

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



**Análisis Numérico de un Terraplén Soportado por Columnas de
Grava en Suelos Arcillosos**

Tesis para optar por el título profesional de Ingeniero Civil

AUTOR:

Víctor Arturo Liñán Luna

ASESOR:

Marko Antonio López Bendezú

Lima, agosto 2024


Informe de Similitud

Yo, **Marko Antonio López Bendezú**, docente de la **Facultad de Ciencias e Ingeniería** de la Pontificia

Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada: **Análisis Numérico de un Terraplén Soportado por Columnas de Grava en Suelos Arcillosos**, de la autor **Víctor Arturo Liñán Luna** dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 11%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 02/09/2024.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha: San Miguel, Lima, lunes 02 de setiembre,

Apellidos y nombres del asesor: <u>López Bendezú, Marko Antonio</u>	
DNI: 41165322	Firma 
ORCID: /0000-0003-0335-1693	

Resumen

En la historia de la ingeniería civil, en especial la geotécnica, las arcillas blandas representan una dificultad para los diferentes proyectos que se presentan. Esta dificultad yace en las propiedades mecánicas complejas a comparación de otros tipos de suelo como las arenas. Como solución, existen diversos tipos de mejoramientos de suelo, que consiste en el refuerzo del estrato o estratos a tratar con la finalidad de mejorar las propiedades geotécnicas. Uno de estos métodos es el de la intrusión de columnas de grava. Pese a ser un método muy difundido, no existe un consenso sobre la formulación y teoría del grado de mejora, en especial de suelos problemáticos como las arcillas blandas.

En la presente tesis se utiliza el método de los elementos finitos para estudiar un escenario de un terraplén soportado en un suelo arcilloso. Para este método se usa el software comercial Abaqus®. Además, se utiliza el modelo constitutivo Cam Clay Modificado para simular el comportamiento del suelo arcilloso. Asimismo, se analiza el nivel de mejora respecto a un suelo sin refuerzo. Luego, se compara los valores obtenidos por el análisis de elementos finitos con los valores obtenidos mediante la solución analítica, como el presentado por Priebe, Castro y el presentado por el Ministerio de Fomento de España. También, se analiza la influencia de los parámetros geométricos y geotécnicos de la configuración de las columnas de grava.

Palabras clave: arcillas blandas, Cam-Clay Modificado, columnas de grava, consolidación, método de elementos finitos.

ÍNDICE

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Justificación	2
1.3. Objetivos	2
1.4. Metodología.....	3
2. Revisión de la literatura	4
2.1. Introducción.....	4
2.2. Conceptos generales para el diseño	5
2.2.1. Celda unitaria.....	5
2.2.1.1. Diámetro equivalente	5
2.2.1.2. Relación de área de reemplazo	6
2.2.2. Espaciamiento y diámetro	6
2.3. Mecanismos de falla	6
2.3.1. Falla por abultamiento	8
2.3.2. Falla general por corte	9
2.3.3. Falla por punzonamiento	9
2.4. Métodos de instalación.....	10
2.4.1. Vía húmeda o vibrosustitución	10
2.4.2. Vía seca o vibrodesplazamiento	11
2.5. Investigaciones de columnas de grava	12
2.5.1. Estudios analíticos	12
2.5.2. Estudios experimentales y numéricos	14
2.5.2.1. Características geotécnicas de los materiales	15
2.5.2.2. Consideraciones para el modelado numérico	16
2.5.2.3. Resultados de investigaciones	17
3. Validación del Modelo numérico.....	19
3.1. Introducción.....	19
3.2. Geometría del problema	20
3.3. Parámetros de los materiales	21
3.4. Modelo Constitutivo Cam Clay Modificado	21

3.5. Condiciones de contorno.....	23
3.6. Discretización del modelo	24
3.7. Etapas de la simulación	25
3.8. Resultados y comparación del análisis	26
4. Caso de estudio.....	27
4.1. Dimensión del modelo	27
4.2. Parámetro de los materiales	27
4.3. Proceso de diseño.....	29
4.4. Etapas del modelo numérico	30
4.4.1. Geometría	30
4.4.2. Parámetros geotécnicos	31
4.4.3. Pasos de la simulación.....	31
4.4.4. Condiciones de contorno	32
4.4.5. Discretización	32
5. Resultados.....	34
5.1. Método analítico	34
5.1.1. Asentamiento en suelo sin tratamiento.....	34
5.1.2. Diseño y asentamientos en suelo con tratamiento	35
5.2. Método numérico.....	37
5.2.1. Suelo sin tratamiento	37
5.2.2. Columnas de $D=0.6$ m y $\phi = 45^\circ$	38
5.2.3. Columnas de $D=0.6$ m y $\phi = 40^\circ$	41
5.2.4. Columnas de $D=0.6$ m y $\phi = 35^\circ$	42
6. Análisis de resultados	44
6.1. Evaluación de las mejoras producto de la inserción de las columnas de grava	44
6.2. Evaluación del impacto de la relación de área de reemplazo.....	46
6.3. Evaluación del impacto del ángulo de fricción interna de las columnas.....	47
6.4. Evaluación de resultados analíticos y numéricos	48
7. Conclusiones y recomendaciones.....	50
Bibliografía	53

Lista de Figuras

Figura 2.1: Concepto de celda unitaria (adaptado de Schaefer et al., 2016).....	5
Figura 2.2: Patrón triangular de columnas de grava (adaptado de Schaefer et al., 2016).....	6
Figura 2.3: Mecanismos de falla (adaptado de Standard, 2003).....	7
Figura 2.4: Falla por abultamiento y punzonamiento en grupo de columnas (adaptado de Schaefer et al., 2016).	8
Figura 2.5: Mecanismo de falla bajo terraplenes (adaptado de Schaefer et al., 2016).	8
Figura 2.6: Superficie de falla (adaptado de Menard, 2016).	9
Figura 2.7: Etapas de la vibrosustitución (Schaefer et al., 2016).	11
Figura 2.8: Vibrodesplazamiento (adaptado de Schaefer et al., 2016).	11
Figura 2.9: Carta de diseño (adaptado de Priebe, 1995).	13
Figura 2.10: Discretización de elementos finitos para una columna (adaptado de Ambily & Gandhi , 2007).	17
Figura 2.11: Falla por abultamiento (adaptado de Nazari & Ghazavi, 2014).....	17
Figura 3.1: Modelado simétrico (adaptado de Jamshidi et al., 2019).....	20
Figura 3.2: Discretización de un terraplén sobre arcillas (adaptado de Helwany, 2007).	21
Figura 3.3: Superficie de fluencia (adaptado de Roscoe & Burland, 1968).	22
Figura 3.4: Condiciones de contorno: a) de simetría y b) de la base.	23
Figura 3.5: Configuración de la permeabilidad.	24
Figura 3.6: Discretización del modelo.	24
Figura 3.7: Separación del suelo.....	25
Figura 3.8: Asignación de materiales.....	25
Figura 3.9: Secuencia de pasos de simulación.....	26
Figura 3.10: a) Asentamiento y b) presión de poros en el tiempo.	26
Figura 4.1: Sección de terraplén soportado por columnas de grava (adaptado de Shafiq & Al-Assady, 2019).	27
Figura 4.2: Terraplén con columnas de 0.6 m de diámetro.	31
Figura 4.3: Capturas de las ventanas de parámetros en Abaqus®.	31
Figura 4.4: Captura de los pasos de la simulación en Abaqus®.....	32
Figura 4.5: Condiciones de contorno del modelo.	32
Figura 4.6: Discretización del modelo.	33
Figura 5.1: Esfuerzos bajo terraplenes (adaptado de Das, 2015).....	34

Figura 5.2: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - sin tratamiento.	37
Figura 5.3: Puntos de referencia de la toma de resultados.....	38
Figura 5.4: Suelo con columnas de grava en equilibrio.....	38
Figura 5.5: Suelo con columnas en estado de deformación.....	39
Figura 5.6: Presión de poros al inicio de análisis.....	39
Figura 5.7: Presión de poros en proceso de consolidación.	40
Figura 5.8: Presión de poros al finalizar análisis.	40
Figura 5.9: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.1.....	41
Figura 5.10: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.2.....	41
Figura 5.11: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.3.....	41
Figura 5.12: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.1 y $\phi = 40^\circ$	42
Figura 5.13: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.2 y $\phi = 40^\circ$	42
Figura 5.14: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.1 y $\phi = 35^\circ$	43
Figura 6.1: Comparación: a) asentamientos y b) presión de poros.....	44
Figura 6.2: Comparación: a) asentamientos finales y b) presión de poros finales	45
Figura 6.3: a) Asentamiento y presión de poros para columnas de diámetro 0.6 m.....	46
Figura 6.4: a) Asentamientos y b) presión de poros en función del ángulo de fricción.	47

Lista de Tablas

Tabla 2.1: Diferencias entre los métodos de instalación (adaptado de Menard, 2016).	12
Tabla 2.2: Diferencias de los métodos de instalación (adaptado de Menard, 2016).	12
Tabla 2.3: Modelos constitutivos.....	16
Tabla 3.1: Parámetros del terraplén.	21
Tabla 3.2: Parámetros Cam Clay Modificado.....	21
Tabla 4.1: Parámetros geotécnicos de las columnas de grava	28
Tabla 4.2: Parámetros geotécnicos del terraplén.	28
Tabla 4.3: Parámetros geotécnicos de la arcilla.....	29
Tabla 4.4: Diseño de columnas de grava.	29
Tabla 4.5: Resultados de los asentamientos.....	30
Tabla 5.1: Resumen cálculo de asentamientos.	35
Tabla 5.2: Columnas de grava de $D=0.6$ m y $\phi =45^\circ$	35
Tabla 5.3: Columnas de grava de $D=0.6$ m y $\phi =40^\circ$	36
Tabla 5.4: Columnas de grava de $D=0.6$ m y $\phi =35^\circ$	36
Tabla 5.5: Resultados bajo Guía de Cimentaciones en obras de carreteras (2009).	37
Tabla 6.1: Resumen de comparación.	45
Tabla 6.2: Resultados de asentamiento para suelo sin tratamiento.....	45
Tabla 6.3: Mejoras respecto a un suelo sin tratamiento.....	47
Tabla 6.4: Asentamientos con diferentes métodos.	48
Tabla 6.5: Asentamientos con diferentes ángulos de fricción.	49

1. Introducción

1.1. Antecedentes

Como lo afirman Salam y Wang (2021), en ingeniería geotécnica, los dos criterios principales que rigen el diseño, comportamiento y desempeño de las zapatas y demás elementos de fundación son la capacidad portante y el asentamiento. En ese sentido, en contextos en los cuales el suelo de cimentación de alguna estructura es constituido por arcillas blandas, generalmente los dos criterios mencionados se encuentran en rangos inaceptables o inviables. Así, en contraposición a excavaciones masivas u otras técnicas de eliminación o reemplazo de suelo, se tiene la opción del mejoramiento o tratamiento del suelo. Esta opción consiste en la modificación de las propiedades geotécnicas a través de soluciones, por lo general, más baratas y que permiten un mejor control de calidad. El mejoramiento de suelos puede realizarse de manera química, mediante la aplicación de aditivos, o de manera mecánica, la cual implica modificaciones a las propiedades ingenieriles sin aplicar sustancias químicas. Dentro de este segundo grupo tenemos a las columnas de grava.

El tratamiento del terreno mediante columnas de grava es uno de los métodos más difundidos y habituales en el mejoramiento de suelos blandos, como lo afirma Kempfert y Gebreselassie (2006). Este método de tratamiento es recomendado para suelos arcillosos blandos con resistencias al corte no drenado entre 15 y 50 kPa. Los principales beneficios observados en el suelo de fundación tratado con columnas de grava son el aumento de las propiedades geotécnicas y la disminución de asentamientos dado que la grava de las columnas soporta mayor porcentaje de carga que el suelo circundante. Asimismo, en términos de consolidación, este se acelera debido a que las distancias de drenaje se acortan. En suelos con potencial de licuación, las columnas de grava son una solución para aminorar o eliminar esta problemática. Entre las limitaciones, el manual de Menard (2016) indica que, para que un proyecto pueda ser viable, económicamente, la profundidad de inserción debe encontrarse entre los 6 y 10 m. Asimismo, para suelos con resistencia al corte menores a los 15 kPa, no es recomendable su uso dado que el empuje lateral del suelo, del cual depende la estabilidad del tratamiento, es bajo e induce a fallas.

El análisis del comportamiento y el grado de mejora al usar el método de las columnas de grava se estudiaron de manera experimental, a través de diversos modelos ensayados en laboratorios, como los realizados por Ambily y Gandhi (2007) y Das y Deb (2018). Asimismo, realizaron análisis en diferentes softwares de elementos finitos (Ambily & Gandhi, 2007; Das y Deb, 2018; Nav et al., 2020).

A partir de estos ensayos y análisis mencionados, se dedujeron soluciones analíticas, como los estudios de Ambily y Gandhi (2007) donde comparan sus resultados con las formulaciones analíticas clásicas como las propuestas por Priebe (1995) y Balaam et al. (1977). Tal es el caso del estudio realizado por Ambily y Gandhi (2007), quienes formularon un nuevo método analítico derivado de un análisis numérico o el de Jamshidi et al. (2019), quienes analizaron el efecto del diámetro en el comportamiento de las columnas de grava.

Así, con estos antecedentes, se realiza el diseño del tratamiento del suelo de cimentación de un terraplén con columnas de grava. Luego, se compara las soluciones analíticas en cuanto a asentamientos se refiere con los obtenidos en el análisis numérico por el Método De Elementos Finitos (MEF). Finalmente, se discuten las ventajas y limitaciones de los diferentes análisis.

1.2. Justificación

En el Perú, la norma técnica E.050 no presenta métodos de mejoramiento de suelos, por ello, los métodos analíticos para calcular asentamientos en suelos con refuerzo de columnas de grava no son mostradas en dicho documento pese a que estos ya han sido usados en algunos proyectos en el país como en la ampliación Muelle Norte en el Callao (Pilotes Terratest, n.d.).

Para una mejor simulación del comportamiento de los estratos se debería usar modelos que contemplen deformaciones plásticas como el presentado en esta investigación, el modelo constitutivo Cam Clay Modificado. Esto supone una predicción más exacta de los asentamientos y el tiempo de consolidación de los suelos. Para ello, es de suma importancia la toma de datos y muestras en campo, así como el desarrollo de los ensayos de laboratorio necesario para una correcta implementación de modelos constitutivos.

1.3. Objetivos

El objetivo general de la tesis es realizar una comparación entre los resultados obtenidos del comportamiento del suelo de cimentación tratado con columnas de grava de un terraplén a través de las soluciones analíticas y de un análisis mediante el método de los elementos finitos utilizando un software comercial. Los principales parámetros para comparar son los referidos al comportamiento en cuanto a esfuerzos y asentamientos se refiere.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Describir los parámetros de los materiales implicados en el análisis, así como los modelos constitutivos a usar.
- Comparar los resultados de los asentamientos entre métodos analíticos y numéricos.

- Determinar el grado de mejora, en cuanto a esfuerzo y deformación, de un terraplén cimentado en arcillas con intrusiones de columnas de grava.
- Realizar un análisis de sensibilidad del modelo estudiado.

1.4. Metodología

La metodología que se utilizó para el desarrollo es del tipo mixta, debido a que se realizaron análisis cualitativos de diversas teorías de métodos analíticos. Además, se desarrollaron análisis cuantitativos debido a que se realizaron análisis numéricos y comparativos.

En primer lugar, se realizó una revisión bibliográfica a través de artículos de revistas de investigación, manuales de simulación por elementos finitos, entre otros. Luego, la información recolectada fue organizada con la finalidad de permitir exponer los principios teóricos de mecánica de suelos y de diseño de columnas de grava utilizados por diferentes autores e investigadores. Además, la información reunida por diferentes investigaciones permitió la descripción del proceso de análisis de las columnas de grava, los diferentes modelos constitutivos usados en los elementos estudiados (columnas de grava y el suelo circundante a mejorar), ya sea Mohr-Coulomb y Cam Clay Modificado, y las consideraciones a tener en cuenta para un correcto análisis numérico. En esta etapa, se explica las condiciones del contorno del modelo, la forma del mallado y las consideraciones a tener en cuenta para la interface entre los materiales.

En segundo lugar, con el uso del software comercial Abaqus® y con los datos obtenidos de las investigaciones y ensayos de la revisión bibliográfica, se procede al modelado del terraplén con el terreno mejorado con columnas de grava en 2D. Luego, con el modelo de Abaqus®, se constata las mejoras del suelo compuesto respecto a uno sin mejoras y se estudia el comportamiento de las columnas de grava en cuanto a esfuerzo-deformación se refiere. En esta etapa se analiza los asentamientos y el grado de mejora del suelo de cimentación. A continuación, se realiza un análisis de sensibilidad del modelo, en el cual se estudia el efecto de los diferentes parámetros que podrían afectar el comportamiento esfuerzo-deformación de las columnas de grava, tales como el ángulo de fricción de los materiales, el espaciamiento entre columnas, el patrón de configuración, entre otros a fin de definir valores que describan un mejor comportamiento de este método de mejoramiento de suelos. Finalmente se presentan las conclusiones de los procesos comparativos y del estudio de gráficas obtenidas a partir del análisis de sensibilidad.

2. Revisión de la literatura

2.1. Introducción

Según Barksdale y Bachus (1983), la técnica de columnas de grava provee al terreno de estabilidad para taludes naturales y terraplenes, incrementa la capacidad portante del suelo, reduce los asentamientos (totales y diferenciales); asimismo, reduce el potencial de licuación de suelos granulares y en suelos cohesivos acelera el tiempo de consolidación.

La técnica de mejora de suelos mediante columnas de grava se basa en la inserción de una malla de columnas de grava en el terreno blando. Su instalación se realiza a través de un vibrador que por su interior permite el ingreso de la grava que constituirá la columna.

Según Schaefer et al. (2016), para aplicar este método de mejoramiento de suelos, se deben cumplir las siguientes condiciones de factibilidad geotécnica:

- Por lo general, las cargas que una columna puede llegar a sostener son de 500 kN. Normalmente, un suelo mejorado puede pasar de tener una capacidad de carga de 90 kN/m² a 390 kN/m², aproximadamente.
- Los suelos arcillosos a ser mejorados deben tener una resistencia al corte que varía entre 15 kPa y 50 kPa.
- No debe usarse este método de mejoramiento de suelos en masas conformadas por material orgánico y con lentes de turbas que tengan menos de 15 kPa de resistencia al corte. De la misma forma, se debe tener cuidado con la presencia de dichos materiales (suelos orgánicos y turbas) a profundidades mayores a uno o dos diámetros, dado que no garantizan un adecuado confinamiento.
- El suelo mejorado con columnas de grava reduce los asentamientos entre un 50% a un 70% respecto al suelo no mejorado.
- Se recomienda usar este método para suelos granulares con un número de golpes de SPT menor a 15 y una densidad relativa (D_r) menor al 40%.
- De la misma forma, se debe tener en cuenta que la construcción de las columnas de grava, como lo afirman Schaefer et al. (2016), sigue siendo un proceso semiempírico que tiene que ser respaldado con la experiencia y buen juicio ingenieril. En ese sentido, para el entendimiento de los principales conceptos para el diseño de columnas de grava se debe tener en cuenta los siguientes parámetros y teorías.

2.2. Conceptos generales para el diseño

2.2.1. Celda unitaria

Para realizar el análisis de asentamientos y estabilidad de una columna de grava, es necesario establecer un área tributaria para cada una. Esta idea es conocida como el concepto de la celda unitaria. Esta área tributaria puede aproximarse a una celda circular, la cual es concéntrica a la columna de grava que encierra, tal como se muestra en la Figura 2.1, donde D_e es el diámetro equivalente de la celda unitaria, D es el diámetro de la columna de grava y L es la longitud de la columna. Gracias a este concepto, es posible analizar a cada columna de grava por separado, es decir, los efectos de la interacción con el suelo y el efecto producido por las cargas actúan de manera independiente en cada columna.

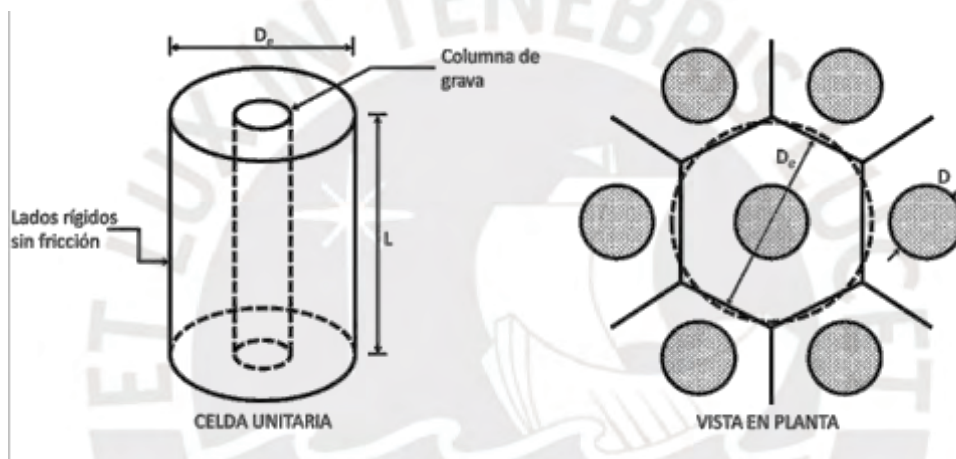


Figura 2.1: Concepto de celda unitaria (adaptado de Schaefer et al., 2016).

2.2.1.1. Diámetro equivalente

El diámetro equivalente es el diámetro de la circunferencia aproximada a partir del área tributaria de una columna de grava y depende del patrón en el cual se colocaron las columnas. En el caso de formar celdas unitarias hexagonales, el área de estas se aproxima al de una circunferencia, como se muestra en la Figura 2.1. En el caso de presentar patrones triangulares, como el mostrado en la Figura 2.2, el diámetro equivalente está dado por la ecuación $D_e = 1.05 a$, donde a es la distancia de eje a eje entre las columnas de grava. Para los patrones cuadrados, el diámetro equivalente es $D_e = 1.13 a$.

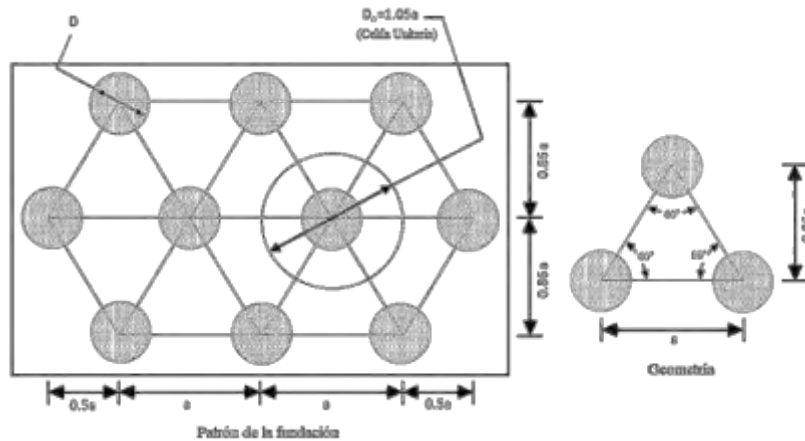


Figura 2.2: Patrón triangular de columnas de grava (adaptado de Schaefer et al., 2016).

2.2.1.2. Relación de área de reemplazo

Según Barksdale y Bachus (1983), el volumen de suelo que es reemplazado por columnas de grava tiene un efecto importante sobre el comportamiento final del suelo mejorado. La relación de área de reemplazo (a_{sc}) es definida como el módulo entre el área de la celda unitaria y el área reemplazada por la columna de grava.

$$a_{sc} = \frac{A_{sc}}{A} \quad (2.1)$$

Donde A_{sc} es el área de la columna de grava, A es el área interior de la celda unitaria. Por lo general, la relación de área de reemplazo oscila entre 0.1 y 0.3. También se debe tener en cuenta que la inversa de esta relación es conocida como la relación de mejora de área.

2.2.2. Espaciamiento y diámetro

El diámetro de las columnas de grava puede variar entre 0.45 m a 1.2 m, aunque, por lo general, este valor oscila entre 0.9 m y 1.10 m. Para los diferentes patrones de instalación de las columnas de grava, sea estos cuadrados, triangulares o hexagonales, el espaciamiento varía entre 1.5 m a 3.6 m. Schaefer et al. (2016) recomiendan que, para que el método de mejoramiento de suelos mediante columnas de grava sea efectivo para soportar cimentaciones, la intrusión de columnas en el suelo debe extenderse fuera de la zona cargada.

2.3. Mecanismos de falla

El mecanismo de falla de una columna de grava bajo cargas depende significativamente de la longitud de estas (Standard, 2003). Para columnas de longitud superior a su longitud crítica, la cual, generalmente, es aproximadamente 4 veces el diámetro, la falla se produce por abultamiento, como se observa en Figura 2.3a. Este fenómeno ocurre a profundidades menores a la longitud crítica; es decir, a menos de 4 veces el diámetro, según Salam y Wang (2021).

Este mecanismo de falla ocurre independientemente de si se trata de una columna que se apoya sobre un estrato resistente o de una flotante; es decir, que no tiene contacto con estratos competentes.

Para columnas con longitudes menores a la longitud crítica y apoyada sobre estratos rígidos, el mecanismo de falla es de tipo cortante, tal como se observa en la Figura 2.3b. Asimismo, para columnas flotantes cortas, el mecanismo de falla puede ser por punzonamiento o por corte, como se observa en la Figura 2.3c.

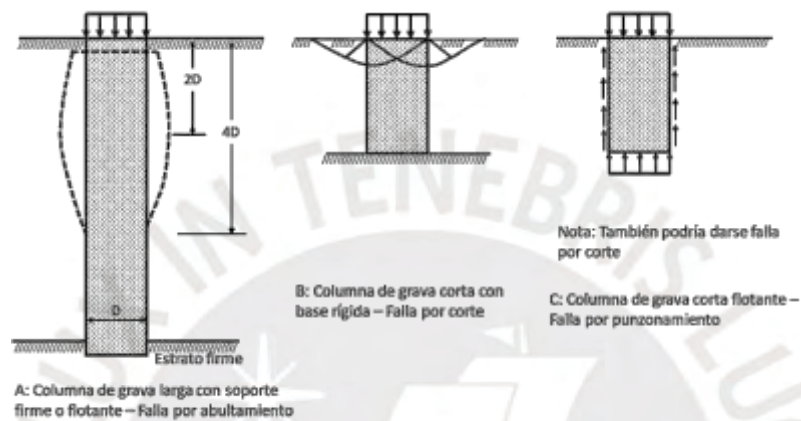


Figura 2.3: Mecanismos de falla (adaptado de Standard, 2003).

Algunas consideraciones a tener en cuenta en el estudio del comportamiento de los mecanismos de falla de las columnas de grava es que los mecanismos descritos líneas arriba son aplicables para suelos homogéneos. Asimismo, para suelos con estratos intercalados de arcillas y arenas, se debe tener en cuenta que, si el espesor del estrato de arena es lo suficientemente gruesa en comparación a la celda unitaria, la compactación producto del método de construcción podría haber proveído la rigidez necesaria para dispersar los esfuerzos. En presencia de estratos de arcillas con espesores menores al diámetro de las columnas, los asentamientos pueden ser despreciados. En suelos mixtos, la falla de las columnas de grava debe comprobarse en suelos predominantemente arcillosos y granulares. El menor de los valores será el rector del diseño.

Estos mecanismos de falla se repiten para los grupos de columnas, dado que las columnas de grava se comportan individualmente, tal como lo indica el concepto de celda unitaria. Estos mecanismos de falla se observan en la Figura 2.4. Cabe mencionar que también se producen fallas propias de las estructuras que soportan las columnas de grava, por ejemplo, en los casos de terraplenes se observan fallas generales circulares. También, se observan fallas de columnas del tipo desplazamiento lateral. Ambos tipos de falla de columnas de grava bajo terraplenes se observan en la Figura 2.5.

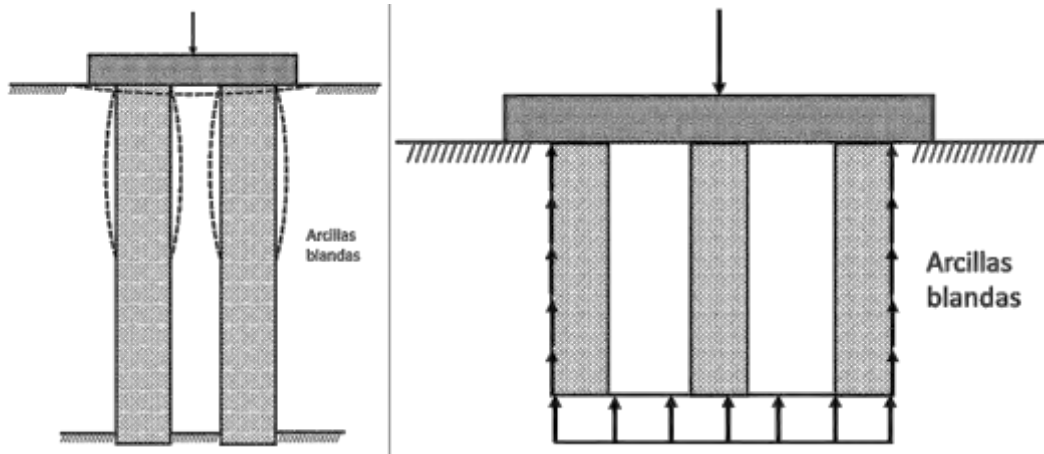


Figura 2.4: Falla por abultamiento y punzonamiento en grupo de columnas (adaptado de Schaefer et al., 2016).

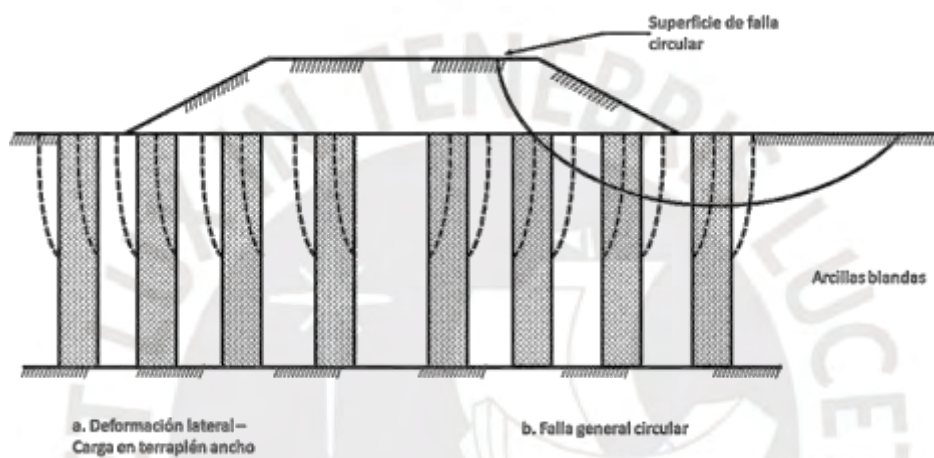


Figura 2.5: Mecanismo de falla bajo terraplenes (adaptado de Schaefer et al., 2016).

2.3.1. Falla por abultamiento

Es el tipo de falla más común para este tipo de estructuras. Manuales de construcción de columnas de grava como el de Menard (2016) e investigaciones como las de Salam y Wang (2021), afirman que la profundidad de ocurrencia de este fenómeno es, en promedio, de unas cuatro veces el diámetro de las columnas de grava. Este mecanismo de falla ocurre, por lo general, por un inadecuado confinamiento. En ese sentido, el esfuerzo límite por abultamiento (σ'_{vlim}) se expresa en función de la tensión máxima lateral (σ'_{hmax}):

$$\sigma'_{vlim} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_c}{2} \right) \sigma'_{hmax} \quad (2.2)$$

Donde ϕ_c es el ángulo de fricción del material que constituye las columnas de grava.

La tensión máxima lateral puede ser calculada como diferencia entre la presión límite del suelo y la presión intersticial ($\sigma'_{vlim} = p_{lim} - u$). Asimismo, la presión límite del suelo es calculada mediante la ecuación 2.3.

$$p_{lim} = (\sigma'_{ho} + u_o) + k * c_u \quad (2.3)$$

Donde σ'_{ho} y u_o son la presión efectiva horizontal antes de la inserción de las columnas de grava y la resistencia no drenada del terreno, respectivamente; de igual forma, k es un coeficiente multiplicador que, por lo general, toma un valor de 4, según Hughes y Withers (1974).

2.3.2. Falla general por corte

Mecanismo de falla que, por lo general, suele presentarse en columnas apoyadas sobre sustratos firmes. Para evitar las cuñas plásticas, es recomendable el uso de material granular compactado alrededor de las columnas de grava con un espesor de 60 cm a 1m. Las variables de las Ecuaciones 2.4 y 2.5 son representadas en la Figura 2.6.

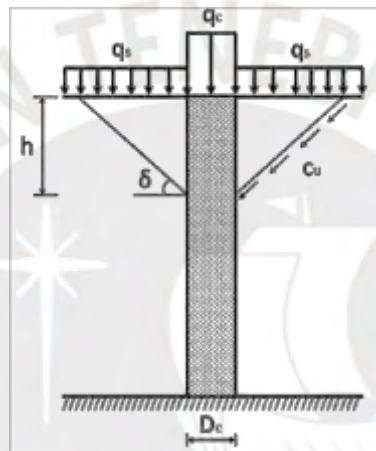


Figura 2.6: Superficie de falla (adaptado de Menard, 2016).

$$h = D_c * \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_c}{2}\right) \quad (2.4)$$

$$q_r = \left[q_s + \frac{2c_u}{\sin(2\delta)} \right] * \left[1 + \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_c}{2}\right)}{\tan(\delta)} \right] * \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_c}{2}\right) \quad (2.5)$$

Donde h es la profundidad en donde ocurre la falla; ϕ_c es el ángulo de fricción interna de las columnas de grava y; q_s , q_c y q_r son la tensión en el suelo, en la columna y la tensión límite, respectivamente.

2.3.3. Falla por punzonamiento

Con la finalidad de evitar el fallo por punzonamiento, Hughes et al. (1975) establecieron una serie de ecuaciones que nos permiten determinar la longitud crítica bajo la cual las columnas son susceptibles para este tipo de falla. Para el cálculo de la carga de falla en las columnas se usa la siguiente ecuación, la cual es presentada en el manual de construcción de columnas de grava (Menard, 2016).

$$q_{rp} = 9 c_u + L_c \left(2 \frac{c_u}{R_c} - \gamma_c \right) \quad (2.6)$$

Donde q_{rp} es la presión vertical de falla, c_u resistencia al corte sin drenaje del suelo, L_c es la longitud de la columna, γ_c es el peso específico de la grava de las columnas y R_c es el radio de las columnas. Para evitar el riesgo por este tipo de falla, por lo general se aplican dos ecuaciones que permiten encontrar la longitud mínima de una columna y la longitud máxima. Esta longitud máxima permite hallar el valor en el cual la base de la columna no recibe cargas. Un diseño eficiente de la longitud de las columnas se encuentra entre las dos longitudes (máxima y mínima). A continuación, se presentan dichas ecuaciones.

$$L_{\min} = \frac{1}{2} R_c \left(\frac{q_c}{c_u} - 9 \right) \quad (2.7)$$

Donde q_c es la presión en la parte superior de la columna, R_c es el radio de las columnas y c_u resistencia al corte sin drenaje del suelo.

$$L_{\max} = \frac{1}{2} R_c \left(\frac{q_c}{c_u} \right) \quad (2.8)$$

2.4. Métodos de instalación

2.4.1. Vía húmeda o vibrosustitución

Conocida como la técnica original de instalación de columnas de grava (Schaefer et al., 2016), emplea agua a alta presión con la finalidad de perforar y sostener las paredes. Mediante este proceso se puede realizar la extracción de suelo disuelto y detritos. Esta técnica de instalación puede ser utilizada en suelos blandos cohesivos dado que el flujo de agua permite el sostenimiento de las paredes de la perforación realizada mediante vibración. Luego, el vibrador es introducido en el material que constituirá las columnas de grava densificándola, como se observa en la Figura 2.7. Además, dependiendo del porcentaje de finos del material circundante, el suelo también puede ser densificado. Este método se caracteriza, por lo general, de emplear el procedimiento *top feed*; es decir, la grava usada en las columnas es vertido desde la superficie.

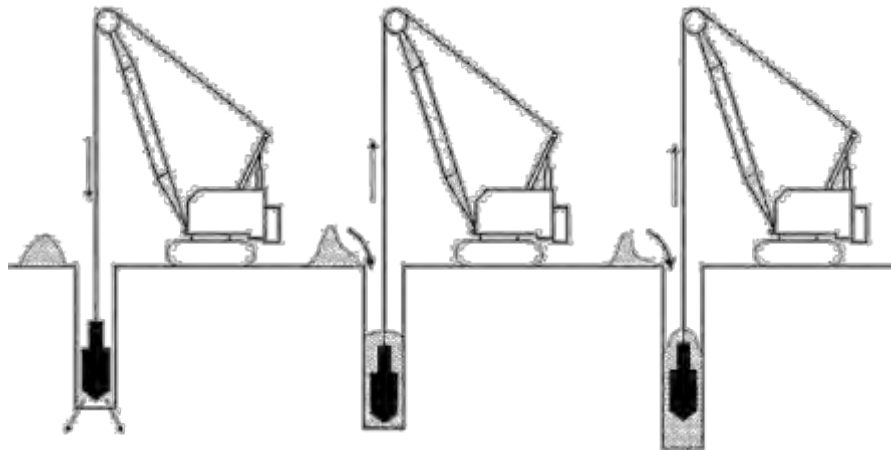


Figura 2.7: Etapas de la vibrosustitución (Schaefer et al., 2016).

2.4.2. Vía seca o vibrodesplazamiento

En suelos más estables y con un nivel freático muy bajo, se puede aplicar el método de vibrodesplazamiento. Esta técnica emplea aire comprimido en el proceso de inserción de las columnas de grava. Dado que usa aire comprimido, es indispensable que el terreno a ser mejorado presente cierta estabilidad, es decir, una resistencia al corte sin drenaje de entre 30 a 60 kPa, como indica el manual de Menard (2016). Este método puede ser aplicado mediante los procedimientos *rop feed* o *bottom feed*. A diferencia del procedimiento *top feed*, el cual fue explicado con anterioridad, la técnica *bottom feed* implica que el material de las columnas es introducido por la boca inferior del vibrador. La grava es introducida a través de una pala que baja por el mástil del vibrador, como se observa en la Figura 2.8.

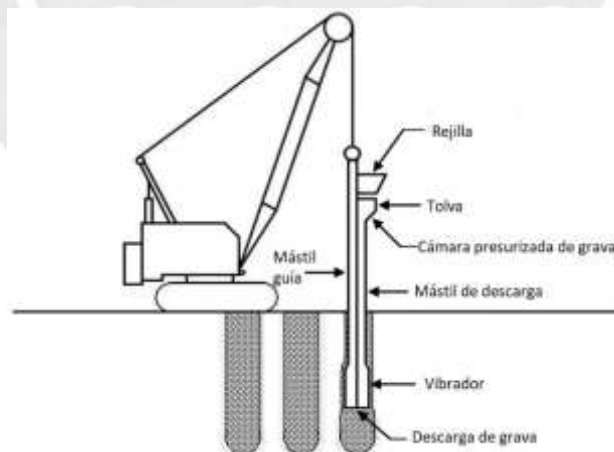


Figura 2.8: Vibrodesplazamiento (adaptado de Schaefer et al., 2016).

A continuación, se presentan la Tabla 2.1 y Tabla 2.2 las cuales comparan los efectos de las técnicas de instalación de las columnas de grava.

Tabla 2.1: Diferencias entre los métodos de instalación (adaptado de Menard, 2016).

Efecto	Vía seca – Vibrodesplazamiento	Vía húmeda - Vibrosustitución
Respecto al terreno	No se altera ni se extrae	Se altera o se extrae en parte
Aporte de agua	No aplica	Aporte considerable
Estación de trabajo	Es móvil	No móvil, necesita sistema de evacuación de lodos

Tabla 2.2: Diferencias de los métodos de instalación (adaptado de Menard, 2016).

Columnas de grava	Vía seca	Vía húmeda
	Ventajas	Desventajas
Técnica	No aporta nada al terreno	Considerable aporte de agua
	No altera el terreno	Altera el terreno
	Asegura la verticalidad	No asegura la verticalidad
	Mayor empuje de compactación	Menor empuje de compactación
	Continuidad de columna	Posible continuidad de columna
	Registro continuo de parámetros	Sin registro de parámetros
	Las columnas no decantan	Decantación de columnas
Ejecución	-	Balsas de lodo y zanjas
	-	Necesita maquinaria auxiliar
	Plataforma móvil	Plataforma anegada de agua
	Mayores rendimientos	Menores rendimientos
	-	Restitución superficial

2.5. Investigaciones de columnas de grava

2.5.1. Estudios analíticos

Uno de los principales estudios para el análisis del comportamiento y diseño de las columnas de grava es el descrito por la *Federal Highway Administration* de los Estados Unidos. Este método, explicado por Schaefer et al. (2016), se basa en el método de Balaam et al. (1977), los cuales utilizan teorías basadas en el concepto de la elasticidad para desarrollar su método analítico.

Para el caso del análisis de asentamientos, Schaefer et al. (2016) explicaron que la introducción de columnas de grava en el suelo genera dos capas. La capa superior, la que se encuentra reforzada, es una zona de baja compresibilidad. La capa inferior, la que no se encuentra reforzada, es analizada bajo enfoques de análisis geotécnicos convencionales. El asentamiento total se calcula como la suma de ambos asentamientos. Para el cálculo de

asentamientos en la capa superior (sistema suelo-columnas de grava), se realiza el cálculo con las ecuaciones convencionales (2.9) y (2.10); luego, el resultado es dividido por el factor de mejora, el cual se calcula a partir de la Figura 2.9.

En la Figura 2.9, el símbolo A es el área de la celda unitaria, A_{sc} es el área transversal de la columna de grava y μ_s es el módulo de Poisson del suelo. Para el desarrollo de la carta de diseño, Priebe (1995) consideró una relación de Poisson de 0.3.

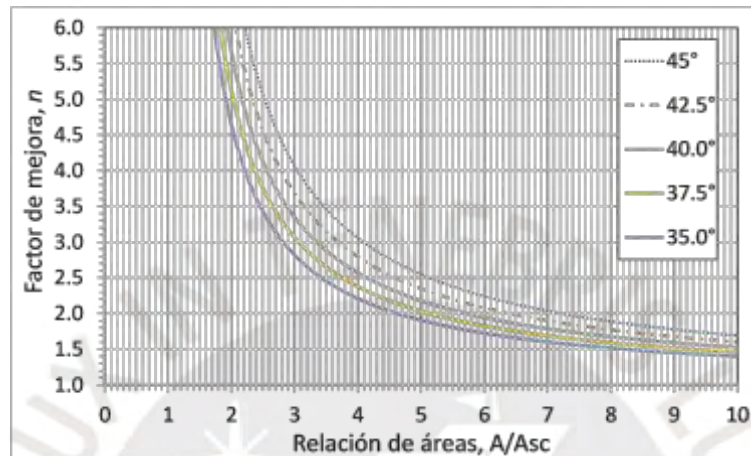


Figura 2.9: Carta de diseño (adaptado de Priebe 1995).

Los asentamientos bajo las columnas de grava se calculan utilizando métodos geotécnicos convencionales. Para suelos no cohesivos y para suelos cohesivos sobreconsolidados, se usa la ecuación (2.9). Para suelos cohesivos normalmente consolidados se usa la ecuación (2.10).

$$S_{lz} = \frac{\Delta q H}{E} \quad (2.9)$$

$$S_{lz} = C_c \left(\frac{1}{1 + e_o} \right) H \cdot \log \left(\frac{p_o + \Delta q}{p_o} \right) \quad (2.10)$$

Donde S_{lz} es el asentamiento, H es el espesor del estrato inferior, E es el módulo de elasticidad del suelo. C_c es el coeficiente de compresibilidad, e_o es la relación de vacíos, p_o es la presión efectiva en el centro del estrato compresible y Δq es la presión promedio aplicada sobre el terraplén.

Para el cálculo de la resistencia al corte del suelo compuesto o mejorado, se utiliza una función que depende de la resistencia no drenada del suelo circundante, la resistencia friccional de la columna de grava, la relación de área de reemplazo y la carga. La resistencia al corte (τ) promedio y el peso unitario ($\bar{\gamma}$) promedio se determinan a través de las siguientes relaciones:

$$\tau = (1 - a_{sc})c_u + a_{sc}\sigma_v \tan \phi_{sc} \quad (2.11)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma_{sc} a_{sc} + \gamma_{soil} (1 - a_{sc}) \quad (2.12)$$

Donde, a_{sc} es el área de reemplazo, c_u es la resistencia al corte no drenado del suelo, σ_v es el esfuerzo debido a las cargas del terraplén, γ_{sc} es el peso unitario de la columna de grava, γ_{soil} es el peso unitario del suelo y ϕ_{sc} es el ángulo de fricción interna de la columna de grava. Generalmente, el ángulo de fricción de las columnas de grava varía entre 40° a 45°. Para el cálculo de asentamientos, normalmente se asume que dicho ángulo de fricción es 37.5° dado que el valor de este parámetro no afectaría de manera sustancial los resultados; sin embargo, Priebe (1995), presenta una carta de diseño considerando valores del ángulo de fricción que varían desde los 35° hasta los 45°.

La Guía de Cimentaciones en Obras de Carretera (2009) presenta una manera simplificada de calcular el grado de mejora β producto de la mejora por columnas de grava mediante la ecuación (2.13).

$$\beta = (1 - a_{sc})^2 \quad (2.13)$$

Donde a_{sc} es la relación de área de reemplazo.

Por otro lado, Castro y Sagaseta (2009) orientan el cálculo de la mejora del suelo tratado obtener un módulo edométrico promedio entre el suelo a mejorar y las columnas de grava a través de la ecuación (2.14).

$$\frac{1}{E_{ms}} = \frac{\varepsilon}{\Delta\sigma_{zs}} = \frac{C_c}{\Delta\sigma_{zs}(1 + e_o)} \log \frac{\sigma'_{zso} + \Delta\sigma_{zs}}{\sigma'_{zs}} \quad (2.14)$$

Donde, E_{ms} es el módulo edométrico medio, σ'_{zs} y σ'_{zso} es el esfuerzo medio y el esfuerzo inicial medio del estrato de suelo a mejorar. C_c es el índice de contracción, ε es la deformación y e_o la relación de vacíos inicial del suelo.

2.5.2. Estudios experimentales y numéricos

Con el objetivo de realizar un diseño más eficiente y una aplicación del método de mejoramiento de suelos mediante columnas de grava, diferentes investigadores realizaron estudios basados en modelos ensayados en laboratorio y análisis numéricos mediante el uso de softwares. Estas investigaciones se centraron en entender el comportamiento de las columnas de grava, ya sea en grupo o en solitario, y como afectan los parámetros de diseño en su efectividad en contrarrestar los problemas geotécnicos en cuanto a esfuerzo-deformación se refiere.

Ambily y Gandhi (2007), realizaron una serie de estudios experimentales de una sola columna de grava y de un grupo de columnas con el objetivo de determinar la carga soportada por las columnas y el efecto del espaciamiento entre estas. Su programa experimental se llevó

a cabo con columnas de 100 mm de diámetro rodeados de arcillas blandas. Con la finalidad de obtener comportamientos límite en cuanto al esfuerzo axial, Ambily y Gandhi (2007) usaron una relación longitud de columna/diámetro de columnas de 4.5. Para el estudio de grupos de columnas de grava consideraron patrones triangulares. Por su lado, Jamshidi et al. (2019) realizaron una serie de ensayos de modelos de grupos de columnas de grava con la finalidad de determinar la variación de la capacidad portante del suelo mejorado y el control de asentamientos. Das y Deb (2018) realizaron un estudio experimental para el estudio de terraplenes soportados por columnas de grava. La configuración de la posición de las columnas de grava de su modelo siguió un modelo rectangular. El suelo circundante usado para el estudio, al igual que en los anteriores mencionados, fue arcilloso.

2.5.2.1. Características geotécnicas de los materiales

Respecto al análisis del material de las columnas de grava, Ambily y Gandhi (2007) consideran que el modelo constitutivo de Mohr-Coulomb es el adecuado para representar el comportamiento geotécnico del material mencionado. Se basan en que este modelo constitutivo considera un comportamiento elastoplástico para diferentes tipos de suelos, sean estos cohesivos o granulares. El mismo modelo constitutivo es usado por Das y Deb (2018) para representar a las columnas de grava. Esta decisión se basó en una serie de ensayos de laboratorio. Lima (2012) también considera que, para suelos compuestos por material granular y para las columnas de grava, el modelo que mejor representa su comportamiento es el de Mohr-Coulomb.

En cuanto a la caracterización del suelo circundante, a diferencia del consenso en cuanto al modelo constitutivo usado para las columnas de grava, existen diferentes criterios. Estos criterios se basan en el tipo de suelo, su comportamiento y como el modelo constitutivo los explica. Así, Ambily y Gandhi (2007) usan el modelo constitutivo de Mohr-Coulomb, dado que, como se explica líneas arriba, este modelo, basado en la elasticidad, puede ser empleado para diferentes tipos de suelos; en este caso, arcillas blandas. Sin embargo, Nav et al. (2020) explica que los modelos Drucker-Prager y Cam Clay, propuesto por Roscoe y Burland (1968), explican de manera más precisa el comportamiento de arcillas. Ellos mencionan que el modelo Drucker-Prager presentaría soluciones razonables del comportamiento del suelo circundante ante cargas uniformes, por lo que usaron este modelo en el análisis del suelo de arcillas limosas blandas a medias. Por su lado, Das y Deb (2018), consideraron que el suelo circundante, el cual fue compuesto por arcillas, se analiza a través del modelo constitutivo Cam Clay Modificado. Basado en investigaciones experimentales, Shafiqu y Al-Assady (2019) concluyen que el

material del suelo blando y del terraplén deben ser analizados bajo el modelo Hardening soil. En la Tabla 2.3 se muestran los modelos constitutivos usados en los estudios mencionados.

Tabla 2.3: Modelos constitutivos.

Investigación	Elemento	Modelo Constitutivo
Ambily y Gandhi (2007)	Columna de grava	Mohr-Coulomb
	Suelo	Mohr-Coulomb
Das y Deb (2018)	Columna de grava	Mohr-Coulomb
	Suelo	Cam Clay Modificado
Lima (2012)	Columna de grava	Mohr-Coulomb
	Suelo	Soft -soil crepp
Nav et al. (2020)	Columna de grava	Mohr-Coulomb
	Suelo	Drucker-Prager
Shafiqu y Al-Assady (2019)	Columna de grava	Mohr-Coulomb
	Suelo	Hardening soil

2.5.2.2. Consideraciones para el modelado numérico

Ambily y Gandhi (2007) usaron una discretización con elementos triangulares, como se observa en la Figura 2.10. Asimismo, para el análisis de la columna de grava, realizaron un estudio a largo plazo, es decir, consideraron que los asentamientos se estabilizaron, así como la concentración de esfuerzos. Para el estudio del sistema suelo-columnas de grava, no consideran los efectos del método constructivo, misma consideración aplicada por Salam y Wang (2021). En temas de la interfaz columna de grava-arcillas blandas, Ambily y Gandhi (2007) no consideraron elemento alguno dado que la deformación de las columnas es radial (abultamiento) y no existe esfuerzo de corte entre estos. Además, debido a los diferentes métodos constructivos, esta zona límite entre los materiales presenta zonas mixtas donde las propiedades, como la resistencia al corte, pueden variar. Análisis numéricos de columnas de grava realizados anteriormente, como el llevado a cabo por Mitchell y Huber (1985), tampoco consideran elementos de interfaz entre los materiales. Basados en este último estudio mencionado y dado que su modelo considera un suelo circundante compuesto de arenas sueltas, las cuales no generarían esfuerzos de corte en la transición, Jamshidi et al. (2019) consideraron que no es necesario la inclusión de elementos de interface. Por su parte, Das y Deb (2018), para su análisis 3D de un terraplén soportado por columnas de grava, se basaron en el análisis de Ambily y Gandhi (2007) y tampoco consideraron elementos de interfase entre los materiales.

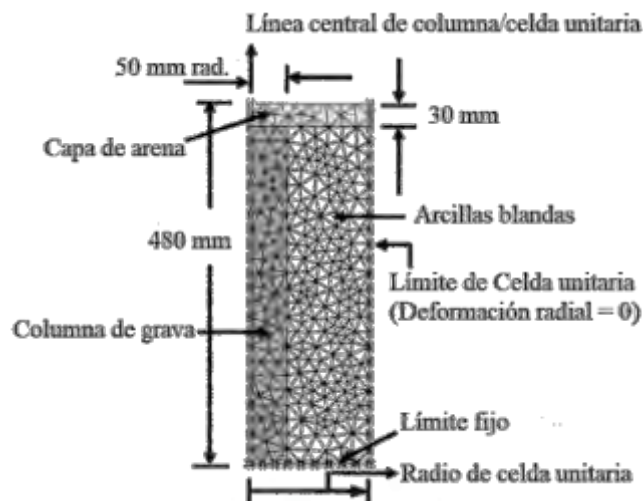


Figura 2.10: Discretización de elementos finitos para una columna (adaptado de Ambily & Gandhi, 2007).

2.5.2.3. Resultados de investigaciones

Los ensayos experimentales realizados por Ambily y Gandhi (2007) coincidieron con los análisis numéricos que llevaron a cabo. Sus resultados demuestran que el principal mecanismo de falla de las columnas de grava es el abultamiento. Este fenómeno, ocurre a una profundidad de 0.5 veces el diámetro, aunque autores como Salam y Wang (2021) afirman que dicha falla ocurre a profundidades de 1 a 2.5 veces el diámetro de las columnas de grava y estudios como el de Nazari y Ghazavi (2014) indican una profundidad de 2 a 3 diámetros, como se muestra en la Figura 2.11. Ambily y Gandhi (2007) demuestran que, para espaciamientos de más de 3 veces el diámetro, el mejoramiento es insignificante, y exponen que los resultados obtenidos en ensayos en columnas en solitario pueden extrapolarse al comportamiento de un grupo de columnas; esto demuestra la importancia de la teoría de celda unitaria.

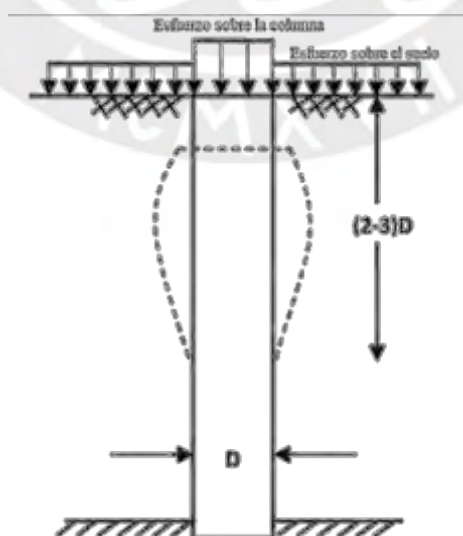


Figura 2.11: Falla por abultamiento (adaptado de Nazari & Ghazavi, 2014).

Por su lado, Nav et al. (2020) concluyeron que la rigidez del suelo mejorado, respecto al

suelo sin mejoras, registra un aumento apreciable. Además, demuestran que el diámetro tiene un efecto importante, tanto en la mejora de la rigidez del suelo como en la capacidad de carga. En la investigación experimental de Jamshidi et al. (2019), la cual se llevó a cabo en arenas sueltas, se observó que la capacidad de carga aumenta 2.75 veces. Al igual que Nav et al. (2020), demostraron, a través de análisis numérico, el efecto significativo del valor del diámetro de las columnas de grava.



3. Validación del Modelo numérico

3.1. Introducción

El Método de los Elementos Finitos (MEF) es una técnica cuyo objetivo es el resolver problemas de diferentes ramas de ingeniería, física entre otras ciencias. El MEF se basa en la discretización de un medio o dominio en elementos más pequeños. Las propiedades y el comportamiento mecánico de cada uno de estos elementos están gobernados por diferentes ecuaciones constitutivas. Estas relaciones varían de acuerdo con el tipo de análisis que se requiera, ya sea este un análisis estructural o como es, en este caso, un análisis geotécnico empleando modelos constitutivos como el propuesto por Mohr-Coulomb o Cam Clay Modificado.

Cada uno de los elementos que pertenecen a un dominio presenta una serie de puntos. Estos puntos son conocidos por nodos, los cuales son adyacentes cuando forman parte de un elemento. Los nodos pueden formar parte de más de un elemento y, estos últimos, forman parte de la malla. La malla (conjunto de elementos) es donde se realizan los cálculos con las ecuaciones constitutivas definidas en cada nodo.

El diseño geotécnico y la ejecución de diversas obras de ingeniería civil realizadas en arcillas blandas están asociadas con dificultades substanciales (Kempfert & Gebreselassie, 2006). Razón por la cual, el uso de softwares que emplean el MEF adquiere una mayor relevancia frente a métodos analíticos que requieren una serie de asunciones para el desarrollo de las diferentes soluciones.

Con el objetivo del estudio del grado de mejora y del comportamiento de las columnas de grava en términos de esfuerzo-deformación, se presenta la descripción del caso de estudio de la presente investigación. También, se presenta los diferentes parámetros usados en los materiales y el proceso del modelado 2D en el software de elementos finitos Abaqus®. Este software de análisis mediante elementos finitos permite analizar secciones de modelos simétricos presentando resultados aceptables, tal como se muestra en su modelado en la Figura 3.1. En esta figura se muestra una cuarta parte de un modelado aprovechando, de esta forma, la simetría del modelo.

En este subcapítulo, se realiza la validación del modelo numérico de un terraplén cimentado sobre un estrato homogéneo de arcillas blandas. Además, se detalla el proceso para el modelado y los parámetros usados con el objetivo de realizar un correcto análisis esfuerzo-deformación de este tipo de análisis geotécnico.

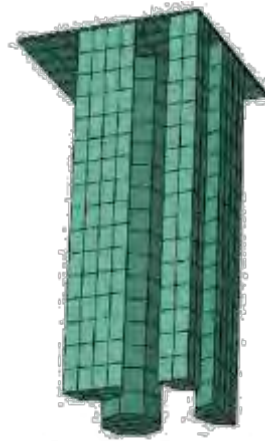


Figura 3.1: Modelado simétrico (adaptado de Jamshidi et al., 2019).

En ese sentido, se procede a resolver el ejercicio 4.7 del libro *Applied soil mechanics with Abaqus® applications* (Helwany, 2007). Este ejercicio es escogido como problema de validación dado que, al igual que el caso de estudio, presenta la construcción secuencial de un terraplén de material granular que obedece al modelo constitutivo Mohr-Coulomb. Asimismo, el estrato de arcilla homogénea responde al modelo Cam Clay Modificado. Estas consideraciones, además, fueron aplicadas por la mayoría de los autores citados en esta investigación, tal como se observa en la Tabla 2.3 y en análisis 3D de columnas de grava en suelos arcillosos como el desarrollado por Shahu y Reddy (2011b).

La validación se concluye comparando los resultados realizados con los obtenidos por el ejemplo del libro de Helwany (2007). Los datos de la geometría del terraplén, así como los parámetros, modelos constitutivos, fases y tiempos de construcción son datos del ejercicio.

3.2. Geometría del problema

Debido a que el modelo del problema es simétrico respecto al eje vertical, se modela la mitad de este. Asimismo, el terraplén cuenta con tres capas de 0.6 m, las cuales alcanzan una altura de 1.8 m; además, la inclinación del lado derecho forma un talud de 45° de inclinación. Asimismo, la zona plana del terraplén mide 2.4 m. Las capas del terraplén son construidas en periodos de 2 días, por lo que la construcción de todo el terraplén es de 6 días.

Esta estructura descansa en un estrato homogéneo de arcillas de 4.57 m de profundidad y 24.4 m de largo. A su vez, el estrato de homogéneo se apoya en un estrato rocoso impermeable. La geometría se presenta en la Figura 3.2.

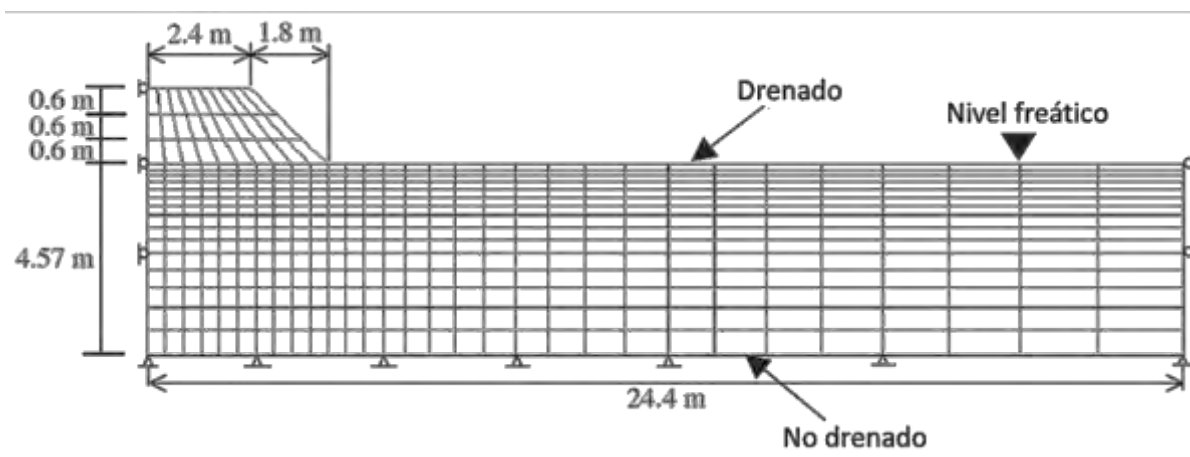


Figura 3.2: Discretización de un terraplén sobre arcillas (adaptado de Helwany, 2007).

3.3. Parámetros de los materiales

Al igual que el caso de estudio y las investigaciones citadas en este documento, el terraplén presenta un comportamiento elástico. Por otro lado, el estrato homogéneo de arcillas blandas obedece al modelo elastoplástico Cam clay modificado y, como explica Helwany (2007), este modelo constitutivo permite detectar fallas en el estrato de arcillas producto de la construcción y de la consolidación producida por las cargas del terraplén. Los parámetros geotécnicos del terraplén son presentados en la Tabla 3.1 y los parámetros de las arcillas en la Tabla 3.2.

Tabla 3.1: Parámetros del terraplén.

Parámetro	Valor
P (kg/m ³)	1923
E (kPa)	478
ν	0.3
k (m/s)	0.1
e_0	1.5

Tabla 3.2: Parámetros Cam Clay Modificado.

General		Plasticidad	
ρ (kg/m ³)	1923	λ	0.174
k (m/s)	$2.5 \cdot 10^{-8}$	Relación de tensiones, M	1.5
γ_w (kN/m ³)	9.81	Elasticidad	
e_0	0.889	κ	0.026
		ν	0.28

3.4. Modelo Constitutivo Cam Clay Modificado

El modelo constitutivo elegido para representar el suelo arcilloso que circunda a las columnas de grava es Cam Clay Modificado desarrollado por Roscoe y Burland (1968). Este modelo se caracteriza por explicar el comportamiento elastoplástico del suelo arcilloso y se basa en cuatro partes: comportamiento elástica, superficie de fluencia, potencial plástico y ley

de endurecimiento.

- Comportamiento elástico representa la relación entre los esfuerzos efectivos isotrópicos y los incrementos de las deformaciones elásticas volumétricas del material. Cabe mencionar que existe la ausencia de relación entre los efectos volumétricos y distorsionales. La relación de esfuerzos se encuentra dentro del espacio geométrico de la superficie de fluencia.
- Superficie de fluencia es aquel espacio geométrico dentro del cual la combinación de los esfuerzos $p'-q$ no producen deformaciones plásticas. Este lugar geométrico es una elipse gobernada por la expresión (3.1).

$$\frac{p'}{p'_o} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (3.1)$$

Donde M es la pendiente de estado crítico, p'_o es el esfuerzo que controla el tamaño de la superficie de fluencia y η es el cociente q/p' .

La Figura 3.3 muestra la representación de un juego de esfuerzos $p'-q$ al interior de una superficie de fluencia, donde muestra comportamiento elástico. Una vez alcanzada la elipse, se presenta fluencia y, al sobrepasar esta se presentan deformaciones plásticas.

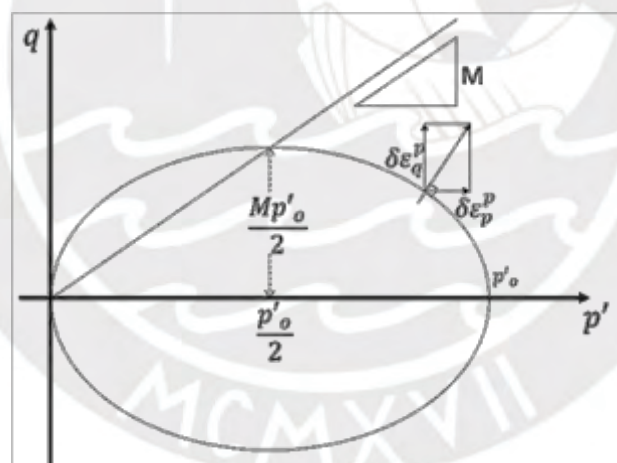


Figura 3.3: Superficie de fluencia (adaptado de Roscoe & Burland, 1968).

- Potencial plástico es el mecanismo mediante el cual se describen las deformaciones plásticas. El modelo asume que, entre la superficie de fluencia y el potencial plástico existe una relación de normalidad. Por ello, de conocer la mencionada superficie, se podrá conocer el vector de deformación plástica. Este vector se muestra en la Figura 3.3 como la suma de los vectores deformación cortante plástica $\partial \varepsilon_q^p$ y deformación volumétrica plástica $\partial \varepsilon_p^p$.
- Ley de endurecimiento. Esta ley explica las magnitudes de las deformaciones plásticas y la variación de la superficie de fluencia. Esta superficie depende de p'_o , la cual varía con la

deformación volumétrica.

3.5. Condiciones de contorno

En primer lugar, se definen los grados de libertad de los nodos de los extremos del modelo. Para garantizar el correcto desempeño del contorno vertical izquierdo que marca el eje de simetría del modelo, se restringe el flujo de agua a través de él, tal como se muestra en la Figura 3.4a. Asimismo, se restringe el movimiento horizontal de las líneas del contorno del modelo. De igual manera, se restringe el desplazamiento horizontal y vertical de la base del modelo dado que esta se apoya en roca impermeable (ver Figura 3.4b).

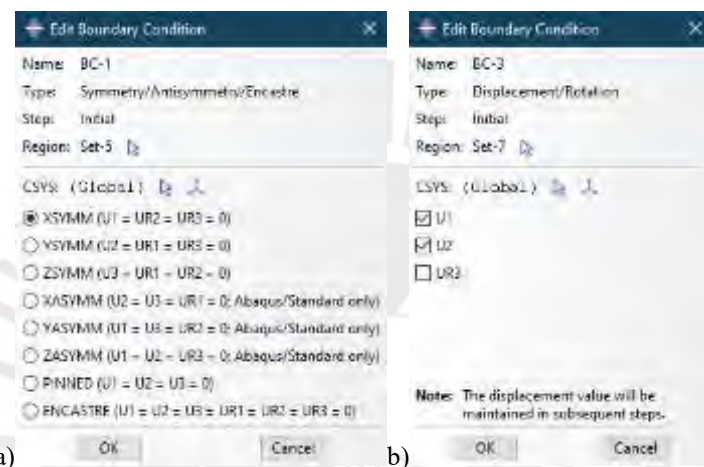


Figura 3.4: Condiciones de contorno: a) de simetría y b) de la base.

En segundo lugar, se definen las superficies permeables del modelo. En ese sentido, la superficie del estrato de arcilla es considerada permeable. Luego de la construcción de la primera capa del terraplén, la superficie plana y la inclinada son consideradas permeables mientras dura la construcción. Luego de la construcción de la segunda capa, se desactiva la permeabilidad de la primera capa. Se repite el proceso para la capa faltante y se activa la permeabilidad de la superficie del terraplén final. La configuración de la permeabilidad se muestra en la Figura 3.5.

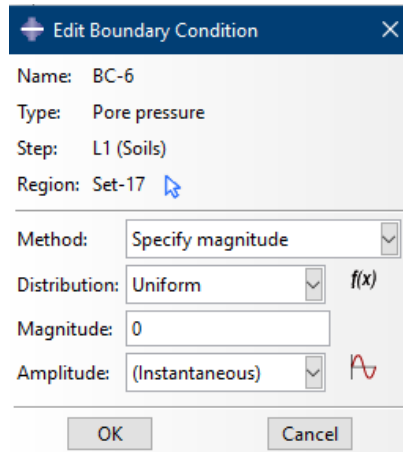


Figura 3.5: Configuración de la permeabilidad.

3.6. Discretización del modelo

Una vez definidas las condiciones de contorno, se procede a realizar la discretización del modelo. En este proceso, se pone énfasis en mejorar la refinación de la zona de interés, es decir del suelo que se encuentra bajo el terraplén, dado que es en este espacio donde ocurrirán los desplazamientos producto de la consolidación. Como se observa en la Figura 3.6, el suelo fuera del espacio de apoyo del terraplén se encuentra poco refinado a comparación de parte izquierda. Esto puede ser logrado separando el estrato al momento de dibujar el modelo. Esta herramienta es usada con la finalidad de ahorrar tiempos de procesamiento.

Asimismo, se definen los elementos que conforman la malla como tipo CPE4P; es decir, son elementos de cuatro nodos que presentan desplazamientos y presión de poros en ambas direcciones (horizontal y vertical).

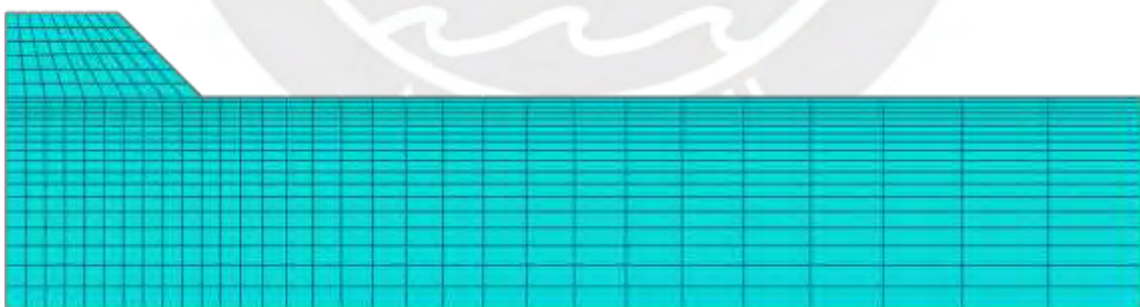


Figura 3.6: Discretización del modelo.

Las separaciones para realizar una mejor discretización y refinado del modelo, como se muestra en la Figura 3.7, no implica que el software reconozca el estrato como dos cuerpos diferentes. Finalmente, se asignan los materiales de los elementos modelados. Esta asignación se muestra en la Figura 3.8.



Figura 3.7: Separación del suelo.

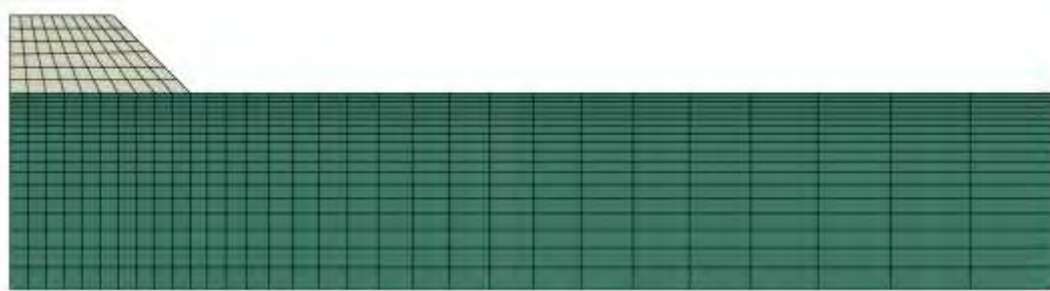


Figura 3.8: Asignación de materiales.

3.7. Etapas de la simulación

Una vez realizado los pasos anteriores se procede a configurar el modelo para simular la construcción del terraplén. En primer lugar, se configura, usando la herramienta “*Geo-static*” del software Abaqus®, la condición inicial del estrato de arcilla homogénea antes de la construcción del terraplén. Esta opción permite asegurar que el estrato se encuentra dentro de la primera superficie de fluencia del modelo Cam Clay Modificado.

En segundo lugar, se simula la construcción secuencial del terraplén. Se construye la primera capa del terraplén sobre el estrato de arcilla usando la herramienta “*body-force*” por un periodo de 2 días. Esta función permite aplicar la carga del peso del terraplén de manera gradual durante el periodo asumido. Luego se realiza la configuración de las condiciones de contorno. Este proceso se realiza en las dos capas restantes.

Por último, con el terraplén construido, se realiza el proceso de consolidación durante un periodo de 200 días, por dato del problema. La secuencia de pasos se presenta en la Figura 3.9, donde L1, L2 y L3 son las fases de construcción de las 3 capas del terraplén; además, el tiempo se expresa en segundos.

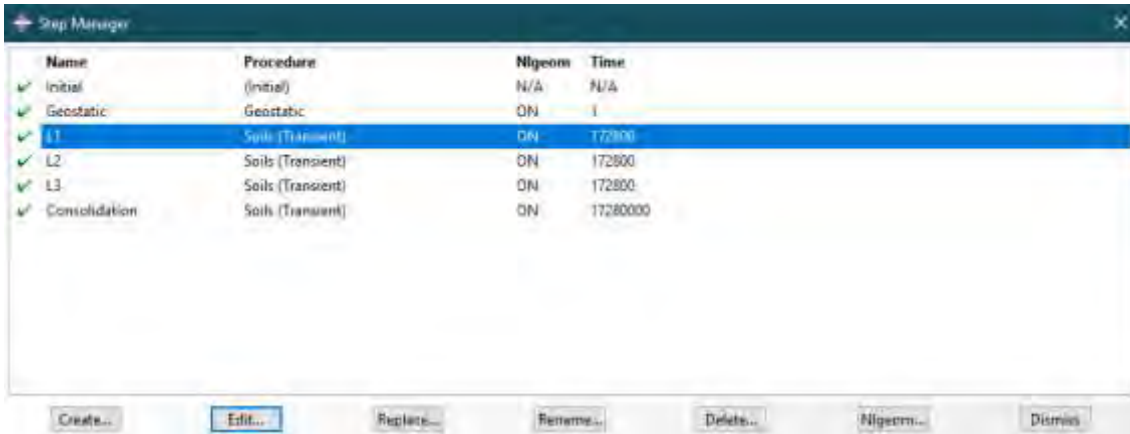


Figura 3.9: Secuencia de pasos de simulación.

3.8. Resultados y comparación del análisis

Después de haber realizado los pasos descritos, se procede a correr el programa y se obtienen los resultados. En primer lugar, se determina el nodo en el cual se realiza las mediciones de desplazamientos (asentamientos) y presión de poros. El nodo elegido es el que se ubica en el centro del terraplén, es decir en el margen izquierdo del modelo, en la interfase con el suelo arcilloso. La Figura 3.10a presenta el asentamiento en el tiempo y su comparación con los resultados presentados en el libro de Helwany (2007).

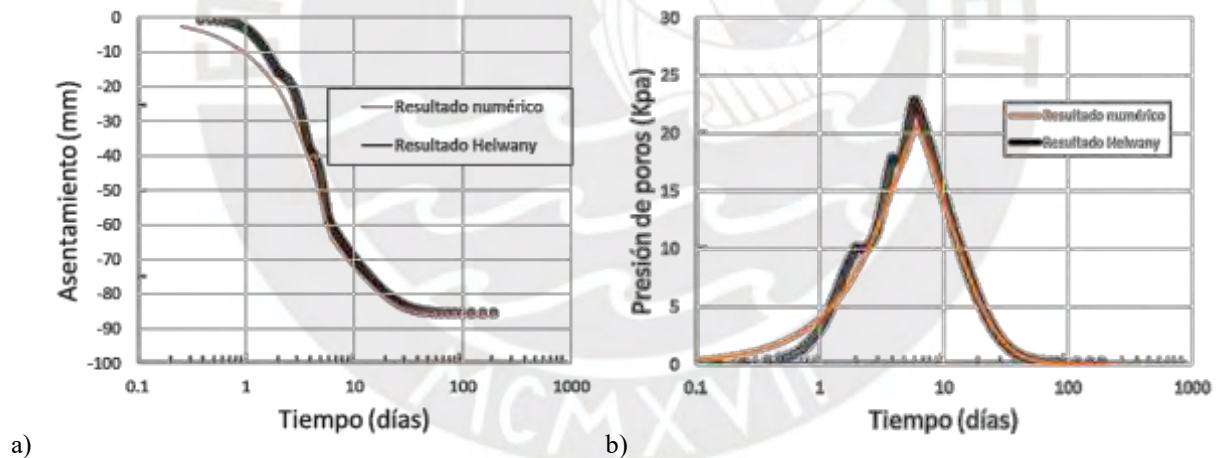


Figura 3.10: a) Asentamiento y b) presión de poros en el tiempo.

Asimismo, se extraen los resultados de la presión de poros del mismo punto de análisis y se obtiene la evolución de la presión de poros en el tiempo que se muestra en la Figura 3.10b.

Como se observa, los resultados numéricos se aproximan a presentados en el ejemplo del libro de Helwany (2007). Gracias a estos resultados, podemos afirmar que reproducir el proceso que se siguió al resolver este ejemplo asegura un correcto modelado; es decir, los resultados obtenidos para proyectos similares tendrían resultados aceptables. En conclusión, al seguir este mismo procedimiento, con las modificaciones necesarias para el análisis de las columnas gravas, genera resultados aceptables.

4. Caso de estudio

4.1. Dimensión del modelo

Como se mencionó anteriormente, Abaqus® permite realizar modelos aprovechando la simetría de estos. En ese sentido, dado la simetría del terraplén, solo la mitad, de un modelo 2D y en estado plano de deformación es modelada. Esto permite ahorrar tiempo y recursos de procesamiento. El suelo arcilloso, el cual será el que rodee las columnas de grava, tiene horizontalmente 30 m y verticalmente es de 11.2 m, tal como se muestra en la Figura 4.1. Al igual que en el estudio de Nav et al. (2020), se considera que la longitud de las columnas de grava es igual a $L=8d$, donde d es el diámetro de las columnas el cual. En este caso de estudio, el diámetro de las columnas es de 60 cm y la longitud mide 4.8 m. El modelo del terraplén es de 12 m de ancho y una altura de 2 m, con ángulo del talud 1V:1.2H y esta cimentada sobre el estrato de arcillas blandas. Asimismo, la estructura se modela como un solo bloque y se simula una construcción de 2 días. Luego se esperó un ciclo de 200 días con el objetivo de que las arcillas consolidaran hasta que la presión intersticial alcance 1 kPa. El nivel freático se encuentra a nivel de superficie y los asentamientos serán medidos en el punto A, es decir en el punto medio de la base del terraplén. La geometría y datos de los parámetros se adaptaron del estudio realizado por Shafiqu y Al-Assady (2019).

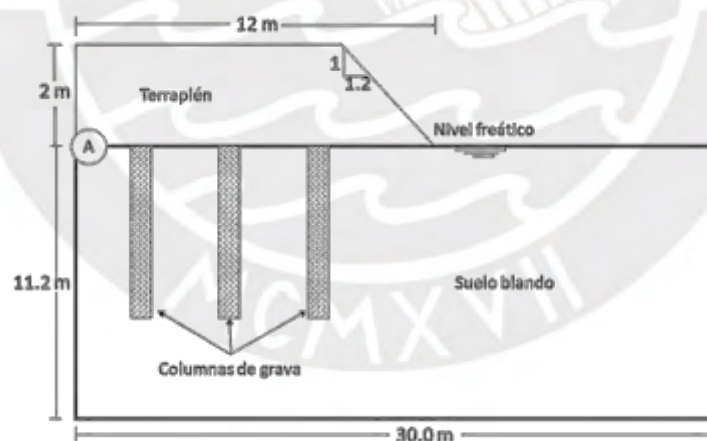


Figura 4.1: Sección de terraplén soportado por columnas de grava (adaptado de Shafiqu & Al-Assady, 2019).

4.2. Parámetro de los materiales

Se considera que el comportamiento de las columnas de grava es mejor simulado por el modelo constitutivo Mohr-Coulomb. Esta consideración es debido a que estos elementos (columnas de grava) son de una rigidez significativa respecto al suelo circundante. Los parámetros geotécnicos de las columnas de grava se muestran en la Tabla 4.1. Según el manual de construcción de columnas de grava de la compañía Menard (2016) y los artículos citados

con anterioridad, son los parámetros que deben cumplir las columnas correctamente instaladas. Los parámetros se obtienen del estudio de Shafiqu y Al-Assady (2019), los parámetros como el ángulo de fricción se variaron a efectos de un análisis de sensibilidad.

Tabla 4.1: Parámetros geotécnicos de las columnas de grava

Propiedades	Columnas de grava
Peso unitario γ (kN/m ³)	21
Relación de vacíos inicial	0.5
E (MPa)	39
Cohesión c (kPa)	1
Ángulo de fricción ϕ (°)	45
Módulo de Poisson	0.3
Permeabilidad $k_x=k_y=k_z$ (m/s)	0.4

El terraplén está conformado por material granular y, dado que el modelo constitutivo de Mohr-Coulomb puede ser aplicado para los diferentes tipos de suelos, este modelo es el ideal para simular el comportamiento de este elemento. La Tabla 4.2 muestra las características geotécnicas del terraplén.

Tabla 4.2: Parámetros geotécnicos del terraplén.

Propiedades	Terraplén
Peso específico seco γ_d (kN/m ³)	16
Relación de vacíos inicial	0.5
E (kPa)	478
Cohesión c (kPa)	1
Ángulo de fricción ϕ (°)	32
Módulo Poisson	0.3
Permeabilidad $k_x=k_y=k_z$ (m/s)	0.6

Como explican Das y Deb (2018), basados en ensayos de laboratorio, concluyeron que el modelo que mejor simula el comportamiento de las arcillas es el modelo constitutivo Cam Clay Modificado. Las características del suelo se muestran en la Tabla 4.3. La presión de preconsolidación y la pendiente de línea de consolidación normal, también conocida como índice de compresibilidad (λ), el cual señala el valor de la compresibilidad del suelo cuando se carga más allá de la presión de consolidación, se hallan a través de ensayos de consolidación edométrica. La pendiente de línea de expansión elástica o índice de expansión (κ), indica lo mismo que el índice de compresibilidad, pero en la fase elástica o de carga y descarga. Este

último parámetro también puede ser hallado mediante ensayos de compresión edométrica. La línea de falla Crítica (M), la cual representa la relación entre el incremento del esfuerzo desviador y los esfuerzos medios efectivos, se puede medir mediante ensayos triaxiales.

Tabla 4.3: Parámetros geotécnicos de la arcilla.

Propiedades	Suelo
Peso unitario γ (kN/m ³)	16
Relación de vacíos inicial, e	0.5
Módulo de Poisson, ν	0.3
Línea de falla crítica, M	0.8
Pendiente de línea de consolidación normal, λ	0.4
Pendiente de línea de expansión elástica, κ	0.04
Presión de referencia, p_1 (kPa)	1.0
Volumen específico a la presión de referencia, S_v	2.5
Permeabilidad, $k_v = k_h$ (m/s)	6 e-10
Presión de preconsolidación, p_c (kPa)	100

4.3. Proceso de diseño

En primer lugar, definimos una Relación de Área de Reemplazo (RAR) de 0.1, el cual, generalmente, es el menor valor usado para el diseño del tratamiento con columnas de grava; valor que oscila entre 0.1 y 0.3. Luego definimos el diámetro de las columnas de grava en un metro, dado que, como menciona Pollán (2014), este valor varía entre 0.6 a 1.5 metros. Considerando la relación de área de reemplazo de 0.1 y un diámetro de 0.6 m, y con las ecuaciones que se muestran en el Capítulo 2, se obtienen los resultados presentados en la Tabla 4.4. La sección con las dimensiones mostradas en la Tabla 4.4 se muestran en la Figura 4.2.

Tabla 4.4: Diseño de columnas de grava.

Parámetro	Valor
Relación de área de reemplazo	0.1
Diámetro de columna de grava (m)	0.6
Área de celda unitaria (m ²)	2.8
Diámetro de celda unitaria (m)	1.9
Espaciamiento entre ejes (m)	1.8
Área de columna/Área de celda unitaria	10.0
Factor de mejora (n, Priebe)	1.69
Longitud de columnas (m)	4.8

Analíticamente, se calcula los asentamientos del sistema suelo-columnas. Los resultados del análisis se muestran en la Tabla 4.5. Donde C_c es la índice de compresibilidad de consolidación inicial del suelo, e_0 es la relación de vacíos. Los valores de las presiones son los resultados del cálculo de consolidación del estrato producto del peso del terraplén.

Tabla 4.5: Resultados de los asentamientos.

Parámetros	Valor
C_c	0.921
e_0	0.5
Profundidad de estrato (m)	11.2
Presión en la mitad del estrato (kN/m ²)	34.045
Presión por el terraplén (kN/m ²)	133.045
Asentamiento sin tratamiento (cm)	14.61
Asentamiento con tratamiento (cm)	8.63

Los parámetros de diseño, como el diámetro de las columnas y el área de reemplazo, serán afectados por un análisis de sensibilidad. Asimismo, el ángulo de fricción del material de columnas de grava serán modificadas para observar el grado de impacto de este valor en el resultado del mejoramiento del suelo. Los parámetros obtenidos de los cálculos se presentan en el capítulo de resultados.

4.4. Etapas del modelo numérico

4.4.1. Geometría

En primer lugar, se dibuja el esquema mostrado en la Figura 4.1. Un terraplén de 2 metros de altura y 12 metros de ancho (24 en total, dado que solo se muestra la mitad). El lado derecho presenta un talud 1.2H y 1V. Esta estructura está apoyado en un estrato homogéneo de arcillas blandas de 11.2 metros de profundidad y 30 metros de largo.

Las columnas de grava se modelan de acuerdo a los parámetros obtenidos del diseño mediante los conceptos aplicados en el Capítulo 2. En este caso, las características son presentadas en la Tabla 4.4, en el cual se observan columnas de 0.6 metros de diámetro, un espaciamiento entre ejes de 1.8 metros y una longitud de 4.8 metros. La geometría final se presenta en la Figura 4.2.

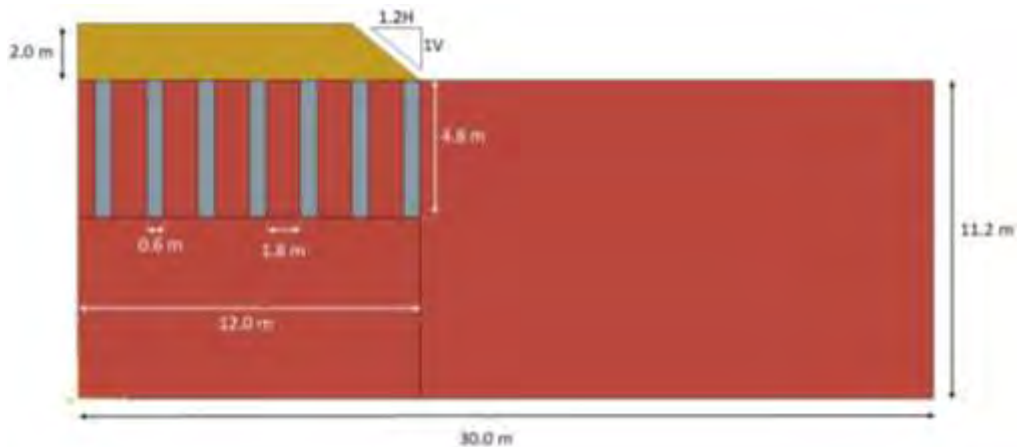


Figura 4.2: Terraplén con columnas de 0.6 m de diámetro.

4.4.2. Parámetros geotécnicos

Los parámetros geotécnicos de las columnas de grava, el terraplén y el suelo son presentados en las Tabla 4.1, Tabla 4.2 y Tabla 4.3 respectivamente. Los valores son introducidos en la sección de propiedades de los materiales en el software Abaqus®. En la Figura 4.3 se muestran los parámetros geotécnicos de los materiales ingresados en el software.

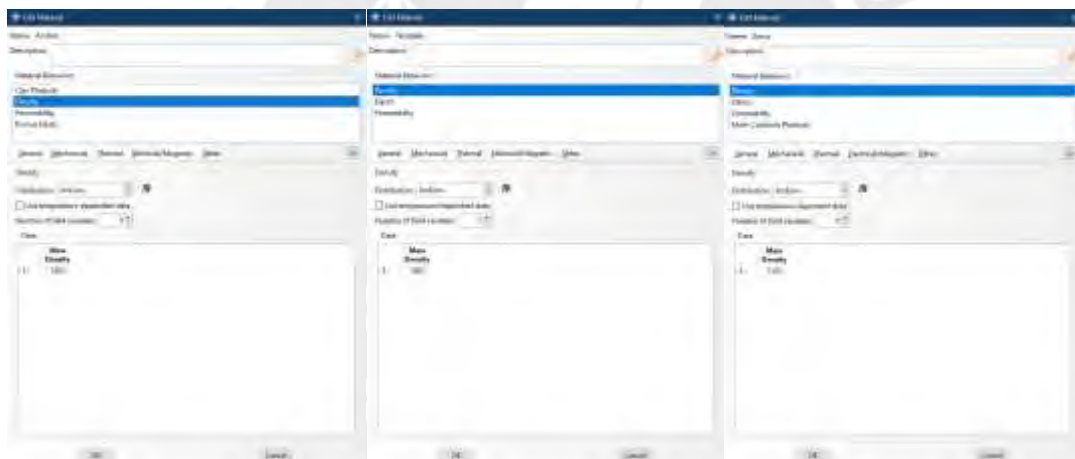


Figura 4.3: Capturas de las ventanas de parámetros en Abaqus®.

4.4.3. Pasos de la simulación

Como se describió en el subcapítulo de validación, El primer paso de la simulación es el equilibrio geostático. A diferencia del ejemplo de validación, este se aplica al suelo con el tratamiento ya realizado; es decir, al sistema suelo-columnas de grava. En el segundo paso, se simula la construcción del terraplén con una duración de 2 días (172 800 segundos). Este proceso, mediante la función del Abaqus®, “*body force*” permite aplicar peso específico en función del ejercido por el material del terraplén de manera gradual durante el tiempo establecido. El último paso, se realiza la consolidación del suelo durante un tiempo de 2000 días (172 800 10³ segundos). En la Figura 4.4 se muestra la ventana con los pasos de la

simulación.

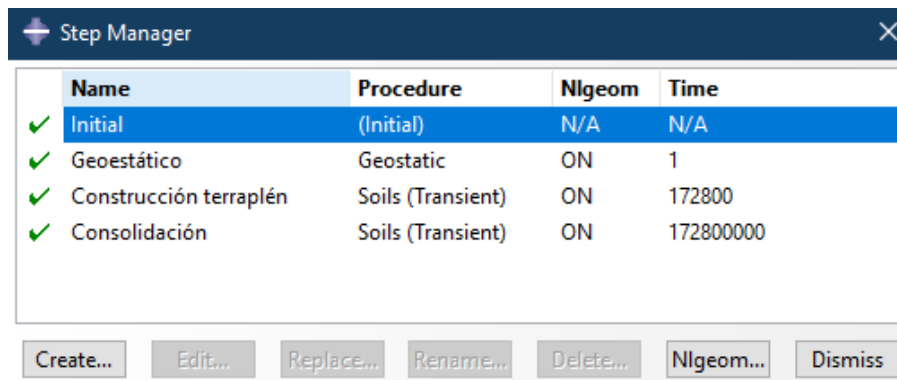


Figura 4.4: Captura de los pasos de la simulación en Abaqus®.

4.4.4. Condiciones de contorno

A continuación, se definen las condiciones de contorno del modelo. En primer lugar, se configura el contorno izquierdo (CondicionBordeSimIz), el cual define la simetría del modelo, es decir el desplazamiento horizontal y angulares permanecen restrictos. Luego, se restringe el desplazamiento horizontal del borde derecho (CondicionBordeDer). Por último, se restringe el desplazamiento vertical y horizontal de la base del modelo (CondicionBordeInf).

Respecto a la condición de contorno hidráulica (presión de poros), se permite el drenaje de agua por la parte superior de del estrato de arcillas (superficie) (DrenSuel1 y DrenSuel2) y también por el borde superior del terraplén (DrenTerraplen). También se permite el drenaje en las paredes de las columnas de grava (DrenCol), dado que la naturaleza del material que las compone permite que este proceso se realice sin dificultad por su alta permeabilidad. En la Figura 4.5 se muestra una captura del Abaqus® con las condiciones de contorno.

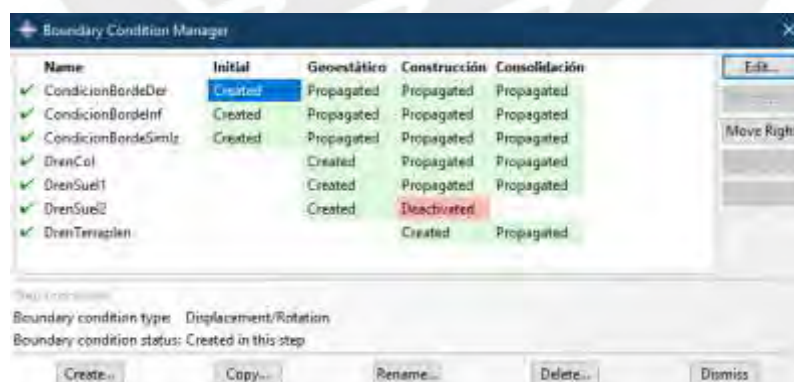


Figura 4.5: Condiciones de contorno del modelo.

4.4.5. Discretización

En esta fase del modelado, se secciona el modelo con la finalidad de obtener una discretización correcta. Así, se divide el suelo en tres zonas. La primera, que se encuentra a la

izquierda y sobre la que no existe tratamiento ni se apoya el terraplén; la segunda, bajo el terraplén y con las columnas de grava; y la tercera bajo el suelo tratado. La primera zona del suelo esta discretizada de tal manera que esté más refinada hacia la izquierda. Las otras zonas están refinadas de manera uniforme dado la complejidad de la geometría. Asimismo, los elementos que conforman la malla son del tipo CPE4P; es decir, permiten desplazamiento y presión de poros en ambos sentidos. La distribución de estos elementos se puede observar en la Figura 4.6.

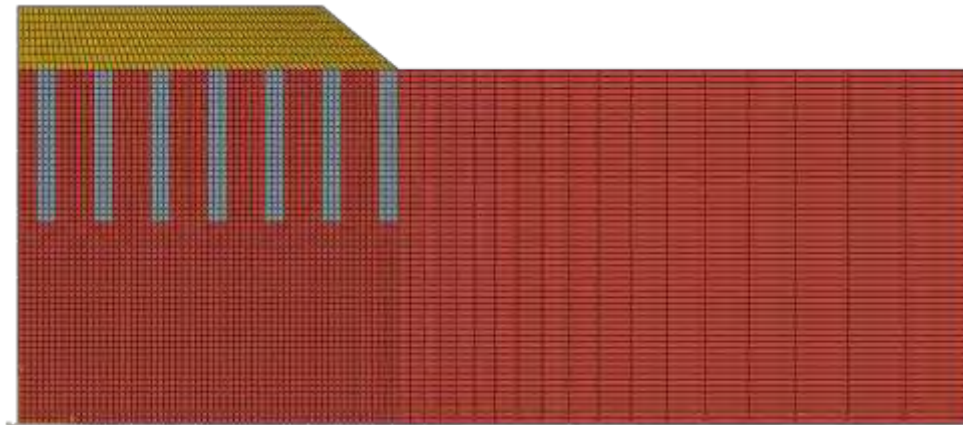
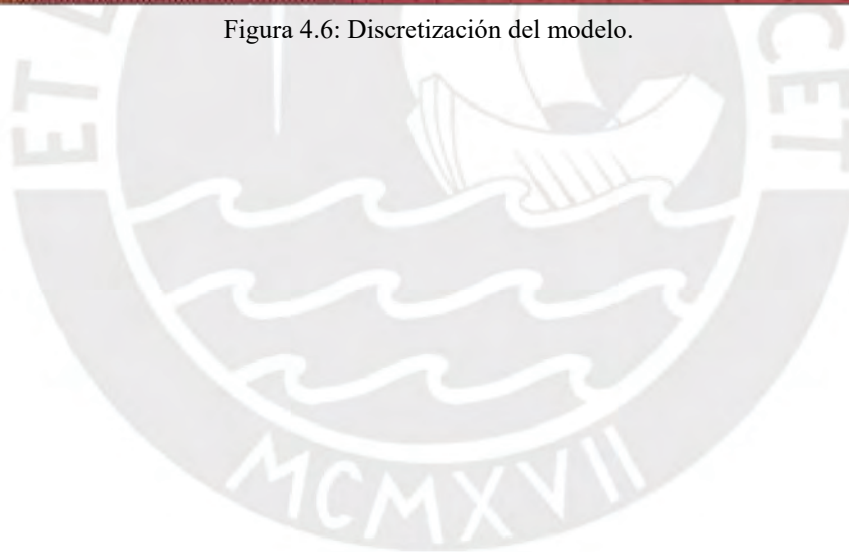


Figura 4.6: Discretización del modelo.



5. Resultados

5.1. Método analítico

En este capítulo, se presentan los resultados de los cálculos producto del uso de métodos analíticos clásicos para los casos del suelo sin mejoras y para las diferentes configuraciones de columnas de grava.

5.1.1. Asentamiento en suelo sin tratamiento

Con la finalidad de determinar los valores de asentamiento del caso estudiado, se usa la teoría de consolidación unidimensional. Para determinar estos valores, se calculan los esfuerzos generados por la carga del terraplén sobre el estrato de arcillas. Para ello, se utilizó la teoría expuesta por Das y González (2015), en la cual presentan la ecuación (5.1).

$$\Delta\sigma = \frac{q_0}{\pi} \left[\left(\frac{B_1 + B_2}{B_2} \right) (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{B_1}{B_2} (\alpha_2) \right] \quad (5.1)$$

Donde $\Delta\sigma$ es el esfuerzo en el estrato de arcilla producto del peso del terraplén a una profundidad z . El valor de q_0 se halla mediante la ecuación $q_0 = \gamma H$; donde γ es el peso específico del suelo del terraplén y H es la altura del mismo. Los valores de α_1 y α_2 , los cuales se expresan en radianes, se hallan mediante las ecuaciones (5.2) y (5.3).

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left(\frac{B_1 + B_2}{z} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{B_1}{z} \right) \quad (5.2)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \left(\frac{B_1}{z} \right) \quad (5.3)$$

Los valores de B_1 y B_2 son longitudes del terraplén., tal como se observa en la Figura 5.1

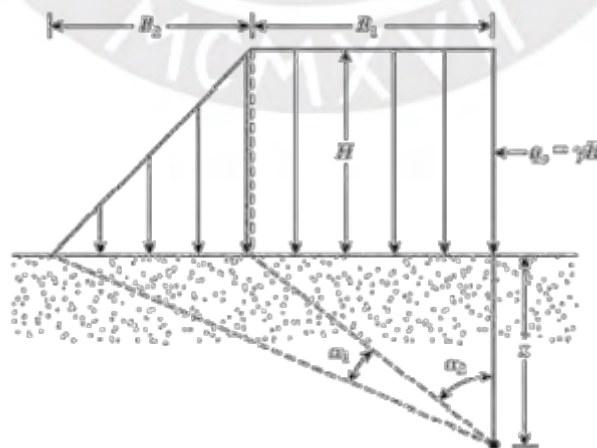


Figura 5.1: Esfuerzos bajo terraplenes (adaptado de Das, 2015).

Una vez encontrado los esfuerzos que actúan en el estrato a estudiar, se realiza, un análisis

de los asentamientos producto de la consolidación siguiendo la teoría presentada por Terzaghi et al. (1996). En dicho análisis, se consideraron capas de 0.5 m de espesor con la finalidad de tener una mayor precisión de cálculo. Un resumen de los valores usados en el cálculo y el resultado se muestran en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Resumen cálculo de asentamientos.

Sub-estratos	C_r	C_c	e_0	γ (kN/m ³)	Asentamiento (cm)
21	0.09	0.921	0.5	16.00	22.8

5.1.2. Diseño y asentamientos en suelo con tratamiento

Siguiendo los conceptos del diseño de las columnas de grava, se calcula los parámetros geométricos de las columnas de grava, mediante el método de Priebe (1995), se obtuvo los valores de los asentamientos del suelo tratado. A continuación, en la Tabla 5.2, se presentan los resultados del diseño de las columnas de grava para un diámetro (D) de 0.6 m, una longitud de 8 veces el diámetro y grava con ángulo de fricción (ϕ) de 45°.

Tabla 5.2: Columnas de grava de D=0.6 m y $\phi=45^\circ$.

Relación Área de Reemplazo RAR	Parámetros	Valor
0.1	Espaciamiento entre ejes (m)	1.8
	Factor de mejora n	1.69
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	8.63
0.20	Espaciamiento entre ejes (m)	1.3
	Factor de mejora n	2.55
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	5.73
0.30	Espaciamiento entre ejes (m)	1.0
	Factor de mejora n	3.67
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	3.98

Del mismo modo, se presentan en la Tabla 5.3 los resultados del diseño del tratamiento con gravas con un ángulo de fricción interno de 40°. Asimismo, se mantienen los otros valores, es decir, la longitud de 8 veces el diámetro y el diámetro es de 0.6 m.

Tabla 5.3: Columnas de grava de $D=0.6$ m y $\phi =40^\circ$.

Relación Área de Reemplazo RAR	Parámetros	Valor
0.1	Espaciamiento entre ejes (m)	1.8
	Factor de mejora n	1.52
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	9.57
0.20	Espaciamiento entre ejes (m)	1.3
	Factor de mejora n	2.18
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	6.70
0.30	Espaciamiento entre ejes (m)	1.0
	Factor de mejora n	3.04
	Longitud de columnas (m)	6.4
	Asentamiento con tratamiento (cm)	4.80

Con gravas de 35° y manteniendo los valores de longitud de 8 veces el diámetro y el diámetro de 0.6 m, se obtienen los valores mostrados en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Columnas de grava de $D=0.6$ m y $\phi =35^\circ$.

Relación Área de Reemplazo RAR	Parámetros	Valor
0.1	Espaciamiento entre ejes (m)	1.8
	Factor de mejora, n	1.40
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	10.41
0.20	Espaciamiento entre ejes (m)	1.4
	Factor de mejora, n	1.91
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	7.66
0.30	Espaciamiento entre ejes (m)	1.0
	Factor de mejora, n	2.58
	Longitud de columnas (m)	4.8
	Asentamiento con tratamiento (cm)	5.66

Para el diseño contemplado, también se muestra el resultado en la Tabla 5.5 de análisis bajo la Guía de Cimentaciones en obras de carreteras (2009).

Tabla 5.5: Resultados bajo Guía de Cimentaciones en obras de carreteras (2009).

Parámetro	Valor
Relacion área de reemplazo	0.3
Asentamiento inicial (cm)	22.84
Factor de reducción	0.49
Asentamiento final (cm)	11.2

5.2. Método numérico

5.2.1. Suelo sin tratamiento

Para el modelamiento del suelo sin tratamiento, se siguió el procedimiento que se muestra en el capítulo de validación. Se configuró un tiempo de 172 800 segundos (2 días) para la construcción del terraplén y se dejó consolidar por 2000 días. El resultado de los asentamientos en el tiempo se muestra en la Figura 5.2a y la disipación de presión de poros se presenta en la Figura 5.2b.

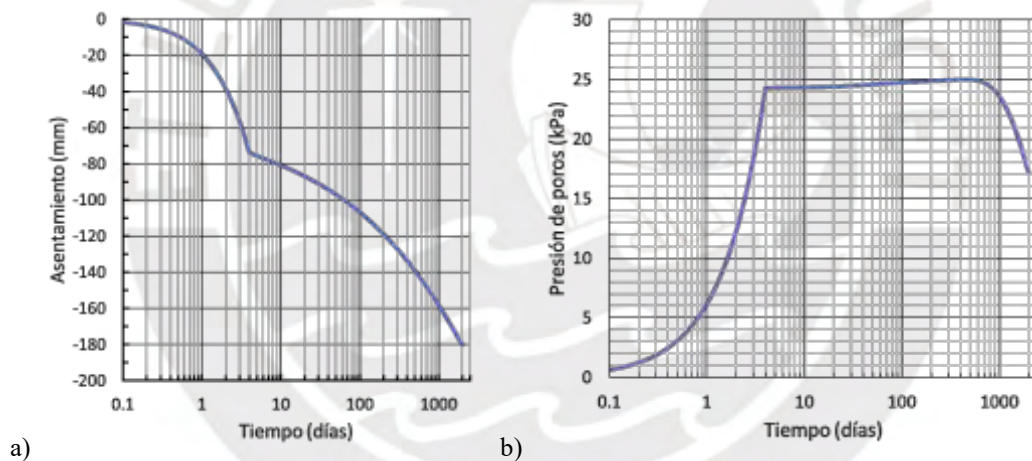


Figura 5.2: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - sin tratamiento.

Es importante señalar que, para toda la toma de datos de todos los casos, el nodo donde fue medido el asentamiento se encuentra justo en la mitad del terraplén, en la superficie del suelo. De igual forma, la presión de poros fue medido en un nodo que se encuentra, aproximadamente, a 0.6 m del fondo, justo debajo del centro del terraplén. Las ubicaciones se muestran en la Figura 5.3.

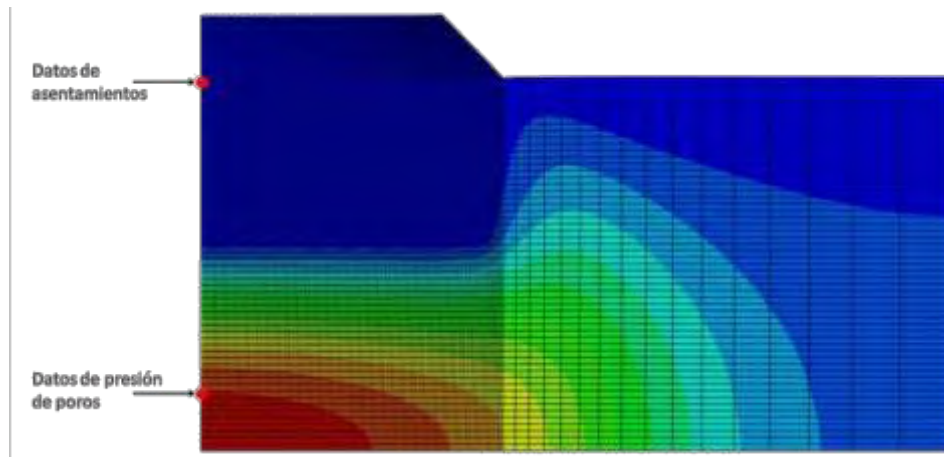


Figura 5.3: Puntos de referencia de la toma de resultados.

5.2.2. Columnas de $D=0.6\text{ m}$ y $\phi = 45^\circ$

Con los valores geométricos obtenidos del diseño, los cuales se muestran en la Tabla 5.2, se realizó el modelo numérico. Como se menciona en capítulo “Modelamiento”, se presentan tres etapas de cálculo.

Al inicio, se observa el estado geo-estático o *geo-static*, como se muestra en el software. En esta etapa, los suelos con las intrusiones de columnas de grava se encuentran en estado de equilibrio; es decir, no se observan deformaciones. Este estado se muestra en la Figura 5.4.

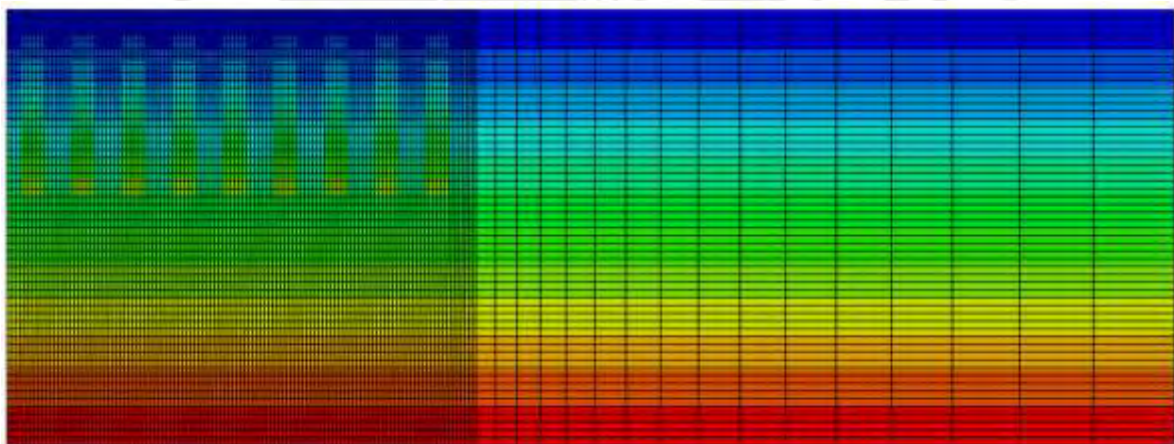


Figura 5.4: Suelo con columnas de grava en equilibrio.

Al finalizar la construcción del terraplén y esperar a la consolidación de 1000 días, se muestra la distribución de deformaciones que se presenta en la Figura 5.5.

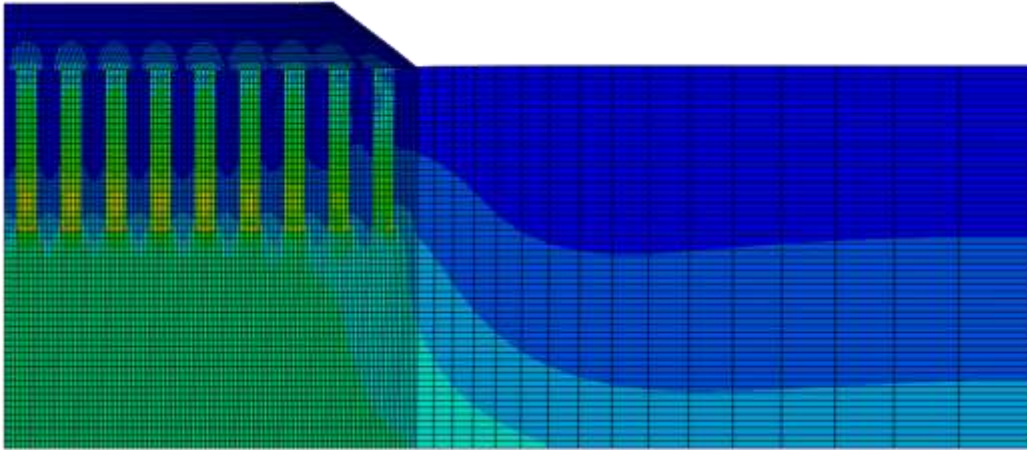


Figura 5.5: Suelo con columnas en estado de deformación.

Por otro lado, al inicio de la construcción del terraplén, se observa que la presión de poros es alta, como se observa en la Figura 5.6, esto debido a que el terraplén fue construido, lo que conlleva al repunte de la presión de poros en los gráficos mostrados. A medida que transcurre el tiempo, se observa como la presión de poros se disipa en las columnas de grava, como se observa en la Figura 5.7, para, finalmente, disiparse en las zonas más críticas del estrato, como se observa en la Figura 5.8.

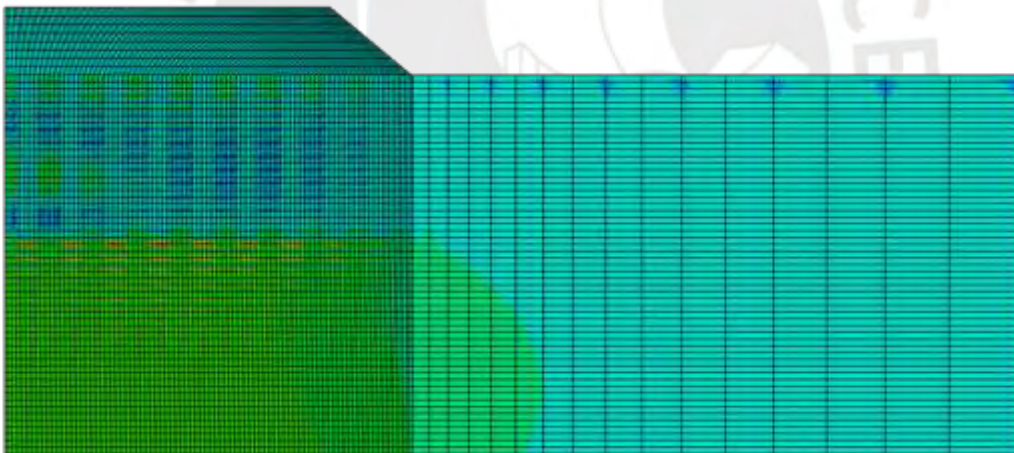


Figura 5.6: Presión de poros al inicio de análisis.

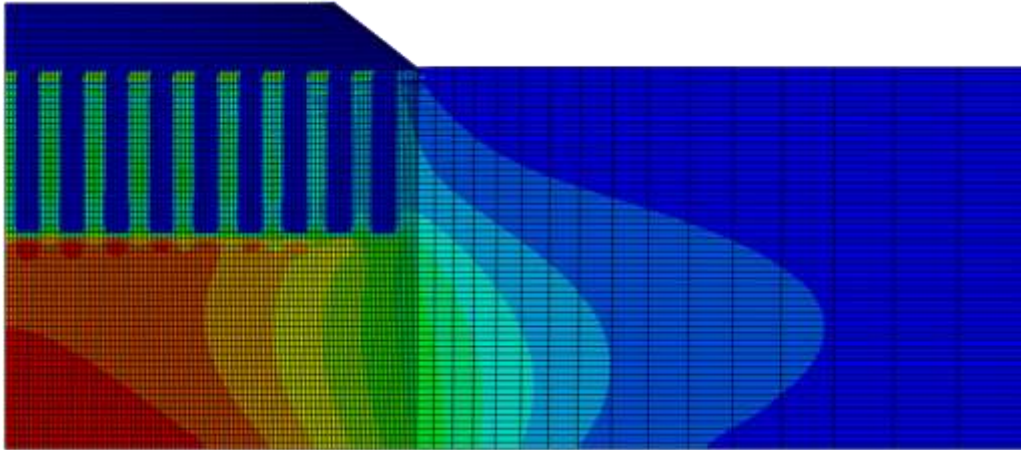


Figura 5.7: Presión de poros en proceso de consolidación.

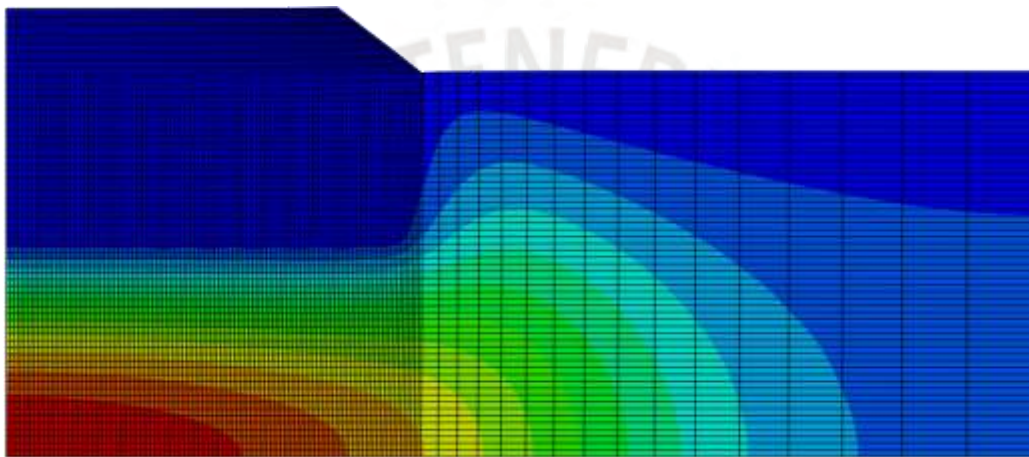


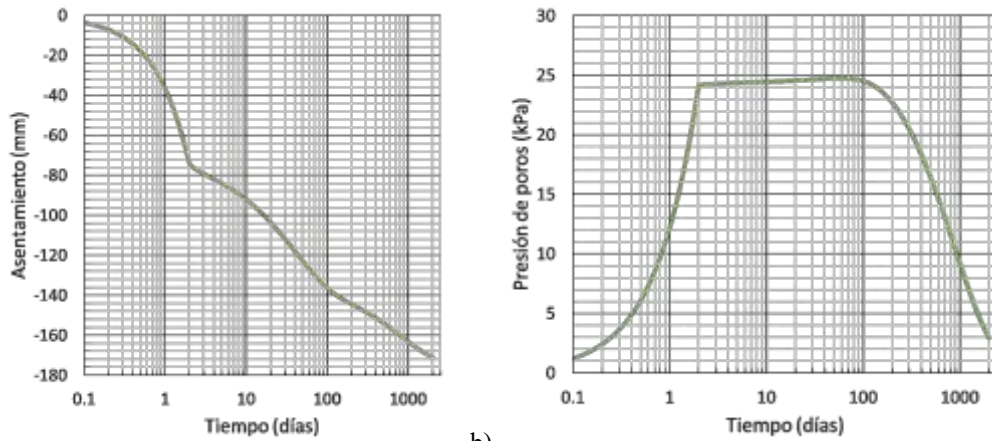
Figura 5.8: Presión de poros al finalizar análisis.

El proceso de asentamientos y disipación de poros sigue el mismo mecanismo mostrado en las figuras anteriores para las diferentes configuraciones de columnas de grava que se muestran en la presente investigación.

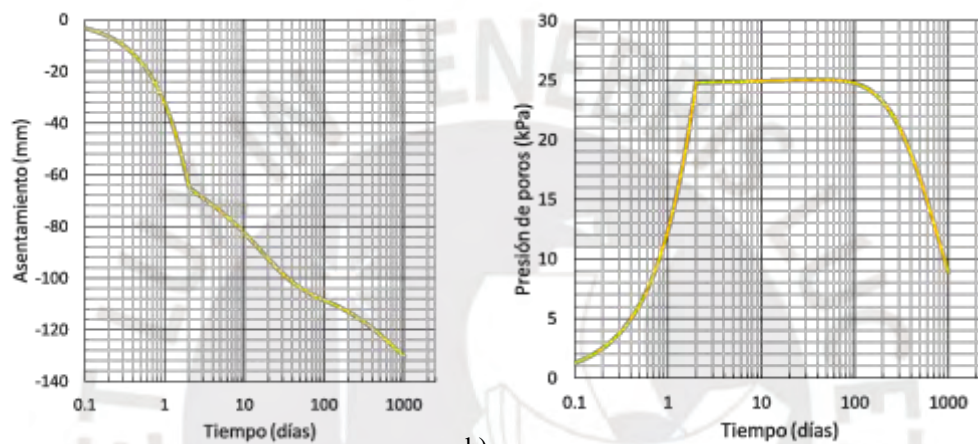
Una vez concluido el análisis, se presentan los resultados de asentamientos y presión de poros mediante en las Figura 5.9a y Figura 5.9b. Estos resultados son producto del análisis con una relación de área de reemplazo de 0.1.

Manteniendo todos los parámetros iguales, con excepción de la relación de área de reemplazo, el cual será de 0.2, se obtienen las gráficas mostradas en las Figura 5.10: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.2. Estas gráficas representan a los asentamientos y a la presión de poros, respectivamente, ambos en un periodo de 1000 días.

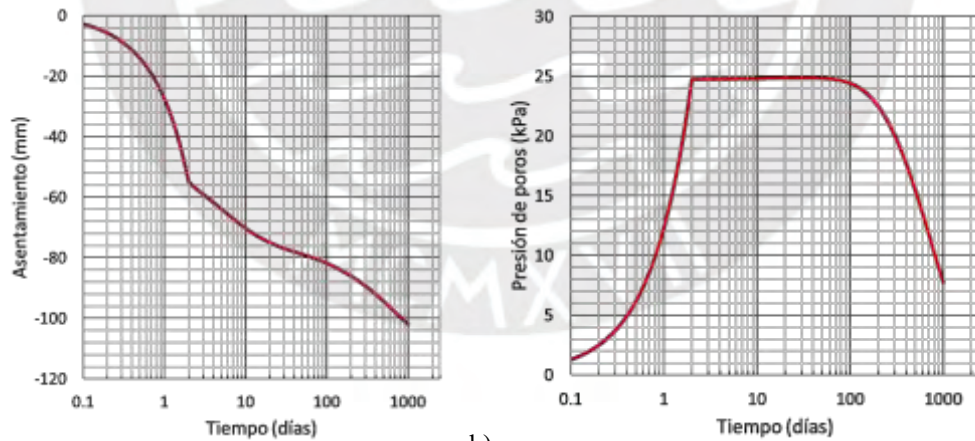
De la misma forma, manteniendo todos los parámetros iguales, con excepción de la relación de área de reemplazo, el cual será de 0.3, se obtienen las gráficas mostradas en las Figura 5.11. Estas gráficas representan a los asentamientos y a la presión de poros, respectivamente, ambos en un periodo de 1000 días.



a) b)
 Figura 5.9: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.1.



a) b)
 Figura 5.10: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.2.



a) b)
 Figura 5.11: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.3.

5.2.3. Columnas de $D=0.6$ m y $\phi = 40^\circ$

Al igual que para el modelo con columnas de gravas de 45° , se elaboran los modelos para columnas de gravas de 40° . Las características de estas columnas se muestran en la Tabla 5.3.

Así, con una relación de área de reemplazo de 0.1, con gravas de 40° de ángulo de fricción interna y un análisis durante un periodo de 2000 días, se obtienen las gráficas de asentamientos

y presión de poros, las cuales se muestran en la Figura 5.12.

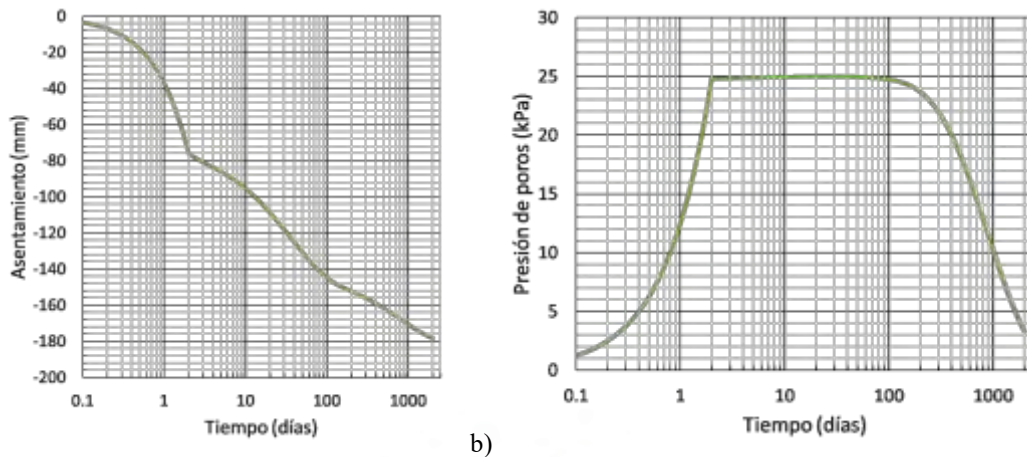


Figura 5.12: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.1 y $\phi = 40^\circ$.

De igual forma, con una relación de área de reemplazo de 0.2, con gravas de 40° de ángulo de fricción interna y un análisis durante un periodo de 1000 días, se obtienen las gráficas de asentamientos y presión de poros, las cuales se muestran en la Figura 5.13.

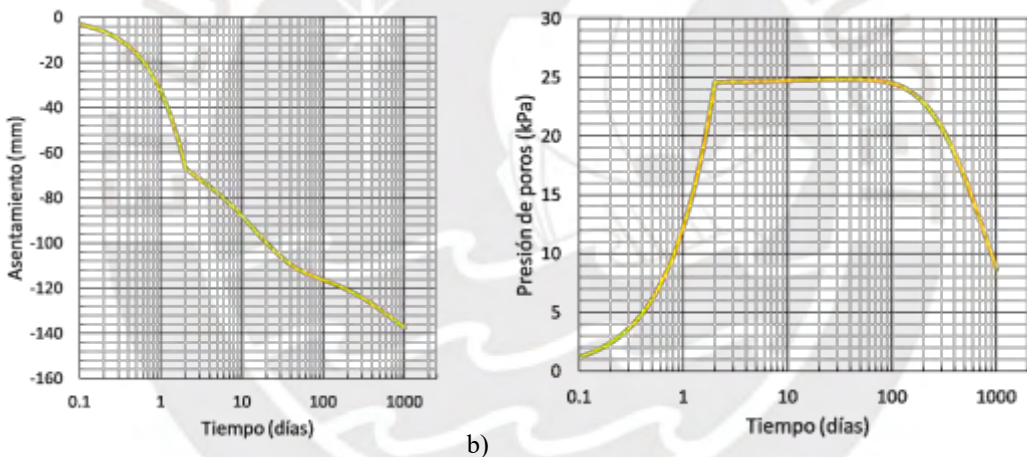
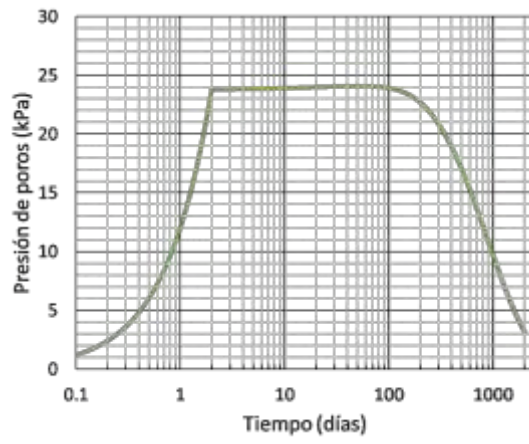
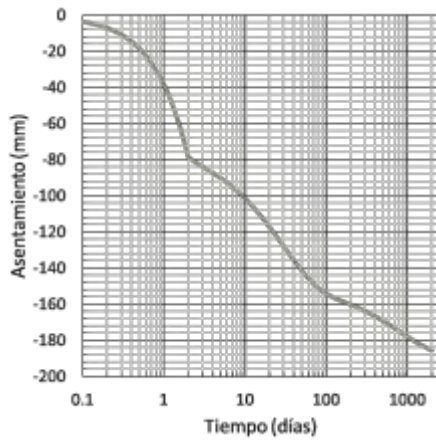


Figura 5.13: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.2 y $\phi = 40^\circ$.

5.2.4. Columnas de $D=0.6$ m y $\phi = 35^\circ$

Al igual que para el modelo con columnas de gravas de 45° , se elaboran los modelos para columnas de gravas de 35° . Las características de estas columnas se muestran en la Tabla 5.4.

Así, con una relación de área de reemplazo de 0.1, con gravas de 35° de ángulo de fricción interna y un análisis durante un periodo de 2000 días, se obtienen las gráficas de asentamientos y presión de poros, las cuales se muestran en la Figura 5.14.



a)

b)

Figura 5.14: Evolución: a) del asentamiento y b) presión de poros - RAR 0.1 y $\phi = 35^\circ$.



6. Análisis de resultados

6.1. Evaluación de las mejoras producto de la inserción de las columnas de grava

Para analizar las mejoras, en cuanto a asentamientos y disipación de mejoras se refiere, tomaremos, claramente, el caso inicial del terraplén apoyado sobre el estrato homogéneo de arcillas blandas. Este caso inicial es comparado con el tratamiento que, en teoría, debería mostrar menos cambios; es decir, con el de columnas de diámetro de 0.6 m y Relación de Área de Reemplazo (RAR) de 0.1.

En primer lugar, se realiza una comparación entre los resultados de asentamiento entre ambos resultados, esto se aprecia en la Figura 6.1a. Se observa que, aparentemente, para iguales periodos de tiempo, el asentamiento sería mayor en el suelo tratado que en el que no cuenta con uno. Este comportamiento se observa casi hasta el final donde, luego de un proceso de consolidación se aprecia una mejora, no muy significativa dado que representa una mejora del 6% respecto al suelo sin tratar.

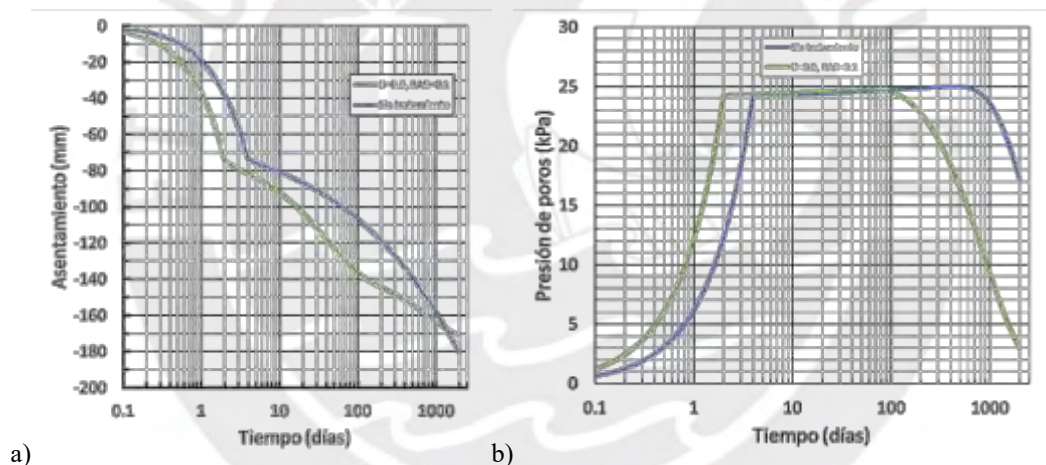


Figura 6.1: Comparación: a) asentamientos y b) presión de poros.

Hasta el momento, no observamos mejoras significativas, pero, al observar la Figura 6.1b, donde se muestra la disipación de poros, es que entendemos la importancia del uso de columnas de grava. Al finalizar el periodo de análisis, se puede observar que el suelo con tratamiento ha disipado casi 6 veces lo que hubiese disipado sin columnas de grava. Ello nos indica que, en periodos de análisis mayores, probablemente, podríamos observar mayores asentamientos en el suelo sin tratar que el mostrado en la Figura 6.1 y, de la misma manera, podemos intuir que el suelo tratado estaría presentando sus deformaciones finales dado que presenta presiones de poros muy bajas; es decir, unos 4 kPa, a comparación de los 17 kPa que presenta el otro modelo.

Entonces, con la finalidad de poder comparar los valores finales del suelo sin y con tratamiento, extendemos el tiempo de análisis del modelo sin tratamiento y se comparara el

tiempo y asentamiento cuando la presión de poros es similar en ambos casos. Los resultados son mostrados en la Figura 6.2.

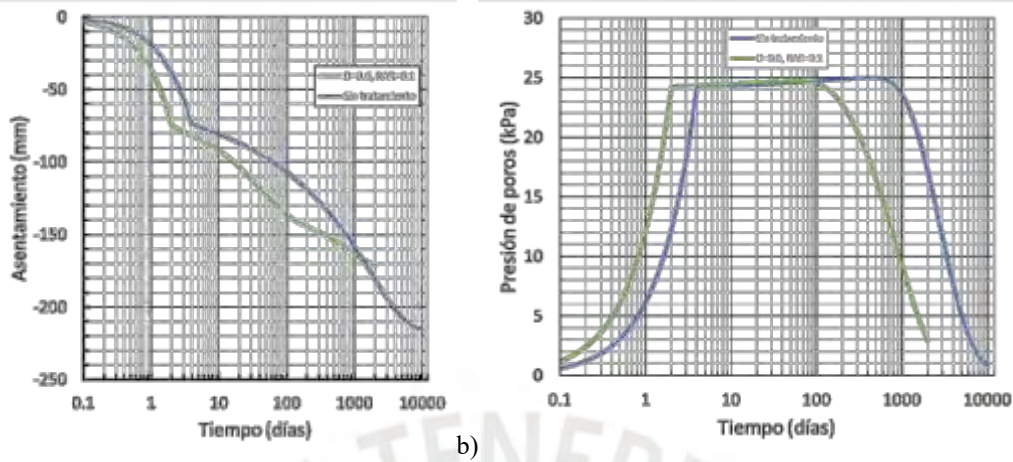


Figura 6.2: Comparación: a) asentamientos finales y b) presión de poros finales

Así, en la Figura 6.2b podemos observar que el suelo sin tratamiento alcanza la misma presión de poros que el suelo tratado a los seis mil días (aproximadamente más de 16 años) de iniciado el proceso de análisis; es decir, que la presión de poros se disipa en 3 veces el tiempo. En este estado podemos observar que el asentamiento del suelo sin tratamiento alcanza un aproximado de 21 cm. Entonces, respecto a los asentamientos finales, podemos afirmar que tenemos una mejora del 20% respecto a un suelo sin mejora. A continuación, se muestra la Tabla 6.1 que presenta un resumen de la comparación entre ambos modelos.

Tabla 6.1: Resumen de comparación.

Parámetro	2000 días (consolidación)		3 kPa (presión de poros)	
	Asentamiento	Presión de poros	Asentamiento	Tiempo
Sin tratamiento	18 cm	3 kPa	17 cm	2000 días
Con columnas de grava	17 cm	17 kPa	21.5 cm	10 000 días

Asimismo, se presenta la Tabla 6.2 que muestra los asentamientos calculados analíticamente y numéricamente para el caso sin tratamiento alguno. Se observa que los valores numéricos y analíticos son prácticamente los mismos, por lo que podríamos afirmar que el análisis para este caso podría realizarse por cualquier método.

Tabla 6.2: Resultados de asentamiento para suelo sin tratamiento.

Método	Asentamiento (cm)
Analítico	22.8
Numérico	21.5

6.2. Evaluación del impacto de la relación de área de reemplazo

A continuación, se analiza los resultados del análisis de las columnas de grava de 0.6 m de diámetro. Este grupo de modelos se diferencian entre ellos por la Relación de Área de Reemplazo (RAR en las figuras). El variar este parámetro, que generalmente oscila entre 0.1 y 0.3, hace que el espaciamiento entre columnas cambie. Los efectos de esta variación se presentan en la Figura 6.3.

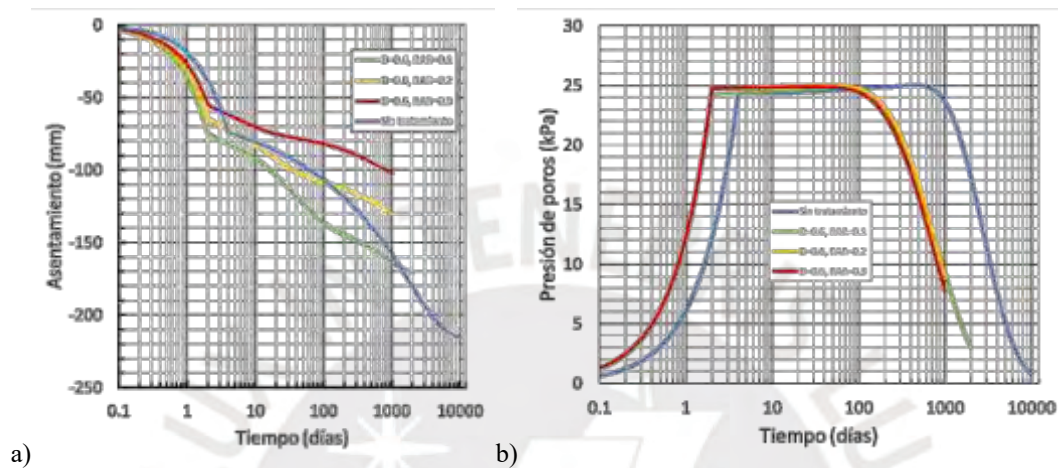


Figura 6.3: a) Asentamiento y presión de poros para columnas de diámetro 0.6 m.

Al igual que se hizo para la comparación anterior, se toma un punto donde la presión de poros sea igual para todos los casos con la finalidad de comparar el tiempo de la disipación de la presión de poros y los asentamientos. En la Figura 6.3b podemos observar la presión de poros en el tiempo para los diferentes modelos. Entonces, se fija el tiempo en 1000 días, dado que el suelo con las diferentes configuraciones de tratamiento sigue casi la misma línea, y observamos una presión de poros de 9 kPa. Esta presión es apreciada, aproximadamente, a los 3 500 días del sistema sin columnas de grava.

Entonces, se observa que, para el suelo sin columnas, el asentamiento es de, aproximadamente 20 cm. El asentamiento para las columnas con una relación de área de reemplazo de 0.1 es de 16.5 cm; para el de relación de área de reemplazo de 0.2, 13 cm; y para el de relación de área de reemplazo de 0.1 es de 10.2 cm, aproximadamente. Entonces, podemos observar mejoras de hasta 49% en cuanto a asentamientos se refiere.

Por otro lado, se observa que la variación de la relación de área de reemplazo no genera un cambio significativo en el tiempo de consolidación. Ello se observa al finalizar el análisis a los mil días de consolidación, donde las configuraciones con diferentes áreas de reemplazo muestran una presión de poros de, aproximadamente, 11.5 kPa. A continuación, se presenta la Tabla 6.3 con el resumen del análisis de este grupo de modelos en el periodo de mil días.

Tabla 6.3: Mejoras respecto a un suelo sin tratamiento.

Relación de área de reemplazo	Asentamientos	Disipación de presión de poros
0.1	17.5%	65%
0.2	35%	65%
0.3	49%	65%

6.3. Evaluación del impacto del ángulo de fricción interna de las columnas

A continuación, con los resultados obtenidos de los análisis de los diferentes modelos variando el ángulo de fricción interna del material que componen las columnas se realiza una comparación del comportamiento. Al igual que los análisis anteriores, se mide los asentamientos y la presión de poros. En la Figura 6.4 se muestra el análisis de tres casos. Cada uno con la misma configuración geométrica; es decir, columnas de diámetro 0.6 m, relación de área de reemplazo de 0.1, pero el ángulo de fricción interna de las gravas de cada caso difiere.

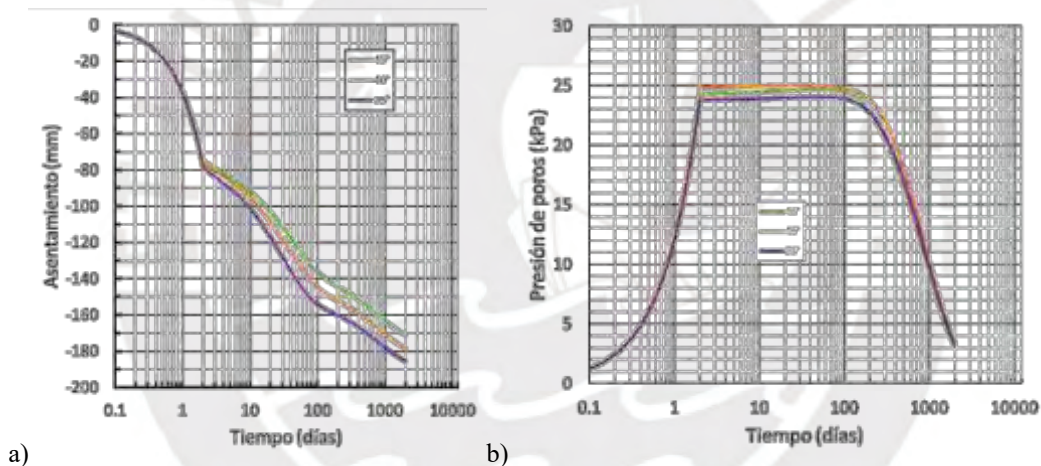


Figura 6.4: a) Asentamientos y b) presión de poros en función del ángulo de fricción.

Se observa que la tendencia parece indicar que un ángulo menor presenta mayores asentamientos; aproximadamente, se puede observar que la mejora va a una razón de 0.7 cm cada 5° adicionales de fricción interna del material que compone las columnas de grava. Sin embargo, esta tendencia podría indicar que, por el contrario, un menor ángulo podría indicar que la disipación de la presión de poros es más rápida y que, al final, en un análisis en tiempos más extensos, indicarían una mejora de los asentamientos. Este comportamiento no sería extraño, dado que ya se observó en la Figura 6.1 que, aparentemente, un suelo sin tratamientos presenta mejores características que uno con columnas de grava, lo cual quedó demostrado que no es así. Por ello, también se analiza la presión de poros, la cual se muestra en la Figura 6.4.

Al observar la disipación de poros podemos darnos cuenta que, al parecer, así como la relación de área de reemplazo, el ángulo de fricción interno de la grava de las columnas no

tiene un impacto importante en la velocidad de consolidación.

En la Figura 6.4b también podemos observar que la presión máxima varía levemente. Esta variación parece no tener relación con el ángulo dado que se observa cierta aleatoriedad. Muy probablemente se deba a que, como la toma de datos se tomó respecto a un nodo (vértice de un elemento finito), se hayan tomado de diferentes posiciones dado que cada modelo tiene variación en la discretización o mallado.

Entonces, podemos afirmar que, si existe un claro impacto del ángulo de fricción interna de las gravas usadas en las columnas, aunque no sean muy apreciables. A mayor ángulo, los asentamientos son menores. Por ejemplo, usar unas gravas con 10° de diferencia en sus ángulos de fricción interna supondría una mejora de, alrededor, 8.1%.

6.4. Evaluación de resultados analíticos y numéricos

A continuación, se presenta la Tabla 6.4, la cual compara los resultados de los asentamientos hallados mediante métodos analíticos y métodos numéricos. A pesar que, para el caso sin tratamiento con columnas de grava, la variación entre ambos métodos es de un 5%, aproximadamente, para los casos con columnas de grava estos resultados varían de forma significativa. Estas variaciones se observan en alrededor del 52%.

Tabla 6.4: Asentamientos con diferentes métodos.

Relación de área de reemplazo	Analítico (cm)	Numérico (cm)	Variación
0.1	8.63	17.1	49.5%
0.2	5.73	13.2	56.5%
0.3	3.98	10.2	47.1%

El método de cálculo usado para calcular los asentamientos en suelos sin tratamientos de manera analítica sigue la teoría explicada por Terzaghi et al. (1996). Esta teoría se basa en la consolidación de materiales cohesivos como el suelo de nuestro caso de estudio, razón por la cual nuestros resultados son muy parecidos. Por el contrario, el estudio del comportamiento realizado por Priebe (1995) fue realizado en arenas sueltas.

La misma situación se presenta en la Tabla 6.5, donde se compara los resultados al variar el ángulo de fricción interno de las gravas. Ciertamente, se observa el comportamiento obtenido por los análisis numéricos mediante el software Abaqus®; es decir, a menor ángulo de fricción interna, mayores asentamientos finales.

Tabla 6.5: Asentamientos con diferentes ángulos de fricción.

Ángulo de fricción interna	Analítico (cm)	Numérico (cm)	Variación
35°	10.41	18.6	44.0%
40°	9.57	17.8	46.2%
45°	8.63	17.1	49.5%

Muchas investigaciones, como la llevada a cabo por Ambily y Gandhi (2007), intentan plantear nuevos métodos analíticos para poder analizar el comportamiento del sistema suelo – columnas de grava, pero estos nuevos métodos solo responderían a las condiciones bajo las cuales se investigaron.



7. Conclusiones y recomendaciones

Al comparar y observar los resultados de los asentamientos y cómo las diferentes características de las columnas de grava afectan al comportamiento del suelo, en cuanto a asentamientos, presiones de poros y tiempo de consolidación se refiere, se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- El método de mejoramiento de suelos mediante columnas de grava mejora la velocidad de consolidación. En nuestro caso de estudio se pudo observar que el tiempo de consolidación se reduce hasta en una tercera parte respecto a un suelo sin tratamiento.
- En términos de asentamientos, el método de columnas de grava presenta mejoras respecto a los suelos sin tratar. Estas mejoras pueden llegar a reducir la mitad del asentamiento total.
- Se concluye que la relación de área de reemplazo tiene un impacto significativo en la mejora de los asentamientos. En términos exactos, para un mismo diámetro de columna, podemos pasar de una reducción del asentamiento del 20% para una relación de área de reemplazo de 0.1 a reducciones del 50% para relaciones de área de reemplazo de 0.3.
- Respecto a la velocidad de la consolidación, no se observan impactos importantes producto del cambio de la relación de área de reemplazo; es decir, la velocidad para 0.1 es la misma que para 0.3, aproximadamente. Entonces, podemos concluir que, para proyectos en los cuales sea necesario que la velocidad de consolidación sea más rápida, podemos hacer uso de relaciones de área de reemplazo más pequeño.
- Se concluye que, si bien el ángulo de fricción genera cambios en los asentamientos, estos no son muy significativos. Se llegó a observar mejoras de tan solo 8% al variar el ángulo de fricción interno en 10° ; entonces, podemos afirmar que el ángulo de fricción interna de las gravas no es una característica crítica al momento del diseño. Asimismo, se puede concluir que el método analítico de Priebe, a diferencia de los señalado por el análisis numérico, sobreestima el impacto del parámetro mencionado con anterioridad.
- Al observar las diferencias entre los métodos analíticos y numéricos, podemos concluir que los métodos numéricos pueden ser una mejor herramienta al diseñar proyectos de este tipo, debido a su versatilidad y rapidez al trabajar con diferentes modelos constitutivos y tipos de suelos. Los métodos analíticos, por el contrario, presentan menos sofisticación para generar resultados, en algunos casos muy cercanos al realizado por softwares, pero se condicen a las características bajo las cuales fueron estudiadas.

El uso de software de elementos finitos es una herramienta de suma importancia para el análisis del comportamiento de los suelos debido a que nos permite el uso de diferentes

modelos constitutivos y la toma de datos de diversos puntos y formas. Por ello, como alternativa a futuras investigaciones, se recomienda investigar las diferencias de los métodos de toma de datos de los análisis. En esta investigación se tomó los datos de un nodo de un elemento finito, pero Abaqus® nos da la opción de medir desde el centro de estas, desde las caras, entre otras opciones. También, se recomienda una adecuada simplificación de los modelos, dado que un detalle excesivo de la topografía o geometría de las columnas supone errores en el proceso de discretización. Se recomienda, además, el uso de diferentes tipos de elementos finitos, como los triangulares u otros de diferentes cantidades de nodos.

Asimismo, se recomienda el estudio de las columnas de grava en suelos estratificados, dado que la revisión bibliográfica está centrada en estratos homogéneos. Asimismo, se recomienda que, al investigar las columnas de grava en otros medios, se usen modelos constitutivos que sean los adecuados para el tipo de suelo a investigar. En esta investigación se usó el modelo Cam Clay Modificado (MMC por sus siglas en inglés) para representar a las arcillas. En caso de estudiar el comportamiento de este método de mejora en suelos granulares se recomienda el uso de modelos constitutivos como el modelo *Hardening-Soil* u otros que incluyan análisis plásticos como el modelo *Drucker-Prager Cap*. Además, como complemento al uso de los modelos constitutivos, en proyectos, se recomienda un adecuado manejo de toma de datos in-situ y de laboratorio, dado que, a mayor complejidad en el modelo constitutivo mayor es la cantidad de datos requeridos para su modelamiento.

Por otro lado, se recomienda estudiar el efecto de la construcción de las columnas de grava en su comportamiento, dado que durante este proceso se produce la densificación del suelo a tratar debido a las vibraciones y compactaciones. Esta densificación mejora presión lateral del suelo lo cual, a su vez, mejoraría las características mecánicas de las columnas de grava.

En esta investigación no se estudió el efecto de la longitud de las columnas. El estudio de esta característica, en columnas aplicadas a suelos con varios estratos supondría un tema de mucha importancia en el estudio de los mecanismos de falla dado que, actualmente, los manuales de construcción de columnas de grava explican los mecanismos de falla suponiendo estratos de suelos homogéneos. Asimismo, en estratos que no son competentes o no están recomendados para el uso de columnas de grava, como las turbas, sería importante investigar la adición de diversos materiales, como geosintéticos, materiales cementantes, entre otros, y como aportan a la mejoría de los asentamientos y la capacidad portante de los suelos tratados y de las mismas columnas.

El presente estudio no incluye una comparación entre diferentes métodos de mejoramiento de suelos. Por ejemplo, el estudio de la eficacia de las columnas de grava al disipar las presiones

de poros frente a las mechas drenantes presentaría una visión más general acerca de esta característica. También son importante los estudios económicos entre diferentes métodos, como las mencionadas líneas arriba. Asimismo, se recomienda investigar la complementación de diferentes métodos de mejoramiento de suelos.



Bibliografía

- Alonso Pollán, J. A. (2014). *Diseño basado en técnicas de fiabilidad del tratamiento de mejora del terreno mediante columnas de grava* [Universidad Politécnica de Madrid]. <https://doi.org/10.20868/UPM.thesis.26409>
- Ambily, A. P., & Gandhi, S. R. (2007). Behavior of Stone Columns Based on Experimental and FEM Analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(4), 405–415. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2007\)133:4\(405\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2007)133:4(405))
- Balaam, N. P., Brown, P. T., & Poulos, H. G. (1977). Settlement analysis of soft clays reinforced with granular piles. *Southeast Asian Conference on Soil Engineering, 5th, 1977, Bangkok, Thailand*.
- Barksdale, R. D., & Bachus, R. C. (1983). *Design and construction of stone columns, vol. I*. Turner-Fairbank Highway Research Center.
- Castro, J., & Sagaseta, C. (2009). Consolidation around stone columns. Influence of column deformation. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33(7), 851–877.
- Das, A. K., & Deb, K. (2018). Experimental and 3D Numerical Study on Time-Dependent Behavior of Stone Column-Supported Embankments. *International Journal of Geomechanics*, 18(4), 04018011. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001110](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001110)
- Das, B. (2012). *Fundamentos de ingeniería de cimentaciones 7ma edición*. Mexico, DF: Cengage Learning Editores, SA de CV.
- Das, B. M., & González, S. R. C. (2015). *Fundamentos de ingeniería geotécnica*. Cengage Learning.
- de Cimentaciones, G. (2009). *Guía de cimentaciones en obras de carretera*. Ministerio de Fomento: Dirección General de Carreteras.
- Helwany, S. (2007). *Applied soil mechanics with ABAQUS® applications*. John Wiley & Sons.
- Hughes, J. M. O., & Withers, N. J. (1974). Reinforcing of soft cohesive soils with stone columns. *Ground Engineering*, 7(3), 42–49.
- Hughes, J. M. O., Withers, N. J., & Greenwood, D. A. (1975). A field trial of the reinforcing effect of a stone column in soil. *Géotechnique*, 25(1), 31–44. <https://doi.org/10.1680/geot.1975.25.1.31>
- Jamshidi Chenari, R., Karimpour Fard, M., Jamshidi Chenari, M., & Shamsi Sosahab, J. (2019). Physical and Numerical Modeling of Stone Column Behavior in Loose Sand.

- International Journal of Civil Engineering*, 17(2), 231–244.
<https://doi.org/10.1007/s40999-017-0223-6>
- Kempfert, H.-G., & Gebreselassie, B. (2006). *Excavations and foundations in soft soils*. Springer Science & Business Media.
- Lima, B. T. (2012). *Estudo do uso de colunas de brita em solos argilosos muito moles*. COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro Rio de Janeiro.
- Menard. (2016). *Manual de dimensionamiento y ejecución - Tratamiento de mejora y/o refuerzo del terreno mediante columnas de grava*.
- Mitchell, J. K., & Huber, T. R. (1985). Performance of a stone column foundation. *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(2), 205–223.
- Nav, M. A., Rahnavard, R., Noorzad, A., & Napolitano, R. (2020). Numerical evaluation of the behavior of ordinary and reinforced stone columns. *Structures*, 25, 481–490.
<https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.03.021>
- Nazari Afshar, J., & Ghazavi, M. (2014). A simple analytical method for calculation of bearing capacity of stone-column. *International Journal of Civil Engineering*, 12(1), 15–25.
- Priebe, H. J. (1995). The design of vibro replacement. *Ground Engineering*, 28(10), 31.
- Roscoe, K., & Burland, J. B. (1968). *On the generalized stress-strain behaviour of wet clay*.
- Salam, M. A., & Wang, Q. (2021). Numerical Study on Bearing Capacity and Bulging of the Composite Stone Column. *The Open Civil Engineering Journal*, 15(1), 13–28.
<https://doi.org/10.2174/1874149502115010013>
- Schaefer, V. R., Berg, R. R., Collin, J. G., Christopher, B. R., DiMaggio, J. A., Filz, G. M., Bruce, D. A., & Ayala, D. (2016). *Geotechnical Engineering Circular No. 13 Ground Modification Methods - Reference Manual Volume I*. Federal Highway Administration.
- Shafiq, Q. S. M., & Al-Assady, F. A. A. (2019). Numerical Analysis of Embankment Supported By Stone Columns Encased With Geosynthetic Material. *Journal of Science and Engineering Applications*, 1(3).
- Shahu, J. T., & Reddy, Y. R. (2011b). Clayey Soil Reinforced with Stone Column Group: Model Tests and Analyses. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 137(12), 1265–1274. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000552](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000552)
- Standard, I. (2003). Design and construction for ground improvement—Guidelines. *Part, 1*, 267–290.
- Terzaghi, K., Peck, R. B., & Mesri, G. (1996). *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons.