



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

Esta obra ha sido publicada bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-No comercial-Compartir bajo la misma licencia 2.5 Perú. Para ver una copia de dicha licencia, visite http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/pe/







PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



INCERTIDUMBRE DE LOS RESULTADOS MEDIDOS EN EL ENSAYO DE TRACCIÓN, OBTENIDOS EN LAS MAQUINAS DEL LABORATORIO DE MATERIALES DE ING. MECANICA PUCP

Tesis para optar el Titulo de Ingeniero Mecánico, que presenta el bachiller:

MANUEL ENRRIQUE SÁNCHEZ GAVIDIA

ASESOR: Ing. Daniel Merino Ponce

Lima, Febrero del 2010



Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis



RESUMEN

En la actualidad el concepto de incertidumbre viene creciendo e incorporándose como un parámetro objetivo que caracteriza la calidad y la buena practica de un ensayo o de un resultado experimental. Pues los resultados de ensayos contenidos en un informe de laboratorio no pueden ser comparados con los valores de referencia dados por normas si es que no se tienen o no se acompañan de sus respectivas incertidumbres.

En el presente trabajo se busca encontrar los valores de incertidumbre en las medidas obtenidas al realizar ensayos de tracción con las maquinas universales de ensayo ZWICK SP- 600 y MFL DE 60 TONELADAS. Lo novedoso de este trabajo es que estos valores de incertidumbre se encontraron usando la "Directriz para la Estimación y Expresión de la Incertidumbre de la Medición", dada por INDECOPI, que nos establece los criterios para la estimación y expresión de la incertidumbre de la medición en ensayos cuantitativos.

Los ensayos se realizaron en el laboratorio de materiales de la PUCP, trabajando junto a los analistas de dicho laboratorio. Para los ensayos de tracción se usaron probetas planas y redondas estándares de acero, dichas probetas se realizaron bajo la norma ASTM A370 - 08. Obteniéndose incertidumbres para los esfuerzo de fluencia, máximo y deformación plástica final; que son las tres propiedades que se le otorga a los clientes cuando solicitan el trabajo de ensayo de tracción para un material.

Por ultimo, este trabajo otorga una garantía de calidad en los resultados obtenidos para los ensayos de tracción realizados por el laboratorio de materiales de la PUCP, dando mayor confianza en las mediciones tanto a los analistas como a los clientes del laboratorio.







INDICE DE CONTENIDO

	Pág.
INTF	RODUCCION1
1.	DESCRIPCION GENERAL
1.1	Acreditacion de los laboratorios de ensayo3
1.2	Certificados del laboratorio de materiales PUCP4
1.3	Descripcion de los equipos5
	1.3.1 Maquina Zwick SP-6005
	1.3.2 Maquina MFL de 60 toneladas
1.4	Procedimientos para ensayo7
	1.4.1 Procedimiento para Maquina Zwick SP-6007
	1.4.2 Procedimiento para Maquina MFL - 60 toneladas
1.5	Las probetas de ensayo12
1.6	El ensayo de tracción14
2.	DETERMINACIÓN DEL MENSURANDO, IDENTIFICACIÓN DE LAS
	FUENTES Y DEFINICIÓN DEL MÉTODO PARA LA ESTIMACIÓN
	DE LA INCERTIDUMBRE
2.1	La incertidumbre15
2.2	Método de estimación16
	2.2.1 Modelamiento del mesurando16
	2.2.2 Calculo tipo A de la incertidumbre16
	2.2.3 Calculo tipo B de la incertidumbre17
	2.2.4 Calculo de incertidumbre combinada18
	2.2.5 Calculo de incertidumbre expandida19
2.3	Incertidumbre asociadas a las magnitudes que influyen en el
	valor de la medida20
3.	REALIZACIÓN DE ENSAYOS MECÁNICOS23







3.1	Ensayo en el laboratorio de materiales PUCP23
3.2	Datos obtenidos en los ensayos24
	3.2.1 Datos en maquina Zwick24
	3.2.2 Datos en maquina MFL
4	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y DETERMINACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE
4.1	Modelos matemáticos36
4.2	Identificación y organización de las fuentes de incertidumbre37
4.3	Incertidumbre en Maquina Zwick38
	4.3.1 Incertidumbre asociada al esfuerzo de fluencia
	4.3.2 Incertidumbre asociada al esfuerzo máximo45
	4.3.3 Incertidumbre asociada a la deformación plastica final
4.4	Incertidumbre en máquina MFL56
	4.4.1 Incertidumbre asociada al esfuerzo de fluencia56
	4.4.2 Incertidumbre asociada al esfuerzo máximo63
	4.4.3 Incertidumbre asociada a la deformación plastica final70
4.5	Incertidumbre juntando las dos máquinas75
CON	SLUSIONES95
BIBLI	OGRAFÍA99
ANEX	COS
ANEX	CO A : Ensayos de tracción en probetas redondas de acero,

maquina MFL

ANEXO B: Ensayos de tracción en probetas planas de acero, maquina MFL

ANEXO C: Ensayos de tracción en probetas redondas de acero, maquina ZWICK

ANEXO D: Ensayos de tracción en probetas planas de acero, maquina ZWICK







ANEXO E: Incertidumbre de ensayos, método antiguo





iii



INTRODUCCIÓN

Cuando se realiza un ensayo de laboratorio, el resultado obtenido para la magnitud medida es en realidad la mejor aproximación del verdadero valor de dicha magnitud que se puede conseguir con los medios y equipos con los que se cuenta y con el procedimiento de ensayo empleado. Sin embargo, el valor real de dicha magnitud se desconoce pues por mucha precisión que se intente obtener en el ensayo siempre existirán factores que aporten una incertidumbre al resultado de la medida, impidiéndonos obtener el valor real consistente con la magnitud que es objeto de medición.

Toda medición siempre necesita la utilización de uno o más instrumentos de los cuales debemos tener cuidado al interpretar los resultados entregados pues introducen errores aleatorios (errores que se produce durante el proceso de medición) los cuales no pueden ser eliminados completamente, es por esto que la metrología introduce la noción de incertidumbre como una cuantificación del grado de seguridad del resultado obtenido, que se expresa como un intervalo donde se encuentre contenido el valor real de la medida con una probabilidad o nivel de confianza determinados.

En el laboratorio de materiales de la PUCP, se realizan ensayos de tracción en dos maquinas la Zwick SP-600 y la MFL de 60 toneladas las cuales nos proporcionan las magnitudes asociadas a los esfuerzo de fluencia, esfuerzo máximo y deformación plástica final y para obtener una buena confianza en estos resultados brindados, el laboratorio posee una acreditación emitida por un organismo que avale el cumplimiento de los requisitos exigidos para el mismo. Actualmente uno de esos requisitos es la capacidad de brindar la incertidumbre asociada al resultado de estos ensayos.

El objetivo de este trabajo es identificar las fuentes de incertidumbre asociadas a la medidas dadas por las maquinas en los ensayos de tracción y encontrar el valor de incertidumbre para las mediciones realizadas en el ensayo de tracción de probetas estándares de acero siguiendo el método de ensayo dado en la NORMA ASTM A370-2008, que es la última edición vigente; para las dos maquinas antes mencionadas;







Además, la obtención de el valor de incertidumbre se estimará bajo la DIRECTRIZ CRT-acr-09-D dada por el Organismo Peruano de Acreditación INDECOPI-CRT.

El trabajo estará estructurado de la siguiente forma: El primer capítulo presentará unas descripciones generales en cuanto al laboratorio, las maquinas, el procedimiento de ensayo en cada maquina y probetas a usar. El segundo capitulo expondrá el concepto que se tiene acerca de la incertidumbre, los tipos que encontramos, su forma de calculo y los factores que tienen influencia en el ensayo de tracción. El tercer capitulo comprenderá la realización de los ensayos y el calculo de su incertidumbre; es decir, identificar las causas que aportan incertidumbre, evaluar las incertidumbres típicas, la incertidumbre típica combinada y la incertidumbre expandida y al final dar un reporte de estos resultados.







CAPÍTULO 1 1. DESCRIPCION GENERAL

1.1 ACREDITACIÓN DE LOS LABORATORIOS DE ENSAYO

Un laboratorio de ensayo como organismo independiente o como parte de una empresa es un lugar dedicado esencialmente al ensayo de productos en proceso o terminados y para que este laboratorio tenga un respaldo del servicio prestado, necesita cumplir ciertos requisitos y entre estos requisitos se encuentra el haber implementado un sistema de gestión de calidad asegurada (en conformidad a las normas ISO 9001 por ejemplo). Pero este requisito no es suficiente para acreditar al laboratorio, pues su competencia técnica ha de ser comprobada sobre la base de los requisitos expuesto en la norma Técnica Peruana NTP ISO/IEC 17025. Ambos documentos establecen criterios comunes para juzgar la idoneidad de los laboratorios y unificar sus prácticas.

Dentro del proceso de acreditación de un laboratorio según la norma Técnica Peruana NTP ISO/IEC 17025 incluye, además de todos los aspectos relacionados a la calidad, una minuciosa revisión a los aspectos tales como:

- La capacidad técnica del personal;
- Condiciones controladas de operación para el ensayo;
- Los procedimiento de medición y ensayo;
- El registro de los resultados ;





 Los métodos para identificar y hallar los resultados de incertidumbre en los ensayos.

El ultimo aspecto mencionado trata sobre el tema de incertidumbre en los resultados y su cuantificación y para cumplir con este aspecto INDECOPI a través de La Comisión De Reglamentos Técnicos Y Comerciales emite una guía llamada: "Directriz Para La Estimación Y Expresión De La Incertidumbre De La Medición", que tiene por objeto establecer los criterios para la estimación y expresión de la incertidumbre en los ensayos.

Las acreditaciones emitidas por INDECOPI duran tres años y durante este periodo se verifica el cumplimiento de los requisitos expuestos en las normas a través de auditorias y luego del vencimiento de los tres años se tiene que renovar la acreditación demostrando nuevamente que el laboratorio cumple con el conjunto de acciones sistemáticas y planificadas para cumplir con todos los requisitos estipulados por la norma.

1.2 CERTIFICADOS DEL LABORATORIO DE MATERIALES PUCP

La Comisión De Reglamentos Técnicos Y Comerciales del INDECOPI, acredito al laboratorio de materiales de la PUCP como laboratorio de ensayo, facultándolo a emitir informes de ensayo con valor oficial en el campo de pruebas mecánicas.

El laboratorio obtuvo la acreditación el 06 de octubre de 2003, cuyo período de vigencia era hasta el 06 de octubre de 2006, la renovación de la acreditación fue obtenida el 05 de setiembre de 2007 y que tiene como fecha de vencimiento el 05 de setiembre de 2010.





1.3 DESCRIPCION DE LOS EQUIPOS

En el laboratorio de materiales PUCP se desea interpretar los resultados entregados por las maquinas universales de ensayo, Zwick SP-600 y MFL de 60 toneladas, descritas a continuación.

1.3.1 MAQUINA Zwick SP-600:

La máquina de ensayos SP 600, es una maquina diseñada para aplicar fuerzas quasiestáticas en proceso continuo, estático, pulsante o alternante mediante un accionamiento hidráulico. Esta desarrollada para ensayos de tracción, compresión y flexión.

El funcionamiento del equipo para el ensayo en diferentes materiales es realizado por una unidad básica formada por: el bastidor de la maquina, la unidad electrónica de medición, control, y regulación de la serie testcontrol y el grupo hidráulico.

El bastidor de carga de la máquina consta básicamente de un travesaño base, unas columnas guías y un travesaño donde descansa el pistón de ensayos. Sobre el vástago de pistón del cilindro descansa una placa que será guiada por las columnas guías y esta conectada a ellas mediante dos semicasquillos de material sintético y de baja fricción. El grupo hidráulico posee un electromotor que acciona una bomba de engranajes, que produce una presión máxima de 280 bar, para generar la fuerza necesaria en el ensayo.

Esta es una maquina en ejecución de pie con una máxima fuerza de ensayos de 600 kN. En su placa característica figura todos los datos relevantes de esta maquina.

P1- F600SN.F06

P1= Electrónica testcontrol

- F= Maquina de ensayo de materiales
- 0600= Máxima fuerza de ensayo 600 kN

CC Some rights reserved





S= Maquina de ensayos con accionamiento hidráulico



Figura 1. Foto de maquina zwick SP-600

1.3.2 MAQUINA MFL (MOHR FEDERHAFF LOSENHAUSEN) de 60 toneladas

La maquina MFL de 60 toneladas es una maquina diseñada para aplicar una carga máxima de 60 toneladas. Posee cilindros de accionamiento hidráulico montados verticalmente, encima del bastidor principal de carga. Los ensayos de tracción se realizan por debajo de la viga transversal. Presenta un péndulo y un registrador autográfico para la toma de resultados.



Figura 2. Foto de maquina MFL de 60 toneladas





1.4 PROCEDIMIENTOS PARA ENSAYOS EN CADA MAQUINA

Los siguientes procedimientos son los que se seguirán para llevar acabo un adecuado control del ensayo:

1.4.1 PROCEDIMIENTOS PARA MAQUINA Zwick SP-600

- Medir las dimensiones de la sección transversal de la muestra y marcar la longitud inicial (L₀) según la norma de ensayo aplicable (ASTM A370).
- Seleccionar y colocar las mordazas respectivas para realizar el ensayo. Antes de poner en marcha la máquina de ensayos deberá verificar que el equipo no se encuentre bloqueado, para ello verificar que las perillas rojas de parada de emergencia no se encuentren aplastadas.
- 3. Poner en funcionamiento la máquina según los siguientes pasos:
 - a) Conectar la máquina mediante el interruptor principal
 - b) Girar la perilla del interruptor del tablero de control
 - c) Conectar la PC y abrir el programa de aplicación testExpert
 - d) Una vez seleccionado el programa testExpert aparecerá un mensaje de atención, seleccionar OK
 - e) Acto seguido, ir a Open y seleccionar el ícono
 - f) En la ventana que se presenta seleccionar Directory
 - g) Seguir la secuencia que se presenta en la figura siguiente, seleccionar el nombre correspondiente y aceptar
 - h) Acto seguido aparecerá una pantalla del programa seleccionado; apretar el botón de encendido "ON" del tablero de control.





- Mida la separación entre cabezales de la maquina y verifique que esa medida coincida con el de LE que aparece en la parte inferior de la pantalla
- j) En caso de ser corregir el valor de LE para ello ir a machine y seleccionar "OK".
- k) Seleccionar Crosshead y hacer doble click con el botón izquierdo del Mouse.
- I) Seleccionar position.
- m) Escribir el valor medido de separación entre cabezales y apretar "OK".
- N) Verificar el valor ingresado en el paso anterior y apretar "OK", de no coincidir con el valor anteriormente ingresado, cambiar manualmente el valor de CURRENT LE.
- en la pantalla aceptar con el botón "OK" y poner "SI" en el aviso de atención.
- seleccionar la opción LE para que los cabezales se coloquen en su posición de trabajo.
- 5. ajustar la fuerza a cero, seleccionando el botón FORCE 0
- Sujetar la probeta en la primera mordaza (inferior). Las mordazas deben estar listas para su uso, no deben estar en mal estado. La longitud de sujeción debe ser por lo menos 2/3 de la longitud de la mordaza.
- 7. Sujetar la probeta en la segunda mordaza (superior). Verificar que la probeta se encuentre correctamente alineada. Se debe apreciar en la parte inferior izquierda que la probeta esta sometida a una carga de compresión, esto es debido al ajuste de las mordazas. NO PRECIONAR Force 0.
- 8. Iniciar el ensayo, seleccionando para ello Start.





- Llenar la información que sale en la ventana, si se trata de probeta plata pedirá introducir los datos de espesor y ancho, si se trata de probeta redonda se introduce el valor del diámetro; acto seguido presionar OK. Este paso se obvia si se trabaja con barras corrugadas.
- 10. Si sale un cuadro de opciones, seleccionar la primera opción **CONTINUAR.**
- 11. Si se está trabajando sin extensómetro esperar a que el ensayo termine, si se trabaja con extensómetro esperar a que el programa pida colocar el extensómetro, colocarlo y apretar OK. El ensayo se iniciará, esperar que el programa le pida retirar el extensómetro, retirarlo y apretar OK, esto sucederá cuando se pase el punto de fluencia del material.
- 12. Retirar la probeta, en caso de tener que ensayar otra muestra seguir las instrucciones de trabajo desde el paso 4.
- 13. Para identificar o colocar alguna información a o las muestra o muestras poner el mouse en la zona del gráfico, apretar el botón derecho y seleccionar la_opción New information, aparecerá una ventana, seguir las instrucciones y en la parte inferior apretar "Siguiente" hasta que se terminen las ventanas y en la parte inferior salga "Complete".
- 14. Para imprimir el reporte ir a File y seleccionar Protocolo Editor
- 15. Agregar el código de trabajo en la parte superior izquierda del gráfico y mandar a imprimir
- 16. Para salir de la presentación ir al ícono "Close Test Report Editor" ubicado en la parte superior central.
- 17. Guardar el trabajo realizado en la carpeta designada con el nombre del analista y tener cuidado de guardar los datos en el formato de "Serie"







1.4.2 PROCEDIMIENTOS PARA MAQUINA MFL-60 toneladas

- Medir las dimensiones de la sección transversal de la muestra y marcar la longitud inicial (L₀) según la norma de ensayo aplicable (ASTM A370).
- Seleccionar las mordazas respectivas y montarlas en el puente (cabezal superior) y cabezal inferior. Seleccionar y colocar los contrapesos correspondientes para la realización del ensayo.
- Poner en funcionamiento la máquina accionando el botón verde. Subir y bajar el puente por lo menos 3 veces antes de montar la muestra (siempre y cuando la máquina se encuentre apagada), accionando para ello las palancas.
- 4. Colocar el papel milimetrado en el tambor de registro.
- 5. Colocar el puente en su posición más baja operativa, instalar la muestra y regular el cabezal inferior.
- Seleccionar la escala de desplazamiento adecuada (1:1; 2:1) utilizando las poleas.

Las actividades del 1 al <u>6</u> se pueden hacer en distinto orden con tal que el analista responsable se asegure de realizarlas todas.

- 7. Verificar que la aguja indicadora de carga marque cero, caso contrario regular girando el botón.
- Colocar el bolígrafo en el lugar correspondiente y ajustarlo. Baje el bolígrafo y marque sobre el papel milimetrado una línea la cual le dará el eje de la escala correspondiente a la carga previamente seleccionada (60000; 120000; 300000; 600000 Newtons), acto seguido realizar el eje horizontal sobre el papel milimetrado.
- Posesionar el bolígrafo sobre el papel milimetrado y comience a aplicar la carga a la velocidad establecida por la norma aplicable. Verificar que se esté graficando la curva F vs. ΔL (fuerza – alargamiento). Controlar la aguja indicadora de carga para obtener los valores de fluencia, (una vez







alcanzado el punto de fluencia colocar las planchas de caucho para la protección de las mordazas) cuando sea aplicable y fuerza máxima.

- 10. Una vez producida la rotura de la muestra, cierre la válvula.
- 11. Retire la probeta y retorne el cabezal superior a su posición inicial.
- 12. Una vez terminado con el ensayo o ensayos, el analista se encarga de limpiar las mordazas, retirar los contrapesos de la máquina o coordinar con el técnico de apoyo para la realización de estas tareas.
- 13. El analista es responsable de retornar todas las herramientas y/o accesorios utilizados durante, a sus respectivos lugares.







1.5 LAS PROBETAS DE ENSAYO

Para el ensayo de tracción a realizar se prepararon las probetas según lo indicado en la norma ASTM A 370-08a, ver figuras 3 y 4:







Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis





Figura 4. Probeta rectangular para ensayo







1.6 EL ENSAYO DE TRACCION

En la PUCP las magnitudes fundamentales que se determinan en los ensayos de tracción realizados en las maquinas Zwick SP-600 y MFL de 60 toneladas para los productos de acero son:

- Esfuerzo de fluencia (σ_f), es el valor de esfuerzo que separa las zonas elásticas y plásticas para un material (en este caso acero). Un pequeño aumento en el esfuerzo por encima del límite elástico producirá un colapso en el material y provocara que se deforme permanentemente, a este comportamiento se le denomina fluencia y el esfuerzo que lo origina es el esfuerzo de fluencia.

- **Esfuerzo máximo (** σ_u **),** es el máximo esfuerzo registrado por las maquinas durante el ensayo de tracción, y es el esfuerzo que se produce con la máxima carga también registrada. esta carga suele ser superior a la carga ultima de rotura. Es un parámetro esencial pues refleja la capacidad resistente del material.

- **Deformación plástica final (** A_{pm} **),** es la deformación plástica máxima que experimenta un acero en el ensayo de tracción. Es el aumento de la longitud final del material con relación a la longitud inicial de la medida y esta expresada normalmente como porcentaje de deformación.





CAPÍTULO 2 2. INCERTIDUMBRE Y METODO PARA SU ESTIMACION

2.1 LA INCERTIDUMBRE

Es el parámetro que caracteriza el intervalo dentro del cual se cree se encuentra el valor verdadero de la magnitud medida. Pues aun cuando todos los errores posibles de ser estimados se hayan corregido, existen factores tales como la inevitable presencia de errores aleatorios, la posible existencia de errores sistémicos desconocidos o no constantes en el tiempo y la propia inseguridad de los valores de corrección, provocaran que el resultado corregido siga siendo inseguro. Dicho resultado puede ser muy cercano al valor verdadero de la magnitud medida pero jamás se podrá decir que son iguales.

La estimación de la incertidumbre es de real importancia pues permite a quienes solicitan los diferentes ensayos mecánicos evaluar el material, en un nivel mas allá del puro y simple ensayo pues los lleva al nivel de determinar la fiabilidad exacta del mismo ensayo.







2.2 METODO DE ESTIMACION

2.2.1 MODELAMIENTO DEL MENSURANDO

Es el modelamiento matemático de la magnitud particular u objeto de medición, el conjunto de operaciones por las cuales se obtiene el valor de un mesurando Y (magnitud de salida) con la combinación de una serie de magnitudes X (magnitud de entrada) según un modelo matemático, que puede representarse mediante una ecuación como la siguiente:

 $Y = f(X_1, X_2, X_3, ..., X_N)$, donde *N* puede tomar el valor de 1.

Esta expresión no es solo la representación matemática de una ley física, sino la expresión de un procedimiento.

2.2.2 CALCULO TIPO A DE LA INCERTIDUMBRE

Cuando se realizan una serie de mediciones iguales en condiciones básicamente idénticas, el mejor estimador del valor real es la media (\overline{X}) de los resultados individuales obtenidos (X_1, X_2, \dots, X_4), estos resultados presentan una dispersión alrededor del valor medio. Un estimador apropiado para esta dispersión es la desviación estándar experimental (s):

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{X})^2}{n-1}}$$

Cuando el resultado de la medida es una media, el estimador para la dispersión de los resultados seria la desviación típica experimental de la media, esto es:

$$s' = \frac{s}{\sqrt{n}}$$







El método de evaluación se basa en la aplicación de métodos estadísticos a una serie de determinaciones repetidas.

Se caracteriza por la varianza estimada a partir de la varianza muestral.

2.2.3 CALCULO TIPO B DE LA INCERTIDUMBRE

En realidad todas las incertidumbres estándar podrían evaluarse como se evalúan las incertidumbres tipo A. Con disponibilidad de tiempo y mayores recursos podríamos evaluar las diferentes causas de incertidumbre, algo que no es viable en muchas ocasiones. Es por eso que se dispone de una nueva forma de estimar la desviación estándar asociada al estimador de una magnitud, forma que no esta basada en la distribución de frecuencia de las medidas de la magnitud, dichas formas de cálculo son llamadas tipo B. Las situaciones que se pueden presentar son muchas, pero las dos mas frecuentes con las que se pueden resolver casi todos los casos existentes son:

- El aporte a la incertidumbre procede de un certificado de calibración. en dicho certificado aparecerá la corrección y la incertidumbre asociada a la calibración con su correspondiente factor de cobertura para estimar la incertidumbre. En este caso la incertidumbre se obtendrá como el cociente entre la incertidumbre de calibración y el factor de cobertura.
- 2. Cuando la distribución normal no se puede aplicar porque no existe antecedentes que permitan estimar la probabilidad. Es posible que se admita una distribución de probabilidad rectangular, ya que lo único que se puede establecer son los límites superiores e inferiores dentro de los cuales se puede esperar que se encuentre el valor verdadero. La desviación estándar de la distribución rectangular que corresponde a la incertidumbre estándar asociada al estimador es:

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}} = 0.5774a$$



Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis





2.2.4 CALCULO DE INCERTIDUMBRE COMBINADA.

Para determinar la incertidumbre final de la magnitud u objeto de medición, es necesario establecer de qué forma influye cada variable de entrada en el resultado final. Para esto se usa la Ley de Propagación de Varianzas (esta ley combina apropiadamente las incertidumbres aportadas por las magnitudes que influyen sobre el resultado de la medición).

Como cada incertidumbre típica viene representada por una desviación típica el cuadrado de cada una de ellas, es decir, las varianzas, se relacionaran de la siguiente manera:

$$U^{2}(Y) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial Y}{\partial X_{i}}\right) U^{2}(X_{i}) + 2\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} \frac{\partial Y}{\partial X_{i}} \frac{\partial Y}{\partial X_{j}} U(X_{i}) U(X_{j}) r(X_{i}, X_{j})$$

Donde,

U(Y), Incertidumbre combinada estimada para la magnitud de salida $U(X_i)$, Incertidumbre típica estimada para cada magnitud de entrada

 $(\frac{\partial Y}{\partial X})$, Derivadas parciales que representan el coeficiente de sensibilidad de la magnitud de salida con respecto a cada magnitud de entrada

 $U(X_i)U(X_j)r(X_i,X_j)$, Covarianza asociada a las magnitudes de entrada, (r) es el coeficiente de correlación entre cada par de magnitudes de entrada. En la realidad, las magnitudes de entrada casi nunca están correlacionadas, y el coeficiente (r) es de valor cero. Entonces la formula para obtener la incertidumbre combinada seria:

$$U^{2}(Y) = \sum_{I=1}^{N} \left(\frac{\partial Y}{\partial X_{i}}\right) U^{2}(X_{i})$$







2.2.5 CALCULO DE INCERTIDUMBRE EXPANDIDA.

Esta incertidumbre es el producto de la incertidumbre combinada y el **factor de cobertura**. Obteniéndose un intervalo donde se encuentran los valores que puede adoptar la magnitud medida, con una probabilidad o nivel de confianza determinados por el **factor de cobertura**.

En función de los grados efectivos de libertad se determina el factor de cobertura, estos grados se calculan de la siguiente manera:

$$V_{ef} = rac{U^4(Y)}{\displaystyle{\sum_{i=1}^N rac{(rac{\partial Y}{\partial X_i})U^4(X_i)}{V_i}}}$$

 V_i Son los grados de libertad de cada variable que contribuye con la incertidumbre.

Para las contribuciones a la incertidumbre tipo A, el grado de libertad será $V_i = N - 1$, donde N es el número de veces que se repite la medición en el ensayo.

Para las contribuciones a la incertidumbre tipo B, el valor de los grados de libertad es 8. Una vez determinados los grados de libertad efectivos, el valor de cobertura (K) se obtiene de la tabla 1.

Vef	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	50	8
ĸ	13.97	4.53	3.31	2.87	2.65	2.52	2.43	2.37	2.28	2.13	2.05	2

Tabla 1. Distribución t-Student para un nivel de confianza de aproximadamente el95%

Al final el valor de la incertidumbre expandida será:

 $U = KU(Y) \, .$





2.3 INCERTIDUMBRES ASOCIADAS A LAS MAGNITUDES QUE INFLUYEN EN EL VALOR DE LA MEDIDA.

Las posibles fuentes de incertidumbre son muchas y entre ellas se encuentran algunas bastante frecuentes que son necesarias examinar:

- Incertidumbre de repetibilidad ($U_{\text{Re}p}$), tiene su procedencia de las diferencias en el resultado de medida cuando se hace una serie de mediciones iguales. Esta incertidumbre es del tipo A y se usa como estimador la desviación típica experimental de la media:

$$s' = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Una forma que permite obtener adecuadamente la incertidumbre tipo A sin realizar un gran número de repeticiones en cada medida, consiste en mantener un control estadístico que caracterice correctamente la medición.

- Incertidumbre de la calibración (U_c), es la contribución a la incertidumbre del resultado de medida asociada al certificado de calibración, esta incertidumbre se obtiene dividiendo la incertidumbre expandida de calibración entre el nivel de confianza determinado por el factor de cobertura, de la siguiente manera:

$$U_{C} = \frac{U_{cal}}{K_{cal}}$$

- Incertidumbre debido a la exactitud o a la deriva (U_D), cuando se hacen calibraciones de los equipos durante un cierto tiempo representativo, puede existir una contribución a la incertidumbre debido a las diferencias de los equipos en calibraciones sucesivas. Esta incertidumbre es del tipo B y se obtendrá tomando el máximo valor absoluto de la comparación hecha de las diferencias de corrección entre todas las calibraciones consecutivas, de la siguiente manera:



$$U_D = \frac{\left|C_m - C_{m-1}\right| \max}{\sqrt{3}}$$

Si en caso no se disponga de valores históricos de calibración, el numerador de la expresión anterior se puede reemplazar por el valor de exactitud en un periodo de tiempo dado por el fabricante del equipo.

- Incertidumbre debido a la temperatura (U_T), esta contribución a la incertidumbre tiene importancia en equipos en cuyo funcionamiento influye de manera importante la temperatura. Si este no es el caso y se trabaja dentro de los rangos admisibles de temperatura garantizados por el fabricante, entonces no es necesario tener en cuenta esta contribución a la incertidumbre. Esta contribución a la incertidumbre es del tipo B y se calculara de la siguiente manera:

$$U_T = \frac{limite}{\sqrt{3}}; U_T = \frac{K_T \Delta T L}{\sqrt{3}}$$

 K_T Coeficiente que expresa la variación de la sensibilidad del equipo por grado de temperatura

 ΔT Diferencia entre la temperatura medida y la temperatura de calibración

L Lectura de la medida realizada con el equipo

- Incertidumbre debido a la inestabilidad del instrumento de medida (U_1), se debe a la variación o la oscilación entre varios valores en cada medida tomada por el equipo. Este en un caso de incertidumbre tipo B donde se toma como valor de la medida el valor máximo y el mínimo y se expresa de la siguiente forma:

$$U_I = \frac{L_{\rm max} - L_{\rm min}}{\sqrt{3}}$$





No se debe incluir cuando se ha tomado en cuenta la incertidumbre de tipo A de repetibilidad. Además, esta contribución a la incertidumbre se tendrá en cuenta en equipos digitales solo en el caso que estos presenten inestabilidad en su lectura.

- Incertidumbre debida al criterio de medida y el operador (U_o), esta contribución a la incertidumbre depende si el equipo es analógico o digital, pues en los equipos analógicos el operador da lectura de punto en punto de la escala y esto puede contribuir a la incertidumbre, la contribución a la incertidumbre será de la siguiente manera:

$$U_o = \frac{(1/2)escala}{\sqrt{3}}$$

No se debe tomar en cuenta si es que previamente se ha considerado la incertidumbre de repetibilidad tipo A.

- Incertidumbre debida a la resolución (U_R), esta contribución a la incertidumbre solo se debe tener en cuenta en los equipos digitales y es una incertidumbre del tipo B representada de la siguiente manera:

$$U_R = \frac{resolution}{\sqrt{3}}$$

La resolución del equipo proporciona una incertidumbre mayor cuando menor sea dicha resolución

- Incertidumbre debida al redondeo ($U_{\text{Re}d}$), cuando se redondean los valores obtenidos en una medición se debe considerar la contribución a la incertidumbre tipo B de la siguiente manera:

$$U_{\operatorname{Re}p} = \frac{unidad_{menor}}{\sqrt{3}}$$





CAPÍTULO 3 3. REALIZACIÓN DE ENSAYOS MECÁNICOS

3.1 ENSAYOS EN LABORATORIO DE MATERIALES PUCP

Los ensayos de tracción se realizaron en el laboratorio de materiales de la PUCP, con participación de los analistas del área. Estos ensayos se realizaron en las maquinas de tracción bajo los pasos enunciados en el apartado 1.4 perteneciente al capítulo 1. obteniéndose las propiedades de esfuerzo de fluencia, esfuerzo máximo y deformación plástica final.

Las imágenes mostradas en las figuras 5, 6, 7, 8 y 9 pertenecen a la realización de estos ensayos realizados para el presente trabajo.



Figura 5. Probeta redonda para ensayo



Figura 6. Probeta plana para ensayo









Figura 7. Medición de probeta por analista



Figura 8. Realización de ensayo



Figura 9. Probeta redonda después del ensayo

3.2 DATOS OBTENIDOS EN LOS ENSAYOS

3.2.1 DATOS EN MAQUINA ZWICK

Con cada modelo matemático Hallamos cada propiedad cuantificada con su respectivo método. Es decir en esta parte se tiene que hallar el valor de la incertidumbre según el tipo al que pertenezca con su respectiva forma estadística. Los datos usados son los obtenidos en el ensayo de tracción y mostrados en la tabla 2 y 3.





MUESTRA	PROPIEDAD	Ν	I° DE E	NSAYO	b	ΔΝΔΙ ΙSTΔ	INFORME
		1	2	3	4		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa) Esfuerzo	336	345	334	348	DM	MAT-
	Máximo (MPa)	479	480	481	482	DIVI	2/2009
	Alargamiento (%)	36.7	39.5	40.5	36.5	6	
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	323	336	331	331	100	MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	475	478	478	481	AR	TRAC-07- 2/2009
Probetas	Alargamiento (%)	36.0	40.4	40.0	37.2		
ASTM A370 - 08	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	328	328	321	326		MAT- TRAC-10- 2/2009
	Esfuerzo Máximo (MPa)	476	474	474	471	RH	
	Alargamiento (%)	38.2	37.6	40.5	39.9		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	330	332	332	327		MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	474	479	477	476	JS	TRAC-09- 2/2009
	Alargamiento (%)	39.3	39.8	38.0	39.3		
	Esfuerzo de	344	338	339	337	RL	MAT-

Tabla 2. Resultados de probetas redondas en maquina ZWICK





Fluencia					TRAC-01-
(MPa)					2/2009
Esfuerzo Máximo (MPa)	488	487	486	487	
Alargamiento (%)	37.2	35.6	36.2	36.2	

rabia 0. Resultates de probetas planas en magaina zivior
--

MUESTRA	PROPIEDAD	Ν	I° DE E	NSAYO	D	ANALISTA	INFORME
		1	2	3	4		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	365	353	354	355		MAT-
Probetas Planas de acero ASTM A370 - 08	Estuerzo Máximo (MPa)	487	481	481	480	DM	TRAC-06- 3/2009
	Alargamiento (%)	33.7	34.6	34.5	35.2	7/	
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	357	356	354	354		MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	474	478	478	481	AR	TRAC-07- 3/2009
	Alargamiento (%)	33.2	33.2	33.2	33.4		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	354	358	359	361		MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	471	471	473	474	JS	TRAC-09- 3/2009
	Alargamiento (%)	33.4	35.0	34.2	35.7		





Esfuerzo de Fluencia (MPa)	351	358	349	347		MAT-
Esfuerzo Máximo (MPa)	473	476	476	475	RH	TRAC-10- 3/2009
Alargamiento (%)	32.5	33.9	33.3	34.5		
Esfuerzo de Fluencia (MPa)	355	361	354	350		MAT-
Esfuerzo Máximo (MPa)	490	484	476	473	RL	TRAC-01- 3/2009
Alargamiento (%)	34.8	33.6	33.2	34.6	3	

Con los datos de las tablas 2 y 3 realizamos una **prueba de normalidad** para las tres propiedades a estudiar usando Anderson-Darling donde si el P-Value es mayor a 0.05, los datos siguen una distribución normal. Para estas pruebas de normalidad se empleo el software MINITAB

Para el esfuerzo de fluencia tenemos:



Probetas Redondas



Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis



Probetas Planas



Para el esfuerzo máximo tenemos:







Probetas Planas



Para la deformación plástica final tenemos:











3.2.2 DATOS EN MAQUINA MFL

En las tablas 4 y 5 se muestran los datos obtenidos en los ensayos para esta máquina.

MUESTRA	PROPIEDAD	Ν	I° DE E	NSAYO	D	ANALISTA	INFORME
		1	2	3	4		
	Esfuerzo de						
	Fluencia	325	322	331	326		
	(MPa)		M				MAT-
Probetas Redondas ASTM A370 - 08	Esfuerzo	182	/87	480	487	DM	TRAC-06-
	Máximo (MPa)	702	-07	-00	-07		5/2009
	Alargamiento	38.0	37 1	38.3	36.7		
	(%)	50.5	57.1	50.5	50.7		
	Esfuerzo de						
	Fluencia	323	325	327	329		MAT-
	(MPa)					AR	TRAC-07-
	Esfuerzo	470	476	470	171		5/2009
	Máximo (MPa)	479	470	479	414		

Tabla 4. Resultados de probetas redondas en maquina MFL


TESIS PUCP



Alargamiento (%)	37.6	38.0	37.2	36.6		
Esfuerzo de Fluencia (MPa)	331	323	328	331		MAT-
Esfuerzo Máximo (MPa)	480	480	482	478	JS	TRAC-09- 5/2009
Alargamiento (%)	38.4	39.1	39.1	39.9		
Esfuerzo de Fluencia (MPa)	318	318	325	325	5	MAT-
Esfuerzo Máximo (MPa)	48	480	476	483	RH	TRAC-10- 5/2009
Alargamiento (%)	38.2	37.3	36.9	39.7		
Esfuerzo de Fluencia (MPa)	324	323	321	322	7	MAT-
Esfuerzo Máximo (MPa)	479	478	479	479	RL	TRAC-01- 5/2009
Alargamiento (%)	36.8	36.5	36.8	36.8		

Tabla 5. Resultados de probetas planas en maquina MFL

MUESTRA	PROPIEDAD	N° DE ENSAYO			ANALISTA	INFORME	
		1	2	3	4		
Probetas	Esfuerzo de						MAT-
Planas de	Fluencia	358	355	353	353	DM	TRAC-06-
acero	(MPa)						6/2009



TESIS PUCP



ASTM A370 - 08	Esfuerzo Máximo (MPa)	486	488	482	482		
métrico y ASTM	Alargamiento (%)	33.8	32.7	34.6	32.6		
E8M - 08	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	351	340	353	350		MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	475	472	473	471	AR	TRAC-07- 6/2009
	Alargamiento (%)	33.6	33.4	32.8	31.4		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	347	342	335	327	12	MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	469	475	474	471	JS	TRAC-09- 6/2009
	Alargamiento (%)	35.5	33.9	32.8	33.8		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	358	367	363	362		MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	483	489	480	482	RH	TRAC-10- 6/2009
	Alargamiento (%)	32.5	32.8	32.6	33.0		
	Esfuerzo de Fluencia (MPa)	355	352	356	367		MAT-
	Esfuerzo Máximo (MPa)	481	477	483	492	RL	TRAC-10- 6/2009
	Alargamiento (%)	30.2	31.8	31.6	31.6		





Con los datos de las tablas 4 y 5 realizamos una **prueba de normalidad** para las tres propiedades a estudiar usando Anderson-Darling donde si el P-Value es mayor a 0.05, los datos siguen una distribución normal.

Para el esfuerzo de fluencia tenemos:



Probetas Redondas







Para el esfuerzo máximo tenemos:



Probetas Redondas







Para la deformación plástica final tenemos:



Probetas Redondas

Para estimar la desviación estándar de los ensayos obtenidos se hará el método de estimación de sigma mediante el grafico de control S para así eliminar datos atípicos.





CAPÍTULO 4 4. ANALISIS DE RESULTADOS

4.1 MODELOS MATEMÁTICOS

Los modelos matemáticos asociados a las propiedades que nos brinda el ensayo de tracción son los siguientes:

Modelo asociado a la medida de Esfuerzo de Fluencia

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

 $\sigma_f = \frac{F_x}{S_e} = \frac{4F_x}{\pi d^2}$para probetas redondas $F_x = F_x$

 $\sigma_f = \frac{F_x}{A} = \frac{F_x}{ab}$para probetas planas

- Fx: Valor de la carga leído en la maquina.
- Se: Superficie transversal de la probeta.
- ab: área transversal de probeta plana
- d: diámetro de probeta redonda







Asociada a la medida de Esfuerzo Máximo

$$\sigma_u = \frac{F_x}{S_e}$$

$$\sigma_f = \frac{F_x}{S_e} = \frac{4F_x}{\pi d^2}$$
....para probetas redondas

$$\sigma_f = \frac{F_x}{A} = \frac{F_x}{ab}$$
....para probetas planas

Fx: Valor de la carga leído en la maquina.

- Se: Superficie transversal de la probeta.
- ab: área transversal de probeta plana

Medición asociada a la Deformación Plástica Final

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Apm: Alargamiento permanente. Lf: longitud final medida. Lom: longitud inicial medida.

4.2 IDENTIFICACION Y ORGANIZACIÓN DE LAS FUENTES DE INCERTIDUMBRE

ASOCIADA AL ESFUERZO DE FLUENCIA Y MAXIMO

<u>1. Medición de la fuerza.</u> La fuerza se mide con las maquinas de tracción empleadas en el laboratorio de materiales, produciéndose las siguientes fuentes de incertidumbre tales como la incertidumbre de repetibilidad, de calibración, debido a la resolución y a la deriva.

2. Medición de la superficie trasversal. La superficie transversal de las probetas se mide con un pie de rey o vernier el cual presenta las incertidumbres como error de







abbe, efecto de paralaje, falta de paralelismo entre mordazas, resolución del vernier y repetibilidad.

Todo esto se puede reemplazar si es que se tiene un certificado de calibración que entregue la incertidumbre expandida y el factor de cobertura, pues solo se tendrá que dividir la incertidumbre expandida entre el factor de cobertura para obtener la incertidumbre estándar del instrumento.

ASOCIADA A LA DEFORMACION PLASTICA FINAL

<u>1. Medición de las longitudes inicial y final.</u> Realizada tambien por un vernier presentando las mismas fuentes de incertidumbre ya planteadas.</u>

- 4.3 INCERTIDUMBRE EN MAQUINA ZWICK
- 4.3.1 INCERTIDUMBRE ASOCIADA AL ESFUERZO DE FLUENCIA

Medición de la fuerza

a) Incertidumbre de repetibilidad (Tipo A):



S Chart para probetas redondas







Usando los datos obtenidos en los ensayos se toman los valores obtenidos de fuerza donde el valor de desviación estándar (incertidumbre tipo A) para el método ensayado en las probetas redondas se obtiene de la siguiente manera:

$$U_a = \sigma = \frac{\overline{S}}{C_4} = \frac{0.7047}{0.94} = 0.7245 kN$$



S Chart para probetas planas

El valor de desviación estándar para las probetas planas es:

$$U_a = \sigma = \frac{\overline{S}}{C_4} = \frac{0.2340}{0.94} = 0.241 kN$$

b) Incertidumbre de la calibración:

El certificado de calibración de la maquina ZWICK expuesto en el expediente INF-LE 111-07, nos reporta una incertidumbre de 0.020 kN para una capacidad de 200kN con un factor de cobertura de K=2

$$U_C = \frac{0.020}{2} = 0.010 kN$$







c) Incertidumbre debido a la resolución:

La resolución de la maquina ZWICK dada por el fabricante es de 0.001kN, y la incertidumbre para este caso se estima de la siguiente manera:

$$U_{R} = \frac{0.001}{\sqrt{12}} = 0.000289kN$$

d) Incertidumbre debida a deriva:

Con los expedientes de calibración LFP-002-2009 y INF-LE 111-07, se cuenta con una calibración histórica, la contribución de esta incertidumbre es la siguiente:

$$U_D = \frac{|0.020 - 0.074|}{\sqrt{3}} = 0.03kN$$

e) Incertidumbre debida al proceso de medida:

Esta incertidumbre proviene de las posibles contribuciones que ofrecen factores tales como el posible mal centrado de una probeta en la maquina, que las probetas presenten desviaciones de forma y dimensiones. Esta incertidumbre se calcula de la siguiente manera:

Fuerz	Fuerzas en probetas redondas				
40.96	40.1	40.65	41.83	1.73	
39	39.9	40.22	39.98	1.22	
39.8	42.12	39.4	40.4	2.72	
40.1	41.23	40.6	40.06	1.17	
39.9	40.11	41.09	40.44	0.54	

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{2.72}{\sqrt{3}} = 1.57kN$$





Fue	Rangos			
20.84	20.29	20.57	20.48	0.28
20.63	20.36	20.14	20	0.63
20.64	20.91	20.79	21.26	0.62
20.15	20.48	19.93	20	0.55
20.24	20.3	20	20	0.3

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{0.63}{\sqrt{3}} = 0.364 kN$$

Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre tipo B que estén presentes en la fuerza como variable de entrada:

Para las probetas redondas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_R^2 + U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.000289^2 + 0.03^2 + 0.010^2 + 0.7245^2 + 1.57^2 = 1.73kN$$

Para las probetas planas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_R^2 + U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.000289^2 + 0.03^2 + 0.010^2 + 0.241^2 + 0.364^2 = 0.37kN$$

Medición del área

f) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$





g) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

N°	Medidas (mm) por analista						
	DM	JS	AR	RH			
1	50.04	50.04	50.08	50.04			
2	50.05	50.04	50.05	50.06			
3	50.04	50.04	50.05	50.06			
4	50.05	50.03	50.08	50.05			
5	50.04	50.04	50.05	50.04			
6	50.04	50.05	50.05	50.05			
7	50.04	50.05	50.06	50.03			
8	50.04	50.04	50.06	50.05			
9	50.04	50.04	50.07	50.05			
10	50.05	50.04	50.06	50.04			

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

h) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00289mm$$







Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre para el vernier, tanto para probetas redondas como planas:

$$u_d = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2} = \sqrt{0.00284^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2} = 0.0134 mm$$

Para probetas redondas

¡Error! Marcador no definido.

$$S_e = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$u_{s_e} = \frac{\pi du_d}{2} = \frac{3.1416x12.445x0.0134}{2} = 0.26mm^2$$

Para probetas planas

<u>¡Error! Marcador no definido.</u> $S_e = a.b$

 $u_{s_{1}} = a.u_{d} + bu_{d} = 12.451x0.0134 + 4.611x0.0134 = 0.23mm^{2}$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_x = 43.54 kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $S_e = 121.62 mm^2$ Es el promedio tomado de las probetas redondas





$$C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{121.62} = 0.0082 mm^{-2}$$
 Para probetas redondas
 $C_{S_e} = -\frac{F}{S_e^{-2}} = \frac{-43.54}{121.62^2} = -0.00294 \frac{kN}{mm^4}$ Para probetas redondas

$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{S_e}^2} = \sqrt{0.0082^2 x 1.73^2 + 0.00294^2 x 0.26^2} = 0.014 MPa$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_x = 21.4kN$ Es el promedio tomado de las probetas planas $S_e = 57.405mm^2$ Es el promedio tomado de las probetas planas $C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{57.405} = 0.0174mm^{-2}$ Para probetas planas $C_{S_e} = -\frac{F}{S_e^{-2}} = \frac{-21.4}{57.405^2} = -0.00649 \frac{kN}{mm^4}$ Para probetas planas $U_\sigma = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{S_e}^2} = \sqrt{0.0174^2 \times 0.37^2 + 0.00649^2 \times 0.23^2} = 0.0066MPa$

Incertidumbre expandida:

Considerando el nivel de confianza al 95 % para la magnitud evaluada cuyos resultados siguen una distribución normal de probabilidades se trabaja con el factor de cobertura k=2, de manera que la incertidumbre expandida asociada al proceso de medición será:

CC Some rights reserved



$$U = k u_c$$

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.014) = 0.028MPa$$

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.0066) = 0.0132MPa$$

4.3.2 INCERTIDUMBRE ASOCIADA AL ESFUERZO MÁXIMO

Medición de la fuerza

a) Incertidumbre de repetibilidad









$$U_a = \sigma = \frac{\overline{S}}{C_4} = \frac{0.2111}{0.9727} = 0.22kN$$







b) Incertidumbre de la calibración:

El certificado de calibración de la maquina ZWICK expuesto en el expediente INF-LE 111-07, nos reporta una incertidumbre de 0.020 kN para una capacidad de 200kN con un factor de cobertura de K=2

$$U_C = \frac{0.020}{2} = 0.010 kN$$

c) Incertidumbre debido a la resolución:

$$U_{R} = \frac{0.001}{\sqrt{12}} = 0.000288kN$$

d) Incertidumbre debida a deriva:

Con los expedientes de calibración LFP-002-2009 y INF-LE 111-07, se cuenta con una calibración histórica, la contribución de esta incertidumbre es la siguiente:

$$U_D = \frac{\left| 0.020 - 0.074 \right|}{\sqrt{3}} = 0.03kN$$

e) Incertidumbre debida al proceso de medida:

Esta incertidumbre proviene de las posibles contribuciones que ofrecen factores tales como el posible mal centrado de una probeta en la maquina, que las probetas presenten desviaciones de forma y dimensiones. Calculándose como sigue:

Fue	Rangos			
58.4	58.61	58.54	57.94	0.67
57.62	58.65	58.1	58.105	1.03
57.83	57.97	58.54	58.4	0.71
57.6	58.5	58.34	58.31	0.9





58.36	58.34	58.9	58.44	0.56
-------	-------	------	-------	------

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{1.03}{\sqrt{3}} = 0.595 kN$$

Fu	Fuerzas en probetas planas					
27.81	27.66	27.95	27.7	0.15		
27.4	27.34	27.2	27.2	0.2		
27.46	27.51	27.4	27.92	0.52		
27.15	27.23	27.18	27.36	0.18		
27.93	27.2	26.85	26.91	1.02		

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{1.02}{\sqrt{3}} = 0.589 kN$$

Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre tipo B que están presentes en la fuerza como variable de entrada:

Para las probetas redondas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_R^2 + U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.000289^2 + 0.03^2 + 0.010^2 + 0.37^2 + 0.595^2 = 0.691kN$$

Para las probetas planas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_{R}^{2} + U_{D}^{2} + U_{C}^{2} + U_{a}^{2} + U_{P}^{2}} = 0.000289^{2} + 0.03^{2} + 0.010^{2} + 0.22^{2} + 0.589^{2} = 0.629kN$$

Medición del área

e) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:





$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

f) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

NI°	Ме	a		
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

g) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$







Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre para el vernier

$$u_{d} = \sqrt{U_{R}^{2} + U_{repetibilidad}^{2} + U^{2}} = \sqrt{0.00284^{2} + 0.011368^{2} + 0.0065^{2}} = 0.0134mm$$

Para probetas redondas

¡Error! Marcador no definido.

$$S_e = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$u_{s_e} = \frac{\pi du_d}{2} = \frac{3.1416x12.445x0.0134}{2} = 0.26mm^2$$

Para probetas planas

¡Error! Marcador no definido.
$$S_e = a.b$$

$$u_s = a.u_d + bu_d = 12.451x0.0134 + 4.611x0.0134 = 0.23mm^2$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_x = 58.28 kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $S_e = 121.62 mm^2$ Es el promedio tomado de las probetas redondas





$$C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{121.62} = 0.0082 mm^{-2}$$
 Para probetas redondas
 $C_{S_e} = -\frac{F}{S^{-2}} = \frac{-58.280}{121.62^2} = -0.00394 \frac{kN}{mm^4}$ Para probetas redondas

$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{S_e}^2} = \sqrt{0.0082^2 \times 0.691^2 + 0.00394^2 \times 0.26^2} = 0.00576 MPa$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son: $F_x = 27.415 kN$ Es el promedio tomado de las probetas planas $S_e = 57.405 mm^2$ Es el promedio tomado de las probetas planas

$$C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{57.405} = 0.0174 mm^{-2} \text{ Para probetas planas}$$

$$C_{S_e} = -\frac{F}{S_e^{-2}} = \frac{-27.415}{57.405^2} = -0.00831 \frac{kN}{mm^4} \text{ Para probetas planas}$$

$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{S_e}^2} = \sqrt{0.0174^2 x 0.629^2 + 0.00831^2 x 0.23^2} = 0.011 MPa$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.00576) = 0.011MPa$$







Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.011) = 0.022MPa$$

4.3.3 INCERTIDUMBRE ASOCIADA A LA DEFORMACION PLASTICA FINAL



Medición de longitud inicial (Lom)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$





b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

NI ⁰	Мес	didas (mm) p	oor analista	
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 = 0.0134mm$$







Medición de longitud final (Lf)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

N٥	Medidas (mm) por analista			ta
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$







c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

Para probetas redondas

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U_a^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 + 0.00143^2 = 0.0144 mm$$

Para probetas planas

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U_a^2 + U_a^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 + 0.0007^2 = 0.0134mm$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del alargamiento final se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $L_f = 69.1 mm$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

 $L_{om} = 50mm$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

$$C_{L_f} = \frac{100}{L_{out}} = \frac{100}{50} = 2mm^{-1}$$
 Para probetas redondas

$$C_{L_{om}} = -\frac{L_f 100}{L_{om}^2} = -\frac{69.1(100)}{50^2} = -2.764 mm^{-1}$$
 Para probetas redondas





$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{L_f}^2 \cdot \mu_{vernier}^2 + C_{L_{om}}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{2^2 x 0.0144^2 + 2.764^2 x 0.0134^2} = 0.047\%$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

$$\begin{split} L_f &= 67.005mm \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ L_{om} &= 50mm \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ C_{L_f} &= \frac{100}{L_{om}} = \frac{100}{50} = 2mm^{-1} \quad \text{Para probetas redondas} \\ C_{L_{om}} &= -\frac{L_f 100}{L_{om}^2} = -\frac{67.005(100)}{50^2} = -2.68mm^{-1} \quad \text{Para probetas redondas} \\ U_{\sigma} &= \sqrt{C_{L_f}^2 \cdot \mu_{vernier}^2 + C_{L_{om}}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{2^2 x 0.0134^2 + 2.68^2 x 0.0134^2} = 0.045\% \end{split}$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.047) = 0.094\%$$

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.045) = 0.09\%$$







4.4 INCERTIDUMBRE EN MAQUINA MFL

4.4.1 INCERTIDUMBRE ASOCIADA AL ESFUERZO DE FLUENCIA

Medición de la fuerza

a) Incertidumbre de repetibilidad (Tipo A):







b) Incertidumbre de la calibración:

Para probetas redondas:

Usamos la curva de ajuste para el equipo dado en el certificado de calibración, para el dial de 0 a 120000N; 200N/div





$$Y = bX + a = 0.9908229329X + 0.00509012822$$

$$U_{c} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (u_{b}xX)^{2} + (u_{x}b)^{2}}....(1)$$

$$u_x = \frac{U}{k} = \frac{0.020}{2} = 0.01kN$$

De las lecturas leídas obtenemos:

$$u_b = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0.04560}{\sqrt{11}} = 0.014kN$$

El valor de x que se tomara es el de la división del dial que es igual a 0.200kN, reemplazando valores en (1) tenemos:

$$U_{c} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (0.014x0.2)^{2} + (0.01x0.9908229329)^{2}} = 0.01kN$$

Para probetas planas:

Usamos la curva de ajuste para el equipo dado en el certificado de calibración, para el dial de 0 a 60000N; 100N/div

Y = bX + a = 0.9896471665X + 0.0597216963

$$U_B = \sqrt{u_a x 0^2 + (u_b x X)^2 + (u_x b)^2 \dots (1)}$$

$$u_x = \frac{U}{k} = \frac{0.020}{2} = 0.01kN$$

De las lecturas leídas obtenemos:

$$u_b = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0.01376}{\sqrt{11}} = 0.0042kN$$







El valor de x que se tomara es el de la división del dial que es igual a 0.200kN, reemplazando valores en (1) tenemos:

 $U_{C} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (0.0042x0.1)^{2} + (0.01x0.9896471665)^{2}} = 0.01kN$

c) Incertidumbre debida a deriva:

Con los expedientes de calibración LFP-002-2009 y INF-LE 111-07, se cuenta con una calibración histórica, la contribución de esta incertidumbre es la siguiente:

$$U_D = \frac{\left| 0.42 - 0.09 \right|}{\sqrt{3}} = 0.2kN$$

d) Incertidumbre debida al proceso de medida:

Esta incertidumbre proviene de las posibles contribuciones que ofrecen factores tales como el posible mal centrado de una probeta en la maquina, que las probetas presenten desviaciones de forma y dimensiones. Esta incertidumbre se calcula de la siguiente manera:

Fuerzas en probetas redondas			as	Rangos
40.6	41	45.1	46.4	5.8
45.2	44.6	44.2	41.4	3.8
45.4	51.4	40.2	41.2	11.2
42.5	39.8	45.2	42.6	5.4
39.6	39.4	39.3	39.3	0.3

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{11.2}{\sqrt{3}} = 6.5kN$$





Fuerzas en probetas planas				Rangos
20.7	20.3	20.1	20.8	0.7
20.8	19.6	21	20.6	1.4
21.6	19.6	19.7	19	2.6
20.8	21.5	22.3	21.9	1.5
20.3	20.5	20.2	21.2	1

$$U_P = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{2.6}{\sqrt{3}} = 1.5kN$$

Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre tipo B que están presentes en la fuerza como variable de entrada:

Para las probetas redondas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.010^2 + 2.475^2 + 6.5^2 = 6.96kN$$

Para las probetas planas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.01^2 + 0.652^2 + 1.5^2 = 1.65kN$$

Medición del área

d) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

e) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:





N٥	Medidas (mm) por analista					
	DM	DM JS		RH		
1	50.04	50.04	50.08	50.04		
2	50.05	50.04	50.05	50.06		
3	50.04	50.04	50.05	50.06		
4	50.05	50.03	50.08	50.05		
5	50.04	50.04	50.05	50.04		
6	50.04	50.05	50.05	50.05		
7	50.04	50.05	50.06	50.03		
8	50.04	50.04	50.06	50.05		
9	50.04	50.04	50.07	50.05		
10	50.05	50.04	50.06	50.04		

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

f) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00289mm$$

Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre para el vernier

$$u_{d} = \sqrt{U_{R}^{2} + U_{repetibilidad}^{2} + U^{2}} = \sqrt{0.00284^{2} + 0.011368^{2} + 0.0065^{2}} = 0.0134mm$$





Para probetas redondas

¡Error! Marcador no definido.
$$S_e = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$u_{s_e} = \frac{\pi du_d}{2} = \frac{3.1416x12.454x0.0134}{2} = 0.26mm^2$$

Para probetas planas

<u>¡Error! Marcador no definido.</u> $S_e = a.b$

$$u_{s_{a}} = a.u_{d} + bu_{d} = 12.454x0.0134 + 4.62x0.0134 = 0.23mm^{2}$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_x = 42.72kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

 $S_{e} = 121.81 mm^{2}$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

$$C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{121.81} = 0.00821 mm^{-2}$$
 Para probetas redondas

$$C_{S_e} = -\frac{F}{S_e^2} = \frac{-42.72}{121.81^2} = -0.00288 \frac{kN}{mm^4}$$
 Para probetas redondas

CC Some rights reserved



$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{S_e}^2} = \sqrt{0.00821^2 x 6.96^2 + 0.00288^2 x 0.26^2} = 0.057 MPa$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_{x} = 20.63kN$ Es el promedio tomado de las probetas planas $S_{e} = 57.6mm^{2}$ Es el promedio tomado de las probetas planas $C_{F_{x}} = \frac{1}{S_{e}} = \frac{1}{57.6} = 0.017mm^{-2}$ Para probetas planas $C_{s_{e}} = -\frac{F}{S_{e}^{2}} = \frac{-20.63}{57.6^{2}} = -0.00622 \frac{kN}{mm^{4}}$ Para probetas planas $U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_{x}}^{2} \cdot \mu_{fuerza}^{2} + C_{s_{e}}^{2} \cdot \mu_{vernier}^{2}} = \sqrt{0.017^{2} x 1.65^{2} + 0.00622^{2} x 0.23^{2}} = 0.03MPa$

Incertidumbre expandida:

Considerando el nivel de confianza al 95 % para la magnitud evaluada cuyos resultados siguen una distribución normal de probabilidades se trabaja con el factor de cobertura k=2, de manera que la incertidumbre expandida asociada al proceso de medición será:

$$U = k u_c$$

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.057) = 0.114MPa$$







Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.03) = 0.06MPa$$

4.4.2 INCERTIDUMBRE ASOCIADA AL ESFUERZO MAXIMO

Medición de la fuerza

a) Incertidumbre de repetibilidad







$$U_{a} = \sigma = \frac{\overline{S}}{C_{4}} = \frac{0.3518}{0.94} = 0.362kN$$
$$U_{a} = \sigma = \frac{\overline{S}}{C_{4}} = \frac{0.3304}{0.94} = 0.34kN$$







b) Incertidumbre de la calibración:

Para probetas redondas:

Usamos la curva de ajuste para el equipo dado en el certificado de calibración, para el dial de 0 a 120000N; 200N/div

Y = bX + a = 0.9908229329X + 0.00509012822

$$U_{c} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (u_{b}xX)^{2} + (u_{x}b)^{2}} \dots (1)$$

$$u_x = \frac{U}{k} = \frac{0.020}{2} = 0.01kN$$

De las lecturas leídas obtenemos:

$$u_b = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0.04560}{\sqrt{11}} = 0.014kN$$

El valor de x que se tomara es el de la división del dial que es igual a 0.200kN, reemplazando valores en (1) tenemos:

$$U_{c} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (0.014x0.2)^{2} + (0.01x0.9908229329)^{2}} = 0.01kN$$

Para probetas planas:

Usamos la curva de ajuste para el equipo dado en el certificado de calibración, para el dial de 0 a 60000N; 100N/div

$$Y = bX + a = 0.9896471665X + 0.0597216963$$

$$U_{B} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (u_{b}xX)^{2} + (u_{x}b)^{2}}....(1)$$





$$u_x = \frac{U}{k} = \frac{0.020}{2} = 0.01kN$$

De las lecturas leídas obtenemos:

$$u_b = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \frac{0.01376}{\sqrt{11}} = 0.0042kN$$

El valor de x que se tomara es el de la división del dial que es igual a 0.200kN, reemplazando valores en (1) tenemos:

$$U_{c} = \sqrt{u_{a}x0^{2} + (0.0042x0.1)^{2} + (0.01x0.9896471665)^{2}} = 0.01kN$$

c) Incertidumbre debida a deriva:

Con los expedientes de calibración LFP-002-2009 y INF-LE 111-07, se cuenta con una calibración histórica, la contribución de esta incertidumbre es la siguiente:

$$U_D = \frac{\left| 0.42 - 0.09 \right|}{\sqrt{3}} = 0.2kN$$

d) Incertidumbre debida al proceso de medida:

Esta incertidumbre proviene de las posibles contribuciones que ofrecen factores tales como el posible mal centrado de una probeta en la maquina, que las probetas presenten desviaciones de forma y dimensiones. Esta incertidumbre se calcula de la siguiente manera:

Fuerzas en probetas redondas				Rangos
58.8	59	58.4	58.4	0.6
58.8	58.8	59	58	1
58.2	58.8	59	58	1
58.4	58.2	57.4	58.2	1





58.5	58.4	58.6	58.4	0.2
------	------	------	------	-----

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.58kN$$

Fuerzas en probetas planas				Rangos
28.1	27.9	27.4	27.4	0.7
27.5	27.2	27.2	27.7	0.5
27.7	27.2	27.3	26.9	0.8
27.8	28.3	27.7	27.8	0.6
27.5	27.8	27.4	28.4	1

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.58 kN$$

Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre tipo B que están presentes en la fuerza como variable de entrada:

Para las probetas redondas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.010^2 + 0.362^2 + 0.58^2 = 0.71kN$$

Para las probetas planas tendríamos:

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.01^2 + 0.34^2 + 0.58^2 = 0.70 kN$$

Medición del área

e) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:




$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

f) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas con el vernier

NI ⁰	Ме	didas (mm) p	or analista	
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1}} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = 0.011368 \text{mm}$$

g) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

Ahora combinaremos todas las contribuciones de incertidumbre para el vernier





$$u_{d} = \sqrt{U_{R}^{2} + U_{repetibilidad}^{2} + U^{2}} = 0.00288^{2} + 0.011368^{2} + 0.0065^{2} = 0.0134mm$$

Para probetas redondas

$$\frac{\text{[Error! Marcador no definido. } S_e = \frac{\pi d^2}{4}}{u_{s_e}} = \frac{\pi d u_d}{2} = \frac{3.1416x12.454x0.0134}{2} = 0.26mm^2$$

<u>Para probetas planas</u>

<u>¡Error! Marcador no definido.</u> $S_e = a.b$

$$u_{s_e} = a.u_d + bu_d = 12.454x0.0134 + 4.62x0.0134 = 0.23mm^2$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_x = 58.47 kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $S_e = 121.8mm^2$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{121.8} = 0.0082 mm^{-2}$ Para probetas redondas

CC Some rights reserved



$$C_{s_e} = -\frac{F}{S_e^2} = \frac{-58.47}{121.8^2} = -0.00394 \frac{kN}{mm^4}$$
 Para probetas redondas
$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{0.0082^2 \times 0.71^2 + 0.00394^2 \times 0.26^2} = 0.006MPa$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

$$\begin{split} F_x &= 27.61 kN \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ S_e &= 57.6 mm^2 \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ C_{F_x} &= \frac{1}{S_e} = \frac{1}{57.6} = 0.017 mm^{-2} \quad \text{Para probetas planas} \\ C_{S_e} &= -\frac{F}{S_e^{-2}} = \frac{-27.61}{57.6^2} = -0.00833 \frac{kN}{mm^4} \quad \text{Para probetas planas} \\ U_\sigma &= \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{0.017^2 x 0.70^2 + 0.00833^2 x 0.23^2} = 0.012 MPa \end{split}$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.006) = 0.012MPa$$

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.012) = 0.024MPa$$



TESIS PUCP



4.4.3 INCERTIDUMBRE ASOCIADA A LA DEFORMACION PLASTICA FINAL



a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$







b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

Ī	NI°	Medidas (mm) por analista				
	IN	DM	JS	AR	RH	
	1	50.04	50.04	50.08	50.04	
	2	50.05	50.04	50.05	50.06	
	3	50.04	50.04	50.05	50.06	
	4	50.05	50.03	50.08	50.05	
	5	50.04	50.04	50.05	50.04	
	6	50.04	50.05	50.05	50.05	
-	7	50.04	50.05	50.06	50.03	
	8	50.04	50.04	50.06	50.05	
ľ	9	50.04	50.04	50.07	50.05	
	10	50.05	50.04	50.06	50.04	

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1}} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = 0.011368 \text{mm}$$

c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 = 0.0134 mm$$







Medición de longitud final (Lf)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

N°	M	ledidas (mm)	por analist	a
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$







c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

Para probetas redondas

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U_a^2 + U_a^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 + 0.0075^2 = 0.015mm$$

Para probetas planas

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U_a^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 + 0.0007^2 = 0.0134mm$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del alargamiento final se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $L_f = 68.85mm$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

 $L_{om} = 50mm$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

 $C_{L_f} = \frac{100}{L_{om}} = \frac{100}{50} = 2mm^{-1}$ Para probetas redondas

$$C_{L_{om}} = -\frac{L_f 100}{L_{om}^2} = -\frac{69.1(100)}{50^2} = -2.764 mm^{-1}$$
 Para probetas redondas





$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{L_f}^2 \cdot \mu_{vernier}^2 + C_{L_{om}}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{2^2 x 0.015^2 + 2.764^2 x 0.0134^2} = 0.047\%$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

Para incorporar las diferentes contribuciones a la incertidumbre combinada del esfuerzo de fluencia se necesita conocer el coeficiente de sensibilidad de cada fuente en base al modelo matemático planteado para esta propiedad.

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

$$\begin{split} L_f &= 67.005mm \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ L_{om} &= 50mm \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ C_{L_f} &= \frac{100}{L_{om}} = \frac{100}{50} = 2mm^{-1} \quad \text{Para probetas redondas} \\ C_{L_{om}} &= -\frac{L_f 100}{L_{om}^2} = -\frac{67.005(100)}{50^2} = -2.68mm^{-1} \quad \text{Para probetas redondas} \\ U_{\sigma} &= \sqrt{C_{L_f}^2 \cdot \mu_{vernier}^2 + C_{L_{om}}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{2^2 x 0.0134^2 + 2.68^2 x 0.0134^2} = 0.045\% \end{split}$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.047) = 0.094\%$$

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.045) = 0.09\%$$







4.5 INCERTIDUMBRE JUNTANDO LAS DOS MAQUINAS.

Fluencia:

Probetas Redondas

En esta corrida unimos los resultados obtenidos en fluencia para las probetas redondas en las dos maquinas y aplicamos el método usado anteriormente para hallar la incertidumbre:

a) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:



b) Incertidumbre de la calibración:

$$U_C = \frac{0.020}{2} = 0.010 kN$$







c) Incertidumbre debida a deriva:

$$U_D = \frac{|0.42 - 0.09|}{\sqrt{3}} = 0.2kN$$

d) Incertidumbre debida al proceso de medida:

Fuerz	Rangos			
40.6	41	45.1	46.4	5.8
45.2	44.6	44.2	41.4	3.8
45.4	51.4	40.2	41.2	11.2
42.5	39.8	45.2	42.6	5.4
39.6	39.4	39.3	39.3	0.3

 $U_P = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{11.2}{\sqrt{3}} = 6.5kN$

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.010^2 + 0.44^2 + 6.5^2 = 6.52kN$$

Medición del área

e) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5 \,\mu m$$

f) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$







g) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_{d} = \sqrt{U_{R}^{2} + U_{repetibilidad}^{2} + U^{2}} = 0.00288^{2} + 0.011368^{2} + 0.0065^{2} = 0.0134mm$$

Para probetas redondas

$$\frac{|\text{Error! Marcador no definido.} S_e = \frac{\pi d^2}{4}}{2} = \frac{3.1416x12.454x0.0134}{2} = 0.26mm^2$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_a}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

$$F_x = 39.96kN$$
 Es el promedio tomado de las probetas redondas

$$S_e = 121.71mm^2$$
 Es el promedio tomado de las probetas redondas

$$C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{121.71} = 0.00822mm^{-2}$$
 Para probetas redondas

$$C_{S_e} = -\frac{F}{S_e^{-2}} = \frac{-39.96}{121.71^2} = -0.00269 \frac{kN}{mm^4}$$
 Para probetas redondas

$$U_\sigma = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{0.0082^2 x 6.52^2 + 0.00269^2 x 0.26^2} = 0.05MPa$$

CC Some rights reserved





Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.05) = 0.1 MPa$$

Probetas Planas

a) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:



b) Incertidumbre de la calibración:

$$U_C = \frac{0.020}{2} = 0.010 kN$$

c) Incertidumbre debida a deriva:

$$U_D = \frac{|0.42 - 0.09|}{\sqrt{3}} = 0.2kN$$



Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis





d) Incertidumbre debida al proceso de medida:

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{2.6}{\sqrt{3}} = 1.5kN$$

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.010^2 + 0.37^2 + 1.5^2 = 2.43kN$$

Medición del área

e) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

f) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

g) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_d^2 = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 = 0.0134mm$$

Para probetas planas

<u>¡Error! Marcador no definido.</u> $S_e = a.b$

$$u_s = a.u_d + bu_d = 12.454 \times 0.0134 + 4.62 \times 0.0134 = 0.23 mm^2$$







Incertidumbre combinada para probetas planas:

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_{x} = 20.51kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $S_{e} = 57.5mm^{2}$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $C_{F_{x}} = \frac{1}{S_{e}} = \frac{1}{57.5} = 0.02mm^{-2}$ Para probetas redondas $C_{S_{e}} = -\frac{F}{S_{e}^{2}} = \frac{-20.51}{57.5^{2}} = -0.0062 \frac{kN}{mm^{4}}$ Para probetas redondas $U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_{x}}^{2} \cdot \mu_{fuerza}^{2} + C_{S_{e}}^{2} \cdot \mu_{vernier}^{2}} = \sqrt{0.02^{2} x 2.43^{2} + 0.0062^{2} x 0.23^{2}} = 0.05MPa$

Incertidumbre expandida:

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.05) = 0.1 MPa$$







Esfuerzo Máximo:

Probetas Redondas

a) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:



b) Incertidumbre de la calibración:

$$U_C = \frac{0.020}{2} = 0.010 kN$$

c) Incertidumbre debida a deriva:

$$U_D = \frac{|0.42 - 0.09|}{\sqrt{3}} = 0.2kN$$





[Fuerzas en probetas redondas	

d) Incertidumbre debida al proceso de medida:

Fuerzas en probetas redondas			Rangos	
58.4	58.61	58.54	57.94	0.67
57.62	58.65	58.1	58.105	1.03
57.83	57.97	58.54	58.4	0.71
57.6	58.5	58.34	58.31	0.9
58.36	58.34	58.9	58.44	0.56

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{1.03}{\sqrt{3}} = 0.595kN$$

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.010^2 + 0.362^2 + 0.595^2 = 0.725kN$$

Medición del área

e) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5 \,\mu m$$

f) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

g) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_d = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 = 0.0134mm$$





Para probetas redondas

$$\frac{i\text{Error! Marcador no definido. } S_e = \frac{\pi d^2}{4}}{2}$$
$$u_{s_e} = \frac{\pi du_d}{2} = \frac{3.1416x12.454x0.0134}{2} = 0.26mm^2$$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_1}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_x = 58.4 kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $S_e = 121.71 mm^2$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

$$C_{F_x} = \frac{1}{S_e} = \frac{1}{121.71} = 0.00822 mm^{-2}$$
 Para probetas redondas
 $C_{S_e} = -\frac{F}{S_e^{-2}} = \frac{-58.4}{121.71^2} = -0.0039 \frac{kN}{mm^4}$ Para probetas redondas

$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_x}^2 \cdot \mu_{fuerza}^2 + C_{S_e}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{0.0082^2 \times 0.725^2 + 0.0039^2 \times 0.26^2} = 0.006MPa$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.006) = 0.012MPa$$







Probetas Planas

a) Incertidumbre obtenida de la



b) Incertidumbre de la calibración:

$$U_C = \frac{0.020}{2} = 0.010 kN$$

c) Incertidumbre debida a deriva:

$$U_D = \frac{|0.42 - 0.09|}{\sqrt{3}} = 0.2kN$$





Fue	erzas en prob	etas planas		Rangos
27.81	27.66	27.95	27.7	0.15
27.4	27.34	27.2	27.2	0.2
27.46	27.51	27.4	27.92	0.52
27.15	27.23	27.18	27.36	0.18
27.93	27.2	26.85	26.91	1.02

d) Incertidumbre debida al proceso de medida:

$$U_{P} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{3}} = \frac{1.02}{\sqrt{3}} = 0.589kN$$

$$u_{fuerza} = \sqrt{U_D^2 + U_C^2 + U_a^2 + U_P^2} = 0.2^2 + 0.010^2 + 0.3^2 + 0.589^2 = 0.7kN$$

Medición del área

e) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

f) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

g) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_{d} = \sqrt{U_{R}^{2} + U_{repetibilidad}^{2} + U^{2}} = 0.00288^{2} + 0.011368^{2} + 0.0065^{2} = 0.0134mm$$



Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis



Para probetas planas

<u>¡Error! Marcador no definido.</u> $S_e = a.b$

$$u_s = a.u_d + bu_d = 12.454 \times 0.0134 + 4.62 \times 0.0134 = 0.23 mm^2$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

$$\sigma_f = \frac{F_X}{S_e}$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $F_{x} = 27.51kN$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $S_{e} = 57.5mm^{2}$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $C_{F_{x}} = \frac{1}{S_{e}} = \frac{1}{57.5} = 0.02mm^{-2}$ Para probetas redondas $C_{S_{e}} = -\frac{F}{S_{e}^{2}} = \frac{-27.51}{57.5^{2}} = -0.00832 \frac{kN}{mm^{4}}$ Para probetas redondas $U_{\sigma} = \sqrt{C_{F_{x}}^{2} \cdot \mu_{fuerza}^{2} + C_{S_{e}}^{2} \cdot \mu_{vernier}^{2}} = \sqrt{0.02^{2} x 0.7^{2} + 0.00832^{2} x 0.23^{2}} = 0.014MPa$

Incertidumbre expandida:

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.014) = 0.028MPa$$







Deformación plástica final

<u>Redondas</u>



Medición de longitud inicial (Lom)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:





N°	М	edidas (mm)	por analist	a
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_R = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 = 0.0134mm$$







Medición de longitud final (Lf)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

N°	M	ledidas (mm)	por analist	a
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$







c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

Para probetas redondas

 $u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U_a^2 + U_a^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 + 0.011^2 = 0.02mm$

Incertidumbre combinada para probetas redondas:

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

 $L_f = 68.85mm$ Es el promedio tomado de las probetas redondas $L_{om} = 50mm$ Es el promedio tomado de las probetas redondas

$$C_{L_f} = \frac{100}{L_{om}} = \frac{100}{50} = 2mm^{-1}$$
 Para probetas redondas
 $C_{L_{om}} = -\frac{L_f 100}{L_{om}^2} = -\frac{69.1(100)}{50^2} = -2.764mm^{-1}$ Para probetas redondas

$$U_{\sigma} = \sqrt{C_{L_f}^2 \cdot \mu_{vernier}^2 + C_{L_{om}}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{2^2 x 0.02^2 + 2.764^2 x 0.0134^2} = 0.05\%$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas redondas:

$$U = k u_c = 2(0.05) = 0.1\%$$





<u>Planas</u>



Medición de longitud inicial (Lom)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:

$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5\,\mu m$$

b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD





N٥	。 Medidas (m		por analist	ta
	DM	JS	AR	RH
1	50.04	50.04	50.08	50.04
2	50.05	50.04	50.05	50.06
3	50.04	50.04	50.05	50.06
4	50.05	50.03	50.08	50.05
5	50.04	50.04	50.05	50.04
6	50.04	50.05	50.05	50.05
7	50.04	50.05	50.06	50.03
8	50.04	50.04	50.06	50.05
9	50.04	50.04	50.07	50.05
10	50.05	50.04	50.06	50.04

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$

 $u_{vernier} = U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2 = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 = 0.0134mm$ Medición de longitud final (Lf)

a) Incertidumbre obtenida del certificado de calibración:

Se tiene una incertidumbre en el certificado LLA-066-2007, este dato puede ser utilizado para encontrar la incertidumbre estándar del vernier, de la siguiente manera:





$$U = \frac{U_{certificado}}{k} = \frac{13}{2} = 6.5 \,\mu m$$

b) Incertidumbre obtenida de la repetibilidad:

Se tienen datos de mediciones hechas por diferentes analistas con el vernier con estos datos obtendremos la incertidumbre tipo A, de la siguiente manera:

NI ^o	Medidas (mm) por analista				
	DM	JS	AR	RH	
1	50.04	50.04	50.08	50.04	
2	50.05	50.04	50.05	50.06	
3	50.04	50.04	50.05	50.06	
4	50.05	50.03	50.08	50.05	
5	50.04	50.04	50.05	50.04	
6	50.04	50.05	50.05	50.05	
7	50.04	50.05	50.06	50.03	
8	50.04	50.04	50.06	50.05	
9	50.04	50.04	50.07	50.05	
10	50.05	50.04	50.06	50.04	

DATOS REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

$$U_{repetibilidad} = \frac{1}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = 0.011368 \text{mm}$$

c) Incertidumbre debido a la resolución del vernier:

En el certificado de calibración LLA-066-2007 del vernier encontramos el valor de resolución del instrumento que nos proporciona la siguiente incertidumbre a la medida:

$$U_{R} = \frac{0.01}{\sqrt{12}} = 0.00288mm$$



Tesis publicada con autorización del autor Algunos Derechos Reservados. No olvide citar esta tesis





Para probetas planas

$$u_{vernier} = \sqrt{U_R^2 + U_{repetibilidad}^2 + U^2 + U_a^2} = 0.00288^2 + 0.011368^2 + 0.0065^2 + 0.0076^2 = 0.015 mm$$

Incertidumbre combinada para probetas planas:

$$A_{pm} = \frac{L_f - L_{om}}{L_{om}} 100$$

Los valores promedio de cada una de las magnitudes de entrada son:

$$\begin{split} L_f &= 67.005 mm \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ L_{om} &= 50 mm \quad \text{Es el promedio tomado de las probetas planas} \\ C_{L_f} &= \frac{100}{L_{om}} = \frac{100}{50} = 2mm^{-1} \quad \text{Para probetas redondas} \\ C_{L_{om}} &= -\frac{L_f 100}{L_{om}^2} = -\frac{67.005(100)}{50^2} = -2.68 mm^{-1} \quad \text{Para probetas redondas} \\ U_{\sigma} &= \sqrt{C_{L_f}^2 \cdot \mu_{vernier}^2 + C_{L_{om}}^2 \cdot \mu_{vernier}^2} = \sqrt{2^2 x 0.015^2 + 2.68^2 x 0.0134^2} = 0.05\% \end{split}$$

Incertidumbre expandida:

Para probetas planas:

$$U = k u_c = 2(0.05) = 0.1\%$$



TESIS PUCP



CONCLUSIONES

1. Mediante este método para hallar incertidumbre se pueden tener en cuenta gran cantidad de variables que influyen en el resultado y que antes no se tenia en cuenta, permitiendo estimar no solo la naturaleza de lo que se mide sino el procedimiento seguido. Es la gran diferencia con la forma de hallar la incertidumbre en años anteriores, pues antes solo se media la dispersión de los ensayos, obteniendo un intervalo mas amplio donde podía encontrarse el valor real de la medida, sin tomar en cuenta el procedimiento seguido.

2. El material con el que se trabaja es ASTM A36 sin tratamiento térmico y demuestra una mayor dispersión en sus resultados y esto se puede apreciar más en la fluencia (en cuyos gráficos de diagrama esfuerzo-deformación se nota una gran variación en los picos de fluencia). Aun así, es mejor trabajar con este tipo de material que con un acero con tratamiento térmico pues para el estudio de incertidumbre un material con tratamiento disminuiría estos resultados demasiado dando incertidumbres insignificantes de reportar y no dándonos ningún dato sobre que factor influye mas en la medida.

3. Las diferencias de resultados existentes para las probetas redondas y planas tanto para la fluencia como para el esfuerzo máximo, dependen de la heterogeneidad existente en el material así como en las formas de las probetas y estas diferencias se notan mas en la fluencia que es donde mas se pueden notar las diferencias de propiedades existentes en las probetas.

4. La principal contribución a la incertidumbre estándar proviene de la incertidumbre debido al proceso de medida esto se debe a que el centrado de las probetas en las maquinas no es el perfecto y que las probetas de ensayo presentan desviaciones de forma y dimensiones. Aun así, este factor no afecta de manera significativa a los resultados pues en el laboratorio existe un buen procedimiento para realizar los ensayos y además se cuenta con la experiencia de los analistas para seguir este procedimiento.





5. Para efectos de reportes a cliente, queda demostrado que se podría trabajar con valores de incertidumbre para cada tipo de probeta sin importar en que maquina se realizo el ensayo, es decir una incertidumbre general de laboratorio para cada tipo de probeta pues estos valores se encuentran acordes a lo que se pide en la norma ASTM E029. Para efectos de investigación si se debería analizar la incertidumbre en cada maquina pues nos ofrece valores del procedimiento realizado en cada una de estas.

6. Como se ha dicho el procedimiento de cálculo para la incertidumbre presentado en este documento depende en su mayor parte de la naturaleza de lo que se mide pero además del método y procedimiento de medición. Por esta razón, la calidad y el uso de la incertidumbre asociada a lo que se quiere medir dependerá de la honestidad, experiencia y criterio de quienes contribuyeron a su cálculo y de aquellos que harán uso de la información.

7. Las siguientes tablas son un resumen de los resultados finales obtenidos en el trabajo:

Maquina ZWICK					
Esfuerzo	de fluencia				
	Probetas Probetas				
Fuentes	redondas	planas			
Fuerza (kN)					
Repetibilidad	0.7245	0.241			
Calibración	0.01	0.01			
Resolución	0.000289	0.000289			
Deriva	0.03	0.03			
Proceso de medida	1.57	0.364			
Área (mm)					
Certificado de calibración	0.0065	0.0065			
Repetibilidad	0.011368	0.011368			
Resolución del vernier	0.00289	0.00289			
Incertidumbre combinada					
(MPa)	0.014	0.0066			
Incertidumbre expandida					
(MPa)	0.028	0.0132			





Maquina ZWICK Esfuerzo Máximo		
Fuentes	redondas	planas
Fuerza (kN)		
Repetibilidad	0.35	0.22
Calibración	0.01	0.01
Resolución	0.000288	0.000288
Deriva	0.03	0.03
Proceso de medida	0.595	0.364
Área (mm)		
Certificado de calibración	0.0065	0.0065
Repetibilidad	0.011368	0.011368
Resolución del vernier	0.00288	0.00288
Incertidumbre combinada		
(MPa)	0.00576	0.011
Incertidumbre expandida (MPa)	0.011	0.022

Maquina ZWICK			
Deformación plástica final			
	Probetas	Probetas	
Fuentes	redondas	planas	
Longitud inicial (mm)			
Certificado de calibración	0.0065	0.0065	
Repetibilidad	0.0113698	0.0113698	
Resolución del vernier	0.00288	0.00288	
Longitud final (mm)			
Repetibilidad	0.00143	0.00143	
Certificado de calibración	0.0065	0.0065	
Repetibilidad	0.0113698	0.011369	
Resolución del vernier	0.00288	0.00288	
Incertidumbre combinada (%)	0.047	0.045	
Incertidumbre expandida (%)	0.094	0.09	

Maquina MFL			
Esfuerzo de fluencia			
	Probetas	Probetas	
Fuentes	redondas	planas	
Fuerza (kN)			
Repetibilidad	2.475	0.652	
Calibración	0.01	0.01	
Resolución	no existe	no existe	
Deriva	0.2	0.2	
Proceso de medida	6.5	1.5	
Área (mm)			
Certificado de calibración	0.065	0.065	
Repetibilidad	0.011368	0.011368	





Resolución del vernier	0.00289	0.00289
Incertidumbre combinada		
(MPa)	0.057	0.03
Incertidumbre expandida		
(MPa)	0.114	0.06

Maquina MFL			
Esfuerzo Máximo			
	Probetas	Probetas	
Fuentes	redondas	planas	
Fuerza (kN)	PAIRS		
Repetibilidad	0.362	0.34	
Calibración	0.01	0.01	
Resolución	no existe	no existe	
Deriva	0.2	0.2	
Proceso de medida	0.58	0.58	
Área (mm)			
Certificado de calibración	0.0065	0.0065	
Repetibilidad	0.011368	0.011368	
Resolución del vernier	0.00289	0.00289	
Incertidumbre combinada			
(MPa)	0.006	0.012	
Incertidumbre expandida			
(MPa)	0.012	0.024	

Maquina MFL			
Deformación plástica final			
	Probetas	Probetas	
Fuentes	redondas	planas	
Longitud inicial (mm)			
Certificado de calibración	0.0065	0.0065	
Repetibilidad	0.0113698	0.0113698	
Resolución del vernier	0.00288	0.00288	
Longitud final (mm)			
Repetibilidad	0.0075	0.0065	
Certificado de calibración	0.0065	0.0065	
Repetibilidad	0.011368	0.011368	
Resolución del vernier	0.00288	0.00288	
Incertidumbre combinada (%)	0.047	0.045	
Incertidumbre expandida (%)	0.094	0.09	





BIBLIOGRAFÍA

- 1. Ignacio Lira Canguilhem (1997). UNA SANA MEDIDA metrología y calidad industrial
- American Society for Testing of Materials, Standard Test Methods and Definitions For Mechanical Testing Of Steel Products ASTM A 370 – 08a
- INDECOPI-CRT. Directriz para la estimación y expresión de la incertidumbre de la medición.
- Asunción Morales Hortelano (2008). Estudio de la incertidumbre del resultado de las medidas obtenidas en ensayos de acero. El ensayo de tracción. "Ingeniería Civil: CEDEX" 151/2008
- V. Díaz y C. López (2005). Estudio de la incertidumbre en la velocidad de corrosión atmosférica en acero de bajo carbono. Rev. Metal. Madrid Vol. Extr. (2005) 441-448
- 6. S. Trujillo y R. Arias (2002). Incertidumbre en la calibración de un matraz volumétrico. CENAM. México, octubre de 2002
- 7. Douglas C. Montgomery (2002), Diseño y Análisis de experimentos
- Box, George E.P (1999), Estadística para investigadores: introducción al diseño de experimentos, análisis de datos y construcción de modelos
- 9. Pérez López, Cesar (1999). Control estadístico de la calidad: teoría, práctica y aplicaciones informáticas.

CC Some rights reserved



- 10. Julio R. Lazarte Gamero (1994). Propiedades Mecánicas y Ensayos de Materiales. TESIS
- 11. Douglas C. Montgomery (1991), Introducción al control estadístico de la calidad
- 12. Hector Gonzáles Muñoz, "Incertidumbre en la calibración de calibradores tipo vernier". Cenam
- 13. W. Schmid y R. Lazos, "Guía para Estimar la Incertidumbre de la Medición, Centro Nacional de Metrología". México, mayo 2000.
- 14. Vocabulario internacional de términos básicos y generales utilizados en metrología (VIM). Organización internacional de normalización, 1993
- 15. Schey John A. Procesos de manufactura. McGraw-Hill, 2002
- 16. Gonzáles Gonzáles, Carlos. Metrología. McGraw-Hill, 1998
- 17. Siroji, Rajpal. Speckle metrology. New York Decker, 1993
- Herrera de la cruz, Víctor. Metrología: ciencia de la medición. Rev. Calidad y excelencia Año 4, no 19. p 38 – 44

