

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ**

Escuela de Posgrado



Diseño de un sistema de control robusto para un bastidor de osmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar

Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Ingeniería de Control y Automatización que presenta:

Gilberto Anibal Bonilla Cosamalon

Asesor:

Dr. Antonio Manuel Morán Cárdenas

Lima, 2024

Informe de Similitud

Yo, Antonio Manuel Morán Cárdenas, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor(a) de la tesis titulada: “Diseño de un sistema de control robusto para un bastidor de osmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar”, del autor Gilberto Aníbal Bonilla Cosamalón
dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 17%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 26/04/2024.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lima, 26 de abril del 2024

Apellidos y nombres del asesor / de la asesora: <u>Morán Cárdenas Antonio Manuel</u>	
DNI: 10573987	Firma 
ORCID: 0000-0001-9059-1446	

DEDICATORIA

Dedico con profundo agradecimiento el presente trabajo a mis padres, Marina Cosamalón y Guillermo Bonilla, así como a mi querida hermana Elisa Bonilla, por su constante apoyo y por permitirme ser la persona que soy. A mi amada esposa, Doris Serbán, y a mis preciosos hijos, Adriana y Andrew, quienes representan el regalo más hermoso que alguien podría esperar en la vida.

Este trabajo lleva consigo la huella de su amor y dedicación.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, deseo expresar mi agradecimiento a los profesores de la Maestría de Ingeniería de Control y Automatización de la PUCP, periodo 2014-2017, con especial reconocimiento al Dr. Antonio Manuel Morán Cárdenas, quien fue mi asesor de tesis.

Del mismo modo, quiero agradecer la colaboración de mis compañeros de maestría, en particular a mi amigo Msc. Ing. Dante Rueda, con quien compartí momentos desafiantes y enriquecedores en este camino.

Finalmente, agradezco a la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) por brindarme la oportunidad de realizar esta maestría.

RESUMEN

La creciente escasez global de agua, agravada por el aumento demográfico, la intensificación agrícola e industrial, y el cambio climático, ha impulsado la investigación de soluciones para aprovechar recursos hídricos previamente considerados inutilizables, como el agua de mar, a través de técnicas de desalinización. Entre estas técnicas, la Osmosis Inversa destaca por su eficiencia operativa, generando la necesidad de desarrollar un sistema de control efectivo para asegurar la producción de agua potable en cantidades y calidad adecuadas.

Este trabajo se concentra en establecer fundamentos para el diseño e implementación de un sistema de control para unidades de desalinización por ósmosis. Se aboga por el uso de técnicas avanzadas y robustas, proponiendo una solución basada en controladores robustos H_∞ desde la perspectiva de la Ingeniería de Control y Automatización. Estos controladores buscan controlar las variables críticas en sistemas de Osmosis Inversa, ya sea en plantas mono o multivariables.

Además, se considera relevante comparar el diseño e implementación de los controladores H infinito (H_∞) con otros convencionales y avanzados en diversos escenarios operativos, evaluando su rendimiento y robustez en condiciones diversas. Este enfoque integral aspira a contribuir al avance y optimización de sistemas de desalinización, especialmente en el contexto de la Osmosis Inversa, para hacer frente a la creciente demanda mundial de agua potable.

INDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 1: ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL EN PLANTAS DESALINIZADORAS DE AGUA DE MAR POR OSMOSIS INVERSA.....	5
1.1. Introducción:.....	5
1.2. Problemática actual del recurso hídrico en el Perú y el Mundo.....	6
1.3. Estudio de las tecnologías emergentes frente al problema de escasez de agua.	10
1.4. Estado del arte de los sistemas de control de las plantas desalinizadoras de agua de mar por osmosis inversa	14
1.5. Objetivos de la tesis.....	18
CAPITULO 2: ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LAS VARIABLES CRÍTICAS DE UN BASTIDOR DE OSMOSIS INVERSA	20
2.1. Introducción.....	20
2.2. Descripción del principio de funcionamiento de una planta desalinizadora de agua por Osmosis Inversa.....	21
2.2.1. Proceso de Osmosis Directa e Inversa	21
2.2.2. Proceso de desalinización de agua de mar por Osmosis Inversa.....	22
2.3. Modelo Matemático de un bastidor de Osmosis	27
2.3.1. Identificación de Sistemas.....	28
2.3.2. Modelos matemáticos de Plantas de Osmosis Inversa	30
2.4. Conclusiones	36
CAPITULO 3: MODELAMIENTO DE LA PLANTA PILOTO DE OSMOSIS INVERSA DE LA PUCP	37
3.1. Introducción.....	37
3.2. Descripción de la planta piloto de Osmosis Inversa - PUCP	37
3.3. Proceso de Identificación de la planta piloto de Osmosis Inversa	41
3.3.1. Recolección y tratamiento de datos experimentales.....	42
3.3.2. Curva Característica Estática y Rango de linealidad.....	44
3.3.3. Obtención del modelo matemático.	45
3.4. Conclusiones	50
CAPITULO 4: TEORIA DEL CONTROL H INFINITO H_{∞}	51
4.1. Introducción.....	51
4.2. Control Robusto.....	52
4.3. Control H infinito – Problema estándar.....	54

4.4.	Problema de control H^∞ en espacio de estados	57
4.5.	Norma H infinito - H^∞	59
4.6.	Cálculo de la Norma H infinito - H^∞	61
4.7.	Controlador H^∞	62
4.8.	Interconexión de Transformación Lineal Fraccional LFT en Espacio de Estados.....	64
4.9.	Controlador H^∞ alternativo.....	65
4.10.	Funciones de Ponderación.....	68
CAPITULO 5: DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ROBUSTO PARA EL BASTIDOR DE		
OSMOSIS INVERSA DE LA PLANTA DESALINIZADORA DE AGUA DE MAR DE LA PUCP		
5.1.	Introducción.....	73
5.2.	Análisis del modelo matemático de la Planta de Osmosis Inversa de la PUCP.	73
5.3.	Planteamiento del problema.	77
5.4.	Representación de las Ecuaciones de Estado.	79
5.5.	Cálculo de controlador H infinito.....	81
5.6.	Análisis de diseño controlador H infinito.....	82
5.7.	Evaluación del desempeño de los controladores H infinito.	86
5.7.1.	Prueba de simulación de desempeño con ruido aleatorio normalizado.	86
5.7.2.	Análisis de estabilidad.	89
5.8.	Implementación del controlador H infinito en la planta desalinizadora de la PUCP.	93
5.9.	Conclusiones.	97
CAPITULO 6: DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ROBUSTO PARA UNA PLANTA		
MULTIVARIABLE DE DESALINIZACIÓN DE AGUA DE MAR POR OSMOSIS INVERSA.....		
6.1.	Introducción.....	98
6.2.	Análisis del modelo matemático de la Planta MIMO de Osmosis Inversa.	98
6.3.	Planteamiento del problema.	102
6.4.	Representación de las Ecuaciones de Estado.	104
6.5.	Diseño del controlador H infinito.	107
6.6.	Análisis de Desempeño de los Controladores H^∞ y PI-BLT en la Planta MIMO de Osmosis Inversa.....	113
6.7.	Prueba de robustez: Saturación de las membranas de Osmosis Inversa.	117
6.8.	Conclusiones.	122
CONCLUSIONES GENERALES		123
RECOMENDACIONES:.....		125
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		126

ANEXOS	131
A.1. Programa en MATLAB para diseño del controlador H^∞ para la planta desalinizadora por Osmosis Inversa SISO de la PUCP.	131
A.2. Programa en MATLAB para el diseño del controlador H^∞ para la planta desalinizadora por Osmosis Inversa MIMO propuesto por Alatiqi y colaboradores en 1989.	137
A.3. Programa en Simulink para la simulación de las perturbaciones del Sistema de control de la planta MIMO.	146



INTRODUCCIÓN

El agua es una sustancia molecular compuesta por Hidrogeno y Oxigeno, encontrándose mayormente en estado líquido en la naturaleza. Puede hallarse de forma natural en océanos, mares, lagos, lagunas, ríos, glaciares, acuíferos y otros depósitos, así como artificialmente en represas y canales.

Los mares y océanos constituyen más del 96.5% del volumen de agua disponible en el planeta, caracterizándose por concentraciones elevadas de sales minerales, principalmente cloruro de sodio, lo que les otorga la denominación de agua salada.

El restante 3.5% corresponde al agua dulce, pero gran parte de esta no es inmediatamente accesible para el consumo humano. Aproximadamente el 70% se encuentra congelado en glaciares y casquetes polares, mientras que el 30% restante está en el subsuelo, en pozos, acuíferos y cuencas hidrográficas. (García, 2019).

La demanda de agua potable a nivel mundial ha aumentado debido al crecimiento demográfico y la expansión de la producción agrícola e industrial (Prakash, 2004). Se proyecta que para el 2025, más de 3 mil millones de personas en más de 40 países y regiones enfrentarán escasez de agua (Duanwu et al., 2023).

Para resolver el problema mundial de la escasez de agua, buscando más allá que solo el ahorro de esta, se debe considerar la conversión de otros tipos de recursos hídricos en agua dulce como un plan estratégico y abierto de largo plazo. En ese sentido, una de las formas eficaces de resolver este problema es la ósmosis inversa aplicada al agua de mar (Shen, 2022).

Un claro ejemplo del beneficio que brinda la desalinización de agua de mar por osmosis inversa; puede observarse en la planta termoeléctrica Fenix Power, la cual, como parte de su proceso de obtención de energía eléctrica, genera un total de 2,500m³ agua potable, beneficiando a una población de más de 7,000 habitantes de la localidad de Salinas, en el distrito de Chila, provincia de Cañete, en el departamento de Lima. Un proyecto similar ha sido desarrollado por PROVISUR, que provee de agua potable a 25,000 habitantes de los distritos de

Punta Hermosa, Punta Negra, San Bartolo y Santa María, provincia de Lima (Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, 2020).

Estas plantas de desalinización de agua de mar y salobre mediante el proceso de Osmosis Inversa son sistemas multivariables que buscan alcanzar niveles adecuados de calidad en el agua de permeado al retener las sales y minerales presentes en el agua salada. Para lograr este objetivo, los sistemas de control deben abordar y controlar la susceptibilidad de las múltiples variables que componen el suministro, como el Potencial de Hidrógeno, la salinidad del agua de mar, la temperatura, entre otros, con el fin de mantener estables las variables controladas del proceso.

Los avances en el campo del control de las plantas de desalinización por Osmosis Inversa, han evidenciado mejoras en el rendimiento de estos sistemas multivariables. Sin embargo, una característica poco estudiada son las incertidumbres intrínsecas que forman parte de todo modelo matemático de una planta; un modelo matemático representa solo un caso de operación de la planta, mientras que en la realidad esta está sujeta a cambios continuos debido a factores naturales como la salinidad y temperatura del agua, así como a características propias de la planta, como la obstrucción progresiva de las tuberías, la saturación de las membranas de permeado y el desgaste de los actuadores; todos estos escenarios son reales y se presentan en la operación de la planta, por consiguiente, resalta la necesidad de proponer y diseñar controladores robustos que permitan mantener la estabilidad del sistema frente a estas dinámicas no modeladas.

En este contexto, la presente tesis tiene como objetivo el diseño, la implementación y el análisis de controladores robustos H_∞ para los sistemas de bastidores de Osmosis Inversa mono-variable (SISO) y multi-variable (MIMO). En el caso del sistema SISO, el control se centrará en mantener la estabilidad de la variable de Conductividad del agua de permeado de un sistema real en operación, mientras que en el sistema MIMO, se simulará el control en simultáneo de las variables de Conductividad del agua de permeado y Caudal del proceso,

añadiendo perturbaciones causadas por la saturación de las membranas de permeado.

Con el fin de alcanzar el objetivo propuesto para la presente Tesis, se ha llevado a cabo el trabajo que se describe a continuación:

- En el capítulo 1, se presenta el estado del arte de los sistemas de control avanzado y robusto, así como los estudios realizados en los sistemas de control de plantas desalinizadoras por osmosis inversa.
- En el capítulo 2, se describe el proceso de desalinización de agua de mar por osmosis inversa, abordando el proceso de identificación de sistemas y culminando con el estado del arte de los modelos matemáticos de las plantas de osmosis inversa y la identificación de las variables críticas del proceso.
- En el capítulo 3, Se desarrolla el proceso de identificación de la Planta de Osmosis Inversa de la PUCP, obteniendo el modelo matemático para las dos variables de proceso de Flujo y Conductividad, en relación con la variable de control Presión.
- En el capítulo 4, se fundamenta la teoría del control H_{∞} en el dominio del tiempo, bajo el esquema de espacio de estados, abordando los conceptos del Control Robusto, Planta Generalizada, Normal H_{∞} , Función de Costos y Funciones de Ponderación.
- En el capítulo 5, se aborda el diseño e implementación del controlador H_{∞} para el sistema mono-variable (SISO) del bastidor de Osmosis Inversa de la PUCP. El objetivo de esta implementación es evaluar el desempeño real del controlador H_{∞} y contrastarlo con el comportamiento del controlador PID en el mismo bastidor.

- En el capítulo 6, se aborda el diseño del controlador H_∞ para una planta multivariable (MIMO) de Osmosis Inversa. Se compararán y analizarán los resultados obtenidos con respecto a un Control PI sintonizado mediante el método de Biggest Log Modulus (BLT). Además, se llevarán a cabo pruebas de robustez del controlador ante perturbaciones intrínsecas de la planta (incertidumbres).



CAPITULO 1: ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL EN PLANTAS DESALINIZADORAS DE AGUA DE MAR POR OSMOSIS INVERSA.

1.1. Introducción:

Las plantas desalinizadoras de agua de mar por osmosis inversa, brindan hoy en día una solución eficaz frente al creciente problema de la escasez de agua fresca para consumo. Diversas entidades a nivel mundial, vienen apostando por el uso de este tipo de tecnologías y de su continuo desarrollo en pro de mejorar la calidad del agua y del desempeño de los bastidores de osmosis inversa.

El proceso de Osmosis inversa está basado en el fenómeno físico de la difusión, en donde membranas semipermeables separan el soluto y el solvente de una solución, permitiendo retener partículas más finas que la microfiltración, ultrafiltración y nanofiltración (Ampuero, 2019). La tecnología utilizada es la diferencia de presiones como fuerza impulsora para separar el disolvente de la solución a través de la operación de separación por membrana, permitiendo obtener agua dulce en el lado de baja presión de la membrana y agua con una mayor concentración en el lado de alta presión (Duanwu et al., 2023).

El método de Osmosis Inversa es considerado actualmente la tecnología más confiable para la desalinización del agua de mar y tratamiento de agua residuales debido a su alta eficiencia energética, simple diseño, gran capacidad de producción y su elevada eliminación de la contaminación (Mohammed et al., 2023).

En este capítulo, se revisará el estado del arte de las plantas desalinizadoras de agua de mar basadas en el proceso de osmosis inversa.

1.2. Problemática actual del recurso hídrico en el Perú y el Mundo

La escasez de agua a nivel mundial es un problema grave que ha empeorado en las últimas décadas. Factores como el crecimiento poblacional, el uso ineficiente de los recursos hídricos disponibles, el uso del agua en la agricultura, la industria y el cambio climático, han contribuido significativamente a la escasez de agua dulce (Xu et al., 2023).

En los últimos 100 años, el consumo de agua a nivel global se ha multiplicado por seis y continúa creciendo a un ritmo constante del 1% anual. Este aumento se debe al crecimiento demográfico, al desarrollo económico y cambios en los patrones de consumo (ONU, 2020).

Por otro lado, la existencia previa del fenómeno del cambio climático, que se refiere a cambios a largo plazo en las temperaturas y los patrones climáticos, ha experimentado una aceleración sin precedentes desde el siglo XIX, como resultado del desarrollo de las actividades humanas. Entre estas actividades, podemos mencionar la quema de combustibles fósiles como el carbón, el petróleo y el gas, se han generado emisiones de gases de efecto invernadero, lo que ha elevado las temperaturas de la corteza terrestre (ONU, 2020). Según el informe de la ONU - Agua y Cambio Climático del 2020, el aumento de la temperatura global en 1.1°C se debe a las emisiones de gases de efecto invernadero generadas por las actividades humanas. Este incremento se ha observado desde el inicio de la Revolución Industrial, que comprende el período entre 1850 y 1900, hasta la época actual, como se puede apreciar en la Figura 1.1. (BBC, 2021).

Se estima que, debido al cambio climático, para el año 2050, alrededor de 685 millones de personas que viven en más de 570 ciudades enfrentarán una disminución adicional en la disponibilidad de agua dulce de al menos un 10% (ver figura 1.2). Algunas ciudades, como Ammán, Ciudad del Cabo y Melbourne, podrían experimentar reducciones en la disponibilidad de agua dulce en el rango del 30% al 49%, mientras que Santiago podría enfrentar una disminución superior al 50% (ONU, 2020).

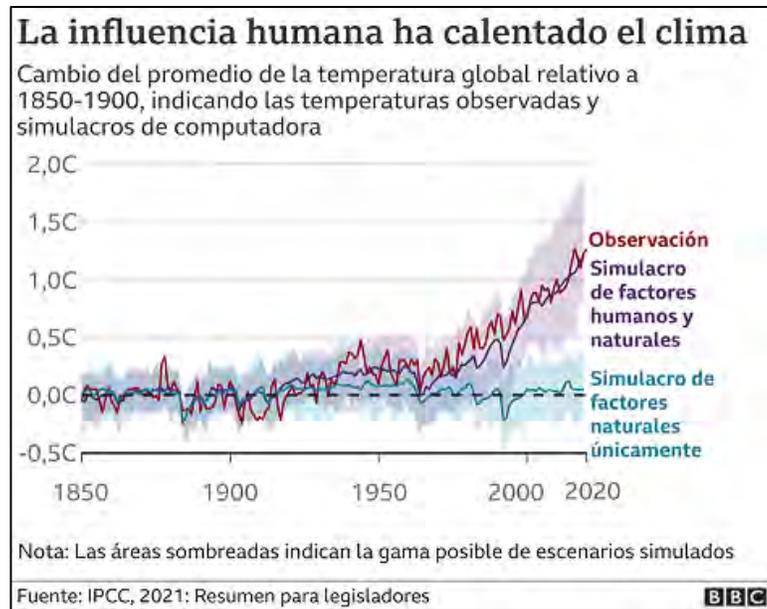


Figura 1.1. La Influencia humana ha calentado el clima (ONU, 2020)

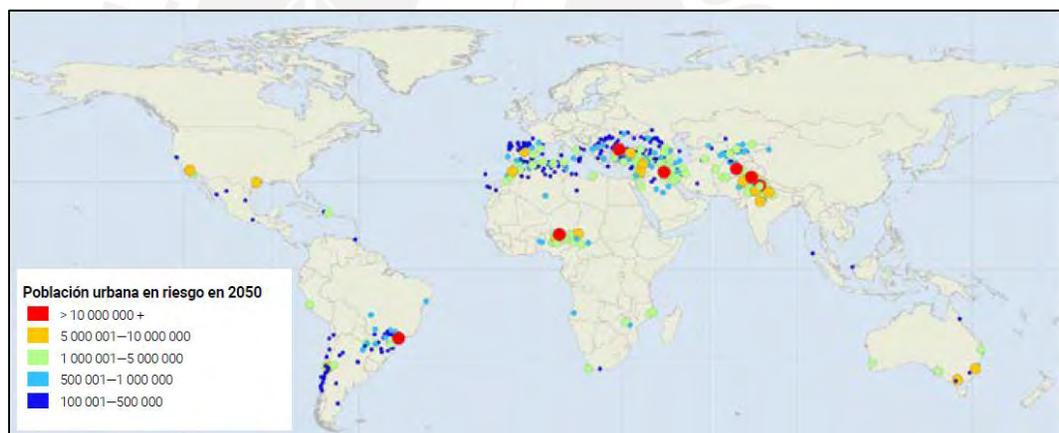


Figura 1.2. Mapa de población urbana en riesgo disminución de agua dulce para el 2050 (ONU, 2020).

Por nuestra parte, en el año 2022, Perú alcanzó una población de 33 millones 396 mil 700 habitantes, según las proyecciones de población oficiales. Esto representa más del doble de la población registrada en 1972, situando la distribución demográfica proyectada en un 59.0% para la región costa, un 28.1% para la región sierra y un 14.2% para la región selva (INEI, 2022).

A pesar de que Perú es uno de los 20 países con mayor disponibilidad de agua dulce, este recurso se encuentra distribuido de manera desigual en relación con las vertientes hidrográficas y la densidad poblacional del territorio (Ver figura 1.3). Esto ha llevado a la escasez de agua en las poblaciones ubicadas en las zonas costeras; en Lima, por ejemplo, 1.5 millones de habitantes carecen de acceso a agua potable y alcantarillado (OXFAM, 2016).

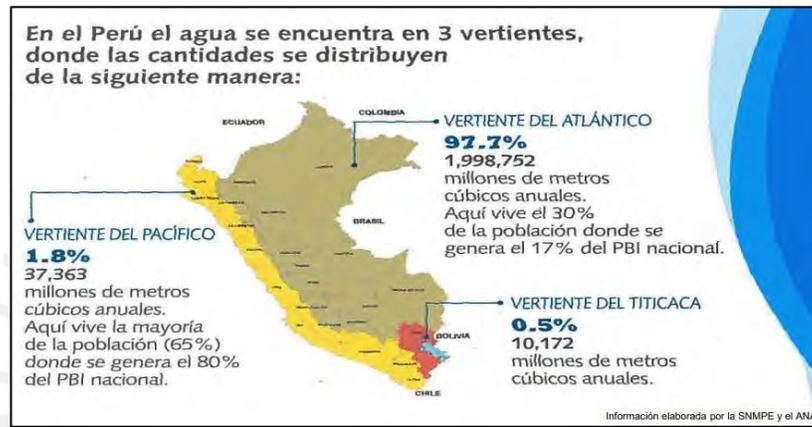


Figura 1.3. Vertientes hidrográficas del Perú (Li, 2018)

Se prevé que la demanda total de agua aumente significativamente en los países en vías de desarrollo en comparación con los países desarrollados. Este aumento de la demanda afectará a los sectores agrícola, doméstico e industrial, todos ellos vinculados al crecimiento económico. La escasez de agua se manifiesta en forma física y económica, siendo esta última el resultado de una combinación entre el crecimiento socioeconómico y la disponibilidad de agua; por su parte, la escasez física expresa la insuficiencia de la cantidad de agua para cubrir las necesidades humanas. La escasez física y económica de agua están principalmente concentradas en regiones con un alto crecimiento demográfico (ver figura 1.3), en su mayoría ubicadas en los trópicos. La escasez económica de agua se debe en gran medida a la insuficiencia de infraestructuras y a la falta de capacidad de gestión. Además, existe un tercer tipo de escasez de agua,

conocida como escasez institucional, la cual se debe a que las instituciones no han logrado proporcionar a los usuarios un suministro de agua confiable, seguro y equitativo (ONU, 2016).

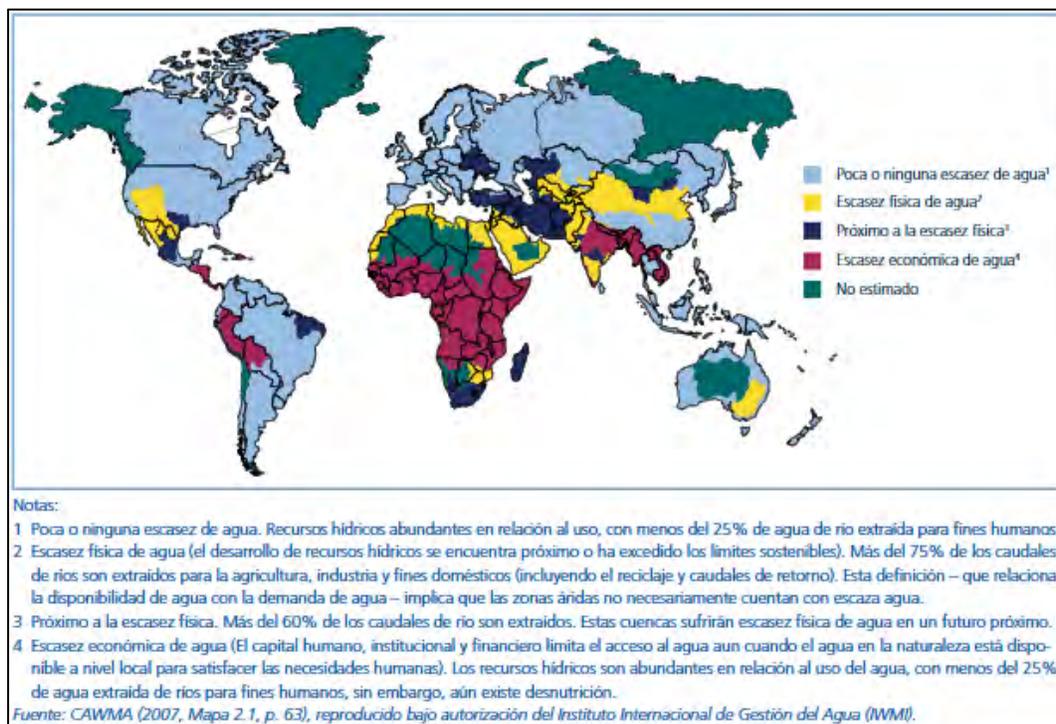


Figura 1.3. Mapa físico y económico de la escasez de agua a nivel mundial (ONU, 2016)

En la región sudamericana, Perú y Bolivia enfrentan problemas de escasez de agua. A pesar de que Perú es considerado uno de los países con mayor disponibilidad de agua en sus cuencas, también experimenta problemas de escasez de agua, tanto física como económica, principalmente debido a su demografía y geografía.

La vertiente del Pacífico abarca las regiones de la costa y la sierra occidental del país, estas zonas enfrentan el problema de escasez física, lo que significa que el suministro de agua no es suficiente para cubrir las necesidades de la población y las actividades agrícolas, ganaderas e industriales. Además, las alteraciones climáticas, como sequías e inundaciones, agravan aún más el problema de la escasez de agua.

Las vertientes del Atlántico y del Titicaca abarcan las regiones de la sierra oriental y la selva del país. Esta zona enfrenta el problema de escasez económica de agua, lo que significa que existe un suministro de agua adecuado para satisfacer las necesidades de la población, pero debido a la falta de inversión en infraestructura, el agua no llega a cubrir completamente esas necesidades.

1.3. Estudio de las tecnologías emergentes frente al problema de escasez de agua.

Las tecnologías de desalinización desempeñan un papel fundamental en la mitigación de la escasez de agua y han estado en constante atención y desarrollo desde la década de 1960 (Xu et al., 2023). Su rápido desarrollo se está convirtiendo en un componente fundamental para garantizar la sostenibilidad de los recursos hídricos en todo el mundo. La capacidad de las plantas y la calidad del agua no tratada utilizada son factores importantes que influyen en el costo de producción de agua dulce. Además, la búsqueda constante de innovaciones en estos sistemas permite reducir el consumo de energía y promover su sostenibilidad. A nivel mundial, la capacidad instalada de desalinización de agua de mar y salobre supera los 100 millones de metros cúbicos por día, experimentando un rápido crecimiento en las últimas tres décadas (Ver Figura 1.4) (Angelakis et al., 2021).

En la actualidad, las principales tecnologías utilizadas comercialmente en la desalinización de agua de mar son la ósmosis inversa (OI), el multiefecto a baja temperatura (MED) y el flash multietapa (MSF); de ellas la tecnología de ósmosis inversa se ha convertido en la líder del mercado actual de desalinización de agua de mar y agua salada, debido a su bajo costo de construcción, su bajo consumo energético y su mejor adaptabilidad (Duanwu et al., 2023).

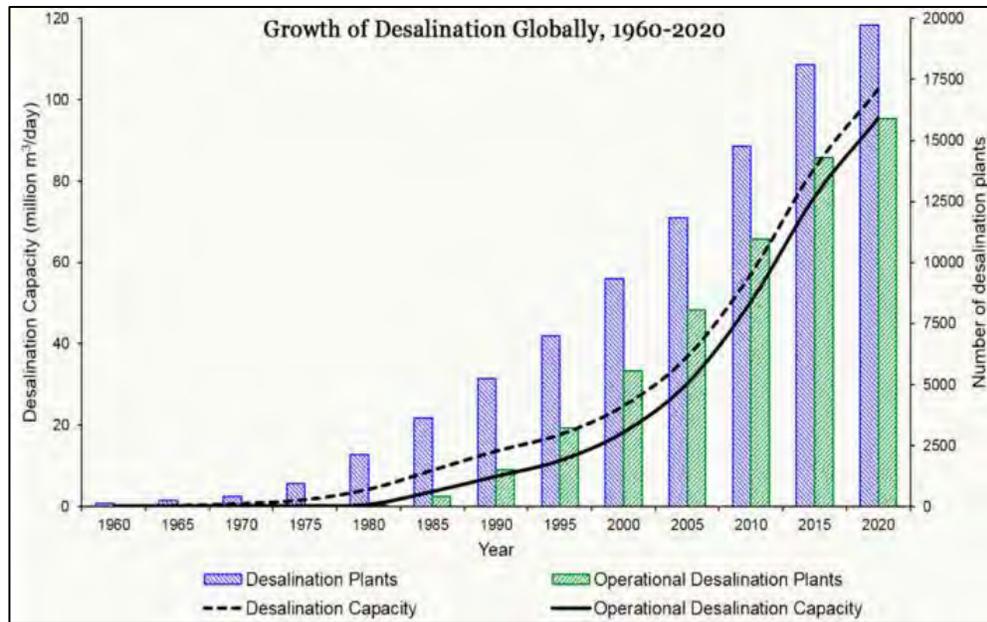


Figura 1.4. Evolución de la desalinización en el mundo en las tres últimas décadas (Angelakis et al., 2021).

El método de Destilación Flash Multietapa (MSF) se basa en la evaporación, el proceso comienza calentando el agua de mar y luego la dirige a una cámara de trabajo; en esta cámara, la presión interna eleva la temperatura del agua al punto de ebullición, lo que provoca la evaporación rápida de una pequeña cantidad de agua salada, el vapor de agua resultante se condensa y almacena, mientras que el agua salada restante continúa este proceso en etapas adicionales. La técnica MSF ha sido ampliamente reconocida durante muchos años debido a su alta productividad, eficiencia operativa y flexibilidad (ElMoudir et al., 2008).

Por otro lado, el método de Desalinización de Agua de Mar por Destilación Multiefecto (MED) utiliza el proceso de evaporación natural, donde se transfiere calor desde una fuente externa al agua salada para lograr su evaporación, la cantidad de efectos en la planta depende de cuántas veces se realice este proceso.

La técnica de Destilación con Compresión de Vapor (CV) implica la evaporación del agua de mar, la compresión del vapor generado y su uso como fuente de calor en las etapas posteriores de evaporación, como

resultado de este intercambio de calor, el vapor presurizado se condensa, produciendo agua dulce. La compresión del vapor puede llevarse a cabo mediante un Compresor Mecánico (CMV) o un Termocompresor para elevar su temperatura de saturación (Pratap, 2013).

La técnica de la Osmosis Inversa (OI), se ha empleado ampliamente en diversas operaciones, como el tratamiento de agua salobre y de mar, el tratamiento de aguas residuales y la creación de agua ultrapura (Mohammed et al., 2023). Esta tecnología utiliza la diferencia de presión como fuerza motriz para separar el disolvente de la solución mediante una operación de separación por membrana, obteniendo agua dulce en el lado de baja presión de la membrana y agua con mayor concentración en el lado de alta presión (Duanwu et al., 2023). El rango nominal de tamaños de poro es de 0.0001-0.001 μm (0.1-1 nm), y la presión aplicada para la ósmosis inversa generalmente oscila entre 10 y 150 bares, en comparación con otros procesos de filtrado, la tecnología de desalinización por ósmosis inversa es altamente eficaz debido al uso de membranas de nanofiltración (NF) que pueden rechazar sales monovalentes como el cloruro sódico (NaCl) (Mohammed et al., 2023).

La Tabla 1.1 describe los métodos de desalinización utilizados hasta la fecha, algunos de los cuales no fueron descritas en la presente tesis. En la Tabla 1.2 Se detalla el consumo de energía y el costo energético de técnicas de desalinización (Voutchkov, 2013), donde se observa que el consumo de energía en los sistemas de ósmosis inversa (OI) representa aproximadamente el 70% de los costos operativos, por lo que la eficiencia y la confiabilidad de los dispositivos de recuperación de energía en el sistema son particularmente importantes (Shen, 2022). En ese sentido, este trabajo de tesis abordará el método de desalinización por Osmosis Inversa.

Tabla 1.1. Técnicas de desalinización de agua de mar

Separación	Energía	Proceso	Método
Agua de sales	Térmica	Evaporación	Destilación súbita - Flash (MSF)
			Destilación multiefecto (MED)
			Termo compresión de vapor (TVC)
			Destilación solar (DS)
		Cristalización	Congelación (CO)
			Formación de hidratos (FH)
	Filtración y evaporación	Destilación con membranas (DC)	
	Mecánica	Evaporación	Compresión mecánica de vapor (CV)
Filtración		Ósmosis Inversa (OI)	
Sales de agua	Eléctrica	Filtración selectiva	Electrodialisis (ED)
		Química	Intercambio (IT)

Tabla 1.2. Consumo de energía y costos de técnicas de desalinización (Voutchkov, 2013).

Tipo de Energía	Destilación multiefecto	Destilación multietapa	Compresión mecánica de vapor	Ósmosis inversa
Presión de vapor (equivalente eléctrico), kWh/m ³	4.5 – 6.0	9.5 – 11.0	No aplica	No aplica
Consumo eléctrico, kWh/m ³	1.2 – 1.8	3.2 – 4.0	8.0 – 12.0	2.5 – 5.0
Uso de energía total, kWh/m ³	5.7 - 7.8	12.7 – 15.0	8.0 – 12.0	2.5 – 5.0
Costo de producción, US\$/m ³	0.7 – 3.5	0.4 – 4.0	1.0 – 3.5	0.5 – 3.0

1.4. Estado del arte de los sistemas de control de las plantas desalinizadoras de agua de mar por osmosis inversa

En el año 1989, Alatiqi y sus colaboradores (Alatiqi et al., 1989) publicaron un trabajo sobre la identificación, modelado y control de una planta MIMO (Multiple-Input, Multiple-Output) de Osmosis Inversa, el sistema estaba conformado por las señales flujo y conductividad eléctrica del permeado como variables de salidas o de proceso, y las variables de presión de alimentación y el pH como variables de entradas o de control. El sistema de control consideró la realimentación de dos lazos SISO (Single-Input, Single-Output), uno para el control del lazo de Flujo/Presión y otro para el lazo de Conductividad/pH. La elección de la ley de control fue del tipo PI (Proporcional, Integral), y los ajustes de los controladores se realizaron mediante el método de Zeigler-Nichols. Finalmente, se utilizó el método de ajuste multivariable de Biggest Log Modulus Tuning (BLT) para optimizar la respuesta del controlador, lo que demostró el diseño de estos controladores descentralizados eran adecuados para lograr una respuesta efectiva en un sistema de bucle cerrado.

En 1996, Robertson y sus colaboradores (Robertson et al., 1996) llevaron a cabo un estudio del comportamiento de una planta de ósmosis inversa utilizando el modelo matemático propuesto previamente por Alatiqi y su equipo en 1989 (Alatiqi et al., 1989). En este estudio, implementaron un sistema de control basado en el algoritmo de Control por Matriz Dinámica (Dynamic Matrix Control - DMC). Este controlador permitió operar la planta a diferentes flujos de permeado sin afectar su funcionamiento ni la calidad del producto final. Las variables de flujo y conductividad eléctrica se utilizaron como indicadores de la pureza del agua desalinizada. Se encontró que este sistema de control resultaba más robusto que el control PI (Proporcional-Integral), según el criterio de desempeño integral del error cuadrado (ISE) (Rojas, 2016).

En los años de 2001 y 2006, Andrew Burden y sus colaboradores (Burden et al., 2001) y A. Abbas (Abbas, 2006), publicaron respectivamente sus trabajos de rendimiento del control predictivo basado en modelo - CMPC, con y sin restricciones, comparado con el controlador tipo PI, los estudios concluyeron que un sistema de control CMPC es más efectivo para maximizar el rendimiento del sistema.

En 2007, Gambier y colaboradores (Gambier et al., 2007) abordaron la planta de ósmosis inversa desde una perspectiva diferente (consultar figura 1.5). Con fines de control, dividieron la planta en cinco segmentos distintos: generación de energía, pretratamiento, bombeo y recuperación de energía, ensamblaje de membranas y post-tratamiento. Utilizaron una técnica de descomposición espacio-temporal en su análisis. Durante su investigación, destacaron la presencia de interacciones entre las secciones continuas y discretas del proceso, lo que llevó a la conclusión de que el modelo de control debe incorporar características similares (Sobana & Panda, 2011).

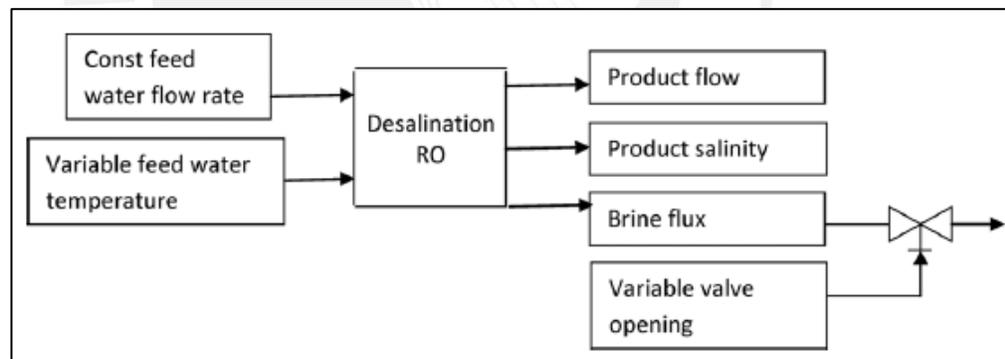


Figura 1.5. Representación esquemática de la estructura de entrada salida (Gambier et al., 2007)

En 2016, en la Pontificia Universidad Católica del Perú, se llevaron a cabo diversos estudios relacionados con plantas desalinizadoras de agua de mar por Ósmosis Inversa. Uno de estos estudios utilizó los datos experimentales recopilados de la investigación de Rivas-Perez y Sotomayor-Moriano (Rivas-Perez & Sotomayor-Moriano, 2014); a partir de estos datos, se

realizó el proceso de identificación de la planta de desalinización, para luego diseñar controladores PID MIGO, mediante el desacoplamiento de la planta multivariable, los resultados obtenidos mostraron respuestas temporales satisfactorias para del rango de operación abordado (Rojas, 2016).

Ese mismo año, otro estudio abordó el diseño de un controlador inteligente para la planta propuesta por Robertson y sus colaboradores en 1996, la planta fue desacoplada, y se acondicionaron dos controladores diseñados para cada lazo: FPD+I Difuso en el lazo de flujo y PI + Feedforward en el lazo de la conductividad; los resultados evidenciaron respuestas más rápidas y con menores valores de sobre impulso (Ugarte, 2016).

En 2017, en la misma casa de estudios, se llevó a cabo un estudio que implicó la identificación de una planta de Osmosis Inversa y el diseño de Controladores Predictivos Generalizados; la identificación de la planta, consideró como datos las respuestas temporales de la planta de Robertson y sus colaboradores de 1996; para el control de la planta multivariable, se plantearon dos escenarios: en el primero, se diseñaron dos controladores, uno para cada lazo realimentado de la planta; mientras que en el segundo caso, se consideró el diseño de un controlador propiamente multivariable. El análisis comparativo entre ambos tipos de control demostró que el diseño del controlador multivariable mostró una velocidad de respuesta un 50% mayor para la variable de conductividad y un 67% mayor para la variable de flujo. Estos resultados respaldan la superioridad del enfoque multivariable en comparación con la consideración de controladores monovariantes trabajando en paralelo. (Moreno, 2017).

En ese mismo año, Lakshmanaprabu y sus colegas (Lakshmanaprabu et al., 2017) llevaron a cabo el diseño de dos controladores PID para una planta de Osmosis Inversa multivariable TITO (two-input, two-output) con múltiples retardos. Esta planta se modeló a partir de los trabajos previos de Sobana y Panda en 2011 y 2013 (Sobana & Panda, 2011), (Sobana & Panda, 2013). Para el diseño de los controladores, se utilizó el procedimiento de Control por Modelo Interno (IMC). El estudio reveló el

comportamiento dinámico de la planta controlada mediante el controlador PID basado en IMC. Los ajustes de los controladores se realizaron en función de la constante de tiempo en el bucle cerrado.

Un estudio en 2021, presentó las mejoras económicas que pueden lograrse al evaluar variables de proceso como la temperatura (T) y la conductividad eléctrica (CE), así como el punto de ajuste de recuperación de una planta de ósmosis inversa, La implementación de un sistema de control avanzado, basado en lógica difusa, regula la recuperación de agua del proceso en función de las variables de entrada de conductividad eléctrica (EC) y la temperatura (T), considerando tres categorías cualitativas para sus funciones de membresía; por su parte, la variable de salida consideró cinco categorías diferentes para las funciones de membresía. (ver figura 1.6).

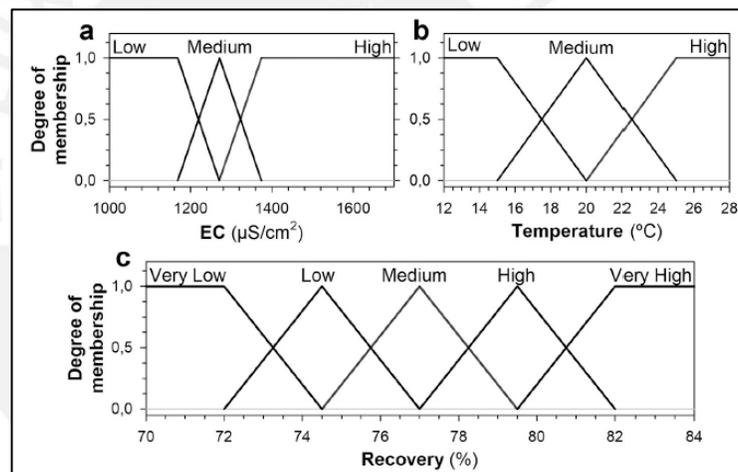


Figura 1.6. Variables de entrada: a) Conductividad Eléctrica (EC) y b) Temperatura; Variable de salida: c) Recuperación de RO.

Los resultados de la simulación demostraron que, una vez calibrado, el sistema de control puede generar un ahorro de más de un millón de euros al año en las instalaciones de ósmosis inversa de gran escala ($>30,000 \text{ m}^3\cdot\text{día}^{-1}$), lo que equivale a una reducción de 0.11€ por metro cúbico de agua tratada en el agua de entrada. (Galizia et al., 2021)

1.5. Objetivos de la tesis

El presente trabajo propone el desarrollo y la implementación de controladores robustos, que permitan el control de sistemas SISO y MIMO de bastidores de Osmosis Inversa, buscando alcanzar los siguientes objetivos.

Objetivo General

- Diseñar, implementar y/o analizar sistemas de control H_{∞} para bastidores de Osmosis de plantas mono-variable (SISO) y multi-variable (MIMO), empleando técnicas de control avanzadas y robustas, con el fin de lograr un control eficiente de la(s) variable(es) de proceso del sistema, garantizando un rendimiento óptimo y una respuesta robusta frente a perturbaciones y variaciones en las condiciones de operación.

Objetivos Específicos

Para poder alcanzar este objetivo es necesario realizar los siguientes trabajos de investigación y desarrollo:

- Estudiar los modelos matemáticos de las plantas de desalinización de agua de mar por Osmosis Inversa, que preceden al presente trabajo.
- Obtener el modelo matemático de la planta de desalinización por Osmosis Inversa de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP).
- Determinar las condiciones de trabajo deseadas y óptimas para el control eficiente de la planta de la PUCP.
- Diseñar un sistema de control robusto H_{∞} que cumpla con las condiciones iniciales de desempeño establecidas y verificar su estabilidad.
- Implementar el controlador diseñado en la planta de la PUCP y verificar de desempeño y robustez en condiciones reales.

- Realizar un análisis comparativo de desempeño entre el controlador diseñado y un controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID).
- Desarrollar un controlador H infinito, para el control robusto de las variables de proceso de una planta de ósmosis inversa MIMO.
- Realizar un análisis de robustez del controlador H infinito diseñado para la planta MIMO, bajo diferentes escenarios de operación y considerando diferentes escenarios de perturbación.



CAPITULO 2: ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LAS VARIABLES CRÍTICAS DE UN BASTIDOR DE OSMOSIS INVERSA

2.1. *Introducción*

Dada la escasez física de agua que afecta a la zona costera de nuestro país, las plantas de desalinización de agua de mar mediante ósmosis inversa se han convertido en la principal opción para abordar el creciente problema de la falta de agua. Esta situación plantea desafíos significativos para la población y la industria en la región, lo que hace que la desalinización sea una solución significativa y de suma importancia. Un ejemplo concreto de esto es el proyecto de Provisión de los Servicios de Saneamiento del Sur de Lima - PROVISUR, que representa la primera planta desalinizadora de agua de mar para consumo humano construida en el Perú (Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento, 2020).

Para entrar en materia del proceso que estamos abordando, en el presente capítulo describiremos el proceso de la Osmosis Directa e Inversa, así como el procedimiento industrial requerido para la obtención de agua dulce mediante la Osmosis Inversa. También examinaremos el proceso de Identificación de Sistemas para obtener su representación matemática y, finalmente, analizaremos el comportamiento dinámico de las Plantas de Osmosis Inversa multivariantes a través de modelos matemáticos. Nuestro objetivo es comprender cómo estas plantas funcionan en diversas condiciones y cómo pueden optimizarse para obtener la calidad requerida en el agua de permeado. A través de este estudio, buscamos contribuir al desarrollo de soluciones efectivas para la escasez de agua en nuestra región.

2.2. Descripción del principio de funcionamiento de una planta desalinizadora de agua por Osmosis Inversa.

2.2.1. Proceso de Osmosis Directa e Inversa

El proceso de ósmosis directa, o simplemente ósmosis, implica el movimiento del agua a través de una membrana desde una región de baja concentración hacia una región de alta concentración. Este movimiento se debe a la presión osmótica generada entre una solución altamente concentrada, conocida como solución extractora, y otra más diluida, llamada solución de alimentación. La diferencia en la concentración provoca la difusión del agua a través de una membrana semipermeable desde la solución menos concentrada hacia la solución altamente concentrada (Flujo Osmótico). Como resultado de este proceso, la solución altamente concentrada se diluye gradualmente, lo que reduce su presión osmótica hasta igualarse con la de la solución de baja concentración. En el momento en que se alcanza este equilibrio, cesa el flujo de agua (Equilibrio Osmótico) (Simón et al., 2014). Un incremento adicional en la presión de la solución de alta concentración ocasionará la difusión del solvente desde este lado de la membrana hacia el lado de la solución diluida de baja concentración (Cornelissen et al., 2021), a este proceso se le denomina ósmosis inversa, y para lograrlo, la presión aplicada en la región concentrada debe ser mayor que la presión osmótica de la solución (Nurudeen, 2021). En la Figura 2.1 se ilustra el proceso mencionado, utilizando una solución salina (Salt solution) como alta concentración y agua pura (Pure water) como la de baja concentración, separadas por una membrana semipermeable en el medio (Sobana & Panda, 2011). En líneas generales, la Osmosis Inversa permite retener las sales, minerales e impurezas presentes en una solución concentrada (agua de mar para este ejemplo) y convertirla en una solución diluida (agua pura para este ejemplo), este proceso se lleva a cabo en las membranas semipermeables, por medio del ingreso de agua a mayor presión que la osmótica.

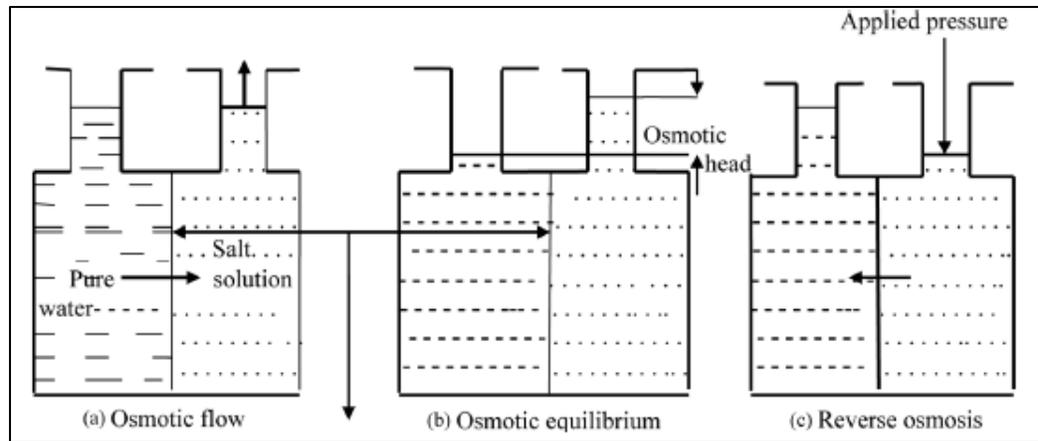


Figura 2.1. Las líneas punteadas representan una solución de alta concentración (solución salina), mientras que las líneas discontinuas representan una solución de baja concentración (Agua pura). La línea continua en el medio de ambas soluciones representa a la membrana semipermeable (Sobana & Panda, 2011).

2.2.2. Proceso de desalinización de agua de mar por Osmosis Inversa

Las plantas desalinizadoras de agua de mar mediante ósmosis inversa tienen la capacidad de separar los sólidos disueltos en el agua de mar previamente tratada, produciendo agua dulce con una baja concentración de salinidad, la cual es adecuada para diversos usos, como el consumo humano, fines agrícolas, así como aplicaciones industriales y otros propósitos. (Voutchkov, 2013), En la figura 2.2 se presenta el esquema del proceso de una planta de Osmosis Inversa, los cuales son descritos a continuación:

- a. Sistema de admisión de agua a la planta: Las instalaciones de toma de agua de mar son las encargadas de captar agua y transportarla hacia la planta de pretratamiento. Estas instalaciones se componen de sistemas de bombeo utilizados para extraer el agua de la fuente y transportarla hacia la planta desalinizadora, y sistemas de cribado diseñados para eliminar impurezas sólidas. La correcta funcionalidad de estas instalaciones es de vital importancia para el funcionamiento efectivo de la planta de desalinización.

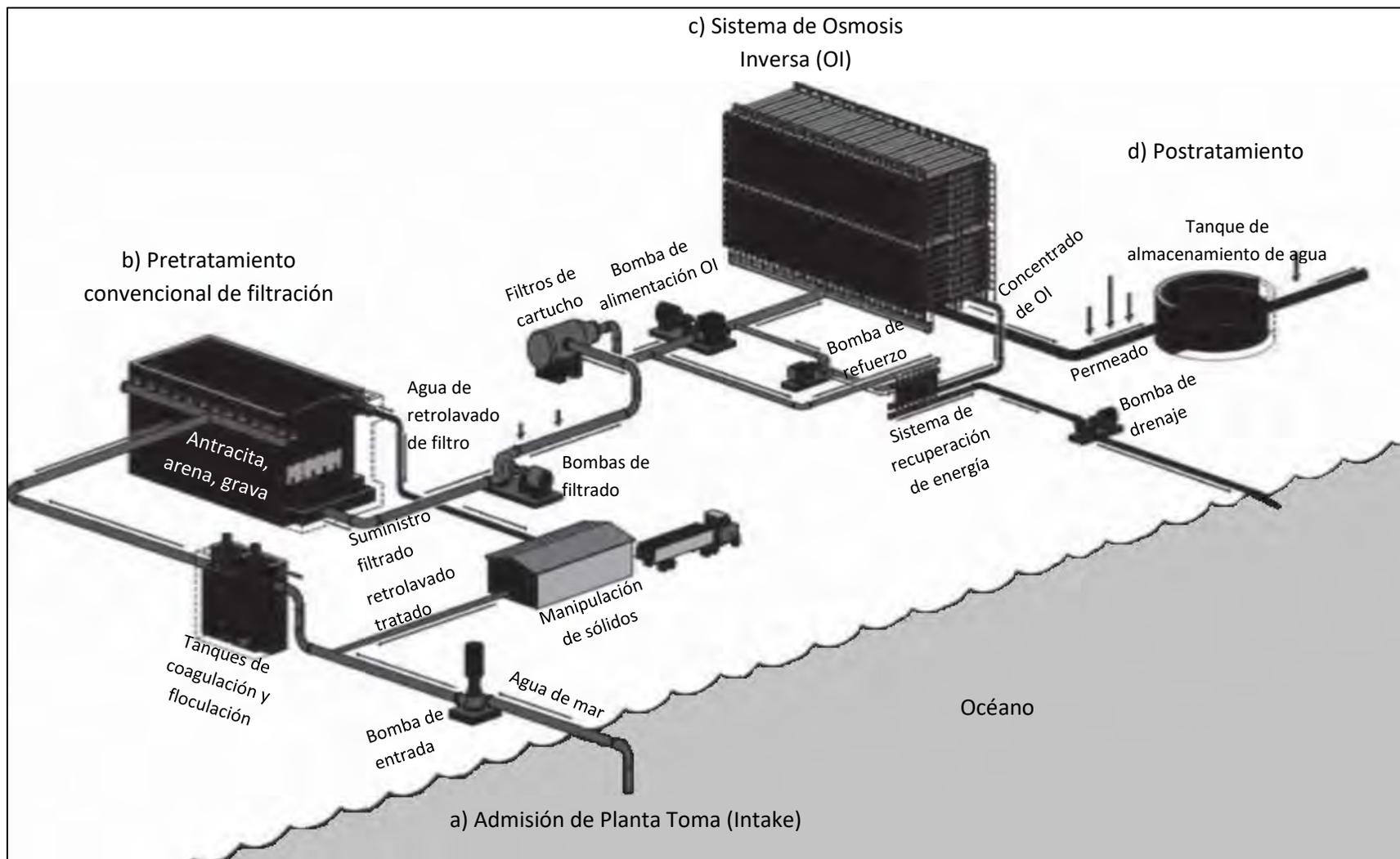


Figura 2.2. Esquema de una planta desalinizadora de agua de mar típica (Voutchkov, 2013).

- b. Sistema de Pretratamiento: Este sistema se ubica aguas abajo de las instalaciones de toma de la planta desalinizadora y antes del proceso de ósmosis inversa. Su objetivo principal es eliminar eficazmente las partículas orgánicas e inorgánicas presentes de forma natural en el agua de origen, garantizando el rendimiento constante y eficiente de la etapa de ósmosis inversa. La configuración de este sistema puede variar según la calidad del agua de origen e incluir varios procesos de tratamiento, como cribado, tratamiento químico, flotación por aire disuelto, clarificación por gravedad, filtración por medios granulares, microfiltración o ultrafiltración por membrana, y filtración por cartucho.
- c. Sistemas de Ósmosis Inversa: El agua proveniente del sistema de pretratamiento se transfiere mediante bombas de transferencia desde el depósito de almacenamiento de agua filtrada (pretratamiento) hacia los filtros de cartucho. Desde allí, se dirige a la tubería de succión de las bombas de alta presión utilizadas por el proceso de ósmosis inversa. Estas bombas de alta presión impulsan el agua con gran presión hacia los bastidores de ósmosis inversa, donde tiene lugar el proceso de desalinización a través de las membranas semipermeables, obteniendo el agua de permeado como producto primario y concentrado como producto de rechazo, ver figura 2.3. Es importante destacar que el flujo del permeado puede verse afectado por las variaciones estacionales en la temperatura y la salinidad del agua de mar. Estos cambios influyen en la presión osmótica y la presión neta de impulsión (Net Driving Pressure NDP) requeridas para la desalinización; por lo tanto, se debe ajustar la presión de alimentación de la membrana de ósmosis inversa. Cuando la temperatura del agua disminuye o la salinidad aumenta, es necesario aumentar la NDP y la presión de alimentación para obtener el mismo volumen de permeado. De manera contraria, estos valores disminuyen cuando aumenta la temperatura o disminuye la salinidad del agua. La presión impulsora neta (NDP), describe la diferencia de

presión entre el lado de entrada y el lado de salida de la membrana semipermeable

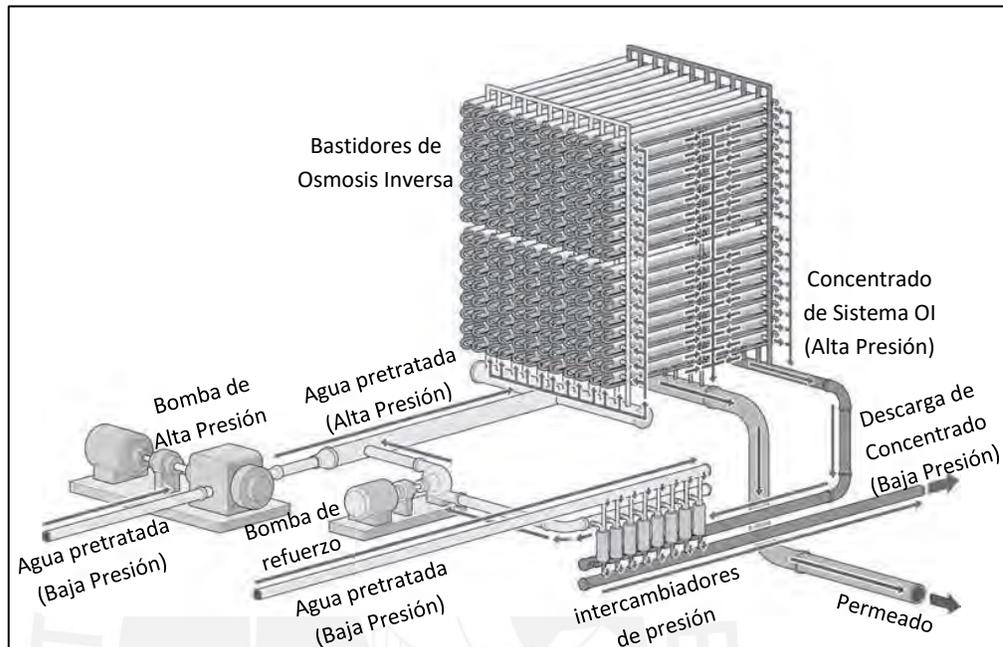


Figura 2.3. Tren de membranas de Osmosis Inversa, con sistema isobárico de recuperación de energía (Voutchkov, 2013).

Las membranas semipermeables se colocan dentro de contenedores conocidos como "vessels", los cuales se disponen en bastidores en la planta de ósmosis inversa. Cada vessel puede albergar típicamente de seis a ocho membranas dispuestas en serie, como se muestra en la figura 2.4 (Voutchkov, 2013).

El conjunto de componentes que incluye una bomba de alimentación de alta presión, recipientes a presión (Vessels), tuberías de alimentación, concentrado y permeado, válvulas, entre otros equipos, como sistemas de recuperación de energía, instrumentación y control, los cuales pueden funcionar de manera independiente, se conoce como tren de ósmosis inversa. Por lo general, cada tren de ósmosis inversa está diseñado para producir entre el 10% y el 20% del caudal total de agua desalinizada mediante membranas.

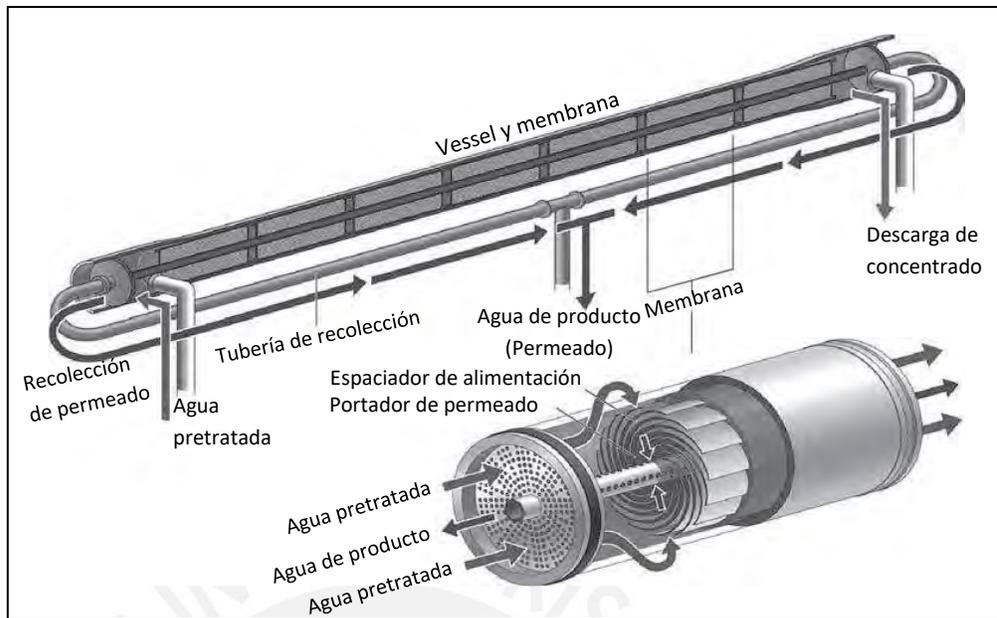


Figura 2.4. Elementos de una membrana de OI en un Vessel
(Voutchkov, 2013)

Gran parte de la energía (alrededor del 40% al 50%) empleada en el proceso de desalinización del agua de mar se encuentra en la descarga del concentrado del sistema de ósmosis inversa. Esta energía puede ser recuperada y aprovechada para impulsar el bombeo de nueva agua salina de origen. Para esta finalidad, se utilizan dispositivos específicamente diseñados conocidos como dispositivos de recuperación de energía (ERD). Dado que la energía utilizada en la desalinización del agua de mar representa entre el 50% y el 70% de los costes anuales totales de operación y mantenimiento de la planta, así como un porcentaje considerable de los costos totales de producción de agua dulce (entre el 25% y el 35%), la reutilización de esta energía se traduce en beneficios económicos y una mayor rentabilidad para el proceso de desalinización (Voutchkov, 2013).

- d. Postratamiento: Las instalaciones de postratamiento comprenden equipos diseñados para remineralizar, desinfectar y almacenar el permeado obtenido mediante el proceso de ósmosis inversa. En ciertas

plantas de desalinización de agua salobre, se pueden incorporar instalaciones adicionales de postratamiento destinadas a eliminar gases con olores característicos que se encuentran de manera natural en el agua de origen, como el sulfuro de hidrógeno.

2.3. *Modelo Matemático de un bastidor de Osmosis*

La obtención del modelo matemático de un bastidor de Osmosis Inversa resulta ser una tarea compleja debido su comportamiento multivariable; para un adecuado control de las variables de proceso, es necesario monitorear y controlar por lo menos 5 variables del sistema, como son la temperatura, pH, flujo, conductividad y presión del permeado (Robertson et al., 1996). La temperatura es una variable de comportamiento natural que actúa como una perturbación afectando al pH y a la conductividad; el control de esta variable conllevaría a complicaciones, por lo que la asumiremos como constante para el desarrollo de esta tesis, al igual como fue tomado en otros trabajos de estudio relacionados. En lo que respecta a la conductividad (conductividad eléctrica), esta mide la capacidad del agua para conducir electricidad. El agua pura tiene una baja conductividad, pero la presencia de sales e iones en el agua la hace significativamente mayor. Por lo tanto, el valor de la conductividad es un reflejo de las impurezas presentes en el agua y se convierte en un indicador útil de su calidad (RG Systems, 2002). En la tabla 2.1 se presentan los valores típicos de conductividad de diferentes tipos de agua.

Tabla 2.1 Valores típicos de Conductividad (Hach Company, 2015)

Conductividad	
Temperatura de la muestra 25 °C	Conductividad (μS/cm)
Agua Ultrapura	0.05
Agua Potable	100 a 1000
Agua de pozo salobre	1,200 a 10,000*
Agua de Mar	53,000

* Fuente: (RG Systems, 2002)

Debido a la naturaleza dinámica de los sistemas de Osmosis Inversa, es crucial realizar un análisis exhaustivo, considerando las variables críticas y las particularidades de la planta. Este proceso, denominado "Identificación del Sistema", tiene como objetivo capturar con precisión la dinámica del sistema. Para lograrlo, se examinan minuciosamente las variables y características del sistema, permitiendo así comprender y modelar de manera precisa su comportamiento.

2.3.1. Identificación de Sistemas

Este proceso experimental busca obtener un modelo que reproduzca con precisión las características y el comportamiento dinámico del sistema o proceso en estudio. Entre los tipos de modelos de sistemas físicos, podemos mencionar los Modelos Paramétricos y no Paramétricos. Los primeros describen las relaciones entre las variables del sistema mediante expresiones matemáticas, como ecuaciones diferenciales. Por otro lado, los modelos no paramétricos pueden ser caracterizados mediante gráficos o tablas que describen sus propiedades dinámicas con un número no finito de parámetros (López).

Las etapas que sigue un proceso de identificación, son:

1. Obtención de datos de entrada – salida. Durante un intervalo de tiempo, se registran los valores de las variables de entrada y salida del sistema. Este proceso se lleva a cabo mientras se estimulan las variables de entrada del sistema, con el propósito de analizar el comportamiento de las variables de salida.
2. Tratamiento de los datos registrados. Con frecuencia, los datos del proceso se registran con la inclusión de ruidos e imperfecciones inherentes al sistema, que no son deseados durante el proceso de identificación. Por esta razón, se requiere acondicionar los datos buscando la atenuación o eliminación de los valores no deseados, con la finalidad de facilitar y mejorar el proceso de identificación.

3. Elección de la estructura del modelo. En el caso de modelos paramétricos, el primer paso es establecer la estructura del modelo. Para ello, es fundamental considerar el tipo de respuesta que presenta el sistema ante entradas de prueba, como las de tipo impulso y escalón. La elección de la estructura del modelo se basa en cómo el sistema reacciona a estas entradas de prueba. La respuesta a una entrada de impulso proporciona información sobre la dinámica transitoria del sistema, mientras que la respuesta a una entrada escalón unitario revela cómo el sistema responde a cambios constantes o continuos. Estas observaciones son fundamentales para definir los parámetros y características del modelo paramétrico.
4. Obtención de los parámetros del modelo: Con la elección del modelo, se continua con la estimación de los parámetros de la estructura del modelo, de modo que se ajuste a la respuesta del sistema de acuerdo a los datos de entrada-salida obtenidos experimentalmente.
5. Validación del modelo: El último paso involucra la evaluación de si el modelo obtenido cumple con el nivel de precisión necesario para su aplicación específica.

En la figura 2.5 se presenta el diagrama de flujo del proceso de Identificación de sistemas.

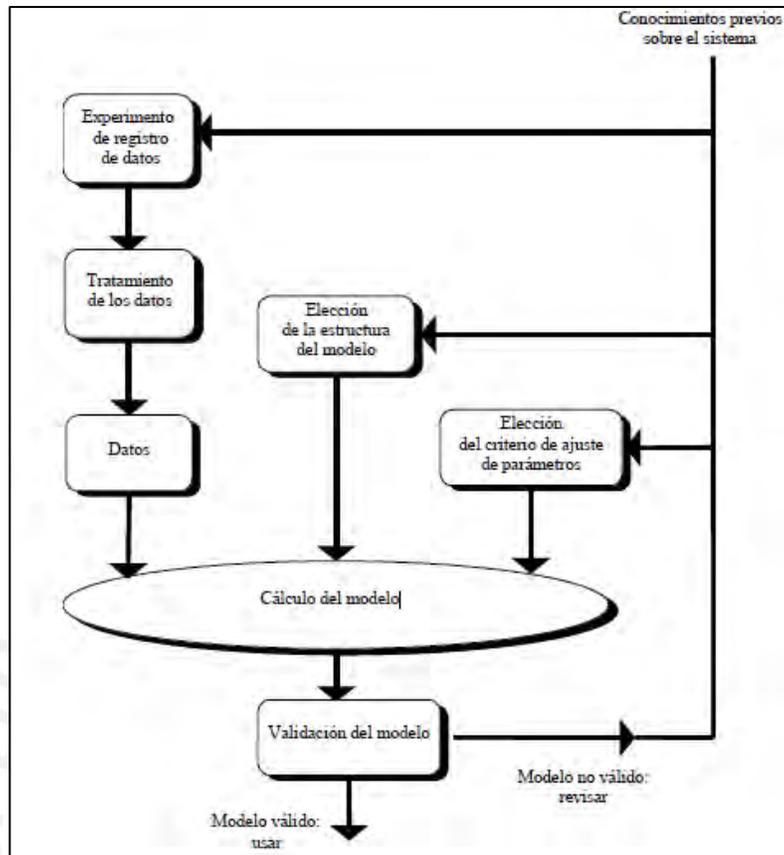


Figura 2.5 Diagrama de flujo del proceso de Identificación de sistemas (López).

2.3.2. Modelos matemáticos de Plantas de Osmosis Inversa

En el año 1989, Alatiqi y sus colaboradores (Alatiqi et al., 1989) llevaron a cabo la identificación paramétrica del modelo matemático de una planta piloto multivariable de ósmosis inversa (Ver figura 2.6). Utilizando Matlab, Alatiqi llevó a cabo el proceso de identificación de la planta piloto, utilizando como datos las respuestas al escalón en lazo abierto de las variables de presión y pH. Los valores obtenidos en estado estacionario se encuentran detallados en las tablas 2.2a y 2.2b. Como resultado, se obtuvo un sistema multivariable de 2 entradas y 2 salidas, que se presenta en la figura 2.7, junto con funciones de transferencia de segundo orden definidas en una escala de tiempo de minutos, detalladas en la Tabla 2.3.

La validación del modelo matemático se llevó a cabo mediante la simulación de las variables de entrada normalizadas, como se muestra en las figuras 2.8 y 2.9.

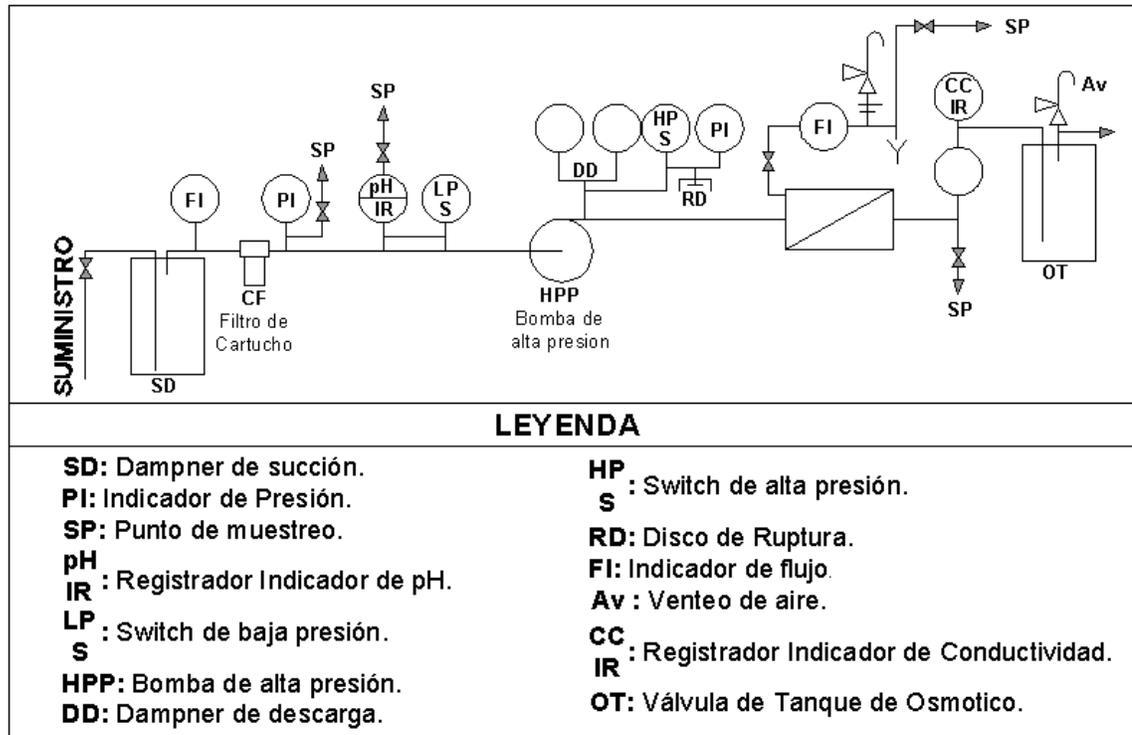


Figura 2.6. Diagrama esquemático de unidad piloto (Alatiqui et al., 1989)

Tabla 2.2 a. Valores experimentales de Alatiqui - Presión

<i>Valor de entrada P</i>	<i>Variable de salida Q</i>	<i>Variable de salida C</i>
700 PSI	0.65 gpm	560 uS/cm
800 PSI	0.85 gpm	485 uS/cm
900 PSI	1.05 gpm	436 uS/cm
1000 PSI	1.25 gpm	402 uS/cm

Tabla 2.2 b. Valores experimentales de Alatiqui - pH

<i>Valor de entrada pH</i>	<i>Variable de salida Q</i>	<i>Variable de salida C</i>
6.45	0.0 gpm	442 uS/cm
6.66	0.0 gpm	426 uS/cm
6.77	0.0 gpm	418 uS/cm
7.08	0.0 gpm	404 uS/cm

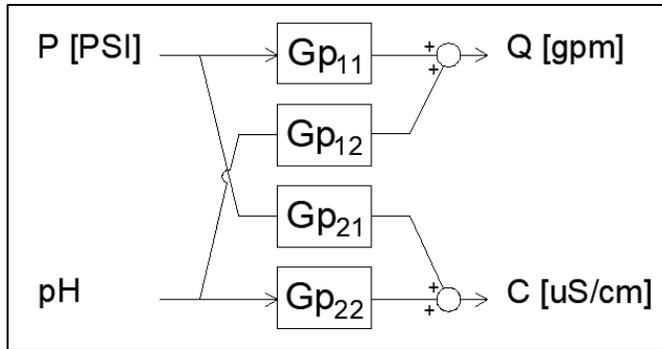


Figura 2.7 Diagrama de bloques de la Planta la de Osmosis Inversa MIMO de Alatiqi et. al 1989

Tabla 2.3 Modelo matemático multivariable de la unidad piloto de Alatiqi de 1989 (Funciones de transferencia definidas en minutos)

$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \text{pH} \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.002(0.056s + 1)}{0.003s^2 + 0.1s + 1}$	$G_{12} = \frac{Q}{\text{pH}} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = \frac{-0.51(0.35s + 1)}{0.213s^2 + 0.7s + 1}$	$G_{22} = \frac{C}{\text{pH}} = \frac{-57(0.32s + 1)}{0.6s^2 + 1.8s + 1}$

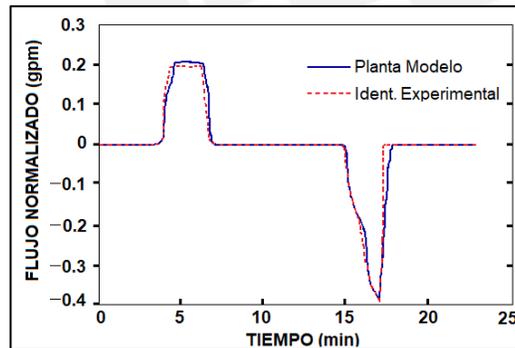


Figura 2.8 a).

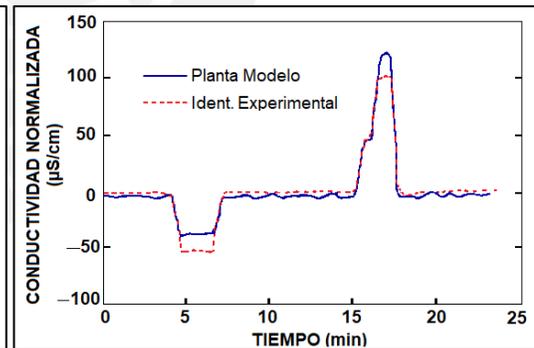


Figura 2.8 b).

Figura 2.8. a) Respuesta del flujo de la planta (Planta Modelo) y la respuesta del modelo matemático (Identificación experimental) ante entradas de escalón en la presión, b) Respuesta de la conductividad de la planta (Planta Modelo) y la respuesta del modelo matemático (Identificación experimental) ante entradas escalón en la presión. (Alatiqi et al., 1989).

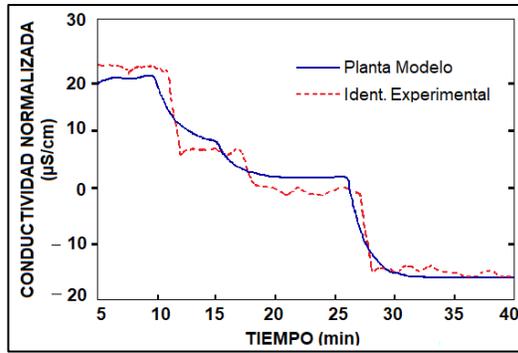


Figura 2.9. Respuesta de la conductividad de la planta (Planta Modelo) y la respuesta del modelo matemático (Identificación experimental) ante entradas escalón en la alimentación del pH. (Alatqi et al., 1989).

En 1996, Robertson y colaboradores utilizaron el modelo desarrollado por Alataqui y colaboradores de 1989, su estudio abarcó el rango de operación mostrado en la tabla 2.4.

Tabla 2.4 Rango de aproximación lineal considerado por Robertson y colaboradores en 1996

Variables	Rango Lineal
Flujo (gpm)	0.85 – 1.25
Presión (psig)	800 - 1000
Conductividad (uS/cm)	400 – 450
pH	6 - 7

En 1997, Assef et al. utilizó la misma técnica de identificación de parámetros que Alataqui proponía para modelar una planta con cuatro membranas de celulosa. Desarrollaron un modelo con una matriz de transferencia multivariable que considera el flujo de salmuera y el flujo de ácido como variables de entrada, con el fin de controlar el flujo de permeado, la conductividad del permeado, el pH y la presión transmembrana (Assef et al., 1997), en la tabla de 2.5 se presentan las funciones de transferencia.

Tabla 2.5 Modelo multivariable de la Assef et al. 1997

$\begin{bmatrix} F \\ C \\ P \\ pH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \\ G_{31} & G_{32} \\ G_{41} & G_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{Conc.} \\ F_{acido} \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{F}{F_{Conc.}} = \frac{-0.155(0.37s + 1)}{(0.22s + 1)(2.51s + 1)}$	$G_{12} = \frac{F}{F_{acido}} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{F_{Conc.}} = \frac{2.48e^{-120s}}{(114s + 1)(113s + 1)}$	$G_{22} = \frac{C}{F_{acido}} = \frac{0.45e^{-120s}}{(104s + 1)(100s + 1)}$
$G_{31} = \frac{P}{F_{Conc.}} = \frac{-4.74}{(1.45s + 1)}$	$G_{32} = \frac{P}{F_{acido}} = \text{Cero (0)}$
$G_{41} = \frac{pH}{F_{Conc.}} = \text{Cero (0)}$	$G_{42} = \frac{pH}{F_{acido}} = \frac{-0.077}{(21.2s + 1)}$

En 2004, Riverol y sus colaboradores (Riverol & Pilipovik, 2004) propusieron un sistema de control basado en el desacoplamiento del modelo para una unidad de ósmosis inversa. El modelo fue desarrollado empíricamente a través de identificación paramétrica, con el objetivo de crear un modelo con desacoplamiento para reducir la sensibilidad del sistema multivariable. El modelo consideró las variables que se describen en el trabajo de Alatiqui et al. en 1989, en la tabla 2.6 se presentan las funciones de transferencia, y en la tabla 2.7 el rango de operación lineal del sistema.

Tabla 2.6 Modelo multivariable de la unidad piloto de Riverol de 2004

$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ pH \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.0045(0.104s + 1)}{0.012s^2 + s + 1}$	$G_{12} = \frac{Q}{pH} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = \frac{-0.12s + 0.22}{0.1s^2 + 0.3s + 1}$	$G_{22} = \frac{C}{pH} = \frac{-10(0.3s + 1)}{s^2 + 5s + 1}$

Tabla 2.7 Rango Lineal del modelo propuesto (Riverol & Pilipovik, 2004).

<i>Variable</i>	<i>Rango de Linealidad</i>
Flujo, m3/d	33,000-54,000
Presión, kPa	800-1,000
pH	6-7.2
Conductividad, us/cm	400-450

En 2016, Rojas D., presentó el modelo matemático de una planta de ósmosis inversa obtenida mediante el método de identificación de sistemas, utilizando los datos experimentales del trabajo de investigación de Rivas-Perez y Sotomayor-Moriano realizado en 2014. El sistema multivariable presenta una estructura de un sistema 2x2 (Rojas, 2016). En la tabla 2.8 se muestran las funciones de transferencia del modelo matemático.

Tabla 2.8 Modelo multivariable de la planta de D. Rojas, 2016

$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \text{pH} \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.0301(40.90s + 1)}{(148.61s + 1)(147.85s + 1)}$	$G_{12} = \frac{Q}{\text{pH}} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = \frac{-9.79(10.67s + 1)}{(29.31s + 1)(488.27s + 1)}$	$G_{22} = \frac{C}{\text{pH}} = \frac{-10.67(3.07s + 1)}{(8.42s + 1)(268.6s + 1)}$

En 2017, Moreno D., realizó una nueva identificación del modelo de la planta de ósmosis inversa presentada por Robertson y colaboradores en 1996, a partir de las respuestas temporales, llevó a cabo la identificación de la planta utilizando la misma estructura previamente establecida; los coeficientes obtenidos fueron, en algunos casos, similares al modelo de Robertson; el modelo descrito se presenta en la tabla 2.9. (Moreno, 2017).

Tabla 2.9 Modelo multivariable de la planta de M. Moreno, 2017

$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ pH \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.001998(0.084921s + 1)}{0.006098s^2 + 0.1568s + 1}$	$G_{12} = \frac{Q}{pH} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = \frac{-0.50961(0.35347s + 1)}{0.215s^2 + 0.7048s + 1}$	$G_{22} = \frac{C}{pH} = \frac{-56.991(0.18871s + 1)}{0.42697s^2 + 1.85116s + 1}$

Los modelos presentados en los trabajos de Riverol, Alatiqui, Asseff y otros se basan en una herramienta de control conocida como "Identificación de Sistema"; este proceso permite obtener el modelo matemático de plantas que son difíciles de modelar a partir de leyes físicas, sistemas no lineales o con parámetros variables en el tiempo. Es importante destacar que los modelos previamente descritos se construyeron utilizando datos reales de una planta que operaba en un punto de operación específico, de su rango de linealidad.

2.4. Conclusiones

- Se exploró el funcionamiento de las plantas desalinizadoras por Osmosis Inversa, ofreciendo una visión integral de las diversas etapas y procesos que las componen, desde la captación inicial hasta la obtención y almacenamiento del agua desalinizada.
- Los modelos matemáticos estudiados en este capítulo permitieron analizar e identificar las variables críticas de las plantas de Osmosis Inversa, así como comprender la dinámica multivariable que describe su comportamiento dentro de los rangos de operación lineal definidos.
- Se examinó el método de identificación de sistemas con el objetivo de conceptualizar la técnica utilizada para obtener los modelos matemáticos estudiados. Este método será fundamental para la obtención del modelo matemático de la planta de Osmosis Inversa de la PUCP, el cual desarrollaremos en el próximo capítulo.

CAPITULO 3: MODELAMIENTO DE LA PLANTA PILOTO DE OSMOSIS INVERSA DE LA PUCP

3.1. Introducción

En el capítulo 2, se presentaron tres modelos matemáticos que describen el comportamiento dinámico de las plantas de Osmosis Inversa. En este análisis, se examinó el comportamiento de la planta de osmosis inversa, identificando las variables críticas controladas y manipuladas que componen estos sistemas. Además, abordamos el método de identificación de sistemas, el cual fue empleado por los autores para la obtención de sus respectivos modelos matemáticos, que fueron posteriormente analizados. En este capítulo, nos enfocaremos en la planta de Osmosis Inversa de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Realizaremos el proceso de identificación en esta planta con el objetivo de obtener el modelo matemático que represente su comportamiento dinámico. Esto se llevará a cabo considerando las variables críticas y estructuras de los modelos estudiados en el capítulo anterior.

En el contexto del desarrollo de esta tesis, esta sección se enfocará en la identificación paramétrica y la obtención del modelo matemático de esta planta piloto. Dicho modelo desempeñará un papel fundamental en el próximo capítulo, donde se desarrollará el controlador para esta planta.

3.2. Descripción de la planta piloto de Osmosis Inversa - PUCP

La Pontificia Universidad Católica del Perú – PUCP cuenta con una planta piloto de Osmosis Inversa para agua salobre, que representa una mezcla de agua dulce y salada comúnmente encontrada en las desembocaduras de los ríos en los mares. Esta planta opera como un sistema multivariable matricial de orden 2×2 , siendo las variables de proceso el Flujo y la Conductividad, mientras que las variables manipuladas son la Presión y el pH. La figura 3.1 muestra el diagrama esquemático de la planta.

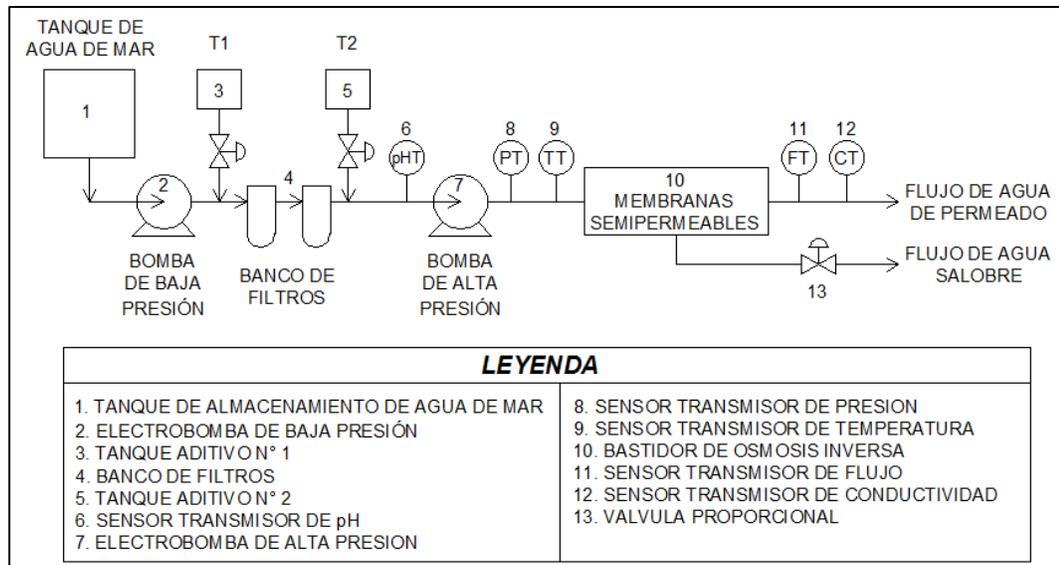


Figura 3.1. Planta piloto de Osmosis Inversa - PUCP

Componentes de la Planta Piloto de Osmosis Inversa

- a) Tanque de almacenamiento de agua de mar (1): Construido de acero inoxidable, cuenta con una capacidad de 1000 Lts.
- b) Electrobomba de baja presión (2): Encargada de proporcionar el flujo de agua salina para la etapa de pretratamiento del sistema de Osmosis, ver figura 3.2.

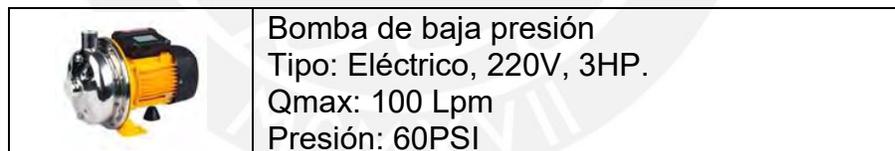


Figura 3.2. Bomba de Baja Presión - PUCP

- c) Tanque aditivo N° 1 (3) Y N°2 (5): Conformado por un recipiente plástico y bomba dosificadora, su función es dosificar al aditivo contenido en el recipiente (solución acida o básica) en la tubería flujo de agua de mar, ver figura 3.3.

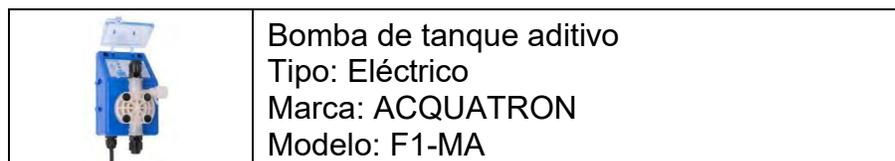


Figura 3.3. Bomba de tanque aditivo - PUCP

d) Banco de filtros (4): El banco de filtros está conformado por 3 tipos de filtros dispuestos en el siguiente orden:

- Filtro UV Sterilight S12Q-PA/2: Su función es eliminar el 99% de microorganismos presentes en el agua de mar, ver figura 3.4.



Figura 3.4. Filtro UV - PUCP

- Filtro multimedia: Filtra sólidos suspendidos, atrapando partículas como arenilla, óxidos, orgánicos y sedimentos, en general desde 10-15 micrones a más, ver figura 3.5 - Izquierda.
- Filtro de carbón activado: Estos equipos están diseñados para remover cloro, materia orgánica, fenoles, pesticidas y herbicidas del agua, por acción del carbón activado, ver figura 3.5 - Derecha.



Figura 3.5. Filtro Multimedia (Izquierda) y Carbón Activado (Derecha)

e) Sensor-transmisor de pH y Conductividad (6), presión (8), temperatura (9), flujo (11) y conductividad (12): Instrumentos instalados en el sistema de OI, para la obtención de los valores del proceso, equipos de marca Rosemount.

- f) Bomba de Alta Presión (7): Encargada de elevar la presión del agua salina al valor requerido por las membranas del bastidor de Osmosis Inversa, ver figura 3.6.



Figura 3.6. Bomba de alta Presión - PUCP

- g) MEMBRANAS SEMIPERMEABLES (10).

La planta piloto está conformada por dos membranas de poliamida y de tipo espiral, diseñadas para la desalinización del agua salada. Estas membranas se encuentran albergadas en el contenedor (Vesell) de marca Hydronix. Las características de las membranas las podemos observar en la imagen 3.7.

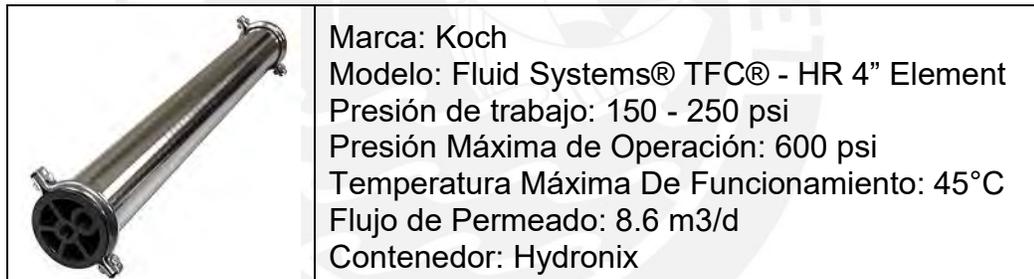


Figura 3.7. Membrana de Osmosis Inversa - PUCP

- h) VÁLVULA PROPORCIONAL (13)

Válvula servomotora que controla el flujo de salida del concentrado.

3.3. Proceso de Identificación de la planta piloto de Osmosis Inversa

La planta de Osmosis Inversa de la PUCP, está constituida para trabajar como un sistema MIMO, teniendo como variables de proceso al Flujo y a la Conductividad; y como variables manipuladas o de control a la Presión y al pH (Concentración ácido-base), en la Figura 3.8 se presentan los componentes que conforman al bastidor de la planta piloto de Osmosis Inversa; así mismo, la Tabla 3.1. se presenta el bloque de entradas y salidas y función de transferencia propuesta para el modelo matemático.

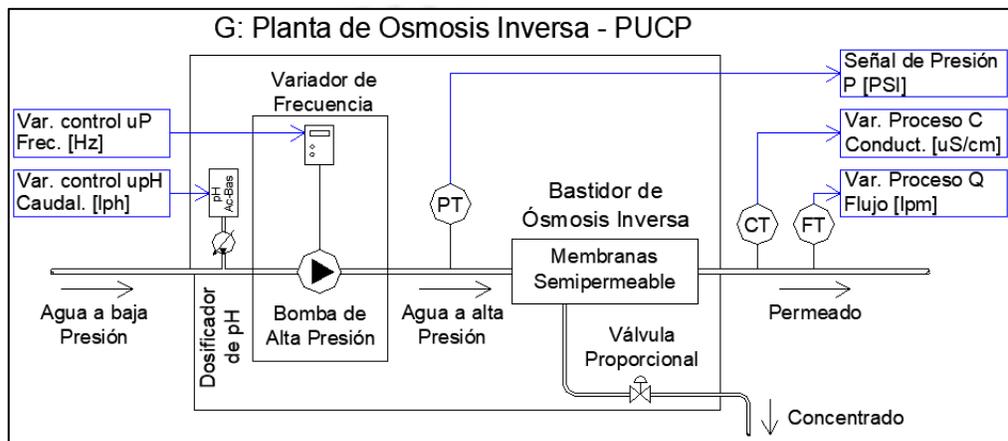


Figura 3.8. Planta de Osmosis Inversa – PUCP

Tabla 3.1. Diagrama de la Planta de Osmosis Inversa

Diagrama de Bloque de la planta G	
	Variables manipuladas o de control
	P: Presión [PSI]
	pH: Concentración Acido-Base [pH]
	Variables de Controladas
	Q: Flujo [lpm]
	C: Conductividad [uS/cm]
Estructura propuesta para el modelo matemático de la planta	
$\frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{b_0S + b_1}{a_0S^2 + a_1S + a_0}$	

En nuestro caso de estudio, nos enfocaremos en identificar el modelo matemático que describe la relación entre las variables de proceso (flujo y conductividad) y la variable de control de la presión, considerando el valor de pH como una constante controlada.

3.3.1. Recolección y tratamiento de datos experimentales

La recopilación de datos para el proceso de identificación se llevó a cabo utilizando señales de excitación de tipo escalón para la variable de control Presión (uP). El procedimiento consistió en asignar valores de operación al Variador de Frecuencia, comenzando desde 60 Hz y disminuyendo en 2Hz, hasta llegar a los 26 Hz (por debajo de este valor, el sistema no puede funcionar). Estos valores representan el 100% y el 43.3% del rango de escalamiento del actuador, que en este caso es el Variador de Frecuencia. Los valores recopilados en estado estacionario se presentan en la tabla 3.2, el comportamiento de las variables de proceso se ilustra en la figura 3.9 y el escalamiento del actuador respecto a la presión se presenta en la figura 3.10.

Tabla 3.2. Datos de entrada (uP) – salida de la planta (F,C)

Velocidad de la bomba de Alta [%] - (Hz)	Presión de Agua (Promedio) [PSI]	Flujo del permeado (Promedio) [lpm]	Conductividad del permeado (Promedio) [uS/cm]
100.0 - (60 Hz)	292.03	36.8	337.50
96.7 - (58 Hz)	279.08	35.2	348.31
93.3 - (56 Hz)	270.00	33.1	355.88
90.0 - (54 Hz)	258.25	31.2	366.00
86.7 - (52 Hz)	246.93	29.2	381.13
83.3 - (50 Hz)	235.08	27.2	396.56
80.0 - (48 Hz)	223.53	25.3	413.75
76.7 - (46 Hz)	213.95	23.3	433.31
73.3 - (44 Hz)	201.20	21.0	458.31
70.0 - (42 Hz)	190.93	18.5	507.13
66.7 - (40 Hz)	181.25	16.2	563.81
63.3 - (38 Hz)	171.35	14.2	612.50
60.0 - (36 Hz)	161.58	12.6	657.56
56.7 - (34 Hz)	152.33	11.1	713.25
53.3 - (32 Hz)	143.40	9.6	784.13
50.0 - (30 Hz)	134.83	8.1	870.88
46.7 - (28 Hz)	127.25	6.8	979.19
43.3 - (26 Hz)	120.05	5.6	1122.31

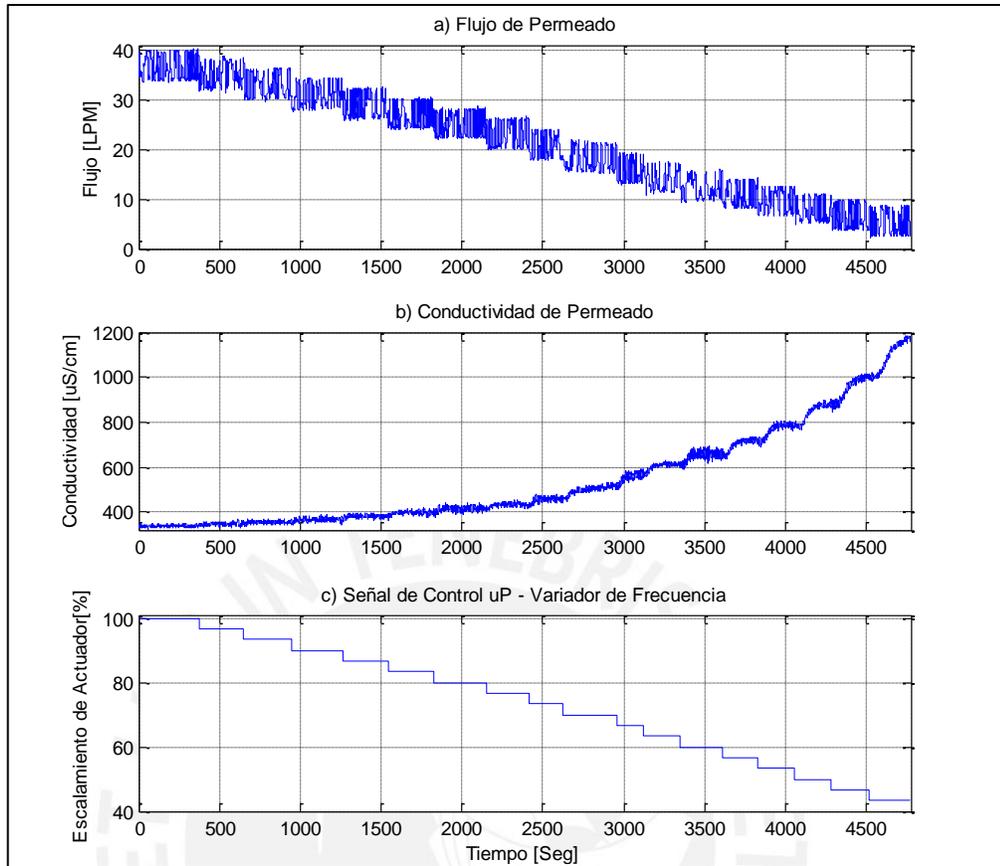


Figura 3.9. a) Respuesta del flujo de permeado frente a señales escalón.
 b) Respuesta de la conductividad de permeado frente a señales escalón.
 c) Señales escalón aplicada sobre el actuador, escalado en %.

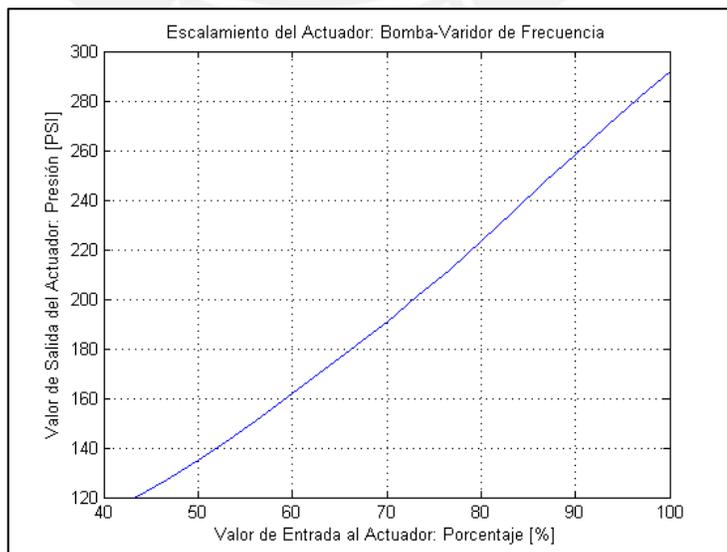


Figura 3.10. Escalamiento de Actuador – Variador de Frecuencia

3.3.2. Curva Característica Estática y Rango de linealidad.

Para determinar el rango de linealidad del sistema, es fundamental crear representaciones gráficas de su salida en función de su entrada. Esta metodología nos permite obtener la Curva Característica Estática del sistema y, a partir de esto, definir su rango de linealidad. En la Figura 3.11, hemos trazado las curvas estáticas del Flujo y la Conductividad en relación con la Presión. Asimismo, se ha documentado el rango de linealidad y punto de operación en la Tabla 3.3.

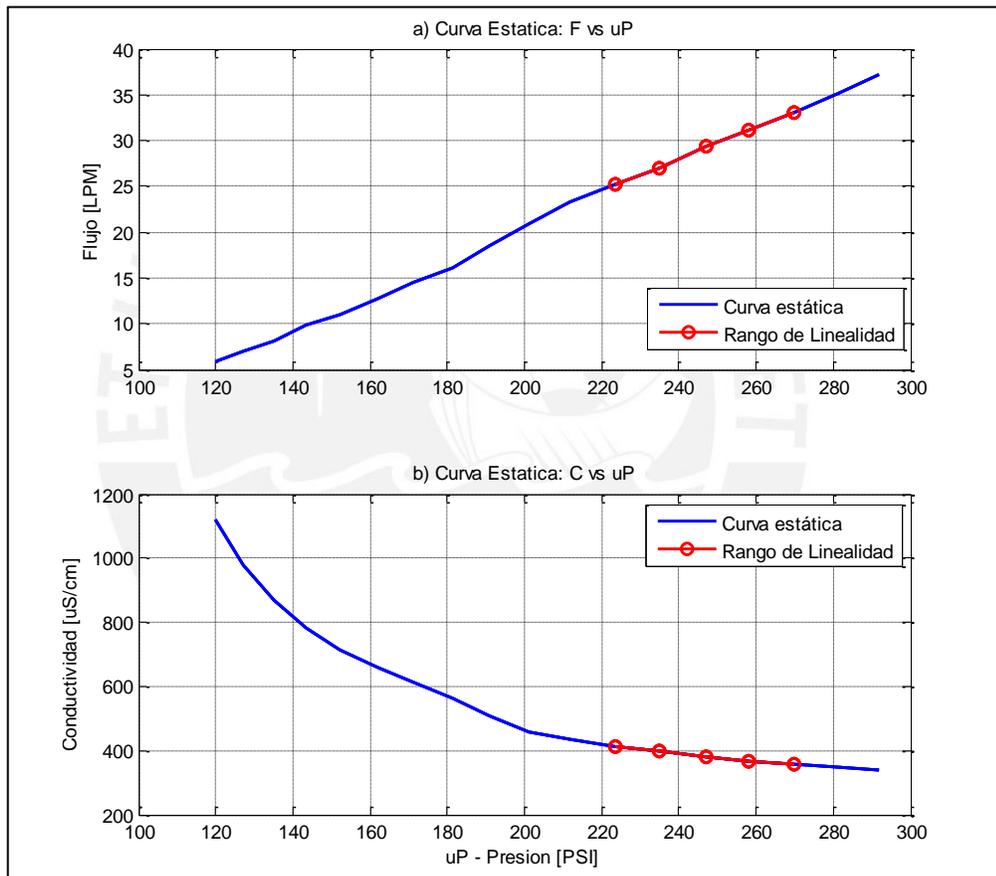


Figura 3.11. a) Curva Estática de Flujo vs Presión,

b) Curva Estática de Flujo vs Presión.

Tabla 3.3. Rango de linealidad

Variable	Rango de Linealidad	Punto de operación
Presión:	223 – 270 PSI	Po = 246.93 PSI
Flujo	25.17 - 33.01 lpm	Fo = 29.2 lpm
Conductividad:	356 – 414 uS/cm	Co = 381.13 uS/cm

3.3.3. Obtención del modelo matemático.

Después de definir el rango de linealidad y el punto de operación para nuestro sistema utilizando variables normalizadas $F-F_0$, $C-C_0$ y $P-P_0$, y de acondicionar las señales de proceso para este fin, procedemos a realizar la identificación y obtener el modelo matemático. Utilizamos la herramienta "ident" de Matlab para llevar a cabo esta tarea. La Figura 3.12 presenta el proceso de identificación del sistema normalizado del Flujo de permeado respecto a la Presión, mientras que en la Figura 3.13 se muestra el proceso de identificación del Sistema normalizado de la Conductividad del permeado respecto a la Presión; en ambos casos, se presenta el porcentaje de aproximación obtenido para cada estructura de modelo propuesto.

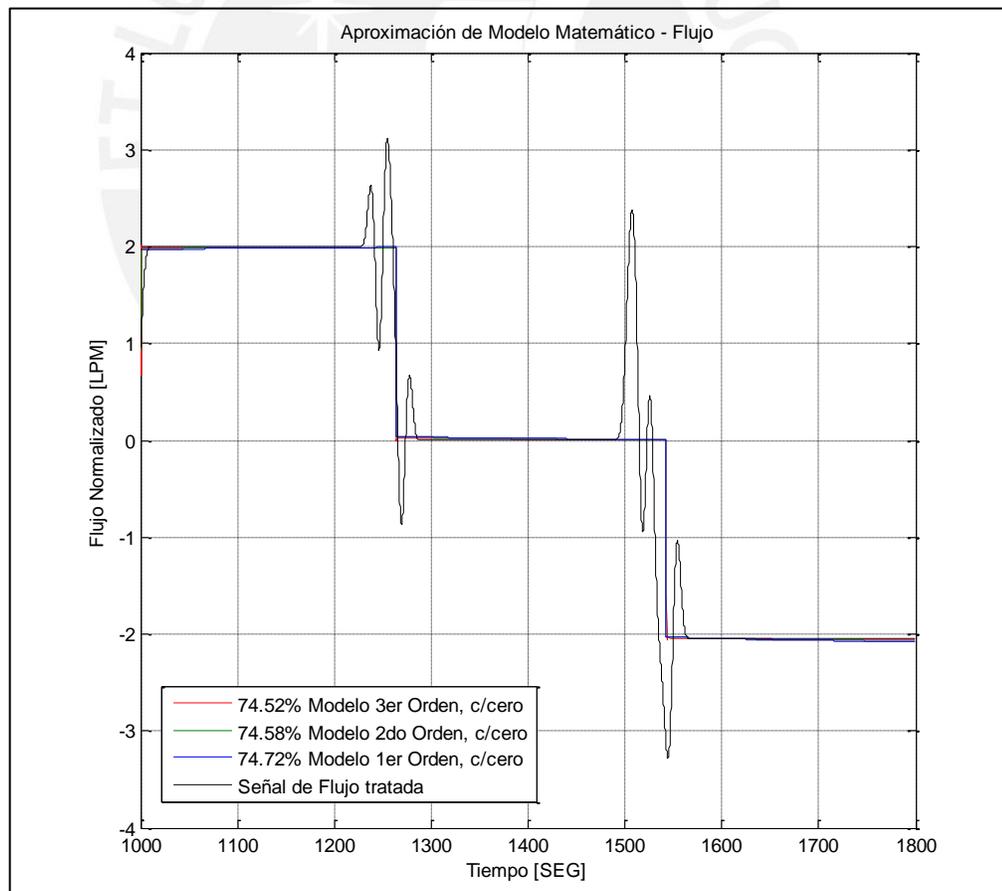


Figura 3.12. Identificación del modelo matemático de la variable de proceso de Flujo permeado, respecto a la variable de control de Presión.

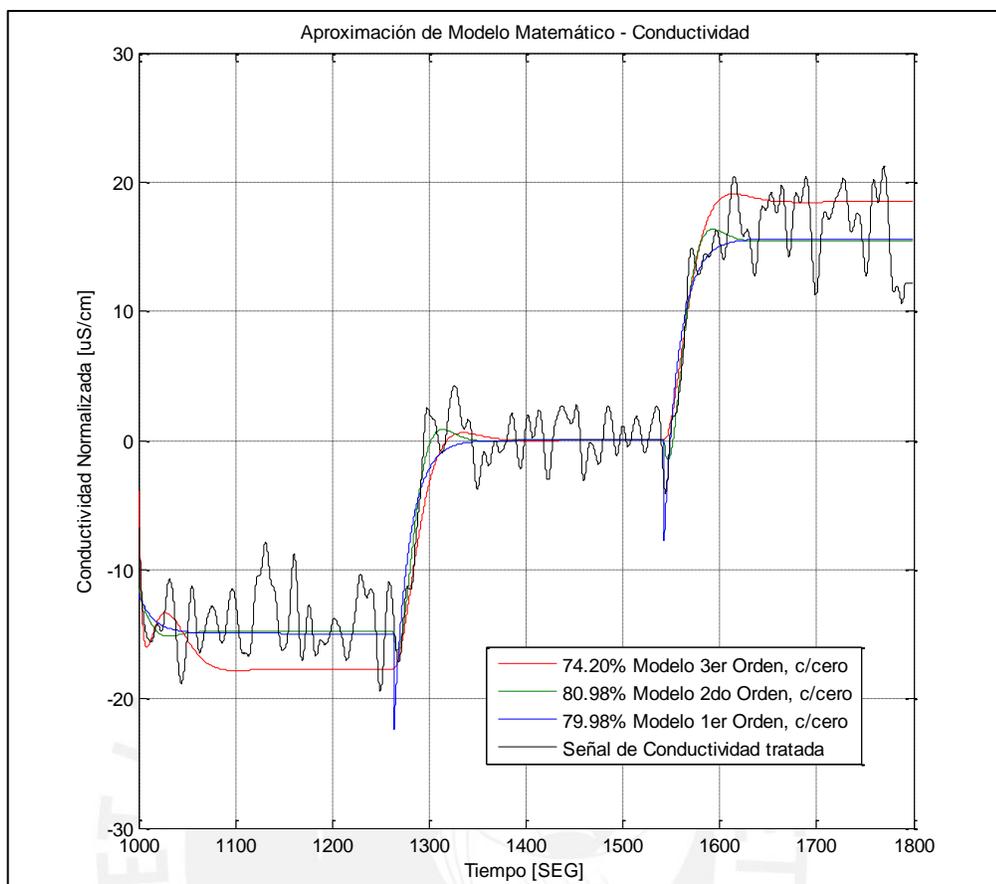


Figura 3.13. Identificación del modelo matemático de la variable de proceso de Conductividad del permeado, respecto a la variable de control de Presión.

En este trabajo, comparamos el modelo obtenido en forma de Función de Transferencia con otras estructuras de modelado; dadas las características de nuestra planta y a la presencia de la señal de ruido al ingreso del proceso, las estructuras de modelos aplicables para este caso son el AutoRegressive with eXogenous input (ARX) y el AutoRegressive Moving Average with eXogenous input (ARMAX), las cuales se ilustran en la Figura 3.14. Los resultados obtenidos indican que el modelo en forma de Función de Transferencia ofrece la mejor aproximación al comportamiento de la planta real en comparación con los modelos ARX y ARMAX, como se muestra en la Figura 3.15. Por lo tanto, en este trabajo, optaremos por trabajar con el modelo matemático en Función de Transferencia. Por otro lado, si se desea obtener mejores resultados en la

identificación de sistemas, considerando la estructura de los modelos polinomiales, se recomienda utilizar señales de Secuencia Binaria Pseudoaleatoria (PRBS), ya que presenta ciertas ventajas frente a otros tipos de entradas (Hidalgo, 2021).

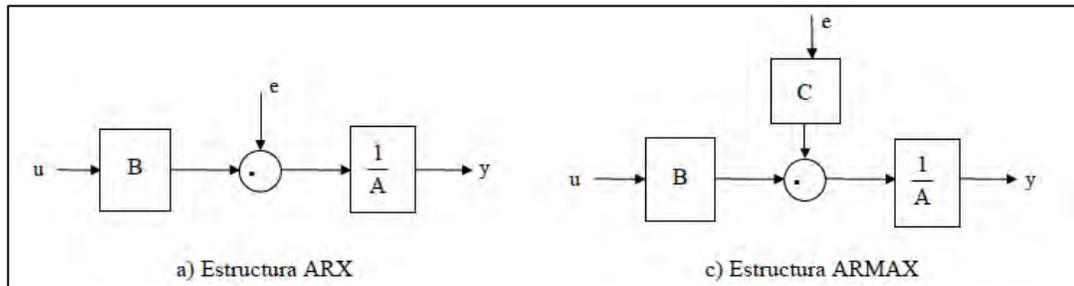


Figura 3.14. a) Estructura de modelo ARX, b) estructura de modelo ARMAX

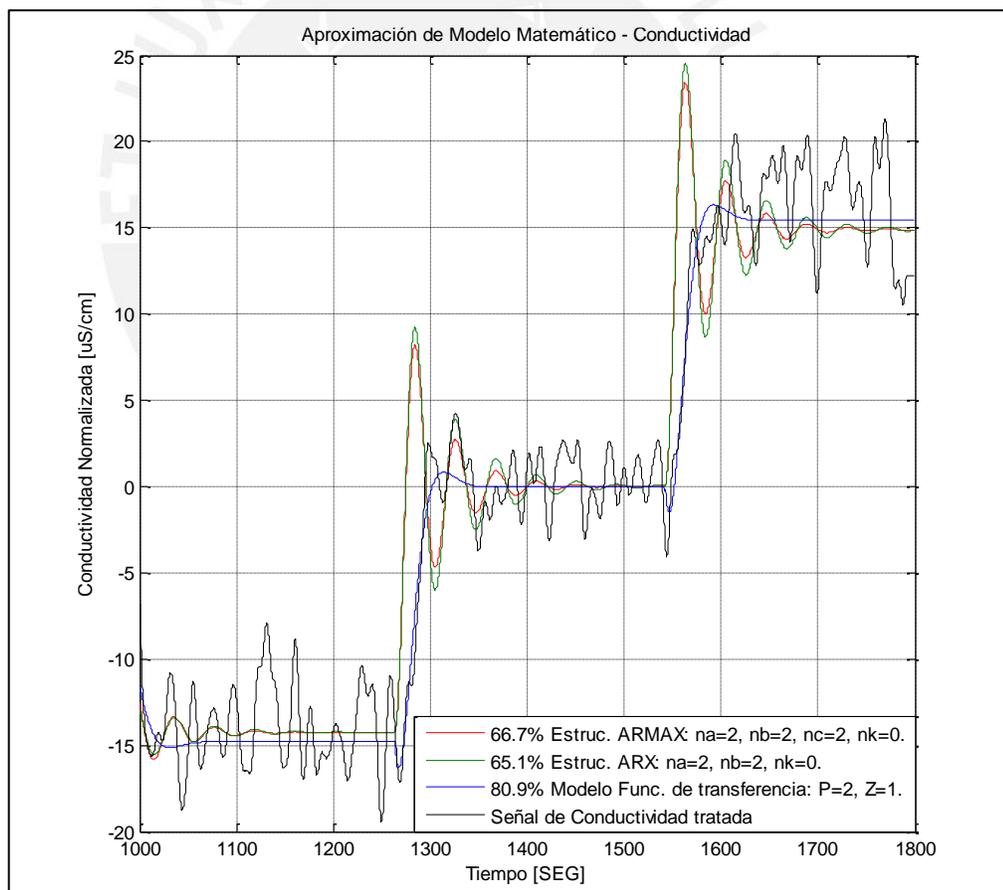


Figura 3.15. Identificación del modelo matemático, considerando las estructuras de Función de Transferencia, ARX y ARMAX, considerada para la variable de proceso de Conductividad Eléctrica respecto a la Presión.

En la Tabla 3.4, se presentan de manera matricial las funciones de transferencia de primer y segundo orden que componen el modelo matemático de la planta, obtenido mediante el método de identificación de sistemas. De manera similar, la Tabla 3.5 proporciona información sobre las variables críticas del proceso, el rango de linealidad establecido y los puntos de operación de los sistemas que constituyen la planta.

Tabla 3.4 Modelo multivariable de la unidad piloto de la PUCP

$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \text{pH} \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.06518s + 0.04837}{(s + 0.2801)}$	$G_{12} = \frac{Q}{\text{pH}} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = -1.3543 * \frac{-0.53373s + 1}{(11.663s + 1)(11.65s + 1)}$	$G_{22} = \frac{C}{\text{pH}} = \text{Cero (0)}$

Tabla 3.5 Rango Lineal del modelo de la unidad piloto de la PUCP

Variable	Rango de Linealidad	Punto de operación
Flujo, LPM	25.3 – 33.1	Qo = 29.2 lpm
Presión, PSI	223.53 - 270.00	Po = 246.93 psi
Conductividad, uS/cm	356 - 414	Co = 381.13 uS/cm

En la simulación de la planta, se consideró la normalización de los sistemas para los puntos de operación dados por Po = 246 psi, Qo=29.2 lpm, Co=381.13 uS/cm. De ese modo, al aplicar una señal de escalón unitario de 1 psi en la entrada de presión, se observó un aumento de 0.1727 lpm, en el caudal del permeado, con un tiempo de asentamiento de 20 segundos. En cuanto a la conductividad eléctrica, se registró una disminución de -1.351 uS/cm, con un tiempo de asentamiento de 115 segundos. La Figura 3.16 presenta visualmente estos resultados. Además, dado que la variable manipulada pH, para nuestro caso de estudio, es constante y no influye en el comportamiento dinámico del sistema, sus funciones de transferencia son iguales a cero.

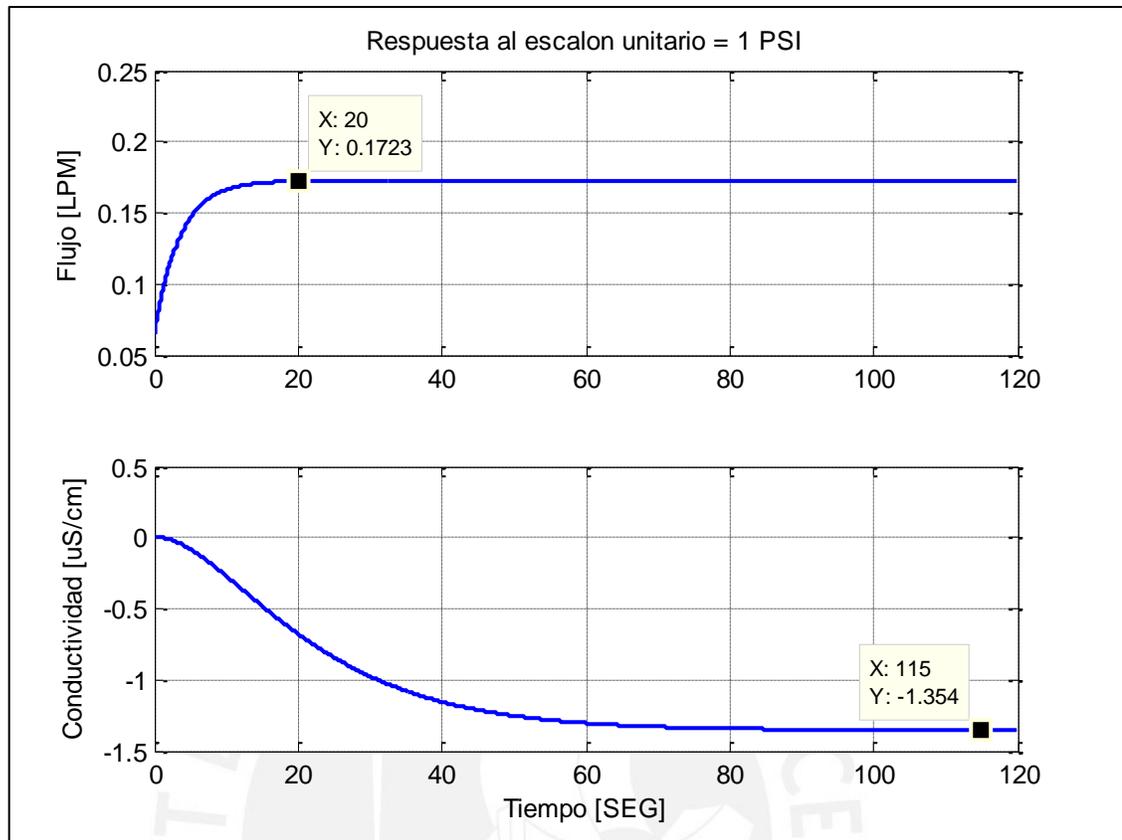


Figura 3.16: Respuesta al escalón unitario de 1 PSI los sistemas de Flujo G11 y Conductividad G21.

Representación en el Espacio de Estados de la Planta de Conductividad respecto a la Presión:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.00735835 & -0.17152318 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00735835 \end{bmatrix} u_P$$

$$y = [-1.354 \quad 0.7228] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u_P$$

3.4. Conclusiones

Al concluir este capítulo, se derivan las siguientes conclusiones:

- Para lograr una identificación efectiva del sistema, resulta crucial aplicar un tratamiento adecuado a los datos recopilados. Esto implica mitigar la influencia del ruido en las señales deseadas, encontrando un equilibrio entre la atenuación del ruido y la retención de información valiosa para el modelado del sistema en estado transitorio.
- El proceso de identificación de la planta llevó a explorar diversas estructuras de modelo, revelando que, en este caso, el modelo en función de transferencia proporcionó una mejor aproximación al comportamiento real de la planta, alcanzando un porcentaje de 80.98% para el rango de linealidad definido para la planta; si se desea obtener mejores resultados en la identificación de sistemas, considerando la estructura de los modelos polinomiales, se recomienda utilizar señales de Secuencia Binaria Pseudoaleatoria (PRBS).
- Los resultados obtenidos en este capítulo subrayan que, mediante la aplicación de técnicas de identificación de sistemas, es factible obtener un modelo matemático lineal de una planta de Osmosis Inversa, definido para un rango lineal de operación.

CAPITULO 4: TEORIA DEL CONTROL H INFINITO H_∞

4.1. Introducción

En la industria, las plantas desalinizadoras de agua de mar por Osmosis Inversa son sistemas de gran envergadura y complejidad, diseñados para abastecer las crecientes demandas de agua potable de la población. El rendimiento de estas plantas puede verse afectado por variaciones en los parámetros del proceso, como la salinidad, el pH, la temperatura y el estado de los componentes internos, como la saturación de filtros y membranas. Estas variaciones generan un comportamiento dinámico complejo en el sistema.

Por estos motivos, es esencial desarrollar un sistema de control robusto que pueda mitigar el impacto de errores en el modelo o dinámicas no previstas en el sistema. Aunque los controladores PID, que son parte del enfoque de control clásico, ofrecen una alta robustez, tienen limitaciones cuando se trata de controlar plantas con un comportamiento dinámico complejo o sistemas multivariables.

En contraste, el control H_∞ es inherentemente robusto y puede ser diseñado para proporcionar la robustez necesaria para el sistema. Además, es capaz de controlar plantas con comportamientos dinámicos complejos y sistemas que involucran múltiples variables. Por estas razones, se considera adecuado emplear el control H_∞ como estrategia de control en este contexto.

4.2. Control Robusto

La descripción precisa de un proceso real mediante un modelo matemático puede resultar sumamente compleja. Al intentar representarlos como sistemas lineales e invariantes en el tiempo, es necesario simplificar y, en ocasiones, asumir ciertas dinámicas como errores que, a juicio propio, no requieren ser modeladas. En consecuencia, un modelo matemático de un proceso real puede presentar grados variables de imprecisión, manifestando incertidumbres o errores de modelado.

Por otro lado, la creciente exigencia de cumplir con especificaciones de diseño más rigurosas ha llevado a considerar aspectos de gran relevancia en el desarrollo de sistemas de control, buscándose que el comportamiento del sistema se mantenga aceptable en un entorno realista, donde las incertidumbres son inevitables.

La disciplina del control robusto se ocupa de aquellos problemas que involucran incertidumbres en el modelo, siendo tolerables para un controlador fijo, lineal e invariante en el tiempo. Diferenciándose de aquellos problemas que requieren de un controlador variable, como el control adaptativo o el control por planificación de ganancia (Rodríguez & López, 1996).

En este sentido, los objetivos de control que busca todo controlador son los siguientes:

- Estabilidad Nominal: Garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado, bajo condiciones de trabajo nominales.
- Comportamiento Nominal: Lograr un desempeño adecuado u óptimo del sistema.
- Estabilidad Robusta: Mantener la estabilidad del sistema ante las diversas plantas asociadas a las incertidumbres del modelo.

- Comportamiento Robusto: Cumplir con las especificaciones de funcionamiento para el conjunto de las posibles plantas asociadas a la incertidumbre del modelo.

Conforme a lo descrito, en la figura 4.1 queda resumido el problema de diseño y los diferentes niveles de exigencia que se establecen sobre un sistema de control.

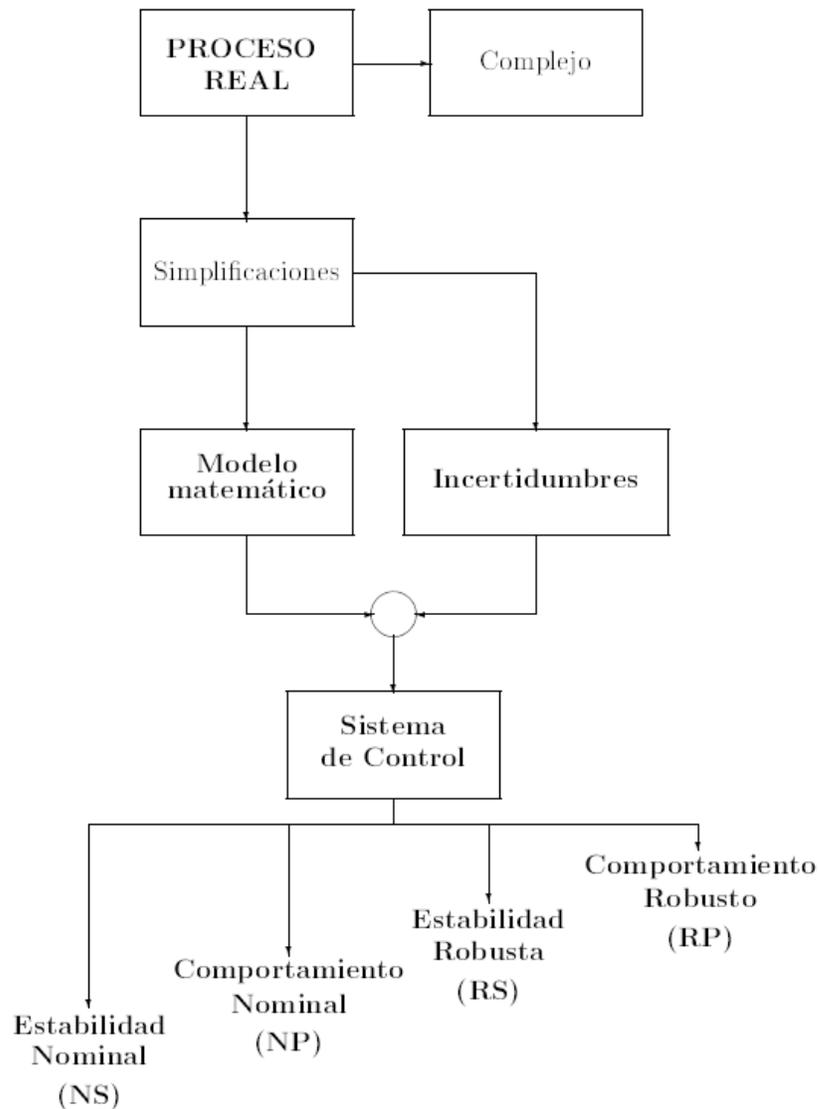


Figura 4.1: Planteamiento del problema de control (Rodríguez & López, 1996)

4.3. Control H infinito – Problema estándar

Dado el sistema de control realimentado presentado en la figura 4.2, donde r representa la señal de referencia, e es la señal de error, u es la variable manipulada e y es la variable controlada; consideremos ahora la inclusión de variables de entrada y salida en el sistema, como el ruido n y las perturbaciones di y do ; así como a las variables z_1 , z_2 , z_3 , que corresponden a la señal de error, la señal de control y la variable controlada, respectivamente. Todas estas variables están ponderadas por pesos W , incluyendo también a la señal de referencia r , como se muestra en la figura 4.3. Finalmente, es posible acomodar este diagrama a la forma presentada en la figura 4.4, la cual corresponde a la Estructura General del problema de Control H_∞ .

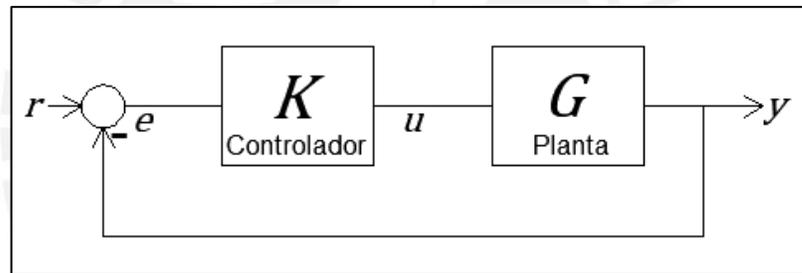


Figura: 4.2. Diagrama básico de control realimentado

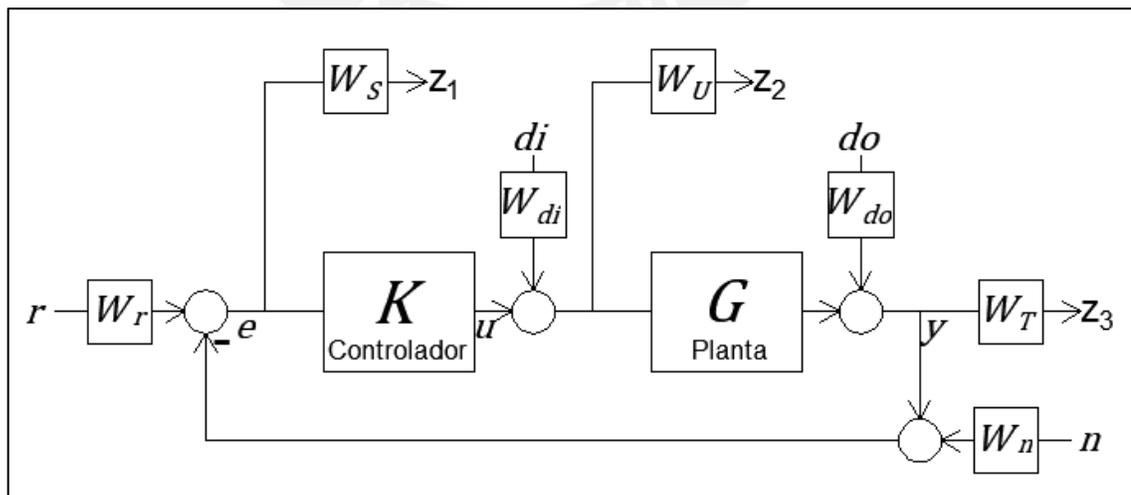


Figura: 4.3. Diagrama de control con ponderación en las entradas y salidas.

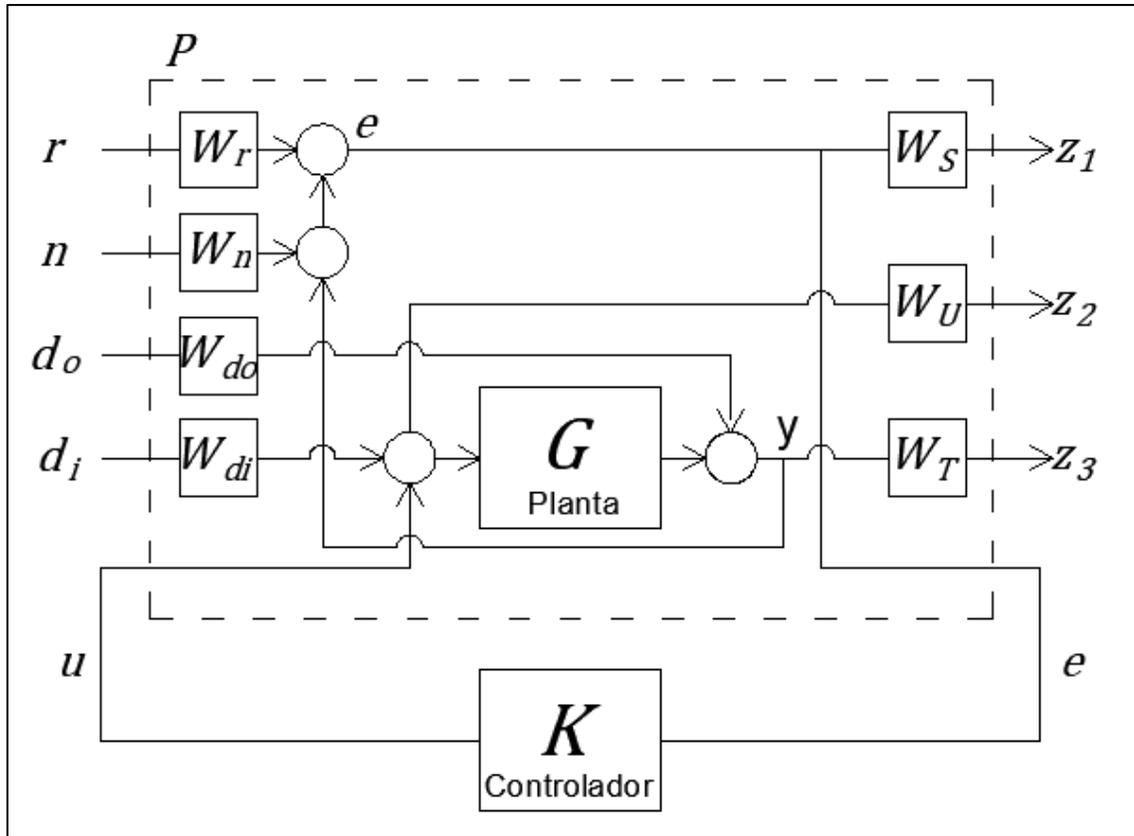


Figura: 4.4. Diagrama de control realimentado con ponderación en las variables de entrada y la salida (Rodríguez & López, 1996).

Agrupando a las entadas exógenas en el vector $w = [r \ n \ d_i \ d_o]'$ y a las salidas en el vector $z = [z_1 \ z_2 \ z_3]'$, la estructura del problema de control quedaría representado como se muestra en la figura 4.5, donde P representa a la planta generalizada y K es un controlador, asumiendo que tanto P como K son matrices de transferencia propias y real-racional.

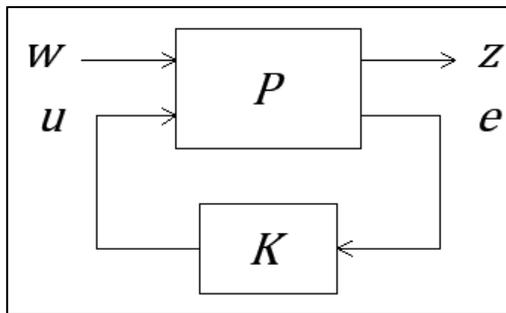


Figura 4.5. Planta generalizada y regulador

Expresamos P de forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Donde las variables z , e y u quedan expresadas de la siguiente manera:

$$z = P_{11}w + P_{12}u \quad (4.2)$$

$$e = P_{21}w + P_{22}u \quad (4.3)$$

$$u = Ke \quad (4.4)$$

Sustituyendo (4.3) en (4.4) y luego en (4.2), obtenemos:

$$z = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}]w \quad (4.5)$$

Por lo tanto, la relación entre z y w se expresa de la siguiente manera:

$$z = T_{zw}w \quad (4.6)$$

Donde:

$$T_{zw} = [P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}] \quad (4.7)$$

La función (matriz) de transferencia se conoce como Transformación Lineal Fraccional (LFT), a partir de la cual se plantea el problema estándar de encontrar un controlador K que minimice la norma H_∞ de la función (matriz) de transferencia T_{zw} . (Rodríguez & López, 1996). En el diseño de controladores H_∞ , existen varios métodos y enfoques para sintetizar controladores que minimicen la norma H_∞ de la función de transferencia del sistema (T_{zw}), con lo cual se busca garantizar la estabilidad y el rendimiento robusto en sistemas de control. Entre los métodos más comunes, podemos mencionar:

- Parametrización de Youla-Kucera: Este método permite el diseño de controladores robustos que pueden adaptarse a cambios en los parámetros del sistema y garantizar el rendimiento deseado, sin embargo, el orden del controlador puede resultar alto.

- Ecuaciones de Riccati: Este método requiere resolver ecuaciones matriciales para calcular la ganancia del controlador que minimiza la norma H_{∞} , es útil en sistemas lineales o sistemas que se pueden linealizar.
- Desigualdades Matriciales Lineales (LMI): Este enfoque plantea el problema de control H_{∞} en términos de desigualdades matriciales, requiriendo de técnicas de optimización para encontrar controladores que cumplan con estas desigualdades. Las LMI son útiles cuando se busca una solución más generalizable que funcione en sistemas no lineales o sistemas inciertos.

Cada uno de estos métodos tiene sus propias ventajas y limitaciones, y la elección del método dependerá de la naturaleza del sistema, los objetivos de control y las herramientas disponibles. Para el presente trabajo abordaremos la síntesis del Control H_{∞} a través del enfoque de las Ecuaciones de Riccati en Espacio de Estados.

4.4. Problema de control H_{∞} en espacio de estados

En la sección anterior, se describió el problema estándar del Control H_{∞} en el dominio de la frecuencia, lo cual sienta la base para abordar el problema en el Espacio de Estados. El enfoque en el Espacio de Estados se caracteriza, en general, por estar basados en la solución de dos ecuaciones algebraicas de Riccati desacopladas, partiendo de las matrices de estado de la planta generalizada. En 1989, Jhon Doyle y colaboradores (Doyle et al., 1989), presentaron la formulación para la solución del Problema Estándar del Control H_{∞} en el espacio de estados, el cual aplica a sistemas y controladores lineales invariantes en el tiempo (LTI) de dimensionalidad finita.

Considerando una realización de la planta generalizada $P(S)$ de la figura 4.4, expresada como:

$$\dot{x} = A_p x + B_1 \omega + B_2 u \quad (4.8)$$

$$z = C_1 x + D_{11} \omega + D_{12} u \quad (4.9)$$

$$e = C_2 x + D_{21} \omega + D_{22} u \quad (4.10)$$

O en forma abreviada como:

$$P(s) \equiv (A_p, B_p, C_p, D_p) \quad (4.11)$$

Donde:

$$B_p = [B_1 \quad B_2], \quad C_p = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, \quad D_p = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Como se mencionó en la sección 4.3, el problema de diseño de control H_∞ implica encontrar un regulador K , que sea asintóticamente estable, lo que asegura que el sistema en lazo cerrado T_{zw} sea internamente estable, y al mismo tiempo, minimice la norma H_∞ de T_{zw} .

El regulador $K(s)$ deseado debe cumplir con la condición de ser racional propio, detectable y estabilizable, para garantizar la estabilidad interna del sistema en lazo cerrado.

El enfoque propuesto por Doyle y colaboradores (Doyle et al., 1989), se basa en ciertas suposiciones que simplifican la formulación del problema, Estas suposiciones se convierten en las hipótesis de trabajo para el problema de control óptimo H_∞ que se desarrolla a continuación.

Las condiciones asumidas para las matrices de estado de la planta ampliada $P(s)$ son las siguientes:

1. Los pares (A_p, B_1) y (A_p, B_2) son estabilizables.
2. Los pares (C_1, A_p) y (C_2, A_p) son detectables.
3. $D_{12}^T C_1 = 0$ y $D_{12}^T D_{12} = I$
4. $B_1 D_{21}^T = 0$ y $D_{21} D_{21}^T = I$
5. $D_{11} = 0$ y $D_{22} = 0$

Las suposiciones (1) y (2) garantizan la existencia de la solución de las ecuaciones de Riccati de control y del observador. La suposición (3) implica la ortogonalidad entre $C_1 x$ y $D_{12} u$, lo cual en la formulación de un problema

LQG implica que la función de costos no tendrá ponderación cruzada entre el estado x y la entrada de control u , a la vez que la matriz de ponderación del vector de control será la matriz unidad. La (4) equivale a la (3) para las matrices de covarianza de los ruidos actuantes sobre el proceso y sobre la medida (ruido de sensores). La suposición (5) se hace para simplificar la formulación, y no supone pérdida de generalidad, ya que un problema determinado puede transformarse en uno equivalente que satisfaga tales requerimientos (Green & Limebeer, 1994; Safonov et al., 1989; Rodríguez & López, 1996).

4.5. Norma H infinito - H_∞

La norma H_∞ de un sistema lineal se define como la magnitud pico de su respuesta en frecuencia para el caso escalar. Para sistemas multivariables, la norma H_∞ se calcula como el máximo valor singular de la respuesta en frecuencia de la matriz de funciones de transferencia.

Sea T_{zw} una función o matriz de funciones de transferencia, la norma H_∞ de T_{zw} queda definida de la siguiente manera:

$$\|T_{zw}\|_\infty := \sup_{\omega} \sigma_{max} [T_{zw}(j\omega)] \quad (4.13)$$

Donde:

$$\sigma_{max} := \text{maximo valor singular}$$

Para ejemplificar la definición, presentaremos la respuesta en frecuencia de la función de transferencia $G_{21}=C(s)/P(s)$, que se describe en el capítulo 3 para el caso SISO (ver Figura 4.6), y la matriz de funciones de transferencia que se detalla en el modelo matemático de Alatiqi, según se presenta en el capítulo 2 para el caso MIMO (ver Figura 4.7).

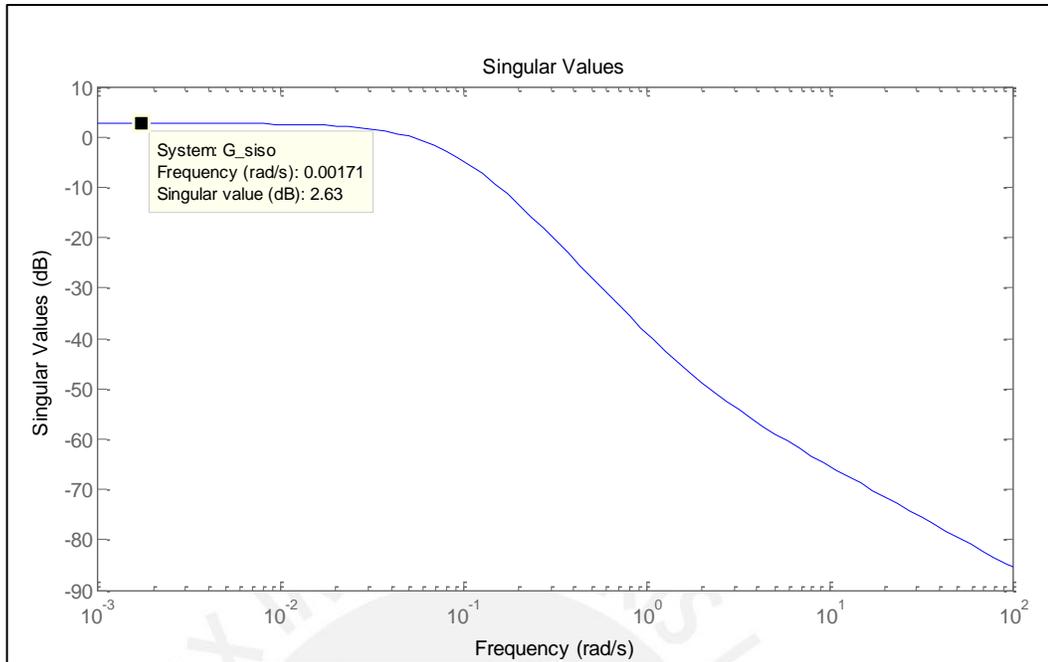


Figura 4.6. Respuesta en frecuencia del sistema SISO G_{21} de la Tabla 2.3

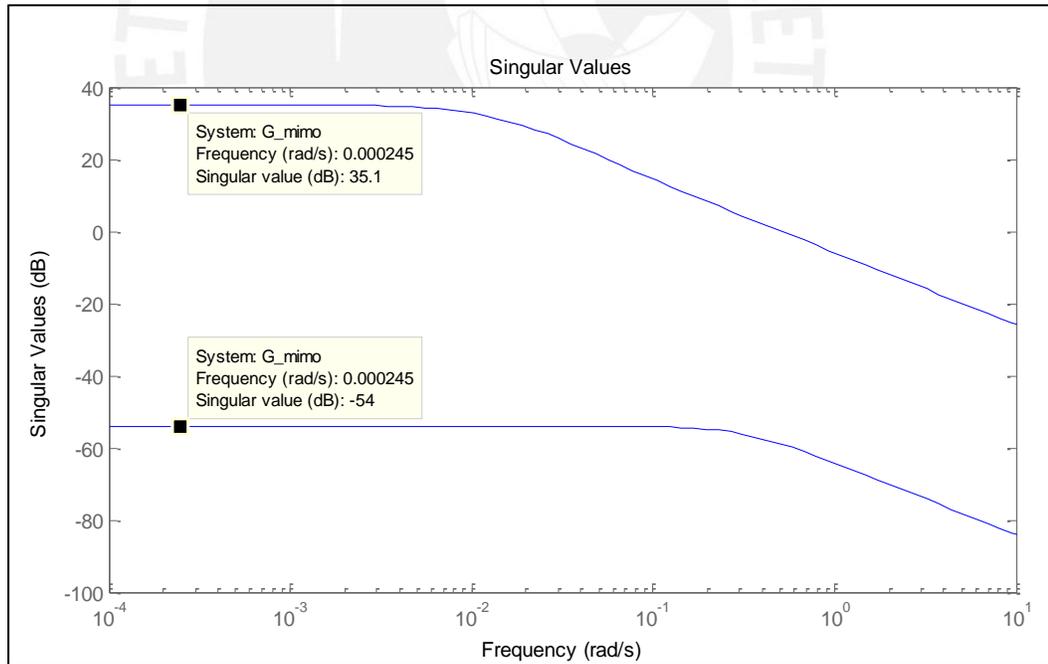


Figura 4.7. Respuesta en frecuencia del sistema MIMO de la Tabla 2.10

4.6. Cálculo de la Norma H infinito - H_∞

En un determinado problema de control, puede que se esté interesado en minimizar el máximo alcanzable por la respuesta en frecuencia de T_{zw} , esto plantea un problema de optimización H_∞ , en el que se busca obtener el mínimo de la norma H_∞ de la función que relaciona la entrada w con la salida z (T_{zw}).

El cálculo de norma H_∞ de T_{zw} se puede realizar directamente utilizando la definición detallada en la sección 4.3. No obstante, es crucial tener en cuenta que, durante la evaluación de la respuesta en frecuencia del sistema, es posible que no se consideren todas las frecuencias necesarias. Este escenario podría conducir a la omisión de valores pico en nuestro análisis, generando así un resultado incorrecto en el cálculo de la norma H_∞ (Salas, 2020).

Otra manera de calcular la norma H_∞ de T_{zw} es a través de una realización de T_{zw} dada por las matrices A_T , B_T , C_T , y D_T ($D_T = 0$), definiendo a la matriz Hamiltoniana asociada H como:

$$H = \begin{bmatrix} A_T & \frac{B_T B_T^T}{\gamma^2} \\ -C_T^T C_T & -A_T \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

y se establecen las siguientes equivalencias (Doyle et al. 1989):

1. T_{zw} cumple: $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$
2. H no tiene autovalores en el eje imaginario.
3. $H \in \text{dom}(\text{Ric})$
4. $H \in \text{dom}(\text{Ric})$ y $\text{Ric}(T_{zw}) > 0$

Teniendo en cuenta (1) y (2) se puede derivar un método para calcular $\|T_{zw}\|_\infty$ (Rodríguez & López, 1996).

1. Seleccionar un escalar $\gamma > 0$.
2. Se forma la matriz H y se testea si tiene autovalores en el eje imaginario.

3. Se aumenta o disminuye de acuerdo con el resultado del paso 2.
4. Se repite el proceso, iterando con γ hasta encontrar un valor crítico γ_0 que con cierta precisión cumpla la condición del paso 2, en ese caso consigue una cota para $\|T_{zw}\|_\infty$, tal que $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma_0$.

4.7. Controlador H_∞

Tomando en consideración lo descrito en el presente capítulo, en esta sección nos enfocaremos en el procedimiento para encontrar un controlador asintóticamente estable K , tal que la norma H_∞ de T_{zw} sea menor que el valor elegido para γ ($\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$), al cual denominaremos Controlador K sub óptimo. La solución involucra la resolver las ecuaciones algebraicas de Riccati del controlador y del observador, descritas a continuación (Doyle et al., 1989; Rodríguez & López, 1996).

Ecuación algebraica de Riccati del controlador.

$$A_p^T X_\infty + X_\infty A_p - X_\infty \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} \right) B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \right] X_\infty + C_1^T C_1 = 0 \quad (4.15)$$

Ecuación algebraica de Riccati del observador.

$$A_p Y_\infty + Y_\infty A_p^T - Y_\infty \left[\left(\frac{1}{\gamma^2} \right) C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \right] Y_\infty + B_1^T B_1 = 0 \quad (4.16)$$

Las matrices Hamiltonianas asociadas a H_{X_∞} y H_{Y_∞} :

$$H_{X_\infty} = \begin{bmatrix} A_p & \left(\frac{1}{\gamma^2} \right) B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A_p^T \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$H_{Y_\infty} = \begin{bmatrix} A_p^T & \left(\frac{1}{\gamma^2} \right) C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1^T B_1 & -A_p \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Debiéndose cumplir lo siguiente:

- 1) $H_{X_\infty} \in \text{dom}(\text{Ric})$ y $X_\infty := \text{Ric}(H_{X_\infty}) \geq 0$.
- 2) $H_{Y_\infty} \in \text{dom}(\text{Ric})$ y $Y_\infty := \text{Ric}(H_{Y_\infty}) \geq 0$.
- 3) $\rho(X_\infty, Y_\infty) < \gamma^2$

Satisfechas las condiciones, el controlador resultante será:

$$K(s) = \begin{bmatrix} A_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Donde:

$$A_\infty = A_p + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 K_c + Z_\infty L_\infty C_2$$

$$F_\infty = -B_2^T X_\infty, \quad L_\infty = -Y_\infty C_2^T, \quad Z_\infty = [I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty]^{-1}$$

El compensador $K_{sub}(s)$ presentará el mismo orden que el de la planta generalizada o aumentada, además se consigue la condición $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$, el sistema en lazo cerrado se presenta en la figura 4.8.

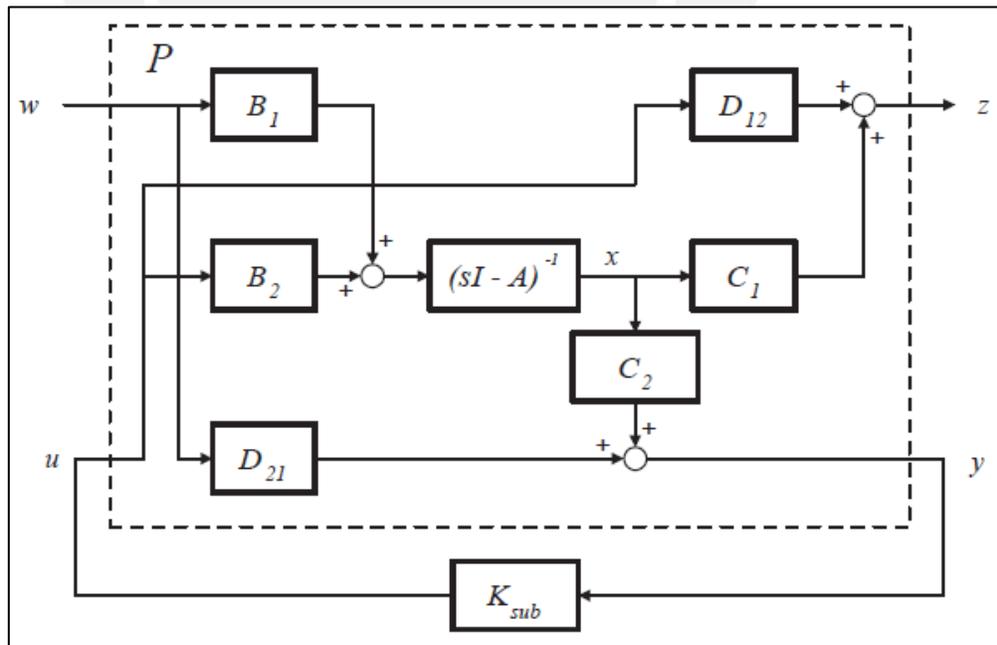


Figura 4.8: El costo del problema de control H_∞ es $\|z\|_\infty$

4.8. Interconexión de Transformación Lineal Fraccional LFT en Espacio de Estados.

Formularemos en esta sección una representación en el espacio de estados para interconexiones de LFTs considerando algunas propiedades de cancelación.

Consideremos el diagrama de la interconexión mostrado en la figura 4.9, y sus respectivos sistemas P y K presentados a continuación:

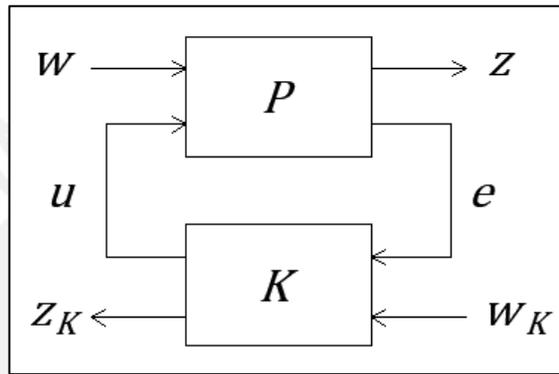


Figura 4.9: Interconexión de dos LFT

Matrices de P y K , tendrían la siguiente estructura propuesta:

$$\mathbf{P} \equiv \begin{bmatrix} A_p & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{K} \equiv \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hat{C}_1 & 0 & I \\ \hat{C}_2 & I & 0 \end{bmatrix}$$

Donde sus ecuaciones de estado son:

$$\dot{x} = A_p x + B_1 \omega + B_2 u \quad (4.20)$$

$$z = C_1 x + 0\omega + D_{12} u \quad (4.21)$$

$$e = C_2 x + D_{21} \omega + 0u \quad (4.22)$$

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A} \hat{x} + \hat{B}_1 e + \hat{B}_2 W_K \quad (4.23)$$

$$u = \hat{C}_1 \hat{x} + 0e + I W_K \quad (4.24)$$

$$Z_K = \hat{C}_2 \hat{x} + I e + 0W_K \quad (4.25)$$

Para obtener la estructura de la planta generalizada del problema estándar presentado en la Figura 4.5, fijamos los valores de W_K y Z_K igual a 0, así mismo, sustituimos la ecuación (4.24) en (4.20) y (4.21), y la ecuación (4.22) en (4.23), quedando el sistema expresado de la siguiente manera:

$$\dot{x} = A_p x + B_1 w + B_2 \hat{C}_1 \hat{x} \quad (4.26)$$

$$z = C_1 x + D_{12} \hat{C}_1 \hat{x} \quad (4.27)$$

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A} \hat{x} + \hat{B}_1 C_2 x + \hat{B}_1 D_{21} w \quad (4.28)$$

De este modo, nuestra función de transferencia T_{zw} queda expresado de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_2 \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 C_2 & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ \hat{B}_1 D_{21} \end{bmatrix} w \quad (4.29)$$

$$[z] = [C_1 \quad D_{12} \hat{C}_1] \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

4.9. Controlador H_∞ alternativo

El método que se presenta se basa en la teoría de control desarrollada en 1989 por Doyle et al., según se expone en la publicación "State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems". No obstante, al aplicar este método, pueden surgir problemas numéricos que dificulten o incluso imposibiliten su resolución, es por esto que en la actualidad existen métodos alternativos para abordar el problema de control H_∞ , con el objetivo de mejorar y facilitar la resolución numérica de las ecuaciones presentadas aquí. (Rodríguez & López, 1996). Los métodos alternativos para calcular el controlador H_∞ se fundamentan en el empleo de la Transformación Lineal Fraccional (LFT). A continuación, se presenta un cálculo alternativo propuesto por Rodríguez et al 1996, que logra mejorar las propiedades numéricas para el cálculo del controlador H_∞ .

Se plantean las matrices Hamiltonianas

$$X_\infty = Ric \begin{bmatrix} A_p - B_2 D p_{12} D_{12}^T C_1 & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 D p_{12} B_2^T \\ C p_1^T C p_1 & -(A_p - B_2 D p_{12} D_{12}^T C_1)^T \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$Y_\infty = Ric \begin{bmatrix} (A_p - B_1 D_{21}^T D p_{21} C_2)^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T D p_{21} C_2 \\ -B p_1 B p_1^T & -(A_p - B_1 D_{21}^T D p_{21} C_2) \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Donde:

$$B p_1 = B_1 (I - D_{21}^T D p_{21} D_{21})$$

$$C p_1 = (I - D_{12} D p_{12} D_{12}^T) C_1$$

$$D p_{12} = (D_{12}^T D_{12})^{-1}$$

$$D p_{21} = (D_{21} D_{21}^T)^{-1}$$

El controlador viene dado por:

$$K(s) \equiv [\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}] \quad (4.33)$$

Donde:

$$\hat{A} = A_p - B_2 K_c - Z_\infty K_o C_2 + \gamma^{-2} (B_1 B_1^T - Z_\infty K_o D_{21} B_1^T) X_\infty$$

$$\hat{B} = Z_\infty K_o \quad \hat{C} = -K_c \quad \hat{D} = 0$$

$$K_c = D p_{12} (B_2^T X_\infty + D_{12}^T C_1), \quad K_o = (Y_\infty C_2^T + B_1 D_{21}^T) D p_{21},$$

$$Z_\infty = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1}$$

Así mismo, la realización Tzw presenta la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_2 \hat{C} \\ \hat{B} C_2 & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ \hat{B} D_{21} \end{bmatrix} w \quad (4.34)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \hat{C} \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} w \quad (4.35)$$

Como puede observarse, esta nueva realización Tzw es igual a la realización de la planta generalizada de la sección 4.8 (Ecuaciones 4.29 y 4.30), solo que adiciona la ecuación del error: $e = C_2 x + D_{21} w$.

Operador de Riccati (Complemento)

Sean A, Q, R , matrices cuadradas de dimensiones n , con R y Q simétricas.

Se define la matriz Hamiltoniana asociada como:

$$H = \begin{bmatrix} A & R \\ Q & -A^T \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Si se supone que H no tiene autovalores en el eje imaginario, y que existe una matriz T que hace la siguiente partición:

$$T^{-1}HT = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ 0 & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

con la propiedad de que la matriz \bar{A}_{11} tiene todos sus autovalores con parte real negativa; y que a su vez T puede ponerse como:

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

entonces la matriz:

$$X = T_{21}T_{11}^{-1} \quad (4.39)$$

Estará determinada de forma única por H , o dicho de otra forma, se puede establecer una correspondencia o función (denominada también operador de Riccati), representada por Ric , entre el conjunto de matrices Hamiltonianas $\{H\}$ y el conjunto de matrices $\{X\}$:

$$X = Ric(X)$$

el dominio de esta función se representa por $dom(Ric)$, y consta del conjunto de matrices Hamiltonianas H que no tienen autovalores en el eje imaginario, y para las que existe una matriz de transformación T que particiona a H .

Se tiene además que la matriz X es simétrica y resulta ser la solución de la ecuación de Riccati (Doyle et al., 1989) :

$$A^T X + XA + XRX - Q = 0 \quad (4.40)$$

por lo que se suele decir que H es la matriz Halmiltoniana asociada a la ecuación algebraica de Riccati.

4.10. Funciones de Ponderación

En la figura 4.10 se presenta la planta generalizada ponderada que corresponde al problema estándar del control H infinito, donde se han considerado los pesos o ponderaciones en las variables de entrada y salida con el propósito de generar dependencia espacial y de frecuencia de las respectivas señales, así como las especificaciones de rendimiento. Estas ponderaciones son fundamentales para modelar y ajustar las características de respuesta tanto en el bucle abierto como cerrado del sistema. Las funciones de ponderación de las entradas exógenas (W_r , W_n , W_{do} , W_{di}) y de las salidas (W_s , W_u , W_T) se definen como funciones de transferencia racionales, estables y de fase mínima, lo que implica que carecen de polos o ceros en el semiplano derecho (Bibel & Malyevac, 1992).

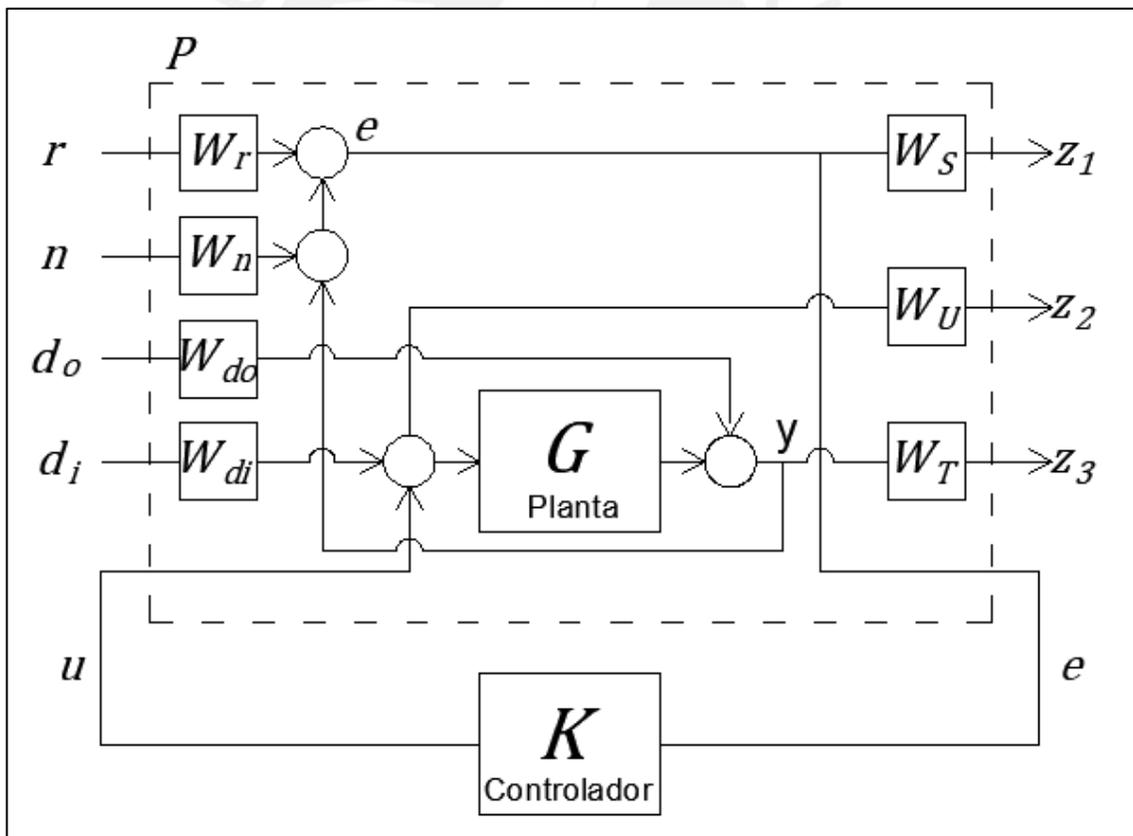


Figura 4.10: Planta generalizada ponderada

En función del problema que se busca abordar, el diseñador decide qué entradas exógenas incluir y qué salidas reguladas minimizar, formulando luego las funciones de ponderación pertinentes e incorporarlas al modelo de planta $G(s)$ para crear la planta generalizada, $P(s)$, dentro del marco del Control H_∞ . De esta manera, las ponderaciones de entrada/salida actúan como los "controles ajustables" en el método de diseño H_∞ permitiendo modificar y adaptar el comportamiento del sistema mediante la manipulación de estas ponderaciones. Esta capacidad tiene un impacto significativo en la configuración del controlador resultante, determinando la forma de la respuesta en el tiempo y frecuencia del sistema.

Las funciones de ponderación de las entradas exógenas desempeñan un papel esencial al ajustar el comportamiento del sistema en relación con las señales externas que afectan al sistema, permitiendo asignar importancia diferencial a diversas entradas exógenas. Por su parte, las funciones de ponderación de las señales de salida permiten ajustar el comportamiento deseado del sistema, garantizando el cumplimiento de los requisitos de rendimiento y las especificaciones de control deseadas. Esto se logra a través de las funciones de ponderación de sensibilidad (W_S), sensibilidad complementaria (W_T), y de la señal de entrada de control (W_U).

La función de ponderación en la transferencia de sensibilidad, representada por W_S , se elige con el propósito de reflejar las características de rendimiento deseadas en la respuesta del sistema a lo largo del tiempo. Esta función busca tener una baja ganancia en frecuencias bajas para lograr un rendimiento efectivo en el seguimiento de la referencia, y una alta ganancia en frecuencias altas para controlar y limitar la sobre elongación. La selección de W_S se realiza de manera que su inverso, W_S^{-1} , refleje la forma deseada de la función de sensibilidad. En este proceso, se implementa un peso de paso bajo en la función de sensibilidad, con la magnitud en bajas frecuencias establecida aproximadamente igual al

inverso del error de seguimiento en estado estacionario deseado. Además, se ajusta la ganancia en altas frecuencias para limitar la sobre elongación.

En la función de ponderación de la Sensibilidad Complementaria, denotada como W_T , la respuesta del sistema a las entradas de referencia y al ruido del sensor se expresa mediante la función de sensibilidad complementaria T . Es fundamental que T esté próxima a la unidad para lograr un seguimiento efectivo de la entrada de referencia y cercana a cero para la supresión del ruido. Para alcanzar estos objetivos, se deben realizar compromisos en diferentes rangos de frecuencia. La ponderación de la función de sensibilidad complementaria a través de W_T tiene como propósito obtener características de robustez de estabilidad, tales como la insensibilidad al ruido y a dinámicas no modeladas. Dado que el ruido tiende a concentrar su energía en frecuencias altas, mientras que las órdenes de entrada de referencia suelen estar en frecuencias bajas, se emplea un peso de paso alto. Este enfoque implica mantener W_T cerca de la unidad en bajas frecuencias y bajo en frecuencias altas, asegurando así un equilibrio para un rendimiento óptimo del sistema en diferentes contextos frecuenciales.

La función de ponderación de la señal de entrada de control, W_U , desempeña un papel crucial al limitar la amplificación de las señales de ruido del sensor en la señal de control. Por lo general, los pesos asociados a la entrada del actuador son constantes en frecuencia y se establecen como el inverso del límite de saturación. Este enfoque proporciona una manera efectiva de evitar la saturación del actuador y garantizar un comportamiento controlado del sistema; no obstante, cabe destacar que en algunos casos es posible que el conocimiento del contenido de frecuencia de la saturación sea relevante. En tales situaciones, la ponderación de la señal de entrada de control podría ajustarse de manera dependiente de la frecuencia para adaptarse mejor a las características específicas de la saturación en distintas frecuencias (Bibel & Malyevac, 1992).

En el diseño de un sistema de control, es esencial establecer y cumplir con objetivos específicos para la planta, de acuerdo con la respuesta en frecuencia deseada (ver figura 4.11). Estas zonas frecuenciales permiten adaptar estratégicamente el diseño del sistema de control para abordar distintos aspectos del rendimiento en cada región.

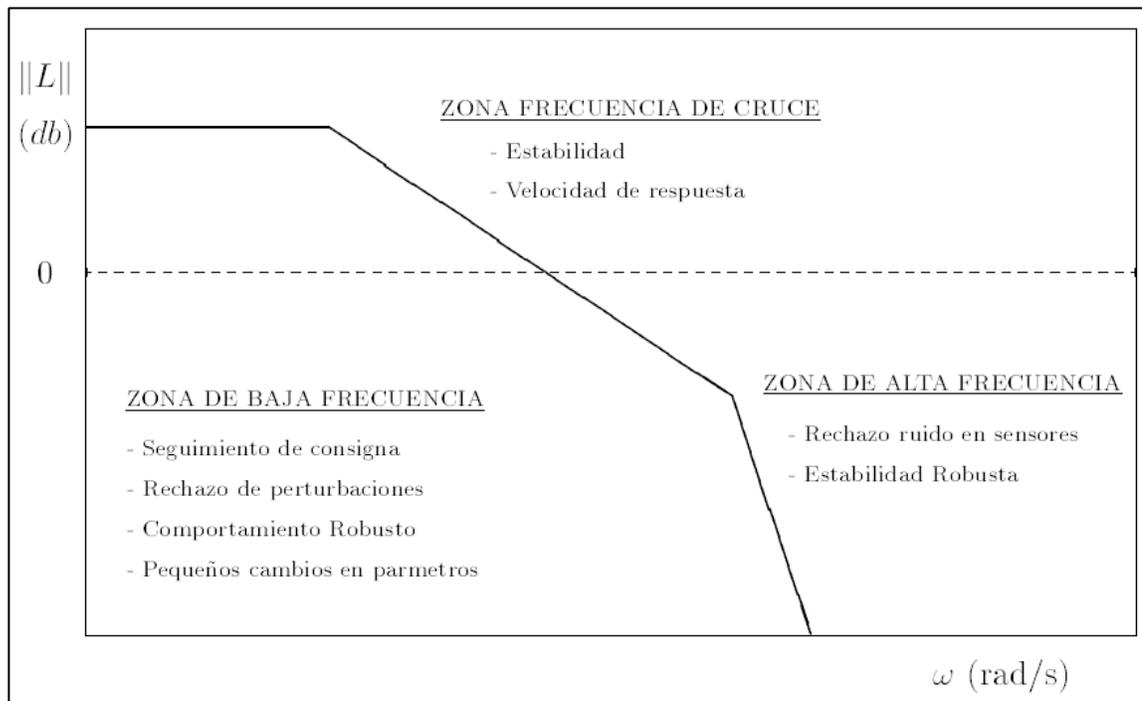


Figura 4.11: Zonas de frecuencia de interés (Rodríguez & López, 1996)

Además, la elección inicial de las funciones de ponderación podría no ser la más adecuada para cumplir con los objetivos y características del sistema. Es crucial tener en cuenta que el orden del controlador resultante será al menos igual al orden de la planta generalizada. Por este motivo, para simplificar el diseño del controlador y reducir la complejidad del sistema de control resultante, se recomienda seleccionar la cantidad mínima y adecuada de funciones de ponderación, procurando mantener su orden lo más bajo posible. Iniciar el diseño con filtros de primer orden es aconsejable, ya que esto simplifica la implementación y sintonización del

controlador. En la tabla 4.1 se proponen filtros de primer orden para las funciones de ponderación.

Tabla 4.1: Filtros de 1er. orden propuestos para las funciones de ponderación.

Filtro pasa bajo 1er orden	Filtro pasa alto 1er orden
$\frac{\frac{1}{M}s + w_0}{s + \alpha w_0}$	$\frac{s + \frac{w_0}{M}}{\alpha s + w_0}$
w_0 : Ancho de Banda M : Ganancia en alta frecuencia α : Ganancia en baja frecuencia	

Los valores de las variables de las funciones de ponderación deben ser seleccionados estratégicamente con el objetivo de cumplir con las condiciones asumidas en la sección 4.4.

Es fundamental tener presente que, aunque estas recomendaciones son útiles para la simplicidad del diseño, la elección específica de funciones de ponderación y el orden del controlador también dependen de la complejidad y los requisitos particulares del sistema que está siendo controlado.

CAPITULO 5: DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ROBUSTO PARA EL BASTIDOR DE OSMOSIS INVERSA DE LA PLANTA DESALINIZADORA DE AGUA DE MAR DE LA PUCP

5.1. Introducción

En el presente capítulo, nos embarcaremos en el diseño de un controlador robusto H_{∞} , para el control de la Planta de Osmosis Inversa de la PUCP. Este proceso comenzará con la aplicación de la teoría de control detallada en el capítulo 4, donde delinearemos las estrategias fundamentales para el diseño del controlador.

Posteriormente, emplearemos herramientas de software especializadas para abordar las operaciones matemáticas necesarias, lo que no solo agilizará el proceso de diseño sino también nos permitirá simular y validar los resultados del nuevo sistema Controlador-Planta.

Como paso crucial, llevaremos a cabo la implementación del controlador en la planta real. Este capítulo culminará con una evaluación comparativa del desempeño del controlador H_{∞} frente al controlador PID actualmente utilizado por la planta. Este análisis nos proporcionará valiosos insights sobre la efectividad y eficiencia del nuevo enfoque de control, respaldando así nuestras decisiones de diseño.

5.2. Análisis del modelo matemático de la Planta de Osmosis Inversa de la PUCP.

Como se describió en el capítulo 3, el sistema de desalinización por Osmosis Inversa de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) está compuesta por las partes indicadas en la figura 5.1. De todos estos componentes, el proceso a controlar se encuentra entre la bomba de alta presión y el flujo de permeado, como se ilustra en la figura 5.2. El diagrama de bloque de la planta se presenta en la tabla 5.1, el cual considera la dinámica de los sensores, actuadores, válvulas, membranas y demás componentes físicos del sistema, considerados en el modelado.

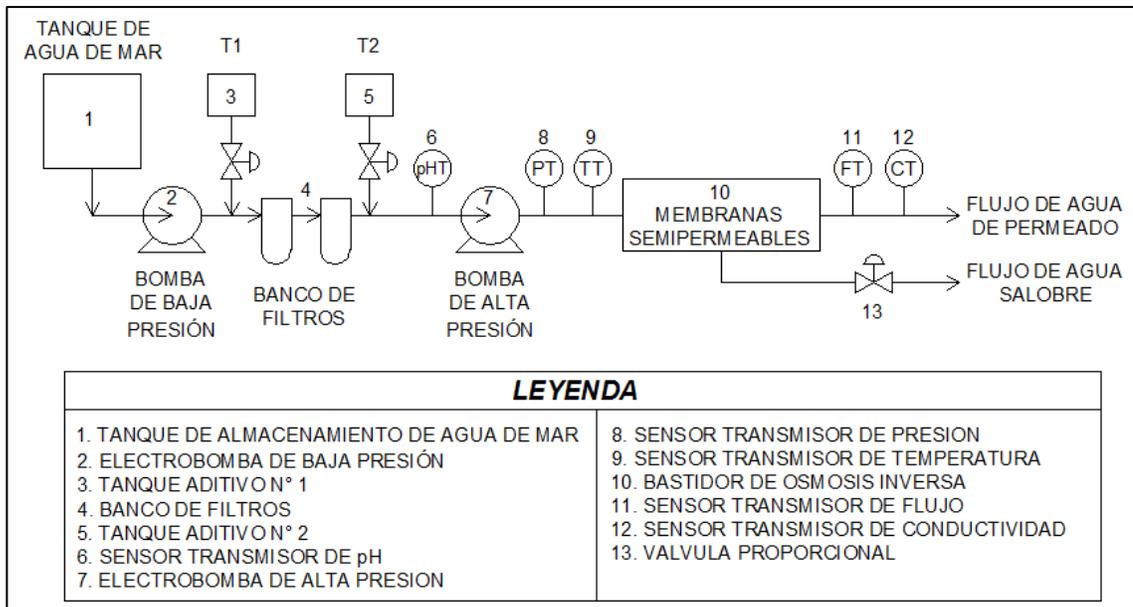


Figura 5.1. Sistema desalinizador por Osmosis Inversa - PUCP

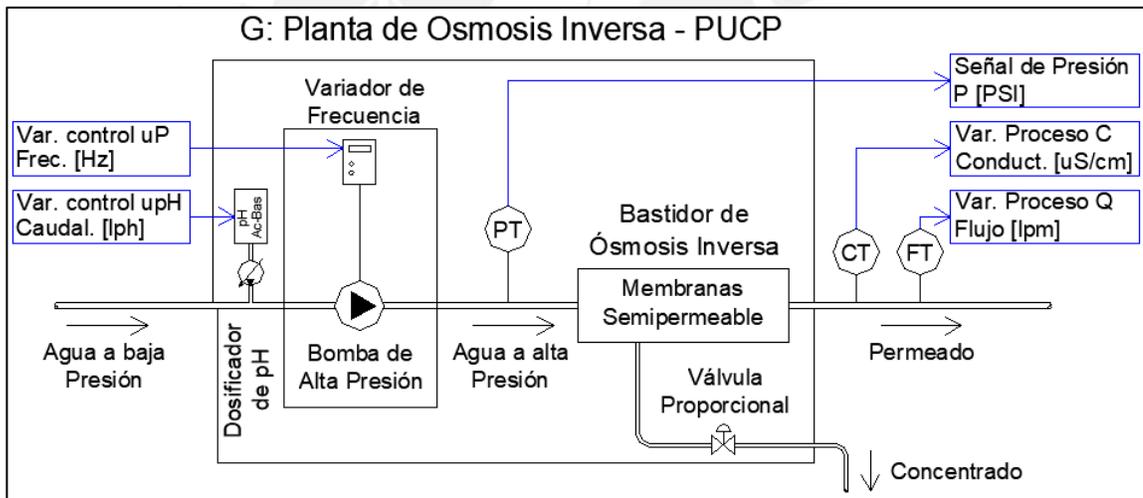
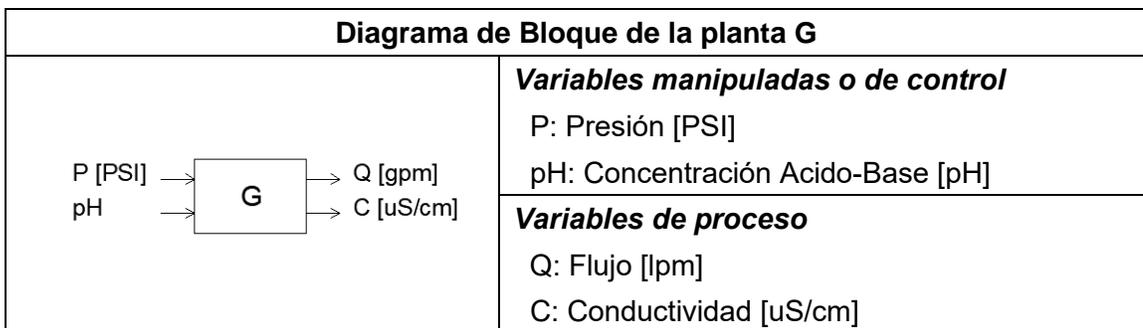


Figura 5.2. Planta de Osmosis Inversa – PUCP

Tabla 5.1. Diagrama de la Planta de Osmosis Inversa



El proceso de identificación del sistema, permitió determinar el rango de linealidad y modelo matemático de la planta, representado mediante funciones de transferencia de primer y segundo orden, información que es presentada en las tablas 5.2. y 5.3.

Tabla 5.2 Rango Lineal del modelo de la unidad piloto de la PUCP

Variable	Rango de Linealidad	Punto de operación
Flujo, LPM	25.3 – 33.1	Qo = 29.2 lpm
Presión, PSI	223.53 - 270.00	Po = 246.93 psi
Conductividad, uS/cm	356 - 414	Co = 381.13 uS/cm

Tabla 5.3 Modelo matemático multivariable de la unidad piloto de la PUCP

$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ pH \end{bmatrix}$	
$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.06518s + 0.04837}{(s + 0.2801)}$	$G_{12} = \frac{Q}{pH} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = -1.3543 * \frac{-0.53373s + 1}{(11.663s + 1)(11.65s + 1)}$	$G_{22} = \frac{C}{pH} = \text{Cero (0)}$

Dado que nuestro sistema está compuesto por una variable manipulada y dos variables de proceso, solo será posible realizar el control de una de ellas. En este sentido, y considerando que el objetivo de la planta es desalinizar el agua salobre, desarrollaremos el lazo de control en la variable de conductividad. Esta elección se justifica debido a que la conductividad está directamente relacionada con la cantidad de sales disueltas en el agua. La representación en el espacio de estados se presenta a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.00735835 & -0.17152318 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00735835 \end{bmatrix} u_P$$

$$y = [-1.354 \quad 0.7228] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u_P$$

Así mismo, el tiempo de asentamiento a la respuesta escalón de 115 segundos:

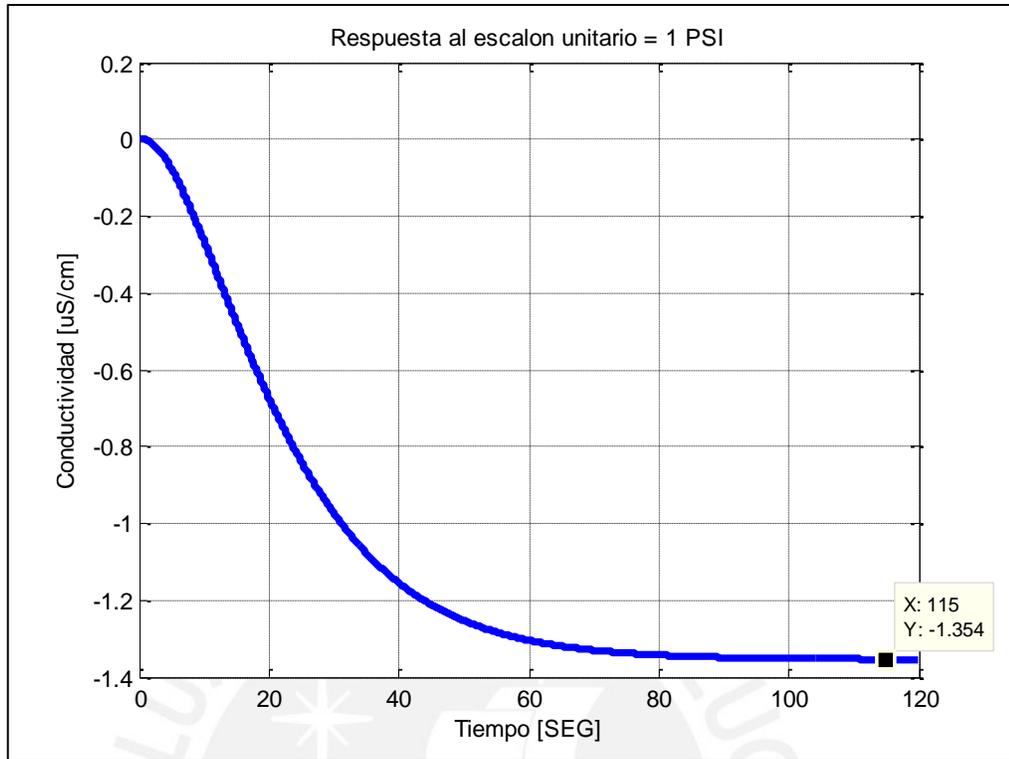


Figura 5.3: Respuesta al escalón unitario de 1 PSI del sistema de Conductividad G21.

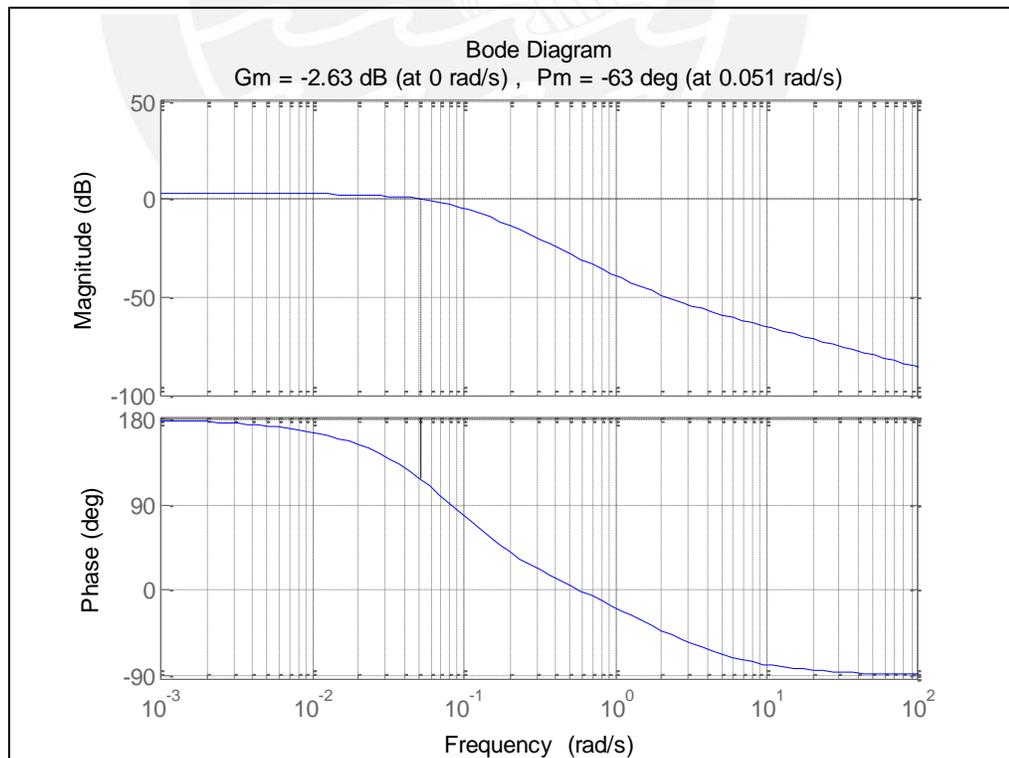


Figura 5.4: Diagrama de Bode del sistema de Conductividad G21.

5.3. Planteamiento del problema.

Se busca diseñar un controlador robusto H_∞ para la Planta de Osmosis Inversa de la PUCP, capaz de controlar de manera efectiva el control de la planta, teniendo en cuenta el ruido inherente de las señales de los sensores, perturbaciones externas y dinámicas no modeladas de la planta Conductividad - Presión.

Iniciaremos identificamos las características de la planta a controlar:

- Variable controlada: Conductividad - **C** [uS/cm].
- Variable manipulada: Presión - **P** [PSI]
- Tiempo de asentamiento al escalón: 115 Segundos
- Rango de linealidad y punto de operación de **C**: Ver tabla 5.2.
- Rango de linealidad y punto de operación de **P**: Ver tabla 5.2.
- Máximo valor de la señal de control de Presión: 292 PSI
- Frecuencia de corte: 0.051 rad/s
- Elevado ruido de los sensores.

Dadas las características descritas, nuestro diseño de control H infinito debe considerar las siguientes funciones de ponderación:

- Ponderación para la función de sensibilidad W_S , con la utilización de un filtro paso bajo, buscando con esto el seguimiento de la referencia, rechazo a perturbaciones, comportamiento robusto y pequeños cambios en los parámetros de la planta.
- Ponderación para la función de la señal de control W_U , con la utilización de un filtro paso alto, buscando con esto el rechazo del ruido en los sensores y la Estabilidad Robusta del sistema.

Nuestro diseño de controlador no considerará la función de ponderación W_T , ya que no se desea que el diseño sea abordado como un problema de Sensibilidad Mixta.

En la figura 5.5. se muestra el diagrama de control propuesto para la planta ponderada y en la figura 5.6 se presenta la planta generalizada ponderada.

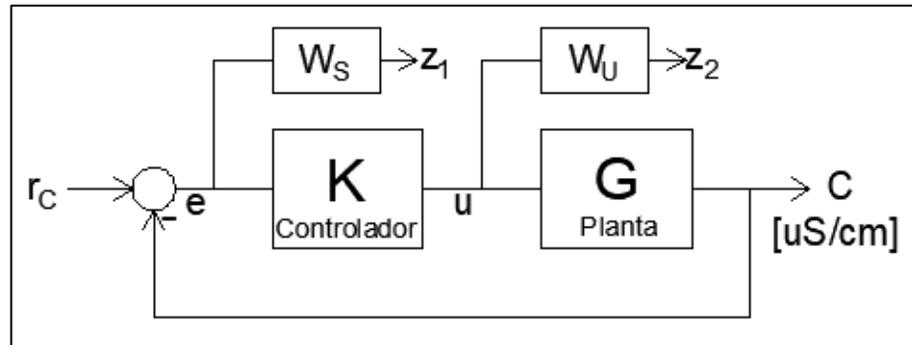


Figura 5.5: Diagrama del control propuesto para la planta desalinizadora de la PUCP

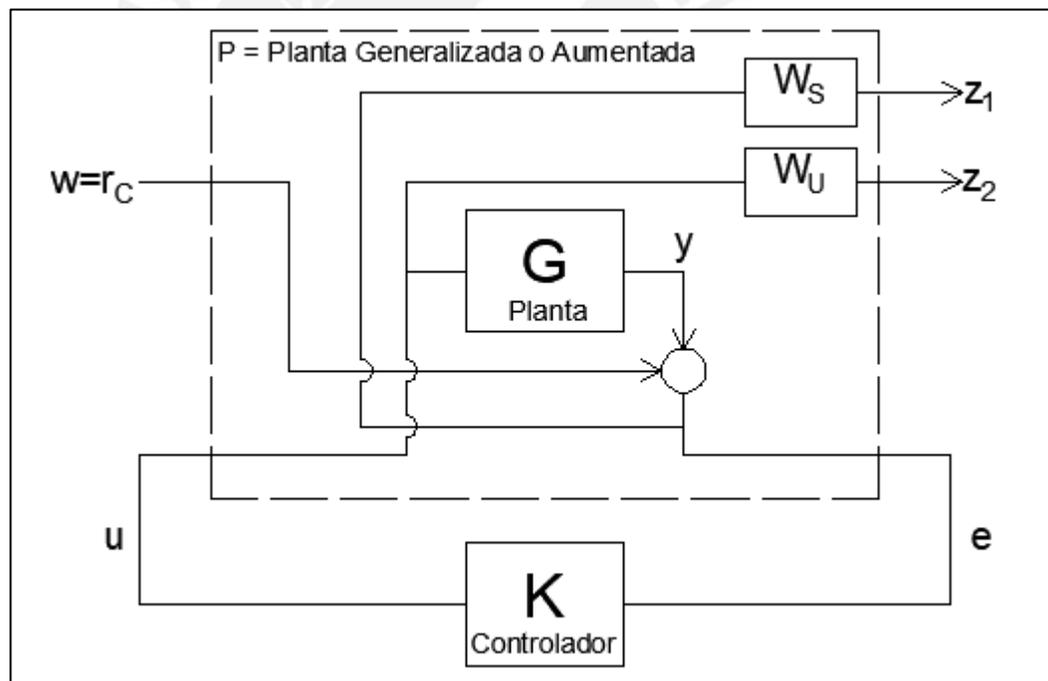


Figura 5.6: Planta generalizada o aumentada del sistema de desalinizado de la PUCP

Hasta este punto, hemos descrito la estrategia de control que se implementará para el diseño del controlador H infinito destinado a la planta desalinizadora de la PUCP.

5.4. Representación de las Ecuaciones de Estado.

El diseño del controlador requiere realizar la conversión de las funciones de transferencia de la planta generalizada a su correspondiente realización en el espacio de estados. En el caso de las funciones de ponderación se optó por utilizar los filtros paso bajo y alto descritos en el capítulo 4.

- Planta G de Conductividad – Presión: $y = Gu$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.00735835 & -0.17152318 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00735835 \end{bmatrix} u \quad (5.1)$$

$$y = [-1.354 \quad 0.7228] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0]u \quad (5.2)$$

- Función de ponderación W_S : $z_1 = W_S e = W_S(r_C - y)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.354 & -0.7228 & \alpha_{W_S} \omega_{0W_S} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + [1]r_C \quad (5.3)$$

$$[z_1] = \begin{bmatrix} 1.354 & -0.7228 \\ M_{W_S} & M_{W_S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ M_{W_S} \end{bmatrix} r_C \quad (5.4)$$

- Función de ponderación W_U : $z_2 = W_U u$

$$[\dot{x}_4] = \begin{bmatrix} \omega_{0W_U} \\ \alpha_{W_U} \end{bmatrix} [x_4] + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_{W_U} \end{bmatrix} u \quad (5.5)$$

$$[z_2] = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{M_{W_U}} - \frac{1}{\alpha_{W_U}} \right) \omega_{0W_U} \\ \frac{1}{\alpha_{W_U}} \end{bmatrix} [x_4] + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha_{W_U} \end{bmatrix} u \quad (5.6)$$

Ahora representaremos las ecuaciones de estado en la forma requerida para la planta generalizada, donde el vector $w = [r_C]$.

$$\dot{x} = A_p x + B_1 w + B_2 u$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u$$

$$e = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u$$

- Ecuaciones de las variables de estado: $\dot{x} = A_p x + B_1 w + B_2 u$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.00735835 & -0.17152318 & 0 & 0 \\ 1.354 & -0.7228 & -\alpha_{W_S} \omega_{0W_S} & -\frac{\omega_{0W_U}}{\alpha_{W_U}} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\omega_{0W_U}}{\alpha_{W_U}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.00735835 \\ 0 \\ \frac{1}{\alpha_{W_U}} \end{bmatrix} u \quad (5.7)$$

- Ecuaciones de salida ponderadas: $z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1.354}{M_{W_S}} & -\frac{0.7228}{M_{W_S}} & \left(1 - \frac{\alpha_{W_S}}{M_{W_S}}\right) \omega_{01} & \left(\frac{1}{M_{W_U}} - \frac{1}{\alpha_{W_U}}\right) \omega_{0W_U} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ M_{W_S} \\ 0 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \alpha_{W_U} \end{bmatrix} u \quad (5.8)$$

- Ecuación de la señal de error: $e = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u$

$$e = [1.354 \quad -0.7228 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + [1]r + [0]u \quad (5.9)$$

La elección de los valores para las funciones de ponderación W_S y W_U debe ser realizada con el objetivo de lograr que la matriz D_{11} no influya en la dinámica de la planta generalizada ponderada ($D_{11} \approx 0$). De este modo, nuestra realización T_{ZW} queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \hat{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_2 \hat{C} \\ \hat{B} C_2 & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ \hat{B} D_{21} \end{bmatrix} w \quad (5.10)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \hat{C} \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} w \quad (5.11)$$

Donde: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$, representan las matrices de estado del controlador H_∞ .

5.5. Cálculo de controlador H_∞ infinito.

De acuerdo con la definición del problema del control H_∞ , buscamos encontrar un controlador asintóticamente estable que minimice la norma H_∞ de la función de transferencia T_{ZW} . Para lograr este requisito de minimización de la norma y encontrar un controlador óptimo, es necesario desarrollar un proceso recursivo que considere las tomas de decisión establecidas y estudiadas anteriormente. En este contexto, el diagrama de flujo de la figura 5.7 presenta el proceso que debemos seguir para obtener el controlador óptimo H_∞ .

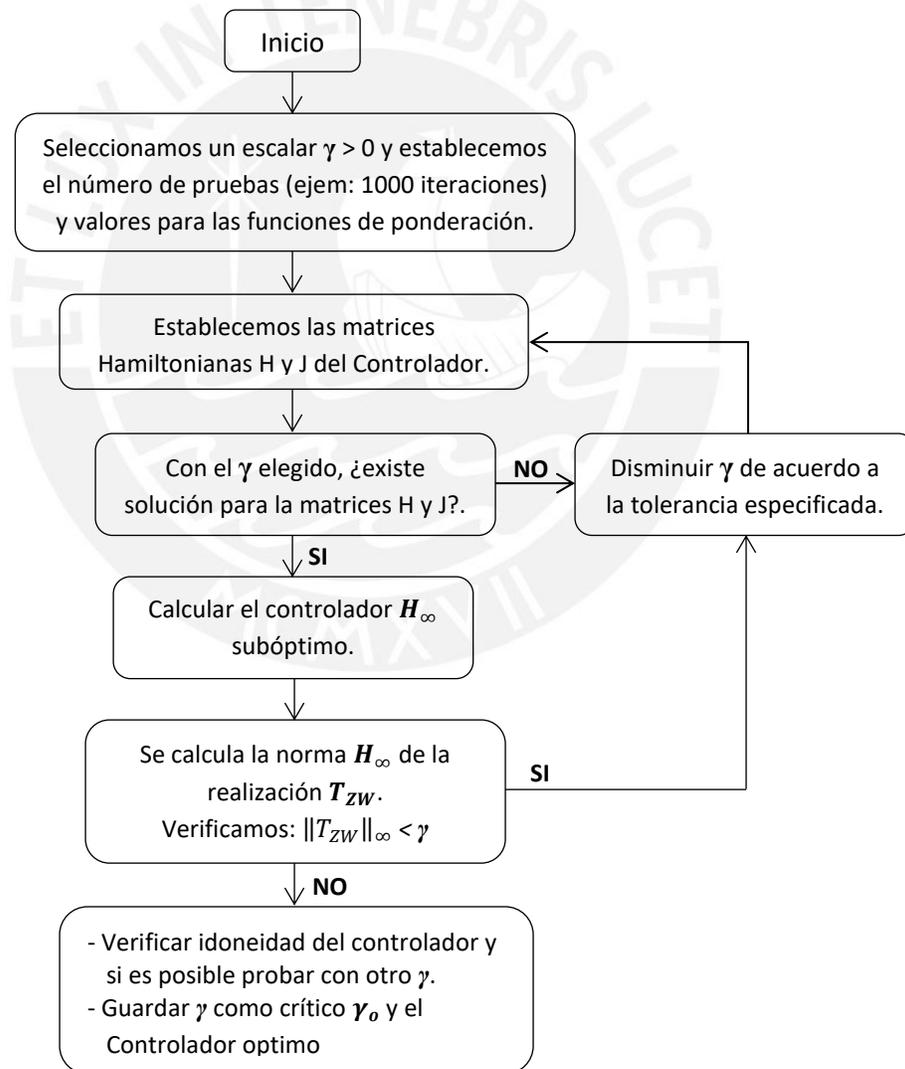


Figura 5.7: Diagrama de flujo para el cálculo del controlador H_∞

5.6. Análisis de diseño controlador H_∞ infinito.

En esta sección, nos enfocaremos en analizar dos casos de diseño de control H_∞ , para diferentes valores de funciones de ponderación. Para cada caso, determinaremos el valor crítico de γ_o y desarrollaremos el respectivo controlador óptimo; cada caso de diseño considerará las características operaciones del sistema.

Caso 1 – Controlador H_∞ con respuesta críticamente amortiguada

En el diseño de este controlador, se buscó lograr una respuesta críticamente amortiguada, sin la presencia de sobre elongación. Los valores considerados para el diseño se detallan en la tabla 5.4.

Para analizar el comportamiento, se utilizó el sistema normalizado de la conductividad, considerando un punto de ajuste (set point) de -15 uS/cm aplicado en un tiempo $t=10$ segundos, el controlador alcanzó el valor del set point en 75 segundos ($t=85$ segundos), sin presentar sobre elongación en la variable controlada; por su parte, la variable manipulada (señal de control uP) no presentó oscilaciones y su valor pico fue del 3.2% (0.36 PSI) del valor de la señal de control en estado estacionario.

Estos valores se consideran aceptables para el control de la planta desalinizadora. La dinámica del sistema se ilustra en la figura 5.8. Así mismo, en la figura 5.9 se muestran los valores singulares de la realización T_{ZW} .

Tabla 5.4: Filtros de 1er. orden de las funciones de ponderación W_S , W_U .

W_S : Filtro pasa bajo 1er orden		W_U : Filtro pasa alto 1er orden	
$\frac{1}{M}s + w_0$	$w_0: 0.78$	$s + \frac{w_0}{M}$	$w_0: 0.635$
	$M: 0.078$		$M: 0.0635$
$s + \alpha w_0$	$\alpha: 10^{-5}$	$\alpha s + w_0$	$\alpha: 10^{-5}$
Gamma crítico: $\gamma_o: 13.8$			

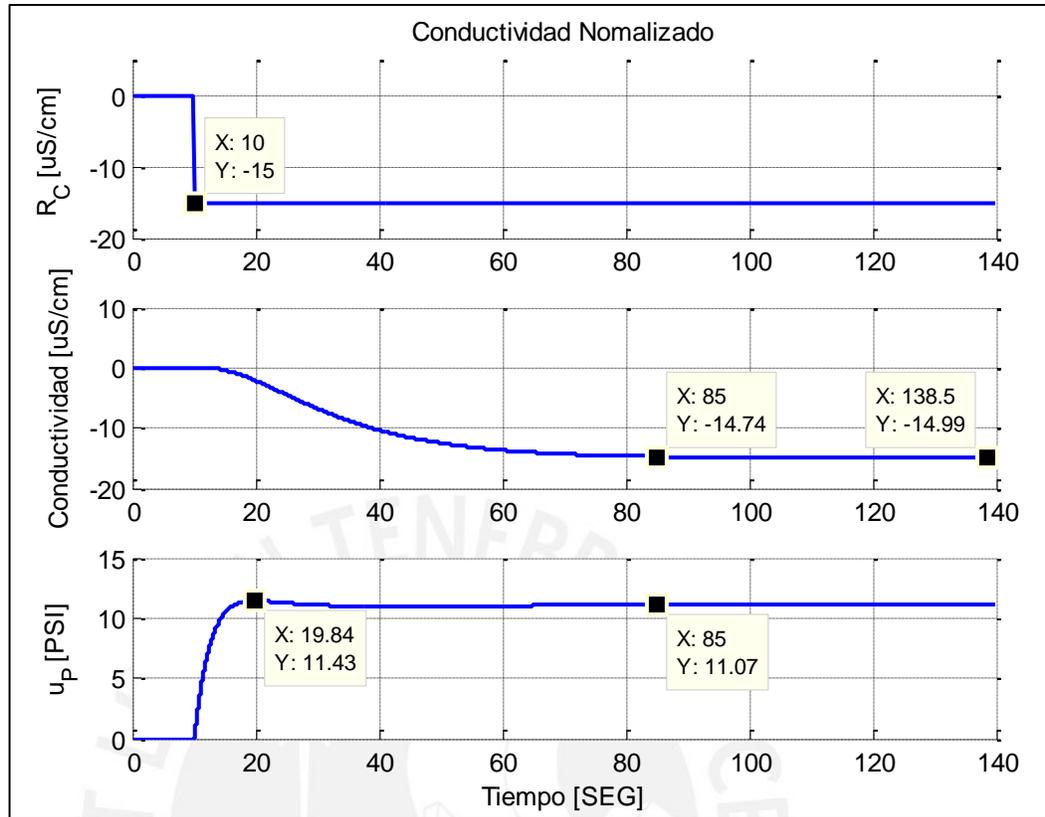


Figura 5.9: Dinámica de la planta con controlador H_∞ diseñado para una respuesta críticamente amortiguada.

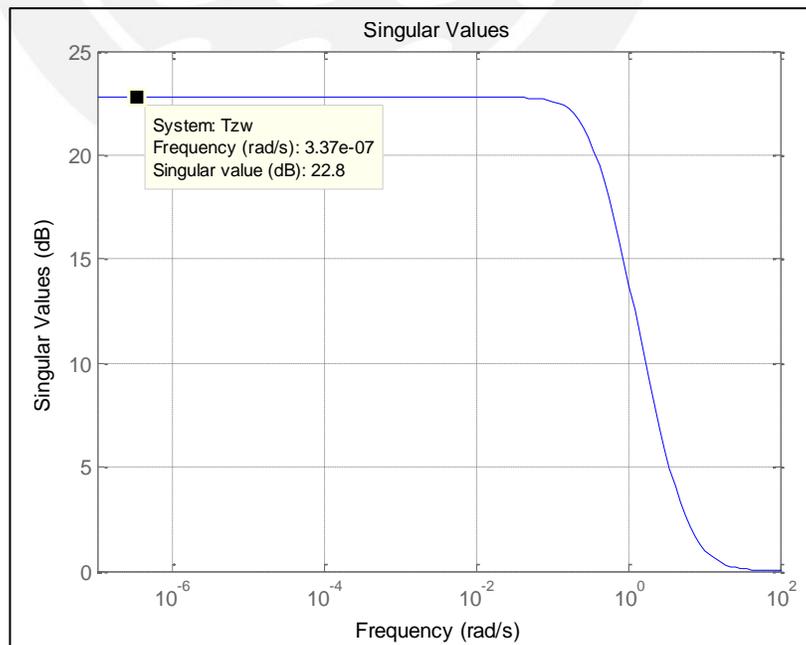


Figura 5.10: Valores singulares de la realización T_{ZW} , donde $\|T_{ZW}\|_\infty = 13.75$

Caso 2 – Controlador H_∞ con respuesta sub amortiguada

En el diseño de este controlador, se buscó lograr una respuesta más rápida, considerando para ello una sobre elongación menor o igual al 20%. Los valores considerados para el diseño se detallan en la tabla 5.5.

Para analizar el comportamiento, se utilizó el sistema normalizado de la conductividad, considerando un punto de ajuste (set point) de -15 uS/cm aplicado en un tiempo $t=10$ segundos, el controlador alcanzó el valor del set point en 65 segundos ($t=75$ segundos), no presentando sobre elongación en la variable controlada; por su parte, la variable manipulada (señal de control uP) no presentó oscilaciones y su valor pico fue del 20.39% (2.26 PSI) del valor de la señal de control en estado estacionario.

Estos valores se consideran aceptables para el control de la planta desalinizadora. La dinámica del sistema se ilustra en la figura 5.11. Así mismo, en la figura 5.12 se muestran los valores singulares de la realización T_{ZW} .

Tabla 5.5: Filtros de 1er. orden de las funciones de ponderación W_S , W_U .

W_S : Filtro pasa bajo 1er orden		W_U : Filtro pasa alto 1er orden	
$\frac{1}{M}s + w_0$	$w_0: 0.875$ $M: 0.0875$	$\frac{s + \frac{w_0}{M}}{\alpha s + w_0}$	$w_0: 0.65$ $M: 0.065$
$s + \alpha w_0$	$\alpha: 10^{-5}$		$\alpha: 10^{-5}$
Gamma crítico: $\gamma_o: 14.6$			

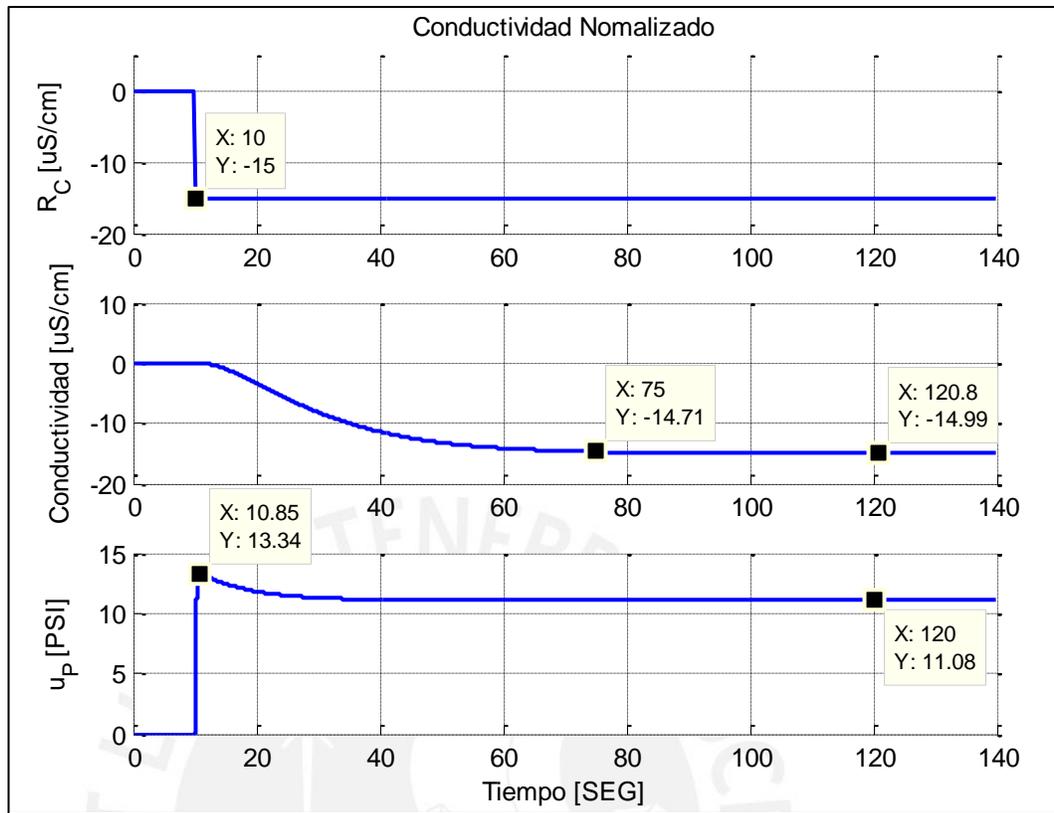


Figura 5.11: Dinámica de la planta con controlador H_∞ diseñado para una respuesta críticamente amortiguada.

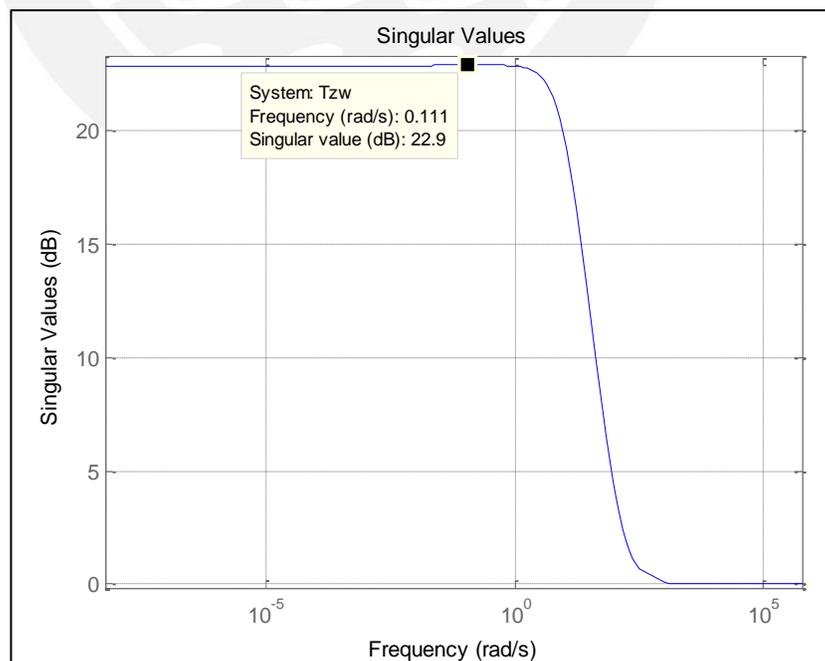


Figura 5.12: Valores singulares de la realización T_{ZW} , donde $\|T_{ZW}\|_\infty = 13.94$

5.7. Evaluación del desempeño de los controladores H infinito.

En esta sección se evaluará mediante simulaciones, el desempeño del controlador frente a señales de ruido y perturbaciones de la planta; así mismo, realizaremos un análisis de estabilidad del sistema controlado.

5.7.1. Prueba de simulación de desempeño con ruido aleatorio normalizado.

A continuación, se evaluará el desempeño de los controladores diseñados en la sección 5.6, mediante pruebas simuladas de ruido y perturbaciones. Para llevar a cabo este objetivo, nos apoyaremos en la herramienta de simulación Simulink de Matlab, donde se ha elaborado el sistema de control realimentado que se presenta en la figura 5.13.

Con el fin de evaluar el desempeño de los controladores de manera equitativa, se ha utilizado la misma señal de ruido en la variable de conductividad para ambos sistemas de control, la cual es una señal aleatoria de distribución normal, con media cero y varianza tres, su representación probabilística se muestra en la figura 5.14. Esto nos permitirá obtener una señal de variable controlada de características muy similares a las que presenta la variable de conductividad en la planta real. En esta simulación, no utilizaremos específicamente el ruido blanco, ya que buscamos simular la señal real que presenta la planta y no una señal de ruido comúnmente presente en los sensores.

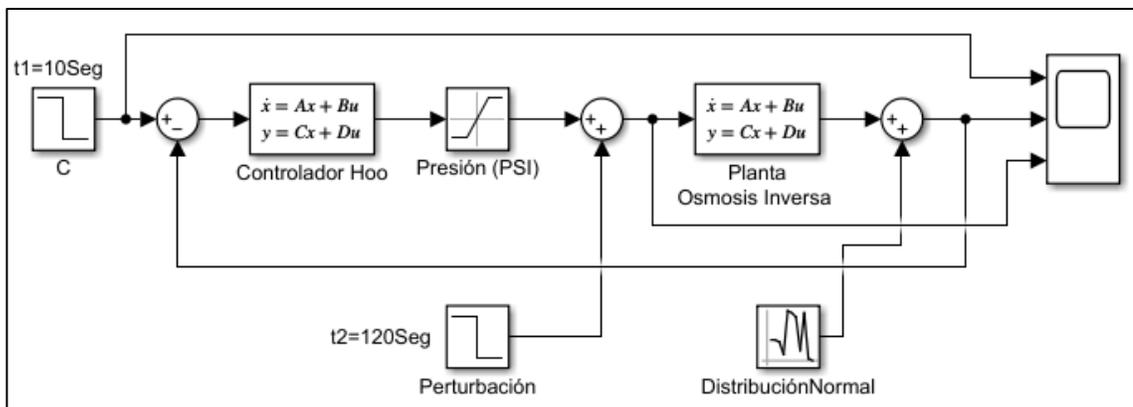


Figura 5.13: Diagrama de control en Simulink para el modelo SISO.

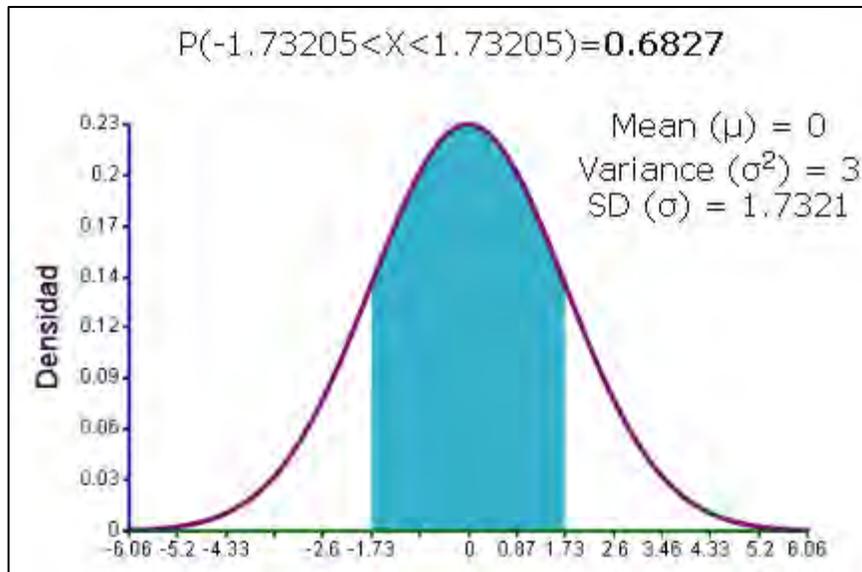


Figura 5.14: Señal aleatoria de distribución normalizada (Calculadoras Online)

En la prueba de simulación de desempeño, se realizó un cambio en la referencia de la conductividad de -15 uS/cm a los 10 segundos de operación, con el objetivo de evaluar los comportamientos descritos en los casos 1 y 2 de la sección 5.6. La simulación mostró un comportamiento dinámico similar al diseñado en la sección anterior; además, la señal de control de la presión exhibió un comportamiento conservador, a pesar de las fluctuaciones presentes en la variable controlada de conductividad. Por otro lado, la simulación de la perturbación ocurrida a los 120 segundos de operación supuso una caída de 5 psi en la presión de agua de ingreso a las membranas de ósmosis inversa, lo que podría representar la apertura de alguna válvula de agua o una fuga; esta caída de presión equivalió a un aumento de 6.77 uS/cm en la salida de conductividad del permeado, tal como se evidenció en los resultados de la simulación y para la cual ambos controladores demostraron su capacidad de recuperarse. Estos resultados se presentan en la figura 5.15.

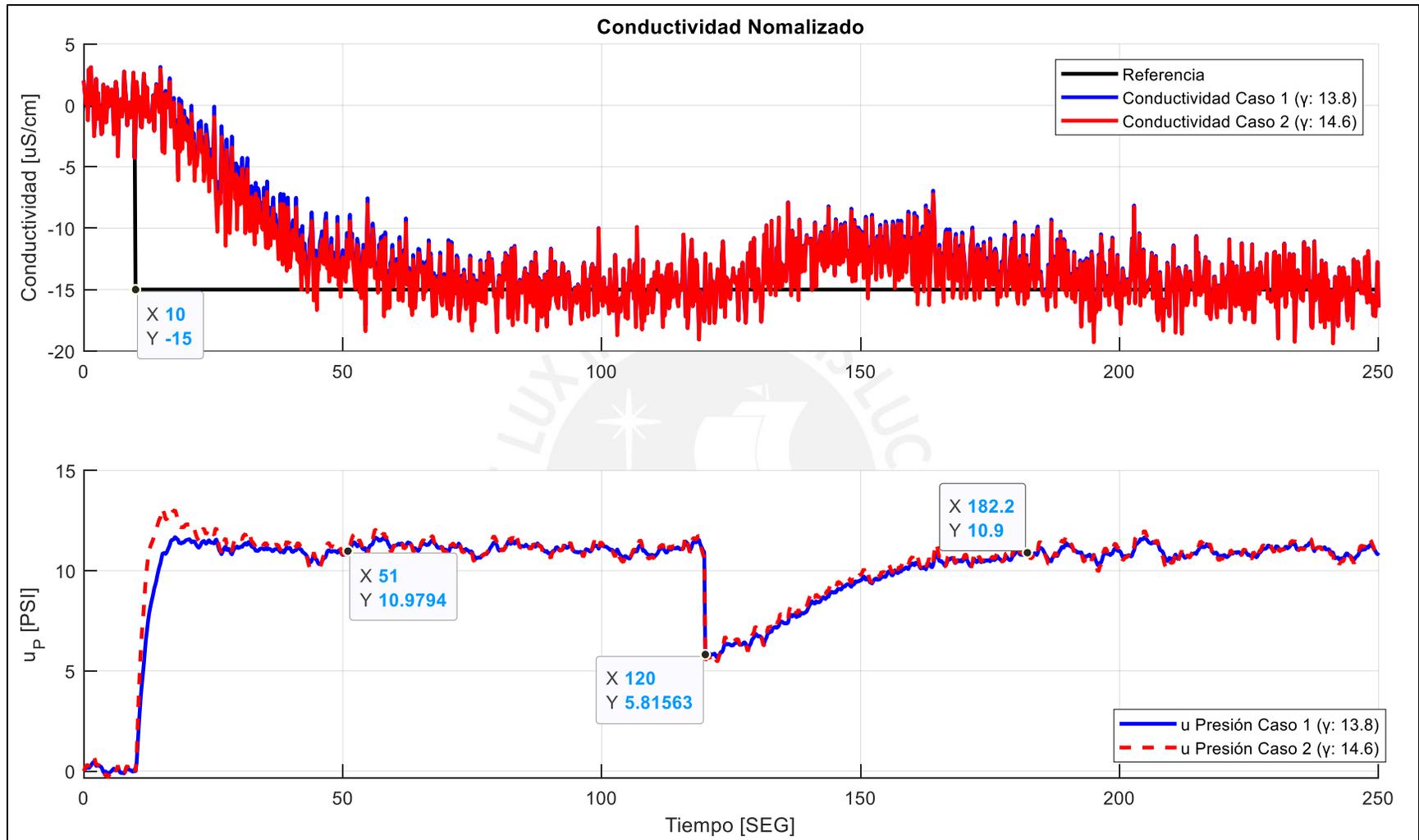


Figura 5.15: Dinámica de los Controladores H_∞ SISO, simulando la presencia de ruido y perturbaciones.

5.7.2. Análisis de estabilidad.

El análisis de la estabilidad de un sistema es esencial para asegurar su correcto funcionamiento y evitar posibles fallas. Para ello, contamos con diversos métodos de análisis, como el Lugar Geométrico de las Raíces (LGR), los diagramas de Bode, el Criterio de Estabilidad de Routh-Hurwitz, Nyquist, Lyapunov, entre otros. Sin embargo, la elección del método adecuado depende de las características específicas de nuestro sistema. Al examinar la función de transferencia de nuestra planta (Ecuación 5.12), identificamos la presencia de un cero en el semiplano positivo s , en $s = 1.8736$, lo que indica que se trata de un sistema de fase no mínima; esta particularidad introduce ciertas complicaciones en el análisis de estabilidad y requiere un enfoque específico para garantizar la estabilidad del sistema en su conjunto.

$$G_{21} = \frac{C}{P} = -1.3543 * \frac{-0.53373s + 1}{(11.663s + 1)(11.65s + 1)} \quad (5.12)$$

“Si un sistema tiene al menos un polo o un cero en el semiplano derecho del plano s , el sistema se considera de fase no mínima. El término de fase no mínima proviene de las características de cambio de fase de tal sistema cuando está sujeto a entradas sinusoidales”, (Ogata, 2010, pág. 300).

Aunque nuestro controlador H_{∞} pueda ser asintóticamente estable según el diseño, es esencial evaluar el sistema en su totalidad para verificar su estabilidad en las condiciones de operatividad. Bajo estas consideraciones, optaremos por emplear el criterio de estabilidad de Nyquist para llevar a cabo el análisis de estabilidad del sistema. Debido a que este criterio evalúa al sistema en el dominio de la frecuencia, es necesario representar nuestro sistema en el dominio de s , en ese sentido, el sistema realimentado de controlador-planta quedaría como se muestra en la figura 5.16.

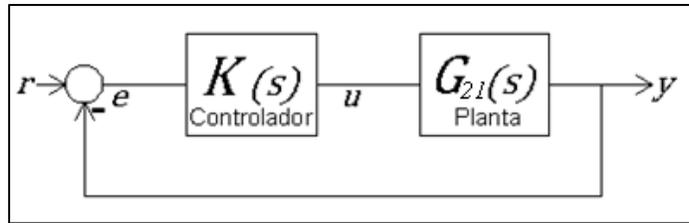


Figura 5.16: Diagrama de control en lazo cerrado

Para encontrar $K(s)$ debemos realizar la conversión de espacio de estado hacia su representación en función de transferencia, para lo cual empleamos la ecuación 5.13.

$$K(s) = \hat{C}(sI - \hat{A})^{-1}\hat{B} + \hat{D} \quad (5.13)$$

En ese sentido, los valores de las matrices \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} y \hat{D} , son las matrices del Controlador H_{∞} ; para nuestro particular de análisis de estabilidad, utilizaremos las matrices del controlador diseñado para el Caso 1 ($\gamma=13.8$) de la sección 5.6, las que presentamos a continuación:

Gamma 13.8

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.0074 & -0.1716 & 0 & 0.0047 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -162.8869 & -837.0704 & -5.1198 & -10.3903 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = [-0.001629 \quad -0.008371 \quad -0.000051 \quad 0.634896]$$

$$\hat{D} = [0]$$

Con ayuda de Matlab obtenemos la función de transferencia asociada de $K(s)$, ecuación 5.14.

$$K(s) = \frac{(s + 6.3499999)(s^2 + 1.715 * 10^{-5}s + 7.358 * 10^{-11})}{(s + 10.0002175)(s + 0.0000078)(s^2 + 0.5617s + 0.08375)} \quad (5.14)$$

El Criterio de estabilidad de Nyquist, establece que teniendo un sistema como el presentado en la figura 5.16, este será estable solo si se cumple la relación descrita en la ecuación 5.15:

$$Z = N + P \quad (5.15)$$

Donde:

- Z = número de ceros de $1 + K(s)G_{21}(s)$ en el semiplano derecho del plano s .
- N = número de rodeos en el sentido de las agujas del reloj del punto $-1 + 0j$.
- P = número de polos de $K(s)G_{21}(s)$ en el semiplano derecho del plano s .

En la ecuación 5.16 desarrollamos la ecuación característica $1 + K(s)G_{21}(s)$ para determinar sus ceros en el semiplano derecho de s , lo que representa el valor de Z en nuestro análisis. Por otro lado, los polos de esta ecuación son los mismos que los polos de $K(s)G_{21}(s)$; por lo tanto, solo necesitamos evaluar la cantidad de polos en el semiplano positivo de s de la misma ecuación para obtener el valor de P .

$$1 + K(s)G_{21}(s) = \frac{135.9s^6 + 1458s^5 + 1022s^4 + 254.9s^3 + 29.23s^2 + 1.576s + 0.0324}{135.9s^6 + 1458s^5 + 1022s^4 + 257.3s^3 + 25.23s^2 + 0.8377s + 6.533e - 06} \quad (5.16)$$

A continuación, se detallan los ceros y polos de la ecuación 5.16.:

CEROS

- $s_{Z1} = -10.000000171105494$
- $s_{Z2} = -0.359946319296827$
- $s_{Z3} = -0.134994776544043$
- $s_{Z4} = -0.092264403075290$
- $s_{Z5} = -0.078678775344998$
- $s_{Z6} = -0.067612196839525$

POLOS

- $s_{p1} = -10.000217522698224$
- $s_{p2} = -0.000007800000000$
- $s_{p3} = -0.280846588338902 + 0.069847509097717j$
- $s_{p4} = -0.280846588338902 - 0.069847509097717j$
- $s_{p5} = -0.085836909871618$
- $s_{p6} = -0.085741232958557$

Después de evaluar los ceros y polos, observamos que no existen raíces en el semiplano derecho del plano s , esto implica que tanto el número de ceros (Z) como el número de polos (P) son igual a cero. En consecuencia, ahora debemos analizar el diagrama de Nyquist y los rodeos al punto $-1 + 0j$ para verificar si se cumple la relación descrita en la ecuación 5.17.

$$0 = N + 0 \quad (5.17)$$

El diagrama de Nyquist de $K(s)G_{21}(s)$ es presentado en las figuras 5.17a y 5.17b, siendo esta última una aproximación al punto $-1+0j$, en donde observamos que no existen rodeos al punto, por lo tanto, el valor de N es igual a cero, cumpliendo así el Criterio de Estabilidad de Nyquist y concluyendo que el sistema es estable en lazo cerrado.

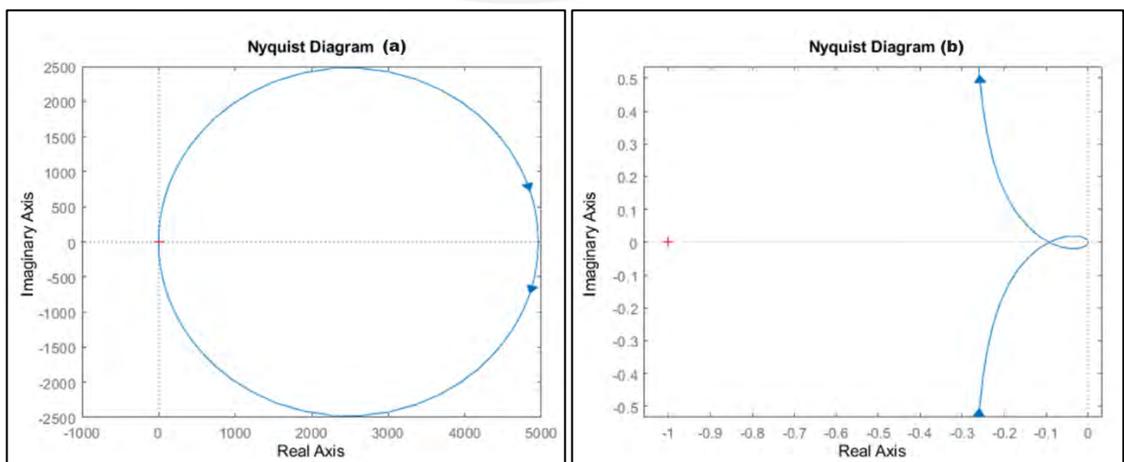


Figura 5.17: Diagrama de Nyquist de $K(s)G_{21}(s)$

5.8. Implementación del controlador H_{∞} en la planta desalinizadora de la PUCP.

La implementación del controlador H_{∞} se llevó a cabo en un Controlador Lógico Programable CompactLogix de la marca Allen Bradley de Rockwell Automation. La interfaz de supervisión y control fue implementada en un panel de Interfaz Hombre-Máquina (HMI). Además, se empleó una PC para la programación tanto del PLC como del HMI. El diagrama funcional de la implementación realizada se presenta en la figura 5.18.

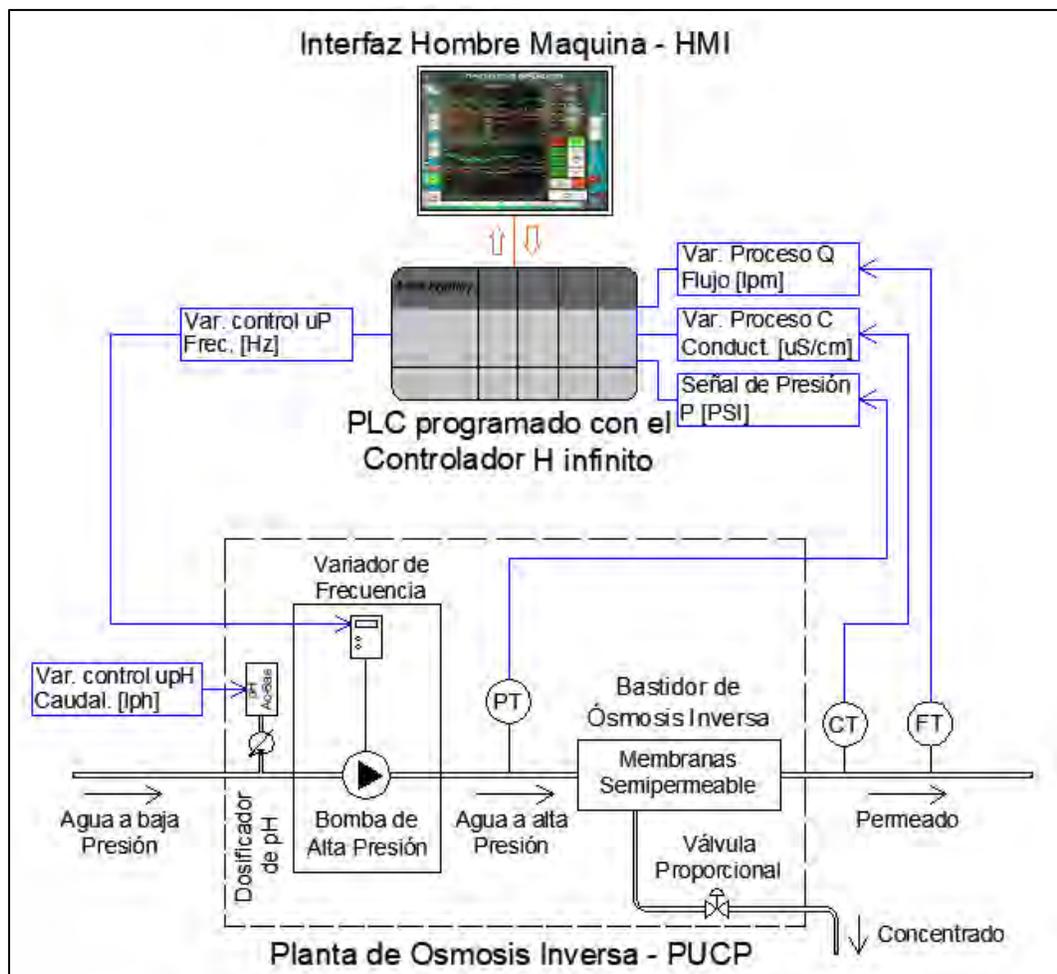


Figura 5.18: Diagrama funcional de la implementación del Sistema de control para la planta desalinizadora de la PUCP

El controlador H_{∞} programado en el PLC fue diseñado considerando los requerimientos establecidos en el Caso 1 de la sección 5.6, con la expectativa de lograr una respuesta críticamente amortiguada en el sistema de control.

Durante la prueba de control, se varió el set point entre los valores adyacentes externos del rango de linealidad que se definió en el Capítulo 3. En este contexto, la prueba de control abarcó desde el valor inicial de 434 uS/cm hasta el valor de 348 uS/cm. La respuesta del controlador exhibió un tiempo de asentamiento de 85 segundos.

Por su parte, la variable de control uP mostró un comportamiento conservador, sin alteraciones producto del ruido de la variable controlada; esta pasó del valor inicial de 215 PSI hasta los 281 PSI. La dinámica del sistema controlador-planta se ilustra en la figura 5.19.

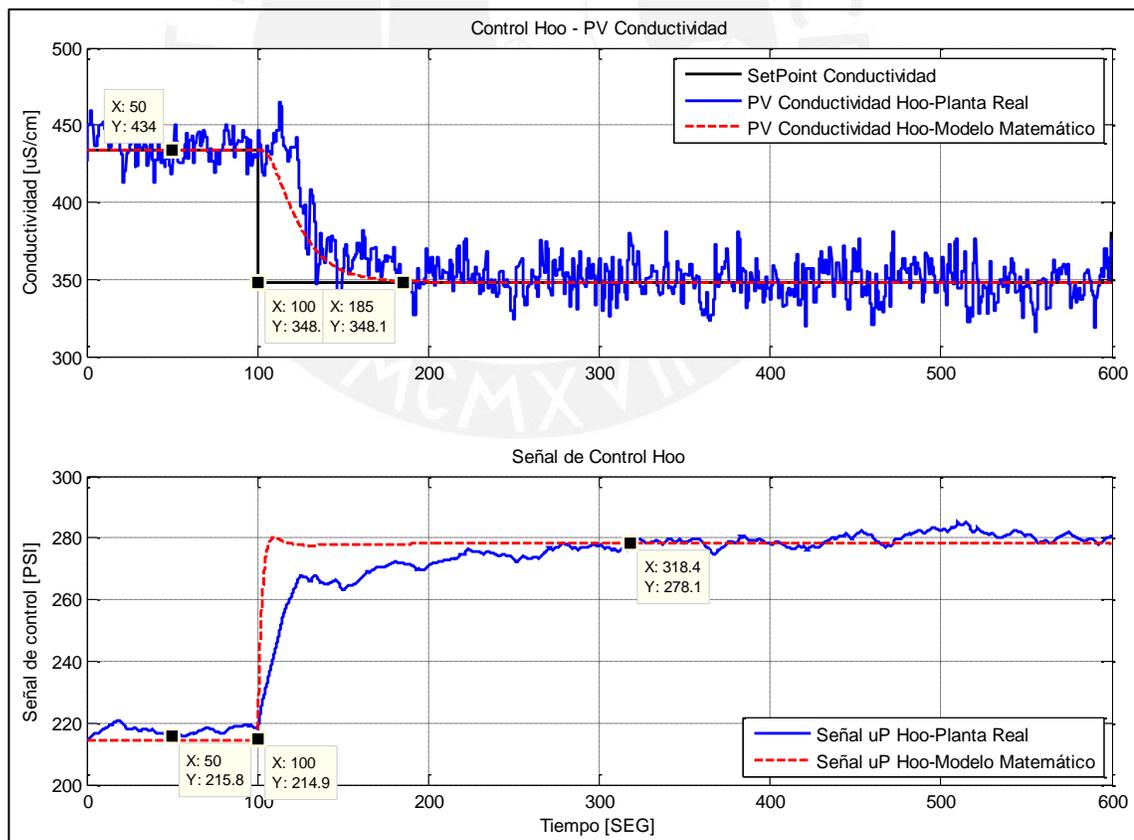


Figura 5.19: Dinámica del sistema de control H_{∞} de la planta desalinizadora de la PUCP

En la figura 5.20 se puede observar una fotografía de la Interfaz Hombre maquina (HMI), registrando en tiempo real el comportamiento del sistema de control H_{∞} .



Figura 5.20: Interfaz Hombre-Maquina para la supervisión y control en tiempo real del sistema de control H_{∞} de la planta desalinizadora de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP)

Finalmente se realizó una comparación entre el controlador H_{∞} y un controlador PID sintonizado. Como se puede observar en la figura 5.15, la prueba consideró un cambio en la variable de proceso, desde los 348.1 uS/cm hasta los 381.1 uS/cm. El tiempo de asentamiento obtenido para ambos controladores fue de aproximadamente 85 segundos. Sin embargo, se observó que la variable de control del controlador PID fue afectada por el ruido presente en la variable de proceso, lo que resultaría en un desgaste prematuro de los actuadores. La dinámica del sistema controlador-planta se ilustra en la figura 5.21.

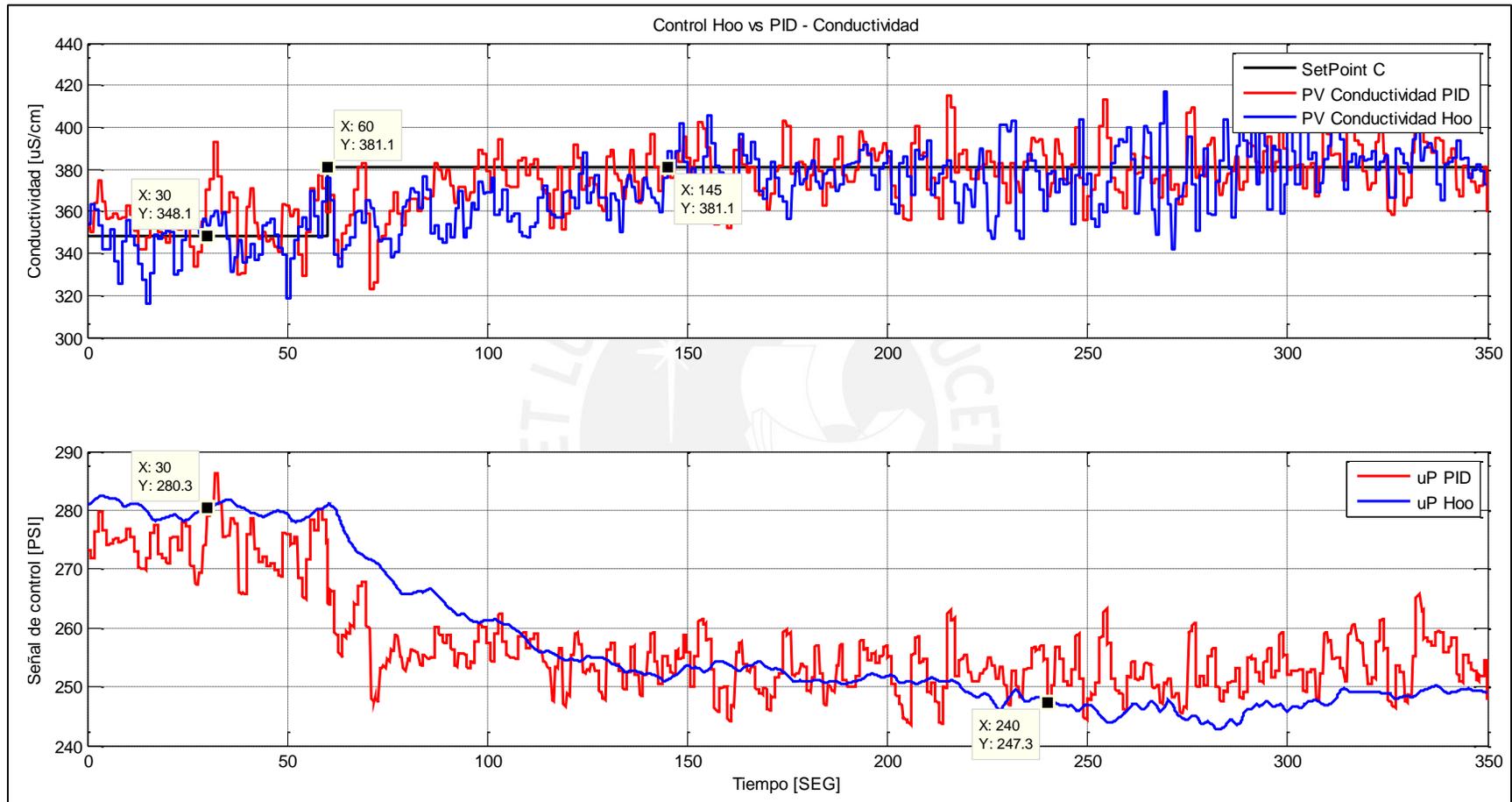


Figura 5.21: Dinámica del Controlador H_{∞} vs Controlador PID sintonizado para la planta desalinizadora de la PUCP

5.9. Conclusiones.

- En el diseño de un controlador H_∞ , es esencial definir inicialmente los rangos de operación de las variables de control y proceso, así como comprender la dinámica del sistema y las características deseadas para el mismo. Teniendo en cuenta estas consideraciones, el diseñador podrá calcular el controlador idóneo que cumpla con las características deseadas, el cual no siempre será el definido por el Gamma Crítico, sino que podría ser necesario requerir un Gamma de mayor valor para el cálculo.
- Las estructuras, tipo filtros de primer orden, utilizados en las funciones de ponderación W_S y W_U permitió establecer las características deseadas para la estabilidad y el comportamiento del sistema controlado. Esto incluye características como respuesta críticamente amortiguada, tiempo de asentamiento adecuado, atenuación del ruido del sensor y ausencia de error en estado estacionario.
- La implementación del controlador H_∞ en la planta real permitió evaluar su comportamiento frente a dinámicas no modeladas, observando un desempeño con características similares a las descritas en las simulaciones del modelo matemático, cumpliendo así con los objetivos especificados en la etapa de diseño del controlador.
- La comparación entre los controladores H_∞ y **PID** implementados en la planta SISO, demostró un comportamiento de control muy similar para la variable de proceso, Conductividad. Sin embargo, se pudo observar un mejor comportamiento de la señal de control H_∞ , la cual no presentaba oscilaciones debido al ruido del sensor de la variable de proceso, a diferencia de su contraparte en el Control PID. Esto representa una mejora significativa en el rendimiento de los actuadores que conforman la planta.

CAPITULO 6: DESARROLLO DE UN SISTEMA DE CONTROL ROBUSTO PARA UNA PLANTA MULTIVARIABLE DE DESALINIZACIÓN DE AGUA DE MAR POR OSMOSIS INVERSA

6.1. Introducción

En este capítulo, se abordará el diseño del controlador robusto H_∞ para el control de la planta MIMO de Osmosis Inversa, presentado en el trabajo de investigación de Alatiqi et al. en el año 1989 y estudiado en esta Tesis en el capítulo 2. Además, se analizará el desempeño del controlador H_∞ en comparación con el controlador Proporcional Integral (PI) sintonizado mediante el método Biggest Log Modulus (BLT), también desarrollado en la mencionada investigación. Finalmente, se llevarán a cabo pruebas de rendimiento con el objetivo de validar la robustez del controlador.

6.2. Análisis del modelo matemático de la Planta MIMO de Osmosis Inversa.

El modelo matemático seleccionado para este análisis es el desarrollado por Alatiqi y sus colaboradores en 1989, el cual fue abordado en el capítulo 2. Esta planta multivariable de dos entradas y dos salidas relaciona las variables de Presión y pH con las variables de salida de Flujo y Conductividad, como se muestra en la figura 6.1. Las funciones de transferencia, expresadas en unidades de tiempo de minutos, se presentan en la tabla 6.1 y el rango de linealidad en las tablas 6.2a y 6.2b.

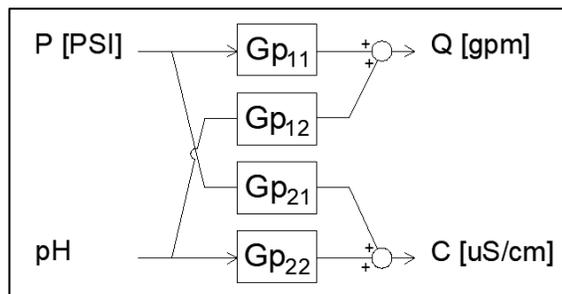


Figura 6.1 Diagrama de bloques de la Planta de Osmosis Inversa MIMO de Alatiqi et. al 1989

Tabla 6.1 Modelo matemático multivariable de la unidad piloto de Alatiqui de 1989 (Funciones de transferencia definidas en minutos)

$$\begin{bmatrix} Q \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \text{pH} \end{bmatrix}$$

$G_{11} = \frac{Q}{P} = \frac{0.002(0.056s + 1)}{0.003s^2 + 0.1s + 1}$	$G_{12} = \frac{Q}{\text{pH}} = \text{Cero (0)}$
$G_{21} = \frac{C}{P} = \frac{-0.51(0.35s + 1)}{0.213s^2 + 0.7s + 1}$	$G_{22} = \frac{C}{\text{pH}} = \frac{-57(0.32s + 1)}{0.6s^2 + 1.8s + 1}$

Tabla 6.2a. Valores experimentales de Alatiqui - Presión

Valor de entrada P	Variable de salida Q	Variable de salida C
700 PSI	0.65 gpm	560 uS/cm
800 PSI	0.85 gpm	485 uS/cm
900 PSI	1.05 gpm	436 uS/cm
1000 PSI	1.25 gpm	402 uS/cm

Tabla 6.2b. Valores experimentales de Alatiqui - pH

Valor de entrada pH	Variable de salida Q	Variable de salida C
6.45	0.0 gpm	442 uS/cm
6.66	0.0 gpm	426 uS/cm
6.77	0.0 gpm	418 uS/cm
7.08	0.0 gpm	404 uS/cm

A continuación, se analizará la dinámica del modelo matemático de la planta, evaluando su respuesta frente a señales de entrada del tipo escalón unitario.

Comenzaremos examinando las respuestas de las variables de proceso, Flujo y Conductividad, ante una entrada escalón unitario (1 PSI) en la variable manipulada de Presión, aplicada en un tiempo $t=0$ minutos. La figura 6.2 presenta la simulación de la dinámica de la planta, donde se observa que el tiempo de asentamiento para la variable de Flujo es de 0.15 minutos, mientras que para la variable de Conductividad es de 3 minutos.

Además, se constata que la variable manipulada de Presión, P, tiene un efecto directo en ambas variables de proceso, indicando que ambas variables de proceso son dependientes de esta variable manipulada.

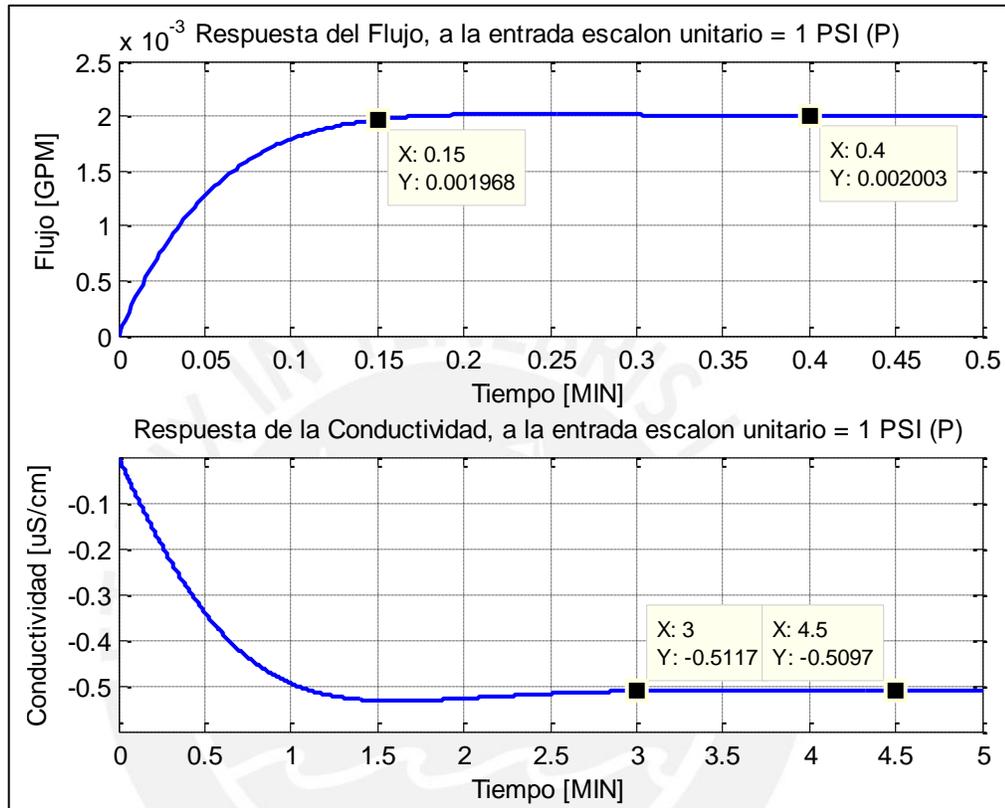


Figura 6.2 Dinámica de la planta MIMO de Osmosis Inversa MIMO frente a una entrada escalón unitario (1 PSI) en la variable manipulada de presión.

En segundo lugar, se analizó la respuesta de las variables de Flujo y Conductividad ante una entrada escalón unitario (1 unidad) en la variable manipulada pH, aplicada en un tiempo $t=0$ minutos. La figura 6.3 muestra la simulación de la dinámica de la planta, describiendo un tiempo de asentamiento de 9 minutos para la variable de Conductividad. Asimismo, se observa que la variable de Flujo es independiente de la acción de la variable manipulada pH.

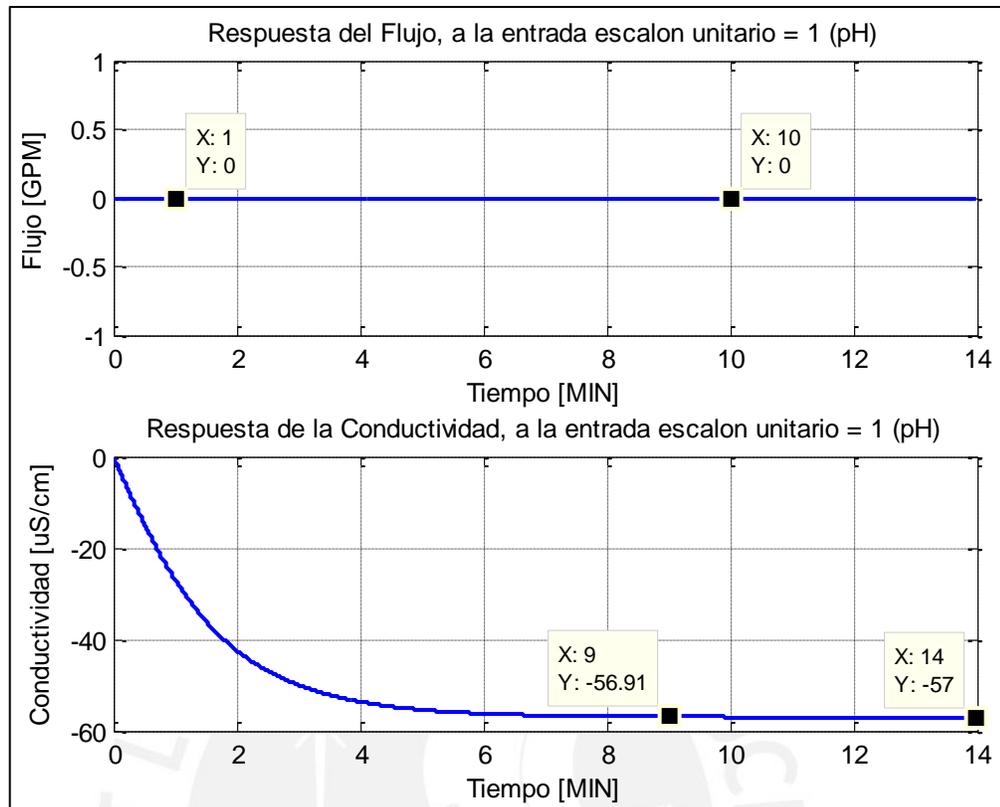


Figura 6.2 Dinámica de la planta MIMO de Osmosis Inversa MIMO frente a una entrada escalón unitario (1 und) en la variable manipulada de pH.

Las simulaciones destacan la dependencia de las dos variables de proceso con respecto a la variable de control Presión y la independencia entre la variable de proceso Flujo y la variable de control pH. En ese sentido, en un futuro lazo de control realimentado de la planta, cualquier cambio en el valor de referencia de la variable Flujo terminará afectando también a la variable de proceso Conductividad, ya que ambas son dependientes de la variable de control Presión. Afortunadamente, para contrarrestar esta dependencia, la planta cuenta con la variable de control pH, la cual actúa directamente sobre la variable de proceso Conductividad y es independiente de la variable de proceso Flujo; de este modo, es posible controlar ambas variables de proceso, Flujo y Conductividad, haciendo uso de las variables de control Presión y pH.

6.3. Planteamiento del problema.

Se busca diseñar un controlador robusto H_∞ para la Planta Multivariable de Osmosis Inversa propuesta en el trabajo de investigación: "System Identification and Control of Reverse Osmosis Desalination" (Alatqi et al., 1989).

A continuación, identificamos las características de la planta a controlar:

- Variable de proceso 1: Flujo - Q [GPM].
- Variable de proceso 2: Conductividad - C [uS/cm].
- Variable de control 1: Presión - uP [PSI]
- Variable de control 2: pH - upH
- Tiempo de asentamiento de la variable Flujo, respecto al escalón uP : 0.15 Minutos.
- Tiempo de asentamiento de la variable Conductividad, respecto al escalón uP : 3 Minutos.
- Tiempo de asentamiento de la variable Conductividad, respecto al escalón upH : 9 Minutos.
- Rango de linealidad de P y pH : Ver tablas 6.2 a, 6.2 b.
- Máximo valor de la señal de control de Presión: 1000 PSI

Dadas las características descritas, nuestro diseño de control H infinito debe considerar las siguientes funciones de ponderación:

- Ponderación para la función de sensibilidad W_S , con la utilización de un filtro paso bajo, buscando con esto el seguimiento de la referencia, rechazo a perturbaciones, comportamiento robusto y pequeños cambios en los parámetros de la planta.
- Ponderación para la función de la señal de control W_U , con la utilización de un filtro paso alto, buscando con esto el rechazo del ruido en los sensores y la Estabilidad Robusta del sistema.

El diseño de nuestro controlador no considerará la función de ponderación W_T , ya que no se desea que el diseño sea abordado como un problema de Sensibilidad Mixta.

En la figura 6.3. se muestra el diagrama de control propuesto para la planta ponderada y en la figura 6.4 se presenta la planta generalizada ponderada.

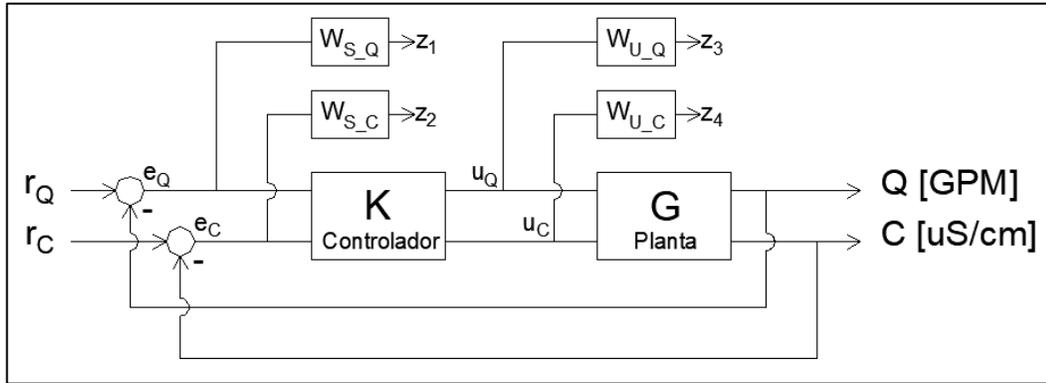


Figura 6.3: Diagrama del control propuesto para la planta MIMO

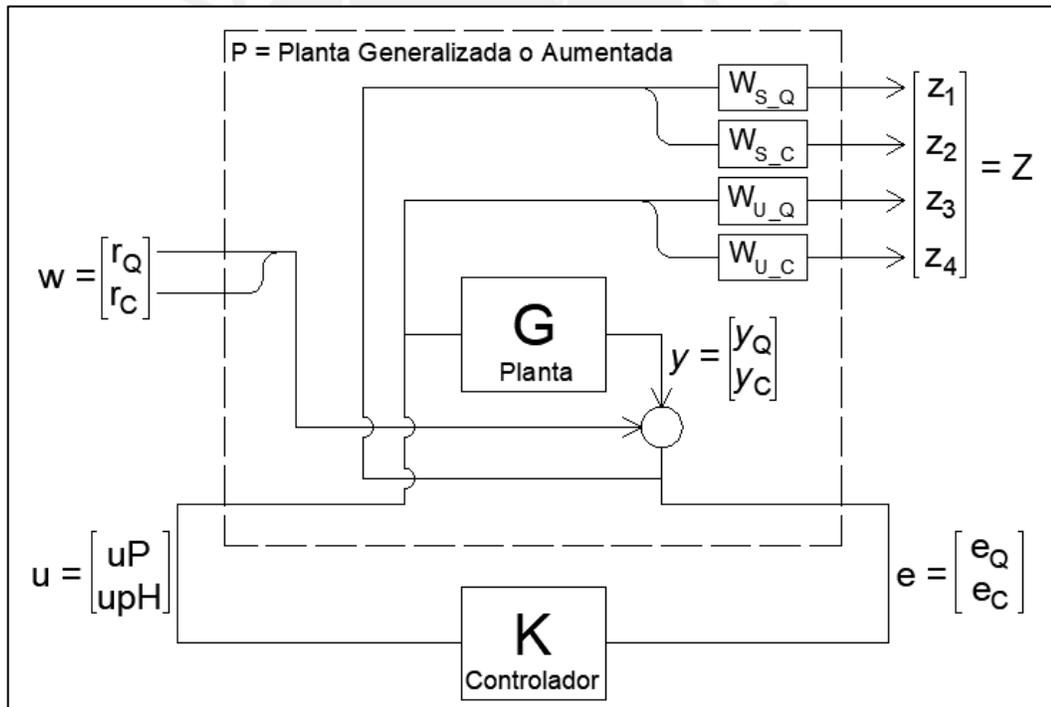


Figura 6.4: Planta generalizada del sistema MIMO de desalinizado.

Hasta este punto, hemos descrito la estrategia de control que se implementará para el diseño del controlador H infinito destinado para la planta Multivariable.

6.4. Representación de las Ecuaciones de Estado.

El diseño del controlador requiere realizar la conversión de las funciones de transferencia de la planta generalizada a su correspondiente realización en el espacio de estados. En el caso de las funciones de ponderación se optó por utilizar los filtros paso bajo y alto descritos en el capítulo 4.

- Planta $G_{11} = \frac{Q}{P}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -333.3 & -33.3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 333.3 \end{bmatrix} u_P \quad (6.1)$$

$$Q_{Flujo} = [0.002 \quad 0.000112] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

- Planta $G_{21} = \frac{C}{P}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4.695 & -3.286 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4.695 \end{bmatrix} u_P \quad (6.3)$$

$$C_{\frac{C}{P}} = [-0.51 \quad -0.1785] \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

- Planta $G_{22} = \frac{C}{pH}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.667 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.667 \end{bmatrix} u_{pH} \quad (6.5)$$

$$C_{\frac{C}{pH}} = [-57 \quad -18.24] \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$C_{Conductividad} = C_{\frac{C}{P}} + C_{\frac{C}{pH}} = [-0.51 \quad -0.1785 \quad -57 \quad -18.24] \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

- Función de ponderación $W_{s,Q}$: $z_1 = W_{s,Q} e_Q = W_{s,Q} (r_Q - y_Q)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.002 & -0.000112 & -w_{0W_{sQ}} \alpha_{W_{sQ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_7 \end{bmatrix} + [1] r_Q \quad (6.8)$$

$$z_1 = \begin{bmatrix} \frac{-0.002}{M_{W_{sQ}}} & \frac{-0.000112}{M_{W_{sQ}}} & w_{0W_{sQ}} \left(1 - \frac{\alpha_{W_{sQ}}}{M_{W_{sQ}}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ M_{W_{sQ}} \end{bmatrix} r_Q \quad (6.9)$$

- Función de ponderación W_{s_c} : $z_2 = W_{s_c} e_c = W_{s_c}(r_c - y_c)$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.51 & 0.1785 & 57 & 18.24 & -w_{0W_{s_c}} \alpha_{W_{s_c}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_8 \end{bmatrix} + [1]r_c \quad (6.10)$$

$$z_2 = \begin{bmatrix} \frac{0.51}{M_{W_{s_c}}} & \frac{0.1785}{M_{W_{s_c}}} & \frac{57}{M_{W_{s_c}}} & \frac{18.24}{M_{W_{s_c}}} & w_{0W_{s_c}} \left(1 - \frac{\alpha_{W_{s_c}}}{M_{W_{s_c}}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_8 \end{bmatrix} + \left[\frac{1}{M_{W_{s_c}}} \right] r_c \quad (6.11)$$

- Función de ponderación W_{u_q} : $z_3 = W_{u_q} u_P$

$$\dot{x}_9 = -\frac{w_{0W_{u_q}}}{\alpha_{W_{u_q}}} x_9 + \frac{1}{\alpha_{W_{u_q}}} u_P \quad (6.12)$$

$$z_3 = w_{0W_{u_q}} \left(\frac{1}{M_{W_{u_q}}} - \frac{1}{\alpha_{W_{u_q}}} \right) x_9 + \frac{1}{\alpha_{W_{u_q}}} u_P \quad (6.13)$$

- Función de ponderación W_{u_c} : $z_4 = W_{u_c} u_{pH}$

$$\dot{x}_{10} = -\frac{w_{0W_{u_c}}}{\alpha_{W_{u_c}}} x_{10} + \frac{1}{\alpha_{W_{u_c}}} u_{pH} \quad (6.14)$$

$$z_4 = w_{0W_{u_c}} \left(\frac{1}{M_{W_{u_c}}} - \frac{1}{\alpha_{W_{u_c}}} \right) x_{10} + \frac{1}{\alpha_{W_{u_c}}} u_{pH} \quad (6.11)$$

Ahora representaremos las ecuaciones de estado en la forma requerida para la planta generalizada, donde el vector $w = \begin{bmatrix} r_q \\ r_c \end{bmatrix}$ y $u = \begin{bmatrix} u_p \\ u_{pH} \end{bmatrix}$.

$$\dot{x} = A_p x + B_1 w + B_2 u$$

$$z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u$$

$$e = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u$$

- Ecuaciones de las variables de estado: $\dot{x} = A_p x + B_1 w + B_2 u$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -333.3 & -33.33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4.695 & -3.2864 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.002 & -0.000112 & 0 & 0 & 0 & 0 & -w_{0w_{sQ}} \alpha_{w_{sQ}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.51 & 0.1785 & 57 & 18.24 & 0 & -w_{0w_{sC}} \alpha_{w_{sC}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w_{0z_{21}}}{\alpha_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{w_{0z_{22}}}{\alpha_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_Q \\ r_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 333.3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 4.695 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1.667 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\alpha_{21}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_P \\ u_{pH} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

- Ecuaciones de salida ponderadas: $z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-0.002}{M_{w_{sQ}}} & \frac{-0.000112}{M_{w_{sQ}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{0w_{sQ}} \left(1 - \frac{\alpha_{w_{sQ}}}{M_{w_{sQ}}}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.51}{M_{w_{sC}}} & \frac{0.1785}{M_{w_{sC}}} & \frac{57}{M_{w_{sC}}} & \frac{18.24}{M_{w_{sC}}} & 0 & w_{0w_{sC}} \left(1 - \frac{\alpha_{w_{sC}}}{M_{w_{sC}}}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{0w_{uQ}} \left(\frac{1}{M_{w_{uQ}}} - \frac{1}{\alpha_{w_{uQ}}}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{0w_{uC}} \left(\frac{1}{M_{w_{uC}}} - \frac{1}{\alpha_{w_{uC}}}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{M_{w_{sQ}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_{w_{sC}}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_Q \\ r_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\alpha_{w_{uQ}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha_{w_{uC}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_P \\ u_{pH} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

- Ecuación de la señal de error: $e = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u$

$$\begin{bmatrix} e_Q \\ e_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.002 & -0.000112 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.51 & 0.1785 & 57 & 18.24 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_Q \\ r_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_P \\ u_{pH} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Considerando lo descrito en la sección 5.4, para las funciones de ponderación W_S y W_U , nuestra realización T_{ZW} queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_2 \hat{C} \\ \hat{B} C_2 & \hat{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ \hat{B} D_{21} \end{bmatrix} w \quad (6.15)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \hat{C} \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} w \quad (6.16)$$

Donde: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$, representan las matrices de estado del controlador H_∞ .

6.5. Diseño del controlador H infinito.

Previo al diseño del controlador para la planta multivariable, es crucial tener en cuenta que la manipulación de una variable de control generará la respuesta de una o más variables controladas. Por lo tanto, resulta fundamental definir con precisión los rangos de operación de las variables de control y de proceso. Esto garantizará que el controlador permita operar a la planta dentro del rango de trabajo establecido, de lo contrario, el sistema podría volverse propenso a la inestabilidad y experimentar fallos en el controlador. En este contexto, comenzaremos el diseño verificando las características operacionales de la planta normalizada.

Variable de Proceso Flujo

- Punto de operación del Flujo $Q_0=1.05$ GPM.
- Rango de operación: [0.65 : 1.25] GPM
- Rango Normalizado del operación: [-0.40 ; 0.20] GPM.

Variable de Proceso Conductividad

- Punto de operación de la conductividad 418 uS/cm.
- Rango de operación: [404 : 442] uS/cm.
- Rango Normalizado del operación: [-14 ; 24] uS/cm.

Variable de Control Presión

- Punto de operación de la Presión 900 PSI.
- Rango de operación: [700 : 1000] PSI.
- Rango Normalizado del presión: [-200 ; 100] PSI.

Variable de Control pH

- Punto de operación de la conductividad 6.77
- Rango de operación: [6.45 : 7.08].
- Rango Normalizado del operación: [-0.32 ; 0.31].

Con los rangos de operación de las variables críticas del sistema definidos, procedemos al cálculo del controlador utilizando el procedimiento descrito en la sección 5.5. Los parámetros de diseño para las funciones de ponderación, detallados en la tabla 6.3, fueron seleccionados considerando las características dinámicas de la planta y sus correspondientes rangos de operación. Estos parámetros contribuyen a conformar la función de costos para la realización. T_{ZW} , cuyos valores singulares para el sistema resultante se presentan en la figura 6.5.

Tabla 6.3: Parámetros de diseño asignados a las funciones de ponderación W_S , W_U .

Lazo de Flujo Q			
W_{S_Q} : Filtro pasa bajo 1er orden		W_{U_Q} : Filtro pasa alto 1er orden	
$\frac{1}{M}s + w_0$	$w_0: 10$ $M: 1$	$\frac{s + \frac{w_0}{M}}{\alpha s + w_0}$	$w_0: 850$ $M: 85$ $\alpha: 10^{-5}$
$s + \alpha w_0$	$\alpha: 10^{-5}$		
Lazo de Conductividad C			
W_{S_C} : Filtro pasa bajo 1er orden		W_{U_C} : Filtro pasa alto 1er orden	
$\frac{1}{M}s + w_0$	$w_0: 20$ $M: 2$	$\frac{s + \frac{w_0}{M}}{\alpha s + w_0}$	$w_0: 15$ $M: 1.5$ $\alpha: 10^{-5}$
$s + \alpha w_0$	$\alpha: 10^{-5}$		
Gamma crítico: $\gamma_o: 12.6$			

Al igual que el trabajo de Alatiqi y colaboradores, el sistema de control fue sometido a simulación, considerando un cambio de 5% en las señales de referencia del flujo de permeado y de la conductividad, los resultados a estas pruebas se exponen a continuación:

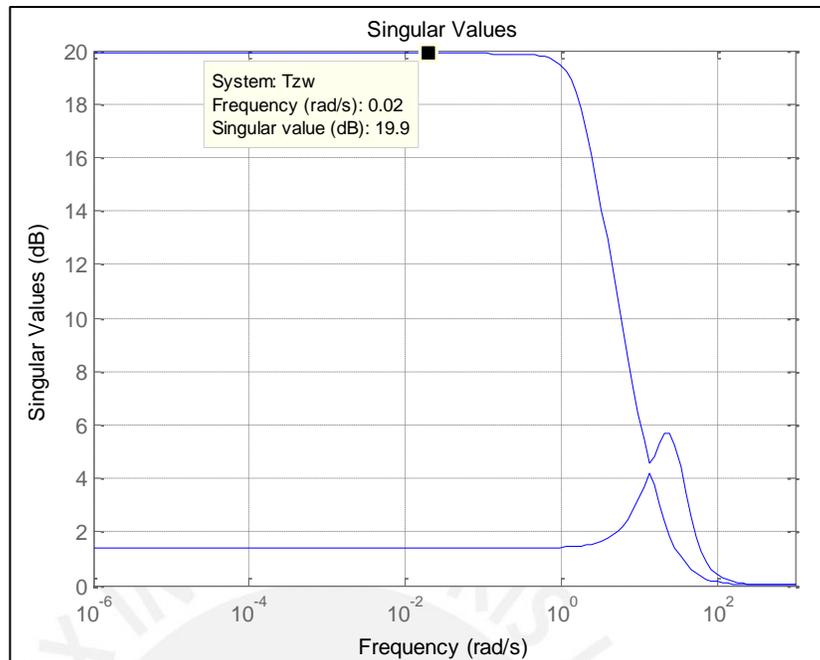


Figura 6.5: Valores singulares de la realización T_{ZW} , donde $\|T_{ZW}\|_{\infty}=9.86$

Prueba 01: Cambio del 5% (0.05 gpm) en la referencia del flujo normalizado del permealto, tiempo = 0.1 minutos.

- El comportamiento de la variable de Flujo normalizado del permealto presentó una respuesta críticamente amortiguada, con un tiempo de asentamiento de 2.07 minutos, ver figura 6.5a.
- La señal de control de Presión también manifestó un comportamiento críticamente amortiguado, con un tiempo de 2.9 minutos para alcanzar su estado estable, ver figura 6.5b.
- La acción de control Presión generó un cambio en el estado estacionario de la variable controlada de Conductividad, siendo esta corregida (controlada) por la señal de control de pH, ver figura 6.5c.
- Finalmente, la respuesta de la variable de control de pH reguló la variación no deseada en la variable de proceso de Conductividad, teniendo en cuenta su rango de valores de operación, ver figura 6.5d.

Prueba 02: Cambio del 5% (0.05 uS/cm) en la referencia de la Conductividad normalizada de permeado, tiempo = 0.1 minutos.

- El comportamiento de la variable Conductividad de permeado mostró una respuesta críticamente amortiguada, con una sobreelongación del 4.52% y un tiempo de asentamiento de 0.15 minutos, como se aprecia en la Figura 6.6a.
- Ambas señales de control, pH y Presión, reaccionaron al cambio de referencia en la señal de Conductividad. La señal de control pH presentó una respuesta rápida, alcanzando el valor pico de -0.004735 pH a los 0.078 minutos desde la aplicación del cambio de referencia, para luego retornar a un valor cercano a su estado estacionario, logrando la estabilización a los 2.9 minutos, tal como se ilustra en la Figura 6.6b. Por otro lado, la acción de control Presión respondió al cambio disminuyendo el nivel de presión ejercida. Sin embargo, esta respuesta originó el cambio en el estado estacionario de la variable controlada de Flujo de Permeado. Es importante destacar que la acción de control del pH alcanza su valor máximo a los 0.078 minutos, mientras que la señal de control Presión alcanza su valor máximo un poco después, a los 0.08 minutos. Esto evidencia que la señal de control pH logra controlar de forma más rápida a la variable de proceso Conductividad, permitiendo así que la variable de control Presión se encargue de estabilizar a la variable de proceso Flujo de Permeado, la dinámica descrita se puede apreciar en las Figuras 6.6c y 6.6d.
- Este caso resalta la sinergia entre ambas acciones de control, buscando eficientemente la regulación en la planta multivariable. En esta perspectiva, la falta de operatividad de cualquiera de ellas conllevaría a la desestabilización o errores en el estado estacionario de alguna de las variables de proceso.

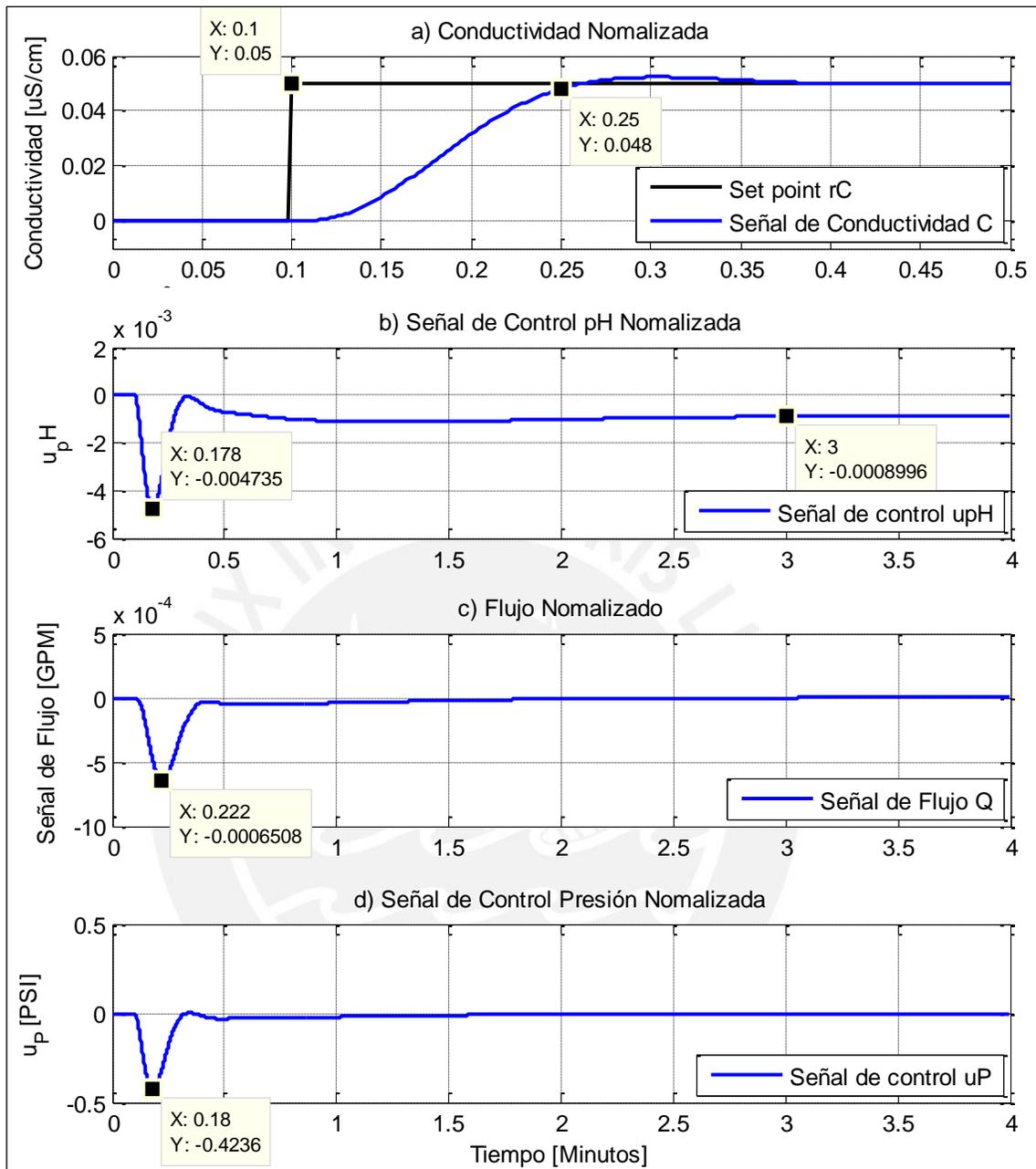


Figura 6.6: a) Cambio en la señal de referencia de la Conductividad de permeado y dinámica de la variable de proceso de Conductividad de permeado. b) Dinámica de la variable de control pH en respuesta al cambio en la referencia de Conductividad de Permeado. c) Dinámica de la variable de proceso de Flujo de Permeado como respuesta a la acción de la señal de Control Presión. d) Dinámica de la señal de control Presión en respuesta, inicialmente, al cambio de referencia de la señal de Conductividad, para luego controlar la alteración del estado estable de la variable de proceso Flujo de Permeado.

6.6. *Análisis de Desempeño de los Controladores H_{∞} y PI-BLT en la Planta MIMO de Osmosis Inversa.*

En esta sección, se llevará a cabo la evaluación del rendimiento del Controlador H_{∞} y del Controlador Proporcional Integral (**PI**) sintonizado mediante el método Biggest Log Modulus (**BLT**), desarrollado por Alatiqi et al., para el control de la planta MIMO de Osmosis Inversa.

En este contexto, el controlador H_{∞} que será objeto de comparación en este análisis será el diseñado en la sección anterior. Este controlador demostró un rendimiento óptimo dentro del rango de operación permitido para la planta MIMO. En una perspectiva comparativa, examinaremos cómo este controlador se desempeña frente al controlador **PI-BLT**. Utilizaremos como referencia el comportamiento de ambos controladores ante un cambio de tipo escalón del 5% en los niveles de referencia de las variables de proceso, como Flujo y Conductividad. A continuación, se presentan los resultados obtenidos en estos análisis.

1. Dinámicas Presentadas por la Variable de Proceso - Flujo.

Controlador H_{∞} : el cambio en el nivel de referencia del Flujo resultó en un tiempo de asentamiento de 2.07 minutos. En contraste, el cambio en el nivel de referencia de la Conductividad no produjo alteraciones en la variable de proceso Flujo.

Controlador **PI** sintonizado por BLT: el cambio en el nivel de referencia del Flujo significó un tiempo de asentamiento de aproximadamente 2.2 minutos para esta variable. Mientras tanto, el cambio en el nivel de referencia de la Conductividad no mostró cambios perceptibles en la variable Flujo, según el diagrama fuente.

Las dinámicas descritas se pueden observar en las Figuras 6.7a y 6.7b, donde las del lado izquierdo corresponden al controlador H_{∞} y las del lado derecho al controlador PI-BLT. Todas las dinámicas descritas fueron simuladas considerando los rangos de operación de la planta MIMO, detallados en el presente capítulo.

2. Dinámicas Presentadas por la Variable de Proceso - Conductividad.

Controlador H_{∞} : el cambio en el nivel de referencia del Flujo no generó alteraciones significativas en la variable de proceso Conductividad. En contraste, el cambio en el nivel de referencia de la Conductividad presentó un tiempo de asentamiento de 0.15 minutos para esta variable.

Controlador PI sintonizado por BLT: el cambio en el nivel de referencia del Flujo, generó una respuesta tipo impulso, con un pico de aproximadamente 0.007 uS/cm, representando el 14% de la señal de referencia y estabilizándose a los 2.5 minutos. Mientras tanto, el cambio en el nivel de referencia de la Conductividad mostró un tiempo de asentamiento de aproximadamente 1.0 minuto para esta variable, según el diagrama fuente. Estas dinámicas se ilustran en las Figuras 6.7c y 6.7d.

Las dinámicas descritas se pueden observar en las Figuras 6.7c y 6.7d, donde las del lado izquierdo corresponden al controlador H_{∞} y las del lado derecho al controlador PI-BLT. Todas las dinámicas descritas fueron simuladas considerando los rangos de operación de la planta MIMO, detallados en el presente capítulo.

Estas comparaciones proporcionan un panorama más detallado respecto al mejor desempeño que presenta el controlador H_{∞} frente al controlador PI sintonizado por BLT.

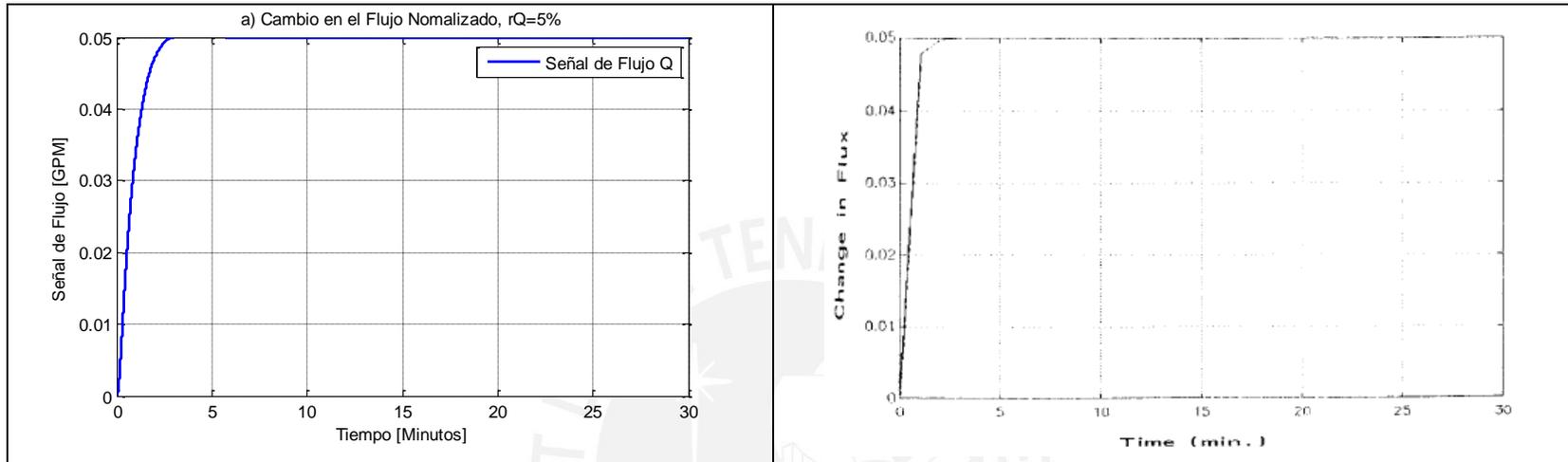


Figura 6.7a: Dinámica del flujo vs tiempo, con un escalón del 5% en la referencia del Flujo.

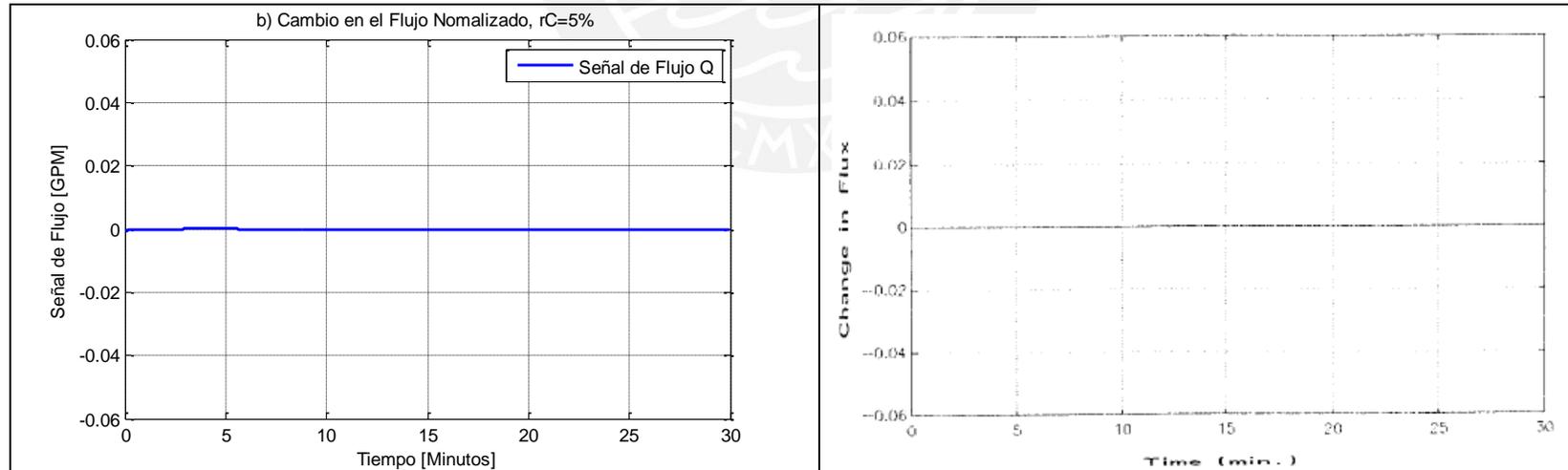


Figura 6.7b: Dinámica del flujo vs tiempo, con un escalón del 5% en la referencia de la Conductividad del Permeado.

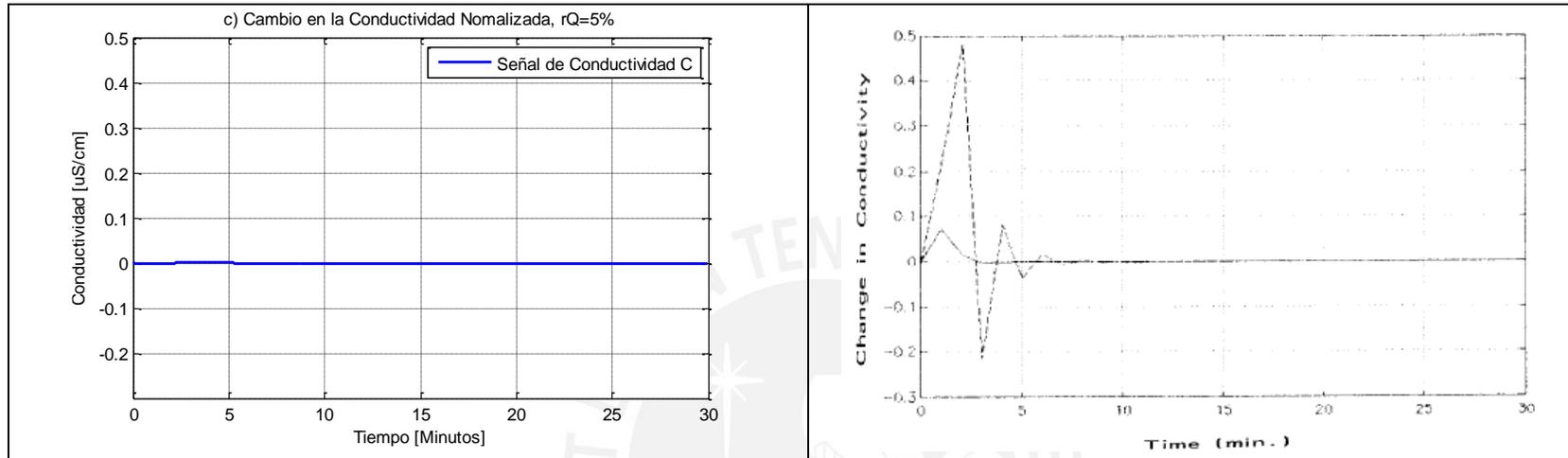


Figura 6.7c: Dinámica de la Conductividad vs tiempo, con un escalón del 5% en la referencia del Flujo.

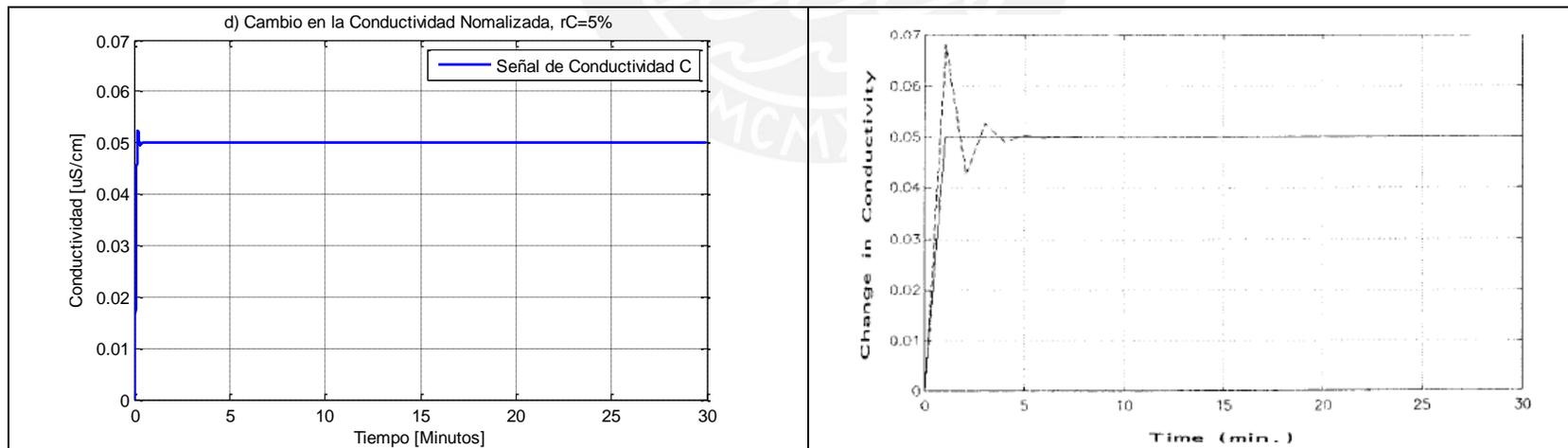


Figura 6.7d: Dinámica de la Conductividad vs tiempo, con un escalón del 5% en la referencia de la Conductividad

6.7. Prueba de robustez: Saturación de las membranas de Osmosis Inversa.

La robustez de un controlador expresa su capacidad para mantener al sistema en un rendimiento satisfactorio frente a diversas condiciones y perturbaciones. Esto implica evaluar su capacidad para recuperarse eficientemente ante cambios en la planta, variaciones en las condiciones ambientales o fallos en los componentes del sistema que puedan afectar su desempeño.

Nuestro caso de estudio analizará la dinámica no modelada de la saturación y desgaste de las membranas de Osmosis Inversa, consecuencia de la operación continua de la planta. La evaluación de esta dinámica nos permitirá analizar el comportamiento del controlador frente a condiciones no previstas, que son intrínsecas a la operación de la planta y generan perturbaciones que deben ser abordadas por el sistema de control.

La saturación de las membranas de Osmosis Inversa es una consecuencia natural de su operación a lo largo de su vida útil, provocando la reducción en el flujo de permeado. En ese sentido, analizaremos dos escenarios de saturación, el primero evaluará el desempeño del controlador, donde la perturbación por saturación pueda ser controlada dentro de los rangos de operación del sistema; el segundo escenario evaluará el comportamiento del controlador en un nivel de saturación que exceda los límites operativos del sistema.

Con la simulación de estos escenarios, buscaremos verificar la estabilidad del sistema ante las dinámicas no modeladas de la planta, conocidas como incertidumbre del modelo, para asegurar así su estabilidad robusta. De esta manera, al garantizar el cumplimiento de las especificaciones de funcionamiento bajo este escenario de incertidumbre, validamos el comportamiento robusto del controlador.

A continuación, compartimos los dos escenarios previamente mencionados, los cuales fueron simulados utilizando el Toolbox de Simulink de Matlab.

Escenario 01: Evaluación del desempeño del controlador ante saturación de membranas de Osmosis Inversa, con acción de control dentro del rango de operación del sistema.

Para simular la dinámica no modelada de la saturación de la membrana, utilizaremos dos señales tipo rampa, cada una con un límite de saturación del 3.5% de reducción en el Flujo de Permeado. Estas señales se aplicaron de forma aditiva en distintos momentos del proceso. La primera perturbación se aplicó a los 10 minutos con una pendiente de -0.002. Luego, la segunda señal de perturbación fue aplicada a los 50 minutos, adicionando un 3.5% de saturación a la preexistente, con una pendiente de -0.001. De este modo, se obtuvo una reducción total del 7.0% en el Flujo de Permeado. En la Figura 6.8 se presenta el diagrama de control utilizado en la simulación. La Figura 6.9a muestra las señales de perturbación aplicadas al Flujo de Permeado (Q). El controlador responde aumentando la presión y reduciendo el nivel de pH en cada perturbación, alterando el estado estacionario de las variables de control, como se observa en las figuras 6.9c y 6.9e. Como resultado, las variables de proceso se mantienen cercanas al nivel de referencia establecido, como se evidencia en las figuras 6.9b y 6.9d.

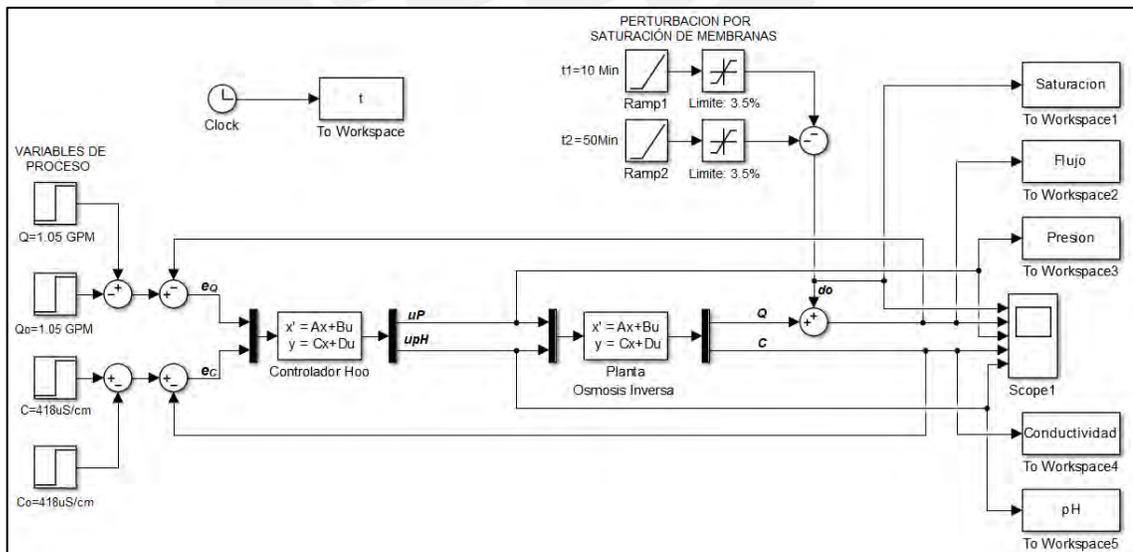


Figura 6.8: Diagrama de control en Simulink para el Escenario 01.

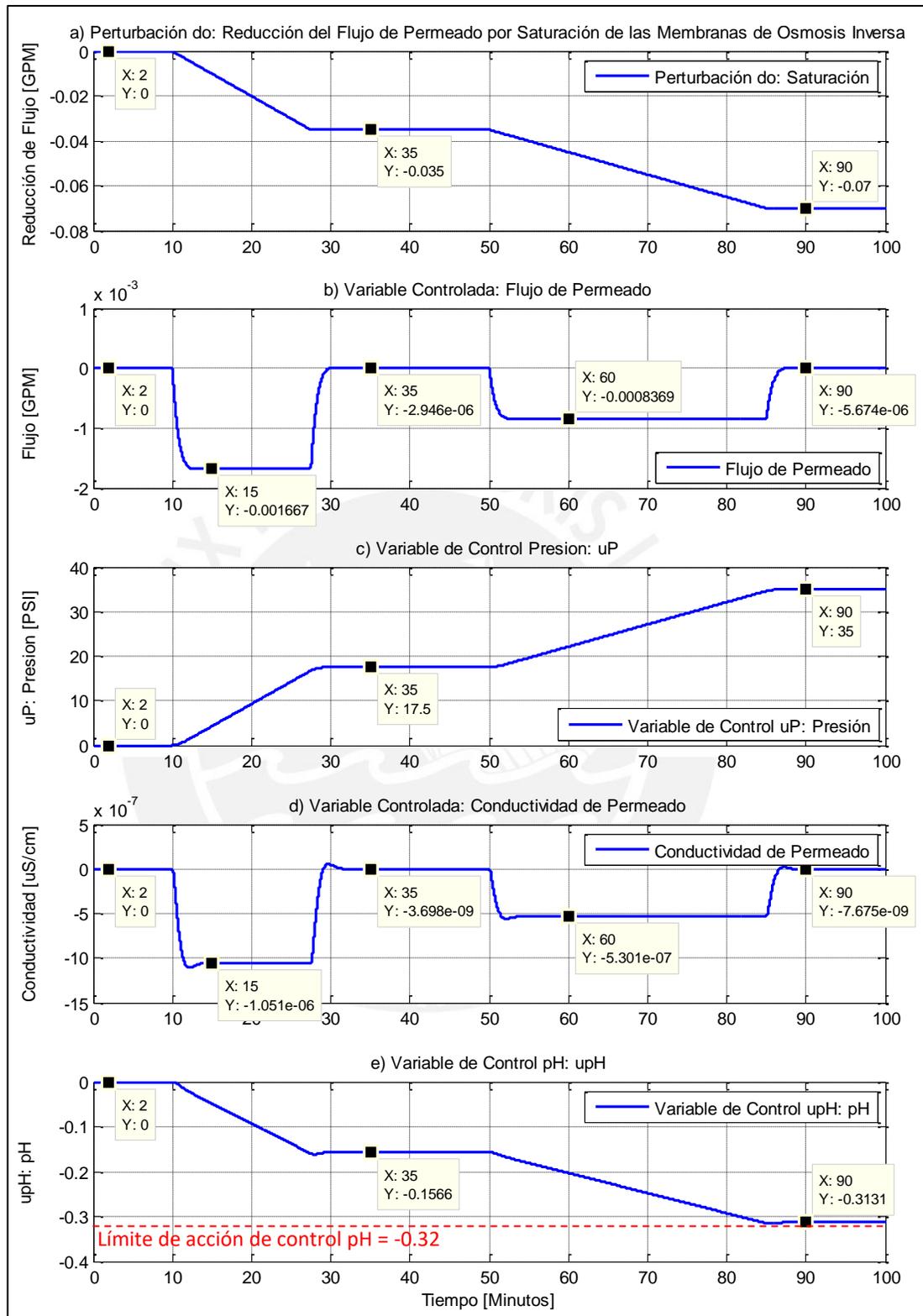


Figura 6.9: Dinámica del sistema controlado frente a señales de perturbación aplicadas al Flujo de Permeado (Q), descritas para el Escenario 01.

Escenario 02: Evaluación del desempeño del controlador frente a la saturación de las membranas de Osmosis Inversa, con acción de control fuera del rango de operación del sistema.

En el Escenario 01, las acciones de control de la Presión y del pH se mantuvieron dentro de sus respectivos rangos de operación. Sin embargo, como se indicó en la Prueba 02 de la Sección 6.5, una acción de control que demande valores de control fuera de los rangos de operatividad del sistema, podría provocar la desestabilización del sistema o errores en el estado estacionario de la variable controlada. Para validar lo mencionado, en el presente escenario se introduce una tercera perturbación por saturación, que representa una nueva reducción del 3.5% en el flujo de permeado, sumando una reducción total del 10.5%, esta perturbación es aplicada con una pendiente de -0.002 y a los 100 minutos del proceso. En la Figura 6.10 se presenta el diagrama de control utilizado en la simulación.

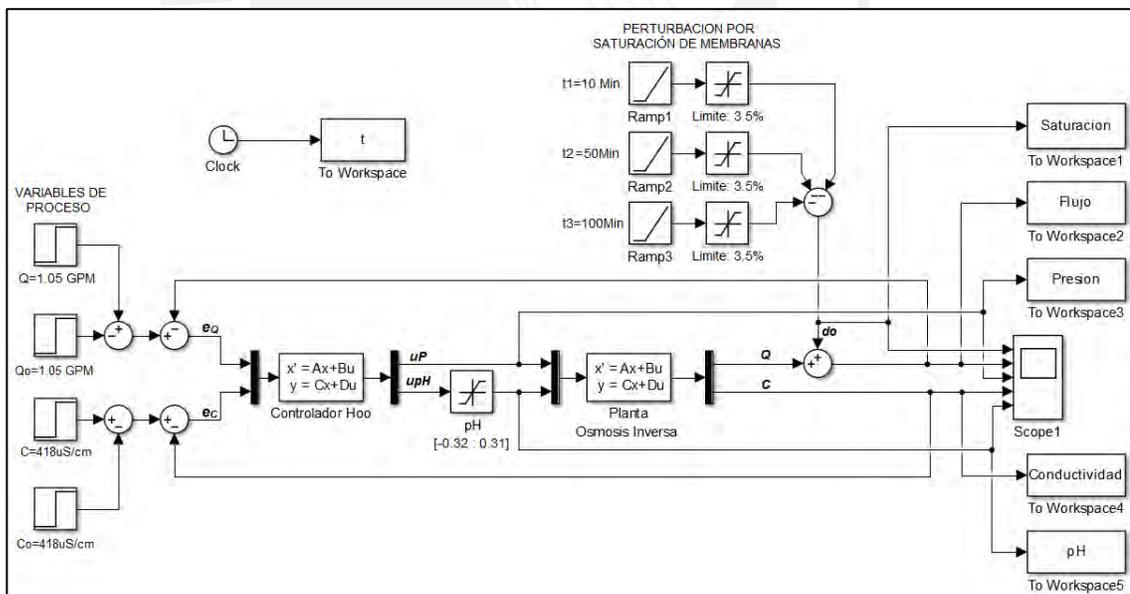


Figura 6.10: Diagrama de control en Simulink para el Escenario 02.

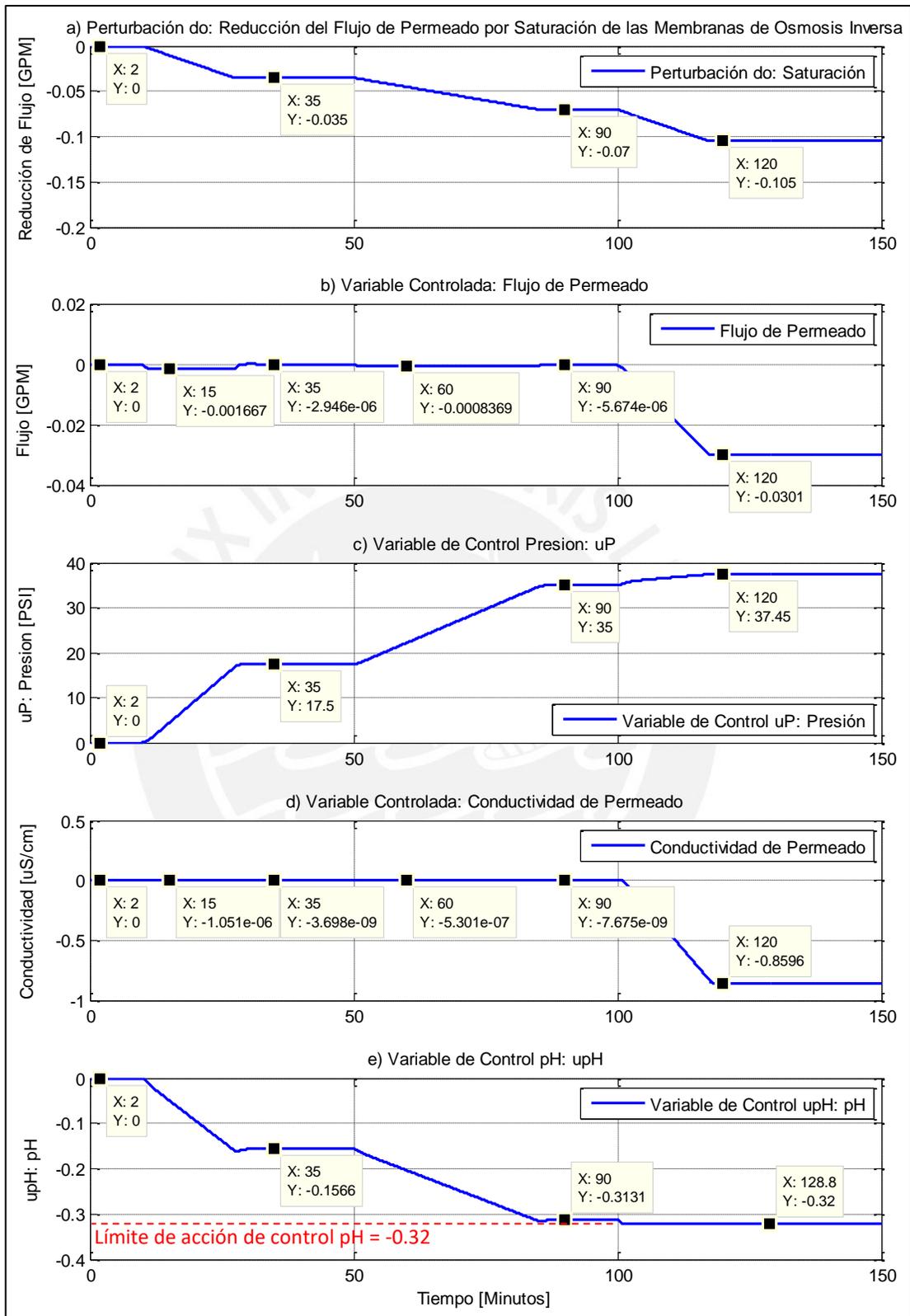


Figura 6.11: Dinámica del sistema controlado frente a señales de perturbación aplicadas al Flujo de Permeado (Q), descritas para el Escenario 02.

La Figura 6.11a muestra las señales de perturbación aplicadas al Flujo de Permeado (Q). En consecuencia, a pesar de que el controlador responde elevando la presión y reduciendo el nivel de pH en cada perturbación, para esta última, el límite de -0.32 resulta insuficiente para llevar a cabo la acción de control requerida en la tercera perturbación, tal como se observa en las figuras 6.11c y 6.11e. Como resultado, las variables controladas cambian el valor de sus estados estacionarios de control, aumentando el error, como se evidencia en las figuras 6.11b y 6.11d.

6.8. Conclusiones.

- En contraste con el caso SISO, el diseño de un controlador MIMO demanda un análisis exhaustivo de las características y restricciones inherentes a las variables y la planta. La mínima variación en cualquiera de estas variables, por pequeña que sea, puede tener repercusiones en una o más variables del proceso, pudiendo requerir acciones de control que se sitúen fuera de los límites operativos del sistema.
- Considerando el rango de linealidad y los límites de operación de las variables de la planta, el controlador H_{∞} demostró ser capaz de gestionar los cambios inherentes a una planta y que no fueron contemplados en su modelo matemático (incertidumbre), como es el caso de la saturación de las membranas de Osmosis Inversa, presentada en forma de perturbación. Esto confirma la estabilidad y el comportamiento robusto del controlador.
- No considerar los rangos de operatividad de las variables críticas y el tiempo necesario para ejecutar la acción de control en los actuadores, podría conducir a un diseño deficiente y susceptible a fallos.

CONCLUSIONES GENERALES

- El estudio del estado del arte de los sistemas de control para bastidores de ósmosis inversa en plantas desalinizadoras de agua de mar ha proporcionado una visión detallada de los métodos de control desarrollados en los últimos años. Este enfoque no solo nos ha permitido explorar las ventajas comparativas frente a otras estrategias de control, sino también comprender los modelos matemáticos que describen el proceso de obtención de agua desalada o permeado en plantas de ósmosis inversa. Durante este estudio, se identificaron variables críticas y se examinaron modelos propuestos que describen el comportamiento dinámico de la planta.
- La identificación de variables críticas en la planta de ósmosis inversa abordó desafíos inherentes al proceso, como el ruido en los sensores, la no linealidad de la planta real, los rangos de operación de los actuadores y las dinámicas operativas. La comprensión de estas características fue fundamental en el desarrollo del modelo matemático, permitiendo establecer el rango de linealidad de la planta y su punto de operación.
- El estudio teórico del problema estándar de control H_{∞} proporcionó un marco sólido para comprender la estructura de la planta generalizada, las funciones de ponderación, el planteamiento para la solución, la función de costo y el procedimiento para obtener el controlador óptimo. Este enfoque se abordó en el dominio del tiempo mediante el esquema de espacio de estado.
- El diseño e implementación del controlador H_{∞} para la planta SISO de desalinización por Osmosis Inversa exhibió al controlador en un escenario de operación real, el cual demostró un control eficiente de la planta, siguiendo el comportamiento preestablecido en las simulaciones de diseño.

Al compararlo con un control PID, se evidenció una mejora operativa significativa en la variable de control "Presión". Esta mejora representa un avance sustancial para el rendimiento y la vida útil de los actuadores de la planta, ya que la variable de control no se vio afectada por el ruido de la señal de proceso, a diferencia del control PID.

- En el caso del control sobre una planta multivariable, el controlador demostró su eficiencia al controlar todas las variables del proceso dentro del rango de operación de la planta. Además, su capacidad de responder ante perturbaciones externas e internas, como la saturación operacional de las membranas, lo cual subraya el cumplimiento de los objetivos de estabilidad y comportamiento robusto establecidos para esta tesis.

En resumen, este estudio contribuye a la comprensión de los sistemas de control H_{∞} aplicados en plantas de ósmosis inversa. A través de simulaciones e implementaciones prácticas, se demuestran mejoras sustanciales en entornos operativos reales, así como la capacidad del sistema para hacer frente a incertidumbres de la planta debido a dinámicas no modeladas.

RECOMENDACIONES:

- Para evitar que la acción de control se encuentre fuera del rango de operación de la planta, se sugiere supervisar de manera constante el desempeño del sistema. Esto permitiría identificar tempranamente desviaciones que puedan surgir. Esta verificación también podría ser realizada por el sistema de control, alertando al operador sobre cualquier desviación de los valores nominales de operación.
- En futuras investigaciones, se recomienda explorar este trabajo desde otras perspectivas del problema H_∞ , como el control mixto H_2H_∞ , el Problema de Sensibilidad Mixta u otro enfoque, y evaluar los resultados en términos de los objetivos de estabilidad y robustez.
- Se recomienda ampliar la implementación de la planta de la PUCP al modelo MIMO, de este modo, posteriores trabajos de investigación podrían abordar objetivos de modelado y control de la misma.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbas, A. (2006). Model predictive control of a reverse osmosis desalination unit. *Desalination*, 194(1-3), 268-280. <https://doi.org/10.1016/j.desal.2005.10.033>
- Alatqi, I. M., Ghabris, A. H., & Ebrahim, S. (1989). System identification and control of reverse osmosis desalination. *Desalination*, 75, 119-140. [https://doi.org/10.1016/0011-9164\(89\)85009-X](https://doi.org/10.1016/0011-9164(89)85009-X)
- Ampuero, E. (2019). *Diseño de un controlador difuso sintonizado con computación evolutiva para una planta de desalinización de agua de mar por ósmosis inversa [Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]*. Repositorio Institucional. <http://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/9326>
- Angelakis, A. N., Valipour, M., Choo, K.-H., Ahmed, A. T., Baba, A., Kumar, R., Toor, G. S., & Wang, Z. (2021). Desalination: From Ancient to Present and Future. *Water*, 13(16), 1-26. <https://doi.org/10.3390/w13162222>
- Assef, J. Z., Watters, J. C., Deshpande, P. B., & Alatqi, I. M. (1997). Advanced control of a reverse osmosis desalination unit. *Journal of Process Control*, 7(4), 283-289. [https://doi.org/10.1016/S0959-1524\(97\)00004-8](https://doi.org/10.1016/S0959-1524(97)00004-8)
- BBC. (12 de Agosto de 2021). *Los puntos clave del informe de la ONU sobre cambio climático y qué dice sobre América Latina*. Retrieved 5 de Agosto de 2023, from British Broadcasting Corporation: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-58190389>
- Bibel, J. E., & Malyevac, D. S. (1992). *Guidelines for the Selection of Weighting Functions for H-Infinity Control*. NAVAL SURFACE WARFARE CENTER. <https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA251781>
- Burden, A., Deshpande, P., & Watters, J. (2001). Advanced control of a b-9 permasep permeator desalination pilot plant. *Desalination*, 133(3), 271-283. [https://doi.org/10.1016/S0011-9164\(01\)00107-2](https://doi.org/10.1016/S0011-9164(01)00107-2)
- Calculadoras Online. (s.f.). Calculadora de Distribución Normal - Campana de Gauss: <https://calculadorasonline.com/calculadora-de-distribucion-nomal-campana-de-gauss/>
- Cornelissen, E. R., Harmsen, D. J., Blankert, B., Wessels, L. P., & Van der Meer, W. G. (2021). Effect of minimal pre-treatment on reverse osmosis using surface water as a source. *Desalination*, 509(115056), 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.desal.2021.115056>
- Doyle, J., Glover, K., Khargonekar, P., & Francis, B. (1989). State-Space Solutions to Standar H2 and H ∞ Control Problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8), 831-847. <https://doi.org/10.1109/9.29425>

- Duanwu, Y., Shuo, W., & Hui, Z. (2023). Analysis of Research Hotspots in the Field of Reverse Osmosis. *E3S Web of Conferences*, 406(03012), 1-5.
<https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340603012>
- ElMoudir, W., ElBousiffi, M., & Al-Hengari, S. (2008). Process modelling in desalination plant operations. *Desalination*, 222(1-3), 431-440.
<https://doi.org/10.1016/j.desal.2007.01.170>
- Galizia, A., Mamo, J., Blandin, Gaetan, Verdaguer, M., Comas, J., Rodríguez-Roda, I., & Monclús, H. (2021). Advanced control system for reverse osmosis optimization in water reuse systems. *Desalination*, 518, 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.desal.2021.115284>
- Gambier, A., Krasnik, A., & Badreddin, E. (2007). Dynamic modelling of a RO desalination plant for advanced control purposes. *American Control Conferences*, 7(9), 4854-4859.
<https://doi.org/10.1109/ACC.2007.4283019>
- García, S. (15 de Marzo de 2019). *11 datos interesantes sobre el agua*. Retrieved 01 de Agosto de 2023, from NATIONAL GEOGRAPHIC:
<https://www.nationalgeographic.es/photoaquae/2019/03/11-datos-interesantes-sobre-el-agua>
- Green, M., & Limebeer, D. (1994). *Linear Robust Control*. Prentice-Hall.
- Hach Company. (01 de 05 de 2015). *¿Que es la Conductividad?* Retrieved 13 de 10 de 2023, from HACH: https://latam.hach.com/cms-portals/hach_mx/cms/documents/Que-s-la-conductividad-Final.pdf
- Hidalgo, R. (2021). *Desarrollo de aplicaciones prácticas de la guía de diseño de señales de entrada PRBS para sistemas SISO en MatLab [Universidad Catolica de Santiago de Guayaquil]*. Repositorio Institucional.
- INEI. (11 de Julio de 2022). *Perú: 50 años de cambios, desafíos y oportunidades poblacionales*. Instituto Nacional de Estadística e Informática:
<https://www.gob.pe/institucion/inei/informes-publicaciones/3254297-peru-50-anos-de-cambios-desafios-y-oportunidades-poblacionales>
- Lakshmanaprabu, S., Shankar, K., & Sabura, B. U. (2017). Optimal Model Based Control for Reverse Osmosis Desalination Process. *Journal of Advanced Research in Dynamical and Control Systems*, 9(18), 2909-2916.
https://www.researchgate.net/publication/323582465_Optimal_model_based_control_for_reverse_osmosis_desalination_process
- Li, J. A. (2018). *Análisis de la Legislación sobre Recursos Hídricos*.
<http://www.lamolina.edu.pe/institutos/ICTA/DMA18/JULIAN-LI.pdf>

- López, E. (s.f.). *Identificación de Sistemas. Aplicación al modelado de un motor de continua*.
<https://www.studocu.com/ph/document/universidad-de-las-fuerzas-armadas-de-ecuador/electrofluidos/identificacion-aplicada-a-un-motor-de-dc-elena-guillen/21150700/download/identificacion-aplicada-a-un-motor-de-dc-elena-guillen.pdf>
- Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. (24 de Octubre de 2020). *PROVISUR: Primera planta desalinizadora de agua de mar para consumo humano ya cuenta con autorización sanitaria*. Retrieved 5 de Mayo de 2023, from Gobierno del Peru:
<https://www.gob.pe/institucion/vivienda/noticias/309576-provisur-primera-planta-desalinizadora-de-agua-de-mar-para-consumo-humano-ya-cuenta-con-autorizacion-sanitaria>
- Mohammed, H., Sachit, D., & Al-Furaiji, M. (2023, Septiembre 1). Applications and challenges of the Reverse Osmosis membrane process: A review. *Journal of Engineering and Sustainable Development*, 27(5), 630-646. <https://doi.org/10.31272/jeasd.27.5.6>
- Moreno, D. (2017). *Control Predictivo Generalizado Multivariable de un bastidor de Osmosis Inversa de una planta desalinizadora de agua de mar [Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]*. Repositorio Institucional.
<http://hdl.handle.net/20.500.12404/7749>
- Nurudeen, S. (2021). Process simulation of modelled reverse osmosis for desalination of seawater. *Water Practice & Technology*, 17(1), 1-16.
<https://doi.org/10.2166/wpt.2021.127>
- Ogata, k. (2010). *Ingeniería del Control Moderna*. PEARSON EDUCACIÓN, S.A.
- ONU. (2016). *Informe de las Naciones Unidas sobre el desarrollo de los recursos hídricos en el mundo 2016: agua y empleo*. Naciones Unidas.
<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000244103>
- ONU. (2020). *Informe mundial de las Naciones Unidas sobre el desarrollo de los recursos hídricos 2020: agua y cambio climático*. Naciones Unidas.
<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000373611.locale=es>
- OXFAM. (11 de Junio de 2016). *Entre 7 y 8 millones de peruanos no tienen acceso a agua potable*. Retrieved 22 de Septiembre de 2023, from OXFAM:
<https://peru.oxfam.org/qu%C3%A9-hacemos-ayuda-humanitaria/entre-7-y-8-millones-de-peruanos-no-tienen-acceso-agua-potable>
- Prakash, A. (2004). *Water Resources Engineering: Handbook of Essential Methods and Design*. American Society of Civil Engineers. <https://doi.org/10.1061/9780784406748>

- Pratap, R. (2013). Water Desalination "The Role of RO and MSF. *IOSR Journal Of Environmental Science, Toxicology And Food Technology*, 6(2), 61-65. <https://doi.org/10.9790/2402-0626165>
- RG Systems. (2002). *Fundamentos de la Ósmosis Inversa*.
https://www.academia.edu/41654707/Todo_lo_que_necesita_saber_sobre_la_%C3%93smosis_Inversa_Teor%C3%ADa_Pr%C3%A1ctica_Rendimientos_Pretratamientos_Fundamentos_de_la_%C3%93smosis_Inversa
- Rivas-Perez, R., & Sotomayor-Moriano, J. (2014). Control predictivo generalizado de las variables críticas de una unidad de ósmosis inversa. *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, CLCA*, 642-647.
- Riverol, C., & Pilipovik, V. (2004). Mathematical Modeling of Perfect Decoupled Control System and Its Application: A Reverse Osmosis Desalination Industrial-Scale Unit. *Journal of Automated Methods & Management in Chemistry*, 2005(2), 50-54.
<https://doi.org/10.1155/JAMMC.2005.50>
- Robertson, M., Watters, J., Desphande, P., Assef, J., & Alatiqi, I. (1996). Model based control for reverse osmosis desalination processes. *Desalination*, 104(1-2), 59-68.
[https://doi.org/10.1016/0011-9164\(96\)00026-4](https://doi.org/10.1016/0011-9164(96)00026-4)
- Rodríguez, F., & López, M. (1996). *Control Adaptativo y Robusto*. Universidad de Sevilla.
- Rojas, D. E. (2016). *Diseño de controladores PID avanzado para el control robusto de una unidad de ósmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar [Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]*. Repositorio Institucional.
<http://hdl.handle.net/20.500.12404/6956>
- Safonov, M. G., Limebeer, D. J., & Chiang, R. Y. (1989). Simplifying the H^∞ theory via loop-shifting, matrix-pencil and descriptor concepts. *Int. J. Control*, 50(6), 2468-2488.
<https://doi.org/10.1080/00207178908953510>
- Salas, A. (04 de 2020). *MODELADO, ANÁLISIS, IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DE SISTEMAS MULTIVARIABLES*. Universidad Politecnica de Valencia:
<http://personales.upv.es/asala/DocenciaOnline/Cursos/Apuntesch20.html#x25-25600018>
- Shen, T. (2022). The advantages and future development trends of reverse seawater osmosis compared with other desalination methods. *Highlights in Science, Engineering and Technology*, 21, 398-404. <https://doi.org/10.54097/hset.v21i.3197>
- Simón, F. X., Ballester, J., Llorens, J., & García, J. (2014). Ósmosis directa: proceso y aplicaciones. *TECNOAGUA*, 7, 26-32.

https://www.researchgate.net/publication/263505688_Osmosis_directa_proceso_y_aplicaciones

- Sobana, S., & Panda, R. (2013). Development of a transient model for the desalination of sea/brackish water through reverse osmosis. *Desalination and Water Treatment*, 51(13-15), 2755-2767. <https://doi.org/10.1080/19443994.2012.749376>
- Sobana, S., & Panda, R. C. (2011). Identification, Modelling, and Control of Continuous Reverse Osmosis Desalination System: A Review. *Separation Science and Technology*, 46(4), 551-560. <https://doi.org/10.1080/01496395.2010.534526>
- Ugarte, D. (2016). *Desarrollo de un controlador inteligente para un bastidor de osmosis inversa de una planta desalinizadora de agua de mar [Tesis de Maestria, Pontificia Universidad Catolica del Peru]*. Repositorio Institucional.
- Villota, E. (2002). *Analisis Comparativo del Control Vibracional Por Técnicas de Control Optimo y Control Robusto [Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional de Ingeniería]*. Repositorio Institucional. <http://hdl.handle.net/20.500.14076/740>
- Voutchkov, N. (2013). *Desalination Engineering - Planning and Design*. McGraw Hill. https://www.academia.edu/31057784/Desalination_Engineering_Planning_and_Design_pdf
- Xu, S., Hutchinson, A. J., Taheri, M., Corry, B., & Torres, J. F. (2023). Thermodiffusive desalination. 1-30. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.27160.78087/4>

ANEXOS

A.1. Programa en MATLAB para diseño del controlador H_∞ para la planta desalinizadora por Osmosis Inversa SISO de la PUCP.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%_20240120_SISO_OsInv_PUCP.m
%_Programa para el diseño de un controlado H Infinito para la %%
%_planta desalinizadora por Osmosis Inversa SISO de la PUCP. %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Declaraciones Iniciales
clc
clear all
close all
% Planta desalinizadora en Función de Transferencia
s=tf('s');
%Funcion de transferencia del Flujo/Presión
Gp11=(.06518*s+.04837)/(s+0.2801);
%Funcion de transferencia de la Conductividad/Presión
Gp21=-1.3543*(-.53373*s+1)/((11.663*s+1)*(11.65*s+1));
%Formando la planta de 1 Input (Presión), 2 Output (Flujo y
Conductividad)
G_PUCP=[Gp11;Gp21]
% Evaluando la respuesta de la Planta a la entrada escalón.
Tiempo=120; %Tiempo de prueba.
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo.
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts); %Vector de tiempo.
R_PUCP=ones(Tiempo/Ts,1)*1; %Señal de entrada a la planta de 1 PSI.
Yqc_PUCP=lsim(G_PUCP,R_PUCP,ts); %Señal de respuesta de la planta
% Graficando la señal de respuesta de la planta
figure(1701)
subplot(211)
plot(ts,Yqc_PUCP(:,1),'LineWidth',3),ylabel('Flujo
[LPM]'),title('Respuesta al escalon unitario = 1 PSI')
grid on
subplot(212)
plot(ts,Yqc_PUCP(:,2),'LineWidth',3),ylabel('Conductividad [uS/cm]'),
xlabel('Tiempo [SEG]')
grid on
% Evaluando su diagrama de Bode y margenes de ganancia y fase
figure(1702)
margin(Gp21); grid on

%% Formando la Planta Generalizada Ponderada
% Planta SISO Conductividad/Presión de Osmosis Inversa de la PUCP en
Espacio de Estados
A=[0 1;
-0.00735835 -0.17152318];
B=[0;
0.00735835];
C=[-1.354 0.7228];
D=[0];
%Formando el sistema G en Espacio de Estados
```

```

G=ss(A,B,C,D);

%Evaluando las Funciones de Ponderación de para la Planta
%Función de Ponderación WS, para practicidad la denominaremos W1
w0_1=.78;%Valor para la variable w0 (omega): Ancho de Banda
M_1=.078;%Valor para la variables M: Ganancia en Alta Frecuencia
alph_1=1e-5;%Valor para la variable alpha: Ganancia en Baja Frecuencia
%Formando la Funcion de Ponderación tipo Filtro Pasa Bajo
numW1=[1/M_1 w0_1];
denW1=[1 w0_1*alph_1];
W1=tf(numW1,denW1);

%Función de Ponderación WU, para practicidad la denominaremos W2
w0_2=.635;%Valor para la variable w0 (omega): Ancho de Banda
M_2=.0635;%Valor para la variables M: Ganancia en Alta Frecuencia
alph_2 =1e-5;%Valor para la variable alpha: Ganancia en Baja Frecuencia
%Formando la Funcion de Ponderación tipo Filtro Pasa Alto
numW2=[1 w0_2/M_2];
denW2=[alph_2 w0_2];
W2=tf(numW2,denW2);

%Formando la Planta Generalizada Ponderada
Ap=[0 1 0 0;
    -0.00735835 -0.17152318 0 0;
    1.354 -0.7228 -w0_1*alph_1 0;
    0 0 0 -w0_2/alph_2];
B1=[0;
    0;
    1;
    0];

B2=[0;
    0.00735835;
    0;
    1/alph_2];

C1=[1.354/M_1 -.7228/M_1 w0_1*(1-alph_1/M_1) 0;
    0 0 0 w0_2*(1/M_2-1/alph_2)];

C2=[1.354 -.7228 0 0];

D11=[1/M_1;
    0];

D12=[0;
    1/alph_2];

D21=[1];

D22=[0];
%Matrices de la Planta Generalizada Ponderada
disp('Matrices de la Planta Generalizada Ponderada')
Ap=Ap
Bp=[B1 B2]
Cp=[C1;C2]

```

```

Dp=[D11 D12;D21 D22]

%% Cálculo del Controlador H_inf
% Declaraciones previas para el metodo de cálculo descrito en el libro
% Control Adaptativo y Robusto (Rodríguez & López, 1996)
Dp12=inv(D12'*D12)
Dp21=inv(D21*D21')
[ncl,mcl]=size(C1);
Cp1=(eye(ncl)-D12*Dp12*D12')*C1
[nb1,mb1]=size(B1);
Bp1=B1*(eye(mb1)-D21'*Dp21*D21)

% Escogemos un Gamma Inicial
GAMMAINI=14.8 %Gamma Inicial elegido 14.8
TOL=1e-1;%Tolerancia de reducción
a=0;
b=0;
iter=0;
cont=11;
graf_Tzw_Gam=zeros(cont,3);
GAMMA_ALL=0;

while iter<cont
    %Con Gamma, formulamos las matrices Hamiltonianas X_inf y Y_inf
    % (Sección 4.9) y evaluamos la solución de la Ecuación Algebraica
    de
    %Riccati
    iter=iter+1;
    HamXinf=[Ap-B2*Dp12*D12'*C1 (B1*B1'*(GAMMAINI^-2)-B2*Dp12*B2');-
    Cp1'*Cp1 -(Ap-B2*Dp12*D12'*C1)'];
    [x1,x2,failHinf,reig_minHinf,epkgdifHinf] = ric_eig(HamXinf);
    warn = warning('off');

    HamYinf=[(Ap-B1*D21'*Dp21*C2)' (C1'*C1*(GAMMAINI^-2)-C2'*Dp21*C2);-
    Bp1*Bp1' -(Ap-B1*D21'*Dp21*C2)];
    [y1,y2,failJinf,reig_minJinf,epkgdifJinf] = ric_eig(HamYinf);
    warn = warning('off');

    if failHinf==0 && failJinf==0
        a=1;
    else
        a=0;
    end
end

% Si se cumplen las condiciones 1 y 2, se calcula el controlador H_inf
if a==1
    GAMMA=GAMMAINI;
    Xinfc=real(x2/x1);%Matriz solución de H_X_Inf
    Xinfo=real(y2/y1);%Matriz solución de H_Y_Inf
    %Cálculo del controlador
    Kc=Dp12*(B2'*Xinfc+D12'*C1);
    Ko=(Xinfo*C2'+B1*D21')*Dp21;
    z=(GAMMA^-2)*Xinfo*Xinfc;
    Zinf=inv(eye(size(z))-z);
    Ainf=Ap-B2*Kc-Zinf*Ko*C2+(GAMMA^-2)*(B1*B1'-Zinf*Ko*D21*B1')*Xinfc;
    %Matrices del Controlador H_inf

```

```

AKsub=Ainf;
BKsub=Zinf*Ko;
CKsub=-Kc;
[n1,m1]=size(BKsub);
[n2,m2]=size(CKsub);
DKsub=zeros(n2,m1);
%Controlador H_inf en sistema de Estado de Estados
Controlador=ss(AKsub,BKsub,CKsub,DKsub);
%Formulación del Sistema de Control realimentado
L1=G*Controlador;
I=eye(size(L1));
S1=feedback(I,L1);
T1=I-S1;

%De la sección 4.9 formamos las matrices A_TZW, B_TZW, C_TZW y D_TZW
A_Tzw=[Ap -B2*Kc;Zinf*Ko*C2 (Ap-B2*Kc+GAMMA^(-2)*B1*B1'*Xinfc-
Zinf*Ko*(C2+GAMMA^(-2)*D21*B1'*Xinfc))];
B_Tzw=[B1;Zinf*Ko*D21];
[fil_1 col_1]=size(-D12*Kc);
[fil_2 col_2]=size(C2);
C_Tzw=[C1 -D12*Kc; C2 zeros(fil_2,col_2)];
[fil_3 col_3]=size(B_Tzw);
[fil_4 col_4]=size(C1);
D_Tzw=[zeros(fil_4,col_3);D21];
%Realización TZW en Espacio de Estados
Tzw=ss(A_Tzw,B_Tzw,C_Tzw,D_Tzw);
%Calculamos la norma H Infinito de la realización TZW, Sección 4.6
HamHinf_Tzw=[A_Tzw (GAMMA^(-2)*B_Tzw*B_Tzw';-C_Tzw'*C_Tzw -
A_Tzw'];%Construimos la matriz Hamiltoniana de Tzw
[x1_Tzw,x2_Tzw,fail,reig_min,epkgdif] = ric_eig(HamHinf_Tzw);
    warn = warning('off');
    if fail==0 && (max(max(sigma(Tzw)))<GAMMAINI %Evaluación si se
cumplen las condiciones 1, 2, 3 y 4 de la Sección 4.6
        NormaHinf_Tzw=1;%Continuar
    else
        NormaHinf_Tzw=0;%Parar
    end

%Definimos la condición 3 de la sección 4.7, Radio Espectral: módulo
máximo de sus valores propios
% RADIO ESPECTRAL (Xinfc*Xinfo) < GAMMA^2
Rad_esp=max(abs(eig(Xinfc*Xinfo)));
if Rad_esp<GAMMA^2 && NormaHinf_Tzw==1; %Norma Hinf de Tzw < GAMMA y
Radio Espectral < Gamma^2.
    GAMMA_ALL(iter,1:2)=[iter GAMMAINI];
    GAMMA(1,1)=GAMMAINI;
    iter_optimo=iter;
    GAMMAINI=GAMMAINI-TOL;
% Si no se cumplen la condición 3 de la Sección 4.7 o si la Norma Hinf
de Tzw > Gamma, se reduce el valor de Gamma de acuerdo a la tolerancia
establecida
else
GAMMAINI=GAMMAINI-TOL;
end

```

```

% Si no se cumplen las condiciones 1 y 2 de la Sección 4.7, se reduce
el valor de Gamma de acuerdo a la tolerancia establecida
else
    GAMMAINI=GAMMAINI-TOL;
end
%Terminado el proceso iterativo, se evalúan los resultados por parte
del diseñador
if GAMMAINI<=TOL || iter==cont
    if GAMMA_ALL == 0
        disp('NO SE CUMPLEN LAS CONDICIONES, ELIJA OTRO GAMMA INICIAL')
    else
        disp('PUEDE EXISTIR UN GAMMA OPTIMO, ELIJA OTRO VALOR DE GAMMA
INICIAL')
    end
    break
end
end
%Presentación de resultados
GAMMA_optimo=GAMMA_ALL(iter_optimo,2)
figure(1703);plot(GAMMA_ALL(:,1),GAMMA_ALL(:,2),'*b',GAMMA_ALL(iter_opt
imo,1),GAMMA_ALL(iter_optimo,2),'*r');title('Valores de Gamma');

if Rad_esp<GAMMA^2
    disp('SE CUMPLE LA CONDICION DE RADIO ESPECTRAL < GAMMA^2')
else
    disp('NO SE CUMPLE LA CONDICION DE RADIO ESPECTRAL < GAMMA^2')
end

if (max(max(sigma(Tzw)))<GAMMA_optimo%<GAMMA
    fprintf('SE CUMPLE LA CONDICION DE ||Tzw|| $\infty$  < GAMMA (%d <
%d)\n', (max(max(sigma(Tzw))),GAMMA_optimo);
else
    fprintf('NO SE CUMPLE LA CONDICION DE ||Tzw|| $\infty$  < GAMMA (%d >
%d)\n', (max(max(sigma(Tzw))),GAMMA_optimo);
end

%Graficando la Norma H Infinito de la Realización Tzw
figure(1704)
hold on
sigma(Tzw); grid on; title('Norma H infinito de Tzw')

%% Presentación de Resultados
Co=0;%Conductividad nomalizada
Po=0;%Presión nomalizada
Tiempo=140; %Tiempo de prueba
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo
RC=ones(Tiempo/Ts,1)*(-15); %Set Point de la Conductividad
Tq=2; %Tiempo de señal escalon de Flujo
Tc=10; %Tiempo de señal escalon de Conductividad
RC(1:Tc/Ts)=0; %Señal de Refencia para la conductividad Nomalizada
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts); %Vector tiempo
Yqc=lsim(T1,RC,ts); %Respuesta del sistema de control-planta
u=lsim(Controlador,(RC-Yqc),ts); %Respuesta del Controlador
figure(1705)
subplot(311)
hold on

```

```
plot(ts,RC+Co,'LineWidth',2);title('Conductividad  
Nomalizado');ylabel('R_C [uS/cm]');grid on;axis([0 140 -20 5]);  
subplot(312)  
hold on  
plot(ts,Yqc(:,1)+Co,'LineWidth',2),ylabel('Conductividad [uS/cm]');grid  
on;%Conductividad  
subplot(313)  
hold on  
plot(ts,u(:,1)+Po,'LineWidth',2);xlabel('Tiempo [SEG]');ylabel('u_P  
[PSI]');grid on;
```



A.2. Programa en MATLAB para el diseño del controlador H_∞ para la planta desalinizadora por Osmosis Inversa MIMO propuesto por Alatiqi y colaboradores en 1989.

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%_20240120_MIMO_OsInv_Alatiqi1989.m
%_Programa para el diseño de un controlado H Infinito para la
%_planta desalinizadora por Osmosis Inversa MIMO de Alatiqi 1989
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Declaraciones Iniciales
clc
clear all
close all
% Planta desalinizadora en Funciones de Transferencia
s=tf('s');
Gp11=.002*(0.056*s+1)/(0.003*s^2+0.1*s+1);
%Gp11=tf([0.116043411 0.16955],[0.0167788497 1.048357 1]);
Gp12=0;
Gp21=(-.51*(.35*s+1)/(0.213*s^2+0.7*s+1));
%Gp21=tf([0.722830539 -1.3543],[135.87395 23.313 1]);
Gp22=-57*(.32*s+1)/(0.6*s^2+1.8*s+1);
G_Alatiqi=[Gp11 Gp12;Gp21 Gp22]
% Evaluando la respuesta de la Planta Frente a entradas de escalón
unitario 1PSI, 1pH
Tiempo=14; %Tiempo de prueba en minutos
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo en minutos
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts);
R_G=ts'*0;
R_G(:,1)=ones(Tiempo/Ts,1)*1; %Señal de entrada a la planta de 1 PSI.
R_G(:,2)=ones(Tiempo/Ts,1)*0; %Señal de entrada a la planta de 0 pH.
Yqc_G=lsim(G_Alatiqi,R_G,ts);
%Respuesta de la planta frente a una entrada de 1PSI
figure(2201)
subplot(211)
plot(ts,Yqc_G(:,1),'LineWidth',2),xlabel('Tiempo [MIN]'),ylabel('Flujo
[GPM]'),title('Respuesta del Flujo, a la entrada escalon unitario = 1
PSI (P)')
axis([0 .5 0 2.5e-3])
grid on
subplot(212)
plot(ts,Yqc_G(:,2),'LineWidth',2),ylabel('Conductividad [uS/cm]'),
xlabel('Tiempo [MIN]'),title('Respuesta de la Conductividad, a la
entrada escalon unitario = 1 PSI (P)')
axis([0 5 -.6 0])
grid on
R_G(:,1)=ones(Tiempo/Ts,1)*0; %Señal de entrada a la planta de 0 PSI.
R_G(:,2)=ones(Tiempo/Ts,1)*1; %Señal de entrada a la planta de 1 pH.
Yqc_G=lsim(G_Alatiqi,R_G,ts);
%Respuesta de la planta frente a una entrada de 1pH
figure(2202)
subplot(211)
plot(ts,Yqc_G(:,1),'LineWidth',2),xlabel('Tiempo [MIN]'),ylabel('Flujo
[GPM]'),title('Respuesta del Flujo, a la entrada escalon unitario = 1
(pH)')

```

```

grid on
subplot(212)
plot(ts,Yqc_G(:,2),'LineWidth',2),xlabel('Tiempo
[MIN]'),ylabel('Conductividad [uS/cm]'), xlabel('Tiempo
[MIN]'),title('Respuesta de la Conductividad, a la entrada escalon
unitario = 1 (pH)')
grid on

%% Formando la Planta Generalizada Ponderada
% Planta MIMO de Osmosis Inversa de Alatiqi 1989, en Espacio de
Estados
A=[0 1 0 0 0 0;
   -333.33 -33.33 0 0 0 0;
   0 0 0 1 0 0;
   0 0 -4.695 -3.286 0 0;
   0 0 0 0 0 1;
   0 0 0 0 -1.667 -3]
B=[0 0;
   333.33 0;
   0 0;
   4.695 0;
   0 0;
   0 1.667]
C=[.002 .000112 0 0 0 0;
   0 0 -.51 -.1785 -57 -18.24]
D=[0 0;
   0 0]
%Formando el sistema G en Espacio de Estados
G=ss(A,B,C,D)

%Evaluando las Funciones de Ponderación de para la Planta

%Función de Ponderación WS_Q, para practicidad la denominaremos W11
w0_11=10;%Valor para la variable w0 (omega): Ancho de Banda
M_11=1;%Valor para la variables M: Ganancia en Alta Frecuencia
alph_11=1e-5;%Valor para la variable alpha: Ganancia en Baja Frecuencia
%Formando la Funcion de Ponderación tipo Filtro Pasa Bajo
numW11=[1/M_11 w0_11];
denW11=[1 w0_11*alph_11];
W11=tf(numW11,denW11);
%Función de Ponderación WU_Q, para practicidad la denominaremos W21
w0_21=850;%Valor para la variable w0 (omega): Ancho de Banda
M_21=85;%Valor para la variables M: Ganancia en Alta Frecuencia
alph_21=1e-5;%Valor para la variable alpha: Ganancia en Baja Frecuencia
%Formando la Funcion de Ponderación tipo Filtro Pasa Alto
numW21=[1 w0_21/M_21];
denW21=[alph_21 w0_21];
W21=tf(numW21,denW21);

%Función de Ponderación WS_C, para practicidad la denominaremos W12
w0_12=20;%Valor para la variable w0 (omega): Ancho de Banda
M_12=2;%Valor para la variables M: Ganancia en Alta Frecuencia
alph_12=1e-5;%Valor para la variable alpha: Ganancia en Baja Frecuencia
%Formando la Funcion de Ponderación tipo Filtro Pasa Bajo
numW12=[1/M_12 w0_12];
denW12=[1 w0_12*alph_12];

```

```

W12=tf(numW12,denW12);

%Función de Ponderación WU_C, para practicidad la denominaremos W22
w0_22=15;%Valor para la variable w0 (omega): Ancho de Banda
M_22=1.5;%Valor para la variables M: Ganancia en Alta Frecuencia
alph_22=1e-5;%Valor para la variable alpha: Ganancia en Baja Frecuencia
%Formando la Funcion de Ponderación tipo Filtro Pasa Alto
numW22=[1 w0_22/M_22];
denW22=[alph_22 w0_22];
W22=tf(numW22,denW22);

%Formando la Planta Generalizada Ponderada
A1=[0 1 0 0 0 0 0 0 0 0;
    -333.33 -33.33 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 1 0 0 0 0 0 0;
    0 0 -4.695 -3.286 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 1 0 0 0 0;
    0 0 0 0 -1.667 -3 0 0 0 0;
    -.002 -.000112 0 0 0 0 -w0_11*alph_11 0 0 0;
    0 0 .51 .1785 57 18.24 0 -w0_12*alph_12 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 -w0_21/alph_21 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 -w0_22/alph_22]

B1=[0 0;
    0 0;
    0 0;
    0 0;
    0 0;
    0 0;
    1 0;
    0 1;
    0 0;
    0 0]

B2=[0 0;
    333.3 0;
    0 0;
    4.695 0;
    0 0;
    0 1.667;
    0 0;
    0 0;
    1/alph_21 0;
    0 1/alph_22]

C1=[-.002/M_11 -.000112/M_11 0 0 0 0 w0_11*(1-alph_11/M_11) 0 0 0;
    0 0 .51/M_12 .1785/M_12 57/M_12 18.24/M_12 0 w0_12*(1-alph_12/M_12)
    0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 w0_21*(1/M_21-1/alph_21) 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 w0_22*(1/M_22-1/alph_22)]

C2=[-.002 -.000112 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 .51 .1785 57 18.24 0 0 0 0]

D11=[1/M_11 0;

```

```

    0 1/M_12;
    0 0;
    0 0]

D12=[0 0;
      0 0;
      1/alph_21 0;
      0 1/alph_22]

D21=[1 0;
      0 1]

D22=[0 0;
      0 0]
%Matrices de la Planta Generalizada Ponderada
disp('Matrices de la Planta Generalizada Ponderada')
Ap=A1
Bp=[B1 B2]
Cp=[C1;C2]
Dp=[D11 D12;D21 D22]

% Cálculo del Controlador H_inf
% Declaraciones previas para el metodo de cálculo descrito en el libro
% Control Adaptativo y Robusto (Rodríguez & López, 1996)
Dp12=inv(D12'*D12);
Dp21=inv(D21*D21');
[nc1,mc1]=size(C1);
Cp1=(eye(nc1)-D12*Dp12*D12')*C1;
[nb1,mb1]=size(B1);
Bp1=B1*(eye(mb1)-D21'*Dp21*D21);

% Escogemos un Gamma Inicial
GAMMAINI=15 %Gamma Inicial elegido 15
TOL=1e-1;%Tolerancia de reducción
a=0;
b=0;
iter=0;
cont=30;
graf_Tzw_Gam=zeros(cont,3);
GAMMA_ALL=0;
while iter<cont
    %Con Gamma, formulamos las matrices Hamiltonianas X_inf y Y_inf
    %(Sección 4.9) y evaluamos la solución de la Ecuación Algebraica
    de
    %Riccati
    iter=iter+1;
    HamXinf=[Ap-B2*Dp12*D12'*C1 (B1*B1'*(GAMMAINI^-2)-B2*Dp12*B2');-
    Cp1'*Cp1 -(Ap-B2*Dp12'*D12'*C1)'];
    [x1,x2,failHinf,reig_minHinf,epkgdifHinf] = ric_eig(HamXinf);
    warn = warning('off');

    HamYinf=[(Ap-B1*D21'*Dp21*C2)' (C1'*C1*(GAMMAINI^-2)-C2'*Dp21*C2);-
    Bp1*Bp1' -(Ap-B1*D21'*Dp21*C2)];
    [y1,y2,failJinf,reig_minJinf,epkgdifJinf] = ric_eig(HamYinf);
    warn = warning('off');

```

```

if failHinf==0 && failJinf==0
    a=1;
else
    a=0;
end

% Si se cumplen las condiciones 1 y 2, se calcula el controlador H_inf
if a==1
    GAMMA=GAMMAINI;
    Xinfc=real(x2/x1);%Matriz solución de H_X_Inf
    Xinfo=real(y2/y1);%Matriz solución de H_Y_Inf
    %Cálculo del controlador
    Kc=Dp12*(B2'*Xinfc+D12'*C1);%-B2'*Xinfc
    Ko=(Xinfo*C2'+B1*D21')*Dp21;%-Xinfo*C2'
    z=(GAMMA^-2)*Xinfo*Xinfc;
    Zinf=inv(eye(size(z))-z);
    Ainf=Ap-B2*Kc-Zinf*Ko*C2+(GAMMA^-2)*(B1*B1'-Zinf*Ko*D21*B1')*Xinfc;
    %Matrices del Controlador H_inf
    AKsub=Ainf;
    BKsub=Zinf*Ko;%%ZinfxKo*C2'
    CKsub=-Kc;
    [n1,m1]=size(BKsub);
    [n2,m2]=size(CKsub);
    DKsub=zeros(n2,m1);
    %Controlador H_inf en sistema de Estacio de Estados
    Controlador=ss(AKsub,BKsub,CKsub,DKsub);
    %Formulación del Sistema de Control realimentado
    L1=G*Controlador;
    I=eye(size(L1));
    S1=feedback(I,L1); % S=inv(I+L1);
    T1=I-S1;

    %De la sección 4.9 formamos las matrices A_TZW, B_TZW, C_TZW y
    D_TZW
    A_Tzw=[Ap -B2*Kc;Zinf*Ko*C2 (Ap-B2*Kc+GAMMA^(-2)*B1*B1'*Xinfc-
    Zinf*Ko*(C2+GAMMA^(-2)*D21*B1'*Xinfc))];
    B_Tzw=[B1;Zinf*Ko*D21];
    [fil_1 col_1]=size(-D12*Kc);
    [fil_2 col_2]=size(C2);
    C_Tzw=[C1 -D12*Kc; C2 zeros(fil_2,col_2)];
    [fil_3 col_3]=size(B_Tzw);
    [fil_4 col_4]=size(C1);
    D_Tzw=[zeros(fil_4,col_3);D21];
    %Realización TZW en Espacio de Estados
    Tzw=ss(A_Tzw,B_Tzw,C_Tzw,D_Tzw);
    %Calculamos la norma H Infinito de la realización TZW, Sección 4.6
    HamHinf_Tzw=[A_Tzw (GAMMA^-2)*B_Tzw*B_Tzw';-C_Tzw'*C_Tzw -
    A_Tzw'];%Construimos la matriz Hamiltoniana de Tzw
    [x1_Tzw,x2_Tzw,fail,reig_min,epkgdif] = ric_eig(HamHinf_Tzw);
    warn = warning('off');
    if fail==0 && (max(max(sigma(Tzw))))<GAMMAINI %&&
    min(real(eig(x2_Tzw/x1_Tzw))~=0)~=0 %si no falló la resolución y los
    autovalores de H son >=0
        NormaHinf_Tzw=1;%Continuar
    else

```

```

        NormaHinf_Tzw=0;%Parar
    end

    %Definimos la condición 3 de la sección 4.7, Radio Espectral: módulo
    máximo de sus valores propios
    % RADIO ESPECTRAL (Xinfc*Xinfo) < GAMMA^2
    Rad_esp=max(abs(eig(Xinfc*Xinfo)));
    if Rad_esp<GAMMA^2 && NormaHinf_Tzw==1; %Norma Hinf de Tzw menor que
    GAMMA
    GAMMA_ALL(iter,1:2)=[iter GAMMAINI];
        GAMMA(1,1)=GAMMAINI;
        iter_optimo=iter;
        GAMMAINI=GAMMAINI-TOL;
    else
    GAMMAINI=GAMMAINI-TOL;
    end

    % Si no se cumplen las condiciones 1 y 2 de la Sección 4.7, se reduce
    el valor de Gamma de acuerdo a la tolerancia establecida
    else
        GAMMAINI=GAMMAINI-TOL;
    end
    %Terminado el proceso iterativo, se evalúan los resultados por parte
    del diseñador
    if GAMMAINI<=TOL || iter==cont
        if GAMMA_ALL == 0
            disp('NO SE CUMPLEN LAS CONDICIONES, ELIJA OTRO GAMMA INICIAL')
        else
            disp('PUEDE EXISTIR UN GAMMA OPTIO, ELIJA OTRO VALOR DE GAMMA
    INICIAL')
        end
        break
    end
    end
    %Presentación de resultados
    GAMMA_optimo=GAMMA_ALL(iter_optimo,2)
    figure(2203);plot(GAMMA_ALL(:,1),GAMMA_ALL(:,2),'*b',GAMMA_ALL(iter_opt
    imo,1),GAMMA_ALL(iter_optimo,2),'*r');title('Valores de Gamma');

    if Rad_esp<GAMMA^2
        disp('SE CUMPLE LA CONDICION DE RADIO ESPECTRAL < GAMMA^2')
    else
        disp('NO SE CUMPLE LA CONDICION DE RADIO ESPECTRAL < GAMMA^2')
    end

    if max(max(sigma(Tzw)))<GAMMA_optimo%<GAMMA
        fprintf('SE CUMPLE LA CONDICION DE ||Tzw|| $\infty$  < GAMMA (%d <
    %d)\n',max(max(sigma(Tzw))),GAMMA_optimo);
    else
        fprintf('NO SE CUMPLE LA CONDICION DE ||Tzw|| $\infty$  < GAMMA (%d >
    %d)\n',max(max(sigma(Tzw))),GAMMA_optimo);
    end

    %Graficando la Norma H Infinito de la Realización Tzw
    figure(2204)
    hold on

```

```

sigma(Tzw); grid on; title('Norma H infinito de Tzw')

%% Presentación de Resultados - Pruebas de salida, escalon en FLujo
Tiempo=6; %Tiempo de prueba
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo
rQ=ones(Tiempo/Ts,1)*(.05); %Set Point del Flujo
rC=ones(Tiempo/Ts,1)*(0.0); %Set Point de la Conductividad
Tq=0.1; %Tiempo de señal escalon de Flujo
Tc=.0; %Tiempo de señal escalon de Conductividad
rQ(1:Tq/Ts)=0;
rC(1:Tc/Ts)=0;
R=[rQ rC];
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts);
Yqc=lsim(Tl,R,ts); %Respuesta del sistema de control-planta
u=lsim(Controlador,(R-Yqc),ts);
figure(2205)
subplot(411)
plot(ts,rQ,'k',ts,Yqc(:,1),'b','LineWidth',2);title('a) Flujo
Nomalizado');ylabel('Señal de Flujo [GPM]');grid on;legend('Set point
rQ','Señal de Flujo Q');
axis([0 6 -.01 0.06])
subplot(412)
plot(ts,u(:,1),'LineWidth',2);title('b) Señal de Control Presión
Nomalizada');ylabel('u_P [PSI]');grid on;legend('Señal de control uP');
subplot(413)
plot(ts,Yqc(:,2),'b','LineWidth',2);title('c) Conductividad
Nomalizada');ylabel('Conductividad [uS/cm]');grid on;legend('Señal de
Conductividad C');
subplot(414)
plot(ts,u(:,2),'LineWidth',2);title('d) Señal de Control pH
Nomalizada');xlabel('Tiempo [Minutos]');ylabel('u_pH');grid
on;legend('Señal de control upH');

%% Presentación de Resultados - Pruebas de salida, escalon en
Conductividad
Tiempo=4; %Tiempo de prueba
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo
rQ=ones(Tiempo/Ts,1)*(.0); %Set Point del Flujo
rC=ones(Tiempo/Ts,1)*(0.05); %Set Point de la Conductividad
Tq=0.; %Tiempo de señal escalon de Flujo
Tc=.1; %Tiempo de señal escalon de Conductividad
rQ(1:Tq/Ts)=0;
rC(1:Tc/Ts)=0;
R=[rQ rC];
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts);
Yqc=lsim(Tl,R,ts); %Respuesta del sistema de control-planta
u=lsim(Controlador,(R-Yqc),ts);
figure(2206)
subplot(411)
plot(ts,rC,'k',ts,Yqc(:,2),'b','LineWidth',2);title('a) Conductividad
Nomalizada');ylabel('Conductividad [uS/cm]');grid on;legend('Set point
rC','Señal de Conductividad C');
axis([0 .5 -.01 0.06])
subplot(412)
plot(ts,u(:,2),'LineWidth',2);title('b) Señal de Control pH
Nomalizada');ylabel('u_pH');grid on;legend('Señal de control upH');

```

```

axis([0 4 -0.006 0.002]);
subplot(413)
plot(ts,Yqc(:,1),'b','LineWidth',2);title('c) Flujo
Nomalizado');ylabel('Señal de Flujo [GPM]');grid on;legend('Señal de
Flujo Q');
subplot(414)
plot(ts,u(:,1),'LineWidth',2);title('d) Señal de Control Presión
Nomalizada');xlabel('Tiempo [Minutos]');ylabel('u_P [PSI]');grid
on;legend('Señal de control uP');

%% Resultados para ser comparados con los obtenidos por Alatiqui et al
1989-

Tiempo=30; %Tiempo de prueba en Minutos
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo
rQ=ones(Tiempo/Ts,1)*(.05); %Set Point del Flujo
rC=ones(Tiempo/Ts,1)*(0.0); %Set Point de la Conductividad
Tq=0.; %Tiempo de señal escalon de Flujo
Tc=.0; %Tiempo de señal escalon de Conductividad
rQ(1:Tq/Ts)=0;
rC(1:Tc/Ts)=0;
R=[rQ rC];
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts);
Yqc=lsim(T1,R,ts); %Respuesta del sistema de control-planta
u=lsim(Controlador,(R-Yqc),ts);

figure(2207)
plot(ts,Yqc(:,1),'b','LineWidth',2);title('a) Cambio en el Flujo
Nomalizado, rQ=5%');xlabel('Tiempo [Minutos]');ylabel('Señal de Flujo
[GPM]');grid on;legend('Señal de Flujo Q');
axis([0 30 0 0.05])
figure(2208)
plot(ts,Yqc(:,2),'b','LineWidth',2);title('c) Cambio en la
Conductividad Nomalizada, rQ=5%');xlabel('Tiempo
[Minutos]');ylabel('Conductividad [uS/cm]');grid on;legend('Señal de
Conductividad C');
axis([0 30 -0.3 0.5])

Tiempo=30; %Tiempo de prueba
Ts=0.002; %Tiempo de muestreo
rQ=ones(Tiempo/Ts,1)*(.00); %Set Point del Flujo
rC=ones(Tiempo/Ts,1)*(0.05); %Set Point de la Conductividad
Tq=0.; %Tiempo de señal escalon de Flujo
Tc=.0; %Tiempo de señal escalon de Conductividad
rQ(1:Tq/Ts)=0;
rC(1:Tc/Ts)=0;
R=[rQ rC];
ts=(0:Ts:Tiempo-Ts);
Yqc=lsim(T1,R,ts); %Respuesta del sistema de control-planta
u=lsim(Controlador,(R-Yqc),ts);

figure(2209)
plot(ts,Yqc(:,2),'b','LineWidth',2);title('d) Cambio en la
Conductividad Nomalizada, rC=5%');xlabel('Tiempo
[Minutos]');ylabel('Conductividad [uS/cm]');grid on;legend('Señal de
Conductividad C');

```

```

axis([0 30 0 0.07])

figure(2210)
plot(ts,Yqc(:,1),'b','LineWidth',2);title('b) Cambio en el Flujo
Nomalizado, rC=5%');xlabel('Tiempo [Minutos]');ylabel('Señal de Flujo
[GPM]');grid on;legend('Señal de Flujo Q');
axis([0 30 -0.06 0.06])

%% Se requiere data del archivo de Simulink OsmInv
figure(2211)
subplot(511)
plot(t,Saturacion,'LineWidth',2);title('a) Perturbación do: Reducción
del Flujo de Permeado por Saturación de las Membranas de Osmosis
Inversa');ylabel('Reducción de Flujo [GPM]');grid on
legend('Perturbación do: Saturación')
subplot(512)
plot(t,Flujo,'LineWidth',2);title('b) Variable Controlada: Flujo de
Permeado');ylabel('Flujo [GPM]');grid on
legend('Flujo de Permeado')
subplot(513)
plot(t,Presion,'LineWidth',2);title('c) Variable de Control Presion:
uP');ylabel('uP: Presion [PSI]');grid on
legend('Variable de Control uP: Presión')
subplot(514)
plot(t,Conductividad,'LineWidth',2);title('d) Variable Controlada:
Conductividad de Permeado');ylabel('Conductividad [uS/cm]');grid on
legend('Conductividad de Permeado')
%axis([0 inf -.025 0.001])
subplot(515)
plot(t,pH,'LineWidth',2);title('e) Variable de Control pH:
upH');xlabel('Tiempo [Minutos]');ylabel('upH: pH');grid on
legend('Variable de Control upH: pH')

```

A.3. Programa en Simulink para la simulación de las perturbaciones del Sistema de control de la planta MIMO.

Adjunto: Oslnv_MIMO.slx

