

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**  
**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



PONTIFICIA  
**UNIVERSIDAD  
CATÓLICA**  
DEL PERÚ

**SISTEMA DE CONTROL DE LA CINEMÁTICA DE UNA  
PLATAFORMA STEWART-GOUGH PARA LA  
REHABILITACIÓN DE LA MOVILIDAD DEL TOBILLO**

Tesis para optar por el Título de Ingeniero Electrónico, que presenta el bachiller

**Daniel Leoncio Paredes Zevallos**

ASESOR: Rocío Liliana Callupe Pérez

Lima - 2013

## Resumen

En la medicina de rehabilitación, los mecanismos paralelos del tipo plataforma de Stewart-Gough están siendo usados para la rehabilitación de tobillo de pacientes con discapacidad. El movimiento de la plataforma debe simular o seguir, de manera precisa, a los movimientos de un tobillo al querer caminar o ponerse de pie.

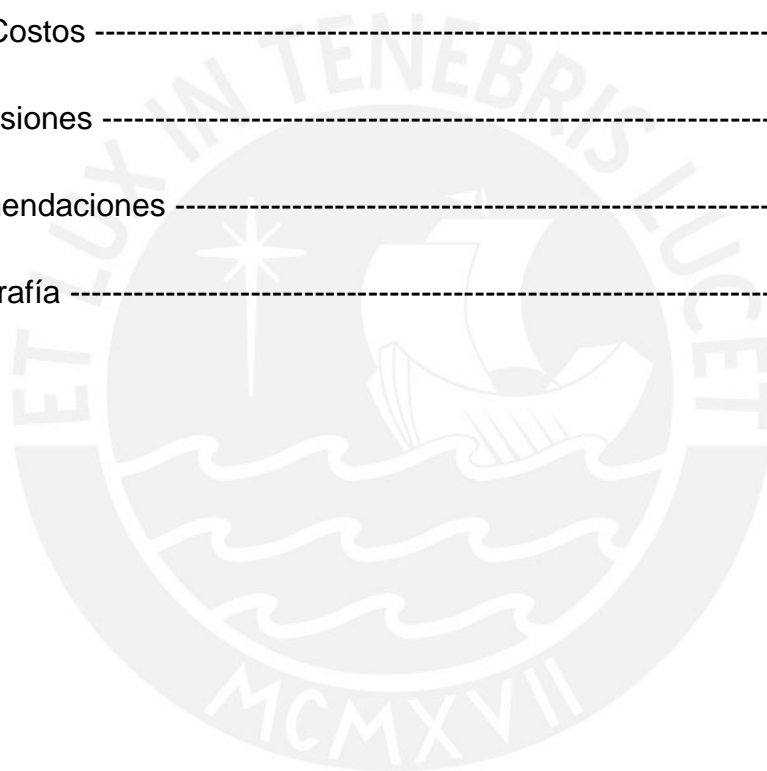
Por lo tanto, como parte de un proyecto que tiene como finalidad recrear la trayectoria recorrida por el conjunto tobillo-pie durante la marcha, este trabajo de tesis se enfoca en el diseño e implementación del sistema de control de la cinemática de una plataforma Stewart-Gough. Para lograr posicionar de manera exacta y precisa la plataforma en una posición y orientación dada, primero, fue necesario hallar un modelo aproximando de los actuadores de la plataforma. Con los modelos hallados se simuló el comportamiento de los actuadores, y al comparar los resultados de estas simulaciones con los datos reales se obtuvieron errores menores al 1%. El control diseñado para cada actuador se basa en una topología de lazo con retroalimentación negativa, cuyo algoritmo de control es un PID (proporcional – integral - derivativo). Sin embargo, dado que los modelos obtenidos no eran lineales, no era posible usar técnicas de sintonización para algoritmos PID convencionales. Por lo cual fue necesario derivar una ecuación que relaciona los parámetros del algoritmo con el tiempo de establecimiento deseado y el modelo de los actuadores.

Finalmente, con el sistema de control implementado el microprocesador XS1-L1, de procesamiento multi-hilo, se logró obtener errores dentro del rango de movimiento de un tobillo (3% en una marcha normal, y tiempos de establecimiento para cada actuador con error  $\pm 0.5$  segundos con respecto al tiempo deseado).

## INDICE:

Resumen -----	4
Introducción -----	7
<b>CAPÍTULO 1: FISIOTERAPIA Y REHABILITACIÓN DEL TOBILLO</b>	
1.1 Elementos de anatomía y biomecánica del tobillo -----	9
1.2 Mecanismos de mecedora pie y tobillo -----	10
1.3 Movimientos del Tobillo -----	11
1.3 Técnicas de rehabilitación del tobillo -----	13
<b>CAPITULO 2: CINEMÁTICA DE UNA PLATAFORMA STEWART-GOUGH</b>	
2.1 Estado del Arte -----	15
2.1.1 Aplicaciones Espaciales -----	15
2.1.2 Aplicaciones en Rehabilitación y Fisioterapia -----	15
2.1.3 Simuladores de vehículos de transporte-----	16
2.2 Robots Paralelos -----	16
2.3 Cinemática de un robot paralelo -----	18
2.4 Sistemas de control -----	20
2.4.1 Control retroalimentado (feedback control)-----	20
2.4.2 Controlador PID continuo -----	21
2.4.3 Controlador PID Discreto -----	22
<b>CAPÍTULO 3: EL SISTEMA DE CONTROL DE LA CINEMÁTICA DE UNA PLATAFORMA STEWART-GOUGH</b>	
3.1 Objetivos -----	25
3.1.1 Objetivo General -----	25
3.1.2 Objetivos específicos -----	25
3.2 Requerimientos del sistema de control -----	25
3.3 Diagrama de Bloques -----	25
3.3.1 Servomotores Lineales -----	27
3.3.2 Controlador de Motores -----	28
3.3.3 Unidad de Procesamiento -----	29
3.3.4 Adaptador UART – RS232 -----	31
3.3.5 Fuentes de Alimentación -----	31
3.4 Obtención del modelo matemático aproximado de los motores ---	32
3.4.1 Modelo del motor 1 -----	33
3.4.2 Modelo de los motores -----	34
3.5 Respuesta en lazo cerrado -----	36

3.5.1 PID con saturación -----	38
3.5.2 Obtención de la Ganancia proporcional (Kp) -----	39
3.6 Implementación del sistema de control -----	42
3.6.1 El Lenguaje XC -----	43
3.6.2 El software RoboRun -----	44
3.6.3 Programa del controlador -----	45
CAPÍTULO 4: PRUEBAS Y RESULTADOS	
4.1 Simulación usando Simulink -----	47
4.2 Pruebas -----	49
4.3 Resultados -----	50
4.4 Costos -----	51
Conclusiones -----	52
Recomendaciones -----	53
Bibliografía -----	54



## Introducción

Hoy en día, el uso de la robótica en la rehabilitación de pacientes con discapacidad es un campo emergente. La principal motivación de universidades con grupos de investigación en América Latina es el uso de nuevas tecnologías como la robótica, que permita una mejor utilización de los recursos terapéuticos aplicados a personas con patologías locomotoras y ofrecer al paciente una mejor rehabilitación y a precios accesibles. Además, mencionar que también se busca investigar en nuevos conceptos como la realidad virtual que en conjunto con tecnologías robóticas puedan estimular zonas del cerebro por su propiedad de plasticidad para lograr que el paciente regenere ciertas funciones motoras y otorgarle cierto grado de confianza mediante simulaciones de situaciones reales.

Así los diferentes métodos de rehabilitación, especialmente los de trabajo activo, pueden lograr que el paciente recupere cierto grado de movilidad en una articulación y miembros del cuerpo humano como es el caso del tobillo. Sin embargo, no hace que el paciente se enfrente con situaciones, tales como subir escaleras o cruzar la calle, que son situaciones que se dan en el día a día, lo cual podría ocasionar que el paciente al terminar su terapia todavía no se encuentre en óptimas condiciones para rehacer su vida normal o tenga un tiempo de recuperación mayor o tradicional.

Una opción de tecnología robótica es usar una plataforma Stewart-Gough para lograr que el paciente, a lo largo de su terapia, pueda experimentar las diferentes situaciones con las que tiene que lidiar en la vida real. Debido a su alto grado de precisión y a su capacidad de soportar cargas pesadas, por su naturaleza paralela, la plataforma Stewart-Gough es una muy buena opción. La principal ventaja de usar este tipo de mecanismo, es que se puede realizar tanto un “trabajo activo” como un “trabajo pasivo”, dependiendo únicamente de un algoritmo de programación. De esta manera se logra una minimización tanto del presupuesto como en espacio.

Adicionalmente, se puede complementar la acción de la plataforma Stewart-Gough con un entorno de realidad virtual el cual le otorgaría al paciente una mayor sensación de satisfacción, ya que como se está recreando situaciones de la vida real el paciente puede ser capaz de relacionar sus avances con situaciones reales. Y finalmente, como todo movimiento que realice la plataforma Stewart-Gough es monitoreado se puede acceder a esa data para que pueda ser utilizada por el especialista en fisioterapia y rehabilitación.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es implementar un sistema de control de la cinemática de una Plataforma Stewart-Gough para la rehabilitación de la movilidad del tobillo, que brinde la exactitud y precisión necesaria para que la plataforma pueda cumplir satisfactoriamente su tarea. El algoritmo del sistema de control va a ser implementado en un módulo de prueba XK-1A, el cual se basa en un procesador XS1-L1 diseñado por la empresa XMOS; este procesador brinda la posibilidad de utilizar la multitarea, lo cual es básico para implementar sistemas de tiempo real y controlar procesos de naturaleza paralela. Lo que se espera obtener es un sistema confiable y preciso el cual sea capaz de recrear con un alto grado de similitud un movimiento de tobillo como el que se realiza en el caminar de una persona normal.

La tesis se desarrolla en cuatro capítulos. En el primer capítulo se describe la anatomía, biomecánica y las técnicas de rehabilitación de tobillo. En el segundo capítulo se describe el funcionamiento de la plataforma Stewart – Gough y algunas aplicaciones de ésta como mecanismo de rehabilitación, adicionalmente se presenta los sistemas de control en lazo cerrado, y en especial las características del algoritmo de control PID. En el tercer capítulo se describe el diseño e implementación del sistema de control de la cinemática de la plataforma.

Y finalmente, en el cuarto capítulo se presentan los resultados de las pruebas realizadas, seguidas de las conclusiones y recomendaciones.

## CAPÍTULO 1

## FISIOTERAPIA Y REHABILITACIÓN DEL TOBILLO

## 1.1 Elementos de anatomía y biomecánica del tobillo

Consideraciones anatómicas y biomecánicas:

El estudio de la anatomía y biomecánica del tobillo es esencial para comprender el tratamiento de su patología, por lo cual la articulación del tobillo se compara a menudo con una ensambladura de mortaja y espiga de carpintería tal y como se muestra en la Figura 1.1.

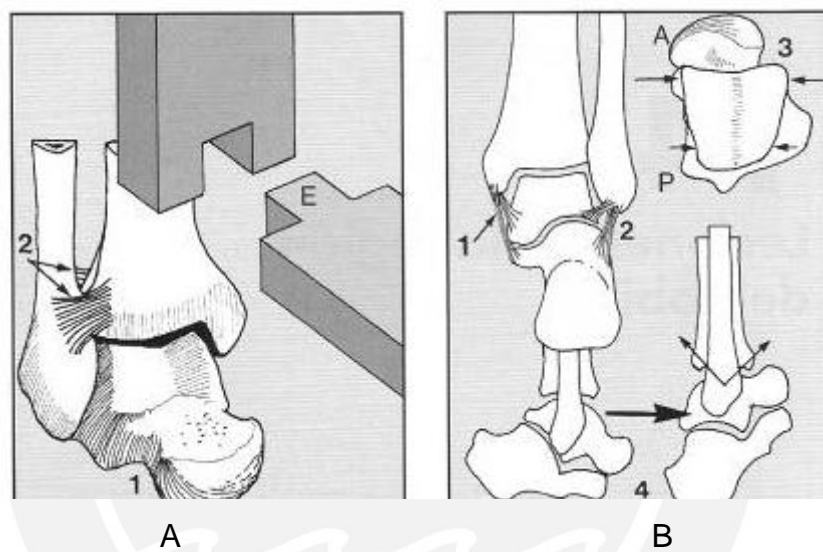


Figura 1.1 Anatomía del tobillo [14]

El astrágalo (1A) representa la espiga (E) y se halla estabilizado por los dos maléolos y por la superficie articular de la tibia, la mortaja del tobillo: Mortaja tibioperonea (auténtica pinza ósea que impide los deslizamientos laterales del tobillo). El maléolo lateral (peroneo) está unido firmemente a la tibia por los potentes ligamentos tibioperoneo anterior y posterior (2). El maléolo medial (tibial) se une al astrágalo por el potente ligamento deltoideo (1B).

Su estabilidad se debe a la configuración ósea y a su sistema ligamentario, diferenciándose tres complejos anatómicos:

MEDIAL: Maléolo Tibial – Cara media del astrágalo y Ligamento Deltoideo con sus porciones superficial y profunda.

LATERAL: Maléolo Peroneal – Cara lateral del astrágalo y Ligamento Lateral Externo (2B) con sus tres fascículos (3):

Peroneoastragalino anterior

Peroneocalcáneo

Peroneoastragalino posterior

- SINDESMÓTICO: Articulación Tibioperonea distal y las uniones ligamentarias de la sindésmosis: los Ligamentos anterior y posterior y la membrana interósea, que une el peroné y la tibia por encima de la sindesmosis.

La parte anterior de la superficie articular del astrágalo es más ancha que la posterior (3). Cuando el pie se coloca en flexión dorsal, el astrágalo empuja el peroné en dirección lateral (4), la sindesmosis permite un ensanchamiento de la pinza y el astrágalo conserva un estrecho contacto con la mortaja tibioperonea contribuyendo a la distribución de las cargas y manteniendo su congruencia durante todo el arco de movilidad. Ello hace que cualquier anomalía en esta mortaja altere la biomecánica articular.

Aunque considerada una articulación de tipo troclear, es decir, en forma de polea, su biomecánica es compleja. Los movimientos en el plano sagital llevan asociados otros con los planos coronal y axial. Así la flexión plantar provoca la rotación interna del astrágalo mientras que la flexión dorsal asocia su traslación posterolateral y un ligero ascenso del peroné.

Por ello las alteraciones biomecánicas de una fractura de tobillo son más complejas que la simple traslación lateral del astrágalo dentro de la mortaja y, por ejemplo, el desplazamiento lateral del astrágalo observable en una radiografía es, en realidad, una rotación anterolateral [14].

## 1.2 Mecanismos de mecedora: pie y tobillo

Otro mecanismo importante en el estudio de la marcha normal es la función del talón, el tobillo y el antepié descrita por Perry en su libro Análisis de la Marcha Normal [16]. Señala tres mecanismos de mecedora los cuales facilitan la obtención de información valiosa durante el examen, la competencia para el diagnóstico, la comunicación interdisciplinaria de las deficiencias y la limitación en la actividad que pueden existir e identificarse en la marcha. El primer mecanismo de mecedora es el talón,



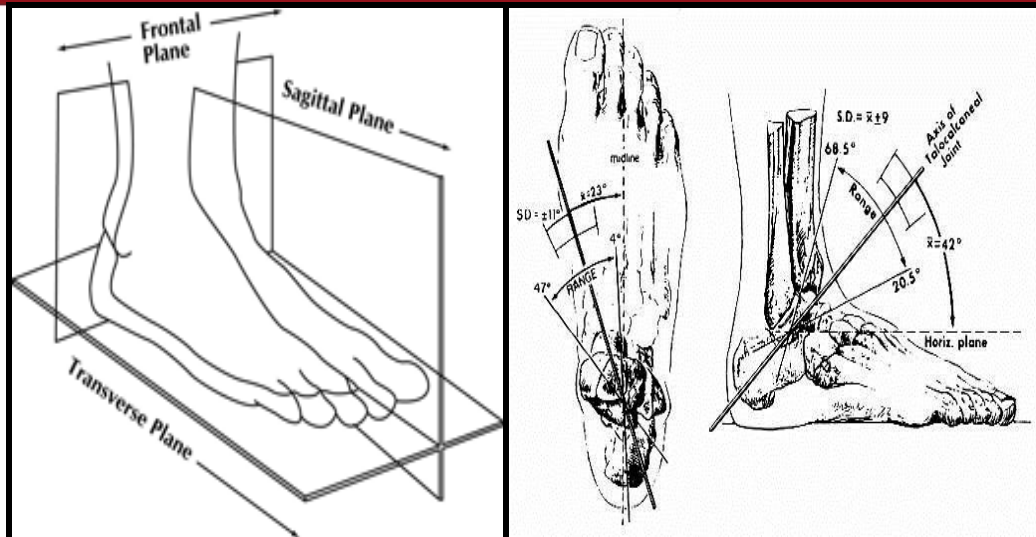
que se encuentra presente durante el contacto inicial contra el pie, cuando comienza la transferencia del peso corporal de una extremidad a la otra. La tuberosidad del calcáneo durante un instante sirve de eje para que el pie y la pierna se muevan hacia adelante, el primero en dirección al piso para ampliar la base momentánea de soporte y la segunda en busca de seguir el avance secuencial del peso corporal para preservar la progresión de la marcha.

El segundo mecanismo de mecedora es el tobillo; una vez el pie se apoya completamente en el piso, el eje mecánico del complejo articular del tobillo permite el desplazamiento corporal hacia adelante. Corresponde con las fases de respuesta a la carga y soporte medio. Finalmente, el tercer mecanismo de mecedora es el antepié, presente durante el soporte terminal cuando el peso corporal se alinea con las cabezas de los metatarsianos, el talón se levanta y toma como eje a las articulaciones metatarsofalángicas que aseguran la transferencia de peso hacia los dedos y la otra extremidad [15].

### 1.3 Movimientos del tobillo

Existen tres planos en los cuales el cuerpo humano realiza sus movimientos: plano sagital, frontal y transversal, en la Figura 1.2a se muestran estos planos y sus orientaciones con respecto al cuerpo humano. A diferencia del resto del cuerpo humano los movimientos del conjunto tobillo – pie se realizan en un plano frontal y sagital rotados  $23^\circ$  y  $42^\circ$  respectivamente (estas rotaciones se observan en la Fig. 1.2b) [17].

Los movimientos del conjunto, tal como se muestra en la Figura 1.3, son conocidos como dorsiflexión y flexión plantar, plano sagital; eversión e inversión, plano frontal; y finalmente abducción y aducción en el plano transversal. El tobillo es el responsable de los movimientos del plano sagital y frontal, mientras que el pie es el encargado de los realizados en el plano transversal [18].



(a)

(b)

Figura 1.2 (a) Planos del cuerpo humano y (b) planos del conjunto tobillo - pie [17]



(a)

(b)

Figura 1.3 (a) Movimientos en eje sagital y (b) en el eje frontal. Imágenes obtenidas de <http://runningwritings.blogspot.com>

En la tabla 1.1 se presentan los movimientos tobillo con sus respectivos rangos de movimiento.

Tabla 1.1 Movimientos del Tobillo y sus rangos de movimiento [18]

	Movimiento	Rango
Eje Sagital	Dorsiflexión	(0 a 30)°
	Flexión Plantar	(0 a 65)°
Eje Frontal	Inversión	(0 a 20)°
	Eversión	(0 a 10)°

Cabe resaltar que durante la marcha normal el tobillo solo realiza movimientos en el eje sagital; así mismo, existen registros que en dorsiflexión alcanza ángulos alrededor de  $10^\circ$  y en flexión plantar ángulos alrededor  $20^\circ$  [19].

#### 1.4 Técnicas de rehabilitación del tobillo

El tobillo es una de las zonas más propensas a sufrir fracturas o esguinces debidos a sobreesfuerzos, caídas o golpes. En la actualidad se emplean diferentes técnicas para la rehabilitación de tobillo, sin embargo, no todas tienen la misma efectividad. Algunas técnicas necesitan que el paciente sea un agente activo en el proceso de rehabilitación, en estos casos el paciente realiza un trabajo activo a través de una serie de ejercicios, los cuales paulatinamente se van intensificando, para lograr recuperar la movilidad del tobillo. Algunos de las técnicas usadas se basan en ejercicios con bandas elásticas, hidroterapia y caminadoras como se puede apreciar en la Figura 1.4.



Figura 1.4 Trabajo Activo. (a) Uso de caminadoras, (b) uso de bandas elásticas. Imágenes obtenidas de (a) [www.interferenciales.com.mx](http://www.interferenciales.com.mx) y (b) [www.traumazamora.org](http://www.traumazamora.org)

Por otro lado, el paciente también puede realizar un trabajo pasivo, y generalmente se da en las primeras etapas de la rehabilitación. En estos casos un agente externo, ya sea una persona capacitada para la tarea o un mecanismo electromecánico, es el que manipula el tobillo sin que el paciente haga algún tipo de movimiento voluntario. Entre las diferentes opciones se tienen los masajes realizados por el fisioterapeuta, el uso del

ultrasonido y dispositivos electromecánicos. En la Figura 1.5 se representan algunos trabajos de rehabilitación pasiva.



(a)

(b)

*Figura 1.5 Trabajo Pasivo. (a) Fisioterapeuta realizando masajes al paciente, (b) Ultrasonido para calentar el área afectada. Imágenes*

*tomadas de (a) <http://fisioterapiaenpozuelo.com> y (b)*

*<http://www.fisioalegre.com/>*



## CAPITULO 2

### CINEMÁTICA DE UNA PLATAFORMA STEWART-GOUGH

#### 2.1 Estado del Arte

En la actualidad la robótica esta teniendo un rol relevante dentro de los diferentes campos. Desde su creación, la plataforma Stewart-Gough ha sido utilizada principalmente para simular los movimientos realizados por aviones, helicópteros o naves espaciales.

##### 2.1.1 Aplicaciones Espaciales

Una de las ventajas de los robots paralelos es la precisión con la que cuentan, por ende son candidatos perfectos para trabajos en los cuales se necesite un alto grado de precisión.

En la escuela de la marina de los Estados Unidos se ha desarrollado un robot paralelo para ser utilizado como base para una cámara satelital. El robot cuenta con una precisión en el orden de los  $0.01^\circ$ , complementariamente su diseño otorga una minimización de la vibración a tal grado que es imperceptible [2].

##### 2.1.2 Aplicaciones en Rehabilitación y Fisioterapia

Recientemente se ha comenzado a emplear la plataforma Stewart-Gough como un mecanismo confiable y eficiente en la rehabilitación de la movilidad del tobillo, muñeca, codo y rodilla. Por ejemplo la Universidad de Rutgers ha diseñado e implementado su llamado “Rutgers Ankle” o “Tobillo de Rutgers”, el cual se basa en dos plataformas Stewart-Gough, una por pie, las cuales son maniobradas por el paciente mientras éste, a través de un entorno de realidad virtual, se encuentra en las diferentes situaciones tales como caminar por el parque o subir escaleras. Adicionalmente, el sistema de rehabilitación de la Universidad de Rutgers cuenta con un servicio que se conoce como “telerehabilitación” o “rehabilitación a distancia”, con lo cual son capaces de adquirir la información requerida por el especialista sin la necesidad de estar físicamente presente [1].

### 2.1.3 Simuladores de vehículos de transporte

Como ya se había mencionado anteriormente, esta es la típica aplicación de la plataforma Stewart-Gough. Se utiliza para implementar desde simuladores vehículos terrestres hasta simuladores de transbordadores espaciales.

Por ejemplo es el caso de China que ha implementado un simulador de manejo de un vehículo terrestre usando la plataforma Stewart-Gough y tecnología de realidad virtual para el entorno gráfico del mismo. La finalidad principal de este proyecto era la de enfrentar al piloto con diferentes terrenos, de esta manera logran recopilar datos, principalmente, sobre el desempeño del simulador y como objetivo secundario el desempeño de la persona como conductor [3].

También se tiene el caso del simulador de vuelo “SIMONA Research Simulator” (SRS) desarrollado en la Universidad Tecnológica de Delft. El SRS es una herramienta muy poderosa en el análisis de las percepciones de los pilotos en las diferentes situaciones, a pesar de constituir un medio seguro donde los pilotos pueden maniobrar libremente sin miedo a perder la vida, el SRS otorga un alto grado de fidelidad con la realidad. Adicionalmente, es uno de los simuladores de vuelo mejor diseñados, e incluso se usa como estándar para la validación de otros simuladores alrededor del mundo [4].

### 2.2 Robots Paralelos

Los robots seriales son inapropiados para tareas en las cuales se requirieren tanto manipulación de cargas pesadas, como una buena precisión en la posición o también para trabajar a diferentes escalas; por lo que una muy buena alternativa para este tipo de tareas es la utilización de robots paralelos.

Para entender el concepto de un robot paralelo es relevante definir los conceptos de “simple cadena cinemática” y “cadena cinemática de lazo cerrado”. Lo que se conoce como una simple cadena cinemática está

definido como aquella en la cual cada miembro posee una conexión con un grado de libertad menor o igual a dos. Por otro lado, una cadena cinemática de lazo cerrado es obtenida cuando una de las uniones, excepto la base, posee una conexión con un grado de libertad mayor o igual a tres.

En base a los conceptos anteriores se puede definir que un manipulador paralelo generalizado es un mecanismo cinemático de lazo cerrado en la cual el efector final o cuerpo rígido es enlazado a la base por varias cadenas cinemáticas independientes. Y finalmente, un robot paralelo está hecho sobre un cuerpo rígido con “n” grados de libertad y una base fija, unidos por al menos dos cadenas cinemáticas independientes, cuyo movimiento se da a través de “n” actuadores simples.

Para hallar el número de grados de libertad de un robot paralelo se utiliza la “Fórmula de Grübler”, que viene definida de la siguiente manera [5]:

$$m = \lambda(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i - I$$

*Ecuación de Grübler*

Donde: m = número de grados de libertad

l = el total de cuerpos rígidos del mecanismo, incluyendo la base

n = número total de uniones

d<sub>i</sub> = número de grados libertad de las uniones

I = número de grados de libertad pasivos del mecanismo

λ = número de grados de libertad del espacio en el cual actúa el mecanismo

Para el caso de la plataforma Stewart- Gough:

$$m = 6[14 - 18 - 1] + [6 + (3 * 12)] - 6 = 6$$

Ya que cuenta con 6 uniones prismáticas y 12 uniones universales que conectan 14 cuerpos rígidos (las 12 uniones de los 6 actuadores más las dos bases); las uniones prismáticas y universales tienen 1 gdl y 3 gdl

respectivamente, y finalmente existen 6 gdl pasivos asociados a las patas UPU (unión universal – unión prismática – unión universal).

### 2.3 Cinemática de un robot paralelo

La cinemática se encarga del estudio del movimiento de los cuerpos rígidos con respecto a un sistema de referencia, los cuales pueden moverse de varias maneras en un espacio, en traslación o rotación, y éstas son llamadas “grados de libertad” y no pueden exceder a seis [6]. Existen dos problemas fundamentales a resolver en la cinemática del robot; el primero de ellos es la cinemática directa, y consiste en determinar la posición y orientación final a partir de las longitudes de sus actuadores. Y el segundo problema es la cinemática inversa, que consiste en hallar las longitudes de sus actuadores a partir de una posición y orientación deseada.

#### 2.3.1 Cinemática Inversa de la plataforma Stewart-Gough

El problema radica en determinar la longitud ( $\rho$ ) de cada una de los actuadores del mecanismo (vectores  $BA_i$ , ver figura 2.1a), conociendo los vectores de los CB, AO y OC; y los parámetros de la orientación (ángulos de Euler, mostrados en la figura 2.1b), lo que permitirá halla la matriz de rotación ( $R$ ) con el objetivo de referenciar el sistema de coordenadas  $x_r$ ,  $y_r$  y  $z_r$  con el centrado en O, por lo cual el vector CB se vería multiplicado por la matriz R generando el vector  $RCB_r$ , donde R tiene la siguiente forma:

$$R = R_z(\phi)R_y(\theta)R_x(\psi)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix}$$

*Ecuación de la matriz Rotacional (Ángulos de Euler:  $\phi, \theta, \psi$   
correspondientes a los ejes z, y, x respectivamente)*



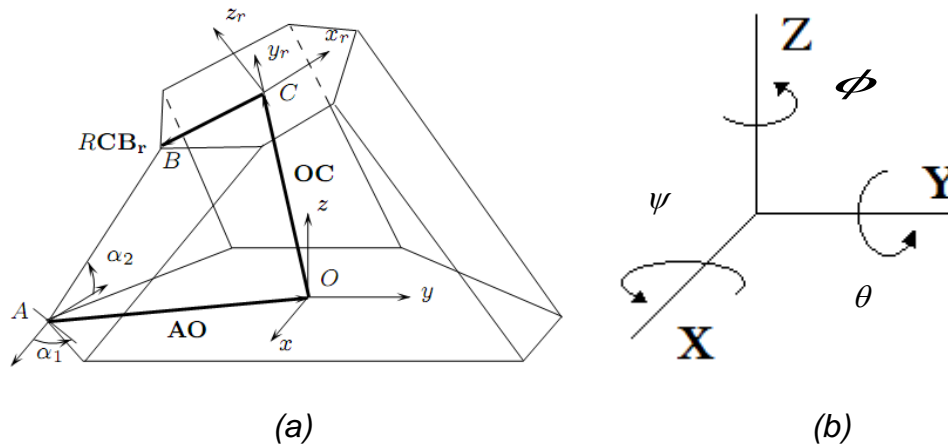


Figura 2.1: (a) Vectores fundamentales para establecer la cinemática inversa de una plataforma Stewart-Gough. (b) Ángulos de rotación  $\phi, \theta, \psi$  correspondientes a los ejes  $z, y, x$  respectivamente

Se puede observar de la figura 2.1a que el vector  $AB$  puede ser hallado de la siguiente manera:

$$AB = AO + OC + RCB_r,$$

Donde los vectores  $AO$  y  $RCB_r$  son conocidos y dependen de las dimensiones de las bases. Dado que la norma del vector  $AB$  es  $\rho^2$ , entonces la longitud del actuador  $i$ -ésimo puede ser calculada directamente de la ecuación anterior.

$$\rho_i^2 = \|A_i B_i\| = \|A_i O + OC + RCB_{ir}\|$$

Esta expresión también puede escribirse de la siguiente forma:

$$\rho^2 = \|AO\|^2 + \|CB_r\|^2 + 2(AO + RCB_r) \cdot OC + 2AO \cdot RCB_r + \|OC\|^2$$

Notar que  $\|OC\|^2$  es el mismo sin importar cual pata se está analizando. Si se calcula la diferencia entre dos cuadrados de longitud de patas cualesquiera, se eliminarían los términos cuadráticos, quedando solamente términos lineales [7].

En la tabla 2.1 se presentan las dimensiones de la plataforma a utilizar, y en la figura 2.2 se muestra la representación de algunos parámetros:

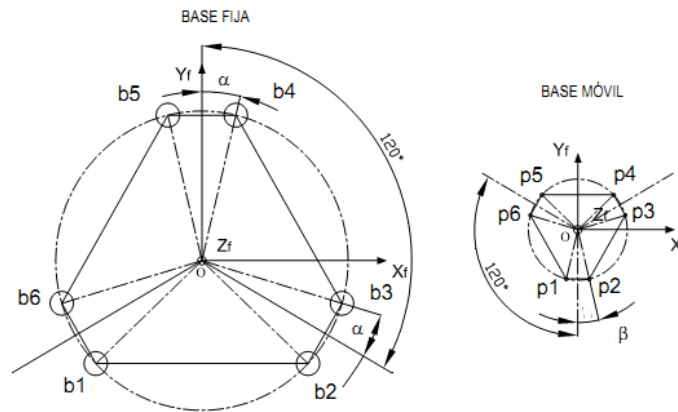


Figura 2.2: Representación espacial de algunos parámetros de la plataforma Stewart – Gough [19]

Tabla 2.1: Dimensiones de la Plataforma Stewart – Gough utilizada

	Radio (mm)	Ángulo (radianes)
Base Fija	300	$\alpha = 0.1244$
Base Móvil	200	$\beta = 0.1853$
Altura	750 mm	

## 2.4 Sistemas de control

Muchos sistemas tienen el mismo diseño, sin embargo, detalles como tiempo de respuesta y margen de error hacen que cada uno de éstos sea distinto. Por lo tanto, cada sistema debe ser analizado de forma independiente para lograr obtener los parámetros que hagan del control, uno óptimo.

Existen varias estrategias de control y dependiendo del sistema será adecuado usar una u otra, y luego aplicar el algoritmo de control óptimo para lograr alcanzar los objetivos referentes a la respuesta del sistema.

### 2.4.1 Control retroalimentado (*feedback control*)

En estos sistemas el controlador compara el valor de la variable controlada con su valor deseado y en función del resultado de esta comparación modifica la variable manipulada, tal como se muestra en la figura 2.3.

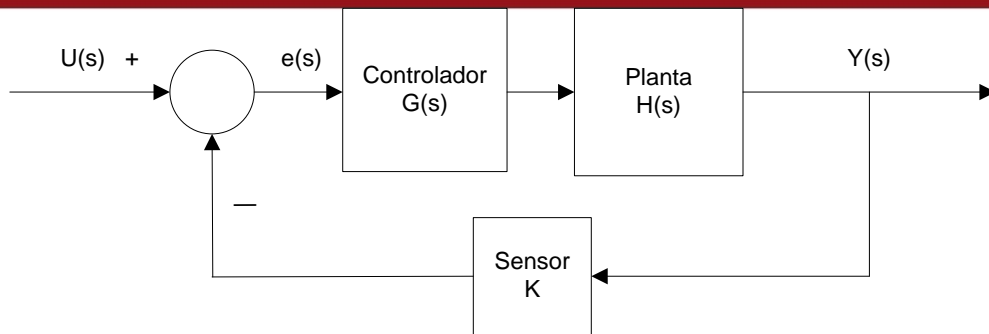


Figura 2.3: Esquema Básico de un control retroalimentado [8]

Donde:

$U(s)$ : Variable de entrada o valor deseado (setpoint)

$e(s)$ : Error

$Y(s)$ : Salida del Sistema

$G(s)$ : Función de transferencia del Controlador

$H(s)$ : Función de transferencia de la Planta

Existen dos tipos principales de control retroalimentado: retroalimentación positiva y retroalimentación negativa. En la retroalimentación positiva el *setpoint* y la variable de salida son sumadas; por el otro lado, en la retroalimentación negativa el *setpoint* y la variable de salida son restadas, logrando un sistema más robusto ante perturbaciones externas.

#### 2.4.2 Controlador PID continuo

El algoritmo PID (proporcional – integral – derivativo) viene dada por la siguiente ecuación:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Donde:

$K_p$  = ganancia proporcional

$K_i$  = ganancia integrativa

$K_d$  = ganancia derivativa

$e(t)$  = error

En el dominio de Laplace, la función de transferencia del controlador viene dada por:

$$G(s) = K_p + sK_i + \frac{1}{s}K_d = K_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right)$$

Cada componente de la ecuación dota de ciertas propiedades a la respuesta del sistema, las cuales se presentan en la siguiente tabla:

*Tabla 2.2 Influencia de los parámetros de un controlador PID sobre la respuesta del sistema [8]*

	Tiempo de subida ( $T_r$ )	Sobreimpulso (%PO)	Tiempo de establecimiento ( $T_s$ )	Error en estado estable ( $e_{ss}$ )
$K_p$	Disminuye	Aumenta	Cambio pequeño	Disminuye
$K_i$	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Elimina
$K_d$	Cambio pequeño	Disminuye	Disminuye	Cambio pequeño

Donde [8]:

- Tiempo de subida se define como el tiempo que tarda la señal de salida en ir del 10 al 90% de su valor final.
- Sobreimpulso es el valor pico que alcanza la señal de salida antes de alcanzar su estabilidad, se expresa en porcentaje.
- El tiempo de establecimiento es el tiempo que tarda la señal de salida en estar dentro de un porcentaje del valor final, usualmente es dentro del 2 o 5%.
- Error en estado estable es el error entre el valor final real de la salida con respecto al valor teórico.

#### 2.4.2.1 Sintonización de los parámetros

La mejor manera de hallar los parámetros del controlador PID es analizando el modelo matemático del sistema, pero por lo general no es posible. Por lo que hallar los parámetros era una tarea tediosa, sin embargo, se han logrado desarrollar métodos experimentales basados en la respuesta del sistema. El más conocido es el método de Ziegler-

Nichols, el cual utiliza la ganancia crítica ( $K_c$ ) y el periodo de oscilación ( $P_c$ ) para obtener los parámetros del controlador, los cuales pueden ser ajustados de acuerdo a la tabla (2.3)

Tabla 2.3. Parámetros Ziegler-Nichols [8]

Controlador	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
<b>P</b>	$0.5 \cdot K_c$	-	-
<b>PD</b>	$0.65 \cdot K_c$	-	$0.12 \cdot P_c$
<b>PI</b>	$0.45 \cdot K_c$	$0.85 \cdot P_c$	-
<b>PID</b>	$0.65 \cdot K_c$	$0.5 \cdot P_c$	$0.12 \cdot P_c$

Además, luego de sintonizar los parámetros éstos deben ser reajustados para optimizar el desempeño del controlador PID [8].

### 2.4.3 Controlador PID Discreto

El controlador PID discreto va a funcionar cada cierto tiempo dado por el periodo de muestreo  $T$ , el cual debe ser menor a la menor constante de tiempo ( $\tau$ ) del sistema.

Basándonos en la ecuación del controlador PID continuo

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{\tau_i} \frac{de(t)}{dt} + \tau_i \int e(t) dt \right]$$

Haciendo las siguientes aproximaciones,

$$\int_0^t e(t) dt \approx T \sum_{k=0}^n e[k] \quad \frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e[k] - e[k-1]}{T}, \text{ donde } t = nT$$

Finalmente la ecuación discreta es de la siguiente forma,

$$u[k] = K_p e[k] + K_i \sum_{m=0}^k e[m] + K_d (e[k] - e[k-1])$$

*Forma posicional de un controlador PID discreto*

Donde:  $K_i = \frac{K_p T}{\tau_i}$  y  $K_d = \frac{K_p \tau_d}{T}$

Sin embargo, esta forma presenta un gran inconveniente, como existe una sumatoria se corre el riesgo que el término crezca demasiado, pudiendo ser mayor al soportado por un computador, en especial si trabaja con un tipo “integer”. Este problema puede ser solucionado si se toma la diferencia entre el tiempo actual y el tiempo anterior, lo que da como resultado la *forma velocidad* de controlador PID discreto [9].

$$u[k] = K_p e[k] + K_i \sum_{m=0}^k e[m] + K_d (e[k] - e[k-1])$$

Para  $k = k-1$ ,

$$u[k-1] = K_p e[k-1] + K_i \sum_{m=0}^{k-1} e[m] + K_d (e[k-1] - e[k-2])$$

Restando las dos expresiones anteriores se obtiene la forma velocidad del controlador PID discreto

$$u[k] = u[k-1] + K_p (e[k] - e[k-1]) + K_i e[k] + K_d (e[k] - 2e[k-1] + e[k-2])$$

Los valores de los tiempos anteriores pueden ser leídos de la memoria del computador [8].

## CAPÍTULO 3

### EL SISTEMA DE CONTROL DE LA CINEMÁTICA DE UNA PLATAFORMA STEWART-GOUGH

#### 3.1 Objetivos

##### 3.1.1 Objetivo General

Implementar el Sistema de control de la cinemática de una Plataforma Stewart-Gough para la rehabilitación de la movilidad del tobillo a través del uso de un módulo de prueba XK-1A.

##### 3.1.2 Objetivos específicos

- Obtener un modelo matemático aproximado de cada uno de los seis servomotores lineales.
- Diseñar e implementar un controlador de lazo cerrado PID para el control independiente de cada uno de los servomotores lineales, el cual permita cumplir con los requerimientos de error y tiempo de establecimiento.

#### 3.2 Requerimientos del sistema de control

- El tiempo de establecimiento de todos los motores debe ser, en lo posible, el mismo; es decir, tener un error máximo de un segundo con respecto al deseado.
- El error en la posición final de los actuadores debe estar en el rango del 3% para no sobrepasar el margen de movimiento en la dorsiflexión del tobillo durante la marcha normal (el límite es 30° y ángulo máximo durante la marcha normal es de 10°, generando un margen de 20°).<sup>1</sup>

#### 3.3 Diagrama de Bloques

A continuación se presenta el diagrama de bloques que genera el movimiento de la plataforma Stewart- Gough. En la figura 3.1 se muestra

---

<sup>1</sup> Para una información detallada sobre el error ver en Anexos el archivo error.xls

el diagrama de bloques general. La posición deseada viene dada por las coordenadas del centro de la base superior, mientras la orientación deseada viene definida por los ángulos de Euler en los diferentes ejes de coordenadas para lograr la orientación deseada de la base.

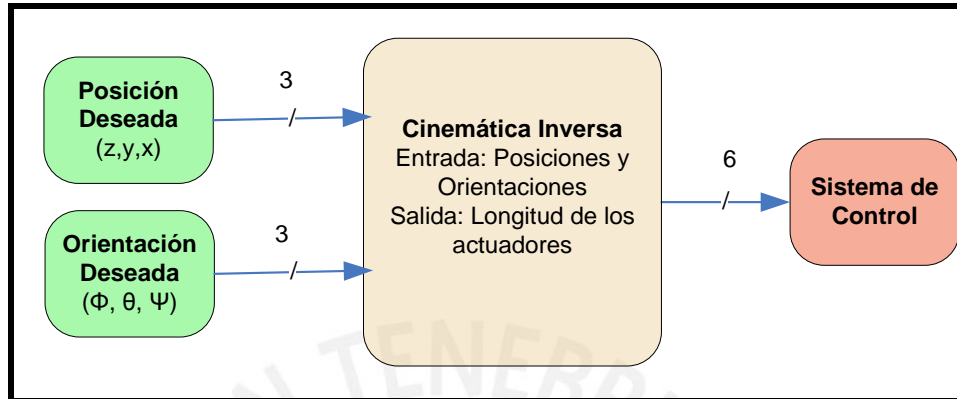


Figura 3.1 Diagrama de bloques de la generación del movimiento de la plataforma Stewart – Gough.

En la figura 3.2 se muestra el diagrama de bloques del sistema de control y cuyos bloques van a ser descritos con mayor detalle posteriormente. El módulo XK-1A tiene implementado el algoritmo de control para cada motor, y se comunica mediante comunicación serial con los controladores de motores que son los encargados de darle la alimentación a los servomotores lineales y adquirir la data proveniente de los potenciómetros acoplados a los servomotores.

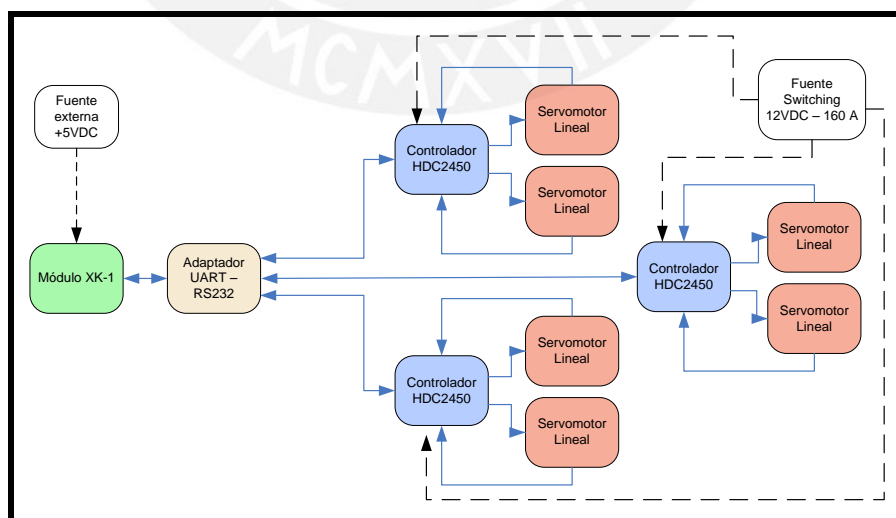


Figura 3.2 Diagrama de bloques del sistema de control



### 3.3.1 Servomotores Lineales

Los actuadores de la plataforma Stewart- Gough son servomotores lineales de la empresa *Servocity* (ver figura 3.3), otorgados por la Sección de Ingeniería Mecánica (SIM) de la PUCP, los cuales son alimentados mediante los controladores de motores HDC2450. Las características más resaltantes de los actuadores son las siguientes:

- Se alimentan con 12 VDC, y consumen 3A sin carga y 17A a máxima carga
- Soportan una carga de 1010lbs (458Kg)
- Incorporan un potenciómetro de 10K $\Omega$ , para utilizarlo como sensor
- Longitud del pistón: 12 pulgadas

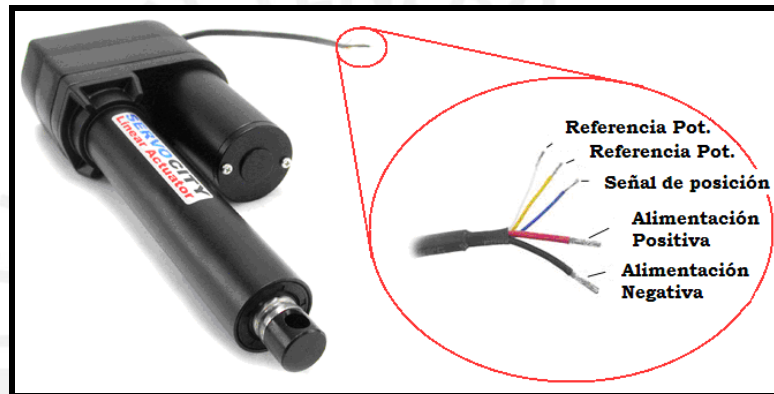


Figura 3.3 Servomotor Lineal. Imagen obtenida de [www.servocity.com](http://www.servocity.com)

### 3.3.2 Controlador de motores

El controlador de motores usados son los HDC2450 de la empresa *RoboteQ* (otorgados por la SIM), sin embargo, se realizó búsqueda sobre posibles controladores alternativos con la finalidad de presentar una mejor opción para futuras implementaciones. A continuación se presenta una tabla resumen/comparativa del controlador HDC2450 y la mejor opción encontrada:

Tabla 3.1 Tabla comparativa entre el controlador HDC2450 y Sabertooth 2x50

Requerimientos	Criterios	HDC2450	Sabertooth 2x50
Voltaje	12 VDC	10 -50 VDC	12 - 48 VDC
Amperaje	> 20A	150 A (máx.)	50 A
Amperaje pico	> 60A	150 A (máx.)	100 A
Sensor	Potenciómetro	SI	SI
Número de canales	---	2	2
Salida de control	---	PWM	PWM
Comunicación con PC	Simple	RS-232	RS-232
Costo	Menor posible	\$ 645	\$ 249.99

El controlador de motores HDC2450 es el encargado de suministrar el voltaje de alimentación a los servomotores lineales. Adicionalmente, debido a que cada controlador cuenta con puertos de E/S analógicos, son también los encargados de adquirir la información proveniente de los potenciómetros incorporados a los servomotores. Otra característica importante, como se puede observar en la figura 3.4, es la posibilidad de comunicarse con dispositivos externos (micros controladores, PC, procesadores), mediante comandos de mando y consulta<sup>2</sup>, utilizando el protocolo RS-232.

Los controladores HDC2450 se configuran mediante el entorno gráfico *Roborun*, *software* libre de la misma empresa *RoboteQ*; no obstante, también es posible configurar los controladores mediante un procesador o microcontrolador externo, sin embargo, el fabricante sugiere hacerlo mediante el *software* de la empresa para evitar errores.

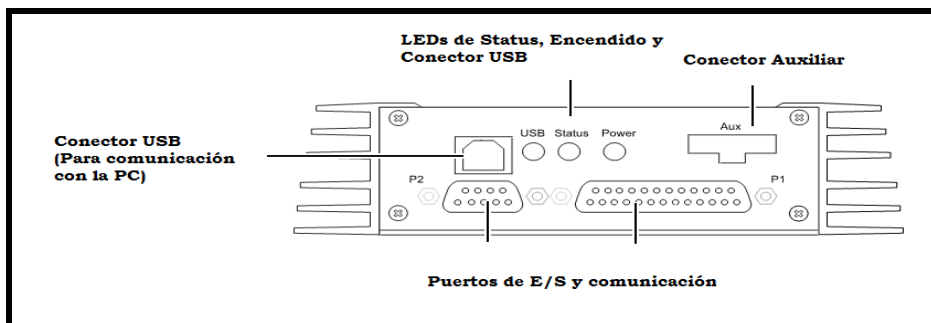


Figura 3.4 Panel Frontal del controlador HDC2450. Imagen obtenida de la Hoja de Datos del HDC2450 (Ver anexo Hoja de Datos)

<sup>2</sup> Para ver la lista entera de comandos ir a Bibliografía/Manuales/Roboteq en los anexos

Para conectar los motores y sensores con los controladores de motores se ha utilizado el puerto DB25, al cual se le habilitaron las siguientes conexiones (en la figura 3.5 se muestran las conexiones realizadas)

- 1,2 y 3: tierra, Transmisión y Recepción
- 4 y 17: datos de los potenciómetros 1 y 2
- 13 y 25: tierra y fuente de alimentación

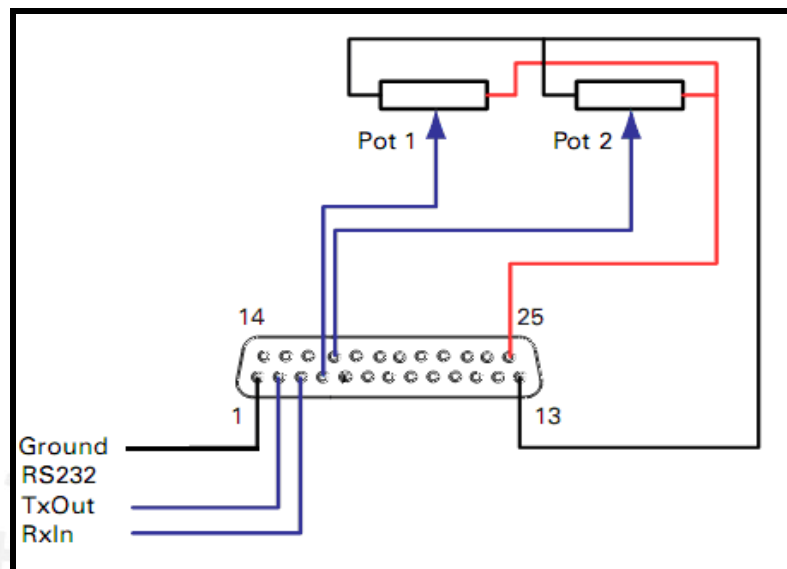


Figura 3.5 Conexiones del conector DB25 (Ver anexo Hoja de Datos)

### 3.3.3 Unidad de procesamiento

Dado que el controlador de motores recibe y envía datos mediante el protocolo RS-232 y, además, opera con datos que están en el rango de 0 a 1000, es necesaria una unidad de procesamiento (UP) que pueda trabajar con estas restricciones. Adicionalmente, como se va a trabajar con un mecanismo paralelo de precisión es preferible que la UP tenga incorporado *threads* o algún tipo de paralelismo, tales como los presentes en los FPGAs, pero que sean más baratos y sencillos de programar que éstos últimos. A continuación se presenta una tabla comparativa entre las opciones encontradas un procesador paralelo y un procesador serial muy usado.

Tabla 3.2 Tabla comparativa entre el procesador paralelo XS1-L1 y el microcontrolador serial ATXMEGA

Crterios	Requerimientos	XS1- L1	ATXMEGA
Exactitud	> 10bits	32bits	16bits
Conectividad	UART	Se puede generar con facilidad	SI
Voltaje	---	3.0V – 3.6V	1.6V - 3.6V
Puertos E/S	> 6	64	34
Paralelismo	De preferencia	SI	NO
Lenguajes de Programación	C, C++ (Facilidad de programación)	C ,C++, assembler, XC	C, C++, assembler
Costo	Menor posible	\$7.0	\$3.43
Programador	Mas barato posible	\$19.0	\$34.0

Luego de comparar ambas unidades de procesamiento, se optó por escoger el procesador XS1-L1, de la empresa XMOS, el cual se encargará del control individual de los servomotores lineales. Este procesador fue elegido debido a su facilidad de programación (C, C++, assembler y XC<sup>3</sup>), y sobretodo la presencia de un microkernel e hilos o “*threads*” que permiten trabajar procesos concurrentes y desarrollar sistemas en tiempo real. Cabe resaltar, que para fines prácticos de esta tesis la SIM optó por adquirir el módulo de prueba XK-1A, el cual tiene embebido el procesador.

El entorno donde se desarrolló el *software* de control es el XMOS *Development Environment 10.4.1*, es gratuito y está disponible para sistemas operativos Linux, Apple Mac y Microsoft Windows. En la figura 3.6 se puede observa el procesador XS1-L1, lado derecho; el módulo XK-1A, lado superior izquierdo; y el depurador/programador XTAG-2, lado inferior izquierdo.

<sup>3</sup> El lenguaje XC es un lenguaje de programación basado en C, permite utilizar al máximo los recursos del procesador debido a la presencia de librerías especiales enfocadas a los procesadores de la empresa XMOS.

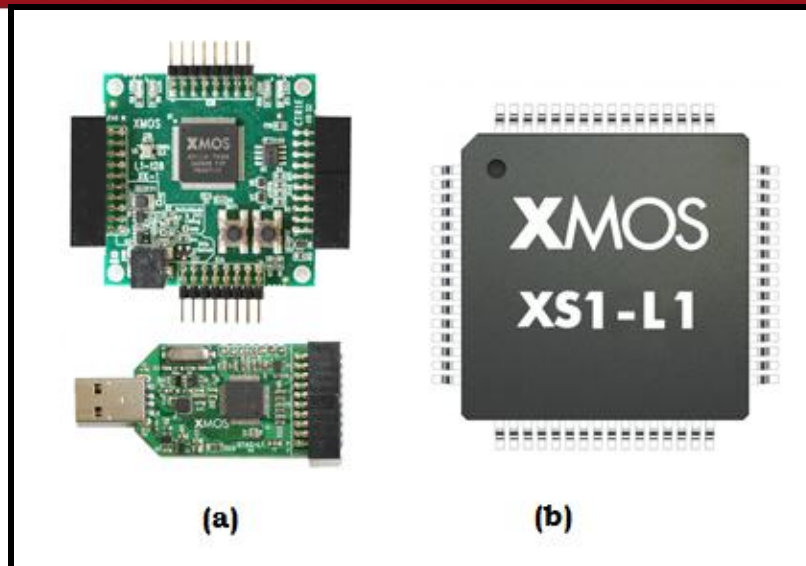


Figura 3.6 (a) Módulo XK-1A y el depurador XTAG-2. (b) Procesador XL-1

### 3.3.4 Adaptador UART – RS232

La comunicación entre los controladores de motores HDC2450 y el módulo XK-1A se consigue conectando 3 de los pines (Recepción, Transmisión y tierra) del puerto de 25-pines de los controladores con 6 puertos de entrada/salida del módulo XK-1A. El protocolo de comunicación utilizado es el UART (*Universal Asynchronous Receiver-Transmitter*), con la siguiente configuración 115200 bps (bits por segundo), 8 bits de datos, 1 bit de stop y sin paridad.

El bloque denominado Adaptador UART – RS232 es el encargado de convertir los niveles de voltaje provenientes del XS-L1 (0V, '0' lógico y 3V, '1' lógico) a los utilizados por el HDC2450 (-12V, '0' lógico y +12V, '1' lógico), este trabajo se realiza mediante circuito integrado MAX232.<sup>4</sup>

### 3.3.5 Fuentes de Alimentación

Como se muestra en el diagrama de bloques de la figura 3.2 solo el módulo XK-1A necesita una alimentación de +5V, el cual proviene del puerto USB de la computadora, mientras que la alimentación del adaptador UART – RS232 viene dada por el módulo XK-1A el cual puede dar +5V y +3.3V, en este caso la tarjeta del adaptador se alimenta con 3.3V. Por otro lado, los controladores de motores se deben alimentar

<sup>4</sup> Para revisar el circuito esquemático pueden revisar la carpeta CIRCUITOS en los anexos

mediante una fuente *switching* (uso eficiente del espacio) de 12 VDC y soporte al menos 153 amperios, este valor viene dado por el siguiente criterio.

$$I = 1.5 \times \sum_{i=1}^6 I_{i\max} = 1.5 \times 6 \times 17 = 153A$$

En la tabla 3.3 se presenta una tabla comparativa entre la fuente *switching* comprada por la SIM, RSP-2400-12, y una fuente de precisión de la marca Agilent.

*Tabla 3.3 Tabla Comparativa entre la fuente switching de la empresa Mean Well (RSP-2400-12) y Agilent*

Requerimientos	Criterios	RSP-2400-12	Agilent HP N8733A
Voltaje de Salida	$\geq 12VDC$	12VDC	15VDC
Voltaje de Entrada	220 VAC	180 - 264 VAC	208 - 400 VAC
Corriente	$> 153A$	166.7 A	220 A
Precio	Menor posible	\$550.8	\$2375

### 3.4 Obtención del modelo matemático aproximado de los motores

Para la obtención del modelo aproximado se asumió lo siguiente:

- El proceso es lineal en todo su rango (300-1000) %<sup>5</sup>. Luego de analizar los datos en las diferentes pruebas de lazo abierto se observó que la pendiente del tiempo versus el voltaje en los motores era constante.
- Un segundo corresponde a once muestras del controlador de motores HDC2450, el cual exporta el conjunto de datos en un archivo con extensión \*.txt, que es leído por Microsoft Excel y cuyo número de datos por columna depende del número de muestras, es decir, hay tantos datos como muestras.
- Debido a que el potenciómetro acoplado al servomotor lineal da la posición del pistón, se puede decir que es un proceso que presenta un integrador interno, ya que un motor siempre tiene como salida

<sup>5</sup> El voltaje está en el rango de (300-1000) %, donde 300% corresponde a 3.6VDC y 1000% a 12VDC. Los motores no funcionan con un voltaje menor a 3.6 VDC

una velocidad angular cuya integral es la posición angular. Por lo tanto, se utilizó el método gráfico en el cual la planta tiene la siguiente forma, en la figura 3.7 se muestra la respuesta del modelo ante una entrada escalón:

$$G(s) = \frac{K}{s} \quad \dots \text{Modelo de un planta con integrador}$$

Con: 
$$K = \frac{y_f - y_o}{(u_f - u_o)(T_f - T_o)} \quad (3.1)$$

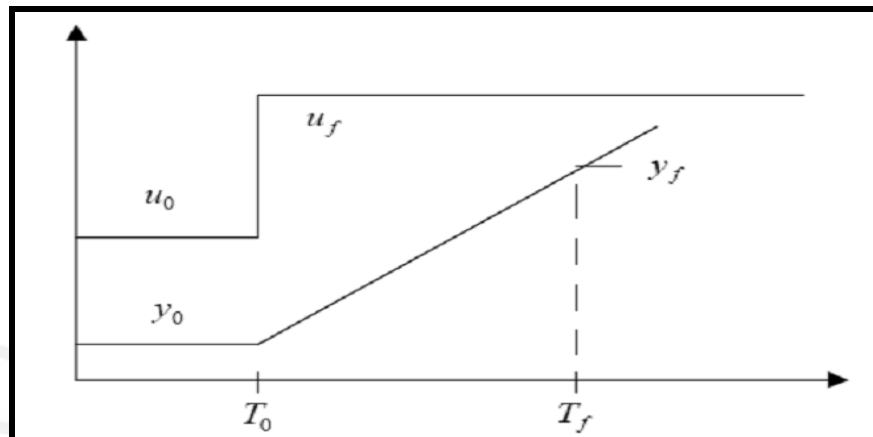


Figura 3.7: Gráfica de un proceso con integrador donde el eje Y está en por mil (‰) y el eje X está en número de muestras. Imagen obtenida de la Guía de laboratorio del Curso IEE244 – Laboratorio de Sistemas de Control

### 3.4.1 Modelo del motor 1

Como se mencionó anteriormente, ya que el proceso presenta un integrador, la función de transferencia del motor tiene la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{K}{s}$$

En este caso:

$$\begin{array}{lll} u_o = 0 & u_f = 1000 & T_o = 0 \\ y_o = 0 & y_f = 1000 & T_f = 17.9 \end{array}$$

Por lo tanto, de la ecuación 3.1:

$$K = \frac{y_f - y_o}{(u_f - u_o)(T_f - T_o)} = \frac{1000 - 0}{(1000 - 0)(17.9 - 0)} = 0.056$$

Entonces la función de transferencia viene a ser:

$$G(s) = \frac{K}{s} = \frac{0.056}{s}$$

Haciendo uso de la herramienta Simulink del Matlab se simuló el modelo en lazo abierto:

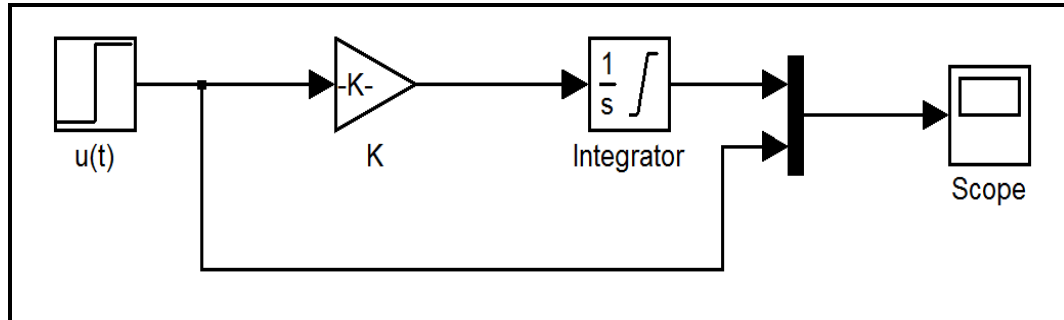


Figura 3.8 Diagrama de bloques en Simulink

En la tabla 3.4 se muestra un resumen de los errores obtenidos con el sistema en lazo abierto cuando se le aplica diferentes valores de “setpoint” (SP), cabe resaltar que el modelo obtenido corresponde al conjunto servomotor-HDC2450. Como se observa, la aproximación del modelo para la mayoría de los SP es menor al 1% con respecto a los datos obtenidos con el programa propio del controlador de motores *RoboteQ* (reales), por lo tanto se concluye que la aproximación es válida para realizar el diseño del algoritmo de control correspondiente.

Tabla 3.4 Error entre los datos obtenidos mediante el programa del *RoboteQ* (reales) y Simulink (aproximación).

Error de aproximación	
SP	Error (%)
1000	0.00
900	1.86
800	2.50
700	0.35
600	0.30
500	2.87
400	0.30
300	0.76



### 3.4.2 Modelo de los motores

Como se observó, el modelo del motor 1 presenta errores menores al 1% con respecto a los valores reales, por lo tanto aplicando el mismo método para los demás motores se obtuvieron las siguientes aproximaciones:

*Tabla 3.5 Tabla resumen de los valores de ganancia de la función de transferencia de los diferentes modelos de motores en función al número de muestras y del tiempo, y del tiempo de establecimiento a velocidad máxima*

MOTOR	K	Tiempo de establecimiento mínimo (seg)
1	0.056	17.9
2	0.056	17.9
3	0.059	17.0
4	0.057	17.6
5	0.059	16.9
6	0.058	17.2

En las siguientes secciones se evaluará el desempeño del sistema en lazo cerrado. Lo que se busca al retroalimentar un sistema, básicamente, es la estabilidad del mismo y mejorar sus características tales como el tiempo de establecimiento, error en estado estable y sobre impulso. Por dichas razones, se espera que el sistema tenga, principalmente, un tiempo de establecimiento un poco mayor a 17 segundos, ya que cabe resaltar que no se puede lograr uno menor debido a las limitaciones mecánicas del actuador; por otro lado, no se le toma mucha importancia a la estabilidad del sistema ni al error en estado estable, porque ambas características ya se han alcanzado, la primera razón es que el sistema es estable por naturaleza y la segunda es que debido a la presencia del integrador interno el error en estado estable siempre va a ser cero.

### 3.5 Respuesta en lazo cerrado

Inicialmente se evaluó la respuesta del sistema en lazo cerrado sin ningún tipo de controlador. El diagrama del sistema en lazo cerrado se presenta en la figura 3.9.

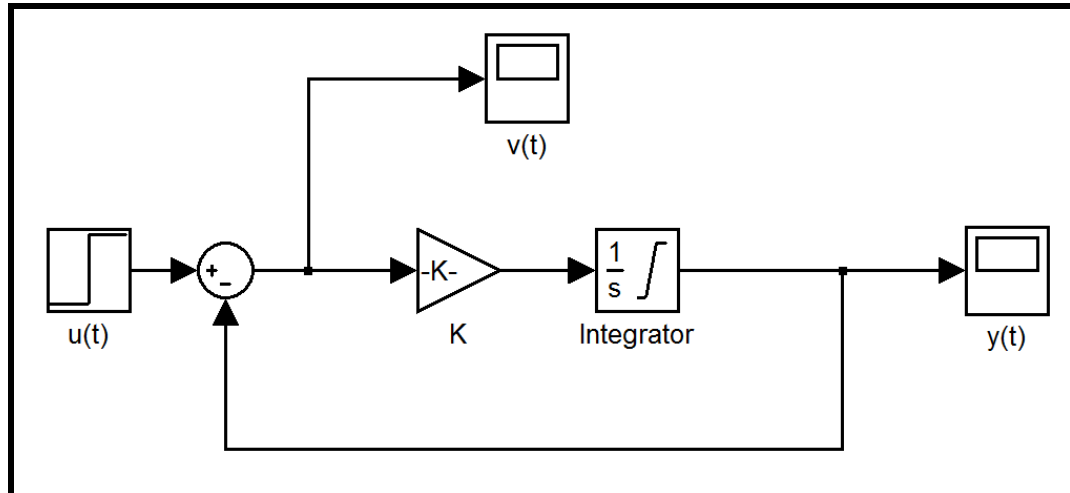


Figura 3.9 Sistema en lazo cerrado usando Simulink ( $K=0.056$ )

Como se mencionó anteriormente, lo que se busca al retroalimentar un sistema es mejorar sus características y su estabilidad. Sin embargo, como se puede apreciar en la figura 3.10 el tiempo de establecimiento se ha incrementado considerablemente con respecto al sistema en lazo abierto.

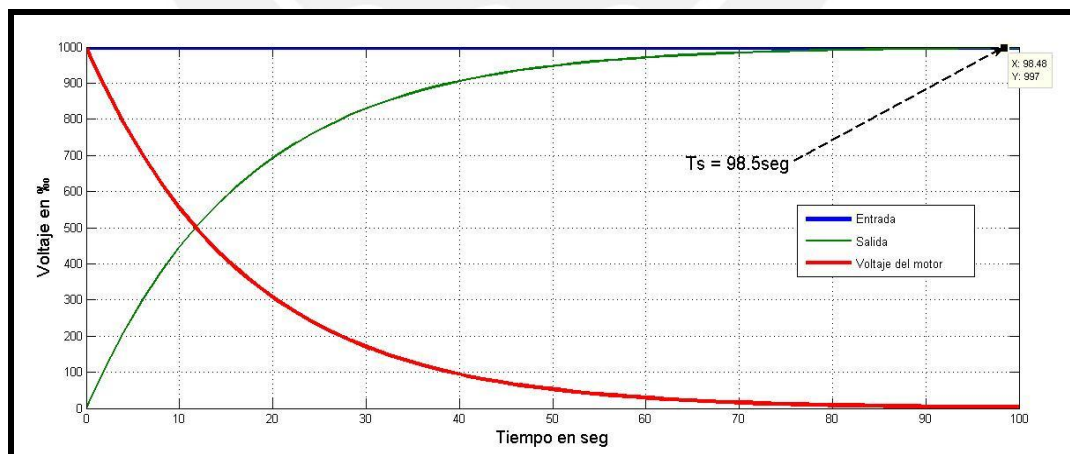


Figura 3.10 Respuesta al escalón ( $SP = 1000\%$ ) en lazo cerrado.

Luego de observar el pobre desenvolvimiento en la simulación del sistema en un lazo cerrado simple se hará uso del controlador PID para mejorar las características del sistema en lazo cerrado, para lo cual se ha

sintonizado los parámetros del PID con los siguientes valores:  $K_p = 5$ ,  $t_i = 0$ ,  $t_d = 0$ . En la figura 3.11 se representa el nuevo diagrama de bloques del sistema.

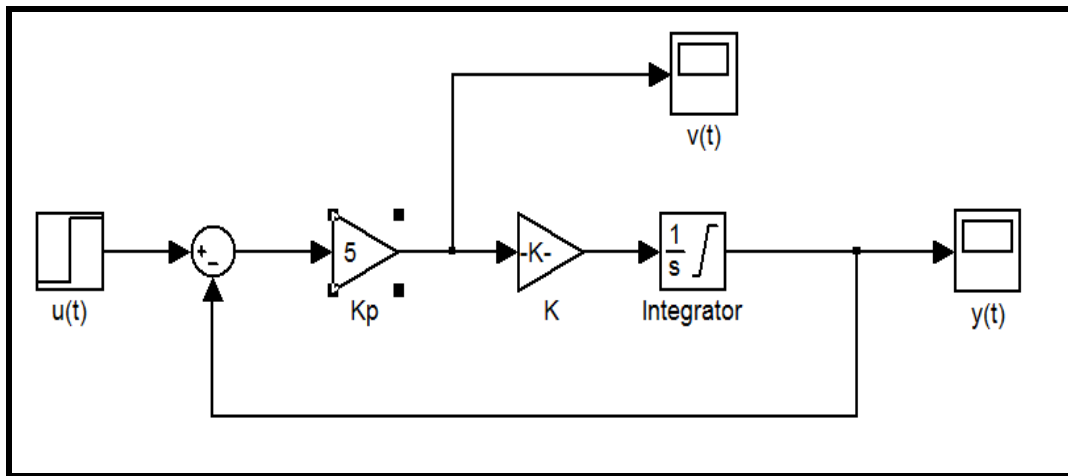


Figura 3.11 Sistema con un controlador PID en Simulink  
( $K_p = 5$ ,  $t_i = 0$ ,  $t_d = 0$ )

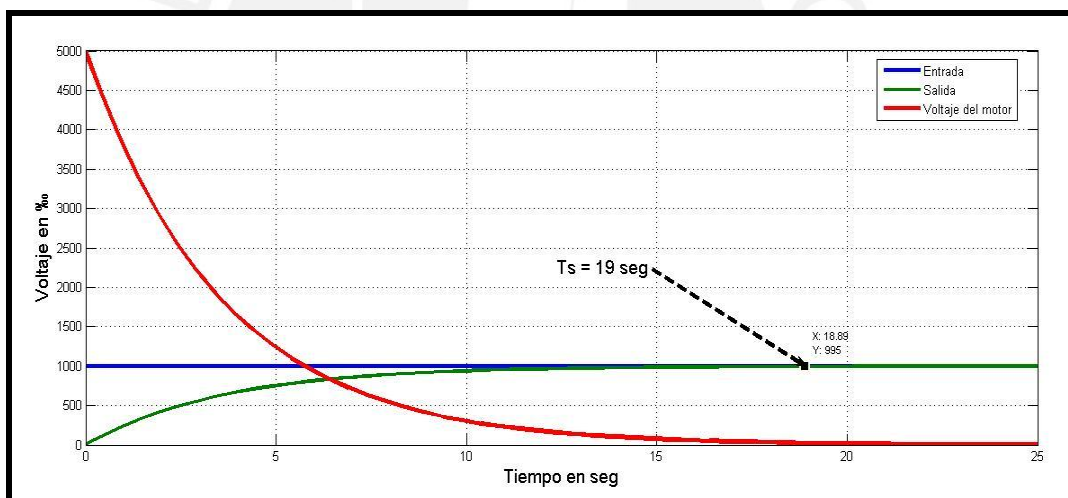


Figura 3.12 Respuesta al escalón ( $SP = 1000\%$ ) del sistema con un controlador PID,

La figura 3.12 muestra la respuesta del sistema en lazo cerrado con el controlador PID, y como se esperaba el tiempo de establecimiento ha mejorado considerablemente. Sin embargo, existe un problema relacionado con el voltaje que se le aplica al motor, se puede observar en la figura 3.13 que el voltaje inicialmente es de 5000 y va disminuyendo a lo largo del tiempo. Esta acción, lamentablemente, es imposible puesto

que el controlador de motores HDC2450 sólo admite valores entre el rango de 0 y 1000; por dicha razón el controlador va ser sujeto a algunas modificaciones para que pueda ser implementado.

### 3.5.1 PID con saturación

En primer lugar el actuador no puede recibir valores mayores a 1000 ni menores a -1000, esto se debe a que el controlador de motores HDC2450 satura con estos valores, en concordancia con lo anterior el modelo del sistema se modificaría al representado en la figura 3.13.

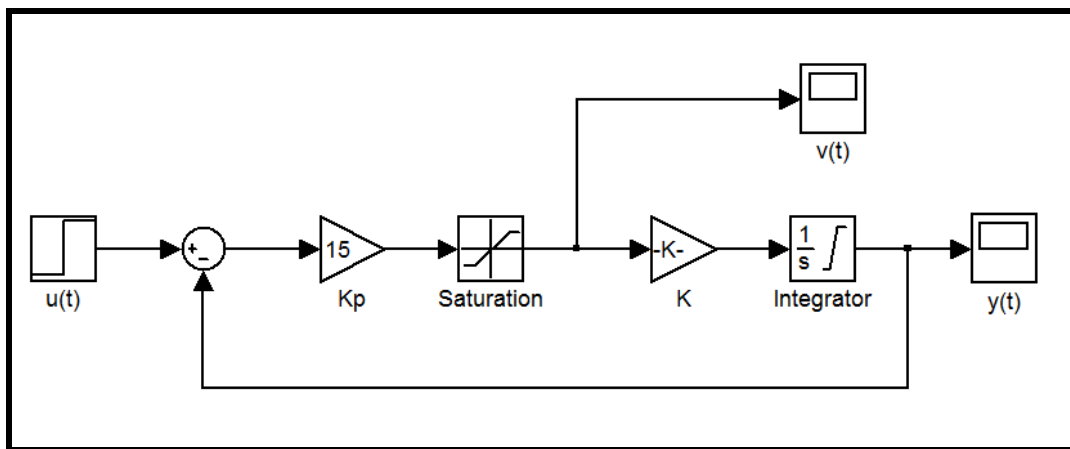


Figura 3.13 Sistema de control con  $K_p = 15$ ,  $t_i = 0$ ,  $t_d = 0$  en Simulink

Por lo tanto, al existir esta saturación el sistema se vuelve uno no lineal, cuyos efectos en el tiempo de establecimiento pueden ser apreciados en la figura 3.14.

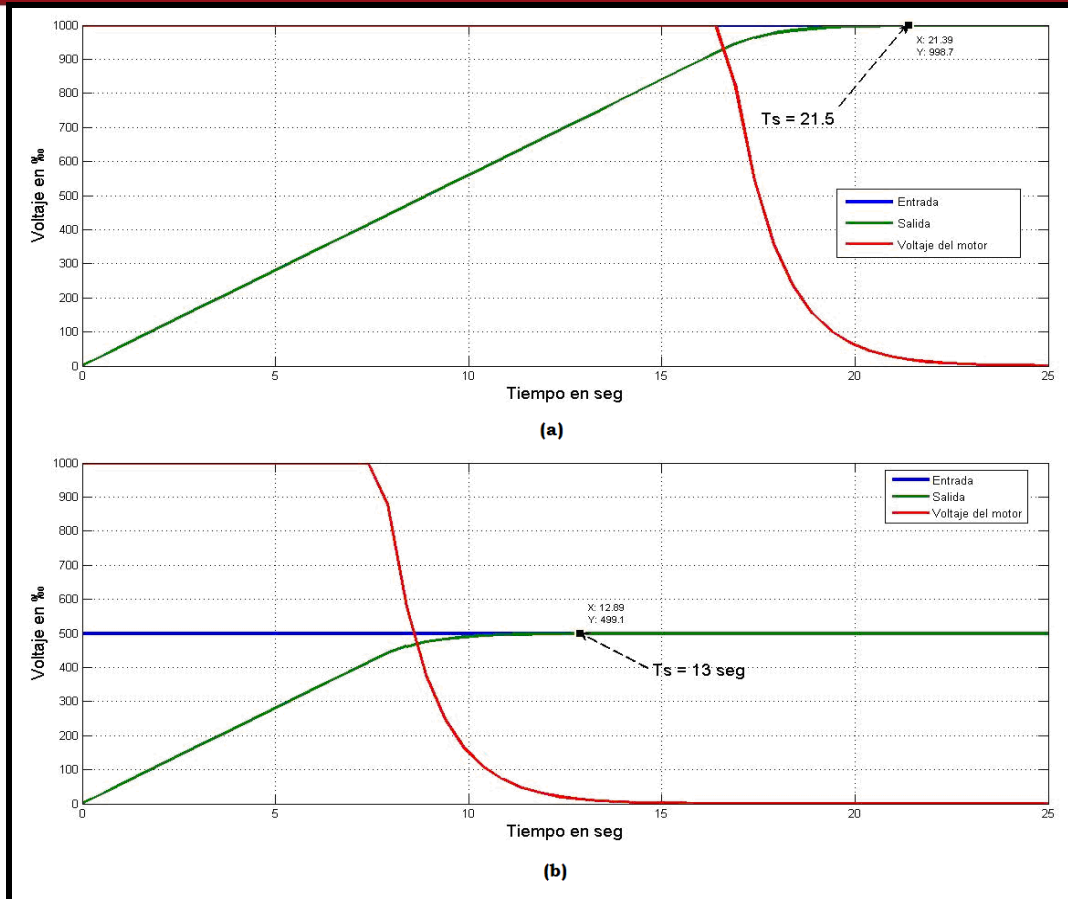


Figura 3.14 Respuesta al escalón con un (a)  $SP=1000\%$  y (b) un  $SP = 500\%$

### 3.5.2 Obtención de la Ganancia proporcional ( $K_p$ )

Se cuenta idealmente con el siguiente sistema:

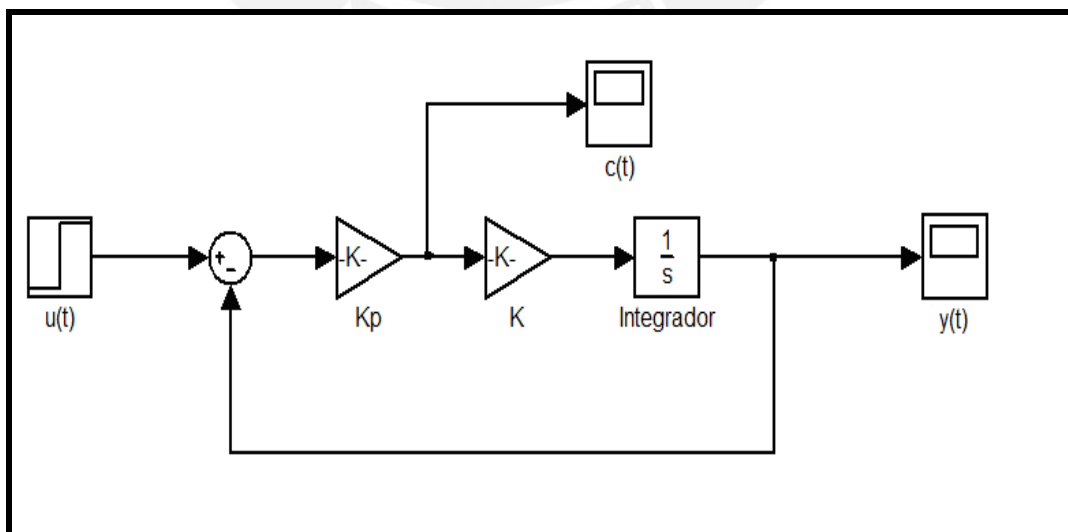


Figura 3.15 Sistema de control en lazo cerrado

Cuya función de transferencia en lazo cerrado viene dada por:

$$G_1(s) = \frac{Kp \times K}{s + Kp \times K}, \text{ con } \tau = \frac{1}{Kp \times K}$$

Dado que es un sistema de primer orden, entonces el tiempo de establecimiento es aproximadamente 6 veces  $\tau$

$$T_{s1} = \frac{6}{Kp \times K}$$

Sin embargo, el sistema que se realimenta se tiene es el siguiente:

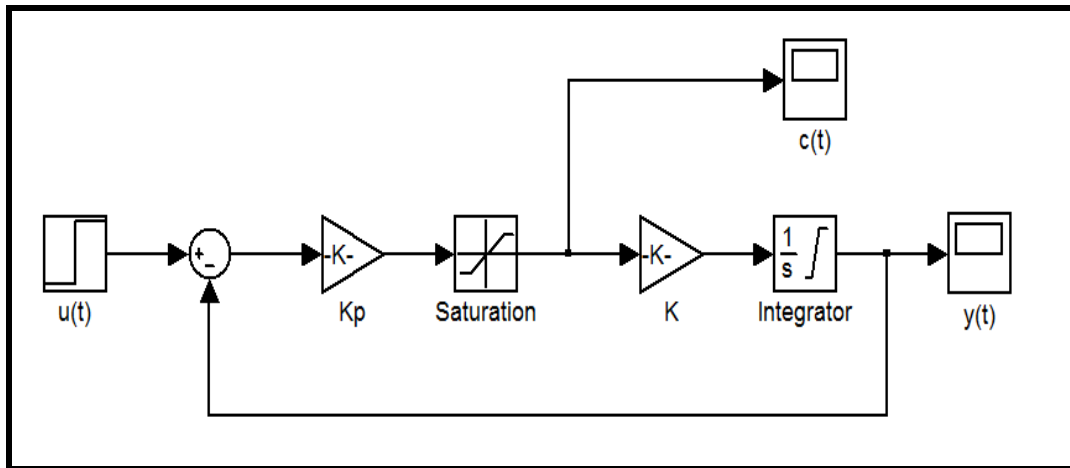


Figura 3.16 Sistema de control no lineal con  $t_i = 0$ ,  $t_d = 0$

El cual es un sistema no lineal, pero puede ser modificado para comportarse como uno lineal. A diferencia de un sistema no lineal uno lineal presenta el mismo comportamiento para un rango de valores de entrada, en base a lo anterior se puede hacer la siguiente modificación:

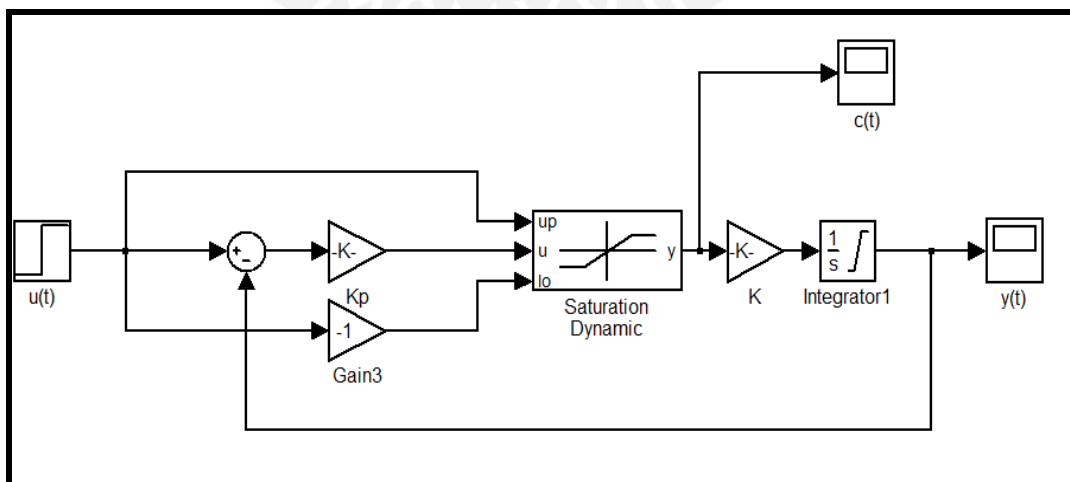


Figura 3.17 Sistema de control en lazo cerrado con saturación dinámica

Usando una saturación dinámica se repite el comportamiento para diferentes valores de entrada, ya que los límites del bloque de saturación están dados por la entrada. Cabe resaltar que el tiempo de establecimiento del sistema sin saturación es menor al del sistema con saturación debido que el primero puede alcanzar valores de  $c(t)$  superiores a  $u(t)$ ; es decir, dado que el primer sistema puede alcanzar mayores velocidades que el segundo sistema, entonces puede recorrer la misma distancia en un menor tiempo<sup>6</sup>.

Se sabe que para el sistema sin saturación su función de transferencia viene dada por:

$$G_1(s) = \frac{Kp \times K}{s + Kp \times K} = \frac{Y(S)}{U(S)}$$

Como  $u(t)$  es un escalón unitario con ganancia  $K_u$

$$Y(s) = G_1(s) \times \frac{K_u}{s}$$

Si se aplica la transformada inversa de Laplace se obtiene la siguiente expresión:

$$y_1(t) = K_u \times (u(t) - e^{-Kp \times K \times t})$$

Adicionalmente, se sabe que el error presenta la siguiente forma:

$$e_1(t) = u(t) - y_1(t)$$

Reemplazando,

$$e_1(t) = K_u \times e^{-Kp \times K \times t}$$

Finalmente se obtiene la expresión para  $c_1(t)$ :

$$c_1(t) = Kp \times K_u \times e^{-Kp \times K \times t}$$

Para hallar el tiempo que se demora el sistema sin saturación en alcanzar el valor de  $u(t)$  se hace  $c_1(t) = u(t)$ .

$$c_1(t) = K_u u(t) = Kp \times K_u \times e^{-Kp \times K \times t}$$

Despejando  $t=t_{u(t)}$ ,

$$t_{u(t)} = \frac{\ln(Kp)}{Kp \times K}$$

<sup>6</sup> Hace referencia a la analogía de que espacio es igual a la velocidad por tiempo, donde la longitud del pistón vendría a ser la distancia a recorrer y la velocidad el voltaje de entrada del motor

A diferencia del sistema anterior, el sistema con saturación mantiene la velocidad máxima desde un tiempo  $t=0$  hasta un tiempo  $t=t_{vm}$ .

Siguiendo con la analogía:  $d = \int v dt$

$$d = \int_0^{t_{u(t)}} c_1(t).dt$$

Como la velocidad máxima es igual a la entrada  $u(t)$  se obtiene la siguiente igualdad,

$$d = \int_0^{t_{u(t)}} c_1(t).dt = \int_0^{t_{u(t)}} Kp \times K_u \times e^{-Kp \times K \times t}.dt = K_u \times u(t) \times t_{vm}$$

Despejando  $t_{vm}$ ,

$$t_{vm} = \int_0^{t_{u(t)}} Kp \times e^{-Kp \times K \times t}.dt = \frac{1}{K} \left( 1 - e^{-Kp \times K \times t_{u(t)}} \right)$$

Finalmente se puede decir que el tiempo de establecimiento del sistema con saturación viene dado por la siguiente expresión:

$$T_s = (T_{s1} - t_{u(t)}) + t_{vm}$$

Recordemos que tanto  $T_{s1}$ ,  $t_{u(t)}$  y  $t_{vm}$  están en función de  $Kp$  y  $K$ , por lo tanto como  $K$  y  $T_s$  son datos se puede obtener para hallar  $Kp$  fácilmente.

$$T_s = (T_{s1} - t_{u(t)}) + t_{vm} = \frac{1}{Kp \times K} (5 - \ln(Kp)) + 1$$

Con la expresión anterior se puede formar la siguiente ecuación,

$$0 = Kp \times (K \times T_s - 1) + \ln(Kp) - 5 \quad \dots (4.1)$$

Con esta ecuación se logra relacionar de manera simple el valor de la ganancia del controlador  $K_p$  con los valores de tiempo establecimiento ( $T_s$ ) y ganancia del modelo ( $K$ ).

### 3.6 Implementación del sistema de control

En esta sección se va a tratar todo lo relacionado a la implementación del algoritmo de control. En primer lugar se va a describir brevemente los *softwares* utilizados para el desarrollo de este trabajo, y en segundo lugar



se va a proceder a describir el diagrama de flujo del programa desarrollado.

### 3.6.1 El Lenguaje XC

El algoritmo del sistema de control fue implementado en el procesador XS-1, programado en lenguaje XC la da la facilidad de trabajar con los siguientes tipos de datos: *port*, *timer* y *chaned*.

- *Port*: especifica un registro de  $p$ -bits, el cual conecta con un conjunto de  $p$  pines usados para comunicar el procesador con su entorno.
- *Timer*: es un tipo especial de puerto de entrada que retorna el tiempo actual de la entrada asignada.
- *Chan*: especifica una comunicación lógica entre canales que puede ser usada para compartir datos entre sentencias paralelas. *Chanend* especifica uno de los terminales del canal de comunicación.

A continuación, en la tabla 3.6, se presenta una comparación de los tipos de datos con los que trabajan los lenguajes XC y C para procesadores XS1.

Tabla 3.6 Características de los datos en dispositivos XS1. Imagen obtenida del Manual de lenguaje XC (ANEXO Manuales)

Data Type	Size (bits)	Align (bits)	Supported		Meaning
			XC	C	
char	8	8	✓	✓	Character type
short	16	16	✓	✓	Short integer
int	32	32	✓	✓	Native integer
long	32	32	x	✓	Long integer
long long	64	32	x	✓	Long long integer
float	32	32	x	✓	32-bit IEEE float
double	64	32	x	✓	64-bit IEEE float
long double	64	32	x	✓	64-bit IEEE float
void *	32	32	x	✓	Data pointer
port	32	32	✓	x	Port
timer	32	32	✓	x	Timer
chanend	32	32	✓	x	Channel end

Adicionalmente, el lenguaje XC otorga la facilidad de trabajar con tareas concurrentes mediante la sentencia *par* y la cabecera *platform.h*. Cada procesador XS1 puede soportar hasta ocho hilos o *threads* y para comunicar dos hilos se usan los datos tipo *chanend*, vale decir que sólo se puede usar un *chan* es una comunicación punto a punto y únicamente puede comunicar dos hilos. Como información adicional, los canales pueden intercambiar datos de forma asíncrona y síncrona<sup>7</sup>.

### 3.6.2 El software RoboRun<sup>8</sup>

Este software es de la empresa RoboteQ, fue usado para obtener los datos necesarios para el modelamiento de los motores, y también configurar los dispositivos HDC2450. El software permite leer los valores tanto de corriente consumida, temperatura, voltaje, entradas analógicas (retroalimentación) y digitales, velocidad, encoders y de control en tiempo real. En este caso particular solo fue necesario leer los voltajes y los valores de las entradas analógicas. Los controladores presentan la siguiente configuración:

- Límite de voltaje: 12VDC – 0VDC
- Modo de operación: Lazo abierto (Open Loop)
- Prioridad de comandos: Prioridad 1: RS232

En la figura 3.18 se muestra el entorno del software para la lectura de datos. Los datos adquiridos eran guardados en un archivo con extensión \*.txt, y analizados posteriormente usando Microsoft Excel.

---

<sup>7</sup> Para mayor información sobre la programación del procesador XS1 revisar el anexo Manuales

<sup>8</sup> Para mayor información acerca del dispositivo HDC2450 y su software revisar el anexo Manuales y Hojas de Datos

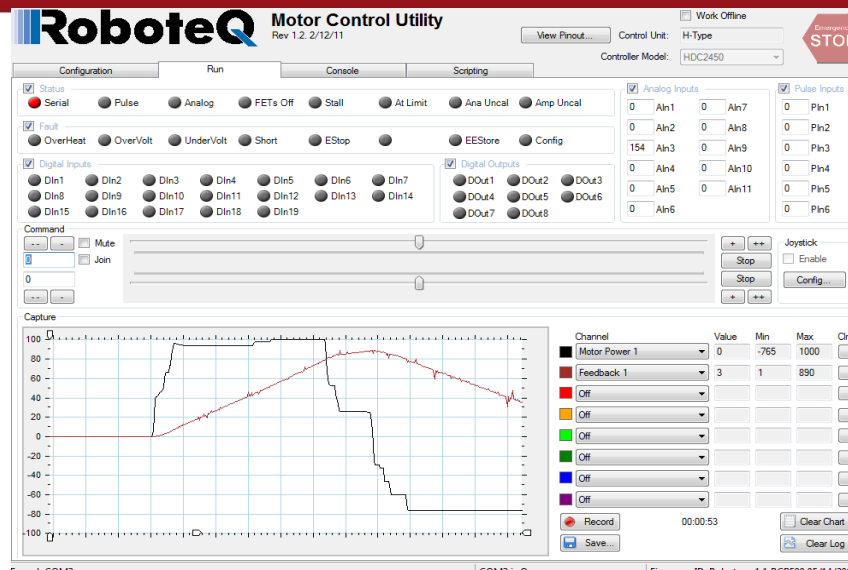


Figura 3.18 Software RoboRun en la pestaña correspondiente a la lectura de datos

### 3.6.3 Programa del controlador

El programa principal consta de tres hilos y cada hilo se encarga del control de dos motores, y mediante la sentencia *par* estos hilos trabajan de manera concurrente. A continuación se muestra el código del programa principal, en el cual se observa el llamado a los tres hilos.

```
int main (void)
{
    par {
        Robo1();
        Robo2();
        Robo3();
    }
    return 0;
}
```

Las funciones Robo-n se basan en el diagrama de flujo de la figura 3.19. El código completo del programa se puede encontrar en el anexo de *Programas* en lenguaje XC y con sus respectivos comentarios.

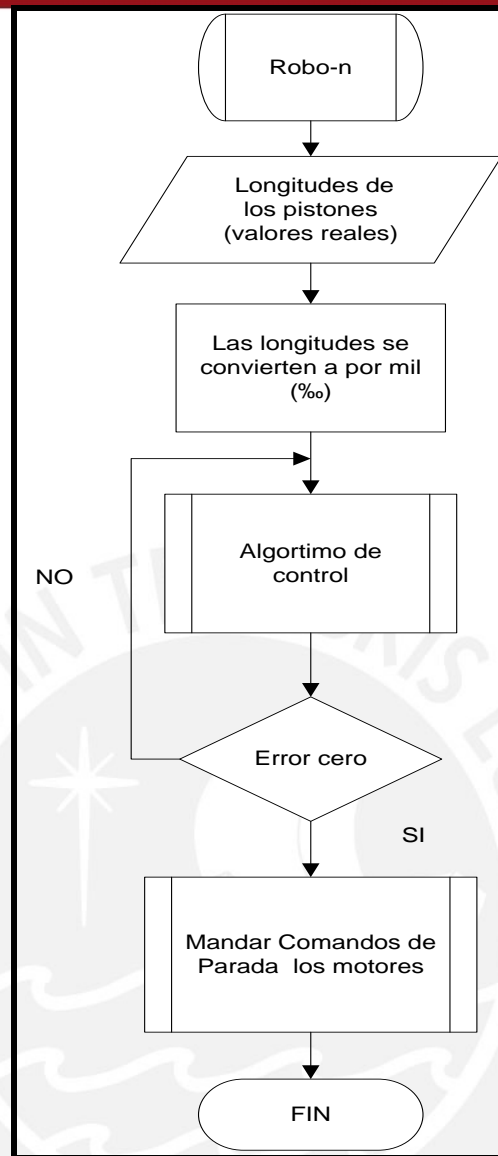


Figura 3.19 Diagrama de flujo la función Robo-n

Las funciones Robo-n son simples en esencia, solo se encargan de recibir los valores de deseados de las longitudes de los pistones (valores en mm), convertirlos a ‰ y finalmente aplicar el algoritmo de control para ubicar el pistón del servomotor en la posición leída.

## CAPÍTULO 4

## Pruebas y Resultados

## 4.1 Simulación usando Simulink

Se utilizó la herramienta Simulink del software Matlab R2010 para hacer las simulaciones del lazo de control de los servomotores. A continuación se presenta el diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado.

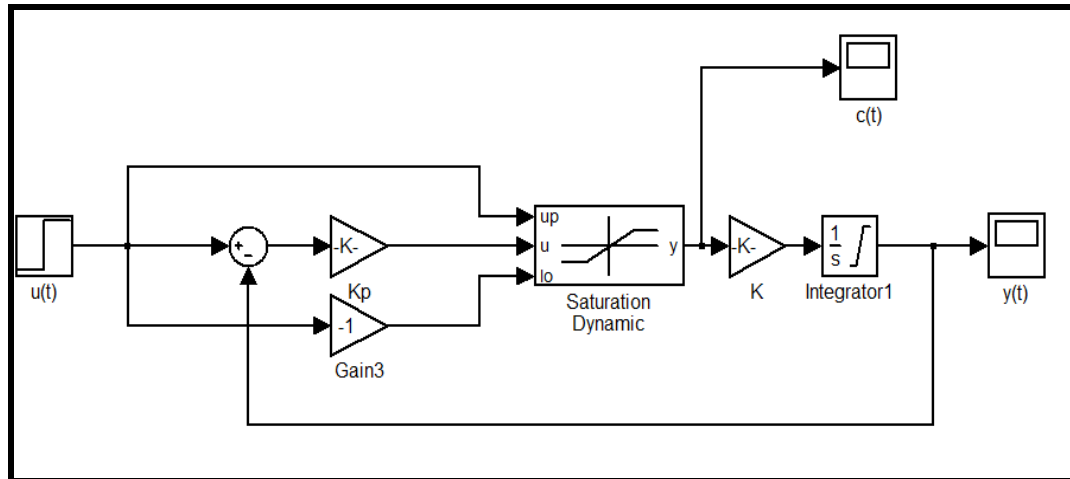


Figura 4.1 Sistema de control en lazo cerrado con saturación dinámica en Simulink

Haciendo uso del editor del MATLAB se implementó una función que resuelve siguiente ecuación<sup>9</sup>:

$$0 = K_p \times (K \times T_s - 1) + \ln(K_p) - 5$$

Los parámetros de entrada son el tiempo de establecimiento ( $T_s$ ) y la ganancia del modelo de los motores ( $K$ ). Para obtener la ganancia del controlador ( $K_p$ ) se implementó el método numérico de bisección<sup>10</sup>, que se basa en el teorema del valor medio para hallar la raíz.

Para un tiempo de establecimiento de 20 segundos, se obtuvieron los valores de la ganancia proporcional ( $K_p$ ) presentados en la tabla 4.1.

<sup>9</sup> Ver código de la función en la carpeta PROGRAMAS de los anexos para mayor información

<sup>10</sup> Ver en anexos el código del programa en la carpeta PROGRAMAS de los anexos para mayor información

Tabla 4.1 Valores teóricos de  $K_p$  para cada motor

MOTOR	K	$K_p$
1	0.056	17.71
2	0.056	17.71
3	0.059	13.37
4	0.057	15.94
5	0.059	13.37
6	0.058	14.52

Con el redondeo de valores presentados se realizaron simulaciones en *Simulink* obteniéndose los valores de tiempo de establecimiento mostrados en la tabla 4.2

Tabla 4.2 Tiempo de establecimiento para cada motor con valores de  $K_p$  redondeados

MOTOR	$K_p$	$T_s$ (seg)
1	18	20.89
2	18	20.89
3	13	22.89
4	16	21.39
5	13	22.89
6	15	22.39

Al escoger un  $K_p$  constante se obtuvieron los tiempos establecimiento presentes en la tabla 4.3

Tabla 4.3 Tiempo de establecimiento para cada motor con un mismo  $K_p$  común

MOTOR	$K_p$	$T_s$ (seg)
1	16	21.89
2	16	21.89
3	16	20.89
4	16	21.39
5	16	20.89
6	16	21.39

## 4.2 Pruebas

En un principio se probó el controlador de motores HDC2450 con dos servomotores para verificar si el  $K_p$  hallado teóricamente cumplía con el tiempo de establecimiento especificado. En la figura 4.2 se puede apreciar las conexiones entre el módulo XK-1A, el HDC2450 #1 y la tarjeta del adaptador UART – RS232. La configuración se repite para el controlador número 2, y 3; conectándolos al puerto de comunicación serial correspondiente en la tarjeta del adaptador UART – RS232. En la figura 4.1 se puede apreciar la tarjeta del Adaptador UART – RS232 con sus puertos.

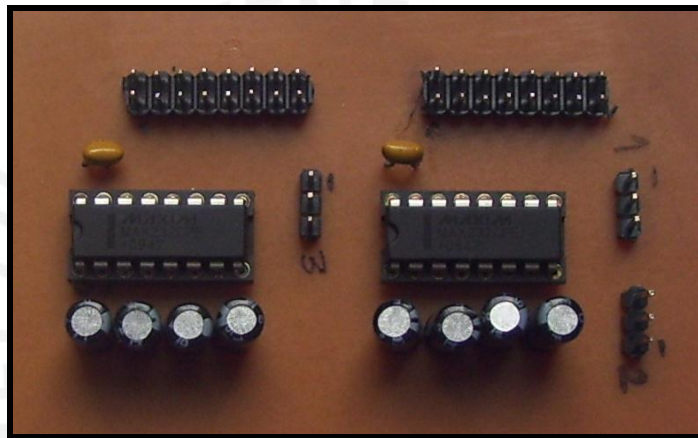


Figura 4.1 Tarjeta del Adaptador UART – RS232

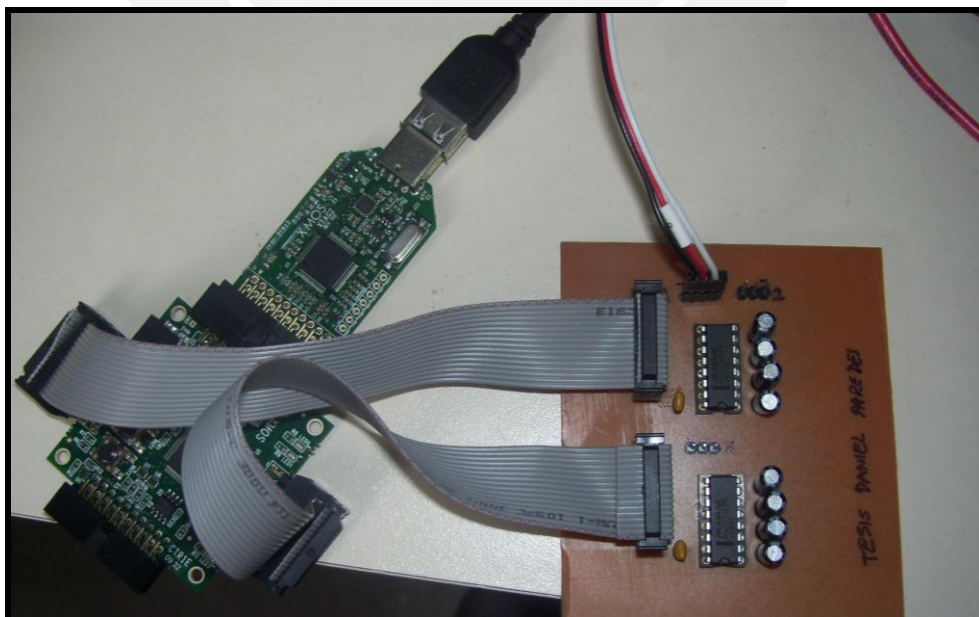


Figura 4.2 Conexiones entre el HDC2450 #1, el módulo XK-1A y el adaptador UART – RS232

Finalmente, se realizó la prueba con los seis servomotores conectados para comprobar de forma cuantitativa el tiempo de establecimiento. Cabe resaltar que durante el desarrollo de este trabajo de tesis la estructura mecánica de la plataforma Stewart – Gough no se encontraba construida, por lo que las pruebas fueron hechas sin los servomotores montados en esta estructura. Sin embargo, dado que el objetivo es controlar la cinemática de la plataforma, además, debido que la velocidad de los servomotores es lenta (0.98" por segundo)<sup>11</sup> y que la carga que van a soportar (70kg) es menos del 10% de su carga máxima (6060lbs ó 2748.7kg), los resultados de las pruebas hechas se consideran válidos. No obstante, el único detalle que falta añadir es la limitación del espacio de trabajo, lo cual limitaría la longitud de los pistones para ciertas posiciones y orientaciones.

### 4.3 Resultados

A cada motor se le realizaron pruebas para diferentes *SetPoints*. Los tiempos de establecimiento se midieron con un cronómetro con exactitud de hasta la centésima de segundo. A continuación, en la tabla 4.4 se presenta el tiempo de establecimiento promedio y con el valor, ahora por defecto para un  $T_s$  igual a 19 segundos, de la ganancia proporcional ( $K_p$ ) para cada motor luego de los ajustes; mientras que en la tabla 4.5 se presentan los errores máximos registrados para cada motor en los diferentes *SetPoints*.

*Tabla 4.4 Tiempo de establecimiento promedio para cada motor con su respectivo  $K_p$*

MOTOR	$K_p$	$T_s$ (seg)
1	16	18.76
2	16	18.92
3	14	18.40
4	14	18.56
5	16	19.01
6	16	19.54

<sup>11</sup> Datos obtenidos de la página web del fabricante



Tabla 4.5 Errores máximos registrados del sistema para diferentes SetPoints (errores en porcentaje)

SetPoint (%)	Error máximo en el actuador número					
	1	2	3	4	5	6
30	0.96	1.36	1.83	1.28	<b>2.34</b>	1.31
50	1.21	0.48	0.99	1.28	<b>2.65</b>	0.51
80	1.04	1.51	1.06	1.32	<b>2.07</b>	1.48
100	0.14	0.23	0.08	0.14	0.17	<b>0.51</b>

#### 4.4 Costos

A continuación se presenta un cuadro resumen con los costos de implementación del presente trabajo de tesis.

Tabla 4.5 presupuesto de costos de la tesis

MATERIAL	COSTO en dólares
Servomotores 12V - 1010lbs (x6)	2400
Controladores de motores HDC2450 (x3)	1935
Módulo XK-1A y el depurador XTAG-2	99
Fuente Switching RSP-2400-12	550.8
Tarjeta del Adaptador UART - RS232	4
Costo hora-hombre (960 horas)	6000
<b>TOTAL</b>	<b>10988.8</b>

## Conclusiones

Del trabajo realizado se puede levantar las siguientes conclusiones:

- En este trabajo se ha desarrollado el sistema de control de la cinemática de una plataforma Stewart – Gough que usa como actuadores servomotores lineales. Para lograr esta tarea se ha obtenido un modelo matemático aproximado de cada uno de los motores. Con los modelos hallados fueron simulados y cuyos datos fueron comparados con los datos reales obteniéndose errores menores al 1%. Por consiguiente, el control de cada servomotor fue diseñado en base a estos modelos.
- Dado que los modelos matemáticos obtenidos no eran lineales, no fue posible usar técnicas de sintonización de algoritmos PID convencionales. Sin embargo, fue posible derivar una ecuación (ecuación 4.1) que relaciona los parámetros del algoritmo PID con el tiempo de establecimiento deseado y modelo de los actuadores.
- Al implementar sistema de control en el microprocesador XS1-L1, de procesamiento multi-hilo o *multithreading*, se logró obtener errores dentro del rango de movimiento de un tobillo (3%) en una marcha normal, y tiempos de establecimiento para cada actuador con error de  $\pm 0.5$  segundos con respecto al tiempo deseado.

## Recomendaciones

Este trabajo es el primer paso para implementar dispositivos que simulen los movimientos de un tobillo para realizar tratamientos de rehabilitación de personas con discapacidad usando una plataforma Stewart – Gough, posteriormente en otros trabajos se logrará implementar la trayectoria que toma el tobillo en una marcha normal. Sin embargo, al no tomar en cuenta las fuerzas internas (uniones) que actúan sobre la plataforma Stewart – Gough, el funcionamiento de la plataforma como mecanismo de rehabilitación puede verse limitado, por lo que en futuros trabajos se deberá diseñar e implementar un sistema de control basado en la dinámica de la plataforma para mejorar el desempeño.

Complementariamente, se es posible usar la realidad virtual, siguiendo la iniciativa de la Universidad de Rutgers [1], como herramienta para enfrentar al paciente con diferentes situaciones de la vida real. En base a lo anterior, la plataforma Stewart – Gough, con sus 6 grados de libertad, combinada con la realidad virtual podría presentarse como un mecanismo muy atractivo para el desarrollo de diferentes tareas en las cuales exista una persona usuaria de la plataforma.

## Bibliografía

[1] Boian, Rares Florin.

2005. *Robotic mobility rehabilitation system using virtual reality*. New Brunswick, NJ : Rutgers The State University of New Jersey.

[2] Bishop, Ronald Michael.

2002. *Development of precision pointing controllers with and without vibration suppression for the nps precision pointing hexapod*.

[3] Fong, Hung-Lung Tseng y I-Kong.

2002. *Implementation of a driving simulator based on a stewart platform and computer graphics technologies*. 2,Asian Journal of Control, Vol. II, págs. 88-100.

[4] H. Alwi, C. Edwards, O. Stroosma y J.A. Mulder.

2008. *SIMONA Flight Simulator Implementation of a Fault Tolerant Sliding Mode Scheme with On-line Control Allocation*. Seattle : s.n..

[5] Ulucay, Ozer.

2006. *Design and Control of Stewart Platform*. s.l. : Sabanci University

[6] Barrientos Cruz, Antonio.

2007. *Fundamentos de robótica*. Segunda edición. Madrid : McGraw-Hill/Interamericana.

[7] MERLET, J.-P.

2006. *Parallel Robots*. Segunda edición. Dordrecht : Springer, 2006. págs. 99-100.

[8] Corporation, Atmel.

2006. *AVR221: Discrete PID controller* .

[9] Vu, Ky M.

2007. *Optimal Discrete Control Theory: The Rational Function Structure Model*.

[10] Gewalt, Daniela.

2006. *Dynamics and Control of Hexapods Systems*. San Petersburgo : s.n..

[11] Mario García-Sanz, Manuel Motilva Casado.

2005. *Herramientas para el estudio de robots de cinemática paralela: Simulador y Prototipo Experimental*. 2, Pamplona : s.n., Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, Vol. II, págs. 73-81.

[12] Dongsu Wu, Hongbin Gu.

2009. *Motion Protection System Design for a Parallel Motion Platform*. World Academy of Science, Engineering and Technology.

[13] Se-Han Lee, Jae-Bok Song, Woo-Chun Choi, Daehie Hong.

2003. *Position control of a Stewart platform using inverse dynamics control with approximate dynamics*. 13, Seúl : Pergamon, 2003, Mechatronics, págs. 605-619.

[14] . Mora P., J. navarrete L..

2009. *Las fracturas del tobillo en el medio laboral*. P. Instituto de Formación Continua, Universidad de Barcelona.

- [15] Daza Lesmes.  
2007. *Evaluación clínico-funcional del movimiento corporal humano*.  
Editorial Medica Panamericana..
- [16] Jacquelin Perry  
1992. *Gait analysis: normal and pathological function*.. SLACK, 1992s
- [17] Brithish Orthopaedic Assosiation  
2011. *Biomechanics of the foot and ankle*. Website:  
<http://www.orthoteers.org> – Visitado en Junio del 2011
- [18] Carol Oatis  
1998. *Biomechanics of the Foot and Ankle Under Static Conditions*..  
Physical Therapy. Vol. 68, N° 12. págs. 1815-1821
- [19] Sevillano Gainza, G  
2007. *Diseño de un simulador de marcha basado en el mecanismo paralelo tipo plataforma Stewart – Gough* .. 8vo congreso iberoamericano de ingenieria mecanica.