

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSTGRADO



“Modelos para la evaluación de la inversión en capacidad de generación de energía eléctrica en mercados competitivos: aplicación al caso peruano”

Tesis para optar el grado de Magíster en Economía

AUTOR

Jorge Hans Alayo Gamarra

ASESOR

Raúl García Carpio

JURADO:

Alfredo Dammert Lira

Abelardo Jordan Liza

LIMA - PERÚ

2015

*Dedicado a
Macarena.*



Resumen

Desde los últimos años, la falta de inversión en capacidad de generación es un problema recurrente en el mercado eléctrico peruano. En este contexto, existen dos hechos estilizados: el primero consiste en que a pesar del crecimiento de la demanda, no existen los suficientes incentivos para que los inversionistas decidan construir nueva capacidad de generación; el segundo consiste en que la composición de tecnologías para atender la demanda no alcanzaría un equilibrio parcial, que sería la asignación eficiente de los recursos de la economía considerando el mercado de electricidad. Estos dos hechos estilizados indican la existencia de distorsiones en el mercado y justifica un análisis elaborado de la situación peruana.

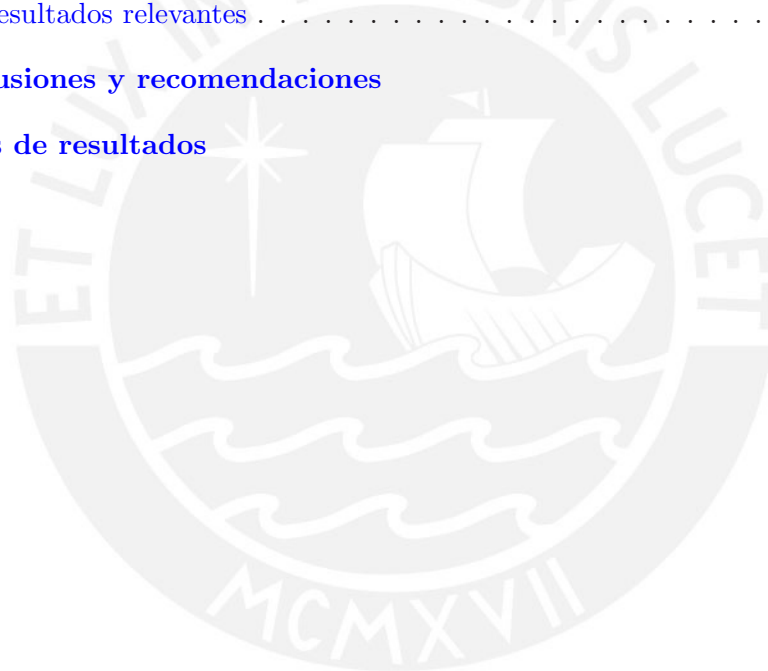
Este trabajo plantea modelos matemáticos para analizar el problema de inversión en capacidad de generación del mercado eléctrico peruano. A partir de los modelos propuestos se intentan explicar los determinantes de las distorsiones en el mercado. La propuesta se basa en el planteamiento de modelos dinámicos de lazo abierto en el contexto de modelos de equilibrio parcial y de modelos de juego secuencial; dichos modelos simulan la dinámica de la inversión en capacidad en el mercado peruano. Dadas las condiciones del mercado peruano, se compara los resultados obtenidos con el parque generador óptimo, tratando de identificar los determinantes de las distorsiones. Finalmente, se realizan recomendaciones de política que permitan obtener un parque generador óptimo.

Palabras clave: Inversión en capacidad de generación; Peak Load Pricing, Mercados eléctricos, Modelos multinivel; Complementaridad.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Hechos estilizados	3
1.2. Objetivos	7
1.3. Estructura de la tesis	8
2. Marco teórico	9
2.1. Inversión en capacidad de generación	10
2.2. Operación del mercado eléctrico	14
2.3. La demanda de electricidad	15
2.4. El modelo <i>Peak Load Pricing</i>	17
2.4.1. Modelo básico para una tecnología	18
2.4.2. Modelo estático para tecnologías heterogéneas	18
2.4.3. Precios óptimos	22
2.4.4. Equilibrio financiero	24
2.4.5. Discusión sobre la tarifación a costo marginal y la inversión	24
2.5. Teoría de juegos	25
2.6. Optimización y complementaridad	27
2.7. Revisión de los principales modelos existentes	31
3. Propuesta de modelos dinámicos para el análisis de la inversión en capacidad de generación	33
3.1. Metodología	33
3.2. Modelos continuos	34
3.2.1. Modelo del planificador central	34
3.2.2. Modelo del monopolio	35
3.2.3. Modelo del oligopolio	37
3.3. Modelos discretos	39
3.3.1. Modelo del planificador central	40
3.3.2. Modelo del monopolio	41
4. Resultados y discusión	47
4.1. Características del sistema peruano y datos utilizados	47
4.1.1. Composición del parque generador	47
4.1.2. La demanda de electricidad	49
4.1.3. Los costos de inversión y operación	51
4.2. Resultados para el planificador central	52
4.2.1. El caso base	52
4.2.2. Efecto de las restricciones de tiempos de vida útil	58

4.2.3.	Efecto de las restricciones de tiempos de construcción	60
4.2.4.	Efecto de las restricciones de financiamiento	64
4.2.5.	Efecto de las indivisibilidades de la capacidad de generación	68
4.3.	Resultados para el monopolio	70
4.3.1.	El caso base	71
4.3.2.	Efecto de las restricciones de tiempos de vida útil	72
4.3.3.	Efectos de las restricciones de tiempos de construcción	74
4.3.4.	Efectos de las restricciones de financiamiento	76
4.3.5.	Efectos de las indivisibilidades de la capacidad de generación	78
4.3.6.	Efectos de un pago por capacidad	79
4.4.	Resultados para el oligopolio	83
4.4.1.	El caso base	84
4.4.2.	Efecto de las restricciones de financiamiento	85
4.4.3.	Efectos de un pago por capacidad	87
4.5.	Resultados relevantes	91
5.	Conclusiones y recomendaciones	102
A.	Tablas de resultados	107



Capítulo 1

Introducción

El problema de inversión en capacidad de generación consiste en encontrar el tamaño y tipo de las unidades que se deben construir en un horizonte de tiempo para abastecer la demanda de energía eléctrica a costos eficientes. Tradicionalmente, con la demanda proyectada y los costos de inversión se debe encontrar el parque generador de mínimo costo para abastecer la demanda en el horizonte de tiempo considerado. El horizonte considerado está entre 15 y 30 años.

Inicialmente este problema se resolvía en el marco de una industria verticalmente integrada, en donde una sola entidad se encargaba de generar, transmitir y distribuir la energía eléctrica. En una industria vertical, el planificador central se encarga de hacer las inversiones necesarias para abastecer la demanda y los costos son trasladados directamente hacia los usuarios. A pesar de los desarrollos tecnológicos que se lograron bajo la estructura vertical, se argumentó que este modelo ya no era viable debido a que básicamente un monopolio no tiene incentivos para ser eficiente. En muchos países se encontraron una serie de ineficiencias lo que motivó la introducción de competencia en el sector electricidad, una discusión detallada se puede encontrar en [Joskow \(1999\)](#).

En el caso peruano, a comienzos de la década de los noventa el sector electricidad tenía serios problemas; por ejemplo, la oferta solo representaba 74 % de la demanda y las tarifas solo cubrían el 23 % de los costos. Ello dio pie al inicio de una serie de reformas estructurales en el sector eléctrico peruano, ver [Dammert et al. \(2005a\)](#). Estos hechos dieron paso a la Ley de Concesiones Eléctricas, promulgada en el año 1992, que establece el marco normativo para generar competencia en el mercado eléctrico peruano. Con la introducción de la competencia, la capacidad de generación ya no es planificada de manera centralizada sino que los inversionistas deciden la construcción de nuevas centrales según los posibles beneficios futuros que le pueda generar entrar en el negocio.

A pesar de las mejoras reportadas a partir de la introducción de competencia en el mercado, la inversión en infraestructura ha sido el problema recurrente con este nuevo esquema, ver [Dammert et al. \(2005a\)](#). En los últimos años se ha evidenciado que la oferta de generación no ha crecido al ritmo esperado para mantener un adecuado margen de reserva en el sistema, una discusión sobre el tema se puede ver en [De la Cruz y García \(2002\)](#) y en [De la Cruz y Bendezú \(2012\)](#). Ante esto el Estado Peruano ha intervenido en el mercado mediante subastas de proyectos de generación con precios garantizados que permiten a los inversionistas recuperar sus costos con una tasa de retorno atractiva. Por otro lado,

actualmente la composición de tecnologías para el abastecimiento de la demanda de electricidad presenta diferencias con una composición óptima. En general, se conoce que la demanda base, aquella que está presente el 100 % del tiempo, debe ser suministrada por una central de alto costo fijo y bajo costo variable. En el caso peruano, la demanda base debería ser suministrada por unidades hidroeléctricas; no obstante, en los últimos años parte de la demanda de base es suministrada por unidades a gas de ciclo combinado.

Los hechos comentados podrían ser ocasionados por los siguientes motivos:

- Restricciones de recursos: no siempre se tienen disponibles los recursos como fuentes de agua, gas, diésel o carbón.
- Restricciones de tiempos de construcción: cada planta de una tecnología en particular requiere de un tiempo para ser construida, este tiempo puede variar entre 4 y 8 años dependiendo del tipo de tecnología.
- Restricciones presupuestarias: no siempre es fácil obtener financiamiento para la construcción de capacidad de generación dado que los costos de inversión son bastante altos. Esto puede obligar a construir aquella que requiere menos costo de inversión así no sea la decisión óptima.
- Problemas de la regulación: la forma de remunerar a las compañías de generación podría no incentivar la inversión necesaria en capacidad de generación.
- Indivisibilidades de las unidades de generación: que son características técnicas que impiden su utilización por debajo de un cierto nivel o cantidad mínima.

En este contexto, el uso de modelos matemáticos permite evaluar el desarrollo de la inversión en capacidad de generación, así como encontrar el parque generador que maximice el bienestar social. Los modelos matemáticos para el análisis de la expansión de la generación se remontan a cuando la industria era verticalmente integrada. Hasta mediados de 1960 la expansión de la generación era de alguna manera en forma directa; cuando la demanda empezó a crecer rápidamente e ingresaron nuevas tecnologías, la toma de decisiones se volvió más compleja. Fue así que surgieron los primeros modelos matemáticos para optimizar la expansión de la generación; dichos modelos deben encontrar el tamaño, el tiempo y el tipo de tecnología de las unidades de generación para el horizonte de tiempo considerado. Diversas técnicas han sido propuestas para la solución del problema de la expansión de la generación pasando por la programación dinámica, programación lineal, programación lineal entera mixta y programación no lineal, una recopilación detallada puede encontrarse en [IAEA \(1984\)](#).

Posteriormente cuando las decisiones de inversión en generación se descentralizaron, el problema ya no era un problema de planificación sino de inversión. Las decisiones son tomadas por los inversionistas en base a la rentabilidad del mercado. En este contexto los modelos matemáticos deben encontrar el o los equilibrio de Nash de los problemas de optimización que generan los agentes del mercado eléctrico. En la literatura se han propuesto diversos modelos enmarcados en la teoría de complementaridad, véase [Pineau y Murto \(2003\)](#); [Dammert et al. \(2005b\)](#); [Ehrenmann y Smeers \(2011\)](#); [Centeno et al. \(2011\)](#); [Wogrin et al. \(2013\)](#). Esta teoría permite integrar la programación lineal, los problemas de equilibrio y la programación multinivel. Particularmente los problemas de complementaridad son

adecuados para modelizar la interacción de los agentes en el mercado, como puede verse en [Gabriel et al. \(2013\)](#).

En este trabajo se plantean modelos matemáticos para analizar el problema de inversión en capacidad de generación del mercado eléctrico peruano y a partir de los resultados se intenta explicar los determinantes de las distorsiones en el mercado. Dicho análisis se basa en el planteamiento de modelos de equilibrio parcial (problemas de optimización) y modelos de juego secuencial (problemas de complementariedad), que simulan la inversión en capacidad en el mercado peruano. Se aplica los modelos propuestos al caso peruano para distintos casos y se compara con la composición del parque generador actual. Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones respectivas.

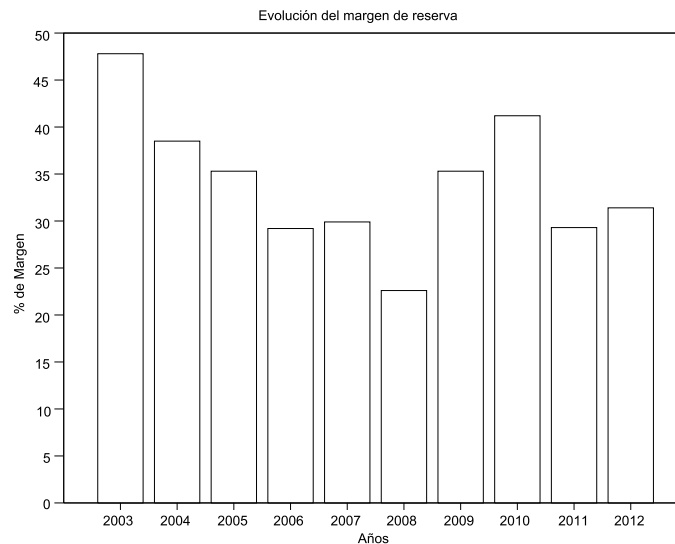
1.1. Hechos estilizados

Como hechos estilizados del problema de inversión en capacidad de generación en el Perú se pueden destacar los siguientes:

- Disminución del margen de reserva en el tiempo.
- Subastas realizadas por el estado garantizando el ingreso de las compañías de generación.
- Abastecimiento gradual de parte de la demanda base por centrales a gas.

Respecto a la disminución del margen de reserva, entre los años 2009 y 2012 se ha registrado que el margen de reserva operativo ha sido prácticamente nulo y en ocasiones se ha recurrido al racionamiento de la demanda. En la Figura 1.1 se muestra la evolución del margen de reserva para el sistema peruano en el periodo 2002 - 2012. Se puede observar que el margen disminuye progresivamente teniendo el punto más bajo en el año 2008, a partir del año 2009 este margen aumenta debido al ingreso de unidades térmicas a gas. No obstante, este margen de reserva en la práctica puede ser menor debido a la disponibilidad de agua en los reservorios y a que algunas unidades térmicas no pueden aportar el total de su capacidad y se ha registrado déficit de capacidad de generación.

Figura 1.1: Evolución del margen de Reserva 2003 - 2012.



Fuente: Osinergmin.

Ante la falta de iniciativa privada para generar nuevas inversiones en reserva y capacidad de generación, el Ministerio de Energía y Minas ha recurrido a licitaciones para mantener el balance entre la oferta de capacidad y la demanda de electricidad. En la Tabla 1.1 se muestra el resumen de centrales licitadas y en la Tabla 1.2 se muestra el resumen de la reserva de generación licitada. Se puede observar se ha licitado un total de 2250 MW para poder abastecer la demanda en los próximos años, dichas licitaciones garantizan el ingreso de las compañías adjudicadas y con ello el ingreso de las compañías se encuentran libre de riesgo. De la misma manera, se ha licitado un total de 1040 MW de reserva fría de generación. Las cantidad de capacidad de generación licitada representa aproximadamente el 40% de la demanda para el año 2012, está es una intervención importante del Estado y evidencia la falta de incentivos del mercado para solucionar el problema de déficit de capacidad.

Tabla 1.1: Proyectos de generación adjudicados por Proinversión 2011 - 2013.

Proyecto	Capacidad (MW)
Chaglla	450
Cerro del Aguila	500
Molloco	300
Nodo Energético del Sur	1000

Fuente: Proinversión.

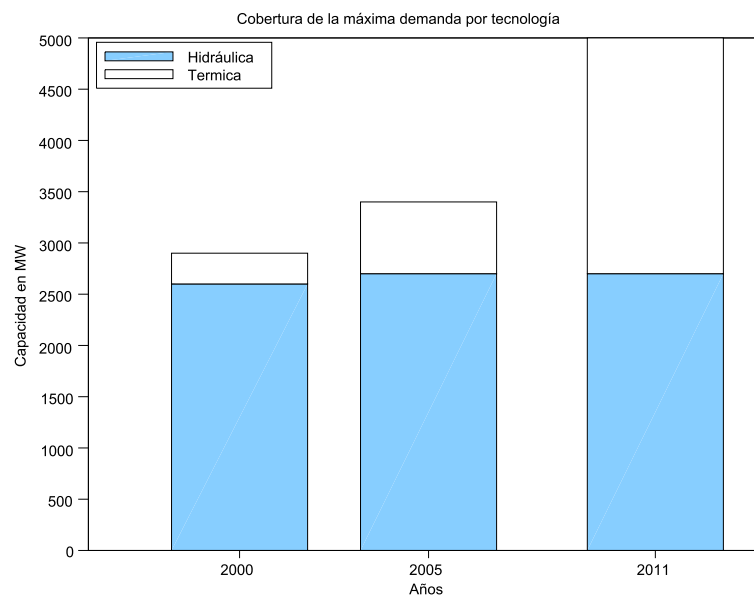
Tabla 1.2: Proyectos de reserva de generación adjudicados por Proinversión 2010 - 2013.

Proyecto	Capacidad (MW)
Pucallpa	35
Puerto Maldonado	35
Eten	200
Talara	175
Ilo	600

Fuente: Proinversión.

Respecto al ingreso gradual de unidades térmicas, se puede mencionar que a partir del año 2008 ingreso una nueva tecnología al parque generador: la generación a Gas. Este hecho hizo que haya una nueva composición del parque generador óptimo que incluiría una cuota de producción para esta nueva tecnología. En la Figura 1.2 se presenta la evolución del suministro de electricidad clasificado por unidades hidráulicas y unidades térmicas. Mientras en el año 2000 el 90 % de la demanda era abastecida por unidades hidráulicas, para el año 2011 el 50 % de la demanda del sistema es suministrada por unidades térmicas.

Figura 1.2: Evolución del suministro de la demanda por fuente de energía.



Fuente: Osinergmin

A partir de la construcción de la curva de duración de la demanda, se puede notar que parte de la demanda base está siendo suministrada por unidades a gas. Ello puede sugerir que parte de la producción de unidades a gas podría ser reemplazada por unidades

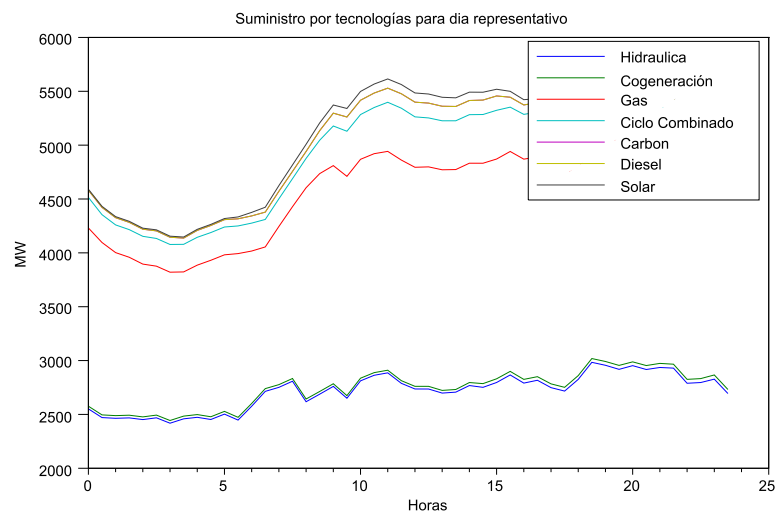
1.1 Hechos estilizados

6

hidráulicas. En la Figura 1.3 se muestra la curva de demanda para un día representativo del periodo de avenida del año 2014, se seleccionó este periodo debido a que no se tendrían restricciones de recursos en los embalses de las unidades hidráulicas. Se puede observar que al menos 1500 MW de la demanda base es suministrada por unidades a gas de ciclo combinado.

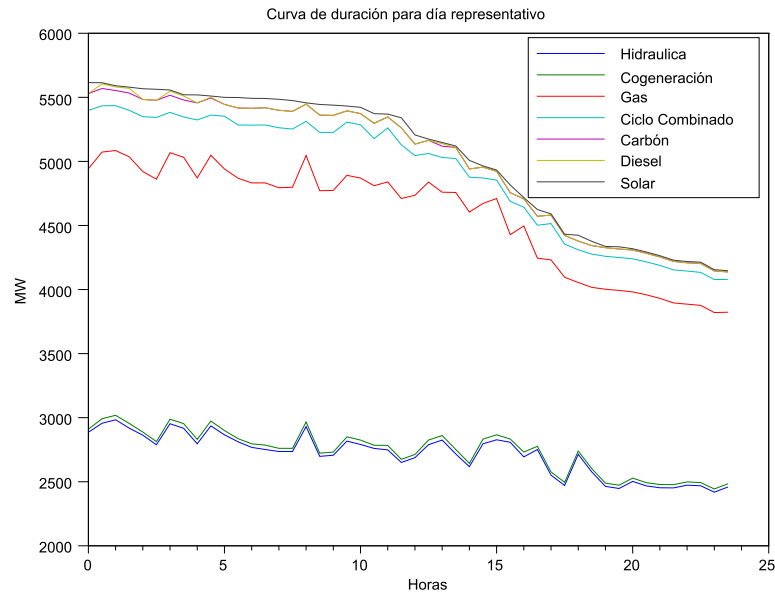
En la Figura 1.4 se muestra la curva de duración del día representativo analizado, en donde se ordenan las demandas en el día de mayor a menor. Se puede observar que la demanda de base está conformada tanto por unidades hidráulicas y a gas de ciclo combinado mientras que el resto de tecnologías no opera el 100% del tiempo.

Figura 1.3: Abastecimiento de la demanda por tecnologías para el periodo de avenida 2014.



Fuente: COES.

Figura 1.4: Curva de duración para el periodo de avenida 2014.



Fuente: COES.

A priori, la curva de duración indica que se podría conseguir un parque generador que obtenga un menor costo de operación y de inversión; esto se debe justificar encontrando el parque generador que maximice el bienestar social y comparándolo con el parque generador actual. Los hechos estilizados presentados motivan realizar un análisis minucioso de la capacidad de generación en el mercado eléctrico peruano y a partir de dicho análisis recomendar políticas para alcanzar un mayor bienestar social.

1.2. Objetivos

Los objetivos de la presente tesis son los siguientes:

- Proponer modelos matemáticos para el análisis de inversión en capacidad de generación para un planificador central, un monopolio y un oligopolio; incorporando restricciones de tiempo de vida útil, restricciones financieras así como las indivisibilidades.
- Aplicar los modelos propuestos al caso peruano y determinar mediante simulaciones cuales son las restricciones que tienen mayor influencia sobre la inversión en capacidad de generación.
- A partir de los resultados encontrados por los modelos y el análisis efectuado realizar recomendaciones de política.

1.3. Estructura de la tesis

La presente tesis está comprendida en cinco capítulos, siendo el primer capítulo una introducción que presenta el problema, los hechos estilizados y los objetivos. El resto de capítulos se organiza de la siguiente manera:

- En el Capítulo 2 se hace una revisión bibliográfica de los conceptos necesarios para entender el problema de inversión en capacidad de generación de energía eléctrica; se revisa la teoría de la inversión en capacidad de generación, la operación el mercado de electricidad, se presenta el modelo *Peak Load Pricing* y finalmente se presenta una introducción a la teoría de complementaridad.
- En el Capítulo 3 se hace el planteamiento de los modelos que permiten analizar el problema de inversión en capacidad de generación; aquí se plantean modelos dinámicos para tres casos: un planificador central, un monopolio y un oligopolio.
- En el Capítulo 4 se presentan la aplicación de los modelos propuestos al caso peruano.
- Finalmente en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones del presente trabajo, y las recomendaciones que estas generan.

Capítulo 2

Marco teórico

El modelamiento del problema de inversión en capacidad de generación requiere representar a las compañías de generación, el operador del mercado, los consumidores y el planificador central. En ese sentido, en este capítulo se presentan los conceptos necesarios para modelizar a los agentes y su interacción en el mercado.

Primero, en la sección 2.1 se presenta el problema del inversionista en capacidad de generación, se discute sobre los costos y los factores que afectan su decisión. Inicialmente se usa el enfoque tradicional de la evaluación financiera de proyectos; ello exige un cálculo exhaustivo de cada alternativa de inversión. Luego se presenta un modelo básico del inversionista que permite utilizar técnicas de optimización para obtener soluciones.

En la sección 2.2 se presenta el problema del operador del mercado de electricidad, aquí se describe las características del mercado en su forma más común: un *Pool*. El operador del mercado se encarga de agrupar las ofertas de las compañías de generación y determina los precios de electricidad en cada nivel de demanda de modo que se maximice el bienestar social. Asimismo, se presenta la formulación matemática del problema del operador.

En la sección 2.3 se describen las principales características de los consumidores así como la representación de la demanda que será utilizada en los modelos propuestos. En particular, se representa el comportamiento inelástico de los consumidores y se modela la posibilidad de un racionamiento por encima de un precio conocido como valor de pérdida de carga (*VOLL*), este racionamiento permite modelizar la falta de suministro en el mercado.

En la sección 2.4 se presenta el modelo del planificador social, también conocido como el modelo *Peak Load Pricing*. Este modelo es la parte normativa del problema de inversión en capacidad de generación en donde un planificador central determina la capacidad y precios que maximizan el bienestar social para proveer un bien que no puede almacenarse eficientemente. Se generaliza el trabajo de [Wenders \(1976\)](#) a un modelo estático con varias tecnologías y se demuestra que el problema es equivalente a la minimización de los costos. Asimismo, se demuestra que existe equilibrio financiero y se encuentran los precios óptimos. Por último, se hace una discusión sobre las diferencias de los precios obtenidos por el modelo propuesto y los precios obtenidos por el operador del mercado *Spot*.

En las secciones 2.5 y 2.6 se presenta el marco de análisis de la competencia de los agentes en el mercado bajo los enfoques de la teoría de juegos y la teoría de complementariedad. La

teoría de juegos presenta un enfoque económico del problema de la competencia; la teoría de complementaridad trata problemas de ecuaciones e inecuaciones que muchas veces surgen de problemas de equilibrio; esta teoría es la base para la formulación de los modelos del siguiente capítulo.

Finalmente, en la sección 2.5 se hace una revisión bibliográfica del estado del arte de los modelos para el análisis de la inversión en capacidad de generación.

2.1. Inversión en capacidad de generación

Las decisiones de inversión en capacidad de generación se toman en función de los beneficios esperados durante el tiempo de vida de los proyectos en análisis. Para ello los inversionistas realizan cálculos financieros para evaluar si el proyecto en estudio es rentable y si tienen un retorno lo suficientemente atractivo para decidir entrar en el negocio, ver [Kirschen y Strbac \(2004\)](#). Dicha evaluación financiera resulta computacionalmente tediosa, debido a que las inversiones en capacidad de generación tienen un alto componente de incertidumbre y ciertos factores técnicos como los siguientes:

- Incertidumbre en la evolución de los precios de los combustibles.
- Incertidumbre en la evolución de la demanda de electricidad.
- Cambios en los costos de construcción.
- Acceso a nuevas tecnologías por parte de los inversionistas.
- Cambios en la estructura de tasas de interés y el entorno socio-económico.
- Indivisibilidades de las unidades de generación.

En este trabajo, la incertidumbre del inversionista se considera dentro de su costo de oportunidad sin entrar en detalles de los cálculos asociados, una excelente referencia para modelizar la incertidumbre se puede encontrar en [Kall y Wallace \(1995\)](#). En adelante, se presenta la teoría de la inversión para el caso determinístico.

Para la evaluación financiera de un proyecto de generación se deben analizar los costos involucrados. Los costos en proyectos de generación están dados por dos componentes: los costos fijos CF y los costos variables CV . Los costos fijos constan del costo de la inversión CI sumado al costo de operación y mantenimiento $COyM$.

$$CF = CI + COyM \quad (2.1)$$

El costo de la inversión no es necesariamente igual al costo del proyecto CP , pues el dinero se tiene que dar al comienzo del proyecto. Dado los elevados costos involucrados en la construcción de centrales, los inversionistas usualmente disponen de un capital K , donde $K < CP$, el resto del dinero es financiado con una deuda D , que es dinero prestado por bancos o consorcios a una tasa de interés i que depende del tiempo de duración del proyecto y del riesgo del proyecto asociado a las incertidumbres del futuro.

$$CP = K + D \quad (2.2)$$

2.1 Inversión en capacidad de generación

Entonces el costo de inversión sería igual al capital puesto por el inversionista más el costo de la deuda.

$$CI = K + CD \tag{2.3}$$

Dentro de los costos anuales del inversionista está el pago de la deuda CD a una tasa de interés i sumado a los costos de operación y mantenimiento $COyM$. La anualidad del costo de la deuda CD_t depende del tiempo de vida T del proyecto, de la tasa i y de la cantidad prestada D según la siguiente expresión:

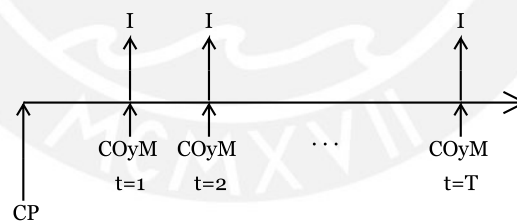
$$D = \frac{CD_t}{(1+i)} + \frac{CD_t}{(1+i)^2} + \dots + \frac{CD_t}{(1+i)^T} \tag{2.4}$$

Por otro lado, los costos variables CV están dados por el costo por el consumo del tipo de combustible que utiliza una tecnología en particular. El costo total CT que el inversionista incurre anualmente está dado por la siguiente expresión:

$$CT = K + CD + COyM + CV \tag{2.5}$$

Los flujos de dineros a lo largo del tiempo se presentan en la Figura 2.1. En el primer periodo se hace la inversión y en el resto de periodos se tiene un flujo de ingresos por la venta de electricidad y los costos de operación y mantenimiento. Asimismo se considera que dentro de los gastos en cada periodo se encuentra el pago de la deuda adquirida para el financiamiento del proyecto.

Figura 2.1: Diagrama de flujo de caja para el inversionista.



Fuente: elaboración propia.

Los beneficios de los generadores están dados por los ingresos menos los costos. Los ingresos se derivan de la venta de electricidad y adicionalmente puede existir un pago por capacidad dependiendo de la regulación del país en particular. Dependiendo del mercado en particular se pueden hacer predicciones de los precios y remuneraciones por otros conceptos a partir de los cuales se pueden calcular los ingresos esperados para el periodo del proyecto. El método tradicional consiste en obtener la tasa interna de retorno (TIR) asociada a los flujos de caja del proyecto en estudio, ver [Sullivan et al. \(2014\)](#). La tasa interna de retorno es aquella tasa que vuelve cero el valor presente de los flujos de caja $F_0, F_1 \dots F_n$ del proyecto. Si el valor de la tasa interna de retorno es r y el tiempo de vida del proyecto es n , entonces se cumple lo siguiente:

2.1 Inversión en capacidad de generación

12

$$VP = F_0 + \frac{F_1}{(1+r)^1} + \dots + \frac{F_n}{(1+r)^n} = 0 \quad (2.6)$$

Entonces el proyecto será viable para el inversionista si su tasa interna de retorno r excede su tasa de retorno mínima aceptable r_{min} , que representa su costo de oportunidad.

$$r \geq r_{min} \quad (2.7)$$

Finalmente, el inversionista elige dentro del portafolio de proyectos viables aquel que tenga mayor tasa interna de retorno.

Otro método consiste en utilizar técnicas de optimización. El inversionista maximiza sus beneficios para el tiempo de vida de un portafolio de proyectos, lo que está dado por el valor presente de sus ingresos $VP(I)$ menos el valor presente de sus costos $VP(C)$. El inversionista está sujeto a que sus beneficios Π deben superar su costo de oportunidad $\bar{\Pi}$ y a que no puede exceder su restricción de capital. Luego este problema puede ser representado por el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \Pi = VP(I) - VP(C) \\ &\text{Sujeto a:} \\ &\quad \Pi \geq \bar{\Pi} \\ &\quad K \leq \bar{K} \end{aligned} \quad (2.8)$$

El espacio de decisión para el inversionista está dado por todos aquellos proyectos que superen su costo de oportunidad y dentro de este espacio elegirá aquel o aquellos negocios que le genere más rentabilidad. Es importante resaltar que con este enfoque no se debe considerar los costos de oportunidad dentro de los costos del inversionista debido a que ya se toma en cuenta dentro de la restricción del problema. Este enfoque es especialmente útil ya que la decisión de entrar a un negocio es una decisión discreta (variable binaria) y mediante la restricción del costo de oportunidad es posible modelizar la entrada del inversionista.

Es posible reducir el modelo anterior si se utiliza la tasa mínima de retorno aceptable, la cual representa el costo de oportunidad del inversionista. Entonces, si se utiliza la tasa de retorno mínima aceptable del inversionista para actualizar los costos a valor presente, se puede utilizar el valor de $\bar{\Pi} = 0$ y eliminar la restricción de que el beneficio debe ser no negativo.

Para mostrar el enfoque anterior considérese el siguiente ejemplo tomado de [Kirschen y Strbac \(2004\)](#). Syldavia Energy está explorando la posibilidad de construir una nueva planta de 600MW. Dado los parámetros de la Tabla 2.1 se debe hallar que tecnología debería adoptar Syldavia energy, asumiendo que la planta tendría un factor de utilización de 0.8 y vendería su producción a un precio promedio de 30\$/MWh. Syldavia Energy usa una tasa de retorno mínima aceptable de 12%.

Utilizando la tasa de retorno mínima aceptable, se normaliza $\bar{\Pi} = 0$ y además se supone que no hay restricciones de capital. El problema debe tener en cuenta que solo se va a construir una planta. Entonces, sea S el conjunto de tecnologías $S = \{A, B\}$, g_s la

Tabla 2.1: Parámetros de las tecnologías.

	Tecnología A	Tecnología B
Costo de inversión	1100 \$/kW	650 \$/kW
Tiempo de vida esperado	30 años	30 años
Consumo calorífico	7500 Btu/kWh	6500 Btu/kWh
Costo de combustible esperado	1.12 \$/Mbtu	2.75 \$/Mbtu

Fuente: Kirschen y Strbac (2004).

producción de cada tecnología y w_s las variables de decisión que representan el número de unidades que se construye por cada tecnología; el modelo del inversionista es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar } g_s, w_s \quad \sum_{t=1}^{30} \sum_{s \in S} \frac{1}{(1 + 12\%)^t} \cdot 0,8 \cdot 8760 \cdot g_s \cdot (30 - CV_s) - \sum_{s \in S} CF_s \cdot w_s \\
 &\text{Sujeto a:} \\
 &\quad w_A + w_B \leq 1 \\
 &\quad g_A \leq 600 \cdot w_A \\
 &\quad g_B \leq 600 \cdot w_B \\
 &\quad g_s \geq 0, \forall s \in S \\
 &\quad w_s \in \{0, 1\}, \forall s \in S
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Utilizando los datos de la Tabla 2.1 se obtiene los parámetros del modelo y se presentan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Costos de las tecnologías.

	Tecnología A	Tecnología B
Costos fijos	660 000 miles \$	390 000 miles \$
Costos variables	8.4 \$/MWh	17.875 \$/MWh

Fuente: elaboración propia.

El problema resultante es un problema de programación lineal entera mixta y se puede utilizar un solver para encontrar la respuesta. En este caso la respuesta se encontró con el solver CPLEX; se obtuvo que $w_A^* = 1$ y $g_A^* = 600$; el inversionista elige invertir en la tecnología A. se puede verificar que si el precio de la electricidad cae debajo de 27.89 \$/MWh el inversionista decide no invertir, para este valor se consigue una tasa interna de retorno de la tecnología A de 12% que es la mínima aceptable por el inversionista. En este caso el inversionista también decide su producción; no obstante, en un mercado la producción es decidida por un planificador central como se verá en la siguiente sección.

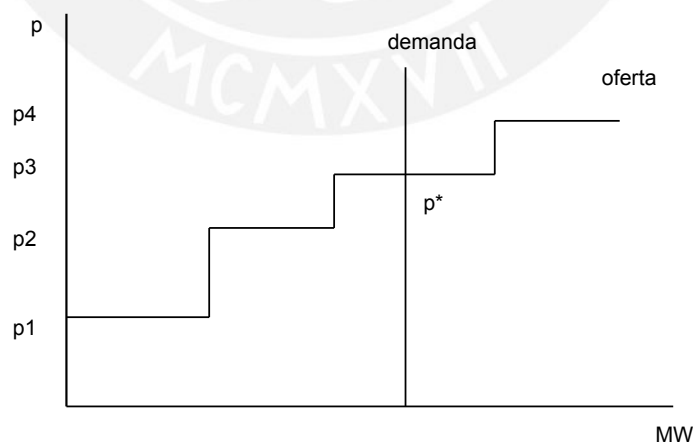
2.2. Operación del mercado eléctrico

Un mercado de electricidad tiene características muy particulares, entre las principales se citan las siguientes:

- La electricidad no puede ser almacenada en grandes cantidades a un bajo costo. Esta se debe producir al momento en que desea consumirse.
- La oferta de electricidad siempre es igual a la demanda en cada instante, de otra forma el sistema no puede operar adecuadamente por problemas técnicos.
- La demanda de electricidad varía constantemente a lo largo del día, en horas del día se tiene un bajo consumo mientras que en la noche se tiene una gran demanda de electricidad hasta que disminuye en las horas de madrugada en que hay poco consumo.

Debido a estas razones, los mercados de electricidad se administran de forma centralizada por un operador del mercado (*market operator*) lo que se conoce como un *pool*. En un *pool* las compañías de generación remiten sus ofertas al operador del mercado y este forma la curva de oferta ordenando las ofertas de menor a mayor. El operador determina el precio y la producción de cada generador interceptando la curva de oferta y la curva de demanda, tal y como se muestra en la Figura 2.2. La curva de demanda se puede considerar inelástica. Finalmente, se le remunera a cada generador el precio de equilibrio encontrado que representa el costo marginal del sistema.

Figura 2.2: Equilibrio del mercado *Spot*.



Fuente: [Kirschen y Strbac \(2004\)](#).

La formulación matemática del problema del operador es la siguiente, ver [Wood y Wollenberg \(1992\)](#); [Kirschen y Strbac \(2004\)](#):

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && \sum_{k \in G} p_k \cdot g_k \\
 &\text{Sujeto a:} && \\
 &&& \sum_{k \in G} g_k = d && (2.10) \\
 &&& g_k \leq \bar{g}_k && \forall k \in G \\
 &&& g_k \geq 0 && \forall k \in G
 \end{aligned}$$

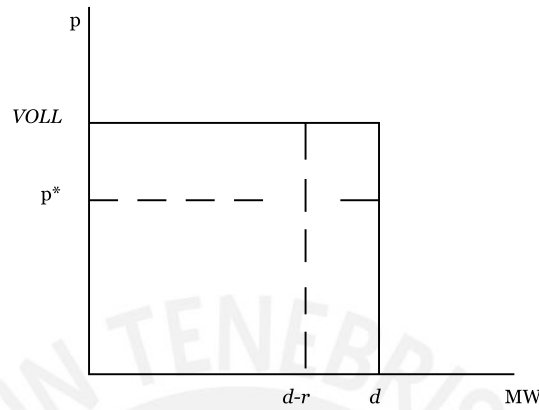
En este problema, G es el conjunto de generadores disponibles que pueden abastecer la demanda. Los parámetros p_k representan los precios remitidos por cada compañía de generación, \bar{g}_k es la capacidad de generación cada unidad $k \in G$ y d es la demanda que se debe suministrar. Las variables de decisión del operador del mercado son g_k y como parte de la solución está la variable dual de la restricción de demanda que representa el costo marginal de suministrar un MW adicional de demanda. Los usuarios deben pagar dicho costo marginal por la electricidad que consumen.

En el mercado eléctrico peruano existe una variación del esquema presentado, pues los precios ofertados p_k no son variables de decisión de las compañías de generación sino que se utilizan los costos variables de cada unidad CV_k , adicionalmente se remunera un pago por capacidad que se verá en la sección 2.4. En cualquier caso, la producción de cada generador es decidida por el operador del mercado.

2.3. La demanda de electricidad

La demanda de energía eléctrica es variable a lo largo del día, dicha demanda tiene un componente periódico debido a los ciclos de consumo de la demanda residencial y una tendencia correspondiente al crecimiento de la actividad económica. Para cada momento del día existe una curva de demanda de los consumidores; existe evidencia empírica para suponer que esta curva de demanda es prácticamente inelástica debido a que la mayoría de consumidores finales enfrenta una tarifa plana por la energía que consumen. Para fines prácticos, la curva de la demanda en cada nivel se puede representar adecuadamente por un tramo inelástico y un tramo completamente elástico según la Figura 2.3, para mayores detalles ver [Pérez-Arriaga \(2013\)](#).

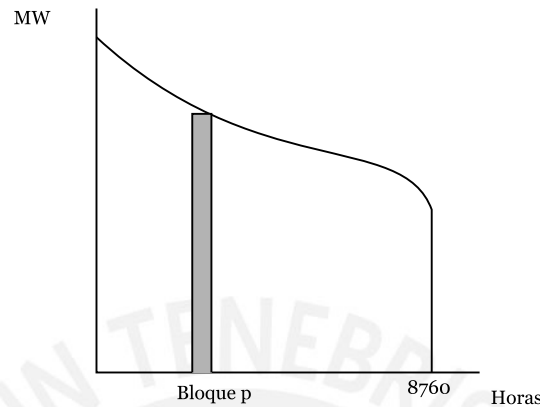
Figura 2.3: Curva de demanda para un determinado momento del día.



Fuente: Capítulo 2, Pérez-Arriaga (2013)

El tramo inelástico representa la demanda de los consumidores sin racionamiento, la cual es fija independientemente del precio de la electricidad p^* . En el tramo elástico, el precio de la energía alcanza un valor de modo que por encima de este valor los consumidores no están dispuestos a consumir, dicho valor es conocido como el valor de pérdida de carga ($VOLL$). A partir de este valor se produce un racionamiento de la demanda r que depende de la curva de oferta del mercado. Entonces, existen dos posibilidades: si la curva de oferta en el nivel dado intercepta el tramo elástico entonces puede existir un racionamiento r y el precio de la energía es igual al $VOLL$, si la curva de oferta intercepta el tramo inelástico no existe racionamiento y el precio p^* está determinado por el operador del mercado. Si los valores de la demanda para los tramos inelásticos se ordenan de mayor a menor para el periodo de un año, se obtiene la curva de duración anual, ver la Figura 2.4.

Figura 2.4: Curva de duración anual.



Fuente: Wood y Wollenberg (1992)

Matemáticamente, la curva de duración puede ser modelizada por un conjunto de bloques discretos o niveles de demanda D , en cada punto de la curva se tiene un nivel de demanda d_j y un número de horas de duración τ_j asociado. En la siguiente sección se utilizará dicha formulación para encontrar el parque generador óptimo en un contexto estático.

2.4. El modelo *Peak Load Pricing*

El modelo *Peak Load Pricing* fue propuesto inicialmente por Boiteaux (1960) y fue desarrollado para resolver el problema relacionado a la provisión de un bien que tiene las siguientes características:

- Altos costos de almacenamiento.
- Demanda variable a lo largo de un periodo.
- Restricciones para aumentar la capacidad de producción en el corto plazo.
- Los costos fijos son mucho más altos comparados con los costos variables.

El modelo *Peak Load Pricing* permite encontrar la capacidad, producción y precios óptimos para proveer un bien con las características anteriores de tal forma que se maximice el bienestar social.

Desde el punto de vista práctico, el riesgo asociado al dejar el desarrollo de la generación en manos del mercado es muy grande. Por ello, los inversionistas usualmente se ven desalentados a invertir en capacidad de generación debido a la volatilidad de los precios de electricidad (*price spikes*) y las incertidumbres asociadas. En varios países se ha llegado a la conclusión de que en vez de pagar altas cantidades de dinero inducidas por los *price spikes* es preferible pagar un menor monto de una manera regular.

Los ingresos por capacidad son ingresos fijos separados de los ingresos obtenidos en el mercado de electricidad, estos pagos deben ser proporcionales a la capacidad de cada generador. Los pagos por capacidad deben cubrir por lo menos parte del costo del capital de aquellas unidades de generación que raramente operan (*peak units*) y de esta forma se logran precios moderados en el mercado de electricidad.

En el caso del sistema eléctrico peruano la tarifa incluye un pago por capacidad denominado precio básico de potencia. El precio básico de potencia se calcula en base a los costos de inversión y mantenimiento de la última central en suministrar la máxima demanda proyectada para los siguientes dos años. A continuación se presenta el planteamiento básico del modelo *Peak Load Pricing*.

2.4.1. Modelo básico para una tecnología

El modelo básico considera que la demanda de electricidad está dividida en niveles de demanda $j = 1 \dots D$ que representan la demanda variable a lo largo del día. Cada bloque de demanda tiene una duración τ_j horas. Supongamos que la demanda tiene que ser abastecida por una planta con capacidad \bar{g} en MW. El costo variable de la energía es de CV (\$/MWh) y que el costo por unidad de capacidad es de CF (\$/MW). El costo total de la empresa es el siguiente:

$$C = \sum_{j=1}^D \tau_j \cdot CV \cdot g_j + CF \cdot \bar{g} \quad (2.11)$$

El bienestar social está dado por:

$$W = \sum_{j=1}^D \tau_j \cdot \int_0^{g_j} p_j(g_j) dg_j - \sum_{j=1}^D \tau_j \cdot CV \cdot g_j - CF \cdot \bar{g} \quad (2.12)$$

Los precios en cada nivel de demanda que maximizan el bienestar social cumplen con las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial W}{\partial g_j} = p_j - CV = 0 \quad (2.13)$$

Para la máxima demanda $g_j = \bar{g}$:

$$\frac{\partial W}{\partial g_j} = p_j - CV - CF/\tau_j = 0 \quad (2.14)$$

Luego los precios en horas fuera de punta reflejan el costo marginal $p_j = CV$ mientras que en horas punta $p_j = CV + CF/\tau_j$ incluye un pago adicional por capacidad.

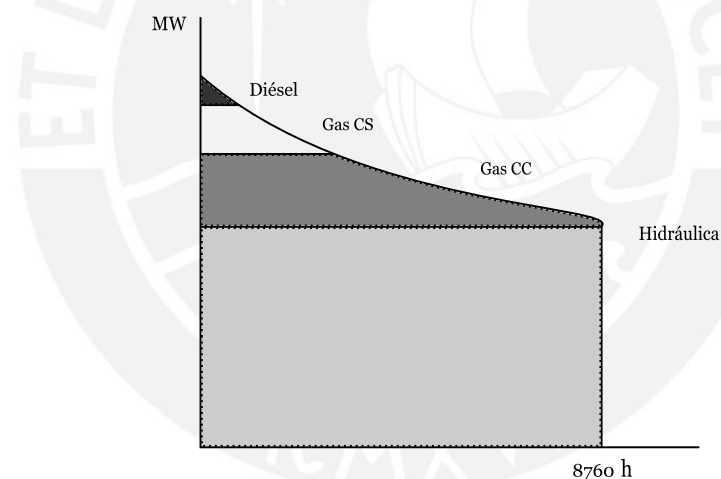
2.4.2. Modelo estático para tecnologías heterogéneas

En esta sección se generaliza el modelo propuesto por [Wenders \(1976\)](#) cuando se tiene varias tecnologías. Dado que los consumos de energía a lo largo del día no son iguales, es más eficiente que el abastecimiento de la demanda sea suministrado por una composición óptima de tecnologías, tal y como se muestra en la [Figura 2.5](#).

Para encontrar la capacidad óptima de cada tecnología se hacen dos supuestos. El primer supuesto consiste en que la demanda se mantiene constante de forma indefinida, por lo que siempre se tendrá que hacer frente a la misma curva de duración. El segundo supuesto consiste en que el costo de inversión es amortizado en cada año de su tiempo de vida útil y en caso de que termine el tiempo de vida útil de alguna unidad, se realizará nuevamente la misma inversión. Según lo anterior, todos los años se incurre en la misma anualidad de forma indefinida, sin importar el tiempo de vida útil de cada tecnología.

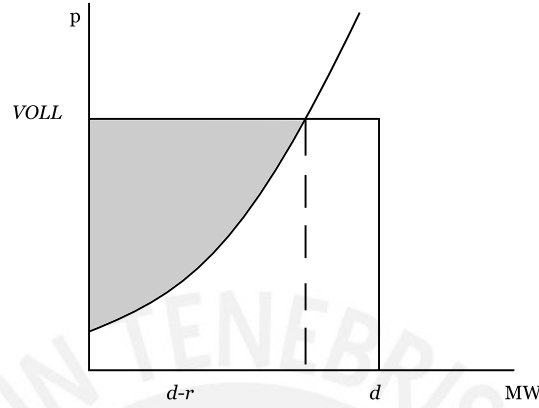
A partir de los dos supuestos formulados se plantea el problema para solo la curva de duración de un año y el resto de años sería la repetición de la solución encontrada. Entonces sea S el conjunto de tecnologías, a cada tecnología le corresponde un costo fijo anual CF_s (\$/MW - año) dado por la anualidad de la inversión sumado al costo de operación y mantenimiento anual. Asimismo, a cada tecnología le corresponde un costo variable CV_s (\$/MWh).

Figura 2.5: Composición óptima para una curva de duración dada.



Fuente: [Dammert et al. \(2010\)](#)

La demanda se discretiza en un conjunto de niveles D según lo explicado en la sección 2.3, a cada nivel le corresponde una demanda inelástica d_j y racionamiento r_j , donde $j \in D$; el costo de no suministrar energía está dado por $VOLL$ (\$/MWh). La curva de demanda para cada nivel $j \in D$ se muestra en la Figura 2.6. La demanda suministrada está dada por $d_j - r_j$ y el área sombreada representa el bienestar social.

Figura 2.6: Curva de demanda para el nivel $j \in D$.

Fuente: California-ISO (2004).

A continuación se demuestra que maximizar el bienestar social para la curva de demanda con racionamiento es equivalente a minimizar el costo de producción sumado al costo del racionamiento. El bienestar social para la curva de demanda está dado por la siguiente expresión:

$$W = \sum_{j \in D} \tau_j \cdot \int_0^{d_j - r_j} p(x_j) dx_j - \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s - \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} \quad (2.15)$$

Por otro lado, el área debajo de la curva de demanda está dado por la siguiente expresión:

$$\int_0^{d_j - r_j} p(x_j) dx_j = VOLL \cdot (d_j - r_j) \quad (2.16)$$

Al reemplazar la expresión anterior en el bienestar social se tiene lo siguiente:

$$W = \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot d_j - \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j - \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s - \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} \quad (2.17)$$

Adicionalmente, si se maximiza una función más una constante el problema es equivalente a maximizar solamente la función. Luego si se desea maximizar el bienestar social W se puede reducir la expresión en virtud de que los parámetros d_j son constantes:

$$\text{Maximizar } \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j - \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s - \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} \quad (2.18)$$

Finalmente, maximizar una función es equivalente a minimizar el negativo de la función, entonces maximizar el bienestar social es equivalente a minimizar el costo de producción más el costo del racionamiento:

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j + \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s + \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} \quad (2.19)$$

2.4 El modelo Peak Load Pricing

El problema del planificador central consiste en encontrar la capacidad óptima de cada tecnología \bar{g}_s , la producción de cada tecnología en cada perfil de demanda $g_{s,p}$ y el racionamiento r_j ; sujeto a la restricción de balance oferta - demanda y a las restricciones de capacidad de las plantas de tal forma que se maximice el bienestar social. La formulación matemática es la siguiente:

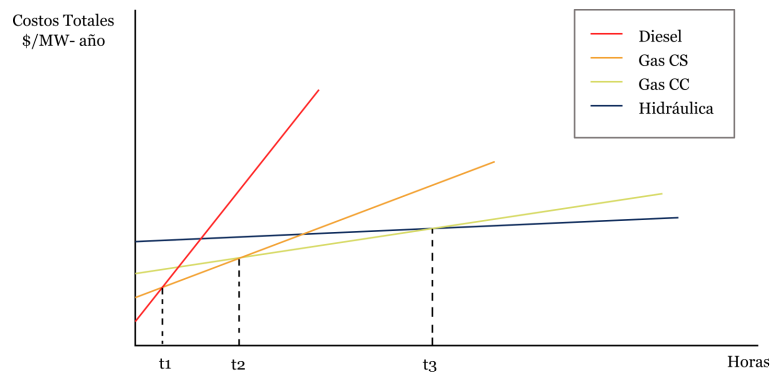
$$\text{Minimizar } \bar{g}_s, g_{s,j}, r_j \quad \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s + \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} + \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{s \in S} g_{s,j} &= d_j - r_j && \forall j \in D \\ g_{s,j} &\leq \bar{g}_s && \forall s \in S, \forall j \in D \\ g_{s,j} &\geq 0 && \forall s \in S, \forall j \in D \\ \bar{g}_s &\geq 0 && \forall s \in S \\ r_j &\leq d_j && \forall j \in D \\ r_j &\geq 0 && \forall j \in D \end{aligned} \quad (2.20)$$

Se puede demostrar que el problema anterior se puede resolver mediante las curvas de los costos de cada tecnología. En la Figura 2.7 se muestra un ejemplo con unidades Hidráulicas, a Gas en Ciclo Combinado, a Gas en Ciclo Simple y Diésel. Para un número de horas hasta el punto t_1 , proveer un MW con una unidad a Diésel es lo más barato; desde un número de horas t_1 hasta t_2 , lo más barato es proveer un MW con unidades a Gas a Ciclo Simple; desde un número de horas t_2 hasta t_3 , lo más barato es proveer un MW con unidades a Gas a Ciclo Combinado; finalmente para un número de horas mayor a t_3 lo más eficiente es proveer un MW con unidades Hidráulicas.

Figura 2.7: Curva de costos de cada tecnología



Fuente: Dammert et al. (2010).

Luego de determinar el número de horas de cada tecnología, se puede encontrar la capa-

cidad óptima por cada tecnología con la curva de duración.

2.4.3. Precios óptimos

Los precios óptimos maximizan el bienestar social, para encontrarlos se asignan variables duales al lado de cada restricción del problema del planificador central:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s + \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} + \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j \\
 &\bar{g}_s, g_{s,j}, r_j && \\
 &\text{Sujeto a:} && \\
 &&& \sum_{s \in S} g_{s,j} + r_j = d_j : p_j \cdot \tau_j && \forall j \in D \\
 &&& g_{s,j} - \bar{g}_s \leq 0 : \mu_{s,j} && \forall s \in S, \forall j \in D \\
 &&& r_j \leq d_j : \lambda_j && \forall j \in D \\
 &&& g_{s,j} \geq 0 && \forall s \in S, \forall j \in D \\
 &&& \bar{g}_s \geq 0 && \forall s \in S \\
 &&& r_j \geq 0 && \forall j \in D
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

El Lagrangiano del problema del planificador central:

$$\begin{aligned}
 L : & \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s + \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j} + \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j \\
 & - \sum_{j \in D} p_j \cdot \tau_j \cdot \left(\sum_{s \in S} g_{s,j} + r_j - d_j \right) + \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \mu_{s,j} (g_{s,j} - \bar{g}_s) + \sum_{j \in D} \lambda_j (r_j - d_j)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Se define a la tecnología marginal a aquella tecnología con mayor costo variable en un determinado nivel de demanda. La condición de primer orden para la tecnología marginal respecto a la producción es la siguiente:

$$\frac{\partial L}{\partial g_{s,j}} = \tau_j \cdot CV_s - p_j \cdot \tau_j + \mu_{s,j} = 0 \tag{2.23}$$

Si no existe racionamiento en el bloque analizado y la restricción de capacidad no es limitante ($\mu_{s,j} = 0$), se tiene que el precio está dado por:

$$p_j = CV_s \tag{2.24}$$

Por otro lado, cuando la tecnología marginal opera a su máxima capacidad ($g_{s,j} = \bar{g}_s$):

$$p_j = CV_s + \frac{\mu_{s,j}}{\tau_j} \tag{2.25}$$

El multiplicador de Lagrange $\mu_{s,j}$ representa el costo marginal por aumentar la capacidad de la tecnología s , luego este precio incluye un pago que cubre los costos fijos. Finalmente, cuando existe racionamiento todas las tecnologías operan a su máxima capacidad. Para obtener el precio en este bloque de demanda se deriva respecto al racionamiento:

$$\frac{\partial L}{\partial r_j} = \tau_j \cdot VOLL - p_j \cdot \tau_j = 0 \tag{2.26}$$

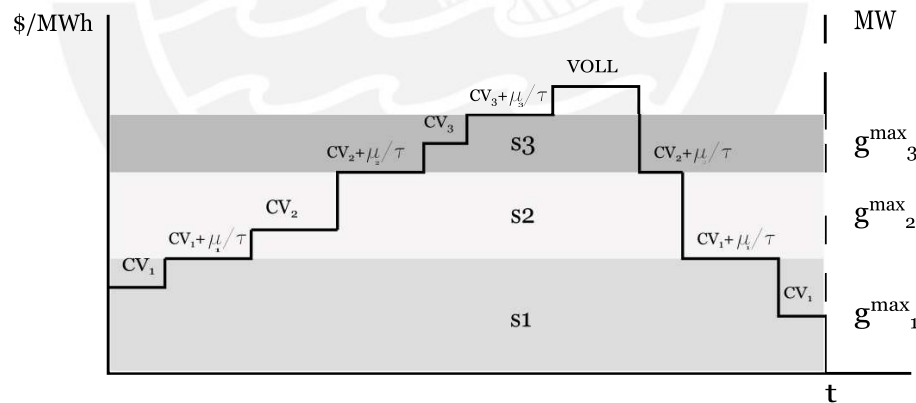
$$p_j = VOLL \tag{2.27}$$

Luego se identifican que los precios óptimos tienen tres posibilidades:

- Cuando la demanda es abastecida por un conjunto de tecnologías y la tecnología con mayor costo variable opera por debajo de su máxima capacidad, entonces el precio debe reflejar el costo variable de dicha tecnología.
- Cuando la demanda es abastecida por un conjunto de tecnologías y la tecnología con mayor costo variable opera a su máxima capacidad, entonces el precio debe reflejar el costo variable más el costo marginal por aumentar la capacidad de dicha tecnología.
- Cuando la demanda es abastecida por un conjunto de tecnologías y existe racionamiento el precio debe reflejar el valor de no contar con dicha energía denominado *VOLL*.

La operación diaria puede ser resumida por la Figura 2.8:

Figura 2.8: Operación del mercado con el modelo Peak Load Pricing



Fuente: elaboración propia.

La demanda crece progresivamente a lo largo del día, el precio varía acompañando a las variaciones de la demanda. Inicialmente el precio es igual al costo variable de la tecnología marginal hasta que ésta alcance su máxima capacidad. Luego, al alcanzar la máxima capacidad de la tecnología marginal el precio se incrementa en el valor marginal de ampliar la capacidad hasta pasar a la siguiente tecnología. Luego el precio es igual al siguiente costo variable y así sucesivamente hasta llegar al valor del *VOLL*.

2.4.4. Equilibrio financiero

Si se cuenta con el parque generador óptimo y los precios reflejan el costo marginal se logra el equilibrio financiero; para demostrar esta proposición podemos utilizar la teoría de dualidad. La función objetivo del problema dual del planificador central es la siguiente:

$$\text{Maximizar}_{p_j, \mu_{s,j}, \lambda_j} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot p_j \cdot d_j + \sum_{j \in D} d_j \cdot \lambda_j \quad (2.28)$$

Para los sistemas eléctricos reales el racionamiento nunca es mayor o igual a la demanda por lo que los multiplicadores λ_j no limitan el problema ($\lambda_j = 0$). Por el teorema de la dualidad, la función objetivo en la solución óptima debe cumplir lo siguiente:

$$\sum_{j \in D} \tau_j \cdot p_j^* \cdot d_j = \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s^* + \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j}^* + \sum_{j \in D} \tau_j \cdot VOLL \cdot r_j \quad (2.29)$$

El último término de la expresión anterior solamente existe cuando hay racionamiento. En la sección anterior se demostró que cuando hay racionamiento el precio $p_j = VOLL$, luego se puede reescribir la expresión anterior:

$$\sum_{j \in D} \tau_j \cdot p_j^* \cdot (d_j - r_j) = \sum_{s \in S} CF_s \cdot \bar{g}_s^* + \sum_{s \in S} \sum_{j \in D} \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j}^* \quad (2.30)$$

El primer término de la igualdad anterior representa los ingresos cuando el precio refleja el costo marginal, dado que p_j representa el costo marginal en cada perfil de demanda la igualdad anterior nos dice para un sistema que posee el parque generador óptimo la remuneración a costo marginal cubre los costos fijos de la capacidad de generación más los costos variables de operación, lográndose el equilibrio financiero, es importante recalcar que la igualdad solo se cumple cuando se tiene un parque generador óptimo.

2.4.5. Discusión sobre la tarifación a costo marginal y la inversión

Existe una importante diferencia entre los resultados encontrados por el modelo Peak Load Pricing y el modelo del operador del mercado Spot. El operador del mercado considera que los costos de inversión son costos hundidos y por lo tanto cuando una tecnología opera a su máxima capacidad el precio solamente refleja el costo variable. El modelo de Peak Load Pricing considera un pago adicional por la capacidad instalada cuando una tecnología opera a su máxima capacidad. En principio, el operador asigna eficientemente el despacho de las tecnologías existentes por ambos métodos, no obstante los precios que asigna no permiten obtener un equilibrio financiero al no tomar en cuenta los costos de inversión; a la larga ello ocasionaría que no exista un correcto desarrollo del parque generador.

Una solución muy utilizada es utilizar un pago por capacidad igual al costo fijo de la unidad que opera en la demanda pico. No obstante, mediante este esquema de remuneración no se estaría cubriendo totalmente los costos de las tecnologías que no operan en hora de punta. Luego se sugiere realizar un análisis detallado sobre la forma de remuneración de

los generadores y cómo ella conlleva a un parque generador óptimo.

Por otro lado, es posible que el modelo presentado no represente exactamente el problema debido a los siguientes factores:

- La demanda evoluciona en el tiempo, en cada periodo la demanda aumenta de año en año por lo tanto el análisis de una fotografía del momento puede variar.
- Restricciones de recursos, no siempre se tienen disponibles los recursos como fuentes de agua, gas, diésel o carbón. Si bien es cierto, siempre es posible la importación de combustibles, por lo general resulta más barato consumir los propios recursos.
- Restricciones de tiempos de construcción. Cada planta de una tecnología en particular requiere de un tiempo para ser construida, este tiempo puede variar entre 4 y 8 años dependiendo del tipo de tecnología.
- Restricciones presupuestarias. Dado que el costo de inversión es bastante alto, no siempre es fácil obtener financiamiento para la construcción de capacidad de generación. Esto puede obligar a construir aquella que requiere menos costo de inversión a pesar que no sea lo óptimo.
- Problemas de la regulación; puede ser que la forma de remunerar a las compañías de generación no incentive la inversión en capacidad de generación adecuada.

En el Capítulo 4 se modeliza los detalles mencionados para luego simular las repercusiones de los mismos.

2.5. Teoría de juegos

El parque generador óptimo puede alcanzarse siempre y cuando exista un planificador central que maximiza el bienestar social. En la práctica existen un conjunto de compañías de generación que interactúan entre si y el equilibrio está dado por la solución conjunta de los problemas de optimización de cada compañía. La teoría de juegos permite estudiar los procesos de decisión en entornos de competencia; en esta sección se hace una breve revisión de los conceptos básicos necesarios para modelizar la competencia en los modelos propuestos, para mayores detalles consultar [Fudenberg y Tirole \(1991\)](#).

Todo juego tiene tres elementos básicos:

- Un conjunto de jugadores $i = 1 \dots n$.
- Un espacio de estrategias A_i para cada jugador, donde la estrategia tomada por el jugador i es $a_i \in A_i$.
- Una función de pagos $\pi^i(a_1, \dots, a_i, \dots, a_n)$ para cada jugador en función de su estrategia a_i y las del resto de jugadores a_{-i} .

Luego un jugador realiza su movimiento pensando en que acción puede tomar su oponente. Para analizar las decisiones tomadas en el juego existen dos conceptos cruciales. El primero es el concepto de dominancia. Se dice que una estrategia a_i^* del jugador i es dominante si

2.5 Teoría de juegos

26

para el jugador i , a_i^* genera el mayor pago independientemente de la acción de los demás jugadores. Matemáticamente se debe cumplir lo siguiente:

$$\pi_i(a_i^*, a_{-i}) \geq \pi_i(a_i, a_{-i}) \quad (2.31)$$

A través de eliminaciones sucesivas de las estrategias dominadas es posible encontrar el equilibrio (sujeto a que existan), lamentablemente no siempre es posible. Entonces, se define un equilibrio menos restrictivo y es donde surge el segundo concepto crucial: el equilibrio de Nash. Un equilibrio de Nash es aquella un perfil de estrategias (a_1^*, \dots, a_n^*) en donde cada jugador obtiene el mayor pago asumiendo que el resto de jugadores ha adoptado su mejor estrategia respectivamente. Matemáticamente se cumple lo siguiente:

$$\pi_i(a_i^*, a_{-i}^*) \geq \pi_i(a_i, a_{-i}^*) \quad (2.32)$$

Frecuentemente, A_i es un espacio continuo y π_i es diferenciable. Entonces se puede obtener el equilibrio en estrategias puras, si existe, diferenciando su función de pago respecto a su propia acción. Entonces las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial a_i} = 0 \quad (2.33)$$

Para ilustrar como se calcula el equilibrio, considérese el siguiente juego estático tomado de [Tirole \(1988\)](#). Sea k_1 la capacidad de la primera empresa y k_2 la capacidad de la segunda empresa entonces si los dos jugadores deciden su capacidad al mismo tiempo y la función de demanda está dada por $p = 1 - k_1 - k_2$. Los beneficios de la primera firma y la segunda firma son los siguientes respectivamente:

$$\pi_1(k_1, k_2) = k_1 \cdot (1 - k_1 - k_2) \quad (2.34)$$

$$\pi_2(k_1, k_2) = k_2 \cdot (1 - k_1 - k_2) \quad (2.35)$$

En el equilibrio del juego simultáneo ambas empresas maximizan sus beneficios al mismo tiempo, para la segunda firma se tiene lo siguiente:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial k_2} = 0 \quad (2.36)$$

$$k_2 = \frac{1 - k_1}{2}$$

De manera similar se realiza la maximización de beneficios para la primera firma:

$$k_1 = \frac{1 - k_2}{2}$$

Al resolver ambas condiciones de forma simultánea y se obtiene el siguiente resultado:

$$k_1 = k_2 = 1/3$$

$$\pi_1 = \pi_2 = 1/9$$

Otra tipo de juego es el juego en donde un jugador realiza el primer movimiento, a diferencia del juego clásico en donde los jugadores realizan sus movimientos al mismo tiempo.

Este modelo fue planteado por Stackelberg, ver [Tirole \(1988\)](#). El ejemplo clásico consiste en un juego de dos empresas que deciden su capacidad de producción y luego compiten seleccionando la cantidad producida como variable estratégica. En el caso del modelo de Stackelberg, la primera firma maximiza sus beneficios tomando en cuenta que la segunda firma espera la decisión de su jugada. La primera firma reemplaza la condición de optimización de la segunda firma en su función de beneficios:

$$\pi_1(k_1, k_2) = k_1 \cdot \left(1 - k_1 - \frac{1 - k_1}{2}\right) \quad (2.37)$$

$$\pi_1(k_1, k_2) = k_1 \cdot \left(\frac{1 - k_1}{2}\right) \quad (2.38)$$

Luego la primera firma maximizará sus beneficios:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial k_1} = 0 \quad (2.39)$$

$$k_1 = 1/2, \quad k_2 = 1/4$$

$$\Pi_1 = 1/8, \quad \Pi_2 = 1/16$$

Puede observarse que el jugador que realiza la primera jugada puede obtener un mayor beneficio en comparación al equilibrio de jugadas simultáneas.

2.6. Optimización y complementaridad

De acuerdo a la sección anterior, cuando existen un continuo de estrategias basta con maximizar cada una de las funciones de pagos para obtener el o los equilibrios de Nash, si es que existen. En la práctica, cada jugador puede tener problemas de optimización con un conjunto de restricciones lo que torna más complejo el proceso para hallar la solución. La teoría de complementaridad permite tratar problemas de mayor complejidad en donde los problemas de optimización pueden compartir un conjunto de variables y parámetros. En esta sección se presenta un introducción a los problemas de complementaridad basada en [Gabriel et al. \(2013\)](#).

Algunos problemas de complementaridad se originan al aplicar las condiciones de *Karush - Kuhn - Tucker (KKT)* dando origen a: Problemas de equilibrio ó *Equilibrium Problems (EP)*, Programas Matemáticos con Restricciones de Equilibrio ó *Mathematical Programs with Equilibrium Constraints (MPEC)* y Problemas de Equilibrio con Restricciones de Equilibrio ó *Equilibrium Problem with Equilibrium Constraints (EPEC)*.

La estructura matemática más básica es el problema de optimización diferenciable. La representación de un problema de optimización está dada por:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && f(x) \\ & x && \\ & \text{Sujeto a:} && \\ & && h(x) = 0 \\ & && g(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Donde $x \in \mathbb{R}^n$, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$.

El comportamiento de los agentes del mercado se puede representar por problemas de optimización. Por ejemplo, el operador del mercado eléctrico maximiza el bienestar social, el productor de electricidad maximiza sus beneficios, etc. Las condiciones de optimalidad de este problema son las condiciones de *Karush - Kun - Tucker (KKT)*; primero se crean multiplicadores de Lagrange en cada restricción de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{Minimizar}} && f(x) \\ & \text{Sujeto a:} && \\ & && h(x) = 0 \quad : \lambda \\ & && g(x) \leq 0 \quad : \mu \end{aligned} \tag{2.41}$$

Donde $\lambda \in \mathbb{R}^m$ y $\mu \in \mathbb{R}^p$ son los multiplicadores de Lagrange de h y g respectivamente, las condiciones de *KKT* son las siguientes ¹:

$$\begin{aligned} \nabla_x f(x) + \lambda^t \nabla_x h(x) + \mu^t \nabla_x g(x) &= 0 \\ h(x) &= 0 \\ 0 \leq \mu \perp g(x) &\leq 0 \end{aligned} \tag{2.42}$$

La última condición se conoce como condición de complementaridad y consta de las siguientes condiciones:

$$0 \leq \mu \perp g(x) \leq 0 \implies \begin{cases} g(x) \leq 0 \\ \mu^t g(x) = 0 \\ \mu \geq 0 \end{cases} \tag{2.43}$$

Lo anterior es parte de una estructura matemática más general conocida como problema de complementaridad, para el caso lineal se le denomina *Linear Complementarity Problem (LCP)*; el problema consiste en encontrar $w \in \mathbb{R}^n$ y $z \in \mathbb{R}^n$ que satisfagan lo siguiente:

$$\begin{aligned} w - Mz &= q \\ z \geq 0, w &\geq 0 \\ w^t z &= 0 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Donde $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $q \in \mathbb{R}^n$.

Los problemas de equilibrio son una de las formas de complementaridad; un problema de equilibrio está dado por la resolución simultánea de los $i = 1, \dots, n$ problemas siguientes:

¹ $\nabla_x h(x)$ y $\nabla_x g(x)$ representan las matrices jacobianas de h y g

$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimizar}_{x^i} \quad f^i(x^1, \dots, x^n) \\ \text{Sujeto a:} \\ \quad h^i(x^1, \dots, x^n) = 0 \\ \quad g^i(x^1, \dots, x^n) \leq 0 \end{array} \right\} \forall i = 1 \dots n \quad (2.45)$$

Luego los problemas se trasladan a resolver el conjunto de ecuaciones que resulta de aplicar las condiciones de *KKT* para cada problema de optimización.

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_{x^i} f^i(x^1, \dots, x^n) + (\lambda^i)^t \nabla_{x^i} h^i(x^1, \dots, x^n) + (\mu^i)^t \nabla_{x^i} g^i(x^1, \dots, x^n) = 0 \\ \quad h^i(x^1, \dots, x^n) = 0 \\ \quad 0 \leq \mu^i \perp g^i(x^1, \dots, x^n) \leq 0 \end{array} \right\} \forall i = 1 \dots n \quad (2.46)$$

Donde $\lambda^i \in \mathbb{R}^{m^i}$ y $\mu^i \in \mathbb{R}^{p^i}$.

Los Programas Matemáticos con Restricciones de Equilibrio o comúnmente llamados *MPEC* por sus siglas en inglés; son problemas de optimización que tienen como restricciones otros problemas de optimización. Al problema principal se le llama problema de primer nivel o de nivel superior, mientras que a los problemas de optimización que son restricciones se les llama problemas de nivel inferior.

$$\begin{array}{l} \text{Minimizar} \\ \{x\} \{x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2\} \quad f(x, x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2) \\ \text{Sujeto a:} \\ \quad h(x, x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2) = 0 \\ \quad g(x, x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2) \leq 0 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar}_{x^1} \quad f^1(x, x^1, x^2) \\ \text{Sujeto a:} \\ \quad h^1(x, x^1, x^2) = 0 \quad : \lambda^1 \\ \quad g^1(x, x^1, x^2) \leq 0 \quad : \mu^1 \end{array} \right. \quad (2.47)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar}_{x^2} \quad f^2(x, x^1, x^2) \\ \text{Sujeto a:} \\ \quad h^2(x, x^1, x^2) = 0 \quad \lambda^2 \\ \quad g^2(x, x^1, x^2) \leq 0 \quad \mu^2 \end{array} \right.$$

Desde el punto de vista económico estos problemas representan un juego secuencial a lo Stackelberg, ver [Tirole \(1988\)](#). Los problemas de nivel inferior son reemplazados por sus respectivas condiciones de *KKT* y queda un problema de un único nivel.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \\ & \{x\}\{x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2\} \quad f(x, x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2) \\ \text{Sujeto a:} & \\ & h(x, x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2) = 0 \\ & g(x, x^1, x^2, \lambda^1, \lambda^2, \mu^1, \mu^2) \leq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Condiciones KKT} \left\{ \begin{aligned} & \nabla_{x^1} f^1(x, x^1, x^2) + (\lambda^1)^t \nabla_{x^1} h^1(x, x^1, x^2) \\ & \quad + (\mu^1)^t \nabla_{x^1} g^1(x, x^1, x^2) = 0 \\ & \nabla_{x^2} f^2(x, x^1, x^2) + (\lambda^2)^t \nabla_{x^2} h^2(x, x^1, x^2) \\ & \quad + (\mu^2)^t \nabla_{x^2} g^2(x, x^1, x^2) = 0 \\ & h^1(x, x^1, x^2) = 0 \\ & h^2(x, x^1, x^2) = 0 \\ & 0 \leq \mu^1 \perp g^1(x, x^1, x^2) \leq 0 \\ & 0 \leq \mu^2 \perp g^2(x, x^1, x^2) \leq 0 \end{aligned} \right. \quad (2.48)$$

Finalmente el equilibrio de varios *MPEC* que tienen variables en común dan origen a un Problema de Equilibrio con Restricciones de Equilibrio o también llamado *EPEC*. A continuación se presenta la formulación de un *EPEC* que consta del equilibrio de dos *MPEC*.

$$\text{MPEC}_1 \left\{ \begin{aligned} & \text{Minimizar} \\ & X = \{x, x^1, x^2, \lambda_x^1, \lambda_x^2, \mu_x^1, \mu_x^2\} \quad f_x(X, Y) \\ \text{Sujeto a:} & \\ & h_x(X, Y) = 0 \\ & g_x(X, Y) \leq 0 \\ & \nabla_{x^1} f_x^1(x, x^1, x^2, Y) + (\lambda_x^1)^t \nabla_{x^1} h_x^1(x, x^1, x^2, Y) \\ & \quad + (\mu_x^1)^t \nabla_{x^1} g_x^1(x, x^1, x^2, Y) = 0 \\ & \nabla_{x^2} f_x^2(x, x^1, x^2, Y) + (\lambda_x^2)^t \nabla_{x^2} h_x^2(x, x^1, x^2, Y) \\ & \quad + (\mu_x^2)^t \nabla_{x^2} g_x^2(x, x^1, x^2, Y) = 0 \\ & h_x^1(x, x^1, x^2, Y) = 0 \\ & h_x^2(x, x^1, x^2, Y) = 0 \\ & 0 \leq \mu_x^1 \perp g_x^1(x, x^1, x^2, Y) \leq 0 \\ & 0 \leq \mu_x^2 \perp g_x^2(x, x^1, x^2, Y) \leq 0 \end{aligned} \right. \quad (2.49)$$

$$\text{MPEC}_2 \left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar} \\ Y = \{y, y^1, y^2, \lambda_y^1, \lambda_y^2, \mu_y^1, \mu_x^2\} \quad f_y(Y, X) \\ \text{Sujeto a:} \\ h_y(Y, X) = 0 \\ g_y(Y, X) \leq 0 \\ \nabla_{y^1} f_y^1(y, y^1, y^2, X) + (\lambda_y^1)^t \nabla_{y^1} h_y^1(y, y^1, y^2, X) \\ + (\mu_y^1)^t \nabla_{y^1} g^1(y, y^1, y^2, Y) = 0 \\ \nabla_{y^2} f_y^2(y, y^1, y^2, X) + (\lambda_y^2)^t \nabla_{y^2} h_y^2(y, y^1, y^2, X) \\ + (\mu_y^2)^t \nabla_{y^2} g_y^2(y, y^1, y^2, X) = 0 \\ h_y^1(y, y^1, y^2, X) = 0 \\ h_y^2(y, y^1, y^2, X) = 0 \\ 0 \leq \mu_y^1 \perp g_y^1(y, y^1, y^2, X) \leq 0 \\ 0 \leq \mu_y^2 \perp g_y^2(y, y^1, y^2, X) \leq 0 \end{array} \right. \quad (2.50)$$

Las estructuras matemáticas presentadas se simplifican al reemplazar los problemas de optimización por sus respectivas condiciones de *KKT* dando origen a sistemas de ecuaciones e inecuaciones de naturaleza no lineal. Estos problemas no lineales usualmente son no convexos debido a las restricciones de complementaridad. En el próximo capítulo se muestra cómo se puede encontrar soluciones numéricas a dicho tipo de problemas.

2.7. Revisión de los principales modelos existentes

La descentralización de los mercados eléctricos ha reformulado el problema de la inversión en capacidad de generación. Según este esquema, las inversiones son hechas por las compañías de generación en función a los beneficios que puedan obtener del mercado de electricidad. Este esquema supone un equilibrio de las decisiones de las compañías lo que se puede estudiar con la teoría de complementaridad. En la literatura se han propuesto algunos modelos para representar la dinámica de la inversión en capacidad de generación; en esta sección se revisan algunos de los principales modelos.

En [Pineau y Murto \(2003\)](#) se desarrolla un modelo para un oligopolio en donde se asume que hay una curva de demanda lineal y el precio de la electricidad está determinado por una curva de demanda lineal, el modelo es compatible al modelo de competencia de Cournot en donde las empresas compiten en cantidades. Los autores resuelven numéricamente para un caso de estudio.

En [Dammert et al. \(2005b\)](#) se presentan un modelo dinámico para un planificador central. El modelo es resuelto analíticamente y se derivan las políticas óptimas de inversión que indican que la inversión en un periodo toma en cuenta el ahorro en costos de operación para el siguiente periodo considerando que la inversión en capacidad abarata los costos de operación. Asimismo, se utiliza programación dinámica para encontrar las trayectorias

2.7 Revisión de los principales modelos existentes

32

de inversión óptimas para el caso peruano, asumiendo ciertas formas funcionales para la demanda y los costos.

En [Botterud et al. \(2005\)](#), los autores proponen modelos que representan la dinámica de la inversión para un planificador central y un oligopolio; los autores adoptan una función de demanda lineal y utilizan programación dinámica para obtener soluciones para algunos casos de estudios.

En [Botterud y Korpås \(2007\)](#), los autores proponen un modelo que representa la dinámica de la inversión e incorporan el efecto de las incertidumbres. Se utiliza la programación dinámica estocástica para obtener soluciones para algunos casos de estudio.

En [Ehrenmann y Smeers \(2011\)](#), los autores plantean un modelo de dos niveles para un planificador central. En el primer nivel se encuentra el problema de inversión en capacidad mientras que en el segundo nivel se encuentra el problema del operador del mercado eléctrico. Si bien se modeliza al operador del mercado eléctrico, no se modeliza la competencia de las empresas.

En [Centeno et al. \(2011\)](#), se propone un modelo binivel para una empresa que maximiza sus beneficios tomando como fijas las decisiones del resto de jugadores. Este modelo es muy cercano al modelo de un monopolista que maximiza sus beneficios, en el segundo nivel del modelo se tienen la operación del mercado. Un aporte importante del artículo es la metodología basada en técnicas de linealización y expansión binaria para conseguir un problema de programación lineal entera mixta y obtener soluciones mediante solvers comerciales, ver [Fortuny-Amat y McCarl \(1981\)](#) y [Glover \(1975\)](#).

En [Khalfallah \(2012\)](#) se implementa un modelo dinámico con competencia tipo Cournot. El principal objetivo del artículo es comparar tres mecanismos de incentivos de la inversión: pagos por capacidad, opciones de confiabilidad y contratos futuros bajo el método de subastas. El autor obtiene las mismas decisiones de inversión para los tres mecanismos.

El principal inconveniente de los modelos propuestos en [Pineau y Murto \(2003\)](#); [Dammert et al. \(2005b\)](#); [Botterud et al. \(2005\)](#); [Botterud y Korpås \(2007\)](#); [Khalfallah \(2012\)](#) es que determinan los precios asumiendo una función de demanda, en realidad el precio es determinado por el operador del mercado.

Finalmente, en [Wogrin et al. \(2013\)](#) se presenta un modelo binivel en donde en el primer nivel se modeliza a un conjunto de jugadores que invierten en capacidad de generación mientras que en el segundo nivel se modeliza el problema del operador del mercado. El artículo presenta una metodología similar a [Centeno et al. \(2011\)](#); El aporte más importante de este artículo radica en la propuesta de una función de exploración lineal, que consiste en el promedio ponderado de los beneficios de las firmas, para poder resolver el equilibrio de Nash como un problema de optimización y así utilizar solvers.

Capítulo 3

Propuesta de modelos dinámicos para el análisis de la inversión en capacidad de generación

3.1. Metodología

La metodología seguida por este trabajo consiste en plantear modelos dinámicos de lazo abierto que representen la inversión en capacidad de generación y resolverlos a través de solvers. Los solvers permiten resolver numéricamente modelos propuestos de forma eficaz sin enfocarse en la implementación de algoritmos de solución, lo que escapa a los objetivos del presente trabajo. Los modelos propuestos son de lazo abierto en el sentido de que las compañías deciden al comienzo del periodo de análisis todas las acciones que tomarán a lo largo del periodo de análisis, sin posibilidad de que alguna compañía modifique posteriormente su decisión.

Desde el punto de vista económico se plantean tres modelos: el modelo del planificador central, el modelo del monopolio y el modelo del oligopolio. Dichos modelos permitirán comparar los resultados que se obtendrían bajo diferentes estructuras de mercado. Desde el punto de vista matemático se proponen dos tipos de modelos: continuos, que consideran que la capacidad de generación puede variar continuamente y discretos, que consideran que la capacidad de generación solo puede variar en bloques discretos. En todos los casos se utilizó la curva de demanda con racionamiento presentada en el capítulo anterior.

Para la solución de los modelos propuestos, los problemas de optimización son expresados mediante las condiciones de *Karush - Kuhn - Tucker* de manera similar a la mostrada en la sección 2.6 y son convertidos en simples problemas de optimización. Los problemas de optimización resultantes fueron implementados mediante el lenguaje de programación algebraico *AMPL* (A Mathematical Programming Language) que permite traducir literalmente el modelo para que pueda ser resuelto por solvers; esta es una tendencia actual debido a la gran facilidad para la implementación, ver [Centeno et al. \(2011\)](#); [Wogrin et al. \(2013\)](#). La selección del *AMPL* se debió a las facilidades que brinda para la implementación de modelos y cambiar de solver de manera sencilla, ver [Fourer et al. \(2003\)](#).

Para problemas lineales enteros mixtos se utilizó el solver *CPLEX*, ver [IBM \(2009\)](#); mientras que para problemas no lineales se utilizó el solver *IPOPT*, ver [Wächter y Biegler](#)

(2006). Una excelente introducción sobre los algoritmos utilizados en programación lineal y no lineal se puede encontrar en Bazarraa et al. (2010) y Bazarraa et al. (2013) respectivamente. En algunos casos se aplicaron técnicas de linelización para poder simplificar la solución de los modelos, ver Glover (1975).

3.2. Modelos continuos

Estos modelos consideran que la capacidad puede variar de forma continua; esta simplificación permite aplicar el teorema de dualidad fuerte de la programación lineal. Se considera que la capacidad de generación se rige por la dinámica de mostrada en la Figura 3.1; para el periodo t se cuenta con una capacidad inicial g_t^{max} y se debe decidir la inversión I_t para este periodo; la capacidad del siguiente periodo g_{t+1}^{max} está dada por la capacidad del periodo anterior más la respectiva inversión en capacidad.

Figura 3.1: Representación de la dinámica de la inversión.



Fuente: elaboración propia.

A continuación se detallan los tres modelos propuestos: el modelo del planificador central, del monopolio y del oligopolio.

3.2.1. Modelo del planificador central

Este modelo considera que el horizonte de planificación está dividido en un conjunto de etapas $t \in \{0, 1, \dots, \bar{T}\}$, cada etapa tiene un conjunto D de niveles de demanda $j \in D$ con una duración de τ_j por cada nivel. La oferta de generación está dada por un conjunto de tecnologías S , la capacidad de cada tecnología $s \in S$ en la etapa t está dada por $g_{s,t}^{max}$ con una producción $g_{s,j,t}$ para el nivel de demanda j . El costo variable y el costo fijo asociado a la tecnología s está dado por CV_s y CF_s respectivamente. Se utiliza una tasa α para traer los costos a valor presente. La demanda en el nivel j , etapa t está dada por $d_{j,t}$ y existe un racionamiento asociado $r_{j,t}$. La variable de inversión en la tecnología s en la etapa t está dada por $I_{s,t}$. A continuación se presenta la formulación matemática del modelo del planificador central:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \\ I_{s,t}, g_{s,t}^{max} \\ g_{s,j,t}, r_{j,t} \end{aligned} \quad \sum_{t \in \{1 \dots \bar{T}\}} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{\tau_j \cdot CV_s \cdot g_{s,j,t}}{(1 + \alpha)^t} + \sum_{t \in \{1 \dots \bar{T}\}} \sum_{j \in D} \frac{\tau_j \cdot VOLL \cdot r_{j,t}}{(1 + \alpha)^t} \\ + \sum_{t \in \{0 \dots \bar{T}-1\}} \sum_{s \in S} \frac{CF_s \cdot I_{i,s,t}}{(1 + \alpha)^t}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g_{s,t}^{max} &= g_{s,t-1}^{max} + I_{s,t-1} & \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ I_{s,t} &\geq 0 & \forall s \in S, \forall t \in \{0 \dots \bar{T}-1\} \\ \sum_{s \in S} g_{s,j,t} &= d_{j,t} - r_{j,t} & \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ g_{s,j,t} &\leq g_{s,t}^{max} & \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ r_{j,t} &\leq d_{j,t} & \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ g_{s,j,t} &\geq 0 & \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ r_{j,t} &\geq 0 & \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Las variables de decisión del planificador central son: la capacidad, la inversión, la producción y el racionamiento en cada etapa. La función objetivo consiste en el valor presente del costo de operación, más los costos de inversión, más el costo de racionamiento. Las restricciones representan lo siguiente (en orden de aparición): (i) dinámica de la inversión, (ii) no negatividad de la inversión, (iii) balance oferta y demanda, (iv) restricción de capacidad, (v) el racionamiento no puede ser mayor a la demanda, (vi) no negatividad de la producción y (vii) no negatividad del racionamiento. El modelo representa un problema de programación lineal y se resuelve con el solver CPLEX.

3.2.2. Modelo del monopolio

El modelo del monopolio considera que existe una sola empresa que en primera instancia decide las inversiones en capacidad de generación y luego el operador del mercado asigna los precios y la producción para cada nivel de demanda en cada etapa. Siguiendo la misma descripción de las variables utilizadas en la sección 3.2.1, el problema se modelizó por un modelo binivel. En el primer nivel se encuentra el problema del monopolista que maximiza sus beneficios; para encontrar los beneficios del monopolista se debe incluir los precios $p_{j,t}$ en cada nivel $j \in D$ en cada etapas $t \in \{1 \dots \bar{T}\}$; cada precio es asignado por el operador del mercado de tal forma que es igual al costo marginal de su nivel de demanda respectivo. El problema del primer nivel se formula de la siguiente manera:

Primer Nivel

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \\ I_{s,t}, g_{s,t}^{max} \end{aligned} \quad \sum_{t \in \{1 \dots \bar{T}\}} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{\tau_j (p_{j,t} - CV_s) g_{s,j,t}}{(1 + \alpha)^t} - \sum_{t \in \{0 \dots \bar{T}-1\}} \sum_{s \in S} \frac{CF_s \cdot I_{s,t}}{(1 + \alpha)^t}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g_{s,t}^{max} &= g_{s,t-1}^{max} + I_{s,t-1} & \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ I_{i,s,t} &\geq 0 & \forall s \in S, \forall t \in \{0 \dots \bar{T}-1\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Para el primer nivel, la tasa α utilizada para traer a valor presente los beneficios representa la tasa de retorno mínima aceptable del monopolista. Las variables de decisión del

monopolista son: la inversión y la capacidad de generación en cada etapa. La función objetivo representa el valor presente de los beneficios del monopolista. Las restricciones del monopolista son las siguientes (en orden de aparición): (i) dinámica de la inversión y (ii) no negatividad de la inversión. Por otro lado, el problema del segundo nivel está conformado por el conjunto de problemas del operador del mercado para cada nivel de demanda y para cada etapa. El problema del segundo nivel se formula de la siguiente manera:

Segundo Nivel

$$\begin{array}{l}
 \text{Minimizar} \\
 g_{s,j,t}, r_{j,t} \quad \sum_{s \in S} CV_s \cdot g_{s,j,t} + VOLL \cdot r_{j,t} \\
 \text{Sujeto a:} \\
 \sum_{s \in S} g_{s,j,t} = d_{j,t} - r_{j,t} \quad : p_{j,t} \\
 g_{s,j,t} \leq g_{s,t}^{max} \quad : \lambda_{s,j,t}^1 \quad \forall s \in S \\
 r_{j,t} \leq d_{j,t} \quad : \lambda_{j,t}^2 \\
 g_{s,j,t} \geq 0 \quad \forall s \in S \\
 r_{j,t} \geq 0 \quad \forall s \in S
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \forall j \in D \\ t \in \{1 \dots \bar{T}\} \end{array} \quad (3.3)$$

En donde $p_{j,t}$, $\lambda_{s,j,t}^1$ y $\lambda_{j,t}^2$ son los multiplicadores de Lagrange que figuran al costado de su respectiva restricción. Las variables de decisión del operador del mercado son la producción y el racionamiento. La función objetivo representa el costo de operación más el costo de racionamiento. Las restricciones son las siguientes (en orden de aparición): (i) balance oferta y demanda, (ii) restricciones de capacidad, (iii) el racionamiento no puede ser mayor a la demanda, (iv) no negatividad de la producción y (v) no negatividad del racionamiento.

Los multiplicadores $p_{j,t}$ coinciden con los precios fijados por el operador del mercado en el problema del primer nivel, debido a que dichos multiplicadores representan la variación del costo de operación respecto a la variación de la demanda. En otras palabras, dichos multiplicadores son los costos marginales para cada nivel de demanda j para cada etapa t ; por ello los precios $p_{j,t}$ del problema del primer nivel coinciden con los multiplicadores de la restricción de demanda de los problemas del segundo nivel.

Los problemas del segundo nivel son lineales y se tiene que encontrar sus condiciones de optimalidad; para ello se utilizan sus problemas duales:

$$\begin{array}{l}
 \text{Maximizar} \\
 p_{j,t}, \lambda_{s,j,t}^1, \lambda_{j,t}^2 \quad p_{j,t} \cdot d_{j,t} - \sum_{s \in S} \lambda_{s,j,t}^1 \cdot g_{s,t}^{max} - \lambda_{j,t}^2 d_{j,t} \\
 \text{Sujeto a:} \\
 p_{j,t} - \lambda_{s,j,t}^1 \leq CV_s \quad \forall s \in S \\
 p_{j,t} - \lambda_{j,t}^2 \leq VOLL \\
 \lambda_{s,j,t}^1 \geq 0 \quad \forall s \in S \\
 \lambda_{j,t}^2 \geq 0
 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \forall j \in D \\ \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \end{array} \quad (3.4)$$

El teorema de dualidad fuerte sostiene que en la solución óptima la función objetivo primal debe ser igual a la función objetivo dual:

$$\sum_{s \in S} CV_s \cdot g_{s,j,t} + VOLL \cdot r_{j,t} = p_{j,t} d_{j,t} - \sum_{s \in S} \lambda_{s,j,t}^1 \cdot g_{s,t}^{max} - \lambda_{j,t}^2 d_{j,t} \quad \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \quad (3.5)$$

Finalmente, los problemas del segundo nivel son reemplazados por sus condiciones de dualidad fuerte, y las restricciones de sus problemas primal y dual. Las ecuaciones e inecuaciones resultantes se agregan en el problema del primer nivel:

Maximizar

$$I_{s,t}, g_{s,t}^{max}, g_{s,j,t}, r_{j,t}, p_{j,t}, \lambda_{s,j,t}^1, \lambda_{j,t}^2 \quad \sum_{t \in 1..T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{\tau_j (p_{j,t} - CV_s) g_{s,j,t}}{(1 + \alpha)^t} - \sum_{t \in 0..T-1} \sum_{s \in S} \frac{CF_s \cdot I_{s,t}}{(1 + \alpha)^t}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} g_{s,t}^{max} &= g_{s,t-1}^{max} + I_{s,t-1} && \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ I_{s,t} &\geq 0 && \forall s \in S, \forall t \in \{0 \dots \bar{T} - 1\} \\ \sum_{s \in S} CV_s \cdot g_{s,j,t} + VOLL \cdot r_{j,t} &= p_{j,t} \cdot d_{j,t} - \lambda_{j,t}^2 \cdot d_{j,t} - \sum_{s \in S} \lambda_{s,j,t}^1 \cdot g_{s,t}^{max} && \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ \sum_{s \in S} g_{i,s,j,t} &= d_{j,t} - r_{j,t} && \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ g_{s,j,t} &\leq g_{s,t}^{max} && \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ r_{j,t} &\leq d_{j,t} && \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ g_{s,j,t} &\geq 0 && \forall s \in S, \forall j \in D, \forall \{1 \dots \bar{T}\} \\ r_{j,t} &\geq 0 && \forall s \in S, j \in \forall D, \forall \{1 \dots \bar{T}\} \\ p_{j,t} - \lambda_{s,j,t}^1 &\leq CV_s && \forall s \in S, \forall j \in D, \forall T \\ p_{j,t} - \lambda_{j,t}^2 &\leq VOLL && \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ \lambda_{s,j,t}^1 &\geq 0 && \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ \lambda_{j,t}^2 &\geq 0 && \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

El problema resultante es un problema de programación no lineal y se resuelve con el solver IPOPT.

3.2.3. Modelo del oligopolio

Para el caso del monopolio se tiene un conjunto de firmas que decide las inversiones en primera instancia, mientras que el operador del mercado asigna los precios y la producción en cada nivel de demanda y en cada etapa. El modelo del oligopolio es muy similar al modelo del monopolio con la diferencia que consideramos un conjunto de firmas N que agregamos a la notación anterior. Cada firma $i \in N$ maximiza sus beneficios según el siguiente modelo:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar} && \sum_{t \in \{1 \dots \bar{T}\}} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{\tau_j (p_{j,t} - CV_s) g_{i,s,j,t}}{(1 + \alpha_i)^t} - \sum_{t \in \{0 \dots \bar{T}-1\}} \sum_{s \in S} \frac{CF_s \cdot I_{i,s,t}}{(1 + \alpha_i)^t} \\
 & I_{i,s,t}, g_{i,s,t}^{max} && \\
 & \text{Sujeto a:} && \\
 & g_{i,s,t}^{max} = g_{i,s,t-1}^{max} + I_{i,s,t-1} && : \lambda_{i,s,t} \quad \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\
 & I_{i,s,t} \geq 0 && \quad \forall s \in S, \forall t \in \{0 \dots \bar{T} - 1\}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

En donde $\lambda_{i,s,t}$ son los multiplicadores de Lagrange que figuran al lado su restricción asociada y las tasas α_i representan las tasas de retorno mínimas aceptables de los inversionistas. Las variables de decisión de la firma i son la inversión y la capacidad en cada etapa. La función objetivo consisten en el valor presente de los beneficios de la firma i . Las restricciones son las siguientes (en orden de aparición): (i) dinámica de la inversión y (ii) no negatividad de la inversión.

En vez de un segundo nivel se considera una condición de equilibrio que está dada por el conjunto de problemas del operador del mercado:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} && = \sum_{i \in N} \sum_{s \in S} CV_s \cdot g_{i,s,j,t} + VOLL \cdot r_{j,t} \\
 & g_{i,s,j,t}, r_{j,t} && \\
 & \text{Sujeto a:} && \\
 & \sum_{i \in N} \sum_{s \in S} g_{i,s,j,t} = d_{j,t} - r_{j,t} && : p_{j,t} \\
 & g_{i,s,j,t} \leq g_{i,s,t}^{max} && : \lambda_{i,s,j,t}^1 \quad \forall i \in N, \forall s \in S \\
 & r_{j,t} \leq d_{j,t} && : \lambda_{j,t}^2 \\
 & g_{i,s,j,t} \geq 0 && \quad \forall i \in N, \forall s \in S \\
 & r_{j,t} \geq 0 && \quad \forall s \in S
 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} \forall j \in D \\ t \in \{1 \dots \bar{T}\} \end{array} \tag{3.8}$$

Al igual que en el modelo del monopolio, los problemas del operador de mercado se reemplazan por su condiciones de dualidad fuerte, las restricciones de su problema primal y dual. Lo siguiente es obtener las condiciones de optimalidad para cada firma i . El Lagrangiano del problema del primer nivel para cada firma es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 L_i : & - \sum_{t \in 1..T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{\tau_j (p_{j,t} - CV_s) g_{i,s,j,t}}{(1 + \alpha_i)^t} + \sum_{t \in 0..T-1} \sum_{s \in S} \frac{CF_s \cdot I_{i,s,t}}{(1 + \alpha_i)^t} \\
 & + \sum_{t \in 1..T} \sum_{s \in S} \lambda_{i,s,t} (g_{i,s,t-1}^{max} + I_{i,s,t-1} - g_{i,s,t}^{max})
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Las condiciones de optimalidad de cada firma $i \in N$ son las siguientes:

$$\frac{\partial L_i}{\partial g_{i,s,t}^{max}} = 0 \implies - \sum_{j \in D} \frac{\tau_j g_{i,s,j,t}}{(1 + \alpha_i)^t} \cdot \frac{\lambda_{i,s,j,t}^1}{d_{j,t}} + \lambda_{i,s,t+1} - \lambda_{i,s,t} = 0 \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial I_{i,s,t}^{max}} = 0 \implies \frac{CF_s}{(1 + \alpha_i)^t} + \lambda_{i,s,t+1} = 0 \tag{3.11}$$

3.3 Modelos discretos

39

A través de la condición de dualidad fuerte de la condición de equilibrio, se encuentra la variación de los precios con respecto de la capacidad de generación de cada jugador:

$$p_{j,t} \cdot d_{j,t} = \sum_{s \in S} CV_s \cdot g_{s,j,t} + VOLL \cdot r_{j,t} + \sum_{s \in S} \lambda_{s,j,t}^1 \cdot g_{s,t}^{max} + \lambda_{j,t}^2 d_{j,t} \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial p_{j,t}}{\partial g_{i,s,t}^{max}} = \frac{\lambda_{i,s,j,t}^1}{d_{j,t}} \quad (3.13)$$

Luego, el o los equilibrios de las N firmas está dado por las soluciones de las condiciones de optimalidad de cada firma y las condiciones de equilibrio del mercado. Adicionalmente, siguiendo a [Wogrin et al. \(2013\)](#), se incluye una función objetivo lineal igual al promedio ponderado de los beneficios de las firmas. El modelo queda expresado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar} \\ & I_{i,s,t}, g_{i,s,t}^{max} \\ & g_{i,s,j,t}, r_{j,t} \\ & p_{j,t}, \lambda_{i,s,j,t}^1, \lambda_{j,t}^2 \\ & \sum_{i \in N} \gamma_i \cdot \pi_i \\ & - \sum_{j \in D} \frac{\tau_j \lambda_{i,s,j,t}^1 g_{i,s,j,t}}{d_{j,t} (1 + \alpha_i)^t} + \lambda_{i,s,t+1} - \lambda_{i,s,t} = 0 \quad \forall i \in N, \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & \frac{CF_s}{(1 + \alpha_i)^t} + \lambda_{i,s,t+1} = 0 \quad \forall i \in N, \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T} - 1\} \\ & g_{i,s,t}^{max} = g_{i,s,t-1}^{max} + I_{i,s,t-1} \quad \forall s \in S, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & I_{i,s,t} \geq 0 \quad \forall s \in S, \forall t \in \{0 \dots \bar{T} - 1\} \\ & \sum_{i \in N} \sum_{s \in S} CV_s \cdot g_{i,s,j,t} + VOLL \cdot r_{j,t} = p_{j,t} \cdot d_{j,t} \\ & - \sum_{i \in N} \sum_{s \in S} \lambda_{i,s,j,t}^1 \cdot g_{i,s,t}^{max} - \lambda_{j,t}^2 \cdot d_{j,t} \quad \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & \sum_{i \in N} \sum_{s \in S} g_{i,s,j,t} = d_{j,t} - r_{j,t} \quad \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & g_{i,s,j,t} \leq g_{i,s,t}^{max} \quad \forall i \in N, \forall s \in S \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & r_{j,t} \leq d_{j,t} \\ & g_{i,s,j,t} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & r_{j,t} \geq 0 \quad \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & p_{j,t} - \lambda_{i,s,j,t}^1 \leq CV_s \quad \forall i \in N, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & p_{j,t} - \lambda_{j,t}^2 \leq VOLL \quad \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & \lambda_{i,s,j,t}^1 \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \\ & \lambda_{j,t}^2 \geq 0 \quad \forall j \in D, \forall t \in \{1 \dots \bar{T}\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Donde $\pi_i = \sum_{t \in \{1 \dots \bar{T}\}} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{\tau_j (p_{j,t} - CV_s) g_{i,s,j,t}}{(1 + \alpha_i)^t} - \sum_{t \in \{0 \dots \bar{T} - 1\}} \sum_{s \in S} \frac{CF_s \cdot I_{i,s,t}}{(1 + \alpha_i)^t}$ representa el beneficio de la firma $i \in N$ y γ_i es el ponderador del beneficio de la compañía $i \in N$. La función objetivo permite explorar el espacio de solución del problema y asimismo permite el uso de un solver; por tratarse de un problema no lineal se utiliza el solver IPOPT.

3.3. Modelos discretos

Estos modelos se caracterizan por representar la capacidad de generación por bloques discretos. A diferencia de los modelos continuos, no se cumple el teorema de dualidad de

la programación lineal. Solamente se desarrolla los modelos para el planificador central y el monopolio; el modelo del oligopolio no será abordado en este trabajo debido a su complejidad.

3.3.1. Modelo del planificador central

El periodo de análisis se divide en un conjunto de etapas T y se considera que la capacidad de generación de cada tecnología es constante durante cada etapa. Cada etapa $t \in T$ tiene asociado un conjunto de niveles de demanda D , y cada nivel $j \in D$ tiene una duración τ_j . La capacidad de generación en cada etapa debe abastecer la demanda $d_{j,t}$ asociada al nivel de demanda $j \in D$ y la etapa $t \in T$. Asimismo se considera que existe un posible racionamiento r_j con un costo para la energía no suministrada $VOLL$; si el precio de la electricidad supera este costo lo más eficiente es racionar.

La capacidad de generación inicial está compuesta por un conjunto de generadores G . A cada generador $k \in G$ le corresponde un costo variable CV_k , una capacidad \bar{g}_k^0 . En cada nivel de demanda, cada generador produce una potencia $g_{k,j,t}^0$. Dado que la capacidad existente es un costo hundido, se considera que el planificador central debe mantener la capacidad de generación inicial disponible para todas las etapas del estudio y que las decisiones de inversión en el mantenimiento no entran en el análisis.

Asimismo, existe un portafolio de tecnologías S en las que se puede invertir en un número entero de unidades de generación en cada etapa t . Las variables enteras $w_{s,t}$ son variables de stock que representan el número de unidades de generación de la tecnología $s \in S$ construidas hasta la etapa $t \in T$. La inversión en cada etapa está dada por la diferencia entre el número de unidades del periodo actual menos el número de unidades del periodo anterior ($w_{s,t} - w_{s,t-1}$). Cada tecnología tiene unidades de generación con una capacidad fija \bar{g}_s . El costo fijo de inversión asociado a cada unidad de generación de la tecnología $s \in S$ está dado por CF_s y el costo variable CV_s . Se considera que cada tecnología tiene un máximo número de unidades \bar{w}_s en que se puede invertir. Por otro lado, las unidades de generación $s \in S$ tienen un tiempo de vida útil γ_s asociado; después de γ_s años, el número efectivo de unidades de generación que pueden producir electricidad está dado por $w_{s,t} - w_{s,t-\gamma_s}$.

En cada nivel de demanda j , el planificador central debe encontrar la potencia $g_{s,j,t}$ producida por la tecnología $s \in S$ a fin de maximizar el bienestar social. El inversionista debe decidir en cuantas unidades de generación debe invertir por cada tecnología a fin de maximizar sus beneficios. Como se demostró en el capítulo 2, cuando se utiliza la demanda inelástica, maximizar el bienestar social equivale a minimizar el costo total, entonces el planificador central resuelve el siguiente problema:

Minimizar

$$\begin{aligned}
 w_{s,t}, g_{k,j,t}^0, & \sum_{s \in S} CF_s \cdot w_{s,1} + \\
 g_{s,j,t}, r_{j,t} & + \sum_{s \in S} \sum_{t \in T | t > 1} \frac{1}{(1+i)^{t-1}} \cdot CF_s \cdot (w_{s,t} - w_{s,t-1}) + \\
 & \sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \sum_{k \in G} \frac{1}{(1+i)^t} \cdot \tau_p \cdot CV_k^0 \cdot g_{k,j,t}^0 + \\
 & \sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \frac{1}{(1+i)^t} \cdot \tau_p \cdot CV_s \cdot g_{s,j,t} + \\
 & \sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \frac{1}{(1+i)^t} \cdot \tau_p \cdot VOLL \cdot r_{j,t}
 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 \sum_{k \in G} g_{k,j,t}^0 + \sum_{s \in S} g_{s,j,t} &= d_{j,t} - r_{j,t} & \forall j \in D, t \in T \\
 g_{k,j,t}^0 &\leq \bar{g}_k^0 & \forall k \in G \\
 g_{s,j,t} &\leq \bar{g}_s \cdot (w_{s,t} - w_{s,t-\gamma_s}) & \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t > \gamma_s \\
 g_{s,j,t} &\leq \bar{g}_s \cdot w_{s,t} & \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t \leq \gamma_s \\
 g_{s,j,t} &\geq 0 & \forall s \in S, j \in D, t \in T \\
 r_{j,t} &\leq d_{j,t} & \forall j \in D, \forall t \in T \\
 r_{j,t} &\geq 0 & \forall j \in D, \forall t \in T \\
 w_{s,t-1} &\leq w_{s,t} & \forall s \in S, \forall t \in T | t > 1 \\
 w_{s,t} &\in [0, \bar{w}_s] \cup \mathbb{Z}^+ & \forall s \in S, \forall t \in T
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

La función objetivo está dada por el valor presente del costo de inversión en capacidad de generación sumado al costo de operación del mercado y el costo de la energía no suministrada. La primera restricción representa el balance de oferta - demanda. Las tres siguientes restricciones representan las restricciones de capacidad para las unidades existentes, para las unidades nuevas que sobrepasan su tiempo de vida útil y para las unidades nuevas que no sobrepasan su tiempo de vida útil. Asimismo el racionamiento debe ser menor a la demanda. También se representa la restricción intertemporal: las unidades construidas en una etapa se encuentran disponibles para la siguiente etapa ($w_{s,t-1} \leq w_{s,t}$). Finalmente, existe una restricción de recursos que limita las variables enteras $w_{s,t}$.

3.3.2. Modelo del monopolio

Este modelo considera a un solo inversionista que tiene el monopolio del mercado de inversiones en capacidad de generación y este maximiza sus beneficios para el periodo de análisis. A partir de la notación utilizada en la sección 3.3.1 se formuló el modelo del monopolio que maximiza sus beneficios para una tasa de retorno mínima aceptable sujeto al problema del operador del mercado. Para simplificar la formulación matemática del modelo, se descomponen las variables enteras $w_{s,t}$ en un conjunto $U = \{1, 2, \dots, \bar{U}\}$ de variables binarias $x_{u,s,t}$ de tal forma que posteriormente se pueda aplicar la linealización de [Fortuny-Amat y McCarl \(1981\)](#). Las variables $x_{u,s,t}$ cumplen con la siguiente relación:

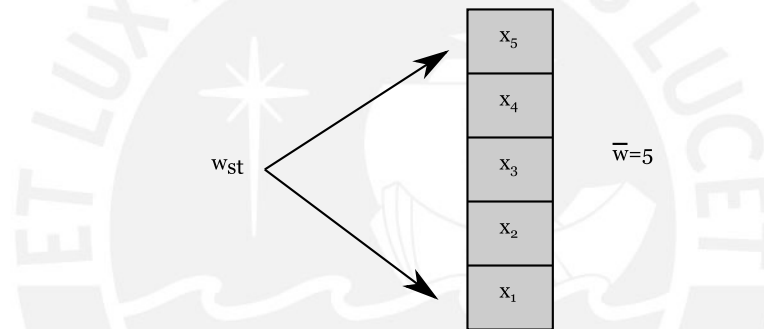
$$w_{s,t} = \sum_{u=1}^{\bar{U}} x_{u,s,t} \tag{3.16}$$

Dado que se ha descompuesto las variables $w_{s,t}$ en un conjunto de variables binarias entonces asignamos un orden ascendente para la construcción de unidades mediante la siguiente restricción:

$$x_{u-1,s,t} \geq x_{u,s,t} \tag{3.17}$$

La restricción anterior dice que no se pueden construir unidades en el índice u si es que antes no se han construido las unidades del índice $u - 1$ (ver Figura 3.2).

Figura 3.2: Descomposición binaria de las variables enteras $w_{s,t}$.



Fuente: elaboración propia.

También se debe representar la restricción intertemporal que dice que las unidades construidas en una etapa se encuentran disponibles en la siguiente etapa:

$$x_{u,s,t} \geq x_{u,s,t-1} \tag{3.18}$$

El objetivo del monopolista consisten maximizar el valor presente de sus beneficios sujeto a las restricciones de inversión comentadas anteriormente y al problema del operador del mercado. Para actualizar los beneficios a valor presente, el monopolista utiliza su tasa de retorno mínima aceptable α . El problema del operador del mercado consiste en el problema de minimización del costo de operación sujeto al balance de la oferta - demanda y a las restricciones de capacidad. La formulación matemática del problema del monopolio es la siguiente:

3.3 Modelos discretos

Primer Nivel:

$$\begin{aligned}
 \text{Maximizar} \\
 x_{u,s,t} \quad & \sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1 + \alpha)^t} \cdot \tau_j \cdot (p_{j,t} - CV_s) \cdot g_{u,s,j,t} \\
 & - \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} CF_s \cdot x_{u,s,1} \\
 & - \sum_{t \in T | t > 1} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1 + \alpha)^{t-1}} \cdot CF_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-1})
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 x_{u-1,s,t} & \geq x_{u,s,t} \quad \forall u \in U | u > 1, \forall s \in S, \forall t \in T \\
 x_{u,s,t} & \geq x_{u,s,t-1} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall t \in T | t > 1 \\
 \sum_{u \in U} x_{u,s,t} & \leq \bar{w}_s \quad \forall s \in S, \forall t \in T \\
 x_{u,s,t} & \in \{0, 1\} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall t \in T
 \end{aligned}$$

Segundo Nivel

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \\
 g_{k,j,t}^0, r_{j,t} \quad & \sum_{k \in G} CV_k^0 \cdot g_{k,j,t}^0 + \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} CV_s \cdot g_{u,s,j,t} \\
 & + VOLL \cdot r_{j,t}
 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 \sum_{k \in G} g_{k,j,t}^0 + \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} g_{u,s,j,t} + r_{j,t} & = d_{j,t} : p_{j,t} \\
 g_{k,j,t}^0 & \leq \bar{g}_k^0 : \mu_{k,j,t} \quad \forall k \in G \\
 g_{u,s,j,t} & \leq \bar{g}_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-\gamma_s}) : \phi_{u,s,j,t} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, t > \gamma_s \\
 g_{u,s,j,t} & \leq \bar{g}_s \cdot x_{u,s,t} : \phi_{u,s,j,t} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, t \leq \gamma_s \\
 r_{j,t} & \leq d_{j,t} : \lambda_{j,t} \\
 g_{k,j,t}^0 & \geq 0 \quad \forall k \in G \\
 g_{u,s,j,t} & \geq 0 \quad \forall s \in S \\
 r_{j,t} & \geq 0
 \end{aligned}$$

} $\forall j \in D$
} $\forall t \in T$

(3.20)

Para el problema del operador del mercado se han escritos las respectivas variables duales a lado de cada restricción. De manera similar a la sección 3.2.2 el problema del operador del mercado se puede reemplazar las restricciones de su problema primal y dual, y su condición de dualidad fuerte; se expresó el modelo en un solo nivel de la siguiente forma:

3.3 Modelos discretos

44

Maximizar
 $x_{u,s,t}, g_{k,j,t}^0$
 $g_{u,s,j,t}, r_{j,t}$
 $p_{j,t}, \mu_{k,j,t}$
 $\phi_{u,s,j,t}, \lambda_{j,t}$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1 + \alpha)^t} \cdot \tau_j \cdot (p_{j,t} - CV_s) \cdot g_{u,s,j,t}$$

$$- \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} CF_s \cdot x_{u,s,1}$$

$$- \sum_{t \in T | t > 1} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1 + \alpha)^{t-1}} \cdot CF_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-1})$$

Sujeto a:

Restricciones del primer nivel:

$$x_{u-1,s,t} \geq x_{u,s,t} \quad \forall u \in U | u > 1, \forall s \in S, \forall t \in T$$

$$x_{u,s,t} \geq x_{u,s,t-1} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall t \in T | t > 1$$

$$\sum_{u \in U} x_{u,s,t} \leq \bar{w}_s \quad \forall s \in S, \forall t \in T$$

$$x_{u,s,t} \in \{0, 1\} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall t \in T$$

Condición de dualidad fuerte:

$$p_{j,t} \cdot d_{j,t} - \sum_{k \in G} \bar{g}_k^0 \cdot \mu_{k,j,t} - \lambda_{j,t} \cdot d_{j,t} - \sum_{k \in G} CV_k^0 \cdot g_{k,j,t}^0$$

$$- \sum_{s \in S | t > \gamma_s} \sum_{u \in U} \bar{g}_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-\gamma_s}) \cdot \phi_{u,s,j,t}$$

$$- \sum_{s \in S | t \leq \gamma_s} \sum_{u \in U} \bar{g}_s \cdot x_{u,s,t} \cdot \phi_{u,s,j,t}$$

$$- \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} CV_s \cdot g_{u,s,j,t} - VOLL \cdot r_{j,t} = 0 \quad \forall j \in D, \forall t \in T$$

Restricciones del segundo nivel:

$$\sum_{k \in G} g_{k,j,t}^0 + \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} g_{u,s,j,t} + r_{j,t} = d_{j,t} \quad \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$g_{k,j,t}^0 \leq \bar{g}_k^0 \quad \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$g_{u,s,j,t} \leq \bar{g}_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-\gamma_s}) \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t > \gamma_s$$

$$g_{u,s,j,t} \leq \bar{g}_s \cdot x_{u,s,t} \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t \leq \gamma_s$$

$$r_{j,t} \leq d_{j,t} \quad \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$g_{k,j,t}^0 \geq 0 \quad \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$g_{u,s,j,t} \geq 0 \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$r_{j,t} \geq 0 \quad \forall j \in D, \forall t \in T$$

Restricciones duales del segundo nivel:

$$p_{j,t} - \mu_{k,j,t} \leq CV_k^0 \quad \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$p_{j,t} - \phi_{u,s,j,t} \leq CV_s \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall p \in P, \forall t \in T$$

$$p_{j,t} - \lambda_{j,t} \leq VOLL \quad \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$\mu_{k,j,t} \geq 0 \quad \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$\phi_{u,s,j,t} \geq 0 \quad \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T$$

$$\lambda_{j,t} \geq 0 \quad \forall j \in D, \forall t \in T$$

(3.21)

El modelo resultante es no lineal debido a que algunos términos incluyen el producto de variables continuas con variables discretas; por ello se utilizó la metodología propuesta en [Fortuny-Amat y McCarl \(1981\)](#) para linealizar el problema. Sea x una variable binaria e y una variable continua, el producto $x \cdot y$ se puede reemplazar por el siguiente conjunto de restricciones lineales:

$$x \cdot y \implies \begin{cases} x \cdot y = (y - y^*) \\ |y - y^*| \leq M \cdot x \\ |y^*| \leq M \cdot (1 - x) \end{cases} \quad (3.22)$$

Donde M es la cota de la variable y de tal forma que $|y| \leq M$. Entonces, utilizando la representación de Fortuny-Amat y McCarl (1981) se crearon las variables auxiliares $\phi_{u,s,j,t}^*$ para linealizar el producto de los términos $x_{u,s,t} \cdot \phi_{u,s,j,t}$ de forma que $x_{u,s,t} \cdot \phi_{u,s,j,t} = \phi_{u,s,j,t} - \phi_{u,s,j,t}^*$.

Asimismo, el producto de los términos $p_{j,t}$ y $g_{u,s,j,t}$ es no lineal; y se utilizó la descomposición propuesta por Glover (1975) para linealizar este término. Para ello descomponemos la variable $g_{u,s,j,t}$ en una suma de variables binarias $b_{o,u,s,j,t}$ para $o \in O = \{0, 1 \dots \bar{O}\}$:

$$g_{u,s,j,t} = 0 \cdot \Delta \cdot b_{0,u,s,j,t} + 1 \cdot \Delta \cdot b_{1,u,s,j,t} + 2 \cdot \Delta \cdot b_{2,u,s,j,t} + \dots \bar{O} \cdot \Delta \cdot b_{\bar{O},u,s,j,t} \quad (3.23)$$

$$g_{u,s,j,t} = \sum_{o \in O} o \cdot \Delta \cdot b_{o,u,s,j,t} \quad (3.24)$$

Donde $\sum_{o \in O} b_{o,u,s,j,t} \leq 1$. Entonces, el producto $p_{j,t} \cdot g_{u,s,j,t}$ puede ser aproximado por las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} p_{j,t} \cdot g_{u,s,j,t} &= \sum_{o \in O} o \cdot \Delta \cdot z_{o,u,s,j,t} \\ 0 &\leq z_{o,u,s,j,t} \leq VOLL \cdot b_{o,u,s,j,t} \\ 0 &\leq p_{j,t} - z_{o,u,s,j,t} \leq VOLL \cdot (1 - b_{o,u,s,j,t}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Al utilizar esta formulación se tiene el siguiente problema lineal entero mixto equivalente presentado en (3.26). Con este modelo se finalizó la propuesta del capítulo 3; las restricciones de tiempos de vida útil, tiempos de construcción y las restricciones de financiamiento pueden ser fácilmente incorporados a los modelos propuestos y se tratará en el siguiente capítulo.

3.3 Modelos discretos

Maximizar

$$\begin{aligned}
 & x_{u,s,t} \\
 & g_{k,j,t}^0 \\
 & g_{u,s,j,t}, r_{j,t} \\
 & b_{o,u,s,j,t} \\
 & z_{o,u,s,j,t}, \\
 & p_{j,t}, \mu_{k,j,t} \\
 & \phi_{u,s,j,t}, \lambda_{j,t} \\
 & \phi_{u,s,j,t}^*
 \end{aligned}
 \sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1+\alpha)^t} \cdot \tau_j \cdot \sum_{o \in O} o \cdot \Delta \cdot z_{o,u,s,j,t}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{t \in T} \sum_{j \in D} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1+\alpha)^t} \cdot \tau_j \cdot CV_s \cdot g_{u,s,j,t} \\
 & - \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} CF_s \cdot x_{u,s,1} \\
 & - \sum_{t \in T | t > 1} \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \frac{1}{(1+\alpha)^{t-1}} \cdot CF_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-1})
 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 g_{u,s,j,t} &= \sum_{o \in O} o \cdot \Delta \cdot b_{o,u,s,j,t} && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 \sum_{o \in O} b_{o,u,s,j,t} &\leq 1 && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 0 \leq z_{o,u,s,j,t} &\leq VOLL \cdot b_{o,u,s,j,t} && \forall o \in O, \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 0 \leq p_{j,t} - z_{o,u,s,j,t} &\leq VOLL \cdot (1 - b_{o,u,s,j,t}) && \forall o \in O, \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 x_{u-1,s,t} &\geq x_{u,s,t} && \forall u \in U | u > 1, \forall s \in S, \forall t \in T \\
 x_{u,s,t} &\geq x_{u,s,t-1} && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall t \in T | t > 1 \\
 \sum_{u \in U} x_{u,s,t} &\leq \bar{w}_s && \forall s \in S, \forall t \in T \\
 x_{u,s,t} &\in \{0, 1\} && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall t \in T \\
 b_{o,u,s,j,t} &\in \{0, 1\} && \forall o \in O, \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 p_{j,t} \cdot d_{j,t} - \sum_{k \in G} \bar{g}_k^o \cdot \mu_{k,j,t} - \lambda_{j,t} \cdot d_{j,t} - \sum_{k \in G} CV_k^0 \cdot g_{k,j,t}^0 &&& \\
 - \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} \bar{g}_s \cdot (\phi_{u,s,j,t} - \phi_{u,s,j,t}^*) &&& \\
 - \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} CV_s \cdot g_{u,s,j,t} - VOLL \cdot r_{j,t} &= 0 && \forall j \in D, \forall t \in T \\
 |\phi_{u,s,j,t} - \phi_{u,s,j,t}^*| &\leq M \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-\gamma_s}) && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t > \gamma_s \\
 |\phi_{u,s,j,t}^*| &\leq M \cdot (1 - x_{u,s,t} + x_{u,s,t-\gamma_s}) && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t > \gamma_s \\
 |\phi_{u,s,j,t} - \phi_{u,s,j,t}^*| &\leq M \cdot x_{u,s,t} && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t \leq \gamma_s \\
 |\phi_{u,s,j,t}^*| &\leq M \cdot (1 - x_{u,s,t}) && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t \leq \gamma_s \\
 \sum_{k \in G} g_{k,j,t}^0 + \sum_{s \in S} \sum_{u \in U} g_{u,s,j,t} + r_{j,t} &= d_{j,t} && \forall j \in D, \forall t \in T \\
 0 \leq g_{k,j,t}^0 &\leq \bar{g}_k^0 && \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 g_{u,s,j,t} &\leq \bar{g}_s \cdot (x_{u,s,t} - x_{u,s,t-\gamma_s}) && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t > \gamma_s \\
 g_{u,s,j,t} &\leq \bar{g}_s \cdot x_{u,s,t} && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T | t \leq \gamma_s \\
 0 \leq r_{j,t} &\leq d_{j,t} && \forall j \in D, \forall t \in T \\
 g_{u,s,j,t} &\geq 0 && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 p_{j,t} - \mu_{k,j,t} &\leq CV_k^o && \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 p_{j,t} - \phi_{u,s,j,t} &\leq CV_s && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 p_{j,t} - \lambda_{j,t} &\leq VOLL && \forall j \in D, \forall t \in T \\
 \mu_{k,j,t} &\geq 0 && \forall k \in G, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 \phi_{u,s,j,t} &\geq 0 && \forall u \in U, \forall s \in S, \forall j \in D, \forall t \in T \\
 \lambda_{j,t} &\geq 0 && \forall j \in D, \forall t \in T
 \end{aligned}$$

(3.26)

Capítulo 4

Resultados y discusión

En este capítulo se reportan los resultados de los modelos propuestos aplicados al caso peruano. Con los costos de inversión y operación, y la proyección de la demanda del sistema peruano se encontró la composición del parque generador para el planificador central, el monopolio y el oligopolio en el periodo 2014 - 2043; en la mayoría de los casos se incorporaron las restricciones de tiempo de vida útil, restricciones de financiamiento y las restricciones en el tiempo de construcción y se reportan los resultados obtenidos al incorporar cada restricción. En la sección 4.1 se presentan las principales características del sistema peruano y los datos que fueron utilizados en las simulaciones. En la sección 4.2 se presentan los resultados para el planificador central, en la sección 4.3 se presentan los resultados para el monopolio y en la sección 4.4 se presentan los resultados para el oligopolio. Finalmente, en la sección 4.5 se resumen y discuten los resultados más relevantes.

4.1. Características del sistema peruano y datos utilizados

En esta sección se presentan las principales características del sistema peruano así como los datos necesarios para realizar las simulaciones con los modelos propuestos.

4.1.1. Composición del parque generador

Actualmente, el parque generador peruano se caracteriza por tener diferentes fuentes de energía: hidráulica, térmica, solar y eólica. Las principales fuentes de energía que se utilizan son la energía hidráulica y la energía térmica; las energías solar y eólica no son representativas y su inclusión dentro del parque generador actual se debe a la regulación peruana que obliga a que un 5% de la capacidad instalada provenga de fuentes renovables. Por ello, las fuentes de energía renovable se dejan fuera del alcance del presente trabajo.

El Perú cuenta con importantes fuentes de energía hidráulica provenientes de las cuencas de la sierra y selva del país. Se estima que el potencial de los recursos hídricos para generar electricidad es de 70 000 MW, cifra que supera ampliamente la demanda. Por ello, se considera que no existe una restricción de recursos respecto a esta fuente de energía.

Por otro lado, el Perú hace uso de dos recursos principales para la producción de energía térmica: el gas natural y el diésel. El gas natural proviene de los yacimientos de Camisea y es transportado a través de un gaseoducto a la zona de Chilca en donde se produce energía eléctrica a un costo barato en comparación al diésel, que proviene principalmente

4.1 Características del sistema peruano y datos utilizados

48

del extranjero debido a que la producción interna no cubre la demanda.

El parque generador actual principalmente consta de cuatro tecnologías: hidráulica, gas en ciclo simple (CS), gas en ciclo combinado (CC) y diésel ¹. La generación de electricidad es una actividad descentralizada y las compañías de generación son las dueñas de las distintas tecnologías destinadas a producir electricidad. En la Tabla 4.1 se presenta las principales compañías de generación del sistema peruano y la capacidad existentes por cada tecnología.

Tabla 4.1: Principales compañías de generación del sistema peruano con su respectiva capacidad en MW por cada tecnología - año 2014

Compañía	Hidráulica (MW)	Gas CS (MW)	Gas CC (MW)	Diésel (MW)	Carbón (MW)
Celepsa	220	-	-	-	-
Chinango	193	-	-	-	-
Edegel	556	385	485	-	-
Eepsa	-	114	-	186	-
Egasa	176	72	-	70	-
Egamsa	88	-	-	-	-
Egenor	374	-	-	56	-
Egesur	35	23	-	-	-
Electroperu	886	-	-	16	-
Enersur	137	-	808	677	139
Emghuanza	94	-	-	-	-
San Gabán	113	-	-	5	-
Fenix	-	-	600	-	-
Kallpa	-	-	860	-	-
SN Power	271	-	-	-	-
Termochilca	-	209	-	-	-
Termoselva	-	170	-	-	-
Subtotal	3143	973	2753	1010	139
Total	8018				

Fuente: COES.

En la Tabla 4.2 se resume la composición del parque generador peruano para el año 2014².

¹Existe una única planta a carbón pero no es relevante para el análisis

²Aproximadamente 910 MW de la tecnología de generación a diésel son solamente usados como reserva.

Tabla 4.2: Composición del parque generador peruano para el año 2014

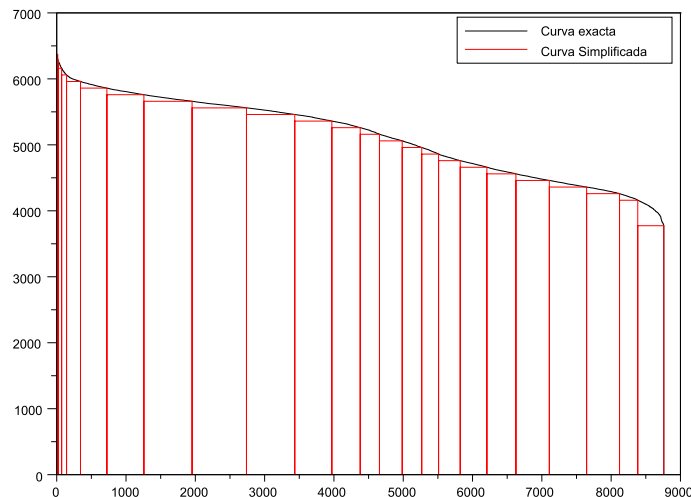
Tecnología	MW
Hidráulica	3143
Gas CC	2753
Gas CS	973
Carbón	139
Diesel	1010

Fuente: COES.

4.1.2. La demanda de electricidad

Para modelizar la demanda de electricidad se utilizó una curva de duración simplificada basándose en los datos de los bloques de demanda horarios que utiliza el OSINERGMIN para el cálculo del margen de reserva; dicha simplificación es necesaria debido al esfuerzo computacional que demandaría resolver los modelos propuestos con una demanda horaria. En la Figura 4.1 se muestra la curva de duración anual con datos horarios para el año 2014 junto con la curva de duración simplificada de 24 bloques. Los datos de la curva simplificada se presentan en la Tabla 4.3.

Figura 4.1: Curva de duración anual de demanda para el año 2014



Fuente: Osinergmin.

4.1 Características del sistema peruano y datos utilizados

50

Tabla 4.3: Datos de la curva simplificada para el año 2014

Bloque j	d_j (MW)	τ_j (Horas)	Bloque j	d_j (MW)	τ_j (Horas)
1	6372.3	15	13	5160	278
2	6260	10	14	5060	328
3	6160	46	15	4960	282
4	6060	71	16	4860	243
5	5960	201	17	4760	312
6	5860	381	18	4660	385
7	5760	534	19	4560	419
8	5660	695	20	4460	482
9	5560	785	21	4360	538
10	5460	697	22	4260	475
11	5360	535	23	4160	263
12	5260	409	24	3,774.00	376

Fuente: elaboración propia.

Para comprobar la validez del uso de la curva de duración simplificada se utilizó como criterio verificación el margen de error de los resultados obtenidos por el modelo estático del planificador central propuesto en la sección 2.4.2 al utilizar la curva de duración horaria y la curva de duración simplificada. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.4. Se puede apreciar que el margen de error relativo es menor al 3.3% en las tres primeras tecnologías, para el caso del diesel el margen de error se debe a que la demanda fue modelada en bloques de 100 MW y por ello no es posible obtener menos capacidad, no obstante los resultados en general son cuantitativamente muy similares y por ello de aquí en adelante se utilizara la curva simplificada.

Tabla 4.4: Resultados del modelo estático para ambas curvas de duración

	Curva exacta (MW)	Curva simplificada (MW)	Margen de error relativo $ \epsilon $
Hidráulica	4222.3	4160	1.47%
Gas CC	1512.2	1500	0.8%
Gas CS	387	400	3.35%
Diésel	46.9	100	113.2%
Total	6168	6160	0.12%

Fuente: resultados de la investigación.

Por otro lado, en la Tabla 4.5 se presenta el pronóstico del crecimiento de la máxima demanda anual para el periodo 2014 - 2024, dado que el presente análisis es para el periodo 2014 - 2043, se consideró que para el periodo 2025 - 2043 se mantiene constante la tasa de crecimiento del año 2024; dicha tasa de crecimiento se considera la misma para cada nivel de demanda de la curva de duración.

Tabla 4.5: Pronostico del crecimiento de la demanda

Año	Crecimiento
2014	8 %
2015	11 %
2016	13 %
2017	8 %
2018	9 %
2019	5 %
2020	6 %
2021	6 %
2022	5 %
2023	4 %
2024	4 %

Fuente: COES.

Finalmente, se utilizó un VOLL igual a 1000 \$/MWh, con lo que queda determinada la curva de demanda en cada nivel.

4.1.3. Los costos de inversión y operación

En las Tablas 4.6 y 4.7 se presentan los costos de inversión y operación para el portafolio de tecnologías en los que se puede invertir; dichos los costos fueron tomados de [García et al. \(2011\)](#).

Tabla 4.6: Costos de inversión para cada tecnología

Tecnología	Costo de fijo de inversión (miles \$ / MW)	COyM (%)	Vida útil (años)
Hidráulica	1650	2 %	40
Gas Natural CS	435	3 %	25
Gas Natural CC	550	3 %	25
Diésel	350	3 %	25

Fuente: [García et al. \(2011\)](#).

Tabla 4.7: Costos fijos anualizados y costos variables para cada tecnología

Tecnología	Costo fijo miles (\$ / MW-año)	Costo variable (\$/MWh)
Hidráulica	233.15	0.8
Gas Natural CS	68.51	31.4
Gas Natural CC	86.62	18.6
Diésel	56.7	158.8

Fuente: [García et al. \(2011\)](#).

4.2. Resultados para el planificador central

Esta sección presenta los resultados para el planificador central utilizando los modelos propuestos en las secciones 3.2.1 y 3.3.1. Asimismo, se incorporan las siguientes restricciones en los modelos:

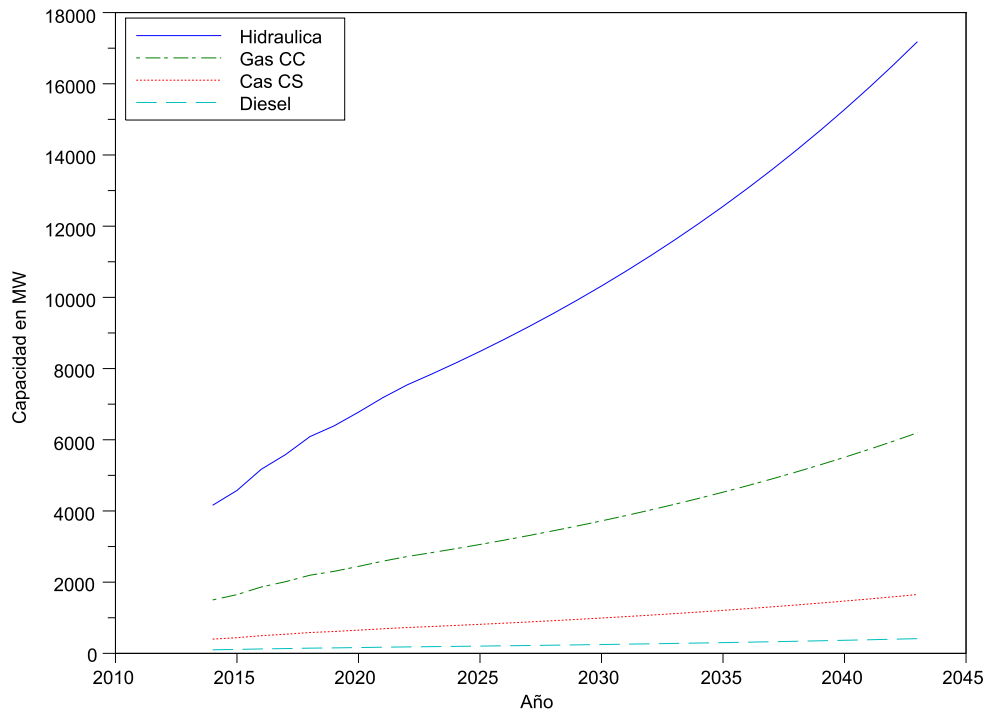
- Tiempos de vida útil de las unidades.
- Tiempos de construcción de las unidades.
- Restricciones de financiamiento.
- Indivisibilidades en la construcción de unidades de generación.

Se consideró un periodo de estudio de 30 años. En todos los casos se supone que no existe un parque generador inicial, a menos que se especifique lo contrario. En cada caso se presenta la evolución de la composición del parque generador, así como la evolución de la máxima demanda y la capacidad total de generación.

4.2.1. El caso base

El caso base consiste en el resultado del modelo dinámico del planificador central propuesto en la sección 3.2.1. Una primera interrogante es si el modelo dinámico obtiene distintos resultados que el modelo estático. Primero, se obtuvo el parque generador óptimo utilizando el modelo estático propuesto en la sección 2.4.2. En la Tabla A.1 se detallan los resultados obtenidos, los cuales se resumen en las Figuras 4.2 y 4.3.

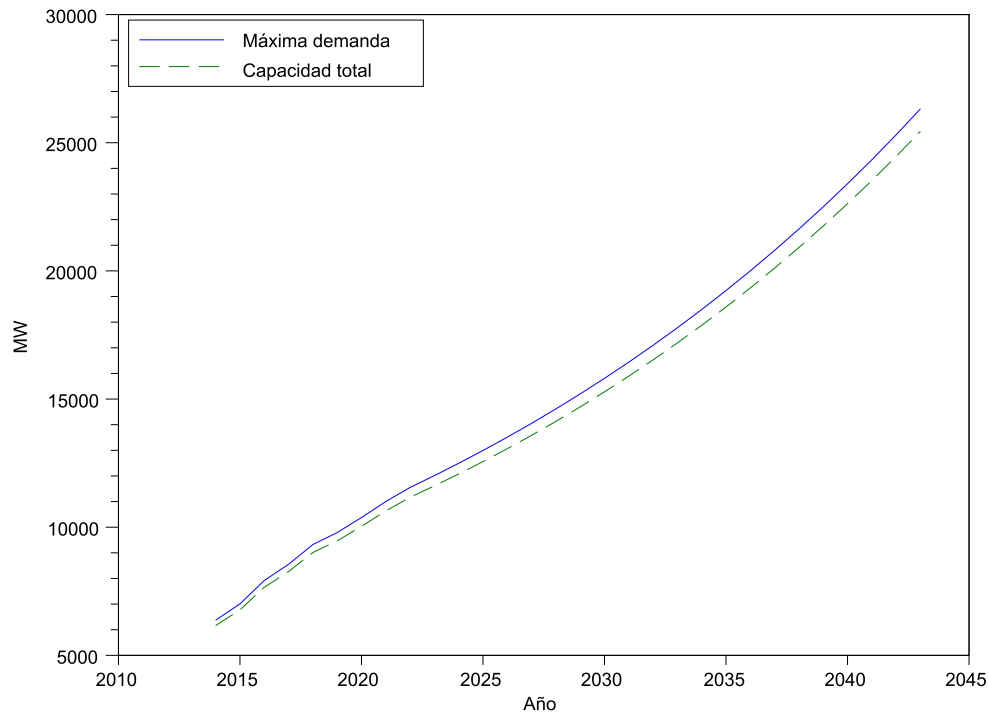
Figura 4.2: Dinámica de la capacidad - modelo estático



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.2 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo estático. El planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo combinado, después en capacidad de generación a gas en ciclo simple y finalmente en capacidad de generación diésel.

Figura 4.3: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo estático

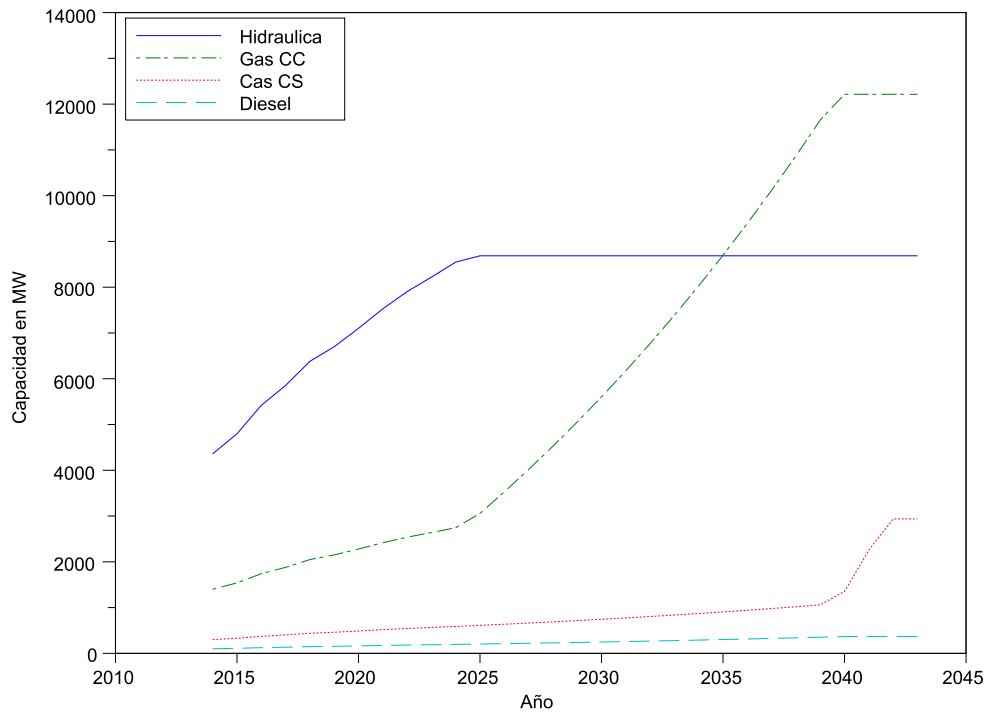


Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.3 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total y por ello existe un pequeño racionamiento que indica que lo óptimo es racionar una pequeña parte de la demanda.

Seguidamente, se obtuvieron los resultados para el modelo dinámico del planificador central. Los resultados se detallan en la Tabla A.2 y se resumen en las Figuras 4.4 y 4.5.

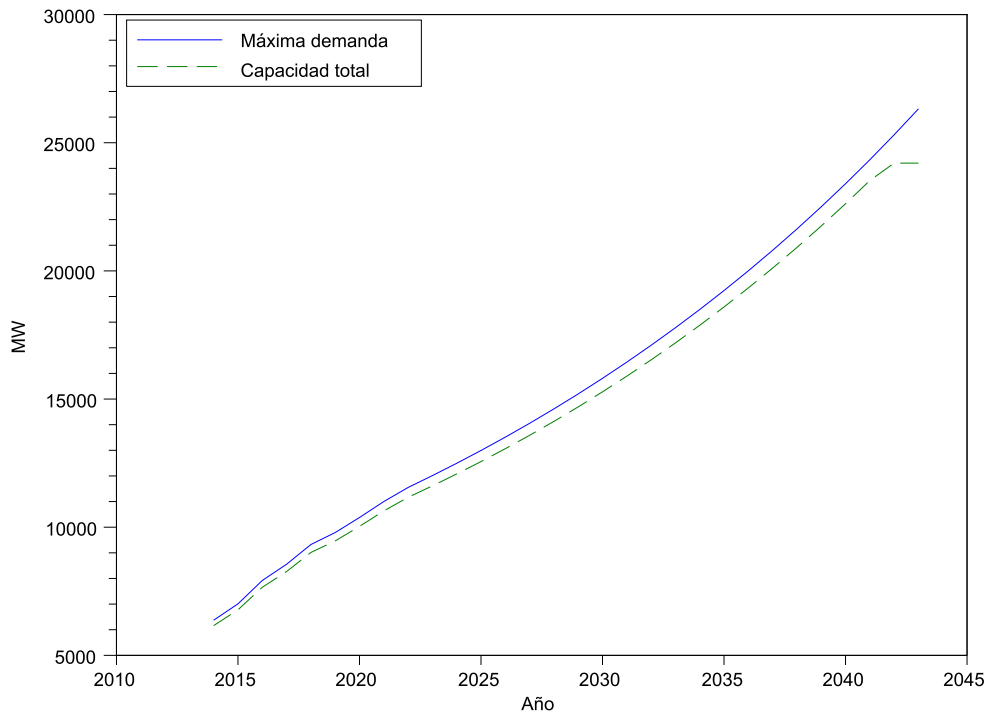
Figura 4.4: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.4 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico. En primera instancia, la composición del parque generador es similar al caso estático hasta el año 2025. A partir del año 2025, el planificador decide invertir en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y así sucesivamente en orden decreciente de costo fijo hasta llegar a la capacidad de generación diésel.

Figura 4.5: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico



Fuente: resultados de la investigación.

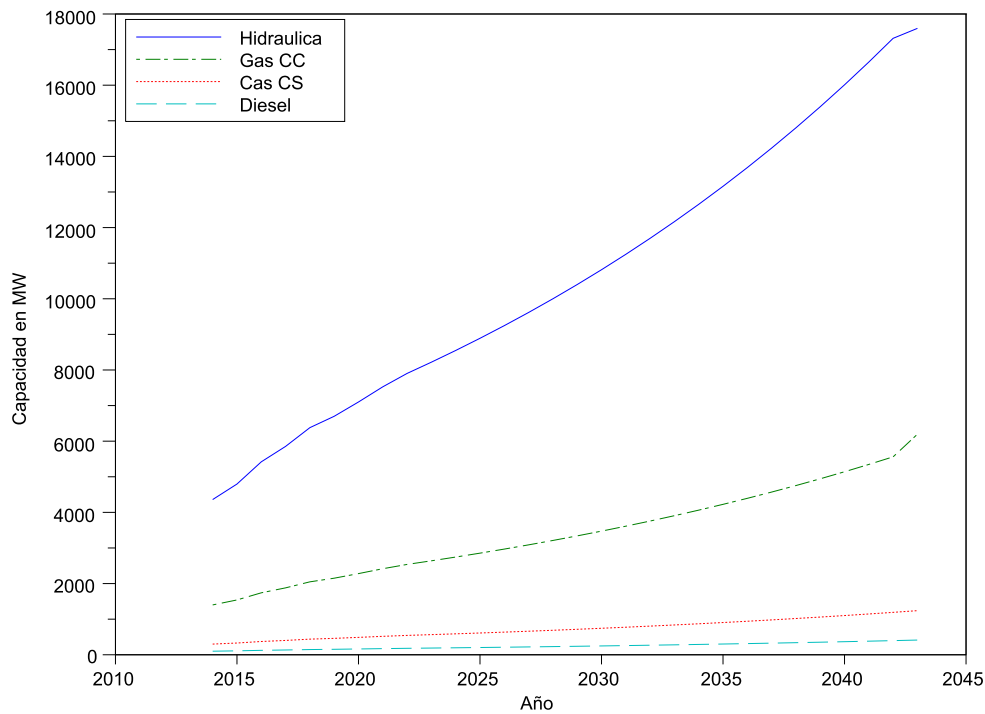
En la Figura 4.5 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total y por ello existe un pequeño racionamiento que indica que lo óptimo es racionar una pequeña parte de la demanda.

Los resultados obtenidos se deben a que el modelo considera que luego del año 2043 ya no existe demanda, en realidad se debe asumir un valor terminal constante de la demanda para que el análisis sea correcto. Entonces, se consideró que a partir del año 2043 la demanda es constante por 30 años más; los resultados se detallan en la Tabla A.3 y se resumen en las Figuras 4.6 y 4.7; los resultados se muestran solamente hasta el año 2043 debido a que luego de este año la solución es repetitiva.

4.2 Resultados para el planificador central

57

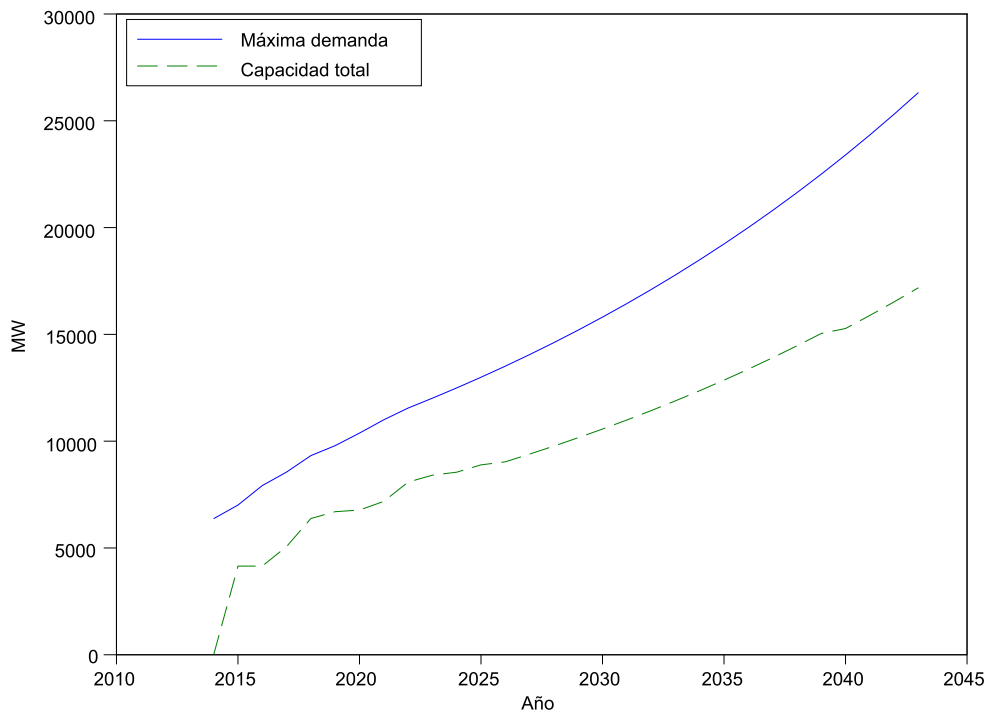
Figura 4.6: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central, valor terminal constante



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.6 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando un valor terminal constante. En este caso la composición del parque generador es similar al caso estático. No obstante, la capacidad de generación hidráulica es mayor a la del caso estático.

Figura 4.7: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con valor terminal constante



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.7 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total y por ello existe un pequeño racionamiento que indica que lo óptimo es racionar una pequeña parte de la demanda.

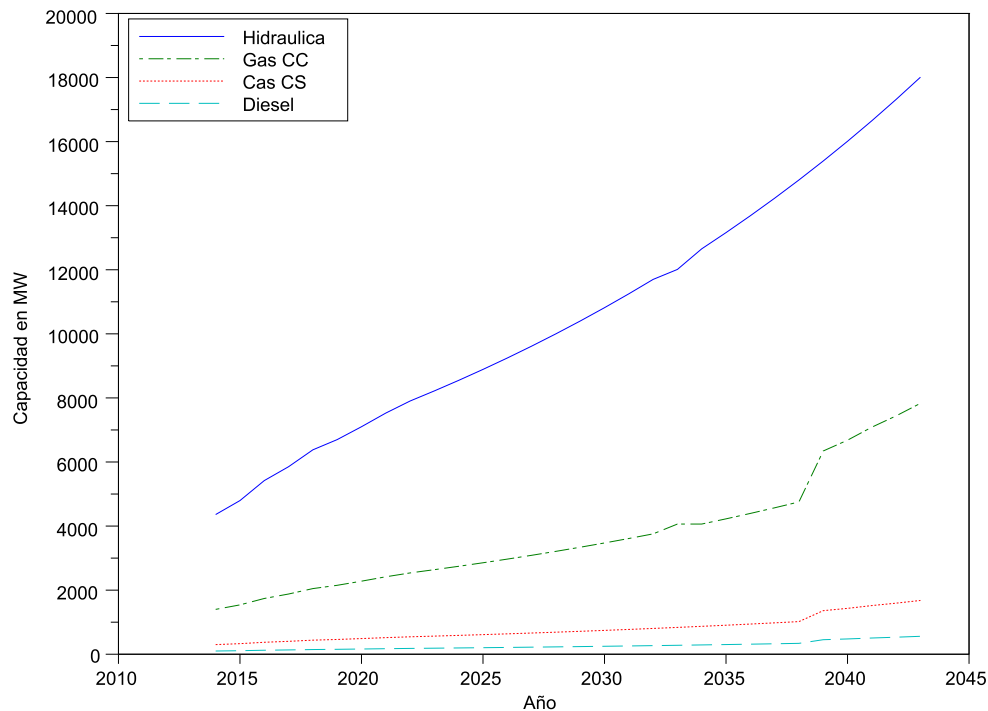
Se puede observar que al considerar un valor terminal se obtiene resultados correctos para la inversión en cada tecnología; en los siguientes casos analizados siempre se considera un valor terminal constante por un periodo de 30 años después del año 2043.

4.2.2. Efecto de las restricciones de tiempos de vida útil

En el caso base se supone que la capacidad de generación tiene un tiempo de vida útil infinito. En la práctica, luego de un determinado número de años, las unidades ya no pueden producir energía eléctrica. En ese caso, sea γ el tiempo de vida útil de una tecnología, la capacidad efectiva sería $g_t^{max} - g_{t-\gamma}^{max}$. Se incorporó la capacidad efectiva dentro de la restricción de la producción del problema del planificador central y se utilizó los tiempos de vida útil de la Tabla 4.6. Los resultados del modelo considerando los tiempos de vida

útil se detallan en la Tabla A.4, y se resumen en las Figuras 4.8 y 4.9.

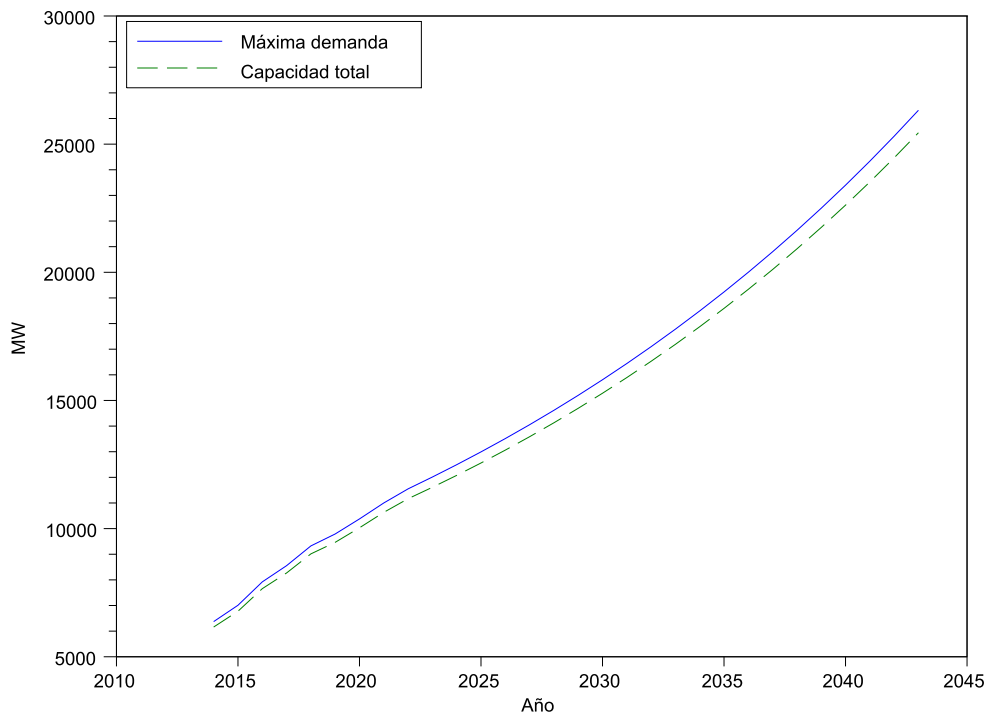
Figura 4.8: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central con años de vida útil



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.8 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando los tiempos de vida útil de las tecnologías. En primera instancia, el planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo combinado, después en capacidad de generación a gas en ciclo simple y finalmente en capacidad de generación diésel. En el año 2039 las unidades térmicas cumplen su tiempo de vida útil (25 años); a partir de este año, además de la inversión en capacidad de generación por el crecimiento de la demanda, el planificador invierte en la misma magnitud de aquella capacidad que cumple con su tiempo de vida útil.

Figura 4.9: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con restricciones de vida útil



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.9 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad efectiva total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total y por ello existe un pequeño racionamiento que indica que lo óptimo es racionar una pequeña parte de la demanda. Asimismo, como capacidad efectiva se tiene el mismo resultado del caso base.

4.2.3. Efecto de las restricciones de tiempos de construcción

Las construcción de centrales toma un determinado tiempo asociado a su tipo de tecnología, el cual es más o menos estándar y se pueden consultar en [García y Moñux \(2006\)](#); [Kehlhofer et al. \(2009\)](#); [Head \(2000\)](#). Si las decisiones son hechas en el primer periodo entonces existe un periodo de demora para la construcción de las unidades, dicho tiempo se puede modelizar por la siguiente restricción:

$$I_{s,t} = 0, \forall t \leq tc_s \quad (4.1)$$

Para las simulaciones, se consideraron los tiempos de construcción de la Tabla 4.8.

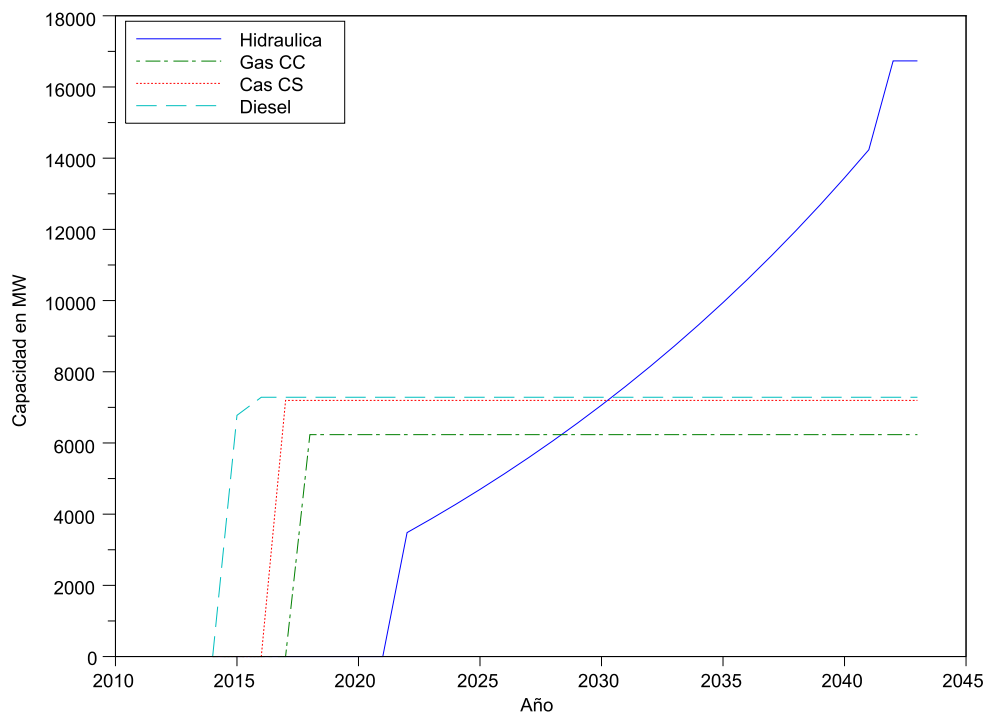
Tabla 4.8: Tiempo de construcción para cada tecnología

Tecnología	Tiempo de construcción (años)
Hidráulica	8
Gas natural CC	4
Gas natural CS	3
Diésel	1

Fuente: elaboración propia.

Los resultados del modelo del planificador central incluyendo los tiempos de construcción se detallan en la Tabla A.5, y se resumen en las Figuras 4.10 y 4.11.

Figura 4.10: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central con restricciones de tiempo de construcción



Fuente: resultados de la investigación.

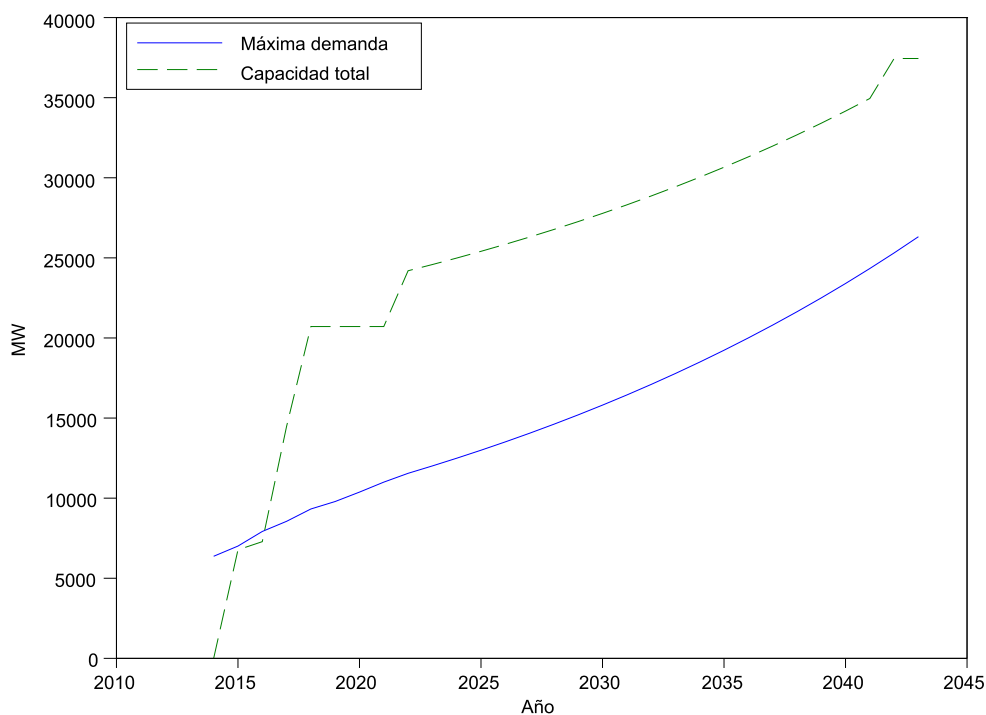
En la Figura 4.10 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando los tiempos de construcción de las tecnologías. El planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación diésel, luego en capacidad de generación a gas en ciclo simple,

4.2 Resultados para el planificador central

62

después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación hidráulica. La inclusión de los tiempos de construcción origina que primero se construyan aquellas tecnologías que tardan menos tiempo en construirse. No obstante, a medida que la limitación del tiempo de construcción desaparece, el planificador reemplaza la capacidad de generación inicial por una con menor costo variable.

Figura 4.11: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con restricciones de tiempo de construcción

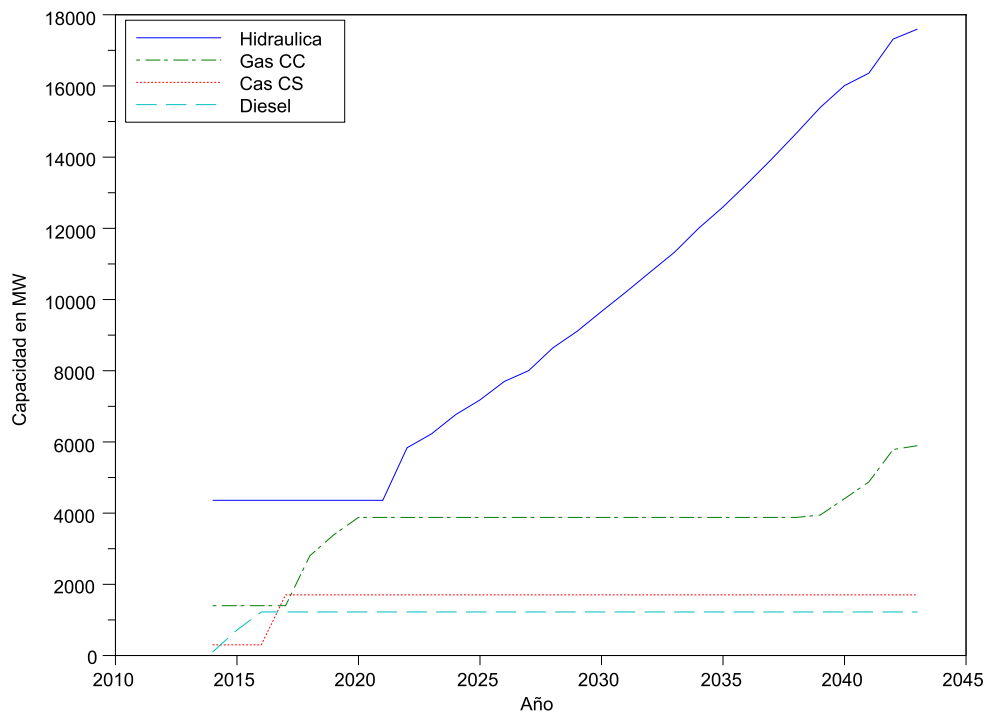


Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.11 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar a partir del año 2015 la máxima demanda es menor a la capacidad de generación total y toda la demanda es cubierta.

Asimismo, se simuló el caso en que se cuenta con un parque de generación inicial idéntico a la solución inicial del caso base. Los resultados se detallan en la Tabla A.6 y se resumen en las Figuras 4.12 y 4.13.

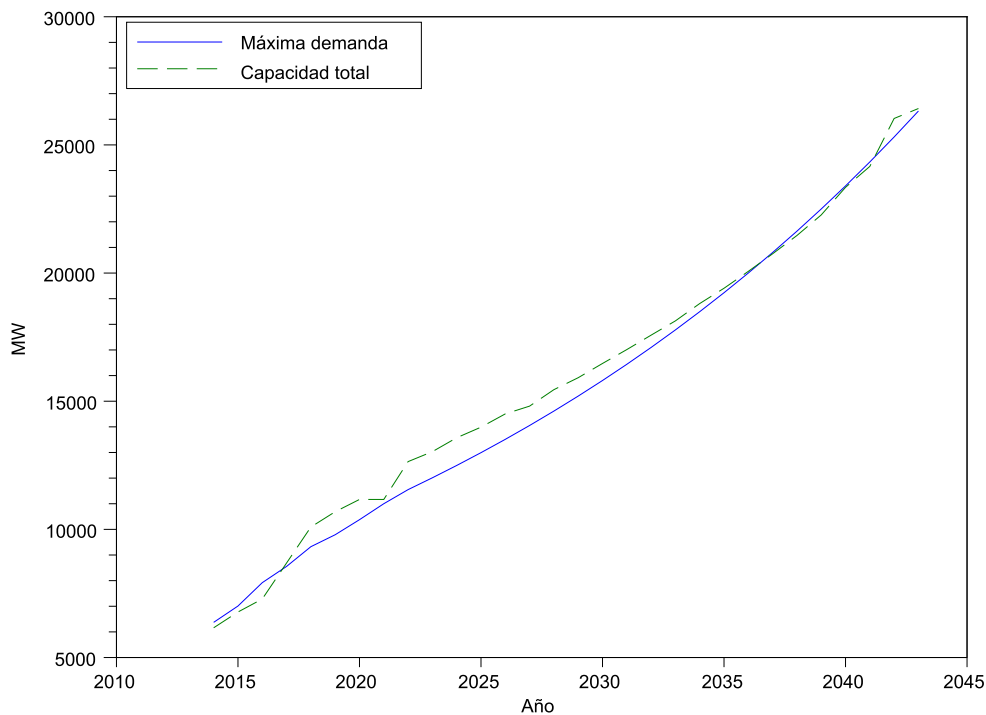
Figura 4.12: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central con restricciones de tiempo de construcción y parque generador inicial



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.12 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico, y considerando los tiempos de construcción de las tecnologías y un parque generador existente. En primera instancia, el planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación diésel, luego en capacidad de generación a gas en ciclo simple, después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación hidráulica. A medida que la limitación del tiempo de construcción desaparece, el planificador reemplaza la capacidad de generación inicial por una con menor costo variable y la solución se aproxima a la solución del caso base.

Figura 4.13: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con restricciones de tiempo de construcción y parque generador inicial



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.13 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar en primera instancia la máxima demanda es mayor que la capacidad de generación total, luego la capacidad total es mayor a la demanda y finalmente ambas trayectorias se aproximan en los últimos periodos.

4.2.4. Efecto de las restricciones de financiamiento

La infraestructura involucrada en la construcción de centrales demanda grandes sumas de dinero que no siempre pueden ser financiadas, ello limita el presupuesto para la inversión, ver Underhill (2010). Dentro del modelo del planificador central este supuesto se modeló por una restricción presupuestaria de la siguiente forma:

$$\sum_{s \in S} k_s \cdot I_{s,t} \leq Ka, \forall t \in T \quad (4.2)$$

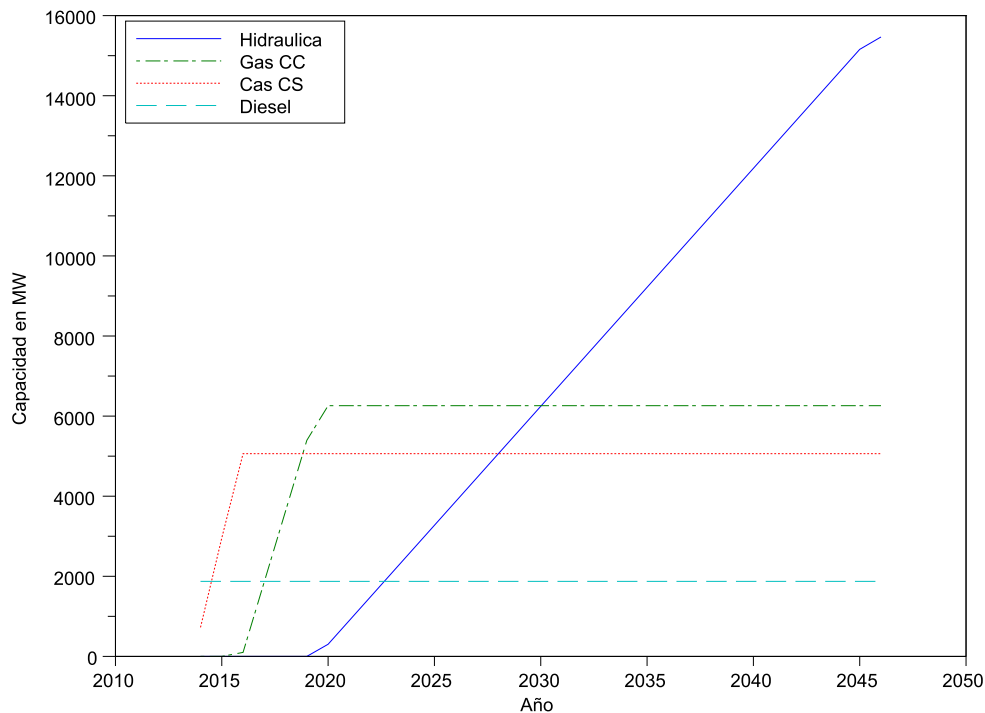
Sea $Ka = 10^9$ el presupuesto total entonces en la Tabla A.7 se detalla los resultados del

4.2 Resultados para el planificador central

65

modelo del planificador considerando las restricciones de financiamiento, dichos resultados se resumen en las Figuras 4.14 y 4.15.

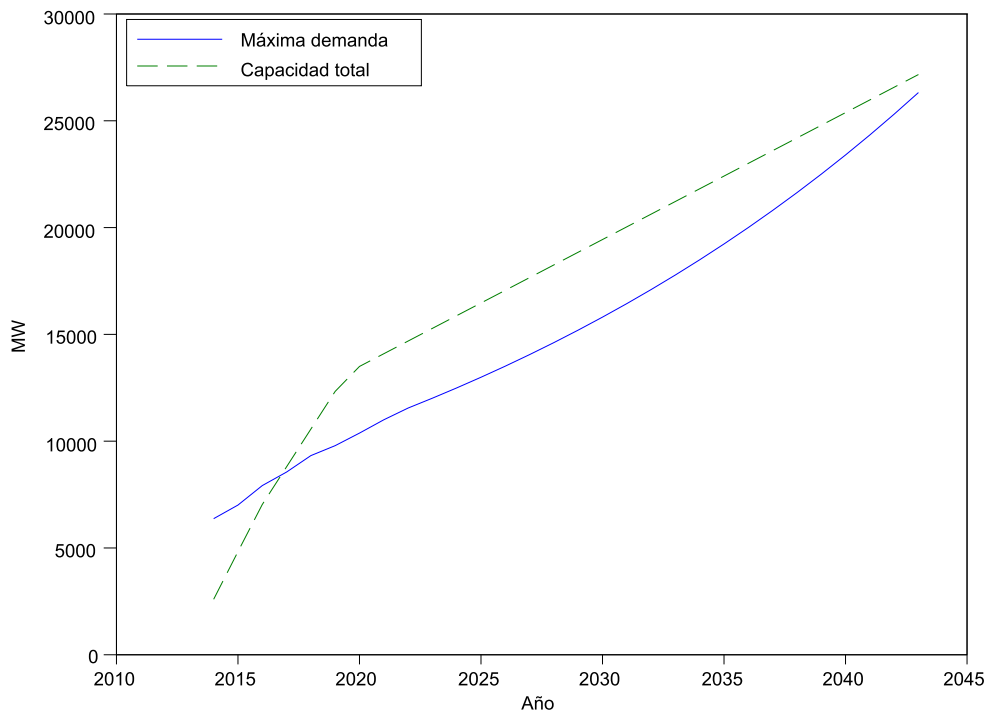
Figura 4.14: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central con restricciones de financiamiento



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.14 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando restricciones en el financiamiento de la inversión. En primera instancia, el planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación diésel, luego en capacidad de generación a gas en ciclo simple, después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación hidráulica. La inclusión de las restricciones de financiamiento origina que primero se construyan aquellas tecnologías que tienen menor costo de inversión. No obstante, a medida que pasan los años, el planificador reemplaza la capacidad de generación inicial por una con menor costo variable.

Figura 4.15: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con restricciones de financiamiento

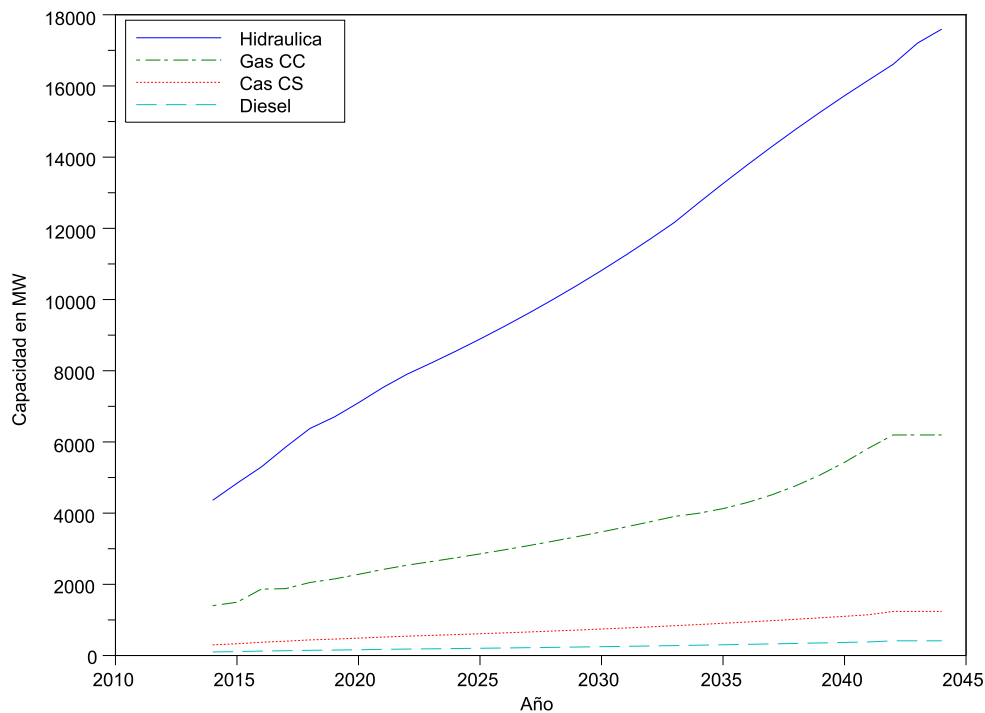


Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.15 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Al comienzo la capacidad de generación es menor a la demanda pero a partir del año 2017 la capacidad de generación total es mayor a la máxima demanda.

Asimismo, se simuló el caso en que se cuenta con un parque de generación inicial idéntico a la solución inicial del caso base, los resultados de detallan en la Tabla A.8 y se resumen en las Figuras 4.16 y 4.17.

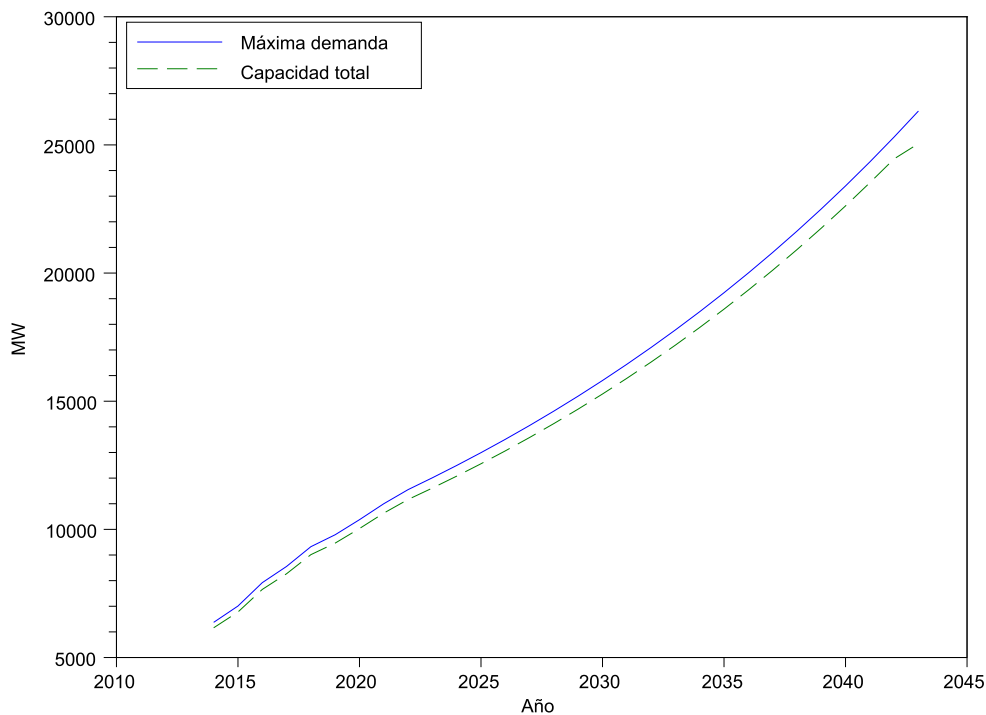
Figura 4.16: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central con restricciones de financiamiento y parque generador inicial



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.16 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico con restricciones de financiamiento y considerando un parque generador inicial. El planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo combinado, después en capacidad de generación a gas en ciclo simple y finalmente en capacidad de generación diésel. Los resultados son similares al caso base dado que el presupuesto prácticamente no limita la inversión.

Figura 4.17: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con restricciones de financiamiento y parque generador inicial



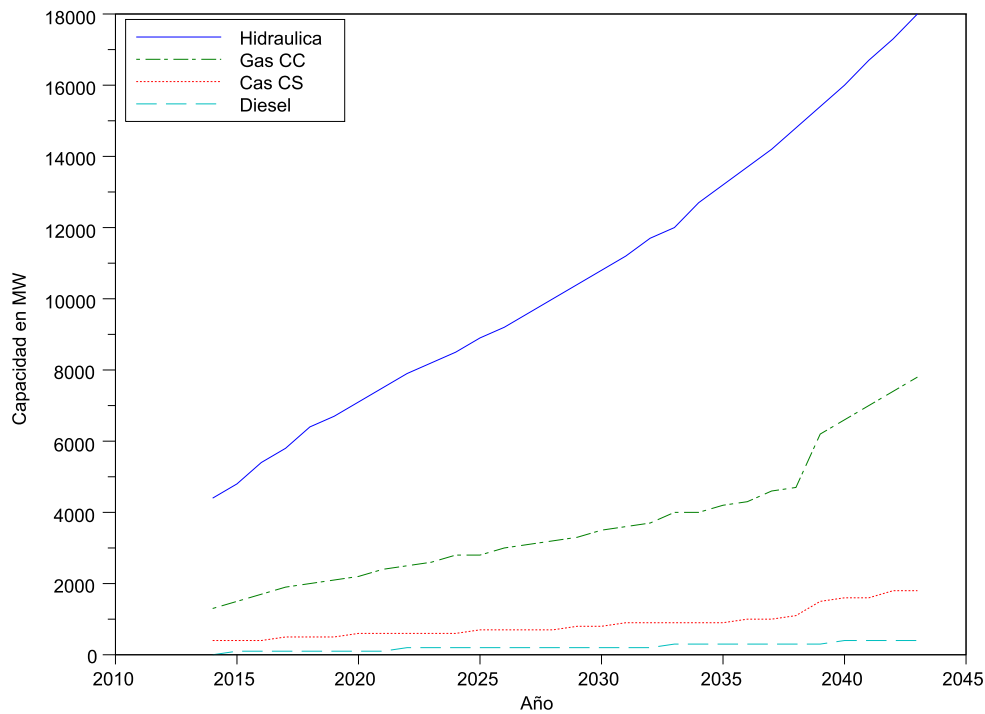
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.17 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total y por ello existe un pequeño racionamiento que indica que lo óptimo es racionar una pequeña parte de la demanda.

4.2.5. Efecto de las indivisibilidades de la capacidad de generación

En los casos anteriores se consideró que la capacidad de generación puede variar continuamente. En la práctica existe una cantidad mínima para que sea eficiente la construcción de una central; a esta restricción se le conoce como indivisibilidad. Para modelar las indivisibilidades se utilizó el modelo discreto del planificador central propuesto en la sección 3.3.1. En la Tabla A.9 se detallan los resultados del modelo del planificador central considerando que las unidades solamente entran en bloques de 100 MW, los resultados se resumen en las Figuras 4.18 y 4.19.

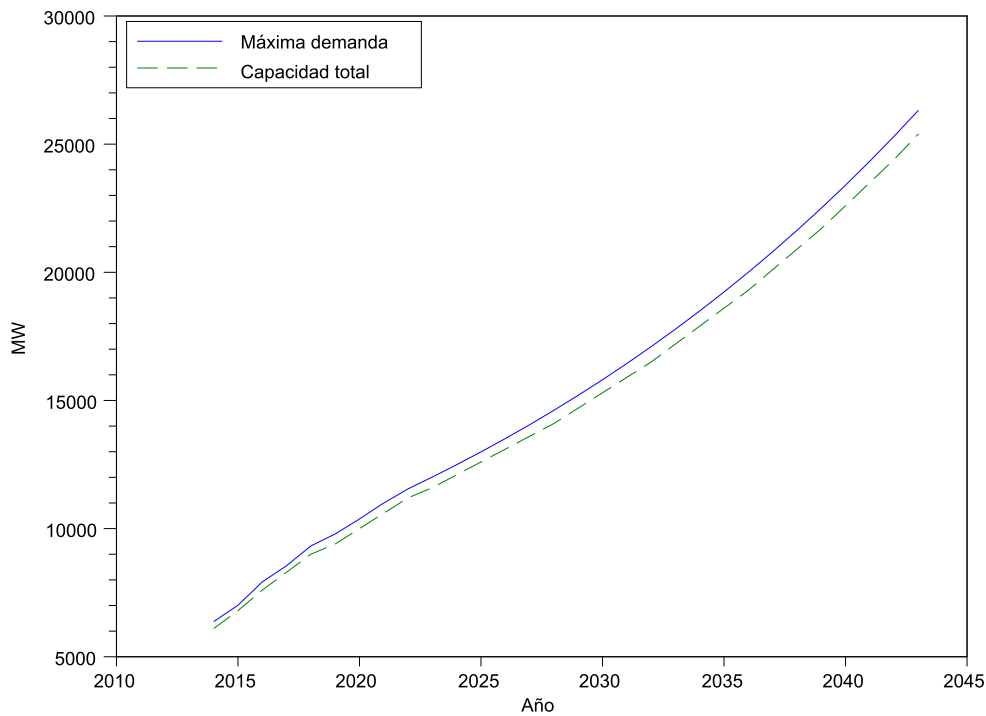
Figura 4.18: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del planificador central con indivisibilidades de la inversión



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.18 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico discreto. El planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo combinado, después en capacidad de generación a gas en ciclo simple y finalmente en capacidad de generación diésel. Los resultados son una aproximación discreta a la solución del caso base.

Figura 4.19: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico con indivisibilidades de la inversión



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.19 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total y por ello existe un pequeño racionamiento que indica que lo óptimo es racionar una pequeña parte de la demanda.

4.3. Resultados para el monopolio

Esta sección presenta los resultados para el monopolio utilizando los modelos propuestos en las secciones 3.2.2 y 3.3.2. Asimismo, se incorporan las siguientes restricciones en los modelos:

- Tiempos de vida útil de las unidades.
- Tiempos de construcción de las unidades.
- Restricciones de financiamiento.

4.3 Resultados para el monopolio

71

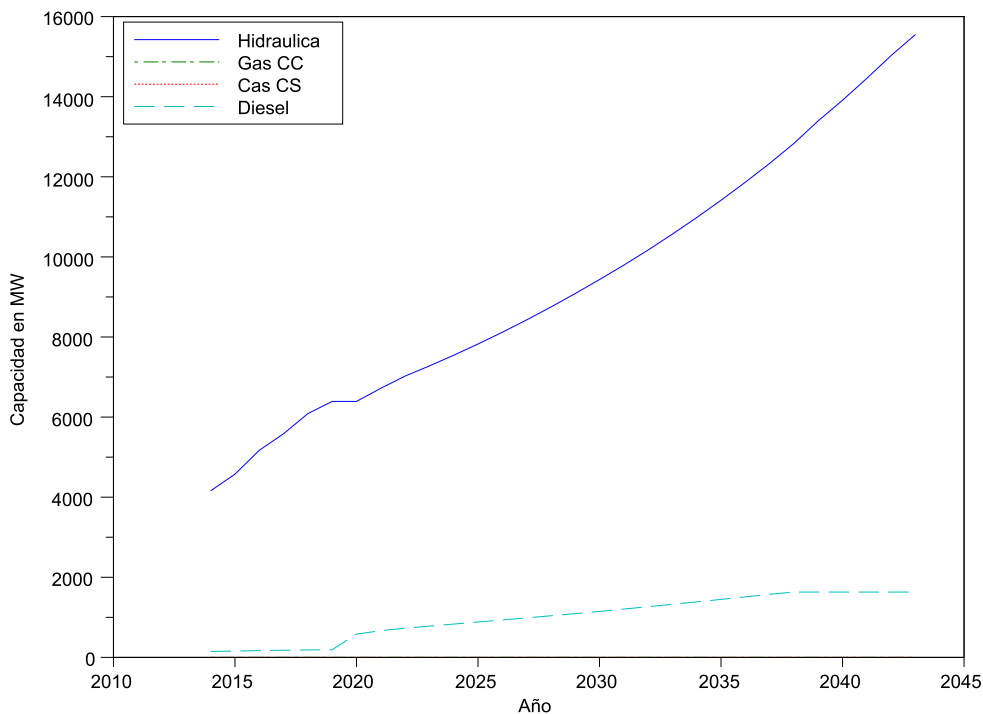
- Indivisibilidades en la construcción de unidades de generación.
- Un pago por capacidad

Se consideró un periodo de estudio de 30 años, excepto para el caso en que se utilizó modelo discreto del monopolio. En todos los casos se supone que no existe un parque generador inicial. En cada caso se presenta la evolución de la composición del parque generador, así como la evolución de la máxima demanda y la capacidad total de generación.

4.3.1. El caso base

En la Tabla A.10 se detallan los resultados del modelo básico del monopolio presentado en la sección 3.2.2, dichos resultados se resumen en las Figuras 4.20 y 4.21.

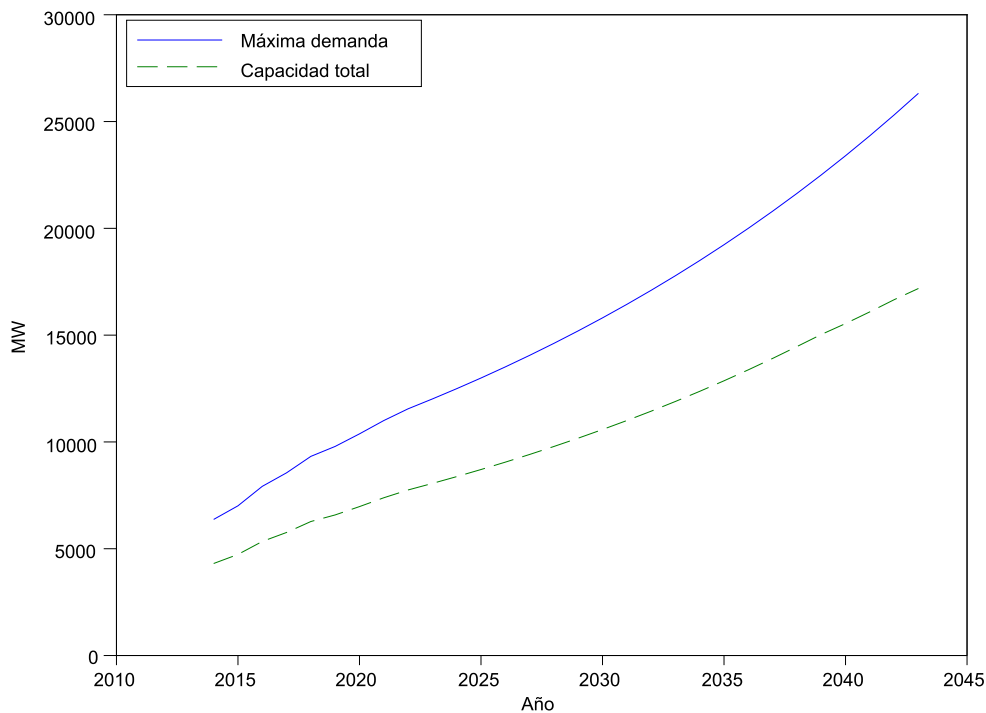
Figura 4.20: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del monopolio



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.20 se muestra la capacidad de generación invertida por el monopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico. El monopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica y luego en capacidad de generación diésel. El monopolio solo invierte en la tecnología con costo variable más bajo y la tecnología con el costo variable más alto.

Figura 4.21: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio



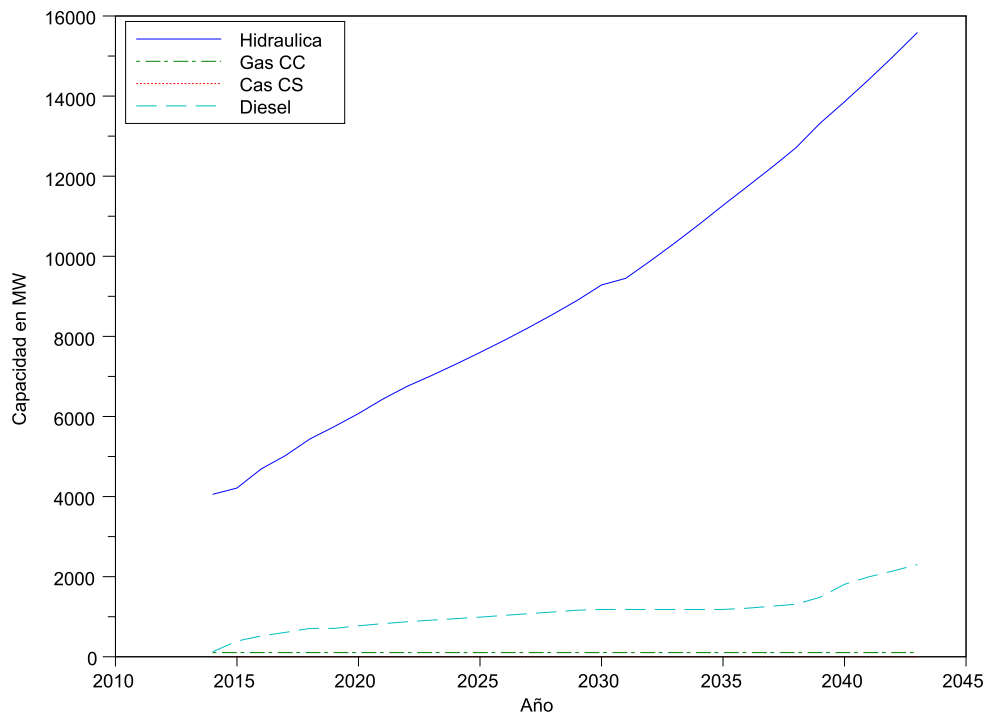
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.21 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mucho mayor que en el caso del planificador central.

4.3.2. Efecto de las restricciones de tiempos de vida útil

En la Tabla A.11 se detallan los resultados para el monopolio que considera los tiempos de vida útil, los cuales se resumen en las Figuras 4.22 y 4.23.

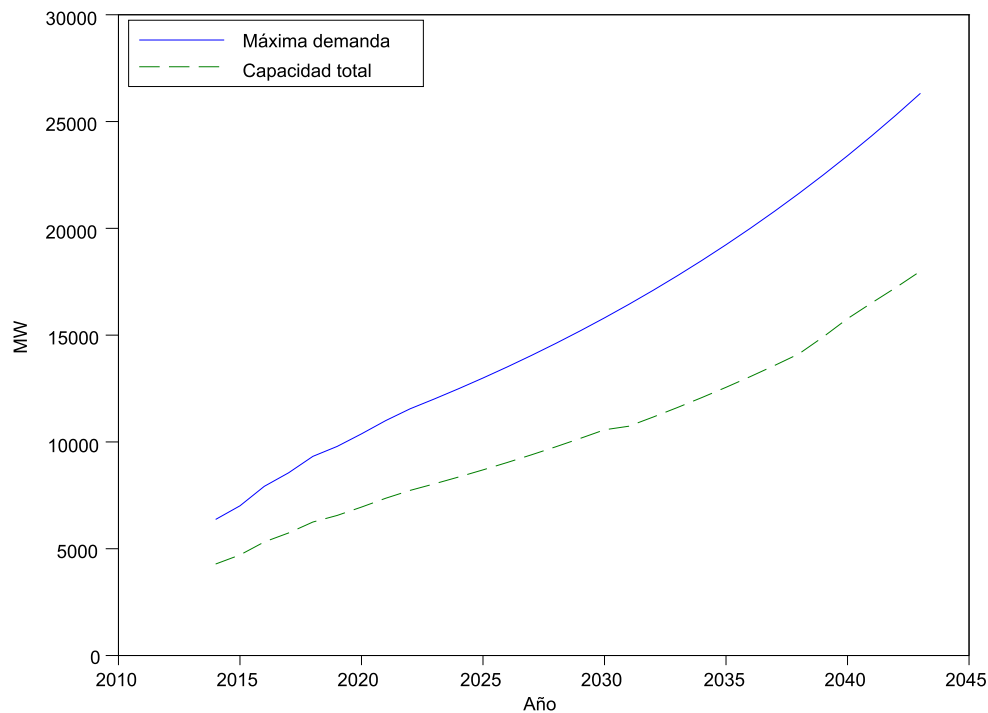
Figura 4.22: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del monopolio con restricciones de vida útil



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.22 se muestra la capacidad de generación invertida por el monopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando los tiempos de vida útil de las tecnologías. El monopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación diésel y en una pequeña proporción en capacidad de generación a gas en ciclo combinado. El monopolio prácticamente invierte solamente en la tecnología con costo variable más bajo y la tecnología con el costo variable más alto.

Figura 4.23: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio con restricciones de vida útil.



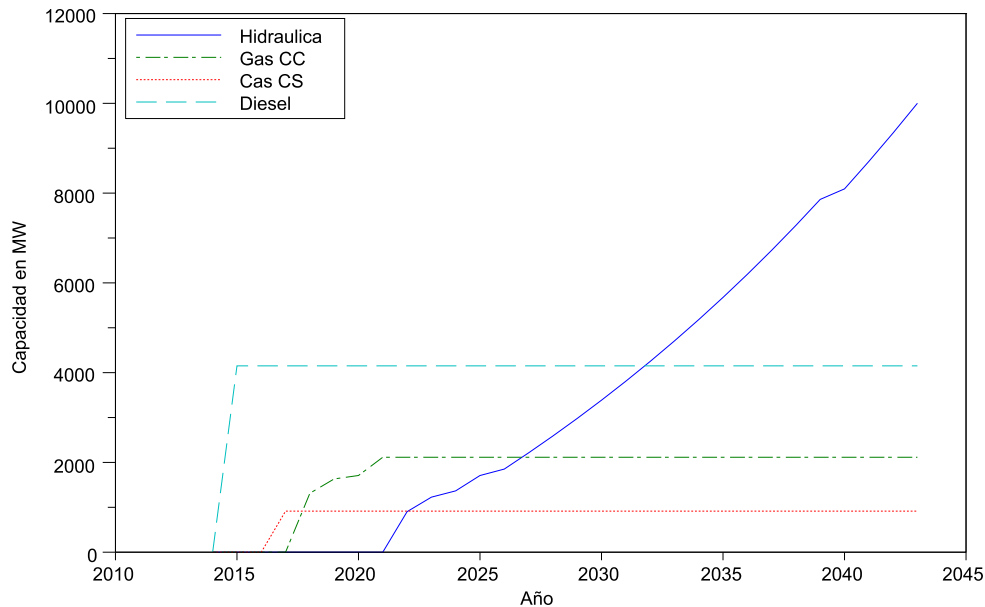
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.23 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mucho mayor que en el caso del planificador central.

4.3.3. Efectos de las restricciones de tiempos de construcción

En la Tabla A.12 se presentan los resultados para el monopolio que tiene restricciones de tiempo de construcción, los cuales se resumen en las Figuras 4.24 y 4.25.

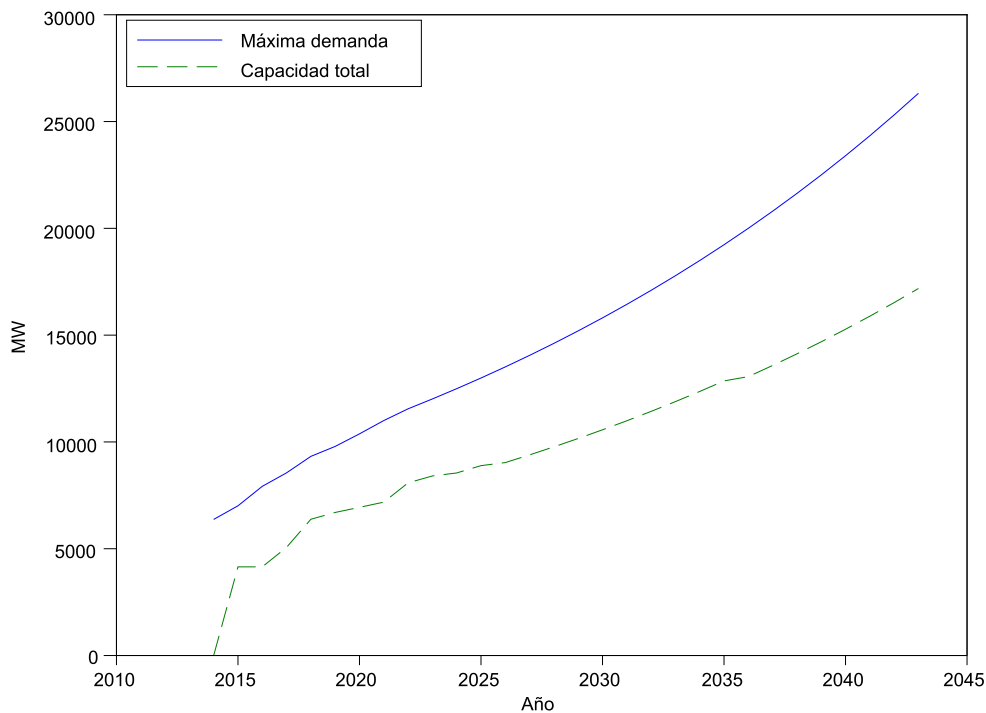
Figura 4.24: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del monopolio con restricciones de tiempo de construcción



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.24 se muestra la capacidad de generación invertida por el monopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando los tiempos de construcción de las tecnologías. En primera instancia, el planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación diésel, luego en capacidad de generación a gas en ciclo simple, después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación hidráulica. La inclusión de los tiempos de construcción origina que primero se construyen aquellas tecnologías que tardan menos tiempo en construirse. No obstante, a medida que la limitación del tiempo de construcción desaparece, el planificador reemplaza la capacidad de generación inicial por la tecnología con menor costo variable.

Figura 4.25: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio con restricciones de tiempo de construcción



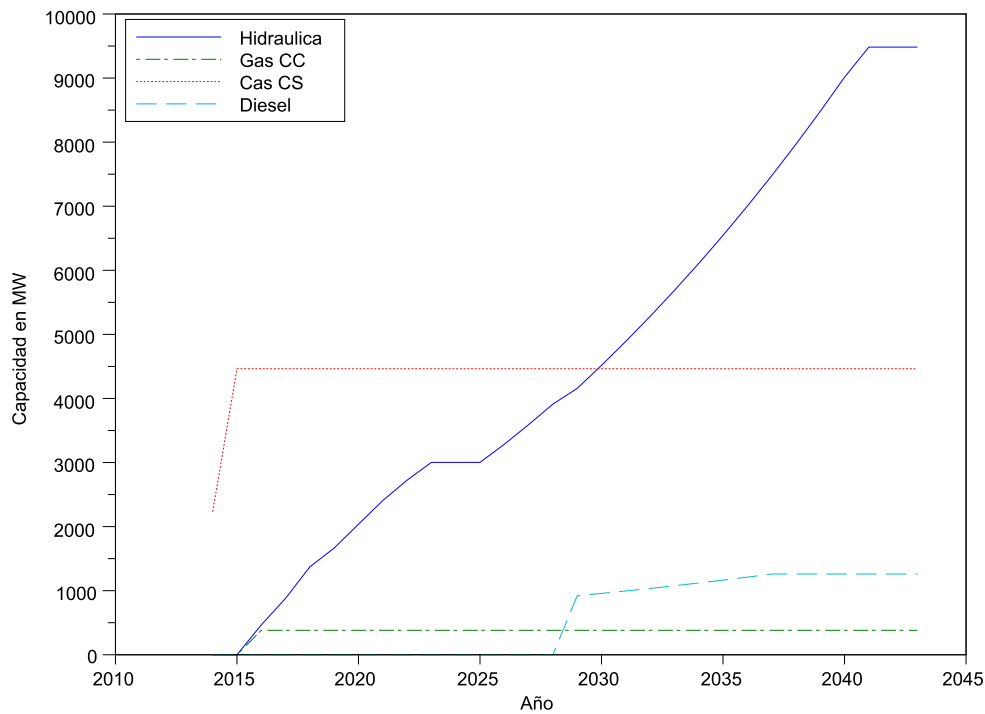
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.25 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mucho mayor que en el caso del planificador central.

4.3.4. Efectos de las restricciones de financiamiento

En la Tabla A.13 se detallan los resultados para el monopolio con restricciones de financiamiento, los cuales se resumen en las Figuras 4.26 y 4.27.

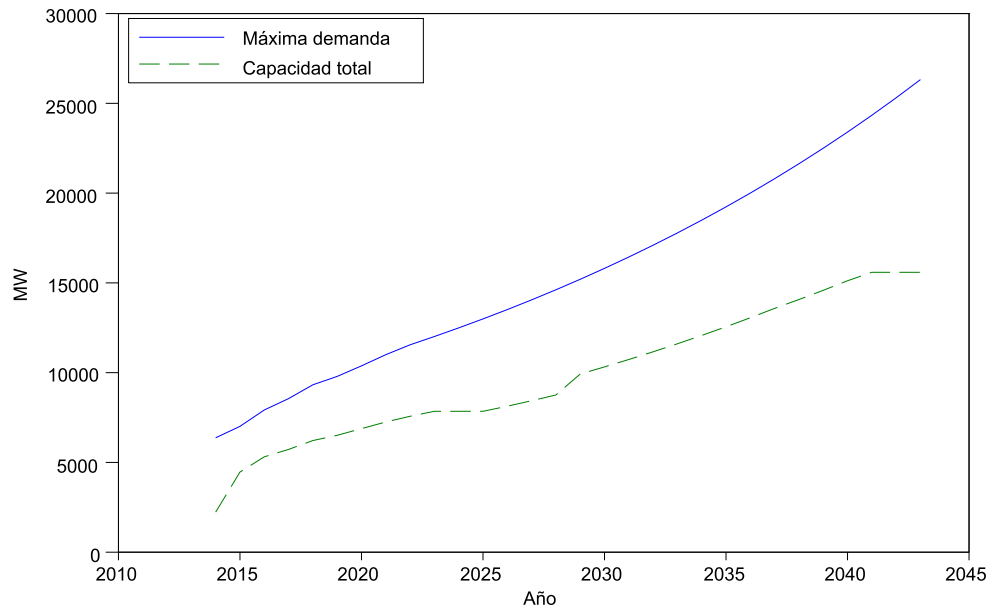
Figura 4.26: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del monopolio con restricciones de financiamiento



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.26 se muestra la capacidad de generación invertida por el planificador central para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando restricciones en el financiamiento de la inversión. El planificador invierte en mayor proporción en capacidad de generación a gas en ciclo simple, después en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación diésel. A medida que pasan los años, el planificador reemplaza la capacidad de generación inicial por la tecnología con menor costo variable.

Figura 4.27: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio con restricciones de financiamiento



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.27 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mucho mayor que en el caso del planificador central.

4.3.5. Efectos de las indivisibilidades de la capacidad de generación

Se comparó el efecto de las indivisibilidades utilizando el modelo discreto propuesto en la sección 3.3.2 y se distingue de las demás simulaciones por la explosión combinatoria del problema. En ese sentido se analizó el periodo 2014-2015 y se redondeó los bloques de demanda al múltiplo de cien más cercano. Se consideró que la capacidad de generación de las unidades solamente se puede variar en bloques de 1000 MW. Los resultados se muestran en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9: Resultados para el monopolio considerando las indivisibilidades y caso base

Tecnología	Discreto		Continuo	
	t=1	t=2	t=1	t=2
Hidráulica	4000	4000	3700	3700
Gas CC	0	0	400	400
Gas CS	0	0	0	0
Diesel	0	0	500	500

Fuente: resultados de la investigación.

La composición del parque generador obtenido para el monopolio discreto es la aproximación discreta de la solución continua. Asimismo, la cantidad de demanda racionada es mayor que en el caso del planificador central.

4.3.6. Efectos de un pago por capacidad

El pago por capacidad permite recuperar parte de la inversión de las compañías de generación e incentivar la inversión. Para introducir un pago por capacidad en la función objetivo considérese el pago por potencia PP anual, entonces matemáticamente el ingreso adicional está dado por:

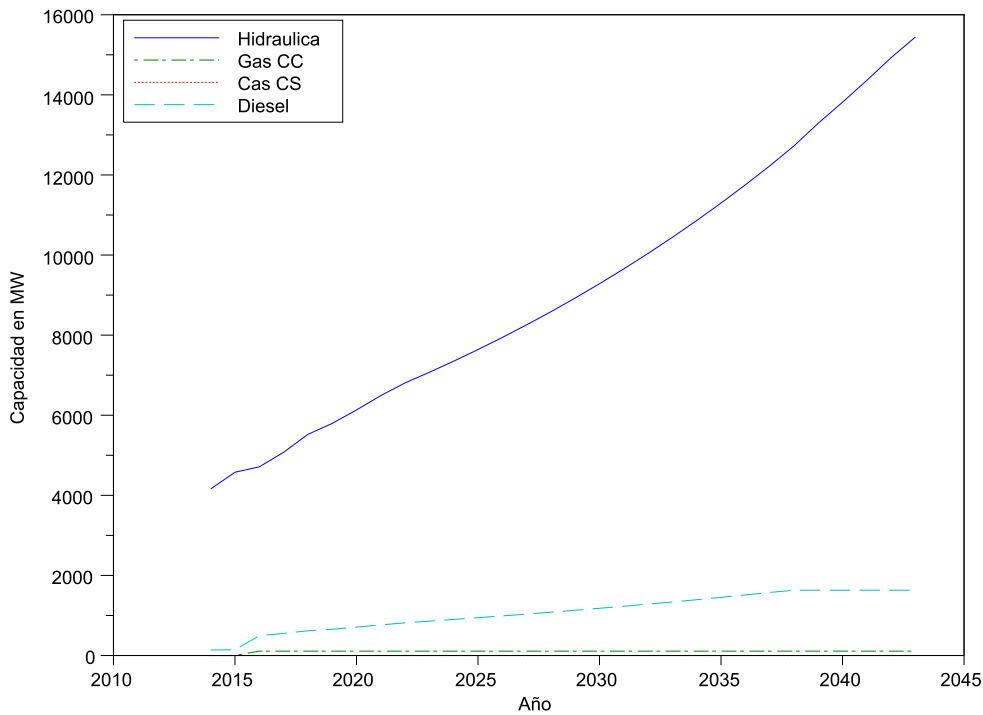
$$\sum_{t \in T} \sum_{s \in S} \frac{PP}{(1 + \alpha)^t} \cdot g_t^{max} \quad (4.3)$$

Luego, se realizaron simulaciones con el modelo del monopolio considerando un pago por capacidad. Se simularon dos casos, el primer caso incluye un pago anual igual al costo fijo anualizado de la tecnología diésel mientras que el segundo caso se remunera un pago por capacidad igual al 635 % del costo fijo de la tecnología diésel. Los resultados para el primer caso se detallan en la Tabla A.16 y se resumen en las Figuras 4.28 y 4.29.

4.3 Resultados para el monopolio

80

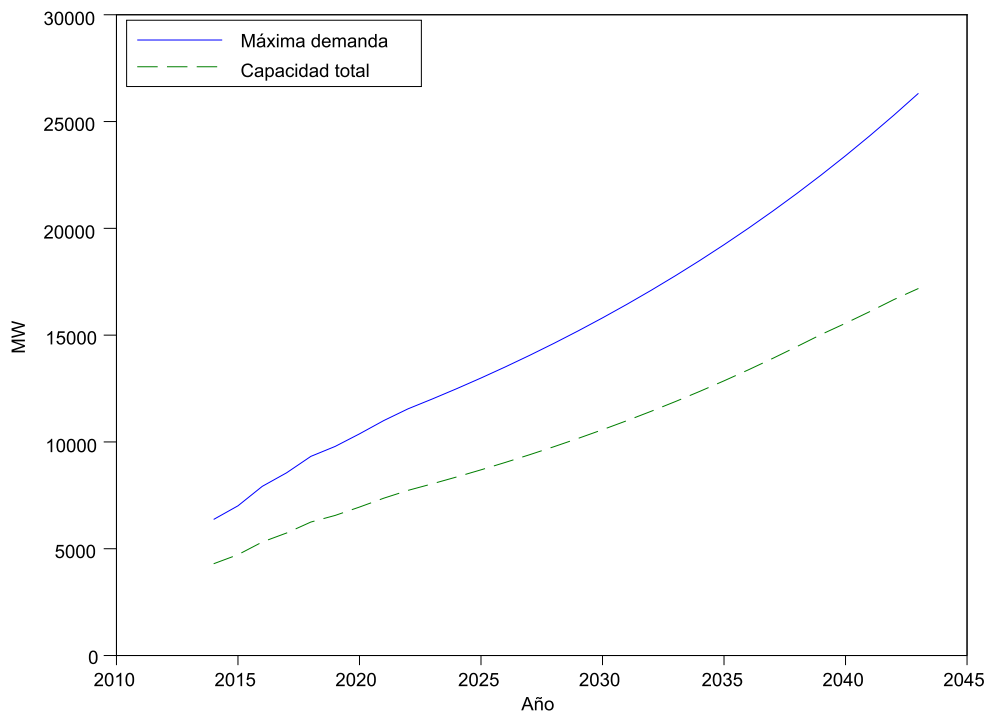
Figura 4.28: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del monopolio con pago por capacidad, caso 1



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.28 se muestra la capacidad de generación invertida por el monopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando un pago por capacidad. El monopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación diésel y finalmente en una pequeña proporción en capacidad de generación a gas en ciclo combinado.

Figura 4.29: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio con pago por capacidad, caso 1

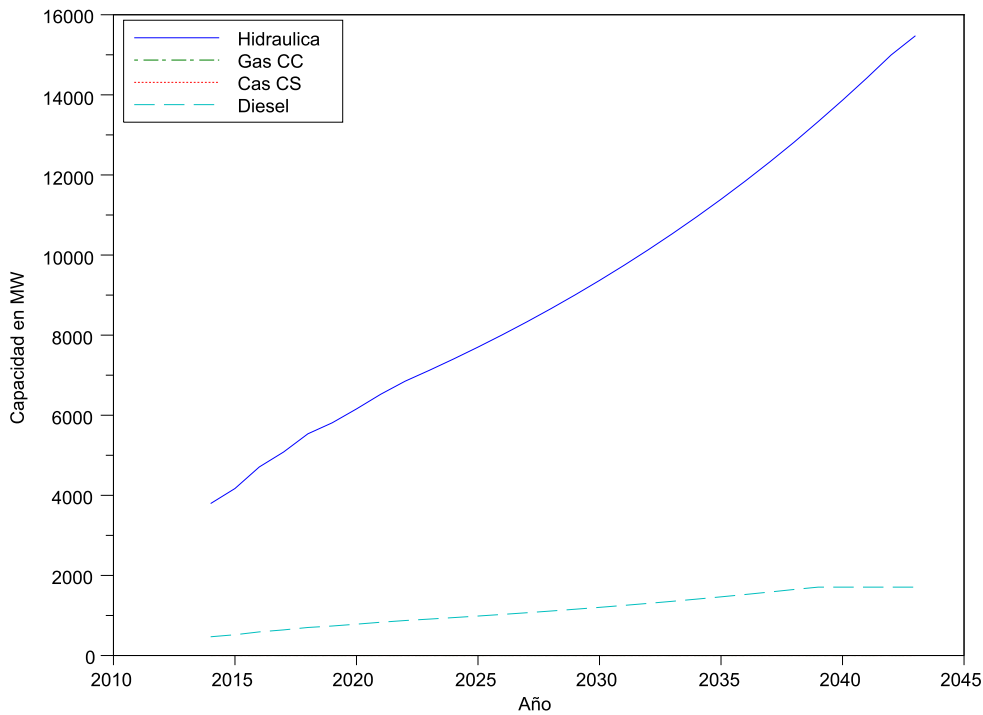


Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.29 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mucho mayor que en el caso del planificador central.

Los resultados para el segundo caso se detallan en la Tabla A.17 y se resumen en las Figuras 4.30 y 4.31.

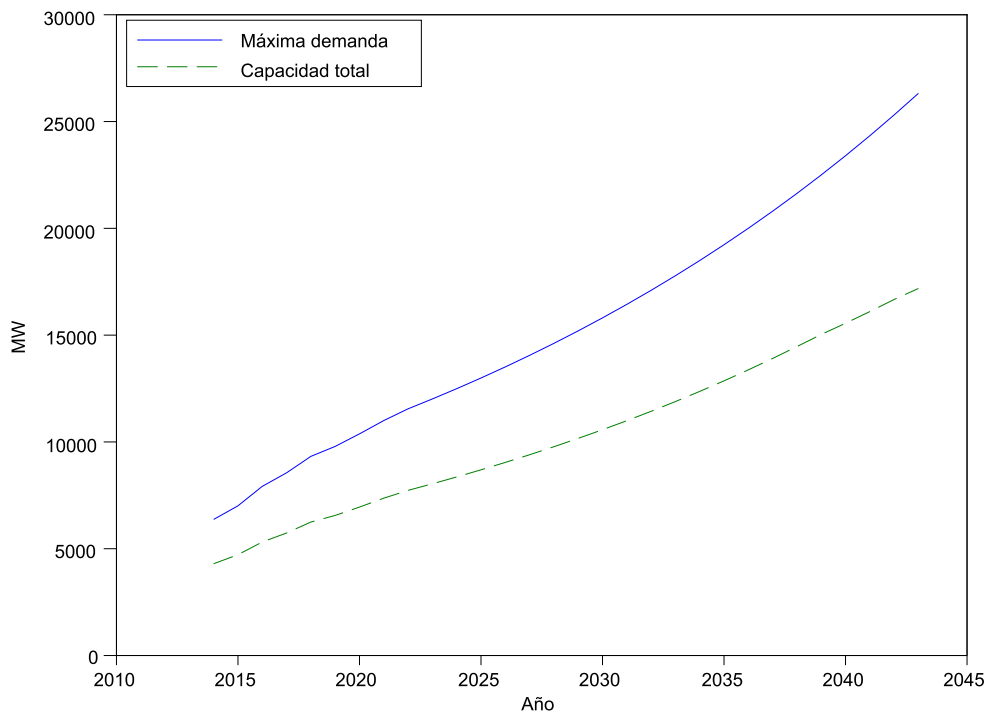
Figura 4.30: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del monopolio con pago por capacidad caso 2



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.30 se muestra la capacidad de generación invertida por el monopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando un pago por capacidad. El monopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica y luego en capacidad de generación diésel. El incremento del pago por capacidad no tiene mucho efecto en el resultado respecto del primer caso.

Figura 4.31: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio con pago por capacidad caso 2



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.31 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mucho mayor que en el caso del planificador central.

4.4. Resultados para el oligopolio

Esta sección presenta los resultados para el oligopolio utilizando el modelo propuesto en la sección 3.2.3. Asimismo, se incorporan las siguientes restricciones en el modelo:

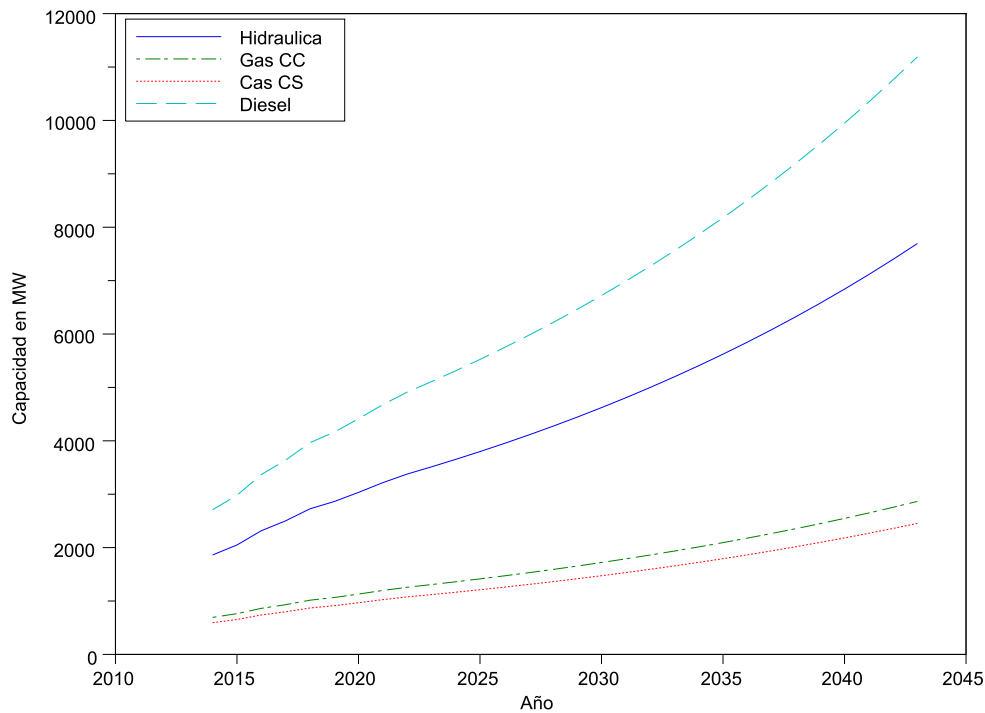
- Restricciones de financiamiento.
- Un pago por capacidad

Se consideró un periodo de estudio de 30 años. En todos los casos se supone que no existe un parque generador inicial. En cada caso se presenta la evolución de la composición del parque generador, así como la evolución de la máxima demanda y la capacidad total de generación.

4.4.1. El caso base

El oligopolio es un caso intermedio entre el planificador central y el monopolio, para el caso base se utilizó el modelo propuesto en la sección 3.2.3. Se consideró que existen 3 compañías de generación simétricas que enfrentan los mismos costos de inversión y operación, y los mismos costos de oportunidad. En la Tabla A.14 se detallan los resultados agregados de los jugadores, cada jugador obtiene un resultado idéntico, los resultados se resumen en las Figuras 4.32 y 4.33.

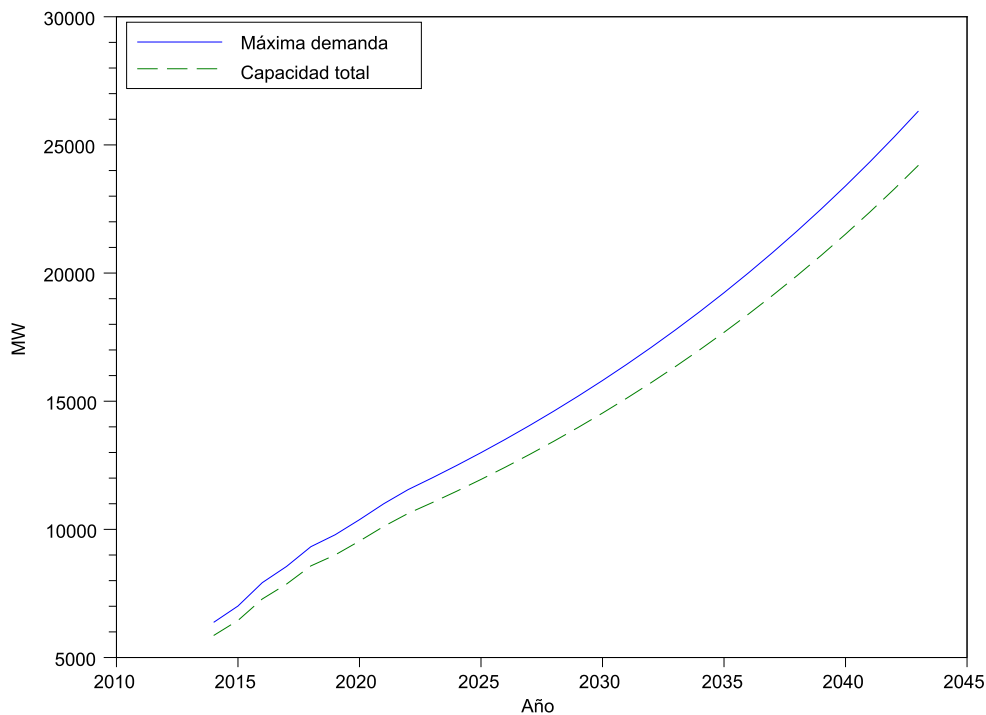
Figura 4.32: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del oligopolio



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.32 se muestra la capacidad de generación invertida por el oligopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico. El oligopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación diésel, luego en capacidad de generación hidráulica y luego en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación a gas en ciclo simple.

Figura 4.33: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del oligopolio



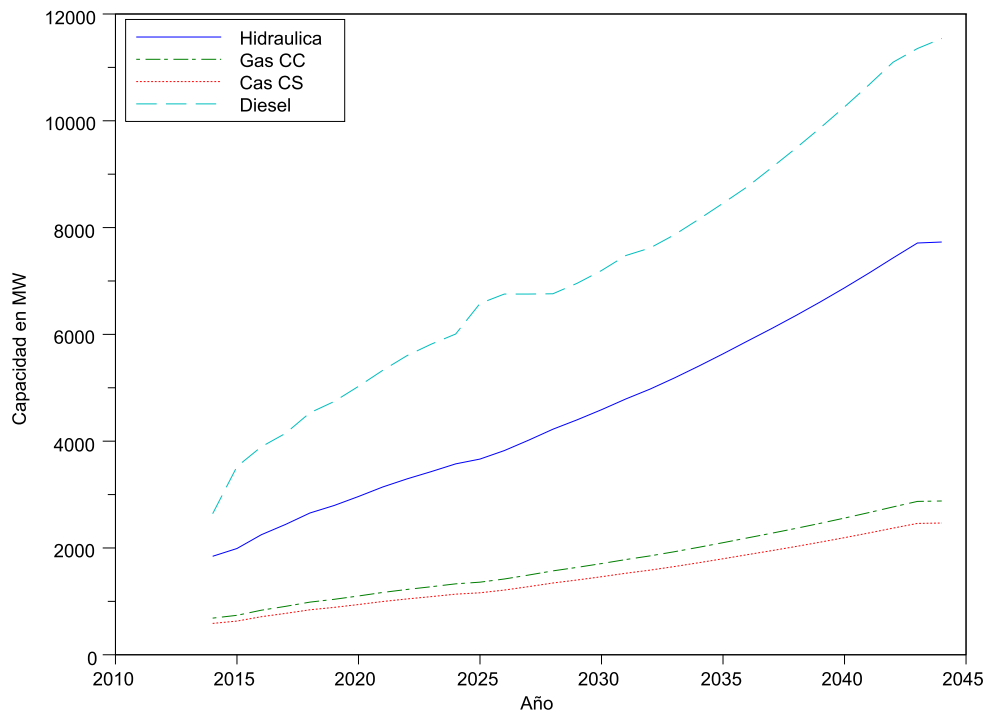
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.33 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mayor que en el caso del planificador central pero menor que el caso del monopolio.

4.4.2. Efecto de las restricciones de financiamiento

En la Tabla A.15 se detallan los resultados del modelo del oligopolio cuando existen restricciones de financiamiento, los cuales se resumen en las Figuras 4.34 y 4.35.

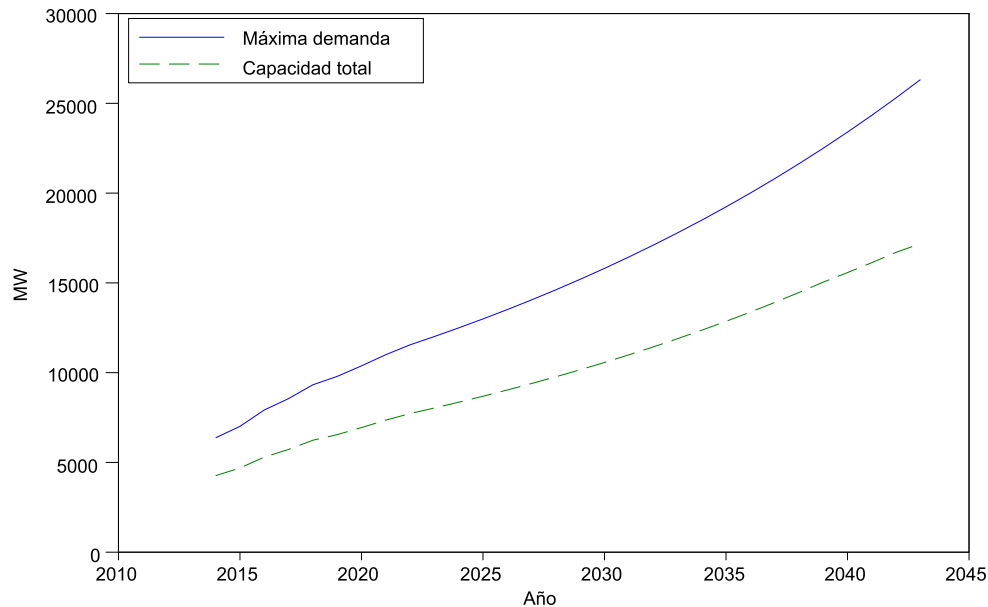
Figura 4.34: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del oligopolio con restricciones de financiamiento



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.34 se muestra la capacidad de generación invertida por el oligopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando restricciones de financiamiento. El oligopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación diésel, luego en capacidad de generación hidráulica después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación a gas en ciclo simple.

Figura 4.35: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del oligopolio con restricciones de financiamiento



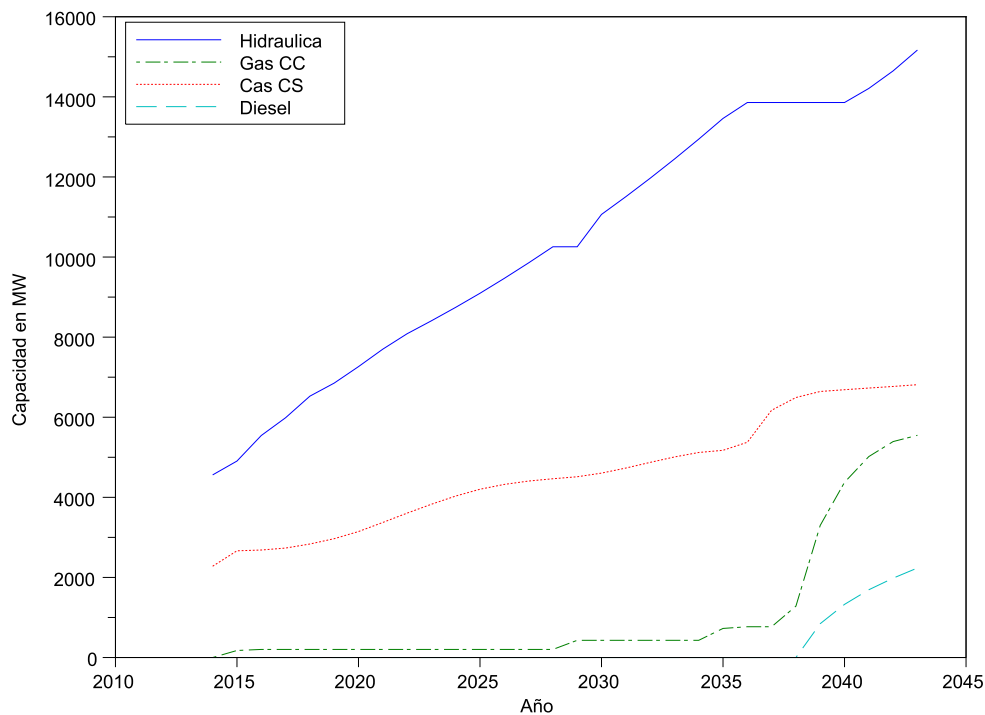
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.35 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mayor que en el caso del planificador central pero menor que el caso del monopolio.

4.4.3. Efectos de un pago por capacidad

Se realizaron simulaciones del modelo del oligopolio incorporando un pago por capacidad. Se simularon dos casos, el primer caso incluye un pago igual al costo fijo de la tecnología diésel mientras que el segundo caso se remunera un pago por capacidad del 635% del costo fijo de la tecnología diésel. Los resultados para el primer caso se detallan en la Tabla A.19 y se resumen en las Figuras 4.36 y 4.37.

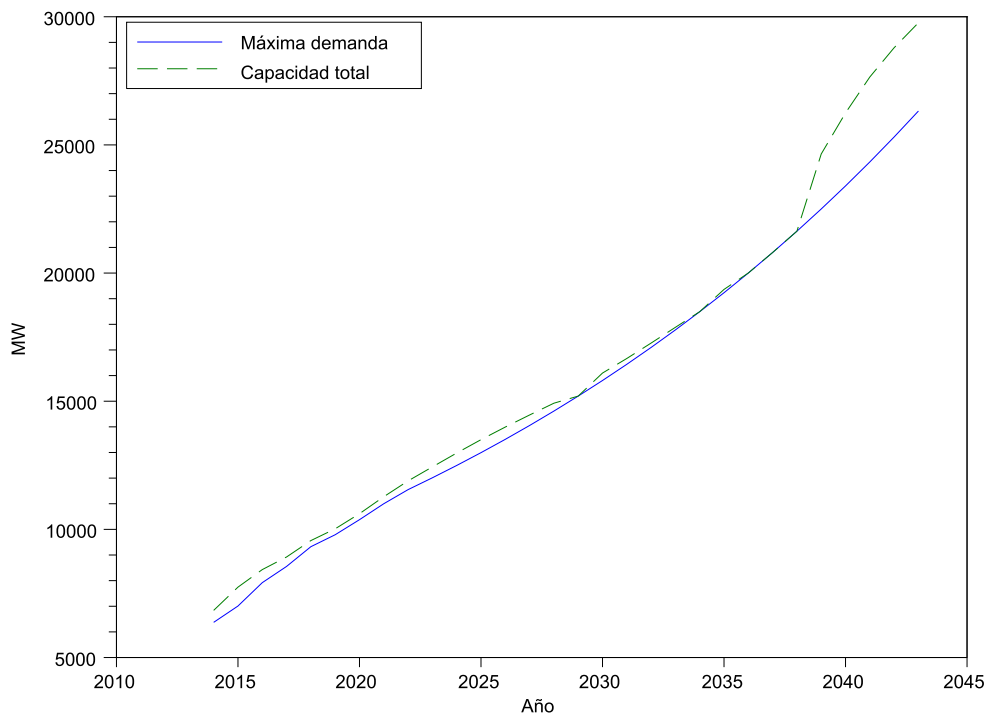
Figura 4.36: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del oligopolio con pago por capacidad caso 1



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.36 se muestra la capacidad de generación invertida por el oligopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando restricciones de financiamiento. El oligopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo simple, después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación diésel.

Figura 4.37: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del monopolio con pago por capacidad caso 1



Fuente: resultados de la investigación.

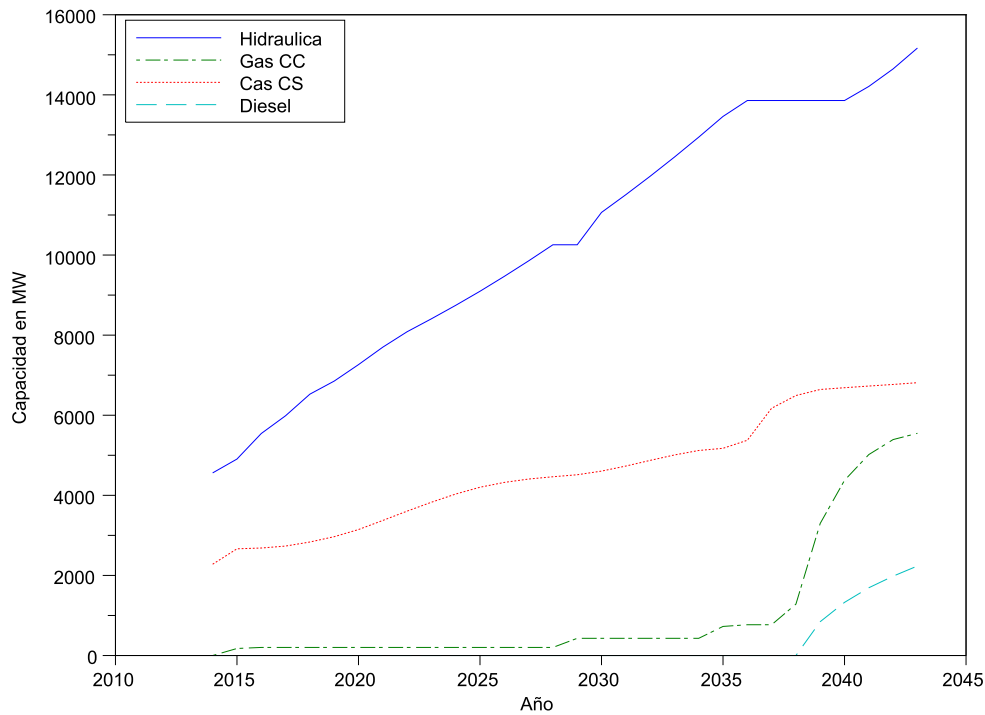
En la Figura 4.37 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mayor que en el caso del planificador central pero menor que el caso del monopolio.

Los resultados para el segundo caso se detallan en la Tabla A.19 y se resumen en las Figuras 4.38 y 4.39.

4.4 Resultados para el oligopolio

90

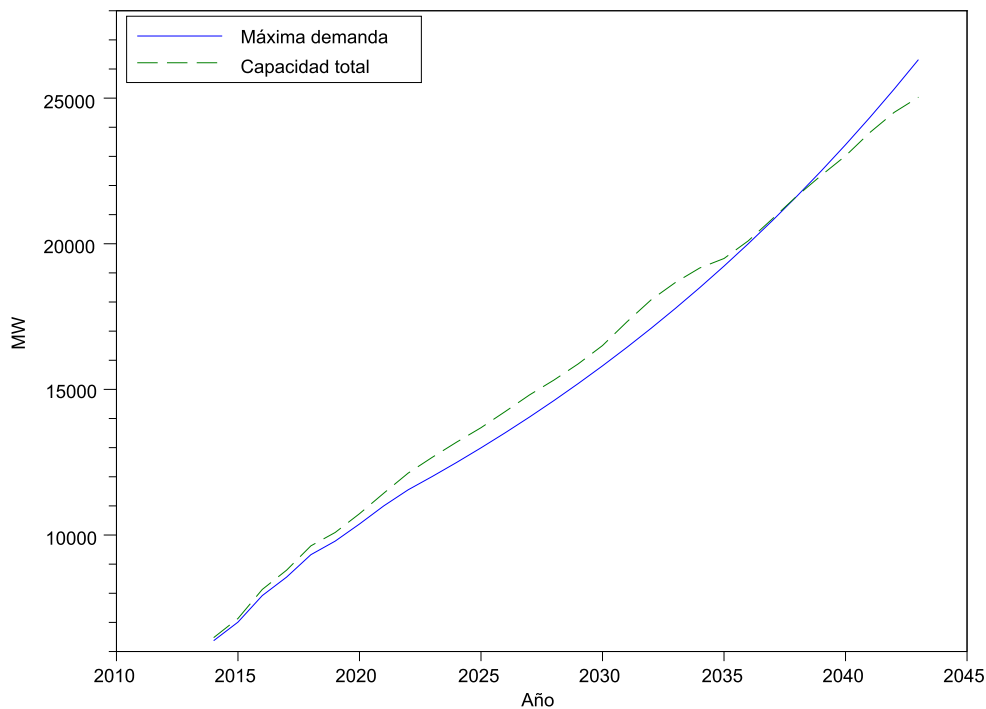
Figura 4.38: Dinámica de la capacidad - modelo dinámico del oligopolio con pago por capacidad caso 2



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.36 se muestra la capacidad de generación invertida por el oligopolio para el periodo 2014 - 2043 utilizando el modelo dinámico y considerando restricciones de financiamiento. El oligopolio invierte en mayor proporción en capacidad de generación hidráulica, luego en capacidad de generación a gas en ciclo simple, después en capacidad de generación a gas en ciclo combinado y finalmente en capacidad de generación diésel.

Figura 4.39: Evolución de la máxima demanda y la capacidad total - modelo dinámico del oligopolio con pago por capacidad caso 2



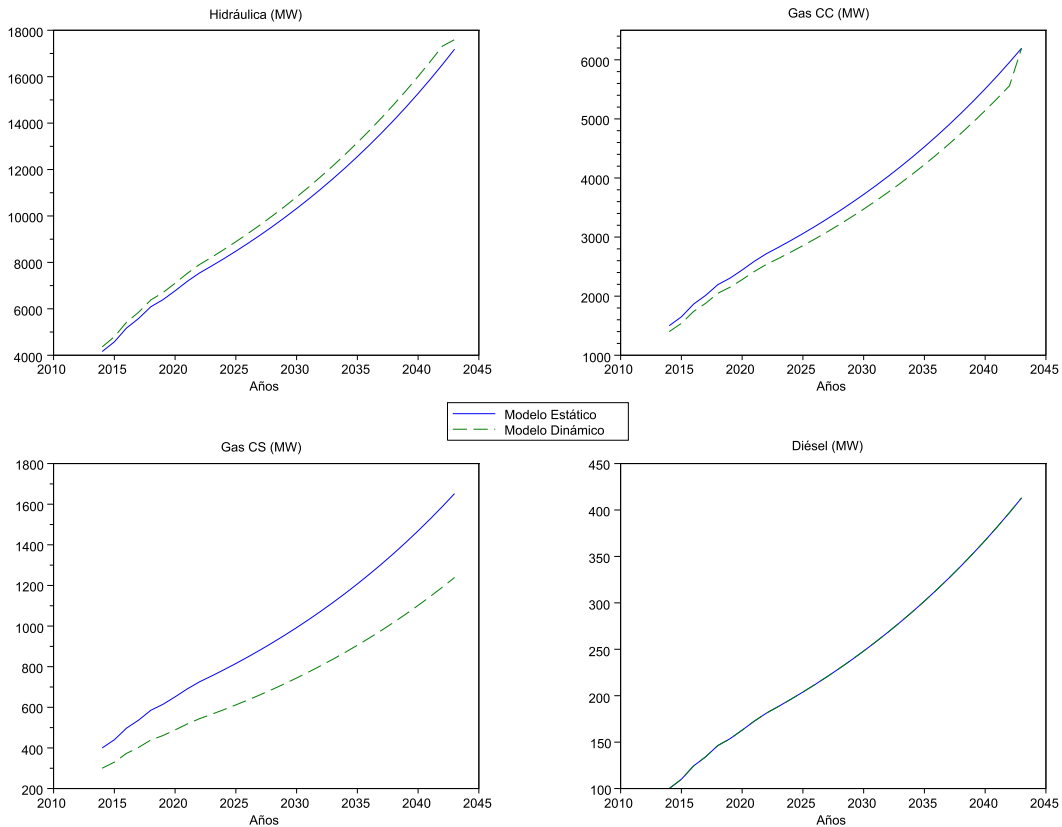
Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.39 se muestra la evolución de la máxima demanda en cada año del periodo 2014 - 2043, además se muestra la evolución de la capacidad total de generación. Se puede verificar que en todos los años la máxima demanda es mayor a la capacidad de generación total; la cantidad de racionamiento es mayor que en el caso del planificador central pero menor que el caso del monopolio.

4.5. Resultados relevantes

Los resultados obtenidos revelan aspectos interesantes sobre la dinámica de la inversión para el caso estudiado. En la Figura 4.40 se muestra la comparación de los resultados obtenidos por el modelo estático del planificador central con los resultados del modelo dinámico. Se puede verificar que el modelo dinámico obtiene una mayor capacidad de generación para la tecnología hidráulica. En el sistema analizado, la posibilidad de adelantar la capacidad de generación que se necesitara en el próximo periodo permite aminorar el costo total para el periodo de análisis.

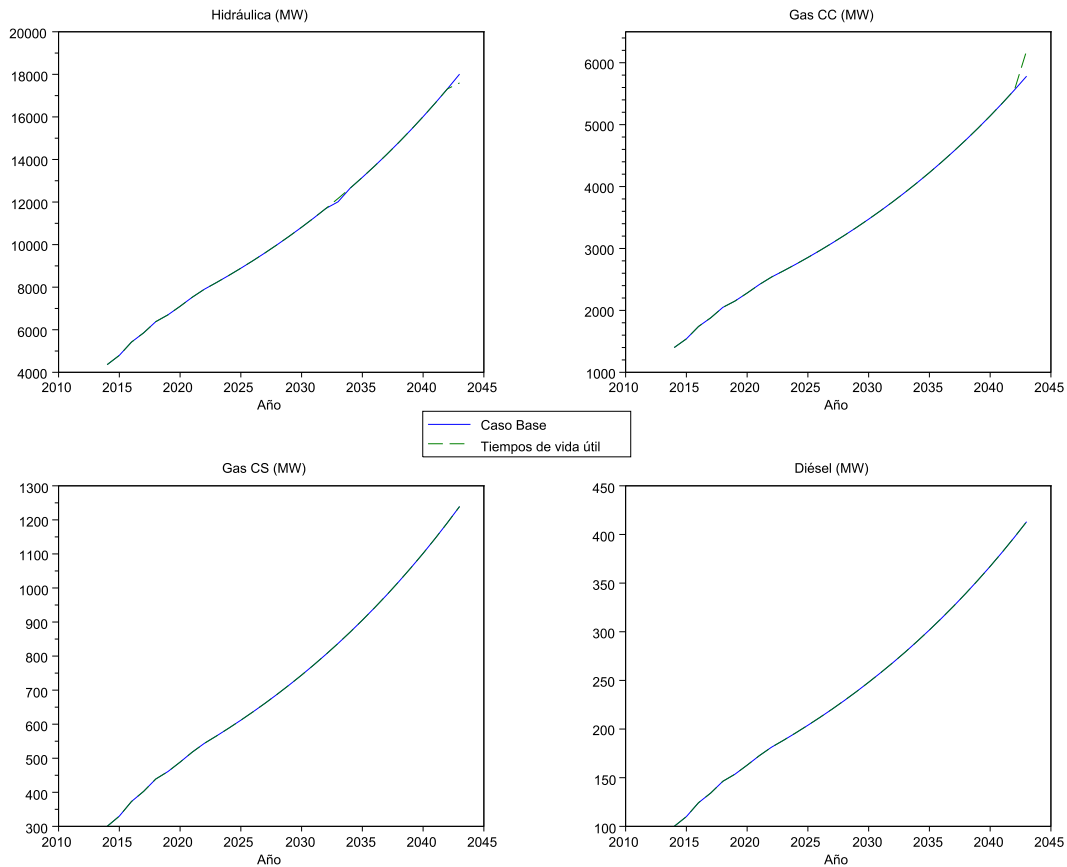
Figura 4.40: Comparación de la capacidad obtenida por el modelo estático vs. el modelo dinámico



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.41 se comparan los resultados del caso base del planificador central con el caso que considera el tiempo de vida útil de las tecnologías. En el sistema analizado, la capacidad efectiva es la misma en ambos casos, por lo que la política óptima para el planificador central es reemplazar la capacidad que cumple su vida útil por una de similares características.

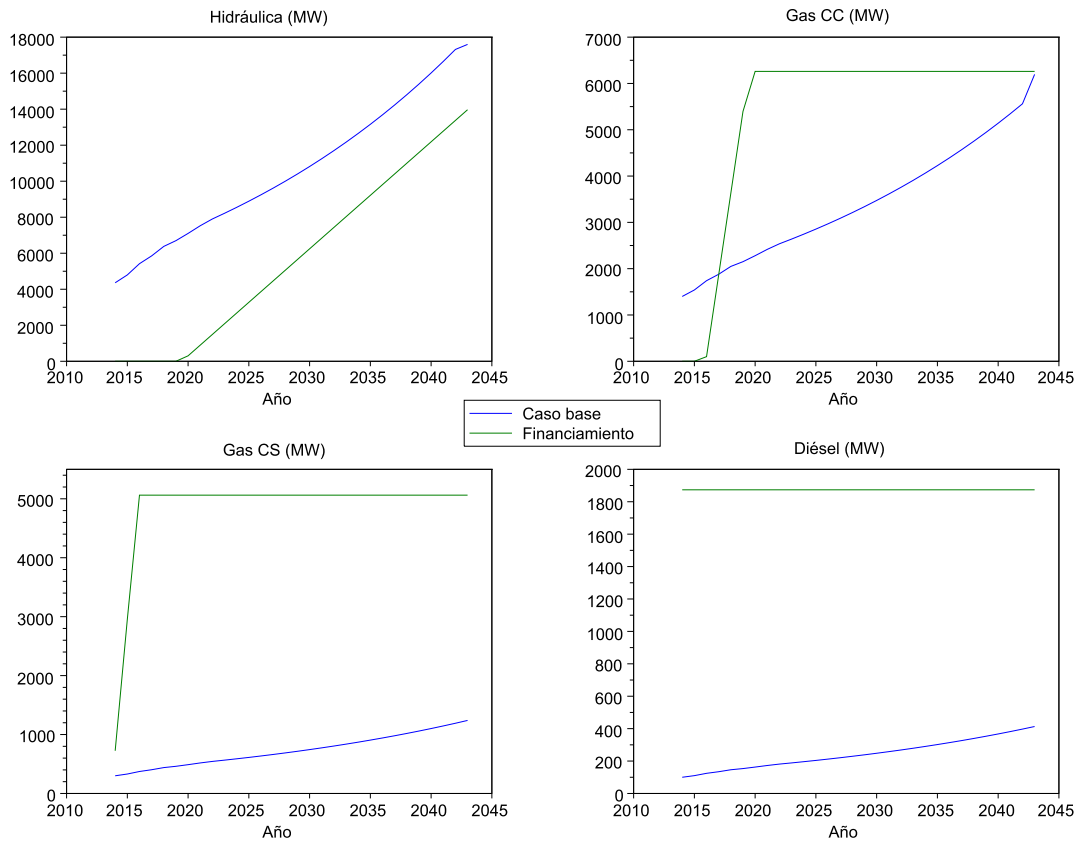
Figura 4.41: Comparación de capacidad efectiva obtenida para el caso base y el caso con restricciones de tiempos de vida útil.



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.42 se comparan los resultados del caso base del planificador central con el caso que considera restricciones de financiamiento. En el sistema analizado, las restricciones de tiempo de construcción y de financiamiento originan que la tecnología diésel tenga una mayor preponderancia mientras que en caso base la tecnología hidráulica tiene una mayor preponderancia. No obstante, en el largo plazo lo óptimo es aproximarse a la trayectoria del caso base.

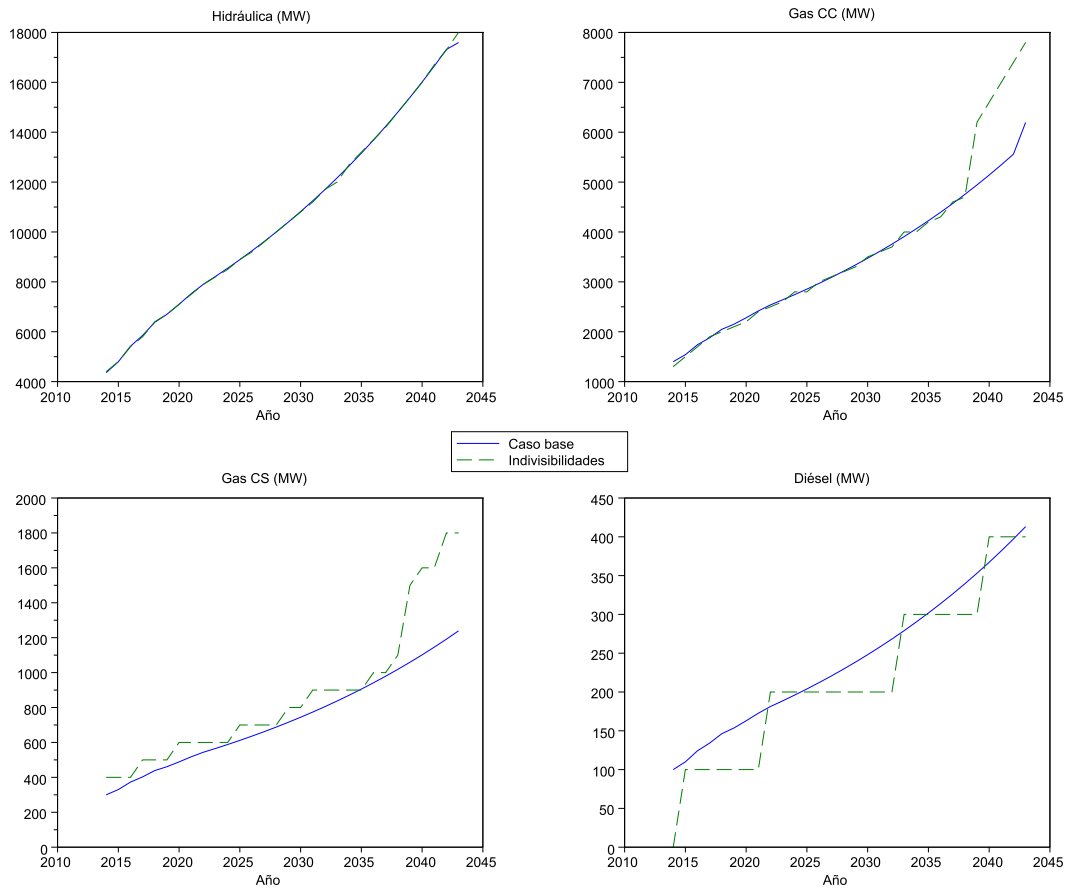
Figura 4.42: Comparación de capacidad obtenida para el caso base y el caso con restricciones de financiamiento.



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.43 se comparan los resultados del caso base del planificador central con el caso que considera las indivisibilidades. Para el sistema analizado, la composición del parque generador considerando las indivisibilidades es una aproximación discreta al parque generador encontrado con el modelo continuo.

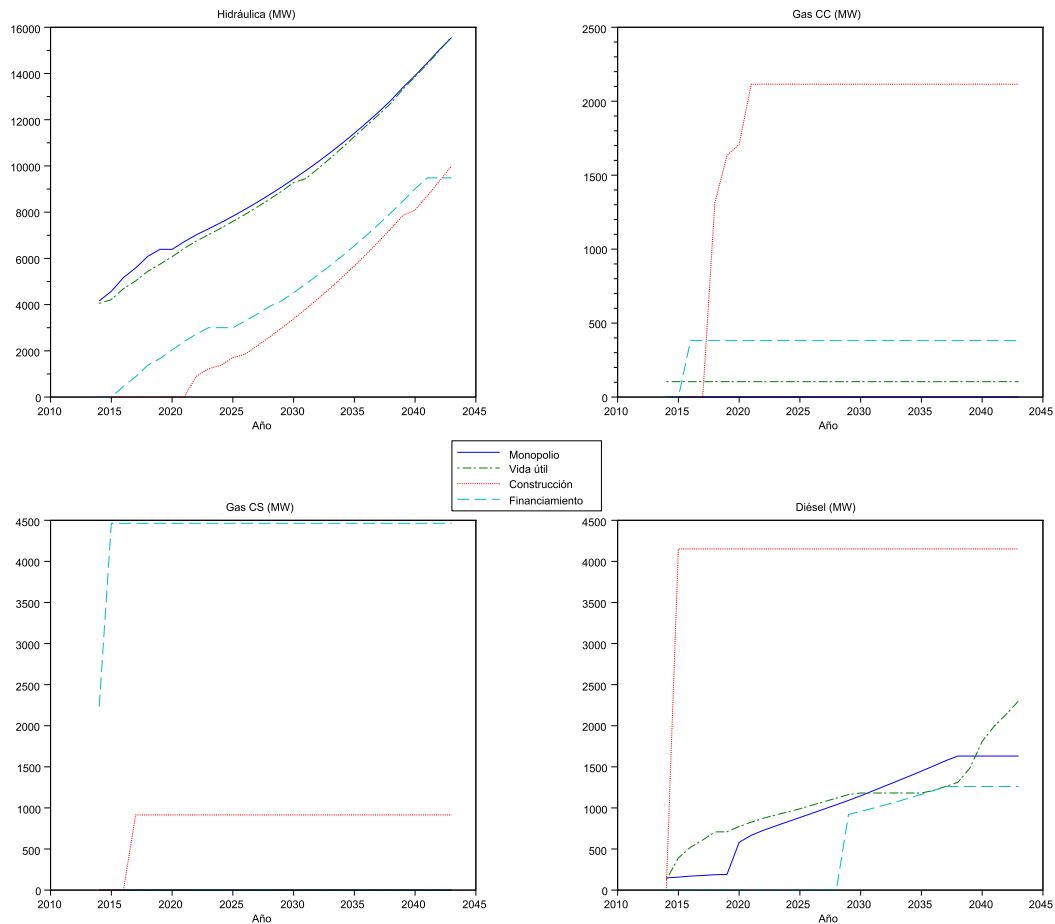
Figura 4.43: Comparación de capacidad obtenida para el caso base y el caso con indivisibilidades de la inversión.



Fuente: resultados de la investigación.

En el caso del monopolio, se encontró que este decide invertir en mayor proporción en la tecnología hidráulica y diésel. En la Figura 4.44 se comparan los resultados del caso base del monopolio con los casos que consideran restricciones de tiempos de vida útil, tiempos de construcción y financiamiento. Las restricciones técnicas tienen los mismos efectos encontrados en el caso del planificador central.

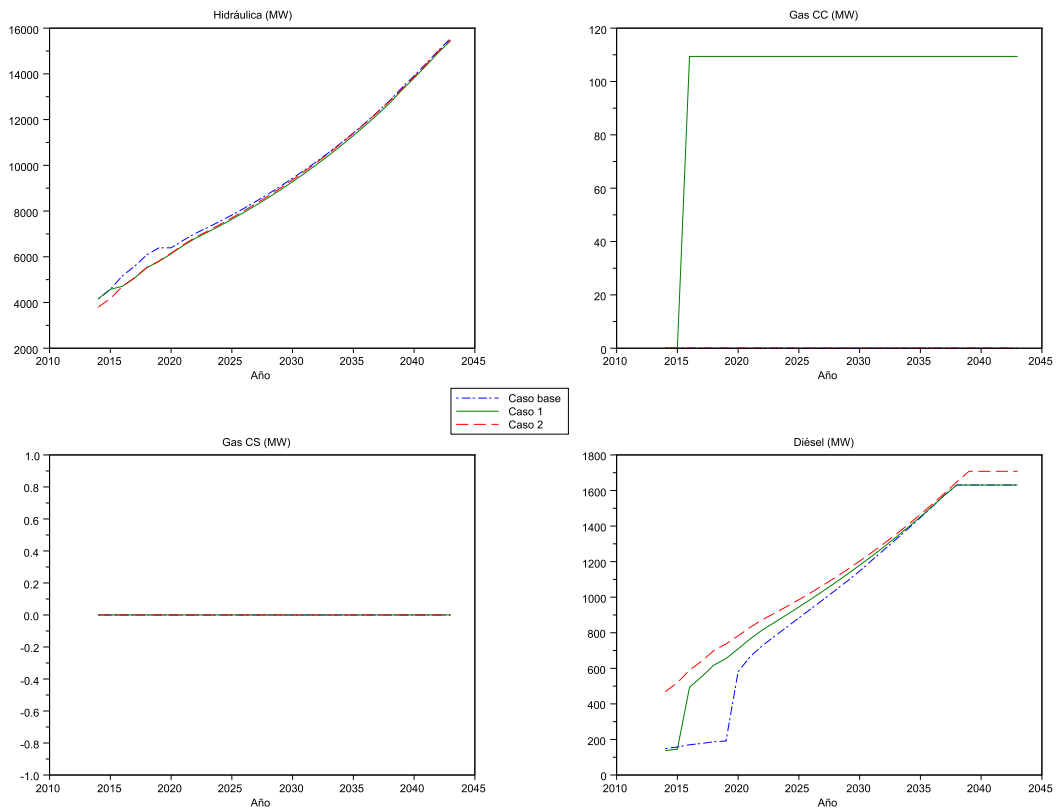
Figura 4.44: Comparación de capacidad obtenida para distintos casos del monopolio.



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.45 se comparan los resultados del caso base del monopolio con los casos que consideran un pago por capacidad. Para el sistema analizado, el pago por capacidad no tiene mayores efectos sobre la composición del parque generador del monopolio ni sobre la demanda racionada. Ello se deber a que el monopolio obtiene una mayor ganancia racionando la demanda en vez que construyendo nueva capacidad de generación.

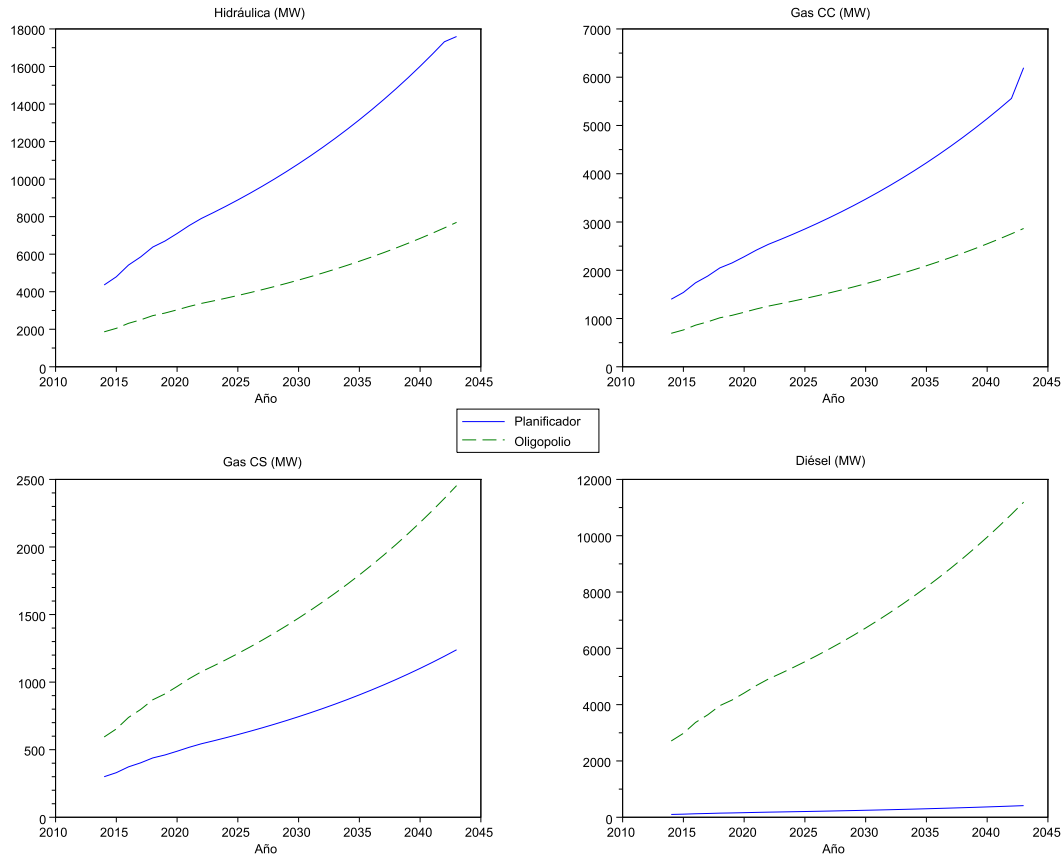
Figura 4.45: Comparación de capacidad obtenida para el monopolio sin pago por capacidad y con pago por capacidad, casos 1 y 2.



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.46 se comparan los resultados del modelo dinámico del oligopolio. La composición del parque generador obtenido por este modelo difiere mucho de la obtenida con el planificador central, principalmente porque la tecnología hidráulica tiene una capacidad bastante inferior. La demanda racionada es un caso intermedio entre el planificador central y el monopolio.

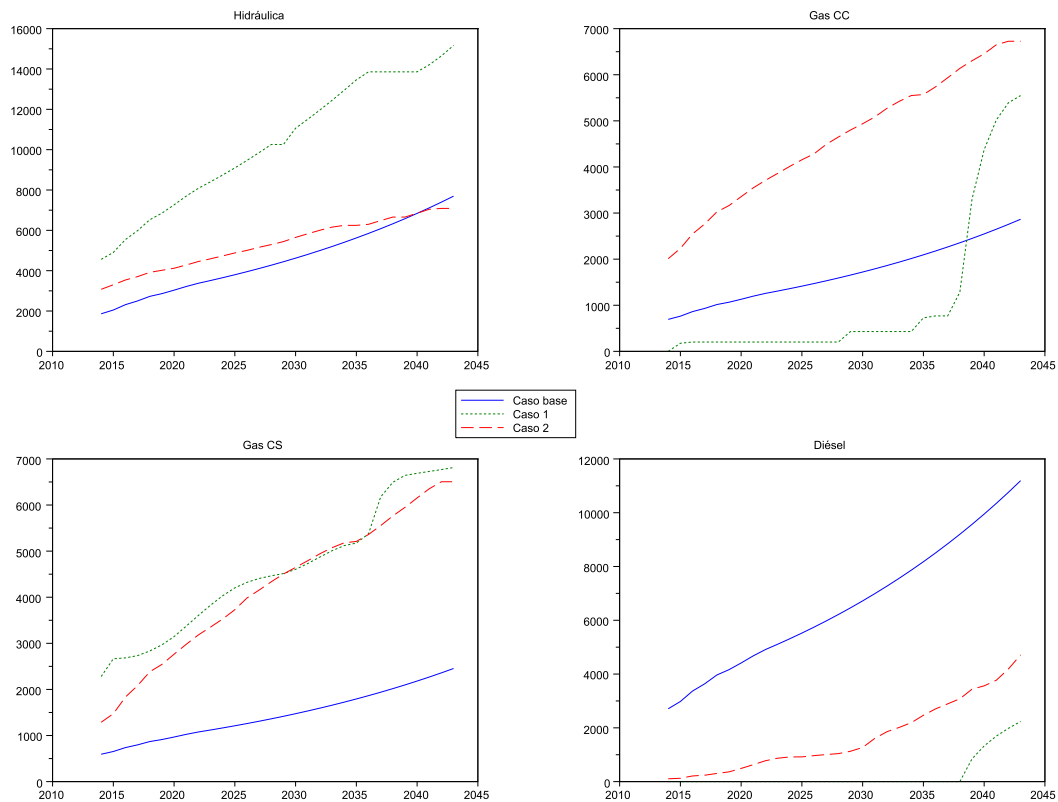
Figura 4.46: Comparación de capacidad obtenida para el planificador y el oligopolio.



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.47 se comparan los resultados con el caso base del oligopolio con los casos que consideran el pago por capacidad. En el sistema analizado, el pago por capacidad si tiene efectos sobre la composición del parque generador para el oligopolio. El pago por potencia hace que la composición del parque del oligopolio se aproxime a la del planificador central, que se puede deber al efecto de la competencia de las empresas.

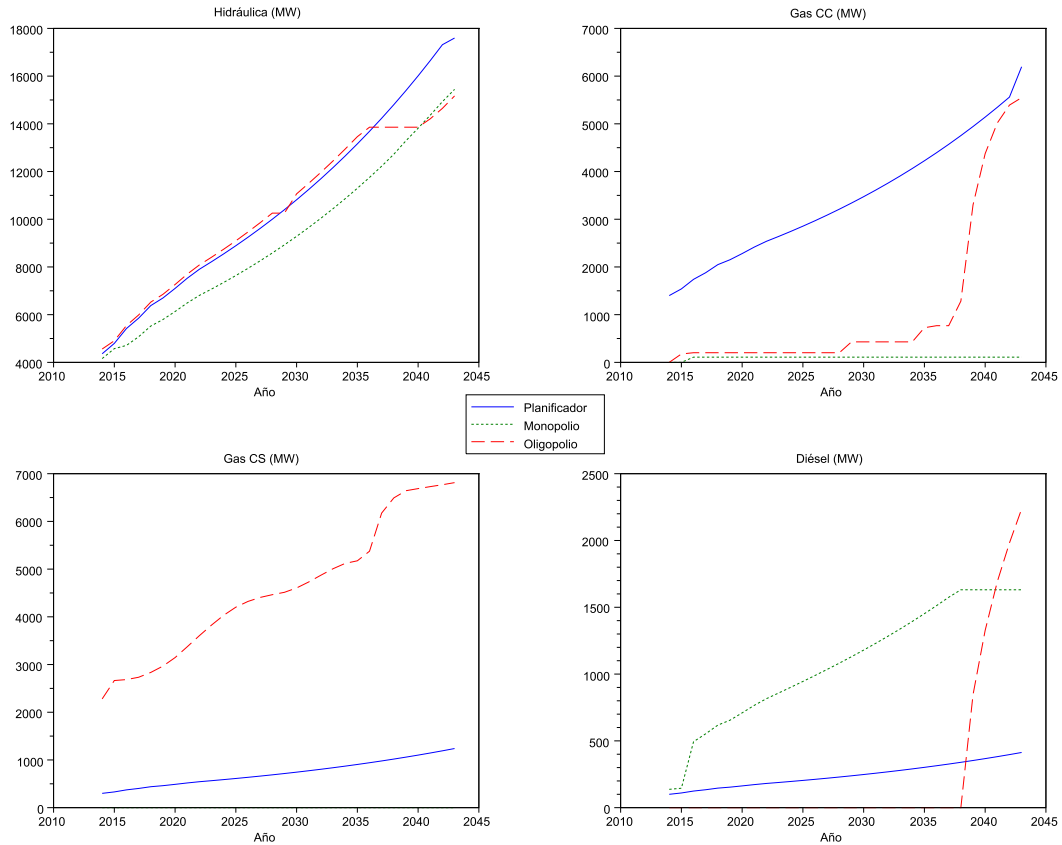
Figura 4.47: Comparación de capacidad obtenida para el oligopolio sin pago por capacidad y con pago por capacidad, casos 1 y 2.



Fuente: resultados de la investigación.

En el caso peruano, el mercado es un oligopolio con un pago por capacidad igual al costo fijo de la tecnología diésel. En la Figura 4.48 se compararon los resultados obtenidos por el planificador central, el monopolio y el oligopolio con pago por capacidad. En comparación al monopolio, el resultado del oligopolio se aproxima bastante al caso del planificador central, en especial para la tecnología hidráulica. No obstante, en las demás tecnologías existen diferencias que permiten sugerir una revisión detallada de la remuneración con pago por capacidad. Independientemente de la estructura de mercado, la capacidad de generación hidráulica es prácticamente la misma.

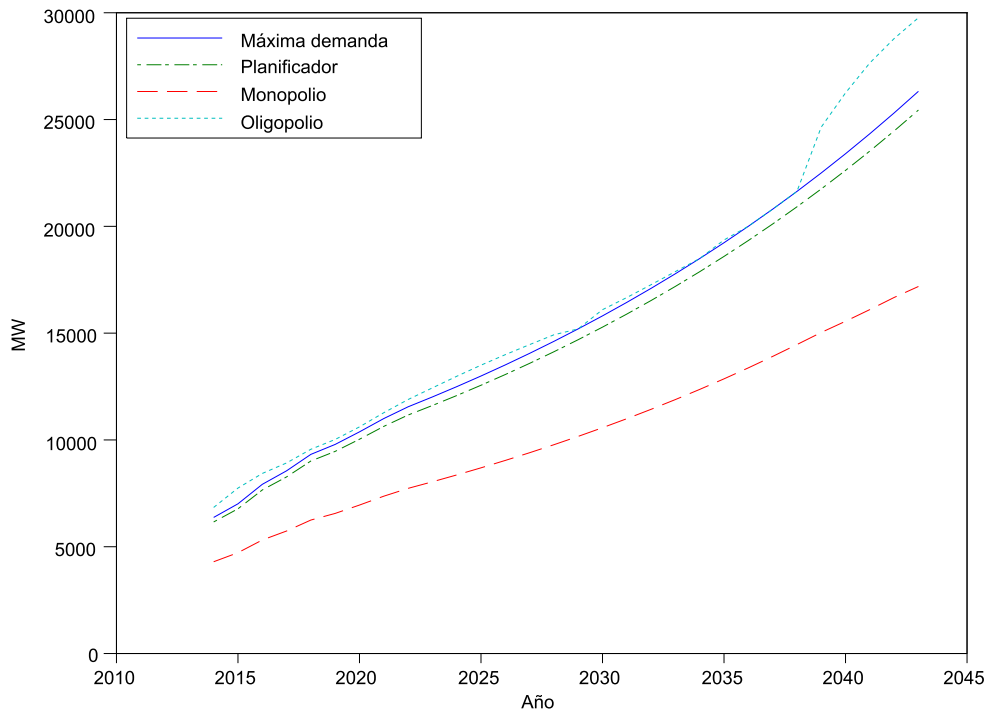
Figura 4.48: Comparación de la composición para el planificador, monopolio y oligopolio



Fuente: resultados de la investigación.

En la Figura 4.49 se comparan la máxima demanda por cada año y la capacidad total de generación del planificador central, el monopolio y el oligopolio. El monopolio obtiene un mayor racionamiento, seguido del oligopolio y finalmente el planificador central.

Figura 4.49: Comparación de la máxima demanda anual y la capacidad total para el planificador, monopolio y oligopolio



Fuente: resultados de la investigación.

Finalmente, en la Tabla 4.10 se presenta la composición del parque generador del sistema peruano para el año 2014 y la composición obtenida por el modelo dinámico del planificador.

Tabla 4.10: Comparación entre el parque generador para el año 2014 y resultado del modelo dinámico

	Actual	Óptimo
Hidráulica	3143	4360
Gas CC	2753	1400
Gas CS	973	300
Diesel	100	100

Fuente: elaboración propia.

La composición actual tiene un exceso de capacidad de generación a gas, que puede ser reemplazada por generación hidráulica para obtener un menor costo.

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

En el presente trabajo se formalizó matemáticamente el modelo de [Wenders \(1976\)](#). El modelo permitió concluir que cuando la unidad marginal opera a su máxima capacidad el precio debe reflejar su costo variable más el costo de inversión incurrido en ampliar marginalmente su capacidad. Por otro lado, cuando la unidad marginal opera por debajo de su capacidad el precio solamente debe reflejar su costo variable. Lo anterior tiene una importante diferencia con el problema del operador del mercado *Spot* que no toma en cuenta los costos de inversión. Por lo tanto, si bien el mercado *Spot* obtiene un despacho eficiente, los precios no permiten alcanzar un equilibrio financiero.

Asimismo, se señaló que el modelo *Peak Load Pricing* desarrollado no toma en cuenta ciertos aspectos técnicos del problema de inversión como son: la dinámica, el tiempo de vida útil, las restricciones financieras y las indivisibilidades. Luego, se propusieron modelos dinámicos para el planificador central, el monopolio y el oligopolio que incorporan dichos aspectos.

A partir de las simulaciones se concluye que, para el sistema analizado, un modelo dinámico del planificador central obtiene una mayor capacidad de generación hidráulica, luego sigue la tecnología de generación a gas en ciclo combinado, después la tecnología de generación a gas a ciclo simple y finalmente la tecnología de generación a diesel. En comparación a los resultados de un modelo estático, el modelo dinámico del planificador central obtiene una mayor capacidad de generación hidráulica; ello se debe a que se pueden adelantar los proyectos de inversión que serán necesarios posteriormente y así disminuir el costo total.

Asimismo, para el sistema analizado, el planificador central repone en la misma magnitud aquella capacidad que cumple con su tiempo de vida útil. Al incluir las restricciones del tiempo de construcción y de financiamiento al modelo del planificador central, se obtuvo una mayor preponderancia de la tecnología diésel en comparación con el caso inicial que tiene una mayor preponderancia de la tecnología hidráulica. No obstante, en el largo plazo, las trayectorias se aproximan al caso inicial del planificador central. Por último, las indivisibilidades no generan grandes cambios en la composición del parque generador del planificador central, la solución del modelo discreto se aproxima a la solución continua.

Con respecto al modelo del monopolio se encontró que, para el sistema analizado, las restricciones de tiempo de construcción, tiempos de vida útil y de financiamiento tienen efectos similares que en el caso del planificador central. El pago por capacidad para el caso

del monopolio no tiene mayores efectos sobre la composición del parque generador debido a que se obtienen mayores ganancias al racionar la demanda.

Con respecto al oligopolio, para el caso analizado, el pago por capacidad permite que el oligopolio se aproxime al resultado inicial del planificador central. En este caso, el pago por capacidad si tiene efectos sobre la composición del parque generador debido a la competencia entre las firmas.

Con respecto al racionamiento, se determinó que, para el sistema analizado, el planificador central obtiene el menor racionamiento, seguido del oligopolio y finalmente seguido del monopolio. En los tres casos se encontró que la capacidad de generación hidráulica es muy similar por lo que la estructura del mercado peruano en teoría permitiría alcanzar una capacidad hidráulica óptima, inclusive si se tuviese un monopolio. Las restricciones de tiempos de construcción y de financiamiento resultaron ser las mayores causantes de las diferencias en la composición del parque generador con respecto al caso base del planificador central (máximo bienestar social).

Se encontró que la capacidad de la generación hidráulica del sistema peruano para el año 2014 está por debajo de su nivel óptimo (resultado del planificador central). Este desbalance puede ser explicado por las restricciones técnicas del problema, aunque no se debe descartar un análisis detallado de la remuneración de las compañías.

Respecto a la forma de remuneración de las unidades de generación, se recomienda analizar su relación con la composición del parque óptimo y encontrar un mecanismo que garantice la convergencia a la composición óptima. Asimismo, se recomienda que el planificador central utilice un modelo discreto dinámico para encontrar un parque generador referencial. Por último, se hace hincapié en tiempo pertinente con el que se debería tomar las decisiones de inversión de modo de no incrementar el costo total de generación.

Bibliografía

- Bazaraa, M., Jarvis, J., y Sherali, H. (2010). *Linear Programming and Network Flows*. Wiley.
- Bazaraa, M., Sherali, H., y Shetty, C. (2013). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Wiley.
- Boiteaux, M. (1960). Peak load pricing. *The Journal of Business*, 33(2):157–179.
- Botterud, A., Ilic, M. D., y Wangensteen, I. (2005). Optimal investments in power generation under centralized and decentralized decision making. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(1):254–263.
- Botterud, A. y Korpås, M. (2007). A stochastic dynamic model for optimal timing of investments in new generation capacity in restructured power systems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 29(2):163–174.
- California-ISO (2004). Transmission economic assessment methodology. Technical report.
- Centeno, E., Wogrin, S., López-Peña, A., y Vasquez, M. (2011). Analysis of investments in generation capacity: a bilevel approach. *IET Generation, Transmission and Distribution*, 5(8):842–849.
- Dammert, A., Gallardo, J., y García, R. (2005a). Reformas estructurales en el sector eléctrico peruano. *Documento de trabajo N° 5, Oficina de estudios economicos - Osineergmin*.
- Dammert, A., García, R., y Quiso, L. (2005b). Dinámica de la inversión en generación de electricidad en el Perú. In *XXII Encuentro de Economistas del Banco Central de Reserva del Perú*.
- Dammert, A., García, R., y Mollinelli, F. (2010). *Regulación y Supervisión del Sector Eléctrico*. Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 1 edition.
- De la Cruz, R. y Bendezú, L. (2012). Indicador de monitoreo de la seguridad de suministro en el sector eléctrico peruano. *Proyecto Mediano CIES*.
- De la Cruz, R. y García, R. (2002). Mecanismos de competencia en generación de energía y su impacto en la eficiencia: El caso peruano. *Proyecto Breve CIES*.
- Ehrenmann, A. y Smeers, Y. (2011). Stochastic equilibrium models for generation capacity expansion. In Bertocchi, M., Consigli, G., y Dempster, M. A. H., editors, *Stochastic Optimization Methods in Finance and Energy*, volume 163 of *International Series in Operations Research & Management Science*, pages 273–310. Springer New York.

- Fortuny-Amat, J. y McCarl, B. (1981). A representation and economic interpretation of a two level programming problem. *The Journal of the Operation Research Society*, 32(9):783 – 792.
- Fourer, R., Gay, D., y Kernighan, B. (2003). *AMPL: a modeling language for mathematical programming*. Thomson/Brooks/Cole.
- Fudenberg, D. y Tirole, J. (1991). *Game Theory*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Gabriel, S., Conejo, A., Fuller, J., Hobbs, B., y Ruiz, C. (2013). *Complementarity Modeling in Energy Markets*, volume 180 of *International Series in Operations Research & Management Science*. Springer New York.
- García, R., Nario, T., y Perez-Reyes, R. (2011). Valorización de las externalidades y recomposición del parque óptimo de generación eléctrica. *Documento de Trabajo OSI-NERGMIN*, 28.
- García, S. y Moñux, F. (2006). *Centrales térmicas de ciclo combinado: teoría y proyecto*. Díaz de Santos.
- Glover, F. (1975). Improved linear integer programming formulations of nonlinear integer problems. *Journal of management science*, 22(4).
- Head, C. (2000). *Financing of Private Hydropower Projects*. Number partes 63-420 in *Financing of Private Hydropower Projects*. World Bank.
- IAEA (1984). *Expansion Planning for Electrical Generating Systems, A Guidebook*. International Atomic Energy Agency, 1 edition.
- IBM (2009). *IBM ILOG OPL V6.3 Language Reference Manual*. 1 edition.
- Joskow, P. (1999). Introduciendo la competencia en las industrias de redes reguladas: De las jerarquías a los mercados en el sector de la electricidad. *Documento de trabajo 173 PUCP*.
- Kall, P. y Wallace, S. (1995). *Stochastic Programming*. Wiley Interscience Series in Systems and Optimization. Wiley.
- Kehlhofer, R., Rukes, B., Hannemann, F., y Stirnimann, F. (2009). *Combined-Cycle Gas & Steam Turbine Power Plants*. PennWell.
- Khalfallah, M. H. (2012). A game theoretic model for generation capacity adequacy: Comparison between investment incentive mechanisms in electricity markets.
- Kirschen, D. y Strbac, G. (2004). *Fundamentals of Power System Economics*. John Wiley and Sons, 1 edition.
- Pérez-Arriaga, I. (2013). *Regulation of the Power Sector*. Power Systems. Springer London.
- Pineau, P.-O. y Murto, P. (2003). An oligopolistic investment model of the finnish electricity market. *Annals of Operations Research*, 121(1-4):123–148.
- Sullivan, W., Wicks, E., y Koelling, C. (2014). *Engineering Economy*. Pearson Education.
- Tirole, J. (1988). *The Theory of Industrial Organization*. MIT Press, 1 edition.

- Underhill, M. (2010). *The Handbook of Infrastructure Investing*. Wiley Finance. Wiley.
- Wächter, A. y Biegler, L. T. (2006). On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 106(1):25–57.
- Wenders, J. T. (1976). Peak Load Pricing in the Electric Utility Industry. *Bell Journal of Economics*, 7(1):232–241.
- Wogrin, S., Barquín, J., y Centeno, E. (2013). Capacity expansion equilibria in liberalized electricity markets: An epec approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(2).
- Wood, A. y Wollenberg, B. (1992). *Power Generation, Operation and Control*. John Wiley and Sons, 2 edition.





Apéndice A

Tablas de resultados

Tabla A.1: Resultados del modelo estático

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diesel
1	4160.00	1500.00	400.00	100.00
2	4576.00	1650.00	440.00	110.00
3	5170.88	1864.50	497.20	124.30
4	5584.55	2013.66	536.98	134.24
5	6087.16	2194.89	585.30	146.33
6	6391.52	2304.63	614.57	153.64
7	6775.01	2442.91	651.44	162.86
8	7181.51	2589.49	690.53	172.63
9	7540.59	2718.96	725.06	181.26
10	7842.21	2827.72	754.06	188.51
11	8155.90	2940.83	784.22	196.06
12	8482.13	3058.46	815.59	203.90
13	8821.42	3180.80	848.21	212.05
14	9174.27	3308.03	882.14	220.54
15	9541.25	3440.35	917.43	229.36
16	9922.90	3577.97	954.12	238.53
17	10319.81	3721.09	992.29	248.07
18	10732.60	3869.93	1031.98	258.00
19	11161.91	4024.73	1073.26	268.32
20	11608.38	4185.72	1116.19	279.05
21	12072.72	4353.14	1160.84	290.21
22	12555.63	4527.27	1207.27	301.82
23	13057.85	4708.36	1255.56	313.89
24	13580.17	4896.70	1305.79	326.45
25	14123.37	5092.56	1358.02	339.50
26	14688.31	5296.27	1412.34	353.08
27	15275.84	5508.12	1468.83	367.21
28	15886.88	5728.44	1527.58	381.90
29	16522.35	5957.58	1588.69	397.17
30	17183.24	6195.88	1652.24	413.06

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.2: Resultados del modelo dinámico del planificador central

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diesel
1	4360.0	1400.0	300.0	100.0
2	4796.0	1540.0	330.0	110.0
3	5419.5	1740.2	372.9	124.3
4	5853.0	1879.4	402.7	134.2
5	6379.8	2048.6	439.0	146.3
6	6698.8	2151.0	460.9	153.6
7	7100.7	2280.1	488.6	162.9
8	7526.8	2416.9	517.9	172.6
9	7903.1	2537.7	543.8	181.3
10	8219.2	2639.2	565.5	188.5
11	8548.0	2744.8	588.2	196.1
12	8686.0	3058.5	611.7	203.9
13	8686.0	3528.2	636.2	212.1
14	8686.0	4016.8	661.6	220.5
15	8686.0	4524.9	688.1	229.4
16	8686.0	5053.4	715.6	238.5
17	8686.0	5602.9	744.2	248.1
18	8686.0	6174.5	774.0	258.0
19	8686.0	6768.9	804.9	268.3
20	8686.0	7387.1	837.1	279.0
21	8686.0	8030.0	870.6	290.2
22	8686.0	8698.7	905.5	301.8
23	8686.0	9394.1	941.7	313.9
24	8686.0	10117.3	979.3	326.4
25	8686.0	10869.4	1018.5	339.5
26	8686.0	11651.6	1059.3	353.1
27	8686.0	12214.7	1352.0	367.2
28	8686.0	12214.7	2256.8	367.2
29	8686.0	12214.7	2937.3	367.2
30	8686.0	12214.7	2937.3	367.2

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.3: Resultados del modelo dinámico del planificador central con valor terminal constante

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diesel
1	4360.0	1400.0	300.0	100.0
2	4796.0	1540.0	330.0	110.0
3	5419.5	1740.2	372.9	124.3
4	5853.0	1879.4	402.7	134.2
5	6379.8	2048.6	439.0	146.3
6	6698.8	2151.0	460.9	153.6
7	7100.7	2280.1	488.6	162.9
8	7526.8	2416.9	517.9	172.6
9	7903.1	2537.7	543.8	181.3
10	8219.2	2639.2	565.5	188.5
11	8548.0	2744.8	588.2	196.1
12	8889.9	2854.6	611.7	203.9
13	9245.5	2968.7	636.2	212.1
14	9615.3	3087.5	661.6	220.5
15	10000.0	3211.0	688.1	229.4
16	10400.0	3339.4	715.6	238.5
17	10816.0	3473.0	744.2	248.1
18	11248.6	3611.9	774.0	258.0
19	11698.5	3756.4	804.9	268.3
20	12166.5	3906.7	837.1	279.0
21	12653.1	4062.9	870.6	290.2
22	13159.3	4225.5	905.5	301.8
23	13685.6	4394.5	941.7	313.9
24	14233.1	4570.2	979.3	326.4
25	14802.4	4753.1	1018.5	339.5
26	15394.5	4943.2	1059.3	353.1
27	16010.3	5140.9	1101.6	367.2
28	16650.7	5346.5	1145.7	381.9
29	17316.7	5560.4	1191.5	397.2
30	17596.3	6195.9	1239.2	413.1

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.4: Resultados del modelo planificador con restricciones de tiempos de vida útil

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4360.0	1400.0	300.0	100.0
2	4796.0	1540.0	330.0	110.0
3	5419.5	1740.2	372.9	124.3
4	5853.0	1879.4	402.7	134.2
5	6379.8	2048.6	439.0	146.3
6	6698.8	2151.0	460.9	153.6
7	7100.7	2280.1	488.6	162.9
8	7526.8	2416.9	517.9	172.6
9	7903.1	2537.7	543.8	181.3
10	8219.2	2639.2	565.5	188.5
11	8548.0	2744.8	588.2	196.0
12	8889.9	2854.6	611.7	203.9
13	9245.5	2968.8	636.2	212.0
14	9615.4	3087.5	661.6	220.5
15	10000.0	3211.0	688.1	229.3
16	10400.0	3339.4	715.6	238.5
17	10816.0	3473.0	744.2	248.1
18	11248.6	3611.9	774.0	258.0
19	11698.5	3756.4	804.9	268.3
20	12010.2	4062.9	837.1	279.0
21	12653.1	4062.9	870.6	290.2
22	13159.3	4225.5	905.4	301.8
23	13685.6	4394.5	941.7	313.9
24	14233.1	4570.3	979.3	326.4
25	14802.4	4753.1	1018.5	339.5
26	15394.5	6343.2	1359.3	453.1
27	16010.3	6680.9	1431.6	477.2
28	16650.7	7086.7	1518.6	506.2
29	17316.7	7439.8	1594.3	531.4
30	18009.4	7831.4	1678.2	559.4

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.5: Resultados del modelo planificador con restricciones de tiempos de construcción

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	6776.0
3	0.0	0.0	0.0	7284.0
4	0.0	0.0	7195.5	7284.0
5	0.0	6233.5	7195.5	7284.0
6	0.0	6233.5	7195.5	7284.0
7	0.0	6233.5	7195.5	7284.0
8	0.0	6233.5	7195.5	7284.0
9	3482.3	6233.5	7195.5	7284.0
10	3870.9	6233.5	7195.5	7284.0
11	4275.1	6233.5	7195.5	7284.0
12	4695.4	6233.5	7195.5	7284.0
13	5132.6	6233.5	7195.5	7284.0
14	5587.2	6233.5	7195.5	7284.0
15	6060.0	6233.5	7195.5	7284.0
16	6551.8	6233.5	7195.5	7284.0
17	7063.2	6233.5	7195.5	7284.0
18	7595.1	6233.5	7195.5	7284.0
19	8148.2	6233.5	7195.5	7284.0
20	8723.5	6233.5	7195.5	7284.0
21	9321.7	6233.5	7195.5	7284.0
22	9944.0	6233.5	7195.5	7284.0
23	10591.1	6233.5	7195.5	7284.0
24	11264.0	6233.5	7195.5	7284.0
25	11963.9	6233.5	7195.5	7284.0
26	12691.8	6233.5	7195.5	7284.0
27	13448.8	6233.5	7195.5	7284.0
28	14236.1	6233.5	7195.5	7284.0
29	16732.6	6233.5	7195.5	7284.0
30	16732.6	6233.5	7195.5	7284.0

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.6: Resultados del modelo planificador con restricciones de tiempos de construcción y condiciones iniciales

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4360	1400	300	100
2	4360	1400	300	716
3	4360	1400	300	1223.98
4	4360	1400	1703.97	1223.98
5	4360	2803.38	1703.97	1223.98
6	4360	3400.39	1703.97	1223.98
7	4360	3879.66	1703.97	1223.98
8	4360	3879.66	1703.97	1223.98
9	5836.09	3879.66	1703.97	1223.98
10	6224.72	3879.66	1703.97	1223.98
11	6767.29	3879.66	1703.97	1223.98
12	7180.35	3879.66	1703.97	1223.98
13	7698.45	3879.66	1703.97	1223.98
14	8001.35	3879.66	1703.97	1223.98
15	8643.22	3879.66	1703.97	1223.98
16	9109.89	3879.66	1703.97	1223.98
17	9665.09	3879.66	1703.97	1223.98
18	10206.88	3879.66	1703.97	1223.98
19	10770.34	3879.66	1703.97	1223.98
20	11326.66	3879.66	1703.97	1223.98
21	12003.07	3879.66	1703.97	1223.98
22	12599.6	3879.66	1703.97	1223.98
23	13258.77	3879.66	1703.97	1223.98
24	13944.31	3879.66	1703.97	1223.98
25	14657.27	3879.66	1703.97	1223.98
26	15394.48	3945.38	1703.97	1223.98
27	16010.26	4406.49	1703.97	1223.98
28	16358.06	4875.36	1703.97	1223.98
29	17316.69	5787.21	1703.97	1223.98
30	17596.3	5895.29	1703.97	1223.98

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.7: Resultados del modelo planificador central con restricciones de financiamiento

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	0.0	0.0	724.4	1873.6
2	0.0	0.0	2956.3	1873.6
3	0.0	99.9	5061.9	1873.6
4	0.0	1865.1	5061.9	1873.6
5	0.0	3630.3	5061.9	1873.6
6	0.0	5395.6	5061.9	1873.6
7	303.1	6260.3	5061.9	1873.6
8	897.3	6260.3	5061.9	1873.6
9	1491.5	6260.3	5061.9	1873.6
10	2085.6	6260.3	5061.9	1873.6
11	2679.8	6260.3	5061.9	1873.6
12	3274.0	6260.3	5061.9	1873.6
13	3868.2	6260.3	5061.9	1873.6
14	4462.3	6260.3	5061.9	1873.6
15	5056.5	6260.3	5061.9	1873.6
16	5650.7	6260.3	5061.9	1873.6
17	6244.9	6260.3	5061.9	1873.6
18	6839.1	6260.3	5061.9	1873.6
19	7433.2	6260.3	5061.9	1873.6
20	8027.4	6260.3	5061.9	1873.6
21	8621.6	6260.3	5061.9	1873.6
22	9215.8	6260.3	5061.9	1873.6
23	9809.9	6260.3	5061.9	1873.6
24	10404.1	6260.3	5061.9	1873.6
25	10998.3	6260.3	5061.9	1873.6
26	11592.5	6260.3	5061.9	1873.6
27	12186.6	6260.3	5061.9	1873.6
28	12780.8	6260.3	5061.9	1873.6
29	13375.0	6260.3	5061.9	1873.6
30	13969.2	6260.3	5061.9	1873.6
31	14563.4	6260.3	5061.9	1873.6
32	15157.5	6260.3	5061.9	1873.6
33	15466.6	6260.3	5061.9	1873.6

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.8: Resultados del modelo planificador central con restricciones de financiamiento y condiciones iniciales

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4360.0	1400.0	300.0	100.0
2	4839.3	1496.7	330.0	110.0
3	5295.2	1864.5	372.9	124.3
4	5853.0	1879.4	402.7	134.2
5	6377.1	2051.2	439.0	146.3
6	6698.8	2151.0	460.9	153.6
7	7100.7	2280.1	488.6	162.9
8	7526.8	2416.9	517.9	172.6
9	7903.1	2537.7	543.8	181.3
10	8219.2	2639.2	565.5	188.5
11	8548.0	2744.8	588.2	196.0
12	8889.9	2854.6	611.7	203.9
13	9245.5	2968.8	636.2	212.0
14	9615.4	3087.5	661.6	220.5
15	10000.0	3211.0	688.1	229.3
16	10400.0	3339.4	715.6	238.5
17	10816.0	3473.0	744.2	248.1
18	11248.6	3611.9	774.0	258.0
19	11698.5	3756.4	804.9	268.3
20	12166.5	3906.7	837.1	279.0
21	12718.9	3997.2	870.6	290.2
22	13257.6	4127.2	905.4	301.8
23	13781.9	4298.2	941.7	313.9
24	14291.5	4511.8	979.3	326.4
25	14785.6	4769.9	1018.5	339.5
26	15263.6	5074.0	1059.3	353.1
27	15724.9	5426.2	1101.6	367.2
28	16168.9	5828.3	1145.7	381.9
29	16607.8	6195.9	1239.2	413.1
30	17202.0	6195.9	1239.2	413.1
31	17596.3	6195.9	1239.2	413.1

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.9: Resultados del modelo planificador con indivisibilidades en la inversión y restricciones de tiempos de vida útil

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4400	1300	400	0
2	4800	1500	400	100
3	5400	1700	400	100
4	5800	1900	500	100
5	6400	2000	500	100
6	6700	2100	500	100
7	7100	2200	600	100
8	7500	2400	600	100
9	7900	2500	600	200
10	8200	2600	600	200
11	8500	2800	600	200
12	8900	2800	700	200
13	9200	3000	700	200
14	9600	3100	700	200
15	10000	3200	700	200
16	10400	3300	800	200
17	10800	3500	800	200
18	11200	3600	900	200
19	11700	3700	900	200
20	12000	4000	900	300
21	12700	4000	900	300
22	13200	4200	900	300
23	13700	4300	1000	300
24	14200	4600	1000	300
25	14800	4700	1100	300
26	15400	6200	1500	300
27	16000	6600	1600	400
28	16700	7000	1600	400
29	17300	7400	1800	400
30	18000	7800	1800	400

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.10: Resultados del modelo dinámico del monopolio

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4160.0	0.0	0.0	148.7
2	4576.0	0.0	0.0	157.3
3	5170.9	0.0	0.0	170.1
4	5584.6	0.0	0.0	177.5
5	6087.2	0.0	0.0	187.0
6	6391.5	0.0	0.0	191.3
7	6391.5	0.0	0.0	581.2
8	6719.6	0.0	0.0	666.7
9	7023.4	0.0	0.0	727.9
10	7277.5	0.0	0.0	780.1
11	7544.6	0.0	0.0	831.8
12	7825.0	0.0	0.0	883.3
13	8118.8	0.0	0.0	934.8
14	8426.5	0.0	0.0	986.5
15	8748.3	0.0	0.0	1038.7
16	9084.7	0.0	0.0	1091.6
17	9434.3	0.0	0.0	1146.9
18	9794.7	0.0	0.0	1206.9
19	10172.7	0.0	0.0	1266.6
20	10569.1	0.0	0.0	1325.8
21	10982.8	0.0	0.0	1386.2
22	11414.9	0.0	0.0	1447.6
23	11865.6	0.0	0.0	1510.3
24	12334.8	0.0	0.0	1575.1
25	12834.1	0.0	0.0	1631.0
26	13398.2	0.0	0.0	1631.0
27	13911.0	0.0	0.0	1631.0
28	14459.0	0.0	0.0	1631.0
29	15028.0	0.0	0.0	1631.0
30	15553.6	0.0	0.0	1631.0

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.11: Resultados del modelo del monopolio con restricciones de tiempos de vida útil

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4055.9	104.1	0.0	124.3
2	4213.8	104.1	0.0	391.3
3	4691.1	104.1	0.0	521.6
4	5025.6	104.1	0.0	609.0
5	5438.3	104.1	0.0	708.0
6	5745.6	104.1	0.0	709.4
7	6072.6	104.1	0.0	773.2
8	6433.2	104.1	0.0	827.4
9	6752.0	104.1	0.0	874.7
10	7020.2	104.1	0.0	914.2
11	7303.7	104.1	0.0	951.0
12	7598.4	104.1	0.0	989.3
13	7900.9	104.1	0.0	1033.5
14	8218.9	104.1	0.0	1076.1
15	8551.8	104.1	0.0	1118.3
16	8898.1	104.1	0.0	1162.4
17	9283.1	104.1	0.0	1181.4
18	9450.1	104.1	0.0	1181.4
19	9879.0	104.1	0.0	1181.4
20	10325.1	104.1	0.0	1181.4
21	10789.1	104.1	0.0	1181.4
22	11271.7	104.1	0.0	1181.4
23	11742.1	104.1	0.0	1212.8
24	12216.0	104.1	0.0	1261.1
25	12708.8	104.1	0.0	1311.4
26	13325.4	104.1	0.0	1487.4
27	13858.4	104.1	0.0	1809.0
28	14412.8	104.1	0.0	1996.0
29	14989.3	104.1	0.0	2142.3
30	15588.8	104.1	0.0	2302.5

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.12: Resultados del modelo dinámico del monopolio con restricciones de tiempos de construcción

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	4151.4
3	0.0	0.0	0.0	4151.4
4	0.0	0.0	915.0	4151.4
5	0.0	1313.4	915.0	4151.4
6	0.0	1632.4	915.0	4151.4
7	0.0	1708.6	915.0	4151.4
8	0.0	2115.1	915.0	4151.4
9	902.9	2115.1	915.0	4151.4
10	1226.2	2115.1	915.0	4151.4
11	1366.5	2115.1	915.0	4151.4
12	1708.4	2115.1	915.0	4151.4
13	1852.0	2115.1	915.0	4151.4
14	2213.3	2115.1	915.0	4151.4
15	2589.1	2115.1	915.0	4151.4
16	2979.9	2115.1	915.0	4151.4
17	3386.4	2115.1	915.0	4151.4
18	3809.1	2115.1	915.0	4151.4
19	4248.7	2115.1	915.0	4151.4
20	4705.9	2115.1	915.0	4151.4
21	5181.4	2115.1	915.0	4151.4
22	5675.9	2115.1	915.0	4151.4
23	6190.2	2115.1	915.0	4151.4
24	6725.1	2115.1	915.0	4151.4
25	7281.4	2115.1	915.0	4151.4
26	7859.9	2115.1	915.0	4151.4
27	8094.3	2115.1	915.0	4151.4
28	8705.4	2115.1	915.0	4151.4
29	9340.8	2115.1	915.0	4151.4
30	10001.7	2115.1	915.0	4151.4

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.13: Resultados del modelo dinámico del monopolio con restricciones de financiamiento

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	0.0	0.0	2231.9	0.0
2	0.0	0.0	4463.8	0.0
3	465.7	381.7	4463.8	0.0
4	880.5	381.7	4463.8	0.0
5	1372.8	381.7	4463.8	0.0
6	1665.1	381.7	4463.8	0.0
7	2037.5	381.7	4463.8	0.0
8	2406.5	381.7	4463.8	0.0
9	2724.8	381.7	4463.8	0.0
10	3002.3	381.7	4463.8	0.0
11	3002.3	381.7	4463.8	0.0
12	3002.3	381.7	4463.8	0.0
13	3284.7	381.7	4463.8	0.0
14	3591.2	381.7	4463.8	0.0
15	3911.9	381.7	4463.8	0.0
16	4156.7	381.7	4463.8	920.7
17	4516.8	381.7	4463.8	957.6
18	4891.3	381.7	4463.8	995.9
19	5280.7	381.7	4463.8	1035.7
20	5685.8	381.7	4463.8	1077.1
21	6107.0	381.7	4463.8	1120.2
22	6545.1	381.7	4463.8	1165.0
23	7000.8	381.7	4463.8	1211.6
24	7474.6	381.7	4463.8	1260.1
25	7967.4	381.7	4463.8	1260.1
26	8479.9	381.7	4463.8	1260.1
27	9012.9	381.7	4463.8	1260.1
28	9483.3	381.7	4463.8	1260.1
29	9483.3	381.7	4463.8	1260.1
30	9483.3	381.7	4463.8	1260.1

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.14: Resultados del modelo dinámico del oligopolio $N = 3$

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	1863.0	693.7	594.1	2709.3
2	2049.2	763.1	653.5	2980.2
3	2315.7	862.3	738.4	3367.6
4	2500.9	931.3	797.5	3637.0
5	2726.0	1015.1	869.3	3964.4
6	2862.3	1065.8	912.7	4162.6
7	3034.0	1129.8	967.5	4412.3
8	3216.1	1197.6	1025.5	4677.1
9	3376.9	1257.5	1076.8	4910.9
10	3511.9	1307.8	1119.9	5107.4
11	3652.4	1360.1	1164.7	5311.7
12	3798.5	1414.5	1211.3	5524.1
13	3950.5	1471.0	1259.7	5745.1
14	4108.5	1529.9	1310.1	5974.9
15	4272.8	1591.1	1362.5	6213.9
16	4443.7	1654.7	1417.0	6462.4
17	4621.5	1720.9	1473.7	6720.9
18	4806.3	1789.7	1532.7	6989.8
19	4998.6	1861.3	1594.0	7269.4
20	5198.5	1935.8	1657.7	7560.2
21	5406.5	2013.2	1724.0	7862.6
22	5622.7	2093.8	1793.0	8177.1
23	5847.6	2177.5	1864.7	8504.1
24	6081.5	2264.6	1939.3	8844.3
25	6324.8	2355.2	2016.9	9198.1
26	6577.8	2449.4	2097.5	9566.0
27	6840.9	2547.4	2181.4	9948.6
28	7114.5	2649.3	2268.7	10346.6
29	7399.1	2755.2	2359.5	10760.5
30	7695.1	2865.4	2453.8	11190.9

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.15: Resultados del modelo del oligopolio $N = 3$ con restricciones de financiamiento

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	1844.6	686.2	587.1	2642.2
2	1990.0	738.8	631.0	3524.3
3	2247.6	834.3	712.6	3894.3
4	2441.1	906.7	774.8	4146.8
5	2654.5	985.7	842.1	4531.4
6	2795.7	1038.5	887.4	4742.8
7	2963.8	1100.9	940.8	5026.7
8	3142.4	1167.3	997.5	5326.9
9	3294.2	1223.5	1045.4	5602.7
10	3430.8	1274.4	1089.1	5818.2
11	3574.9	1328.2	1135.2	6006.9
12	3664.9	1359.6	1160.6	6578.8
13	3823.5	1418.9	1211.5	6755.2
14	4018.3	1492.8	1275.8	6755.2
15	4223.9	1571.0	1343.9	6760.3
16	4400.3	1636.9	1400.5	6957.4
17	4589.1	1707.6	1461.4	7195.6
18	4790.4	1783.2	1526.6	7476.3
19	4975.6	1851.9	1585.2	7618.3
20	5183.9	1929.8	1652.1	7865.1
21	5405.5	2012.8	1723.6	8154.6
22	5635.5	2099.0	1797.9	8456.0
23	5873.3	2188.1	1874.5	8764.5
24	6108.9	2275.9	1949.8	9121.7
25	6353.3	2366.9	2027.7	9486.5
26	6607.4	2461.6	2108.9	9866.0
27	6871.7	2560.1	2193.2	10260.6
28	7146.5	2662.5	2280.9	10671.1
29	7432.4	2769.0	2372.2	11097.9
30	7711.1	2872.0	2459.9	11353.2
31	7729.7	2879.7	2467.1	11541.6

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.16: Resultados del modelo del monopolio con pago por capacidad, caso 1

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4160.0	0.0	0.0	137.2
2	4576.0	0.0	0.0	145.4
3	4711.3	109.4	0.0	493.7
4	5074.0	109.4	0.0	553.0
5	5522.3	109.4	0.0	617.9
6	5795.7	109.4	0.0	654.7
7	6132.2	109.4	0.0	709.6
8	6490.8	109.4	0.0	766.0
9	6807.4	109.4	0.0	815.9
10	7072.9	109.4	0.0	858.2
11	7350.2	109.4	0.0	901.1
12	7639.7	109.4	0.0	944.8
13	7941.7	109.4	0.0	989.5
14	8256.7	109.4	0.0	1035.1
15	8585.0	109.4	0.0	1081.9
16	8927.1	109.4	0.0	1130.1
17	9283.5	109.4	0.0	1179.6
18	9654.7	109.4	0.0	1230.6
19	10041.3	109.4	0.0	1283.3
20	10443.7	109.4	0.0	1337.6
21	10862.6	109.4	0.0	1393.9
22	11298.6	109.4	0.0	1452.1
23	11752.4	109.4	0.0	1512.3
24	12224.6	109.4	0.0	1574.8
25	12724.2	109.4	0.0	1631.0
26	13291.1	109.4	0.0	1631.0
27	13815.8	109.4	0.0	1631.0
28	14362.3	109.4	0.0	1631.0
29	14929.9	109.4	0.0	1631.0
30	15444.2	109.4	0.0	1631.0

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.17: Resultados del modelo del monopolio con pago por capacidad, caso 2

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	3795.4	0.0	0.0	468.5
2	4170.5	0.0	0.0	519.0
3	4708.1	0.0	0.0	590.3
4	5081.6	0.0	0.0	640.1
5	5535.9	0.0	0.0	700.2
6	5810.6	0.0	0.0	736.9
7	6157.2	0.0	0.0	782.8
8	6524.8	0.0	0.0	831.2
9	6849.5	0.0	0.0	874.0
10	7122.2	0.0	0.0	910.0
11	7406.0	0.0	0.0	947.3
12	7701.2	0.0	0.0	986.0
13	8008.4	0.0	0.0	1026.2
14	8327.9	0.0	0.0	1067.9
15	8660.3	0.0	0.0	1111.2
16	9006.1	0.0	0.0	1156.1
17	9365.7	0.0	0.0	1202.8
18	9739.9	0.0	0.0	1251.4
19	10129.0	0.0	0.0	1301.8
20	10533.7	0.0	0.0	1354.2
21	10954.7	0.0	0.0	1408.7
22	11392.6	0.0	0.0	1465.3
23	11848.0	0.0	0.0	1524.1
24	12321.7	0.0	0.0	1585.3
25	12814.3	0.0	0.0	1648.9
26	13333.6	0.0	0.0	1707.8
27	13866.4	0.0	0.0	1707.8
28	14419.9	0.0	0.0	1707.8
29	14995.6	0.0	0.0	1707.8
30	15475.7	0.0	0.0	1707.8

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.18: Resultados del modelo del oligopolio $N = 3$ con pago por capacidad, caso 1

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	4560.0	0.0	2279.7	0.0
2	4906.0	175.9	2664.6	0.0
3	5543.8	202.2	2684.4	0.0
4	5987.3	202.2	2733.4	0.0
5	6526.1	202.2	2834.5	0.0
6	6852.4	202.2	2967.2	0.0
7	7263.6	202.2	3145.6	0.0
8	7699.4	202.2	3372.6	0.0
9	8084.4	202.2	3605.2	0.0
10	8407.8	202.2	3827.1	0.0
11	8744.1	202.2	4032.4	0.0
12	9095.5	202.2	4202.3	0.0
13	9467.4	202.2	4322.8	0.0
14	9854.2	202.2	4406.5	0.0
15	10256.4	202.2	4464.0	0.0
16	10256.4	429.7	4513.8	0.0
17	11064.0	429.7	4604.9	0.0
18	11506.6	429.7	4731.0	0.0
19	11966.9	429.7	4872.3	0.0
20	12445.5	429.7	5008.0	0.0
21	12943.4	429.7	5120.0	0.0
22	13461.1	726.4	5174.2	0.0
23	13858.4	768.9	5374.8	0.0
24	13858.4	768.9	6174.8	0.0
25	13858.4	1283.5	6492.4	0.0
26	13858.4	3299.3	6643.2	845.1
27	13858.4	4374.8	6687.4	1327.2
28	14210.4	5018.4	6729.0	1692.3
29	14648.2	5392.6	6768.7	1981.9
30	15168.7	5548.8	6812.7	2235.7

Fuente: resultados de la investigación.

Tabla A.19: Resultados del modelo del oligopolio $N = 3$ con pago por capacidad, caso 2

t	Hidráulica	Gas CC	Gas CS	Diésel
1	3075.1	2009.8	1287.4	104.9
2	3302.7	2233.5	1473.3	124.7
3	3539.0	2546.7	1835.0	210.9
4	3707.0	2762.9	2084.5	238.3
5	3916.5	3024.6	2383.2	303.6
6	4019.3	3162.2	2542.9	362.9
7	4121.2	3355.3	2764.3	490.7
8	4280.8	3546.8	2979.1	630.0
9	4455.1	3709.5	3182.6	776.7
10	4588.8	3859.6	3352.6	870.1
11	4733.3	4012.3	3527.5	917.6
12	4879.3	4155.4	3729.3	920.2
13	5005.9	4284.7	3984.0	966.8
14	5160.3	4489.9	4155.3	1006.4
15	5293.8	4649.0	4335.7	1041.4
16	5442.1	4801.3	4503.1	1129.2
17	5649.4	4937.7	4647.2	1270.6
18	5831.1	5083.7	4791.9	1608.4
19	6004.5	5272.1	4942.6	1855.8
20	6159.5	5422.0	5074.5	2014.6
21	6246.8	5549.1	5180.4	2192.0
22	6246.8	5570.1	5210.3	2466.8
23	6298.6	5737.8	5360.3	2705.2
24	6482.1	5935.3	5553.8	2891.8
25	6657.7	6138.0	5762.6	3081.4
26	6657.7	6303.6	5949.0	3436.3
27	6847.7	6454.4	6153.6	3561.9
28	7045.2	6651.2	6352.6	3769.3
29	7087.5	6726.8	6504.9	4191.2
30	7087.5	6726.8	6504.9	4712.3

Fuente: resultados de la investigación.