PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

TIPIFICACIÓN DE LOS ERRORES QUE SE PRESENTAN AL IDENTIFICAR UNA VARIABLE ALEATORIA DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL EN PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

Tesis para optar el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

PRESENTADA POR:

MARHORI VILCA ALVAREZ

Asesora:

MG. AUGUSTA ROSA OSORIO GONZALES

Miembros del jurado:

Dra. Cileda Coutinho de Queiroz

Dra. Katia Vigo Ingar

LIMA - PERÚ

2015

Dedicatoria

A mis amados padres:

Victor y Julia

por su amor, dedicación, esfuerzo y su lucha constante.

Índice

Introducción ..... **vii**

Capítulo 1 . Problemática **9**

1.1 Antecedentes 9

1.2 El Problema de Investigación 12

1.3 Objetivos 13

1.3.1 Objetivo General 13

1.3.2 Objetivos Específicos 13

Capítulo 2 Marco Teórico **14**

2.1 Definición de Error 14

2.2 Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS) 15

2.2.1 Objetos matemáticos primarios 15

2.3 La Variable Aleatoria de Distribución Binomial 16

2.3.1 Aspectos Históricos 17

2.3.2 Definición de Variable Aleatoria Discreta 19

2.3.3 La Distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta 20

2.3.4 La Distribución de probabilidad binomial 20

2.4 Configuración Epistémica del objeto variable aleatoria de distribución binomial 22

Capítulo 3 Metodología de la Investigación **26**

3.1 Metodología 26

3.2 Procedimientos Metodológicos 28

Capítulo 4 Análisis del Experimento **30**

4.1 Análisis cuantitativo de los datos (Descripción general del experimento) 30

4.1.1 Solución ideal de la situación problema 30

4.1.2 Tipificación de la respuesta para la variable aleatoria 31

4.1.3 Interrelaciones de respuestas 36

4.2 Análisis Cualitativo de las respuestas a la situación problema 45

Capítulo 5 Conclusiones y Recomendaciones 56

REFERENCIAS 59

ANEXO 1. Situación problema 63

ANEXO 2. Respuesta de los alumnos 64

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Configuración de objetos primarios 15

Figura 2. Jacob Bernoulli .... ***¡Error! Marcador no definido.***

LISTA DE GRAFICOS

Gráfico 1. Distribución de respuestas para la interrelación 1. 39

Gráfico 2. Distribución de respuestas para la interrelación 2 41

Gráfico 3. Distribución de respuestas para la interrelación 3. 43

Gráfico 4. Distribución de respuestas para la interrelación 4. 45

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Configuración epistémica de referencia del objeto variable aleatoria de distribución binomial 22
Tabla 2. Solución esperada 31
Tabla 3. Tipificación de la respuesta esperada para la variable aleatoria de distribución binomial 32
Tabla 4. Tipificación de la respuesta para el rango de la variable aleatoria de distribución binomial 33
Tabla 5. Tipificación de la respuesta para la distribución de probabilidad de la variable aleatoria de distribución binomial 33
Tabla 6. Tipificación de la respuesta para los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial 33
Tabla 7. Descripción de la respuesta según su frecuencia para la variable aleatoria.. 37
Tabla 8. Descripción de la respuesta según su frecuencia para el rango 40
Tabla 9. Descripción de la respuesta según su frecuencia para la distribución de probabilidad 42
Tabla 10. Descripción de la respuesta según su frecuencia para los parámetros......... 44

Introducción

La distribución binomial es una de las más importantes distribuciones discretas. Esta distribución es usada en la medicina, la industria y en la toma de decisiones gerenciales, así como en la bolsa de valores; precisamente, en aquellas situaciones donde los posibles resultados son aleatorios y dicotómicos. Además, se estudia en las áreas de Matemática, Ingenierías y Ciencias Sociales.

En la universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), los alumnos en las carreras de Negocios Internacionales, Administración, Finanzas, Negocios del Deporte, Marketing, Recursos Humanos, Agro Negocio, Contabilidad y Administración de Empresas cursan Estadística aplicada a negocios, y en este curso se estudia la variable aleatoria de distribución binomial en el primer ciclo.

El interés por estudiar la variable aleatoria de distribución binomial surge de mi práctica pre docente, durante la cual se ha evidenciado que los alumnos tienen errores y dificultades al definir la variable aleatoria de la distribución en la cual van a trabajar. En especial, para nuestra investigación de la distribución binomial, esto se pudo observar en las prácticas dirigidas, prácticas calificadas y exámenes.

La presente investigación tiene por objetivo tipificar y describir los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados de un primer curso de Estadística aplicada a los negocios. Se utilizarán estudios e investigaciones de otros autores para la explicación de por qué se producen dichos errores. El marco teórico usado será el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, del cual tomamos varios aspectos.

La metodología que seguiremos será mixta, esto es, del tipo cuantitativo y cualitativo, ya que se hará una tipificación, descripción, conteo y explicación de los errores que presentan los alumnos al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados. Para ello, primero, diseñaremos un problema para los alumnos del curso de Estadística aplicada a los negocios y, finalmente, tipificaremos y describiremos los errores que presenten en la resolución del mismo.

Algunos investigadores, como Souza (2002), nos muestran las posibles dificultades didácticas que se deben a la concepción de los alumnos y sus obstáculos psicológicos y matemáticos. En Ruiz, Albert y Batanero (2003), y Retamal, Alvarado y Rebolledo (2007), los alumnos no definen correctamente la variable aleatoria. Según Alvarado y

Batanero (2007), los alumnos presentaron dificultades en la resolución de problemas contextualizados.

En relación a la estructura del trabajo de investigación, este se divide en cinco capítulos.

El Capítulo 1 describe la problemática que motiva este estudio; se muestran los antecedentes y la justificación de la relevancia del problema a investigar. Además, se define el problema de investigación seguido de la pregunta y los objetivos del estudio.

El Capítulo 2 contiene las herramientas teóricas y las definiciones que serán utilizadas en nuestra investigación, además de algunos aspectos de la teoría del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS). También se describen los objetos matemáticos involucrados en este estudio y una breve reseña histórica de su creador Jacob Bernoulli. Se define la variable aleatoria discreta, la distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta, la distribución de probabilidad binomial y la configuración epistémica del objeto variable aleatoria de distribución binomial.

En el Capítulo 3 se expone cómo se desarrolló la experiencia según la metodología propuesta.

En el Capítulo 4 se brinda un análisis de los resultados y la tipificación de los errores de la variable aleatoria de distribución binomial.

Finalmente, en el Capítulo 5 daremos las conclusiones de la investigación y recomendaciones.

Se espera que esta investigación sea un antecedente para que futuros investigadores se puedan proponer un objetivo más ambicioso, que podría ser que los alumnos superen los errores y dificultades de este objeto matemático.

Capítulo 1 . Problemática

En el presente capítulo se describen investigaciones preliminares relacionadas con el objeto de este estudio. Además veremos la relevancia de esta investigación y la justificación de la misma. Finalmente, se establece la pregunta de investigación, el objetivo general y los objetivos específicos.

1.1 Antecedentes

Nuestro problema de investigación aborda la falta de tipificación de los errores que se presentan al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados.

Actualmente, en nuestras escuelas, desde la primaria hasta la universidad, la probabilidad y estadística son relegadas, y muchas veces no se enseñan o no se logran desarrollar en su totalidad todos los temas que están planteados en el DCN (Diseño Curricular Nacional), ya sea porque se relegan a la última unidad o por las dificultades que presentan los profesores al desarrollar estos temas. Por este motivo, los alumnos llegan con pocos conocimientos sobre estadística a la universidad.

Aunque son pocas las investigaciones específicas sobre la variable aleatoria de distribución binomial, sí se pudo encontrar investigaciones sobre la variable aleatoria y otros temas relacionados, que nos sirven de apoyo para el tema que se tratará en esta investigación. Citaremos algunos de estos trabajos a continuación.

Souza (2002) realizó una investigación con el objetivo de elaborar una secuencia didáctica que favorezca a la comprensión de la distribución binomial. Además, tenía como objetivos específicos trazar un breve panorama de los estudios anteriores sobre la enseñanza-aprendizaje de las probabilidades, y así comprender mejor algunos aspectos de la distribución binomial y sus relaciones con otras distribuciones de probabilidad, como la Hipergeometrica, Poisson y la Normal. Para ello, realizó una secuencia didáctica donde utilizó el juego de cuadros de la dialéctica Herramienta-Objeto, empleando los diferentes registros de representación. De esta forma, muestra las posibles dificultades matemáticas y didácticas que se pueden deber a la concepción de los alumnos y a sus obstáculos psicológicos y matemáticos.

Girard (1997, citado por Souza 2002) “classifica como obstáculo psicológico o fato de que as pessoas têm a tendência a, inconscientemente, dar maior valor a probabilidades de eventos cujas conseqüências sejam importantes, não interessando se positivas ou negativas".

El autor desarrolló un breve estudio de algunos conceptos de la Didáctica de la Matemática y algunas investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las probabilidades. En su metodología, desarrolló una secuencia piloto para saber cómo los estudiantes de estadística actuarían en el desempeño de la secuencia, y los tipos de dificultades que podrían surgir en esta tarea, tanto por problemas de lenguaje, así como organización o resolución. Detectó algunas dificultades matemáticas, como, por ejemplo, que cualquier número elevado a cero era cero ($5^0=0$); no sabían cuánto valía 0!; escribían que $\frac{5!}{5!} = 0$; además, a pesar de tener institucionalizado las notaciones $P(X = x),\ P(X > x), P(X < x),\ P(X = x),\ P(X \leq x)\ y\ P(X \geq x)$, los alumnos no usaban esta notación y solo escribían P. Pocos eran los alumnos que escribían las notaciones de la manera que fue institucionalizada. También presentan dificultades en el cambio de registro, del registro de lenguaje natural al registro de lenguaje simbólico. Además, los alumnos no dominaban el formalismo matemático necesario para indicar las operaciones realizadas y los resultados de los problemas; algunos alumnos tenían dificultades para comprender el enunciado del texto, pues no entendían el contexto en que se desarrollaba. Esta investigación es importante para nuestro trabajo, ya que muestra que los alumnos tienen dificultades en pasar de un registro de lenguaje natural al registro de lenguaje simbólico; y, también, que los alumnos tienen dificultades en comprender los problemas contextualizados.

En la investigación de Ruiz, Albert y Batanero (2006) se desarrolla un estudio exploratorio de las dificultades de los alumnos con variables aleatorias. El objetivo de la investigación fue observar las dificultades que enfrentan los estudiantes cuando tratan de resolver un problema que involucra el concepto de variable aleatoria. La metodología empleada es del tipo cualitativa, y el experimento se realizó con un par de alumnos universitarios. Entre los resultados obtenidos, los alumnos encontraron difícil moverse en el contexto del problema y el contexto matemático; asimismo, los estudiantes no aceptaron que las matemáticas sirvan para representar la realidad y las separaban del contexto del problema de las representaciones matemáticas. Además, concluyeron que la complejidad epistemológica de la variable aleatoria se refleja en las dificultades que los alumnos presentan al solucionar el problema relacionado a la idea de variable aleatoria.

En Alvarado y Batanero (2007), se analizó la comprensión teoría y práctica de la aproximación normal a la distribución binomial alcanzada por un grupo de estudiantes de ingeniería después de un experimento de enseñanza apoyado en un curso de Excel. La enseñanza y el material didáctico preparado incluyeron un tema sobre la aproximación de la distribución binomial por la normal que estuvo basado en conceptos teóricos del Enfoque Ontosemiótico (Godino 2003).
Las sesiones que realizaron estuvieron centradas en la resolución de problemas. Utilizaron tres tipos de configuraciones: la configuración manipulativa, la configuración computacional (ordenador) y la configuración algebraica, en alumnos de segundo año de ingeniería en la universidad Católica de Concepción (Chile). Los alumnos habían tomado anteriormente un curso de cálculo de probabilidades en el primer año. En los resultados se ve que, aunque 116 estudiantes llegan a identificar la distribución binomial y expresar la probabilidad a calcular, se producen algunos errores en la identificación de los parámetros (n y p), aparece una multiplicidad de errores, especialmente en la resolución del problema, como cuando confunden en ocasiones la varianza de la media y la proporción o cometen errores al tipificar la variable.

Finalmente, Ruiz (2013), en su tesis doctoral, *Análisis epistemológico de la variable aleatoria y comprensión de objetivos matemáticos relacionados por estudiantes universitarios*, tuvo como objetivo realizar algunos estudios preliminares sobre la didáctica de la variable aleatoria que permitieron posteriormente el diseño fundamentado de situaciones didácticas. La metodología que utilizó para esta investigación tiene diversas características y, acorde con el marco teórico (Teoría de Situaciones Didácticas y el Enfoque Ontosemiótico) en el que se sustenta la presente investigación, sigue las directrices de la ingeniería didáctica, la entrevista clínica y el estudio de evaluación. Los alumnos mostraron un buen razonamiento estadístico en toda la actividad, aunque esto sólo se observó en poco más de la cuarta parte de la muestra, lo que indica que hay una necesidad fuerte de preparar a los estudiantes para el trabajo con variables estadísticas y aleatorias en actividades de modelación a través de la aplicación de proyectos.

Aunque estas investigaciones no se centraron en la variable aleatoria de distribución binomial, estos artículos son importantes para nuestra investigación, ya que mencionan errores y dificultades que los alumnos tienen cuando trabajan con variables aleatorias discretas, como la variable aleatoria de distribución binomial que es materia de esta investigación.

1.2 El Problema de Investigación

La variable aleatoria es primordial en los primeros cursos universitarios de estadística para que el alumno pueda hallar el modelo probabilístico del problema que se está desarrollando, y es un pilar para el desarrollo de las distribuciones de probabilidad. A pesar de la importancia de la variable aleatoria, las investigaciones son pocas (Ruiz, 2013). La variable aleatoria es una herramienta indispensable para vincular la realidad con la herramienta matemática, pero también es básica para el desarrollo de la teoría sobre las distribuciones de probabilidad, el teorema del límite central y el estudio de la inferencia, según Ruiz (2013).

Además, la variable aleatoria de distribución binomial es una de las distribuciones de probabilidad discretas más importantes en estadística, por su gran cantidad de aplicaciones a situaciones reales (Sandmann, 2001). Es una herramienta muy usada en la toma de decisiones en empresas, proyectos en los que se suele esperar que ocurra o no un evento específico.

Por ejemplo, en el caso de una empresa que fabrica artículos, este puede resultar bueno o defectuoso, y no medio bueno o medio defectuoso, dado que estos tipos de resultados no son de interés para la toma de decisiones de la producción de una empresa. Otra situación que se presenta en una empresa es si la meta de producción o ventas del mes se pueden o no lograr, como también en la bolsa de valores, donde se puede tener éxito o fracaso. En la medicina podemos ver diferentes tratamientos que se dan para enfermedades como la malaria, la gripe, el sida, etc. Estos tratamientos médicos pueden ser eficaces o ineficaces. También podemos observar en las preguntas de selección múltiple que se evalúan en el examen de ingreso a la universidad, aunque haya cuatro o cinco alternativas, las respuestas pueden ser correctas o incorrectas. Para situaciones de este tipo utilizamos la variable aleatoria de distribución Binomial.

Es así que, motivada por la poca comprensión y bajo rendimiento que presentan los alumnos en un primer curso de estadística en el tema de variable aleatoria de distribución binomial, surge la presente investigación. De ahí la importancia de identificar las dificultades que presentan los alumnos en reconocer la variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados.

Motivados por este propósito surge la siguiente pregunta: ¿Qué tipo de errores se presentan al identificar la variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados? Para responder nuestra pregunta de investigación, planteamos los siguientes objetivos.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Tipificar y describir los errores que se presentan al identificar la variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados con alumnos de cuarto ciclo.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Construir el significado de referencia que permita identificar los errores que cometen los alumnos al detectar la variable aleatoria de distribución binomial.
- Determinar los errores que los alumnos tienen al identificar la variable aleatoria de distribución binomial.
- Identificar y tipificar los errores encontrados en la respuesta dada por los alumnos al problema formulado para la variable aleatoria de distribución binomial.

A continuación, presentamos algunos aspectos teóricos de nuestro trabajo. El siguiente capítulo concluye con la aclaración de los objetivos de esta investigación desde la perspectiva de nuestros aspectos teóricos.

Capítulo 2 Marco Teórico

En este capítulo presentamos aspectos teóricos fundamentales que serán utilizados en nuestra investigación. En primer lugar, es importante definir qué se entiende por error, dificultad y configuración epistémica y cognitiva desde la perspectiva del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, que en adelante llamaremos EOS. En la presente investigación se tomarán las definiciones planteadas por Godino, Batanero y Font (2003), y Godino, Font, Wilhelmi, y Lurduy (2009). Estas son importantes para el análisis de los datos, ya que se abordará el aspecto epistémico y cognitivo del alumno, para lo cual se hará una tipificación de los errores que presentan los alumnos al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados.

Haremos una revisión de algunos aspectos fundamentales referidos a los errores que cometen los alumnos en la práctica matemática, lo que será fundamental, puesto que específicamente se quiere tipificar y describir los errores de los alumnos desde la perspectiva del EOS, el cual nos ofrece las herramientas apropiadas para el sostén teórico de nuestro estudio. Luego, basándonos en este enfoque, expondremos nuestras conclusiones de la investigación.

2.1 Definición de Error

Según Godino, Batanero y Font (2003), todas las teorías sobre la enseñanza-aprendizaje coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información (p. 73). Señalan también que el profesor debe ser perceptivo con las ideas del alumno y utilizar técnicas de conflicto cognitivo para que el alumno logre un aprendizaje significativo.

- Hablamos de *error* cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la instrucción matemática.

- El término *dificultad* indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio. Si el porcentaje de respuestas incorrectas es elevado, se dice que la dificultad es alta, mientras que si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja.

2.2 Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento e Instrucción Matemática (EOS)

En la presente investigación, se tomarán las definiciones desarrolladas por Godino, Font, Wilhelmi, y Lurduy (2009), quienes gradualmente desarrollaron y precisaron las nociones de "significado institucional y personal de un objeto matemático", y de configuraciones epistémicas y cognitivas. Estos aspectos son importantes para el análisis de los datos, ya que se verá el aspecto cognitivo y epistemológico del alumno, sobre la base del cual posteriormente formularemos nuestras conclusiones.

2.2.1 Objetos matemáticos primarios

Para nuestro análisis necesitaremos las nociones teóricas de Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2009), quienes describen seis categorías para la solución experta, cuya configuración se llamará epistémica. Es necesario introducir la tipología de objetos matemáticos. El EOS nos propone las siguientes categorías o tipos de objetos matemáticos primarios:

- *Elementos lingüísticos* (Términos, expresiones, notaciones, gráficos, etc.) en diversos registros (escrito, oral, gestual, etc.)
- *Situaciones–problemas* (Aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, etc.)
- *Conceptos-definición* (Introducidos mediante definiciones o descripciones)
- *Proposiciones* (Enunciados sobre conceptos, etc.)
- *Procedimientos* (Algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc.)
- *Argumentos* (Enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, etc.)

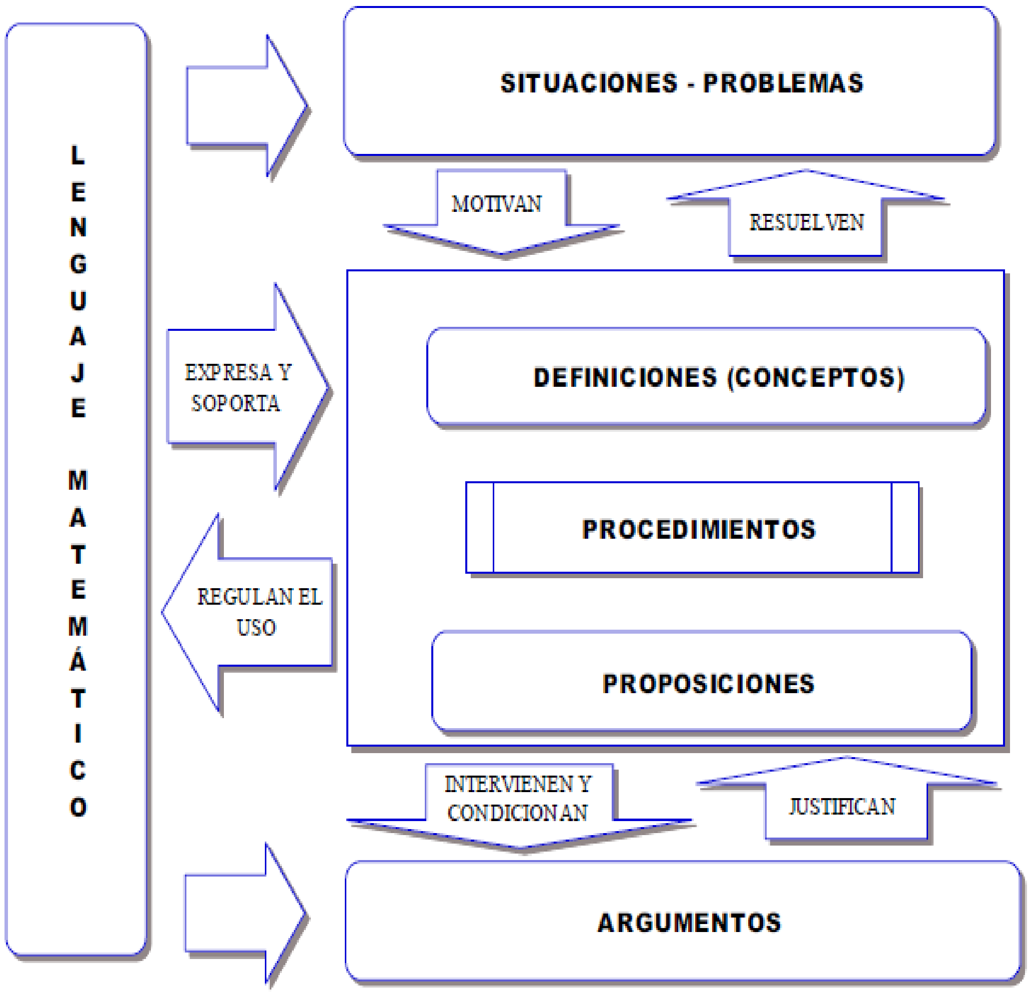


Figura 1. Configuración de objetos primarios

Fuente: Godino et al. (2009, p.6)

Dentro de la tipología de los objetos matemáticos primarios no trataremos las *proposiciones* (enunciados sobre conceptos, por ejemplo), ya que la definición o concepto de variable aleatoria es único.

Configuraciones epistémicas y cognitivas

Cuando se describen estas seis categorías para la solución experta, la configuración puede ser epistémica cuando nos referimos a redes de objetos institucionales. Las descripciones de estas seis categorías para las soluciones dadas por los estudiantes las llamaremos configuraciones cognitivas cuando se trate de redes de objetos personales.

2.3 La Variable Aleatoria de Distribución Binomial

Presentamos, a continuación, el significado de referencia de la variable aleatoria y de la variable aleatoria de distribución binomial, partiendo del desarrollo histórico-epistemológico de la variable aleatoria de distribución binomial, ya que comparten una fuerte relación epistémica.

2.3.1 Aspectos Históricos

En la Teoría de probabilidad y estadística, la distribución de Bernoulli (o distribución dicotómica) tuvo un importante desarrollo con el trabajo del matemático y científico suizo Jacob Bernoulli, quien nació el 27 de diciembre de 1654 en Basilea, Suiza. Bernoulli se graduó en la Universidad de Basilea con una maestría en filosofía en 1671 y la licenciatura en teología en 1676. Luego estudió matemáticas y astronomía. Siguió sus estudios en Inglaterra, donde conoció a Boyle y Hooke. Además, estudió las principales obras matemáticas de su tiempo, como la Geometría de Descartes, Van Schooten, Wallis y Barrow y, a partir de estos trabajos, se interesó en la geometría infinitesimal. Años después, en 1685, Bernoulli se interesó por la probabilidad. Hacia 1689, publicó importantes trabajos, como la ley de los grandes números en teoría de la probabilidad. La interpretación de la probabilidad como frecuencia relativa implica que si un experimento se repite un gran número de veces, entonces, la frecuencia relativa con que ocurre un evento es igual a la probabilidad del evento. La ley de los grandes números es una interpretación matemática de este resultado. Jacob Bernoulli publicó cinco tratados de serie infinita entre 1682 y1704.

En 1696 Bernoulli solucionó la ecuación, que ahora se llama “la ecuación de Bernoulli”:

$$y' = p(x)y + q(x)y^n$$

La obra más original de Jacob Bernoulli fue Ars Conjectandi, publicada en Basilea en 1713, ocho años después de su muerte. El trabajo quedó incompleto en el momento de su muerte, pero sigue siendo una de las obras de mayor significación en la teoría de la probabilidad. En el libro, Bernoulli revisó el trabajo de otros en probabilidad, particularmente los de Van Schooten, Leibniz y Prestet. Los números de Bernoulli aparecen en el libro en una discusión de la serie exponencial. Se dan muchos ejemplos en cuanto uno esperaría ganar jugando varios juegos de azar. Hay pensamientos interesantes en lo que probabilidad realmente es:

> Probabilidad como un grado medible de certeza; necesidad y oportunidad; moral versus esperanza matemática; probabilidad a priori a posteriori; expectativa de ganar cuando los jugadores se dividen según destreza; respecto de todos los argumentos disponibles, su valoración y su evaluación calculable; Ley de grandes números.

Hofmann resume las contribuciones de Jacob Bernoulli así:

> Bernoulli enormemente avanzó en el álgebra, el cálculo infinitésimal, el cálculo de variaciones, mecánica, la teoría de series y la teoría de probabilidades. Él fue muy obstinado, agresivo, rencoroso, sitiado por sentimientos de inferioridad, y aún firmemente convenció de sus propias capacidades. Con estas características, necesariamente tenía que chocar con su hermano igualmente dispuesto. Sin embargo, ejerció la influencia más durable en éste.

Jacob Bernoulli murió el 16 de Agosto de 1705 en Basilea. Pidió que se le tallara en su piedra sepulcral la inscripción "Eadem Mutata Resurgo" (cambiante, pero resurjo el mismo). Los Bernoulli formaron una de las sagas de matemáticos más importantes de la historia.

Figura 2. Jacob Bernoulli

Fuente: Imagen tomada del **sitio:** http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Bernoulli_Jacob.html **(Fecha de actualización: 02 de noviembre de 2015)**

Según Salinero (s.f.), el concepto de "variable aleatoria" estuvo presente en forma implícita casi desde el principio de la teoría de la probabilidad. En aquel tiempo Galileo habló de errores "aleatorios" que no se pueden predecir y varían de medida en medida. En realidad, hacía referencia a que estos errores son una variable aleatoria de distribución desconocida. Cuando Bernoulli expuso su ley de los grandes números, al contar el número de bolas blancas extraídas de la urna, el número de éxitos es una variable aleatoria que toma valores entre 1 y n (el número total de pruebas), siguiendo una distribución binomial.

El primero en introducir la idea de 'variable aleatoria' fue Poisson en 1832, en su libro *Sobre la Probabilidad de los Resultados Promedio de Observaciones*. No empleó el término 'variable aleatoria', pero sí hizo mención de "alguna cosa" que se puede entender como un conjunto $a_1, a_2, ..., a_n$ con sus respectivas probabilidades $p_1, p_2, ..., p_n$, es decir, discutió las variables aleatorias discretas. Asimismo, consideró variables aleatorias continuas y sus densidades. Chebyshev fue quien por primera vez utilizó la palabra 'variable', y asumió implícitamente que todas las variables aleatorias eran independientes y remarcó que estas serían independientes cuando fuese necesario. El primero en utilizar constantemente el término 'variable aleatoria' fue Liapunov (1857-1918), (p. 10).

La variable aleatoria de distribución binomial es uno de los primeros ejemplos de las llamadas distribuciones discretas (que solo puede tomar un número finito o infinito numerable, de valores). Es decir que si en una experiencia aleatoria únicamente consideramos dos posibilidades, que ocurra el suceso A o que no ocurra (que ocurra A', el complementario de A), se trata de una experiencia dicotómica. Si repetimos n veces una experiencia dicotómica y llamamos X a la variable que cuenta el número de éxitos, resulta que X es una variable discreta que puede tomar los valores: $0,1,2,3,4,5,...,n$.

2.3.2 Definición de Variable Aleatoria Discreta

Se dice que una variable aleatoria X es *discreta* si puede tomar sólo un número finito o contablemente infinito de valores distintos. Por ejemplo, el número de bacterias por unidad de área en el estudio de control de medicamentos sobre el crecimiento de bacterias.

2.3.3 La Distribución de probabilidad para una variable aleatoria discreta

De modo notacional, usaremos una *letra mayúscula*, por ejemplo, X, para denotar una variable aleatoria; y una *letra minúscula*, por ejemplo, *y*, para denotar un *valor particular* que puede tomar una variable aleatoria.

La probabilidad de que X tome el valor *x*, $P(X = x)$, se define como la suma de las probabilidades de todos los eventos en S a los que se asigna el valor *y*. Denotaremos $P(X = x)$ por $p(x)$. Como $p(x)$ es una función que asigna un valor de probabilidad a cada valor *y* de la variable aleatoria X, recibe el nombre de *función de probabilidad* para X.

2.3.4 La Distribución de probabilidad binomial

Un experimento *binomial* presenta las siguientes propiedades:

- Consiste en un número fijo, n, de pruebas idénticas.
- Cada prueba resulta en uno de dos resultados: éxito, S, o fracaso, F.
- La probabilidad de éxito en una sola prueba es igual a algún valor *p* y es el mismo de una prueba a la otra. La probabilidad de fracaso es igual a $(1 - p)$.
- Las pruebas son independientes.
- La variable aleatoria de interés es X, el número de éxitos observado durante las n pruebas.

Pongamos un ejemplo. Un sistema de detección de alarma temprana para aviones consta de cuatro unidades de radar idénticas que operan de manera independiente entre sí. Supongamos que cada una tiene una probabilidad de 0.95 de detectar un avión intruso. Cuando un avión intruso entra en escena, la variable aleatoria de interés es X, el número de unidades de radar que *no detecta* el avión. ¿Es este un experimento binomial?

Para decidir si este es un experimento binomial, debemos determinar si cada uno de los cinco requisitos de la definición se satisface. Obsérvese que la variable aleatoria de interés X es el número de unidades de radar que *no* detectan el avión. La variable aleatoria de interés en un experimento binomial es siempre el número de éxitos; en consecuencia, este experimento puede ser binomial solo si llamamos éxito al evento de *no detectar*.

Ahora examinemos el experimento en cuanto a las cinco características del experimento binomial. En primer lugar, el experimento comprende cuatro pruebas idénticas; cada una de ellas consiste en determinar si una unidad particular de radar detecta (o no) el avión.

En segundo lugar, cada prueba arroja uno de dos resultados. Como la variable aleatoria de interés es el número de éxitos, S denota que el avión no fue detectado y F denota que fue detectado.

En tercer lugar, como todas las unidades de radar detectan el avión con igual probabilidad, la probabilidad de S en cada prueba es la misma y $p = P(S) = P(no\ detectar) = 0.05$.

Además, las pruebas son independientes porque las unidades operan de manera independiente.

Por último, la variable aleatoria de interés es X, el número de éxitos en cuatro pruebas. Entonces, por todo ello, el experimento es binomial con $n = 4, . \ p = 0{,}05$.

Por otro lado, se dice que una variable aleatoria X tiene una *distribución binomial* basada en *n* pruebas con probabilidad *p* de éxito si y solo si

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x \, q^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n \ \ y \ \ 0 \le p \ \le 1.$$

Pongamos también un ejemplo de este concepto en forma de problema. El gerente de mercado de Alimentos de Steve garantiza que ninguna de sus cajas de una docena de huevos contendrá más de un huevo podrido. Si una caja contiene más de un huevo podrido, le daremos toda la caja y dejaremos que el cliente conserve la caja de huevos original. Si la probabilidad que un huevo individual sea malo es 0,05, ¿cómo podemos determinar el tipo de variable, los parámetros y la función de probabilidad? ¿Cuál es la probabilidad de que el gerente tenga que cambiar la caja de huevos dada?

La solución de estas interrogantes sería como sigue:

$$X = El\ número\ de\ huevos\ podridos\ encontrados\ en\ una\ caja\ de\ una\ docena\ de\ huevos.$$

$$p = P(malos) = 0{,}05$$

$$1 - p = 0{,}95$$

$$n = 12$$

Binomial $X \sim B(n, p)$

$$f(x) = P(X = x) = C_x^{12} 0{,}05^x 0{,}95^{12-x}, \; R_x = 0,1,2,3,\ldots,12$$

2.4 Configuración Epistémica del objeto variable aleatoria de distribución binomial

Para el trabajo que vamos a realizar es necesario plantear la configuración epistémica de referencia del objeto de estudio (variable aleatoria de distribución binomial) dada por el EOS. Ello nos permitirá tener un sistema de referencia para el análisis de los significados implementados.

Tabla 1. Configuración epistémica de referencia del objeto variable aleatoria de distribución binomial

COMPONENTES	DESCRIPTORES
Elementos lingüísticos	Contexto, Dicotómico, variable aleatoria, variable aleatoria discreta, función de distribución, distribución binomial, éxito, fracaso, discreto, parámetros (p y n), muestra, rango, evento y prueba.
Situación Problema	Describiremos los componentes específicamente para un grupo de alumnos del área de Administración.
Conceptos - Definiciones	**Dicotómico:** Un objeto o una materia dividido en dos partes o grupos, generalmente opuestos entre sí **Variable Aleatoria**: Es un número real asociado al resultado de un experimento aleatorio, es decir, una función real sobre el espacio muestral, cuyo rango es R. **Variable aleatoria discreta:** Se dice que una variable aleatoria Y es *discreta* si puede tomar sólo un número finito o contablemente infinito de valores distintos. **Evento:** Cualquier conjunto del espacio muestral. **Distribución binomial:** Se dice que una variable aleatoria Y tiene una *distribución binomial* basada en *n* pruebas con

	probabilidad *p* de éxito. **Prueba:** Examen o experimento de las cualidades de alguien o algo **Éxito:** Se refiere al efecto o la consecuencia acertada de una acción**.** **Fracaso:** Se refiere al efecto o la consecuencia errada de una acción. **Función de distribución:** La función de densidad de una variable aleatoria **X** permite trasladar la medida de probabilidad de realización de los sucesos de una experiencia aleatoria a la característica numérica que define la variable aleatoria. **Rango:** Es el conjunto formado por todos los valores que pueden asumir la variable estadística. $\boldsymbol{R_x = \{0, 1, 2, 3, \dots, n\}}$**.** **Parámetro:** Es un valor que describe una característica de la población.

Procedimientos	Pasos a seguir para analizar la variable aleatoria de distribución binomial: Primero, tenemos que identificar la variable aleatoria. Para ello se debe: • Reconocer la característica buscada del individuo (número de veces); • Reconocer el éxito que se quiere encontrar; y • Reconocer el tamaño del grupo de n pruebas. Para identificar el rango de la variable aleatoria de distribución binomial se debe: • Reconocer el rango en el cual se va a trabajar; y • Reconocer la simbología del rango y los elementos que le corresponde al rango. Para identificar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria de distribución binomial se debe: • Reconocer la distribución y la simbología correspondiente a dicha distribución. Para identificar los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial se debe: • Reconocer los parámetros n y p; y • Reconocer la simbología que corresponde a los parámetros de dicha distribución.
Argumentos	Los alumnos deben determinar si la variable aleatoria trabajada es de distribución binomial siguiendo tres pasos: • Reconocer la característica buscada del individuo (número de ocurrencias); • Reconocer el éxito que se quiere encontrar; y • Reconocer el tamaño del grupo de n pruebas. Los alumnos deberán identificar el rango de la variable aleatoria de distribución binomial. Para ello deben: • Reconocer el rango en el cual se va a trabajar; y • Reconocer la simbología del rango y los elementos que

	le corresponde al rango. Los alumnos deben determinar si la distribución de probabilidad de la variable aleatoria de distribución binomial. Para esto necesitan: • Reconocer la distribución o la simbología correspondiente a dicha distribución. Los alumnos deben determinar si los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial, y para lograrlo deben: • Reconocer los parámetros n y p ; y • Reconocer la simbología que corresponde a los parámetros de dicha distribución.

Capítulo 3 Metodología de la Investigación

En este capítulo referiremos las características de la metodología que seguiremos en nuestro trabajo de investigación y los pasos metodológicos relacionados con nuestros objetivos.

Hay que recordar que la motivación de esta investigación es el bajo rendimiento que tienen los alumnos al identificar la variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados, y que nuestro interés es hacer una tipificación de los errores que presentan los alumnos al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados. Sobre la base de las respuestas dadas por escrito en una situación problema, analizaremos si los alumnos pueden identificar la variable aleatoria de distribución binomial, el rango de la variable, función de distribución de probabilidad y los parámetros del modelo.

3.1 Metodología

Nuestra investigación será mixta, esto es, del tipo cuantitativo y cualitativo, ya que nos permitirá alcanzar nuestros objetivos específicos. Para este análisis seguiremos un diseño explicativo secuencial, dado que se utiliza una metodología mixta. Hernández, Fernández y Baptista (2010) afirman:

> El diseño se caracteriza por una primera etapa en la cual recaban y analizan los datos cuantitativos, seguida de otra donde se recogen y evalúan datos cualitativos. La mezcla mixta ocurre cuando los resultados cuantitativos iniciales informan a la recolección de datos cualitativos. (p. 566)

Además, los autores determinan un esquema para el diseño explicativo secuencial: recolección de los datos cuantitativos, análisis cuantitativo, recolección de datos cualitativos, análisis cualitativo e interpretación del análisis completo.

Es importante dar a conocer que el estudio se realizó con 18 alumnos de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), cuyas edades se encuentran entre los 16 y los 19 años. La UPC es una universidad privada y los alumnos que alberga dicha universidad son de clase media y media alta. Los estudiantes que participaron en la investigación son de la Facultad de Negocios Internacionales, en un primer curso lectivo en el 2014-2 de Estadística aplicada a los negocios. Este curso es presencial, es una asignatura obligatoria del primer año que se dicta en cuatro horas de teoría semanales, dos horas de laboratorio quincenales y dos horas de práctica semanales impartidas en la universidad. El grupo, antes de comenzar la enseñanza de la variable aleatoria de distribución binomial, ya había estudiado los fundamentos de la estadística descriptiva univariante y bivariante, incluyendo las representaciones gráficas, medidas de posición central y dispersión. Fue entre la semana 10 y 12 que se desarrollaron los temas relacionados a la variable aleatoria y las distintas distribuciones de probabilidad, entre las que está incluida la variable aleatoria de distribución binomial. Estas clases se dieron en la semana 12, de acuerdo al Plan Calendario del curso, y se aplicó la situación problema en el examen final de la semana 16.

Respecto a la experimentación, se tomó una prueba a los 18 alumnos durante la que no hubo la intervención del docente, así los datos obtenidos no sufrieron ningún sesgo. Esta prueba contenía una pregunta contextualizada de una variable aleatoria de distribución binomial para alumnos del área de Administración que contenía cuatro ítems. Cabe resaltar que la aplicación de la situación problema se dio después de que los alumnos recibieron clases sobre la variable aleatoria y de la distribución binomial y se sometieron a una evaluación en el curso que incluía este tema. Los alumnos contaron con dos horas para responder el examen, en el que estaba incluida nuestra pregunta que fue validada por el docente del curso. Cabe resaltar que como fue en un examen final, no tuvieron acceso a ningún tipo de apunte ni ayuda, y rindieron la prueba de manera individual.

Para la elaboración del problema se tuvo en cuenta que se trataba de alumnos del área de Administración, por lo que el contexto del problema contextualizado fue relacionado al área de Administración, teniendo en cuenta lo que se deseaba que los alumnos identifiquen, como la variable aleatoria de distribución binomial, el rango de la variable, la distribución de probabilidad y los parámetros.

Nuestro interés es hacer una tipificación de los errores que presentan los alumnos al identificar una variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados. Para lograr el objetivo de tipificar los errores es esencial que nos ciñamos a los objetivos específicos que fueron mencionados en el capítulo 1.

Para alcanzar el objetivo 1, se construyó el significado de referencia, el cual nos permitirá identificar los errores que cometen los alumnos al reconocer la variable aleatoria de distribución binomial.

Para alcanzar el objetivo 2, vamos a determinar los errores que los alumnos tienen al identificar la variable aleatoria de distribución binomial.

Para alcanzar el objetivo 3, se construirá una tabla para identificar y tipificar los errores encontrados en las respuestas dadas por los alumnos al problema formulado. Luego, se realizará el contraste entre la configuración epistémica y la tipificación en cada respuesta para identificar las dificultades y errores que presentan los alumnos en la identificación de la variable aleatoria de distribución binomial.

3.2 Procedimientos Metodológicos

A continuación, mostramos los pasos que vamos a seguir en nuestra metodología para cumplir nuestros objetivos:

1. Revisar textos que nos ayuden con la configuración epistémica de variable aleatoria de distribución binomial
2. Diseñar un problema contextualizado donde se presenten todos los conocimientos de variable aleatoria de distribución binomial para alumnos de nivel superior
3. Plantear la situación problema y la solución esperada de la situación problema (variable aleatoria de distribución binomial)
4. Aplicar el experimento a un grupo de alumnos de nivel superior después de que estos hayan estudiado el concepto de variable aleatoria de distribución binomial en un curso de Estadística Aplicada a los Negocios para la carrera de Administración de la UPC
5. Elaborar la configuración cognitiva de las respuestas de los alumnos del curso de Estadística Aplicada a los Negocios para la carrera de Administración de la UPC

6. Revisión y análisis de las respuestas de la situación problema (variable aleatoria de distribución binomial)
7. Tipificación de las respuestas de la situación problema proporcionadas por los alumnos del área de Administración
8. Determinar la clasificación para cada interrelación de acuerdo a los tipos de respuestas encontrados en cada una de ellas
9. Interpretación y relación de las respuestas según las preguntas de la situación problema
10. Clasificación mediante el uso de relaciones entre la respuesta y la tipificación
11. Análisis cuantitativo mediante relaciones establecidas entre las respuestas dadas y la tipificación
12. Análisis cualitativo de las respuestas, haciendo un contraste entre la configuración epistémica y cognitiva de las respuestas dadas por los alumnos del área de Administración
13. Mostrar la distribución de las respuestas en cada interrelación, según la clasificación establecida, mediante un gráfico

Capítulo 4 Análisis del Experimento

En este capítulo iniciaremos el análisis de los datos recogidos por medio de la situación problema (Anexo 1), la cual fue aplicada a un grupo de 18 alumnos del curso de Estadística aplicada a los negocios. Se realizó este análisis para determinar los errores de los alumnos y la tipificación de los errores.

Como se mencionó en el capítulo anterior, el análisis que se realizará será dividido en dos etapas. En la primera etapa se realizará un análisis cuantitativo de la situación problema, pues esto nos ayudará a tener un análisis más completo de la información; y, también, a tener conocimiento de los diversos tipos errores de los alumnos y cuáles son los errores más representativos, por lo que se pondrá especial atención en las respuestas erradas. Para no quedarnos con un conocimiento solamente cuantitativo de las respuestas erradas de los alumnos se continuará con la segunda etapa, la cual será un análisis cualitativo por medio de las configuraciones cognitivas de sus soluciones y su confrontación con las configuraciones epistémicas de las soluciones dadas por su profesora a la situación problema.

4.1 Análisis cuantitativo de los datos (Descripción general del experimento)

Para realizar este análisis cuantitativo realizaremos los siguientes pasos:

1. Planteamiento de la situación problema y la solución esperada de la situación problema (variable aleatoria de distribución binomial)
2. Tipificación de las respuestas proporcionadas por los alumnos a la situación problema (variable aleatoria de distribución binomial)
3. Determinar la clasificación para cada interrelación de acuerdo a los tipos de respuestas encontrados en cada una de ellas
4. Mostrar la distribución de las respuestas en cada interrelación, según la clasificación establecida, mediante un gráfico

4.1.1 Solución ideal de la situación problema

A continuación, presentamos la situación problema (variable aleatoria de distribución binomial) y la solución de esta. Se busca reconocer los errores que los alumnos presentan al resolver la situación problema planteada.

Se trabajó con alumnos del área de Administración de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC). Los alumnos llevaron por primera vez el curso de Estadística aplicada a los negocios, curso de segundo semestre de 6 horas a la semana. Se trabajó con 18 alumnos con edades entre los 17 y 19 años. El muestreo fue aleatorio.

Situación problema

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos

Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿Qué le recomienda al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Tabla 2. Solución esperada

Variable	**X=Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas**
Rango de la variable	$\{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$
Distribución de probabilidad	**Binomial** $X \sim B(n, p)$
Parámetros	$n = 10$ $\quad p = 0,2$

4.1.2 Tipificación de la respuesta para la variable aleatoria

Una vez recabados los datos por medio de la aplicación de la situación problema, analizaremos las diferentes respuestas dadas por los alumnos. Aparece la necesidad de determinar una tipificación de dichas respuestas. Para hacer valida la tipificación de las respuestas de los alumnos se procedió a realizar una triangulación de la misma con un experto en el tema que se está investigando. Además, se tomó en cuenta los procedimientos considerados en nuestro significado de referencia (ver Tabla 1).

Triangulación de respuestas

Para poder clasificar la información obtenida luego de haber aplicado la situación problema a los estudiantes del curso de Estadística se consideró necesario tipificar las respuestas para la pregunta de la situación problema.

Enseguida presentamos la tipificación para las respuestas dadas de la situación problema. Luego, mostramos las respuestas dadas por los alumnos y, finalmente, presentamos unas tablas, las cuales contienen las respuestas dadas por el investigador de acuerdo con la tipificación tomada.

En seguida, mostramos la tipificación que se dio luego de este trabajo.

Tabla 3. Tipificación de la respuesta esperada para **la variable aleatoria** de distribución binomial

Tipo de Respuesta	Respuesta esperada	Notación
Respuesta Correcta	**X=Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas.**	rc
Reconoce solo la cantidad.	**Número de empresas pequeñas.**	rc1
Reconoce solo el éxito que se quiere encontrar.	**Son categorizadas morosas.**	re
Reconoce solo el tamaño del grupo.	**En un grupo de 10 empresas pequeñas.**	rt
Reconoce solo la cantidad y el éxito que se quiere encontrar.	**Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas.**	e1
Reconoce solo la cantidad y el tamaño del grupo.	**Número de empresas pequeñas en un grupo de 10 empresas pequeñas.**	e2

Respuesta incorrecta.	La respuesta dada no tiene relación con la variable.	ri
No respondió.	Deja en blanco.	n

Tabla 4. Tipificación de la respuesta para **el rango** de la variable aleatoria de distribución binomial

Tipo de Respuesta	**Respuesta esperada**	**Notación**
Respuesta Correcta	Reconoce correctamente el rango de la variable. $\boldsymbol{R_x = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}}$	rc
Error de simbología	No utiliza la simbología que le corresponde al rango de la variable.	es
Respuesta incorrecta	La respuesta dada no tiene relación con el rango de la variable.	ri
No respondió	Deja en blanco.	n

Tabla 5. Tipificación de la respuesta para **la distribución de probabilidad** de la variable aleatoria de distribución binomial

Tipo de Respuesta	**Respuesta esperada**	**Notación**
Respuesta Correcta	Reconoce correctamente la distribución de probabilidad. **Binomial o** $\boldsymbol{X \sim B(n, p)}$	rc
Respuesta Incorrecta	La respuesta dada no tiene relación con la distribución de probabilidad.	ri
No respondió	Deja en blanco.	n

Tabla 6. Tipificación de la respuesta para **los parámetros** de la variable aleatoria de distribución binomial

Tipo de Respuesta	**Respuesta esperada**	**Notación**
Respuesta Correcta	Reconoce correctamente los parámetros. $\boldsymbol{n = 10}$ $\boldsymbol{p = 0,2}$	rc

Error de simbología	No utiliza la simbología.	es
Respuesta Incorrecta	Parámetros incorrectos.	ec
No respondió	Deja en blanco.	n

Respuesta

Objetivo específico 5: Determinar si la pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿Qué le recomienda al director de ASOMAF?

(2,0 puntos)

Variable	X= Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas
Rango de la variable	{0, 1, 2, 3, . . . , 10}
Distribución de probabilidad	Binomial $X \sim B(n, p)$
Parámetros	$n = 10$; $p = 0,2$

Respuesta según el experto para la **variable**

Notación	Tipo de Respuesta	Respuesta según el experto	Comentario
rc	Respuesta Correcta	Respuesta correcta	
rc1	Reconoce solo la cantidad.	Respuesta correcta	
re	Reconoce solo el éxito que se quiere encontrar.	Respuesta correcta	
rt	Reconoce solo el tamaño del grupo.	Respuesta correcta	

e1	Reconoce solo la cantidad y el éxito que se quiere encontrar.	Respuesta correcta	
e2	Reconoce solo la cantidad y el tamaño del grupo.	Respuesta correcta	
ri	La respuesta dada no tiene relación con la variable.	Respuesta correcta	
n	No respondió.	Respuesta correcta	

Respuesta según el experto para el **rango**

Notación	**Tipo de Respuesta**	**Respuesta según el experto**	**Comentario**
rc	Respuesta Correcta	Respuesta correcta	
es	Error de simbología	Respuesta correcta	
ri	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	
n	No respondió	Respuesta correcta	

Respuesta según el experto para la **distribución de probabilidad**

Notación	**Tipo de Respuesta**	**Respuesta según el experto**	**Comentario**
rc	Respuesta Correcta	Respuesta correcta	El alumno puede nombrar la distribución de probabilidad o representarla mediante notación que le corresponde
ri	Respuesta incorrecta.	Respuesta correcta	
n	No respondió.	Respuesta correcta	

Respuesta según el experto para los **parámetros**

Notación	**Tipo de Respuesta**	**Respuesta según el experto**	**Comentario**
rc	Respuesta Correcta	Respuesta correcta	
es	Error de simbología	Respuesta correcta	
ri	Respuesta incorrecta	Respuesta correcta	
n	No respondió.	Respuesta correcta	

4.1.3 Interrelaciones de respuestas

Luego de haber determinado la tipificación de respuestas para nuestro objeto de estudio, pasaremos al análisis de las respuestas dadas por los alumnos haciendo una interrelación entre las respuestas y la tipificación, que nos ayudará a reconocer los errores que los alumnos comenten al reconocer la variable, el rango, la distribución de probabilidad y los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial.

Interrelación 1

Analizaremos las respuestas relacionadas a la variable aleatoria de distribución binomial y la tipificación para la variable (**X=Número de empresas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas**). El fin de este análisis es detectar y analizar qué errores presentan al identificar, reconocer y describir la variable aleatoria. Se espera que todos puedan identificar la variable (ver Anexo1) considerada para esta interrelación.

Interrelación 2

Analizaremos las respuestas relacionadas al rango de la variable aleatoria de distribución binomial y su tipificación para el rango ($\boldsymbol{R_x = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}}$). Además, el fin de este análisis es reconocer, detectar y describir qué tipos de errores presentan los alumnos al describir el rango correspondiente a la variable, cuando pasan del registro verbal al registro simbólico (ver Anexo1), considerada para esta interrelación.

Interrelación 3

Analizaremos las respuestas relacionadas a la distribución de probabilidad de la variable aleatoria de distribución binomial y la tipificación de la distribución de probabilidad (**Binomial** $\boldsymbol{X \sim B(n,p)}$). Además, el fin de este análisis es detectar si reconocen la distribución en la que van a trabajar y analizar qué tipos de errores se presentan al identificar y reconocer la distribución de probabilidad, cuando pasan del registro verbal al registro simbólico (ver Anexo1), considerada para esta interrelación.

Interrelación 4

Analizaremos las respuestas relacionadas a los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial y la tipificación para los parámetros **(**$\boldsymbol{n = 10\,,\ \ p = 0,2}$**)**. Además, el fin de este análisis es detectar y analizar qué tipos de errores se presentan al identificar, reconocer y describir los parámetros, cuando pasan del registro verbal al registro simbólico (ver Anexo1), considerados para esta interrelación.

4.1.4. Análisis de los resultados de cada Interrelación

Interrelación 1

Para este análisis nosotros tomamos las respuestas proporcionadas por los alumnos y las compararemos de acuerdo a la tipificación establecida para esta variable. Para ello presentamos la siguiente tabla donde se clasifican las respuestas de los alumnos.

Tabla 7. Descripción de la respuesta según su frecuencia para la variable aleatoria

Tipo de Respuesta	Respuesta esperada/dada:	Error identificado	Notación	frecuencia absoluta del número de alumnos
Respuesta Correcta	**X=Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo**		rc	0

	de 10 empresas pequeñas.			
Reconoce solo la cantidad.	**Número de empresas pequeñas.**	No reconoce el éxito y el tamaño del grupo: **Son categorizadas morosas y en un grupo de 10 empresas pequeñas.**	rc1	2
Reconoce solo el éxito que se quiere encontrar.	**Son categorizadas morosas.**	No reconoce la cantidad y el tamaño del grupo: **Número de empresas pequeñas y un grupo de 10 empresas pequeñas**.	re	1
Reconoce solo el tamaño del grupo.	**En un grupo de 10 empresas pequeñas.**	No reconoce la cantidad y el éxito que se quiere encontrar: **Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas**.	rt	0
Reconoce solo la cantidad y el éxito que se quiere encontrar.	**Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas**.	No reconoce el tamaño del grupo: **en un grupo de 10 empresas pequeñas.**	e1	4
Reconoce solo la cantidad y el tamaño del grupo.	**Número de empresas pequeñas en un grupo de 10 empresas pequeñas**	No reconoce el éxito que se quiere encontrar: **que son categorizadas morosas.**	e2	0
Respuesta incorrecta	La respuesta dada no tiene relación con la variable.	Uso correcto de los préstamos que solicitan binomial	ri	6
No	Deja en blanco.		n	5

respondió.				

A continuación, mostraremos la clasificación y la descripción mediante un gráfico estadístico para mostrar los errores que cometen según la distribución de los tipos de interrelación encontrados.

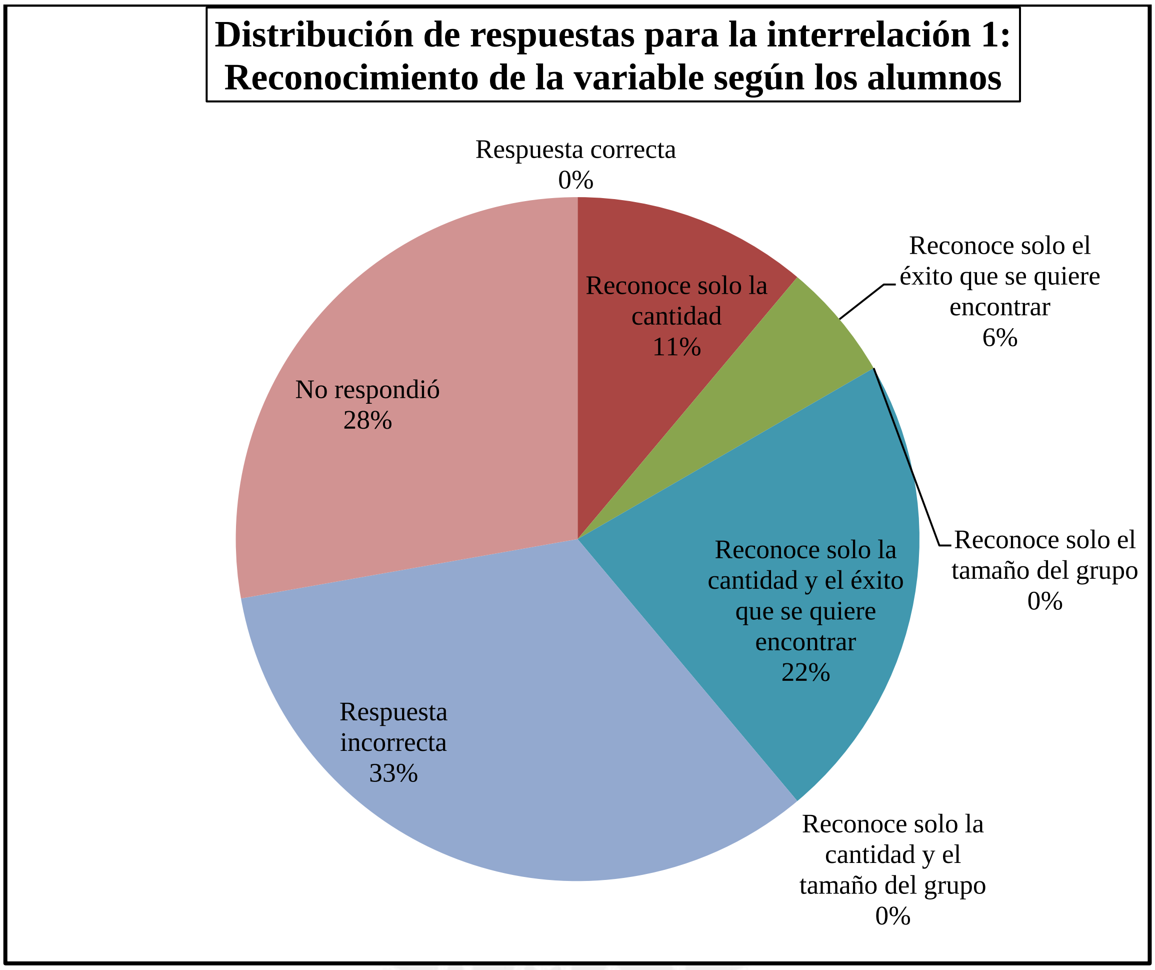


Gráfico 1. Distribución de respuestas para la interrelación 1

Comentario

Basándonos en los resultados de nuestro análisis estadístico cuantitativo (Gráfico 1), se identificó que el 100% de los alumnos tienen *dificultad* en reconocer solo el tamaño del grupo de 10 pruebas y en reconocer solo la cantidad y el tamaño del grupo (0%). Además, en las respuestas incorrectas (33% de las respuestas dadas por los alumnos no tienen relación con la variable) podemos notar que hay un error al identificar la variable con la distribución. No identifican la variable y tenemos alumnos que dejan en blanco la pregunta, que representan un 28% de la muestra. Podemos evidenciar, a partir de esta interrelación 1, dificultad para definir la variable en un problema contextualizado. Podemos concluir que ningún alumno identifica la variable correctamente de acuerdo con la interrelación 1 (0%).

Interrelación 2

Para este análisis, nosotros tomamos las respuestas dadas por los alumnos y las compararemos de acuerdo a la tipificación dada para el rango. Para ello presentamos la siguiente tabla donde se clasifican las respuestas de los alumnos.

Tabla 8. Descripción de la respuesta según su frecuencia para el **rango**

Tipo de Respuesta	Respuesta esperada	Error identificado	Notación	Frecuencia Absoluta del número de alumnos
Respuesta Correcta	Reconoce correctamente el rango de la variable. $\boldsymbol{R_x = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}}$		rc	3
Error de simbología	No utiliza la simbología que le corresponde al rango de la variable.	$\boldsymbol{[0, 1, 2, 3, \dots, n]}$ $\boldsymbol{(0, 1, 2, \dots, 10)}$	es	6
Respuesta incorrecta	No reconoce de forma correcta el rango de la variable.	$\boldsymbol{X \geq 2}$ $\boldsymbol{X \sim B(n, p)}$	ri	5
No respondió.	Deja en blanco.		n	4

A continuación, mostramos la clasificación y la describimos mediante un gráfico estadístico para mostrar los errores que cometen según la distribución de los tipos de interrelación encontrados.

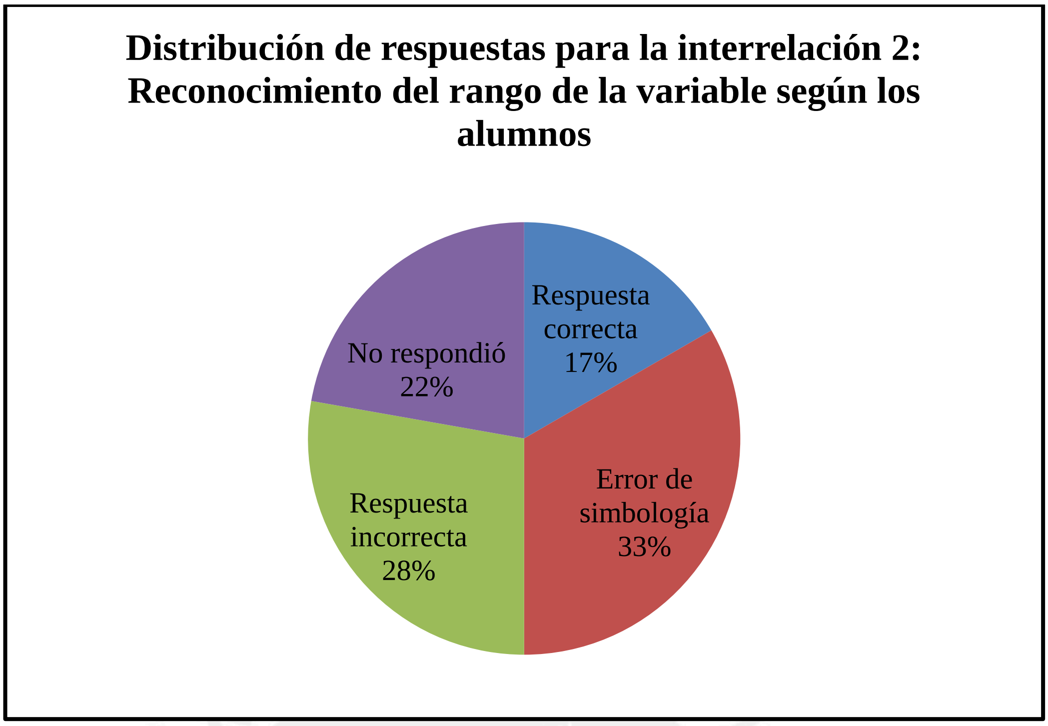


Gráfico 2. Distribución de respuestas para la interrelación 2

Comentario

Basándonos en los resultados de nuestro análisis cuantitativo (Gráfico 2) del rango de la variable, podemos concluir que los alumnos identifican correctamente el rango o no tienen dificultad en un 17%. Cabe resaltar que los alumnos no reconocen que deben utilizar llaves para representar el rango; tienen dificultad al usar la simbología que describe al rango de la variable (33%); pero sí identifican los elementos del rango. Podemos notar que las respuestas incorrectas (no identifican el rango) tienen un porcentaje del 28% y no respondió (deja en blanco esta pregunta) tienen, según el gráfico 2, 22,2%. Consideramos importante mencionar que los alumnos no utilizan la simbología que le corresponde al rango de la variable ($\boldsymbol{R_x = \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}}$); por tanto, los alumnos tienen problemas con el lenguaje matemático que está relacionado con los elementos lingüísticos de la configuración epistémica descrita en la Tabla 1, es decir confunden esta simbología con los corchetes y los paréntesis, lo que los lleva al error.

Interrelación 3

Para este análisis nosotros tomamos las respuestas dadas por los alumnos y las compararemos de acuerdo a la tipificación dada para la distribución de probabilidad. Para ello presentamos la siguiente tabla donde se clasifican las respuestas de los alumnos.

Tabla 9. Descripción de la respuesta según su frecuencia para la **distribución de probabilidad**

Tipo de Respuesta	**Respuesta esperada**	**Error identificado**	**Notación**	**Frecuencia absoluta del número de alumnos**
Respuesta Correcta	Reconoce correctamente la distribución de probabilidad. **Binomial o** $X \sim B(n, p)$		rc	17
Respuesta incorrecta	No reconoce correctamente la distribución de probabilidad.		ri	0
No respondió.	Deja en blanco.		n	1

A continuación, mostramos la clasificación y la describimos mediante una tabla, seguida de un gráfico estadístico, para mostrar los errores que cometen según la distribución de los tipos de interrelación encontrados.

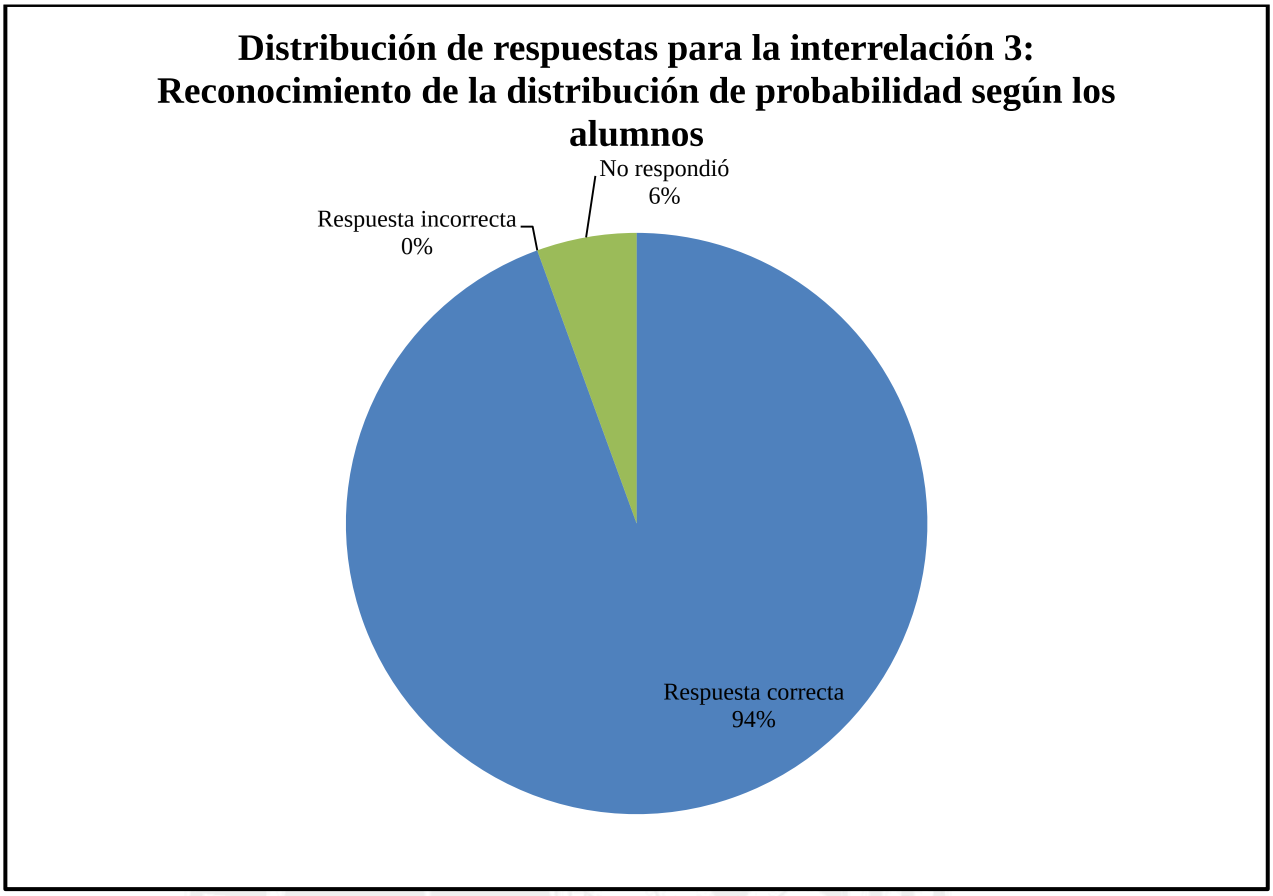


Gráfico 3. Distribución de respuestas para la interrelación 3

Comentario

Basándonos en los resultados de nuestro análisis cuantitativo (Gráfico 3), los alumnos no tienen *dificultad* para identificar la distribución de probabilidad (**Binomial o** $\boldsymbol{X \sim B(n,p)}$) en un 94% de los casos. Como podemos ver (Gráfico 3), solo un alumno dejo la pregunta en blanco, lo que representa el 6%. Este resultado, en términos del enfoque sobre la comprensión, podríamos decir que implica que un buen número de alumnos identifica la distribución de probabilidad.

Interrelación 4

Para este análisis nosotros tomamos las respuestas dadas por los alumnos y las compararemos de acuerdo a la tipificación dada para los parámetros. Para ello presentamos la siguiente tabla donde se clasifican las respuestas de los alumnos.

Tabla 10. Descripción de la respuesta según su frecuencia para los parámetros

Tipo de Respuesta	**Respuesta esperada**	**Error identificado**	**Notación**	**Frecuencia absoluta del Número de alumnos**
Respuesta Correcta	Reconoce correctamente los parámetros. $\boldsymbol{n = 10}$ $\boldsymbol{p = 0,2}$		rc	12
Error de simbología	No utiliza la simbología.	$\boldsymbol{0,2}$	es	1
Respuesta incorrecta	Parámetros incorrectos.	$\boldsymbol{X \geq 2}$ $\boldsymbol{X = 2}$	ec	4
No respondió.	Deja en blanco.		n	1

A continuación, mostramos la clasificación y la describimos mediante una tabla, seguida de un gráfico estadístico para mostrar los errores que cometen según la distribución de los tipos de relación encontrados.

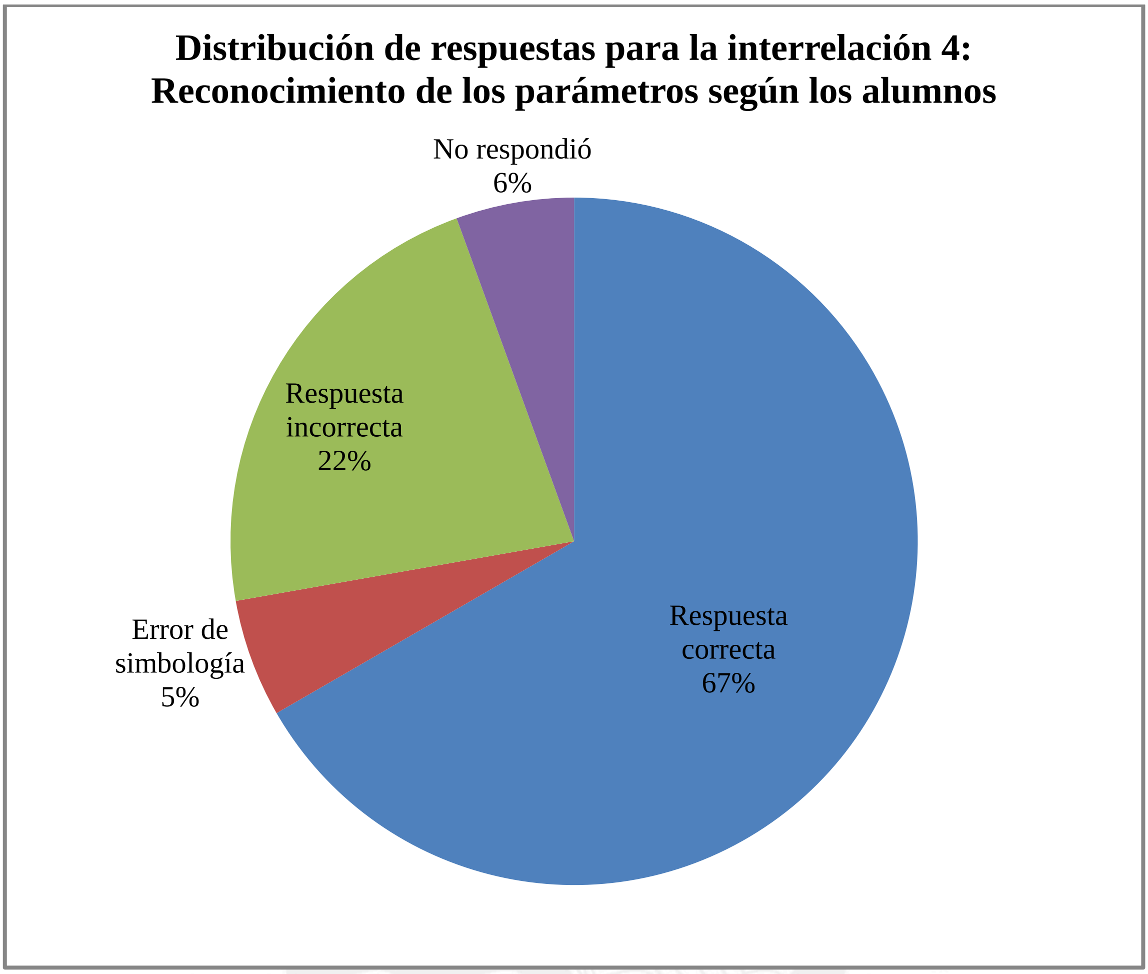


Gráfico 4. Distribución de respuestas para la interrelación 4

Comentario

Basándonos en los resultados de nuestro análisis estadístico cuantitativo (Gráfico 4), podemos concluir que un considerable número de alumnos (67%) no tuvo *dificultad* en reconocer correctamente los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial ($\boldsymbol{n = 10,\ \ p = 0,2}$). Por otro lado, tenemos que el 22% de los alumnos dan una respuesta incorrecta, como errores en la simbología, y no reconocen todos los parámetros (elementos lingüísticos).

Continuando con nuestra investigación, desarrollaremos la siguiente etapa de nuestro análisis, la cual consiste en hacer un análisis cualitativo.

4.2 Análisis Cualitativo de las respuestas a la situación problema

Habiendo alcanzado nuestros objetivos específicos, procedemos al análisis cualitativo de los errores que cometieron los alumnos. Para ello, estableceremos la configuración epistémica, es decir, la respuesta a la situación problema dada por el profesor del curso.

El análisis lo desarrollamos para 18 alumnos, los cuales han sido ordenados sin ninguna preferencia, y solo nos centraremos en los más representativos.

Hay que tener en cuenta el contexto: la situación problema considerada presenta contexto de realidad específica para un grupo de alumnos del área de Administración.

En la prueba que se les aplicó a los alumnos, ellos deben completar la información solicitada en los espacios en blanco que están junto a los elementos que se les pide identificar: la variable aleatoria, el rango, la distribución de probabilidad y los parámetros. Este cuadro se suele emplear para las resoluciones de los problemas en los exámenes.

A continuación, mostramos la configuración epistémica y citamos algunos comentarios y algunas observaciones.

Objetivo específico 5: Determinar si la pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿Qué le recomienda al director de ASOMAF?
(2,0 puntos)

Variable	X= Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas
Rango de la variable	$\{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$
Distribución de probabilidad	Binomial $X \sim B(n, p)$
Parámetros	$n = 10$; $p = 0,2$

Análisis de los descriptores para la configuración epistémica de la situación problema.

Alumno 6:

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	
Rango de la variable	
Distribución de probabilidad	
Parámetros	

$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2) = 1 + (C^{10}_{1} \cdot 0{,}2^{1} (1-0{,}2)^{9} + C^{10}_{0} \cdot 0{,}2^{0} (1-0{,}2)^{10})$

62.42%

Le recomendaría proponer un plan de orientación, ya que la probabilidad es mayor al 40%.

No define la variable, el rango de la variable, la distribución de probabilidad y, por último, los parámetros; por lo tanto, no presenta la solución esperada ni el lenguaje relacionado con la variable en estudio. Cabe resaltar que lo curioso en este alumno es que resuelve el problema planteado e inclusive da respuesta a la pregunta de la prueba. Entonces, podemos inferir de este alumno que sabe de cálculo (ya que el reemplazo en una formula muchas veces es mecánico), pero le falta identificar y redactar según lo que pedimos en nuestro análisis, lo que nos lleva a tener en cuenta que, para este alumno, resolver el problema planteado no supone dificultad, mas sí la identificación de los elementos de la variable aleatoria de distribución binomial.

Alumno 2:

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	
Rango de la variable	[0, 1, 2, ..., 10]
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	n = 10 p = 0,2

$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$

$\boxed{C_x^n \times p^x (1-p)^{n-x}}$

$1 - C_0^{10} \times 0{,}2^0 (1-0{,}2)^{10-0} + C_1^{10} \times 0{,}2^1 (1-0{,}2)^{10-1}$

$1 - 0{,}3758096384$

$0{,}6241903616$

Rpta: Le recomendaría que proponga el plan de orientación para las pequeñas empresas.

No define la variable; por lo tanto, no presenta la solución esperada ni el lenguaje relacionado con la variable en estudio.

No reconoce la simbología para el rango de la variable y confunde corchetes con llaves (lenguaje matemático). Cabría rescatar que el alumno sí reconoce todos los elementos del rango en el cual va a trabajar. Se esperaría que el alumno responda:

$\boldsymbol{R_x = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}}$ **o** $\boldsymbol{\{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}}$.

El alumno reconoce la distribución en la cual va a trabajar y también reconoce todos los parámetros de la variable aleatoria de distribución Binomial.

Concluimos que el alumno no identifica la variable y no reconoce la simbología del rango de la variable en la cual va a trabajar. Por ende, no cumple con la configuración epistémica establecida.

Alumno 4:

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	
Rango de la variable	$x \geq 2$
Distribución de probabilidad	Distribución binomial
Parámetros	0.2

$$f(x) = P(x \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$
$$= 1 - [P(x=1) + P(x=0)]$$
$$= 1 - \left[C^{10}_1 (0.2)^1 (1-0.2)^{10-1} + C^{10}_0 (0.2)^0 (1-0.2)^{10-0}\right]$$
$$= 1 - 0.38 = 0,62$$

Sì debe implementarlo.

Podemos notar que al igual que el alumno 2, el alumno 4 no define la variable; por lo tanto, no presenta la solución esperada ni el lenguaje relacionado con la variable en estudio. Tampoco identifica el rango de la variable y utiliza simbología inadecuada. Por otro lado, sí reconoce la distribución de probabilidad en la cual va trabajar. Reconoce, también, parcialmente, los parámetros, aunque no utiliza la simbología que le corresponde al parámetro identificado y, como vemos, no reconoce el otro parámetro, que es la muestra. Como mencionan Alvarado y Batanero (2007), los alumnos tienen algunos errores en identificar los parámetros n y p.

Concluimos que el alumno no define la variable en la cual va a trabajar, no reconoce de forma adecuada los parámetros y comete error al definir el rango. Por ende, no cumple con la configuración epistémica

Alumno 7:

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	$\bar{x}$: # DE EMPRESAS CATEGORIZADAS COMO MOROSAS
Rango de la variable	$\{1, 2, 3, ..., 10\}$
Distribución de probabilidad	BINOMIAL
Parámetros	$P = 0.2 \quad x \geq 2$

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$$
$$= 1 - (P(x=0) + P(x=1))$$
$$= 1 - ((C^{10}_{0} \times 0.2^{0}(1-0.2)^{10}) + (C^{10}_{1} \times 0.2^{1}(1-0.2)^{9}))$$
$$= 1 - (0.107374 + 0.268435)$$
$$= 0.624191$$

∴ le recomendaría que haga el plan de orientación ya que la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas es mayor a 0.4.

Podemos notar que el alumno no sigue los pasos para analizar la variable aleatoria. Por lo tanto, no define de forma correcta el primer paso, y solo define la segunda característica y no define el tercer paso o característica; por consiguiente, no sigue los procedimientos para definir la variable y no argumenta. Además, la simbología que utiliza para representar la variable es confusa. En cuanto al rango de la variable, no reconoce todos los elementos; además, la simbología que utiliza es confusa, una vez más. Reconoce sin dificultad la distribución de probabilidad en la cual va trabajar. Sin embargo, no reconoce correctamente los parámetros de la variable aleatoria; solo reconoce la probabilidad de éxito, mas no el tamaño de variable aleatoria de distribución binomial. Se espera que el alumno utilice la simbología que corresponde al parámetro, que logre reconocer todos los parámetros ($\boldsymbol{n = 10,\ \ p = 0,2}$) y todos los elementos del rango.

Concluimos que el alumno no reconoce la variable y no tiene claro cómo definir la variable y los parámetros. Además, comete errores al definir el rango de la variable en la cual va a trabajar. Por ende, no cumple con la configuración epistémica.

Alumno 9:

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	Uso correcto de los préstamos que solicitan
Rango de la variable	
Distribución de probabilidad	$X \sim B(n, p)$
Parámetros	✗ $p = 0,2$; $n = 10$

$1 - P(x < 2) \quad x = 0, 1$

$P(x = 0) = C^{10}_{0} \times 0.2^{0} (1 - 0.2)^{10-0}$

$= 1 \times (0.8)^{10}$

$= 0.1073$

$P(x = 1) = C^{10}_{1} \cdot 0.2^{1} (1 - 0.2)^{10-1}$

$= 2(0.1342)$

$= 0.2684$

$0.1073 + 0.2684 = 0.3757$

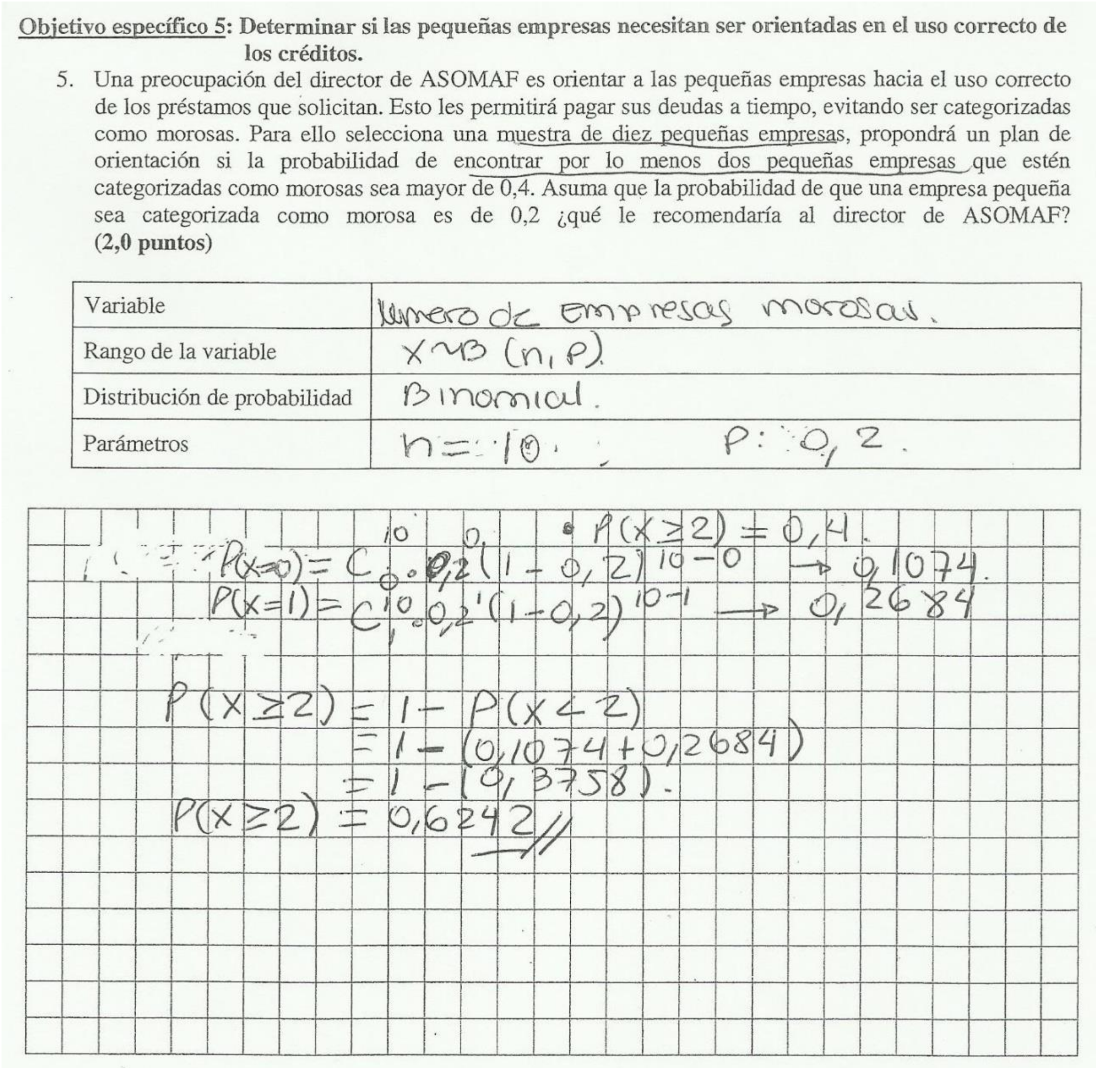
* Las empresas todavía no superan el 0.4 pero recomendaría que propongan un plan de orientación

El alumno no reconoce la variable. En realidad, la respuesta dada por el alumno no tiene relación con la respuesta esperada para la variable. Además, podemos observar que no hay relación con los procedimientos y los argumentos, ya que no logra identificar la variable. Se esperaría que el alumno defina la variable aleatoria de la siguiente manera: **X=Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas,** haciendo uso de la configuración epistémica.

Por otro lado, deja en blanco el espacio donde tiene que definir el rango. Podemos inferir que no reconoce el rango de la variable. Sí reconoce la distribución de probabilidad; y también identifica correctamente los parámetros de la variable aleatoria, pero coloca un elemento que no pertenece a los parámetros.

Concluimos que el alumno no reconoce la variable y el rango de la variable. Por consiguiente, no cumple con la configuración epistémica.

Alumno 11:



Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	Número de empresas morosas.
Rango de la variable	$X \sim B(n, p)$
Distribución de probabilidad	Binomial.
Parámetros	$n = 10$. $p: 0,2$.

$P(X \geq 2) = 0,4$

$P(X=0) = C^{10}_{0}\, 0,2^{0}(1-0,2)^{10-0} \rightarrow 0,1074$

$P(X=1) = C^{10}_{1}\, 0,2^{1}(1-0,2)^{10-1} \rightarrow 0,2684$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$

$= 1 - (0,1074 + 0,2684)$

$= 1 - (0,3758)$

$P(X \geq 2) = 0,6242$

Podemos ver que no define de forma correcta la variable; solo define la primera característica, pero la segunda característica no la define de forma adecuada, y la tercera característica no la menciona, además de que no utiliza la simbología apropiada para definir la variable. Lo que se esperaría que el alumno responda es: **X=Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas**

No reconoce el rango de la variable, pues confunde el rango de la variable con la distribución de probabilidad. Usa la simbología de la distribución binomial, pero tiene un error conceptual. Por otro lado, reconoce la distribución de probabilidad y los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial.

Concluimos que el alumno no define correctamente la variable. No reconoce el rango de la variable; más aun, lo confunde con la distribución de probabilidad. Por lo tanto, no cumple con la configuración epistémica. Además, solo hace los cálculos, pero no responde a la pregunta que se le plantea. Se hace evidente que tiene problemas con el lenguaje matemático.

Alumno 12:

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	binomial
Rango de la variable	$X = 0, 1, \ldots n$
Distribución de probabilidad	$X \sim B(n,p)$
Parámetros	$p = 0.2$; $n = 10$

$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$ $X = 0, 1$

$P(X=0) = C^{10}_{0} \times 0.2^{0} (1 - 0.2)^{10-0}$

$= 1 \times (0.8)^{10}$

$= 0.1073$

$P(X=1) = C^{10}_{1}\, 0.2^{1} (1 - 0.2)^{10-1}$

$= 2(0.1342)$

$= 0.2684$

$0{,}1073 + 0{,}2684 = 0.3757\,\%.$

Las dos pequeñas empresas todavía no superan el 0,4 pero están cerca. Le recomendaría que propunga el plan de orientación para preveni

No reconoce la variable; como se ve, la confunde con la distribución de probabilidad (lo que constituye un error conceptual). Por otro lado, reconoce los elementos del rango de la variable pero no utiliza la simbología correspondiente para el rango ($R_x = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 10\}$). Reconoce la distribución binomial, utiliza la simbología de esta para representarla. Reconoce correctamente también los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial.

Concluimos que el alumno no reconoce la variable y el rango, y, por ende, no cumple con la configuración epistémica.

Alumno 16:

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	[0, 1 .... 10]
Rango de la variable	
Distribución de probabilidad	Binomial.
Parámetros	n = 10. p = 0,2

$1 - P(x < 2)$

Él alumno no reconoce la variable, al confundir está con el rango de la variable pero esté rango a su vez esta de forma errónea ya que lleva corchetes y no llaves, se puede inferir que el alumno tiene errores conceptuales. No reconoce tampoco el rango de la variable, ya que deja en blanco el espacio donde tiene que escribir dicho dato. Reconoce la distribución de probabilidad en la cual va trabajar. **Alvarado y Batanero (2007) mencionan que los alumnos llegan a identificar la distribución binomial.** También identifica correctamente los parámetros de la variable aleatoria de distribución binomial.

Concluimos que el alumno no define la variable, pues tiende a confundirla con el rango, y, a su vez, también comete un error al describir el rango, ya que utiliza la simbología inadecuada para este. Este alumno no solo tiene problemas en identificar los descriptores si no también en resolver el problema. Por ende, no cumple tampoco con la configuración epistémica.

Como mencionamos al inicio del análisis, hemos analizado las respuestas más representativas, introduciendo los significados, procedimientos y argumentos que no se han presentado en el instrumento.

Finalmente, presentamos las conclusiones y recomendaciones a que llegamos luego de todo el análisis realizado con este instrumento.

Capítulo 5 Conclusiones y Recomendaciones

El presente trabajo ha tenido por objetivos:

- ❖ Construir el significado de referencia que permita identificar los errores que cometen los alumnos al detectar la variable aleatoria de distribución binomial.
- ❖ Determinar los errores que los alumnos tienen al identificar la variable aleatoria de distribución binomial.
- ❖ Identificar y tipificar los errores encontrados en las respuestas que dan los alumnos al problema formulado para la variable aleatoria de distribución binomial.

Estos objetivos que nos planteamos al iniciar la investigación se han llevado acabo. Así pues:

- ❖ Se construyó el significado de referencia que nos permitió identificar los errores que cometen los alumnos al detectar la variable aleatoria de distribución binomial.
- ❖ Se logró determinar los errores que los alumnos tienen al identificar la variable aleatoria de distribución binomial y se logró construir un significado de referencia, lo cual nos permitió determinar cuáles serían estos errores.
- ❖ Se logró construir una Tabla 3, que nos permitió identificar, tipificar y describir los errores encontrados en las respuestas dadas por los alumnos al problema que se les formuló.

Nuestra pregunta de investigación era la siguiente: ¿Qué tipos de errores se presentan al identificar la variable aleatoria de distribución binomial en problemas contextualizados? Para contestarla, hemos logrado hacer las tipificaciones mencionadas anteriormente y logramos identificar los errores que los alumnos presentan al identificar la variable aleatoria de distribución binomial.

Respecto a la variable aleatoria en estudio, los alumnos tuvieron que seguir tres pasos para identificarla:

- Reconocer la cantidad de lo que se quiere medir;
- Reconocer el éxito que se quiere encontrar; y
- Reconocer el tamaño del grupo de n pruebas.

Gracias a que se desagregaron los procedimientos para identificar la variable se pudo realizar una mejor descripción de la variable, para así poder observar los errores que los alumnos tienen al identificar la variable aleatoria de distribución binomial.

En el análisis cuantitativo como cualitativo se pudo observar que ninguno de los alumnos pudo identificar de manera correcta la variable (**X=Número de empresas pequeñas que son categorizadas morosas en un grupo de 10 empresas pequeñas**) y un 11% reconoce la cantidad de lo que se quiere medir (**Número de empresas pequeñas**). Un 6% reconoce el éxito que se quiere encontrar (**Son categorizadas morosas**), y ninguno (0%) reconoce el tamaño del grupo (**En un grupo de 10 empresas pequeñas**). Por otro lado, otros alumnos dejan en blanco (28%) esta pregunta. Otros responden de manera incorrecta; en un 33% de los casos definen un argumento que no está relacionado con la variable.

El concepto de variable aleatoria es primordial para que el alumno pueda hallar el modelo probabilístico del problema que se está desarrollando y es un pilar para el desarrollo de las distribuciones de probabilidad, entre otros. Heitele (1975) espera que los alumnos tengan una intuición adecuada de la variable aleatoria. Para el rango de la variable, un 17% responde de forma correcta y el resto de alumnos comete algún tipo de error.

En cuanto a la distribución de probabilidad, se pudo notar que un 94% de los alumnos la reconocen, ya sea por el nombre de la distribución o por la simbología, y muy pocos alumnos no son capaces de reconocerla.

Para los parámetros, según los análisis realizados, los alumnos responden correctamente en un 67%, también podemos afirmar que solo uno de los alumnos no respondió a la pregunta.

Los resultados obtenidos nos permiten afirmar que los alumnos tienen dificultades para identificar la variable aleatoria de distribución binomial, pero es menor la dificultad que tienen para identificar los parámetros; y se podría decir que no tienen problemas en identificar la distribución de probabilidad en la cual están trabajando. Además, el estudio de la variable aleatoria de distribución binomial y su distribución está ligado a la comprensión de los objetos matemáticos.

Para finalizar la investigación, es posible dar algunas recomendaciones. Se sugiere a los docentes encargados de enseñar el curso de estadística para la distribución binomial:

- Crear estrategias para orientar al alumno en la identificación de la variable aleatoria de distribución binomial.
- Hacer énfasis cuando en la definición de la variable aleatoria de probabilidad, indicando sus tres elementos esenciales, para que el alumno logre identificarla de manera correcta. Además, podemos sugerir que este tipo de definición sea también aplicado en otras distribuciones de probabilidad propias de la estadística descriptiva.
- Respecto a los tipos de problemas que se desea enseñar y evaluar, comenzar primero con problemas sencillos y fáciles, para que el alumno pueda entender de forma gradual, para luego guiarlo a un nivel superior, y que pueda aplicar los conceptos a su respectiva carrera universitaria.
- Para el rango de la variable, hacer primero un repaso de conjuntos, ya que estos están relacionados fuertemente con el tema que nos concierne, puesto que muchos de los alumnos confundieron los corchetes con llaves (dificultades matemáticas).
- En cuanto a la identificación de la distribución binomial, poner tanto el nombre de la distribución como su respectiva notación, pues esta nos ayuda a reconocer los parámetros más fácilmente.

Recalcando, podemos hacer una última recomendación general: si bien la distribución binomial es una de las distribuciones más sencillas en enseñar y aprender, se debe poner énfasis en la definición de la variable, ya que esto permitirá que podamos reconocer en las demás distribuciones la variable estadística.

Por último, los errores que encontramos y que se repiten con mayor frecuencia en el análisis cuantitativo son: reconocer la variable, el rango y la distribución de probabilidad en problemas contextualizados. Ladín (2013) señala que ello se puede deber a la baja calidad en la redacción de los problemas, lo que no es motivo de análisis en nuestro trabajo, pero consideremos que se puede complementar esta inquietud en una futura investigación. Así también, queda pendiente para un futuro trabajo ampliar nuestra investigación hacia otras distribuciones de probabilidad y poder encontrar cuáles son los errores que se presentan en ellas, así como las consecuencias que supone el no afianzar este conocimiento al desarrollar la variable aleatoria en el aula.

REFERENCIAS

Alvarado, H. y Batanero, C. (2007) Dificultades de Comprensión de la Aproximación Normal a la Distribución Binomial. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 67*, pp. 1-7.

Alvarado, H. y Retamal, L. (2010). La aproximación binomial por la normal: una experiencia de reflexión sobre la práctica. *Paradigma, 31*(2), pp. 89-108.

Alvarado, H. y Retamal, L. (2012) Dificultades de Comprensión del Teorema central del límite en estudiantes universitarios, *Educación Matemática, 24*(3) pp. 119-130.

Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 25*(4), pp. 527-547.

Batanero, C. (1998). *Situación actual y perspectivas futuras de la educación estadística*. Conferencia presentada en las Jornadas Thales de Educación Matemática, Jaén.

Batanero, C., Tauber, L. y Sanchez, B. (2001). Significado y Comprensión de la Distribución Normal en un curso de análisis de datos. *Quadrante*, *10*(1), pp. 59-92.

Bernoulli J. (1713). *L'Ars Conjectandi*. N. Meusnier (trad. – 1987). Rouen: IREM de Rouen et Université de Rouen Haute-Normandie.

Coutinho, C. (1994). *Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão freqüentista* (Disertación de maestría, Pontificia Universidad Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil).

Font, V. y Godino, J. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa, 8*(1), pp. 67-98.

Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Universidad de Granada.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *14*(3), pp. 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Godino, J., Batanero, C., Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. y Lurduy, O. (2009). Sistemas de prácticas y configuraciones de objetos y procesos como herramientas para el análisis semiótico en educación matemática. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sistemas%20semioticos_%2024junio2009.pdf

Groner, R., Groner, M., y Bischof, F. (1983). The role of heuristics in models of decision. En R. W. Scholz (Ed.), *Decision making under uncertainty* (pp. 87-108). Amsterdam: North Holland.

Heitele, D. (1975). An epistemological view of fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, *6*, pp. 187-205.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta edición), México, D.F.: McGraw-Hill.

Ladín, P. (2013). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato sobre problemas binomiales. *Revista de didáctica de la Estadística*, *2*, pp. 425-431.

Landín, P. y Sánchez, E. (2010). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a tareas de distribución binomial. *Educação Matemática Pesquisa*, *12*(3), pp. 598-618. Recuperado de: http://www.revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewArticle/4842.

Maury, Sylvette. (1984). La quantification des probabilités: analyse des arguments utilisés par les élèves de classe de seconde. *Recherches en didactique des mathématiques*, *5*(2), pp. 187-214.

Méndez, H. (1991). *Understanding the central limit theorem* (Tesis doctoral, Universidad de California, Santa Barbara, Estados Unidos).

Retamal, L., Alvarado, H. y Rebolledo, R. (2007). Comprensión de las distribuciones muestrales en un curso de estadística para ingenieros. *Ingeniare. Revista Chilena de ingeniería*, *15*(1), pp. 6-17.

Ruiz, B., Albert J. y Batanero, C. (2006). An exploratory study of students' difficulties with random variables. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics.* Salvador (Bahía): International Association for Statistical Education.

Ruiz Hernandez, B. R. (2013). *Análisis Epistemológico de la Variable Aleatoria y Comprensión de Objetos Matemáticos Relacionados por Estudiantes Universitarios.* (Tesis doctoral en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, España).

Salinero, P. (s.f.). *Historia de la Teoría de la Probabilidad. Historia de las Matemáticas.*

Sandmann, K. (2001). Binomialmodell für Aktienoptionen. En *Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte* (2da Edition) (pp. 161-199). Berlin, Heidelberg: Springer.

Souza, C. (2002). *A Distribuição Binomial No Ensino Superior* (Disertación de maestría en Educación Matemática, Pontificia Universidad Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil).

Walkerly, D., Mendenhall, W. y Scheaffer, R. (2010). *Estadística Matemática con Aplicaciones* (7ma edición). México, D.F.: Cencage Learning.

ANEXO 1. Situación problema

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿Qué le recomienda al director de ASOMAF?

(2,0 puntos)

Variable	
Rango de la variable	
Distribución de probabilidad	
Parámetros	

ANEXO 2. Respuesta de los alumnos

Respuesta del Alumno 1.

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	x: número de empresas pequeñas que sean categorizadas morosas
Rango de la variable	{0,1,2,3, ... 10}
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	$n=10$ $p=0,2$

$P(x \geq 2) \Rightarrow 1 - P(x<2)$

$1 - P(x=0)\ P(x=1) = C^{10}_{0} \times 0,2^{0} (1-0,2)^{10-0} +$

$C^{10}_{1} \times 0,2^{1} (1-0,2)^{10-1}$

$1 - [\,0,375809\,] = \boxed{0,6242}$

∴ Le recomendaría al director de ASOMAF que si proponga el plan de orientación, porque supera al 0,4 por lo menos 2 pequeñas empresas.

Respuesta del alumno 3

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	
Rango de la variable	{0, 1, 2, 3. 4. ... 10}.
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	n= 10 p= 0.2.

$$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2).$$

$$1 - \left[C^{10}_{0} \times 0.2^{0} (1-0.2)^{10-0} + C^{10}_{1} \times 0.2^{1} (1-0.2)^{10-1}\right]$$

$$1 - 0.3758096384$$

$$0.6241903616$$

Le recomendaría que proponga el plan de orientación para las pequeñas empresas.

Respuesta del Alumno 5

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	x: Pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas
Rango de la variable	x = {0, 1, ... 10}.
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	n = 10 p = 0.2.

$P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$

$1 - P[F(x) = 0 + F(x) = 1]$

$1 - [C_0^{10} \times 0.2^0 . (1-0.2)^{10-0} + C_1^{10}\, 0.2^1\, 0.8^{10-1}$

$1 - [C_0^{10} \times 0.2^0 \times 0.8^{10} + C_1^{10}\, 0.2^1\, 0.8^9 .]$

$1 - (0.11 + 0.27)$

0.62 //

Respuesta de la Alumno 8.

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	
Rango de la variable	{0,1,2 ... 00}
Distribución de probabilidad	$x \sim B(n,p)$
Parámetros	$p=0,2$; $n=10$

$P(x \geq 2) = 1 - P(x<2)$ $x = 0,1$

$P(x=0) = C^{10}_{0} \times 0,2^{0} (1-0,2)^{10-0}$

$= 1 \times (0,8)^{10}$

$= 0,1073$

$P(x=1 = C^{10}_{1} \times 0,2^{1} (1-0,2)^{10-1}$

$= 2(0,1342)$

$= 0,2684$

$0,1073 + 0,2684 = 0,3757$

los empresas aún no superan el 0,4 pero estan recomendaria que propa el plan de orientación

Respuesta del Alumno 10.

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	Pequeños Empresas categorizadas como morosos
Rango de la variable	} 1, 2, 3 ... 9, 10 {
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	n = 10 p = 0,2

N = 10

$P(x \geq 2)$ Estandarizo $= 1 - P(x \leq 2) =$

$= 1 - \left(C_2^{10}\, 0.2^2 (1-0.2)^8 + C_0^{10}\, 0.2^0 (1-0.2)^{10} + C_1^{10}\, 0.2^1 (1-0.2)^9 \right)$

$= 1 - (0.3019 + 0.1073 + 0.2684)$

$= 0.3224$

$= 32.24\%$

∴ Le recomendaría que no haga ningún plan ya que la probabilidad salió menor a 0,4.

Respuesta del Alumno 13.

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Probabilidad

Variable	Empresas morosas	
Rango de la variable	$(0, 1, \ldots, 10) \rightarrow$ muestra	
Distribución de probabilidad	binomial	
Parámetros	$n = 10$	$p = 0,2$

$P \quad 1 - P(X \geq 2) \quad P = 0 \quad P = 1$

$1 - \left(C_0^{10} \times 0,2^0 (1 - 0,2)^{10-0} + C_1^{10} \times 0,2^1 (1 - 0,2)^{10-1} \right)$

$P(X \geq 2) \Rightarrow 1 - 0,3758$

$\Rightarrow 0,6242$

Respuesta del Alumno 14.

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	o Pequeñas empresas
Rango de la variable	0 a 10
Distribución de probabilidad	binomial
Parámetros	$n = 10$ $x: 2$ $P = 0,2$

$P(x > 0,2)$

$P(X : X) = C^{n}_{p}\ P^{x}\ (1-P)^{n-x}$

$= C^{10}_{2} \times 0,2^{2} \times (1-0,2)^{10-2}$

$= 0,30199$

$1 - 0,30199 = 0,69801$

Recomendaría que implemente el plan, ya que la cantidad supera el 0,4

Respuesta del Alumno 15.

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	Pequeños empresas que necesiten ser orientados hacia el uso correcto	
Rango de la variable	0, 1, ... 10	
Distribución de probabilidad	Binomial	
Parámetros	n = 10	P = 0, 2

$P(x \geq 2) \Rightarrow 1 - P(x < 2)$

$1 - \left[C^{10}_{0} \times 0,2^{0} (1-0,2)^{10-0} + C^{10}_{1} \times 0,2^{1} (1-0,2)^{10-1} \right]$

$1 - 0,3758$

0,6241903616

Sí

Respuesta del Alumno 17.

Objetivo específico 5: **Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.**

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	numero de empresas pequeños q' estan orientados al uso correcto de los creditos
Rango de la variable	$= \{0, 1, 2 \ldots 10\}$
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	$N=10$ $\quad P=0,2$

$P(x \geq 2) \rightarrow 1 - P(x < 2)$

$P(x=0) \quad P(x=1)$

$C_0^{10} p^0 (1-p)^{10-0} + C_1^{10} p^1 (1-p)^{10-1}$

$P(x=x) \; C_x^n p^x (1-p)^{n-x}$

$1 - [0,375809] = 0,6242$

Respuesta del Alumno 18.

Objetivo específico 5: Determinar si las pequeñas empresas necesitan ser orientadas en el uso correcto de los créditos.

5. Una preocupación del director de ASOMAF es orientar a las pequeñas empresas hacia el uso correcto de los préstamos que solicitan. Esto les permitirá pagar sus deudas a tiempo, evitando ser categorizadas como morosas. Para ello selecciona una muestra de diez pequeñas empresas, propondrá un plan de orientación si la probabilidad de encontrar por lo menos dos pequeñas empresas que estén categorizadas como morosas sea mayor de 0,4. Asuma que la probabilidad de que una empresa pequeña sea categorizada como morosa es de 0,2 ¿qué le recomendaría al director de ASOMAF? **(2,0 puntos)**

Variable	Pequeña empresa sea morosa
Rango de la variable	
Distribución de probabilidad	Binomial
Parámetros	$n=10$; $x \geq 2$; $p=0.2$

$f(x) = P(x \geq 2) = 1 - P(x < 2)$

$P(x \geq 2) = 1 - [P(x=1) + P(x=0)]$

$P(x \geq 2) = 1 - [C^{10}_{1}(0.2)^{1}(1-0.2)^{10-1} + C^{10}_{0}(0.2)^{0}(1-0.2)^{10-0}$

$P(x \geq 2) = 1 - 0.38$

$P(x \geq 2) = \underline{\underline{0.62}}$

Le recomendaría que sí proponga un plan de orientación para el uso correcto de los préstamos.