

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



PONTIFICIA
**UNIVERSIDAD
CATÓLICA**
DEL PERÚ

**DISEÑO MECÁNICO DE UN SIMULADOR DE MARCHA
NORMAL BASADO EN LA PLATAFORMA STEWART-
GOUGH**

Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico,
que presenta el bachiller:

GONZALO EDUARDO SEVILLANO GAINZA

ASESOR: Ing. Dante Elías Giordano

Lima, Febrero 2014

RESUMEN

El presente trabajo de investigación presenta el diseño mecánico de un simulador de marcha normal, conformado por un par de mecanismos paralelos de 6 grados de libertad, que trabajan en forma dual. Cada mecanismo está basado en la configuración de una plataforma Stewart-Gough. El diseño incluye todos sus componentes mecánicos, no se incluye en el presente trabajo ni el sistema hidráulico ni el sistema de control.

Para el diseño del mecanismo paralelo se utilizó la metodología de tres etapas utilizada por B. Zhang, [Zhang, 2005] y recomendaciones de J. Merlet, [Merlet, 1999].

En una etapa inicial se contempló la investigación de los parámetros de la marcha normal de una persona entre 18 y 45 años, posiciones, velocidades, alcance, movimientos y patologías.

Luego se procedió con el desarrollo de la geometría óptima para las dimensiones de las plataformas, para ello se analizó la cinemática inversa del mecanismo y el espacio de trabajo del mismo, siguiendo un proceso iterativo (MATLAB).

A continuación se validó los resultados de la geometría óptima con la selección de componentes y diseño mecánico, cálculos de resistencia y análisis en CAD (SOLIDWORK, AUTOCAD).

Por último, se elaboraron los planos de fabricación, ensamble y despiece, así mismo se evaluaron los costos directos e indirectos del desarrollo, fabricación e implementación del sistema mecánico.

El resultado del presente trabajo es el diseño mecánico de dos plataformas con 6 GDL, cuya plataforma móvil puede tener un alcance máximo de ± 400 mm en los ejes X e Y, con una orientación máxima de $\pm 30^\circ$, y máxima carga en cualquier posición y orientación de 700 N perpendicular a la plataforma. Es necesario señalar que tanto el alcance y orientación están vinculados, por lo que los valores antes mencionados de alcance y orientación dependen de la posición y rotación de la plataforma en los demás ejes.

El costo estimado que incluye costos directos e indirectos de ambas plataformas es de S/. 99,796.00, que incluye costos de diseño, fabricación y ensamble.



*Dedico este logro a Dios y a mis padres
Julio y Lourdes, por ser el motivo e
inspiración que lleva a superarme cada día
más.*

Agradecimientos

Expreso mi más sincero agradecimiento:

- A mi asesor el profesor Phd. Dante Elías Giordano por su asesoramiento motivación y permanente guía en el proyecto de investigación.
- A los profesores MSc. Rocio Callupe e Ing. Benjamin Barriga, por sus valiosos consejos en la etapa inicial y final del proyecto de investigación.
- A mis Padres Julio y Lourdes, y a mis hermanos Julio y Carlos por todos sus consejos y apoyo absoluto.



LISTA DE SIMBOLOS

- V_p : Velocidad de marcha humana (m/s))
- D_m : Distancia de alcance por paso (m)
- T_p : Tiempo por paso (s)
- Cadence : Cadencia (pasos/min)
- T_{ciclo} : Intervalo de tiempo del ciclo de marcha completo (s)
- T_{pos} : Intervalo de tiempo del ciclo de marcha en la fase de postura (s)
- T_{osc} : Intervalo de tiempo del ciclo de marcha en la fase de oscilación(s)
- d_m : es la mitad de la distancia del trayecto en una fase de marcha (m)
- a : aceleración en la mitad del trayecto (m/s^2)
- V_f : Velocidad final (m/s)
- X : Posición del pie en el eje x (mm)
- Y : Posición del pie en el eje y (mm)
- Z : Posición del pie en el eje z (mm)
- Ψ : Orientación del alrededor del eje Z
- θ :Orientación del alrededor del eje Y
- Φ :Orientación del alrededor del eje X
- Velocidad lineal en X: Velocidad lineal del centro de gravedad del pie en el eje (m/s)
- Velocidad Angular: Velocidad angular del pie en θ (rad/s)
- SRF: Sistema de referencia fijo, cuyo origen es el centro de la plataforma fija
- $[X_f, Y_f, Z_f]$: Coordenadas de posición según el SRF
- SRM: Sistema de referencia móvil, cuyo origen es el centro de la plataforma móvil.
- $[X_m, Y_m, Z_m]$: Coordenadas de posición según el SRM
- R: Matriz de rotación de Euler
- q_e : Vector de coordenadas generalizadas $[X_1, Y_1, Z_1, \Phi, \theta, \Psi]^T$
- i : número de actuador (1,2,3,4,5,6)
- Act_i : Actuador número i
- $b_i(1,2,...6)$: puntos de unión entre la plataforma fija y los actuadores (x,y,z)
- $p_i(1,2,...6)$: puntos de unión entre la plataforma móvil y los actuadores (x,y,z)
- t : Vector traslación del origen del **SRM** , y centro de la plataforma móvil, con respecto al **SRF**

- B_i : Vector posición de la juntas o uniones inferiores, extremo inferior del actuador, con respecto al **SRF**
- L_i : Vector que representa al actuador con respecto al **SRF**
- R_{pi} : Vector posición de las juntas superiores, extremo superior del actuador, con respecto al **SRF**.
- q_{pi} : Es el vector posición del extremo superior del actuador, o junta superior
- V_{pi} : Vector velocidad del punto p, unión superior de la plataforma móvil con los actuadores.
- V_t : Vector velocidad del centro del plataforma móvil.
- W : Velocidad angular de la plataforma móvil.
- R_p : Vector p (Vector posición de las uniones de la plataforma móvil con los actuadores, con respecto al SRM), con su respectiva transformación por la Matriz de rotación al SRF.
- n_i : Vector unitario de L_i
- GDL: El número de grados de libertad del mecanismo;
- n : El número de todos los elementos del mecanismo;
- m_1 : el número de pares cinemáticos de un movimiento;
- m_2 : el número de pares cinemáticos de dos movimientos;
- m_3 : el número de pares cinemáticos de tres movimientos;
- m_4 : el número de pares cinemáticos de cuatro movimientos;
- m_5 : el número de pares cinemáticos de cinco movimientos;
- EOC: Espacio de trabajo con orientación constante,
- EOT): Espacio de trabajo con orientación total
- EOI: Espacio de trabajo con orientación inclusive
- X-Z: Plano sagital
- Y-Z: Plano frontal
- X-Y: Plano transversal
- DCL: Diagrama de cuerpo libre
- f_i : Es la fuerza de reacción ejercida por cada uno de los actuadores ($i = 1,2,\dots,6$).
- W : Vector carga aplicado al centro de la plataforma con componentes en (x, y, z). (N)
- $M_{x,y,z}$: Son los momentos con respecto al centro de la plataforma, en cada eje debido a las fuerzas actuantes. (N/m)
- F_d : Fuerza inercial (N)
- m : masa (Kg)
- L_m : longitud mínima del actuador (mm)

- LM: longitud máxima del actuador (mm)
- Ca: Carrera del actuador (mm)
- Rf: Radio de la circunferencia circunscrita al hexágono de la base fija (mm)
- Rm: Radio de la circunferencia circunscrita al hexágono de la base móvil (mm)
- g: Ángulo de desfase de los puntos de intersección de actuadores, con respecto a los ejes simétricos del hexágono, en la plataforma fija.
- h: Ángulo de desfase de los puntos de intersección de actuadores, con respecto a los ejes simétricos del hexágono, en la plataforma móvil
- fmax: Fuerza máxima actuante por actuador (N)
- M: Momento actuante en el punto A, sección crítica de la cruceta (N.mm)
- Kt: factor geométrico de concentración de esfuerzos para ejes a flexión
- D: diámetro mayor del resalte (mm)
- d: diámetro mínimo del eje (mm)
- r: radio de redondeo (mm)
- K1,K2: constantes
- σ_{nom} : esfuerzo nominal por flexión en el eje (N / mm²)
- σ_{fmax} : esfuerzo máximo por flexión (N / mm²)
- σ_{equiv} : esfuerzo equivalente de Von Mises (N /mm²)
- ζ : esfuerzo cortante (N / mm²)
- σ_f : esfuerzo de fluencia (N/mm²)
- FS: Factor de seguridad

INDICE DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN.....	i
APROBACION DE TEMARIO DE TESIS.....	ii
LISTA DE SIMBOLOS.....	iii
INTRODUCCIÓN.....	1
1 ANTECEDENTES DE LA PLATAFORMA STEWART- GOUGH.....	4
1.1 Origen de la Plataforma Stewart- Gough.....	4
1.2 Descripción de la plataforma Stewart –Gough.....	7
1.3 Aplicaciones de Plataforma Stewart-Gough.....	10
1.4 Simuladores de marcha para rehabilitación y entrenamiento.....	11
2 SIMULADOR DE MARCHA: REQUERIMIENTOS Y ANALISIS CINEMÁTICO...	
.....	17
2.1 Requerimientos.....	17
2.1.1 Análisis del movimiento humano.....	18
2.1.2 Antecedentes y estado de la tecnología del análisis de marcha.....	18
2.1.3 Análisis de la marcha humana (<i>Gait analysis</i>).....	20
2.1.4 Trayectoria (Posiciones y orientaciones).....	22
2.1.5 Velocidad y aceleración.....	25
2.1.6 Fuerzas de reacción.....	31
2.2 Análisis cinemático de la plataforma Stewart-Gough.....	33
2.2.1 Análisis cinemático directo.....	33
2.2.2 Análisis cinemático inverso.....	34
2.2.2.1 Representación de la posición.....	34
2.2.2.2 Representación de la orientación.....	35
2.2.2.3 Matriz de Rotación con Ángulos de Euler.....	36
3 DISEÑO MECÁNICO DEL SIMULADOR DE MARCHA.....	41

3.1	Etapa de planificación y especificación del producto.....	42
3.2	Etapa del diseño conceptual.....	44
3.2.1	Determinación de la configuración del mecanismo y configuración de trabajo.....	44
3.2.2	Evaluación de los grados de libertad (GDL).....	47
3.2.3	Análisis del espacio de Trabajo (<i>Workspace</i>).....	51
a)	Implementación del espacio de trabajo.....	53
b)	El límite máximo y mínimo debido a la extensión de los actuadores.....	54
c)	Los límites mecánicos de las uniones.....	55
d)	Análisis de velocidad.....	59
e)	Análisis de cargas.....	61
3.3	Etapa del diseño Físico.....	66
3.3.1	Geometría óptima y dimensiones preliminares.....	66
3.3.2	Selección de actuadores.....	68
3.3.3	Diseño de las uniones.....	69
3.3.3.1	Uniones actuador y plataforma fija: Rango [-45°, 45°].....	70
3.3.3.2	Uniones actuador y plataforma móvil: Rango [-75°, 75°].....	79
3.3.4	Selección de rodamientos.....	87
3.3.5	Diseño de la plataforma móvil.....	90
3.3.6	Diseño de la plataforma fija.....	92
4	PLANOS Y COSTOS.....	94
4.1	Planos del diseño mecánico.....	94
4.2	Estimación de costos.....	95
	OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.....	99
	CONCLUSIONES.....	101
	BIBLIOGRAFIA.....	iv
	ANEXOS.....	v

INTRODUCCIÓN

Un importante factor para la rehabilitación de las extremidades bajas en pacientes, es la oportunidad de poder reproducir muchas repeticiones de un mismo movimiento; estas repeticiones pueden ser desarrolladas tanto en posición, fuerza o momento con muy pequeño margen de error por un simulador.

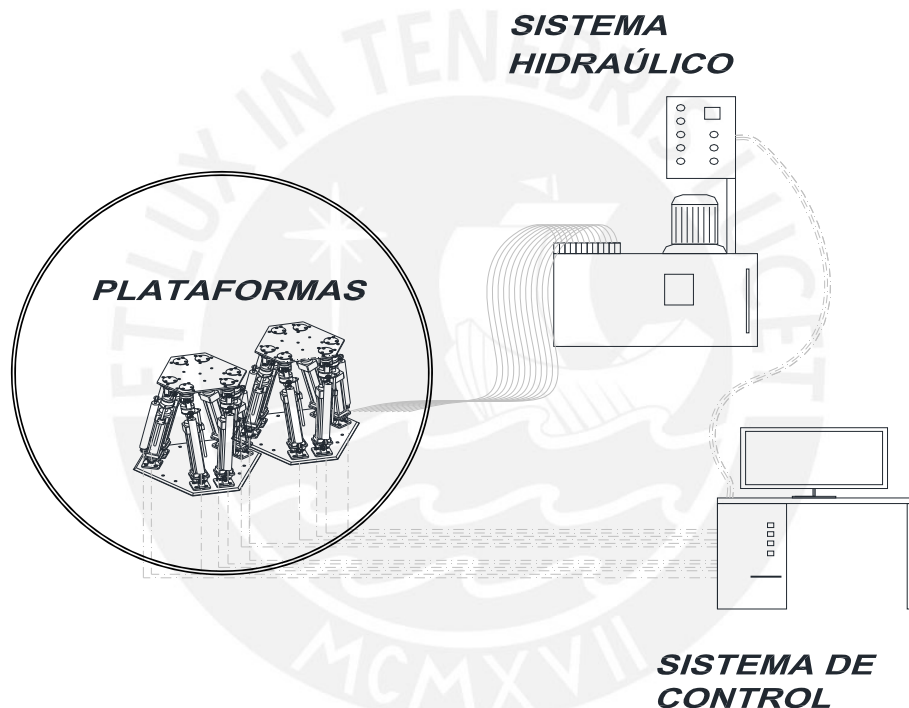
Los simuladores de marcha han sido un amplio campo de interés para los investigadores, su integración con un ambiente virtual expande el rango de aplicaciones para rehabilitación y entrenamiento para pacientes con disfunciones al caminar

El mantener un ambiente controlado, lejos de los riesgos y molestias de un ambiente real, hacen que estos simuladores sean una opción viable para aplicaciones médicas, deportivas y militares.

La faja para caminar o *treadmill* es el dispositivo más ampliamente usado para la simulación de marcha, este puede actuar a distintas velocidades en superficies planas rectas , horizontales o con pequeñas inclinaciones, pero no puede ser usada para simular condiciones de terrenos reales como curvas superficies irregulares o propiedades como fricción.

En este trabajo se presenta un sistema de plataformas dual, una para cada pie, que tiene la capacidad de aplicar fuerzas adicionales al pie del usuario tal que se pueda simular la forma de la superficie que se desea en una jornada de simulación.

Este simulador usa 2 plataformas prototipo que puede controlar posiciones y fuerzas a cada pie con 6 grados de libertad, cada plataforma usa la configuración de Stewart-Gough y su funcionamiento mecánico consta básicamente de una plataforma fija que va adherida al piso, una plataforma móvil que va sujeta al pie del usuario, y 6 actuadores lineales encargados de determinar la posición de la plataforma móvil con respecto a la fija según como se desee. El diseño de las 2 plataformas que se desarrolla en el presente trabajo es el del mecanismo paralelo que incluye todos sus componentes mecánicos, no se incluye en el presente trabajo ni el sistema hidráulico ni el sistema de control, tal como se muestra en el esquema.



Esquema del simulador de marcha

Para la selección de la geometría y exigencias del diseño para la aplicación de la plataforma, se hará un breve estudio de biomecánica, análisis de marcha, dinámica del movimiento y ergonomía de la persona humana, tomando énfasis en las dimensiones, velocidad, y fuerzas promedios de personas adultas entre 18 y 45 años de edad, para así encontrar los parámetros de diseño.

Dado el grado de complejidad del equipo, el presente trabajo muestra, un análisis cinemático y dinámico de la plataforma basado en estudios previos, con el que se

conseguirán diferentes parámetros para el desarrollo del diseño de cada uno de los componentes de la plataforma.

Se adjunta a este trabajo, el diseño mecánico del mecanismo paralelo, su ensamble e información de los elementos mecánicos para su fabricación,; dejando a un lado para posteriores trabajos de investigación, el diseño de sensores, y el control del equipo.

En este trabajo se hace uso de diferentes herramientas para el diseño, AUTOCAD, SOLIDWORK, y herramientas que ayudan en la simulación del movimiento y análisis cinemático y cinético, como MATLAB.



CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES DE LA PLATAFORMA STEWART-GOUGH

En este capítulo se presentan los antecedentes y origen del mecanismo paralelo conocido como plataforma Stewart- Gough, así mismo se hace una breve descripción de su configuración, sus componentes, análisis de estudio y aplicaciones.

1.1 Origen de la Plataforma Stewart- Gough

Para entender el concepto de plataforma de Stewart – Gough empezaremos definiendo que es un manipulador.

Un manipulador es una máquina que consta de un mecanismo ya sea en serie o en paralelo (figura 1.1), que por lo general consiste en una serie de segmentos articulados o en deslizamiento, en relación uno con otro, con el fin de reproducir movimiento de objetos, piezas o herramientas y por lo general en varios grados de libertad; este puede ser controlado por un operador, un controlador electrónico programable, o cualquier sistema lógico [BONEV, 2007].

Un manipulador paralelo es un mecanismo de lazo cerrado en el cual el efector final, plataforma móvil, está conectado a una base de por al menos dos cadenas cinemáticas independientes, que pueden llamarse actuadores [BONEV, 2007].

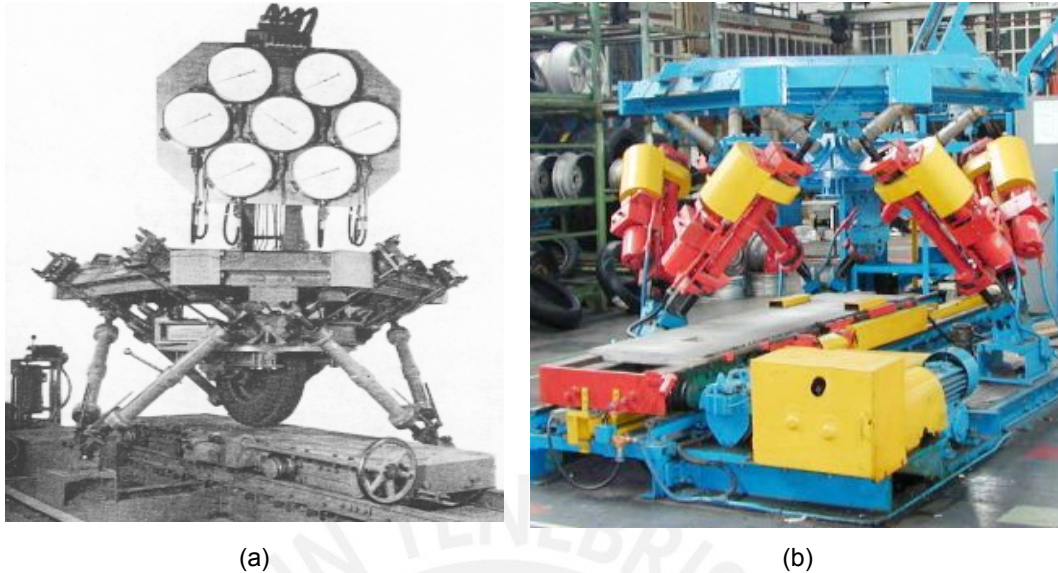


Figura 1.3: (a) Máquina para la prueba de neumáticos diseñado por Gough, 1954, (b) Actual Máquina para la prueba de neumáticos, Dunlop Tyres, 2000 [BONEV, 2007].

La característica fundamental del diseño de Gough fue el arreglo simétrico de los actuadores en forma de octaedro (formando 8 caras), sin embargo, pese a su éxito en la fabricación de la máquina para pruebas de neumáticos, fue recién en 1965, cuando se empezó a tomar real interés en este tipo de mecanismos. En este año apareció un famoso artículo procedente del IMechE (*Institution of Mechanical Engineers*) de Gran Bretaña, en el que el Sr. Stewart describe el movimiento de una plataforma con 6 grados de libertad para un simulador de vuelo figura 1.4.

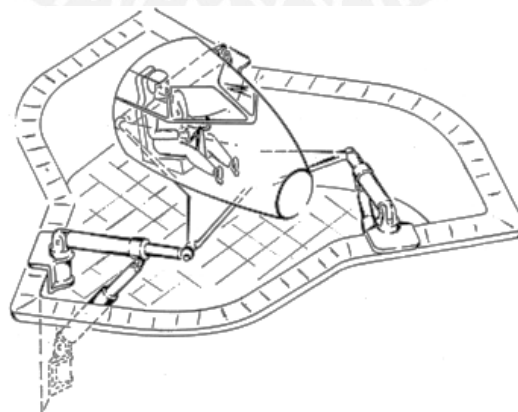


Figura 1.4: Simulador de vuelo, diseñado por Sr. Stewart 1963 [BONEV, 2007].

El mecanismo propuesto por Stewart es diferente al hexápodo octaédrico propuesto por Gough, aunque a este último se le refiere también como “plataforma Stewart-Gough” o hasta simplemente “plataforma Stewart”, esto es debido a que el estudio hecho por Stewart originó muchos debates y motivó a la investigación del tema a muchos científicos de la época, opacando así el diseño de Gough, pese a que su máquina ya estaba fabricada [BONEV, 2007].

En el presente trabajo consideramos llamar el diseño del hexápodo octaédrico con actuadores de longitud variable como “plataforma de Stewart-Gough”, como es mayormente conocido.

1.2 Descripción de la plataforma Stewart –Gough

Este hexápodo o plataforma Stewart –Gough consiste en 8 elementos principales, una plataforma fija, una plataforma móvil o efector final y seis cadenas cinemáticas (actuadores lineales), simétricamente ubicadas formando un octaedro. Un extremo de cada una de los actuadores va conectado mediante a una unión articulada con cierto número de grados de libertad a la plataforma fija; asimismo, el otro extremo de cada uno de los actuadores va conectado mediante otro tipo de unión articulada a la plataforma móvil. El desplazamiento lineal independiente de cada uno de los 6 actuadores y el tipo de unión en las juntas, origina los 6 grados de libertad que puede representar la plataforma móvil, figura 1.5.

Estos 6 grados de libertad son usualmente definidos como los desplazamientos en los ejes x , y , z , y rotación en el eje x (*pitch*), rotación en el eje y (*roll*) y rotación en el eje z (*yaw*), estos movimientos son los 6 grados de libertad máximos posibles en cualquier mecanismo, por ello este manipulador no solo es capaz del movimiento en cualquier dirección y orientación posible, sino también su control en cada uno de estos movimientos en posicionamiento y exactitud.

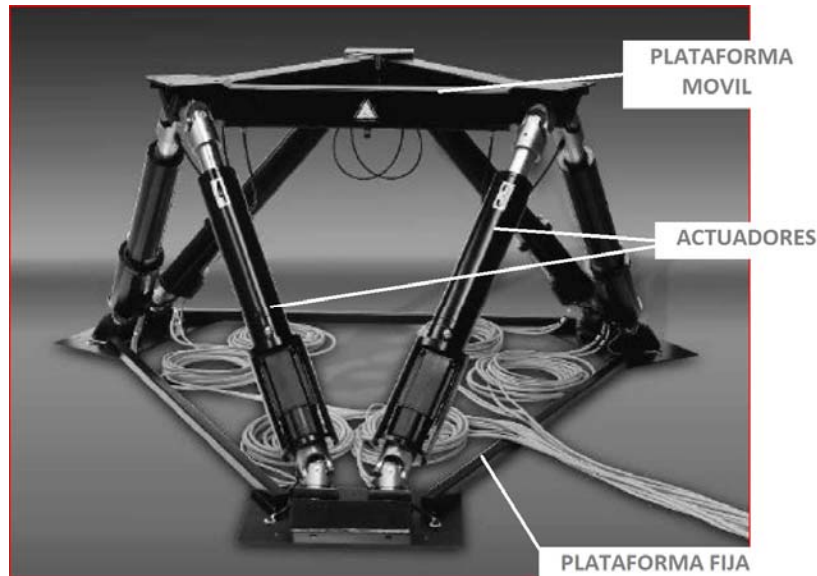


Figura 1.5: Configuración general de una plataforma Stewart-Gough

Diferentes configuraciones singulares son utilizadas dependiendo de la aplicación del equipo, la mayoría de éstas difieren en la posición de las uniones tanto en la plataforma fija como en la móvil, pero todas siempre básicamente con los mismos elementos y siguiendo el principio de simetría. Estas configuraciones singulares buscan simplificar los cálculos cinemáticos y dinámicos, facilitar la fabricación, montaje, y disminuir costos.

A comparación con los mecanismos en serie, los mecanismos en paralelo poseen una gran rigidez en su estructura, y por lo tanto, tienen una gran capacidad de carga. Por otra parte puesto que no existe acumulación de errores sobre la plataforma móvil por la acumulación de cadenas cinemáticas, entonces es posible obtener una mejor precisión. A cambio de estas ventajas, los manipuladores paralelos poseen un espacio de trabajo sumamente limitado. No obstante ello, tienen otras aplicaciones muy interesantes, como se verá más adelante. En la figura 1.6 se muestran las posiciones de inicio y final, y la solución de una trayectoria programada, para una configuración adoptada para este mecanismo.

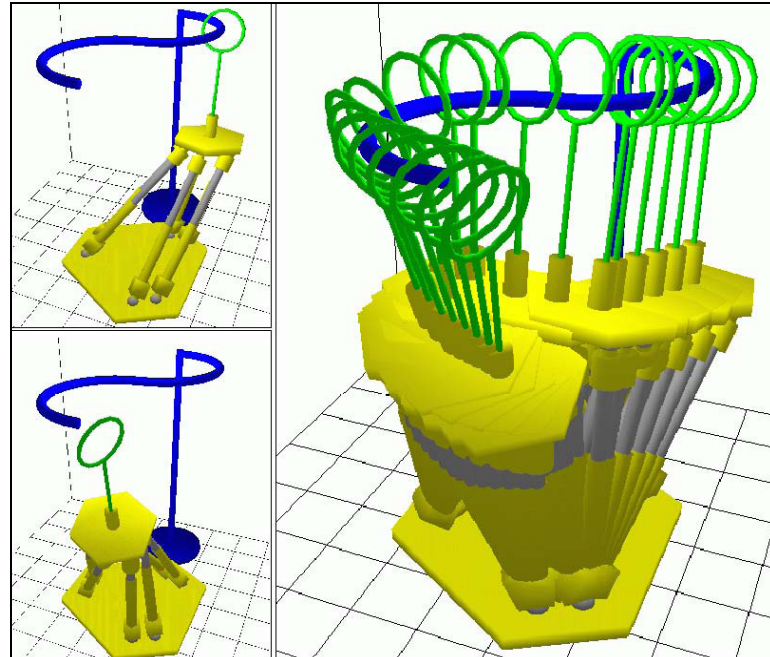


Figura 1.6: Posiciones de inicio y final, y la solución de una trayectoria programada, [CORTEZ, 2001].

En el estudio de la plataforma Stewart-Gough se suelen hacer diferentes tipos de análisis, entre ellos los más usuales son [ZABALZA, 1999].

- **Cinemática directa**, consiste en determinar la posición y velocidad de la plataforma móvil conociendo la posición y velocidad de cada uno de los actuadores, es decir su longitud o velocidad lineal. Este estudio suele ser complejo ya que para determinadas longitudes el mecanismo puede adquirir varias configuraciones diferentes; un trabajo en 1897 demostró que podían determinarse hasta 16 diversas posiciones para un juego de datos de 6 longitudes [BONEV, 2007].
- **Cinemática inversa**, consiste en determinar la posición y velocidad de los actuadores, es decir la longitud y velocidad lineal de estos, conociéndose una determinada posición y velocidad de la plataforma móvil. Este análisis es más sencillo que el análisis directo, al contrario de los mecanismos seriales en los que el análisis cinemático directo es el más sencillo, como se explicará más adelante.

- **Espacio de trabajo**, este análisis sirve para determinar la ubicación de las coordenadas que puede alcanzar el mecanismo. Se dispone de diferentes tipos de análisis para evaluar el espacio de trabajo de este mecanismo, ya que al contar con 6 grados de libertad se tiene 6 coordenadas generalizadas que representar, por lo que para su representación es necesario fijar al menos tres de ellas, y así poder mostrarlas en un espacio tridimensional.
- **Configuraciones singulares**, por lo general en este tipo de mecanismos se alcanzan ciertas posiciones en las que se gana o inclusive se pierden grados de libertad. Estas posiciones deben ser analizadas, ya que cerca de ellas el mecanismo va a mostrar un movimiento incontrolado, por lo que estas posiciones deben ser evitadas.
- **Cálculo estático**, se determina las fuerzas necesarias para hallar el equilibrio estático de los actuadores, tras aplicarle una fuerza y un momento a la plataforma móvil.
- **Cálculo dinámico**. Se trata de encontrar las fuerzas de restricción en las uniones, relacionando las fuerzas y aceleraciones.

1.3 Aplicaciones de Plataforma Stewart-Gough

Debido a las ventajas y versatilidad de estos mecanismos paralelos, y en especial los 6 grados de libertad que la mayoría de estos ofrecen, se tiene una amplia gama de aplicaciones que abarca desde el sector industrial, como máquinas herramientas de control numérico, robots para líneas de ensamblaje, plataformas estabilizadoras para antenas y colectores solares, simuladores de fuerzas para pruebas de neumáticos, simuladores para evaluar el funcionamiento de vehículos, etc. Así mismo encontramos aplicaciones en el sector entretenimiento y entrenamiento militar, donde podemos encontrar, simuladores de vuelo, (aviones, helicópteros, etc., mecanismos de posicionamiento de radares, etc. En el campo médico existen manipuladores para intervenciones quirúrgicas, debido a su gran exactitud, encontramos también plataformas y mecanismo para rehabilitación de diferentes extremidades y articulaciones, etc. Algunos ejemplos se muestran en la figura 1.7.



(a) (b)
Figura 1. 7: (a) Máquina herramienta¹ (b) Simulador de vuelo²

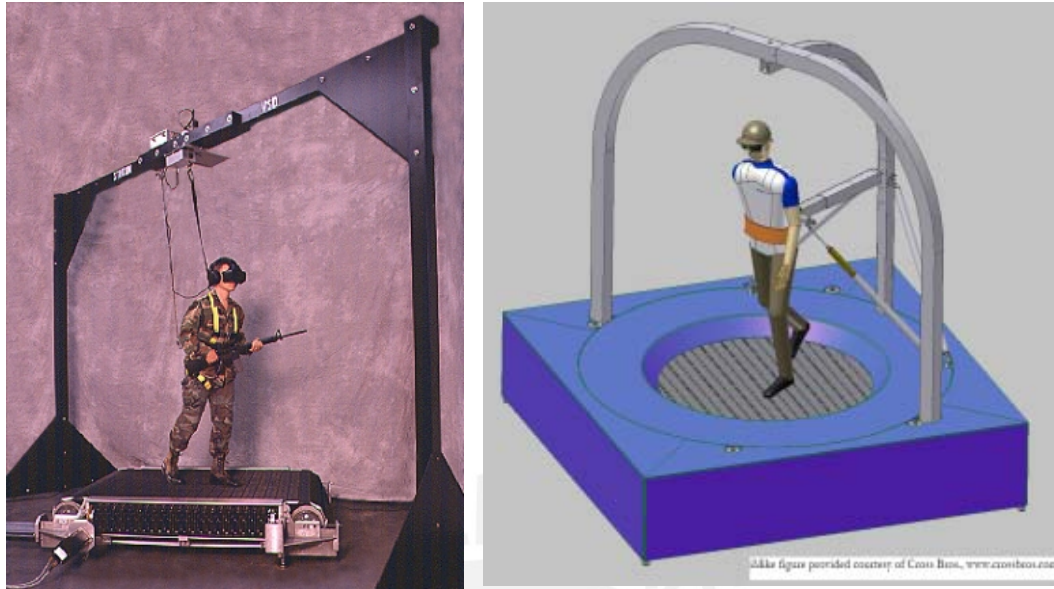
1.4 Simuladores de marcha para rehabilitación y entrenamiento

Tanto entidades militares como de salud siempre han mostrado interés en lo que llaman simuladores de marcha (*walking simulators*). Estas máquinas, diseñadas para la simulación de la marcha, permiten el estudio, entrenamiento y rehabilitación de pacientes.

Los primeros diseños fueron desarrollados con fines militares. Desde un inicio se han desarrollado todo tipo de sistemas desde los más simples como la faja para caminar o *treadmill*, que junto a un software virtual permiten simular una jornada de entrenamiento; como algunos más complejos; un ejemplo es la faja omni-direccional ODT *omnidirectional treadmill*, desarrollada después de 10 años de investigación, primero en el laboratorio de investigación de la armada de EEUU; que combinadas con un sistema de realidad virtual permite que la persona tenga la habilidad de desplazarse en cualquier dirección. Diferentes diseños se encuentran actualmente en investigación como se muestra en la figura 1.8.

¹ Máquina Herramienta Milling machines <http://biotsavart.tripod.com/hexapod.htm>, revisado 07/2013

² Simulador de vuelo A320 AIRBUS obtenido de <http://flightsafety.com>, revisado 07/2013



(a)

(b)

Figura 1.8: (a) Laboratorio de investigación armada de USA, Maryland³. (b) Omnitrek sistema ODT en estudio⁴.

Esta misma tecnología fue aplicada en el campo de la medicina de rehabilitación, y actualmente diferentes centros de rehabilitación y hospitales cuentan con estos dispositivos robóticos, los que pueden ayudar en la rehabilitación de personas con problemas en la columna espinal, lesiones cerebrales, o parálisis parciales, y que necesitan volver a caminar.

Conforme el avance de la tecnología, se han hecho diferentes innovaciones en lo que ha simuladores de marcha para rehabilitación se trata, los primeros diseños, al igual que sus antecesores, con fines militares usaban las fajas para caminar, con diferentes variaciones, como capacidad de inclinación e innovaciones en el control de velocidades.

Como ejemplo tenemos el desarrollado por el Centro Médico de la Universidad de Maryland, "Lokomat", figura 1.9.; este robot de entrenamiento asistido consta

³ Virtual Space Devices, Inc, Omnidirectional treadmill. <http://www.vsd.bz/future.htm>

⁴ ODT Future Omnidirectional treadmill de <http://www.vsd.bz/future.htm>, revisado 07/2013

básicamente de una estructura que soporta al paciente con un arnés mientras mueve sus piernas en un faja para caminar o *treadmill*, este crea movimientos planos repetitivos que ayudan a estimular diferentes áreas de la medula espinal que son las que controlan la habilidad para caminar [WARMKESSEL, 2004].

Uno de los mayores problemas de la rehabilitación, es la de estimular las diferentes regiones de las extremidades inferiores para poder superar los cambios en los distintos patrones de movimiento, como sucede al pasar de una marcha normal, a subir escaleras por ejemplo; es importante para una buena rehabilitación tratar de simular estos patrones establecidos por el normal desenvolvimiento de movimiento de una persona saludable, es por ello que el desarrollo de las nuevas tendencias de los simuladores de marcha se inclinan a mecanismos más versátiles capaces de lidiar con estas nuevas exigencias.



Figura 1.9: Lokomat-pro⁵

⁵ Lokomat pro http://www.hocoma.com/fileadmin/user/Dokumente/Lokomat/bro_L6_130225_en_A4.pdf

Como ejemplo se tiene el HapticWalker [SCHMIDT, 2007], figura 1.10, que se basa en el principio de platos programables para los pies, es decir platos montados en los extremos de dos brazos mecánicos.



Figura 1.10: *HapticWalker*, Charité Universitätsmedizin Berlin [SCHMIDT, 2007]

Fue este mismo interés por desarrollar mecanismos más versátiles para la rehabilitación, que llevó a investigadores a diseñar y construir diferentes prototipos utilizando mecanismos paralelos. Así por ejemplo, la Universidad Tsukuba en Japón, desarrolló el simulador de marcha *GaitMaster 1*, basado en un mecanismo paralelo de 3 grados de libertad, figura 1.11. (a).

De la misma manera la Universidad de *Rutgers NJ, USA*, que después de haber elaborado un prototipo basado en el mecanismo Stewart-Gough, para la rehabilitación del tobillo, llamado *Rutgers Ankle haptic*, [JASON, 2001], figura 1.11. (b), se deciden a elaborar un simulador de marcha que utiliza en conjunto dos plataformas Stewart-Gough, *Dual Stewart Platform Mobility Simulator* y un ambiente con interface de realidad virtual Figura 1.12 [BOIAN, 2004].



(a) (b)
Figura 1.11: (a) *Gaitmaster 1*,⁶. (b) *Rutgers Ankle haptic*,⁷



(a) (b)
Figura 1.12: (a). Aplicación del Simulador de marcha con una interfase en realidad virtual [BOIAN, 2004]
(b) Vista del prototipo, [BOIAN, 2004]

⁶ VR LAB Universidad de Tsukuba, Japon http://intron.kz.tsukuba.ac.jp/gaitmaster/gaitmaster_e.html

⁷ Universidad de Rutgers NJ, USA <http://www.caip.rutgers.edu/vrlab/ankle.html>

El Simulador dual diseñado por la Universidad de Rutgers, combina la retroalimentación háptica (conjunto de interfaces tecnológicos que interaccionan con el ser humano mediante el sentido del tacto) y un ambiente virtual, y puede ser usado como complemento para la rehabilitación de marcha de personas que sufrieron daño cerebral y necesitan volver a aprender a caminar [BOIAN, 2004].



CAPÍTULO 2

SIMULADOR DE MARCHA: REQUERIMIENTOS Y ANÁLISIS CINEMÁTICO

En este capítulo se exponen las exigencias necesarias para el diseño del mecanismo paralelo Stewart-Gough con una aplicación para un simulador de marcha normal.

2.1 Requerimientos

Los requerimientos necesarios para el diseño del mecanismo paralelo para la aplicación como simulador de marcha son:

- La trayectoria que debe seguir el efector final (posiciones y orientaciones).
- Velocidades y aceleraciones para dicha trayectoria.
- Las fuerzas a ejercer en el efector final (plataforma móvil).

Las exigencias de diseño se basan en un análisis biomecánico del caminar de una persona entre 18 y 49 años, se escogió este rango de edades ya que se tienen los mayores valores de alcance y velocidad, datos que servirán como valores críticos o máximos para el diseño del mecanismo.

Así mismo en este Capítulo se definen el método, los componentes y sistemas de referencias que se utilizarán para el análisis cinemático; ya que este análisis influye en la configuración y dimensiones que tendrá el mecanismo, el diseño se basa en un cálculo iterativo como se verá en el Capítulo 3 del presente trabajo de tesis.

2.1.1 Análisis del movimiento humano

El análisis del movimiento humano siempre ha fascinado al ser humano tanto por su naturaleza interdisciplinaria como por su gran rango de aplicaciones. Los investigadores han extendido sus análisis más allá de las descripciones básicas del movimiento, y el rol de sus aplicaciones abarca desde rehabilitación, cirugía, prótesis, ortopedia, ergonomía, hasta el deporte.

La historia nos lleva al inicio con los antiguos griegos, que fueron los primeros en interesarse en la naturaleza del movimiento y su percepción con el mundo, fue Aristóteles (384-322 AC), el primero en escribir un trabajo sobre este tema; después Galen K. (131-201 DC) detectó la conexión entre el trabajo de los músculos y el movimiento de las articulaciones [ZINKOVSKY, 1996].

En 1670 Borelli sintetizó la poca información que disponían en ese tiempo sobre el movimiento de animales. Borelli consideró la condición de equilibrio de los cuerpos, y con ello definió y calculó el centro de masa del cuerpo humano. [ZINKOVSKY, 1996].

En 1836, los hermanos Weber publicaron un trabajo en el cual presentaron material experimental acerca de la cinemática del caminar humano. El interés en la investigación del movimiento humano se incrementó después del descubrimiento de la fotografía. Muchos trabajos fueron desarrollados en base a fotografías de diferentes fases del movimiento humano y animal y su análisis cinemático [WHITTLE, 1996].

2.1.2 Antecedentes y estado de la tecnología del análisis de marcha

El análisis de marcha o "*Gait analysis*" se conoce como el proceso de cuantificación e interpretación de la locomoción de algún animal, incluyendo al ser humano. En el estudio del análisis de marcha se pueden reflejar diferentes disfunciones patológicas, permite hacer diagnósticos clínicos, así como también futuros desarrollos en la ingeniería de rehabilitación. Además de estas aplicaciones clínicas el análisis de marcha es ampliamente usado en el campo deportivo profesional para optimizar el rendimiento del atleta.

La historia del análisis de marcha ha mostrado un progreso estable desde sus estudios tempranos, ello debido a los cada vez más sofisticados métodos de medición, análisis

matemático y modelación matemática [WHITTLE, 1996]. El desarrollo de los regímenes de tratamiento, incluyendo la cirugía ortopédica basada en el análisis de marcha avanzó significativamente en los 80s. Muchos hospitales, líderes mundiales en el tema de la ortopedia, ahora tienen laboratorios de marcha que son continuamente utilizados en un gran número de casos, tanto para un plan de tratamiento como para el monitoreo de los pacientes.

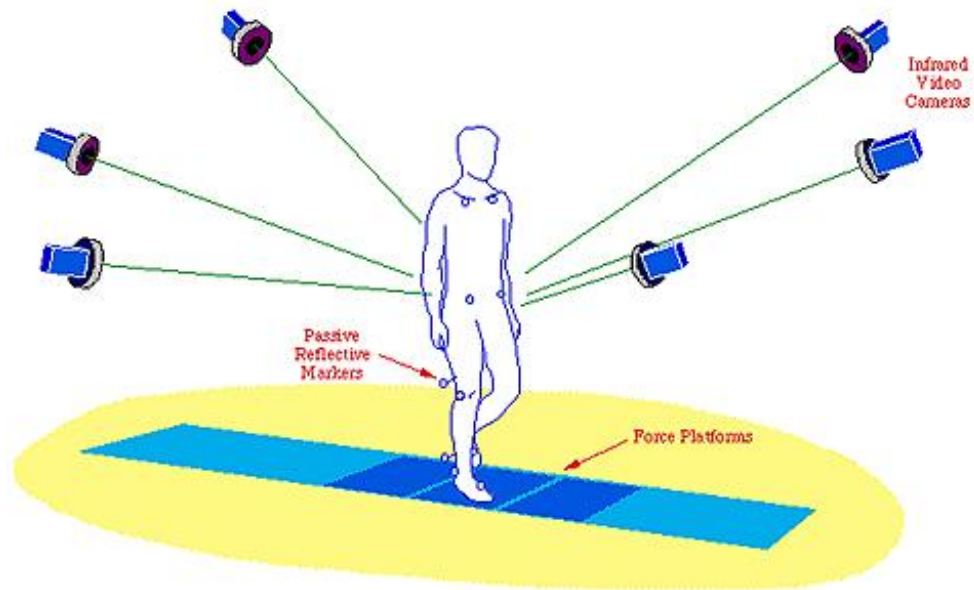
Con el desarrollo de la fotografía, se volvió posible capturar imágenes secuenciales relevantes del detalle de locomoción de humanos y animales. Eadweard Muybridge y Etienne Jules fueron pioneros en estas investigaciones, alrededor de 1900. Al pasar la década de los 80, el estudio del análisis de marcha se expandió en los Estados Unidos, esto fue debido a dos significantes cambios, un mejor entendimiento e interpretación de la información recabada por los sistemas de medición, y el desarrollo de apropiados softwares clínicos para la recolección, reducción de datos y reporte de resultados, [GERALD, 1996].

Las aplicaciones del análisis de marcha están divididas en dos categorías principales; la evaluación clínica de la marcha, en donde se hace un análisis individual y directo a algún paciente con el fin de ayudarlo en problemas clínicos específicos, y la otra categoría es la de Investigación de la marcha, donde el objetivo es tratar de mejorar nuestro entendimiento de la marcha con el fin de hacer un mejor diagnóstico o tratamiento médico en el futuro [WHITTLE, 1996].

Actualmente, un moderno laboratorio de marcha contiene 5 o 6 video cámaras conectadas a una computadora que se encarga de generar un modelo aplicado al movimiento del cuerpo, con esto consiguen mucha información acerca del movimiento de cada unión en la marcha, figura 2.1.

Además la mayoría de laboratorios tienen una plataforma de fuerza, que se encarga de la medición de las fuerzas entre el piso y el pie del paciente, incluyendo tanto magnitud como dirección de la fuerza. Con esta información, unida con los datos recogidos por las video cámaras, y utilizando las ecuaciones basadas en las leyes de Newton, la computadora es capaz de calcular las fuerzas generadas en cada uno de los segmentos del cuerpo, cada músculo, y así de esta manera se completa la información mecánica de la marcha [WHITTLE, 1996]. Sin embargo esta tecnología tiene sus limitaciones, ya que al utilizar una plataforma de fuerza totalmente plana solo

se puede obtener datos de la persona en marcha normal, es decir en una superficie totalmente plana, o ligeramente inclinada.



Medscape®

<http://www.medscape.com>

Figura 2.1: Esquema de ubicación de cámaras, sensores y plataforma de fuerza⁸

2.1.3 Análisis de la marcha humana (*Gait analysis*)

El caminar o correr del ser humano se puede definir como un método de locomoción que envuelve el uso de sus dos piernas alternativamente para proveer ambos soporte y propulsión.

En el caminar, excluyendo el correr, se debe añadir que al menos un pie debe estar en contacto con el suelo todo el tiempo, desafortunadamente esta definición excluye algunas formas de la marcha patológica las cuales deberían estar incluidas como formas de caminar. Por lo tanto *gait* o marcha se puede definir como una descripción de la manera o estilo de caminar, [ZINKOVSKY, 1996].

⁸ Medscape, <http://www.medscape.com>

El ciclo de marcha es definido como el intervalo de tiempo entre dos actos sucesivos de uno de los eventos repetitivos de caminar. Los siguientes términos son usados para identificar mejor la posición de las piernas durante el ciclo de marcha.

- Contacto inicial (*Inicial contact*)
- Oposición del dedo (*Opposite toe off*)
- Talón levantado (*Heel rise*)
- Oposición al contacto inicial (*Opposite inicial contact*)
- Posición del dedo (*Toe off*)
- Pies adyacentes (*Feet adjacent*)
- Tibia vertical (*Tibia vertical*)

Estos 7 eventos subdividen el ciclo de marcha en 7 períodos, cuatro de los cuales se encuentran en la fase de soporte o “*stance phase*”, cuando el pie está en contacto con el suelo, y los otros tres se encuentran en la fase de oscilación o “*swing phase*”, cuando el pie se encuentra trasladándose en el aire hacia adelante.

Estas 2 fases se subdividen en los siguientes 7 periodos, [WHITTLE, 1996]:

- a) Fase de soporte “*Stance phase*”
 - 1.- Respuesta de carga “*Loading response*”
 - 2.- Postura media “*Mid-stance*”
 - 3.- Postura Terminal “*Terminal stance*”
 - 4.- Pre-oscilación “*Pre- swing*”
- b) Fase de oscilación “*Swing phase*”
 - 5.- Oscilación inicial “*Inicial swing*”
 - 6.- Oscilación media “*Mid-swing*”
 - 7.- Oscilación final “*Terminal swing*”

La marcha humana es compleja por los muchos grados de libertad que involucran cada uno de los movimientos de los actos al caminar, el movimiento más significativo se puede apreciar en el plano sagital del ser humano, sin embargo se puede distinguir diferentes movimientos en los diferentes planos.

Para efectos de diseño se analizará el movimiento en el plano sagital del ser humano, ya que es el crítico y cualquier otro movimiento de marcha normal podrá ser cubierto por el rango de trabajo del mecanismo.

2.1.4 Trayectoria (Posiciones y orientaciones)

Tomando los datos experimentales [ZINKOVSKY, 1996], se escogieron los valores para alcanzar una máxima distancia de paso, y así encontrar un valor máximo que debe cubrir el mecanismo, esto se obtiene en sujetos masculinos de 18 a 49 años.

Velocidad: $V_p = 1,82 \text{ m/s} = 135 \text{ pasos/min}$. [ZINKOVSKY, 1996], donde se deduce que un paso aproximadamente tiene una distancia: $D_m = 0.8 \text{ m}$. Con esta distancia se tienen los valores críticos para definir la geometría básica del mecanismo. La sub-fase en la que se encuentra las condiciones críticas para el diseño de la geometría de la plataforma es en la de Contacto inicial Opuesto "*Opposite initial contact*", en esta posición se encuentra la mayor amplitud de distancia entre pies, y la mayor fuerza de reacción con el piso, "*Ground reaction force*" [WHITTLE, 1996].

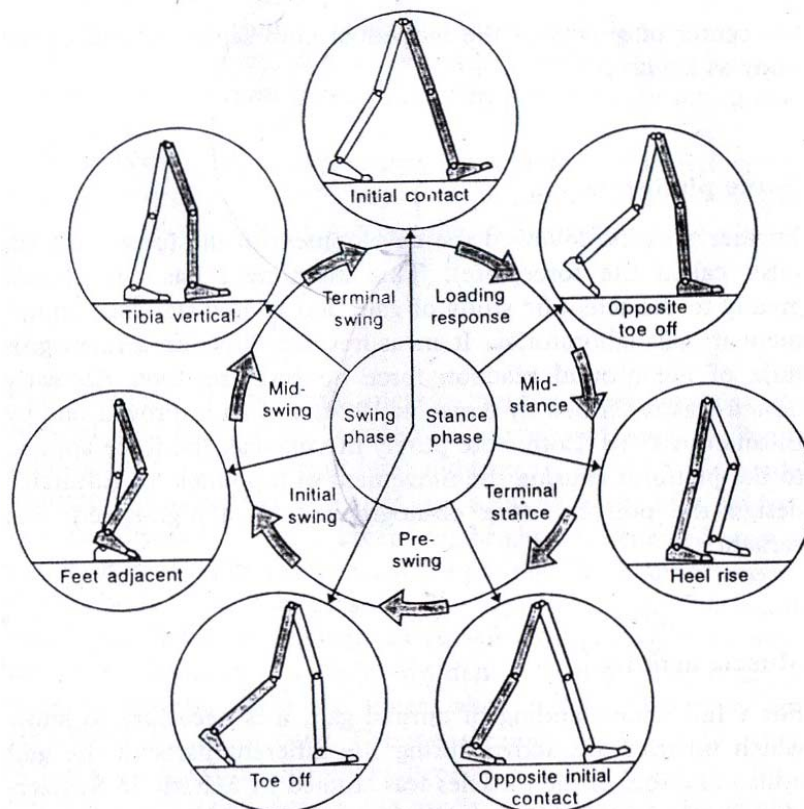


Figura 2.2: Esquema del ciclo de marcha indicando sus Fases y subfases, [WHITTLE, 1996].

Utilizando las dimensiones máximas para un humano promedio [WHITTLE, 1996], y haciendo uso de la gráfica de ángulos vs posiciones del ciclo de marcha, figuras 2.3 y 2.4 [WHITTLE, 1996], se realizó una representación en AUTOCAD, donde se pudo obtener las posiciones críticas máximas, las cuales debería satisfacer el mecanismo (figuras 2.5 a 2.7).

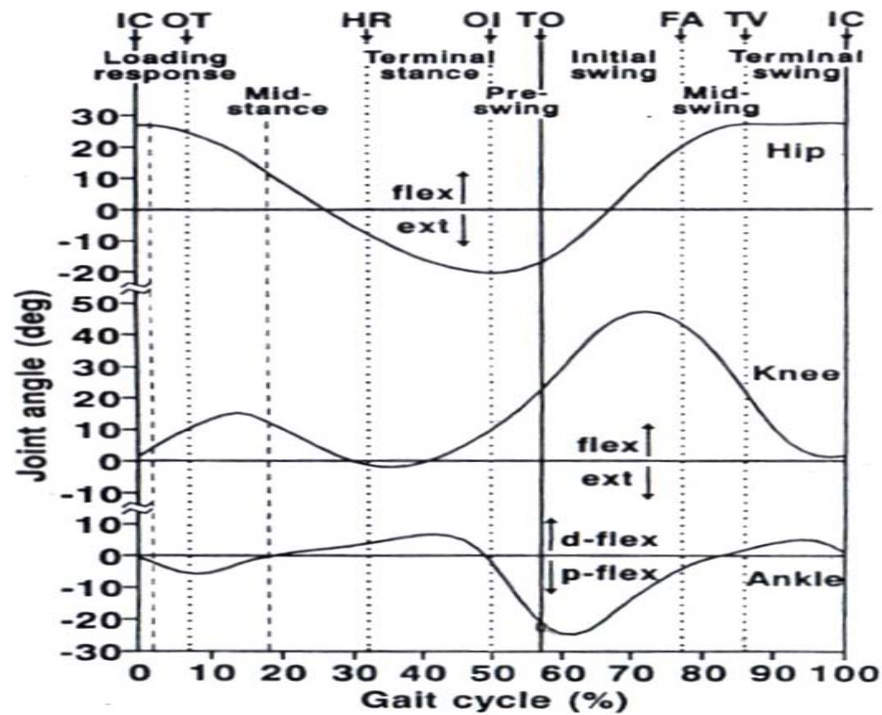


Figura 2.3: Ángulos de las uniones de las piernas vs. Ciclo de marcha, [WHITTLE, 1996].

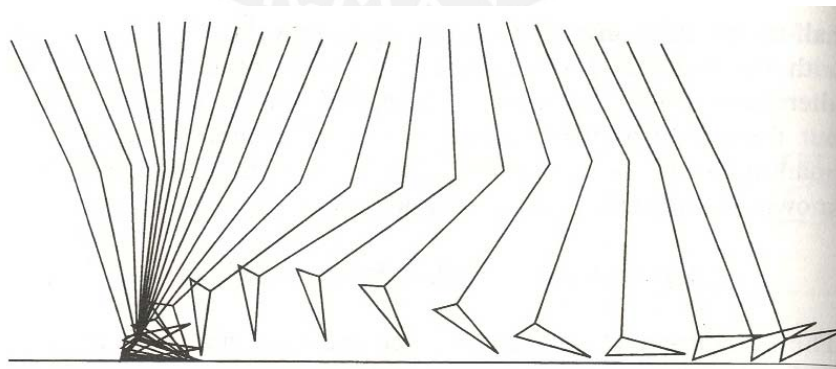


Figura 2.4: Esquema de los movimientos de una pierna en el plano sagital, respecto al ciclo de marcha, [WHITTLE, 1996].

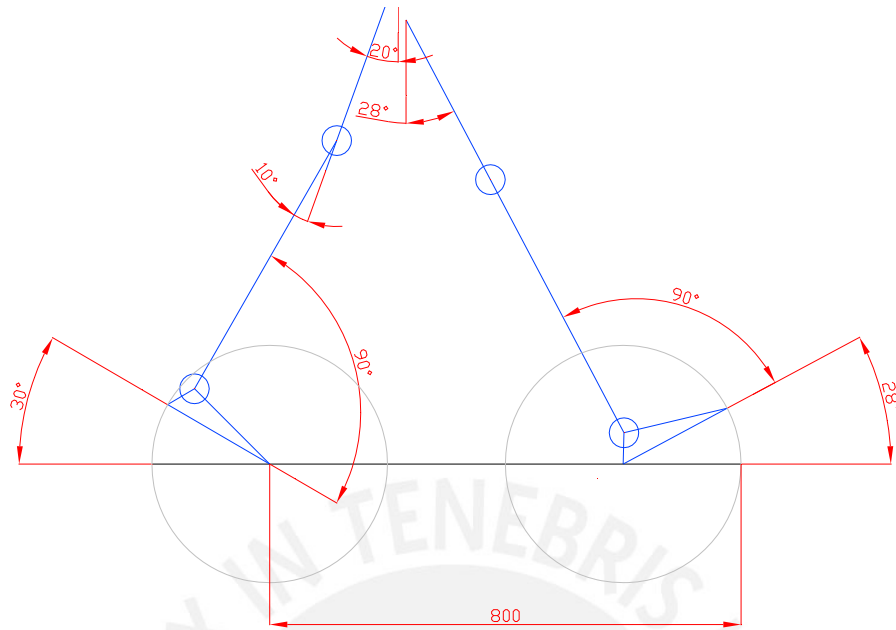


Figura 2.5: Representación a escala de la posición de las piernas para sub-fase de contacto inicial opuesto, durante una ciclo de marcha normal.

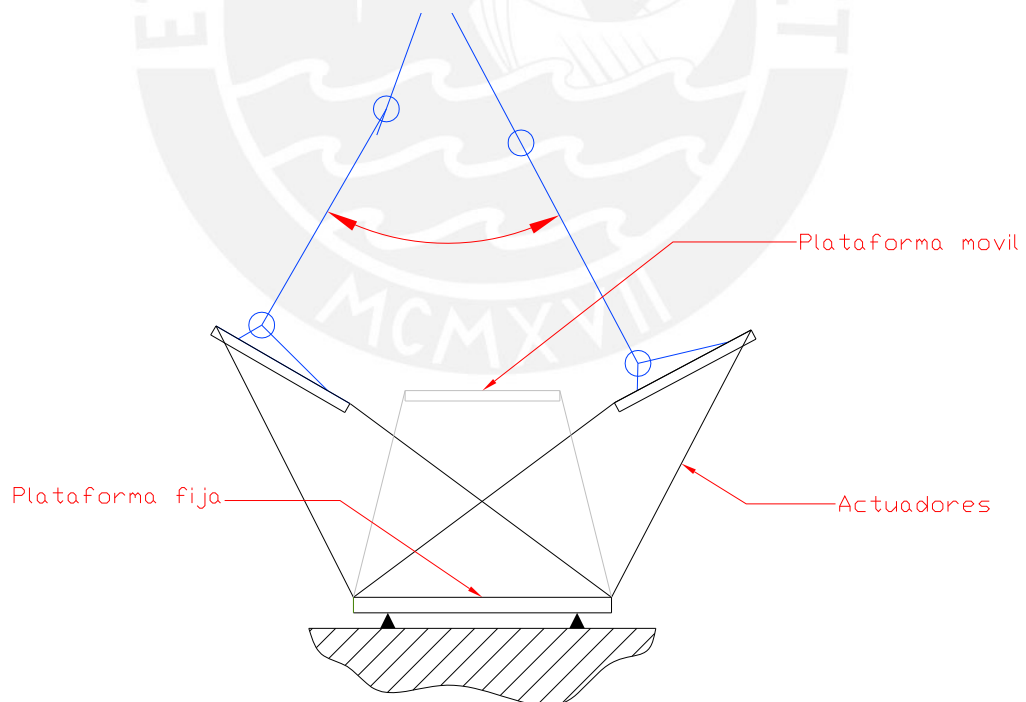


Figura 2.6: Representación a escala de la posición de la plataforma preliminar para sub-fase de contacto inicial, durante una ciclo de marcha normal.

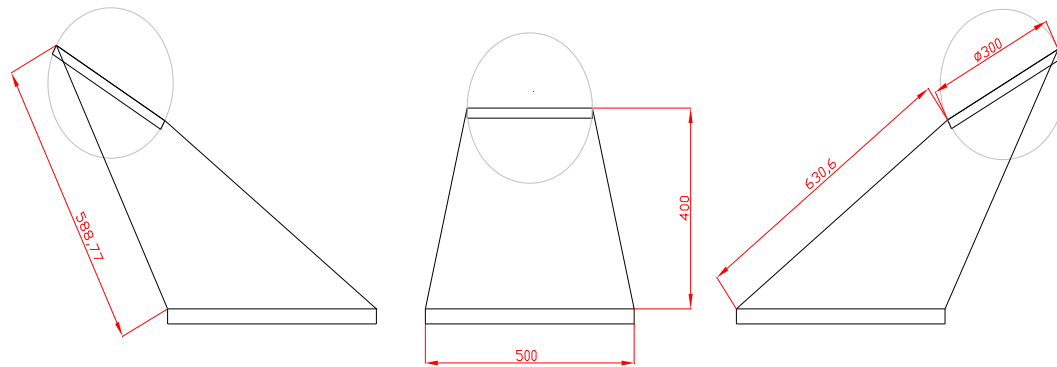


Figura 2.7: Principales dimensiones y geometría básica del diseño preliminar de la plataforma

Estas dimensiones y posiciones críticas serán la base para definir la geometría. Una vez hecho el análisis de la cinemática del mecanismo, las dimensiones finales se obtendrán después de un proceso iterativo.

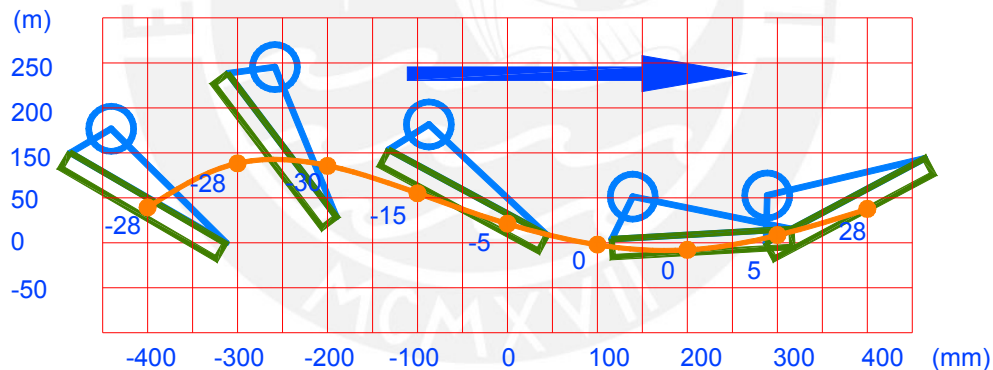


Figura 2.8: Trayectoria del pie en la fase de oscilación, posición y ángulos de rotación.

2.1.5 Velocidad y aceleración

En el cálculo de la velocidad máxima crítica para evaluar el diseño, es necesario hacer un análisis de la velocidad de marcha.

Siendo la velocidad promedio de $V_p = 1.82 \text{ m/s}$ es decir 135 pasos / min., entonces un paso tendrá que efectuarse en aproximadamente: $T_p = 0.44 \text{ s}$, esto permite que la persona recorra una distancia de 0.8 m.

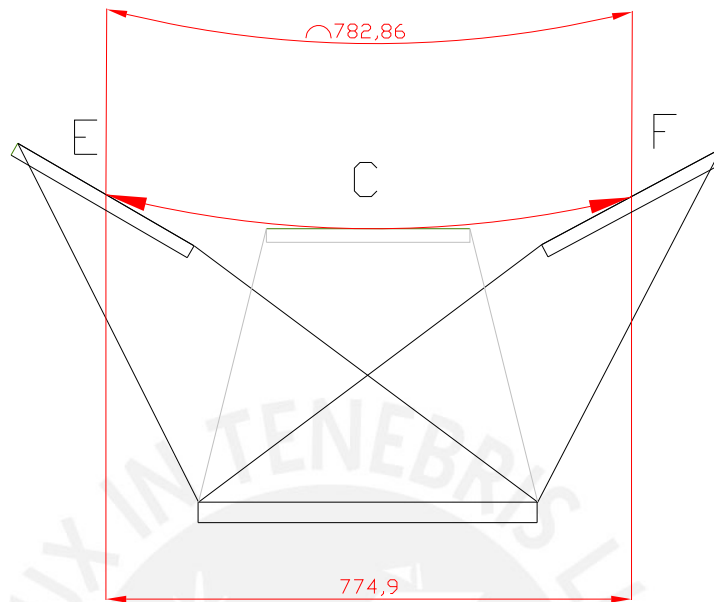


Figura 2.9: Alcance preliminar del mecanismo paralelo

La trayectoria E-F descrita por la plataforma es aproximadamente la misma a la distancia recorrida por el individuo, como se puede apreciar en la figura 2.9.

Al hablar de velocidad al caminar se utiliza un término conocido como *cadence*, que es el número de pasos dados en un determinado tiempo, su unidad es conocida como pasos/min. Dado que un ciclo de marcha consta de dos pasos, conociendo el valor del *cadence* de algún individuo podemos conocer el intervalo de tiempo de su ciclo de marcha. Para un *cadence* promedio de 135 pasos/min, se tiene que:

$$T_{\text{ciclo}} = \frac{2 * 60}{\text{cadence}}$$

$$T_{\text{ciclo}} = \frac{120}{135} \quad (2.1)$$

$$T_{\text{ciclo}} = 0.89s$$

Dónde T_{ciclo} es el intervalo de tiempo del ciclo de marcha en segundos para una marcha normal.

En cada ciclo de marcha el intervalo de tiempo que dura la fase de postura, es de aproximadamente el 60% del ciclo, es decir en nuestro caso $T_{pos} = 0,534$ s, y el tiempo de duración de la fase de oscilación dura el otro 40%, es decir $T_{osc} = 0.356$ s.

Para hallar la velocidad de traslación de la plataforma móvil, se puede distinguir dos casos diferentes la Fase de Apoyo y la Fase de Oscilación, figura 2.10 (a) y (b). En ambos casos la plataforma debe trasladarse desde dos puntos extremos, es decir, desde la posición de Contacto inicial (*Inicial contact*) hasta la Posición de despegue del dedo (*Toe off*).

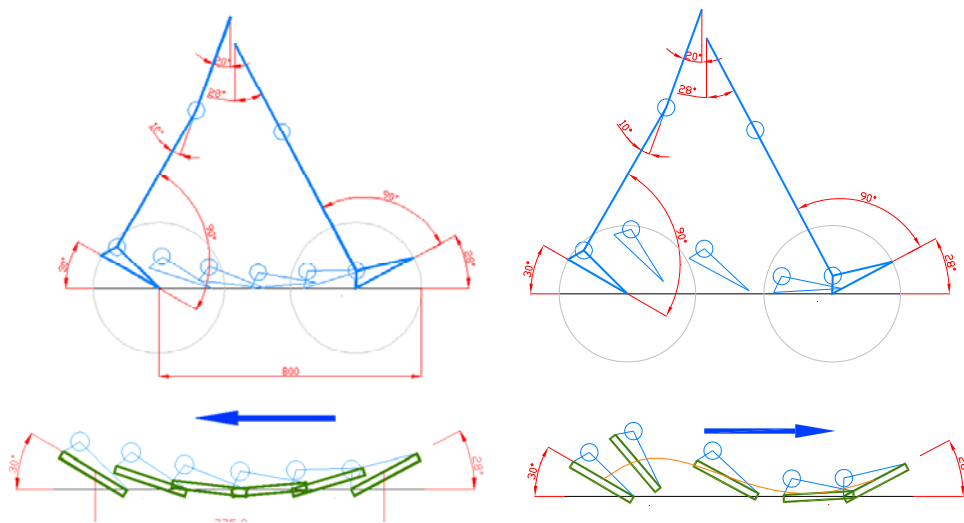


Figura 2.10: (a) Fase de apoyo, (b) Fase de Oscilación

Analizando la fase de Apoyo y la fase Oscilación, haciendo uso de la figura 2.10, se puede observar que la trayectoria que describe la plataforma en la fase de apoyo es casi lineal y la orientación varía en un rango de 28° hasta -30° , todo esto sucede en un tiempo de $T_{pos} = 0.534$ s.

En la fase de oscilación, sin embargo, se tienen valores de orientación más críticos y se presenta una mayor longitud de trayectoria en un menor tiempo, $T_{osc} = 0.356$ s,

por lo que se escogió esta última fase para hacer un análisis más profundo al ser la más crítica para el diseño.

Utilizando de información la velocidad angular promedio de la persona al caminar vs porcentaje de ciclo de marcha [HRELJAC, 1995], y los diferentes ángulos desarrollados por la pierna humana al caminar [WHITTLE, 1996], figura 2.3, se graficó la trayectoria del pie en la fase de oscilación como se puede apreciar en la figura 2.11. En esta fase el pie del usuario describe una trayectoria oscilatoria, variando la posición y ángulo del pie, conforme avanza el ciclo de marcha. Para hallar la velocidad tanto de traslación como angular de la plataforma se asume algunas condiciones como:

- Considerando una velocidad de traslación de la plataforma de cero en los extremos y considerando que la mitad del trayecto se hará con aceleración positiva y la otra mitad con aceleración negativa (desaceleración) se determina la aceleración. Se asume una pendiente lineal para así poder hallar un valor de velocidad máxima crítica que nos ayude en el diseño y selección de equipos:

$$dm = V_0 * t + \frac{1}{2} * a * (Tosc/2)^2 \quad (2.2)$$

Dónde:

dm : es la mitad de la distancia del trayecto

Tosc : tiempo transcurrido en la fase de oscilación 0.356 s

a : aceleración en la mitad del trayecto, asumiendo que la otra mitad tendrá una desaceleración de la misma magnitud (ver figura 2.12)

Reemplazando y despejando a, se tiene:

$$0.4 = 0 + \frac{1}{2} * a * (0.178)^2 \rightarrow$$

$$a = 25.24m/s^2$$

Calculando la velocidad final, V_f , velocidad en el punto máximo superior .

$$V_f = V_0 + a * t$$

$$V_f = 0 + 25.24 * (0.178) \quad (1.3)$$

$$V_f = 4.5m/s$$

- La velocidad angular es un factor importante para la determinación de las velocidades lineales de los actuadores, utilizando la gráfica Velocidad angular vs Ciclo de marcha [HRELJAC, 1995], se hizo un análisis para determinar la velocidad lineal.

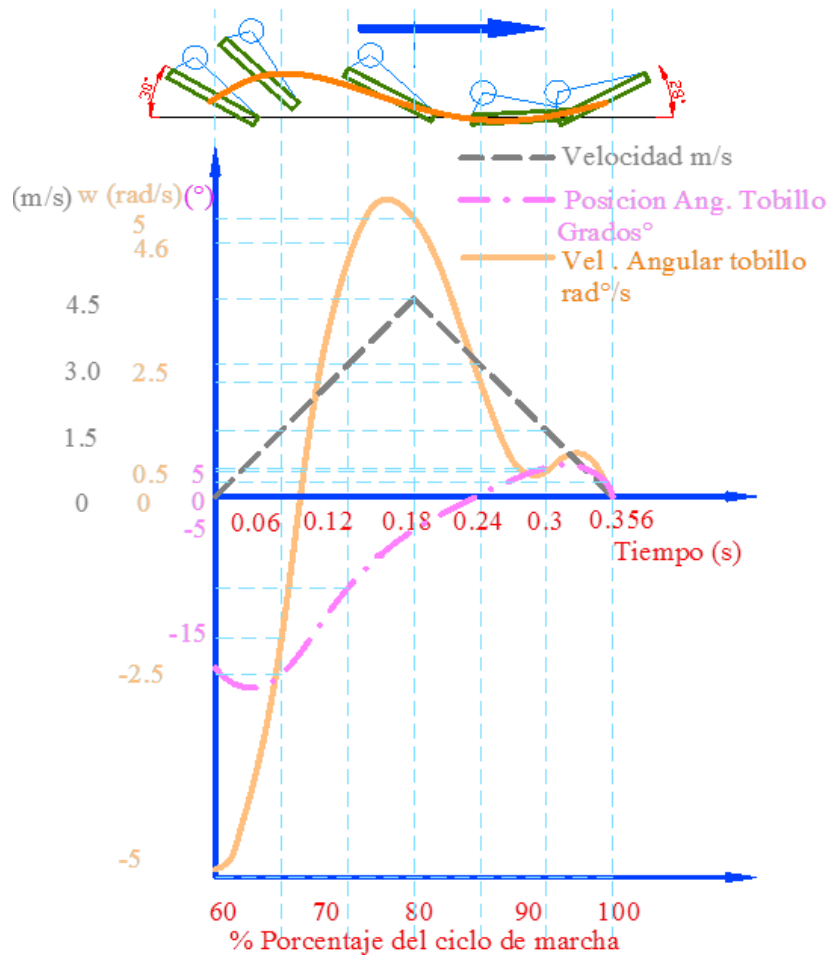


Figura 2.11: Velocidad de traslación vs. Tiempo, Velocidad angular vs Tiempo, Ang de tobillo vs Tiempo.

- Para uso práctico definimos un sistema de coordenadas SRF, cuyo origen será el centro de la plataforma fija es decir el punto medio de la trayectoria, en el que el plano X-Z coincidirá con el plano sagital de la persona y a la vez es el plano donde se produce la mayor cantidad de movimiento, esto nos proporcionará una representación de la posición y orientación de la plataforma,

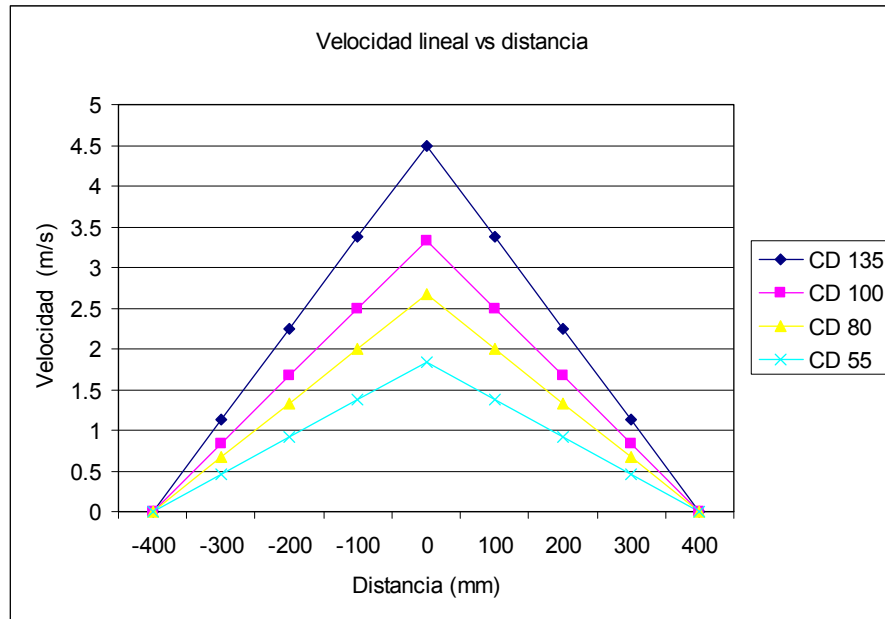


Figura 2.12: Grafico de velocidad en el eje x vs distancia recorrida por el pie, en la fase de oscilación en el ciclo de marcha, para diferentes valores de cadence (135, 100, 80, 55)

Analizando nueve puntos diferentes en el ciclo de marcha y tabulando los datos se obtiene la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Posición, Orientación, Velocidad lineal, y velocidad angular Cadence 135 p/min

Pto.	t (s)	Posición (mm)			Orientación (°)			Velocidad lineal en X	Velocidad Angular
		X	Y	Z	alr. Z	alr. Y	alr. X	m/s	rad/s en Y
					Ψ	Θ	Φ		
0	0	-400	0	650	0	-28	0	0	3.5
1	0.0444	-300	0	700	0	-28	0	1.125	0.00
2	0.0889	-200	0	680	0	-30	0	2.25	-3.50
3	0.1333	-100	0	650	0	-15	0	3.375	0.00
4	0.1778	0	0	620	0	-5	0	4.5	-0.50
5	0.2222	100	0	600	0	0	0	3.375	0.00
6	0.2667	200	0	580	0	0	0	2.25	1.00
7	0.3111	300	0	600	0	5	0	1.125	0.00
8	0.3556	400	0	650	0	28	0	0	0.00

Como se puede observar en el análisis anterior, las velocidades a alcanzar por nuestro mecanismo para una marcha normal son altas, esto debido al elevado valor del

cadence (135 pasos/min). Sin embargo, ya que el simulador será usado para la rehabilitación y entrenamiento bastará con que cubra un valor de cadence de 55 pasos/min (figura 2.12). Haciendo uso del análisis anterior se obtienen nuevos resultados de aceleración y velocidad final, así como la Tabla 2.2, los cuales servirán como exigencias de diseño:

$$a = 4,20m / s^2$$

$$V_f = 1.83m / s$$

Tabla 2.2: Posición, Orientación, Velocidad lineal, y velocidad angular Cadence 135 p/min

Pto.	t (s)	Posición				Orientación			Velocidad lineal en X	Velocidad Angular
		X	Y	Z	alr. Z	alr. Y	alr. X	m/s	rad/s en Y	
					ψ	θ	ϕ			
0	0	-400	0	650	0	-28	0	0	3.5	
1	0.1091	-300	0	700	0	-28	0	0.458	0.00	
2	0.2182	-200	0	680	0	-30	0	0.917	-3.50	
3	0.3273	-100	0	650	0	-15	0	1.375	0.00	
4	0.4364	0	0	620	0	-5	0	1.834	-0.50	
5	0.5455	100	0	600	0	0	0	1.375	0.00	
6	0.6545	200	0	580	0	0	0	0.917	1.00	
7	0.7636	300	0	600	0	5	0	0.458	0.00	
8	0.8727	400	0	650	0	28	0	0	0.00	

2.1.6 Fuerzas de reacción

La fuerza generada sobre la plataforma por la reacción del individuo al simular el caminar varia de manera diferente conforme se realiza el ciclo de marcha. La plataforma de fuerza es un instrumento comúnmente usado en el análisis de marcha para hallar las fuerzas resultantes generadas por el pie contra la superficie de apoyo. Esta fuerza es representada por un vector con componentes en las tres dimensiones y tanto su módulo como su dirección varia con respecto a la posición del pie en el ciclo de marcha.

Para propósitos de interpretación, la forma más común de representar estas reacciones es como se puede apreciar en la figura 2.13 y 2.14.

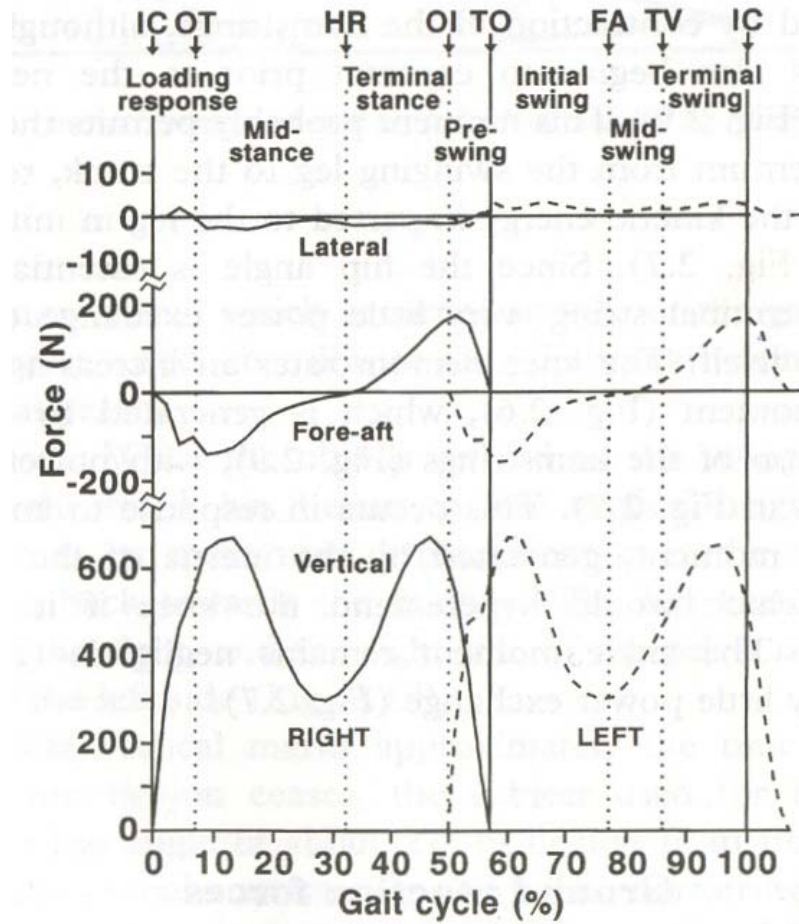


Figura 2.13: Fuerza de reacción contra el suelo (Newtons), en diferentes ejes, lateral, frontal y vertical, vs. El ciclo de marcha. [WHITTLE, 1996].

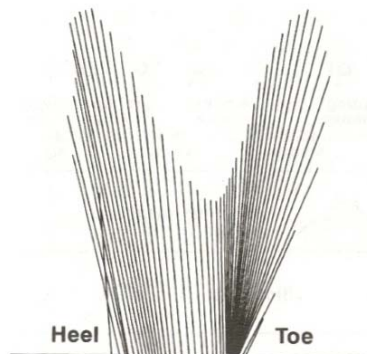


Figura 2.14: Distribución de fuerzas con respecto al ciclo de marcha, en el plano sagital. [WHITTLE, 1996].

Tabla 2.2: Posición, Orientación, Velocidad lineal, y Fuerza de reacción sobre la plataforma.

Pto.	Posición (mm)			Orientación (°)			Fuerza de reacción (Newtons)		
	X	Y	Z	alr. Z Ψ	alr. Y θ	alr. X Φ	X	Y	Z
0	-400	0	650	0	-28	0	-200	0	-700
1	-300	0	700	0	-28	0	-150	0	-600
2	-200	0	680	0	-30	0	-100	0	-500
3	-100	0	650	0	-15	0	-50	0	-400
4	0	0	620	0	-5	0	0	0	-300
5	100	0	600	0	0	0	50	0	-400
6	200	0	580	0	0	0	100	0	-500
7	300	0	600	0	5	0	150	0	-600
8	400	0	650	0	28	0	200	0	-700

2.2 Análisis cinemático de la plataforma Stewart-Gough

2.2.1 Análisis cinemático directo

En el análisis cinemático de un mecanismo paralelo generalmente se utiliza dos conceptos, el análisis inverso y el análisis directo. El análisis directo se basa en la descripción de la posición y orientación de la plataforma móvil, conociéndose los valores de longitud de extensión de cada uno de los actuadores.

Al contrario de mecanismos seriales, el análisis cinemático directo de mecanismos en paralelo no muestra una solución sencilla, métodos numéricos son usados para describir la posición y orientación de la plataforma móvil, obteniéndose múltiples soluciones. Investigaciones han determinado que se puede obtener hasta 40 soluciones reales, varias aproximaciones se han hecho para darle solución a este problema.

“Al respecto existen dos métodos de solución principales de la cinemática directa de este mecanismo, el primero consisten en la aplicación de una técnica numérica, iterativa y por lo tanto aproximada, como lo es el método de Newton-Ramphson. El segundo consiste en la formulación de un polinomio, con el cual es posible obtener

varias soluciones reales. En Merlet (1993) se proponen hasta 12 soluciones del polinomio. En dicha contribución se muestra una comparación del tiempo requerido para obtener una solución por medio del método de Newton-Raphson y el tiempo requerido para generar las 12 soluciones del polinomio. Curiosamente, el tiempo de cálculo requerido resultó considerablemente mayor en el segundo caso. Esto toma sentido si se reconoce que el método de Newton Raphson converge, si es que existe la solución, razonablemente en tres o cuatro iteraciones. Por otra parte, si se reconoce que para fines prácticos la plataforma móvil ocupa solo una ubicación instantánea, entonces la utilización del método de Newton-Raphson en la solución del análisis directo de posición es una opción totalmente válida” [GALLARDO, 2004].

2.2.2 Análisis cinemático inverso

El análisis cinemático inverso se basa en la descripción de la longitud de los actuadores conociéndose la posición y orientación de la plataforma móvil para un instante dado; este análisis es importante para encontrar el espacio de trabajo del mecanismo y por ende para el diseño mecánico.

El análisis cinemático inverso en un mecanismo paralelo es más sencillo de desarrollar, a diferencia de un mecanismo serial, y tiene una única solución, generalmente es resuelto en línea a tiempo real siguiendo la trayectoria de la plataforma móvil, en cambio la cinemática directa debe ser resuelta para el control a tiempo real de la misma.

2.2.2.1 Representación de la posición

Para localizar un cuerpo rígido en el espacio es necesario contar con una herramienta que permita la localización formal de sus puntos. En un plano el posicionamiento tiene dos grados de libertad, y por tanto la posición de un punto vendrá definida por dos componentes independientes. En el caso de un espacio tridimensional será necesario emplear tres componentes.

En este caso se define un sistema de coordenadas de referencia $[X_f, Y_f, Z_f]$ fijo a la plataforma base, con un origen en el punto O, al cual se denomina **Sistema de referencia fijo (SRF)**.

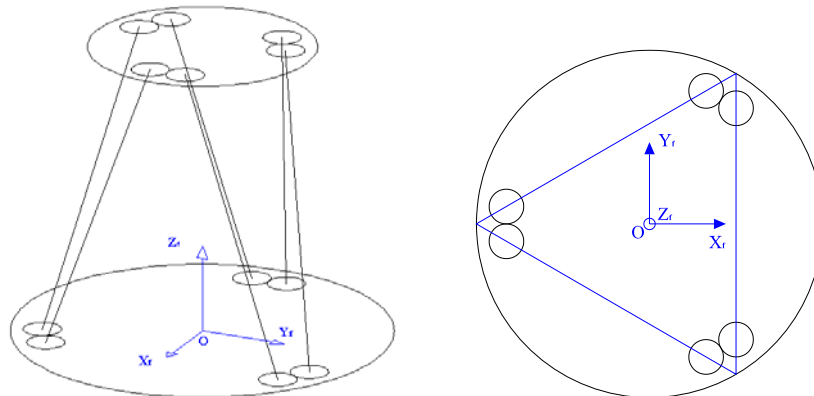


Figura 2.15: Representación de la posición del SRF sobre la plataforma.

2.2.2.2 Representación de la orientación

Un punto queda totalmente definido en el espacio a través de los datos de su posición. Sin embargo, para el caso de un sólido, es necesario además definir cuál es su orientación con respecto a un sistema de referencia.

La orientación de un sólido rígido en el espacio tridimensional está definida por tres grados de libertad, para poder describir la orientación de un sólido con respecto a un sistema de referencia es necesario usar un conjunto de tres variables linealmente independientes [BARRIENTOS, 1997].

El tipo de orientación usado en la mayoría de sistemas de control de robots es una secuencia de rotaciones angulares que toma un objeto desde una orientación estándar de partida hasta su actual orientación, esta orientación usualmente es especificada por los Ángulos de Euler [CRUZ, 2002].

Para describir de forma más sencilla la orientación de un objeto respecto a un sistema de referencia, es habitual asignar solidariamente al objeto móvil un nuevo sistema, y después estudiar la relación espacial existente entre estos dos sistemas.

Por lo que definiremos un sistema de coordenadas móvil $[X_m, Y_m, Z_m]$ que se moverá junto a la plataforma móvil, es decir será solidario a ella, y al cual llamaremos **Sistema de referencia móvil (SRM)**.

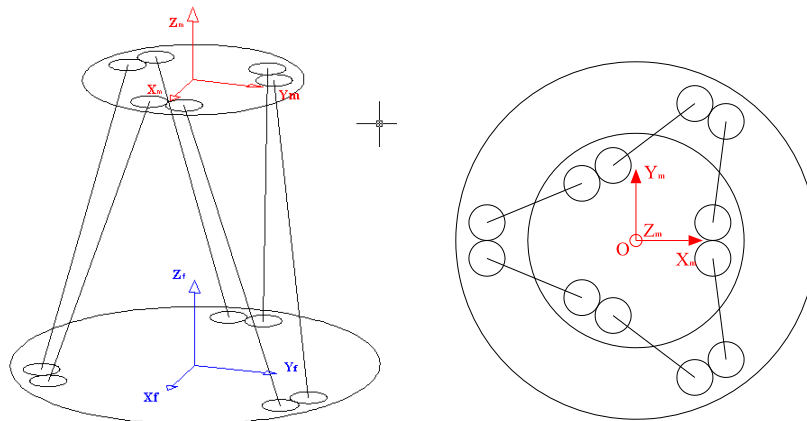


Figura 2.16: Representación de la posición del SRM sobre la plataforma móvil

2.2.2.3 Matriz de Rotación con Ángulos de Euler

La matriz de rotación define la orientación de un sistema móvil con respecto a un sistema de referencia, y sirve para transformar las coordenadas de un vector de un sistema, a las del otro [BARRIENTOS, 1997].

Las matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del álgebra matricial. Es así que para la representación de la orientación en un espacio tridimensional, mediante una matriz de rotación, es necesario definir nueve elementos. Estos elementos pueden ser proporcionados por tres ángulos llamados ángulos de Euler, de los cuales existen muchas representaciones diferentes [CRUZ, 2002].

La matriz de rotación puede componerse para expresar la aplicación continua de varias rotaciones. Es importante considerar el orden de estas rotaciones, pues el resultado de la matriz difiere según la secuencia de rotación.

Para describir el movimiento de la plataforma Stewart-Gough en detalle, necesitaremos de 6 coordenadas, tres de ellas que nos definirán la traslación de un punto fijo sobre nuestra plataforma móvil $[X, Y, Z]$, e introduciremos un set de ángulos de Euler que nos ayudaran a describir la orientación del cuerpo rígido $[\Phi, \theta, \Psi]$.

Primero definiremos nuestra secuencia de rotación, ya que es necesario considerar que esta no se trata de una transformación conmutativa, debiéndose seguir una secuencia determinada de la aplicación de los mismos, es decir que es importante considerar el orden de las rotaciones, pues el producto de matrices no es conmutativo.

Definiendo un origen O y un eje de coordenadas primario X, Y, Z. se presenta una secuencia de rotación:

- 1) Rotando el sistema un ángulo Ψ alrededor del eje Z, obtenemos dos ejes secundarios X' y un Y', Z se mantiene fijo.
- 2) Rotando el sistema un ángulo θ alrededor del eje Y' obtenemos un eje Z' y un eje X₁.

Finalmente rotamos un ángulo Φ , alrededor del eje X₁, obtenemos Z₁ y Y₁



Figura 2.17: Esquema de rotación de los ángulos de Euler

Luego se tiene una matriz de rotación de la forma:

$$R = \begin{bmatrix} c\psi.c\theta & c\psi.s\theta.s\phi - s\psi.c\phi & s\psi.s\phi + c\psi.s\theta.c\phi \\ s\psi.c\theta & c\psi.c\phi + s\psi.s\theta.s\phi & s\psi.s\phi.c\phi - c\psi.s\phi \\ -s\theta & c\theta.s\phi & c\theta.c\phi \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Dónde: $s(x) = \text{sen}(x)$, $c(x) = \text{cos}(x)$.

$(x) = (\Phi), (\theta)$, o (Ψ)

Dado que los componentes móviles de la plataforma pueden trasladarse y/o rotar con respecto a un sistema de coordenadas de referencia, es necesario definir un vector de coordenadas externas o generalizadas. En un caso general, el vector de coordenadas externas es m -dimensional, donde m es el número de coordenadas externas requeridas para especificar completamente la posición y la orientación del elemento móvil. En nuestro caso $m=6$ y se define como:

$$q_e = [X_1, Y_1, Z_1, \Phi, \theta, \Psi]^T \tag{2.4}$$

Donde los últimos tres elementos $[\Phi, \theta, \Psi]^T$ sirven para describir la rotación del elemento móvil, además tenemos el vector $t = [X_1, Y_1, Z_1]^T$ que describe la traslación del origen del sistema de referencia **SRM** (centro de la plataforma móvil), con respecto al sistema de referencia **SRF** (centro de la plataforma fija).

Para entender mejor el análisis cinemático de la plataforma, es necesario denotar cada uno de los puntos involucrados. En la plataforma fija, se tiene el punto O , centro de la plataforma que a la vez es origen de mi sistema de coordenadas fijo **SRF**, además se tienen 6 puntos de unión entre la plataforma y los actuadores, estos serán denotados como b_1, b_2, \dots, b_6 , como se muestra en la Figura 2.18. En la plataforma móvil, está el punto O' que es centro de la plataforma móvil, y a la vez es origen del sistema de coordenadas móvil **SRM**, además están 6 puntos de unión entre la plataforma móvil y los actuadores, los cuales serán p_1, p_2, \dots, p_6 , como se muestra en la Figura 2.18.

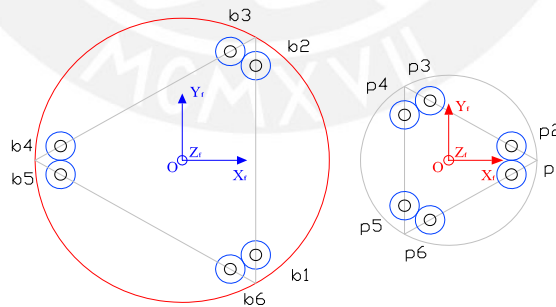


Figura 2.18: Denotación de los puntos a evaluar sobre el mecanismo

Analizando uno de los 6 actuadores como se muestra en la figura n , vectorialmente se tiene lo mostrado en la figura 2.19.

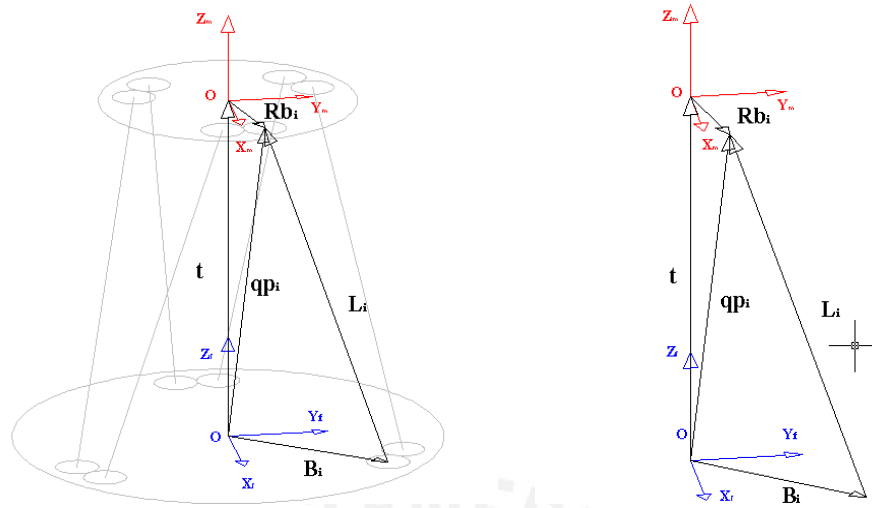


Figura 2.19: Análisis vectorial de uno de los actuadores

Dónde:

- t : Vector traslación del origen del **SRM**, y centro de la plataforma móvil, con respecto al **SRF**
- B_i : Vector posición de la juntas o uniones inferiores, extremo inferior del actuador, con respecto al **SRF**
- L_i : Vector que representa al actuador con respecto al **SRF**
- R_{p_i} : Vector posición de las juntas superiores, extremo superior del actuador, con respecto al **SRF**.
- q_{p_i} : Es el vector posición del extremo superior del actuador, o junta superior

Y el vector L_i se puede definir:

$$L_i = t + R_{p_i} - B_i \quad (2.5)$$

Donde la longitud de este actuador puede ser calculado por la norma del vector $|L_i|$.

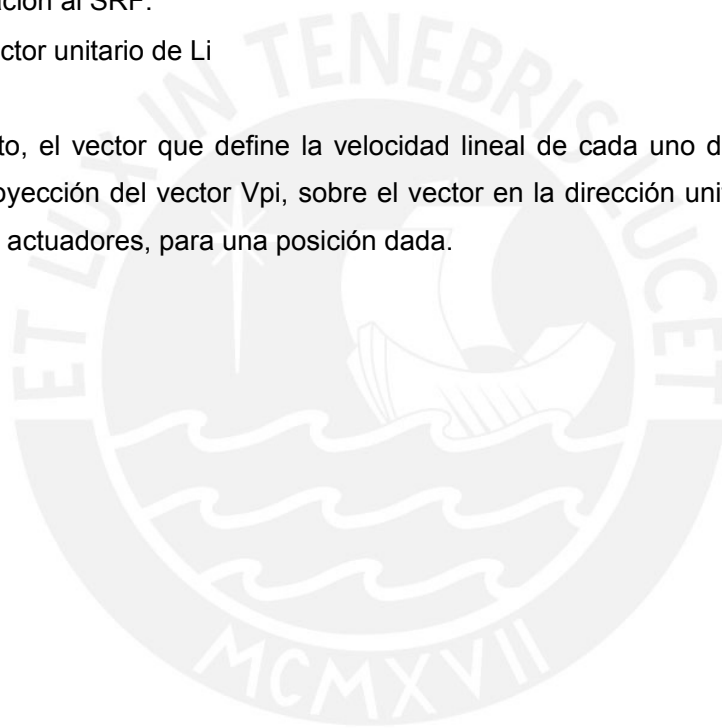
Para determinar la velocidad de cada actuador es necesario primero conocer tanto la velocidad angular, como la de traslación de la plataforma móvil, dado que éste es el análisis cinemático inverso del mecanismo. Entonces se define el punto p_i , (donde $i = 1 \dots 6$), punto de la unión superior del actuador con la plataforma móvil, en el que la velocidad lineal del mismo se obtiene con la ecuación 2.6.

$$V_{pi} = V_t + (W) \times (R_{pi}) \quad (2.6)$$

Dónde:

- V_{pi} : Vector velocidad del punto p, unión superior de la plataforma móvil con los actuadores.
- V_t : Vector velocidad del centro del plataforma móvil.
- W : Velocidad angular de la plataforma móvil.
- R_p : Vector p (Vector posición de las uniones de la plataforma móvil con los actuadores, con respecto al SRM), con su respectiva transformación por la Matriz de rotación al SRF.
- n_i : Vector unitario de L_i

Por lo tanto, el vector que define la velocidad lineal de cada uno de los actuadores, será la proyección del vector V_{pi} , sobre el vector en la dirección unitaria n_i para cada uno de los actuadores, para una posición dada.



CAPÍTULO 3

DISEÑO MECÁNICO DEL SIMULADOR DE MARCHA

La metodología empleada en este trabajo para el diseño de mecanismos paralelos se basó en las recomendaciones hechas por Zhang [ZHANG, 2005] y por Merlet [MERLET, 1999]. Debido a que el diseño óptimo del simulador de marcha en este trabajo implica el uso de la configuración del mecanismo desarrollado por Gough, no se tomaron en cuenta otras opciones de mecanismos con 6 GDL para el diseño del simulador; más bien este trabajo se centró en hallar el diseño óptimo del mecanismo paralelo Stewart – Gough para dicha aplicación.

El proceso de diseño de un mecanismo paralelo según Zhang, se puede hacer en tres etapas [ZHANG, 2005]

- Etapa de planificación y especificación del producto
- Etapa del diseño conceptual
- Etapa del diseño físico

El flujo de los procesos utilizados para encontrar el diseño óptimo del mecanismo es iterativo ya que depende de distintas variables, como la configuración del mecanismo, dimensiones preliminares, espacio de trabajo, modelación en CAD, y su optimización contrastando el diseño con procesos de manufactura y materiales existentes en el mercado. En la figura 3.1 se muestra el flujo de procesos que se utilizó en este trabajo.

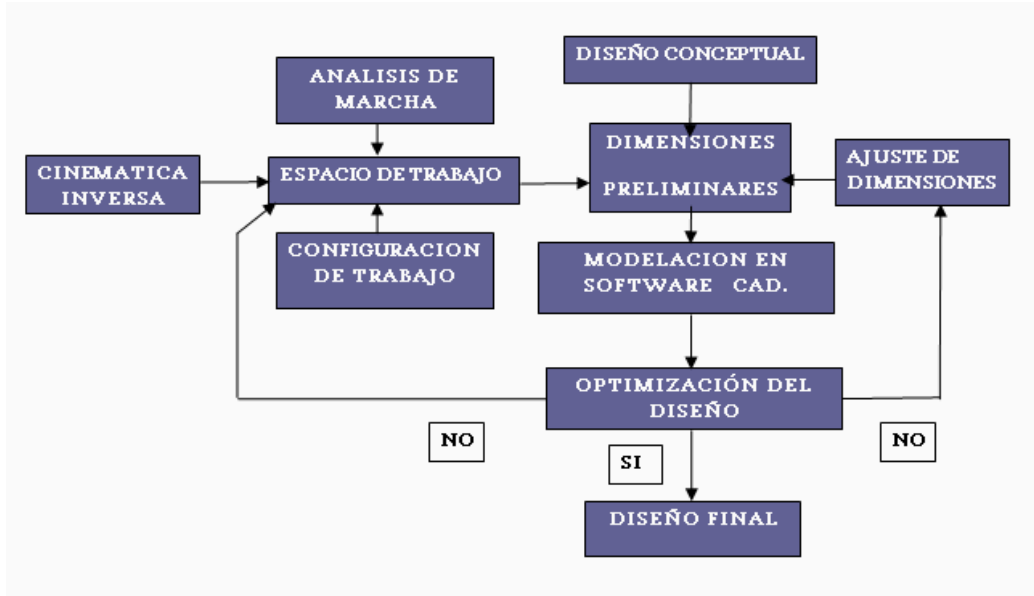


Figura 3.1: Flujo de procesos utilizado para el diseño.

3.1 Etapa de planificación y especificación del producto

En esta etapa se suele recopilar los datos para determinar la aplicación del equipo, y todos los requerimientos necesarios para el desarrollo del mecanismo [ZHANG, 2005].

En la determinación de los requerimientos que deben ser satisfechos por el mecanismo paralelo en su aplicación como simulador de marcha, es necesario hacer un estudio de la marcha humana. Esto fue desarrollado en el Capítulo 2, lo que permitió elaborar una lista de exigencias cuyos resultados se muestran en la Tabla 3.1 (basados en los ejes coordenados de la figura 3.2), la figura 3.3, y las Tablas 3.2 y 3.3. El mecanismo a diseñar deberá de cumplir con cada una de estas exigencias.

Tabla 3.1 Condiciones de carga y desplazamiento a satisfacer por mecanismo paralelo.

Especificación	Rango
Máxima carga estática eje vertical Z	700 N
Máxima carga estática eje frontal X	200 N
Máxima carga estática eje lateral Y	100 N
Máximo movimiento eje Z	0-150 mm
Máximo movimiento eje X	± 400 mm
Máximo movimiento eje Y	± 50 mm
Máxima rotación eje Z	± 5°
Máxima rotación eje X	± 5
Máxima rotación eje Y	± 30

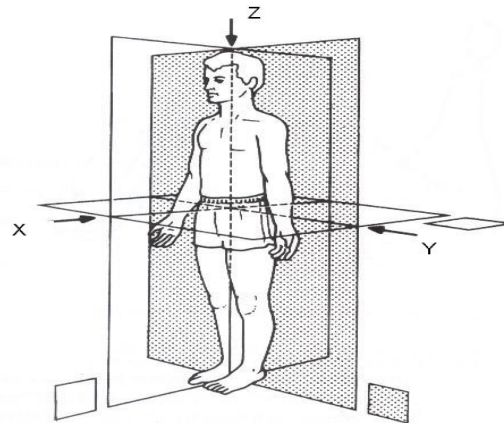


Figura 3.2: Esquema de los ejes y planos considerados en el cuerpo humano, [WHITTLE,1996].

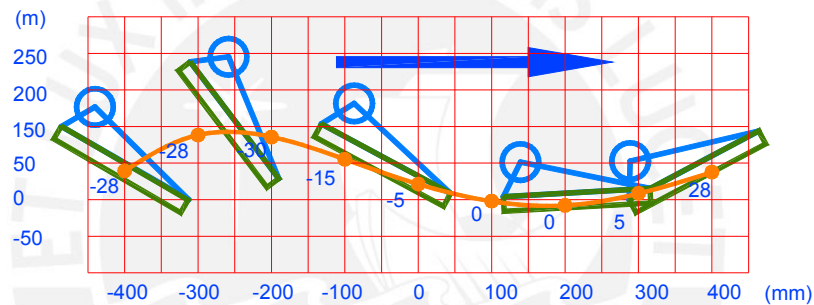


Figura 3.3: Esquema de la trayectoria seguida por el pie en la fase de oscilación, en un plano X-Z (mm), indicando los ángulos de rotación de la plataforma (verde).

Tabla 3.2 Posición, orientación y velocidad en cada uno de los puntos a evaluar, según la trayectoria descrita y para un cadence de 55 pasos/min.

Pto.	t (s)	Posición			Orientación			Vel.lineal en X m/s	Vel Angular rad/s en Y
		X	Y	Z	alr. Z Ψ	alr. Y Θ	alr. X Φ		
0	0	-400	0	650	0	-28	0	0	3.5
1	0.1091	-300	0	700	0	-28	0	0.458	0.00
2	0.2182	-200	0	680	0	-30	0	0.917	-3.50
3	0.3273	-100	0	650	0	-15	0	1.375	0.00
4	0.4364	0	0	620	0	-5	0	1.834	-0.50
5	0.5455	100	0	600	0	0	0	1.375	0.00
6	0.6545	200	0	580	0	0	0	0.917	1.00
7	0.7636	300	0	600	0	5	0	0.458	0.00
8	0.8727	400	0	650	0	28	0	0	0.00

Tabla 3.3 Posición, orientación y fuerza de reacción del suelo, con respecto al ciclo de marcha en cada uno de los puntos a evaluar, según la trayectoria descrita y para un cadence de 55 pasos/min.

Pto.	Posición (mm)			Orientación (°)			Fuerza de reacción (Newtons)		
	X	Y	Z	alr. Z Ψ	alr. Y θ	alr. X Φ	X	Y	Z
0	-400	0	650	0	-28	0	-200	0	-700
1	-300	0	700	0	-28	0	-150	0	-600
2	-200	0	680	0	-30	0	-100	0	-500
3	-100	0	650	0	-15	0	-50	0	-400
4	0	0	620	0	-5	0	0	0	-300
5	100	0	600	0	0	0	50	0	-400
6	200	0	580	0	0	0	100	0	-500
7	300	0	600	0	5	0	150	0	-600
8	400	0	650	0	28	0	200	0	-700

3.2 Etapa del diseño conceptual

En esta etapa se analiza la opción óptima del diseño del mecanismo, evaluando cada una de las configuraciones posibles, y eligiendo la que se adecue mejor a la aplicación previamente determinada, esto implica:

- Determinación de la configuración del mecanismo y configuración de trabajo,
- Evaluación de los grados de libertad,
- Análisis del espacio de trabajo,
- Análisis de velocidad,
- Análisis de cargas.

3.2.1 Determinación de la configuración del mecanismo y configuración de trabajo

Existen diferentes configuraciones geométricas para este mecanismo paralelo, y cada una de ellas presenta características singulares tanto en la dificultad de la implementación del sistema de control, manufactura, desempeño en la cinemática y el espacio de trabajo. Muchas variantes se han desarrollado acorde a los avances en los estudios de este mecanismo paralelo, con el fin de facilitar y simplificar el análisis para el control y evitar problemas de manufactura; una constante en estas variables ha sido siempre la simetría para simplificar el cálculo, y la reducción del número de posiciones singulares. Las tres configuraciones principales son [MERLET, 1999]:

- MSSM, *Minimal Symmetric Simplified Manipulator* o 3-3 octaédrica, esta configuración que es la más simple de todas consta de una base fija, una base móvil, 6 actuadores

y 6 conectores o uniones, 3 de estos en la base móvil y los otros 3 en la base fija con una separación triangular simétrica, al simplificar el número de conectores se facilita el análisis de la cinemática directa del mecanismo, y con esto el control del mismo, sin embargo cada conector va unido a dos actuadores y deberán tener tres grados de libertad por lo que el diseño de estas uniones se complica, tiene muchas restricciones físicas y son muy difíciles de fabricar.

- TSSM, *Triangular Symmetric Simplified Manipulator* ó 3-6, esta configuración presenta 6 uniones en la base fija y 3 en la base móvil, por lo que presenta el mismo problema de uniones concéntricas.
- SSM. ó 6-6, *Symmetric simplified Manipulator* esta configuración evita los problemas de uniones concéntricas usando una unión para cada actuador, sin embargo el número de posiciones singulares se incrementa, el análisis de la cinemática directa se hace complicada y es necesario el uso de largos métodos computacionales llegando a obtenerse hasta 40 configuraciones singulares.

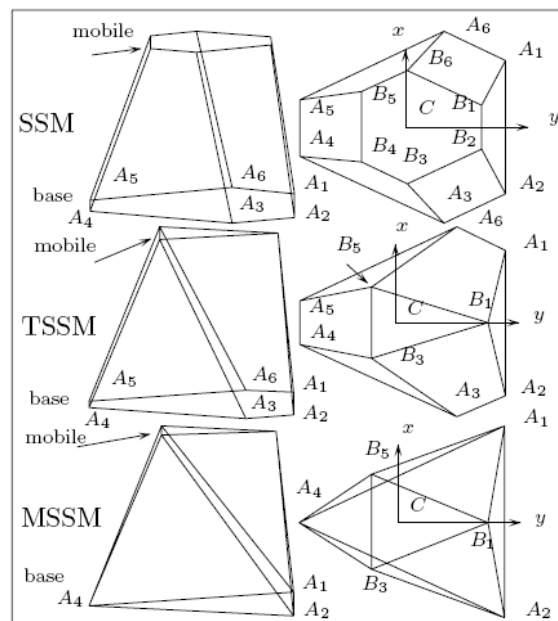


Figura 3.3: Configuraciones principales para el mecanismo paralelo Stewart-Gough [MERLET, 1999].

Diferentes autores han estudiado la variación de estas configuraciones con el objetivo de reducir el número de ecuaciones, simplificar el cálculo y disminuir el número de

posiciones singulares, llegando a desarrollar para cada uno de estos casos, diferentes algoritmos para resolver la cinemática directa e inversa.

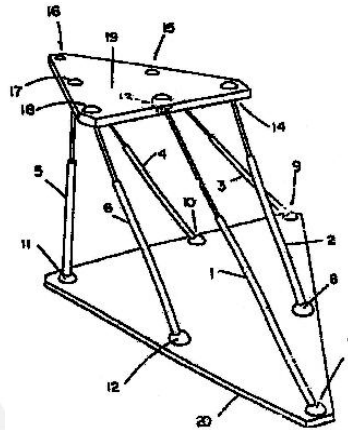


Figura 3.4: Configuración especial para una plataforma Stewart-Gough [ZHANG, 2005].

En el diseño del mecanismo paralelo establecido en este trabajo se eligió la configuración 6-6 ó SSM, porque a pesar de la dificultad en el análisis de la cinemática, nos ofrece mayores ventajas en los siguientes puntos:

- Menor dificultad y costo en la fabricación de las uniones.
- Para las posiciones críticas a las que estará sometido el mecanismo, las uniones coincidentes establecidas por las otras configuraciones presentarían interferencia entre actuadores.
- Para el alcance de nuestro mecanismo la configuración 6-6 presenta mejor desempeño (como se demostrará posteriormente en el análisis del espacio de trabajo).

El diseño del simulador de marcha implica, como se detalló anteriormente, el uso de dos plataformas, una para cada pie, las cuales deberán trabajar en forma conjunta, por lo que es necesario evaluar la disposición de estas en función de la dinámica del cuerpo humano.

Es importante definir una configuración de posición de trabajo para las plataformas que actúan de forma dual, principalmente para definir el espacio que se debe crear entre los pies del usuario, esta distancia tiene que ser lo más pequeña posible con el fin de simular de manera más exacta el caminar de una persona.

El objetivo es que la separación entre los pies del usuario sea la más pequeña posible para que permita una marcha normal. Este parámetro conocido como anchura del paso fluctúa entre 50 y 100 mm [WHITTLE, 1996]. La elección de esta configuración se señala en la figura 3.5, donde se muestra las otras opciones descartadas, ya que en la mayoría de estas, el espacio de trabajo está limitado por su posición o por que se encuentran desfasadas o giradas de su posición inicial.

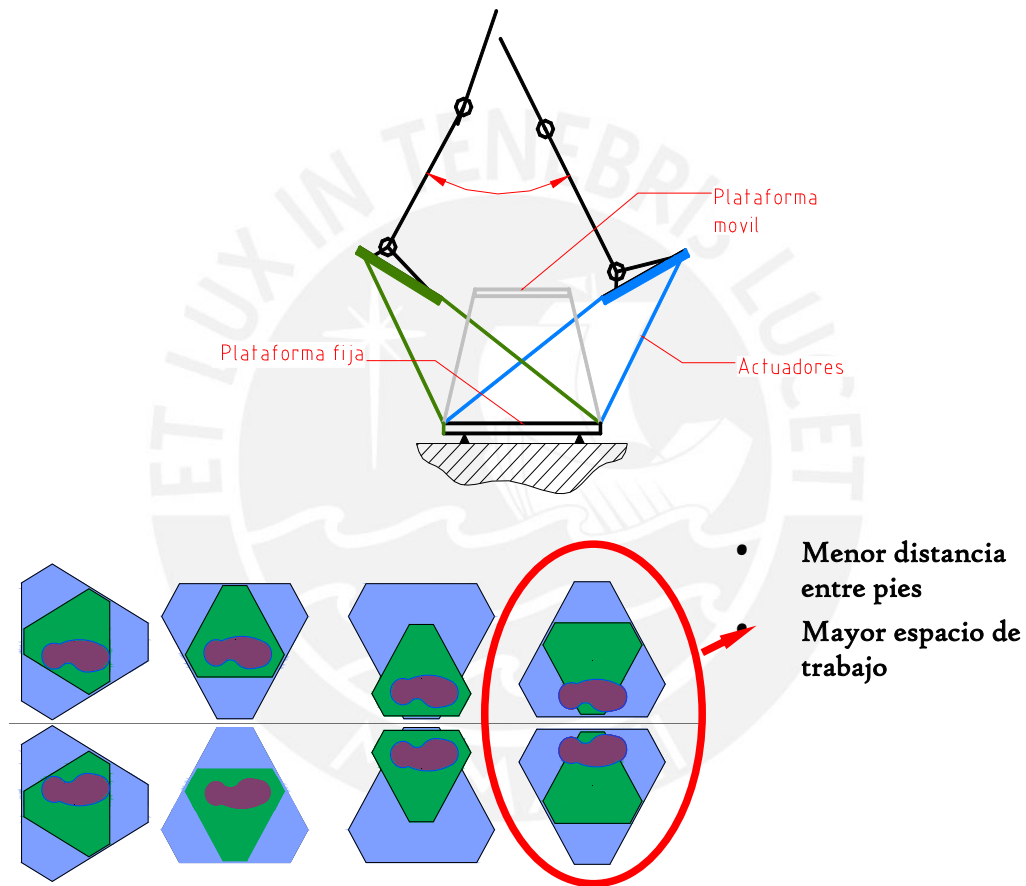


Figura 3.5: Disposición de trabajo del simulador de marcha, diferentes configuraciones y posición óptima.

3.2.2 Evaluación de los grados de libertad (GDL)

Durante el funcionamiento de un mecanismo; todos sus elementos, con excepción del elemento inmóvil (plataforma fija), se desplazan y en cada instante ocupando posiciones y orientaciones definidas. Para determinarlas es preciso conocer las posiciones y orientaciones de algunos elementos. Estas dependen de los parámetros

datos, que pueden ser ángulos de giro o desplazamientos lineales. Estas coordenadas angulares y lineales se conocen también como coordenadas generalizadas del mecanismo. El número de coordenadas generalizadas del mecanismo se denomina también grados de libertad del mecanismo, ya que indican cuantas coordenadas generalizadas (parámetros independientes) pueden ser dados arbitrariamente.

En este mecanismo de 6 actuadores con longitud variable, los actuadores cambian de longitud durante el movimiento y cada uno de estos provee 1 grado de libertad (la longitud variable), además deberán permitir los otros cinco grados de libertad, para lograr que la plataforma móvil presente los 6 GDL requeridos. A la vez cuando estos actuadores no presentan movimiento el grado de libertad del mecanismo deberá ser 0, es decir, el mecanismo deberá permanecer estático.

Existen diferentes configuraciones según los tipos de juntas o uniones entre los actuadores y las plataformas. Se analizará estas configuraciones para encontrar el diseño óptimo del mecanismo.

- **Dos juntas universales por actuador**, cada junta universal provee dos grados de libertad, por lo que será necesario que exista rotación sobre el eje del actuador, entonces cada actuador contará con dos grados de libertad el movimiento lineal y la rotación sobre su eje.
- **Una unión de bola y una junta universal por actuador**, cada unión de bola provee tres grado de libertad, por lo que será necesario que el actuador solo presente un GDL, que vendría a ser el movimiento lineal.
- **Dos uniones de bola por actuador**, cada unión provee 3 grados de libertad, así que solo será necesario que el actuador provea un grado de libertad, su movimiento lineal

Mályshev dedujo la fórmula para hallar el número de grados de libertad de un mecanismo espacial. La cual utilizaremos en nuestro análisis. Para el caso en que la plataforma se encuentre en movimiento se tiene la ecuación 3.1. [BARANOV, 1979].

$$GDL = 6(n - 1) - 5(m1) - 4(m2) - 3(m3) - 2(m4) - 1(m5) \quad (3.1)$$

Dónde:

GDL: El número de grados de libertad del mecanismo;

n: El número de todos los elementos del mecanismo;

m1: el número de pares cinemáticos de un movimiento;

m2: el número de pares cinemáticos de dos movimientos;

m3: el número de pares cinemáticos de tres movimientos;

m4: el número de pares cinemáticos de cuatro movimientos;

m5: el número de pares cinemáticos de cinco movimientos;

El mecanismo basado en la plataforma Stewart–Gough, cuando se encuentra en movimiento cuenta con 14 elementos, una plataforma fija, una plataforma móvil, y 6 actuadores, sin embargo ya que estos cuentan con movimiento relativo entre sí, cada actuador será considerado como dos elementos diferentes, un émbolo con su vástago y el cilindro. Entonces tendríamos 14 elementos en total, como se muestra en la Figura 3.6.

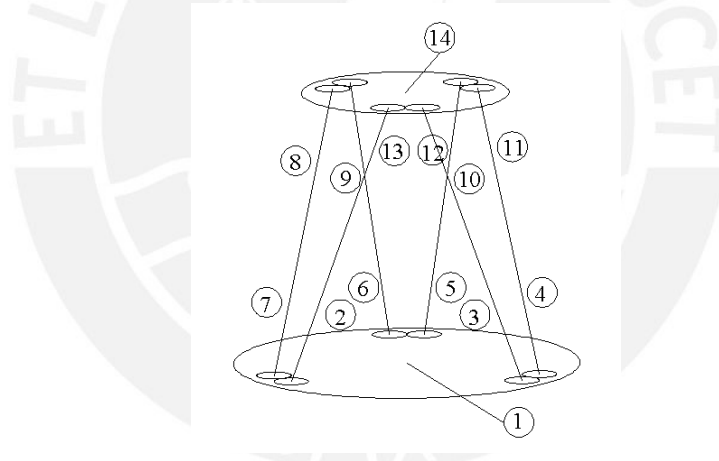


Figura 3.6: Número de elementos del mecanismo.

Teniendo en cuenta el número de grados de libertad que proporcionan los diferentes tipos de uniones: Unión universal (2 GDL es decir m2) y Unión esférica o rótula (3 GDL es decir m3).

Tabla 3.3 Grados de libertad GDL, mecanismo en movimiento

GDL Plataforma en movimiento									
N.º de Elem.	El actuador	Plataforma fija	Plataforma móvil	m1	m2	m3	m4	m5	GDL
14	Desliza y gira	Unión Universal	Unión Universal		18				6
14	solo desliza	Unión Universal	Junta de bola	6	6	6			6
14	solo desliza	Unión esférica	Unión Universal	6	6	6			6
14	solo desliza	Unión esférica	Junta de bola	6		12			12

Tabla 3.4 Grados de libertad GDL, mecanismo sin movimiento.

GDL Plataforma estática									
N.º de Elem.	El actuador	Plataforma fija	Plataforma móvil	m1	m2	m3	m4	m5	GDL
8	sin movimiento	Unión Universal	Unión Universal		12				-6
8	sin movimiento	Unión Universal	Unión esférica		6	6			0
8	sin movimiento	Unión esférica	Unión Universal		6	6			0
8	sin movimiento	Unión esférica	Unión esférica			12			6

Del análisis de grados de libertad del mecanismo se concluye que hay dos alternativas para escoger el tipo de uniones:

- Unión universal en ambos extremos; sin embargo para que se generen los 6 grados de libertad las partes móviles del actuador lineal tendrían que permitir el giro relativo entre en ellas, sin embargo para la mayoría de actuadores lineales y específicamente para los utilizados en este trabajo de tesis (actuadores hidráulicos) perjudicaría a las partes internas del actuador (sellos hidráulicos).
- La segunda opción es una unión de bola en un extremo y en el otro extremo una unión universal, o viceversa, los tres grados de libertad originados por la unión de bola nos permite hacer uso de actuadores hidráulicos sin ver perjudicado el movimiento relativo entre sus partes, por lo que esta última alternativa sería una mejor elección.

3.2.3 Análisis del espacio de Trabajo (*Workspace*)

El estudio del espacio de trabajo de un mecanismo paralelo Stewart-Gough es complejo debido a sus 6 grados de libertad. El espacio de trabajo está en función de la traslación de la plataforma móvil y de su orientación en el espacio [MERLET, 1999]. Asimismo éstos no son parámetros independientes puesto que la capacidad de traslación de la plataforma móvil depende de la orientación de ésta, esto quiere decir, que para diferentes orientaciones la plataforma móvil tendrá la capacidad de abarcar diferentes volúmenes de espacio al trasladarse, porque tanto la orientación y traslación están ligadas al mismo límite físico (dimensiones de los actuadores y uniones).

Lo anterior implica que para representar el espacio de trabajo de este mecanismo, deberá evaluarse un espacio de seis dimensiones (por sus 6 grados de libertad), para el que no existe representación física [MERLET, 2004].

Sin embargo afortunadamente para las muchas aplicaciones de estos mecanismos, en la mayoría son necesarias evaluaciones del espacio de trabajo de un punto de la plataforma móvil, manteniendo la orientación constante, ó evaluaciones del espacio de trabajo del centro de la plataforma y evaluando sus rotaciones, es decir, que para poder representar el espacio de trabajo de las 6 coordenadas generalizadas (x , y , z , Φ , θ , Ψ) de este mecanismo, al menos tres coordenadas deberán permanecer constantes para tener así una representación gráfica en un espacio de 3 dimensiones [MERLET, 2004].

Para poder entender mejor este análisis, definiremos tres conceptos comúnmente usados para evaluar el espacio de trabajo en mecanismos paralelos [MERLET, 1999].

- **Espacio de trabajo con orientación constante (EOC)**, está definido por todas las posibles posiciones del centro de la plataforma móvil con una orientación constante ya definida.
- **Espacio de trabajo con orientación total (EOT)**, está definido por todas las posiciones del centro de la plataforma que pueden ser alcanzadas con cualquier orientación, en un set definido por tres rangos para los ángulos de rotación.

- **Espacio de trabajo con orientación inclusiva (EOI)**, está definida como todas las posibles ubicaciones que pueden ser alcanzadas por el centro de la plataforma con al menos una orientación entre un set definido de rangos para los 3 ángulos de orientación.

Cabe resaltar que el objetivo de la determinación del espacio de trabajo es el de hallar una configuración y dimensiones geométricas óptimas para el diseño de este tipo de mecanismo para una aplicación determinada, o que cumpla con la trayectoria requerida. El espacio de trabajo, o volumen de trabajo, de este mecanismo paralelo está limitado básicamente por tres tipos de restricciones.

- El límite máximo y mínimo debido a la extensión de los actuadores.
- Los límites mecánicos de las uniones (juntas universales o uniones esféricas).
- Las interferencias entre actuadores.

Para tener un punto de partida donde evaluar dichos límites se define primero la configuración geométrica que va a tener la plataforma. Existen estudios previos acerca de comparaciones de las diferentes configuraciones geométricas y sus espacios de trabajo.

En la figura 3.7, se muestra un análisis hecho por el investigador J-P Merlet, donde se muestra cuatro diferentes configuraciones geométricas:

- SSM, *Symmetric simplified Manipulator*
- TSSM, *Triangular Symmetric Simplified Manipulator*
- MSSM, *Minimal Symmetric Simplified Manipulator*
- MSP, robot presentado por *Stoughton* en 1993.

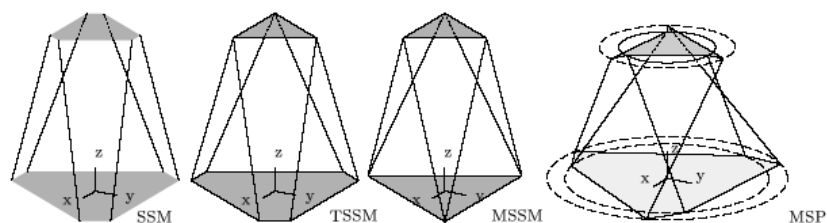


Figura 3.7: Diferentes configuraciones del mecanismo Stewart-Gough [MERLET, 1999].

En la Tabla 3.5 se presenta una comparación de las diferentes configuraciones geométricas, en la que se indica el volumen del espacio de trabajo a orientación constante de la plataforma móvil para diferentes ángulos de orientación y además ratios de comparación.

Se puede observar que el volumen generado a orientación constante por el espacio de trabajo del SSM, es mayor que el volumen de cualquier otra configuración, para todas las orientaciones definidas.

Tabla 3.5: Volumen del EOC para diferentes configuraciones del mecanismo paralelo Stewart-Gough y sus ratios [MERLET, 1999].

Orientation (ψ, θ, ϕ)	MSP	MSSM	TSSM	SSM	$\frac{TSSM}{MSSM}$	$\frac{SSM}{MSSM}$	$\frac{SSM}{TSSM}$
0,0,0	861	950	1214	1576	1.3	1.7	1.3
0,5,0	748	766	968	1271	1.3	1.7	1.3
5,0,0	765	924	1177	1529	1.3	1.7	1.3
5,5,0	685	749	947	1245	1.3	1.7	1.3
5,5,5	613	706	894	1180	1.3	1.7	1.3
0,10,0	502	434	542	745	1.2	1.7	1.4
10,0,0	670	848	1082	1406	1.3	1.7	1.3
10,10,0	405	412	522	720	1.3	1.7	1.4
10,10,10	355	363	468	661	1.3	1.8	1.4

a) Implementación del espacio de trabajo: El espacio de trabajo de la plataforma se determina realizando el análisis de la cinemática inversa del mecanismo (Capítulo 2). Con este análisis, y sabiendo la ubicación (x, y, z) del centro de la plataforma en algún punto del espacio así como la orientación de la misma [Φ, θ, Ψ], es posible hallar la longitud necesaria que debe extenderse cada uno de los actuadores para llegar a dicha posición y orientación.

Al hacer uso del análisis de la cinemática inversa es necesario primero definir los ejes de coordenadas y los puntos de análisis a tener en consideración.

En la presentación de resultados se acostumbra utilizar gráficas de las curvas que limitan el espacio de trabajo en diferentes planos X-Z, Y-Z, y una gráfica en tres dimensiones X-Y-Z.

El análisis del espacio de trabajo se hizo considerando la configuración de trabajo y configuración del mecanismo ya seleccionada previamente en 3.2.1, por lo que el plano X-Z del mecanismo se definió paralelo al plano sagital de la persona, tal como se muestra en la figura 3.8. Así que utilizando este plano establecido por la

configuración de trabajo de ambas plataformas, obtendremos una gráfica en el plano X-Z que nos permitirá evaluar y comparar el espacio de trabajo que deberá tener el simulador para cumplir con nuestros parámetros de alcance de las exigencias de diseño.

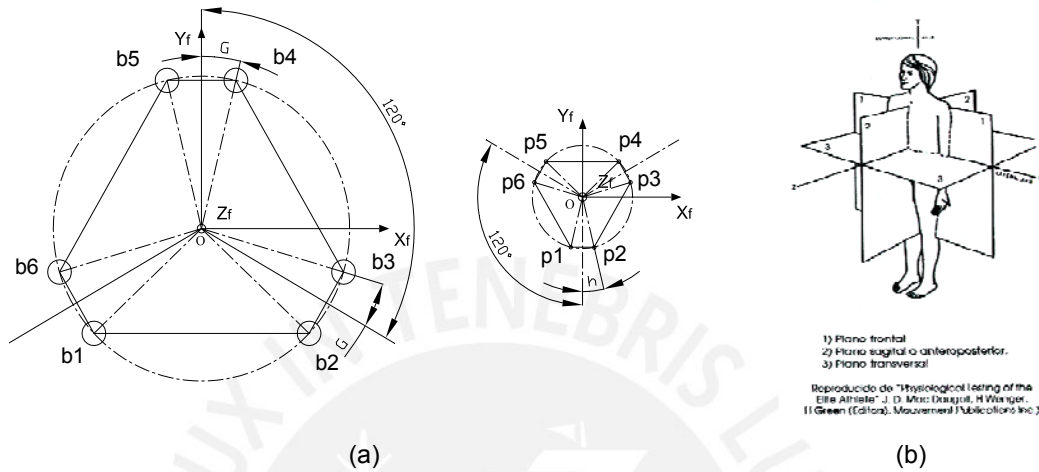


Figura 3.8: a) Esquema de puntos y ángulos para evaluar dimensiones preliminares y espacio de trabajo: plataforma fija (der.), plataforma móvil (izq.); b) Esquema de los diferentes planos del cuerpo humano.

A continuación se definen los puntos de unión como bi ($i: 1, \dots, 6$) en la plataforma fija y pi ($i: 1, \dots, 6$) en la plataforma móvil, tal como se muestra en la figura 3.8.

El análisis implica variar las dimensiones de la plataforma fija y las de la plataforma móvil, con el fin de hallar la geometría óptima del mecanismo que cumpla con las exigencias del alcance.

Para ello se tienen como variables 6 puntos bi en la plataforma fija y 6 puntos pi en la plataforma móvil, haciendo un total de 12 puntos coordenados, cada uno con tres dimensiones (x,y,z) que definen su posición, con lo que hacen un total de 36 variables que modificar.

Con el fin de disminuir el número de variables para el análisis del espacio de trabajo, se aprovechó la simetría de la plataforma y que los puntos forman un hexágono irregular inscrito en una circunferencia, por lo que se relacionó la posición de cada uno de estos puntos con un radio y un ángulo (Rf o Rm) y un ángulo (g o h), para la plataforma fija y plataforma móvil, según corresponda y se muestra en la figura 3.8. Por lo que el número de variables a modificar se reduciría tan solo a 4, (Rm , Rf , g y h).

b) Límite máximo y mínimo debido a la extensión de los actuadores: Usando el software Matlab se creó un programa de iteración que utiliza la ecuación de la cinemática inversa del mecanismo para obtener el espacio de trabajo a orientación constante EOC y a orientación total EOT (Anexo 2). Variando consecutivamente los valores de las coordenadas de $[x, y, z]$ del centro de la plataforma móvil y variando los ángulos de orientación $[\Phi, \theta, \Psi]$ de la misma, en un conjunto de rangos previamente establecidos, se calculó la longitud de los 6 actuadores para cada una de estas coordenadas utilizando la ecuación de la cinemática inversa ... (2.5).

$$L_i = t + Rp_i - Bi \quad (2.5)$$

Seguidamente se creó un algoritmo para seleccionar los puntos que se encuentran dentro del espacio de trabajo, utilizando conectores lógicos, se compara las longitudes de los actuadores halladas previamente para cada juego de coordenadas $[x, y, z, \Phi, \theta, \Psi]$, con los límites ya definidos de los actuadores (límite máximo de carrera, límite mínimo de carrera), con ello se definen las curvas que limitan el espacio de trabajo de la plataforma limitado solamente por la carrera de los actuadores lineales

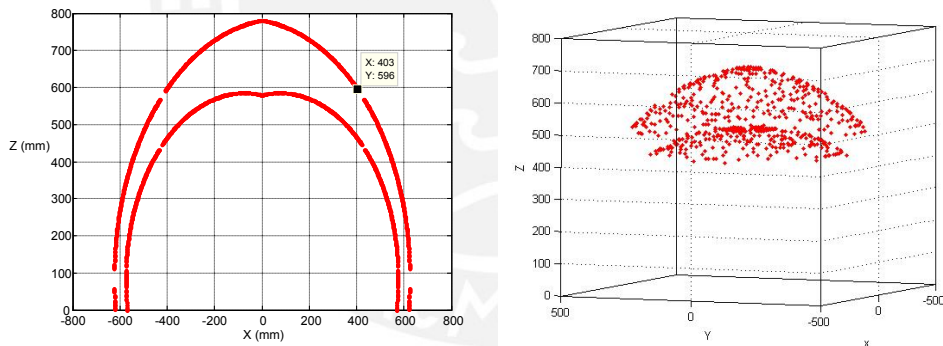


Figura 3.9: Gráfica del espacio de trabajo a orientación constante EOC MATLAB, a) izquierda. Plano X- Z, b) derecha grafica en 3D

En la Figura 3.9 se pueden observar las gráficas que indican el límite del espacio de trabajo del mecanismo para una orientación de 0 grados para los planos X-Z y para las 3 dimensiones. Utilizando el programa de MATLAB desarrollado en este trabajo es posible graficar el espacio de trabajo en cualquier plano. Cabe resaltar que estas gráficas muestran los límites del espacio de trabajo, pero sólo debido a los límites de extensión de los actuadores.

c) **Límites mecánicos de las uniones:** La importancia que tiene el diseño de las uniones radica en que éstas limitan el espacio de trabajo del mecanismo debido a sus propios límites físicos. Estas limitaciones ocurren debido a restricciones geométricas en el diseño de las uniones de los actuadores con la plataforma móvil y con la base fija. Una manera de describir estas limitaciones es definiendo el espacio de trabajo que generan estas uniones. Este espacio, según el tipo de unión (de bola ó universal), se puede aproximar a una pirámide invertida de caras planas con su vértice inferior colocado en el centro de cada unión. En consecuencia, y para el diseño geométrico de cada unión, el movimiento de cada actuador debe estar dentro del límite que establece el espacio de trabajo que generan sus correspondientes uniones (con la plataforma móvil y con la base fija).

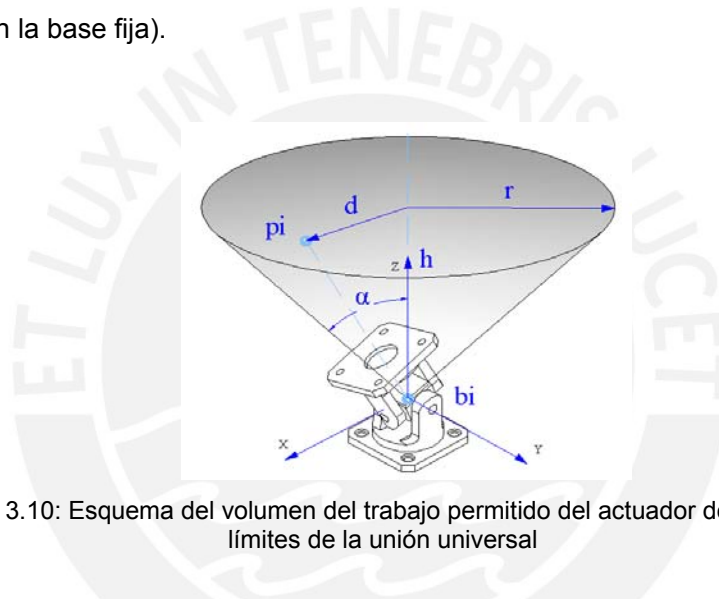


Figura 3.10: Esquema del volumen del trabajo permitido del actuador debido a los límites de la unión universal

En una unión universal es algo complejo describir el límite de trabajo, ya que en ciertas posiciones el rango de giro de un eje (ejemplo eje X), depende de la rotación del segundo eje (eje Y por ejemplo). Sin embargo se puede hacer una aproximación válida en los cálculos, estableciendo que el rango del ángulo de la unión es el intervalo de ángulos en los que puede girar la horquilla sobre ambos ejes sin depender uno del otro. Por lo tanto se tendrá un límite de trabajo de estas uniones como un cono invertido, esto hace más sencilla su implementación en el programa desarrollado del Espacio de trabajo para la determinación de los límites mecánicos.

En la figura 3.10 se aprecia que el cono invertido siempre tendrá un eje coincidente con el eje Z de la unión con un origen en el punto **bi** (unión del actuador con la plataforma fija); el punto **pi** es el punto de unión entre la plataforma móvil y el actuador. Considerando que el movimiento del actuador debe estar siempre dentro del

límite de trabajo establecido por la unión, una manera de determinar ello es comparando el valor de la distancia d_i (distancia entre el punto p_i y el eje del cono) y el radio r de la circunferencia del cono que se forma a una altura h , con la condición que $d_i < r$. Esta condición se implementó en el algoritmo desarrollado en MATLAB.

En el diseño de las uniones entre actuadores y plataforma móvil hay que tener en cuenta de que ellas también limitan el espacio de trabajo del mecanismo, por lo que es necesario implementar estos límites en el análisis. Estas uniones también generan un espacio de trabajo que se puede aproximar como un cono pero a diferencia de las uniones con la plataforma fija, su orientación varía con la orientación de la plataforma móvil.

Con el fin de determinar una condición que permita evaluar el espacio de trabajo con la influencia de estos límites mecánicos, se definen el vector unitario u_m que es perpendicular a la plataforma móvil, y el vector V_i del eje del cono que define el espacio de trabajo de esta unión como se muestra en la figura 3.11. El vector V_i tendrá la misma dirección que el vector unitario u_m .

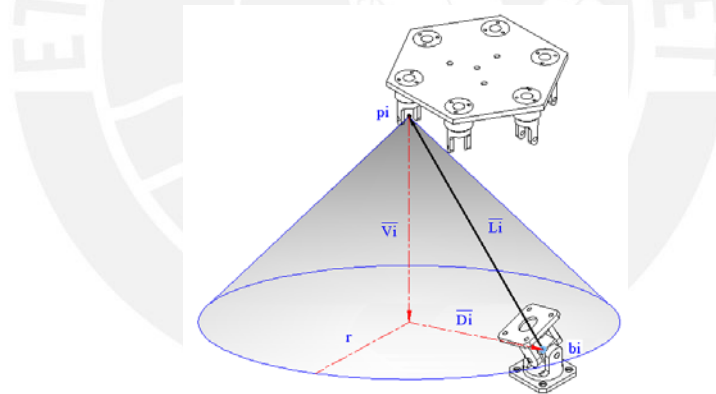


Figura 3.11: Esquema del volumen del trabajo permitido del actuador debido a los límites de la unión universal.

Con la proyección del vector actuador L_i sobre el vector unitario u_m se obtiene la altura h del cono. Conociendo el ángulo α del cono se puede hallar el radio r a la altura h , $r = h \cdot \tan(\alpha)$. Al igual que las uniones con la base fija, es necesario que los actuadores se encuentren en todo momento dentro de los límites de trabajo de las uniones, por lo que se debe cumplir que la distancia d (valor absoluto del vector D_i) sea menor que el radio r , es decir $d < r$. Esta condición puede ser implementada en el programa del EOC, para encontrar el espacio de trabajo con límites mecánicos. La distancia d se puede obtener del módulo, del vector D donde: $\bar{D} = \bar{V} - \bar{L}$.

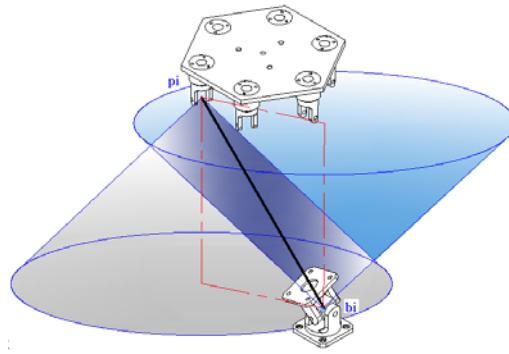


Figura 3.12: Esquema del volumen del trabajo permitido del actuador debido a los límites de la unión universal.

En la figura 3.13 se muestra el espacio de trabajo a orientación constante, EOC, limitado por la extensión de los actuadores y por los límites mecánicos de las uniones, de manera iterativa es posible hallar el ángulo crítico, el cual debe abarcar cada una de las uniones, para su diseño.

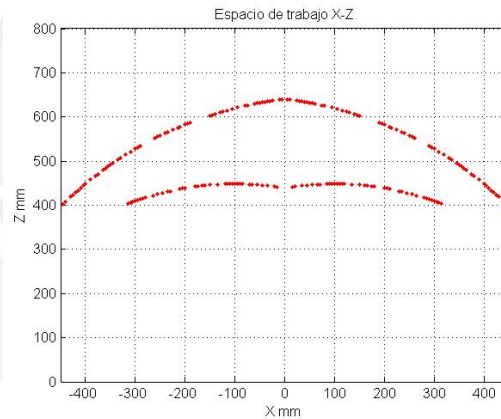


Figura 3.13: Espacio de trabajo EOC en X-Z, a Orientación (0,0,0).

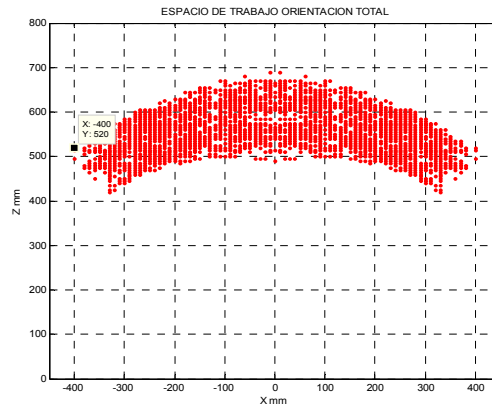


Figura 3.14: EOT en X-Z, la orientación varía en un rango [(0,-30,0), (0, 30,0)].

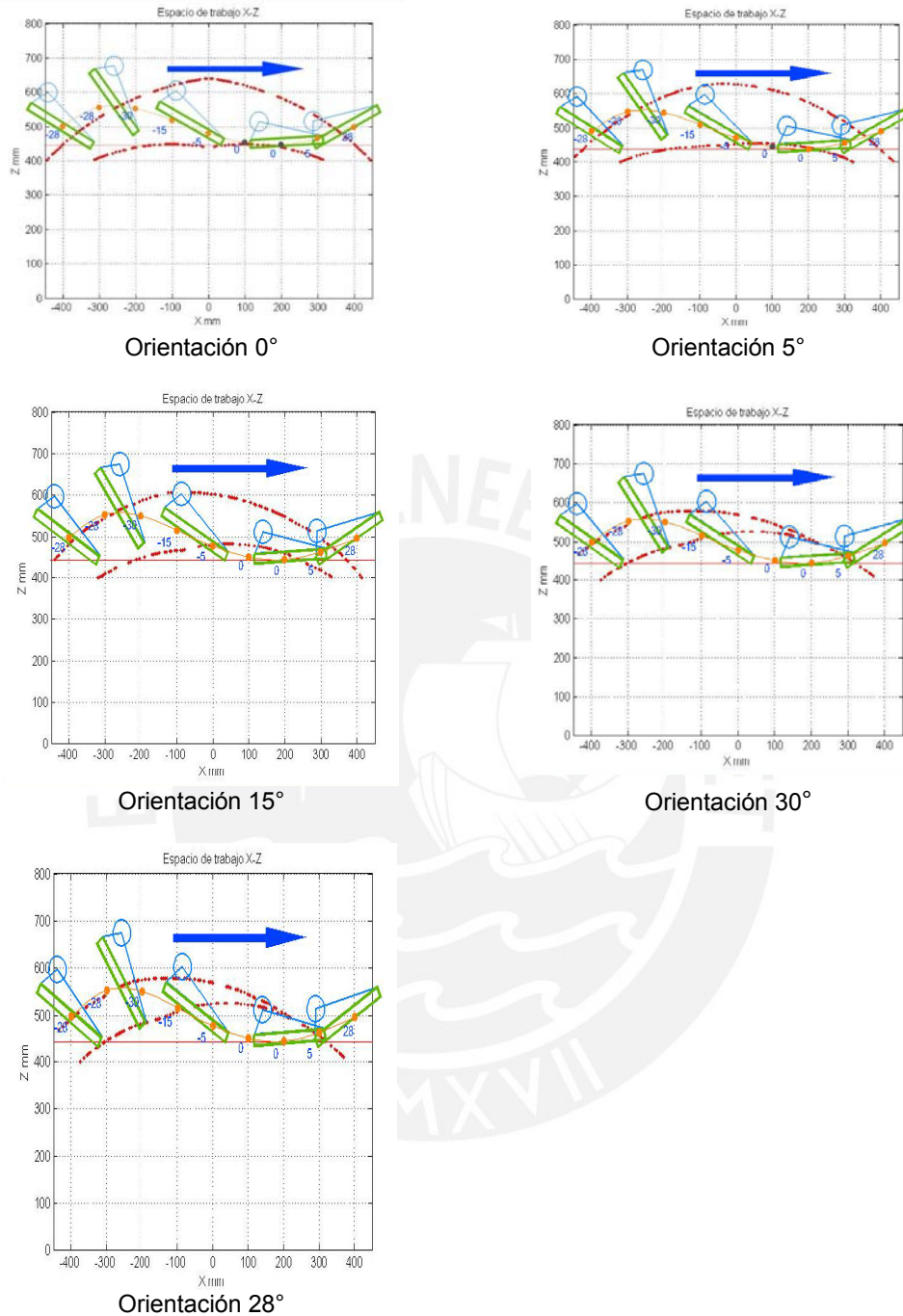


Figura 3.15: Análisis de trayectoria y espacio de trabajo en el plano sagital para diferentes posiciones.

d) Análisis de velocidad: Utilizando el análisis de la cinemática inversa es posible encontrar valores de velocidad lineal de los actuadores en función de la velocidad de traslación y rotación de la plataforma móvil.

En el diseño y selección de componentes es útil las velocidades críticas de los actuadores, para nuestra aplicación se hace un análisis de velocidades con los valores de la geometría preliminar y los valores de velocidad de la plataforma móvil hallados en el análisis de marcha, los datos se muestran en las tablas 3.6, 3.7, 3.8 y figura 3.16 y 3.17.

Tabla 3.6: Velocidad lineal en el eje X y velocidad angular en el eje Y, para diferentes posiciones de la trayectoria definida. Para un cadence 135 pasos/min

Pto.	t (s)	Posición (mm)			Orientación (°)			Vel.lineal en X	Vel Angular
		X	Y	Z	Alr. Z Ψ	alr. Y θ	alr. X Φ	m/s	rad/s en Y
0	0	-400	0	650	0	-28	0	0	3.5
1	0.0444	-300	0	700	0	-28	0	1.125	0.00
2	0.0889	-200	0	680	0	-30	0	2.25	-3.50
3	0.1333	-100	0	650	0	-15	0	3.375	0.00
4	0.1778	0	0	620	0	-5	0	4.5	-0.50
5	0.2222	100	0	600	0	0	0	3.375	0.00
6	0.2667	200	0	580	0	0	0	2.25	1.00
7	0.3111	300	0	600	0	5	0	1.125	0.00
8	0.3556	400	0	650	0	28	0	0	0.00

Tabla 3.7: Velocidad lineal en el eje X y velocidad angular en el eje Y para las diferentes posiciones de la trayectoria definida para un cadence 55 pasos/min

Pto.	t (s)	Posición (mm)			Orientación			Vel.lineal en X	Vel Angular
		X	Y	Z	alr. Z Ψ	alr. Y θ	alr. X Φ	m/s	rad/s en Y
0	0	-400	0	650	0	-28	0	0	3.5
1	0.1091	-300	0	700	0	-28	0	0.4584	0.00
2	0.2182	-200	0	680	0	-30	0	0.9167	-3.50
3	0.3273	-100	0	650	0	-15	0	1.375	0.00
4	0.4364	0	0	620	0	-5	0	1.834	-0.50
5	0.5455	100	0	600	0	0	0	1.375	0.00
6	0.6545	200	0	580	0	0	0	0.9167	1.00
7	0.7636	300	0	600	0	5	0	0.4584	0.00
8	0.8727	400	0	650	0	28	0	0	0.00

Tabla 3.8: Velocidad lineal de cada actuador en m/s, para diferentes valor de Cadence.

Actuador	Cadence = 135 pasos / min									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	0.1326	-0.3008	-0.4868	-0.0377	0.6267	1.0208	1.0622	0.7738	0.000	
2	-0.0852	-0.5734	-0.8158	-0.9804	-0.6149	0.0536	0.3569	0.5217	0.000	
3	-0.2454	-0.5525	-0.5126	-0.7363	-0.1301	0.3849	0.4566	0.5405	0.000	
4	-0.2094	-0.4091	-0.2528	-0.2368	0.4779	0.8645	0.8101	0.6692	0.000	
5	0.1995	-0.468	-0.9732	-0.7515	-0.4924	0.2227	0.6359	0.6422	0.000	
6	0.3674	-0.3388	-0.8841	-0.3046	0.1418	0.7097	0.9859	0.764	0.000	
Actuador	Cadence = 55 pasos / min									
1	0.1326	-0.1226	-0.2988	-0.0154	0.2376	0.4159	0.4654	0.3277	0.000	
2	-0.0852	-0.2336	-0.2586	-0.3994	-0.2323	0.0218	0.1096	0.1975	0.000	
3	-0.2454	-0.2251	0.0091	-0.3	-0.001	0.1568	0.0862	0.1792	0.000	
4	-0.2094	-0.1667	0.0686	-0.0965	0.2282	0.3522	0.2678	0.2482	0.000	
5	0.1995	-0.1907	-0.5554	-0.3062	-0.2347	0.0907	0.3253	0.2888	0.000	
6	0.3674	-0.138	-0.637	-0.1241	0.0063	0.2892	0.4984	0.3488	0.000	

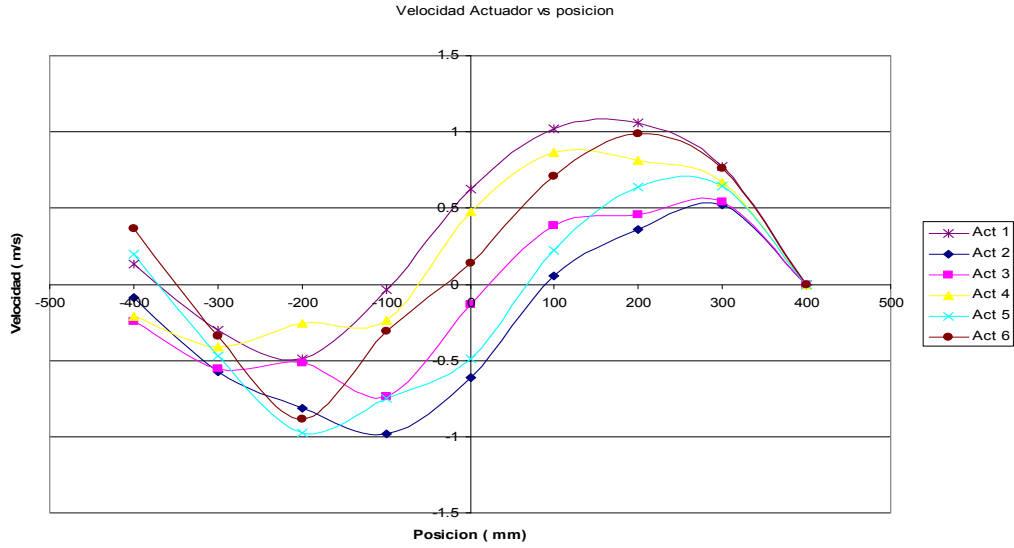


Figura 3.16: Gráfica de velocidad en cada actuador para cada punto evaluado cadence 135 pasos/min.

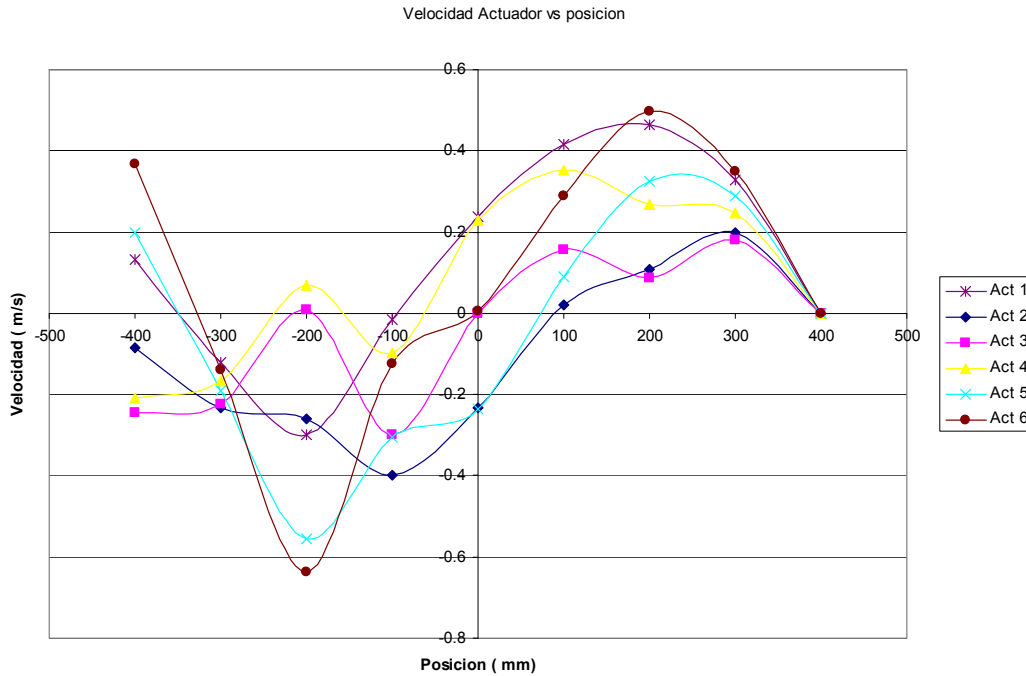


Figura 3.17: Gráfica de velocidad en cada actuador para cada punto evaluado cadence 55 pasos/min.

e) **Análisis de cargas:** Al diseñarse un mecanismo paralelo es común establecer algunos límites en la carga que será aplicada en la plataforma, por ello es útil calcular los valores extremos de las uniones con el fin de seleccionar los actuadores lineales y las uniones. Por otro lado se tienen posibles límites para los actuadores y las uniones,

lo cual determina el máximo valor de las uniones, y se puede calcular su correspondiente carga máxima.

Existe una relación entre las fuerzas en el efector final (plataforma móvil) y las fuerzas ejercidas por los actuadores, por lo que al conocer estas fuerzas es posible encontrar las fuerzas generadas en las uniones debido a la carga aplicada en la plataforma móvil.

A diferencia del análisis estático, en los mecanismos paralelos, y en especial los de múltiples cuerpos en lazo cerrado con restricciones cinemáticas, los modelos dinámicos son complejos de obtener analíticamente. Asimismo, y debido a las complejidades propias de estos mecanismos, la solución de los modelos dinámicos sólo se puede obtener por métodos numéricos. Entre los diferentes métodos que se pueden utilizar para la obtención de estos modelos dinámicos se pueden mencionar: Newton-Euler, Lagrange, principio de trabajo virtual, Método de Kane, entre otros [GUO, 2006].

La formulación más recomendada es la obtenida usando las ecuaciones de Newton-Euler con la imposición de restricciones mediante los multiplicadores de Lagrange y la aplicación del principio de los trabajos virtuales. La formulación Lagrange-Euler, que a pesar de tener un alto costo computacional, tiene por ventaja que elimina automáticamente las fuerzas de restricción. Recientemente Guo y Li [GUO, 2006] han realizado un análisis detallado de la cinemática y dinámica inversa de un manipulador paralelo de seis grados de libertad. El análisis ha sido derivado para un mecanismo paralelo con seis cadenas cinemáticas y un actuador lineal en cada cadena.

El análisis dinámico suele ser usado para realizar simulaciones de sistemas con el propósito de optimizar estrategias de control. Sin embargo, y a diferencia de los mecanismos paralelos, los modelos dinámicos no han sido ampliamente desarrollados. Por lo tanto, el poco desarrollo de modelos dinámicos imposibilita el planteamiento de algoritmos de control de carácter general.

En el análisis estático por lo contrario es de fácil solución y haciendo un equilibrio dinámico de la plataforma móvil utilizando Newton Euler, es posible obtener un valor

muy cercano a las fuerzas dinámicas para cada uno de los actuadores y que es útil para el diseño del mecanismo. Se han analizado las fuerzas de reacción en las uniones, y en los actuadores, para diferentes cargas según la trayectoria. En cada posición de la trayectoria se asumió que el mecanismo se encontraba en equilibrio.

El análisis estático se resolvió haciendo equilibrio en la plataforma móvil para las posiciones que se consideran críticas, resolviendo el sistema de ecuaciones lineales que se muestra en la ecuación 3.2 referidas a la figura 3.18.

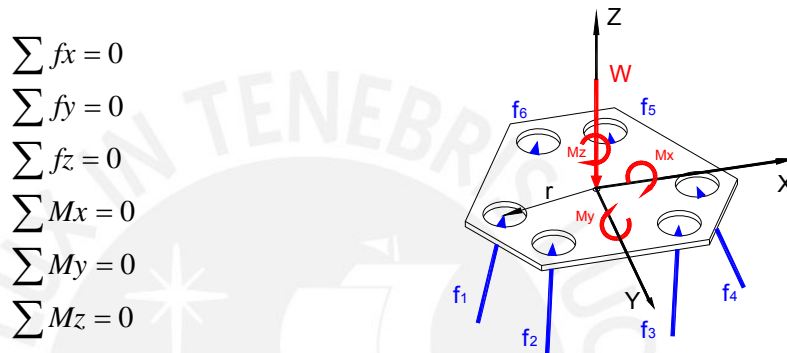


Figura 3.18: DCL plataforma móvil.

$$\sum_0^i F(x, y, z) + \sum_0^{ii} M(x, y, z) + W = 0 \tag{3.2}$$

Resolviendo el sistema de 6 ecuaciones y 6 incógnitas, asumiendo condiciones cuasi-estáticas, donde:

- W : Vector carga aplicado al centro de la plataforma con componentes en (x, y, z).
- M : Momento con respecto al centro de la plataforma para cada eje coordenado debido a las fuerzas actuantes.
- f_i : Es la fuerza de reacción ejercida por cada uno de los actuadores (i = 1,2....6)

Se desarrolló un programa en MATLAB para resolver el sistema de ecuaciones lineales en cada uno de los puntos a evaluar, teniendo como valores de entrada la posición del centro de la plataforma móvil, la orientación, y la carga externa aplicada en el centro de la plataforma móvil.

El vector W , es la sumatoria de las fuerza externas actuantes sobre el mecanismo que considera las fuerzas de interacción entre el pie y el suelo durante la marcha normal, y las fuerzas debido al peso aproximado de los componentes. Asimismo para realizar este análisis cuasi-estático y considerar las fuerzas dinámicas ejercidas por el movimiento del mecanismo, se hizo una aproximación utilizando la ecuación de la 2da ley de Newton, a la cual se le agregó una fuerza inercial para simular las codiciones dinámicas. En esta estimación de la fuerza inercial se ha considerado:

- i) Trayectoria casi lineal, ya que la máxima aceleración se da en la dirección del eje X , por lo que se despreciarán las fuerzas en las otras direcciones
- ii) Se evalúa la fase de apoyo, pues en esta fase el efector final debe mover el peso completo del paciente, siendo el tiempo de recorrido de la plataforma de 0,534 s con una trayectoria horizontal en el plano sagital de 0.8 m
- iii) Cambio de sentido en los extremos de la trayectoria, velocidad de cero en los extremos y máxima velocidad a la mitad de la trayectoria.
- iv) Fase de aceleración y de desaceleración.
- v) Peso aproximado de 100 kg para una persona promedio incluyendo el peso de la plataforma móvil. Esto para cada plataforma del simulador.

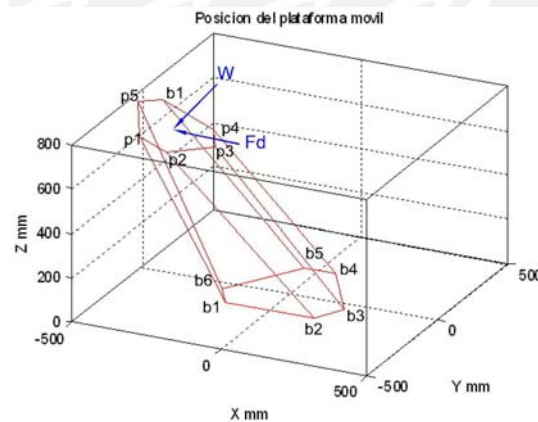


Figura 3.19: Esquema de posición y fuerzas, posición inicial coordenadas de posición y orientación en mm y ° ($X, Y, Z, \Phi, \theta, \Psi$), 400,0,650,0,-28,0).

W : Vector carga (F_x, F_y, F_z) sobre el centro de la plataforma.

F_d : Fuerza inercial

m : 100 kg

El cálculo de la aceleración en la fase de apoyo se realizará usando la ecuación 3.3

$$d = V_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2 \tag{3.3}$$

Considerando $t = 0,5324/2 \text{ s} = 0,267 \text{ s}$, se obtiene:

$$d = V_0 * t + \frac{1}{2} * a * t^2$$

$$0.4 = 0 + \frac{1}{2} * a * (0.267)^2 \rightarrow$$

$$a = 11.2 \text{ m/s}^2$$

Entonces, con la ecuación 3.4 se determina F_d

$$F_d = m.a$$

$$F_d = 1120 \text{ N}$$

(3.4)

Usando el programa desarrollado en Matlab se obtienen las tablas 3.9 y 3.10.

Tabla 3.9: Fuerzas de reacción del usuario sobre la plataforma móvil.

Pto.	Posición (mm)			Orientación (°)			Fuerza de reacción (Newtons)		
	X	Y	Z	alr. Z Ψ	alr. Y Θ	alr. X Φ	X	Y	Z
0	-400	0	650	0	-28	0	-620	0	-700
1	-300	0	700	0	-28	0	-570	0	-600
2	-200	0	680	0	-30	0	-520	0	-500
3	-100	0	650	0	-15	0	-470	0	-400
4	0	0	620	0	-5	0	-420	0	-300
5	100	0	600	0	0	0	470	0	-400
6	200	0	580	0	0	0	520	0	-500
7	300	0	600	0	5	0	570	0	-600
8	400	0	650	0	28	0	620	0	-700

Tabla 3.10: Fuerzas de cada actuador para diferentes posiciones de la trayectoria.

Actuador	Fuerzas de reacción en los actuadores (Newton)								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1110,7	-883,8	-581,1566	-385,1574	-51	275,8053	614,3475	1084,6	1363,3
2	1363,3	954,2	571,2529	287,9099	-50	-394,9182	-722,4671	-1133,1	-1110,7
3	603,5	290,8	120,3347	-2,6014	-51	-128,7669	-207,1499	-362	-1181,1
4	-2177	-1357,6	-816,7783	-369,4075	-51	208,65	469,6983	886,4	2020,2
5	2020,2	1214,9	689,1622	245,6529	-50	-339,7812	-625,1657	-1057,1	-2177
6	-1181,1	-702,8	-429,6279	-163,0109	-50	-6,2849	36,2793	121,3	603,5

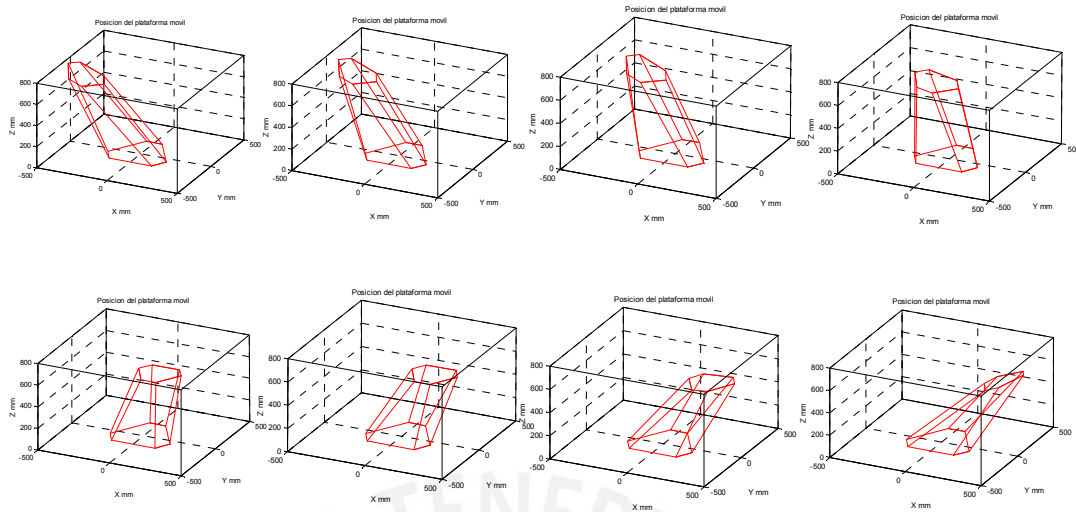


Figura 3.20: Esquema de diferentes posiciones analizadas de la trayectoria usando MATLAB.

3.3 Etapa del diseño físico

En esta etapa del diseño se plasman los resultados obtenidos en el análisis del diseño conceptual, en un diseño óptimo con elementos ya definidos por dimensiones realizadas en CAD, materiales y procesos de fabricación.

3.3.1 Geometría óptima y dimensiones preliminares

En el diseño de estos mecanismos paralelos, y para encontrar la geometría óptima, es necesario definir un parámetro que sirva como base para el dimensionamiento de las demás variables.

La configuración de este mecanismo está definida, así que solo bastará darle valores a las variables con el fin de encontrar la geometría óptima para la aplicación de este trabajo. Las variables son:

En Actuadores

- longitud mínima (L_m)
- carrera del actuador (ca)
- longitud máxima: ($LM = L_m + ca$)

En la plataforma fija

- Radio de la circunferencia circunscrita al hexágono de la base fija (R_f).
- Ángulos de separación entre uniones (g). (figura 3.8).

En la plataforma móvil

- Radio de la circunferencia circunscrita al hexágono de la base móvil (R_m).
- Ángulos de separación entre uniones (h). (figura 3.8).

En este diseño ya se cuenta con la longitud de los actuadores, ya que se tratará de dar uso a los cilindros hidráulicos de doble efecto que actualmente se disponían en el Laboratorio de Investigación en Biomecánica y Robótica Aplicada (LIBRA), donde:

- $L_m = 500$ mm
- $C_a = 200$ mm
- $L_M = 700$ mm

Realizando un proceso iterativo en Matlab es posible variar cada uno de los parámetros, para así encontrar el espacio de trabajo que requiere esta aplicación. La dimensiones encontradas resultaron:

- $R_f = 215$ mm
- $R_m = 150$ mm
- $g = 15^\circ$
- $h = 20^\circ$

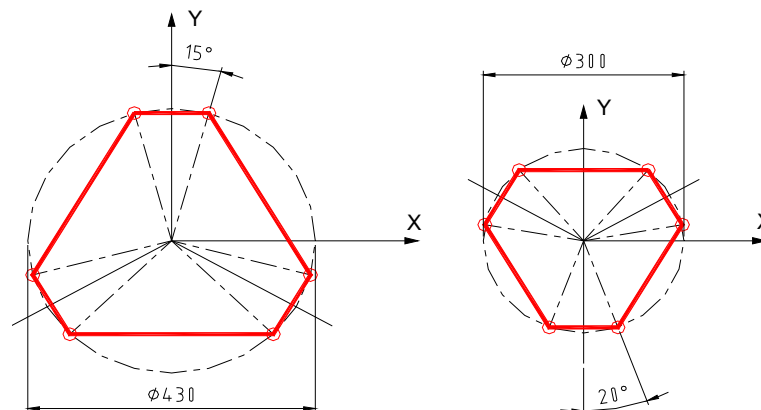


Fig. 3.20: Plataforma fija (izquierda); Plataforma móvil (derecha).

3.3.2 Selección de actuadores

Los parámetros necesarios para la selección de los actuadores son:

- Máxima fuerza a generar
- Velocidad máxima necesaria.
- Longitud y dimensiones.
- Sensor a utilizar.
- Facilidad de control.

En el presente trabajo se hizo uso de 6 actuadores oleohidráulicos que son congruentes con la selección del diseño óptimo, como se demuestra a continuación:

- Máxima fuerza a generar; la máxima fuerza necesaria para satisfacer la aplicación del equipo fue hallada en el análisis de carga y cuyo valor es de 2 kN por actuador aproximadamente.
- Velocidad máxima necesaria; la velocidad de trabajo para la trayectoria antes descrita fue analizada en el análisis de velocidad, cuyo resultado para un cadence de 135 pasos/min es de 1 m/s de máxima velocidad, y para un cadence de 55 pasos/min (rehabilitación) la velocidad máxima es de 0,5 m/s, que es un valor aceptable para un pistón hidráulico.
- Longitud y dimensiones; utilizando los valores previamente señalados de dimensiones de los actuadores, se calculó las demás variables de la geometría óptima para que cumpla con el espacio de trabajo de esta aplicación.
- Sensor a utilizar; se hizo un análisis en el mercado para determinar la existencia de sensores de desplazamiento para el actuador seleccionado, concluyéndose que existen varias opciones para el actuador oleohidráulico seleccionado.
- Facilidad de control; es posible el control del pistón oleohidráulico utilizando electroválvulas proporcionales que hacen posible el control de la posición y el caudal necesario para determinar la velocidad.

Los datos de placa del pistón oleohidráulico son:

Diámetro del cilindro = 40 mm
Presión Máxima = 200 bar

Diámetro del Vástago = 20 mm
Longitud de carrera = 200 mm

3.3.3 Diseño de las uniones

En los mecanismos paralelos las uniones más utilizadas son las de bola y las universales. Generalmente para las uniones disponibles comercialmente el costo está en proporción con el rango de movimiento; una prueba de ello son las uniones de bola cuyo rango de movimiento es muy limitado, generalmente $\pm 15^\circ$. Sin embargo, algunas empresas han desarrollado nuevos diseños que permiten un mayor alcance, como se muestra en la figura 3.21.



Figura 3.21: Unión de bolas⁹.

Tras un análisis del rango de los ángulos de rotación que deberán tener cada una de las uniones para poder cumplir con las exigencias de diseño, y utilizando los algoritmos desarrollados para el espacio de trabajo, se determinó que el rango de los ángulos de trabajo de las uniones tendrá que ser:

- Unión entre actuador y plataforma fija: Rango $[-45^\circ, 45^\circ]$
- Unión entre actuador y plataforma móvil: Rango $[-75^\circ, 75^\circ]$

Considerando el análisis de GDL del mecanismo antes presentado, se decidió utilizar uniones universales (o crucetas) y uniones del tipo bola. Ya que los rangos de movimientos de esta plataforma son extremos, y no se encontraron comercialmente uniones que satisfagan estos rangos de trabajo, se optó por el elaborar un diseño propio para las uniones.

⁹ <http://www.hephaist.co.jp/e/pro/ball.html>

3.3.3.1 Uniones actuador y plataforma fija: Rango $[-45^\circ, 45^\circ]$

En las uniones entre el actuador y la plataforma fija se eligió usar uniones universales ya que presentan menores dificultades de manufactura que las uniones de bolas. Las uniones universales otorgan 2 GDL, rotación en el eje X, rotación en el eje Y, restringiendo la rotación en el eje Z y la traslación en cualquier dirección.

Las Uniones universales constan básicamente de:

- Horquilla inferior
- Horquilla superior
- Cruceta
- Rodamientos

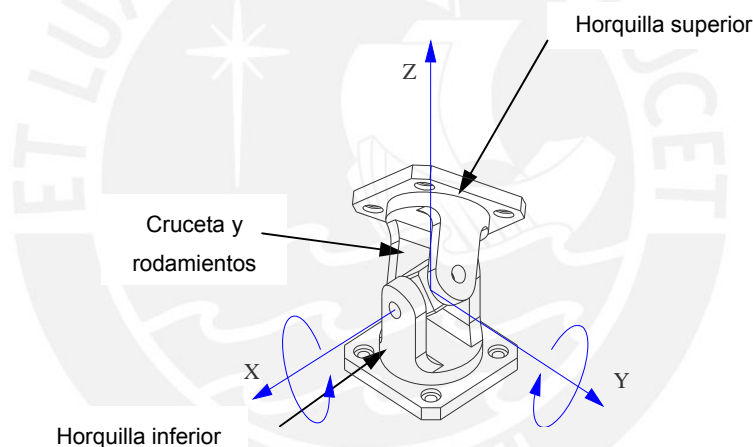


Figura 3.22: Unión actuador plataforma fija.

Las uniones universales utilizadas para el diseño de mecanismos paralelos son diferentes a las utilizadas para la transmisión del torque, debido a la diferencia entre las fuerzas a las que están sometidas.

En este diseño se tomó en cuenta las fuerzas halladas en el análisis estático y la configuración de trabajo.

Para el diseño de las uniones inferiores se contó con las siguientes restricciones:

- **GDL** : Las uniones deberían de contar con 2GDL
- **Espacio**: Las uniones deberían ser lo más compactas posibles, con el fin de evitar interferencias.

- **Dimensiones:** las uniones deberían encajar con la parte inferior del cilindro hidráulico para evitar que estos trabajen invertidos y así aumentar las fuerzas de inercia del movimiento.
- **Esfuerzos:** Las uniones deberán resistir los esfuerzos ejercidos por las fuerzas a las que está sometida la plataforma.
- **Montaje:** Las uniones deberán ser de fácil montaje y desmontaje.
- **Exactitud y desgaste:** Al ser este un mecanismo manipulador, se requiere un alto grado de exactitud y menor desgaste en su trabajo, con el fin de minimizar errores.
- **Estandarización:** Tratar de estandarizar las piezas y componentes, con el fin de evitar el costo de manufactura, y reparación.

Considerando una fuerza máxima de compresión en las uniones superiores del actuador de 2020 N a tracción, y considerando un peso del brazo de 12 Kg., las fuerza máxima en las uniones inferiores deberá ser de aproximadamente 2137 N.

Solución óptima:

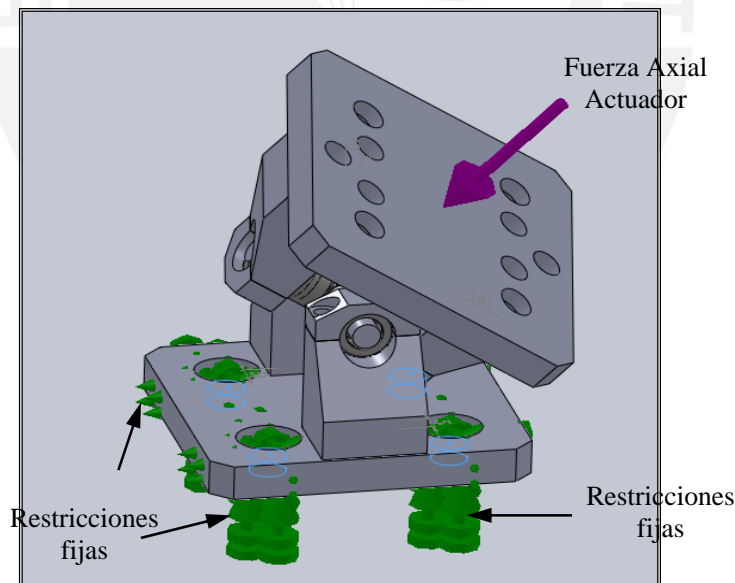


Figura 3.23: DCL ensamble de la unión inferior.

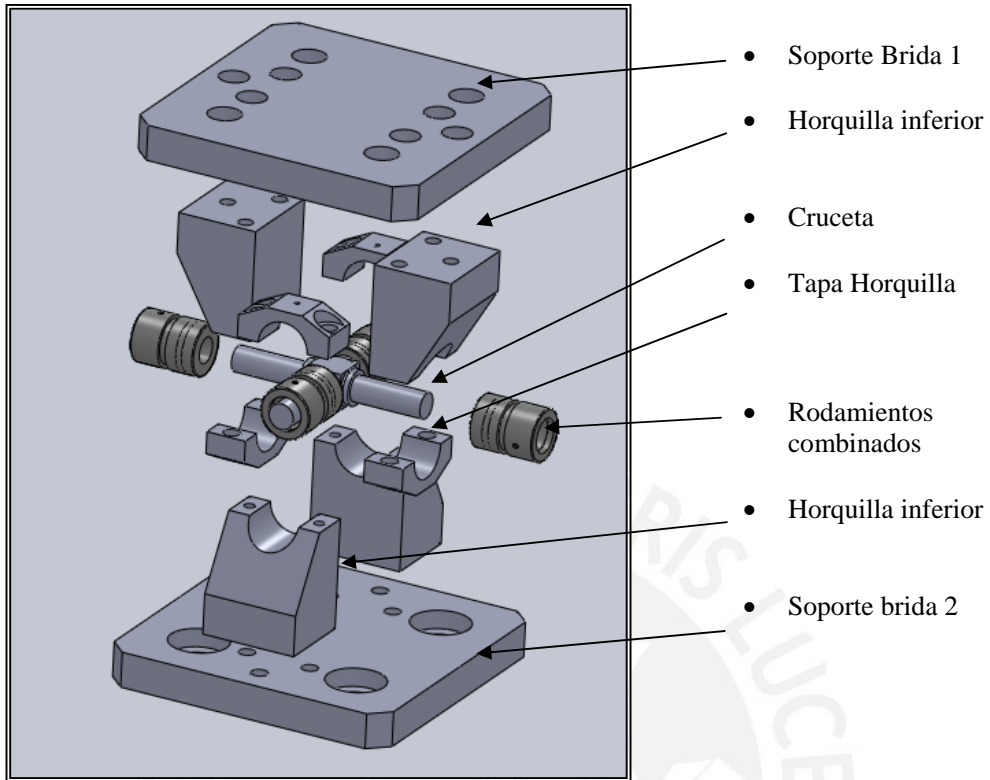


Figura 3.24: Explosión de unión inferior.

a) Calculando la resistencia de la cruceta

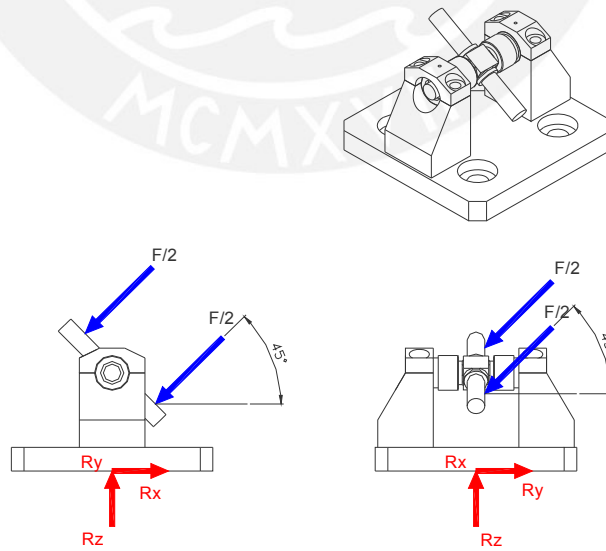


Figura 3.25: DCL para posiciones críticas de unión inferior.

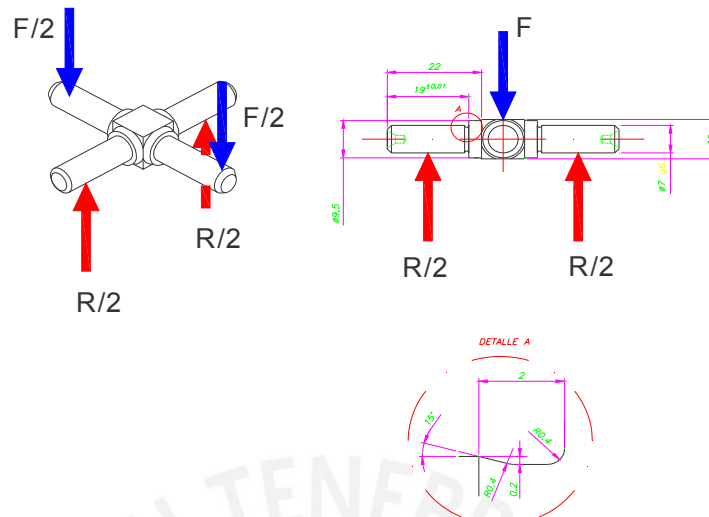


Figura 3.26: DCL de cruceta.

$$f_{\max} = 2140 \text{ N}$$

$$M = \frac{f_{\max}}{2} \cdot 10 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M = 1.07 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{mm} \tag{3.5}$$

Factor geométrico de concentración de esfuerzos para eje sometido a flexión, K_t

$$D = 9.5 \text{ mm}$$

$$d = 6.6 \text{ mm}$$

$$r = 0.4 \text{ mm}$$

$$k_1 = \frac{D}{d} \tag{3.6}$$

$$k_1 = 1.439$$

$$k_2 = \frac{r}{d} \tag{3.7}$$

$$k_2 = 0.061$$

$$k_t = 1.8$$

$$\sigma_{nom} = 32 \cdot \frac{M}{\pi \cdot d^3} \text{ N/mm}^2 \tag{3.8}$$

$$\sigma_{nom} = 379.099 \text{ N/mm}^2$$

$$Esf_{\max f} = \sigma_{nom} \cdot Kt \quad N / mm^2 \quad (3.9)$$

$$Esf_{\max f} = 682.377 \quad N / mm^2$$

$$\tau = \frac{f \max \cdot 4}{2 \cdot \pi \cdot d^2} \quad N / mm^2 \quad (3.10)$$

$$\tau = 31.276 \quad N / mm^2$$

Utilizando Von Misses

$$\sigma_{equiv} = \sqrt{(Esf_{\max f}^2 + 3 \cdot \tau^2)} \quad N / mm^2 \quad (3.11)$$

$$\sigma_{equiv} = 684.524 \quad N / mm^2$$

$$FS = \frac{\sigma_f}{\sigma_{equiv}} \quad (3.12)$$

$$FS = 1.432$$

Dónde:

$f \max$: Fuerza máxima actuante por actuador (N)

M : Momento actuante en el punto A, sección crítica de la cruceta (N.mm)

kt : Factor geométrico de concentración de esfuerzos para ejes a flexión

D : Diámetro mayor del resalte (mm)

d : Diámetro mínimo del eje (mm)

r : Radio de redondeo (mm)

$k1, k2$: Constantes

σ_{nom} : Esfuerzo nominal por flexión en el eje (N / mm²)

$Esf_{\max f}$: Esfuerzo máximo por flexión (N / mm²)

σ_{equiv} : Esfuerzo equivalente de Von Misses (N / mm²)

τ : Esfuerzo cortante (N / mm²)

σ_f : Esfuerzo de fluencia Material 4340 en condiciones de tratamiento térmico de bonificado (980 N / mm²)

FS : Factor de seguridad

b) Calculando los tornillos de la tapa de la horquilla.

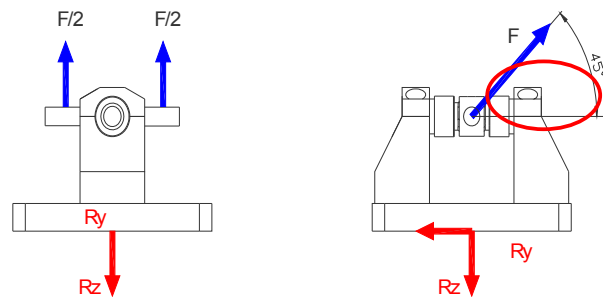


Figura 3.27: DCL Horquilla inferior.

$$f_{\max} = 2020 \text{ N}$$

$$f_x = f_{\max} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ N} \tag{3.13}$$

$$f_x = 1.428 \times 10^3 \text{ N}$$

$$f_z = f_{\max} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{2} \text{ N} \tag{3.14}$$

$$f_z = 714.178 \text{ N}$$

Utilizando 2 tornillos M4

$$d = 4 \text{ mm}$$

$$A_t = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \text{ mm}^2 \tag{3.15}$$

$$A_t = 12.6 \text{ mm}^2$$

Utilizando Von Misses

$$\sigma_{\text{equiv}} = \sqrt{\left(\frac{F_z}{2 \cdot A_t}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{F_x}{2 \cdot A_t}\right)^2} \text{ N/mm}^2 \tag{3.16}$$

$$\sigma_{\text{equiv}} = 102.456 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_f = 640 \text{ N/mm}^2 \text{ ISO 898, Clase 8.8}$$

$$FS = \frac{\sigma_f}{\sigma_{equiv}} \tag{3.17}$$

$$FS = 6.247$$

Dónde:

f_{max} : Fuerza máxima actuante por actuador (N)

f_x : Fuerza cortante en los tornillos (N)

f_z : Fuerza axial en los tornillos (N)

d : Diámetro del tornillo (mm)

A_t : Área de sección del tornillo

σ_{equiv} : Esfuerzo equivalente de Von Mises (N /mm²)

τ : Esfuerzo cortante (N / mm²)

σ_f : Esfuerzo de fluencia clase 8.8 (640 N / mm²)

FS : Factor de seguridad

c) Calculando la resistencia de los tornillos inferiores

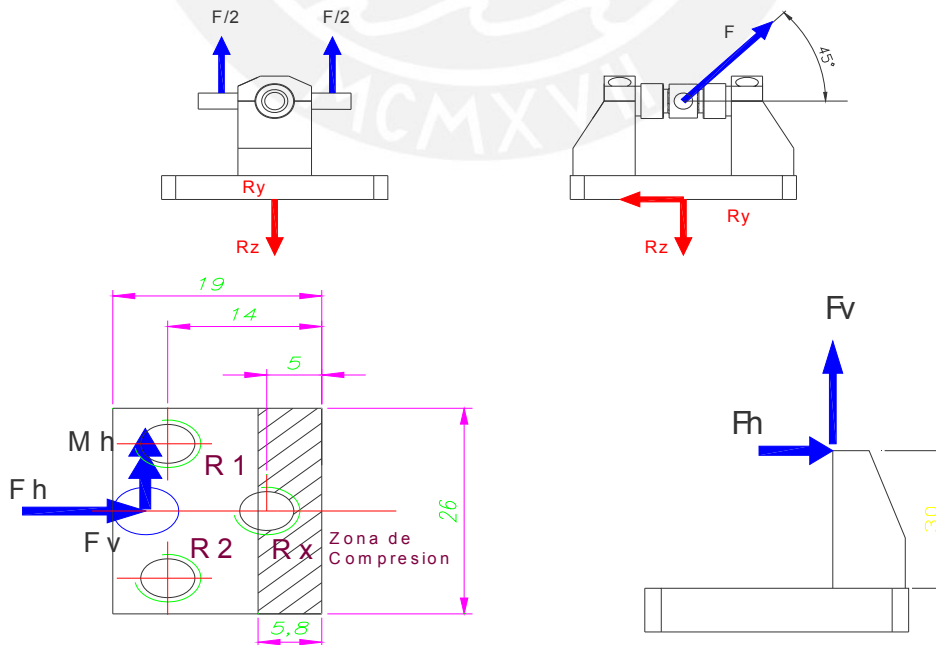


Figura 3.28 : DCL Horquilla inferior.

$$f_{\max} = 2020 \text{ N}$$

$$f_z = \frac{f_{\max}}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ N} \quad (3.18)$$

$$f_z = 714.178 \text{ N}$$

$$f_x = f_{\max} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ N} \quad (3.19)$$

$$f_x = 1.428 \times 10^3 \text{ N}$$

$$d = 6 \text{ mm}$$

$$A_t = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \text{ mm}^2 \quad (3.20)$$

$$A_t = 28.274 \text{ mm}^2$$

$$L_1 = 5 \text{ mm}$$

$$L_2 = 14 \text{ mm}$$

$$L_3 = 14 \text{ mm}$$

$$h_1 = 19 \text{ mm}$$

$$h_2 = 26 \text{ mm}$$

Se debe cumplir:

$$A_t \cdot (L_1 - Z) + A_t \cdot (L_2 - Z) + A_t \cdot (L_3 - Z) = h_2 \cdot \frac{Z^2}{2} \quad (3.21)$$

Hallando los valores:

$$Z_1 = 5.816 \text{ mm}$$

$$Z_2 = -12.341 \text{ mm}$$

Calculando las fuerzas de reacción en los tornillos debido al momento M_h

$$M_h = F_x \cdot 35 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (3.22)$$

$$M_h = 5 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Se debe cumplir:

$$F_1 \cdot (L_2 - Z) + F_2 \cdot (L_3 - Z) - R \left(\frac{Z}{2}\right) = M_h \quad (3.23)$$

$$R = F1 + F2 \quad (3.24)$$

$$F3 = \frac{Mh}{\left[L3 \cdot \frac{L2 - Z}{L2 \cdot (L3 - Z)} \right] \cdot (L2 - Z) + (L3 - Z) + \left[1 + L3 \cdot \frac{L2 - Z}{L2 \cdot (L3 - Z)} \right] \cdot \frac{Z}{2}} \quad (3.25)$$

$$F3 = 2.254 \times 10^3 \quad N$$

$$F2 = F3 \cdot L2 \cdot \left[\frac{L2 - Z}{L2 \cdot (L3 - Z)} \right] \quad N \quad (3.26)$$

$$F2 = 2.254 \times 10^3 \quad N$$

$$Rx = F2 + F3 \quad N \quad (3.27)$$

$$Rx = 4.507 \times 10^3 \quad N$$

$$F2_{\max} = F2 + Fz \quad N \quad (3.28)$$

$$F2_{\max} = 2.968 \times 10^3 \quad N$$

Hallando los esfuerzos máximos:

$$\sigma_{equiv} = \sqrt{(Esf_{\max f}^2 + 3 \cdot \tau^2)} \quad N / mm^2 \quad (3.29)$$

$$Esf_{\max f} = \frac{F2_{\max}}{At} \quad N / mm^2 \quad (3.30)$$

$$Esf_{\max f} = 104.961 \quad N / mm^2$$

$$\tau = \frac{Fx}{At} \quad N / mm^2 \quad (3.31)$$

$$\tau = 50.518 \quad N / mm^2$$

$$\sigma_{equiv} = 136.649 \quad N / mm^2$$

$$FS = \frac{\sigma_f}{\sigma_{equiv}} \quad (3.32)$$

$$FS = 4.684$$

Dónde:

f_{\max} : Fuerza máxima del actuador (N)

f_x : Fuerza en dirección X (N)
 f_z : Fuerza en dirección Z (N)
 d : Diámetro de tornillo (mm)
 A_t : Área transversal de cada tornillo (mm)
 L_1 : Distancia del tornillo Rx al borde del soporte (mm)
 L_2 : Distancia del tornillo F2 al borde del soporte (mm)
 L_3 : Distancia del tornillo F3 al borde del soporte (mm)
 Z : Longitud de la zona de compresión (mm)
 h_1 : Longitud del soporte (mm)
 h_2 : Ancho del soporte (mm)
 F_2 : Fuerza de reacción del tornillo 2(N)
 F_3 : Fuerza de reacción del tornillo 3(N)
 $F_{2_{max}}$: Fuerza total máxima (N)
 Esf_{max_f} : Esfuerzo máximo de flexión (N / mm²)
 σ_{equiv} : Esfuerzo equivalente de Von Misses (N / mm²)
 τ : Esfuerzo cortante (N / mm²)
 σ_f : Esfuerzo de fluencia clase 8.8 (640 N / mm²)
 FS : Factor de seguridad

3.3.3.2 Uniones actuador y plataforma móvil: Rango [-75°, 75°]

En las uniones entre los actuadores y la plataforma móvil el diseño fue más complejo debido al alto rango de rotación que la unión debía de satisfacer Figura 3.31 ya que al utilizar una unión de bola o rotula, su uso se limitaba por las posiciones extremas que debe alcanzar la plataforma móvil, por ende se optó por desarrollar un diseño propio para esta aplicación.

En el diseño de las uniones se contó con las siguientes restricciones:

- **GDL** : Las uniones deberían de contar con 3GDL
- **Espacio**: las uniones deberían ser lo más compactas posibles, con el fin de evitar interferencias.

- **Dimensiones:** las uniones deberían encajar con la parte superior del vástago del cilindro oleohidráulico.
- **Esfuerzos:** las uniones deberán resistir los esfuerzos ejercidos por las fuerzas a las que está sometida la plataforma.
- **Montaje:** las uniones deberán ser de fácil montaje y desmontaje.
- **Exactitud y desgaste:** al ser este un mecanismo manipulador, se requiere un alto grado de exactitud y menor desgaste en su trabajo, con el fin de minimizar errores.
- **Estandarización:** tratar de estandarizar las piezas y componentes, con el fin de evitar el costo de manufactura, y reparación.

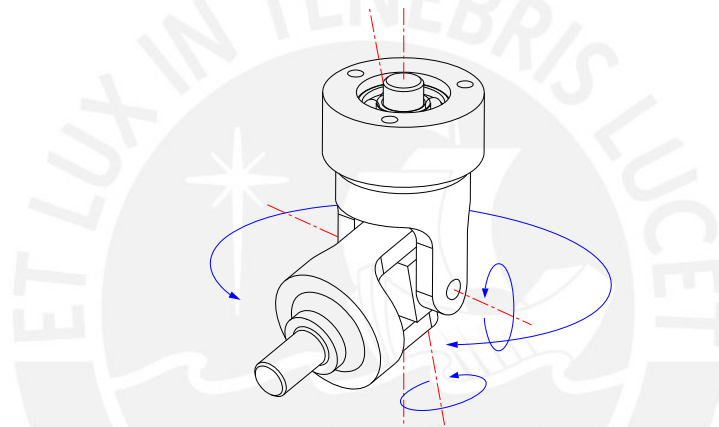


Figura 3.30: Esquema de grados de libertad de uniones superiores.

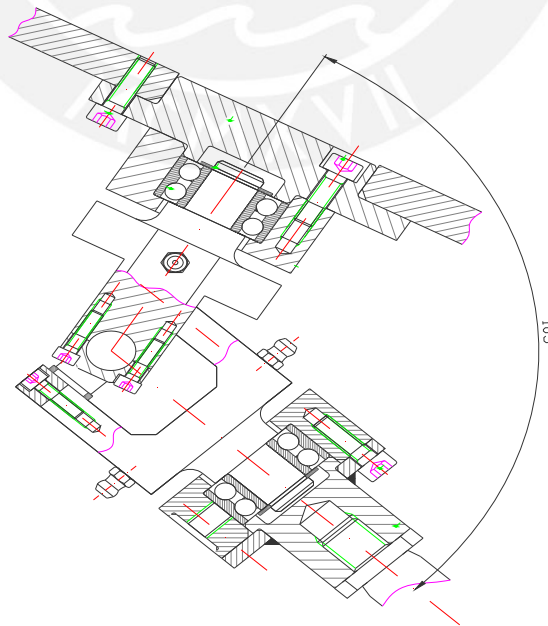


Figura 3.31: Esquema de posición crítica de unión superior.

Utilizando los 2 GDL que ofrece la unión universal, se le agregó un tercer GDL sobre su eje a través de un rodamiento, esto permite que la unión tenga tres GDL y además que pueda lograr posiciones extremas, ver figura 3.32

Además, y considerando que no debe existir giro relativo entre el cilindro y el vástago del actuador, ya que a cada actuador se le deberá adicionar un sensor de desplazamiento (potenciómetro lineal), se agregó un rodamiento adicional para que absorba cualquier giro relativo que se pueda presentar.

El cálculo de los elementos de las uniones superiores se hizo considerando las posiciones críticas y las fuerzas críticas en los actuadores. Como se puede apreciar en la figura 3.31, la posición crítica para el diseño de las uniones superiores se da cuando la plataforma móvil se encuentra en un extremo, generando un ángulo de 105° entre el actuador y la horquilla móvil superior.

a) Cálculo por resistencia de la horquilla móvil

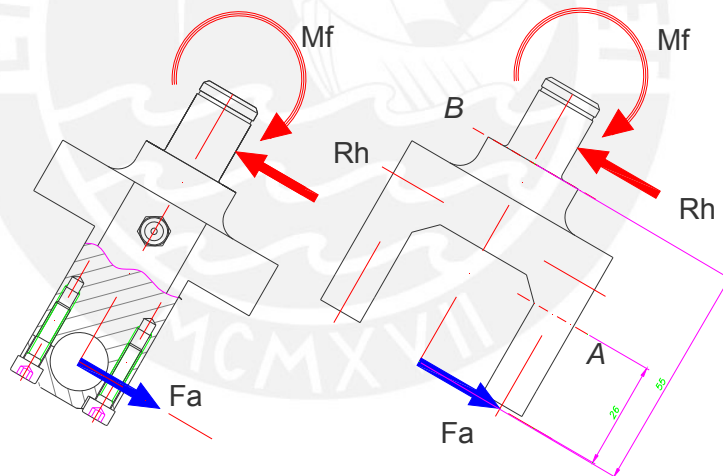


Figura 3.32: DCL Horquilla móvil (2 posiciones críticas), cortes de análisis A-A, B-B.

Se encontró dos posiciones para el cálculo de resistencia de la horquilla móvil, y se analizó dos secciones críticas A y B:

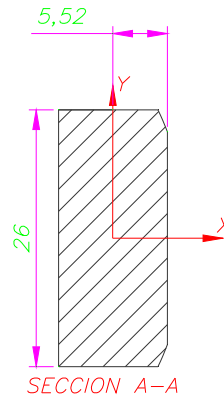


Figura 3.33: Sección A de Horquilla móvil.

Sección A

$$Fa = 2020 \text{ N}$$

$$Ma = Fa \cdot 26 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$Ma = 5.252 \times 10^4 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$At = 283.93 \text{ mm}^2$$

$$X = 5.52 \text{ mm} \quad Y = 13 \text{ mm}$$

$$Ix = 15799 \text{ mm}^4 \quad Iy = 2827 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{equiv} = \sqrt{(Esf_{fa}^2 + \tau_a^2)} \text{ N/mm}^2 \tag{3.33}$$

$$Esf_{fa} = \frac{Ma \cdot X}{Iy} \text{ N/mm}^2 \tag{3.34}$$

$$Esf_{fa} = 102.551 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_a = \frac{Fa}{At} \text{ N/mm}^2 \tag{3.35}$$

$$\tau_a = 7.114 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{equiv} = 102.797 \text{ N/mm}^2$$

Sección B

$$Fa = 2020 \text{ N}$$

$$Mb = Fa.55 \quad N.mm$$

$$Mb = 1.11 \times 10^5 \quad N.mm$$

$$d1 = 15 \quad mm$$

$$d2 = 26 \quad mm$$

$$r = 1 \quad mm$$

$$Esf_{fb} = 32 \frac{Mb}{\pi.d1^3} \quad N/mm^2 \quad (3.36)$$

$$Esf_{fb} = 335.305 \quad N/mm^2$$

Factor geométrico de concentración de esfuerzos Kt para resalte sometido a flexión

$$k1 = \frac{d2}{d1} \quad (3.37)$$

$$k1 = 1.733$$

$$k2 = \frac{r}{d1} \quad (3.38)$$

$$k2 = 0.067$$

$$kt = 1.8$$

$$Esf_{max} = Esf_{fb} \cdot Kt \quad N/mm^2 \quad (3.39)$$

$$Esf_{max} = 603.549 \quad N/mm^2$$

Von Misses

$$\sigma_{equiv} = \sqrt{(Esf_{max}^2 + 3 \cdot (\frac{Fa.A}{\pi.d1^2})^2)} \quad N/mm^2 \quad (3.40)$$

$$\sigma_{equiv} = 603.874 \quad N/mm^2$$

$$\sigma_f = 800 \quad N/mm^2$$

$$FS_a = \frac{\sigma_f}{\sigma_{equiv}} \quad N/mm^2 \quad (3.41)$$

$$FS_a = 7.782 \quad N/mm^2$$

$$FS_b = \frac{\sigma_f}{\sigma_{equiv} b} \quad N/mm^2 \quad (3.42)$$

$$FS_b = 1.325 \quad N/mm^2$$

$$FS = 1.325 \quad N/mm^2$$

Dónde:

Fa : Fuerza máxima actuante. (N)

Ma : Momento de reacción en la sección A (N.mm)

At : Área Total en la sección A (mm²)

X : distancia X (mm)

Y : distancia Y (mm)

Ix : Inercia en el eje X (mm⁴)

Iy : Inercia en el eje Y (mm⁴)

Esf_{fa} : Esfuerzo por flexión en la sección A (N/mm²)

τ_a : Esfuerzo cortante en la sección A (N/mm²)

$\sigma_{equiv} a$: Esfuerzo de Von Misses en A (N/mm²)

$\sigma_{equiv} b$: Esfuerzo de Von Misses en B (N/mm²)

Mb : Momento de reacción en la sección B (N.mm)

$d1$: Diámetro menor del eje mm

$d2$: Diámetro mayor del resalte mm

r : radio del resalte mm

Esf_{fb} : Esfuerzo por flexión en la sección B (N/mm²)

kt : Factor geométrico de concentración de esfuerzos por flexión

Esf_{max} : Esfuerzo máximo con factor de concentración (N/mm²)

b) Calculando los tornillos de la tapa superior

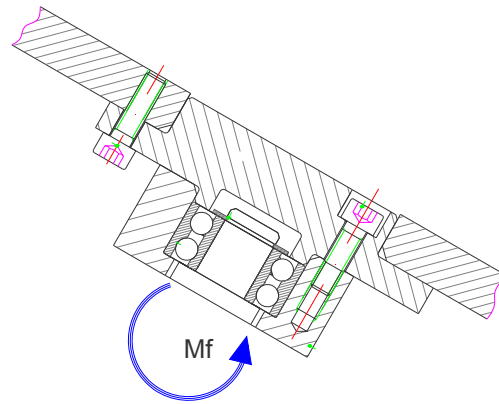


Figura 3.34: Esquema de union tapa superior con acople superior

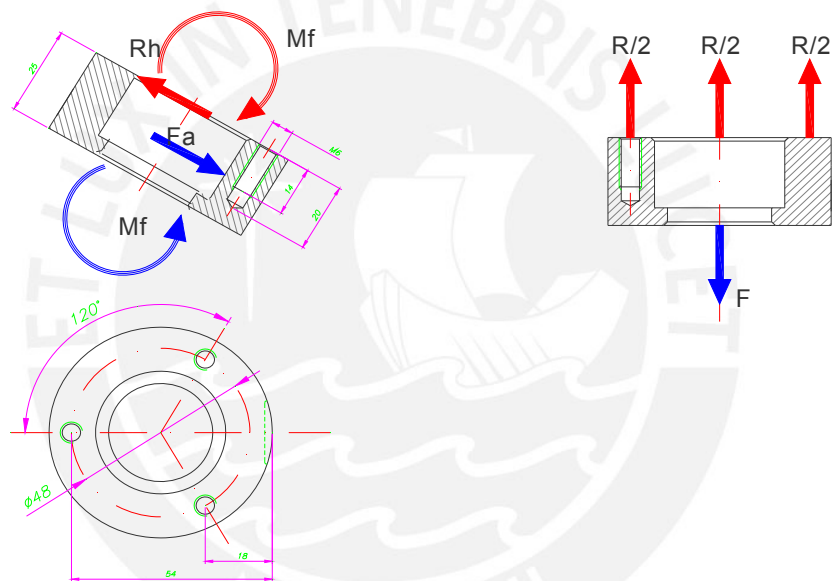


Figura 3.35: DCL de tapa superior 1.

Hallando la fuerza en los tornillos debido al momento flector

$$Fa = 2020 \text{ N}$$

$$Ms = Fa \cdot 74 \text{ N.mm}$$

$$Ms = 1.495 \times 10^5 \text{ N.mm}$$

$$d1 = 6 \text{ mm}$$

$$At = \pi \cdot \frac{d1^2}{4} \text{ mm}^2 \tag{3.43}$$

$$At = 28.274 \text{ mm}^2$$

$$L1 = 14 \text{ mm} \quad L2 = 14 \text{ mm} \quad L3 = 50 \text{ mm}$$

$$Z = 4 \text{ mm}$$

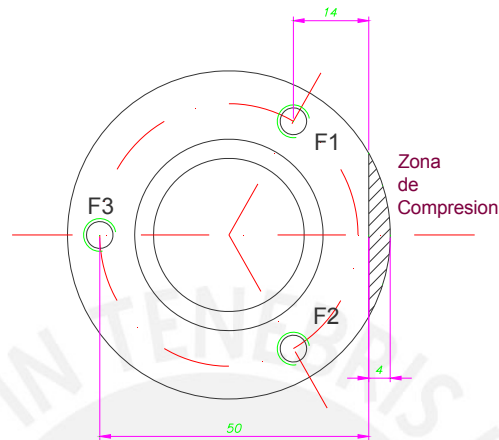


Figura 3.36: Esquema de tapa superior.

Hallando las fuerzas en los tornillos

$$F3 = \frac{Ms}{\left(1 + 4 \cdot \frac{L2}{L3} + L3 + 2 \cdot \frac{L2^2}{L3}\right)} \text{ N} \quad (3.44)$$

$$F2 = L2 \cdot \frac{F3}{L3} \text{ N}$$

$$L3 \cdot F3 + 2F2 \cdot L2 + Rf \cdot 2 = Ms \quad (3.45)$$

$$Rf = F3 + 2F2 \quad (3.46)$$

$$F1 = F2 \quad (3.47)$$

$$F1 = 608.039 \text{ N}$$

$$F3 = 2.493 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\sigma_{nom} = \frac{F3}{At} \text{ N/mm}^2 \quad (3.48)$$

$$\sigma_{nom} = 88.172 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_f = 640 \text{ N/mm}^2$$

$$FS = \frac{\sigma_f}{\sigma_{nom}} \quad N / mm^2 \quad (3.49)$$

$$FS = 7.259 \quad N / mm^2$$

Dónde:

F_a : Fuerza máxima actuador (N)

M_s : Momento en la sección crítica (N.mm)

A_t : Área de sección del tornillo en mm²

d_1 : Diámetro del tornillo

Z : Distancia de zona de compresión (mm)

L_1 : Distancia zona de compresión al tornillo 1

L_2 : Distancia zona de compresión al tornillo 2

L_3 : Distancia zona de compresión al tornillo 3

R_f : Fuerza en la zona de compresión

F_1 : Fuerza en el tornillo 1 (N)

F_2 : Fuerza en el tornillo 2 (N)

F_3 : Fuerza en el tornillo 3 (N)

σ_{nom} : Esfuerzo de tracción

σ_f : Esfuerzo de fluencia clase 8.8 (640 N / mm²)

FS : Factor de seguridad

3.3.4 Selección de rodamientos

En el mecanismo se consideró 3 tipos de rodamientos,

- a) Rodamiento de agujas combinadas / axial de bolas NX7 TN, para las crucetas, debido a las cargas tanto axiales como radiales a las que estará sometido este elemento.
- b) Rodamiento de bolas de contacto angular de doble hilera, 3202-ATN9 SKF para la horquilla móvil (unión con la plataforma móvil), debido a las cargas radiales y momentos flectores a las que estará sometido este componente y con el objetivo de agregar el grado de libertad adicional y conseguir las posiciones críticas.
- c) Rodamiento lineal LBBR10 -2LS SKF, para los ejes guía, cuya función es la de evitar el giro del vástago del pistón sobre su eje, para no desgastar sus sellos, ya que este giro se debería de efectuar en la unión de la horquilla móvil, con el grado de libertad adicional.

En todos los casos de selección se consideró:

- La guía de selección interactiva SKF en su web.
- Espacio disponible, es necesario que el rodamiento ocupe el menor espacio posible, dado que la movilidad de las uniones está en función de las interferencias físicas que se encuentren.
- Cargas, por el análisis de fuerzas en los actuadores y el DCL de la cruceta, el rodamiento estará sometido a cargas radiales, $C_r = 2140 \text{ N}$, y cargas axiales, $C_a = 1061 \text{ N}$.
- Desalineación, el rodamiento no estará sometido a una desalineación considerable.
- Precisión, es necesario una alta precisión al tratarse de un mecanismo manipulador.
- Velocidad, el rodamiento no estará sometido a altas velocidades.
- Funcionamiento silencioso, no se aplica en el diseño.
- Rigidez, es necesario una alta rigidez, para evitar errores en el desplazamiento de los actuadores y disminuir errores.
- Montaje y desmontaje, los rodamientos deberán de ser de fácil montaje y desmontaje, y su lubricación.

Rodamientos de agujas combinados, rodamientos de agujas/axiales de bolas, sin jaula



Dimensiones principales			Capacidades de carga			Carga límite de fatiga		Factor de carga mínima	Velocidad		Masa	Designación	
F_w	D	C	radial dinámica	estática C_0	axial dinámica C	estática C_0	radial P_0	axial P_0	A	Velocidad de referencia	Velocidad límite	kg	-
mm			kN				kN		-	rpm			-
7	14	18	2,81	2,75	3,45	5	0,29	0,186	0,00013	10000	11000	0,014	NX 7 TN

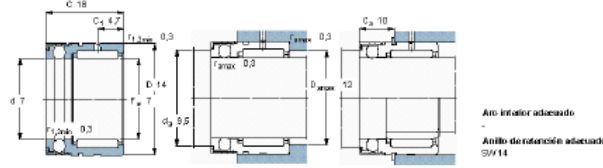
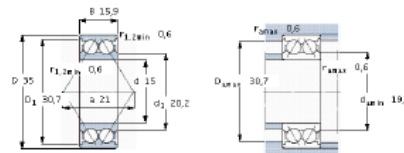


Figura 3.38: Características rodamiento agujas combinadas / axial de bolas NX7 TN ¹⁰.

Rodamientos de bolas con contacto angular, de dos hileras, no están obturados



Dimensiones principales			Capacidades de carga		Carga límite de fatiga	Velocidades		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0	P_0	Velocidad de referencia	Velocidad límite	kg	-
mm				kN	kN	rpm			-
15	35	15,9	11,2	6,8	0,285	17000	18000	0,066	3202-ATN9



Factores de cálculo
 k_1 0,56
 ϵ 0,8
 α 0,63
 Y_1 0,78
 Y_2 1,24
 Y_0 0,68

Tolerancias, ver también el texto
 Juego axial (interno, a), b), ver también el texto
 Ajustes recomendados
 Tolerancias del eje y del alojamiento

Figura 3.39: rodamiento de bolas de contacto angular de doble hilera, 3202-ATN9¹¹.

Linear ball bearings

Type	Size (mm)	Max load (N) dynamic / static	Comments	ISO series	Page No.
LBBR	3 to 50	6 950 / 6 300		1	9

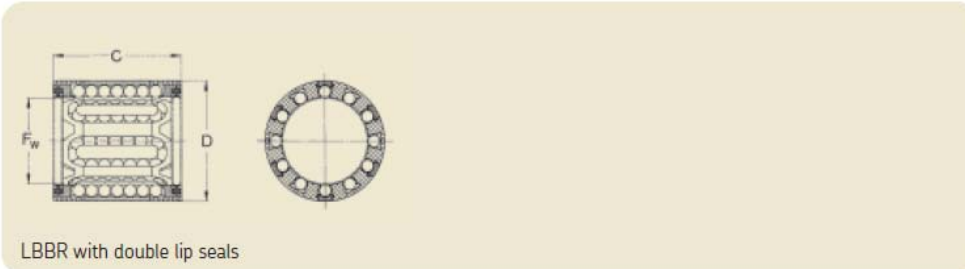


Figura 3.40: Características de rodamiento lineal LBBR10 -2LS¹².

¹⁰ Manual de selección de rodamientos SKF

¹¹ Manual de selección de rodamientos SKF

¹² Manual de selección de rodamientos SKF

3.3.5 Diseño de la plataforma móvil

En el diseño de la plataforma fija (figura 3.41) se utilizó la geometría calculada previamente con los programas de iteración en MATLAB,.

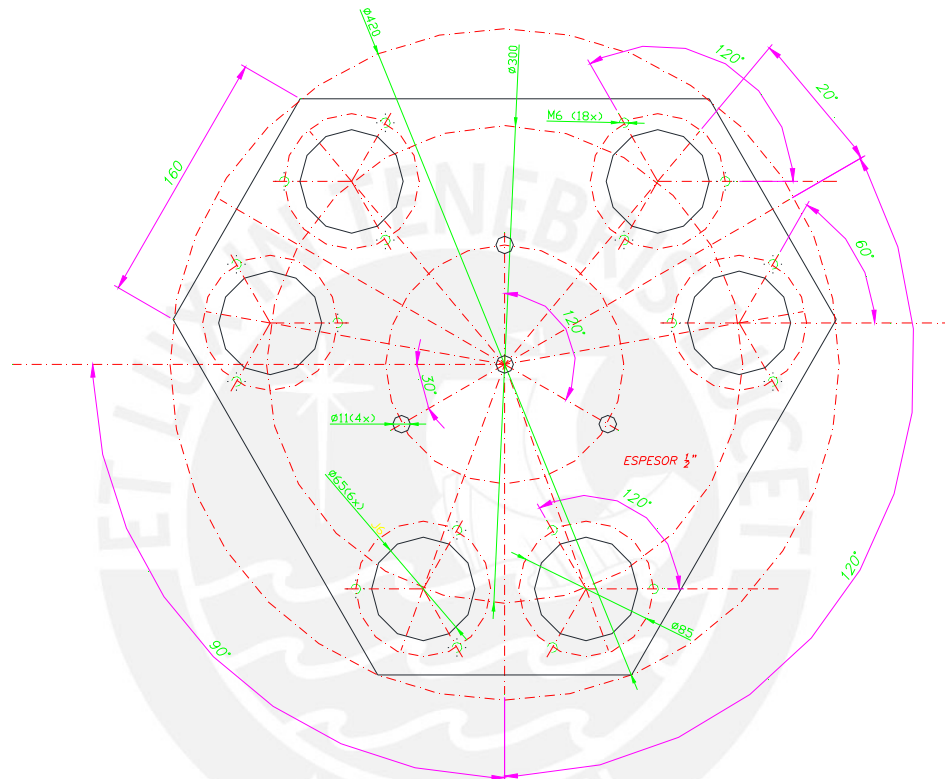


Figura 3.41: Geometría de la plataforma móvil.

La plataforma móvil está sujeta a la fuerza de reacción ejercida por los actuadores y a la fuerza de contraposición ejercida, en nuestro caso, por el pie del sujeto que ejecuta la marcha, estas fuerzas dependen de la posición de la plataforma. En el análisis se considera que la plataforma móvil está estática, con restricciones en la posición de cada uno de los actuadores. Además, en la unión entre la plataforma móvil y cada actuador se considera un acople tipo brida con tres tornillos M16. Asimismo, y como se aprecia en la figura 3.42, la brida (acople superior) cuenta con un resalte de 65 mm de diámetro que encaja con la plataforma móvil para absorber las fuerzas y momentos, por forma, debido a las posiciones críticas.

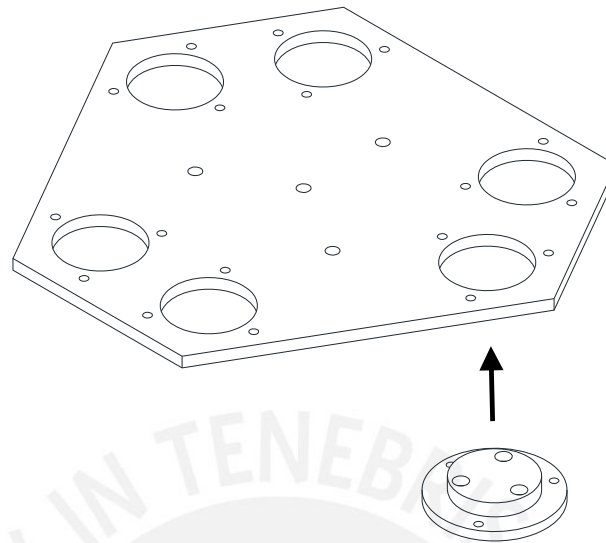


Figura 3.42: Esquema de la plataforma móvil y el encaje con el acople superior.

Así mismo se realizó un análisis en COSMOS, figura 3.43, para determinar la deflexión de la plataforma móvil en las posiciones críticas, con resultados aceptables para un espesor de $\frac{1}{2}$ " pulgada ASTM 36, para nuestra aplicación.

Se analizó para el caso crítico en la marcha, cuyos datos son los siguientes:

Angulo de rotación en eje Y: 28°

Fuerza en el eje X: 200 N

Fuerza en el eje Z: -700 N

Girando las fuerzas a los ejes relativos de la plataforma móvil se tiene:

Fuerza en el eje X': $200 \times \cos(28) - 700 \times \sin(28) = -152 \text{ N}$

Fuerza en el eje Y': $200 \times \sin(28) + 700 \times \cos(28) = 712 \text{ N}$

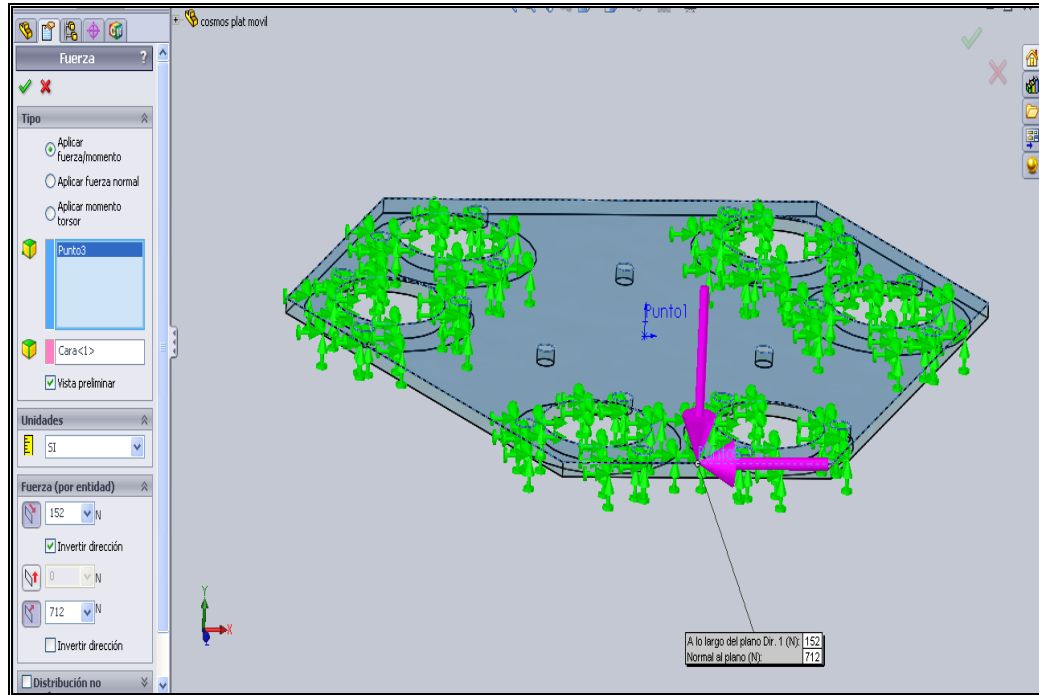


Figura 3.43: Esquema del análisis en COSMOS.

3.3.6 Diseño de la plataforma fija

En el diseño de la plataforma fija se utilizó la geometría calculada previamente con los programas de iteración en MATLAB, mientras que para la resistencia de los tornillos de las uniones se usó el cálculo mencionado en la Sección 3.3.3.1. Así mismo se consideraron orificios en la base para que la distribución de pernos de anclaje sobre la base se consideré adecuada.

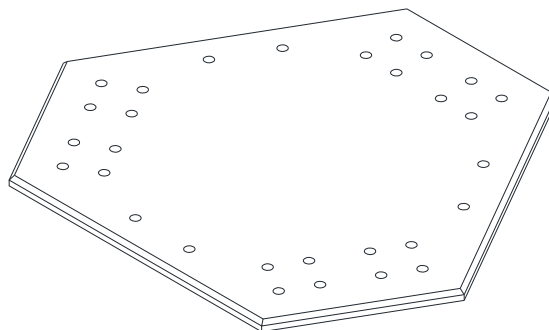


Figura 3.44: Esquema de la plataforma fija.

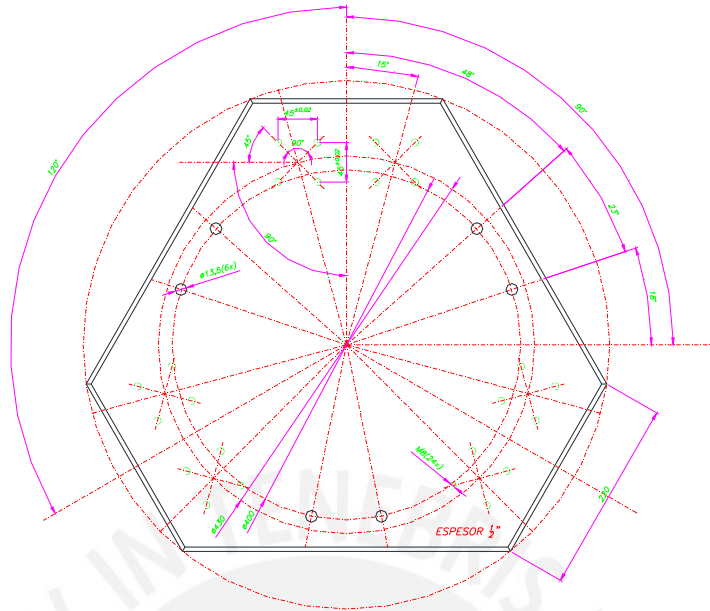


Figura 3.45: Geometría de la plataforma fija.

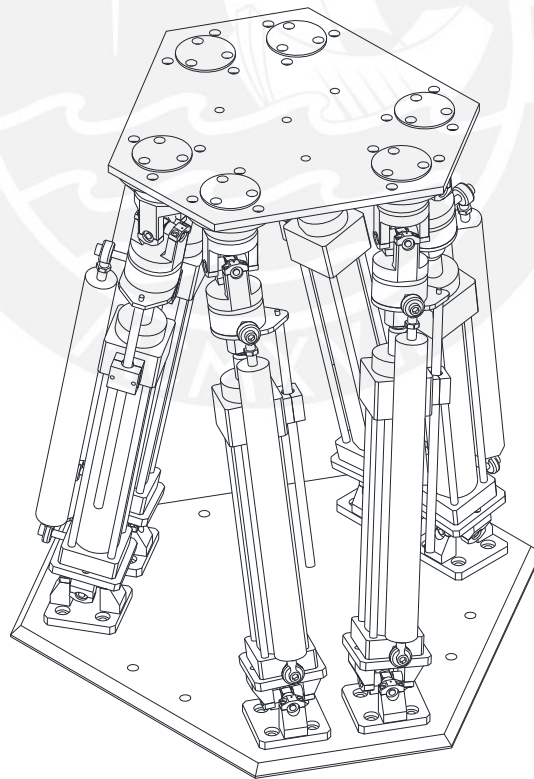


Figura 3.46: Esquema final de una plataforma ensamblada.

CAPÍTULO 4

PLANOS Y COSTOS

En este capítulo se presenta un listado de los planos de fabricación, y se hace un análisis del costo de diseño y fabricación de las partes mecánicas estructurales del simulador de marcha.

4.1.- Planos del diseño mecánico

En las tablas 4.1 y 4.2 se muestran la lista de planos de ensamble y fabricación.

Tabla 4.1 Listado de planos de ensamble

Planos del diseño mecánico			
Planos de ensamble (Anexo A)			
Item	Codigo	Descripción	Plano
1	PE-01	Ensamble Plataforma	A-2
2	PE-02	Ensamble brazo de plataforma	A-1

Tabla 4.2 Listado de planos de fabricación

Planos de despiece (Anexo A)			
Item	Codigo	Descripción	Plano
3	PD-A	Plataforma móvil	A-3
4	PD-B	Plataforma fija	A-2
5	PD-1	Acople superior	A-3
6	PD-2	Tapa Superior	A-3
7	PD-3	Tapa Inferior	A-3
8	PD-4	Horquilla móvil	A-3
9	PD-7	Cruceta	A-3
10	PD-9	Tapa Horquilla	A-3
11	PD-10	Soporte guía	A-3
12	PD-13	Tapa guía	A-3
13	PD-14	Brida superior	A-3
14	PD-15	Horquilla inferior	A-3
15	PD-27	Separador inferior	A-4
16	PD-29	Eje guía	A-3
17	PD-30	Separador superior	A-4
18	PD-31	Brida inferior	A-3

4.2. Estimación de costos

En el mecanismo dual (dos plataformas Stewart-Gough), que comprenderá la estructura del simulador de marcha, se tienen las siguientes consideraciones para estimar los costos:

- En el presupuesto se considera costos directos e indirectos.
- En el diseño se considera el costo de horas hombre por la investigación, ingeniería, elaboración de planos, asesoría y revisión de planos.
- En la fabricación de componentes se considera el costo según la tabla adjunta, en el que se incluye mano de obra y materiales.

En la figura 4.1 se muestra la estructura de costos directos, mientras que en la tabla 4.3 se muestra el detalle de los costos de fabricación y por compra de componentes.

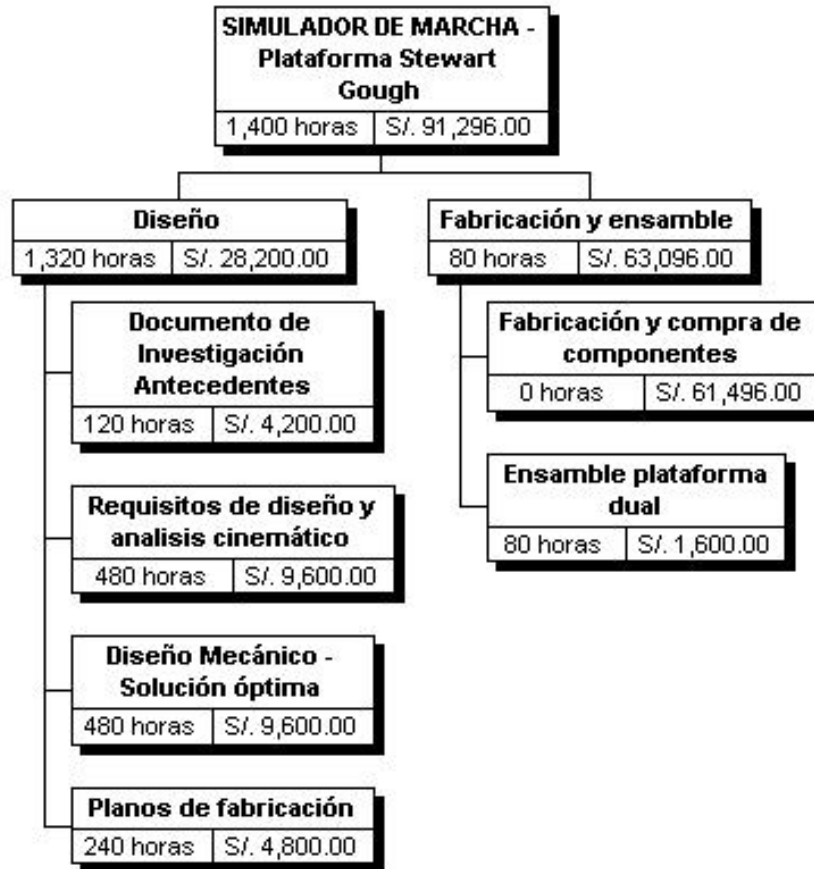


Figura 4.1 Estructura de costos directos.

Tabla 4.3 Costos de fabricación y compra de componentes.

Item	Cant.	Plano	Descripcion	Material	Norma	Modelo/Observaciones	Precio Unit. S/.	Precio Total S/.
A	1	PD-A	Plataforma movil	ASTM 36			294,00	294,00
B	1	PD-B	Plataforma fija	ASTM 36			210,00	210,00
1	6	PD-1	Acople superior	AISI 1023			56,00	336,00
2	6	PD-2	Tapa Superior	AISI 1023			63,00	378,00
3	6	PD-3	Tapa Inferior	AISI 1023			84,00	504,00
4	12	PD-4	Horquilla movil	AISI 4340			280,00	3.360,00
5	12		Rodamiento de contacto angular			3202 ATN9	18,00	216,00
6	12		Anillo elástico interior 15 x 1				0,50	6,00
7	12	PD-7	Cruceta	AISI 4340			427,00	5.124,00
8	48		Rodamiento de agujas combinadas			NX7 ZTN SKF	18,00	864,00
9	48	PD-9	Tapa Horquilla	ASTM 36			126,00	6.048,00
10	6	PD-10	Soporte guia	AISI 1023			91,00	546,00
11	6		Sensor de desplazamiento CLWG 225			CLWG 225	50,00	300,00
12	6		Rodamiento lineal			BCL 10 SKF	20,00	120,00
13	12	PD-13	Tapa guia	ASTM 36			154,00	1.848,00
14	6	PD-14	Brida superior	ASTM 36			105,00	630,00
15	24	PD-15	Horquilla inferior	ASTM 36			168,00	4.032,00
16	48		Anillo elástico 14 x 1				0,50	24,00
17	96		Tornillo de cabeza cilíndrica M4 x 16	8.8	DIN 912		0,50	48,00
18	24		Tornillo de cabeza cilíndrica M8 x 16	8.8	DIN 912		0,50	12,00
19	6		Tornillo de cabeza cilíndrica M8 x 35	8.8	DIN 912		0,50	3,00
20	54		Tornillo de cabeza cilíndrica M6 x 20	8.8	DIN 912		0,50	27,00
21	24		Arandela plana 8 mm		DIN 125 -A		0,50	12,00
22	6		Tornillo de cabeza cilíndrica M8 x 40	8.8	DIN 912		0,50	3,00
23	24		Tuerca hexagonal M8	8.8	DIN 934		0,50	12,00
24	12		Tuerca hexagonal M6	8.8	DIN 934		0,50	6,00
25	6		Arandela plana 6 mm		DIN 125 -A		0,50	3,00
26	24		Tornillo de cabeza cilíndrica M4 x 35	8.8	DIN 912		0,50	12,00
27	6	PD-27	Separador inferior	AISI 1023			4,00	24,00
28	6		Contratuerca	AISI 1023			5,00	30,00
29	6	PD-29	Eje guia		INOX 10		210,00	1.260,00
30	6	PD-30	Separador superior	AISI 1023			5,00	30,00
31	6	PD-31	Brida inferior	AISI 1023			126,00	756,00
32	72		Tornillo de cabeza cilíndrica M6 x 12	8.8	DIN 912		0,50	36,00
33	48		Grasera M6				0,50	24,00
34	6	PD-34	Cilindro Hidraulico				550,00	3.300,00
35	1		Pavonado y zincado de todos los componenetes					310,00
TOTAL MATERIALES Y MANO DE OBRA							S/.	30.748,00

En la tabla 4.4 se muestra el presupuesto estimado para el diseño y fabricación de las plataformas de simulación desarrolladas en este proyecto.

Tabla 4.4 Costo estimado.

Presupuesto		S/. 99,796.00
a)	Costos directos	S/. 91,296.00
	Diseño	S/. 28,200.00
1	Documento de Investigación Antecedentes	S/. 4,200.00
2	Requisitos de diseño y análisis cinemático	S/. 9,600.00
3	Diseño Mecánico - Solución óptima	S/. 9,600.00
4	Planos de fabricación	S/. 4,800.00
	Fabricación y ensamble	S/. 63,096.00
1	Fabricación y compra de componentes	S/. 61,496.00
2	Ensamble plataforma dual	S/. 1,600.00
b)	Costos indirectos	S/. 8,500.00
1	Espacio físico para investigación y desarrollo	S/. 5,000.00
2	Computadora, softwares CAD,	S/. 2,500.00
3	Impresión Planos	S/. 500.00
4	Movilidad y transporte de materiales	S/. 500.00

OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

1. El diseño desarrollado en el presente trabajo de tesis se basa en el objetivo de que el mecanismo dual, (ambas plataformas en forma dual), puedan reproducir los movimientos del pie en la marcha humana normal.
2. El análisis del espacio de trabajo del mecanismo a futuro, podrá establecer el alcance del mecanismo para reproducir diferentes trayectorias y velocidades con el fin de conseguir movimientos repetitivos para diferentes tratamientos de rehabilitación.
3. Se realizó un análisis de interferencia utilizando SOLIDWORK, para las posiciones críticas, según la trayectoria establecida, sin embargo es posible integrar el análisis de interferencia en MATLAB de los actuadores conociéndose las dimensiones finales, y así poder conocer las posiciones singulares del mecanismo.
4. En el cálculo iterativo del espacio de trabajo, para conocer las dimensiones y posiciones de cada actuador así como sus características, es necesario asumir alguna de las variables como punto de partida (longitud de los actuadores, espacio de trabajo, limitaciones de dimensiones en el efector final, etc.), ya que se puede tener varias configuraciones y soluciones para la aplicación deseada. En este caso ya se contaba con las dimensiones de los actuadores.
5. Una de las desventajas del mecanismo paralelo con respecto a los mecanismos en serie es su limitado espacio de trabajo. Sin embargo para el este caso en particular, mecanismo Stewart-Gough, es posible mejorar el espacio modificando el ángulo de las uniones fijas (uniones universales) con respecto a la plataforma fija (en este caso el ángulo es 90°), según el desplazamiento u orientación que se desee incrementar en el efector final en cualquiera de las coordenadas generalizadas $[X, Y, Z, \Phi, \theta, \Psi]$.
6. Es necesario hacer una adecuada de selección del sistema de poder hidráulico para poder asegurar las velocidades a desarrollar por lo actuadores y simular así una marcha normal para el movimiento del pie.
7. En el desarrollo de mecanismos similares es posible hacer uso de uniones o juntas comerciales (uniones universales o de bolas) si se considera posiciones de orientación del efector final menos extremas.

8. El sistema de control para el mecanismo paralelo será estudio de un trabajo posterior.



CONCLUSIONES

1. El diseño mecánico desarrollado en el presente trabajo cumple con las condiciones requeridas para la función de simulador de marcha normal, así mismo se utilizó la configuración basada en la plataforma Stewart-Gough. Por lo que cumple con el objetivo principal establecido en el trabajo de tesis. Sin embargo cabe resaltar que en el desarrollo del diseño no se incluyó ni el sistema hidráulico ni el sistema de control.
2. El Análisis del espacio de trabajo de cada plataforma es fundamental para obtener la geometría básica de cada mecanismo, a este análisis se debe incluir el límite establecido por la carrera de los actuadores, el límite establecido por los ángulos de rotación de las uniones y el límite establecido por la interferencia entre actuadores. En el presente trabajo el análisis de interferencia entre actuadores se realizó evaluando las posiciones críticas de su trayectoria discretamente, sin embargo es posible compilar todas estas restricciones en un programa en MATLAB para que realicé una evaluación más exhaustiva y así conseguir un mapa con los límites del alcance del mecanismo, que ayudarían a su control.
3. En el diseño de mecanismos paralelos, y en concreto para el diseño del simulador de marcha normal de este trabajo, se identificaron dificultades con el uso de un único software comercial. Por la tanto, el disponer de diferentes softwares comerciales permite integrar las ventajas que cada software proporciona. En este caso se requirió modelación geométrica en 2D AUTOCAD (análisis preliminar de marcha, planos de ensamble y fabricación), modelación geométrica en 3D SOLIDWORK (identificación de interferencias, ensamble de componentes), análisis cinemático y de espacio de trabajo en MATLAB, análisis de cargas usando elementos finitos en COSMOSWORK, post procesamiento de resultados en MS EXCEL, entre otros.
4. Se consideró como un parámetro de diseño la estandarización de componentes, tanto para facilitar su fabricación y compra, como para disminuir su costo. Sin embargo, hay que señalar que los esfuerzos a los que están sometidos las uniones inferiores de la plataforma fija, son mayores a los esfuerzos a los que están sometidas las uniones móviles, (para este diseño en particular). Se concluye que no es necesario que los componentes sean

similares (cruceas, rodamientos), ya que el ahorro en costo será compensado con el tiempo de vida útil de estos elementos.

5. El costo de diseño fabricación y ensamble del simulador completo es elevado, sin embargo es el esperado para un par de plataformas capaces de reproducir 6 GDL, con una gran exactitud y precisión.



BIBLIOGRAFÍA

- [BONEV, 2007], BONEV, I (2007), *The true origins of parallel manipulators*, <http://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html>.
- [CORTEZ, 2001], CORTES, J (2001) *Motion planning algorithms for general closed-chain mechanisms*, *Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systems, These, doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse Ecole Doctorale Systems*.
- [ZABALZA, 1999]. ZABALZA, I (1999) *Síntesis cinemática y dinámica de mecanismos manipulador paralelo 6-RKS*, Tesis de doctorado, Departamento de Ingeniería Mecánica, energética y de Materiales, Universidad Pública de Navarra, Pamplona.
- [WARMKESSEL, 2004] WARMKESSEL, K, (2004), *Robotic treadmill may enable some patients with spinal cord injuries or stroke to learn to walk again* http://www.umm.edu/news/releases/robotic_treadmill.htm.
- [SCHMIDT, 2007] SCHMIDT H., WERNER R., BERNHARDT, HESSE, KRÜGER, *Gait rehabilitation machines based on programmable footplates J Neuroengineering Rehabil.*
Copyright © 2007 Schmidt et al; licensee BioMed Central Ltd.
- [BOIAN, 2004] R. F. BOIAN¹, G.C. BURDEA^{1,♦}, J.E. DEUTSCH², and S. H. Winter *"Street Crossing Using a Virtual Environment Mobility Simulator "* CAIP Center, Rutgers University, NJ, USA, 2004
- [ZINKOVSKY, 1996] ZINKOVSKY, V, V.A. SHOLUHA, A.A. IVANOV, (1996) *Mathematical modelling and computer simulation of biomechanical systems"* editorial World Scientific.
- [WHITTLE, 1996] WHITTLE M (1996), *Gait analysis: An introduction*, editorial Butterworth-Heinemann.
- [GERALD, 1996] GERALD F, (1996), *Human motion analysis: current applications and future directions*, editorial IEEE.

- [HRELJAC, 1995] HRELJAC,A, IMAMURA, R, ESCAMILLA, R, EDWARDS, W.
When does a gait transition occur during human locomotion?.California State University, Department of Kinesiology and Health Science, Sacramento, CA, USA
- [GALLARDO, 2004] J GALLARDO-ALVARADO, J.M. RICO-MARTINEZ Y H. OROZCO-MENDOZA. Un algoritmo para resolver la cinemática directa de plataformas Gough-stewart tipo 6-3; Departamento de Ing. Mecánica, Instituto tecnológico de Celaya, Mexico, 2004.
- [BARRIENTOS, 1997] A. BARRIENTOS, L.F. PEÑIN, C. BALAGUER, R.ARACI,
“Fundamentos de Robótica” editorial McGraw Hill 1era edicion1997.
- [CRUZ, 2002] P. CRUZ, R. FERREIRA *kinematic modeling of stewart-gough platforms*, Institute for Systems and Robotics, João Silva Sequeira Instituto Superior Técnico, Institute for Systems and Robotics Lisboa, Portugal
- [MERLET, 1999] J. MERLET, INRIA Sophia-Antipolis, Determination of 6D-workspaces of gough-type parallel manipulator and comparison between different geometries. Int. J. of Robotics Research, 1999.
- [ZHANG, 2005] B. Zhang, Design and implementation of a 6 DOF parallel manipulator with passive force control. University of Florida 2005.
- [BARÁNOV, 2007] G. BARÁNOV, Curso de la teoría de mecanismos y máquinas. Editorial MIR –Moscú ,1979.
- [MERLET, 2004] J. MERLET Forward kinematics of non-polyhedral parallel manipulators, J-P Merlet InRIA Centre de Sophia antipolis 2004
- [GUO, 2006] H. GUO AND H. LI, Dynamic analysis and simulation of a six degree of freedom Stewart platform manipulator. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Journal of Mechanical Engineering Science, Volume 220, Number 1, pp. 61-72(12), 2006.