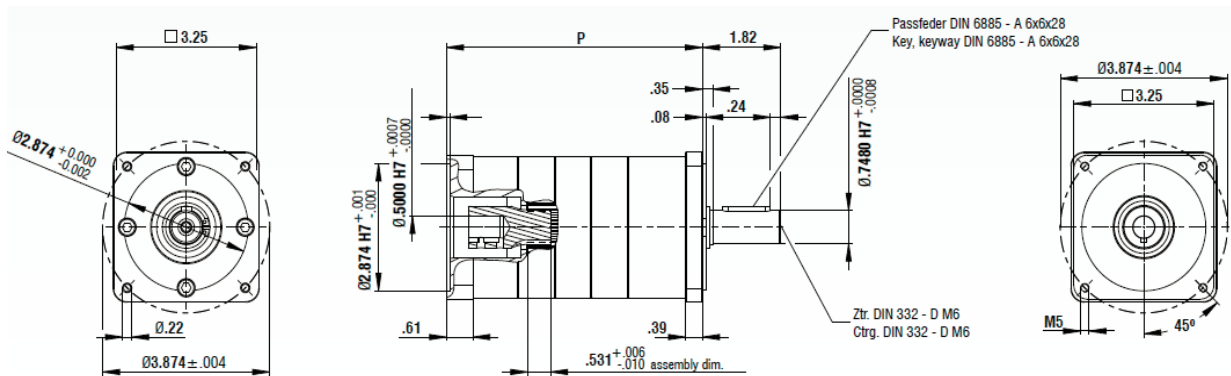


Figura A25.5. Dimensiones reductor PM 34.

Especificaciones motor seleccionado

Acorde con la codificación de Lin Engineering, la serie del motor seleccionado 8718S-05P significa lo siguiente:

- 87: Nema 34
- 18: 1.8° por paso
- S: Tamaño mediano
- 05: Código interno del bobinado
- P: Conexión paralela de las bobinas

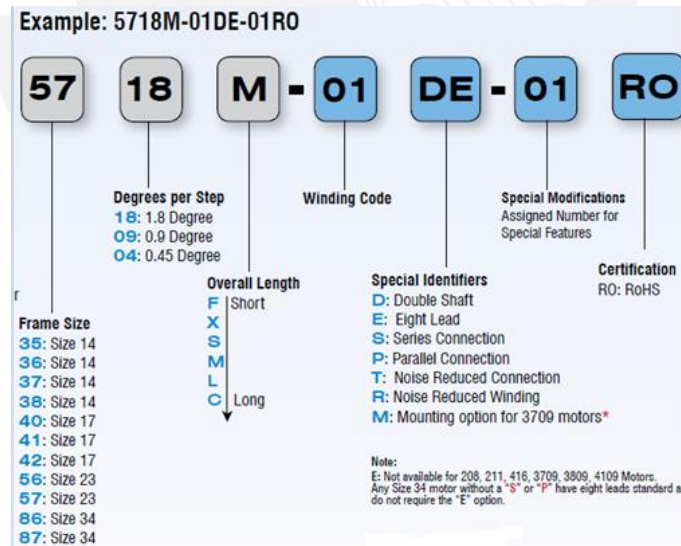


Figura A25.6. Leyenda de codificación de motores Lin Engineering¹².

Asimismo, debido a que el ángulo de paso es 1.8°, esto indica que el eje debe dar 200 pasos por revolución. Este valor de paso es característico de un motor de ocho polos (dos por fase), también conocidos como tipo bifásico. Estos polos se energizan para

¹¹ Gráfico extraído de la dirección siguiente (Página 92)

http://www.linengineering.com/contents/stepmotors/pdf/LinEngineering_Catalog_2011-2012_HR.pdf

¹² Gráfico extraído de la dirección anterior (Página 1)

de esta manera, lograr que gire el eje del motor. Mayor detalle respecto a teoría de motores de pasos en esta dirección:

http://www.orientalmotor.com.mx/recurso_tecnico/2-fase_vs_5-fase.html

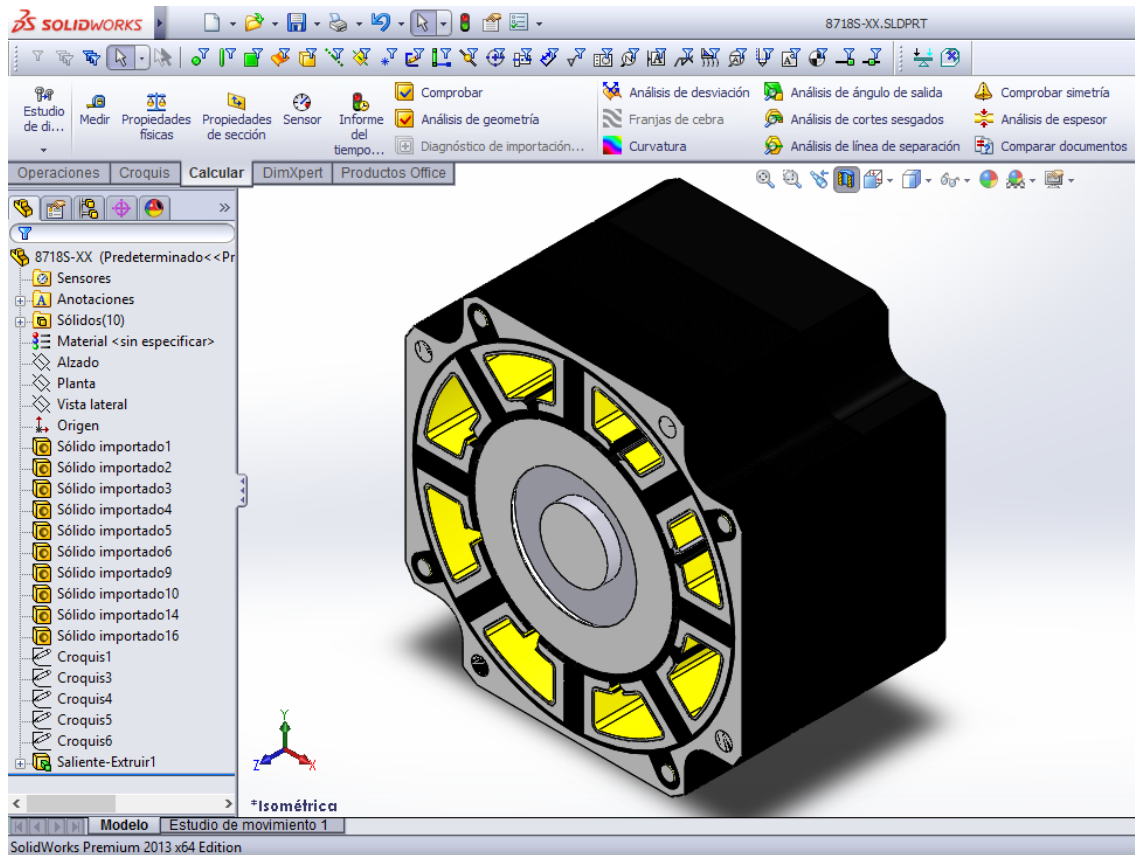


Figura A25.7. Vista interna del motor de pasos 8718S seleccionado.

Con el objetivo de conseguir mayor precisión durante el giro del eje, el motor deberá girar a micropasos o *microstepping*, para lo cual es necesario contar con un *microstepping driver*. La selección de este equipo, además de la fuente de alimentación se deja para un diseño electrónico y de control del presente rehabilitador de marcha.

ANEXO 26: CÁLCULO DE MANIVELA

La manivela tendrá un cubo de acople con el eje del reductor y al otro extremo un agujero para alojamiento del eje de apoyo de la articulación esférica.

1) Verificación de presión de aplastamiento en el cubo

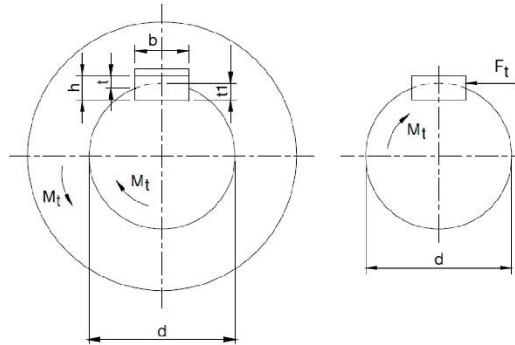


Figura A26.1. Dimensiones características de unión cubo - eje con chaveta. Extraída de Paulsen [18].

Las dimensiones de la chaveta del motor 8718S son 6x6x28 según DIN 6885 y el eje de 19 mm de diámetro.

$$b := 6 \text{ mm} \quad h := 6 \text{ mm} \quad L := 28 \text{ mm} \quad d := 19 \text{ mm}$$

De la figura 2.33:

$$M_t := 74.5 \text{ Nm} \quad M_t := 74500 \text{ Nmm}$$

La presión de aplastamiento entre chaveta y cubo:

$$p = \frac{2M_t}{dtL_{ef}} \quad (\text{A26.1})$$

La distancia t se calcula con h:

$$t := \frac{h}{2} = 3 \text{ mm} \quad (\text{Cortizo [8]})$$

La longitud efectiva se calculan con L y b:

$$L_{ef} := L - b = 22 \text{ mm}$$

Se reemplaza en (A26.1):

$$p := \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot t \cdot L_{ef}} = 118.82 \text{ MPa}$$

Según Cortizo [8], en aplicaciones industriales se usa un factor de seguridad de 3. Se reemplaza en (3.13) para tres tipos de materiales (propiedades mecánica extraídas de <http://www.bohlerperu.com/2888.php>):

$$\sigma_F := 340 \text{ MPa} \quad (\text{Ck 45}) \quad \sigma_{Adm} := \frac{\sigma_F}{3} = 113.333 \text{ MPa}$$

$$\sigma_F := 450 \text{ MPa} \quad (\text{20MnV6}) \quad \sigma_{Adm} := \frac{\sigma_F}{3} = 150 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p := 550 \text{ MPa} \quad (\text{ECN})$$

$$\sigma_{Adm} := \frac{\sigma_F}{3} = 183.333 \text{ MPa}$$

De lo anterior, se selecciona como material de la manivela el acero ECN. Las medidas de la manivela se muestran en la figura siguiente.

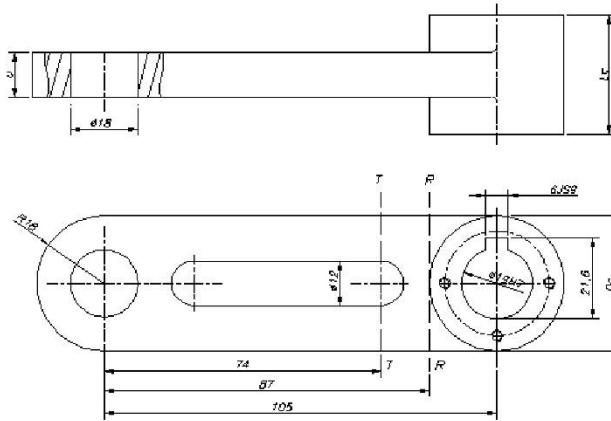


Figura A26.2. Dimensiones de la manivela.

El valor de D_c se estima según la tabla siguiente:

Tabla A26.1. Diámetro recomendadas para un cubo. Etraída de Paulsen [18].

	D_c
Cubo de acero	(1.8 a 2) d
Cubo de fierro fundido	(2 a 2.2) d

$$D_c := 36 \text{ mm} \quad (\text{Valor comprendido entre el rango descrito})$$

Por otro lado, el valor de L_c se toma según las medidas del eje del reductor.

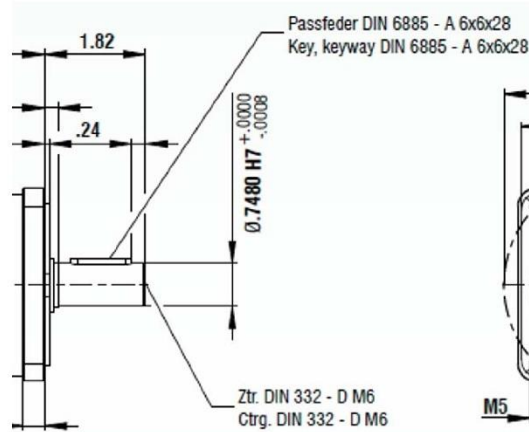


Figura A26.3. Dimensiones del eje del reductor.

De la figura anterior, L_c debe ser mayor o igual que la siguiente suma:

$$L_c \geq 28 + 0.24 \cdot 25.4 \quad mm$$

Para no aumentar el peso de la manivela, se tomará el menor valor posible; es decir:

$$L_c := 34 \quad mm$$

2) Cálculo de espesor de manivela (u)

Se analizará la resistencia en las secciones R-R y T-T mostradas en la figura A26.2.

Sección T-T

Momento flector en T-T:
$$M_{T-T} := 74 \cdot \frac{M_t}{105} = 52504.762 \quad Nmm$$

Se considera como primer valor:

$$u := 10 \quad mm$$

El momento de inercia en esta sección es el siguiente:

$$I_{T-T} := u \cdot \frac{D_C^3}{12} - u \cdot \frac{12^3}{12} = 3.744 \cdot 10^4 \quad mm^4$$

Esfuerzo flector en T-T.

$$\sigma_{fT-T} := \frac{M_{T-T} \cdot (0.5 \cdot D_C)}{I_{T-T}} = 25.243 \quad MPa$$

Sección R-R

Momento flector en R-R:
$$M_{R-R} := 87 \cdot \frac{M_t}{105} = 61728.571 \quad Nmm$$

El momento de inercia en esta sección es el siguiente:

$$I_{R-R} := u \cdot \frac{D_C^3}{12} = 3.888 \cdot 10^4 \quad mm^4$$

Esfuerzo flector en R-R.

$$\sigma_{fR-R} := \frac{M_{R-R} \cdot (0.5 \cdot D_C)}{I_{R-R}} = 28.578 \quad MPa$$

Al comparar ambos valores, es más crítico el esfuerzo flector en R-R.

Se toma un alto factor de seguridad

$$FS := 4$$

Esfuerzo admisible de la pieza:

$$\sigma_{Adm} := \frac{340}{FS} = 85 \quad MPa$$

$$\sigma_{fR-R} < \sigma_{Adm} \quad OK!$$

La manivela no falla para el espesor $u = 10$ mm.

E 230	AISI : 3215
ECN	DIN : 1.8 Cr Ni B
	W N° : 1.5919

Tipo de aleación : C 0,17 Cr 1,5 Ni 1,6 Si 0,30 Mn 0,50 %
 Color de identificación : Azul
 Estado de suministro : Recocido 217 HB máx.

Acero especial de cementación aleado al Cromo-Níquel. Adquiere excelente dureza superficial en el temple de cementación. Insuperable tenacidad en el núcleo.

APLICACIONES: Partes de maquinaria y repuestos de grandes dimensiones, de las cuales se exige muy alta dureza superficial, tenacidad y resistencia extraordinaria en el núcleo, ideal para la fabricación de piñones, cigüeñales, ejes de cajas

INDICACIONES PARA EL TRATAMIENTO TÉRMICO

Forjado: 1150 - 850 °C
Recocido: 650 - 700 °C
 Enfriamiento lento en el horno
Cementar: 900 - 950 °C
Enfriamiento: en aceite o baño térmico de 160 - 260 °C
Temple del Núcleo: 830 - 870 °C
Revenido: mínimo 1 hora 150 - 200 °C
Dureza Obtenible en la capa cementada: 59 - 63 HRC

CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS						
En el núcleo de la pieza cementada						Dureza en la superficie HRC
Diám. mín.	Límite de fluencia N/mm ²	Resistencia a la tracción N/mm ²	Alargamiento (L=5d) mín. %	Contracción % mín.	Resiliencia según DVM Joule (val. de guía)	
10	700	1000 - 1300	8	35	-	59
30	650	900 - 1200	9	40	69	a
68	550	800 - 1100	10	40	-	63

Soldadura: Este acero es relativamente soldable. En este caso se debe pre-calentar a una temperatura de 250 - 350 °C y después de soldar someterlo a un recocido. Electrodo recomendable UTP 6020; en caso que la cementación de la costura no sea indispensable, se recomienda el uso de electrodos BOHLER UTP 65.
 La capa cementada no es soldable.

Información extraída de la siguiente dirección:

http://www.bohlerperu.com/files/ECN_Rev.01.pdf

ANEXO 27: CÁLCULO DE SOPORTE DEL REDUCTOR

El soporte del motoreductor está conformado por los siguientes componentes:

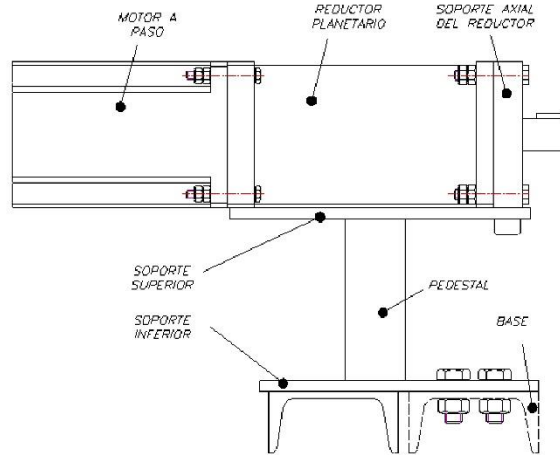


Figura A27.1. Componentes del soporte del motor

Las uniones entre los componentes anteriores son los siguientes:

- ⌘ Soporte axial - Soporte superior: Encaje con unión soldada.
- ⌘ Soporte superior - Pedestal: Unión soldada
- ⌘ Soporte inferior - Pedestal: Unión soldada

El dimensionamiento de los componentes se detalla a continuación.

1) Soporte axial

De la figura 2.33, el torque varía según estos valores:

$$M_{T_i} := -74500 \quad Nmm \qquad M_{T_s} := 48500 \quad Nmm$$

$$M_{T_a} := \frac{M_{T_s} + |M_{T_i}|}{2} = 61500 \quad Nmm \qquad M_{T_m} := M_{T_i} + M_{T_a} = -13000 \quad Nmm$$

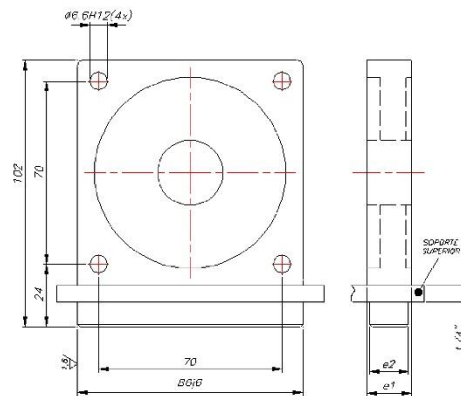


Figura A27.2. Medidas del soporte axial del motor.

1.1) Cálculo del espesor mínimo

El torque transmitido por los pernos al soporte axial genera momentos flectores en éste, siendo el de mayor magnitud en la zona de unión con el soporte superior. El material será ASTM A36. $\sigma_B := 360 \text{ MPa}$

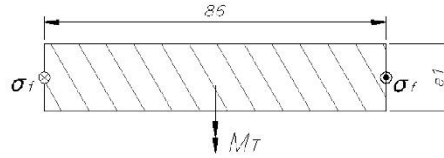


Figura A27.3. Esfuerzos en zona de unión.

Esfuerzo normal por momento flector:

Alternante:
$$\sigma_{fa} := \frac{6 \cdot M_{T-a}}{e1 \cdot 86^2}$$

Medio:
$$\sigma_{fm} := \frac{6 \cdot M_{T-m}}{e1 \cdot 86^2}$$

Inferior
$$\sigma_{fi} := \frac{6 \cdot M_{T-i}}{e1 \cdot 86^2}$$

Factores de cálculo por fatiga:

$C_{temp} := 1$ [22]

$C_c := 0.814$ [22]

$C_s := 57.7 \cdot \sigma_B^{-0.719} = 0.838$ [5]

$\beta := 1$ [22]

$C_t := 0.9$ Para un espesor máximo de 20 mm [22]

$C_{carga} := 1$ [22]

Esfuerzo alternante aumentado:

$$\sigma_{fa'} := \frac{\beta \cdot \sigma_{fa}}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_t \cdot C_s \cdot C_{carga}}$$

Se considerará como FS a la fatiga mayor a 2.5. Se reemplaza en (3.19):

$$FS_{fatiga} := \frac{1}{\frac{\sigma_{fa'}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{|\sigma_{fm}|}{\sigma_B}} > 2.5$$

El valor mínimo de e1 que cumple condición anterior es:

$e1 \geq 1.098 \text{ mm}$

Valores de prueba	$e2 := 1$
Restricciones	$\frac{1}{\frac{\beta \cdot \left(\frac{6 \cdot M_{T_a}}{e1 \cdot 86^2} \right)}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_t \cdot C_s \cdot C_{carga}} + \frac{ 6 \cdot M_{T_m} }{e1 \cdot 86^2}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{ 6 \cdot M_{T_m} }{e1 \cdot 86^2}}{\sigma_B} = 2.5$
Solver	find (e1) = 1.202

Presión de aplastamiento en zona de encaje

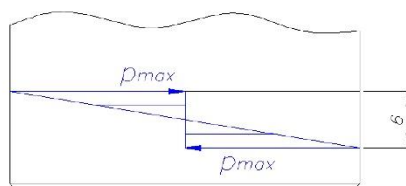


Figura A27.4. Distribución de presión de aplastamiento en zona de encaje.

La presión de aplastamiento máxima se calcula con lo siguiente:

$$p_{max} := \frac{|M_{T_i}|}{54 \cdot e2} > 2.5$$

FS mínimo ante el aplastamiento: $FS_{apl} := 2.5$

De tabla A19.1:

$$FS_{apl} := \frac{260}{p_{max}} > 2.5$$

Se proceden a iterar valores:

$e2 := 3 \text{ mm}$	$p_{max} := \frac{ M_{T_i} }{54 \cdot e2} = 459.877$	$FS_{apl} := \frac{260}{p_{max}} = 0.565$
$e2 := 6 \text{ mm}$	$p_{max} := \frac{ M_{T_i} }{54 \cdot e2} = 229.938$	$FS_{apl} := \frac{260}{p_{max}} = 1.131$
$e2 := 10 \text{ mm}$	$p_{max} := \frac{ M_{T_i} }{54 \cdot e2} = 137.963$	$FS_{apl} := \frac{260}{p_{max}} = 1.885$
$e2 := 12 \text{ mm}$	$p_{max} := \frac{ M_{T_i} }{54 \cdot e2} = 114.969$	$FS_{apl} := \frac{260}{p_{max}} = 2.261$

$$e2 := 15 \quad mm \qquad p_{max} := \frac{|M_{T_i}|}{54 \cdot e2} = 91.975 \qquad FS_{apl} := \frac{260}{p_{max}} = 2.827 \quad \text{OK!!}$$

De la figura A27.3, la relación entre e2 y e1 es la siguiente:

$$e1 := e2 + 2 = 17 \quad mm$$

Se reemplaza en las ecuaciones anteriores:

$$\sigma_{fa} := \frac{6 \cdot M_{T_a}}{e1 \cdot 86^2} = 2.935 \quad MPa \qquad \sigma_{fm} := \frac{6 \cdot M_{T_m}}{e1 \cdot 86^2} = -0.62 \quad MPa$$

$$\sigma_{fa'} := \frac{\beta \cdot \sigma_{fa}}{C_{temp} \cdot C_c \cdot C_t \cdot C_s \cdot C_{carga}} = 4.781 \quad MPa \qquad FS_{fatiga} := \frac{1}{\frac{\sigma_{fa'}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{|\sigma_{fm}|}{\sigma_B}} = 35.355$$

Debido al encaje, el torque del reductor es soportado principalmente en dicha zona, la cual ya fue diseñada para soportar el aplastamiento. Por ello, no será necesario realizar el cálculo de resistencia de la unión soldada.

Espesor de garganta: $a := 3.5 \quad mm$

2) Soporte superior

En adelante se verificará la resistencia de este componente ante la acción del torque. Las medidas de la sección transversal de la plancha son las siguientes:

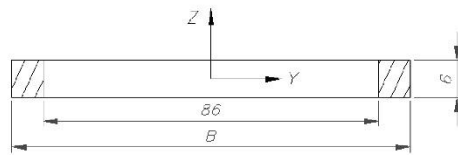


Figura A27.5. Sección a analizar

Preliminarmente: $B := 110 \quad mm$

$$I_y := \frac{B \cdot 6^3}{12} - \frac{86 \cdot 6^3}{12} = 432 \quad mm^4 \qquad I_z := \frac{6 \cdot B^3}{12} - \frac{6 \cdot 86^3}{12} = 347472 \quad mm^4$$

$$J := I_y + I_z = 347904 \quad mm^4$$

Esfuerzo cortante:

$$\tau_a := \frac{M_{T_a} \cdot \sqrt{\left(\frac{B-86}{2}\right)^2 + 9}}{J} = 2.187 \quad MPa$$

Esfuerzo medio:

$$\tau_m := \frac{M_{T_m} \cdot \sqrt{\left(\frac{B-86}{2}\right)^2 + 9}}{J} = -0.462 \quad \text{MPa}$$

Esfuerzo superior

$$\tau_s := \frac{M_{T_i} \cdot \sqrt{\left(\frac{B-86}{2}\right)^2 + 9}}{J} = -2.649 \quad \text{MPa}$$

Factores de cálculo por fatiga:

$$C_{temp} := 1 \quad [22]$$

$$C_c := 0.814 \quad [22]$$

$$C_s := 57.7 \cdot \sigma_B^{-0.719} = 0.838 \quad [5]$$

$$C_t := 0.68 \quad (\text{Para } d=86 [22])$$

$$C_{carga} := 1 \quad [22]$$

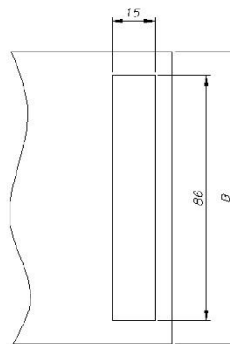


Figura A27.6. Vista superior del soporte

Con el objetivo de hallar los factores de concentración, se considerará lo siguiente:

$$d := 86 \quad \text{mm} \qquad r := \frac{d}{2} = 43 \quad \text{mm}$$

Figure 6-21

Notch-sensitivity curves for materials in reversed torsion. For larger notch radii, use the values of q_{shear} corresponding to $r = 0.16$ in (4 mm).

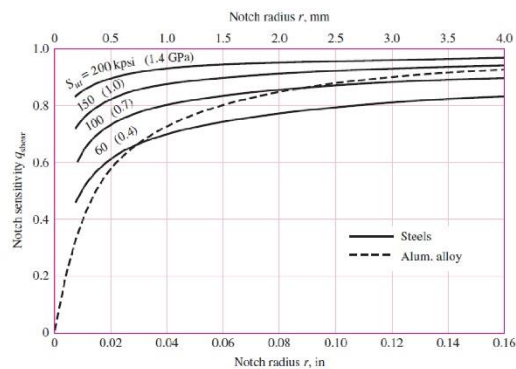


Figura A27.7. Factor de sensibilidad a la entalla. Extraída de Budynas [5].

De la figura A27.7:

$$\eta := 0.8$$

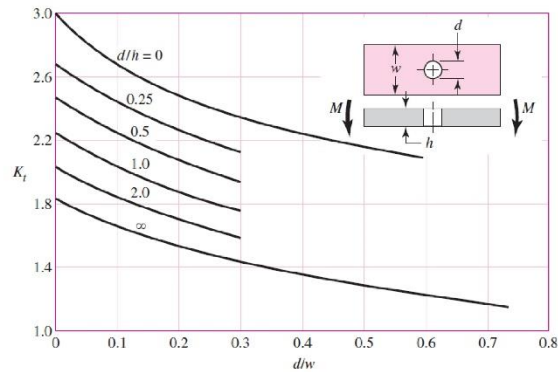


Figura A27.8. Factor geométrico de concentración de esfuerzos. Extraída de Budynas [5].

$$\frac{d}{6} = 14.333$$

$$\frac{d}{B} = 0.782$$

De la figura A27.8:

$$\alpha_K := 1.25$$

$$\beta := 1 + \eta \cdot (\alpha_K - 1) = 1.2$$

Esfuerzo cortante por momento torsor aumentado:

$$\tau_{a'} := \tau_a \cdot \frac{\beta}{C_{temp} \cdot C_t \cdot C_c \cdot C_s \cdot C_{carga}} = 5.657$$

Se considerará como FS a la fatiga mayor a 2.5. Se reemplaza en (3.19):

$$FS_{fatiga} := \frac{1}{\frac{\tau_{a'}}{0.5 \cdot \sigma_B} + \frac{|\tau_m|}{\sigma_B}} = 30.568 > 2.5 \quad \text{OK!}$$

Por lo anterior, para un valor de B=110 mm el soporte superior resiste satisfactoriamente la carga aplicada.

3) Pedestal

Será de un perfil en C 3x4.1 de medidas iguales al de la base.

4) Unión soldada pedestal - soporte inferior

Será de un perfil en C 3x4.1 de medidas iguales al de la base.

- Espesor de garganta: $a := 3.5 \text{ mm}$
 Factor de carga estática: $v := 0.8$ (Unión en ángulo, según DIN 1912)
 Factor de calidad de la unión: $v_2 := 1$ (Soldadura de Calidad I, según DIN 1912)
 Factor de concentración de esfuerzos efectivo: $v_1 := 0.11$
 Material de menor esfuerzo de fluencia: $\sigma_F := 250 \text{ MPa}$ (Para A36)

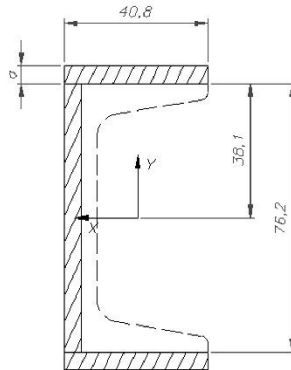


Figura A27.9. Medidas del cordón de soldadura

$$A_1 := 40.8 \cdot a = 142.8 \text{ mm}^2$$

$$A_2 := 76.2 \cdot a = 266.7 \text{ mm}^2$$

$$I_T := a \cdot \frac{76.2^3}{12} + 2 \cdot \left(40.8 \cdot \frac{a^3}{12} + A_1 \cdot \left(38.1 + \frac{a}{2} \right)^2 \right) = 582878.905 \text{ mm}^4$$

Esfuerzo alternante: $n_{x.a} := \frac{M_{T.a} \cdot (38.1 + a)}{I_T} = 4.389 \text{ MPa}$

Esfuerzo medio: $n_{x.m} := \frac{M_{T.m} \cdot (38.1 + a)}{I_T} = -0.928 \text{ MPa}$

Esfuerzo superior: $n_{x.s} := \frac{M_{T.i} \cdot (38.1 + a)}{I_T} = -5.317 \text{ MPa}$

Cálculo de factores de seguridad

$\sigma_B := 360 \text{ MPa}$ $\sigma_F := 250 \text{ MPa}$ $\sigma_{Alt} := 0.5 \cdot \sigma_B = 180 \text{ MPa}$

FS a fluencia: $FS_{fl} := v \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_F}{|n_{x.s}|} = 37.615$

FS a fatiga: $n_{x_a} = 4.389 \quad MPa \quad n_{x_m} = -0.9 \quad MPa$

Debido a que el esfuerzo medio es muy bajo: $\sigma_A := \sigma_{Alt} = 180 \quad MPa$

$$FS_{fatiga_A} := v_1 \cdot v_2 \cdot \frac{\sigma_{Alt}}{n_{x_a}} = 4.51 > 2.5 \quad \text{OK!}$$

5) Soporte inferior

Se considerará espesor igual al de plancha superior.

6) Pernos de unión con la base

Se utilizará la teoría descrita por Budynas [5].

6.1) Cálculo de constante de rigidez de las placas

Las dimensiones de la unión roscada se muestran en A27.10. Preliminarmente se considerará pernos M8x25 de grado 10.9. Se utilizará la teoría según Budynas [5] expuesta en el anexo 23.

La distribución del flujo de líneas de esfuerzos se representa en la figura A27.11. Se observa que el cono superior abarca la arandela, 4.16 mm del soporte superiorla; mientras que el cono inferior está conformado 1.84 mm del soporte superior y el espesor de la viga en C. Notar que los tres componentes (arandela, soporte superior y viga en C) son de acero.

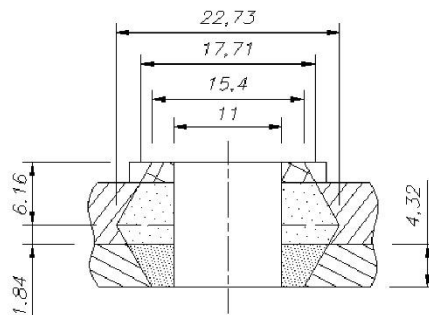


Figura A27.11. Flujo de líneas de esfuerzo representado por un cono truncado.

De la figura A27.11: $d := 10 \quad mm$

Los demás valores difieren según el tronco de cono que se esté analizando.

Tronco superior: Material acero

$E := 2.1 \cdot 10^5 \quad MPa \quad D := 22.73 \quad mm \quad t := 6.16 \quad mm$

Se reemplaza en (A23.1):

$$k_s := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 15404783.2 \quad \frac{N}{mm}$$

Tronco inferior: Material acero

$$E := 2.1 \cdot 10^5 \quad MPa \qquad D := 22.73 \quad mm \qquad t := 6.16 \quad mm$$

Se reemplaza en (A23.1):

$$k_i := \frac{0.5774 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{\ln \left(\frac{(1.155 \cdot t + D - d) \cdot (D + d)}{(1.155 \cdot t + D + d) \cdot (D - d)} \right)} = 15404783.2 \quad \frac{N}{mm}$$

La constante de rigidez de todas las placas se halla al considerar al conjunto como resortes en serie [20]:

$$k_{pl} := \frac{1}{\frac{1}{k_s} + \frac{1}{k_i}} = 7702391.605 \quad \frac{N}{mm}$$

6.2) Cálculo de constante de rigidez del perno

Las dimensiones de un perno M8 según la nomenclatura expuesta por Paulsen [17] son las siguientes:

$$d_1 := 13 \quad mm \qquad d_2 := 7.188 \quad mm \qquad d_3 := 6.466 \quad mm$$

$$d_s := .5 \cdot (d_2 + d_3) = 6.827 \quad mm \qquad d_{ag} := 9 \quad mm$$

Se reemplaza en (A13.1):

$$c_{pe} := \frac{1}{\frac{4}{\pi \cdot 2.1 \cdot 10^5} \cdot \left(\frac{0.5 \cdot d}{d^2} + \frac{3.58}{d^2} + \frac{9.09}{d_3^2} + \frac{0.5 \cdot d}{d_3^2} + \frac{0.4 \cdot d}{d^2} \right)} = 356376.262 \quad \frac{N}{mm}$$

El factor de carga se calcula con (A13.5):

$$\phi := \frac{c_{pe}}{c_{pe} + k_{pl}} = 0.044$$

6.3) Cálculo de cargas de reacción en los pernos

Antes de calcular las fuerzas de reacción en los pernos es necesario determinar cuáles pernos efectivamente trabajan a tracción. Para ello, debe cumplirse que el primer momento del área de los tornillos sea igual al primer momento del área de la zona a compresión [17]. En la figura A27.12 se muestran las zonas a compresión: 76.2"z.

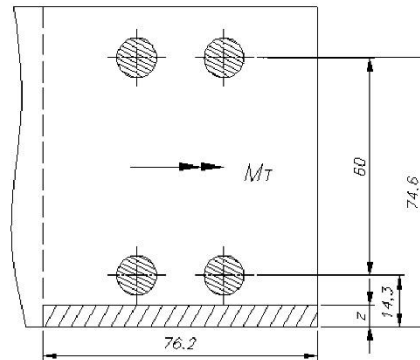


Figura A27.12. Cargas actuantes sobre los pernos.

Restricciones	Valores de prueba	$z := 1$
		$76 \cdot z \cdot \left(\frac{z}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 8^2}{4} \cdot (74.6 - z)\right) + 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 8^2}{4} \cdot (14.3 - z)\right)$
Solver		$\text{find}(z) = 12.917 \text{ mm}$

De la figura A27.12, debe cumplirse que: $z = 12.917 \text{ mm} < 14.3 - 0.5 \cdot d_{og} = 9.8 \text{ mm}$ OK!

Es decir, sólo dos pernos trabajan a tracción. Se verifica lo anterior:

Restricciones	Valores de prueba	$z := 1$
		$76 \cdot z \cdot \left(\frac{z}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 8^2}{4} \cdot (74.6 - z)\right)$
Solver		$\text{find}(z) = 12.788$

$z := 12.788$

Se procede a calcular las fuerzas de reacción en los pernos que trabajan a tracción.

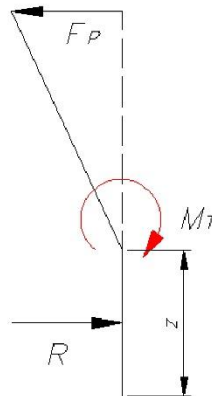


Figura A27.13. Cargas de reacción.

Cargas alternantes:

Valores de prueba	$R_a := 10$	$F_{P_a} := 10$	
	Restricciones		
	$R_a = 2 \cdot F_{P_a}$		(Por equilibrio de fuerzas)
	$2 \cdot F_{P_a} \cdot (74 - z) + R_a \cdot \left(\frac{z}{2}\right) = M_{T_a}$		(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro [17])
Solver	$\text{find}(R_a, F_{P_a}) = \begin{bmatrix} 909.683 \\ 454.841 \end{bmatrix}$		
	$R_a := 909.683$	N	$F_{P_a} := 454.841$ N

Cargas medias

Valores de prueba	$R_m := 10$	$F_{P_m} := 10$	
	Restricciones		
	$R_m = 2 \cdot F_{P_m}$		(Por equilibrio de fuerzas)
	$2 \cdot F_{P_m} \cdot (74 - z) + R_m \cdot \left(\frac{z}{2}\right) = M_{T_m}$		(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro [17])
Solver	$\text{find}(R_m, F_{P_m}) = \begin{bmatrix} -192.291 \\ -96.145 \end{bmatrix}$		

$$R_m := -192.291 \text{ N}$$

$$F_{P_m} := -96.145 \text{ N}$$

Cargas superiores

Valores de prueba	$R_s := 10$	$F_{P_s} := 10$	
Restricciones	$R_s = 2 \cdot F_{P_s}$		(Por equilibrio de fuerzas)
Solver	$2 \cdot F_{P_s} \cdot (74 - z) + R_s \cdot \left(\frac{z}{2}\right) = M_{T_i}$		(Por equilibrio de momentos respecto a línea de giro [17])
	$\text{find}(R_s, F_{P_s}) = \begin{bmatrix} -1101.973 \\ -550.987 \end{bmatrix}$		

$$R_s := -1101.973 \text{ N}$$

$$F_{P_s} := -550.987 \text{ N}$$

Se verifica la condición (A18.14) para el mayor valor de la fuerza de reacción.

$$\sigma_{F_P} := 940 \text{ MPa} \quad (\text{Grado } 10.9)$$

$$0.6 \cdot \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 20645.661 \text{ N} \geq |F_{P_s}| = 550.987 \text{ N} \quad \text{OK!!}$$

Es decir, se cumple la condición (A18.14) para un perno M8 grado 10.9. Notar que esto es sólo una condición preliminar que se debe cumplir antes de proseguir con la verificación del perno durante el ajuste y bajo acción de la carga alternante. Ambos casos se evaluarán a continuación.

6.4) Verificación durante el ajuste

Cálculo de fuerza de asentamiento:

Los valores para el asentamiento dependen de las superficies a evaluar. De la tabla A13.1 se toman los valores siguientes:

$$\delta_{as_{c_a}} := 3 \text{ } \mu m \quad (\text{cabeza-arandela}) \qquad \delta_{as_{a_t}} := 3 \text{ } \mu m \quad (\text{placa-tuerca})$$

$$\delta_{as_{a_p}} := 2 \text{ } \mu m \quad (\text{arandela-placa}) \qquad \delta_{as_{t_r}} := 3 \text{ } \mu m \quad (\text{tuerca-rosca})$$

$$\delta_{as_{p_p}} := 2 \text{ } \mu m \quad (\text{entre placas})$$

$$\delta_{as} := \delta_{as_{c_a}} + \delta_{as_{a_p}} + \delta_{as_{p_p}} + \delta_{as_{a_t}} + \delta_{as_{t_r}} = 13 \text{ } \mu m$$

Se reemplaza en (A13.6):

$$F_{as} := \frac{c_{pe} \cdot k_{pl}}{c_{pe} + k_{pl}} \frac{\delta_{as}}{1000} = 4428.015 \text{ N}$$

Cálculo de fuerza máxima de montaje:

Se comparan los resultados de las ecuaciones (A13.9) y (A13.10):

$$\sigma_F = 250 \quad MPa \quad (A36)$$

$$F_{p_pe} := 0.75 \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} \cdot \sigma_{F_P} = 25807.1 \quad N$$

$$F_{p_pl} := 0.75 \cdot \pi \cdot \frac{(d_1^2 - d_{ag}^2)}{4} \cdot \sigma_F = 12959.1 \quad N$$

$$F_{Mmax} := \min(F_{p_pe}, F_{p_pl}) = 12959.07 \quad N$$

$$K := 0.3 \quad M_{TM} := K \cdot F_{Mmax} \cdot d_s = 26541.471 \quad N \cdot mm$$

Reemplazando en (A13.15) y (A13.16), considerando un factor de ajuste igual 1.5:

$$\alpha_A := 1.5 \quad F_{Mmin} := \frac{F_{Mmax}}{\alpha_A} = 8639.38 \quad N$$

$$\sigma_M := \frac{F_{Mmax}}{\pi \cdot \frac{d_s^2}{4}} = 354.017 \quad MPa \quad \tau_M := \frac{M_{TM} \cdot 16}{\pi \cdot d_s^3} = 424.82 \quad MPa$$

$$\sigma_{eq} := \sqrt{\sigma_M^2 + 3 \cdot \tau_M^2} = 816.545 \quad MPa \leq 0.9 \cdot \sigma_{F_P} = 846 \quad MPa \quad OK!!$$

5) Verificación durante cargas estática

Se considerará como fuerza externa la fuerza de reacción superior. Se reemplaza en (A13.11), (A13.12), (A13.13) y (A13.4):

$$F_{ext} := |F_{P_s}| = 550.987 \quad N$$

$$F_{max_pe} := F_{Mmax} + \phi \cdot F_{ext} = 12983.436 \quad N$$

$$F_{res} := F_{Mmin} - F_{as} - (1 - \phi) \cdot F_{ext} = 3684.744 \quad N$$

$$F_{ext_pe} := \phi \cdot F_{ext} = 24.366 \quad N$$

$$F_{ext_pl} := (1 - \phi) \cdot F_{ext} = 526.621 \quad N$$

Se reemplaza en (A13.18), (A13.19) y (A13.20):

$$\sigma_{max_t} := \frac{F_{max_pe}}{\pi \cdot .25 \cdot d_s^2} = 354.683 \quad MPa$$

$$\sigma_{eq_tra} := \sqrt{\sigma_{max_t}^2 + 3 \cdot (0.5 \cdot \tau_M)^2} = 511.032 \quad MPa \leq \sigma_{F_P} = 940 \quad MPa \quad OK!!$$

5) Verificación durante carga alternante:

$$F_{P_a} = 454.841 \quad N \quad (\text{Carga alternante máxima})$$

$$\sigma_{a_t} := \frac{\phi \cdot F_{P_a}}{\pi \cdot d_s^2 \cdot 25} = 0.549 \quad MPa$$

$$\sigma_A := 0.85 \cdot \left(\frac{150}{d} + 45 \right) = 51 \quad MPa$$

Reemplazando en (A13.22), (A13.23) y (A13.24):

$$F_{02min} := \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 34409.435 \quad N$$

$$F_{Madm} := 0.9 \cdot \sigma_{F_P} \cdot \pi \cdot \frac{d_s^2}{4} = 30968.491 \quad N$$

$$F_{tm} := F_{P_a} + F_{Madm} = 31423.332 \quad N$$

$$\frac{F_{tm}}{F_{02min}} = 0.913$$

$$FS := \frac{\sigma_A}{\sigma_{a_t}} = 92.815 > 1.2 \quad \text{OK!}$$

Finalmente, se verifica que el perno M8x25 de grado 10.9 resiste satisfactoriamente el torque de ajuste y las cargas alternantes.