

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ**

Escuela de Posgrado



Aplicación de la proyección de luz estructurada en la
reconstrucción tridimensional a color de objetos arqueológicos

Tesis para obtener el grado académico de Maestro en Física Aplicada
que presenta:

Alejandro Manuel Montoya Janampa

Asesor:

Miguel Augusto Asmad Vergara

Lima, 2023

Informe de Similitud

Yo, **Miguel Augusto Asmad Vergara**, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada “Aplicación de la proyección de luz estructurada en la reconstrucción tridimensional a color de objetos arqueológicos” del autor **Alejandro Manuel Montoya Janampa**, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 10%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 11/12/2023.
- He revisado con detalle dicho reporte y la Tesis o Trabajo de Suficiencia Profesional, y no se advierte indicios de plagio.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha:

San Miguel, 11 de diciembre de 2023

Apellidos y nombres del asesor: <u>Asmad Vergara, Miguel Augusto</u>	
DNI: 17829619	Firma 
ORCID: 0000-0001-9007-1694	

*A mis padres, Walter y Carmen;
y a mis hermanos Julio y Walter*



AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de tesis no habría sido posible sin el apoyo de increíbles personas a lo largo de estos años.

En primer lugar, a mi asesor de tesis, el magíster Miguel Asmad, quien me ayudó a plantear el tema de la tesis y me apoyó continuamente en la realización del trabajo.

Al profesor Guillermo Baldwin Olgún por haberme permitido trabajar en el laboratorio de pruebas ópticas y metrología óptica de la PUCP, espacio fundamental para desarrollar mi trabajo de tesis.

A los profesores de la Maestría en Física Aplicada de la PUCP por los conocimientos otorgados, especialmente a los profesores Franco Gonzales, Josue Miranda, Heyner Vílchez, Cesar Guerra, y Miguel Cataño.

A mis padres Walter y Carmen, y mis hermanos Julio y Walter por su constante apoyo y motivación.

Finalmente, A la Escuela de Posgrado de la PUCP por haberme brindado la beca de primer puesto de egreso de pregrado PUCP, lo cual resultó determinante para cubrir la mayor parte de los gastos de los derechos académicos ordinarios de la maestría.

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	x
ABSTRACT	xi
INTRODUCCIÓN	xii
1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	1
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	2
1.2.1 OBJETIVO GENERAL.....	2
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.3 HIPÓTESIS	3
2. MARCO TEÓRICO	4
2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	4
2.2 TEXTURA Y COLOR.....	8
2.3 PERFILOMETRÍA ÓPTICA POR PROYECCIÓN DE FRANJAS	10
2.4 GEOMETRÍA DE EJES CRUZADOS	11
2.5 PATRÓN DE FRANJAS EN UNA SUPERFICIE 3D	13
2.6 EVALUACIÓN DE LA FASE	15
2.6.1 MÉTODO DE PASO DE FASE.....	15
2.6.2 MÉTODO DE FOURIER.....	15
2.7 DESENVOLVIMIENTO DE LA FASE.....	17

2.7.1 DESENVOLVIMIENTO ESPACIAL DE LA FASE	18
2.7.2 DESENVOLVIMIENTO TEMPORAL DE LA FASE	20
2.8 CONVERSIÓN FASE-ALTURA	22
2.9 PERFILOMETRÍA DE 360 GRADOS	26
3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	29
3.1 ETAPA I: CONFIGURACIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL	29
3.2 ETAPA II: CALIBRACIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL	30
3.2.1 CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA	30
3.2.2 CALIBRACIÓN DEL COLOR	32
3.2.3 CALIBRACIÓN DE LAS FRANJAS	34
3.3 ETAPA III: RECONSTRUCCIÓN DIGITAL DE LAS SUPERFICIES OBJETOS Y ASOCIACIÓN DEL COLOR	37
3.4 ETAPA IV: RECONSTRUCCIÓN DIGITAL Y COMPLETA DEL OBJETO CON EL COLOR ASOCIADO	40
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	41
4.1 ARREGLO EXPERIMENTAL	41
4.2 DISTORSIÓN DE LA CÁMARA	42
4.3 CALIBRACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE IMAGEN A COLOR	43
4.4 ANÁLISIS DE FRANJAS	44
4.5 ALGORITMO DE DESENVOLVIMIENTO TEMPORAL DE LA FASE	46
4.6 CALIBRACIÓN PARA EL MAPEO FASE-ALTURA	49

4.7 RECONSTRUCCIONES DIGITALES A COLOR.....	51
5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS A FUTURO	57
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59
ANEXOS	67
ANEXO A. PROGRAMAS Y FUNCIONES EN MATLAB.....	67
ANEXO B. EFECTO DEL FILTRO POLARIZADOR EN LA CALIBRACIÓN DEL COLOR.....	82



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Colores especificados por la matiz, saturación y brillo.....	9
Figura 2. Esquema del arreglo de ejes cruzados en perfilometría óptica con franjas periódicas.....	12
Figura 3. Componentes espectrales del patrón de franjas sinusoidales.....	16
Figura 4. (a) Fase “diente de sierra” envuelta. (b) Fase continua luego de desenvolver la información de (a)	19
Figura 5. (a) Fases envueltas para múltiples frecuencias. (b) Fase de mayor frecuencia temporalmente desenvuelta	22
Figura 6. Proceso de calibración para la conversión fase-altura con diferentes desplazamientos del plano de referencia	25
Figura 7. Ejes coordenados y rotativo del sistema óptico	27
Figura 8. Diagrama de bloques de la metodología desarrollada	29
Figura 9. Diagrama de bloques para la calibración de franjas.....	34
Figura 10. Diagrama de bloques para la reconstrucción digital de las superficies objeto y asociación del color	37
Figura 11. Arreglo experimental montado para perfilometría óptica con luz estructurada	41

Figura 12. (a) Registro de un tablero de ajedrez asimétrico (b) y con puntos proyectados sin distorsión.....	42
Figura 13. Análisis de la distorsión de la cámara	43
Figura 14. Registro de la superficie de calibración con proyecciones de luces (a) roja, (b) verde y (c) azul. (d) Imagen a color generada. (e) Imagen a color desviado	44
Figura 15. (a) Patrón de franjas en el plano de referencia. (b) Espectro de Fourier de (a), mostrando una ampliación del espectro de frecuencia central	45
Figura 16. (a) Espectro de Fourier con filtro pasa banda. (b) Fase envuelta del plano de referencia	46
Figura 17. Patrones de intensidad en el plano de referencia para seis longitudes de ondas sintéticas: (a) $\lambda_1 = \lambda_0$, (b) $\lambda_2 = 2\lambda_0$, (c) $\lambda_3 = 4\lambda_0$, (d) $\lambda_5 = 25\lambda_0/3$, (e) $\lambda_6 = 50\lambda_0/3$, y (f) $\lambda_1 = 30\lambda_0$	47
Figura 18. Patrones de intensidad en la superficie del objeto para seis longitudes de ondas sintéticas: (a) $\lambda_1 = \lambda_0$, (b) $\lambda_2 = 2\lambda_0$, (c) $\lambda_3 = 4\lambda_0$, (d) $\lambda_5 = 25\lambda_0/3$, (e) $\lambda_6 = 50\lambda_0/3$, y (f) $\lambda_1 = 30\lambda_0$	47
Figura 19. Fases envueltas del plano de referencia para seis frecuencias	48
Figura 20. Diagrama de flujo del desenvolvimiento temporal de la fase	49
Figura 21. Gráficos 3D de los parámetros $K(x, y)$, $A(x, y)$ y $B(x, y)$ para el mapeo fase-altura píxel por píxel.....	50

Figura 22. (a) Registro de la superficie objeto con proyección de perfil constante. (b) Intensidades de (a) menores a un umbral. (c) Máscara para delimitar la superficie objeto	51
Figura 23. Diagrama de bloques del programa empleado para la reconstrucción de una superficie junto a la textura y los colores	52
Figura 24. (a) Cuatro máscaras de diversos colores. (b) Reconstrucciones digitales y a color de los objetos de (a).....	53
Figura 25. Superficies reconstruidas de un primer objeto para cuatro rotaciones: (a) 0°, (b) 90°, (c) 180° y (d) 270°	54
Figura 26. (a) Réplica de un pequeño sarcófago de la cultura chachapoyas. (b) y (c) Reconstrucción digital en 360° y a color de (a) para dos perspectivas	55
Figura 27. Superficies reconstruidas de un segundo objeto para cuatro rotaciones: (a) 0°, (b) 90°, (c) 180° y (d) 270°	55
Figura 28. (a) Cántaro de la cultura mochica. (b) y (c) Reconstrucción digital en 360° y a color de (a) para dos perspectivas	56
Figura 29. Imágenes del tablero de colores luego de la etapa de calibración del color (a) con filtro polarizador y (b) sin filtro polarizador.....	82

RESUMEN

En esta tesis, se propone un conjunto de técnicas opto-digitales para la reconstrucción 3D y donde el color es asociado a piezas arqueológicas. Esto se realiza con el objetivo de obtener un método que permita preservar digitalmente el patrimonio cultural. Para obtener la reconstrucción digital, se proyectan franjas sinusoidales con el fin de codificar información de la topografía de la pieza. En cambio, para obtener el relieve policromado, se proyectan tres perfiles de luz constantes, debido a que la cámara utilizada es monocromática. Posteriormente, las imágenes registradas son procesadas digitalmente en el software MATLAB, el cual controla el proceso completo de reconstrucción 3D de las superficies incluyendo la textura y el color de la pieza. El trabajo se continúa con la reconstrucción a color de cuatro máscaras de diversos colores. Posteriormente para el afinamiento de las técnicas, se trabaja con dos objetos que corresponden a una réplica de un pequeño sarcófago de la cultura chachapoyas y un cántaro de la cultura mochica. Para cada reconstrucción digital, a color y completa, se rota sucesivamente el objeto en ángulos constantes hasta terminar una vuelta y todas las perspectivas digitalizadas en superficies 3D son finalmente acopladas. Por último, se comprueba que es posible generar una imagen a color usando una cámara monocromática y los resultados digitales presentan una forma y color similares a las muestras empleadas.

Palabras clave: perfilometría por proyección de luces estructuradas, reconstrucción a color y digital de superficies 3D, preservación digital de objetos arqueológicos

ABSTRACT

In the present thesis, a set of optical and digital techniques for the digital and color reconstruction of archaeological pieces is proposed. These are done with the aim to obtain a method that allows digital preserving of cultural heritage. The digital reconstruction is initiated by the projection of structured lights: sinusoidal fringes are projected to encode the information of the 3D relief. On the other hand, three constant profiles of light are projected for the polychromatic relief since a monochromatic camera is used. Then the captured images are digitally processed on the MATLAB software, which controls the complete process of surface reconstruction together with the texture of their colors. The work continues with the color reconstruction of four masks of different colors. And subsequently, for the refinement of the techniques, two objects corresponding to a replica of a small sarcophagus of the Chachapoyas culture and a jug of the Mochica culture are used. For each digital reconstruction, in color and complete, the object is rotated successively at constant angles until completing a full turn and each perspective digitized in 3D surfaces are finally merged. Finally, it is verified that it is possible to generate a color image using a monochrome camera and the digital results present a similar shape and color to the samples used.

Keywords: profilometry by projection of structured lights, digital reconstruction of 3D surfaces with color texture, digital preservation of archaeological objects

INTRODUCCIÓN

Entre las técnicas ópticas para la reconstrucción de superficies tridimensionales (3D), se encuentran las técnicas de proyección de luz estructurada [1-7], fotogrametría [2, 3], visión estereoscópica [2, 3, 5] y tiempo de vuelo [1-3]. La técnica de proyección de luz estructurada, o también conocida como perfilometría óptica por proyección de luz estructurada, es una técnica activa, no invasiva y basada en la triangulación [3], cuyo arreglo experimental se conforma por los siguientes elementos: proyector multimedia, cámara, plano de referencia y objeto de estudio. La luz estructurada es un patrón de franjas que se proyecta sobre la superficie del objeto; debido a esto, el patrón proyectado se deforma codificando información de la topografía de la superficie. A continuación, la cámara registra la imagen del patrón de franjas proyectado sobre la superficie del objeto. Luego, dependiendo del número de patrones proyectados y del tipo de algoritmo para el procesamiento digital de las imágenes registradas, las superficies 3D reconstruidas varían en precisión y resolución espacial.

Van der Jeught y Dirckx [4] indican que el patrón proyectado puede corresponder a un código de colores, indexación en escala de grises, código binario o patrón periódico. Empleando el código de colores, la precisión de la reconstrucción es baja para un objeto con fluctuaciones abruptas del color en su superficie. Respecto a la indexación en escala de grises o código binario, Zhang [8] señala que, en la mayoría de los casos, la resolución espacial es baja, ya que existen grupos de píxeles en el patrón proyectado que representan la misma clave en intensidad; además, cabe señalar que la resolución espacial está limitada por el tamaño de este grupo, el cual usualmente abarca varios píxeles. Cabe señalar que, para un objeto con superficie compleja, los algoritmos de reconstrucción pueden fallar. Finalmente, para el caso de que la luz estructurada sea un código continuo,

como un patrón de franjas periódicas, la clave en la intensidad o el color de cada píxel no es igual al de sus vecinos, entonces la resolución espacial no está limitada en este aspecto, por lo que es alta [9]. En conclusión, luego de comparar las distintas técnicas en perfilometría óptica con luz estructurada, se decide que, en el presente trabajo, el patrón proyectado sean franjas periódicas.

En el Perú, respecto a la perfilometría óptica por proyección de franjas, se reportan los trabajos de Sarmiento et al. [10] y Chambergó et al. [11]. Sarmiento et al. [10] aplican esta técnica como un esferómetro óptico digital. Por el otro lado, Montalvo et al. [12] obtienen un patrón de franjas mediante interferometría. Este patrón se forma sobre un espejo de telescopio reflector. Después, mediante la técnica de Takeda & Mutoh [13], se procesa digitalmente solo un interferograma para la evaluación de la concavidad del espejo. En conclusión, es evidente que la literatura desarrollada en el país no es abundante, por lo que se busca seguir incentivando la investigación en esta rama, la cual, según Takeda [14], se puede emplear para aplicaciones industriales, científicas, biomédicas, y en la medición de fenómenos físicos extremos.

En el área de la arqueología, López Domínguez et al. [15] indican que la obtención de la topografía de un objeto puede ser aplicada para lograr la preservación digital de piezas arqueológicas. En los hallazgos arqueológicos, es importante preservar información de la forma, textura y colores de los objetos. Si las piezas al ser expuestas no se protegen adecuadamente, entran en un proceso constante de deterioro y en particular su relieve policromado es afectado, debido a que los materiales utilizados en la pintura, como los minerales de color, son degradados por la humedad. Así una técnica que permita la reconstrucción a color de objetos arqueológicos, como se propone en la presente tesis, es importante para la preservación digital del patrimonio cultural.

Es evidente que se debe tomar en cuenta la información del objeto relacionada con el color y la textura, ya que proporciona mayor conocimiento acerca de su aspecto externo. Por esta razón, la textura y los colores también deben ser asociados a la reconstrucción para que su apariencia sea más realista. La influencia de la textura y los colores es muy notoria, porque su ausencia produce que la reconstrucción se aprecie de forma desolada y estéril [16].

Según Van der Jeught & Dirckx [4], si se trabajan con objetos coloreados y se proyectan patrones de franjas compuestas en color, como una opción para reducir el tiempo para obtener la topografía, surge el inconveniente de que el color reflejado en un punto del objeto no es necesariamente igual al color incidente. Estos patrones son muy sensibles a los cambios abruptos de color en la superficie objeto y se pueden interpretar variaciones falsas en la fase, lo cual genera disminución de precisión en la reconstrucción. En adición, según Xu et al. [17], se debe considerar que los proyectores comerciales son fabricados con los tres espectros RGB superpuestos. Por consiguiente, para evitar estos inconvenientes, las franjas proyectadas están en la escala de grises. Así existe tolerancia al color superficial del objeto [18].

Adicionalmente, según López Domínguez et al. [15], un problema a considerar son las superficies con cambios abruptos en su topografía, los cuales causan discontinuidades en las franjas proyectadas sobre la superficie objeto. Este problema produce errores de saltos de fase y dificulta la obtención de la fase de las franjas. Incluso, los errores se podrían arrastrar y acumular al resto de la información digital de la superficie del objeto. También, según Van der Jeught & Dirckx [4], otro problema por abordar son los cambios bruscos de intensidad de luz debido al ángulo de iluminación. Una parte del objeto puede reflejar más luz que otra parte o producir sombras sobre una región adyacente, o que el

objeto presente cambios bruscos de color. Estos problemas pueden causar que el algoritmo de reconstrucción empleado interprete deformaciones falsas de las franjas y por tanto induciría variaciones falsas en la reconstrucción.

Después de enunciar las cuestiones y problemas a tomar en cuenta, se decide que, para obtener la información digital de la topografía de las superficies, se emplee el método de proyección de franjas sinusoidales en la escala de grises. Además, según Marrugo et al. [19], y Li & Zhang [20], al proyectar franjas, las reconstrucciones digitales presentan alta densidad y un alto grado de exactitud.

El software empleado fue MATLAB, el cual, debido a la cuestión del tiempo de procesamiento en la detección automática de la forma de las superficies, controló completamente el proceso de reconstrucción con el color y la textura. Inicialmente, los objetos analizados correspondieron a objetos de diversos colores; y eventualmente para el afinamiento de la técnica, se utilizaron dos cerámicos policromados procedentes de hallazgos arqueológicos de las culturas chachapoyas y mochica.

El trabajo es organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 1, se presenta el problema de investigación. Esto incluye lo siguiente: planteamiento del problema, objetivo general, objetivos específicos e hipótesis de la investigación.

En el Capítulo 2, se detalla el marco teórico introduciendo primero los antecedentes de la investigación. Posteriormente, se explican los conceptos de perfilometría óptica con proyección de franjas, textura y color, arreglo geométrico de ejes cruzados, patrón de franjas deformadas, métodos de paso de fase y de Fourier, desenvolvimientos espacial y temporal de la fase, y conversión fase-altura.

En el Capítulo 3, se describe la metodología para realizar la investigación. Se enuncian los materiales que conforman el arreglo experimental y los pasos para el desarrollo del trabajo.

En el Capítulo 4, se ilustran los resultados de la investigación, los cuales muestran el performance de las técnicas aplicadas.

Finalmente, se enuncian las conclusiones obtenidas de la investigación.



1. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la metrología óptica, la reconstrucción digital 3D de objetos macroscópicos es un tema actual e importante de estudio por sus múltiples aplicaciones en diferentes áreas, tales como la industria ambiental [2], industria mecánica [15, 21], industria de los alimentos [22], y medicina [2, 15, 23], entre otras. En arqueología [15, 24-28], es especialmente relevante, ya que los métodos ópticos no necesitan contacto físico con el objeto [22, 29], evitando cualquier daño durante el proceso de medida fundamental para el registro, preservación y comprensión del patrimonio cultural. Se cuentan con múltiples técnicas cuyas reconstrucciones varían en precisión, resolución y tiempo de trabajo. Entre las técnicas más usadas en reconstrucción 3D de cerámica arqueológica, están la proyección de luz estructurada, fotogrametría y estereoscopia [2, 25, 26]. En nuestro país, se vienen realizando numerosos esfuerzos en reconstrucción 3D aplicada al registro de la topografía de piezas de cerámica prehispánica utilizando escaneo láser y fotogrametría para adquirir modelos de malla de tiosos y vasijas completas, llevadas a cabo por Lira [30], Toribio [24] y Zvietcovich et al. [31]. Además, en el Grupo de Óptica Aplicada de la PUCP, se han instrumentado arreglos para la reconstrucción digital 3D de topografías de objetos empleando luz blanca estructurada [10]. Sin embargo, en este trabajo únicamente, se calculó la topografía del objeto sin considerar la información del color. En la colorimetría, existen métodos que permiten obtener la información sobre el color y la textura de una superficie [15], por lo que, si estos procedimientos se combinan y aplican a un objeto de estudio, la información del relieve policromado puede ser asociada a la información de la topografía para finalmente obtener una reconstrucción digital y a color del objeto. Una pieza arqueológica es un objeto macroscópico; por lo tanto, existen técnicas opto-digitales

en metrología óptica y colorimetría [15, 26, 32] que se pueden aplicar para obtener la reconstrucción digital y el color de dichas piezas, lo cual permitirá contribuir con la preservación digital del patrimonio cultural a largo plazo [26]. Es importante mencionar que las técnicas opto-digitales trabajadas en la presente tesis estén directamente relacionadas con las líneas de investigación de colorimetría y metrología óptica del Grupo de Óptica Aplicada de la PUCP. Esto se realiza con la finalidad de seguir incentivando la investigación en las dos líneas. Por último, se deben considerar las ventajas y desventajas de las técnicas aplicadas, así como los instrumentos disponibles en los laboratorios de óptica de la PUCP. Tomando en cuenta lo dicho, realizamos la siguiente pregunta:

¿Qué técnicas opto-digitales aplicadas en el registro de la forma 3D y del color de piezas y cerámicas prehispánicas son factibles de implementar en el laboratorio de óptica de la PUCP?

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GENERAL

Aplicar técnicas de proyección de luz estructurada y visión por computador para el registro y reconstrucción digital de la forma y el color de objetos 3D.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- A1. Instrumentar un arreglo experimental de perfilometría óptica basado en la proyección de luz estructurada aplicada a objetos macroscópicos y de rango medio (tamaño menor a medio metro).
- A2. Implementar un método de procesamiento de imágenes para la reconstrucción digital de superficies 3D, el cual permita asociar el color de la superficie con la reconstrucción.

A3. Preservar información acerca del color superficial en las reconstrucciones de objetos arqueológicos aplicando métodos de colorimetría.

A4. Comparar las reconstrucciones en su forma, textura y color con los objetos físicos.

1.3 HIPÓTESIS

Es posible reconstruir digitalmente la superficie a color de un objeto 3D aplicando técnicas de proyección de luz estructurada y visión por computador.



2. MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

En esta sección, se detalla el estado del arte de la perfilometría óptica con proyección de franjas aplicada a superficies con color empleando en el arreglo solo una cámara y un proyector. Cabe mencionar que, para el registro con dos cámaras, una para registrar cada patrón de franjas y otra para la generación de la imagen a color, se necesitará establecer una transformación de coordenadas entre los píxeles de los sensores de imagen de ambas cámaras [18]. En esta sección, se consideran también la información referente a la textura y los colores de las superficies de los objetos.

Utilizando una cámara a color, Zhang et al. [32] describen una técnica que consiste en proyectar doce patrones de franjas sinusoidales de frecuencia específica, donde, por cada escala de color RGB, existen cuatro desplazamientos espaciales ($3 \times 4 = 12$). Entonces, por cada canal RGB, se registran cuatro patrones de intensidad, de los cuales se puede calcular una amplitud modulada de las franjas y una fase envuelta. Entonces, dado que son tres canales RGB, se cuenta con tres amplitudes moduladas. La información para el color es generada normalizando y comparando de forma local (píxel por píxel) las amplitudes moduladas. Por ejemplo, en una zona del objeto de color verde, la amplitud modulada de las franjas de color verde es mayor, respecto al caso que si las franjas fueran de color rojo o azul. Se reporta que el rango dinámico de la imagen a color generada es alto. También, como son tres canales RGB, se calculan tres fases envueltas. Nuevamente, se compara de forma local las tres amplitudes moduladas para obtener, a partir de las tres fases envueltas, una fase envuelta resultante. Todo este procedimiento se repite para realizarse en total con tres frecuencias espaciales diferentes; es decir, el procedimiento

se realiza tres veces, proyectando treinta y seis franjas sinusoidales, que varían tanto en tres frecuencias espaciales, como en tres escalas de color RGB y cuatro desplazamientos espaciales ($3 \times 3 \times 4 = 36$). Finalmente, se obtienen tres fases envueltas resultantes y se aplica el método de selección óptima del número de franja [33, 34] (algoritmo de desenvolvimiento temporalmente la fase) para obtener la topografía (desenvuelta) del objeto. No obstante, una desventaja inevitable de esta técnica es la aberración cromática [8, 35], a menos que se emplee un método de calibración. Además, se tiene que tratar el problema de la diafonía entre los canales RGB del proyector y la cámara. Según Z.H. Zhang [8], la diafonía ocurre porque, para estos dos dispositivos, las bandas espectrales de los canales de color están superpuestas y no contienen el mismo rango de longitudes de onda; por consiguiente, los registros en los tres canales RGB no son independientes. Sin embargo, cuando el número de franjas proyectadas es el mismo, Zhang et al. [36] prueban, mediante un algoritmo de pasos de fase, que la diafonía no afecta el cálculo de la fase, por lo que no hay efecto en la topografía del objeto.

Por otro lado, empleando una cámara monocromática, Zhang y Yau [37] señalan que, con el filtro mosaico de Bayer montado sobre los píxeles del sensor de imagen, solo un color primario de la luz blanca proyectada y reflejada en la superficie objeto ingresa en cada píxel. Luego, la imagen registrada (en bruto) es convertida a una imagen a color mediante un algoritmo de interpolación cromática. La desventaja de esta técnica es que la resolución del color es la mitad de la resolución espacial de la cámara. Después para obtener la topografía de la superficie, se emplea el algoritmo de tres pasos de fase.

Mediante el método de la transformada de Fourier, es posible obtener la topografía del objeto únicamente con el registro de solo un patrón de franjas deformadas [38]. La luz proyectada corresponde a franjas de perfil sinusoidal y el patrón es registrado por una

cámara a color. La imagen registrada es separada en sus respectivos canales RGB y se obtienen tres patrones de franjas deformadas en escala de grises. Estos tres patrones son trabajados juntos en un proceso de normalización de intensidades con el propósito de evitar variaciones falsas causadas por las fluctuaciones del color de la superficie del objeto. Una vez terminado el proceso de normalización, el procedimiento a continuación es el realizado por Takeda & Mutoh [13]. Wongjarern et al. [39] también emplean un método basado en la transformada de Fourier para reconstruir un objeto (prisma opaco) que presenta un cambio brusco de color en la superficie objeto (colores blanco y negro juntos). Se proyectan dos patrones en escala de grises: perfil máximo constante y franjas sinusoidales. Las dos imágenes son procesadas digitalmente en conjunto para eliminar el término de bajas frecuencias espaciales (correspondiente a la componente central del espectro de Fourier), evitando de esta manera la superposición de bandas espectrales. El filtraje de la componente positiva o negativa de la transformada de Fourier de la imagen es más sencillo, y se incrementa el rango de medición.

López Domínguez et al. [15] proponen una manera directa y de bajo costo computacional para asociar la textura y los colores a una superficie reconstruida. Esta propuesta consiste en iluminar la muestra con luz blanca (perfil uniforme) removiendo cualquier fuente luminosa adicional. Se realiza un registro único usando una cámara a color, la cual es superpuesta a la reconstrucción digital, obtenida mediante el algoritmo de cuatro pasos de fase. Un nivel de luminosidad aceptable es reportado en la imagen a color.

Adicionalmente, Anguiano-Morales et al. [16] describen que tres patrones de franjas sinusoidales, de igual frecuencia espacial, desplazadas espacialmente y en escala monocromática se pueden utilizar no solo para obtener la topografía de la superficie, sino también para obtener, píxel a píxel en los grupos mencionados anteriormente, cuál

es el píxel de mayor intensidad. Una vez extraído el píxel de mayor intensidad, el procedimiento se repite para los píxeles restantes. De esta forma, las franjas superpuestas son “eliminadas” y se genera la imagen a color, la cual se superpone a la reconstrucción. Asimismo, López Domínguez et al. [15] sugieren que patrones en escala de grises de franjas sinusoidales y desplazadas se pueden promediar para la generación de una imagen a color. Sin embargo, se reporta que la luminosidad es baja, por lo que se debe mejorar el contraste.

Xu et al. [17] emplean una cámara con dos sensores de imagen: el primero detecta el espectro infrarrojo (IR) y el segundo es un sensor de color. Como solo se trata de una cámara, no se necesita establecer una correspondencia píxel a píxel entre la topografía y la imagen a color. La ventaja de proyectar franjas que se encuentren en el espectro infrarrojo es que estas no son sensibles al color superficial del objeto y la luz ambiental. Para hallar la fase envuelta, se usa el algoritmo de cuatro pasos de fase en el espectro IR. La frecuencia de este primer grupo de franjas es alta. Y para desenvolver la fase, se proyectan franjas adicionales de baja frecuencia en la escala de color verde, y se utiliza el algoritmo de tres pasos de fase. La segunda fase envuelta es usada para determinar el orden de las franjas. Asimismo, para obtener la textura y el color de la superficie objeto, se proyecta luz verde (de perfil uniforme) y se transforma la imagen registrada a una imagen a color.

Martínez-García et al. [22] utilizan una cámara a color y, mediante el método de cuatro pasos de fase, se obtienen las topografías de muestras de manzanas. Además, una vez que el color está calibrado con métodos de colorimetría y en los espacios RGB y $L^*a^*b^*$, evalúan la degradación del color de las manzanas en el tiempo. La información del

cambio topográfico se le asocia la información del color. De esta manera, estudian la descomposición de las manzanas en un determinado período.

Por último, utilizando una cámara monocromática, Liu et al. [40] indican que, para generar una imagen a color, se combinan tres registros monocromáticos obtenidos de proyecciones RGB (perfiles uniformes); y debido a que la cámara no responde de igual forma a cada tipo de luz, la desviación con el color real se corrige superponiendo los tres registros monocromáticos previos. Posteriormente, la topografía se obtiene con tres proyecciones adicionales de franjas sinusoidales en cada canal RGB, pero con diferentes frecuencias. El método aplicado para obtener las tres fases envueltas del objeto es una variante del método de Fourier modificado $1 + 1$. Finalmente, el algoritmo óptimo de selección de tres frecuencias se aplica para conocer la información del orden de las franjas y desenvolver la fase de interés.

2.2 TEXTURA Y COLOR

López Domínguez et al. [15] definen a la textura como las características que se puede percibir de una superficie por medio de la vista o el tacto. Las sensaciones que transmiten dependen de la experiencia del receptor, por lo que estas son subjetivas. Las sensaciones no solo permiten percibir las propiedades físicas y químicas de la superficie, sino que también aquellas cognitivas relacionadas a determinados objetos. Por ejemplo, el metal es frío, el cuero es liso y la piedra es rígida. La textura se conforma por dos elementos: apariencia externa (variaciones o irregularidades) y el color.

Cuando la luz incide en una superficie, una porción de las ondas electromagnéticas es absorbida y la otra porción es reflejada. La radiación reflejada, al ingresar el ojo, produce la percepción del color, el cual se define por Malacara [41] como una sensación causada

por la estimulación física de los conos, en la retina del ojo humano, con la radiación visible que ha ingresado. La radiación visible está conformada por un espectro continuo de frecuencias o longitudes de onda. La variación de estas cantidades produce que el color percibido cambie. El espectro visible se extiende desde el violeta (menor longitud de onda) hasta el rojo (mayor longitud de onda). Si la longitud de onda es única, se dice que la onda electromagnética es monocromática.

Cuando se trata de un color, se deben especificar las siguientes características:

- Matiz: indica, del conjunto de las longitudes de onda, cuál es la predominante. Por ejemplo, permite la distinción entre el rojo y el azul, verde y morado, etc.
- Saturación: También es conocido como tono. Es el grado de pureza de la longitud de onda predominante. De esta manera, se puede juzgar qué tan fuerte es un color. Si la saturación es la mínima posible, el color es el blanco.
- Brillo: Se le llama también luminosidad. Especifica la intensidad. El valor mínimo posible significa que el color es el negro.

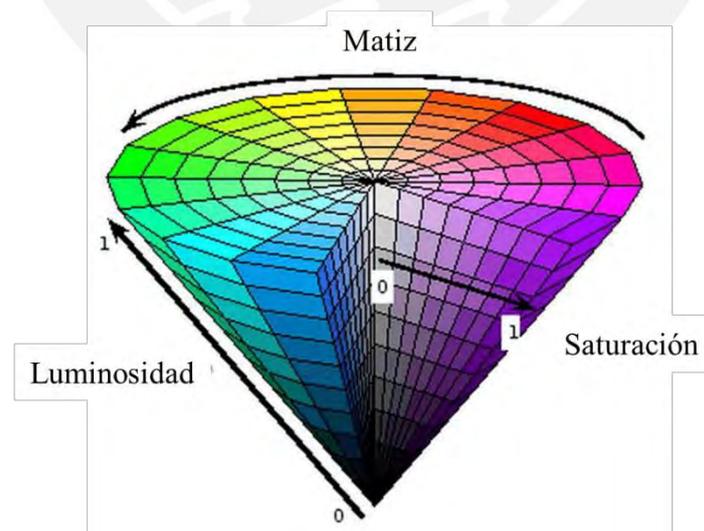


Figura 1. Colores especificados por la matiz, saturación y brillo. Adaptado de [42].

En la Figura 1, se muestra la distribución de los colores de acuerdo a la matiz, saturación y brillo (HSB).

Adicionalmente, según Martínez-García et al. [22], la colorimetría se define como la ciencia que se encarga del estudio del color, el cual es cuantificado en diversos espacios de colores, tales como los espacios CMYK, HSB, RGB e XYZ. No obstante, las coordenadas de los colores en un espacio pueden variar de acuerdo a los aparatos de iluminación y registro utilizados en la medición del color. La excepción es el espacio XYZ, el cual se basa en la percepción física del ojo humano a la radiación visible.

Se necesita utilizar un instrumento apropiado, por ejemplo, un espectrofotómetro, para la calibración del color y poder obtener la representación de los colores en un espacio de interés.

2.3 PERFILOMETRÍA ÓPTICA POR PROYECCIÓN DE FRANJAS

Según Yoshizawa & Wakayama [3], la perfilometría óptica por proyección de franjas es una técnica activa, no invasiva y basada en la triangulación, la cual permite cuantificar digitalmente la superficie de un objeto. Esta técnica permite preservar la topografía de una zona exterior del objeto, así como realizar mediciones en una región de interés.

Existen dos métodos en la perfilometría óptica por proyección de franjas: métodos de paso de fase y métodos basados en la transformada de Fourier [19]. El primer método trabaja en el dominio espacial de las imágenes píxel a píxel de manera independiente. Las superficies reconstruidas presentan detalles con alta resolución y son más tolerantes hacia la textura [5]. Sin embargo, una desventaja radica en que es necesario proyectar múltiples arreglos de franjas hacia las superficies si se busca que la forma de la superficie reconstruida se vuelva más precisa. Esto incrementa el tiempo de trabajo y la vibración

de los elementos aumenta el grado de error. Finalmente, este primer método es el más apto para mediciones en las que el objeto no se mueve [43]. Por el otro lado, los métodos basados en la transformada de Fourier, introducido por Takeda & Mutoh [13] en 1983, solamente necesitan de un patrón de franjas deformadas para iniciar con la digitalización de la superficie objeto [4]. Por lo tanto, son aptos para mediciones dinámicas. Las franjas proyectadas son de perfil sinusoidal o tipo rejilla de Ronchi [4]. Este segundo método trabaja de forma global en el dominio de las frecuencias espaciales de las imágenes, filtrando (en el espectro de Fourier) el espectro de primer orden [8], el cual contiene la información de la fase objeto. El tipo de filtro aplicado (circular, rectangular, diamante, elíptico simple, elíptico doble, etc.), así como su tamaño influyen considerablemente en la forma de los resultados 3D [38, 44, 45]. Cabe señalar que el proceso de filtración limita la resolución de los detalles en la superficie del objeto. Asimismo, una desventaja general del segundo método es la presencia de discontinuidades abruptas o pendientes importantes en la superficie del objeto. Esto causa el manchado espectral (*leakage*), el cual aumenta drásticamente el grado de error de los resultados [17]. No obstante, existen variantes de los métodos de Fourier [8, 39, 46] que trabajan de manera local o eliminan el término de las bajas frecuencias espaciales, así aumentan la precisión y la resolución espacial de la superficie reconstruida, aunque esto implica un mayor tiempo para el procesamiento computacional o proyectar patrones adicionales [4].

2.4 GEOMETRÍA DE EJES CRUZADOS

Un arreglo experimental usual está indicado en la Figura 2. La posición de observación corresponde a la posición de la cámara cuyo eje es perpendicular a la superficie plana de referencia. Los ejes de la cámara y del videoprojector se encuentran en el mismo plano, y se cruzan en la superficie de referencia. Asimismo, la recta que pasa por los centros de

la pupila de entrada de la cámara y la pupila de salida del videoprojector es paralela al plano de referencia [13]. La luz estructurada consiste de franjas periódicas emitidas por un modulador de luz (proyector) en un ángulo θ relativo al eje óptico de la cámara ($0 \leq \theta < \pi/2$). El ángulo θ modifica el período p_0 de las franjas en la superficie plana de referencia. Si el proyector se encuentra más inclinado respecto al eje de la cámara (θ aumenta), p_0 disminuye.

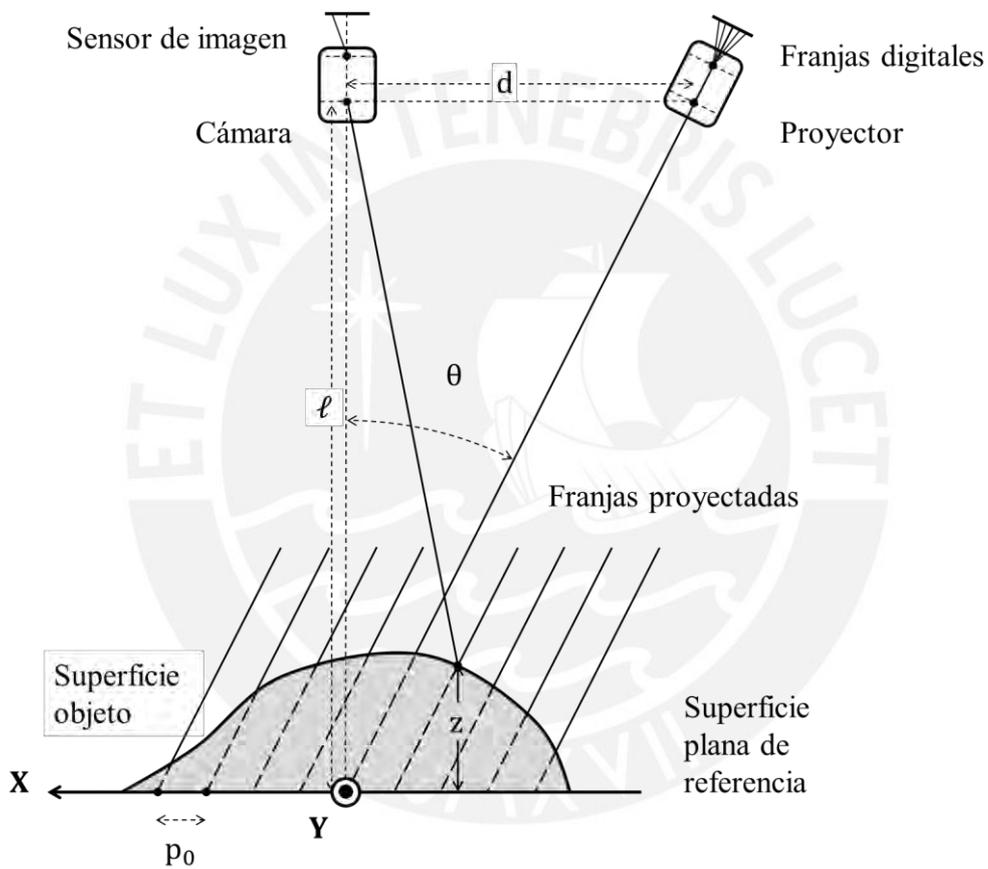


Figura 2. Esquema del arreglo de ejes cruzados en perfilometría óptica con franjas periódicas. Adaptado de [13].

Se define de la Figura 2:

l : distancia entre el plano de referencia y la pupila de entrada de la cámara

d : separación entre la pupila de salida del proyector y la pupila de entrada de la cámara

p_0 : período de las franjas en el plano de referencia

θ : ángulo entre el eje del proyector con el eje de la cámara

2.5 PATRÓN DE FRANJAS EN UNA SUPERFICIE 3D

Al proyectar sobre una superficie 3D franjas sinusoidales, con inclinación 0° respecto al eje vertical (eje y de la Figura 2) y en escala de grises, son deformadas codificando información de la topografía de la superficie [19]. La ecuación del patrón de intensidad $i_n(x, y)$ registrado por el sensor de imagen de la cámara con coordenadas (x, y) y en una escala monocromática está dada por

$$i_n(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \left[\phi(x, y) + \frac{2\pi n}{N} \right] \quad (1)$$

$$\phi(x, y) = 2\pi f_0 x + \Delta\phi(x, y)$$

donde

$a(x, y)$: intensidad en el fondo

$b(x, y)$: amplitud de las franjas moduladas

$\phi(x, y)$: fase modulada por la superficie

N : número de desplazamientos de las franjas o patrones proyectados

n : entero para modificar el paso de fase con $n = \{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$

f_0 : frecuencia espacial

$\Delta\phi(x, y)$: desfase codificado con la topografía de la superficie

Se está considerando un $\Delta\phi(x, y)$ general, que contiene información de la topografía de cualquier tipo de superficie respecto al caso ideal (superficie *perfectamente* plana). No es igual a la resta entre fase del objeto y la fase de la superficie de referencia, lo cual se define en la sección 2.8. Los patrones registrados de intensidad en las superficies de referencia y del objeto cuentan con $\Delta\phi^R(x, y)$ y $\Delta\phi^O(x, y)$ respectivamente.

Widjaja et al. [46] señalan que los términos $a(x, y)$ y $b(x, y)$ están relacionados con las irradiancias promedio y reflejada causadas por la superficie. Asimismo, una principal ventaja de la técnica de proyección de franjas es que el número de desplazamientos de patrones y el paso de fase se controlan de forma manual con los parámetros N y n respectivamente.

También, al trabajar con el plano de referencia, la notación de la ecuación (1) cambia a

$$i_n^R(x, y) = a^R(x, y) + b^R(x, y)\cos\left[\phi^R(x, y) + \frac{2\pi n}{N}\right]$$

$$\phi^R(x, y) = 2\pi f_0 x + \Delta\phi^R(x, y)$$

mientras que, si la superficie es la del objeto, la notación sería

$$i_n^O(x, y) = a^O(x, y) + b^O(x, y)\cos\left[\phi^O(x, y) + \frac{2\pi n}{N}\right]$$

$$\phi^O(x, y) = 2\pi f_0 x + \Delta\phi^O(x, y)$$

De esta manera, el superíndice R se refiere a un parámetro del plano de referencia. Por el otro lado, el superíndice O se refiere a un parámetro de la superficie objeto

2.6 EVALUACIÓN DE LA FASE

Las fases $\phi^R(x, y)$ y $\phi^O(x, y)$ se deben determinar porque son útiles para reconstruir la superficie objeto. En general para evaluar la fase $\phi(x, y)$ de N patrones registrados $i_n(x, y)$, se cuentan con dos métodos: método de paso de fase y método de Fourier.

2.6.1 MÉTODO DE PASO DE FASE

Marrugo et al. [1] indican que los algoritmos de desplazamiento escalonado de la fase usados en interferometría también se han empleado para hallar directamente las fases de las ondas objeto y de referencia con la diferencia de que la luz estructurada (patrón de franjas sinusoidales) es generada digitalmente. En general para un algoritmo de N pasos de fase ($N \geq 3$), la fase modulada $\phi(x, y)$ de una onda monocromática está dada por [5]

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{\sum_{n=1}^N i_n(x, y) \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right)}{\sum_{n=1}^N i_n(x, y) \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)} \right] \quad (2)$$

2.6.2 MÉTODO DE FOURIER

Considerando $N = 1$ en la ecuación (1), esta puede ser expresada en función de términos complejos,

$$i_0(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{+2\pi j f_0 x} + c^*(x, y)e^{-2\pi j f_0 x} \quad (3)$$

En la ecuación (3), j es la unidad imaginaria, $(*)$ significa complejo conjugado y

$$c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) e^{+j\Delta\phi(x, y)}$$

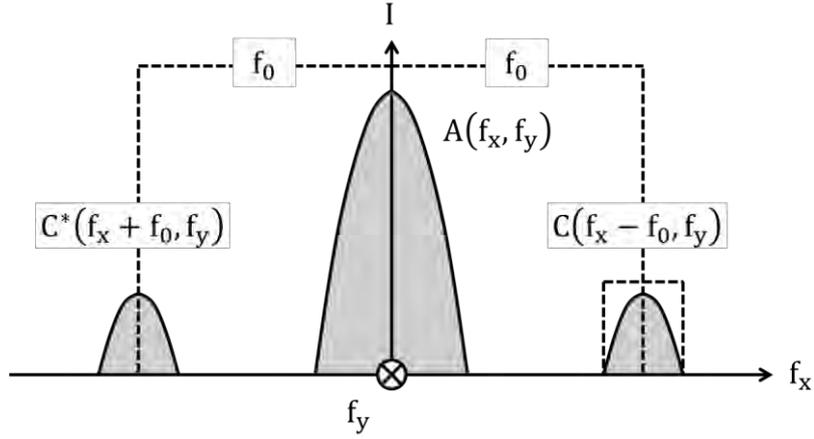


Figura 3. Componentes espectrales del patrón de franjas sinusoidales. Adaptado de [47].

En el espectro de Fourier, la ecuación (3) se transforma a

$$I(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_0, f_y) + C^*(f_x + f_0, f_y) \quad (4)$$

donde la coordenada de las frecuencias espaciales es (f_x, f_y) , y $A(f_x, f_y)$ y $C(f_x, f_y)$ son los espectros de Fourier de $a(x, y)$ y $c(x, y)$ respectivamente. Gåsvik [47] señala que la fase $\phi(x, y)$ debe variar lentamente respecto a la frecuencia de las franjas para que no ocurra la superposición entre las componentes espectrales de $I(f_x, f_y)$ como se muestra en la Figura 3.

Luego la componente espectral de primer orden de la ecuación (4), $C(f_x - f_0, f_y)$, se filtra empleando una función espectral $V(f_x, f_y)$ pasa banda,

$$V(f_x, f_y) \cdot I(f_x, f_y) = C(f_x - f_0, f_y) \quad (5)$$

A continuación, mediante la transformada inversa de Fourier de la ecuación (5), se obtiene la señal analítica $c(x, y)e^{+2\pi j f_0 x}$, de la cual se puede obtener la fase $\phi(x, y)$ evaluando el ángulo polar. Es decir,

$$\phi(x, y) = \text{ángulo}[c(x, y)e^{+2\pi j f_0 x}]$$

El procedimiento detallado sobre el método de Fourier se resume a

$$\phi(x, y) = \text{ángulo} \left[\mathcal{F}^{-1} \left\{ V(f_x, f_y) \cdot \mathcal{F}\{i_0(x, y)\} \right\} \right] \quad (6)$$

donde $\mathcal{F}\{\cdot\}$ es la transformada de Fourier y $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$, transformada inversa de Fourier. Al trabajar con un mayor número N de patrones de franjas desplazadas, la superposición de bandas espectrales de Fourier es reducida, las dimensiones frecuenciales de $V(f_x, f_y)$ pueden aumentar y se atenúa la energía de posibles armónicos de alto orden [48]; por lo tanto, la ecuación (6) se generaliza a

$$\phi(x, y) = \text{ángulo} \left[\mathcal{F}^{-1} \left\{ V(f_x, f_y) \cdot \mathcal{F} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} e^{-\frac{2\pi j n}{N}} \cdot i_n(x, y) \right\} \right\} \right] \quad (7)$$

Incluso la ecuación (7) no solo se cumple para el caso de que las franjas proyectadas sean de perfil sinusoidal, sino que también es de utilidad para el caso de que el perfil de las franjas sea trapezoidal, cuadrático, diente de sierra, etc.

2.7 DESENVOLVIMIENTO DE LA FASE

Las ecuaciones (2) o (7) son aplicadas para calcular las fases de las “ondas” objeto y de referencia. Con la función arco tangente usual, se obtienen valores en el intervalo de $[-\pi/2, \pi/2]$. El tamaño total del rango es π . Asimismo, se pueden utilizar los signos del numerador y denominador en el cociente de la ecuación (2) para evaluar a qué cuadrante pertenece la fase. Así el rango de los arcos calculados cambia a $[-\pi, \pi]$, cuya norma es mayor e igual que 2π [29]. Por el otro lado, para la ecuación (7), se aplica el mismo

razonamiento para el ángulo polar, pero se analizan los signos de las partes reales e imaginarias de la señal analítica $c(x,y)e^{+2\pi j f_0 x}$.

No obstante, la fase $\phi(x,y)$ está acotada en $[-\pi, \pi]$. Por tanto, para evitar los saltos de $\pm 2\pi$ en su distribución, se aplica un algoritmo de desdoblamiento de fase. Así la forma final de la superficie reconstruida es continua. Los algoritmos para desdoblamiento de fase se dividen en dos categorías: tipo espacial y tipo temporal. Los algoritmos que son de tipo espacial trabajan solamente con una fase y la fase desdoblada es relativa, mientras que los algoritmos que son de tipo temporal trabajan con múltiples fases a partir de múltiples frecuencias de franjas; el desdoblamiento de la fase es realizada de forma local, píxel por píxel; y la fase desdoblada es absoluta.

2.7.1 DESDOBLAMIENTO ESPACIAL DE LA FASE

En primer lugar, al desdoblamiento espacialmente la fase en una dimensión, como está en la Figura 4(a), la trayectoria inicia en el primer punto (izquierda). Para cada uno de los elementos a continuación, se analiza la diferencia de fase con el elemento vecino. Si la magnitud de la diferencia es menor a un determinado umbral, la fase no es alterada. No obstante, cuando esto no se cumple, se analiza si la fase del elemento vecino es mayor o menor. De ser mayor, se resta 2π a la fase vecina y los siguientes términos. En cambio, de ser menor, se suma 2π a la fase vecina y los siguientes términos. Este procedimiento se aplica a la función discontinua en la Figura 4(a), única fase, y el resultado se muestra en la función continua de la Figura 4(b).

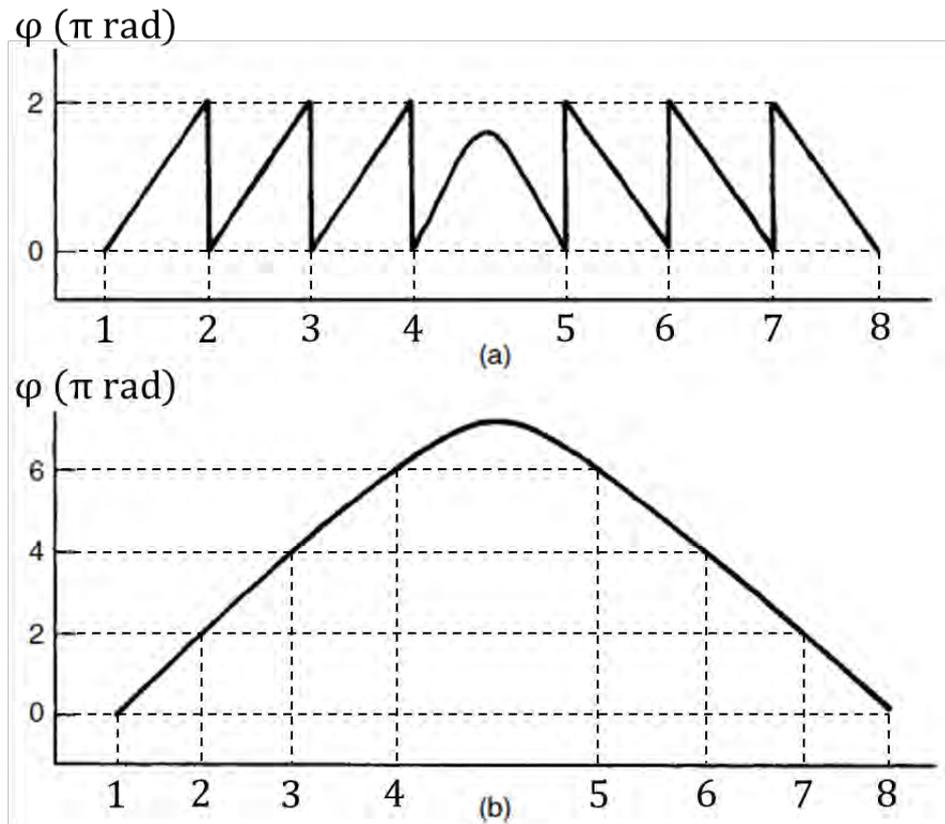


Figura 4. (a) Fase “diente de sierra” envuelta. (b) Fase continua luego de desenvolver la información de (a). Adaptado de [47].

En adición, al desenvolver espacialmente la fase en dos dimensiones, el problema se vuelve más complejo, debido a que existen diversos caminos para evaluar los saltos de $\pm 2\pi$ en la información. Por ejemplo, se puede desenvolver la fase primero por filas y luego por columnas, o viceversa. O también, la fase se puede desenvolver partiendo del píxel (x, y) con la mayor modulación de amplitud $b(x, y)$. Este píxel es comparado con sus píxeles vecinos, y se le suma o resta 2π de no cumplir cierta restricción. Luego se continúa con el resto de píxeles con prioridad descendente de acuerdo a $b(x, y)$.

Además, según Choque, el tipo de algoritmo espacial empleado afectará de manera considerable la reconstrucción, ya que existen múltiples trayectorias para desenvolver la información del objeto; incluso, la complejidad del problema aumenta si se presenta

ruido o degradación [49]. En la literatura, algunos algoritmos que se reportan son dependientes del camino, ver en [50] y [47], mientras que otros son independientes del camino. Por ejemplo, están los algoritmos de [51] y [52].

2.7.2 DESENVOLVIMIENTO TEMPORAL DE LA FASE

Por el otro lado, los algoritmos de desenvolvimiento temporal de la fase trabajan con cada píxel (x, y) de forma independiente y su ventaja consiste en que son útiles al trabajar con superficies aisladas o con cambios abruptos en su topografía [53]. Por ejemplo, permiten detectar un salto mayor que 2π en la superficie del objeto. Estos algoritmos también son útiles en la presencia de sombras locales en la superficie objeto, lo cual es una desventaja de los algoritmos de desenvolvimiento espacial de la fase. Al haber sombras locales, la intensidad registrada es mínima. Entonces la información para la demodulación de la fase no es suficiente y el error de reconstrucción de una región de píxeles se podría propagar a regiones vecinas

En el acercamiento multifrecuencia, cada píxel (x, y) se compara consigo mismo y, en el tiempo, la frecuencia varía. Se proyectan Q grupos de franjas. Cada grupo es generado con una longitud de onda (λ_q) sintética y única. Para el subíndice $q = \{1, 2, \dots, Q\}$, las longitudes de onda varían de forma ascendente de acuerdo a “ q ”. Es decir, $\lambda_{q+1} > \lambda_q$. Asimismo, la inclinación de las franjas y la escala monocromática deben ser las mismas. Así el patrón de intensidad registrado $i_{qn}(x, y)$ es

$$i_{qn}(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \left[\psi_q(x, y) + \frac{2\pi n}{N} \right] \quad (8)$$

donde $i_{q=1,n}(x, y) = i_n(x, y)$ y $\psi_{q=1}(x, y) = \phi(x, y)$ como está en la ecuación (1) para el caso de que la frecuencia de las franjas es máxima. Luego si se trabaja con la superficie plana de referencia, la notación de la ecuación (8) cambia a

$$i_{qn}^R(x, y) = a^R(x, y) + b^R(x, y) \cos \left[\psi_q^R(x, y) + \frac{2\pi n}{N} \right]$$

mientras que, si la superficie es la del objeto, la notación sería

$$i_{qn}^O(x, y) = a^O(x, y) + b^O(x, y) \cos \left[\psi_q^O(x, y) + \frac{2\pi n}{N} \right]$$

Para cada grupo de franjas, se halla la fase $\psi_q(x, y)$. Como estas fases, a excepción de $\psi_Q(x, y)$, están envueltas, el orden $k_q(x, y)$ de las franjas se halla primero con

$$k_q(x, y) = \text{round} \left[\frac{\left(\frac{\lambda_{q+1}}{\lambda_q} \right) \psi_{q+1}(x, y) - \psi_q(x, y)}{2\pi} \right] \quad (9)$$

En la Figura 5(a), están las fases $\psi_q(x, y)$ con $Q = 4$ acotadas en $[-\pi, \pi]$. Notar que la fase $\psi_Q(x, y)$ no necesita desenvolverse y se cumple que $\psi_q(x = 0, y) = 0$. También, $\psi_q(x, y)$ es impar respecto a $(x = 0, \text{fase} = 0)$ para cualquier valor de y .

Después se usa $\psi_q(x, y) \rightarrow \psi_q(x, y) + 2\pi \cdot k_q(x, y)$ empezando desde la fase $\psi_{Q-1}(x, y)$ y se continúa de forma descendente de acuerdo a “q” hasta calcular la fase absoluta de $\psi_1(x, y) = \phi(x, y)$ como se muestra en las Figuras 5(b). En adición, Wang et al. [54] sugieren que la proporción entre dos longitudes de ondas continuas $(\lambda_{q+1}/\lambda_q)$ sea menor que 5 debido al escalamiento del ruido.

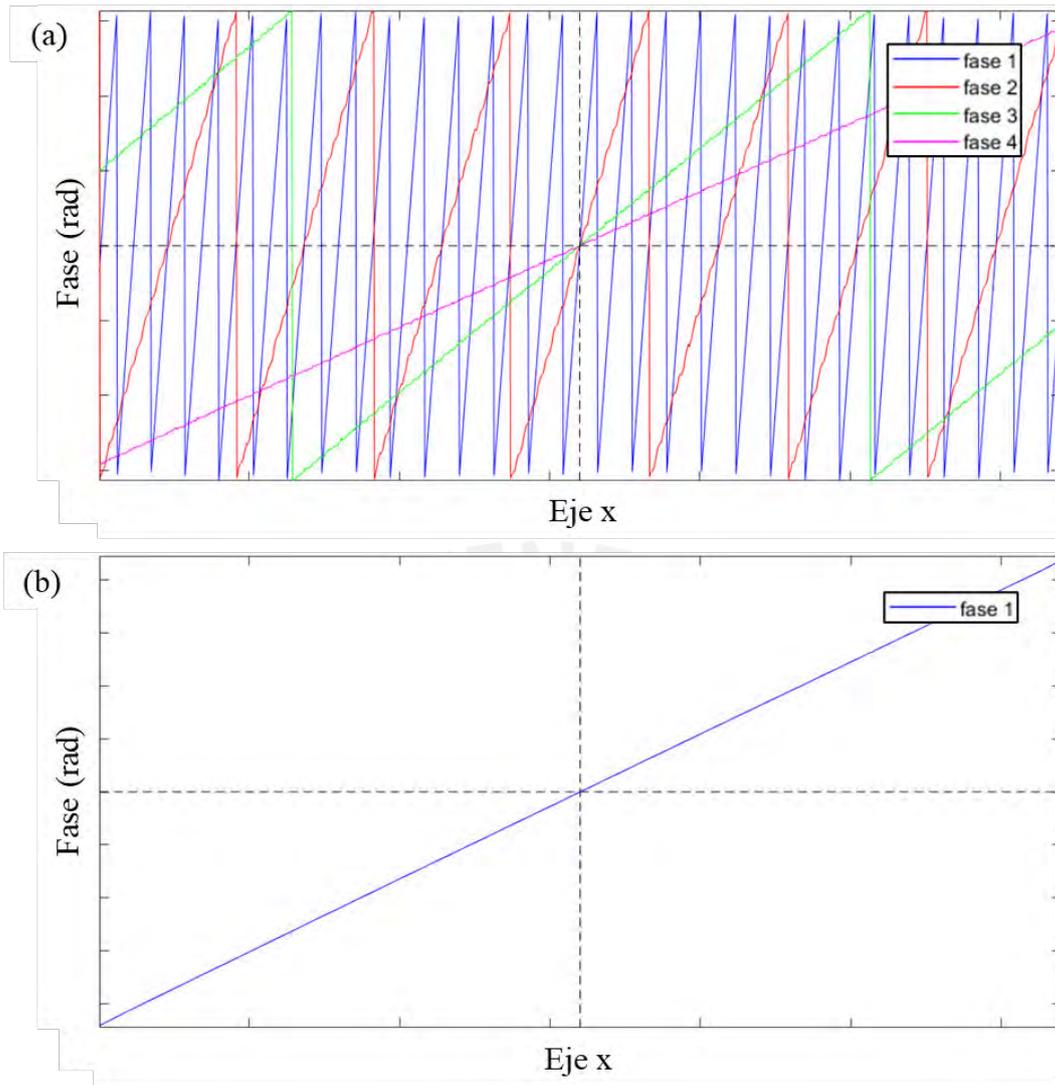


Figura 5. (a) Fases envueltas para múltiples frecuencias. (b) Fase de mayor frecuencia temporalmente desenvuelta.

2.8 CONVERSIÓN FASE-ALTURA

Primeramente, la portadora espacial es extraída con la sustracción de las fases $\phi^O(x, y)$ y $\phi^R(x, y)$ desenvueltas como está en la ecuación (10).

$$\phi^{OR}(x, y) = \phi^O(x, y) - \phi^R(x, y) \quad (10)$$

Segundo y último paso para reconstruir la superficie 3D es convertir la distribución del desfase $\phi^{OR}(x, y)$ desenvuelto a la distribución física de la altura $z(x, y)$. Para esto, se necesita de un mapeo apropiado que tome en cuenta la ubicación de los elementos ópticos en el arreglo experimental, así como la orientación entre ellos. Una vez cumplidas las condiciones geométricas indicadas en la sección 2.4, se define la conversión usual:

$$z(x, y) = \ell \cdot \phi^{OR}(x, y) / [2\pi f_0 d + \phi^{OR}(x, y)] \quad (11a)$$

la cual implica una relación lineal entre las inversas de la fase $\phi^{OR}(x, y)$ y la altura $z(x, y)$ al expresarse como

$$1/z(x, y) = 1/\ell + 2\pi f_0 d / [\ell \cdot \phi^{OR}(x, y)] \quad (11b)$$

Con el fin de evitar singularidades debido a $\phi^{OR}(x, y) = 0$ en la ecuación (11b), es preferible el uso de la ecuación (11a). Y de cumplirse que $\ell \gg |z(x, y)|$, la ecuación (11a) se aproxima a

$$z(x, y) = p_0 \cdot \phi^{OR}(x, y) / [2\pi \tan \theta] \quad (12)$$

Adicionalmente, una conversión de forma similar a la ecuación (11a) es la indicada en la ecuación (13).

$$z(x, y) = \phi^{OR}(x, y) / [\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \phi^{OR}(x, y)] \quad (13)$$

Igualmente, si se cumple que $\ell \gg |z(x, y)|$, se utiliza un mapeo de estructura similar a la ecuación (12),

$$z(x, y) = \alpha_3 \cdot \phi^{OR}(x, y) \quad (14)$$

En las ecuaciones (13) y (14), α_1 , α_2 y α_3 son parámetros a calibrar con un objeto cuyas alturas son conocidas como un prisma o una pirámide. Sin embargo, existen desventajas para el mapeo global con las ecuaciones (11a), (12), (13) y (14): por ejemplo, las restricciones geométricas señaladas en la sección 2.4 son difíciles de cumplir en las aplicaciones prácticas. Además, no es sencillo medir los parámetros ℓ , d y p_o de manera directa. En adición, el período de las franjas no es constante en el plano de referencia debido a la divergencia de los rayos en la proyección [55]. Por consiguiente, para la reconstrucción de las superficies 3D, Feng et al. [56] señalan que es preferible un mapeo flexible, píxel a píxel, que englobe el volumen de medición. Para esto, se cuenta con los mapeos fase-altura indicados en las ecuaciones (15) y (16). Asimismo, una ventaja con estos mapeos es que la cámara y el proyector pueden estar posicionadas arbitrariamente en el arreglo experimental siempre y cuando las superficies objetos a reconstruir sean iluminados y registrados totalmente por ellos.

$$z(x, y) = \phi^{\text{OR}}(x, y) / [A(x, y) \cdot \phi^{\text{OR}}(x, y) + B(x, y)] \quad (15)$$

De cumplirse que $\ell \gg |z(x, y)|$, la ecuación (15) cambia a

$$z(x, y) = K(x, y) \cdot \phi^{\text{OR}}(x, y) \quad (16)$$

Jia et al. [57] indican que en las ecuaciones (15) y (16), $A(x, y)$, $B(x, y)$ y $K(x, y)$ son parámetros que se deben calibrar píxel por píxel. Para esto, el plano de referencia se desplaza en cantidades h_m donde $h_1 = 0$ y $m = \{1, 2, 3, \dots, M\}$ siendo M la cantidad de desplazamientos. Los desplazamientos h_m se muestran en la Figura 6 y deben cubrir el volumen de trabajo. Notar que, después de cada desplazamiento, el plano resultante es paralelo al plano de referencia inicial.

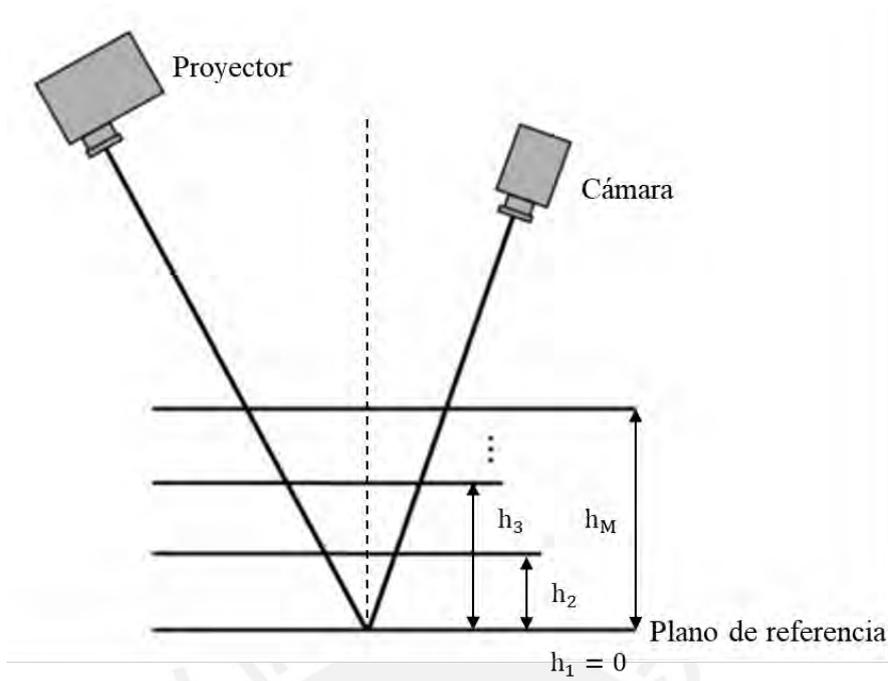


Figura 6. Proceso de calibración para la conversión fase-altura con diferentes desplazamientos del plano de referencia. Adaptado de [58].

Luego el patrón de intensidad registrado en cada desplazamiento h_m es

$$i_{mn}^R(x, y) = a_m^R(x, y) + b_m^R(x, y) \cos \left[\phi_m^R(x, y) + \frac{2\pi n}{N} \right] \quad (17)$$

donde $i_{m=1,n}^R(x, y) = i_n^R(x, y)$ y $\phi_{m=1}^R(x, y) = \phi^R(x, y)$ como está en la ecuación (1) para el caso que se trabaja con la superficie plana de referencia en su posición inicial.

Posteriormente, se utiliza la fase del plano desplazado respecto a la fase del plano inicial, $\Delta\phi_m(x, y) = \phi_m^R(x, y) - \phi_1^R(x, y)$, con los desplazamientos conocidos h_m para obtener los parámetros $A(x, y)$, $B(x, y)$ y $K(x, y)$ mediante la ecuación (18). La cantidad mínima de desplazamientos es $M = 3$. Sin embargo, es recomendable trabajar con un mayor número M para que los parámetros $A(x, y)$, $B(x, y)$ y $K(x, y)$ se ajusten mejor.

$$\begin{aligned}
g_1(x, y) &= \sum_{m=1}^M h_m^2 \\
g_2(x, y) &= \sum_{m=1}^M h_m^2 \cdot \Delta\varphi_m(x, y) \\
g_3(x, y) &= \sum_{m=1}^M h_m^2 \cdot \Delta\varphi_m^2(x, y) \\
g_4(x, y) &= \sum_{m=1}^M h_m \cdot \Delta\varphi_m(x, y) \\
g_5(x, y) &= \sum_{m=1}^M h_m \cdot \Delta\varphi_m^2(x, y) \\
g_6(x, y) &= \sum_{m=1}^M \Delta\varphi_m^2(x, y) \\
A(x, y) &= [g_3(x, y)g_4(x, y) - g_2(x, y)g_5(x, y)]/[g_1(x, y)g_3(x, y) - g_2^2(x, y)] \\
B(x, y) &= [g_1(x, y)g_5(x, y) - g_2(x, y)g_4(x, y)]/[g_1(x, y)g_3(x, y) - g_2^2(x, y)] \\
K(x, y) &= g_4(x, y)/g_6(x, y)
\end{aligned} \tag{18}$$

El procedimiento para calcular los parámetros locales $g(x, y)$, $A(x, y)$, $B(x, y)$ y $K(x, y)$ es con un algoritmo de mínimos cuadrados aplicado en las ecuaciones (15) y (16). Esto se puede revisar en [57].

2.9 PERFILOMETRÍA DE 360 GRADOS

Ri et al. [59] indican que, cuando el objeto es rotado hasta completar una vuelta, se reconstruye cada superficie del objeto iluminada completamente por el videoprojector y registrada por la cámara. De esta manera, se cuenta con un conjunto de superficies 3D

reconstruidas para múltiples perspectivas. Como cada superficie corresponde a una porción de la superficie objeto completa, las coordenadas locales $P_L = (x_L, y_L, z_L)$ de las porciones deben ser transformadas a coordenadas globales $P_G = (x_G, y_G, z_G)$. Así las superficies 3D reconstruidas son finalmente acopladas para obtener la reconstrucción completa del objeto.

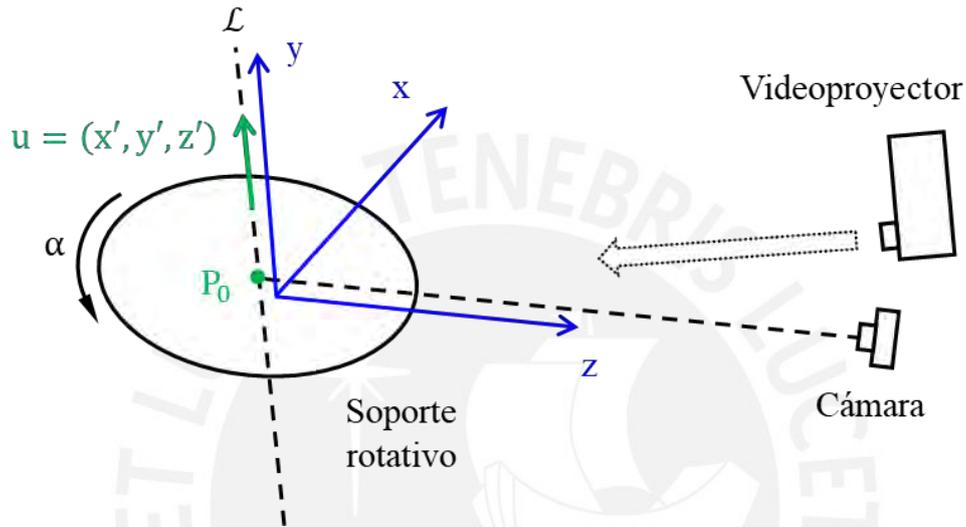


Figura 7. Ejes coordenados y rotativo del sistema óptico.

Como se muestra en la Figura 7, la rotación se realiza en un ángulo α respecto a la recta \mathcal{L} , de la cual su vector director $u = (x', y', z')$ es unitario y pasa por $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$.

La ecuación de la recta \mathcal{L} es

$$\mathcal{L}: \frac{x - x_0}{x'} = \frac{y - y_0}{y'} = \frac{z - z_0}{z'}, \quad \|u\| = 1 \quad (19)$$

Y la transformación para pasar de coordenadas locales P_L a coordenadas globales P_G está dada por

$$P_G^T = P_0^T + R(P_L^T - P_0^T) \quad (20)$$

donde el superíndice T aplicado en P_G , P_0 y P_L significa respectivamente que

$$P_G^T = \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \quad P_0^T = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad P_L^T = \begin{pmatrix} x_L \\ y_L \\ z_L \end{pmatrix}$$

Y la matriz R de rotación es

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha + (1 - \cos \alpha)x'^2 & (1 - \cos \alpha)x'y' - \sin \alpha z' & (1 - \cos \alpha)z'x' + \sin \alpha y' \\ (1 - \cos \alpha)x'y' + \sin \alpha z' & \cos \alpha + (1 - \cos \alpha)y'^2 & (1 - \cos \alpha)y'z' - \sin \alpha x' \\ (1 - \cos \alpha)z'x' - \sin \alpha y' & (1 - \cos \alpha)y'z' + \sin \alpha x' & \cos \alpha + (1 - \cos \alpha)z'^2 \end{bmatrix}$$



3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

En el presente capítulo, se explica la metodología para cumplir con los objetivos de la presente investigación. En la Figura 8, se indican las cuatro etapas generales del proceso metodológico para desarrollar la parte experimental de la presente tesis.

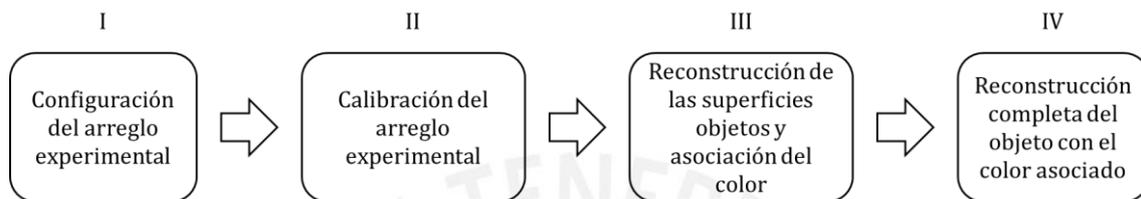


Figura 8. Diagrama de bloques de la metodología desarrollada.

3.1 ETAPA I: CONFIGURACIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL

El arreglo experimental se basa en la Figura 2, el cual fue montado en el Laboratorio de pruebas Ópticas y Metrología Óptica de la PUCP. Los elementos que conforman el arreglo experimental para realizar las reconstrucciones digitales y a color son los siguientes:

- cámara monocromática uEye UI-154xLE
- computadora
- medidor de color CM-700d/600d de Konica Minolta
- objetos de prueba para reconstruir
- plano de referencia de superficie blanca
- regla milimétrica
- rutinas y funciones programadas en MATLAB
- soportes ergonómico y rotatorio
- tablero de colores

- videoprojector LG DLP

Los objetos de estudio son macroscópicos y de rango medio. La luz estructurada de perfil sinusoidales en escala de grises y a color fueron proyectadas por el proyector; mientras que el registro de imágenes se realiza con la cámara monocromática. Los experimentos fueron llevados a cabo en un ambiente oscuro, evitando luz proveniente de otras fuentes. Cabe mencionar que la resolución del videoprojector es 800×1280 píxeles y la resolución del sensor de imagen de la cámara es 1024×1280 píxeles. En la sección 4.1, se muestra una fotografía del arreglo experimental montado en el laboratorio.

Los programas, funciones y subrutinas son trabajados únicamente dentro del software MATLAB, el cual permite su enlace a la cámara monocromática de tal manera que las imágenes registradas se almacenan automáticamente como arreglos 2D (matrices) en su espacio de variables.

3.2 ETAPA II: CALIBRACIÓN DEL ARREGLO EXPERIMENTAL

3.2.1 CALIBRACIÓN DE LA CÁMARA

Douskos et al. [60] indican que la calibración de una cámara es una etapa importante en fotogrametría y visión por computador. Diferentes métodos han sido desarrollados dependiendo del modelo de la cámara, tipo de algoritmo y características de los objetos en el campo de visión. Una de las finalidades de la calibración es estimar la distorsión de las imágenes registradas y corregir esta aberración de ser necesario. En primer lugar, se registran imágenes completas de un tablero de ajedrez asimétrico y plano, el cual tiene la característica de que, en un eje, el número de cuadrados es par, mientras que, para el otro eje perpendicular, el número es impar. La posición y orientación del tablero pueden

variar de forma arbitraria. Es importante mencionar que las cuatro esquinas, ejes y coordenadas interiores del tablero son parámetros detectados por el software empleado.

Torrontegi [61] indica que, debido a las aberraciones del sistema óptico de la cámara y las imperfecciones en su manufactura, ocurre distorsión en la imagen. Los dos tipos más frecuentes de distorsión son la distorsión radial (mayor o menor desviación de los rayos de luz en la superficie imagen al aumentar su ángulo incidente respecto al eje focal) y la distorsión tangencial (el eje óptico de la lente no es perpendicular al plano del sensor de imagen, lo cual genera un efecto trapezoidal en la imagen).

Zhang [62] define respectivamente (x, y) y (\tilde{x}, \tilde{y}) las coordenadas normalizadas ideales (sin distorsión) y las coordenadas normalizadas reales de la imagen. Las coordenadas normalizadas hacen referencia a que el origen de coordenadas se ha trasladado al centro de la imagen y las dimensiones de los ejes coordenados x e y están divididos por las longitudes focales f_x y f_y en pixeles, respectivamente.

Se cumple al considerar la distorsión radial que

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x + x[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2] \\ \tilde{y} &= y + y[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2]\end{aligned}\tag{21}$$

Y al considerar la distorsión tangencial,

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x + 2p_1xy + p_2(3x^2 + y^2) \\ \tilde{y} &= y + 2p_2xy + p_1(x^2 + 3y^2)\end{aligned}\tag{22}$$

donde los coeficientes k_1 , k_2 , p_1 y p_2 son estimados en la etapa de calibración. La información de la distorsión es almacenada en el archivo *camera_calibration_data.mat*;

y el análisis de la distorsión es reportada en la sección 4.2. Por último, cabe mencionar que los algoritmos en los que se basa MATLAB para determinar la geometría interna y los parámetros físicos (intrínsecos y extrínsecos) de una cámara pueden ser revisados en [62, 63].

3.2.2 CALIBRACIÓN DEL COLOR

Esta etapa de calibración es realizada en el programa *color_calibration.m*. Es importante mencionar que, debido a que la cámara es monocromática, no es posible llevar a cabo solamente un registro de la luz proyectada en la superficie objeto, ya que la imagen registrada se encontraría en la escala de grises. Por este motivo, mediante la función *register_projected_constant_profile.m*, se proyectan tres perfiles constantes en los colores primarios y el procesamiento es llevado a cabo en el espacio RGB [40]. Los perfiles son de color rojo, verde y azul, y las intensidades no son máximas para evitar saturación en el sensor de imagen de la cámara. Se debe puntualizar que las tres imágenes registradas no se pueden combinar directamente; de lo contrario, el color de la imagen final estaría claramente desviado, debido a que la cámara no responde de igual manera a cada tipo de color. Por esta razón, es necesario realizar un balance de blancos donde las tres imágenes almacenadas se combinan linealmente para generar una imagen a color. Para hallar los términos de la matriz de transformación lineal, se emplea una superficie de calibración estándar, la cual corresponde a un tablero con múltiples colores. Se utiliza un instrumento medidor de color CM-700d/600d de Konica Minolta, cuyas mediciones en el espacio de color CIE L^*a^*b se convierten al espacio de color opRGB (*Adobe*).

Como se indica en la ecuación (23), se debe resolver el sistema lineal $C = T\bar{P}$, donde C , T y \bar{P} son matrices de dimensiones 3×3 . La matriz C contiene información sobre las

mediciones de color en el espacio opRGB. Estas mediciones son realizadas en una región del tablero donde el color no varía bruscamente y el número de regiones a medir son tres. La matriz T realiza la transformación lineal. Finalmente, al proyectar tres perfiles uniformes de luz de color rojo, verde y azul, los registros son $P_R(x, y)$, $P_G(x, y)$ y $P_B(x, y)$ respectivamente. Los elementos de la matriz \bar{P} son valores medios de intensidades para las tres regiones previamente escogidas y bajo los tres tipos de iluminación. Por ejemplo, el término \bar{P}_{G3} corresponde al valor promedio de $P_G(x, y)$ en la región 3; mientras que, el término \bar{P}_{B1} corresponde al valor promedio de $P_B(x, y)$ la región 1.

$$C = T\bar{P}$$

$$\begin{pmatrix} C_{R1} & C_{R2} & C_{R3} \\ C_{G1} & C_{G2} & C_{G3} \\ C_{B1} & C_{B2} & C_{B3} \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} \bar{P}_{R1} & \bar{P}_{R2} & \bar{P}_{R3} \\ \bar{P}_{G1} & \bar{P}_{G2} & \bar{P}_{G3} \\ \bar{P}_{B1} & \bar{P}_{B2} & \bar{P}_{B3} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Una vez que los nueve elementos en las matrices C y \bar{P} son conocidos, la ecuación (23) se resuelve con $T = C\bar{P}^{-1}$. Es importante mencionar que, para C y \bar{P} , cualquier elemento está en el rango de valores continuos de 0 a 1. Este rango es mayor respecto a los valores discretos de 0 a 255. La matriz T se almacena en el archivo *color_calibration_data.mat* y su valor se reporta en la sección 4.3.

Asimismo, en la sección 4.3 (Figura 14), se muestran las imágenes de una superficie de calibración con tres proyecciones de luz (roja, verde y azul), así como la imagen final con el color generado y comparada con otra imagen con el color desviado. En el anexo, está indicado el programa *color_calibration.m*.

3.2.3 CALIBRACIÓN DE LAS FRANJAS

La etapa de calibración con la técnica de proyección y registro de franjas sobre el plano de referencia se realiza con el programa *fringes_calibration.m*. Es importante mencionar que, mediante la función *sinusoidal_fringes.m*, se realiza la configuración digital de la luz estructurada: franjas sinusoidales en escala de grises con inclinación 0° respecto al eje vertical de la cámara. El tamaño de la matriz generada es 1000×1000 píxeles. Para la principal luz estructurada, cuya frecuencia es la máxima, el período es 12 elementos, el cual corresponde a $\lambda_{q=1}$. Luego los seis pasos que comprenden al programa de calibración de franjas son indicados esquemáticamente en la Figura 9 y están detallados a continuación.

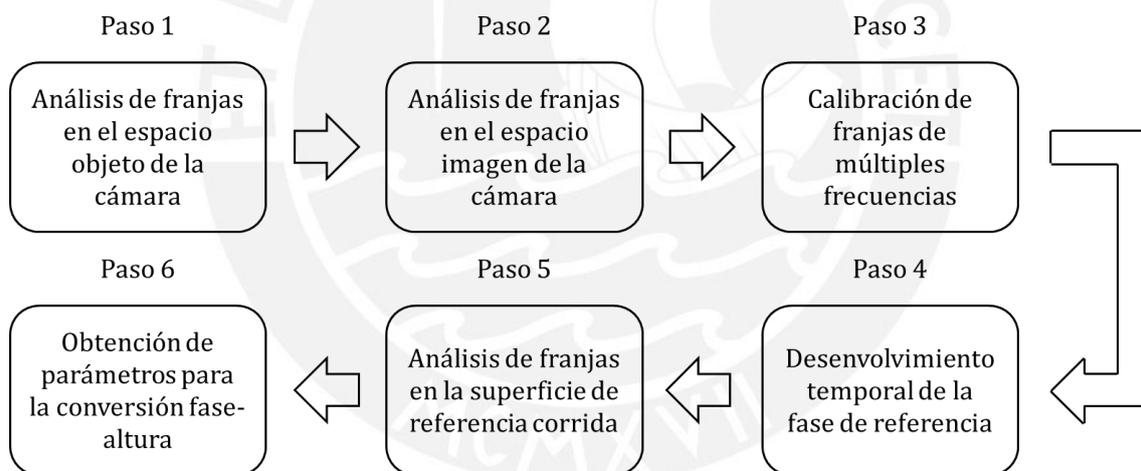


Figura 9. Diagrama de bloques para la calibración de las franjas.

Paso 1. Con la función *project_sinusoidal_fringes.m*, las franjas son proyectadas hacia la superficie plana de referencia en su posición inicial. Utilizando la regla milimétrica, se mide el período p_0 de las franjas en la superficie física de referencia. Este período es también conocido como el período de las franjas en el espacio objeto de la cámara.

Paso 2. Con la función *register_projected_sinusoidal_fringes.m*, se registran N patrones de franjas desplazadas sobre el plano de referencia y en su posición inicial: $i_n^R(x, y)$ donde $n = \{0, 1, \dots, N - 1\}$. El desplazamiento espacial de las franjas es hacia la izquierda. Se aplica la transformada rápida de Fourier a $i_0^R(x, y)$ y se obtiene su espectro $I^R(f_x, f_y)$, del cual se determina la separación, en términos de frecuencias, de las componentes de los lóbulos central y positiva con el fin de obtener la frecuencia f_0 o el período p_0 de las franjas en el sensor de imagen; esto también es el espacio imagen de la cámara. Una vez que se conoce el período p_0 en los espacios objeto e imagen, se calcula el factor de conversión píxel-mm para los ejes coordenados x e y.

A continuación, los registros $i_n^R(x, y)$ y el filtro espectral $V(f_x, f_y)$, generado mediante la función *generate_filter.m*, son utilizados en la ecuación (7) para hallar la fase $\phi^R(x, y)$ envuelta. En la sección 4.4, se reporta el valor de p_0 en los espacios objeto e imagen, así como la conversión entre estos dos espacios. Adicionalmente, se reportan los mapeos 2D de $i_0^R(x, y)$, $I^R(f_x, f_x)$, $V(f_x, f_y)$ aplicado a $I^R(f_x, f_x)$, y $\phi^R(x, y)$.

Paso 3. Se proyectan, sobre el plano de referencia, un conjunto de Q grupos con longitudes de ondas λ_q donde $q = \{1, 2, 3, \dots, Q\}$ y se registran los patrones $i_{qn}^R(x, y)$ con N pasos. Luego las fases $\psi_q^R(x, y)$ se hallan con la ecuación (2) excepto para $q = 1$, debido a que se cumple que $\psi_1^R(x, y) = \phi^R(x, y)$. Entonces esta última fase se calcula con la ecuación (7) en el paso 2.

Considerando “y” fijo, es imprescindible que cada fase $\psi_q^R(x, y)$ sea impar respecto a x. Es decir, $\psi_q^R(-x, y) = -\psi_q^R(x, y)$. Esto se indica en la sección 2.7.2, sino se deben modificar de forma manual los desfases iniciales (δ_q), y repitiendo los registros $i_{qn}^R(x, y)$

y la evaluación de la fase $\psi_q^R(x, y)$. El patrón de intensidad registrado, considerando que se trabaja con el plano de referencia, es

$$i_{qn}^R(x, y) = a^R(x, y) + b^R(x, y) \cos \left[\psi_q^R(x, y) + \frac{2\pi n}{N} + \delta_q \right] \quad (24)$$

Los desfases δ_q son almacenados para ser nuevamente utilizados cuando se trabaje con superficies objetos.

Paso 4. Para el desenvolvimiento temporal de $\phi^R(x, y)$, se registra $i_{qn}^R(x, y)$ empezando desde $q = Q$ y se continúa de forma descendente respecto a “q”. Luego de cada registro $i_{qn}^R(x, y)$, se calcula inmediatamente la fase $\psi_q^R(x, y)$ con las condiciones especificadas en la parte inicial del paso 3. Después, si se cumple que $q < Q$, $\psi_q^R(x, y)$ junto a λ_q son utilizados en la ecuación (9) para calcular el orden $k_q^R(x, y)$ de las franjas sin deformar. Esto se continua con menores longitudes de onda λ_q hasta finalmente desenvolver la fase principal de referencia $\psi_{q=1}^R(x, y) = \phi^R(x, y)$. Se reporta, en la sección 4.5, un diagrama de flujo del desenvolvimiento temporal de la fase.

Paso 5. Se trabaja solo con la longitud de onda $\lambda_{q=1}$ y se realizan M desplazamientos a la superficie plana de referencia con una variación $\Delta h_m = h_m - \Delta h_{m-1}$ constante donde $m = \{1, 2, \dots, M\}$. Para cada uno de los desplazamientos h_m y empleando la función `register_projected_sinusoidal_fringes.m`, se realizan registros de franjas con N pasos en el plano desplazado. Los registros $i_{mn}^R(x, y)$ junto al filtro $V(f_x, f_y)$ son utilizados en la ecuación (7) para determinar cada fase $\phi_m^R(x, y)$ envuelta.

Paso 6. Al conjunto de fases enveltas $\{\phi^R(x, y), \phi_2^R(x, y), \phi_3^R(x, y), \dots, \phi_M^R(x, y)\}$ se le sustrae la fase $\phi^R(x, y)$ envuelta y se obtiene $\{0, \Delta\varphi_2(x, y), \Delta\varphi_3(x, y), \dots, \Delta\varphi_M(x, y)\}$, lo

cual significa que $\Delta\varphi_m(x, y) = \phi_m^R(x, y) - \phi^R(x, y)$ y $\Delta\varphi_1(x, y) = 0$. A continuación, para cada píxel específico (x_p, y_p) , se desenvuelve espacialmente el arreglo lineal de fases $[0, \Delta\varphi_2(x_p, y_p), \Delta\varphi_3(x_p, y_p), \dots, \Delta\varphi_M(x_p, y_p)]$. Para aplicar el desenvolvimiento, se emplea la subrutina *unwrap* propia de MATLAB.

Finalmente, se determinan los tres parámetros $A(x, y)$, $B(x, y)$ y $K(x, y)$ con $\Delta\varphi_m(x, y)$ y h_m aplicados en la ecuación (18). Se reportan los gráficos 3D de los parámetros píxel por píxel en la sección 4.6; y en el anexo, se adjunta el programa *fringes_calibration.m* y las funciones *sinusoidal_fringes.m*, *generate_filter.m*, *project_sinusoidal_fringes.m*, y *register_projected_sinusoidal_fringes.m*.

3.3 ETAPA III: RECONSTRUCCIÓN DIGITAL DE LAS SUPERFICIES OBJETOS Y ASOCIACIÓN DEL COLOR



Figura 10. Diagrama de bloques para la reconstrucción digital de las superficies objetos y asociación del color.

En esta etapa, se trabaja con el programa *surface_reconstruction_with_color.m* para la reconstrucción de una superficie 3D junto a la textura y los colores. Este programa se adjunta en el anexo y los pasos que corresponden al programa se muestran en la Figura 10 y son los siguientes:

Paso 1. Para delimitar la superficie objeto, se proyecta un perfil constante (blanco, rojo, etc.) con la función *register_projected_constant_profile.m*. Después se fija un umbral

máximo relativo a la máxima intensidad registrada. En la imagen binaria resultante, los agujeros son rellenados y los elementos pequeños se descartan mediante la operación de morfología matemática de apertura. La función *register_projected_constant_profile.m* está indicada en el anexo.

Paso 2. Mediante la función *register_projected_constant_profile.m*, se proyectan hacia la superficie objeto tres perfiles en los colores primarios del espacio RGB. Los 3 registros son $P_R(x, y)$, $P_G(x, y)$ y $P_B(x, y)$. Luego, para cada píxel (x, y) , se usa la transformación lineal similar al de la ecuación (23). Es decir,

$$\begin{pmatrix} C_R(x, y) \\ C_G(x, y) \\ C_B(x, y) \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} P_R(x, y) \\ P_G(x, y) \\ P_B(x, y) \end{pmatrix}$$

Para cada píxel (x, y) , la información del color generado está contenida en los 3 canales $C_R(x, y)$, $C_G(x, y)$ y $C_B(x, y)$.

Paso 3. Empezando desde $q = Q$ y continuando de forma descendente respecto a “q”, se proyectan, en la superficie del objeto, un grupo de franjas con longitud de onda λ_q y N pasos. Es importante considerar los desfases δ_q determinados en la etapa de calibración. A continuación, se registran los patrones de franjas deformadas $i_{qn}^0(x, y)$ mediante la función *register_projected_sinusoidal_fringes.m*. Inmediatamente, cada fase $\psi_q^0(x, y)$ se halla con la ecuación (2) excepto para $q = 1$. Para este caso, se usan $i_{q=1,n}^0(x, y)$ y el filtro $V(f_x, f_y)$ en la ecuación (7). Después, para el desenvolvimiento temporal de las fases objetos si se cumple que $q < Q$, $\psi_q^0(x, y)$ junto a λ_q son usados en la ecuación (9) para hallar el orden $k_q^0(x, y)$ de las franjas deformadas. Estas operaciones se continúan

con menores longitudes de onda λ_q hasta finalmente desenvolver la fase principal del objeto $\psi_{q=1}^0(x, y) = \phi^0(x, y)$.

Posteriormente, las fases $\phi^R(x, y)$ y $\phi^0(x, y)$ desenvueltas se emplean para obtener el desfase de interés $\phi^{OR}(x, y)$ con la ecuación (10). Con la imagen binaria, generada en el paso 1, se elimina el fondo.

Paso 4. Mediante las ecuaciones (15) o (16), se realiza la conversión entre el desfase de interés $\phi^{OR}(x, y)$ desenvuelto y con el fondo eliminado, y la altura $z(x, y)$ de la superficie objeto respecto al plano de referencia. La imagen a color, generada en el paso 2, es asociada a la reconstrucción.

En la sección 4.7, se reporta un diagrama de bloques sobre la reconstrucción de una superficie objeto y con el color asociado. Inicialmente, para demostrar que las técnicas ópticas y digitales funcionan, se trabaja con cuatro máscaras policromadas, cuyos resultados se muestran en la sección 4.7. Después, para el afinamiento de las técnicas empleadas, se reconstruyen superficies de piezas de origen arqueológico y para múltiples perspectivas.

Cabe mencionar que existen superficies que no necesitan el desenvolvimiento temporal de la fase para su reconstrucción digital, ya que su forma 3D no es compleja. En este caso, se trabaja con el programa *basic_surface_reconstruction_with_color.m*. Los pasos 1, 2 y 4 son los mismos. No obstante, para el paso 3, se trabaja solamente con la mínima longitud de onda $\lambda_{q=1}$. La fase $\phi^0(x, y)$ envuelta se halla con el procedimiento detallado en el paso 3. Asimismo, como fase envuelta de referencia para la ecuación (10), se utiliza la fase $\phi^R(x, y)$ obtenida en el paso 2 de la etapa de calibración de las franjas. Por último, como la forma 3D de $\phi^{OR}(x, y)$ no es compleja, se pueden delimitar manualmente las

regiones discontinuas para sumar o restar múltiplos de 2π . En el anexo, se reporta el programa *basic_surface_reconstruction_with_color.m*.

3.4 ETAPA IV: RECONSTRUCCIÓN DIGITAL Y COMPLETA DEL OBJETO CON EL COLOR ASOCIADO

Cada pieza arqueológica es rotada en un ángulo constante hasta completar una vuelta y, para cada perspectiva, se repite la etapa III. Cada reconstrucción digital con el color asociado es almacenada, por ejemplo, en un archivo *object1_045.mat*, donde el “045” significa que la muestra ha rotado 45° . Después las múltiples superficies del objeto reconstruidas digitales a color se acoplan para obtener la reconstrucción digital, completa y a color del objeto utilizando las ecuaciones (19) y (20). El proceso de acoplamiento (rotación y traslación) de superficies es realizado en el programa *complete_object.m*. Con la función *surface_rotation.m*, se digitaliza la ecuación (20). Las reconstrucciones a color se muestran en la sección 4.7. Asimismo, el programa *complete_object.m* está indicado en el anexo.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 ARREGLO EXPERIMENTAL

En la Figura 11, está el arreglo experimental montado en el Laboratorio de pruebas Ópticas y Metrología Óptica de la PUCP. La instrumentación está basada en una variante del arreglo geométrico de ejes cruzados. En la Figura 11, están rotulados los nombres de algunas componentes. Notar que la cámara y del proyector no están a la misma altura. Inicialmente, al proyectar franjas digitalmente sinusoidales en el plano de referencia, el perfil de las franjas era más cercano al cuadrático o binario; por lo tanto, es importante que se desenfoque el proyector respecto al plano de referencia. Así el perfil de las franjas proyectadas es más cercano al sinusoidal [9, 64].

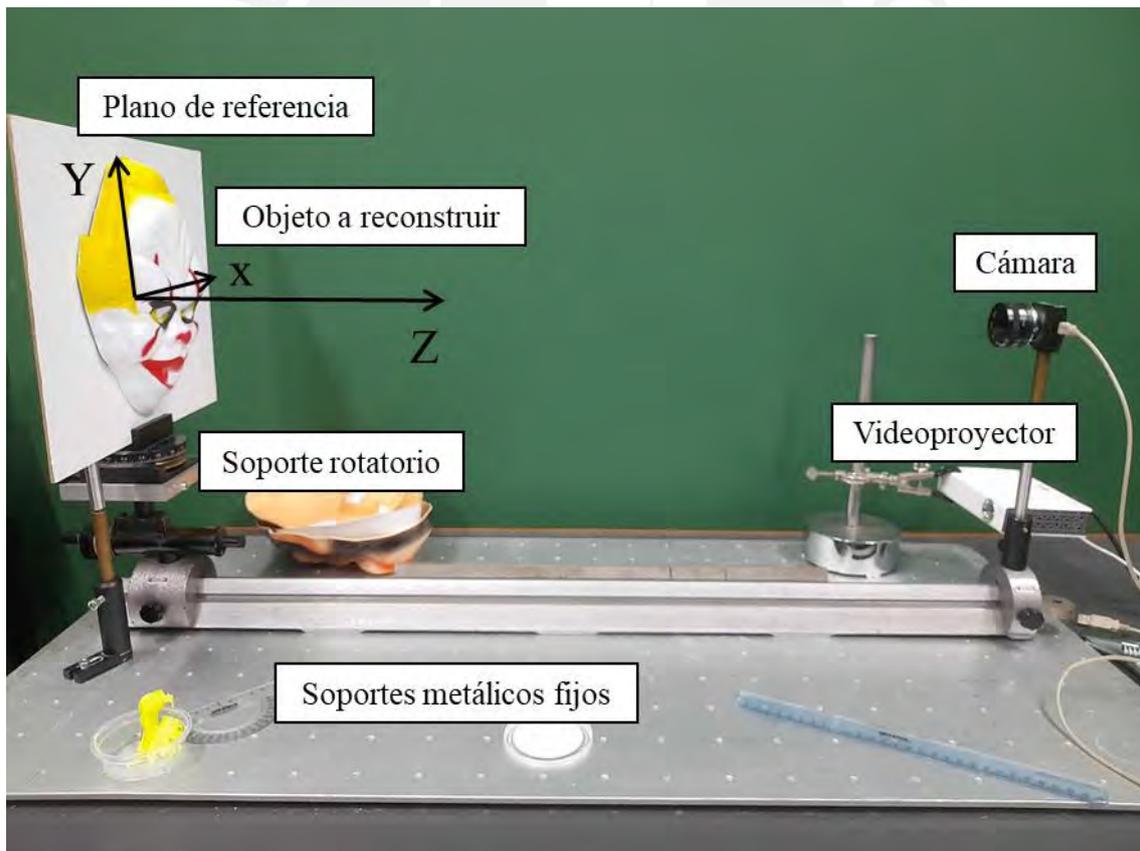


Figura 11. Arreglo experimental montado para perfilometría óptica con luz estructurada.

El período de las franjas sinusoidales, en el espacio objeto, es $p_0 = 8,0 \pm 0,5$ mm y, en el espacio imagen, es $p_0 = 45,7143$ píxeles. Por consiguiente, para el plano XY, la conversión del espacio imagen al espacio objeto es 0,175 mm/píxeles.

4.2 DISTORSIÓN DE LA CÁMARA

En la Figura 12(a), se ilustran la imagen registrada de un tablero de ajedrez asimétrico; mientras que, en la Figura 12(b), se muestra la misma imagen con las coordenadas detectadas y cuyos puntos están reprojectados con distorsión total (radial y tangencial) corregida. La longitud de los lados de los cuadrados del tablero es 14 mm. Es importante que el tablero de ajedrez sea asimétrico para que el software pueda distinguir entre sus ejes coordenados. La corrección de la distorsión radial se realiza con la ecuación (21) y la corrección de la distorsión tangencial se realiza con la ecuación (22). Los coeficientes obtenidos en MATLAB son los siguientes: $k_1 = -0,670$, $k_2 = 17,917$, $p_1 = -0,0031$ y $p_2 = -0,0038$.

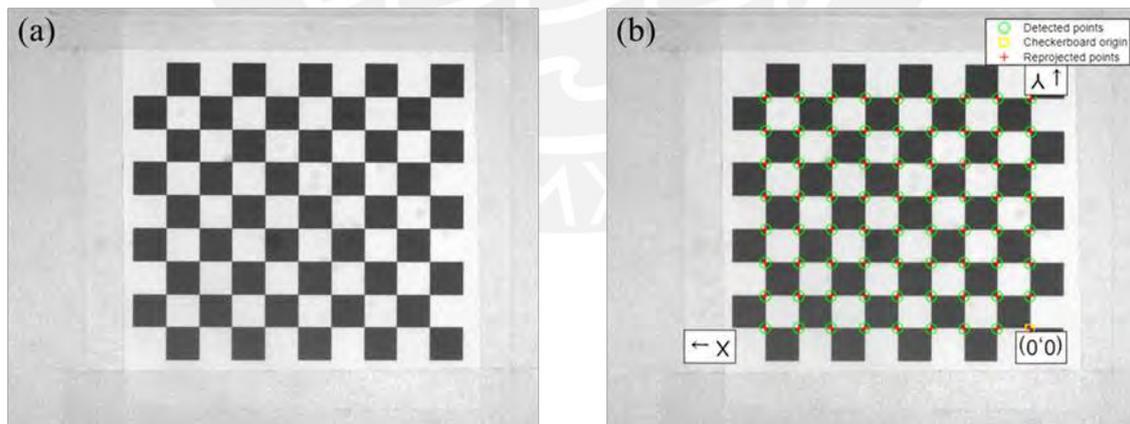


Figura 12. (a) Registro de un tablero de ajedrez asimétrico (b) y con puntos proyectados sin distorsión.

En la Figura 13, se muestran los resultados obtenidos de distorsión total (expresada en píxeles) para los tableros registrados durante la etapa de calibración. El error indicado

para cada imagen se obtiene promediando la distancia entre los puntos detectados y los puntos reproyectados sin distorsión. En cada imagen, el error promedio es menor a 1 píxel. Por último, el error general de la distorsión es en promedio 0,76 píxeles y es baja.

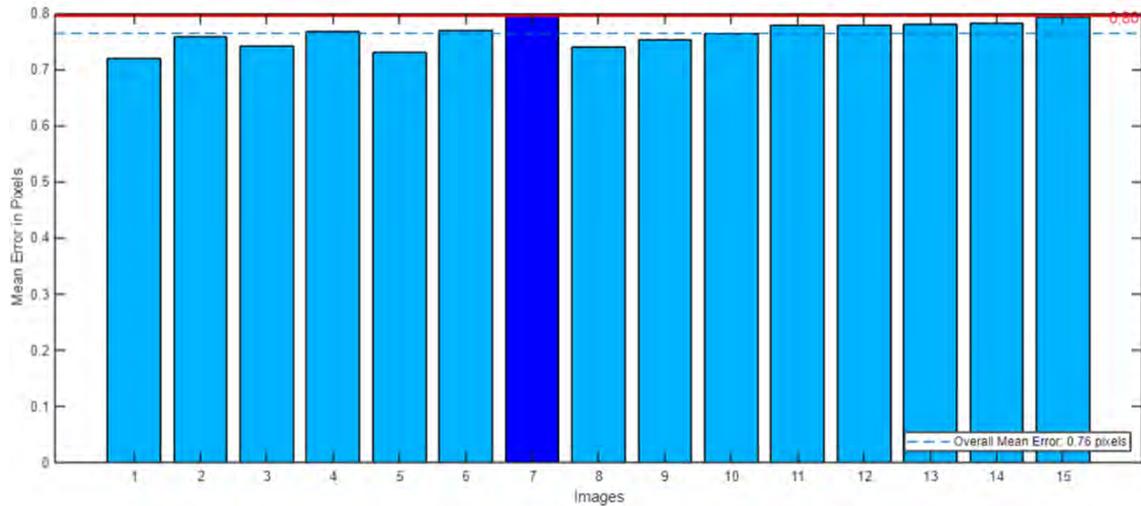


Figura 13. Análisis de la distorsión de la cámara.

4.3 CALIBRACIÓN PARA LA GENERACIÓN DE IMAGEN A COLOR

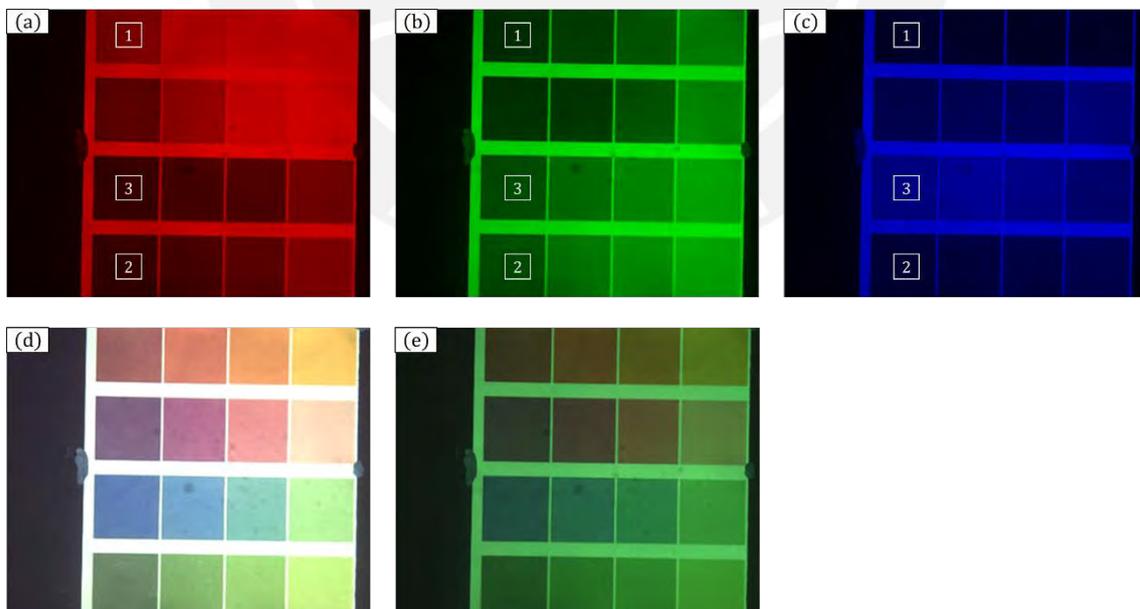


Figura 14. Registro de la superficie de calibración con proyecciones de luces (a) roja, (b) verde y (c) azul. (d) Imagen a color generada. (e) Imagen a color desviado (original).

En las Figuras 14(a-c), se muestra el tablero de calibración con proyecciones de perfiles uniformes de color rojo, verde y azul respectivamente. Las imágenes son registradas con la misma cámara monocromática y los perfiles son proyectados por el mismo proyector. La escala es de grises debido a la cámara usada. No obstante, la escala de colores ha sido modificada digitalmente en MATLAB para un mejor entendimiento en la presente tesis del tipo de luz proyectada. También se indican las tres regiones escogidas para resolver la ecuación (23). Luego la matriz T de transformación es

$$T = \begin{pmatrix} +3,5288 & +0,0517 & -0,5925 \\ +0,3508 & +1,6235 & -0,1113 \\ +0,4114 & -0,1077 & +2,8773 \end{pmatrix}$$

Las Figuras 14(a-c) se combinan mediante la matriz T para generar la imagen a color exhibida en la Figura 14(d). Las intensidades finales mayores que 1 son igualadas a este valor y las que son negativas son modificadas a 0. Por el otro lado, las Figuras 14(a-c) no pueden ser combinadas directamente, sino se obtendría el resultado de la Figura 14(e), cuyo color está claramente desviado hacia el verde.

4.4 ANÁLISIS DE FRANJAS

El patrón $i_0^R(x, y)$ de franjas proyectadas y registradas en la superficie plana de referencia se muestran en la Figura 15(a), mientras que su espectro de Fourier $I^R(f_x, f_y)$ está en la Figura 15(b). Notar, en las partes superior e intermedia de la Figura 15(a), que el período p_0 de las franjas cambia ligeramente. Por lo tanto, es importante un mapeo fase-altura que tome en cuenta este cambio.

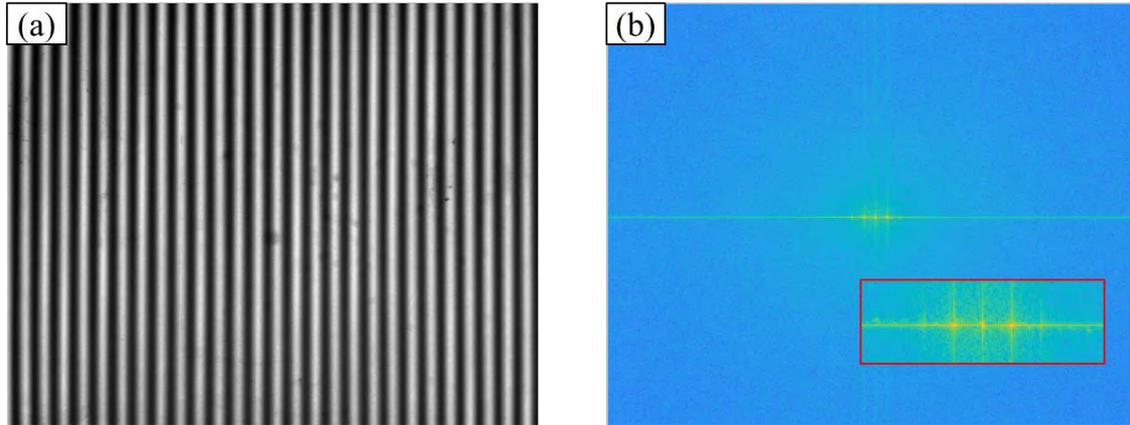


Figura 15. (a) Patrón de franjas en el plano de referencia. (b) Espectro de Fourier de (a), mostrando una ampliación del espectro de frecuencias centrales.

Debido a la no linealidad entre el videoprojector y la cámara, se da la presencia de varios armónicos como se exhibe en la Figura 15(b). Así el patrón de intensidad $i_n(x, y)$ de la ecuación (1) cambia a lo indicado en la ecuación (25).

$$i_n(x, y) = \sum_{w=-\infty}^{+\infty} A_q \exp \left[2\pi f_o j w x + j w \Delta \phi(x, y) + j \frac{2\pi n}{N} \right] \quad (25)$$

El filtro $V(f_x, f_y)$ pasa banda que se aplica al espectro de Fourier de la ecuación (25), indicada en la Figura 15(b), emplea una ventana Blackman,

$$V(f_x, f_y) = \begin{cases} 0,42 + 0,50 \cos 2\pi\xi + 0,08 \cos 4\pi\xi, & \xi \leq 1 \\ 0, & \xi > 1 \end{cases} \quad (26)$$

$$\xi = \sqrt{\left(\frac{f_x - f_{x_0}}{\Delta f_x} \right)^2 + \left(\frac{f_y - f_{y_0}}{\Delta f_y} \right)^2}$$

donde (f_{x_0}, f_{y_0}) es la coordenada frecuencial de la componente de primer orden de la Figura 15(b) y las dimensiones de la ventana son $\Delta f_x \times \Delta f_y$.

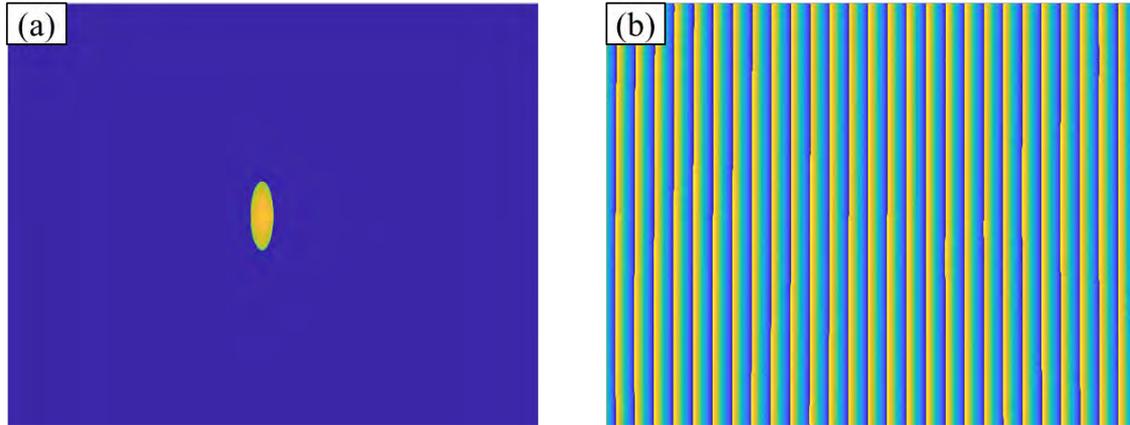


Figura 16. (a) Espectro de Fourier con filtro pasa banda. (b) Fase envuelta del plano de referencia.

Para el filtraje espectral de los patrones de intensidad $i_n^R(x, y)$ y $i_n^O(x, y)$ (deformadas y sin deformar) con frecuencia f_0 , se toma en cuenta que $f_{y_0} = 0$, $\Delta f_x = 2f_{x_0}$ y $\Delta f_y = 6f_{x_0}$. En la Figura 16(a), está el filtro $V(f_x, f_y)$ aplicado al espectro $I^R(f_x, f_y)$. Cabe mencionar que el filtraje espectral limita la resolución espacial de las superficies reconstruidas. Asimismo, se realizan en total $N = 16$ registros y el resultado de aplicar la ecuación (7) con las variables previamente especificadas es la fase $\phi^R(x, y)$ sin desenvolver, mapeada en la Figura 16(b).

4.5 ALGORITMO DE DESENVOLVIMIENTO TEMPORAL DE LA FASE

En la Figuras 17 y 18, se exhiben las franjas proyectadas en las superficies de referencia y del objeto respectivamente para el paso $n = 0$. Es decir, son los patrones registrados $i_{q,n=0}^R(x, y)$ y $i_{q,n=0}^O(x, y)$. El número de longitudes de ondas sintéticas es $Q = 6$. De esta forma, $q = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$. Las longitudes de ondas son $\lambda_q = \{12, 24, 48, 100, 200, 360\}$ píxeles de acuerdo a la matriz 2D de 1000×1000 píxeles generada. Notar que la proporción continua entre ellas es menor que 3.

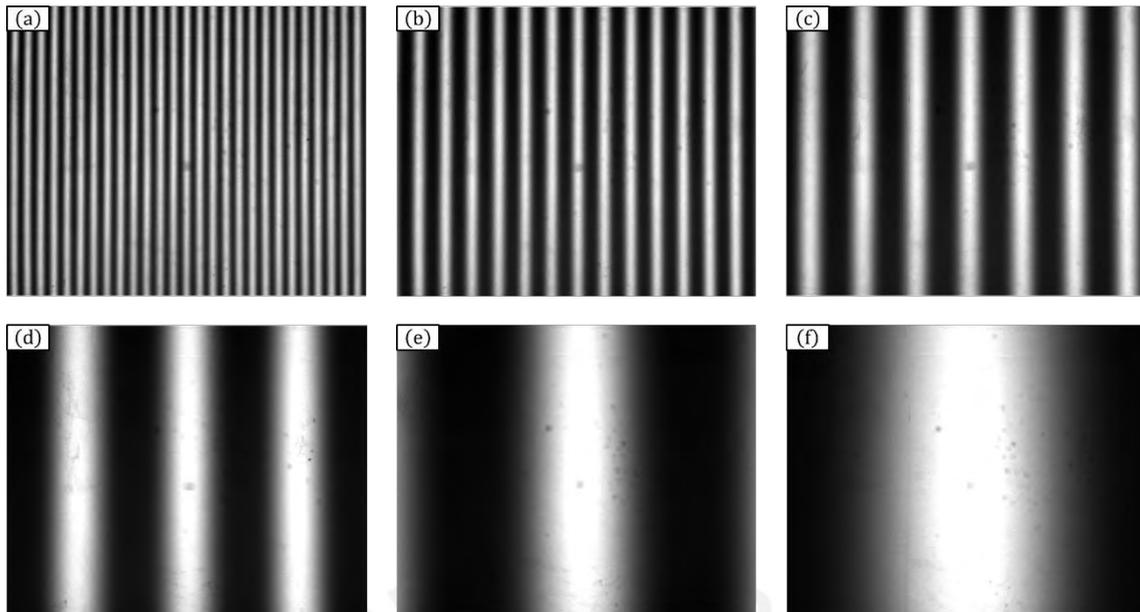
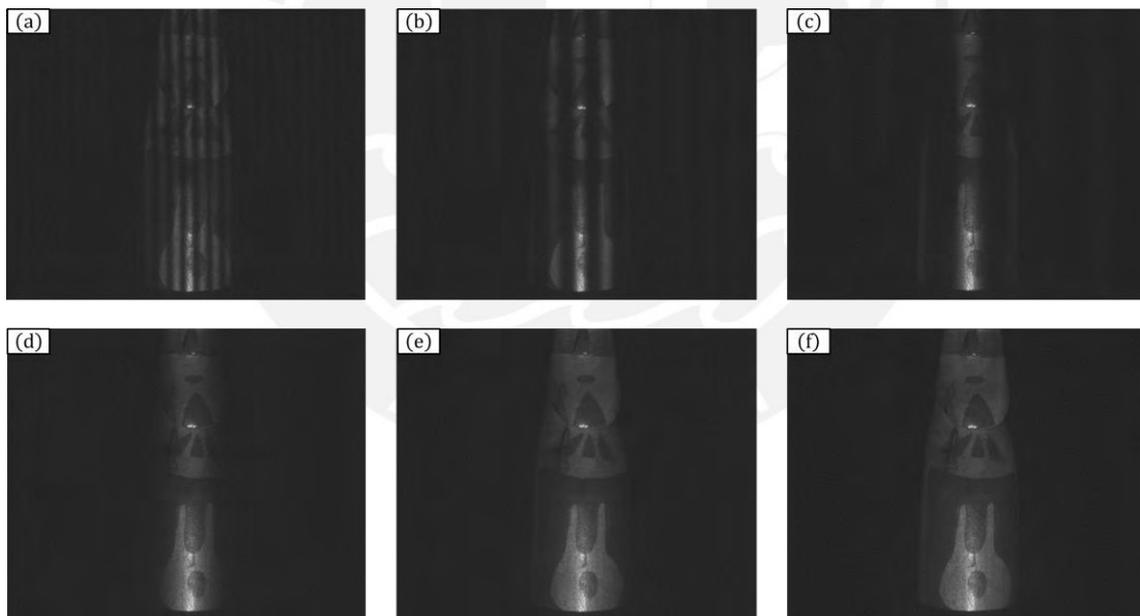


Figura 17. Patrones de intensidad en el plano de referencia para seis longitudes de ondas sintéticas: (a) $\lambda_1 = \lambda_0$, (b) $\lambda_2 = 2\lambda_0$, (c) $\lambda_3 = 4\lambda_0$, (d) $\lambda_5 = 25\lambda_0/3$, (e) $\lambda_6 = 50\lambda_0/3$, y (f) $\lambda_1 = 30\lambda_0$.



1

Figura 18. Patrones de intensidad en la superficie del objeto para seis longitudes de ondas sintéticas: (a) $\lambda_1 = \lambda_0$, (b) $\lambda_2 = 2\lambda_0$, (c) $\lambda_3 = 4\lambda_0$, (d) $\lambda_5 = 25\lambda_0/3$, (e) $\lambda_6 = 50\lambda_0/3$, y (f) $\lambda_1 = 30\lambda_0$.

¹ En la presente tesis, se ha modificado el contraste de la Figura 18 para un mejor aprecio.

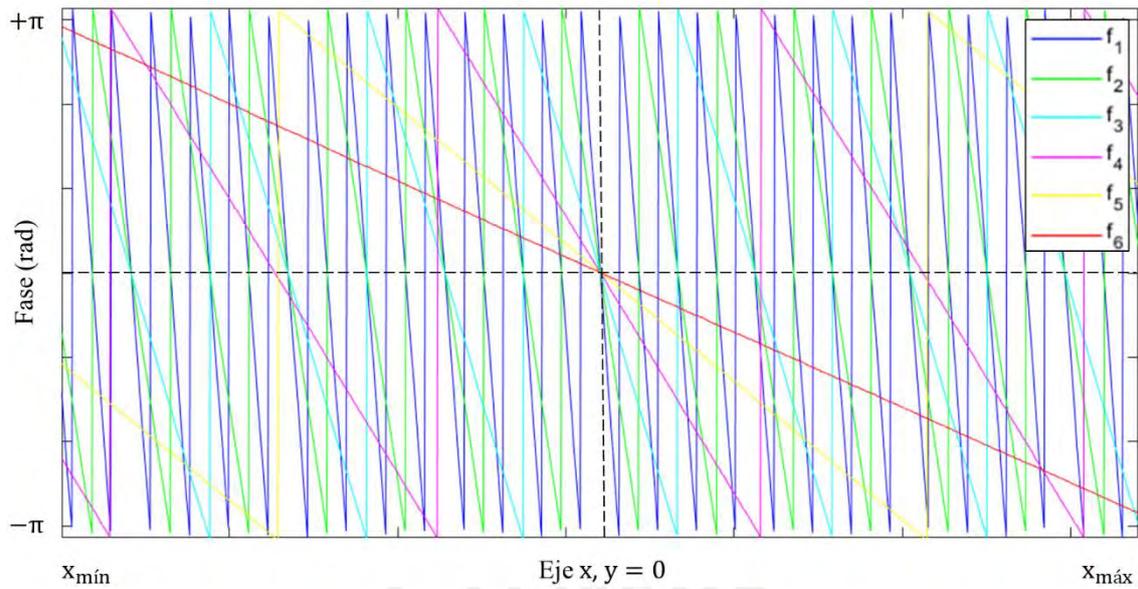


Figura 19. Fases envueltas del plano de referencia para seis frecuencias.

Luego las fases $\psi_q^R(x, y)$ para $y = 0$ se muestran en la Figura 19. Notar que estas fases son de distribución discontinua debido al acotamiento en $[-\pi, \pi]$. También son impares respecto al origen ($x = 0$, fase = 0) .

El diagrama de flujo para aplicar el desenvolvimiento temporal de la fase se muestra en la Figura 20. El procedimiento es el mismo para ambos patrones registrados, $i_{qn}^R(x, y)$ e $i_{qn}^O(x, y)$, con $n = \{0, 1, \dots, 15\}$ y desenvolver las fases $\psi_q^R(x, y)$ y $\psi_q^O(x, y)$. El código correspondiente se encuentra en el programa *surface_reconstruction_with_color.m*, el cual está en la sección de anexos.

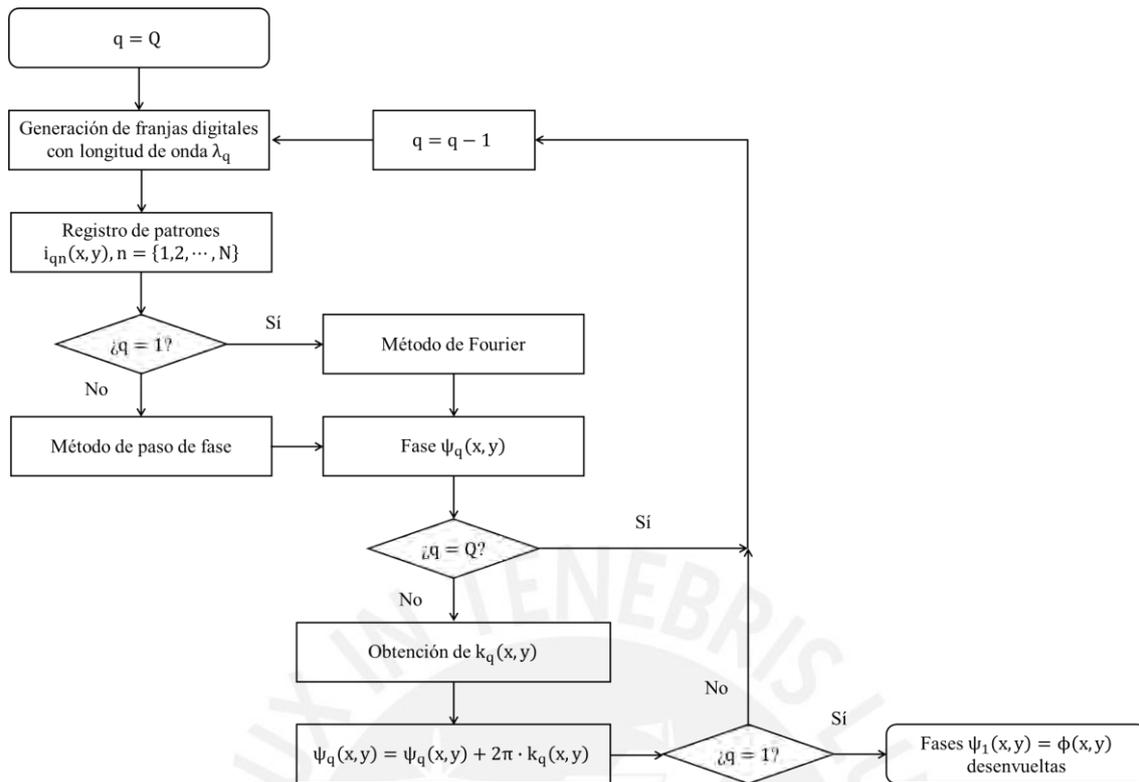


Figura 20. Diagrama de flujo del desenvolvimiento temporal de la fase.

4.6 CALIBRACIÓN PARA EL MAPEO FASE-ALTURA

En la etapa de calibración para la conversión fase-altura, se considera lo siguiente: el número de desplazamientos de la superficie plana es $M = 25$ y la variación constante es $\Delta h_m = h_m - h_{m-1} = +0,20$ mm. Entonces $m = \{1, 2, \dots, 25\}$. Los gráficos 3D de los parámetros píxel por píxel $K(x, y)$, $A(x, y)$ y $B(x, y)$ se encuentran respectivamente en la Figura 21. En estos tres gráficos, las formas 3D de las superficies experimentan cambios anómalos en los límites del eje x . No obstante, esto no es un inconveniente, porque se trabaja en la zona intermedia del eje x , y su alrededor. Finalmente, se utiliza el mapeo fase-altura de la ecuación (15), ya que la conversión es más precisa si se cuenta con un parámetro adicional como $B(x, y)$.

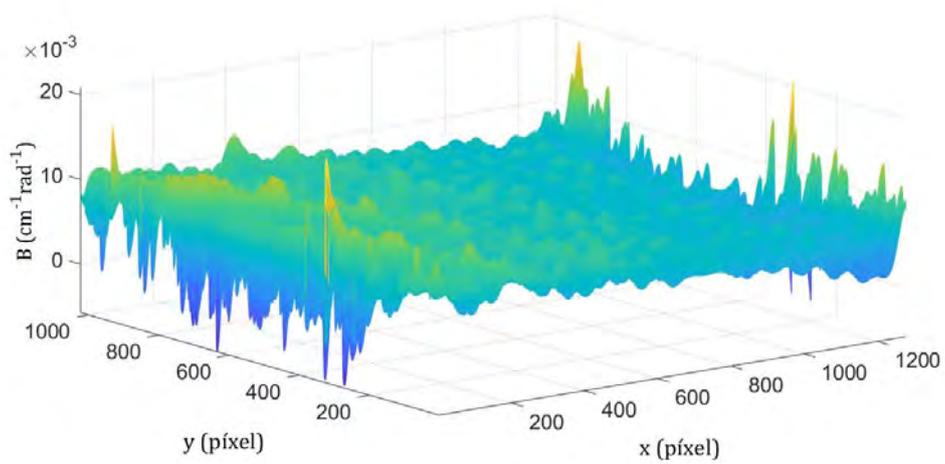
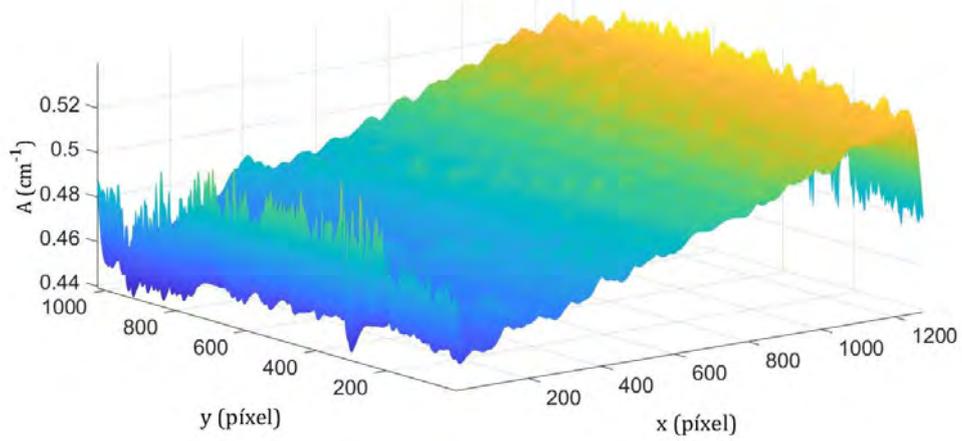
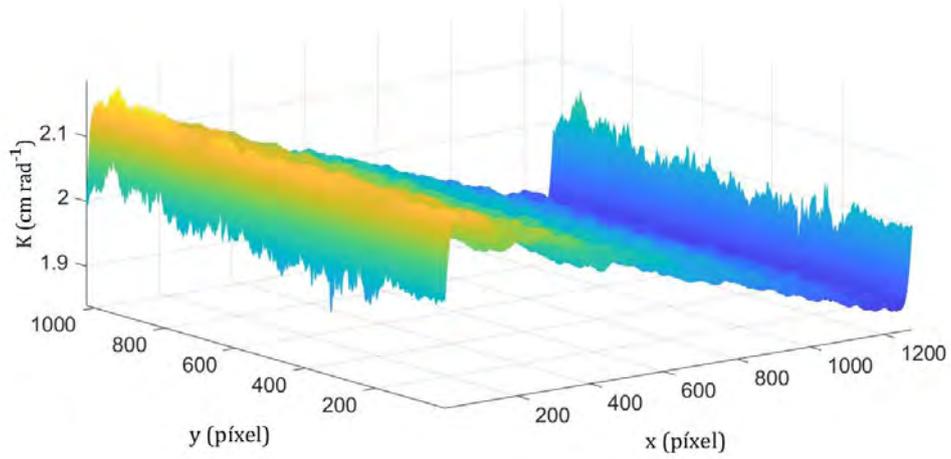
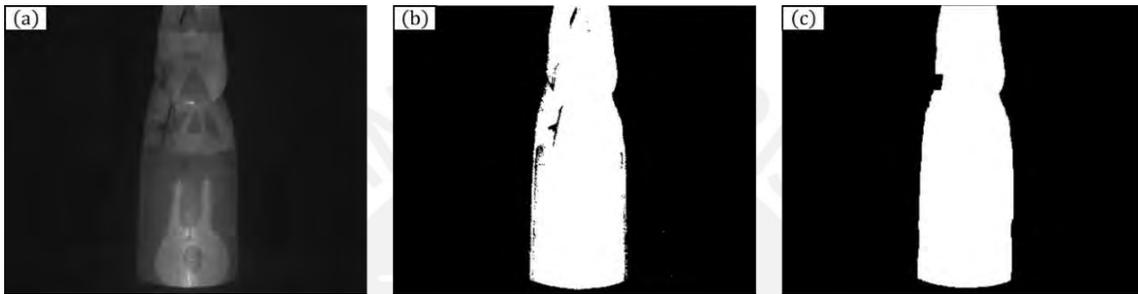


Figura 21. Gráficos 3D de los parámetros $K(x, y)$, $A(x, y)$ y $B(x, y)$ respectivamente para el mapeo fase-altura píxel por píxel.

4.7 RECONSTRUCCIONES DIGITALES A COLOR

El registro de la superficie del objeto con un perfil constante proyectado sobre este se muestra en la Figura 22(a). Se define un determinado umbral para empezar a delimitar la superficie objeto como se exhibe en la Figura 22(b). A continuación, se rellenan los agujeros y se aplica la operación morfológica de apertura. Por último, la máscara binaria para discriminar entre la superficie objeto y el fondo está en la Figura 22(c).



2

Figura 22. (a) Registro de la superficie objeto con proyección de perfil constante. (b) Intensidades de (a) menores a un umbral. (c) Máscara para delimitar la superficie objeto.

Los resultados para los cuatro pasos del programa *surface_reconstruction_with_color* se muestran en la Figura 23. La máscara binaria y la imagen a color de la superficie objeto son generados con los procedimientos descritos previamente. Posteriormente, la fase $\phi^{OR}(x,y)$ desenvuelta temporalmente se obtiene con la sustracción de las dos fases $\psi_{q=1}^R(x,y)$ y $\psi_{q=1}^O(x,y)$ desenvueltas. El algoritmo que se emplea es el detallado en la sección 4.4 y partiendo de los patrones $i_{qn}^R(x,y)$ e $i_{qn}^O(x,y)$. Después, se utilizan los dos parámetros locales $A(x,y)$ y $B(x,y)$ para el mapeo entre la fase $\phi^{OR}(x,y)$ desenvuelta y con el fondo eliminado, y $z(x,y)$. Por último, los píxeles de la imagen a color, generada

² En la presente tesis, se ha modificado el contraste de la Figura 22(a) para un mejor aprecio.

con la información de intensidades en los tres canales de color, son asociadas a las coordenadas (x, y, z) de la topografía. De esta manera, se obtiene la superficie del objeto reconstruida y a color. Notar, de la topografía digital de la Figura 23, que el algoritmo de reconstrucción empleado no presenta problemas con la presencia de una pendiente importante en la parte del mentón del sarcófago.

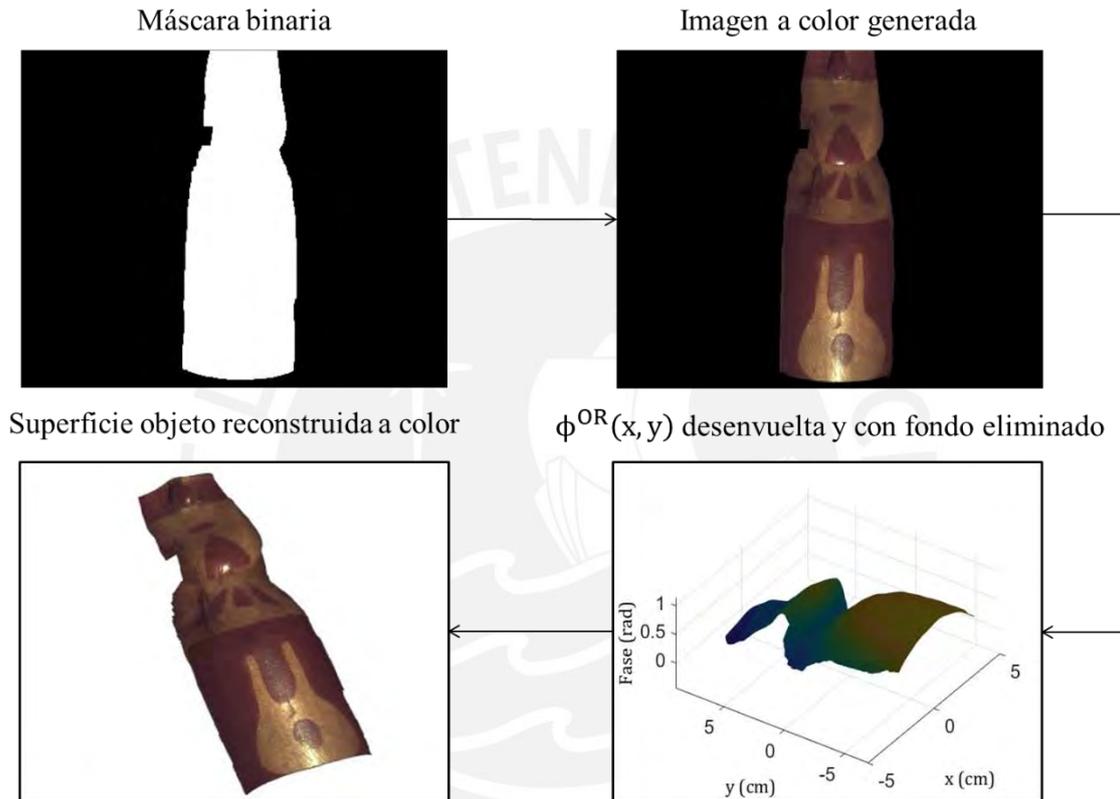


Figura 23. Diagrama de bloques del programa empleado para la reconstrucción de una superficie junto a la textura y los colores.

En la Figura 24(a), se exhiben las cuatro máscaras de varios colores y, en la Figura 24(b), están sus respectivos levantamientos topográficos asociados con el color. Nótese que las técnicas empleadas permiten distinguir las diferentes elevaciones en las superficies de los objetos, así como apreciar la textura y los colores.



Figura 24. (a) Cuatro máscaras de diversos colores. (b) Reconstrucciones digitales y a color de los objetos de (a).

Se puede notar la presencia de un brillo intenso en las reconstrucciones de la Figura 24.

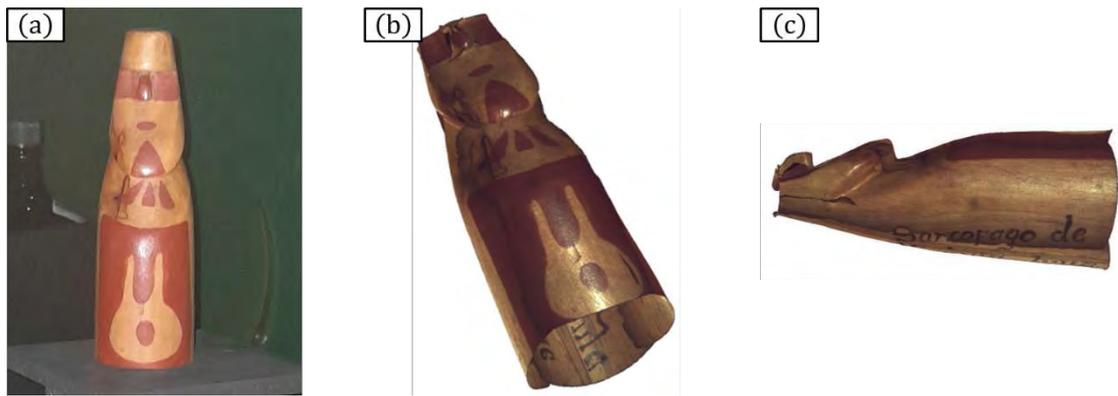
Es importante mencionar que, debido a esto, también se realizó la calibración del color

con un filtro polarizador en la cámara. Sin embargo, al generar una nueva imagen a color del tablero de calibración, existe una desviación notoria del color (ver anexo B), por lo que finalmente se optó por no utilizar el filtro polarizador.

Por el otro lado, en las Figuras 25 y 27, se encuentran cuatro superficies reconstruidas de dos objetos que corresponden a una réplica de un pequeño sarcófago de la cultura chachapoyas y un cántaro de la cultura mochica respectivamente. Entre cada perspectiva, la rotación es de 90° respecto al eje y positivo (ver ejes coordenados en Figura 11). Luego, en la Figuras 26 y 28, están las cuatro superficies previamente mostradas, pero finalmente acopladas para obtener las dos reconstrucciones digitales, en 360° y a color de los dos objetos.



Figura 25. Superficies reconstruidas de un primer objeto para cuatro rotaciones: (a) 0° , (b) 90° , (c) 180° y (d) 270° .



3

Figura 26. (a) Réplica de un pequeño sarcófago de la cultura chachapoyas. (b) y (c) Reconstrucción digital en 360° y a color de (a) para dos perspectivas.

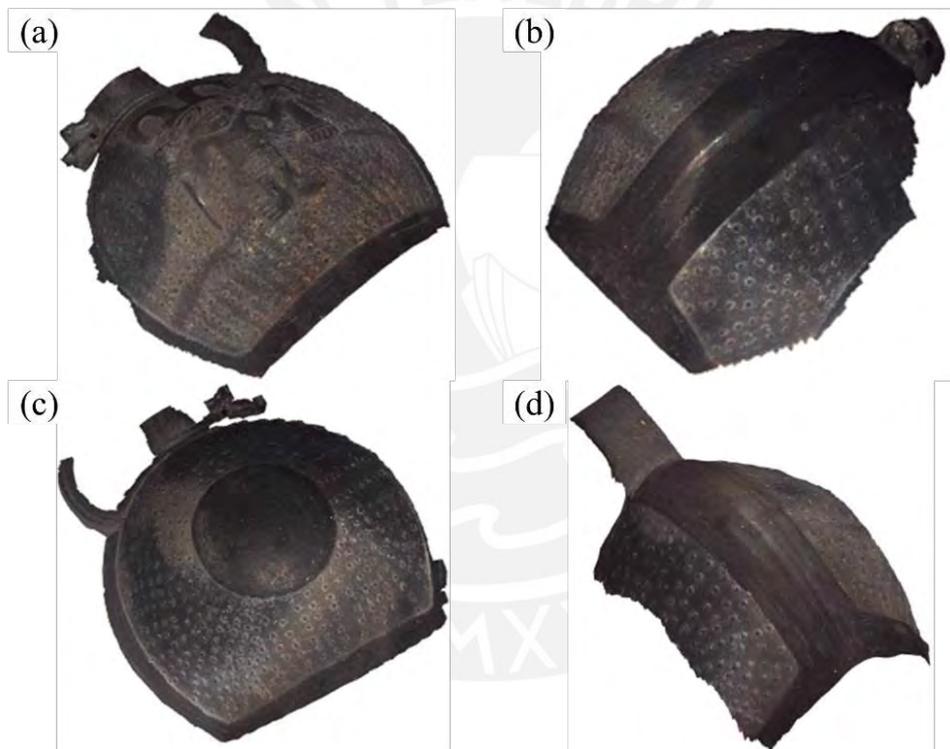


Figura 27. Superficies reconstruidas de un segundo objeto para cuatro rotaciones: (a) 0°, (b) 90°, (c) 180° y (d) 270°.

³ La cámara empleada para obtener la Figura 26(a) no está calibrada en su color.

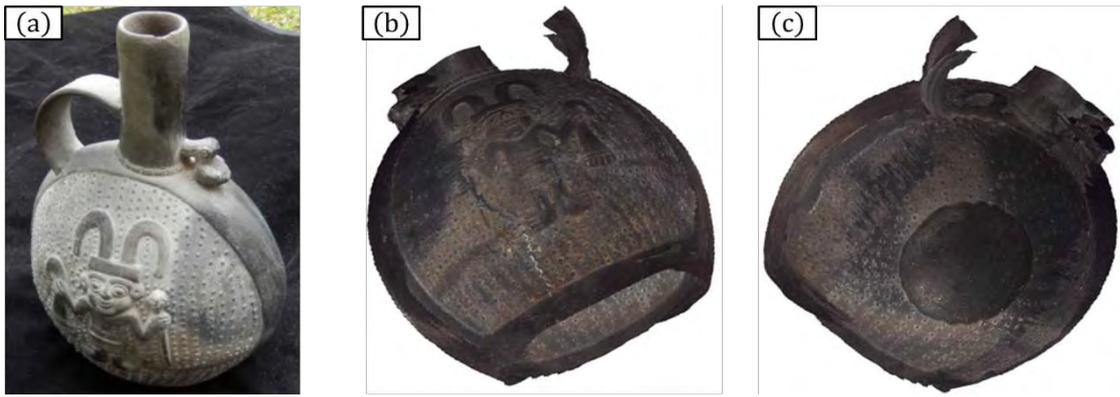


Figura 28. (a) Cántaro de la cultura mochica. (b) y (c) Reconstrucción digital en 360° y a color de (a) para dos perspectivas.



⁴ Figura 28(c). Cántaro de la cultura mochica (colección particular del profesor Víctor Arroyo H.). La parte superior del cántaro no es reconstruida porque está fuera del rango de medida permitido. Este objeto presenta una dificultad adicional, debido a que su color superficial no permite la reflexión del patrón de franjas proyectadas. Sin embargo, el método aplicado es lo suficientemente robusto para detectar bajos niveles de reflexión y reproducir el color gris que predomina en todo el objeto.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJOS A FUTURO

Finalmente, las conclusiones de la investigación realizada para esta tesis son

- Se ha logrado reconstruir digitalmente, junto a la textura y los colores, varias superficies 3D, las cuales corresponden a 4 máscaras y diferentes perspectivas de una réplica de un pequeño sarcófago de la cultura chachapoyas y un cántaro de la cultura mochica. Los resultados presentan forma 3D y colores similares a las superficies de los objetos.
- Se verifica que la reconstrucción digital y a color de un objeto 3D es posible mediante el acoplamiento, es decir, rotación y traslación, de las reconstrucciones parciales para diferentes perspectivas.
- Mediante el software MATLAB, se ha logrado controlar el proceso completo de reconstrucción digital y a color: proyección de la luz estructurada, registro de imágenes y procesamiento digital.
- Utilizando una cámara monocromática y proyectando luz uniforme de colores rojo, verde y azul, se han registrado tres imágenes en escala de grises, las cuales son procesadas digitalmente para verificar que estas pueden generar una imagen a color con alto contraste.

Adicionalmente, los trabajos a futuro que podrán ser realizados como producto de la investigación son

- Adquirir una cámara a color para obtener un relieve policromado más cercano al color real del objeto. También, permitirá reducir la carga computacional porque solo se necesitará de la proyección de un perfil de luz constante para generar una imagen a color.

- Continuar con la reconstrucción digital y a color de objetos de mayor tamaño. Para esto, se necesitará de una cámara con mayor campo de visión. Así no hay partes del objeto que quedan fuera de la reconstrucción.
- Para el arreglo experimental, adquirir un soporte rotatorio objetos que se deberá poder controlar por software, especialmente MATLAB. Esto permitirá mejorar la automatización de la reconstrucción.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Marrugo, A.G., F. Gao, and S. Zhang, *State-of-the-art active optical techniques for three-dimensional surface metrology: a review*. JOSA A, 2020. **37**(9): p. B60-B77.
2. Pears, N., Liu, Y., & Bunting, P. (Eds.), *3D imaging, analysis and applications*. Springer, 2012.
3. Yoshizawa, T., & Wakayama, T., *Surface Profilometry*, in *Handbook of optical metrology: Principles and Applications*, T. Yoshizawa, Editor. 2009, CRC press. p. 438.
4. Van der Jeught, S., & Dirckx, J. J., *Real-time structured light profilometry: a review*. Optics and Lasers in Engineering, 2016. **87**: p. 18-31.
5. Zhang, S., *High-speed 3D shape measurement with structured light methods: A review*. Optics and lasers in engineering, 2018. **106**: p. 119-131.
6. Vilchez-Rojas, H.L., et al., *3D scanning of objects by projection of three incoherent RGB lines with Gaussian profile*. Optik, 2022. **265**: p. 169393.
7. Lohry, W., Chen, V., & Zhang, S., *Absolute three-dimensional shape measurement using coded fringe patterns without phase unwrapping or projector calibration*. Optics express, 2014. **22**(2): p. 1287-1301.
8. Zhang, Z., *Review of single-shot 3D shape measurement by phase calculation-based fringe projection techniques*. Optics and lasers in engineering, 2012. **50**(8): p. 1097-1106.
9. Xu, Y., et al., *Phase error compensation for three-dimensional shape measurement with projector defocusing*. Applied Optics, 2011. **50**(17): p. 2572-2581.

10. Sarmiento V., M.N., Zamalloa M., Asmad M., Baldwin G. *Optical digital spherometer based in structured light profilometry*. in *4th Iberoamerican Meeting on Optics and 7th Latin American Meeting on Optics, Lasers, and Their Applications*. 2001. SPIE 4419.
11. Chambergo, J.C.A., M. A.; Franco, R.; Baldwin, G. E.; Tupia, W. M. y Barrantes, E. J. *Evaluation of a prototype used for measuring the removal force of adherent viscous fluids, by means of structured light profilometry: measurement of surface shape and displacement of the plate in contact with fluid*. in *3rd international congress on mechanical metrology*. 2014. Gramado RS.
12. Montalvo, R.A., Tesillo, M., Choque, I., & Asmad, M., *Evaluación de la concavidad de un espejo para telescopio mediante procesamiento de un solo interferograma*, in *Revista de Investigación de Física*. 2015. p. 1-8.
13. Takeda, M. and K. Mutoh, *Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes*. *Applied optics*, 1983. **22**(24): p. 3977-3982.
14. Takeda, M., *Fourier fringe analysis and its application to metrology of extreme physical phenomena: a review*. *Applied Optics*, 2013. **52**(1): p. 20-29.
15. López Domínguez, Y.Y., Martínez, A., & Rayas, J. A., *Topometry and color association by RGB Fringe Projection Technique*. *Revista mexicana de física*, 2014. **60**(2): p. 109-113.
16. Anguiano-Morales, M., Arias, E. N., Garnica, G., & Martínez, A., *Image fusion by color texture extraction*. *Optik*, 2014. **125**(2): p. 810-812.
17. Xu, Y., et al., *Simultaneously measuring 3D shape and colour texture of moving objects using IR and colour fringe projection techniques*. *Optics and Lasers in Engineering*, 2014. **61**: p. 1-7.

18. Zhang, S. and P.S. Huang, *High-resolution, real-time three-dimensional shape measurement*. Optical Engineering, 2006. **45**(12): p. 123601-123601-8.
19. Marrugo, A.G., Pineda, J., Romero, L. A., Vargas, R., & Meneses, J., *Fourier transform profilometry in labview*. Digital Systems, 2018.
20. Li, B. and S. Zhang, *Superfast high-resolution absolute 3D recovery of a stabilized flapping flight process*. Optics express, 2017. **25**(22): p. 27270-27282.
21. Song, L., et al., *A multi-view stereo measurement system based on a laser scanner for fine workpieces*. Sensors, 2019. **19**(2): p. 381.
22. Martínez-García, A., & Gómez, J., *Apple quality study using fringe projection and colorimetry techniques*. Optik, 2017. **147**: p. 401-413.
23. Honrado, C.P. and W.F. Larrabee Jr, *Update in three-dimensional imaging in facial plastic surgery*. Current opinion in otolaryngology & head and neck surgery, 2004. **12**(4): p. 327-331.
24. Toribio Ossio, G.R., *Desarrollo de herramienta de visualización para la reparación de piezas arqueológicas basado en su simetría*, in *Ciencias*. 2018, Pontificia Universidad Católica del Perú.
25. Donadio, E., et al., *Three-Dimensional (3D) modelling and optimization for multipurpose analysis and representation of ancient statues*. Latest Developments in Reality-Based 3D Surveying and Modelling, 2018: p. 95-118.
26. Stanco, F., S. Battiato, and G. Gallo, *Digital imaging for cultural heritage preservation: Analysis, restoration, and reconstruction of ancient artworks*. 2017: CRC press.
27. Levoy, M., et al. *The digital Michelangelo project: 3D scanning of large statues*. in *Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. 2000.

28. Gomes, L., O.R.P. Bellon, and L. Silva, *3D reconstruction methods for digital preservation of cultural heritage: A survey*. Pattern Recognition Letters, 2014. **50**: p. 3-14.
29. Zuo, C., et al., *Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: A review*. Optics and lasers in engineering, 2018. **109**: p. 23-59.
30. Lira, A., *Reconstrucción 3D usando un enfoque basado en imágenes de piezas arqueológicas incompletas: una revisión literaria*, in *Ciencias*. 2020, Pontificia Universidad Católica del Perú.
31. Zvietcovich, F., et al., *A novel method for estimating the complete 3D shape of pottery with axial symmetry from single potsherds based on principal component analysis*. Digital applications in archaeology and cultural heritage, 2016. **3**(2): p. 42-54.
32. Zhang, Z., C.E. Towers, and D.P. Towers. *Shape and colour measurement of colourful objects by fringe projection*. in *Interferometry XIV: Techniques and Analysis*. 2008. SPIE.
33. Towers, C.E., D.P. Towers, and J.D. Jones, *Optimum frequency selection in multifrequency interferometry*. Optics letters, 2003. **28**(11): p. 887-889.
34. Towers, C., D. Towers, and J. Jones, *Absolute fringe order calculation using optimised multi-frequency selection in full-field profilometry*. Optics and Lasers in Engineering, 2005. **43**(7): p. 788-800.
35. Zhang, Z., C. Towers, and D. Towers, *Compensating lateral chromatic aberration of a colour fringe projection system for shape metrology*. Optics and lasers in engineering, 2010. **48**(2): p. 159-165.

36. Zhang, Z., Towers, C. E., & Towers, D. P., *Robust color and shape measurement of full color artifacts by RGB fringe projection*. *Optical Engineering*, 2012. **51**(2): p. 021109.
37. Zhang, S. and S.-T. Yau, *Simultaneous three-dimensional geometry and color texture acquisition using a single color camera*. *Optical Engineering*, 2008. **47**(12): p. 123604-123604-8.
38. Chen, L.C., Nguyen, X. L., Zhang, F. H., & Lin, T. Y. , *High-speed Fourier transform profilometry for reconstructing objects having arbitrary surface colours*. *Journal of Optics*, 2010. **12**(9): p. 095502.
39. Wongjarern, J., et al., *Non-phase-shifting Fourier transform profilometry using single grating pattern and object image*. *Optik*, 2016. **127**(19): p. 7565-7571.
40. Liu, Y., Fu, Y., Zhou, P., Zhuan, Y., Zhong, K., & Guan, B., *A real-time 3D shape measurement with color texture using a monochromatic camera*. *Optics Communications*, 2020. **474**: p. 126088.
41. Malacara, D., *The Nature of Color*, in *Color vision and colorimetry: theory and applications*. 2011, January, SPIE. p. 1.
42. Erdogan, K., & Yilmaz, N. *Shifting colors to overcome not realizing objects problem due to color vision deficiency*. in *Second Intl. Conf. on Advances in Computing, Electronics and Electrical Technology-CEET*. 2014.
43. Vilchez-Rojas, H.L., J.A. Rayas, and A. Martínez-García, *Use of white light profiles for the contouring of objects*. *Optics and Lasers in Engineering*, 2020. **134**: p. 106295.
44. Chen, L.C., & Tien, I. T. *Design and characterization of band-pass filters in Fourier Transform Profilometry for accurate 3-D surface measurement*. in *2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology*. 2012. IEEE.

45. Kong, X., et al., *Cross-shaped Hanning filter used in Fourier transform profilometry for accurate 3-D shape retrieval*. Journal of Modern Optics, 2021. **68**(17): p. 936-944.
46. Widjaja, J., et al., *Handheld pocket-size Fourier transform profilometry using projector-enabled smartphone*. The Imaging Science Journal, 2020. **68**(2): p. 69-75.
47. Gåsvik, K.J., *Fringe Analysis*, in *Optical metrology*. 2003, John Wiley & Sons.
48. Servin, M., Quiroga, J. A., & Padilla, M., *Appendix A List of Linear Phase-Shifting Algorithms (PSAs)*, in *Fringe pattern analysis for optical metrology: theory, algorithms, and applications*. 2014, John Wiley & Sons.
49. Choque, J., *Determinación de la topografía superficial de películas delgadas de TiO₂ y SiC mediante interferometría tipo Michelson*, in *Ciencias*. 2016, Pontificia Universidad Católica del Perú.
50. Su, X. and W. Chen, *Fourier transform profilometry:: a review*. Optics and lasers in Engineering, 2001. **35**(5): p. 263-284.
51. Ghiglia, D.C., & Romero, L. A., *Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods*. JOSA A, 1994. **11**(1): p. 107-117.
52. Martinez-Carranza, J., Falaggis, K., & Kozacki, T., *Fast and accurate phase-unwrapping algorithm based on the transport of intensity equation*. Applied Optics, 2017. **56**(25): p. 7079-7088.
53. Zuo, C., et al., *Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review*. Optics and lasers in engineering, 2016. **85**: p. 84-103.

54. Wang, Z., D.A. Nguyen, and J.C. Barnes, *Some practical considerations in fringe projection profilometry*. *Optics and Lasers in Engineering*, 2010. **48**(2): p. 218-225.
55. Martínez, A., et al., *Iterative estimation of the topography measurement by fringe-projection method with divergent illumination by considering the pitch variation along the x and z directions*. *Optics and lasers in engineering*, 2010. **48**(9): p. 877-881.
56. Feng, S., Zuo, C., Zhang, L., Tao, T., Hu, Y., Yin, W., ... & Chen, Q., *Calibration of fringe projection profilometry: A comparative review*. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021. **143**: p. 106622.
57. Jia, P., Kofman, J., & English, C. E. , *Comparison of linear and nonlinear calibration methods for phase-measuring profilometry*. *Optical Engineering*, 2007. **46**(4): p. 043601.
58. Wen, Y., et al., *Least-squares calibration method based on a universal phase and height mapping formula in Fourier transform profilometry*. *Measurement Science and Technology*, 2011. **22**(10): p. 105303.
59. Ri, S., Fujigaki, M., & Morimoto, Y., *360-deg profilometry of 3-D object by multi-reference-planes method*. *Key Engineering Materials*, 2004. **270**: p. 736-743.
60. Douskos, V., Kalisperakis, I., & Karras, G. *Automatic calibration of digital cameras using planar chess-board patterns*. in *8th Conference on Optical*. 2007.
61. Torrontegi, U.M., *Reconstrucción densa de modelos tridimensionales utilizando vision artificial*, in *Ciencias*. 2010, Universidad del País Vasco.
62. Zhang, Z., *A flexible new technique for camera calibration*. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2000. **22**(11): p. 1330-1334.

63. Heikkila, J. and O. Silvén. *A four-step camera calibration procedure with implicit image correction.* in *Proceedings of IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition.* 1997. IEEE.
64. Lei, S. and S. Zhang, *Flexible 3-D shape measurement using projector defocusing.* *Optics letters*, 2009. **34**(20): p. 3080-3082.



ANEXOS

ANEXO A. PROGRAMAS Y FUNCIONES EN MATLAB

A1. Programa *color_calibration.m*

```
clc; close all; clear;
%
load('fringes_calibration_data.mat','RowCol','Nx','Ny');
PC = register_projected_constant_profile(RowCol,['R','G','B']/255;
%%
figure,imagesc(PC(:,:,1)),colormap gray;
% save color_calibration_data.mat PC;
%%
a1 = mean(mean(PC(080:150,380:420,1)));
a2 = mean(mean(PC(080:150,380:420,2)));
a3 = mean(mean(PC(080:150,380:420,3)));
%
b1 = mean(mean(PC(900:940,380:420,1)));
b2 = mean(mean(PC(900:940,380:420,2)));
b3 = mean(mean(PC(900:940,380:420,3)));
%
c1 = mean(mean(PC(600:640,380:420,1)));
c2 = mean(mean(PC(600:640,380:420,2)));
c3 = mean(mean(PC(600:640,380:420,3)));
%
% TP = C -> T = C*inv(P) = C/P;
P = [a1 b1 c1;...
     a2 b2 c2;...
     a3 b3 c3];
C = lab2rgb([52.63 +30.44 +14.20; ...
            51.51 -21.48 +13.87; ...
            53.60 -01.30 -33.78],'ColorSpace','adobe-rgb-1998');
T = C/P;
%
BP = zeros(Ny,Nx,3);
BP(:,:,1) = T(1,1)*PC(:,:,1) + T(1,2)*PC(:,:,2) + T(1,3)*PC(:,:,3);
BP(:,:,2) = T(2,1)*PC(:,:,1) + T(2,2)*PC(:,:,2) + T(2,3)*PC(:,:,3);
BP(:,:,3) = T(3,1)*PC(:,:,1) + T(3,2)*PC(:,:,2) + T(3,3)*PC(:,:,3);
BP(BP < 0) = 0; BP(BP > 1) = 1;
figure,imagesc(BP),pbaspect([Nx/Ny 1 1]);
% save('color_calibration_data.mat','BP','T','-append');
```

A2. Función *register_projected_constant_profile.m*

```
function im = register_projected_constant_profile(RowCol,colors)
% Function for registering with constant profile.
% im = register_with_constant_profile(RowCol,colors)
% Input "RowCol" is an array of 2 elements
% Input "colors" decides the array with colormaps
```

```

% Output "im" is a 3D matrix
%
load camera_calibration_data.mat;
%
vid = videoinput('winvideo',1,'RGB32_1280x1024');
vid.FramesPerTrigger = 1;
vid.ReturnedColorspace = 'grayscale';
vid.ROIPosition = [0 0 Nx Ny];
src = getselectedsource(vid);
src.BrightnessMode = 'manual';
src.Brightness = 63;
src.ContrastMode = 'manual';
src.Contrast = 20;
src.GainMode = 'manual';
src.Gain = 20;
%
% Two screens should be separated.
% Get second screen's position
MP = get(0,'MonitorPositions');
newPosition = MP(1,:);
newPosition(1) = newPosition(1) + MP(2,1);
%
N = numel(colors);
im = ones(Ny,Nx,N);
%
for k = 1:N
    % Colormap
    switch colors(k)
        case 'W'
            myMap = repmat(linspace(0,1,100).',1,3);
        case 'R'
            myMap = zeros(100,3); myMap(:,1) = linspace(0,1,100).';
        case 'G'
            myMap = zeros(100,3); myMap(:,2) = linspace(0,1,100).';
        case 'B'
            myMap = zeros(100,3); myMap(:,3) = linspace(0,1,100).';
        case 'Y'
            myMap = ones(100,3); myMap(:,3) = 0*myMap(:,3);
        case 'C'
            myMap = ones(100,3); myMap(:,1) = 0*myMap(:,1);
        case 'M'
            myMap = ones(100,3); myMap(:,2) = 0*myMap(:,2);
    end
    sample = ones(RowCol); sample(end) = 0;
    fh = figure();
    imagesc(sample),colormap(myMap),axis off;
    fh.set('Position',newPosition,'units','normalized');
    % fh.WindowState = 'fullscreen';
    fh.MenuBar = 'none';
    set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
end

```

```

set(gcf,'color','none');
%
preview(vid);
pause(1.5); start(vid); stoppreview(vid);
img = getdata(vid); img = rot90(img,2); img = img(:,end:-1:1);
im(:,:,k) = undistortImage(img,cameraParams);
fp = figure();
imagesc(img),colormap(myMap),pbaspect([Nx/Ny 1 1]);colorbar;
title(['Figura ',num2str(k),' de ',num2str(N)]);
xlabel('Columna (píxel)'); ylabel('Fila (píxel)');
pause(0.5);
close(fp);
%
close(fh); clear sample myMap fh fp img;
end
%
closepreview;
imaqreset;
%
End

```

A3. Programa *fringes_calibration.m*

```

% PASO 1:

% Limpiar antes de empezar:
clc; clear; close all;

% Proyectar solo un patrón de franjas:
RowCol = [1000,1000]; % Dimensiones de la matriz 2D: 1000 X 1000 elementos
period = 12; % Período en elementos
s1 = 0.00*pi; % Desfase adicional para que la fase envuelta sea impar
tilt = -0.9; % Inclinación para que las franjas sean verticales respecto al eje Y del
sensor
project_sinusoidal_fringes(RowCol,period,s1,tilt,1);
% save fringes_calibration.mat RowCol period s1 tilt;
%%
% PASO 2:

% Franjas sobre la superficie de referencia
pO = 0.8; % Período (cm) en el espacio objeto.
N = 16; % Número de pasos.

% Registrar franjas con "N" pasos en la superficie plana de referencia inicial:
% Escala monocromática es la de grises.
PW = register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,period,s1,tilt,N,'BW');

% Cargar datos de la calibración de la cámara:
% Solo interesa el tamaño del sensor de imagen: Ny X Nx
load('camera_calibration_data.mat','Nx','Ny');

```

```

% Espectro de Fourier con varios armónicos atenuados:
JP = zeros(Ny,Nx);
for m = 1:N
    JP = JP + exp(2i*pi*(m-1)/N)*PW(:,m);
end
SP = fftshift(fft2(JP));

% Posición de la frecuencia central:
Col0 = 0.5*Nx + 1; Row0 = 0.5*Ny + 1;

% Limitar el lóbulo derecho:
[~,P] = max(abs(SP(:))); [F,C,~] = ind2sub([Ny,Nx],P); df = abs(C - Col0);
fx = abs(C - Col0)/Nx;
fy = abs(F - Row0)/Ny;
% Período de las franjas en el espacio imagen:
pI = 1/sqrt(fx^2+fy^2);
disp(['pI = ',num2str(pI),' pixels']);

% Generar filtro espectral:
MaskS = generate_filter([Ny,Nx],[F,C],[6*df,2*df],'blackman');
% Señal analítica:
JP = ifft2(fftshift(SP.*MaskS));
% Ángulo del plano de referencia envuelto:
phP = angle(JP);
% save('fringes_calibration_data.mat','pO','N','PW','pI','F','C','df','phP','MaskS','-
append');
%%
% PASO 3:

% Número de longitudes de ondas sintéticas y valores:
Q = 6;
pq = [12,24,48,100,200,360];
% Desfase adicional (radianes) para que la fase sea impar:
sq = ([0.58,0.29,0.14,0.39,0.18,1.89])*pi;
% Infomación de las fases de referencia en matriz 4D:
PWq = zeros(Ny,Nx,N,Q);
kP = zeros(Ny,Nx,Q-1); % Orden de las franjas
JPq = zeros(Ny,Nx,Q); % Señales analíticas
phPq = zeros(Ny,Nx,Q); % Fases demoduladas
%%
% Comprobar si una fase es impar:
qq = 3; % El índice y el desfase adicional se deben modificar manualmente.
PWqq = register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,pq(qq),sq(qq),tilt,N,'BW');
JPqq = zeros(Ny,Nx);
for n = 1:N
    JPqq = JPqq + exp(2i*pi*(n-1)/N)*PWqq(:,n);
end
phqq = angle(JPqq);
figure, plot(phqq(Ny/2+1,:),'Color','Blue'); axis([1 Nx -pi +pi]);

```

```

xlabel('x (píxel)','FontSize',12,'FontName','Cambria','Color','k');
ylabel('fase (rad)','FontSize',12,'FontName','Cambria','Color','k');
hold on;
    line([1 Nx],[0 0],'Color','Red');
    line([1+Nx/2 1+Nx/2],[-pi +pi],'Color','Red');
hold off;
%%
% Algoritmo de desenvolvimiento temporal:
% Los grupos de franjas con "Q" longitudes de onda se proyectan en el plano de
referencia:
for q = Q:-1:1
    % Registro de patrones con longitud de ondas "pq(q)" y pasos "N":
    PWq(:,:,q) =
register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,pq(q),sq(q),tilt,N,'BW');
    for n = 1:N
        JPq(:,:,q) = JPq(:,:,q) + exp(2i*pi*(n-1)/N)*PWq(:,:,n,q);
    end
    % Solo la longitud de onda mínima necesita el filtraje espectral
    if q == 1
        JPaux = fftshift(fft2(JPq(:,:,q)));
        JPq(:,:,q) = ifft2(fftshift(JPaux.*MaskS));
    end
    phPq(:,:,q) = angle(JPq(:,:,q));
    if q ~= Q
        % Orden de franjas para las fases envueltas:
        kP(:,:,q) = round(((pq(q+1)/pq(q))*phPq(:,:,q+1) - phPq(:,:,q))/2/pi);
        phPq(:,:,q) = phPq(:,:,q) + 2*pi*kP(:,:,q);
    end
end
clear JPq kP q;
% save('fringes_calibration_data.mat','Q','pq','sq','PWq','phPq','-append');
%%
% PASO 4:

% Calibración para la conversión fase-altura:
M = 25;          % Número de desplazamientos
dh = 0.2;       % Desplazamiento continuo (cm)
h = (0:M-1)*dh; % Desplazamientos de la superficie plana
Ph = zeros(Ny,Nx,M); % Matriz 3D con la información de las fases
Ph(:,:,1) = phP; % Igualar a variable previamente hallada
for m = 2:M
    % Registrar franjas con "N" pasos en la superficie plana desplazada:
    % Escala monocromática es la de grises.
    disp(['Medición ',num2str(m),'\n']);
    PWm = register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,period,s1,tilt,N,'BW');
    JPM = zeros(Ny,Nx);
    for n = 1:N
        JPM = JPM + exp(2i*pi*(n-1)/N)*PWm(:,:,n);
    end
    SPM = fftshift(fft2(JPM));

```

```

[~,Pm] = max(abs(SPm(:))); [Fm,Cm,~] = ind2sub([Ny,Nx],Pm);
dfm = abs(Col0 - Cm);
MaskSm = generate_filter([Ny,Nx],[Fm,Cm],[6*dfm,2*dfm],'blackman');
    % Fase (envuelta) de la superficie de referencia desplazada:
Ph(:,:,m) = angle(iff2(fftshift(MaskSm.*SPm)));
clear PwM JpM n SPm Pm Fm Cm dfm MaskSm;
    % Se presiona una tecla para continuar.
disp('Press any key to continue. '); pause;
end
%%
% PASO 5:

% Ph0 = Ph;
dPh = Ph(:,:,1:end) - repmat(Ph(:,:,1),1,1,M);
% Para cada píxel (x,y) = (k,j):
for j = 1:Ny
    for k = 1:Nx
        linePh = reshape(dPh(j,k,1:M),1,M);
            % Desenvolver espacialmente en una dimensión:
        linePh = unwrap(linePh);
        dPh(j,k,1:M) = reshape(linePh,1,1,M);
        clear linePh;
    end
end
clear j k;
% save('fringes_calibration_data.mat','dPh0','dPh','h','-append');

% Términos g(x,y):
g1 = zeros(Ny,Nx);
g2 = zeros(Ny,Nx);
g3 = zeros(Ny,Nx);
g4 = zeros(Ny,Nx);
g5 = zeros(Ny,Nx);
g6 = zeros(Ny,Nx);
for m = 1:M
    g1 = g1 + h(m)^2;
    g2 = g2 + dPh(:,:,m)*h(m)^2;
    g3 = g3 + dPh(:,:,m).^2*h(m)^2;
    g4 = g4 + dPh(:,:,m)*h(m);
    g5 = g5 + dPh(:,:,m).^2*h(m);
    g6 = g6 + dPh(:,:,m).^2;
end
% Parámetros K(x,y), A(x,y) y B(x,y):
K = g4./g6;
A = (g3.*g4-g2.*g5)./(g1.*g3-g2.^2);
B = (g1.*g5-g2.*g4)./(g1.*g3-g2.^2);
clear num den g1 g2 g3 g4 g5 g6 m;
% save('fringes_calibration_data.mat','A','B','K','-append');
%%
% Forma 3D de K(x,y):

```

```

figure, mesh(K), axis tight;
xlabel('x (píxel)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('y (píxel)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
zlabel('K (cm rad^{-1})', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
% Forma 3D de A(x,y):
figure, mesh(A), axis tight;
xlabel('x (píxel)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('y (píxel)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
zlabel('A (cm^{-1})', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
% Forma 3D de B(x,y):
figure, mesh(B), axis tight;
xlabel('x (píxel)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('y (píxel)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
zlabel('B (cm^{-1} rad^{-1})', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
%%
% Mostrar gráfico altura vs fase desenvuelta para un píxel (x,y):
x = round(Nx*rand());
y = round(Ny*rand());
yn = h(1:M);
xn = reshape(dPh(y,x,1:M),1,M);
figure, plot(xn, yn), axis tight;
title(['Fila = ', num2str(y), ', Columna = ', num2str(x)], 'FontSize', 12, ...
    'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k')
xlabel('Fase (rad)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('Altura (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
%%
% Mostrar gráficos altura vs fase desenvuelta para un píxel (x,y) y junto a las curvas
estimadas:
y = round(Ny*rand());
x = round(Nx*rand());
d = dPh(y,x,:); d = d(:); h = h(:);
%
dPhn = min(d):0.1:max(d);
hn0 = linspace(min(h),max(h),numel(dPhn));
hn1 = K(y,x)*dPhn;
hn2 = dPhn./(A(y,x) + B(y,x)*dPhn);
%
figure, plot(dPhn, hn0, '+-r'), axis([min(d) max(d) min(h) max(h)]);
xlabel('Fase (rad)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('Altura (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
title(['Fila = ', num2str(y), ', Columna = ', num2str(x)], 'FontSize', 12, ...
    'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k')
hold on
plot(dPhn, hn1, 'g'), axis tight;
plot(dPhn, hn2, 'b'), axis tight;
legend('Mediciones', 'Lineal', 'Inversa lineal');
hold off

```

A4. Función *project_sinusoidal_fringes.m*

```
function project_sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,N)
% Función para proyectar franjas sinusoidales.
% project_sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,N)
% Entrada "RowCol" indica el número de filas y columnas en un arreglo 1x2.
% Entrada "period" es el período de las franjas en elementos.
% Entrada "s" es el desfase adicional (radianes).
% Entrada "tilt" es la inclinación de las franjas (grados sexagesimales).
% Entrada "N" es el número de pasos de fase.
% No hay variables de salida.

% Dos pantallas deben estar separadas.
% Obtener posición de la segunda pantalla ("proyección"):
MP = get(0,'MonitorPositions');
newPosition = MP(1,:);
newPosition(1) = newPosition(1)+MP(2,1);

% Mapa de colores: escala de grises
myMap = repmat(linspace(0,1,100).',1,3);

% Paso constante:
dph = period/N;

% Proyectar cada patrón:
for k = 1:N
    % Generar franjas sinusoidales digitales:
    sample = sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,(k-1)*dph);
    % Editar figura a mostrar en la segunda pantalla:
    fh = figure();
    imagesc(sample),colormap(myMap),axis off; % sin ejes
    fh.set('Position',newPosition,'units','normalized');
    % fh.WindowState = 'fullscreen';
    fh.MenuBar = 'none';
    set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
    set(gcf,'color','none');
    % Se muestran uno por uno.
    disp('Press any key to continue. '); pause;
    close all; clear sample fh;
end

disp('The end. ');
% Fin de función.
End
```

A5. Función *sinusoidal_fringes.m*

```
function sample = sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,dph)
% Función para generar franjas sinusoidales digitales.
% sample = sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,dph)
```

```

% Entrada "RowCol" indica el número de filas y columnas en un arreglo 1x2.
% Entrada "period" es el período de las franjas en elementos.
% Entrada "s" es el desfase adicional (radianes).
% Entrada "tilt" es la inclinación de las franjas (grados sexagesimales).
% Entrada "dph" es el paso de fase (unidades en elementos del arreglo).
% Salida "sample" es matriz 2D.

```

```

% Dimensiones:
y = 1:RowCol(1);
x = 1:RowCol(2);

```

```

% Generar:
tilt = tilt*pi/180;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
sample = 0.5 + 0.5*cos(2*pi*X*cos(tilt)/period - ...
    2*pi*Y*sin(tilt)/period + 2*pi*dph/period + s);
% Fin de función.
end

```

A6. Función *register_projected_sinusoidal_fringes.m*

```

function im = register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,N,color)
% Función para registrar franjas sinusoidales en una superficie 3D.
% im = Register_Pattern(RowCol,period,s,tilt,N,color,form)
% Entrada "RowCol" indica el número de filas y columnas en un arreglo 1x2.
% Entrada "period" es el período de las franjas en elementos.
% Entrada "s" es el desfase adicional (radianes).
% Entrada "tilt" es la inclinación de las franjas (grados sexagesimales).
% Entrada "N" es el número de pasos de fase.
% Entrada "color" decide el mapa de colores.
% Salida "im" es una matriz 3D.

```

```

% Cargar datos de la calibración de la cámara:
load('camera_calibration_data.mat');

```

```

% Definir propiedades para el registro de patrones:
vid = videoinput('winvideo',1,'RGB32_1280x1024');
vid.FramesPerTrigger = 1;
vid.ReturnedColorspace = 'grayscale';
vid.ROIPosition = [0 0 Nx Ny];
src = getselectedsource(vid);
src.BrightnessMode = 'manual';
src.Brightness = 63;
src.ContrastMode = 'manual';
src.Contrast = 20;
src.GainMode = 'manual';
src.Gain = 20;

```

```

% Dos pantallas deben estar separadas.
% Obtener posición de la segunda pantalla ("proyección"):

```

```

MP = get(0,'MonitorPositions');
newPosition = MP(1,:);
newPosition(1) = newPosition(1) + MP(2,1);

% Paso constante:
dph = period/N;

% Mapa de colores:
switch color
    % Blanco y negro
    case 'BW'
        myMap = repmat(linspace(0,1,100).',1,3);
    % Rojo y negro
    case 'BR'
        myMap = zeros(100,3); myMap(:,1) = linspace(0,1,100).';
    % Verde y negro
    case 'BG'
        myMap = zeros(100,3); myMap(:,2) = linspace(0,1,100).';
    % Azul y negro
    case 'BB'
        myMap = zeros(100,3); myMap(:,3) = linspace(0,1,100).';
end

% Dimensiones del grupo de imágenes registradas:
im = ones(Ny,Nx,N);

% Proyectar cada luz estructurada y registrar:
for k = 1:N
    % Generar franjas sinusoidales digitales:
    sample = sinusoidal_fringes(RowCol,period,s,tilt,(k-1)*dph);
    % Editar figura a mostrar en la segunda pantalla:
    fh = figure();
    imagesc(sample),colormap(myMap),axis off;
    fh.set('Position',newPosition,'units','normalized');
    % fh.WindowState = 'fullscreen';
    fh.MenuBar = 'none';
    set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
    set(gcf,'color','none');
    % Pausa de 2.5 segundos antes de registrar la imagen:
    preview(vid);
    pause(2.5); start(vid); stoppreview(vid);
    img = getdata(vid); img = rot90(img,2); img = img(:,end:-1:1);
    % Corregir distorsión:
    im(:,:,k) = undistortImage(img,cameraParams);
    % Mostrar en primera pantalla la imagen registrada:
    fp = figure();
    imagesc(im(:,:,k)),colormap(myMap),pbaspect([Nx/Ny 1 1]);colorbar;
    title(['Figura ',num2str(k),' de ',num2str(N)]);
    xlabel('Columna (píxel)'); ylabel('Fila (píxel)');
    % Pausa antes de continuar con el siguiente paso:

```

```

    pause(0.5);
        % Cerrar imágenes en las dos pantallas:
    close(fp);close(fh); clear sample fh fp img;
end

% Cerrar vista previa y herramienta para controlar la cámara:
closepreview;
imaqreset;
% Fin de función.
end

```

A7. Función *generate_filter.m*

```

function Mask = generate_filter(SizeSpect,RowCol,FiltDim,form)
% Función para generar filtro:
% Mask = generate_filter(SizeSpect,RowCol,FiltDim,form)
% Entrada "SizeSpect" indica el tamaño de la matriz con el filtro.
% Entrada "RowCol" señala la ubicación del centro de la ventana.
% Entrada "FiltDim" indica el tamaño de la ventana en un arreglo 1x2.
% Entrada "form" selecciona el caso: "rectangular, elliptic, hann or blackman".
% Salida "Mask" es el filtro generado.

% Dimensiones:
row = SizeSpect(1);
col = SizeSpect(2);

% Centro de la ventana:
y0 = RowCol(1);
x0 = RowCol(2);

% Mitad de las dimensiones de la ventana:
% Lado vertical: y0 +/- R
% Lado horizontal: x0 +/- C
R = 0.5*FiltDim(1);
C = 0.5*FiltDim(2);

% Cambiar posibles mayúsculas a minúsculas:
form = lower(form);

% Generar filtro:
Mask = zeros(row,col);
x = 1:col; y = 1:row;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
switch form
    % Forma 1
    case 'rectangular'
        n = ((abs(Y-y0) <= R) & (abs(X-x0) <= C));
        Mask(n) = 1.00;
    % Forma 2
    case 'elliptic'

```

```

    n = (((Y-y0)/R).^2 + ((X-x0)/C).^2 <= 1.00);
    Mask(n) = 1.00;
% Forma 3
case 'hann'
    n = (((Y-y0)/R).^2 + ((X-x0)/C).^2 <= 1.00);
    r = sqrt(((Y(n)-y0)/R).^2+((X(n)-x0)/C).^2);
    Mask(n) = 0.50 + 0.50*cos(pi*r);
% Forma 4
case 'hamming'
    n = (((Y-y0)/R).^2 + ((X-x0)/C).^2 <= 1.00);
    r = sqrt(((Y(n)-y0)/R).^2+((X(n)-x0)/C).^2);
    Mask(n) = 0.54 + 0.46*cos(pi*r);
% Forma 5
case 'blackman'
    n = (((Y-y0)/R).^2 + ((X-x0)/C).^2 <= 1.00);
    r = sqrt(((Y(n)-y0)/R).^2+((X(n)-x0)/C).^2);
    Mask(n) = 0.42 + 0.50*cos(pi*r) + 0.08*cos(2*pi*r);
% No hay forma
otherwise
    error('No case found.');
```

end

% Fin de función.

end

A8. Programa *surface_reconstruction_with_color.m*

```

clc; close all; clear;
%
load('camera_calibration_data.mat');
load('fringes_calibration_data.mat');
load('color_calibration_data.mat','T');
%%
OC = register_projected_constant_profile(RowCol,['R','G','B']/255;
OM = register_projected_constant_profile(RowCol,'R');
GR = OM/max(OM(:));
%
BO = zeros(Ny,Nx,3);
BO(:, :, 1) = T(1,1)*OC(:, :, 1) + T(1,2)*OC(:, :, 2) + T(1,3)*OC(:, :, 3);
BO(:, :, 2) = T(2,1)*OC(:, :, 1) + T(2,2)*OC(:, :, 2) + T(2,3)*OC(:, :, 3);
BO(:, :, 3) = T(3,1)*OC(:, :, 1) + T(3,2)*OC(:, :, 2) + T(3,3)*OC(:, :, 3);
figure, imagesc(BO), pbaspect([Nx/Ny 1 1]);
%%
BW = imfill(BW,8,'holes');
BW = imopen(BW, strel('square',25)); % 25
figure, imagesc(BW), colormap gray, pbaspect([Nx/Ny 1 1]);
%%
% Información de las fases en matriz 4D:
OWq = zeros(Ny,Nx,number,Q);
kO = zeros(Ny,Nx,Q-1); % Orden de las franjas
```

```

JOq = zeros(Ny,Nx,Q); % Señales analíticas
phOq = zeros(Ny,Nx,Q); % Fases demoduladas

% Algoritmo de desenvolvimiento temporal:
for q = Q:-1:1
    % Registro de patrones con longitud de ondas "pq(q)" y pasos "N":
    OWq(:,:,q) =
register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,pq(q),sq(q),tilt,N,'BW');
    for n = 1:N
        JOq(:,:,q) = JOq(:,:,q) + exp(2i*pi*(n-1)/number)*OWq(:,:,n,q);
    end
    if q == 1
        SO1 = fftshift(fft2(JOq(:,:,q)));
        JOq(:,:,q) = ifft2(fftshift(SO1.*MaskS));
    end
    phPq(:,:,q) = angle(JOq(:,:,q));
    if q ~= Q
        % Orden de franjas para las fases envueltas:
        kO(:,:,q) = round(((pq(q+1)/pq(q))*phOq(:,:,q+1) - phOq(:,:,q))/2/pi);
        phOq(:,:,q) = phOq(:,:,q) + 2*pi*kO(:,:,q);
    end
end
end
% Forma de la superficie objeto respecto a la superficie de referencia:
ph = (phOq(:,:,1) - phPq(:,:,1)).*BW;
figure, mesh(ph), axis tight; colorbar; xlabel('Columna'); ylabel('Fila');
%%
x = (-0.5*Nx:+1:0.5*Nx-1)*pO/pI;
y = (0.5*Ny-1:-1:-0.5*Ny)*pO/pI;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z = ph./(A + B.*ph); Z(~BW) = nan;
figure, warp(X,Y,Z,BO), axis equal; set(gca,'XDir','reverse');
xlabel('x (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('y (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
zlabel('z (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
% save object_000.mat PW phP A B OC BO OW OM GR ph BW X Y Z;

```

A9. Función *rotation.m*

```

function [X,Y,Z] = rotation(Xold,Yold,Zold,u,p,th)
% Función para rotar una superficie 3D alrededor de una recta.
% [X,Y,Z] = rotation(Xold,Yold,Zold,u,th)
% Entrada "Xold", "Yold" y "Zold" son las coordenadas iniciales de la superficie 3D.
% Entrada "u" es el vector director de la recta de rotación.
% Entrada "p" es un punto de paso de la recta de rotación.
% Entrada "th" es el ángulo de rotación (grados sexagesimales).
% Salida "[X,Y,Z]" son las coordenadas finales de la superficie 3D.
%
R = zeros(3); % Matriz con los coeficientes de rotación
th = th*pi/180; % Cambiar a radianes
u = u/norm(u); % Normalizar vector director

```

```

    % Coeficientes:
    R(1,1) = cos(th) + (1 - cos(th))*u(1)^2;
    R(1,2) = (1 - cos(th))*u(1)*u(2) + sin(th)*u(3);
    R(1,3) = (1 - cos(th))*u(1)*u(3) - sin(th)*u(2);
    R(2,1) = (1 - cos(th))*u(1)*u(2) + sin(th)*u(3);
    R(2,2) = cos(th) + (1 - cos(th))*u(2)^2;
    R(2,3) = (1 - cos(th))*u(2)*u(3) + sin(th)*u(1);
    R(3,1) = (1 - cos(th))*u(1)*u(3) + sin(th)*u(2);
    R(3,2) = (1 - cos(th))*u(2)*u(3) - sin(th)*u(1);
    R(3,3) = cos(th) + (1 - cos(th))*u(3)^2;
    % Fijar referencia con el punto de paso:
    Xold = Xold - p(1); Yold = Yold - p(2); Zold = Zold - p(3);
    % Realizar rotación:
    X = R(1,1)*Xold + R(1,2)*Yold + R(1,3)*Zold + p(1);
    Y = R(2,1)*Xold + R(2,2)*Yold + R(2,3)*Zold + p(2);
    Z = R(3,1)*Xold + R(3,2)*Yold + R(3,3)*Zold + p(3);
%
end

```

A10. Programa *basic_surface_reconstruction_with_color.m*

```

clc; close all; clear;
%
load('camera_calibration_data.mat');
load('fringes_calibration_data.mat');
load('color_calibration_data.mat','T');
%%
OC = register_projected_constant_profile(RowCol,['R','G','B']/255;
OM = register_projected_constant_profile(RowCol,'R');
GR = OM/max(OM(:));
%
BO = zeros(Ny,Nx,3);
BO(:,:,1) = T(1,1)*OC(:,:,1) + T(1,2)*OC(:,:,2) + T(1,3)*OC(:,:,3);
BO(:,:,2) = T(2,1)*OC(:,:,1) + T(2,2)*OC(:,:,2) + T(2,3)*OC(:,:,3);
BO(:,:,3) = T(3,1)*OC(:,:,1) + T(3,2)*OC(:,:,2) + T(3,3)*OC(:,:,3);
figure,imagesc(BO),pbaspect([Nx/Ny 1 1]);
%%
BW = imfill(BW,8,'holes');
BW = imopen(BW,strel('square',25)); % 25
figure,imagesc(BW),colormap gray,pbaspect([Nx/Ny 1 1]);
%%
OW = register_projected_sinusoidal_fringes(RowCol,period,0,tilt,N,'BW');
%%
JO = zeros(Ny,Nx);
for n = 1:N
    JO = JO + exp(2i*pi*(n-1)/N)*OW(:,n);
end
SO = fftshift(fft2(JO));
JO = ifft2(fftshift(SO.*MaskS));
phO = angle(JO);

```

```

ph = (phO - phP).*BW;
figure, mesh(ph), axis tight; colorbar; xlabel('Columna'); ylabel('Fila');
%%
% Evaluación manual de los saltos de fase
ph(BW & ph < -2.0) = ph(BW & ph < -2.0) + 2*pi;
ph(BW & ph > +2.0) = ph(BW & ph > +2.0) - 2*pi;
BW([1:2, 1023:1024], :) = 0;
ph = ph.*BW;
figure, mesh(ph), axis tight; colorbar; xlabel('Columna'); ylabel('Fila');
% M = false(Ny, Nx); M(1:10, 600:700) = true; BW(ph > 1.6 & M) = 0;
% BW(ph > 7.0) = 0; BW(ph < 0.0) = 0;
%%
x = (-0.5*Nx:+1:0.5*Nx-1)*pO/pI;
y = (0.5*Ny-1:-1:-0.5*Ny)*pO/pI;
[X, Y] = meshgrid(x, y);
Z = ph./(A + B.*ph); Z(~BW) = nan;
figure, warp(X, Y, Z, BO), axis equal; set(gca, 'XDir', 'reverse');
xlabel('x (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('y (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
zlabel('z (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
% save object_000.mat PW phP A B OC BO OW OM GR ph BW X Y Z;

```

A11. Programa *complete_object.m*

```

clear; clc;
% Vectores direccionales de los ejes coordenados
vx = [1,0,0]; vy = [0,1,0]; vz = [0,0,1];
% Origen de coordenadas
p0 = [0,0,0];
load('object1_000.mat');
figure, warp(X, Y, Z, BO), axis equal; axis off; set(gca, 'XDir', 'reverse');
xlabel('x (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
ylabel('y (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
zlabel('z (cm)', 'FontSize', 12, 'FontName', 'Cambria', 'Color', 'k');
hold on
% Rotación principal de 90° alrededor del eje y
clear X Y Z BO; load('object1_090.mat');
[X, Y, Z] = surface_rotation(X, Y, Z, vx, p0, 001);
[X, Y, Z] = surface_rotation(X, Y, Z, vy, p0, 090);
X = X - 1.5; Z = Z - 2.5;
warp(X, Y, Z, BO);
% Rotación principal de 180° alrededor del eje y
clear X Y Z BO; load('object1_180.mat');
[X, Y, Z] = surface_rotation(X, Y, Z, vx, p0, 001);
[X, Y, Z] = surface_rotation(X, Y, Z, vy, p0, 180);
X = X + 1.0; Z = Z - 3.7;
warp(X, Y, Z, BO);
% Rotación principal de 270° alrededor del eje y
clear X Y Z BO; load('object1_270.mat');
[X, Y, Z] = surface_rotation(X, Y, Z, vx, p0, 001);

```

```

[X,Y,Z] = surface_rotation(X,Y,Z,vy,p0,270);
X = X + 2.2; Z = Z - 1.5;
warp(X,Y,Z,BO);
%
hold off

```

ANEXO B. EFECTO DEL FILTRO POLARIZADOR EN LA CALIBRACIÓN DEL COLOR

En la Figura 29, se muestran dos imágenes finales de la superficie para calibrar el color después de haber o no haber empleado respectivamente el filtro polarizador en la cámara. Para la Figura 29(a), se puede notar que el color del fondo, el cual debería ser negro, se desvía hacia el azul. En adición, el color blanco del tablero que separa los diferentes cuadrados de varios colores, se desvía hacia el azul en la superior y hacia el verde en la parte inferior. Por estos motivos, se decidió no usar el filtro polarizador en la cámara para la calibración del color.

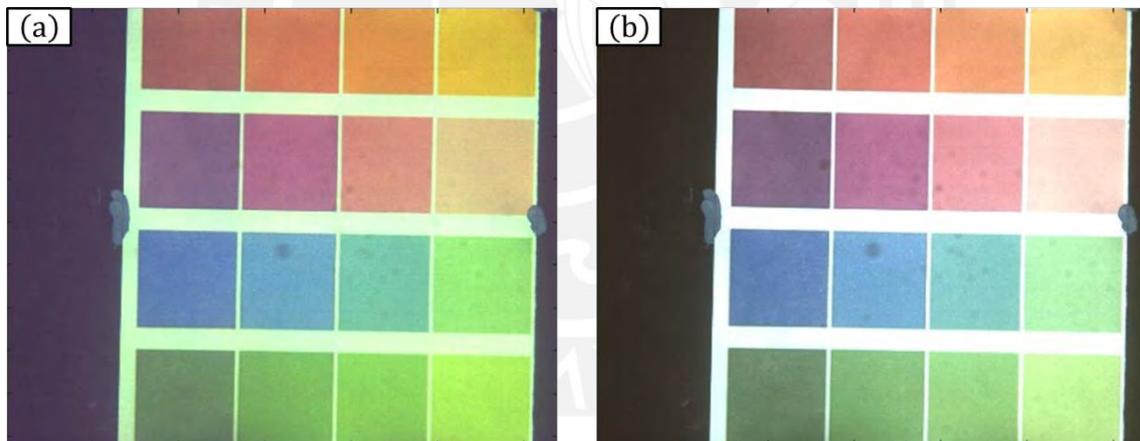


Figura 29. Imágenes del tablero de colores luego de la etapa de calibración del color (a) con filtro polarizador y (b) sin filtro polarizador.