

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**ESCUELA DE POSGRADO**



**PROPUESTA DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA  
LA ENSEÑANZA DE PORCENTAJES A ESTUDIANTES  
DE ADMINISTRACIÓN Y SISTEMAS**

**TESIS**

**PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**MAGÍSTER EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**PRESENTADA POR:**

**JUDITH CATHERINE CHAVEZ SALINAS**

**ASESOR DE TESIS:**

**DR. ULDARICO MALASPINA JURADO**

**MIEMBROS DEL JURADO**

**MG. MIGUEL GONZAGA RAMÍREZ**

**DR. ULDARICO MALASPINA JURADO**

**DRA. JESÚS FLORES SALAZAR**

**Lima – Perú  
2013**



## **DEDICATORIA**

A mi madre Lily Salinas, quien siempre  
está conmigo apoyándome.

Con mucho cariño.

## AGRADECIMIENTOS

Mi agradecimiento a todas las personas, quienes directa e indirectamente me apoyaron en el desarrollo de este trabajo, aportando con ideas, opiniones y sugerencias.

En especial:

Al Dr. Uldarico Malaspina Jurado, mi asesor de tesis, por su valiosa orientación desde el inicio del desarrollo de este trabajo de investigación.

A todos mis profesores de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú, por sus enseñanzas y orientaciones.

A mi familia, a mi madre Lily, a mi padre Próspero y mi hermana Edith, por el apoyo e incentivo que me dieron para la culminación de este trabajo de investigación.

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación, detalla el diseño, aplicación y análisis de resultados de una secuencia didáctica elaborada en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas, con el apoyo metodológico de la Ingeniería Didáctica, que contribuye a que los alumnos usen el concepto de porcentajes para resolver problemas, teniendo una perspectiva más amplia. Aunque este tema está presente en los diseños curriculares escolares y reaparece no solo en los cursos iniciales de toda carrera profesional, especialmente en la carrera de Administración y Sistemas – que usa este concepto con bastante énfasis – su desarrollo generalmente está basado en el manejo mecánico de la regla de tres simple y la perspectiva parte-todo, desaprovechando oportunidades de interrelacionar otros criterios como son el de razón, proporcionalidad directa y la función lineal.

El trabajo realizado lleva a concluir, esencialmente, que: Es posible diseñar una secuencia didáctica que contribuya a que los estudiantes tomen conciencia de que el objeto matemático porcentajes no se reduce al campo de la aritmética y a la regla de tres simple. Utilizan distintas estrategias para resolver problemas y calcular porcentajes mayores que el 100%, y reconocen equivalencias entre distintas expresiones de porcentaje, como una fracción o como un decimal. Los estudiantes pueden resolver problemas de porcentajes con recursos algebraicos, planteando y resolviendo ecuaciones lineales. Los estudiantes llegan a tener una visión amplia de porcentajes, más allá de la visión parte-todo, especialmente al trabajar con funciones lineales que les permiten resolver problemas con porcentajes mayores que el 100%. Cabe destacar que los estudiantes resolvieron una situación planteada usando una función lineal por tramos, que apareció de manera natural, a pesar de no ser un tema que se haya tratado previamente.

Palabras clave: Teoría de Situaciones Didácticas. Porcentajes.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Representación gráfica del 25% de descuento mediante una función lineal .....	48
Figura 2.	Representación gráfica del 15% de descuento mediante una función lineal .....	49
Figura 3.	¿Qué porcentaje expresa la función lineal graficada? .....	49
Figura 4.	Respuesta a la pregunta 1 de la prueba de exploración de conocimientos, ítems a) y b) .....	56
Figura 5.	Respuesta a la pregunta 4 de la prueba de exploración de conocimientos, ítem b) .....	57
Figura 6.	Respuesta a la pregunta 7 de la prueba de exploración de conocimientos .....	57
Figura 7.	Respuesta a la pregunta 8 de la prueba de exploración de conocimientos .....	58
Figura 8.	Sexo del estudiante .....	82
Figura 9.	Edad del estudiante .....	82
Figura 10.	Lugar de procedencia del estudiante .....	82
Figura 11.	Modalidad del colegio de procedencia .....	83
Figura 12.	Tiempo de preparación .....	83
Figura 13.	Modalidad de ingreso .....	83
Figura 14.	Horas semanales de estudio .....	83
Figura 15.	Situación del estudiante respecto al tema de porcentaje .....	84
Figura 16.	Respuesta a la situación 1.1, ítems a) y d) .....	86
Figura 17.	Respuesta a la situación 1.1, ítem b) .....	87
Figura 18.	Respuesta a la situación 1.1, ítem c) (Utiliza regla de tres simple) .....	87
Figura 19.	Respuesta a la situación 1.1, ítem c) (Utiliza porcentaje como razón).....	87
Figura 20.	Respuesta a la situación 1.1, ítem e) .....	88
Figura 21.	Respuesta a la situación 1.1, ítem f) .....	88
Figura 22.	Respuesta a la situación 1.1, ítem g) .....	89
Figura 23.	Respuesta a la situación 1.1, ítems a - g (Grupo 1).....	90

Figura 24. Respuesta a la situación 1.1, ítems a - g (Grupo 2).....	91
Figura 25. Respuesta a la situación 1.2, ítems a) y b) .....	92
Figura 26. Respuesta a la situación 1.3, ítem b) .....	93
Figura 27. Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 3).....	94
Figura 28. Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 2).....	95
Figura 29. Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 4).....	95
Figura 30. Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 1).....	96
Figura 31. Respuesta a la situación 2.1, ítem a) .....	98
Figura 32. Respuesta a la situación 2.1, ítem b) .....	99
Figura 33. Respuesta a la situación 2.1, ítem d) (Uso de regla de tres simple).....	100
Figura 34. Respuesta a la situación 2.1, ítem d) (Suma de porcentajes).....	100
Figura 35. Respuesta a la situación 2.1, ítem d) (Uso incorrecto del porcentaje como razón) .....	100
Figura 36. Respuesta a la situación 2.1, ítem e) .....	101
Figura 37. Respuesta a la situación 2.1, ítem f) (Grupo 1) .....	102
Figura 38. Respuesta a la situación 2.1, ítem f) (Grupo 2) .....	103
Figura 39. Respuesta a la situación 2.1, ítem g) .....	103
Figura 40. Respuesta a la situación 3.1, ítem b) (Proceso incorrecto) .....	106
Figura 41. Respuesta a la situación 3.1, ítem a) .....	107
Figura 42. Respuesta a la situación 3.1, ítem b) (Proceso correcto) .....	107
Figura 43. Respuesta a la situación 3.1, ítem c) .....	108
Figura 44. Respuesta a la situación 3.1, ítem d) .....	108
Figura 45. Respuesta a la situación 3.1, ítem c) (Uso de la regla de tres simple) .....	108
Figura 46. Respuesta a la situación 3.1, ítem d) (Uso de la regla de tres simple) .....	109
Figura 47. Respuesta a la situación 3.2, ítems b) y c) .....	111
Figura 48. Respuesta a la situación 3.2, ítems b) y c) (Se aproxima a la fórmula de variación porcentual) .....	111
Figura 49. Respuesta a la situación 3.2, ítem d) (Grupo 1) .....	112

Figura 50.	Respuesta a la situación 3.2, ítem d) (Grupo 2) .....	112
Figura 51.	Respuesta a la situación 3.2, ítem d) (Error en el proceso) .....	113
Figura 52.	Respuesta a la situación 3.2, ítem e) (Fórmula de la variación porcentual dada por el Grupo 1) .....	113
Figura 53.	Respuesta a la situación 3.2, ítem e) (Fórmula de la variación porcentual dada por el Grupo 2) .....	114
Figura 54.	Respuesta a la situación 3.2, ítem e) (Fórmula de la variación porcentual dada por el Grupo 3) .....	114
Figura 55.	Respuesta a la situación 3.2, ítem f) .....	115
Figura 56.	Respuesta a la situación 3.2, ítem g) .....	116
Figura 57.	Respuesta a la situación 4.1, ítem a) (Error al expresar porcentajes mayores al 100%) .....	118
Figura 58.	Respuesta a la situación 4.1, ítem a) (Expresa porcentajes mayores al 100%) .....	118
Figura 59.	Respuesta a la situación 4.1, ítem b) .....	119
Figura 60.	Artículo periodístico sobre las exportaciones en el Perú entre 2011 y 2012.....	119
Figura 61.	Respuesta a la situación 4.1, ítem c) (Uso de la fórmula de variación porcentual).....	120
Figura 62.	Respuesta a la situación 4.1, ítem c) (Uso de un algoritmo diferente a la fórmula de variación porcentual).....	121
Figura 63.	Respuesta a la situación 4.1, ítem c) (No usaron la fórmula de variación porcentual).....	121
Figura 64.	Respuesta a la situación 4.1, ítem d) (Grupo 1) .....	122
Figura 65.	Respuesta a la situación 4.1, ítem d) (Grupo 2) .....	123
Figura 66.	Respuesta a la situación 4.2, ítem b) .....	124
Figura 67.	Respuesta a la situación 4.2, ítem c) (Precisa dominio de las funciones) .....	125
Figura 68.	Respuesta a la situación 4.2, ítem c) (No precisa dominio de las funciones) .....	126
Figura 69.	Respuesta a la situación 4.2, ítem d) (Grupo 1) .....	127
Figura 70.	Respuesta a la situación 4.2, ítem d) (Grupo 2) .....	127
Figura 71.	Respuesta a la situación 4.2, ítem e) (Grupo 1) .....	128
Figura 72.	Respuesta a la situación 4.2, ítem e) (Grupo 1) .....	129

Figura 73. Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final, ítem b) .....	170
Figura 74. Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final, ítem c) .....	170
Figura 75. Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final, ítem c) (Porcentaje como fracción) .....	171
Figura 76 Respuesta a la pregunta 3 de la prueba final, ítems a) y b).....	171
Figura 77 Respuesta a la pregunta 1 de la prueba final, ítem d) .....	172
Figura 78 Respuesta a la pregunta 2 de la prueba final, ítem d) .....	172
Figura 79 Respuesta a la pregunta 4 de la prueba final, ítem b) .....	173
Figura 80 Respuesta a la pregunta 4 de la prueba final, ítem c) .....	173





## LISTA DE TABLAS

Tabla 1.	Resultados de la calificación cualitativa de la prueba de exploración de conocimientos .....	55
Tabla 2.	Sexo de los estudiantes evaluados .....	82
Tabla 3.	Edad del estudiante .....	82
Tabla 4.	Lugar de procedencia .....	82
Tabla 5.	Modalidad del colegio de procedencia .....	83
Tabla 6.	Tiempo de preparación para ingresar a la universidad .....	83
Tabla 7.	Modalidad de ingreso a la universidad .....	83
Tabla 8.	Horas semanales que estudia el curso fuera de clase .....	83
Tabla 9.	Situación del estudiante respecto al tema de porcentaje .....	84
Tabla 10.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.1 (parte individual) .....	85
Tabla 11.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.1 (parte grupal) .....	90
Tabla 12.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.2 .....	91
Tabla 13.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.3 .....	92
Tabla 14.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 2.1 .....	97
Tabla 15.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 3.1 .....	105
Tabla 16.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 3.2 .....	109
Tabla 17.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 4.1 .....	116
Tabla 18.	Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 4.2 .....	123

## LISTA DE CUADROS

Cuadro 1	Desarrollo cronológico del porcentaje .....	35
Cuadro 2	Descripción de los conocimientos previos evaluados .....	54
Cuadro 3	VARIABLES MICRODIDÁCTICAS .....	62
Cuadro 4	Actividades de aprendizaje y variables microdidácticas .....	63
Cuadro 5	Descripción del material complementario .....	79
Cuadro 6	Programación de actividades y su cronología .....	80
Cuadro 7	Cronograma de actividades desarrolladas .....	81



## INDICE

Introducción

### **CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

1.1 Antecedentes .....	16
1.2 Problemática .....	18
1.3 Objetivos de la investigación .....	22

### **CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN**

2.1 La Teoría de Situaciones Didácticas .....	24
2.1.1 Fundamentos .....	24
2.1.2 Conceptos básicos .....	25
2.1.3 Fases de una situación didáctica .....	27
2.2 Metodología: Ingeniería Didáctica .....	28
2.2.1 Fases de la Ingeniería Didáctica .....	30

### **CAPÍTULO III: ANALISIS PRELIMINAR**

3.1 Análisis Epistemológico .....	33
3.1.1 ¿Por qué por ciento? .....	33
3.1.2 Proceso Histórico .....	35
3.1.3 Noción de razón y proporción .....	38
3.1.4 Magnitudes proporcionales .....	41
3.1.5 Diversas interpretaciones del porcentaje .....	43
3.1.6 Función de proporcionalidad directa y porcentajes .....	46
3.1.7 Variación porcentual .....	50
3.2 Análisis Cognitivo .....	52
3.2.1 Algunos errores cometidos por los alumnos en el desarrollo de ítems sobre porcentajes .....	52

3.2.2 La evaluación de conocimientos previos. Análisis de resultados y observaciones .....	54
3.3 Análisis Didáctico .....	59
3.3.1 La enseñanza de porcentajes en estudiantes de la carrera de Administración y Sistemas. Actividades que se desarrollan en las aulas.....	59
3.3.2 Alternativa para la enseñanza de porcentajes a estudiantes universitarios .....	60

## **CAPÍTULO IV: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI**

4.1 Determinación de las variables .....	62
4.1.1 Variables macrodidácticas .....	62
4.1.2 Variables microdidácticas.....	62
4.2 Diseño de la secuencia didáctica .....	63
4.2.1 Visión general .....	63
4.2.2 Reconocimiento de las variables en las actividades de aprendizaje .....	63
4.2.3 Actividades diseñadas .....	64
4.2.4 Interacciones con el medio y comportamientos esperados .....	70
4.2.5 Información complementaria .....	78
4.2.6 Programación de actividades .....	79

## **CAPÍTULO V: FASE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS A POSTERIORI**

5.1 Descripción de los sujetos de la investigación .....	82
5.2 Logros y dificultades encontrados en la aplicación de las sesiones de aprendizaje .....	84
5.2.1 Sesión de aprendizaje previa .....	84
5.2.2 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 1 .....	85
5.2.3 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 2 .....	96
5.2.4 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 3 .....	104
5.2.5 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 4 .....	116

## **CAPÍTULO VI: COMPARACIÓN ENTRE EL ANÁLISIS A PRIORI Y ANÁLISIS A POSTERIORI**

6.1 Comparación entre lo encontrado en el análisis a priori y análisis a posteriori ...	130
6.2 Situación didáctica rediseñada .....	138

## **CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES**

7.1 Conclusiones .....	146
7.1.1 Con respecto al objetivo específico a) .....	147
7.1.2 Con respecto al objetivo específico b) .....	147
7.1.3 Con respecto al objetivo específico c) .....	149
7.1.4 Con respecto al objetivo específico d) .....	150
7.2 Sugerencias para futuras investigaciones .....	150
<b>Referencias</b> .....	152
<b>Apéndices</b> .....	154

## INTRODUCCIÓN

El objeto matemático porcentaje es posiblemente el que con más frecuencia está presente en las transacciones comerciales diarias (en las compras habituales que hacemos, en las rebajas que obtenemos en los centros comerciales, en los impuestos que pagamos, etc.); en diversos tipos de informaciones de la prensa escrita y televisiva, en la publicidad y, en general, en todos los medios de comunicación masiva.

Así, si existe algún objeto matemático sencillo que cualquier persona va a utilizar siempre, aun fuera de las aulas escolares y universitarias, es el de porcentaje; y que sin embargo, hoy en día, no se maneja con demasiada facilidad, debido a las dificultades que manifiestan los alumnos para su uso correcto e inclusive las personas adultas.

Estudios e investigaciones realizados como las de Parker & Leinhardt (1995), Godino (2004), Heuvel-Panhuizen (2003) entre otros, mencionan que existen errores en cuanto a su manejo e interpretación por parte de los estudiantes al momento de trabajar con problemas, muchas veces teniendo solo en cuenta parte de la definición, como es la concepción parte-todo de porcentaje e incluso utilizando solo la regla de tres simple, como algoritmo principal de solución a los problemas.

Por tanto existe la necesidad de realizar un estudio acerca de cómo los estudiantes del primer ciclo de la carrera de Administración utilizan el concepto de porcentajes en la resolución de problemas relacionados con porcentajes, ya que este objeto matemático lo van a utilizar en el desarrollo de su carrera profesional, incluso como componente principal de varios cursos de especialidad. Por eso el trabajo de investigación consiste en el diseño de situaciones de aprendizaje, que conduzcan a los estudiantes a utilizar el objeto porcentaje en sus diferentes acepciones e incluso trabajando como una proporcionalidad directa para luego modelizar los problemas haciendo uso de la función de proporcionalidad directa (función lineal).

En el Capítulo I, damos a conocer la problemática, justificación y objetivos del presente trabajo de investigación.

En el Capítulo II, explicamos el marco teórico para el presente trabajo que lo constituye la Teoría de Situaciones Didácticas y como metodología de investigación la Ingeniería Didáctica.

En el Capítulo III, analizamos cada uno de los elementos del sistema didáctico; el objeto matemático (porcentajes) su historia, la descripción de este complejo concepto; tratamos algunos errores cometidos por los alumnos en cuanto a este tema y los conocimientos previos.

En el Capítulo IV, definimos las variables microdidácticas y en base a esto diseñamos la secuencia de actividades y la programación de las mismas.

En el Capítulo V, analizamos los resultados obtenidos al aplicar la secuencia de actividades.

En el Capítulo VI, hacemos una comparación entre los comportamientos esperados (análisis a priori) con lo que realmente sucedió en la clase (análisis a posteriori).

Finalmente en el Capítulo VII, damos las conclusiones y sugerencias para futuras investigaciones.



## PRIMERA PARTE: ASPECTOS TEÓRICOS

### CAPÍTULO I: PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

#### 1.1. Antecedentes

El concepto de porcentaje es de suma importancia en los planes de estudio de matemática de nuestro país, tanto en el nivel básico como en el superior, ya que se relaciona con varias áreas del conocimiento humano y el quehacer cotidiano de toda persona; así por ejemplo, al realizar compras en un centro comercial, en operaciones bancarias, en diversos informes a través de la radio, la televisión, periódicos e internet, etc.

Dada la importancia de este tema, sin embargo en la actualidad, no se registran muchas investigaciones sobre la enseñanza y aprendizaje de este tema, pero podemos resaltar las hechas por Van Den Heuvel (2003), Parker y Leinhardt (1995), Godino (2004) entre otras; donde indican diversos puntos de vista sobre la parte metodológica y dificultades del aprendizaje de este tema.

En la investigación hecha por Godino (2004) afirma lo siguiente:

La comprensión de los porcentajes se considera con frecuencia como fácil de lograr pero hay datos experimentales abundantes de lo contrario. El uso incorrecto de los porcentajes es frecuente no solo entre los estudiantes de secundaria sino incluso también en los adultos. Se encuentran errores flagrantes, lo que sugiere que con frecuencia las ideas básicas pueden no estar claras. Por ejemplo, en algunas investigaciones se ha encontrado que alrededor de la tercera parte de los estudiantes de 17 años respondieron erróneamente la siguiente cuestión: “Si el 5% de los alumnos han faltado hoy a clase, ¿5 de cuántos han faltado?”. Un error en esta idea fundamental sobre los porcentajes sugiere que no sabían que 100 es la base de comparación de los porcentajes. (p. 440)

Nuestra realidad no es ajena a lo que menciona Godino en su monografía, ya que muchos de nuestros estudiantes del primer ciclo de la carrera de Administración y Sistemas llegan con varias limitaciones de orden académico muy a pesar de que estos deberían de constituir parte de su conocimiento y formación como persona; dicha situación se corrobora en los resultados de la prueba de entrada a inicios de ciclo.



En un artículo publicado por Van den Heuvel – Panhuizen M. (2003) denominado “The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage” hace mención al desarrollo de problemas basados en la Educación Matemática Realista (EMR) para trabajar conceptos y habilidades sobre porcentajes. A partir de esto observan y analizan sobre los diferentes niveles de comprensión y dificultades que tienen los estudiantes.

Dentro de la Educación Matemática Realista (EMR), no se entregan a los estudiantes modelos ya hechos que plasman determinados conceptos matemáticos, sino que se les plantean problemas en contextos presentados de modo tal que susciten actividades de modelización, la que a su vez dan lugar al surgimiento de modelos... La perspectiva longitudinal de la trayectoria de porcentaje demuestra claramente que el modelo que surge en este caso, el modelo de barra, se desarrolla más y más a lo largo de la trayectoria. Las actividades iniciales de modelización, ejecutadas sobre problemas en contexto vinculados con la realidad de los estudiantes, consiguen que lleguen a realidades nuevas, las que a su vez, vuelven a ser objeto de nuevas actividades de modelización. (Van Den Heuvel, 2003, p.29)

En el artículo mencionado, se hace uso del modelo de barra dentro de una trayectoria longitudinal sobre el porcentaje diseñado para el trabajo en la escuela secundaria.

La investigación hecha por Parker & Leinhardt (1995), responde a la pregunta ¿Por qué el porcentaje, un concepto matemático ubicuo, es tan difícil de aprender?. Los investigadores argumentan su respuesta en la larga historia del porcentaje desde sus tempranas raíces en Babilonia, India y China en paralelo a la geometría proporcional griega. Para luego explicar que este concepto tiene muchas interpretaciones como un número índice comparativo, una cantidad intensiva, una fracción o razón, una estadística o una función. En esta investigación se hace mención a cuatro razones por las cuales es difícil aprender y enseñar este concepto, presentamos una síntesis:

- Se ha desarrollado con el tiempo a partir de una simple expresión gramatical “qué cantidad de cada 100 es eso”, en un lenguaje matemático conceptual que envuelve a todas las áreas de comparaciones proporcionales y racionales. Esta evolución no eliminó los significados, sino que propaga muchos significados múltiples y relacionados. Como el porcentaje ha evolucionado y adquirido mucha importancia social en los últimos 100 años, operaciones con calculadora y conversiones se han

unido a él, y dan la impresión que el porcentaje es un número decimal o una fracción cuando no lo es.

- El porcentaje es difícil porque a pesar de su distinta estructura matemática y computacional, es un concepto matemático complejo que es ambiguo y, a menudo parece tener varios significados a la vez.
- El porcentaje utiliza una forma lingüística extremadamente concisa. Las características relacionales de las cantidades están generalmente ocultos en la notación comprimida, las señales explícitas aditivas son frecuentemente engañosas, y el factor de multiplicación aritmética es totalmente invisible.
- Ha sido mal enseñado de tal manera que los estudiantes a menudo tienen una visión limitada de este concepto como parte – todo. Modelos comunes de introducción para porcentajes frecuentemente fijan la atención del estudiante sobre la interpretación parte-todo.

En el texto “Matemática para no Matemáticos” de Gaita et al. (2009) se presentan situaciones problemáticas cuyas resoluciones se orientan más a la forma aritmética, no incluye actividades que permitan generalizar la solución a diversas situaciones que pudiera presentarse en un contexto diferente del problema, además al parecer en la mayoría de ejercicios utiliza la regla de tres simple como una herramienta de solución, es decir lo trabajan entendiendo el porcentaje tan solo como parte – todo.

## 1.2. Problemática

Desde nuestra experiencia docente en la enseñanza de proporcionalidad en particular del tema de porcentajes, con estudiantes del primer ciclo de la carrera de Administración y Sistemas, observamos que en las clases se presentan dificultades señaladas en las investigaciones citadas anteriormente. A lo mencionado añadimos que la mayoría de estudiantes asocia la resolución de problemas de porcentajes al uso de la regla de tres simple, situación que debería cambiar en el nivel superior e insistir en la aproximación a este concepto por otros medios diferentes a los aritméticos.

En la educación básica (primaria y secundaria), según el Diseño Curricular Nacional (DCN) vigente (año 2009), este tema es considerado en sexto grado de educación primaria en el Área de Número, Relaciones y Operaciones donde se menciona como un

conocimiento a desarrollar, la aplicación de la proporcionalidad en cambio monetario, impuestos, intereses. Así también, en el nivel secundario a partir del primer grado, se menciona en el área de estadística y probabilidades, la construcción de tablas de frecuencia, lo cual conlleva a saber porcentajes. En el cuarto grado de educación secundaria en el área de número, relaciones y funciones se indica como contenido el interés simple y compuesto que también utiliza porcentajes.

Godino (2004) afirma lo siguiente:

El razonamiento proporcional se considera como uno de los componentes importantes del pensamiento formal adquirido en la adolescencia. Las nociones de comparación y covariación están en la base subyacente al razonamiento proporcional, siendo a su vez los soportes conceptuales de la razón y la proporción. El desarrollo deficiente de estas estructuras conceptuales en los primeros niveles de la adolescencia obstaculiza la comprensión y el pensamiento cuantitativo en una variedad de disciplinas que van desde el álgebra, la geometría y algunos aspectos de la biología, la física y la química. (p. 431)

De lo mencionado anteriormente por Godino y lo especificado en el DCN, se puede inferir que todo estudiante que llegue al nivel superior debería estar en la capacidad de desarrollar problemas relacionados a porcentajes, sin embargo existe muchas deficiencias en ellos al momento de presentárseles situaciones problemáticas donde tienen que utilizar este concepto, estos plantean sus soluciones con ciertos errores relacionados a la interpretación de la situación en la que se encuentran.

Godino (2004) afirma:

La adquisición de las destrezas de razonamiento proporcional es insatisfactoria en la población en general. Estas destrezas se desarrollan más lentamente de lo que se había supuesto; incluso hay evidencias de que una gran parte de las personas nunca las adquieren en absoluto. Estas cuestiones no se enseñan bien en las escuelas, que con frecuencia solo estimulan la manipulación de símbolos y fórmulas carentes de significado. (p. 431).

Muchos de nuestros estudiantes de primer ciclo tienen una limitación en cuanto al hecho de la falta de comprensión de estos contenidos, situación que se manifiesta en los resultados de la prueba de entrada a inicios de ciclo, resultando esto perjudicial en el aprendizaje de nuevos contenidos, ya que la noción de porcentajes es de mucha importancia en el desarrollo de su carrera profesional pues a partir de este concepto se articulan nociones sobre interés simple, interés compuesto, estadística, costos,

presupuestos entre otros; los cuáles son desarrollados a partir del segundo ciclo de estudios.

En el presente trabajo de investigación, trataremos el tema de porcentajes, considerando las dificultades que presentan los estudiantes para entender la noción y el significado de este tema dentro del contexto de una situación problemática. Haremos exploraciones didácticas, análisis y concluiremos con una propuesta.

## **Justificación**

Esta investigación parte del hecho que los estudiantes de la carrera de Administración y Sistemas presentan un bajo rendimiento en el área de matemática y muchos no recuerdan conceptos que fueron desarrollados en la secundaria, y si lo recuerdan, en su mayoría conocen solo la parte mecánica de desarrollar dicho tema.

En las conclusiones de la investigación hecha por Roig & Llinares (2003) hacen mención a lo siguiente:

La educación Secundaria Obligatoria es el último período de escolarización obligatoria en la vida de un individuo de forma que, en el transcurso de esta etapa, los estudiantes deberían de desarrollar los conocimientos y destrezas necesarios para desenvolverse adecuadamente en el mundo extraescolar. Sin embargo, los resultados de este estudio revelan que los estudiantes que participaron en esta investigación, habiendo cursado casi en su totalidad 4° de ESO (Educación Secundaria Obligatoria), en general no fueron capaces de modelizar adecuadamente las situaciones que se les plantearon en el sentido de identificar las variables y relaciones que la estructuran para tomar decisiones y justificarlas. (p. 2)

Al parecer esta investigación nos pone de manifiesto que los estudiantes se limitan a obtener un resultado numérico que dan como solución sin considerar el contexto.

Meza & Barrios (2010) mencionan que:

La matemática además de ser herramienta indispensable de las ciencias naturales, es una actividad divertida y llena de sorpresas. Este aspecto de la matemática es poco reconocido en muchos casos. La causa principal de ello es la forma mecánica y aislada de la realidad como se enseña la asignatura en los colegios. Los estudiantes memorizan un modelo y enseguida ejercitan lo aprendido resolviendo un número de variantes casi idénticos del mismo problema. (p. 1)

De lo mencionado anteriormente se puede inferir que muchos de los alumnos que llegan al nivel superior (universidad) lo hacen con pocos conocimientos ya interiorizados en su pensamiento lógico formal, razón por la cual nos interesa investigar planteando situaciones que comprendan temas relevantes para ellos, que promuevan su capacidad de acción.

El tema de porcentajes en un futuro administrador es muy importante porque es un tema que en forma cotidiana aparece en los anuncios de periódicos, en las ofertas que ofrecen las tiendas comerciales, en las boletas y facturas de venta, en los informes económicos, en informes estadísticos, en los contenidos de los cursos de especialidad. Por lo tanto su enseñanza y aprendizaje mediante situaciones problemáticas es muy importante en estudiantes de primer ciclo.

Además de lo mencionado también se tiene en cuenta la heterogeneidad de la población estudiantil de alumnos ingresantes a la carrera de Administración y Sistemas, que de acuerdo a los datos del último censo realizado, provienen de diferentes centros educativos estatales y particulares del ámbito nacional, ello conlleva a tener una diversidad en cuanto al nivel de conocimientos por la diversidad de procedencias de centros de educación secundaria, y en muchos casos no poseen los conocimientos previos que se requiere para tratar este tema según lo revela los datos de la evaluación de entrada tomada a todos los estudiantes de primer ciclo en el curso de Pensamiento Lógico Matemático.

El desarrollo de una secuencia didáctica en la enseñanza de porcentajes con situaciones problemáticas relacionadas con la realidad y sus requerimientos de especialidad permitirá que los estudiantes logren potencializar e interpretar el significado y utilidad de este concepto pudiéndolo relacionar luego con otros contenidos, sirviéndole como instrumento en la interpretación de situaciones problemas en el desarrollo de su carrera profesional.

## **Delimitación del problema**

Como señalamos anteriormente, las investigaciones en didáctica de la matemática y textos revisados hasta el momento, muestran que existen dificultades en la interiorización del tema de porcentajes por parte de los estudiantes en el nivel

secundario y por consiguiente en el nivel superior tienen dificultades para su aprendizaje y contextualización en diversas situaciones problemáticas.

Lo mencionado anteriormente muestra claramente nuestro motivo para realizar esta investigación, el de enseñar el tema de porcentajes por medio del diseño y elaboración de situaciones didácticas teniendo como marco teórico la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) para lograr que los estudiantes apliquen correctamente el concepto de porcentajes en diversas situaciones problemáticas relacionadas a su carrera profesional.

Las anteriores consideraciones, permiten plantear la siguiente interrogante:

¿Qué situaciones didácticas se podría diseñar para enseñar porcentajes a los alumnos de la carrera de administración, de manera que apliquen correctamente este conocimiento en la solución de problemas relacionados con su carrera profesional?

De la formulación anterior, se desprende los siguientes objetivos de investigación:

### 1.3. **Objetivos de la Investigación**

#### **Objetivo general**

Contribuir al aprendizaje del concepto de porcentaje y al uso correcto de este objeto matemático en los procesos de resolución de problemas, mediante el diseño y propuesta de una secuencia didáctica fundamentada en la Teoría de Situaciones Didácticas.

#### **Objetivos específicos**

- a) Identificar y analizar las concepciones y dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje y el uso correcto de porcentajes.
- b) Diseñar una secuencia didáctica basada en la Teoría de Situaciones Didácticas, que contribuya a que los estudiantes utilicen de manera correcta el concepto de porcentaje en la solución de problemas.
- c) Analizar los resultados obtenidos de la aplicación de la secuencia didáctica a los estudiantes de la carrera de Administración y Sistemas para hacer comparaciones con los comportamientos esperados al diseñar la secuencia.
- d) Proponer una secuencia didáctica basada en la Teoría de Situaciones Didácticas a partir de los resultados obtenidos en la aplicación que contribuya al aprendizaje del

concepto de porcentaje y a su adecuado uso en las aplicaciones y en la solución de problemas.



## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 La teoría de las situaciones didácticas

#### 2.1.1 Fundamentos

Esta investigación se fundamenta en la Teoría de Situaciones Didácticas concebida por Guy Brousseau a fines del siglo XX en Francia bajo una hipótesis sobre la construcción del significado de una noción. Desde los años 70, en Francia a Guy Brousseau se le reconoce como uno de los principales investigadores del campo de la didáctica de la matemática.

Según Warfield (2006) hace mención a lo dicho por Brousseau en un coloquio que éste ofreció en 1975, donde caracteriza la didáctica como:

La hipótesis subyacente de la Didáctica es que un proceso de aprendizaje puede ser caracterizado por una secuencia de Situaciones reproducibles que permiten a los estudiantes el aprendizaje de un determinado conocimiento o más concretamente, a un conjunto de modificaciones de las conductas de los estudiantes, las cuales caracterizan la adquisición de ese pedazo de conocimiento. (p.18)

La teoría de situaciones presenta un enfoque que permite comprender las interacciones que se da entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una sesión de aprendizaje y a la vez determinan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden. Se trata entonces de que los alumnos aprendan haciendo trabajar el saber, o más bien, de que el saber aparezca para el alumno como un medio de elegir, predecir, producir y reconocer las estrategias que aplicará en la resolución del problema planteado por la situación didáctica.

Es decir, para enseñar un conocimiento matemático, el docente debe idear, crear y proponer a sus estudiantes situaciones en las que ellos puedan actuar y provocar que emerjan problemas matemáticos interesantes para ellos, dónde el conocimiento en cuestión surja como una solución óptima a dichos problemas con la condición adicional de que dicho conocimiento debe ser construido por los estudiantes.



Brousseau (2007) menciona lo siguiente:

La situación es, un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta... identificamos situaciones matemáticas a aquellas que provocan una actividad matemática en el alumno sin intervención del profesor. Hemos reservado el término de situaciones didácticas para los modelos que describen la actividad del profesor y también la del alumno... La situación didáctica es todo el entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo. (pp. 17-18)

De lo mencionado podemos afirmar que en la teoría planteada por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico. El profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante va a construir su conocimiento matemático; la situación didáctica comprende las relaciones establecidas explícita o implícitamente entre los alumnos, un cierto medio (que incluye instrumentos y objetos), todo esto destinados a hacer funcionar las situaciones didácticas y los aprendizajes que ellos provocan; estas intervenciones son principalmente devoluciones e institucionalizaciones.

Brousseau (2007) afirma: “Algunas de estas situaciones requieren la adquisición ‘anterior’ de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que le ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial” (p. 16).

### 2.1.2 Conceptos básicos

a. Situación a-didáctica:

Brousseau (2007), define una situación a-didáctica como:

El alumno sabe que el problema fue elegido para hacer que adquiera un conocimiento nuevo, pero debe saber también que este conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin tener presentes razones didácticas. No solo puede, sino también debe, porque no habrá adquirido verdaderamente este conocimiento hasta no ser capaz de utilizarlo en situaciones que encuentre fuera de todo contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional. Tal situación es llamada situación a-didáctica. (p.37)

Esto nos da a entender que una situación a-didáctica es parte de la situación didáctica pero en ella no aparece explícita para el alumno la intención de enseñanza; es decir, en el problema que se propone al estudiante no debe aparecer explícita la intención del profesor de modo que las acciones del estudiante se guíen por la lógica de la situación planteada.

b. Situación didáctica:

Brousseau (2007) define una situación didáctica:

Como el alumno no puede resolver de entrada cualquier situación adidáctica, el maestro le procura aquellas que están a su alcance. Las situaciones adidácticas preparadas con fines didácticos determinan el conocimiento enseñado en un momento dado y el sentido particular que este conocimiento va a tomar por efecto de las restricciones y deformaciones aportadas a la situación fundamental... Esa situación o ese problema elegido por el docente lo involucra a él mismo en un juego con el sistema de interacciones del alumno con su medio. Este juego más amplio es la situación didáctica. (p. 32)

El desarrollo de una situación didáctica requiere, por tanto, la mediación constante y activa por parte del docente, en este sentido la situación didáctica se contrapone a la situación adidáctica y es mucho más extensa y compleja.

c. Variable didáctica:

Brousseau (2007) señala que: “Llamamos variable cognitiva a una variable de la situación tal que por la elección de valores diferentes puede provocar cambios en el conocimiento óptimo. Entre las variables cognitivas, las variables didácticas son las que puede fijar el docente” (p. 32)

Las variables didácticas son elementos importantes dentro del conjunto de situaciones planteadas. Puede ser modificado por el docente, haciendo que afecte las diferentes estrategias de solución que el estudiante planea utilizar en el desarrollo de una situación didáctica y llegue al saber matemático deseado.

d. La devolución:

Brousseau (2007) define la devolución como: “El acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje

(adidáctico) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de la transferencia” (p.87).

El docente no debe dictar las soluciones, debe ser el alumno quien use sus conocimientos y demuestre su comprensión. El docente debe buscar que la acción del alumno sea producida y justificada solo por las necesidades de adaptación al medio y por sus conocimientos y no por la interpretación de los procedimientos didácticos del docente, o por sus deseos.

e. Contrato didáctico:

Es el conjunto de comportamientos (específicos) del profesor que son esperados por el alumno y conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el profesor, que regulan el funcionamiento de la clase definiendo así los roles de cada uno y la repartición de tareas.

Según Brousseau (2007) “Cada uno, el maestro y el alumno, se hacen una idea de lo que el otro espera de él y de lo que cada uno piensa de lo que el otro piensa... y esta idea crea las posibilidades de intervención, de devolución de la parte adidáctica de las situaciones y de la institucionalización” (p.70).

### 2.1.3 Fases de una situación didáctica

a. Situación de acción: No se trata de una situación de manipulación libre o según un orden preestablecido; ésta fase debe permitir al alumno juzgar el resultado de su acción y ajustar esta acción, sin la intervención del profesor, gracias a la retroalimentación por parte del medio de la situación. En esta fase se genera una interacción entre los estudiantes y su medio físico haciendo que ellos tomen las decisiones que hagan falta para resolver el problema planteado, es decir, organizar estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.

En nuestra investigación en esta fase se va a plantear a los estudiantes situaciones en las que haciendo uso de sus conocimientos previos pueda expresar una solución a la misma. (Ver ítem 4.2.4 de esta investigación).

b. Situación de formulación: En esta fase los estudiantes se comunican entre ellos e intercambian informaciones así como también entre estudiantes y el

docente. Estas comunicaciones conllevan a contradicciones y asimilaciones, lo que significa que deben formular enunciados y modelos que intercambian entre ellos.

Es decir, el modelo implícito lo utiliza para obtener un resultado a partir del intercambio de información con uno o varios de sus compañeros de clase, quienes le devuelven la información. El resultado de esta dialéctica permite crear un modelo explícito que es redactado en lenguaje matemático.

En nuestra investigación se propone situaciones en las que a través del trabajo en grupo puedan idear posibles alternativas de solución a dichas interrogantes comparando con sus compañeros el trabajo realizado y llegar a una conclusión. (Ver ítem 4.2.4 de esta investigación).

- c. Situación de validación: En ésta fase el alumno tratará de convencer a uno o varios interlocutores acerca de la validez de las afirmaciones que hace sin tener que recurrir a la ayuda del profesor. En este caso los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. Es decir, el alumno demostrará por qué el modelo que ha creado es válido, creando una situación en la que debe convencer a sus compañeros de clase u otra persona. (Ver ítem 4.2.4 de esta investigación).
- d. Situación de institucionalización: Es en esta fase donde se aspira que el grupo de estudiantes de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en las fases de acción, de formulación y de validación. Esta fase, en nuestra investigación la profesora retomará las conclusiones finales a las que han llegado los estudiantes respecto a la situación planteada para poderlas descontextualizar y dejarlas como un saber general. Todo ello se realiza en las recapitulaciones realizadas al inicio de cada sesión de aprendizaje.

## 2.2 Metodología: Ingeniería Didáctica

Esta metodología surge en Francia como una metodología asociada a la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau y a la Teoría de Transposición Didáctica de Chevallard.

Artigue (1995) menciona lo siguiente:

La noción de ingeniería didáctica surgió en la didáctica de las matemáticas a comienzos de los años ochenta. Se denominó con este término a una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. (p. 33)

En nuestra investigación vamos a utilizar esta metodología de investigación que orientará el desarrollo de la experimentación y de los análisis a priori y a posteriori.

Según Artigue (1995), la ingeniería didáctica como metodología de investigación se caracteriza por:

- i) Ser un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza donde se distinguen dos niveles:

Micro - ingeniería: Permiten tener en cuenta de manera local la complejidad de los fenómenos de la clase, sin profundizar en la complejidad esencial de los fenómenos asociados con la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje. Según Artigue (1995), tampoco permiten necesariamente distinguir de forma coherente los objetos del conocimiento.

Macro - ingeniería: Según Artigue (ibídem), toma en cuenta los fenómenos asociados a los procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera más global. Es decir, permiten componer la complejidad de las investigaciones de micro-ingeniería con la de fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje.

Nuestra investigación es a un nivel de micro - ingeniería pues se va a trabajar con situaciones didácticas cuya validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

- ii) El registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada; basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori según menciona Artigué M. (1995).

## 2.2.1 Fases de la Ingeniería Didáctica

### Fase 1: Análisis Preliminar

En esta investigación luego de definir los objetivos de la investigación se analiza y determina cada uno de los elementos del sistema didáctico (saber matemático, situación de enseñanza y el estudiante de la carrera de Administración y Sistemas), así como las relaciones existentes entre ellos para lo cual se toma en cuenta el análisis epistemológico, didáctico y cognitivo de la siguiente manera:

- Análisis epistemológico: Se va a realizar una revisión de diferentes investigaciones para observar cómo se presenta el concepto de porcentaje, cuál es su definición, historia, propiedades y utilidades. Así también se podrá analizar cuáles son las principales interpretaciones y dificultades ligadas a la noción de porcentaje.
- Análisis didáctico: Asociada a cómo se ha enseñado este objeto matemático a los estudiantes de Administración y Sistemas, cómo se presenta el contenido, si es solo teórico, presenta ejercicios de simple cálculo o trabajan en función a situaciones planteadas; apoyándonos en las respuestas a las entrevistas que se hace a los docentes (ver Apéndice 6).
- Análisis cognitivo: Analizar las falencias que presentan los estudiantes en el desarrollo de problemas sobre porcentaje según diversas investigaciones al respecto y luego haciendo uso de cuestionario “Exploración de conocimientos” (ver Apéndice 1) se analizará los conceptos previos que nuestros estudiantes tienen antes de presentarles las situaciones diseñadas.

### Fase 2: Concepción y análisis a priori

En esta fase se elige las variables didácticas que serán luego modificadas, controladas y manipuladas; es decir, esta fase se refiere a la construcción de la actividad y las posibles respuestas a la pregunta de investigación, es donde se toma la decisión de cómo actuar sobre un determinado número de variables, en nuestro caso estas son variables micro – didácticas.

En primer lugar se realizará la concepción de la situación didáctica, diseñando las actividades en las que se coloquen las situaciones donde los estudiantes utilicen sus conocimientos previos.

Según Artigue (1995) menciona lo siguiente:

El análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva, se centra en las características de una situación a-didáctica que se ha diseñado y que se va a tratar de llevar a los alumnos:

- Se describen las selecciones del nivel local (relacionándolas eventualmente con las selecciones globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprende.
- Se analiza qué podría ser lo que está en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de control y de validación de las que él dispone, una vez puesta en práctica en un funcionamiento casi aislado del profesor.
- Se prevén los campos de comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, en particular, que los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado por el aprendizaje. (p. 45)

En el análisis a priori vamos a realizar un análisis matemático; es decir, identificar los saberes, dificultades y estrategias a plantear en relación a las situaciones que se presenta; y un análisis didáctico para determinar si es pertinente o no la secuencia de actividades que se plantea a partir de los saberes previos de los estudiantes y la noción de porcentaje (nuevo saber), también identificar cuáles son las dificultades de los estudiantes en cada actividad que se plantea. Aquí la docente-observadora deberá constatar sus observaciones en los instrumentos respectivos, respecto a las incidencias que podrían ocurrir.

### **Fase 3: Experimentación**

En esta fase se pone en marcha todo lo planificado con respecto a las actividades planteadas. Si es necesario aquí se pueden modificar las variables para poder guiar la investigación por donde se quiere llevar.

La docente presenta las situaciones a los estudiantes, y presta atención a las incidencias que ocurren en pleno proceso.

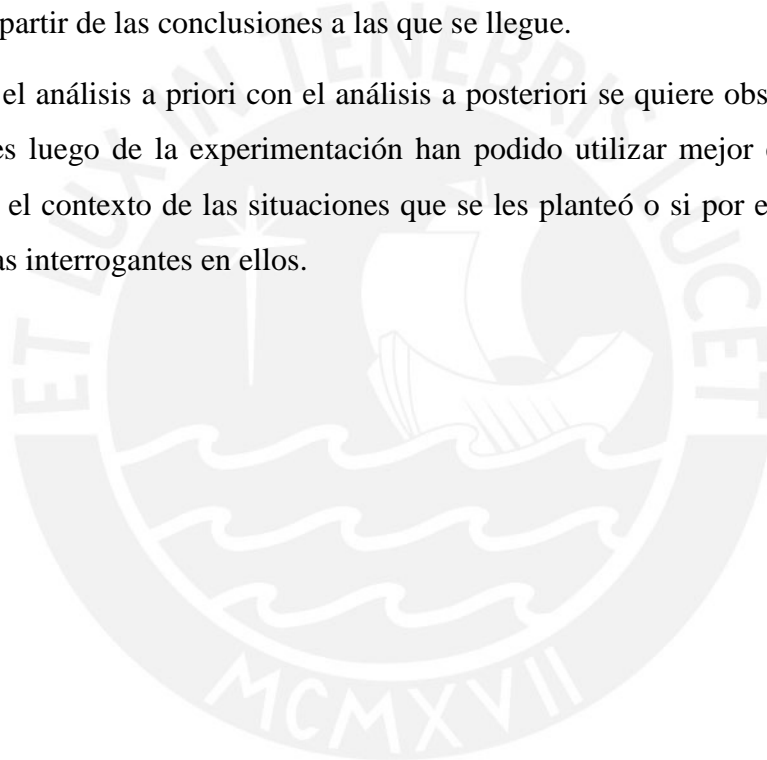
### **Fase 4: Análisis a posteriori y validación**

Según Artigüé (1995) luego de la fase de experimentación le sigue una de análisis a posteriori que lo define como:

Análisis a posteriori, se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a saber, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella. Estos datos se completan con frecuencia con otros obtenidos de la utilización de metodologías externas, como cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, aplicadas en distintos momentos de la enseñanza o durante su transcurso. (p.48)

En nuestra investigación en el análisis a posteriori se realiza una revisión de los sucesos ocurridos al experimentar las situaciones didácticas diseñadas. Luego se contrasta el análisis a priori con el análisis a posteriori para poder validar la investigación y de acuerdo a los resultados que se obtenga poder plantear una situación didáctica modificada a partir de las conclusiones a las que se llegue.

Al contrastar el análisis a priori con el análisis a posteriori se quiere observar si es que los estudiantes luego de la experimentación han podido utilizar mejor el concepto de porcentaje en el contexto de las situaciones que se les planteó o si por el contrario han surgido nuevas interrogantes en ellos.





## SEGUNDA PARTE: DESARROLLO DE LA INGENIERÍA

### CAPÍTULO III: ANÁLISIS PRELIMINAR

En este capítulo se analiza cada uno de los elementos del sistema didáctico, el saber matemático (porcentajes), la situación de enseñanza (Universidad Peruana Los Andes), el estudiante (de la carrera de Administración), así como las relaciones existentes entre ellos; este análisis se efectúa en las dimensiones epistemológica, didáctica y cognitiva de la siguiente manera:

- ✓ Análisis epistemológico: Se hace una revisión de los fundamentos históricos y teóricos del objeto porcentajes a través de una revisión de diferentes investigaciones para observar cómo se presenta el concepto de porcentajes, cuál es su definición, propiedades y utilidades. También se analiza cuáles son las principales interpretaciones ligadas a la noción de porcentaje.
- Análisis didáctico: Asociada a cómo se ha enseñado este objeto matemático a los estudiantes de Administración y Sistemas, cómo se presenta el contenido, si es solo teórico, presenta ejercicios de simple cálculo o trabajan en función a situaciones planteadas; apoyándonos en las respuestas a las entrevistas que se hace a los docentes (ver Apéndice 6).
- Análisis cognitivo: Analizar las falencias que presentan los estudiantes en el desarrollo de problemas sobre porcentaje según diversas investigaciones al respecto y luego haciendo uso de cuestionario “Exploración de conocimientos” (ver Apéndice 1) se analizará los conceptos previos que nuestros estudiantes tienen antes de presentarles las situaciones diseñadas.

### 3.1 Análisis epistemológico

#### 3.1.1 ¿Por qué porciento?

Según Parker & Leinhardt (1995):

El porcentaje es un puente entre dos mundos. Por un lado trata de una parte de las ideas matemáticas que abarca las estructuras multiplicativas que se extienden a las abstracciones de la geometría griega (las ideas de la aritmética relacional tales como fracciones, razones y proporciones); por otro lado es un tema ubicuo, un tema práctico que tiene raíces profundas en el comercio. (p. 422)

Porcentaje está presente en periódicos, revistas, noticias, comercio diario. Está también presente en varias formas en los textos de primaria y secundaria. El énfasis actual en educación matemática alienta a estudiantes y profesores a ver las conexiones entre problemas matemáticos reales (en el sentido de problemas que intrigan a los matemáticos) y problemas del mundo real (en el sentido de problemas entendibles que suceden en las experiencias diarias).

Porcentaje se plantea como un tópico útil, porque está presente en el mundo real y porque es un tópico relacionado a una parte sustancial del currículo de la escuela primaria y secundaria, llamada estructuras multiplicativas.

Según Parker & Leinhardt (1995):

Porcentaje es un concepto valioso y uno de los más dificultosos de aprender. Este valor es sugerido por el lugar sustancial que tiene en el currículo, su importancia como herramienta en la secundaria, especialmente, en química, algebra y estudios sociales; por su presencia en abundancia en exámenes nacionales, y por su frecuente uso en la prensa popular y televisiva. (p.422)

A pesar de su valor dentro y fuera de la escuela, el porcentaje es uno de los tópicos más difíciles de la matemática elemental. Rutinariamente confunde a los estudiantes y profesores de la misma manera. Porcentaje es difícil de enseñar, aprender porque es ambiguo y no es fácil de entender.

En el trabajo hecho por Parker & Leinhardt (1995) se hace mención a varias investigaciones que apoyan la afirmación de que la noción de porcentaje es difícil de aprender y enseñar:

- Carpenter et. al. (citado por Parker & Leinhardt (1995)) afirman que: A pesar de su familiaridad con instancias que usan porcentajes, los estudiantes no han entendido bien los problemas y ejercicios propuestos en exámenes nacionales. Se seleccionó esfuerzos de siete décadas sobre el entendimiento de porcentaje por parte de los estudiantes. Durante este período, los investigadores han considerado tres asuntos: sobre el entendimiento de los estudiantes, cuáles son los errores específicos que cometen, y por qué podrían cometer estos errores.
- Brueckner et al. (citado por Parker & Leinhardt (1995)) mencionan: Varios estudios han hecho notar la amplia evidencia de la confusión de los estudiantes en el tema de porcentaje generalmente culpando a la práctica instruccional del día.

- Costa et. al. (citado por Parker & Leinhardt (1995)) hacen mención a estudios más recientes revelan cómo entienden los estudiantes el concepto de porcentaje, lo que se revela por su razonamiento verbal y la selección de la estrategia cuando resuelven tareas relacionadas a porcentaje.

### 3.1.2 Proceso Histórico

Según Parker & Leinhardt (1995), la historia del porcentaje se remonta a los primeros tiempos de la práctica comercial y la matemática teórica. Existe indicios de que las raíces del porcentaje data mucho antes del siglo III A.C. en la India y el siglo II a.C. en China y posiblemente incluso antes.

En un inicio incluye nociones adicionales de intereses e impuestos (12 monedas por cada 100 monedas, o 12 unidades de granos por cada 100 unidades de granos producidos). Las raíces matemáticas del porcentaje son también viejas en el sentido de que los procedimientos posibles para calcular porcentajes se basan en nociones aritméticas y geométricas de proporción. Estas ideas se remontan al año 300 a.C. cuando los griegos reconocían la proporcionalidad directa.

El cuadro 1 presenta una línea de tiempo donde se describe cómo ha ido surgiendo la noción de porcentaje a través del tiempo; se mencionan nociones de porcentaje o proto-porcentaje, además al parecer estas ideas ocurrieron en secuencia.

**Cuadro 1: Desarrollo cronológico del porcentaje**

Año	Lugar	Desarrollo
2100 a.C.	Babilonia	Código de Hamurabi: Legislación estatal para intereses de $\frac{1}{3}$ en cebada (cada grano) y $\frac{1}{5}$ en plata. (Delaporte, 1925, pp. 40-41, 126-127)
300 a.C.	Grecia	Elementos de Euclides. Teoría de la proporción establecidos separadamente para números enteros y medidas. (Heath, 1956, p.114).
300 a.C.	India	Kautilya's Arthasastra. Tasas de interés dadas que figuran en panas al mes por cada cien. (Kautilya, 1967)
200-100 a.C.	China	<i>K'iu-ch'ang Suan-shu</i> [Aritmética en 9 secciones]. Sección 2, The Su-mi [Calculating the Cereals] (Smith, 1923/1958a, p.32), trata porcentajes simples y proporciones (Mikami,

		1974, p11). <i>Nine Chapters on the Mathematical Art</i> . La regla de tres es usada para resolver problemas (Boyer & Merzbach, 1989, p.222). Capítulo 3, <i>Shuai-fen [Calculating the shares]</i> , relacionado a la asociación y la Regla de Tres. (Smith, 1923/1958a, p.32)
499	India	Aryabhata. <i>Trairasika [the Rule of Three Terms]</i> . Multiplicar la fruta por el deseo y dividir por la medida. El resultado es la fruta del deseo. Interés compuesto: regla algebraica para encontrar el interés sobre 100 dado el tiempo, interés total después de 2 períodos, y la cantidad final después de 2 períodos (Clark, 1930, pp. 38-39)
628	India	Brahmagupta. La Regla de Tres Mercantil. “En la Regla de Tres, Argumento, Fruta y Requisition son los nombres de los términos. El primero y el último término debe ser similar. Requisition multiplicado por Fruta, y dividido por Argumento, es el Producto”(Colebrooke, 1817, p.283; Smith, 1962, pp. 220-225).
850	India	Mahavira. El interés sobre una base de cien es usada en complejos problemas en donde la cantidad de interés por un mes de 100 da una cantidad de interés compuesto ganado se obtiene después de un período largo de tiempo.
1150	India	Bhaskara II. <i>Lilavii. Rule of Three</i> : El primero y el último término, los cuales son el argumento y la requisición, debe ser como la denominación; y que es multiplicado por la demanda (que es la requisición) y dividido por el primer término, da el fruto de la demanda (Colebrooke, 1817, p.33). Regla de Cinco usado para el cálculo de intereses (Datta&Singh, 1962, p.213).
1186	Italia	El interés por el porcentaje se encuentra en los libros de prestamistas genoveses.
1202	Italia	Fibonacci ha viajado por Egipto, Siria, Grecia y Sicilia; escribió <i>Liber Abaci</i> , una aritmética de amplio alcance, probablemente utilizando la Regla de Tres en éstas áreas. (Smith, 1923/1958a, pp. 215-216).
1481	Italia	La más temprana grabación disponible en la aparición de la palabra <i>perceto</i> (Smith, 1925/1958b, p.428).
1545	Italia	Manuscritos italianos usan el símbolo de porcentaje y la

		Regla de Tres en problemas comerciales. (Smith, 1925/1958b, p.485).
<b>c. 1650</b>	Italia	Perceto, p.c. etc. empiezan a cambiar a $\frac{0}{0}$ , el precursor para el símbolo moderno %.
<b>1801</b>	Francia	Playfair publica el primer gráfico de pastel en su <i>Statistical Breviary</i> . (Funkhouser & Walker, 1935).
<b>1830</b>	Estados Unidos	Temas comerciales individuales primero bajo una rúbrica común, “porcentaje” en <i>A Treatise on Arithmetic</i> de F. Barnard (1830) (de los 140 textos estudiados por Steiner, 1946, p.215).
<b>1832</b>	Estados Unidos	Primer uso del porcentaje no monetario como parte-todo en <i>The North American Arithmetic</i> de F. Emerson (1832).
<b>1845</b>	Estados Unidos	Primera comparación no monetaria, conjunto-conjunto usa el porcentaje en <i>The Systematic Arithmethic</i> de D.H. Cruttenden's (1845).
<b>1849</b>	Estados Unidos	Primer aparición del símbolo %, en <i>The American Common School Arithmetic</i> de R. Putnam's (1849).
<b>1853</b>	Bruselas	Primer Congreso Internacional de Estadística.
<b>1860</b>	Estados Unidos	Porcentaje como un tópico es completamente desarrollado en la manera más común que en el tiempo presente. (Steiner, 1946)
<b>1915-1918</b>	Estados Unidos	El gráfico de pastel hizo su ingreso en los textos americanos. (Beninger & Robyn, 1978)


Fuente: Traducido del inglés “Percent: A privileged proportion” pp. 430-431

Parker & Leinhardt (1995) refieren que el por ciento como un concepto comercial que implica el establecimiento comercial de cantidades por 100, fue inventado y reinventado muchas veces, sobre todo en la India y en China pero sin duda en otros centros comerciales también. En la India, las tasas de interés por mes específicamente basadas sobre 100, estaban ya en uso el año 300 a.C. Sin embargo, no está claro si porcentaje,

implica que una base uniforme de 100 existió, o si aparecieron usos ocasionales de 100 como base para el interés.

Así también el autor afirma que con la incorporación de la Regla de Tres, como una herramienta de cálculo, para el proceso de porcentaje, el por ciento se convirtió en una función matemática operativa que permitió el cálculo rápido de interés o impuesto proporcional sobre cualquier monto base. El porcentaje como concepto en sí mismo comenzó como la idea de privilegiar una determinada base (100) para intereses e impuestos. Aunque estas ideas se remontan hasta el año 300 a.C., la terminología actual y el símbolo que utilizamos hoy en día en Occidente tienen su origen en la Italia mercantil.

De acuerdo a Smith (2001):

La idea de porcentaje fue utilizada en épocas tan remotas como la del antiguo imperio romano. El emperador Augusto recaudaba un impuesto de 1/100 sobre el precio de venta de los bienes. En el siglo XV, los manuscritos italianos utilizaban expresiones como “20 p 100” y “xx p cento” para indicar 20 por ciento. Casi al final de ese siglo, se utilizaban frases como “viii in x perceto” (8 por ciento) para expresar porcentaje. Es probable que el signo de porcentaje (%) provenga del signo utilizado en Italia al final del siglo XV, “”. En 1650, el signo “per  $\frac{o}{o}$ ” se utilizaba para indicar porcentaje. Posteriormente la palabra “per” se perdió, y quedó el signo que se utiliza en la actualidad. (p.162)

El porcentaje es un objeto matemático dinámico, como podemos confirmar en los textos citados, pues ha ido cambiando no sólo en cuanto a su simbología sino también en cuanto a su significado y formas de uso a lo largo de la historia.

### 3.1.3 Noción de razón y proporción

#### Noción de razón

A continuación presentamos la noción de razón según Godino & Batanero (2004), Silva (2005) y Ben-Chaim (2012), para luego presentar la noción de razón que usaremos en la tesis.

Según Godino & Batanero (2004):

El término razón es entendida como la comparación entre una parte y otra parte; esto no siempre es sinónimo de “fracción”, lo cual puede acarrear dificultades de comprensión para los estudiantes. La idea clave es que las fracciones son “cualquier par ordenado de números enteros cuya segunda componente es distinta de cero”; mientras que una razón es “un par ordenado de cantidades de magnitudes”. Cada una de estas magnitudes viene expresada mediante un número real y una unidad de medida. (p. 420).

Según la definición dada, la razón se puede definir entonces así:

$$a:b \text{ o } \frac{a}{b} \text{ donde } b \text{ puede ser } 0$$

Percibimos que el autor define una razón, comparando objetos cuyas unidades de medida son diferentes, es por este motivo que el denominador puede ser cero.

Silva (2005) concuerda con la definición dada por Godino & Batanero (2004) de razón, como la comparación entre los valores de dos magnitudes diferentes, además el hecho de que en las razones se refieran a cantidades de magnitudes, medibles cada una con sus respectivas unidades, implica diferencias con las fracciones. A continuación mencionamos algunas de estas diferencias muy importantes que considera la autora:

- Las razones comparan entre sí objetos heterogéneos, o sea, objetos que se miden con unidades diferentes. Por ejemplo, 2 panes por 50 céntimos. Las fracciones, por el contrario, se usan para comparar el mismo tipo de objetos como “dos de tres partes”, lo que se indica con  $\frac{2}{3}$ . Según esto la razón 3 jamones/ 145 euros no es una fracción.
- Las razones no son siempre números racionales. Por ejemplo, la razón de la longitud de una circunferencia a su diámetro  $C/D$  es el número  $\pi$ , que sabemos no es racional, o la razón de la longitud de la diagonal de un cuadrado a la longitud de su lado ( $\sqrt{2}$ ).
- En las razones, el segundo componente puede ser cero. En una bolsa de caramelos la razón de caramelos verdes a rojos puede ser 10:5, pero también podría ser 10:0, si es que todos son verdes (no se trata de hacer ninguna división por 0). (p.30)

Por otro lado, según Ben-Chaim (2012) menciona lo siguiente:

En matemática, ‘razón’ es la cuantificación de una relación multiplicativa que es calculada dividiendo (o multiplicando) una cantidad por otra. El cuantificador multiplicativo es determinado por la división (o multiplicación) de dos magnitudes. Por

ejemplo, si hay dos veces el número de horas de instrucción en un curso avanzado en comparación con un curso básico, podemos comparar matemáticamente las horas en ambos cursos. En este caso la razón 2:1 es la cuantificación de las relaciones multiplicativas entre dos unidades.... Una razón debe ser definida como  $a:b$ ,  $b \neq 0$ . (pp. 25-26)

Según esta definición, nos da a conocer a entender que se realiza como el procedimiento matemático de división, por lo tanto ciertas restricciones caerían sobre los valores con los que expresa la razón. En este caso el valor de “b” no podría ser cero.

En nuestra investigación se va a definir razón como  $a:b$  ó  $\frac{a}{b}$ , con  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $b \neq 0$ , dicha notación se hará uso en las sesiones de aprendizaje en la parte experimental.

### Noción de proporción

Una proporción se usa frecuentemente para resolver problemas en matemáticas y otros campos de las ciencias. Estas envuelven situaciones en las cuales las relaciones matemáticas son multiplicativas en esencia (como oposición a las aditivas), y se forma por la igualdad de razones (Ben-Chaim, 2012). Es decir, de lo mencionado, proporción es la relación entre cuatro números o cantidades en donde la razón del primer par es igual a la razón del segundo par, se escribe como  $a:b = c:d$  o  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

Según Ben-Chaim (2012):

Una proporción entre dos magnitudes se dice que es directa cuando los cambios cuantitativos de ellos ocurren uniformemente. Esto es, si una cantidad “a” es multiplicada por un factor “m”, para que se cumpla la proporción, la cantidad “b” debe ser similarmente multiplicada por “m”; “m” es el factor constante. En este caso el cociente (razón) entre las primeras dos cantidades es idéntico al cociente (razón) del segundo par.

En notación matemática: una proporción directa ocurre cuando; dadas cuatro variables

$a, b, c$  y  $d$  ( $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $c \neq 0$ ,  $d \neq 0$ ),  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , esto es:

Si  $c = a \times m$  ( $a$  es multiplicado por el factor  $m$ ,  $m \neq 0$ )  $\rightarrow d = b \times m$  ( $b$  también es multiplicado por  $m$ ).



Si  $c = a \div m$  ( $a$  es dividido por el factor  $m$ ,  $m \neq 0$ )  $\rightarrow d = b \div m$  ( $b$  también es dividido por  $m$ ). (p.35)

### Observaciones:

Según el autor, respecto a la notación matemática, las cuatro variables  $a, b, c$  y  $d$  ( $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$ ) formarán una relación proporcional en las siguientes dos situaciones:

- i) Cuando  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , se tiene una proporción directa: El cociente entre las dos partes de la razón,  $a$  y  $b$ , es constantemente igual al cociente de  $c$  y  $d$ .
  - ii) Cuando  $a \times b = c \times d$ , se tiene una proporción indirecta o inversa: El producto entre las dos partes de la razón,  $a$  y  $b$ , es constantemente igual al producto de  $c$  y  $d$ .
- (p.32)

### 3.1.4 Magnitudes proporcionales

La función lineal, dada por la expresión  $f(x) = ax$ , es el modelo matemático para los problemas de proporcionalidad directa. En general, en palabras de Antonio Trajano, citado por Lima (2000), se dice que dos magnitudes son proporcionales cuando ellas se corresponden de tal modo que, multiplicándose una cantidad de una de ellas por un número, la cantidad correspondiente de la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número. En el primer caso, la proporcionalidad se llama directa y, en el segundo, inversa; las magnitudes se dicen directamente proporcionales o inversamente proporcionales.

Trajano citado por Lima (2000) define en términos formales:

Una proporcionalidad es una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que, para cualesquiera números reales  $c, x$ , se tiene  $f(cx) = c \cdot f(x)$  (proporcionalidad directa) ó  $f(cx) = \frac{1}{c} \cdot f(x)$ , si  $c \neq 0$  (proporcionalidad inversa).

Es claro que si  $f(cx) = c \cdot f(x)$  para todo  $c$  y todo  $x$  entonces, escribiendo  $a = f(1)$ , se tiene  $f(c) = f(c \cdot 1) = c \cdot f(1) = c \cdot a$ , o sea  $f(c) = a \cdot c$ ,  $\forall c \in \mathbb{R}$ , lo cual nos dice que  $f$  es una función lineal.

En suma, una magnitud  $y$  es directamente proporcional a la magnitud  $x$  cuando existe un número  $a$  (llamado constante de proporcionalidad) tal que  $y = ax$  para todo valor de  $x$ .

En los problemas relativos a la proporcionalidad lo que importa es saber que si

$$y = f(x) \text{ e } y' = f(x') \text{ entonces } \frac{y'}{x'} = \frac{y}{x} \text{ es constante. (p.86)}$$

En nuestra investigación el tema de porcentajes se relaciona con las magnitudes directamente proporcionales. El siguiente teorema cuya demostración se encuentra en Lima (2000, pp. 88 – 89) sirve para determinar en cualquier situación si una función dada es o no lineal.

### **Teorema Fundamental de la Proporcionalidad**

Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función creciente. Las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- $f(nx) = n \cdot f(x)$  para todo  $n \in \mathbb{Z}$  y todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- Poniendo  $a = f(1)$ , se tiene  $f(x) = ax$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .
- $f(x+y) = f(x) + f(y)$  para cualquier  $x, y \in \mathbb{R}$

Según este teorema, si queremos saber si  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función lineal basta verificar dos cosas:

Primera:  $f$  debe ser creciente o decreciente. (Aquí se deja el caso trivial de  $f$  idénticamente nula).

Segunda:  $f(nx) = n \cdot f(x)$  para todo  $x \in \mathbb{R}$  y todo  $n \in \mathbb{Z}$ .

Ejemplo tomado del libro de Lima (2000):

Si invertimos la cantidad  $x$ , en una cuenta de ahorro, después de un año tendremos un capital  $f(x)$ . Evidentemente,  $f$  es una función creciente de  $x$ : cuanto más se aplica más se recibe al final. Además se tiene  $f(nx) = n \cdot f(x)$  para todo  $n \in \mathbb{N}$  y todo  $x$ . De hecho, esta igualdad significa que da lo mismo abrir una cuenta de ahorro con el capital inicial  $x' = nx$  como abrir (en el mismo día)  $n$  cuentas, cada una con el valor inicial  $x$ . El teorema fundamental nos permite concluir que  $f(x)$  es proporcional a  $x$ . Más precisamente, si el depósito de 1 real diese, al final de un año, un valor de saque

igual a  $a$ , entonces el capital inicial de  $x$  reales se transformará en  $f(x) = ax$  al final de un año. (p.90)

### 3.1.5 Diversas interpretaciones del porcentaje

Como bien tratan Parker & Leinhardt (1995), muchos textos, autores y diversas teorías construidas a lo largo de los años, enfatizaron en diferentes aspectos sobre el porcentaje. Estas diferentes interpretaciones coinciden en que este tema está estrechamente relacionado con los conceptos de fracción y número racional y tienen múltiples interpretaciones dependiendo del contexto en el que cada uno se utiliza.

Así el numeral (8) y el símbolo (%) tomados en conjunto podrían significar:

- a) 8 de 100 (como una parte de un todo)
- b) 8 de un tipo de cosas por cada 100 de ese tipo de cosas (como en una razón del número de objetos en dos conjuntos diferentes, o alguna medida de dos objetos diferentes, o una tasa de interés)
- c) Un comando para tener una nueva manera de indicar la multiplicación por 0,08 ó 8/100 (como en el cálculo del impuesto a las ventas).
- d) La probabilidad de un evento.
- e) Un contraste a otro porcentaje tal como 12%.
- f) Posición hacia el extremo inferior de una escala de 100 puntos.

El punto es que si no se tiene más información, no está claro si un porcentaje tiene uno de estos significados o incluso, como es a menudo el caso, si tiene varios a la vez.

La variedad de significados de porcentajes lleva a su ambigüedad y provocó un debate de cómo debe ser enseñado, cómo debería ser llamado y cómo debería ser definido. La matemática del porcentaje ha extendido su uso, dándoles más aplicaciones y una mayor flexibilidad, pero también producir conceptos intuitivos.

Los múltiples usos del porcentaje han dado lugar a diferentes interpretaciones sobre su significado.

Parker & Leinhardt (1995), considera varias interpretaciones acerca del objeto porcentaje, aquí presentamos una síntesis de lo que menciona:

a. Por ciento como número

Porcentajes pueden ser cambiados a números reales, los cuales luego obedecen las reglas axiomáticas del sistema de los números reales. Esta “traducción de representación” efectivamente cambia la hipotética unidad de referencia para el porcentaje de 100 a 1, permitiendo, por ejemplo, la expresión 50% se representa en su forma decimal como 0,5 o su forma fraccionaria como  $\frac{1}{2}$  en los cálculos.

b. Por ciento como cantidad intensiva

Por ciento es una manera particular de cuantificar relaciones multiplicativas. Existen dos tipos de cantidades matemáticas:

Cantidades extensivas: Que son cuentas, medidas o valores.

Cantidades intensivas: Que son relacionales. Son de dos clases:

- Razón externa (relaciona a cantidades de diferentes tipos)

Ejemplo: kilómetros por hora; precio por kilo; estudiantes por aula

- Razón interna (relaciona a cantidades del mismo tipo). Es un escalar

Ejemplo: soles por soles, personas por personas, metros por metros.

Una expresión como 7,3% es una cantidad intensiva, una cuantificación de una razón interna.

Puede suceder que al ver un número decimal como 0,46; no podamos distinguir si es una expresión de una cantidad extensiva (por ejemplo 0,46 km); o una intensiva de razón externa (por ejemplo 0,46 km/h); o una intensiva razón interna (por ejemplo 23 mujeres en una clase de 50 estudiantes, de manera que 0,46 de los estudiantes son mujeres). Pero cuando esta cuantificación es expresada en lenguaje de por ciento (46%), no hay duda que el numeral es una expresión de cantidad intensiva de razón interna.

La aparición del lenguaje del por ciento marcó la entrada en un mundo intensivo de las comparaciones entre las cantidades.

c. Por ciento como fracción o razón

Por ciento como fracción: En el contexto de fracción, el tamaño de un subconjunto es comparado al tamaño de todo el conjunto. Esto es el modelo parte-todo del

por ciento y el más destacado de situaciones comparativas. La comparación expresada en lenguaje porcentual, permite que el tamaño relativo de la parte a ser vista como una sensación de llenura a lo largo de una escala lineal, con 0% que significa vacío y 100% que significa lleno total.

Por ciento como razón: Una expresión de por ciento provee una descripción entre dos cantidades. El porcentaje es usado en el sentido de razón cuando describe una comparación entre diferentes conjuntos, diferentes atributos del mismo conjunto, o el cambio en un conjunto en el tiempo. Por ejemplo comparar el número de estudiantes del colegio A con el número de estudiantes del colegio B.

d. Por ciento como una estadística o una función

Uso estadístico: Los medios de comunicación frecuentemente reportan datos recolectados de varias fuentes. Los datos pueden ser reportados en su forma real (50 millones de soles invertidos en libros), usar el lenguaje relacional del por ciento (8% de aumento en la inversión). El porcentaje es una estadística usada para reportar el tamaño relativo de una cantidad particular en relación a otra. Las comparaciones reportadas como porcentaje usualmente:

a) Describen una razón específica como por ejemplo 13,8% de la fuerza de trabajo está desempleado.

b) Comparan porcentajes estadísticos, por ejemplo la tasa de desempleo en enero fue 15% para la región, comparado con el 9,7% para todo el país.

Uso como función: El por ciento puede usarse para establecer una tasa uniforme. La tasa puede determinar la cantidad final del impuesto, costo de intereses, descuentos, etc. En aplicaciones de este tipo, el porcentaje es usado para cuantificar la magnitud de un operador funcional (el operador multiplicativo es la forma fraccional o decimal del porcentaje). Se establece una relación funcional entre la cantidad inicial y la cantidad final. Por ejemplo encontrar el 25% de 80:

$$f(80) = 0,25 \times 80$$

El operador es multiplicar por 0,25

Este tipo de actividades es muy fácil para los estudiantes, pero cuando el operador porcentual excede el 100%, la situación no les es tan familiar, causando que elaboren formas incorrectas de solución.

## Notación de porcentaje

Según Godino (2004):

La notación de porcentajes y el razonamiento de proporcionalidad que se pone en juego cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor de 100 se utiliza en una amplia variedad de situaciones de la vida diaria. La expresión  $x\%$  es una manera alternativa de expresar la fracción  $\frac{x}{100}$ , pero el concepto de porcentaje proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, no solo de manera absoluta (cuál de los dos es mayor), sino de una manera relativa; es decir, se desea saber que fracción o proporción de uno representa respecto del otro. En estas situaciones se suele utilizar el número 100. Al situarlo como denominador de una fracción, su numerador nos indica que porción de 100 representa. (p.426)

Ejemplo: En una encuesta realizada a un sector de la población a nivel nacional, en dos períodos, respecto a ciertos productos comerciales A y B se obtuvo lo siguiente: En el primer período se recolectaron 234 560 opiniones, la opción A obtuvo 140 736 votos; en el segundo período se recolectaron 260 780 opiniones y la opción A obtuvo 143 429 votos. ¿Han mejorado los resultados de la opción A entre uno y otro período?

En la primera votación la fracción de votos obtenidos fue:

$$\frac{140736}{234560} = \frac{60}{100}$$

Mientras que en la segunda:

$$\frac{143429}{260780} = \frac{55}{100}$$

El uso de porcentajes permite conocer el número de opiniones a favor que recibió la opción A por cada 100 encuestados, y comprobar de manera inmediata que esta opción ha perdido la preferencia por parte del público.

### 3.1.6 Función de proporcionalidad directa y porcentajes

Se tiene la siguiente tabla, donde se presenta los valores de dos magnitudes A y B. Como están en proporción directa entonces se puede escribir:

Magnitud A	a	x
Magnitud B	b	y

Donde:  $a \neq 0$  y  $b \neq 0$

$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ , despejando el valor de  $y$ , se tiene:

$$y = \left(\frac{b}{a}\right)x \quad \text{haciendo: } \frac{b}{a} = k$$

$y = kx$ ,  $x \geq 0$  ..... ( $\beta$ ) Función de proporcionalidad directa

Para calcular el porcentaje (%) que representa una cantidad cualquiera P de un total C, dado que representan magnitudes directamente proporcionales se puede hacer haciendo uso de la Función de proporcionalidad directa:

Si al valor C de la magnitud A le corresponde el valor 100 de la magnitud B, entonces al valor P de la magnitud A le corresponde el porcentaje buscado ( $r$ )

Magnitud A	C	P
Magnitud B	100	$r$

$$\frac{C}{100} = \frac{P}{r}$$

$$P = \left(\frac{r}{100}\right)C$$

Entonces el porcentaje  $r$  se puede escribir como:  $r\% = \frac{r}{100}$

Ejemplo 1:

Se aplica descuentos a los precios de tres artículos R, S, T y todos en la misma proporción como se indica en la tabla. ¿Cuál es la proporción del descuento que se está haciendo a todos estos productos?

Nombre del artículo	R	S	T
Precio con descuento	90	135	45
Precio original del artículo	120	380	60

Para poder obtener la proporción del descuento, en el siguiente cuadro se escribe el valor del descuento para cada artículo.

Nombre del artículo	R	S	T
Valor del descuento ( $y$ )	30	45	15
Precio original del artículo ( $x$ )	120	180	60

$$\frac{30}{120} = \frac{45}{180} = \frac{15}{60} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{15}{60}$$

$$y = \frac{15}{60} x$$

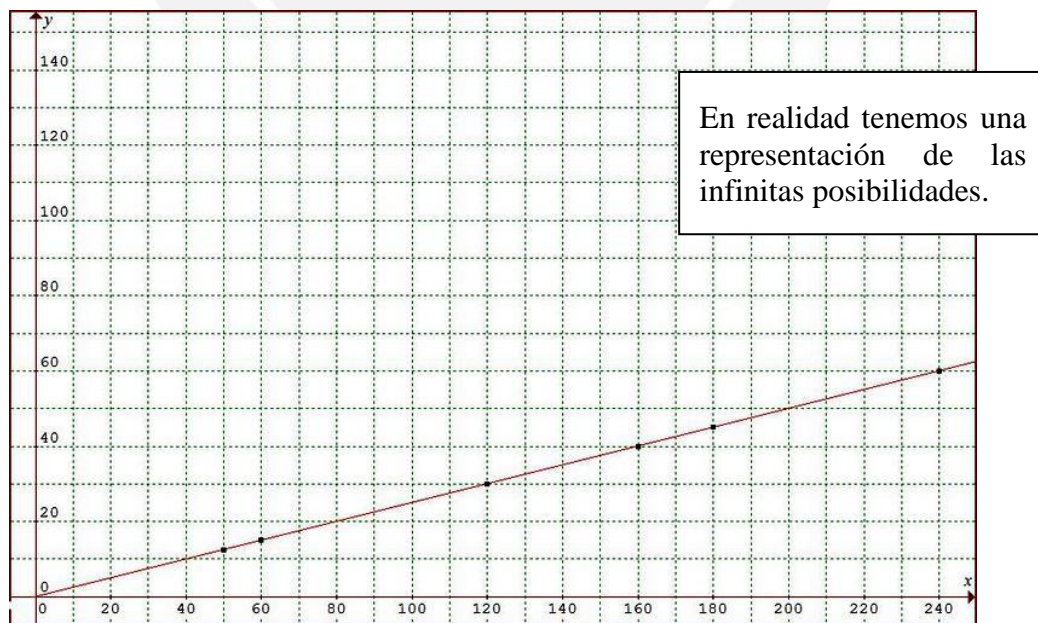
$$y = \frac{1}{4} x$$

$$y = 0,25x, \quad x \geq 0$$

La proporción de descuento es  $a = 0,25$ , que al escribirlo como  $\frac{25}{100}$ , vemos más claramente que equivale a decir 25 soles de descuento por cada 100 soles en el precio; es decir el 25% de descuento.

Si graficamos la ecuación  $y = 0,25x, \quad x \geq 0$ , podemos ver cómo se relacionan los diversos precios con el descuento: En la recta podemos identificar los puntos de la tabla

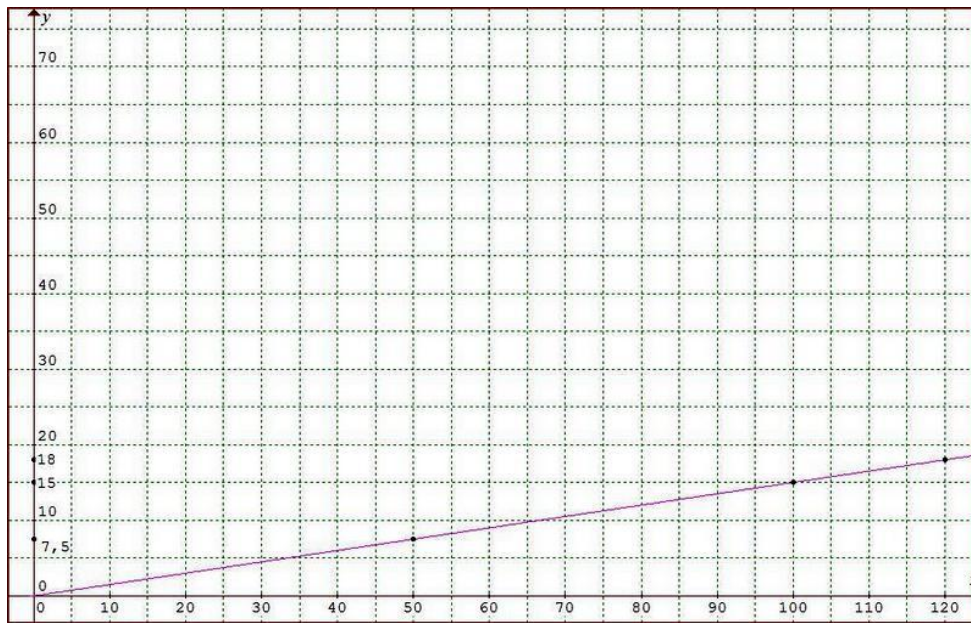
	R	S	T
Valor del descuento ( $y$ )	30	45	15
Precio del artículo ( $x$ )	120	180	60



**Figura 01: Representación gráfica del 25% de descuento mediante una función lineal**

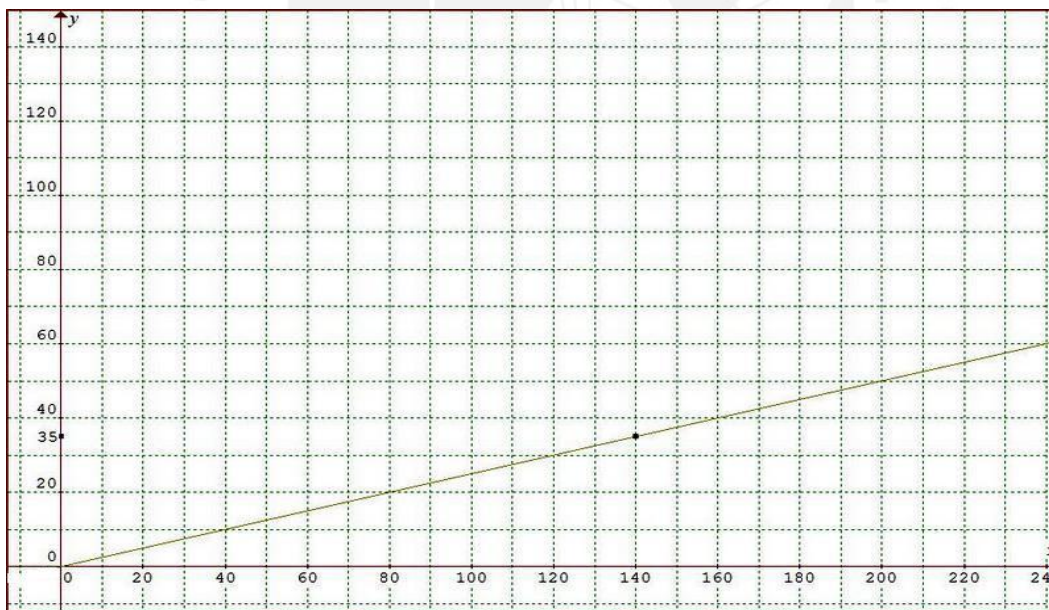


**Ejemplo 2:** Representación del 15% utilizando una función lineal



**Figura 02:** Representación gráfica del 15% de descuento mediante una función lineal

**Ejemplo 3:** Examinando las coordenadas del punto que se muestra en el gráfico de una función lineal, determinar qué porcentaje está representando tal función.



**Figura 03:** ¿Qué porcentaje expresa la función lineal graficada?

$$\frac{140}{35} = \frac{x}{y}$$

$$y = \frac{35}{140} x$$

$$y = 0,25x ; x \geq 0$$

y es el 25% de  $x$ , en el ejemplo 35 es el 25% de 140

### 3.1.7 Variación porcentual

Con la variación porcentual se trata de interpretar y calcular el cambio de una cantidad respecto a otra, generalmente considerando el tiempo y se les llama valor inicial ( $V_i$ ) y valor final ( $V_f$ ).

En Gaita et al. (2009) se define variación porcentual como:

Dadas dos cantidades  $V_i$  y  $V_f$ , si se pide determinar la variación porcentual, es decir cuánto varió  $V_f$  respecto a  $V_i$ , se debe realizar la siguiente operación:

$$\text{Variación porcentual} = \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100\%$$

Si  $V_f - V_i > 0$ , la variación será positiva y se hablará de un aumento; mientras que

Si  $V_f - V_i < 0$ , entonces la variación será negativa, y se hablará de una disminución.

Nótese que la variación porcentual no tiene unidades, se expresa en porcentaje.

Cuando la información está dada en porcentajes, esto es,  $V_i$  y  $V_f$  en porcentajes, y se da como respuesta la diferencia  $V_f - V_i$ , entonces se puede afirmar que el valor inicial varió en  $V_f - V_i$  puntos porcentuales. (p.35)

Ciertamente, es importante que la variación porcentual no aparezca como una regla, sino como un problema de porcentaje: en qué porcentaje ha variado una cantidad determinada, respecto a su valor inicial.

Por ejemplo:

La inversión hecha en miles de dólares por una empresa de cítricos en los años 2011 y 2012 es como sigue:

Año	2011	2012
Cantidad de inversión (miles de dólares)	190 950	360 550

¿Cuál fue la variación porcentual de la inversión de miles de dólares en estos dos años?

Se trata de expresar la diferencia entre ambas cantidades de inversión y relacionarla con la cantidad inicial. El porcentaje es una buena relación y más específicamente la variación porcentual.

La diferencia entre cantidades:  $360\,550 - 190\,950 = 169\,600$

Porcentaje respecto a la cantidad de inversión inicial:  $\frac{169\,600}{190\,950} \times 100 = 88,82\%$

Esto coincide con la fórmula dada, pues  $V_i = 190\,950$  y  $V_f = 360\,550$ , así:

$$\begin{aligned} \text{Variación porcentual} &= \frac{V_f - V_i}{V_i} \times 100\% \\ &= \frac{360\,550 - 190\,950}{190\,950} \times 100\% \\ &= 88,82\% \end{aligned}$$

La noción de variación porcentual resulta muy importante en cuanto a la solución de problemas relacionados a aumentos y disminuciones porcentuales, como por ejemplo en tasas de crecimiento y otros tópicos. Y más aún cuando este objeto matemático es desarrollado por estudiantes de la carrera de Administración y Sistemas, resulta ser indispensable en toda su carrera profesional.

En términos generales a partir de este análisis epistemológico podemos mencionar que el porcentaje es un concepto matemático dinámico resultado de un largo proceso de cambios que establecen la variedad de interpretaciones que tiene como número, como fracción o razón, como estadística o función y como una cantidad intensiva. Es habitual encontrar que la resolución de problemas relacionados a este tema solo utilice la noción parte-todo de este objeto matemático; pero el porcentaje es una proporcionalidad directa entonces esta se relaciona con una función lineal así como lo hemos podido describir.

En el siguiente análisis observaremos los principales errores cometidos por los estudiantes al utilizar este objeto matemático, en la solución de problemas, a consecuencia del desconocimiento de las diferentes interpretaciones que tiene el porcentaje.

## 3.2 Análisis cognitivo

Con la intención de lograr un análisis de las características cognitivas de los estudiantes, aplicamos una prueba de prerrequisitos, con la cual se evaluó los conocimientos y habilidades consideradas necesarias para el aprendizaje del tema de porcentaje, y para desarrollar las actividades que se propongan en la secuencia didáctica. Un análisis de las respuestas obtenidas en esta evaluación se presenta en la sección 3.2.2.

### 3.2.1 Algunos errores cometidos por los alumnos en el desarrollo de ítems sobre porcentajes

En investigaciones citadas en Parker & Leinhardt (1995), se tomaron en cuenta grupos de respuestas incorrectas hechas por estudiantes sobre ítems específicos relacionados a porcentajes para identificar áreas en las que se presentan dificultades. A continuación se presenta una síntesis de lo mencionado:

- Los estudiantes tienden a ignorar el signo de porcentaje completamente, como si no tuviera significancia. Por ejemplo: No distinguen entre 4 y 4% o entre 150 y 150%;
- Los estudiantes creen que el signo de porcentaje a la derecha del numeral puede ser reemplazado por un punto decimal a la izquierda del numeral. Este fallido algoritmo es correcto en la conversión 0,34 a 34%, pero es incorrecto en la conversión 160% a 0,160 y 0,8 a 8%.
- La alta relevancia de las tablas de multiplicar o simplemente las multiplicaciones que realizan en ejercicios para encontrar el por ciento o la base; pero en muchas ocasiones el escoger esta operación resulta incorrecto. Por ejemplo en la operación  $8 = \_ \% \text{ de } 32$ , los estudiantes empiezan por dividir 32 entre 8.

Allinger, G. citado por Parker & Leinhardt (1995), llamó a este error como “algoritmo aleatorio” (Si tú no sabes qué operación realizar, divide si el cociente es un entero o de otro lado multiplica). En algunas instancias, la noción parte-todo del porcentaje (como medio) puede llegar a confundir más que el efecto de las tablas de multiplicar. En algunos textos, sobre porcentajes, enfatizan un número como parte de otro número antes que un número como un múltiplo de otro número.

Según Parker & Leinhardt (1995), también los estudiantes tienen dificultad con porcentajes mayores que 100, por ejemplo un típico error puede ser escribir  $120\% \approx 0,120$  o escribir  $60 = 50\%$  de 30. Estos errores se atribuyen a la poca incidencia a porcentajes mayores que 100, incluso a los estudiantes se les enseña primero que porcentaje es una parte de un todo y luego se debe extender sus procedimientos aprendidos a situaciones que no son parte – todo. Además notaron que en general los estudiantes sufrieron confusión severa entre la notación fraccional, decimal, el por ciento y la falta de entendimiento en el proceso de obtener porcentajes.

Guiler, W. citado por Parker & Leinhardt (1995) precisó que el problema sobre los errores en relación a porcentajes no solo es a nivel escolar sino también en estudiantes universitarios.

En base a lo revisado en las investigaciones citadas, hacemos mención a lo siguiente:

- Los errores en el aprendizaje y enseñanza del tema de porcentajes no es reciente, se remonta a muchos años atrás, y aún se evidencia en nuestros días tanto en las aulas de educación básica como a nivel universitario.
- Los estudiantes, la mayoría de veces, ignoran el signo de porcentaje, pues al parecer no se han dado cuenta que aunque es una etiqueta (en el sentido de que sigue a un numeral), no es una etiqueta de medida tal como soles, dólares, etc.
- Muchas veces no tienen clara la naturaleza y legitimidad de las operaciones que tienen que realizar.
- La fuerte noción parte-todo de porcentaje, puede llevar a un serio concepto erróneo, haciendo porcentajes mayores que 100 contrarios a la intuición, puesto que una parte no puede exceder al todo.

Nuestra realidad no es ajena a lo indicado en las investigaciones revisadas, esta nos sirvieron para constatar que los errores que cometen nuestros estudiantes son muy similares a lo que se menciona en dichos documentos. Esto lo podemos apreciar en los resultados de la evaluación de exploración de conocimientos que detallamos en la Tabla N° 1.

### 3.2.2 La evaluación de conocimientos previos. Análisis de resultados y observaciones

Consideramos que para poder lograr los resultados previstos, los alumnos deben de haber trabajado previamente ciertos conocimientos en su educación básica regular (ver Cuadro N° 2), los cuales se verificaron por una evaluación de exploración de conocimientos (ver Apéndice 1); a partir de los datos de esta evaluación es que se realiza un análisis de los conocimientos, falencias, errores y dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas relacionados a proporcionalidad y porcentajes.

**Cuadro N° 2: Descripción de los conocimientos previos evaluados**

Conocimientos previos	Número de ítem en la prueba de exploración de conocimientos previos
a) Conocer y aplicar el concepto de proporcionalidad directa	Ítem 1 Ítem 2
b) Conocer y aplicar el teorema de proporciones.	Ítem 3
c) Conocer y comprender la relación entre fracción y porcentaje.	Ítem 4 Ítem 5
d) Representar porcentajes gráficamente, teniendo en cuenta el todo y la parte.	Ítem 6 Ítem 7
e) Conocer y comprender la relación entre números decimales y porcentaje.	Ítem 8 Ítem 9
f) Entender la representación porcentual usando gráficos de barras.	Ítem 10

La evaluación de exploración de conocimientos se llevó a cabo el 13 de noviembre de 2012. Consta de 10 preguntas de tipo abiertas. La prueba duró 60 minutos. El sistema de calificación fue vigesimal.

De los 49 alumnos matriculados, 39 asisten regularmente a clase pero 3 faltaron y 36 rindieron la prueba.

En la Tabla N° 01, se describe los resultados en forma cualitativa de la siguiente manera: Cantidad de alumnos que llegaron a la respuesta correcta (**Correcto**), los que se quedaron planteando la situación (**En proceso**), los que no llegaron a la respuesta correcta (**Incorrecto**) y los que no contestaron la pregunta (**En blanco**).

**Tabla N° 01: Resultados de la calificación cualitativa de la prueba de exploración de conocimientos previos.**

Ítem	Correcto		En proceso		Incorrecto		En blanco	
	N° estudiantes	Porcentaje	N° estudiantes	Porcentaje	N° estudiantes	Porcentaje	N° estudiantes	Porcentaje
1.a	16	44.44	4	11.11	12	33.33	4	11.11
1.b	18	50.00	4	11.11	7	19.44	7	19.44
1.c	0	0.00	8	22.22	21	58.33	7	19.44
1.d	5	13.89	7	19.44	16	44.44	8	22.22
1.e	20	55.56	4	11.11	5	13.89	7	19.44
1.f	13	36.11	4	11.11	15	41.67	4	11.11
2	7	19.44	2	5.56	19	52.78	8	22.22
3.a	7	19.44	0	0.00	21	58.33	8	22.22
3.b	20	55.56	0	0.00	9	25.00	7	19.44
4.a	14	38.89	0	0.00	17	47.22	5	13.89
4.b	19	52.78	2	5.56	10	27.78	5	13.89
5.a	9	25.00	2	5.56	17	47.22	8	22.22
5.b	10	27.78	0	0.00	17	47.22	9	25.00
6.a	8	22.22	7	19.44	21	58.33	0	0.00
6.b	18	50.00	8	22.22	10	27.78	0	0.00
7.a	22	61.11	1	2.78	13	36.11	0	0.00
7.b	15	41.67	9	25.00	12	33.33	0	0.00
8.a	23	63.89	5	13.89	4	11.11	4	11.11
8.b	18	50.00	2	5.56	11	30.56	5	13.89
9	11	30.56	2	5.56	14	38.89	9	25.00
10.a	16	44.44	6	16.67	12	33.33	2	5.56
10.b	18	50.00	5	13.89	12	33.33	1	2.78
10.c	18	50.00	6	16.67	11	30.56	1	2.78

Con esta evaluación se buscaba observar que es lo que los estudiantes tenían como conocimientos previos sobre determinados contenidos que serían indispensables conocerlos para que puedan interactuar en el desarrollo de las cuatro actividades de aprendizaje planteadas sobre el tema de porcentajes.

Tales conocimientos previos fueron:

Conocimientos previos	Comentarios:
a) Conocer y aplicar el concepto de proporcionalidad directa	Los estudiantes en su mayoría para definir un proporcionalidad directa solo utilizan una parte de la definición: “si crece el valor de x entonces crece el

valor de  $y$ "; esto origina una serie de implicancias negativas en el desarrollo de ejercicios y problemas.

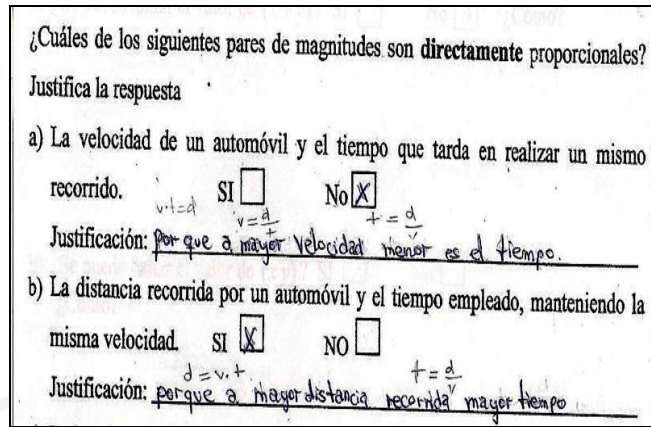


Figura N° 04: Respuesta a la pregunta 1 de la prueba de exploración de conocimientos, ítems a) y b)

En esta figura se observa como este estudiante, tan solo maneja la definición parcial de magnitudes directamente proporcionales. Esta situación, les ocurre a más del 50% de los estudiantes.

<p>b) Conocer y aplicar el teorema de proporciones.</p>	<p>Más de la mitad de estudiantes desconoce o se olvidó el teorema correspondiente a la parte de proporciones.</p>
<p>c) Conocer y comprender la relación entre fracción y porcentaje.</p>	<p>Casi todos utilizan la regla de tres simple como herramienta para poder obtener el porcentaje equivalente. Esto seguramente por la influencia emitida en las actividades en el nivel secundario y las academias.</p> <p>En la pregunta 4b), por ejemplo, se evidencia como más del 50% de estudiantes utiliza la regla de tres simple para dar su respuesta, esto nos indica que no entienden como expresar una fracción en porcentajes.</p>



b) ¿Qué porcentaje de descuento me hizo?

$$\begin{array}{r} 256 \text{ --- } 100\% \\ 64 \text{ --- } x\% \end{array} \quad \frac{64 \cdot 100}{256} = 25\%$$

Figura N° 05: Respuesta a la pregunta 4, ítems b)

En esta imagen se observa, que este estudiante aun no puede expresar la fracción  $\frac{1}{4}$  como porcentaje y prefiere trabajarlo con la regla de tres simple.

d) Representar porcentajes gráficamente, teniendo en cuenta el todo y la parte.

Al parecer según los resultados obtenidos en su mayoría los estudiantes poseen este conocimiento previo y lo exteriorizan al momento de representar gráficamente figuras teniendo en cuenta el todo o la parte, tal como se muestra en la Figura N° 71.

7. Observe las siguientes figuras que representan el porcentaje indicado y grafique lo indicado en las otras columnas.

La parte sombreada representa el 75% de la figura	Represente el 50% de la figura	Represente el 125% de la figura	Represente el 150% de la figura
 $4(25\%) = 100\%$	 $2(25\%) = 50\%$	 $5(25\%) = 125\%$	 $6(25\%) = 150\%$
La parte sombreada representa el 30% de una figura	Represente el 60% de la figura	Represente el 75% de la figura	Represente el 120% de la figura
 $2(15\%) = 30\%$	 $4(15\%) = 60\%$	 75%	 $4(30\%) = 120\%$

Figura N° 06: Respuesta a la pregunta 7

e) Conocer y comprender la relación entre números decimales y porcentaje.

El poder expresar porcentajes menores al 100% en decimales les resulta en su mayoría sencillo pero al momento de utilizar porcentajes mayores al 100% les resultó más complicado al momento de realizar los cálculos respectivos.

	<p>8. Marcar: El 17% de <math>x</math> se expresa como:  <del>a) <math>0,17x</math></del>                      b) <math>17x</math>                      c) <math>0,0017x</math>                  Justificación:                  Sería porque la operación se realiza así:  <math>x \cdot 17 \div 100 = 0,17x</math>                  El 120% de <math>x</math> se expresa como:                  b) <math>120x</math>                      <del>c) <math>0,120x</math></del>                      d) <math>1,20x</math>                  Justificación:                  De la misma manera, anteriormente:  <math>x \cdot 120 \div 100 = 0,120x</math></p> <p style="text-align: center;"><b>Figura N° 07: Respuesta a la pregunta 8</b></p> <p>En la Figura N° 72, observamos las dificultades que se les presenta en las operaciones con decimales, cuando trabajan porcentajes mayores al 100%.</p>
<p>f) Entender la representación porcentual usando gráficos de barras.</p>	<p>El 50% de estudiantes comete errores al momento de leer un gráfico de barras, situación que debería de ser de su dominio ya que lo trabajaron en el nivel secundario.</p>

Del análisis realizado podemos mencionar de forma general de que los estudiantes de nuestra investigación tienen dificultades en:

- Reconocer cuándo dos magnitudes no son directa ni inversamente proporcionales.
- Reconocer e identificar la definición de magnitudes directamente proporcionales.
- Identificar la propiedad fundamental que cumplen las proporciones.
- Determinar una cantidad conociendo su porcentaje, especialmente si es mayor al 100%.
- Expresar fracciones como porcentajes.
- Comprender la relación entre números decimales y porcentajes.

Todo lo mencionado se puede corroborar con el análisis trabajado anteriormente en base a otras investigaciones, donde se hace mención a estas dificultades encontradas en nuestro grupo de estudio.

### 3.3 Análisis didáctico

#### 3.3.1 La enseñanza de porcentajes en estudiantes de la carrera de Administración y Sistemas. Actividades que se desarrollan en las aulas

Porcentajes y sus aplicaciones en problemas, forman parte del contenido de la Unidad de Ejecución Curricular Pensamiento Lógico Matemático, desarrollado con los estudiantes de la Carrera de Administración y Sistemas del primer ciclo. Este curso cuenta con 4 horas semanales (45 minutos/hora – 2 horas teóricas y 2 horas prácticas), durante 17 semanas y otorga 3 créditos a los estudiantes que lo aprueban.

Según los resultados de la entrevista aplicada a los docentes de la facultad (ver Apéndice 6), todos consideraron muy importante la enseñanza del tema de porcentajes en los estudiantes del primer ciclo, ya que en los ciclos superiores siempre tienen dificultades al trabajar en problemas contextualizados que requieran como un elemento de solución a los porcentajes. Los docentes encuestados, en su mayoría manifestaron que, realizaban la enseñanza del tema de porcentajes de una manera aritmética, tratando casos específicos en donde les es útil este concepto.

La manera en la que se ha ido desarrollando este tema en los últimos años, es de forma aritmética, siempre trabajando con la concepción de parte-todo como definición de porcentaje, limitando la variedad de significados que puede tener este tópico. En esta situación también influye mucho la poca o escasa bibliografía respecto al tema, para estudiantes del nivel universitario, los textos que se encuentran en la biblioteca de la Universidad son de nivel preuniversitario y en estos solo se encuentran ejercicios de aplicación directa, que utilizan siempre la regla de tres simple en la solución de sus problemas propuestos.

Además, la forma en la que el personal docente enseña este tema es por lo general muy aplicativa y monótona, con fórmulas dadas directamente, todo esto hace que el estudiante, no profundice de forma significativa el tema de porcentajes en el primer ciclo de estudios y lo utilice luego de forma mecánica e incorrecta, en el desarrollo de sus otras asignaturas en ciclos superiores.

Dichas actividades a las que se hace mención pueden ser clasificadas como conversiones, ejercicios de cálculo, actividades de sombreado o problemas que contienen en su contexto el uso de porcentajes. Una síntesis de lo que se trabaja es:

- Las conversiones requieren cambiar entre tres sistemas notacionales (por ciento, decimal y fracción). Por ejemplo, una típica conversión puede ser convertir 16,67% a fracción o decimal; cambiar 0,1667 a por ciento o fracción; o cambiar 1/6 a por ciento o decimal.
- En ejercicios de cálculo requieren hallar uno de las tres posibles cantidades desconocidas:

Ejercicios donde piden encontrar el porcentaje:  $15\%$  de  $160 = \underline{\quad}$  (caso 1)

Ejercicios que piden encontrar el por ciento:  $\underline{\quad}\%$  de  $160 = 24$  (caso 2)

Ejercicios que pide encontrar la base:  $15\%$  de  $\underline{\quad} = 24$  (caso 3)

- Actividades de sombreado, donde los estudiantes somborean regiones continuas simples (tales como rectángulos, círculos o segmentos de línea), o sombrear un cierto número de objetos que representa un porcentaje de un conjunto de objetos discretos.
- Los problemas son generalmente situaciones aplicadas que utilizan el porcentaje en un contexto y requiere que el estudiante extraiga información relevante, “matemátice” esta información y luego resuelva el problema.
- Utilizar la regla de tres simple, como expresión fundamental en el desarrollo de problemas de proporcionalidad y porcentajes.

### 3.3.2 Alternativa para la enseñanza de porcentajes a estudiantes universitarios

Ante la cantidad de observaciones que hemos estado encontrando de los análisis hechos, adoptamos el criterio dado por Godino (2012) en una comunicación personal:

“El problema con el uso de la rutina de la ‘regla de tres simple’ es que se suele enseñar en la escuela de manera memorística y no ayuda a discriminar si realmente es pertinente aplicarla en casos prácticos. Por eso es preferible insistir en la aproximación mediante las funciones lineales.... Con los estudiantes de Administración se podría evitar la

aplicación de manera automática e irreflexiva la rutina de la ‘regla de tres’. Deben ver si efectivamente la situación problema que se aborda se puede modelizar de manera pertinente mediante la función lineal”.

En este sentido realizamos los análisis respectivos, para trabajar desde este punto de vista y poder así superar el problema planteado en el primer capítulo de este trabajo de investigación. Todo esto, partiendo de que el porcentaje es una proporción directa, y en toda proporción directa se puede establecer una función de proporcionalidad con propiedades establecidas que sustentarían esta aseveración.



## CAPÍTULO IV: CONCEPCIÓN Y ANÁLISIS A PRIORI

### 4.1 Determinación de las variables

#### 4.1.1 Variables macrodidácticas

Al poner en práctica las situaciones de enseñanza diseñadas nos encontramos en la fase de experimentación descrita en la Ingeniería Didáctica, para ello tendremos en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los estudiantes con los que se va a trabajar son de la Carrera de Administración y Sistemas, reunidos en equipos de trabajo, que fueron formados a criterio de la docente de acuerdo al siguiente criterio: un alumno del tercio superior, dos del tercio medio y uno del tercio inferior, considerando las evaluaciones obtenidas en la primera mitad del ciclo.
- Los contenidos previos al desarrollo del tema de porcentajes se efectúan en clase anticipadamente; y en cada actividad programada, cada alumno recibirá el material respectivo.
- Gran parte de los conocimientos previos requeridos se han trabajado en el nivel secundario, y son revisados antes de iniciar la experimentación de la presente investigación.
- El diseño de las situaciones de aprendizaje se ha hecho teniendo en cuenta situaciones que se les presenta en su carrera profesional.

#### 4.1.2 Variables microdidácticas

Para la presente investigación hemos considerado dos variables, como se puede observar en el cuadro N° 03.

**Cuadro N° 03: Variables microdidácticas**

Descripción	Caso	Código
<b>Relación con el 100%</b>	- Menor o igual	VMD1-A
	- Mayor	VMD1-B
<b>Variación porcentual</b>	- Positiva	VMD2-A
	- Negativa	VMD2-B

## 4.2 Diseño de la secuencia didáctica

### 4.2.1 Visión general

La secuencia didáctica fue diseñada de acuerdo con la teoría de Situaciones Didácticas, donde el alumno va a tener que resolver situaciones propuestas. La propuesta didáctica está formada por cuatro actividades a desarrollarse de manera individual en algunos casos y otros de forma grupal.

### 4.2.2 Reconocimiento de las variables en las actividades de aprendizaje

Cuadro N° 04: Actividades de aprendizaje y variables microdidácticas

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	VARIABLES MICRODIDÁCTICAS
Actividad 1: Buscando el mejor descuento	- Relación con el 100%: menor o igual (VMD1-A)
Actividad 2: Valor total del consumo en un restaurant	- Relación con el 100%: menor o igual (VMD1-A) - Relación con el 100%: mayor (VMD1-B)
Actividad 3: Porcentaje de ventas	- Variación porcentual: positiva (VMD2-A) - Variación porcentual: negativa (VMD2-B) - Relación con el 100%: mayor (VMD1-B) - Relación con el 100%: menor o igual (VMD1-A)
Actividad 4: Proporcionalidad y porcentajes aplicando funciones lineales.	- Variación porcentual: positiva (VMD2-A) - Variación porcentual: negativa (VMD2-B) - Relación con el 100%: mayor (VMD1-B) - Relación con el 100%: menor o igual (VMD1-A)

### 4.2.3 Actividades diseñadas:

A continuación se muestra las actividades diseñados en base a los análisis previos realizados:

#### ACTIVIDAD 1: Buscando el mejor descuento

##### Situación 1.1:

Luis y Katia decidieron comprar un libro determinado, y fueron a librerías diferentes. El precio del libro era de 52 soles en la librería A y 62 soles en la librería B, pero en cada una hacían descuentos para universitarios. Luego del descuento respectivo, Luis pagó 40 soles en la librería A y Katia pagó 49 soles en la librería B.

##### Trabajo individual:

- a) ¿Cuánto es el descuento, en soles, que obtuvo Luis?
- b) Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Luis en la librería A.  
¿Qué porcentaje es el precio del libro en la librería A, antes del descuento?
- c) ¿Qué porcentaje de descuento obtuvo Luis?
- d) ¿Cuánto es el descuento, en soles, que obtuvo Katia?
- e) Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Katia en la librería B. ¿Cuál es el 100%?
- f) ¿Qué porcentaje de descuento obtuvo Katia?
- g) ¿Cuál de los dos obtuvo un mejor descuento?

##### Trabajo grupal: Situación 1.1:

Todos los integrantes del grupo deben comparar y examinar los resultados obtenidos en el trabajo individual, luego entregar los resultados del trabajo individual con las soluciones que el grupo considere más adecuada para las preguntas a – g.

##### Situación 1.2:

La siguiente información corresponde a los montos que pagaron un grupo de personas al comprar libros en varias librerías que ofrecen porcentajes de descuentos:



Librería	C	D	E	F
Precio de venta	60	49	62	55
Valor de la venta luego del descuento	46	37	47	42

- a) ¿En cuál de las librerías se obtuvo el descuento más favorable? ¿Por qué?
- b) ¿En cuál de las librerías se obtuvo el descuento menos favorable? ¿Por qué?

### **Situación 1.3:**

Un estudiante universitario decide comprar una colección de textos relacionados a un trabajo de investigación. Al decidir comprar la colección, observa que el precio por cada texto era de S/.56. Pero la librería

Oferta A: Por dos textos, 20% de descuento

Oferta B: De 3 a 6 textos, 30% de descuento. (Si se compra más de 6 libros, el descuento es solo por 6)

ofrece varias ofertas al momento de comprar los textos de la colección.

- a) Explique cuánto pagaría el universitario si en total llevara dos textos.
- b) ¿Qué quiere decir que se hizo un 20% de descuento?
- c) Si decide comprar 8 textos, ¿cuál sería la mejor manera de aprovechar las ofertas? ¿Por qué?


## **ACTIVIDAD 2: Pagando el consumo en un restaurant**

### **Situación 2.1:**

Carmen decide invitar a almorzar a toda su familia al restaurant “Primavera”. Al momento de hacer el pedido se percató que en la carta se señala que los precios no incluyen IGV (que es el 18% del consumo realizado) ni el pago por el servicio de atención a la mesa (que es el 10% del consumo).

### **Trabajo grupal:**

- a) Si la familia de Carmen consumiera por S/. 500, según los precios de la carta. ¿Cuáles serían los montos que figuren en la boleta de venta?

	
Cliente: _____	
<b>Descripción</b>	<b>Monto</b>
Por consumo	
IGV (18%)	
DERECHO DE ATENCIÓN (10%)	
TOTAL	

- b) Si Carmen solo tenía 500 soles. ¿Cuál es el monto máximo de consumo en el restaurante, según los precios de la carta, para que pueda pagar la cuenta, considerando los porcentajes adicionales?
- c) Si el mozo presentó a Carmen una boleta por un monto total de S/. 480, halla los siguientes montos
- Valor del consumo en soles: \_\_\_\_\_
- IGV: \_\_\_\_\_
- Derecho de atención: \_\_\_\_\_
- d) ¿Qué porcentaje del valor del consumo se paga finalmente, según la boleta?
- e) Si el consumo es de  $x$  soles, y el monto total a pagar es de  $y$  soles, expresa  $y$  en función de  $x$ .
- f) Grafica la función obtenida en e).
- g) Utiliza la función obtenida para completar la siguiente tabla:

Valor del consumo	200	300	400	500
Monto total a pagar				

- h) ¿Qué relación hay entre los datos considerados en la tabla anterior y la gráfica de la función?

### ACTIVIDAD 3: Porcentajes de ventas

#### Trabajo individual:

#### Situación 3.1:

El siguiente cuadro representa la venta en miles de dólares de dos empresas:

	2009	2010	2011
Empresa AMI	54	35	43
Empresa CAT	37	43	41

- a) ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa CAT entre los años 2009 y 2011? ¿Qué significado tiene este resultado?
- b) ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa AMI entre los años 2009 y 2011? ¿Qué significado tiene este resultado?
- c) Si la empresa AMI, proyectó un incremento del 15% en sus ventas para el año 2012, respecto a sus ventas del 2011. ¿Cuál se esperaba que sea el monto de las ventas para el año 2012?
- d) Si la empresa CAT, a consecuencia de ciertos problemas financieros, estima que el año 2012 sus ventas tendrán un decrecimiento del 5%, respecto al 2011. ¿Cuál fue el valor del monto estimado para las ventas del 2012?

### Trabajo grupal:

#### Situación 3.2:

El siguiente cuadro representa el porcentaje de variación de las ventas de cada empresa con respecto al año anterior.

	2009	2010	2011
Empresa A	12%	8%	-7%
Empresa B	10%	-2%	5%
Empresa C	-6%	5%	4%

Si el valor de las ventas para el año 2008, fue de 27 mil para la empresa A, 28 mil para la empresa B y 29 mil para la empresa C.

- a) Completa el cuadro con el valor de las ventas de las empresas entre los años 2009 y 2011:

	2009	2010	2011
Empresa A			
Empresa B			
Empresa C			

- b) ¿Qué empresa tuvo mayor crecimiento porcentual en sus ventas entre los años 2009 y 2011? ¿Por qué?
- c) ¿Qué empresa tuvo menor crecimiento porcentual en sus ventas entre los años 2009 y 2011? ¿Por qué?
- d) Si de la empresa D se conoce el valor de sus ventas en cierto año inicial y el valor de sus ventas en un año final. ¿Cuál es el cambio porcentual del valor de las ventas de la empresa en esos años, considerando un valor inicial de 40 mil soles y un valor final de 64 mil soles?
- e) Si de la empresa W se conoce el valor de sus ventas en cierto año inicial y el valor de sus ventas en un año final. ¿Cuál es el cambio porcentual del valor de las ventas de la empresa W en esos años, considerando un valor inicial  $V_0$  y un valor final  $V_f$ ?
- f) ¿Qué puede concluir del valor inicial  $V_0$  respecto al valor final  $V_f$ , si sabe que el cambio porcentual correspondiente es positivo? Explique.
- g) ¿Qué puede concluir del valor inicial  $V_0$  respecto al valor final  $V_f$ , si sabe que el cambio porcentual correspondiente es negativo? Explique.

**ACTIVIDAD 4: Porcentajes y proporcionalidad aplicando funciones lineales**

**Trabajo grupal:**

Situación 4.1:

Dadas las siguientes funciones:

A) $y = 0,12x, x \in \mathbb{R}^+$	B) $y = 0,03x, x \in \mathbb{R}^+$	C) $y = 1,2x, x \in \mathbb{R}^+$	D) $y = 120x, x \in \mathbb{R}^+$
E) $y = \frac{1}{4}x, x \in \mathbb{R}^+$	F) $y = 8x, x \in \mathbb{R}^+$	G) $y = \frac{x}{8}, x \in \mathbb{R}^+$	

- a) Escriba una expresión verbal relacionada con cada función, usando **porcentajes**.

A y es el doce por ciento de x

- B \_\_\_\_\_
- C \_\_\_\_\_
- D \_\_\_\_\_
- E \_\_\_\_\_
- F \_\_\_\_\_
- G \_\_\_\_\_

b) Expresa algebraicamente cada uno de los siguientes enunciados

- $y$  es el 130% de  $x$  \_\_\_\_\_
- $A$  es el 0,3% de  $B$  \_\_\_\_\_
- $Q$  es el 67% de  $P$  \_\_\_\_\_
- $y$  es proporcional a la tercera parte de  $x$  : \_\_\_\_\_

c) Interpreta la información dada en el primer párrafo de este recorte periodístico en el diario Publimetro, publicado recientemente, y determina el monto de exportaciones en dólares, que hubo el 2011.

## Las exportaciones caerían 3,6%

El presidente de la Asociación de Exportadores (ADEX), Juan Varilias, proyectó que las exportaciones peruanas superarán los US\$44.702 millones al cierre del presente año. Eso representa una caída del 3,6% respecto al 2011.

Varilias explicó que la contracción se debe fundamentalmente a la caída de los precios de las exportaciones de los minerales. Agregó que las exportaciones tradicionales (US\$33.603 millones) cerrarían con una contracción del 7,1%, por los menores envíos de café.

Por su parte, las exportaciones no tradicionales (US\$11.099 millones) crecerían 8,9%, amortiguan-

▶ Juan Varilias, de ADEX.

do en algo el retroceso de los envíos totales.

“Estos resultados serían mejores a los proyectados en setiembre, cuando se pensó en una caída del 7,6% porque los principales mercados destino de Perú no daban señales de mejoramiento”, dijo Varilias. ● PUBLIMETRO

---

---

---

---

---

---

---

Fuente: Publimetro, pág. 6 (10/12/12)

d) En el siguiente cuadro Carlos ha anotado los coeficientes de variación (variaciones relativas) de las ventas totales de 4 empresas, considerando los

años 2009 y 2011. Haga un comentario a cada uno de los coeficientes de variación anotados por Carlos. Justifique.

Empresa 1	Empresa 2	Empresa 3	Empresa 4
0,15	-0,09	1,2	-1,2

#### Situación 4.2:

Un supermercado vende el kilo de carne a S/. 17,00 y esta semana está haciendo una promoción en la venta de carne: Si la compra es por más de 3 kilos, hace un descuento del 10% al importe total.

- a) ¿Cuánto pagará Carlos si compra 2 kilos de carne?
- b) ¿Cuánto pagará Julia si compra 5 kilos de carne?
- c) Expresar la función pago según la cantidad de kilos de carne ( $x$ ) que se compre.
- d) Graficar la función hallada en c).
- e) Determinar, en caso sea posible, la cantidad de kilos que fueron adquiridos por los clientes en cada uno de los siguientes casos
  - e1) Pagó S/. 45
  - e2) Pagó S/. 60
  - e3) Pagó S/. 49

### **4.2.4 Interacciones con el medio y comportamientos esperados**

A continuación se detalla la interacción con el medio que se pretende fomentar con cada interrogante propuesta en cada una de las actividades, y los comportamientos que se espera de los alumnos en relación con el objeto de estudio, teniendo en cuenta las variables microdidácticas propuestas anteriormente.

#### **ACTIVIDAD 1: Buscando el mejor descuento**

##### **Situación 1.1: Trabajo individual**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Acción	- Se espera que luego de leer detenidamente el enunciado den la respuesta correcta, restando 40 de 52 soles.
b	Acción	- Se espera que más del 50% de los estudiantes respondan el 100%, ya que esto significaría reconocer que es el todo. (VMD1-A)
c	Formulación	- Se espera que más del 50% de los estudiantes, a partir de la pregunta hallen la respuesta utilizando una razón. - Es probable que ellos escriban $\frac{12}{52}$ , efectúen la operación y obtengan 0,2308; y que expresen este resultado como un 23,08%. (VMD1-A)
d	Acción	- Se espera que luego de leer detenidamente el enunciado den la respuesta correcta, restando 49 de 62 soles.
e	Acción	- Se espera que más del 50% de los estudiantes responda 62 soles, ya que esto significaría reconocer que es el todo.
f	Acción	- Se espera que más del 50% de los estudiantes, a partir de la pregunta, hallen la respuesta utilizando una razón. - Es probable que ellos escriban $\frac{13}{62}$ efectúen la operación y obtengan 0,21; y que expresen este resultado como 21%. (VMD1-A)
g	Acción	- Se espera que la totalidad de alumnos comparen los porcentajes hallados en c y f para dar la respuesta correcta.

**Situación 1.1: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a-g	Formulación	- Se espera que todos los grupos en cada caso hallen la respuesta correcta a partir de la información que trabajaron en forma individual (VMD1-A)
a-g	Validación	- Se espera que todos los grupos fundamente sus respuestas correctas a la clase. (VMD1-A)

**Situación 1.2: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Formulación	- Se espera que más del 50% de los grupos en cada caso hallen el porcentaje de descuento utilizando una razón en cada caso, convirtiendo a porcentaje los decimales que obtengan para luego comparar los porcentajes obtenidos en cada caso y obtener el mejor descuento. (VMD1-A)
b	Formulación	- Se espera que todos los grupos comparando los porcentajes obtenidos en el ítem a, den la respuesta correcta y elijan el menor descuento. (VMD1-A)

**Situación 1.3: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Acción	- Se espera que los grupos escojan la oferta A, y luego trabajen con la proporción $\frac{x}{112} = \frac{80}{100}$ (VMD1-A)
b	Formulación	- Es probable que los alumnos en un inicio tengan dificultad al indicar que el descuento consiste en la quinta parte de lo que se paga, o que de cada 100 soles en el pago se descuenta 20 soles. Se espera que puedan expresar el porcentaje como una fracción. (VMD1-A)



c	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es probable que los estudiantes planteen diferentes alternativas de solución a esta situación. Se espera que escojan como la mejor alternativa el formar grupos con la oferta B. En este caso podría ser que elijan comprar en dos partes 4 – 4 con la oferta B, o también elegir comprar 5 – 3 con la oferta B. (VMD1-A)</li> </ul>
---	-------------	---

**ACTIVIDAD 2: Pagando el consumo en un restaurant**

**Situación 2.1: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Acción	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se espera que los estudiantes después de haber leído detenidamente el texto del problema, obtengan los valores correctos para rellenar la boleta de venta.</li> <li>- Probablemente realicen estos cálculos, para sacar el valor del IGV: <math>0,18 \times 500</math>, para el valor del derecho de atención: <math>D.A. = 0,10 \times 500</math> y para el valor total sumen los valores parciales obtenidos. (VMD1-A)</li> </ul>
b	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es probable que quizás dividan 500 entre 1,18 para obtener el monto subtotal; lo cual no sería correcto, pues en este caso tenemos un impuesto más en la boleta (D.A).</li> <li>- Se busca que los estudiantes utilicen la variable <math>x</math>; luego para expresar el valor del IGV y del Derecho de atención lo hagan en función a esta variable; es decir <math>0,18x</math> y <math>0,10x</math> para obtener la ecuación <math>x + 0,18x + 0,10x = 500</math> (VMD1-B)</li> </ul>

c	Formulación	<p>- Se espera que los estudiantes apliquen procedimiento similar al hecho en (b). la devolución puede ocasionar que trabajen algebraicamente.</p> $x + 0,18x + 0,10x = 480$ $1,28x = 480$ <p>(VMD1-B)</p>
d	Acción	<p>- Se espera que más del 50% de grupos respondan 128%, aunque es probable que algunos grupos tengan dificultad al expresar el decimal 1,28 como 128% al tratarse de un porcentaje mayor al 100%.</p> <p>(VMD1-B)</p>
e	Formulación	<p>- Se espera que más del 50% de grupos escriba la función <math>y = 1,28x</math></p> <p>(VMD1-B)</p>
f	Acción	<p>- Se espera que grafiquen la función lineal <math>y = 1,28x</math>, teniendo en cuenta que es una recta que parte del origen de coordenadas. Los valores dados para la variable "x", deberían relacionarse con los datos del problema planteado.</p>
g	Acción	<p>- Se espera que utilicen la función obtenida en el ítem e) para poder inferir los resultados que se le solicita.</p> <p>(VMD1-B)</p>
h	Validación	<p>- Es probable que los estudiantes indiquen la utilidad que tiene el utilizar una función lineal en el desarrollo de este problema. Se espera que indiquen, que todos los puntos de la tabla están en la gráfica.</p>

**ACTIVIDAD 3: Porcentaje de variación en las ventas****Situación 3.1: Trabajo individual**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Formulación	- Se espera que más del 50% de los estudiantes obtengan el porcentaje de variación teniendo en cuenta que es con respecto al año 2009, es decir el monto de ese año corresponde al 100%. (VMD2-A)
b	Formulación	- Se espera que los alumnos obtengan el porcentaje de variación teniendo en cuenta que es con respecto al año 2009, es decir el monto de ese año corresponde al 100%. En este caso obtendrán una variación negativa, pero es muy probable que los estudiantes olviden el signo negativo. (VMD2-B)
c	Formulación	- Se espera que los alumnos indiquen como $x$ al monto de la venta en el año 2011 y planteen la siguiente ecuación: $\frac{x-43}{43} = \frac{15}{100}$ (VMD2-A)
d	Formulación	- Se espera que planteen la siguiente ecuación: $\frac{x-41}{41} = -\frac{5}{100}$ (VMD2-B) - Es probable que muchos estudiantes obvien el signo en esta parte, que indica un decrecimiento.

**Situación 3.2: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Acción	- Se espera que más del 50% de grupos completen el cuadro correctamente con los montos respectivos a las ventas de los años 2009 al 2011, teniendo en cuenta que en algunos casos son porcentajes de crecimiento y otros de decrecimiento. (VMD2-A) y (VMD2-B)

b	Acción	- Se espera que más del 50% de los grupos de trabajo utilizando los datos del cuadro obtenido en el ejercicio a) puedan hallar la variación porcentual entre los años 2009 y 2011. (VMD2-A)
c	Acción	- Se espera que más del 50% de los grupos utilizando los datos del cuadro obtenido en el ejercicio a) puedan hallar la variación porcentual y luego indicar el de menor crecimiento porcentual entre los años 2009 y 2011. (VMD2-B)
d	Acción	- Es probable que con los datos escriban $\frac{64-40}{40}$ y expresen el resultado en porcentajes, basados en trabajo realizado en los ítems b y c. (VMD2-A)
e	Validación	- Se espera que los grupos en su mayoría puedan obtener la expresión que define la variación porcentual en función a un valor inicial $V_0$ y un valor final $V_f$ . - Se espera que escriban la expresión: $\frac{V_f - V_0}{V_0} \times 100\%$ (VMD2)
f	Formulación	- Se espera que todos los grupos precisen que en el caso de que haya un cambio porcentual positivo es que el $V_f > V_0$ (VMD2-A)
g	Formulación	- Se espera que todos los grupos precisen que en el caso de que haya un cambio porcentual negativo es que el $V_f < V_0$ (VMD2-B)

**ACTIVIDAD 4:****Situación 4.1: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se espera que los grupos de trabajo identifiquen en b) que y es el 3% de x; en c) y es el 120% de x; en d) y es el 12000% de x; en e) y es el 25% de x; f) y es el 800% de x; en g) y es el 12,5% de x.</li> <li>- Es probable que tengan dificultad al expresar porcentajes mayores al 100%. (VMD1-A) y (VMD1-B)</li> </ul>
b	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es probable que los estudiantes escriban de forma algebraica (ecuación) lo expresado en forma verbal. Es probable que tengan dificultad expresando como decimal, los porcentajes mayores al 100%. (VMD1-A) y (VMD1-B)</li> </ul>
c	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se espera que los estudiantes utilicen lo aprendido en la situación anterior (3.2), es decir utilizar la expresión <math>\frac{V_f - V_0}{V_0} \times 100\%</math> e igualarlo a -3,6%, para que puedan obtener el valor inicial correspondiente al monto de las exportaciones en el 2011. (VMD 2-B)</li> </ul>
d	Validación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Es probable que los grupos de trabajo interpreten los coeficientes de variación porcentual positivos como incremento de ventas y los negativos como disminución de ventas. Para su justificación deberían de emplear lo mencionado en la situación anterior. El caso del coeficiente de variación -1,2 es más complicado y es probable que se limiten a expresar disminución de ventas. Es deseable que se perciba la diferencia con el caso -0,09 al estar entre -1 y 0 y el caso -1,2 que es menor que -1.</li> </ul>

(VMD2-A) y (VMD2-B)

**Situación 4.2: Trabajo grupal**

Ítem	Fase de la TSD	Comportamiento esperado
a	Acción	- Se espera que los alumnos obtengan el resultado multiplicando $2 \times 17 = 34$
b	Acción	- Se busca que los alumnos obtengan el resultado con la siguiente operación $(5 \times 17) - (0.10)(5 \times 17)$ ; ya que en este caso al valor total del precio pagado por 5 kilos se le tiene que descontar el 10%. (VMD1-A)
c	Validación	- Es probable que los estudiantes obtengan las funciones para cada caso, uno sin descuento y el otro para los casos con descuento, pero se espera que expresen como una función por tramos, precisando el valor del dominio de la función. (VMD1-A)
d	Formulación	- Se espera que los estudiantes al momento de escribir la función no tengan en claro como graficarla, pero es probable que grafiquen las dos funciones que se van a originar, como consecuencia de las condiciones del problema; quizás lo realicen en diferentes planos cartesianos.
e	Validación	- En relación a los casos presentados, se espera que los alumnos elijan la opción correcta de acuerdo a las condiciones del problema ya que para el caso e3) tendrán que advertir que este monto se puede gastar en dos situaciones de compra.

**4.2.5 Información complementaria**

Se utilizó material complementario a la aplicación de estas cuatro actividades como son: prueba de prerrequisitos, sesión de aprendizaje previa, recapitulaciones y una evaluación final. Este material se muestra en los apéndices del presente trabajo. Se hace una descripción en el Cuadro N° 05.

Cuadro N° 05: Descripción del material complementario

Material complementario	Descripción
Prueba de Prerrequisitos	- 10 preguntas relacionadas a temas que los estudiantes conocen y lo trabajaron en su educación básica.
Sesión de aprendizaje previa	- Módulo donde se detalla y revisa conjuntamente con los estudiantes, temas que deben recordar para luego trabajar con el concepto de porcentajes.
Recapitulaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Recapitulación 1: La docente lo realiza al inicio de la sesión 2, revisando lo visto en la sesión 1.</li> <li>- Recapitulación 2: La docente lo realiza al inicio de la sesión 3, revisando lo visto en la sesión 2.</li> <li>- Recapitulación 3: La docente lo realiza al inicio de la sesión 4, revisando lo visto en la sesión 3.</li> <li>- Recapitulación 4: La docente lo realiza al inicio de la sesión 5, revisando lo visto en la sesión 4.</li> </ul>
Prueba para evaluación final	- Prueba que contiene preguntas similares a las de la prueba de prerrequisitos, para ver si las actividades de aprendizaje ayudaron a superar las deficiencias encontradas inicialmente.

#### 4.2.6 Programación de actividades

El Cuadro N° 06 se hace un resumen de las actividades programadas en la presente investigación, detallando el instrumento que se utiliza, la forma de trabajo (individual y grupal) y el tiempo de duración de cada actividad diseñada.

Cuadro N° 06: Programación de actividades y su cronología

SESIÓN	INSTRUMENTO	FORMA DE TRABAJO	DURACIÓN
0	Sesión de aprendizaje previa	Individual	90 minutos
1	Actividad 1	Docente (indicaciones)	10 minutos
		Situación 1.1: Trabajo individual-grupal	20 minutos
		Situación 1.2: Trabajo grupal	30 minutos
		Situación 1.3: Trabajo grupal	30 minutos
2	Recapitulación 1	Docente al inicio de la sesión de aprendizaje	20 minutos
	Actividad 2	Situación 2.1: Trabajo grupal	70 minutos
3	Recapitulación 2	Docente al inicio de la sesión de aprendizaje	20 minutos
	Actividad 3	Situación 3.1: Trabajo individual	30 minutos
		Situación 3.2: Trabajo grupal	40 minutos
4	Recapitulación 3	Docente al inicio de la sesión de aprendizaje	20 minutos
	Actividad 4	Situación 4.1: Trabajo individual	30 minutos
		Situación 4.2: Trabajo grupal	40 minutos
5	Recapitulación 4	Docente al inicio de la sesión de aprendizaje	20 minutos
	Evaluación	Evaluación de exploración de conocimientos	70 minutos



## CAPÍTULO V: FASE EXPERIMENTAL Y ANÁLISIS A POSTERIORI

La fase experimental de nuestra investigación se inició con la puesta en escena de una sesión de aprendizaje previa (Apéndice 2), en la que se hace recordar a los estudiantes conceptos previos que necesitan para el desarrollo de las actividades programadas en relación al tema de porcentajes. Esta fase la desarrollamos en 5 sesiones de 90 minutos cada una en las fechas y horarios que corresponden al horario de las sesiones de aprendizaje del curso.

En las sesiones 1 al 4 se experimentaron las actividades diseñadas como se muestra en el cuadro N°7, y en la sesión 5 se hizo una recapitulación de todo lo que se había trabajado.

**Cuadro N°07: Cronograma de actividades desarrolladas**

Actividad	Fecha	Hora
Evaluación prerrequisitos	13 de noviembre de 2012	3:15 p.m. – 4:45 p.m.
Sesión 0 (aprendizaje previo)	27 de noviembre de 2012	3:15 p.m. – 4:45 p.m.
Sesión 1	30 de noviembre de 2012	1:00 p.m. – 2:30 p.m.
Sesión 2	4 de diciembre de 2012	3:15 p.m. – 4:45 p.m.
Sesión 3	7 de diciembre de 2012	1:00 p.m. – 2:30 p.m.
Sesión 4	11 de diciembre de 2012	3:15 p.m. – 4:45 p.m.
Sesión 5: Recapitulación final	14 de diciembre de 2012	1:00 p.m. – 2:30 p.m.
Evaluación final	18 de diciembre de 2012	3:15 p.m. – 4:45 p.m.

En cada situación planteada se hace una evaluación cualitativa de cómo respondieron los estudiantes en cada caso, según la siguiente pauta:

- A: Correcto
- B: En proceso
- C: Incorrecto
- D: En blanco

A continuación se hace una descripción de los sujetos de la investigación y luego se detalla lo trabajado en cada actividad aplicada indicando los logros y dificultades encontrados en la aplicación de las sesiones de aprendizaje.

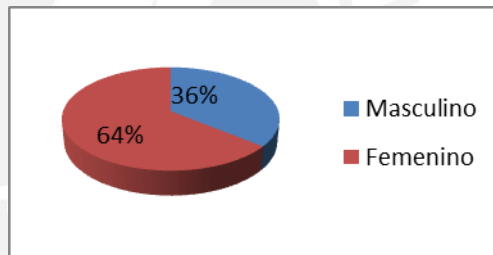
### 5.1 Descripción de los sujetos de la investigación

La investigación se lleva a cabo con estudiantes del primer ciclo de la Carrera Profesional de Administración y Sistemas, que se encuentran cursando el curso de Pensamiento Lógico Matemático. Para realizar el diseño de las actividades, se recolectó algunos datos de los estudiantes que participan en esta investigación, que pudieran influir de manera indirecta en el desempeño académico de los mismos.

De un total de 46 alumnos matriculados, son 39 los que asisten regularmente a clases, a los que se les aplicó un cuestionario (Apéndice 5), dichos resultados se muestran a continuación:

**Tabla N° 02: Sexo del estudiante**

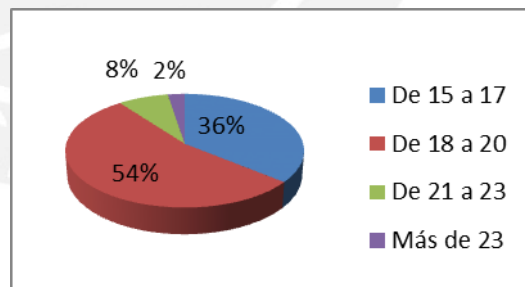
Sexo	Cantidad	%
Masculino	14	36
Femenino	25	64



**Figura N° 08: Sexo del estudiante**

**Tabla N° 03: Edad del estudiante**

Edad	Cantidad	%
De 15 a 17	14	36
De 18 a 20	21	54
De 21 a 23	3	8
Más de 23	1	3

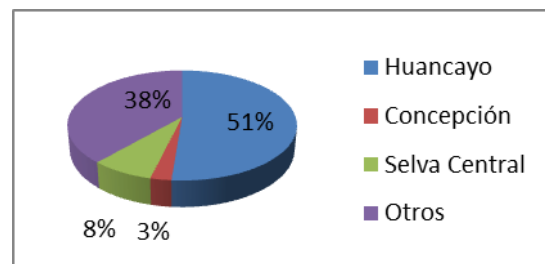


**Figura N° 09: Edad del estudiante**

**Tabla N° 04: Lugar de procedencia**

Lugares	Cantidad	%
Huancayo	20	51
Concepción	1	3
Selva Central	3	8
Otros	15	38

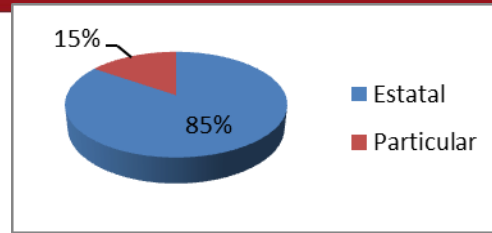
Se considera Concepción como un caso aparte por tener tradición de buenos estudiantes.



**Figura N° 10: Lugar de procedencia del estudiante**

**Tabla N° 05: Modalidad del colegio de procedencia**

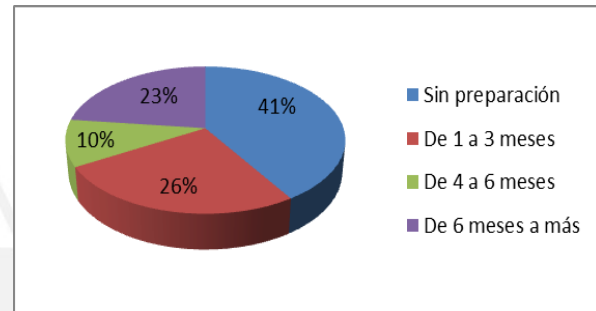
Modalidad	Cantidad	%
Estatal	33	85
Particular	6	15



**Figura N° 11: Modalidad del colegio de procedencia**

**Tabla N° 06: Tiempo de preparación para ingresar a la universidad**

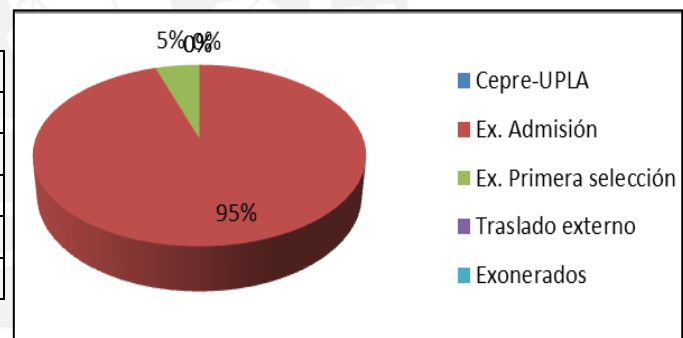
Tiempo de preparación	Cantidad	%
Sin preparación	16	41
De 1 a 3 meses	10	26
De 4 a 6 meses	4	10
De 6 meses a más	9	23



**Figura N° 12: Tiempo de preparación**

**Tabla N° 07: Modalidad de ingreso a la universidad**

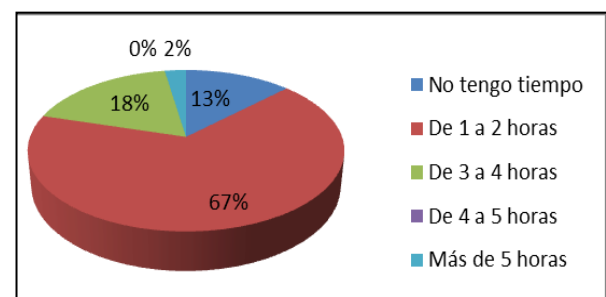
Modalidad	Cantidad	%
Cepre-UPLA	0	0
Ex. Admisión	37	95
Ex. Primera selección	2	5
Traslado externo	0	0
Exonerados	0	0



**Figura N° 13: Modalidad de ingreso**

**Tabla N° 08: Horas semanales que estudia el curso fuera de clase**

Número de horas	Cantidad	%
No tengo tiempo	5	13
De 1 a 2 horas	26	67
De 3 a 4 horas	7	18
De 4 a 5 horas	0	0
Más de 5 horas	1	3



**Figura N° 14: Horas semanales de estudio**

**Tabla N° 09: Situación del estudiante respecto al tema de porcentaje.**

Situaciones posibles	Cantidad	%
No me enseñaron	7	18
Me enseñaron y no lo aprendí	15	38
Me enseñaron y lo aprendí	17	44



**Figura N° 15: Situación del estudiante respecto al tema de porcentaje**

De los resultados se puede apreciar que en su mayoría son jóvenes entre 15 y 20 años, la mayoría son mujeres. En cuanto al lugar de procedencia la mitad son de Huancayo y los demás vienen de lugares distantes, esto podría afectar el desarrollo de las actividades programadas ya que provienen de sectores donde el nivel educativo es demasiado bajo. Además el 85% de ellos proviene de colegio estatal, el 95% ingresaron por examen de admisión, y en su mayoría no se prepararon para este examen.

Los estudiantes en su mayoría solo dedican de 1 a 2 horas diarias en estudiar sus cursos. También manifiestan en su mayoría que les enseñaron el tema de porcentajes en el colegio y que lo aprendieron. Pero hubo quienes manifestaron que no se les había enseñado (18% del total), esto no podría afectar los resultados obtenidos ya que constituye una minoría, pero se tendrá en cuenta al momento de trabajar con las situaciones planteadas.

## 5.2 Logros y dificultades encontrados en la aplicación de las sesiones de aprendizaje

### 5.2.1 Sesión de aprendizaje previa

Como ya mencionamos, esta fase experimental se inicia con el desarrollo de la sesión de aprendizaje previa (SAP), que tuvo una duración de 90 minutos, en la que junto a los alumnos se recuerda el concepto de razones, proporciones y magnitudes proporcionales. (Ver Apéndice 2). Al inicio del desarrollo de la misma, observamos que la mayoría de los estudiantes recordaban muy poco, pues se percibía la casi “nula” participación de ellos en las preguntas que se les planteaba.

A medida que avanzaba la sesión de aprendizaje, se notó la participación de los estudiantes, pues poco a poco iban recordando los contenidos teóricos básicos relacionados a magnitudes proporcionales. Posterior a ese trabajo se les hizo preguntas relacionadas a cómo graficar una función lineal, qué relación se encuentra entre función lineal ( $f(x) = kx$ ,  $k$  constante real;  $x \in \mathbb{R}$ ) y proporcionalidad.

### 5.2.2 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 1

El desarrollo de ACTIVIDAD 1 cuenta con 3 situaciones planteadas y se pone énfasis en la variable microdidáctica VMD1-A. La situación 1.1 se trabajó de manera individual, con 30 alumnos inicialmente, llegando tres estudiantes tarde, luego se trabajó con 7 grupos de 4 estudiantes cada uno y un grupo de 5 estudiantes (8 grupos en total); esto se realizó en la situación 1.1, 1.2 y 1.3.

#### Situación 1.1: Trabajo individual

Esta parte de la actividad duró aproximadamente 30 minutos, ya que el principal inconveniente que se encontró fue la comprensión del texto que se les había dado. Además en un inicio, los estudiantes hicieron la observación que las preguntas eran muy sencillas y las respuestas quizás no deberían de ser tan obvias, por lo que debería haber algo más que razonar.

Los resultados cualitativos de esta situación se dan en la Tabla N° 10:

**Tabla N° 10: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.1 (parte individual)**

Calificación Pregunta	A	B	C	D
a	25	0	2	3
b	21	0	3	6
c	18	3	4	5
d	25	0	0	5
e	18	0	4	8
f	12	5	6	7
g	12	0	8	10

**Enunciado de la Situación 1.1:**

Luis y Katia decidieron comprar un libro determinado, y fueron a librerías diferentes. El precio del libro era de 52 soles en la librería A y 62 soles en la librería B, pero en cada una hacían descuentos para universitarios. Luego del descuento respectivo, Luis pagó 40 soles en la librería A y Katia pagó 49 soles en la librería B.

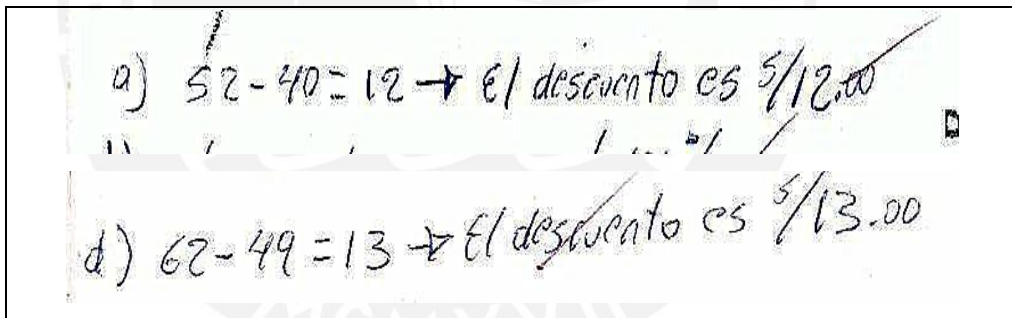
**Ítems a) y d):**

a) ¿Cuánto es el descuento en soles, que obtuvo Luis?

d) ¿Cuánto es el descuento en soles, que obtuvo Katia?

**Observaciones:**

En ambos casos fueron 25 estudiantes los que respondieron correctamente restando 40 de 52 en el primer caso y restando 49 de 62 en el segundo caso. Los alumnos que respondieron incorrectamente fueron 2, debido a la falta de comprensión lectora de la pregunta, ya que los alumnos manifestaron no comprender la pregunta que se les hacía y son 3 estudiantes los que no respondieron.



a)  $52 - 40 = 12 \rightarrow$  El descuento es S/12.00

d)  $62 - 49 = 13 \rightarrow$  El descuento es S/13.00

Figura N° 16: Respuesta a la situación 1.1, ítems a) y d)

En la figura se observa el procedimiento correcto que siguieron 25 alumnos para resolver esta pregunta, muchos de ellos manifestaron que eran preguntas muy sencillas.

**Ítem b):**

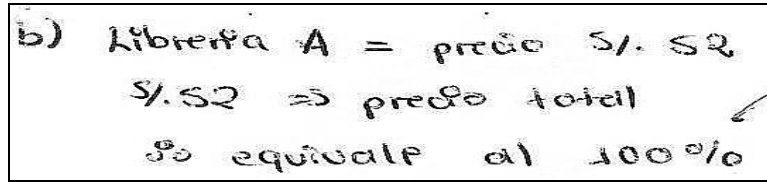
b) Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Luis en la librería A.

¿Qué porcentaje es el precio del libro en la librería A?

**Devolución:**

Ante las dudas de los estudiantes por la extrema sencillez de la pregunta se les preguntó ¿cuál es el precio del libro en la librería A? ¿Este monto total, a cuánto equivale en porcentaje?

Reformulación: Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Luis en la librería A ¿a qué porcentaje equivale el precio del libro?



b) Librería A = precio S/. 52  
 S/. 52  $\Rightarrow$  precio total  
 $\Rightarrow$  equivale al 100%

Figura N° 17: Respuesta a la situación 1.1, ítem b)

En esta figura se muestra lo que hizo uno de los 21 estudiantes, quienes pudieron reconocer que el precio del libro equivale al 100%, es decir tienen en cuenta y reconocen el todo.

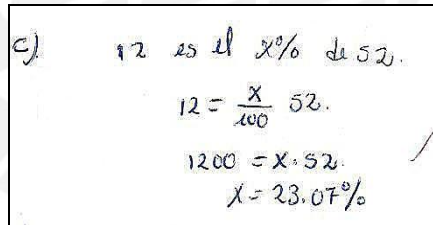
**Ítem c):**

c) ¿Qué porcentaje de descuento obtuvo Luis?

Observaciones:

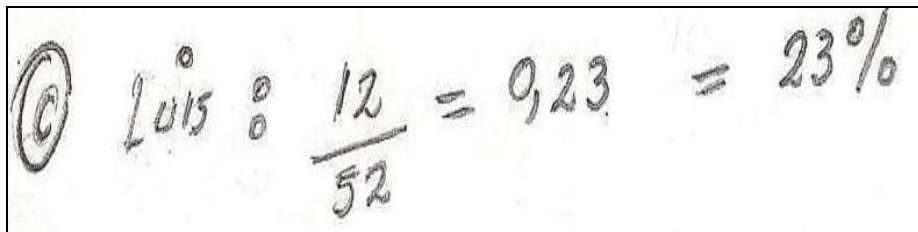
Después de identificar que el precio del libro en la librería A era el 100%, solo 18 alumnos pudieron identificar a cuánto equivale en porcentaje los 12 soles de descuento. Los alumnos que trabajaron con la regla de tres simple obtuvieron la respuesta correcta, aunque dudaban al momento de trabajar con decimales.

Los estudiantes que trabajaron utilizando una razón, confundían la respuesta, pues olvidaron expresar el decimal obtenido en porcentajes.



c) 12 es el  $x\%$  de 52.  
 $12 = \frac{x}{100} \cdot 52$   
 $1200 = x \cdot 52$   
 $x = 23,07\%$

Figura N° 18: Respuesta a la situación 1.1, ítem c) (Utiliza una ecuación)



© Luis  $\circ \frac{12}{52} = 0,23 = 23\%$

Figura N° 19: Respuesta a la situación 1.1, ítem c) (utiliza porcentaje como razón)

En la figura 18, se observa como un estudiante utiliza una ecuación para hallar el porcentaje requerido mientras que en la figura 19, otro estudiante hace uso del porcentaje como razón.

**Ítem e):**

e) Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Katia en la librería B.

¿Cuál es el 100%?

**Observaciones:**

Solo 18 alumnos respondieron correctamente.

**Devolución:**

Ante las interrogantes de los estudiantes, se les preguntó ¿éste porcentaje que nos indica, una parte o el total de un todo?

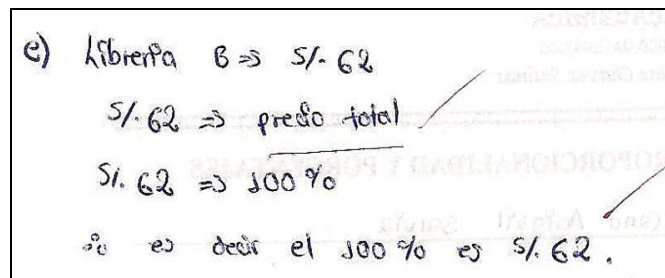


Figura N° 20: Respuesta a la situación 1.1, ítem e)

En esta figura se observa que los alumnos reconocen que el 100% es el precio inicial del libro en la librería B. Esto nos da evidencia que nuestros estudiantes pueden identificar y diferenciar la parte del todo, y esto constituye una de las interpretaciones del porcentaje.

**Ítem f):**

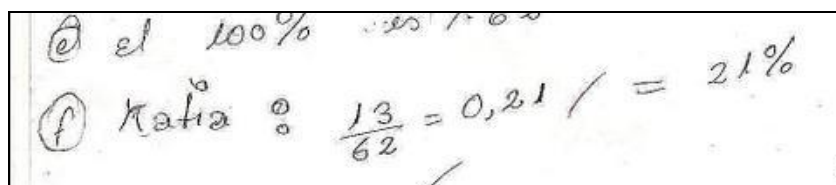
f) ¿Qué porcentaje de descuento obtuvo Katia?

**Observaciones:**

Solo 12 estudiantes respondieron correctamente, lo que constituye una minoría. Los estudiantes utilizaron una razón para obtener la respuesta pero continuaron obviando expresar el decimal en porcentajes.

**Devolución:**

Se les hizo las siguientes preguntas ¿Cómo se puede expresar 50% en decimales? ¿Qué me indica el decimal 0,5?



a) el 100% es 1.00  
 f) Katia :  $\frac{13}{62} = 0,21 / = 21\%$

Figura N° 21: Respuesta a la situación 1.1, ítem f)



En la figura 21 se observa el trabajo de un estudiante que utiliza la noción del porcentaje como razón para dar su respuesta, pero solo 12 estudiantes dieron la respuesta correcta en comparación a 5 que se quedaron planteando la pregunta, 6 que lo hicieron de forma incorrecta y 7 que dejaron sin contestar la pregunta.

**Ítem g):**

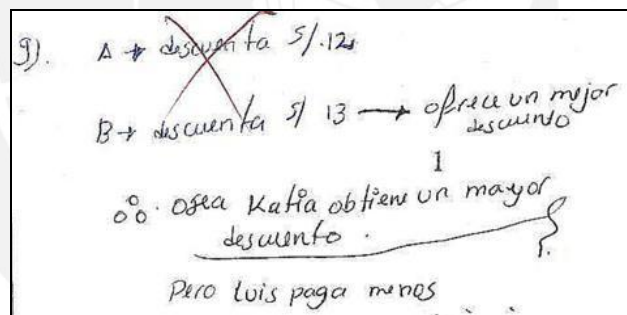
g) ¿Cuál de los dos obtuvo un mejor descuento?

Observaciones:

Los estudiantes tuvieron dificultad para responder pues mencionaron existen dos posiciones, una de ellas era el mejor descuento expresado en soles y el mejor descuento expresado en porcentajes.

Devolución:

Si a ambas personas les hubieran hecho el mismo descuento en nuevos soles. ¿Cómo podrían decir cuál fue el mejor descuento? ¿Qué concepto matemático te ayuda a diferenciar estas cantidades iguales? Estas reflexiones no fueron lo suficiente por lo que se daría mayor incidencia en el trabajo grupal



**Figura N° 22: Respuesta a la situación 1.1, ítem g)**

En esta figura se observa que el estudiante solo tiene en cuenta el descuento en soles para dar su respuesta, solo 12 estudiantes dieron la respuesta correcta en comparación a 8 que lo hicieron de forma incorrecta y 10 que dejaron sin contestar la pregunta, esto nos da evidencia de que aún existe deficiencia en cómo utilizar el objeto porcentaje en la solución de problemas.

**Situación 1.1: Trabajo grupal**

Luego de haber desarrollado la situación 1.1 en forma individual, se procedió a formar los grupos de trabajo que ya fueron establecidos con anterioridad por la

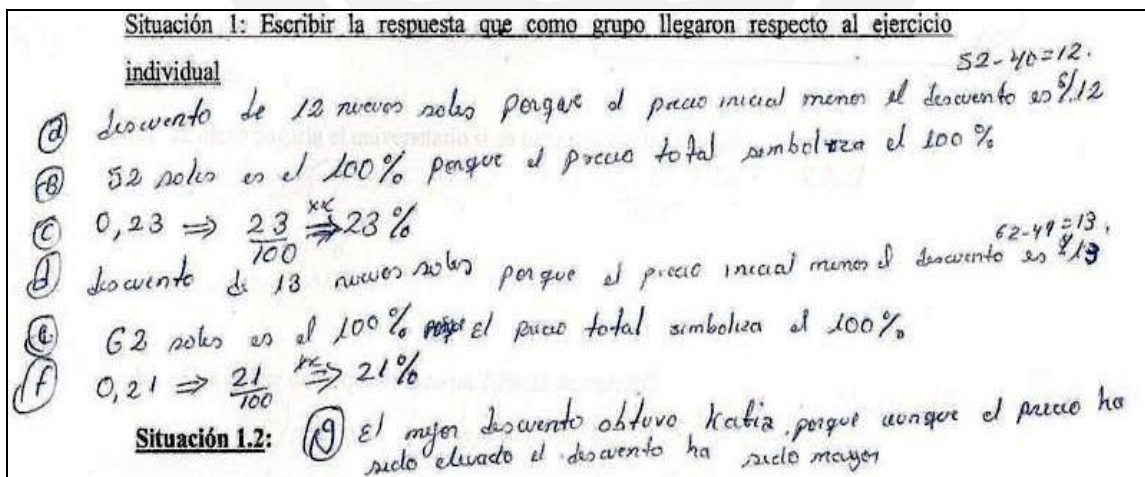
docente de acuerdo a su rendimiento académico. Conformados los grupos, empezaron a comparar las respuestas que habían obtenido en su trabajo individual. Los resultados cualitativos de la misma se aprecian en la Tabla N° 11.

**Tabla N° 11: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.1 (parte grupal)**

Calificación Pregunta	A	B	C	D
a	8	0	0	0
b	8	0	0	0
c	8	0	0	0
d	8	0	0	0
e	8	0	0	0
f	8	0	0	0
g	6	0	2	0

Todos los integrantes en cada grupo, compararon y examinaron los resultados obtenidos en el trabajo individual. En las preguntas a – f, todos los grupos luego de debatir y corregir sus errores respondieron correctamente.

En la pregunta g) existieron dificultades al momento de responder, solo 6 grupos respondieron correctamente.



**Figura N° 23: Respuesta a la situación 1.1, ítems a – g (Grupo 1)**

En esta figura, se observa las justificaciones que hizo un grupo a las preguntas de la situación 1.1, pero en el ítem g) no lo hicieron de forma correcta, al parecer estos grupos aun no tienen claro la utilidad del porcentaje en situaciones como las desarrolladas en este ítem.

Situación 1: Escribir la respuesta que como grupo llegaron respecto al ejercicio individual

DESARROLLO

a) $\frac{1}{2} \cdot 120.00$	a) $52 - 40 = 12.00$	e) $62 = 100\%$
b) $100\%$	b) $52 = 100\%$	f) $13 = \frac{x}{100} (62)$
c) $23,08\%$	c) $12 = \frac{x}{100} (52)$	$x = 20,97\%$
d) $\frac{1}{2} \cdot 13.00$	$x = 23,08\%$	g) $23,08\% > 20,97\%$
e) $\frac{1}{2} \cdot 62.00$	d) $64 - 49 = 15.00$	$\Rightarrow$ <u>LUIS</u>
f) $20,97\%$		
g) Luis		

Figura N° 24: Respuesta a la situación 1.1, ítems a – g (Grupo 2)

En esta figura, se observa las justificaciones de otro grupo que lo hizo en forma correcta en todos los ítems, es decir luego del trabajo en grupo pudieron compartir ideas y aclarar dudas, llegando a utilizar la noción de porcentaje en el desarrollo del ítem g).

**Situación 1.2: Trabajo grupal**

Los resultados cualitativos de la misma se dan a conocer en la Tabla N° 12.

Tabla N° 12: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.2

Calificación \ Pregunta	A	B	C	D
a	3	1	4	0
b	3	1	4	0

**Enunciado de la Situación 1.2:**

La siguiente información corresponde a los montos que pagaron un grupo de personas al comprar libros en varias librerías que ofrecen porcentajes de descuentos:

Librería	C	D	E	F
Precio de venta	60	49	62	55
Valor de la venta luego del descuento	46	37	47	42

**Ítems:**

- a) ¿En cuál de las librerías se obtuvo el descuento más favorable? ¿Por qué?
- b) ¿En cuál de las librerías se obtuvo el descuento menos favorable? ¿Por qué?

Observaciones:

Los estudiantes preguntaron: “Profesora, este descuento favorable es para la tienda o para el cliente; además este descuento se refiere a cuanto descontó más en soles o en porcentajes”

Devolución: El enunciado del problema hace mención a los descuentos que se hace en varias librerías ¿a quién favorecen esos descuentos?.

Si comparamos los descuentos en soles hechos por estas cuatro librerías, supongamos que hubo dos librerías que ofrecen el mismo descuento en soles. ¿Qué concepto matemático utilizaríamos para poder indicar el mayor o menor descuento? ¿Qué se debe de tener en cuenta?

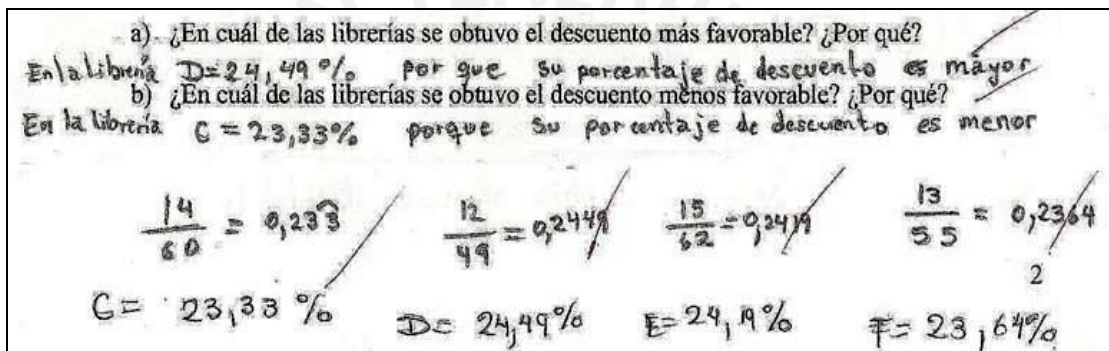


Figura N° 25: Respuesta a la situación 1.2, ítems a) y b)

En la figura, se observa el trabajo de uno de los tres grupos que respondieron correctamente al utilizar la razón para determinar el porcentaje de descuento y poder luego comparar cuál de las librerías ofrecía el descuento más favorable. Notaron los estudiantes que el descuento más favorable no lo ofrecía la librería que más descuento en soles ofrecía sino todo lo contrario. Esta situación fue muy importante al querer mostrar una de las utilidades del porcentaje.

**Situación 1.3: Trabajo grupal**

Los resultados cualitativos de la misma se expresa en la Tabla N° 13.

Tabla N° 13: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 1.3

Calificación \ Pregunta	A	B	C	D
a	7	0	1	0
b	3	2	3	0
c	3	2	3	0

**Enunciado de la Situación 1.3:**

Un estudiante universitario decide comprar una colección de textos relacionados a un trabajo de investigación. Al decidir comprar la colección, observa que el precio por cada texto era de S/. 56. Pero la librería ofrece dos ofertas al momento de comprar los textos de la colección.

Oferta A: Por dos textos, 20% de descuento.

Oferta B: De 3 a 6 textos, 30% de descuento. (Si se compra más de 6 libros, el descuento es solo por 6).

**Ítem:**

a) ¿Cuánto pagaría el universitario si en total llevara dos textos?

**Observaciones:**

Todos los grupos han respondido correctamente a excepción de un grupo que hizo mal los cálculos aritméticos. Más del 50% de los grupos sacó el 20% del total y este resultado lo restó del monto total.

**Ítem:**

b) ¿Qué quiere decir que se hizo un 20% de descuento?

**Observaciones:**

Los grupos de trabajo no entendían la pregunta, incluso confundían porcentajes con fracciones, por lo que se les hizo la siguiente pregunta:

**Devolución:**

Si al momento de pagar por una hamburguesa, el dueño del establecimiento me dijo que tenía un descuento del 50%. ¿Qué significa esto? ¿Cuánto pagaría del total?

b) ¿Qué quiere decir que se hizo un 20% de descuento?

Que se disminuye la veintava parte de  
total de los dos libros. por lo cual pagará  
una cantidad menor al total.

**Figura N° 26: Respuesta a la situación 1.3, ítem b)**

En la Figura 26, se aprecia que este grupo de trabajo confunde la notación de porcentaje (20%) con la fracción  $\left(\frac{1}{20}\right)$  al indicar que la veinteava parte es el 20%.

**Ítem c):**

c) Si decide comprar 8 textos, ¿cuál sería la mejor manera de aprovechar las ofertas? ¿Por qué?

Observaciones:

Los grupos empezaron a buscar diferentes posibilidades entre ellas:

Caso 1: Tomar la oferta B, agrupándolos en 2 grupos de 4 libros cada uno.

Caso 2: Tomar la oferta A, agrupándolos en 4 grupos de 2 libros cada uno.

Caso 3: Tomar la oferta A y B, agrupando 1 grupo de 2 libros con la oferta A y 1 grupo de 6 libros con la oferta B.

Caso 4: Tomar la oferta B, agrupándolos en 1 grupo de 5 libros y 1 grupo de 3 libros (los resultados fueron los mismos que en el caso 1).

Caso 5: Tomar de la oferta A y B, agrupando 2 grupos de 3 libros cada uno con la oferta A y 1 grupo de 2 libros con la oferta B (los resultados fueron los mismos que en el caso 3).

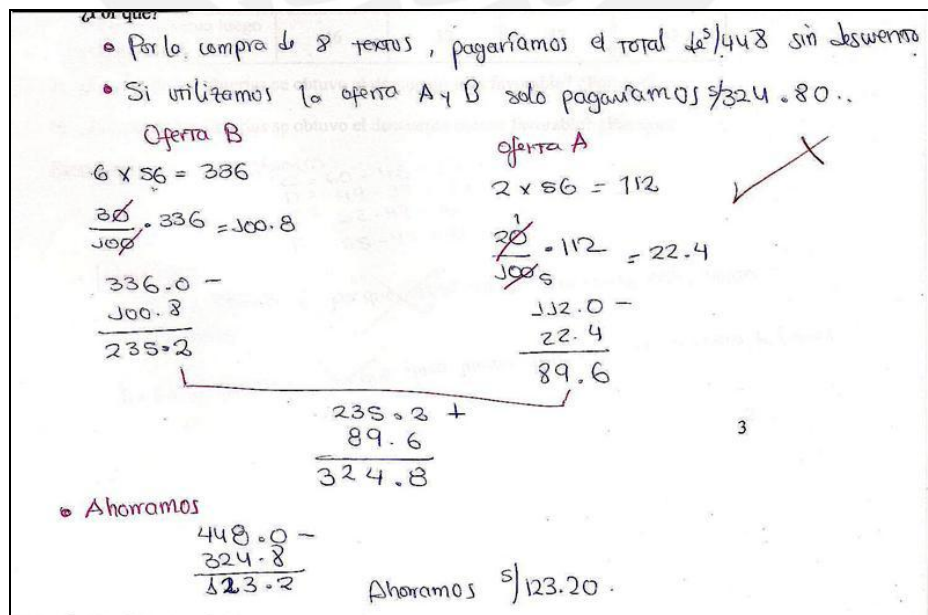


Figura N° 27: Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 3)

En la figura N° 27, se observa que los estudiantes buscaron varias alternativas, antes de elegir la oferta que les convenía. En este caso eligieron comprar 6 de la oferta A y 2 de la oferta B.

✓ Tomar la oferta B  
agrupándolos en 2 grupos de 4 libros que nos harían un descuento de 30% en cada grupo.

1er grupo	2 <sup>do</sup> grupo ✓
4 libros x 56 = 224	4 libros x 56 = 224
descuento 30% = 67.20	descuento 30% = 67.20
Pagaria = 156.80	Pagaria = 156.80

TOTAL Pagaria por los 8 libros  
S/ 313.60

Figura N° 28: Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 2)

En la figura N°28, se muestra el proceso de como eligieron tan solo de la oferta B, en dos grupos de 4 libros cada uno. Utilizan el concepto de porcentaje y hallan los descuentos respectivos.

La mejor manera de aprovechar la oferta sería comprando de 2 en 2 ya que así se obtiene un descuento del 80% del total por lo cual pagamos una menor cantidad.

$$\frac{448 \cdot 80}{100} = 358.4$$

total	448.00
	358.40
total a pagar	S/ 89.60

Figura N° 29: Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 5)

En la figura N°29, se muestra que cometen el error que comete un grupo al sumar los porcentajes de descuento.

En la figura 30 se muestra lo trabajado por un grupo, que propone dos alternativas, y trabaja en función de ellas, eligiendo comprar los textos en dos grupos de 4 libros cada uno aprovechando la oferta B.

**CASO 1:**  
 → En 6 libros son: \$236.00  
 →  $236 \cdot \left(\frac{70}{100}\right)$   
 →  $\frac{2352}{10}$   
 → \$235.20  
 → En 2 libros son: \$112.00  
 →  $112 \cdot \left(\frac{80}{100}\right)$   
 →  $\frac{896}{10}$   
 → \$89.60  
 ∴ \$235.20 + \$89.60 = \$324.80 ... (1)  
 Que se paga solo el 80% del precio total.

**CASO 2:**  
 → En 4 libros son: \$224.00  
 →  $224 \cdot \left(\frac{70}{100}\right)$   
 →  $\frac{1568}{10}$   
 → \$156.80  
 → En 4 libros son: \$224.00  
 →  $224 \cdot \left(\frac{70}{100}\right)$   
 →  $\frac{1568}{10}$   
 → \$156.80  
 ∴ \$156.80 x 2 = \$313.60 ... (2)  
 Respuesta: Oferta favorable

Figura N° 30: Respuesta a la situación 1.3, ítem c) (Grupo 1)

### 5.2.3 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 2

Esta sesión se llevó a cabo con 32 estudiantes distribuidos en 8 grupos de 4 integrantes cada uno. Al inicio de esta actividad se hizo una recapitulación de lo trabajado en la actividad 1, donde se les presentó sus logros, errores y algunas dificultades encontradas, en relación al trabajo con proporciones para hallar porcentajes, dejando de lado el algoritmo de la regla de tres simple.

Esta actividad solo comprende la Situación 2.1 que se desarrolló de forma grupal, y se dio énfasis en desarrollar la variable microdidáctica VMD1-A y VMD1-B.

#### Situación 2.1: Trabajo grupal

Los resultados cualitativos de esta situación se dan en la Tabla N° 14.



Tabla N° 14: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 2.1

Calificación Pregunta	A	B	C	D
a	8	0	0	0
b	7	1	0	0
c	8	0	0	0
d	4	0	4	0
e	5	2	1	0
f	7	0	1	0
g	8	0	0	0
h	2	0	6	0

**Enunciado de la Situación 2.1:**

Carmen decide invitar a almorzar a toda su familia al restaurant “Primavera”. Al momento de hacer el pedido se percata que en la carta se señala que los precios no incluyen IGV (que es el 18% del consumo realizado) ni el pago por el servicio de atención a la mesa (que es el 10% del consumo).

**Ítem a):**

- a) Si la familia de Carmen consumiera por S/. 500, según los precios de la carta  
¿Cuáles serían los montos que figuren en la boleta de venta?

**Observaciones:**

Todos los grupos han respondido correctamente completando la información requerida sobre los montos respectivos en la boleta de venta. En un inicio tuvieron dificultad en la comprensión del texto de la situación planteada, especialmente en el monto asignado al pago de derecho de atención a la mesa que era el 10% del consumo.

**Reformulación:**

Si la familia de Carmen consumiera por S/. 500, según los precios de la carta, completar la boleta de venta con los montos respectivos de acuerdo al consumo realizado.

a) Si la familia de Carmen consumiera por S/. 500, según los precios de la carta, ¿cuáles serían los montos que figuren en la boleta de venta?

**Restaurant PRIMAVERA**

Cliente: Carmen

Descripción	Monto
Por consumo	500.00
IGV (18%)	90.00
DERECHO DE ATENCIÓN (10%)	50.00
<b>TOTAL</b>	<b>640.00</b>

$$\rightarrow 500 \left( \frac{18}{100} \right) = 500 (0.18) = 90$$
  
 abarca  

$$500 \left( \frac{10}{100} \right) = 500 (0.10) = 50$$

**Figura N° 31: Respuesta a la situación 2.1, ítem a)**

En esta figura se aprecia lo realizado por un grupo. Este ítem les resultó sencillo ya que en el curso de Contabilidad Financiera I desarrollan ejercicios relacionados a boletas de venta.

**Ítem b):**

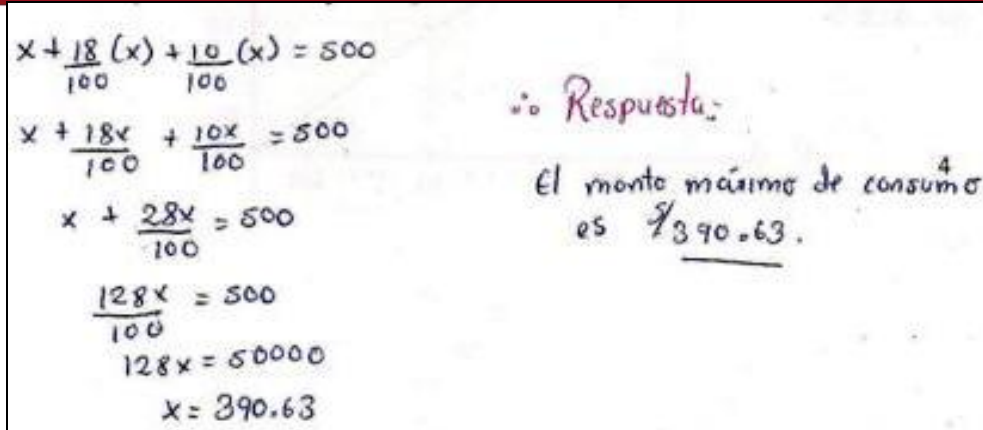
b) Si Carmen solo tenía 500 soles. ¿Cuál es el monto máximo de consumo en el restaurante, según los precios de la carta, para que pueda pagar la cuenta, considerando los porcentajes adicionales?

Observaciones:

Los estudiantes en un primer momento como tenían el valor total máximo de 500 soles, para poder obtener el subtotal ellos dividieron esta cantidad por 1,18 a lo que se les preguntó ¿Cuál es la razón de dividir entre 1,18?

Devolución: Ante la dificultad presentada se les preguntó ¿Cuánto es el consumo de la familia de Carmen? Los estudiantes desconocían este dato y lo representaron por una variable “x”; luego se les dijo: Teniendo este dato ¿Cómo representarías los demás montos? ¿Qué representaría los 500 soles que tiene Carmen?

Reformulación: Si Carmen solo tenía 500 soles en su monedero. Cuál debería ser el monto máximo del consumo de su familia, de manera que le alcance para pagar la cuenta, considerando los porcentajes adicionales?



$$x + \frac{18}{100}(x) + \frac{10}{100}(x) = 500$$

$$x + \frac{18x}{100} + \frac{10x}{100} = 500$$

$$x + \frac{28x}{100} = 500$$

$$\frac{128x}{100} = 500$$

$$128x = 50000$$

$$x = 390.63$$

∴ Respuesta:  
El monto máximo de consumo es S/ 390.63.

Figura N° 32: Respuesta a la situación 2.1, ítem b)

En la figura 32, se observa lo trabajado por un grupo, quienes hicieron uso de una ecuación para poder resolver la situación planteada.

**Ítem c):**

- c) Si el mozo presentó a Carmen una boleta por un monto total de S/. 480, halla los siguientes montos

Valor del consumo en soles: \_\_\_\_\_

IGV: \_\_\_\_\_

Derecho de atención: \_\_\_\_\_

Observaciones:

Debido a lo trabajado en el ítem anterior, todos los grupos pudieron establecer una ecuación  $1,28x = 480$  de donde se obtiene el valor de “x” que es el valor del consumo, luego pudieron obtener el valor de los otros montos a partir de este resultado.

Reformulación: Si el mozo presentó a Carmen una boleta por un valor total de S/. 480, halla los montos que se describen en dicho documento.

**Ítem d):**

- d) ¿Qué porcentaje del valor del consumo se paga finalmente, según la boleta?

Observación:

4 grupos consideraron erróneamente que el 100% era el valor total de la boleta, y así trataron de hallar que porcentaje de este era el consumo.

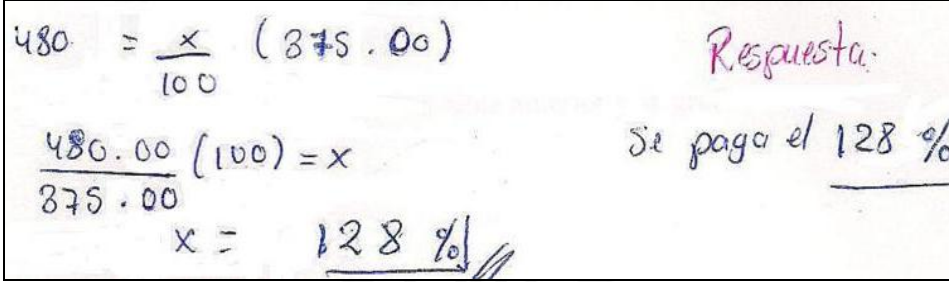
Devolución: Se les hizo las siguientes interrogantes:

¿Qué nos indica el problema del IGV? ¿Cómo lo represento?

¿Qué es el derecho de atención? ¿Cómo lo represento?

¿Qué es el valor total de la boleta? ¿Cómo lo represento?

¿Qué monto corresponde al 100%? ¿Por qué? ¿Cómo lo represento?



Handwritten work for Figure 33:

$$480 = \frac{x}{100} (375.00)$$

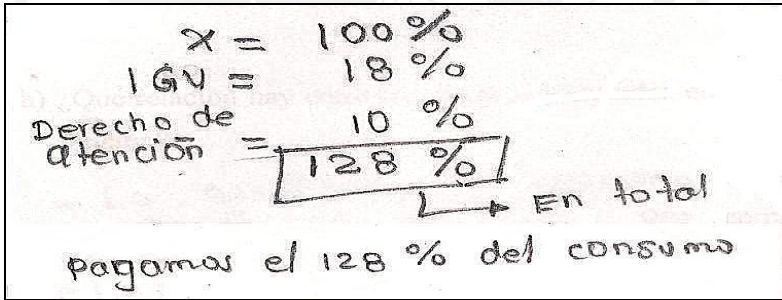
$$\frac{480.00}{375.00} (100) = x$$

$$x = 128 \%$$

Respuesta:  
Se paga el 128 %

Figura N° 33: Respuesta a la situación 2.1, ítem d) (Uso de regla de tres simple)

En esta figura, se observa que los alumnos para identificar el porcentaje tienen que hallarlo, es decir no pudieron leer que 1,28 representaba al 128%. Esta situación nos evidencia la dificultad que tienen los estudiantes, al expresar decimales mayores a la unidad como porcentajes.



Handwritten work for Figure 34:

$$x = 100 \%$$

$$\text{IGV} = 18 \%$$

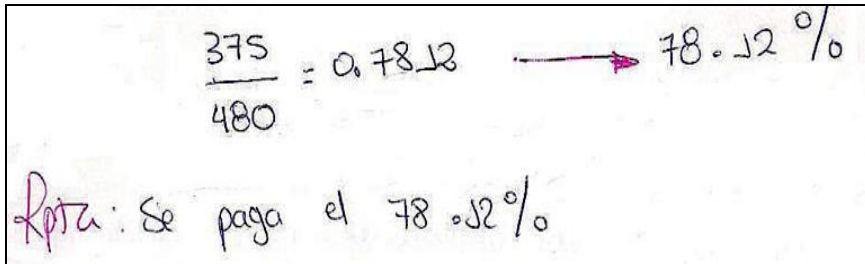
$$\text{Derecho de atención} = 10 \%$$

$$= \boxed{128 \%}$$

En total  
pagamos el 128 % del consumo

Figura N° 34: Respuesta a la situación 2.1, ítem d) (Suma de porcentajes)

En la figura 34, se observa que los estudiantes suman los porcentajes de las cantidades subtotales, y tampoco leen el decimal 1,28 como porcentaje, aún tienen dificultades al expresar como decimal porcentajes mayores al 100%.



Handwritten work for Figure 35:

$$\frac{375}{480} = 0.7812 \rightarrow 78.12 \%$$

Rpta: Se paga el 78.12 %

Figura N° 35: Respuesta a la situación 2.1, ítem d) (Uso incorrecto del porcentaje como razón)

En la Figura N° 35, se observa que un grupo comete el error de considerar a 480 como el 100%, y dar como respuesta el porcentaje de la cantidad subtotal. Esta situación al parecer es porque tienen dificultades al trabajar porcentajes mayores al 100%.

**Ítem e):**

e) Si el consumo es de  $x$  soles, y el monto total a pagar es de  $y$  soles, expresa y en función de  $x$ .

Observación:

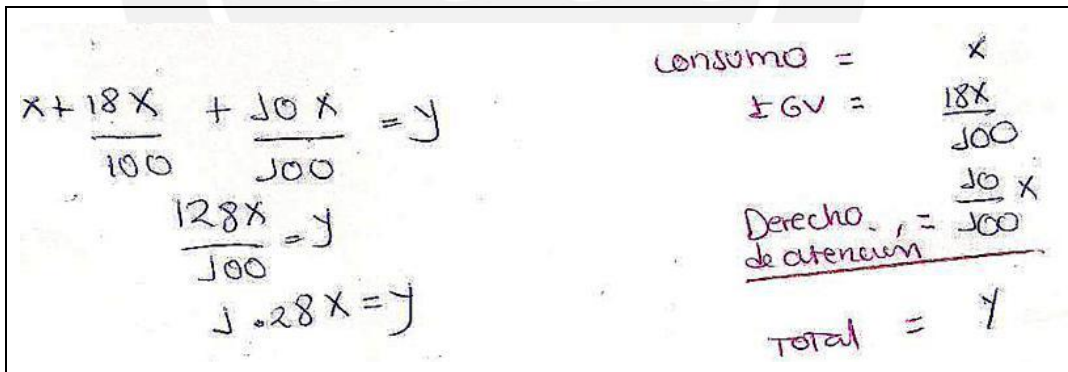
Los estudiantes tuvieron dificultad para expresar y en función de  $x$ , preguntaron cómo lo harían si ahora no tenían datos.

Devolución: Como previamente en los ítems b y c ya habían trabajado con la formación de una ecuación para hallar el monto total.

¿Cuál es el valor del consumo y el monto total? ¿A qué es igual el monto total?

¿Recuerdan el esquema de una función lineal?

¿De qué manera se puede expresar el resultado obtenido como una función?



$$x + \frac{18x}{100} + \frac{10x}{100} = y$$

$$\frac{128x}{100} = y$$

$$1.28x = y$$

Consumo =  $x$

IGV =  $\frac{18x}{100}$

Derecho de atenuación =  $\frac{10x}{100}$

Total =  $y$

Figura N° 36: Respuesta a la situación 2.1, ítem e)

Se observa en la figura N° 32, cómo los estudiantes traducen la información a un lenguaje algebraico para poder hallar la función requerida. Ya se empieza a trabajar la noción de porcentaje utilizando la función lineal (contenido ya conocido por los estudiantes).

**Ítem f):**

f) Grafica la función obtenida en e).

Observaciones:

Los estudiantes diseñaron sus gráficos utilizando para ello la tabulación de algunos puntos.

A la pregunta ¿Qué se observa con el gráfico con respecto a los valores del consumo y lo que se paga en total? Sus respuestas fueron que si se consume más, se paga más.

Devolución:

Los estudiantes preguntaron sobre qué valores correspondían a la variable “x”, luego se les hizo las siguientes interrogantes: ¿A qué valores representa la variable “x”? ¿Cuáles podrían ser los posibles valores que puede tomar esta variable? ¿Pueden ser valores negativos, el cero, números positivos?

Reformulación:

Grafica en el plano cartesiano dado la función obtenida en el ítem e) considerando los datos del problema. (Colocar un plano cartesiano en blanco).

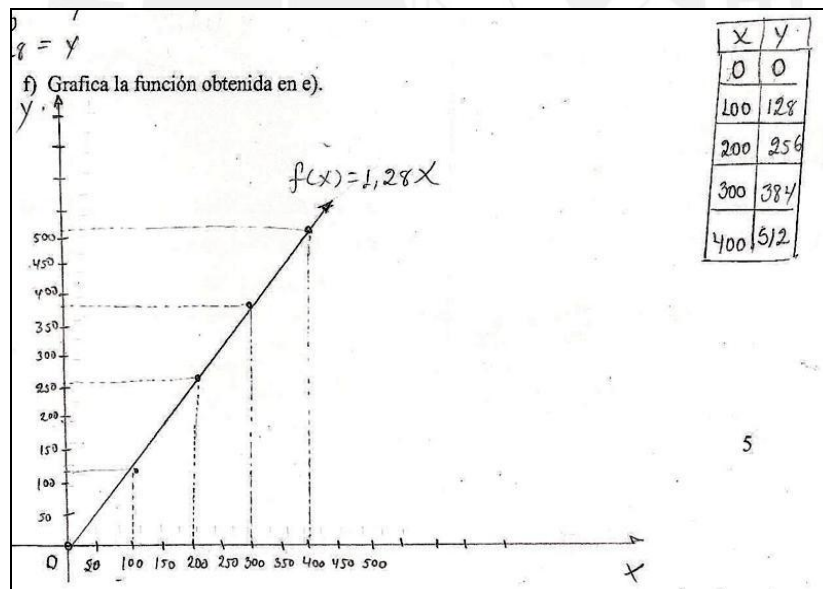


Figura N° 37: Respuesta a la situación 2.1, ítem f) (Grupo 1)

En esta figura, se muestra el trabajo realizado por un grupo quienes utilizaron valores de “x” relacionados al contexto del problema, precisando que el dominio se inicia en 0, y la gráfica se puede prolongar.

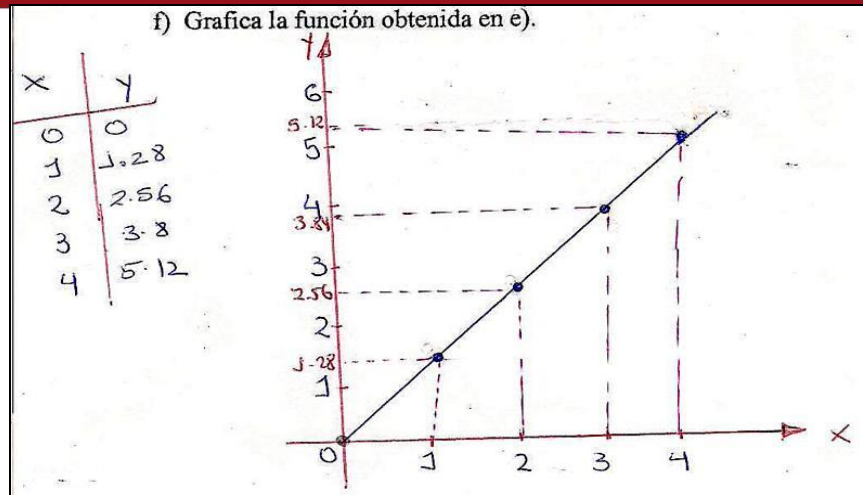


Figura N° 38: Respuesta a la situación 2.1, ítem f) (Grupo 2)

En esta figura, se muestra el trabajo de otro grupo, quienes dan valores muy limitantes para el dominio de la función. Incluso existen errores de escala al graficar el plano cartesiano.

**Ítem g):**

g) Utiliza la función obtenida para completar la siguiente tabla:

Valor del consumo	200	300	400	500
Monto total a pagar				

Observación:

Todos los grupos identificaron que la variable “x” correspondía a los valores de consumo y que la variable “y” correspondían a los valores del monto total a pagar, completando el cuadro de manera correcta.

Existe un grupo que no utilizó la función obtenida, sino que halló los montos subtotales para luego sumar todo y obtener el monto total a pagar en cada caso.

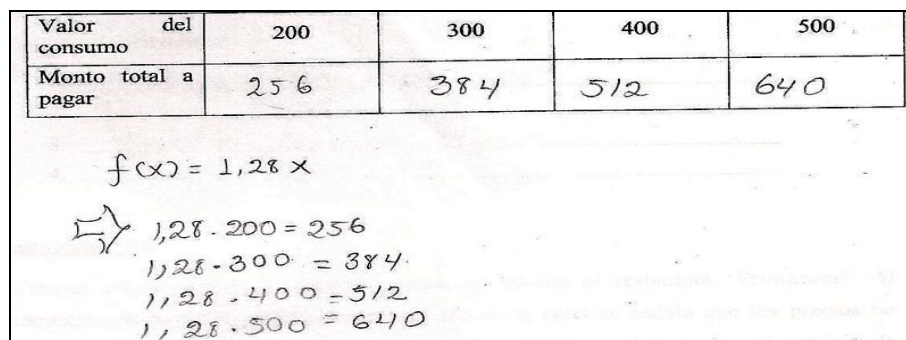


Figura N° 39: Respuesta a la situación 2.1, ítem g)

En la Figura N° 39, se observa cómo utilizó un grupo el valor de la función obtenida en el ejercicio e), para obtener los valores del monto total a pagar, según el valor del consumo que se realice. Aquí se está trabajando el porcentaje como una función.

**Ítem h):**

h) ¿Qué relación hay entre los datos considerados en la tabla anterior y la gráfica de la función?

Observación:

Solo dos grupos respondieron correctamente mencionando que: “los puntos de la tabla coinciden con las coordenadas de la recta”

Algunas otras respuestas fueron:

- Los datos son directamente proporcionales.
- A mayor consumo mayor pago del monto total.
- Un grupo manifestó la utilidad de esta expresión indicando que podrían obtener inmediatamente el valor de cuanto pagarían en total si el monto del consumo fuera de “x” soles.

Reformulación:

¿Qué relación hay entre los datos considerados en la tabla anterior y la gráfica de la función? ¿Para qué sirve la expresión obtenida en e)?

### **5.2.4 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 3**

Esta sesión se llevó a cabo con 34 estudiantes quienes desarrollaron la situación 3.1 en forma individual, luego se formaron 4 grupos de 4 integrantes y 6 grupos de 3 integrantes para desarrollar la situación 3.2. Al inicio de la actividad se hizo una recapitulación de lo trabajado en la Actividad 2, donde se les presentó sus logros, errores y algunas dificultades encontradas, en relación al trabajo con porcentajes menores y mayores que el 100%.

En esta actividad se dio énfasis en el desarrollo de la variable microdidáctica VMD2 y VMD1



### Situación 3.1: Trabajo individual

Los resultados cualitativos de esta situación se dan en la Tabla N° 15.

**Tabla N° 15: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 3.1**

Calificación \ Pregunta	A	B	C	D
a	22	0	12	0
b	5	18	9	2
c	23	0	10	1
d	18	1	10	5

#### **Enunciado de la Situación 3.1:**

El siguiente cuadro representa la venta en miles de dólares de dos empresas:

	2009	2010	2011
Empresa AMI	54	35	43
Empresa CAT	37	43	41

#### **Ítems a y b):**

- a) ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa CAT entre los años 2009 y 2011? ¿Qué significado tiene este resultado?
- b) ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa AMI entre los años 2009 y 2011? ¿Qué significado tiene este resultado?

#### **Observaciones:**

Para hallar el valor del porcentaje en que varió las ventas de la empresa CAT, los estudiantes confundieron la cantidad en miles de dólares que subió sus ventas con el porcentaje.

#### **Devolución:**

Debido a que los estudiantes restaban  $V_f - V_i$  o  $V_i - V_f$ , se les preguntó ¿Cuál es la razón por la que restan en esa manera las cantidades?

Algunas respuestas fueron:

- Para restar siempre la cantidad mayor que va al inicio.
- Depende profesora: para que no salga negativa la respuesta siempre el número mayor va primero.

Se preguntó a los estudiantes: ¿Por qué no considerar el número negativo?

Se les hizo la siguiente reflexión: Si en un primer examen de matemática Carlos obtuvo 12 y en el segundo examen obtuvo 15 de nota. ¿Qué sucedió, subió o bajó su nota? ¿En cuántos puntos? ¿Qué operación hiciste para obtener ese resultado? Ahora tenemos el caso de José, quien obtuvo 16 en el primer examen y 11 en el segundo examen. ¿Qué sucedió en este caso? ¿Con respecto a qué valor podemos decir que subió o bajó su nota? ¿Cómo expresar esta cantidad obtenida en porcentajes?

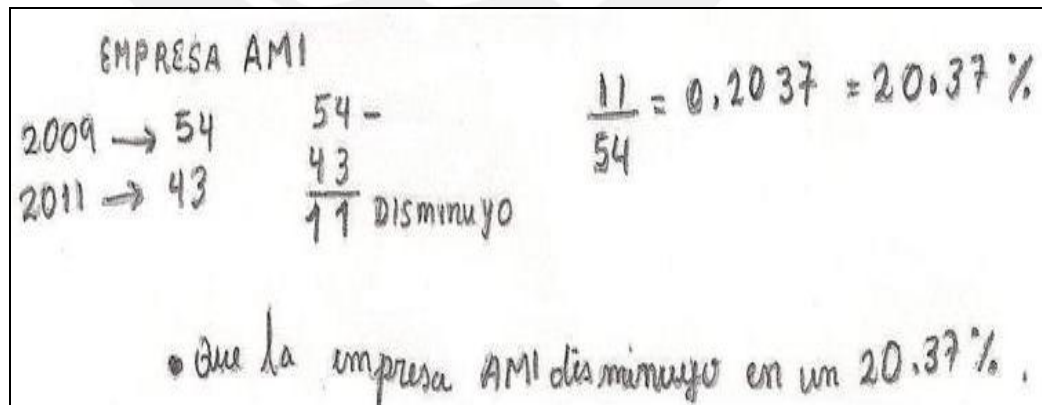
La pregunta a) lo resolvieron más del 50% de los estudiantes, pero la pregunta b) solo 5 estudiantes ya que no tuvieron en cuenta el signo negativo de la operación.

Reformulación:

El siguiente cuadro representa la venta en miles de dólares de dos empresas:

	2009	2010	2011
Empresa AMI	54	35	43
Empresa CAT	37	43	41

- a) ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa AMI entre los años 2009 y 2011? ¿Qué significado tiene este resultado?
- b) ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa CAT entre los años 2009 y 2011? ¿Qué significado tiene este resultado?



EMPRESA AMI

2009 → 54      54 -

2011 → 43      43

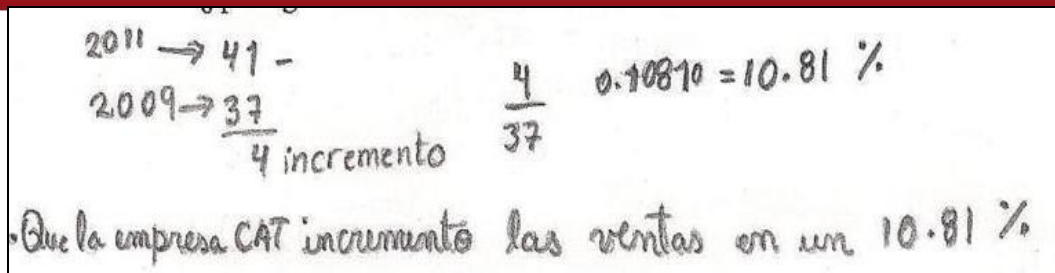
                    11 DISMINUYO

$\frac{11}{54} = 0,2037 = 20,37\%$

• Que la empresa AMI disminuyo en un 20,37%.

Figura N° 40: Respuesta a la situación 3.1, ítem b) (Proceso incorrecto)

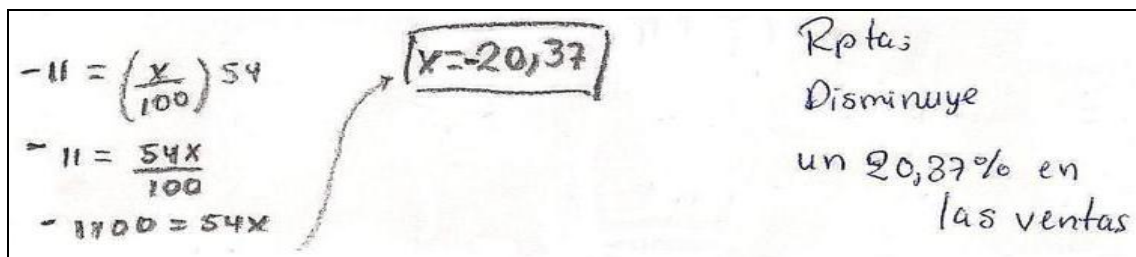
En esta figura, se muestra el error que comete un grupo en el signo, pues no efectúan la operación de la resta de manera correcta, ya que no se percatan de que están hallando el decrecimiento en base al año 2009.



$2011 \rightarrow 41 -$   
 $2009 \rightarrow 37$   
 $\frac{4}{37}$  incremento  
 $0.10810 = 10.81\%$   
 Que la empresa CAT incremento las ventas en un 10.81%.

Figura N° 41: Respuesta a la situación 3.1, ítem a)

En la Figura, se muestra para el ítem a), como un grupo efectúa la resta de manera correcta y puede hallar el porcentaje correspondiente a partir del decimal hallado.



$-11 = \left(\frac{x}{100}\right) 54$   
 $-11 = \frac{54x}{100}$   
 $-1100 = 54x$   
 $x = -20,37$   
 Rpta:  
 Disminuye  
 un 20,37% en las ventas

Figura N° 42: Respuesta a la situación 3.1, ítem b) (Proceso correcto)

En esta figura, se muestra el trabajo realizado por un grupo para el ítem b), en el que desarrollaron correctamente el proceso teniendo en cuenta el signo de la operación, es decir tienen en cuenta en base a qué año se está hallando la variación en las ventas.

**Ítems c y d):**

- c) Si la empresa AMI, proyectó un incremento del 15% en sus ventas para el año 2012, respecto a sus ventas del 2011. ¿Cuál se esperaba que sea el monto de las ventas para el año 2012?
- d) Si la empresa CAT, a consecuencia de ciertos problemas financieros, estima que el año 2012 sus ventas tendrán un decrecimiento del 5%, respecto al 2011. ¿Cuál fue el valor del monto estimado para las ventas del 2012?

**Observaciones:**

Para poder resolver los estudiantes idearon los siguientes procesos:

- i. Empresa AMI: Hallaron el 15% de 43 y este resultado lo sumaron a 43.  
 Empresa CAT: hallaron el 5% de 41 y este resultado lo restaron de 41.
- ii. Empresa AMI: Si el valor 43 es el 100%, entonces para el año 2012 hallaron el 115%.  
 Empresa CAT: Si el valor 41 es el 100%, entonces para el año 2012, hallaron el 95%.

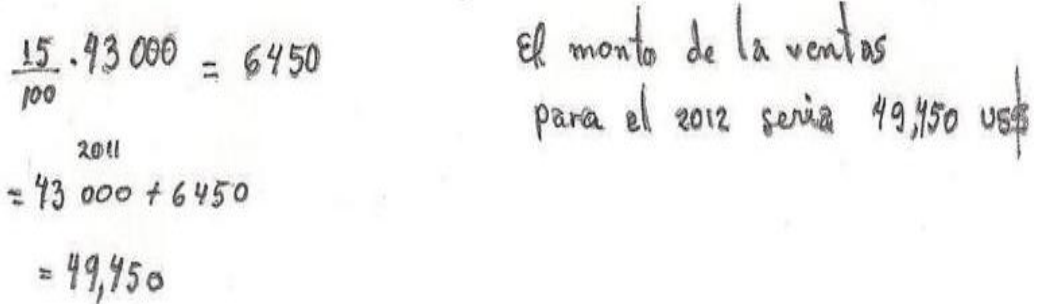
Devolución:

¿Cuál es el valor de la venta para el año 2012?

¿Cómo hallar el valor de cuánto varió la venta entre el año 2011 y 2012?

¿Cómo expresar este valor como porcentaje?

¿A qué porcentaje equivale el valor hallado?



Handwritten solution for Figure 43:

$$\frac{15}{100} \cdot 43\,000 = 6\,450$$

2011

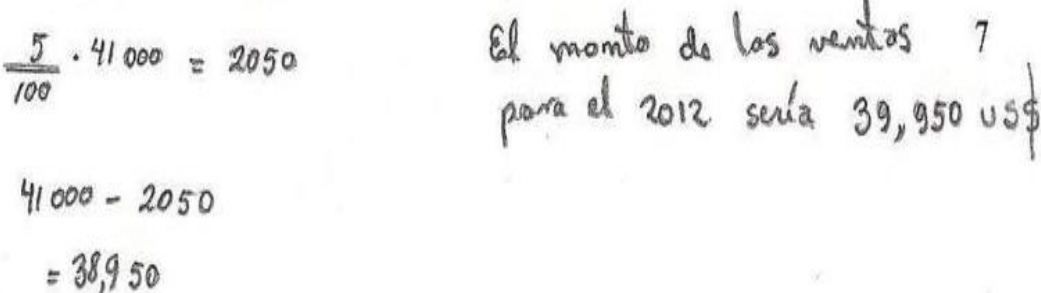
$$= 43\,000 + 6\,450$$

$$= 49\,450$$

El monto de la ventas  
para el 2012 sería 49,450 US\$

Figura N° 43: Respuesta a la situación 3.1, ítem c)

En la figura 43, se muestra como un grupo idea un algoritmo que consiste en hallar el 15% de 43000, luego este resultado lo suma a este monto y poder obtener el monto final para el 2012.



Handwritten solution for Figure 44:

$$\frac{5}{100} \cdot 41\,000 = 2\,050$$

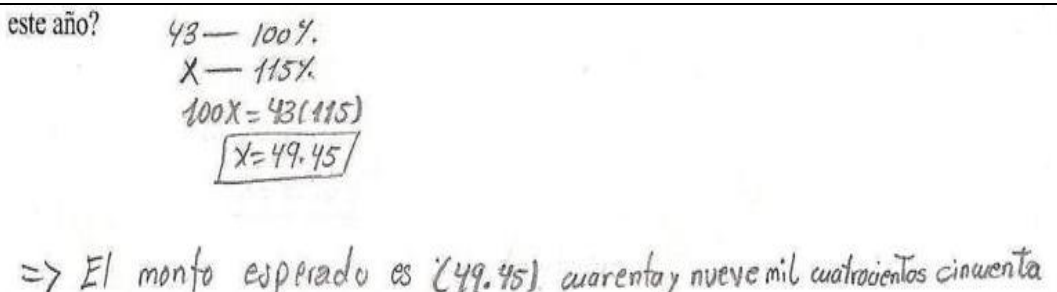
$$41\,000 - 2\,050$$

$$= 38\,950$$

El monto de los ventas  
para el 2012 sería 39,950 US\$

Figura N° 44: Respuesta a la situación 3.1, ítem d)

En la figura 44, muestra al igual que en el caso anterior, este grupo halla el 5% de 41000, y como el problema hace referencia a un decrecimiento, el monto hallado lo restan de 41000 para dar la respuesta final.



Handwritten solution for Figure 45:

este año?    43 — 100%

                  X — 115%

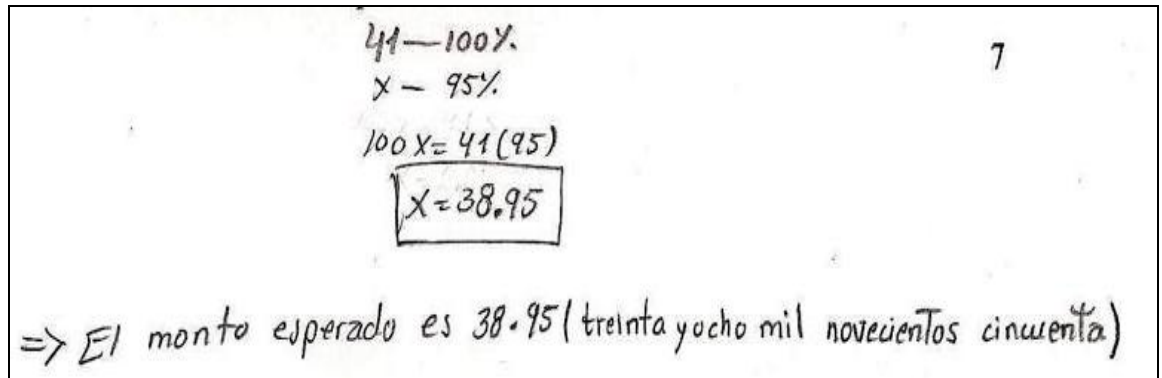
$$100X = 43(115)$$

$$\boxed{X = 49.45}$$

$\Rightarrow$  El monto esperado es (49.45) cuarenta y nueve mil cuatrocientos cincuenta

Figura N° 45: Respuesta a la situación 3.1, ítem c) (Uso de la regla de tres simple)

En la figura N° 45, se observa como que aún existen grupos que utilizan la regla de tres simple, pero en este caso como mencionaron incremento del 15%, entonces la cantidad final será el 115%, es decir pueden identificar porcentajes mayores al 100%.



$$\begin{array}{l}
 41 - 100\% \\
 x - 95\% \\
 100x = 41(95) \\
 \boxed{x = 38.95}
 \end{array}$$

$\Rightarrow$  El monto esperado es 38.95 (treinta y ocho mil novecientos cincuenta)

Figura N° 46: Respuesta a la situación 3.1, ítem d) (Uso de la regla de tres simple)

En esta figura, se observa como el indicar un decrecimiento 5% en el monto inicial significa que ahora el monto final sea el 95%. También utilizan la regla de tres simple para resolver esta situación.

### Situación 3.2: Trabajo grupal

Para dar inicio al trabajo grupal, todos los estudiantes en sus grupos compartieron el proceso de cómo habían hallado las respuestas de los ejercicios de la parte individual.

Los resultados cualitativos de esta situación se dan en la Tabla N° 16.

Tabla N° 16: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 3.2

Calificación Pregunta	A	B	C	D
a	8	0	2	0
b	8	0	2	0
c	7	1	2	0
d	7	1	2	0
e	8	0	2	0
f	8	0	2	0
g	8	0	2	0

**Enunciado de la Situación 3.2:**

El siguiente cuadro representa el porcentaje de variación de las ventas de cada empresa con respecto al año anterior.

	2009	2010	2011
Empresa A	12%	8%	-7%
Empresa B	10%	-2%	5%
Empresa C	-6%	5%	4%

Si el valor de las ventas para el año 2008, fue de 27 mil para la empresa A, 28 mil para la empresa B y 29 mil para la empresa C.

**Ítem a):**

- a) Completar el cuadro con el valor de las ventas de las empresas entre los años 2009 y 2011:

	2009	2010	2011
Empresa A			
Empresa B			
Empresa C			

**Observación:**

Solo dos de 10 grupos cometieron errores de cálculo para completar la tabla al no tener en cuenta las indicaciones en donde menciona que para cada porcentaje indica la variación de las ventas de cada empresa con respecto al año anterior.

**Devolución:**

A los estudiantes se les preguntó ¿Qué significado tiene el 12% en el cuadro, correspondiente a la empresa A, el año 2009? ¿Qué significa -2%, correspondiente a la empresa B el año 2010?

**Ítems b) y c):**

- b) ¿Qué empresa tuvo mayor crecimiento porcentual en sus ventas entre los años 2009 y 2011? ¿Por qué?
- c) ¿Qué empresa tuvo menor crecimiento porcentual en sus ventas entre los años 2009 y 2011? ¿Por qué?

Observaciones:

Los dos grupos que hallaron incorrectamente los datos, contestaron de forma errónea a esta pregunta.

Los grupos trabajaron de dos maneras:

¿Qué porcentaje del valor inicial es la diferencia de  $V_f - V_i$ ?

$$\frac{x}{100} \times 30240 = 133,06$$

¿Qué parte de 30240 es 133,06?

$$\frac{133,06}{30240} = 0,00376$$

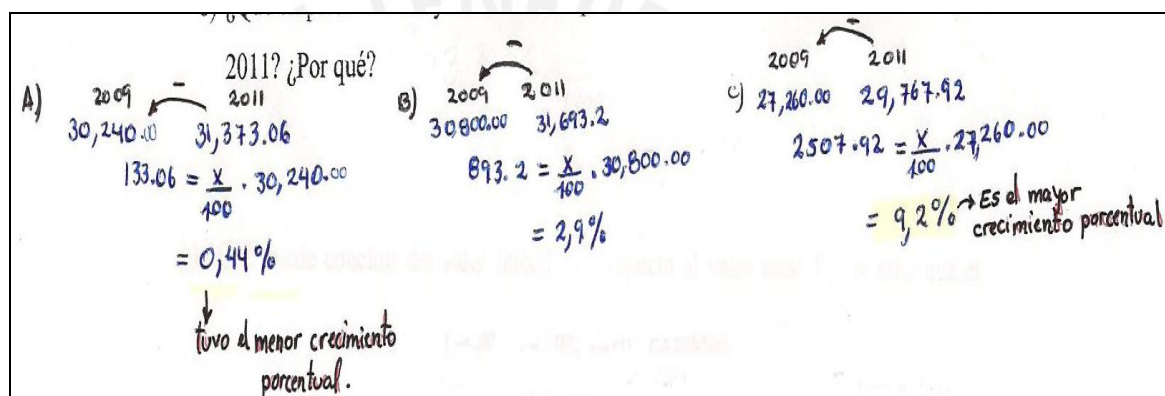


Figura N° 47: Respuesta a la situación 3.2, ítems b) y c)

En esta figura, se observa como este grupo idea un algoritmo: “A qué porcentaje equivale el monto final (año 2011)”. Para la empresa “C” cometieron un error de cálculo.

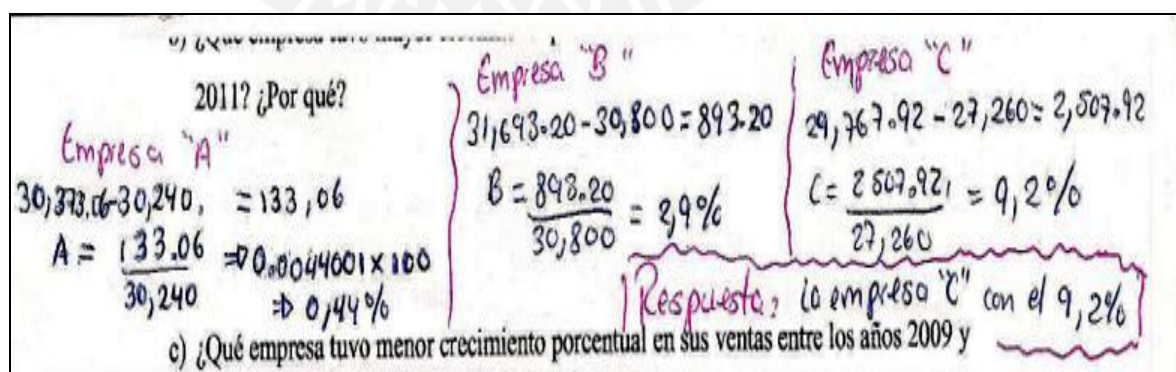


Figura N° 48: Respuesta a la situación 3.2, ítems b) y c) (Se aproxima a la fórmula de variación porcentual)

En esta figura, se observa otro procedimiento seguido por los estudiantes, y este se acerca más al algoritmo de variación porcentual.

**Ítem d):**

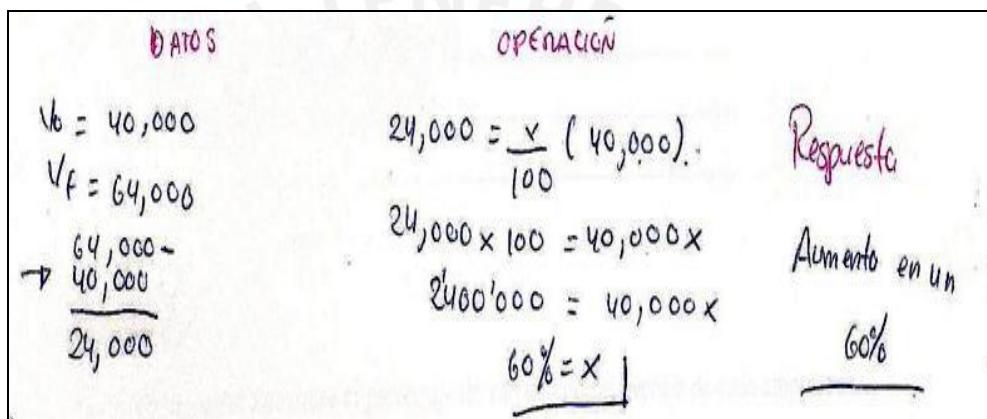
- d) Si de la empresa D se conoce el valor de sus ventas en cierto año inicial y el valor de sus ventas en un año final. ¿Cuál es el cambio porcentual del valor de las ventas de la empresa en esos años, considerando un valor inicial de 40 mil soles y un valor final de 64 mil soles?

Observación:

Algunos estudiantes trabajaron buscando:

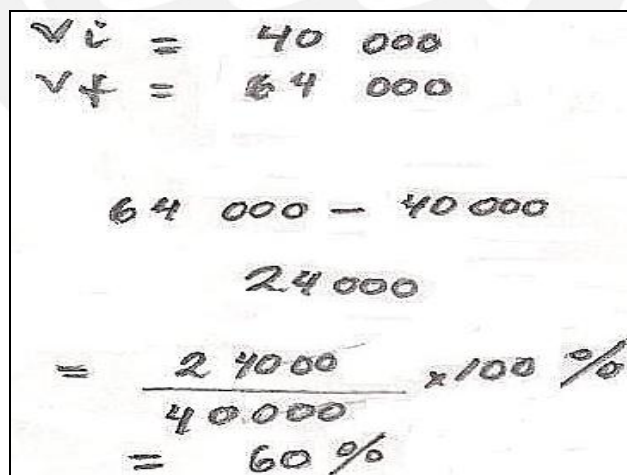
¿Qué porcentaje de 40 mil es 24 mil?

Restando valor final menos valor inicial



DATOS	OPERACIÓN	Respuesta
$V_i = 40,000$ $V_f = 64,000$ $\rightarrow \frac{64,000 - 40,000}{40,000}$ $\quad \underline{24,000}$	$24,000 = \frac{x}{100} (40,000)$ $24,000 \times 100 = 40,000x$ $2400'000 = 40,000x$ $\underline{60\% = x}$	Aumento en un $\underline{60\%}$

Figura N° 49: Respuesta a la situación 3.2, ítem d) (Grupo 1)

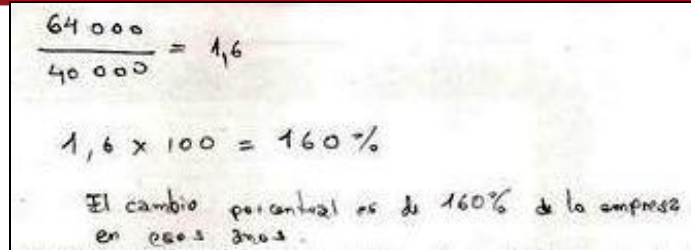


$$\begin{aligned}
 V_i &= 40\ 000 \\
 V_f &= 64\ 000 \\
 \\ 
 &64\ 000 - 40\ 000 \\
 &\quad 24\ 000 \\
 &= \frac{24\ 000}{40\ 000} \times 100\ \% \\
 &= 60\ \%
 \end{aligned}$$

Figura N° 50: Respuesta a la situación 3.2, ítem d) (Grupo 2)

En las figuras N° 49 y 50, se muestra que aun los grupos no logran agrupar en una sola estructura el algoritmo de la variación porcentual y lo siguen trabajando por partes.





$$\frac{64000}{40000} = 1,6$$

$$1,6 \times 100 = 160\%$$

El cambio porcentual es de 160% de la empresa en esos años.

Figura N° 51: Respuesta a la situación 3.2, ítem d) (Error en el proceso)

En esta figura, se observa el trabajo realizado por uno de los grupos donde hallan el porcentaje final con respecto al inicial que es el 100%, les faltaría efectuar una resta para dar la respuesta a la pregunta, es decir  $160\% - 100\% = 60\%$  que sería la respuesta correcta. Al parecer este grupo aun no puede idear la fórmula de variación porcentual.

**Ítem e):**

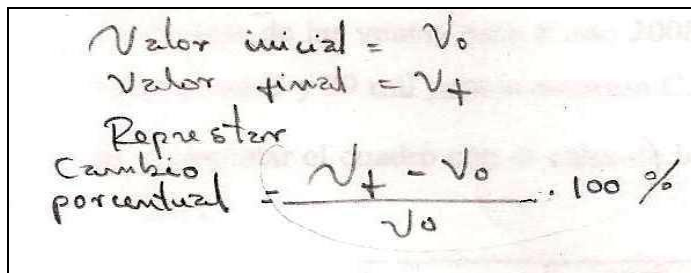
- e) Si de la empresa W se conoce el valor de sus ventas en cierto año inicial y el valor de sus ventas en un año final. ¿Cómo representarías el cambio porcentual del valor de las ventas de la empresa W en esos años, considerando un valor inicial  $V_0$  y un valor final  $V_f$  ?

Observación:

Los estudiantes al inicio del ejercicio estaban desorientados porque no podían hallar el cambio porcentual ya no tenían datos como en los anteriores ejercicios.

Devolución:

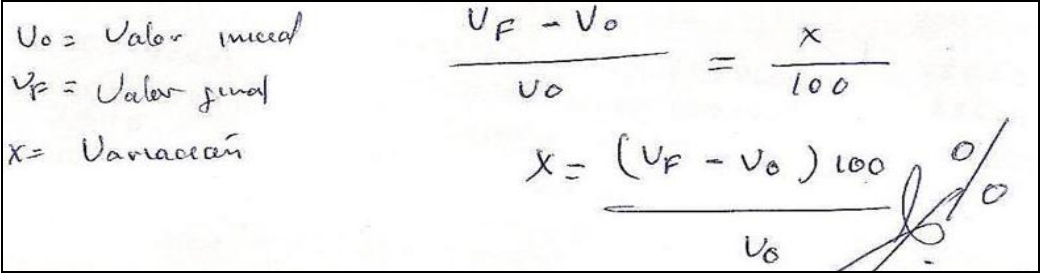
A los estudiantes ante la dificultad presentada se les pidió recordar cómo trabajaron en el ejercicio d), primero considerar la diferencia de las cantidades. ¿Cómo restar? ¿Con referencia a qué valor se sabe que se incrementó o disminuyó? ¿Cómo saber a qué porcentaje del valor inicial equivale esta diferencia?



Valor inicial =  $V_0$   
 Valor final =  $V_f$   
 Representar  
 Cambio porcentual =  $\frac{V_f - V_0}{V_0} \cdot 100\%$

Figura N° 52: Respuesta a la situación 3.2, ítem e) (Fórmula de la variación porcentual dada por el Grupo 1)

La figura 52, se muestra el algoritmo correspondiente a la variación porcentual hallada por un grupo, esto nos da evidencia de que los estudiantes a partir de la noción de porcentaje como razón pueden expresar esta situación.



$$V_0 = \text{Valor inicial}$$

$$V_f = \text{Valor final}$$

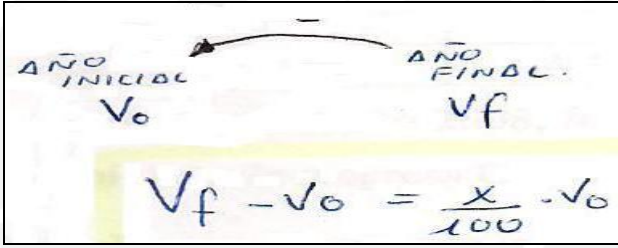
$$X = \text{Variación}$$

$$\frac{V_f - V_0}{V_0} = \frac{X}{100}$$

$$X = \frac{(V_f - V_0) \cdot 100}{V_0} \%$$

**Figura N° 53: Respuesta a la situación 3.2, ítem e) (Fórmula de la variación porcentual dada por el Grupo 2)**

En la figura 53, se muestra la respuesta de otro grupo, en este caso muestran la proporción en la que trabajaron y aplican la propiedad de proporciones para llegar a la expresión requerida.



$$V_f - V_0 = \frac{X}{100} \cdot V_0$$

**Figura N° 54: Respuesta a la situación 3.2, ítem e) (Fórmula de la variación porcentual dada por el Grupo 3)**

En la figura N°54, se observa que un grupo escribió su algoritmo según el siguiente razonamiento: “¿Qué porcentaje del monto inicial es la resta valor final menos valor inicial?”. Los estudiantes idearon esta respuesta basada en la definición de porcentaje.

**Ítem f):**

f) ¿Qué puede concluir del valor inicial  $V_0$  respecto al valor final  $V_f$ , si sabe que el cambio porcentual correspondiente es positivo? Explique.

Observación:

Los estudiantes mencionaron que si el coeficiente de variación es positivo entonces existe una ganancia con respecto al valor inicial.

Devolución:

A consecuencia de lo mencionado por los estudiantes se les preguntó:

¿Cómo son los valores? ¿Iguales, diferentes? ¿En qué forma diferentes?

Algunas respuestas de los estudiantes fueron:

El valor final es mayor que el valor inicial y así el porcentaje es positivo.

El valor inicial sufrió un cambio positivo porcentualmente.

Las ventas de la empresa han ido en aumento.

$V_0 < V_f$  : Si la diferencia  $V_f - V_0$  es positiva, la variación es positiva, es decir sube las ventas.

El valor final aumento con respecto al valor inicial.

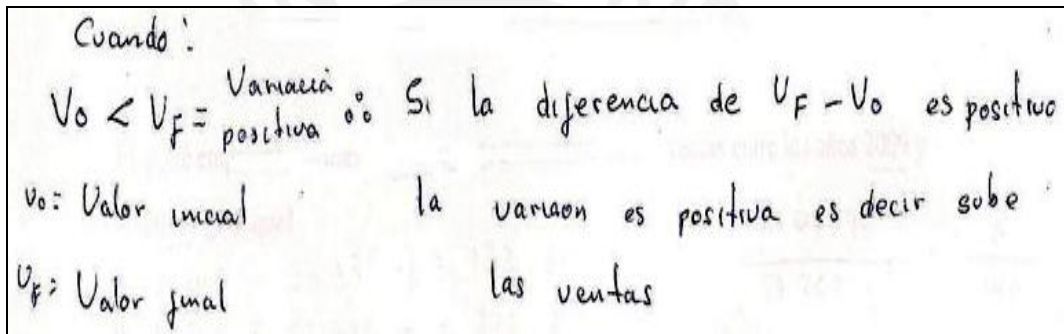


Figura N° 55: Respuesta a la situación 3.2, ítem f)

En esta figura se muestra que los estudiantes empiezan a discriminar de forma general para cualquier situación el cambio porcentual positivo.

### **Ítem g):**

g) ¿Qué puede concluir del valor inicial  $V_0$  respecto al valor final  $V_f$ , si sabe que el cambio porcentual correspondiente es negativo? Explique.

### **Observación:**

Algunas respuestas de los estudiantes fueron

$V_0 > V_f$  : Si la diferencia  $V_f - V_0$  es negativa, la variación es negativa, es decir baja los montos.

El valor final es menor que el valor inicial.

Ha habido un decrecimiento porcentual con respecto al monto inicial.

Cuando  
 $V_0 > V_f = \text{Variación negativa}$  Si la diferencia de  $V_f - V_0$  es negativa  
 la variación es negativa es decir <sup>9</sup> baja  
 las ventas.  
 $V_0$ : Valor inicial  
 $V_f$ : Valor final

Figura N° 56: Respuesta a la situación 3.2, ítem g)

En esta figura se muestra que los estudiantes empiezan a discriminar de forma general para cualquier situación el cambio porcentual negativo.

### 5.2.5 Resultados y análisis de la ACTIVIDAD 4

Esta sesión se llevó a cabo con 34 estudiantes quienes desarrollaron la situación 4.1 y 4.2 en forma grupal, se formaron 2 grupos de 3 integrantes y 7 grupos de 4 integrantes. Al inicio de la actividad se hizo una recapitulación de lo trabajado en la Actividad 3, donde se les presentó sus logros, errores y algunas dificultades encontradas, en relación al trabajo con variación porcentual positiva y negativa.

En esta actividad se dio énfasis en el desarrollo de la variable microdidáctica VMD2 y VMD1.

#### Situación 4.1: Trabajo grupal

Los resultados cualitativos de esta situación se dan en la Tabla N° 17.

Tabla N° 17: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 4.1

Calificación		A	B	C	D
		Pregunta			
a		8	0	1	0
b		6	3	0	0
c		1	5	3	0
d	Empresa 1	2	1	6	0
	Empresa 2	3	6	0	0
	Empresa 3	3	6	0	0
	Empresa 4	1	0	8	0

**Enunciado de la Situación 4.1:**

Dadas las siguientes funciones:

A) $y = 0,12x, x \in \mathbb{R}^+$	B) $y = 0,03x, x \in \mathbb{R}^+$	C) $y = 1,2x, x \in \mathbb{R}^+$	D) $y = 120x, x \in \mathbb{R}^+$
E) $y = \frac{1}{4}x, x \in \mathbb{R}^+$	F) $y = 8x, x \in \mathbb{R}^+$	G) $y = \frac{x}{8}, x \in \mathbb{R}^+$	

**Ítem a):**

a) Escriba una expresión verbal relacionada con cada función, usando **porcentajes**.

- A y es el doce por ciento de  $x$
- B \_\_\_\_\_
- C \_\_\_\_\_
- D \_\_\_\_\_
- E \_\_\_\_\_
- F \_\_\_\_\_
- G \_\_\_\_\_

Observaciones:

Al iniciar las actividades los estudiantes tuvieron dificultad para resolver los ejercicios C, D, F, G; no pensaban que podían existir porcentajes tan altos. En el ejercicio D obtuvieron 12000% y pensaron que estaban errados.

Solo un grupo respondió de manera incorrecta.

Devolución:

Frente a esta dificultad se les preguntó ¿Qué valor convendría dar a “x” para ver a cuanto equivale en porcentaje?

Entonces en el caso D si se multiplicaría por 100. ¿Cuánto se obtiene?

Si este porcentaje no es posible según Uds. ¿Hasta qué valor existe en porcentaje?

¿Existe el 101%, 102%, en la actividad pasada hablamos del 128%. ¿Cuál sería el valor final para un porcentaje? ¿Existirá?

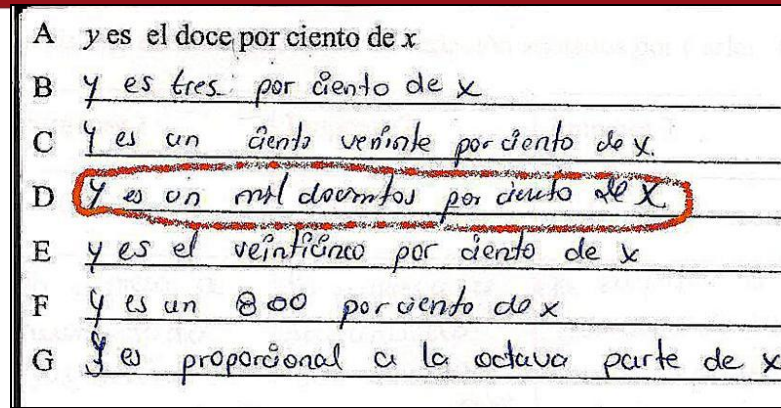


Figura N° 57: Respuesta a la situación 4.1, ítem a) (Error al expresar porcentajes mayores al 100%)

En la figura, resaltamos el error de no poder expresar porcentajes mayores al 100%.

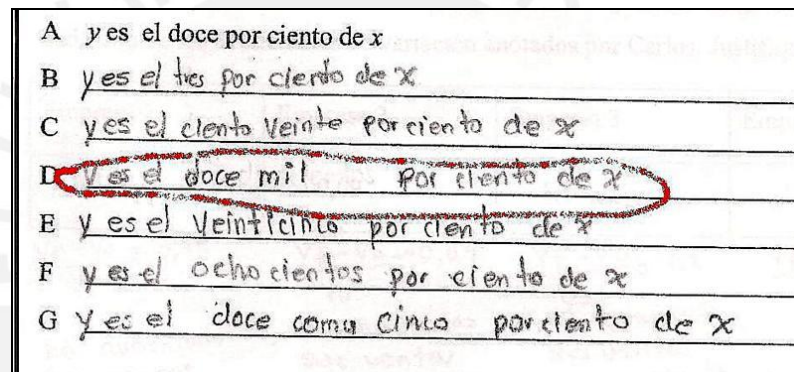


Figura N° 58: Respuesta a la situación 4.1, ítem a) (Expresa porcentajes mayores al 100%)

En esta figura, se muestra como un grupo si pudo expresar este porcentaje mayor al 100%.

**Ítem b):**

b) Expresa algebraicamente cada una de los siguientes enunciados

- y es el 130% de x \_\_\_\_\_
- A es el 0,3% de B \_\_\_\_\_
- Q es el 67% de P \_\_\_\_\_
- y es proporcional a la tercera parte de x : \_\_\_\_\_

Observaciones:

Seis grupos contestaron correctamente, dos grupos obviaron el nombre de las variables que se estaban utilizando y en todos los casos colocaron “x” e “y”. Los

estudiantes comentaron que este ejercicio era similar al primero pero ahora es lo contrario, tenían que hallar la expresión decimal, pero, ¿cómo lo encuentro?

Devolución:

Ante la interrogante de los estudiantes se les preguntó ¿cómo expreso el 50% en decimales? ¿Cómo expreso el x%?

- y es el 130% de x	$Y = \frac{130}{100} X$	$\Rightarrow$	$Y = 1,3 X$
- A es el 0,3% de B	$A = \frac{0,3}{100} B$	$\Rightarrow$	$A = 0,003 B$
- Q es el 67% de P	$Q = \frac{67}{100} P$	$\rightarrow$	$Q = 0,67 P$
- y es proporcional a la tercera parte de x:	$Y = \frac{X}{3}$		$Y = 0,33 X$

Figura N° 59: Respuesta a la situación 4.1, ítem b)

En esta figura se observa que los estudiantes ya pueden expresar situaciones en un lenguaje algebraico.

**Ítem c):**

c) Interpreta la información dada en el primer párrafo de este recorte periodístico en el diario Publimetro, publicado recientemente, y determina el monto de exportaciones en dólares, que hubo el 2011.

## Las exportaciones caerían 3,6%

El presidente de la Asociación de Exportadores (ADEX), Juan Varilias, proyectó que las exportaciones peruanas superarían los US\$44.702 millones al cierre del presente año. Eso representa una caída del 3,6% respecto al 2011.

Varilias explicó que la contracción se debe fundamentalmente a la caída de los precios de las exportaciones de los minerales. Agregó que las exportaciones tradicionales (US\$33.603 millones) cerrarían con una contracción del 7,1%, por los menores envíos de café.

Por su parte, las exportaciones no tradicionales (US\$11.099 millones) crecerían 8,9%, amortiguan-



► Juan Varilias, de ADEX.

do en algo el retroceso de los envíos totales.

“Estos resultados serían mejores a los proyectados en setiembre, cuando se pensó en una caída del 7,6% porque los principales mercados destino de Perú no daban señales de mejoramiento”, dijo Varilias. ● PUBLIMETRO

Figura N° 60: Artículo periodístico sobre las exportaciones en el Perú entre 2011 y 2012

Fuente: Publimetro, pág. 06 (10/12/12)

Observaciones:

Solo un grupo dio la respuesta correcta dando el valor del monto de las exportaciones el 2011 e interpretando la información. A todos los grupos se les sugirió trabajar con 3 decimales (hasta los milésimos) para tener respuestas homogéneas. Otros cinco grupos solo cometieron errores de cálculo y 3 grupos fueron los que no utilizaron la expresión hallada en la actividad anterior.

Se les sugirió leer la información del primer párrafo y anotar los datos que ahí le daban.

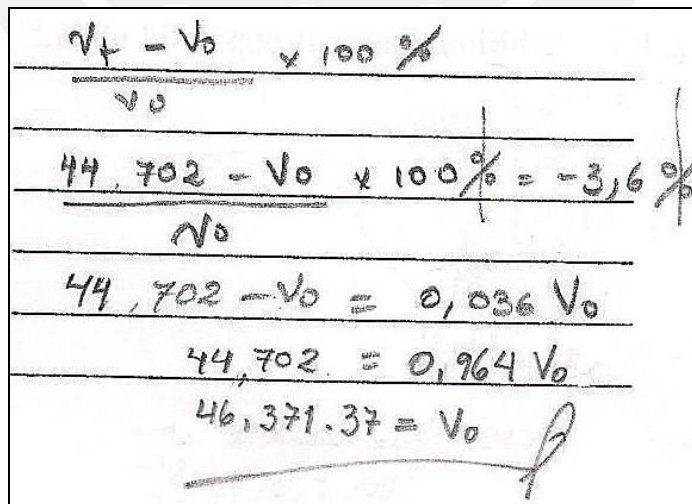
Algunas respuestas fueron:

Las exportaciones disminuyeron el 3,6% respecto a las exportaciones del 2011. Esto nos dice que US \$ 44702 millones representa el 96,4% de las exportaciones del 2011.

El monto de las exportaciones del 2011 ha disminuido en US \$1669,37 millones. Las exportaciones caen en 3,6 %.

Reformulación:

Según la información dada en el primer párrafo de este recorte periodístico, determina el monto de las exportaciones en dólares que hubo el año 2011 en el Perú e interpreta la información obtenida.



$$\frac{V_t - V_0}{V_0} \times 100\%$$

$$\frac{44,702 - V_0}{V_0} \times 100\% = -3,6\%$$

$$44,702 - V_0 = 0,036 V_0$$

$$44,702 = 0,964 V_0$$

$$46,371.37 = V_0$$

Figura N° 61: Respuesta a la situación 4.1, ítem c) (Uso de la fórmula de variación porcentual)

En esta figura, se observa que este grupo si utilizó el algoritmo que habían hallado en el ítem anterior para poder dar respuesta a la situación planteada.



$$\begin{aligned}
 &x = \text{exportaciones 2011} \\
 &\text{Exportaciones 2012} = 44\,702 \text{ millones} \\
 &x - 3,6\% (x) = 44\,702\,000\,000 \\
 &x - \frac{3,6}{100} (x) = 44\,702\,000\,000 \\
 &x (1 - 0,036) = 44\,702\,000\,000 \\
 &x (0,964) = 44\,702\,000\,000 \\
 &x = 46\,371,37 \text{ millones} \\
 &\text{Exportaciones 2011} = 46\,371,37 \text{ millones} \\
 &\text{Exportaciones 2012} = 44\,702 \text{ millones} \\
 &\text{Teniendo una caída de} \\
 &3,6\%.
 \end{aligned}$$

Figura N° 62: Respuesta a la situación 4.1, ítem c) (Uso de un algoritmo diferente a la fórmula de variación porcentual)

En esta figura, se observa que un grupo llega a la respuesta correcta, pero no utiliza el algoritmo hallado para variación porcentual.

Las exportaciones disminuyeron 3,6% respecto a las exportaciones del 2011. Es nos dice que el uss 44 702 representa el 97,4% de las exportacion del 2011.

Figura N° 63: Respuesta a la situación 4.1, ítem c) (No usaron la fórmula de variación porcentual)

En la figura, se aprecia que un grupo da su respuesta solo en función al porcentaje final y no precisa su respuesta es decir mencionar cuál es el monto que equivale a ese porcentaje. Ello al parecer por la mala interpretación del enunciado que les solicitaba hallar el valor del monto de las exportaciones.

**Ítem d):**

d) En el siguiente cuadro Carlos ha anotado los coeficientes de variación (variaciones relativas) de las ventas totales de 4 empresas, considerando los años 2009 y 2011. Haga un comentario a cada uno de los coeficientes de variación anotados por Carlos. Justifique.

Empresa 1	Empresa 2	Empresa 3	Empresa 4
0,15	-0,09	1,2	-1,2

Observaciones:

Para la empresa 1, 2 y 3, solo 3 grupos dieron el comentario correcto, pero para la empresa 4, solo un grupo dijo lo correcto, todos los demás grupos lo hicieron de manera incorrecta pues no se percataron que una empresa no puede decrecer más de lo que tiene, salvo en los casos en los que se considere deudas o pérdidas.

Devolución:

Los estudiantes en un inicio no entendían a qué se refería la pregunta, consultaron. ¿Es lo mismo coeficiente de variación con coeficiente de variación porcentual? Ante la interrogante se explicó la diferencia entre ambos conceptos. Luego se les sugirió recordar lo trabajado en la actividad de la clase pasada (actividad 3).

¿Los signos nos indicarán algo?

¿Las ventas de una empresa pueden crecer el 200%?

¿Y también pueden decrecer en 200%?

Los alumnos aun con estas preguntas no respondían lo correcto, luego se hizo la siguiente reflexión: Si Sarita tiene en total 6 caramelos, y viene Juan (uno de sus compañeros) y le dice “Sarita te voy a quitar el 50% de tus caramelos” ¿Cuántos caramelos perdería Sarita? Y si viene otro de sus compañeros y le dice “Sarita te voy a quitar el 120% de tus caramelos. ¿Cuántos caramelos perdería Sarita?

$\frac{V_f - V_0}{V_0} = 0,15$ $V_f - V_0 = 0,15 V_0$ $V_f = 1,15 V_0$ <p>Las ventas de la empresa 1 ha subido en un 15%</p>	$\frac{V_f - V_0}{V_0} = -0,09$ $V_f - V_0 = -0,09 V_0$ $V_f = 0,91 V_0$ <p>Las ventas han bajado en un 9%</p>	$\frac{V_f - V_0}{V_0} = 1,2$ $V_f - V_0 = 1,2 V_0$ $V_f = 2,2 V_0$ <p>Las ventas han subido en un 120%</p>	$\frac{V_f - V_0}{V_0} = -1,2$ $V_f - V_0 = -1,2 V_0$ $V_f = -0,2 V_0$ <p>La empresa no puede bajar en un -120% porque sus ventas es un total de 100%</p>
--	--	---	---

Figura N° 64: Respuesta a la situación 4.1, ítem d) (Grupo 1)

En la figura 64, se resalta lo mencionado por este grupo para la Empresa 4, ellos manifiestan que una empresa no puede bajar sus ventas en 120%.

Handwritten student work for Figure 65, showing calculations for percentage changes in sales ( $V_f - V_o$  relative to  $V_o$ ):

- Column 1:**  $\frac{V_f - V_o}{V_o} = 0,15$ . "ha aumentado sus ventas en un quince por ciento".  
 $V_f = 0,15V_o + V_o$   
 $V_f = 1,15V_o$   
 • Que el valor final es el cientoquince por ciento más valor inicial.
- Column 2:**  $\frac{V_f - V_o}{V_o} = -0,09$ . "ha disminuido sus ventas en un nueve por ciento".  
 $V_f = -0,09V_o + V_o$   
 $V_f = 0,91V_o$   
 • Que el valor final es menos el nueve por ciento del valor inicial.
- Column 3:**  $\frac{V_f - V_o}{V_o} = 1,2$ . "ha aumentado sus ventas en un ciento veinte por ciento".  
 $V_f = 1,2V_o + V_o$   
 $V_f = 2,2V_o$   
 • Que el valor final es el 220 por ciento del valor inicial.
- Column 4:**  $\frac{V_f - V_o}{V_o} = -1,2$ . "ha disminuido sus ventas en un ciento veinte por ciento".  
 $V_f = -1,2V_o + V_o$   
 $V_f = -0,2V_o$   
 • Que el valor final es menos un 20% del valor inicial.

Figura N° 65: Respuesta a la situación 4.1, ítem d) (Grupo 2)

En la figura N° 61, un grupo para la Empresa 4, justifica que el valor final es -20% del valor inicial, pero en este caso, este grupo no menciona que esto constituya un error, pues al parecer quizás ellos entendieron como si esto fuese una pérdida.

**Situación 4.2: Trabajo grupal**

Los resultados cualitativos de esta situación se dan en la Tabla N° 18.

Tabla N° 18: Resultados de la evaluación cualitativa de la situación 4.2

Calificación / Pregunta	A	B	C	D
a	9	0	0	0
b	9	0	0	0
c	1	5	3	0
d	2	1	6	0
e.1	2	5	1	1
e.2	2	5	1	1
e.3	2	0	6	1

**Enunciado de la Situación 4.2:**

Un supermercado vende el kilo de carne a S/. 17,00 y esta semana está haciendo una promoción en la venta de carne: si la compra es por más de 3 kilos, hace un descuento del 10% al importe total.

**Ítem a):**

a) ¿Cuánto pagará Carlos si compra 2 kilos de carne?

Observaciones:

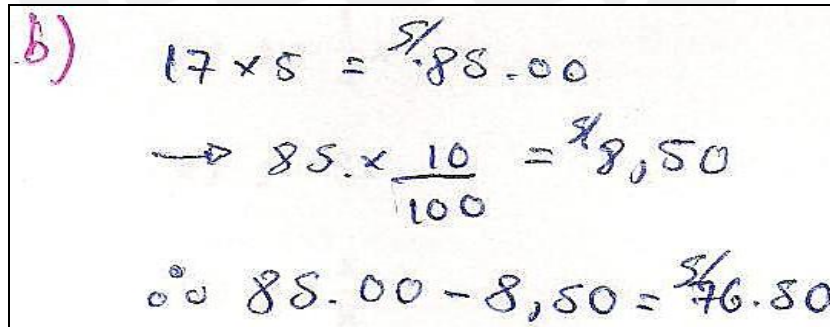
Todos los grupos obtuvieron el resultado correcto multiplicando  $2 \times 17 = 34$

**Ítem b):**

b) ¿Cuánto pagará Julia si compra 5 kilos de carne?

Observaciones:

Los grupos decidieron según el enunciado del problema, que se debería de aprovechar la oferta ya que la compra era por 5 kilos, utilizando el siguiente algoritmo  $(5 \times 17) - (0.10)(5 \times 17)$ . Contestando correctamente los 9 grupos.



Handwritten solution for item b):

$$b) \quad 17 \times 5 = \text{\$} 85.00$$

$$\rightarrow 85. \times \frac{10}{100} = \text{\$} 8.50$$

$$\text{\$} 85.00 - 8.50 = \text{\$} 76.50$$

Figura N° 66: Respuesta a la situación 4.2, ítem b)

En esta figura, se muestra el procedimiento seguido por un grupo para obtener el monto a pagar por la compra de 5 kilos de carne.

**Ítem c):**

c) Expresar la función pago según la cantidad de kilos de carne (x) que se compre.

Observaciones:

Para trabajar este ejercicio se sugirió a los grupos recordar lo trabajado en magnitudes proporcionales. Solo un grupo pudo hallar las dos funciones con sus dominios respectivos, cinco grupos obtuvieron las funciones pero no escribieron las restricciones de sus dominios, y tres grupos no lograron determinar las funciones.

Devolución:

Los estudiantes preguntaron cómo hallar si se tiene dos casos, uno sin descuento y otro con descuento. Se les sugirió a los estudiantes que construyan una tabla para los casos donde no hay descuento y otra para los casos donde si hay descuento.

Los alumnos hallaron una función, y pensaron que era la respuesta.

Se les preguntó. ¿Esta función se cumple, para que casos?

¿Qué valores puede tomar la variable “x”?

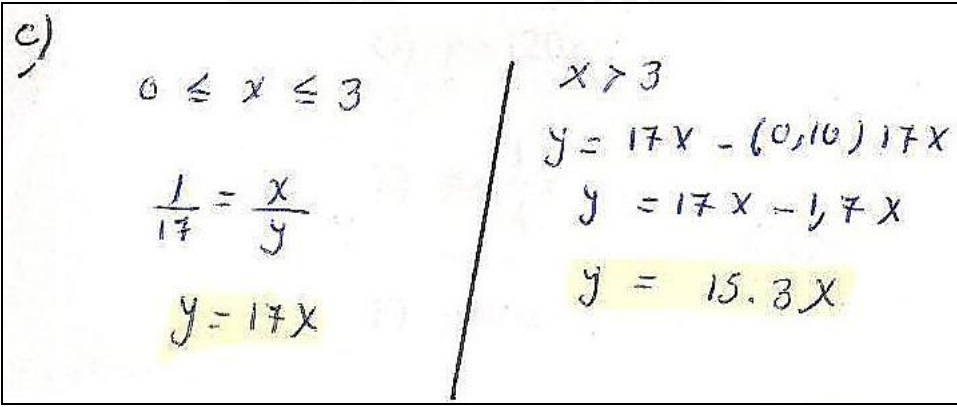
¿Qué sucede si  $x=3,1$ ; aun se puede trabajar con esta función?

¿Qué menciona el problema cuando se compra más de tres kilos?

Se les sugirió revisarlo lo trabajado en el ítem b), ahí se trabajó para el caso si se comprara 5 kilos, ahora se pide de forma más amplia si comprara más de 3 kilos

¿Cómo se podría escribir la función?

Con estos datos ya pueden hallar la otra función.



c)

$$0 \leq x \leq 3$$

$$\frac{1}{17} = \frac{x}{y}$$

$$y = 17x$$


---


$$x > 3$$

$$y = 17x - (0,10) 17x$$

$$y = 17x - 1,7x$$

$$y = 15,3x$$

Figura N° 67: Respuesta a la situación 4.2, ítem c) (Precisa dominio de las funciones)

En esta figura, un grupo precisa cuál es el dominio de las funciones que están hallando, teniendo en cuenta el porcentaje como función.

c) Sin descuento:  $\frac{1}{17} = \frac{x}{y} \Rightarrow y = 17x$   $x = \text{cantidad de kilos}$   
 $y = \text{total a pagar}$   
 menor a 3 Kg

con descuento:  
 mayor a 3 Kg

$$y = 17x - (17x)(0,1)$$

$$y = 17x(1 - 0,1)$$

$$y = 17x(0,9)$$

$$y = 15,3x \quad \text{o} \quad y = \frac{153}{10}x$$

Figura N° 68: Respuesta a la situación 4.2, ítem c) (No precisa dominio de las funciones)

En esta figura, un grupo no precisa exactamente el dominio. Se nota en ambas figuras que hallan las funciones por separado, ya que aún no conocen cómo expresar una función por tramos.

#### Ítem d):

d) Graficar la función hallada en c)

Observaciones:

Los grupos empezaron a graficar las funciones obtenidas por separado en dos planos cartesianos a lo que se les sugirió trabajarlo todo en un solo plano cartesiano.

Solo dos grupos pudieron dibujar la función, un grupo le faltó definir bien el inicio y fin de ambas funciones; y los otros seis grupos graficaron por separado las funciones.

Devolución

Observen que ambas funciones se pueden definir solo para algunos valores de la variable “x” según sea el caso. Tabulen los posibles valores para la primera función, lo mismo para la segunda función y luego gráfiquenlos en el plano cartesiano.

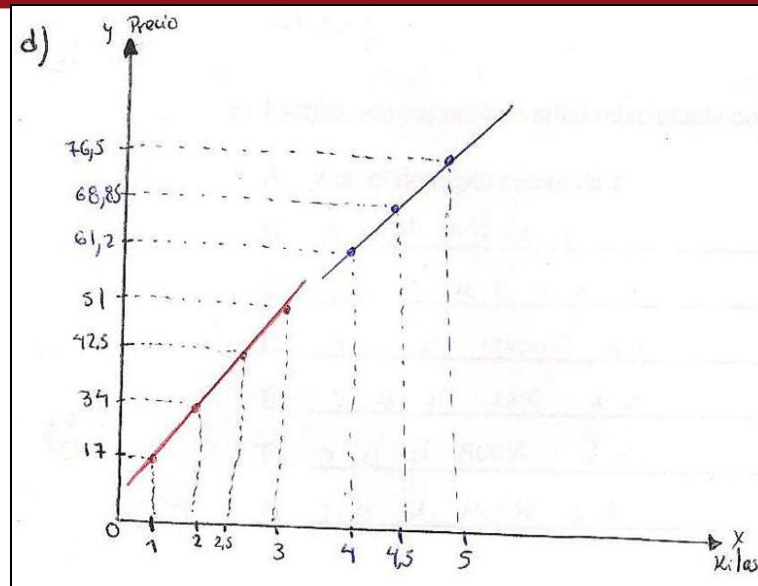


Figura N° 69: Respuesta a la situación 4.2, ítem d) (Grupo 1)

En la figura se observa cómo un grupo trata de graficar ambas funciones en un solo plano, pero no tienen en cuenta el dominio de ambas funciones.

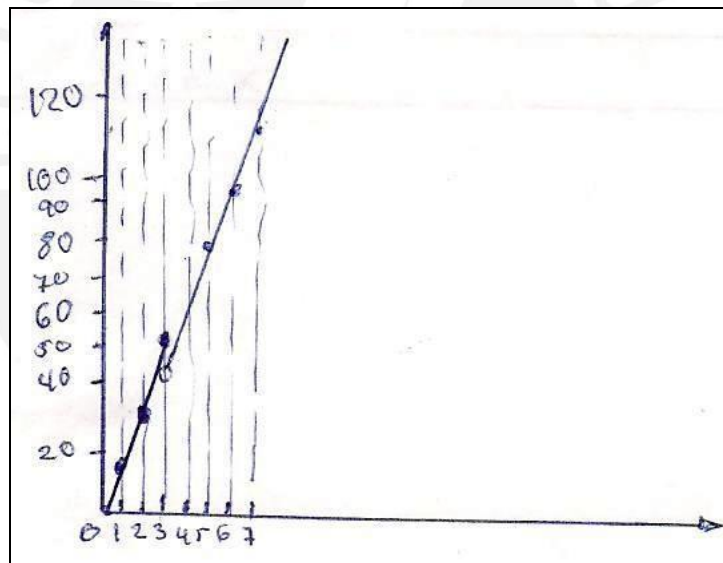


Figura N° 70: Respuesta a la situación 4.2, ítem d) (Grupo 2)

En la figura 70, al parecer este grupo es un poco más preciso y grafica ambas funciones teniendo en cuenta los dominios de ambas, pero las escalas utilizadas no son las más apropiadas ya que como se puede observar el gráfico no es del todo exacto.

**Ítem e):**

- e) Determinar, en caso sea posible, la cantidad de kilos que fueron adquiridos por los clientes en cada uno de los siguientes casos

e1) Pagó S/. 45

e2) Pagó S/. 60

e3) Pagó S/. 49

Observaciones:

Los grupos de trabajo buscaron utilizar las funciones obtenidas para poder obtener cuántos kilos habían comprado en cada caso. Para realizar su análisis respectivo, hallaron el valor de lo que se pagaría por 3 kilos y partieron de ahí. Cómo se pagaría 51 soles por 3 kilos entonces para el caso e1) utilizaron la primera función y para el caso e2) utilizaron la segunda función.

En el caso e3), un grupo manifestó lo siguiente: “Depende en este caso profesora, pueda que si o pueda que no; ya que en este caso al 49 pudieron ya haberle restado la cantidad del descuento, o también pueda que no le hayan restado nada”. Por lo que se les sugirió trabajar entonces con las dos funciones y determinar los valores de “x”.

Más del 50% de grupos solo pudo dar respuestas correctas para los dos primeros casos, solo dos grupos pudo hallar la respuesta correcta en el caso e3).

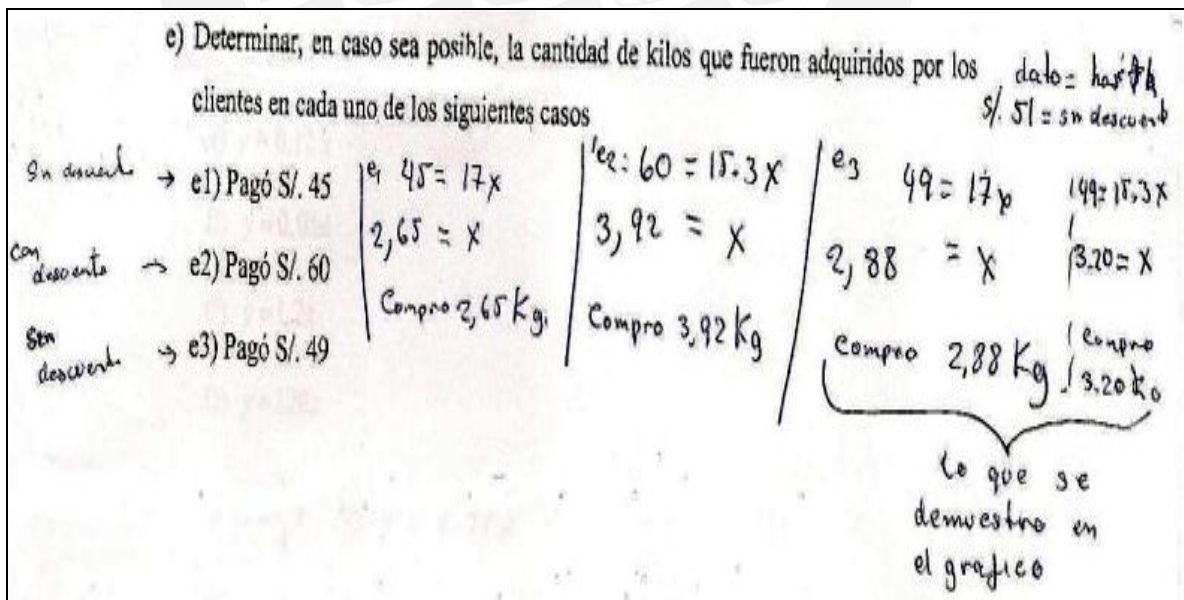


Figura N° 71: Respuesta a la situación 4.2, ítem e) (Grupo 1)

En la figura, se muestra cómo para los dos primeros ítems no tuvieron dificultad, en el caso e3), trabajan con las dos alternativas, esto al parecer a consecuencia de lo que observaron en el gráfico.



e).

e1) S/. 45

$$y = 17x$$

$$45 = 17x$$

$$2,65 = x \quad \text{Compravia } 2,65 \text{ Kg.}$$

e2) S/. 60

$$y = 15,3x$$

$$60 = 15,3x$$

$$3,92 = x \quad \text{Compra } 3,92 \text{ Kg.}$$

e3) S/. 49

$$y = 17x$$

$$49 = 17x$$

$$2,88 = x \quad \text{compravia } 2,88 \text{ Kg.}$$

Figura N° 72: Respuesta a la situación 4.2, ítem e) (Grupo 2)

En esta figura, se muestra como este grupo solo trabajó con una opción, presumimos que es a consecuencia de que no lograron esbozar el gráfico donde podían observar mejor esta situación. Ello nos da indicio de que resulta de mucha utilidad el trabajo con una función lineal por tramos cuando se trabaja situaciones como ésta.

## CAPÍTULO VI: COMPARACIÓN ENTRE EL ANÁLISIS A PRIORI Y ANÁLISIS A POSTERIORI

En este capítulo hacemos una comparación entre los comportamientos esperados, análisis a priori, con lo que realmente sucedió en la clase. Finalmente se presentará la situación didáctica rediseñada en base a lo encontrado en los análisis realizados.

### 6.1 Comparación entre lo encontrado en el análisis a priori y análisis a posteriori

En el siguiente cuadro se muestra, para cada pregunta de las actividades, la comparación entre los comportamientos esperados y los observados en la experimentación.

#### ACTIVIDAD 1:

Situación 1.1: Trabajo individual

Ítem	Comentario
a y d	Se esperaba que los alumnos contesten inmediatamente restando 40 de 52 en el primer caso y restando 49 de 62 en el segundo caso; pero, demoraron en comprender el enunciado del problema pues manifestaron que las preguntas eran muy sencillas y las respuestas quizás no deberían de ser tan obvias sino que podría haber algo más que razonar. Son 3 alumnos que no resolvieron estos ítems. Se asume que esto revela inseguridad acerca de los aprendizajes de los estudiantes.
b	Tal como se esperaba, más del 50% de los estudiantes respondieron el 100%. Son tres estudiantes que respondieron incorrectamente y seis estudiantes que dejaron sin contestar la pregunta, resultando muy extraño ya que son preguntas muy sencillas. Una explicación sería las deficiencias de comprensión lectora, por lo cual se buscará un enunciado que tenga mayor claridad.
c	Se esperaba que los estudiantes trabajen utilizando una razón, pero muchos utilizaron en un primer momento la regla de tres simple para hallar su

	<p>respuesta. Los que trabajaron con regla de tres simple (RTS) dudaban al momento de colocar la respuesta con decimales, pues pensaban que debería de salir números enteros, y los que trabajaron con una razón tenían dificultad para expresar el resultado como porcentaje.</p>
e	<p>Tal como se esperaba, los estudiantes contestaron correctamente, pero en este caso fueron 8 alumnos los que dejaron de contestar esta pregunta. Nuevamente, parece ser consecuencia de una deficiencia en comprensión lectora y también de inseguridad de lo aprendido, al ser una pregunta muy sencilla.</p>
f	<p>Habíamos considerado que más del 50% de estudiantes utilicen una razón para poder hallar el porcentaje pero esto no sucedió, solo 12 respondieron correctamente, los demás cometieron errores de cálculo y fueron 7 estudiantes que no contestaron.</p>
g	<p>Se esperaba que hagan una comparación de porcentajes de descuento; sin embargo solo 12 alumnos hicieron esta comparación. Responder correctamente esta pregunta revela comprensión del concepto de porcentaje, lo cual no se está dando en más del 50% de estudiantes.</p>

#### Situación 1.1: Trabajo grupal

Ítem	Comentario
Situación 1.1	<p>Cuando se les solicitó a los estudiantes trabajar de forma individual, en su mayoría no lograron responder correctamente, pero al trabajar de forma grupal se puede destacar la importancia de la fase de formulación y validación ya que la solución correcta en el grupo es producto de la discusión de todos sus integrantes. Solo en la pregunta g) cometieron errores de los ocho grupos, ya que consideraron el descuento en soles y no compararon porcentajes, esto nos da indicios de que aún los estudiantes no tienen claro el concepto de porcentaje.</p>

## Situación 1.2: Trabajo grupal:

a y b	Se esperaba que todos los grupos hallen el porcentaje de descuento en cada caso y luego comparen y elijan el mejor descuento pero solo 3 grupos lo hicieron, los demás grupos muy a pesar de la devolución trabajaron con el mejor y peor descuento hecho en soles.
-------	---

## Situación 1.3: Trabajo grupal

Ítem	Comentario
a	Tal como se esperaba, los grupos respondieron correctamente sin ninguna dificultad, escogiendo la oferta A, más del 50% de los grupos sacó el 20% del total y este resultado lo restó del monto total.
b	Tal como se consideró probable al resolver este ítem los alumnos estaban confundidos con la pregunta, la fase de devolución sirvió para corregir esta dificultad. Luego en grupos a partir de una fase de formulación permitió que tres grupos respondieran correctamente, pero los demás cometieron errores al confundir el concepto de porcentaje con el de fracción.
c	Como se esperaba, los estudiantes por medio de la fase de formulación idearon varias formas de aprovechar las ofertas, proponiendo varias alternativas en las que combinaban las ofertas. Contra todo lo previsto, hubo grupos que erróneamente sumaban los porcentajes de descuento por cada grupo de libros y no sumaban el total de descuento en soles.

Comentario global de la Actividad 1:

Se observó que el trabajo grupal ayudó a aclarar algunas dudas por la comunicación entre ellos y la devolución correspondiente. Hasta ahora solo se ha trabajado la VMD1-A y se hizo énfasis en trabajar el porcentaje como una razón y como número.

**ACTIVIDAD 2:**

## Situación 2.1: Trabajo grupal

Ítem	Comentario
a	Como lo habíamos previsto, los grupos hicieron estos cálculos para sacar el valor del $IGV = 0,18 \times 500$ , el valor del Derecho de atención $DA = 0,10 \times 500$ y para el valor total sumaron los valores parciales obtenidos. Todos los grupos completaron correctamente la boleta de venta.
b	Tal como se esperaba, los grupos de trabajo consideraron inicialmente que la respuesta la obtenían solo dividiendo 500 entre 1,18. Luego del desconcierto por la presencia del 10% adicional y de la devolución hecha, expresaron el valor desconocido del consumo por una variable “x”; a partir de esto empezaron a formular las expresiones equivalentes para el IGV y DA terminando con la suma de estos subtotaes para igualarlos a 500. Resultó interesante y de mucha utilidad este ejercicio ya que en este caso aclararon la razón de dividir entre “1,18” al valor total para obtener la cantidad subtotal inicial “x” en toda boleta de venta común que utilizamos en nuestras compras. Todos los grupos respondieron correctamente.
c	Como lo habíamos previsto escribieron la ecuación $1,28x = 480$ para obtener el valor del consumo “x”. Todos los grupos respondieron correctamente.
d	Se esperaba que los estudiantes respondan, que se paga el 128% del valor del consumo, pero solo la mitad de grupos llegaron a esta respuesta, los demás cometieron el error de considerar que el valor del monto total en la boleta es el 100%.
e	Tal como se esperaba, más del 50% de grupos pudo escribir la función $y = 1,28x$ , algunos grupos cometieron errores en cuanto a la simbología al momento de representar una función. Esto nos da indicios de la dificultad de porcentajes mayores al 100%.
f	Tal como se esperaba, los estudiantes graficaron la función lineal $y = 1,28x$ ,

	pero para valores pequeños de “x” como son 0,1,2,3; solo tres grupos utilizaron valores mayores para “x” según el contexto presentado en el problema. Se puede observar que no recordaban cómo graficar un Plano Cartesiano, ya que no colocan bien los datos de los números en los ejes, dándole escalas diferentes; por lo que se sugiere que en la actividad rediseñada se coloque un Plano Cartesiano sin numeración alguna.
g	Como se había previsto, más del 50% de grupos utilizó la función para hallar el valor de los montos totales a pagar pero hubo un equipo que primero halló los montos subtotales en cada caso y luego los sumo hallando el valor del monto total para cada caso, al parecer no se percataron de las indicaciones que decía “utilizar la función hallada”. Todos los grupos al final de sus diversos procedimientos, dieron respuestas correctas.
h	Tal como se esperaba, solo dos grupos dieron la respuesta correcta mientras que otros manifestaron la utilidad que tiene emplear una función en el desarrollo de este problema. Los demás grupos dieron otras respuestas.

#### Comentario global de la Actividad 2:

Se observó que con esta actividad los estudiantes aclararon ciertas dudas respecto al algoritmo utilizado para hallar la cantidad subtotal en cualquier boleta de venta. Se hizo énfasis en el trabajo del porcentaje como función ya que se logró establecer una tasa uniforme para determinar una cantidad final, en el caso de esta actividad hallar el monto total del pago que se va hacer de acuerdo al consumo efectuado. En esta actividad se ha trabajado las variables microdidácticas VMD1-A y VMD1-B.

#### **ACTIVIDAD 3:**

##### Situación 3.1: Trabajo individual

Ítem	Comentario
a	Tal como se esperaba más del 50% de los estudiantes pudieron obtener el porcentaje de variación, ya que ubicaron el monto respecto al año 2009 como el 100%.
b	Los procedimientos utilizados por más del 50% de estudiantes fue incorrecto y finalmente solo 5 estudiantes lograron indicar que el monto respecto al

	<p>2009 es el 100%, por consiguiente la resta de la cantidad final menos la cantidad inicial (<math>CF - CI</math>) daría como resultado un número negativo y en este caso obtendría un porcentaje de variación negativo.</p> <p>Los alumnos manifestaban que “para restar, siempre el número mayor va primero y el menor después”, con esto observamos que muchos estudiantes olvidaron la operación con números negativos.</p>
c	<p>Se esperaba que los estudiantes trabajen sus resultados ideando la siguiente expresión <math>\frac{x - 43}{43} = \frac{15}{100}</math>, aunque en su mayoría, esta fue trabajada en partes, es decir, primero hallaron el 15% de 43 y este resultado lo sumaron a 43 ya que indicaba incremento en las ventas para el 2012.</p>
d	<p>Se había previsto que muchos estudiantes obvien el signo negativo que indica el decrecimiento y así sucedió, pero en su mayoría lograron obtener el monto estimado para las ventas del 2012.</p>

Situación 3.2: Trabajo grupal

Ítem	Comentario
a	<p>Como se había previsto los grupos en su mayoría completaron el cuadro con el valor de las ventas de las empresas entre los años 2009 y 2011, aquí tuvieron precaución al momento de trabajar con los porcentajes negativos. Consideraron como 100% al monto del año 2008.</p>
b y c	<p>Tal como se había previsto en ambos ítems los grupos hallaron la variación porcentual entre los años 2009 y 2011 para las tres empresas y en función a lo obtenido discriminaron la mayor y menor variación porcentual.</p>
d	<p>Como se esperaba los estudiantes basados en el trabajo realizado en los ítems b y c obtuvieron la variación porcentual para la empresa D, algunos grupos cometieron errores al momento de expresar el decimal obtenido en porcentajes.</p>

e	Tal como se esperaba más del 50% de grupos pudo escribir la expresión que define la variación porcentual de dos cantidades, solo dos grupos no llegaron a formular la expresión.
f y g	Como se había previsto los grupos precisaron que es lo que sucedía con el valor final y el valor inicial en caso el porcentaje de variación es positivo o negativo. En su mayoría respondieron correctamente.

Comentario global de la Actividad 3:

Se observó en esta actividad que la devolución y el trabajo grupal ayudaron a superar las dificultades encontradas en la parte de trabajo individual en relación a la variación porcentual negativa. Se dio énfasis al trabajo del porcentaje como una cantidad intensiva de razón interna y como una estadística; en tal situación se trabajaron las variables microdidácticas VMD1-A, VMD1-B, VMD2-A y VMD2-B.

**ACTIVIDAD 4:**

Situación 4.1: Trabajo grupal

Ítem	Comentario
a	Como se había previsto los grupos escribieron la expresión verbal asociada con cada función, aunque en un inicio tuvieron dificultad al momento de expresar porcentajes mayores que al 100%, lo que se aclaró a través de la fase de devolución.
b	Tal como se esperaba más del 50% de grupos halló la expresión algebraica relacionada a lo expresado en forma verbal. El proceso de devolución ayudó a aclarar sus dudas de expresar un porcentaje en forma decimal. Se nota que es más familiar para los estudiantes el trabajo con porcentajes mayores que el 100%.
c	Aunque se esperaba que todos los estudiantes utilicen lo aprendido en la situación 3.2, es decir utilizar la expresión $\left(\frac{V_f - V_0}{V_0} \times 100\%\right)$ . Hubo tres



	grupos que no lo hicieron y optaron por trabajar con estrategias diferentes aunque no consiguieron la respuesta correcta.
d	<p>Fueron 4 coeficientes de variación de las ventas totales de 4 empresas entre los años 2009 y 2011, donde los estudiantes como se esperaba lo interpretaron como incremento en el caso de la empresa 1 y 3; y decrecimiento para la empresa 2 y 4. En su mayoría no justificaron su respuesta. Solo un grupo contestó, para la empresa 4, donde manifestaron que tal situación no existe, pues una empresa no puede disminuir sus ventas en 120%.</p> <p>Consideramos que este desconcierto es propio de las situaciones planteadas a las que se ha hecho una modificación en la variable didáctica, por lo que pensamos que en la variable microdidáctica “variación porcentual negativa” se podría discriminar dos casos para el coeficiente de variación porcentual: los menores que -1 y los que están entre 0 y -1 inclusive.</p>

Situación 4.2: Trabajo grupal

Ítem	Comentario
a	Como se esperaba todos los grupos contestaron correctamente y no tuvieron mayor dificultad.
b	Lo realizado por los estudiantes correspondió a lo que se esperaba que hicieran para obtener el valor de la compra por 5 kilos, en este caso tenían que acceder a la oferta.
c	Como se pensaba más del 50% de grupos pudo hallar las funciones por separado, todo ello apoyado en la devolución trabajado con ellos. Esto a consecuencia de que el tema de funciones por tramos lo llevarán en el siguiente ciclo de estudios, y en el nivel secundario solo aprendió funciones expresadas en su forma $f(x) = ax + b$ . Se pudo observar que olvidaron el concepto de dominio de una función.
d	Como se había previsto los grupos empezaron a graficar las funciones en dos

	planos cartesianos. Solo dos grupos pudieron dibujar la función, los demás grupos muy a pesar de las reflexiones orientadas no pudieron graficar correctamente, ya que no pudieron precisar el dominio de la función.
e	Como se esperaba los grupos analizaron y vieron a que función pertenecía cada pago pero solo dos grupos llegaron a resolver los tres casos ya que influyó mucho el haber esbozado la gráfica de la función en cuestión.

#### Comentario global de la Actividad 4:

El trabajo desarrollado en esta actividad con los estudiantes ayudó a consolidar los contenidos relacionados al tema de porcentaje, dándose énfasis al trabajo de porcentaje como una función, como una estadística y como una cantidad intensiva de razón interna, desarrollando las dos variables microdidácticas planteadas.

## 6.2 Situación didáctica rediseñada

### ACTIVIDAD 1: Buscando el mejor descuento

#### Situación 1.1:

Luis y Katia decidieron comprar un libro determinado, y fueron a librerías diferentes. El precio del libro era 52 soles en la librería A y 62 soles en la librería B, pero en cada una hacían descuentos para universitarios. Luego del descuento respectivo, Luis pagó 40 soles en la librería A y Katia pagó 49 soles en la librería B.

#### Trabajo individual:

- ¿Cuánto es el descuento, en soles, que obtuvo Luis?
- Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Luis en la librería A. ¿Qué porcentaje equivale el precio del libro?
- ¿Qué porcentaje de descuento obtuvo Luis?
- ¿Cuánto es el descuento, en soles, que obtuvo Katia?
- Si se quiere saber el porcentaje de descuento que obtuvo Katia en la librería B. ¿Cuál es el monto que equivale al 100%?
- ¿Qué porcentaje de descuento obtuvo Katia?
- ¿Cuál de los dos obtuvo un mejor descuento?

Trabajo grupal:

Todos los integrantes del grupo deben comparar y examinar los resultados obtenidos en el trabajo individual, luego entregar los resultados del trabajo individual con las soluciones que el grupo considere más adecuadas para las preguntas a – g.

**Situación 1.2:**

La siguiente información corresponde a los montos que pagaron un grupo de personas al comprar libros en varias librerías que ofrecen porcentajes de descuentos:

Librería	C	D	E	F
Precio de venta	60	49	62	55
Valor de la venta luego del descuento	46	37	47	42

- a) ¿En cuál de las librerías se obtuvo el descuento más favorable? ¿Por qué?
- b) ¿En cuál de las librerías se obtuvo el descuento menos favorable? ¿Por qué?

**Situación 1.3:**

Un estudiante universitario decide comprar una colección de textos relacionados a un trabajo de investigación. Al decidir comprar la colección, observa que el precio por cada texto era de S/.56. Pero la librería ofrece varias ofertas al momento de comprar los textos de la colección.

Oferta A: Por dos textos, 20% de descuento

Oferta B: De 3 a 6 textos, 30% de descuento. (Si se compra más de 6 libros, el descuento es solo por 6)

- a) Explique cuánto pagaría el universitario si en total llevara dos textos.
- b) ¿Qué quiere decir que se hizo un 20% de descuento?
- c) Si decide comprar 8 textos, ¿cuál sería la mejor manera de aprovechar las ofertas? ¿Por qué?

**ACTIVIDAD 2: Pagando el consumo en un restaurant**


**Situación 2.1:**

Carmen decide invitar a almorzar a toda su familia al restaurant “Primavera”. Al momento de hacer el pedido se percató que en la carta se señala que los precios no

incluyen IGV (que es el 18% del consumo realizado) ni el pago por el servicio de atención a la mesa (que es el 10% del consumo).

**Trabajo grupal:**

- a) Si la familia de Carmen consumiera por S/. 500, según los precios de la carta, completar la boleta de venta con los montos respectivos de acuerdo al consumo realizado.

	
Cliente: _____	
Descripción	Monto
Por consumo	
IGV (18%)	
DERECHO DE ATENCIÓN (10%)	
TOTAL	

- b) Si Carmen solo tenía 500 soles en su monedero. ¿Cuál debería ser el monto máximo del consumo que haría su familia en el restaurante, de manera que le alcance para pagar la cuenta, considerando los porcentajes adicionales?
- c) Si el mozo presentó a Carmen una boleta por un valor total de S/. 480, halla los montos que se describen en dicho documento:  
 Valor del consumo en soles: \_\_\_\_\_  
 IGV: \_\_\_\_\_  
 Derecho de atención: \_\_\_\_\_
- d) ¿Qué porcentaje del valor del consumo se paga finalmente, según la boleta?
- e) Si el consumo es de  $x$  soles, y el monto total a pagar es de  $y$  soles, expresa  $y$  en función de  $x$ .
- f) Grafica en el plano cartesiano dado la función obtenida en el ítem e).



g) Utiliza la función obtenida para completar la siguiente tabla:

Valor del consumo	200	300	400	500
Monto total a pagar				

h) ¿Qué relación hay entre los datos considerados en la tabla anterior y la gráfica de la función? ¿Para qué sirve la expresión obtenida en e)?

### ACTIVIDAD 3: Porcentajes de ventas

#### Trabajo individual:

#### Situación 3.1:

El siguiente cuadro representa la venta en miles de dólares de dos empresas:

	2009	2010	2011
Empresa AMI	54	35	43
Empresa CAT	37	43	41

- ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa AMI entre los años 2009 y 2011?  
¿Qué significado tiene este resultado?
- ¿En qué porcentaje varió las ventas de la empresa CAT entre los años 2009 y 2011?  
¿Qué significado tiene este resultado?
- Si la empresa AMI, proyectó un incremento del 15% en sus ventas para el año 2012, respecto a sus ventas del 2011. ¿Cuál se esperaba que sea el monto de las ventas para el año 2012?

- d) Si la empresa CAT, a consecuencia de ciertos problemas financieros, estima que el año 2012 sus ventas tendrán un decrecimiento del 5%, respecto al 2011. ¿Cuál fue el valor del monto estimado para las ventas del 2012?

**Trabajo grupal:**

**Situación 3.2:**

El siguiente cuadro representa el porcentaje de variación de las ventas de cada empresa con respecto al año anterior.

	2009	2010	2011
Empresa A	12%	8%	-7%
Empresa B	10%	-2%	5%
Empresa C	-6%	5%	4%

Si el valor de las ventas para el año 2008, fue de 27 mil para la empresa A, 28 mil para la empresa B y 29 mil para la empresa C.

- a) Completar el cuadro con el valor de las ventas de las empresas entre los años 2009 y 2011:

	2009	2010	2011
Empresa A			
Empresa B			
Empresa C			

- b) ¿Qué empresa tuvo mayor crecimiento porcentual en sus ventas entre los años 2009 y 2011? ¿Por qué?
- c) ¿Qué empresa tuvo menor crecimiento porcentual en sus ventas entre los años 2009 y 2011? ¿Por qué?
- d) Si de la empresa D se conoce el valor de sus ventas en cierto año inicial y el valor de sus ventas en un año final. ¿Cuál es el cambio porcentual del valor de las ventas de la empresa en esos años, considerando un valor inicial de 40 mil soles y un valor final de 64 mil soles?
- e) Si de la empresa W se conoce el valor de sus ventas en cierto año inicial y el valor de sus ventas en un año final. ¿Cómo representarías el cambio porcentual del valor de

las ventas de la empresa W en esos años, considerando un valor inicial  $V_0$  y un valor final  $V_f$  ?

- f) ¿Qué puede concluir del valor inicial  $V_0$  respecto al valor final  $V_f$ , si sabe que el cambio porcentual correspondiente es positivo? Explique.
- g) ¿Qué puede concluir del valor inicial  $V_0$  respecto al valor final  $V_f$ , si sabe que el cambio porcentual correspondiente es negativo? Explique.

**ACTIVIDAD 4: Porcentajes y proporcionalidad aplicando funciones lineales**

**Trabajo grupal:**

Situación 4.1:

Dadas las siguientes funciones:

A) $y = 0,12x, x \in \mathbb{R}^+$	B) $y = 0,03x, x \in \mathbb{R}^+$	C) $y = 1,2x, x \in \mathbb{R}^+$	D) $y = 120x, x \in \mathbb{R}^+$
E) $y = \frac{1}{4}x, x \in \mathbb{R}^+$	F) $y = 8x, x \in \mathbb{R}^+$	G) $y = \frac{x}{8}, x \in \mathbb{R}^+$	

a) Escriba una expresión verbal relacionada con cada función, usando **porcentajes**.

- A y es el doce por ciento de x
- B \_\_\_\_\_
- C \_\_\_\_\_
- D \_\_\_\_\_
- E \_\_\_\_\_
- F \_\_\_\_\_
- G \_\_\_\_\_

b) Expresa algebraicamente cada una de los siguientes enunciados

- y es el 130% de x \_\_\_\_\_
- A es el 0,3% de B \_\_\_\_\_
- Q es el 67% de P \_\_\_\_\_
- y es proporcional a la tercera parte de x : \_\_\_\_\_

c) En el siguiente cuadro Carlos ha anotado los coeficientes de variación (variaciones relativas) de las ventas totales de 4 empresas, considerando los años 2009 y 2011.

Haga un comentario a cada uno de los coeficientes de variación anotados por Carlos. Justifique su respuesta.

Empresa 1	Empresa 2	Empresa 3	Empresa 4
0,15	-0,09	1,2	-1,2

- d) Según la información dada en el primer párrafo de este recorte periodístico, determina el monto de las exportaciones en dólares que hubo el año 2011 en el Perú e interpreta la información obtenida.

### Las exportaciones caerían 3,6%

El presidente de la Asociación de Exportadores (ADEX), Juan Varillas, proyectó que las exportaciones peruanas superarán los US\$44.702 millones al cierre del presente año. Eso representa una caída del 3,6% respecto al 2011.

Varillas explicó que la contracción se debe fundamentalmente a la caída de los precios de las exportaciones de los minerales. Agregó que las exportaciones tradicionales (US\$33.603 millones) cerrarían con una contracción del 7,1%, por los menores envíos de café.

Por su parte, las exportaciones no tradicionales (US\$11.099 millones) crecerían 8,9%, amortiguan-



▶ Juan Varillas, de ADEX.

do en algo el retroceso de los envíos totales. “Estos resultados serían mejores a los proyectados en setiembre, cuando se pensó en una caída del 7,6% porque los principales mercados destino de Perú no daban señales de mejoramiento”, dijo Varillas. ● PUBLIMETRO

---

---

---

---

---

---

---

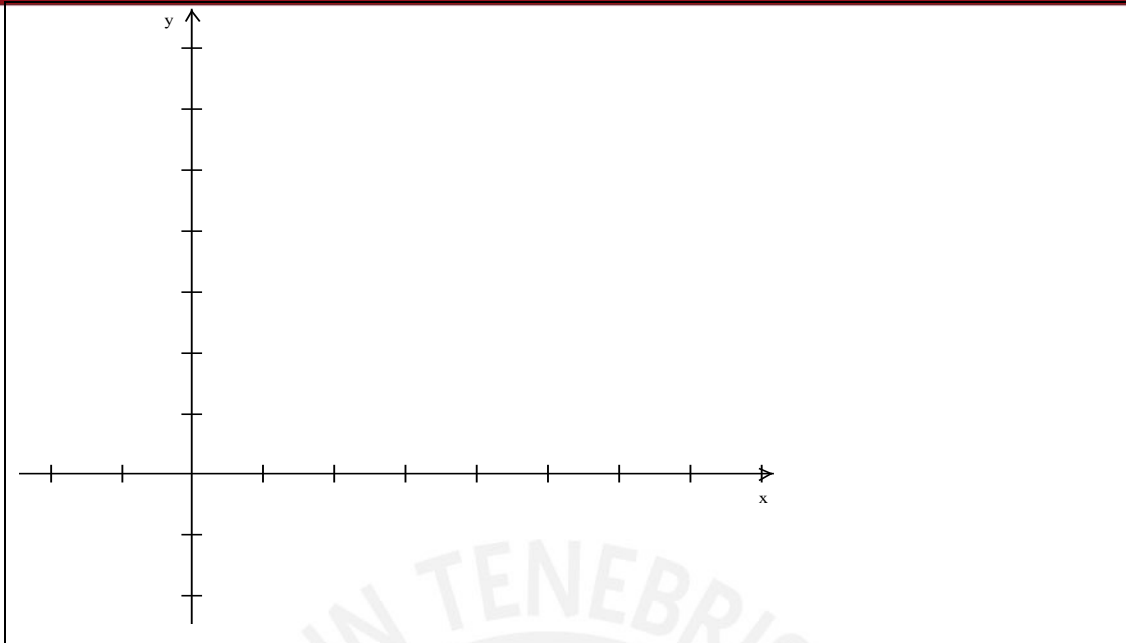
Fuente: Publimetro, pág. 6 (10/12/12)

Situación 4.2:

Un supermercado vende el kilo de carne a S/. 17,00 y esta semana está haciendo una promoción en la venta de carne: si la compra es por más de 3 kilos, hace un descuento del 10% al importe total.

- a) ¿Cuánto pagará Carlos si compra 2 kilos de carne?
- b) ¿Cuánto pagará Julia si compra 5 kilos de carne?
- c) Expresar la función pago según la cantidad de kilos de carne (x) que se compre.
- d) Graficar la función hallada en c) en el siguiente plano cartesiano:





- e) Determinar, en caso sea posible, la cantidad de kilos que fueron adquiridos por los clientes en cada uno de los siguientes casos:
- e1) Pagó S/. 45
  - e2) Pagó S/. 60
  - e3) Pagó S/. 49

## CAPÍTULO VII: CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES

### 7.1 Conclusiones

Al término de la investigación, consideramos que se ha cumplido el objetivo general de este trabajo:

**Contribuir al aprendizaje del concepto de porcentaje y al uso correcto de este objeto matemático en los procesos de resolución de problemas, mediante el diseño y propuesta de una secuencia didáctica fundamentada en la Teoría de Situaciones Didácticas.**

Destacamos de manera especial lo siguiente:

1. Los estudiantes han tomado conciencia de que el objeto matemático porcentajes no se reduce al campo de la aritmética y a la regla de tres simple. Utilizan distintas estrategias para resolver problemas y calcular porcentajes mayores que el 100%, y reconocen equivalencias entre distintas expresiones de porcentaje, como una fracción o como un decimal.
2. Los estudiantes pueden resolver problemas de porcentajes con recursos algebraicos, planteando y resolviendo ecuaciones lineales.
3. Los estudiantes han ampliado su visión de los porcentajes más allá de la visión parte-todo, al trabajar con funciones lineales y emplearlas para resolver problemas con porcentajes mayores que el 100%.
4. Cabe destacar que los estudiantes resolvieron una situación planteada usando una función lineal por tramos, que apareció de manera natural, a pesar de no ser un tema tratado previamente.
5. Una muestra de haber logrado este objetivo general es los resultados satisfactorios obtenidos por los alumnos en los problemas sobre porcentajes en la evaluación que se les tomó al concluir el curso. En el apéndice 3 se presenta la prueba tomada y en el apéndice 4 un resumen de los resultados.

### 7.1.1 Con respecto al objetivo específico a)

**Identificar y analizar las concepciones y dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje y el uso correcto de porcentajes.**

- i. El análisis de restricciones permitió conocer y detectar particularidades del grupo de estudiantes con el que se iba a experimentar la secuencia didáctica. Entre éstas cabe resaltar el nivel académico muy heterogéneo con deficiencias aun de temas elementales, como el manejo adecuado de operaciones elementales con números decimales.
- ii. El análisis preliminar, en la parte cognitiva y didáctica, permitió conocer las deficiencias y errores que cometen los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas con porcentajes. Nos dio evidencias que en su mayoría trabajaban con la concepción de porcentaje como parte-todo; utilizaban la regla de tres simple como recurso principal en la resolución de problemas; tenían mayores dificultades con porcentajes mayores que 100; la variación porcentual la conocían solo como una fórmula y sus conocimientos sobre proporcionalidad eran muy vagos, sin relacionar la proporcionalidad directa con el porcentaje. Algunos ejemplos de lo mencionado se muestra en las figuras 05, 07, 26, 29, 35, 45, 46.
- iii. El análisis epistemológico permitió explicitar la variedad de acepciones que tiene el objeto matemático porcentajes, y de ahí la complejidad de este concepto y la dificultad para su comprensión. Además, como el porcentaje es una proporcionalidad directa, y ésta se puede expresar con una función de proporcionalidad, entonces el porcentaje también se puede expresar como una función de proporcionalidad directa.

### 7.1.2 Con respecto al objetivo específico b)

**Diseñar una secuencia didáctica basada en la TSD, que contribuya a que los estudiantes apliquen correctamente el concepto de porcentajes en la solución de problemas.**

- i. Se cumplió este objetivo, pues la secuencia diseñada contribuye a que los estudiantes apliquen correctamente el concepto de porcentaje en la solución de problemas, considerando no solo recursos aritméticos sino también algebraicos y no solo el enfoque parte-todo sino el enfoque funcional y otros como el porcentaje como una cantidad intensiva de razón interna, como un número, como una estadística y como una función. Esto puede observarse en soluciones de los alumnos como las siguientes:
  - En la figura N° 25 se observa el trabajo de uno de los tres grupos que respondieron correctamente al utilizar la razón para determinar el porcentaje de descuento (porcentaje como una razón).
  - En las figuras N° 36, 37, 39, 67 y 70, se observa cómo los estudiantes utilizan el porcentaje como una función. Traducen la información a un lenguaje algebraico para poder hallar la función requerida.
  - En la figura N° 48, 49 y 50 se observa que trabajan el porcentaje como una razón y como una cantidad intensiva de razón interna en el algoritmo de la variación porcentual.
  - En la Figura N° 59, donde se ilustra cómo el estudiante hace uso del porcentaje como número (decimal) para expresar el valor respectivo como un porcentaje mayor que 100%.
  - En las figuras N° 61 y 62 se observa que trabajan el porcentaje como una estadística a partir de una información obtenida de un diario.
- ii. La secuencia didáctica diseñada considera el porcentaje como una función lineal, permitiendo a los estudiantes una mejor visualización del tema y reacciones favorables al enfoque. Una muestra destacable de esto se tiene en las figuras N° 67, 70 y 71, donde se observa que los estudiantes pudieron modelizar el problema utilizando una función lineal por tramos.
- iii. La secuencia didáctica fue elaborada con base en los lineamientos de la TSD y de la ingeniería didáctica. Teniendo en cuenta las dificultades presentadas por los estudiantes, en el análisis a priori definimos las variables microdidácticas:

Descripción	Caso	Código
Relación con el 100%	- Menor o igual	VMD1-A
	- Mayor	VMD1-B
Variación porcentual	- Positiva	VMD2-A
	- Negativa	VMD2-B

### 7.1.3 Con respecto al objetivo específico c)

**Analizar los resultados obtenidos de la aplicación de la secuencia didáctica a los estudiantes de la carrera de Administración y Sistemas para hacer comparaciones con los comportamientos esperados al diseñar la secuencia.**

- i. Se cumplió con este objetivo, como se detalla en los capítulos V y VI. El análisis de los resultados en el capítulo V, permitió hacer en el capítulo VI la comparación de los comportamientos esperados con los que realmente se obtuvieron y tener elementos para el rediseño de la secuencia y para futuras sesiones de aprendizaje de porcentajes.

Es destacable la acogida de los estudiantes y más aún cuando por su propia cuenta pudieron encontrar la expresión que da lugar a la variación porcentual, pues en los textos solo están escritos y no se menciona de donde proviene. Tal como se puede apreciar en la figura N° 52, los estudiantes pudieron representar la expresión algebraica que dio lugar al algoritmo de la variación porcentual, todo ello teniendo en cuenta la definición de porcentaje como razón.

- ii. Con base en los resultados de la experimentación, consideramos positiva la implementación de esta propuesta para la enseñanza de porcentajes; su aplicación logró contribuir a lograr la comprensión del concepto de porcentajes en el marco de problemas que requieren el uso de este objeto matemático en ciclos superiores. Algunos ejemplos:

En la figura N° 25, los estudiantes pudieron emplear el concepto de porcentaje como una forma de discriminar cuál fue el mejor descuento, pues limitarse a observar el descuento solo en términos monetarios, no da una visión de la proporcionalidad de los descuentos.

En la figura N°59, los estudiantes pueden trabajar con decimales correspondientes a porcentajes mayores al 100%.

En la Figura N° 61, se observa que pueden modelizar situaciones reales como las publicadas en el diario haciendo uso de la variación porcentual negativa.

#### **7.1.4 Con respecto al objetivo específico d)**

**Proponer una secuencia didáctica basada en la Teoría de Situaciones Didácticas a partir de los resultados obtenidos en la aplicación que contribuya al aprendizaje del concepto de porcentaje y a su adecuado uso en las aplicaciones y en la solución de problemas.**

i. Se cumplió este objetivo, como se muestra en el capítulo VI.

Se rediseñó la secuencia de actividades que se propuso inicialmente con apoyo en la ingeniería didáctica, considerando la fase experimental, la comparación entre los análisis a priori y a posteriori y la observación registrada en el aula durante la puesta en práctica de las sesiones de aprendizaje.

En el rediseño de la secuencia didáctica, se han hecho algunos cambios relacionados a:

- Redacción de algunos problemas en base a las observaciones hechas por los estudiantes al momento de la aplicación en las sesiones de aprendizaje.
- Planteamiento de nuevas preguntas como en el caso de la actividad 2; donde se pregunta ¿para qué le sirve la función lineal?, estimulando a que los estudiantes entiendan la importancia que tiene el modelizar una situación relacionada a porcentajes, mediante una función lineal.

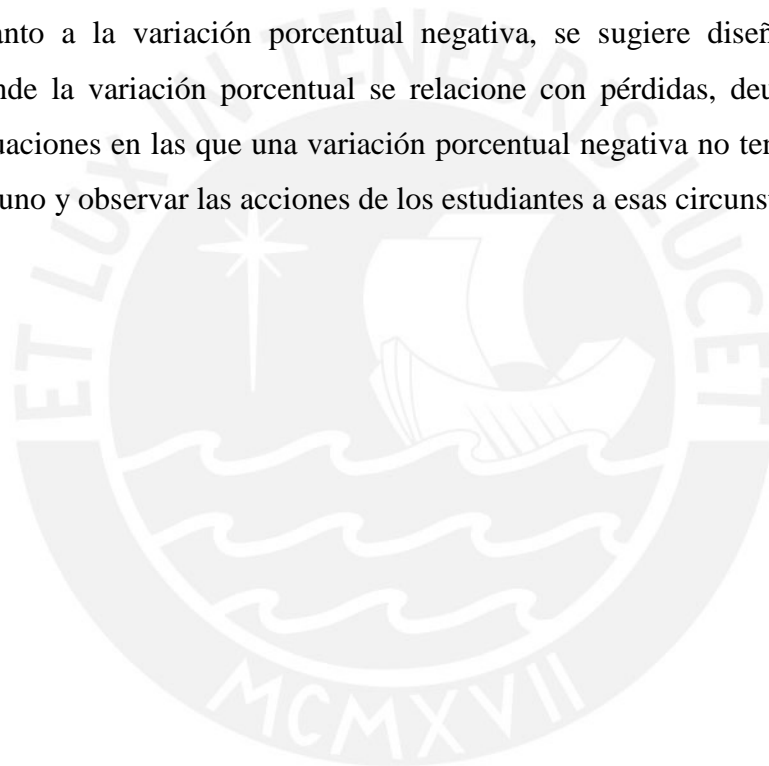
## **7.2 Sugerencias para futuras investigaciones**

El desarrollo de nuestra investigación y el logro de los objetivos propuestos, sirvieron para identificar algunas cuestiones que quedaron pendientes debido al tiempo, y estas podían generar nuevas investigaciones:

- Investigar el uso de porcentajes en estadística, para la presentación, análisis de datos y lectura de gráficas que es una parte clave en el desarrollo del

pensamiento estadístico, muy indispensable en el desarrollo de toda carrera profesional.

- Investigar el uso de porcentajes en temas de interés simple y compuesto a partir del trabajo con una función lineal y su vinculación con la función exponencial.
- Considerar casos de modelización de situaciones que requieran de funciones lineales por tramos, como el realizado en la actividad 4 de nuestra investigación, y también para los casos de impuestos en escalas diferenciadas.
- En la parte de variación porcentual, los estudiantes tuvieron dificultades en cuanto a la variación porcentual negativa, se sugiere diseñar actividades donde la variación porcentual se relacione con pérdidas, deudas, e incluso situaciones en las que una variación porcentual negativa no tenga significado alguno y observar las acciones de los estudiantes a esas circunstancias.



## Referencias

- Artigue, M., Régine D., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Barrios, G. A. y Meza, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de fracciones*. Recuperado de:  
[http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674\\_Propuesta\\_Didctica\\_Asocolme2010.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1174/1/674_Propuesta_Didctica_Asocolme2010.pdf)
- Ben Chaim, D., Ilany, B. y Keret, Y. (2012). *Ratio and Proportion*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Bressan, A. M. y Zolkower, B. (2008). *Tablas, barras y líneas: tres herramientas que propone la didáctica realista de la matemática para el trabajo con porcentajes*. Salto – Uruguay. Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática. Recuperado de:  
[http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/exposicionfinal\\_saltode\\_proporciones.pdf](http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/exposicionfinal_saltode_proporciones.pdf)
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Casteleiro, J. (2008). *La Matemática es fácil. Manual de matemática básica para gente de letras*. Madrid- España. ESIC Editorial. Recuperado de:  
[http://books.google.com.pe/books?id=lmFgyEJYVYC&printsec=frontcover&dq=matematica+basica&hl=es&sa=X&ei=qRCzT7uqCI6Wtwe\\_nc3ADA&ved=0CEEQ6AEwAQ#v=onepage&q&f=false](http://books.google.com.pe/books?id=lmFgyEJYVYC&printsec=frontcover&dq=matematica+basica&hl=es&sa=X&ei=qRCzT7uqCI6Wtwe_nc3ADA&ved=0CEEQ6AEwAQ#v=onepage&q&f=false)
- Corbalan, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona – España: Edit. Graó, de Serveis Pedagògics.
- Gaita, C., Advíncula, E., Barrantes, E., Henostroza, J., Jabo, F. y Luna, M. (2009). *Matemática para no matemáticos*. Lima – Perú: Colección Intertextos N°4.
- Godino, J. D. (2004). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. Recuperado de:  
[http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3\\_Proporcionalidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf)
- Guiler, W (1946). Difficulties in Percentage Encountered by Ninth- Grade Pupils. *The Elementary School Journal*, 46(10), 563-573. Recuperado de:  
<http://www.jstor.org/stable/998710>



- Lembke, L. y Reys, B. (1994). The development of, and interaction between, intuitive and school – taught ideas about percent. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(3), 237-259.
- Lima, E. L., Pinto, P., Wagner E. y Morgado, A. (2000). *La Matemática de la Enseñanza Media*. (vol. 1). Lima: Hozlo S.R.L.
- Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). *Fracciones*. Madrid – España: Editorial Síntesis.
- Parker M. y Leinhardt G. (1995). *Percent: A Privileged Proportion*. Review of Educational Research, 65(4), 421-481.
- Roig, A. y Llinares, S. (2003). *Dimensiones de la competencia matemática al finalizar la educación secundaria obligatoria. Caracterización y análisis*. Recuperado de: [www.iberomat.uji.es/carpeta/comunicaciones/87\\_anai\\_roig.doc](http://www.iberomat.uji.es/carpeta/comunicaciones/87_anai_roig.doc)
- Silva, M.J. (2005). *Investigando saberes de profesores do ensino fundamental com enfoque em números fracionarios para a quinta série*. Tesis doctoral. Pontificia Universidade Católica de Sao Paulo, Brasil.
- Smith, S., Charles, R., Dossey J., Keddy, M. y Bittinger, M. *Algebra*. Recuperado de: <http://books.google.com.pe/books?id=MA0VU1AjOqC&pg=PA162&lpg=PA162&dq=historia+del+porcentaje&source=bl&ots=9WvC64XRF&sig=JSpV-kOgKGwKgbvJMSZhUih9ksM&hl=es&sa=X&ei=SI1WUPXkConq9ATV1YC YDA&ved=0CC0Q6AEwAA#v=onepage&q=historia%20del%20porcentaje&f=false>
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). *The Didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trayectory on percentage*. Recuperado de: <http://www.jstor.org/stable/pdfplus/3483213.pdf?acceptTC=true>
- Warfield, V. (2006). *Invitation to didactique*. Recuperado de: <http://www.math.washington.edu/~warfield/Inv%20to%20Did66%207-22-06.pdf>



## APÉNDICE 1

### EXPLORACIÓN DE CONOCIMIENTOS

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ Fecha: 13/11/2012

1. ¿Cuáles de los siguientes pares de magnitudes son **directamente** proporcionales?

Justifica la respuesta

- a) La velocidad de un automóvil y el tiempo que tarda en realizar un mismo recorrido. SI  No

Justificación: \_\_\_\_\_

- b) La distancia recorrida por un automóvil y el tiempo empleado, manteniendo la misma velocidad. SI  NO

Justificación: \_\_\_\_\_

- c) La longitud del lado de un cuadrado y el área del mismo.

SI  NO  Justificación: \_\_\_\_\_

- d) La edad de un niño y su estatura, durante 5 años.

SI  NO  Justificación: \_\_\_\_\_

- e) La cantidad de kilos de fruta y su precio total, manteniendo el precio por cada kilo. SI  NO

Justificación: \_\_\_\_\_

- f) El número de obreros y el número de horas de trabajo que necesitan para realizar una determinada obra. SI  NO

Justificación: \_\_\_\_\_

2. A continuación se muestran valores de las magnitudes A, B, C. ¿Con qué par de tales magnitudes se puede establecer una proporcionalidad directa?

Magnitud A	10	20	30	40	50	60	65	100
Magnitud B	5	15	25	35	45	55	60	95

Magnitud C	15	30	45	60	75	90	97,5	150
------------	----	----	----	----	----	----	------	-----

- a) Con A y B       b) Con A y C       c) Con B y C

Justificación: \_\_\_\_\_

3. Considerando la siguiente proporción,  $\frac{12}{x} = \frac{y}{13}$  responder:

a) ¿Se puede hallar el valor de  $(x + y)$ ? SI       No       ¿Cómo?

b) ¿Se puede hallar el valor de  $(x \cdot y)$ ? SI       No   
¿Cómo?

4. El precio de una calculadora es 256 soles. Si el vendedor me hace una rebaja consistente en una cuarta parte del precio.

a) Cuánto pagaré por la calculadora?

b) ¿Qué porcentaje de descuento me hizo?

5. Lo que se paga por un auto es su precio de lista más el impuesto ABC, que es la quinta parte de este precio. Si se ha pagado 18540 soles en total:

a) ¿Cuál es el precio de lista?

b) ¿Qué porcentaje del precio de lista es el impuesto ABC?

6. Si el 100% está representado por las siguientes figuras sombreadas, represente gráficamente el porcentaje que se le indica:



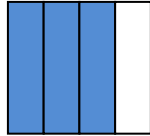

Figura que representa el 100%	Represente el 20%	Represente el 75%
		

Figura que representa el 100%	Represente el 25%	Represente el 150%
		

7. Observe las siguientes figuras que representan el porcentaje indicado y grafique lo indicado en las otras columnas.

La parte sombreada representa el 75% de la figura	Represente el 50% de la figura	Represente el 125% de la figura	Represente el 150% de la figura
			

La parte sombreada representa el 30% de una figura	Represente el 60% de la figura	Represente el 75% de la figura	Represente el 120% de la figura
			

8. Marcar: El 17% de  $x$  se expresa como:

- a)  $0,17x$                       b)  $17x$                       c)  $0,0017x$

Justificación:

El 120% de  $x$  se expresa como:

- b)  $120x$                       b)  $0,120x$                       c)  $1,20x$

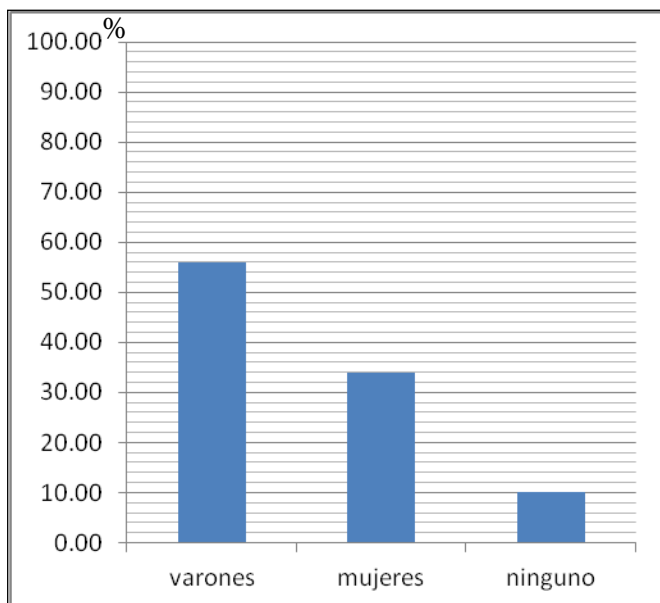
Justificación:

9. Si  $x$  representa un número real positivo entonces  $0,27x$  representa:

- a) 27% de  $x$                       b) 2,7% de  $x$                       c) 0,27% de  $x$

Justificación:

10. El siguiente gráfico representa, en porcentajes, la cantidad de varones y mujeres que han solicitado boleta de venta al realizar sus pagos por compras cotidianas en diversas tiendas.



Si en total fueron 700 encuestados, observando el gráfico responda:

- a) ¿Cuántos varones solicitaron su comprobante de pago? \_\_\_\_\_
- b) ¿Cuántas mujeres solicitaron su comprobante de pago? \_\_\_\_\_
- c) ¿Cuántos de los encuestados no solicitaron su comprobante de pago?

\_\_\_\_\_

## APÉNDICE 2

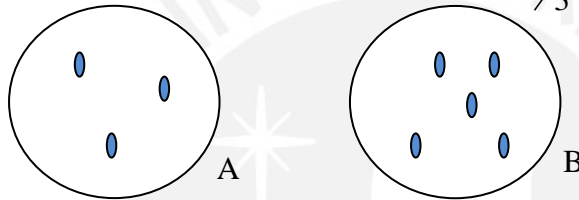
### PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

Teniendo en cuenta las definiciones y propiedades enunciadas en el Capítulo III, desarrollamos algunos ejemplos ilustrativos sobre proporcionalidad y porcentajes con los alumnos.

#### Ejemplo N°1:

a) La relación entre los puntos de A y de B es de  $\frac{3}{5}$ : (3:5)

La relación entre los puntos de B y de A es de  $\frac{5}{3}$ : (5:3)



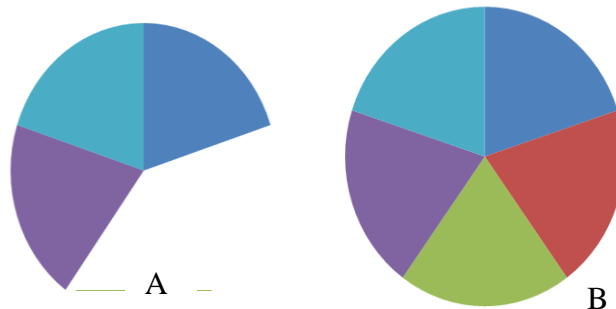
b) La altura de la figura A es  $\frac{3}{5}$  de la de B: (3:5)

La altura de la figura B es  $\frac{5}{3}$  de la de A: (5:3)

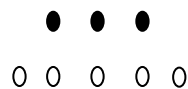


c) A es los  $\frac{3}{5}$  de B: (3:5)

B es los  $\frac{5}{3}$  de A: (5:3)



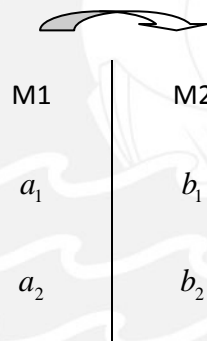
d) La razón entre bolas negras y blancas es de tres quintos  $\frac{3}{5}$



- e) La razón entre varones y mujeres en el salón de clase es  $\frac{14}{25}$
- f) En un bouquet de flores, la razón de tulipanes a rosas es 1:3. Por cada 4 flores en el bouquet, 1 es tulipán y 3 son rosas; o de todas las flores en el bouquet  $\frac{1}{4}$  son tulipanes y  $\frac{3}{4}$  son rosas. Si hay 3 tulipanes en el bouquet habrá 9 rosas.
- g) En una bolsa con botones la razón de botones negros a blancos es de  $\frac{5}{1}$  es decir por cada 5 botones negros 1 es blanco.
- h) En un estante la razón de libros de matemática a libros de filosofía es 7:0, es decir todos son libros de matemática.

**Observación:** Para algunos autores la segunda componente de una razón puede ser cero, en el ejemplo h) la razón de libros de matemática a libros de filosofía es 7:0, es decir todos son libros de matemática (no se trata de hacer una división entre cero).

Si denominamos por M1 y M2 a las magnitudes y por  $a_i$  a las cantidades de M1 y  $b_i$  a las cantidades de M2.



La relación entre las cantidades M1 y M2  $\left( a_i : b_i \text{ o } \frac{a_i}{b_i} \right)$  puede no tener dimensión (cuando M1 y M2 son la misma magnitud) o puede tener dimensión, lo que ocasiona que aparezca otra magnitud.

**Ejemplo N°2:**

- La altura de la figura A es  $\frac{3}{5}$  de la de B: (3:5) no tiene dimensión, pues podemos expresar como  $\frac{3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = \frac{3}{5}$
- Un auto A recorre un trayecto de 3 km en 5 minutos. En este caso comparamos longitud (km) con tiempo (minutos).



Este camino conduce a situaciones en los que se tiene que comparar razones, o a buscar valores adicionales a las razones que se pueden construir, que constituyen un marco natural para las proporciones.

### **PROPORCIÓN:**

#### **Ejemplo N°3:**

El siguiente cuadro menciona las alturas de unas estacas dispuestas en un jardín y las sombras de estas en una hora determinada.

	A	B	C
Alturas	75 cm	90 cm	?
Sombras	50 cm	60 cm	30 cm

Notemos que la razón de las alturas de las estacas A y B es la misma que la de sus respectivas sombras:

$$\text{alturas: } \frac{75}{90} = \frac{5}{6} \qquad \text{sombras: } \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$$

Entonces se puede escribir una proporción: (igualdad de razones)

$$\frac{75}{90} = \frac{50}{60} \dots\dots\dots (\beta)$$

También se puede escribir  $75:90 = 50:60$  y se lee: “75 es a 90 como 50 es a 60”

¿Cómo se puede obtener el valor de la altura de la estaca C?

Hallaremos la altura de la estaca C utilizando la propiedad fundamental de proporciones. Llamaremos  $x$  a esa altura, así como escribimos la proporción  $(\beta)$  con las medidas referentes a las estacas A y B, podemos escribir con las de C y A la

proporción análoga:  $\frac{x}{75} = \frac{30}{50}$

Utilizando el teorema 1, obtenemos  $x = 45$ ; luego la altura de C es 45 cm.

**Ejemplo N°4:** Si un auto recorre una distancia de 40 km en una hora. ¿Cuánto tiempo utilizará en recorrer la misma distancia a una velocidad de 20 km/h.(manteniendo la velocidad constante)

En este caso al duplicar la velocidad el tiempo se reduce a la mitad, si la velocidad se reduce a la mitad, el tiempo se duplicará. Por tanto, es una proporción indirecta.

Velocidad ( $x$ )	40	80	120	20	
Tiempo ( $y$ )	1	0,5	1/3	?	

Observamos que los productos:

$$40 \times 1 = 80 \times 0,5 = 120 \times \frac{1}{3} = 40$$

Por lo tanto:

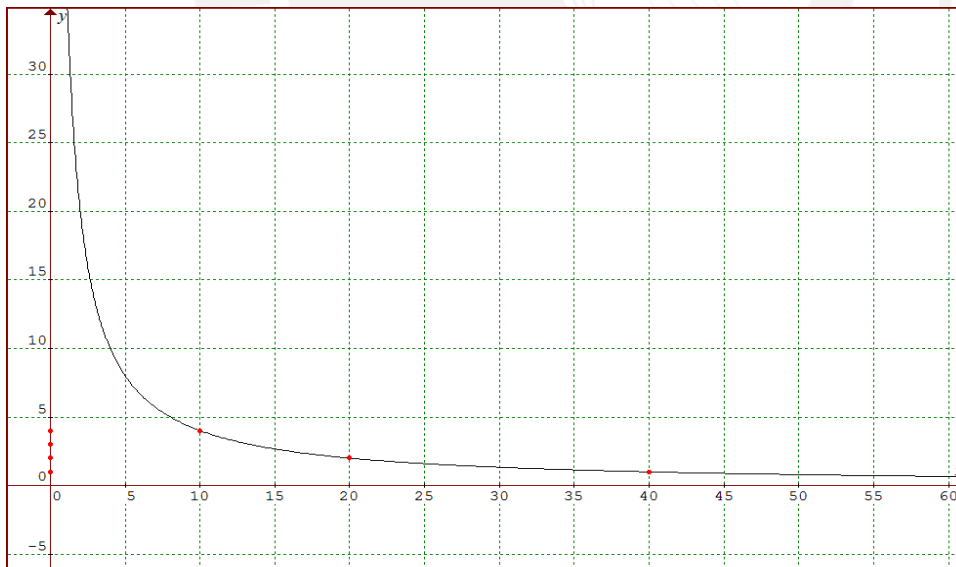
$$20y = 40$$

$$y = \left(\frac{40}{20}\right)$$

$$y = 40 \left(\frac{1}{20}\right)$$

$$y = 2$$

Generalizando:  $y = 40 \left(\frac{1}{x}\right)$ ,  $x > 0$



**Ejemplo N°5:** La razón de docentes varones a mujeres en nuestra facultad es de 3 a 4. Si hay 12 varones. ¿Cuántas mujeres hay?

En el enunciado de este problema se establece implícitamente una correspondencia entre dos conjuntos de cantidades discretas: “número de docentes varones” y “número de docentes mujeres”. Esto se traduce en que si hay 3 varones entonces hay 5 mujeres, si hubiera 6 varones habría 10 mujeres. Tenemos entonces:

N° docentes varones ( $x$ )	3	6	12
N° docentes mujeres ( $y$ )	4	8	?

Utilizando lo aprendido en proporciones:

$$\frac{3}{4} = \frac{12}{y}$$

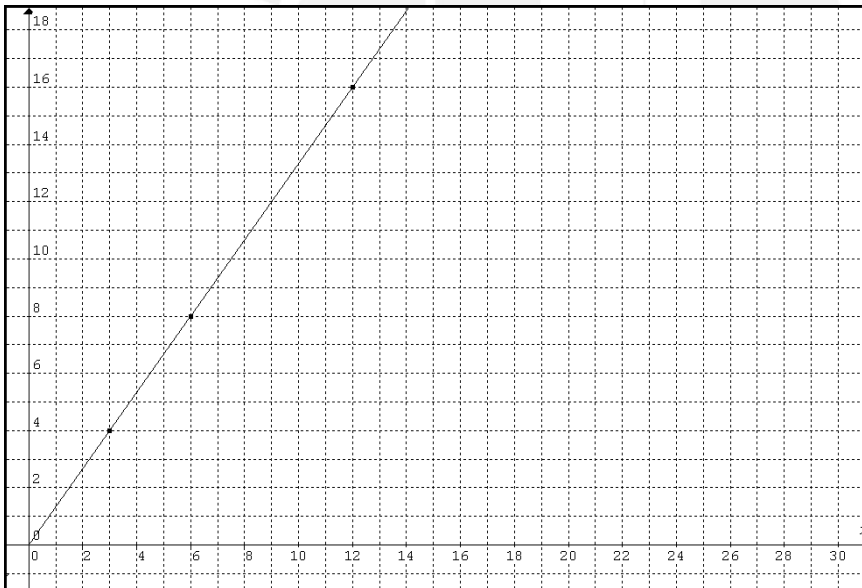
$$3y = (4) \cdot (12)$$

$$y = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot (12)$$

$$y = 16$$

Rpta.: Si hay 12 varones, hay 16 mujeres.

Esto se puede expresar como una función lineal, así:  $y = \frac{4}{3}x$ ,  $x \geq 0$



Entonces del gráfico se puede inferir que:

Si hay 6 varones entonces hay 8 mujeres.

Si hay 9 varones entonces hay 12 mujeres.

Si hay 15 varones entonces hay 20 mujeres.

## MAGNITUDES PROPORCIONALES

### **Ejemplo N°6:**

El precio que se paga por las distintas cantidades de pan que se compra en una panadería se obtiene multiplicando el número de panes por el precio unitario por pan (0,10). Esta situación nos presenta dos magnitudes, como se indica en la tabla adjunta, que son proporcionales entre sí:

N° de panes	1	2	3	4	5	6	$x$
Precio	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	$y$

Se tiene que:  $\frac{1}{0,10} = \frac{2}{0,20} = \frac{3}{0,30} = \frac{x}{y}$

$$\frac{1}{0,10} = \frac{x}{y}$$

$$y = 0,10x, \quad x \geq 0$$

Estas dos magnitudes son proporcionales entre sí, pues existe el número real fijo  $a = 0,10$  llamado razón de proporcionalidad, que permite escribir cada valor de la segunda magnitud como producto por 0,10 de los valores correspondientes de la primera magnitud.

### En resumen:

La magnitud  $y$  es directamente proporcional a la magnitud  $x$  cuando existe un número  $a$  (constante de proporcionalidad) tal que:  $y = ax$ , para todo valor de  $x$ . Es decir la relación entre ambas magnitudes se puede describir estableciendo una aplicación lineal de coeficiente  $a$ :  $f(x) = ax, \quad x \geq 0$

## PORCENTAJES

La notación de porcentajes y las magnitudes proporcionales se relacionan cuando uno de los términos que intervienen en la proporción toma el valor de 100.

Según Godino (2004):

La expresión  $x\%$  es una manera de expresar la fracción  $\frac{x}{100}$ , pero el concepto de porcentaje proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, no solo de

manera absoluta (cuál de los dos es mayor), sino de una manera relativa; es decir, se desea saber qué fracción o parte de uno de ellos representa el otro. (p. 426).

### Ejemplo N°7:

Se aplica descuentos a los precios de tres artículos A, B, C y todos en la misma proporción como se indica en la tabla. ¿Cuál es la proporción del descuento que se está haciendo a todos estos productos?

	A	B	C
Precio con descuento	90	135	45
Precio del artículo	120	380	60

Para poder obtener la proporción del descuento, en el siguiente cuadro se escribe el valor del descuento para cada artículo.

	A	B	C
Valor del descuento ( $y$ )	30	45	15
Precio del artículo ( $x$ )	120	180	60

$$\frac{30}{120} = \frac{45}{180} = \frac{15}{60} = \frac{y}{x}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{15}{60}$$

$$y = \frac{15}{60}x$$

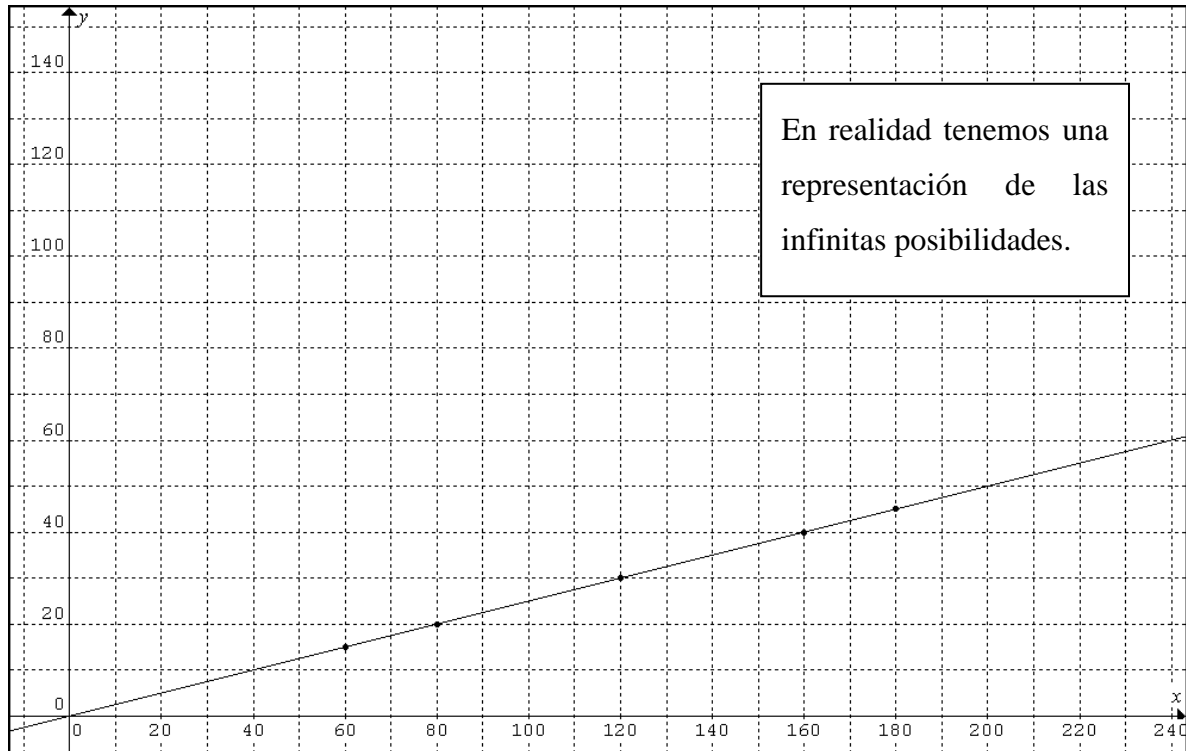
$$y = \frac{1}{4}x$$

$$y = 0,25x, \quad x \geq 0$$

La proporción de descuento es  $a = 0,25$ , que al escribirlo como  $\frac{25}{100}$ , vemos más claramente que equivale a decir 25 soles de descuento por cada 100 soles en el precio; es decir el 25% de descuento.

Si graficamos la ecuación  $y = 0,25x$ , podemos ver cómo se relacionan los diversos precios con el descuento: En la recta podemos identificar los puntos de la tabla:

	A	B	C
Valor del descuento ( $y$ )	30	45	15
Precio del artículo ( $x$ )	120	180	60

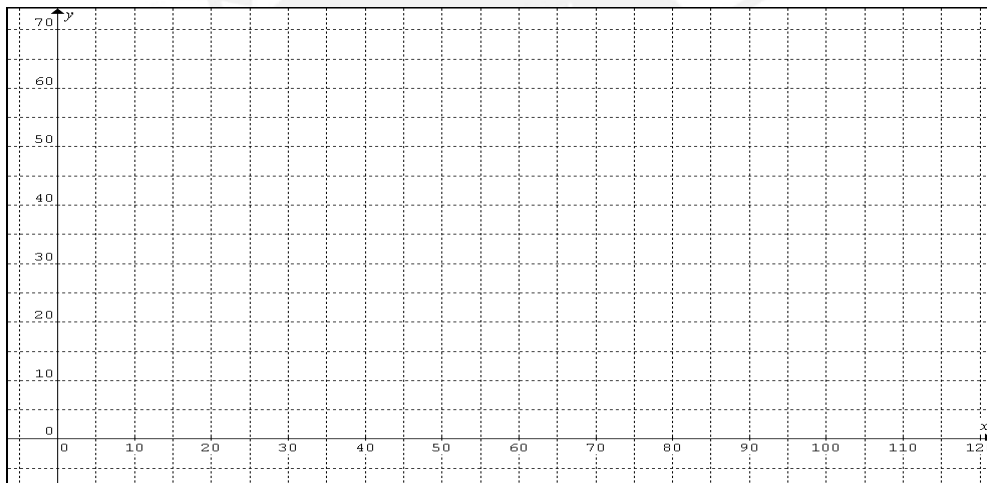


## APÉNDICE 3

### EVALUACIÓN FINAL

1. Lo que se paga por un libro es su precio de lista más el impuesto ABC, que es la cuarta parte de este precio. Si se ha pagado 75 soles en total:

- ¿Cuál es el precio de lista (cantidad subtotal)?
- ¿Qué porcentaje del precio de lista es el impuesto ABC?
- ¿Qué porcentaje del valor del precio de lista se paga en total?
- Si el precio de lista es  $x$  soles, y el monto total a pagar es de  $y$  soles, expresar y en función de  $x$ .
- Graficar la función obtenida en e).



f) Utilizar la función obtenida para completar la siguiente tabla:

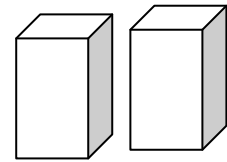
Valor del precio de lista	25	50	75	100
Monto total a pagar				

2. Una tienda comercial ofrece una promoción consistente en un doble descuento por estas fiestas navideñas así como se muestra en el anuncio. Esta promoción consiste en descontar primero 40% al precio regular y luego descontar el 20% del nuevo precio.



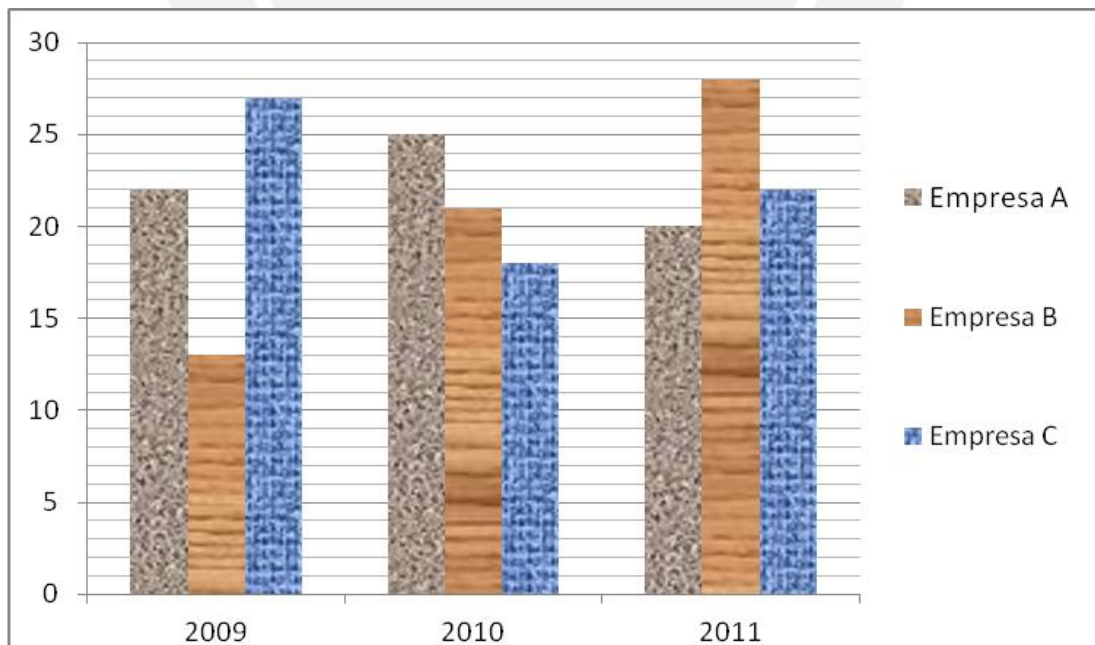
- a) Si el precio regular de un pantalón es S/. 120, ¿cuánto hay que pagar luego de aplicar la oferta?
- b) Según la explicación anterior, ¿es lo mismo el 40% + 20% de descuento que el 20% + 40% de descuento?
- c) ¿La oferta de la tienda equivale a un descuento del 60%?
- d) Si compré una filmadora por S/. 890 haciendo uso de la oferta de 40% + 20% de descuento ¿Cuál es el precio regular de la filmadora?
- e) Si el precio regular de un artefacto es "x" soles, ¿cuál es el monto "y" soles que se tiene pagar luego de hacer uso de la oferta de 40% + 20% de descuento? Encontrar la función que describa esta situación.

3. La empresa Alfa ha importado un lote de mercadería para su campaña navideña. En la figura se representan las cajas que han llegado y que corresponden al 40% del lote importado.



- a) Indicar cuántas cajas similares a las representadas faltan para completar el lote de mercadería importada.
- b) Representar con un gráfico el lote completo de la mercadería importada.

4. El siguiente cuadro muestra el valor de las exportaciones en productos lácteos de tres empresas entre los años 2009 y 2011.



- a) Indicar cuál fue el porcentaje de variación del valor de sus exportaciones para la empresa A, entre los años 2009 y 2011.



- b) Es correcto afirmar que el coeficiente de variación porcentual para la empresa B, entre los años 2009 y 2010 fue de 1,2? Si la respuesta es afirmativa, ¿qué significado tiene este valor?
- c) En un informe se manifiesta que el coeficiente de variación porcentual para la empresa C entre el año 2010y 2011 fue de -1, ¿es correcta esta información? ¿por qué?



## APÉNDICE 4

### DE LA EVALUACIÓN DEL SABER APRENDIDO (EVALUACIÓN FINAL)

Con la finalidad de observar los procedimientos efectuados por los estudiantes luego de haber trabajado las situaciones de aprendizaje y poder analizar los avances y posibles equivocaciones aun cometidas, se administró esta evaluación.

Esta evaluación se aplicó el 18 de diciembre, consta de cuatro (4) preguntas y tuvo una duración de 90 minutos. La rindieron 34 de los 46 alumnos matriculados.

A continuación presentamos los resultados de la evaluación final, en función a los contenidos evaluados y a las variables microdidácticas consideradas en esta investigación:

Contenidos evaluados del saber aprendido	Comentarios
a) Conocer y comprender la relación entre números decimales (expresados entre 0 y 1) y porcentaje.	<p>Los estudiantes en su mayoría expresan decimales (comprendidos entre 0 y 1) como porcentajes. Esto nos indica que los estudiantes en su mayoría han dejado de utilizar la regla de tres simple.</p> <div data-bbox="584 1178 1321 1352" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>b) ¿Qué porcentaje del precio de lista es el impuesto ABC?</p> <math display="block">\frac{15}{60} = 0,25 \times 100 = 25\%</math> </div> <p><b>Figura N° 73: Respuesta a la pregunta 1, ítem b) de la prueba final</b> En la figura, se muestra el uso del porcentaje como una razón.</p>
b) Conocer y comprender la relación entre números decimales (mayores que 1) y porcentaje.	<p>Son pocos los estudiantes que aun dificultades al expresar decimales mayores que 1, como porcentajes.</p> <div data-bbox="507 1581 1347 1794" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>c) ¿Qué porcentaje del valor del precio de lista se paga en total?</p> <math display="block">\frac{75}{60} = 1,25 \times 100 = 125\%</math> </div> <p><b>Figura N° 74: Respuesta a la pregunta 1, ítem c) de la prueba final</b> En la figura se aprecia el trabajo de una estudiante, que hace uso de la razón para dar dicho porcentaje.</p>

<p>c) Conocer y comprender la relación entre fracción y porcentaje.</p>	<p>A diferencia de la evaluación de conocimientos previos, más del 50% de los estudiantes expresan una fracción como porcentaje.</p> <div data-bbox="549 300 1358 481" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>b) ¿Qué porcentaje del precio de lista es el impuesto ABC?</p> <math display="block">\frac{x}{y} = 0.25x \quad 25\%</math> </div> <p><b>Figura N° 75: Respuesta a la pregunta 1, ítem c) (Porcentaje como fracción)</b> En la figura, se muestra como una estudiante ya expresa una fracción como porcentaje.</p>
<p>d) Entender la representación porcentual usando gráficos, teniendo en cuenta el todo y la parte.</p>	<p>Más del 50% de los estudiantes pudo graficar el lote completo de la mercadería teniendo en cuenta que solo le habían proporcionado una parte de la misma. Esta situación es similar a la presentada en la evaluación de conocimientos previos y un 88,2% respondió correctamente.</p> <div data-bbox="517 987 1390 1742" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>3. La empresa Alfa ha importado un lote de mercadería para su campaña navideña. En la figura se representan las cajas que han llegado y que corresponden al 40% del lote importado.</p> <p>¿Fue de -1, es correcta esta información? ¿por qué?</p> <p>a) Indicar cuántas cajas similares a las representadas faltan para completar el lote de mercadería importada.</p> <p>b) Representar con un gráfico el lote completo de la mercadería importada.</p> </div> <p><b>Figura N° 76: Respuesta a la pregunta 3, ítems a) y b)</b> En la figura, se muestra el uso de porcentaje como fracción (parte-todo).</p>

<p>e) Utiliza la función lineal para expresar un monto total “y”, conociendo un monto inicial “x” y un porcentaje de éste.</p>	<p>Los estudiantes en su mayoría pueden obtener una expresión literal y expresar la función correspondiente, según la información dada. Este problema ayudó a concretar la información del porque dividir entre “1,18” cuando se quiere obtener el valor del subtotal en cualquier boleta de venta que obtenemos al momento de hacer algunas compras en cualquier establecimiento comercial.</p> <div data-bbox="539 517 1369 719" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>d) Si el precio de lista es <math>x</math> soles, y el monto total a pagar es de <math>y</math> soles, expresar <math>y</math> en función de <math>x</math>.</p> <math display="block">x + 0,25x = y</math> <math display="block">1,25x = y</math> </div> <p style="text-align: center;"><b>Figura N° 77: Respuesta a la pregunta 1, ítem d)</b></p> <p>En la figura, se muestra el uso del porcentaje como función.</p>
<p>f) Utiliza la función lineal para expresar y resolver situaciones iteradas, relacionadas con porcentajes.</p>	<p>Cuando varían las situaciones y se aumentan expresiones como en el caso de descuentos sucesivos el 50% de los estudiantes empiezan a cometer errores en la simbolización algebraica para obtener la función respectiva. Cabe destacar que no se trató este tema en ninguna de las cuatro actividades de aprendizaje propuestas, pero se esperaba un mayor porcentaje de respuestas correctas.</p> <div data-bbox="507 1227 1393 1563" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>d) Si compré una filmadora por S/. 890 haciendo uso de la oferta de 40% + 20% de descuento ¿Cuál es el precio regular de la filmadora?</p> <p>Precio Regular <math>x</math></p> <math display="block">[x - 0,40(x)] - 0,20(0,6)x = y</math> <math display="block">0,6x - 0,12x = y</math> <math display="block">0,48x = y</math> <math display="block">0,48x = 890</math> <math display="block">x = 1,854.16</math> </div> <p style="text-align: center;"><b>Figura N° 78: Respuesta a la pregunta 2, ítem d)</b></p> <p>En esta imagen se observa el trabajo realizado por una estudiante, que sí logró obtener la expresión correcta para dos descuentos sucesivos. Se evidencia el uso del porcentaje como una función.</p>
<p>g) Determina el coeficiente de variación</p>	<p>Se confunden al momento de indicar la resta <math>V_f - V_i</math> o <math>V_i - V_f</math>. Como se trata de la aplicación de una fórmula, parece ser que tiene más influencia el aspecto algorítmico que el conceptual. Aún les</p>

<p>porcentual.</p>	<p>falta precisar con respecto a qué valor están viendo el incremento o decrecimiento.</p>
<p>h) Interpreta el coeficiente de variación porcentual</p>	<p>En el ejercicio se plantea que interpreten el coeficiente de variación. Un 29 % muestra que no ha comprendido el concepto y en consecuencia no hace la interpretación correcta. Un 38,2% da respuestas correctas, con la interpretación adecuada.</p> <div data-bbox="507 521 1396 1086" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>b) Es correcto afirmar que el coeficiente de variación porcentual para la empresa B, entre los años 2009 y 2010 fue de 1,2? Si la respuesta es afirmativa, ¿qué significado tiene este valor?</p> <math display="block">\left( \frac{V_t - V_0}{V_0} \right) \cdot 100 = \left( \frac{23 - 13}{13} \right) \cdot 100</math> <math display="block">0,6154 \cdot 100 = 61,54 \%</math> <p style="text-align: center;">Coeficiente de variación</p> <p>No es correcta la afirmación porque si el coeficiente de variación es 1,2 sería que ha incrementado sus ventas en un 120 % por lo contrario solo fue un 61,54% que incrementó sus ventas.</p> </div> <p style="text-align: center;"><b>Figura N° 79: Respuesta a la pregunta 4, ítem b)</b></p> <p>En esta imagen se muestra cómo una estudiante, si logra interpretar lo que significa el coeficiente de variación dado.</p> <div data-bbox="507 1256 1396 1798" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>c) En un informe se manifiesta que el coeficiente de variación porcentual para la empresa C entre el año 2010 y 2011 fue de -1, ¿es correcta esta información? ¿por qué?</p> <math display="block">\left( \frac{V_t - V_0}{V_0} \right) \cdot 100 = \left( \frac{22 - 18}{18} \right) \cdot 100</math> <p style="text-align: center;">Coeficiente de Variación 0,2222 · 100 = 22,22 %</p> <p>No es correcta esta información porque si el coeficiente sería de -1 significaría que ha disminuido sus ventas en un 100% por lo contrario ha incrementado en un 22,22% en sus ventas.</p> </div> <p style="text-align: center;"><b>Figura N° 80: Respuesta a la pregunta 4, ítem c)</b></p> <p>En la Figura N°77, se observa la justificación hecha por una estudiante, esto hace notar que pueden interpretar información haciendo uso del coeficiente de variación.</p>

## APÉNDICE 5

### INFORMACIÓN DE DATOS PERSONALES DE LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER CICLO

Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_ Fecha: 05/11/12

Estimado alumno, marque con un aspa (x), según sea su situación personal:

1. Mi edad es:

Entre 15 y 17 años	<input type="checkbox"/>
Entre 18 y 20 años	<input type="checkbox"/>
Entre 21 y 23 años	<input type="checkbox"/>
Más de 23 años	<input type="checkbox"/>

5. Tiempo de preparación para ingresar a la universidad:

Sin preparación	<input type="checkbox"/>
De 1 a 3 meses	<input type="checkbox"/>
De 4 a 6 meses	<input type="checkbox"/>
De 6 meses a más	<input type="checkbox"/>

2. Sexo:

Masculino	<input type="checkbox"/>
Femenino	<input type="checkbox"/>

6. Modalidad de ingreso a la universidad:

Cepre-UPLA	<input type="checkbox"/>
Ex. Admisión	<input type="checkbox"/>
Ex. Primera selección	<input type="checkbox"/>
Traslado externo	<input type="checkbox"/>
Exonerados	<input type="checkbox"/>

3. Lugar de nacimiento:

Huancayo	<input type="checkbox"/>
Concepción	<input type="checkbox"/>
Jauja	<input type="checkbox"/>
Ica	<input type="checkbox"/>
Selva central	<input type="checkbox"/>
Otro	<input type="checkbox"/>

7. Horas semanales que estudio el curso fuera de clase:

No tengo tiempo	<input type="checkbox"/>
De 1 a 2 horas	<input type="checkbox"/>
De 3 a 4 horas	<input type="checkbox"/>
De 4 a 5 horas	<input type="checkbox"/>
Más de 5 horas	<input type="checkbox"/>

4. Terminé la secundaria en un colegio:

Estatat	<input type="checkbox"/>
Particular	<input type="checkbox"/>

8. El tema de porcentajes:

No me enseñaron	<input type="checkbox"/>
Me enseñaron y no lo aprendí	<input type="checkbox"/>
Me enseñaron y lo aprendí	<input type="checkbox"/>

## APÉNDICE 6

### PREGUNTAS PARA ENTREVISTA A DOCENTES DE LA CARRERA DE ADMINISTRACIÓN Y SISTEMAS

1. Profesión \_\_\_\_\_
2. Número de años de labor como docente universitario: \_\_\_\_\_
3. ¿Cuál(es) es (son) los nombres de la Unidad de Ejecución Curricular (cursos) a su cargo en este período académico y a que ciclos pertenecen?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- ¿Es un curso de especialidad? Si \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_
4. ¿Cuáles son los temas de especialidad en los que Ud. utiliza el tema “porcentajes”?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
5. El uso que Ud. hace de los porcentajes en su curso está más vinculado a  
Lo algebraico \_\_\_\_\_ Lo aritmético \_\_\_\_\_ Lo gráfico \_\_\_\_\_
6. Considerando una escala de 0 a 4, marque la importancia que usted le asigna al tema de porcentajes en el curso que tiene a cargo  

0	1	2	3	4
---	---	---	---	---

  
 (Nada importante) (Muy importante)
7. ¿Sus estudiantes resuelven correctamente los problemas y ejercicios relacionados al tema de porcentajes?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
8. ¿Cuál cree Ud. que es el principal error que cometen sus estudiantes en el desarrollo de problemas relacionados a porcentajes?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
9. ¿Cuál cree Ud. que es la principal causa de los errores de nuestros estudiantes al resolver problemas vinculados con porcentajes?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
10. Apoyándose en su experiencia como docente universitario, proponga algunas sugerencias para corregir estos errores en nuestros estudiantes.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_