

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**MODELADO NUMÉRICO DE LA VIBRACIÓN
INDUCIDA POR FLUJO TURBULENTO EN TUBERÍAS
HORIZONTALES MEDIANTE MODELOS
MULTIFÍSICOS**

Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Ingeniería Mecánica
que presenta:

Michael Anderson Blas Cajas

Asesor:

Rosendo Franco Rodríguez

Lima, 2024

Informe de Similitud

Yo, Rosendo Franco Rodríguez, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada “Modelado numérico de la vibración inducida por flujo turbulento en tuberías horizontales mediante modelos multifísicos”, del autor Michael Anderson Blas Cajas, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 13%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 29/07/2024.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha:

San Miguel 29 de julio de 2024

Apellidos y nombres del asesor: Franco Rodríguez, Rosendo	
DNI: 44623918	Firma
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4335-8523	

RESUMEN

En el presente trabajo se modela numéricamente la vibración inducida por flujo interno turbulento en tuberías horizontales biempotradas utilizando modelos multifísicos. Existen pocos trabajos que exploren la vibración inducida por flujo utilizando este enfoque, a su vez que no presentan una metodología clara para su aplicación. Este trabajo se centra en la definición de un modelo numérico detallado del fenómeno, que consta del modelado del flujo, la tubería y su interacción. En el modelo numérico del flujo, se empleó el Método de Volúmenes Finitos junto con el modelo de turbulencia tipo LES, WMLES S-Omega. Se aplicó la condición de periodicidad para reducir el costo computacional de simular un flujo turbulento completamente desarrollado. En el modelo numérico de la tubería, se empleó el Método de los Elementos Finitos junto al método de integración temporal HHT- α generalizado. Se consideró el modelo elástico-lineal para el material de la tubería. En el modelo de la interacción fluido-estructura, se empleó el acoplamiento unidireccional (*1-way*) modificando la densidad de la tubería para incluir el efecto de la inercia del fluido. La implementación del modelo numérico definido se realizó en el software ANSYS 2020 R1. Posteriormente, se aplicó el modelo implementado para evaluar la influencia de la velocidad del flujo en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería. Se consideró una tubería horizontal biempotrada de PVC, de 20,4 mm de diámetro y 1,53 m de largo, que transporta agua como fluido, considerando cuatro velocidades de flujo distintas. Los resultados de esta aplicación muestran una adecuada correspondencia con estudios experimentales y analíticos al determinar las amplitudes y frecuencias fundamentales de vibración del sistema, y capturar el aumento de la amplitud de vibración conforme se incrementa la velocidad del flujo. Esto sugiere que el modelo numérico definido es adecuado y puede ser una herramienta importante para estudiar el fenómeno de vibración inducida por flujo en tuberías.

Palabras clave: vibración inducida por flujo, interacción fluido estructura, simulación multifísica, FIV, CFD, FEM, FSI.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	6
1.1. Vibración inducida por flujo en tuberías	7
1.2. Flujo turbulento	8
1.2.1. Número de Reynolds	10
1.2.2. Longitud de desarrollo y esfuerzo cortante	10
1.2.3. Capa límite.....	11
1.3. Influencia del flujo turbulento en FIV	13
1.4. Enfoques en el estudio FIV	15
1.4.1. Estudios experimentales	15
1.4.2. Análisis unidimensional	16
1.4.3. Simulación multifísica.....	18
1.5. Dinámica de fluidos computacional	20
1.5.1. Modelos de turbulencia	20
1.5.2. Método de volúmenes finitos	24
1.5.3. Esquemas numéricos	24
1.5.4. Discretización	26
1.6. Mecánica estructural computacional	27
1.6.1. Método de elementos finitos	28
1.6.2. Integración temporal.....	30
1.6.3. Métodos de resolución.....	32
1.7. Acoplamiento Fluido-Estructura	33
1.8. Conclusiones parciales	35
CAPÍTULO 2 MODELADO DEL FLUJO TURBULENTO.....	37
2.1. Descripción del modelo	37
2.1.1. Dominio geométrico y material.....	37
2.1.2. Condiciones de contorno	38
2.1.3. Modelo de turbulencia	39
2.1.4. Discretización geométrica	40
2.1.5. Discretización temporal.....	42
2.1.6. Esquemas de solución.....	43

2.2.	Análisis de la discretización	43
2.2.1.	Análisis de la discretización geométrica	45
2.2.2.	Análisis de la discretización temporal	58
2.3.	Conclusiones parciales	61
CAPÍTULO 3 MODELADO ESTRUCTURAL DE LA TUBERÍA		64
3.1.	Descripción del modelo	64
3.1.1.	Dominio geométrico y material	64
3.1.2.	Condiciones de contorno	65
3.1.3.	Discretización geométrica	66
3.1.4.	Discretización temporal	66
3.1.5.	Modelo de amortiguamiento	67
3.1.6.	Esquemas de solución	68
3.2.	Análisis de la discretización	69
3.2.1.	Análisis de la discretización geométrica	69
3.2.2.	Análisis de la discretización temporal	75
3.3.	Conclusiones parciales	83
CAPÍTULO 4 MODELADO DE LA INTERACCIÓN FLUIDO ESTRUCTURA		85
4.1.	Descripción del modelo	85
4.1.1.	Condiciones de contorno	85
4.1.2.	Paso de tiempo	86
4.1.3.	Tipo de acoplamiento	86
4.1.4.	Malla dinámica del fluido	86
4.1.5.	Criterio de convergencia	87
4.2.	Análisis del tipo de acoplamiento	87
4.2.1.	Acoplamiento <i>1-way</i>	89
4.2.2.	Acoplamiento <i>2-way</i>	90
4.2.3.	Acoplamiento <i>1-way</i> con densidad modificada	91
4.2.4.	Comparación de resultados	93
4.3.	Conclusiones parciales	95
CAPÍTULO 5 APLICACIÓN DEL MODELO EN LA EVALUACIÓN FIV DE UNA TUBERÍA		97
5.1.	Descripción de los casos de estudio	97

5.2.	Aplicación del modelo numérico.....	98
5.3.	Resultados y discusión	101
5.4.	Conclusiones parciales	107
CONCLUSIONES.....		108
RECOMENDACIONES.....		110
REFERENCIAS		111



INTRODUCCIÓN

La Vibración Inducida por Flujo en tuberías comenzó a investigarse alrededor de los años 50 a raíz de un incidente reportado en uno de los oleoductos de la *Trans-Arabian Line Company* (Ashley & Haviland, 1950). El fenómeno de Vibración Inducida por Flujo está presente en importantes industrias, como la del petróleo, del gas o nuclear. Diversos problemas provocados por la Vibración Inducida por Flujo en sistemas de tuberías pueden desencadenar en terribles pérdidas económicas, ambientales y humanas (Blevins, 2001). En tal sentido, la comprensión de este fenómeno y la adecuada predicción de la respuesta vibratoria es esencial para prevenir tales consecuencias (Païdoussis, 2014).

Las vibraciones mecánicas en general se refieren a oscilaciones o movimientos repetitivos de un sistema mecánico alrededor de una posición de equilibrio. La inercia, rigidez y amortiguamiento definen el comportamiento dinámico del sistema ante excitaciones externas (Rao, 2016). Entre los parámetros dinámicos de mayor interés se encuentran las amplitudes y frecuencias de vibración. Por ejemplo, normas y códigos (como la ISO 20816, DIN 4150, entre otros) utilizan las amplitudes para limitar la vibración permisible. Por su parte, el análisis de frecuencias ayuda a prever problemas como la resonancia o la pérdida de estabilidad. Las excitaciones en sistemas mecánicos pueden ser de diferente tipo, tales como: armónicas, periódicas, impulsivas o aleatorias. Asimismo, la fuente de estas excitaciones puede ser extrínseca, como la vibración inducida por máquinas o sistemas aledaños; o intrínseca, como la vibración inducida por flujos (Blevins, 2001).

En la Vibración Inducida por Flujo (FIV), la vibración del sistema flujo-estructura tiene lugar debido a los efectos dinámicos que se transmiten entre el flujo y la estructura. En el caso de la Vibración Inducida por Flujo Turbulento, las fuerzas dinámicas que originan la vibración son producidas por la turbulencia del flujo, es decir, por las fluctuaciones de las variables fluidodinámicas (Blevins, 2001; Païdoussis, 2014). El principal interés en el estudio del fenómeno FIV en tuberías es determinar la influencia de los parámetros del flujo en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería, como las amplitudes y frecuencias de vibración (Ortiz-Vidal & Hernandez, 2011).

Entre los enfoques utilizados para evaluar el fenómeno FIV en tuberías, se encuentra la formulación analítica unidimensional, que modela flujo y tubería mediante ecuaciones

diferenciales unidimensionales. El resultado de este modelado es una ecuación de movimiento que representa la dinámica del sistema (An & Su, 2015; Païdoussis, 2014). Aunque este enfoque ha permitido avances significativos, presenta limitaciones para predecir la amplitud de la vibración del sistema. Por otro lado, estudios han demostrado que es posible abordar diversos problemas de Interacción Fluido Estructura (FSI, por sus siglas en inglés), como lo son los problemas FIV, mediante simulación multifísica acoplada (Kaneko *et al.*, 2014; Liu *et al.*, 2018; Pei *et al.*, 2012). Este enfoque también es conocido como simulación FSI.

La simulación multifísica acoplada, o simulación FSI, consiste en resolver numéricamente un problema que involucra dos o más problemas físicos intercambiando resultados entre cada uno de ellos. Hoy en día, los avances en métodos computacionales permiten determinar las fuerzas dinámicas ejercidas por flujos turbulentos, como las técnicas de la Dinámica de Fluidos Computacional (Versteeg & Malalasekera, 2007). De forma similar, para evaluar la respuesta dinámica de una estructura, se utilizan técnicas de la Mecánica Estructural Computacional (Zienkiewicz & Taylor, 2013). Asimismo, se han desarrollado técnicas o algoritmos que intercambian los resultados de estos campos para acoplar fluido y estructura (Kaneko *et al.*, 2014).

A pesar de estos avances, pocos trabajos han evaluado el fenómeno de vibración inducida por flujo turbulento monofásico en tuberías utilizando simulación multifísica FSI. Entre estos, Pittard (2003) evaluó el efecto del flujo turbulento al interior de una tubería recta, con lo que logró caracterizar la vibración de la tubería en función de la velocidad del flujo. Shurtz (2009) continuó dicho estudio en el que evaluó la vibración generada por flujo turbulento en tuberías con diferentes características geométricas y propiedades mecánicas. Loh *et al.* (2013) estudiaron la respuesta dinámica de una tubería en U que transporta flujo. Pontaza *et al.* (2013) evaluaron los esfuerzos y deflexiones en un *jumper* . Por su parte, Chica *et al.* (2016) evaluaron los esfuerzos y deformaciones en una tubería recta y en un *jumper* .

Algunos de estos trabajos no presentan una metodología clara para la aplicación de su modelo y otros carecen de validación experimental. Con el propósito de aportar a este tópico, en la presente tesis se define el modelado numérico para evaluar la vibración inducida por flujo interno turbulento en tuberías utilizando simulación FSI. Asimismo, no existe un consenso sobre el tipo de acoplamiento más adecuado para evaluar la vibración inducida por flujo en

tuberías mediante simulación FSI. En ese sentido, otro de los aportes del presente trabajo es el análisis del tipo de acoplamiento para abordar el fenómeno FIV en tuberías.

Objetivo General

- Realizar el modelado de la vibración inducida por flujo interno turbulento en tuberías horizontales utilizando simulación numérica multifísica.

Objetivos Específicos

- Revisar literatura sobre el fenómeno de vibración inducida por flujo en tuberías y los conceptos relacionados con simulación numérica multifísica.
- Definir el modelo del flujo turbulento que permita obtener las fuerzas dinámicas que este ejerce sobre la pared de la tubería.
- Definir el modelo estructural de la tubería que permita determinar la respuesta vibratoria de la tubería a partir de fuerzas dinámicas genéricas sobre su pared.
- Definir el modelo de la interacción fluido-estructura (acoplamiento) que permita transmitir los efectos de un dominio físico sobre el otro.
- Aplicar el modelo definido para evaluar la influencia de la velocidad del fluido en la respuesta vibratoria del sistema flujo-estructura.

Metodología

El presente trabajo se realiza en cinco etapas, las cuales se describen a continuación:

- Revisión bibliográfica: En esta primera etapa se revisa la bibliografía especializada sobre la vibración inducida por flujo turbulento en tubería discutiendo sus características y la importancia del flujo en el fenómeno. Luego, se exploran los enfoques utilizados para el estudio del fenómeno FIV, con especial atención en la simulación numérica multifísica. Posteriormente, se estudian las técnicas numéricas necesarias para analizar FIV en tuberías mediante simulación FSI. Finalmente, se

estudia el concepto de acoplamiento, que permite intercambiar los efectos de ambos dominios. Se concluye la necesidad de desarrollar las tres etapas siguientes.

- Modelado del flujo turbulento: En la segunda etapa se define el modelo numérico del flujo turbulento que permite obtener las fuerzas dinámicas que ejerce sobre la pared interna de la tubería, empleando técnicas de la Dinámica de Fluidos Computacional. La revisión bibliográfica permite definir varios de los aspectos del modelado. Para culminar la definición de dicho modelo se realizan análisis numéricos para la discretización espacial y temporal.
- Modelado estructural de la tubería: En la tercera etapa se define el modelo numérico estructural de la tubería que permite determinar su respuesta vibratoria a partir de fuerzas dinámicas genéricas sobre su pared, empleando técnicas de la Mecánica Estructural Computacional. La revisión de la literatura contribuye a definir varios aspectos del modelo numérico. Finalmente, para definir la discretización espacial y temporal se realizan estudios numéricos propios. Con esta etapa y la anterior es posible abordar la siguiente etapa.
- Modelado de la interacción fluido-estructura: En esta etapa se define el modelo de la interacción fluido-estructura (acoplamiento) que permite transmitir los efectos de un dominio físico sobre el otro. Se definen varios de estos aspectos a partir de aplicaciones previas reportadas en literatura especializada y recomendaciones. Luego, se determina el tipo de acoplamiento más adecuado a partir de estudios numéricos propios. Con esto, se termina de definir el modelo numérico para evaluar la vibración inducida por flujo en tuberías.
- Aplicación del modelo numérico: En la etapa final se aplica el modelo numérico definido previamente en las etapas previas para evaluar la influencia de la velocidad del fluido en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería. Específicamente, en términos de la frecuencia fundamental y amplitud, lo cual permite validar el modelo numérico definido.

Alcance

Se define un modelado numérico para evaluar vibración inducida por flujo en tuberías empleando modelos multifísicos. En específico, el alcance de este trabajo se centra en tuberías en posición horizontal que transportan flujo newtoniano monofásico. Esta posición de la tubería es la más común en el transporte de fluidos. Asimismo, se ha encontrado en la literatura resultados experimentales de la respuesta vibratoria de un sistema flujo-tubería con esas características, las cuales se utilizan para validar el modelo numérico propuesto en este trabajo. Los resultados de esta investigación contribuirán al tópico de la vibración inducida por flujo en tuberías, proporcionando un modelo numérico validado experimentalmente que permita evaluar la respuesta vibratoria de tuberías sometidas a flujo interno turbulento.

Esquema de la tesis

En el Capítulo 1 se introduce el fenómeno de vibración inducida por flujo. Se describe la influencia del flujo en el fenómeno, así como los parámetros de interés. Luego, se presentan las técnicas relacionadas con la simulación FSI. La definición del modelo del flujo turbulento se presenta en el Capítulo 2. El modelo de turbulencia y las discretizaciones espacial y temporal son detalladas en este capítulo. A continuación, en el Capítulo 3 se muestra la definición del modelo estructural de la tubería. Las condiciones de contorno y la discretización se muestran con mayor atención. Posteriormente, en el Capítulo 4 se presenta el proceso de definición del modelo de la interacción fluido-estructura. Se presta especial atención en el análisis del tipo de acoplamiento, que es uno de los aportes principales del presente trabajo. Finalmente, en el Capítulo 5, se muestra los resultados de aplicar el modelo definido. Se muestra la influencia de la velocidad del flujo en la vibración inducida por flujo.

CAPÍTULO 1

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Todo flujo que interactúa con una estructura puede ocasionar vibraciones destructivas en esta. La Vibración Inducida por Flujo (FIV, por sus siglas en inglés) es un fenómeno que debe considerarse en los diseños y operaciones de máquinas, estructuras o sistemas mecánicos en general. Este tipo de fenómeno dinámico es de gran interés ya que puede presentarse en diferentes tipos de estructuras, como puentes, alas de avión, buques, intercambiadores de calor o sistemas de tuberías en general (Blevins, 2001).

La vibración inducida por flujo en tuberías se puede clasificar según la dirección del flujo respecto a la tubería: cruzado, cuando el flujo es perpendicular al eje de la tubería, y paralelo, cuando está en la misma dirección que el eje. Asimismo, la vibración inducida por flujo paralelo se puede dividir en flujo interno y externo, también conocidos como “en tubería” y “axial”, respectivamente (Miwa *et al.*, 2015; Ortiz-Vidal & Hernandez, 2011). Esta clasificación se ilustra en la Figura 1.1.

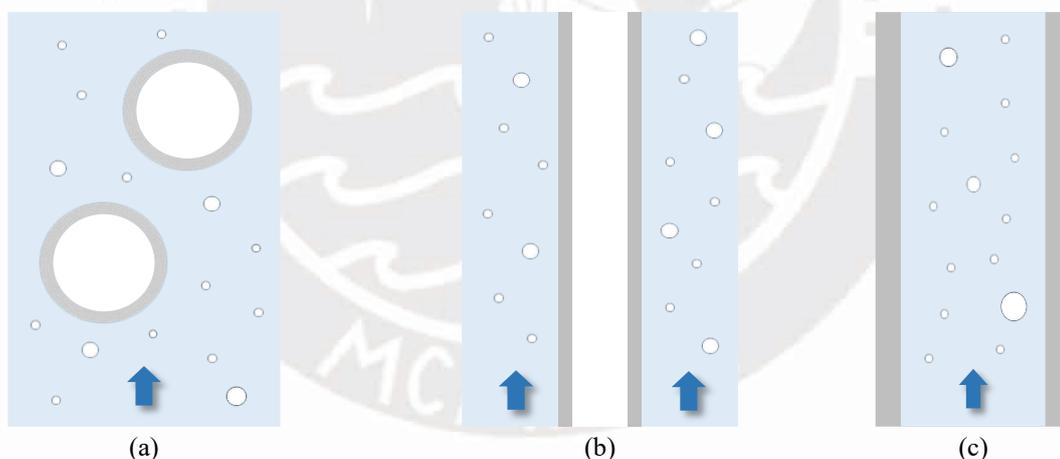


Figura 1.1: Vibración inducida por flujo (a) cruzado, (b) axial e (c) interno. Adaptado de Miwa *et al.* (2015).

El alcance de este trabajo se centra en evaluar vibración inducida por flujo turbulento en tubería. En la primera parte de este capítulo, se revisa dicho fenómeno discutiendo sus características, la importancia del flujo en el fenómeno y la influencia de los parámetros del flujo en la respuesta dinámica del sistema. Posteriormente, se exploran los enfoques utilizados para el estudio del fenómeno FIV, prestando especial atención a los estudios realizados mediante simulación numérica multifísica.

En la segunda parte de este capítulo, se revisan las técnicas numéricas necesarias para analizar FIV en tuberías mediante simulación numérica multifísica. En primer lugar, se examinan las técnicas numéricas que permiten modelar los dominios físicos que intervienen en el problema: el dominio fluido dinámico y el dominio estructural. Luego, se revisa el concepto de acoplamiento, que permite intercambiar los efectos de ambos dominios, así como las técnicas involucradas.

1.1. Vibración inducida por flujo en tuberías

El fenómeno de vibración inducida por flujo en tuberías empezó a ser estudiado en los años 50 por un incidente en un oleoducto de la *Trans-Arabian Pipeline Company* (Ashley & Haviland, 1950). Desde entonces, este fenómeno ha sido estudiado por su importante presencia en distintas industrias, como la del petróleo, del gas y nuclear (Païdoussis, 2014; Shoham, 2005).

En vibración inducida por flujo en tubería, el flujo y la tubería que lo contiene están acoplados a través de la pared interna de la tubería (conocida como interfaz). La interacción en este sistema flujo-estructura se ilustra en la Figura 1.2. Las fuerzas generadas por el flujo sobre la pared de la tubería ocasionan que esta se deforme elásticamente y vibre. En consecuencia, el flujo, al viajar por el interior de la tubería, participa de la vibración. Dicho de otro modo, la tubería deformada ejerce una reacción sobre el flujo (Blevins, 2001).

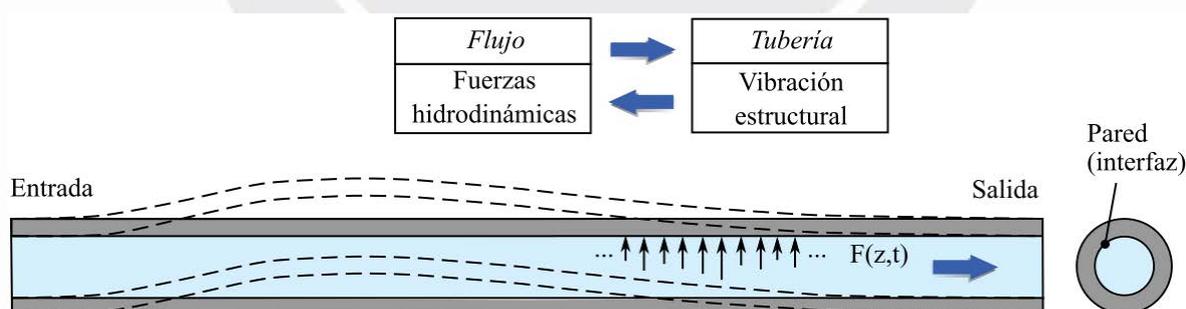


Figura 1.2: Interacción Fluido-Estructura en el sistema flujo-tubería. Adaptado de Ortiz-Vidal *et al.* (2017).

La ecuación de movimiento para un sistema dinámico, expresada en forma matricial, se presenta en la Ecuación 1.1, donde $[M]$, $[C]$ y $[K]$ representan las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema, respectivamente. El vector $\{Q\}$ representa el vector de desplazamiento estructural generalizado y $\{G\}$ es el vector de las fuerzas de excitación. En el lado izquierdo de la ecuación, el primer término representa las fuerzas inerciales; el segundo,

las fuerzas de amortiguamiento; mientras que, el tercero, las fuerzas elásticas o restauradoras (Païdoussis, 2014; Rao, 2016).

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [C]\{\dot{Q}\} + [K]\{Q\} = \{G\} \quad 1.1$$

Como en todo sistema vibratorio, la dinámica del sistema flujo-tubería se puede caracterizar mediante la ecuación dinámica de movimiento (Blevins, 2001; Miwa *et al.*, 2015). En particular, este sistema puede modelarse como un sistema dinámico amortiguado sometido a fuerzas externas (Chen, 1991; Païdoussis, 2014; Weaver *et al.*, 2000). La Ecuación 1.2 muestra la ecuación de movimiento para el caso del sistema flujo-tubería expresada en su forma matricial. En esta ecuación los términos con subíndices *-e-* y *-f-* representan los aportes de la estructura y el flujo a las matrices globales, respectivamente. Como se muestra en dicha ecuación, el flujo aporta, además de la excitación $\{G\}$, la masa hidrodinámica o “añadida”, $[M_f]$; el amortiguamiento, $[C_f]$; y la rigidez, $[K_f]$ (Ortiz-Vidal & Hernandez, 2011).

$$[M_e + M_f]\{\ddot{Q}\} + [C_e + C_f]\{\dot{Q}\} + [K_e + K_f]\{Q\} = \{G\} \quad 1.2$$

En el estudio del fenómeno FIV, se presta especial atención en conocer la influencia del flujo en la respuesta dinámica del sistema. En la vibración inducida por flujo turbulento, la excitación sobre el sistema flujo-tubería, como su nombre lo indica, es generada por la turbulencia del flujo. Debido a que es un fenómeno fundamental para el presente estudio, a continuación, se revisan los conceptos relacionados a este. Estos serán de utilidad para definir el modelado numérico del flujo turbulento en el Capítulo 2.

1.2. Flujo turbulento

La turbulencia es un estado aleatorio y caótico del flujo en el que sus variables locales, como velocidad o presión, fluctúan en el tiempo. Este fenómeno se produce por irregularidades en las condiciones de borde del flujo. Los efectos de estas irregularidades se retroalimentan y se amplifican de forma cíclica creando vórtices o *eddies*. Este fenómeno se representa en la Figura 1.3 (Ferziger & Peric, 2002). Debido a que las fluctuaciones de la presión y de la velocidad son producidas por los vórtices, estas variables del flujo contienen un amplio rango de frecuencias

(Fernández-Oro, 2012; Pope, 2000). Es así como los vórtices son causantes de las fluctuaciones de cargas sobre la pared de la tubería (Blevins, 2001).

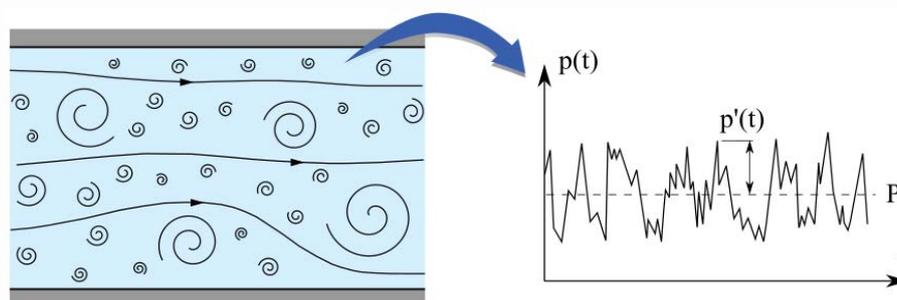


Figura 1.3: Vórtices en flujo turbulento (izq) y fluctuación de las variables del flujo (der). Adaptado de (Ferziger & Peric, 2002).

Los vórtices del flujo turbulento disipan su energía y generan otros nuevos de menor tamaño. Mientras que disminuyen su energía, disminuyen su tamaño. Este mecanismo de transferencia de energía entre vórtices de mayor tamaño y los de menor tamaño se conoce como “cascada de energía” (Figura 1.4). Cada vórtice, según su tamaño, tiene asociado una longitud de onda y una frecuencia. Las escalas de Kolmogorov definen las escalas más pequeñas de estructuras turbulentas que pueden existir en un flujo turbulento (Fernández-Oro, 2012). Esto se ilustra en la Figura 1.4b, donde η^{-1} es la longitud de onda de la escala de Kolmogorov y l_t^{-1} es la longitud de onda relacionada a la dimensión característica del dominio del fluido.

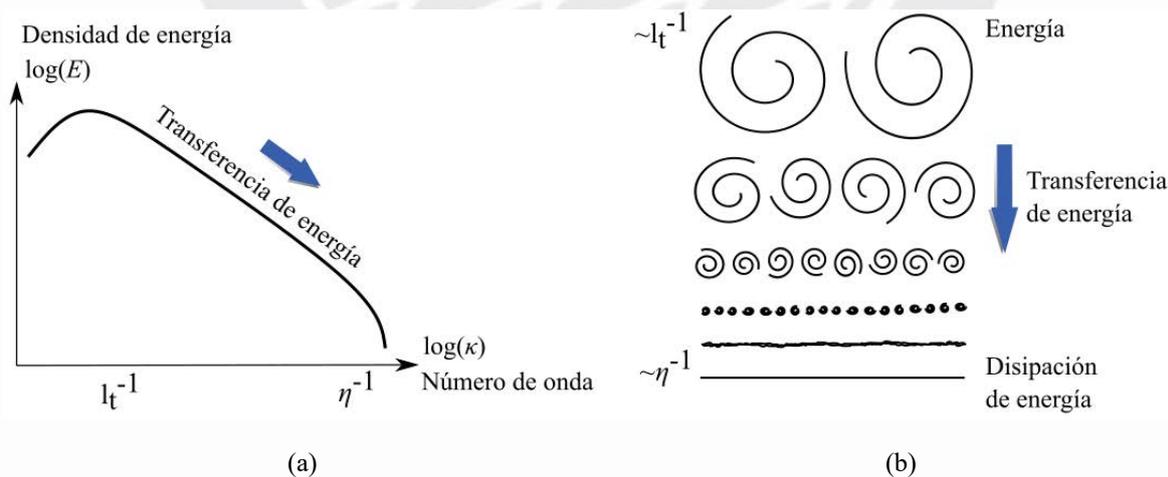


Figura 1.4: (a) Relación entre el número de onda y densidad de energía, y (b) transferencia de energía desde vórtices grandes a pequeños. Adaptado de Fernández-Oro (2012).

1.2.1. Número de Reynolds

El número adimensional de Reynolds, Re , permite conocer el régimen de un flujo. Para flujos internos, un número de Reynolds mayor a 4000 indica que el régimen del flujo es totalmente turbulento. Flujos con número de Reynolds menor a 4000 pueden estar en régimen laminar (cuando Re es menor a 2300), o régimen transitorio entre laminar y turbulento (cuando Re está entre 2300 y 4000) (Cengel & Cimbala, 2018). El número de Reynolds se determina según la Ecuación 1.3, donde ρ es la densidad del fluido; U , su velocidad media; D , el diámetro interno de la tubería; y μ , la viscosidad dinámica del fluido.

$$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \quad 1.3$$

1.2.2. Longitud de desarrollo y esfuerzo cortante

La Figura 1.5 muestra el desarrollo del perfil de velocidad de un flujo que ingresa a una tubería. Cuando un fluido ingresa a una tubería circular con una velocidad de perfil uniforme, las partículas del fluido en contacto con la pared de la tubería se detienen. Esto conlleva a que las partículas del fluido en las capas cercanas a la pared disminuyan su velocidad de ingreso debido a la fricción viscosa. En consecuencia, la velocidad del fluido en la zona central de la tubería se incrementa para conservar el flujo de masa al ingreso. Así, el perfil de velocidad, uniforme al ingreso, se convierte en un perfil curvo. El perfil de velocidad (promediado en el tiempo) a lo largo de la tubería se mantiene sin cambios cuando el flujo se ha desarrollado por completo al interior de la tubería, ya sea en un régimen turbulento o laminar (Cengel & Cimbala, 2018).

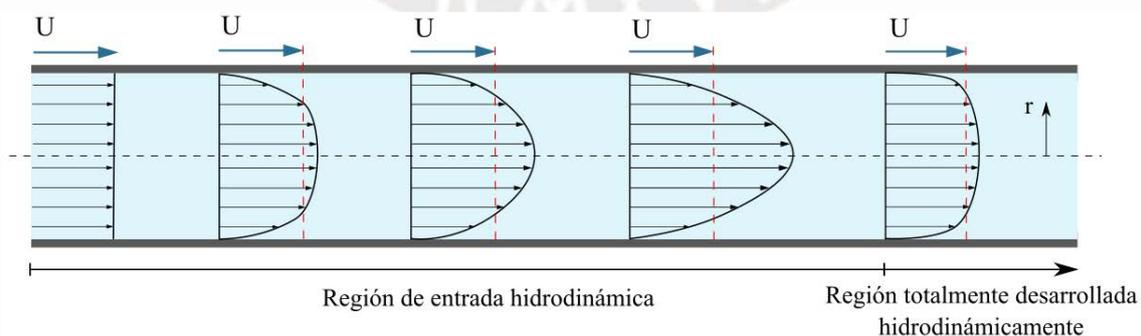


Figura 1.5: Desarrollo del perfil de velocidad de un flujo que ingresa a la tubería. Adaptado de Cengel & Cimbala (2018).

La longitud necesaria para que determinado flujo, que ingresa a una tubería, alcance el régimen totalmente desarrollado se conoce como longitud de desarrollo. La evaluación del esfuerzo cortante, τ_w , permite conocer si el perfil de velocidad se ha desarrollado por completo. Esta variable está directamente relacionada con el gradiente de velocidad, por lo que, si el perfil de velocidad se mantiene sin cambios, entonces el esfuerzo cortante en la pared (promediado en el tiempo) también se mantendrá sin cambios. Para estimar el esfuerzo cortante sobre la pared en un flujo totalmente desarrollado analíticamente se puede utilizar la Ecuación 1.4, donde f_ζ representa el factor de fricción (Cengel & Cimbala, 2018).

$$\tau_w = \frac{1}{8} f_\zeta \rho U^2 \quad 1.4$$

Por su parte, el factor de fricción, f_ζ , se puede estimar con la ecuación de Colebrook-White (Cengel & Cimbala, 2018), que se muestra en la Ecuación 1.5, donde ζ representa la rugosidad de la pared interna de la tubería y Re representa el número de Reynolds (ver Ecuación 1.3).

$$\frac{1}{\sqrt{f_\zeta}} = -2 \log \left[\frac{\zeta/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f_\zeta}} \right] \quad 1.5$$

1.2.3. Capa límite

El perfil de un flujo turbulento totalmente desarrollado en tubería se caracteriza por diferentes regiones o capas en función de la distancia radial respecto a la pared. Como se muestra en la Figura 1.6, el perfil del flujo turbulento se divide en dos capas principales: la capa interior, cercana a la pared, y la capa exterior, cercana a la zona central. Es esencial destacar que, en la pared, la velocidad del flujo se considera nula cumpliendo con la condición de no-deslizamiento.

La capa interior experimenta la transición de la velocidad desde la pared hacia la capa externa. En esta capa se distinguen tres zonas fundamentales: la subcapa viscosa, la capa de amortiguamiento y la región logarítmica (Cengel & Cimbala, 2018). En la subcapa viscosa el flujo es laminar (dominada por efectos viscosos), y la relación entre la velocidad adimensional (u^+) y la distancia adimensional a la pared (r^+) sigue una relación lineal, como muestra la

Ecuación 1.6. Luego, la capa de amortiguamiento es una transición entre la subcapa viscosa y la región logarítmica.

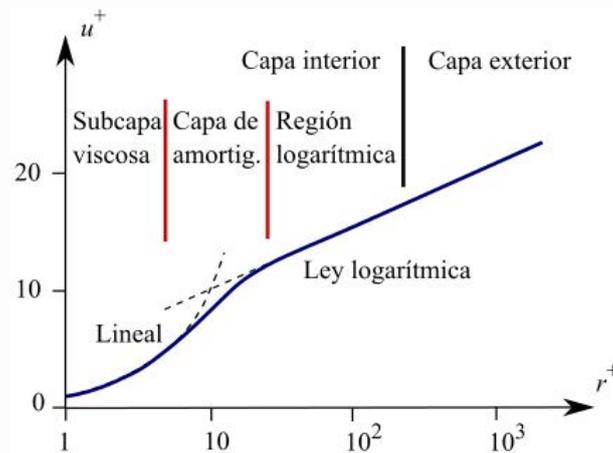


Figura 1.6: Ley de la pared en flujo turbulento en tubería. Adaptado de Cengel & Cimbala (2018).

En la región logarítmica, donde los efectos viscosos y los turbulentos son importantes, existe una relación logarítmica entre velocidad y distancia a la pared adimensionales, como muestra la Ecuación 1.7. En esta ecuación las constantes k y B tienen un valor aproximado de 0,4 y 5, respectivamente. Finalmente, la capa exterior está dominada por la turbulencia, libre de efectos viscosos (Cengel & Cimbala, 2018).

$$u^+ = r^+ \quad 1.6$$

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(r^+) + B \quad 1.7$$

La velocidad adimensional del flujo y la distancia adimensional a la pared se pueden obtener según las Ecuaciones 1.8 y 1.9, donde u representa la velocidad en dirección del flujo (promediada en el tiempo); u_τ , la velocidad de fricción; r , la distancia radial de un punto a la pared; y μ , la viscosidad dinámica del fluido. A su vez, la velocidad de fricción se puede calcular mediante la Ecuación 1.10 (Cengel & Cimbala, 2018).

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad 1.8$$

$$r^+ = \frac{\rho r u_\tau}{\mu} \quad 1.9$$

$$u_\tau = \frac{\tau_w}{\rho} \quad 1.10$$

1.3. Influencia del flujo turbulento en FIV

Antes de abordar la influencia del flujo en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería, se examina el efecto de la presencia de fluido sin movimiento en la tubería. Las frecuencias naturales de vibración de una tubería que contiene fluido (velocidad nula), $\omega_n^{sistema}$, son menores que las frecuencias naturales correspondientes a una tubería vacía (sin fluido), $\omega_n^{tubería}$. Esta disminución es ocasionada por el aumento de la masa total del sistema debido a la presencia del fluido. Esto reduce la frecuencia natural, ya que esta se define como la raíz cuadrada de la relación de rigidez y masa de un sistema vibratorio (Rao, 2016).

Cuando un flujo turbulento atraviesa la tubería, la respuesta vibratoria manifiesta amplitudes pico en las cercanías de las frecuencias naturales de la tubería que contiene fluido sin velocidad (Ortiz-Vidal *et al.*, 2017). Como se mencionó antes, las fuerzas generadas por la turbulencia del flujo excitan a la tubería en un amplio rango de frecuencias. Esta excitación contiene la energía para activar las frecuencias fundamentales del sistema flujo-tubería.

La Figura 1.7 ilustra la respuesta vibratoria en el dominio de la frecuencia de una tubería con un flujo a 7 m/s. Estos resultados fueron reportados por Ortiz-Vidal *et al.* (2013). Se indica con líneas verticales la primera frecuencia natural de la tubería vacía (sin fluido) y de la tubería con fluido sin velocidad (nula). Se observa que la primera frecuencia pico de la respuesta vibratoria de la tubería con flujo (primer pico de la señal en azul), ω_1 , se encuentra cerca, pero difiere de la primera frecuencia natural de la tubería que contiene fluido sin velocidad, $\omega_n^{sistema}$.

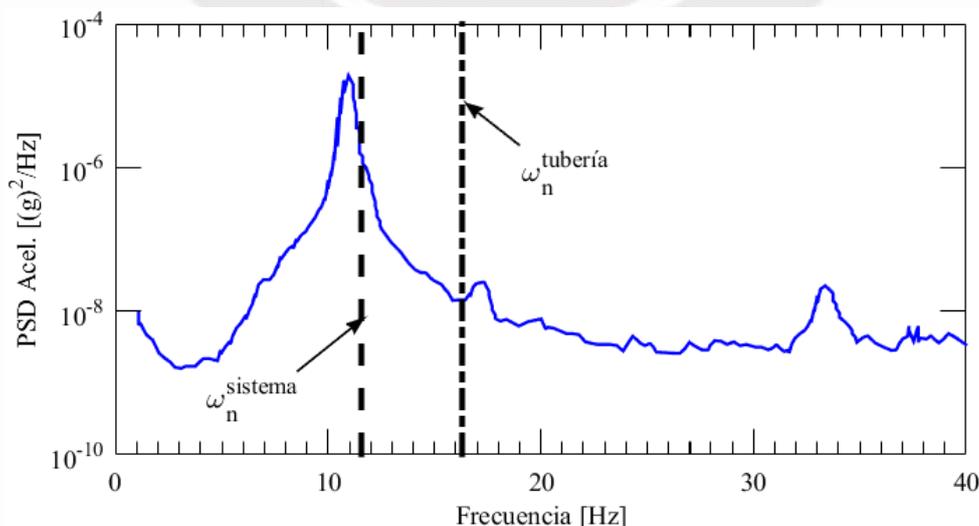


Figura 1.7: Respuesta vibratoria de una tubería con flujo a 7 m/s. Adaptado de Ortiz-Vidal *et al.* (2013).

Según estudios FIV en tuberías, la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería depende de diferentes parámetros del flujo, como velocidad, densidad o viscosidad. Estudios experimentales muestran que, con el incremento de la velocidad del fluido, la amplitud de la vibración se amplifica (Ortiz Vidal *et al.*, 2013; Thompson *et al.*, 2009). Esto se debe a que, el aumento de la velocidad del fluido produce un mayor nivel de turbulencia, lo que incrementa la excitación sobre el sistema flujo-tubería.

En tuberías doblemente apoyadas se ha encontrado que, el aumento de la velocidad del fluido conlleva a una disminución de la frecuencia fundamental de vibración (primer pico de la respuesta de vibración) del sistema flujo-tubería (Dodds & Runyan, 1965; Ortiz-Vidal *et al.*, 2013; Thompson *et al.*, 2009). Asimismo, si la velocidad del flujo se incrementa hasta llegar a la denominada “velocidad crítica”, el sistema colapsa. Esto se representa en la Figura 1.8.

Es sabido que cargas de compresión sobre una estructura ocasionan que sus frecuencias naturales disminuyan. Cuando la frecuencia disminuye hasta cero, dicha estructura colapsa. En el sistema flujo-tubería, la fuerza centrífuga causada por el flujo actúa como una carga de compresión sobre la tubería. Al incrementar la velocidad del flujo, la fuerza centrífuga crece. Entonces, la frecuencia fundamental disminuye, pudiendo alcanzar el colapso (Dodds & Runyan, 1965; Païdoussis, 2014).

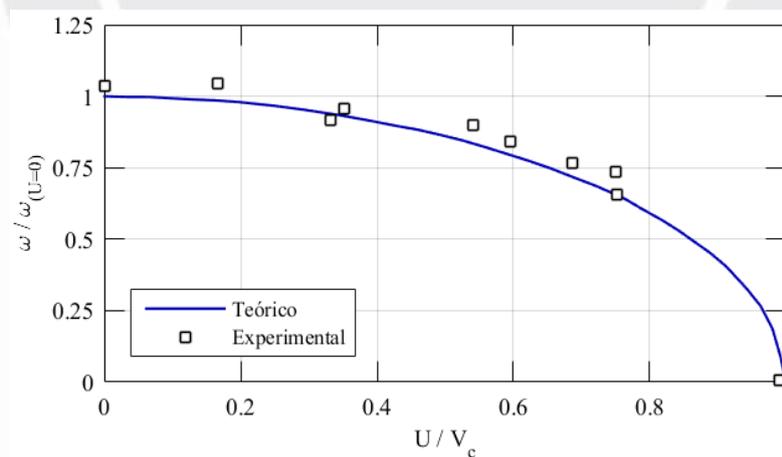


Figura 1.8: Influencia de la velocidad del fluido en la frecuencia de vibración del sistema. Adaptado de Blevins (2001).

Por su parte, según formulaciones analíticas, incrementar la densidad, disminuye la frecuencia fundamental de vibración. Esto se debe a que, al aumentar la densidad del fluido, aumenta la masa total del sistema. Entonces, la frecuencia fundamental de vibración del sistema disminuye

(Blevins, 2001). Es importante resaltar, que con estas formulaciones no se ha encontrado alguna investigación que estudie la influencia de la viscosidad del fluido en el fenómeno FIV. Esto es posible realizar mediante simulación numérica multifísica.

1.4. Enfoques en el estudio FIV

Como se ha mencionado, para estudiar la influencia del flujo en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería se han utilizado estudios experimentales, analíticos y de simulación numérica multifísica (Kaneko *et al.*, 2014). A continuación, se describen cada uno de estos enfoques.

1.4.1. Estudios experimentales

Estudios experimentales para estudiar la influencia de los parámetros del flujo en la vibración inducida por flujo fueron realizados por Dodds & Runyan (1965), Ortiz Vidal *et al.* (2013), Pittard *et al.* (2004), entre otros. En adelante, se describe el estudio realizado por Ortiz Vidal *et al.* (2013) el cual es utilizado para la verificación y validación del presente estudio, ya que reporta detalles sobre su banco experimental, mediciones, resultados, entre otros.

El banco experimental utilizado por Ortiz Vidal *et al.* (2013) se muestra de forma esquemática en la Figura 1.9. El agua a temperatura ambiente y presión atmosférica se mueve desde el reservorio mediante bombas centrífugas. Estas bombas están conectadas en serie para proporcionar una mayor presión cuando sea necesario. El caudal de agua se regula y mide utilizando el variador de frecuencia y el medidor de caudal. El flujo de agua ingresa a la zona de prueba según las condiciones de entrada requeridas. Finalmente, el fluido vuelve al reservorio de agua para la recirculación.

La tubería es de PVC transparente de 3/4" de diámetro nominal (diámetro interior y exterior de 20,4 mm y 26,7 mm, respectivamente). La distancia entre abrazaderas fue de 1 530 mm (75 veces el diámetro interior). Se considera una longitud de desarrollo (longitud del tramo anterior al tramo de prueba) de 1 760 mm (~ 86 d). Según Ortiz Vidal *et al.* (2013), esta longitud garantiza el desarrollo completo del perfil de velocidad para todas las condiciones de flujo analizadas.

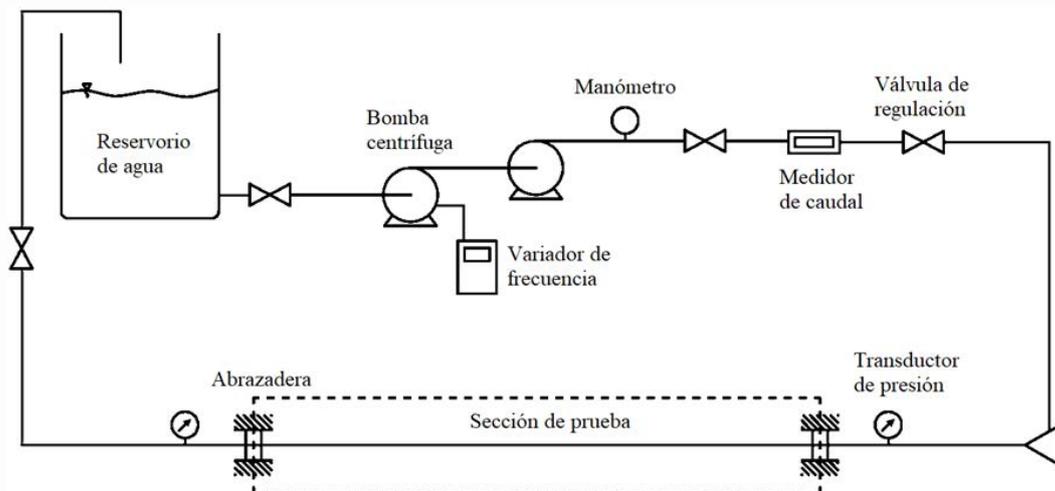


Figura 1.9: Representación esquemática del banco de prueba de Ortiz Vidal *et al.* (2013).

Para medir la respuesta vibratoria, utilizaron acelerómetros y galgas extensiométricas. Los sensores se ubicaron a la entrada y a la mitad del tramo de prueba. Se utilizó una tasa de muestreo de 5 000 Hz. De esta forma, lograron evaluar la influencia de la velocidad en la respuesta vibratoria de la tubería. La Figura 1.10 muestra los resultados en el dominio de la frecuencia de la aceleración medida en un punto del tramo de prueba para siete velocidades de flujo. Cabe resaltar que, en este estudio, se consideran las aceleraciones en dirección de la gravedad (Ortiz Vidal *et al.*, 2013).

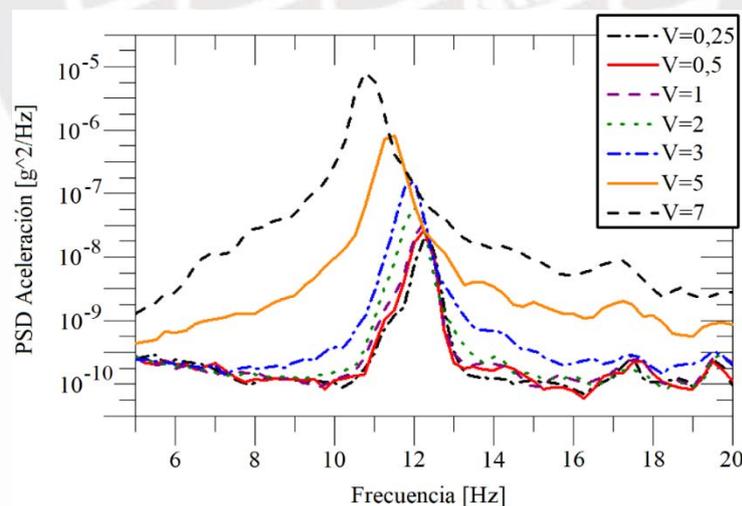


Figura 1.10: Respuesta en el dominio de la frecuencia de la aceleración para siete velocidades distintas. Adaptado de Ortiz Vidal *et al.* (2013).

1.4.2. Análisis unidimensional

Este enfoque es utilizado principalmente para el análisis de la inestabilidad del sistema fluido-estructura. En esta formulación se parte del análisis de fuerzas de un diferencial de fluido y de

tubería en un instante genérico, que se ilustra en la Figura 1.11. El desarrollo detallado puede ser revisado en Païdoussis (2014).

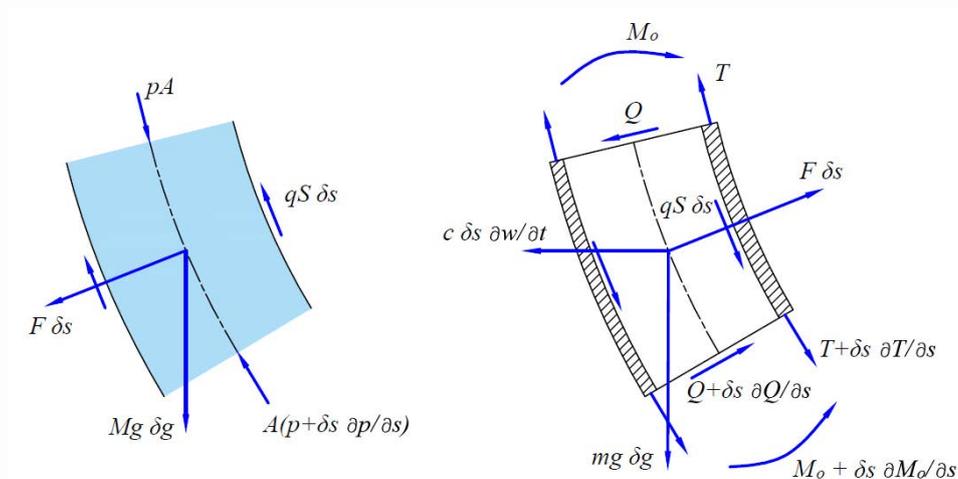


Figura 1.11: Fuerzas sobre un diferencial de fluido (izq) y tubería (der). Adaptado de Païdoussis (2014).

Luego de plantear la ecuación de equilibrio dinámico para cada diferencial, de introducir ciertas simplificaciones e hipótesis, y combinar ambas ecuaciones diferenciales, se logra obtener una sola ecuación diferencial parcial que describe la dinámica del sistema flujo-estructura. Dicha ecuación se muestra en la Ecuación 1.11, donde E representa el módulo de elasticidad del material de la tubería; I , el momento de inercia de la sección transversal de la tubería; M , la masa por unidad de longitud del fluido contenido en la tubería; U , la velocidad media del flujo; m , la masa lineal de la tubería; w , el desplazamiento transversal; y x , la posición longitudinal (Païdoussis, 2014).

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + MU^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2MU \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (M + m) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad 1.11$$

En la Ecuación 1.11, el primer término representa la fuerza restitutiva o elástica de la tubería, que busca restaurarla a su forma inicial. El segundo término es la fuerza centrífuga, generada por el movimiento del flujo a lo largo de la tubería deformada. El tercer término es la fuerza de Coriolis, asociada al movimiento relativo del flujo respecto a la tubería y la rotación de esta última. El cuarto término representa las fuerzas inerciales debido a la aceleración de las masas del fluido y la tubería (Païdoussis, 2014).

Esta ecuación diferencial parcial se discretiza y transforma en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Se pueden obtener las frecuencias fundamentales del sistema al incluir las condiciones de borde pertinentes y aplicar un método numérico, como el método de Galerkin (Ortiz-Vidal *et al.*, 2018) o la técnica de transformación integral generalizada (An & Su, 2015). Además, al incluir condiciones iniciales, como una señal sinusoidal (An & Su, 2015) o una señal de ruido aleatoria (Gu *et al.*, 2013) para la velocidad inicial del sistema, es posible determinar la respuesta vibratoria del sistema. Sin embargo, el tipo de condición inicial más adecuado para determinar la respuesta vibratoria aún sigue siendo investigada (Miwa & Hikibi, 2020).

1.4.3. Simulación multifísica

Este enfoque, en general, se utiliza para resolver numéricamente problemas que involucran dos o más dominios físicos que interactúan. Para problemas de interacción fluido-estructura, se resuelve el problema fluidodinámico y el problema estructural por separado, y se intercambian los resultados mediante algún tipo de acoplamiento entre dominios. Esto también es conocido en la literatura como simulación FSI. La interacción de ambos dominios puede modelarse mediante dos tipos de acoplamiento: unidireccional y bidireccional. En el acoplamiento unidireccional (o *1-way*) solo se consideran las fuerzas del fluido hacia la estructura; mientras que, en el bidireccional (o *2-way*) se consideran además los efectos de la estructura sobre el fluido (Kaneko *et al.*, 2014).

La Tabla 1.1 muestra las investigaciones realizadas para evaluar problemas FIV en tuberías mediante simulación FSI. Estas han sido utilizadas para obtener la respuesta vibratoria de la tubería en función de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones; y para evaluar el estado elástico en función de las deformaciones y esfuerzos. Se ha utilizado este enfoque en tuberías verticales, horizontales, curvadas y *jumpers*.

Respecto al tipo de acoplamiento, Pittard (2003), Pontaza *et al.* (2013) y Shurtz (2009) utilizaron el acoplamiento *1-way*; mientras que Chica *et al.* (2016) y Loh *et al.* (2013) aplicaron el acoplamiento *2-way*. No se ha encontrado un consenso sobre el tipo de acoplamiento más adecuado para simular el fenómeno. Uno de los aportes del presente trabajo es el análisis del tipo de acoplamiento para evaluar FIV en tuberías.

Tabla 1.1: Investigaciones en vibración inducida por flujo utilizando simulación multifísica.

<i>Autores</i>	<i>Geometría</i>	<i>Modelo de turbulencia</i>	<i>Acoplamiento</i>	<i>Objetivo</i>
Pittard (2003)	recta	LES	<i>1-way</i>	respuesta estructural
Shurtz (2009)	recta	LES	<i>1-way</i>	respuesta estructural
Loh <i>et al.</i> (2013)	tubería en U	LES	<i>2-way</i>	respuesta estructural
Pontaza <i>et al.</i> (2013)	<i>jumper</i>	LES	<i>1-way</i>	esfuerzo y fatiga
Chica <i>et al.</i> (2016)	<i>jumper</i> recta	RANS	<i>2-way</i>	esfuerzo y fatiga

Es importante mencionar que también se ha utilizado simulación FSI para resolver problemas de vibración inducida por flujos bifásicos. Meire (2018) investigó la vibración en tuberías verticales que transportan flujo bifásico con un acoplamiento *1-way*, Abarca (2018) modeló numéricamente la vibración inducida por flujo agua-aire en una tubería utilizando un acoplamiento *2-way*, Mohammed *et al.* (2020) evaluó los esfuerzos en una tubería que transporta flujo bifásico mediante un acoplamiento *1-way*, entre otros.

Como se mencionó, en este enfoque se resuelven fluido y estructura por separado. Para resolver el problema fluidodinámico, se han utilizado técnicas de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés). En particular, el Método de los Volúmenes Finitos (FVM, por sus siglas en inglés), junto a un modelo RANS o LES para la turbulencia. Los estudios que consideran una tubería recta utilizaron la técnica LES. Esto puede deberse a que las técnicas LES permiten capturar las fluctuaciones de velocidad y presión, que son las causantes de la vibración de la tubería. Por su parte, para resolver el dominio estructural, se han utilizado técnicas de la Mecánica Estructural Computacional (CSM, por sus siglas en inglés). En particular, el Método de los Elementos Finitos (FEM, por sus siglas en inglés) ha sido utilizado por todos los autores citados en la Tabla 1.1.

La presente tesis tiene como objetivo aportar al tópico FIV en tuberías a través del uso de simulación numérica multifísica para determinar la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería. Como se ha visto, el tópico de la simulación multifísica involucra temas complejos como la mecánica estructural computacional, la dinámica de fluidos computacional y el acoplamiento de estos campos. En tal sentido, en las siguientes secciones se describen los

conceptos relacionados con estos temas. Esto es de utilidad para definir el modelo numérico que permita evaluar vibración inducida por flujo interno turbulento en tuberías.

1.5. Dinámica de fluidos computacional

La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés) es una disciplina que permite estudiar problemas de dinámica de fluidos, transferencia de calor y reacciones químicas con el uso de recursos numéricos computacionales. Las ecuaciones de gobierno de la dinámica de fluidos expresan matemáticamente las leyes fundamentales de conservaciones de masa, momentum y energía en un sistema o volumen de control. En el caso de fluidos incompresibles y newtonianos, aquellos con densidad y viscosidad constantes, estas ecuaciones son conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes (Versteeg & Malalasekera, 2007), las cuales son presentadas en las Ecuaciones 1.12-1.13.

$$\nabla \vec{u} = 0 \quad 1.12$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = \mu \nabla^2 \vec{u} - \nabla p + \rho \vec{g} \quad 1.13$$

La Ecuación 1.12, conocida como la ecuación de masa o continuidad, establece que el flujo neto de masa en un volumen de fluido se mantiene constante en cada dirección cartesiana. Por otro lado, la Ecuación 1.13 es conocida como la ecuación de momentum o cantidad de movimiento. Esta expresa que la aceleración y convección que tienen lugar en el movimiento de fluidos son consecuencias de fenómenos difusivos (efectos viscosos) y fuerzas externas (gradiente de presión o fuerzas inerciales) (Fernández-Oro, 2012).

1.5.1. Modelos de turbulencia

Las ecuaciones de Navier Stokes son no-lineales y solo pueden resolverse para unos pocos casos simplificados. En el caso de los flujos turbulentos, estas ecuaciones deben ser abordadas mediante el uso de modelos numéricos. Existen tres enfoques diferentes para resolver estos flujos: la simulación numérica directa o *Direct Numerical Simulation* (DNS, por sus siglas en inglés), la simulación de vórtices grandes o *Large Eddy Simulation* (LES, por sus siglas en inglés), y la simulación mediante las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds o *Reynolds Average Navier-Stokes* (RANS, por sus siglas en inglés). La Figura 1.12 ilustra la

relación entre estos enfoques y las escalas de turbulencia (Fernández-Oro, 2012; Versteeg & Malalasekera, 2007), lo cual se explica a continuación.

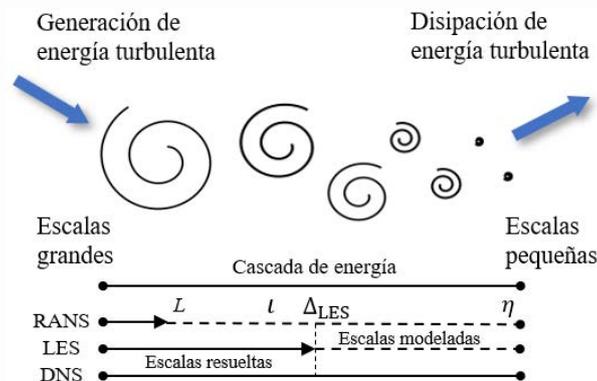


Figura 1.12: Modelos de turbulencia y escalas de vórtices. Adaptado de Fernández-Oro (2012).

Direct Numerical Simulation

En este enfoque se discretizan y se resuelven numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes. Este modelo requiere que la discretización espacial sea lo suficientemente fina para captar todos los vórtices existentes en el flujo. Debido a los vórtices de menor tamaño, donde se incluye la escala de Kolmogorov, la simulación DNS exige una discretización extremadamente fina. Fernández-Oro (2012) señala que la cantidad de nodos necesarios está en el orden de $Re^{9/4}$. Así mismo, la discretización temporal debe ser de la magnitud de los tiempos asociados a las escalas de menor tamaño. Por esto, la simulación DNS es utilizada para el estudio de fenómenos turbulentos asociados a los vórtices de menor tamaño, y actualmente está restringido a flujos turbulentos de bajo Reynolds por su alto costo computacional.

Large Eddy Simulation

En este enfoque se resuelven los “vórtices grandes” y se modelan los efectos de los “vórtices pequeños”. En ese sentido, se utiliza un filtrado espacial sobre las ecuaciones gobernantes para descomponer el campo de velocidad $u_i(x)$ según la Ecuación 1.14, donde $\overline{u}_i(x)$ es la componente que considera los efectos de los vórtices grandes y $u_i'(x)$ es la componente residual (Fernández-Oro, 2012; Versteeg & Malalasekera, 2007).

$$u_i(x) = \overline{u}_i(x) + u_i'(x) \quad 1.14$$

La componente $\overline{u}_i(x)$ se obtiene mediante la Ecuación 1.15, donde $G(x, x')$ es la función de filtro. Para la aplicación del método LES junto al método de volúmenes finitos se utiliza el filtro *box*, presentado en la Ecuación 1.16, donde Δ es la longitud de corte o filtro. Mediante el proceso de filtrado, la información sobre los vórtices con longitud de onda menor a Δ es destruida.

$$\overline{u}_i(x) = \int u_i(x')G(x, x')dx' \quad 1.15$$

$$G(x, x') = \begin{cases} 1/\Delta^3, & |x - x'| \leq \Delta/2 \\ 0, & |x - x'| > \Delta/2 \end{cases} \quad 1.16$$

Luego de aplicar el filtrado sobre las ecuaciones de continuidad y de conservación de momentum, se obtienen las Ecuaciones 1.17-1.18. El término τ_{ij} , cuya forma extendida se muestra en la Ecuación 1.19, es conocido como el tensor turbulento de subescala (o tensor SGS). Dicho tensor representa el efecto de la interacción entre las escalas que se van a resolver y las escalas que han sido filtradas. Debido a su no-linealidad, el tensor SGS debe ser modelado.

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad 1.17$$

$$\rho \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\overline{u}_i \overline{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \tau_{ij} \quad 1.18$$

$$\tau_{ij} = \rho (\overline{u_i u_j} - \overline{u}_i \overline{u}_j) \quad 1.19$$

Uno de los modelos más simples fue propuesto por Smagorinsky (Fernández-Oro, 2012; Piomelli, 2001). Este modelo asume que todos los vórtices filtrados son isotrópicos. No obstante, esto se cumple solo para los vórtices en la microescala (Pope, 2000). Vórtices de mayor tamaño tienen comportamiento ortotrópico o anisotrópico, por lo que se deben resolver. Por otra parte, estudios muestran que este tipo de modelos requiere de una discretización adecuada en la cercanía de la pared para determinar adecuadamente los esfuerzos cortantes sobre la pared (Menter, 2015). Otros modelos LES similares al modelo de Smagorinsky son *Dynamic Subgrid-scale model*, *Wall Adapting Local Eddy-Viscosity* o *Kinetic Energy Subgrid-scale Model* (Versteeg & Malalasekera, 2007).

En la actualidad existen modelos LES que incorporan un tratamiento especial para la pared, eliminando la necesidad de una discretización fina en la región de la pared y reduciendo así el costo computacional asociado. Este tratamiento puede basarse en una función o modelo enfocado en mejorar el cálculo del esfuerzo cortante sobre la pared, variables que se utiliza como una condición de borde esencial para estos modelos. Entre los modelos más utilizados se encuentran los conocidos *Detached Eddy Simulation* (DES) y *Wall Modeled Large Eddy Simulation* (WMLES) y (Menter, 2015).

Reynolds-Average Navier-Stokes

En este enfoque se determinan las variables de flujo promediadas en el tiempo (velocidad o presión). Como el nombre lo indica, esto se realiza a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo por Reynolds (ecuaciones RANS). La componente del vector velocidad $u_i(x, t)$ se puede descomponer en una componente media $U_i(x)$ y una componente fluctuante $u'_i(x, t)$ (ver Figura 1.3), como se muestra en la Ecuación 1.20. El promediado temporal se efectúa a través de la operación presentada en la Ecuación 1.21 (Fernández-Oro, 2012; Versteeg & Malalasekera, 2007).

$$u_i(x, t) = U_i(x) + u'_i(x, t) \quad 1.20$$

$$\bar{u}(x) = U(x) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(x, t) dt \quad 1.21$$

La ecuación de momentum RANS se presenta en la Ecuación 1.22. El último término a la derecha es conocido como el tensor de Reynolds. Este término representa el efecto de la turbulencia sobre las variables promediadas del flujo, y es de carácter no lineal.

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_i} \quad 1.22$$

Existen dos enfoques para abordar la aparición de este término no lineal. En el primer enfoque, se plantea una relación del tensor de esfuerzos de Reynolds y una viscosidad turbulenta. Los modelos RANS con este enfoque son los ampliamente conocidos $k - \epsilon$ o $k - \omega$. En el segundo enfoque, se incorporan las ecuaciones de transporte de cada uno de los esfuerzos de Reynolds. Los modelos más conocidos son *Reynolds Stress Model* (Modelo de Esfuerzos de Reynolds) y *Algebraic Model* (Modelo Algebraico) (Menter, 2015).

1.5.2. Método de volúmenes finitos

Las ecuaciones de gobierno (Ec. 1.12-1.13) se pueden representar de forma generalizada mediante la Ecuación General de Transporte de la variable escalar φ . Esta ecuación se muestra en su forma integral en la Ecuación 1.23, donde \vec{A} es el vector área de la superficie del volumen de control, Γ_φ es el coeficiente de difusión de la variable escalar φ , y S_φ es la producción de la variable escalar φ por unidad de volumen. Cuando φ es igual a 1, la ecuación de transporte se convierte en la ecuación de conservación de masa (Ec. 1.12); mientras que, cuando φ es igual a las componentes del vector velocidad, se obtienen las ecuaciones de conservación de momentum (Ec. 1.13). (Fernández-Oro, 2012; Versteeg & Malalasekera, 2007).

$$\int_V \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV + \oint \rho \varphi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\varphi \nabla \varphi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\varphi dV \quad 1.23$$

El Método de los Volúmenes Finitos (FVM) es utilizado para discretizar y resolver numéricamente las ecuaciones de gobierno. Aquí, el dominio continuo se divide en un número finito de volúmenes de control. Estos volúmenes de control tienen forma poliédrica. Cada ecuación de gobierno se discretiza en cada uno de estos volúmenes, obteniendo así la ecuación de transporte escalar semi-discreta, representada en la Ecuación 1.24. Esta ecuación contiene la variable φ que representa el valor de dicho parámetro escalar al centro de la celda (presión o una componente de la velocidad). Asimismo, involucra a la variable φ_f que representa el valor del parámetro en las caras que encierran a dicha celda. N_{faces} es el número de caras que encierran el volumen de control.

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \varphi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\varphi \nabla \varphi \cdot \vec{A}_f + S_\varphi V \quad 1.24$$

1.5.3. Esquemas numéricos

En diversos softwares comerciales que utilizan FVM se almacenan los valores de las variables fluidodinámicas al centro de las celdas, por lo que los valores en las caras de cada celda deben obtenerse mediante interpolación (Fernández-Oro, 2012). Este proceso es conocido como Discretización Espacial. Esto define la forma de aproximar φ_f (valor en las caras de la celda) en función de φ (valor al centro de la celda). Entre los esquemas más utilizados están *Second-*

Order Upwind Scheme, Bounded Central Differencing Scheme, QUICK Scheme, entre otros. Algunos de estos esquemas calculan φ_f mediante la gradiente de φ (Menter, 2015; Versteeg & Malalasekera, 2007).

Para realizar la discretización espacial de la presión se utilizan esquemas especiales, que han demostrado mejor estabilidad y precisión en los resultados. Entre los esquemas más utilizados están *Second Order, ¡PRESTO!, Body Force Weighted*, entre otros (Menter, 2015; Versteeg & Malalasekera, 2007).

Para problemas dependientes del tiempo (problemas transitorios), el término que involucra la derivada parcial del parámetro φ respecto al tiempo (primer término de la Ecuación 1.24) debe ser discretizado. Esto es conocido como Discretización Temporal. Entre los esquemas más utilizados están *Second-Order, Implicit Time Integration, Bounded Second-Order Implicit*, entre otros (Menter, 2015; Versteeg & Malalasekera, 2007).

Las gradientes aparecen en la Ec. 1.24 no solo para calcular los valores de φ_f (como parte de la discretización espacial), sino que también son parte del término difusivo en dicha ecuación (primer término del lado derecho de la Ecuación 1.24). Los gradientes pueden abordarse mediante estos métodos: *Green-Gauss Cell-Based, Green-Gauss Node-Based, Least Squares Cell-Based* (Menter, 2015; Versteeg & Malalasekera, 2007).

Luego de aplicar los esquemas y métodos descritos a la Ecuación 1.24, se obtiene una ecuación algebraica lineal que relaciona los valores del parámetro escalar (φ) y los valores de este parámetro en las celdas vecinas (φ_{nb}). Esta se representa en la Ecuación 1.25. El sistema global de ecuaciones se forma al ensamblar las ecuaciones algebraicas que representan cada uno de los volúmenes de control, donde las incógnitas son el campo de velocidades, presión u otra variable fluidodinámica.

$$a_p \varphi = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b \quad 1.25$$

En las ecuaciones de conservación de momentum se tienen las componentes de velocidad acopladas con la presión. Para conocer el campo de velocidad y de presión en el fluido es necesario incorporar un método que permita resolver este sistema de ecuaciones. Existen dos

enfoques: *Pressure-based solver* y *Density-based solver*. El primero es ampliamente empleado para resolver flujos incompresibles de baja velocidad; mientras que, el segundo es utilizado en flujos compresibles de alta velocidad. En el enfoque *Pressure-based solver* se tienen dos tipos de métodos: los algoritmos segregados y los algoritmos acoplados. En el primero están los conocidos algoritmos *SIMPLE*, *PISO*, *Fractional Step*, entre otros.

Los esquemas o métodos por emplear dependen del problema que se desea resolver. Estos pueden ser seleccionados a partir de recomendaciones en literatura especializada (Menter, 2015), como se verá en el Capítulo 2. Asimismo, es importante precisar que el tipo de esquema o método para cada ecuación de conservación no tiene que ser el mismo necesariamente. Por ejemplo, el esquema de discretización espacial en la ecuación de conservación de masa puede ser distinto al utilizado en la ecuación de conservación de momentum dentro de un mismo problema numérico.

1.5.4. Discretización

El proceso de discretizar el dominio fluidodinámico es conocido como mallado. Este proceso consta de dividir un dominio continuo en un conjunto de celdas o volúmenes de control. El mallado influye en la solución del problema (en su convergencia y exactitud), por lo que se necesita especial cuidado en este proceso. Existen tres tipos de mallas: estructurada, no estructurada e híbridas. Las mallas estructuradas se conforman por celdas hexaédricas y una dirección de propagación preferente. Las mallas no estructuradas se conforman por celdas tetraédricas y no tienen una dirección preferente. Las mallas híbridas combinan ambos tipos de mallas. Un ejemplo de esto se presenta en la Figura 1.13. Con una malla estructurada se puede lograr una mayor exactitud y menor costo computacional; mientras que, con una malla no estructurada se puede lograr discretizar problemas con geometría compleja.

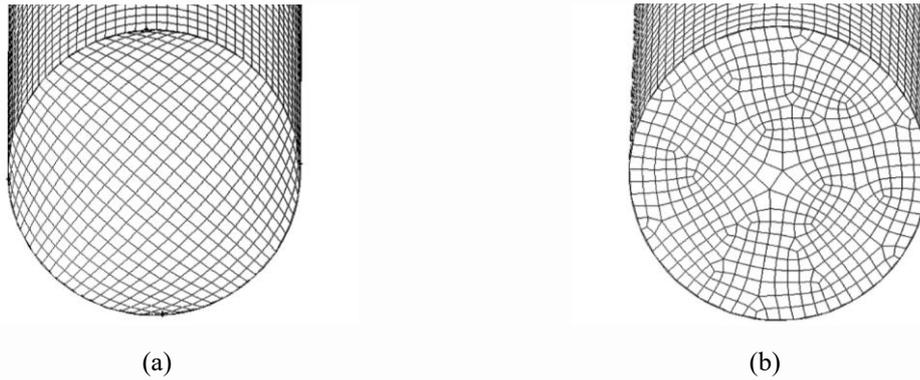


Figura 1.13: (a) Malla estructurada y (b) no estructurada de un dominio cilíndrico.

En problemas que consideran el avance del tiempo (problemas transitorios), es necesario discretizar el tiempo total de análisis. Es decir, se requiere definir el paso de tiempo. El número de Courant representa el número de celdas que recorre una partícula de fluido en cada paso de tiempo. Esto se presenta en la Ecuación 1.26, donde u representa la velocidad local de la partícula de fluido, Δt es el paso de tiempo, y Δx es el tamaño de la celda en determinada dirección. Diversos trabajos señalan que las simulaciones deben considerar un número de Courant menor a uno (Fernández-Oro, 2012; Ferziger & Peric, 2002).

$$C = u \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad 1.26$$

1.6. Mecánica estructural computacional

La mecánica estructural computacional (CSM) es una disciplina que utiliza recursos numéricos computacionales para abordar problemas estructurales. En términos generales, estos problemas se formulan matemáticamente mediante la ecuación general de los sólidos deformables. En el caso de problemas relacionados con la dinámica estructural, la formulación se realiza mediante la ecuación general de equilibrio dinámico de los sólidos deformables, la cual se presenta en su forma integral en la Ecuación 1.27 (Zienkiewicz & Taylor, 2013).

$$\int_{V_e} (\{u\}^T \rho \{\ddot{u}\} + \{u\}^T c \{\dot{u}\}) dV + \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} = \int_{V_e} \{u\}^T \{F\} dV + \int_{S_e} \{u\}^T \{\Phi\} dS + \sum_{i=1}^n \{u\}_i^T \{p\}_i \quad 1.27$$

Esta ecuación refleja el equilibrio entre las fuerzas asociadas a la dinámica de un sólido deformable (desplazamientos, velocidad y aceleración) y las fuerzas externas que actúan sobre

dicho sólido. En el lado izquierdo, el primer término representa las fuerzas inerciales del sólido; el segundo, las fuerzas producidas por el amortiguamiento interno; y el tercero, las fuerzas internas elásticas o restitutivas. Es decir, las consecuencias de la inercia, amortiguamiento y rigidez del sólido deformable. Los términos del lado derecho de la ecuación representan las fuerzas externas que actúan sobre el sólido deformable. El primer término representa las fuerzas volumétricas; el segundo, las fuerzas superficiales; y el tercero, las fuerzas puntuales.

La resolución de esta ecuación es indispensable para conocer el estado elástico (deformación y esfuerzos) y los parámetros dinámicos (desplazamiento, velocidad y aceleración) de un sólido sometido a cargas dinámicas. Lamentablemente, la resolución exacta de dicha ecuación solo es posible en muy pocos casos. No obstante, en la actualidad existen diversos métodos numéricos que permiten abordar el problema dinámico estructural presentado anteriormente. Entre dichos métodos, el Método de los Elementos Finitos (MEF, por sus siglas) es ampliamente aplicado a este tipo de problemas (Zienkiewicz & Taylor, 2013).

1.6.1. Método de elementos finitos

En el Método de los Elementos Finitos, el sólido continuo se discretiza en un número finito de “elementos”. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 1.14. La ecuación de gobierno se aproxima y se linealiza para cada uno de estos elementos. Para esto se utilizan las conocidas “funciones de interpolación”. El orden o grado de dichas funciones define el orden del elemento finito. Cada uno de los elementos está relacionado con el elemento adyacente debido a que comparten vértices o “nodos”, por lo que se necesita considerar la compatibilidad cinemática entre tales nodos. El sistema global de ecuaciones se forma al ensamblar las matrices individuales que representan cada uno de los elementos en una ecuación matricial global. Así, la ecuación de gobierno queda representada ahora por una ecuación matricial, donde las incógnitas son los desplazamientos (o velocidades y aceleraciones) de los “nodos” de cada elemento.

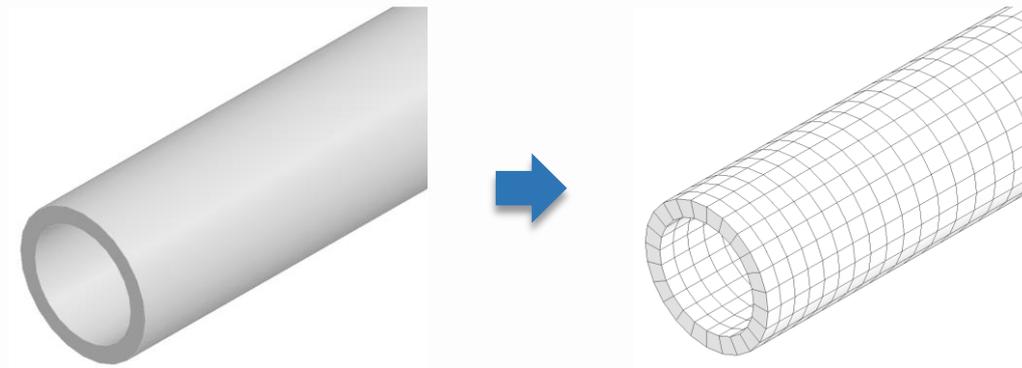


Figura 1.14: Ejemplo de discretización utilizando el Método de Elementos Finitos.

De esta forma, el Método de los Elementos Finitos permite aproximar el problema dinámico estructural presentado en la Ecuación 1.27, a través de una ecuación matricial semi-discreta, la cual puede representarse por la Ecuación 1.28. Se denomina semi-discreta, ya que las variables en el dominio del tiempo (tales como los desplazamientos, velocidades y aceleraciones) siguen siendo continuas, puesto que solo se ha discretizado el dominio espacial. Es así como se tienen tres incógnitas hasta el momento: desplazamientos $\{u_t\}$, velocidades $\{\dot{u}_t\}$ y aceleraciones $\{\ddot{u}_t\}$ de los nodos del sólido.

$$[M]\{\ddot{u}_t\} + [C]\{\dot{u}_t\} + \{F^i(t)\} = \{F^a(t)\} \quad 1.28$$

El vector de cargas externas, $\{F^a(t)\}$, se define a partir de las condiciones de borde específicas del problema, estableciendo una base fundamental para el análisis estructural. El vector de fuerzas internas o restitutivas, $\{F^i(t)\}$, en el caso de un problema elástico lineal, es directamente proporcional al vector $\{u_t\}$ y puede ser reemplazado por $[K]\{u_t\}$, donde $[K]$ es la matriz global de rigidez. Sin embargo, en problemas elásticos no lineales, dicha relación proporcional no existe, lo que requiere la aplicación de un método numérico iterativo para estimar la matriz de rigidez, $[K]$, en función del vector desplazamientos, $\{u_t\}$ (Zienkiewicz & Taylor, 2013).

La matriz global de masa, $[M]$, y la matriz global de rigidez, $[K]$, se determinan a partir de las propiedades del material o materiales y la discretización del sólido. Por otro lado, la matriz global de amortiguamiento, $[C]$, se puede modelar según el tipo de análisis y el amortiguamiento presente en el problema a resolver. Existen diversos modelos de amortiguamiento, como el viscoso, por fricción y estructural. Este último es el amortiguamiento predominante en la mayoría de las estructuras.

El modelo de amortiguamiento de Rayleigh, también conocido como “proporcional”, es el modelo más utilizado para estimar la matriz de amortiguamiento. En este, dicha matriz es una combinación lineal de la matriz de masa y la matriz de rigidez, que se representa en la Ecuación 1.29, donde α se denomina coeficiente de masa y β es el coeficiente de rigidez (Zienkiewicz & Taylor, 2013).

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad 1.29$$

Los coeficientes α y β pueden determinarse mediante las Ecuaciones 1.30 y 1.31, donde ξ_i es el coeficiente de amortiguamiento estructural relacionado a la frecuencia natural circular ω_i de la estructura en estudio. En tal sentido, para poder determinar los coeficientes α y β , los coeficientes de amortiguamiento estructural ξ_i deben ser conocidos previamente. Estos últimos pueden conocerse mediante un ensayo experimental sobre la estructura, como el *bump test*, por ejemplo.

$$\alpha = 2\omega_1\omega_2 \left(\frac{\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \right) \quad 1.30$$

$$\beta = 2 \left(\frac{\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \right) \quad 1.31$$

1.6.2. Integración temporal

La resolución total del problema dinámico estructural (definido en la Ecuación 1.27), para obtener los desplazamientos del sólido en el tiempo y sus derivados, también se conoce como análisis tiempo-historia. Existen varios enfoques para abordar dicha resolución, tales como el Método de Superposición Modal o el Método de Integración Temporal. El Método de Superposición Modal plantea y resuelve el problema dinámico a través del uso de coordenadas modales. Este método permite resolver el problema dinámico en menor tiempo, sin embargo, no permite resolver problemas con no-linealidades (Zienkiewicz & Taylor, 2013).

Por su parte, los Métodos de Integración Temporal aproximan las derivadas del desplazamiento (velocidad y aceleración) de la ecuación matricial semi-discreta (Ecuación 1.28) en función del desplazamiento. Este método permite resolver problemas no-lineales, como por ejemplo problemas con largos desplazamientos. Tres de estos métodos son: el método de Newmark, el

método HHT- α generalizado y el método Backward-Euler. A continuación, se explica el método HHT- α generalizado, ya que es el más utilizado por su amplio campo de aplicación.

El método HHT- α generalizado es una mejora del método de Newmark para la integración temporal. En este método, la ecuación matricial semi-discreta (Ecuación 1.28), se reformula según se muestra en la Ecuación 1.32. Como se puede apreciar, los vectores de desplazamientos, velocidad, aceleración, fuerzas internas y fuerzas externas no son considerados en el instante de tiempo de análisis, sino que son ponderados entre dos instantes seguidos de tiempo. Esto se muestra en las Ecuaciones 1.33-1.37.

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1-\alpha_m}\} + [C]\{\dot{u}_{n+1-\alpha_f}\} + \{F_{n+1}^i(u_{n+1-\alpha_f})\} = \{F^a(t_{n+1-\alpha_f})\} \quad 1.32$$

$$\{F_{n+1}^i(u_{n+1-\alpha_f})\} = (1 - \alpha_f)\{F_{n+1}^i(u_{n+1})\} + \alpha_f\{F_n^i(u_n)\} \quad 1.33$$

$$\{F^a(t_{n+1-\alpha_f})\} = (1 - \alpha_f)\{F_{n+1}^a(t_{n+1})\} + \alpha_f\{F_n^a(t_n)\} \quad 1.34$$

$$\ddot{u}_{n+1-\alpha_m} = (1 - \alpha_m)\ddot{u}_{n+1} + \alpha_m\ddot{u}_n \quad 1.35$$

$$\dot{u}_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)\dot{u}_{n+1} + \alpha_f\dot{u}_n \quad 1.36$$

$$u_{n+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)u_{n+1} + \alpha_f u_n \quad 1.37$$

Por su parte los valores de los desplazamientos y velocidades en los nodos se pueden aproximar mediante las Ecuaciones 1.38 y 1.39.

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + [(1 - \delta)\ddot{u}_n + \delta\ddot{u}_{n+1}]\Delta t \quad 1.38$$

$$u_{n+1} = u_n + \dot{u}_n\Delta t + [(0.5 - \alpha)\ddot{u}_n + \alpha\ddot{u}_{n+1}]\Delta t^2 \quad 1.39$$

Al reemplazar las Ecuaciones 1.33-1.39 en la ecuación semi-discretizada y reordenar los términos convenientemente, se llega a la Ecuación 1.40, que representa la ecuación matricial completamente discretizada. En esta ecuación, la incógnita es el vector desplazamientos en el instante de análisis. Para esto se requieren las fuerzas externas en el instante de análisis y los vectores desplazamientos, velocidad y aceleraciones en el instante anterior.

$$(a_0[M] + a_1[C])\{u_{n+1}\} + \{F_{n+1}^i(u_{n+1-\alpha_f})\} = (1 - \alpha_f)\{F_{n+1}^a\} + \alpha_f\{F_{n+1}^a\} \\ + [M](a_0\{u_n\} + a_2\{\dot{u}_n\} + a_3\{\ddot{u}_n\}) + [C](a_1\{u_n\} + a_4\{\dot{u}_n\} + a_5\{\ddot{u}_n\}) \quad 1.40$$

En el caso de problemas no lineales, la Ecuación 1.40 se puede representar de forma reducida como se muestra en la Ecuación 1.41. En este caso, no se conocen las fuerzas restitutivas en el sólido a primeras, ya que estas dependen de los desplazamientos nodales aún desconocidos. Por este motivo es necesario utilizar un método de resolución matricial iterativo para aproximar la solución de dicha ecuación y calcular el vector de desplazamientos.

$$[P]\{u_{n+1}\} + F_{n+1}^i(\{u_{n+1-\alpha_f}\}) = \{Q\} \quad 1.41$$

Por su parte, en problemas lineales, la Ecuación 1.40 se puede representar de forma reducida como se muestra en la Ecuación 1.42. Para resolver dicha ecuación y determinar el vector de desplazamientos, se utiliza directamente un método de resolución matricial.

$$[P]\{u_{n+1}\} = \{Q\} \quad 1.42$$

1.6.3. Métodos de resolución

Existen dos tipos de métodos de resolución al problema matricial: directos e iterativos. Entre los métodos iterativos están los métodos basados en el gradiente conjugado (CG, por sus siglas en inglés). Entre esta familia de métodos se encuentran el método *Jacobi Conjugate Gradient* (JCG), *Preconditioned Conjugate Gradient* (PCG), *Incomplete Cholesky Conjugate Gradient* (ICCG), entre otros.

El método directo utilizado en códigos comerciales es conocido como *Sparse Direct Solver*. En este, la ecuación matricial se resuelve por descomposición de la matriz $[P]$ (presentada en la Ecuación 1.42) en una matriz inferior $[L]$ y una matriz superior $[U]$. La ecuación matricial inicial se convierte en la Ecuación 1.43. Este artificio algebraico se realiza con el objetivo de aprovechar las ventajas de este tipo de matrices. Así, se disminuye el costo computacional de resolver el problema matricial y determinar el vector de desplazamientos $\{u\}$.

$$[P]\{u\} = [L][U]\{u\} = [L]\{w\} = \{Q\} \quad 1.43$$

1.7. Acoplamiento Fluido-Estructura

El modelado de la interacción fluido-estructura (FSI) es una parte fundamental de las simulaciones multifísicas. En este caso, el modelo FSI define cómo interactúan los resultados del campo estructural y del campo fluidodinámico. El principal aspecto que se debe definir en una simulación FSI es el tipo de acoplamiento. Existen dos tipos de acoplamiento: el acoplamiento unidireccional (*1-way*) y el acoplamiento bidireccional (*2-way*).

El acoplamiento unidireccional está estructurado en dos niveles, como se resume en la Figura 1.15. Se inicia con la simulación del dominio fluidodinámico, resolviendo dicho dominio para calcular las fuerzas sobre la superficie que interactúa con la estructura (conocida como interfaz). Estos resultados se utilizan como condición de borde para la simulación del dominio estructural. Así, se resuelve este segundo dominio y se determinan los desplazamientos de la estructura. Luego de haber resultado ambos dominios, se avanza al siguiente paso de tiempo y se repite el proceso descrito anteriormente hasta alcanzar el tiempo requerido de simulación.

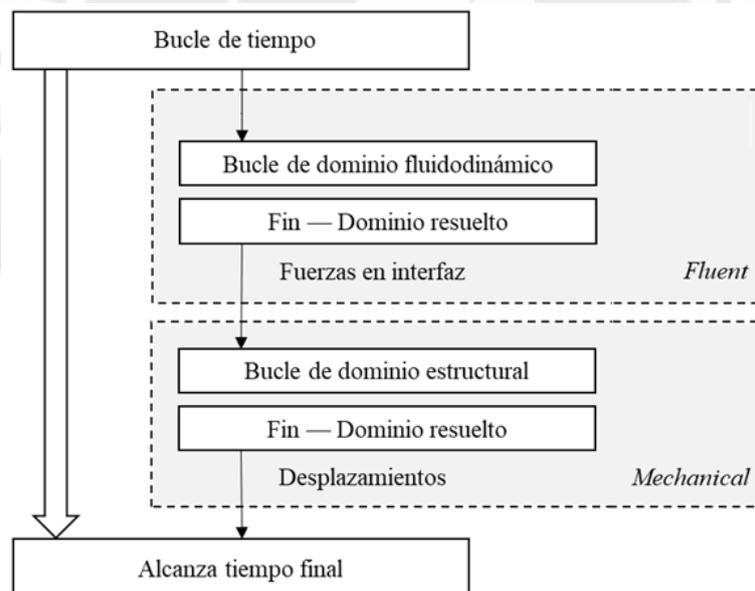


Figura 1.15: Diagrama de flujo del acoplamiento unidireccional.

El acoplamiento bidireccional está estructurado en tres niveles, como se resume en la Figura 1.16. Primero, se resuelve el dominio fluidodinámico y se calculan las fuerzas sobre la superficie que interactúa con la estructura. Con tales fuerzas se resuelve el dominio estructural. En el siguiente nivel se encuentra el bucle de acoplamiento. Aquí se verifica que los resultados del dominio fluidodinámico y estructural cumplan determinado criterio de convergencia. En

caso no se cumpla con tal criterio, se actualiza la discretización del dominio fluidodinámico de modo que la geometría de este dominio sea compatible con los desplazamientos de la estructura calculados en la última iteración. Luego, se ingresa a los bucles de los dominios fluidodinámico y estructural. Cuando se alcance la convergencia, se termina el bucle de acoplamiento. El nivel más alto corresponde al bucle de tiempo. Este se encarga de avanzar al siguiente paso de tiempo y termina cuando se alcanza el tiempo requerido de simulación.

Como se mencionó, con el acoplamiento bidireccional (*2-way*), la geometría y la malla del flujo se deben actualizar de modo que sean compatibles con la geometría deformada de la tubería. El algoritmo de malla dinámica se encarga de actualizar la malla del fluido en función del campo de desplazamientos o movimiento que se impongan sobre la interfaz en cada iteración (ver Figura 1.16). Existen diferentes métodos para actualizar la malla de un dominio que tiene un contorno que se deforma o se mueve. Estos se pueden ordenar en tres grupos: *Smoothing*, *Dynamic Layering* y *Remeshing*.

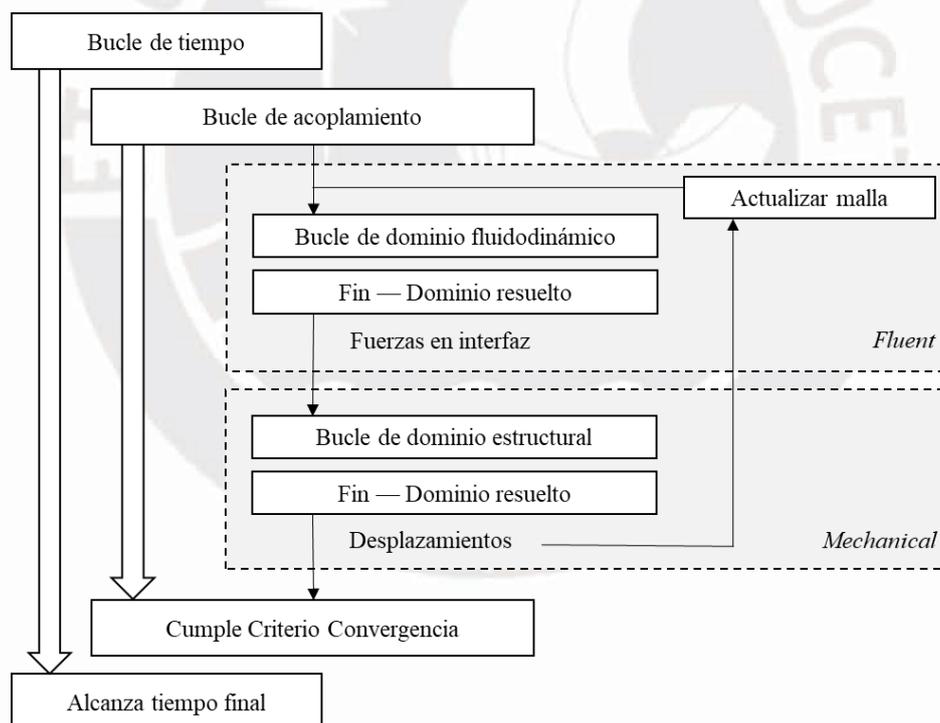


Figura 1.16: Diagrama de flujo del acoplamiento bidireccional.

Cuando se aplican métodos del tipo *Smoothing*, se modifica la posición de los nodos de la malla, pero la cantidad y la conectividad no cambian. Este método es aplicable cuando el movimiento del contorno es comparable al tamaño de celda. Sin embargo, cuando se tienen grandes movimientos en el contorno, la celda podría deformarse generando problemas de

convergencia. Si se trata de una malla no estructurada, los métodos del tipo *Remeshing* pueden regenerar celdas o grupos de celdas para que se cumplan ciertos criterios de calidad. Cuando se necesita agregar o remover capas de celdas a un contorno con movimiento, se utilizan los métodos del tipo *Dynamic Layering*. Estos tipos métodos pueden usarse en conjunto.

Por su parte, el criterio de convergencia mencionado consiste en que la variación de las fuerzas y de los desplazamientos respecto a la iteración anterior sea menor a determinado valor. Dicha variación (γ) se cuantifica mediante la Ecuación 1.44. donde a_{new} es la fuerza o el desplazamiento calculado en la última iteración; mientras que a_{old} es la fuerza o desplazamiento calculado en la iteración anterior. Las sumatorias presentadas en dicha ecuación consideran todos los elementos ubicados en la interfaz.

$$\gamma = \frac{\sqrt{\sum(a_{new}-a_{old})^2}}{\sqrt{\sum a_{new}^2}} \quad 1.44$$

1.8. Conclusiones parciales

- Herramientas para predecir y evaluar la vibración inducida por flujos en tuberías son importantes para lograr una adecuada comprensión del fenómeno y prevenir las fallas de estos sistemas. En este tópico es de interés capturar las amplitudes y frecuencias de vibración. La revisión bibliográfica sugiere que es posible evaluar este fenómeno adecuadamente utilizando simulación numérica multifísica (simulación FSI).

- Una simulación FSI permite resolver numéricamente problemas de interacción fluido-estructura, como el fenómeno FIV. Para esto resuelve el dominio fluidodinámico y el dominio estructural por separado, y se intercambian los resultados mediante un acoplamiento de estos dominios. El modelado numérico del fenómeno FIV consta de la definición del modelo numérico del flujo para determinar las fuerzas que ejerce sobre la tubería, del modelo estructural de la tubería para obtener su respuesta vibratoria producto de fuerzas dinámicas, y de la interacción fluido estructura para transmitir los efectos de un dominio sobre el otro.

- Durante la revisión bibliográfica, se encontraron pocos trabajos que aborden el problema de vibración inducida por flujo turbulento en tuberías utilizando simulación FSI, a su vez que no

reportan un procedimiento claro para el modelado de este problema. Por esta razón, en los siguientes capítulos se define el modelo numérico y la metodología para la simulación, según se ilustra en la Figura 1.17.

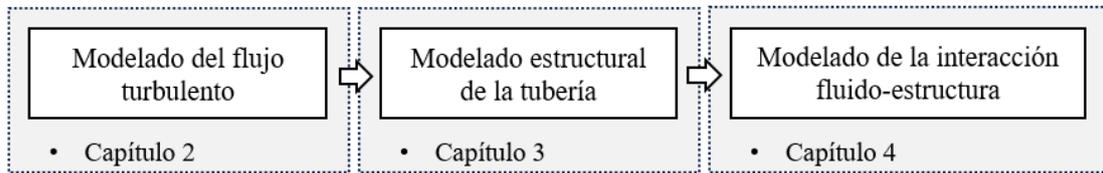


Figura 1.17: Proceso de definición del modelo numérico para evaluar el fenómeno FIV.



CAPÍTULO 2

MODELADO DEL FLUJO TURBULENTO

En el presente capítulo se define el modelo numérico del flujo turbulento que permite obtener las fuerzas dinámicas que ejerce sobre la pared interna de la tubería. El modelo numérico se basa en técnicas de la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), tales como el conocido Método de los Volúmenes Finitos (FVM) junto a otros métodos numéricos.

En la primera parte, se describen los diferentes aspectos involucrados en el modelo. Se logra definir varios de estos aspectos a partir de recomendaciones encontradas en literatura especializada. En la segunda parte, se determinan los aspectos restantes, como la discretización geométrica y la discretización temporal a partir de estudios numéricos propios.

2.1. Descripción del modelo

En este subcapítulo se describen los aspectos involucrados en el modelado numérico del flujo, tales como geometría, material, condiciones de contorno, modelo de turbulencia, discretización geométrica, discretización temporal y los esquemas de solución.

2.1.1. Dominio geométrico y material

El modelo geométrico tridimensional del fluido se muestra en la Figura 2.1. En el presente trabajo, dicha geometría tiene un diámetro de 20,4 mm y una longitud de 1,53 m. Estas dimensiones corresponden a las dimensiones internas de la tubería utilizada por Ortiz-Vidal *et al.* (2013) en su estudio experimental.

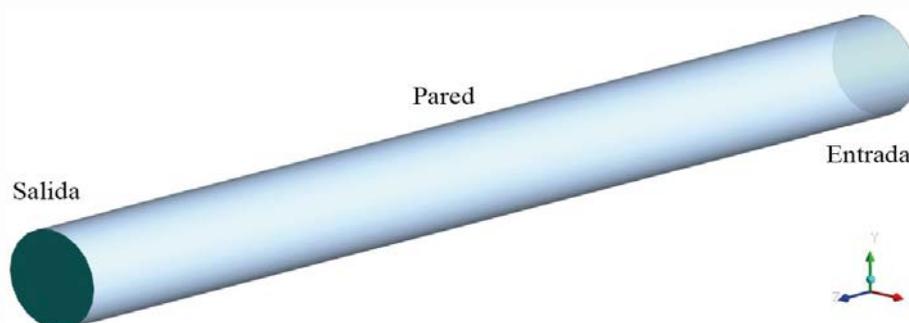


Figura 2.1: Dominio geométrico para el modelado del flujo.

En este trabajo, se consideran las propiedades de un fluido incompresible y newtoniano, siendo el fluido utilizado agua, tal como lo consideró Ortiz-Vidal *et al.* (2013) en su estudio experimental. Se utiliza un valor de densidad de 998,2 kg/m³ y una viscosidad dinámica de 0,001003 Pa·s.

2.1.2. Condiciones de contorno

Como parte de las condiciones de contorno, se aplica la condición de periodicidad en la dirección del flujo. Esta condición puede aplicarse cuando el dominio físico muestra una naturaleza periódica, como ocurre en la circulación de flujo a través de una tubería horizontal. La principal ventaja de aplicar esta condición es que permite simular flujos turbulentos sin la necesidad de considerar una longitud adicional para el desarrollo del flujo (Chin *et al.*, 2010). La condición de periodicidad ha sido aplicada por varios investigadores tanto en el estudio de flujos turbulentos (Ahn *et al.*, 2013; Chin *et al.*, 2015; El Khoury *et al.*, 2013) como en la evaluación de vibración inducida por flujo en tuberías (Loh *et al.*, 2013; Pittard, 2003; Shurtz, 2009).

La condición de periodicidad conecta las regiones de entrada y salida del dominio fluidodinámico. De este modo, no es necesario aplicar las condiciones de borde típicas de velocidad o presión, sino que se impone el gradiente de presión entre la entrada y la salida. Para flujos internos, esta gradiente, dP/dz , se puede obtener con el método de Darcy-Weibash (Cengel & Cimbala, 2018), como se muestra en la Ecuación 2.1. Aquí, ρ es la densidad del fluido, U es la velocidad media del flujo, D es el diámetro de la región ocupada por el fluido y f_ζ es el factor de fricción, presentado en la Ecuación 1.5. En este trabajo, se considera que la pared de la tubería no tiene rugosidad (ζ igual a 0), en concordancia con lo considerado por Ortiz-Vidal *et al.* (2013).

$$\frac{dP}{dz} = \frac{1}{2} f_\zeta \frac{\rho U^2}{D} \quad 2.1$$

Además de la condición de periodicidad, se aplica la condición de no-deslizamiento en la pared del dominio del flujo. Esta condición es muy utilizada en el tópico de la mecánica de fluidos y considera que la velocidad del fluido sobre la pared es nula (Cengel & Cimbala, 2018). Se

considera una aceleración de la gravedad de $9,81 \text{ m/s}^2$ en dirección perpendicular al eje de la tubería (dirección $-y$, según la Figura 2.1), para modelar la posición horizontal de la tubería.

El interés principal de este trabajo es simular la vibración inducida por el flujo en un régimen turbulento totalmente desarrollado (ver sección 1.2.2). Para establecer este régimen como condición inicial de la simulación, se realiza una simulación preliminar en la que el flujo alcanza dicho régimen. Para esta fase preliminar, se aplica una velocidad uniforme en todo el dominio con una magnitud igual a la velocidad nominal del flujo como condición inicial. Para confirmar que el flujo ha alcanzado el régimen turbulento, se verifica la convergencia del esfuerzo cortante promedio sobre la pared (ver sección 1.2.2). Finalmente, el resultado de esta simulación preliminar se utiliza como condición inicial del fluido en la simulación multifísica.

2.1.3. Modelo de turbulencia

Como se detalló en la sección 1.5.1, existen tres enfoques principales para modelar la turbulencia: RANS, LES y DNS. Los modelos RANS no capturan las fluctuaciones locales generadas por la turbulencia, ya que determinan las variables del fluido promediadas en el tiempo. Los modelos DNS y LES permiten capturar estas fluctuaciones locales; sin embargo, los modelos DNS implican un costo computacional excesivamente alto ya que resuelven todas las escalas de la turbulencia (Fernández-Oro, 2012), lo que hace inviable su aplicación en este trabajo. En este contexto, las técnicas LES son las más adecuadas para obtener las fuerzas dinámicas que el flujo ejerce sobre la tubería.

Los modelos LES clásicos, como el modelo de Smagorinsky, requieren una malla excesivamente fina en la región de la pared para capturar adecuadamente los fenómenos turbulentos en dicha región (Larsson *et al.* 2016; Menter, 2015; Piomelli 2010). Para abordar este problema, se han desarrollado modelos LES que incorporan un modelo especial para la región de la pared. Entre estos, se encuentra el método *Wall-Modeled Large-Eddy Simulation S-Omega*, también conocido como *WMLES S- ω* . Este método ha mostrado capturar adecuadamente las fluctuaciones de presión sobre la pared sin exigir una malla excesiva en dicha zona (Menter, 2015; Park & Moin, 2016). Debido a que el principal interés de la simulación fluido-dinámica es obtener las fluctuaciones de presión, se utiliza este modelo de turbulencia para el presente estudio.

2.1.4. Discretización geométrica

Para la discretización geométrica del volumen ocupado por el fluido, se crea una malla tipo mariposa, también conocida como *O-grid*. Este tipo de malla se caracteriza por presentar una discretización rectangular en la zona central y una discretización cilíndrica en la zona de la pared, como se ilustra en la Figura 2.2. La ventaja de esta malla radica en su capacidad para (i) refinar la zona cercana a la pared sin necesidad de refinar la zona rectangular y (ii) mantener una buena calidad de malla, según indica Hernández-Pérez *et al.* (2011). Para describir las celdas que componen la malla, se utiliza el término Δr para referirse al tamaño de la celda en la dirección normal a la pared; $\Delta r\theta$, en la dirección circunferencial o azimutal; y Δz , en la dirección axial. Estos aspectos se detallan en la sección ampliada de la Figura 2.2.

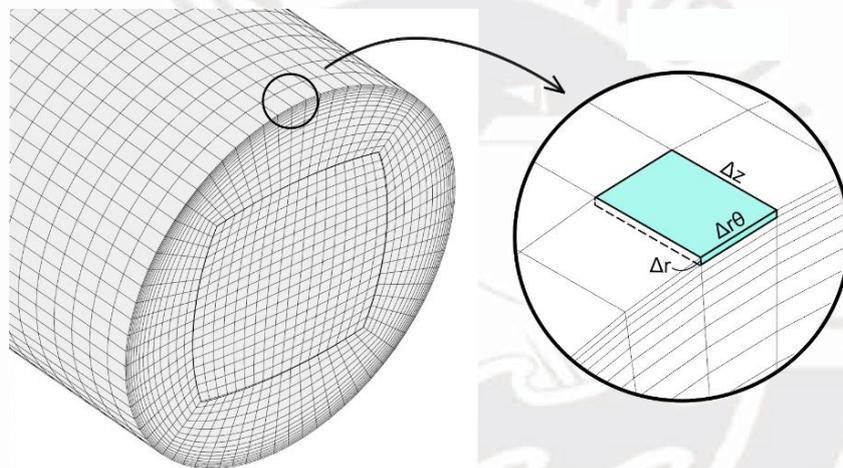


Figura 2.2: Ejemplo de malla tipo mariposa y denominación de los tamaños de celda.

En términos generales, se sugiere que las celdas sean cúbicas, es decir, que se busque que los tres lados de la celda sean iguales. Pope (2000) menciona que para modelos LES, el tamaño la celda debe ser aproximadamente la sexta parte de la escala de longitud integral del flujo, lo que permitiría resolver al menos el 80% de la energía turbulenta contenida en el flujo. Según Fernández-Oro (2012), cuando se aplican modelos de turbulencia LES, se debería capturar el 80% de la energía turbulenta del flujo. En el caso específico de flujos turbulentos en tubería, la longitud integral se puede aproximar al radio del dominio del flujo (Menter, 2015). En otras palabras, con un tamaño de celda que sea la sexta parte del radio de la tubería, se podría cumplir con la recomendación de capturar alrededor del 80% de la energía turbulenta. En caso de aplicar modelos WMLES, Menter (2015) recomienda utilizar tamaños de celda entre la veintava y la décima parte de la longitud integral o del radio de la tubería.

Por lo descrito anteriormente, es posible concluir que los tamaños de las celdas pueden estimarse en función del radio, los cuales pueden ir desde la sexta parte hasta la veinteava parte. Esta relación se expresa en la Ecuación 2.3, donde R representa el radio de la región ocupada por el flujo dentro de la tubería y q representa el factor por el cual se multiplica el radio para obtener una estimación del tamaño de la celda. La determinación del valor más apropiado de este factor se realiza en la sección 2.2.1.

$$\Delta r \approx \Delta r\theta \approx \Delta z \approx qR \quad 2.3$$

Para el tamaño de la celda sobre la pared en la dirección radial (Δr_{pared}) existen requerimientos particulares. Para discutir esto, se introduce el término Δr_{pared}^+ que es la longitud adimensional de la celda ubicada sobre la pared en la dirección radial. La relación de ambos parámetros se muestra en la Ecuación 2.4, deducida a partir de la distancia adimensional a la pared presentada en la Ecuación 1.9.

$$\Delta r_{pared}^+ = \frac{\rho u_\tau}{\mu} \Delta r_{pared} \quad 2.4$$

En los modelos LES clásicos, es necesario que Δr_{pared}^+ sea menor a 1 para resolver adecuadamente los fenómenos turbulentos en la región de la pared (Piomelli, 2001). Es decir, que la primera celda se encuentre dentro de la parte interna de la subcapa viscosa (ver sección 1.2.3). Cuando se utiliza el modelo WMLES, Δr_{pared}^+ puede ser mayor a 30 si el objetivo es estudiar la turbulencia del flujo en la zona central (Piomelli, 2001). Es decir, que la primera celda puede ubicarse en la región logarítmica de la capa límite y no necesariamente en la subcapa viscosa. Menter (2015) recomienda que para resolver los fenómenos turbulentos en la región de la pared con el modelo WMLES, se utilice un Δr_{pared}^+ cercano a 1. Sin embargo, si esto no es posible, el modelo permite el uso de un Δr_{pared}^+ mayor. En la sección 2.2.1 se determina el valor más apropiado para este parámetro para su aplicación a este trabajo.

Lo anteriormente presentado implica que existe una variación del Δr desde la pared (Δr menor) hasta la zona central (Δr mayor). Menter (2015) recomienda que esta medida incremente desde la pared con razón geométrica de 1,15, aproximadamente.

2.1.5. Discretización temporal

Para la discretización temporal se utiliza un paso de tiempo constante, tal como se realiza en el modelado de la interacción fluido-estructura presentado en el Capítulo 4. En la dinámica de fluidos computacional, el paso de tiempo (Δt_f) debe permitir capturar los tiempos característicos convectivos y difusivos de las escalas a resolver. En ese sentido, para discutir sobre el paso de tiempo, se introduce el número de Courant o Courant-Friedrichs-Levy, C . Este se muestra en la Ecuación 2.5, donde u es la velocidad instantánea en la celda, Δt es el paso de tiempo y Δz es el tamaño de celda en la dirección axial. Diferentes autores señalan que el número de Courant debe ser menor a 1 (Fernández-Oro, 2012; Ferziger & Peric, 2002) o menor a 0,5 en algunos casos (Menter, 2015).

$$C = \frac{u\Delta t_f}{\Delta z} \leq 0,5 \dots 1 \quad 2.5$$

Simulaciones previas de flujo turbulento en tuberías han demostrado que el número de Courant en la zona central es mayor que en la zona de la pared, como se muestra en la Figura 2.3. Esto se debe a que en la zona central se encuentran los valores de velocidad más altos; mientras que, en la zona de la pared, la velocidad local tiende a cero.

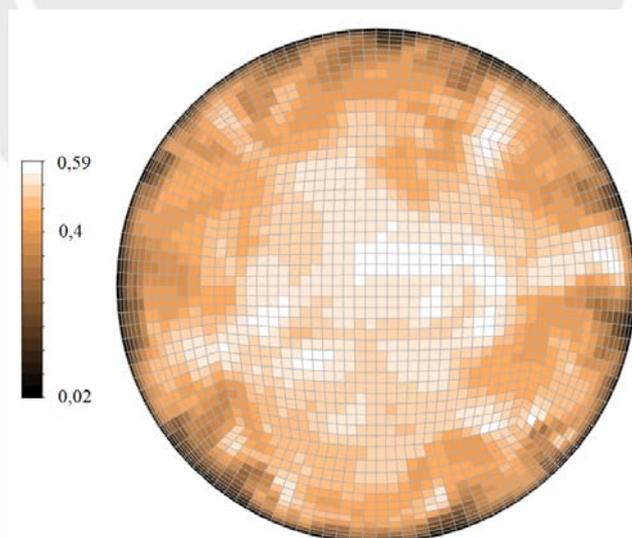


Figura 2.3: Visualización del número de Courant en una sección del dominio del flujo turbulento. Los colores varían desde negro (menor Courant) hasta blanco (mayor Courant).

En ese sentido, se ve por conveniente estimar el paso del tiempo a partir de limitar el número de Courant en la zona central. Entonces, para determinar el paso de tiempo se necesita conocer

previamente el tamaño de celda axial y la velocidad del fluido en la zona central de la tubería. El tamaño de celda axial en la zona central es conocido ya que se define en el proceso de la generación de la malla. La velocidad en el centro de la tubería se puede estimar como 1.3 veces la velocidad media del flujo (U) (Franco *et al.*, 2020; Peng *et al.* 2018). Entonces, se reescribe la Ecuación 2.5 para estimar el paso de tiempo y se obtiene la Ecuación 2.6. Más adelante, en la sección 2.2.2 se determina la condición para el número de Courant, C , más adecuado.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta z}{(1.3U)} C \quad 2.6$$

2.1.6. Esquemas de solución

El esquema para la discretización espacial en las ecuaciones de momentum es *Bounded Central Differencing*. El esquema para la discretización espacial de la presión es *Second Order*. El esquema empleado para la discretización del gradiente es *Least Squares Cell Based*. La formulación empleada para discretizar el término transitorio es *Second Order Implicit*. Estos esquemas son recomendados para resolver problemas de flujos turbulentos transitorios (ANSYS, 2019a).

Para resolver las ecuaciones de gobierno discretizadas, se utiliza un esquema de resolución transitorio basado en la presión. Para resolver el acoplamiento de velocidad-presión, propio de las ecuaciones de gobierno discretizadas, se utiliza el algoritmo de Avance de Tiempo no Iterativo (NITA, por sus siglas en inglés) conocido como *Fractional Step*. Como factores de relajación para el algoritmo no iterativo, se utiliza 0,7 para la presión y 1 para el momentum (ANSYS, 2019a).

2.2. Análisis de la discretización

En este subcapítulo, se analizan y definen la discretización espacial y la discretización temporal para el modelado numérico del flujo, que fueron introducidos en las secciones 2.1.4 y 2.1.5. Para estos análisis se utilizan la geometría (con excepción de la longitud), fluido, condiciones de contorno, modelo de turbulencia y esquemas de solución que se definieron en las secciones 2.1.1-2.1.3 y 2.1.6, respectivamente.

Debido a la periodicidad del fenómeno, no es necesario utilizar la longitud total del dominio geométrico, sino que es posible utilizar una longitud menor para disminuir el costo computacional de estos análisis. En el estudio de flujos turbulentos es típico caracterizar la turbulencia en función de las estadísticas de los parámetros del flujo. Chin *et al.* (2010), quienes evaluaron flujos turbulentos con la condición de periodicidad, concluyeron que es suficiente utilizar una longitud de 8π veces el radio para obtener resultados estadísticamente correctos. En este caso, el diámetro del dominio ocupado por el fluido es de 20,4 mm. En consecuencia, se utiliza un dominio de longitud de 0,256 m para estos análisis.

La literatura reporta diferentes métodos para evaluar si la resolución de la malla LES es la suficiente para el estudio de determinado fenómeno turbulento. Entre estos métodos se resaltan la evaluación de la convergencia de perfiles promediados, el porcentaje de energía turbulenta resuelta, o la correlación de dos puntos (*two-point correlation*) (Davidson, 2009; Wurps *et al.*, 2020). Es decir, se utilizan parámetros estadísticos. Otra práctica muy común es utilizar los resultados obtenidos por simulación DNS con los resultados de la simulación LES en un flujo con el mismo número de Reynolds, con el fin de validar estos últimos. Esta práctica es realizada por diferentes autores para validar sus estudios con modelos LES (Chin *et al.*, 2015; Larsson *et al.*, 2016; Park & Moin, 2016).

Entonces, de manera similar, para el presente análisis se utilizan los resultados de la simulación DNS reportada por El Khoury *et al.* (2013) para un flujo con Reynolds de 19 085. Considerando el diámetro, densidad y viscosidad establecidos para los análisis de este subcapítulo, la velocidad media del flujo debe ser de 0,94 m/s para obtener el mismo valor de Reynolds (en concordancia con la Ecuación 1.3). Es importante resaltar que este valor de velocidad está en el rango de las velocidades que se evalúan en el Capítulo 4 y el Capítulo 5.

Como parte de la estrategia de simulación y según lo descrito en la sección 2.1.3, es necesario realizar una simulación preliminar. Como condición inicial de dicha simulación, se impone un perfil de velocidad uniforme en todo el dominio igual a la velocidad nominal del flujo. En este caso de 0,94 m/s. Con las condiciones descritas en los párrafos anteriores, se realizan las simulaciones considerando 10 s de tiempo físico. En todos los casos que se analizaron este tiempo fue suficiente para que el flujo alcance el régimen turbulento totalmente desarrollado. A partir de este instante, se continua la simulación con 10 s de tiempo físico adicional. Los

resultados obtenidos en este segundo intervalo de tiempo forman parte de las estadísticas para el presente análisis.

La Figura 2.4 muestra la representación del dominio del flujo y se remarcan las zonas de interés para el análisis. Se toma una sección a la mitad de la longitud ($z = 0,128$ m). En esta sección se toma la línea horizontal, denominada línea OA, que va desde el centro O ($x = 0$; $y = 0$) hasta el punto A situado sobre la pared ($x = 0,0102$ m; $y = 0$). Es importante señalar que todas las mallas se generaron en la plataforma ANSYS *ICEM CFD*. Por su parte, las simulaciones y el postprocesamiento de los resultados se realizó en ANSYS *Fluent*.

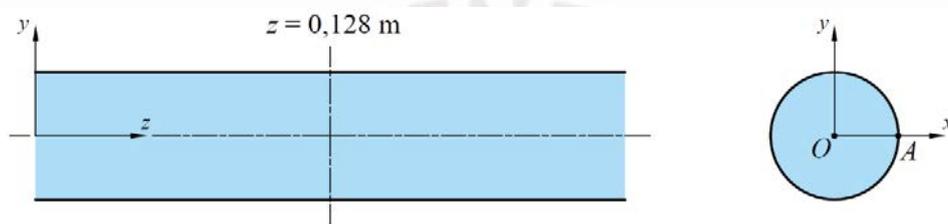


Figura 2.4: Representación del dominio del flujo y las zonas de interés a evaluar.

2.2.1. Análisis de la discretización geométrica

Como se mencionó en la sección 2.1.4, en el presente análisis se define el tamaño de celda aproximado (Δr , $\Delta r\theta$ y Δz), que está en función del radio del dominio, y la longitud adimensional de la celda ubicada sobre la pared en la dirección radial (Δr_{pared}^+). Se opta por iniciar el análisis con la evaluación del tamaño de celda general.

Análisis del tamaño de celda

En la Tabla 2.1 se detallan las características de los cuatro casos que se evalúan. Se evalúan tamaños de celda aproximados de $0,05R$; $0,075R$; $0,1R$ y $0,125R$. Estos valores están entre la veinteava y la sexta parte del radio del dominio, en concordancia con lo descrito en la sección 2.1.4. Para estos análisis se utiliza un Δr_{pared}^+ de 5. Este parámetro se evalúa más adelante. Asimismo, se utiliza un paso de tiempo que permita obtener un número de Courant menor o igual a 0,5 (ver Ecuación 2.6). Este valor se evalúa y define en la sección 2.2.2.

Tabla 2.1: Características de las discretizaciones a evaluar variando tamaño de celda.

$\Delta r, \Delta r\theta$ y Δz	Δr_{pared}^+	$\Delta r, \Delta r\theta$ y Δz (mm)	Δr_{pared} (mm)	Cantidad de celdas	Número de Courant
0,05R	5	0,51	0,0928	915 120	0,5
0,075R		0,765		395 256	
0,1R		1,02		211 072	
0,125R		1,275		118 272	

La Figura 2.5 muestra la cuarta parte de la sección transversal de las mallas con tamaños de celda de 0,05R y de 0,125R. El caso con tamaño de celda de 0,05R (Figura 2.5a) presenta celdas de menor tamaño y, en consecuencia, mayor cantidad de celdas (915 120 celdas). Por otro lado, el caso con tamaño de celda de 0,125R (Figura 2.5b) tiene celdas de mayor tamaño, lo que implica un menor número de celdas en total (118 272 celdas). Se debe notar que la variación del tamaño de celda que se está evaluando afecta el tamaño de las celdas en todas sus dimensiones. Solo la dimensión radial de las celdas sobre la pared se mantiene constante, ya que se fijó un Δr_{pared}^+ de 5 para este análisis.

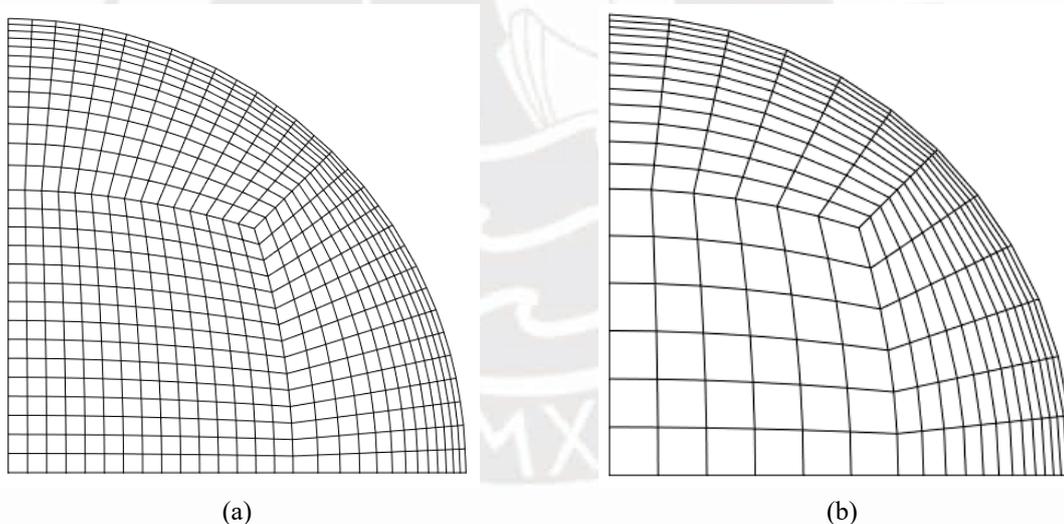


Figura 2.5: Sección transversal de las mallas con tamaños de celda de (a)0,05R y (b)0,125R.

Luego de realizar las simulaciones y postprocesar los resultados, la Figura 2.6 presenta los campos de velocidad instantánea (al término de las simulaciones) para las secciones transversales medias de los casos con tamaños de celda de 0,05R y 0,125R. En la representación visual, los colores oscilan desde negro (indicando menor velocidad) hasta blanco (indicando mayor velocidad). Se observa claramente que la zona de la pared muestra una velocidad nula, conforme a la condición de no-deslizamiento impuesta en la pared (ver

sección 2.1.2). Además, se observa que el campo de velocidad instantánea no es uniforme. Esto es de esperar ya que el modelo permite capturar la velocidad instantánea turbulenta. Resultados similares se pueden encontrar en los trabajos de El-Khoury *et al.* (2013), Pittard (2003), Shurtz (2009).

Con un tamaño de celda de $0,05R$ se puede evidenciar estructuras turbulentas en mayor cantidad y de menor tamaño en la región de la pared. En cambio, con un tamaño de celda de $0,125R$ se aprecian estructuras turbulentas en menor cantidad y mayor tamaño. Este comportamiento es consistente con los modelos de turbulencia LES, los cuales capturan estructuras turbulentas en función de los tamaños de celdas (Fernández-Oro, 2012; Menter, 2015).

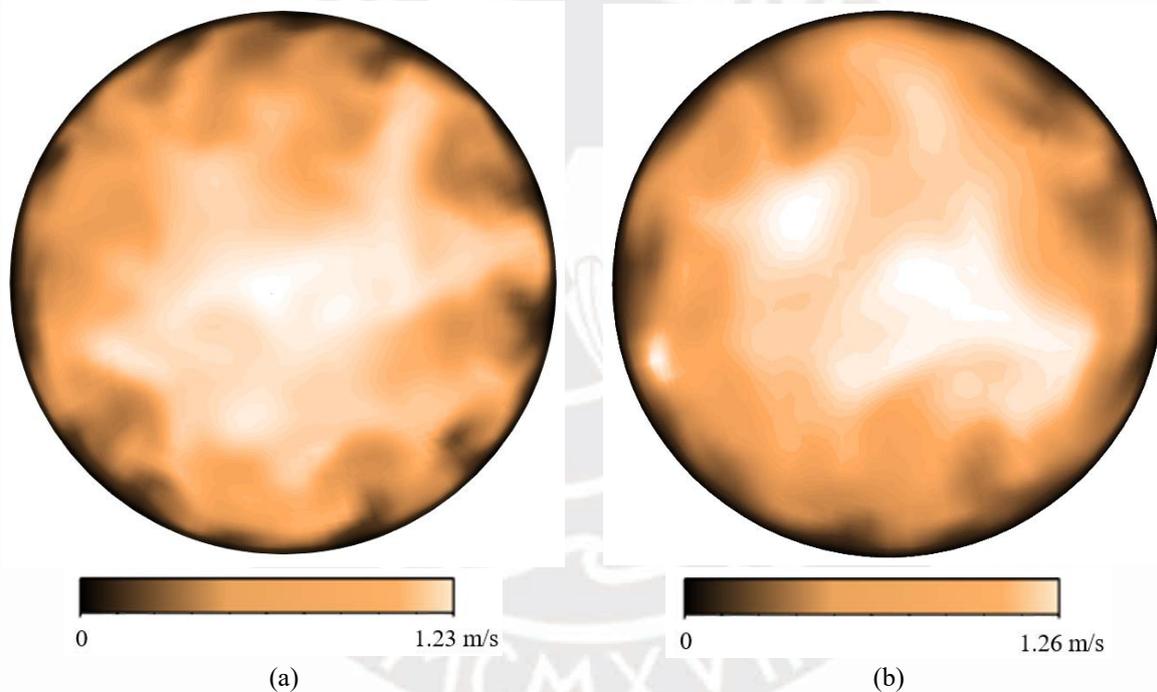


Figura 2.6: Resultados de los campos de velocidad instantánea en la sección media para los casos con tamaño de celda de (a) $0,05R$ y (b) $0,125R$. Los colores varían desde negro (menor velocidad) hasta blanco (mayor velocidad).

En el análisis numérico de flujos turbulentos es común evaluar sus características en función de la media o la fluctuación de sus variables fluidodinámicas a lo largo de un intervalo de tiempo. En ese sentido, en la Figura 2.7 se muestran los perfiles de velocidad media para cada uno los casos evaluados a lo largo de un radio del dominio (específicamente, estos valores son extraídos sobre la línea OA, según la Figura 2.4). Estos perfiles se comparan con el perfil empírico-analítico de velocidad media conocida como la ley de potencia (White, 2011). En esta

figura, el valor de r/R igual a 0 hace referencia al centro de la sección circular; mientras que, el valor de 1 hace referencia a la pared del dominio del flujo.

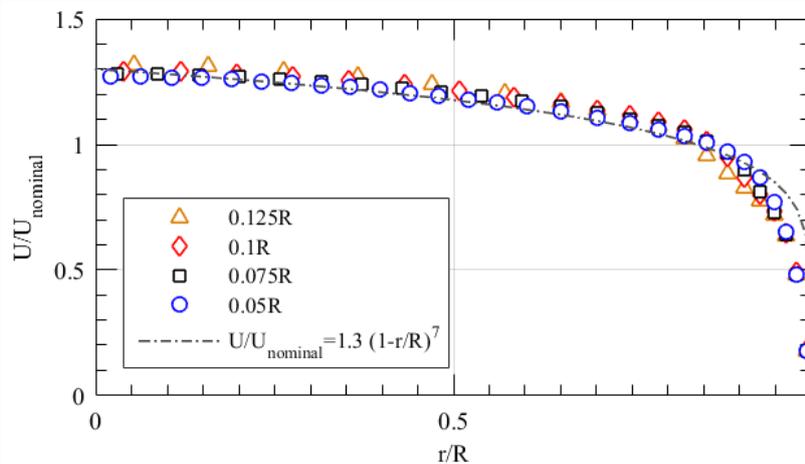


Figura 2.7: Perfiles de velocidad media sobre el radio de la tubería variando el tamaño de celda.

En general, se encuentra una adecuada concordancia entre los resultados por simulación y los resultados empírico-analíticos. Se aprecia que, existe un mejor ajuste de los resultados mientras más fino es el tamaño de la celda. Para r/R entre 0 y 0,85 se puede notar que la simulación sobrepredice levemente el perfil de velocidad media con la malla de tamaño de celda de 0,125R. Para r/R entre 0,85 y 1, los valores de velocidad media en los cuatro casos son menores que los valores empírico-analíticos. Esta diferencia puede deberse al nivel de turbulencia del flujo, que se cuantifica mediante el número de Reynolds. En la literatura se ha encontrado que mientras menor es el número de Reynolds del flujo, los valores de velocidad media son menores en la zona cercana a la pared (Wagner *et al.*, 2001).

Para saber si se está capturando de forma adecuada el fenómeno turbulento (que está relacionado a las fluctuaciones de la velocidad) con el modelo propuesto, se evalúa el esfuerzo de Reynolds. La Figura 2.8 muestra la variación a lo largo del radio de la tubería (línea OA) de la componente principal del tensor de Reynolds para los cuatro casos, en términos de los parámetros adimensionales r^+ y $\langle uw \rangle^+$. Este último se determina al dividir el esfuerzo de Reynolds, $\langle uw \rangle$, entre el cuadrado de la velocidad de fricción, u_τ . Estos resultados se comparan con los resultados DNS de El-Khoury *et al.* (2013). El valor de r^+ igual a 0 hace referencia a la pared del dominio.

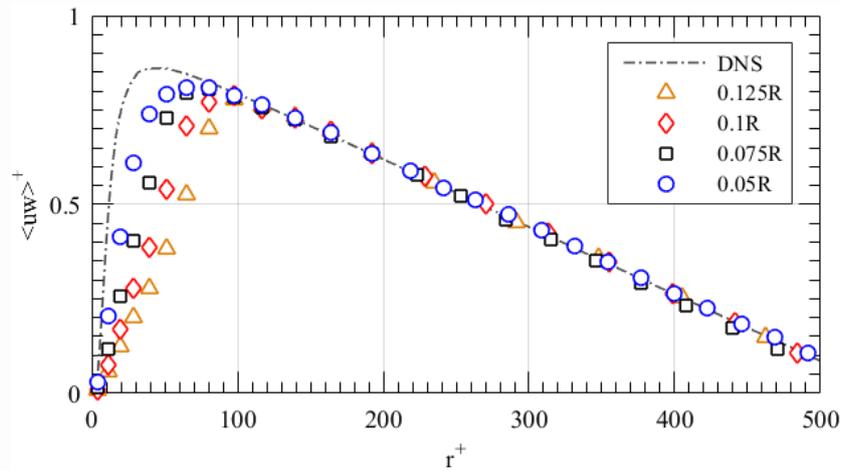


Figura 2.8: Variación del esfuerzo de Reynolds $\langle uw \rangle^+$ sobre la distancia radial a la pared r^+ variando el tamaño de celda.

Como se observa, para valores de r^+ mayor a 90, con las cuatro mallas se obtiene una adecuada concordancia con los resultados DNS. Para valores de r^+ menor a 90 (región cercana a la pared), con las cuatro mallas se subpredice el valor del esfuerzo de Reynolds. Es decir, se subpredice el nivel de turbulencia. Asimismo, se observa que, al afinar el tamaño de celda, los resultados del presente análisis se ajustan mejor a los resultados DNS. Resultados similares son encontrados en el trabajo de Park & Moin (2016). Entonces, para capturar todos los efectos de la turbulencia en dicha región, es posible que sea necesario refinar la malla hasta el nivel de una malla empleada en simulaciones DNS. Sin embargo, para la aplicación del presente trabajo, ese requerimiento es inviable (ver sección 2.1.3).

Con lo visto hasta el momento, se puede concluir que la implementación del modelo propuesto (presentado en el subcapítulo 2.1) para simular flujos turbulentos en tuberías ha sido correcta. Aún queda concluir si dicho modelo es adecuado para el estudio del fenómeno de vibración inducida por flujo.

Diversos autores coinciden en que el tamaño de las celdas depende del parámetro fluidodinámico que se desea capturar con la simulación. Por ejemplo, Park & Moin (2016) concluyen que para determinar las estadísticas medias de velocidad es suficiente con utilizar una malla burda; mientras que, para determinar sus fluctuaciones se necesita afinar la malla. Por su parte, Piomelli (2001) señala que para resolver con alta precisión las estructuras turbulentas en la región cercana a la pared se requiere de una malla extremadamente fina. En conclusión, el tamaño de las celdas debe definirse en función de la variable de interés. El objetivo de este capítulo es definir el modelo numérico del flujo que permita determinar las

fluctuaciones de presión sobre la pared de la tubería, ya que son estas las que originan la vibración de la tubería. En tal sentido, es importante evaluar la fluctuación de la presión en la pared del flujo.

La Figura 2.9 muestra la densidad espectral de potencia (PSD, por sus siglas en inglés) de la presión sobre el punto A (ver Figura 2.4) para cada uno de los casos. Para lograr esto se generó una rutina en el software MATLAB R2015a, que requiere como dato de entrada la historia de la presión en el tiempo medido en determinado punto de la pared. Por este motivo se monitorea la fluctuación de la presión sobre la pared en el punto A durante todo el tiempo de simulación.

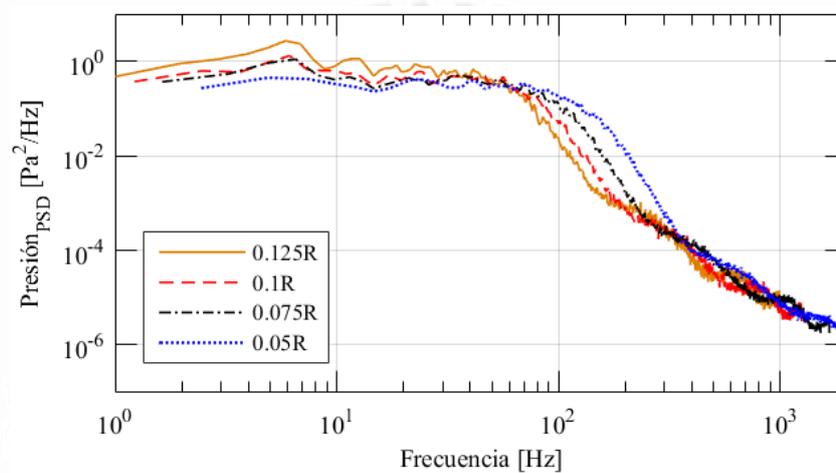


Figura 2.9: PSD de la presión en el punto A sobre la pared del flujo variando el tamaño de celda.

Como se observa, la energía contenida en la señal de la presión (área bajo la curva PSD) se muestra similar en los cuatro casos. Debe notarse que el PSD de la presión no contiene frecuencias picos, sino más bien es una señal que contiene un amplio espectro de frecuencias, tal como se describió en el subcapítulo 1.2. Esto es característico de la turbulencia en fluidos (Silveira-Neto, 2002). Para frecuencias menores a 65 Hz, a mayor tamaño de celdas, mayor es la amplitud. Contrariamente, para frecuencias entre 65 y 300 Hz, a mayor tamaño de celdas, la amplitud es menor.

En la literatura se ha encontrado que las frecuencias bajas están relacionadas con los vórtices de mayor tamaño que se encuentran en la zona central. Por su parte, las frecuencias altas están relacionadas con los vórtices de menor tamaño, quienes se encuentran en la zona de la pared (Fernández-Oro, 2012). En ese sentido, estos resultados sugieren que los casos con tamaños de celda mayores sobrepredicen las variables fluidodinámicas en la zona central, a su vez que las

subpredicen para la zona de la pared. Esto es compatible con lo visto anteriormente para el perfil de velocidad media (Figura 2.7) y para la componente principal del tensor de Reynolds (Figura 2.8).

Finalmente, se evalúa la amplitud de la fluctuación de la presión sobre la pared, tal como lo realizado por Pittard (2003) y Shurtz (2009). La Tabla 2.2 muestra el valor de la presión r.m.s. (p_{rms} , raíz de la media cuadrática de la fluctuación de la presión) y del esfuerzo cortante medio sobre la pared (τ_{prom}) para cada caso evaluado. Para determinar estos parámetros se registran la fluctuación de la presión y del esfuerzo cortante instantáneo en el punto A (ver Figura 2.3). En base a los resultados numéricos DNS reportados por El-Khoury *et al.* (2013), la presión r.m.s. alcanza un valor de 6,62 Pa. En ese sentido, la diferencia porcentual para la presión r.m.s. entre los resultados con tamaño de celda de 0,05R; 0,075R; 0,1R y 0,125R respecto a los resultados DNS son -1,66%; -2,26%; -4,68% y 7,25%, respectivamente. En los casos de 0,05R; 0,075R y 0,1R se aprecia una subpredicción del parámetro p_{rms} menor al 5%. Por su parte en el caso de 0,125R se obtiene una sobrepredicción del parámetro p_{rms} considerable. Respecto al esfuerzo cortante medio, las diferencias porcentuales entre cada uno de los casos evaluados y el resultado DNS es menor al 0,13%.

Tabla 2.2: Resultados de p_{rms} y $\tau_{promedio}$ para cada uno de los casos variando tamaño de celda.

<i>Caso</i>	p_{rms} (Pa)	<i>Diferencia</i> <i>porcentual</i>	τ_{prom} (Pa)	<i>Diferencia</i> <i>porcentual</i>
0,05R	6,51	-1,66 %	2,926	0,03 %
0,075R	6,47	-2,26 %	2,927	0,07 %
0,1R	6,31	-4,68 %	2,926	0,03 %
0,125R	7,10	7,25 %	2,921	0,13%
DNS	6,62	--	2,925	--

Es importante tener en cuenta que el caso con tamaño de celda de 0,1R tiene 47% menos celdas que el caso de 0,075R (ver Tabla 2.1). Esto es conveniente con miras a reducir el costo computacional de las simulaciones multifásicas del Capítulo 4 y Capítulo 5. En ese sentido, se decide escoger el tamaño de celda que entregue resultados de la presión con una diferencia porcentual menor al 5%, como lo realizado por Pittard (2003) y Shurtz (2009). Las mallas con tamaño de celda de hasta 0,1R permiten determinar la presión r.m.s. con una precisión menor al 5%. Por lo dicho anteriormente, se escoge el tamaño de celda menor igual a 0,1R.

Análisis del tamaño de celda sobre la pared

A continuación, se evalúa la longitud adimensional de la celda ubicada sobre la pared en la dirección radial, Δr_{pared}^+ . En la Tabla 2.3 se presentan las características de los cuatro casos que se evalúan. Se evalúan Δr_{pared}^+ de 1, 5, 10 y 15 en concordancia con lo descrito en la sección 2.1.4. Para estos análisis se utilizan tamaños de celda (Δr , $\Delta r\theta$ y Δz) de 0,1R, aproximadamente, tal como se determinó en los párrafos anteriores. Asimismo, se utiliza un paso de tiempo que permita obtener un número de Courant menor o igual a 0,5 para todos los casos. Según la Ecuación 2.6, el paso de tiempo para todos los casos es de 0,0004 s.

Tabla 2.3: Características de las discretizaciones a evaluar variando Δr_{pared}^+ .

$\Delta r, \Delta r\theta, \Delta z$	Δr_{pared}^+	$\Delta r, \Delta r\theta, \Delta z$ (mm)	Δr_{pared} (mm)	Cantidad de celdas	Número de Courant
0,1R	1	1,02	0,0185	285 568	0,5
	5		0,0928	211 072	
	10		0,1856	161 408	
	15		0,2785	136 576	

La Figura 2.10 muestra la cuarta parte de la sección transversal de las mallas con Δr_{pared}^+ de 1 y de 15. El caso con Δr_{pared}^+ de 1 (Figura 2.10a) presenta celdas de menor tamaño en dirección radial cerca a la pared y, en consecuencia, mayor cantidad de celdas (285 568 celdas). Por su parte, el caso con Δr_{pared}^+ igual a 15 (Figura 2.10b) tiene celdas de mayor tamaño en la pared y por ende menor número de celdas en total (136 576). Se puede notar que la diferencia entre ambas mallas radica en la zona de la pared. La zona con discretización rectangular (zona central) de ambas mallas se mantiene igual. En esta zona el tamaño de celda es de 0,1R, aproximadamente, como se fijó en todos los casos.

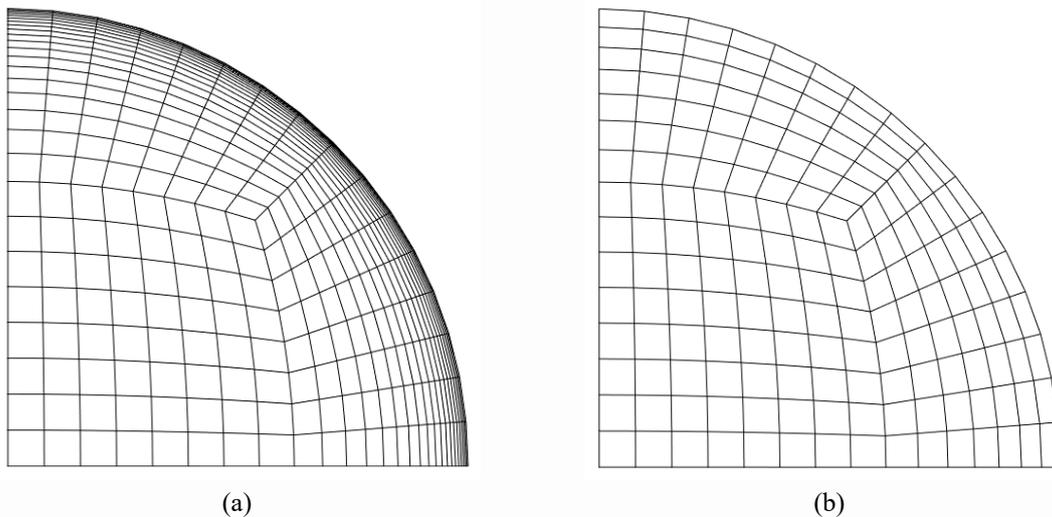


Figura 2.10: Sección transversal de las mallas con Δr_{pared}^+ de (a)1 y (b)15.

Luego de realizar las simulaciones y postprocesar los resultados, en la Figura 2.11 se muestran los resultados de los campos de velocidad instantánea (al término de las simulaciones) en la sección transversal media de los casos con Δr_{pared}^+ de 1 y de 15. Como en el análisis anterior, se observa que la zona de la pared tiene una velocidad igual a cero en ambos casos. Sin embargo, se observa que la región color negro (en la pared) es más delgada cuando Δr_{pared}^+ es igual a 1. Esto es coherente con las condiciones de borde, ya que solo en la superficie de la pared la velocidad del fluido es nula, por la condición de no-deslizamiento. También se observa que el campo de velocidad instantánea no es uniforme. En ambos casos, se puede apreciar estructuras turbulentas de similar tamaño en la región central.

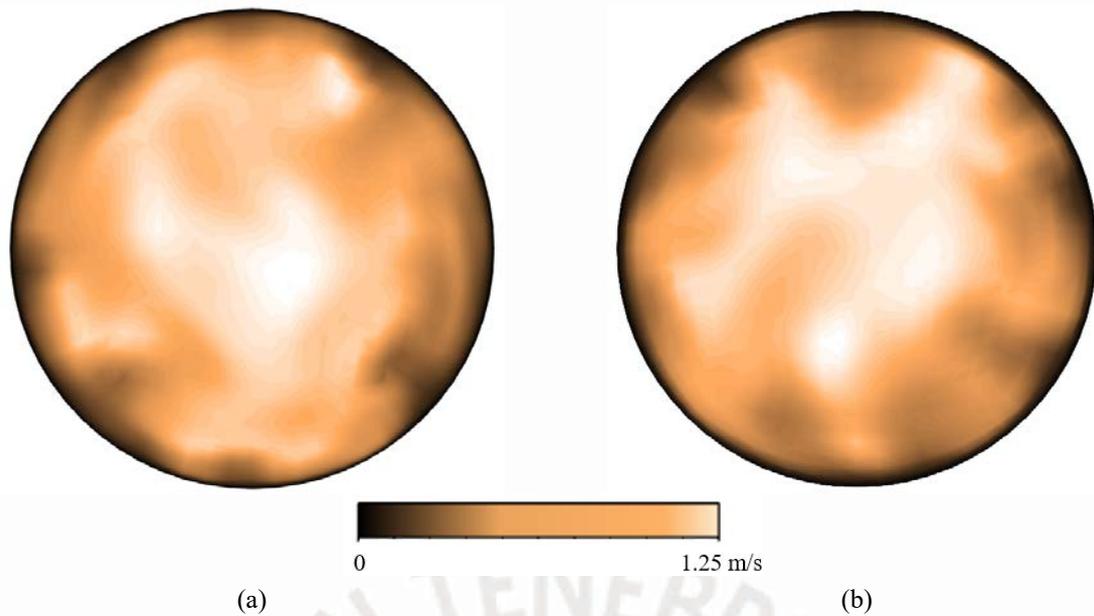


Figura 2.11: Resultados de los campos de velocidad instantánea en la sección media para los casos con Δr_{pared}^+ de (a)1 y (b)15. Los colores varían desde negro (menor velocidad) hasta blanco (mayor velocidad).

La Figura 2.12 muestra los perfiles de velocidad media para cada uno de los casos evaluados a lo largo de un radio del dominio (línea OA). Estos perfiles se comparan con el perfil empírico-analítico de velocidad media. Se encuentra una correcta concordancia entre los resultados por simulación y los resultados empírico-analíticos. Asimismo, se aprecia que, existe un mejor ajuste de los resultados mientras menor es el Δr_{pared}^+ . Para r/R entre 0 y 0,85 se puede notar que la simulación sobrepredice el perfil de velocidad media conforme aumenta el valor de Δr_{pared}^+ . Para r/R entre 0,85 y 1, los valores de velocidad media en los cuatro casos son menores que los valores empírico-analíticos, sin embargo, los resultados por simulación son muy cercanos entre sí. Esta diferencia puede deberse al nivel de turbulencia del flujo, como se precisó en el análisis anterior.

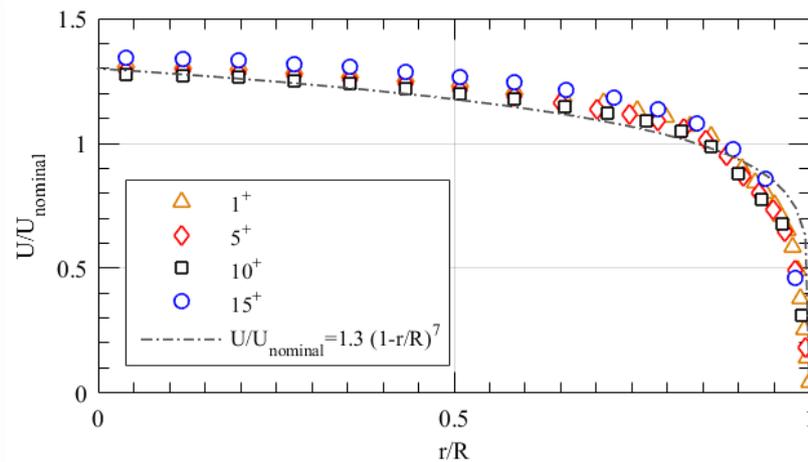


Figura 2.12: Perfiles de velocidad media sobre el radio de la tubería variando Δr_{pared}^+ .

La variación del Δr_{pared}^+ puede influir en la predicción del perfil de velocidad en la zona de la pared. Para evaluar esto, en la Figura 2.13 se presentan los perfiles de velocidad en la capa límite para cada uno de los casos evaluados. Esto se muestra en términos de los parámetros adimensionales r^+ y u^+ (velocidad axial media adimensional). Estos parámetros se calculan mediante las Ecuaciones 1.6-1.8. Estos perfiles se comparan con la ley de la pared para flujo turbulento en tuberías (ver sección 1.2.3). En esta figura, el valor de r^+ igual a 0 hace referencia a la pared del dominio.

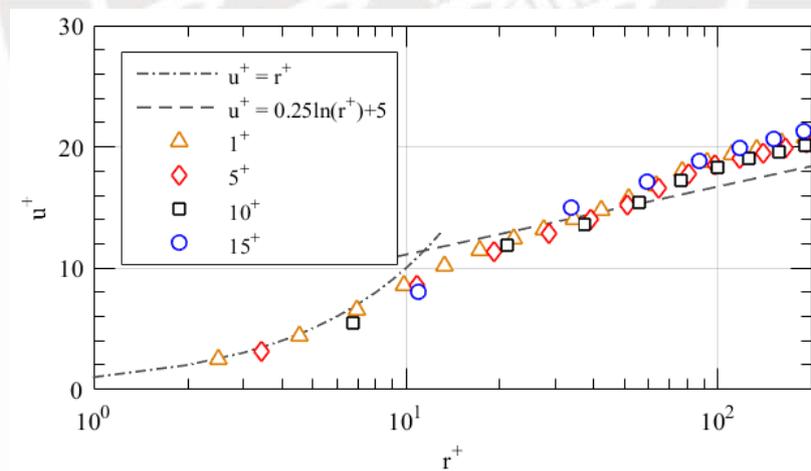


Figura 2.13: Perfil de velocidad en la capa límite para los casos variando Δr_{pared}^+ .

Como se observa, en la subcapa laminar viscosa ($r^+ < 5$), los resultados numéricos de los cuatro casos tienen una adecuada concordancia con la ley de la pared (líneas a trazos). Por su parte, en la región logarítmica ($r^+ > 30$) los resultados numéricos de los cuatro casos difieren de la ley de la pared para este rango. En la literatura se ha encontrado que esta diferencia es común

en flujos con turbulencia moderada (Eggels *et al.*, 1994; El-Khoury *et al.*, 2013 y Wagner *et al.*, 2001).

La Figura 2.14 muestra la variación de la componente principal del tensor de Reynolds a lo largo del radio de la tubería (línea OA) para los cuatro casos, en términos de los parámetros adimensionales r^+ y $\langle uw \rangle^+$. Estos resultados se comparan con los resultados DNS de El-Khoury *et al.* (2013). Como se observa, para la región de r^+ mayor a 90, los casos con Δr_{pared}^+ de 1 y 5 se ajustan a los resultados DNS. Por su parte, los casos con Δr_{pared}^+ de 10 y 15 están por debajo de la curva con resultados DNS. Se puede afirmar que, en estos casos, el modelo subpredice las fluctuaciones de velocidad, o, dicho de otro modo, subpredice el nivel de turbulencia. Para la región de r^+ menor a 90, con las cuatro discretizaciones se subpredicen el nivel de turbulencia en dicha región. Esta subpredicción fue discutida en la Figura 2.3, donde se observó que el tamaño de celda de $0.1R$ para las celdas centrales influye en la diferencia de los resultados del presente análisis y los resultados DNS de referencia. Asimismo, los cuatro casos presentan resultados bastante próximos entre sí. Para capturar todos los efectos de la turbulencia en dicha región, posiblemente sea necesario afinar la malla hasta el nivel de una malla DNS.

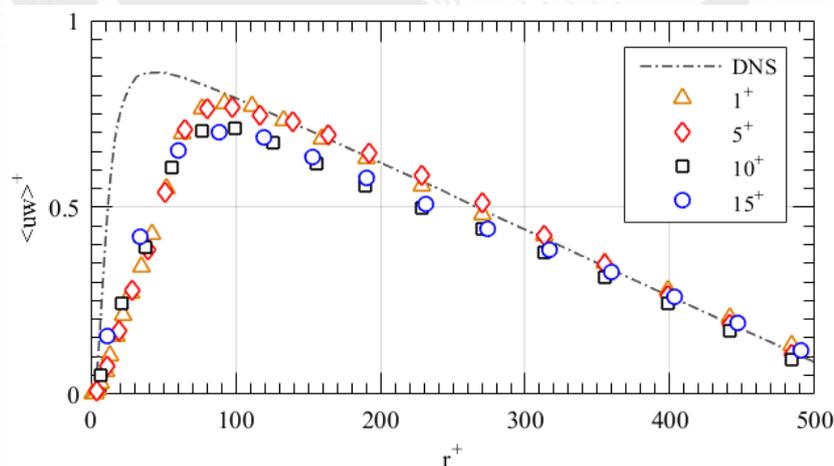


Figura 2.14: Variación del esfuerzo de Reynolds $\langle uw \rangle^+$ sobre la distancia radial a la pared r^+ variando Δr_{pared}^+ .

Luego de verificar la velocidad media y fluctuante, se procede a evaluar la presión del flujo sobre la pared. La Figura 2.15 muestra el PSD de la presión sobre el punto A (ver Figura 2.4) para cada uno de los casos. Como se observa, la energía contenida en la señal de la presión se muestra similar en los cuatro casos. Para frecuencias mayores a 30 Hz, el caso de Δr_{pared}^+ de

15 sobrepredice la amplitud de la presión. A diferencia del tamaño de celda general analizado anteriormente, el valor de Δr_{pared}^+ no presenta el mismo nivel de influencia en la presión en la pared.

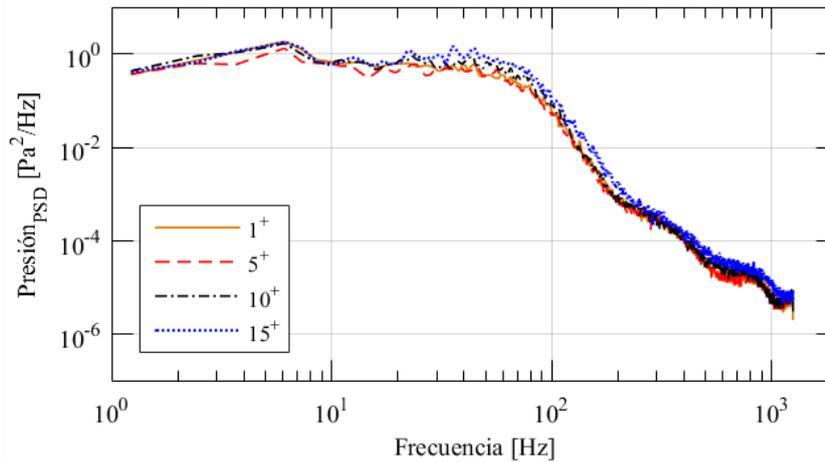


Figura 2.15: PSD de la presión en el punto A sobre la pared del flujo variando Δr_{pared}^+ .

La Tabla 2.4 muestra el valor de la presión r.m.s., p_{rms} , y del esfuerzo cortante medio sobre la pared, τ_{prom} , para cada caso evaluado. Estos valores son medidos en el punto A (ver Figura 2.4) y son comparados con los resultados numéricos DNS reportados por El-Khoury *et al.* (2013). La diferencia porcentual para la presión r.m.s. entre los resultados numéricos con Δr_{pared}^+ de 1, 5, 10 y 15 respecto a los resultados DNS son -0,91%; -4,83%; 9,06% y 29,3%, respectivamente. En los casos con Δr_{pared}^+ de 1 y 5 se aprecia una subpredicción del parámetro p_{rms} menor al 5%. Por su parte, en el caso con Δr_{pared}^+ de 10 y 15 se obtiene una sobrepredicción del parámetro p_{rms} considerable. Respecto al esfuerzo cortante medio, la diferencia porcentual de los resultados numéricos respecto a los DNS es menor al 0,07%, en todos los casos evaluados.

Tabla 2.4: Resultados de p_{rms} y τ_{prom} para cada uno de los casos variando tamaño de celda.

Caso	p_{rms} (Pa)	Diferencia porcentual	τ_{prom} (Pa)	Diferencia porcentual
1 ⁺	6,56	-0,91 %	2,926	0,03%
5 ⁺	6,31	-4,68 %	2,926	0,03%
10 ⁺	7,22	9,06 %	2,926	0,03%
15 ⁺	8,56	29,3 %	2,927	0,07%
DNS	6,62	--	2,925	--

De lo anterior, se puede concluir que los cuatro valores de Δr_{pared}^+ analizados permiten determinar de forma correcta el perfil de velocidad en general. Respecto al esfuerzo de Reynolds, los casos con Δr_{pared}^+ de 1 y 5 permiten determinar de forma similar este parámetro. En cambio, los casos con Δr_{pared}^+ de 10 y 15 difieren en mayor medida de los resultados DNS. Esto también se aprecia en los resultados de presión r.m.s. Similar al análisis del tamaño de celda general, se decide escoger el Δr_{pared}^+ que entregue resultados de la presión r.m.s. con una precisión menor al 5%. Los casos con Δr_{pared}^+ de 1 y 5 permiten determinar la presión r.m.s. con una precisión menor al 5%. Asimismo, el caso con Δr_{pared}^+ de 5 tiene 27% menos celdas que el caso con Δr_{pared}^+ de 1. Esto es conveniente con miras a reducir el costo computacional para las simulaciones acopladas. Por lo dicho anteriormente, se escoge un Δr_{pared}^+ de 5 para el presente estudio.

2.2.2. Análisis de la discretización temporal

A continuación, se evalúa el valor del número de Courant que permita estimar el paso de tiempo según la Ecuación 2.6. En la Tabla 2.5 se presentan las características de los cinco casos que se evalúan. Se evalúan números de Courant de 0,25; 0,5; 0,75; 1 y 1,25. Para estos análisis se utilizan tamaños de celda (Δr , $\Delta r\theta$ y Δz) de 0,1R y Δr_{pared}^+ de 5, tal como se determinó en los análisis de la sección 2.2.1.

Tabla 2.5: Características de los casos a evaluar variando el número de Courant.

Δr , $\Delta r\theta$ y Δz	Δr_{pared}^+	Número de Courant	Paso de tiempo (s)
0,1R	5	0,25	0,0002
		0,5	0,0004
		0,75	0,0006
		1	0,0008
		1,25	0,0010

La Figura 2.16 muestra los perfiles de velocidad media para los cinco casos evaluados a lo largo de un radio del dominio (línea OA). Estos perfiles se comparan con el perfil empírico-analítico de velocidad media. Se encuentra una adecuada concordancia entre los resultados por simulación y los resultados empírico-analíticos. Para r/R entre 0 y 0,85 se puede notar que la simulación numérica sobrepredice el perfil de velocidad media. Para r/R entre 0,85 y 1, los

valores de velocidad media en los cuatro casos son menores que los valores empírico-analíticos, sin embargo, los resultados por simulación son muy cercanos entre sí. Esta diferencia puede deberse al nivel de turbulencia del flujo moderado, como se precisó anteriormente.

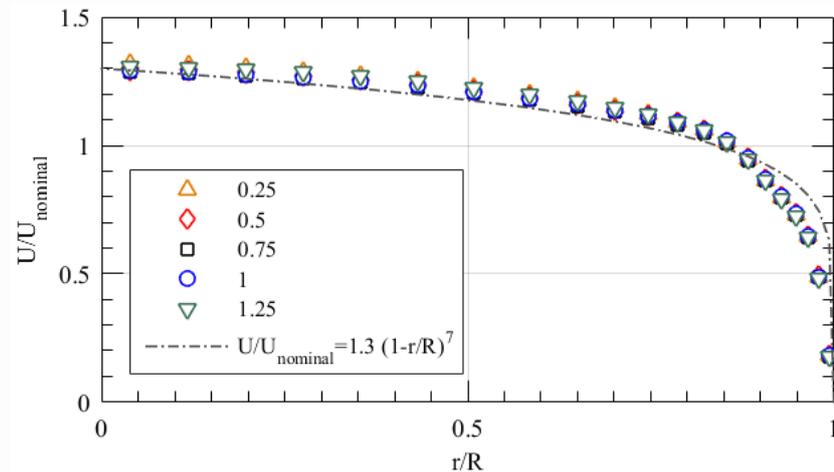


Figura 2.16: Perfiles de velocidad media sobre el radio de la tubería variando el número de Courant.

La Figura 2.17 muestra la variación de la componente principal del tensor de Reynolds a lo largo del radio de la tubería (línea OA) para los cinco casos, en términos de los parámetros adimensionales r^+ y $\langle uw \rangle^+$. Estos resultados se comparan con los resultados DNS de El-Khoury *et al.* (2013). Como se observa, para valores de r^+ mayor a 90, los resultados de los cinco casos presentan una adecuada concordancia con los resultados DNS para el flujo con el mismo Reynolds. Esta subpredicción, discutida en la Figura 2.3, puede ser causada por considerar un tamaño de $0.1R$ para las celdas centrales. Para valores de r^+ menor a 90, en los cinco casos se subpredice el nivel de turbulencia. Asimismo, los cuatro casos presentan resultados bastante próximos entre sí.

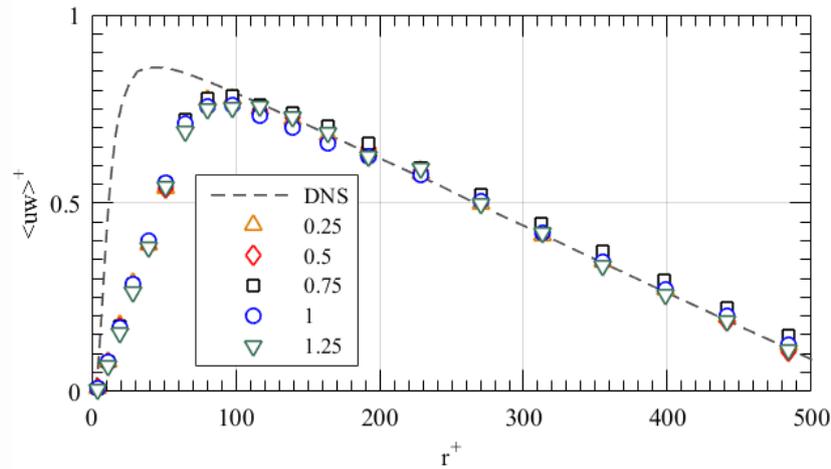


Figura 2.17: Variación del esfuerzo de Reynolds $\langle uw \rangle^+$ sobre la distancia radial a la pared r^+ variando el número de Courant.

Luego de verificar la velocidad media y fluctuante, se procede a evaluar la presión del flujo sobre la pared. La Figura 2.18 muestra el PSD de la presión sobre el punto A (ver Figura 2.4) para cada uno de los casos. Para frecuencias menores a 70 Hz, se observa que la energía contenida en la señal de la presión se muestra similar en los cuatro casos analizados. Para frecuencias mayores a 70 Hz, la simulación con menor número de Courant (menor paso de tiempo) muestra mayores amplitudes para la señal de presión. Es decir, un menor número de Courant o paso de tiempo es capaz de capturar mayor energía relacionada con la fluctuación de la presión.

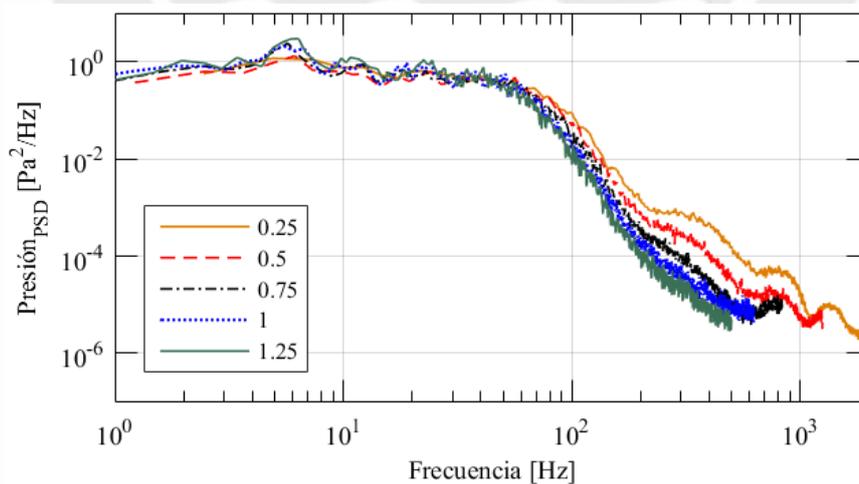


Figura 2.18: PSD de la presión en el punto A sobre la pared del flujo variando el número de Courant.

La Tabla 2.6 muestra el valor de la presión r.m.s., p_{rms} , y del esfuerzo cortante medio sobre la pared, τ_{prom} , para cada caso evaluado. Estos valores son medidos en el punto A (ver Figura 2.4) y son comparados con los resultados numéricos DNS reportados por El-Khoury *et al.*

(2013). La diferencia porcentual para la presión r.m.s. de los resultados numéricos con número de Courant de 0,25; 0,5; 0,75; 1 y 1,25 respecto a los resultados DNS son -0,15%; -4,68%; -7,55%; -7,25% y -4,23% respectivamente. En todos los casos se observa una subpredicción del parámetro p_{rms} . Sin embargo, a partir de un valor de Courant de 1, la diferencia a porcentual empieza a decrecer. Respecto al esfuerzo cortante medio, la diferencia porcentual de los resultados numéricos respecto a los DNS es menor al 0,01%, en todos los casos evaluados.

Tabla 2.6: Resultados de p_{rms} y τ_{prom} para cada uno de los casos variando el número de Courant.

Número de Courant	p_{rms} (Pa)	Diferencia porcentual	τ_{prom} (Pa)	Diferencia porcentual
0,25	6,61	-0,15 %	2,926	0,03%
0,5	6,31	-4,68 %	2,926	0,03%
0,75	6,12	-7,55 %	2,922	-0,1%
1	6,14	-7,25 %	2,926	0,03%
1,25	6,34	-4,23 %	2,926	0,03%
DNS	6,62	--	2,925	--

De lo anterior, se puede concluir que los cinco valores de número de Courant permiten determinar de forma correcta el perfil de velocidad y los esfuerzos de Reynolds, en general. De manera similar a los análisis de la sección 2.2.1, se decide escoger un número de Courant que entregue resultados de la presión r.m.s. con una diferencia porcentual menor al 5%. Los casos con número de Courant de 0,25 y 0,5 permiten determinar la presión r.m.s. con una diferencia menor al 5%. Asimismo, el caso con Courant de 0,5 solo requiere del 50% del tiempo computacional que el caso con Courant de 0,25, debido a sus pasos de tiempo, presentados en la Tabla 2.5. Esto es conveniente con miras a reducir el costo computacional para las simulaciones acopladas. Por lo dicho anteriormente, se escoge un número de Courant de 0,5 para determinar el paso de tiempo de la simulación de flujo turbulento según lo planteado en la Ecuación 2.6.

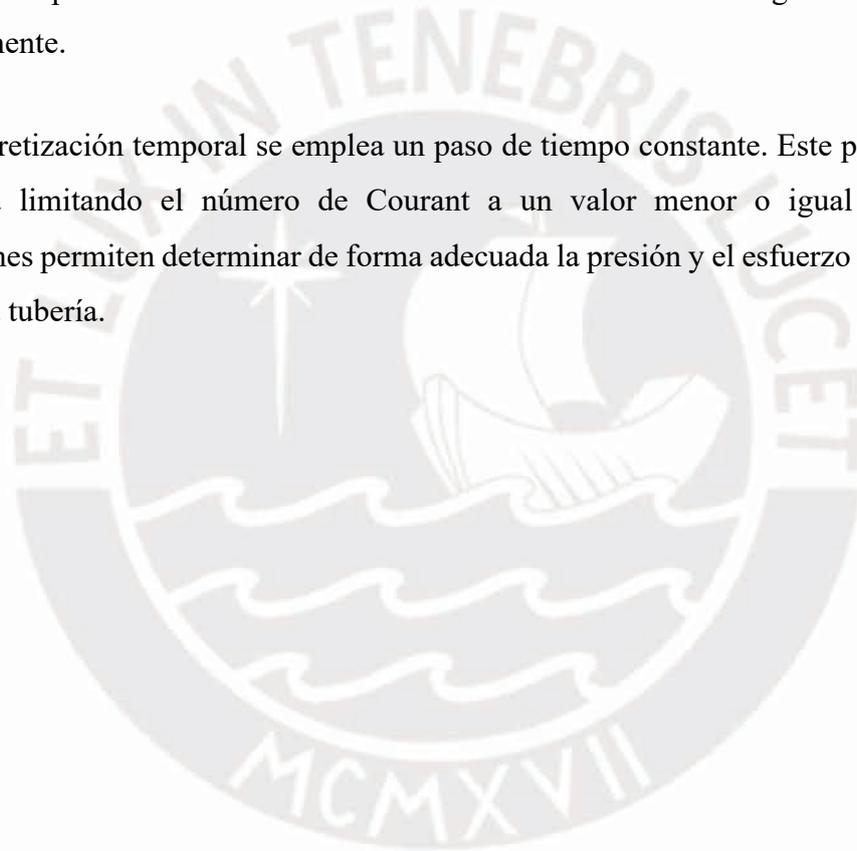
2.3. Conclusiones parciales

- Se definió el modelo numérico del flujo turbulento para la posterior simulación acoplada, con diversos aspectos basados en la revisión de literatura especializada. Aspectos como la

discretización geométrica y discretización temporal se determinaron a partir de análisis numéricos propios. La secuencia del modelado numérico del flujo se resume en la Figura 2.19. Este se basa en el modelo de turbulencia WMLES S-Omega, y una condición de periodicidad entre la entrada y salida del flujo.

- Para la discretización geométrica se emplea una malla tipo mariposa. Se encontró que el tamaño de celda (Δr , $\Delta r\theta$ y Δz) debe ser menor o igual a $0,1R$. Asimismo, el tamaño de celda radial en la pared puede definirse considerando que la longitud adimensional de la celda sobre la pared en dirección radial, Δr_{pared}^+ , sea menor o igual a 5. El crecimiento del tamaño de celda radial desde la pared hasta la zona central debe ser a una razón geométrica de 1,15 aproximadamente.

- Para la discretización temporal se emplea un paso de tiempo constante. Este paso de tiempo se determina limitando el número de Courant a un valor menor o igual a 0,5. Estas consideraciones permiten determinar de forma adecuada la presión y el esfuerzo cortante sobre la pared de la tubería.



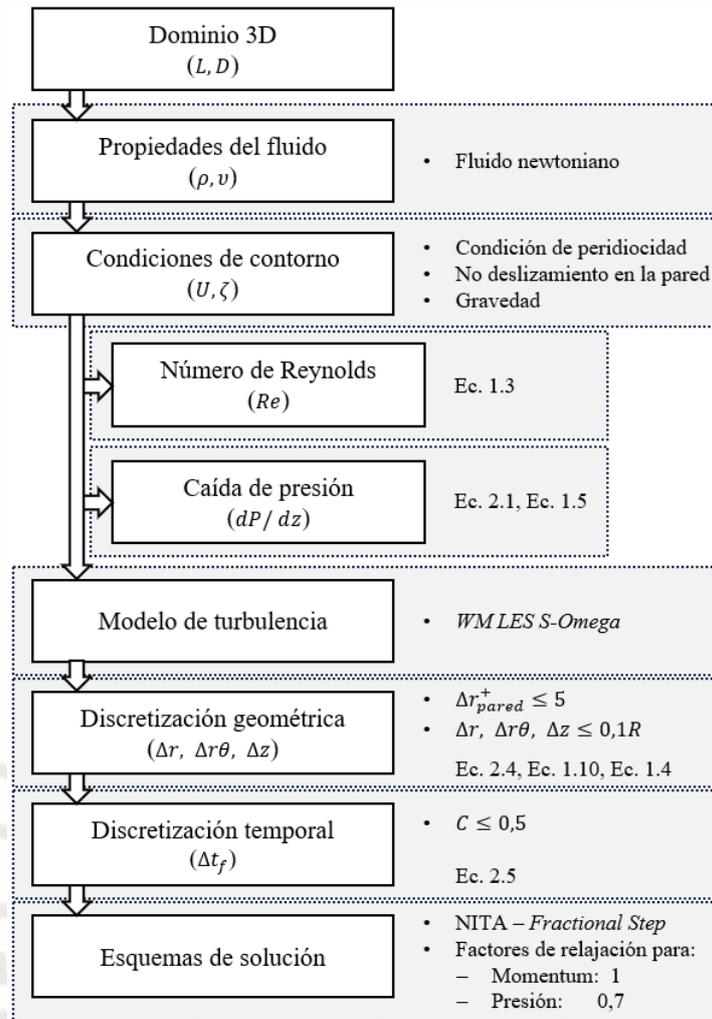


Figura 2.19: Secuencia y consideraciones para el modelado del flujo turbulento.

CAPÍTULO 3

MODELADO ESTRUCTURAL DE LA TUBERÍA

En el presente capítulo se define el modelo numérico estructural de la tubería que permite determinar su respuesta vibratoria a partir de fuerzas dinámicas genéricas sobre su pared. El modelo numérico se basa en técnicas de la Mecánica Estructural Computacional (CSD), como el conocido Método de los Elementos Finitos (FEM) junto a otros métodos numéricos.

En la primera parte se describen los diferentes aspectos involucrados en el modelo de la tubería para su análisis tiempo-historia. Se logra definir varios de estos aspectos a partir de recomendaciones encontradas en bibliografía especializada. En la segunda parte se determinan los aspectos restantes, tales como la discretización geométrica y la discretización temporal, mediante estudios numéricos propios.

3.1. Descripción del modelo

En este subcapítulo se describen los aspectos involucrados en el modelado estructural de la tubería para su simulación transitoria, tales como geometría, material, condiciones de contorno, discretización geométrica, discretización temporal, modelo del amortiguamiento estructural y los esquemas de solución.

3.1.1. Dominio geométrico y material

El modelo geométrico tridimensional de la tubería se muestra en la Figura 3.1, con sus dimensiones, como longitud y diámetros, detalladas en la Tabla 3.1. Estas dimensiones coinciden con las del banco experimental utilizado por Ortiz-Vidal *et al.* (2013).



Figura 3.1: Modelo tridimensional de la tubería.

Tabla 3.1: Parámetros geométricos de la sección de prueba de la tubería.

<i>Parámetro geométrico</i>	<i>Valor</i>
Longitud (L)	1,53 m
Diámetro interior (d_{int})	20,4 mm
Diámetro exterior (d_{ext})	26,7 mm
Área sección transversal (A_e)	233,1 mm ²
Momento de inercia (I)	16 445,4 mm ⁴

El material se considera perfectamente elástico, ya que en el presente estudio la tubería está lejos de alcanzar deformaciones plásticas. Asimismo, se asume un comportamiento elástico-lineal. Esto también es considerado por Ortiz-Vidal (2014) en su investigación. La tubería es de PVC y las propiedades de dicho material se presentan en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Propiedades mecánicas de la tubería de PVC.

<i>Propiedad</i>	<i>Valor</i>
Módulo de elasticidad (E)	2,4 GPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,4
Módulo de cizallamiento (G)	0,86 GPa
Densidad (ρ)	1 444 kg/m ³

3.1.2. Condiciones de contorno

La tubería utilizada en el banco experimental tiene una abrazadera en el ingreso y la salida del tramo de prueba (ver Figura 1.9). Debido a la rigidez y tamaño de las abrazaderas que se utilizaron en el experimento, se puede considerar al tramo de prueba como doblemente empotrado (es decir, empotrado por ambos extremos). De esta forma, en el modelado numérico se restringen todos los grados de libertad sobre los elementos ubicados en las superficies anulares de ambos extremos (de color azul en la Figura 3.1). Esto se puede lograr a través de la condición *Fixed Support* en ANSYS *Mechanical* (ANSYS, 2019b).

Se considera un valor de $9,81 \text{ m/s}^2$ para la aceleración de la gravedad en dirección perpendicular al eje de la tubería (en la dirección $-y$, según la Figura 3.1). Esto con el objetivo de modelar la posición horizontal de la tubería. Las cargas que se imponen sobre la pared interna de la tubería provienen de las fuerzas dinámicas generadas por el flujo interno. Esta transferencia de fuerzas se describe en el capítulo 4.

3.1.3. Discretización geométrica

La discretización de la geometría 3D de la tubería se basa en una malla con elementos tridimensionales hexaédricos, conocidos como *bricks*. Este tipo de elementos se utilizaron para generar la malla que se muestra en la Figura 3.2. El uso de este tipo de elementos permite una distribución homogénea de los elementos finitos, así como un mejor control en la generación y características finales de la malla (Zienkiewicz & Taylor, 2013).

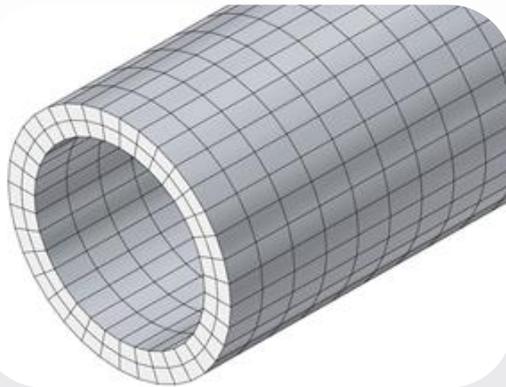


Figura 3.2: Mallado del modelo geométrico de la tubería con elementos hexaédricos.

Por su parte, la cantidad de elementos juega un rol vital en la precisión de los resultados. En general, mientras mayor es el número de elementos de la malla, los resultados de la simulación tienden a presentar mejor calidad o precisión. Sin embargo, una gran cantidad de elementos puede implicar un alto costo computacional. Por otro lado, los elementos hexaédricos pueden ser lineales (de 8 nodos, es decir un nodo por vértice) o cuadráticos (de 20 nodos, un nodo adicional al centro de cada arista). En general, los elementos cuadráticos permiten obtener resultados más precisos; sin embargo, incrementan el costo computacional al incrementar el número de nodos de la malla computacional (Chen & Liu, 2015; Zienkiewicz & Taylor, 2013). En ese sentido, es necesario evaluar el tipo y cantidad de elementos en la discretización geométrica, de modo que permitan obtener resultados con una alta precisión a un adecuado costo computacional. Este análisis se presenta en la sección 3.2.1.

3.1.4. Discretización temporal

Para la discretización temporal se utiliza un paso de tiempo constante, como se realiza en la simulación del flujo y en la simulación acoplada. El paso de tiempo para la simulación dinámica estructural debe permitir obtener distintos parámetros de la respuesta vibratoria de la tubería,

tal como las frecuencias contenidas. En la literatura existe una recomendación para estimar el paso de tiempo para la simulación dinámico-estructural (Δt_e) a partir de la frecuencia de vibración que se desea capturar (f), que se presenta en la Ecuación 3.1. Dicha recomendación indica que el paso de tiempo sea menor igual a la N-ésima parte de la inversa de la frecuencia de vibración que se desea evaluar mediante simulación, donde N es igual a 20 (ANSYS, 2019b).

$$\Delta t_e \leq \frac{1}{N} \cdot \left(\frac{1}{f}\right) \quad 3.1$$

Ahora bien, dicha recomendación se basa en un análisis numérico realizado a un sistema de un solo grado de libertad (ANSYS, 2019b). Para evaluar si dicha recomendación es adecuada para un sistema de múltiples grados de libertad, como es el caso de la tubería, se evaluará la discretización temporal en la sección 3.2.2.

3.1.5. Modelo de amortiguamiento

Para incluir el amortiguamiento estructural en el modelado de la tubería, se utiliza el modelo denominado amortiguamiento proporcional o de Rayleigh (Cook *et al.*, 2001). Este modelo también fue utilizado por Pei *et al.* (2012) en su estudio de simulación acoplada fluido-estructura. Este modelo expresa la matriz de amortiguamiento ($[C]$) en función de la matriz de masa ($[M]$) y la matriz de rigidez ($[K]$), tal como se muestra en la Ecuación 3.2, donde α es el coeficiente de masa y β es el coeficiente de rigidez. Estos parámetros se pueden determinar mediante las Ecuaciones 3.3 y 3.4, donde ξ_i es el amortiguamiento estructural relacionado con la i-ésima frecuencia circular ω_i .

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad 3.2$$

$$\alpha = 2\omega_1\omega_2 \left(\frac{\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \right) \quad 3.3$$

$$\beta = 2 \left(\frac{\xi_1\omega_1 - \xi_2\omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \right) \quad 3.4$$

Los valores de amortiguamiento (ξ_i) de una estructura pueden conocerse mediante un análisis experimental, por ejemplo, mediante un test de impacto dinámico o *bump test*. Dicha prueba

fue realizada por Ortiz-Vidal (2014) sobre la tubería utilizada en su experimento. En la Tabla 3.3 se muestran los valores obtenidos por dicho autor para el primer y cuarto modo de vibración. En dicha tabla se presentan también las respectivas frecuencias naturales y circulares.

Tabla 3.3: Amortiguamiento estructural para diferentes modos de vibración en la tubería de PVC utilizada por Ortiz-Vidal (2014).

<i>Modo de vibración</i>	f_i (Hz)	ω_i (rad/s)	ξ_i
1er modo	16,2909	102,3586	0,0133
4to modo	156,2188	981,5508	0,0129

Al reemplazar los valores de frecuencia circular y sus respectivos valores de amortiguamiento estructural de la Tabla 3.1 en las Ecuaciones 3.3 y 3.4, obtenemos los valores de α igual a 2,4742 y β igual a $2,3717 \cdot 10^{-5}$. Estos valores se utilizan para modelar el amortiguamiento estructural de la tubería en ANSYS *Mechanical*.

3.1.6. Esquemas de solución

La solución computacional del presente problema numérico se puede abordar mediante dos formas: el “método completo” (del inglés *Full Method*) o el “método de superposición de modos” (del inglés *Mode Superposition*). El “método completo” exige un mayor esfuerzo computacional; sin embargo, permite incluir no-linealidades tales como largos desplazamientos, elasticidad no lineal o plasticidad en el problema estructural (Cook *et al.*, 2001). Si bien, en el presente estudio no se consideran no-linealidades como parte del problema estructural, el uso del “método completo” en el modelado estructural facilita la inclusión de características no-lineales para futuros estudios. Por esta razón se escoge el esquema de solución *Full Method*.

Para la integración temporal de las ecuaciones semi-discretizadas, se utiliza el método *HHT- α generalized*. Este método tiene ventajas a comparación de otros métodos de integración temporal, por ejemplo, presenta mayor estabilidad numérica. Asimismo, es posible controlar la disipación numérica propia de este tipo de métodos a través de un único parámetro, cuyo valor recomendado es 0,05 (ANSYS, 2019b). Este parámetro también es conocido como *Numerical Damping*.

Finalmente, entre los algoritmos utilizados para resolver la ecuación matricial final están los algoritmos directos (no-iterativos) y los algoritmos iterativos (Chen & Liu, 2015). En estudios preliminares propios, el algoritmo no-iterativo conocido como *Sparse Solver* demostró resolver el problema estructural en menor tiempo computacional. En consecuencia, se utiliza el algoritmo *Sparse Solver* para la resolución del problema estructural.

3.2. Análisis de la discretización

En este subcapítulo, se analizan y definen la discretización geométrica y la discretización temporal necesarias para el modelado estructural de la tubería, las cuales fueron introducidas en las secciones 3.1.3 y 3.1.4, respectivamente.

3.2.1. Análisis de la discretización geométrica

El objetivo de este análisis es determinar el tipo y cantidad más adecuados de elementos en la discretización geométrica para obtener desplazamientos y esfuerzos de la tubería con alta precisión a un bajo costo computacional. Si bien, la tubería estará sometida a cargas dinámicas producto de la turbulencia del flujo, para este análisis de discretización geométrica se opta por utilizar una carga estática. Así, se evita la inclusión de métodos numéricos propios de un análisis con carga dinámica.

Para este análisis se utiliza la geometría, el material y las condiciones de contorno que se definieron en las secciones 3.1.1-3.1.2. Específicamente en este análisis, se aplica una carga estática de 15 N sobre la pared exterior de la tubería, perpendicular a su eje, como se ilustra en la Figura 3.3. Dicha carga se ubica a 0,612 m (0,4 veces la longitud de la tubería) del extremo izquierdo (denominado “nodo B”).

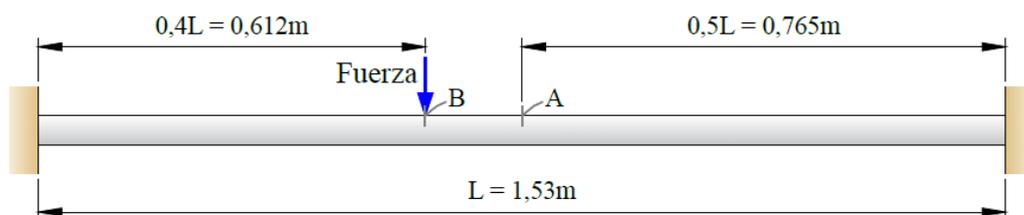


Figura 3.3: Condiciones de borde para el análisis de la discretización geométrica de la tubería.

La precisión proporcionada por la discretización geométrica se evalúa en función de los desplazamientos y esfuerzos en la tubería. Estos parámetros se evalúan en el punto A, ubicado a 0,765 m (la mitad de la longitud de la tubería) desde uno de los extremos, denominado “nodo A”.

Deflexión y esfuerzo en A

Para evaluar la precisión de los resultados de este análisis, es necesario determinar los valores de referencia de la deflexión y el esfuerzo en A. En este análisis, es común tomar como referencia valores obtenidos mediante métodos analíticos clásicos o simulación numérica FEM con una malla fina.

Para determinar el valor de la deflexión en A (δ_A) mediante métodos analíticos clásicos se puede utilizar la Ecuación 3.5, donde F es el valor de la carga; y a es la distancia entre el punto de aplicación de la fuerza y el extremo izquierdo (según la Figura 3.3). Por otro lado, para estimar el valor del esfuerzo equivalente de *Von Mises* en A (σ_A), se puede utilizar la Ecuación 3.6, donde M_A es el momento flector que actúa sobre la sección donde se encuentra el nodo A. El valor del momento flector se puede determinar utilizando la Ecuación 3.7.

$$\delta_A = \frac{F a^2}{48EI} (3L - 4a) \quad 3.5$$

$$\sigma_A = \frac{M_A d_{ext}}{2I} \quad 3.6$$

$$M_A = \frac{F a^2}{2L} \quad 3.7$$

Para obtener la deflexión y el esfuerzo mediante simulación numérica con una malla fina, se conduce un análisis estático en *ANSYS Mechanical* implementando el modelo numérico presentado al inicio de esta sección. La malla utilizada está compuesta por 384 000 elementos de segundo orden (malla fina, ver Figura 3.5b). La Figura 3.4 muestra el resultado del campo de desplazamientos de la tubería. Se puede observar que los extremos no presentan desplazamientos ni giros, como es de esperar en una tubería doblemente empotrada.

En la Tabla 3.4 se presentan los valores de la deflexión y el esfuerzo equivalente de *Von Mises* en A utilizando los dos métodos antes descritos. En el caso de la deflexión, al tomar como

referencia la deflexión obtenida por métodos analíticos, se observa una diferencia del 0,05% entre la deflexión obtenida por simulación numérica y la calculada por métodos analíticos. En el caso del esfuerzo equivalente de Von Misses, se encuentra una diferencia del 0,09 % entre el valor obtenido por simulación numérica y el obtenido por el método clásico. En ese sentido, se puede dar por válido los resultados encontrados. Asimismo, estos resultados validan la implementación del modelo de la geometría, las condiciones de borde y el modelo del comportamiento material en la plataforma ANSYS *Mechanical*.

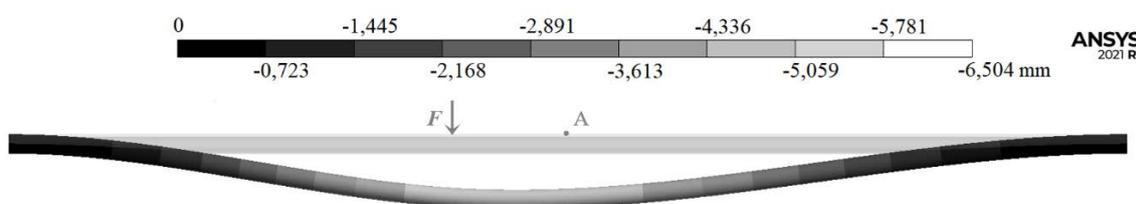


Figura 3.4: Campo de desplazamientos en la tubería obtenido con simulación numérica con una malla extremadamente fina (384 000 elementos cuadráticos).

Tabla 3.4: Frecuencias naturales de vibración transversal de la tubería.

Parámetro	Por método analítico	Por FEM con malla fina	Diferencia porcentual
Deflexión en A (mm)	-6,3721	-6,3689	0,05 %
Esfuerzo en A (kPa)	1 490,4	1 489	0,09 %

Con estos resultados, es posible concluir que la malla utilizada para este análisis es adecuada para determinar esfuerzos y deflexiones en la tubería. No obstante, es necesario evaluar si es posible utilizar una malla que permita obtener resultados con el mismo nivel de precisión, pero a un menor costo computacional. Como se verá en el Capítulo 4, la simulación acoplada implica un considerable número de pasos de tiempo. Por lo tanto, es necesario minimizar la duración de la simulación estructural para evitar un costo computacional alto en la simulación acoplada.

Análisis del mallado

En total, se evalúan 38 configuraciones de discretización geométrica, como se detalla en la Tabla 3.5. Estas mallas se obtienen variando el número de elementos en tres direcciones: circunferencial, radial y longitudinal. Asimismo, con cada una de estas mallas se evaluaron dos tipos de elementos: elementos lineales y elementos cuadráticos. En la Figura 3.5 se presentan

dos de las mallas evaluadas. Dichas mallas se generaron en ANSYS *Meshing*. Las mallas se nombraron como “ $N_r \times N_\theta \times N_z$ ”, indicando el número de elementos en las direcciones radial, azimutal o circunferencial y axial, respectivamente.

La Figura 3.5a presenta una malla burda con un bajo número de elementos (5 120 elementos), que tiene 16 elementos en la dirección circunferencial, 2 en la dirección radial y 160 en la dirección longitudinal (denominada 16x2x160 por la distribución mencionada). En contraste, la Figura 3.5b corresponde a una malla más fina con un alto número de elementos (384 000 elementos), que presenta 64 elementos en la dirección circunferencial, 6 en la dirección radial y 1 000 divisiones en la dirección longitudinal (denominada 64x6x1 000).

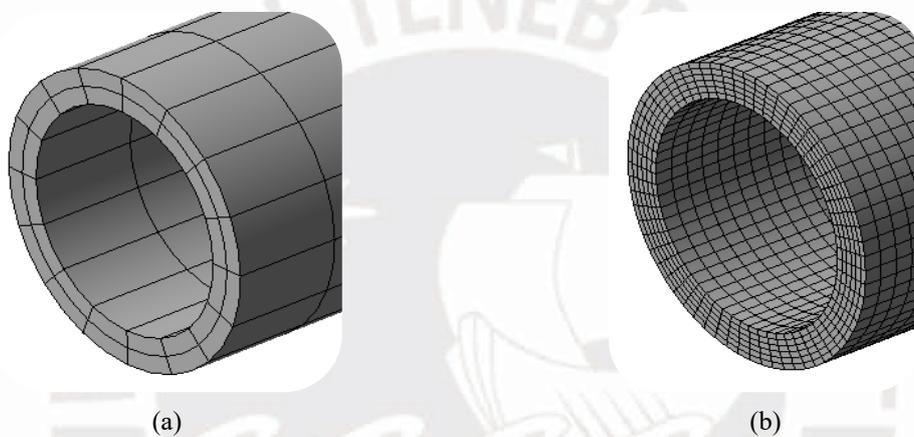


Figura 3.5: Mallado de la tubería con (a) 5 120 y (b) 384 000 elementos.

Después de realizar las simulaciones con cada una de las mallas utilizando el modelo descrito al inicio de esta sección, se postprocesaron los resultados que se presentan en la Tabla 3.5. Esta muestra los valores de la deflexión y el esfuerzo en el punto A para cada uno de los 38 casos de discretización evaluados. En general, las mallas con elementos cuadráticos muestran una mayor precisión que aquellas con elementos lineales. Asimismo, la tabla presenta el costo computacional de cada simulación en segundos. Para un mismo número de elementos, las simulaciones con elementos lineales duraron menos tiempo que las simulaciones con elementos cuadráticos.

Tabla 3.5: Esfuerzo y deflexión en A con diferentes mallas variando el número y tipo de elemento.

Número de elementos	Elementos cuadráticos			Elementos lineales		
	Deflexión en A (mm)	Esfuerzo en A (kPa)	Tiempo de simulación (s)	Deflexión en A (mm)	Esfuerzo en A (kPa)	Tiempo de simulación (s)
1 920	-6,3702	1 521,8	2,11	-6,9436	1 622,3	1,58
2 560	-6,3684	1 507,5	2,38	-6,6729	1 561,2	1,69
4 800	-6,3698	1 508,2	4,21	-6,6723	1 562,9	2,17
5 120	-6,3698	1 508	4,30	-6,6749	1 563,2	2,19
5 760	-6,3695	1 504,1	4,44	-6,6034	1 546,6	2,25
6 400	-6,3698	1 507,7	6,06	-6,6824	1 563,9	2,36
6 400	-6,3693	1 501,4	5,42	-6,5527	1 534,9	2,34
6 480	-6,3695	1 503,9	5,00	-6,6075	1 547	2,35
7 680	-6,3692	1 497,8	6,31	-6,6755	1 563,9	2,69
7 680	-6,3704	1 509	6,42	-6,68	1 564,1	2,74
8 000	-6,3699	1 507,7	6,92	-6,6881	1 564,5	3,03
9 600	-6,3704	1 508	7,67	-6,6829	1 564,7	3,04
9 600	-6,37	1 502,8	8,25	-6,5531	1 535,3	3,09
11 520	-6,3698	1 499,6	10,1	-6,4876	1 520	3,83
18 000	-6,3698	1 497,4	16,2	-6,5003	1 521,3	5,16
36 000	-6,3699	1 497,3	34,8	-6,5105	1 522,4	10,5
63 000	-6,3699	1 495,1	73,5	-6,4742	1 513,6	17,3
108 000	-6,37	1 492,7	107	-6,4316	1 503,7	32,5
240 000	-6,3687	1 489,2	168	-6,3912	1 494,1	72,6
384 000	-6,3689	1 489	308	-6,3885	1 494,6	99,7

A partir de los resultados presentados en la tabla anterior, se generan las Figura 3.6 y 3.7. En la Figura 3.6 se ilustra la influencia del número de elementos en la precisión de la deflexión en A. Esta precisión se mide como la diferencia porcentual entre los resultados por simulación (Tabla 3.5) y los resultados analíticos (Tabla 3.4). También se presenta la influencia del tipo de elementos en esta diferencia porcentual. Se observa que con elementos cuadráticos se obtiene una mejor precisión, incluso en las simulaciones con mallas burdas. En conclusión, el uso de elementos cuadráticos proporciona resultados más precisos para determinar la deflexión, con una diferencia porcentual menor al 0,15% en todos los casos.

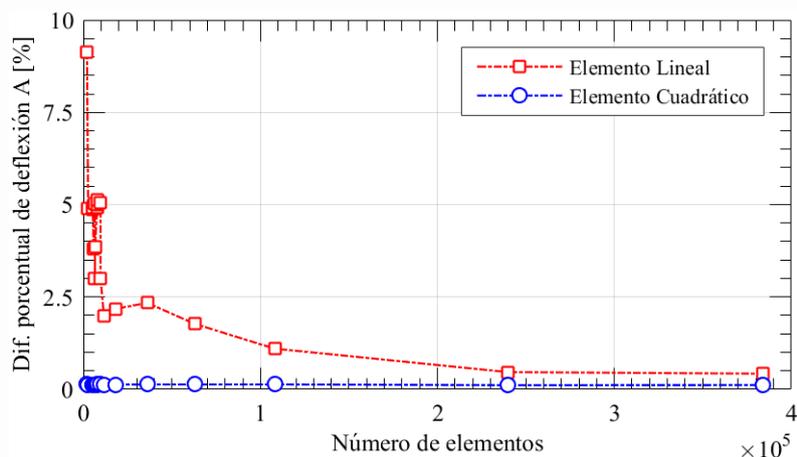


Figura 3.6: Influencia del número y el tipo de elementos en la diferencia porcentual entre el resultado numérico y el resultado por métodos analíticos de la deflexión en A.

De manera análoga, la Figura 3.7 ilustra la influencia del número de elementos en la precisión de los resultados del esfuerzo equivalente de *Von Mises* en A. Además, se presenta la influencia del tipo de elementos en la precisión de este parámetro. Se observa que con elementos cuadráticos se obtiene una mejor precisión, siendo la diferencia porcentual menor al 2,5% en todos los casos. Sin embargo, a diferencia del análisis de las deflexiones, se requieren mallas finas para determinar los esfuerzos con el mismo nivel de precisión.

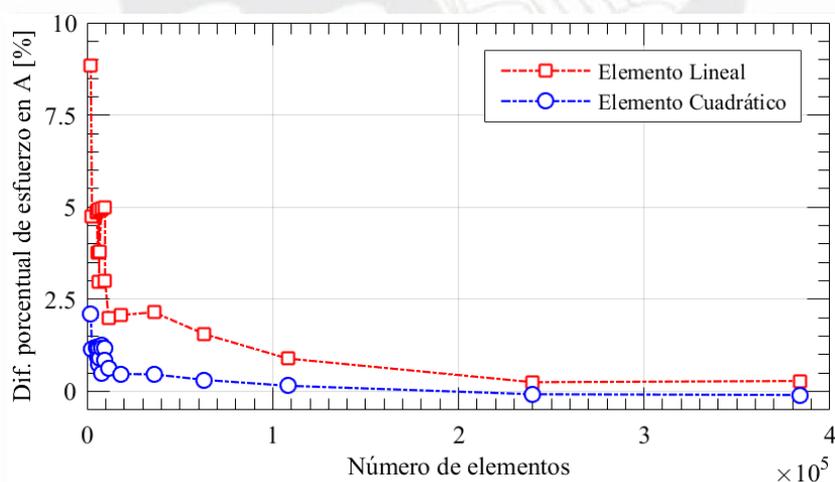


Figura 3.7: Influencia del número y el tipo de elementos en la diferencia porcentual entre el resultado numérico y analítico del esfuerzo en A.

Entre los casos evaluados, se selecciona una malla que logre resultados con una diferencia porcentual menor al 0,5% tanto para la deflexión como para el esfuerzo. Este valor es significativamente inferior al utilizado por otros autores en estudios similares (Pittard, 2003; Shurtz, 2009). La precisión deseada se logra utilizando la malla de 240 000 (60x4x1 000)

elementos lineales y la malla de 7 680 (24x2x160) elementos cuadráticos. Para escoger una de estas dos mallas, se evalúa el costo computacional. Según se presenta en la Tabla 3.5, la simulación con la malla de 240 000 elementos lineales duró 72 s; mientras que, la simulación con la malla de 7 680 elementos cuadráticos duró 6,31 s.

Por esta razón, se concluye que, de entre las 38 configuraciones evaluadas, la malla con 7 680 elementos cuadráticos es la más adecuada para el cálculo de las deflexiones y esfuerzos en la tubería al permitir obtener resultados con una alta precisión a bajo costo computacional. Finalmente, la malla seleccionada tiene 7 680 elementos cuadráticos y está conformada por 24 elementos en la dirección circunferencial, 2 en la radial y 160 en la axial.

3.2.2. Análisis de la discretización temporal

El objetivo de este análisis es evaluar la recomendación presentada en la sección 3.1.4 y así determinar el paso de tiempo más adecuado para la simulación dinámica de la tubería. Para este análisis, se propone aplicar una carga instantánea inicial para someter la tubería a una vibración transversal libre. En la vibración libre de una estructura sin amortiguamiento, las frecuencias contenidas en la vibración coinciden con las respectivas frecuencias naturales (Rao, 2016). Por lo tanto, el paso de tiempo adecuado debe permitir obtener frecuencias contenidas en la respuesta vibratoria que coincidan con las frecuencias naturales de la tubería.

Como se mencionó en el Capítulo 1, el flujo ejerce una carga continua y variable sobre toda la pared de la tubería durante todo el análisis. Por el principio de superposición, dicha carga sobre la pared puede considerarse como una sumatoria de cargas instantáneas aplicadas sobre cada nodo de la malla de la tubería. Ya que el modelo numérico de la tubería es lineal, el resultado no es afectado por dicha consideración. Así, se justifica el uso de una carga puntual instantánea para el presente análisis en vez de la carga real del flujo sobre la tubería.

Frecuencias naturales de la tubería

Antes de continuar con el análisis de discretización temporal, es necesario determinar las frecuencias naturales de la tubería. Los valores de las frecuencias naturales de vibración transversal, f_n , se obtienen mediante dos métodos: por métodos analíticos clásicos y por un análisis modal utilizando FEM.

Para obtener las frecuencias naturales por métodos analíticos clásicos, se modela la tubería como una viga de sección circular con doble empotramiento. El valor de la frecuencia se puede determinar mediante la Ecuación 3.5. Para una viga con doble empotramiento, el término $\beta_n L$ puede conocerse mediante la Ecuación 3.6, donde n representa la n-sima frecuencia natural que se desea conocer (Rao, 2016).

$$f_n = \frac{(\beta_n L)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho AL^4}} \quad 3.5$$

$$(\beta_n L) = (2n + 1) \frac{\pi}{2} \quad 3.6$$

Para obtener las frecuencias naturales utilizando FEM, se conduce un análisis modal numérico en ANSYS *Mechanical* considerando la geometría, material y condiciones de contorno descritos en las secciones 3.1.1-3.1.3. Asimismo, se utiliza la discretización geométrica determinada en la sección 3.2.1 (7 680 elementos cuadráticos). Es así como, la Figura 3.8 muestra los primeros cuatro modos de vibración transversal de la tubería obtenidos mediante el análisis numérico modal. Estos resultados concuerdan con lo descrito en bibliografía especializada (Rao, 2016).

Después de aplicar las ecuaciones correspondientes y postprocesar los resultados numéricos, en la Tabla 3.6 se presentan las frecuencias naturales de la tubería doblemente empotrada obtenidas por método analítico clásico y por análisis modal FEM. Para el primer modo de vibración, la frecuencia obtenida por método analítico fue de 16,41 Hz; mientras que por simulación FEM, fue de 16,442 Hz. Al tomar como referencia el valor obtenido por método analítico, se tiene una diferencia porcentual del 0,31% respecto al resultado obtenido por FEM. En general, para las primeras cuatro frecuencias de vibración transversal, la diferencia es menor al 2%, con lo que se puede dar por válido los resultados encontrados.

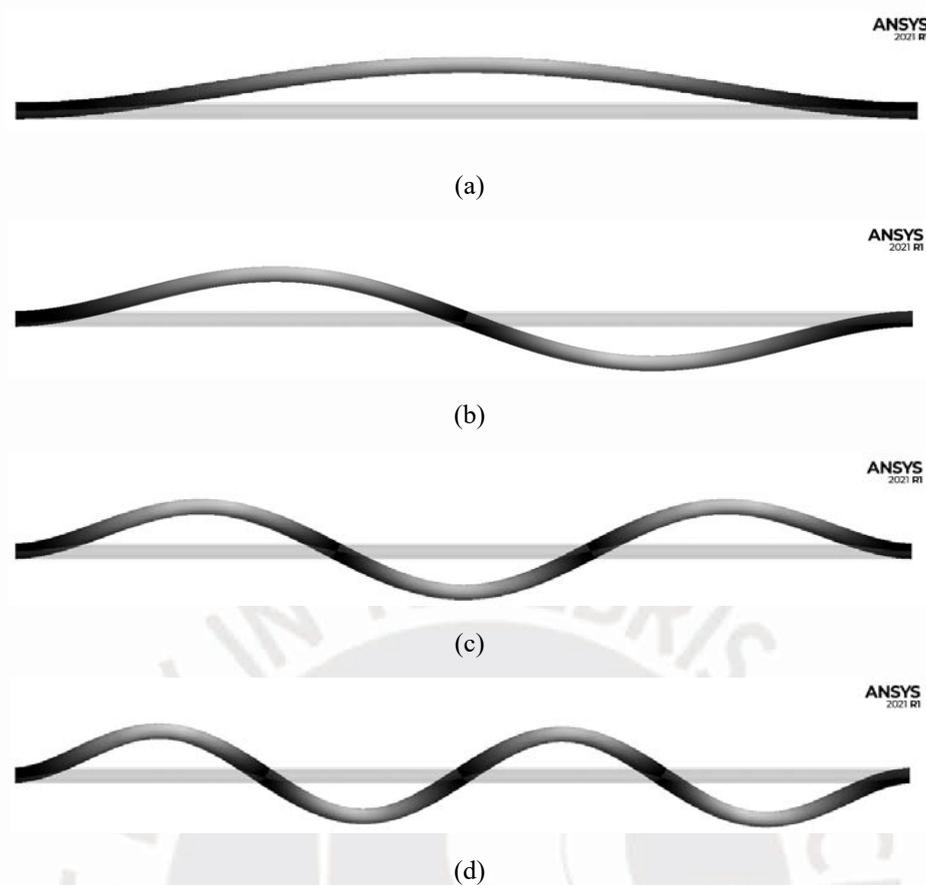


Figura 3.8: Modos de vibración transversal de la tubería doblemente empotrada: (a)primer, (b)segundo, (c)tercer y (d)cuarto modo.

Tabla 3.6: Frecuencias naturales de vibración transversal de la tubería.

Modo de vibración	f_n por cálculo analítico (Hz)	f_n por simulación FEM (Hz)	Diferencia porcentual
1er modo	16,41	16,442	0,31 %
2do modo	45,41	45,103	0,67 %
3er modo	89,01	87,862	1,29 %
4to modo	146,85	144,1	1,87 %

Análisis del paso de tiempo

Para analizar el paso de tiempo se utilizan la misma geometría, material, condiciones de contorno y los esquemas de solución presentados en las secciones 3.1.1-3.1.3 y 3.1.6. Asimismo, se utiliza la discretización geométrica que se determinó en la sección 3.2.1 (7 680 elementos cuadráticos). Como se mencionó al empezar esta sección, para lograr que la tubería vibre libremente, se aplica una carga instantánea inicial.

La Figura 3.9 ilustra la variación de esta fuerza en el tiempo, que alcanza su amplitud máxima de 1,5 N en el instante 0,03 s y vuelve a ser cero a partir del instante 0,06 s. La carga se aplica en el punto B que se encuentra a 0,612 m de uno de los extremos (0,4 veces la longitud de la tubería), como se ilustró en la Figura 3.3. Esta perturbación induce la vibración libre de la tubería una vez la carga termina. El tiempo total de análisis es de 10 s, lo cual se justifica más adelante.

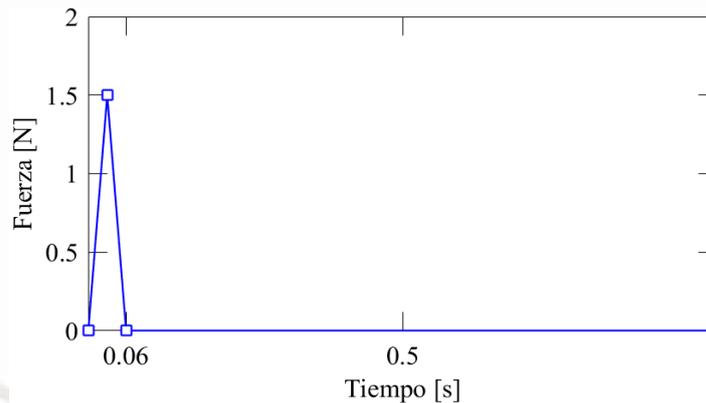


Figura 3.9: Fuerza instantánea inicial sobre la tubería durante el primer segundo.

Para el primer análisis de discretización temporal, se utiliza un paso de tiempo de 0,003 s. Este valor corresponde al paso de tiempo que se obtiene con la Ecuación 3.1 considerando que el valor de la frecuencia que se desea registrar es el de la primera frecuencia natural (16,442 Hz, según lo presentado en la Tabla 3.6). Luego de postprocesar los resultados de la simulación, en la Figura 3.10 se muestra la deformación de la tubería en diferentes instantes de tiempo. En el instante $t = 0,015$ s, la amplitud de la fuerza aplicada es la mitad de la fuerza total a aplicar. Esto se puede apreciar también en la Figura 3.9. En el instante $t = 0,03$ s se está aplicando la carga total de 1,5 N. En este instante se pueden apreciar las mayores deflexiones sobre la tubería (ver Figura 3.10(b)). Luego de este instante, la fuerza empieza a decrecer. En el instante $t = 0,045$ s la fuerza aplicada vuelve a la mitad de su valor y las deflexiones en la tubería decrecen. Al llegar al instante $t = 0,06$ s la carga es cero y se mantiene así en adelante. Sin embargo, las deflexiones no son nulas, sino que son variables en la tubería debido a la inercia y elasticidad de esta, como se observa en la Figura 3.10(e) y 3.10(f). Es decir, la tubería vibra libremente debido a la carga inicial de 1,5 N hasta el final del análisis ($t = 10$ s). De manera similar, esto ocurre con los resultados de los otros pasos de tiempo analizados.



Figura 3.10: Respuesta vibratoria inicial de la tubería debido a la carga instantánea inicial.

En la Figura 3.11 se presentan los resultados del desplazamiento y la aceleración vertical en el nodo ubicado en B (ver Figura 3.3) durante el primer segundo de la respuesta vibratoria de la tubería. Las magnitudes de estos parámetros varían en función del tiempo oscilando entre $-8\text{E}-4 \text{ m}$ y $8\text{E}-4 \text{ m}$ para los desplazamientos, y entre -9 m/s^2 y 9 m/s^2 para las aceleraciones. Se observa que estas señales tienen una forma sinusoidal.

Para conocer las frecuencias contenidas en la respuesta vibratoria de la tubería, se deben transformar tales desplazamientos o aceleraciones al dominio de la frecuencia utilizando la Transformada Discreta de Fourier (DFT, por sus siglas en inglés) (Oppenheim & Schaffer, 2010). Para lograr esto se generó una rutina en el software MATLAB R2015a, que requiere

como dato de entrada la historia del desplazamiento o aceleración en el tiempo medidos en determinado nodo de la malla de la tubería.

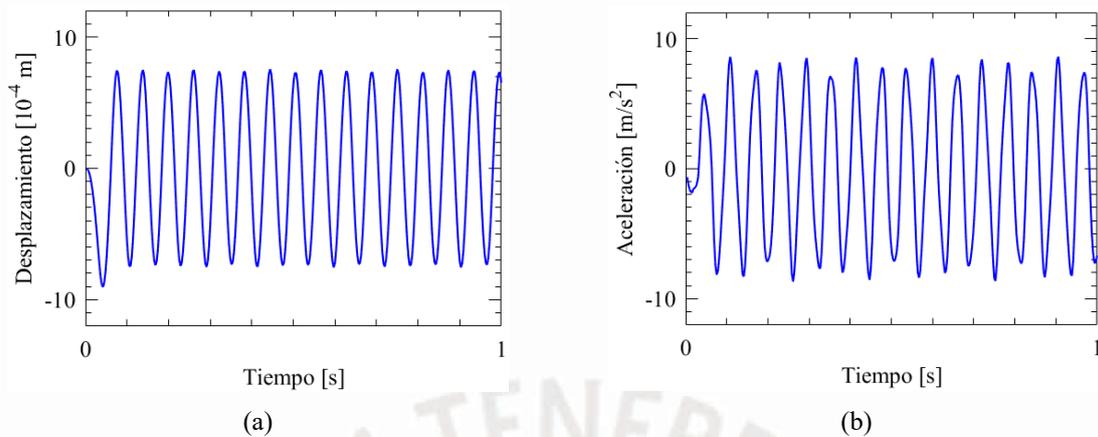


Figura 3.11: Variación del (a)desplazamiento y (b)aceleración durante el primer segundo de vibración medido en el nodo ubicado en B (0,4L).

La Figura 3.12 presenta el resultado de la transformación al dominio de la frecuencia (mediante la DFT) de la aceleración del nodo ubicado en B durante los 10 segundos de tiempo físico de simulación. Los picos que se observan en la figura representan las frecuencias contenidas en la respuesta vibratoria de la tubería. El primer pico corresponde a una frecuencia de vibración de 16,3 Hz, la cual se relaciona al primer modo de vibración. Existe una diferencia porcentual de este valor respecto a la primera frecuencia natural que se obtuvo con FEM (16,442 Hz, según lo presentado en la Tabla 3.6) del 0,86%. De forma similar, el segundo pico corresponde a una frecuencia de 42,7 Hz y la diferencia porcentual de este valor respecto a la segunda frecuencia natural que se obtuvo con FEM (45,103 Hz) es del 5,33%. Así, la diferencia porcentual incrementa conforme aumenta el valor de la frecuencia que se desea capturar. Esto es de esperar, ya que el paso de tiempo utilizado para esta simulación debería permitir capturar adecuadamente la frecuencia de 16,442 Hz, como se describió anteriormente. Sin embargo, para capturar frecuencias mayores de manera efectiva, es necesario reducir el paso de tiempo.

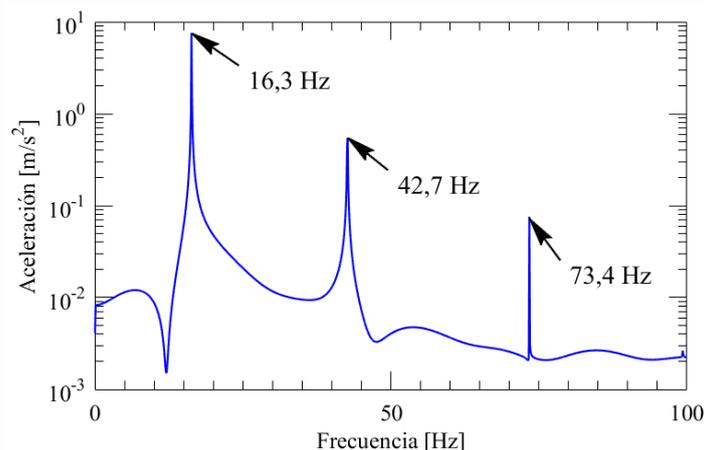


Figura 3.12: Respuesta de la aceleración del nodo ubicado B en el dominio de la frecuencia.

La Tabla 3.7 presenta las frecuencias contenidas en la vibración libre de la tubería obtenidos con diferentes pasos de tiempo para la simulación dinámica. Asimismo, se muestra el costo computacional de cada simulación. Se puede afirmar que al disminuir o afinar el paso de tiempo, las frecuencias de vibración convergen hacia las respectivas frecuencias naturales de la tubería (incluidas al final de la Tabla 3.7). Sin embargo, un paso de tiempo muy pequeño trae consigo altas exigencias computacionales que no son viables en una simulación de interacción fluido-estructura como se propone realizar en el presente trabajo.

Tabla 3.7: Primeras cuatro frecuencias de vibración libre de la tubería obtenidas con la simulación numérica utilizando diferentes pasos de tiempo.

<i>Paso de tiempo (s)</i>	<i>Frecuencia de vibración transversal</i>				<i>Costo computacional (h)</i>
	<i>1er modo</i>	<i>2do modo</i>	<i>3er modo</i>	<i>4to modo</i>	
0,006	15,9	37,4	54,5	64,6	2,4
0,003	16,3	42,7	73,4	99,3	4,9
0,002	16,4	44	80,3	117,1	7,3
0,0015	16,4	44,5	83,3	126,6	9,7
0,0012	16,4	44,7	84,9	132	12,1
0,001	16,4	44,8	85,7	135,3	14,7
0,00094	16,4	44,8	86	136,3	16,1
0,00075	16,4	44,9	86,7	138,9	19,6
0,0006	16,4	45	87,1	140,7	25,3
(Modal)	16,442	45,103	87,862	144,1	--

Como se observa en estos resultados, la resolución de las frecuencias está en el orden de las décimas (0,1 Hz). Esto se debe a que la resolución de las frecuencias que se obtienen mediante

una Transformada Discreta de Fourier depende del tiempo total de análisis. De forma precisa, la resolución de las frecuencias es igual a la inversa del tiempo total de análisis (Oppenheim & Schaffer, 2010). Para esta simulación, el tiempo total de análisis fue de 10 s, lo que implica que la resolución de las frecuencias sea de 0,1 Hz. Por ejemplo, si se desea obtener valores de frecuencias con precisión hasta las milésimas (0,001 Hz), se necesita un tiempo total de simulación de 1 000 s. Sin embargo, esto implica que el costo computacional se multiplique por 100, lo cual no es conveniente en una simulación numérica FSI. Por esta razón, se definió anteriormente un tiempo físico de simulación de 10 s. En resumen, la resolución de las frecuencias obtenidas mediante la Transformada Discreta de Fourier es inversamente proporcional al tiempo total de análisis.

En los resultados presentados en la Tabla 3.7 se observa que, con un paso de tiempo de 0,002 s, la primera frecuencia alcanza el valor de 16,4 Hz. Existe una diferencia porcentual del 0,255% respecto al valor obtenido por análisis modal FEM. Este paso de tiempo se puede obtener de la Ecuación 3.1 utilizando el valor de la primera frecuencia natural y un valor de N igual a 30. De forma similar, con un paso de tiempo de 0,00075 s, la segunda frecuencia alcanza el valor de 44,9 Hz. Existe una diferencia porcentual del 0,45% respecto al valor obtenido por análisis modal FEM. Este paso de tiempo se puede obtener de la Ecuación 3.1 utilizando el valor de la segunda frecuencia natural y un valor de N igual a 30. Estos resultados indican que, al aumentar el valor de N , la precisión de la frecuencia obtenida aumenta.

La Figura 3.13 ilustra la influencia del parámetro N (Ecuación 3.1) en la diferencia porcentual entre la frecuencia obtenida en la vibración libre (análisis dinámico transitorio FEM) y la frecuencia natural (análisis modal FEM) para los cuatro primeros modos de vibración. Se puede observar que esta influencia no depende del modo de vibración, ya que se mantiene constante en los cuatro primeros modos analizados. Se observa que un valor de N igual a 20 permite capturar las frecuencias pico con una diferencia porcentual del 1% aproximadamente, independientemente del modo de vibración. Del mismo modo, un valor de N igual a 30 permite determinar las frecuencias pico con una diferencia porcentual menor al 0,5 %.

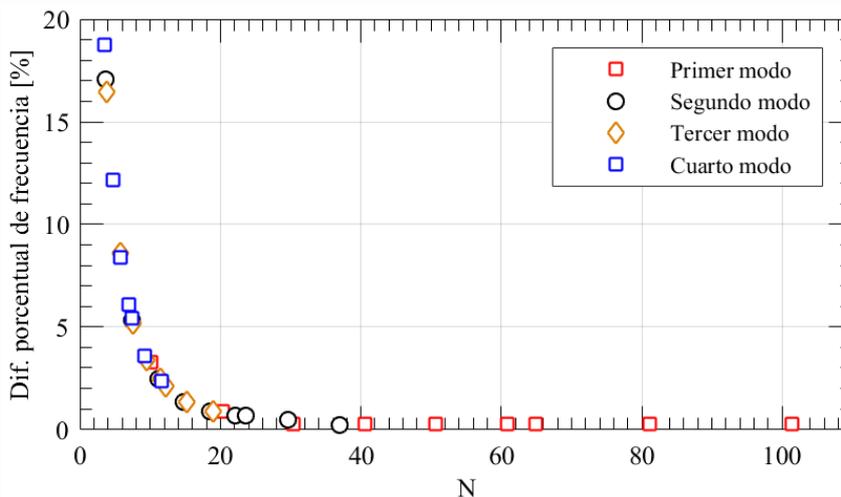


Figura 3.13: Influencia de N en la diferencia porcentual de la frecuencia de vibración (análisis dinámico transitorio) y la respectiva frecuencia natural (análisis modal FEM) para los cuatro primeros modos de vibración.

Se opta por utilizar resultados con una diferencia porcentual menor al 0,5%, como en la sección 3.2.1. En consecuencia, se concluye que la recomendación de determinar el paso de tiempo a partir del valor de la frecuencia que se desea determinar es adecuada. También se establece que, para alcanzar una precisión de las frecuencias contenidas en la vibración por debajo del 0,5%, el paso de tiempo para la simulación dinámica de la tubería debe ser igual o menor que la treintava parte de la inversa de la frecuencia que se desea capturar. En otras palabras, se recomienda utilizar un valor de N igual a 30 en la Ecuación 3.1.

3.3. Conclusiones parciales

- Se definió el modelo numérico estructural de la tubería para la posterior simulación acoplada, con diversos aspectos basados en la revisión de literatura especializada. Aspectos como la discretización geométrica y discretización temporal se determinaron a partir de análisis numéricos propios. La secuencia del modelado de la tubería se resume en la Figura 3.14. Este se basa en un modelo lineal elástico para el comportamiento del material, el esquema HHT- α generalizado para la integración temporal y el modelo de amortiguamiento de Rayleigh.

- Para la discretización geométrica se utiliza una malla estructurada. Esta consta de 7 680 elementos cuadráticos. En general, las mallas con este tipo de elementos mostraron una precisión mucho mayor que las mallas con elementos lineales. El procedimiento seguido permitió encontrar una malla que brinda una precisión mayor al 99,5% a un bajo costo

computacional. Este procedimiento de análisis, que se basa en un análisis con carga estática, puede extenderse al análisis de mallas de estructuras similares.

-Para la discretización temporal se emplea un paso de tiempo constante. El paso de tiempo necesario se determina a partir de la frecuencia de interés, como se presenta en la Ec. 3.1, y considerando un valor de N igual a 30. El procedimiento seguido permitió definir una estrategia para determinar un paso de tiempo, con el que se alcanzan valores con una precisión mayor al 99,5%. Este procedimiento de análisis, que se basa en un análisis tiempo-historia, puede aplicarse a otros problemas estructurales similares.

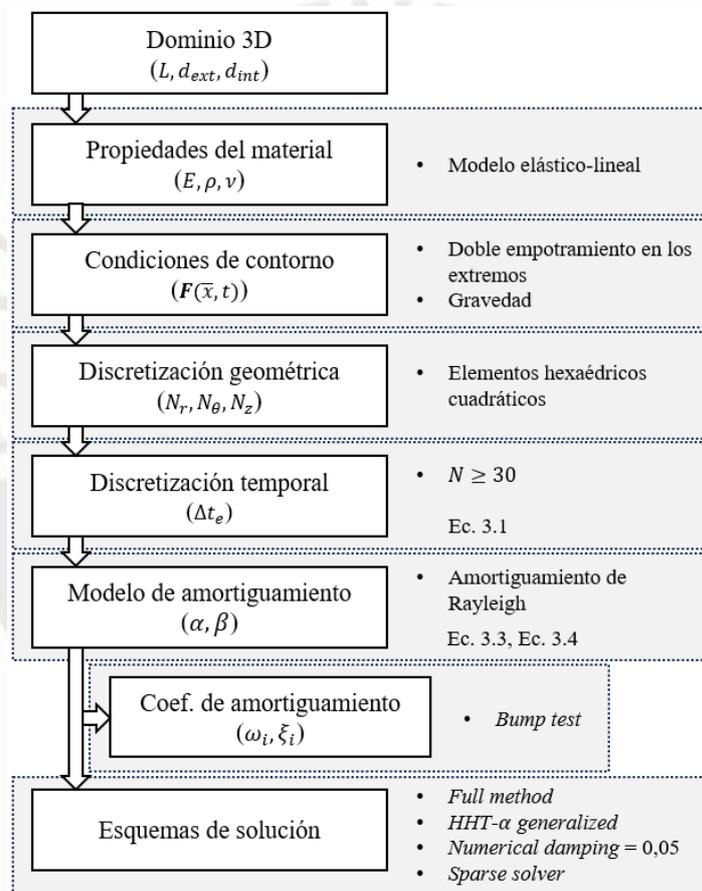


Figura 3.14: Secuencia y consideraciones para el modelado de la tubería.

CAPÍTULO 4

MODELADO DE LA INTERACCIÓN FLUIDO ESTRUCTURA

En el presente capítulo se define el modelo de la interacción fluido-estructura (acoplamiento) que permite transmitir los efectos de un dominio físico sobre el otro. El modelo FSI debe intercambiar los resultados de la simulación del flujo turbulento y de la simulación estructural de la tubería.

En la primera parte se describen los diferentes aspectos involucrados en el modelo FSI. Se logran definir varios de estos aspectos a partir de aplicaciones previas reportadas en literatura especializada y recomendaciones. En la segunda parte se determina el tipo de acoplamiento más adecuado a partir de estudios numéricos propios.

4.1. Descripción del modelo

Se describen, a continuación, los aspectos involucrados en el modelado de la interacción, como condiciones de contorno, paso de tiempo, tipo de acoplamiento, malla dinámica del fluido y criterio de convergencia.

4.1.1. Condiciones de contorno

En toda simulación de interacción fluido-estructura es esencial definir las interfaces entre los dominios fluidodinámico y estructural. Como se explicó en el Capítulo 1, el flujo turbulento desde su pared impone fuerzas dinámicas sobre la pared interna de la tubería. Dependiendo el tipo de acoplamiento, se puede considerar también el efecto de los desplazamientos de la tubería en el dominio del flujo (ver Figura 1.2). Por lo tanto, las interfaces en esta interacción son la superficie cilíndrica del flujo y la pared interna de la tubería.

Adicionalmente a lo definido en los capítulos 2 y 3, en la plataforma *Fluent* se define la superficie cilíndrica del dominio geométrico del flujo (pared del flujo) como una superficie del tipo “*System Coupling*”. Mientras que, en la plataforma *Mechanical* se impone la condición “*Fluid Solid Interface*” sobre la superficie cilíndrica interna del dominio geométrico de la tubería (pared interna de la tubería).

4.1.2. Paso de tiempo

Como se ha visto en los capítulos 2 y 3, el paso de tiempo requerido para simular el dominio del flujo y el estructural se rige por aspectos diferentes. Asimismo, en cada paso de tiempo, uno de los dominios debe recibir los resultados del otro. En ese sentido, se define el paso de tiempo para la simulación acoplada (Δt) como el menor paso de tiempo requerido para la simulación del flujo (Δt_f) y para la simulación estructural de la tubería (Δt_e). Estos se definieron en las secciones 2.2.2 y 3.2.2, respectivamente. De este modo, se garantiza que el paso de tiempo satisfaga los requerimientos de ambos dominios. El criterio para determinar Δt se resume mediante la Ecuación 4.1.

$$\Delta t = \min \{ \Delta t_f; \Delta t_e \} \quad 4.1$$

4.1.3. Tipo de acoplamiento

Como se mencionó en el subcapítulo 1.7, el tipo de acoplamiento entre el dominio del flujo y el estructural puede ser unidireccional (*1-way*) o bidireccional (*2-way*). En los estudios revisados (ver Tabla 1.1) se ha aplicado uno de estos tipos de acoplamiento sin una evaluación previa. El tipo de acoplamiento más adecuado para analizar vibración inducida por flujo turbulento en tuberías se evalúa en el subcapítulo 4.2. En esta también se evalúa el acoplamiento *1-way* con densidad modificada de la tubería (ver sección 4.2.3). En ANSYS 2020 R1, el acoplamiento se realiza a través de la plataforma *System Coupling*.

4.1.4. Malla dinámica del fluido

El acoplamiento bidireccional (*2-way*) considera el efecto de la deformación o desplazamiento estructural sobre el dominio geométrico del flujo. Entonces, en un acoplamiento *2-way* es necesario actualizar la malla del flujo en función del movimiento del contorno estructural para cada paso de tiempo. Es decir, se debe considerar una malla dinámica para el modelo numérico del flujo. Para esto, en la plataforma *Fluent*, se puede utilizar la opción *Dynamic Mesh*. Como se mencionó, existen varios tipos de algoritmos para controlar la malla dinámica (ver subcapítulo 1.7).

Como se indicó, en el modelo numérico del flujo se está utilizando una malla estructurada (ver sección 2.1.4). Asimismo, el movimiento que se impone sobre el contorno (producido por la deformación elástica de la tubería) se debe transmitir a todo el dominio del flujo. Es decir, a toda la malla fluidodinámica. Esto con el fin de conservar la estructura de la malla definida inicialmente. En ese sentido, se considera la malla dinámica tipo *Smoothing*.

En ANSYS 2020 R1 existen tres métodos que pertenecen al tipo *Smoothing*, los cuales se enlistan a continuación: *Spring/Laplace/Boundary Layer*, *Difussion* y *Linearly Elastic Solid*. ANSYS (2019a) señala que estos tres algoritmos tienen ventajas y desventajas; sin embargo, el algoritmo *Difussion* tiene menor costo computacional. Asimismo, en simulaciones preliminares propias, los otros tipos de algoritmos con sus parámetros por defecto en ANSYS *Fluent 2020* produjeron problemas de convergencia. Por este motivo, se escoge el algoritmo *Difussion Smoothing* para controlar la malla dinámica del flujo. Se utilizan los parámetros por defecto que vienen en ANSYS *Fluent 2020* para este algoritmo. Este algoritmo también ha sido utilizado por Abarca (2018) para modelar numéricamente la vibración inducida por flujo agua-aire en una tubería horizontal.

4.1.5. Criterio de convergencia

Como parte del acoplamiento *2-way*, la malla del dominio del flujo se actualiza mediante un proceso iterativo de modo que sea compatible con las deformaciones o movimiento de la tubería. Dicho proceso iterativo culmina cuando se cumple con el criterio de convergencia, como se describió al final del subcapítulo 1.7. Se escoge un valor de 0,01 para el límite del criterio de convergencia ($\gamma_{m\acute{a}x}$). Este valor también es adoptado por Liu *et al.* (2018) y Pei *et al.* (2012) quienes utilizaron simulación acoplada FSI en sus respectivos trabajos.

4.2. Análisis del tipo de acoplamiento

En este subcapítulo se analiza y define el tipo de acoplamiento más adecuado para modelar la interacción fluido-estructura. Para este análisis se utiliza el modelo del flujo turbulento y el modelo estructural de la tubería definidos en el Capítulo 2 y 3, respectivamente. Para el modelo FSI se aplican las condiciones de contorno y paso de tiempo descritos en las secciones 4.1.1 y 4.1.2. Los demás aspectos del modelo FSI (malla dinámica y criterio de convergencia) se incluyen de acuerdo con el tipo de acoplamiento.

Para validar este análisis se dispone de los resultados experimentales de Ortiz-Vidal *et al.* (2013). Se considera un flujo de agua de 1 m/s que viaja por la tubería. En ese sentido, este análisis considera las características del flujo y la tubería presentadas en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Parámetros de flujo y tubería para el análisis del tipo de acoplamiento.

<i>Dominio</i>	<i>Descripción</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unid.</i>
Geometría	Longitud	L	1,53	m
	Diámetro Interior	d_{int}	20,4	mm
	Diámetro exterior	d_{ext}	26,7	mm
Flujo	Fluido	--	Agua	--
	Velocidad media	U	1	m/s
	Densidad	ρ_f	998,2	kg/m ³
	Viscosidad dinámica	μ	0,001003	Pa.s
Tubería	Material	--	PVC	--
	Módulo de Elasticidad	E	2,4	GPa
	Densidad	ρ_e	1 444	kg/m ³
	Coef. de Poisson	ν	0,4	--

Utilizando los parámetros de la Tabla 4.1, se implementa el modelo del flujo turbulento definido en el Capítulo 2 y se obtienen los parámetros detallados en la Tabla 4.2. De manera similar, se emplea el modelo estructural de la tubería definido en el Capítulo 3 y se obtienen los parámetros presentados en la Tabla 4.3.

Tabla 4.2: Parámetros para el modelado del flujo de agua a 1 m/s.

<i>Descripción</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unid.</i>
Número de Reynolds	Re	20 302	--
Gradiente de presión	$\Delta P/\Delta L$	-630,9	Pa/m
Tamaño de celda central	$\Delta r, \Delta r\theta$ y Δz	1,02	mm
Tamaño de celda pared	Δr_{pared}	0,0885	mm
Cantidad de celdas	N_f	1 276 543	--
Paso de tiempo	Δt_f	0,0006	s

Tabla 4.3: Parámetros para el modelado de la tubería horizontal de PVC.

<i>Descripción</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor</i>	<i>Unid.</i>
Cantidad de elementos	N_e	7 680	--
Distribución de elementos	$N_r \times N_\theta \times N_z$	24x2x160	--
Paso de tiempo	Δt_e	0,002	s

Tal como se indicó y realizó en la sección 2.1.3, se conduce una simulación inicial del flujo con el fin de alcanzar el régimen turbulento completamente desarrollado. Para esta simulación inicial, se aplican las consideraciones descritas en dicha sección. Los resultados finales de velocidad y presión de esta simulación se utilizan como condiciones iniciales en el modelado del flujo para la simulación acoplada.

La simulación acoplada tiene una duración de 10 segundos de tiempo físico. Como se vio en la sección 3.2.2, este tiempo es adecuado para el análisis de la respuesta vibratoria del sistema. La señal de desplazamientos y aceleraciones se evalúan sobre un punto ubicado en el cuadrante superior de la pared exterior de la tubería, en una posición longitudinal de 0,612 m, que es 0,4 veces la longitud de la tubería (punto B, según la Figura 3.3).

4.2.1. Acoplamiento *I-way*

En este tipo de acoplamiento se consideran el efecto de las fuerzas del flujo sobre la pared interna de la tubería en cada paso de tiempo, mas no el efecto de la estructura sobre el fluido. Los resultados son presentados en la Figura 4.1. Se muestra la señal de la aceleración obtenida durante los 10 segundos de tiempo físico de simulación y durante el último segundo (Figura 4.1a y 4.1b, respectivamente). En este lapso, la aceleración sobre el punto en análisis varía entre -10 y 10 mm/s², aproximadamente. Se aprecia que es una señal tipo sinusoidal que contiene varias frecuencias.

En la Figura 4.1c se muestra el PSD de la aceleración en unidades g²/Hz, donde “g” representa la aceleración de la gravedad (9,81 m/s²). Se utilizan estas unidades debido a que los resultados experimentales de Ortiz-Vidal *et al.* (2013) presentan las mismas unidades. Se observa que la frecuencia fundamental (primer pico de mayor amplitud) en el PSD es de 16,2 Hz y está asociada a una amplitud de 1,288E-8 g²/Hz.

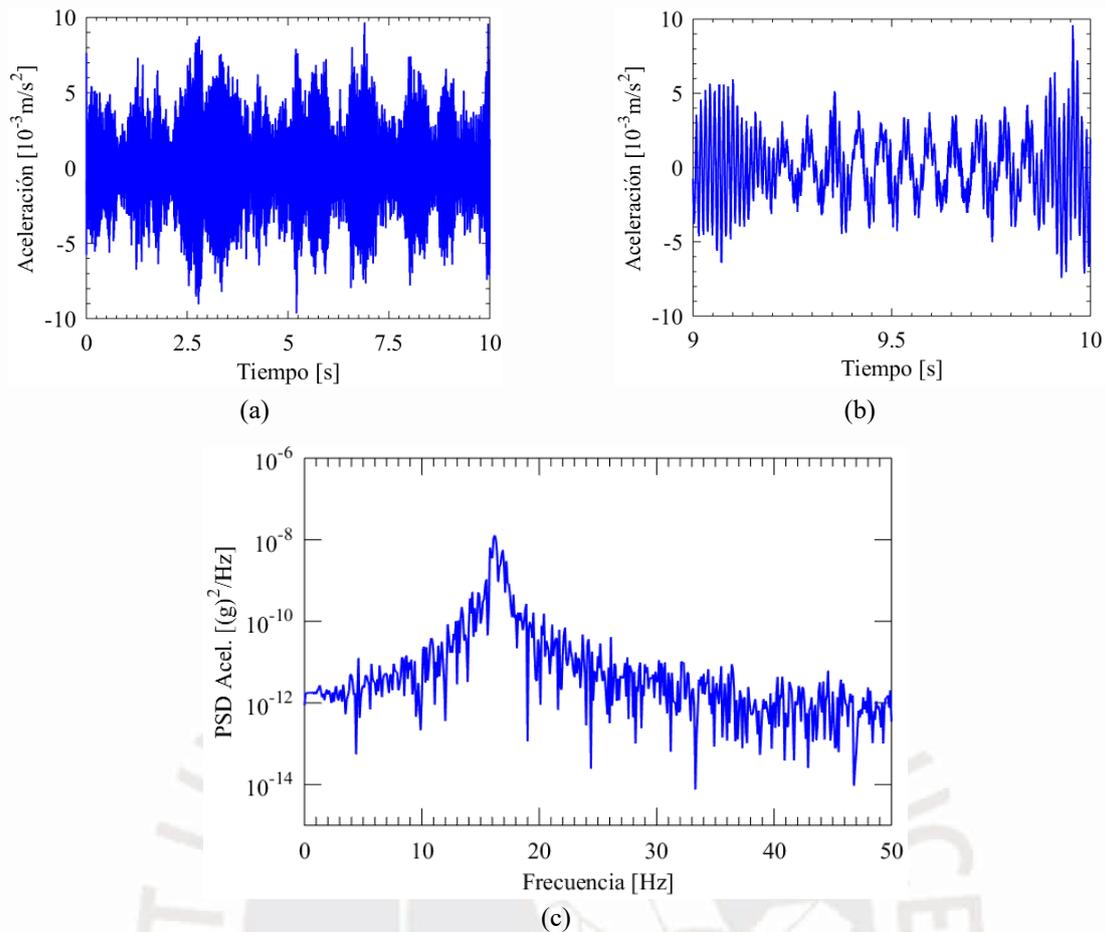


Figura 4.1: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería utilizando el acoplamiento *1-way*: (a) aceleración, (b) aceleración de 9 a 10 s, (c) aceleración PSD.

4.2.2. Acoplamiento *2-way*

En este tipo de acoplamiento se considera adicionalmente el movimiento o deformación del contorno del flujo debido a la vibración de la tubería en cada paso de tiempo, además del efecto de las fuerzas del flujo sobre la tubería. Es así como, para el modelo FSI se consideran la malla dinámica y el criterio de convergencia descritos en las secciones 4.1.4 y 4.1.5. Los resultados son presentados en la Figura 4.2. Se muestra la señal de la aceleración obtenida durante los 10 segundos de simulación y durante el último segundo (Figura 4.2a y 4.2b, respectivamente). En este lapso, la aceleración sobre el punto en análisis varía entre -2.5 y 2.5 mm/s^2 , aproximadamente. Asimismo, se observa una señal tipo sinusoidal. En la Figura 4.2c se muestra también el PSD de la aceleración. Se observa que la frecuencia fundamental es de $11,9 \text{ Hz}$ y está asociada a una amplitud de $1,191\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$.

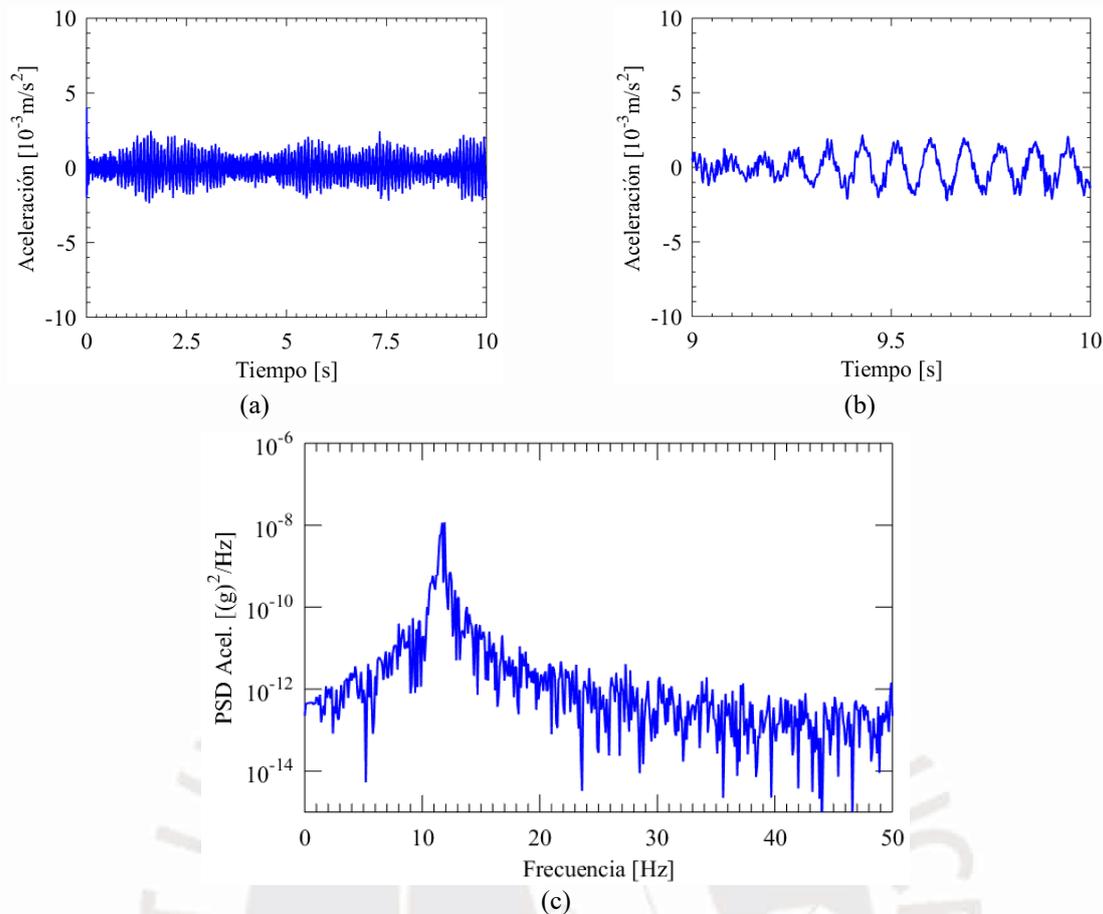


Figura 4.2: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería utilizando el acoplamiento 2-way: (a)aceleración, (b)aceleración de 9 a 10 s, (c)aceleración PSD.

4.2.3. Acoplamiento *I-way* con densidad modificada

Con el fin de reducir el costo computacional del acoplamiento *2-way*, algunos estudios han utilizado la técnica *I-way* con una variante. En esta, se modifica el valor de la densidad de la estructura para incluir el efecto de la masa añadida o hidrodinámica que aporta el fluido a la dinámica del sistema. Estos trabajos consideran que toda la masa del fluido contenida en el tramo de tubería en análisis participa de la vibración (Nair *et al.*, 2011; Pontaza *et al.*, 2013).

Entonces, para este tipo de acoplamiento se modifica la densidad de la tubería de forma que la masa modificada de la tubería (m_e^*) represente a la suma de la masa del flujo (m_f) y de la tubería (m_e), tal como se representa con la Ecuación 4.2. A partir de esta consideración, se puede obtener la densidad modificada de la tubería (ρ_e^*), presentada en la Ecuación 4.3, donde -e- y -f- son subíndices para representar a la estructura y al fluido, respectivamente; ρ representa la densidad; y A , el área de la sección transversal.

$$m_e^* = m_e + m_f \quad 4.2$$

$$\rho_e^* = \rho_e + \rho_f \cdot \frac{A_f}{A_e} \quad 4.3$$

Entonces, de forma similar al acoplamiento *I-way* convencional, descrito en la sección 4.2.1, se considera el efecto de las fuerzas del fluido sobre la pared interna de la tubería en cada paso de tiempo, más no el efecto de la estructura sobre el fluido. Se aplican las mismas consideraciones descritas al inicio del subcapítulo 4.2, con excepción de la densidad de la tubería que se debe reemplazar por la densidad de la tubería modificada. Para esto se emplean los valores de densidad y diámetros presentados en la Tabla 4.1, y se aplica la Ecuación 4.3. Así, se obtiene un valor de densidad modificada de la tubería (ρ_e^*) igual a 2 844 kg/m³.

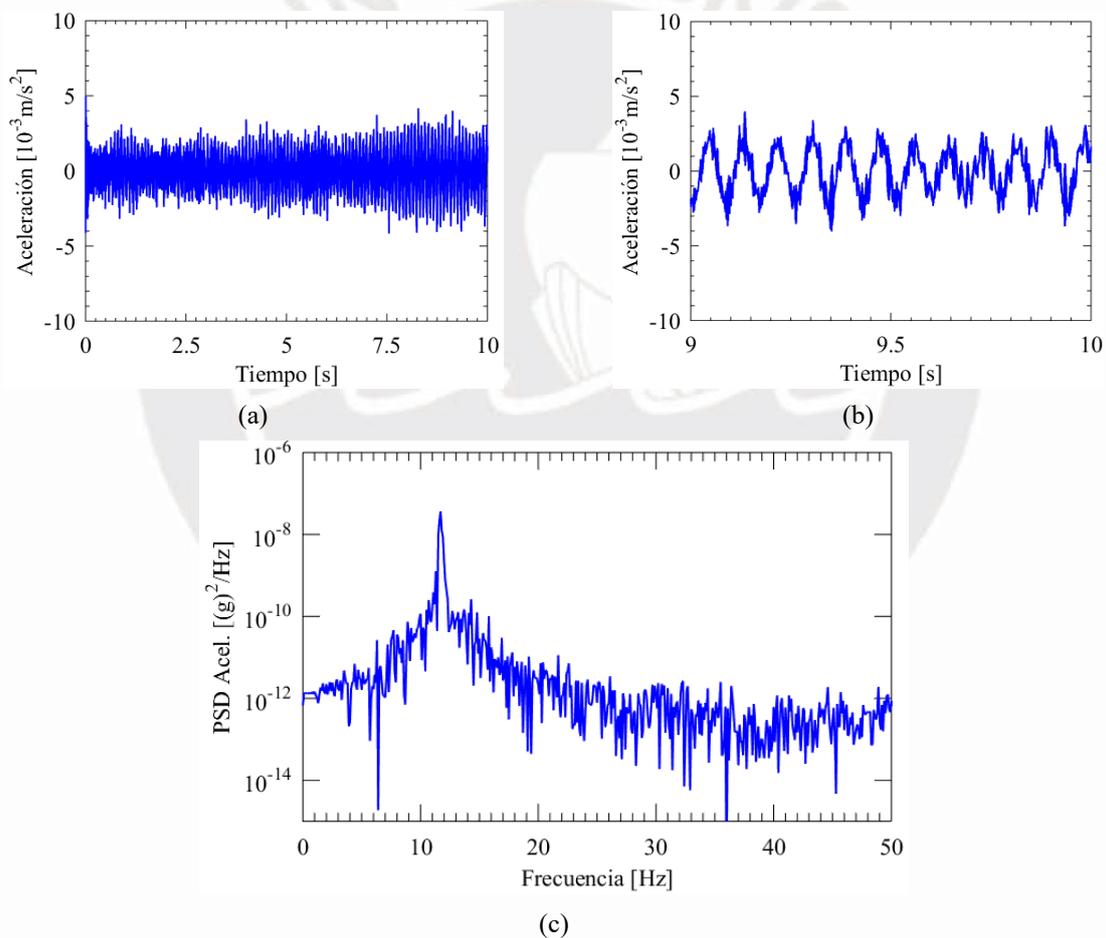


Figura 4.3: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería utilizando el acoplamiento *I-way* con densidad modificada: (a)aceleración, (b)aceleración de 9 a 10 s, (c)aceleración PSD.

Los resultados de la simulación con el acoplamiento *I-way* considerando densidad modificada son presentados en la Figura 4.3. Se muestra la señal de la aceleración obtenida durante los 10 segundos de simulación y durante el último segundo (Figura 4.3a y 4.3b, respectivamente). En

este lapso, la aceleración sobre el punto en análisis varía entre -4 y 4 mm/s^2 , aproximadamente. En la Figura 4.2c se muestra también el PSD de la aceleración. Se observa que la frecuencia fundamental es de $11,7 \text{ Hz}$ y está asociada a una amplitud de $3,661\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$.

4.2.4. Comparación de resultados

Como se mencionó, para definir el tipo de acoplamiento más adecuado se comparan los resultados obtenidos por simulación de cada caso con los resultados experimentales reportados por Ortiz-Vidal *et al.* (2013). En la Figura 4.4 se muestra el diagrama PSD de la aceleración para cada uno de los tres tipos de acoplamiento evaluados y del resultado experimental. Se puede observar que todos los resultados muestran una frecuencia fundamental entre 11 y 17 Hz . Asimismo, se aprecia que las señales obtenidas por simulación contienen un amplio rango de frecuencias. Esto puede ser causado por las fuerzas fluctuantes que impone el flujo turbulento sobre la pared de la tubería, ya que estas contienen un amplio rango de frecuencias, como se describió en el capítulo 1 y 2.

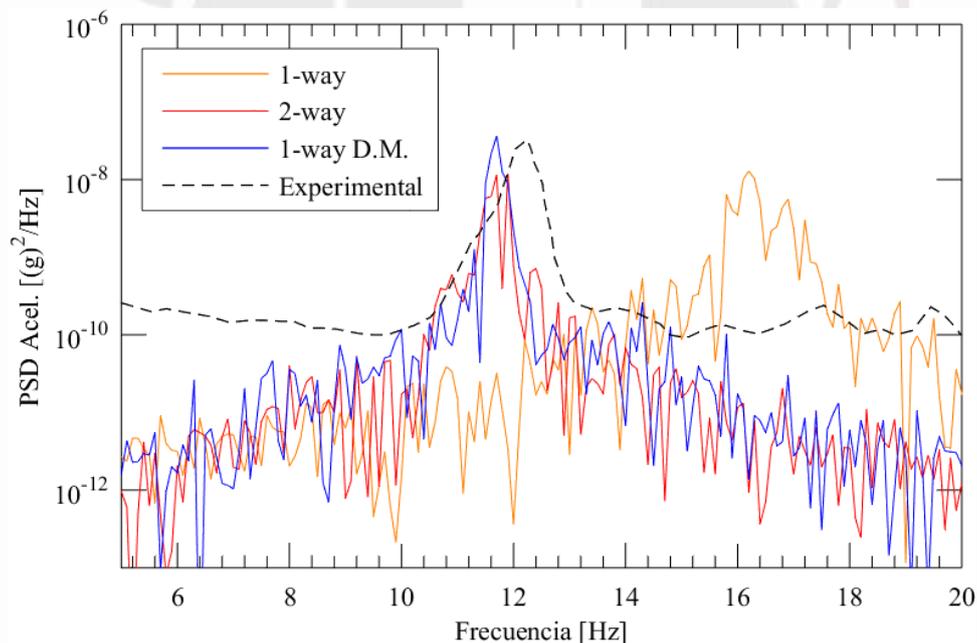


Figura 4.4: Diagrama PSD de la aceleración para cada uno de los tres modelos de acoplamiento evaluados y del resultado experimental de referencia.

Antes de realizar una comparación cuantitativa de los resultados numéricos, se determinan las frecuencias naturales de la tubería que contiene fluido (velocidad nula) para usarlos como valores de referencia. Estas se determinan analíticamente mediante las Ecuaciones 3.5-3.6. Como se trata de la tubería con fluido, se considera en estas ecuaciones la densidad modificada

de la tubería. Por lo que al reemplazar los valores presentados en la Tabla 4.1 y un valor de densidad para la tubería (ρ_e^*) de 2 844 kg/m³, se obtiene una frecuencia natural de 11,84 Hz.

En la Tabla 4.4 se muestran los valores de frecuencia fundamental y la amplitud de la aceleración PSD correspondiente obtenido numéricamente con los acoplamientos considerados. En dicha tabla se muestran también los valores correspondientes al resultado experimental. Asimismo, se incluye la frecuencia natural de la tubería sola y de la tubería que contiene fluido (velocidad nula).

Tabla 4.4: Comparación de resultados numéricos con diferentes acoplamientos.

Método		Frecuencia fundamental (Hz)	Amplitud (g ² /Hz)
Numérico	<i>1-way</i>	16,2	1,288E-8
	<i>2-way</i>	11,9	1,191E-8
	<i>1-way</i> con densidad modificada	11,7	3,661E-8
Experimental		12,15	3,631E-8
Analítico	tubería con fluido	11,84	--
	tubería (sin fluido)	16,41	--

Se observa que con el acoplamiento *1-way* se obtiene un valor de frecuencia fundamental (16,2 Hz) muy lejano con respecto al resultado experimental (12,15 Hz). Desde el punto de vista dinámico, esto indica que con este tipo de acoplamiento la excitación actúa sobre la inercia de la tubería y no sobre la inercia del fluido, como se explicó en el subcapítulo 1.7. Esto se respalda con que el valor de frecuencia fundamental obtenida con este acoplamiento (16,2 Hz) es cercano al obtenido mediante método analítico considerando la tubería sola (16,41 Hz). A su vez, la amplitud pico en el acoplamiento *1-way* equivale solo al 35,4% (1,288E-8 g²/Hz) de la amplitud pico obtenida de forma experimental (3,631E-8 g²/Hz).

Por su parte, se observa que con el acoplamiento *2-way* se obtiene un valor de frecuencia fundamental (11,9 Hz) cercano al resultado experimental (12,15 Hz). Asimismo, este valor es cercano al obtenido mediante método analítico considerando la tubería con fluido (11,84 Hz). Este resultado indica que con el acoplamiento *2-way* las fuerzas provenientes del flujo excitan a la inercia de la tubería y del fluido. Esto era de esperarse según se explicó en el subcapítulo 1.7. Sin embargo, se observa que la amplitud pico con el acoplamiento *2-way* representa el

32,8% ($1,191\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$) de la amplitud pico experimental ($3,631\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$). Es decir, que la amplitud obtenida con este acoplamiento presenta una baja precisión. Este tipo de acoplamiento debería de captar de forma fiel la dinámica del sistema flujo-tubería, ya que (como se vio mediante la Ecuación 1.11) en el fenómeno FIV en tubería se tiene la participación de la masa del fluido, así como el efecto del flujo viajando por una tubería que vibra elásticamente. Esto debe ser capturado mediante el modelo numérico al emplear la malla dinámica (ANSYS, 2019a). No se ha explorado algunos aspectos del acoplamiento *2-way*, debido a que este acoplamiento implica un elevado costo computacional. En ese sentido, para futuros trabajos, se recomienda profundizar en el tipo de malla dinámica y sus parámetros de control (presentados en la sección 4.1.4).

Finalmente, se observa que con el acoplamiento *1-way* con densidad modificada se obtiene un valor de frecuencia fundamental (11,7 Hz) cercano al resultado experimental (12,15 Hz). Asimismo, este valor es cercano al obtenido mediante método analítico considerando la tubería con fluido (11,84 Hz). Esto se debe a que, con este acoplamiento las fuerzas provenientes del flujo turbulento excitan a la inercia de la estructura y la inercia del fluido, que se incluyó al modificar la densidad de la tubería. Por su parte, el valor de amplitud pico en el acoplamiento *1-way* con densidad modificada representa el 92,56% ($3,361\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$) de la amplitud pico obtenido experimentalmente ($3,631\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$). Es decir, una diferencia del 7,43% entre estos valores.

En base al análisis realizado, se concluye que el acoplamiento más adecuado para modelar el fenómeno FIV en tubería mediante simulación FSI es el acoplamiento *1-way* con densidad modificada. Esto debido a que permite obtener de manera adecuada los valores de amplitud y frecuencia fundamental, que están contenidos en la señal PSD de la aceleración de la tubería.

4.3. Conclusiones parciales

- Se definió el modelo numérico de la interacción fluido-estructura, lo que permitió concluir con el modelado numérico de la vibración inducida por flujo turbulento en tuberías. Varios aspectos del modelo de interacción se definieron a partir de la revisión de literatura y análisis propios. El tipo de acoplamiento más adecuado se determinó a partir de análisis numéricos propios. La secuencia del modelo FSI se resume en la Figura 4.5.

- Para la interacción flujo-tubería se emplea el acoplamiento unidireccional (o 1-way) con la densidad de la tubería modificada. De este modo, se incluye el efecto de la masa del fluido que viaja por el interior de la tubería. Esto permite capturar adecuadamente la amplitud y la frecuencia contenidas en la vibración del sistema.

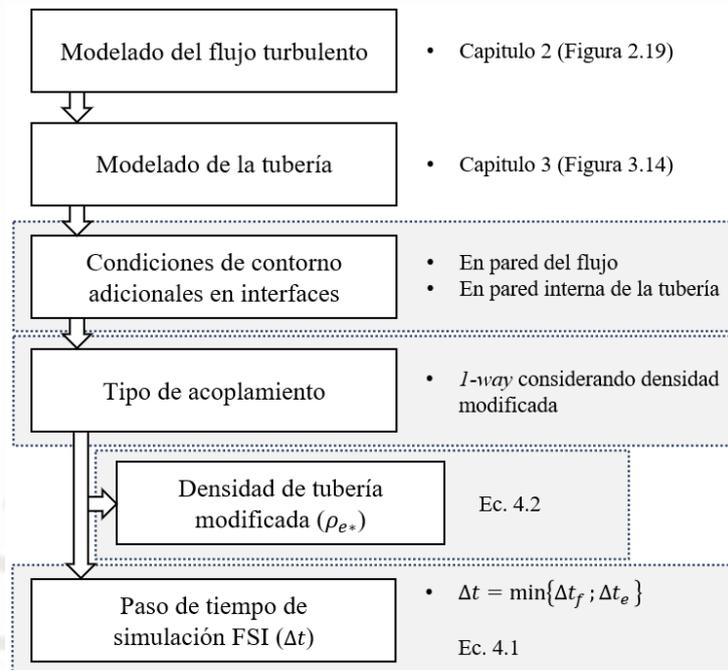


Figura 4.5: Secuencia y consideraciones para el modelado de la interacción fluido-estructura.

CAPÍTULO 5

APLICACIÓN DEL MODELO EN LA EVALUACIÓN FIV DE UNA TUBERÍA

En este capítulo se aplica el modelo numérico definido previamente en los Capítulos 2, 3 y 4, para evaluar la vibración inducida por flujo turbulento en una tubería horizontal doblemente empotrada. El enfoque principal de este capítulo es examinar la influencia de la velocidad del fluido en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería, específicamente en términos de la frecuencia fundamental y amplitud. A continuación, se describen los casos que se van a evaluar, se detalla la aplicación del modelo numérico, y se discuten los resultados obtenidos de esta evaluación.

5.1. Descripción de los casos de estudio

En el caso del flujo, se trata de agua con las propiedades presentadas en la Tabla 4.1. En cuanto a la tubería, se trata de una tubería horizontal de PVC con las dimensiones, propiedades físicas (excepto la densidad) y propiedades mecánicas detalladas en la Tabla 4.1. La Tabla 5.1 presenta los casos de estudio para analizar la influencia de la velocidad del flujo en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería.

Se consideran magnitudes de velocidad media entre 0,50 y 1,25 m/s. Esto se debe a que, el análisis numérico del flujo presentado en el Capítulo 2 se realizó considerando un flujo de 0,94 m/s, por lo que los casos seleccionados no están lejos de este valor de velocidad. En consecuencia, es posible aplicar el modelo numérico definido a estos cuatro casos.

Tabla 5.1: Casos de estudio para evaluar la influencia de la velocidad media en FIV en tuberías.

<i>Caso</i>	<i>Velocidad media, U (m/s)</i>
01	0,50
02	0,75
03	1,00
04	1,25

5.2. Aplicación del modelo numérico

Para simular el flujo, se aplica el modelo numérico definido en el Capítulo 2 y resumido en la Figura 2.19. En este contexto, es necesario calcular el número de Reynolds y la gradiente de presión del flujo que recorre la tubería, la cual se impone como una condición de borde. La Tabla 5.2 presenta estos valores para cada uno de los casos, siendo el número de Reynolds más bajo de 10 151. Como se explicó en la sección 1.2.1, flujos con números de Reynolds superiores a 4 000 son considerados flujos turbulentos completamente desarrollados. Por lo tanto, el modelo definido es aplicable a los cuatro casos considerados.

Tabla 5.2: Número de Reynolds y gradiente de presión teórica de los cuatro casos a analizar.

<i>Caso</i>	<i>Numero de Reynolds, Re</i> (--)	<i>Gradiente de presión teórica, $\Delta P/\Delta L$</i> (Pa/m)
01	10 151	-188,14
02	15 227	-381,22
03	20 302	-631,02
04	25 378	-934,06

Luego de esto, se procede a generar las mallas del dominio fluidodinámico. Se aplican los criterios respectivos presentados en la sección 2.2.1. Las características de las mallas generadas se resumen en la Tabla 5.3. Asimismo, se presenta el paso de tiempo necesario para la simulación del flujo turbulento. Para esto se aplican los criterios definidos en la sección 2.2.2. Se observa que el caso con mayor velocidad presenta mayor cantidad de celdas. Al presentar mayor nivel de turbulencia (mayor número de Reynolds) la capa límite es más fina. Entonces, en este caso, en la pared se requiere un tamaño de celda menor para capturar adecuadamente los fenómenos en dicha región.

Tabla 5.3: Discretización espacial y temporal del flujo en los cuatro casos a evaluar.

<i>Caso</i>	<i>Tamaño de celda central, Δr</i> (mm)	<i>Tamaño de celda pared, Δr_{pared}</i> (mm)	<i>Cantidad de celdas, N_f</i> (--)	<i>Paso de tiempo flujo, Δt_f</i> (s)
01		0,1620	988 322	0,0010
02	1,02	0,1138	1 165 438	0,0008
03		0,0885	1 276 543	0,0006
04		0,0727	1 387 632	0,0005

Luego de implementar el modelo en *Fluent*, se conduce una simulación inicial del flujo para que este alcance el régimen turbulento completamente desarrollado. Para esto se verifica en cada paso de tiempo que la variación del esfuerzo cortante promedio sobre la pared respecto al paso de tiempo anterior sea menor al 2%. En esta simulación inicial se impone como condición de borde un perfil de velocidad uniforme axial en todo el dominio con magnitud igual a la velocidad nominal del flujo. Luego de esta simulación inicial, los campos de velocidades y presiones obtenidos se imponen como condición inicial del modelo numérico del flujo en las respectivas simulaciones FSI.

Para modelar la tubería, se aplica el modelo numérico estructural definido en el Capítulo 3 y resumido en la Figura 3.14. Se procede a generar la malla del dominio estructural. Las características de dicha malla se resumen en la Tabla 5.4. Como se ve, la malla es la misma para los cuatro casos. Esto fue definido en la sección 3.2.1. Asimismo, se muestra el paso de tiempo requerido para la simulación estructural de la tubería. Esto se determina a partir de lo definido en la sección 3.2.2.

Tabla 5.4: Discretización espacial y temporal de la tubería en los cuatro casos a evaluar.

<i>Caso</i>	<i>Distribución de elementos, $N_r \times N_\theta \times N_z$</i>	<i>Cantidad de elementos, N_e (--)</i>	<i>Paso de tiempo estructural, Δt_e (s)</i>
01			
02			
03	24 x 2 x 160	7 680	0,002
04			

Es importante mencionar que, el paso de tiempo para el modelo estructural de 0,002 s (presentado en la Tabla 5.4) se obtuvo asumiendo que la frecuencia que se desea capturar es 16,4 Hz, aproximadamente (primera frecuencia natural de la tubería). Sin embargo, como se vio en el Capítulo 4, la frecuencia que se desea capturar es menor: 11,9 Hz, aproximadamente (frecuencia fundamental del sistema flujo-tubería). Para este valor de frecuencia, se requiere un paso de tiempo de 0,0027 s (obtenido al aplicar la Ecuación 3.1). Entre estos valores se escoge el paso de tiempo más exigente como parte del modelo estructural: 0,002 s.

Para el acoplamiento, se aplica el modelo FSI definido en el Capítulo 4 y resumido en la Figura 4.5, que se basa en el acoplamiento *1-way* con densidad modificada de la tubería. En la Tabla 5.5 se muestran las características principales del acoplamiento, que son la densidad modificada y el paso de tiempo para la simulación FSI. El primer parámetro se determina con los lineamientos descritos en la sección 4.2.3, y el segundo parámetro se determina a partir del menor paso de tiempo del modelo fluidodinámico y del estructural.

Tabla 5.5: Paso de tiempo para la simulación FSI y densidad modificada de la tubería.

<i>Caso</i>	<i>Paso de tiempo FSI, Δt (s)</i>	<i>Densidad modificada tubería, ρ_e^* (kg/m³)</i>
01	0,0010	
02	0,0008	2 844
03	0,0006	
04	0,0005	

Las simulaciones se realizan con el software ANSYS 2020 R1. La implementación del modelo numérico del flujo se realiza en la plataforma *Fluent*; de la tubería, en la plataforma *Mechanical*; y del acoplamiento, en la plataforma *System Coupling*. Finalmente, para la simulación acoplada se consideran 10 segundos de tiempo físico. Luego de post-procesar los resultados, la respuesta de desplazamientos y aceleraciones se evalúan sobre un punto ubicado en el cuadrante superior de la pared exterior de la tubería, en una posición longitudinal de 0,612 m (0,4 veces la longitud de la tubería). Esto es, sobre el punto B según la Figura 3.3.

5.3. Resultados y discusión

En la Figura 5.1 se presentan los resultados de la aceleración tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia para el Caso 01 (flujo de 0,5 m/s). La aceleración registrada en el punto analizado oscila entre -1 y 1 mm/s², aproximadamente, como se muestra en la Figura 5.1a. Esta señal muestra un patrón sinusoidal, que contiene varias frecuencias, como se observa en la Figura 5.1b. Destaca la frecuencia fundamental, representada por el primer pico de mayor amplitud en el espectro de densidad espectral de potencia (PSD), la cual se sitúa en 11,7 Hz con una amplitud asociada de 8,044E-9 g²/Hz, según se muestra en la Figura 5.1c.

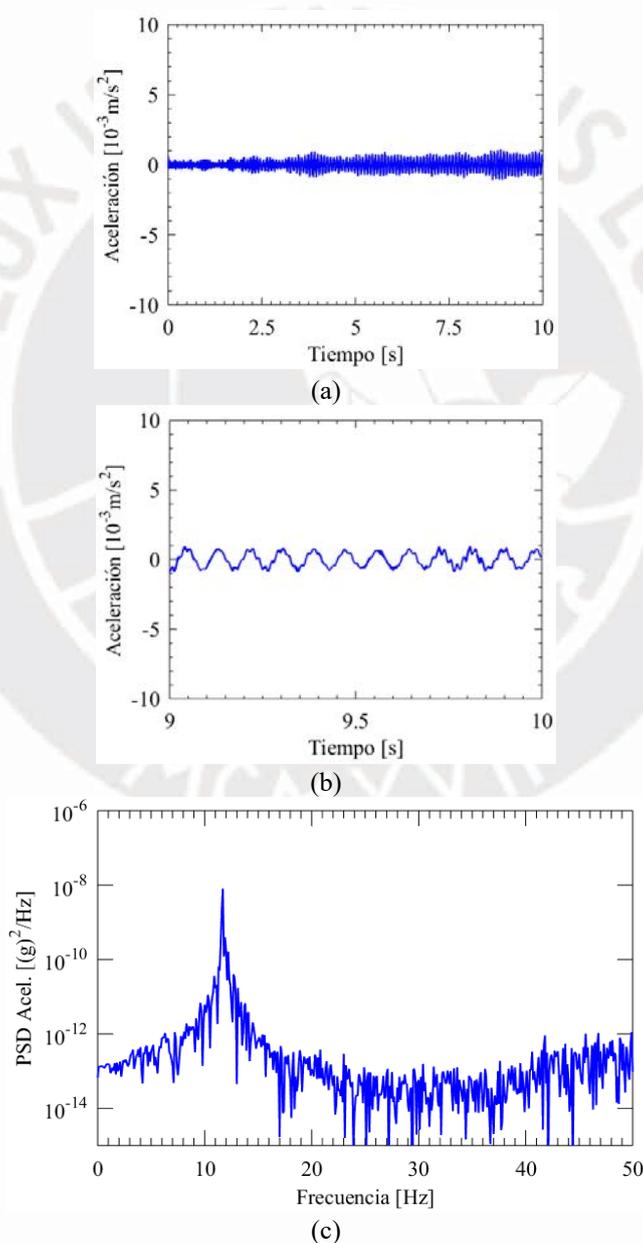


Figura 5.1: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería para flujo de 0,50 m/s, Caso 1: (a)aceleración, (b)aceleración de 9 a 10 s, (c)aceleración PSD.

En la Figura 5.2 se presentan los resultados de la aceleración tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia para el Caso 02 (flujo de 0,75 m/s). La aceleración registrada en el punto analizado oscila entre $-2,5$ y $2,5 \text{ mm/s}^2$, aproximadamente, como se muestra en la Figura 5.2a. Esta señal muestra un patrón sinusoidal, conteniendo varias frecuencias, como se observa en la Figura 5.2b. Se destaca la frecuencia fundamental en el PSD, la cual se sitúa en $11,7 \text{ Hz}$ con una amplitud asociada de $2,843\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$, según se muestra en la Figura 5.2c.

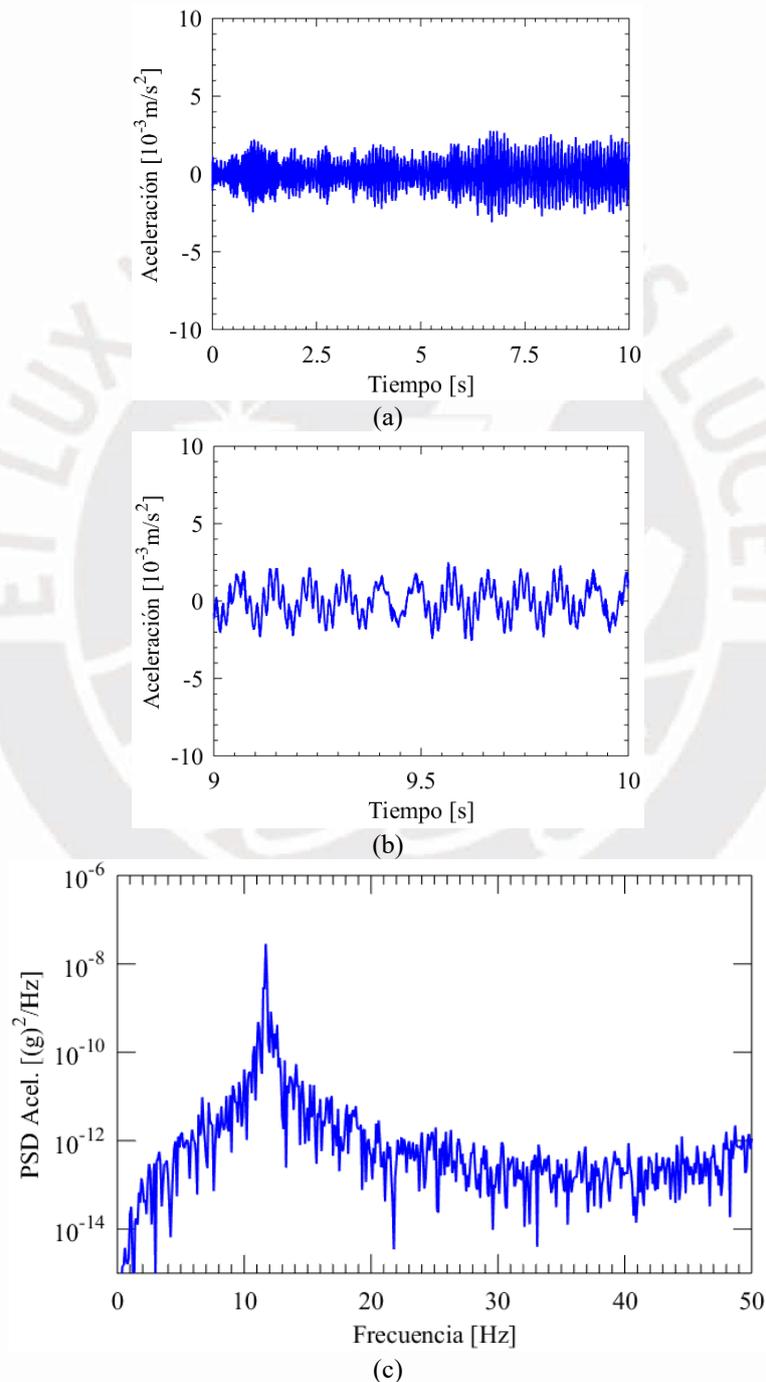


Figura 5.2: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería para flujo de 0,75 m/s, Caso 2: (a)aceleración, (b)aceleración de 9 a 10 s, (c)aceleración PSD.

En la Figura 5.3 se presentan los resultados de la aceleración tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia para el Caso 03 (flujo de 1,0 m/s). La aceleración registrada en el punto analizado oscila entre -4 y 4 mm/s^2 , aproximadamente, como se muestra en la Figura 5.3a. Esta señal muestra un patrón sinusoidal, conteniendo varias frecuencias, como se observa en la Figura 5.3c. Se destaca la frecuencia fundamental en el PSD, la cual se sitúa en $11,7 \text{ Hz}$ con una amplitud asociada de $3,661\text{E-}8 \text{ g}^2/\text{Hz}$, según se muestra en la Figura 5.3c.

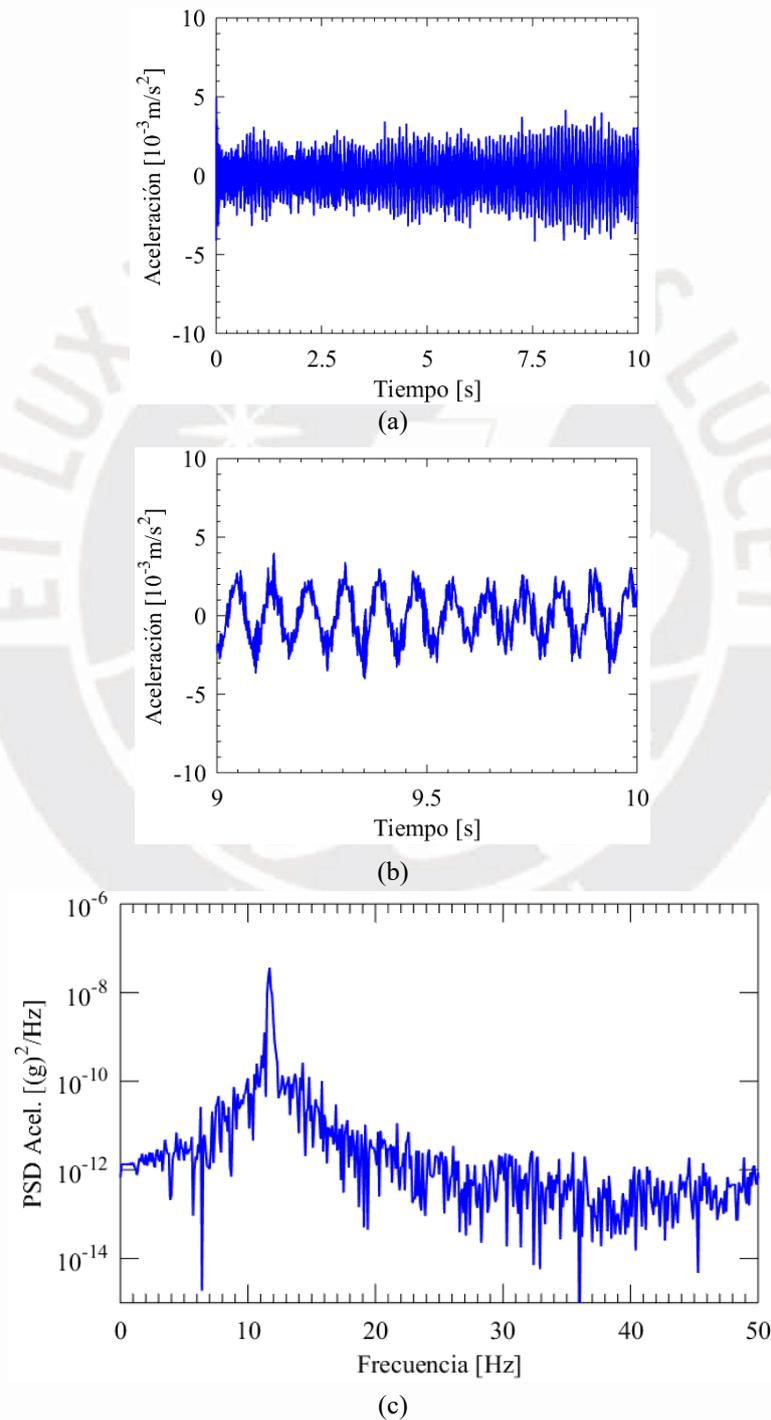


Figura 5.3: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería para flujo de 1,00 m/s, Caso 3: (a)aceleración, (b)aceleración de 9 a 10 s, (c)aceleración PSD.

En la Figura 5.4 se presentan los resultados de la aceleración tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia para el Caso 04 (flujo de 1,25 m/s). La aceleración registrada en el punto analizado oscila entre -8 y 8 mm/s^2 , aproximadamente, como se muestra en la Figura 5.4a. Esta señal muestra un patrón sinusoidal, conteniendo varias frecuencias, como se observa en la Figura 5.4c. Se destaca la frecuencia fundamental en el PSD, la cual se sitúa en $11,7 \text{ Hz}$ con una amplitud asociada de $1,156\text{E-}7 \text{ g}^2/\text{Hz}$, según se muestra en la Figura 5.4c.

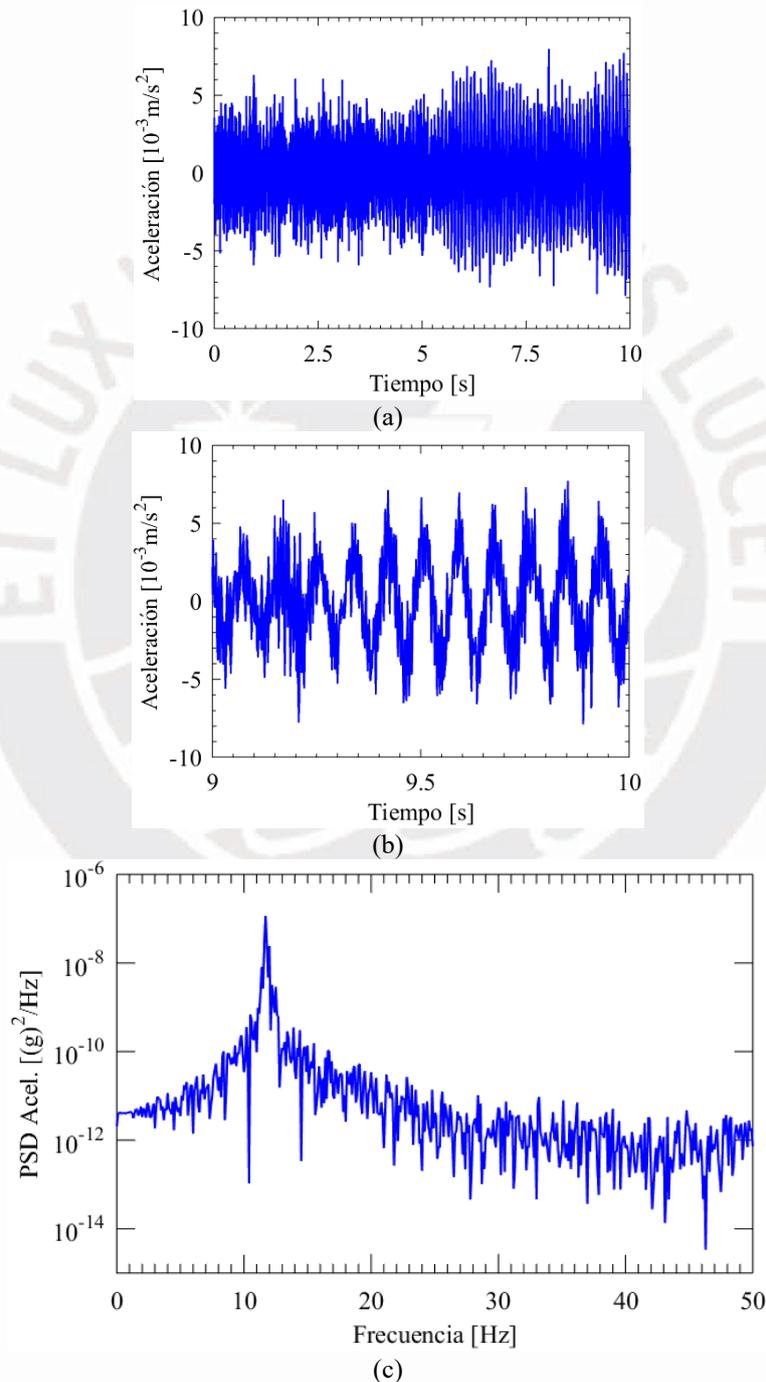


Figura 5.4: Respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería para flujo de 1,25 m/s, Caso 4: (a)aceleración, (b)aceleración de 9 a 10 s, (c)aceleración PSD.

En la Figura 5.5 se presenta la densidad espectral de potencia (PSD) de la aceleración para los cuatro casos evaluados. Además, se incluye en la misma figura el PSD de la aceleración proveniente de los resultados experimentales reportados por Ortiz-Vidal *et al.* (2013) para un flujo con velocidad nominal de 1 m/s. Se destaca que la amplitud de la aceleración aumenta conforme crece la velocidad del flujo, como también se puede apreciar en las figuras anteriores. Esta tendencia también ha sido reportada en estudios experimentales de vibración inducida por flujo, como los realizados por Evans *et al.* (2004) y Pittard (2003).

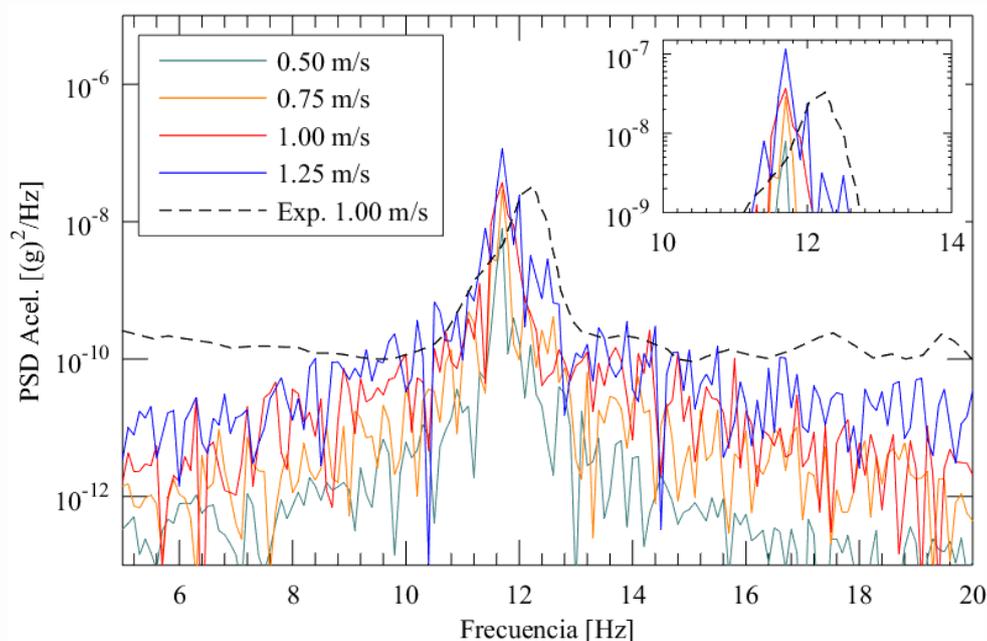


Figura 5.5: Diagrama PSD de la aceleración para los cuatro casos evaluados y los resultados experimentales de referencia.

Se observan diferencias entre los valores numéricos y experimentales. Los resultados numéricos caen hasta una amplitud de $1E-12 g^2/Hz$, mientras que los resultados experimentales alcanzan una amplitud de $1E-10 g^2/Hz$, aproximadamente. Esta diferencia podría atribuirse a la presencia de otras fuentes de excitación en la prueba experimental, como el posible ruido acústico de equipos u otras fuentes. En cambio, en los análisis numéricos se asumen condiciones ideales.

Se observa que los valores de la frecuencia fundamental obtenidos numéricamente (11,7 Hz) son ligeramente inferiores al valor experimental de la frecuencia fundamental (12,15 Hz). Esta diferencia fue identificada en el subcapítulo 4.2 durante el análisis del tipo de acoplamiento. Como se comentó anteriormente, esta variación podría atribuirse a diferencias entre el modelo numérico del sistema flujo-tubería, en comparación con las condiciones reales del experimento.

Con la finalidad de realizar una comparación cuantitativa, en la Tabla 5.6 se presentan los valores de frecuencia fundamental y las correspondientes amplitudes obtenidos para los cuatro casos evaluados, así como el resultado experimental de Ortiz-Vidal *et al.* (2013). Se observa que el valor de la frecuencia fundamental del sistema para cada caso se mantiene constante, indicando que la velocidad nominal del flujo no influye en este parámetro (ilustrado en la ampliación de la Figura 5.5). Contrariamente, diferentes autores coinciden en que la velocidad del flujo influye en la frecuencia fundamental del sistema. Incluso, al alcanzar una velocidad crítica de flujo, la frecuencia fundamental del sistema puede llegar hasta cero, lo que ocasiona la pérdida de estabilidad del sistema (Dodds & Runyan, 1965; Païdoussis, 2014).

Tabla 5.6: Comparación de resultados numéricos para frecuencia fundamental y amplitud de los cuatro casos junto a resultados experimentales de referencia.

<i>Método</i>	<i>Caso</i>	<i>Velocidad nominal del flujo, U (m/s)</i>	<i>Frecuencia fundamental (Hz)</i>	<i>Amplitud (g²/Hz)</i>
Numérico	01	0,50	11,7	8,044E-9
	02	0,75	11,7	2,843E-8
	03	1,00	11,7	3,661E-8
	04	1,25	11,7	1,156E-7
Experimental	03	1,00	12,15	3,631E-8

Como se detalló en el Capítulo 4, el acoplamiento utilizado (*I-way* con densidad modificada) permite incluir la inercia del fluido en la dinámica del sistema flujo-tubería, logrando que los resultados numéricos de frecuencia fundamental sean cercanos al experimental. Sin embargo, este tipo de acoplamiento no permite capturar otros efectos físicos presentes en el fenómeno FIV en tubería. A través de la Ecuación 1.11 se explicó que el movimiento transversal del flujo, inducido por la vibración de la tubería, genera fuerzas dinámicas, como la fuerza centrífuga y la fuerza de Coriolis. Estos efectos causan variaciones en la frecuencia fundamental en función de la velocidad del flujo. Para capturar numéricamente estos efectos, es necesario aplicar un tipo diferente de acoplamiento que considere el movimiento o deformación del dominio fluidodinámico. No obstante, como se explicó en el subcapítulo 1.3, estudios analíticos han demostrado que la disminución de la frecuencia fundamental debido al aumento de la velocidad del flujo es significativa cuando esta velocidad alcanza magnitudes considerables. En velocidades bajas o moderadas, la variación de la frecuencia fundamental puede ser poco significativa o despreciable.

En resumen, el modelo numérico definido para evaluar FIV en tuberías es aplicable a velocidades de flujo bajas o moderadas, ya que los resultados numéricos concuerdan con los resultados experimentales al determinar de forma adecuada la amplitud de vibración y la frecuencia fundamental de vibración. Además, logra capturar el aumento de la amplitud de vibración conforme se incrementa la velocidad del flujo. Para evaluar la influencia de la velocidad del flujo en la frecuencia fundamental del sistema se recomienda utilizar otro tipo de acoplamiento.

5.4. Conclusiones parciales

- Se aplicó exitosamente el modelo numérico del fenómeno FIV para evaluar la influencia de la velocidad del flujo en la respuesta vibratoria del sistema flujo-tubería, considerando cuatro velocidades de flujo de agua a través de una tubería de PVC. Se determinó de manera adecuada los valores de amplitud y frecuencia fundamental contenidas en la vibración. Los resultados obtenidos se respaldaron con resultados numéricos y experimentales.
- Se logró determinar adecuadamente el valor de la amplitud de vibración, y se observó un aumento de la amplitud con el incremento de la velocidad del flujo. Esta tendencia, observada en los resultados numéricos, es respaldada por estudios experimentales.
- Se logró determinar adecuadamente el valor de frecuencia fundamental, y se observó que este parámetro se mantiene constante en los cuatro casos. Esta tendencia difiere de resultados analíticos reportados en la literatura, que indican la disminución de este parámetro al aumentar la velocidad del flujo. Se recomienda utilizar otro tipo de acoplamiento que considere el movimiento o deformación del dominio fluidodinámico para capturar esta tendencia, especialmente en casos de velocidades de flujo elevadas.

CONCLUSIONES

- Se realizó el modelado numérico que permite evaluar la vibración inducida por flujo turbulento en tuberías horizontales utilizando simulación numérica multifísica (o simulación FSI), así como la estrategia de simulación. Este modelo numérico está conformado por el modelo del flujo turbulento, el modelo estructural de la tubería y el modelo de la interacción flujo-tubería. Para definir estos modelos numéricos se utilizaron recomendaciones encontradas en la literatura y análisis propios. El modelo definido permite capturar de manera adecuada las frecuencias y amplitudes contenidas en la vibración del sistema flujo-tubería. Estos parámetros son de interés ya que permiten evaluar la integridad de estos sistemas.

- Se logró definir el modelo numérico del flujo turbulento, que se enmarca en la Dinámica de Fluidos Computacional (CFD). Este se basa en el modelo de turbulencia WMLES S-Omega, y una condición de periodicidad entre la entrada y salida del flujo. Varios aspectos se definieron mediante una revisión de la literatura. Para definir la discretización geométrica y temporal se incluyeron análisis propios. Se encontró que el tamaño de celda central debe ser menor o igual a 0,1 veces el radio del dominio del flujo. El tamaño de celda radial en la pared se define considerando que la longitud adimensional de la celda en la pared en dirección radial sea menor o igual a 5. El crecimiento del tamaño de celda radial desde la pared hasta la zona central debe ser a una razón geométrica menor a 1,15. Por su parte, el paso de tiempo se define considerando que el número de Courant máximo sea menor o igual a 0,5.

- Se logró definir el modelo numérico estructural de la tubería, que está enmarcado en la Mecánica Estructural Computacional (CSM). Este se basa en un modelo lineal elástico para el comportamiento del material, el esquema HHT- α generalizado para la integración temporal y el modelo de amortiguamiento de Rayleigh. Varios aspectos se definieron mediante una revisión de la literatura. Para definir la discretización geométrica y temporal se incluyeron análisis numéricos propios. Se utiliza una malla estructurada que consta de 7 680 elementos cuadráticos. Por su parte, el paso de tiempo se determina en función del valor de la frecuencia de interés.

- Se logró definir el modelo numérico de la interacción fluido-estructura, con lo que se concluyó el modelado numérico del fenómeno FIV en tuberías horizontales. Varios aspectos se definieron mediante la revisión de la literatura. Este modelo se basa en un acoplamiento

unidireccional (o 1-way) con la densidad de la tubería modificada, con el fin de considerar el efecto de la masa del fluido en la respuesta vibratoria del sistema. Los otros acoplamientos mostraron diferencias relevantes al compararse con resultados experimentales.

- Para ilustrar el uso del modelo numérico definido, este se aplicó en la evaluación de la influencia de la velocidad del flujo sobre la respuesta dinámica del sistema flujo-tubería. Se consideraron cuatro velocidades de flujo de agua a través de una tubería de PVC. Se logró determinar adecuadamente el valor de la amplitud de vibración, y se observó un aumento de la amplitud con el incremento de la velocidad del flujo. Esta tendencia es respaldada por estudios experimentales. Asimismo, se logró determinar adecuadamente el valor de frecuencia fundamental, y se observó que este parámetro se mantiene constante en los cuatro casos. Esta tendencia difiere de resultados analíticos reportados en la literatura.



RECOMENDACIONES

- Como se discutió en el Capítulo 5, para capturar adecuadamente la influencia de la velocidad del flujo en la frecuencia fundamental de vibración, se necesita emplear un acoplamiento que considere el movimiento o deformación del dominio fluidodinámico. Esta es una ventaja del acoplamiento bidireccional; sin embargo, los resultados del análisis realizado presentaron diferencias respecto a los resultados experimentales. Por lo tanto, se recomienda realizar un análisis más detallado utilizando este tipo acoplamiento.
- Como se mencionó en el Capítulo 4, el acoplamiento bidireccional implica el uso de una malla dinámica para el fluido, que se actualiza en función de las deformaciones de la tubería. Sin embargo, los tipos de malla y sus parámetros de control no fueron explorados en este estudio debido al elevado costo computacional del modelo numérico definido. Por esto, se sugiere investigar la influencia de los tipos de mallas dinámicas y sus parámetros de control en la respuesta vibratoria con el fin de mejorar la precisión del modelo numérico definido.
- Como parte del acoplamiento bidireccional, el proceso iterativo de actualización de la malla dinámica culmina cuando se cumple con el criterio de convergencia del acoplamiento. Un valor admisible inadecuado para el criterio de convergencia puede afectar negativamente los resultados numéricos. Por este motivo, se recomienda realizar un análisis detallado de la influencia del criterio de convergencia del acoplamiento sobre los resultados numéricos.
- Debido a que la disponibilidad de resultados experimentales para validar el modelo numérico fue limitada, se sugiere realizar un estudio experimental que pueda ser replicado numéricamente sin implicar un elevado costo computacional. Este estudio experimental debe detallar claramente sus procedimientos y resultados, y facilitar su comparación con los resultados numéricos. Esto permitirá realizar un análisis detallado del modelo bidireccional, por ejemplo.

REFERENCIAS

- Abarca, D. (2018). *Modelamiento Numérico de la Vibración Inducida por Flujo en una Tubería Horizontal que Transporta Flujo Bifásico Turbulento Agua-Aire* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. <http://hdl.handle.net/20.500.12404/13827>
- Ahn, J., Lee, J. H., Jang, S. J., & Sung, H. J. (2013). Direct numerical simulations of fully developed turbulent pipe flows for $Re\tau=180, 544$ and 934 . *International Journal of Heat and Fluid Flow*, *44*, 222–228. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.05.022>
- An, C. & Su, J. (2015). Dynamic behavior of pipes conveying gas – liquid two-phase flow. *Nuclear Engineering and Design*, *292*, 204–212. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2015.06.012>
- ANSYS, Inc. (2019a). *ANSYS Fluent User's Guide*. En ANSYS Products 2019R3. USA.
- ANSYS, Inc. (2019b). *ANSYS Mechanical Theory Reference*. En ANSYS Products 2019R3. USA.
- Ashley, H. & Haviland, G. (1950). Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME*, *17*(3), 229–232.
- Blevins, R. D. (2001). *Flow-Induced Vibration* (2da ed.). New York: Van Nostrand Reinhold.
- Celik, I. B., Cehreli, Z. N. & Yavuz, I. (2005). Index of Resolution Quality for Large Eddy Simulations. *Journal of Fluids Engineering*, *127*, 949-958. <https://doi.org/10.1115/1.1990201>
- Çengel, Y. & Cimbala, J. (2018). *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications* (4ta ed.). McGraw-Hill Education.
- Chen, S. S. (1991). Flow-Induced Vibrations in Two-Phase Flow. *Journal of Pressure Vessel Technology*, *113*(2), 234–241. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2928751>
- Chen, X. & Liu, Y. (2015). *Finite Element Modeling and Simulation with ANSYS Workbench*. Taylor & Francis Group, LLC.
- Chica, L., Pascali, R., Jukes, P., Ozturk, B., Gamino, M., & Smith, K. (2012). Detailed FSI Analysis Methodology for Subsea Piping Components. *Proceedings of the ASME 2012 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. 5: Ocean Engineering; CFD and VIV*, 829-839. <https://doi.org/10.1115/OMAE2012-83710>
- Chin, C., Ng, H. C. H., Blackburn, H. M., Monty, J. P., & Ooi, A. (2015). Turbulent pipe flow at $Re\tau \approx 1000$: A comparison of wall-resolved large-eddy simulation, direct numerical simulation and

- hot-wire experiment. *Computers and Fluids*, 122, 26–33.
<https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.08.025>
- Chin, C., Ooi, A. S. H., Marusic, I., & Blackburn, H. M. (2010). The influence of pipe length on turbulence statistics computed from direct numerical simulation data. *Physics of Fluids*, 22(11), 1–11. <https://doi.org/10.1063/1.3489528>
- Davidson, L. (2009). Large Eddy Simulations: How to evaluate resolution. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(5), 1016-1025. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.06.006>
- Dodds, H. L. & Runyan, H. L. (1965). Effect of high-velocity fluid flow on the bending vibrations and static divergence of a simply supported pipe. NASA TN D-2870.
- Eggels, J. G. M. (1994). *Direct and Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Cylindrical Pipe Geometry* [Tesis doctoral, Delft University of Technology].
<http://resolver.tudelft.nl/uuid:957654af-736a-4923-9490-132538c37062>
- Evans, R., Blotter, J., & Stephens, A. (2004). Flow Rate Measurements Using Flow-Induced Pipe Vibration. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 126(2), 280-285.
<https://doi.org/10.1115/1.1667882>
- El Khoury, G. K., Schlatter, P., Noorani, A., Fischer, P. F., Brethouwer, G., & Johansson, A. V. (2013). Direct numerical simulation of turbulent pipe flow at moderately high reynolds numbers. *Flow, Turbulence and Combustion*, 91(3), 475–495. <https://doi.org/10.1007/s10494-013-9482-8>
- Fernández Oro, J. (2012). *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos* (1ra ed.). Editorial Reverté.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Ferziger, J. & Perić, M. (2002). *Computational Methods for Fluid-Dynamics* (3ra ed.). Springer, Berlin, Heidelberg. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-642-56026-2>
- Franco, R., Blas, M., Rodriguez, L., & Ortiz-Vidal, L.E. (2020). Procedimiento para el análisis de vibración inducida por flujo turbulento en tuberías usando simulación numérica. *Información Tecnológica*, 31(3), 265-276. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642020000300265>
- Gu, J., An, C., Duan, M., Levi, C., & Su, J. (2013). Integral transform solutions of dynamic response of a clamped–clamped pipe conveying fluid. *Nuclear Engineering and Design*, 254, 237–245.
<https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2012.09.018>
- Hernandez-Perez, V., Abdulkadir, M., & Azzopardi, B. J. (2011). Grid generation issues in the CFD modelling of two-phase flow in a pipe. *Journal of Computational Multiphase Flows*, 3(1), 13–

26. <https://doi.org/10.1260/1757-482X.3.1.13>

- Kaneko, S., Nakamura, T., Inada, F., Kato, M., Ishihara, K., Nishihara, T., Mureithi, N., & Langthjem, M. (2014). *Flow-Induced Vibrations: Classifications and Lessons from Practical Experiences* (2da ed.). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2011-0-07518-X>
- Larsson, J., Kawai, S., Bodart, J., & Bermejo-Moreno, I. (2016). Large eddy simulation with modeled wall-stress: recent progress and future directions. *Mechanical Engineering Reviews*, 3(1), 15-37. <http://dx.doi.org/10.1299/mer.15-00418>
- Liu, B., Yan, Q., & Wei, W. (2018). Numerical investigations of the flow induced oscillation of a torque converter. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 12(1), 270-281. <https://doi.org/10.1080/19942060.2017.1419149>
- Loh, S. K., Faris, W. F., & Hamdi, M. (2013). Fluid-structure interaction simulation of transient turbulent flow in a curved tube with fixed supports using LES. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, 13(1), 11-19. <https://doi.org/10.1504/PCFD.2013.050646>
- Menter, F. R. (2015). *Best Practice: Scale-Resolving Simulations in ANSYS CFD* (2da ed.). ANSYS Germany GmbH.
- Meire, A. (2018). *Investigation of the vibrations of a vertical tube subjected to internal two-phase flow* [Tesis de maestría, University of Ghent]. https://lib.ugent.be/fulltxt/RUG01/002/494/482/RUG01-002494482_2018_0001_AC.pdf
- Miwa, S. & Hibiki, T. (2020). State-of-the-art in plant component flow-induced vibration (FIV). *Experimental and Computational Multiphase Flow*, 2(1), 1-12. <https://doi.org/10.1007/s42757-019-0030-1>
- Miwa, S., Mori, M., & Hibiki, T. (2015). Two-phase flow induced vibration in piping systems. *Progress in Nuclear Energy*, 78(2015), 270–284. <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2014.10.003>
- Mohammed, A. O., Al-Kayiem, H. H., Osman, A. B., & Sabir, O. (2020). One-way coupled fluid–structure interaction of gas–liquid slug flow in a horizontal pipe: Experiments and simulations. *Journal of Fluids and Structures*, 97, 1–23. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2020.103083>
- Nair, A., Chauvet, C., Whooley, A., Eltaher, A., & Jukes, P. (2011). Flow Induced Forces on Multi-Planar Rigid Jumper Systems. *Proceedings of the ASME 2011 30th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 7(2011) 687-692. <https://doi.org/10.1115/OMAE2011-50225>

- Oppenheim, A. V. & Schaffer, R. W. (2010). *Discrete-time signal processing* (2da ed.). Prentice-Hall.
- Ortiz Vidal, L. E. (2014). *Método Inverso Baseado em Sinais de Vibração Estrutural para a Determinação de Velocidade da Mistura, Fração de Vazio Homogênea e Padrões de Escoamento Bifásico em Tubulações* [Tesis doctoral, Universidade de Sao Paulo].
<https://doi.org/10.11606/T.18.2017.tde-01122017-085738>
- Ortiz-Vidal, L. E., Castillo, D. G., & Valverde, Q. (2018). Theoretical Study on the Dynamic Behavior of Pipes Conveying Gas-Liquid Flow. *MATEC Web of Conferences*, 148, 01004.
<https://doi.org/10.1051/mateconf/201814801004>
- Ortiz-Vidal, L. E. & Hernandez, O. (2011). Flow-Induced Vibration Due to Gas-Liquid Pipe Flow: Knowledge Evolution. *Proceedings of the 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering-COBEM 2011*, 21.
- Ortiz-Vidal, L. E., Mureithi, N. W., & Rodriguez, O. M. H. (2017). Vibration response of a pipe subjected to two-phase flow: Analytical formulations and experiments. *Nuclear Engineering and Design*, 313, 214–224. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2016.12.020>
- Ortiz Vidal, L. E., Rodriguez, O. M. H., & Mureithi, N. (2013). An Exploratory Experimental Technique to Predict Two-Phase Flow Pattern From Vibration Response. *ASME2013 Pressure Vessels and Piping Conference*, 4, 1–9. <https://doi.org/10.1115/PVP2013-98115>
- Païdoussis, M. P. (2014). *Fluid-Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow*, Vol. 1 (2da ed.). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2011-0-08057-2>
- Park, G. I. & Moin, P. (2016). Space-time characteristics of wall-pressure and wall shear-stress fluctuations in wall-modeled large eddy simulation. *Physical Review Fluids*, 1(2), 17.
<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.1.024404>
- Pei, J., Dohmen, H. J., Yuan, S. Q., & Benra, F.-K. (2012). Investigation of unsteady flow-induced impeller oscillations of a single-blade pump under off-design conditions. *Journal of Fluids and Structures*, 35(2012), 89-104. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2012.08.005>
- Peng, C., Geneva, N., Guo, Z., & Lian-Ping, W. (2018). Direct numerical simulation of turbulent pipe flow using the lattice Boltzmann method. *Journal of Computational Physics*, 357(2018), 16-42.
<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2017.11.040>
- Piomelli, U. (2001). *Large-eddy and direct simulation of turbulent flows*. University of Maryland.
<http://www.fem.unicamp.br/~im450/palestras&artigos/LES-DNS-Piomelli.pdf>

- Piomelli, U. (2010). *Wall-Modeled Large-Eddy Simulations: Present Status and Prospects. Direct and Large-Eddy Simulation VII*, 13. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3652-0_1
- Pittard, M. T. (2003). *Large Eddy Simulation Based Turbulent Flow-induced Vibration of Fully Developed Pipe Flow* [Tesis de maestría, Brigham Young University].
<http://contentdm.lib.byu.edu/cdm/ref/collection/ETD/id/69>
- Pope, S. B. (2000). *Turbulent Flows* (1ra ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511840531>
- Pontaza, J. P., Menon, R. G., Okeremi, A., Spritzer, J., & Widjaja, S. (2013). Flow-Induced Vibrations Of Subsea Jumpers Due To Internal Multi-Phase Flow. *Proceedings of the ASME 2013 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 7, 1–10.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1115/OMAE2013-11596>
- Rao, S. S. (2016). *Mechanical Vibrations* (6ta ed.). Pearson India.
- Silveira Neto, A. (2002). *Fundamentos da Turbulencia nos Fluidos* (ed.). Coleção Cadernos de Turbulência. ABCM.
- Shoham, O. (2005). *Mechanistic Modeling of Gas-Liquid Two-Phase Flow in Pipes*. The Society of Petroleum Engineers (SPE).
- Shurtz, T. P. (2009). *Analysis of Induced Vibrations in Fully-Developed Turbulent Pipe Flow Using a Coupled LES and FEA Approach* [Tesis de maestría, Brigham Young University].
<https://scholarsarchive.byu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2906&context=etd>
- Thompson, A. S., Maynes, D., Shurtz, T., & Blotter, J. D. (2009). Experimental Characterization of Flow Induced Vibration in Fully Developed Turbulent Pipe Flow. *Proceedings of the ASME 2009 Fluids Engineering Division Summer Meeting*, 1–8.
- Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (2007). *An Introduction To Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method* (2da ed.). Pearson education.
- Wagner, C., Hüttl, T. J., & Friedrich, R. (2001). Low-Reynolds-number effects derived from direct numerical simulations of turbulent pipe flow. *Computers & Fluids*, 30(5), 581-590.
[https://doi.org/10.1016/S0045-7930\(01\)00007-X](https://doi.org/10.1016/S0045-7930(01)00007-X)
- Weaver, D. S., Ziada, S., Au-Yang, M. K., Chen, S. S., Païdoussis, M. P., & Pettigrew, M. J. (2000). Flow-Induced Vibrations in Power and Process Plant Components—Progress and Prospects. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 122(3), 339. <https://doi.org/10.1115/1.556190>

White, F. (2011). *Fluid Mechanics* (7ma ed.). McGraw-Hill Education.

<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2013). *The Finite Element Method: Its Basis And Fundamentals* (7ma ed.). Butterworth-Heinemann.

