

Pontificia Universidad Católica del Perú

Escuela de Posgrado



**FILTRO ESPACIAL ADAPTIVO PARA RECHAZO DE  
INTERFERENCIA USANDO ARREGLO DE ANTENAS  
EN EL RADIO OBSERVATORIO DE JICAMARCA**

Tesis para optar el grado de Magíster en Física Aplicada

Presentada por  
Henry Oswaldo Pinedo Nava

Lima – Peru  
2009

## RESUMEN

En latitudes ecuatoriales, el estudio de las señales de radar de dispersión incoherente (ISR, por sus siglas en inglés) en la región E de la Ionósfera es perjudicado drásticamente por la interferencia de potentes señales provenientes del Electrochorro Ecuatorial (EEJ, por sus siglas en inglés). En base a que estas dos señales (ISR y EEJ) provienen de regiones en el cielo con posiciones angulares distintas, en la presente tesis se evalúa la factibilidad de emplear técnicas de *filtrado espacial* con el radar del Radio Observatorio de Jicamarca (ROJ) para mejorar las medidas de dispersión incoherente reduciendo la interferencia del EEJ. Con ello se pretende resolver un problema existente desde 1961 cuando entró en funcionamiento el ROJ.

El filtro espacial a implementar debe garantizar la mínima distorsión en la medición de las señales ISR. Para ello se evaluaron diferentes técnicas no paramétricas de filtrado espacial, así como diversas configuraciones de arreglos de antenas en condiciones muy cercanas a la realidad por medio de la simulación numérica del proceso en su conjunto. Esta simulación contempló: la generación de señales y patrones de radiación de las antenas, la interacción de los dominios espacio-ángulo, y el procesamiento de datos que conduce a la obtención de los coeficientes del filtro.

Los resultados obtenidos son muy satisfactorios hasta los casos con niveles de potencia del EEJ de 60dB más fuertes que los ecos de ISR. Las principales contribuciones de este trabajo son: la solución de este problema bidimensional con un tratamiento unidimensional por medio de un arreglo lineal de 6 antenas distribuidas espacialmente en forma no redundante, y la estrategia matemática empleada para lograr, con este arreglo no redundante, resultados similares a los que se hubieran obtenido con un número mayor de antenas.

A mis padres Justo y Aida,  
con todo mi cariño y admiración  
por su invaluable apoyo y sabias enseñanzas  
en cada reto que he tenido que enfrentar.



A una persona muy especial en mi vida  
que con su sabiduría, paciencia y tolerancia  
ilumina mis días, mi esposa Consuelo.

## Agradecimientos

En primer lugar a Dios porque a través de la naturaleza y todo lo que nos rodea, representa mi motivación e inspiración.

Asimismo, al Dr. Jorge Chau por su orientación y valiosa instrucción no sólo como asesor de esta tesis sino también en mis labores diarias en el Radio Observatorio de Jicamarca (ROJ). Al Dr. Ronald Woodman por su paciencia para discutir y transmitir conocimiento. A mis colegas y amigos del ROJ, por que a lo largo de estos años hemos aprendido a consolidarnos como un verdadero equipo.

Finalmente, a mi familia por que siempre con buen ánimo apoyan y disfrutan de los logros de cada uno de nosotros. En especial a mis hermanos Jorge, Iván, Christian, y a mis tíos Juana, Cecilia, Marco y Georgina.

# Índice General

RESUMEN .....	II
ÍNDICE GENERAL.....	I
ÍNDICE DE FIGURAS.....	III
ÍNDICE DE TABLAS.....	VI
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 TÉCNICA DE RADAR DE DISPERSIÓN INCOHERENTE.....	2
1.2 RADAR DE DISPERSIÓN INCOHERENTE: EL ROJ .....	5
1.3 MEDICIONES ISR EN EL ROJ .....	5
1.4 ECOS DE DISPERSIÓN COHERENTE EN EL ROJ.....	7
1.5 TÉCNICAS CON ARREGLO DE ANTENAS EN EL ROJ.....	9
2 MARCO TEÓRICO.....	12
2.1 ANALOGÍA CON LA ÓPTICA: IMÁGENES DE RADAR.....	13
2.1.1 LA CÁMARA PINHOLE: OPERADOR DE TRANSFORMADA DE FOURIER.....	15
2.1.2 CONSIDERACIONES DE LA DISCRETIZACIÓN DE LOS CAMPOS.....	20
2.1.3 DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO Y VISIBILIDAD.....	22
2.2 ARREGLO DE ANTENAS .....	27
2.2.1 ENFASAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DEL ARREGLO .....	27
2.2.2 PATRÓN DE RADIACIÓN .....	28
2.2.3 FILTRO ESPACIAL.....	28
3 APLICACIÓN: RECHAZO DE INTERFERENCIA EN EL ROJ.....	30
3.1 INTRODUCCIÓN .....	30
3.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE SEÑALES IONOSFÉRICAS .....	34
3.2.1 DISPERSIÓN COHERENTE: SEÑAL EEJ.....	34
3.2.2 DISPERSIÓN INCOHERENTE: SEÑAL ISR.....	38
3.2.3 MODELO: SEÑAL ISR + EEJ.....	39
3.3 DESCRIPCIÓN DE LA TÉCNICA PROPUESTA.....	41
3.3.1 FILTRO DE FOURIER.....	45
3.3.2 FILTRO DE CAPON .....	46
3.3.3 FILTRO PROPUESTO .....	48
3.4 OBJETIVOS.....	50
4 PROCESO DE SIMULACIÓN .....	52

<b>5</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>58</b>
5.1	PARÁMETROS ASOCIADOS AL MÉTODO .....	58
5.2	PARÁMETROS ASOCIADOS AL ARREGLO DE ANTENAS .....	61
5.2.1	CASO 1: EVALUACIÓN DE LA RELACIÓN DE POTENCIAS.....	64
5.2.1.1	CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS.....	64
5.2.1.2	DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS .....	65
5.2.1.3	CONCLUSIONES DEL CASO 1.....	76
5.2.2	CASO 2: EVALUACIÓN DEL NÚMERO DE ANTENAS .....	77
5.2.2.1	CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS.....	77
5.2.2.2	DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS .....	78
5.2.2.3	CONCLUSIONES DEL CASO 2.....	80
5.2.3	CASO 3: DISTANCIA DE SEPARACIÓN ENTRE ANTENAS .....	81
5.2.3.1	CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS.....	81
5.2.3.2	DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS .....	81
5.2.3.3	CONCLUSIONES DEL CASO 3.....	83
5.2.4	CASO 4: DIRECCIÓN DEL EEJ.....	84
5.2.4.1	CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS.....	84
5.2.4.2	DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS .....	85
5.2.4.3	CONCLUSIONES DEL CASO 4.....	88
5.2.5	CASO 5: ARREGLOS NO REDUNDANTES .....	89
5.2.5.1	CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS.....	89
5.2.5.2	DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS .....	90
5.2.5.3	CONCLUSIONES DEL CASO 5.....	97
<b>6</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>98</b>
<b>7</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>103</b>
	APENDICE .....	110
	APÉNDICE A .....	110
A.1	EL ESPECTRO ANGULAR .....	110
A.2	RELACIÓN ENTRE FRECUENCIA ESPACIAL Y ONDA PLANA.....	110
A.3	FRECUENCIA ANGULAR.....	113
A.4	ESPECTRO ANGULAR.....	114
A.5	ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE EL ESPECTRO ANGULAR.....	114
A.5.1	PROPAGACIÓN.....	114
A.5.2	EFEECTO DE LA APERTURA DIFRACTANTE.....	115

# Índice de Figuras

FIGURA 1. PERFIL IONOSFÉRICO DE DENSIDAD DE ELECTRONES CORRESPONDIENTES A LA REGIÓN ECUATORIAL: (A) PERFIL DIURNO DE TODA LA IONÓSFERA SEGÚN MODELO IRI (RODRÍGUEZ, 2008), (B) PERFIL DIURNO DE LA REGIÓN E MEDIDO CON RADAR BISTÁTICO EN EL ROJ, EN LÍNEA CONTINUA SE MUESTRA LA FUNCIÓN DE DENSIDAD DE ELECTRONES DE CHAPMAN (SHUME ET AL., 2005). .....	4
FIGURA 2. PATRONES DE RADIACIÓN DE LOS MODOS ISR OBLICUO EN EL ROJ: $ON\ AXIS$ ( $\alpha=1.9^\circ$ ), $4.5$ ( $\alpha=3.5^\circ$ ), Y $6.0$ ( $\alpha=5.2^\circ$ ). LOS EJES DEL GRÁFICO SON LOS COSENOS DIRECTORES. POSICIÓN $ON\ AXIS$ COINCIDE CON EL ORIGEN DE LOS EJES ( $0.0^\circ$ ) LOS COLORES DENOTAN INTENSIDAD NORMALIZADA, ROJO (-3dB), VERDE CLARO (-10dB), VERDE OSCURO (-20dB), AZUL (-30dB). LA LÍNEA INCLINADA MUESTRA EL LOCUS DE PERPENDICULARIDAD A 100KM (PUNTOS DE DIRECCIÓN PERPENDICULAR AL CAMPO MAGNÉTICO DE LA TIERRA), 30 NOV 2009.....	6
FIGURA 3. ECOS COHERENTES SOBRE JICAMARCA DEBAJO DE LOS 150KM DE ALTITUD MEDIDOS EL 15 DE JUNIO DEL 2005. LA ESCALA DE COLORES REPRESENTA LA INTENSIDAD DE LA RELACIÓN SEÑAL A RUIDO EN DECIBELES (dB) DE LOS ECOS OBSERVADOS (REYES ET AL., 2005).....	8
FIGURA 4. (A) REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE UNA CÁMARA DE AGUJERO ( <i>PINHOLE</i> ), (B) ANALOGÍA PARA EL CASO DE RADIO FRECUENCIA DONDE SE MUESTREA EL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO EN LA APERTURA CON UN ARREGLO DE ANTENAS (LA APERTURA ESTÁ REPRESENTADA POR EL RECTÁNGULO BLANCO DENTRO DEL PLANO GRIS) Y LOS PUNTOS NEGROS REPRESENTAN LA POSICIÓN DE ANTENAS FICTICIAS CUYAS SEÑALES SE ASUMEN NULAS. NOTAR EN (B) A LOS BLOQUES QUE REALIZAN LA TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA (DFT POR SUS SIGLAS EN INGLÉS) Y LA INTEGRACIÓN DE LA POTENCIA. ....	16
FIGURA 5. (A) RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL FILTRO DE FOURIER PARA LA FRECUENCIA DISCRETA 0.05. DOMINIO TIEMPO-FRECUENCIA, (B) REGIÓN AMPLIADA CORRESPONDIENTES A LAS FRECUENCIAS 0.02 Y 0.10. ....	31
FIGURA 6. (A) RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL FILTRO DE CAPON PARA LA FRECUENCIA DISCRETA 0.05. DOMINIO TIEMPO-FRECUENCIA, (B) REGIÓN AMPLIADA CORRESPONDIENTES A LAS FRECUENCIAS 0.02 Y 0.10. ....	32
FIGURA 7. RESPUESTA EN FRECUENCIA ESPACIAL DEL FILTRO DE FOURIER PARA ÁNGULOS CENITALES: SEÑAL DE INTERÉS $0^\circ$ (LÍNEA AZUL) E INTERFERENCIA DESDE $-2.5^\circ$ (LÍNEA NEGRA). DOMINIO ESPACIO-ÁNGULO. ....	33
FIGURA 8. RESPUESTA EN FRECUENCIA ESPACIAL DEL FILTRO DCMP-CN PROPUESTO EN ESTA TESIS PARA ÁNGULOS CENITALES: SEÑAL DE INTERÉS DESDE $0^\circ$ (LÍNEA AZUL) E INTERFERENCIA DESDE $-2.5^\circ$ (LÍNEA NEGRA). DOMINIO ESPACIO-ÁNGULO. ....	33
FIGURA 9. ELECTROCHORRO ECUATORIAL CALCULADAS CON 2600 MEDICIONES CON EL SATÉLITE CHAMP SOBRE EL ECUADOR MAGNÉTICO ENTRE LAS 11:00 Y 13:00LT. (“GEOMAGNETISM”, MAUS AND ALKEN, 2007).....	35
FIGURA 10. RESULTADOS DE ÁNGULOS DE ASPECTO DEL EEJ DE KUDEKI AND FARLEY, SE MUESTRAN TODOS ÁNGULOS DE ASPECTO OBSERVADOS EN VARIAS ALTITUDES Y TIEMPOS DE OBSERVACIÓN DEL 29 MARZO DE 1985. LAS ETIQUETAS D, N, Y DN CORRESPONDEN A DÍA, NOCHE Y UNA MIXTURA DE AMBOS. LA LÍNEA INDICA LA TENDENCIA DE LOS DATOS. ....	36
FIGURA 11. RESULTADOS DE ÁNGULOS DE ASPECTO PARA DOS TIPOS DE ELECTROCHORRO ECUATORIAL PARA DIVERSAS ALTITUDES (FEI LU, 2005) MEDIDOS EL 15 DE MARZO DEL 2001 ENTRE 09:45-11:20LT. ....	36
FIGURA 12. RESULTADOS PRELIMINARES DE ÁNGULO DE ASPECTO DEL EEJ (POR H. PINEDO). EEJ (POTENCIA 35dB) DIURNO A LAS 10:04:00LT DEL 19 DE MARZO DEL 2009. ....	37
FIGURA 13. RESULTADOS PRELIMINARES DE ÁNGULO DE ASPECTO DEL EEJ (POR H. PINEDO). ÁNGULO DE ASPECTO, POTENCIA ESPECTRAL PROMEDIADA Y PERFIL DE POTENCIA DEL EEJ DIURNO. FUERTE EEJ A LAS 10:04:00LT DEL 19 DE MARZO DEL 2009. ....	38

FIGURA 14. MODELO DE LAS DISTRIBUCIONES DE BRILLO DE LAS SEÑALES NORMALIZADAS DEL ISR Y EEJ A SER EMPLEADO PARA EL ANÁLISIS DEL FILTRO ESPACIAL. LOS EJES SON COSENOS DIRECTORES CORRESPONDIENTES AL RANGO ANGULAR EVALUADO ( $\pm 10^\circ$ ). LOS COLORES DENOTAN POTENCIA NORMALIZADA, DONDE LAS REGIONES EN ROJO SON MÁS POTENTES QUE LAS DE AZUL. .... 40

FIGURA 15. CONFIGURACIÓN DEL ARREGLO CON  $N$  ANTENAS. DONDE  $\vec{k}$  REPRESENTA AL VECTOR DE NÚMERO DE ONDA CON ÁNGULOS CENTRAL Y ACIMUTAL  $\theta$  Y  $\phi$  RESPECTIVAMENTE. MIENTRAS QUE  $\vec{D}_i$  ES EL VECTOR QUE REPRESENTA EL CENTRO DE LA ANTENA  $i$  DEL ARREGLO. .... 44

FIGURA 16. SISTEMA DE COORDENADAS ESTABLECIDO, GEOGRÁFICO (ÁNGULOS EN ROJO), Y DE ACUERDO CON LOS EJES DE LA ANTENA PRINCIPAL DEL ROJ (ÁNGULOS EN AZUL). NOTAR QUE LA DIRECCIÓN DEL NORTE MAGNÉTICO (Nm) ESTÁ DESPLAZADA  $6^\circ$  APROXIMADAMENTE DEL NORTE GEOGRÁFICO (Ng) SEGÚN MODELO IGRF (IUGG- IAGA, 2005). .... 52

FIGURA 17. MODELO DE LA DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO EN EL PLANO OBJETO, PARA 60DB DE DIFERENCIA ENTRE EEJ E ISR. LAS COORDENADAS SON ÁNGULOS EN GRADOS SEXAGESIMALES. .... 53

FIGURA 18. PROCESO DE SIMULACIÓN. (1) DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO DEL MODELO EN EL PLANO OBJETO, (2) MATRIZ DE VISIBILIDAD COMPLETA OBTENIDA DE APLICAR LA TRANSFORMADA DE FOURIER A LA DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO, (3) MUESTREO DE LA MATRIZ DE VISIBILIDAD, (4) ESTIMACIÓN DE LOS COEFICIENTES DEL FILTRO  $W$ , (5) SE OBTIENE EL ESPECTRO ANGULAR DEL FILTRO PARA SER MULTIPLICADO POR LA DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO ORIGINAL, (6) ESTIMADO DE LA DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO FILTRADO (NOTAR QUE NO SE MUESTRA LA SEÑAL DEL EEJ). .... 55

FIGURA 19. DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROCESO QUE SIGUE LA SEÑAL A TRAVÉS DEL SISTEMA COMPLETO. RELACIÓN DE POTENCIAS: RPE (A LA ENTRADA), RPS (A LA SALIDA). .... 59

FIGURA 20. RELACIÓN DE POTENCIA DE SALIDA (RPS) RESPECTO AL VALOR DE LA RESTRICCIÓN DE DESIGUALDAD. ULA 12 ELEMENTOS, 25M ESPACIAMIENTO, DIRECCIÓN  $141^\circ$ , RPE 60dB. .... 60

FIGURA 21. RELACIÓN DE POTENCIA DE SALIDA (RPS) RESPECTO AL VALOR DE LA RESTRICCIÓN DE IGUALDAD. ULA 12 ELEMENTOS, 25M ESPACIAMIENTO, DIRECCIÓN  $141^\circ$ , RPE 60dB. .... 61

FIGURA 22. (A) DISTRIBUCIONES DE BRILLO DESPUÉS DE QUE EL MODELO ORIGINAL (M) SE AFECTE POR EL PATRÓN DE ANTENA DE TRANSMISIÓN (PAT), NOTAR ORIENTACIÓN DE SECCIÓN AA TRANSVERSAL A LA DIRECCIÓN DEL EEJ, (B) SEÑALES INTEGRADAS SOBRE SECCIÓN AA. .... 62

FIGURA 23. (A) ARREGLO LINEAL CON 12 ELEMENTOS EN EL PLANO DE APERTURA, LOS RECUADROS ROJOS SON LAS ANTENAS RECEPTORAS Y EL RECUADRO VERDE REPRESENTA LA UBICACIÓN DE LA ANTENA TRANSMISORA; SE MUESTRAN ADEMÁS LOS PUNTOS CARDINALES CORRESPONDIENTES, (B) DOMINIO DE LA VISIBILIDAD CORRESPONDIENTE AL ARREGLO, LOS COLORES SON LA COHERENCIA REPRESENTADA A TRAVÉS DE LA REDUNDANCIA DE LÍNEAS BASE. .... 66

FIGURA 24. DISTRIBUCIONES DEL BRILLO: (A) MODELO DEL BRILLO DE SEÑALES (M), (B) PATRÓN DE RADIACIÓN DE LA ANTENA DE TRANSMISIÓN EN POSICIÓN ON-AXIS (PAT), Y (C) BRILLO RESULTANTE DESPUÉS DE APLICAR EL PATRÓN DE RADIACIÓN (MxPAT). EN COLORES SE REPRESENTA LA POTENCIA NORMALIZADA. .... 67

FIGURA 25. DISTRIBUCIÓN DEL BRILLO RESULTANTE DESPUÉS DE APLICAR EL PATRÓN DE RADIACIÓN (POSICIÓN ON-AXIS) AL MODELO DE SEÑALES DEL ISR Y EEJ. .... 68

FIGURA 26. MÉTODO DE FOURIER: (A) FILTRO ESPACIAL, (B) SEÑALES FILTRADAS. .... 69

FIGURA 27. MÉTODO DE CAPON: (A) FILTRO ESPACIAL, (B) SEÑALES FILTRADAS. .... 69

FIGURA 28. MÉTODO DE DCMP-CN: (A) FILTRO ESPACIAL, (B) SEÑALES FILTRADAS. .... 70

FIGURA 29. RESULTADOS INTEGRADOS RESPECTO A LA DIRECCIÓN  $141^\circ$  (SECCIÓN AA DE LA FIGURA 22) Y NORMALIZADOS EN CADA ETAPA DEL PROCESO, CORRESPONDIENTES A LOS MÉTODOS DE: (A) FOURIER, (B) CAPON, (C) DCMP-CN. .... 72

FIGURA 30. RESULTADOS INTEGRADOS RESPECTO A LA DIRECCIÓN  $141^\circ$  (SECCIÓN AA DE LA FIGURA 22) AL FINAL DEL FILTRADO ESPACIAL (SIN AUTO-NORMALIZACIÓN), CORRESPONDIENTES A LOS MÉTODOS EVALUADOS. .... 73

FIGURA 31. RESUMEN DE RESULTADOS PARA SUB-CASO EN EL QUE LAS POTENCIA DE LAS SEÑALES SON ISR 0dB Y EEJ 60dB. LOS CÁLCULOS SE REALIZAN SOBRE LA SEÑAL INTEGRADA A LO LARGO DE SECCIÓN AA. LOS SÍMBOLOS CORRESPONDEN A LAS ETAPAS QUE AFECTAN A LA SEÑAL: (A) SEÑAL ORIGINAL, (B) SEÑAL AFECTADA POR PATRÓN DE RADIACIÓN, Y (C) SEÑAL AFECTADA ADICIONALMENTE POR EL FILTRO ESPACIAL. .... 74

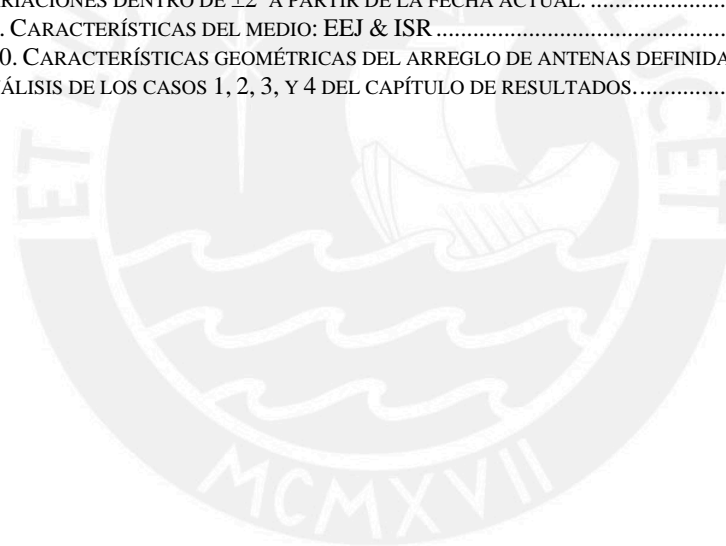


FIGURA 32. RPS v.s RPE. ARREGLO: 12 ELEMENTOS, 25M SEPARACIÓN Y DIRECCIÓN 141° .....	76
FIGURA 33. RPS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE ANTENAS DEL ARREGLO LINEAL UNIFORME PARA 60DB RPE. ARREGLO: 25M DE SEPARACIÓN Y DIRECCIÓN 141°.....	78
FIGURA 34. RPS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE ANTENAS DEL ARREGLO LINEAL UNIFORME PARA 50DB RPE. ARREGLO: 25M DE SEPARACIÓN Y DIRECCIÓN 141°.....	79
FIGURA 35. RPS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE ANTENAS DEL ARREGLO LINEAL UNIFORME PARA 40DB RPE. ARREGLO: 25M DE SEPARACIÓN Y DIRECCIÓN 141°.....	80
FIGURA 36. RPS EN FUNCIÓN DE LA SEPARACIÓN ENTRE ANTENAS DEL ARREGLO LINEAL UNIFORME. ARREGLO: 12 ELEMENTOS Y DIRECCIÓN 141°. PARA VALORES RPE: (A) 50dB, (B) 55dB, Y (C) 60dB.....	82
FIGURA 37. CURVAS DE RPS EN FUNCIÓN DE LA DIRECCIÓN DEL ARREGLO. 60DB RPE. ARREGLO: 12 ELEMENTOS Y 25M SEPARACIÓN. ....	85
FIGURA 38. EVOLUCIÓN DE LOS PUNTOS DE PERPENDICULARIDAD AL CAMPO MAGNÉTICO DE LA TIERRA A 100KM, PARA DIVERSOS AÑOS: (A) 1995, (B) 2000, (C) 2005, (D) 2010, (E) 2015, (F) 2020. DATOS USANDO EL MODELO IGRF (IUGG-IAGA, 2005). ....	87
FIGURA 39. VARIACIÓN ANUAL DEL ÁNGULO PERPENDICULAR A LA DIRECCIÓN DE LOS PUNTOS DE PERPENDICULARIDAD AL CAMPO MAGNÉTICO DE LA TIERRA. VALORES OBTENIDOS EN EL ROJ CON EL MODELO IGRF (IUGG-IAGA, 2005). ....	88
FIGURA 40. (A) ARREGLO NO REDUNDANTE CON 6 ELEMENTOS (0, 1, 2, 3, 7, Y 11, SEGÚN ESQUEMA) EQUIVALENTE A ULA DE 12 ELEMENTOS, (B) MATRIZ DE CORRELACIÓN DE LOS ELEMENTOS DONDE LOS ESPACIOS EN BLANCO INDICAN ELEMENTOS NULOS, Y (C) EJEMPLO DE CURVA DE AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL, LOS PUNTOS DE LA CURVA (AZULES) CORRESPONDEN A LOS VALORES DE VISIBILIDAD QUE HAY EN CADA DIAGONAL DE LA MATRIZ SEGÚN INDICAN LAS LÍNEAS GRISES ENTRECORTADAS. ....	92
FIGURA 41. RPS PARA DOS TIPOS DE ARREGLO: (A) ÓPTIMO NO REDUNDANTE DE 6 ANTENAS, (B) LINEAL UNIFORME DE 12 ANTENAS. ARREGLO: 25M SEPARACIÓN Y DIRECCIÓN 141°. 60DB RPE. ....	94
FIGURA 42. AUTO CORRELACIÓN ESPACIAL DE ARREGLO ÓPTIMO NO REDUNDANTE (6 ANTENAS) ....	95
FIGURA 43. AUTO CORRELACIÓN ESPACIAL DE ARREGLO LINEAL UNIFORME (12 ANTENAS) .....	96
FIGURA 44. ARREGLO LINEAL NO REDUNDANTE CON 6 ELEMENTOS, SE MUESTRAN LA DIRECCIÓN DE 141° DEL ARREGLO RESPECTO A LAS COORDENADAS DE LA ANTENA PRINCIPAL DEL ROJ. EL DIAGRAMA NO ESTÁ A ESCALA. LOS CÍRCULOS SOMBRADOS CORRESPONDEN A LAS POSICIONES DE LAS ANTENAS DEL ARREGLO, MIENTRAS QUE LOS CÍRCULOS VACÍOS CORRESPONDEN A LAS ANTENAS QUE SE DEJAN DE UTILIZAR. ....	101
FIGURA 45. SISTEMA DE COORDENADAS Y VECTOR DE ONDA $\vec{s}$ (SECCIÓN A.1).....	112

Debido a limitaciones gráficas del software empleado para realizar las simulaciones, en los rótulos de los resultados gráficos no se definen, cuando corresponde, las tildes, el símbolo “~” de la letra hispana ñ, entre otros. Por tanto se solicita la comprensión del lector.

# Índice de Tablas

TABLA 1. TERMINOLOGÍA UTILIZADA PARA DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE LA ANALOGÍA ENTRE CÁMARA PINHOLE Y LA GENERACIÓN DE IMÁGENES DE RADAR .....	21
TABLA 2. PARÁMETROS DE LAS DISTRIBUCIONES DEL BRILLO DEL EEJ & ISR.....	40
TABLA 3. CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS DEL CASO 1. POTENCIA DEL EEJ VARIABLE.....	65
TABLA 4. RESULTADOS DE RELACIÓN DE POTENCIAS DE SALIDA RESPECTO RELACIÓN DE POTENCIA DE ENTRADA PARA CADA MÉTODO. ARREGLO: 12 ELEMENTOS, 25M SEPARACIÓN, Y DIRECCIÓN 141°. .....	75
TABLA 5. CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS DEL CASO 2. NÚMERO DE ELEMENTOS VARIABLE.....	77
TABLA 6. CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS DEL CASO 2. DISTANCIA DE SEPARACIÓN VARIABLE. ....	81
TABLA 7. CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS DEL CASO 2. DIRECCIÓN DEL ARREGLO VARIABLE. ....	85
TABLA 8. RESULTADOS DE LA VARIACIÓN DEL ÁNGULO PERPENDICULAR A LA DIRECCIÓN DE LOS PUNTOS DE PERPENDICULARIDAD AL CAMPO MAGNÉTICO DE LA TIERRA OBTENIDOS EN EL ROJ CON EL MODELO IGRF (IUGG-IAGA, 2005). LA REGIÓN SOMBREADA CORRESPONDE A VARIACIONES DENTRO DE $\pm 2^\circ$ A PARTIR DE LA FECHA ACTUAL. ....	86
TABLA 9. CARACTERÍSTICAS DEL MEDIO: EEJ & ISR .....	89
TABLA 10. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DEL ARREGLO DE ANTENAS DEFINIDAS A PARTIR DEL ANÁLISIS DE LOS CASOS 1, 2, 3, Y 4 DEL CAPÍTULO DE RESULTADOS.....	89



# 1 Introducción

Dentro del contexto de esta disertación se define a la Ionósfera como la parte de la alta atmósfera donde los iones y electrones están presentes en cantidades suficientes para afectar la propagación de ondas de radio. La Ionósfera puede empezar a una altura de 50km y extenderse hasta unos pocos miles de kilómetros.

La Ionósfera representa menos del 0.1% de la masa total de la atmósfera terrestre. Sin embargo a pesar de la proporción de sus dimensiones, es extremadamente importante dado que su temperatura es muy sensible a la actividad solar. En ella se manifiestan las tormentas electromagnéticas que caracterizan al *Tiempo Espacial* de la atmósfera terrestre. Estos fenómenos son procesos físicos originados por la interacción entre el Sol y el campo magnético de la Tierra. Estas tormentas o fenómenos son capaces no sólo de dañar instrumentos electrónicos espaciales como satélites, sino que también pueden alterar las señales de comunicaciones, ondas de radio, GPS, etc.

En la superficie terrestre estas tormentas pueden inhabilitar plantas de energía eléctrica, inducir ruido electromagnético en cables submarinos de comunicaciones, producir corrientes telúricas en oleoductos, generar interferencia magnética en exploraciones, y causar efectos de radiación en aviación comercial. Entre otros efectos, que se van descubriendo a medida que se conoce más sobre estos fenómenos. Por todo ello es importante conocer la Ionósfera. La técnica que ha

conseguido las mejores contribuciones en el conocimiento de esta región es la técnica de Radar de Dispersión Incoherente ó ISR por sus siglas en inglés.

### 1.1 Técnica de Radar de Dispersión Incoherente

Los resultados de la presente investigación tendrán una implicación indirecta en facilitar la aplicación de esta técnica en cierto contexto que será detallado más adelante, es por ello que se brinda una breve reseña.

En la década de los años 70 se aseguraba que las técnicas de radar de dispersión incoherente (con frecuencias VHF y UHF) implementadas desde la superficie terrestre, habían emergido como técnicas muy útiles para el estudio de la Ionósfera. Estas técnicas son más conocidas como ISR del término en inglés *Incoherent Scatter Radar*. Desde entonces hasta la actualidad, la teoría de dispersión incoherente de la Ionósfera es aceptada por la comunidad científica internacional y con su ayuda ha sido posible la interpretación de estas señales en términos de los “Parámetros del Plasma” ionosférico en un amplio rango de altitudes. Gran parte de los resultados teóricos conjuntamente con aquellos procedentes de técnicas experimentales concernientes a los estudios ionosféricos están descritos por Evans (1969).

Los ecos de dispersión incoherente provienen de un gran número de electrones, los cuales están en movimiento termal aleatorio. Estos ecos estarán constituidos por un rango de frecuencias cercanas a la frecuencia de transmisión del radar. A medida que la temperatura incrementa, la velocidad promedio de los electrones se incrementa y por tanto el rango de velocidades también. De este modo, el ancho espectral también se incrementa y es este parámetro el que se utiliza para realizar una medida indirecta de la temperatura de la Ionósfera.

Por otro lado, cuando un electrón es removido de un átomo se da origen a un ion. El resultado de la interacción eléctrica entre iones y electrones origina funciones espectrales anchas que usualmente contienen dos picos. Se establece que el ancho del espectro corresponde a la temperatura de los iones y la altura de los picos espectrales representa la temperatura de los electrones.

La mixtura de iones y electrones es conocida como plasma, y adicionalmente al movimiento termal todo el plasma se encuentra en movimiento también. En otras palabras, hay un “viento” del plasma que implica que todo el espectro se desplaza en lugar de estar centrado en la frecuencia de transmisión. Por ello, un radar de dispersión incoherente también funciona como un medidor de la velocidad del viento del plasma en la Ionósfera.

Con las hipótesis adecuadas acerca de las concentraciones de iones en la Ionósfera, varios parámetros básicos como densidades, temperaturas y velocidades de iones y electrones, pueden ser deducidos por los radares de dispersión incoherente. A partir de estos resultados básicos, muchos otros parámetros ionosféricos pueden ser deducidos aunque no todos juntos ni en todas las altitudes.

Haciendo uso de esta técnica, múltiples observaciones *in-situ* con cohetes y satélites, combinados con radio sensoramiento remoto desde la superficie terrestre han permitido mostrar estructuras dentro del perfil de densidades Ionosféricas. Estas estructuras están definidas como regiones o capas ionosféricas. La división está basada en la longitud de onda absorbida más frecuentemente de la radiación solar. Las principales regiones ionosféricas son: La región D (debajo de los ~90km), la región E (entre los ~90 y ~130km), y la región F (por encima de los ~130km). La región F se suele dividir en  $F_1$  y  $F_2$  durante el día. La herramienta que ha permitido recolectar mayor y valiosa cantidad de datos son los radares de dispersión incoherente y Ionosondas ubicados en la superficie terrestre.

La Figura 1a muestra un perfil ionosférico representativo de la densidad diurna de electrones en la región ecuatorial deducida con el modelo IRI (Rodríguez, 2008), mientras que la Figura 1b presenta información ampliada de la región E hecha con mediciones de radar bistático en el ROJ (Shume et al., 2005).

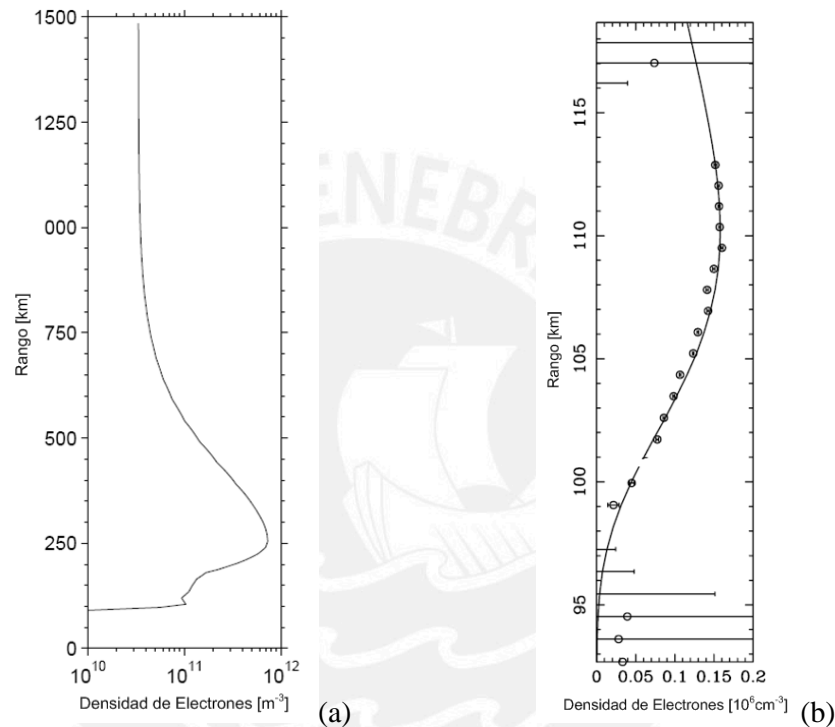


Figura 1. Perfil ionosférico de densidad de electrones correspondientes a la región ecuatorial: (a) Perfil diurno de toda la Ionósfera según modelo IRI (Rodríguez, 2008), (b) Perfil diurno de la región E medido con radar bistático en el ROJ, en línea continua se muestra la función de densidad de electrones de Chapman (Shume et al., 2005).

En base a los resultados gráficos sobre la densidad de electrones en la atmósfera terrestre, se verifica que la región Ionosférica (alta atmósfera) presenta elevados niveles de densidad de electrones respecto de la región de baja atmósfera. En la Figura 1b se aprecia que debajo de los 95km de altitud la densidad de electrones desciende hasta prácticamente neutralizarse.

Asimismo también se nota que desde la región neutra (debajo de los 90km) los niveles de densidad de electrones se incrementan hasta mostrar un pico alrededor de los 110km de altitud (Figura 1b) que luego desciende ligeramente para volver a incrementarse hasta alcanzar un pico de nivel de densidad de electrones mucho mayor a aproximadamente 250km para luego descender asintóticamente hasta un determinado valor (Figura 1a).

## 1.2 Radar de Dispersión Incoherente: El ROJ

El Perú posee el radar ionosférico más grande y potente del mundo ubicando en el Radio Observatorio de Jicamarca (ROJ). Su localización geográfica es 11.95° latitud sur, 76.87° longitud oeste y una altitud de 500m. Su frecuencia de operación es de 49.92MHz y su potencia pico máxima de transmisión es de aproximadamente 4.5MW. Este centro de investigación pertenece al Instituto Geofísico del Perú (IGP).

El ROJ fue el primer radar de dispersión incoherente especialmente diseñado para estudiar la Ionósfera con la técnica de ISR. Sus primeras mediciones con esta técnica fueron hechas en el año 1961.

En la actualidad el ROJ opera con sistemas de dispersión incoherente y coherente. Para una descripción detallada sobre el ROJ y específicamente sobre su antena principal se sugiere revisar Ochs (1965).

## 1.3 Mediciones ISR en el ROJ

En el ROJ existen dos modos de operación ISR: Oblicuo y Perpendicular. A continuación se describe el modo oblicuo, y se comenta una de sus limitaciones

como parte de la motivación de la presente investigación. Los términos perpendicular y oblicuo con los que clasifican las mediciones ISR en el ROJ, se refieren al modo en que se apunta (con el lóbulo principal de la antenna) al campo magnético de la Tierra.

Las mediciones ISR en modo Oblicuo se realizan con tres posiciones estándar del lóbulo principal de la antenna. Para definir las se utiliza el ángulo “ $\alpha$ ” que forma el lóbulo principal respecto a la dirección perpendicular. Estas posiciones se denominan: “On axis” ( $\alpha=1.9^\circ$ ), “4.5” ( $\alpha=3.5^\circ$ ), y “6.0” ( $\alpha=5.2^\circ$ ). Para una mejor visualización de lo que representan estas posiciones, se muestra en la Figura 2 la distribución espacial de los patrones de radiación respectivos. En dicha gráfica, los ejes representan a los cosenos directores y el punto central corresponde a la dirección On-axis. La posición On-axis se consigue cuando la antenna del ROJ transmite perpendicularmente al plano sobre la superficie terrestre que define a la antenna.

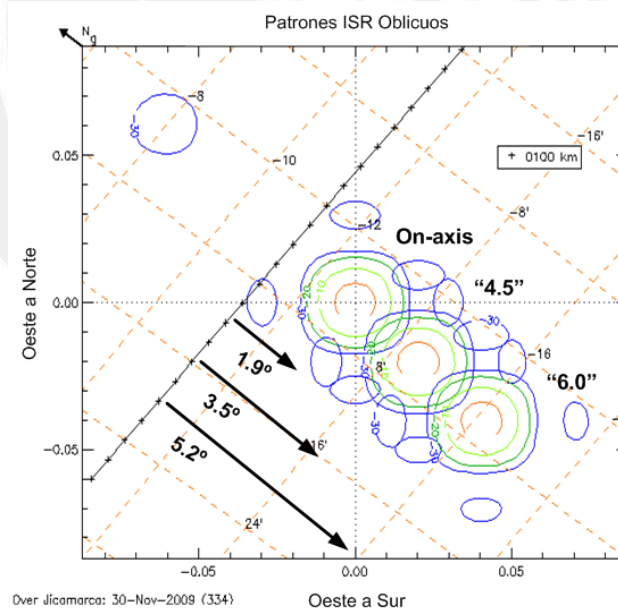


Figura 2. Patrones de radiación de los modos ISR Oblicuo en el ROJ: *On axis* ( $\alpha=1.9^\circ$ ), 4.5 ( $\alpha=3.5^\circ$ ), y 6.0 ( $\alpha=5.2^\circ$ ). Los ejes del gráfico son los cosenos directores. Posición *On-axis* coincide con el origen de los ejes ( $0.0^\circ$ ). Los colores denotan intensidad normalizada, rojo (-3dB), verde claro (-10dB), verde oscuro (-20dB), azul (-30dB). La línea inclinada muestra el locus de perpendicularidad a 100km (Puntos de dirección perpendicular al campo magnético de la Tierra), 30 Nov 2009.



En la parte superior izquierda se muestra un vector  $N_g$  que indica la dirección del norte geográfico. En los capítulos posteriores se describirá con mayor detalle este gráfico y como se obtienen los patrones de radiación. La generación de la Figura 2 se hizo a través de la herramienta “Over\_JRO” desarrollada en el Radio Observatorio de Jicamarca (Pacheco et al., 2000).

De las posiciones mostradas en la Figura 2, la máxima ganancia de la antena se obtiene con “On-axis”. A medida que la oblicuidad se incrementa, disminuye la ganancia. Dado que las señales de ISR son muy débiles, esta característica determina que sea la posición on-axis la que se considere en la presente investigación. En esta misma figura se aprecian unas líneas oblicuas en la dirección Este-Oeste, estas corresponden a las direcciones en que se apunta perpendicularmente al campo magnético de la Tierra. Dado que el campo magnético de la Tierra es un campo vectorial no uniforme, estas direcciones de perpendicularidad cambian con la altitud, es por ello que se muestran tres líneas correspondientes a 100, 500 y 1000km de altitud. En la actualidad existen modelos matemáticos que estiman el campo magnético de la Tierra que va cambiando con el tiempo, el más aceptado es el IGRF (*International Geomagnetic Reference Field*) (IAGA, 2005).

Una de las ventajas del modo ISR Oblicuo la constituye el hecho de que los parámetros del plasma (entre ellos temperatura, composición, colisiones de iones) están en función de la forma del espectro ISR. El modo oblicuo goza de un mejor entendimiento respecto a la estimación de los parámetros del plasma que son de interés. Y en ello una motivación extra para realizar esta investigación.

#### 1.4 Ecos de dispersión coherente en el ROJ

Existe un conjunto de irregularidades alineadas con el campo magnético de la Tierra, cuyos ecos son de naturaleza coherente. Entre los que podemos citar se

encuentran principalmente: Los Ecos de 150km (120-160km), el Electro Chorro Ecuatorial ó EEJ del inglés *Equatorial ElectroJet* (85-120km). Dentro de las señales coherentes cuyas irregularidades no se encuentran alineadas con el campo magnético de la Tierra, se encuentran los ecos mesosféricos (60-85km). La Figura 3 muestra una excelente representación estas irregularidades de la Ionósfera, la cual fue obtenida a través de una campaña de toma de datos en el ROJ.

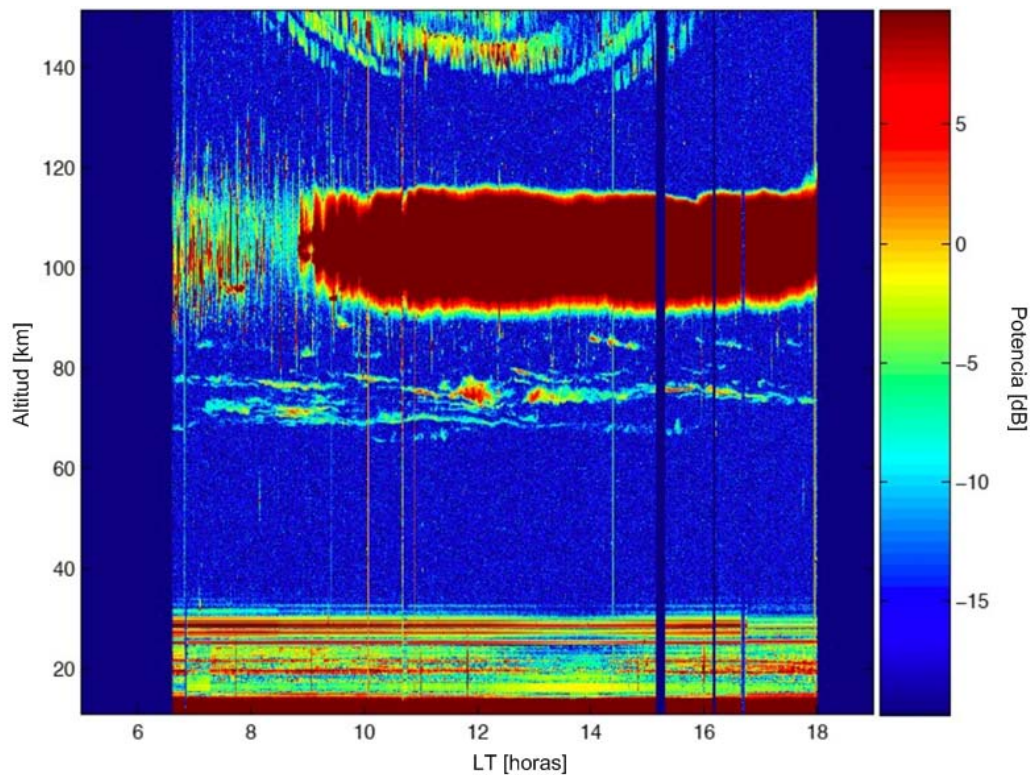


Figura 3. Ecos coherentes sobre Jicamarca debajo de los 150km de altitud medidos el 15 de junio del 2005. La escala de colores representa la intensidad de la relación señal a ruido en decibeles (dB) de los ecos observados (Reyes et al., 2005).

Las extremadamente intensas corrientes de Hall fluyendo en el ecuador magnético causan la inestabilidad de la Ionósfera ecuatorial en la región E (Farley, 1985). En la Figura 3 se aprecia que en esta región (~90-130km) existe una franja ancha en altitud y de gran intensidad, la cual corresponde al EEJ. Ello viene haciendo imposible la aplicación de técnicas de dispersión incoherente para extraer los parámetros del

plasma ionosférico en dicha región. En la actualidad el estudio de los ISR procedentes de las capas E y D sólo ha sido posible cuando están ausentes los ecos del EEJ (Chau and Woodman, 2005).

A cualquier altitud, y específicamente en la región E que estamos tratando, las direcciones de donde provienen los ecos de ISR y EEJ son iluminadas con la misma señal transmitida por el radar. De este modo los ecos que retornan tienen similar frecuencia. Por tanto si se quiere separar ambas señales por métodos de filtrado temporal (dominio Tiempo-Frecuencia), no será posible. Sin embargo se puede sacar ventaja de que espacialmente dichas señales provienen de distintas direcciones angulares. Las señales del EEJ provienen de aquellas direcciones perpendiculares al campo magnético de la Tierra las cuales están representadas por las líneas inclinadas en la Figura 2. Mientras que las señales de ISR provienen de toda la región iluminada por el radar (dirección del lóbulo principal de la antena de transmisión en la posición On-axis). Con lo cual tendremos que ir al dominio *Espacio-Angulo* (que será descrito más adelante) y tratar la implementación de un *filtro espacial* que priorice la recepción de señales en una determinada dirección angular mientras que se rechace las señales provenientes del resto de direcciones angulares. Un modo de realizar dicho filtrado espacial es a través de la utilización de *arreglos de antenas*.

### 1.5 Técnicas con arreglo de antenas en el ROJ

La antena principal del ROJ consiste de un gran arreglo cuadrado de 64 módulos de antenas. Esta disposición permite gran flexibilidad en seleccionar la disposición espacial de un *arreglo de antenas* en recepción. La técnica del *arreglo de antenas* demanda que cada antena o módulo de antenas en el arreglo debe contar con su propia unidad de adquisición de datos o receptor. Una vez digitalizadas las señales de cada canal de recepción, se pueden incluir desfases en cada uno de ellas con la finalidad de sintetizar un patrón de radiación conveniente que otorgue máxima

ganancia en la dirección deseada y rechace las señales existentes en otras direcciones. En el ROJ se vienen usando técnicas con arreglos de antenas desde finales de los años sesenta, para optimizar la información que se puede obtener de los ecos ionosféricos. A continuación se describen los principales eventos y campañas que han hecho uso de técnicas con arreglo de antenas:

Woodman (1971), mostró que un interferómetro de radar podía determinar exactamente el centro de dispersión y el ancho de un medio disperso localizada a grandes altitudes utilizando la técnica de interferometría con radar. Posteriormente Farley et al. (1981) propuso esta técnica para el estudio de las turbulencias del plasma en la Ionósfera, como las irregularidades del EEJ.

Una mejora significativa alcanzó Kudeki and Sürücü (1991), quien utilizó un arreglo de antenas con varios receptores (Más de dos antenas) para obtener imágenes de la distribución espacial de las irregularidades del plasma ionosférico, método que fue introducido y demostrado en el estudio del EEJ. Se obtuvieron imágenes con pocos segundos de resolución permitiendo el monitoreo de la evolución temporal y espacial de las irregularidades dentro del campo visual del radar.

Una interesante descripción matemática sobre la técnica de imágenes de radar coherente fue desarrollada por Woodman (1997), incrementando el potencial científico de los radares coherentes atmosféricos e ionosféricos. En dicho trabajo deja abierta la posibilidad de realizar imágenes en tres dimensiones evaluando el campo cercano y lejano.

En el 2001, Chau and Woodman (2001), implementaron la técnica para la generación de imágenes de radar en tres dimensiones haciendo uso de un arreglo bidimensional de antenas de ocho elementos. En esta ocasión el EEJ sirvió de referencia para validar el método, esto dada la gran experiencia acumulada en el ROJ respecto a este fenómeno.

Como se constata a través del listado anterior, en el ROJ se cuenta con una sólida experiencia en el uso de las técnicas de procesamiento de señales con *arreglo de antenas*. La cual se manifiesta no sólo a través de la bibliografía citada, sino también a la instrumentación necesaria (antenas, líneas de recepción, receptores, capacidad de almacenamiento, programas de procesamiento, etc.) para configurar experimentos según demande esta técnica.



## 2 Marco Teórico

En este trabajo se empleará técnicas de procesamiento de señales con arreglos de antenas con el objetivo de implementar un filtro espacial. El desarrollo teórico del presente trabajo está basado en la analogía planteada por Woodman (1997) para la generación de imágenes, entre un sistema óptico y el uso de un radar con arreglo de antenas. El desarrollo matemático de estos conceptos guarda relación con el análisis de sistemas lineales en dos dimensiones sobre el cual existe una extensa bibliografía. Sin embargo por la calidad didáctica que ofrece, el autor sugiere revisar el segundo capítulo del libro de Goodman (1996).

Existe un tema muy importante como es la relación entre frecuencia espacial y la onda plana, el cual se cubre en el Apéndice A como síntesis de Goodman (1996), Pellat-Finet (2007), y Hecht (2000). Se consideró necesario incluir esta breve descripción por la calidad didáctica de Pellat-Finet (2007) sobre estos temas.

En cuanto al fenómeno de difracción que está presente en todo proceso de imágenes, como efecto inherente producido por una obstaculización del paso de las ondas, se sugiere ver el capítulo 4 del libro de Goodman (1996). En dicho capítulo fundamentan las aproximaciones de Fresnel y Fraunhofer de la teoría general de difracción, las cuales permiten definir de modo sencillo el tratamiento matemático para los campos cercano y lejano respectivamente. La presente investigación estará enmarcada dentro del campo lejano o de Fraunhofer.

Sobre conceptos básicos de tratamiento de señales con arreglos de sensores en general, se sugiere revisar el segundo capítulo de Prabhakar (2001). Estos conceptos más orientados al uso de antenas se encuentran en los capítulos tercero y sexto de Kraus (1966). Y con un enfoque específico en sistemas de radar se sugiere ver el capítulo quince de Kingsley and Shaun (1992).

La siguiente descripción teórica sobre el tratamiento de sistemas de radar con arreglo de antenas se basa principalmente en el trabajo de Woodman (1997), Palmer et al. (1998). Si el lector está familiarizado con la teoría de arreglo de antenas y con la bibliografía citada puede saltar el presente capítulo.

## 2.1 Analogía con la Óptica: Imágenes de radar

Tal como lo concibe el principio de Huygens para frecuencias luminosas, la apertura está constituida por un arreglo de puntos radiantes. El caso análogo en el campo de las ondas de radio lo constituye un arreglo de antenas dispuestas de modo tal que constituyan una apertura. Este arreglo de antenas puede tener una distribución unidimensional (arreglo lineal) o bidimensional (arreglos planares). El arreglo actúa de igual modo tanto en transmisión como en recepción. Sin embargo, es conveniente utilizar el caso de transmisión debido a la analogía en óptica con los experimentos de Young de doble rendija. En óptica, el campo derivado de un experimento de doble rendija tiene dos componentes: el patrón de difracción de una de las rendijas y los patrones de interferencia creados por la interacción de las señales coherentes de las dos rendijas. Esto ocurre exactamente con el tratamiento de arreglo de antenas, donde cada elemento del arreglo actúa como una fuente con su propio patrón de difracción. Mientras que la radiación de los otros elementos (o fuentes) interactúan para dar forma a los patrones de interferencia, el cual usualmente es denominado el *factor del arreglo*.

La presente investigación se respalda en los múltiples desarrollos teóricos y experimentales que se han llevado a cabo en el Radio Observatorio de Jicamarca relacionadas al uso de arreglos de antenas, en especial para la generación de imágenes de radar. De estos desarrollos, el artículo de Woodman (1997) constituye a criterio del autor de esta disertación, una exquisita descripción didáctica sobre la interpretación física en relación con la óptica y la formulación matemática adecuada para el tratamiento de señales con arreglos de antenas. La analogía con óptica se da al interpretar el uso de una cámara de agujero o *Pinhole* (del término en inglés) con flash que corresponde al caso de un radar (transmisión y recepción), y sin flash que a su vez corresponde al caso de sistemas de radio antenas (sólo recepción). A continuación se intentará resumir dicho trabajo, para mejor orientación del lector sobre el tema.

El proceso de generación de imágenes de radar implica el procesamiento del patrón de difracción de la dispersión del campo electromagnético, haciendo uso de un número finito de puntos de muestreo sobre una superficie determinada. Como lo sostiene Woodman (1997), hay una similitud muy cercana entre un sistema de generación de imágenes con radar coherente, y una cámara óptica. Sin embargo, conservan aún una gran diferencia relacionada con la habilidad para muestrear y procesar el campo electromagnético (no sólo la potencia) de modo digital. En el caso de los radares, el campo puede ser muestreado y procesado apropiadamente de acuerdo con los teoremas de muestreo Nyquist en el dominio del tiempo y Whittaker-Shannon en el dominio del espacio (se sugiere ver Goodman, 1996). Mientras que en óptica, aún no es posible realizar esto con la tecnología actual. En ese sentido la analogía propuesta puede ser usada sólo para la interpretación física en los algoritmos matemáticos, y no para las técnicas de procesamiento. Una diferencia adicional entre estos conceptos es que una imagen óptica proyecta todos los objetos, ubicados entre la cámara y el infinito, en un solo plano. Mientras que con un radar existe la posibilidad de discriminar entre diversos planos a cada distancia de separación desde la apertura.



Para lograr la interpretación física de las definiciones concernientes a imágenes, se considera el modelo matemático de una cámara óptica y su analogía con los sistemas de imágenes de radar. Una muy básica cámara óptica utiliza dos lentes los cuales tienen por función: (1) colimar los rayos que vienen del plano objeto ubicado en el campo cercano (Fresnel) antes de que estos pasen a través de la abertura, (2) Enfocar los rayos salientes de la apertura en el plano imagen. Estos lentes se ubican delante y detrás de la apertura. En el caso de radares no es necesario el lente que ejecuta la segunda función debido a que se puede, sin problemas, proyectar la imagen en el infinito (Patrón de Fraunhofer). Mientras que la analogía para el lente que ejecuta la primera función, es necesaria para imágenes de objetos en el campo cercano. De acuerdo con las características de las regiones ionosféricas que se analizan (descritas en la introducción de esta disertación), se considera que las señales provienen de la región de campo lejano o Fraunhofer. De este modo no es necesario este segundo lente. En el caso de óptica, esta nueva configuración corresponde al caso de la comúnmente denominada *cámara de agujero* o por su término en inglés *pinhole camera*. Por tanto, se debe evaluar un modelo matemático sencillo de una cámara de agujero sin lentes que en adelante será referida como *cámara pinhole*.

### 2.1.1 La cámara Pinhole: Operador de Transformada de Fourier

En cualquier cámara *Pinhole* se presentan los siguientes planos: del Objeto, de la Apertura y de la Imagen. Una adaptación de la representación propuesta por Woodman (1997), para este dispositivo óptico se muestra en la Figura 4. Aunque las dimensiones han sido exageradas para propósitos didácticos, se asume que los requisitos establecidos para poder aplicar el análisis de Fraunhofer se cumplen. Esto es las distancias que separan a los planos objeto e imagen del plano de apertura tienen que ser más extensas que las dimensiones de la apertura, es decir distancias  $> 2D^2/\lambda$ . Donde  $D$  es la mayor extensión de la apertura y  $\lambda$  es la longitud de onda.

Como se aprecia en la Figura 4a, en cualquier instante el *campo electromagnético óptico* en cada uno de los tres planos (Objeto, Apertura e Imagen) puede ser expresado como una función de la posición  $\vec{\theta}$  y  $\vec{x}$ . El vector  $\vec{\theta}$  representa la dirección del punto en evaluación ubicado en el plano objeto, y se representa por sus cosenos directores  $\vec{\theta} = [\cos(\theta_x), \cos(\theta_y)]$ , mientras que  $\vec{x} = [x, y]$  representa la posición dentro de la apertura (se suele especificar en unidades de longitud de onda). El término de frecuencia temporal está implícito en todas las expresiones, y ha sido removido para facilitar la notación matemática.

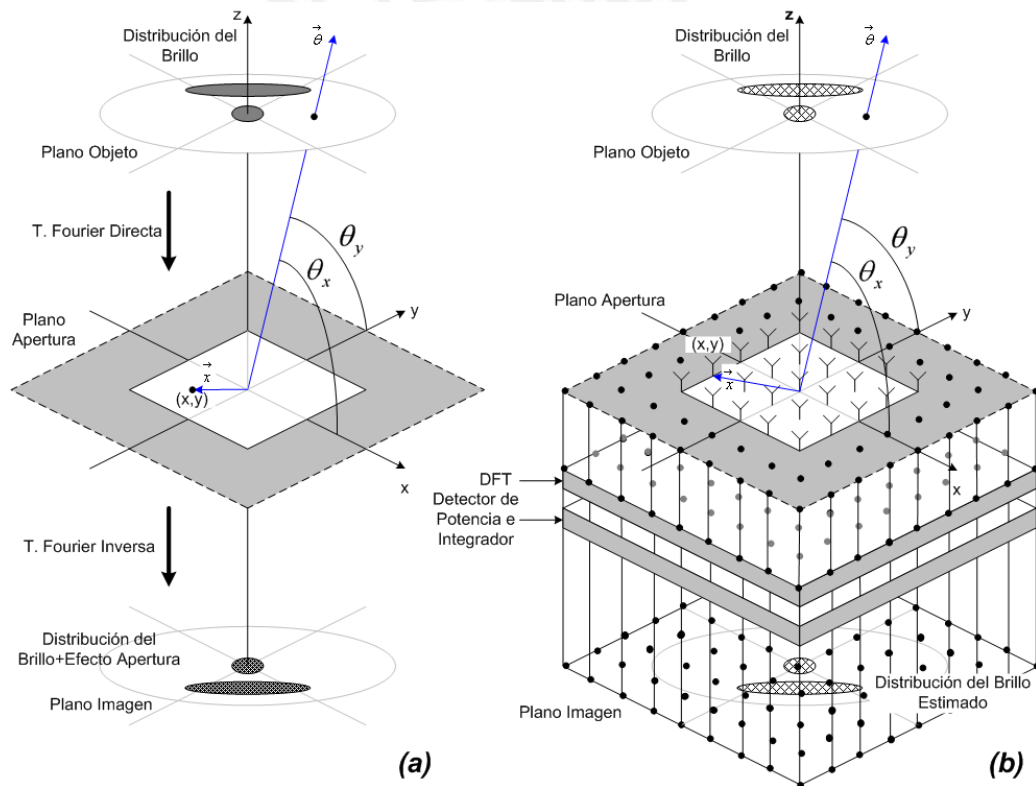


Figura 4. (a) Representación esquemática de una cámara de agujero (*Pinhole*), (b) Analogía para el caso de radio frecuencia donde se muestrea el campo electromagnético en la apertura con un arreglo de antenas (La apertura está representada por el rectángulo blanco dentro del plano gris) y los puntos negros representan la posición de antenas ficticias cuyas señales se asumen nulas. Notar en (b) a los bloques que realizan la Transformada de Fourier Discreta (DFT por sus siglas en inglés) y la integración de la potencia.

Existen cuatro campos (electromagnéticos) en estos tres planos:  $U(\bar{\theta})$  en el plano objeto,  $\hat{U}(\hat{\theta})$  en el plano imagen,  $u(\bar{x})$  inmediatamente antes de la apertura, y  $\hat{u}(\bar{x})$  inmediatamente después de la apertura. Las variables con el sombrero encima, indican que sufren modificación por la truncación de la apertura. La relación entre los campos objeto y apertura es

$$U(\bar{\theta}) \Leftrightarrow u(\bar{x}) \quad (1)$$

Donde el símbolo  $\Leftrightarrow$  representa la Transformada de Fourier.  $U(\bar{\theta})$  tiene la misma interpretación que el espectro angular de la expresión (A.9) del Apéndice A, para lo cual se tendría  $\bar{\theta}$  equivalente a  $(\alpha/\lambda, \beta/\lambda)$ . Si se ignoraran los efectos de la truncación de la apertura, entonces  $\hat{u}(\bar{x}) = u(\bar{x})$ , con lo cual el campo en el plano imagen será el homólogo del plano objeto, sin embargo ello implicaría recurrir a los argumentos de los rayos ópticos, pero con ellos luego no podrían evaluarse los efectos reales de la truncación. Por tanto

$$\hat{u}(\bar{x}) = w(\bar{x})u(\bar{x}) \quad (2)$$

esta última representa una multiplicación término a término, donde se considera que  $w$  es una matriz diagonal cuyos elementos son los desfases de cada antena.

$$w(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \bar{x} \text{ dentro de apertura} \\ 0 & \bar{x} \text{ fuera de apertura} \end{cases} \quad (3)$$

En general  $w(\bar{x})$  puede ser un número complejo. Se cumple que,

$$\hat{U}(\hat{\theta}) \Leftrightarrow \hat{u}(\bar{x}) \quad (4)$$

Por tanto

$$\hat{U}(\hat{\theta}) = W(\bar{\theta}) * U(\bar{\theta}) \quad (5)$$

Donde el símbolo \* representa la operación de convolución. Además,

$$W(\bar{\theta}) \Leftrightarrow w(\bar{x}) \quad (6)$$

Considerando la interpretación anterior, se extraen algunas conclusiones:

- Una cámara *pinhole* es un perfecto operador de la transformada de Fourier que actúa sobre el campo presente dentro de la apertura y representado por las expresiones (1) y (4).
- Toda la información resultante en el plano imagen está presente en el campo de la apertura.
- El resultado del plano imagen es una representación difusa del plano objeto ello debido al efecto de la apertura según la expresión (5).

Las conclusiones anteriores aplican también para las radio frecuencias donde es obvio que construir una cámara *pinhole* no sería factible implementar físicamente, dadas las condiciones de campo lejano para la distancia que debe existir entre el plano de apertura y el plano imagen (ver Figura 4b).

La analogía propuesta para radio frecuencia es realizable debajo de la apertura. En ese sentido se requiere muestrear el campo en el plano de la apertura. Para realizar esta operación es necesario un arreglo de antenas dentro de la apertura.

Lo análogo a la propiedad de la cámara óptica que realiza una operación de Transformada de Fourier entre la apertura y el plano imagen, para el caso de radio frecuencia es una “caja negra” (ver lado derecho de la Figura 4) capaz de realizar la transformación de Fourier (Discreta) sobre la señal muestreada y truncada del campo  $u(\bar{x})$ , es decir  $[\hat{u}(\bar{x})]$  (Los corchetes  $[\ ]$  denotan el aspecto discreto de la señal que

contienen). Por lo tanto, los campos de radio frecuencia se ubican por encima y debajo de la apertura del arreglo de antenas. Las entradas de la caja citada en este párrafo, son las salidas de cada antena del arreglo con sus respectivos receptores así como de aquellas “falsas” antenas ubicadas fuera de la apertura (puntos negros). Sus salidas representan la imagen muestreada del campo imagen  $[\hat{U}(\hat{\theta})]$ .

Prosiguiendo con el establecimiento de la analogía, las cámaras ópticas realizan la detección y registro de la imagen, lo cual se realiza en una película sensible a la intensidad promedio (potencia integrada) del campo en el plano imagen. Dicha estimación de la distribución del brillo matemáticamente está representado por

$$\hat{B}(\hat{\theta}) = \langle \hat{U}(\hat{\theta}) \hat{U}(\hat{\theta})^* \rangle \quad (7)$$

Mientras que la distribución del brillo real de la cual se intenta obtener su imagen es

$$B(\bar{\theta}) = \langle U(\bar{\theta}) U(\bar{\theta})^* \rangle \quad (8)$$

Se recuerda que en la óptica fotográfica (excluyendo la holografía), los campos electromagnéticos instantáneos  $U(\bar{\theta})$  y  $\hat{U}(\hat{\theta})$  no se disponen como observables, bastando sólo la descripción de  $B(\bar{\theta})$  y  $\hat{B}(\hat{\theta})$ . No obstante para el caso de imágenes de radar, si pueden obtenerse muestras del campo electromagnético en la apertura. Para el caso de radio frecuencia, esta operación puede ejecutarse por técnicas analógicas, digitales o una combinación de ambas. En todas ellas la operación involucra el promediado de la potencia detectada en cada punto del plano imagen correspondiente a una salida de la *caja negra* que ejecuta la Transformada de Fourier, es por ello que en la Figura 4b la distribución del brillo  $[\hat{B}(\hat{\theta})]$  se presenta en puntos discretas. El tratamiento discreto reduce la cantidad de información a ser

registrada, pero a la vez demanda un tratamiento estadístico del instrumento dada la naturaleza aleatoria de los campos

### 2.1.2 Consideraciones de la discretización de los campos

La cámara óptica realiza una continua transformación óptica de un campo continuo. Como ya se ha mencionado en la sección anterior, es necesario realizar un muestreo discreto del campo. Basados en el Teorema de Muestreo de Whittaker-Shannon descrito en el capítulo segundo de Goodman (1996) y en los conceptos generales sobre el muestreo de señales que el lector pueda tener, se entiende que esta discretización de las señales tiene ciertas implicaciones.

La presencia del término  $\sin(\theta)$  en el kernel de la transformada de Fourier, limita automáticamente la máxima frecuencia espacial en el campo de la apertura. Los valores fuera de este rango corresponden a ondas evanescentes que no son consideradas en la presente aplicación. Estos conceptos son cubiertos en la sección A.5 del Apéndice A.

El muestreo del campo de apertura puede ser realizado por antenas tipo dipolo apartadas  $\lambda/2$ , esta configuración permitiría obtener imágenes de toda la región del cielo. Sin embargo dado que la zona de iluminación que alcanza la antena principal del ROJ es menor a  $\pm 5^\circ$  los ecos provendrán principalmente de dicha zona (otra posibilidad es a través de algún lóbulo lateral), por lo tanto sólo bastará cubrir esta pequeña región. Para ello, en base a un muestreo espacial completo sobre la apertura, si se consideran que las muestras  $[u(\bar{x})]$  son adquiridas a una menor tasa de muestreo o decimación (más separación entre muestras). El efecto la reducción de la porción angular del cielo (plano del objeto) a un área angular definida por el patrón correspondiente a un elemento del arreglo, del mismo modo la decimación en tiempo reduce el ancho del contenido de frecuencia de una serie de tiempos. Existe otro

modo (en el caso de radar) de filtrar y seleccionar una pequeña región del cielo, el cual use una antena de transmisión que sólo ilumine dicha región. Estos son características muy importantes que serán tomadas en cuenta durante la configuración del arreglo. Para esta operación no hay una analogía directa a este *filtrado espacial*. Lo más cercano podría ser bloquear las ondas que arriban fuera una región central usando un cono negro.

En la presente aplicación se asume que el patrón de la antena transmisora y del elemento receptor, limitan la región del cielo a la región de sus lóbulos principales y secundarios. Justamente los efectos de los lóbulos secundarios serán las fuentes principales de interferencia según se describirá en la sección (3.2). Finalmente se asume que existe un adecuado muestreo espacial en relación a la separación entre elementos. Para la siguiente sección, siendo posible discretizar los campos continuos (Objeto, Apertura, e Imagen) en grupos de muestras, será conveniente el uso de la notación matricial. A continuación se presenta el estándar a seguir en adelante.

Términos ópticos en cámara Pinhole	Campos continuos	Campos discretos	Notación matricial
Campo en plano apertura	$u(\bar{x})$	$[u(\bar{x})]$	$u$
Campo en apertura truncada	$\hat{u}(\bar{x})$	$[\hat{u}(\bar{x})]$	$\hat{u}$
Campo en plano objeto	$U(\bar{\theta})$	$[U(\bar{\theta})]$	$U$
Campo en plano imagen	$\hat{U}(\hat{\theta})$	$[\hat{U}(\hat{\theta})]$	$\hat{U}$
Brillo (Plano objeto)	$B(\bar{\theta})$	$[B(\bar{\theta})]$	$B$
Brillo (Plano imagen)	$\hat{B}(\hat{\theta})$	$[\hat{B}(\hat{\theta})]$	$\hat{B}$
Apertura truncada	$w(\bar{x})$	$[w(\bar{x})]$	$w$
Transf. Fourier Apertura	$W(\bar{\theta})$	$[W(\bar{\theta})]$	$W$

Tabla 1. Terminología utilizada para descripción matemática de la analogía entre cámara Pinhole y la generación de imágenes de radar

Haciendo uso de esta notación podemos representar algunos conceptos concernientes a la analogía que se está intentando interpretar

$$u = MU \quad (9)$$

$$\hat{u} = wu \quad (10)$$

$$\hat{U} = M^{-1} \hat{u} \quad (11)$$

Los operadores,

$$M = [\exp(-j\bar{\theta} \cdot \bar{x})] \quad \text{y} \quad M^{-1} = [\exp(-j\bar{\theta} \cdot \bar{x})] \quad (12)$$

Representan a la matriz del kernel de la Transformada de Fourier Discreta directa e inversa respectivamente. Asimismo, bajo este enfoque  $w$  es una matriz diagonal cuyos términos pueden ser números complejos.

### 2.1.3 Distribución del Brillo y Visibilidad

Los fenómenos ionosféricos tienen naturaleza estocástica tanto en el dominio del tiempo como del espacio, razón por la cual no tendría sentido analizar realizaciones particulares sino sus estadísticas. Dado que el interés radica en la estimación del *Distribución del Brillo* ó *Espectro Angular*, es decir de

$$B(\bar{\theta}) = \langle U(\bar{\theta})U^*(\bar{\theta}) \rangle \quad (13)$$

Aunque más específicamente el interés está en una representación discreta de  $B(\bar{\theta})$ , es decir de

$$[B(\bar{\theta})] = \langle [U(\bar{\theta})][U(\bar{\theta})]^* \rangle \quad (14)$$



También definido por la diagonal de una matriz estadística más general

$$[B(\bar{\theta})] = \text{diag}\{\langle UU^H \rangle\} \quad (15)$$

El símbolo  $H$  denota la transpuesta-conjugada del vector o matriz. Para propósitos prácticos  $U(\bar{\theta})$  es considerado un proceso aleatorio no-homogéneo blanco (analogía espacial a la no-estacionariedad en procesos temporales) de longitud angular finita. La *blancura* del plano objeto se justifica por las pequeñas estructuras, y su longitud angular finita determinada por la iluminación de la antena transmisora y el patrón del elemento de antena receptor. Por tanto, bajo una descripción matricial utilizando variables discretas la expresión  $\langle UU^H \rangle$  será una matriz diagonal. Finalmente el proceso es no-homogéneo, por que las propiedades promediadas de  $[B(\bar{\theta})]$  dependen de  $\bar{\theta}$ .

Del mismo modo la característica de proceso aleatorio blanco, implica que cada punto en el plano de la apertura recibe la radiación de un gran número (infinito en el límite) de dispersores independientes. La gran distancia entre los planos objeto y de apertura implica que todos los puntos la apertura están sujetos a la misma radiación, a excepción de las fases de cada una de las contribuciones independientes. Esto hace que el campo de radiación en el plano de apertura,  $u(\bar{x})$ , un proceso Gausiano homogéneo en sentido amplio (basado en el teorema de Límite Central). Por lo tanto, este tipo de procesos están completamente caracterizados por su función de autocorrelación espacial,

$$v(\bar{r}) = \langle u(\bar{x})u^*(\bar{x}') \rangle \quad \text{Donde} \quad \bar{r} = \bar{x}' - \bar{x} \quad (16)$$

La función de autocorrelación  $v(\bar{r})$  se denomina *visibilidad*, este término proviene de la jerga del campo de radio astronomía. Utilizando la notación matricial establecida, las propiedades estadísticas completas del campo en el plano de la apertura, están dadas por  $\langle uu^H \rangle$ . Aplicando este última expresión en (9) resulta,

$$\langle uu^H \rangle = M \langle UU^H \rangle M^H \quad (17)$$

Como se describe en la expresión (15),  $\langle UU^H \rangle$  es diagonal, lo cual conjuntamente con la naturaleza exponencial del kernel de la transformada de Fourier, hacen que  $\langle uu^H \rangle$  sea una matriz Toeplitz. Una matriz Toeplitz permite expresarla en términos de la diferencia entre índices de la matriz,

$$\langle uu^H \rangle = [v(r)] \quad (18)$$

Si analizamos conjuntamente las expresiones (17) y (18), y considerando las expresiones para  $[B(\bar{\theta})]$  (15) y  $[v(r)]$  (16) que son vectores de la misma dimensión podemos expresar la relación entre estos vectores haciendo uso de la notación matricial. Se asignará los símbolos  $B$  y  $v$  respectivamente, por tanto

$$v = MB \quad (19)$$

Como se ha utilizado  $\bar{\theta}$  y  $\bar{x}$  en los índices de la matriz  $M$  según la expresión (12), no sólo los campos son pares de funciones relacionadas por la Transformada de Fourier Discreta, sino también las funciones que los caracterizan estadísticamente lo son también. Esto es la base del teorema de Wiener-Khinchin que se deduce de la ecuación (17). Por lo tanto estos pares de funciones (estadísticas y campos) corresponden a la *Función de Autocorrelación Espacial* y a la *Espectro Angular de Potencia*.

Si ahora se evalúa la relación entre las estadísticas del campo inmediatamente debajo y arriba del plano de apertura conformado por antenas, se obtiene

$$\langle \hat{u} \hat{u}^H \rangle = w \langle uu^H \rangle w^H \quad (20)$$

Sustituyendo (17) en (20), se obtiene

$$\langle \hat{u} \hat{u}^H \rangle = wM \langle UU^H \rangle M^H w^H \quad (21)$$

Usualmente la diagonal de la matriz  $w$  tiene elementos 0 y 1, con lo cual  $\langle \hat{u} \hat{u}^H \rangle$  es idéntica a  $\langle uu^H \rangle$  en aquellos lugares enmascarados por los valores no-cero de  $[w(\bar{x})w^*(\bar{x}')]^*$ . Asimismo  $w$  puede tener valores complejos, sus amplitudes y fases representan al peso y a las fases relativas asociadas a cada antena de muestreo del arreglo de apertura. Este tipo de valores serán de utilidad cuando se trate el caso de arreglos no redundantes y direccionamiento del lóbulo principal del arreglo.

Al incluir el efecto de la apertura a través de  $w$  implica que la matriz de estadísticas del campo debajo del plano de la apertura  $\langle \hat{u} \hat{u}^H \rangle$ , ya no sea Toeplitz. Su Transformada de Fourier Discreta, tomando como referencia (17),

$$\langle \hat{U} \hat{U}^H \rangle = M^{-1} \langle \hat{u} \hat{u}^H \rangle M \quad (22)$$

que representa las estadísticas en el plano de la imagen, ya no es diagonal. La expresión (22) se puede expresar en términos de las estadísticas del campo objeto sustituyendo (20) dentro de ella, por tanto

$$\langle \hat{U} \hat{U}^H \rangle = W \langle UU^H \rangle W^H \quad (23)$$

Sin embargo la diagonal de  $\langle \hat{U} \hat{U}^H \rangle$  continúa jugando un importante rol ya que se trata del equivalente a la energía depositada en una película sensible dispuesta en el plano imagen de una cámara *Pinhole*. Del mismo modo que se definió  $B$  en (19) a través de (15)

$$\hat{B} = \text{diag}\{\langle \hat{U} \hat{U}^H \rangle\} \quad (24)$$

La relación de  $\hat{B}$  con el la distribución del brillo  $B$  es

$$\hat{B} = W^2 B \quad (25)$$

donde  $W^2$  se convolucionan con  $B$ , ello debido a que los términos de  $W$  son  $W^2 = [W(\hat{\theta} - \bar{\theta})W^*(\bar{\theta} - \hat{\theta})]$ .

En el caso de tener un campo truncado  $\hat{u} = [\hat{u}(\bar{x})]$ , su función de autocorrelación será No-Toeplitz. En estos casos se define un vector de correlación cruzada  $\hat{v}$  en función del producto escalar  $[\hat{u}(\bar{x})] \cdot [\hat{u}(\bar{x} + r)]$ , o matricialmente con normalización

$$\hat{v} = [\hat{v}(r)] = [ \langle \hat{u} \cdot \hat{u}_r \rangle / N ] \quad (26)$$

Por lo tanto

$$\hat{v} = M \hat{B} \quad (27)$$

Se muestra que  $\hat{v}$  y  $\hat{B}$  forman un par definido por la Transformada de Fourier Discreta. Y con ello se define el domino Espacio-Ángulo que es el equivalente al domino Tiempo-Frecuencia. La correcta interpretación de esta equivalencia permite *visualizar o interpretar* con mayor facilidad, los conceptos y propiedades ampliamente conocidos del dominio Tiempo-Frecuencia, en el domino del Espacio-Ángulo.

## 2.2 Arreglo de antenas

En la sección anterior se ha demostrado la analogía entre una cámara Pinhole (ondas electromagnéticas ópticas) y una radio cámara (ondas electromagnéticas de radio). Una importante conclusión es que esta analogía se alcanza a través del muestreo discreto del plano de la apertura con un arreglo de antenas.

El término *Arreglo de Antenas* hace referencia al grupo de antenas que utilizan múltiples canales de recepción. Dicho arreglo es usado para medir campos de ondas electromagnéticas y extraer información acerca de las fuentes y del medio a través del cual se propagan. De acuerdo con la aplicación de la presente investigación, las fuentes son fenómenos ionosféricos que se han definido como ISR (Señal de Interés) y EEJ (Señal de Interferencia) en la sección introductoria de esta disertación. Los campos de ondas vienen a ser los ecos procedentes de las reflexiones de los pulsos de radio frecuencia (emitidos con la antena del ROJ) con el medio ionizado de la región ionosférica. La ventaja de usar arreglo de antenas es que se puede lograr el direccionamiento del haz principal insertando retardos en cada uno de los elementos del arreglo. Dichos retardos producen a su vez un desfase en las señales que luego al combinarse sintetizan un haz en una dirección determinada.

### 2.2.1 Enfasamiento de los elementos del arreglo

Si se inserta algún dispositivo físico, en cada antena del arreglo, con la finalidad de producir determinados retardos en la señal de cada una de las antenas (representado por  $w$  en Tabla 1 y expresión 10), se verifica que el patrón de radiación resultante sufrirá modificaciones en la forma, dirección e ganancia de su lóbulo principal y de sus lóbulos laterales. De este modo pueden acondicionarse diversos patrones de radiación convenientemente según se requiera. Dado que la mayoría de usuarios estarán más familiarizados con el tratamiento de señales en el dominio

tiempo-frecuencia, se propone la siguiente analogía con un filtro FIR (*Finite Impulse Response*), en el que convenientemente podemos seleccionar sus coeficientes para obtener determinada respuesta en frecuencia. Si comparamos el caso del arreglo de antenas y un filtro FIR, se tiene que: Los coeficientes del filtro FIR equivalen a los retardos en cada antena del arreglo, y la respuesta en frecuencia del filtro FIR representa al patrón de radiación del arreglo de antenas.

### 2.2.2 Patrón de radiación

El patrón de radiación de una antena indica la potencia de la señal transmitida (o recibida cuando opera en modo de recepción) en función del vector dirección constituido por los cosenos directores. Dicho patrón está definido por un lóbulo principal que contiene el vector dirección principal y los lóbulos laterales presentes en las demás direcciones. En modo de recepción, ese mismo patrón representa la ganancia que tiene la antena en función del vector dirección.

Los elementos radiantes de un arreglo, son usualmente simples dispositivos (dipolos, Yagi, etc.) y estos tienen patrones de difracción bastante amplios. Por otro lado el patrón del arreglo está determinado por un Factor de Arreglo muy angosto. Por tanto, se debe tener mucho cuidado de no apuntar el lóbulo principal del arreglo fuera del patrón de un elemento del arreglo.

### 2.2.3 Filtro espacial

De acuerdo con el objetivo planteado, interesa estimar la señal que proviene desde una dirección específica en presencia de ruido y señales de interferencia procedentes de otras direcciones. En la sección anterior se estableció que

acondicionando adecuadamente las fases en cada uno de los elementos de un arreglo se puede alcanzar los requerimientos del objetivo. Por tanto el patrón de radiación tendrá las características de un Filtro Espacial. Esto es conocido en la literatura especializada como Formador de Lóbulos ó en su término popular en inglés *Beamforming*. Un formador de lóbulos ejecuta un filtrado espacial para separar señales que tienen contenido espectral similar (dominio tiempo-frecuencia), pero que proceden de diferentes direcciones angulares. Los conceptos de formación de lóbulos son aplicables para radiación o recepción de energía.

En el caso de radio frecuencia y específicamente en el ROJ, el método más sencillo y efectivo para generar retardos en las señales es emplear cables de diversa longitud proporcionales a la longitud de onda de la señal. Sin embargo pretender realizar una campaña experimental con esta operación, no sería factible dado que las señales recibidas corresponden a fenómenos ionosféricos que cambian sus características continuamente. Lo cual implica que tendrían que cambiarse continuamente la configuración de los cables de retardo de señal. Esta operación actualmente no sólo implica detener el sistema entero sino que además tarda aproximadamente 2.5 horas (cuando se modifican los 64 elementos que constituyen la antena principal del ROJ). Además no será posible contar con toda la variedad de longitudes que podrían necesitarse. Por ello se requiere de un *filtro espacial adaptivo* que se acondicione de acuerdo a las características de las señales en cada intervalo de tiempo de muestreo.

La técnica propuesta en la presente tesis es adquirir las señales tal como se reciben en cada antena del arreglo y mediante algoritmos matemáticos implementados en computador, calcular y asignar las fases correspondientes en cada canal de recepción de acuerdo a las características estadísticas de la señal. Y de este modo generar *filtros espaciales adaptivos* que rechacen eficientemente toda interferencia que se presente mientras alcanzan la máxima ganancia en una dirección especificada donde se encuentre la señal de interés.

## 3 Aplicación: Rechazo de Interferencia en el ROJ

### 3.1 Introducción

En los capítulos anteriores se ha intentado brindar los conceptos fundamentales de las herramientas que permitirán alcanzar el objetivo de esta investigación. La Sección 2.1 determina la analogía existente entre un sistema óptico de generación de imágenes con un sistema de radar también para la generación de imágenes. Aunque la generación de imágenes no constituye una tarea que forme parte del contexto de esta tesis, la relación con la aplicación de Filtro Espacial es directa. Para mostrar dicha relación en el dominio Espacio-Ángulo (recientemente establecido), se recurre nuevamente al dominio Tiempo-Frecuencia. Cada vez que se estima el espectro de frecuencia, otra interpretación válida del método de la Transformada de Fourier consiste en utilizar filtros centrados en cada una de las frecuencias entre  $-\pi$  y  $\pi$  (ó entre  $-0.5$  y  $0.5$  si se trata de frecuencias discretas, es decir frecuencia de la señal entre la frecuencia de muestreo). El conjunto de resultados para cada frecuencia constituye el espectro de frecuencias.

Por ejemplo, suponer que se tiene una señal constituida por cuatro sinusoides con frecuencias discretas 0.04, 0.05, 0.08 y 0.09. En la Figura 5a, se muestra el espectro teórico de la señal, el cual tiene cuatro líneas espectrales entrecortadas para cada frecuencia. Sobre ellas se grafica la forma del filtro de Fourier empleado para estimar



el contenido de frecuencias de la señal, en este caso el filtro está evaluado para la frecuencia discreta de  $0.05$ .

La Figura 5b muestra la correspondiente región ampliada de frecuencias discretas entre 0 y 0.1. En ambas figuras se aprecia que la ganancia del filtro de Fourier en su lóbulo principal, es la unidad. Si se toma en cuenta que las amplitudes de los coeficientes de Fourier forman siempre un pulso cuadrado unitario, entonces la respuesta en frecuencia del filtro citado será siempre la misma independientemente de la frecuencia que se esté evaluando, es decir la función *sinc*. Ello implica que cuando se esté evaluando una determinada frecuencia ( $0.05$  en este caso), la señal de otras frecuencias existentes puede acoplarse a través de alguno de los lóbulos laterales (como ocurre para la frecuencia  $0.09$  en este caso) o a través del lóbulo principal que suele ser amplio (frecuencia  $0.04$ ).

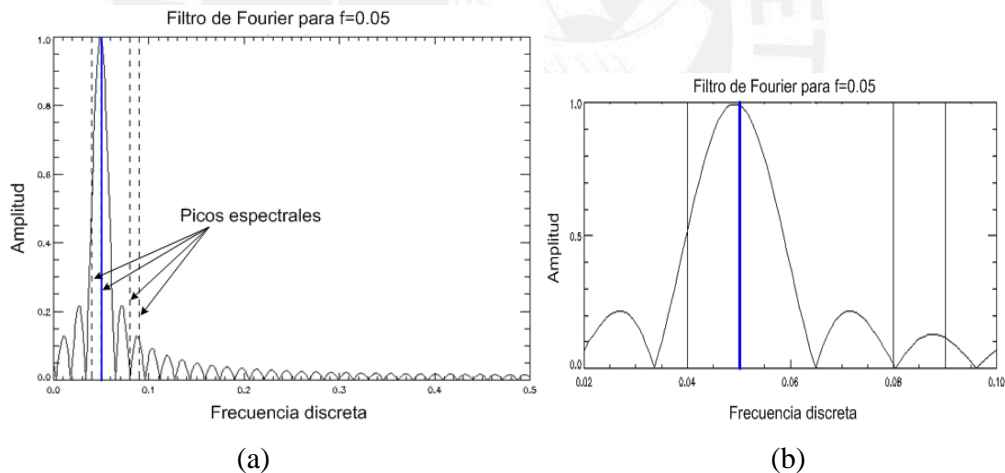


Figura 5. (a) Respuesta en frecuencia del filtro de Fourier para la frecuencia discreta  $0.05$ . Dominio Tiempo-Frecuencia, (b) región ampliada correspondientes a las frecuencias  $0.02$  y  $0.10$ .

También existen métodos adaptivos a los datos que realizan una mejor estimación del espectro. El modo en que logran este desempeño es que cuando están evaluando el filtro a una determinada frecuencia, rechaza adaptivamente las demás señales. Para una mejor representación de esto se muestra la Figura 6 que utiliza el filtro de Capon,

para la misma configuración de datos empleada para generar los resultados de la Figura 5.

En la Figura 6b se aprecia mejor el desempeño del filtro Capon. Para la frecuencia de interés, el filtro otorga la ganancia de 1, mientras que para las restantes tres señales la ganancia que les asigna el filtro tiende a cero.

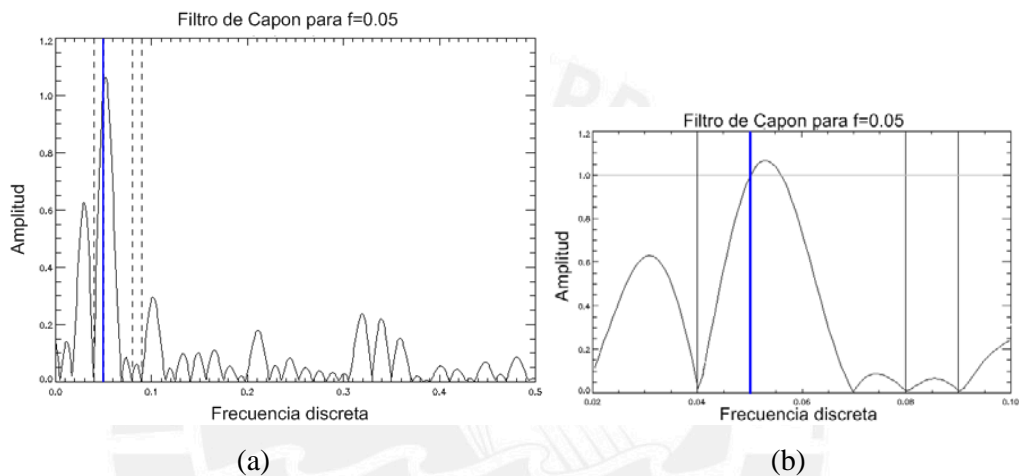


Figura 6. (a) Respuesta en frecuencia del filtro de Capon para la frecuencia discreta 0.05. Dominio Tiempo-Frecuencia, (b) región ampliada correspondientes a las frecuencias 0.02 y 0.10.

Los resultados de las Figuras 5 y 6 corresponden al dominio Tiempo-Frecuencia. En el caso actual que se requiere trabajar en el dominio Espacio-Ángulo, se procede de igual modo interpretando adecuadamente las nuevas variables involucradas. Es decir, en el dominio Espacio-Ángulo se habla de muestras espaciales cuya transformada de Fourier origina el Espectro Angular. En el espectro angular se habla de frecuencias espaciales (ó su equivalente frecuencias angulares como se describió en la sección A.1 del Apéndice A). Los gráficos lineales del Espectro Angular se pueden realizar del mismo modo que los mostrados en las Figuras 5 y 6, en ese caso el eje horizontal representa el coseno director de la señal que puede ir de -1 a 1 y el eje vertical representa la amplitud.

Supongamos que se tiene un arreglo de antenas y hay dos señales cuyos ángulos de arribo son  $-2.5^\circ$  y  $0^\circ$ . Si no se efectúa un control de fase en cada elemento del arreglo de modo que todo tenga la unidad, es decir la señal no sufra ninguna modificación, entonces se constituye el filtro de Fourier el cual tendrá siempre la misma respuesta para cada ángulo de arribo que se esté analizando. En la Figura 7 el filtro espacial está evaluando la dirección perpendicular al arreglo de antenas con lo cual el lóbulo principal del filtro está centrado en  $0^\circ$ . Además, se aprecia que por el lóbulo lateral principal está ingresando otra señal. Con lo cual la información que se consigne a la frecuencia de análisis ( $0^\circ$  en este caso) tendrá además el contenido de la otra señal que proviene de  $-2.5^\circ$ . En la Figura 8 se muestra el resultado del filtro adaptivo propuesto en esta tesis.

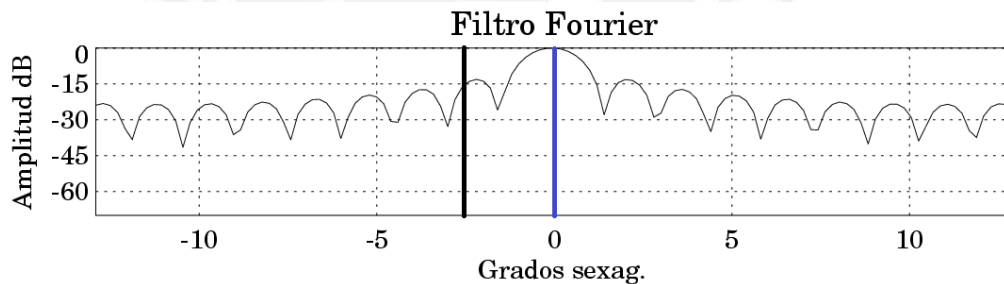


Figura 7. Respuesta en frecuencia espacial del filtro de Fourier para ángulos cenitales: Señal de interés  $0^\circ$  (Línea azul) e interferencia desde  $-2.5^\circ$  (Línea negra). Dominio Espacio-Ángulo.

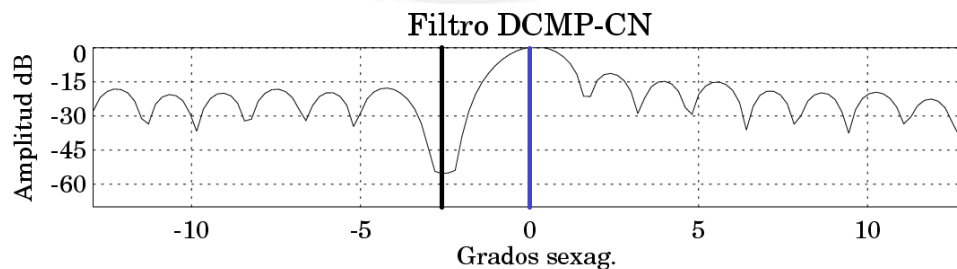


Figura 8. Respuesta en frecuencia espacial del filtro DCMP-CN propuesto en esta tesis para ángulos cenitales: Señal de interés desde  $0^\circ$  (Línea azul) e interferencia desde  $-2.5^\circ$  (Línea negra). Dominio Espacio-Ángulo.

### 3.2 Descripción del modelo de señales ionosféricas

La palabra RADAR proviene del inglés *Range Detection And Ranging*, cuya técnica permite detectar y estudiar objetivos remotos transmitiendo ondas de radio hacia el objetivo y recibiendo las reflexiones de la onda. Los objetivos para cualquier radar de Dispersión Incoherente, como el Radio Observatorio de Jicamarca, son los electrones en la Ionósfera. La presencia de electrones se debe a que la elevada energía de la radiación ultravioleta proveniente del Sol remueve a estos electrones de algunos átomos y moléculas presentes en esta región. Son estos electrones los que dispersan las ondas de radio. Dicha dispersión se puede categorizar como Coherente e Incoherente. Estos dos tipos de dispersiones provienen de la misma región de análisis, es decir dentro del volumen del lóbulo principal de la antena de transmisión.

Los siguientes párrafos no pretenden describir rigurosamente las características físicas ni propiedades de estos tipos de ecos, sino presentar cualitativamente sus diferencias para poder discriminarlos según se ha planteado.

#### 3.2.1 Dispersión Coherente: Señal EEJ

Estos ecos provienen de corrientes de plasma en dirección horizontal paralela a la dirección Este-Oeste en horario diurno (Farley, 1981). Estas corrientes originan la velocidad media de derivas (*Drift*) de electrones a lo largo del ecuador magnético según se muestra en la Figura 9. Parte de estos ecos son aproximadamente isotrópicos en el plano perpendicular al campo magnético. Estas irregularidades (causantes de los ecos) tienen la característica de estar extremadamente alineadas con el campo magnético de la Tierra, y pueden ser observados usando radares de dispersión coherentes. El principal fenómeno ionosférico que representa a este tipo de ecos es el Electrochorro Ecuatorial o EEJ.

Un modelo sencillo del EEJ para el propósito de esta investigación, lo representa una campana bidimensional de Gauss extremadamente delgada y alargada en la dirección Este-Oeste. Como ya se indicado, el EEJ es un irregularidad alineada con el campo magnético de la Tierra, por lo tanto su posición angular está determinada por la ubicación de los puntos en los cuales un vector que parte desde la antena del ROJ es perpendicular al campo magnético de la Tierra. Estos puntos están representados por las líneas paralelas oblicuas de la Figura 2. Según el modelo IGRF (IUGG-IAGA, 2005) para años entre 2005-2010, dicha posición angular corresponde aproximadamente a  $1.9^\circ$  respecto a la dirección perpendicular al plano de la antena, posición de antena que se conoce en el ROJ la posición *On-axis*.

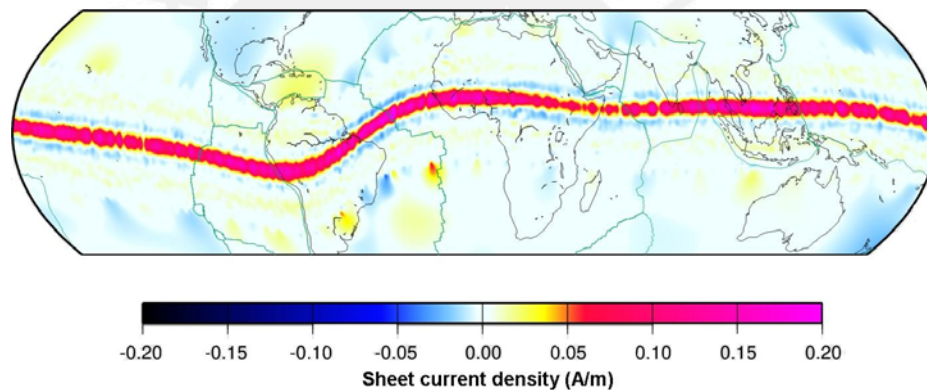


Figura 9. Electrochorro Ecuatorial calculadas con 2600 mediciones con el satélite CHAMP sobre el ecuador magnético entre las 11:00 y 13:00LT. (“Geomagnetism”, Maus and Alken, 2007)

Para definir el ancho del EEJ, se recurre a un valor promedio de los resultados experimentales de los ángulos de aspecto del EEJ obtenidos por: Kudeki and Farley (1989) mostrados en la Figura 10, Fei Lu (2005) mostrados en la Figura 11, y resultados preliminares de una campaña realizada por los Dres. D. T. Farley y Wesley Swartz de la Universidad de Cornell para analizar el ángulo de aspecto del EEJ. El autor ha analizado dichos datos y los correspondientes resultados gráficos se muestran en las Figuras 12 y 13. El ángulo de aspecto es el ancho angular de radiación del objeto. En la presente aplicación dicho objeto es el EEJ.

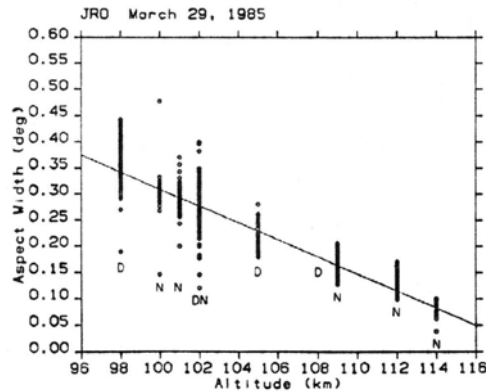


Figura 10. Resultados de ángulos de aspecto del EEJ de Kudeki and Farley, Se muestran todos ángulos de aspecto observados en varias altitudes y tiempos de observación del 29 marzo de 1985. Las etiquetas D, N, Y DN corresponden a Día, Noche y una mixtura de ambos. La línea indica la tendencia de los datos.

Las mediciones hechas en el año 1985 para el ángulo de aspecto del EEJ, según reporta Kudeki and Farley (1989), indican que este parámetro tiene entre  $0.1^\circ$  y  $0.4^\circ$  (Figura 10). En el 2001 con una mejor configuración experimental, Fei Lu (2005) los valores están alrededor de  $0.2^\circ$  (Figura 11).

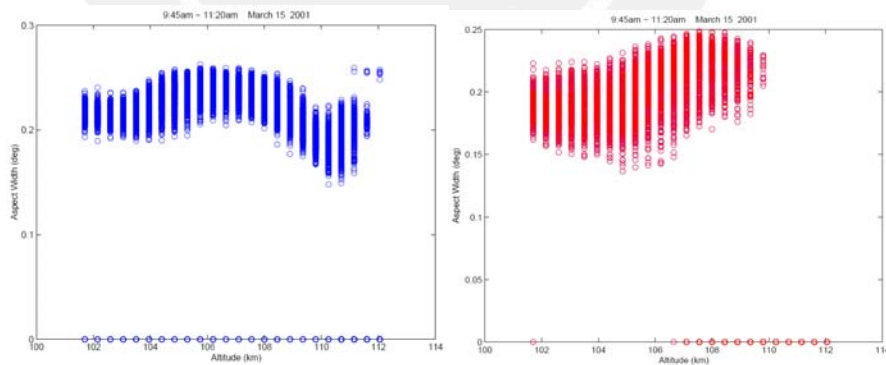


Figura 11. Resultados de ángulos de aspecto para dos tipos de Electrochorro Ecuatorial para diversas altitudes (Fei Lu, 2005) medidos el 15 de marzo del 2001 entre 09:45-11:20LT.

Finalmente en marzo del 2009, Farley y Swartz ejecutan un experimento mejorado respecto al del 2001. Los siguientes son resultados preliminares de un análisis

realizado por H. Pinedo con estos datos (Figura 12), donde se muestra que el ángulo de aspecto del EEJ es alrededor de  $0.2^\circ$ .

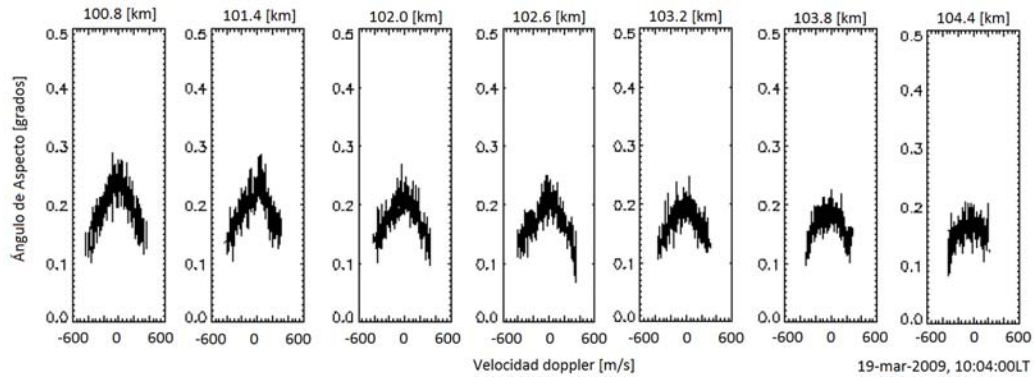


Figura 12. Resultados preliminares de ángulo de aspecto del EEJ (por H. Pinedo). EEJ (Potencia 35dB) diurno a las 10:04:00LT del 19 de marzo del 2009.

En base a las investigaciones citadas, un valor que represente los resultados citados sobre el ángulo de aspecto del EEJ, es  $0.2^\circ$ .

Por otro lado, dado que el EEJ es una irregularidad alineada con el campo, lo cual implica que físicamente es paralelo a la dirección Norte-Sur. Sin embargo si tratamos al EEJ como conductor lineal la radiación correspondiente estará en dirección transversal. Esta ortogonalidad se basa en el concepto de antenas, donde la dirección física del dipolo es ortogonal respecto a las direcciones de máxima ganancia. Por ello la distribución del Brillo o patrón de radiación del EEJ estará alineado con las direcciones que son perpendiculares al campo magnético (Este-Oeste). Se asignará una extensión de  $15^\circ$  como ancho de la campana de Gauss del EEJ en la dirección Este-Oeste.

Otro parámetro importante es la potencia del EEJ, algunos autores sostienen que puede llegar a ser hasta 80dB más fuerte que la señal ISR (Fei Lu, 2005).

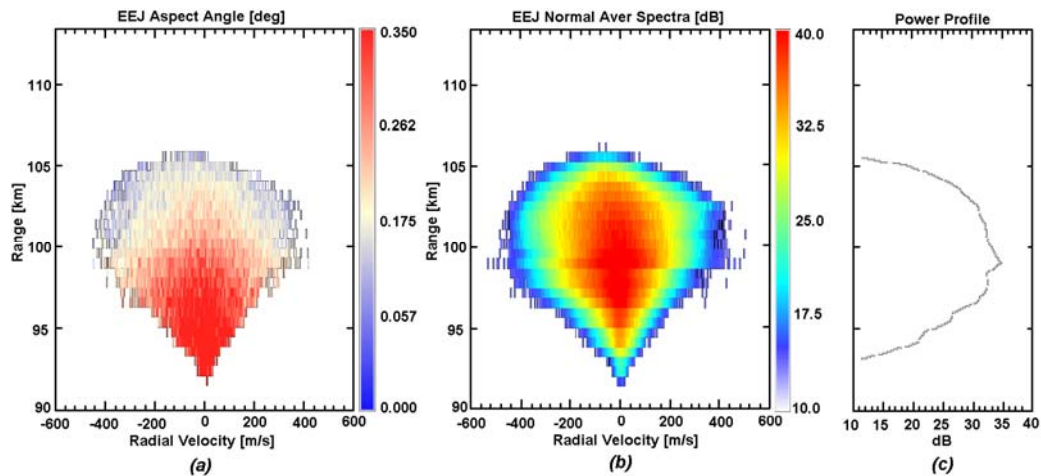


Figura 13. Resultados preliminares de ángulo de aspecto del EEJ (por H. Pinedo). Ángulo de aspecto, Potencia Espectral Promediada y Perfil de Potencia del EEJ diurno. Fuerte EEJ a las 10:04:00LT del 19 de marzo del 2009.

La Figura 13b y 13c contienen información de la potencia del EEJ en un rango de 90 a 114km de altitud para cada velocidad radial ó frecuencia Doppler (-600 a 600m/s). Se aprecia que el EEJ en esta ocasión alcanza los 35dB. La Figura 13a muestra los correspondientes ángulos de aspecto, donde se aprecia que gran parte de la sección transversal del EEJ tiene ángulos de aspecto entre aproximadamente 0.175 y 0.3.

El valor de la potencia citado por Fei Lu (2005), corresponde a un valor máximo, sin embargo en observaciones rutinarias como se muestra en la Figura 13, se suelen obtener potencias menores. En ese sentido se asigna 60dB de potencia al EEJ por encima de la señal de ISR (0dB).

### 3.2.2 Dispersión Incoherente: Señal ISR

Un eco de dispersión incoherente proviene de un gran número de electrones, los cuales no se encuentran en estado estacionario sino por el contrario están en



movimiento termal aleatorio. Las señales ISR permiten la medición de la densidad de electrones, temperatura y composición de iones, y la velocidad del plasma. Los ecos provienen de todo el volumen de iluminación, es decir de aquel volumen definido por el lóbulo principal de la antena transmisora.

El ROJ tiene un arreglo de antenas modular que permite direccionar el lóbulo principal de transmisión. Cuando este direccionamiento se orienta perpendicularmente al campo magnético de la Tierra se obtienen espectros angostos de la dispersión incoherente que permite calcular la velocidad del plasma. Sin embargo cuando el lóbulo principal se direcciona unos grados respecto de la dirección perpendicular al campo (como fue descrito en la sección 1.3), la dispersión incoherente permite estimar la densidad de electrones. La dispersión coherente proveniente principalmente del Electrochorro Ecuatorial recibida a través de los lóbulos laterales constituye la principal fuente de interferencia. Esta interferencia contamina las señales provenientes de alturas menores a ~450km lo que hace poco práctico la estimación de parámetros de la Dispersión Incoherente por debajo de este límite que coincide con el pico de la región F (Hysell, 2000). Este tipo de dispersión está presente en todo el campo visual de la antena, con lo cual se considerará para los propósitos del modelado que emplea valores normalizados, como una señal constante unitaria.

### 3.2.3 Modelo: Señal ISR + EEJ

Al recopilar las características establecidas para cada uno de estas señales se resumen en las Tablas 2a y 2b.

EEJ (Gausiana 2D)		ISR (Distribución uniforme)	
Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Potencia	60dB	Potencia	0dB
Posición	1.9° respecto a On-axis	Posición	0° (On-axis)
Eje mayor	15°		
Eje menor	0.2°		
Dirección eje mayor	-129°		

(a) (b)

Tabla 2. Parámetros de las distribuciones del Brillo del EEJ & ISR.

La representación gráfica de este modelo se muestra en la Figura 14, tomar en cuenta en adelante que estos gráficos muestran potencias normalizadas.

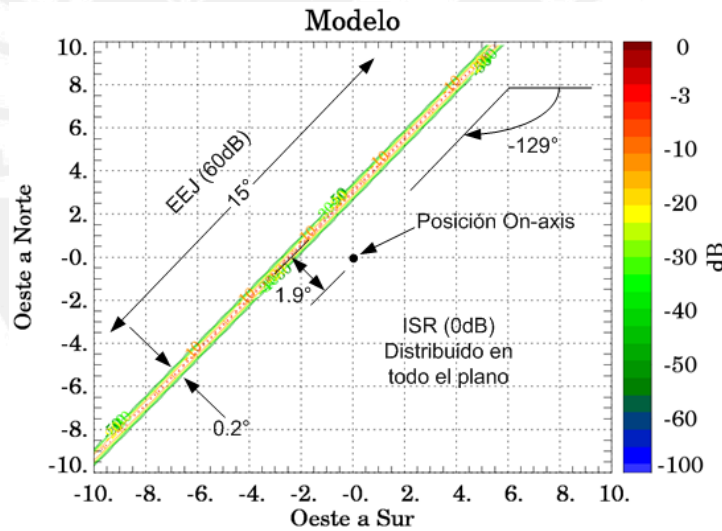


Figura 14. Modelo de las distribuciones de brillo de las señales normalizadas del ISR y EEJ a ser empleado para el análisis del filtro espacial. Los ejes son cosenos directores correspondientes al rango angular evaluado ( $\pm 10^\circ$ ). Los colores denotan potencia normalizada, donde las regiones en rojo son más potentes que las de azul.

La Figura 14 es una representación bidimensional de la distribución del brillo de las señales del EEJ & ISR. Los ejes son los cosenos directores correspondientes al rango angular de evaluación, que están representados aproximadamente en unidades de

grados sexagesimales ( $\pm 10^\circ$ ), respecto al sistema de coordenadas que se definirá más adelante (ver Figura 16). Los colores representan la potencia normalizada de las señales. Tomando en cuenta la escala establecida colores rojizos denota mayor potencia que los colores azules.

Este modelo desarrollado (Figura 14) se aproxima muy satisfactoriamente a la realidad. El cual facilitará la correcta interpretación de los resultados, proveyendo además muy buena referencia sobre la validez de la técnica propuesta ante la aplicación real de la técnica propuesta en este trabajo.

### 3.3 Descripción de la técnica propuesta

En general se busca definir un *Filtro Espacial Adaptivo* centrado en la dirección con número de onda  $\bar{k}$ , haciendo uso de las señales de un grupo de receptores para cada antena. Como se ha establecido en las secciones anteriores, es necesario contar con una representación discreta de campo dentro del área de la apertura. Dicho muestreo discreto se logra con un arreglo de antenas distribuido en el área de la apertura, donde el campo que recibe cada elemento de este arreglo de antenas es afectado por un factor complejo que modifica su fase. Si se ordenan las señales del grupo de antenas afectadas por los desfases que le corresponden a cada una, entonces

$$\hat{u} = w^H u \quad (28)$$

Nuevamente  $w$  es una matriz diagonal que contiene los coeficientes de fase de cada antena del arreglo. Para esta última expresión se ha utilizado la notación matricial establecida en la Sección 2.1 y resumida en la Tabla 1. Esta expresión es similar a la definida por (10) con la diferencia que  $w$  en este caso es un vector columna mientras que en la referida expresión se trata de una matriz diagonal cuyos elementos son este vector columna.

Una imagen horizontal de la distribución del brillo se podría obtener variando  $\bar{k}$  en diversas posiciones dentro de una región determinada del cielo. Como también se ha establecido previamente, dicha región en el caso de radares está limitada por el patrón del elemento de una antena del arreglo. La resolución de la distribución dependerá de la longitud de las líneas base ó distancias entre las antenas del arreglo según se detalla en la Sección 2.2, y del método que se emplee para combinar las señales de las antenas. Sin embargo la aplicación de esta investigación es más sencilla, pues constituye sólo una parte del proceso elemental de la formación de la distribución completa del brillo (imagen) de la región iluminada, tal como fue descrita en la Sección 3.1.

En lugar de evaluar el brillo en todas las direcciones angulares dentro de una región, sólo se evalúa en una determinada dirección de interés definida por el vector  $\bar{k}$ . Es decir se filtra o selecciona sólo el brillo proveniente de esa dirección de interés mientras se busca rechazar el resto de señales provenientes de otras direcciones.

Los diversos modos para combinar las señales de cada antena con el objetivo de determinar el *Filtro Espacial*, se basan en la selección adecuada de los coeficientes  $w$ . En la Sección 3.1 se mostró que cuando todos los coeficientes de  $w$  son la unidad, los resultados corresponden al método de Fourier, según se aprecia en la Figura 5. Sin embargo, cuando se toma en cuenta las señales de las antenas para estimar adaptivamente la forma del filtro los resultados mejoran notoriamente como se verá en la Sección de resultados. En este último caso, los coeficientes adoptan valores complejos debido a que son generados con las señales complejas de cada elemento de antena. La señal de cada elemento adquiere forma compleja al realizar la operación de Fase-Cuadratura con el se traslada a banda base para determinar el signo de la frecuencia temporal. Un método que estima el filtro a partir de las características de los datos, es Capon (1969). En esta Sección se propondrá un nuevo método y se evaluará conjuntamente con los métodos de Fourier y Capon para poder realizar comparaciones que ayudarán a determinar ventajas y desventajas del método propuesto.

Continuando con la descripción del método, se estima la matriz de estadística o Visibilidad del campo  $\hat{u}$ , definido por la expresión (26) en su forma matricial

$$\hat{v} = \langle \hat{u} \hat{u}^H \rangle = w^H \langle uu^H \rangle w \quad (29)$$

Si consideramos que la matriz de correlación de las señales es

$$R = \langle uu^H \rangle \quad (30)$$

Entonces sustituyendo (30) en (29)

$$\hat{v} = w^H R w \quad (31)$$

Demostrada la relación entre la visibilidad y la distribución del brillo a través de la transformada de Fourier, entonces se establece que la distribución del brillo normalizada (Palmer, 1998) es

$$\hat{B} = w^H V w \quad (32)$$

Esta es una expresión equivalente de tratar las expresiones (23), (24), y (27). Se recalca que tanto  $\hat{B}$  como  $w$  dependen de  $\bar{k}$  como de la frecuencia temporal  $f$  que ha estado implícita en todo el desarrollo matemático. Por otro lado en la práctica suele emplearse la matriz de covarianza espectral normalizada  $V$  (en función de  $f$ ) de las señales de los  $n$  elementos del arreglo y representada por

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \cdots & V_{1n} \\ V_{21} & V_{22} & \cdots & V_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{n1} & V_{n2} & \cdots & V_{nn} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Donde  $V_{ij}$  es el espectro cruzado normalizado entre las señales de los elementos  $i$  y  $j$ , al cual también se le denomina espectro de visibilidad (Kudeki and Sürücü, 1991). La normalización se calcula para cada frecuencia temporal es decir

$$V_{ij} = \frac{\langle \hat{U}_i \hat{U}_j \rangle}{\sqrt{\langle |\hat{U}_i|^2 \rangle \langle |\hat{U}_j|^2 \rangle}} \quad (34)$$

Donde  $\hat{U}_i$  es la Transformada de Fourier de la señal coherente detectada en la antena  $i$ . La magnitud de  $V_{ij}$  se denomina *Coherencia*. Se enfatiza que  $V$  es dependiente de la frecuencia temporal  $f$ . Por tanto debe tomarse en cuenta que los resultados están restringidos para cada frecuencia considerada. Sin embargo la frecuencia  $f$  se omitirá por conveniencia notacional.

En adelante resta determinar el óptimo vector de coeficientes  $w$  que defina a su vez un *Filtro Espacial* que reciba el brillo que proviene de la dirección  $\bar{k}$ , y rechace las demás señales existentes en otras direcciones angulares. Se emplearán tres métodos: Fourier, Capon y el método propuesto en esta investigación. Antes se definen algunas variables del arreglo a través de la Figura 15.

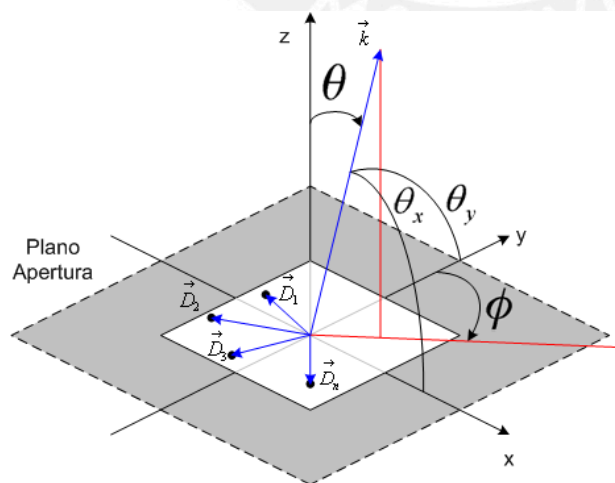


Figura 15. Configuración del arreglo con  $n$  antenas. Donde  $\bar{k}$  representa al vector de número de onda con ángulos cenital y acimutal  $\theta$  y  $\phi$  respectivamente. Mientras que  $\bar{D}_i$  es el vector que representa el centro de la antena  $i$  del arreglo.

Además se muestra el plano de apertura dentro del cual se halla la apertura de la antena (rectángulo central). El sistema de coordenadas tiene los ejes  $x$  y  $y$  que más adelante se verá que ambos ejes están alineados con los ejes de la antena principal del ROJ.

Cada punto del espacio se identifica con los ángulos  $\theta_x$  y  $\theta_y$ , que forma su vector posición respecto a cada uno de los ejes. Los valores del coseno de estos ángulos constituyen los cosenos directores del vector posición. En este mismo gráfico (Figura 15) se establece la relación de los cosenos directores ( $\theta_x$  y  $\theta_y$ ) con los ángulos Zenital  $\theta$  y Acimutal  $\phi$ . Estas son  $\cos \theta = 1.0 / \sqrt{(\cos \theta_x)^2 + (\cos \theta_y)^2}$  y  $\tan \phi = \cos \theta_x / \cos \theta_y$ , respectivamente.

### 3.3.1 Filtro de Fourier

Si a las señales de los elementos de un arreglo de antenas se las combina con los desfases apropiados a fin de direccionar el haz principal en la dirección deseada. Los desfases correspondientes a la dirección  $\bar{k}$  se calculan del modo siguiente

$$w_F = [\exp(j\bar{k} \cdot \bar{D}_1) \quad \exp(j\bar{k} \cdot \bar{D}_2) \quad \cdots \quad \exp(j\bar{k} \cdot \bar{D}_n)]^T \quad (35)$$

La resolución del filtro de Fourier es limitada por la respuesta en frecuencia del vector de coeficientes  $w$ . Dado que  $w_F$  tiene sólo términos de fase, la magnitud de la respuesta tiene siempre la forma estándar de la función *sinc*, que se caracteriza por tener un lóbulo principal y lóbulos laterales, esto se aprecia mejor en la Sección 3.1, específicamente en la Figura 5.

### 3.3.2 Filtro de Capon

Con la finalidad de encontrar los coeficientes  $w$  adecuados para mejorar la resolución y la reducción de los lóbulos laterales, Capon (1969), definió el problema a través de una optimización con restricciones. Dicho método tiene el siguiente razonamiento. El objetivo es encontrar los coeficientes  $w$  que minimicen la potencia de salida del filtro lineal definido por (28), que también equivale a minimizar el brillo definido en (32). El resultado de esta minimización podría lograr la reducción de los lóbulos laterales. Sin embargo bajo este simple planteamiento un vector nulo (todos los elementos de  $w$  igual 0) podría cumplir con el requisito de la minimización. En ese sentido la minimización debe estar acompañada de una restricción tal que la respuesta en frecuencia de  $w$  es la unidad en la dirección deseada de  $\bar{k}$ . La formulación correspondiente se presenta a continuación,

$$\text{Minimizar } \hat{B} = w^H V w \text{ respecto a } w \quad (36)$$

$$\text{Sujeto a } a^H w = 1$$

Donde

$$a = [\exp(j\bar{k} \cdot \bar{D}_1) \quad \exp(j\bar{k} \cdot \bar{D}_2) \quad \cdots \quad \exp(j\bar{k} \cdot \bar{D}_n)]^T \quad (37)$$

Las minimizaciones con restricciones se pueden resolver con la técnica de los multiplicadores de Lagrange, cuyo resultado es

$$w_C = \frac{V^{-1}a}{a^H V^{-1}a} \quad (38)$$

Haciendo uso de esta nomenclatura, el filtro de Fourier se representa por



$$w_F = \frac{a}{n} \quad (39)$$

En esta última expresión se aprecia también el hecho de que el filtro de Fourier no hace uso de las señales detectadas y por lo tanto el patrón de antena correspondiente al filtro es independiente de cualquier interferencia presente. Dado que  $w_C$  ha sido escogido de tal modo que minimice la potencia de salida del filtro, los lóbulos laterales serán reducidos en las direcciones de donde provienen las interferencias.

Resultados con este método se aprecian en la Figura 6, si bien estos resultados corresponden al dominio Tiempo-Frecuencia la analogía es directa con el dominio Espacio-Ángulo.

Dos características de los resultados típicos con este método son:

- El filtro otorga ganancia 1 en la dirección angular  $\bar{k}$ , pero no corresponde al valor máximo del lóbulo principal según Figura 6b. En algunos casos incluso la forma del lóbulo principal es irregular.
- La reducción de los lóbulos laterales en las direcciones de donde provienen las interferencias se realiza a costa de incrementar los lóbulos laterales en direcciones donde no se han manifestado interferencias, observar Figura 6a en el rango de frecuencias discretas entre 0.1 y 0.4. Como se ha comprobado, no existen interferencias en las direcciones donde se ubican dichos lóbulos laterales, por lo tanto esta característica no tendrá implicaciones en el estimado del brillo en la dirección  $\bar{k}$ .

### 3.3.3 Filtro Propuesto

La técnica que define este filtro ha sido propuesta por Kamio et al. (2004) y fue concebido para ser usado en radares atmosféricos cuyo rango de acción sea la baja atmósfera. Específicamente, su desarrollo fue motivado para remover la intensa señal reflejada en las montañas aledañas a la antena del radar, y que alteran los ecos de turbulencias troposféricas (<10km de altitud). Considerando que las montañas aledañas reciben prácticamente toda la potencia transmitida (En el caso de la antena del ROJ las montañas están a menos de 30km de distancia), en mediciones reales sobre estos ecos se aprecia que su potencia satura el rango dinámico de los receptores que suele ser de 40dB. Dada la similitud de los niveles de potencia entre las reflexiones de las montañas y la señal del EEJ respecto a las señales de interés, *Se decide evaluar el algoritmo para ser aplicado en la región E (Ionósfera) con fenómenos físicos y químicos totalmente distintos a los existentes a baja atmósfera, tal como se ha planteado en el Capítulo 4. La señal de interés son los ecos ISR y se requiere rechazar la intensa señal del EEJ. Para ello se analizarán resultados bajo diversas configuraciones tanto del medio o distribución del brillo como del instrumento o arreglo de antena.*

La razón para escoger este método se basa en que ofrece superar un serio defecto que se presenta cuando se utilizan algoritmos convencionales para remover interferencias. Este efecto consiste en la distorsión del lóbulo principal del filtro (ó patrón del arreglo de antena). Evitar dicha distorsión es muy importante, ya que si se considera que los objetivos en radares atmosféricos están distribuidos en todo el espacio, los ecos (señal ISR en nuestra aplicación) que recibe el radar provienen del haz principal de la antena (que corresponde al lóbulo principal del Filtro Espacial). Por tanto un ligero cambio en la forma del haz principal implicará una alteración en la estimación de los parámetros de la señal.

El algoritmo ha sido denominado *DCMP-Constrained Norm*, por ser una mejora del algoritmo *DCMP (Directionally Constrained Minimum Power)* propuesto por Takao

et al. (1976). El cual es idéntico al algoritmo de Capon descrito en la sección anterior con la diferencia de que el límite en la restricción de igualdad no se normaliza. Por ello en esta ocasión en lugar de fijar el valor de la restricción de igualdad en 1 se establece como la variable  $I$ .

Por tanto, el principio del algoritmo DCMP es

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \hat{B} = w^H V w \text{ respecto a } w \\ &\text{Sujeto a } w^H c = I^* \end{aligned} \quad (40)$$

Donde  $c$  es el vector de la dirección deseada, y  $I$  es el valor de la restricción de igualdad. Con el objetivo de forzar que la norma del vector de coeficientes  $w$  sea menor que un valor  $D$ , cuyo valor es suficientemente menor que el nivel del lóbulo principal pero que no afecta el control de los coeficientes de la región de lóbulos laterales. Esta segunda restricción asegura que el haz principal entero no sea afectado por el control de los coeficientes. Por tanto, la definición del método DCMP-CN que será sujeto a evaluación es,

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \hat{B} = w^H V w \text{ respecto a } w \\ &\text{Sujeto a } w^H c = I^* \text{ y } w^H w \leq D \end{aligned} \quad (41)$$

Esta minimización se soluciona usando métodos con funciones de penalidad. Se sugiere revisar los capítulos 5 y 6 de Bard (1974), donde se define la función de costo generalizada la cual conjuntamente con criterios establecidos en Kamio et al. (2004), definen la siguiente función de costo,

$$Q_k(w) = f(w) + \rho_k \left( \sum_{i=1}^r |g_i(w)|^2 + \sum_{i=r+1}^m (h_i(w))_-^2 \right) \quad (42)$$

Donde  $f(w)$  es la función a ser minimizada,  $g_i(w)=0$  son las restricciones de igualdad,  $h_i(w)=0$  son las restricciones de desigualdad y  $(m)_- = (m - |m|)/2$ . Además  $r$  es el número de restricciones igualdad, y  $m$  es el número de restricciones de desigualdad. Por tanto la función de costo que corresponde a las condiciones planteadas es

$$Q_k(w) = f(w) + \rho_k [ |g_1(w)|^2 + (h_1(w))_-^2 ] \quad (43)$$

Donde

$$f(w) = w^H V w \quad (44)$$

$$g_1(w) = w^H c - I \quad (45)$$

$$h_1(w) = D - w^H w \quad (46)$$

Se escoge una serie creciente de valores  $\rho_k$  (*Factor de penalidad*) que tiene al infinito. Para cada  $k$  se minimiza la función costo  $Q_k(w)$  con cualquier método de minimización sin restricciones. En el proceso se obtendrá valores  $w_k$  en función de  $w_{k-1}$ . Este procedimiento se itera partiendo de un valor inicial  $w_0$ , luego se va incrementando el factor de penalidad hasta que  $w_k$  converja establemente a un valor.

### 3.4 Objetivos

El Filtro Espacial Adaptivo con Arreglo Antenas deberá ofrecer:

- Máxima ganancia en la dirección de donde provienen las señales ISR y mínima ganancia (nula en el caso ideal) en otras direcciones angulares de donde provengan las señales del EEJ.
- El lóbulo principal del filtro debe conservar su forma regular que no sólo implica estar centrado en la dirección de interés, sino evitar que sufra distorsiones.
- Máxima reducción de la ganancia de los lóbulos laterales.
- Se establece que el nivel de atenuación final del EEJ respecto a la señal ISR, después del filtro, debe ser de 10dB.

Aunque no constituye un objetivo, se considera como parte de la metodología para hallar el filtro la definición de la configuración geométrica óptima del arreglo de antenas y de los parámetros correspondientes al método propuesto, que definan un filtro que cumpla con los objetivos anteriores.

## 4 Proceso de Simulación

Se definen en primer lugar los ejes coordenados con los que se trabajará, esto son aquellos paralelos a los lados de la antena principal del ROJ. De este modo el eje  $x$  se encuentra en la dirección Oeste-Sur, mientras que el eje  $y$  en la dirección Oeste-Norte, tal como se puede apreciar en la Figura 16. En base al sistema de coordenadas establecido, el EEJ es paralelo a la dirección  $51^\circ$  (ó también  $-129^\circ$ , ambas son paralelas) respecto al eje  $x$ . Asimismo expresado en coordenadas geográficas, el EEJ es paralelo a la dirección con ángulo acimutal  $84^\circ$  respecto al Norte geográfico.

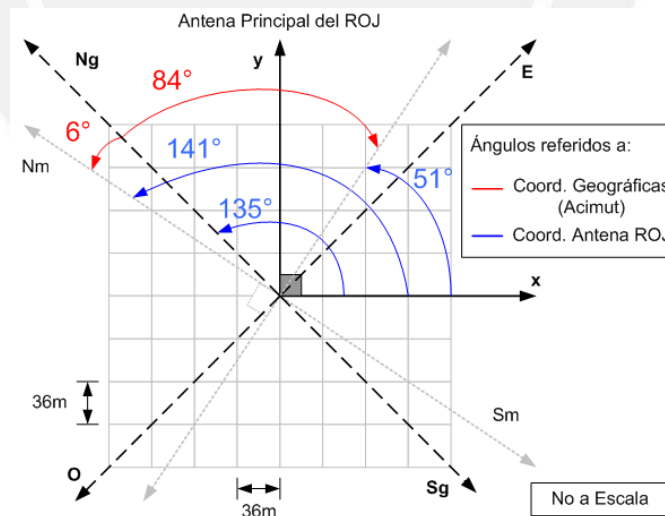


Figura 16. Sistema de Coordenadas establecido, Geográfico (ángulos en Rojo), y de acuerdo con los ejes de la antena principal del ROJ (ángulos en Azul). Notar que la dirección del Norte magnético ( $N_m$ ) está desplazada  $6^\circ$  aproximadamente del Norte geográfico ( $N_g$ ) según modelo IGRF (IUGG-IAGA, 2005).

El proceso de la presente simulación se basa en los artículos de Chau and Woodman (2001) y Woodman and Chau (2001), los cuales se sugiere consultar para una descripción más elaborada de aspectos relacionados con la obtención de la matriz de visibilidad correspondiente al arreglo de antenas, detalles sobre los modelos de señales y de algunos métodos de estimación espectral angular como el método de Capon. Estas dos referencias son excelentes en la descripción del modelado, es por ello que a continuación se resumen el proceso para propósitos didácticos.

En primer lugar se define el modelo de la distribución del brillo, el mismo que corresponde a la Figura 14. Las características de las señales ISR y EEJ se definen en la Sección 3.2.3. En el caso del EEJ a una Gaussiana 2D, mientras que para la señal ISR está representada por la forma del patrón de radiación ya que esta señal se asume estar presente en todo el campo visual del radar.

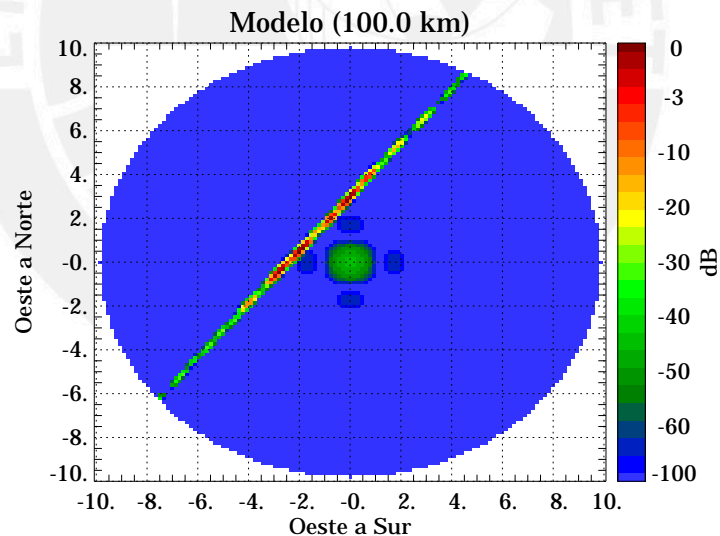


Figura 17. Modelo de la distribución del brillo en el plano objeto, para 60dB de diferencia entre EEJ e ISR. Las coordenadas son ángulos en grados sexagesimales.

De acuerdo con las relaciones establecidas en la Sección 2.1, en el que la transformada de Fourier de la distribución del brillo conduce a la Visibilidad, que a

su vez está representada por (33) a la que también se ha denominado matriz de espectros cruzados normalizada de las señales de los  $n$  elementos del arreglo.

El modelo se puede generar con un número de puntos mayor al número de elementos del arreglo, sin embargo se debe asignar correctamente los valores a la Matriz de Visibilidad correspondiente al arreglo de antenas. El resultado de esta asignación de valores da lugar a la matriz de *Visibilidad Discreta* que está representada por la expresión (27). Con la matriz de visibilidad discreta se procede a estimar los coeficientes  $w$  (ver Tabla 1 y expresiones (38), (39), y (43) que determinan como calcular los coeficientes para los métodos de Capon, Fourier, y DCMP-CN respectivamente). En el caso de la expresión (43) se trata de una función de costo y de acuerdo con el planteamiento del método, se estableció como tarea minimizarla. En tal sentido se consideró a los métodos de *POWELL* y *DFPMIN*, ambos métodos descritos en Press et al (1992), que están implementados en el software de programación *Interactive Data Language IDL*. De un sencillo análisis a estos métodos, se concluyó que el método *DFPMIN* no presenta robustez en cuanto a convergencia. Mientras que *POWELL* si es robusto y además converge utilizando un menor número de iteraciones, siendo estas las razones que determinaron su uso en esta aplicación.

En la Figura 18, se muestra el proceso de filtrado espacial de modo simplificado con el propósito de orientar al lector respecto a los resultados de la siguiente sección.

La distribución del brillo del modelo en el plano objeto en región de Fraunhofer (1), tiene una relación de Transformada de Fourier entre dicho modelo y las señales que arriban en el campo de apertura. Por tanto el resultado de esta transformación de Fourier constituye a la matriz de visibilidad (2). Se aprecia que la matriz de Visibilidad tiene forma global de un Gausiana 2D pero con pequeñas estructuras dentro, estas se deben a que la distribución del brillo del modelo está también muy estructurada. Por otro lado dentro de la apertura se encuentra dispuesto un arreglo de antenas que muestrea discretamente los campos allí presentes, por tanto la



correspondiente matriz de visibilidad también será discreta (3). Con la información de esta matriz de Visibilidad discreta se procede a estimar los coeficientes del filtro espacial.

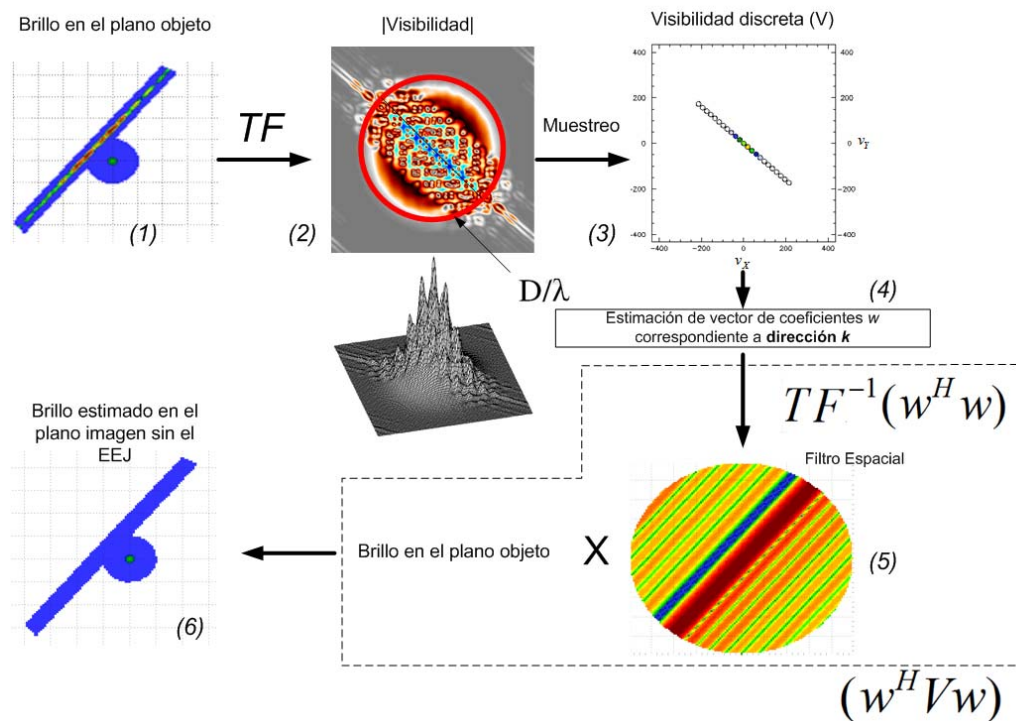


Figura 18. Proceso de Simulación. (1) Distribución del Brillo del modelo en el plano objeto, (2) Matriz de visibilidad completa obtenida de aplicar la Transformada de Fourier a la distribución del Brillo, (3) Muestreo de la matriz de visibilidad, (4) Estimación de los coeficientes del filtro  $w$ , (5) Se obtiene el espectro angular del filtro para ser multiplicado por la distribución del Brillo original, (6) Estimado de la distribución del Brillo filtrado (Notar que no se muestra la señal del EEJ).

Una matriz truncada (presencia de términos nulos) suele ser singular y por tanto no tendrá matriz inversa. Los algoritmos de estimación de parámetros generalmente utilizan la matriz inversa, con lo cual es necesario asegurar su existencia. Para ello se recurre al modelamiento de la matriz de visibilidad o lo que es lo mismo al modelamiento del vector de autocorrelación espacial (diagonal de la matriz de visibilidad). Una vez que se asegura la no-singularidad de la matriz de visibilidad, se

procede a estimar los coeficientes que tendrán cada antena del arreglo para dar forma al filtro espacial (4). En esta ocasión por razones didácticas se calcula el espectro angular o distribución del brillo del filtro espacial para luego multiplicarlo con la distribución de Brillo del modelo (5). A esta operación de multiplicación en el dominio angular, le corresponde una operación de convolución en el dominio espacial. Dicha convolución se realiza entre la matriz de visibilidad y el efecto de la apertura representado por los coeficientes  $w$ , es decir  $w^H V w$ . Finalmente distribución de brillo resultante (imagen) presenta sólo el eco ISR ya que la señal del EEJ ha sido rechazada o atenuada satisfactoriamente.

En la Figura 18, cabe resaltar la circunferencia de color rojo sobre la matriz de visibilidad de la señal, que delimita la forma de esta matriz. Dicho límite tiene el valor de  $D/\lambda$  que corresponde a la frecuencia de corte de las frecuencias espaciales, como se puede deducir a partir de las expresiones A.7 y A.10 del Apéndice A.

La necesidad de modelar la matriz de Visibilidad discreta se apreciará mejor en el análisis del caso 5 del Capítulo de Resultados, luego de que se hayan asimilado las conclusiones de los casos 1 al 4 en cuanto a las características geométricas del arreglo de antenas a utilizar. En el caso 5 (Capítulo de Resultados) se presenta la estrategia de utilizar arreglos de antenas con líneas bases no redundantes. Las líneas base son todas las combinaciones de diferencia de distancias entre las posiciones de las antenas del arreglo.

A continuación se listan las principales suposiciones que enmarcan al presente trabajo:

- Los objetos que constituyen el brillo en el plano objeto, se categorizan como procesos aleatorios no-estacionarios, no-homogéneos de 4 dimensiones.
- El medio a través del cual viajan los campos electromagnéticos entre el plano objeto y el plano de apertura, es isotrópico y no dispersivo.

- El plano objeto se encuentra en el campo lejano o región de Fraunhofer respecto al plano de apertura.
- No se ha considerado ruido dentro de las señales simuladas por cuanto sólo se está estudiando la factibilidad de la técnica de filtro espacial y no un tratamiento de estadístico de las señales.
- No existen efectos de acoplamiento de señales entre las antenas del arreglo.
- Existe una calibración fases perfectas para cada antena del arreglo. Esto implica que se conocen exactamente las diferencias de fase entre antenas intrínsecas al sistema de recepción (cables, conectores, equipos RF, etc). Lo cual nos permite lograr el direccionamiento e interpretación correcta de las direcciones angulares a tratarse, a través de las diferencias de fase entre las antenas.
- No existen cambios en las características eléctricas de las líneas de recepción y demás dispositivos RF, en función de parámetros como la temperatura ambiental. En un caso real de operación, estos cambios son superados a través de la calibración de fases intrínseca del sistema, en tiempo real. De este modo se corrigen instantáneamente las variaciones de fase propias de los elementos físicos del sistema de recepción.
- Se asume un tratamiento para señales de banda angosta, es decir para una sola determinada frecuencia temporal. El caso de señales con banda ancha, en base al principio de linealidad simplemente se aplica la técnica para cada frecuencia correspondiente.

## 5 Resultados

Los parámetros que deben definirse para alcanzar el objetivo se pueden recopilar en dos grupos. Uno de estos grupos contempla a los parámetros asociados con el método del filtro, mientras que el segundo grupo incluye los parámetros geométricos del arreglo de antenas. Esta perspectiva es asumida y es descrita en las siguientes secciones.

### 5.1 Parámetros asociados al método

En el primer grupo existen específicamente dos parámetros relacionados con la restricción de igualdad y desigualdad del método DCMP-CN (Sección 3.3.3). Existen varias referencias sobre análisis relacionados con la restricción de igualdad, que a su vez está relacionada directamente con el método de Capon (Capon, 1969; Li et al., 1996, Stoica et al., 1998, y Li et al., 1998). Dada la amplia bibliografía relacionada con el método de Capon y de sus resultados mostrados, en los que se establece el valor 1.0 para la restricción de igualdad, en el presente análisis se toma dicho valor. Por otro lado respecto a la restricción de desigualdad sólo existe la referencia donde se propone el método DCMP-CN (Kamio, 2004) razón por la que se considera realizar un breve análisis para este parámetro. De igual modo se procede con el otro parámetro sólo para propósitos de corroboración.

En primer lugar se asume una geometría del arreglo igual a la recomendación final de este trabajo, cuya justificación de sus características son motivo de la siguiente sección. De este modo se considera un arreglo lineal uniforme de 12 elementos, con espaciamiento entre ellos de 25m, dispuesto en dirección perpendicular a la dirección del EEJ (ver Sección 3.2.3), es decir a  $141^\circ$  respecto al eje horizontal de la antena del ROJ (eje  $x$  según Figura 16). En este sencillo análisis se evalúa el desempeño del método a través de la relación de potencias entre el EEJ y el ISR. Cuando esta relación de potencias se realiza a la entrada del proceso se denomina Relación de Potencias de Entrada ó *RPE*, mientras que cuando esta relación es calculada a la salida del proceso se denomina Relación de Potencias de Salida ó *RPS*. Ambos parámetros, *RPE* y *RPS*, se definen con detalle en la siguiente sección. Por proceso se entiende a los efectos que sufre la señal a través de las etapas del sistema. Etapas que están representadas: primero cuando la señal es afectada por el patrón de la antena de transmisión y segundo por las antenas de recepción conjuntamente con el filtro espacial (ver Figura 19).

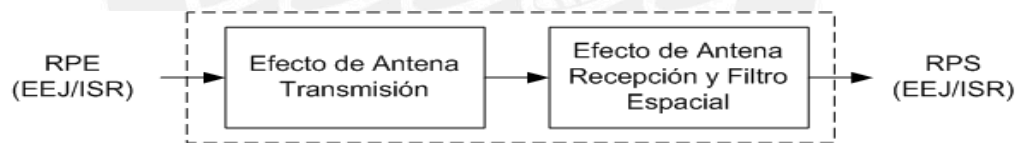


Figura 19. Diagrama de flujo del proceso que sigue la señal a través del sistema completo. Relación de Potencias: RPE (a la Entrada), RPS (a la Salida).

Como se ha indicado, sólo existen detalles del análisis de la restricción de desigualdad en (Kamio, 2004). Donde los valores que se sugieren están en el rango de 0.105 y 0.135 dentro de los cuales se garantiza que la pérdida de ganancia del lóbulo principal se mantiene hasta 0.5dB. En dicha referencia se indica que el valor máximo a considerar es de 0.5. Por tanto se evalúan los efectos de un rango de valores de la restricción de desigualdad comprendidos entre 0.01 y 0.50, respecto del RPS. Los resultados correspondientes a un RPE de 60dB se sintetizan en la Figura 20.

En la Figura 20, el valor que presenta el mínimo RPS (-15.76dB) corresponde a 0.10. A valores menores a 0.10 los resultados tienen una acentuada tendencia a ser desfavorables, mientras que para mayores valores a 0.1 la tendencia a los resultados desfavorables es más lenta. Por lo tanto el valor de 0.1 será el seleccionado como límite de la restricción de desigualdad. En análisis correspondientes a valores RPE menores a 60dB, el mínimo global del RPS se desplaza favorablemente en dirección vertical (Por ejemplo -20.37dB para 50dB RPE) manteniendo aproximadamente el mismo comportamiento mostrado en la Figura 20.

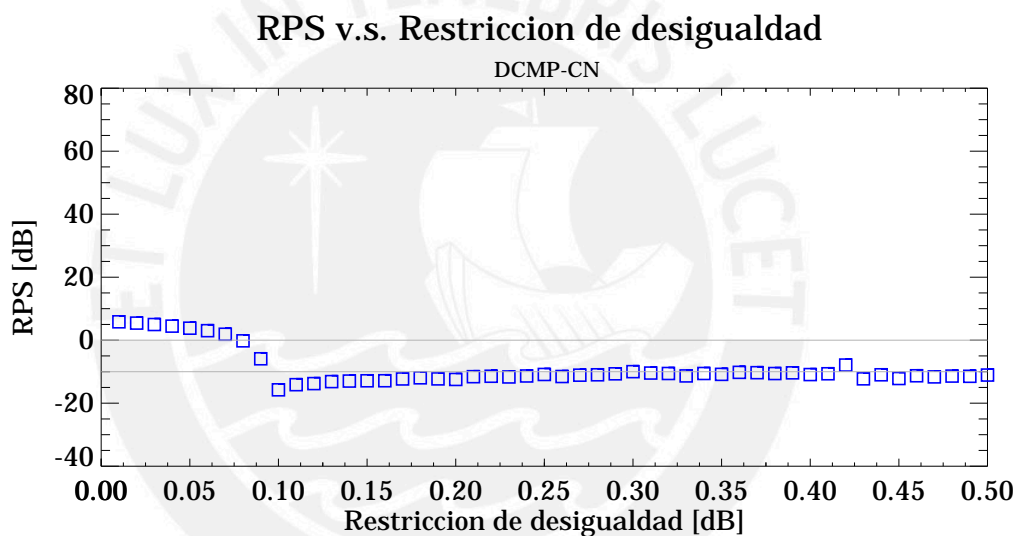


Figura 20. Relación de Potencia de Salida (RPS) respecto al valor de la restricción de desigualdad. ULA 12 elementos, 25m espaciamento, dirección 141°, RPE 60dB.

Aunque se ha asumido el valor para la restricción de igualdad, en base a la numerosa bibliografía y resultados con el método de Capon que utiliza dicho valor, a continuación se realiza un breve análisis similar al que se acaba de realizar para la restricción de desigualdad. Los resultados de este análisis considerando un RPE de 60dB se muestran en la Figura 21. En este caso el mínimo valor de RPS (-16.96dB) corresponde al valor de restricción de igualdad de 1.0.

En análisis correspondientes a valores RPE menores a 60dB, el mínimo global del RPS se va desplazando a valores de restricción de igualdad menores a 1.0. No obstante en estos casos el valor de RPS correspondiente al valor de 1.0, es incluso mejor (Por ejemplo -20.37dB para 50dB RPE) que el obtenido con RPE 60dB.

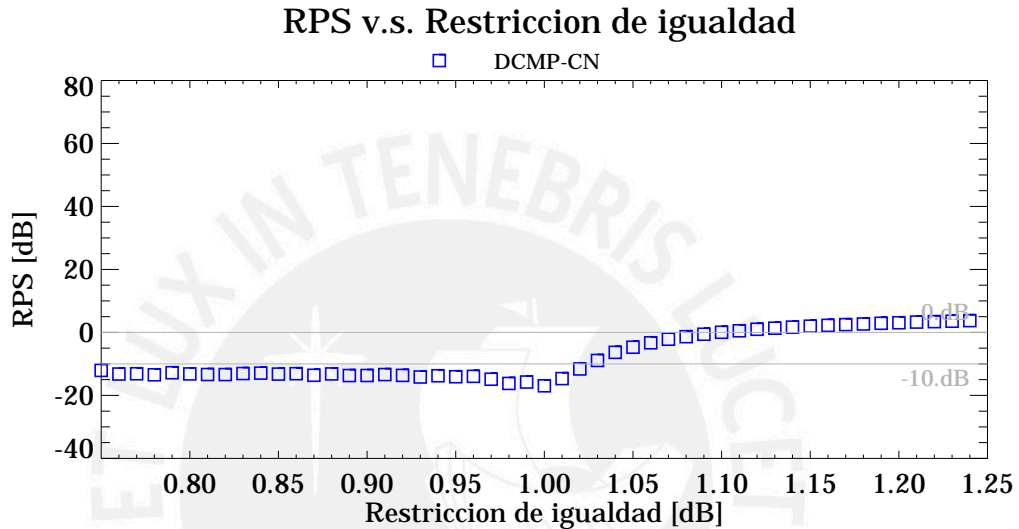


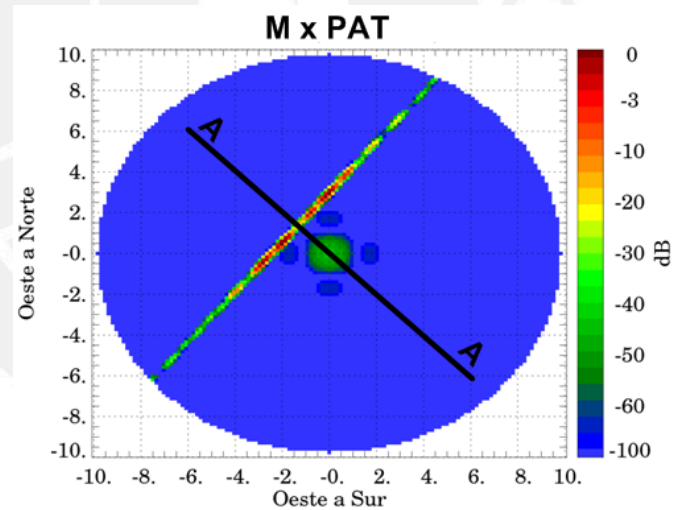
Figura 21. Relación de Potencia de Salida (RPS) respecto al valor de la restricción de igualdad. ULA 12 elementos, 25m espaciamento, dirección 141°, RPE 60dB.

Tomando como referencia este análisis de ambos parámetros del método DCMP-CN, correspondientes a las restricciones de igualdad y desigualdad, se concluye que los valores idóneos son 1.0 y 0.1 respectivamente. Estos son los que se usarán en adelante para el análisis de los parámetros asociados con el arreglo de antenas.

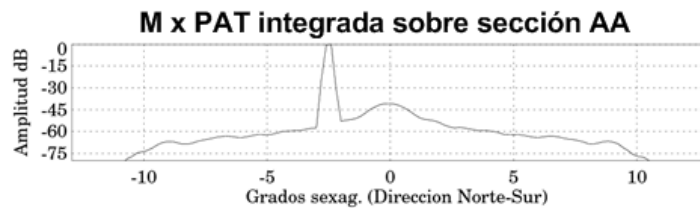
## 5.2 Parámetros asociados al arreglo de antenas

Antes de empezar a mostrar y describir los resultados, se brinda una descripción sobre la decisión de emplear un arreglo unidimensional de antenas en lugar de una distribución bidimensional. Como se verá posteriormente las

implicaciones de esta estrategia son totalmente favorables desde varios puntos de vista. El campo de acción de un arreglo lineal de antenas se limita a aquel plano que contiene a todos los elementos del arreglo. Por ello generalmente se usa sólo el ángulo cenital para especificar la dirección de algún objeto. Si una señal se ubica fuera de este plano, esta será vista por el arreglo a través de su proyección sobre el plano de acción. De este modo si se toma en cuenta las características geométricas de la distribución del brillo de los fenómenos ISR y EEJ (M) (que son definidas en la Sección 3.2.3) y el efecto del patrón de la antena de transmisión (PAT), la distribución de brillo resultante se representa en la Figura 14. Se plantea el siguiente enfoque, si se integran las señales proyectadas sobre la línea AA (transversal a la dirección del EEJ) mostrada en la Figura 22a se obtiene el resultado mostrado en la Figura 22b.



(a)



(b)

Figura 22. (a) Distribuciones de brillo después de que el modelo original (M) se afecte por el patrón de antena de transmisión (PAT), notar orientación de Sección AA transversal a la dirección del EEJ, (b) Señales integradas sobre Sección AA.



De la Figura 22b se puede concluir que ambas señales quedan perfectamente definidas con la sección transversal. Este resultado permite realizar la hipótesis de que el problema del Filtro Espacial podría simplificarse a un arreglo lineal, permitiendo tener mejor interpretación de los resultados y el control de los mismos, dadas las explícitas relaciones existentes entre su geometría y el *factor del arreglo* correspondiente. Estas relaciones se describen brevemente en cualquier libro de antenas pero se sugiere leer el capítulo 2 de Prabhakar, 2001.

Dado que la dirección de EEJ es  $-129^\circ$  (ó también  $51^\circ$ ) respecto a la dirección positiva del eje x de la antena del ROJ (ver Figura 16), la dirección transversal correspondiente es de  $141^\circ$ . Justamente este último valor viene a ser la dirección de la sección. En todos los casos la señal ISR es una señal uniforme en todo el campo de visión del radar, mientras que el EEJ es una Gausiana 2D con anchos  $15^\circ$  y  $0.2^\circ$ .

Se citará el término “dirección” cuando se quiera definir valores de ángulos horizontales referidos a las coordenadas de la antena del ROJ (equivalentes al ángulo acimutal usando coordenadas geográficas), tal como se muestra en la Figura 16. Mientras que para definir el ángulo de arribo o de dirección de apunte de la antena, se empleará el término “*posición*” en referencia a la posición angular en cielo del objeto evaluado en otras palabras se refiere al ángulo cenital.

Usando esta nomenclatura el EEJ tiene dirección  $-129^\circ$  y una posición de  $1.9^\circ$ , mientras que el ISR simplemente tiene posición  $0^\circ$  (posición On-axis) dado que tiene dimensiones simétricas en todos sus ejes.

La evaluación se organiza del modo siguiente, en todos los casos se evalúa la variación de la Relación de Potencias de Salida (RPS) respecto al parámetro correspondiente. En todos los casos se considera que la antena de transmisión se encuentra en la posición On-Axis (Ochs, 1965).

**Caso 1: Evaluación de la RPE**

Esta evaluación se realiza manteniendo constante la potencia del ISR (0dB) y variando la potencia del EEJ, de este modo se constituyen un grupo de valores del parámetro RPE.

**Caso 2: Evaluación de número de antenas**

Se consideran diversos números de antenas en el arreglo manteniendo la distancia de separación constante entre ellos.

**Caso 3: Evaluación de la separación entre antenas**

Se fija el número de antenas y se varía la distancia de separación entre ellas.

**Caso 4: Evaluación de la dirección del EEJ**

Se evalúa la robustez del filtro espacial ante cambios en la dirección del EEJ.

**Caso 5: Evaluación de arreglos no-redundantes**

Con la finalidad de reducir el número de antenas a ser utilizado, se recurre a la técnica de arreglos no-redundantes. Se considera los casos equivalentes entre un arreglo lineal uniforme y otro no-redundante.

**5.2.1 Caso 1: Evaluación de la relación de potencias****5.2.1.1 Configuración de Parámetros**

La configuración inicial se muestra en la Tabla 3.

Parámetro	Valor
Número de elementos	12
Distancia de separación	25m
Dirección del arreglo	141°
Potencia del ISR	0dB
Potencia del EEJ	Variable
Posición del EEJ	1.9° respecto a On-axis
Dirección del EEJ	-129°

Tabla 3. Configuración de parámetros del caso 1. Potencia del EEJ variable.

### 5.2.1.2 Descripción de resultados

En cada caso se evaluará una variable manteniendo fijas a las demás, cada valor que tome dicha variable constituye un sub-caso, por lo cual existirán muchos gráficos para mostrar. Es por ello que se implementan gráficos resumen, para lograr la menor cantidad de ellos.

Por única vez, se detalla cómo se obtiene dicho gráfico resumen, para ello se tomará como referencia los resultados corresponden al sub-caso en el que se evalúa la señal de un EEJ con potencia 60dB. La representación gráfica de la distribución geométrica del arreglo a usar se muestra en el lado izquierdo de la Figura 23, y al lado derecho se muestra el dominio de la Visibilidad.

En la Figura 23a se muestra la distribución espacial de las antenas, los ejes corresponden a los ejes de la antena principal del ROJ tal como fueron representados en la Figura 16. La inclinación del arreglo lineal se debe a que tiene dirección 141° respecto al eje x con la intención de alinearse transversalmente a la dirección del EEJ (-129°). Las antenas receptoras se muestran con un recuadro rojo y la antena transmisora en recuadro verde. Adicionalmente se muestran los puntos cardinales correspondientes, con los cuales se nota que el arreglo está aproximadamente alineado con la dirección Sur-Norte (ó Norte-Sur).

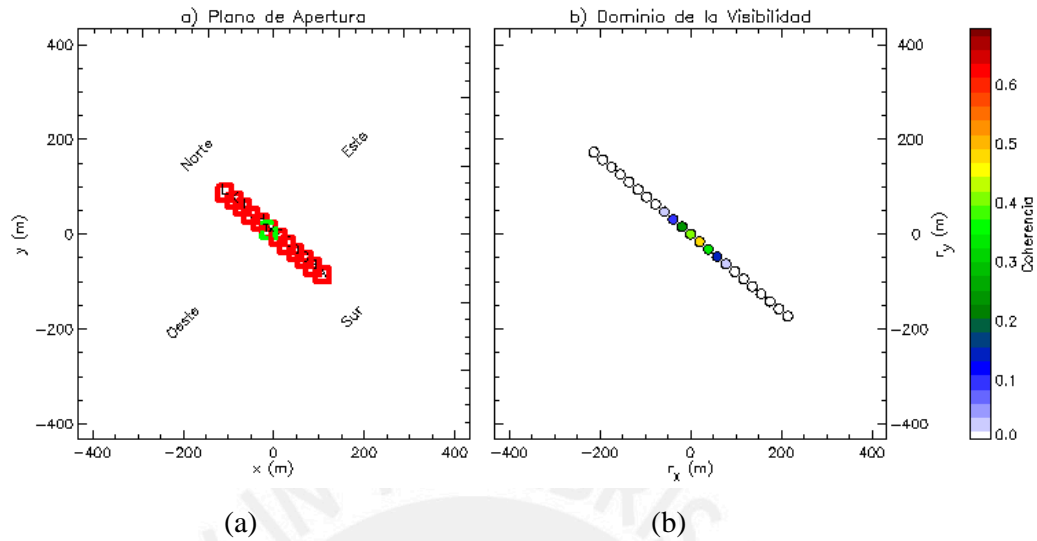
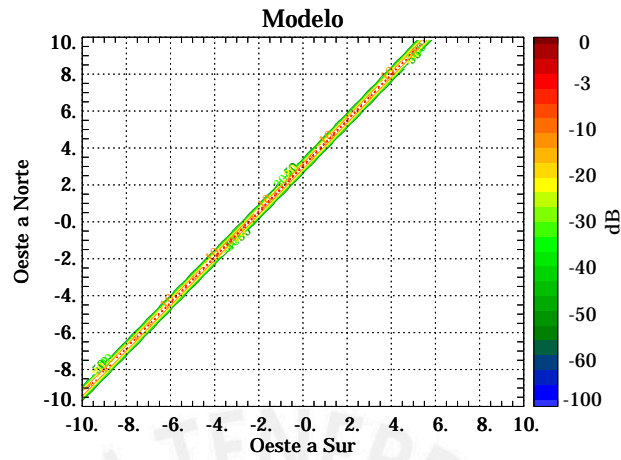


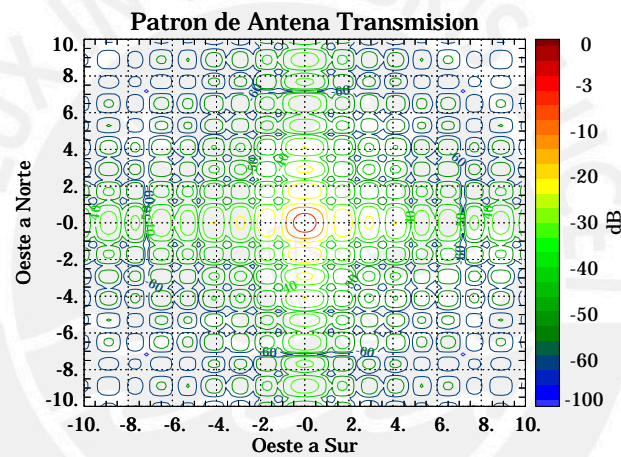
Figura 23. (a) Arreglo lineal con 12 elementos en el plano de apertura, los recuadros rojos son las antenas receptoras y el recuadro verde representa la ubicación de la antena transmisora; se muestran además los puntos cardinales correspondientes, (b) Dominio de la visibilidad correspondiente al arreglo, los colores son la coherencia representada a través de la redundancia de líneas base.

En la Figura 23b se muestra el plano de Visibilidad con las posiciones correspondientes a las diferencias de distancia entre los elementos del arreglo. Estas distancias entre antenas se conocen como líneas base o *Baselines* del término en inglés. Si existen valores repetidos de estas líneas base, o en otras palabras redundancia de dichos valores, el nivel de redundancia normalizado se cuantifica a través de la tabla de colores al costado derecho.

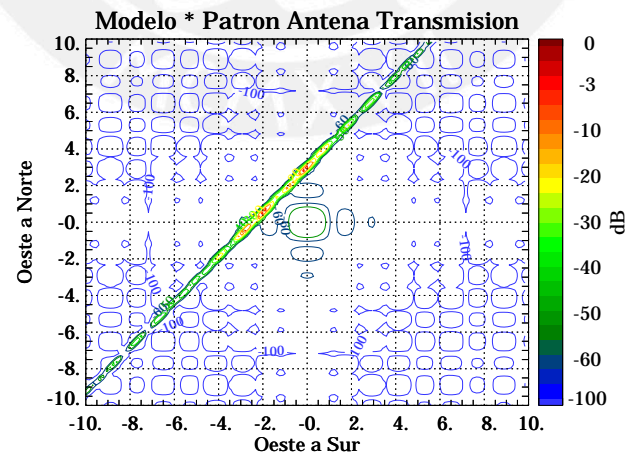
En la Figura 24 se representan los efectos del patrón de transmisión sobre la señal modelo inicial, que representa lo que finalmente reciben las antenas receptoras.



(a)



(b)



(c)

Figura 24. Distribuciones del Brillo: (a) Modelo del Brillo de Señales (M), (b) Patrón de radiación de la antena de transmisión en posición On-axis (PAT), y (c) Brillo resultante después de aplicar el patrón de radiación (MxPAT). En colores se representa la potencia normalizada.

Para mejorar la visualización de los mapas mostrados en la Figura 24 en *formato contornos*, en adelante se mostrarán dichos resultados en *formato imagen* como representa en la Figura 25. Para evitar las etiquetas abultadas, en adelante se hará referencia al Brillo afectado por el patrón de radiación de la antena de transmisión como el Modelo. El método se realiza para cada altitud, en este caso se considera que la altitud de análisis del EEJ como 100km.

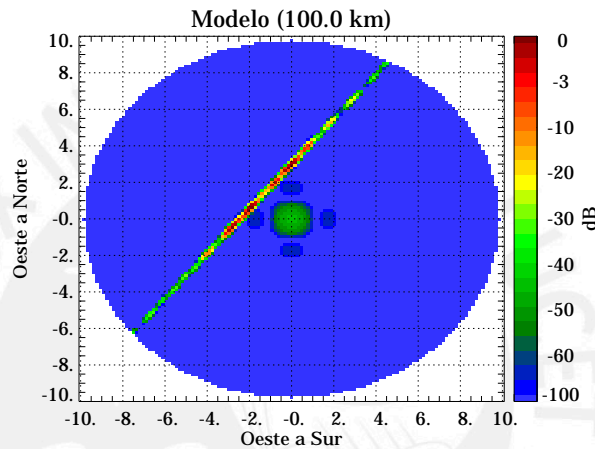


Figura 25. Distribución del Brillo resultante después de aplicar el patrón de radiación (Posición On-axis) al modelo de señales del ISR y EEJ.

Se han evaluado las respuestas en frecuencia angular (también se le denomina como espectro angular ó distribución del brillo estimado en el plano objeto) de los filtros espaciales de: Fourier, Capon, y DCMP-CN. Dichos resultados se recopilan en la misma gráfica en que se está evaluando la Relación de Potencia de Salida (RPS) respecto a algún parámetro. En la Figura 26 se muestran los resultados con el método de Fourier. Al lado izquierdo se aprecia la simetría y uniformidad de su estructura respecto al lóbulo principal del filtro. Esta es una características que como se ha explicado anteriormente se debe a la amplitud constante de sus coeficientes  $w$ . Con lo cual las interferencias no serán rechazadas adaptivamente según consta en el resultado de la señal filtrada, dispuesta lado derecho.

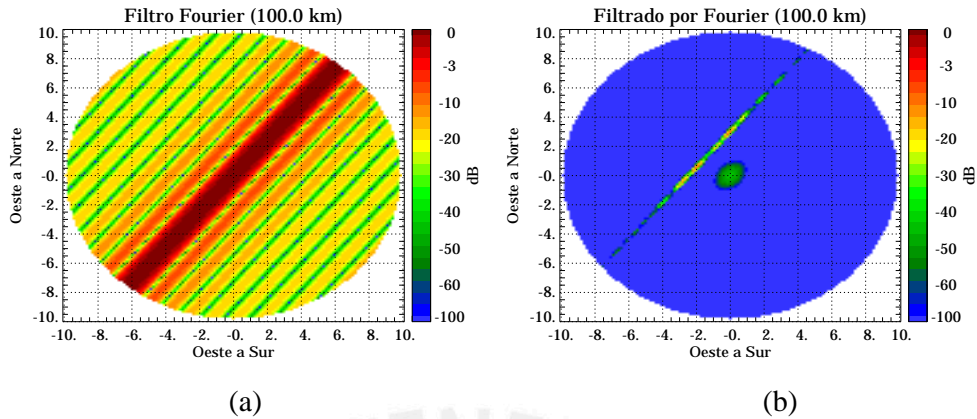


Figura 26. Método de Fourier: (a) Filtro espacial, (b) Señales Filtradas.

Los resultados obtenidos con el método de Capon se muestran en la Figura 27. La señal filtrada (b) no es satisfactoria, ya que existen señales residuales en la región del EEJ y en otras correspondientes a lóbulos laterales del filtro. Por otro lado se aprecia en la forma del filtro (Figura 27a) que sus lóbulos laterales tienen similar ganancia que el lóbulo principal, con lo cual los niveles de la señal filtrada serán en general más elevados. Esto será perjudicial cuando se realicen técnicas de integraciones sobre los datos con el propósito de mejorar las estadísticas (reducción del ruido), ya que podrían incrementarse los niveles de aquellas señales residuales existentes. Esta desventaja se apreciará mejor en la Figura 29.

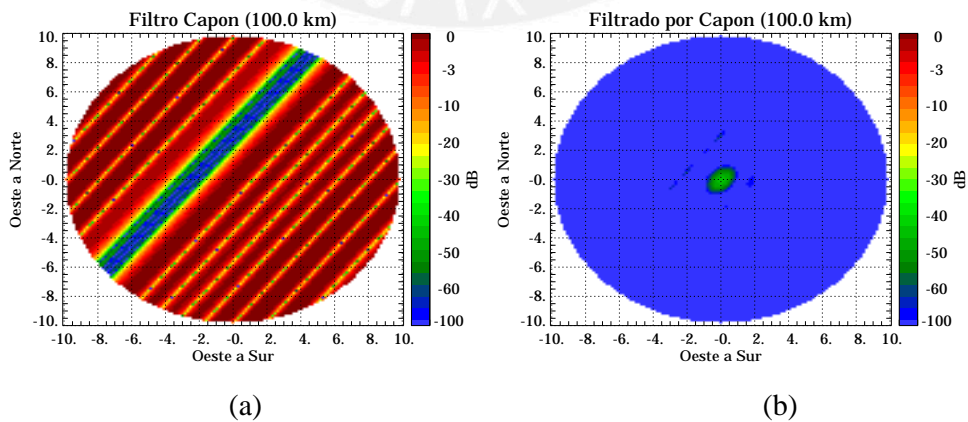


Figura 27. Método de Capon: (a) Filtro espacial, (b) Señales Filtradas.

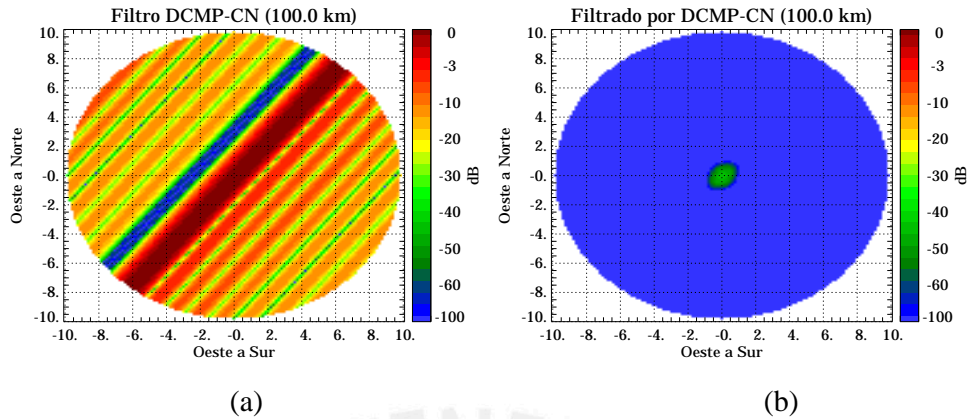


Figura 28. Método de DCMP-CN: (a) Filtro espacial, (b) Señales Filtradas.

Finalmente, en la Figura 28 se encuentran los resultados obtenidos con el filtro DCMP-CN. Las desventajas existentes en los anteriores métodos son superadas por este filtro. Ya que además de que el rechazo de interferencia es adaptivo al haber asignado mínima ganancia (tonalidad azulada según tabla de colores) en la región que corresponde al EEJ, además su lóbulo principal está bien definido y su máxima ganancia (tonalidad rojiza según tabla de colores) está centrada alrededor de la señal ISR. Es decir los lóbulos laterales tienen menor ganancia que el lóbulo principal. Esta característica conjuntamente con la forma regular del lóbulo principal garantiza que el volumen teórico asumido en la estimación de parámetros de los ecos de ISR, no sufra distorsión.

Como se ha visto en las Figuras 26 a 28, los resultados son bidimensionales, a fin de simplificar la evaluación, se plantea un único parámetro relacionado con la relación de potencia entre el EEJ y el ISR. Donde se estableció que cuando esta relación se calcula a la entrada del proceso (ver Figura 19) se le denomina Relación de Potencias de Entrada (RPE), mientras que la señal a la salida recibe el nombre de Relación de Potencias a la Salida (RPS).

La evaluación de dicha relación de potencias se hace después de integrar las señales sobre la Sección AA (Figura 22). Con estos resultados unidimensionales se evalúa la



relación entre las potencias de los picos del EEJ y del ISR, cuyo valor constituye el factor de calidad con que se evaluarán los métodos.

Tal como se estableció en el Capítulo 2, el objetivo es garantizar que esta diferencia de potencias sea al menos 10dB. Con estos resultados unidimensionales, las características descritas para cada método anteriormente pueden apreciarse de modo más sencillo.

En la Figura 29, los análisis correspondientes a cada método se organizan en tres columnas. Asimismo, y empezando desde la fila superior hacia la inferior se muestran los resultados integrados respecto a la Sección AA, de:

- El modelo de la distribución del brillo de señales (M).
- El patrón de radiación de la antena de transmisión (PAT).
- Distribución resultante de combinar el modelo con el patrón de radiación de la antena de transmisión (M x PAT).
- El Filtro Espacial del método correspondiente (FILTRO).
- Resultado Final del proceso de filtrado espacial sobre la señal afectada por el patrón de antena (M x PAT x FILTRO).

En los resultados correspondientes a “M x PAT x FILTRO”, se ha trazado una línea horizontal indicando el nivel de -10dB°. Con ello es posible verificar los niveles de ganancia de los resultados respecto al *factor de calidad* o Relación de Potencia de Salida (RPS) impuesto como parte de los objetivos.

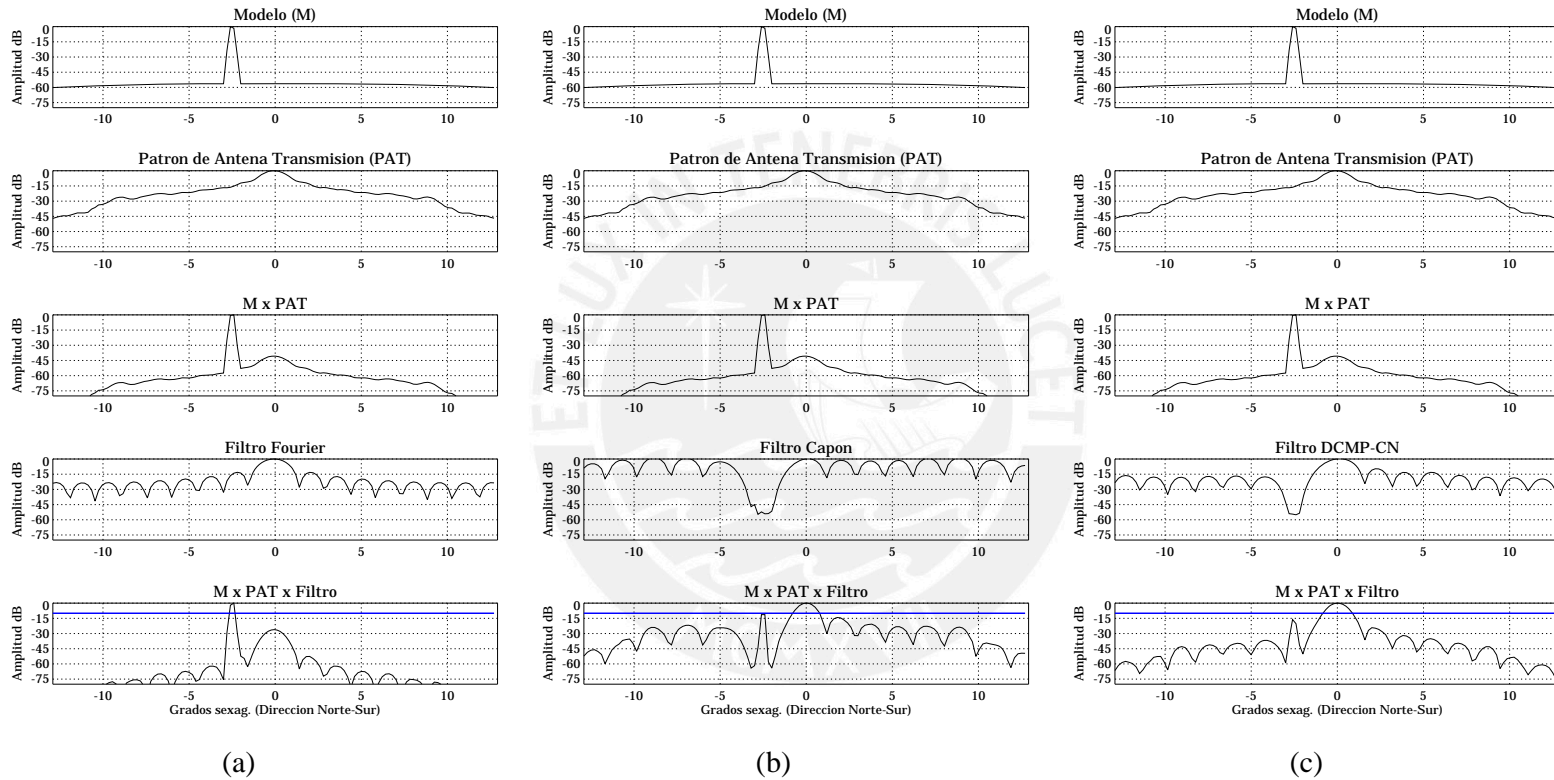


Figura 29. Resultados integrados respecto a la dirección 141° (Sección AA de la Figura 22) y normalizados en cada etapa del proceso, correspondientes a los métodos de: (a) Fourier, (b) Capon, (c) DCMP-CN.

Antes de proseguir con el análisis de este caso, es necesario realizar algunos comentarios respecto a los resultados de cada uno de los métodos a fin de establecer cual de ellos es mejor de acuerdo con los objetivos trazados. En este breve análisis no se normalizan sobre si mismas (auto-normalización) las distribuciones de brillo al final del proceso (como se ha realizado para elaborar la Figura 29) y se mantendrán a si mismas respecto al modelo a fin de compararlos en conjunto. La Figura 30 es una compilación de los resultados finales. Sin esta normalización final, los niveles corresponden a las imágenes mostradas en las Figuras 26, 27, y 28.

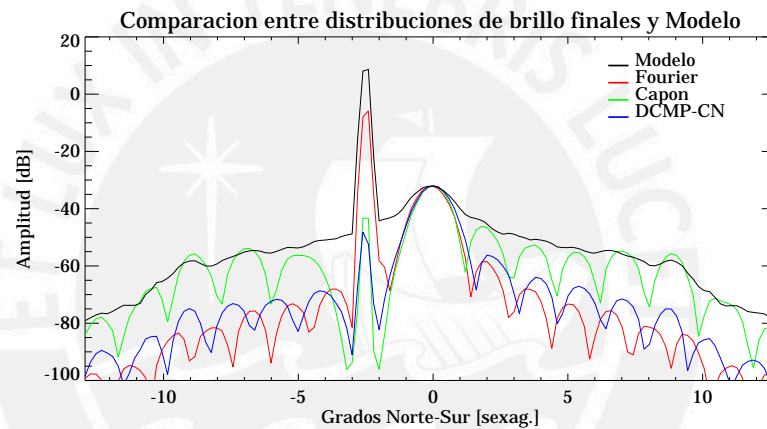


Figura 30. Resultados integrados respecto a la dirección  $141^\circ$  (Sección AA de la Figura 22) al final del filtrado espacial (sin auto-normalización), correspondientes a los métodos evaluados.

En la Figura 30 se muestra más claramente que el método de Fourier no logra atenuar la señal del EEJ (Gausiana angosta a la izquierda). Por otro lado el método de Capon presenta un lóbulo principal similar al obtenido con el método propuesto (DCMP-CN), sin embargo los niveles de sus lóbulos laterales son mayores. Esta característica que ofrece el método Capon, representa una desventaja cuando se realicen integraciones a los datos, ya que la señal que se recibirá no arribará preferentemente de la posición On-axis, sino que tendrá contribuciones significativas de señales ISR de otras direcciones producto de la alta ganancia de los lóbulos laterales. Es por ello que se prefiere el método de DCMP-CN. Como se aprecia en la Figura 30, la señal del EEJ se muestra más atenuada que el método de Capon.

Prosiguiendo con el análisis del presente caso en el que se han escogido los resultados correspondientes a 60dB RPE. El patrón de transmisión reduce dicha relación aproximadamente a +40dB. Finalmente el filtro espacial obtenido con el método DCMP-CN se encarga de dejar dicha relación en -15.76dB (ver Figura 29 Y 31). Este último valor indica que al final del proceso la señal del ISR más fuerte que la señal del EEJ. El conjunto de resultados para este sub-caso, se compila en el gráfico 30.

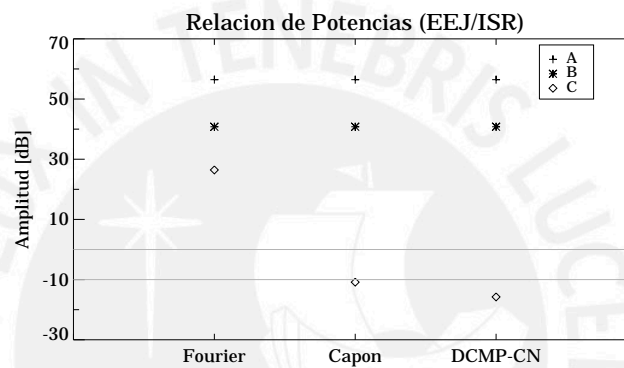


Figura 31. Resumen de resultados para sub-caso en el que las potencia de las señales son ISR 0dB y EEJ 60dB. Los cálculos se realizan sobre la señal integrada a lo largo de Sección AA. Los símbolos corresponden a las etapas que afectan a la señal: (A) Señal original, (B) Señal afectada por patrón de radiación, y (C) Señal afectada adicionalmente por el Filtro Espacial.

La Figura 31, resume todos los resultados normalizados de la Figura 29. De este gráfico se tomarán sólo los valores correspondientes al símbolo identificado con letra C, que corresponde al resultado final (integrado sobre la Sección AA definida en la Figura 22) de la señal que ha sido afectada por el Patrón de Radiación de la antena más el Filtro Espacial.

Como parte de la evaluación completa requerida, se analizará para otros valores que reportarán el mismo número de gráficos presentados. Por ello se compilan todos los resultados y se resumen en la Tabla 4, su correspondiente representación gráfica se muestra en la Figura 32.

RPE [dB]	RPS [dB]		
	Fourier	Capon	DCMP-CN
10	-22.48	-17.34	-15.94
20	-13.44	-20.18	-19.02
30	-3.55	-17.50	-22.36
40	6.44	-15.00	-26.70
50	16.44	-16.16	-20.37
60	26.44	-10.85	-15.76
70	36.44	-8.21	-7.25
80	46.44	-12.50	2.58
90	56.44	-9.64	12.54
100	66.44	6.47	22.96

Tabla 4. Resultados de Relación de Potencias de Salida respecto Relación de Potencia de Entrada para cada método. Arreglo: 12 elementos, 25m separación, y dirección 141°.

En la Tabla 4 el valor límite es 60dB, pues para valores mayores, el método propuesto (DCMP-CN) no cumple con el requisito de mantener la RPS menor a -10dB. Si se recuerda, 60dB es el valor usado como ejemplo de la descripción anterior.

La Figura 32, representa gráficamente los múltiples resultados de *RPS* en función del *RPE* que fueron descritos en la Tabla 4. En esta figura, se traza una línea horizontal a -10dB como referencia. Se puede apreciar que el método de Fourier presenta un comportamiento lineal. Esto se explica debido a que la forma del filtro se mantiene constante y los resultados del filtrado serán simplemente proporcionales a la intensidad de las señales. Si se consideran aplicaciones que tengan RPE menor igual a 10dB, el método de Fourier es suficiente para cumplir con el requisito de -10dB RPS según la Figura 32. Sin embargo para las condiciones de la aplicación que compete a esta investigación, el método de Fourier se va presentando como una opción no favorable. Basado en los resultados que corresponden a 10dB RPE, el método de Fourier muestra incluso mejor RPS que los demás métodos.

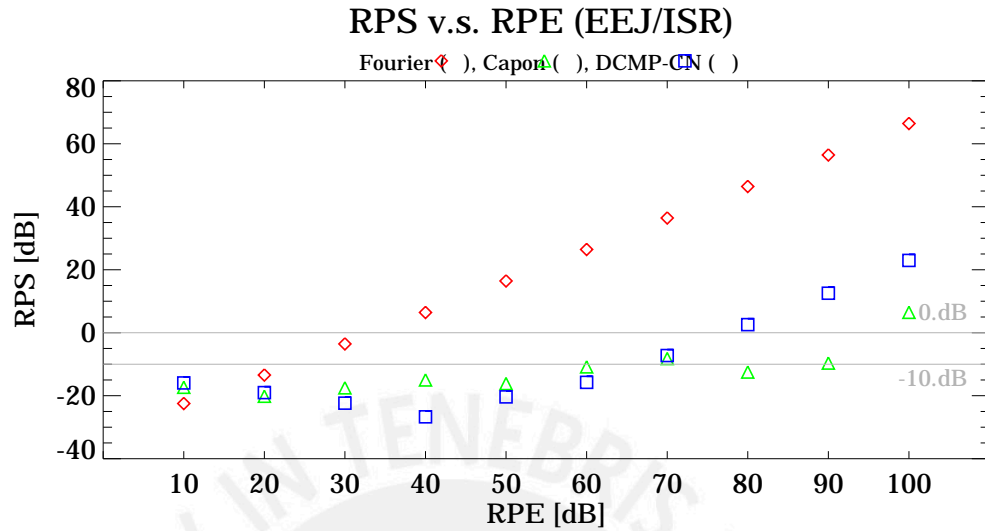


Figura 32. RPS v.s RPE. Arreglo: 12 elementos, 25m separación y dirección 141°.

En la Figura 32 se aprecia que el método de Capon ofrece peores RPS que el método de DCMP-CN para valores de RPE menores a 60dB. No obstante, ofrece mejor RPS respecto al método DCMP-CN a 80dB de RPE. Sin embargo, el método de Capon presenta en general un comportamiento irregular de RPS. Mientras que el método DCMP-CN muestra un comportamiento de valle en el que la mínima relación de potencias de salida (RPS) corresponde a un RPE de 40dB aproximadamente. A partir de este valor si se incrementa el RPE, el RPS se incrementa también de modo uniforme aproximadamente. En general todos los resultados con el método DCMP-CN son favorables hasta los 65dB de RPE, valor para el cual le corresponde un RPS de -11.95dB. En adelante para el análisis de las siguientes secciones, se considera el valor de límite de 60dB de RPE como referencia.

### 5.2.1.3 Conclusiones del Caso 1

- El método de Fourier presenta resultados desfavorables a partir de 10dB RPE.

- En general el método propuesto DCMP-CN ofrece mejores resultados para valores de RPE menores a 65db.
- Además, el desempeño del método DCMP-CN también es mejor desde el punto de vista del comportamiento uniforme del RPS y al menor nivel de ganancia de sus lóbulos laterales que permiten definir un lóbulo principal regular.

## 5.2.2 Caso 2: Evaluación del número de antenas

### 5.2.2.1 Configuración de Parámetros

En este caso, se evalúa la variación de la Relación de Potencia de Salida (RPS) respecto al número de elementos (*NEL*) en el arreglo de antenas. Como se estableció en el análisis del Caso 1, se toma el valor de 60dB RPE para el cual los métodos de Capon y DCMP-CN tienen similares RPS (Figura 32), y además dichos valores se encuentran muy cerca de la restricción establecida en -10dB RPS (Ver Sección 3.4). La configuración de parámetros en el presente caso se muestra en la Tabla 5.

Parámetro	Valor
Número de elementos	Variable
Distancia de separación	25m
Dirección del arreglo	141°
Potencia del ISR	0dB
Potencia del EEJ	40, 50, y 60dB
Posición del EEJ	1.9° respecto a On-axis
Dirección del EEJ	-129°

Tabla 5. Configuración de parámetros del caso 2. Número de elementos variable.

5.2.2.2 Descripción de resultados

Los resultados del presente caso se muestran en la Figura 33. El método de Fourier bajo esta configuración no es favorable dentro del rango evaluado. Aunque existe un decrecimiento muy lento del RPS respecto al *NEL*, sólo para un gran número de antenas el método de Fourier podría cumplir con el requisito de -10dB RPS.

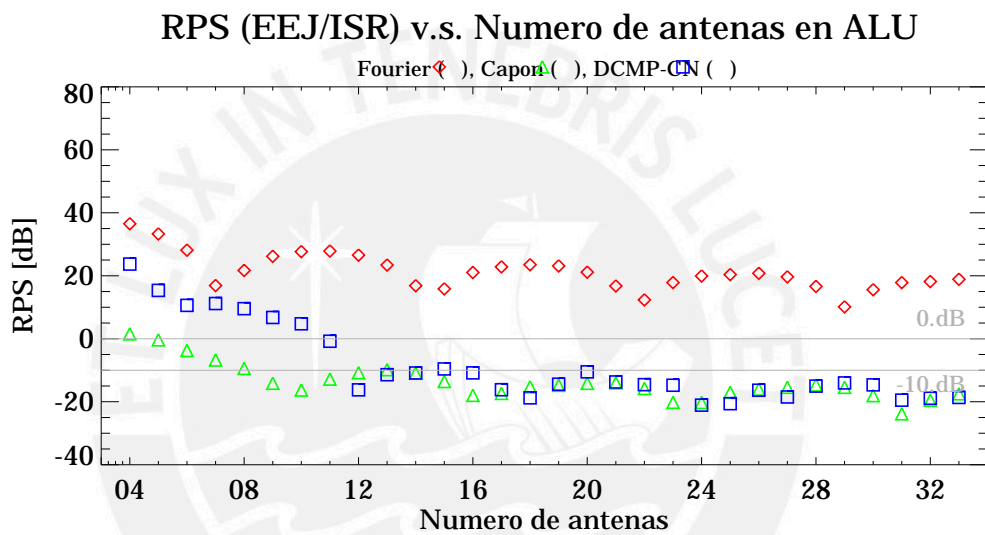


Figura 33. RPS en función del número de antenas del arreglo lineal uniforme para 60dB RPE. Arreglo: 25m de separación y dirección 141°.

El método de Fourier nuevamente muestra resultados desfavorables para cualquier valor analizado. En cuanto a los métodos de Capon y DCMP-CN, en ambos casos los resultados son desfavorables para pequeños números de antenas. Sin embargo muestran un comportamiento inicial en el que el RPS mejora (se hace más negativo) a medida que aumenta número de antenas hasta alcanzar cierto valor mínimo de RPS. En el caso de Capon este valor es 10 antenas para las cuales corresponde un -16.28dB RPS, mientras que par DCMP-CN el valor es 12 antenas con un RPS de -16.22dB. A partir de estos valores, en cada uno de estos dos métodos los respectivos RPS empiezan a mostrar un comportamiento oscilante alrededor de un



valor que prácticamente se mantiene uniforme a media que aumenta el número de antenas. Por ejemplo en el caso del método DCMP-CN para los casos de 17 y 26 antenas los valores de RPS son -16.18 y -16.34dB respectivamente. Por lo tanto incrementar el número de antenas no trae consigo una mejora gradual del RPS, en ambos métodos.

Incluso para valores menores de RPE, los métodos empiezan a mostrar el mismo comportamiento asintótico a partir de cierto valor de número de antenas. Esta característica se observa mejor en el mismo análisis realizado para 50dB y 40dB RPE, tal como se puede verificar en las Figuras 34 y 35 respectivamente.

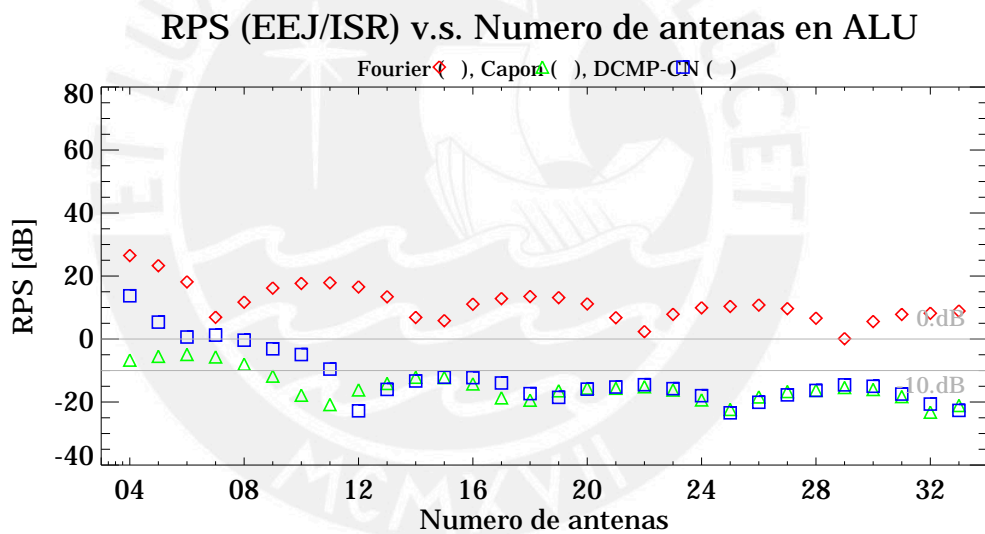


Figura 34. RPS en función del número de antenas del arreglo lineal uniforme para 50dB RPE. Arreglo: 25m de separación y dirección 141°.

En el análisis correspondiente a 50dB RPE, la similitud de resultados entre Capon y DCMP-CN a partir de 12 antenas es clara. Además el valor correspondiente de RPS para esta cantidad de antenas es muy cercano a los demás mínimos que se presentan para un mayor número de antenas. Por ejemplo los siguientes mínimos se ubican en

25 y 33 en dichos casos los valores de RPS son  $-23.43$  y  $-22.66$  dB respectivamente, mientras que para 12 antenas corresponde  $-22.79$  dB RPS.

Para concretar a 12 como el número de antenas idóneo, se muestra el resultado para un RPE de 40 dB. Esta vez para este valor corresponde el mínimo absoluto de todos los casos en cuanto al RPS. Además de que ambos métodos continúan presentando resultados muy similares de RPS a partir de 12 antenas.

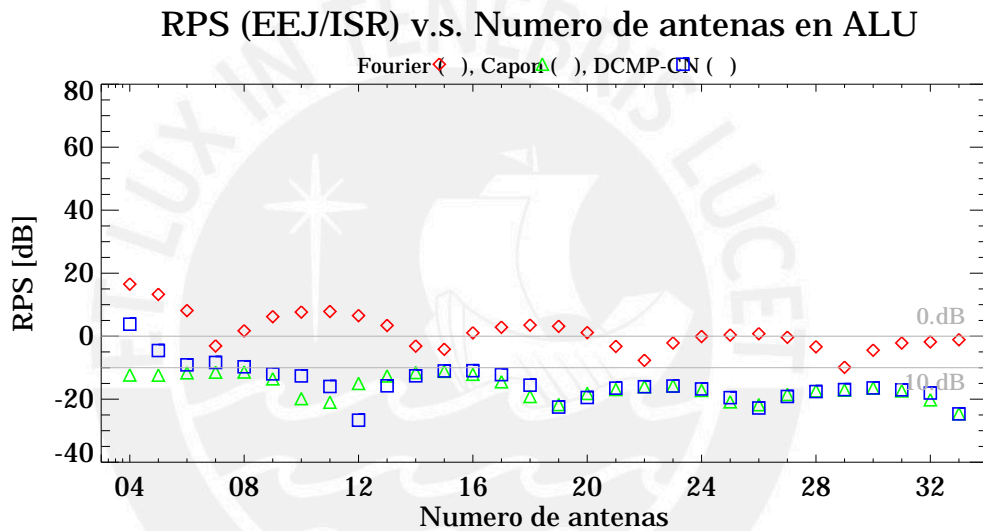


Figura 35. RPS en función del número de antenas del arreglo lineal uniforme para 40 dB RPE. Arreglo: 25m de separación y dirección  $141^\circ$ .

### 5.2.2.3 Conclusiones del Caso 2

- El método de Fourier nuevamente no presenta resultados favorables.
- El número de elementos seleccionado es 12. En ambos métodos (Capon y DCMP-CN) no existe significativas mejoras para mayor número de elementos.
- Con este número de elementos se supera ampliamente el requisito de  $-10$  dB RPS, hasta valores de 60 dB RPE.

### 5.2.3 Caso 3: Distancia de separación entre antenas

#### 5.2.3.1 Configuración de Parámetros

Habiendo definido que será 12 el número de elementos a usar, resta definir la separación que existirá entre ellos. Esta es la razón del presente caso. Nuevamente se mantiene el valor de 60dB RPE, pero adicionalmente se muestran los resultados para 50dB y 55dB RPE. Por tanto la configuración de parámetros para el presente caso se muestra en la Tabla 6.

Parámetro	Valor
Número de elementos	12 elementos
Distancia de separación	Variable
Dirección del arreglo	141°
Potencia del ISR	0dB
Potencia del EEJ	50, 55, y 60dB
Posición del EEJ	1.9° respecto a On-axis
Dirección del EEJ	-129°

Tabla 6. Configuración de parámetros del caso 2. Distancia de separación variable.

#### 5.2.3.2 Descripción de resultados

Los resultados se presentan en la Figura 36. Para un mejor discernimiento sobre el comportamiento del parámetro RPS que ayude a determinar el mejor valor de distancia de separación, se han considerado tres sub-casos para tres valores de RPE: (a) 50dB, (b) 55dB, y (c) 60dB. Los tres resultados en dicha Figura muestran que prácticamente el cambio debido a los diversos valores de RPE, es un desplazamiento vertical del RPS. Con ello se descarta que intensidades diversas del EEJ muestren otros comportamientos.

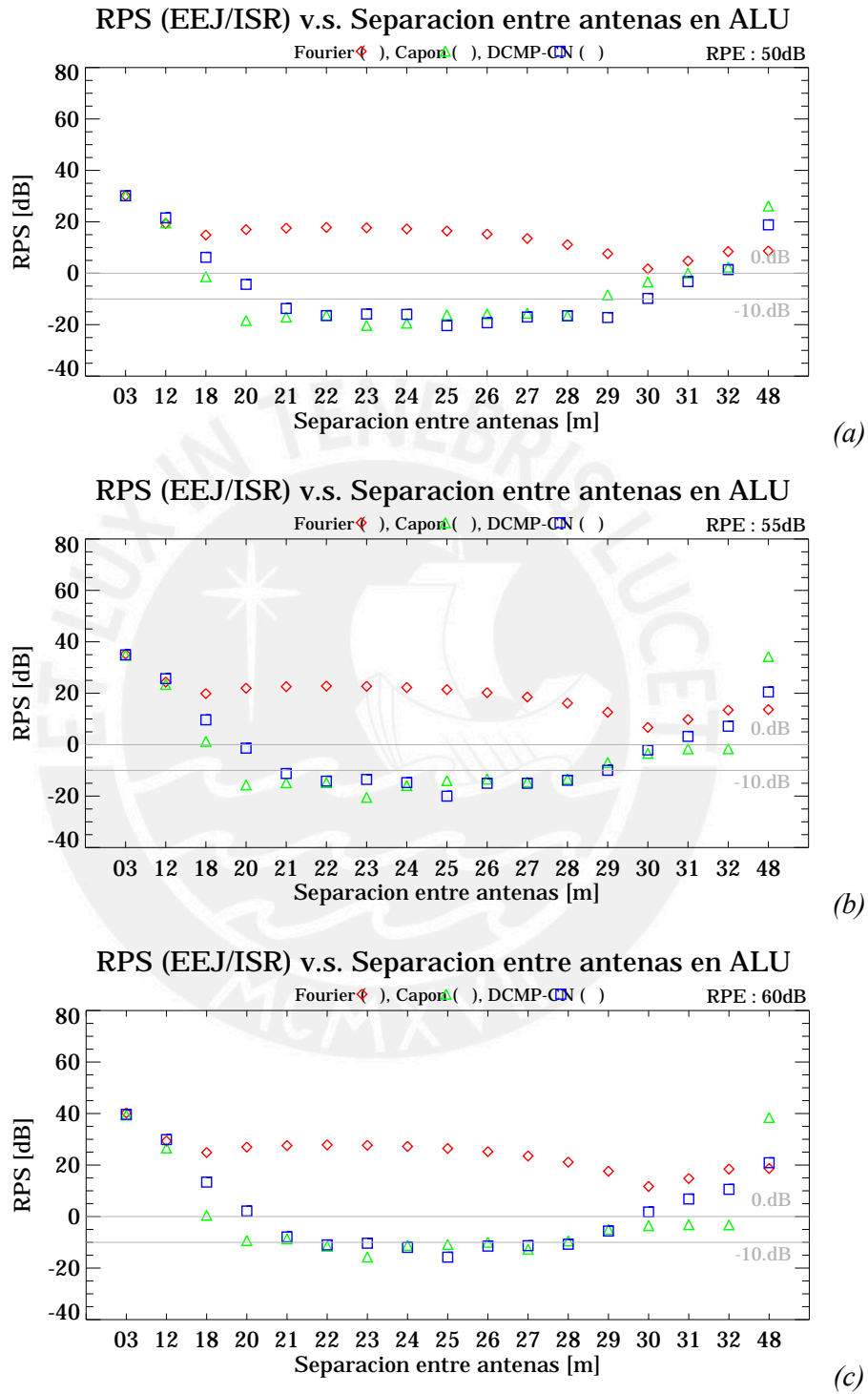


Figura 36. RPS en función de la separación entre antenas del arreglo lineal uniforme. Arreglo: 12 elementos y dirección 141°. Para valores RPE: (a) 50dB, (b) 55dB, y (c) 60dB.

El método de Fourier continúa sin ofrecer resultados favorables, por ello no se emitirá mayores comentarios. Aunque el método de Capon muestra resultados RPS favorables en relación al requisito de -10dB, este presenta un comportamiento irregular del cual no se puede establecer una tendencia que lo califique.

Por el contrario el método DCMP-CN presenta valores de RPS que forman un valle cuyo mínimo valor coincide con la distancia de separación de 25m, para los 3 sub-casos analizados con distintos RPE. De acuerdo con la teoría de arreglo de antenas, la distancia de separación entre elementos juega un rol importante. Para distancias mayores al límite de muestreo de  $\lambda/2$  (Teorema Whittaker-Shannon), se presentan lóbulos laterales idénticos al lóbulo principal. Esto constituye una restricción respecto a la *mayor distancia* configurable.

También se muestra en el referido Apéndice, que la resolución angular de Rayleigh depende de la extensión total de la antena. Para un mismo número de antenas, a mayor separación entre ellas mayor será la dimensión del arreglo y más fina será la resolución angular que alcance. De igual modo a menor distancia de separación la resolución angular será más gruesa. Entonces esta característica representa una restricción respecto a la *menor distancia* configurable. Ambas, la mayor y menor distancias configurables son la causa de la forma en valle de los resultados de esta sección.

### 5.2.3.3 Conclusiones del Caso 3

- Tanto Capon como DCMP-CN muestran resultados similares. Sin embargo debido al irregular comportamiento del método de Capon se decide emplear el método DCMP-CN que hace más previsibles sus respuestas RPS a diversas distancias de separación, incluso pudiéndose explicar su tendencia.
- La separación entre antenas debe ser de 25m.

## 5.2.4 Caso 4: Dirección del EEJ

### 5.2.4.1 Configuración de Parámetros

Hasta el momento se tiene definido que el arreglo debe contar con 12 elementos con una distancia de separación entre sí de 25m. Y en cuanto a su alineación el arreglo está dispuesto perpendicularmente ( $141^\circ$ ) a la dirección del EEJ ( $-129^\circ$ ).

Se ha citado que precisamente el EEJ es una irregularidad o fenómeno ionosférico que está alineado con el campo, y dado que el campo magnético de la Tierra sufre desplazamientos en el tiempo, entonces la dirección del EEJ también sufrirá cambios. De este modo, en esta sección se evalúa la robustez del arreglo de antenas ante posibles cambios de dirección del EEJ.

Cual sea la dirección del EEJ, el arreglo se debe disponer perpendicular a este. El patrón de radiación se mantiene uniforme, pues la antena transmisora no sufre manipulación. El presente análisis se basa en cambiar la dirección del EEJ, con lo cual en algunos casos parte de su señal caerá fuera de los lóbulos laterales de la antena transmisora y se reduciría el nivel de interferencia. Por lo tanto las condiciones para comparar resultados no serían las mismas en todos los casos.

En ese sentido, para lograr mantener las condiciones uniformes y realizar las comparaciones adecuadamente, se procede del modo inverso. Es decir la dirección del EEJ se mantiene constante y se analizan los cambios en la dirección del arreglo de antenas. Bajo la correcta interpretación, esto dará similar resultado que la propuesta original de cambiar la dirección del EEJ. Basados en las conclusiones de los casos anteriores, los parámetros a configurar en el presente caso se muestran en la Tabla 7.

Parámetro	Valor
Número de elementos	12 elementos
Distancia de separación	25m
Dirección del arreglo	Variable
Potencia del ISR	0dB
Potencia del EEJ	60dB
Posición del EEJ	1.9° respecto a On-axis
Dirección del EEJ	-129°

Tabla 7. Configuración de parámetros del caso 2. Dirección del arreglo variable.

### 5.2.4.2 Descripción de resultados

Los resultados se muestran en la Figura 37. Al igual que para el caso anterior los métodos de Capon y DCMP-CN presentan resultados similares. Sin embargo el método DCMP-CN presenta mejores RPS que el método de Capon. El método de Fourier nuevamente presenta resultados desfavorables en todas las direcciones evaluadas.

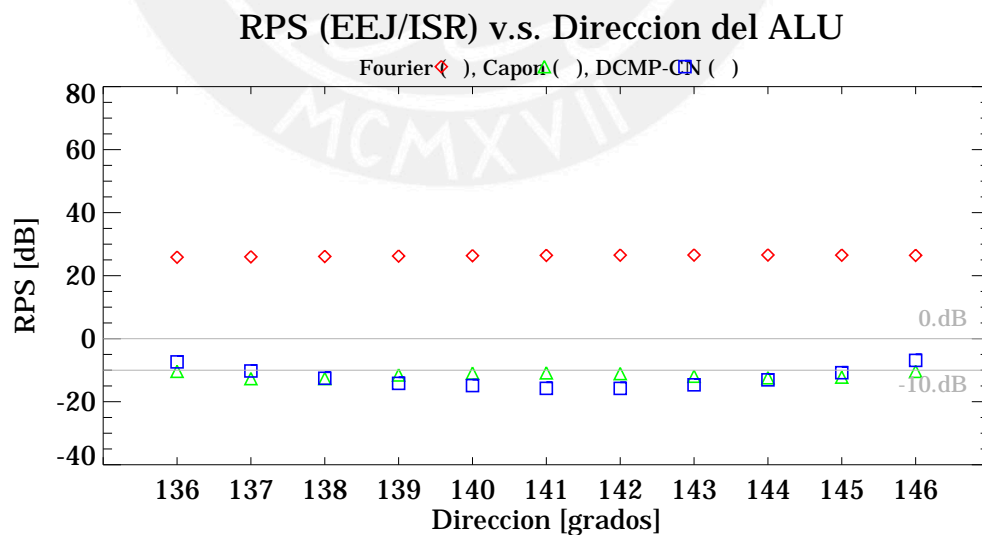


Figura 37. Curvas de RPS en función de la dirección del arreglo. 60dB RPE. Arreglo: 12 elementos y 25m separación.

Considerando que la dirección de referencia del arreglo de antenas es  $141^\circ$ , se podría decir que el arreglo de antenas presenta resultados robustos a variaciones en la dirección del EEJ de hasta aproximadamente  $\pm 3^\circ$ .

Por otro lado cambios radicales en la dirección del campo magnético y por ende de la dirección del EEJ, no se han registrado en el ROJ hasta la fecha. Sin embargo si existen cambios a lo largo del tiempo, dicha evolución se representa en la Figura 38 una secuencia de eventos para diversos años.

El ángulo perpendicular a línea horizontal constituida por los puntos de perpendicularidad al campo magnético de la Tierra a una altitud de 100km, presenta la siguiente la variación anual en la Tabla 8 y se representan gráficamente en la Figura 39.

Año	Dirección	Año	Dirección
1995	139.3	2013	141.5
1996	139.4	2014	141.6
1997	139.6	2015	141.7
1998	139.7	2016	141.8
1999	139.8	2017	141.9
2000	139.9	2018	142.1
2001	140.0	2019	142.2
2002	140.2	2020	142.3
2003	140.3	2021	142.4
2004	140.4	2022	142.6
2005	140.5	2023	142.7
2006	140.6	2024	142.8
2007	140.7	2025	143.0
2008	140.9	2026	143.1
2009	141.0	2027	143.2
2010	141.1	2028	143.3
2011	141.2	2029	143.5
2012	141.3	2030	143.6

Tabla 8. Resultados de la variación del ángulo perpendicular a la dirección de los puntos de perpendicularidad al campo magnético de la Tierra obtenidos en el ROJ con el modelo IGRF (IUGG-IAGA, 2005). La región sombreada corresponde a variaciones dentro de  $\pm 2^\circ$  a partir de la fecha actual.



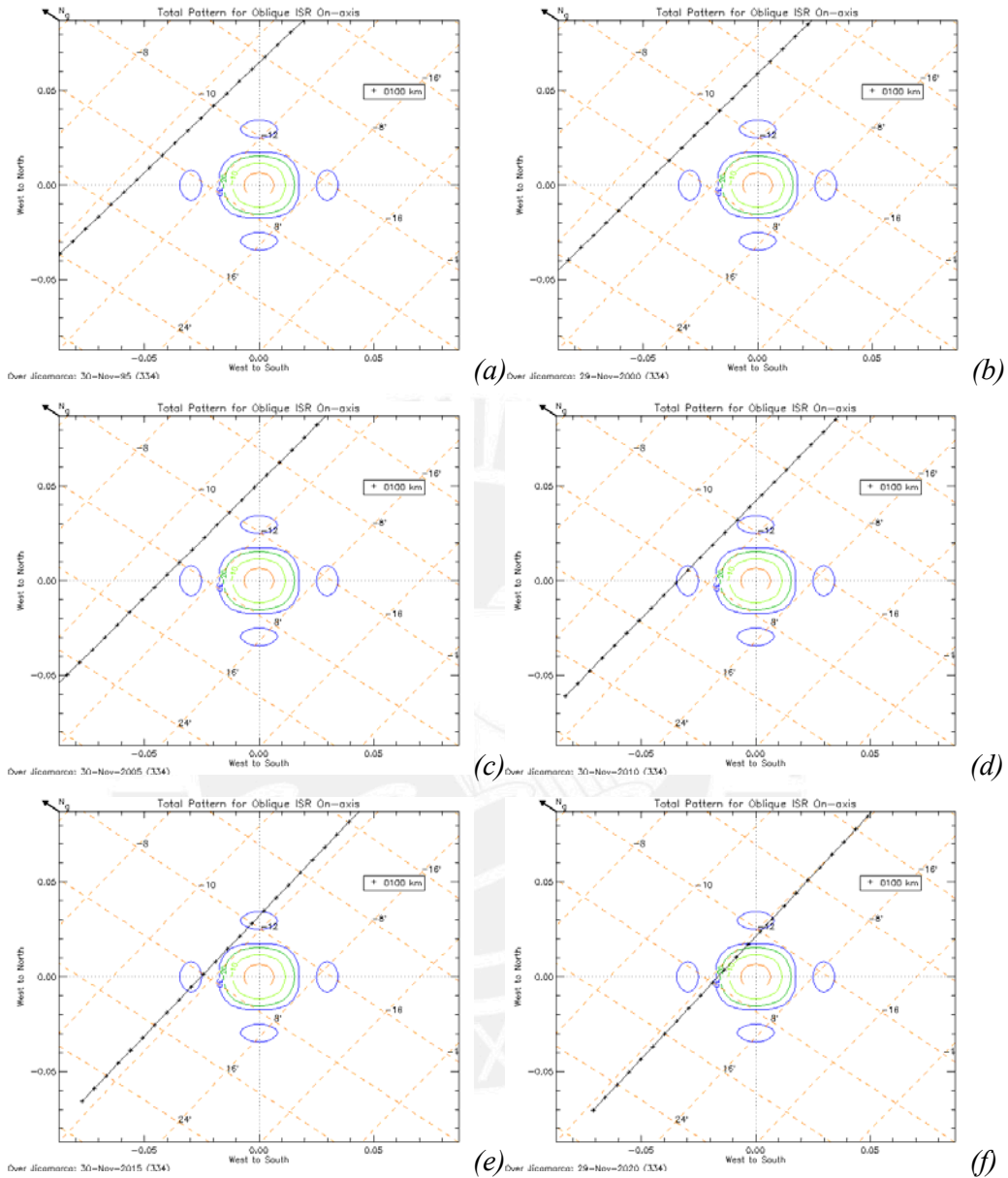


Figura 38. Evolución de los puntos de perpendicularidad al campo magnético de la Tierra a 100km, para diversos años: (a) 1995, (b) 2000, (c) 2005, (d) 2010, (e) 2015, (f) 2020. Datos usando el modelo IGRF (IUGG-IAGA, 2005).

En base al reciente hallazgo sobre la robustez del arreglo de antenas respecto a la variación de la dirección del EEJ (Figura 37), se han sombreado en la Tabla 8 las fechas a partir del presente año en las que el ángulo evaluado está dentro del rango

establecido ( $141^\circ \pm 3^\circ$ ). En primera instancia se podría asumir que con el arreglo propuesto no se tendrían problemas, con la referida variación del campo magnético, hasta el año 2025 (región sombreada). Sin embargo observando los resultados de la Figura 38e, se nota que a partir del año 2015 los puntos de perpendicularidad empezarán a pasar justo dentro de la posición On-axis con lo cual las mediciones del ISR con esta posición de antena de transmisión no serán posibles. Para estudiar el ISR en la región E en dichas fechas será necesario apuntar el haz de la antena de transmisión oblicuamente. Este escenario representa una desventaja si se considera que la mayor ganancia/potencia se obtiene con la posición On-axis.

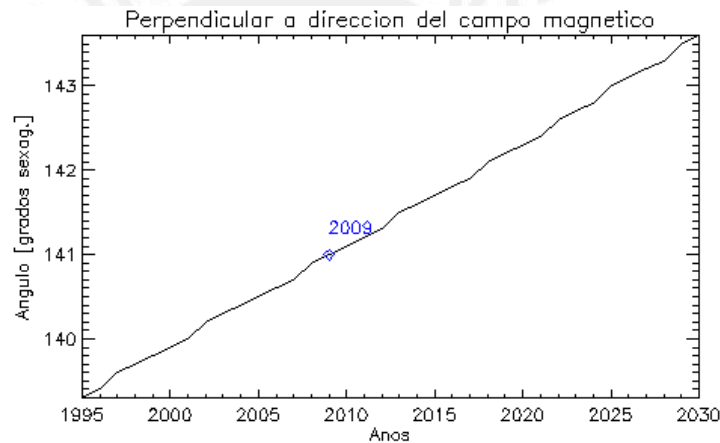


Figura 39. Variación anual del ángulo perpendicular a la dirección de los puntos de perpendicularidad al campo magnético de la Tierra. Valores obtenidos en el ROJ con el modelo IGRF (IUGG-IAGA, 2005).

#### 5.2.4.3 Conclusiones del Caso 4

- La mejor dirección del arreglo de antenas para estudiar el campo magnético en sus condiciones actuales es a  $141^\circ$  (ó también  $-51^\circ$ ).
- No hay razones en el corto plazo para preocuparse en cuanto a variaciones de la dirección del EEJ.

## 5.2.5 Caso 5: Arreglos no redundantes

### 5.2.5.1 Configuración de Parámetros

En todos los casos se ha planteado las condiciones de la Tabla 9 para definir las señales del EEJ y del ISR. De las cuales la señal de interés es el ISR, y el EEJ en este contexto es considerado una muy potente interferencia. Esta operación se plantea realizar a través de un Filtro Espacial. El cual es sintetizado posteriormente a la adquisición de los datos, empleando técnicas de procesamiento de señales con arreglos de antenas.

Parámetro	Valor
Potencia del ISR	0dB
Potencia del EEJ	60dB
Posición del EEJ	1.9° respecto a On-axis
Dirección del EEJ	-129°

Tabla 9. Características del medio: EEJ & ISR

De acuerdo con las conclusiones de todos los casos anteriores, las características geométricas del arreglo de antenas adecuado que satisfaga los requisitos planteados en la sección de objetivos, se presentan en la Tabla 10. Se recuerda que en todos los casos se considera que la antena de transmisión ubica su haz en la posición On-axis.

Parámetro	Valor
Número de elementos	12 elementos
Distancia de separación	25m
Dirección del arreglo	141°

Tabla 10. Características geométricas del arreglo de antenas definidas a partir del análisis de los casos 1, 2, 3, y 4 del capítulo de resultados.

Las características descritas en la Tabla 10 corresponden a un arreglo lineal de 12 antenas dispuestas a lo largo de la dirección  $141^\circ$  (Ver Figura 16) y con distancia de separación uniforme entre ellas de 25m. De todos estos los parámetros, el que representa un factor limitante en la implementación real del arreglo es el número de antenas. Una razón de tal limitación es la relación proporcional entre este factor y el tema económico, al requerirse obviamente mayor número de: Líneas de recepción, conectores/adaptadores, dispositivos electrónicos como amplificadores, atenuadores, limitadores de señal, tarjetas electrónicas de adquisición de señales, entre otros instrumentos para el control y monitoreo de las señales. Adicionalmente, mayor número de antenas implica mayor capacidad de almacenamiento de datos y procesos computacionales más lentos que compliquen el monitoreo en línea. Por lo tanto es conveniente tener arreglos con el menor número de antenas. Esto constituye la motivación para considerar la estrategia del uso de arreglos no-redundantes.

#### 5.2.5.2 Descripción de resultados

El haber simplificado el arreglo de muestras espaciales de dos dimensiones a una, constituye una ventaja en relación con la reducción del número total de antenas. Ello es un aporte significativo de esta investigación.

En la introducción del presente capítulo se indicaron las razones que permiten usar un arreglo unidimensional. Para fortalecer más esta decisión se puede agregar las irregularidades Ionosféricas son altamente anisotrópicas y pueden ser representadas por una imagen unidimensional. Por ende, para estudiarlas es suficiente un arreglo lineal.

Con la finalidad de buscar otras alternativas que reduzcan aún más el número de antenas estrictamente necesarias, se recurre a la matriz Toeplitz, y más específicamente a sus propiedades. En la Sección 2.1.3 se mostró que la matriz

$\langle uu^H \rangle$ , es Toeplitz. Una propiedad importante de este tipo de matrices es que todos los elementos de cualquiera de sus diagonales, son idénticos. Por ejemplo,

$$\langle uu^H \rangle = \begin{bmatrix} [v(r_0)] & [v(r_{-1})] & [v(r_{-2})] & [v(r_{-3})] & [v(r_{-4})] \\ [v(r_1)] & [v(r_0)] & [v(r_{-1})] & [v(r_{-2})] & [v(r_{-3})] \\ [v(r_2)] & [v(r_1)] & [v(r_0)] & [v(r_{-1})] & [v(r_{-2})] \\ [v(r_3)] & [v(r_2)] & [v(r_1)] & [v(r_0)] & [v(r_{-1})] \\ [v(r_4)] & [v(r_3)] & [v(r_2)] & [v(r_1)] & [v(r_0)] \end{bmatrix} \quad (47)$$

Con lo cual, tomando como referencia la expresión (16), será suficiente estimar sólo un término ( $[v(r_x)]$ ) de todos los posibles  $r_x$  en (47). Luego se procede a completar la matriz, para lo se requiere métodos de modelamiento. El modelo más sencillo consiste en promediar los valores de la diagonal sólo entre los valores existentes, y el resultado de cada diagonal se emplea para rellenar los índices que correspondan a dicha diagonal. De este modo se completa toda la matriz de estadística  $\langle uu^H \rangle$ , como si se tuviera un número mayor de antenas.

Los espaciamentos no redundantes unidimensionales en arreglos de antena han sido usados en el ROJ para generar las primeras imágenes de radar de las regiones E y F (Kudeki and Sürücü, 1991; Hysell, 1996; Hysell and Woodman, 1997). Se recalca que estos sistemas no redundantes son diseñados con el objetivo de reducir el número de antenas con el máximo número de diferencias  $r_x$  o equivalentemente a líneas base (ó *Baselines*). Esto generalmente se logra sacrificando el no tener algunas líneas base. Este problema se hace más notorio al incrementar el número de elementos. Para contrarrestar esto, se puede permitir cierto grado de redundancia de líneas base con la finalidad de obtener todas las posibles y aún continuar teniendo un sistema con menor número de antenas.

Esta metodología aplica también para arreglos 2D. Usando esta metodología de espaciamentos no redundantes se encuentra que el siguiente arreglo de 6 elementos es el equivalente del arreglo de 12 (Figura 40).

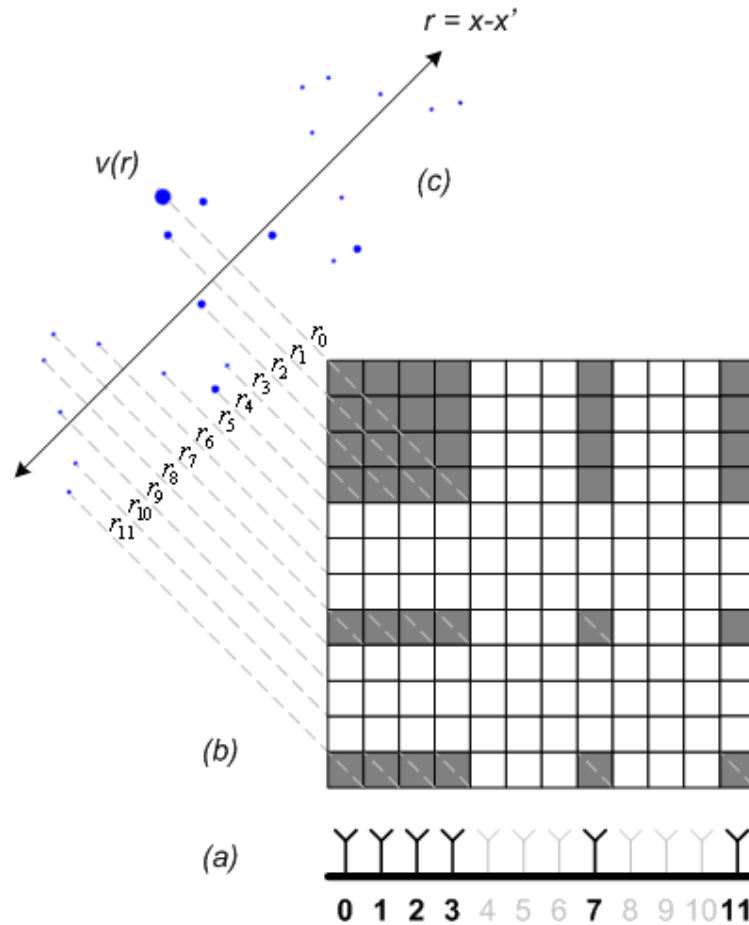


Figura 40. (a) Arreglo no redundante con 6 elementos (0, 1, 2, 3, 7, y 11, según esquema) equivalente a ULA de 12 elementos, (b) Matriz de correlación de los elementos donde los espacios en blanco indican elementos nulos, y (c) Ejemplo de Curva de Autocorrelación espacial, los puntos de la curva (azules) corresponden a los valores de Visibilidad que hay en cada diagonal de la matriz según indican las líneas grises entrecortadas.

En la Figura 40a se muestra un esquema de la posición de las 6 antenas del arreglo No-Redundante, respecto a la posición de las 12 antenas de un arreglo lineal uniforme. Si las posiciones de las antenas de un arreglo de 12 antenas lineales uniformes se representan por el vector  $[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11]$ , entonces las posiciones de los 6 elementos del arreglo No-Redundante equivalente son  $[0,1,2,3,7,11]$ .

Si se calculan las diferencias de distancia o líneas de base entre todos los elementos y se construye una matriz, esta tendrá la forma que se representa en la Figura 40b. En esta matriz, los elementos de la diagonal principal serán cero ya que le corresponde la diferencia de distancia de si mismos. Si se consideran todas las posibles combinaciones de líneas de base, la matriz de diferencia de distancias entre elementos es

$$\begin{bmatrix} 0 & -r_1 & -r_2 & \cdots & -r_{n-1} \\ r_1 & 0 & -r_1 & -r_2 & \cdots \\ r_2 & r_1 & 0 & -r_1 & -r_2 \\ \cdots & r_2 & r_1 & 0 & -r_1 \\ r_{n-1} & \cdots & r_2 & r_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{donde } r_x = x - x' = x_x - x_{x+1},$$

Como se estableció en la Sección 2.2, todos los elementos del arreglo reciben la misma señal de los campos electromagnéticos, pero con retardos diferentes debido a las distintas posiciones espaciales de cada antena. Por ello, la correlación de las señales entre antenas que tengan la misma separación espacial será la misma en todos los casos. Es por ello que si tomamos un elemento de cada diagonal de la matriz, se obtiene la misma curva representada en este caso en Figura 40c. En el arreglo no-redundante de 6 antenas planteado, todas las líneas de base son cubiertas.

En la Figura 40, el truncamiento de la apertura está representado por los espacios en blanco de cada diagonal. Este truncamiento hace imposible invertir matemáticamente esta matriz. Sin embargo, a través de técnicas de modelamiento se podría completar toda la matriz y poder realizar la operación de inversa matricial.

En este trabajo, el modelo de esta matriz empleado consiste simplemente en promediar los términos de Visibilidad de cada diagonal y reasignar este valor a todos los términos de la misma diagonal. De esta forma se logra una matriz de Visibilidad completa con muchos elementos redundantes. Un arreglo de antenas que llene completamente el campo de apertura, produce un alto grado de redundancia. La

redundancia en estos casos contribuye a reducir los errores con que se estiman las estadísticas.

Al arreglo propuesto se le denominará Óptimo No Redundante (ONR) (con 6 elementos) y se compara con el caso del Arreglo Lineal Uniforme (ULA) de 12 elementos.

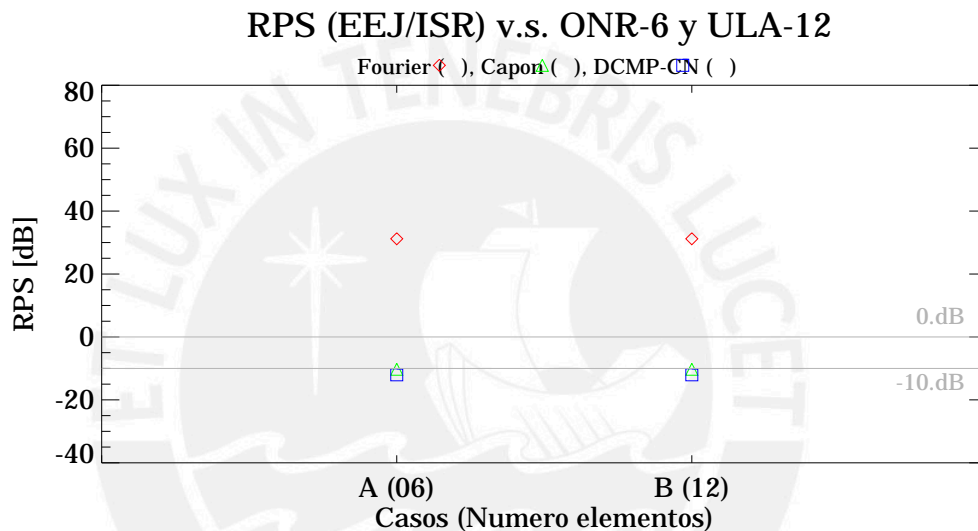


Figura 41. RPS para dos tipos de arreglo: (A) Óptimo No Redundante de 6 antenas, (B) Lineal Uniforme de 12 antenas. Arreglo: 25m separación y dirección 141°. 60dB RPE.

En la Figura 41, los resultados del RPS permiten concluir que para todos los métodos (Fourier, Capon, DCMP-CN) el uso de la técnica de arreglos No Redundantes (con un número menor de antenas) puede llegar a tener idéntico resultado que la técnica de arreglos Lineales Uniformes (de mayor número de antenas).

Esta característica se fundamenta en la descripción que se brindó en esta sección, y con la finalidad de ser más didáctico en la interpretación, a continuación se muestran las curvas generadas del mismo modo en que se describe en la Figura 40, y que corresponde a la *Autocorrelación Espacial* de las señales.



La Figura 42 tiene el resultado de la Autocorrelación espacial correspondiente al arreglo No Redundante de 6 elementos. En la parte inferior de la curva de Autocorrelación, se presenta el número de elementos existente para cada punto de la curva.

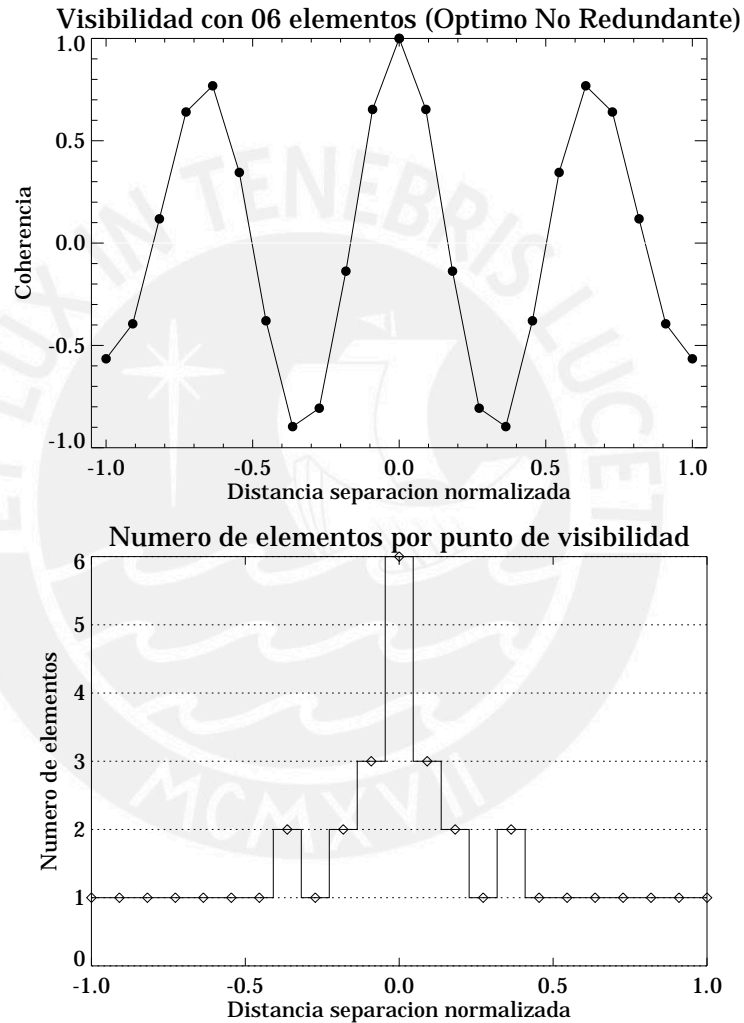


Figura 42. Auto correlación Espacial de arreglo Óptimo No Redundante (6 antenas)

La Figura 43 tiene el resultado de la Autocorrelación espacial correspondiente al arreglo lineal uniforme de 12 elementos.

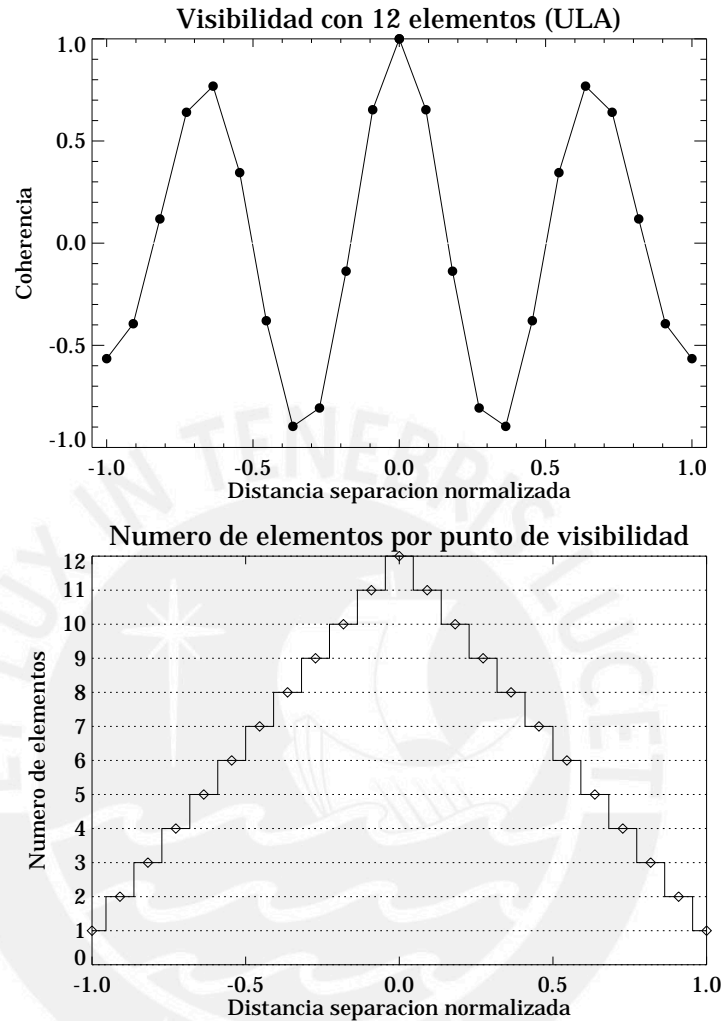


Figura 43. Auto correlación Espacial de arreglo Lineal Uniforme (12 antenas)

El principio de los arreglos de antenas No-Redundantes es que puedan obtenerse el mismo número de líneas base que el que se obtendría con un arreglo lineal uniforme. Es por ello que de Autocorrelación espacial de las figuras 42 y 43 son idénticas. Sin embargo, como se habrá notado en ambas figuras, la diferencia radica en el menor número de muestras por cada punto de la curva. Cuando se analicen los datos para caracterizarlo a través de parámetros, un menor número de muestras implicará una mayor dispersión del error estadístico. Para superar esta desventaja que presentan los arreglos No-Redundantes se procede a modelar la matriz de Visibilidad de tal modo

que se completen todos sus elementos. De este modo se consigue una matriz de Visibilidad idéntica a la que se hubiera obtenido con un arreglo Lineal Uniforme equivalente. Aquí se definirá como una matriz de *Visibilidad Sintética* generada a partir de un arreglo No Redundante.

### 5.2.5.3 Conclusiones del Caso 5

- Los Arreglos No-Redundantes (ANR) pueden alcanzar el mismo desempeño que su Arreglo Lineal Uniforme (ALU) equivalente. Usar la técnica de ANR implica reducir el número de antenas, y ya se ha explicado las ventajas de ello, sin perder significativamente el desempeño del propósito para el cual se utilice el arreglo de antenas. Por ello se propone emplear un ANR de 6 elementos según las características descritas anteriormente, que reproduce muy aproximadamente los resultados del ULA de 12 elementos al que se había concluido hasta antes de analizar el presente caso.
- El uso de ANR no implica una ventaja en el desempeño de los métodos con los que se calculan los coeficientes del Filtro (Es decir Fourier, Capon y DCMP-CN).

## 6 Conclusiones

De acuerdo con el objetivo planteado, a continuación se emiten las conclusiones en relación a los principales hallazgos de la presente tesis,

- De acuerdo con la descripción de las señales del EEJ y del ISR (Secciones 3.2.1 y 3.2.2) y el análisis realizado en la sección introductoria, se concluyó que un arreglo lineal de antenas es suficiente para lograr el objetivo de esta investigación; a pesar de que el problema es de dos dimensiones. La visualización del problema en un contexto unidimensional, es una valiosa contribución de la presente investigación ya que simplifica no sólo los algoritmos de procesamiento y costo computacional, sino que además economiza temas logísticos y presupuestales debido al menor número de antenas que será requerido.
- Luego de haber realizado la evaluación de la mayoría de parámetros comprometidos en la implementación del filtro, se concluye que el método DCMP-CN es el más indicado para ser usado en la presente aplicación. Sin embargo los resultados favorables están supeditados a estados ionosféricos para los cuales la relación entre los niveles de potencia del EEJ y del ISR es menor a 65dB aproximadamente.
- Por otro lado el método de Capon muestra resultados aceptables y en algunas ocasiones incluso mejores que con el método DCMP-CN en cuanto a la

Relación de Potencias de Salida (RPS) del EEJ. Sin embargo, si se considera la forma del lóbulo principal del filtro espacial y el elevado nivel de sus lóbulos laterales, el método de Capón no es adecuado para aplicaciones de radares atmosféricos que estimen parámetros en función del volumen iluminado y en el que los objetos de interés se encuentren dispersos en todo el volumen citado.

- El método de Fourier definitivamente no es una alternativa a considerar para este tipo de aplicaciones. Esto se debe a que la forma del filtro de Fourier es siempre la misma y por tanto es independiente de las características de las señales. No pudiendo con ello, rechazar adaptivamente las interferencias según se requiere.
- El uso de arreglos de antenas *No Redundantes* con el adecuado proceso de modelamiento de la matriz de *Visibilidad*, puede generar resultados idénticos que el arreglo equivalente de elementos uniformes. Por lo tanto, se propone emplear un arreglo lineal No Redundante de 6 elementos (según se detalla en la Sección 5.2.5) en lugar de 12 elementos igualmente espaciados.
- Del breve análisis realizado en la Sección 5.2.4 sobre las variaciones de la posición del campo magnético de la Tierra (Figura 39), se debe resaltar que el campo se está desplazando hacia la posición On-axis de la antena principal de Jicamarca. Este hecho se concretará para el caso de altitudes alrededor de los 100km (Región E) en el año 2015, según el modelo IGRF (Aunque los parámetros actuales del modelo son válidos hasta el 2010, la tendencia del desplazamiento es lo importante). En ese sentido, las observaciones de ISR en la posición On-axis (Desde donde se recibe con mayor ganancia estas señales) ya no podrán realizarse después de esa fecha límite por un buen tiempo. Es por ello que se recomienda que, si existen las posibilidades, se implemente pronto esta técnica para poder realizar observaciones de ISR en la región E por lo menos en el breve periodo de tiempo que resta.

Recopilando las conclusiones de cada caso del capítulo de resultados, a continuación se brinda los detalles de la propuesta para implementar la técnica de Filtro Espacial en el ROJ para los propósitos descritos en el capítulo 4 de la presente disertación.

- De acuerdo con el análisis realizado en la Sección 5.1, se concluye que para la presente aplicación los valores adecuados para las restricciones de Igualdad y Desigualdad son 1.0 y 0.1 respectivamente.
- Se concluye que la distancia de separación entre elementos debe ser 25m. lo cual es aproximadamente 4.2 longitudes de onda ( $\lambda=6$ ).
- La mejor dirección que debe tener el arreglo, para estudiar el campo magnético en sus condiciones actuales, es de  $141^\circ$ . De acuerdo con el análisis de la robustez del arreglo a variaciones de la dirección del EEJ, se concluye que soporta variaciones de aproximadamente  $\pm 2^\circ$ . Considerando que las variaciones de la dirección del EEJ son lentas a lo largo de los años, como se puede constatar en la Figura 39 (aprox. 0.1 grado por año), este tema no debería preocupar.
- A pesar de que el EEJ pueda estar confinado a una región conocida y a la robustez que manifiesta el filtro a variaciones en la dirección del EEJ, aún es necesaria la característica adaptiva del filtro debido a que el EEJ manifiesta marcadas variaciones en su potencia y distribución espacial que requieren tratamientos particulares en cada instante de análisis.
- No se debe usar como antena de recepción a ningún módulo de la antena principal del ROJ, ya que significaría alterar el patrón de radiación de la antena de transmisión y con la consecuente modificación (generalmente ensanchamiento y presencia de más y mayores lóbulos laterales). Se propone emplear como elementos del arreglo a las antenas Yagi cuyos patrones de radiación sean aproximadamente omnidireccionales.

- Se recomienda que un elemento del arreglo propuesto lo constituya la antena principal del ROJ. Esto permitirá tener una ganancia elevada en la dirección de interés, que contribuirá con priorizar la señal ISR sobre la señal del EEJ. Según la Figura 44, el elemento que le correspondería a la antena principal sería el etiquetado con la letra E.

A continuación se esquematizan las características descritas a través de la Figura 44, la cual esta basada en la representación de la Figura 16. Las dimensiones de la Figura 44 no están a escala. Se sugiere que el mayor número de elementos se ubiquen cerca del laboratorio del ROJ de tal modo que se economice en longitud de cables de recepción, y demás instrumentación requerida por unidad de longitud (conectores, adaptadores, etc.).

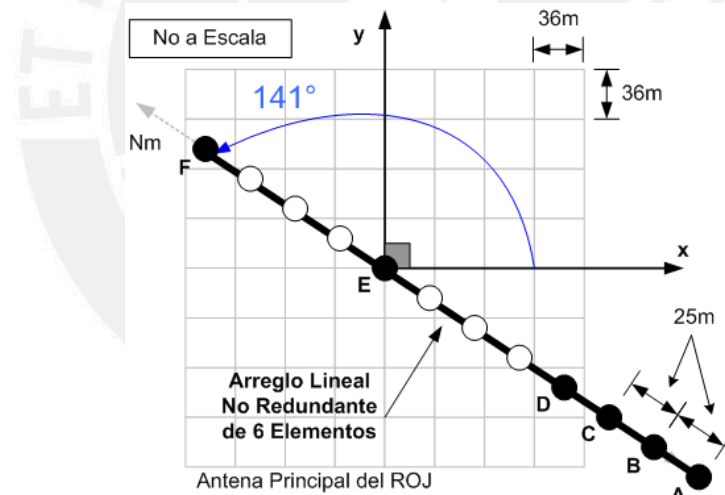


Figura 44. Arreglo Lineal No Redundante con 6 elementos, se muestran la dirección de  $141^\circ$  del arreglo respecto a las coordenadas de la antena principal del ROJ. El diagrama no está a escala. Los círculos sombreados corresponden a las posiciones de las antenas del arreglo, mientras que los círculos vacíos corresponden a las antenas que se dejan de utilizar.

Finalmente, el hecho de haber realizado todo este análisis a nivel de simulación ha implicado un enorme ahorro de tiempo y dinero. Ya que si se hubiera pretendido

elaborar un solo reporte gráfico de los que se han presentado a lo largo de la presente disertación, hubiera ocupado gran parte del tiempo de observación del ROJ dedicado al registro de datos, así también hubiera significado contar con un generoso presupuesto. Se ha citado esto para rescatar la importancia de las simulaciones en todo proceso de investigación, y que como en esta ocasión los resultados podrían implicar ampliar el conocimiento de la Ionósfera en la región E.





## 7 Referencias Bibliográficas

- Bard, Y.  
1974 “Non Linear Parameter Estimation”, *Academic Pr.*
- Capon, J.  
1969 “High-Resolution Frecuency-Wavenumber Spectrum Analysis”,  
*Proceedings of the IEEE*, volumen 57, número 8, pp. 1408-1419.
- Chau, J.L. and R.F. Woodman  
2001 “Three-dimensional coherent radar imaging at Jicamarca: comparison of different inversion techniques”, *Journal of Atmosphere and Solar-Terrestrial Physics*, número 63, pp.253-261
- 2005 “D and E-region incoherent scatter radar density measurements over Jicamarca”, *Journal of Geophysical Research*, volumen 110, A12314
- Evans, J.V.  
1969 “Theory and practice of ionosphere study by Thompson scatter radar”, *Proc. IEEE*, número 57, pp. 496-530.

- Farley, D. T.  
1985 “Theory of equatorial electrojet plasma waves: New developments and current status”, *J. Atmos. Terr. Phys.*, número 47, pp. 729-744.
- Farley, D. T., H.M. Ierkic and B.G. Fejer  
1981 “Radar Interferometry: A New Technique for Studying Plasma Turbulence in the Ionosphere”, *Journal of Geophysical Research*, volumen 86, número A3, pp. 1467-1472
- 1981 “The absolute scattering cross section at 50MHz of Equatorial Electrojet irregularities”, *J. of Geophysical Res.*, volumen 86, número A3, pp. 1569-1575
- Goodman, Joseph W.  
1996 “Introduction to Fourier Optics”, *McGraw-Hill*
- Hecht, Eugene  
2000 “Óptica”, *Addison Wesley*, Tercera Edición
- Hysell, D.L.  
2000 “Incoherent scatter experiments at Jicamarca using alternating codes”, *Radio Science*, volumen 35, número 6, pp. 1425-1435
- Kudeki, E. and Woodman R. F.  
1990 “A post statistics steering technique for MST radar applications”, *Radio Science*, número 25-4, pp. 591-594
- Kudeki, E. and F. Sürücü  
1991 “Radar Interferometric Imaging of Field-Aligned Plasma Irregularities in the Equatorial ElectroJet”, *Geophysical Research Letters*, volumen 18, número O.1, pp. 41-44

- Kudeki, E. and D. T. Farley  
1989 “Aspect sensitivity of equatorial electrojet irregularities and theoretical implications”, *J. of Geophysical Res.*, volumen 94, número A1, pp. 426-434
- Kamio, K., K. Nishimura and T. Sato  
2004 “Adaptive sidelobe control for clutter rejection of atmospheric radars”, *Annales Geophysicae*, número 22, pp. 4005-4012.
- Lu, Fei  
2005 “Aspect Sensitivity studies of the small scale plasma irregularities in the equatorial electrojet”, Ph. D. Thesis Cornell University.
- Li, J. and P. Stoica  
1996 “An Adaptive Filtering Approach to Spectral Estimation and SAR Imaging”, *IEEE Trans. Signal Processing*, volumen 44, número 6, pp.1469-1484
- Li H., J. Li and P. Stoica  
1998 “Performance Analysis of Forward-Backward Matched-Filterbank Spectral Estimators”, *IEEE Trans. Signal Processing*, volumen 46, número 7, pp. 1954-1966
- Ochs, Gerard R.  
1965 “The large 50MC/s Dipolo Array at Jicamarca Radar Observatory”, *National Bureau of Standards*, NBS Report 8772.
- Pacheco E. y J.L. Chau  
2001 “Reporte Técnico del Software Over JRO”, Biblioteca del ROJ.

- Palmer, R.D., S. Gopalam and T. You  
1998 “Coherent Radar Imaging using Capon’s method”, *Radio Science*,  
volumen 33, número 6, pp. 1585-1598
- Pellat-Finet, Pierre, A. Patiño y R. Torres  
2007 “Del Análisis Armónico de Fourier”, *Universidad de Pamplona*  
(Colombia)
- Prabhakar, S.N.  
2001 “Sensor Array Signal Processing”, *CRC Press*
- Press, W. et al  
1993 “Numerical Recipes in C, The art of scientific computing”,  
Cambridge University Press, Second edition
- Reyes P., K. Kuyeng, D. Córdova, F. Villanueva and J.L. Chau  
2005 “Radar Acquisition System at Jicamarca using off-the-shelf Digital  
Receiver”, *CEDAR*, Poster, 2005.
- Stoica, P., A. Jakobsson and J. Li  
1998 “Matched-filter Bank interpretation of some spectral estimators”,  
*Signal Processing*, volumen 66, número 1, pp. 45-59.
- Woodman, R. F.  
1971 “Inclination of the geomagnetic field measured by incoherent  
scatter”, *Journal of Geophysical Research*, número 76, pp. 178-184
- 1997 “Coherent radar imaging: Signal processing and statistical  
properties”, *Radio Science*, volumen 32, número 6, pp. 2373-2391

Woodman, R.F. and J.L Chau

2001 “Antenna Compression using binary phase coding”, *Radio Science*, volumen 36, número 1, pp. 45-51

Las siguientes referencias han sido citadas en algunos títulos de la lista anterior, y que han sido mencionadas en el texto por que se considera importante citarlas para mayor referencia del lector.

Hysell, D.L.

1996 “Radar Imaging of equatorial F region irregularities with maximum entropy interferometry”, *Radio Science*, número 31, pp. 1567-1578.

Hysell, D.L. and R.F. Woodman

1997 “Imaging coherent backscatter radar observations of topside equatorial spread F”, *Radio Science*, volumen 32, número 6, pp. 2309-2320.

International Association of Geomagnetism & Aeronomy and International Union of Geodesy & Geophysics

2005 “The International Geomagnetic Reference Field - 10th generation”  
<<http://www.iugg.org/>>

Maus S., P. Alken

2007 “Geomagnetism”  
<[http://geomag.org/info/equatorial\\_electrojet.html](http://geomag.org/info/equatorial_electrojet.html)>

Oppenheim, A. and R.W. Schafer

1975 “Digital Signal Processing”, *Prentice-Hall*

Papoulis, A.

1962 “The Fourier Integral and Its Applications”, *McGraw-Hill*

- Proakis, J.G. y D.G. Manolak  
1998 “Tratamiento Digital de Señales”, *Prentice-Hall*
- Rodríguez, F  
2008 “Incoherent and Coherent Scatter Radar Studies of the Equatorial F Region”, PhD Thesis, Cornell University.
- Shannon, C.E.  
1949 “Communication in the presence of Noise”, *Proc. IRE*
- Shume, E.B., D.L. Hysell and J.L. Chau  
2005 “Electron density profiles in the equatorial E region ionosphere derived from a bistatic coherent scatter radar experiment in Perú”, *Geophysical Research Letter*, volumen 32, L01107
- Silver, S.  
1962 “Microwave aperture antennas and diffraction theory”, *J. Opt. Soc. Am.*
- Stoica, P. and R.L. Moses  
1997 “Introduction to Spectral Analysis”, *Prentice-Hall*
- Takao K., M. Fujita and T. Nishi  
1976 “An adaptive antenna array under direccional constraint”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, número 24, pp. 662-669
- Whittaker, E.T.  
1915 “On the functions which are represented by the expansions of the interpolation theory”, *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, Sección A, pp. 35-181

Renner, Erick

1999

“Pinhole Photography: Rediscovering a Historic Technique”, Focal Press, Elevier.



# Apéndice

## Apéndice A

### A.1 El espectro angular

Como se verá, si la distribución de un campo complejo monocromático (señal de banda angosta), es analizada con Fourier a lo largo de cualquier plano, los componentes espaciales de Fourier resultantes pueden ser identificados como ondas planas viajando en diferentes direcciones que parten del centro del plano.

### A.2 Relación entre frecuencia espacial y onda plana

Con la finalidad de establecer la relación entre estos dos conceptos, se establecen los siguientes puntos. Dados un sistema de coordenadas  $(x,y,z)$  en el espacio y una onda electromagnética de banda angosta que se propaga en la dirección  $z$  a través del plano  $(x,y)$ . De este modo  $U(x,y,\theta)$  puede representar el campo complejo a través del plano  $(x,y)$  en  $z=0$ , y el objetivo será calcular el campo



resultante  $U(x,y,z)$  que pasa a través de un segundo plano paralelo a una distancia  $z$  en la dirección positiva del respectivo eje.

Para la función  $U$  en el plano  $z=0$ , su correspondiente transformada 2D de Fourier esta dada por

$$U(f_x, f_y; 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} u(x, y, 0) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (A.1)$$

La operación de la transformada de Fourier puede ser interpretada como la descomposición de una función complicada en una colección de varias funciones sencillas (funciones exponenciales complejas). Por tanto se puede representar  $u$  como la transformada de Fourier inversa de su correspondiente espectro, con la finalidad de enfatizar este concepto.

$$u(x, y, 0) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(f_x, f_y; 0) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (A.2)$$

Con la finalidad de brindar una interpretación Física a las funciones dentro de las integrales de (A.2), se recuerda que la forma más simple de una onda plana propagándose con el vector de onda  $\vec{k}$  cuya magnitud es  $2\pi/\lambda$  y dirección representada por sus cosenos directores  $(\alpha, \beta, \gamma)$  como se muestra en la Figura 45.

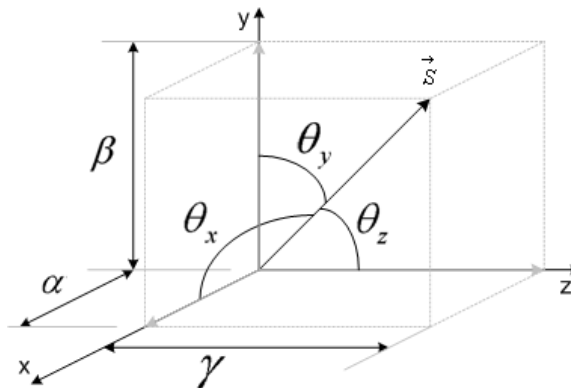


Figura 45. Sistema de coordenadas y vector de onda  $\vec{s}$  (Sección A.1)

Esta onda plana tiene la siguiente representación compleja

$$p(x, y, z; t) = \exp[j(\vec{k} \cdot \vec{r} - 2\pi vt)] \quad (\text{A.3})$$

Donde

$$\vec{r} = x \hat{x} + y \hat{y} + z \hat{z}$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{s} \quad (\text{A.4})$$

$$\vec{s} = (\alpha \hat{x} + \beta \hat{y} + \gamma \hat{z})$$

Los términos del vector  $\vec{s}$ , como se aprecia en la Figura 45

$$\alpha = \cos \theta_x, \quad \beta = \cos \theta_y, \quad \gamma = \cos \theta_z \quad (\text{A.5})$$

Donde  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ , y  $\theta_z$ , son los ángulos entre el vector  $\vec{s}$  y los ejes  $x$ ,  $y$ , y  $z$ . Dado que  $\vec{s}$  es unitario se tiene además  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$  y por tanto  $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}$ .

Suprimiendo la dependencia en el tiempo, la amplitud compleja de la onda plana anterior para el punto  $\vec{r} = (x, y, z)$ , es

$$p(\vec{r}) = \exp[j(\vec{k} \cdot \vec{r})] = \exp\left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y + \gamma z)\right] \quad (\text{A.6})$$

Al comparar esta última expresión (A.6) con la función exponencial compleja  $\exp[j2\pi(f_x x + f_y y)]$  de la expresión (A.2), se deduce que esta última representa el campo generado en  $z=0$  por la onda plana que se propaga en la dirección dada por

$$\alpha = f_x \lambda, \quad \beta = f_y \lambda, \quad \gamma = \sqrt{1 - f_x^2 \lambda^2 - f_y^2 \lambda^2} \quad (\text{A.7})$$

Suponiendo que  $1 - f_x^2 \lambda^2 - f_y^2 \lambda^2 \geq 0$ . Sin embargo cuando  $1 - f_x^2 \lambda^2 - f_y^2 \lambda^2 < 0$  da a lugar una onda evanescente.

Se puede interpretar que cada frecuencia espacial del plano  $z=0$  se asocia a una onda plana cuya dirección de propagación está completamente determinada.

### A.3 Frecuencia angular

De las relaciones dadas en (A.7) se concluye que es suficiente conocer  $\alpha$  y  $\beta$  para determinar la onda plana asociada a la frecuencia espacial  $\mathbf{F}=(f_x, f_y)$  cuya amplitud compleja está representada por (A.6). En la descomposición de Fourier de  $u$  (A.2), la amplitud compleja de la onda plana con frecuencias espaciales  $(f_x, f_y)$  es simplemente  $U(f_x, f_y; 0)df_x df_y$ , evaluada en  $f_x = \alpha/\lambda$  y  $f_y = \beta/\lambda$ . De este modo

$$\Phi = (\alpha, \beta) = F\lambda \quad (\text{A.8})$$

El vector  $\Phi$  se llama frecuencia angular de la onda plana. La relación (A.8) es importante porque relaciona una característica de la radiación (frecuencia angular  $\Phi$ ) con una característica de la materia radiante (frecuencia espacial  $\mathbf{F}$ ).

#### A.4 Espectro angular

En lugar de la frecuencia espacial se puede elegir como magnitud a la frecuencia angular, es decir a los cosenos directores  $\alpha$  y  $\beta$ , por tanto la expresión (A.1) expresada de este modo

$$U\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right) = \iint_{-\infty}^{\infty} u(x, y, 0) \exp\left[-j2\pi\left(\frac{\alpha}{\lambda}x + \frac{\beta}{\lambda}y\right)\right] dx dy \quad (\text{A.9})$$

Es denominada el *Espectro Angular* de la función  $u(x, y; 0)$ . Físicamente el espectro angular corresponde a las diferentes direcciones de propagación de las ondas planas que componen la onda  $u$ . Dicho de otro modo comprende las varias direcciones de sus vectores de ondas. Por tanto cualquier onda incidente sobre el plano  $z=0$  es la superposición ponderada de ondas planas, y los coeficientes de ponderación están dados por el espectro angular donde cada onda plana tiene su propia dirección de propagación.

#### A.5 Algunas consideraciones sobre el espectro angular

Existen algunos puntos interesantes sobre el espectro angular como por ejemplo aquellos relacionados con la propagación, y al efecto de una apertura difractante.

##### A.5.1 Propagación

Los conceptos de propagación no constituyen un tema de análisis en el presente trabajo, sin embargo se considera que una descripción breve y concisa para

el conocimiento general es necesaria, mayores detalles revisar Goodman (1996). La relación básica entre los espectros angulares de los planos  $z=0$  y  $z$

$$U\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; z\right) = U\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}; 0\right) \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} z \gamma\right] \quad (\text{A.10})$$

De la expresión (A.10) se verifica que la propagación se traduce por un cambio de fase en cada componente del espectro angular. De la expresión para  $\gamma$  en (A.7), se establece que la propagación se cumple cuando  $1 - \alpha^2 - \beta^2 \geq 0$ . Si representamos esta última expresión en términos de las frecuencias espaciales se obtendría  $F \leq 1 / \lambda$ . Valor que corresponde al módulo de una *Frecuencia de Corte*. Esto significa que una onda electromagnética de longitud de onda  $\lambda$  no puede llevar información correspondiente a detalles menores que  $\lambda$ . El caso en que  $1 - \alpha^2 - \beta^2 < 0$  simplemente corresponde a las ondas evanescentes que no son tratadas en el presente trabajo.

Por otro lado de la bibliografía citada en esta sección, se concluye que el fenómeno de propagación puede ser interpretado como filtro espacial lineal dispersivo. La transmisión del filtro es cero fuera de la región circular de radio  $\lambda^{-1}$  en el plano de la frecuencia. Dentro del ancho de banda circular, el módulo de la función de transferencia es uno pero cambios de fase dependientes de la frecuencia son introducidos. La dispersión de la fase del sistema es más significativa en frecuencias altas y se va atenuando a medida de que  $f_x$  y  $f_y$  se acercan a cero. Además, para cualquier frecuencia espacial fija, la dispersión de la fase se incrementa a medida de que la distancia de propagación incrementa.

### A.5.2 Efecto de la apertura difractingante

Para determinar el efecto de una apertura de difracción sobre el espectro angular se define al campo incidente a la apertura  $u_i$ , y el campo transmitido  $u_t$  a través de la apertura. Los correspondientes espectros angulares son  $U_i$  y  $U_t$ , siguiendo la nomenclatura de la sección anterior. Del mismo modo la función espacial de la apertura  $t_A(x,y)$  (con valor 1 dentro de la región de la apertura y 0 fuera de dicha región) tiene su correspondiente espectro angular  $T_A$ .

Si en el dominio del espacio

$$u_t(x,y,0) = u_i(x,y,0)t_A(x,y) \quad (\text{A.11})$$

Por tanto en el dominio angular y haciendo uso del teorema de la convolución,

$$U_t\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) = U_i\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) \otimes T_A\left(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda}\right) \quad (\text{A.12})$$

Se verifica que el efecto de la apertura se manifiesta matemáticamente a través de por la convolución entre los espectros angulares del campo incidente y de la estructura difractante. Esta es una característica muy importante que es fundamental en el desarrollo de la presente investigación como se verá más adelante.