PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

CREENCIAS Y UNA APROXIMACIÓN DE LA CONCEPCIÓN DE LOS PROFESORES SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL EN CURSOS DE PRE-CÁLCULO

Tesis para obtener el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas que presenta

FELIX IVAN VELASQUEZ MILLONES

Dirigido por

DRA. NORMA RUBIO GOYCOCHEA

San Miguel, 2014

Agradecimientos

A Dios, por ser la razón de mi vida, por darme la oportunidad de ver concretados mis sueños profesionales y personales, y por permitirme alcanzar, con esta Tesis, uno de mis objetivos propuestos.

A mi familia, Félix Velásquez Quesquén, Elvira Millones Neciosup, Rogelio, Dany, Carlos, Lucho, Consuelo y Luis.

A ti Luz por estar siempre a mi lado en cada paso que doy, por acompañarme en las alegrías y tristezas, por ser mí soporte en todo momento y por tu amor.

Gracias en especial, a mi asesora de tesis, Dra. Norma Rubio Goycochea, por haber aceptado dirigir esta tesis, por su orientación, por sus consejos, por su apoyo, por su respaldo, por su confianza, por generosidad al compartir sus conocimientos y experiencias, que fueron de muchísima utilidad. Gracias, por todo.

Un agradecimiento especial a las profesoras Cecilia Gaita Iparraguirre, Augusta Osorio Gonzales y Jesús Flores Salazar, por sus enseñanzas y orientación a esta tesis.

ÍNDICE

RESUMEN

Esta investigación analiza las prácticas matemáticas que realiza un grupo de profesores en la enseñanza de función exponencial en cursos de introducción al Cálculo para estudiantes de las carreras de letras y un curso de análisis matemático para estudiantes de ingeniería. Para el análisis de dichas prácticas se utiliza el análisis didáctico que lo proporciona el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS). La metodología es de tipo cualitativa constructivista, ya que busca describir e interpretar los fenómenos sociales y educativos. Se emplea el estudio de casos considerando cuatro profesores; se analizan las prácticas matemáticas desarrolladas por dos de ellos y a los cuatro se les aplica una entrevista semiestructurada y un cuestionario que surgen del análisis de las prácticas. El análisis de las prácticas junto con las respuestas de la entrevista y cuestionario nos permite identificar las creencias y aproximarnos a la concepción de los profesores sobre la enseñanza de la función exponencial. En la presentación de los resultados, tomamos en cuenta la postura de Peirce con respecto al término creencia.

En nuestra opinión este estudio resulta importante porque nos permite saber la naturaleza de las creencias de los profesores de precálculo sobre la enseñanza de la función exponencial. Además nos permite saber cuál es su origen y cómo podrían influir éstas creencias en el aprendizaje de los estudiantes y esto es útil conocer, para involucrar a los profesores en los procesos de cambio en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El objetivo de este estudio fue identificar las creencias y una aproximación de la concepción de los profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial en cursos de pre-cálculo. Este objetivo se llegó a lograr pues se identificó las creencias que los profesores tienen de la función exponencial: *"Una función exponencial es una función real de variable real que da la idea de crecimiento"; "todas las funciones que tengan la forma* $g(x)=b.a^x$ *con a y b positivos y a diferente de uno, son función exponencial"; "la función exponencial presenta solamente una asíntota horizontal;* $h(x)=e^x-1$ *no es una función exponencial"; "una forma básica de la función exponencial pasa por uno"*. Desde nuestro punto de vista, estas creencias hacen que los alumnos aprendan a tabular y graficar funciones exponenciales.

Capítulo 1

Antecedentes y planteamiento del problema de investigación

Resumen

En este capítulo presentamos los antecedentes para esta investigación haciendo un recorrido por diversas investigaciones que están relacionadas en el estudio de las creencias en el aprendizaje de las matemáticas; la práctica del profesor y sus creencias en la enseñanza de las matemáticas; el significado de creencia, como la disposición para la acción que será usada a lo largo de este análisis. Además formulamos el problema de esta investigación, determinamos el objetivo general, los objetivos específicos, la hipótesis y presentamos la justificación de este estudio.

1.1. ANTECEDENTES

De acuerdo con Pino, Font y Godino (2013), en los últimos años los estudios dirigidos hacia el pensamiento del profesor en el aula ha ido teniendo un creciente interés en los investigadores y didactas. Entre estos estudios resalta el análisis de las prácticas del profesor y las investigaciones de las creencias y concepciones que tienen los profesores de un determinado objeto matemático.

Así también a lo largo de nuestra práctica docente percibimos que en la enseñanza de un determinado objeto matemático ciertas ideas gobiernan nuestro pensamiento. Son estas ideas las que nos permiten presentar de una determinada forma el objeto matemático; es decir, son diversas las creencias y concepciones que tenemos los profesores de matemáticas sobre un determinado objeto y esto influye en la enseñanza. En particular, en esta investigación enfocaremos nuestra atención en las prácticas del profesor e identificaremos sus creencias y una aproximación a sus concepciones en la enseñanza de la función exponencial.

Por otro lado, la función exponencial es un tema que está presente en el currículo de muchas carreras de ingeniería, medicina, biología, etc., dada su variedad de aplicaciones no solo en crecimiento poblacional, sino también en el análisis y modelación de fenómenos en diversidad de campos tal como se señala en Vargas (2012).

Ante esto y la importancia que tienen las creencias de los profesores porque éstas influyen en el aprendizaje de los estudiantes (Llinares, 1989; Thompson, 1992; Flores, 1998), es necesario identificarlas y de esta manera implicarlas en el proceso de cambio del sistema de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Sin embargo, de acuerdo con la literatura revisada podemos percibir que son escasas las investigaciones que analizan desde el punto de vista cognitivo, los conocimientos que el profesor debería tener para una enseñanza eficaz de este objeto matemático. Este es otro motivo por el que nos vemos interesados en ser parte de aquellas investigaciones que analizan el pensamiento del profesor, dentro del aula, específicamente en la enseñanza del objeto matemático: función exponencial.

1.1.1 Noción de creencias y concepciones

A continuación, presentamos una diversidad de investigaciones que se refieren a los términos creencia y concepción desde diferentes posturas.

El diccionario de la Real Academia (Real Academia Española, 2013) define: Creencia como "*firme asentimiento y conformidad con alguna cosa*. *Completo crédito que se presta a un hecho o noticia como seguros o ciertos*. Y el término *concepción* como *acción y efecto de concebir"*. Así mismo *concebir es formar idea*, *hacer concepto de una cosa*, *comprenderla*.

Así también, en el diccionario online Farlex (2014) define: Creencia como, *"idea o pensamiento que se cree verdadero o seguro"*; y concepción como, "*opinión o juicio que una persona tiene formada en su mente acerca de una persona o cosa"*.

Dentro de las investigaciones sobre creencias y concepciones tenemos la de Pajares (citado en Ponte 1994, p.2), quien caracteriza a las creencias como verdades personales ajenas a la discusión que cada persona posee, que son derivadas de la experiencia o de la fantasía. Por otra parte, con respecto a las concepciones, siendo de naturaleza más cognitiva, organizan los conceptos y condicionan la forma de abordar una tarea, Ponte (1994, p.2). Posteriormente en Vicente (1995, citado por Flores 1998, p.27), el término creencia es el asentimiento o aceptación de una comunicación de otras personas, mientras que concepción es un constructo más complejo que está propiamente en la mente del sujeto.

Sin embargo diversos autores (Clark, 1988; Gil y Rico, 2003; Llinares, 1991, Moreno, 2000, Vicente, 1995; Rodríguez, 2005) tratan de establecer diferencias entre creencias y concepciones. Por ejemplo, Thompson (1992, citado en Ponte, 1999) señala que es mínima la diferencia que existe entre estos términos y no vale la pena sacrificar tiempo tratando de tomarlas como términos distintos. Este autor considera tanto a creencias y concepciones como perspectivas iguales, más bien señala que una tarea que sí es difícil es la distinción entre las creencias con el conocimiento. Sin embargo, para Rodríguez (2005), ambas líneas de investigación han venido siendo estudiadas de manera separada, pero su investigación fue una de las primeras en donde creencias y concepciones fueron analizadas conjuntamente en una misma muestra de estudiantes universitarios españoles.

Asimismo, Marcelo (2002, citado en Ramos 2005, p.66) señala que hay dos maneras de enfocar las investigaciones sobre creencias, concepciones y el conocimiento del profesor: "*La primera correspondiente a realizar investigaciones sobre el pensamiento del profesor y la segunda se refiere a trabajos sobre el conocimiento del profesor"*. Esta última, de acuerdo con Ramos (2005), en la última década dio paso a una preocupación por el conocimiento del profesor, pues se tomó conciencia de que los profesores generan conocimiento sobre la enseñanza a partir de su práctica, que conviene ser investigado.

De todo este bagaje de investigaciones sobre creencias y concepciones hemos podido apreciar que no hay un consenso sobre estos términos y cada autor lo toma desde una postura diferente de acuerdo al tipo de investigación que desarrolla. Sin embargo; podemos concluir que para la mayoría de autores el término concepción es un constructo más complejo que la creencia y podría definirse como el conjunto de creencias del sujeto, mientras que la creencia es una declaración que el sujeto la considera como verdadera.

En consideración a esto y por el tipo de investigación que realizamos, nosotros nos apoyaremos de la postura de Pierce (citado en Faerma, 1996), quien toma en cuenta la definición de creencia como una preparación de la mente para la acción, dada por el filósofo y psicólogo Alexander Bain. Para Ramos (2005), lo destacable de esta definición es que no es mentalista, en el sentido que vincula la creencia con la acción, que es un resultado extra-mental. Para esta autora el sujeto ante una determinada situación se genera una duda, este estado de duda requiere ser reemplazado por un estado de creencia, es así que el organismo va desarrollando métodos para fijar creencias. Este paso de la duda a la creencia es la esencia de todo un proceso de investigación.

De esta manera en esta investigación tomaremos el término creencia en el sentido de Ramos y Peirce, como una *disposición para la acción*.

1.1.2 Influencia de las creencias en la práctica del profesor

Autores como Clark y Peterson (1986, citado en Handal, 2003, p.47) precisan que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las creencias actúan como filtro al momento de la toma de decisión por parte del profesor, muchas veces dejando de lado su conocimiento pedagógico y las orientaciones curriculares. De esta forma estas creencias parecen ser muy fuertes como para facilitar o dificultar la implantación de las reformas educativas.

Así también, de acuerdo con Rubio (2012), el interés por el estudio de las creencias se debe al convencimiento de que este tiene una gran influencia sobre la práctica del profesor.

Por otro lado, de acuerdo con Ramos (2005, p.63), existen diversas investigaciones como las de Ponte (1999) y Flores (2005) que estudian el sistema de creencias del profesorado así como sus creencias respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje, y las creencias sobre cómo deberían ser los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este trabajo nos centramos básicamente en las creencias del profesor en los procesos de enseñanza y aprendizaje del objeto matemático función exponencial a nivel de pre-cálculo.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La función exponencial es un objeto matemático sobre el que diversos investigadores han puesto especial atención. En primer lugar, debido a la diversidad de aplicaciones y propiedades que posee. En segundo lugar, por las dificultades que los estudiantes presentan como por ejemplo en sus representaciones gráfica y analítica.

Con respecto a lo primero, Martínez (2002) trabajó lo que denomina concepto de convención matemática, que no es nada más que el hecho de construir conocimiento usando las expresiones matemáticas. Por ejemplo, en la expresión 2^x, para construir la igualdad $2^0 = 1$ se procede a través del producto de un razonamiento como: $2^0.2^2 = 2^{0+2} = 2^2$ de donde se debe convenir que $2^0 = 1$. Usando esta caracterización del proceso que construye los significados para los exponentes no negativos y utilizando los resultados de un análisis didáctico, este autor interpretó las respuestas erróneas de los estudiantes según las cuales $2^0 = 0$, pues utilizan el significado de cero como nada y no tienen conciencia de que la igualdad $2^0 = 1$, se debe cumplir para que las leyes de exponentes sean ciertas. Para Lezama (1999) hechos como este impiden la construcción de la noción de función exponencial.

Para Eves (1995, cit. en Morales 2013), el estudio de la función exponencial será siempre una parte importante dentro de la enseñanza de la matemática. Esto debido a que las variaciones exponenciales son partes vitales de la naturaleza y de su análisis.

Asimismo, por un lado, en el Diseño Curricular Nacional del 2009 (DCN) se señala que la función exponencial debe ser trabajada, mediante gráficas y modelos exponenciales, en quinto grado de secundaria; mientras que en cuarto de secundaria señala que se debe trabajar ecuaciones exponenciales. Por otro lado, en la universidad este objeto matemático se estudia en los cursos de pre-cálculo, así como en cursos avanzados de ingeniería, psicología, medicina, ciencias biológicas, con aplicaciones en crecimiento exponencial y tasas de interés, entre otros.

Con respecto a las dificultades que presentan los estudiantes, en Advíncula (2010), se propone una situación didáctica en la que los estudiantes construyen el concepto de función exponencial. En este estudio se detectó que los estudiantes tienen dificultad para graficar funciones exponenciales a partir de sus expresiones analíticas o dentro de su dominio correspondiente y para pasar de una representación a otra.

En resumen, la función exponencial es un objeto matemático cuyo aprendizaje no es fácil para los estudiantes, quienes tienen dificultades en las diferentes representaciones, como por ejemplo las representaciones gráfica y la analítica (Advíncula, 2009) y también en la construcción de expresiones exponenciales como 2^x mediante propiedades, como lo señala Martínez (2002). Estas dificultades pueden estar relacionadas con la naturaleza del objeto matemático o por la forma en que el profesor enseña dicho objeto.

Además, sabemos que el profesor en su práctica genera creencias las cuales influyen en el aprendizaje de los estudiantes tal como se señala en Perry (1968, cit. En Rodríguez 2005), quien afirma que algunos estudiantes universitarios no aprenden, porque sus ideas sobre el conocimiento matemático difieren de las de sus profesores. Sobre esto último, Perry indicó que los estudiantes evolucionaban a lo largo de sus años de formación, y pasan de tener visiones absolutistas sobre el conocimiento a cuestionar sus puntos de vista sobre el mismo.

Esta investigación es un estudio de casos con cuatro profesores que enseñan funciones exponenciales en instituciones diferentes. Estos profesores caracterizan de manera distinta a la función exponencial y nuestro interés va dirigido a conocer sus creencias y formular una aproximación de la concepción que ellos tienen de la función exponencial en su práctica, así como las razones que los lleva a enseñar de ciertas formas este objeto matemático. En este proceso, necesitamos saber cuáles son los factores que influyen en dichas creencias.

En particular esta investigación está centrada en el análisis de las prácticas de dos profesores que dictan el tema de función exponencial en nivel universitario, uno de ellos matemático de profesión y el otro licenciado en educación matemática y física. Este análisis de las prácticas permitirá formular la entrevista y cuestionario que será aplicado a estos dos profesores, así como a otros dos profesores que también enseñan este objeto matemático a estudiantes de pre-calculo. De estos dos últimos uno es agrónomo de carrera y el otro matemático puro. Los dos primeros son magíster en enseñanza de la matemática y los otros dos están en la última etapa de esta maestría. Los cuatro pertenecen a instituciones diferentes y dictan cursos en los cuales se enseña la función exponencial por exigencia del programa. Sobre los sujetos de estudio comentaremos con más detalle en la parte metodológica.

No hemos encontrado en el Perú estudios sobre el análisis de la práctica del profesor cuando enseña la función exponencial en el nivel universitario, ni sobre el papel que juegan las creencias y las concepciones de los profesores sobre este objeto matemático.

Todas estas inquietudes y la falta de investigaciones sobre el análisis de las prácticas de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones exponenciales en el país nos conducen a formularnos las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuáles son las creencias de los profesores de pre-cálculo acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial? y ¿cuál es la naturaleza de estas creencias? Para responder a estas preguntas es necesario formularnos un objetivo general, el cual estará ligado a ciertos objetivos específicos que harán posible alcanzar el objetivo general propuesto.

1.2.2. Objetivo general.

Identificar las creencias y una aproximación de la concepción de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial en cursos de pre-cálculo.

Para lograr este objetivo general, nos planteamos los siguientes objetivos específicos:

Objetivo específico 1.- Analizar las prácticas matemáticas que realizan los profesores, en el aula al enseñar la función exponencial.

Objetivo específico 2.- Estudiar el objeto matemático función exponencial para conocer la definición y las propiedades que se desarrollaron a lo largo de la historia.

Objetivo específico 3.- Aplicar el primer nivel del análisis didáctico sobre los resultados de los análisis del objetivo específico 1 y del objetivo específico 2 para identificar las creencias y una aproximación a la concepción de los profesores que se evidencian en la práctica.

1.2.3. Hipótesis de la investigación

Partimos de la hipótesis de que algunos profesores no conocen la caracterización dada por Cauchy de función exponencial o no la recuerdan ya que en su práctica no la utilizan de esa manera.

1.2.4. Justificación y relevancia

En nuestra opinión este estudio es importante porque nos permite saber la naturaleza de las creencias de los profesores de precálculo sobre la enseñanza de la función exponencial, cuál es su origen y cómo podrían influir éstas en el aprendizaje de los estudiantes; teniendo esta información se podría involucrar a los profesores en procesos de cambio. En este mismo sentido, García, Azcárate y Moreno (2005) refieren que no podemos pasar por alto que el profesor es un elemento crítico con cierta experiencia docente. En particular, los profesores universitarios son profesionales autónomos en sus cátedras y por eso pueden tomar decisiones respecto al modelo de enseñanza y aprendizaje.

De acuerdo con lo dicho anteriormente podemos decir que esta investigación es relevante porque no existen investigaciones que analicen las creencias de los profesores en su proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial.

A continuación presentamos el marco teórico para esta investigación que delimitará nuestra investigación.

Capítulo 2

Marco Teórico

Resumen

En este capítulo presentamos el enfoque teórico que definirá nuestra investigación, el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición matemática (EOS), el cual nos ofrece las herramientas adecuadas que son el sustento teórico de nuestro estudio. Seguidamente a esto, presentamos el significado de referencia de la función exponencial y de manera general el desarrollo histórico-epistemológico de la función exponencial y de la función logaritmo debido a que comparten una fuerte relación epistémica.

Luego de esto, presentamos además el concepto de transposición didáctica que será una herramienta que sustente el análisis de la práctica del profesor y una base teórica para la identificación de las creencias y concepciones en la enseñanza de la función exponencial.

2.1. ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DE LA COGNICIÓN MATEMÁTICA

De acuerdo con Godino (2011), el EOS es un marco teórico que surgió en la didáctica de la matemática con la finalidad de articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y su aprendizaje. Para este autor el significado de un objeto matemático se define como un sistema de prácticas operativas y discursivas que es realizado por una persona o una institución para resolver cierta clase de situaciones en las que interviene este objeto. Además, considera que el sistema de prácticas puede ser visto como una actuación que puede ser lingüística o no, que es realizada para resolver problemas matemáticos.

En el EOS se considera a los significados personales como las prácticas que hace la persona y las que haría en otras instituciones. Además, se señala que los significados personales son el sistema de prácticas que realiza una persona, mientras que los significados institucionales son los significados compartidos en el seno de una institución para resolver un tipo de situaciones-problemas.

> La relación que hay entre las prácticas y los problemas que las suscitan da lugar a objetos matemáticos personales que, según Godino y Batanero (1994, p. 335), son: “emergentes del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas”. Estos objetos personales van cobrando forma, van emergiendo en un aprendizaje suscitado por la propia práctica. Ramos (2005, p.21)

De acuerdo con Pino (2013) este marco teórico contiene un modelo epistemológico sobre las matemáticas, sobre bases socioculturales y antropológicas, un modelo cognitivo y un modelo instruccional. Este modelo nos permitirá realizar un análisis detallado de los conocimientos didáctico-matemáticos que tienen los profesores en la enseñanza de función exponencial.

En concordancia con lo anterior, a pesar de los importantes avances sobre la caracterización de los conocimientos que debería tener un profesor para que la enseñanza de las matemáticas sea efectiva, para Godino (2009), sería útil contar con modelos que permitan un análisis más detallado de cada tipo de conocimiento puesto en juego en una enseñanza efectiva de la matemática. Para este autor esto permitiría la orientación de acciones formativas, así como la elaboración de instrumentos para la evaluación de los conocimientos de los profesores. De esta manera en Godino, Batanero y Font (2008, p.14) se presenta el modelo, Conocimiento Didáctico Matemático (CDM), compuesto de seis categorías:

1.- Epistémica: Tiene que ver con el grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia. Por ejemplo, para la enseñanza de la adición en educación primaria, cuando se limitan a aprendizajes de rutinas y aplicación de algoritmos, se presenta baja idoneidad. Mientras que si se tiene en cuenta los diferentes tipos de situaciones aditivas y se incluye la justificación de los algoritmos, se presenta alta idoneidad.

2.- Cognitiva: Expresa el grado en que los significados pretendidos e implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos- implementados. Por *ejemplo, en el estudio de las operaciones aritméticas con números de tres o más cifras el profesor realizara una evaluación inicial para saber si los alumnos dominan los números de uno y dos cifras, y de no ser así, retroalimentar primero dichos números, decimos que se presenta un alto grado de idoneidad.*

3.- Interaccional: Desde este punto de vista, un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y además permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción. Por ejemplo, un proceso de estudio que se realiza de acuerdo con una secuencia de situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización (en el sentido de Brousseau, 1998) tiene un mayor grado de idoneidad que un proceso magistral en donde no se tiene en cuenta las dificultades de los alumnos.

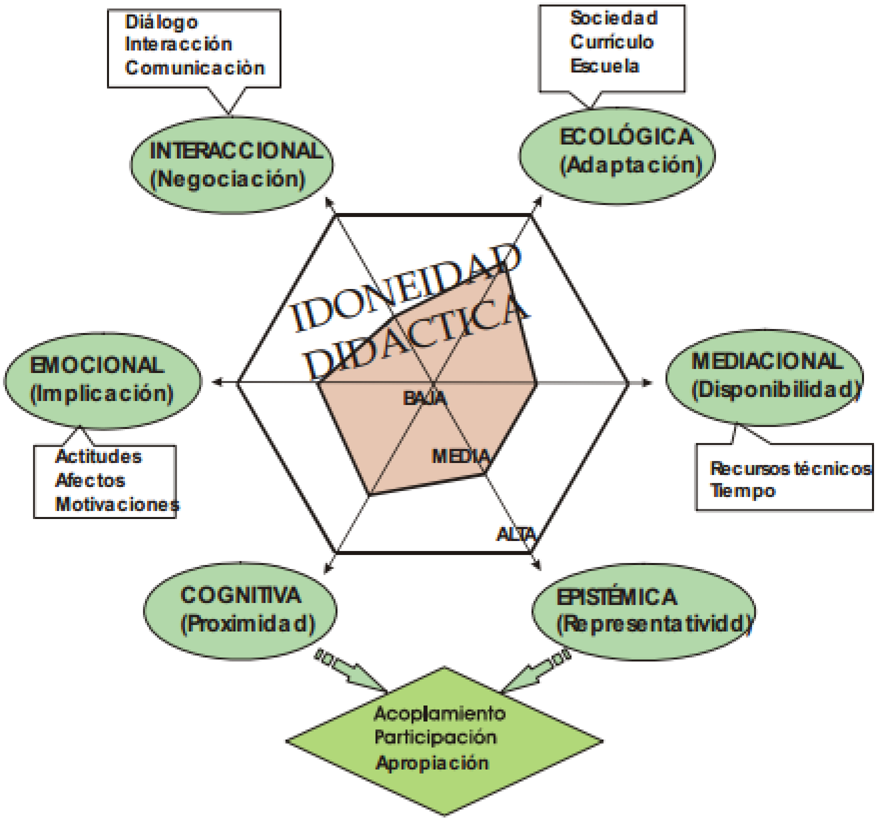
4.- Mediacional: Expresa el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos tecnológicos utilizados y asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo si en la clase se tuviera a disposición medios informáticos pertinentes al estudio del tema (Cabri, Geogebra, Mathematica, etc.), el proceso de estudio que se apoye en estos recursos tendría mayor idoneidad mediacional que otra enseñanza basada simplemente en la pizarra, lápiz y papel.

5.- Emocional: Expresa el grado de implicación (actitudes, emociones, afectos, motivaciones) de los alumnos en el proceso de estudio. Por ejemplo los procesos basados en el uso de situaciones-problemas que sean de interés para los estudiantes tendrán idoneidad emocional que otros que no sean de su interés.

6.- Ecológica: Expresa el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo. Es decir mide la relación con el entorno social, político, económico, que soporta y condiciona el proceso de estudio.

Para Godino, Batanero y Font (2008), están categorías son útiles para el análisis de proyectos y experiencias de enseñanza. De acuerdo con estos autores, la idoneidad de una dimensión, no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje.

A continuación presentamos un gráfico que los autores presentan en donde resumen las seis categorías que componen la idoneidad didáctica.



Idoneidad Didáctica (tomado de Godino, 2008, p.16)

Par cada una de estas categorías se considera diversos niveles que permiten el análisis del CDM del profesor de acuerdo con el tipo de información requerida para la toma de decisiones presentadas en el siguiente apartado.

2.1.1. El análisis didáctico

El análisis didáctico es una herramienta que nos brinda el EOS para describir las prácticas realizadas, para analizarlas e incluso para mejorarlas. Este último no es parte de nuestra investigación ya que lo que buscamos es identificar las creencias y una aproximación de la concepción que tienen los profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial. En el EOS, el análisis didáctico ha sido utilizado para encaminar el análisis de los contenidos de las matemáticas que se realiza al servicio de la organización de su enseñanza en los sistemas educativos. Así también, como herramienta para el análisis curricular o análisis de los libros de texto.

En el marco teórico del EOS, autores como D'Amore, Font y Godino (2007); Font y Godino (2006); Godino y Batanero (1994); proponen, cinco niveles para el análisis de procesos de estudio.

De acuerdo con Rubio, Font y Planas (2008), entre estos niveles tenemos, el análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas, la elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos, el análisis de las trayectorias e interacciones didácticas, identificación del sistema de normas y metanormas, la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Identificación de las prácticas matemáticas.- En este nivel se describe la secuencia de prácticas matemáticas, en donde actúan diferentes elementos ya sea una institución o una persona encargada de realizar la práctica y el medio donde se ejecuta.
Identificación de objetos y procesos matemáticos.- El objetivo aquí es analizar y describir las prácticas matemáticas teniendo en cuenta la variedad de objetos y procesos.
Descripción de objetos en torno a conflictos.- La finalidad en este nivel es centrarse en las interacciones en torno a los conflictos de tipo semiótico.
Justificación de normas.- En este nivel se considera que las prácticas y las interacciones están condicionadas por un conjunto de normas que controlan las acciones a ser analizadas.
Valoración de la idoneidad interaccional del proceso de estudio.- En este último nivel se hace un análisis valorativo, por lo que es necesario criterios de idoneidad que permitan valorar los procesos de instrucción realizados y orientar su mejora.

En el presente trabajo, para identificar las creencias y para dar una aproximación de concepción de los profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial, utilizaremos el primer nivel del análisis didáctico.

2.1.2. Sistemas de prácticas matemáticas

De acuerdo con Godino y Batanero (2008), una práctica matemática es entendida como una acción o una expresión sea esta verbal, gráfica, etc. que es realizada por una persona o fomentada en una institución con la finalidad de resolver problemas matemáticos, resolverlos, comunicarlos y validarlos en nuevos problemas y contextos. Para estos autores la práctica es interpretada en términos de acción reflexiva, intencional y medida por recursos lingüísticos y materiales. De esta manera los sistemas de prácticas son propuestos como respuesta a las preguntas: ¿qué significa el objeto O? o ¿Qué es el objeto matemático O?

De esta manera, el sistema de prácticas es entendido en el EOS como una de las formas de entender el significado del objeto matemático. Godino y Batanero, señalan que los sistemas de prácticas se han categorizado basándose en ciertas reglas. La primera, la distinción entre las prácticas personales y las prácticas institucionales. Cuando esto está aplicado a la descripción de los conocimientos del sujeto y es importante diferenciar el sistema global de prácticas de los subsistemas de prácticas declaradas y logradas. Por otra parte, los autores señalan que en las prácticas institucionales es necesario diferenciar entre las prácticas pretendidas, las prácticas implementadas y las prácticas de referencia. La interpretación de las prácticas conduce hasta los significados personales e institucionales, como se muestra en el siguiente gráfico.

Fig. 1 (Godino, Batanero y Font 2008, p. 6)

De acuerdo con Godino y Font (2007, p.2), *"la relatividad cognitiva y socioepistémica de los significados, aceptada como sistemas de prácticas y su uso dentro del análisis didáctico, conduce a la introducción de la tipología básica de significados",* tal como lo resumen en la Fig.1.

Respecto a los significados institucionales, los autores consideran los siguientes tipos:

Implementado.- referente al proceso de estudio específico en el sistema de prácticas implementadas por el profesor.

Evaluado.- referente al sistema de prácticas utilizado por el profesor con la finalidad de evaluar los aprendizajes.

Pretendido.- referente al sistema de prácticas que son incluidas en la planificación del proceso de estudio. De acuerdo con Contreras, García (2011) para este significado el profesor toma en cuenta el significado institucional de referencia, su experiencia, las restricciones institucionales y los conocimientos previos de los estudiantes para seleccionar y ordenar la parte del significado que va a proponer.

Referencial.- referente al sistema de prácticas usados como referencias para elaborar el significado pretendido.

Respecto a los significados personales, el autor considera los siguientes tipos:

Global.- referente a la totalidad de prácticas personales manifestadas por el sujeto, relacionadas con el objeto matemático.

Declarado.- referente al significado que explica las prácticas que son efectivamente expresadas a causa de las pruebas de evaluación propuestas.

Logrado.- referente a las prácticas expuestas que van de la manos con las pautas institucionales establecidas.

Estos autores destacan que para hacer operativa la noción de sistema de práctica y permitir el análisis más detallado de la actividad matemática, se ha introducido la noción de configuración de objetos y procesos.

2.1.3. Configuración de objetos y procesos

De acuerdo con Godino, Font, Contreras, Wilhelmi (2006), la noción de prácticas es útil cuando se compara la forma particular que tienen los conocimientos matemáticos en diferentes marcos institucionales. Los autores consideran que para un mejor análisis de la actividad matemática es necesario introducir una tipología de los objetos matemáticos dentro del EOS. Esta emergencia se debe al hecho de poder describir el sistema de prácticas, con la finalidad de compararlos entre sí y tomar decisiones (desarrollo, evaluación, diseño).

La emergencia de los objetos matemáticos

De acuerdo con Godino, et al, esta emergencia es un fenómeno complejo cuya explicación permite considerar por lo menos dos niveles de objetos que nacen de la actividad matemática. En el primer nivel están las entidades observables en los textos matemáticos (problemas, definiciones, etc.). En el segundo nivel se tiene una tipología de objetos que nacen de relacionarse (hablar, ver, operar, etc.) con los objetos del primer nivel. Estos objetos pueden ser objetos personales o institucionales, ostensivos o no ostensivos, unitarios o sistémicos, etc. A continuación presentamos estos dos niveles.

Primer Nivel.- Configuración de objetos emergentes del sistema de prácticas

Siguiendo a estos autores, para llevar a cabo una determinada práctica e interpretar los resultados, es necesario activar ciertos conocimientos. Entre los componentes del conocimiento para realizar y evaluar la práctica, que permite realizar una determinada situación-problema, se identifican el uso de lenguajes (verbales y simbólicos), que son la parte ostensiva de los conceptos, proposiciones y procedimientos que participan en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones son satisfactorias. De esta manera cuando un agente realiza y evalúa una práctica activa una serie de situaciones (problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos) tal como se muestran a continuación en la Fig.2

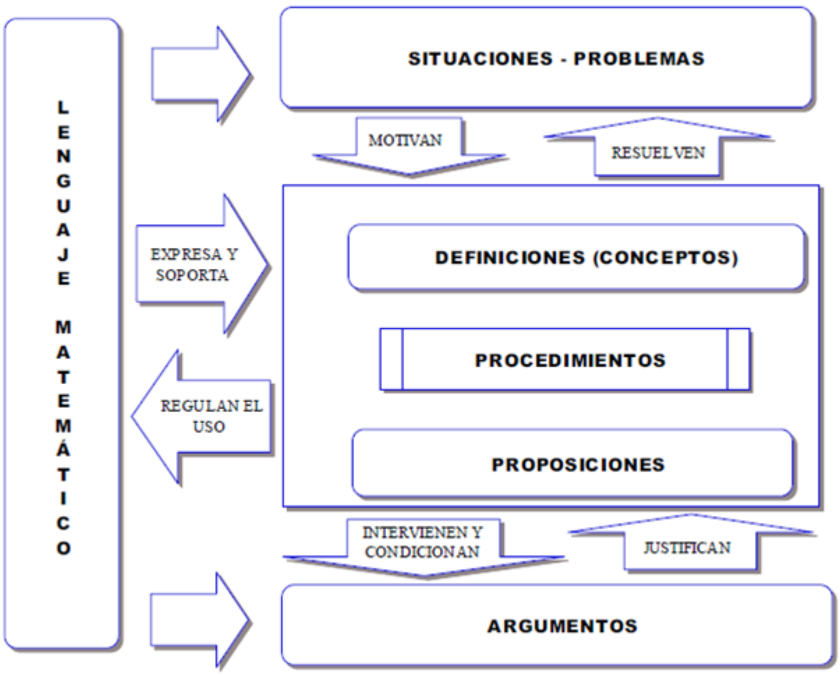


Fig. 2 (tomado de Godino, Batanero y Font 2008, p.7)

En Godino, Batanero y Font (2008) se presenta la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios tal como se ve resumida en el gráfico anterior.

Elementos lingüísticos.- se refiere a los términos, expresiones, notaciones, gráficos que intervienen en los diferentes registros activados por el sujeto (escrito, oral, gestual, etc.)
Situaciones-problemas.- se refiere a las aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, etc.
Conceptos-definición.- aquellos que son introducidos mediante definiciones o descripciones.
Proposiciones.- se refiere a los enunciados sobre los conceptos.
Argumentos.- se refiere a los enunciados que son usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos.

Estos seis tipos de entidades primarias incrementan la distinción entre entidades conceptuales y procedimentales. Las situaciones-problemas son la razón de ser de la actividad, el lenguaje sirve de instrumento para llevar a cabo la acción, los argumentos justifican los procedimientos y proposiciones que relacionan a los conceptos. Los objetos primarios se relacionan entre sí formando configuraciones entendidas como las redes de objetos emergentes en el sistema de prácticas. De acuerdo con Godino (2009, p.7), estas configuraciones pueden ser socio-epistémicas o cognitivas.

Segundo Nivel.- Atributos contextuales

Para Godino, et al. (2008, p.7), la noción de juego de lenguaje ocupa un lugar importante, debido a que junto con la noción de institución relativizan los significados de los objetos matemáticos y les atribuyen a estos una naturaleza funcional. Los objetos matemáticos intervinientes en las prácticas matemáticas y los emergentes de éstas, según el juego del lenguaje pueden considerarse desde las siguientes facetas (o dimensiones) duales:

Personal-institucional.- Si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de la institución, los objetos se consideran “objetos institucionales”, y si son específicos de una persona se consideran “objetos personales”.

Ostensivo-no ostensivo.- un objeto es ostensivo si este objeto es público. Los objetos personales e institucionales son de naturaleza no ostensiva. Un objeto ostensivo puede también ser pensado, imaginado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático.

Expresión- contenido.- considerados como el antecedente y consecuente de cualquier función semiótica. La relación está establecida por medio de funciones semióticas entre un antecedente (expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado), que es establecida por un sujeto (persona o institución).

Extensivo-intensivo.- Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular y una clase más general. Esta dualidad se utiliza para explicar el uso de elementos genéricos.

Unitario-sistémico.- En algunos casos los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (se suponen conocidas previamente), mientras otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio (entidades sistémicas).

Godino, et al, (2008) presenta estas facetas están agrupadas en parejas que se complementan de forma dual y dialéctica.

2.1.4. Configuración epistémica y cognitiva

De acuerdo con Ramos (2005, p.30), cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática es necesario activar un conglomerado formado por lenguajes, situaciones, conceptos, propiedades, acciones y argumentaciones. A este conglomerado que es necesario para la realización y evaluación de la práctica, en el EOS se le llama configuración.

Estas configuraciones pueden ser cognitivas o epistémicas. Se dice que una configuración es cognitiva, si es un conglomerado de objetos personales y se dice que una configuración es epistémica, si es un conglomerado de objetos institucionales.

A continuación presentamos la relación que existen entre los términos creencias y concepciones con las herramientas del EOS; configuración cognitiva y el significado personal, respectivamente.

2.1.5. Relación entre creencias y configuración cognitiva

Como vimos en el capítulo 1, en el apartado de creencias, el término creencia lo tomaremos de acuerdo a Peirce (citado en Ramos, 2005), como la disposición para la acción. Bajo esta postura, en Pino (2013), el término creencia está asociado a las acciones que son respuestas a la situación que se le presenta al organismo y a proposiciones, que muchas veces son propiedades que relacionan conceptos. De lo establecido por Peirce, el sujeto ante alguna situación-problema genera un proceso de investigación para llegar a establecerse una creencia, en donde están inmersos diferentes métodos de razonamiento que rigen operaciones simbólicas que permiten el paso de la duda hacia una creencia.

"El resultado de este proceso de investigación, señalado por Pierce, necesita ser expresado mediante un lenguaje, es decir la práctica que realiza un sujeto que posee una determinada creencia, puede considerarse como el resultado de la activación de algo muy parecido a lo que en el EOS se ha llamado "configuración cognitiva de objetos y procesos", Ramos (2005).

2.1.6. Relación entre concepciones y significado personal

A continuación, explicamos lo que se entiende por concepción desde la perspectiva del EOS. Para Godino y Batanero (1994), el término concepción se aplica en el lenguaje ordinario para referirse a la idea general que tiene una persona en su mente cuando piensa sobre algo. Sin embargo, recientemente esta perspectiva ha sido introducida en los estudios psicológicos y didácticos con un sentido técnico más preciso. Estos autores, dado que las creencias y concepciones presentan rasgos característicos que se relacionan con la noción de objeto y significado, hacen un estudio comparativo, basándose de los estudios de Artigue y en Confrey, quienes consideran el término concepción desde dos puntos de vista. El primero, desde el punto de vista epistemológico, que se refiere a la naturaleza compleja de los objetos matemáticos y de su funcionamiento y el segundo, desde el punto de vista cognitivo, referido a los conocimientos del sujeto en relación a un objeto matemático particular.

Con respecto de las concepciones del sujeto, Godino y Batanero, plantean dos tipos de usos, la concepción como estado cognitivo global que tiene en cuenta la totalidad de la estructura cognitiva del sujeto en un momento dado en relación a un objeto y la concepción como un objeto local, estrechamente asociado al saber puesto en juego y a los diferentes problemas en cuya resolución intervienen. De esta manera para estos autores, la noción de concepción, en cualquiera de sus dos acepciones, tanto epistemológica como cognitiva, tiene un carácter global. Lo que es local es la parte investigada o evaluada con situaciones específicas en una investigación particular. Así, para Godino y Batanero, el punto de vista cognitivo global de la *concepción* se puede relacionar con el constructo *significado personal*, así como los de concepto y los de teorema en acto corresponderían a aspectos locales de las concepciones del sujeto.

Posteriormente en Ramos (2005, citado en Pino 2013, p.51), cuando en el EOS se considera el significado de los objetos personales como el conjunto de prácticas en las que el objeto en cuestión juega un papel determinante, se está recogiendo esta visión pragmática de la concepción, llegando así a considerar a la concepción como un conjunto de creencias, tal como Thompson (1992, citado en Ponte,1999), las había caracterizado como una estructura mental general, que abarca creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y gustos.

En resumen, la práctica de un sujeto que posee una determinada creencia es el resultado de la activación de algo muy similar a la configuración cognitiva. Además, el término concepción se considera bajo dos puntos de vista: epistemológico y cognitivo, ambos de carácter global; de esta manera el punto de vista cognitivo global de la concepción se puede relacionar con el significado personal.

Por otra parte, en la práctica del profesor los saberes complejos deben ser transformados y este fenómeno se denomina transposición didáctica. Sobre este fenómeno comentamos a continuación.

2.2. LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA

De acuerdo con Chevallard (1989, citado por Rodríguez, 2011), la teoría antropológica de lo didáctico está centrada en las actividades de las personas implicadas en la materia de análisis, que no solo se limita a resolver problemas, sino también en comunicar la matemática como tal. En referencia con esto, el estudio de las creencias de los docentes cobra especial relevancia por su influencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje y en la relación del docente con el estudiante durante el proceso formativo.

En concordancia con Rodríguez (2011), la Matemática desde sus inicios ha representado una ciencia con valor de significado universal. Sin embargo, cuando el profesor del área transmite el conocimiento, es muy común que sus alumnos no alcancen a apropiarse de manera efectiva de ese conocimiento y esto se ve reflejado en su bajo rendimiento. De esta manera, según el autor esto lo confirman los resultados a nivel mundial reportados por la UNESCO (2007), por lo que se recomienda tomar medidas pertinentes en el caso de esta ciencia del saber humano, ya que esta ciencia es muy importante para las demás ciencias.

De acuerdo con Chevallard (1998).

> *Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El 'trabajo' que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado transposición didáctica" (Chevallard, 1998, p.16)*

Sobre la transposición didáctica Chevallard, según sus propias palabras, nos dice:

> *"Toda ciencia debe asumir, como primera condición, pretenderse ciencia de un objeto, de un objeto real, cuya existencia es independiente de la mirada que lo transformará en un objeto de conocimiento. Es la posición materialista mínima. En ese mismo movimiento, es preciso suponer en ese objeto un determinismo propio, 'una necesidad que la ciencia querrá descubrir'. Pero eso, que vale tanto para el psicoanálisis, por ejemplo, como para la física no es obvio cuando nos encontramos con ese 'objeto' que pretendemos tan particular, como el sistema didáctico o, más ampliamente, el sistema de enseñanza" (Chevallard, 1998, p.3).*

2.3. SIGNIFICADO DE REFERENCIA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

2.3.1. Desarrollo histórico epistemológico

De acuerdo a la literatura revisada, la evolución de las funciones exponenciales y la evolución de las funciones logarítmicas se desarrollaron de manera independiente. Sin embargo, en la actualidad es casi imposible hablar de funciones exponenciales sin mencionar a las funciones logarítmicas ya que están estrechamente ligadas (una es la inversa de la otra). A continuación, revisaremos algunas referencias que nos precisan la evolución del concepto de función logarítmica, así como la evolución de las funciones exponenciales.

2.3.2. Evolución de la función Logaritmo

El descubrimiento de los logaritmos está relacionado con la necesidad de simplificar los cálculos trigonométricos importantes para las investigaciones astronómicas adaptables a la navegación, y el cálculo de las riquezas acumuladas relacionadas con las reglas de interés compuesto. Los logaritmos fueron inventados con el propósito de simplificar las cuentas, de esta manera para realizar una multiplicación o división de dos números con la ayuda del logaritmo pasamos a sumar o restar otros números. De esta manera, se calculaban algunas multiplicaciones y potencias utilizando una tabla de logaritmos.

De acuerdo con Ribnikov (1974), los logaritmos fueron inventados a comienzos del siglo XVII, pero sus fundamentos teóricos comenzaron a formarse mucho tiempo atrás con Arquímedes, en la comparación de las sucesiones aritméticas con las sucesiones geométricas. Para este autor en la obra de Arquímedes "El Arenario", que significa contador de arena, está la escritura de las potencias sucesivas de una base: $a^0, a^1, a^2, a^3, ...$ y donde ya se expresaban afirmaciones como: $a^m.a^n = a^{m+n}$. El propósito de Arquímedes era demostrar que podía contarse cualquier cantidad por grande que fuese.

Aguilar y Sellanes (2012, p.82), para la mejor comprensión de la afirmación anterior, presentan la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	8	16	32	64	128	256	512

A los números de la primera fila, de esta tabla, que es la sucesión aritmética, se le llama logaritmos y a los números de la segunda fila que es la sucesión geométrica, se les llama antilogaritmos. Para estos autores citando a Hoeben refieren que en la regla de Arquímedes, para multiplicar entre si dos números cualesquiera de la segunda fila, debemos sumar los dos números de la sucesión primera sucesión, situados encima de aquellos dos, luego debe buscarse en la misma fila de arriba dicha suma y el número de la sucesión inferior que le corresponda debajo, será el producto deseado.

Siguiendo con estos autores, en el siglo XVI Miguel Stifel vuelve a comparar este tipo de sucesiones, introduciendo las potencias con números fraccionarios y negativos. Para el uso de estas ideas y con el fin de reducir las operaciones a otras más simples, solo era necesario confeccionar tablas, en donde se comparan las sucesiones de potencias de los números con la sucesión de sus exponentes.

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1/8	¼	½	1	2	4	8	16	32	64

Los números de la sucesión superior, primera fila de la tabla, se les denominan exponentes.

De acuerdo con Ribnikov (1974), a comienzos del siglo XVII ya existían tablas semejantes a éstas que fueron confeccionadas por Stevin. Estas tablas eran de tasas de por ciento complejos; es decir, el valor de los números $(1+r)^n$ con diferentes tasas de por ciento r ($r=0,05$; $r=0,04$; etc.), a menor valor de r, menor es la desproporción entre los valores obtenidos.

Para Robnikov, una tabla similar fue la base de una de las primeras tablas de logaritmos, confeccionada por Burgi, quien confeccionó su tabla de logaritmos sobre la base de una tabla de Stevin del tipo $a(1+r)^n$, para la simplificación de los cálculos. Sin embargo Burgi no se decidió a publicar las tablas a pesar de su indiscutible utilidad para los cálculos. Esta lentitud de Burgi le costó la prioridad y reconocimiento como precursor de los logaritmos, debido a que en 1614 apareció en Inglaterra el libro "*descripción de las extraordinaria tablas de logaritmos*", de Jhon Neper.

Según Tapia (2003, p.7), Napier fue el inventor de la palabra logaritmo (del griego "logos", razón, y "arithmos", número). Lo que buscaba Naiper era resolver más fácilmente problemas de aritmética y geometría para de esta forma evitarse las molestias de las multiplicaciones y divisiones de números grandes. De esta manera los logaritmos fueron muy apreciados por astrónomos y navegantes ya que convirtieron los cálculos tediosos de multiplicaciones y divisiones en simples sumas y restas.

Para Edwards, 1979 (cit. en Vargas, 2012, p. 41), en la época de Napier aún no se habían desarrollado las potencias con exponente fraccionario, ni la notación exponencial, ni tampoco estaba difundido el uso del punto decimal para la separación de las cifras decimales. Napier no usaba una base para su sistema de logaritmos, una diferencia más resaltante en sus logaritmos y los actuales consiste en que su logaritmo de un producto o de un cociente no es igual en general a la suma o diferencia, respectivamente.

Para Aguilar y Sellanes (2012, p.84), el logaritmo neperiano satisface la ecuación: *Nap* log(10^7 *xy*) = *Nap* log(*x*) + *Nap* log(*y*), esto puede utilizarse para agilizar los cálculos, porque es fácil multiplicar o dividir por una potencia de 10; sin embargo, no es tan elegante. Poco después, la siguiente mejora llegó de manos de Henry Briggs, profesor de matemática en Oxford quien hizo amistad con Napier y juntos trabajaron un nuevo y más cómodo sistema decimal basado en la comparación de progresiones, este reemplaza el concepto de Napier por un más simple; el logaritmo de base 10: $y = log_{10}\, x$, que satisface la condición $x = 10^{\,y}$ y donde $\log_{10} xy = log_{10}\, x + log_{10}\, y$.

De acuerdo con Kline, 1990 (cit. En Vargas 2012, p.41), Euler en su manuscrito *Opera Posthuma II*, introduce por primera vez la definición de logaritmo de un número positivo como el exponente al cual hay que elevar una potencia, cuya base es la elegida, para que resulte el número predeterminado. Euler hace uso de esta definición para sus trabajos de resolución de problemas relativos a la variación de interés compuesto así como de crecimiento de la población.

Según Vargas (2012, p.42), Euler fue el primero que distinguió en la logaritmización una de las dos propiedades inversas de la elevación de potencias, con lo que hizo posible la aplicación de los logaritmos a procedimientos algebraicos. Para esta autora, la contribución de Euler no estuvo limitada a su definición en términos de exponentes, pues en 1947 le escribió a D´Alembert explicando la posición social de los logaritmos de números negativos.

Siguiendo a esta autora, una de las principales etapas del desarrollo de los logaritmos fue aquella en la que se considera como una área bajo la curva de una hipérbola, lo que provocó su impulso al rango de valor analítico que motivó a nuevos trabajos sobre hipérbolas y preparó el camino para algunos desarrollos en series infinitas (James Gregori 1638), y donde Mercantor (1620) dio el nombre de logaritmos naturales a aquellos valores que se obtienen a partir de la serie:

$$\int_0^x \frac{dx}{1+x} = \int_0^x (1 - x + x^2 - x^3 + \ldots)dx = \ln(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \ldots$$

Es en esta etapa que se da paso a la introducción de los logaritmos en el campo de las funciones trascendentes.

De acuerdo a Ribnikov (1974, p.1498), la teoría de las funciones logarítmicas obtuvo su auge en los trabajos de Euler, a él le pertenece la definición general de las funciones logarítmicas y exponencial como recíprocamente inversas, como la extensión del concepto de logaritmo al caso de argumento complejo, así como la introducción del símbolo e para la base de los logaritmos naturales.

Por otra parte, en Wieleitner (1932), se señala que la teoría de funciones exponenciales obtuvo su apogeo cuando Daniel Bernoulli en 1728 indicó los valores límites de los valores de e, y Euler en 1743 indicó los valores de e^x.

3.2.3. Evolución de la función Exponencial

Iniciaremos la revisión histórica de este concepto con los descubrimientos que tuvieron los griegos, con el nacimiento del concepto potencia, basándonos para ello en el análisis histórico hecho por Martínez (2002).

En atención a Martínez (2002), la función exponencial aparece por primera vez de manera implícita en los *Elementos de Euclides* en donde se enuncia la igualdad $a^{m+n} = a^m.a^n$; para valores de m y n naturales. Además, refiere que en el siglo XVI Nicolás Oresme, vuelve a hallar esta regla cuando se refiere a exponentes racionales creando identidades como: $(ab)^{1/n} = a^{1/n}\, b^{1/n}$. De acuerdo con el autor, estas ideas recién fueron entendidas cuando N. Chuquet retoma estas propiedades un siglo después en donde aparece la noción de exponente cero para indicar que se trata de una cantidad estricta; es decir, no se interpretaba como la potencia cero de una cantidad continua ($x^0=1$), sino simplemente como una ausencia. Estas expresiones eran usadas por Chuquet en la escritura de las multiplicaciones en economía.

De esta manera, el paso a exponentes racionales se produce en el siglo XVI con Stifel, y el paso a exponentes reales fue realizado por Napier (1614-1620), quien además incluye el número e de manera discreta.

Por otra parte, de acuerdo con Martínez (2002, cit. En Morales 2011, p.124), Bernoulli (1683) analizó el problema de interés compuesto y en este análisis trató de encontrar el $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ obteniendo que este valor está entre 2 y 3. Para este autor, el número e aparece de manera explícita en 1690 con Leibniz quien usaba este valor con una notación diferente "b". De esta manera, refiere que es falsa la afirmación que muchas veces se le da a la letra e, como si fuera la primera letra del nombre de Euler y muy posiblemente la simbología *e* no venga del exponencial, sino simplemente la vocal seguida de la "*a*", que Euler ya usaba en sus anteriores trabajos.

Para Martínez, la notación *e* aparece por primera vez en una carta que le escribió Euler a Goldbach en 1731 y hasta recién en 1748, Euler dio a conocer un tratamiento completo a las ideas a partir de *e*, llegando a demostrar que: $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{2}{2!} + \frac{3}{3!} + \ldots$ y que $e = \lim_{n \to \infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, mostrando además una aproximación de *e* con 18 decimales, *e* = 2.718281828459045235; de esta manera fue Euler el primero en demostrar que *e* es un número irracional.

Según lo señalado en Martínez (2010), a mediados del siglo XVIII los matemáticos de la época centraron su atención en las expresiones algebraicas que relacionaban a las curvas (las expresiones que relacionaban números y letras). Este interés permitió el nacimiento del concepto función como una fórmula que contenía números y letras, en donde el término variable era, según Euler,

> *Aquella cantidad indeterminada que comprende en si misma a absolutamente todos los valores determinados, en consecuencia, una cantidad variable comprende en si misma absolutamente a todos los números, tanto positivos como negativos, tanto enteros como fraccionarios, tanto racionales como irracionales y trascendentes. Ni siquiera el cero o los números imaginarios quedan excluidos del significado de cantidad variable* y denomina función a *la expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de esa cantidad variable y de números o cantidades constantes.*

Fue así que se construyó la fórmula de la función exponencial tal como la conocemos actualmente, *y*= a^x.

De acuerdo con Morales (2011), Cauchy encontró que la función exponencial era la única función que satisface ciertas propiedades muy importantes y además define una característica de la función exponencial para la ecuación funcional "Sea f una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que verifica que: $f(x+y) = f(x)f(y)$ para todos los reales *x*, *y*. Entonces existe un real α tal que, $f(x) = e^{\alpha x}$, para todo real x ". Siguiendo a Morales (2011), de acuerdo con lo anterior se deduce que la función exponencial nace como consecuencia de esta y otras propiedades, lo que contradice lo presente en la enseñanza de los libros de texto en donde presentan esta propiedad como consecuencia del concepto de función exponencial.

A continuación presentamos el fragmento del problema de Cauchy y su solución traducida por nosotros, extraída de su Cours d´ analyse (1821).

En este fragmento Cauchy plantea,

> 2.e PROBLÈME. *Déterminer la fonction $\varphi(x)$, de manière qu'elle reste continue entre deux limites réelles quelconques de la variable x, et que l'on ait pour toutes les valeurs réelles des variables x et y*
>
> (2) $$\varphi(x+y) = \varphi(x) \cdot \varphi(y).$$

En este fragmento, Cauchy propone determinar la función $\varphi(x)$ *de tal manera que siga siendo continua entre dos límites reales de la variable x y de modo que para todos los valores reales de las variables x e y, se tenga:* $\varphi(x+y)=\varphi(x)\varphi(y)$.

En primer lugar, es fácil para asegurarnos de que la función $\varphi(x)$ *requerida para satisfacer la ecuación* $\varphi(x+y)=\varphi(x)\varphi(y)$ *admitirá sólo valores positivos. De hecho, si hacemos y=x en la ecuación* $\varphi(x+y)=\varphi(x)\varphi(y)$, *encontramos que:* $\varphi(2x)=[\varphi(x)]^2$, *y luego la escritura* $\frac{1}{2}x$ *en lugar de x, concluimos que* $\varphi(x)=\left[\varphi\left(\frac{1}{2}x\right)\right]^2$.

Así la función $\varphi(x)$ *es siempre igual a un cuadrado, y por lo tanto siempre es positiva. Ahora, supongamos que en la ecuación* $\varphi(x+y)=\varphi(x)\varphi(y)$ *se reemplaza sucesivamente y por y+z, z por z+u,….*

A continuación, obtenemos $\varphi(x+y+z+u+...)=\varphi(x)\varphi(y)\varphi(z)\varphi(u)...$, *observamos que hay muchas variables x, y, z, u, … ,entonces, si denotamos este número de variables por m, y una constante positiva por una de ellas, y luego hacemos* $x=y=z=u=...=\alpha$, *entonces la fórmula que encontramos, sería* $\varphi(m\alpha)=[\varphi(\alpha)]^m$.

Para ampliar esta fórmula en el que para el caso en que el número entero m se sustituye por un número fraccionario $\frac{m}{n}$, *o incluso por un número arbitrario u, proponemos:* $\beta=\frac{m}{n}\alpha$, *donde m y n son números enteros, y llegamos a la conclusión de que*

$$n\beta = m\alpha$$

$$\Rightarrow \varphi(n\beta) = \varphi(m\alpha)$$

$$\Rightarrow [\varphi(\beta)]^n = [\varphi(\alpha)]^m \;\; y$$

$$\Rightarrow \varphi(\beta) = \varphi\left(\frac{m}{n}\alpha\right) = [\varphi(\alpha)]^{\frac{m}{n}}$$

Haciendo un cambio de variable: $\frac{m}{n} = u$ *,obtenemos:*

$$\varphi(u\alpha) = [\varphi(\alpha)]^u$$

Ahora, si tomamos $\alpha = 1$*, tenemos para valores positivos de u*

$$\varphi(u) = [\varphi(1)]^u$$

Como φ *es continua, aplicamos límite cuando u tiende a cero a ambos miembros,*

$$\lim_{u\to 0} \varphi(u) = \lim_{u\to 0} [\varphi(1)]^u$$

Obteniendo: $\varphi(0) = 1$ ……………………………………*(1)*

Además, en la ecuación $\varphi(x+y) = \varphi(x)\varphi(y)$*, haciendo un cambio de variable: x=u y y=-u, se tiene:*

$$\varphi(u + -u) = \varphi(u)\varphi(-u)$$

$$\Rightarrow \varphi(0) = \varphi(u)\varphi(-u)$$

$$\Rightarrow \varphi(-u) = \frac{\varphi(0)}{\varphi(u)} = \frac{1}{\varphi(u)} = [\varphi(1)]^{-u}$$ …………………….*de (1)*

Por lo tanto, la ecuación $\varphi(u) = [\varphi(1)]^u$ *se mantiene cuando cambiamos u por –u. en otras palabras tenemos que para cualquier valor, positivo o negativo, de la variable x,*

$$\varphi(x) = [\varphi(1)]^x$$

Por tanto se deduce de la ecuación anterior, que cualquier función $\varphi(x)$ *que verifica el problema inicial planteado es necesariamente de la forma* $\varphi(x) = A^x$*, donde A es una constante positiva. Entonces podemos atribuir a esta constante cualquier valor entre los limites 0 y ∞. Es decir para cualquier valor positivo de A, la función* A^x *permanece constante desde x=-∞ a x=+∞, y la ecuación* $A^{x+y} = A^x A^y$ *es una identidad. La cantidad A es una cantidad constante arbitraria que solo admite valores positivos.*

Podemos observar que la condición necesaria para que una función sea exponencial es satisfacer la propiedad: $A^{x+y} = A^x A^y$.

También en Lima, et al. (2000), encontramos una definición para la función exponencial:

8.3 La Función Exponencial

Sea a un número real positivo, que supondremos siempre diferente de 1. La *función exponencial de base* a, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, indicada por la notación $f(x) = a^x$, debe ser definida de modo que tenga las siguientes propiedades, para cualesquier $x, y \in \mathbb{R}$:

1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$;
2) $a^1 = a$;
3) $x < y \Rightarrow a^x < a^y$ cuando $a > 1$; y
   $x < y \Rightarrow a^y < a^x$ cuando $0 < a < 1$.

Fuente: Lima, et al (2000, p.170)

De acuerdo a esto podemos apreciar que en Lima, et al. (2000), se acepta la caracterización de Cauchy pero de forma recíproca es decir, la condición necesaria no es que la función satisfaga tales condiciones, sino simplemente que sea exponencial.

Además también, estos autores presentan una caracterización para las funciones de tipo exponencial. De acuerdo con ellos, una función de tipo exponencial es aquella función *f*(*x*) que relaciona a dos variables *x* y *y*, de modo que *x* representa a una progresión aritmética y *y* representa a una progresión geométrica tal como se observa en el cuadro siguiente, asi como la configuración epistémica de esta tarea.

8.5 Funciones Exponenciales y Progresiones

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ba^x$, una función de tipo exponencial. Si $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ es una progresión aritmética de razón h, esto es, $x_{n+1} = x_n + h$, entonces los valores

$$f(x_1) = ba^{x_1}, f(x_2) = ba^{x_2}, \ldots, f(x_n) = ba^{x_n}, \ldots,$$

forman una progresión geométrica de razón a^h pues

$$f(x_{n+1}) = ba^{x_{n+1}} = ba^{x_n+h} = (ba^{x_n}) \cdot a^h.$$

Fuente: Lima, et al (2000, p.176)

Configuración epistémica de una demostración dada en Lima et al. (2000, p.176)

PRÁCTICA: Demostración de un teorema.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Sea $f:R \to R$ tal que $f(x)=ba^x$ una función de tipo exponencial. Si $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ es una progresión aritmética de razón h, esto es, $x_n = x_{n-1}+h$, entonces los valores $f(x_1)=ba^{x_1}$, $f(x_2)=ba^{x_2}$, $f(x_3)=ba^{x_3}$,..., $f(x_n)=ba^{x_n}$ forman una progresión geométrica de razón a^h.
Lenguaje
✓ Verbal: función, tipo exponencial, progresión, razón, valores, n-ésimo, característica ✓ Simbólico: $f:R \to R$, $f(x)=ba^x$, $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$, $x_n = x_{n-1}+h$, $f(x_1)=ba^{x_1}$, $f(x_2)=ba^{x_2}$, $f(x_3)=ba^{x_3}$,..., $f(x_n)=ba^{x_n}$
Conceptos
✓ Conceptos previos: teoría de exponentes. ✓ Conceptos emergentes: tipo exponencial.
Proposiciones
✓ $f:R \to R$ tal que $f(x)=ba^x$ una función de tipo exponencial ✓ $f(x_1)=ba^{x_1}$, $f(x_2)=ba^{x_2}$, $f(x_3)=ba^{x_3}$,..., $f(x_n)=ba^{x_n}$ forman una progresión geométrica de razón a^h.
Procedimientos
Demostración por inducción. $f(x_2)=ba^{x_2} = ba^{x_1+h} = ba^{x_1}a^h = f(x_1)a^h$ $f(x_2)=ba^{x_2} = ba^{x_1+h} = ba^{x_1}a^h = f(x_1)a^h$

<table>
<tr><td>

$f(x_3) = ba^{x_3} = ba^{x_2+h} = ba^{x_2}a^h = f(x_2)a^h$

.

.

.

$f(x_3) = ba^{x_{n-1}} = ba^{x_{n-2}+h} = (ba^{x_{n-2}})a^h = f(x_{n-2})a^h$

$f(x_n) = ba^{x_n} = ba^{x_{n-1}+h} = (ba^{x_{n-1}})a^h = f(x_{n-1})a^h$

El n-ésimo término de la progresión geométrica $x_n = x_1 + nh$

El n-ésimo término de la progresión geométrica es

$f(x_n) = f(x_1)(a^h)^n$

Si $x_1 = 0$ entonces $f(x_1) = ba^0 = b$

Además, si $A = a^h$, la función geométrica está dada por: $b, bA, bA^2, ..., = bA^n, ...$

Esta propiedad es característica de las funciones de tipo exponencial.

</td></tr>
<tr><td>Argumentos</td></tr>
<tr><td>

Tesis 1: Si $x_1 = 0$ entonces $f(x_1) = b$

Argumento: $= f(x_1) = ba^0 = b$

Tesis 2: $f(x_n) = ba^{x_n} = ba^{x_{n-1}+h} = (ba^{x_{n-1}})a^h = f(x_{n-1})a^h$ El n-ésimo término de la progresión geométrica $x_n = x_1 + nh$

Argumento: método de inducción matemática.

</td></tr>
</table>

De acuerdo con esto, podemos decir que en esta forma de representación que se le da al tipo de función exponencial, se encuentra implícitamente la relación entre dos variables: la variable independiente *x* que representa a la variación contante y la variable dependiente *f(x)* que representa a la variación porcentual constante.

De este recorrido histórico podemos destacar que la función exponencial es aquella función de la forma $f(x) = A^x$, *con A>0, para cualquier x real. Así también, podemos denotar como* $f(x) = \exp(x) = e^x$, incluso también se puede definir como $f(x) = \exp(x) = e^{ax}$, *para algún número real a*. De esto, consideramos que matemáticamente hablando, las funciones de la forma $f(x) = b.a^x$, $f(x) = b.e^x$, $f(x) = b.a^{x-h} + k$ podrían llamarse tipos de funciones exponenciales, pero no serían función exponencial debido a que no satisfacen la propiedad $f(x+y)=f(x)f(y)$. Sin embargo, los profesores no muestran a la función exponencial en su práctica con la caracterización de Cauchy, debido a la transposición didáctica ya que no consideran necesario para este nivel de precálculo, una formalización matemática pues esto puede generar conflictos innecesarios en los estudiantes, llegando a usar solamente los tipos de funciones exponenciales en sus clases.

Es importante destacar que la función exponencial $f(x)=e^x$ presentada por primera vez por Euler tiene un bagaje de propiedades, como por ejemplo que el número *e* es la base de los logaritmos naturales, y que la composición de esta función con la función *ln(x)* es igual a la identidad; entre otras. Sin embargo, de acuerdo con la revisión de textos, hemos observado que en los cursos de pre-cálculo, comúnmente se presenta a la función exponencial de la forma $f(x)= a^x$, con *a* positivo, la cual consideramos que también es una forma de definirla ya que satisface la caracterización presentada por Cauchy en su Cours d' analyse.

Si bien, en la enseñanza de la matemática influyen diferentes factores que condicionan el trabajo del docente, es importante conocer que en el proceso existe una transposición didáctica (Chevallard, 1998) de un saber sabio al saber enseñado. A continuación comentaremos con más detalle este concepto.

Capítulo 3

Metodología

Resumen

En este tercer capítulo describimos brevemente las características de nuestra metodología que será de tipo cualitativo puesto que analizaremos y describiremos la práctica del profesor para identificar las creencias e intentar llegar a una aproximación de su concepción sobre el concepto de función exponencial. Para esto, nos basamos de una metodología que se adapta a nuestro estudio que consta de seis pasos, los mismos que nos permitirán alcanzar nuestros objetivos específicos. Asimismo, en este capítulo también hacemos una descripción general de los sujetos de estudio.

El interés de esta investigación es entender la realidad social a través de las personas que están siendo estudiadas, en nuestro caso los profesores sujetos de estudio. Nos interesa conocer lo que motiva al profesor a definir de una u otra forma a la función exponencial en el aula. Por esa razón se ha seleccionado una metodología cualitativa constructivista, la que busca describir e interpretar los fenómenos sociales y educativos.

Así mismo, esta metodología se sirve de las acciones, de las palabras y de los documentos escritos y orales para estudiar las situaciones sociales tal cual son construidas por los sujetos (Maykut y Morehouse, 1994, cit. por Latorre 1997).

Con respecto de las características de la metodología cualitativa, pretende familiarizarse con el interior de los sujetos investigados, entenderlas, involucrándose con la situación (Marshal y Rossman, 1989, cit. por Latorre 1997).

Para la realización de las tareas planeadas en esta investigación, nos regimos de esta metodología, la cual nos proporciona el sendero para cada uno de los objetivos específicos. De acuerdo con Latorre (1997) la investigación cualitativa admite una gran variedad de fases y elementos en su configuración dependiendo principalmente del investigador. Para este autor el proceso se desarrolla a través de seis fases (exploratoria, planificación, entrada al escenario, recogida y análisis de la información, retirada del escenario y elaboración del informe) en el proceso general de la investigación cualitativa.

A continuación describiremos cada una de las fases:

Fase exploratoria.- Es la fase inicial, en donde se define la problemática y se realiza un primer contacto con el objeto de estudio. La parte más importante de esta fase es la revisión de la literatura científica para saber lo que se ha investigado hasta la fecha sobre el objeto a estudiar.

Fase de planificación.- En esta fase el investigador planifica lo que va a investigar. Se define los recursos disponibles. Se responden a cuestiones como ¿Cuándo entraremos al escenario?, ¿Cuándo y cómo recogeremos la información? ¿Cuánto tiempo nos tomara el recojo de la información y el análisis de los datos? Aquí se da lugar a una primera aproximación al escenario.

Fase de entrada en el escenario.- En esta fase se selecciona la muestra. Se elige las personas a investigar sin la necesidad de usar técnicas de muestreo. El número de la muestra depende de la calidad de la información y no de la cantidad de sujetos analizados.

Fase de recogida y análisis de la información.- En esta fase el investigador debe seleccionar las técnicas e instrumentos a utilizar; entre estas tenemos, la entrevista, la observación y la revisión de documentos.

Fase de retirada del escenario.- En esta fase se finaliza el recojo de datos. Posteriormente se hace un segundo análisis de la información más completo que el anterior, en donde se integran todos los datos recogidos.

Fase de elaboración del informe.- Se comunica los resultados obtenidos. Todos estos resultados deben estar de la mano con las citas utilizadas y la bibliografía empleada, así como relacionarse con el objeto de estudio y su contexto.

En lo que sigue describimos cada una de estas fases adaptadas a nuestra investigación:

Fase exploratoria

En la fase exploratoria identificamos el problema en donde encontramos investigaciones sobre la influencia de las creencias de los profesores en su práctica docente y sobre el aprendizaje de los estudiantes como en Perry (1968, cit. en Rodríguez 2005). Además, hallamos investigaciones sobre las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de la función exponencial como en Rodríguez (2005) y Advíncula (2009). Por lo tanto, es nuestro interés analizar las prácticas realizadas por profesores en ejercicio al enseñar a sus alumnos el concepto de función exponencial para identificar sus creencias y una aproximación a la concepción y de esta manera identificar la manera cómo sus creencias influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Fase de planificación

En esta fase elegimos dos instituciones universitarias en donde realizaríamos nuestra investigación. Esta elección se hizo por la proximidad que teníamos con algunos profesores que dictaban allí. Posteriormente hicimos una revisión de los sílabos de los cursos de pre-cálculo de estas instituciones (ver anexo) donde se consideraban a la función exponencial, con la finalidad de conocer las fechas en las que se dictaría este objeto matemático en cada institución.

Además por el tipo de investigación, consideramos necesario usar grabadoras de audio y video para las grabaciones de cada una de las clases.

En esta parte el investigador tomó un papel importante ya que su rol fue gestionar el encuentro con los profesores y acordar las fechas para las grabaciones y las entrevistas, así como llevar a cabo estas últimas. Cabe resaltar que los profesores siempre estuvieron dispuestos a colaborar con esta investigación.

En un principio el objetivo general fue identificar las creencias y las concepciones de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial. Sin embargo, por la complejidad del significado de concepción y la dificultad para evidenciar las concepciones de los profesores, tuvimos que reformular nuestro objetivo de investigación, el mismo que quedó reformulado como: Identificar las creencias y una aproximación de la concepción de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial en cursos de pre-calculo.

Fase de entrada en el escenario

En esta etapa conformamos el equipo de sujetos que formaron parte de esta investigación. Estos sujetos fueron profesores de precálculo que dictaban el tema de función exponencial.

Inicialmente pensamos trabajar con siete profesores, sin embargo nos dimos cuenta de que las prácticas de dos grupos de ellos (un grupo de 2 profesores de la USIL y otro grupo de 5 profesores de la PUCP) eran similares, por eso decidimos analizar las prácticas de dos de ellos (uno de cada grupo, en adelante llamaremos profesor A y el otro lo llamaremos profesor B). Estos dos profesores nos acompañarán en todo el proceso de estudio.

En esta fase consideramos la necesidad de contar con otros dos profesores diferentes de los dos elegidos para el análisis de prácticas, que también enseñaban función exponencial, a quienes junto con los profesores A y B, se les formularía preguntas basadas del análisis de las prácticas. Esta elección fue con la finalidad de tener una mejor aproximación de la concepción que los profesores de pre-calculo tienen sobre la función exponencial. Uno de ellos enseñaba a estudiantes de administración (en adelante llamaremos profesor C) y el otro a estudiantes de ingeniería (en adelante llamaremos profesor D).

Para esta elección también fue importante la proximidad con el profesor y la facilidad de ubicarlos, así como también, su interés en apoyar nuestra investigación.

Fase de recogida y análisis de la información

La estrategia para el registro y la recolección de datos fue la grabación de las clases, así como la aplicación de la entrevista semiestructurada y un cuestionario, basados del análisis de las prácticas de los profesores. Posteriormente a las grabaciones de las clases de los dos profesores (ver apéndices A y B), se hizo una transcripción de éstas. Luego, se analizaron las prácticas realizadas por dichos profesores durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial. Posteriormente, formulamos una entrevista semiestructurada y un cuestionario para profundizar y conocer más acerca de las prácticas y los objetos primarios que intervinieron en dichas prácticas. Para este análisis usamos las herramientas del EOS: la configuración epistémica y la configuración cognitiva.

Así mismo, hicimos una primera revisión con la especialista (asesora de tesis) de las preguntas que conformaban la entrevista y el cuestionario y realizamos algunos ajustes de las preguntas. Seguidamente, aplicamos por primera vez esta entrevista y cuestionario a un profesor Piloto, con la finalidad de validar la entrevista y cuestionario. El profesor Piloto fue elegido tomando en cuenta que este profesor dictaba el tema de función exponencial en un curso de pre-cálculo que tenía a cargo en estudios generales de ciencias de la PUCP y además de la cercanía que tenía con nosotros. Posteriormente a esto, hicimos una reestructuración de la entrevista y el cuestionario, con las respuestas que emergieron de la aplicación piloto y realizamos una nueva revisión con la especialista.

Una vez validada las preguntas de la entrevista y del cuestionario aplicamos estos a los sujetos de estudio, así como a dos profesores que también dictaban el tema de función exponencial en cursos de pre-cálculo, con la finalidad de tener una mayor información de creencias que los profesores de dichos cursos tienen sobre la función exponencial.

Para llevar a cabo el objetivo general de esta investigación: Identificar las creencias y una aproximación de concepción de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial en cursos de pre-cálculo, fue necesario trazarnos algunos objetivos específicos que fueron vistos en el capítulo 1. Para lograr el objetivo específico 1 realizamos grabaciones de audio y video de las clases de función exponencial de dos de los profesores sujetos de estudio. Para llevar a cabo el objetivo específico 2, revisamos libros de historia de la matemática de los autores: Ribnikov (1974), Wieleitner (1932) y Martínez (2002), así como el libro de análisis de Cauchy (1821); además hicimos un análisis de las clases de los profesores A y B.

En la grabación de las prácticas de los profesores percibimos que en una clase, uno de los profesores (Profesor A), definió la función exponencial de la forma: $f(x)=b.a^x$ *(con* $a \neq 1, a > 0$, *b>0*) tal como se presentaba en el texto guía para este curso (sobre este texto comentaremos más adelante). Durante la clase percibimos que este profesor remarcó que cualquier otra función que no tenga esta forma no se llamaría función exponencial. A diferencia de este profesor, el Profesor B, definió a la función exponencial con la forma $f(x)=a.b^{x-h}+k$. Esta forma nos llamó la atención por la estructura que presentaba y porque desconocíamos el propósito del profesor para presentarla de esta manera. Seguidamente, elaboramos una lista de preguntas basadas en el análisis de la práctica con el fin de identificar las creencias y aproximarnos a una concepción del profesor sobre la función exponencial. Esta lista estaba acompañada de un cuestionario en donde el profesor haría algunas anotaciones por si tuviera alguna proposición que probar.

Para llevar a cabo el objetivo específico 3 aplicamos la entrevista y el cuestionario al profesor Piloto. Esta aplicación piloto nos permitió validar, reformular, mejorar y agregar algunas preguntas a la entrevista, con la finalidad de tener mayor información para nuestro análisis. Posteriormente, aplicamos el cuestionario y entrevista a los sujetos de estudio, así como a los profesores C y D. Finalmente, examinamos la información recogida y elaboramos una tabla en donde se presentan una lista de las creencias recogidas.

Fase de retirada del escenario

En la fase de retirada, terminamos con las grabaciones y acordamos con los sujetos de investigación contactarlos en otro momento para cerrar algunas consideraciones que pudieran emerger en la redacción de las conclusiones. Posteriormente, analizamos la información recogida y se redactamos el informe final.

Finalmente se redactaron las conclusiones.

A continuación presentamos un cuadro (Gráfico 1) en donde resumimos las seis fases de esta metodología tomadas en cuenta por Latorre (1997).

Gráfico 1(Fuente propia, basado en Latorre, 1997, p.206)

3.1. Selección de los sujetos de estudio y descripción del contexto

Contexto

El presente estudio se realizó en dos universidades particulares de Lima. La primera, la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) que tiene entre sus planes de estudio el curso de MAT128 de la sección de Estudios Generales de Letras (EE.GG.LL). Este es el primer curso de matemáticas para alumnos con orientación a las carreras de antropología, periodismo, ciencia política, derecho, lingüística, comunicación, publicidad y psicología. Mientras que la segunda, la universidad USIL, en la que entre sus planes de estudio tiene el curso de Análisis matemático 1 dirigido a estudiantes de ingeniería.

A los estudiantes de la PUCP se les pidió desde la primera clase traer el libro guía con el que trabajaron durante todo el semestre. En este curso se estableció que contaría con evaluaciones al terminar cada clase, y durante todo el ciclo (son 4 horas semanales) contarían con cuatro prácticas calificadas, un examen parcial y un examen final (ver anexo). Estas evaluaciones fueron las mismas para todos los horarios en que se dictó este curso, y los ejercicios fueron propuestos y revisados por todos los profesores responsables del curso. Asimismo los alumnos contaron con una nota adicional que es un trabajo por especialidad, en donde entrevistaron a un profesional especialista en la carrera que ellos habían elegido seguir.

Por otra parte, los estudiantes de la USIL no se guiaron de un texto en particular para sus clases, pero sí trabajaron con una guía de ejercicios, que fue grabada en el intranet de la institución, la misma que fue tomada en cuenta para la parte práctica del curso. Además se pidió a los alumnos que utilicen una calculadora para hacer los cálculos más complicados. También informó a los estudiantes acerca del plan que seguiría en todo el ciclo, plan que se encuentra especificado en el sílabo del curso, así como de la forma de evaluación que se tendría en cuenta para la evaluación.

En el curso de MAT128 que se enseñaba en la PUCP se contaba con un aula de 55 estudiantes en total, cuyas edades variaban entre 16 y 19 años; y en el curso de Análisis Matemático 1 que se enseñaba en la USIL, se contaba con 12 estudiantes del primer ciclo de ingeniería con edades entre 18 y 20 años. Cabe señalar que los estudiantes de la USIL vuelven a ver este objeto matemático en cursos posteriores a diferencia de los alumnos de la PUCP que no vuelven a llevar cursos de matemática.

Sujetos de estudio

Los sujetos de estudio, que participaron en esta investigación, fueron profesores de universidades particulares de Lima. Ambos profesores aceptaron de manera muy amable a colaborar con nuestro estudio. Los dos profesores fueron seleccionados de una muestra de 7 profesores, de los cuales 5 dictaban un mismo curso: Matemática para no matemáticos que pertenecen a la PUCP (Pontificia universidad católica del Perú) y los otros dos dictaban el curso: Análisis Matemático 1 pertenecientes a la universidad USIL

(Universidad San Ignacio de Loyola). Los otros dos profesores C y D, fueron seleccionados debido a la facilidad que se tenía de ubicarlos, pues eran profesores colegas de la maestría de enseñanza de la matemática y además porque ellos dictaban este objeto matemático a estudiantes de pre-calculo. El profesor C pertenece a la Universidad Peruana de Ciencias (UPC) y el profesor D pertenece a la Universidad del Pacifico (UP).

Estos profesores trabajan a tiempo parcial en el departamento de ciencias de la sección de matemáticas en su respectiva universidad. La profesora A es licenciada en Matemáticas de la Universidad Nacional de Trujillo y además ha cursado una Maestría en Enseñanza de la Matemática. Es una profesora de precálculo que demuestra compromiso en la enseñanza y con sus estudiantes. Tiene una experiencia de 11 años enseñando clases particulares de matemática iniciándose como docente universitaria hace 6 años en la UPN (Universidad privada del norte) de Trujillo y dictó un horario del curso de MAT 128 en el semestre 2013-II. Sus clases se caracterizan por ser dialéctica, pues le preocupa mucho dialogar y discutir con sus estudiantes, haciendo que reflexionen sobre sus argumentos.

Por otra parte, el profesor B, licenciado en educación matemática y física de la Universidad Inca Garcilaso de la Vega, estudió también en la UNI (Universidad Nacional de Ingeniería) la carrera de ingeniería metalúrgica. Tiene además una maestría en Enseñanza de las Matemáticas en las PUCP. Él enseñó a estudiantes de ingeniería y tiene 23 años de experiencia enseñando matemáticas y 15 años desde que se inició dictando en diferentes academias preuniversitarias y hace 3 años que viene dictando en la universidad USIL (Universidad San Ignacio de Loyola). El profesor B dictó Análisis Matemático en el semestre 2013-II y tuvo a su cargo dos horarios, en cada aula dispuso de una computadora.

Por su parte el profesor C es Ingeniero de sistemas y estudio su pregrado en la Universidad Agraria de la Molina y su postgrado en la PUCP. Él tiene más de 30 años de experiencia dictando matemática y dictó el tema de función exponencial en el curso de matemática básica en la UPC en el ciclo 2013-II. Asimismo, el profesor D es magíster en matemática pura y actualmente está en la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP. Él tiene 10 años de experiencia dictando matemática y dictó el tema de función exponencial en el curso de análisis matemático 1 en la UP en el ciclo 2013-II.

A cada profesor se le dio a conocer el objetivo de nuestro trabajo, haciendo hincapié que en esta investigación no se pretendía evaluarlos ni tampoco criticarlos, sino que a partir del análisis de su práctica queríamos analizar sus creencias acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial. Además, se les dijo que en la redacción de esta investigación no se tomaría sus nombres.

3.2. Instrumentos de recogida de datos

Los instrumentos para el registro de la información utilizados para esta investigación fueron las grabaciones de audio y videos de las sesiones de clase y una entrevista semiestructurada que fue acompañada de un cuestionario (ver Apéndices A y B) que sirvieron para identificar las creencias y una aproximación de concepción de los profesores acerca de la función exponencial.

Fase de elaboración del informe

Para la elaboración del informe presentamos una tabla con las respuestas de los profesores y además presentamos una tabla de creencias. Así también, realizamos un análisis detallado de las respuestas dadas por cada profesor.

Posteriormente, presentamos una aproximación de la concepción que los profesores tienen de la función exponencial, así como la concepción que creemos que los profesores de pre-cálculo deberían tener para la enseñanza de función exponencial. Finalmente, redactamos las conclusiones que obtuvimos en esta investigación y además también presentamos las limitaciones y ventajas que tuvimos para llevar a cabo este estudio.

Capítulo 4

Significado institucional pretendido e implementado

Resumen

A lo largo de este capítulo analizamos las diferentes actividades que son implementadas por los profesores para el desarrollo del objeto matemático función exponencial en el aula. Estas actividades generan una serie de creencias en los profesores que participan en este proceso. En nuestra investigación el significado institucional pretendido comprende el sistema de prácticas y configuración de objetos que son planificados para el desarrollo de este tema. Por otra parte el significado personal comprende las configuraciones cognitivas de los profesores que están relacionadas con sus creencias. Esto es, la práctica realizada por un sujeto que posee una creencia se puede ver, según Ramos (2005) como el resultado de la activación de algo similar a la configuración cognitiva.

En la presente investigación para los objetivos propuestos, estamos considerando el análisis de las prácticas de dos profesores. El profesor A ha seguido estrictamente el libro texto "Matemática para no Matemáticos", por lo que consideramos pertinente analizar los sistemas de prácticas y configuración epistémica del objeto matemático función exponencial, que corresponden a este libro. La configuración epistémica es una herramienta del EOS que ya se ha descrito en el capítulo 2, esta nos permite describir la estructura de los textos. A continuación, comentaremos la configuración epistémica del objeto matemático función exponencial en el libro guía que fue utilizado por el profesor A para el desarrollo de su clase.

4.1. CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA DEL TEXTO GUÍA DEL PROFESOR A

Análisis ontosemiótico de las configuraciones epistémicas del objeto función exponencial

El texto a analizar es utilizado en el primer curso de matemática para los estudiantes de Estudios Generales de Letras de la Pontificia Universidad Católica del Perú, y es un texto que fue elaborado por los profesores del curso. Los profesores de este curso utilizan este texto para el desarrollo teórico y práctico, por lo que podemos decir que el significado institucional pretendido está evidenciado en el discurso que plantea este libro.

A continuación dividiremos esta configuración epistémica en dos configuraciones parciales para analizar cada parte del libro que llamaremos CE1 y CE2.

Análisis de la configuración correspondiente a la configuración CE1

En esta parte, la práctica del alumno será comprender el texto que mostramos a continuación, así como el enunciado y la solución propuesta en el libro.

2.5. Función exponencial

Un uso bastante común de la función exponencial es la medición del ritmo de crecimiento de poblaciones. El tipo de poblaciones cuyo crecimiento desea cuantificarse va desde bacterias hasta ciudades. También se utiliza este tipo de función para medir la velocidad de propagación de algún tipo de virus o enfermedad o virus informático, como también la depreciación del costo de un vehículo a través del tiempo. Veamos algunos ejemplos.

Situación 9

Carlos compró hace siete años un terreno cerca de la playa. Su esposa estuvo satisfecha con dicha inversión, pues en esa zona el valor de las parcelas cada año es 1,2 veces el valor del año anterior. Si actualmente Carlos puede vender dicho terreno en $ 10 000, responda a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuánto le costó el terreno a Carlos?
b) ¿Por cuánto lo podría vender el próximo año? ¿Y dentro de cinco años?
c) Si lo hubiera vendido hace un año, ¿cuánto dinero le hubieran dado por el terreno?
d) Determine la expresión matemática que permita obtener el precio de venta del terreno luego de t años de haberlo comprado.
e) ¿Dentro de cuántos años podrá vender el terreno al triple de su valor de compra?

Fuente: Libro Matemática para no Matemáticos (2009, p.78)

Situación 10

Actualmente, la banca está encontrando en internet un aliado muy importante. Los clientes utilizan la *web* para efectuar operaciones bancarias sin asistir a las oficinas

físicas, pueden ver sus registros actuales, determinar si un cheque en particular ya ha sido liquidado, solicitar un crédito nuevo, pagar recibos y hacer cualquier consulta al banco. Además, los costos para el banco son cada vez más bajos, lo que permite a los bancos en línea reducir los costos a sus clientes y darles tasas de interés más altas por su dinero.

Para enero de 2010, se estima que en el Perú existirán 20 000 clientes que harán uso de este servicio y que el crecimiento mensual será de 2% para los años siguientes.

a) Teniendo en cuenta esta predicción, ¿cuántos clientes de banca por internet existirán en febrero de 2010?
b) ¿Cuántos clientes de banca por internet existirán en marzo de 2010?
c) ¿Cuántos clientes de banca por internet existirán después de transcurridos *t* meses a partir de enero de 2010?
d) Bosqueje una gráfica que relacione el mes (a partir de enero de 2010) con el número de clientes de banca por internet. Considere para ello la expresión hallada en c).
e) Determine, aproximadamente, en qué mes y año se alcanzarán los 20 millones de clientes de banca por internet en nuestro país.

Solución propuesta

a) En la situación 10, sea *t* el tiempo en meses transcurrido desde enero de 2010. Es decir, considerando $t = 0$ en enero de 2010, se tendrá:

$C(0) = 20\,000$

$$C(1) = 20\,000 + \frac{2}{100}(20\,000) = 20\,000\left(1+\frac{2}{100}\right) = 20\,400$$

Se estima que existirán 20 400 clientes que harán uso de este servicio.

b) Para determinar el número de clientes en marzo, se calcula:

$$C(2) = 20\,400 + \frac{2}{100}(20\,400)$$

$$= 20\,400\left(1+\frac{2}{100}\right)$$

$$= 20\,000\left(1+\frac{2}{100}\right)\left(1+\frac{2}{100}\right)$$

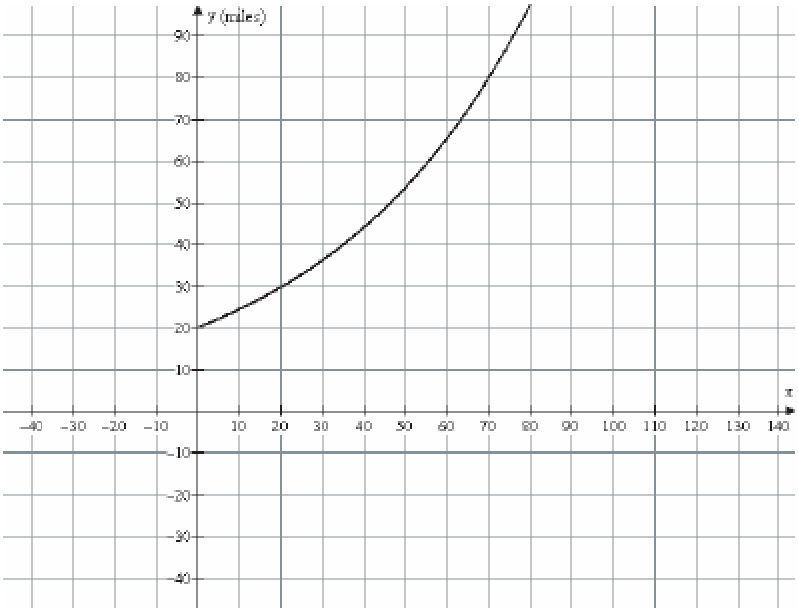
$$= 20\,000\left(1+\frac{2}{100}\right)^2$$

$$= 20\,808$$

c) El número de cliente después de *t* meses a partir del 2010 será:

$$C(t) = 20\,000\left(1+\frac{2}{100}\right)^t,\ t \geq \text{ ó } \ C(t) = 20\,000\,(1{,}02)^t,\ t \geq 0$$

d) Se bosquejará una gráfica que relacione el número de meses transcuridos a partir de enero de 2010, con el número de clientes de banca por internet. Considere para ello la expresión hallada en c).



e) Para determinar, aproximadamente, en qué mes y año se alcanzarán los 20 millones de clientes de banca por internet en el país, se plantea la siguiente igualdad:

$$20\ 000\ 000 = 20\ 000\ (1{,}02)^t$$

$$1\ 000 = (1{,}02)^t$$

$$\ln\ (1\ 000) = \ln\left((1{,}02)^t\right)$$

Por propiedad de logaritmos:

$$\ln\ (1\ 000) = t\ \ln\ (1{,}02)$$

$$t = \frac{\ln\ (1\ 000)}{\ln\ (1{,}02)}$$

$$t = 348{,}83$$

Aproximadamente, deberán transcurrir 349 meses, ó 29 años y 1 mes; es decir, en febrero de 2039 se alcanzarán los 20 millones de clientes de banca por internet en el país.

Fuente: Libro Matemática para no Matemáticos (2009, p.78-80)

TABLA 1

PRÁCTICA: Entender el texto, así como el enunciado y la solución propuesta en el libro

Configuración epistémica 1
Situación-Problema
Ejercicio de contexto para la introducción del tema función exponencial.
Lenguaje

Verbal

Ritmo de crecimiento, crecimiento, velocidad, depreciación, costo, tiempo, inversión, expresión matemática, costos, más bajos, crédito, tasas de interés

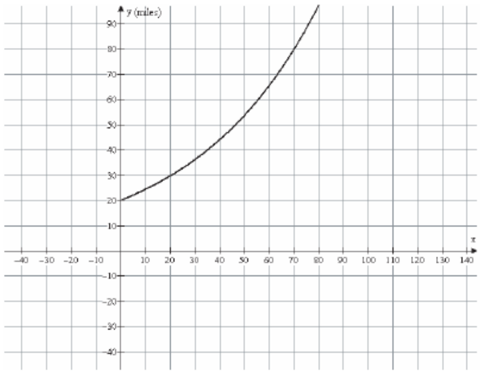
Simbólico

1,2 , \$10000 , *t*, *20000*, *2%*, *2010*, t=0, C(0)=20000, C(1)=20400, C(2)=20808,

$C(t)=20000\left(1+\frac{2}{100}\right)^t$, $t \geq 0$, $C(t)=20000(1.02)^t$, $20000000=20000(1.02)^t$,

$ln(1000)=ln\left((1.02)^t\right)$, $t=\frac{ln(1000)}{ln(1.02)}$, $t=348{,}83$, x, y,

Gráfico



Conceptos

- ✓ Conceptos previos: crecimiento, velocidad, ecuaciones, porcentajes.
- ✓ Conceptos emergentes: función exponencial

Proposiciones

- ✓ A partir de la gráfica, es posible analizar el comportamiento y la tendencia.
- ✓ $ln(a)^x = x.ln(a)$
- ✓ $a^n.a^m = a^{n+m}$

Procedimientos

Observación gráfica

Despeje de variable en una ecuación.

Argumentos

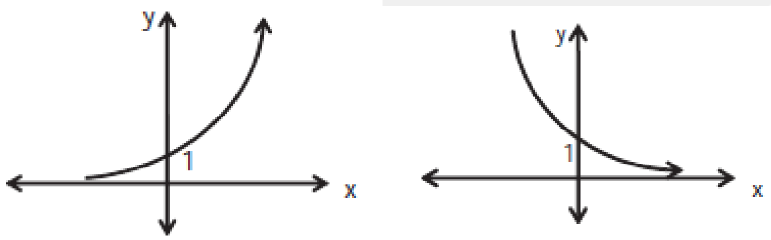
No presenta

Análisis de la configuración correspondiente a la configuración CE2

En esta segunda configuración, la práctica que debe realizar un alumno es comprender la definición de la función exponencial, así como la presentación de las características de la base y el exponente.

TABLA 2

PRÁCTICA: Describir el comportamiento de una función exponencial en problema de contexto.

<table>
<tr><td>Configuración epistémica 1</td></tr>
<tr><td>Situación-problema</td></tr>
<tr><td>Preguntas propuestas en problema de contexto.
Análisis de la función exponencial mediante dos casos.</td></tr>
<tr><td>Lenguaje</td></tr>
<tr><td><u>Verbal</u>
Modelos matemáticos, constante elevada, variable.
<u>Simbólico</u>
$f: R \to R,\ x \mapsto f(x)=Ka^x,\ a>0,\ a=1,\ dom(f)=R,\ K=1,\ a>1,\ f(x)=a^x,\ 0<a<1$
<u>Gráfico</u>

</td></tr>
<tr><td>Conceptos</td></tr>
<tr><td>✓ Conceptos previos: función creciente, función decreciente, función estrictamente creciente, constante positiva, variable real, valor real, grafico de una función
✓ Conceptos emergentes: función exponencial</td></tr>
<tr><td>Proposiciones</td></tr>
<tr><td>Tesis 1: Si a>1, la función $f(x)=a^x$ es estrictamente creciente.
Argumento: gráfico
Tesis 1: Si 0<a<1, la función $f(x)=a^x$ es estrictamente decreciente.
Argumento: gráfico</td></tr>
</table>

Procedimientos
Observación gráfica
Argumentos
No presenta

En lo que sigue presentaremos las siguientes tablas que corresponden a la configuración cognitiva de las explicaciones en clase de la función exponencial de los profesores A y B. Debido al tiempo de duración de la clase, la configuración cognitiva del profesor A se dividió en seis tareas y la configuración cognitiva del profesor B en cinco, como se detalla a continuación.

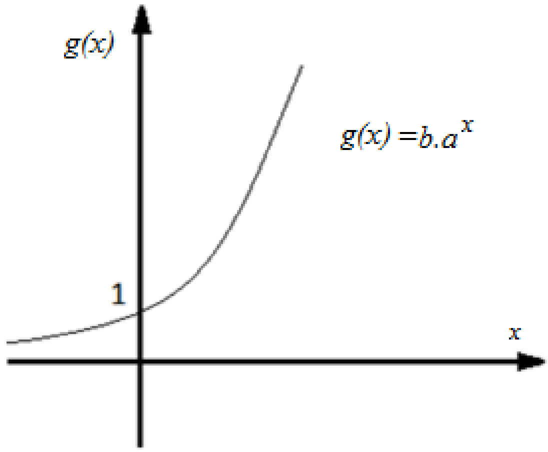
4.2. CONFIGURACIÓN COGNITIVA

Configuración cognitiva Profesor A

PRÁCTICA 1:

Presentación de $g(x)=b.a^x$ analizando sus restricciones de base, dominio y rango, gráfico e intersección con los ejes coordenados.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Análisis de las principales características de la función $g(x)=b.a^x$, con respecto a su base y para valores de *x* positivos y negativos.
Lenguaje
✓ Verbal: función real de variable real, número real, mi función, imagen *f(x)*, restricción, base, exponente, punto clave, crece mucho, lado derecho, crece arriba, tendencia, tabular, más grande, espacios, más grande en valor absoluto, se aproxima, cantidades mayores a cero, valores continuos, valores discretos, abierto, infinitos valores, menos infinito, más infinito, positivos, mayores que cero, base a, el cero no es positivo. ✓ Gráfico



- ✓ Simbólico: a, b, $g(x)$, $\neq, g: R \rightarrow R, 1^x$,x, y, (0,1), $a \neq 1$, $b \neq 1$, $1^x.b = 1.b = b$, $1^0.b = 1.b = b$, $f(x)$

Conceptos

- ✓ Conceptos previos: dominio y rango de una función, función bien definida, imagen de una función, función constante, función lineal, función cuadrática.
- ✓ Conceptos emergentes: no presenta

Proposiciones

- ✓ $1^x.b = 1.b = b$
- ✓ A menos que nos coloquen una restricción o el problema se encuentre contextualizado, el dominio va a hacer el conjunto de los números reales.

Procedimientos

- ✓ Presentación de $g(x) = b.a^x$
- ✓ Análisis de valores de *a* y *b.*
- ✓ Solución de un caso particular.

Argumentos

Tesis: El valor de *a* no puede ser uno.

Argumento: Si reemplazas a=1 en $g(x)$, sería igual a: $b.1^x$ y eso es una función contante.

Tesis: Cero está en el dominio de *g.*

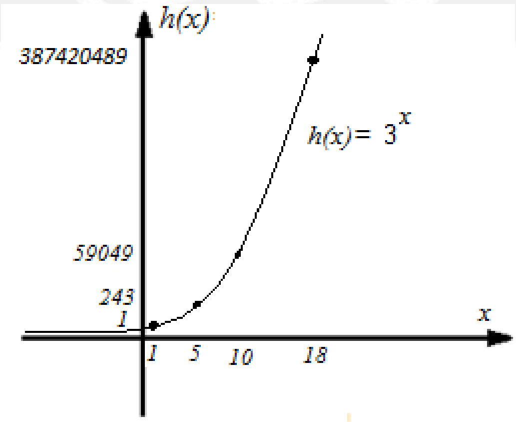
Argumento: La función está bien definida en $x=0$, pues tiene su correspondiente valor.

Tesis: Dominio de función exponencial son todos los números reales.

Argumento: A menos que nos coloquen una restricción o el problema se encuentre contextualizado, el dominio va a ser el conjunto de los números reales. Para cualquier

número real van a tener que esa función está bien definida. Tesis: Cuando *x* crece, los valores de la función crecen. Argumento: Conforme *x* vaya hacia el lado derecho, mi función va creciendo; es decir, va en movimiento hacia arriba. Tesis: Cuando los valores de *x* decrecen, el valor de la función se aproxima a cero. Argumento: Cuando yo digo se aproxima a cero quiere decir que se aproxima al eje *x*, porque son solo los valores de *y* iguales a cero cuando tenemos el eje *x*.

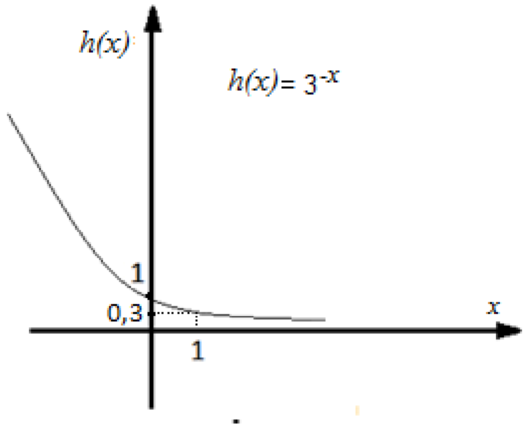
PRÁCTICA 2 Análisis de la función exponencial $f(x) = 3^x$.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Graficar la función $f(x) = 3^x$, y hallar el dominio y rango e intersección con los ejes coordenados.
Lenguaje
✓ Verbal: base, tabular, tendencia, imagen, puntos, punto clave, valores positivos, valores continuos, valores discretos. ✓ Gráfico  ✓ Simbólico: *x*, *h(x)*=3^x; 1; 5; 10; 18; 243; 59049; 387420489, -1; -4: -15.
Conceptos
✓ Conceptos previos: imagen de una función, función creciente, ejes coordenados, ✓ Conceptos emergentes: función exponencial creciente.

Proposiciones
No presenta.
Procedimientos
✓ Elaboro una tabla para valores positivos de *x* igual a: 1; 5: 10 y 18. ✓ Tabulación con las respectivas imágenes. ✓ Ubicación de los pares ordenados en el plano cartesiano. ✓ Análisis de la tendencia de *h(x)* para valores positivos. ✓ Elaboro una tabla para valores negativos de *x* igual a: -1; -4: -15. ✓ Análisis de la tendencia de *h(x)* para valores negativos
Argumentos
Tesis: Para valores de *x* positivos la gráfica es crece rápidamente Argumento: Muestra el comportamiento gráficamente. Tesis: Para valores de *x* negativo la gráfica es decrece lentamente Argumento: Muestra el comportamiento gráficamente.

PRÁCTICA 3: Análisis de la función exponencial $f(x) = 3^{-x}$.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Graficar la función $f(x) = 3^{-x}$, y hallar el dominio y rango e intersección con los ejes coordenados.
Lenguaje
✓ Verbal: crece mucho, coeficiente, altura, alcanza, tendencia, trasladar, lo baja en uno, números reales, más infinito abierto, intersección con ejes coordenados ✓ Gráfico



- ✓ Simbólico: participación de alumno

Conceptos
✓ Conceptos previos: función inversa, función decreciente, traslación de una función, propiedades de exponentes, ✓ Conceptos emergentes: No presenta
Proposiciones
No presenta
Procedimientos
✓ Dar la equivalencia de 3^{-x} como $(1/3)^x$ ✓ Verificación que se trata de función exponencial ✓ Elaboro una tabla para valores positivos de *x*. ✓ Tabulación con las respectivas imágenes. ✓ Ubicación de los pares ordenados en el plano cartesiano. ✓ Análisis de la tendencia de $h(x)$ para valores positivos. ✓ Elaboro una tabla para valores negativos de *x*. ✓ Análisis de la tendencia de $h(x)$ para valores negativos ✓ Comparación de 3^x y 3^{-x}.
Argumentos
Tesis: $h(x) = e^x - 1$ no es una función exponencial Argumento: La función exponencial en general tiene la forma $b.a^x$ entonces esta función e^x -1 no tiene esta forma, por tanto ninguna función exponencial se va a comportar así, por tanto esta función es solo una traslación de la función exponencial e^x

PRÁCTICA 4: Análisis de la función exponencial $f(x)=3^x-1$ tabulando y tomando como referencia el caso 1a $f(x)=3^x$.

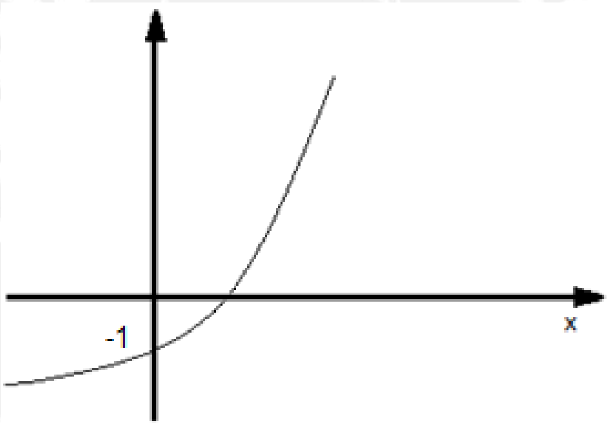
Configuración cognitiva de la tarea

Situación-problema

Graficar la función $f(x)=3^x-1$, y hallar el dominio y rango e intersección con los ejes coordenados.

Lenguaje

- ✓ Verbal: funciones especiales, tendencia, saltos más grandes, crece mucho, crece demasiado, parte negativa del eje *x*, vamos a la izquierda, se acerca mucho, abierto en más infinito, pasaba por.
- ✓ Gráfico



- ✓ Simbólico: *x*, 2, 3, -1, (0,0), $y=3^x$, $y=3^x$-*1*.

Conceptos

- ✓ Conceptos previos: función creciente, dominio y rango de una función
- ✓ Conceptos emergentes:

Proposiciones

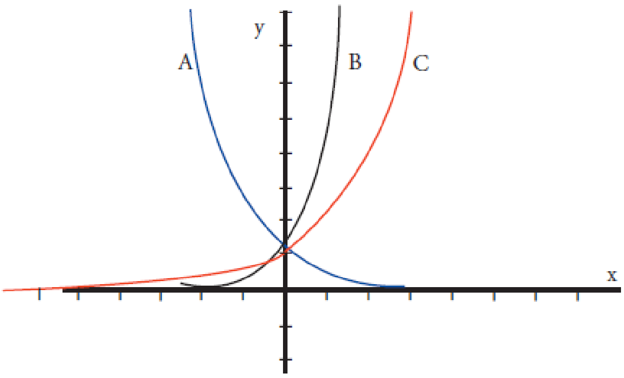
No presenta

Procedimientos

- ✓ Tabulación
- ✓ Ubicación de los pares ordenados en el grafico
- ✓ Comparación de la gráfica de $f(x)=3^x-1$ con la gráfica de $h(x)=3^x$.

Argumentos
Tesis: No es suficiente dar valores seguidos, porque a veces no se ve bien la tendencia. Argumento: Grafica la función exponencial con valores distantes y justifica gráficamente que se tiene una mejor idea del comportamiento de la función. Tesis: $f(x)=3^x-1$ no es función exponencial. Argumento: No tiene la forma de función exponencial de acuerdo a lo definido, y es una simple traslación.

PRÁCTICA 5: Dados tres gráficos de función exponencial, se pide identificar las gráficas de dos de ellas.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
2. Dadas las curvas A, B y C, que no cortan el eje horizontal, señale:  a) ¿Cuál es la gráfica de $y = 4^x$? b) ¿Cuál es la gráfica de $y = 0,5^x$?
Lenguaje
✓ Verbal: B es más parado, crece más rápido, tabular, separaciones, crezca mucho más rápido. ✓ Gráfico: El que se presenta en el ejercicio 2. ✓ Simbólico: A, B, C, *y*, *2*, *4*, 0,5, $y=4^x$, 2^x
Conceptos
✓ Conceptos previos: teoría de exponentes.

Proposiciones
No presenta
Procedimientos
✓ Identificación y análisis de las bases de las funciones. ✓ Comparar la relación de las bases con el crecimiento o decrecimiento de las gráficas de las funciones.
Argumentos
No presenta

PRÁCTICA 6:

Transitar del registro numérico al registro algebraico, en donde se reemplazará cada par ordenado (*x*, *f*(*x*)), en la forma pedida y se hallará los valores de *C* y *a*.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Encuentre una posible fórmula de la forma $f(x) = Ca^x$ para las funciones representadas por las tablas dadas:
Lenguaje
✓ Verbal: potencia de *a*, regla, fórmula exponencial, funciones representadas. ✓ Gráfico: no se presenta ✓ Simbólico: *2, 3, (0; 4,3), (1; 6,02), (2; 8,43),* $f(x)=C.a^x$
Conceptos
Previos: Regla de correspondencia, teoría de exponentes
Proposiciones
✓ Sustitución de los valores de *x* y *f(x)* dados en la tabla, en la regla de correspondencia. ✓ Calculo de los valores de las constantes *C* y *a*.

Tabla de la situación-problema:

x	0	1	2	3
$f(x)$	4, 30	6, 02	8, 43	11, 80

Procedimientos
Sustituir dos coordenadas de la expresión exponencial Hallar valores de *C* y *a* Probar si satisface para las demás coordenadas.
Argumentos
Tesis: Se tiene que verificar para todos los valores que les den. Argumento: si no cumple para algún valor, no se podría definir una posible fórmula para la cual se produzcan estos valores.

PRÁCTICA 7:

Encontrar y analizar una función exponencial que represente al decrecimiento exponencial.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
5. A causa de una recesión económica, la población de cierta área urbana disminuye a razón de 1% anual. Al inicio la población era de 100 000 habitantes. a) ¿Cuál será la población después de tres años? b) ¿Cuántos años tienen que pasar para que la población sea de 92 274 habitantes?
Lenguaje
✓ Verbal: tabla, generalización, factor común, tendencia, al cuadrado. ✓ Gráfico: no se presenta ✓ Simbólico: *t*, 100000, 1%,(100000), 99%(100000), $\frac{100}{100}(100000)-\frac{1}{100}(100000)$, 3,
Conceptos
✓ Conceptos previos: porcentajes ✓ Conceptos emergentes:
Proposiciones
No presenta.

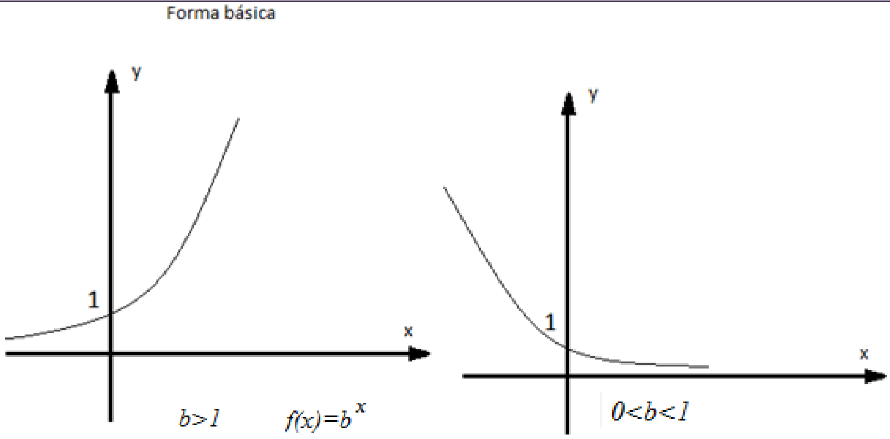
Procedimientos
Identificar factor de decrecimiento y constante cuando el tiempo es cero. Reemplazar en *t*=3 Planteo de ecuación y solución
Argumentos
Tesis 1: Después de un año el número o de habitantes será 99 por ciento de 100000. Argumento: $100000 - 1\%(100000) = \frac{100}{100}(100000) - \frac{1}{100}(100000) = \frac{99}{100}(100000) = 0.99(100000)$ Tesis 2: Después de dos años el número o de habitantes será 0.99^2 (100000). Argumento: $0.99(100000) - \frac{1}{100}(0.99(100000)) = 0.99(100000)(1 - \frac{1}{100}) = 0.99(0.99(100000)) = 0.99^2(100000)$ Tesis 3: La función generalizada es $V(t) = 0{,}99^t (100000)$. Argumento: Por la tendencia, podemos generalizar para *t* años.

Comentario: Esta profesora incide mucho en la regla de correspondencia. Es una clase dialéctica

CONFIGURACIÓN COGNITIVA DEL PROFESOR B

PRÁCTICA 1: Construye la gráfica de la función $f(x) = a.b^{x-h} + k$

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Análisis de la función $f(x) = a.b^{x-h} + k$ como una función exponencial.
Lenguaje
✓ Verbal: funciones especiales, asíntotas, ecuación de una asíntota, corte, (*h*,*k*), eje *x*, eje *y*, plano cartesiano, función racional, curva racional, tabulación, sistema de coordenadas, infinito, creciente, decreciente, forma básica, forma general. ✓ Gráfico



- ✓ Simbólico: $f(x)=b^{x}$, $f(x)=ab^{x-h}+k$, $y=k$, A.H., b>1, 0<b<1

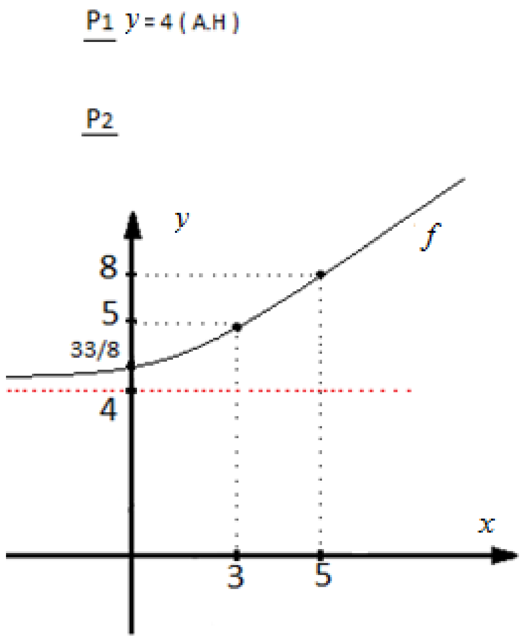
Conceptos
✓ Conceptos previos: Vértice, centro, curva, intersección, dominio, rango, función racional, curva racional función estrictamente creciente, función creciente, función decreciente, punto de corte, dominio natural. ✓ Conceptos emergentes: Forma básica de la función exponencial.
Proposiciones
✓ Esta función (función exponencial) presenta solamente una asíntota horizontal. ✓ *y*=*k* es una asíntota horizontal.
Procedimientos
✓ Compara la función $f(x)=ab^{x-h}+k$ con la *forma básica* $f(x)=b^{x}$. ✓ Análisis de *h* y *k*.
Argumentos
✓ La asíntota horizontal las vas a obtener de k ✓ Una vez que grafiquemos la asíntota horizontal, vamos a estar en condiciones de poder graficar la función exponencial.

PRÁCTICA 2: Tabula valores para $f(x)=2^{x-3}+4$; para *x=3; x=5; x=0*, explicando que el 1 es el (0,1) y es la intersección con el eje *y*.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Grafica la función $f(x)=2^{x-3}+4$ analizando sus características

Lenguaje

- ✓ Verbal: eje *x*, eje *y*, espacios, forma básica, sistema de coordenadas infinito, punto de corte, curva, menos infinito.
- ✓ Gráfico



x	y
3	5
5	8

- ✓ Simbólico $f(x)=2^{x-3}+4$, $P_1: y=4$, A.H, 3, 5, 8, 33/8

Conceptos

- ✓ Conceptos previos: dominio, función estrictamente creciente
- ✓ Conceptos emergentes: asíntota horizontal

Proposiciones

- ✓ Esta función (función exponencial) presenta solamente una asíntota horizontal.
- ✓ La asíntota horizontal es y=k, de donde k=4.

Procedimientos

- ✓ Tabulación de valores para *x*=3 y *x*=5.
- ✓ Ubicación de los pares ordenados en el gráfico.
- ✓ Ubicación y gráfico de la asíntota horizontal.
- ✓ Grafica $f(x)=2^{x-3}+4$

Argumentos

Tesis 1: La asíntota horizontal es y=4.
Argumento: hace una comparación entre $f(x)=2^{x-3}+4$ y $f(x)=ab^{x-h}+k$.
Tesis 2: El punto de corte es 33/8.
Argumento: Señalización en el plano cartesiano.

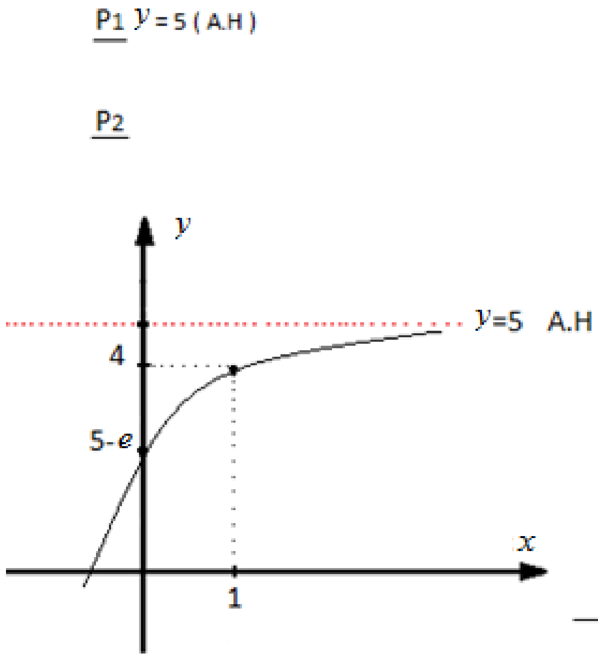
Procesos

Generalización, mecanización, particularización

PRÁCTICA 3: Tabula valores para $f(x) = -e^{x+1} + 5$; para *x*=1; *x*=0, y luego encuentra los interceptos con los ejes coordenados.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Tabulación de valores
Lenguaje

- ✓ Verbal: eje *x*, eje y, incógnita, sistema de coordenadas, puntos de referencia, punto de corte, curva, menos infinito, números trascendentes, número neperiano, exponente, logaritmo neperiano, punto que está en el lado izquierdo de cero, cinco cerrado
- ✓ Gráfico



x	y
0	5- e
1	4

- ✓ Simbólico $f(x) = -e^{x+1} + 5$, $y = 5$, *f*, *A.H* , *0, 1, 5-e=2.28, 4, (0,2.28), (1,4), lna, lnb, 1-ln5*

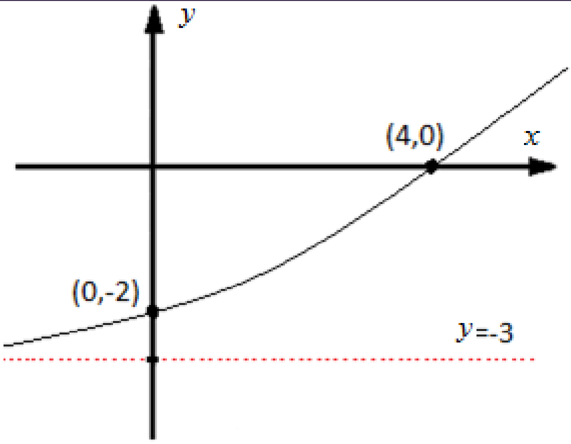
Conceptos

- ✓ Conceptos previos: Teoría de exponentes, dominio, rango, función decreciente, teoría de logaritmos.
- ✓ Conceptos emergentes: Asíntota horizontal.

Proposiciones
$a^x = b \rightarrow x = \dfrac{\ln b}{\ln a}$
Procedimientos
✓ Identificar la asíntota horizontal ✓ Ubicar los puntos tabulados en el sistema de coordenadas ✓ Graficar $f(x) = -e^{x+1} + 5$ ✓ Hallar el intercepto con el eje "*x*".
Argumentos
Tesis 1.- Los puntos de referencia, me van a orientar para ver cómo va a ser el grafico Argumento: Tabula puntos para la función y traza la gráfica. Tesis 2.- Si yo tengo el gráfico puedo responder todas las preguntas que me hagan. Argumento: Muestra en el gráfico la asíntota horizontal, el crecimiento por derecha e izquierda, puntos de corte, etc.

PRÁCTICA 4: Lee el enunciado, calcula los valores de *a*, *b* y *c* observando el gráfico y adecuando esta forma a la forma general $f(x) = ab^{x-h} + k$.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Cada una de las gráficas mostradas a continuación representa a una función exponencial de la forma $f(x) = ae^{bx} - c$. En cada caso calcule los valores de *a*, *b* y *c*.
Lenguaje
✓ Verbal: Eje *x*, eje *y*, sistema de coordenadas, número de neper, neperiano, puntos donde pasa la función, abscisa, ordenada ✓ Gráfico



- ✓ Simbólico $f(x)=ae^{bx}-c$, x, y, e, A.H, y=-3, (4,0), (0,-2)

Conceptos

- ✓ Conceptos previos: dominio, rango, función decreciente, teoría de logaritmos.
- ✓ Conceptos emergentes: asíntota horizontal

Proposiciones

$e^{4b}=3 \rightarrow 4b=\ln 3$

Procedimientos

- ✓ Observación de la gráfica.
- ✓ Adaptación de la forma “general” a la nueva forma de la función exponencial.
- ✓ Identificación de la asíntota horizontal.
- ✓ Reemplazo de los puntos dados en $f(x)=ae^{bx}-3$.

Argumentos

PRÁCTICA 5: Tabula los puntos y luego gráfica.

Configuración cognitiva de la tarea

Situación-problema

Cuando cierta, maquinaria industrial tenga t años, su valor de reventa será $V(t)=4800e^{-t/5}+400$ dólares

a) Graficar la función
b) ¿Cuál era el valor de la maquinaria cuando era nueva?
c) ¿Cuál será el valor de la maquinaria después de 10 años?

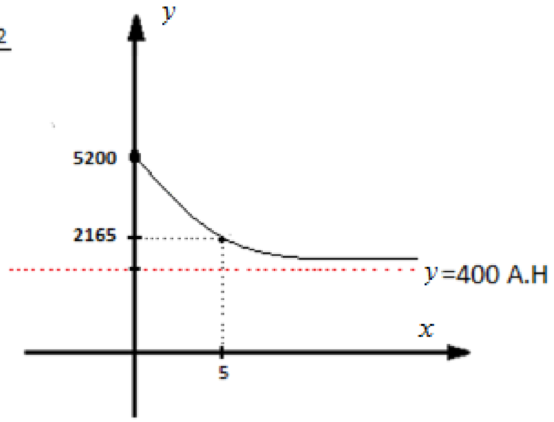
Lenguaje

- ✓ Verbal: Fenómeno de depreciación, tabulación, y=400 debe estar bastante alto, valores bastante altos, escala, eje x, eje y

- ✓ Gráfico

P1 $y=400$

P2



- ✓ Simbólico :*V(t), x, y, y=400, 5, 5200, 4800+400, 2165.82, A.H, e*

Conceptos

- ✓ Conceptos previos: decrecimiento
- ✓ Conceptos emergentes: tiempo mayor que cero entonces va en eje *x* positivo

Proposiciones

No presenta

Procedimientos

- ✓ Adaptación de la forma “general” a la nueva forma de la función exponencial.
- ✓ Identificación de la asíntota horizontal.
- ✓ Tabulación de un par de puntos y trazo de la curva.

Argumentos

Tesis 1.-El tiempo no puede ser negativo

Argumento: No puedo decir: menos 3 horas, menos 2 horas, etc., el tiempo siempre tomara un valor positivo o cero, pero nunca un valor negativo.

Tesis2.- Cuando tú estás en un ejercicio donde corresponda la letra *x*, debes colocar la letra que la estas representando.

Argumento: Hace hincapié en el problema resuelto en donde coloco *x* al tiempo y *y* al volumen: Yo debería colocar la variable *V*, no “*y*”.

APLICACIÓN DE LA ENTREVISTA Y CUESTIONARIO

Respuestas de la entrevista y cuestionario

A continuación presentamos las respuestas que obtuvimos luego de aplicar la entrevista y el cuestionario que fue la herramienta que nos permitió identificar las creencias de los profesores sobre la función exponencial. Esta entrevista y cuestionario se aplicaron a los Profesores A, B, C y D, pero sólo se grabaron las clases de los dos primeros.

RESPUESTA A LA ENTREVISTA FINAL

PREGUNTA	Profesor A	Profesor B	Profesor C	Profesor D
P1. Con sus propias palabras, ¿qué puede decir acerca de la función exponencial (F.E)?	Es una regla de correspondencia, que tiene un dominio, con ciertas características.	Es un objeto matemático que me permite estudiar el comportamiento de una situación real que no puede modelarse necesariamente con una expresión polinómica.	Es una relación de correspondencia entre dos variables en donde la variable independiente está en el exponente de un número que se denomina base que tiene que tener ciertas condiciones y esa función permite modelar ciertas situaciones de la realidad que a veces no se pueden modelar con otro tipo de función.	Es una función real de variable real que siempre es creciente como característica. Es una función que tiene muchas aplicaciones, para la ingeniería, para la vida real y tiene unas características más.
P2. ¿Cómo define Ud. a una F.E?	Como $a.b^x$ tal cual está en el texto, es la regla de correspondencia y es exponencial porque tiene una forma especial.	Es una función de la forma a^x, cuya base es un número real, no negativo, diferente de cero y diferente de uno, cuyo dominio son los reales.	$f(x)=b^x$ donde b>0, $b \neq 1$, si es una función con esas condiciones decimos que esa es una función exponencial.	Lo defino como $f(x)=e^x$, con la base *e* del neperiano.
P3. ¿Cómo define la F.E en su clase?	$f: R \rightarrow R$ tal que $f(x)=b.a^x$ $x \in R$,	$f: R \rightarrow R$ tal que $f(x)=b.a^{x-h}+k$ $x \in R$	De la misma forma.	Lo defino como a^x

	con *a* y *b* positivos y $a \neq 1$.	, con *a* y *b* positivos y $b > 1$.		
P4. En su clase Ud. definió la F.E como $f(x) = b.a^{x-h} + k$, ¿Por qué? (Solo para el profesor B)		Primero, respecto al aspecto literal, utilizaba las mismas letras para que sea familiar para ellos, indicándoles que en este caso cada una de estas letras representaba una cosa diferente para la función exponencial.		
P5. ¿De dónde obtuvo o dónde aprendió este significado de la F.E?	Del libro guía.	Algo similar vi en el libro de Dennis Zill de precálculo. Las letras vienen como una decisión personal buscando un aspecto didáctico en similitud con las letras ya utilizadas en funciones anteriores	El Haussler, no lo usamos como texto pero mucho de lo que hacemos nosotros en este curso está inspirado en ese libro, “Matemáticas para administradores”.	De la experiencia, he seguido una secuencia y las demás funciones que uno va a obtener como $a.b^x$ con $b \neq 1$ se generan a partir de e^x vía transformaciones.
P6. ¿Si sus alumnos fueran de cursos de letras (administración, psicología, derecho, periodismo), definiría de la misma forma la F.E?	SON DE LETRAS	Sugeriría que a partir de la forma $y=a^x$ nada más con las características de su dominio y rango, su crecimiento, decrecimiento.	SON DE ADMINISTRACION	Me fijaría mucho en las evaluaciones, para saber de qué forma definir la función exponencial, y si no se enfoca mucho en las propiedades de esta, simplemente les presento aquella forma en donde tenga todos los elementos, incluso les

				daría algunos tips.
P7. Si sus alumnos fueran de cursos de ciencias, ingeniería, ¿definiría de la misma forma la F.E?	Hay que ver el texto, tendría primero que conocer a los alumnos, saber qué nivel tienen, es una combinación de todo.		Yo lo definiría igual, son alumnos igual que no saben, por más que sean de ingeniería eso no quiere decir nada.	A ahí es diferente, por ejemplo ahora tengo alumnos de beca 18, entonces a estos alumnos yo les exijo más, ahí sí todo parte de e^x, hacemos una transformación horizontal, vertical, traslaciones.
P8. ¿Entonces tiene que ver mucho el tipo de alumnos?	Yo creo que sí.	Sí, en la mayoría de los casos depende del tipo carrera, y de la orientación dada en la coordinación de cada carrera.	Tiene todo que ver, me parece que el estudiante de administración, la mitad de ellos no saben matemática la otra mitad de los que restan saben un poco y solamente algunos saben algo entonces tenemos que ir de lo más simple y así nomás, no más complejo.	Sí porque yo puedo exigirles mucho a los otros (con los que definió de la forma $f(x)=a.e^{kx}+b$) y al final no veo la reciprocidad de la prueba que alguien pone, porque la prueba que se da son pruebas comunes un cierto día

P9. ¿Ha presentado siempre la misma definición de F.E a tus alumnos en los diferentes ciclos?		No, las definiciones, las estrategias las voy probando, algunas se mantienen, otras surgen algunas variantes; mientras no sea tampoco muy radical el cambio en diferentes aulas.	He dictado matemática básica para ingeniería cálculo para ingeniería y también lo he definido de la misma forma, claro que en algunas veces en lugar de b se coloca a.	No. Pero te diré que en todos los años no he aplicado la misma definición, en algunas ocasiones en vista del público (de los alumnos) he puesto por ejemplo $f(x)=a.e^{kx}+b$, pero ahí lo veo muy práctico.
P10. ¿De qué depende este cambio? (Solo para el profesor B)		Del nivel del estudiante y el tipo de grupo humano. Algunos son de beca 18 ahí es más analítico, hago deducciones antes de llegar a definir, en otras aulas basta con una simple deducción.		
P11. ¿Si no hay un texto base? (Solo para el profesor A)	Diría todas las funciones que tienen esta forma especial que cumplan con tal condición, llamaremos F.E.			
P12. ¿Conoce Ud. la caracterización de Cauchy para la F.E?	Sí, las propiedades que pone Elon Lima.	No la recuerdo	Sí la conozco, sí la he visto en algún lugar, pero es algo que la mayoría no conoce.	Alguna vez la he visto, pero no la recuerdo.

P13. De acuerdo con esta caracterización: ¿La función *$f(x)=a.b^x$* será una función exponencial?	No, ni a balas va a llegar a eso.	No, no sería una función exponencial.	Matemáticamente puede ser que no sea función exponencial pero dentro del ámbito que nosotros hacemos función exponencial todas estas son para nosotros funciones exponenciales.	Claro, entonces las funciones que se le añade un “*k*” (se refiere a las que representa la A.H), entonces no cumple, pero las otras si van a cumplir. Hace cálculos para las de la forma $a.b^x$
P14. ¿Qué diría de los profesores que presentan a la función exponencial de las demás forma?			Yo no la haría así ($a.b^{x+h}$) porque el alumno tiene una tendencia a decir “ah esto es una fórmula”. Entonces ellos empiezan a decir cuando el h es tal, entonces buscan reemplazar en la fórmula.	No veo problema porque al final llegan al objetivo.
P15. Cuando presentó su clase de función exponencial observe que dijo que las funciones de la forma *$f(x)=a.b^x+1$* no es función exponencial, ¿por qué? (Solo para el profesor A)	Si consideramos esta forma como se define en el libro una función exponencial que se ponen como ejemplos no van a dar, eso es una traslación.			
P16. ¿En su práctica docente por qué incide mucho en la asíntota horizontal? (Solo para el profesor B)		Las asíntotas son presentadas formalmente cuando se trabaja el tema de límites, que son capítulos más adelante y		

		ellos suelen tener problemas.		
P17. ¿Nota Ud. la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial?		Sí, sería bueno uniformizar de acuerdo a las especialidades que se estén enseñando. Es posible que algunas definiciones tengan elementos que no sean de tanto provecho para un estudiante en su praxis en unos cursos más avanzados.	Obviamente dentro del ámbito de un curso si tendrías que uniformizarlo porque si vas a tomar una evaluación y un profesor hace una notación y otro profesor otra ahí tienes un conflicto	Sí, mientras todos se pongan de acuerdo no habría problema.
P18. ¿Qué aplicaciones consideras más relevantes para aplicar el tema función exponencial?	Yo recién estoy viendo ejemplos de problemas contextualizados sobre distintos tipo de funciones.	Los materiales disponibles son los ejercicios de la guía de estudios que ya está establecido.	Depende del nivel de los estudiantes. Relacionaría el logaritmo con la exponencial. Aplicaciones de crecimiento y decrecimiento.	Crecimiento poblacional, tasa de interés, función logística, vida media.
P19. Adicionalmente a los materiales ¿Se guía de los libros que presenta el silabo para sus clases?	Solo del libro guía.	Yo me guío del Ron Larson de cálculo 1 para este curso de análisis matemático 1 y el Stewart de cálculo de una variable.	Tenemos un libro que lo hicieron el coordinador y el jefe de línea, lo hicieron hace un año y es un libro hecho en UPC, el alumno trabaja dentro del libro y ahí están los ejercicios, es muy poco común que los alumnos consulten libros no lo hacen.	Del Larson, del Stewart, más que nada esos 2, además de los ejercicios de la guía, yo preparo otros ejercicios quizá con un poco más de nivel ya que como ahora tengo chicos de beca 18

P20. Con respecto al material de trabajo para este tema, ¿en qué se basa?	Yo me baso, porque tenemos que hacerlo de alguna manera así, en el libro, no solamente pongo problemas tal cual, yo hago más preguntas, y siempre explorando por ejemplo en el libro de Elon.	Me baso de los materiales de aprendizaje disponibles (diapositivas).	Tenemos diapositivas que ya fueron elaboradas por profesores asignados por coordinación.	Disponemos de diapositivas.
P21. ¿Por qué no definir la función exponencial simplemente como e^x?			Los alumnos no saben qué cosa es *e*, si yo empiezo de frente con *e* les estoy presentando dos cosas que no conocen, primero la función exponencial que no conocen y el *e* que tampoco lo conocen entonces nosotros presentamos primero como ejemplo el 2^x que es un clásico.	

DESCRIPCIÓN DE LA ENTREVISTA

Cabe resaltar que estamos denotando a las preguntas con P1. := pregunta 1; P2. := pregunta 2, y así sucesivamente.

Opción 1.- Concepción de aprendizaje de la función exponencial.- Las preguntas dirigidas hacia este criterio son: P1, P2, P12, P13,P16.

Opción 2.- Concepción de enseñanza de la función exponencial.- Las preguntas dirigidas hacia este criterio son: P3, P4, P5, P6, P7, P14, P15, P17, P18, P19,P20.

Opción 3.- Concepción de evaluación de la función exponencial.- Las preguntas dirigidas hacia este criterio son: P8, P9, P10, P11, P21.

Con relación a la P1.

Dos profesores (A y C) coinciden que la función exponencial es una regla de correspondencia.

Para un profesor (D) la función exponencial es siempre creciente.

Para 3 profesores (B, C y D) la función exponencial es una función que permite modelar situaciones reales.

Dos profesores (B y C) coinciden con que la función exponencial es una función que no puede ser modelada por otro tipo de función.

Con relación a la P2.

Tres profesores (B, C y D) coinciden que la función exponencial se define de la forma $f(x)=a^x$, con $a>0,\ a\neq 1$(el profesor D presenta con base e: número de Euler).

Un profesor define a la función exponencial como $f(x)=ab^x$, $a>0,\ b>0,\ a\neq 1$.

Dos de ellos hablan de base de manera explícita (B y D) y los otros dos de manera implícita (A y C)

Con respecto de la P3.

Dos de ellos definen como $f(x)=a^x$, con $a>0,\ a\neq 1$

Uno de ellos (profesor B) la define de la forma $f(x)=b.a^{x-h}+k$, $x\in R$, con a y b positivos y $b>1$.

Uno de ellos (profesor A) define de la forma $f(x)=b.a^{x}$, $x\in R$ tal como se presentó en el libro.

Comentario.- El profesor B definió de esta forma porque consideró que las letras ayudarían en la identificación de las asíntotas de la función exponencial.

Comentario.- El profesor definió de esta forma la función exponencial y argumento que cualquier otra función que no tenga esa forma, no será una función exponencial.

La P4. Estaba dirigida sólo al profesor B.

El profesor resalto que esto se debió a la familiaridad que ellos tenían con las constantes h y k, ya que previamente habían trabajado con la ecuación de la parábola y circunferencia y en sus ecuaciones estaban presentes estas constantes.

Con relación a la P5.

Tres de ellos (A, B y C) se guiaron de un libro que estaba en el sílabo.

Uno de ellos (D) lo ha aprendido de la experiencia.

Con respecto de la P6.

Uno de ellos (B) sugiere la forma $y=a^x$.

Solo uno (D) de ellos comenta que se fijaría en las evaluaciones.

Observación: *Pregunta dirigida solo a profesor B y D*

Con respecto a la P7 y P8.

Los cuatro profesores consideran importante el tipo de estudiantes.

Con referencia a la P9 y P10.

Dos de los profesores (B y D) refieren que presentarían la Función exponencial de la misma forma y de acuerdo al tipo de alumnos la forma va variando.

Uno de ellos (C) refiere que lo ha presentado siempre de la misma forma.

Con referencia a la P11. (Dirigida sólo a profesor A)

Con respecto a la P12.

Tres (B, C y D) refieren que si la han visto pero no la recuerdan

Solo uno de ellos (A) refiere que si lo ha visto y sustenta que son las propiedades dadas en el libro de Elon Lima.

Con respecto de la P13.

Los cuatro profesores coincidieron que esta forma de presentar la función no sería exponencial bajo la caracterización de Cauchy.

Con respecto de la P14. (Se formuló solo a profesores C y D)

Uno de ellos (C) refiere que no la presentaría de esa forma porque el estudiante puede confundirse y pensar que es una fórmula y tiene que grabársela.

El otro (D), no ve ningún problema, para él la idea es llegar a los objetivos del curso.

Con referencia a la P15. (Dirigida solo al profesor A)

Con referencia a la P16. (Dirigida solo al profesor B)

Con referencia a la P17.

Tres de ellos (B, C y D) consideran la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial dentro del programa. Para B quizá algunas definiciones tengan elementos que no sean de tanto provecho. Para B el motivo es por la forma de evaluación.

Con referencia a la P18.

Para tres de ellos (B, C y D) consideran el crecimiento y decrecimiento exponencial.

El profesor A refiere que recién está trabajando con problemas contextualizados.

Con referencia a la P19.

Dos de ellos (B y D) se guían del libro de Ron Larson de análisis matemático.

Dos de ellos (A y C) se guían del libro guía que ofrece el programa del curso. Este libro fue elaborado por los profesores del curso.

Con referencia a la P20.

Los cuatro profesores se basan en las diapositivas que les exige su programa del curso.

Solo uno (A), refirió que tiene que basarse en la definición tal y como está en el texto.

Con respecto a la P21. (Dirigida sólo al profesor C, ver tabla de respuestas a la entrevista.

ANÁLISIS DE LA ENTREVISTA

Antes del análisis de las entrevistas, nos planteamos tres opciones para caracterizar las respuestas, los mismos que estarán divididos en criterios que permitirán organizar las respuestas de los profesores. Teniendo en cuenta estas respuestas, nosotros denominaremos a estas tres opciones como: concepción de aprendizaje, concepción de enseñanza y concepción de evaluación.

OPCION 1		
CRITERIO 1	CRITERIO 2	CRITERIO 3
La función de la forma $b.a^x$ es F.E. La F.E es una regla de correspondencia. La caracterización de Cauchy son las propiedades de Elon Lima. La F.E es una función real de variable real. La F.E es una función creciente de la forma e^x.	La función de la forma a^x es F.E. No recuerdo la caracterización de Cauchy. La F.E, permite modelar situaciones de la realidad.	De acuerdo con Cauchy la función de la forma $b.a^x$ no es F.E. La función de la forma $a.b^{x-h} + k$ según Cauchy no es F.E, pero dentro de nuestro ámbito si lo es.
Profesor A; B; D	Profesor : C	Profesor A; C y D

OPCION 2		
CRITERIO 1	CRITERIO 2	CRITERIO 3
En clase defino F.E como $f:R\rightarrow R$ tal que $f(x)=b.a^{x}$ Para las clases se guían de un texto guía.	En clase defino F.E como a^{x} . No recuerdo la caracterización de Cauchy. La F.E, permite modelar situaciones de la realidad. Para la clase se basa un libro texto.	Función creciente de la forma a^{x}. Esta forma la aprendí de mi experiencia.
Si importa el tipo de alumnos para la definición de F.E.		
Profesor A	Profesor B; C	Profesor C; D

OPCION 3	
CRITERIO 1	CRITERIO 2
No siempre he definido la función exponencial de la misma forma en los estudiantes. Para definir la función exponencial influyen también las evaluaciones.	No defino a la F.E como e^{x}. Pues es doble conflicto por el termino *e*.
Profesor A; B; D	Profesor C

De acuerdo con los criterios enmarcados en el inicio de este apartado podemos afirmar:

Con respecto a la concepción de aprendizaje de la función exponencial:

El profesor A, B y D están ubicados en el primer criterio; el profesor C están en el criterio 2 y el profesor A y D están en el criterio 3.

Esto indica que la mayoría de profesores no recuerda o no sabe la definición de Cauchy sobre función exponencial aunque algunos la relacionan con las propiedades que se presentan en el libro de Lima, et al. (2000).

Para la mayoría de profesores, a pesar que la función exponencial que definen en su clase, analíticamente no es función exponencial, consideran que dentro del ámbito de la enseñanza de pre-cálculo si se podría tomar como tal.

Con respecto a la concepción de enseñanza de la función exponencial:

El profesor A está ubicado en el primer criterio; el profesor B y C están en el criterio 2 y el profesor C y D están en el criterio 3.

Esto indica que la mayoría de profesores, en su enseñanza tiene un grado de idoneidad cognitiva es alta pues se basan de los textos guía los cuales permiten desarrollar los significados pretendidos e implementados sobre la función exponencial.

Además se puede apreciar que para la mayoría de profesores interesa mucho el tipo de estudiantes para poder definir la función exponencial. Por lo que consideramos que en la mayoría de enseñanzas de este objeto matemático en cursos de pre-cálculo, el grado de idoneidad ecológica es alto.

Con respecto a la concepción de evaluación de la función exponencial:

El profesor A, B y D están ubicados en el primer criterio; el profesor C está en el criterio 2.

Esto indica que la mayoría de profesores, no siempre han definido de la misma forma a la función exponencial, pues les interesa entre otros aspectos, la forma de evaluación a los estudiantes.

Respuestas del cuestionario del Profesor A

CUESTIONARIO Profesor A

1.- A continuación se presenta una lista de funciones (Marque con un X las que para usted son funciones exponenciales (considere $a \neq 1$, a, b, c, s, k *constantes reales con a, b y c positivas*; *e* el número de Euler)

$f(x) = a^{x+s}$	X
$f(x) = b.e^{x+s}$	X
$f(x) = a^{8x}$	X
$f(x) = b.a^{x+s} + k$	NO
$f(x) = b.a^{x-s}.c$	X
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \dfrac{1}{e^{-x}+1}$	
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \dfrac{b}{a^x}$	X
$f(x) = e^x$	X
$f(x) = e^{2x}$	X
$f(x) = ba^{5x}$	X

2.- De acuerdo con esta caracterización de la función exponencial, que a continuación presentamos, dada por Cauchy: ***(pregunta 5 de entrevista)***

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que: f(x)=A^x *para todo número real x.*

¿La función $f(x) = b.a^x$, será una función exponencial?

No, ni a balas

4.- Cuáles considera Ud. como temas que no deben faltar en la enseñanza de la función exponencial.

TEMA	
Cálculo de probabilidades	
Tasa de interés	X
Variación porcentual	X
Función Logaritmo	X
Circuitos eléctricos	

Función logística	
Derivadas	
Integrales	
Ecuaciones diferenciales	
Coordenadas polares	
Vida media	X
Crecimiento poblacional	X
Progresión geométrica	X
Series	
Sumatorias	
Funciones hiperbólicas	X

Respuestas del cuestionario del Profesor B

CUESTIONARIO Profesor B

1.- A continuación se presenta una lista de funciones (Marque con un X las que para usted son funciones exponenciales (considere $a \neq 1$, a, b, c, s, k *constantes reales con a, b y c positivas*; *e* el número de Euler)

$f(x) = a^{x+s}$	X
$f(x) = b.e^{x+s}$	X
$f(x) = a^{8x}$	X
$f(x) = b.a^{x+s} + k$	X
$f(x) = b.a^{x-s}.c$	X
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \dfrac{1}{e^{-x} + 1}$	Es función logística
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \dfrac{b}{a^{x}}$	X
$f(x) = e^{x}$	X
$f(x) = e^{2x}$	X
$f(x) = ba^{5x}$	X

2.- De acuerdo con esta caracterización de la función exponencial, que a continuación presentamos, dada por Cauchy:

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que: f(x)=A^x para todo número real x.

¿La función $f(x) = b.a^{x}$, será una función exponencial?

No, de acuerdo con Cauchy, no sería función exponencial.

3.- Cuáles considera Ud. como temas que no deben faltar en la enseñanza de la función exponencial.

TEMA	
Cálculo de probabilidades	X
Tasa de interés	X
Variación porcentual	X
Función Logaritmo	X
Circuitos eléctricos	
Función logística	X
Derivadas	X
Integrales	X
Ecuaciones diferenciales	X
Coordenadas polares	X
Vida media	X
Crecimiento poblacional	X
Progresión geométrica	X
Series	X
Sumatorias	
Funciones hiperbólicas	X

Respuestas del cuestionario del Profesor C

CUESTIONARIO Profesor C

1.- A continuación se presenta una lista de funciones (Marque con un X las que para usted son funciones exponenciales (considere $a \neq 1$, a, b, c, s, k *constantes reales con a, b y c positivas*; *e* el número de Euler)

$f(x) = a^{x+s}$	X
$f(x) = b.e^{x+s}$	X
$f(x) = a^{8x}$	X
$f(x) = b.a^{x+s} + k$	X
$f(x) = b.a^{x-s}.c$	X
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \dfrac{1}{e^{-x} + 1}$	X
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \dfrac{b}{a^{x}}$	X
$f(x) = e^{x}$	X

$f(x) = e^{2x}$	X
$f(x) = ba^{5x}$	X

Respuesta: Esas son *familias* de funciones exponenciales

2.- De acuerdo con esta caracterización de función exponencial, dada por Cauchy:

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que: $f(x)=A^x$ *para todo número real x.*

¿Las funciones de la forma $f(x) = b.a^x$, serán una función exponencial?

No serán funciones exponenciales, solo familias de las funciones exponenciales.

3.- Cuáles considera Ud. como temas que no deben faltar en la enseñanza de la función exponencial.

TEMA	
Cálculo de probabilidades	
Tasa de interés	X
Variación porcentual	
Función Logaritmo	X
Circuitos eléctricos	
Función logística	X
Derivadas	X
Integrales	
Ecuaciones diferenciales	X
Coordenadas polares	X
Vida media	
Crecimiento poblacional	X
Progresión geométrica	X
Series	
Sumatorias	
Funciones hiperbólicas	X

Respuestas del cuestionario del Profesor D

CUESTIONARIO Profesor D

1.- A continuación se presenta una lista de funciones (Marque con un X las que para usted son funciones exponenciales (considere $a \neq 1$, a, b, c, s, k *constantes reales con a, b y c positivas*; *e* el número de Euler)

$f(x) = a^{x+s}$	X
$f(x) = b.e^{x+s}$	X
$f(x) = a^{8x}$	X
$f(x) = b.a^{x+s} + k$	X
$f(x) = b.a^{x-s}.c$	X
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \frac{1}{e^{-x}+1}$	Aplicación de F.E.
$f(x) = e.a^{x+s}$	X
$f(x) = \frac{b}{a^x}$	X
$f(x) = e^x$	X
$f(x) = e^{2x}$	X
$f(x) = ba^{5x}$	X

2.- De acuerdo con esta caracterización matemática de función exponencial dada por Cauchy:

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que: $f(x)=A^x$ *para todo número real x.*

¿Todas las funciones del cuadro anterior serán funciones exponenciales?

No , solo será función exponencial $f(x) = a^{8x}$, $f(x) = e^x$, $f(x) = e^{2x}$ (no hace cálculos para comprobar)

3.- Cuáles considera Ud. que son los temas de mayor preferencia por los profesores para aplicar el concepto de función exponencial (enumere del 1 al 15 considerando su relevancia)

TEMA	
Cálculo de probabilidades	
Tasa de interés	X
Variación porcentual	
Función Logaritmo	
Circuitos eléctricos	
Función logística	X

Derivadas	X
Integrales	X
Ecuaciones diferenciales	X
Coordenadas polares	
Vida media	X
Crecimiento poblacional	X
Progresión geométrica	X
Series	
Sumatorias	
Funciones hiperbólicas	X

Análisis de la información recogida

Tres profesores no conocen la caracterización de Cauchy (*Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que:* $f(x)=A^x$ *para todo número real x*) de la función exponencial pero no la recordaban; sin embargo, un profesor si la recordaba y comentó que era la definición que presenta Lima (2000). Aunque en algunos casos se les hizo recordar y en otros se acordaron finalmente, ellos consideraron que no era necesario aplicar en la enseñanza de la función exponencial debido a que las formas de función exponencial tienen las mismas características (algebraica y analítica) que una función exponencial y lo que les interesa es que los alumnos aprendan tales características.

Sin embargo, los profesores consideran la necesario uniformizar la definición de función exponencial, ya sea en la institución o en todos los grupos de estudiantes de una misma carrera, debido a que tienen problemas en la evaluación, pues están son preparadas por un agente especial que no necesariamente son los profesores. Esta dificultad se agrava más cuando esta evaluación es única para todos los estudiantes. Así por ejemplo, en la evaluación que presenta el Profesor B (ver anexo) está de acorde con la forma que presento la función exponencial en su práctica.

Se llegó a identificar que ambos profesores, sujetos de este estudio, no habían visto la caracterización de Cauchy de función exponencial (Profesor B), o la estudiaron pero no la recordaban (Profesor A). Consideraron además a la mayoría de funciones presentadas en el cuestionario como funciones exponenciales. Sin embargo, aclararon que también consideran como tal (funciones exponenciales) a las funciones que tienen la *forma* de función exponencial.

Los profesores no conocen la caracterización de Cauchy (aunque la relacionan con la definición que se presenta en Lima, et al, 2000), de la función exponencial pero de acuerdo a las necesidades inmediatas para su enseñanza definen a la función exponencial de una manera que permita cubrir los objetivos de la clase. Estos profesores no consideran necesario la caracterización de Cauchy de función exponencial en el aula. A continuación presentamos una tabla en donde resume las creencias de los profesores A y B, identificadas en el análisis de la información recogida. A continuación presentamos la tabla de creencias que resultó del análisis de prácticas de los profesores A y B, así como algunos comentarios de los profesores de las entrevistas y cuestionarios. Para la presentación de estas creencias nos basamos de la relación que presenta Pino (2013) con la configuración cognitiva. Es decir el lenguaje usado en la práctica del profesor que tiene una determinada creencia es muy parecido a la activación de la configuración cognitiva.

Tabla de Creencias

TABLA DE CREENCIAS
Una función exponencial es una función real de variable real
La Forma básica de la función exponencial, tiene la forma $f(x)=b^x$, donde b esta entre cero y uno o b es mayor que uno.
$g: R \to R$ es de tipo exponencial, cuando para todo número real, ósea todo número real en el conjunto dominio, tiene la forma $b.a^x$, a eso vamos a llamarle una función exponencial.
Hablar de b no es hablar de dominio
Todas las funciones que tengan esta forma $g(x)=b.a^x$ con a y b positivos y a que no puede ser uno ($a \neq 1$).
La representación gráfica para el caso en donde b es menor que uno y mayor que cero ya no sería una función en donde se va a observar que es estrictamente creciente, vez que siempre es creciente la función , más bien seria así una función decreciente que también corta en uno.
Si a fuera uno, la función $g(x)=b.a^x$ no sería exponencial, sino constante.
Cuando b es mayor que uno no la función exponencial es creciente y cuando b es menor que uno obviamente mayor que cero la función exponencial es decreciente.
La función exponencial es un tipo de función diferente a la función contante, a las funciones lineales, a las funciones cuadráticas.
La función exponencial presenta solamente una asíntota horizontal
En general, a menos que nos coloquen alguna restricción o el problema se encuentre contextualizado, el dominio de la función exponencial va a ser el conjunto de los números reales.
Para esta clase usaremos para la función exponencial la forma $f(x)=ab^{x-h}+k$ porque va más de acuerdo al enfoque que van a utilizar para realizar gráficos,

explicaciones de las propiedades de este tipo de función.
Tabulamos solamente para algunos casos particulares con la idea de ver la tendencia.
Entre las letras *h* y *k*, una de las dos para la parte gráfica, no va a ser tan útil como la otra.
No hay que contentarnos con valores continuos, hay que reemplazar en la función, valores discretos seguidos.
La asíntota horizontal las vas a obtener de *k*
Cuando yo tengo que *x* es cero, tengo que su correspondiente imagen es uno. Entonces acá se origina el par ordenado 0 coma 1. Este es un punto clave, porque es un punto que es intersección con el eje coordenado.
Una vez que grafiquemos la asíntota horizontal, vamos a estar en condiciones de poder graficar la función exponencial.
$h(x)=e^x-1$, no es una función exponencial.
El rango de una función exponencial es cero abierto, hasta más infinito.
Una forma básica de la función exponencial pasa por uno, hay otros casos en donde no es una forma básica pero también pasa por uno.
3^x - 1 es una traslación de una función exponencial, porque la función exponencial, solamente sería la parte de tres a la equis. Lo que hace este menos uno, es simplemente trasladar lo que ya conocen como función exponencial
e es el numero neperiano.
Para el grafico de una función exponencial no es suficiente dar valores seguidos, porque a veces no se ve bien la tendencia
Para calcular el punto de corte con el eje *x* lo que tengo que hacer es igualar *f(x)* a cero.
Cuando yo tenga una expresión de este tipo, $a^x=b$, se sugiere despejarlo de esta manera, *x* es igual a logaritmo, logaritmo vamos a ponerlo así, neperiano de b, entre logaritmo neperiano de a ($a^x=b \rightarrow x=\dfrac{\ln b}{\ln a}$)
La función exponencial es una función real de variable real que siempre es creciente como característica No la presentaría la función exponencial de la forma $f(x)=ab^{x-h}+k$ porque el estudiante puede confundirse y pensar que es una fórmula y tiene que grabársela.
No es necesario aplicar la caracterización dada por Cauchy en la enseñanza de la

función exponencial debido a que las formas de función exponencial tienen las mismas características tanto algebraica como analítica, lo que nos interesa es que los alumnos aprendan tales características.

Tal como lo refiere Ramos (2013), la práctica de los profesores que poseen una creencia es la activación de algo muy parecido a la configuración cognitiva. Por lo que estas creencias las obtuvimos de las configuraciones cognitivas de los profesores. Asimismo, debido a que los profesores enseñan cursos de pre-calculo, son pocas las configuraciones cognitivas en la enseñanza de función exponencial. Además sabemos que las concepciones son resultado de varias configuraciones cognitivas, por tal motivos solo haremos una aproximación de la concepción de los profesores de pre-cálculo sobre este objeto matemático.

Una aproximación a la concepción de los profesores de precálculo en la función exponencial.

De acuerdo a las bagaje de creencias identificadas en los profesores A, B, C y D; podemos decir que para estos los profesores de pre-cálculo, una función exponencial es toda expresión matemática que tiene un término de la forma $f(x)=a^x$ con $a>0, a \neq 1$, para todo x un número real.

Una aproximación de concepción que deberían tener los profesores de pre-calculo

Por lo que hemos podido observar de las prácticas y la entrevista de los profesores, la aproximación de la concepción sería que los profesores conceptualizan la función exponencial como una regla de correspondencia de las formas $f(x)=a.b^x$, $f(x)=a^{x-h}+k$, $f(x)=e^x$, $f(x)=a^x$, con valores a, b positivos y la base diferente de uno. Los profesores señalan siempre la importancia de esta función en problemas de la vida real, pero consideramos que por cuestiones de tiempo sólo presentan una aplicación en variación poblacional (uno de ellos manifestó esto)

Por lo expuesto anteriormente, creemos que la concepción que debería también manejar el profesor que enseña este objeto matemático en cursos de pre-cálculo es la que relaciona las variables independientes y dependientes como: La función $f(x)$ que relaciona dos variables x, y, la primera que representa la progresión aritmética (variación constante) y la segunda que representa la progresión geométrica (variación porcentual), tal como lo indica Lima, et al (2000) (Ver página 29).

RESULTADOS Y CONCLUSIONES

A través de este estudio logramos identificar las creencias y una aproximación hacia las concepciones de los profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial en cursos de pre-cálculo. Entre estas creencias tenemos *"Una función exponencial es una función real de variable real que da la idea de crecimiento", "todas las funciones que tengan esta forma* $g(x) = b.a^x$ *con a y b positivos y a que no puede ser uno", "la función exponencial presenta solamente una asíntota horizontal,* $h(x) = e^x - 1$ *no es una función exponencial", "una forma básica de la función exponencial pasa por uno, hay otros casos en donde no es una forma básica pero también pasa por uno"* , las cuales fueron deducidas de las configuraciones cognitivas y de las entrevistas.

Los profesores coinciden en definir la función exponencial como una regla de correspondencia de la forma $f(x)=a^x$, con $a>0$, $a \neq 1$ y que esta función permite modelar situaciones reales. Sin embargo, ellos manifiestan que por cuestiones de tiempo solo dan la aplicación de incrementos poblacionales. De acuerdo evolución histórica de la función exponencial en donde se empieza a trabajar con este tipo de problemas y por las respuestas dadas en el cuestionario, podemos decir que para la mayoría de profesores, una función exponencial es toda expresión matemática que posee un término de la forma a^x con $a>0$ y con x un número real. Es decir, cualquier función que tenga este término es una función exponencial.

Uno de los factores que influye en esta creencia de definir la regla de correspondencia es el que la mayoría de los profesores se guían de un texto guía para la presentación de su clase de función exponencial, lo cual se corrobora con la configuración epistémica realizada.

Algunos de los profesores del estudio, definen la función exponencial como $f(x) = a^{x-h} + k$, pues consideran que el estudio de las asíntotas en sus estudiantes es muy importante para cursos posteriores. Esto nos hace ver que uno de los factores de enseñar de un modo u otro es dependiendo de la especialidad del estudiante.

Todos los profesores manifiestan no recordar la caracterización que presentó Cauchy para función exponencial. Sin embargo, refieren que alguna vez han visto dicha definición.

La mayoría de profesores toman en cuenta el contexto en el que se está realizando la enseñanza, es decir es importante para ellos el tipo de estudiantes para poder definir la función exponencial. Con esto concluimos que en estas enseñanzas existe un alto grado de idoneidad ecológica.

La mayoría de ellos considera la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial en el ámbito local del curso, teniendo en cuenta las evaluaciones. Consideran que este en un factor importante que debería tomarse en cuenta para definir de una u otra manera dicha función.

La mayoría de profesores considera para estudiantes de precálculo, dentro del tema función exponencial no debe faltar aplicaciones de crecimiento exponencial, tasa de cambio. Sin embargo, debido al tipo de estudiantes no consideran necesario el uso de problemas en donde involucre la función logística.

En las respuestas del cuestionario se identificó que sólo un profesor considera que la única forma de representar a la función exponencial es de la forma $f(x)=ba^x$ y cualquier otra función que no tenga esta forma, no es función exponencial. Esta forma es la misma que se define en el libro guía del curso que dicta y es la concepción del profesor.

De acuerdo al desarrollo histórico de la función exponencial podemos afirmar que el número *e* conocido como el número de Euler, que es igual a: $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$,resultó de un análisis que hizo Bernoulli para el interés compuesto.

De la revisión histórica y de la creencia de la función exponencial notamos que hay una cierta diferencia entre lo que los profesores y los textos presentan como definición de función exponencial. Un claro ejemplo de esto, se puede notar en algunos libros, se enuncia que una función exponencial es una función con ciertas condiciones para el dominio. Así como también, que toda función exponencial satisface la propiedad: $f(x+y)=f(x).f(y)$, lo cual en esta revisión histórica en totalmente diferente pues hemos visto que esto no es una consecuencia, sino es una condición necesaria para que se pueda llamar como función exponencial.

De este recorrido histórico podemos destacar que la función exponencial es aquella función de la forma $f(x)=A^x$, con $A>0$, para cualquier x real. Así también la podemos denotar como $f(x)=\exp(x)=e^x$, incluso también se puede definir como

$f(x)=\exp(x)=e^{ax}$, para algún número real a. De esto consideramos que matemáticamente hablando, las funciones de la forma $f(x)=b.a^{x}$, $f(x)=b.e^{x}+k$, $f(x)=b.a^{x-h}+k$, podrían llamarse tipos de funciones exponenciales, pero no serían función exponencial debido a que no satisfacen la propiedad $f(x+y)=f(x)f(y)$. Sin embargo, los profesores en sus prácticas, no muestran la función exponencial como la caracterizo Cauchy, debido a la transposición didáctica, llegando a usar los tipos de funciones exponenciales que resultan más familiares con los ejercicios y aplicaciones a trabajar. Además, de acuerdo a las respuestas obtenidas de la entrevista podemos notar que los profesores no identifican la diferencia de los términos *función exponencial* y *tipo de función exponencial*. Por otro lado notamos que de las definiciones presentadas en algunos textos como el de Elon Lima, Leithold y la de los textos guía, que caracterizan la función exponencial, no coinciden con la caracterización matemática dada por Cauchy.

Además, los profesores presentan la función exponencial en su clase sin considerar la caracterización dada por Cauchy, porque hacen una transposición didáctica con ayuda de los textos de acuerdo con el tipo de alumnos de su clase. Conocen dicha caracterización matemática de la función exponencial (aunque la relacionan con la definición dada Lima, et al (2000)), pero de acuerdo a las necesidades inmediatas para su enseñanza definen a la función exponencial sin considerarla. En esta investigación el saber sabio corresponde a la caracterización de Cauchy de la función exponencial definida solamente como $f(x)= e^{ax}$, para algún número real a; sin embargo, debido a la necesidad que tiene los profesores de hacer llegar este concepto matemático a los diferentes tipos de alumnos, de las distintas carreras, consideramos que este es el principal motivo por el cambio que ha tenido al ser definido incluso en los libros de texto de diferentes formas. De acuerdo con los resultados obtenidos podemos concluir que en la enseñanza de la función exponencial no es un factor indispensable que los profesores presenten a los alumnos de precálculo la caracterización de función exponencial dada por Cauchy ya que esto no origina ningún conflicto semiótico en el aprendizaje de esta función y no afecta los objetivos a los que se pretende llegar en sus respectivos cursos.

Creemos que las diferentes presentaciones de libros y de profesores de la definición de función exponencial son con un determinado fin específico, ya que quizá para cierto curso o ciertas aplicaciones sea conveniente este tipo de presentaciones (de la función exponencial) o ya sea que por la simplicidad del lenguaje llaman función exponencial a la que más se acomode a su enseñanza.

Las preguntas de investigación fueron resueltas, pues logramos conocer las creencias de los profesores de pre-calculo en la enseñanza de función exponencial. Así también logramos conocer que una de las naturalezas de estas creencias son los libros de texto, específicamente los libros guía.

Como el significado de un objeto matemático, en este caso la función exponencial, se considera como un conjunto de prácticas en las que dicho objeto es un dato esencial y las concepciones son los significados personales sobre este objeto y no hemos podido obtener todos los significados personales de los profesores por tratarse de un curso de pre-cálculo (no enseñan ni hacen uso de derivadas ni de integrales, por ejemplo), no se ha podido señalar las concepciones de los profesores sobre el objeto matemático función exponencial, por tratarse de un curso de pre-calculo (no estudian ni derivadas ni integrales) pero creemos que una aproximación es la de regla de correspondencia de la forma $f(x)=ba^x$, con $a>0$, $a \neq 1$. Creemos importante el que usen el significado de variación porcentual para esta definición.

De acuerdo con la evolución histórica vemos que la función exponencial y logaritmo están muy relacionados a problemas de crecimiento. Con respecto a esto, se pudo observar que en las clases no se define la función logaritmo. Sin embargo consideramos que es necesaria una retroalimentación de este objeto matemático, así como el uso de la calculadora, ya que se ve que para el despeje de la variable independiente de la función exponencial se utilizará este objeto matemático. Por ejemplo, se pudo percibir un conflicto en los estudiantes al momento de aplicar, la propiedad dada en clase de $\ln e = 1$, para la simplificación de problemas con base e, pues asumían que $\lg e = 1$.

Entre las preguntas que hubiésemos querido hacer posteriormente a este trabajo se encuentran las siguientes: ¿De qué manera influyen las concepciones de los profesores en sus creencias en el tema función exponencial?, ¿De qué manera influyen las concepciones de los profesores en la enseñanza de la función exponencial? ¿De qué manera influyen las creencias de los profesores de nivel superior en la enseñanza de la función exponencial?

Entre las limitaciones presentadas en este estudio ponemos de manifiesto que la mayoría de profesores prefirió que sus clases fueran grabadas solo en audio y no en video. Por este motivo, se llegó a acordar que sólo una de las clases seria grabada en audio y video y las otras serian grabaciones en audio. Por otro lado, se pudo observar que en la clase en donde sí se hizo la grabación en audio y video, los alumnos no participaban como acostumbraban, y de acuerdo con el profesor, sus estudiantes se sentían cohibidos.

Entre los aspectos positivos observadas en el desarrollo de esta investigación tenemos la buena disposición de los profesores para colaborar con este estudio. Los cuatro sujetos de estudio fueron profesores compañeros en la maestría de enseñanza de la matemática y enseñaban en instituciones diferentes por lo que se hizo fácil el acceso a ellos para la aplicación de la entrevista y cuestionario; los escenarios donde se realizó este estudio fueron dos universidades particulares en donde se tuvo fácil acceso para grabar las clases.

El análisis de las prácticas de los dos profesores nos permitió diseñar una entrevista y un cuestionario que se aplicaron a los otros dos profesores a quienes no se les grabó su clase. Esto nos permitió obtener un mayor panorama de las creencias que tienen algunos profesores de pre-cálculo sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial.

Consideramos que este trabajo puede complementarse con otras investigaciones. Aquí presentamos algunas posibilidades:

Realizar un análisis de prácticas con profesores que dictan cursos de nivel superior en donde se trabaje la función exponencial de forma analítica e identificar las creencias y concepciones de éstos.

Realizar un cuestionario con preguntas sobre la definición epistemológica de la función exponencial para identificar la concepción de los profesores de pre-cálculo.

Reformular las preguntas de la entrevista y cuestionario a partir de una nueva mayor muestra de profesores que dicten el tema función exponencial en cursos de cálculo y análisis, e identificar la influencia de las concepciones de los profesores en sus creencias.

REFERENCIAS

Advíncula, E. (2009). *Una situación didáctica para la enseñanza de la función exponencial, dirigida a estudiantes de las carreras de Humanidades.* (Tesis de maestría) PUCP, Perú.

Aguilar, S. y Sellanes, R. (2012) ¿Qué tienen en común los logaritmos, Fibonacci, las elecciones nacionales, los estados de cuentas y un señor llamado Benford? *CUREM 4*, p. 82-88.

Cauchy. A (1821) *Cours d'analyse.* Lecole Royale Polytechnique. Traducido del francés Recuperado de https://archive.org/stream/coursdanalysede00caucgoog#page/n223/mode/2up

Chevallard, Y. (1998) *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*, 1998. Francia: AIQUE.

Contreras, A., García, M. (2011). Significados pretendidos y personales en un proceso de estudio con el límite funcional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México, v.14, n.3, pp. 277–310

DRAE (2013). *Diccionario de la Lengua Española*. Recuperado de http://lema.rae.es/drae/?val=creencia

DRAE (2013). *Diccionario de la Lengua Española*. Recuperado de http://lema.rae.es/drae/?val=concepción

Faerma, A. (1996). *Introducción a la teoría pragmática del conocimiento*. Madrid, S. XXI

Farlex, I. Hotchalk P. (2013) *The free dictionary.* Recuperado de: http://es.thefreedictionary.com/creencia

Farlex, I. Hotchalk P.(2013) *The free dictionary.* Recuperado de: http://es.thefreedictionary.com/Concepci%c3%b3n

Flores, P. (1998), *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada: Editorial Comares

García, L.; Azcárate, C. y Moreno, M. (2005). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. México: *Relime*, vol.9, núm. 1.

García, E. (2006). Un estudio descriptivo de las interacciones en el aula. Elemento de análisis en la reprobación y rezago de cálculo. (Tesis) Universidad autónoma de Yucatán, México

Gil, F. y Rico, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, p.27.

Godino, J. D., Font, V. Contreras, A. y Wilhelmi, M. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362006000100006&script=sci_arttext

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2007). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, *Vol. XXVII*, Nº 2.

Godino, J. D. y Font, V. (2007). Algunos desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/anexo1_significados%20sistemicos.pdf

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2008). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*, Brasil. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf

Latorre, A., Rincón, D. y Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa.* Barcelona: Recuperado de https://docs.google.com/a/pucp.pe/document/d/1rJVvR3V2a1GhWWBvujpdvIys4UmfyZaqkVmi-0OSAJU/edit

Lima, E., Carvalho, P., Wagner, E. & Morgado, A. (2000). *La Matemática de la Enseñanza Media* (Vol. II). Lima: IMCA.

Llinares, S. (1989). Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos. (Tesis doctoral). Universidad de Sevilla, España.

Llinares, S. (1998). La investigación “sobre” el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *AULA. Revista de Enseñanza e Investigación Educativa.*

Martínez, G. (2002) Explicación sistémica de fenómenos didácticos ligados a las convenciones de los exponentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 5 (1), p. 45-78

Morales (2011) Un breve estudio histórico y epistemológico de la función exponencial y análisis de algunos libros de texto**.** *Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística* Vol. 10, p. 123-129

Morales, Z (2013). *Análisis de las transformaciones de las representaciones semióticas en el estudio de la función logarítmica en la ecuación escolar*. (Tesis de Maestria). PUCP. Lima-Perú.

Moreno, M. y Azcarate, C. (2003). *Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales*. Recuperado de http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/articl e/viewFile/21935/21769

Pino, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada.* (Tesis doctoral). Universidad de Granada-España.

Ponte , J. (1999). *Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en la formación de maestros*. Universidad de Lisboa, Portugal. Traducción de Casimira López. Recuperado de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS -SP/Las%20creencias.pdf

Ramos, A. B. (2005). *Objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado y cambio institucional. El caso de la contextualización de funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales*. (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, España.

Ribnikov, K. (1974). *Historia de las matemáticas*. Moscú, Rusia: Mir.Traducido al español, 1987

Rodríguez, L. (2005). *Análisis de las creencias epistemológicas, concepciones y enfoques de aprendizaje de los futuros profesores*. (Tesis doctoral): Universidad de Granada, España

Rodríguez, I (2011). *Del saber a enseñar al saber enseñado: una interpretación de la trasposición didáctica en matemática.* España: UIEMAT

Rubio, N., Font, V. y Planas, N. (2008). *Análisis didáctico, una mirada desde el enfoque ontosemiótico*, en C. Gaita (ed.) Actas del III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas, pp. 159-181. Lima: PUCP.

Rubio, N (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. (Tesis doctoral) Universitat de Barcelona, España

Sánchez, M. (2010). *How to stimulate rich interactions and reflections in online mathematics teacher education?* (Tesis doctoral) Roskilde Universitet, Dinamarca

Tapia F. (2003). Historia de los logaritmos. México DF, México, Recuperado de http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/2-2-1-logaritmos.pdf

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. *En Handbook on mathematics teaching and learning.* (pp. 127-146). New York: Macmillan.

Vargas, J (2012). *Análisis de la práctica docente: El caso de la función exponencial.* (Tesis doctoral) Universidad de Salamanca, España

Wieleitner, H. (1932). *Historia de las matemáticas*. Barcelona, España: Editorial Labor.

APÉNDICE A

TRANSCRIPCIÓN DE LA CLASE-PROFESOR A

TIEMPO	TRANSCRIPCIÓN	COMENTARIO
Introducción a la clase (2´,40´´)	Profesora: Haber chicos, buenos días Que tal su fin de semana, ¿fin de semana de estudio? Por qué se ríen, se supone que han estudiado, que han repasado sus cosas….se siguen sonriendo, no entiendo, bueno. Hoy día vamos a comenzar con otro tema ¿sí? vamos a empezar aprendiendo con lo que respecta a que es función exponencial. Hoy día vamos a empezar en realidad con algunas cosas básicas ¿sí?, Viendo qué es una función exponencial, cómo graficar la función exponencial y vamos a modelar solamente un problema, una situación real ¿sí?, como una función exponencial ¿sí?, solamente pensando en un problema en particular porque la próxima clase del día viernes vamos a ver ya problemas contextualizados sobre función exponencial y nos vamos a focalizar en eso ¿sí?, entonces hoy día vemos lo básico de función exponencial y el día viernes nos concentramos en problemas contextualizados y modelizados para modelar situaciones reales como funciones exponenciales y vamos pensando en un poco más de nivel ¿ya? Así es que esta clase es la que tienen que aprovechar al máximo porque si entienden la clase de hoy la clase del viernes, yo pienso que se les va a hacer un poco más sencillo ¿sí?, porque piensen que hoy día vemos conceptos, vemos ah cómo graficar, la próxima clase se les va a pedir lo mismo, pero un poco más, así que si aprovechan bien la clase del día de hoy, la clase del viernes van a asimilarla mejor. Entonces yo creo que ya debemos empezar.	
(5 minutos) Introducción a la función exponencial	Profesora: Bueno, qué es una función exponencial, para empezar. Bueno decimos que una función real de variable real ¿sí?, O sea de R hacia R ($g : R \to R$) es de tipo exponencial, cuando para todo número real, o sea todo número real que yo tome en el conjunto dominio, que hemos llamado dominio en donde está definida mi función g se tiene que su respectivo valor tiene esta forma, para cada número real ok? Tiene la forma $b.a^x$, a eso vamos a llamarle una función exponencial, pero además a y b son constantes positivas y además también a no puede ser uno ($a \neq 1$) ¿ok? Función exponencial entonces vamos a llamar a todas las funciones que tengan esta forma $g(x) = b.a^x$ con a y b positivos y a que no puede ser uno ($a \neq 1$) *Participación alumno: Profesora pero aquí el cero también es positivo (se refiere al valor que puede tomar a)*	Explicación de la profesora sobre las características de la función exponencial y una breve participación de los alumnos

	Profesora: El cero no es positivo, No más bien en algunos colegios, en algunas oportunidades, en algunas enseñanzas lo que te dicen es el cero es natural o el cero no es natural, pero el cero nunca va a ser positivo, si te dicen que en algunos casos el cero es positivo y en algunos otros no, te están engañando, el cero nunca es positivo, o sea positivo a partir de mayores que cero, ¿sí? en algunos contextos podemos considerar como el cero natural y en otros casos no, eso sí se puede aceptar, pero que sea cero positivo, nunca ¿ya?. Entonces cuando decimos positivos, estamos considerando cantidades mayores que cero ¿sí?, bien. Entonces eso es lo que necesitamos saber, ahora viene una pregunta y de nuevo ya saben ¿sí?, que van a intervenir, van a participar todo lo que puedan ¿sí?, serán bien recompensados por eso. Y la pregunta es ¿Por qué creen que esta base a no puede ser uno (en $g(x)=b.a^{x}$). Acá tienen la función exponencial, porque me dicen acá "Este a no puede ser uno" .Quieres responder, Pablo: *Alumno: Porque si "a" fuese uno, los resultados de para todos los valores del dominio siempre serian lo mismo.* Profesora: Que tendría entonces *Alumno: Sería una función constante.* Profesora: Sería una función… constante, sí porque tendría uno a la x acá, que sería uno por b, b ($1^{x}.b=1.b=b$) sería una función constante, y este es un tipo de función diferente a la función contante, a las funciones lineales, a las funciones cuadráticas, entonces por eso es que acá colocan esta restricción de que a no puede ser uno, por la razón que acabamos de mencionar, ¿Quedo claro esta parte?, ¿sí?, estas son cosas más que nada conceptuales, así como la pregunta uno de su evaluación individual en la que hemos notado mayor cantidad de alumnos que se han equivocado, entonces tienen que estar atentos a este tipo de preguntas también ¿ok?, bien y ¿cuál sería el dominio de la función g?, el dominio…	
	12 segundos…	Los alumnos observan en la pizarra e intentan responder
	Alumno: Los reales menos el cero. Profesora: Los reales menos el cero ¿sí?, ¿y por qué los reales menos el cero? ¿Por qué x no puede	Participación constante de los

	tomar el valor de cero? ¿Por qué? El dominio de g que cosa quiere decir, son los valores que puede tomar la variable independiente x ¿sí?, los valores para los cuales está bien definida ¿sí?, esta función (por la función g) entonces ¿por no podría tomar x el valor de cero? *Alumno: si puede* Profesora: ¿O si puede? *Alumno2: a seria uno* Profesora: ¿a seria uno? No me dicen a son constantes positivas, no me dicen que valor particular *Alumno1: pero si x toma el valor de cero la función seria el valor de uno* Profesora: No no no, si x es cero tendría acá uno por b, b ($1^0.b = 1.b = b$), *Alumno2: Claro está bien* Profesora: ¿pero y por eso no puede ser uno? *Alumno2: Sí puede ser cero* Profesora: ¿puede o no puede? Profesora: ¿puede o no puede? *Alumno2: Sí*	alumnos
(5 minutos siguientes)	Profesora: haber dónde está la duda, ¿todavía hay dudas?, ¿No?, entonces viene a ser el dominio, está bien definida esa función cuando x es igual a cero, va a tener su correspondiente valor ¿cierto? Entonces donde hay problemas ¿hay problemas para algún valor de x? ojo para algún valor de x real ¿hay algún problema para algún valor de x real? *Alumnos: No* Profesora: No, entonces cuál es el dominio de una función exponencial en general *Alumnos: Los números reales* Profesora: El conjunto de los números reales, para cualquier número real ustedes van tener que esa función está bien definida ¿sí? Entonces en general, a menos que nos coloquen alguna restricción o el problema se encuentre contextualizado, el dominio va a ser el conjunto de los números reales ¿sí? bien, Si no tenemos restricciones, si no tenemos problemas contextualizados, si solamente nos dan funciones de esta forma (muestra $g(x) = b.a^x$)., obviamente que para a y b positivos, con a y b diferente de 1, entonces vamos a tener que el dominio de mi función exponencial va a ser todos los números reales y vamos a ver un ejemplo ¿sí? y este ejemplo es el problema 1 a de la página 82 de su libro que ya lo he copiado aquí ¿sí? y vamos a empezar por graficar esta función exponencial. Esta	

función exponencial que nos dan aquí es 3 a la x,

1. Grafique y halle el dominio y el rango de las siguientes funciones:
   a) $f(x) = 3^x$
   b) $f(x) = 3^{-x}$
   c) $f(x) = 3^x + 1$

Y ¿cómo creen que vamos a graficar esta función?, seguro que hemos visto, si una función exponencial esta

¿Es o no es una función exponencial, según lo que acabamos de describir?

Alumnos: sí

Profesora: ¿Sí?.¿Por qué?

Alumnos: Porque b ahí seria uno y a seria 3

Profesora: b sería uno y a 3, ¿Si?

a y b son mayores que cero con la base de mi función exponencial diferente de uno, ya está!. Entonces tenemos una función exponencial, ¿Cómo grafico esa función exponencial?, ¿que sugieren?

Alumnos: Tabular

Profesora: Tabular... ya

Pero tabulamos solamente para algunos casos particulares con la idea de ver la tendencia ¿sí?, no es que solamente, nos que es solamente para esos valores vamos a... , unos, unos que otro valor. A ver, entonces tabulamos para valores de x y su respectivo correspondiente imagen $f(x)$.

A ver sugerencias, en que puntos debemos evaluar el valor de $f(x)$

Alumno: cero

Profesora: Ya cero, y cero es un punto clave, ¿Por qué? Porque el valor de mi función ¿cuál es?, Cuando x es cero

Alumno: uno

Profesora: Es uno,

Ya está, si tengo acá uno, para x uno, voy a tener 3.

Vamos a pensar en valores positivos de x primero, pero no hay que contentarnos con valores continuos, con valores discretos seguidos ¿sí?, de uno podemos saltar al punto 5 por ejemplo, para x, cuando x es 5 ¿Cuál es su correspondiente?

Alumno: 243

Profesora: 243,

	Cuando x es por ejemplo 10, Podemos hacer esos saltos… Yo creo que va a estar un poco difícil que lo hagamos mentalmente. *Alumno: 59049* Profesora: Listo ¿59049? *Alumnos: Si* Profesora: Listo ¿59049?, ya está, ¿qué más? Pensamos en otro valor, un poco más grande, por ejemplo 18, cuando x es 18, ¿Qué va a suceder?, ¿Cuánto vamos a obtener? 3 a la 18 tendríamos ¿no? *Alumna: Tendríamos trecientos ochenta y siete, jaja…* *Alumno: 387420489* Profesora: ¿Listo?, ya está. Entonces que está sucediendo, para empezar vamos, vamos por partes ¿sí?, vamos por partes y vamos diciendo, ya está, cuando yo tengo que x es cero tengo que su correspondiente imagen es uno ¿sí?, entonces acá se origina el par ordenado 0 coma 1, este es un punto clave, porque es un punto que es intersección con el eje coordenado, ¿con que eje coordenado? *Alumno: y, x* Profesora: ¿y, x? *Alumno: y*	
(5 minutos siguientes)	Profesora: con el eje y. Entonces que pasa, observen aquí, que pasa cuando el valor de x crece, este valor puede crecer mucho, cuando ese valor crece mucho ¿Qué sucede con las imágenes de esta función? *Alumno: crece* Profesora: Ah? *Alumnos: crece* Profesora: Crece mucho, entonces vamos a, estas cosas vamos a tomarlas en cuenta para cuando hagamos el gráfico ¿sí? Entonces podemos graficar por lo pronto esta parte. Tenemos acá así x, tenemos el par ordenado cero coma uno es este punto de acá, que vamos a considerarlo aquí, cero coma uno ¿ok?, que mas, cuando x crece ¿Qué pasa con el valor de la función? Con los valores de la función *Alumnos: crecen también* Profesora: Crecen también, entonces cuando yo digo los valores de x crecen, ¿para qué lado me estoy dirigiendo del eje x?	Profesora analiza la función exponencial propuesta. Siempre pide la participación constante de los alumnos.

	Alumnos: para el derecho Profesora: Para el derecho, entonces, conforme yo valla hacia el lado derecho, me dicen mi función va creciendo, y cuando me dicen mi función va creciendo obviamente yo voy pensando en que va haciendo esto, en movimiento hacia arriba ¿verdad?, entonces conforme yo valla a derecha en x , mi función crece , vamos viendo eso , conforme x crece, mi función crece, ¿sí?, no coloco puntos, porque como les digo acá solamente estamos dando algunos casos discretos, algunos valores, pero entre 1 y 5 hay infinitos valores pues ¿sí? y se va a notar este crecimiento, entonces eso es lo que lo hemos simplificado al decir que cuando el valor de x crece mucho sus respectivas imágenes también van aumentando, y esto se traduce en el grafico como lo que ustedes ven aquí, ¿ok?, y ahora vamos viendo hacia el otro lado de x, porque hasta ahorita tenemos para los valores de x desde cero hacia más infinito ¿Qué pasa ahora cuando voy a valores negativos? Cuando x es menos uno por ejemplo? *Alumno: un tercio* Profesora: Un tercio que ¿es? Cero como tres periodo en tres, ¿Qué más?, cuando x es por ejemplo menos cuatro *Alumno: uno sobre ochentaiuno* Profesora: Uno sobre ochentaiuno, que ¿es? *Alumnos: cero coma uno* Profesora: Cero coma uno, ¿exacto sale? *Alumno: no, sale 0,012345679* Profesora: Ya bueno eso, y que pasa cuando x es menos 15, ¿qué es lo que está pasando con el valor de las imágenes? cuando x es menos 15, ¿qué está sucediendo? *Alumno: es recontra pequeño* Profesora: Pero que tan pequeño, hay que pensar en eso también *Alumno: es 6,96 por 10 a la menos 8* Profesora: 6,96 por 10 a la menos 8 ¿sí?, hay que tomar en cuenta también eso porque 10 a la menos 8 ¿Qué significa? Por diez a la menos ocho? *Alumno: va a 8 correr ceros* Profesora: Claro, la coma cuantos espacios va a correr hacia la izquierda *Alumno: ocho* Profesora: claro, ósea esta cantidad esta entre que valores? ¿Entre que valore enteros? *Alumno: cero y uno*	

	Profesora: ¿entre? *Alumno: cero y uno* Profesora: Cero y uno ¿sí?, se acerca más a cero o se acerca más a uno *Alumno: a cero* Profesora: se acerca más al cero o sea ¿Qué pasa cuando los valores del x decrecen?, cuando se van hacia menos infinito?, ¿Qué pasa con los valores de sus imágenes? *Alumno: decrecen* Profesora: Decrecen, pero ¿hacia dónde va? *Alumno: hacia abajo* Profesora: ah? Se acercan a que valor? … *Alumno: cero* Profesora: A cero ¿ok?, se acercan a cero, pueden intentar darle por ejemplo un valor más grande acá, bueno más grande en valor absoluto, más grande por ejemplo menos 200, ese valor no va a llegar a ser cero en ningún momento pero se hace más cercano a cero nada mas ¿ok?, entonces cuando el x decrece, este, las imágenes se van acercando a cero, ¿Cómo grafico eso?, ¿Cómo interpreto eso gráficamente? *Alumno1: Este, hasta antes del cero* *Alumno2: sí, claro* Profesora: a ¿sí? *Alumno: no, no, sin chocar la línea*	
(5 minutos siguientes)	Profesora: Por eso yo decía, ¿va a ser cero?, ¿no llega a ser cero? Ah? *Alumno: se aproxima* Profesora: Se aproxima, entonces no debe tocar el punto, ¿Qué parte no debe tocar? *Alumno: el eje x* Profesora: El eje x ¡sí!, debe solamente aproximarse, debe ser muy cercano, ¿Cómo interpretamos eso?, cuando voy hacia la izquierda, porque es para valores de x negativos, se aproxima mucho a cero pero no llega a ser cero nunca , entonces eso lo interpreto así…..y eso va a seguir siendo de esa manera, bueno más bonito todavía ¿sí?. Cuando x va decreciendo, el valor de sus imágenes, el valor de la función se va a aproximando a cero, cuando yo digo que se aproxima a cero quiere decir que se aproxima al eje x ¿no? Porque son solo valores de y iguales a cero, cuando tenemos el eje x, pero nunca	

	va a ser cero, o ¿para algún valor de x puedo tener tres a la x es cero? ¿Para algún valor de x puedo tener que esta función puede ser cero *Alumno: no* Profesora: ¿Para algún real x?, ¿sí?, a ver, le pongo 20 en su próximo examen si me encuentran algún valor de x para el cual tres a la x es cero *Alumno1: no hay* *Alumno2: 0,48, mmm no se* Profesora: ¿0,48? A ver, queda como tarea sino, ¿ya?, lo pueden averiguar si quieren, pero yo les digo, yo ya me adelanto a decirles que no lo van a encontrar *Alumno2: 0,48, no hay* Profesora: ¿sí?, pero tienen que asegurarse de eso pues. Entonces qué pasa cuando los valores de x van decreciendo, los valores de la función se aproximan a cero, entonces esto es el análisis que ustedes tienen que trabajar cuando les pidan hacer el gráfico de una función exponencial, ¿sí?, entonces eso lo tienen acá, cuando x va creciendo, sus imágenes también crecen, y cuando x decrece sus valores se aproximan a cero. Pregunto: ¿Cuál es el dominio de esta función exponencial?, vamos a poner acá, este es el gráfico… Dominio de f, *Alumnos: Los reales* Profesora: todos los reales, si es que no les dan ninguna restricción de nuevo, o el problema no está contextualizado, entonces va a ser en general el dominio de una función exponencial todo el conjunto de los números reales, para cualquier número real, ustedes pueden encontrar tres elevado a ese número real, ¿ok?, bien ahora tiene acá, bueno el gráfico de la función , ¿y cuál es el rango de esta función?, cual es el rango de esta función?, ya les dije para eso el gráfico me ayuda mucho. *Alumnos: cero abierto hasta más infinito* Profesora: Cero abierto, hasta más infinito *Alumno: abierto* Profesora: Abierto, ¿ok?, muy bien ¿y cuál o cuáles son las intersecciones del gráfico de la función dada con los ejes coordenados? *Alumno: uno y cero* Profesora: Cuando a mí me dicen intersección del gráfico, el gráfico el conjunto formado por qué? ¿Por números reales?	

	Alumno: por pares Profesora: Por pares ordenados, hemos visto el conjunto gráfico de una función como se define como conjunto de pares ordenados, entonces si a ustedes les dicen cuál o cuáles son las intersecciones del gráfico con los ejes coordenados, obviamente ustedes lo que tienen que dar son pares ordenados *Alumno1: cero como uno* Profesora: ¿Sería? *Alumno2: cero como uno* Profesora: cero coma uno, claro es la única intersección ¿verdad?, entonces ahí responderían con cero uno. ¿Sí?, esa es la intersección, ¿habrá otra? *Alumnos: No* Profesora: Ya está, entonces ustedes tendrían que responder para este caso en particular, la intersección con el eje coordenado, y sería cero coma uno ¿sí? Este es la intersección con el eje "y". Bien ahora si a trabajar ustedes esta nueva función exponencial. ¿Sí?, hemos hecho para el caso de la función tres a la x, ahora como sería el grafico de esta nueva función exponencial. ¿Deseas salir a la pizarra?	
(5´40'' siguientes)	*Alumno: si* Profesora: ok, a ver quién iba a salir, Pablo, pero tienes que explicarlo ah Igual ya, para esta nueva función exponencial además le piden graficar, dominio, rango, intersección o intersecciones con los ejes coordenados *Alumno: Profesora ¿y cuando el exponente es negativo?* Profesora: Cuando el exponente es negativo, ¿Cómo negativo? *Alumno: o sea el x seria menos x.* Profesora: Ah lo que pasa es que por ejemplo ahí… (por el ejercicio 1b)) 1. Grafique y halle el dominio y el rango de las siguientes funciones: a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = 3^{-x}$ c) $f(x) = 3^x + 1$	
…5´,30´´…		Tiempo para que

		los alumnos resuelvan sus ejercicios y uno de ellos resuelva en la pizarra el siguiente ejercicio
(5 minutos siguientes)	Profesora: A ver va a explicar su compañero, ¿sí?, le piden graficar la función un tercio a la x. ¿es una función exponencial, o no?, ¿satisface las condiciones de función exponencial? *Alumno: Sí* Profesora: ya cuáles son esas condiciones entonces que está cumpliendo *Alumno: a y b positivos* Profesora: a y b positivos, ¿entonces "a"? *Alumno: Un tercio* Profesora: Un tercio *Alumno: No a es 3* Profesora: Bueno, la base es un tercio, ya está! La base debe ser positivo, y la base b es un tercio, ¿Cuánto es el coeficiente?, ¿cuál es el valor de a? *Alumno: Uno* Profesora: Uno, son contantes positivas y la base es diferente de uno, ya está! ¿Cómo estás planeando hacer el gráfico, o bueno, como has hecho el gráfico? *Alumno: bueno tabulé, y en realidad es lo mismo que el anterior, no más que para valores negativos sale lo de los valores positivos y para valores positivos sale lo de los valores negativos* Profesora: Claro porque es la función inversa. *Alumno: Por el hecho de que es un tercio, esto ya está de la forma inversa, así que es lo mismo, nomás que para valores negativos, positivos. Y no lo tabulas y..* Profesora: Ya cuando x crece mucho? *Alumno: Ya cuando x crece, la imagen se acerca cada vez más a cero y cuando x decrece la imagen se va al infinito positivo* Profesora: Ya entonces eso como lo traduces aquí. *Alumno: Es la misma función, pero como si la volteases, con un espejo* Profesora: Esta parte quiero que expliques: Cuando x crece que pasa con los valores de la función.	Profesora pide a un alumno que explique un ejercicio en la pizarra. El alumno empieza a tabular y a analizar el comportamiento de la función.

	Alumno: ya, cuando x va creciendo, los valores de la función se van acercando cada vez más a cero, ¿si se entiende? Profesora: sí claro *Alumno: Y cuando x decrece, los valores se van al infinito positivo* Profesora: Sí ¿Tienen alguna pregunta para su compañero? *Alumna: Sí* Profesora: Pueden preguntar *Alumna: Lo que pasa es que si podría explicar cómo es que ha hecho el gráfico.* *Alumno en pizarra: ¿Cómo he hecho el grafico?, ah ya. Lo primero que tienes que saber es lo mismo (por el ejercicio 1a que resolvió la profesora), tabular…* Profesora: Claro lo que pasa es lo que yo te decía Pablo, o sea tú te das cuenta muy fácilmente que es al revés que es así, que los negativos están para acá y que los positivos estaban por allá, tú te das cuenta, pero tabulando, si tú haces las tabulaciones para algunos valores positivos, cuando x crece que sucede, ¿Qué es lo que has encontrado? *Alumno: Se va acercando a cero* Profesora: Entonces esa parte anda traduciéndola, el gráfico ¿Cómo sería? Alumno: Ya mira por ejemplo cuando x es uno supuestamente, más o menos acá sería uno, eso es 0,03, igual puedo asumir cuando x es 4, 12, 15 es 0,0000… Pero va a ir disminuyendo acercándose ¿a? *Alumno: A cero* Profesora: A cero, pero cero en lo que se refiere al eje y, no en altura, y el valor del cero en el eje y ¿cuándo se alcanza? Que es el eje x ¿no?, entonces se acerca a cero, no dice que va a ser cero en algún momento, se acerca a cero por eso hace esto ¿sí? por eso se hace esto que se acerca a cero cuando el x crece me voy acercando más a cero, me voy acercando más al eje x ¿sí?, ya está ¿y cuando x decrece? *Alumno: Cuando x decrece los valores se vuelven positivos y se acercan más al infinito positivo ¿entendieron? Jaja..* Profesora: cuando x decrece que es al eje x pero izquierdo al eje x negativo, cuando me voy en esta dirección, cuando el x decrece en esta dirección obviamente ¿Qué pasa con mi función?, va ir creciendo mucho, o sea que se va ir, cuando yo mas así, mi función va a ir creciendo ¿sí? va a ir creciendo más, por eso es que he hecho esta tendencia, creciente ¿Ok?, Gracias Pablo Alumna: Una pregunta	

	Profesora: ¿sí? Alumna: En la función exponencial, llega a pasar por el cero coma cero ¿no? ¿Nunca? Profesora: A ver esta es una buena pregunta ¿Qué creen? ¿Va a pasar por el punto, por el par ordenado cero coma cero? Alumnos: No, implicaría que toque el cero, no pueda la exponencial. Profesora: ¿Nunca? Alumnos: No, tendría que tener un menos uno al costado, o sea tendría que ser una función de tres por ejemplo a la equis y al lado tener otra unidad, una resta no sé, y en ese caso si pasaría por el cero coma cero Profesora: pero, ya, muy bien muy bien, muy buena observación lo que acaba de decir. Su compañero dice, deberíamos tener una función por ejemplo yo le llamo h de x, que sea de este tipo: $h(x)=e^{x}$ - 1 Alumno: Pero no necesariamente uno, o sea un valor que haga cero. Profesora: Ya pero con uno da en algún momento cero ¿no? Alumno: No sé Profesora: Ya entonces con ¿cuál sería?	
(5 minutos siguientes)	Alumno: Con cero funciona Profesora: Con cero funciona no, porque cuando x es cero seria uno menos uno es cero, o sea la tabla va a salir el par ordenado cero coma cero Alumno: Sí Profesora: Pero pregunta, según lo que hemos definido como función exponencial ¿esta es una función exponencial? Alumnos: No, no, porque es b por, a a la equis Profesora: Claro, hemos dicho que la función exponencial en general tiene esta forma, b por a la equis ($b.a^{x}$), entonces esta función que acabamos de escribir con el nombre de h de equis ¿tiene esta forma? Alumnos: No Profesora: ¿No?, entonces ninguna función exponencial se va a comportar así. Alumno: entonces esa función qué es Profesora: qué Alumno: entonces esa función ¿qué es? Profesora: En realidad si te das cuenta es una traslación de una función exponencial, porque la función	Profesora analiza las características de la función exponencial que define en clase.

exponencial, solamente sería la parte de tres a la equis que hemos analizado ya, esto, el menos uno lo que está haciendo es trasladarla ¿sí? lo que está haciendo es el gráfico,¡ya! Lo baja en uno, una unidad, eso es lo que está haciendo, pero no se está comportando como una función exponencial, según lo que hemos definido, según como nosotros vamos a trabajar, claro en algunos casos te van a pedir graficar digamos esa función, sin embargo no te dice, no te pueden especificar que es una función exponencial, porque siempre nos seguimos al que hemos definido como una función exponencial ¿sí?, pero es muy buena la observación que han hecho. ¿ok?. Alguna pregunta sobre estas cosas, alguna pregunta adicional, ¿No?, entonces lo que hace este menos uno, le puedes poner más uno, menos tres, mas tres es simplemente trasladar lo que ya conocen como función exponencial por si acaso, ¿ok? Bien

A ver quién nos responde esta parte, dominio, rango, intersección con los ejes coordenados

Ya sabemos quién han participado (le pregunta a la delegada)

Alumno: El dominio sería igual a todos los reales

Profesora: ¿dominio?

Alumna: Todos los reales

Profesora: conjunto de todos los números reales

Alumna: Y el rango abierto en cero, más infinito abierto

Profesora: yaaa, de cero a más infinito abierto, y..

Alumna: ¿qué más?

Profesora: ¿intersección del gráfico con los ejes coordenados?

Alumna: cero coma uno (0,1)

Profesora: ¿mm?

Alumna: cero coma uno

Profesora: cero coma uno, ¿sí?

Alumna: porque igual se cumple

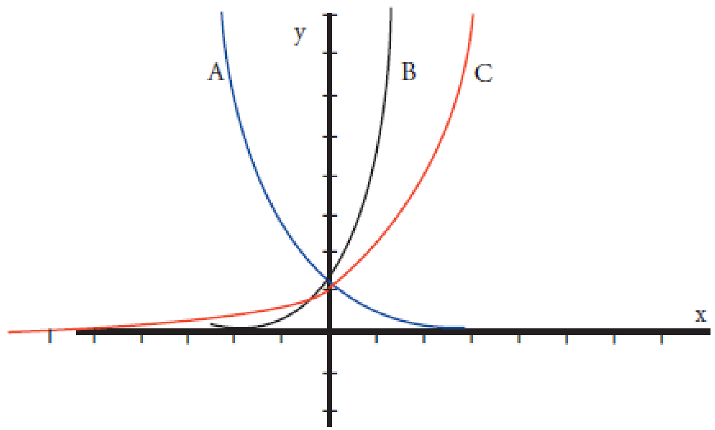
Profesora: Claro, necesitábamos de tanta información prácticamente para dos funciones exponenciales. Hasta ahí ¿alguna pregunta?, noten que en su libro lo que tienen es la función tres a la menos equis ¿verdad?, en la parte b lo que tienen es tres a la menos equis, es una función exponencial así como esta: $\left(\frac{1}{3}\right)^x$, a la que tienen en la parte b ¿sería una función exponencial?, ¿o no?

Alumno: Si, es lo mismo, vendría a ser lo mismo

	Profesora: Pero yo tengo a la equis *Alumno: Pero es lo mismo, le multiplico por menos uno* Profesora: le multiplico por menos uno ¿a quién? *Alumno1: No es como una equis multiplicada por menos uno* *Alumno2: Tres a la menos uno* Profesora: Ahhhhh ya muy bien, esta menos equis es como si tuviese por equis, ¿verdad?, ¿y? *Alumnos: Eso es un tercio* Profesora: A ya esto lo podría escribir, ustedes conocen sus propiedades de potencias ¿sí?, como tres a la menos uno, todo elevado a la equis, ¿cierto?, y bueno tres a la menos uno es un tercio todo a la equis, por eso que yo les di directo como un tercio todo a la equis, y eso es lo que han trabajado ¿ok?, bien entonces sí es una función exponencial porque satisface la forma de una función exponencial. Bien con eso van a trabajar el problema 1 d, que es justamente la propuesta de su compañero ¿sí?, 1d. Si quieren salir a la pizarra, pueden salir. *Alumno: ¿Cuántos puntos por salir a la pizarra?* Alumnos: Uno *Profesora: Ha, uno* Profesora: Si sales dos veces dos puntos, si sales dos veces dos puntos si sales tres veces tres puntos Chicos si hay algo que no han entendido, ahora es el momento de preguntar ¿ya?, porque en el examen va a venir para que grafiquen, dominio, rango bla bla bla ,bla bla bla bla.	
(5 minutos siguientes)	*Alumna: Miss ésta es la d ¿no?, y cuál es la siguiente* Profesora: Bueno completar el siguiente. *Alumna: no, el que sigue, para hacerla.* Profesora: 2 y 3 Profesora: ¿preguntas?	
------tiempo------------		Profesora da un tiempo prudente para que los alumnos para que copien la solución de la pizarra.

	Profesora: No solamente den saltos de uno en uno, no solamente den salto de uno en uno, o sea de cero, uno dos tres, no, intenten dar saltos mayores para ver la tendencia ¿sí?, para ver que tanto crece o que tanto se acerca a cero, de repente no se acerca a cero, de repente se acerca a otro punto, ¿sí?, pero eso solamente lo van a saber conforme den saltos más grandes. Una vez que hayan terminado con este ejemplo pueden pasar al problema 2 y problema 3. Si tienen preguntas, pregunten por favor, no se queden con las dudas.	
(5 minutos siguientes)	*Alumnos hablan entre ellos: cuál pregunta vas a hacer, si quieres haz la dos que está más fácil* Profesora: Igual con esta función, dominio, rango, intersección con los ejes coordenados...	
……tiempo………		Alumnos trabajan por su cuenta con ayuda de los asistentes
	Profesora: A ver luego que han terminado esta parte, hacen el problema dos y el problema tres,	
(5 minutos siguientes)	Profesora: Una vez que han resuelto el problema 1d el que ha hecho su compañera al lado izquierdo, entonces, hacen el problema dos y tres.	
(5 minutos siguientes)	Profesora: A ver, hacemos un stop para ver el problema 1d ¿sí? ¡Bien!, un ratito hacemos un stop ya, bien en este caso o en este ejemplo 1d nos dan el caso tres a la equis menos uno. 1. Grafique y halle el dominio y el rango de las siguientes funciones: a) $f(x) = 3^x$ b) $f(x) = 3^{-x}$ c) $f(x) = 3^x + 1$ d) $f(x) = 3^x - 1$ Hemos analizado ya la función exponencial tres a la equis entonces ya más o menos tenemos una idea de cómo se comporta la función tres a la equis ok, entonces qué pasaba cuando el x crece mucho, cuando tengo solamente tres a la equis, ¿hacia dónde se va ir este valor, tres a la x?, cuando x crece mucho Alumnos: al infinito, hacia arriba Profesora: Crece mucho ¿verdad?....Cuando el x crece mucho el valor de tres a la x también, pero entonces	Profesora resuelve el ejercicio pidiendo contantemente la participación de los alumnos. Pide a un alumno (Sebastián), que resuelva un ejercicio en la pizarra y que lo explique.

	toda esta función cuando le resto uno va a seguir creciendo demasiado, su compañera a tabulado para algunos valores y se da cuenta que si cuando x crece demasiado ¿sí?, el valor de la función, los valores de la función también crecen demasiado ¿sí?, pero tengan cuidado aquí, porque cuando el x decrece ¿sí? hacia la parte negativa del eje x ,¿Qué pasaba con 3 a la cuando el x decrece Alumna: Decrecen Profesora: ¿Se acercan a qué valor? Solamente tres a la x Alumnos: A menos uno Profesora: Cuando x decrece, el valor de 3 a la x se hace? ¿A dónde se acerca?, según lo que hemos visto Alumno: Hacia menos uno Profesora: Hacia cero ¿sí?, entonces cuando x decrece, decrece esta función hacia donde se va a cercar. Alumnos: Hacia menos uno Si esta parte se acerca a cero, todo hacia donde se va a ir. Alumnos: Hacia menos uno Profesora: Hacia menos uno, porque si esta parte se va a hacia cero, cero menos uno, entonces toda esta parte se acerca a menos uno ok, esto es lo que acá se traduce, pero tabulando, puede ser también, pero si se dan cuenta más rápido de la otra forma también puede ser considerado, porque ya han analizado las funciones exponenciales ,cuando x decrece esta función se acerca a menos uno, por eso es que yo les digo que no es suficiente dar valores seguidos, menos uno, menos dos, menos tres, porque a veces no se ve bien la tendencia ¿sí?, pero si ya habíamos visto que tres a la x cuando el x es negativo se aproxima a cero entonces quiere decir que toda esta nueva función se va a aproximar a menos uno, entonces el grafico vendría a ser lo que su compañera ha hecho no, cuando x decrece, nos vamos a la izquierda del eje x el valor de mi función, mi grafico se acerca mucho a menos uno, menos uno y cuando el x crece el valor de la función también crece mucho ok, dominio todos los reales, ¿rango?... ¿sabían eso? Alumnos: Sí Profesora: ¿Abierto en -1, abierto en más infinito, ¿sí? y ¿intersección con los ejes coordenados? Alumnos: El origen Profesora: El punto (0,0) ya, no pierdan de vista que esto según lo que hemos definido como función exponencial, no es pero puede venir en el exámenes porsiacaso o en algún examen que grafiquen dominio, rango de este tipo de funciones también ¿ok?, bien. Pasamos al problema 2 y problema 3. Bueno eso también ya lo hemos visto, algunos ya se me adelantaron en preguntar según la definición dada de funciones exponenciales, las funciones ¿son funciones exponenciales? Lo hemos visto ya, ¿no?, el	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>ejemplo 1a) hemos dicho que si era función exponencial y 3 a la menos x también y esta última función hemos dicho que no. Problema 2 y el problema 3 que ya les dije, ¿sí?, no es una orden, pero bueno, sí. El problema 2 solamente has puesto la respuesta,
2. Dadas las curvas A, B y C, que no cortan el eje horizontal, señale:


a) ¿Cuál es la gráfica de $y = 4^x$?
b) ¿Cuál es la gráfica de $y = 0,5^x$?

Tengo curiosidad ahí, claro tienen que salir a explicar. Ponen cuál es la gráfica de $y=4^x$ y le dan estos tres gráficos ¿no? Aaaa Sebastián ya, haber explicar ahí nos dice cuál es la gráfica de $y=4^x$. Porque has puesto b</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>(5 minutos siguientes)</td>
<td>Alumno: El a es 4 al cuadrado que es 16, 4 al cubo da 64 y así va subiendo rápidamente, pensé que esto va más inclinado por eso la “b” y en 0,5 a la x los valores van a llegar a ser más altos cuando x es negativo y acá va a ser más bajo cuando el x sea positivo, entonces la “a”
Profesora: Ustedes tienen que preguntar si no han entendido, sino no ponemos su punto, tienen que haber entendido ¿han entendido? ¿Mm?
Alumna: Que lo escriba
Profesora: Que qué, ¿Qué lo escriba?, ¿qué quieres que escriba?, no y mi pregunta es por ejemplo por qué</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	el gráfico de e igual a 4 a la x no es “c” y si es “b”. Alumno: Porque “b” es más parado y los valores de esa función van crecer más rápido que esta de acá (por la gráfica c) Alumno 1: Yo creo que es por prioridad a dar valores, porque si pones uno ahí esta cuatro Alumna: Claro y ahí está, junto con 4 Profesora: No pero lo que tú dices va más allá, lo que tú dices, tienes mucha razón porque acá tú dices tengo 4 a la x y aquí crece más rápido que el valor seguramente de la otra función ¿y qué valor podría ser la función cuyo gráfico sea el “c” comparado con lo que se está considerando como “b”? Alumno: 2 a la x Profesora: 2 a la x, muy bien. ¿Tienen dudas con lo que acaba de explicar su compañero? Alumno: Si nos dan esas dos funciones de arriba, como saber cuál es 2 a la x Profesora: habla más fuerte Alumno p: Usted nos está diciendo que supongamos que “c” es 2 a la x porque es un poco menor que la de arriba, pero si no sabemos estoy preguntando ni b o c, como poder saber b o c. Alumno en pizarra: agarras la que está más parada, sabes que para representarla bien va a estar más disparada y 4 a la x es la más parada. Alumno p: Pero como saber Profesora: Claro, lo que pasa es, su compañero tiene razón y a eso es lo que iba mi pregunta, o sea porque “b” y porque no “c” Profesora: Claro 2 a la x no está dado Alumna: Pero se supone que puedes coger (interrumpe la profesora) Profesora: Pero déjalo a Sebastián porque él lo ha hecho y él estaba explicando Alumno en pizarra: Si quiero recomendar que va a ser más parada agarro la que está más parada en vez de la que está más echada para que se note que va a ir , si no tuviera b, no tuviera c. Profesora pregunta al alumno en carpeta: ¿Te convenció? *Alumno p: no* Profesora: A ver alguien que lo convenza por favor, a ver milagros Alumna: Ya mira, ¿ahí tienes tu libro?, es que mira acá si tu reemplazas por uno, mira a donde llega, ¿vez? Si reemplazo estos valores… *Alumno p: Entonces para encontrar los valores tendría que tabular* *Alumna: Claro claro, pero sabias que tenías que tabular*	

	Alumno p: Claro si se Profesora: No, pero tiene toda la razón porque mi duda era la misma, claro y como lo convences diciéndoles eso, no que cuando yo reemplazo x igual a uno *Alumno p: Claro pero tabulando* Profesora: Ah la que tiene más sentido elegir, en todo caso *Alumno: eso tenía que decir* Profesora: No necesariamente tiene que tabular, porque qué pasa si les dicen, una función, si les dicen simplemente, que pasa si no tengo que hacer ninguna comparación aquí, tienes razón, y me están dando ideas , que se traducen en preguntas, preguntas, preguntas y más preguntas, ¿qué pasa si no tengo separaciones?, olvídense de la gráfica a olvídense de la gráfica a ¿sí? qué pasa si les consideran grafico b y grafico c y les dicen , escribe ejemplos de funciones cuyos gráficos sean b y c respectivamente ¿Qué pondrían? *Alumno en pizarra:* 4 *a la* x *y* 2 *a la* x Profesora: ¿sí? *Alumnos: Claro* Profesora; Entonces eso lo que explicaba Sebastián es muy cierto, que la función "b" seguramente tiene que ser aquella que crezca mucho más rápido que con "c" entonces ahí pueden haber considerado los ejemplos 4 a la x para b y 2 a la x o 3 a la x para c ¿sí?, pero en este caso si nos dan separaciones y nos dan idea de más o menos cual debería ser un punto y su respectivo valor, en este caso para x uno bueno parece que su respectivo si coincide con b que es cuatro, ¡bien!	
(5 minutos siguientes)	*Alumno: Lo que pasa que la segunda, la "b" es* 0.5 *a la x, o sea lógicamente es la única que se va a la izquierda y quizá sea esa.* Profesora: Ah sí pero estábamos hablando de esta primera Alumno: Si pero se deduce que si la volteas al otro lado seria 2 a la x o sea al revés, si buscas una parecida, sería la "c", Profesora: Ya para la, eso lo que tú dices es para la gráfica a con la c, estas comparando a y c. *Alumno: Sí claro* Profesora: Y decir que c es que cosa *Alumno: Porque es parecida a la "a" tienes que c es 2 y así la comparas en la b y seria (interrumpe la profesora)*	Profesora pide opiniones de los alumnos para la solución del problema. Y elige a una alumna para que resuelva el ejercicio en la pizarra.

Profesora: Muy bien y es muy parecido a lo que hemos visto 3 a la *x* con un tercio a la *x*. Muy bien también es otra forma de darse cuenta, muy bien, tienes razón, si también es otra referencia ¿sí?, ¡muy bien! Alguna otra pregunta, ya estas sentado (le pregunta al alumnos que salió a la pizarra), ya ¿todo está claro hasta ahí? ¿Sí?, ya ¿Quién hizo el problema 3?
Alumna: yo lo estoy haciendo
Profesora: A ya. ¿Que nos piden?, encuentre una posible formula de la forma *f* de *x* igual a "*c*" por "*a*" a la *x* para las funciones representadas en las tablas dadas.

3. Encuentre una posible fórmula de la forma $f(x) = Ca^x$ para las funciones representadas por las tablas dadas:

x	0	1	2	3
$f(x)$	4, 30	6, 02	8, 43	11, 80

y

t	0	1	2	3
$g(t)$	5, 50	4, 40	3, 52	2, 82

A ver… Primero quiero que compartan ideas de que es lo que piensan hacer, de que es lo que tendrían que hacer. Nos dice, encuentre una posible fórmula para la forma, bueno la forma exponencial para las funciones representadas por las tablas dadas, obviamente vamos a considerar funciones, una función para cada tabla ¿no?, ¿sí o no?
Alumnos: Sí
Profesora: Ya, y ¿y qué cosa tengo que hallar entonces? O ¿ya está? O aaa pongo cualquier cosa 2 por 3 a la *x* ¿ah?
Alumnos: No
Profesora: ¿Qué tengo que encontrar?, tengo que encontrar los valores ¿de? c y *a* por eso me están diciendo "*c*" por la potencia de "*a*" a la *x* ¿sí?, entonces tengo que hallar los valores de *c* ya porque mi función seguro que me dan ahí solamente depende de *x*, *x* es la variable ¿ya está? Y como has hecho esto Milagros (una alumna), a ver cuéntanos, para la primera tabla ¿no?
Alumna p: ahí están dando la tabla y nos están dando los valores que toma *x* y los valores correspondientes que da en *f(x)* o "*y*", ya pues entonces yo agarre el primer valor de 0 y 4,3 y lo remplace en lo que me están dando que dice
Profesora: En la regla
Alumna: A ya en la fórmula de la forma que me dice $f(x)=C.a^x$, ya entonces reemplace el $f(x)$ en el eje *x*

	que seria 4,3 es igual a "*c*" a la "a" y nos están diciendo que *x* para 4,3 es cero, ¿ya?, entonces lo reemplace y me da que "*c*" es igual a 4,3, entonces que ya halle el valor de "*c*", en el segundo he reemplazado *f*(*x*) 6,02 y también he reemplazado "*c*" que ya lo tengo acá y me va a dar el valor de "*a*" que viene a ser 1,4, entonces ya teniendo estos dos valores, para comprobar los he reemplazado a ambos en el eje de *x* de acá 8,43 y me da lo mismo, así que están bien hallados. Profesora: A ver pero ¿tienen preguntas para hacerle a su compañera? ¿Pero cuál sería la regla de correspondencia? Alumna p: La regla de correspondencia seria $f(x)= (4{,}3)1{,}4^x$ como me están diciendo que *c* por "*a*" a la *x*, *c* es 4,3 por a que es 1,4 a la *x* ($f(x)= (4{,}3)1{,}4^x$) que obviamente este varia, y este también (por las variables *x* y *f*(*x*)). Profesora: ¿Preguntas? Si ustedes no preguntan, yo pregunto Profesora: Si ustedes preguntan ahí estoy midiendo si están entendiendo o no, ¿Priscila?(es una alumna) Alumna (Priscila): No entendí esa primera parte cuando dice 4,3 es igual a "*c*" "*a*" a la *x* ¿estaría poniendo que a vale uno? Y "*a*" no puede valer uno. Alumno 2: "*a*" a la cero es uno	
(5 minutos siguientes)	Alumna p: Claro es que *a* la cero es uno, ¿me entiendes?, ya mira reemplace, va *c* por "*a*" a la cero, entonces tienes que "*c*" y esto te va a dar uno (a^0=1) y esto es igual a "*c*" ¿sí? Alumna (Priscila): Sí Profesora: ¿Alguna otra pregunta? A ver Edwin (asistente) ¿tienes otra pregunta? Asistente: Sí, esto, el ultimo valor para *x* 3 y *f*(*x*) 11,8, ese valor sería necesario reemplazarlo también, ¿o no? Alumna p: Yo creo que no sería necesario, sin embargo lo puedo reemplazar Profesora: ¿Es o no es necesario? Qué creen Alumno: No Alumna p: Es que lo he comprobado ya Profesora: A ver, ha trabajado con éste, ha trabajado con este par (0, 4,3), con el uno con el dos Alumna: Yo hice un ejercicio en el que por ejemplo me decían si era una función exponencial, ya entonces me daba para el cero, me daba para el dos y me daba para el 3 y no me daba para el 1, entonces esto quiere decir que ya no tiene viene a ser una función exponencial, o sea que si lo tengo que reemplazar siempre.	Explicación de la alumna que salió a la pizarra.

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Profesora: Muy bien, se tiene que reemplazar, o sea se tiene que verificar para todos los valores que les den ah, porque como dijo su compañera puede que cumpla para los tres primeros ¿y qué pasaría si es que no cumple para el cuarto?, quiere decir que estos valores no se pueden colocar como una formula, con una formula exponencial ¿sí?, no pueden ser valores tomados de una función exponencial, entonces ojo se tienen que cumplir para todos los valores que nos estén dando, entonces tienen que verificar para esos 4 valores, si es importante ¿sí?, ¿Qué pasaría si no cumple para el último, para x es 3? Qué pasaría
Alumnos: No se puede definir
Profesora: ¿Qué?
Alumno: No se puede definir la función
Profesora: Ah entonces no se puede definir una posible fórmula para la cual se produzcan estos valores, muy bien, gracias por tu pregunta Edwin (asistente), te puedes colocar tu punto adicional ¿sí? tienen que verificar entonces, ¿Hay alguien que quiera trabajar la 3 la segunda parte de la tabla?
Alumno: Yo
Profesora: Ya, ¿le damos la oportunidad a tu compañero que quería salir? ¿Sí?
Alumno: Sí
Profesora: ¿Se cumplió o no se cumplió Milagros?
Alumna: Sí
Profesora: Ok entonces se cumplieron para todos los valores. Los que ya terminaron de hacer la dos tablas vallan pasando al problema 5. Ya problema 5 antes de que nos quedemos sin tiempo.
Problema 5
5. A causa de una recesión económica, la población de cierta área urbana disminuye a razón de 1% anual. Al inicio la población era de 100 000 habitantes.
a) ¿Cuál será la población después de tres años?
b) ¿Cuántos años tienen que pasar para que la población sea de 92 274 habitantes?
Problema 5 todos. A ver problema 5 ¿Quién termina primero?...</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">--- *(3 minutos)* ---</td>
<td>Los estudiantes resuelven</td>
</tr>
</table>

(5 minutos siguientes)	Mi sugerencia para el problema 5 es que hagan el intento de determinar la población del área urbana, después de cero años cual sería la población, después de un año cual sería la población porque ahí el cambio es anual, después de dos años, después de tres años hagan ese intento y luego van a generalizar… ¿Listos?, ¿problema 5?, A ver datos del problema 5, ahora si todos nos concentramos en el problema 5 ¿Qué es lo que dice el problema 5?, a causa de una recesión económica, la población de cierta área urbana disminuye a razón de uno por ciento anual, al inicio la población era de 100000 habitantes cual…de tres años ¿sí? bien a ver, si yo coloco aquí, después de "*t*" años, voy a hacer una tabla acá para determinar, para darme cuenta cual va a ser la población después de "*t*" años para hacer la generalización y ese es la población digamos número de habitantes ¿sí?, después de cero años ¿Cuál es la población de esa área urbana?, después de cero años Alumnos: 100 mil Profesora: 100 mil, es como mi dato inicial ¿verdad? Ya está, después de un año ¿Cuál va a ser la población? El número de habitantes de esta área urbana, me dicen que disminuye a razón de 1 por ciento anual ¿sí? entonces respecto al año anterior, después de un año estos 100 mil ya no van a ser esta la cantidad después de un año, sino que van a disminuir en 1 por ciento, (100000- 1%(100000)) ¿es esto o no es esto? Alumnos: Sí Profesora: Ya y esto yo lo puedo escribir como el 99 por ciento de 100 mil ¿verdad?, ¿verdad o no es verdad? Alumnos: Sí Profesora: A ver vamos a escribirlo sino de nuevo porque veo unas caritas que me dicen que no entienden, esto de acá lo puedo escribir como 100 sobre 100 de 100 mil ¿verdad? $\frac{100}{100}(100000)-\frac{1}{100}(100000)$ 100 Sobre 100 no afecta en nada porque esto es uno por 100 mil sigue siendo 100 mil, ¿Por qué lo hago así?, con el propósito de decir, bueno como tengo el factor común 100 mil yo trabajo 100 sobre 100 menos 1 sobre 100, 99 sobre 100 entonces yo digo 99 sobre 100 de 100mil, además si le resto 1 por ciento lo que me está quedando es el 99 por ciento ¿sí? es el 99 por ciento de lo que tenía el año pasado, después de 2 años ¿Qué es lo que va a suceder?, lo que me está quedando aquí del año anterior ¿Qué más?	

	Alumna: todo por 99 por ciento Profesora: pero esta cantidad disminuye en uno por ciento, quiere decir que no voy a tener todo esto, ¿Qué porcentaje voy a tener? Alumno: el 99 por ciento	
(5 minutos siguientes)	Profesora: El 99 por ciento de esta cantidad ¿no? o lo que puedo hacer también es restarle el 1 por ciento de todo este bloque o escribir directamente que lo que me está quedando ¿es? Alumno: 98 por ciento Profesora: ¿98? Alumno2: No 99 por ciento Profesora: No tengo todo esto ahora (100 mil), si disminuyen 1 por ciento lo que voy a obtener no esto, sino el 99 por ciento de esto. Entonces el 99 por ciento de este bloque que tengo del paso anterior y eso lo puedo escribir como 0,99 por 100 mil, y ¿acá? ¿0,99?... Alumno: al cuadrado Alumno2: por 100 mil Profesora: Al cuadrado por 100 mil, ¡ya está! , entonces esto es lo que me está quedando ahora, después de 3 años ¿Cuánto me quedará? Alumna: 0,99 al cubo por 100 mil Profesora: Claro y eso queda para la tendencia, el 99 por ciento de esta cantidad ($0{,}99^2$ x100000) me va a quedar ahora que es 0,99 al cubo por 100000 y esto etcétera ¿Cómo generalizo esto?, después de "t" años ¿Cuál va a ser la población de esta área? 0,99 vamos a poner v de t ¿es? Alumno: 0, 99 a la t por 100 mil Profesora: 0, 99 a la t por 100 mil ($V(t)=0{,}99^t(100000)$) perfecto, esto es lo que tendría que haber generalizado, entonces me dicen ¿Cuál fue la población después de 3 años? ¿Qué tendría que hacer?, esto (lo que acaba de hacer) ¿no? lo que acabo de hacer, y luego me pregunta ¿Cuántos años tiene que pasar para que la población es de 92274? ¿Qué hacemos? Alumna: Reemplazar esa expresión con t e igualar a lo que nos dan. Profesora: ¿Y el resto? (pregunta a los demás alumnos pues están callado). 99274 para eso deberíamos averiguar cuánto vale t, entonces $0{,}99^t(100000)=99274$ ¿y ahora que hacemos para resolver esta	La profesora pide atención para poder explicar un ejercicio de contexto. Constantemente pide la participación de los alumnos.

	ecuación?, tiene que determinar el valor de "*t*" Alumna: Divido 99274 con 10000 Profesora: Que conste lo que no están escuchando eh yo no sé, 0,99 a la t es igual a 0,99274 entre 10000, y luego ¿qué hacemos? Alumnos: Logaritmo a ambos lados Profesora: Logaritmo, que gusto me da, entonces *t* igual a logaritmo de 0.99274 sobre logaritmo de 0,99 ¿Qué es? Alumnos: 0,724998861	

APÉNDICE B

TRANSCRIPCIÓN DE LA CLASE-PROFSOR B

TIEMPO	TRANSCRIPCIÓN	COMENTARIO
(5 minutos) Introducción al tema función exponencial	El tema de función exponencial lo iniciamos presentando las nociones básicas de una función exponencial que si más yo recuerdo ya fueron presentadas hace un par de clases, ¿cierto o no? La función exponencial, voy a poner acá: Forma base y vamos a observar que algo de lo que yo escriba aquí se va a parecer mucho a lo que ya presente hace un par de clases cuando presente un par de clases atrás cuando mencione cuales son las funciones especiales y sus formas más elementales (formas básicas). Vamos a graficar aquí un sistema de coordenadas, acá está el eje x, acá el eje y recuerdas que la función que yo grafiqué se veía de esa forma ¿por dónde pasaba? ¿Recuerdas? Alumno: Por uno Profesor: En realidad no corta al eje x Alumno: Claro Profesor: Y el comportamiento que estamos aquí (por la tendencia de la función exponencial hacia la izquierda, aproximación al cero), es un comportamiento que ya lo hemos discutido antes, se observa que el eje x está haciendo ¿de? asíntota, no es cierto, es decir la curva puede acercarse pero nunca va a tocar al eje x ¿sí? bueno, ese caso que vimos implicaba de que el valor de b tenía que ser mayor que uno ¿recuerdas eso?, el valor de b era mayor que uno Alumno: ¿Cuál era el valor de "b"? Profesor: A ¿no recuerdas cual era el valor de "b"? Alumno: no Profesor: La función que nosotros habíamos, digamos establecido para estudiar tenia esta forma b ¿a la cuánto?, a la "x" ($f(x)=b^x$), donde b era un número real ¿cierto? Que no podía ser negativo, tampoco podía ser, necesariamente b era un número positivo, eso ya lo habíamos comentado. Recuerdo también que yo establecí colocar este caso donde b es mayor que uno como el caso básico ¿no?, pero también sería bueno discutir el caso cuando b es menor que uno pero obviamente mayor que cero ¿cierto?, recuerdan esto que lo hemos discutido antes, una vez hablamos de "b", hablar de b no es hablar de dominio ¿sí?, pues el dominio son todos los valores que va a tomar la variable x, bien. Ahora tenemos dos casos, el que nos dice b mayor que uno, o entre cero y uno, nada más ¿sí?, bueno. La	El profesor se dirige a un alumno. En esta parte intervienen además del alumno que fue consultado por el profesor, otros alumnos.

	representación gráfica para el caso en donde b es menor que uno y mayor que cero ya no sería una función en donde se va a observar que es estrictamente creciente, vez que siempre es creciente la función, más bien seria así una función decreciente que también corta en uno, ¿está bien?, estamos hablando de la forma básica nada más que también corta en uno ¿hasta ahí se entiende? Cuando b es mayor que uno no vayas a olvidar la función exponencial es creciente y cuando b es menos que uno obviamente mayor que cero la función exponencial ¿es? Alumno 2: Decreciente Profesor: Decreciente, ¿cierto? hasta ahí no creo que hay problema, eso es lo que corresponde a la forma básica. Recuerden, insisto lo que nosotros vimos en el conjunto de formas básicas que presente hace dos clases fue solamente este caso (por el primer caso, para b>1). Vamos a proponer una forma general, una forma general en... Bueno para la regla de correspondencia, porque esa es la forma básica, en la regla de correspondencia la forma general es.., puede cambiar de aspecto, de letra, de letras inclusive que se vayan utilizando de acuerdo al tipo de libro, al tipo de texto que se valla consultar, alguno autores utilizan una forma general de acuerdo al enfoque que van a utilizar para realizar gráficos, explicaciones de las propiedades de este tipo de función. Yo propongo para esta clase sugerir esto: a por b a la, vamos a ponerlo así x menos h más k ($f(x) = a.b^{x-h} + k$) ¿está bien? Alumnos: Sí Profesor: Tu recuerdas el h y el k que utilizábamos en las formulas anteriores ¿sí?, el h y el k ¿que representaba en algún caso?, el centro de algo ¿Qué más podía representar? Alumno: el vértice	
(5 minutos siguientes)	Profesor: Un vértice, lamentablemente la función exponencial no presenta ningún centro, ni ningún vértice ¿cierto?, entonces el h y el k no van a ser utilizados de la misma manera que las funciones anteriores, es más te voy avisando, de las dos letras que estoy mostrando, una de las dos para la parte gráfica, no va a ser tan útil como la otra ¿está bien?, por ejemplo si te has percatado del grafico la representación de todas maneras presenta algo que nosotros llamamos como asíntota, entonces esto cuando lo grafiques, lo representes en un plano cartesiano, también va a presentar una asíntota, entonces aquí necesito que observes lo siguiente, mira lo que voy a poner he(*escribe lo siguiente*) esta función presenta solamente una asíntota del tipo horizontal, obviamente no, horizontal (mostrando el gráfico), he ¿Cómo yo puedo calcular la asíntota horizontal, cuando la forma es esta? (mostrando la forma general que definió), bueno mira la asíntota horizontal, tu sabes que se escribe asi “y” igual a algo, e igual	El profesor escribe en la pizarra. Muestra el gráfico, la forma general que definió y señala la variable k.

	a 3, e igual a cuatro, e igual a 5, e igual a -6, la asíntota horizontal la vas a obtener de este número(señalando la variable k), coges el número que esta acá y la colocas aquí(A.H: y=k), ahí está, e igual a k viene a ser la asíntota horizontal, ahora recuerdas que en el caso de la función racional, para yo graficar la función racional, ¿qué cosa era importante encontrar primero?, ¿las? ¿Asíntotas? Una vez que encontraba las asíntotas, las graficaba y eso me permitía graficar la curva racional ¿cierto o no? la que yo estaba buscando, aquí la idea es similar ¿sí?, sería importante de que primero he nosotros grafiquemos la asíntota que tiene, la única que tiene, una asíntota horizontal, una vez que grafiquemos la asíntota horizontal, vamos a estar en condiciones de poder graficar la función que estamos buscando. Un ejemplo, voy a colocar una función que mi dominio sea los naturales ¿ya? Ejemplo tengo f de x igual 2 a la x menos 3 más cuatro " $f(x)=2^{x-3}+4$ " ¿sí? y yo quiero graficar eso. Si quiero graficar esa función, paso número uno, ¡mira! Primero que debemos determinar, la asíntota horizontal ¿correcto?, ya, entonces ¿Cómo se determina la asíntota horizontal?, coloco "y" igual y… ¿cuánto iría acá? Alumno: cuatro Profesor: cuatro, y por si acaso voy a señalar esto, que estoy escribiendo la ecuación de una asíntota, no es la ecuación de cualquier recta (P_1: $y=4$ (A.H.)), ¿se entendió?, es una línea muy importante. Paso número 2, ese es una grafico en prácticamente dos pasos, casi dos pasos, en el paso número 2 voy a trazar mi sistema de coordenadas, a ver el eje "*y*" y acá va el eje *x*, y allí voy a graficar la asíntota que acabo de encontrar *y*=4, "*y*" igual a cuatro si no me equivoco estaría por acá ¿sí? ¿Está bien? Sería y igual a 4, lo coloco con plumón rojo, este es e igual a 4 y voy a escribir (sobre la recta) asíntota horizontal, y voy a señalar que pasa ¿por dónde? Alumno: Por 4	
(5 minutos siguientes)	Profesor: Por 4, y lo voy a poner entre líneas cortadas (resalta la gráfica de la asíntota) para que se pueda representar que eso no es la gráfica de la función, sino una línea de referencia, bueno ahora si yo quiero encontrar la gráfica, como ya sabes la asíntota me va a servir un montón, se sugiere realizar una tabulación, pero todo eso está en el paso número 2, una pequeña tabulación ¿sí?, un valor para x y un valor para y, también se sugiere que la tabulación como ya lo hemos conversado antes no asigne valores muy grandes ni extremadamente pequeños, no creo que sería buena idea colocar acá un millón ni creo que sería buena idea colocar cero punto cero cero cero cero cero cero cero veinticuatro, ¿no?, hay que colocar números más o menos que se puedan manejar, y estén también en la posibilidad de graficar. ¿Qué número me sugieres?	El profesor contantemente hace uso de la pizarra y se centra en la tabulación de dos puntos y la asíntota para hacer la gráfica.

Alumno: tres

Profesor: tres, ¿y luego?, podre mejorar estos números, de repente otra propuesta mejor

Alumno: 3 y 5

Profesor: 3 y 5, entonces si yo coloco 3, saldría cero perfecto, ¿Cuánto saldría todo esto (por la función $f(x)=2^{x-3}+4$) si coloco a x 3? ¿Saldría cuánto?

Alumno: 5

Profesor: a me saldría ¿cuánto?, me saldría, me saldría 5 ¿no? Y que otro número me dices

Alumno: 5

Profesor: ¿cinco?, un poquito grande, pero bueno, si coloco 5, cinco menos tres, dos y dos al cuadrado, cuatro y cuatro más cuatro, ocho. Por el momento eh, la función ha sido generosa con nosotros, porque saben que, algunas veces tú le pones un numero un poquitito más grande, así como tres y cinco y la función te lanza a valores muy altos, pero esta vez no ha habido ningún inconveniente. Ubico tres y cinco, tres de estar por acá, luego el otro cinco por aquí, no tengo una cuadricula pero voy a poder aproximar, puedo hacer una aproximación de como es el grafico, el tres coma cinco, el cinco sería, ¿te parece si le pongo acá? (señalando en el sistema de coordenadas), este punto es el primer punto de la curva, ¿está bien? Eh, que más, luego vendría cinco ocho, ocho estaría un poquito más arriba, ¿no?(señalando en el sistema de coordenadas) De hecho que podría estar más arriba, ese es el segundo punto de la curva, la curva pasa por ahí, ¿entendido?

Alumnos: si

Profesor: si la curva pasa por estos dos puntos y además esta línea es su asíntota, entonces ¿Cómo creen que puede ser la curva?, va a ser así (simulando dibujar sobre los puntos una curva creciente) ¿sí o no?

Alumnos: si

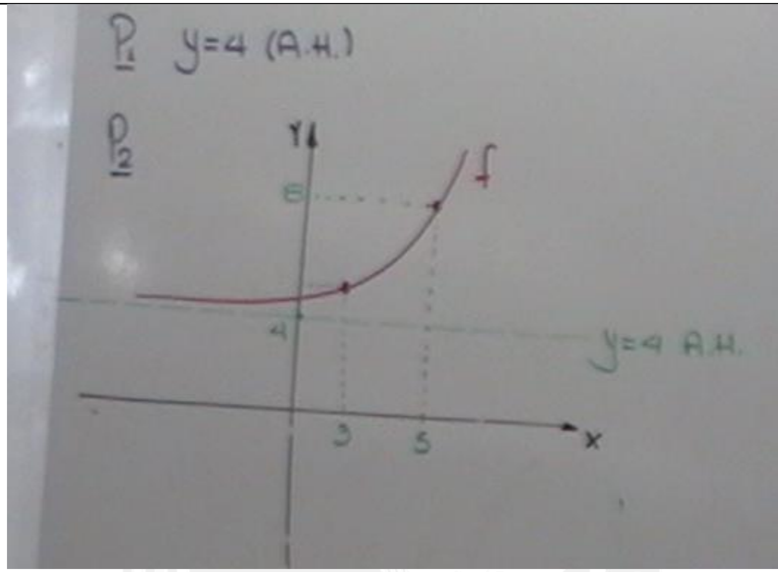
Profesor: o tienes otra forma, otra posibilidad.

Alumno: no hay otra

Profesor: me parece que es la única ¿sí o no?

Alumnos: sí

Profesor: si es así, voy a ver que llegue hasta acá (hace el bosquejo de la función)



¿Listo?, esta es la curva, y voy a poner acá f. Cuando tú encuentres que la curva corta a los ejes de coordenadas recuerda que se sugiere encontrar puntos de corte con los ejes coordenados. ¿Hay algún punto con el eje x o el eje “*y*”?
Alumno: con *y*
Profesor: ¿Con y?, ¿cierto o no?, ¿Cómo encuentro el punto de corte con el eje “*y*”? que es el que voy a señalar acá, ¿Qué se hace? ¿A quién se le asigna el cero?
Alumno: a x
Profesor: A x le asigno cero, pero tengo que ponerle cero acá, me quedaría 2 a la menos 3 ¿cierto?, 2 a la menos 3 más 4, ¿podríamos calcular? ¿Cuánto saldría?, con calculadora o sin calculadora. Esto sería un octavo mas ¿Cuánto?, más 4, a cuanto ¿treinta tres octavos?
Alumno: si
Profesor: 33/8 por aquí (escribiendo sobre la gráfica), a creo que aquí faltaba un numero ¿no?, que numero faltaba
Alumno: cinco
Profesor: cinco, voy a colocar acá pequeño 33/8, sería bueno siempre tener mucho cuidado con los

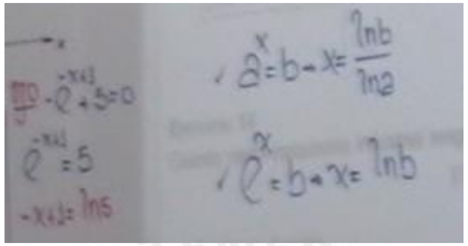
	espacios ¿sí?, tratar de ser generosos un poco con los espacios. ¿Hasta ahí se ha entendido? Alumnos: si Profesor: entonces esto que estamos viendo es una forma de cómo enfocar el proceso grafico de una función exponencial ¿está bien?, profesor ¿si yo tengo una función como esta $y=-6^{-x-3}+4$?, el proceso es el mismo, profesor pero ahí no aparece un menos..., no importa si tú sigues la misma ruta obviamente el grafico va a salir rapidísimo, que tal si graficamos eso.	
(5 minutos siguientes)	Alumna: Profesor y cuando se supone que tiene que pasar por uno. Profesor: Ah, los casos cuando pasa por uno, usualmente es en la forma básica ¿no?, ¿cierto? Alumna: mmm Profesor: La forma básica pasa por uno, hay otros casos en donde no es una forma básica pero también pasa por uno, date cuenta que esto tampoco es una forma básica, pero no pasa por uno, lo que si podemos asegurar que las formas básicas presentadas si pasan por uno ¿sí? Alumno: Como sé que pasa por uno Profesor: Ah bueno, el uno en realidad es cero como uno ¿cierto?, que indica que es el punto de corte con el eje Alumno: x Profesor: Eje "y", cuando tú quieres encontrar el punto de corte de esto (por $f(x)=b^x$) en el eje "y", ¿qué debería hacer?, ¿a x le doy? Alumno: Cero Profesor: Si a x le doy cero, seria b a la cero ¿y cuánto es b a la cero? Alumno: Uno Profesor: Uno, bajo esas condiciones, claro acaso no corresponde a algún punto de corte (mostrando el grafico de $f(x)=b^x$ para *b*>1) supongamos que yo no te doy esto y te pido, encuentre este punto, entonces dirías ah a "x" le doy cero ¿cierto?, si le asigno cero me sale uno y le pondrías ahí cero coma uno o también podemos indicar uno, ya sabes que corresponde a la ordenada de ese punto ¿sí? Yo creo que vamos a graficar, tal vez algo más interesante que esto (señalando $y=-6^{-x-3}+4$), porque la base no siempre es con 6, ni con 2 también puede ser con algunos números trascendentes ¿sí?, entonces siguiente ejemplo: necesito graficar la siguiente función f de x, menos e a la menos x más uno, más tres, mira ¡mira!, no te la pierdas, más tres ¿sí? $f(x)=-e^{-x+3}+3$ O un poquito más grande, más	

	cinco, eso es. Esto es más interesante, recuerden que “e” es el número neperiano, ¿no? y es aproximadamente e es dos punto siete uno ocho, puntos suspensivos, ¿cierto o no? y eso lo pueden obtener con la calculadora, y no se olviden que en una calculadora ¿sí?, por ejemplo las 91 que les había sugerido eh, tiene un teclado en donde puedes trabajar con logaritmos y también con exponenciales, en el teclado donde dice logaritmos también puedes trabajar el número “e”. Muy bien cuál es el paso numero 2 ¿recuerdan?, primero obtengo la asíntota que es ¿de qué tipo?, ¿horizontal o vertical? Alumno: Verticales Profesor: Verticales, no, si recuerdan no hay verticales, solamente horizontales, sería “y” igual a ¿cuánto? Alumno: Cinco Profesor: Cinco y al costado voy a indicar que esto es la asíntota ¿del tipo? Alumno: Horizontal Profesor: Asíntota horizontal (A.H: y=5). Paso numero 2 ¿Qué hacemos?, necesitamos el sistema de coordenadas ¿cierto o no? (dibuja los ejes coordenados) por aquí el eje x y por aquí el eje y , y ahora voy a trazar la asíntota horizontal y=5, si no me equivoco vendría a ser más o menos así, ¿cierto o no?, supongamos que por aquí pasa la asíntota y=5, y en el grafico voy a poner A.H y está ahí, y colocamos 5 no te olvides, puedo poner puntos suspensivos (se refiere a la gráfica de la asíntota horizontal)ahora ¿Qué hacemos?, realizamos ¿una pequeña? Alumno: Tabulación Profesor: Si, una pequeña tabulación simple con dos puntitos, eso dos puntos ¿recuerdas? son puntos de referencia, me van a orientar para ver cómo va a ser el grafico ¿sí?, por acá realizamos la tabulación…	
(5 minutos siguientes)	Bueno ¿Qué valores sugerirían? yo sugiero cero, bueno no estaría mal cero ¿no?, es más allá hubiese sugerido el cero (por el ejemplo anterior), es practico también el cero, vamos a poner cero, algunas veces no tanto ah, por ejemplo el 3 fue muy útil ahí (por ejemple anterior) ¿sí?, ¿con que otro valor podría trabajar?, me parece que con uno ¿no? Alumno: Con uno Profesor: Con uno, porque si coloco un uno seria sencillo también para calcular, hasta ahí algún problema, todo bien, vamos a probar con cero, si yo coloco cero acá, veamos acá, me quedaría así, menos “e” a la uno más ¿cuánto? Alumno: Más cinco Profesora: Más cinco, lo que vamos a hacer es calcular más o menos cuanto sales esto, saldría cinco menos	

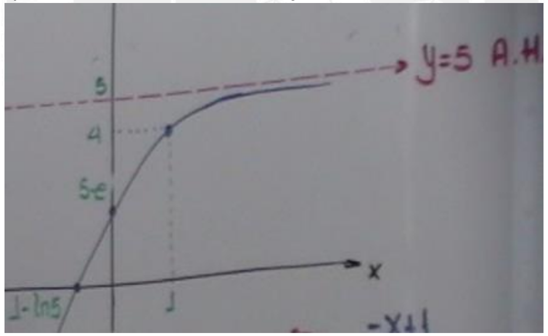
	e, ¿puedes por favor aproximar?, aprox. Alumno1:7.7 Profesor: no puede ser 7.7, tiene que ser menor que cinco. Alumno2: 2,28 Profesor: 2,28 aprox., ¿no?, 2,28 eh, voy a colocar acá 2,28 aprox., claro, mejor lo hago así, voy a colocar aquí, cinco menos e, aproximado 2,28, aquí, si yo ahora reemplazo con uno aquí (por la función f(x) de presente ejemplo) eliminarías, saldría cero, quedaría menos “*e*” a la cero, si no me equivoco aquí en mi borrador quedaría meno 1 más, cinco ¿cierto o no? Alumno: Si Profesor: ya entonces, ¿menos uno más cinco? Alumno: cuatro Profesor: cuatro, listo vamos a ubicar los dos puntos (en la gráfica), primer punto, cero coma 2,28, cero dos coma veintiocho deberá ser más o menos por aquí por la mitad, más o menos, un poquito menos, con otro color por acá debe estar 2,28 que es 5-*e* , hasta ahí ¿todo va bien?, ¿sí?, siguiente, eh, sería uno cuatro, uno cuatro seria que yo busque uno por acá (sobre el eje *x*), y cuatro creo que va a ser por aquí(señala la altura en eje y), ¿cierto o no? Alumno: si Profesor: y voy a colocar 4, ¿todo va bien? Recuerda que el decimal solamente me ha servido para poder ubicar en un lugar aproximado ¿no? Acá está el otro punto (dibuja el punto (1,4)), aja interesante, si este es la asíntota y pasa la curva por esto dos puntos (hace una simulación de la curva, sin dibujarla), ¿Cómo crees que debe ser la curva?, y te la estoy diciendo ¿no?, parece que es así ¿sí, cierto o no? entonces vamos a ver… Alumna: y va a doblar (mientras el profesor empieza a graficar la curva) Profesor: ¿todo va bien?, borro esta parte que es solo nuestro borrador y ya tenemos la gráfica, y es más yo creo que podrían decirme cual es el dominio, ¿dominio? Alumno: todos los reales Profesora:¿dominio?, observando el grafico Alumno: todos los reales Profesor: todos los reales, muy bien, ¿rango? Alumnos: de menos infinito hasta… Profesor: desde menos infinito hasta…	

	Profesor y alumnos: Hasta cinco cerrado. Profesor: Bien, ¿la función tiene un intervalo donde es decreciente? Alumno: No Profesor: Es estrictamente… Profesor y alumnos: creciente Profesor: Si yo tengo el grafico puedo responder todas las preguntas que me hagan ¿ok?, ¿cierto?, ahí está todo, me falta un punto ¿no?, ¿Qué punto me falta? Alumno: Punto de corte Profesor: el punto de corte con el eje "x" y debemos tener mucho cuidado ¿Cómo se calcula el punto de corte con el eje "x"? ¿Recuerdan? Alumno: "y" cero Profesor: Lo que tengo que hacer es igualar todo esto (se refiere a f(x)) a cero, eso lo voy a hacer acá, ya no lo voy a hacer en borrador porque quiero que vean esta parte con mucho cuidado ¿ok?, mira, como algo muy particular, ojo, ojo ya (mientras señala la gráfica), algunos no recuerdan, lo que hacemos es igualar a cero, nos queda menos e a la menos x más uno más 5, ¿igual a cuánto? Alumno: A cero	
(5 minutos siguientes)	Profesor: a cero, a ver voy a acomodar un poquito la expresión, tú me dices si me equivoco, es correcto eso (e^{-x+1}=5), ¿es correcto? Alumno: Sí Profesor: esta todo ok ¿no? Alumnos: Sí Profesor: A, el detalle es que mi incógnita está en el exponente, ahora ojo ah, toma nota de esto que seguramente ya lo has visto en el colegio, cuando yo tenga una expresión de este tipo con a a la x igual a b, se sugiere despejarlo de esta manera, x es igual a logaritmo, logaritmo vamos a ponerlo así, neperiano de b, entre logaritmo neperiano de a ($a^x = b \rightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a}$) ¿sí? Y de esa forma yo puedo despejar la x, no te olvides de esa propiedad, sugiero tomes nota y la revises, ¿qué pasaría si yo tuviese en vez de a, "e" que es el numero neperiano?, e a la x es igual a b ($e^x = b$),entonces yo diría que x es un caso particular de lo que acabo de presentar (propiedad) es igual al logaritmo neperiano de b, ¿Cómo aplico esa idea, la última acá?, fácil, mira, el exponente que es menos x más uno debe ser igual al logaritmo neperiano de cinco, así	El profesor despeja la variable x mostrando la propiedad de logaritmo para el despeje de la variable en el exponente.

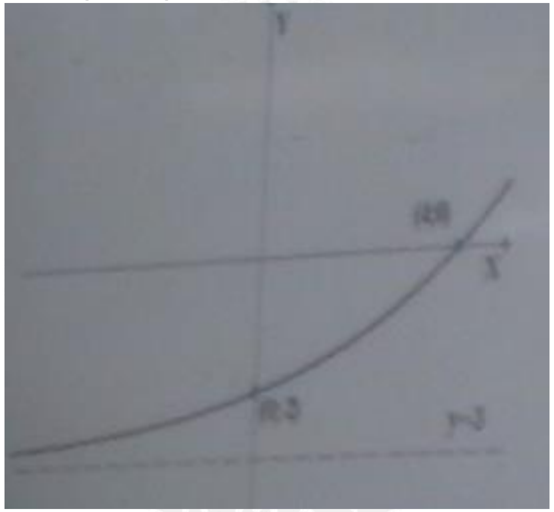
de simple ¿está bien? Así de simple, mira el exponente es igual al logaritmo neperiano del número que estoy señalando a la derecha,



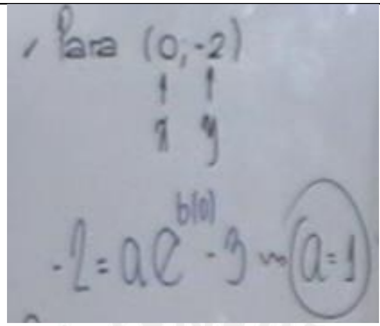
De manera que x es igual a uno menos logaritmo neperiano de cinco, o sea el número que va acá (punto de corte con el eje x) es uno menos logaritmo neperiano ¿de quién?
Alumna: de 5
Profesor: de 5, todo ok, así de simple, claro si queremos calcular la aproximación, el valor aproximado de esto (1-ln5) vamos a la calculadora y nos daría obviamente un numero negativo porque estamos ubicando un punto que está en el lado izquierdo del cero, en el eje x, ¿hasta ahí se ha entendido? ¿Sí?



Vamos a realizar ejercicios de la guía
Puedo borrar esta parte, voy borrando esta parte, creo que ya se entendió ¿no?, como se puede abordar la parte gráfica, no se ve complicado, con un par de puntos puedo graficar la función, ahora si ¿puedo borrar esto también? (lo último que hizo)
Bien, a ver vamos a elegir el ejercicio que esta acá ya de la guía (ejercicio 9)
Cada una de las gráficas mostradas a continuación representa a una función exponencial de la forma $f(x) = ae^{bx} - c$. *En cada caso calcule los valores de a, b y c.*

	, me interesa ese ejercicio (presenta una primera grafica) ¿sí? posiblemente la ecuación no se vea tan bien. Mira dice: Para cada una de las gráficas mostradas, yo estoy eligiendo solamente una, a continuación se presenta una función exponencial de esta forma ($f(x)=ae^{bx}-c$). Fíjate acá dice menos c, no dice más k, voy a tener que adaptar lo que he aprendido a esta forma, aunque se parece a algo de lo que yo había planteado ¿cierto o no?, ya, bueno entonces para comenzar, eh ¿se puede observar el eje x? Alumno: sí Profesor: ya, ¿se puede observar la asíntota horizontal? muy bien, ¿Cuál es la asíntota horizontal que tiene según el grafico?, según el grafico, según el gráfico.  Alumno: 3 Profesor: ¿3 ó -3?, parece que menos 3 ¿no?, recuerda que esta debajo del eje x, ¿cierto o no? Alumno: sí Profesor: entonces le voy a colocar AH: y=-3, eso es según el gráfico, si yo quiero obtener la asíntota horizontal, según la ecuación que yo tengo acá, simplemente lo que hago es, cojo este número ¿no? (encierra el término “-c” de la expresión $f(x)$),	
(5 minutos siguientes)	Según la expresión que está ahí, la asíntota horizontal debería ser ¿quién? Alumnos: -c	El profesor hace cálculos, con la

	Profesor: -c, ¿cierto?, así lo hemos practicado, en otras palabras estos dos números son lo mismo (señala “-c” con “-3”), de ahí yo podría decir que ¿”c” cuánto vale? Alumno: 3 Profesor: 3, ¿cierto?, c vale 3 y ya tenemos un valor, recuerda que me dice, calcula los valores de a b y c ¿cierto? Alumno: si Profesor: Y tenemos una parte. Hasta el momento ¿cómo quedaría la ecuación?, hasta el momento, si no me equivoco la expresión seria así f de x igual a, porsiacaso, “e” entenderemos que es el número de Neper, neperiano, b por x menos 3, excelente. Hasta el momento la expresión es así ($f(x)=ae^{bx}-3$), listo pero viene otra cosa, me están dando como dato puntos por donde pasa la función ¿cierto o no? , uno es el (4,0) y el otro es el (0,-2), mira entonces vamos a trabajar esa expresión para cada uno de los puntos, primero para a ver, ¿te parece este primero (por el (0,-2))? ¿Sí? Alumno: si Profesor: Para el punto cero punto y coma menos dos (0;-2), ¿Cuánto vale x en ese momento?, gracias cero ¿Cuánto vale “y”? Alumno: menos 2 Profesor: 2, Ah menos 2, y para este punto la abcisa es el cero y la ordenada es el menos 2 ¿cierto?, lo que voy a hacer es reemplazar acá ($f(x)=ae^{bx}-3$) estos dos valores, mira recuerda que este es el “y” (señala al f(x)) y aquí ¿cuánto voy a colocar?, menos 2, ¿cierto o no? Alumnos: si Profesor: Aquí voy a colocar a ¿sí?, voy a colocar “e”, ¿y qué voy a colocar aquí (señala la variable x)? ¿Recuerdas? Alumno: cero Profesor: Por cero ¿menos cuento? Alumno: tres Profesor: Bueno, b por cero es cero ¿cierto?, me queda e a la cero que vale, uno, me quedaría que simplemente todo esto sería a, a menos 3 es igual a menos 2, ¿Cuánto valdría “a”? Alumno: Uno Profesor: Muy bien.	participación de los alumnos



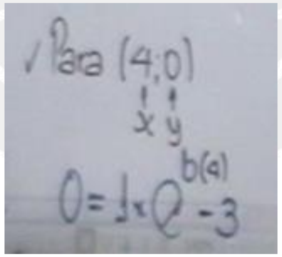
A vale uno, ya tengo el valor de, ya tengo el valor de c, ahora me faltaría solamente el valor de b, del gorrito. Siguiente parte, con cuidado creo que podemos hacer lo mismo, para el punto (4,0), ¿cierto?, ¿Cuánto vale x?

Alumno: 4

Profesor: Muy bien ¿y “y”?

Alumno: cero

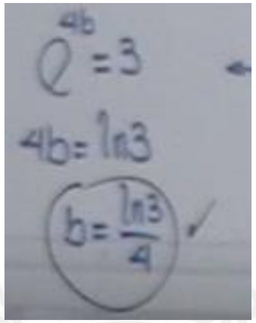
Profesor: Reemplazo entonces, de la misma manera, aquí (señala el termino f(x)) voy a colocar cero ¿cierto o no?, eh ¿Cuánto vale “a”?, creo que ya lo hemos calculado , uno, lo puedo dejar acá indicado (a=1), por “e” a la b por x, pero cuánto vale b, vale 4, perdón ¿Cuánto vale x?, vale 4, y a eso le resto 3



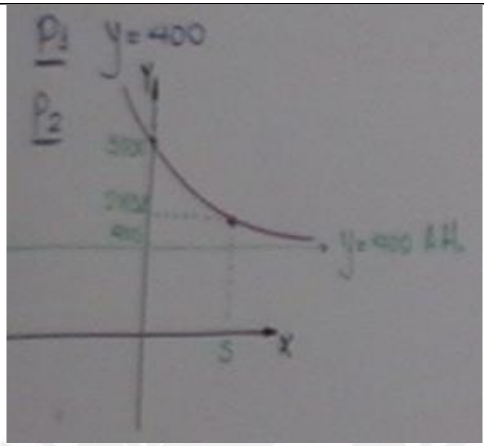
Ahora hay que operar, eso pasaría a este lado (se refiere a” -3”), si no me equivoco voy a tener que e a la 4b es igual ¿a cuánto?, a tres y ahora necesito resolver eso, pero creo que este caso ya lo hemos visto ¿no?, cuando yo tengo un “e” a la algo y el algo tiene que ver con mi incógnita, podría hacer yo lo siguiente, 4b es igual a logaritmo neperiano ¿de quién?

Alumno: de tres

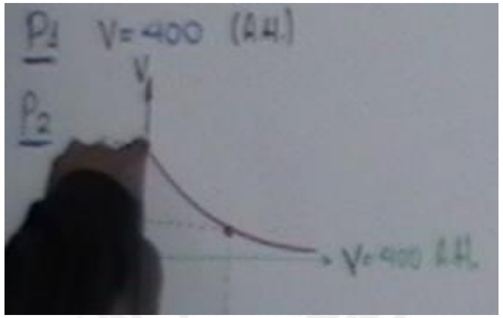
Profesor: Pasa a dividir el “y” y me quedaría b es igual a logaritmo neperiano de 3 ¿sobre cuánto?

	Alumno: sobre 4, y están los 3 valores que me pedían ¿cierto?  Toman nota para hacer un ejercicio más… *Ejercicio: Cuando cierta, maquinaria industrial tenga t años, su valor de reventa será* $V(t)=4800e^{-t/5}+400$ *dólares*	
(5 minutos siguientes)	Este es un ejercicio de aplicación de exponenciales ¿ok?, por ejemplo acá dice: Una cierta maquinaria industrial, dentro de "*t*" años tendrá un cierto valor de reventa, ustedes saben que por ejemplo un auto, yo creo que eso ya lo había comentado en un ejercicio, de introducción de funciones, el valor del auto va disminuyendo, a eso se le llama un fenómeno de depreciación ¿cierto o no?, y la depreciación no siempre puede ser eh, lineal, también puede ser cuadrática o incluso también puede ser un tipo de comportamiento exponencial. Veamos el caso ¿no?, porque me hablan del valor de reventa, es decir que puede ser que una maquinaria se haya comprado y su valor ¿haya? Alumno: Bajado Profesor: Disminuido, ¿cierto? es el contexto, continuemos, dice que el valor dentro de "*t*" años es esto (mostrando la expresión V (*t*)) v sub *t* la función valor es igual a 4800 "e" a la menos t sobre cinco más 400, todo esto en dólares ¿está bien?, eh, me dice graficar la función, yo creo que eso no tendría ningún inconveniente y lo vamos a hacer un poco más rápido ¿ok? Para la parte a), ¿Cuál es el paso número uno ¿recuerdas?, paso número uno la ¿asíntota vertical? Alumno: Horizontal Profesor: La horizontal, no puede ser vertical, entonces seria ¿*y*=? Alumno: a 400 Profesor: a 400 ¿sí?, que mas, ¿paso numero dos?, gracias (nadie responde), graficar la asíntota y realizar	El profesor hace un bosquejo señalando la asíntota horizontal e intercepto

	mi tabulación ¿no?, ¿cierto?, me corriges cualquier cosa, y "y=400" debe estar bastante alto, lo que yo podría hacer es simplemente una representación, como si 400 estuviese por acá (señala la parte superior del eje "y"), 400 seria…supongamos (hace el trazo de la asíntota), y=400, asíntota ¿de qué tipo? Alumno: Horizontal Profesor: Listo. ..Bueno ahora voy a tabular con un par de puntos que sería lo ideal, acá se necesita de todas maneras calculadora ¿sí? porque los números son un poco más grandes ¿cierto? Entonces vamos a colocar aquí una tablita…y yo voy a sugerir los valores ¿sí?, te parece primero con cero, a ver y después sugeriría, sugeriría con 5, ¿está bien?, yo sugeriría con 5, yo te sugiero pero recuerda que puedes tomar otro valor. Con cero si coloco cero acá (señala la función V(x)), se elimina esto (por la expresión exponencial) ¿cierto o no? me quedaría uno, 4800+ 400, acá seria, ¡por favor! ¿4800+400 dólares? Alumnos: 5200 Profesor: 5200 dólares, ahora vamos a reemplazar con 5, si yo reemplazo con 5 seria 4800 por "e" a la uno ¿cierto o no?, a la menos uno más 400, sería bueno en la calculadora colocar esto y ver cuánto sale ¿sí?...por lo menos aprox. ¿cierto? Alumno: 2165,82 Profesor: ¿sí?, entonces 2165,82 listo pues vamos a utilizar esos dos valores, primer valor cero 5200 ¿no? Alumnos: si Profesor: Bastante altos ¿no?, pero 5200 vamos a ponerlo que esta por acá (ubica un punto encima de la asíntota) ¿sí? está bien, supongamos que está ahí, acá sería 5200 ¿sí? y el otro sería 5 con 2165, entonces ubicamos 5 y 2165 que vendría a estar por acá, claro sabemos que no está a escala,	
(3 minutos siguientes)	Pero puede ser una buena tentativa para el grafico original, el punto sería este (dibuja el punto (5,2165)), por lo tanto el grafico ¿Cómo sería?, ¿así?(hace una simulación pasando por los puntos de paso, sin dibujar) Alumnos: claro Profesor: muy bien (dibuja la gráfica), y ya tenemos el gráfico	Toda su explicación se basa del gráfico.



Bueno, solamente que hay que hacer un ajuste a esto que acabamos de hacer. Esto (señala al V(x)) viene a ser el "y", y ¿Quién viene a ser x?
Alumno: t
Profesor: El "t", entonces lo que vamos a hacer es hacer un ajuste en nuestras notaciones, en realidad acá (señala la AH: y=400) yo debería colocar ¿Qué letra?.. V porque V es la "y" ¿sí o no?
Alumnos: sí
Profesor: yo debería colocar la variable V, no "y", ahora ¿qué voy a colocar acá? (por el eje x)
Alumno: t
Profesor: Muy bien, obviamente en mi tabla de tabulación, tendré que hacer los ajustes, en realidad de un inicio yo debí haber trabajado con ésos símbolos no con "x" y con "y" ¿se entendió?, entonces debes saber que cuando tu estas en un ejercicio donde corresponda la "x" debes colocar la letra que la estas representando ¿sí?, eso dependiendo del tipo de ejercicio, en este caso t es el tiempo, ahora recuerda que el "t" ¿Qué cosa es?,… tiempo ¿cierto o no?
Alumno: si
Profesor: t es tiempo, porque ahora podemos verlo mejor ya que está representada con una letra que representa el tiempo, nos damos cuenta que el tiempo no puede ser negativo ¿es cierto o no es cierto?, es decir en este dibujo ¿puedo? Tener una curva para el lado izquierdo (señala con la mano el lado detrás del x=0)
Alumno: No

	Profesor: No, lo que yo tendría que hacer es borrar esto  ¿Sí?, listo, borro eso y el gráfico en realidad comienza ahí, ten cuidado en el examen, en el examen los estudiantes hacen esto directamente (señala la gráfica original sin borrar el tramo negativo.	

APÉNDICE C

ENTREVISTA: Profesor A

Datos personales

¿Qué carrera y dónde estudio su pregrado?

Estudié matemática pura en la universidad Nacional de Trujillo

¿Qué carrera y dónde estudio su posgrado?

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas en la PUCP.

¿Tiene algún otro grado de estudios? ¿Alguna otra formación educativa?

No

¿Cómo es que se interesó por enseñar y en ser profesor de Matemática? ¿Por qué enseñar matemáticas?

Porque me encanta enseñar. Yo empecé dictando clases particulares desde que empecé a estudiar en la universidad, entonces en paralelo me recurseaba de esa manera y me di cuenta que enseñar a chicos de colegio, la enseñanza en general de las matemáticas me encantaba, es como que yo he nacido para eso.

¿Cuánto tiempo ha enseñado matemáticas?

Como clases particulares desde el 2002 y formalmente recién terminado mi pregrado más o menos en el 2007 a 2008 en la UPN de Trujillo un semestre, posteriormente en el colegio Claretiano de Lima dos años, luego empecé a estudiar la maestría y ahora que enseño en la Católica.

1.- ¿Con sus propias palabras que me puede decir acerca de la función exponencial?

Es una regla de correspondencia, que tiene un dominio, con ciertas características.

2.- ***Si tendría que definir la función exponencial, ¿Cómo la definiría?***

Como $a.b^x$ tal cual está en el texto, es la regla de correspondencia y es exponencial porque tiene una forma especial, nada más.

Tenemos que tomarlo de acuerdo al texto para uniformizar, porque si vas a Elon, ahí lo define a partir de propiedades entonces varia un poco ahí, pero no es la forma como la enseñan acá, entonces como tenemos que ceñirnos a un solo texto un poco para no confundir a los chicos todos tomamos en cuenta esto.

¿Tiene mucho peso para Ud. que el libro lo defina así a la función exponencial para que Ud. también lo defina de esa forma?

Lo que pasa que es el libro que los chicos usan, entonces yo tengo entendido que tenemos que regirnos a lo que dice el texto porque los chicos tiene que guiarse básicamente de algo concreto entonces lo que se hace es que se guíen de ahí y los problemas básicamente lo hemos sacado de ahí, particularmente he sacado algunas preguntas adicionales pero tratando de cubrir cosas que se le podría preguntar, cosas que ellos deberían saber, cosas básicas que es lo que se enseña en este curso.

3.- ¿De dónde obtuvo o dónde aprendió este significado de la función exponencial?

Del libro guía.

¿Si fueran alumnos de ciencias, presentarías de la misma forma la definición de función exponencial?

A yo trataría de abarcar más cosas. Tendría que ver muchas cosas, si son los primeros cursos, porque incluso acá (en MAT128), los problemas los he ido modificando un poco para tratar de escudriñar un poco en el razonamiento de los alumno a ver si se dan cuenta tal cosa, ir preguntando e indagando, entonces esa es la forma más que nada como enseño en general cualquier tema, entonces preguntas y tratar de ver los puntos débiles para ahí ir cubriendo.

¿Entonces le interesaría mucho el tipo de estudiantes para definir de una u otra forma la función exponencial?

Yo creo que sí.

¿Si fuera de ciencias la define de otra forma?

Quizá, si toma como referencia algún texto, hay que ver el texto, tendría primero que conocer a los alumnos, saber qué nivel tienen, es una combinación de todo.

¿Si no hay un texto base?

Diría todas las funciones que tienen esta forma especial que cumplan con tal o cual condición entonces vamos a llamarle de manera especial que es una función exponencial. Para hacer una cosa más elaborada, para hacer algo más constructivo yo creo que se tendría que hacer un estudia del objeto función exponencial y comenzar a plantear cosas, quizás se puede enseñar a chicos de colegio no estoy segura pero estoy pensando que se tendría que estudiar bien el objeto matemático para comenzar a descubrir cosas y construir.

Lo que pasa es que si te das cuenta acá los primeros cursos que hay donde se enseñan este tipo de funciones, los pasas al vuelo, entonces por eso mismo es que tú dices la función exponencial es aquella que tiene esta forma especial luego nos vamos a los problemas básicamente.

¿A qué se refiere con forma especial?

A que tiene una forma especial, la regla de correspondencia.

4.- ¿Conoce Ud. la caracterización de Cauchy para que una función será exponencial? ***(que característica debe cumplir una función para que sea una función exponencial)***

Sí, las propiedades que pone Elon.

Intervención del investigador

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que $f(x+y)=f(x)f(y)$ *para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que:* $f(x)=A^x$ *para todo número real x.*

5.- De acuerdo con esta caracterización:

¿La función $f(x)=a.b^x$ ***será una función exponencial?***

No, ni a balas va a llegar a eso (esto lo deduce después de hacer algunos cálculos)

6.- Cuando presentó su clase de función exponencial observé que dijo que las funciones de la forma $f(x)=a.b^x+1$ ***no es función exponencial?***

Si consideramos esta forma como se define en el libro una función exponencial que se ponen como ejemplos no van a dar. La cosa es que, a los chicos tu les puedes presentar un tema cualquiera, mientras que tú seas coherente por ejemplo esta forma como yo digo ya estas funciones va a ser funciones exponenciales, mientras que tú te mantengas coherente durante todo lo que enseñes de función exponencial no hay problema, pero estas funciones, pero estos ejemplos rompían con esa definición y yo tenía que seguir la definición, pero yo no podía engañarles a los chicos diciéndoles que también son funciones exponenciales, no esas son otras cosas, es una traslación, no tenía que ver pero parece que ahí hay algunos errores que las ponen como ejemplos, porque parecen, por la forma, el dibujo quizás.

Investigador: Elon Lima las llama tipos de funciones exponencial a todas estas formas que Ud. llama traslaciones.

¿Qué aplicaciones considera más relevantes para aplicar el tema función exponencial?

Para ser sincera yo recién estoy viendo problemas que son contextualizados o sea la carrera de matemática a mí me ha dado formación abstracta, entonces donde yo recién estoy viendo ejemplos de problemas contextualizados sobre distintos tipo de funciones es acá enseñando, entonces si me piden que aplicaciones las considero más relevantes no lo sé. Yo recién estoy explorando estos problemas del libro, trato de averiguar más cosas, o sea recién estoy en ese proceso, es la segunda vez (dos ciclos) que dicto. Entonces las aplicaciones más importantes no te podrían dar una respuesta. Porque además los chicos están combinados, hay de diferentes carreras probablemente como me dicen ellos, "los especialistas de mi carrera, me dicen que no usan nada de matemática, bueno suman , restan pero eso lo puede hacer cualquiera con la calculadora", o sea hasta los mismos especialistas, si nos ponemos a explorar lo que van a ser después estos chicos, sus mismos especialistas a quienes ellos entrevistan, su referencias les dicen(a los alumnos) que no hay nada de matemática, entonces me da una idea a mí que se les está poniendo *cosas que a la larga probablemente no le vaya a servir mucho.*

Con respecto al material de trabajo para este tema ¿en que se basa?

Yo me baso porque tenemos que hacerlo de alguna manera así, en el libro, entonces tomo como referencia algunos problemas del libro pero no me quedo ahí incluso como se ve en mi clase no solamente pongo problemas tal cual, yo hago más preguntas, o sea la forma en que yo trabajo en general es, tomo como referencia un problema que puede ser tomado del libro, adecuado del libro y luego me baso en hacer ´preguntas a los chicos, "*y que pasa si hago este cambio, y que pasa si ahora esto ya no está definido en este dominio, si me restringen el dominio, si me cambian tal condición*", preguntas para que a ellos los muevas a pensar en algo más, esa es la forma como yo básicamente, y siempre explorando por ejemplo en el libro de Elon, si puedo veo en el internet algo que me llame la atención que les pueda servir a los chicos, entonces los tomo y haciendo preguntas para interactuar, para llevarlos a un punto donde tengan que pensar y darles un tiempo para eso.

¿Entonces también utiliza el internet para plantear los ejercicios?

No, si hay algún ejemplo algo que me dé una idea de un problema, tomo loa idea y luego hago las preguntas, las preguntas las planteo básicamente yo, si yo quiero que los chicos se den cuenta que como se grafica adecuadamente y para eso yo creo que es importante que consideren el dominio entonces empiezo a tomar restricciones, les digo cual es el dominio, cuál sería el rango, hago más preguntas de las que se les exige normalmente, para llevarlos un poco a que piensen, si cambio la situación les pregunta ¿cómo sería en ese caso?, y que se hagan preguntas.

El primero semestre (2013-1) he seguido el libro tal cual, como era nueva no sabía qué hacer, pero ya para este segundo semestre ya he explorado más cosas, he ido a ver y como lo define tal autor, y comenzar a explorar y según de una primera experiencia ya uno sabe que es lo que necesitan saber los chicos, que cosas se les puede preguntar y ya con esas ideas ya yo ahora planteo más fácil mis clases, a veces también ellos mismos hacen preguntas que yo no había pensado pero luego esas preguntas que ellos hacen y están buenas, las incluyo ya no para este semestre, las puedo convertir en una pregunta para examen o quizá lo pongo en el otro semestre, entonces las tomo.

Los chicos ven que estas cosas que ellos han dicho y yo las he sabido valorar eso les a gustado, o sea nunca antes un profesor de matemática había considerado mis ideas, es muy positivo la forma de hacerlos interactuar, que hablen, pedir sus opiniones.

¿Se ha percatado de algunos problemas que más hayan tenido dificultad de aprender en funciones exponenciales?

En función exponencial más bien yo he notado que han subido sus notas, donde tienen problemas más bien es en funciones cuadráticas en la parte de completar cuadrados.

¿Si dictaras a alumnos de matemática pura, donde ellos ya están viendo esto de las integrales, logaritmos, definirías la función exponencial de la misma forma?

Yo no tengo problema de definirla de una u otra manera, mientras uno sea coherente, yo pienso que si ellos la definen de alguna manera es por alguna necesidad, o antes han estado trabajando integrales entonces lo más natural para ellos es enseñar la función exponencial como una integral, bueno, es la secuencia o si han estado trabajando funciones inversas y primero han trabajado logaritmo, entonces es más natural llevarlo desde esa manera como la función inversa de logaritmo, pero no imponerles una de estas formas sin que antes la hayan visto. Para mi tiene que ver todo como que sea algo natural como una secuencia o decirles que hay una función que tiene una regla de correspondencia especial y si tienes esta regla de correspondencia, esta forma especial entonces vamos a llamarle exponencial. Para mí la forma de cómo se enseña un tema específico tiene que ser muy natural para los chicos, debería ser así, debería salir natural y no imponerles.

Por ejemplo acá en letras como ya vieron el tema de función, ahora una función que tenga esta forma especial va a ser llamada lineal, si tiene esta otra forma especial va a ser llamada cuadrática, si tiene esta otra forma especial va a ser llamada función exponencial, bueno es la forma como se ha planteado nada más, pero a todas la estas tratando de la misma manera.

APÉNDICE D

ENTREVISTA Profesor B

Datos personales

¿Qué carrera y dónde estudio su pregrado?

En la Universidad Inca Garcilaso de la Vega (Lima), y la carrera Educación Matemática y Física

¿Qué carrera y dónde estudio su posgrado?

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas en la PUCP.

¿Tiene algún otro grado de estudios? ¿Alguna otra formación educativa?

Estudié otro postgrado, aunque no saque el grado en Investigación y docencia universitaria en la Garcilaso de la Vega.

¿Cuánto tiempo ha enseñado matemáticas?

Formalmente desde el año 1998 más o menos y mucho antes empecé a dar clases particulares en una academia por el año 1990 más o menos. Soy promoción 2000 en la Garcilaso, también estuve estudiando en la UNI (Universidad Nacional de Ingeniería) ingeniería metalúrgica.

¿Aparte de haber enseñado en la USIL, donde más ha enseñado?

Hablando de universidad solamente en la USIL. He dictado en colegios como el Lord Byron School, en el colegio parroquial San Norberto, en Santa Catalina, en el colegio Pitágoras y también estuve dictando unos cursos de nivelación del SENATI. En el colegio que dedique más tiempo fue 3 años en el colegio San Norberto y más o menos un año en cada uno de los otros.

¿Cuál es el curso en el que dicta función exponencial?

Análisis Matemático 1

¿De qué ciclo es el curso en el que dicta función exponencial?

Primer ciclo

¿Cuántos alumnos tuvieron a su cargo en este curso?

En el curso eran 12 estudiantes

1.- Con sus propias palabras ¿Qué entiende Ud. por función exponencial?

La función exponencial la veo primero como un objeto matemático que me permite estudiar el comportamiento de una situación real que no puede modelarse necesariamente con una expresión polinómica. Hay muchas situaciones reales que pueden ser expresadas por medio de funciones exponenciales.

2.- Y por definición ¿Qué me puede decir acerca de la función exponencial?

Es una función de la forma a^x cuya base es un número real, no negativo, diferente de cero y uno, el dominio es todos los reales. El rango depende de la forma elemental de la función exponencial, si hablamos de una función exponencial 2^x por ejemplo, el rango sería abierto en cero hasta más infinito, ahora el rango va a depender de la forma de la función exponencial, puede ser un 2^{-x} y el rango es diferente, o puede ser -2^{-x} que el rango es diferente.

3.- En su clase Ud. definió a la función exponencial como $f(x)=b.a^{x-h}+k$ ¿Por qué lo definió de esa manera?

A ya, primero respecto a las letras o al aspecto literal, las funciones anteriores estaban definidas, por lo menos las funciones especiales que se iban presentando en las mismas letras, *a, b, h* en algunos casos y *k*, donde *h* y *k* podía representar diferentes cosas dependiendo de la función, entonces utilizaba las mismas letras para que sea familiar para ellos, indicándoles que en este caso cada una de estas letras representaba una cosa diferente para la función exponencial.

¿A qué se refiere con funciones especiales?

Las funciones especiales es una categoría de funciones elementales de algunas funciones que conocemos, esa clasificación está dada dentro del currículo del curso de análisis matemático *1* y de referencial de algunos textos, el que está en el sílabos. Entre las funciones especiales que se están considerando están la función

lineal, la forma *ax+b* con *a* diferente de cero, la cuadrática en la forma $y=x^2$, claro que la función cuadrática tiene una forma más general, pero loa forma especial es la forma elemental que es $y=x^2$ y así como otras como el valor absoluto pero en su forma simple de tal manera que a partir de ellas se va a poder generar posteriormente funciones como por ejemplo las funciones por tramos, a través de traslaciones o transformaciones de estas.

4.- ¿De dónde obtuvo o dónde aprendió esta definición de la función exponencial?

He visto una manera similar en el libro de Dennis Zill de precálculo, una manera similar solamente que las letras como te digo vienen como una decisión como profesor buscando un aspecto didáctico en similitud con las letras ya utilizadas en otras funciones anteriores (se refiere a las elipses, parábolas e hipérbolas), pero la referencia está en el Dennis Zill.

¿Esta forma que define $f(x)=b.a^{x-h}+k$ *la llama función exponencial o la llama de otra forma especial?*

No, la damos en la universidad como la función exponencial, la forma general, una forma general de la función exponencial.

¿Tienes alguna fuente, libros para afirmar esto?

5.- ¿Tiene que ver mucho el tipo de estudiantes para que defina Ud. de esa forma la F.E? ¿Porque?

Sí, en algunos casos, en realidad en la mayoría de los casos depende del tipo carrera, y de la orientación dada en la coordinación, cada carrera, cada coordinación establece las pautas de algunas definiciones de acuerdo a la especialidad que el estudiante sigue, en algunos casos no cambia la definición porque son estándar, en otros casos son necesarias por una cuestión didáctica

¿A qué se refiere con estándar?

Por ejemplo es posible que en algunas expresiones matemáticas mantengan las letras iguales en diferentes carreras porque es muy común, por ejemplo cuando yo tengo la ecuación, si no hablamos de funciones, la ecuación de una circunferencia es muy común utilizar el h y el k y eso por ejemplo es algo estándar en todas las carreras, pero si hablamos de una función, cuando se pueda mantener y no sea necesario, digamos cambiarlo, no sea tan relevante, entonces se mantiene y sería como una forma estándar

¿Entonces tiene que ver mucho el tipo de alumnos?

Sí por la carrera, no por el nivel, si es bajo es decir si tiene deficiencia para aprender, tiene poca base, eso no es lo que determina.

Si fueran de cursos de letras como presentaría la definición de F.E

Yo creo que para los cursos de letras se podría presentar la función exponencial, lo que sugeriría es a partir de la forma $y=a^x$ nada más. Es más he tenido experiencia enseñando en un curso, solamente se llama *matemática*, y ahí lo definimos como $y= a^x$ con las características de su dominio y rango, su crecimiento, decrecimiento.

Sugeriría para el caso de las traslaciones ya no se use el caso general sino el caso más elemental cuando el k y el h sean cero y el a valga uno, o sea la forma más simple b^x y partir de ahí porque en los cursos se estableció desde un inicio cuando se comenzó funciones las formas básicas, así yo establecí como formas básicas en donde se mostró todas las formas básicas y a medida que se iba avanzando por ejemplo cuando se llegó a función exponencial estuvo el compromiso de mostrar una forma un poco más general aunque la forma general depende mucho del autor que uno tenga como referencia de apoyo.

¿Ha presentado siempre la misma definición de función exponencial a tus alumnos?

No, las definiciones, las estrategias las voy probando, algunas se mantienen, otras surgen algunas variantes inclusive en el mismo ciclo puedo tomarme la libertad de presentarla de manera diferente mientras no sea tampoco muy radical el cambio en diferentes aulas, el mismo ciclo, para ir probando ciertas situaciones.

¿De qué depende este cambio?

Depende de dos cosas, ahí si depende del nivel del estudiante, del tipo de grupo humano que tengo, algunos grupos de chicos tienen un buen nivel, tal vez porque pertenecen a beca 18 y cuando tienen esa característica entonces el curso se hace más analítico, entonces en algunos casos antes de llegar a la definición sueles hacer deducciones con ellos y después estableces una definición, en otras aulas del mismo ciclo puedes llegar hasta presentar la formula y haces una descripción, no haces una deducción ya que los estudiantes adolecen o tiene dificultades para hacer deducciones.

4.- ¿De los siguientes casos, podría decirme cuáles para Ud. son funciones exponenciales? *(ir al cuestionario. Pregunta 1)*

5.- ¿Conoce Ud. la caracterización de Cauchy para que una función sea exponencial? ***(que característica debe cumplir una función para que sea una función exponencial)***

No recuerdo, no sé si coincida con lo que yo conozco.

Interviene el investigador

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que $f(x+y)=f(x)f(y)$ *para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que:* $f(x)=A^x$ *para todo número real x.*

Así esta definición, así como está no la he visto, digamos así como está, pero recuerdo que la definición de función exponencial que he revisado en el Taylor, menciona esto.

6.- De acuerdo con esta caracterización ¿La función que Ud. dió, $f(x)=b.a^{x-h}+k$***, será una función exponencial?***

No, no serían una función exponencial, de acuerdo a la definición dada por Cauchy.

¿Qué dirías de los que presentan a la función exponencial a las demás forma?

Pueden ser composiciones con funciones exponenciales.

¿Tú crees que los profesores conocen esta caracterización?

De manera general no creo que los profesores la conozcan, lo que si yo estoy seguro es que aquellos que tienen formación de matemáticos que es el 80% de los que enseñan los cursos de matemática lo deben conocer, tal vez no con el nombre de Cauchy pero si debe conocer esa caracterización, eso sí estoy seguro.

Entonces, ¿A pesar de la caracterización de Cauchy de función exponencial me dice que para que sea función exponencial, cree que en la enseñanza de esta función sería relevante aclarar esta caracterización?

Yo creo que es posible pero no para cursos de matemática de carreras de ciencias sociales, de administración o de humanidades, para carreras de ingeniería es posible hacer una adaptación, es posible, habría que hacer una evaluación del aspecto didáctico, si ese saber sabio es adecuado para que el estudiante conozca rápidamente las características de las funciones y cumpla con los requisitos establecidos en el curso, que es lo más importante. Entonces yo me rijo un poco más por lo que se establece como requisito para el curso y el enfoque que se establece para eso.

¿En ese sentido entonces no habría mayor relevancia la Caracterización de Cauchy en la enseñanza de la función exponencial?

No, sí es importante pero no creo que tenga que usarse tanta formalidad para esta función y otras en el caso de algunas carreras, es posible que algunas carreras tengan una exageración del formalismo por creer que si esa es la definición entonces así hay que enseñarla, no necesariamente la forma como se desarrolla la matemática es la forma de como nosotros debemos construirla en la cabeza de los estudiantes.

Como se sabe Euler definió por primera vez la función exponencial como $f(x)=e^x$, sin embargo en muchos libros se puede observar que a la función exponencial la definen como $f(x)=a^x$. ¿Cuál es su punto de vista del porque ese cambio?

Bueno en realidad podría darte una hipótesis porque no conozco exactamente cuándo se hizo ese cambio o esa sugerencia, pero pienso que la primera tiene aplicaciones específicas, en cambio la segunda generaliza de alguna manera caso en los cuales la base pueda ser diferente del número e para no necesariamente de estudios complejos. Yo creo que este cambio debió ser por algunas cuestiones didácticas.

7.- Cuando prepara material de trabajo para el tema de función exponencial, ¿Qué proceso sigue habitualmente?

Bueno los materiales disponibles son los ejercicios de la guía de estudios que ya está establecido y entra a revisión cada dos ciclos por un grupo de profesores, después esta las diapositivas que la prepara un docente que no necesariamente soy yo y pasa por revisión por la coordinación y en función a eso se establece la directriz para la de funciones en rigor que deben presentarse en el aula, es decir si yo presento una definición debe estar de la mano con lo que está ahí , pero los otros documentos que se preparan son para la evaluación que son preparados por nosotros los profesores y los que si ya están establecidos son los de aprendizaje.

¿Se guía de los libros que presenta el sílabo para sus presentaciones?

Exactamente cuando hago algunas definiciones por ejemplo cuando hablamos de aspectos de continuidad donde se requiere un mayor rigor matemático pues uno no siempre puede ser tan ligero al presentar los conceptos, por ejemplo continuidad se presenta los conceptos como están en los textos y se interpreta con los estudiantes, por lo menos es la estrategia que uso.

Yo me guio del Ron Larson de cálculo 1 para este curso de análisis matemático 1 y el Stewart de cálculo de una variable, esos básicamente.

¿De acuerdo a esta caracterización de Cauchy de función exponencial, considera entonces necesario uniformizar la definición de función exponencial en la institución?

Una institución no creo, yo creo que sería bueno uniformizar de acuerdo a las especialidades que se estén enseñando. De acuerdo a la necesidad del estudiante relacionado con si carrera profesional, es posible que algunas definiciones no tengan elementos que no sean de tanto provecho para un estudiante en su praxis en unos cursos más avanzados.

8.- ¿En su práctica docente por qué incide mucho en la asíntota horizontal?

Las asíntotas son presentadas formalmente cuando se trabaja el tema de límites, que son capítulos más adelante pero se va introduciendo la idea, los conceptos de asíntota de la forma más simple a través de las funciones que presentan esta característica y para su reconocimiento. Cuando ellos entran al tema de asíntotas, suelen tener dificultades cuando no se ha visto o se ha mencionado poco sobre las asíntotas horizontales y verticales que son lo más comunes en las formas básicas y se aprovecha esta situación de enfatizar para ir familiarizándolos en la identificación de la las características de una asíntota para cualquier función.

¿Qué me puedes decir acerca de los "tips" que usan ciertos profesores para relacionar la gráfica con la forma algebraica de la función exponencial?

Hasta el año pasado estuve trabajando, elaborar la representación gráfica en el sistema de coordenadas de una función exponencial utilizando las características de los signos, veía que tomaba tiempo y calculo que el 40% aproximadamente asimilaba rápidamente esto y al asimilarlo, menos todavía, es decir el 30% hasta el 20 % tenía facilidades para utilizar estas características, porque no son tan analíticos, son más visuales y apoyándonos en que podemos realizar cambio de registro rápidamente, si es que se puede lograr, o buscar una técnica de cambio de registro rápido para que el estudiante pueda ir a la forma gráfica, identificar a través de la forma gráfica algunas características para que él pueda después codificar la información y decodificar después cuando lo necesite. La técnica de graficación que mostré me pareció que daba más resultado en realidad, es más hay menos equivocaciones en la hora de la resolución de un problema en un examen cuando ya se trabajó con estas técnicas. Esta técnica de los puntos y del estudio de las asíntotas es sugerida en las diapositivas pero aun así uno tiene la libertad de moverse alrededor de eso, puedes utilizar la técnica de los signos pero te demora un poco más.

APÉNDICE E

Entrevista Profesor C

Datos personales

¿Qué carrera y dónde estudio el pregrado?

Bachiller en ciencias Agronomía, en la universidad Nacional Agraria.

¿Qué carrera y dónde estudio su posgrado?

Maestría de Enseñanza de las Matemáticas, en la PUCP.

¿Tiene algún otro grado de estudios? ¿Alguna otra formación educativa?

Estudie 7 años Ingeniería Civil en la PUCP, pero no llegue a concluir.

¿En qué curso enseñas el tema función exponencial?

Matemáticas Básicas

¿A qué carrera pertenecen los alumnos que enseña?

Administración

¿Cuántos alumnos tienen a su cargo?

30 alumnos

¿Es la única aula donde dicta el tema de función exponencial?

No también en Lógica de la matemática.

¿Cómo es que se interesó por enseñar y en ser profesor de Matemática? ¿Por qué enseñar matemáticas?

Desde que era pequeño jugaba con los números, después cuando ya tenía año y medio de años estudiando en la católica empecé a dar clases de matemática a escolares para financiarme, entonces ahí me decían que yo tenía pasta de profesor y así durante años empecé a dar clases particulares.

¿Cuánto tiempo ha enseñado matemáticas y matemáticas aplicadas o precálculo en primeros semestres?

En particular empecé desde el 80

¿Qué actividades específicas utiliza para evaluar el aprendizaje de sus estudiantes en función exponencial?

Nosotros les tomamos unas evaluaciones virtuales cada semana que están en una plataforma virtual que se llama galileo, eso ya está hecho ahí, la plataforma misma les califica. Esas actividades las hace una empresa que está contratada con la universidad. Ahí nosotros podemos acceder a ver los resultados y aparte de eso tenemos evaluaciones presenciales que son 3 y dos de las evaluaciones presenciales son antes de la semana 8 la tercera después de la semana 8 después se tiene el examen final.

1.- Con sus propias palabras ¿Qué entiende Ud. por función exponencial?

Es una relación de correspondencia entre dos variables en donde la variable independiente está en el exponente de un número que se denomina base que tiene que tener ciertas condiciones y esa función permite modelar ciertas sucesiones de la realidad que a veces no se pueden modelar con otro tipo de función. Ahora las condiciones de la base se tienen que deben ser mayor que cero, diferente de uno y nos permite modelar una serie de fenómenos básicamente de la naturaleza como inclusive fenómenos sociales, biológicos, científicos.

2.- Por definición ¿Qué me puede decir acerca de la función exponencial?

Como $f(x)=b^x$ donde $b>0,\ b\neq 1$, si es una función con esas condiciones decimos que esa es una función exponencial. Proceso de clase Antes de introducir la definición de función exponencial tal cual la conozco, les digo que le vamos hacer una motivación, un problema motivacional. No tengo problema con dar esta definición $f(x)=b^x$ en clase, prefiero esa definición que es mucho más simple, es mucho más sencillo por el tipo de alumnos y no poner $a.b^x$ o $a.b^{x+c}$ peor todavía, los matas.

3.- ¿Por qué definió así a la función exponencial en su clase?

Porque Me parece más sencillo.

4.- *¿Tiene alguna fuente para definir así la función exponencial?*

El Haussler, no lo usamos como texto pero mucho de lo que hacemos nosotros en este curso está inspirado en ese libro, "Matemáticas para administradores", muy bueno.

5.- *¿Tiene que ver mucho el tipo de estudiantes para que defina Ud. de esa forma la F.E? ¿Porque?*

Tiene todo que ver, me parece que el estudiante de administración, la mitad de ellos no saben matemática la otra mitad de los que restan saben un poco y solamente algunos saben algo entonces tenemos que ir de lo más simple y así nomás, no más complejo. No es digamos que de casualidad se da de esa manera, la idea es ir de lo simple hasta hacer aplicaciones, básicamente lo que hacemos nosotros siempre es aplicaciones.

Si fueran alumnos de ingenierías como presentaría la definición de F.E

Yo lo definiría igual, son alumnos igual que no saben, por más que sean de ingeniería eso no quiere decir nada.

¿Nota Ud. la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial en la institución?

Obviamente dentro del ámbito de un curso si tendrías que uniformizarlo porque si vas a tomar una evaluación y un profesor hace una notación y otro profesor otra ahí tienes un conflicto, entonces dentro de un curso dentro de una institución si tienes que uniformizar, para eso está el jefe de línea que es quien edita las pautas y el profesor no puede decir que lo va a dictar de otra manera, aunque eventualmente que ve que algunos se van por su lado pero no es muy común.

¿Ha presentado siempre la misma definición de función exponencial a tus alumnos?

He dictado matemática básica para ingeniería cálculo para ingeniería y también lo he definido de la misma forma, claro que en algunas veces en lugar de *b* se coloca *a*.

6.- ¿De los siguientes casos, podría decirme cuáles para Ud. son funciones exponenciales? *(ir al cuestionario. Pregunta 1)*

7.-* ¿Conoce Ud. la caracterización de Cauchy para que una función sea exponencial? *(que característica debe cumplir una función para que sea una función exponencial)

Dada por el investigador

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ". Entonces existe un real A positivo, tal que: $f(x)=A^x$ *para todo número real x.*

Si la conozco, si la he visto en algún lugar, pero es algo que la mayoría no conoce, nosotros no lo hacemos esto en la clase, esto sería interesante hacerlo en algún momento, pero no la uso en mi práctica docente.

8.- De acuerdo con esta caracterización ¿Las funciones de la lista, serán función exponencial?

Matemáticamente puede ser que no sea función exponencial pero dentro del ámbito que nosotros hacemos función exponencial todas estas son para nosotros funciones exponenciales.

¿Qué diría de los profesores que presentan la función exponencial de las demás formas?

Yo no la haría así ($a.b^{x+h}$) porque el alumno tiene una tendencia a decir "ah esto es una fórmula". Entonces ellos empiezan a decir cuando el *h* es tal, entonces buscan reemplazar en la fórmula. Yo particularmente me siento más cómodo de la manera que estamos dictando, no es que evidentemente de esa manera me ha sido dada, yo me he ido acostumbrando, quizás si me hubieran dado desde el comienzo de la otra

manera y me hubiera ido acostumbrando, me parecería mejor, de repente me hubiera encantado la manera de hacerla de esa forma, un poco más intuitiva quizá, pero yo no lo haría así, obviamente que tiene algunas ventajas, por ejemplo acá ($f(x)=a.b^{x+h}+k$) ya estás mirando la asíntota, la cual no la ves aquí ($f(x)=b^x$), para yo presentar la asíntota, le pongo un cero acá al costado y tengo que decirle que la asíntota es y=0 , el alumno tiene mucho problema para decir cuál es la ecuación del eje *x*, o cual es la ecuación del eje *y*, no saben eso entonces eso hay que refrescar y en ese sentido esto ($f(x)=a.b^{x+h}+k$) si tiene una ventaja pero nosotros hacemos esto cuando hacemos transformaciones entonces es otro enfoque. No puedo decir que este mal, también se puede enseñar de esa manera, simplemente si me dicen a partir de ahora vamos a enseñar asi ($f(x)=a.b^{x+h}+k$), no hay ningún problema, vería la forma de que sea más intuitiva, de repente partiría de acá ($f(x)=b^x$), y llegaría a la generalización ($f(x)=a.b^{x+h}+k$).

¿Ud. cree que los profesores conocen esta caracterización?

Entonces, ¿A pesar de la caracterización de Cauchy de función exponencial, cree que en la enseñanza de esta función esto sería relevante?

No la considero relevante.

Para el tema de función exponencial, además del material colgado en el sistema, ¿prepara Ud. material adicional?

A nosotros nos asignan entre todos los profesores, se asigna ciertas responsabilidades, por ejemplo me puede tocar que yo haga la semana 9, aunque eso ya está hecho nosotros solo lo adaptamos a las fechas calendarais. Ahora si en el curso sacan un tema ya todo cambia, si no tienes el tema, tienes que buscarlo y hacer las diapositivas y eso si las revisa el coordinador y se someten a todos los profesores para que den sus opiniones.

¿Los ejercicios los toma también el libro Haussler?

No, acá tenemos un libro que lo hicieron el coordinador y el jefe de línea, lo hicieron hace un año y es un libro hecho en UPC, el alumno trabaja dentro del libro y ahí

están los ejercicios, es muy poco común que los alumnos consulten libros no lo hacen.

7.- Cuando prepara material de trabajo para el tema de función exponencial, ¿Qué proceso sigue habitualmente?

¿Te guías de los libros que presenta el silabo para tus presentaciones?

8.- ¿Por qué incide mucho en la asíntota horizontal?

Para nosotros la asíntota horizontal es fundamental, yo hago mucha grafica en la clase, cualquier cosa que hago la represento mediante gráfica y trato de que mis alumnos se acostumbren a eso a que siempre estén graficando.

10.- ¿Cree que en algún momento los alumnos utilizarán esta representación de FE en sus posteriores cursos?

11. ¿Por qué no definir en tu clase simplemente como $f(x)=e^x$?

Buena pregunta, los alumnos no saben qué cosa es *e*, si yo empiezo de frente con *e* les estoy presentando dos cosas que no conocen, primero la función exponencial que no conocen y el *e* que tampoco lo conocen entonces nosotros presentamos primero como ejemplo el 2^x que es un clásico y los hacemos tabular a ellos mismos para que vallan haciendo la gráfica, luego les hacemos el $(1/2)^x$ y lo vuelven a tabular, luego el 3^x , el $(1/3)^x$ y después que hemos hecho todo eso ya entramos con las aplicaciones de eso y recién después entramos a definir el numero *e* y después mostramos las gráficas de 2^x y el 3^x y el e^x le mostramos más o menos al medio.

¿Y lo presenta como caso particular de b^x ?

Lo presentamos como que de ahora en adelante esto es lo que se va a usar más pero en las aplicaciones no les ponemos problemas como el 2^x, ya les hacemos con e^x. Ahora mucha gente como presenta el *e*, lamentablemente el *e* para explicarles a los alumnos que parte de una serie de números cuando n tiende al infinito, eso sería impensable, lo que estoy pensando hacer este ciclo a partir de tu trabajo es por lo

menos mostrarle de donde sale el *e*, con el interés compuesto con el $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$, entonces si uno empieza darle valores al n ,digamos un dólar compuesto una vez al año y luego voy aumentando el periodo de composición, yo puedo lograr ir acercándome al *e*, entonces he pensado meter este ciclo eso para no decirles simplemente a los alumnos: "el *e* es este número y punto y sale de una combinación de calculo que ustedes no necesitan sabes, y para que la vamos a ver" y ellos felices, "perfecto no nos la enseñes", siempre que hago eso a mí me da tristeza, en realidad no forma parte de nuestro curso mostrarles la deducción de donde sale el *e* pero por lo menos como si hacemos interés compuesto me parece razonable que hacer ese ejemplito e ir llegando hasta el número y que ellos también lo puedan hacer y eso lo voy a hacer en este ciclo.

APÉNDICE F

Entrevista Profesor D

1.- Por definición ¿Qué me puede decir acerca de la función exponencial?

Respuesta obtenida

Es una función real de variable real que siempre es creciente como característica. Lo defino como $f(x)=e^x$, con la base e del neperiano y para mostrarla hago una tabla de x vs e^x con algunos valores y con eso obtengo una gráfica y con esta grafica les muestro a los chicos que esta es la función exponencial. Es como una función madre de todas y de ahí se parte el resto, salvo una constante. Es una función que tiene muchas aplicaciones, para la ingeniería, para la vida real y tiene unas características más.

2.- ¿De dónde obtuvo o donde aprendió esta definición de la función exponencial?

Respuesta obtenida

Es que yo he seguido una secuencia y las demás funciones que uno va a obtener como $a.b^x$ con $b \neq 1$ se generan a partir de e^x vía transformaciones. Todas las demás funciones que hemos trabajado se han trabajo así, primero defino x^2 por ejemplo en las cuadráticas, luego las demás funciones salen vía transformaciones.

¿Cómo llamaría a esta definición?

No tengo un nombre para llamarla simplemente diría que es una definición formal de la función exponencial y las demás funciones que vayan saliendo son transformaciones de la función exponencial.
En el grafico muestro las características y así con otros ejemplos y a partir de ahí empiezo a generalizar que siempre la función exponencial posee una asíntota horizontal

¿Tiene alguna fuente, libros para afirmar esto?

No tengo una fuente, solo tenemos una guía de ejercicios y ya nosotros podemos definirla a libertad. No la hemos institucionalizado la definición, eso parte de que en la universidad no prevalecen las demostraciones, sino que es más práctico. En esta universidad es un poco más práctico y lo que se quiere es que todos lleguemos a un mismo resultado.

¿Tiene que ver mucho el tipo de estudiantes para que defina de esa forma la F.E?

No, pero te diré que en todos los años no he aplicado la misma definición, en algunas ocasiones en vista del público (de los alumnos) he puesto por ejemplo $f(x)=a.e^{kx}+b$, entonces con esto ya tengo que b representa la asíntota horizontal, de repente si k es positivo se abre para la derecha, si k es negativo se abre para la izquierda, entonces de ahí lo puedo hacer de manera general, pero es que ahí lo veo muy práctico dirigido a un alumno que no le interesa de donde viene. En cambio ahora tengo otros alumnos donde tengo mezclado alumnos de beca 18, entonces a estos alumnos yo les exijo más, ahí si todo parte de e^x , hacemos una transformación horizontal, vertical, traslaciones, entonces con eso es más rico para mi trabajar con e^x con este tipo de alumnos y por la experiencia te puedo decir que esto queda más en ellos.

¿Entonces tiene que ver mucho el tipo de alumnos?

Sí, porque yo puedo exigirles mucho a los otros (con los que definió de la forma $f(x)=a.e^{kx}+b$) y al final no veo la reciprocidad de la prueba que alguien pone, porque la prueba que se da son pruebas comunes un cierto día (sábado) para todos, entonces viene alguien y me pone una pregunta muy fácil, entonces los chicos no se exigen más de los que el profesor les da.

¿Nota Ud. la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial?

Sí, claro que sí, yo creo que en toda institución debería uniformizarse la definición. Entonces todos aquí estamos manejando esta definición, o partes de e^x o partes de a^x o a^x+b, porque también eso depende del libro que uno pueda considerar o de la misma experiencia, entonces yo mismo puedo definirlo así, que este bien definido nada más.

Nace otra pregunta para la entrevista

¿Ha presentado siempre la misma definición de función exponencial a sus alumnos?

4.- ¿De los siguientes casos, podría decirme cuáles para Ud. son funciones exponenciales? (ir al cuestionario. Pregunta 1)

5.- ¿Conoce Ud. la caracterización de Cauchy para que una función sea exponencial? ***(que característica debe cumplir una función para que sea una función exponencial)***

Respuesta obtenida:

No lo recuerdo

Interviene el investigador

Si f es una función con dominio en los reales no nula, continua en el punto cero que se verifica que f(x+y)=f(x)f(y) para todos los reales x, y ”. Entonces existe un real A positivo, tal que: f(x)=A^x *para todo número real x.*

¿La función $f(x) = b.a^{x-h} + k$***, será una función exponencial?***

Respuesta obtenida:

Claro, entonces las funciones que se le añade un “*k*” (se refiere a las que representa la A.H), entonces no cumple, pero las otras si van a cumplir.

¿Y las de la forma a.b^x***, cumpliría o no?***

A ver no tampoco como hace *a* por *a*, va a aparecer a^2 no, entonces solamente b^x

$$b^x = e^u = e^{\frac{x\ln b}{a}}$$

$$x\ln b = u$$

.Y con el “+*k*”, menos

Entonces ¿qué dirías de los que presentan a la función exponencial a las demás forma?

Esto puede cambiar porque al final se llega al objetivo, mostrar las características de la función exponencial, en vista que las otras vía transformaciones conserva las propiedades que uno requiere, no sería problema, no veo problema.

¿Ud. cree que los profesores conocen esta caracterización?

No la conocen como Cauchy o no la recuerdan de repente, alguna vez yo también la he visto, pero las propiedades si las conocen, $f(x+y)=f(x)f(y)$ para x e y reales.
Aquí la cuestión es que la institución es la que debe formalizar esto, yo también he trabajado con la otra forma, pero para mí mucho más rico es trabajar con e^x en cambio aquí ya está servido ($f(x)=a.e^{kx}+b$), el alumno ya no trabaja. Con el alumno el alumno va a trasladar, va a hacer sus transformaciones.

Entonces, ¿A pesar que la caracterización de Cauchy de función exponencial me dice que para que sea función exponencial debe cumplir esta propiedad, cree que en la enseñanza de esta función esto sería relevante?

En la enseñanza no lo veo trascendental, lo veo más histórico, no lo veo tan práctico, de repente como una anécdota que el profesor quiere contar.

5.- Cuando prepara material de trabajo para el tema de función exponencial, ¿Qué proceso sigue habitualmente?

Diapositivas, pongo mi definición de función exponencial, hago un resumen de las características gráficas y luego algunos ejemplos y aplicaciones, de la curva logística, decaimiento, crecimiento exponencial de la población, del interés continuo.

¿Se guía de los libros que presenta el sílabo para tus presentaciones?

No me rijo del silabo, es decir del silabo yo extraigo ejercicio Ejemplo del Larson, del Stewart, más que nada esos 2, además de los ejercicios de la guía, yo preparo otros ejercicios quizá con un poco más de nivel ya que como ahora tengo chicos de beca 18 considero que debo ponerles un poquito más de nivel.

Preguntas de cierre

¿Considera entonces importante uniformizar la definición de función exponencial en la institución?

Yo aspiro a que se sienten unas buenas cabezas que hagan un buen trabajo y uniformizar la definición de función exponencial para la institución, eso sería lo ideal, eso sería suficiente. Es suficiente porque con un material único se podría evaluar basándose de la fuente que se le ha dado.

¿Si sus alumnos fueran de carreras de letras, como presentaría la definición de función exponencial?

Si mis alumnos fueran de cursos de letras me fijaría mucho en las evaluaciones, para saber de qué forma definir la función exponencial, y si no se enfoca mucho en las propiedades de esta, simplemente les presento aquella forma en donde tenga todos los elementos, incluso les daría algunos tips para que se den cuenta de una manera más rápida el comportamiento de la función sin llegar mucho al análisis.

ANEXOS

SÍLABO DE UNIVERSIDAD USIL

UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA

SÍLABO

Datos del Curso					
Curso: **FC-FBA ANAMAT1 - ANÁLISIS MATEMÁTICO I**			Área / Programa Coordinación: **FORMACIÓN BÁSICA**		
Créditos: **4**	Carga Horaria del período: **140**	Horas de Aprendizaje Presencial: **88**	Teoría: **28**	Práctica: **56**	Laboratorio: **0**
Período: **2013-02**		Horas de Evaluación: **4**		Horas de Aprendizaje Autónomo: **56**	
Fecha de inicio y fin del período: **del 15/08/2013 al 27/11/2013**					
Pre-requisitos del curso					
Código: Ninguno		Curso: Ninguno			

Coordinador del Curso	
Apellidos y Nombres	**Email**
CALDERON AREVALO, CARLOS ALBERTO	ccalderon@usil.edu.pe

Docentes del Curso	
Apellidos y Nombres	**Email**
CALDERON AREVALO, CARLOS ALBERTO	ccalderon@usil.edu.pe
CHUMPITAZ MALPARTIDA, LUIS DANIEL	luis.chumpitaz@usil.pe
PALOMINO VILDOSO, ROLANDO	rolando.palomino@usil.pe
PEREZ CUPE, ROSULO HILARION.	rosulo.perez@usil.pe
PROLEON PATRICIO, DANIEL GIOVANNI	daniel.proleon@usil.pe
REYES NARVAEZ, RONALD JUVEN	ronald.reyes@usil.pe
DIAZ NUNJA, LUIS ALBERTO	luis.diaz@usil.pe

Sumilla
El curso de Análisis Matemático I es teórico-práctico y tiene como propósito el logro de la competencia de resolución de problemas, potenciando capacidades como el modelamiento matemático, la comunicación integral, haciendo uso eficiente de las TIC, con una actitud ética frente a una sociedad globalizada. El contenido incluye temas relacionados con el sistema de números reales, geometría analítica, funciones reales de variable real, límite y continuidad de funciones, derivada de funciones y aplicaciones de la derivada.

Competencias del Curso			
Número	**Competencias generales del curso**	**Número**	**Competencias específicas del curso**
1	Establece conexiones entre conceptos y relaciones, aplica estrategias heurísticas y algoritmos, y elabora modelos matemáticos, con la finalidad de resolver problemas de contexto real y matemático relacionados con la geometría analítica, el análisis de funciones y el cálculo diferencial, en forma autónoma y colaborativa, empleando la comunicación matemática y el uso pertinente de las tecnologías de la información y de la comunicación.	1.1.	Utiliza el lenguaje simbólico, gráfico e icónico, empleando pertinentemente las tecnologías de la información y de la comunicación con la finalidad de lograr una comunicación integral a través de informes de trabajo de investigación.
		1.2.	Elabora e interpreta modelos matemáticos, identifica y selecciona las características relevantes de contexto real, en forma autónoma y colaborativa, en la elaboración de informes de trabajo de investigación.
		1.3.	Aplica estrategias heurísticas y algoritmos, establece conexiones entre conceptos y relaciones, con la finalidad de resolver problemas de contexto real y matemático a través de ejercicios y problemas de aplicación.

UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA

Políticas Académicas

Artículo 26°: La asistencia a clases teóricas, prácticas, laboratorios y talleres que sean parte del horario regular del curso es obligatoria y se registra cada hora.
La asistencia de los alumnos a los cursos en modalidad virtual se sustenta a través del cumplimiento de las actividades de aprendizaje asignadas.
Las clases programadas son dictadas en las fechas y horas previstas en el horario regular. Si por alguna eventualidad la clase programada no se puede desarrollar en el horario establecido, el docente, bajo su responsabilidad, debe reprogramar la clase o sustituirla con actividades de estudio virtuales, previo acuerdo con los alumnos y con aprobación de la Coordinación Académica del curso. En una reprogramación de clase, no deben realizarse evaluaciones ni control de asistencia.
Artículo 27: El alumno que acumule treinta por ciento (30%) o más de inasistencias a clases, sobre el total de horas del curso, está imposibilitado de rendir el examen final o la evaluación final equivalente al mismo, la cual es definida por la Coordinación del curso, correspondiéndole en dicha evaluación la nota cero (0). En los cursos del idioma Inglés, el alumno que acumule 20% o más de inasistencias sobre el total de horas del curso, está imposibilitado de rendir el examen final. Otros cursos, que por su naturaleza exijan un menor porcentaje, deberán indicarlo en sus respectivos sílabos, previa aprobación del Vicerrectorado Académico.
No se acepta la justificación de faltas.
Artículo 28°: El alumno debe revisar de manera permanente su récord de asistencia en el INFOSIL. En caso de encontrar discrepancia, dispone de un plazo máximo de 72 horas de registrada la misma en el INFOSIL para solicitar su revisión.

Referencias Básicas y Complementarias de Lectura Obligatoria

La Universidad San Ignacio de Loyola norma el uso de Referencias Básicas y Complementarias de Lectura Obligatoria como recurso de consulta que parte de la metodología y estrategia de aprendizaje dentro y fuera del aula de clases. La Biblioteca de la USIL promueve el uso de dicho material bibliográfico y/o electrónico, así como al inicio de cada periodo académico realiza actividades de difusión y orientación para el uso de los mismos.

Referencias Básicas:
[1] Larson, R. y Edward, B. (2010) *Cálculo 1: de una variable*. 9ª ed. México, D.F.: McGraw-Hill
[2] Edwards, C. Henry (2008). *Cálculo con trascendentes tempranas*. México, D.F.: Pearson Education.
[3] Zill, Dennis G. (2012). *Precálculo con avances de cálculo*. 5ta.ed. México, D.F.: McGraw Hill

Referencias Complementarias de Lectura Obligatoria:
[4] Stewart, J. (2010) *Cálculo de una variable conceptos y contextos*. 4ª ed. México. Cengage Learning
[5] Kreyszig, E. (2003) *Matemáticas avanzadas para ingeniería. Vol. I.* 3ª ed. México. Limusa
[6] Sullivan, Michael (1997). *Precálculo*. México D.F. Prentice Hall.

Cronograma de Contenidos y Actividades de Aprendizaje

Sesión	Semana	Horas	Tipo	Contenido	Actividades de Aprendizaje	Recursos
Módulo 1: Sistema de los números reales						
Competencias Específicas: 1.1, 1.2, 1.3						
1	1	2	AP	-Sistema de los números reales. -Razones Trigonométricas. -Identidades Trigonométricas.	-Identifica, clasifica y opera con números reales. -Utiliza lenguaje simbólico y gráfico para representar subconjuntos de R. -Calcula las razones trigonométricas de ángulos agudos. -Reduce y simplifica utilizando las identidades trigonométricas.	-Guía de problemas. -Equipos multimedia. -Plataforma virtual.
2	1	2	AP	-Desigualdades. -Inecuaciones lineales de una incógnita. -Inecuaciones polinómicas de una incógnita.	-Resuelve inecuaciones lineales. -Resuelve inecuaciones polinómicas de una incógnita. -Modela y resuelve problemas con inecuaciones lineales y de segundo grado	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados.
3	1	2	AP	-Inecuaciones racionales de una incógnita. -Ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.	-Resuelve inecuaciones racionales de una incógnita. -Resuelve ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Plataforma virtual.
	1	4	AA	Inecuaciones de una variable. Sistema de los números reales.	- Trabaja colaborativamente. - Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos.	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas.

					- Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. - Resuelve problemas utilizando las inecuaciones y sus propiedades.	
Referencias: [1][3][4][9]						
Módulo 2: Geometría Analítica						
Competencias Específicas: 1.1, 1.2, 1.3						
4	2	2	AP	-Sistema de coordenadas cartesianas -Distancia entre dos puntos. -División de un segmento en una razón dada.	-Resuelve situaciones problemáticas de contexto real que involucran el cálculo de la distancia entre puntos, las coordenadas del punto que divide a un segmento dado en una razón dada.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados.
5	2	2	AP	-Rectas.	- Resuelve situaciones problemáticas de contexto real que involucran el cálculo de la pendiente y el ángulo d inclinación de una recta.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Plataforma virtual.
6	2	2	AP	-Rectas.	-Identifica y elabora la gráfica de las rectas en sus posiciones relativas.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
	2	4	AA	Introducción a la geometría analítica.	- Trabaja colaborativamente. Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. - Resuelve problemas relacionados con la recta y sus propiedades.	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas. - Evaluación en línea GALYLEO.
7	3	2	AP	-Programación lineal.	-Elabora la gráfica de la región correspondiente a un sistema de inecuaciones lineales con dos incógnitas.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados. - Plataforma virtual.
8	3	2	AP	-Programación lineal.	-Identifica la función objetivo, las restricciones de un problema de programación lineal. -Modela situaciones reales mediante ecuaciones e inecuaciones. -Resuelve problemas de programació lineal utilizando el método gráfico.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
9	3	2	AP	-Cónicas: -Circunferencia	-Elabora la gráfica de una circunferencia. -Identifica las propiedades de una circunferencia. -Resuelve problemas relacionados co la circunferencia.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático
	3	4	AA	- Inecuaciones lineales con dos incógnitas. - Programación lineal.	- Trabaja colaborativamente. - Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. - Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. - Resuelve problemas relacionados con inecuaciones lineales con dos incógnitas, programación lineal y circunferencias.	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas. - Evaluación en línea GALYLEO.
10	4	2	AP	-Cónicas: -Elipse	-Elabora la gráfica de una elipse. -Identifica las propiedades de una elipse. -Resuelve problemas relacionados co la elipse.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados.
11	4	2	AP	-Cónicas: -Parábola	-Elabora la gráfica de una parábola. -Identifica las propiedades de una	- Guía de problemas. - Equipos multimedia.

UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA

					parábola. -Resuelve problemas relacionados co la parábola.	- Software Matemático
12	4	2	AP	-Cónicas -Hipérbola	-Elabora la gráfica de una hipérbola. -Identifica las propiedades de una hipérbola. -Resuelve problemas relacionados a l hipérbola.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático
	4	4	AA	- Cónicas.	- Trabaja colaborativamente. - Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. - Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. - Resuelve problemas relacionados con las cónicas y sus propiedades. - Realiza la primera prueba en línea en la plataforma virtual.	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas. - Evaluación en línea GALYLEO.
Referencias: [1][4] [6][10]						
Módulo 3: Funciones reales de variable real						
Competencias Específicas: 1.1, 1.2, 1.3						
13	5	2	AP	-Funciones: -Definición -Características -Modelamiento	-Explica en forma clara y precisa conceptos y propiedades de las funciones reales de variable real. -Identifica las características generale de una función. -Modela situaciones de contexto real utilizando funciones reales.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados.
14	5	2	AP	-Transformación de funciones	-Elabora gráficos a partir de transformaciones de funciones (traslación, reflexión, contracción, dilatación, simetría) -Identifica sus características de una transformación de funciones en el plano cartesiano.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
15	5	2	AP	-Funciones Especiales y aplicaciones: -Función Lineal -Función Cuadrática	-Elabora gráficas de las funciones lineal y cuadrática. -Identifica las propiedades de las funciones lineal y cuadrática. -Modela situaciones problemáticas e interdisciplinarias de contexto real, utilizando funciones lineales y cuadráticas.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
	5	4	AA	- Grafica de Funciones.	- Trabaja colaborativamente. - Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. - Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. - Resuelve problemas relacionados con las gráficas de funciones, función lineal y cuadrática.	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas. - Evaluación en línea GALYLEO.
16	6	2	AP	-Funciones Especiales y aplicaciones: -Función raíz cuadrada -Función polinómica	-Elabora gráficas de las funciones ra cuadrada y polinómica -Identifica las propiedades de una funciones raíz cuadrada y polinómica	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
17	6	2	AP	-Funciones Especiales y aplicaciones: -Función valor absoluto -Función racional	-Elabora gráficas de las funciones valor absoluto y racional. -Identifica las propiedades de las funciones valor absoluto y racional	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
18	6	2	AP	-Funciones Especiales y aplicaciones:	-Elabora gráficas de las funciones	- Guía de problemas.

				-Función exponencial -Función logarítmica	exponencial y logarítmica. -Identifica las propiedades de las funciones exponencial y logarítmica. -Resuelve problemas relacionados con las funciones exponencial y logarítmica.	– Equipos multimedia. – Software Matemático.
	6	4	AA	– Funciones especiales y aplicaciones.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. – Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. – Resuelve problemas relacionados con las funciones especiales.	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas. – Evaluación en línea GALYLEO.
19	7	2	AP	-Aplicaciones de las funciones exponenciales: Curva logística	-Identifica las propiedades de una función logística. -Resuelve problemas relacionados con las funciones exponencial y logarítmica.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático. – Links recomendados.
20	7	2	AP	-Funciones trigonométricas: -Función seno -Función coseno	-Elabora gráficas de las funciones seno y coseno. -Identifica las propiedades y características de las funciones seno y coseno.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
21	7	2	AP	-Funciones trigonométricas: -Función seno -Función coseno	-Identifica los elementos de la función seno y coseno.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
	7	4	AA	– Funciones trigonométricas.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. – Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. – Resuelve problemas relacionados con las funciones trigonométricas, algebra de funciones y función inversa.	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas.
EXAMEN PARCIAL						
22	8	2	AP	-Álgebra y composición de funciones.	-Identifica el dominio y la regla de correspondencia de las funciones obtenidas por adición, sustracción, multiplicación, división y composición. -Identifica las características de una función invertible.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
23	8	2	AP	-Función inversa.	-Identifica las características de una función invertible. -Elabora la gráfica de la inversa de una función.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
Referencias: [1][4][7]						
Módulo 4: Límite y Continuidad de Funciones						
Competencias Específicas: 1.1, 1.2, 1.3						
24	8	2	AP	-Concepto de límite desde el punto de vista geométrico. -Límites laterales. Concepto de los límites laterales y condición para la existencia del límite de una función.	-Explica el concepto de límite a partir de gráficos en el plano cartesiano. -Identifica los límites de una función a partir de su gráfica. -Calcula los límites laterales de funciones reales.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático. – Links recomendados.
	8	4	AA	– Límite de funciones.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas. – Evaluación en línea GALYLEO.

					matemáticos. – Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. – Resuelve problemas relacionados con límite y continuidad de funciones.	
25	9	2	AP	-Límites indeterminados.	-Identifica formas determinadas e indeterminadas de los límites. -Calcula límites indeterminados.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
26	9	2	AP	-Límites al infinito. -Limites infinitos.	-Explica el concepto de límites al infinito y límites infinitos a partir de gráficos en el plano cartesiano. -Calcula limites infinitos y al infinito	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
27	9	2	AP	-Límites trigonométricos.	-Identifica formas determinadas e indeterminadas de los límites trigonométricos. -Calcula límites trigonométricos indeterminados.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
	9	4	AA	– Límite de funciones.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. – Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos.	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas. – Evaluación en línea GALYLEO.
28	10	2	AP	-Continuidad de Funciones.	-Explica en forma clara y precisa las características geométricas de las funciones continuas y las funciones discontinuas. -Identifica los tipos de discontinuidad que puede presentar una función.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático. – Links recomendados.
29	10	2	AP	-Continuidad de Funciones.	-Resuelve problemas relacionados con la continuidad de funciones e identifica sus aplicaciones. -Explica en forma clara y precisa las características de las funciones continuas y las funciones discontinuas. -Resuelve problemas relacionados con la continuidad de funciones e identifica sus aplicaciones.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
30	10	2	AP	-Asíntotas de la gráfica de una función.	-Identifica las ecuaciones de las asíntotas (vertical, horizontal, oblicua) de una función. -Utiliza el cálculo de límites (laterales, infinitos y al infinito) para hallar las ecuaciones de las asíntotas de una función.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
	10	4	AA	– Continuidad de funciones – Asíntotas de la gráfica de una función.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. – Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. – Resuelve problemas relacionados con límite y continuidad de funciones.	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas. – Evaluación en línea GALYLEO.
Referencias: [1] [3] [5] [6] [8]						
Módulo 5: Derivada de Funciones						
Competencias Específicas: 1.1, 1.2, 1.3						
31	11	2	AP	-Derivada:	-Explica en forma clara y precisa el	– Guía de problemas.

				- Definición, Reglas de derivación	concepto de derivada de funciones. - Utiliza lenguaje simbólico y gráfico para representar derivadas. - Aplica límites para determinar la derivada de una función.	- Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados.
32	11	2	AP	- Derivada: Reglas de derivación	- Aplica reglas de derivación para determinar la derivada de una función. - Identifica, clasifica y opera con derivadas.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia.
33	11	2	AP	- Derivada: - Derivadas trigonométricas. - Derivadas de orden superior.	- Aplica reglas de derivación para determinar la derivada de funciones trigonométricas. - Representa y calcula derivadas de orden superior.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia.
	11	4	AA	- La derivada de una función.	- Trabaja colaborativamente. - Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. - Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de trabajos de investigación. - Resuelve problemas relacionados con el cálculo de derivadas. - Realiza la primera prueba en línea en la plataforma virtual.	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas. - Evaluación en línea GALYLEO.
34	12	2	AP	- Derivada: - Regla de la cadena. - Derivación implícita.	- Aplica la regla de la cadena para determinar la derivada de composición de funciones. - Aplica reglas de derivación para determinar la derivada de funciones definidas implícitamente.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia.
35	12	2	AP	- Derivada: - Derivadas de funciones trigonométricas inversas.	- Aplica reglas de derivación para determinar la derivada de funciones trigonométricas inversas.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
36	12	2	AP	- Derivada: - Recta tangente	- Aplica el concepto de derivada como pendiente de la recta tangente a la gráfica de una función.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático.
	12	4	AA	- Regla de la cadena. Derivación implícita. Recta tangente	- Trabaja colaborativamente. - Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. - Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. - Resuelve problemas relacionados con Regla de la cadena y recta tangente	- Campus virtual USIL. - Guía de problemas. - Evaluación en línea GALYLEO.
Referencias: [4] [6]						
Módulo 6: Aplicaciones de la derivada						
Competencias Específicas: 1.1, 1.2, 1.3						
37	13	2	AP	- Funciones monótonas y criterio de la primera derivada. - Concavidad y criterio de la segunda derivada.	- Identifica y determina extremos locales y absolutos de una función. - Identifica y determina los intervalos de monotonía y los intervalos de concavidad de funciones. - Aplica los criterios de la primera y la segunda derivada para localizar extremos en un gráfico. - Utiliza software que ayuda a visualizar las gráficas de funciones.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia. - Software Matemático. - Links recomendados.
38	13	2	AP	- Estudio de las variación de funciones - Trazado de curvas.	- Elabora gráficos empleando el cálculo diferencial.	- Guía de problemas. - Equipos multimedia.

					-Aplica los criterios de la primera y la segunda derivada para localizar extremos en un gráfico	– Software Matemático.
39	13	2	AP	-Problemas de optimización aplicados	-Modela y resuelve problemas de optimización.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
	13	4	AA	– Estudio de la variación de funciones. – Trazo de curvas.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. – Optimiza el tiempo en la planificación y ejecución de trabajos de investigación. – Resuelve problemas relacionados con la variación de funciones y el trazo de curvas	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas.
40	14	2	AP	-Problemas de optimización aplicados	-Modela y resuelve problemas de optimización.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático. – Links recomendados.
41	14	2	AP	-Razón de cambio	-Modela y resuelve situaciones problemáticas de contexto real que involucran la razón de cambio. -Explica en forma clara y precisa el concepto de razón de cambio y sustenta los resultados matemáticos obtenidos en un contexto real.	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
42	14	2	AP	-Diferenciales	-Modela y resuelve situaciones problemáticas de contexto real que involucran diferenciales. -Aplica diferenciales para aproximar funciones estimando el error cometido	– Guía de problemas. – Equipos multimedia. – Software Matemático.
	14	4	AA	– Trazo de curvas. – Problemas de Optimización.	– Trabaja colaborativamente. – Identifica y relaciona información disponible y conceptos matemáticos. – Utiliza de manera óptima el tiempo en la planificación y ejecución de proyectos. – Resuelve problemas relacionados con Trazo de curvas y optimización de Optimización.	– Campus virtual USIL. – Guía de problemas.
Referencias: [4][7]						
EXAMEN FINAL						

Metodología
Las clases se desarrollarán de forma activa y participativa, planteando situaciones reales. El estudiante aprenderá la matemática usando estrategias que combinan lo intuitivo, lo formal y lo aplicativo. Se promoverán actividades de aprendizaje colaborativo fomentando la comunicación horizontal tanto en el aula como fuera de ella. El docente proporcionará experiencias de aprendizaje a los estudiantes, monitoreando el trabajo individual y de equipo, contribuyendo a sistematizar conceptos y procedimientos del tema. Se entregarán guías de aprendizaje complementándolo con recursos audiovisuales de donde se desarrollarán actividades y problemas diseñados para generar y fortalecer el interés y motivación en los estudiantes. El aprendizaje autónomo será orientado a través de medios tecnológicos, uso de plataforma virtual, software de la especialidad, complementando así, todos los estilos de aprendizaje.

UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA

Esquema de Evaluación

Cada uno de los rubros del esquema de evaluación (evaluación permanente, evaluación en línea, examen parcial, el examen final) y la nota final del curso son redondeadas a números enteros. La nota final del curso es el promedio ponderado de los rubros de **evaluación permanente, examen parcial , examen final y evaluación en línea.**

Nº	Rubros del esquema de Evaluación	Ponderación
1	Evaluación Permanente	50%
2	Examen Parcial	20%
3	Examen Final	20%
4	Evaluación en línea (LABMAT)	10%

Evaluación Permanente							
Tipo de Evaluación	Ponderación Desagregada de la Evaluación Permanente	Ponderación Desagregada(por tipo de evaluación)			Semana	Fecha	Evaluación a rezagar
		Nº	Descripción	%			
Prácticas calificadas	50%	1	Práctica Calificada 1	25	2	31/08/13	Sí
		2	Práctica Calificada 2	25	5	21/09/13	Sí
		3	Práctica Calificada 3	25	9	26/10/13	Sí
		4	Práctica Calificada 4	25	12	16/11/13	Sí
			TOTAL:	100			
		- No se elimina ninguna práctica calificada. - El promedio de las prácticas calificadas se redondea a dos decimales. - Solo se puede rezagar una de las prácticas calificadas.					
Controles	50%	1	Control 1	50	5	Del 16/09 al 21/09	No
		2	Control 2	50	13	Del 11/11 al 16/11	No
			TOTAL :	100			
		-No se elimina la nota de ningún control. - El promedio de los controles se redondea a dos decimales.					

Los controles tienen la siguiente estructura de evaluación:

Evaluación de los controles y sus actividades complementarias

	Control 1	Control 2
Criterios	%	%
Prueba de seguimiento individual	50	50
Prueba de seguimiento grupal	20	20
Proyecto WebQuest	30	30

La nota de cada control (según sus distintos criterios) se redondea a un número entero.

Tipo de Evaluación	Fecha
Examen parcial	Del 03/10/13 al 09/10/13
Examen parcial rezagado	Del 17/10/13 al 22/10/13
Práctica calificada rezagada	Del 28/11/13 al 30/11/13
Examen final	Del 02/12/13 al 07/12/13
Examen final rezagado	Del 13/12/13 al 16/12/13

SÍLABO DE LA PUCP

ESTUDIOS
GENERALES
LETRAS

PUCP

Nombre del curso	:	MATEMÁTICAS
Código del curso		MAT - 128
Período en que se dicta	:	AÑO 2013 –SEGUNDO SEMESTRE
Créditos	:	CUATRO (4)
Modalidad	:	APRENDIZAJE COLABORATIVO
Número de horas de clase	:	CUATRO HORAS SEMANALES
Número de horas de práctica	:	NO TIENE
Requisito	:	NO TIENE
Profesora del curso	:	JESUS VICTORIA FLORES SALAZAR
Horario	:	213
Área a que pertenece el curso	:	MATEMÁTICAS Y LÓGICA

1. SUMILLA

El curso permitirá a los estudiantes integrar las matemáticas a las diversas actividades de la vida cotidiana, contribuirá a su formación científica y a enriquecer su cultura general.
A partir de su intervención en actividades de resolución de problemas matemáticos, los estudiantes desarrollarán las capacidades de analizar, razonar y comunicar ideas de modo eficiente. Se presentarán situaciones que correspondan a contextos propios de las distintas especialidades, cuyo análisis requiera del empleo de instrumentos matemáticos.

Nota aclaratoria: Este curso está dirigido a los alumnos que no estén inscritos en las especialidades de Economía, Gestión y Alta Dirección o Contabilidad. No tiene requisitos, lo que implica que los alumnos que no vayan a las especialidades antes mencionadas no están obligados a dar el examen de clasificación en el área de Matemáticas. Cabe aclarar también que el curso complementario de Fundamentos de Matemáticas está pensado solo para los alumnos de las especialidades de Economía, Gestión y Alta Dirección o Contabilidad.

2. DESCRIPCIÓN

El curso ha sido diseñado pensando en aquellos alumnos que siguen especialidades en las que usualmente no se hace un uso instrumental intensivo de las Matemáticas. Responde más bien a la iniciativa de brindarles elementos para que tengan una mejor comprensión y un adecuado manejo de conceptos matemáticos básicos, para que amplíen su visión de las matemáticas y su vinculación con las ciencias humanas y para que desarrollen su pensamiento matemático.

Se pondrá énfasis en la resolución de problemas, como punto de partida para estimular el uso de los conocimientos previos y de las aproximaciones intuitivas, y para fortalecer la capacidad de hacer conjeturas, la creatividad, la actitud científica y la formalización matemática.

3. OBJETIVOS GENERALES

A través del curso, los alumnos:

- Adquirirán conocimientos matemáticos que podrán ser empleados en la vida cotidiana.
- Desarrollarán habilidades que les permitan aplicar los conocimientos matemáticos en la interpretación de información sobre hechos sociales y económicos, resumida en gráficos y cuadros.
- Desarrollarán capacidades que les permitan usar adecuadamente el lenguaje y los recursos matemáticos para expresar sus ideas.
- Desarrollarán capacidades que les permitan resolver y proponer problemas que no requieran matemáticas avanzadas.
- Desarrollarán actitudes como la visión crítica, el cuestionamiento a afirmaciones sin fundamento, la búsqueda de la verdad y la apertura a nuevas ideas.

4. CONTENIDO PROGRAMÁTICO:

   1. ***Números y operaciones***

      Fracciones, escalas, porcentajes, interés simple, compuesto y tasa efectiva. Uso de la calculadora y estimaciones.

   2. ***Cambio y relaciones***

      Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones. Funciones reales de una variable real: dominio, rango, funciones elementales: constante, lineal, cuadrática, exponencial y seccionadas. Análisis de crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos, e intersecciones de gráficos.

   3. ***Análisis de datos***

      Organización de datos, tablas de frecuencia, gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, medidas de dispersión, medidas de posición y notación sigma.

   4. ***Incertidumbre***

      Experimento aleatorio, espacio muestral, evento simple y evento compuesto. Posibilidad y probabilidad.

Adicionalmente, y como resultado de los trabajos de investigación que realizarán los alumnos, se considerarán otros temas de Matemáticas que los estudiantes señalen como importantes para su formación profesional específica.

PLAN DE CURSO POR SEMANAS **(SALVO EL CRONOGRAMA DE PRUEBAS, EL PLAN ES TENTATIVO; PUEDE AJUSTARSE A LO LARGO DEL SEMESTRE)**

SEMANA lunes a sábado		TEMA (Información tentativa)		SECUENCIA DE EVALUACIONES (Indique el tipo de evaluación, y la fecha y hora exactas.)	OBSERVACIONES (Recuerde considerar qué días son feriados al programar las evaluaciones.)
01	19 – 24 ago.	Presentación del curso CAPÍTULO 1 NÚMEROS Y OPERACIONES Uso de escalas.	Porcentajes. Cálculo e interpretación.	**ACTIVIDAD 1** 23 DE AGOSTO	Sábado 24 de agosto Prueba orientación vocacional 2013-2. Cursos de 2º, 3º y 4º ciclo se dictarán de acuerdo con las necesidades del curso. Los cursos de primer ciclo se dictarán normalmente.
02	26 – 31 ago.	Interés simple e interés compuesto.	Feriado	**ACTIVIDAD 2** 27 de agosto	Feriado: Viernes 30 de agosto
03	02 – 07 set.	CAPITULO 2 CAMBIO Y RELACIONES Funciones. Ideas fundamentales Dominio y rango de una función.	Evaluación individual 1	**ACTIVIDAD 3** 03 de setiembre **EI 1** 06 de setiembre	Lunes 02 de setiembre Inician pruebas de evaluación continua.
04	09 – 14 set.	Función constante. Función lineal	Función lineal	**ACTIVIDAD 4** 10 de setiembre **ACTIVIDAD 5** 13 de setiembre	
05	16 – 21 set.	Función cuadrática	Función cuadrática	**ACTIVIDAD 6** 17 de setiembre **ACTIVIDAD 7**	

2

				20 de setiembre	
06	23 – 28 set.	Resolución de problemas usando funciones	Evaluación individual 2	**ACTIVIDAD 8** 24 de setiembre **EI 2** 27 de setiembre	
07	30 set. – 05 oct.	Función exponencial	Función exponencial	**ACTIVIDAD 9** 1 de octubre **ACTIVIDAD 10** 4 de octubre	
08	07 – 12 oct.	Feriado	CAPITULO 3 ANÁLISIS DE DATOS Definición de variables estadísticas, tipos de variables. Tablas de distribucuión de frecuencias con datos sin agrupar	**ACTIVIDAD 11** 11 de octubre	Feriado: Lunes 07 de octubre Martes 08 de octubre
09	14 – 19 oct.	**EXAMEN PARCIAL (SUSPENSIÓN DE CLASES Y PRÁCTICAS)**			
10	21 – 26 oct.	Gráficos de barras y de sectores circulares. Tablas de distribución de frecuencias y gráficos de barras con datos agrupados	Medidas de tendencia central para datos sin agrupar. (Introducción)	**ACTIVIDAD 12** 22 de octubre **ACTIVIDAD 13** 25 de octubre	
11	28 oct – 02 nov.	Medidas de tendencia central para datos sin agrupar (continuación). Percentiles	FERIADO	**ACTIVIDAD 14** 29 de octubre	Feriado: Viernes 01 de noviembre
12	04 – 09 nov.	Evaluación individual 3	Medidas de tendencia central para datos agrupados. Medidas de dispersión	**EI 3** 05 de noviembre **ACTIVIDAD 15** 08 de noviembre	Domingo 10 de noviembre: Examen de Primera Opción (el sábado 09 de noviembre cierra la PUCP a partir del mediodía.)
13	11 – 16 nov.	Medidas de dispersión (continuación). Propiedades de las medidas de tendencia central y de dispersión.	Evaluación individual 4	**ACTIVIDAD 16** 12 de noviembre **EI 4** 15 de noviembre	
14	18 – 23 nov.	CAPÍTULO 4 INCERTIDUMBRE Experimento aleatorio, espacio muestral, evento simple. Experimentos aleatorios donde el evento simple es un vector (n-upla). Evento simple y evento compuesto.	Posibilidad y probabilidad. Cálculo de probabilidades empleando el planteamiento clásico o el empírico	**ACTIVIDAD 17** 19 de noviembre **ACTIVIDAD 18** 22 de noviembre	
15	25 – 30 nov.	Presentación de Trabajos por especialidad	Presentación de Trabajos por especialidad		Sábado 30 de noviembre Fin de clases y prácticas
16 a 18	02 dic. – 07 dic. 09 dic. – 14 dic.	**EXAMEN FINAL** **EXAMEN DE REZAGADOS**			

3

5. **SISTEMA DE EVALUACIÓN:**

De acuerdo con el Reglamento del Sistema de Evaluación, capítulo II, el artículo 53 dice: "La evaluación se efectuará mediante exámenes y prácticas calificadas utilizando números enteros de cero(0) a veinte (20)".

La evaluación del curso comprende:

- *Examen Parcial*
- *Examen Final*
- *Evaluación Continua*

Estas tres notas se ingresan al sistema redondeadas al entero más cercano.
A continuación se describe cada uno de estos instrumentos de evaluación.

Examen Parcial (EP) **(20%)**

Es una prueba escrita que se tomará a mitad de ciclo, según rol publicado por Secretaría. Abarca todo lo trabajado en el curso hasta ese momento. Durante la semana de Exámenes Parciales se suspenderán las clases.

Examen Final (EF) **(40%)**

Es una prueba escrita que se tomará al final del ciclo según rol publicado por Secretaría. Abarca la totalidad del curso.

Evaluación Continua (EC) **(40%)**

Son evaluaciones distribuidas durante todo el ciclo, que evalúan conceptos y procedimientos adquiridos en las semanas previas de clase o que corresponden a trabajos de investigación. Constan de **Evaluaciones individuales** y de evaluaciones grupales (**Actividades y Trabajo por especialidad**).

Evaluaciones individuales **(16%)**

Cada evaluación individual es una prueba escrita que consiste en el desarrollo de cuestiones tratadas en el curso desde el inicio hasta donde se señale oportunamente.

Actividades **(12%)**

Por actividad se entiende una situación problema, una lista de ejercicios o un grupo de preguntas presentada a los estudiantes para ser resuelta individualmente o en grupos.

Trabajo por especialidad **(12%)**

Los estudiantes deberán agruparse de preferencia por especialidad. Cada grupo debe tener 4 integrantes. El trabajo consiste en investigar sobre las relaciones existentes entre las Matemáticas y la especialidad a la que pertenecen los estudiantes del grupo. Los temas deberán ser seleccionados por los grupos y presentados al profesor en las sesiones previstas para ello en el plan de curso.

$$\textit{NOTA FINAL} = \frac{(2)EP + (4)EF + (4)EC}{10}$$

donde *EP*: Examen Parcial

EF: Examen Final

EC: Evaluación Continua

Si $\textit{NOTA FINAL} \geq 10{,}5$ entonces el alumno aprueba el curso.

Existe un **EXAMEN DE REZAGADOS** únicamente para los alumnos que no han rendido el examen parcial, o el examen final (o ambos), según reglamento de la facultad. El examen de rezagados es una prueba escrita que abarca la totalidad del curso. La nota del examen de rezagados reemplaza indefectiblemente a la nota del examen que no se hubiera rendido (examen parcial o examen final), o a la nota del examen final en el caso que el alumno no hubiera rendido ambos exámenes.

Los alumnos están obligados a rendir las evaluaciones en las fechas previstas en el ciclo académico 2013-2. **No hay pruebas de rezagados para las evaluaciones que correspondan a la evaluación continua.**

El Cronograma de las Evaluaciones Individuales es el siguiente:

Evaluación Individual	*Fecha*
N° 1	Viernes 06 de setiembre
N° 2	Viernes 27 de setiembre
N° 3	Martes 5 de noviembre
No 4	Viernes 15 de noviembre

6. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

[1] Advíncula, E., Barrantes, E., Gaita, C., Henostroza, J., Jabo, F. y Luna, M. (2009) *Matemáticas para no matemáticos*. Estudios Generales Letras, PUCP.

[2] Guzmán, M. de; Colera, J. y Salvador, A. (1988). *Bachillerato I y II*. Madrid, España. Grupo Anaya.

[3] Haeussler, S. (2003) *Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía. Pearson Educación.*

[4] Johnson,R. y Kuby, P. (2004) *Estadística elemental lo esencial*. Thomson. México D. F.

[5] Stewart, J. (2001) *Precálculo*. Thomson. México D. F.

7. BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

[6] Arya J. (2002). *Matemáticas Aplicadas a la Administración y Economía*. México, D.F. Pearson Educación.

[7] Leithold, L. 1994) Matemáticas previas al cálculo: funciones, gráficas y geometría analítica. México, D.F. : Oxford University.

[8] Steen, L. (2001) *La enseñanza agradable de las matemáticas*. México. Editorial Limusa.