

ÍNDICE DE ANEXOS

A1	Desarrollo de ejemplo básico 1 mediante métodos analíticos.....	1
A2	Desarrollo de ejemplo básico 2 mediante métodos analíticos.....	5
A3	Desarrollo de ejemplo básico 3 mediante métodos analíticos.....	9
A4	Metodología para mallado en ANSYS.....	11



ANEXOS

A1 Desarrollo de ejemplo básico 1 mediante métodos analíticos

A1.1 Solución mediante el método de Goldsmith

Para el cálculo del desplazamiento y esfuerzo máximo, se utilizará el método de energía de Goldsmith detallado en el Capítulo 1. Para calcular el esfuerzo máximo, se utiliza la ecuación (1.30) con el valor de σ_o que es igual a $\rho * c * v_{2o}$. Operando:

$$\sigma_{max} = \sigma_o \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = 223.97 \text{ MPa} \quad (\text{A1.1})$$

A1.2 Solución mediante el método de Spotts & Shoup

Aplicando el método de Spotts & Shoup por medio de la ecuación (1.32):

$$\sigma_{max} = \frac{v_{2o}}{A} * \sqrt{4k * m_2 \frac{\left[1 + \frac{m_1}{3m_2}\right]}{\left[2 + \frac{m_1}{m_2}\right]^2}} = 207.34 \text{ MPa} \quad (\text{A1.2})$$

donde $k = EA/L$.

A1.3 Solución mediante el método de Pisarenko

Para emplear este método, se considera que el cuerpo que impacta cae desde una altura H y que la viga se encuentra empotrada al piso tal cual se muestra en la Figura A1-1. Con lo anterior, se logra una similitud entre la geometría real y la

geometría requerida en el método de Pisarenko que considera un cuerpo que cae desde una determinada altura.

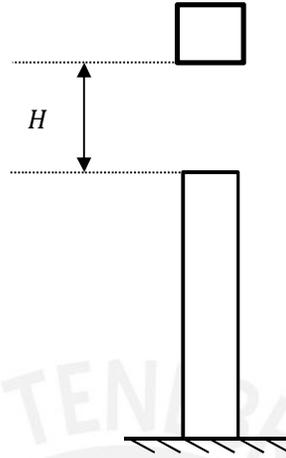


Figura A1-1: Geometría para el método de Pisarenko

Utilizando el primer método de Pisarenko, en el que no se considera la masa de la viga impactada ni condiciones de impacto, el coeficiente de cargas dinámicas k_d se determina usando la ecuación (1.43). Para calcular dicho valor es necesario conocer el valor de la fuerza estática producida como el desplazamiento en la viga debido a ésta. El valor de la fuerza estática F_{est} es igual a la masa por la gravedad y su desplazamiento se calcula mediante el teorema de Castigliano usando la siguiente expresión:

$$F_{est} = m_2 g = 7.065 * 9.81 = 69.2 \text{ N}$$

$$\delta_{est} = \frac{F_{est} * L}{EA} = 2E^{-4}m \quad (A1.3)$$

El valor de H se calcula mediante la siguiente expresión:

$$H = \frac{v_{2o}^2}{2g} \quad (A1.4)$$

Reemplazando valores en la ecuación (1.43), se obtiene el valor de k_d :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{est}}} = 2913.84 \quad (A1.5)$$

La fuerza producida por el impacto denominada por Pisarenko como fuerza dinámica F_{din} se calcula mediante:

$$F_{din} = F_{est} * k_d = 201.64 \text{ kN} \quad (\text{A1.6})$$

Dada la nueva fuerza dinámica F_{din} , se calcula el desplazamiento de la viga utilizando nuevamente el teorema de Castigliano.

$$\delta_{din} = \frac{F_{din} * L}{EA} = 0.56 \text{ mm} \quad (\text{A1.7})$$

Utilizando conceptos de resistencia de materiales, se calcula el esfuerzo de flexión máximo σ_{max} utilizando la ecuación:

$$\sigma_{max} = \frac{F_{din}}{A} = 224.05 \text{ MPa} \quad (\text{A1.8})$$

En el segundo método, en el que se tiene en cuenta la masa de la viga impactada y condiciones de impacto, el coeficiente de cargas dinámicas k_d se determina mediante la ecuación (1.44). El valor de α se obtiene de la Tabla 1.2 cuyo valor es:

$$\alpha = \frac{1}{3} \quad (\text{A1.9})$$

El valor de β se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\beta = m_1/m_2 = 0.5 \quad (\text{A1.10})$$

Reemplazando los valores de α , β y δ_{est} en la ecuación (1.44), se tiene:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{est} * (1 + \alpha * \beta)}} = 2697.47 \quad (\text{A1.11})$$

Con el mismo procedimiento anterior, la fuerza producida por el impacto denominada por Pisarenko como fuerza dinámica F_{din} se calcula mediante:

$$F_{din} = F_{est} * k_d = 186.67 \text{ kN} \quad (\text{A1.12})$$

Dada la nueva fuerza dinámica F_{din} , se calcula el desplazamiento de la viga utilizando nuevamente el teorema de Castigliano:

$$\delta_{din} = \frac{F_{din} * L}{EA} = 0.52 \text{ mm} \quad (A1.13)$$

Finalmente, utilizando conceptos de resistencia de materiales, se calcula el esfuerzo de flexión máximo σ_{max} utilizando la ecuación:

$$\sigma_{max} = \frac{F_{din}}{A} = 207.41 \text{ MPa} \quad (A1.14)$$

A1.4 Solución mediante el método de propagación de ondas

Finalmente, utilizando el método de propagación de ondas, el valor de tensión inicial debido al impacto es dado por el valor σ_o calculado anteriormente. Conforme la Figura 1-6 se puede observar que, para una relación de masas $\alpha = 0.5$, el pico de tensión es alcanzado en el primer periodo de reflexión de la onda con un valor de 1.368 mayor que σ_o . Por lo tanto, el valor del esfuerzo máximo es:

$$\sigma_{max} = 1.368 * \sigma_o = 216.82 \text{ MPa} \quad (A1.15)$$

En la Tabla A1.1 se muestran los diferentes valores de esfuerzos máximos obtenidos por el método de energía de Goldsmith, Spotts & Shoup, Pisarenko y por el método de propagación de ondas para las velocidades de impacto de 4, 6 y 8 m/s.

Tabla A1.1: Esfuerzo máximo de impacto longitudinal para diferentes velocidades de impacto

		Esfuerzo máximo (MPa)		
		v = 4 m/s	v = 6 m/s	v = 8 m/s
Métodos de energía	Goldsmith	223.97	335.96	447.94
	Spotts & Shoup	207.34	311	414.67
	Pisarenko (1er Método)	224.05	336.04	448.02
	Pisarenko (2do Método)	207.41	311.08	414.75
Propagación de ondas		216.82	325.23	433.64

A2 Desarrollo de ejemplo básico 2 mediante métodos analíticos

A2.1 Solución mediante el método de Pisarenko

Usando el primer método de Pisarenko, en el que no se considera la masa de la viga impactada, el coeficiente de cargas dinámicas k_d se determina usando la ecuación (1.43). Para calcular dicho valor es necesario conocer el valor de la fuerza estática producida como el desplazamiento en la viga debido a ésta. El valor de la fuerza estática F_{est} es igual a la masa por la gravedad y su desplazamiento máximo, ubicado en la mitad de la viga, se calcula mediante el teorema de Castigliano utilizando la siguiente expresión:

$$F_{est} = m_2 g = 4 * 9.81 = 39.43 \text{ N}$$

$$\delta_{est} = \frac{F_{est} * L^3}{48EI} = 7.6E^{-6} \text{ m}$$
(A2.1)

Reemplazando valores en la ecuación (1.43), se obtiene el valor de k_d :

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{est}}} = 464.08$$
(A2.2)

La fuerza producida por el impacto denominada por Pisarenko como fuerza dinámica F_{din} se calcula mediante:

$$F_{din} = F_{est} * k_d = 18.29 \text{ kN} \quad (A2.3)$$

Dada la nueva fuerza dinámica F_{din} , se calcula el desplazamiento de la viga utilizando nuevamente el teorema de Castigliano:

$$\delta_{din} = \frac{F_{din} * L^3}{48EI} = 3.53 \text{ mm} \quad (A2.4)$$

Utilizando conceptos de resistencia de materiales, se calcula el momento flector máximo que se encuentra en la mitad de viga con la siguiente expresión:

$$M_f = \frac{F_{din} * L}{4} = 2287.23 \text{ N.m} \quad (A2.5)$$

donde $c = 15 \text{ mm}$ y representa la distancia del eje neutro a la fibra más alejada de la sección transversal de la viga.

Finalmente, con el momento flector M_f , se calcula el esfuerzo de flexión máximo σ_{max} utilizando la ecuación:

$$\sigma_{max} = \frac{M_f * c}{I_x} = 508.27 \text{ MPa} \quad (A2.6)$$

En el segundo método, en el que se tiene en cuenta la masa de la viga impactada y condiciones de impacto, el coeficiente de cargas dinámicas k_d se determina mediante la ecuación (1.44). El valor de α se obtiene de la Tabla 1.2 cuyo valor es:

$$\alpha = 0.733 \quad (A2.7)$$

El valor de β se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\beta = m_1/m_2 = 0.88 \quad (A2.8)$$

Reemplazando los valores de α , β y δ_{est} en la ecuación (1.44), se tiene:

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{est} * (1 + \alpha * \beta)}} = 362.11 \quad (A2.9)$$

Con el mismo procedimiento anterior, la fuerza producida por el impacto denominada por Pisarenko como fuerza dinámica F_{din} se calcula mediante:

$$F_{din} = F_{est} * k_d = 14.28 \text{ kN} \quad (A2.10)$$

Dada la nueva fuerza dinámica F_{din} , se calcula el desplazamiento de la viga utilizando nuevamente el teorema de Castigliano:

$$\delta_{din} = \frac{F_{din} * L^3}{48EI} = 2.75 \text{ mm} \quad (A2.11)$$

Utilizando conceptos de resistencia de materiales, se calcula el momento flector máximo que se encuentra en la mitad de viga con la siguiente expresión:

$$M_f = \frac{F_{din} * L}{4} = 1784.65 \text{ N.m} \quad (A2.12)$$

donde $c = 15 \text{ mm}$ y representa la distancia del eje neutro a la fibra más alejada de la sección transversal de la viga.

Finalmente, con el momento flector M_f , se calcula el esfuerzo de flexión máximo σ_{max} utilizando la ecuación:

$$\sigma_{max} = \frac{M_f * c}{I_x} = 396.59 \text{ MPa} \quad (A2.13)$$

En la Tabla A2.1 se muestran los diferentes valores de esfuerzos máximos obtenidos por el método de energía de Pisarenko para las velocidades de impacto de 4, 6 y 8 m/s.

Tabla A2.1: Esfuerzo máximo de impacto transversal en viga bi-apoyada para diferentes velocidades de impacto

		Esfuerzo máximo (MPa)		
		v = 4 m/s	v = 6 m/s	v = 8 m/s
Métodos de energía	Pisarenko (1er Método)	508.27	761.96	1015.45
	Pisarenko (2do Método)	396.59	594.34	792.08

En la Tabla A2.2 se muestran los diferentes valores de desplazamiento máximo obtenidos por el método de energía de Pisarenko para las velocidades de impacto de 4, 6 y 8 m/s.

Tabla A2.2: Desplazamiento máximo de impacto transversal en viga bi-apoyada para diferentes velocidades de impacto

		Desplazamiento máximo (mm)		
		v = 4 m/s	v = 6 m/s	v = 8 m/s
Métodos de energía	Pisarenko (1er Método)	3.53	5.29	7.05
	Pisarenko (2do Método)	2.75	4.13	5.5



A3 Desarrollo de ejemplo básico 3 mediante métodos analíticos

En el cálculo del esfuerzo máximo de torsión en una viga empotrada se considera a la viga como un resorte de rigidez donde J_t es el momento polar de inercia. La rigidez es dada por la siguiente expresión:

$$k = GJ_t/L \quad (\text{A3.1})$$

Donde G es el módulo de cizalladura y J_t es el momento polar de inercia calculado mediante la siguiente expresión:

$$J_t = \frac{l^2}{12} (2l^2) = \frac{0.03^2}{12} (2 * 0.03^2) = 1,35E - 7 \text{ m}^4 \quad (\text{A3.2})$$

donde l es el lado del cubo que impacta.

Reemplazando en la ecuación (A3.1):

$$k = G * J_t/L = \frac{7.692E10 * 1,35E - 4}{0.5} = 17570.066 \text{ N.rad/m} \quad (\text{A3.3})$$

Igualando la energía potencial elástica absorbida por la viga con la energía cinética de los dos cuerpos que impactan se tiene el ángulo desplazado mediante la ecuación (1.48):

$$\theta = v_{2o} \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 5 * \sqrt{\frac{0.053}{17570.066}} = 0.009 \text{ rad} \quad (\text{A3.4})$$

Usando la ecuación (1.49), el esfuerzo de cizallamiento máximo, τ_{max} , es dado por:

$$\tau_{max} = \frac{k\theta}{W_t} = \frac{k\theta}{0.208 * l^3} = \frac{17570.066 * 0.009}{0.208 * 0.03^3} = 27,18 \text{ MPa} \quad (\text{A3.5})$$

donde W_t es el módulo de resistencia a la torsión.



A4 Metodología para mallado en ANSYS

El mallado para el análisis por MEF es una tarea básica que puede resultar complicada en muchos casos. Adicionalmente, la generación de la malla es uno de los factores que influyen en la precisión de los resultados. Por un lado, el error de las soluciones obtenidas mediante el MEF depende del tamaño de los elementos y, por otro, para la mayoría de casos la presencia de elementos distorsionados disminuye la precisión de la solución.

Es por ello que, para la simulación de problemas de impacto, se requiere que los elementos del mallado tengan las siguientes características:

- Tamaño uniforme del elemento:
Este tamaño influye ya que los elementos de menor tamaño controlan el intervalo de tiempo (*time step*) utilizado para avanzar el tiempo en la solución. Además que los análisis procesan ondas de esfuerzo dinámicas que se propagan por toda la malla.
- Control del tamaño del elemento a lo largo de la malla definido por el usuario:
Usualmente los análisis implícitos presentan una región estática de concentración de esfuerzo donde la malla es refinada, es decir, depende considerablemente de la geometría. Caso contrario, en los análisis explícitos, la ubicación de las regiones de altos esfuerzos cambian

constantemente con la propagación de ondas de esfuerzo a través de la malla.

- Las transiciones del mallado deben ser suaves para obtener la máxima precisión.
- Para análisis explícitos se prefiere el mallado hexaédrico ya que proporciona resultados más eficientes y, algunas veces, es más preciso en análisis transitorios lentos.

Para comenzar a definir la malla es necesario definir el tipo de método de mallado. ANSYS presenta varios tipos de métodos los cuales se presentan a continuación:

I. Para cuerpos sólidos (*Solid Bodies*)

a) Automático (*Automatic*)

Este método es una combinación de la conformación tetraédrica por partes (*Tetrahedron Patch Conforming*) y el método de barrido (*Sweep Method*). Identifica automáticamente los cuerpos que pueden ser barridos y crea una malla de barrido. Todos los cuerpos que no pueden ser barridos son mallados usando el método tetraédrico.

b) Tetraédrico (*Tetrahedron*)

Este método presenta ventajas tales como que cualquier volumen arbitrario puede ser llenado por elementos tetraédricos y pueden ser generados rápida y automáticamente para geometrías complejas. Por otro lado, sus desventajas son que presentan un mayor número de elementos y nodos en comparación con la malla hexaédrica para una misma densidad de malla. Adicionalmente, no es recomendable para cuerpos delgados o anillos debido a la no isotropía de la geometría y naturaleza del elemento.

Este método presenta dos variantes: la conformación tetraédrica por partes (*Tetrahedron Patch Conforming*) y conformación tetraédrica por partes independientes (*Tetrahedron Patch Independent*). En la primera, todas las caras, vértices y bordes de la geometría del cuerpo son respetados durante la generación de la malla. Caso contrario, sucede en la segunda variante donde las características geométricas no son respetadas. La variante de *Patch Conforming* no es recomendada para análisis explícitos. En la Figura A4-1 se muestra la diferencia entre ambas variantes.

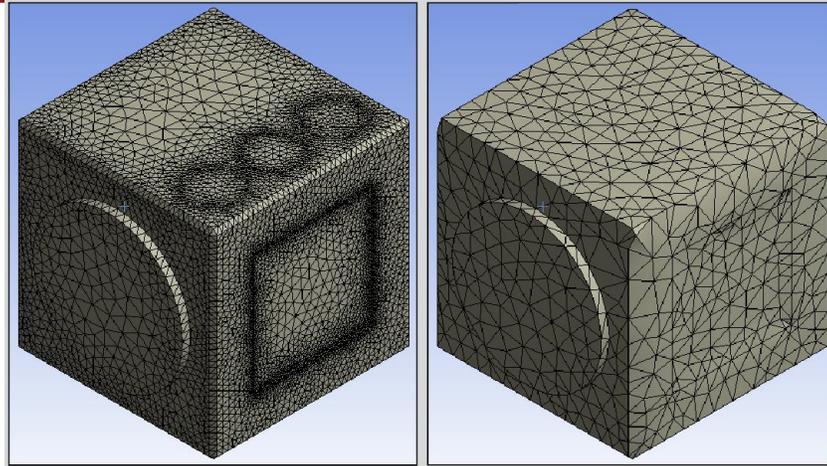


Figura A4-1: Diferencia entre Patch Conforming (izquierda) y Patch Independent (derecha) (ANSYS, 2010)

c) Hexaédrico (*Hex Dominant*)

Este método es muy útil para mallar cuerpos que no pueden ser barridos y muy recomendable para cuerpos con grandes volúmenes interiores. Como ventaja presenta un número reducido de elementos generados logrando una rápida convergencia, elementos alineados en la dirección de flujo que permiten mejorar la precisión de los resultados. También este método presenta un reducido error numérico.

d) Mallado por barrido (*Sweep*)

El mallado tiene como inicio una superficie desde la cual se hace un barrido hasta la superficie objetivo generando elementos hexagonales/acuñados. Los cuerpos deben tener caras topológicamente idénticas en los extremos ya que éstas actúan como origen y destino. En la Figura A4-2, se muestra el proceso de mallado por barrido.

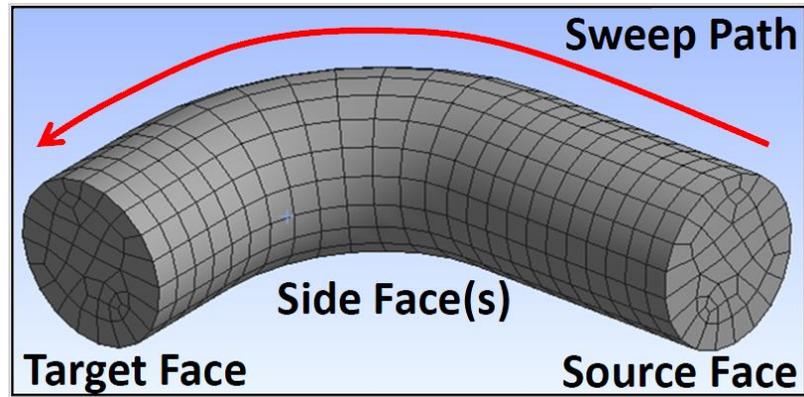


Figura A4-2: Mallado por barrido (Sweep) (ANSYS, 2010)

e) Mallado Multizona (*Multizone*)

Este método descompone automáticamente la geometría y usa bloques estructurados y no-estructurados. Genera mallas hexaédricas estructuradas donde es posible y rellena la región vacía con mallas no estructuradas. En comparación al método de barrido (*Sweep*), este método puede tener varias superficies de origen y de destino.

II. Para placas (*Surface Bodies*)

ANSYS posee las siguientes variantes: *Quadrilateral Dominant*, *Triangles*, *Uniform Quad / Tri* y *Uniform Quad* las cuales ayudan a las simulaciones mediante una buena elección del tamaño del elemento. La variante Triángulos (*Triangles*) no es recomendada para el análisis explícito.

Con la definición del método de mallado es posible seguir con el proceso de mallado que propone el ANSYS. En la Figura A4-3, se muestra este proceso.

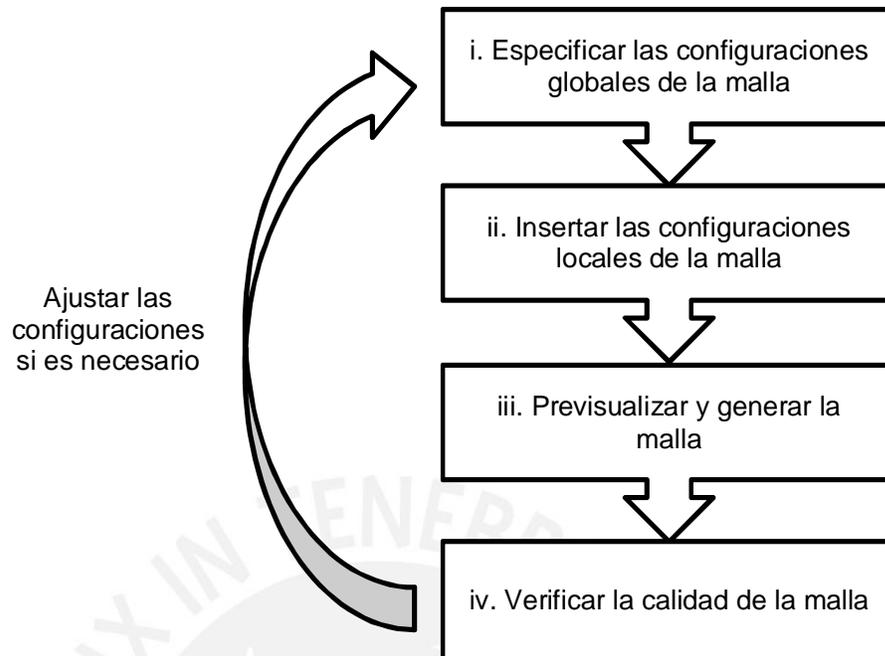


Figura A4-3: Proceso de mallado en ANSYS

A continuación, se presenta el proceso de la figura anterior detallado con las herramientas que ofrece el software ANSYS.

i. Especificar las configuraciones globales de la malla

Las configuraciones globales de la malla se utilizan para hacer el ajuste global en la estrategia de mallado, que incluye funciones de tamaño, de inflación, de suavización, de ingreso de parámetros, etc.

Una de las configuraciones globales es dada por el problema físico a analizar. Esta opción se llama *Physics Based Meshing*. La selección de una de las opciones definirá controles como:

- Elementos sólidos de mitad de tamaño de nodos (*Solid element mid-side nodes*)
- Revisión de la forma de los elementos (*Element shape checking*)
- Transición (*Transitioning*)

Las opciones de problemas físicos son: Mecánica (*Mechanical*), Electromagnetismo (*Electromagnetics*), CFD, Análisis explícito (*Explicit*).

Adicionalmente, se puede configurar los siguientes parámetros:

- Valores predeterminados (*Defaults*): Definición del problema físico y preferencias de Solver
- Medición (*Sizing*): Especificar la función de tamaño (la curvatura, proximidad, fijo), los tamaños de malla, tasa de crecimiento, etc.
- Relevancia (*Relevance*): Especifica la finura de los elementos de mallado.
- Centro de relevancia (*Relevance Center*): Configura el indicador del control de relevancia deslizante.
- Inflación (*Inflation*): Crecimiento de la capa del prisma
- Ensamble de mallado (*Assembly Meshing*): Define el método de ensamble de mallado (Ninguno, *CutCell* o Tetraedros)
- Opciones de Conformación por partes (*Patch Conforming Options*): mallador de superficie "Tri"
- Avanzado (*Advanced*): parámetros de malla avanzados
- *Defeaturing*: Ignora las pequeñas características de la geometría para mejorar la calidad de la malla
- Estadísticas (*Statistics*): Visualiza el contador de malla y la calidad de la malla.

ii. Insertar las configuraciones locales de la malla

Las configuraciones locales de la malla se utilizan para controlar la malla localmente por dimensionamiento, tamaño de contacto, refinamiento, cara asignada de mallado o inflación de entidades geométricas (cuerpos, caras, bordes, etc.) según sea necesario. Las configuraciones que tienen más influencia en los análisis de impacto son el dimensionamiento y el tamaño de contacto.

En el caso de dimensionamiento (*Sizing*) puede ser aplicado a cuerpos, caras, vértices o bordes mediante 3 opciones:

- Tamaño del elemento (*Element Size*): aplicado a cuerpos, caras y bordes
- Número de divisiones (*Number of Divisions*): aplicado a bordes
- Esfera de influencia (*Sphere of Influence*): aplicada a cuerpos, caras, bordes y vértices.

En el caso de tamaño de contacto (*Contact Sizing*), esta opción genera elementos de tamaños similares en las caras de los contactos entre cuerpos. Existen 2 opciones para realizarlo: por tamaño del elemento (*Element Size*) en el cual se introduce el valor del tamaño del elemento deseado y por relevancia (*Relevance*) donde el tamaño de los elementos en contacto son determinados por el software

mediante una esfera de influencia con la determinación automática del radio de la misma en función al valor de relevancia especificada por el usuario.

iii. Previsualizar y generar la malla

En esta etapa, se genera la malla con las configuraciones anteriores deseadas por el usuario. Así mismo, se puede realizar una previsualización del mallado mediante vistas en sección o rotación de los cuerpos a analizar.

iv. Verificar la calidad de la malla

Una buena calidad de la malla significa que ésta tenga una calidad ortogonal en el rango correcto, que la malla sea válida para el fenómeno físico a simular, su solución es independiente del mallado y que los detalles geométricos del modelo son considerados en la malla.

Una mala calidad en el mallado puede producir dificultades en la convergencia, una mala descripción física del modelo y una solución poco precisa.

Por estas razones, el usuario debe revisar los criterios de calidad y mejorar el mallado si es necesario. También, debe pensar sobre los parámetros del modelo y de solución antes de generar la malla. Finalmente, se debe realizar un estudio de los parámetros de la malla.

Filename: Anexos vFeb
Directory: F:\Cd Tesis DGL\AnexosFALTA
Template: C:\Documents and Settings\dguardam\Application
Data\Microsoft\Templates\Normal.dotm
Title:
Subject:
Author: David
Keywords:
Comments:
Creation Date: 2/22/2013 4:34:00 PM
Change Number: 17
Last Saved On: 9/18/2013 8:46:00 AM
Last Saved By: Guardamino Leon, David German
Total Editing Time: 49 Minutes
Last Printed On: 9/18/2013 8:46:00 AM
As of Last Complete Printing
Number of Pages: 18 (approx.)
Number of Words: 2,970 (approx.)
Number of Characters: 16,934 (approx.)

