

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD
CATÓLICA**
DEL PERÚ

DISEÑO DEL SISTEMA MECÁNICO DE UN REHABILITADOR DE MARCHA PARA NIÑOS CON PROBLEMAS DE LOCOMOCIÓN

Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico,
que presenta el bachiller :

José Carlos Macavilca Román

ASESOR: Dr. Dante Elías Giordano

Lima, 12 de febrero del 2016

RESUMEN

El presente trabajo consistió en el diseño del sistema mecánico de un rehabilitador de marcha orientado a la recuperación de la locomoción de niños entre cuatro a doce años de edad, quienes ostentan una mayor capacidad de recuperación motriz al estar en una etapa de desarrollo físico y mental. Esta tesis contempló el diseño mecánico de un mecanismo paralelo tipo hexápodo de notación 6RSS (de seis grados de libertad y de articulaciones R-rotacional, S-esférica y S-esférica), la selección de los componentes, la elaboración de los planos correspondientes y la estimación de los costos de fabricación y adquisición del sistema mecánico del simulador.

Para tal fin, se estableció como base de análisis las proyecciones de las fuerzas en los eslabones respecto al plano sagital, donde a través del análisis del equilibrio dinámico de la plataforma se calcularon las fuerzas y torques en los elementos que conforman el rehabilitador. En vista de que, las fuerzas y torques estuvieron en función de las dimensiones de las cadenas cinemáticas del mecanismo, se procedió a determinar dichas medidas mediante iteraciones a través de programas desarrollados con el software Mathcad Prime 1[®]. Este proceso iterativo se realizó al considerar como parámetros cinemáticos la posición del talón y del dedo pulgar, así como la velocidad y aceleración del pie durante la marcha. Este arreglo de datos fue obtenido de bibliografía especializada, la cual fue almacenada por *frames* durante el ciclo de la marcha. Por ello, se empleó un factor de conversión de parámetros cinemáticos C_0 igual a 0.19, el cual relacionó la velocidad promedio de un adulto, proveniente de los *frames*, y la velocidad promedio de un niño.

Con los resultados del cálculo, se aplicaron las teorías de resistencia de materiales y elementos de máquinas para seleccionar y/o diseñar los componentes. El movimiento rotacional es proporcionado por motores a pasos de gran torque (48 VDC, 6.3 A/fase, 9.1 Nm) los cuales accionan los mecanismos biela manivela de las cadenas cinemáticas. Asimismo, se diseñaron articulaciones esféricas con un ángulo máximo de variación de 59° que permiten abarcar la longitud de paso del rehabilitador. Este equipo fue diseñado para ser utilizado por un niño de un peso máximo de 42 kg. y estatura máxima de 1.50 m.

El costo total del rehabilitador ascendió a \$ 20500, el cual incluyó los costos de material, ensamble y diseño.



Dedicatoria:

A mi madre Isabel y a mi hermana Zoila, quienes siempre han guiado mis pasos.

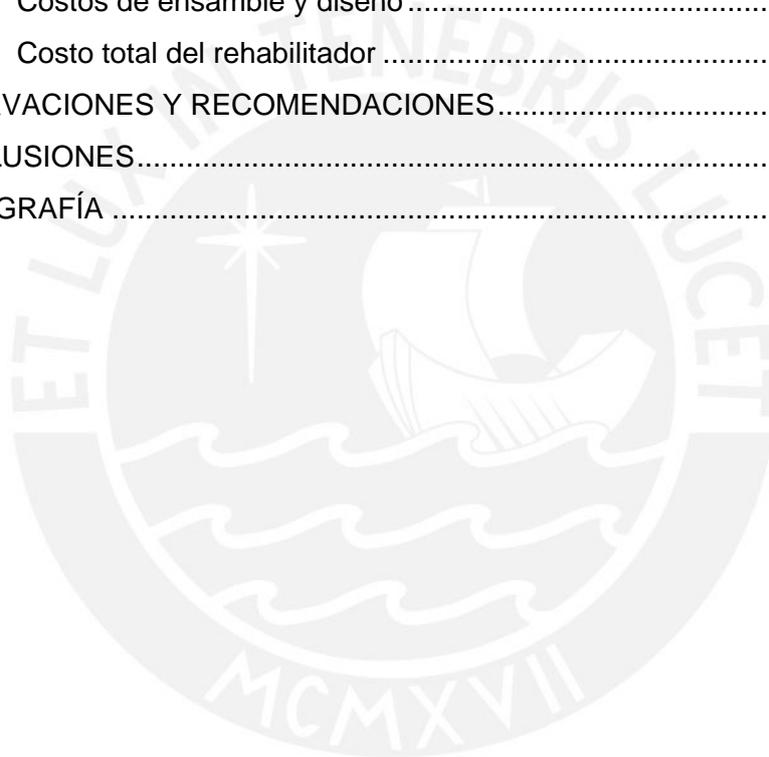
A mi padre Audie por su invaluable apoyo durante mis estudios universitarios.

ÍNDICE DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABLAS.....	viii
LISTA DE SÍMBOLOS.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1	3
ANTECEDENTES	3
1.1. Problemática	3
1.2. Antecedentes del uso de robot paralelo en fisioterapia	5
1.3. Rehabilitación	6
1.4. Definición y clasificación de los robots.....	8
1.5. Teoría básica de mecanismos	10
1.5.1. Nociones de mecanismos, máquina y cadena cinemática	10
1.5.2. Movilidad.....	11
1.6. Marcha humana	12
1.6.1. Definición y características	12
1.6.2. Posicionamiento de los pies durante la marcha	15
1.6.3. Movimientos del tobillo.....	16
1.7. Estado de la tecnología de componentes de mecanismos paralelos	16
1.7.1. Plataforma y base	16
1.7.2. Elementos de unión	16
1.7.3. Pistones	17
1.7.4. Servomotores	18
1.7.5. Motores a paso	18
1.7.6. Caja reductora	19
1.7.7. Sensores.....	19
CAPÍTULO 2	20
CONCEPTO DE SOLUCIÓN Y ANÁLISIS DE CARGAS.....	20
2.1 Requerimientos del mecanismo.....	20
2.2 Elaboración de la matriz morfológica	22
2.3 Concepto de solución 1.....	25
2.4 Concepto de solución 2.....	25
2.5 Concepto Óptimo	26
2.6 Notación de uniones y sistemas coordenados.....	27
2.7 Sistemas de coordenadas.....	28

2.8.1.	Proceso de simulación.....	30
2.8.2.	Longitud del paso.....	30
2.8.3.	Parámetros cinemáticos	31
2.8.4.	Ubicación de componentes.....	31
2.8.4.1	Fase Apoyo: Eje <i>ZB</i>	31
2.8.4.2	Fase Apoyo: Eje <i>XB</i>	32
2.8.4.3	Fase Balanceo	33
2.9	Consideraciones del dimensionamiento	36
2.9.1.	Longitud del paso.....	36
2.9.2.	Hexágono <i>Bi</i> -Base	36
2.9.3.	Hexágono <i>Pi</i> -Plataforma	38
2.9.4.	Manivela, barra y altura <i>H</i>	38
2.10	Cargas en el rehabilitador	38
2.10.1.	Fuerzas en el rehabilitador.....	38
2.10.1.1.	Masa Total.....	38
2.10.1.2.	Inercia Total.....	40
2.10.2.	Cálculo de fuerzas.....	42
2.10.3.	Torque del motor	46
2.10.4.	Ángulo de variación de articulación esférica	53
CAPÍTULO 3	57
DISEÑO MECÁNICO	57
3.1.	Lista de componentes.....	57
3.2.	Articulación esférica.....	59
3.2.1.	Dimensionamiento de articulación	59
3.2.2.	Cálculo unión atornillada.....	63
3.2.	Barra de transmisión	63
3.2.3.	Verificación del roscado.....	64
3.2.4.	Resistencia al pandeo.....	69
3.3.	Plataforma.....	70
3.3.1.	Cálculo de esfuerzos máximos	71
3.3.2.	Cálculo de deflexión máxima	75
3.4.	Apoyo de articulación.....	77
3.4.1.	Eje de apoyo	77
3.4.2.	Perfil.....	82
3.4.3.	Tornillos de sujeción plataforma-perfil	82

3.5. Apoyo del pie	83
3.6. Motores a paso	83
3.7. Manivela.....	85
3.8. Soporte del reductor	86
3.9. Base	86
CAPÍTULO 4	87
PLANOS Y COSTOS	87
4.1. Simbología y lista de planos	87
4.2. Costos de fabricación.....	88
4.3. Costos de adquisición	90
4.4. Costos de ensamble y diseño	91
4.5. Costo total del rehabilitador	91
OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.....	92
CONCLUSIONES.....	93
BIBLIOGRAFÍA	94



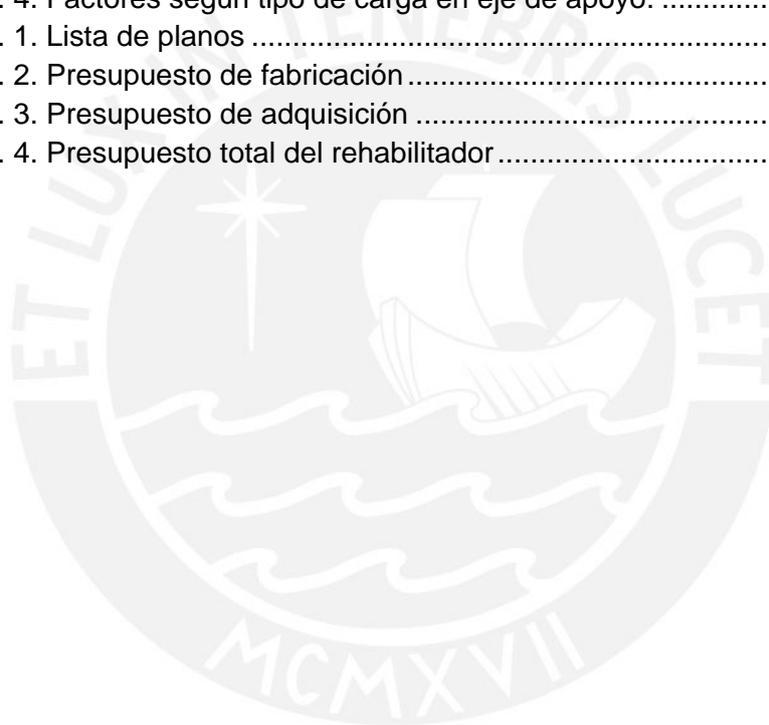
LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1. Distribución de los tipos de discapacidades en la población [12].	4
Figura 1. 2. Mecanismo de marcha en conjunto con un sistema de realidad virtual [4].	5
Figura 1. 3. Doble plataforma Stewart-Gough [4].	5
Figura 1. 4. Simulador de marcha para rehabilitación [20].	7
Figura 1. 5. Robot serial <i>Scara</i> [13].	8
Figura 1. 6. Robot paralelo [13].	9
Figura 1. 7. Configuraciones de un mecanismo paralelo planar [27].	9
Figura 1. 8. Manipulador paralelo esférico [27].	10
Figura 1. 9. Mecanismos espaciales [27].	10
Figura 1. 10. Mecanismo biela-pistón.	11
Figura 1. 11. Ciclo de la marcha [25].	13
Figura 1. 12. Fases durante la marcha humana referidas a la pierna derecha [25].	13
Figura 1. 13. Etapas en la marcha humana [25].	14
Figura 1. 14. Planos anatómicos.	14
Figura 1. 15. Desplazamiento vertical del talón y dedo pulgar durante la marcha [28].	15
Figura 1. 16. Descripción de la ubicación de los pies [25].	15
Figura 1. 17. Movimientos del tobillo [2].	16
Figura 1. 18. Uniones esféricas [13].	16
Figura 1. 19. Cabeza de rótula.	17
Figura 1. 20. Partes de una unión universal.	17
Figura 1. 21. Cilindro neumático.	17
Figura 1. 22. Cilindro oleohidráulico.	18
Figura 1. 23. Servo lineal.	18
Figura 1. 24. Servo rotativo.	18
Figura 1. 25. Motor a paso.	19
Figura 1. 26. Caja reductora de velocidad.	19
Figura 1. 27. Tipos de sensores [2].	19
Figura 2. 1. Movimientos de la plataforma.	21
Figura 2. 2. Caja negra del rehabilitador de marcha.	22
Figura 2. 3. Concepto de solución 1.	25
Figura 2. 4. Concepto de solución 2.	26
Figura 2. 5. Uniones del simulador en posición general.	27
Figura 2. 6. (a) Detalle puntos P_i . (b) Detalle puntos B_i .	27
Figura 2. 7. Sistemas de coordenadas de la base y de los eslabones. Posición genérica.	28
Figura 2. 8. Coordenadas genéricas de S_i en sistema $X_i - Y_i - Z_i$.	29
Figura 2. 9. Vista en plano sagital del rehabilitador. Notar coincidencia en Z_B de los centroides.	29
Figura 2. 10. Fases apoyo y balanceo de plataformas derecha e izquierda. Proyección al plano sagital.	30
Figura 2. 11. Longitud de paso a desarrollar por el rehabilitador. Proyección al plano sagital.	31
Figura 2. 12. Posición en X vs Tiempo. Fase de balanceo.	32
Figura 2. 13. Orientación de la plataforma en plano sagital $X_B - Z_B$.	33
Figura 2. 14. Coordenadas en eje Y_B de los puntos P_i y B_i .	33
Figura 2. 15. Base, manivelas y articulaciones esféricas posicionadas en hexágono B_i .	37
Figura 2. 16. Vista superior del rehabilitador de marcha. Notar distancia entre pies.	37
Figura 2. 17. Plataforma y hexágono P_i .	38
Figura 2. 18. Dimensiones miembros inferiores (Elaboración propia, medidas extraídas de [26]).	39

Figura 2. 19. Modelo preliminar de manivela.....	39
Figura 2. 20. Modelo preliminar de barra.....	39
Figura 2. 21. Modelo preliminar plancha de apoyo del pie.....	40
Figura 2. 22. Modelo preliminar de plataforma.....	40
Figura 2. 23. Distancia entre centros de gravedad con el de la plataforma. Posición genérica.	41
Figura 2. 24. DCL de la plataforma en el plano sagital.....	43
Figura 2. 25. Descomposición de fuerzas internas de cadenas S_1P_1 y S_2P_2 . Vista superior.	44
Figura 2. 26. Componentes en eje Z_p de fuerzas de reacción en las barras debido a M_W ...	44
Figura 2. 27. Vista plano coronal plataforma.....	45
Figura 2. 28. a) Fuerza axial de acción en la barra S_2P_2 , b) Fuerza trasladada al eje del motor.	47
Figura 2. 29. Sistema coordenado S_i obtenido a partir de B_i	53
Figura 2. 30. Ángulos de variación a calcular: a) $\theta_{xy} - i$ y b) $\theta_{xz} - i$	54
Figura 2. 31. Ángulo de variación en plano $Y - Z$	54
Figura 2. 32. Variación de fuerzas internas en las barras vs frame de marcha.....	56
Figura 2. 33. Variación del torque vs frame de marcha.....	56
Figura 3. 1. Ensamblaje del rehabilitador de marcha.....	57
Figura 3. 2. Ángulos de Euler [1].	58
Figura 3. 3. Eje $X'2P$ alineado con el eje de apoyo de la articulación.....	58
Figura 3. 4. a) Sistemas de coordenadas transformados. b) Orientación de la plataforma. .	59
Figura 3. 5. Ángulo efectivo de variación. En línea discontinua: Posición límite colisión aro- eje.....	60
Figura 3. 6. Esfuerzo máximo a soportar por bronce sinterizado (anexo 11).....	60
Figura 3. 7. Variación del ángulo $\theta_{xz} - S2$ en función del tiempo de marcha.....	61
Figura 3. 8. Articulación esférica formada por dos media lunas.....	63
Figura 3. 9. Fuerza actuante en barra de transmisión.....	63
Figura 3. 10. Esquema de montaje.....	64
Figura 3. 11. Dimensiones principales de un roscado [5].....	64
Figura 3. 12. Fuerzas en la rosca.....	65
Figura 3. 13. Esquema de rosca como viga empotrada y puntos a analizar.....	65
Figura 3. 14. Dimensiones barra de transmisión.....	69
Figura 3. 15. Zona de la plataforma a estudiar.....	71
Figura 3. 16. Cargas en viga 34: a) En articulaciones esféricas, b) Trasladas a mitad de P_3P_4	71
Figura 3. 17. Cargas en zona de empotramiento en viga 34. Vista A-A.	72
Figura 3. 18. Dirección de esfuerzos en el empotramiento de la viga 34.....	73
Figura 3. 19. Esfuerzos normales resultantes por flexión en viga 56.....	76
Figura 3. 20. Esfuerzos cortantes resultantes en ejes Y e Z en viga 56.....	76
Figura 3. 21. Vista de sección del apoyo de articulación.....	78
Figura 3. 22. Fuerzas máximas respecto al sistema coordenado.....	78
Figura 3. 23. DCL eje de apoyo.....	78
Figura 3. 24. Diagrama de cargas internas: a) Fuerza cortante, b) Momento flector.....	79
Figura 3. 25. Direcciones de esfuerzos en sección N.....	80
Figura 3. 26. Cargas trasladadas al perfil.....	82
Figura 3. 27. Cargas trasladadas al perfil.....	83
Figura 3. 28. Variación de fuerzas internas en las barras vs frame de marcha para $Co = 0.19$	85
Figura 3. 29. Variación de torque vs frame de marcha para $Co = 0.19$	85
Figura 3. 30. Dimensiones de la base.....	86

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. 1. Niveles de capacidad motriz. [9].....	7
Tabla 1. 2. Resultados del tratamiento con el simulador de marcha [20].....	8
Tabla 1. 3. Tipos de articulaciones más usada [27]	11
Tabla 2. 1. Rotación y traslación de la base móvil	20
Tabla 2. 2. Requerimientos del diseño	22
Tabla 2. 3. Matriz morfológica y conceptos de solución	24
Tabla 2. 4. Evaluación conceptos de solución	26
Tabla 2. 5. Segmentos reales y proyectados al plano sagital	28
Tabla 2. 6. Parámetros de matriz de transformación.	34
Tabla 3. 1. Resultados de iteración	62
Tabla 3. 2. Factores en el cálculo por fatiga.....	66
Tabla 3. 3. Factores para esfuerzo por tipo de carga.....	77
Tabla 3. 4. Factores según tipo de carga en eje de apoyo.	80
Tabla 4. 1. Lista de planos	87
Tabla 4. 2. Presupuesto de fabricación	89
Tabla 4. 3. Presupuesto de adquisición	90
Tabla 4. 4. Presupuesto total del rehabilitador	91



LISTA DE SÍMBOLOS

a	: Semilongitud del ancho del aro de la articulación esférica, en mm
A	: Área en la rosca, en mm ²
A_{GP-X}	: Aceleración de la plataforma en el eje X, en m/s ²
A_{GP-Z}	: Aceleración de la plataforma en el eje Z, en m/s ²
b	: Longitud entre B y punto del talón h , en mm
c_r	: Distancia desde la línea de flexión hasta el punto a evaluar, en mm
C_c	: Factor de confiabilidad estadística
C_{carga}	: Factor de carga
C_o	: Factor de conversión de paso del niño
C_s	: Factor superficial
C_t	: Factor de tamaño
C_{temp}	: Factor de temperatura
d	: Longitud entre D y punto del talón h , en mm
d_b	: Lado menor de base, en mm
d_p	: Lado menor de plataforma, en mm
e	: Espesor de la plataforma, en mm
E	: Módulo de elasticidad, en MPa
f	: Longitud entre F y punto del talón h , en mm
f_i	: Grados de libertad de una articulación
f_p	: Grados de libertad pasivo de una articulación
F_{AB}	: Resultante de las proyecciones de las fuerzas de las barras F_{S1P1} y F_{S2P2} en el plano sagital, en N
F_{CD}	: Resultante de las proyecciones de las fuerzas de barras F_{S3P3} y F_{S6P6} en el plano sagital, en N
F_{EF}	: Resultante de las proyecciones de las fuerzas de barras F_{S4P4} y F_{S5P5} en el plano sagital, en N
F_i	: Fuerza interna en las barras (i de 1 a 6), en N
F_{i_s}	: Fuerza interna superior en la barra
F_{i_a}	: Fuerza interna alternante en la barra
F_{i_m}	: Fuerza interna media en la barra
F_{MiW}	: Fuerza de reacción interna en las barra i (i de 1 a 6) debido al momento M_W
F_{max}	: Fuerza máxima en las barras durante la simulación de la marcha, en N
$F_{X'6P}$: Fuerza en P_6 en el eje X'_{6P} referido al sistema $\{P_i\}$, en N
$F_{Y'6P}$: Fuerza en P_6 en el eje Y'_{6P} referido al sistema $\{P_i\}$, en N
$F_{Z'6P}$: Fuerza en P_6 en el eje Z'_{6P} referido al sistema $\{P_i\}$, en N

- FS_{fatiga} : Factor de seguridad a la fatiga
- $FS_{fluencia}$: Factor de seguridad a la fluencia
- g : Longitud entre el centro de masa de la plataforma (G_p) y el talón h , en mm
- G : Módulo de elasticidad transversal, en MPa
- H : Altura entre la base y el piso de referencia, en mm
- I_{man_ZG} : Momento de inercia de masa de la manivela respecto al eje Z en el centro de masa, en $kg \cdot mm^2$
- I_{bar_ZG} : Momento de inercia de la barra respecto al eje Z en el centro de masa, en mm^4
- I_{O1A_GP} : Momento de inercia de la manivela O_1A respecto al eje Z en el centro de masa de la plataforma, en $kg \cdot m^2$
- I_{O2C_GP} : Momento de inercia de la manivela O_2C respecto al eje Z en el centro de masa de la plataforma, en $kg \cdot m^2$
- I_{O3E_GP} : Momento de inercia de la manivela O_3E respecto al eje Z en el centro de masa de la plataforma, en $kg \cdot m^2$
- I_{AB_GP} : Momento de inercia de la barra AB respecto al eje Z en el centro de masa de la plataforma, en $kg \cdot m^2$
- I_{CD_GP} : Momento de inercia de la barra CD respecto al eje Z en el centro de masa de la plataforma, en $kg \cdot m^2$
- I_{EF_GP} : Momento de inercia de la barra EF respecto al eje Z en el centro de masa de la plataforma, en $kg \cdot m^2$
- I_T : Inercia total del rehabilitador, en $kg \cdot m^2$
- I_{yy} : Momento de inercia respecto al eje Y, en mm^4
- I_{zz} : Momento de inercia respecto al eje Z, en mm^4
- I_{zz} : Momento de inercia respecto al eje Z, en mm^4
- I_{Ty} : Momento de inercia de la barra cuadrada de refuerzo respecto al eje Y, en mm^4
- I_{Tz} : Momento de inercia de la barra cuadrada de refuerzo respecto al eje Z, en mm^4
- I_{Py} : Momento de inercia de la viga respecto al eje Y, en mm^4
- I_{Pz} : Momento de inercia de la viga respecto al eje Z, en mm^4
- I_r : Momento de inercia de la rosca, en mm^4
- J : Momento polar, en mm^4
- J_a : Número de articulaciones del robot
- L : Dimensión de la barra, en mm
- L_b : Lado mayor de base, en mm
- L_p : Lado mayor de plataforma, en mm
- L_{Pa} : Longitud de paso a desarrollar por el simulador, en mm
- L_{Pa-L} : Longitud del paso según bibliografía, en mm
- M : Grados de libertad del robot

M_{bar}	: Masa de la barra, en kg
M_{f-r}	: Momento flector en la raíz de la rosca, en Nmm
M_{man}	: Masa de la manivela, en kg
M_T	: Masa total del simulado, en kg
M_W	: Momento producto del peso de las extremidades inferiores respecto al centro de masa de la plataforma, en N
n	: Diámetro del eje de apoyo, en mm
N	: Número de eslabones conectados por articulaciones
p	: Longitud del pie, en mm
p_{apl}	: Presión de aplastamiento, en MPa
P_i	: Punto genérico de la plataforma (i de 1 a 6)
r	: Longitud de la manivela, en mm
Re	: Radio de la esfera, en mm
R_i	: Matriz de localización de vectores en $\{B_i\}$ a $\{B_a\}$
S_{i-i}	: Coordenadas del vector S_i respecto al sistema coordenado $\{B_i\}$
S_{i-B}	: Coordenadas del vector S_i respecto al sistema coordenado $\{B_a\}$
T_{apo}	: Tiempo de fase de apoyo durante la marcha, en s
T_{bal}	: Tiempo de fase de balanceo durante la marcha, en s
T_i	: Torque en el motor i (i de 1 a 6), en Nm
v_{max}	: Velocidad máxima del aro sobre la esfera, en m/s
V	: Fuerza cortante en la raíz de la rosca, en N
x_o	: Distancia entre Z_B y el punto de referencia de la longitud del paso O_P , en mm
X_h	: Coordenada en X_B del talón, en mm
X'_{h-L}	: Distancia recorrida por el talón por cada frame según bibliografía, en mm
X'_{h-bal}	: Distancia recorrida por el talón por cada frame en balanceo, en mm
Z'_t	: Distancia respecto a la superficie de referencia del dedo pulgar, en mm
Z'_h	: Distancia respecto a la superficie de referencia del talón, en mm
α_{GP}	: Aceleración angular de la plataforma, en rad/s ²
α_K	: Factor geométrico de concentración de esfuerzos
β_K	: Factor efectivo de concentración de esfuerzos
δ_{max-Y}	: Deflexión máxima en el eje Y, en mm
δ_{max-Z}	: Deflexión máxima en el eje Z, en mm
δ_P	: Ángulo de orientación de la plataforma, en °
λ	: Grados de libertad de un eslabón libre de enlaces
λ_b	: Esbeltez de la barra
ε_{AB}	: Ángulo entre \hat{u}_{S2P2} y \hat{u}_{Y_B} , en °
ε_{CD}	: Ángulo entre \hat{u}_{S3P3} y \hat{u}_{Y_B} , en °

- ε_{EF} : Ángulo entre \hat{u}_{S4P4} y \hat{u}_{YB} , en °
 η : Factor de sensibilidad a la entalla
 θ_{barra} : Orientación de la barra en el espacio, en rad
 θ_{ef} : Ángulo efectivo de giro de la articulación esférica, en °
 θ_i : Ángulo de segmento entre O_iS_i y eje Z_i , en °
 θ_{xy-i} : Ángulo de la articulación esférica i en el plano XY (i de 1 a 6), en °
 θ_{xz-i} : Ángulo de la articulación esférica i en el plano XZ (i de 1 a 6), en °
 θ_{zy-i} : Ángulo de la articulación esférica i en el plano ZY (i de 1 a 6), en °
 σ_a : Esfuerzo alternante, en MPa
 $\sigma_{a\prime}$: Esfuerzo alternante aumentado, en MPa
 σ_{Adm} : Esfuerzo admisible, en MPa
 σ_{Alt} : Esfuerzo alternante del material, en MPa
 σ_B : Esfuerzo de rotura del material, en MPa
 σ_{eq} : Esfuerzo equivalente, en MPa
 $\sigma_{eqa\prime}$: Esfuerzo equivalente alternante aumentado, en MPa
 σ_{eqm} : Esfuerzo equivalente medio superior, en MPa
 $\sigma_{eq-a\prime_H}$: Esfuerzo equivalente alternante aumentado en punto H, en MPa
 $\sigma_{eq-a\prime_S}$: Esfuerzo equivalente alternante aumentado en punto S, en MPa
 σ_{eq-m_H} : Esfuerzo equivalente medio en punto H, en MPa
 σ_{eq-m_S} : Esfuerzo equivalente medio en punto S, en MPa
 σ_{eq-s_H} : Esfuerzo equivalente superior en punto H, en MPa
 σ_{eq-s_S} : Esfuerzo equivalente superior en punto S, en MPa
 σ_{eqs} : Esfuerzo equivalente superior, en MPa
 σ_{f-r} : Esfuerzo normal por momento flector en la raíz de la rosca, en MPa
 σ_{fMZ_N} : Esfuerzo normal por momento flector en Z, calculado en la sección N, en MPa
 σ_{fMY_N} : Esfuerzo normal por momento flector en Y, calculado en la sección N, en MPa
 σ_F : Esfuerzo de fluencia del material, en MPa
 σ_i : Ángulo de giro de sistema $\{B_a\}$ respecto al eje Z_B , en °
 σ_m : Esfuerzo medio, en MPa
 σ_{n-r} : Esfuerzo normal en la raíz de la rosca, en MPa
 σ_{X_N} : Esfuerzo normal en X, calculado en la sección N, en MPa
 τ_{c-r} : Esfuerzo cortante en la raíz de la rosca, en MPa
 τ_{XY} : Esfuerzo cortante en el plano XY en dirección Y, en MPa
 τ_{XZ} : Esfuerzo cortante en el plano XZ en dirección Z, en MPa
 τ_{Y_N} : Esfuerzo cortante en Y, calculado en la sección N, en MPa
 τ_{Z_N} : Esfuerzo cortante en Z, calculado en la sección N, en MPa

- $\hat{u}_{S_2P_2}$: Vector unitario del vector $\overrightarrow{S_2P_2}$ respecto al sistema $\{B_a\}$
 $\hat{u}_{S_3P_3}$: Vector unitario del vector $\overrightarrow{S_3P_3}$ respecto al sistema $\{B_a\}$
 $\hat{u}_{S_4P_4}$: Vector unitario del vector $\overrightarrow{S_4P_4}$ respecto al sistema $\{B_a\}$
 \hat{u}_{Y_B} : Vector del eje Y respecto al sistema $\{B_a\}$
 γ_2 : Ángulo de orientación de la proyección I, en °
 γ_3 : Ángulo de orientación de la proyección II, en °
 γ_4 : Ángulo de orientación de la proyección III, en °
 ψ_2 : Ángulo entre el vector $\overrightarrow{O_2A}$ y \overrightarrow{AB} , en °
 ψ_3 : Ángulo entre el vector $\overrightarrow{O_3C}$ y \overrightarrow{CD} , en °
 ψ_4 : Ángulo entre el vector $\overrightarrow{O_4E}$ y \overrightarrow{EF} , en °
 ω_{barra} : Velocidad angular de la barra en el espacio, en rad/s
 ω_{max} : Velocidad angular máxima del aro sobre la esfera, en rad/s





INTRODUCCIÓN

Durante muchos años, la rehabilitación de personas con problemas de discapacidad motriz fue realizada utilizando la fisioterapia manual. Aquella consiste en realizar, en una primera etapa, masajes y movimientos repetitivos a los miembros dañados con el objetivo de restaurar las señales nerviosas. A medida de que se va recuperando el movimiento de las extremidades dañadas, se acompaña el tratamiento fisioterapéutico con caminatas cortas del paciente ayudado por tres terapeutas.

No obstante, el procedimiento mencionado líneas arriba presenta ciertas desventajas: largo periodo de rehabilitación, cansancio por parte del terapeuta, entre otros. Por ello, en los últimos años, se ha empleado sistemas simuladores de marcha para complementar o ejecutar en su totalidad las terapias de rehabilitación. Aquellos ofrecen una mejor repetición de movimientos y pueden ser integrados junto a un sistema de realidad virtual que brinda al paciente un mejor acercamiento al andar cotidiano, lo que ocasiona una gran reducción al tiempo que la recuperación de la marcha implica.

La mayoría de rehabilitadores de marcha se basan en manipuladores paralelos tipo Stewart-Gough. Aquellos tienen la característica de estar formados por una

plataforma móvil unida a una base fija mediante cadenas cinemáticas cerradas, cuya notación depende de los grados de libertad y los tipos de articulación de cada una de aquellas, como se verá más adelante.

El objetivo principal es diseñar el sistema mecánico de un rehabilitador de marcha orientado al uso de niños comprendidos entre los cuatro y doce años con problemas de locomoción.

Para ello, se considera como carga principal al peso promedio de un niño de 12 años, el cual es de 42 kg¹, y una talla de 1,50 m². Los objetivos específicos a trabajar son obtener el concepto de solución óptimo, seleccionar y diseñar los elementos del rehabilitador, realizar los planos del mecanismo y estimar económicamente los costos de los componentes del mismo.

La estructura del trabajo de tesis se presenta de la siguiente manera:

En el Capítulo 1 se expone la problemática, los antecedentes en la aplicación de este tipo de simuladores, características de la marcha humana, fundamentos referentes a mecanismos y el estado de la tecnología.

En el Capítulo 2 se elabora el concepto de solución mediante la metodología de diseño según la norma VDI 2221. Una vez obtenido el concepto a utilizar, se exponen las consideraciones en el dimensionamiento y el análisis de las cargas del rehabilitador.

En el Capítulo 3 se procede con el diseño mecánico y/o selección de componentes

En el Capítulo 4 se realiza una estimación de costos de los componentes del rehabilitador y se presenta la lista de planos del rehabilitador de marcha.

Se presentan las conclusiones y las recomendaciones de la tesis y se muestra la bibliografía utilizada.

Finalmente, se incluyen anexos, donde se presenta con más detalles ecuaciones, fórmulas y cálculos que se utilizaron a lo largo del desarrollo del trabajo y de los planos.

¹ Valor extraído de la Tabla 1 de COSSIO, M. y GÓMEZ, R. *Crecimiento físico de 6 a 12 años de media altura de Arequipa – Perú (3220 msnm)*. International Journal of Sport Science. Volumen V – Año V. Páginas: 32 – 44.

² Valor extraído de la Tabla 2 de COSSIO, M. y GÓMEZ, R. *Crecimiento físico de 6 a 12 años de media altura de Arequipa – Perú (3220 msnm)*. International Journal of Sport Science. Volumen V – Año V. Páginas: 32 – 44.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

En el presente capítulo se imparte al lector los conceptos fundamentales que servirán de base en la elaboración del presente trabajo. Primero, se presenta la problemática de la discapacidad motriz en el país, los antecedentes de los rehabilitadores de marcha y los resultados obtenidos. Seguidamente, se exponen las características de la marcha y la teoría básica de mecanismos. Finalmente, se expone el estado de la tecnología disponible.

1.1. Problemática

Según la Organización Mundial de la Salud (OMS), la discapacidad es *“la restricción o ausencia de la capacidad para realizar una actividad, en la forma o dentro del margen que se considera normal para un ser humano”*. En ese sentido, una persona con discapacidad es aquella cuya autonomía personal se ve afectada en diferentes grados y con diversas implicancias. [12]

El Instituto Nacional de Rehabilitación (INR) establece las definiciones siguientes:

- Daño o enfermedad (situación intrínseca): Es la causa principal de la limitación física.

- Deficiencias (exteriorización): Es toda pérdida o anomalía de una estructura o función psicológica, fisiológica o anatómica.
- Discapacidad (objetivación): Es toda restricción o ausencia de la capacidad de realizar una acción de manera normal o que se encuentre dentro del margen normal o esperado para una persona según las condiciones socioculturales en las que se desenvuelve.
- Minusvalía (generalización): Es la situación desventajosa para un individuo en el desenvolvimiento de una tarea.

Los principales tipos de discapacidad son los que se detallan a continuación:

- Discapacidad intelectual: Está caracterizada por un funcionamiento intelectual significativamente inferior a la media, lo cual afecta el normal desarrollo de las personas que lo padecen. Entre las patologías que pueden derivar en una discapacidad mental son el síndrome de Down, Fenilcetonuria, etc.
- Discapacidad física o motora: Se define como la dificultad para realizar actividades motrices convencionales. Entre las principales patologías productoras se tiene a las siguientes: lesiones cerebrales, esclerosis múltiple, poliomielitis, mal de Parkinson, osteoartritis, etc.
- Discapacidad auditiva: Se refiere a las deficiencias que abarcan al oído, a sus estructuras y funciones asociadas.
- Discapacidad visual: Deficiencias asociadas al órgano de la visión; es decir al ojo y las estructuras y funciones asociadas al mismo.



Figura 1. 1. Distribución de los tipos de discapacidades en la población [12].

Dentro del grupo de las discapacidades, la que mayor porcentaje de personas afectadas posee es la de locomoción. Esta proporción es alrededor de 30.08%;

aproximadamente 980 000 del total de personas con discapacidad en nuestro país, lo cual puede apreciarse en la figura 1.1.

Durante años, la rehabilitación de pacientes con problemas motrices ha sido abordada manualmente por la fisioterapia. El tratamiento se basa en la plasticidad neuronal, el cual permite que las señales neuronales de la marcha hallen vías alternativas a las dañadas o interrumpidas para llegar a los músculos involucrados en el movimiento. Esto se consigue al aplicar a las extremidades dañadas masajes y movimientos repetitivos [2].

1.2. Antecedentes del uso de robot paralelo en fisioterapia

Debido a que el tratamiento es manual, tal y como se mencionó líneas arriba, aquel puede estar sometido a errores de una inadecuada praxis o fatiga por parte del terapeuta; lo cual mengua su efectividad y alarga su duración. Teniendo en cuenta esta necesidad, se ha desarrollado simuladores de marcha en el campo de la rehabilitación. Aquellos permiten una gran flexibilidad de movimientos; con lo cual se puede reproducir tanto características de la marcha (trayectorias, fuerzas y velocidades) como de la superficie (curvas, pendientes e irregularidades diversas).



Figura 1. 2. Mecanismo de marcha en conjunto con un sistema de realidad virtual [4]



Figura 1. 3. Doble plataforma Stewart-Gough [4]

Un avance en lo referente al uso de estos mecanismos es el que fue realizado por Boian el cual lleva como nombre *Dual Stewart Platform Mobility Simulator* [4]. Este

proyecto incorpora un sistema de realidad virtual el cual permite a los pacientes recuperarse en un entorno más cercano a la realidad. En las figuras 1.2 y 1.3, se aprecia el simulador mencionado.

Por lo expuesto anteriormente, es muy importante desarrollar este tipo de equipos a nivel nacional con el objetivo de mejorar la rehabilitación de nuestros conciudadanos discapacitados. Mediante la implementación del rehabilitador de marcha, se podría realizar los movimientos de forma automática y controlada, representar mejor la marcha y establecer parámetros de funcionamiento. Asimismo, al poseer un sistema de control, se podría establecer un mejor seguimiento de la mejoría del paciente.

La Sección de Ingeniería Mecánica de la Pontificia Universidad Católica del Perú, consciente de este requerimiento, ha desarrollado, a través de los profesores y alumnos liderados por el Dr. Dante Elías, un mecanismo simulador de marcha paralelo tipo plataforma de Stewart-Gough. Este sistema mecánico, al ser el primero de ese tipo diseñado y fabricado en el Perú, es un prototipo que no puede ser utilizado en hospitales o clínicas tanto a nivel local como nacional por los siguientes motivos: fuga de aceite, ruido excesivo de la unidad hidráulica y sobredimensionamiento.

1.3. Rehabilitación

La rehabilitación, según la Real Academia Española (RAE), es el conjunto de métodos que tiene por finalidad la recuperación de una actividad o función, perdida o disminuida, por traumatismo o enfermedad. El primer paso de esta actividad es evaluar la capacidad motriz de las personas afectadas. Según la *Functional Ambulatory Classifier*, hay cinco escalas generales que permiten evaluar la autonomía motriz de un paciente [24]. Estos niveles, mostrados en la tabla 1.1, son de fácil manejo y aplicación por parte del médico o fisioterapeuta.

El procedimiento de recuperación de la marcha se puede dividir en tres etapas [24]:

- Movilización mediante silla de ruedas: Primer paso en la rehabilitación.
- Restauración de la marcha: Comprende las terapias rehabilitadoras aplicadas a los pacientes, las cuales han sufrido muchas variaciones en los últimos años. Durante esta fase se puede emplear máquinas de rehabilitación especial para pacientes seriamente afectados.
- Mejoramiento de la marcha hasta alcanzar las necesidades de movilidad diarias: En esta etapa el paciente ha recuperado la capacidad de caminar y pueden mejorar ya caminando con sus propios medios.

Tabla 1. 1. Niveles de capacidad motriz. [9]

Niveles de capacidad	Características
Nivel: 0	Marcha nula o con ayuda física de 2 persona.
Nivel: 1	Marcha con gran ayuda física de una persona.
Nivel: 2	Marcha con un ligero contacto físico con una persona.
Nivel: 3	Marcha sólo, pero necesita supervisión de una persona
Nivel: 4	Marcha independiente en terreno llano, pero no en escalera.
Nivel: 5	Marcha en terrenos irregulares.

Una evaluación realizada en el 2006 en Alemania denominada como *DEutsche GAngtrainerStudie-DEGAS* (Estudio de Rehabilitación Alemán) acerca de cómo la terapia repetitiva aplicada mediante un simulador de marcha electromecánico conjuntamente con fisioterapia manual influye en la rehabilitación, muestra resultados muy favorables en comparación con los pacientes que sólo recibieron fisioterapia [20]. El simulador empleado en el estudio se muestra en la figura 1.4.

En la tabla 1.2 se compara los datos obtenidos al inicio del tratamiento (T_{inicio}), a las cuatro semanas (T_{final}) y después de seis meses de completado el procedimiento (T_{6meses}). El entrenamiento con el mecanismo consistía en una práctica durante veinte minutos con la opción a descansar si era necesario. La longitud de paso fue de 48 cm. y la cadencia fue ajustada para un rango de velocidad de entrenamiento confortable de 1.4 a 1.8 km/h. En dicha tabla se observa que el grupo de personas sometidas al tratamiento en conjunto, fisioterapia y simulador (grupo A), presentan mejores progresos en el mismo periodo de tratamiento que las personas rehabilitadas sólo con fisioterapia (grupo B). Esto se corrobora al observar que las características de velocidad de marcha, resistencia a la marcha, índice de movilidad de Rivermaud y el índice de motricidad: aquellos son mayores para el grupo A.



Figura 1. 4. Simulador de marcha para rehabilitación [20]

Tabla 1. 2. Resultados del tratamiento con el rehabilitador de marcha [20]

	T_{inicio}		T_{Final}		T_{6 meses}	
	A (RLT ³ +PT ⁴)	B (PT)	A (RLT+PT)	B (PT)	A (RLT+PT)	B (PT)
Velocidad de marcha (m/s)						
Media (SD)	0.13 (±0.17)	0.14 (±0.19)	0.44 (±0.47)	0.32 (±0.36)	0.53 (±0.31)	0.36 (±0.42)
Mediana (IQR)	0.08 (0-0.18)	0.10 (0- 0.19)	0.32 (0.16- 0.50)	0.2 (0.1-0.4)	0.34 (0.17-0.80)	0.19 (0- 0.63)
Resistencia de la marcha (m)						
Media (SD)	32.3 (±49.3)	32.9 (±49.9)	134.4 (±125.5)	92.5 (±104.9)	165.5 (±152.5)	112.1 (±127.7)
Mediana (IQR)	15 (0-46)	15 (0-41)	102. (40- 190)	56 (18-130.5)	118 (50.5- 267.5)	60 (0- 192.0)
Índice de Movilidad de Rivermead (0-15)						
Media (SD)	3.5 (±1.8)	3.4 (±2.2)	8.5 (±3.9)	6.3 (±3.7)	10.0 (±4.1)	7.8 (±4.8)
Mediana (IQR)	4 (2-5)	3 (2-5)	9 (5-12)	6 (3-9)	11 (7.5-13)	9 (2-13)
Índice de motricidad (1-100)						
Media (SD)	32.3 (±22.6)	33.4 (±24.0)	53.8 (±25.1)	42.2 (±26.1)	58.9 (±26.6)	47.0 (±25.9)
Mediana (IQR)	28 (15-48)	38 (8 -50)	54 (35-76)	46.5 (23-64)	62 (40-76)	43 (32-70)

1.4. Definición y clasificación de los robots

La Organización Internacional de Estándares (ISO) define a un robot como un manipulador multifuncional reprogramable con varios grados de libertad, capaz de manipular materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales según trayectorias variables programadas para realizar tareas diversas.

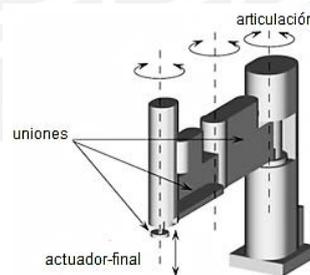


Figura 1. 5. Robot serial Scara [13]

Los robots se dividen mayormente entre los de tipo serial y los de tipo paralelo. Un robot serial es un manipulador de forma antropomórfica que, por lo general, es muy parecido a un brazo humano. Está constituido de una sucesión de cuerpos rígidos, donde cada uno de ellos está unido tanto a su predecesor como a su sucesor por una unión de un grado de libertad. Como ejemplo más utilizado se tiene al robot serial

³ RLT hace referencia a un tratamiento con la ayuda de mecanismos de marcha.

⁴ PT se refiere a un tratamiento a base de fisioterapia.

Scara, el cual consta de cuatro grados de libertad (tres rotacionales y uno de desplazamiento vertical (ver figura 1.5) [13]. Sin embargo, presenta características propias que han menguado su uso, tales como las siguientes [13]:

- Bajo valor de la proporción capacidad de carga/masa del robot. Para un robot esférico de seis grados de libertad, esta razón es menos de 0,15.
- La precisión, ya sea medida como exactitud absoluta o repetitividad, no es la adecuada para el cumplimiento de labores deseadas.

Por otra parte, un robot paralelo (ver figura 1.6) está hecho por un actuador final con n grados de libertad y de una base fija que están unidos entre sí mediante por lo menos dos cadenas cinemáticas independientes [13].

Entre las ventajas más importantes de los robots paralelos se tiene a las siguientes: alta rigidez y bajo peso, elevadas velocidades de operación y gran capacidad de manipular cargas muy superiores a su propio peso [13]. Como desventajas, su cinemática es más complicada que los robots seriales y su espacio de trabajo suele ser pequeño y complicado de calcular [13].

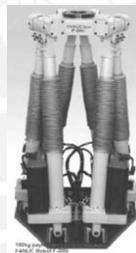


Figura 1. 6. Robot paralelo [13]

Según el tipo de movimiento que pueden realizar los manipuladores mecánicos, aquellos se clasifican en planares, esféricos y espaciales. En los primeros, su movimiento ocurre en un plano y pueden tener dos o tres grados de libertad [27].

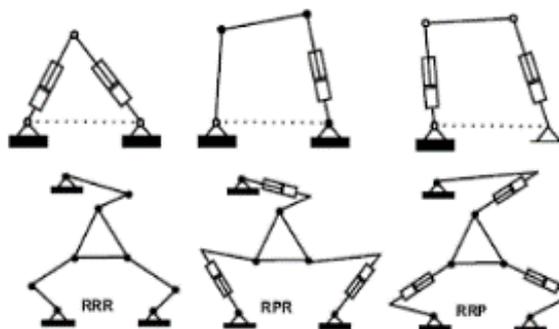


Figura 1. 7. Configuraciones de un mecanismo paralelo planar [27]

En los segundos, el movimiento de sus eslabones describe curvas alrededor de un punto común formando una esfera concéntrica (ver figura 1.8) [27].

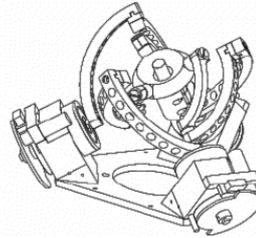


Figura 1. 8. Manipulador paralelo esférico [27]

Los terceros trabajan en todo el espacio tridimensional, abarcando movimientos de traslación y/o orientación (ver figura 1.9) [27].

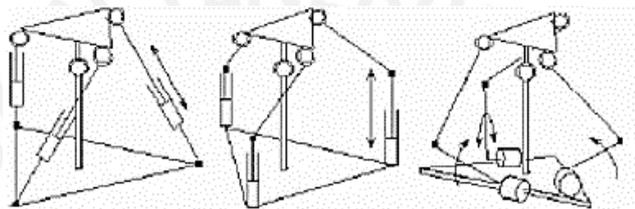


Figura 1. 9. Mecanismos espaciales [27]

1.5. Teoría básica de mecanismos

1.5.1. Nociones de mecanismos, máquina y cadena cinemática

En primer lugar, un eslabón es definido como un cuerpo rígido con dos o más puntos o nodos de unión. Aquellos se clasifican según el número de nodos que poseen; por ejemplo, uno de dos es binario, uno de tres, ternario, etc. [27].

En segundo lugar, una articulación o junta es el enlace de dos eslabones que otorga un movimiento relativo entre ellos. Se clasifican según el número de grados de libertad o la cantidad de eslabones que enlaza. Los tipos más comunes de articulación se presentan en la tabla 1.3 [27].

En tercer lugar, una cadena cinemática es una colección de eslabones y articulaciones conectados. Es cerrada cuando un cuerpo rígido está acoplado a cualquier otro mediante por lo menos dos distintos caminos. A diferencia de la anterior, en una cadena abierta un cuerpo está conectado a otro sólo por un camino. Las articulaciones serán pasivas o activas de acuerdo al tipo de cadena cinemática en la que se encuentre; es decir, serán activas en una cadena libre y pasiva en una cerrada [27].

Tabla 1. 3. Tipos de articulaciones más usada [27]

Articulación	Diagrama	Símbolo	Grados de libertad
Revolución (elemental)		R	1
Prismática (elemental)		P	1
Cilíndrica		C	2
Universal		U	2
Esférica		S	3
Planar		E	3

En cuarto lugar, un mecanismo se define como una cadena cinemática en donde un cuerpo está unido a un sistema de referencia conocido como base fija o tierra. En aquel se establece el o los eslabones de entrada quienes dirigirán el movimiento a los demás cuerpos según las restricciones propias de las articulaciones de los mismos. Por ello, un mecanismo transmite movimientos, fuerzas o torques siendo aquellos, una de las partes más importantes de un robot [27].

Finalmente, una máquina es la unión de mecanismos con sistemas eléctricos, electrónicos o hidráulicos.

1.5.2. Movilidad

El movimiento o movilidad de un robot es consecuencia del número y tipo de articulaciones, el cual está representado mediante los grados de libertad (gdl) o *degree of freedom* (dof) como es conocido en inglés.

Un grado de libertad es una coordenada independiente que se puede utilizar para caracterizar el movimiento [10]. Por ejemplo, el mecanismo biela-pistón mostrado en la figura 1.10 tiene un único gdl denotado por el ángulo Φ .

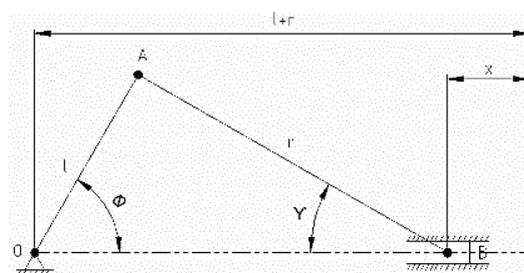


Figura 1. 10. Mecanismo biela-pistón

Referente a un mecanismo, un grado de libertad es cada uno de los movimientos independientes básicos (rotación o traslación) independientes que una articulación

permite realizar entre dos cuerpos rígidos de una cadena. En consecuencia, el número de gdl del robot o máquina está relacionada con los gdl de las cadenas conformantes [6]. El número de gdl de un robot se calcula mediante la fórmula propuesta por Grübler-Kutzback [6] mostrada a continuación:

$$M = (N - J_a - 1) + \sum_{i=1}^J f_i \quad (1.1)$$

Esta ecuación es válida si y sólo si las limitaciones impuestas por las articulaciones son independientes unas de otras y no son redundantes. Si un eslabón binario se encuentra enlazado en el mecanismo mediante una combinación de juntas que restringe la transmisión de fuerzas o torques, se genera un grado de libertad pasivo que reduce la movilidad del mecanismo [6]. Lo anterior se expresa en la ecuación siguiente:

$$M = \lambda(N - J_a - 1) + \sum_{i=1}^J (f_i) - f_p \quad (1.2)$$

Los eslabones binarios con articulaciones S-S, S-E y E-E (Tabla 1.1.) generan un gdl pasivo [6].

1.6. Marcha humana

1.6.1. Definición y características

La marcha es el sistema de locomoción que involucra el uso de las dos piernas de forma alternada, las cuales soportan el peso e impulsan al cuerpo [25].

El estudio de la marcha humana es lo primero que se estudia en el proceso de diseño de implantes y rehabilitadores de marcha. La marcha empieza cuando el pie, sea el izquierdo o el derecho, hace contacto con el suelo y finaliza cuando el mismo pie impacta nuevamente con el piso (ver figura 1.11.). Aquel se divide en dos etapas: la fase de apoyo y la fase de balanceo. Una pierna está en la primera fase cuando está en contacto con el suelo y está en la segunda cuando el dedo pulgar despegar del suelo [25].

En la figura 1.12 se aprecian los siete eventos que ocurren durante la marcha : contacto inicial, despegue del dedo del pie opuesto, elevación del talón, contacto inicial opuesto, despegue del dedo del pie, pie adyacente y tibia vertical; los cuales subdividen al ciclo de marcha en siete periodos. De éstos, cuatro ocurren durante la

fase de apoyo y tres, durante la de balanceo. La duración de un ciclo completo se conoce como tiempo de ciclo y está dividido en el tiempo de apoyo y tiempo de balanceo [25].

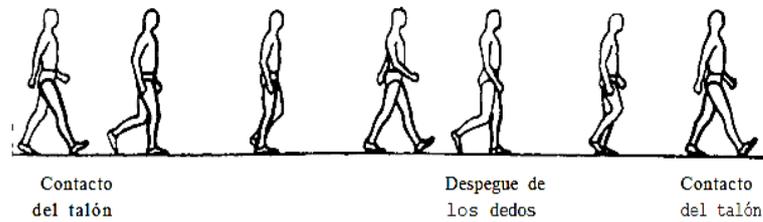


Figura 1. 11. Ciclo de la marcha [25]

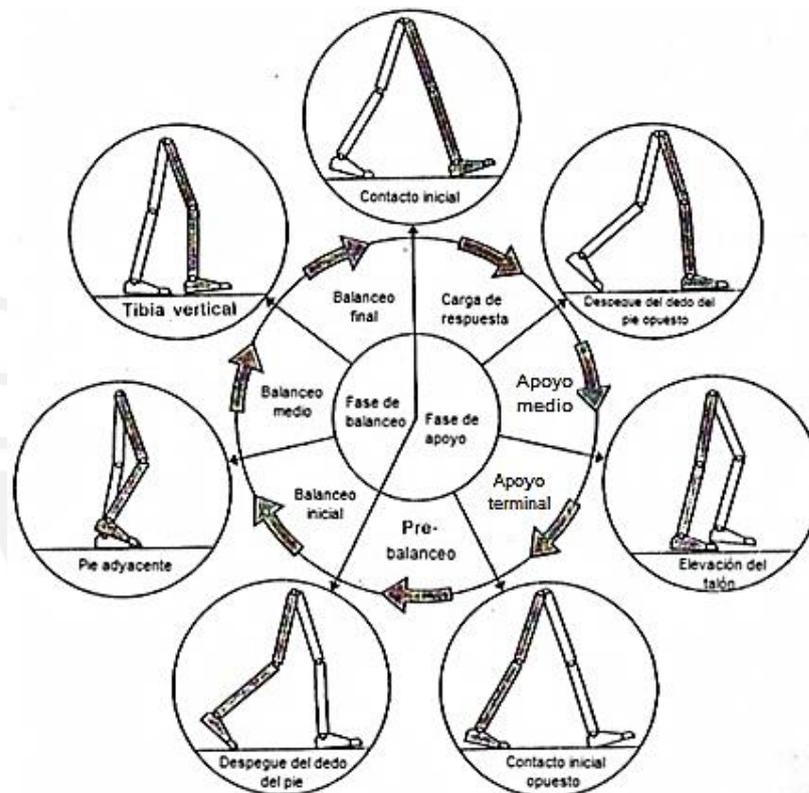


Figura 1. 12. Fases durante la marcha humana referidas a la pierna derecha [25]

El contacto inicial derecho ocurre mientras el pie izquierdo está aún sobre el suelo y hay un periodo de apoyo doble, entre el contacto inicial de la derecha y el despegue del dedo del pie izquierdo. Durante la fase de balanceo del lado izquierdo, sólo el pie derecho está en el suelo ocasionando un apoyo único derecho, el cual termina con el contacto inicial de la izquierda. Hay otros periodos de doble marcha, hasta el despegue del dedo del pie derecho. El apoyo único izquierdo corresponde a la fase de balanceo derecha. Finalmente, el ciclo termina con el nuevo contacto inicial del pie derecho [25].

En cada fase de doble apoyo, un pie está adelante (habiendo recién llegado al suelo) y el otro está detrás (estando a punto de dejar el piso).

En cada ciclo de marcha hay dos periodos de apoyo doble y dos de apoyo único. La fase de apoyo mayormente dura acerca del 60% del ciclo, la fase de balanceo, acerca del 40% y cada uno de los periodos dobles, 10%. Sin embargo, hay que considerar que estos valores presentados varían según la velocidad de caminata [25]. Lo anterior se resume en la figura siguiente.

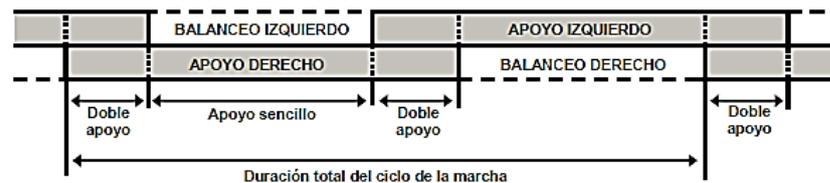


Figura 1. 13. Etapas en la marcha humana [25]

En el estudio de la marcha humana, se establece como plano de referencia el plano sagital (figura 1.14), para de esta manera observar claramente los movimientos tanto de traslación horizontal y vertical como los rotacionales del pie.

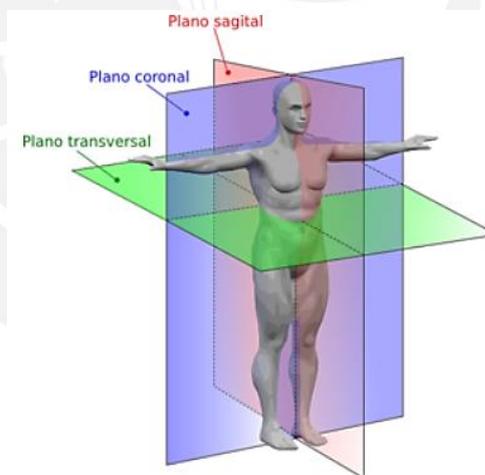


Figura 1. 14. Planos anatómicos⁵

El desplazamiento del pie (talón y dedo pulgar) en la marcha, respecto al plano sagital, se muestra en la figura 1.15, donde se puede identificar lo siguiente:

- Contacto inicial o de talón: Ocurre a 0% o a 100% del ciclo de marcha. Marca el inicio de la fase de apoyo.

⁵ Imagen extraída de <http://edumedblog.blogspot.com/2009/06/planos-y-secciones-anatomicos.html>

- Despegue del dedo pulgar: A 60% del ciclo de marcha. Marca el fin de la fase de apoyo y el inicio de la fase de balanceo.
- El máximo desplazamiento vertical lo realiza el talón en la fase de balanceo.

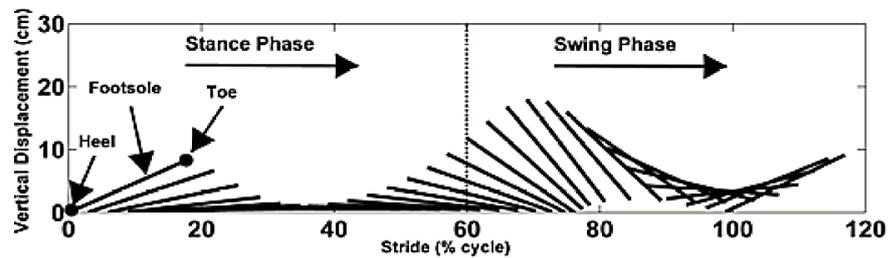


Figura 1. 15. Desplazamiento vertical del talón y dedo pulgar durante la marcha [28]

1.6.2. Posicionamiento de los pies durante la marcha

Es necesario el uso de términos para describir la ubicación de los pies en el suelo (Figura 1.13.). La longitud del paso completo es la distancia lineal entre los sucesivos puntos de contacto del talón del mismo pie. La longitud del paso es la distancia de talón a talón entre los sucesivos puntos de ambos pies [25]. También hay que considerar el espacio entre las dos líneas de proyección, conocida como base de sustentación, la cual varía de cinco a diez centímetros para una persona con marcha normal y llega a valores de 20 cm. para personas con dificultades al andar [25]. Asimismo, el ángulo de apertura del dedo del pie es el ángulo entre la línea de proyección y el segmento del talón al dedo del pie.

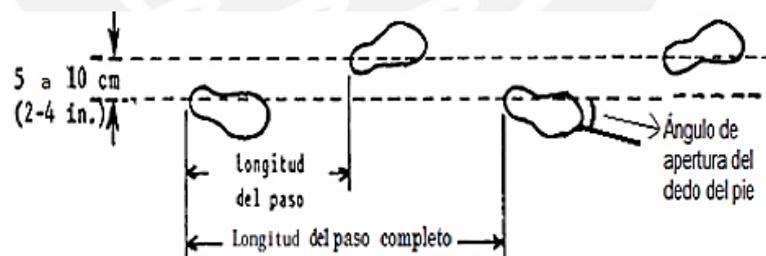


Figura 1. 16. Descripción de la ubicación de los pies [25]

Para el caso de niños, la longitud del pie (medida desde el talón hasta la porción más distal del pulgar) es 24 cm, el ancho del pie (medido a la altura de las articulaciones metatarsofalángicas) es 8.1 cm, la longitud del paso completo en marcha normal es para niños de 12 años en promedio de 61.5 cm mientras que para niñas es 54.2 cm y la relación entre el ancho de paso con la longitud de pierna es en promedio 0.13. Por otro lado, la velocidad promedio de la marcha en niños y niñas es de 1.4 m/s [21].

1.6.3. Movimientos del tobillo

El tobillo es la articulación que está más directamente involucrada en la marcha. Aquel presenta tres giros: dorsiflexión y plantarflexión, eversión e inversión y abducción y adducción. Estos giros se presentan en la figura 1.17.

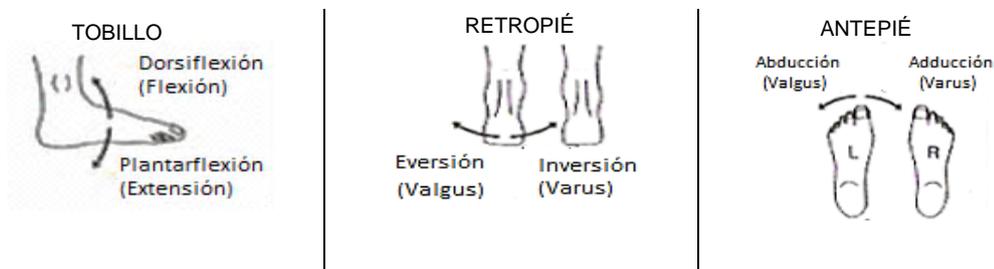


Figura 1. 17. Movimientos del tobillo [2]

1.7. Estado de la tecnología de componentes de mecanismos paralelos

Un mecanismo paralelo está conformado por los siguientes elementos:

1.7.1. Plataforma y base

La plataforma o base móvil es el actuador final en un robot paralelo, mientras que la base fija o simplemente base proporciona soporte a todos los componentes. Las formas más comunes son de tipo triangular y hexagonal. Son el soporte de los actuadores y las uniones (base fija) y del pie durante el ejercicio de la rehabilitación (base móvil). Son diseñados y dimensionados para cumplir las condiciones establecidas.

1.7.2. Elementos de unión

Se encargan de unir las bases, fija o móvil, con los actuadores y a la vez de proporcionar los grados de libertad necesarios para la realización de la función. Entre ellos se tiene a las rótulas y uniones universales.

- Unión esférica: Es un elemento de unión que posee tres grados de libertad, lo cual permite una mayor versatilidad en el movimiento del mecanismo.

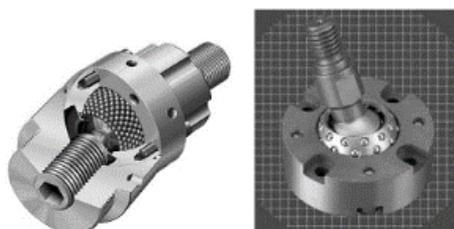


Figura 1. 18. Uniones esféricas [13]



Figura 1. 19. Cabeza de rótula⁶

- Unión universal: Conocida también como cardán. Es empleada cuando se requiere unir dos componentes desviados angularmente. Consta de cuatro partes principales: empaque, rodillos, cruzeta y dos horquillas. El giro es transmitido mediante la cruzeta, la cual une las dos horquillas.

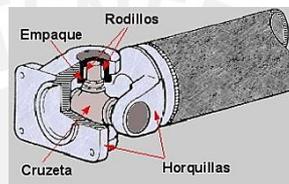


Figura 1. 20. Partes de una unión universal⁷

1.7.3. Pistones

Otorgan desplazamientos lineales quienes junto a los giros permitidos por las uniones conforman el movimiento total de la plataforma. Entre los diferentes tipos se tiene a los siguientes:

- a) Neumáticos: Conformados por un cilindro y un émbolo unido a un vástago. La dirección del movimiento del vástago depende de la diferencia de presiones existentes en las caras del émbolo. El empleo de este actuador está restringido para un rango de presiones de 8 a 10 bares.



Figura 1. 21. Cilindro neumático⁸

- b) Oleohidráulicos: Tienen los mismos componentes que uno neumático con la ventaja de trabajar y soportar mayores presiones. Sin embargo, presentan un

⁶ Imagen extraída de <http://www.directindustry.es/prod/fluro-gelenklager/cabezas-de-rotula-para-cilindros-hidraulicos-13702-25715.html>

⁷ Imagen extraída de <http://www.sabelotodo.org/automovil/cardan.html>

⁸ Imagen extraída de <http://neumatica-es.timmer-pneumatik.de/artikel/artbild/maxi/ZHO-DZ5.jpg>

gran peligro ante una eventual fuga y un gran nivel de ruido debido a la unidad hidráulica (motor eléctrico-bomba de aceite).



Figura 1. 22. Cilindro oleohidráulico⁹

1.7.4. Servomotores

Muy conocidos con el nombre de “servos”. Son motores eléctricos cuya característica principal es que tanto su posición como su velocidad son conocidas en todo momento. Son dispositivos pequeños que contienen en su interior a un pequeño motor unido a un reductor de velocidad y a un multiplicador de fuerza. El eje de salida gira 180° en la mayoría siendo este ángulo fácilmente modificable hasta 360°, logrando que el servo actúe como motor. Según el movimiento que realizan se clasifican en servomotores lineales y rotativos. Los primeros ejercen un movimiento lineal, mientras que los segundos proveen un giro en el eje de salida.



Figura 1. 23. Servo lineal¹⁰



Figura 1. 24. Servo rotativo¹¹

1.7.5. Motores a paso

Este tipo de motores, como lo indica su nombre, gira por pequeños pasos denotados por ángulos. Poseen una mayor capacidad de torque a baja velocidad, en

⁹ Imagen extraída de <http://cms7.blogia.com/blogs/m/mi/mim/mimolly/upload/20080303131745-cilindro-milwakee-serie-h.jpg>

¹⁰ Imagen extraída de http://img.directindustry.es/images_di/photo-g/servomotor-electrico-lineal-276144.jpg

¹¹ Imagen extraída de <http://www.mecmod.com/fotos/484/Exlar-Tritex-II-rotativo-front.jpg>

comparación con los servomotores, y una característica especial: el torque de detención, el cual mantiene firmemente el eje cuando no se está girando. Presentan un costo bajo en comparación con los servomotores.

Por otro lado, es necesaria que la alimentación de los bobinados del motor se realice de forma ordenada para producir adecuadamente el movimiento. De lo contrario, el motor no se funcionará apropiadamente o girará pero de manera tosca e irregular.



Figura 1. 25. Motor a paso¹²

1.7.6. Caja reductora

Son empleados para reducir la velocidad del motor con el consiguiente aumento del torque de salida, según la eficiencia de la transmisión. Se dividen según el tipo de engranajes utilizados: rectos, helicoidales, planetarios y tornillo sin fin.



Figura 1. 26. Caja reductora de velocidad¹³

1.7.7. Sensores

Se utilizan para conocer la posición, presencia y velocidad de los componentes del robot. En el cuadro siguiente se muestran los diferentes tipos de sensores existentes.

Presencia	· Inductivo	
	· Capacitivo	
Posición	· Efecto hall	
	· Célula Reed	
	· Óptico	
	· Ultrasonido	
	· Contacto	
	· Analógicos	· Potenciómetros
Velocidad	· Digitales	· Resolver
	· Tacogeneratriz	· Sincro
		· Inductosyn
		· LVDT
		· Encoders absolutos
		· Encoders incrementales
		· Regla óptica

Figura 1. 27. Tipos de sensores [2]

¹² Imagen extraída de: http://www.osmtec.com/stepper_motor_kit_34_hs.htm

¹³ Imagen extraída de: <http://www.linengineering.com/LinE/contents/stepmotors/gearhead-planetary.aspx>

CAPÍTULO 2

CONCEPTO DE SOLUCIÓN Y ANÁLISIS DE CARGAS

En este capítulo se selecciona el concepto de solución óptimo. Para ello, primero se establecen los requerimientos del mecanismo a diseñar y con esto, la lista de exigencias. Luego, se realiza la matriz morfológica donde se obtienen los conceptos de solución preliminares, de los cuales, se escoge el concepto de solución óptimo. En base a éste, se desarrolla la ubicación en el espacio durante la marcha de los componentes del rehabilitador; así como las consideraciones preliminares para el dimensionamiento. Por último, se explica el análisis de cargas al tomar como referencia el plano sagital.

2.1 Requerimientos del mecanismo

Debido a que la plataforma es el actuador final de un robot paralelo (capítulo 1), aquel deberá alojar al pie del paciente con el fin de lograr la rehabilitación. Por lo tanto, la plataforma deberá seguir los patrones de movimiento del pie presentados y graficados en la tabla 2.1 y en la figura 2.1 respectivamente.

Tabla 2. 1. Rotación y traslación de la base móvil

ROTACIÓN		TRASLACIÓN	
X	Eversión e inversión	X	Movimiento de avance
Y	Abducción y adducción	Y	Movimiento vertical
Z	Dorsiflexión y plantarflexión	Z	Movimiento lateral entre pies

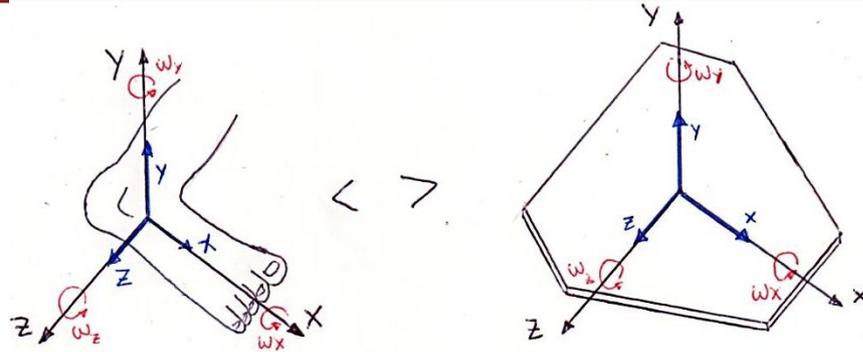


Figura 2. 1. Movimientos de la plataforma

Además, los grados de libertad del rehabilitador son seis en vista de que la plataforma desarrollará tres movimientos rotacionales y tres de traslación.

Por otro lado, dado que la simulación de marcha consta de dos mecanismos, es de suma importancia establecer la distancia entre ambos. Aquella está relacionada al espacio entre los pies durante la marcha normal, tanto en la fase de apoyo como la de oscilación la cual varía, en el caso de infantes, desde 50 a 100 mm.

El mecanismo se utilizará para una etapa incipiente de la rehabilitación en niños por lo que la longitud del paso a cubrir será a lo más 25 cm (se verificará en este capítulo) y la velocidad de la marcha estará entre 1,4 a 1,8 km/h, valores mencionados en el apartado 1,5. Asimismo se diseñará para que soporte a las extremidades inferiores de un niño de 12 años con un peso promedio de 42 kg.

Los dispositivos que tengan que diseñarse y/o seleccionarse se escogerán de catálogos disponibles en el mercado nacional de preferencia. Además, las dimensiones de los elementos, diseñados y/o escogidos, tendrán que permitir el correcto funcionamiento del manipulador evitando así posibles interferencias. Igualmente, es de gran importancia que el mecanismo sea fácil de ensamblar.

Debido a que la plataforma se empleará en ambientes de rehabilitación, localizados en hospitales o en clínicas, aquel no debe afectar al ambiente necesario para la mejora de los pacientes; los cuales tienen como características ser espacios con bajo nivel de ruido, exentos de materiales contaminantes (aceites, grasas, etc.), entre otras. Lo anterior se resume en la tabla 2.2.

Tabla 2. 2. Requerimientos del diseño

REQUERIMIENTOS DEL DISEÑO
Diseño del sistema mecánico de un rehabilitador de marcha para niños con problemas de locomoción al caminar
Descripción
Función principal: Servir como plataforma de simulación de marcha para rehabilitación de niños.
GEOMETRÍA: Dimensiones máximas a considerar en el simulador: distancia entre la plataforma y el piso: 900 mm, longitud del paso a cubrir: 450 mm, espacio entre pies: 200 mm, longitud de barra: 600 mm, longitud del pie: 240 mm y el ancho del pie: 90 mm.
MOVILIDAD: La plataforma deberá seguir los parámetros cinemáticos del pie para un niño y será orientada según la posición del talón y el dedo pulgar durante la marcha. La plataforma también deberá desarrollar los GDL del tobillo.
FUERZAS: Soportará las cargas a ejercer las extremidades inferiores durante la marcha de un niño de 42 kg de peso y 1.50 m de altura.
FABRICACIÓN: Los dispositivos que tengan que diseñarse, se tendrán que fabricar en talleres locales.
USO: Debido a su aplicación en hospitales o clínicas, el simulador no deberá afectar al ambiente necesario para la mejora de los pacientes como son el nivel de ruido y la contaminación.

Por otro lado, es importante definir las magnitudes de entrada y de salida del simulador. Para ello, se concibe al simulador como una caja negra en la que adentro se origina una transformación de las propiedades de las magnitudes de entrada, obteniéndose así las salidas.

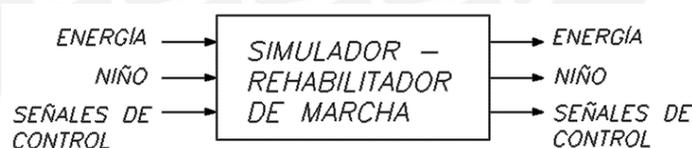


Figura 2. 2. Caja negra del rehabilitador de marcha

2.2 Elaboración de la matriz morfológica

Las funciones parciales que deberán ser cumplidas por el rehabilitador son las siguientes.

2.2.1 Asegurar pie del paciente

El pie deberá estar adecuadamente sujetado a la plataforma móvil con el objetivo de brindar estabilidad al paciente durante la rehabilitación.

2.2.2 Rotar el pie en los ejes X, Y y Z

Según la figura 2.3, la plataforma móvil alojará el pie del paciente por lo que deberá rotar en los ejes X y Z para simular adecuadamente los giros del pie durante la marcha.

2.2.3 Trasladar el pie en los ejes X, Y y Z

Por otro lado, el pie se traslada longitudinalmente en los ejes X e Y (horizontal y vertical) en la marcha.

2.2.4 Proporcionar potencia

Brindará la potencia necesaria mover las extremidades inferiores del paciente.

2.2.5 Proporcionar movilidad

Las articulaciones a utilizar y su ubicación en el robot paralelo, deberán proveer los seis grados de libertad explicados anteriormente.

Con la finalidad de que se desarrollen las funciones parciales, se escogen los elementos portadores de funciones con lo que se procede a elaborar la matriz morfológica. En la tabla 2.3 se muestran los conceptos de solución producto de - relacionar los elementos adecuados en satisfacer las funciones requeridas.

Tabla 2. 3. Matriz morfológica y conceptos de solución

FUNCIONES PARCIALES	PORTADORES DE FUNCIONES			
	1	2	3	4
1 ASEGURAR PIE	Cintas de velcro¹⁴ 	Calzado¹⁵ 		
2 ROTAR PIE Eje X	 Actuador lineal	 Actuador lineal	 Actuador lineal	 Motores
3 ROTAR PIE Eje Y	 Actuador lineal	 Actuador lineal	 Actuador lineal	 Motores
4 ROTAR PIE Eje Z	 Actuador lineal	 Actuador lineal	 Actuador lineal	 Motores
5 TRASLADAR PIE Eje X		 Unión universal	 Motores	
6 TRASLADAR PIE Eje Y		 Unión universal	 Motores	
7 TRASLADAR PIE Eje Z		 Unión universal	 Motores	
8 PROPORCIONAR POTENCIA	Servomotor rotacional 	Pistón neumático 	Motor a pasos 	Pistón oleohidráulico
9 PROPORCIONAR MOVILIDAD	Rodamiento 	Unión universal 	Unión de revolución 	Cabeza de articulación

CONCEPTO DE SOLUCIÓN 1

CONCEPTO DE SOLUCIÓN 2

¹⁴ Imagen extraída de <http://www.directindustry.es/prod/aplix/cintas-tipo-velcro-para-aplicaciones-aeronauticas-52839-535981.html>

¹⁵ Imagen extraída de <http://www.dafiti.cl/STUPS-Hiking-Sandals-brown-3365.html>

Los conceptos de solución establecidos se explican a continuación.

2.3 Concepto de solución 1

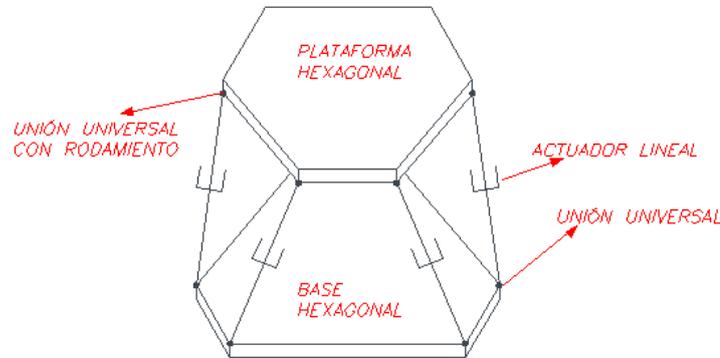


Figura 2. 3. Concepto de solución 1

Este robot está formado por dos bases unidas mediante seis actuadores neumáticos lineales, seis uniones universales acopladas cada una con un rodamiento y seis uniones universales. Presenta seis grados de libertad (tres de giro y tres de desplazamiento) y su notación es 6UPS (unión universal-prismática-esférica). Este concepto es muy parecido al rehabilitador de marcha ya realizado por la Sección de Ingeniería Mecánica.

2.4 Concepto de solución 2

Este robot tiene seis motores a paso encargados de brindar la potencia necesaria para el movimiento. El pise se aloja en la plataforma mediante el calzado, el cual brinda comodidad y seguridad al paciente. La base se une a la plataforma mediante seis cadenas, los cuales consisten en una manivela unida al motor mediante la unión de revolución. Estas manivelas se ensamblan a la barra de transmisión mediante la cabeza de articulación (tipo esférica) quien a la vez se une a la plataforma con dicha articulación.

El número de grados de libertad de este concepto se puede evaluar con (1.2). Según los términos usados en dicha ecuación, $N = 14$ (doce eslabones más las dos bases), $J_a = 18$ (total de articulaciones), $f_i = 3 + 3 + 1 = 7$, $f_p = 6$ y reemplazando estos valores en (1-2) se obtiene $M = 6$; es decir, este robot posee 6 gdl y su notación es 6RSS (rotativa-esférica-esférica) [6].

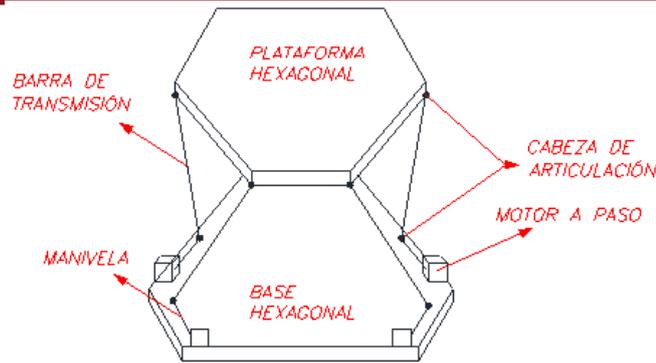


Figura 2. 4. Concepto de solución 2

2.5 Concepto Óptimo

Los conceptos de solución se evalúan mediante un formato comparativo en el que se utiliza un formato de evaluación cuyos criterios se dividen en aspectos técnicos y económicos. Los primeros abarcan la seguridad, estabilidad y los considerados en la lista de exigencias. Los segundos, costo de la tecnología, facilidad de montaje y costo de operación y la innovación.

El puntaje a utilizar en la evaluación de los conceptos es el siguiente:

0=No satisface	1=Aceptable	2=Suficiente
3=Bien	4=Muy bien	

Tabla 2. 4. Evaluación conceptos de solución

N°	Criterios técnicos y económicos	Proyectos		
		Solución 1	Solución 2	Solución ideal
1	Seguridad	3	3	4
2	Estabilidad	3	3	4
3	Geometría	3	3	4
4	Uso	3	3	4
5	Cinemática	3	3	4
6	Fuerzas	3	3	4
7	Fabricación	2	3	4
8	Transporte	2	2	4
9	Costo tecnología	1	2	4
10	Facilidad de montaje	2	2	4
11	Costo de operación	1	2	4
12	Innovación	1	3	4
	TOTAL	27	32	48

En base a los puntajes totales obtenidos por cada uno de los conceptos, el elegido es el **concepto de solución 2**.

2.6 Notación de uniones y sistemas coordenados

Con el objetivo de identificar los puntos de unión del rehabilitador se utilizará la convención siguiente: uniones esféricas barra-perfil en la plataforma como P_i , uniones esféricas manivela-barra como S_i y uniones rotacionales del motor como B_i (i de 1 a 6).

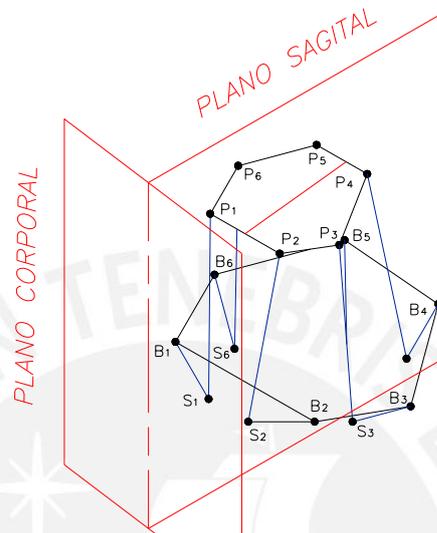


Figura 2. 5. Uniones del rehabilitador en posición general.

Respecto a las uniones B_i , éstas corresponden a las proyecciones de los puntos S_i sobre los ejes de rotación de los motores [6]. Esta aproximación permite prescindir de la longitud del apoyo de articulación durante el posicionamiento de los elementos durante la marcha [6]. Por otro lado, para las uniones P_i , éstas se ubicarán en el eje del apoyo de articulación y a la mitad del ancho de la articulación esférica [6].

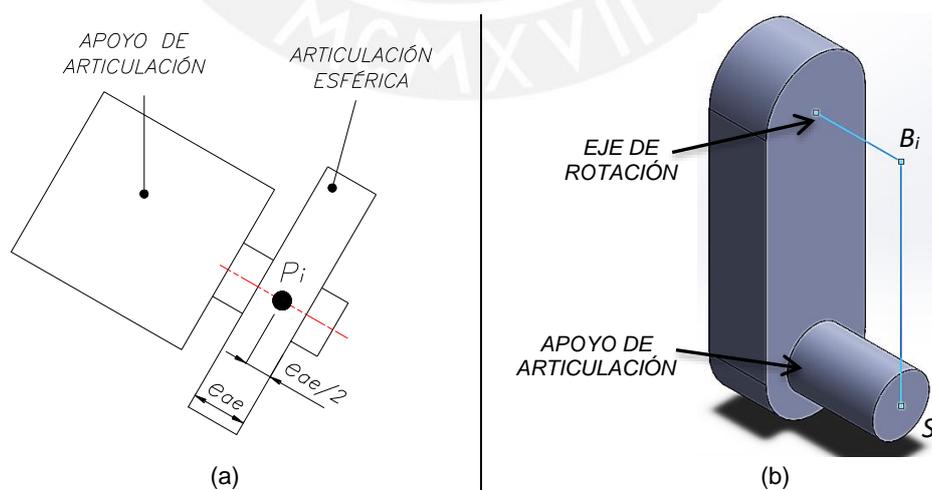


Figura 2. 6. (a) Detalle puntos P_i . (b) Detalle puntos B_i

Por otra parte, se simplificará el análisis de posicionamiento de los elementos del rehabilitador y el cálculo de las fuerzas en las barras al estudiar las proyecciones de las seis cadenas $\overline{B_i S_i P_i}$ (i de 1 a 6) respecto al plano sagital para aprovechar la simetría de aquellas respecto al plano sagital (figura 2.5) y de esta manera reducir la complejidad que resultaría de un análisis espacial del rehabilitador.

Tabla 2. 5. Segmentos reales y proyectados al plano sagital

PROYECCIÓN	REAL
\overline{AB}	$\overline{S_1 P_1}$ y $\overline{S_2 P_2}$
\overline{CD}	$\overline{S_3 P_3}$ y $\overline{S_6 P_6}$
\overline{EF}	$\overline{S_4 P_4}$ y $\overline{S_5 P_5}$
$\overline{O_1 A}$	$\overline{B_1 S_1}$ y $\overline{B_2 S_2}$
$\overline{O_2 C}$	$\overline{B_3 S_3}$ y $\overline{B_6 S_6}$
$\overline{O_3 E}$	$\overline{B_4 S_4}$ y $\overline{B_5 S_5}$

2.7 Sistemas de coordenadas

Se establecerá como sistema de referencia fijo del rehabilitador el sistema de coordenadas $\{Ba\}$ denotado por los ejes $X_B - Y_B - Z_B$, cuyo origen coincidirá con el centroide del hexágono de la base. Para cada uno de los eslabones se definirán los sistemas $\{B_i\}$ denotados por los ejes $X_i - Y_i - Z_i$ (i de 1 a 6).

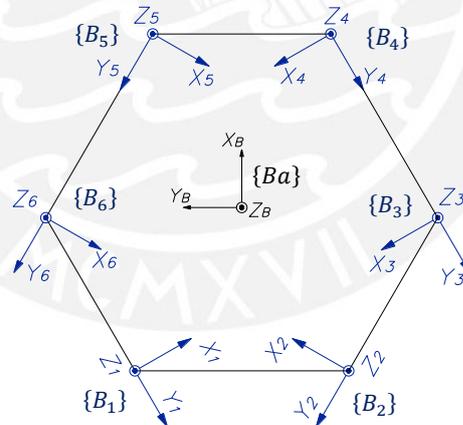


Figura 2. 7. Sistemas de coordenadas de la base y de los eslabones. Posición genérica.

El sistema fijo $\{Ba\}$ y cada uno de los sistemas $\{B_i\}$ pueden relacionarse mediante una matriz de transformación R_i que gira el sistema $\{Ba\}$ un ángulo σ_i en el eje Z_B y lo traslada al punto O_{xi} y O_{yi} que lo hace coincidir con el vértice del hexágono [6]. En vista del número de sistemas $\{B_i\}$ hay seis valores para σ_i y por ende, para R_i . La matriz de localización de forma genérica es el siguiente:

$$R_i = \begin{bmatrix} \cos(\sigma_i) & -\sin(\sigma_i) & 0 & O_{xi} \\ \sin(\sigma_i) & \cos(\sigma_i) & 0 & O_{yi} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Las coordenadas de un punto S_i respecto al sistema $X_i - Y_i - Z_i$ están en función de la longitud de la manivela (r) y el ángulo que hace con el eje $-Z_i$.

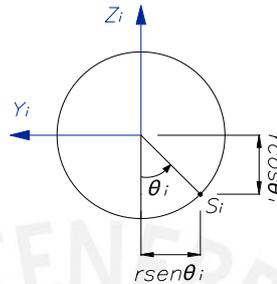


Figura 2. 8. Coordenadas genéricas de S_i en sistema $X_i - Y_i - Z_i$.

Asimismo, es posible obtener las coordenadas de dicho punto respecto al sistema $X_B - Y_B - Z_B$ al multiplicar la matriz de transformación con la matriz de localización¹⁶.

$$S_{i-i} = (0, -r \text{sen} \theta_i, -r \text{cos} \theta_i) = [0 \quad -r \text{sen} \theta_i \quad -r \text{cos} \theta_i]^T$$

$$S_{i-B} = R_i * S_{i-i} \quad (2.2)$$

$$S_{i-B} = \begin{bmatrix} \cos(\sigma_i) & -\text{sen}(\sigma_i) & 0 & O_{xi} \\ \text{sen}(\sigma_i) & \cos(\sigma_i) & 0 & O_{yi} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -r \text{sen}(\theta_i) \\ -r \text{cos}(\theta_i) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \text{sen}(\theta_i) \cdot \text{sen}(\sigma_i) + O_{xi} \\ -r \text{sen}(\theta_i) \cdot \cos(\sigma_i) + O_{yi} \\ -r \text{cos}(\theta_i) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Los valores de σ_i , O_{xi} y O_{yi} para cada uno de los eslabones se muestra en la tabla 2.6. Por otro lado, la proyección en el plano sagital se visualiza a continuación:

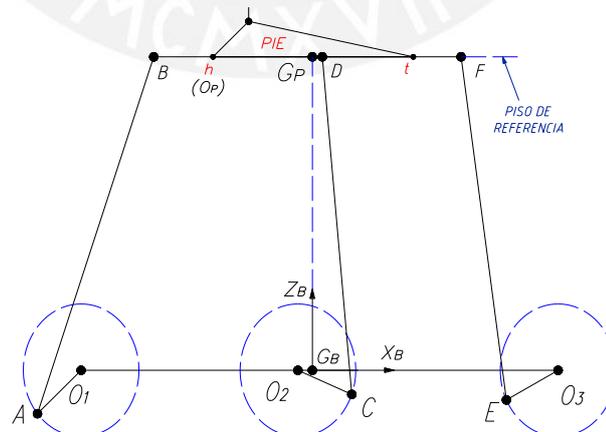


Figura 2. 9. Vista en plano sagital del rehabilitador. Notar coincidencia en Z_B de los centroides¹⁷.

¹⁶ Un vector $A = (a_1, a_2, a_3)$ puede reescribirse de forma matricial: $A = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$.

¹⁷ Los eslabones O_1AB , O_2CD y O_3EF están posicionados aleatoriamente.

2.8 Simulación de la marcha¹⁸

2.8.1. Proceso de simulación

La simulación de la marcha se consigue mediante el movimiento alternativo de las plataformas entre dos límites: *Toe Off* (TO, despegue del dedo pulgar) y *Heel Contact* (HC, contacto del talón). Es decir, mientras la plataforma izquierda se encuentra en fase apoyo, dirigiéndose del *HC* hacia el *TO*; la plataforma derecha está desarrollando la fase de balanceo desplazándose del *TO* hacia el *HC*, como se muestra en la figura siguiente:

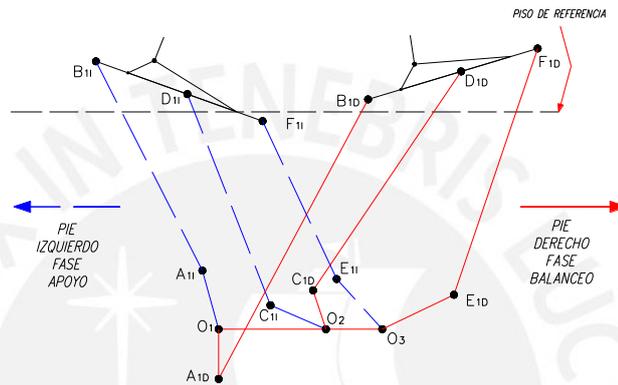


Figura 2. 10. Fases apoyo y balanceo de plataformas derecha e izquierda. Proyección al plano sagital

2.8.2. Longitud del paso

La longitud de paso (L_{Pa}) se estimará en este trabajo como la distancia en el eje X_B entre el punto correspondiente al talón para los momentos de TO y HC. Por otra parte, es preciso ubicar el punto de referencia para la delimitación de la longitud del paso. Para ello, primero se alinearán en el eje Z_B los centroides de los hexágonos irregulares de la base y plataforma, con el fin de aprovechar el ángulo de oscilación de las articulaciones esféricas en las fases de apoyo y de balanceo. En dicha posición, se establecerá como referencia el punto del talón (O_p), del cual a una distancia de $L_{Pa}/2$ en las direcciones $+X_B$ y $-X_B$, se determinarán los puntos de TO y HC correspondientes al talón y por consiguiente, del rehabilitador.

¹⁸ Los datos y consideraciones expuestas se aplican a ambas piernas; sin embargo, para un mayor entendimiento, se referirán a la pierna derecha.

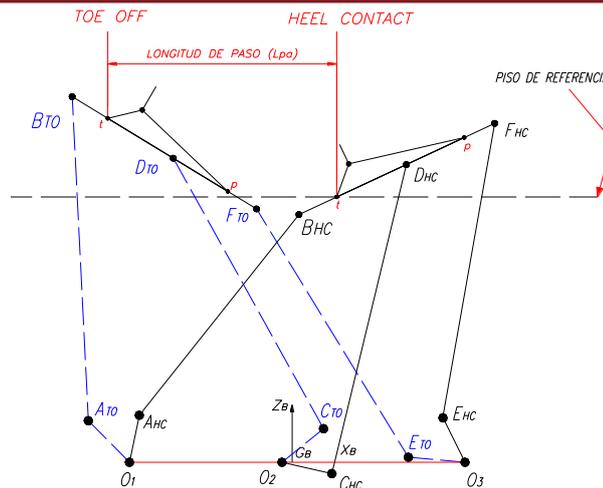


Figura 2. 11. Longitud de paso a desarrollar por el rehabilitador. Proyección al plano sagital.

2.8.3. Parámetros cinemáticos

David Winter en su libro *Biomechanics and Motor Control of Human Movement* [26] detalla los valores de posición, velocidad y aceleración de las extremidades inferiores respecto al plano sagital a cada cierto intervalo de tiempo o *frame* de marcha en cadencia rápida (longitud de paso L_{Pa-L} : 1.21 m, tiempo de marcha: 0.987 s, velocidad promedio: 3.158 m/s). De aquellos, se utilizarán sólo los relacionados con el pie en vista de que éste se ubicará apoyado sobre la plataforma durante el funcionamiento del rehabilitador. Para ello, es necesario convertir los valores al proceso de rehabilitación de un niño: velocidad promedio de 0.53 m/s y longitud de paso de 0.48 m (tabla 1.2), multiplicándolos por un factor de conversión C_0 :

$$C_0 = \frac{\text{Velocidad promedio paso niño}}{\text{Velocidad promedio paso adulto}} = \frac{0.53}{3.158} = 0.17$$

Como se verá en 2.10.2, las fuerzas actuantes durante la simulación de la marcha dependen de este factor. En vista de que por el momento se desconocen las dimensiones finales de los componentes, se trabajará preliminarmente con un valor de 0.4. Asimismo, se considerará la longitud de paso de 400 mm (ver 2.9.1).

2.8.4. Ubicación de componentes

La marcha se describe según la posición del talón y dedo pulgar respecto al piso de referencia (ver 1.6.1); por lo que las coordenadas del talón y del dedo pulgar para cada *frame* se basarán en lo siguiente:

2.8.4.1 Fase Apoyo: Eje Z_B

- a) La posición del talón es cero en las sub fases apoyo doble y apoyo medio.

- b) La posición del pulgar es cero en las sub fases apoyo medio, apoyo terminal y pre balanceo hasta el *Toe Off*.

2.8.4.2 Fase Apoyo: Eje X_B

Debido a que el pie permanece fijamente apoyado en el suelo durante esta fase, no se dispone de información referente a la posición en X_B del talón, la cual es necesaria para describir el movimiento de la plataforma. Por esta razón, se aproximarán estos datos tomando como referencia los valores de posición en el eje X_B de la fase de balanceo según lo siguiente:

- a) Primero, se transformarán los tiempos por *frame* de apoyo en tiempos de balanceo. Teniendo en cuenta que el tiempo de apoyo (0 a 0.586s) es mayor al de balanceo (0.601 a 0.987s), la relación entre ambos es la siguiente:

$$T_{bal} = 0.658 * T_{apo} + 0.601 \quad (2.4)$$

- b) Reemplazar en (2.4) para convertir los tiempos de apoyo a balanceo.
 c) Obtener una función de variación de posición en X_B respecto del tiempo en la fase de balanceo. La distribución de los valores y la función de tendencia se muestran a continuación:

Se seleccionó una función polinómica de sexta potencia para conseguir una mayor precisión.

$$X'_{h-bal} = 913.2962 * T_{bal}^6 - 4292.0631 * T_{bal}^5 + 8321.5283 * T_{bal}^4 - 8525.9976 * T_{bal}^3 + 4873.2489 * T_{bal}^2 - 1473.8122 * T_{bal} + 184.2030 \quad (2.5)$$

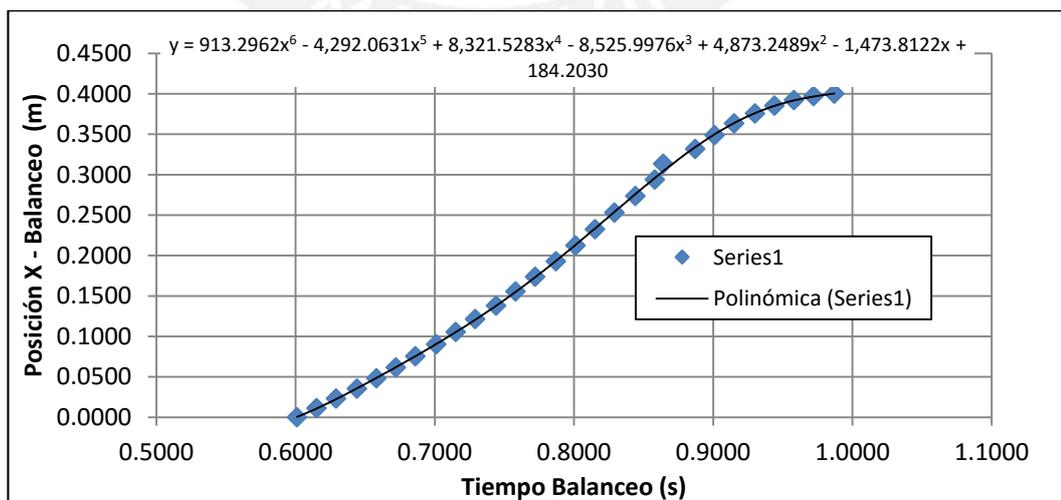


Figura 2. 12. Posición en X vs Tiempo. Fase de balanceo

- d) Reemplazar los tiempos obtenidos en b) en la ecuación 2.5.

2.8.4.3 Fase Balanceo

Las coordenadas en el plano sagital del talón (X'_{h-bal}, Z'_h) y del pulgar (Z'_t) se basará según la bibliografía considerada. Sin embargo, para el caso del talón, el valor de X'_{h-bal} deberá ser referida a la longitud de paso (L_{Pa}) a desarrollar por el rehabilitador, en vista de que éste es menor al considerado en la bibliografía. La relación entre ambos valores se representa a continuación:

$$X'_{h-bal} = X'_{h-L} * \frac{L_{Pa}}{L_{Pa-L}} \tag{2.6}$$

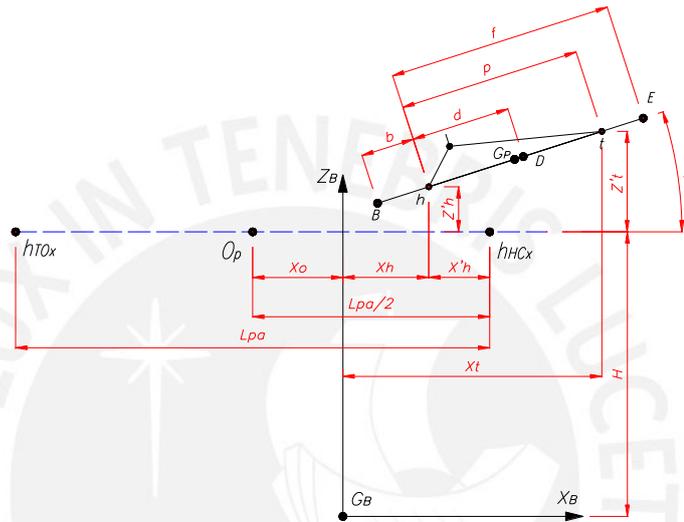


Figura 2. 13. Orientación de la plataforma en plano sagital X_B-Z_B .

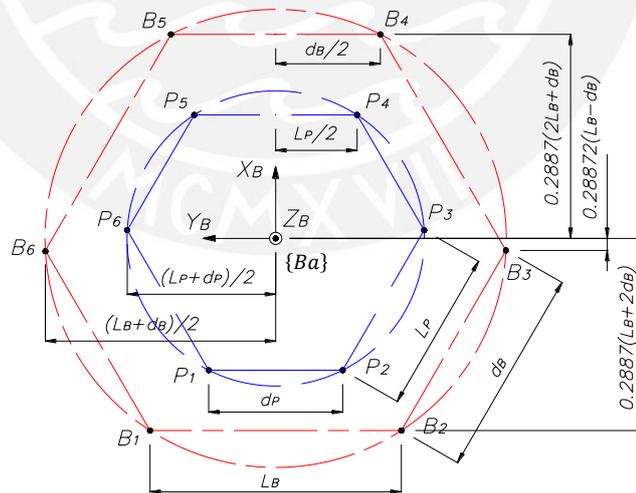


Figura 2. 14. Coordenadas en eje Y_B de los puntos P_i y B_i .

Las coordenadas en X_B del dedo pulgar y de los puntos B, D y F , proyecciones de las articulaciones esféricas, se calcularán mediante expresiones que relacionen las dimensiones de la plataforma con el ángulo de orientación de aquella (δ_p). Respecto

a las coordenadas en el eje Y_B , aquellos están relacionados con las dimensiones de los hexágonos irregulares formados por los puntos $P_i (L_P, d_P)$ y $B_i (L_B, d_B)$.

Tabla 2. 6. Parámetros de matriz de transformación.

Origen	σ_i	O_{xi}	O_{yi}
1	-60°	$-0.2887(L_B + 2d_B)$	$L_B/2$
2	60°	$-0.2887(L_B + 2d_B)$	$-L_B/2$
3	120°	$-0.2887(L_B - d_B)$	$-(L_B + d_B)/2$
4	120°	$0.2887(2L_B + d_B)$	$-d_B/2$
5	-120°	$0.2887(2L_B + d_B)$	$d_B/2$
6	-120°	$-0.2887(L_B - d_B)$	$(L_B + d_B)/2$

Los parámetros de la matriz de transformación (2.1), basándose en la figura 2.14, se muestran en la tabla 2.6. Las coordenadas en el plano sagital de los puntos de la figura 2.13 se muestran a continuación:

$$\delta_P = \arcsen\left(\frac{Z'_t - Z'_h}{p}\right) \quad (2.7)$$

$$h = (X_h, 0, H + Z'_h) \quad (2.8)$$

$$t = (X_h + p * \cos(\delta_P), 0, H + Z'_t) \quad (2.9)$$

$$B = (L_P/2 - X_o - X'_h - b * \cos(\delta_P), 0, H + Z'_h - b * \sen(\delta_P)) \quad (2.10)$$

$$D = (L_P/2 - X_o - X'_h + d * \cos(\delta_P), 0, H + Z'_h + d * \sen(\delta_P)) \quad (2.11)$$

$$E = (L_P/2 - X_o - X'_h + f * \cos(\delta_P), 0, H + Z'_h + f * \sen(\delta_P)) \quad (2.12)$$

$$G_P = (L_P/2 - X_o - X'_h + g * \cos(\delta_P), 0, H + Z'_h + g * \sen(\delta_P)) \quad (2.13)$$

Las coordenadas de los puntos P_i se obtienen incluyendo la coordenada respectiva en el eje Y_B a los puntos anteriores:

$$P_1 = (X_{P1-B}, Y_{P1-B}, Z_{P1-B}) = \left(\frac{L_P}{2} - X_o - X'_h - b \cos \delta_P, \frac{d_P}{2}, H + Z'_h - b \sen \delta_P\right) \quad (2.14)$$

$$P_2 = (X_{P2-B}, Y_{P2-B}, Z_{P2-B}) = \left(\frac{L_P}{2} - X_o - X'_h - b \cos \delta_P, -\frac{d_P}{2}, H + Z'_h - b \sen \delta_P\right) \quad (2.15)$$

$$P_3 = (X_{P3-B}, Y_{P3-B}, Z_{P3-B}) = \left(\frac{L_P}{2} - X_o - X'_h + d \cos \delta_P, -\frac{L_P + d_P}{2}, H + Z'_h + d \sen \delta_P\right) \quad (2.16)$$

$$P_4 = (X_{P4-B}, Y_{P4-B}, Z_{P4-B}) = \left(\frac{L_P}{2} - X_o - X'_h + f \cos \delta_P, -\frac{L_P}{2}, H + Z'_h + f \sen \delta_P\right) \quad (2.17)$$

$$P_5 = (X_{P5-B}, Y_{P5-B}, Z_{P5-B}) = \left(\frac{L_P}{2} - X_o - X'_h + f \cos \delta_P, \frac{L_P}{2}, H + Z'_h + f \sen \delta_P\right) \quad (2.18)$$

$$P_6 = (X_{P6-B}, Y_{P6-B}, Z_{P6-B}) = \left(\frac{L_P}{2} - X_o - X'_h + d \cos \delta_P, \frac{L_P + d_P}{2}, H + Z'_h + d \sen \delta_P\right) \quad (2.19)$$

En otra parte, las coordenadas de los puntos S_i durante la simulación de la marcha, y por consiguiente A , C y E debido a que los segmentos \overline{AB} , \overline{CD} y \overline{EF} son

proyecciones de los vectores $\overline{S_i P_i}$ (ver 2.6), deberán estar ubicados en el plano $Y_i - Z_i$ de manera que el módulo de dichos vectores sea igual a la dimensión de la barra (L):

$$\|\overline{S_2 P_2}\| = \|\overline{S_3 P_3}\| = \|\overline{S_4 P_4}\| = \|\overline{S_1 P_1}\| = \|\overline{S_6 P_6}\| = \|\overline{S_5 P_5}\| = L \quad (2.20)$$

Se reescribe (2.3):

$$S_i = (r \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \sigma_i + O_{xi}, -r \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{cos} \sigma_i + O_{yi}, -r \operatorname{cos} \theta_i) \quad (2.21)$$

Se define la variable genérica de ubicación de los puntos de la plataforma:

$$P_i = (X_{Pi-B}, Y_{Pi-B}, Z_{Pi-B}) \quad (2.22)$$

Se define el vector

$$\overline{S_i P_i} = (X_{Pi-B} - r \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \sigma_i - O_{xi}, Y_{Pi-B} + r \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{cos} \sigma_i - O_{yi}, Z_{Pi-B} + r \operatorname{cos} \theta_i) \quad (2.23)$$

Se definen las siguientes variables:

$$v = X_{Pi-B} - O_{xi} \quad \Bigg| \quad w = Y_{Pi-B} - O_{yi}$$

Igualando el módulo del vector $\overline{S_i P_i}$ a L :

$$r^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \operatorname{sen}^2 \sigma_i - 2rv \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \sigma_i + v^2 + r^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \operatorname{cos}^2 \sigma_i + 2rw \operatorname{sen} \theta_i \operatorname{cos} \sigma_i + w^2 + r^2 \operatorname{cos}^2 \theta_i + 2r \operatorname{cos} \theta_i Z_{Pi-B} + Z_{Pi-B}^2 = L^2$$

Simplificando la expresión:

$$\operatorname{sen} \theta_i (-2rv \operatorname{sen} \sigma_i + 2rw \operatorname{cos} \sigma_i) + \operatorname{cos} \theta_i (2r Z_{Pi-B}) + r^2 + v^2 + w^2 + Z_{Pi-B}^2 = L^2 \quad (2.24)$$

Se definen las siguientes constantes:

$$V = -2rv \operatorname{sen} \sigma_i + 2rw \operatorname{cos} \sigma_i \quad \Bigg| \quad W = 2r Z_{Pi-B} \quad \Bigg| \quad U = r^2 + v^2 + w^2 + Z_{Pi-B}^2$$

Al reemplazar en (2.24) se obtiene la ecuación siguiente:

$$V \operatorname{sen} \theta_i + W \operatorname{cos} \theta_i = L^2 - U \quad (2.25)$$

Por identidad trigonométrica [6], la expresión (2.25) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\sqrt{V^2 + W^2} \operatorname{cos} \left(\theta_i - \tan^{-1} \left(\frac{V}{W} \right) \right) = L^2 - U \quad (2.26)$$

Despejando el ángulo:

$$\theta_i = \pm \left(\frac{L^2 - U}{\sqrt{V^2 + W^2}} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{V}{W} \right) \quad (2.27)$$

Eso quiere decir que para cada frame de la marcha, existen dos ángulos y por consiguiente dos puntos S_i , que satisfacen que el módulo del vector $\overline{S_i P_i}$ (i de 1 a 6) sea igual a la dimensión de la barra. La ubicación de los puntos se proseguirá luego del dimensionamiento preliminar presentado en el apartado siguiente.

2.9 Consideraciones del dimensionamiento

2.9.1. Longitud del paso

El paso a desarrollar por el rehabilitador equivale a la distancia, a lo largo del plano sagital, entre los instantes TO y HC para el punto correspondiente al talón.

Si se estima el paso igual a 615 mm (ver 1.6.2.), las dimensiones de los componentes del rehabilitador resultarían de gran tamaño; lo cual dificultaría la simulación de la marcha e incrementaría el costo final. Por ello, en esta tesis se trabajará con una longitud de paso de 400 mm que es un valor cercano a los 480 mm que fue aplicado exitosamente por el *DEGAS* (ver 1.3) durante la rehabilitación de pacientes adultos. Con este valor, se aplica el procedimiento descrito en 2.8.4 para calcular las coordenadas del talón, dedo pulgar y centro de gravedad de la plataforma.

2.9.2. Hexágono B_i -Base

Las medidas del hexágono irregular donde están ubicados los puntos B_i están supeditados a la longitud de la manivela y al diámetro de las articulaciones esféricas a causa de que cada punto B_i representa el centro de giro de las manivelas (ver 2.6). Por ello, primero se estimarán la longitud de las manivelas y el diámetro de las articulaciones esféricas. Luego, se posicionarán en el plano del que finalmente se determinarán los valores de L_p y d_p , medidas de dicho hexágono de tal manera que se eviten interferencias entre las articulaciones de cada eslabón.

Por lo anterior, si se considerara como longitud de manivela de 120 mm, las articulaciones esféricas de diámetro igual a 90 mm y se dibujan en el plano $X_B - Y_B$, se observa que L_p debe ser mayor a 330 mm y d_p , a 255 mm. Se escogerá como valor inicial para el dimensionamiento del rehabilitador a $L_B = 360 \text{ mm}$ y $d_B = 300 \text{ mm}$. Notar también que estas medidas sirven como referencia para las dimensiones finales de la base, las que se determinarán una vez seleccionados los motores y/o reductores

Por otro lado, si se ubican las dos bases una al lado de otra y se estima, la distancia entre pies es mayor a un metro, valor fuera al considerado en la lista de exigencias.

Es por eso que se adicionará una plancha de apoyo de 565 mm que permitirá reducir aquella distancia a 130 mm (figura 2.16).

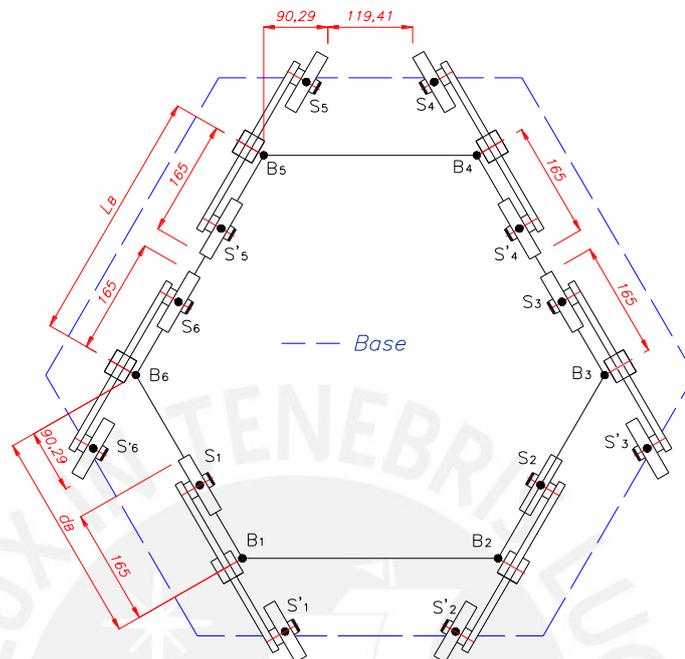


Figura 2. 15. Base, manivelas y articulaciones esféricas posicionadas en hexágono B_i .

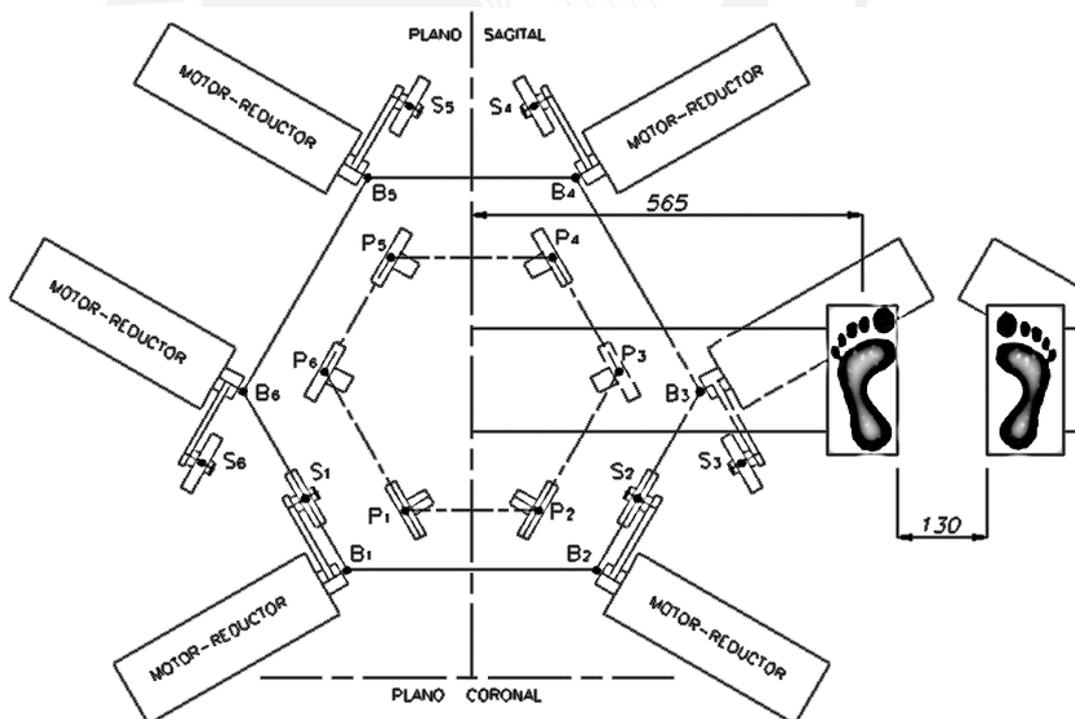


Figura 2. 16. Vista superior del rehabilitador de marcha. Notar distancia entre pies.

2.9.3. Hexágono P_i -Plataforma

Las medidas de la plataforma están relacionadas con las dimensiones del hexágono P_i , debido a los apoyos de las articulaciones esféricas (figura 2.17) van unidos a la plataforma.

2.9.4. Manivela, barra y altura H

El paso a desarrollar por el rehabilitador está limitado por las medidas de estos componentes y el valor de H , ya que la dimensión de la manivela (r) es el módulo de los vectores $\overrightarrow{B_i S'_i}$, mientras que la longitud de la barra (L) es el módulo de los vectores $\overrightarrow{S'_i P_i}$. Los valores de los lados del hexágono P_i , r , L y H se obtendrán como resultado de un proceso de iteración que se expondrá más adelante.

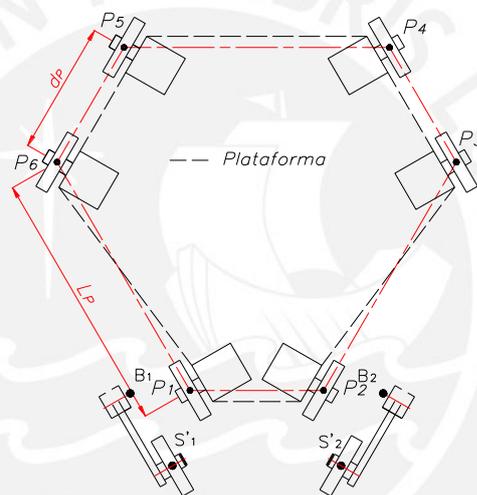


Figura 2. 17. Plataforma y hexágono P_i .

2.10 Cargas en el rehabilitador

2.10.1. Fuerzas en el rehabilitador

El primer paso es calcular la masa e inercia total de los miembros inferiores y de los componentes del rehabilitador.

2.10.1.1. Masa Total

La masa de los miembros inferiores (muslo, pierna y pie) se calcularán según las relaciones de tamaño (ver figura 2.18) y peso evaluados en el libro de D. Winter, expuestos en el en el anexo 2. Los resultados son los siguientes:

$$M_{\text{muslo}} = 4.2 \text{ kg} \quad | \quad M_{\text{pie}} = 0.609 \text{ kg} \quad | \quad M_{\text{pierna}} = 1.953 \text{ kg}$$

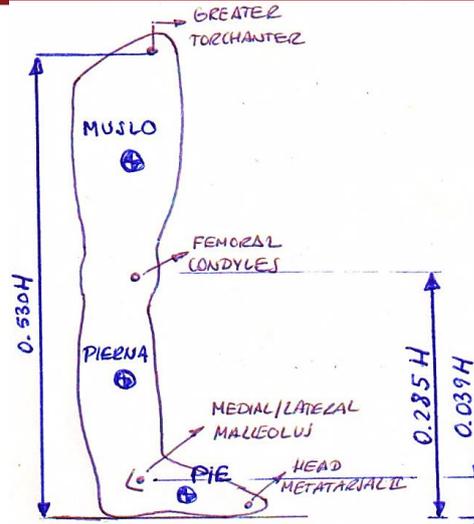


Figura 2. 18. Dimensiones miembros inferiores (Elaboración propia, medidas extraídas de [26]).

Para el caso de los componentes del rehabilitador, la masa de estos se puede hallar multiplicando el volumen por la densidad, los que dependen de las dimensiones y materiales de los mismos. Por ello, se considerarán los siguientes modelos preliminares¹⁹ con los respectivos materiales:

Manivela: Material acero.

$$M_{man} = 0.04 * 0.01 * 7850 \frac{(r + 40)}{1000} = 0.00314(r + 40) (kg) \tag{2.28}$$

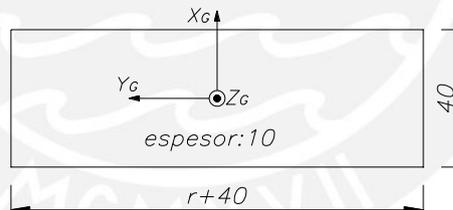


Figura 2. 19. Modelo preliminar de manivela.

Barra: Material aluminio.

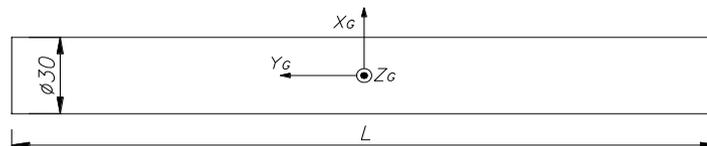


Figura 2. 20. Modelo preliminar de barra.

$$M_{bar} = 0.25 * \pi * \left(\frac{30}{1000}\right)^2 * \frac{L}{1000} * 2700 = 0.00191 * L (kg) \tag{2.29}$$

¹⁹ Las dimensiones finales de cada elemento se determinarán según el cálculo por resistencia.

Plancha de apoyo: Material aluminio

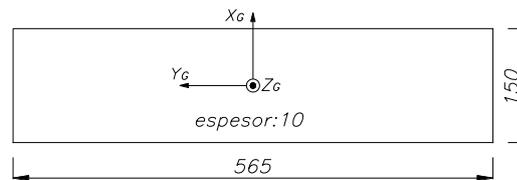


Figura 2. 21. Modelo preliminar plancha de apoyo del pie.

$$M_{apo} = 0.565 * 0.150 * 0.01 * 2700 = 2.23 \text{ kg}$$

Debido a que la plataforma tiene una forma hexagonal, la masa e inercia se calcularán mediante el software Solidworks, se estimará material aluminio y las dimensiones siguientes:

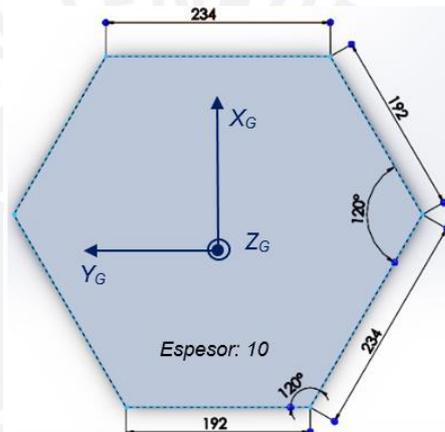


Figura 2. 22. Modelo preliminar de plataforma.

La masa total es la suma de las extremidades inferiores y de los componentes:

$$M_T = M_{muslo} + M_{pierna} + M_{pie} + 6(M_{man} + M_{bar}) + M_{plat} + M_{apo} \quad (2.30)$$

El valor de M_T se incrementará en un 10% ya que la pernería, los perfiles de refuerzo y las articulaciones esféricas no fueron inicialmente incluidas en el cálculo.

2.10.1.2. Inercia Total

Al igual que con las masas, las inercias de los miembros inferiores se calcularán según las relaciones propuestas por D. Winter.

$$I_{muslo} = 1.669 \text{ kg.m}^2 \quad | \quad I_{pie} = 0.0086 \text{ kg.m}^2 \quad | \quad I_{pierna} = 0.186 \text{ kg.m}^2$$

Las inercias de la manivela y barra se hallarán respecto al eje perpendicular al plano sagital en base a los modelos anteriormente descritos. Primero, se calcularán los momentos de inercia referidos al centro de masa de cada uno; luego se trasladarán

al eje paralelo que pasa por el centro de masa de la plataforma mediante el teorema de Steiner. En otra parte, si bien las dimensiones de las proyecciones de ambos elementos en dicho plano difieren de los valores reales, para efectos prácticos se estimarán iguales a los valores de r y L .

Para hallar los valores de las distancias se calculan primero las coordenadas de los centros de masa de las manivelas y barras para cada *frame* con las ecuaciones (2.13), (2.15), (2.16) y (2.17).

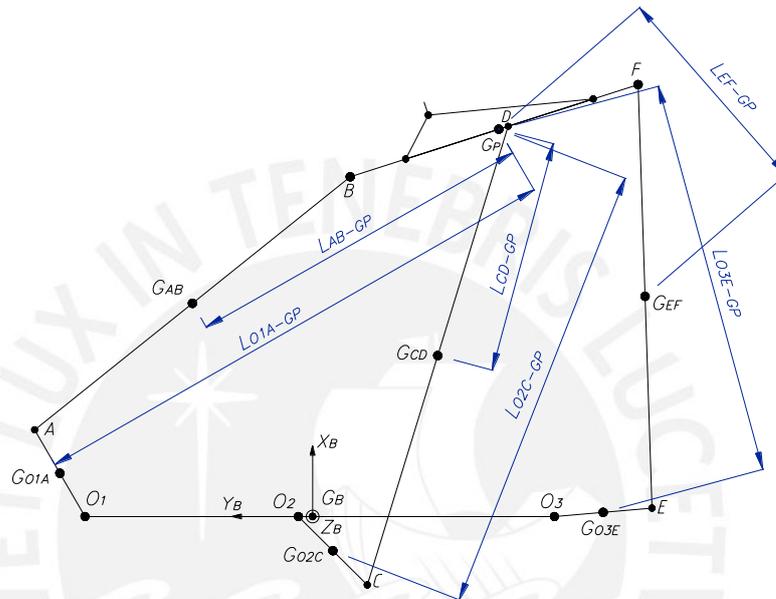


Figura 2. 23. Distancia entre centros de gravedad con el de la plataforma. Posición genérica.

Manivela: La inercia respecto a su centro de masa es igual para todas.

$$I_{man_ZG} = \frac{M_{man}}{12} \left(\left(\frac{r + 40}{1000} \right)^2 + 0.04^2 \right) (kg \cdot m^2) \quad (2.31)$$

Al trasladar la expresión anterior al centro de masa de la plataforma, para cada una de las manivelas:

$$I_{O1A_GP} = I_{man_ZG} + M_{man} * L_{O1A_GP}^2 (kg \cdot m^2) \quad (2.32)$$

$$I_{O2C_GP} = I_{man_ZG} + M_{man} * L_{O2C_GP}^2 (kg \cdot m^2) \quad (2.33)$$

$$I_{O3E_GP} = I_{man_ZG} + M_{man} * L_{O3E_GP}^2 (kg \cdot m^2) \quad (2.34)$$

Barra: La inercia respecto a su centro de masa es igual para todas.

$$I_{bar_ZG} = \frac{M_{bar}}{4} \left(0.015^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{L}{1000} \right)^2 \right) (kg \cdot m^2) \quad (2.35)$$

Al trasladar la expresión anterior al centro de masa de la plataforma, para cada una de las barras:

$$I_{AB_GP} = I_{bar_ZG} + M_{bar} * L_{AB_GP}^2 \text{ (kg.m}^2\text{)} \quad (2.36)$$

$$I_{CD_GP} = I_{bar_ZG} + M_{bar} * L_{CD_GP}^2 \text{ (kg.m}^2\text{)} \quad (2.37)$$

$$I_{EF_GP} = I_{bar_ZG} + M_{bar} * L_{EF_GP}^2 \text{ (kg.m}^2\text{)} \quad (2.38)$$

Del software Solidworks:

$$I_{apo} = 0.0041 \text{ kg.m}^2 \quad | \quad I_{plat} = 0.0286 \text{ kg.m}^2$$

La inercia total es la suma de las extremidades inferiores y de los componentes:

$$I_T = I_{muslo} + I_{pierna} + I_{pie} + I_{plat} + I_{apo} + I_{mb} \quad (2.39)$$

Donde:

$$I_{mb} = 2(I_{AB_GP} + I_{CD_GP} + I_{EF_GP} + I_{O1A_GP} + I_{O2C_GP} + I_{O3E_GP}) \quad (2.40)$$

El valor de I_T se incrementará en un 10% ya que la pernería, los perfiles de refuerzo y las articulaciones esféricas no fueron inicialmente incluidas en el cálculo.

2.10.2. Cálculo de fuerzas

Las cargas a soportar por el mecanismo no se resumen solamente al peso del niño, sino también a las cargas dinámicas producto del movimiento. El análisis de las fuerzas se simplificará al estudiar las proyecciones de las seis cadenas (motor, unión de revolución, manivela, articulación esférica y barra) respecto al plano sagital debido a la distribución espacial de aquellos. Las fuerzas se obtendrán como resultado de aplicar las ecuaciones de equilibrio dinámico en la plataforma a cada posición de la plataforma, manivela y barra para los *frames* de marcha.

En la figura 2.24, se muestra la vista de la plataforma en el plano sagital para una posición genérica. Se asumirán que las fuerzas internas en las barras son positivas si actúan según la dirección expuesta.

Se aplican las ecuaciones de movimiento:

$$F_{AB} \cos \gamma_2 + F_{CD} \cos \gamma_3 + F_{EF} \cos \gamma_4 = C_o M_T A_{GP-X} \quad (2.41)$$

$$F_{AB} \sen \gamma_2 + F_{CD} \sen \gamma_3 + F_{EF} \sen \gamma_4 = C_o M_T A_{GP-Z} + M_T g \quad (2.42)$$

$$-(b + g) \sen(\gamma_2 - \partial_P) F_{AB} + (d - g) \sen(\gamma_3 - \partial_P) F_{CD} + (f - g) \sen(\gamma_4 - \partial_P) F_{EF} = 1000 * C_o I_T \alpha_{GP} \quad (2.43)$$

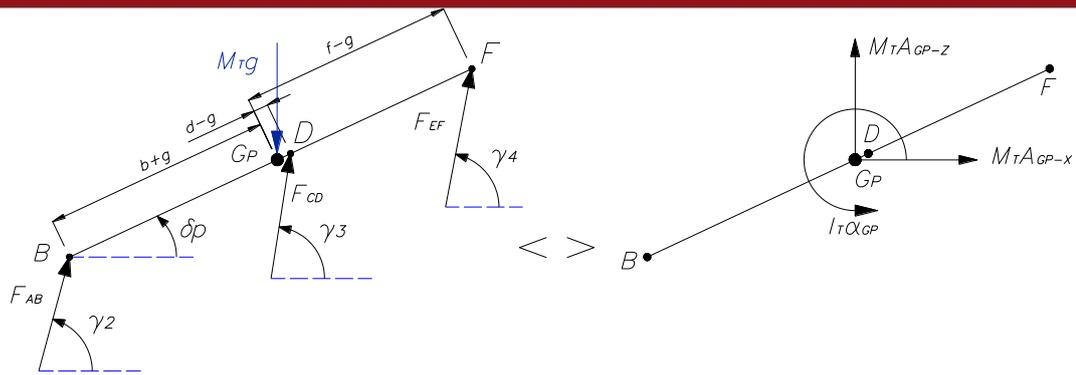


Figura 2. 24. DCL de la plataforma en el plano sagital

Los ángulos γ_2 , γ_3 y γ_4 se calculan con las expresiones (2.15), (2.16), (2.17) y (2.21):

$$\gamma_2 = \tan^{-1} \left(\frac{Z_{P2-B} - Z_{S2}}{X_{P2-B} - X_{S2}} \right) \quad (2.44)$$

$$\gamma_3 = \tan^{-1} \left(\frac{Z_{P3-B} - Z_{S3}}{X_{P3-B} - X_{S3}} \right) \quad (2.45)$$

$$\gamma_4 = \tan^{-1} \left(\frac{Z_{P4-B} - Z_{S4}}{X_{P4-B} - X_{S4}} \right) \quad (2.46)$$

Respecto a las fuerzas internas en las barras, éstas se calcularán en base a los resultados de las ecuaciones de equilibrio dinámico. La relación entre las fuerzas proyectadas en el plano sagital y las internas se puede apreciar en la figura 2.25 para el caso de las barras $\overline{S_1P_1}$ y $\overline{S_2P_2}$ (ídem para las demás). Notar que los momentos generados por las fuerzas al trasladarlas al plano sagital se anulan uno con otro. La relación entre los módulos de ambas fuerzas se expresa de la siguiente manera:

$$F_{S1P1-S} + F_{S2P2-S} = F_{AB} \quad (2.47)$$

Por simetría:

$$F_{S1P1} = F_{S2P2} \quad (2.48)$$

$$F_{S1P1} = \frac{F_{S1P1-S}}{\text{sen}(\varepsilon_{S1P1})} = F_{S2P2} = \frac{F_{S2P2-S}}{\text{sen}(\varepsilon_{S2P2})} \quad (2.49)$$

$$\varepsilon_{S1P1} = \varepsilon_{S2P2} = \varepsilon_{AB} \quad (2.50)$$

El ángulo ε_{AB} se halla al aplicar el producto escalar entre el vector unitario de $\overline{S_2P_2}$ y el eje Y_B .

$$\cos \varepsilon_{AB} = \hat{u}_{S2P2} \cdot \hat{u}_{Y_B} \quad (2.51)$$

Se reemplaza en (2.47):

$$F_{S1P1} = F_{S2P2} = \frac{F_{S1P1-S}}{\sin(\cos^{-1}(\hat{u}_{S2P2} \cdot \hat{u}_{Y_B}))} = \frac{F_{AB}}{2\sin(\cos^{-1}(\hat{u}_{S2P2} \cdot \hat{u}_{Y_B}))} \quad (2.52)$$

$$F_{S3P3} = F_{S6P6} = \frac{F_{S3P3-S}}{\sin(\cos^{-1}(\hat{u}_{S3P3} \cdot \hat{u}_{Y_B}))} = \frac{F_{CD}}{2\sin(\cos^{-1}(\hat{u}_{S3P3} \cdot \hat{u}_{Y_B}))} \quad (2.53)$$

$$F_{S4P4} = F_{S5P5} = \frac{F_{S4P4-S}}{\sin(\cos^{-1}(\hat{u}_{S4P4} \cdot \hat{u}_{Y_B}))} = \frac{F_{EF}}{2\sin(\cos^{-1}(\hat{u}_{S4P4} \cdot \hat{u}_{Y_B}))} \quad (2.54)$$

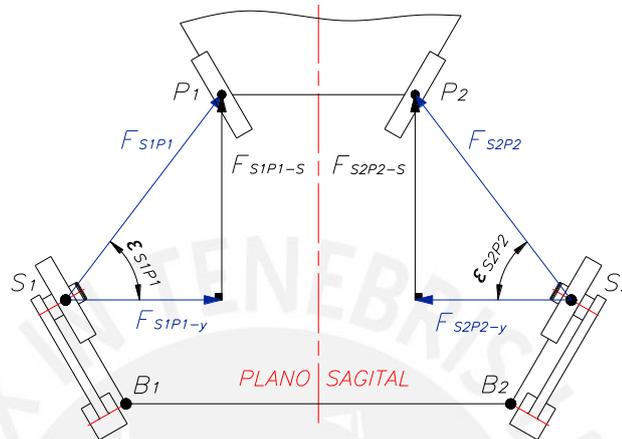


Figura 2. 25. Descomposición de fuerzas internas de cadenas $\overline{S_1P_1}$ y $\overline{S_2P_2}$. Vista superior.

Por otro lado, es preciso considerar las fuerzas producto del momento (M_W) generado por la ubicación de las extremidades inferiores sobre la plancha de apoyo a 565 mm del centro de la plataforma. De igual manera, se denotará cualquier fuerza de reacción genérica como \vec{F}_{MiW} . Coordenadas $X_p - Y_p - Z_p$ paralelas a las coordenadas de la base, líneas arriba mencionadas.

Por equilibrio, se deben cumplir los siguientes dos enunciados: el momento de las fuerzas de reacción debe contrarrestar el momento M_W , para evitar que la plataforma esté girada respecto al eje X_p y que el momento resultante de dichas fuerzas en el eje Y_p sea nulo. Al trasladar las fuerzas al plano $Y_p - Z_p$:

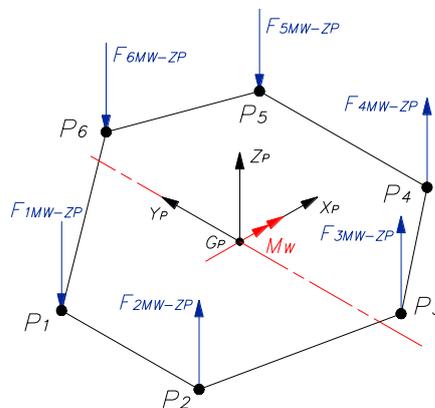


Figura 2. 26. Componentes en eje Z_p de fuerzas de reacción en las barras debido a M_W .

Sumatoria de momentos en el eje X respecto a Y_p :

$$\frac{d_p}{2} (F_{M1W-Z_p} + F_{M2W-Z_p}) + \frac{L_p}{2} (F_{M4W-Z_p} + F_{M5W-Z_p}) + \frac{L_p + d_p}{2} (F_{M3W-Z_p} + F_{M6W-Z_p}) = M_W \quad (2.55)$$

Por simetría:

$$F_{M2W-Z_p} = F_{M1W-Z_p} \quad | \quad F_{M4W-Z_p} = F_{M5W-Z_p} \quad | \quad F_{M3W-Z_p} = F_{M6W-Z_p} \quad (2.56)$$

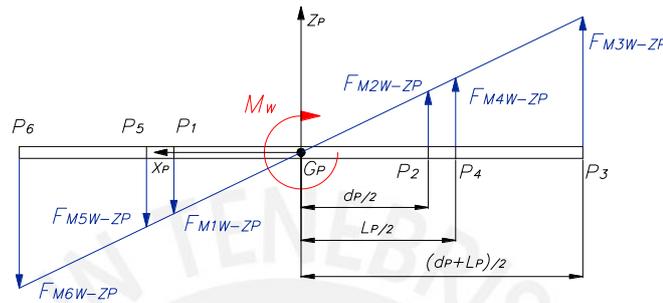


Figura 2. 27. Vista plano coronal plataforma

Si se asume la plataforma de tipo rígida, las deformaciones en Z_p de los puntos P_i (i de 1 a 6) son proporcionales a la distancia al punto de giro G_p . Por ello, las fuerzas también son proporcionales a dichas distancias [17].

$$\frac{F_{M2W-Z_p}}{\left(\frac{d_p}{2}\right)} = \frac{F_{M5W-Z_p}}{\left(\frac{L_p}{2}\right)} = \frac{F_{M3W-Z_p}}{\left(\frac{L_p + d_p}{2}\right)} = K \quad (2.57)$$

Al reemplazar en (2.55):

$$K = \frac{M_W}{2 \left(\left(\frac{d_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{L_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{L_p + d_p}{2}\right)^2 \right)} \quad (2.58)$$

Donde:

$$M_W = (565(M_{muslo} + M_{pierna} + M_{pie}) + 282.5M_{apo}) * 9.81 = 43659.5 \text{ Nmm}$$

Se define la siguiente variable:

$$D = \left(\frac{d_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{L_p}{2}\right)^2 + \left(\frac{L_p + d_p}{2}\right)^2$$

Se reemplaza en (2.56) los módulos de los componentes son los siguientes:

$$F_{M1W-Z_p} = F_{M2W-Z_p} = \frac{M_W d_p}{4D} \quad (2.59)$$

$$F_{M4W-Z_P} = F_{M5W-Z_P} = \frac{M_W L_P}{4D} \quad (2.60)$$

$$F_{M6W-Z_P} = F_{M3W-Z_P} = \frac{M_W (d_P + L_P)}{4D} \quad (2.61)$$

Aquellas fuerzas son las componentes en el eje Z_P de las fuerzas de reacción axial en las barras (\vec{F}_{MiW}). Asimismo, se aplicará la convención explicada anteriormente para la asignación de signos a dichas fuerzas. Por lo anterior, las fuerzas de reacción \vec{F}_{M2W} , \vec{F}_{M3W} y \vec{F}_{M4W} siguen la misma dirección de los vectores $\hat{u}_{S_2P_2}$, $\hat{u}_{S_3P_3}$ y $\hat{u}_{S_4P_4}$; mientras que las fuerzas de reacción \vec{F}_{M1W} , \vec{F}_{M6W} y \vec{F}_{M5W} , la dirección opuesta de los vectores $\hat{u}_{S_1P_1}$, $\hat{u}_{S_6P_6}$ y $\hat{u}_{S_5P_5}$. Dicha fuerza de reacción puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\vec{F}_{MiW} = F_{MiW} * \hat{u}_{S_iP_i} = F_{MiW} (u_{S_iP_i-X_P}, u_{S_iP_i-Y_P}, u_{S_iP_i-Z_P}) \quad (2.62)$$

Se iguala la componente en el eje Z_P con los valores de las ecuaciones (2.59), (2.60) y (2.61) para obtener el módulo de las fuerzas de reacción axiales:

$$F_{M1W} = F_{M2W} = \frac{M_W d_P}{4D u_{S_2P_2-Z_P}} \quad (2.63)$$

$$F_{M4W} = F_{M5W} = \frac{M_W L_P}{4D u_{S_4P_4-Z_P}} \quad (2.64)$$

$$F_{M6W} = F_{M3W} = \frac{M_W (d_P + L_P)}{4D u_{S_3P_3-Z_P}} \quad (2.65)$$

De lo anterior, las fuerzas axiales resultan de la suma vectorial de las fuerzas obtenidas como resultado del equilibrio dinámico y de las de reacción:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{S_iP_i} + \vec{F}_{MiW} \quad (2.66)$$

2.10.3. Torque del motor

El torque del motor basándose en la figura 2.28, para el caso de la barra $\overline{S_2P_2}$, que se puede extender a las demás barras:

El torque del motor se aproximará calcula en relación con la fuerza, la longitud de la manivela y el ángulo entre éste y la barra:

$$T_2 = r F_2 \text{sen} \psi_2 \quad (2.67)$$

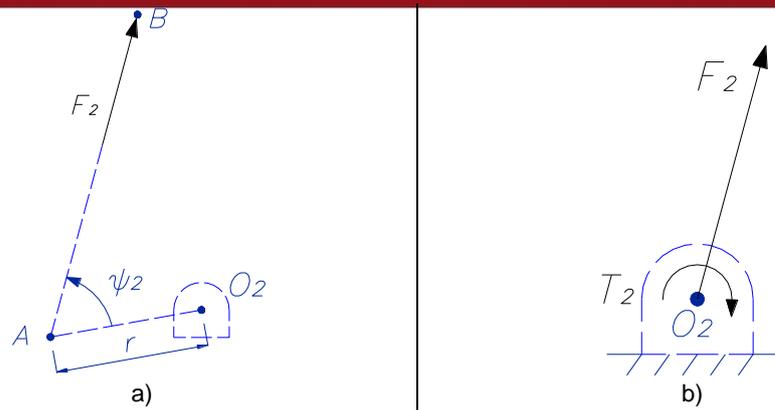


Figura 2. 28. a) Fuerza axial de acción en la barra $\overline{S_2P_2}$, b) Fuerza trasladada al eje del motor.

El ángulo ψ_2 se va a estimar según el producto escalar entre los vectores $\overline{O_2A}$ y \overline{AB} , cuyas coordenadas se obtienen en la vista en plano sagital:

$$\psi_2 = \cos^{-1} \left(\frac{\overline{O_2A} \cdot \overline{AB}}{\|\overline{O_2A}\| \|\overline{AB}\|} \right) \tag{2.68}$$

Por simetría:

$$\psi_2 = \psi_3 = \cos^{-1} \left(\frac{\overline{O_2A} \cdot \overline{AB}}{\|\overline{O_2A}\| \|\overline{AB}\|} \right) \tag{2.69}$$

$$\psi_3 = \psi_6 = \cos^{-1} \left(\frac{\overline{O_3C} \cdot \overline{CD}}{\|\overline{O_3C}\| \|\overline{CD}\|} \right) \tag{2.70}$$

$$\psi_4 = \psi_5 = \cos^{-1} \left(\frac{\overline{O_4E} \cdot \overline{EF}}{\|\overline{O_4E}\| \|\overline{EF}\|} \right) \tag{2.71}$$

Al aplicar lo anterior a las demás barras:

$$T_1 = rF_1 \text{sen} \psi_2 \tag{2.72}$$

$$T_3 = rF_3 \text{sen} \psi_3 \tag{2.73}$$

$$T_4 = rF_4 \text{sen} \psi_4 \tag{2.74}$$

$$T_5 = rF_5 \text{sen} \psi_4 \tag{2.75}$$

$$T_6 = rF_6 \text{sen} \psi_3 \tag{2.76}$$

Asimismo, es importante considerar la reacción radial que va a soportar el eje del motor, el que en este caso, es igual en magnitud a la fuerza axial.

Como se observa, los valores de las fuerzas en las barras y los torques están en función de las dimensiones de la manivela (r), barra (L), hexágono- P_i (L_p y d_p) y altura de referencia (H). Por ello, dichas dimensiones se determinarán mediante

iteraciones para las barras S_2P_2 , S_3P_3 y S_4P_4 . Para dicho fin se emplearán los comandos de programación del software Mathcad Prime 1® que permitirán agilizar el proceso de cálculo. Es preciso mencionar que el análisis se realizará cada dos *frames* para de esta manera reducir el volumen de datos. La metodología que se aplicará es la siguiente:

- a) Las coordenadas del talón y dedo pulgar para la longitud de paso de 400 mm, se calculan con las ecuaciones (2.4), (2.5), (2.8) y (2.9). Los resultados se reúnen en la matriz U (anexo 3).
- b) Se asumen valores de L_p y d_p . Las coordenadas de δ_p , P_2 , P_3 , P_4 y el centro de masa de la plataforma se obtienen con las ecuaciones (2.7), (2.14), (2.15), (2.16) y (2.13). Para esto, se creará el programa *ubplatf*, cuyos argumentos serán L_p , d_p y la matriz U . El resultado se reúne en la matriz K .
- c) Se asumen valores de L , r y H . Aquellos con los que no se pueda encontrar solución a la ecuación (2.27) serán descartados. Se crearán los programas *ubicación_S2*, *ubicación_S3* y *ubicación_S4*, cuyos argumentos son L , r , H y K . Los resultados de cada uno de estos programas se almacenarán en las matrices $S2$, $S3$ y $S4$.

Se muestra el programa *ubicación_S2*, para los demás ver el anexo 4.

```

K ← ubplatf(a, Lpl, dpl) := b ←  $\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot (2 \cdot Lpl + dpl) - 120$ 
d ←  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot Lpl - b$ 
g ←  $\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot (2 \cdot Lpl + dpl)$ 
p ← 240
f ←  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (Lpl + dpl) - b$ 
xo ← 119.11
Lpaso ← 400
m ← rows(a)
n ← cols(a)
km-1,12 ← 0
for i ∈ 1..m-1
    ki,10 ← asin( $\left(\frac{a_{i,3} - a_{i,2}}{p}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$ )
    ki,0 ← ai,0
    ki,1 ← 0.5 · Lpaso - xo - ai,1 - b · cos( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,2 ← -0.5 · dpl
    ki,3 ← ai,2 - b · sin( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,4 ← 0.5 · Lpaso - xo - ai,1 + d · cos( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,5 ← -0.5 · (Lpl + dpl)
    ki,6 ← ai,2 + d · sin( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,7 ← 0.5 · Lpaso - xo - ai,1 + f · cos( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,8 ← -0.5 · Lpl
    ki,9 ← ai,2 + f · sin( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,11 ← 0.5 · Lpaso - xo - ai,1 + g · cos( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
    ki,12 ← ai,2 + g · sin( $k_{i,10} \cdot \frac{\pi}{180}$ )
k0,0 ← "Fr"
k0,1 ← "P2-x"
k0,2 ← "P2-y"
k0,3 ← "P2-z'"
k0,4 ← "P3-x"
k0,5 ← "P3-y"
k0,6 ← "P3-z'"
k0,7 ← "P4-x"
k0,8 ← "P4-y"
k0,9 ← "P4-z'"
k0,10 ← "δp"
k0,11 ← "Cx"
k0,12 ← "Cz"
k
    
```

```

S2 = ubicacion_S2(B,r,H,L) :=
m ← rows(B)
n ← cols(B)
k ← 0
for i ∈ 0..m-2
    k ← k + 1
    k_{i+1,0} ← B_{i+1,0}
    x_{p2} ← B_{i+1,1}
    y_{p2} ← B_{i+1,2}
    z_{p2} ← B_{i+1,3} + H
    a ← -277.13 - x_{p2}
    b ← -180 - y_{p2}
    A ← 2 · r · a ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  - 2 · r · b · 0.5
    C ← 2 · r · z_{p2}
    D ← a^2 + b^2 + z_{p2}^2
    θ_{2,1} ← acos( $\frac{L^2 - r^2 - D}{\sqrt{A^2 + C^2}}$ ) + atan( $\frac{A}{C}$ )
    θ_{2,2} ← -acos( $\frac{L^2 - r^2 - D}{\sqrt{A^2 + C^2}}$ ) + atan( $\frac{A}{C}$ )
    x_{S2,1} ← r · sin(θ_{2,1}) ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  - 277.13
    y_{S2,1} ← -r · sin(θ_{2,1}) · 0.5 - 180
    z_{S2,1} ← -r · cos(θ_{2,1})
    x_{S2,2} ← r · sin(θ_{2,2}) ·  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  - 277.13
    y_{S2,2} ← -r · sin(θ_{2,2}) · 0.5 - 180
    z_{S2,2} ← -r · cos(θ_{2,2})
    γ_{2,1} ← atan( $\frac{z_{p2} - z_{S2,1}}{x_{p2} - x_{S2,1}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    γ_{2,2} ← atan( $\frac{z_{p2} - z_{S2,2}}{x_{p2} - x_{S2,2}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    k_{i+1,1} ← x_{S2,1}
    k_{i+1,2} ← y_{S2,1}
    k_{i+1,3} ← z_{S2,1}
    if γ_{2,1} < 0
        k_{i+1,4} ← γ_{2,1} + 180
    else
        k_{i+1,4} ← γ_{2,1}
    k_{i+1,5} ← θ_{2,1} ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    k_{i+1,6} ←  $\sqrt{(x_{p2} - x_{S2,1})^2 + (y_{p2} - y_{S2,1})^2 + (z_{p2} - z_{S2,1})^2}$ 
    k_{i+1,7} ← acos( $\frac{((x_{p2} - x_{S2,1}) \cdot (-277.13 - x_{S2,1}) + (z_{p2} - z_{S2,1}) \cdot (-z_{S2,1}))}{\sqrt{(-z_{S2,1})^2 + (-277.13 - x_{S2,1})^2} \cdot \sqrt{(z_{p2} - z_{S2,1})^2 + (x_{p2} - x_{S2,1})^2}}$ ) ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    k_{i+1,8} ← x_{S2,2}
    k_{i+1,9} ← y_{S2,2}
    k_{i+1,10} ← z_{S2,2}
    if γ_{2,2} < 0
        k_{i+1,11} ← γ_{2,2} + 180
    else
        k_{i+1,11} ← γ_{2,2}
    k_{i+1,12} ← θ_{2,2} ·  $\frac{180}{\pi}$ 
    k_{i+1,13} ←  $\sqrt{(x_{p2} - x_{S2,2})^2 + (y_{p2} - y_{S2,2})^2 + (z_{p2} - z_{S2,2})^2}$ 

```

$$k_{i+1,14} \leftarrow \cos \left(\frac{((x_{P2} - x_{S2,2}) \cdot (-277.13 - x_{S2,2}) + (z_{P2} - z_{S2,2}) \cdot (-z_{S2,2}))}{\sqrt{(-z_{S2,2})^2 + (-277.13 - x_{S2,2})^2} \cdot \sqrt{(z_{P2} - z_{S2,2})^2 + (x_{P2} - x_{S2,2})^2}} \right) ;$$

$$k_{0,0} \leftarrow B_{0,0}$$

$$k_{0,1} \leftarrow "S2-1x"$$

$$k_{0,2} \leftarrow "S2-1y"$$

$$k_{0,3} \leftarrow "S2-1z"$$

$$k_{0,4} \leftarrow "\gamma 2-1"$$

$$k_{0,5} \leftarrow "\theta 2-1"$$

$$k_{0,6} \leftarrow "d1"$$

$$k_{0,7} \leftarrow "\psi 2-1"$$

$$k_{0,8} \leftarrow "S2-2x"$$

$$k_{0,9} \leftarrow "S2-2y"$$

$$k_{0,10} \leftarrow "S2-2z"$$

$$k_{0,11} \leftarrow "\gamma 2-2"$$

$$k_{0,12} \leftarrow "\theta 2-2"$$

$$k_{0,13} \leftarrow "d2"$$

$$k_{0,14} \leftarrow "\psi 2-2"$$

$$k$$

- d) Se estructura el programa *fuerzas*, cuyos argumentos son las matrices **K**, **S2**, **S3**, **S4**, la matriz de parámetros cinemáticos **PCM** y el factor C_0 . Este programa incluye el cálculo de la masa total con las expresiones (2.28), (2.29) y (2.30), la inercia total con las ecuaciones desde (2.31) hasta (2.40), el cálculo de las fuerzas para las dos soluciones de la ecuación (2.27) mediante las expresiones (2.41), (2.42), (2.43), (2.63), (2.64), (2.65) y (2.66); así como los torques de los motores con (2.67), (2.72), (2.73), (2.74), (2.75) y (2.76). Además, se incluye la descomposición de dichas fuerzas según el sistema $X_B - Y_B - Z_B$. Los resultados de dicho programa se almacenan en la matriz **fza**.

$$\begin{aligned}
 & \text{fuerzas}(Uin, Bx, Cx, Ex, PC, Co) := \\
 & m \leftarrow \text{rows}(PC) \\
 & F_{m-1,12} \leftarrow 0 \\
 & \text{for } i \in 1..m-1 \\
 & \quad \gamma_2 \leftarrow Bx_{i,4} \\
 & \quad \theta_2 \leftarrow Bx_{i,5} \\
 & \quad \psi_2 \leftarrow Bx_{i,7} \\
 & \quad \gamma_3 \leftarrow Cx_{i,11} \\
 & \quad \theta_3 \leftarrow Cx_{i,12} \\
 & \quad \psi_3 \leftarrow Cx_{i,14} \\
 & \quad \gamma_4 \leftarrow Ex_{i,11} \\
 & \quad \theta_4 \leftarrow Ex_{i,12} \\
 & \quad \psi_4 \leftarrow Ex_{i,14} \\
 & \quad \delta \leftarrow PC_{i,4} \\
 & \quad v_{S2P2} \leftarrow \begin{bmatrix} Uin_{i,1} - Bx_{i,1} \\ Uin_{i,2} - Bx_{i,2} \\ Uin_{i,3} - Bx_{i,3} \\ Uin_{i,4} - Cx_{i,8} \\ Uin_{i,5} - Cx_{i,9} \\ Uin_{i,6} - Cx_{i,10} \\ Uin_{i,7} - Ex_{i,8} \\ Uin_{i,8} - Ex_{i,9} \\ Uin_{i,9} - Ex_{i,10} \end{bmatrix} \\
 & \quad v_{S3P3} \leftarrow \begin{bmatrix} Uin_{i,1} + Bx_{i,1} \\ 0 \\ Uin_{i,3} + Bx_{i,3} \\ Uin_{i,4} + Cx_{i,8} \\ 0 \\ Uin_{i,6} + Cx_{i,10} \\ Uin_{i,7} + Ex_{i,8} \\ 0 \\ (-277.13 + Bx_{i,1}) \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad v_{S4P4} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Bx_{i,3} \\ (-17.32 + Cx_{i,8}) \\ 0 \\ Cx_{i,10} \\ (294.45 + Ex_{i,8}) \\ 0 \\ Ex_{i,10} \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad G_{AB} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Uin_{i,3} + Bx_{i,3} \\ Uin_{i,4} + Cx_{i,8} \\ 0 \\ Uin_{i,6} + Cx_{i,10} \\ Uin_{i,7} + Ex_{i,8} \\ 0 \\ (-277.13 + Bx_{i,1}) \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad G_{CD} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Uin_{i,3} + Bx_{i,3} \\ Uin_{i,4} + Cx_{i,8} \\ 0 \\ Uin_{i,6} + Cx_{i,10} \\ Uin_{i,7} + Ex_{i,8} \\ 0 \\ (-277.13 + Bx_{i,1}) \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad G_{EF} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Uin_{i,3} + Bx_{i,3} \\ Uin_{i,4} + Cx_{i,8} \\ 0 \\ Uin_{i,6} + Cx_{i,10} \\ Uin_{i,7} + Ex_{i,8} \\ 0 \\ (-277.13 + Bx_{i,1}) \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad G_{O1A} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Bx_{i,3} \\ (-17.32 + Cx_{i,8}) \\ 0 \\ Cx_{i,10} \\ (294.45 + Ex_{i,8}) \\ 0 \\ Ex_{i,10} \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad G_{O2C} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Bx_{i,3} \\ (-17.32 + Cx_{i,8}) \\ 0 \\ Cx_{i,10} \\ (294.45 + Ex_{i,8}) \\ 0 \\ Ex_{i,10} \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad G_{O3E} \leftarrow \begin{bmatrix} 0 \\ Bx_{i,3} \\ (-17.32 + Cx_{i,8}) \\ 0 \\ Cx_{i,10} \\ (294.45 + Ex_{i,8}) \\ 0 \\ Ex_{i,10} \end{bmatrix} \cdot 0.5 \\
 & \quad u'_{S2P2} \leftarrow \frac{v_{S2P2}}{\|v_{S2P2}\|} \\
 & \quad u'_{S3P3} \leftarrow \frac{v_{S3P3}}{\|v_{S3P3}\|} \\
 & \quad u'_{S4P4} \leftarrow \frac{v_{S4P4}}{\|v_{S4P4}\|} \\
 & \quad l_{AB} \leftarrow \sqrt{(G_{AB,0} - Uin_{i,11})^2 + (G_{AB,2} - Uin_{i,12})^2} \\
 & \quad l_{CD} \leftarrow \sqrt{(G_{CD,0} - Uin_{i,11})^2 + (G_{CD,2} - Uin_{i,12})^2} \\
 & \quad l_{EF} \leftarrow \sqrt{(G_{EF,0} - Uin_{i,11})^2 + (G_{EF,2} - Uin_{i,12})^2} \\
 & \quad r_{O1A} \leftarrow \sqrt{(G_{O1A,0} - Uin_{i,11})^2 + (G_{O1A,2} - Uin_{i,12})^2} \\
 & \quad r_{O2C} \leftarrow \sqrt{(G_{O2C,0} - Uin_{i,11})^2 + (G_{O2C,2} - Uin_{i,12})^2} \\
 & \quad r_{O3E} \leftarrow \sqrt{(G_{O3E,0} - Uin_{i,11})^2 + (G_{O3E,2} - Uin_{i,12})^2} \\
 & \quad m_{man} \leftarrow \frac{(r+40)}{1000} \cdot 0.04 \cdot 0.01 \cdot 7850 \\
 & \quad m_{bar} \leftarrow \pi \cdot 2700 \cdot 0.25 \cdot 0.030^2 \cdot \frac{L}{1000} \\
 & \quad M_C \leftarrow 1.1 \cdot (6.762 + 3.024 + 2.18 + 6 \cdot (m_{man} + m_{bar})) \\
 & \quad I_{AB_G} \leftarrow .25 \cdot m_{bar} \cdot \left(0.015^2 + \frac{\left(\frac{L}{1000}\right)^2}{3} \right) \\
 & \quad I_{AB} \leftarrow I_{AB_G} + m_{bar} \cdot \left(\frac{l_{AB}}{1000}\right)^2 \\
 & \quad I_{CD} \leftarrow I_{AB_G} + m_{bar} \cdot \left(\frac{l_{CD}}{1000}\right)^2 \\
 & \quad I_{EF} \leftarrow I_{AB_G} + m_{bar} \cdot \left(\frac{l_{EF}}{1000}\right)^2 \\
 & \quad I_{O1A_G} \leftarrow \frac{m_{man}}{12} \cdot \left(\left(\frac{r+40}{1000}\right)^2 + 0.04^2 \right) \\
 & \quad I_{O1A} \leftarrow I_{O1A_G} + m_{man} \cdot \left(\frac{r_{O1A}}{1000}\right)^2 \\
 & \quad I_{O2C} \leftarrow I_{O1A_G} + m_{man} \cdot \left(\frac{r_{O2C}}{1000}\right)^2 \\
 & \quad I_{O3E} \leftarrow I_{O1A_G} + m_{man} \cdot \left(\frac{r_{O3E}}{1000}\right)^2 \\
 & \quad I_G \leftarrow 1.1 \cdot (1.864 + .0041 + .02856 + 2 \cdot (I_{O1A} + I_{O2C} + I_{O3E} + I_{AB} + I_{CD} + I_{EF})) \\
 & \quad b \leftarrow \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot (2 \cdot Lp + dp) - 120
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d \leftarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot Lp - b \\
 & g \leftarrow \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot (2 \cdot Lp + dp) \\
 & f \leftarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (Lp + dp) - b \\
 & Q \leftarrow -(b+g) \cdot \left(\sin\left(\gamma_2 - \delta\right) \cdot \frac{\pi}{180} \right) \cdot \frac{1}{1000} \\
 & W \leftarrow (d-g) \cdot \left(\sin\left(\gamma_3 - \delta\right) \cdot \frac{\pi}{180} \right) \cdot \frac{1}{1000} \\
 & \tilde{N} \leftarrow (f-g) \cdot \left(\sin\left(\gamma_4 - \delta\right) \cdot \frac{\pi}{180} \right) \cdot \frac{1}{1000} \\
 & A \leftarrow \begin{bmatrix} \cos\left(\gamma_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) & \cos\left(\gamma_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) & \cos\left(\gamma_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \\ \sin\left(\gamma_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) & \sin\left(\gamma_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) & \sin\left(\gamma_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \end{bmatrix} \\
 & \quad \begin{matrix} Q \\ W \\ \tilde{N} \end{matrix} \\
 & Z \leftarrow \begin{bmatrix} M_G \cdot Co \cdot PC_{i,2} \\ M_G \cdot Co \cdot PC_{i,3} + M_G \cdot 9.81 \\ I_G \cdot Co \cdot PC_{i,1} \end{bmatrix} \\
 & X \leftarrow A^{-1} \cdot Z \\
 & D \leftarrow \left(\frac{dp}{2}\right)^2 + \left(\frac{Lp}{2}\right)^2 + \left(\frac{dp+Lp}{2}\right)^2 \\
 & Mw \leftarrow 43659.5 \\
 & F_{M2W} \leftarrow Mw \cdot \frac{dp}{4 \cdot D \cdot u'_{S2P2,0}} \\
 & F_{M3W} \leftarrow Mw \cdot \frac{Lp}{4 \cdot D \cdot u'_{S3P3,0}} \\
 & F_{M4W} \leftarrow Mw \cdot \frac{dp+Lp}{4 \cdot D \cdot u'_{S4P4,0}} \\
 & F_1 \leftarrow \left(\frac{X_{0,0}}{\sin\left(\text{acos}\left(u'_{S2P2,0}\right)\right)} \cdot 0.5 \right) - F_{M2W} \\
 & F_2 \leftarrow \left(\frac{X_{0,0}}{\sin\left(\text{acos}\left(u'_{S2P2,0}\right)\right)} \cdot 0.5 \right) + F_{M2W} \\
 & F_3 \leftarrow \left(\frac{X_{1,0}}{\sin\left(\text{acos}\left(u'_{S3P3,0}\right)\right)} \cdot 0.5 \right) + F_{M3W} \\
 & F_6 \leftarrow \left(\frac{X_{1,0}}{\sin\left(\text{acos}\left(u'_{S3P3,0}\right)\right)} \cdot 0.5 \right) - F_{M3W} \\
 & F_4 \leftarrow \left(\frac{X_{2,0}}{\sin\left(\text{acos}\left(u'_{S4P4,0}\right)\right)} \cdot 0.5 \right) + F_{M4W} \\
 & F_5 \leftarrow \left(\frac{X_{2,0}}{\sin\left(\text{acos}\left(u'_{S4P4,0}\right)\right)} \cdot 0.5 \right) - F_{M4W} \\
 & T_1 \leftarrow F_1 \cdot r \cdot \sin\left(\psi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 0.001 \\
 & T_2 \leftarrow F_2 \cdot r \cdot \sin\left(\psi_2 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 0.001 \\
 & T_3 \leftarrow F_3 \cdot r \cdot \sin\left(\psi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 0.001 \\
 & T_6 \leftarrow F_6 \cdot r \cdot \sin\left(\psi_3 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 0.001 \\
 & T_5 \leftarrow F_5 \cdot r \cdot \sin\left(\psi_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 0.001 \\
 & T_4 \leftarrow F_4 \cdot r \cdot \sin\left(\psi_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) \cdot 0.001 \\
 & F_{0,0} \leftarrow "Fr" \\
 & F_{0,1} \leftarrow "F1" \\
 & F_{0,2} \leftarrow "F2" \\
 & F_{0,3} \leftarrow "F3" \\
 & F_{0,4} \leftarrow "F4" \\
 & F_{0,5} \leftarrow "F5" \\
 & F_{0,6} \leftarrow "F6" \\
 & F_{0,7} \leftarrow "T1" \\
 & F_{0,8} \leftarrow "T2" \\
 & F_{0,9} \leftarrow "T3" \\
 & F_{0,10} \leftarrow "T4" \\
 & F_{0,11} \leftarrow "T5" \\
 & F_{0,12} \leftarrow "T6" \\
 & F_{i,0} \leftarrow PC_{i,0} \\
 & F_{i,1} \leftarrow F_1 \\
 & F_{i,2} \leftarrow F_2 \\
 & F_{i,3} \leftarrow F_3 \\
 & F_{i,4} \leftarrow F_4 \\
 & F_{i,5} \leftarrow F_5 \\
 & F_{i,6} \leftarrow F_6 \\
 & F_{i,7} \leftarrow T_1 \\
 & F_{i,8} \leftarrow T_2 \\
 & F_{i,9} \leftarrow T_3 \\
 & F_{i,10} \leftarrow T_4 \\
 & F_{i,11} \leftarrow T_5 \\
 & F_{i,12} \leftarrow T_6 \\
 & F
 \end{aligned}$$

2.10.4. Ángulo de variación de articulación esférica

Un punto importante es conocer el ángulo máximo de variación que se puede obtener durante la simulación de la marcha. Para ello, se definirá preliminarmente que la articulación está conformada por un aro que gira libre de restricciones sobre una esfera [6]. En adición, se definirán sistemas coordenados móviles $\{S_i\}$ que giran según la orientación de la manivela de la siguiente manera:

- Traslación: Del origen en B_i hacia S_i .
- Rotación: Giro del eje X_{B_i} un ángulo $-\theta_i$.

De (2.1) y de la tabla 2.6, se tienen los valores de las matrices R_i que transforman los sistemas $\{B_i\}$ en $\{B_a\}$. Para conseguir los sistemas móviles $\{S_i\}$ es preciso definir la matriz genérica R_{S_i} , según las consideraciones descritas.

$$R_{S_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(-\theta_i) & \cos(-\theta_i) & -r \cdot \sin(-\theta_i) \\ 0 & -\cos(-\theta_i) & \sin(-\theta_i) & -r \cdot \cos(-\theta_i) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

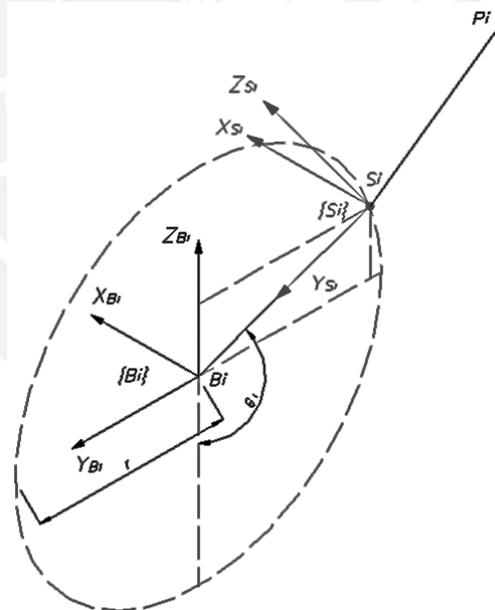


Figura 2. 29. Sistema coordenado $\{S_i\}$ obtenido a partir de $\{B_i\}$.

El ángulo θ_i se halla con (2.27) en los programas *ubicación_S2*, *ubicación_S3* y *ubicación_S4*. El vector $\overrightarrow{S_i P_i}$ respecto al sistema fijo se calcula al restar los vectores $\overrightarrow{P_i} - \overrightarrow{S_i}$, hallados con los tres programas anteriores y la matriz K . Dicho vector también se puede calcular respecto a los sistemas móviles mediante una posmultiplicación de las inversas de las matrices R_{S_i} y R_i .

$$\overline{S_i P_{i\{S_j\}}} = \mathbf{R}_{S_i}^{-1} * (\mathbf{R}_i^{-1} * \overline{S_i P_{i\{Ba\}}}) \quad (2.78)$$

Durante la simulación de la marcha, el vector $\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}$ formará ángulos con los ejes $X_{S_i} - Y_{S_i} - Z_{S_i}$. En la figura 2.30 se describen dichos ángulos los que son de interés para determinar la máxima oscilación a desarrollar durante la simulación para la longitud de paso de 400 mm.

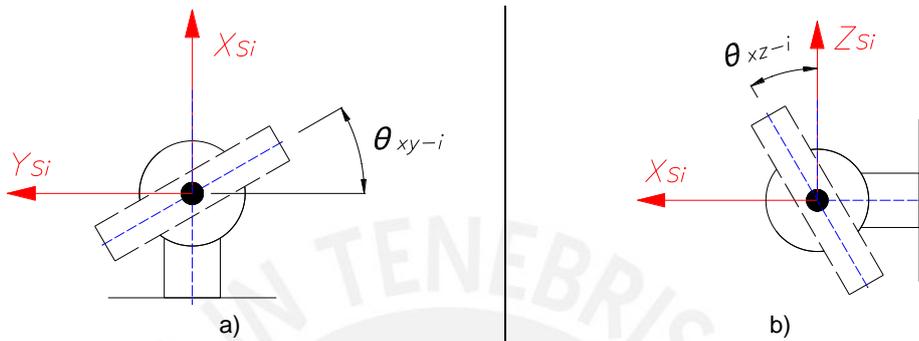


Figura 2. 30. Ángulos de variación a calcular: a) θ_{xy-i} y b) θ_{xz-i} .

Los ángulos de variación se obtienen con las coordenadas del vector $\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}$:

$$\theta_{xy-i} = \sin^{-1} \left(\frac{X_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}}}{\sqrt{X_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}^2 + Y_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}^2}}}} \right) \quad (2.79)$$

$$\theta_{xz-i} = \sin^{-1} \left(\frac{X_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}}}{\sqrt{X_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}^2 + Z_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}^2}}}} \right) \quad (2.80)$$

También se calculará el ángulo de rotación de dicho vector respecto al eje X que será de utilidad más adelante.

$$\theta_{zy-i} = \sin^{-1} \left(\frac{X_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}}}{\sqrt{X_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}^2 + Y_{\overline{S_i P_{i\{S_j\}}}^2}}}} \right) \quad (2.81)$$

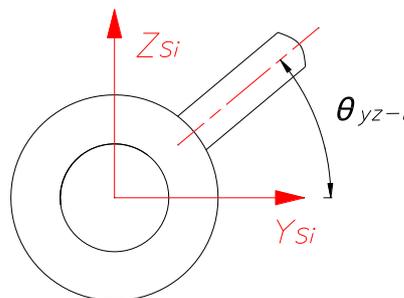


Figura 2. 31. Ángulo de variación en plano $Y - Z$.

Se programará el algoritmo *angulo_rotula* con el que se calculan los valores de los ángulos, con las expresiones (2.79), (2.80) y (2.81), y que tiene como argumentos a las posiciones de los vectores \mathbf{B} , \mathbf{D} , \mathbf{F} y los vértices de la plataforma, almacenados en la matriz \mathbf{K} (ambos referidos al sistema $X_B - Y_B - Z_B$).

En vista de que los vectores y matrices están en función de las variables r , H , L_p , dp y L , se determinarán los valores de cada una mediante un proceso iterativo que se basará en lo siguiente:

- Lista de exigencias expuestos en la tabla 2.2.
- La relación entre las dimensiones de la plataforma está descrita según la expresión (2.82). La demostración se expone en el anexo 5.

$$L_p \leq \frac{960 - d_p}{2} \quad (2.82)$$

- Dada una combinación de valores para r , H , L_p y dp , la longitud de la barra (L) debe encontrarse entre dos límites para que la ecuación (2.27) tenga solución:

$$-\sqrt{V^2 + W^2} + U \leq L^2 \leq \sqrt{V^2 + W^2} + U \quad (2.83)$$

Este rango de valores es el primer paso en la iteración, debido a que delimita los valores posibles de L para una combinación dada a cada *frame* de la marcha. El método de cálculo se desarrolla en *verificacion_L* (anexo 6).

- Máximo valor de los ángulos de oscilación: $\pm 60^\circ$.
- La combinación que arroje como resultado para los *frames* estudiados valores de torques mayores a 110 Nm serán rechazados.

Con el objetivo de agilizar el proceso iterativo, se elaboró el algoritmo *check_angulo*, que tiene como argumentos r , H , L_p y dp . Éste programa halla los mayores valores de los ángulos con *angulo_rotula*, verifica cuál de estos están en el rango deseado, así como también calcula el torque máximo. Para ello, mantiene constante el valor de r mientras que los demás valores varían en un rango determinado en dicho programa (por ejemplo ± 10). De encontrarse una combinación cuyos ángulos en todas las articulaciones esféricas sean menores a la condición anteriormente expuesta, se presenta la combinación y los valores máximos del torque. Ambos programas se muestran en los anexos 7 y 8.

Las iteraciones se exponen en el anexo 9. El menor ángulo conseguido es 57° y la combinación de valores es la siguiente:

$d_p = 200$ | $L_p = 358$ | $r = 105$ | $H = 482$ | $L = 569$

La variación de las fuerzas internas en las barras y de los torques de los motores para cada frame de marcha se visualizan en las figuras 2.32 y 2.33.

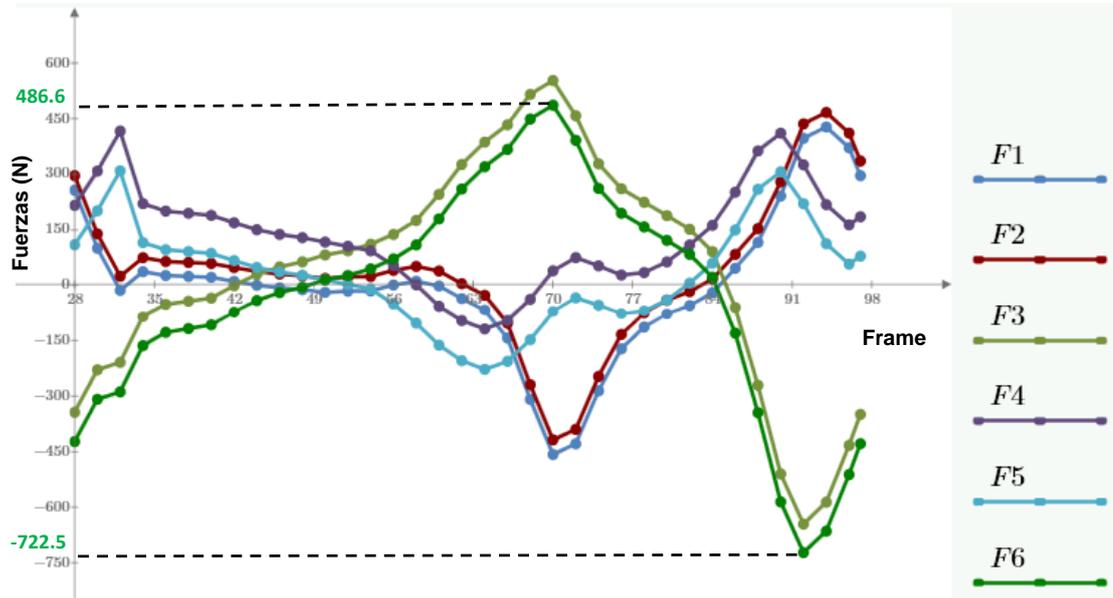


Figura 2. 32. Variación de fuerzas internas en las barras vs frame de marcha.

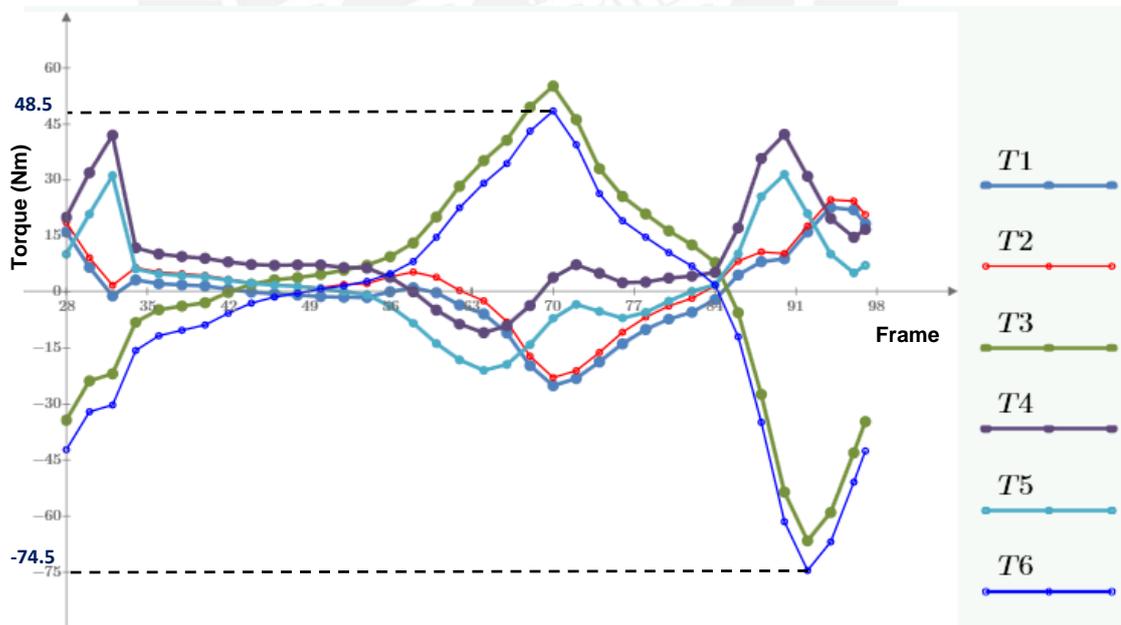


Figura 2. 33. Variación del torque vs frame de marcha.

CAPÍTULO 3

DISEÑO MECÁNICO

En este capítulo, se expondrán los cálculos necesarios para diseñar y/o seleccionar los componentes del rehabilitador de marcha en base a los resultados del análisis de cargas desarrollado en el capítulo anterior.

3.1. Lista de componentes

Los componentes a diseñar se muestran en la figura siguiente:

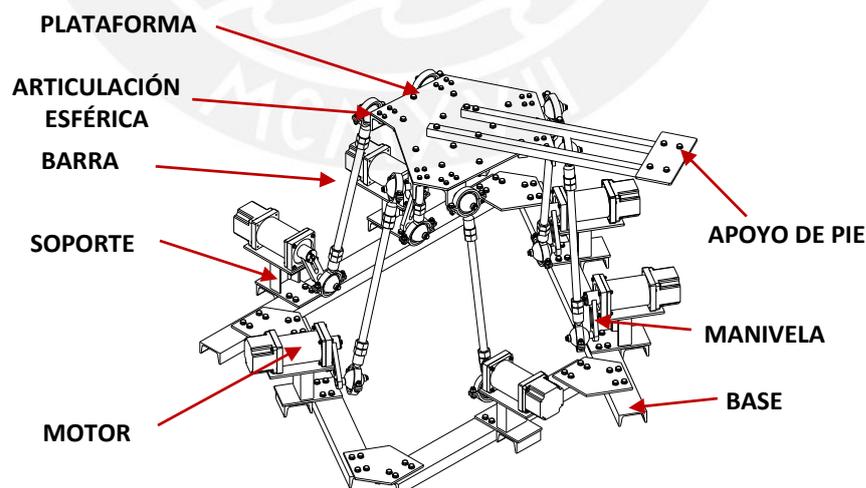


Figura 3. 1. Ensamblaje del rehabilitador de marcha

En esta parte se utilizará la teoría existente para el diseño de elementos de máquinas al tener como sollicitación los resultados del cálculo de las fuerzas internas de las barras según los ejes $X_B - Y_B - Z_B$ y los valores de los torques en los motores para

cada *frame*. Adicionalmente, en el caso del diseño de la plataforma y del perfil de apoyo es necesario descomponer dichas fuerzas según un sistema de coordenadas conformado por el plano de la plataforma y el vector perpendicular a éste. Para tal fin, se utilizará una matriz de transformación según los ángulos de Euler que establece giros en los tres ejes coordenados [1]:

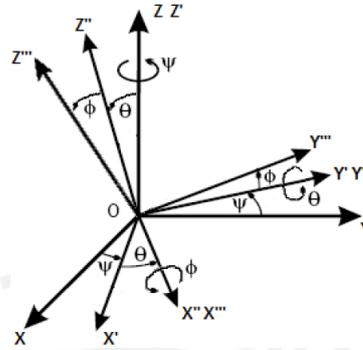


Figura 3. 2. Ángulos de Euler [1].

La matriz de rotación de Euler es obtenido al posmultiplicar las rotaciones [1]:

$$\mathbf{R}_{Z,\psi} \mathbf{R}_{Y',\theta} \mathbf{R}_{X'',\phi} = \mathbf{R}_{\psi,\theta,\phi} = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} C\psi \cdot C\theta & C\psi \cdot S\theta \cdot S\phi - S\psi \cdot C\phi & S\psi \cdot S\phi + C\psi \cdot S\theta \cdot C\phi \\ S\psi \cdot C\theta & C\psi \cdot C\phi + S\psi \cdot S\theta \cdot S\phi & S\psi \cdot S\theta \cdot C\phi - C\psi \cdot S\phi \\ -S\theta & C\theta \cdot S\phi & C\theta \cdot C\phi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Donde: C: coseno y S: seno. Los giros se determinan a continuación:

- Giro en eje Y_B : Ángulo δ_P .
- Giro en eje Z_B : Varía según los puntos de la plataforma de tal forma que el eje X'_{iP} (i : de 1 a 6) esté alineado con el eje del apoyo de la articulación esférica.

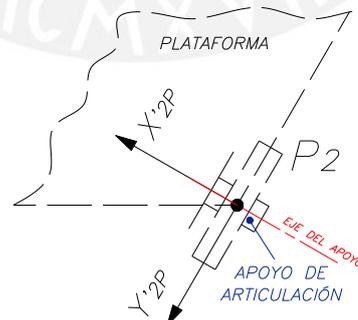


Figura 3. 3. Eje X'_{2P} alineado con el eje de apoyo de la articulación.

i	Ángulo en Z_B
1	-60°
2	60°
3 y 4	120°
5 y 6	-120°

Los sistemas coordenados transformados $\{P_i\}$ se aprecian en las figuras siguientes:

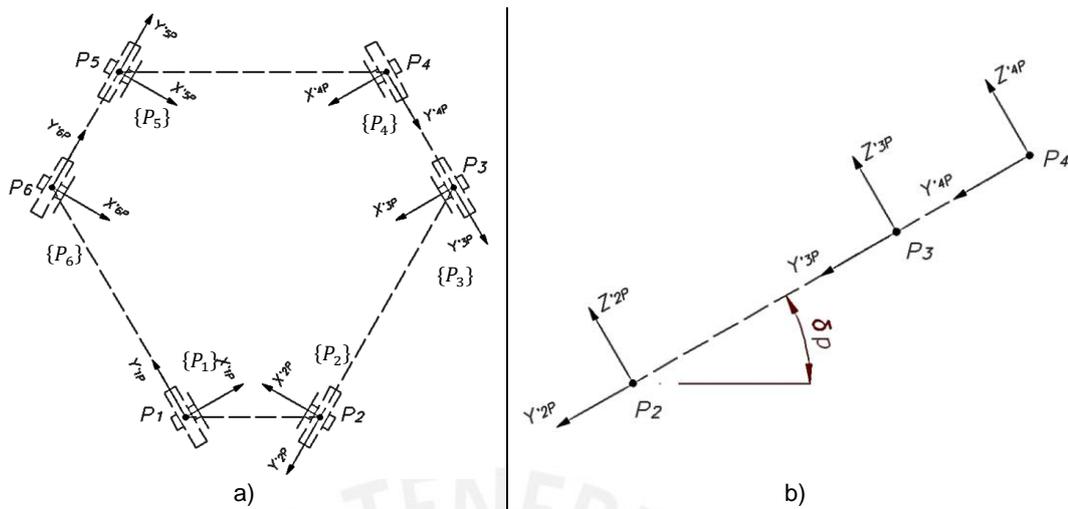


Figura 3. 4. a) Sistemas de coordenadas transformados. b) Orientación de la plataforma.

Las fuerzas descompuestas según el sistema de coordenadas transformado $\{P_i\}$ se calculan al multiplicar la inversa de la matriz de transformación y las fuerzas según el sistema de coordenadas fijo:

$$\vec{F}_{i-Pi} = R_{Pi-B}^{-1} * \vec{F}_{i-B} \tag{3.2}$$

Con lo anterior, se elaborará el programa *descomp_fuerza_platf* (anexo 10) que tiene como argumentos las matrices **K** y **fza**. Los resultados se almacenan en la matriz **dfza**. Los valores de \vec{F}_{i-B} fueron calculados en el capítulo 2 con (2.66).

3.2. Articulación esférica

3.2.1. Dimensionamiento de articulación

Según 2.10.5, el mayor ángulo que se desarrollará en este componente es 58° . Sin embargo, para disponer de una mayor flexibilidad se trabajará con un valor de 60° . En aquel apartado, se consideró a la articulación como ideal; es decir, sin restricción en el giro. No obstante, en realidad dicho ángulo está afectado por la colisión del aro con el eje de apoyo; por lo cual, se tiene un ángulo efectivo (θ_{ef}) que depende del ancho del aro (a), que gira sobre la esfera ($\varnothing 2Re$), y el diámetro del eje de apoyo ($\varnothing n$) [6]. En la figura 3.5, se muestran aquellos parámetros que pueden ser relacionados con las expresiones siguientes:

$$m = \sqrt{Re^2 - \left(\frac{n}{2}\right)^2} \tag{3.3}$$

$$\theta_a = \sin^{-1}\left(\frac{a}{Re}\right) \tag{3.4}$$

$$\theta_n = \tan^{-1}\left(\frac{n}{2m}\right) \tag{3.5}$$

$$\theta_{ef} = 60^\circ = 90^\circ - (\theta_a + \theta_n) \tag{3.6}$$

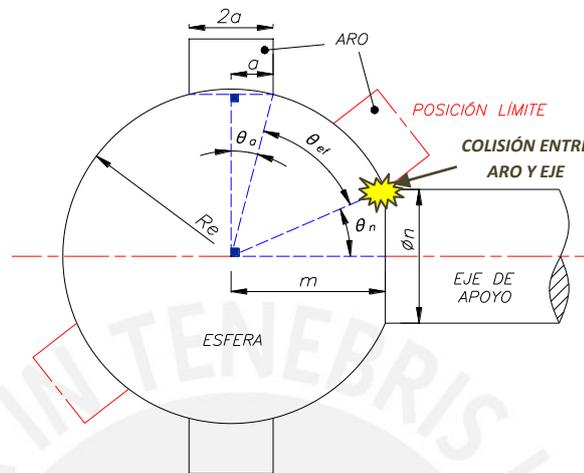


Figura 3. 5. Ángulo efectivo de variación. En línea discontinua: Posición límite colisión aro-eje.

Debido a que el aro desliza sobre la esfera es necesario considerar la lubricación entre ambos elementos. Con el fin de evitar contaminación al ambiente de trabajo (tabla 2.2), el material para el aro será bronce sinterizado con impregnación en aceite cuya propiedad es ser autolubricante. Por lo anterior y según la norma ASTM B438 (anexo 11), el esfuerzo admisible de este material depende de la velocidad (en m/s) del eje.

Shaft Velocity, ft/min [m/s]	Permissible Loads, psi [MPa]			
	Grades 1, 2, and 3			
	Type I	Type II	Type III	Type IV
Slow and intermittent	3200 [22]	4000 [28]	4000 [28]	4000 [28]
25 [0.125]	2000 [14]	2000 [14]	2000 [14]	2000 [14]
50 to 100 [0.25–0.50], incl	500 [3.4]	550 [3.9]	550 [3.9]	550 [3.9]
Over 100 to 150 [0.50–0.75], incl	325 [2.2]	365 [2.5]	365 [2.5]	365 [2.5]
Over 150 to 200 [0.75–1.00], incl	250 [1.7]	280 [1.9]	280 [1.9]	280 [1.9]
Over 200 [1.00]	A	A	A	A

Figura 3. 6. Esfuerzo máximo a soportar por bronce sinterizado (anexo 11).

En este caso, es el aro el que gira respecto al eje de apoyo por lo que se calculará la velocidad rotacional del eje y con este, la velocidad lineal. Con las ecuaciones (2.79), (2.80) y (2.81), se puede escribir la orientación de la barras en el espacio de la siguiente manera:

$$\theta_{barra} = (\theta_{xy-i}, \theta_{xz-i}, \theta_{yz-i}) \tag{3.7}$$

Si se deriva la expresión anterior respecto al tiempo, se obtiene la velocidad angular de la barra:

$$\omega_{barra} = (\omega_{xy-i}, \omega_{xz-i}, \omega_{yz-i}) \quad (3.8)$$

Los ángulos se obtienen con el programa *angulo_rotula* y se distribuyen en un gráfico de dispersión versus tiempo, donde se seleccionará aquel gráfico con los valores más altos. Para obtener las funciones de variación de los ángulos en la marcha, estos se relacionarán mediante una línea de tendencia expresada como una función de cuarto grado.

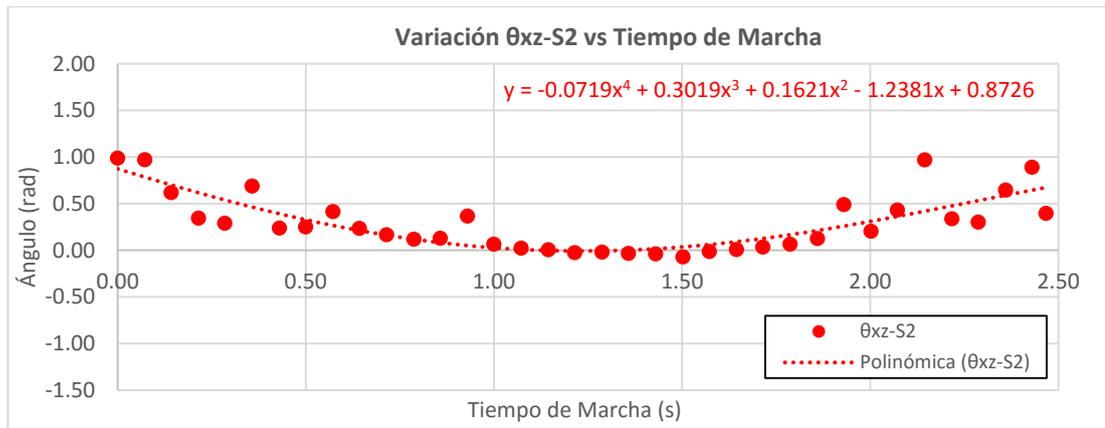


Figura 3. 7. Variación del ángulo θ_{xz-S2} en función del tiempo de marcha.

La relación entre el ángulo θ_{xz-S2} y el tiempo de marcha queda expresado de la siguiente manera:

$$\theta_{xz-S2} = -0.0719t^4 + 0.3019t^3 + 0.1621t^2 - 1.2381t + 0.8726 \quad (3.9)$$

Al derivar (3.9) se obtiene la variación de la velocidad durante el tiempo de marcha.

$$\omega_{xz-S2} = -0.2876t^3 + 0.9057t^2 + 0.3242t - 1.2381 \quad (3.10)$$

El mismo procedimiento es aplicado para los demás ángulos con los que se calcula el módulo de la velocidad angular durante el tiempo de marcha. La velocidad máxima en m/s se halla mediante la multiplicación del máximo módulo de la velocidad angular con el radio de la esfera.

$$v_{max} = \omega_{max} * Re \quad (3.11)$$

Los valores de los ángulos y velocidades durante la marcha se muestran en el anexo 12, donde se observa máximos valores en S2 (máximo módulo = 4.16 rad/s). Para el cálculo de esta articulación, se variarán las dimensiones *Re*, *a*, *n* y *m* con los que se

halla el ángulo efectivo θ_{ef} . Por otra parte, es necesario calcular que la esfera resista el aplastamiento producto de la carga axial de la barra que se calcula al dividir la fuerza máxima (figura 2.27) entre el área proyectada por el aro.

$$p_{apl} = \frac{F_{max}}{(2Re)(2a)} = \frac{F_{max}}{4aRe} \quad (3.12)$$

Por teoría, el esfuerzo actuante (σ_{eq}) debe ser menor o igual al esfuerzo admisible (σ_{Adm}); el cual se halla dividiendo el esfuerzo límite (σ_{Lim}) entre el factor de seguridad (FS) [22].

$$\sigma_{eq} \leq \sigma_{Adm} = \frac{\sigma_{Lim}}{FS} \quad (3.13)$$

En este caso, el esfuerzo límite se escoge de la figura 3.6 según la velocidad máxima determinada con (3.11) y se considerará un FS igual a 2. En la tabla 3.1, se muestran las iteraciones donde se seleccionan los siguientes valores:

$$Re = 27 \quad | \quad a = 5 \quad | \quad n = 18 \quad | \quad m = 25.5$$

Tabla 3. 1. Resultados de iteración

Re (mm)	22	25	25	26	27	27	28	30	32
a (mm)	5	5	5	5	5	5	5	6	6
n (mm)	12	14	15	16	18	19	19	18	20
m (mm)	21	24	24	25	25.5	25.3	26.3	29	30
θ_{ef} (°)	61.0	62.2	61.0	61.0	59.9	58.7	61.0	61.0	61.0
ω_{max} (rad/s)	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69
v_{max} (m/s)	0.081	0.092	0.092	0.096	0.100	0.100	0.103	0.103	0.118
F_{max} (N)	722.5	722.5	722.5	722.5	722.5	722.5	722.5	722.5	722.5
p_{apl} (MPa)	1.80	1.45	1.45	1.39	1.34	1.34	1.17	1.0	1.0
σ_{eq} (MPa)	7	7	7	7	7	7	7	7	7

Para tener facilidad en el montaje, el aro de esta articulación consistirá de dos mitades (o medias lunas) alojadas en soportes superior e inferior que están unidos por pernos.

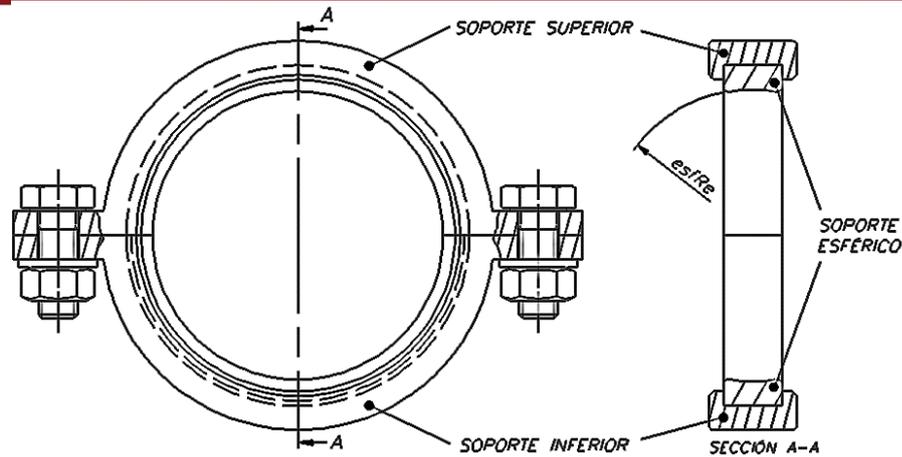


Figura 3. 8. Articulación esférica formada por dos media lunas

3.2.2. Cálculo unión atornillada

A continuación se procederá con el cálculo de los pernos de unión de las medias lunas el cual se basará en las teorías descritas por Budynas [5] y Paulsen [17]. El primer paso consiste en calcular las constantes de rigidez del tornillo y de la placa para lo cual se requieren los diámetros y longitudes de cada una de las secciones del perno [17]. Luego se procede a verificar la resistencia de las placas por aplastamiento y la resistencia del perno durante el ajuste y a carga estática. Finalmente, se verifica la resistencia del perno en fatiga, en vista de que la carga en las barras es tipo oscilante alternante (ver 2.10.4).

El cálculo detallado de esta unión se desarrolla en el anexo 13. El perno seleccionado es un M8x25 de grado 12.9 según DIN 933. Las dimensiones finales de la articulación se presentan en el plano respectivo.

3.2. Barra de transmisión

La forma propuesta del elemento es una barra lisa con dos extremos roscados que sirven para unir este componente con las articulaciones esféricas previamente diseñadas.



Figura 3. 9. Fuerza actuante en barra de transmisión

La mayor fuerza axial ocurre en la barra 6 (ver figura 2.32). En vista de que dicha fuerza varía durante la marcha, se analizará la resistencia del roscado bajo carga estática y fluctuante.

$$F_{6_i} = -722.5 \text{ N}$$

$$F_{6_s} = 486.6 \text{ N}$$

$$F_{6_a} = \frac{486.6 + 722.5}{2} = 604.6 \text{ N}$$

$$F_{6_m} = \frac{486.6 - 722.5}{2} = -117.9 \text{ N}$$

El cálculo de resistencia de este elemento se va a centrar en el comportamiento tanto de la rosca y de la sección circular transversal de la barra. La unión entre la barra de transmisión y la articulación se logra al ajustar la segunda con una tuerca hexagonal.

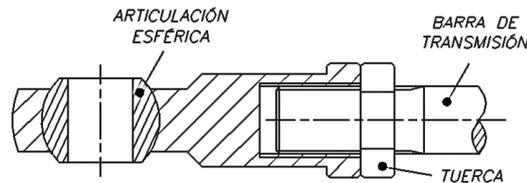


Figura 3.10. Esquema de montaje

3.2.3. Verificación del roscado

El diseño se basará en la teoría existente para tornillos de potencia, con la salvedad de que este elemento no cuenta con una tuerca que deslice sobre su eje. Los casos de esfuerzos a analizar son presión de aplastamiento, flexión y corte en la raíz de la rosca y esfuerzo de tracción en el cuerpo.

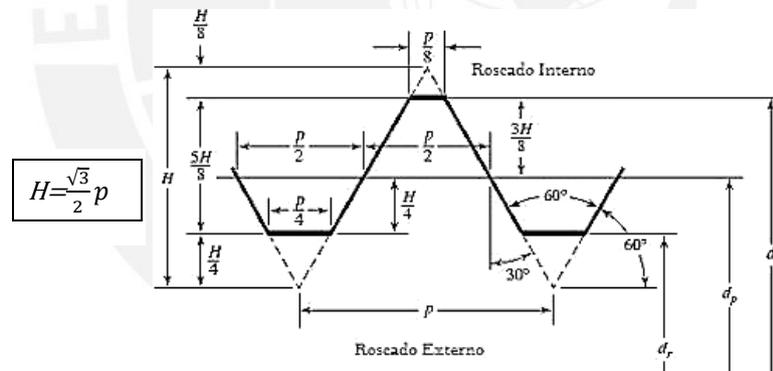


Figura 3.11. Dimensiones principales de un roscado [5]

La fuerza aplicada en la zona roscada se presenta en la figura 3.12 como una carga distribuida de valor w_r que actúa en el diámetro raíz (d_m). La presión de aplastamiento se calcula de la siguiente manera.

$$p_{apl} = \frac{F_{i_s}}{\pi d_r n_t h_r} \tag{3.14}$$

Para un roscado externo M20 de hilo corriente con paso (p) igual a 2.5 mm, los parámetros de la ecuación anterior tienen los siguientes valores.

$$h_r = 1.36 \text{ mm.}$$

$$d_r = 20.31 \text{ mm.}$$

$$b_r = 2.19 \text{ mm.}$$

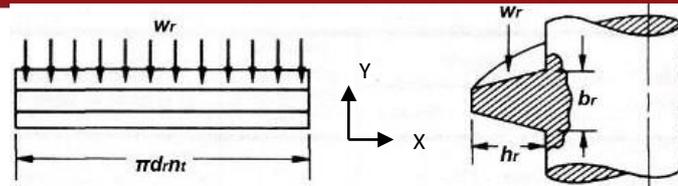


Figura 3. 12. Fuerzas en la rosca²⁰

Según Shigley el caso crítico para el cálculo de la parte roscada consiste en considerar que el 0,38 de la fuerza aplicada la soporta sólo un hilo ($n_t = 1$). Reemplazando en (2.29) la fuerza mayor del gráfico 2.32:

$$p_{apl} = \frac{0,38 * 755.2}{\pi(20.31)(1)(1.36)} = 3.3 \text{ MPa}$$

Se tomará como presión admisible la presión máxima recomendada por Shigley para tornillos de potencia a bajas velocidades²¹, cuyo valor es 17.9 MPa²². Dividiendo este valor con la presión de aplastamiento, resulta en un factor de seguridad de 5.4, valor que indica una gran resistencia de la rosca frente al aplastamiento.

En otra parte, para el análisis por flexión se considerará la rosca como una viga empotrada según la figura 3.12, cuya sección en dicho empotramiento presenta dos puntos críticos a analizar: uno en el extremo (1) y otro en el eje neutro (2).

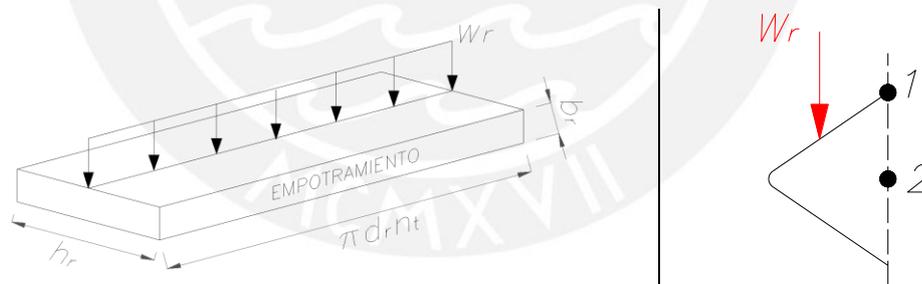


Figura 3. 13. Esquema de rosca como viga empotrada y puntos a analizar

Por otro lado, el esfuerzo normal debido a carga axial se calcula con lo siguiente [5]:

$$\sigma_{n-r} = -\frac{4F_{i,s}}{\pi d_r^2} \tag{3.15}$$

Para determinar cuál punto es el que soportar más esfuerzos, se empleará el esfuerzo equivalente por von Misses [5].

²⁰ Imagen extraída de <http://www.fing.edu.uy/iimpi/academica/grado/elemmaq/teorico/TornilloDePotencia2007.PDF>

²¹ Se escoge esta condición debido a que en este caso no hay movimiento de traslación de la tuerca.

²² Shigley's Mechanical Engineering Design. Tabla 8.4, página 421.

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)]^{1/2} \quad (3.16)$$

Punto 1

Carga fluctuante

El esfuerzo cortante en este punto es nulo ($\tau_{c-r1} = 0$) y el valor de esfuerzo normal por flector es el siguiente:

$$\sigma_{f-r1a} = \frac{M_{f-r1} * c_{r1}}{I_r} = \frac{\frac{h_r F_{6,a}}{2} * \frac{b_r}{2}}{\frac{\pi d_r n_t b_r^3}{12}} = \frac{3h_r F_{6,a}}{\pi d_r n_t b_r^2} \quad (3.17)$$

Identificando y reemplazando en (3.15) y en (3.16):

$$\sigma_{x1a} = \sigma_{f-r1a} = \frac{3(1.36)0,38(604.6)}{\pi(20.31)1(2.19^2)} = 3.21 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{y1a} = \sigma_{n-ra} = -\frac{4(604.6)}{\pi(20.31^2)} = -1.9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x1a} = 3.21 \text{ MPa}, \sigma_{y1a} = -1.9 \text{ MPa} \text{ y } \sigma_{z1a} = \tau_{xy1a} = \tau_{yz1a} = \tau_{zx1a} = 0$$

De Rodríguez [22], el cálculo de resistencia a la fatiga de un componente está afectado por varios factores que incrementan el esfuerzo alternante. Los factores según el tipo de carga ambos puntos se muestran a continuación para el material aluminio A6061, propuesto en 2.10.1.1, ($\sigma_B = 267 \text{ MPa}$ y $\sigma_F = 246 \text{ MPa}$ [7]).

Tabla 3. 2. Factores en el cálculo por fatiga

	Flexión	Normal	Cortante
β_K	1 (Sin entalla)		
C_{temp}	1 (temperatura < 250°C)		
C_c	0.814 [22]		
C_s	$57.7\sigma_B^{-0.718} = 1.04$ [5]		
C_t	0.85 [22]	1 [22]	0.85 [22]
C_{carga}	1 [22]	0.85 [22]	1 [22]

El esfuerzo aumentado se calcula con la expresión siguiente:

$$\sigma_{ar} = \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right) \sigma_a \quad (3.18)$$

Se reemplaza en (3.18):

$$\sigma_{x1ar} = \left(\frac{1}{1 * 0.814 * 1.04 * 0.85 * 1} \right) * 3.21 = 4.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y1a'} = \left(\frac{1}{1 * 0.814 * 1.04 * 1 * 0.85} \right) * -1.9 = -2.64 \text{ MPa}$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eq1a'} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(4.5 - (-2.64))^2 + (-2.64)^2 + (-4.5)^2 + 6(0)]^{1/2} = 6.21 \text{ MPa}$$

Carga media

Se reemplaza en (3.17) el valor de la fuerza media:

$$\sigma_{X1m} = \sigma_{f-r1m} = \frac{3(1.36)0,38(-117.9)}{\pi(20.31)1(2.19^2)} = -0.57 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y1m} = \sigma_{n-rm} = -\frac{4(-117.9)}{\pi(20.31^2)} = 0.38 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{X1m} = -0.50 \text{ MPa}, \sigma_{Y1m} = 0.33 \text{ MPa} \text{ y } \sigma_{Z1m} = \tau_{XY1m} = \tau_{YZ1m} = \tau_{ZX1m} = 0$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eq1m} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(-0.57 - 0.38)^2 + (-0.57)^2 + (0.38)^2 + 6(0)]^{1/2} = 0.82 \text{ MPa}$$

Carga superior

En adelante, se trabajará con $F_{6,i}$ por ser mayor a $F_{6,s}$. Se reemplaza en (3.17):

$$\sigma_{X1s} = \sigma_{f-r1s} = \frac{3(1.36)0,38(-722.5)}{\pi(20.31)1(2.19^2)} = -3.66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y1s} = \sigma_{n-rs} = -\frac{4(-722.5)}{\pi(20.31^2)} = 2.23 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{X1s} = -3.66 \text{ MPa}, \sigma_{Y1s} = 2.23 \text{ MPa} \text{ y } \sigma_{Z1s} = \tau_{XY1s} = \tau_{YZ1s} = \tau_{ZX1s} = 0$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eq1s} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(-3.66 - 2.23)^2 + (-3.66)^2 + (2.23)^2 + 6(0)]^{1/2} = 5.15 \text{ MPa}$$

El factor de seguridad para fatiga se calcula con la expresión siguiente [22]:

$$FS_{fatiga} = \frac{1}{\frac{\sigma_{a'}}{\sigma_{Alt}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_B}} \quad (3.19)$$

Según Paulsen [16], $\sigma_{Alt} = 0,13\sigma_B$ para el caso de tornillos de potencia bajo carga alternante. Se considerará $FS_R = 2.5$. Se reemplazan valores en (3.13) y (3.19):

$$FS_{fatiga1} = \frac{1}{\frac{6.21}{(0.13 * 267)} + \frac{0.82}{267}} = 5.5 > 2.5 \quad OK!$$

$$FS_{fluencia1} = \frac{246}{\sigma_{eq1s}} = \frac{246}{5.15} = 47$$

Punto 2

Carga fluctuante

El esfuerzo normal por flector es nulo ($\sigma_{f-r2} = 0$), mientras que el esfuerzo cortante es el siguiente:

$$\tau_{c-r2a} = \frac{3V}{2A} = \frac{3F_{6_a}}{2\pi d_r n_t b_r} = \frac{3F_{6_a}}{2\pi d_r n_t b_r} \quad (3.20)$$

Identificando y reemplazando en (3.16) y en (3.20):

$$\tau_{YZ2a} = \tau_{c-r2a} = \frac{3(604.6)0,38}{2\pi(20.31)(1)2.19} = 2.47 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2a} = \sigma_{Y1a} = -1.9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2a} = -1.9 \text{ MPa}, \tau_{YZ2a} = 2.47 \text{ MPa} \text{ y } \sigma_{X2a} = \sigma_{Z2a} = \tau_{XY2a} = \tau_{ZX2a} = 0$$

Se reemplaza en (3.16) y en (3.18):

$$\tau_{YZ2a'} = \left(\frac{1}{1 * 0.814 * 1.04 * 0.85 * 1} \right) * 2.47 = 3.43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2a'} = \left(\frac{1}{1 * 0.814 * 1.04 * 1 * 0.85} \right) * -1.9 = -2.64 \text{ MPa}$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eq2a'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(0 - (-2.64))^2 + (-2.64 - 0)^2 + (0)^2 + 6(3.43)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 6.5 \text{ MPa}$$

Carga media

Se reemplaza en (3.17) el valor de la fuerza media:

$$\tau_{YZ2m} = \tau_{c-r2m} = \frac{3(117.9)0,38}{2\pi(20.31)(1)2.19} = -0.48 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2m} = \sigma_{Y1m} = 0.38 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2m} = 0.38 \text{ MPa}, \tau_{YZ2m} = -0.48 \text{ MPa} \text{ y } \sigma_{X2m} = \sigma_{Z2m} = \tau_{XY2m} = \tau_{ZX2m} = 0$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eq2m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(0 - (0.38))^2 + (0.38 - 0)^2 + (0)^2 + 6(-0.48)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 0.91 \text{ MPa}$$

Carga superior

En adelante, se trabajará con F_{6_i} por ser mayor a F_{6_s} . Se reemplaza en (3.17):

$$\tau_{YZ2s} = \tau_{c-r2s} = \frac{3(-722.5)0,38}{2\pi(20.31)(1)2.19} = -2.97 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2s} = \sigma_{Y1s} = 2.23 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Y2s} = 2.23 \text{ MPa}, \tau_{YZ2s} = -2.97 \text{ MPa} \text{ y } \sigma_{X2s} = \sigma_{Z2s} = \tau_{XY2s} = \tau_{ZX2s} = 0$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eq2s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(0 - (2.23))^2 + (2.23 - 0)^2 + (0)^2 + 6(-2.97)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 5.61 \text{ MPa}$$

Reemplazando valores en (3.13) y (3.19):

$$FS_{fatiga2} = \frac{1}{\frac{6.5}{(0.13 * 267)} + \frac{0.91}{267}} = 5.2 > 2.5 \text{ OK!}$$

$$FS_{fluencia2} = \frac{246}{\sigma_{eq2s}} = \frac{246}{5.61} = 44$$

Por lo anterior, la rosca no falla en los casos de fatiga y fluencia.

3.2.4. Resistencia al pandeo

La carga durante la simulación de la marcha tracciona y comprime la barra debido a que es de tipo oscilante. Durante la compresión es necesario evaluar la resistencia al pandeo de la barra cuyas dimensiones finales de la barra son las siguientes:

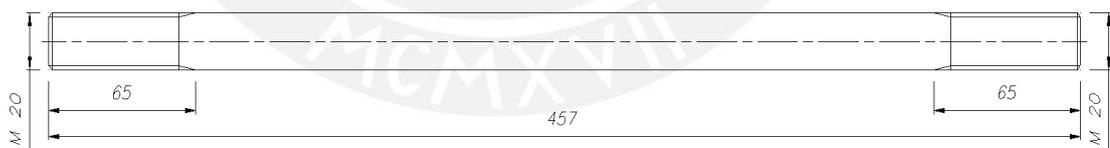


Figura 3. 14. Dimensiones barra de transmisión

El primer paso es hallar la esbeltez al dividir la longitud efectiva (L_p) de la barra entre el radio de giro (i). Por ser de sección circular, el radio de giro es igual para cualquier plano en donde se evalúe.

$$\lambda_b = \frac{L_p}{i} = \frac{L_p}{\sqrt{I/A}} \tag{3.21}$$

Se reemplazan valores:

$$\lambda = \frac{457 * 0,5^{23}}{\sqrt{\frac{\pi 20^4}{64} / \frac{\pi 20^2}{4}}} = 45.7$$

Según el Método Europeo, se tienen tres zonas de análisis según el valor de λ [22].

$$\sigma_{Lim} = \sigma_F, \quad \text{si } \lambda \leq 60 \quad (3.22)$$

$$\sigma_{Lim} = a_1 - a_2 \lambda, \quad \text{si } 60 \leq \lambda \leq 100 \quad (3.23)$$

$$\sigma_{Lim} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad \text{si } \lambda \geq 100 \quad (3.24)$$

En vista de que $\lambda = 45.7$, el esfuerzo límite es igual al de fluencia. En este caso, el esfuerzo actuante (σ_n) se halla al dividir la carga entre el área transversal (A_t).

$$\sigma_n = \frac{F_{6,i}}{A_t} = \frac{722.5}{\frac{\pi 20^2}{4}} = 2.3 \text{ MPa}$$

Valor mucho menor que σ_F . Finalmente, el roscado resiste satisfactoriamente la carga durante la marcha. Por otro lado, el torque de ajuste de la articulación y la tuerca es 99.3 Nm. El detalle del cálculo se expone en el anexo 14.

3.3. Plataforma

La plataforma del rehabilitador es un hexágono irregular, cuyas medidas difieren ligeramente del hexágono P_i ($L_p = 358$ y $d_p = 200$) según lo expuesto en 2.9.3. Sin embargo, como se explicará posteriormente, estas diferencias de medida no afectan significativamente los resultados de los cálculos; por lo anterior, se considerarán dichas medidas para determinar el espesor de la plataforma.

Las zonas de la plataforma que se analizarán se muestran en la figura 3.15. A través de cada una de ellas, de medidas 200x207xe, se puede analizar la plataforma hexagonal como la unión de tres vigas empotradas en una zona común. Lo anterior permite calcular lo siguiente: esfuerzos máximos en el empotramiento y deformaciones máximas en los puntos de aplicación de las fuerzas.

Los resultados de esta aproximación se harán extensivos a la plataforma completa. En adelante se analizará la viga 34. Para las demás partes, sólo basta adaptar las ecuaciones desarrolladas a continuación según las variables de cada caso.

²³ Los apoyos de la barra se considerarán empotrados debido a que los extremos de la barra están enroscados con la articulación; por lo tanto la longitud efectiva es la mitad de la longitud de este elemento. *Resistencia de Materiales* 2. Rodríguez, Jorge. Página 6-10, Tabla 6.1.

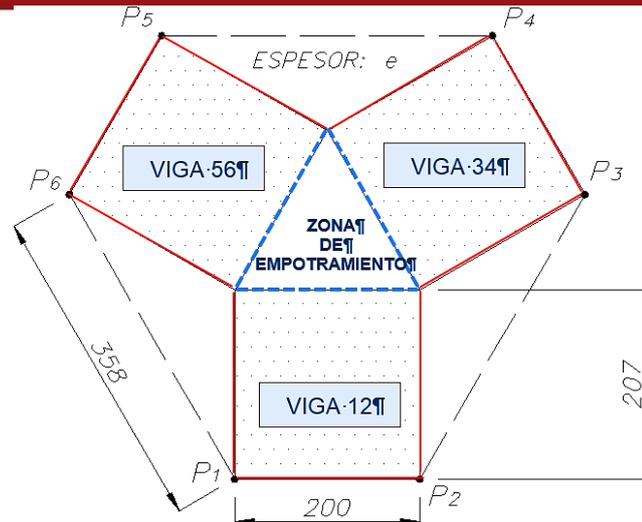


Figura 3. 15. Zona de la plataforma a estudiar

3.3.1. Cálculo de esfuerzos máximos

Las cargas en la viga 34 transmitidas por las articulaciones esféricas se muestran en la figura 3.15 desde un plano paralelo a la plataforma. Para efectos prácticos, se asumirán las fuerzas y momentos, unitarios y resultantes, en dirección positiva.

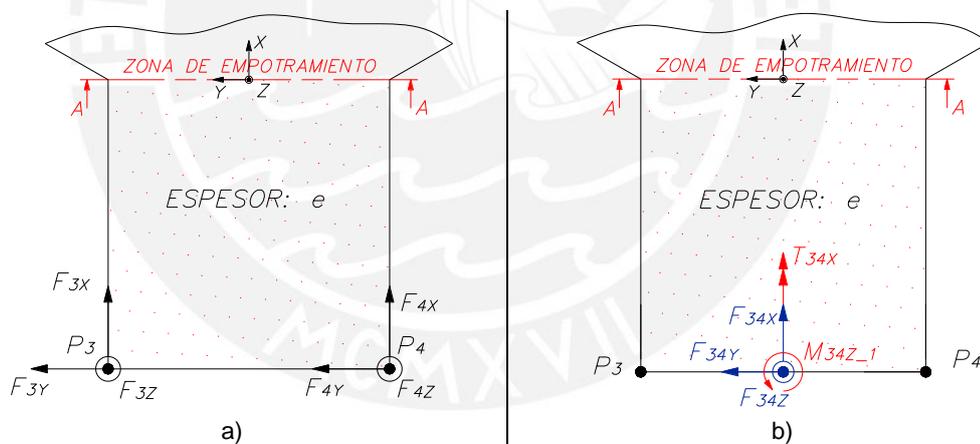


Figura 3. 16. Cargas en viga 34: a) En articulaciones esféricas, b) Trasladas a mitad de P_3P_4 .

Con el fin de aumentar la rigidez, se empernará una barra de sección cuadrada a la plancha. Por otro lado, la sección crítica en esta viga es la zona de empotramiento ya que en ella se encuentran los mayores momentos flectores. Al trasladar las fuerzas mostradas en la figura 3.15 al centro de masa de la sección:

Donde:

$$F_{34X} = F_{3X} + F_{4X} \quad (3.25)$$

$$F_{34Y} = F_{3Y} + F_{4Y} \quad (3.26)$$

$$F_{34Z} = F_{3Z} + F_{4Z} \quad (3.27)$$

$$M_{34Z_1} = 100(F_{4X} - F_{3X}) \quad (3.28)$$

$$T_{34X} = 100(F_{3Z} - F_{4Z}) \quad (3.29)$$

$$M_{34Y} = 207F_{34X} \quad (3.30)$$

$$M_{34Z_2} = 207F_{34Y} \quad (3.31)$$

$$M_{34Z} = M_{34Z_1} + M_{34Z_2} \quad (3.32)$$

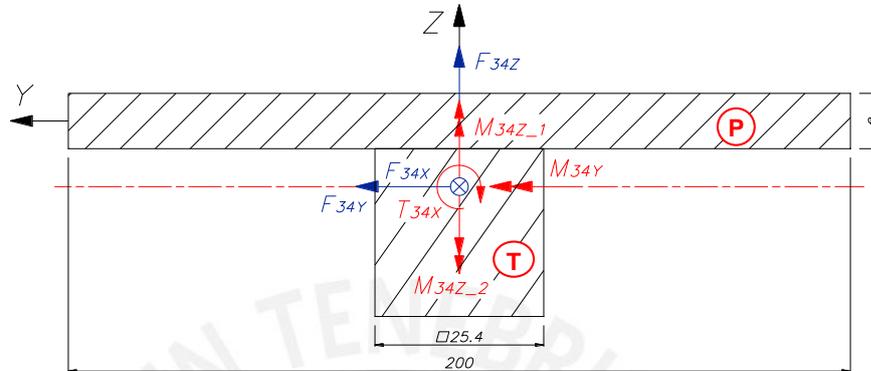


Figura 3. 17. Cargas en zona de empotramiento en viga 34. Vista A-A.

Los momentos de inercia de cada sección respecto a su centro de masa son los siguientes:

$$I_{Ty} = I_{Tz} = \frac{25.4 * 25.4^3}{12} = 34685.9 \text{ mm}^4$$

$$I_{Py} = \frac{200 * e^3}{12} = 16.7e^3 \quad (3.33)$$

$$I_{Pz} = \frac{e * 200^3}{12} = 6666666.7e \quad (3.34)$$

Las áreas son las siguientes:

$$A_T = 25.4^2 = 645.2 \text{ mm}^2$$

$$A_P = 200e \quad (3.35)$$

Las coordenadas del centro de masa de cada componente son las siguientes:

$$G_T = (0,0, -0.5e - 12.7) \quad (3.36)$$

$$G_P = (0,0,0)$$

Cálculo de centro de masa de la sección total

Por simetría, la coordenada en Y es 0. Asimismo, la coordenada en Z se halla con los datos del centro de masa, las áreas del tubo y de la placa.

$$z_s = \frac{211.69(-0.5e - 12.7)}{200e + 211.69} \quad (3.37)$$

Cálculo del momento de inercia de la sección total respecto a su centro de masa

El momento de inercia de la sección completa se calcula mediante el teorema de Steiner para los ejes Z e Y.

$$I_{TGy} = 34685.9 + 645.2(12.7 + 0.5e - |z_s|)^2 \tag{3.38}$$

$$I_{PGy} = 16.7e^3 + 200ez_s^2 \tag{3.39}$$

$$I_{yy} = I_{TGy} + I_{PGy} \tag{3.40}$$

$$I_{zz} = 34685.9 + 666666.7e \tag{3.41}$$

Los esfuerzos producidos por las fuerzas y momentos de la figura anterior se muestran en la figura 3.17.

Esfuerzo normal por carga normal

$$\sigma_{n34} = \frac{F_{34X}}{200e + 645.2} \tag{3.42}$$

Esfuerzo cortante promedio

$$\tau_{XY} = \frac{F_{34Y}}{200e + 645.2} \tag{3.43}$$

$$\tau_{XZ} = \frac{F_{34Z}}{200e + 645.2} \tag{3.44}$$

Se desprecia el efecto de estos esfuerzos al ser de muy baja magnitud en comparación a los otros.

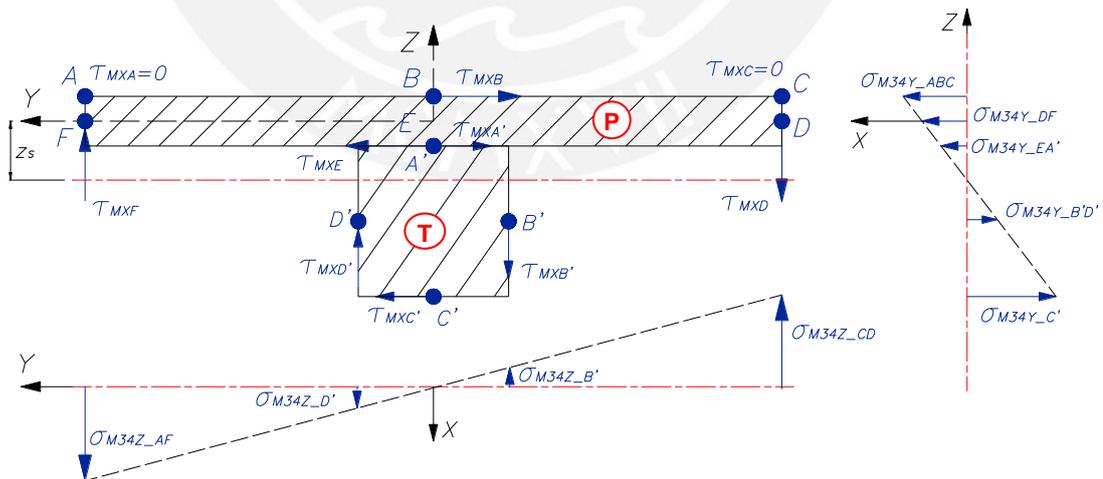


Figura 3. 18. Dirección de esfuerzos en el empotramiento de la viga 34.

Esfuerzo cortante por momento torsor

Debido a que la sección transversal no es circular, la magnitud del esfuerzo no varía según la distancia del punto a analizar al centro de giro [3]. Por tal motivo, la sección

en T se considerará como la unión de dos secciones: una rectangular y una cuadrangular (ver figura 3.17), donde para cada una de ellas se calculará un momento torsor parcial (T_T y T_P). Estos se obtienen al igualar el ángulo de giro de ambas secciones generado por cada momento parcial ($\varphi_P = \varphi_T$) [3].

$$\varphi_P = \frac{T_P L_P}{c_{2_P} 200 e^3 G} \quad (3.45)$$

$$\varphi_T = \frac{T_T L_T}{c_{2_T} 25.4^4 G} \quad (3.46)$$

$$T_{34X} = T_T + T_P \quad (3.47)$$

Los esfuerzos cortantes en los puntos se calculan con las expresiones siguientes:

$$\tau_{MXA'} = \tau_{MXB'} = \tau_{MXC'} = \tau_{MXD'} = \tau_{Tmax} = \frac{T_T}{c_{1_T} 25.4^3} \quad (3.48)$$

$$\tau_{MXB} = \tau_{MXE} = \tau_{Pmax} = \frac{T_P}{c_{1_P} 200 e^2} \quad (3.49)$$

$$\tau_{MXD} = \tau_{MXF} = \tau_{Pmax} \frac{e}{200} \quad (3.50)$$

Donde los coeficientes c_{1_P} , c_{1_T} , c_{2_T} y c_{2_P} dependen de la relación entre el lado mayor y menor de cada sección transversal [3].

Esfuerzo normal por momento flector

Los esfuerzos normales en cada zona se hallan con las siguientes expresiones:

$$\sigma_{M34Y_{AF}} = \frac{(0.5e + |z_s|) M_{34Y}}{I_{yy}} \quad (3.51)$$

$$\sigma_{M34Y_{CD}} = \frac{(25.4 + 0.5e - |z_s|) M_{34Y}}{I_{yy}} \quad (3.52)$$

$$\sigma_{M34Y_{BE}} = \frac{(0.5e - |z_s|) M_{34Y}}{I_{yy}} \quad (3.53)$$

$$\sigma_{M34Z_{AB}} = \sigma_{M34Z_{EF}} = \frac{100 M_{34Z}}{I_{zz}} \quad (3.54)$$

$$\sigma_{M34Z_{CG}} = \sigma_{M34Z_{HD}} = \frac{12.7 M_{34Z}}{I_{zz}} \quad (3.55)$$

Notar que los esfuerzos de compresión y tracción son de signo positivo y negativo, respectivamente, según el sistema coordenado de la figura 3.17. Los esfuerzos normales resultantes por flexión en cada punto se calculan con lo siguiente:

$$\sigma_{f-XA} = \sigma_{M34Y_{AF}} + \sigma_{M34Z_{AB}} \quad (3.56)$$

$$\sigma_{f-XB} = -\sigma_{M34Y_{BE}} + \sigma_{M34Z_{AB}} \quad (3.57)$$

$$\sigma_{f-XC} = -\sigma_{M34Y_{CD}} + \sigma_{M34Z_{CG}} \quad (3.58)$$

$$\sigma_{f-XD} = -\sigma_{M34Y_{CD}} - \sigma_{M34Z_{HD}} \quad (3.59)$$

$$\sigma_{f-XE} = -\sigma_{M34Y_{BE}} - \sigma_{M34Z_{EF}} \quad (3.60)$$

$$\sigma_{f-XF} = \sigma_{M34Y_{AF}} - \sigma_{M34Z_{EF}} \quad (3.61)$$

Debido a que los esfuerzos normales varían en cada punto según las cargas transmitidas por la barra durante la marcha y además están en función del espesor de la plataforma, se elabora el programa *esfuerzo_34* de argumentos la matriz ***dfza*** (ver anexo 15) y *e*; con el que se evalúan las expresiones desde (3.25) hasta (3.61). Lo anterior también se aplica para la viga 12 y viga 56, ver programas en el anexo 16, para encontrar el mayor esfuerzo alternante a soportar por la plataforma.

3.3.2. Cálculo de deflexión máxima

Según Beer [3], la deflexión máxima en una viga se encuentra en el punto de aplicación de la carga. En este caso, las cargas son ejercidas en la cara P_3P_4 (figura 3.15), cuyas resultantes ocasionan valores de deflexiones máximas en los ejes Z e Y (figura 3.16). Aquellos se calculan con las ecuaciones siguientes:

$$\delta_{max-Y} = \frac{F_{34Y}207^3}{3EI_{zz}} = 2956581 \frac{F_{34Y}}{EI_{zz}} \quad (3.62)$$

$$\delta_{max-Z} = \frac{F_{34Z}207^3}{3EI_{yy}} = 2956581 \frac{F_{34Z}}{EI_{yy}} \quad (3.63)$$

Según Mott [14], la deflexión máxima recomendada para un componente general de máquina está entre 0.0005 y 0.003 mm/mm de la longitud de la viga. En este caso, se trabajará con el valor medio de este rango:

$$\delta_{max} = 0.00175 * 207 = 0.36 \text{ mm}$$

Como resultado de un proceso iterativo, se selecciona 6 mm como espesor y material aluminio 2017, material liviano y de gran resistencia mecánica²⁴: $\sigma_B = 425 \text{ MPa}$ y $\sigma_F = 275 \text{ MPa}$ debido que a partir de este espesor, la mayor deflexión, que se desarrolla en el eje Z, es el siguiente:

$$0.086 \text{ mm} < \delta_{max} = 0.36 \text{ mm} \quad OK!$$

Los resultados completos de estos programas se exponen en el anexo 17, del cual se observa que el mayor esfuerzo alternante por flexión está en la viga 56. Se

²⁴ Valores extraídos de <http://www.alu-stock.es/catalogo/pdf/guia/Alu-Stock-GA3-6-Laminados.pdf>

desprecia el esfuerzo σ_n por ser mucho menor que los demás. El esfuerzo alternante y medio para esta viga en el punto C' son los siguientes:

$$\begin{aligned} \sigma_{f_{XC'56_a}} &= \frac{8.8 + 5.5}{2} = 7.15 \text{ MPa} & \sigma_{f_{XC'56_m}} &= \frac{-8.8 + 5.5}{2} = -1.65 \text{ MPa} \\ \tau_{RC'56_a} &= \frac{22.2 + 16.2}{2} = 19.2 \text{ MPa} & \tau_{RC'56_y_m} &= \frac{-16.2 + 22.2}{2} = 6 \text{ MPa} \end{aligned}$$

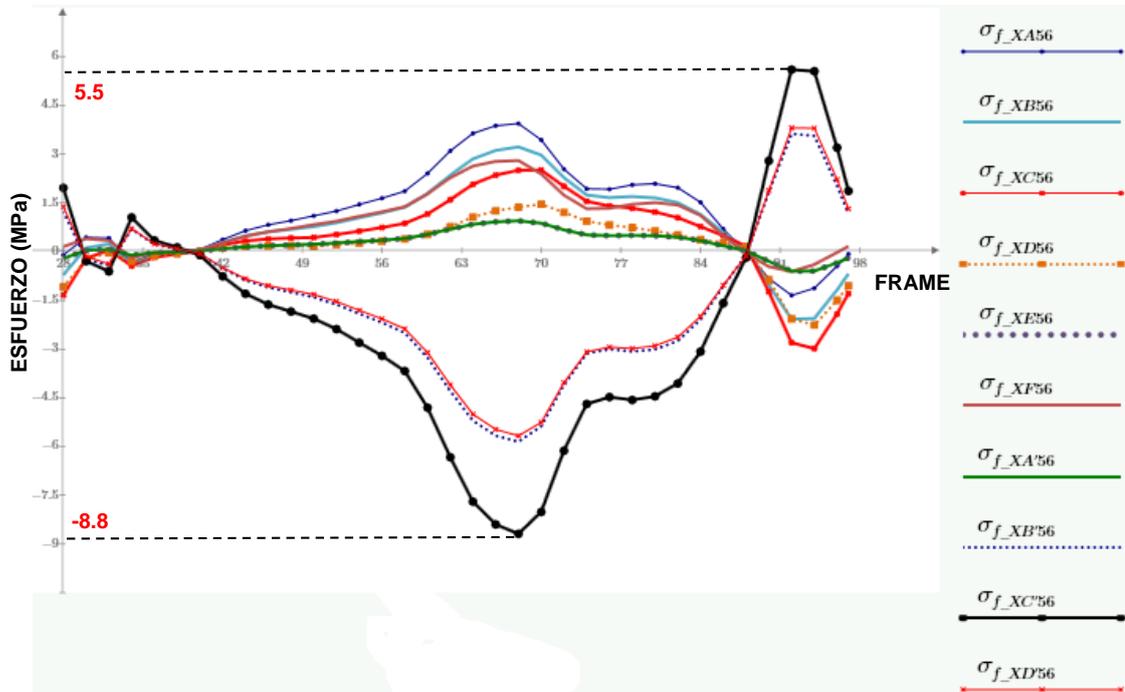


Figura 3. 19. Esfuerzos normales resultantes por flexión en viga 56.

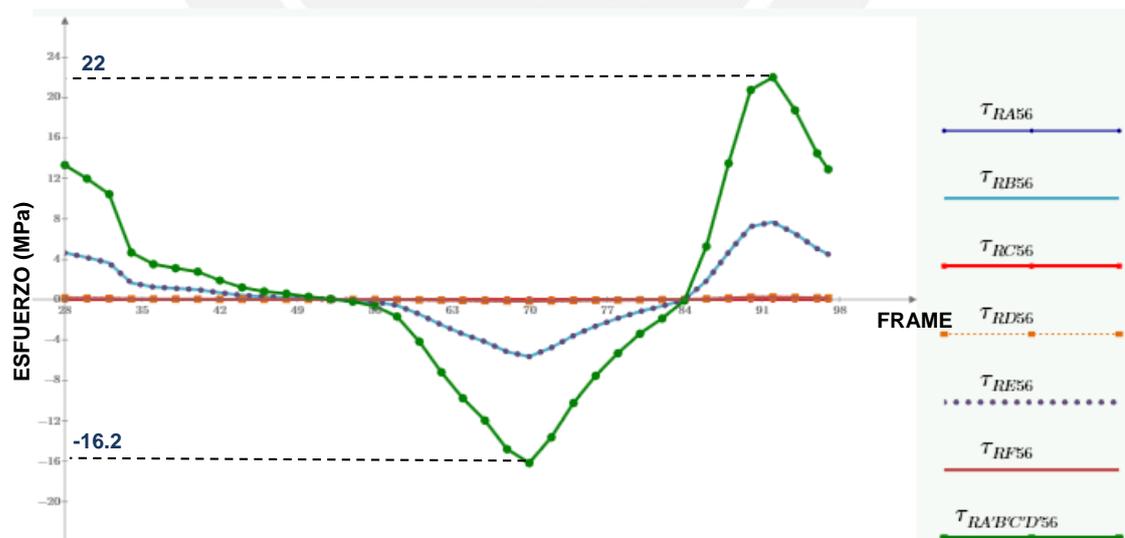


Figura 3. 20. Esfuerzos cortantes resultantes en ejes Y e Z en viga 56.

Los factores para el cálculo de fatiga se presentan en la tabla 3.3. Al reemplazar en (3.18) para cada caso:

$$\sigma_{f_XC'56_a'} = \left(\frac{1}{1 * 0.814 * 0.748 * 0.89 * 1} \right) 7.15 = 13.2 \text{ MPa}$$

$$\tau_{RC'56_y_a'} = \left(\frac{1}{1 * 0.814 * 0.748 * 0.89 * 1} \right) 19.2 = 35.4 \text{ MPa}$$

Al reemplazar en (3.16):

$$\sigma_{eqa'} = \sqrt{13.2^2 + 3(35.4^2)} = 62.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{1.65^2 + 3(6^2)} = 10.5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eqs} = \sqrt{8.8^2 + 3(22^2)} = 39.1 \text{ MPa}$$

Reemplazando valores en (3.13) y en (3.19):

$$FS_{fatiga} = \frac{1}{\frac{62.7}{(0.4 * 425)^{25}} + \frac{10.5}{425}} = 2.5$$

$$FS_{fluencia} = \frac{275}{\sigma_{eqs}} = \frac{275}{39.1} = 7$$

Tabla 3. 3. Factores para esfuerzo por tipo de carga

	Flexión	Cortante
β_K	1 (Sin entalla)	1 (Sin entalla)
C_{temp}	1 (temperatura < 250°C)	1 (temperatura < 250°C)
C_c	0.814 [22]	0.814 [22]
C_s	$57.7\sigma_B^{-0.718} = 0.748$ [5]	$57.7\sigma_B^{-0.718} = 0.748$ [5]
C_t	Debido a que el punto crítico C' está ubicado en la sección cuadrangular de 25.4 mm de lado, se calcula un diámetro equivalente $d_e = 0.808\sqrt{25.4^2} = 20.5 \text{ mm}$ [5]. Ya que $2.79 \leq d_e \leq 51 \text{ mm}$, $C_t = 1.24d_e^{-0.107} = 0.89$ [5].	
C_{carga}	1 [22]	1 [22]

Es decir, la plataforma soporta satisfactoriamente las cargas durante la marcha. Los pernos de sujeción entre la plataforma y las barras cuadradas son M10x50 de grado 10.9. El cálculo de los pernos y la soldadura de las barras se detallan en el anexo 18.

3.4. Apoyo de articulación

El apoyo en conjunto está conformado por los elementos 1, 2, 6 y 7.

3.4.1. Eje de apoyo

Las cargas en los ejes respecto a los sistemas transformados $\{P_i\}$ ya fueron halladas en 3.1 los cuales se presentan en el anexo 15. De aquellas, se selecciona las de mayor magnitud durante la simulación de la marcha, correspondientes a P6.

²⁵ $\sigma_{Alt} = 0.4\sigma_B$ - relación extraída de <http://www.utp.edu.co/~lvanegas/dis1/Cap5>

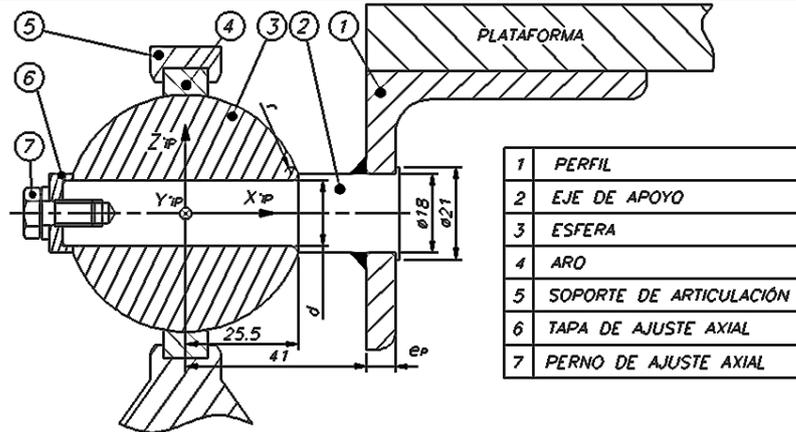


Figura 3. 21. Vista de sección del apoyo de articulación.

Los valores alternantes y medios de las fuerzas anteriores son las siguientes:

$$\begin{array}{l}
 F_{X'6P_a} = 156.8 \text{ N} \\
 F_{Y'6P_a} = 110.5 \text{ N} \\
 F_{Z'6P_a} = 507 \text{ N} \\
 \hline
 F_{X'6P_m} = 103.2 \text{ N} \\
 F_{Y'6P_m} = 66.8 \text{ N} \\
 F_{Z'6P_m} = -43.9 \text{ N}
 \end{array}$$

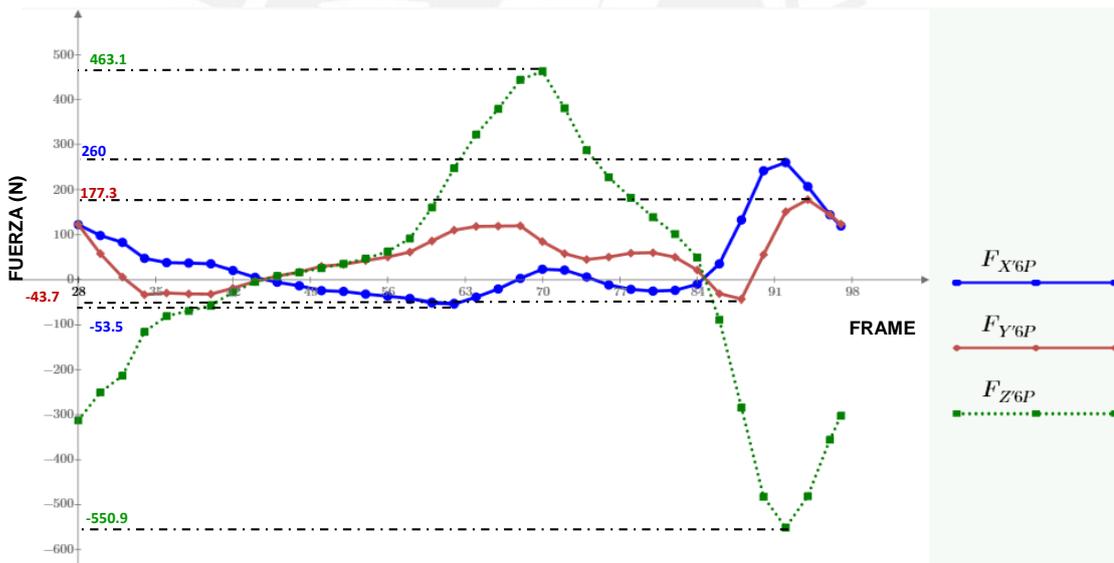


Figura 3. 22. Fuerzas máximas respecto al sistema coordinado

El DCL del eje de apoyo es el siguiente:

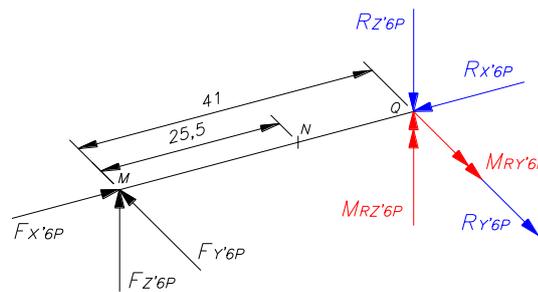


Figura 3. 23. DCL eje de apoyo.

De las ecuaciones de equilibrio:

$$R_{X'6P} = F_{X'6P} \quad (3.64)$$

$$R_{Y'6P} = F_{Y'6P} \quad (3.65)$$

$$R_{Z'6P} = F_{Z'6P} \quad (3.66)$$

$$M_{RZ'6P} = 42F_{Y'6P} \quad (3.67)$$

$$M_{RY'6P} = 42F_{Z'6P} \quad (3.68)$$

De los diagramas de fuerza cortante y momento flector, se analizarán dos sectores: N, debido al cambio de diámetro, y Q, área de encaje con el perfil.

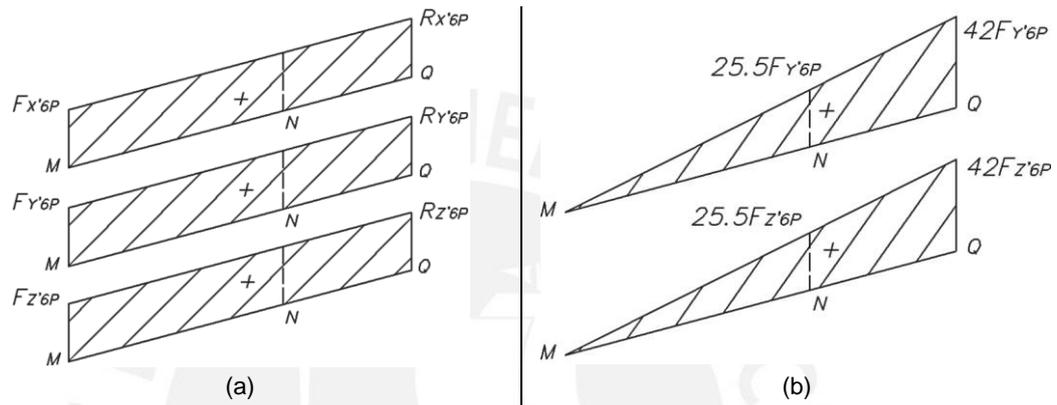


Figura 3. 24. Diagrama de cargas internas: a) Fuerza cortante, b) Momento flector

Sección N

Los esfuerzos son los siguientes:

$$\tau_{Y_N} = \frac{4F_{Y'6P}}{\pi d^2} \quad (3.69)$$

$$\tau_{Z_N} = \frac{4F_{Z'6P}}{\pi d^2} \quad (3.70)$$

$$\sigma_{X_N} = \frac{4F_{X'6P}}{\pi d^2} \quad (3.71)$$

$$\sigma_{fMZ_N} = \frac{25.5F_{Y'6P}(d/2)}{\pi d^4/64} = \frac{816F_{Y'6P}}{\pi d^3} \quad (3.72)$$

$$\sigma_{fMY_N} = \frac{25.5F_{Z'6P}(d/2)}{\pi d^4/64} = \frac{816F_{Z'6P}}{\pi d^3} \quad (3.73)$$

Las direcciones de los esfuerzos se muestran en la figura 3.25. Los esfuerzos alternantes, medios y superiores se hallan al sustituir los valores correspondientes en las ecuaciones anteriores. Los puntos críticos son aquellos donde σ_{fMZ_N} , σ_{fMY_N} y σ_{X_N} actúan en la misma dirección; es decir, puntos H y S.

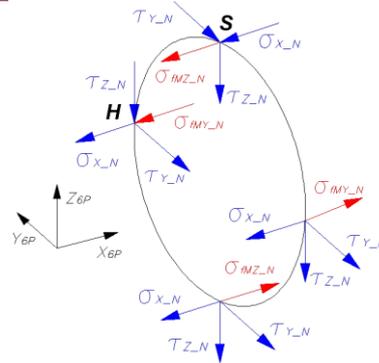


Figura 3. 25. Direcciones de esfuerzos en sección N

Cargas Alternantes

Los factores a considerar se presentan a continuación. Se pre selecciona como material CK 15 ($\sigma_B = 410 \text{ MPa}$, $\sigma_F = 235 \text{ MPa}$ y $\sigma_{Alt} = 0.5 * 410 = 205 \text{ MPa}$ ²⁶).

Tabla 3. 4. Factores según tipo de carga en eje de apoyo.

Factores	Flexión	Normal	Cortante
η		$\frac{1}{1 + \frac{8}{r} \left(1 - \frac{\sigma_F}{\sigma_B}\right)}$ [20]	
α_K	Dependen de los siguientes valores: $\frac{r}{d}$ y $\frac{18}{d}$. [22]		
β_K	$1 + \eta(\alpha_K - 1)$ [22]		
C_{temp}	1 (temperatura < 250°C) [22]		
C_c	0.814 [5]		
C_s	Valor medio de rugosidad $R_a = 0.8 \mu\text{m}$. La profundidad de la rugosidad (R_z) se calcula con $R_z = \left(\frac{R_a}{0.1}\right)^{\frac{1}{1.15}} = 6.1 \mu\text{m}$. Con este valor y σ_B : $C_s = 0.85$. [22]		
C_t	0.9 [22]	1 [22]	0.9 [22]
C_{carga}	1 [22]	0.85	1 [22]

Al reemplazar en (3.18) por cada caso:

$$\sigma_{res_al_H} = \sigma_{fMY_Na} \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right)_{flexion} + \sigma_{X_Na} \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right)_{normal}$$

$$\sigma_{res_al_S} = \sigma_{fMZ_Na} \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right)_{flexion} + \sigma_{X_Na} \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right)_{normal}$$

El esfuerzo equivalente alternante se calcula con (3.16):

$$\sigma_{eq_al_H} = \sqrt{\sigma_{res_al_H}^2 + 3(\tau_{Y_Na}^2 + \tau_{Z_Na}^2) \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right)_{cortante}^2}$$

²⁶ Valores extraídos de http://www.bohlerperu.com/files/TRANSMISION_Rev.01.pdf

$$\sigma_{eq_ar_S} = \sqrt{\sigma_{res_ar_S} + 3(\tau_{Y_Na}^2 + \tau_{Z_Na}^2) \left(\frac{\beta_K}{C_s C_t C_{temp} C_{carga} C_c} \right)_{cortante}^2}$$

Cargas medias y superiores

Se calculan con (3.16):

$$\sigma_{eq_m_H} = \sqrt{(\sigma_{fMY_Nm} + \sigma_{X_Nm})^2 + 3(\tau_{Y_Nm}^2 + \tau_{Z_Nm}^2)}$$

$$\sigma_{eq_m_S} = \sqrt{(\sigma_{fMZ_Nm} + \sigma_{X_Nm})^2 + 3(\tau_{Y_Nm}^2 + \tau_{Z_Nm}^2)}$$

$$\sigma_{eq_s_H} = \sqrt{(\sigma_{fMY_Ns} + \sigma_{X_Ns})^2 + 3(\tau_{Y_Ns}^2 + \tau_{Z_Ns}^2)}$$

$$\sigma_{eq_s_S} = \sqrt{(\sigma_{fMZ_Ns} + \sigma_{X_Ns})^2 + 3(\tau_{Y_Ns}^2 + \tau_{Z_Ns}^2)}$$

En vista de que el cálculo depende del radio de entalla y diámetro, se procede a iterar valores. En el anexo 19, se muestra el programa de cálculo basado en las ecuaciones anteriores, donde se selecciona $r = 1.5 \text{ mm}$ y $d = 15 \text{ mm}$. Sustituyendo valores:

$$\sigma_{eq_ar_H} = 49.7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq_m_H} = 5.9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq_s_H} = 38.6 \text{ MPa}$$

$$FS_{fatiga} = 3.9 \geq 2$$

$$FS_{fluencia} = 6$$

Se verifica la deflexión máxima con (3.63) para este caso:

$$\delta_{max} = \frac{550.9 * 41^3}{3 * 2.1 * 10^5 * \left(\frac{\pi 15^4}{64} \right)} = 0.024 \text{ mm} \leq 0.00175 * 41 = 0.07 \text{ mm} \quad \text{OK!}$$

Sección Q

Se verifica la resistencia del diámetro de 18 mm. El detalle del cálculo se presenta en el anexo 19, junto con la verificación de los esfuerzos de aplastamiento del eje en los resaltes.

Además, la unión entre el eje y la esfera será por apriete $\phi 15H6/p5$. La verificación por aplastamiento se expone en dicho anexo en base a la teoría expuesta en [16].

Perno de sujeción axial

El perno seleccionado es M6x12 de grado 10.9 (ver anexo 20).

Cordón de soldadura

Como se observa en 3.21, las cargas $F_{X'16P}$, $F_{Y'16P}$ y $F_{Z'16P}$ son transmitidas al perfil de apoyo debido a que el eje ingresa a éste; por ello, se reduce notablemente los esfuerzos a soportar por el cordón durante la simulación de la marcha. Sin embargo, en el cálculo del cordón se considerarán las cargas anteriormente calculadas en la sección Q. El cálculo se detalla en el anexo 21, donde se selecciona un espesor de garganta (a) de 3.5 mm.

3.4.2. Perfil

Se trasladan las cargas $F_{X'16P}$, $F_{Y'16P}$ y $F_{Z'16P}$ a la zona de apoyo del eje.

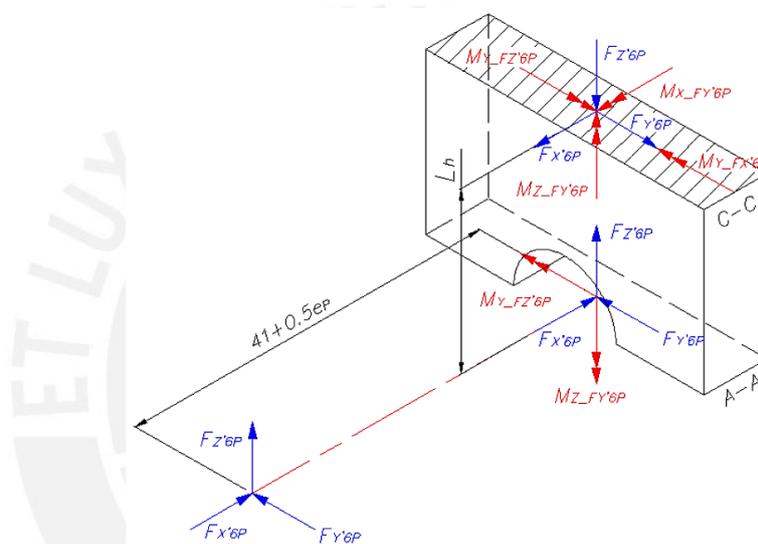


Figura 3. 26. Cargas trasladadas al perfil.

El espesor e_p y ancho m se determinarán al analizar dos secciones del perfil: sección A-A y otra sección ubicada a una distancia L_h del eje. El cálculo de este componente, descrito en el anexo 22, se basa en las expresiones ya desarrolladas para cálculo a fatiga. Se selecciona un perfil de 2"x2"x3/8" de materia ASTM A 52 grado 50.

3.4.3. Tornillos de sujeción plataforma-perfil

Las fuerzas a soportar por los pernos son los ejercidos por las articulaciones esféricas. Al igual que en 3.4.1, las fuerzas a considerar son de la articulación 6.

El primer paso en el cálculo de uniones multitornillos es identificar cuáles van a estar sometidos a tracción. Para ello, se halla la ubicación de la línea neutra de flexión, la cual se obtiene al igualar los primeros momentos de las áreas de los tornillos a tracción con el área de la zona a compresión [17]. Luego se calculan las fuerzas de tracción de los tornillos, considerando que la fuerza sea proporcional respecto a la

distancia de cada tornillo respecto a la línea neutra. Finalmente se calcula el factor de seguridad por fatiga que va a presentar esta unión.

El cálculo se detalla en el anexo 23, donde se seleccionan cuatro pernos de medidas M6 x 30 DIN 933 de grado 10.9.

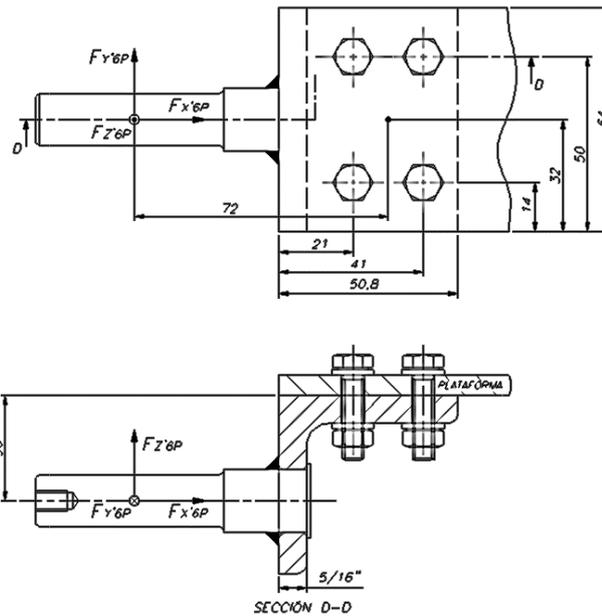


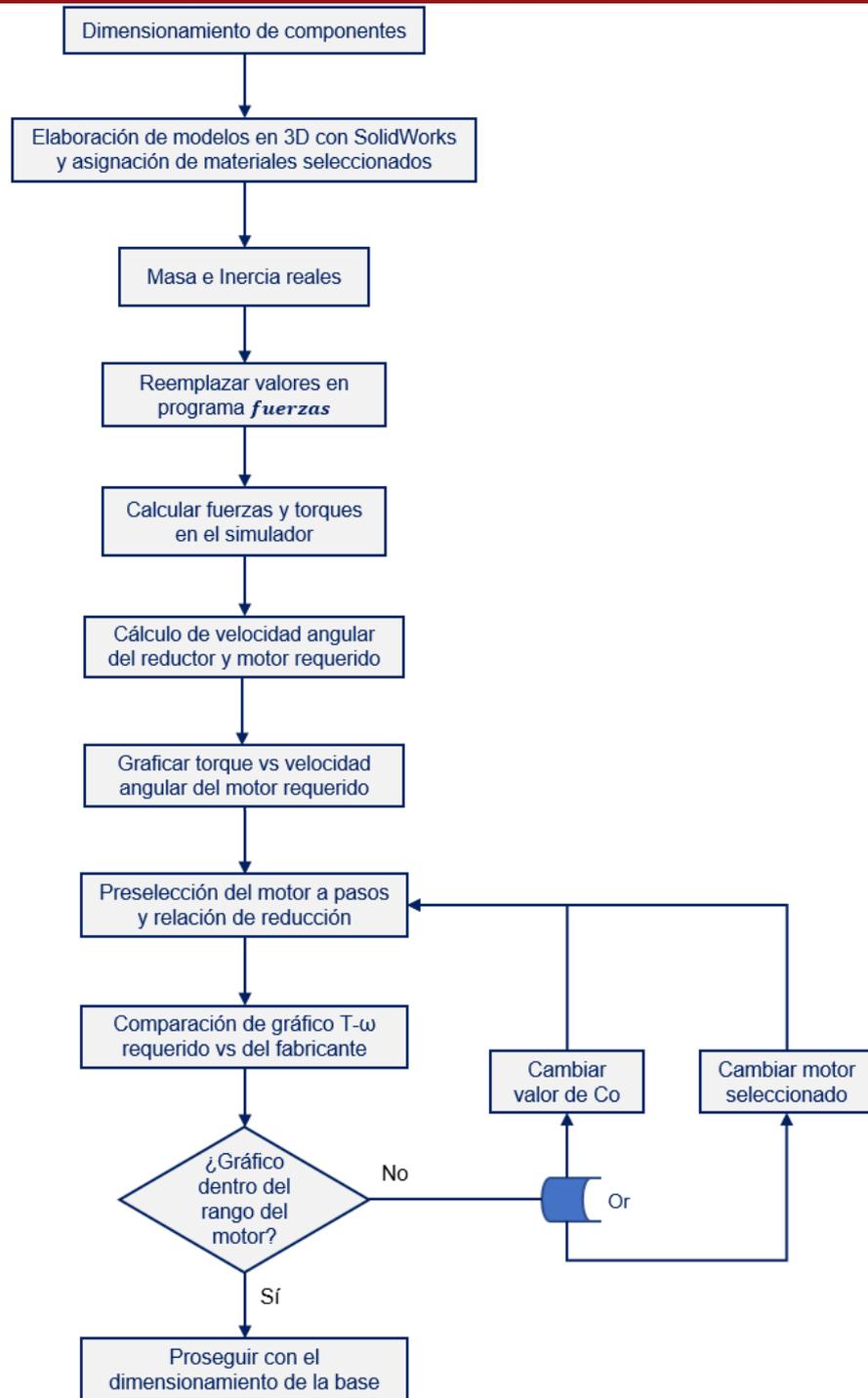
Figura 3. 27. Cargas trasladadas al perfil.

3.5. Apoyo del pie

El apoyo está conformado por dos barras perforadas de sección cuadrada empernadas a una plancha de 6 mm de espesor, el cual alojará el pie del paciente. El cálculo se desarrolla en el anexo 24.

3.6. Motores a paso

Se seleccionarán según la variación de los torques en función de la velocidad angular. El procedimiento de selección es el siguiente:



En el anexo 25 se detalla la selección del motor y el valor del parámetro C_o con el que trabajará el rehabilitador de marcha. Se selecciona el motor modelo 8718S-05P y parámetro $C_o = 0.19$. Con este nuevo valor, se recalculan las fuerzas y torques:

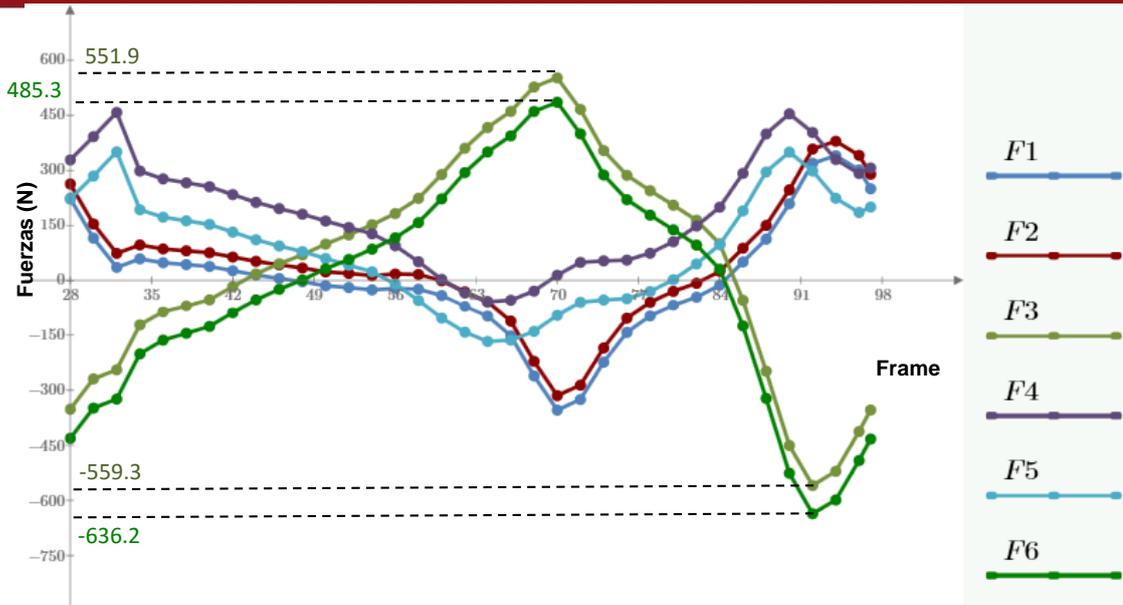


Figura 3. 28. Variación de fuerzas internas en las barras vs frame de marcha para $Co = 0.19$.

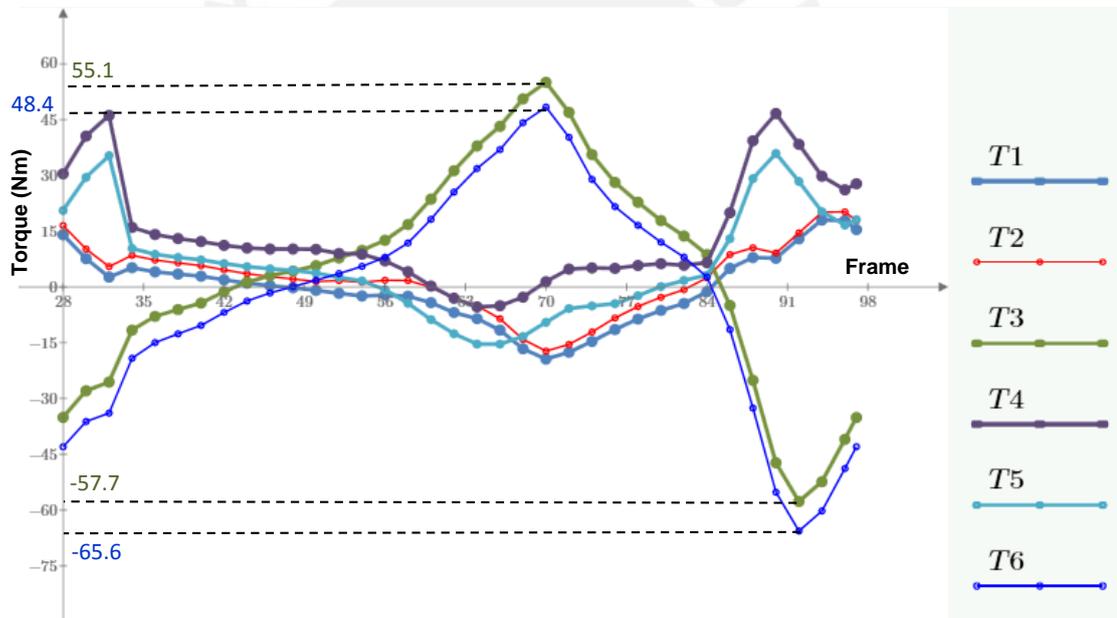


Figura 3. 29. Variación de torque vs frame de marcha para $Co = 0.19$.

Los valores máximos de fuerza y torque son menores a los considerados inicialmente en 2.10.4. Por ello, no será necesario verificar la resistencia de los componentes bajo estas nuevas cargas.

3.7. Manivela

Elemento que transmite el torque proveniente de la caja reductora a la barra de transmisión y aloja la articulación esférica. La zona que acoplará con el eje se dimensionará teniendo en cuenta las características del eje de salida del reductor. El cálculo se expone en el anexo 26

3.8. Soporte del reductor

El cálculo de cada uno de los componentes del soporte se expone en el anexo 27.

3.9. Base

Se dimensionará en relación con las longitudes de las manivelas, reductores, del hexágono B_i (ver 2.9.2) y la ubicación de estos puntos expuesta en 2.6. Estará conformado por perfiles tipo C 3x4.1 unidos por pernos. Las dimensiones finales se muestran en la siguiente.

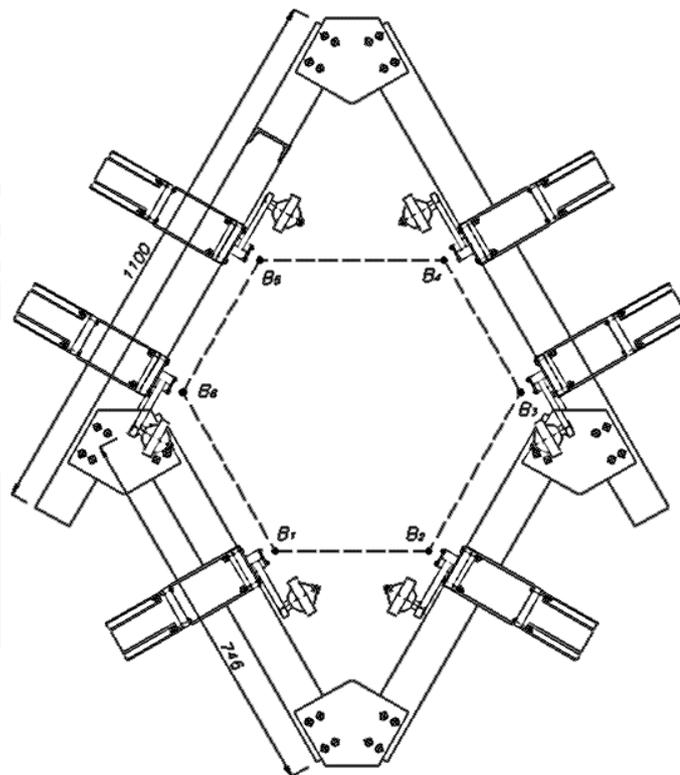


Figura 3. 30. Dimensiones de la base.

CAPÍTULO 4

PLANOS Y COSTOS

En este capítulo se muestra la simbología y descripción de los planos del rehabilitador de marcha diseñado. Por otro lado, también se detalla el presupuesto total de la fabricación y adquisición de los componentes del sistema.

4.1. Simbología y lista de planos

Tabla 4. 1. Lista de planos

CÓDIGO	DESCRIPCIÓN
SM-ENS01-A1	Plano de ensamble del rehabilitador de marcha
SM-ENS02-A1	Plano de ensamble de la plataforma, refuerzos y soporte del pie
SM-ENS03-A3	Plano de ensamble de la manivela
SM-ENS04-A3	Plano de ensamble del perfil
SM-ENS05-A2	Plano de ensamble de la barra
SM-ENS06-A2	Plano de ensamble del soporte y moto-reductor
SM-DES01-A2	Plano de despiece de la plataforma y hexágono de refuerzo
SM-DES02-A1	Plano de despiece de elementos: perfiles de base, perfiles de apoyo, cartela y soporte de pie
SM-DES03-A2	Plano de despiece de elementos: conjunto perfil, conjunto manivela y esfera
SM-DES04-A2	Plano de despiece de elementos: soporte del reductor y refuerzos de la plataforma.
SM-DES05-A2	Plano de despiece de elementos: soporte superior y soporte inferior de articulación esférica, soporte esférico, tapa de manivela y tapa de sujeción axial

Los planos correspondientes a los elementos y ensambles necesarios para la fabricación del rehabilitador de marcha propuesto se presentan en la tabla 4.1.

4.2. Costos de fabricación

Los costos de fabricación se calcularán bajo las siguientes consideraciones:

- Los planos de despiece se entregarán al proveedor quien estimará el costo de producción unitario.
- Dicho costo incluye la materia prima, la mano de obra y los procesos de manufactura respectivos.

El presupuesto de fabricación se muestra en la tabla 4.2, donde cada costo de producción incluye IGV.

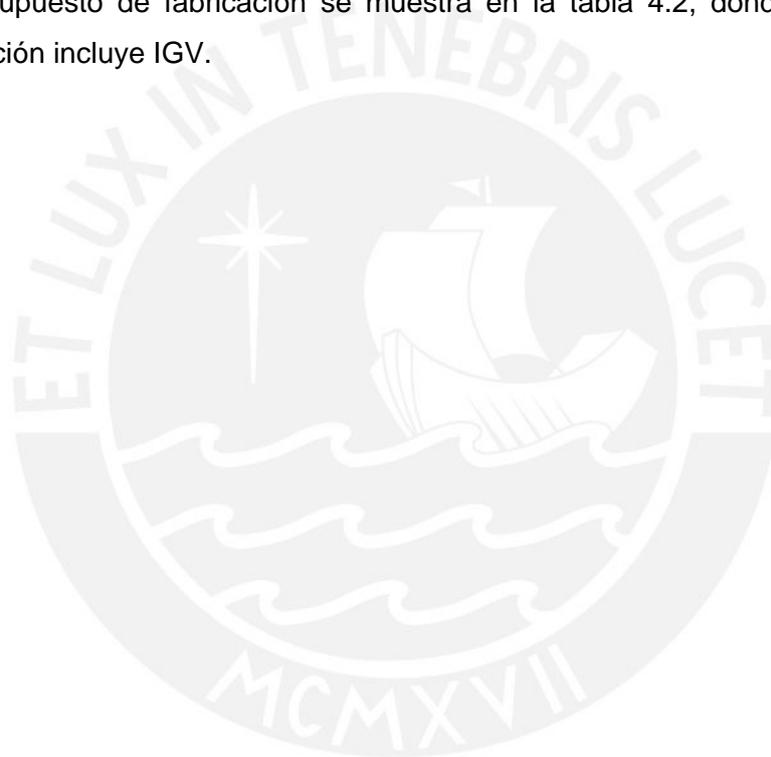


Tabla 4. 2. Presupuesto de fabricación

N°	CANT.	DESCRIPCIÓN	UN.	PRECIO UNITARIO \$	PRECIO PARCIAL \$
1	1	PLATAFORMA: Medidas según plano. Mecanizado por CNC. Procesos de fabricación: corte, taladrado y limpieza. Costo incluye material e importación.	Pza.	1800	1800
2	2	HEXÁGONO DE REFUERZO: Medidas según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado y limpieza. Costo incluye material e importación.	Pza.	500	1000
3	2	PERFIL DE BASE TIPO 1: Conformado por perfil en C 3x4.5. Medidas según planos. Procesos de fabricación: corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	120	240
4	2	PERFIL DE BASE TIPO 2: Conformado por perfil en C 3x4.5. Medidas según planos. Procesos de fabricación: corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	90	180
5	1	PERFIL DE APOYO TIPO 1: Medidas según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	25	25
6	1	PERFIL DE APOYO TIPO 2: Medidas según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	22	22
7	6	BARRA DE TRANSMISIÓN: Medidas según plano. Procesos de fabricación: corte, torneado, roscado y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	30	180
8	1	SOPORTE DE PIE: Medidas según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	20	20
9	4	CARTELA: Medidas según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	15	60
10	24	SOPORTE ESFÉRICO: Medidas según plano. Procesos de fabricación: torneado, corte, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	15	360
11	12	SOPORTE SUPERIOR DE ARTICULACIÓN: Medidas según plano. Procesos de fabricación: fresado, corte, taladrado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	5	60
12	12	SOPORTE INFERIOR DE ARTICULACIÓN: Medidas según plano. Conformado por dos piezas. Medidas según plano. Procesos de fabricación: fresado, torneado, corte, taladrado, soldadura, pintura y limpieza. Costo incluye material y electrodos	Pza.	18	216
13	6	CONJUNTO PERFIL: Medidas según plano. Conformado por dos piezas. Medidas según plano. Procesos de fabricación: torneado, corte, taladrado, soldadura, pintura y limpieza. Costo incluye material y electrodos	Pza.	22	132
14	6	CONJUNTO MANIVELA: Medidas según plano. Conformado por dos piezas. Medidas según plano. Procesos de fabricación: torneado, corte, taladrado, soldadura, pintura y limpieza. Costo incluye material y electrodos	Pza.	24	144
15	12	ESFERA: Medidas según plano. Procesos de fabricación: torneado, corte y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	12	144
16	6	TAPA DE MANIVELA: Medida según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado, fresado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	2	12
17	12	TAPA DE SUJECIÓN AXIAL: Medida según plano. Procesos de fabricación: corte, taladrado, fresado, pintura y limpieza. Costo incluye material.	Pza.	2	24
TOTAL FABRICACIÓN \$					4619

4.3. Costos de adquisición

El costo de adquisición se expone en la tabla siguiente.

Tabla 4. 3. Presupuesto de adquisición

N°	CANT.	DESCRIPCIÓN	UN.	PRECIO UNITARIO \$	PRECIO PARCIAL \$
1	114	Arandela A 8,4	Pza.	0.1	11.4
2	56	Tornillo cabeza hexagonal M8x25 - 10.9	Pza.	0.8	44.8
3	12	Tornillo cabeza hexagonal M8x25 - 12.9	Pza.	1.2	14.4
4	100	Tuerca hexagonal M8	Pza.	0.3	30
5	6	Reductor PM 34	Pza.	180	1080
6	48	Arandela A 5,3	Pza.	0.08	3.84
7	24	Tornillo cabeza hexagonal M5x35 - 10.9	Pza.	0.6	14.4
8	24	Tuerca hexagonal M5	Pza.	0.15	3.6
9	6	Motor a pasos 8718S	Pza.	300	1800
10	24	Tornillo cabeza hexagonal M5x20 - 10.9	Pza.	0.5	12
11	66	Arandela A 6,4	Pza.	0.09	5.94
12	6	Tornillo cabeza hexagonal M6x20 - 10.9	Pza.	0.6	3.6
13	30	Tornillo cabeza hexagonal M6x25 - 10.9	Pza.	0.6	14.4
14	18	Arandela A 3,2	Pza.	0.05	0.9
15	18	Tornillo cabeza hexagonal M3x10 - 10.9	Pza.	0.4	7.2
16	42	Tuerca hexagonal M6	Pza.	0.2	8.4
17	24	Tornillo cabeza hexagonal M8x45 - 10.9	Pza.	2	48
18	8	Tornillo cabeza hexagonal M8x55 - 10.9	Pza.	2.2	17.6
19	12	Tornillo cabeza hexagonal M6x12 - 10.9	Pza.	0.4	4.8
20	20	Tuerca hexagonal M20	Pza.	1.0	20
				TOTAL ADQUISICIÓN \$	3125.3

Sumando los costos de fabricación y adquisición total se obtiene el costo material igual a \$ 7744.3 para un rehabilitador. Además, se estimará un factor de contingencia del 10%, que equivale a \$ 774.4. Por ello, el costo total de material para un rehabilitador es \$ 8518.7, mientras que para los dos rehabilitadores es \$ 17037.5.

4.4. Costos de ensamble y diseño

El costo de ensamblar todos los componentes se estima igual al 5 % del costo material, lo cual equivale a \$ 851.9. Asimismo, el costo de diseño de todo el rehabilitador de marcha se estima igual al 15% del costo material, con lo que se obtiene \$ 2555.6.

4.5. Costo total del rehabilitador de marcha

Con los costos anteriormente presentados, el precio total del rehabilitador se redondea a \$ 20500, valor ligeramente mayor al que se obtiene al sumar los costos anteriormente presentados (ver tabla siguiente).

Tabla 4. 4. Presupuesto total del rehabilitador

COSTOS	\$
Materiales (incluye factor de contingencia)	17037.5
Ensamble	851.9
Diseño	2555.6
Rehabilitador (2 plataformas)	20444.9
Precio redondeado del rehabilitador (2 plataformas)	20500

OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

- Se simplificó el estudio espacial al estudiar las proyecciones de las fuerzas de las barras respecto al plano sagital (plano XZ). Con los datos de aceleración del pie, desplazamientos verticales y horizontales del talón y dedo pulgar, así como los momentos de inercia de los componentes referidos al centro de masa de la plataforma, se calcularon dichas fuerzas proyectadas. Con aquellas se calculó las fuerzas internas en las barras por cada frame de marcha.
- El estudio expuesto en esta tesis se basó en el análisis de la traslación y giro de la plataforma en el plano XZ y en el eje Y respectivamente. La evaluación del giro de la plataforma, y por ende de las demás cadenas cinemáticas, en los ejes X y Z se deja para un trabajo posterior.
- La realización de un análisis dinámico referido al espacio XYZ de cada componente, brindaría información más precisa acerca de las fuerzas y torques en el rehabilitador durante la marcha. Asimismo, dichos resultados servirían como datos de entrada para la implementación de los sistemas electrónico y de control.
- En la plancha de soporte del pie, se recomienda colocar calzado de distintas medidas para niños entre los cuatro a doce años.
- Este rehabilitador de marcha se utiliza en conjunto con una estructura de soporte del peso del cuerpo del niño. El diseño mecánico de dicha estructura no se encuentra contemplado en el alcance de esta tesis.
- Los motores a pasos se controlan con un driver con una resolución de *microstepping* alimentados por una fuente de poder que brinde la corriente por fase necesaria para el funcionamiento del motor. La selección y/o diseño de ambos elementos se alienta a ser continuado en un diseño electrónico posterior.
- Los sistemas paralelos Stewart-Gough de seis grados de libertad tipo 6RSS tienen muchas aplicaciones en diferentes áreas. Este trabajo busca alentar la investigación y diseño de este tipo de robot paralelo.

CONCLUSIONES

- Se logró el diseño mecánico de un rehabilitador de marcha para niños con problemas de locomoción. Los componentes de aquel están diseñados y seleccionados apropiadamente para brindar y soportar las cargas dinámicas necesarias para cumplir dicho fin.
- La articulación esférica de bronce sinterizado de 54 mm de diámetro diseñada resiste la carga máxima de trabajo según la norma ASTM B438. Asimismo, el ángulo máximo a desarrollar por éste es 59° , mientras que el mayor ángulo entre las proyecciones de las barras respecto a los planos $X_{Si} - Y_{Si}$ y $X_{Si} - Z_{Si}$ del sistema coordenado $\{S_i\}$ es 57° . Por ello, la articulación diseñada ofrece la amplitud angular requerida para la simulación.
- El estudio de las cargas en el rehabilitador basado en el análisis de las proyecciones de las fuerzas de los eslabones respecto al plano sagital es parte sustantiva en el diseño mecánico para obtener las sollicitaciones a las que van a estar sometidos todos los elementos del rehabilitador.
- El motor a pasos seleccionado cubre la aplicación para un factor de conversión de parámetros cinemáticos $C_o = 0.19$; con lo cual se satisfacen las características cinemáticas de la marcha de niños entre cuatro a doce años de edad. Esto se visualiza en el anexo 25, donde la curva de torque vs velocidad angular del motor abarca el torque necesario para lograr la simulación.
- El costo de fabricación, ensamble y diseño del rehabilitador de marcha es de \$ 20500 incluido IGV. La ventaja respecto al prototipo de actuación hidráulica anteriormente diseñado, es que está basado en motores a pasos eléctricos y es de tipo 6RSS.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ANCHANTE, Cromwell
- 2009 *Modelación y simulación dinámica del mecanismo paralelo tipo de Stewart-Gough usado en un simulador de marcha*. Tesis para optar el título de Ingeniero Mecánico. Lima. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- [2] BARRIENTOS, Antonio
- 2007 *Fundamentos de Robótica*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana, 2007.
- [3] BEER, F., JOHNSTON, R. y DEWOLF, J.
- 2010 *Mecánica de Materiales*. Quinta edición. México D.F: Mc Graw-Hill Interamericana.
- [4] BOIAN, R.; BOUZIT, M.; BURDEA, GC; DEUTSCH, JE.
- 2005 *Dual Stewart platform mobility simulator*. Proceedings of the 2005 IEEE. 9th International Conference on Rehabilitation Robotics. June 28 - July 1, Chicago, IL, USA , 2005.
- [5] BUDYNAS, R. y NISBETH, J.
- 2011 *Shigley's Mechanical Engineering Design*. Novena Edición. New York: Mc Graw-Hill.
- [6] CISNEROS, Rafael
- 2006 *Modelo Matemático de un Robot Paralelo de Seis Grados de Libertad*. Tesis de Licenciatura de Ingeniería en Electrónica y Computadoras. Puebla: Universidad de las Américas Puebla.
- [7] Corporación Furukawa
- 2007 *Aluminios PFK – Catálogo de perfiles*. Lima.
- <http://www.furukawa.com.pe/PDF/aluminio.pdf>

[8] CORTIZO, José

2004 *Elementos de Máquinas: Teoría y Problemas*. Primera edición. Oviedo: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo.

[9] HERNÁNDEZ, Dysmart

Escala de Evaluación para la Capacidad de marcha, según Funcional Ambulatory Classificator. Medicina de rehabilitación. INFOMED-Red de salud de Cuba. Consulta: 20 de noviembre del 2014.

http://www.sld.cu/sitios/rehabilitacion/buscar.php?id=21600&iduser=4&id_to_pic=17

[10] HIBBELER, Russel

2004 *Mecánica vectorial para ingenieros-ESTÁTICA*. Décima edición. Naucalpan de Juarez: Pearson Education.

[11] HORI, Juan

2014 *Diseño de Elementos de Máquinas*. Primera Edición. Lima: Cormei Contratistas Generales S.A.C.

[12] Instituto Nacional de Rehabilitación “Dra. Adriana Rebaza Flores”

2007 *Análisis de la situación de la discapacidad en el Perú 2007*. Estudio evaluado por el INR.

[13] MERLET, Jean

2006 *Parallel Robot*. Segunda edición. Dordrecht. Springer.

[14] MOTT, Robert

2009 *Resistencia de Materiales*. Quinta Edición. México D.F: Pearson Education.

[15] PAULSEN, Kurt

2009 *Elementos de Máquinas: Ajuste por contracción*. Lima. Separata del curso Elementos de Máquinas 2 – PUCP.

[16] PAULSEN, Kurt

2009 *Elementos de Máquinas: Tornillos de traslación*. Lima. Separata del curso Elementos de Máquinas 2 – PUCP.

[17] PAULSEN, Kurt

2009 *Elementos de Máquinas: Uniones atornilladas*. Lima. Separata del curso Elementos de Máquinas 2 – PUCP.

[18] PAULSEN, Kurt

2009 *Elementos de Máquinas: Uniones por forma*. Lima. Separata del curso Elementos de Máquinas 2 – PUCP.

[19] PAULSEN, Kurt

2009 *Elementos de Máquinas: Uniones soldadas*. Lima. Separata del curso Elementos de Máquinas 2 – PUCP.

[20] POHL, M.; WERNER, C.; HOLZGRAEFE, M

2007 *Repetitive locomotor training and physiotherapy improve walking and basic activities of daily living after stroke: a single-blind, randomized multicentretrial (Deutsche GAngrainerStudie, DEGAS)*. Clinical Rehabilitation. Berlín, 2007, 21, pp. 17-27. Consulta: 4 de octubre de 2010.

<http://cre.sagepub.com/content/21/1/17.long>

[21] QUINTANILLA, Wilder

2011 *Diseño del sistema mecánico de un simulador de marcha para rehabilitación en locomoción de niños usando plataformas móviles con tres actuadores*. Tesis para obtener el título de Ingeniero Mecánico. Lima. Pontificia Universidad Católica del Perú.

[22] RODRIGUEZ, Jorge

2008 *Resistencia de Materiales 2*. Lima. Publicaciones para la docencia PUCP.

[23] RODRIGUEZ, Jorge

2009 *Diseño de Uniones Soldadas*. Lima. Publicaciones para la docencia PUCP.

[24] SCHMIDT, Henning; WERNER, Cordula; BERNHARDT, Rolf; HESSE, Stefan y KRÜGER, Jörg

2007 “*Gait rehabilitation machines based on programmable footplates*”. *Journal of Neuroengineering and Rehabilitation* Londres, 2007. Consulta el 14 de noviembre del 2014.

<http://jneuroengrehab.com/content/4/1/2>

[25] WHITTLE, Michael

1996 *Gait Analysis: An introduction*. Segunda edición. Oxford: Butterworth-Heinemann.

[26] WINTER, David

2009 *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. Cuarta edición. New Jersey. John Wiley & Sons.

[27] YAÑEZ, Ricardo

2007 *Resolución de mecanismo planar 3RRR impulsado por actuadores eléctricos*. Tesis para obtener el grado de Maestro en Tecnología Avanzada. Querétaro: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada.

<https://docs.google.com/viewer?url=http://itzamna.bnct.ipn.mx:8080/dspace/bitstream/123456789/124/1/Resolucionyanezvaldez.pdf>

[28] YOON, J.; NOVANDY, B.; YOON, C. y PARK, Y.

2010 *A 6-DOF Gait Rehabilitation Robot with Upper and Lower-Limb Connections that Allows Walking Velocity Updates on Various Terrains*. Abril 2010. ISSN 1083-4435.

[29] YOUNG, W. y BUDYNAS, R.

2002 *Roark's Formulas for Stress and Strain*. Sétima Edición. New York. McGraw-Hill.