

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DEL PERÚ**

**Escuela de Posgrado**



**Un estudio Etnomatemático de las Simetrías  
en los Diseños de Tejidos de Telar  
de la Comunidad Porcón, Cajamarca**

Tesis para obtener el grado de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas  
que presenta:

***Lucrecia Isabel Cieza Paredes***

Asesor:

***Uldarico Víctor Malaspina Jurado***

Lima, 2022

### Declaración jurada de autenticidad

Yo, Uldarico Malaspina Jurado, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada

**Un estudio Etnomatemático de las Simetrías en los Diseños de Tejidos de Telar de la Comunidad Porcón, Cajamarca,**


de la autora

**Lucrecia Isabel Cieza Paredes,**

dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 16%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 28/11/2022.
- He revisado con detalle dicho reporte y confirmo que cada una de las coincidencias detectadas no constituyen plagio alguno.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lima, 28 de noviembre del 2022

Apellidos y nombres del asesor: Malaspina Jurado, Uldarico Víctor	
DNI: 25506270	Firma: 
ORCID: 0000-0001-6410-6582	



*DEDICATORIA*

*A mis padres, Manuel y Floriza,  
por su amor en la formación de sus hijos*

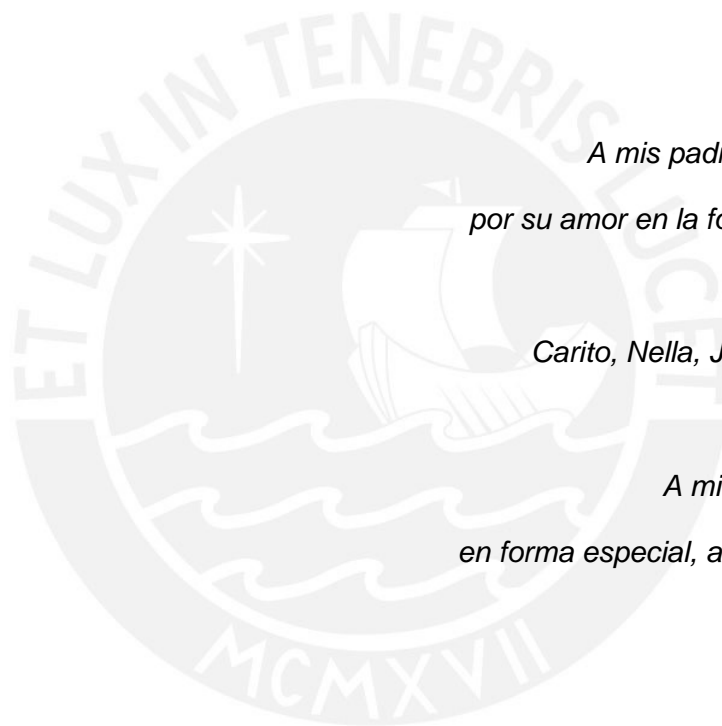
*A mis hijos*

*Carito, Nella, Julio, Claudia y Marco*

*A mi esposo Nelson*

*A mis hermanos y familia,  
en forma especial, a mi hermano Manuel.*

*A mis amigos*



## AGRADECIMIENTO

Mi gratitud y reconocimiento en forma muy especial, a mi asesor, doctor Uldarico Malaspina Jurado, profesor emérito de la Pontificia Universidad Católica del Perú, por la relevancia de sus orientaciones y porque a pesar de las dificultades de tiempo y otras, me dio ánimo para realizar este trabajo.

Agradezco al investigador matemático doctor Claudi Alsina Catalá, por sus importantes orientaciones; así como al divulgador científico, doctor Luis Balbuena Castellano, por el alcance de su trabajo de Lecciones de Geometría: "Geometría en los Calados Canarios".

A la doctora Cecilia Gaita Iparraguirre, directora de la Maestría en la Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú; y a la doctora Jesús Victoria Flores Salazar, docente en el departamento de Ciencias, sección Matemática, por el asesoramiento inicial y por sus pacientes observaciones acerca de la investigación propuesta.

Mi gratitud, a los profesores de la Maestría, quienes con su ejemplo nos inculcaron el afán investigador, entre ellos, al magíster en Matemáticas, Teódulo Verástegui Chuquillanqui.

Mi reconocimiento, a la doctora Cecilia Rivera Orams, magíster en Antropología, por su apoyo en el inicio de este trabajo y al doctor John Earls, por su atención y orientación brindadas. Igualmente, a la doctora Olga Chamorro, por las sugerencias sobre el proceso de realizar este estudio.

Al Instituto Nacional de Cultura, Cajamarca, INC: Dirección de Artesanía, DIRCETUR, en la persona de la señora Leonor Urteaga Alvarez (directora), Gladys Cabanillas Gálvez, (promotora artesanal). y en la Biblioteca INC, al Señor Alejandro Sánchez.

Al doctor Julio Sarmiento Gutierrez, por su guía en el contexto cultural de Cajamarca; al señor José Terrones Miranda (Director del Museo de Herramientas Andinas de la Universidad Nacional de Cajamarca), a la UGEL Cajamarca, en la Dirección Pedagógica señor Saúl Menacho Núñez y Martín Paisig; al sacerdote Alex Urbina Aliaga (representante del Obispado de Cajamarca) y al director del Colegio "Cristo Ramos", señor Carlos Esquén Plasencia; al profesor del colegio "Miguel Gonzáles Chávez" y guía de turismo en Granja Porcón, señor Pedro Chilón.

A la coordinadora de Matemática del Colegio de Porcón Alto, profesora Marina y al profesor de Arte, Francisco Chávez Marín, así como a los alumnos Alicia Huangal Chilón, Jaime Chilón Chilón y Miriam Gisella Infante Chilón.

A la coordinadora de Ciencias del Colegio de Porcón Bajo, Giovana Terán Arribasplata y



a la profesora de Matemática Roxana Pérez, también a los alumnos Rosa Angélica Chávez Carrasco, Erlita Quispe Chupimango, Nilver Terán Mendoza y Jonathan Waldir Infante Limas.

Al padre de familia de Apafa, del colegio de Porcón Alto, señor Valentín Donato Terán. A los tejedores, entre ellos, a Gaspar Chilón (Motivo 1), Néstor Tingal (Motivo 2), Santos Infante (Motivo Estrellas); María, Olga, Zenaida, Cristina, Pablo, Eusebia, Juana, Nativa, y pido disculpas a quienes se hayan sentido omitidos en este agradecimiento, pero ellos conocen el gran valor del apoyo que nos brindaron.

En forma especial mi agradecimiento por su apoyo a mi compañero de estudios de Maestría, Rolando Ruiz Carbajal.



## RESUMEN

La presente investigación se concibe al observar los diseños en los tejidos de telar de los pobladores de la zona rural Porcón, Cajamarca, los cuales evidencian habilidades artísticas y geométricas. Luego se refuerza comparando este innato arte matemático con los pobres resultados de conocimientos matemáticos según las pruebas a nivel internacionales (PISA) y nacional como las pruebas del Ministerio de Educación (Medición de la Calidad Educativa, otras).

Considerando al diseño como contexto extramatemático que puede favorecer la creación de modelos didácticos para la enseñanza de la Geometría, nuestro objetivo es identificar y clasificar las simetrías implícitas en los diseños de dichos tejidos, con una visión de su historia y descripción socio cultural, poniendo énfasis en la dimensión educacional para valorar su arte y su aspecto matemático no formal, mediante el aporte de la Educación Matemática.

La base teórica que apoya el estudio es la Etnomatemática, teoría propuesta por Ubiratán D'Ambrosio (1985), quien señala que esta disciplina es el estudio de las técnicas matemáticas utilizadas por grupos culturales identificados para entender, explicar y manejar problemas y actividades que nacen en su propio medio ambiente.

En la clasificación de diseños encontramos que un 85,71 % utiliza simetría vertical por forma y un 57,14 % simetría vertical por forma y color. Un 14,28 % de diseños consideran simetría respecto a un eje diagonal. Del mismo modo, en los frisos, un grupo equivalente al 44,44 % solamente presenta simetría vertical; otro representa 33,33 % simetría vertical, horizontal y central; un grupo solamente presenta simetría horizontal, constituyendo el 22,22 %.

Sobre la percepción de la simetría por los estudiantes, encontramos que tienen una percepción bilateral de la simetría (eje simétrico vertical), de 85,7% en forma intuitiva, basados solamente en su capacidad visual. Se observó que los estudiantes no tienen una percepción de simetría respecto a una diagonal.

Palabras clave: etnomatemática; simetría; educación matemática; tejidos de telar.

## SUMMARY

This research is conceived while observing the loom knitting of the people living in the rural zone of Porcón, Cajamarca, in Perú, which provide evidence of artistic and geometrical abilities; then it is strengthened when comparing this innate geometric art with the poor results in mathematics as demonstrated by the tests applied World Wide (PISA), as well as those applied by the Ministry of Education in Peru (Measurement of Educational Quality, et al).

Taking into consideration the design as extra-mathematical context, which may favor the creation of didactic models for the teaching of Geometry, our aim is to identify and classify the symmetries implicit in the design of that knitting, with a vision of its history and sociocultural description, placing emphasis on the educational dimension so as to value its art, and the no formal mathematical aspect by means of the contribution of Mathematical Education.

The theoretical findings which support this study is the Ethnomathematics Theory by Ubiratan D'Ambrosio (1985). He points out that Ethnomathematics is the study of the mathematical techniques used by cultural groups identified to understand, explain and work out problems and activities which are born within their own environment.

In the classification of the designs, we find that 85,7% use vertical symmetry by form(shape) and that 57,14% vertical symmetry by form(shape) and color. 14,28% of the designs consider symmetry respect a diagonal axis. The same way, in the friezes, one group equivalent to 44,44% presents only vertical symmetry; another 33,33% horizontal, central and vertical symmetry; one frieze only has horizontal symmetry with an 22,22 %.

About students' perception of symmetry, we find that they have a bilateral perception of the symmetry (vertical symmetric axis), 85,7% intuitively, based only on their visual capacity. It was observed that the students do not have a symmetry perception as regards a diagonal.

Key words: Ethnomathematics, Symmetry, Mathematical Education, Loom Knitting.

# ÍNDICE

<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	<b>IV</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>VI</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>VII</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I: EL PROBLEMA</b> .....	<b>4</b>
1.1. ANTECEDENTES.....	4
1.2. JUSTIFICACIÓN .....	8
1.3. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN Y OBJETIVOS.....	12
<b>CAPÍTULO II: SIMETRÍAS EN EL PLANO</b> .....	<b>14</b>
2.1. SIMETRÍA: ASPECTOS HISTÓRICOS.....	14
2.1.1. Prehistoria (2 500 000 a. C - 3 500 a. C.).....	14
2.1.2. Edad Antigua (3500 a. C. - 476 d. C.) .....	21
2.1.3. Edad Media (476 – 1492).....	34
2.1.4. Edad Moderna (1492 - 1789).....	38
2.1.5. Edad contemporánea (1789- nuestros días).....	39
2.2. SIMETRÍA: ASPECTOS EN NUESTRO ENTORNO.....	43
2.2.1. Algunos Casos de Simetrías.....	43
2.2.2. Simetría en el Arte.....	50
2.2.3. Simetría en las Artes Populares.....	54
2.3. SIMETRÍA: ASPECTOS MATEMÁTICOS .....	62
2.3.1. Antecedentes .....	63
2.3.2. Marco General: Transformaciones Geométricas .....	64
2.3.3. Isometrías .....	66
2.4. LA SIMETRÍA: OBJETO MATEMÁTICO DE NUESTRO ESTUDIO .....	74
2.4.1. Base Matemática .....	75
2.4.2. Base didáctica .....	82
<b>CAPÍTULO III: LA ETNOMATEMÁTICA</b> .....	<b>88</b>
3.1. CONCEPTOS PREVIOS.....	88
3.1.1. Cultura .....	88
3.1.2. Identidad cultural.....	91
3.1.3. Ciudadanía .....	91
3.1.4. Desarrollo.....	94
3.2. ETNOMATEMÁTICA: ENFOQUE DE NUESTRO ESTUDIO .....	95
3.2.1. Aspectos históricos y fundamentos.....	95
3.2.2. ¿Qué significa etnomatemática para la educación matemática? .....	97
3.2.3. Las dimensiones etnomatemáticas.....	104
3.3. METODOLOGÍA DE NUESTRO ESTUDIO .....	114
3.3.1. Elementos de la metodología.....	115
3.3.2. Procedimiento.....	120
3.3.3. Objetivos de la Etnomatemática.....	121

<b>CAPÍTULO IV: DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO REALIZADO .....</b>	<b>123</b>
4.1. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO CULTURAL .....	124
4.1.1. <i>Dimensión política e histórica</i> .....	128
4.1.1.1. <i>Regiones de Porcón</i> .....	131
4.1.1.2. <i>Poblados de Porcón</i> .....	133
4.1.1.3. <i>Un poco de historia: tras las huellas del tema</i> .....	135
4.1.2. <i>Dimensión conceptual: forma de vida</i> .....	150
4.1.3. <i>Dimensión epistemológica</i> .....	169
4.2. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO ARTESANAL .....	176
4.2.1. <i>Dimensión cognitiva</i> .....	176
4.2.2. <i>Inventario del tejido artesanal</i> .....	194
4.3. DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO EDUCATIVO .....	200
4.3.1. <i>Dimensión educacional</i> .....	205
<b>CAPÍTULO V: ESTUDIO DE LAS SIMETRÍAS EN EL CONTEXTO CULTURAL DE PORCÓN .....</b>	<b>208</b>
5.1. PRESENCIA DE LA SIMETRÍA EN LA CULTURA DE PORCÓN .....	208
5.1.1. <i>Simetrías en las cruces</i> .....	208
5.1.2. <i>Simetrías en las lápidas</i> .....	216
5.2. LA SIMETRÍA EN LOS TEJIDOS .....	217
5.2.1. <i>Las simetrías en algunos tejidos</i> .....	218
5.2.2. <i>La construcción de tejidos simétricos</i> .....	262
5.2.3. <i>Estudio comparado de las simetrías en los tejidos</i> .....	267
5.3. PERCEPCIÓN DE LAS SIMETRÍAS POR LOS ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA .....	272
5.3.1. <i>Fundamentos de la actividad</i> .....	273
5.3.2. <i>Descripción de la actividad</i> .....	275
5.4. MATERIAL DIDÁCTICO ELABORADO .....	304
5.4.1. <i>Fundamentación</i> .....	304
5.4.2. <i>El material</i> .....	307
<b>CAPÍTULO VI: ANÁLISIS Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>316</b>
6.1. DEL ESTUDIO ETNOMATEMÁTICO .....	316
6.2. DE LA PERCEPCIÓN DE ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO (2º) DE SECUNDARIA. PORCÓN, CAJAMARCA .....	324
6.3. DEL ESTUDIO MATEMÁTICO DE LOS DISEÑOS .....	326
6.4. CONSIDERACIONES FINALES .....	327
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>329</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>341</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>342</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Motivo, Frisos Y Mosaicos .....	7
Figura 2. Telares Gaspar Chilón (Kilómetro 16 De La Carretera Porcón-Cajamarca) .....	8
Figura 3. Bifaz O Hacha De Mano Del Paleolítico .....	15
Figura 4. Hacha De La Cultura Chavín. Paleolítico .....	16
Figura 5. Vestigios De Utensilios Chavín. Paleolítico .....	16
Figura 6. Supuesto Fetiche Neolítico .....	17
Figura 7. Tejido De La Cultura Chancay .....	18
Figura 8. Ídolo Placa De La Cueva De La Mora (Huelva, España) .....	18
Figura 9. Vaso De Cerámica Pintada. Susa (Iv Milenio A. C.) .....	19
Figura 10. Telar, Instrumentos De Tejido De La Cultura Chancay (Lima) .....	19
Figura 11. Representación De Un Tejido De La Época De Las Cavernas .....	20
Figura 12. Barco De Chipre .....	21
Figura 13. (A) Aguila Con Cabeza De León; (B) Fresco De Las Perdices En El Palacio De Cnosos (Creta); (C) Aguila Bicéfala (Chipre) .....	22
Figura 14. Dos Leones Defendiendo El Círculo Alado .....	22
Figura 15. Representación De Sagitario Por Al-Sufi .....	23
Figura 16. Figura Plana No Tiene Simetría Bilateral .....	24
Figura 17. Zócalo De Azulejos En Palacio De Comares (Granada) .....	25
Figura 18. Kylix, Siglo Vi A. C. Griego Con Su Bastón Y Joven En Su Manto .....	26
Figura 19. Penta, Pentágono Estrellado .....	28
Figura 20. Taza De Oro .....	29
Figura 21. Cubierta Del Libro “La Pena Máxima” .....	30
Figura 22. Hexagrama .....	30
Figura 23. Instrumentos De Tejido Ancón De Colección .....	31
Figura 24. Símbolos De La Fraternidad Masónica .....	33
Figura 25. Hombre – Microcosmos – Pentágono .....	35
Figura 26. Compás. Cosmovisión De Geómetras Medievales .....	36
Figura 27. Hombre Vitruviano .....	37
Figura 28. Leonardo Escribía Al Revés .....	37
Figura 29. Simetría Hexagonal En El Panal De Abejas .....	44
Figura 30. Mariposas El Neutrino, Monarca .....	44
Figura 31. (A) Mariposa Gaudí, (B) Mariposa Con Bolitas Y (C) Mariposa De La Abundancia .....	45
Figura 32. (A) Espejos En El Agua Y (B) Instante Eterno .....	45
Figura 33. Simetría En Las Letras .....	46
Figura 34. Percepción De La Simetría .....	47
Figura 35. Figura-Fondo .....	47
Figura 36. El Cristo De La Verónica .....	48
Figura 37. Símbolos Religiosos .....	49
Figura 38. Partitura .....	51
Figura 39. Iglesia La Sagrada Familia .....	53
Figura 40. “Intuición”, Escultura De John Robinson .....	53
Figura 41. Penélope Destejiendo Su Tela .....	56

Figura 42. <i>Telar Horizontal De Los Antiguos Egipcios</i> .....	56
Figura 43. <i>Telar Plano De 1300</i> .....	57
Figura 44. <i>Telar De Jacquard (1801)</i> .....	57
Figura 45. <i>Tejedor Al Telar (Vincent Van Gogh, 1884)</i> .....	58
Figura 46. <i>Alfombra Bereber</i> .....	58
Figura 47. <i>Telar Finlandés De 1749</i> .....	59
Figura 48. <i>Manto Paracas</i> .....	59
Figura 49. <i>Tejido Antiguo Cajamarca</i> .....	61
Figura 50. <i>Transformaciones Geométricas En El Plano</i> .....	66
Figura 51. <i>Simetría</i> .....	71
Figura 52. <i>Traslación</i> .....	71
Figura 53. <i>Rotación</i> .....	72
Figura 54. <i>Simetría Axial De Un Punto</i> .....	73
Figura 55. <i>Simetría Central</i> .....	73
Figura 56. <i>Simetría Con Deslizamiento</i> .....	74
Figura 57. <i>Transformación De Rectas En Rectas</i> .....	76
Figura 58. <i>Rectas Perpendiculares Se Transforman En Rectas Perpendiculares</i> .....	76
Figura 59. <i>Biyección Entre Rectas</i> .....	77
Figura 60. <i>Simetría Con Respecto A Un Punto</i> .....	78
Figura 61. <i>Simetría Respecto A Una Recta</i> .....	78
Figura 62. <i>Isometría De Puntos Al Mismo Lado De La Recta</i> .....	79
Figura 63. <i>Isometría De Puntos En Diferentes Lados De La Recta</i> .....	79
Figura 64. <i>Simetría Y Sentido</i> .....	80
Figura 65. <i>Composición De Simetría Y Traslación</i> .....	81
Figura 66. <i>Isometría, Dos Puntos Fijos Distintos</i> .....	81
Figura 67. <i>Diagrama De Flujo Para Analizar Un Friso</i> .....	87
Figura 68. <i>Cultura Y Elementos</i> .....	89
Figura 69. <i>Desarrollo</i> .....	95
Figura 70. <i>Primera Interpretación De Etnomatemática</i> .....	99
Figura 71. <i>Dimensión Cognitiva</i> .....	107
Figura 72. <i>Dimensión Epistemológica</i> .....	109
Figura 73. <i>Metodología Etnomatemática</i> .....	114
Figura 74. <i>Observación No Participante</i> .....	116
Figura 75. <i>Contextos Y Dimensiones</i> .....	123
Figura 76. <i>Ubicación Del Departamento Y Provincia De Cajamarca</i> .....	125
Figura 77. <i>Provincia De Cajamarca Y Distrito De Cajamarca</i> .....	126
Figura 78. <i>Rescate De Atahualpa (Cuadro De Camilo Blas)</i> .....	127
Figura 79. <i>Plaza De Armas De La Ciudad De Cajamarca</i> .....	127
Figura 80. <i>Porcón, “Lugar De Los Cerros”</i> .....	129
Figura 81. <i>Porcón</i> .....	129
Figura 82. <i>Región Quechua</i> .....	132
Figura 83. <i>Región Jalca De Porcón</i> .....	132
Figura 84. <i>Iglesia Y Escuela De Porcón Bajo Con Su Pileta Construida Por Ellos Mismos</i> .....	133
Figura 85. <i>Colegio De Porcón Alto En Plaza Y Arco De Porcón Alto</i> .....	134
Figura 86. <i>Grabado De Guaman Poma</i> .....	134

Figura 87. Grabado De Guaman Poma .....	135
Figura 88. Canal Cumbemayo .....	138
Figura 89. Cerámica Cajamarca .....	139
Figura 90. Ventanillas De Combayo .....	140
Figura 91. Trabajo De Los Obrajes.....	141
Figura 92. Isidora Moliendo Paico.....	146
Figura 93. “Jojjonada” En Comunidad .....	146
Figura 94. Negligencia En Alimentos Que Distribuía El Pronaa .....	147
Figura 95. Niños Fallecidos Por Intoxicación.....	147
Figura 96. Laguna Yanacocha.....	149
Figura 97. Cosecha De Papa.....	151
Figura 98. Madre E Hija. María A. Zamora Salazar Y Manuela Marín Salazar Hilando A Media Cuadra De Plaza De Armas, Cajamarca.....	151
Figura 99. Hilandera Eusebia Ishpilco Chilón.....	152
Figura 100. Hilanderas Por Los Caminos De Porcón Alto, Porcón Bajo Y Granja Porcón .....	152
Figura 101. Niña Hilando .....	153
Figura 102. Oleo Dino Ghirardo.....	153
Figura 103. Vivienda Rosario Ayay, Km 17 .....	154
Figura 104. Telar Juanita Zambrano Km 14 .....	154
Figura 105. Vestido De Rosario Y De Gaspar.....	155
Figura 106. Alforja En Vestimenta De Varones Alforja .....	156
Figura 107. Niño Con Su Alforja.....	156
Figura 108. Plato Con Diseño Del Dios Apo Catequil.....	158
Figura 109. Mensajes Bíblicos Camino A Granja Porcón.....	159
Figura 110. Carteles En Granja Porcón.....	160
Figura 111. Danza De Chunchos, Clarineros, Antara, Caja Y Quena, En Plaza De Armas .....	162
Figura 112. Fiesta De Las Cruces .....	163
Figura 113. Lápidas En Cementerio San Francisco, Porcón.....	164
Figura 114. Vivienda María J. Km . 14.....	164
Figura 115. Vivienda Olga. Km . 15.....	164
Figura 116. Iconos Cajamarquinos .....	166
Figura 117. Cruces Y Culturas.....	166
Figura 118. Cruz De Cajamarca .....	167
Figura 119. Chacana Y Capac Ñan .....	167
Figura 120. Acuarela Del Siglo Xviii. Mandada Hacer Por El Obispo Martínez Compañón .....	170
Figura 121. (A) Unku Inka, (B) Unku Nazca, (C) Unku Wari.....	172
Figura 122. Detalle De Vestimenta Incaica, Símbolo Meandro (Agua) En Tocapu.....	172
Figura 123. Minga En Casa De Maria Juana Y Pablo.....	173
Figura 124. Concepto De La Divinidad Cultura Chimú, Paracas, Dios Naylamp Lambayeque, Dios Catequil, Cajamarca.....	174
Figura 125. Diseños En Sus Tejidos.....	175
Figura 126 . Juana Tejedora De Granja Porcon Tejiendo Motivo 1 Andenes (Tierra). .....	177
Figura 127. Tejiendo Motivo Andenes .....	177
Figura 128. Tejiendo Motivo Andenes .....	179
Figura 129. Cartel Asociación Tejedores, Zenaida.....	180



Figura 130. <i>Casa Y Telar De Néstor Y María</i> .....	180
Figura 131. <i>Obras Asociación Collpa En Casa Gaspar</i> .....	181
Figura 132. <i>Díptico Del Taller De Gaspar</i> .....	182
Figura 133. <i>Clases En Casa De Gaspar</i> .....	182
Figura 134. <i>Olga Tejiendo Su Faja</i> .....	184
Figura 135. <i>Cosido De Bolsas. Granja Porcón (Minga)</i> .....	187
Figura 136. <i>Ovejas Para Trasquilar, Casa Zenaida</i> .....	187
Figura 137. <i>Trasquilada En Campo Ferial Cajamarca</i> .....	188
Figura 138. <i>El Guango En La Rueca</i> .....	189
Figura 139. <i>Tortero</i> .....	189
Figura 140. <i>Tintes Naturales. Granja Porcón E Hilos Teñidos En Casa Santos</i> .....	190
Figura 141. <i>Lugar Donde Pablo Tiñe Los Hilos En La Vivienda De María Juana</i> .....	191
Figura 142. <i>Zenaida Y María J. Urdiendo</i> .....	191
Figura 143. <i>Clases De Telar, Materiales E Instrumentos</i> .....	192
Figura 144. <i>Telar De Pedal: (A) Casa De Ma. Juana, (B) Casa De Cristina Y (C) Casa De María Z. Quien Nos Habla En Quechua</i> .....	192
Figura 145. <i>Partes De Un Telar De Callua</i> .....	193
Figura 146. <i>Herramientas Del Tejido</i> .....	194
Figura 147. <i>Motivo Antiguo Y Actual</i> .....	194
Figura 148. <i>Faja En El Museo Del Instituto Nacional De Cultura Cajamarca</i> .....	195
Figura 149. <i>A) Fajas Tejidas Por Olga, Apolinaria Y María. B) Fajas Tejidas Por Zenaida Y Rosalía</i> .....	195
Figura 150. <i>Cojines Tejidos Por Gaspar, Néstor</i> .....	196
Figura 151. <i>Alforjas, Estilos Y Diseños</i> .....	197
Figura 152. <i>Tapices En Gaspar Y Granja Porcón</i> .....	198
Figura 153. <i>Chales Tejidos "Estrellas" Santos Infante</i> .....	199
Figura 154. <i>Diseños De Frazadas Nativa</i> .....	199
Figura 155. <i>Preparando El Estandarte</i> .....	209
Figura 156. <i>Armazón Del Estandarte</i> .....	209
Figura 157. <i>Eje De Simetría Vertical Del Armazón</i> .....	210
Figura 158. <i>Una Construcción Del Vesica Piscis</i> .....	212
Figura 159. <i>Vesica Piscis 2</i> .....	213
Figura 160. <i>Vesica Piscis</i> .....	213
Figura 161. <i>Parábolas En Estandarte</i> .....	214
Figura 162. <i>Cruz Con Los Espejos Y Cuadros</i> .....	215
Figura 163. <i>Ejemplo De Esquema De Las Cruces</i> .....	216
Figura 164. <i>Simetría En Lápidas</i> .....	216
Figura 165. <i>(A) Tejido En Casa De María Z. (17 De Abril De 2012), (B) En Casa De Gaspar (Marzo De 2012), (C) En Casa De Cristina (1 De Marzo De 2012)</i> .....	218
Figura 166. <i>Leitmotiv</i> .....	219
Figura 167. <i>Cojín Cuadrado</i> .....	221
Figura 168. <i>Diseño 1 Y Módulo</i> .....	222
Figura 169. <i>Ejes Que Se Observan</i> .....	223
Figura 170. <i>Diseño 1 Y Espectro</i> .....	223
Figura 171. <i>Simetría Vertical Eje Y</i> .....	224
Figura 172. <i>Simetría Eje Y</i> .....	225

Figura 173. <i>Caso Particular De Igualdad De Números Triangulares</i> .....	229
Figura 174. <i>Cojin Cuadrado, Tejido Olas Del Mar</i> .....	230
Figura 175. <i>Flor De Tuyo</i> .....	242
Figura 176. <i>Prueba Néstor</i> .....	262
Figura 177. <i>Prueba Gáspar</i> .....	262
Figura 178. <i>Motivo 1, Tejedor Gaspar Chilón</i> .....	263
Figura 179. <i>Motivo 2, Tejedor Néstor Tingal</i> .....	264
Figura 180. <i>Motivo 3, Tejedora Olga Zambrano</i> .....	265
Figura 181. <i>Tejedor Santos Infante</i> .....	266
Figura 182. <i>Diseño Y Motivo En El Tejido De Santos Infante</i> .....	267
Figura 183. <i>Materiales De Vestir Con Patrones Geométricos</i> .....	267
Figura 184. <i>Tejido Antiguo Perú. Colección Gretzer, Fabric, North Coast, 1200-1400 Ethnologisches Museum De Berlín</i> .....	268
Figura 185. <i>Similitud Con Motivo 1 Tierra, Andenes, Cruz</i> .....	269
Figura 186. <i>Tocapo</i> .....	270
Figura 187. <i>Friso En Tapiz Granja Porcón</i> .....	271
Figura 188. <i>Friso En Casa De La Cultura Arica</i> .....	271
Figura 189. <i>“Tocapu” Pinturas. Investigación Acerca Del Cuadrado</i> .....	271
Figura 190. <i>Símbolo De Los Uros</i> .....	272
Figura 191. <i>Proceso De La Percepción</i> .....	272
Figura 192. <i>Estudiantes De 2° De Secundaria “Cristo Ramos”</i> .....	278
Figura 193. <i>Material Didáctico Motivo Tierra, Andenes</i> .....	307
Figura 194. <i>Rompecabeza Motivo 1</i> .....	307
Figura 195. <i>Motivo Olas Por Forma Y Por Forma Y Color</i> .....	309
Figura 196. <i>Ejemplo De Baldosas</i> .....	314
Figura 197. <i>Permutaciones De Douat</i> .....	314
Figura 198. <i>Actividades Geométricas A Realizar Con Las Figuras</i> .....	315

## LISTA DE TABLAS

TABLA 1. Propiedades de la transformación de una figura geométrica	65
TABLA 2. Clases de frisos	86
TABLA 3. Aportaciones matemáticas al ciudadano	93
TABLA 4. Directriz del proceso de investigación	118
TABLA 5. Aspectos de la observación. participantes: actores: edad, sexo, profesión, etc.	119
TABLA 6. Guía de entrevista	119
TABLA 7. Gasto público por estudiante en primaria e índice de ruralidad	201
TABLA 8. Tasa de analfabetismo cajamarca y nivel nacional (2007-2011)	202
TABLA 9. Estadísticas del Sector Educativo	204
TABLA 10. Pautas para el análisis matemático de los diseños estudiados	220
TABLA 11. Resumen de simetrías en los diseños seleccionados	241
TABLA 12. Resumen de Frisos en los diseños seleccionados	261
TABLA 13. Capacidades y conocimientos en relación a Transformaciones, planteados en el DCN 2009	

MINEDU	275
TABLA 14. Plan de aplicación de la guía de trabajo para alumnos de 2º Grado de Secundaria	276
TABLA 15. Alumnos de Segundo Grado Educación Secundaria, Porcón Bajo y Alto.	277
TABLA 16. Sobre el tejedor de Porcón Cajamarca	316
TABLA 17. Tejedores por edad y sexo	318
TABLA 19. Resumen de respuestas de alumnos en la guía	342



## INTRODUCCIÓN

Apreciando las labores artesanales de telares de los pobladores de Porcón, zona rural de Cajamarca, y observando los diferentes diseños que reproducen en sus obras, surgió el interés por desarrollar una investigación sobre la Simetría que se observa en ellos, desde la Didáctica de las Matemáticas.

En sus diseños, estos pobladores de la zona rural de Porcón, ponen de manifiesto sus capacidades, su arte y creatividad, imaginación, sensibilidad y razonamiento respecto al significado de las cosas, de su herencia, de su entorno, del mundo en que viven. Se percibe en dichos diseños un lenguaje visual geométrico a través del cual nos comunican sus conocimientos.

Estos diseños presentan evidencias del uso de conceptos geométricos: rectas, cuadrados, rombos, etc., que se observan en formas y figuras que se repiten; figuras que dan idea de movimiento, imágenes que giran; colores que se combinan; hilos que se entrecruzan como caminos tras de una clave. Una primera cuestión surgió: ¿qué conocimientos geométricos subyacen en ellos?

Esta curiosidad constituyó la motivación del presente estudio que consiste en describir las simetrías que se observan en los diseños de fajas, cojines, ponchos, alforjas, mantas, faldas, etc. Obras de arte textil que los tejedores de Porcón, Cajamarca, realizan en el contexto de su vida cotidiana, vertiendo en ellas el conocimiento heredado de sus antepasados prehispánicos y adaptado en algunos casos en el actual contexto de globalización.

Sobre el saber ancestral de los tejidos en Cajamarca, disponemos de escasas fuentes de información. Silva Santisteban (1985), expone:

La ciudad de Cajamarca en los últimos años del Imperio, tenía entre sus pobladores, funcionarios, acllas, yanaconas, tejedores, orfebres, ceramistas, etc. Se había edificado un templo al Sol, un acclahuasi o casa de mujeres escogidas, otros edificios estatales y depósitos con gran cantidad de tejidos y bastimentos. Era principalmente un centro textil, el más importante del Tahuantinsuyu. (Silva Santisteban, 1985)

El cronista Cieza de León (1973) refiere:

Ganada y conquistada esta provincia de Caxamarca por los incas, afirman que la tuvieron en mucho...Y las mujeres vírgenes que estaban en el templo no entendían en más que hilar y tejer ropa finísima y tan prima cuanto aquí se puede encarecer, a las cuales daban los mejores colores y más perfectos que se pudieran dar en gran parte del mundo. (p. 188)

En la época del Virreinato, se fundó un obraje en la hacienda de San Antonio Abad de Porcón.

Los investigadores Sarmiento y Ravines, definen: 'Obraje es el trabajo que realizaban los indígenas en las fábricas de tejidos. También se denominaba con este término el lugar o centro de producción donde se labraban este tipo de telas o paños'. Sostienen, además, que 'los indios trabajaban encadenados' (Sarmiento y Ravines, 2008, p.87).

El presente trabajo consta de seis capítulos: I: El Problema; II: Simetrías en el Plano; III: La Etnomatemática; IV: Descripción del estudio realizado; V: Estudio de las simetrías en el contexto cultural de Porcón; VI: Análisis de los resultados, conclusiones y recomendaciones.

En el primer capítulo desarrollamos algunos antecedentes de este estudio, investigaciones previas en el camino de estudiar la matemática de las diferentes culturas, referidas especialmente a las representaciones geométricas y a la visualización de la simetría en ellas; exponemos la justificación del estudio y fundamentamos también la importancia de comprender la diversidad, el conocimiento y el aprendizaje de los diferentes grupos culturales de acuerdo a su contexto, tratando de lograr aportes distintos y relevantes a la Educación Matemática. Finalmente formulamos el problema de investigación y los objetivos.

En el segundo capítulo nos referimos a la Simetría, objeto matemático del presente estudio, enmarcada como una transformación isométrica en el plano y considerada en un contexto histórico, y en un contexto matemático formal.

En el tercer capítulo presentamos el marco teórico de la investigación, que es la etnomatemática, programa propuesto e impulsado por Ubiratàn D'Ambrosio desde 1985. Analizamos la historia, significado e interpretación de este enfoque y luego los elementos de su metodología o estudio de las dimensiones de una cultura, explicando por qué la etnomatemática da coherencia y fundamenta el presente trabajo.

En el cuarto capítulo describimos el estudio realizado exponiendo los resultados de la observación y de las entrevistas, que emergen para poder conocer las dimensiones

etnomatemáticas, en tres contextos: (i) un contexto cultural, que describe un conocimiento global del entorno sociocultural del poblador de la zona rural de Porcón, Cajamarca; (ii) un contexto artesanal, referido a la dimensión cognitiva que se manifiesta por la presencia de la simetría visualizada en la cultura de Porcón y específicamente en los diseños de tejidos de telar; y (iii) un contexto educativo acerca de la población rural de Porcón. En el contexto educativo, mostramos una experiencia pedagógica de la percepción de las simetrías por alumnos de 2.º de secundaria de los colegios de Porcón Bajo y Porcón Alto, utilizando los diseños de los tejidos; además, presentamos un material concreto realizado en base a algunos de los diseños y poder utilizar para enseñar en forma práctica la simetría y diferentes temas de geometría.

En el capítulo quinto explicamos el estudio matemático de las simetrías en el contexto cultural de Porcón, con los diseños clasificados.

En el capítulo sexto exponemos el análisis de los resultados de nuestra investigación en el estudio etnomatemático de los tejedores en el contexto de sus dimensiones; matemático de los diseños y de la percepción de estudiantes de segundo grado de los colegios de Porcón, Cajamarca. Así mismo exponemos las conclusiones relacionadas con los objetivos propuestos en el estudio, en relación al objetivo general considerando las dimensiones de la etnomatemática, particularmente a la dimensión educativa.

Finalmente, queremos señalar que con esta investigación etnomatemática esperamos hacer un aporte en dos sentidos: (i) por un lado, presentar alternativas de variados y valiosos elementos que pueden ser instrumentos de enseñanza y aprendizaje enriquecidos con el conocimiento de la realidad, con el amor a su cultura y respeto de su entorno, mediante una mejor actitud y formación con la didáctica adecuada a la interculturalidad y al desarrollo; (ii) en otro sentido, contribuir al conocimiento de la cultura de esta comunidad de Porcón, fomentar la autoestima y ciudadanía de estos pobladores, propiciando el reconocimiento de su arte y saber matemático evidenciado en el tejido.

## CAPÍTULO I: EL PROBLEMA

En este capítulo exponemos algunos antecedentes encontrados acerca de nuestro tema de estudio, la justificación del mismo, la problemática considerada la pregunta y objetivos de la investigación.

### 1.1. Antecedentes

En el campo de la Educación Matemática, se han realizado investigaciones y proyectos con el fin de conocer el saber-hacer matemático de grupos identificados. Se presentan algunos estudios relacionados con los tejidos, con las transformaciones geométricas entre ellas, la Simetría, y con el aprendizaje fuera del aula de clase. A continuación, resumimos algunas de estas.

Micelli y Crespo (2011) hacen un análisis de los tejidos textiles de los pueblos nativos de América entre ellos, los tejidos guatemaltecos realizados por descendientes del pueblo Maya en el que transmiten parte de su cultura. Puede verse cómo en el arte del tejido en telar, se transmiten distintos conocimientos. También incluye un análisis de la obra textil incaica y de los diseños realizados por el pueblo Mapuche que habitan en el sur del territorio argentino. Todo ello enmarcado en la línea de investigación de la Etnomatemática.

Costa (2008) también realiza un estudio etnomatemático de los tejidos de Ghana proponiendo diversas actividades matemáticas para realizar en el aula. La investigadora, analiza el conocimiento y la práctica de los tejedores de Ghana en el estudio de cómo se puede convertir el espacio determinado del aula en un espacio en el que la cultura está presente, entrelazada con el conocimiento académico.

Del mismo modo, Fuentes (2011) hace un estudio etnográfico basado en la identificación de algunas actividades matemáticas universales presentes en el proceso de creación de cestería de un grupo de artesanos en el municipio de Guacamayas, Boyacá, Colombia. Reflexiona sobre el problema de la política y la economía, y reconoce la responsabilidad social como docente y se pregunta, ¿qué hacer ante estas problemáticas?, ¿qué puede la educación matemática, hacer ante fenómenos opresores y homogeneizadores propuestos por estos fenómenos económicos? se podría proponer que a los estudiantes del municipio de Guacamayas en el aula se les debería enseñar matemáticas de acuerdo a su realidad, sus constructos sociales, y culturales (entre ellas el arte de las artesanías); los cuales han sido construidos por la misma comunidad desde tiempos inmemorables, para de esta forma lograr aprendizajes más significativos y más incluyentes. El primer paso es conocer las diferentes manifestaciones del pensamiento matemático presentes

en las prácticas culturales de los diferentes grupos sociales del país, para que a futuro estas matemáticas se tengan en cuenta en las aulas de matemática.

Por su parte, Gerdes (2007) realizó estudios de simetría en una comunidad indígena del Amazonas peruano. El investigador presenta algunos aspectos geométricos de la fabricación y decorado de los cestos de la cultura Bora que vive en las márgenes del alto Cahunari y de Igara Panamá, en la amazonía colombiana y peruana, reflexiona sobre la simetría comprendida en ellos, desde la etnomatemática y la educación matemática. Pretende contribuir a una valorización de la experiencia científica y cultural de los Bora, opina que los cesteros Bora son excelentes en sus trabajos con muchas configuraciones geométricas posibles. Su esperanza es que los investigadores y educadores peruanos continúen en esta línea de investigación contribuyendo a valorizar los conocimientos y experiencia científica y su afirmación, la educación de las futuras generaciones en una comprensión intercultural más profunda, en consecuencia, de calidad.

La investigadora Oliveras (1995) desarrolló un importante trabajo sobre las matemáticas identificadas en artefactos artísticos típicos de Granada. Tres clases de éstos fueron escogidas para la investigación: empedrados, taraceas (marquetería) y alfombras. La investigación se realizó en el campo artesanal andaluz como escenario para descubrir elementos matemáticos implícitos en sus productos.

Estas investigaciones se relacionan con el presente trabajo porque se refieren a Simetrías plasmadas en las obras artesanales. Cada estudio ha sido realizado en una comunidad determinada con el enfoque de la Etnomatemática.

A continuación, presentamos investigaciones acerca de la simetría, de algunos referentes matemáticos como los estudios de Alsina, Fortuny y Burgués (1988); Alsina, Ruiz y Pérez (1989); Godino (2004); y Balbuena y De la Coba (2003).

Para Alsina, Ruiz y Pérez (1989), enseñar simetrías es un llamado a presentar el mundo de las transformaciones y su uso, necesario y esencial en el proceso educativo. La simetría es el estudio de uno de los apartados de mayor belleza y utilidad del mundo geométrico como es el de las transformaciones. Lo explican así:

En la contemplación del entorno natural el hombre intuye lo que se traslada, gira, simetriza o deforma; y cuando quiere describir y apropiarse de la esencia de este mundo en movimiento surge la Simetría para hablar, calcular y representar; lo que conduce a



“interpretar, generar y crear...y surgen las puertas y las ruedas, los mosaicos y los frisos...las figuras estelares de un artificial pero fascinante mundo de formas”. (p. 9)

El investigador se refiere a los frisos como bandas infinitas donde el ingenio geométrico crea belleza con repetición y ritmo, cualidades de un proceso dinámico y patrimonio de todas las culturas desde la prehistoria. Entre sus ejemplos, se refiere a la decoración textil romana. En el friso se reconoce el orden y la periodicidad. Ilustra los siete frisos con imágenes de movimientos y huellas humanas y también se refiere a otros frisos más etéreos y audaces como los auditivos mostrando un fragmento musical, partitura de Jesús Blázquez, al que llama “Juego simétrico” (Alsina, Ruiz y Pérez, 1989, p. 85).

Balbuena y De la Coba (2003) estudian la geometría evidente en los calados canarios, artesanía y tradición transmitida de generación en generación y se refiere a la simetría relacionándola con la belleza, con su presencia en la naturaleza y en la obra humana; también a la semejanza, equilibrio y para iniciar el estudio considera las Isometrías. También se refiere a Isomorfismos, simetría rotacional- remarcando el estudio de Leonardo da Vinci - y a los frisos. Específicamente estudia las simetrías en los diferentes diseños obtenidos tratando de aplicar los conceptos geométricos expuestos a ellos para proceder a su clasificación. Describe los frisos y muestra en forma única, gráfica y didáctica sus notaciones. Transcribe las entrevistas con las caladoras y presenta modelos didácticos para trabajar en el aula.

Balbuena utiliza el Algoritmo de Clasificación de Rose-Stafford para determinar el tipo de friso que presenta cada diseño, después de haber analizado sus simetrías. Este modelo hemos adoptado en nuestro estudio.

Para Godino (2004), la simetría es un principio universal de organización y de la forma. La simetría es una especie de norma en la naturaleza y no una excepción. Incluso la música, la poesía y la danza incorporan frecuentemente la simetría en su estructura interna.

El investigador se refiere a cubrimientos del plano como resultado de someter una figura dada a repeticiones de forma que el plano quede recubierto de dichas figuras sin dejar huecos y sin que haya solapamientos. Si las traslaciones son en una sola dirección obtenemos los frisos, y si son dos traslaciones de direcciones distintas se obtienen los mosaicos. Tanto los frisos como los mosaicos constituyen patrones geométricos; se obtienen mediante una figura generadora a la que se le aplica un grupo de transformaciones.

Comenta Godino (2004) que la única simetría central de un friso es media vuelta. Se ha

demostrado que sólo hay siete tipos de frisos, y diecisiete tipos de mosaicos.

Las siguientes figuras son ejemplos dados por el investigador: Motivos de frisos y mosaicos.

**Figura 1.** *Motivo, frisos y mosaicos*



Fuente: Adaptación de Godino (2004, p. 241).

Godino (2004) completa su trabajo refiriéndose a las teselaciones que también son llamados grupos cristalográficos planos, lo que fue estudiado por el cristalógrafo ruso Fedorov. Estas diecisiete formas de cubrir el plano indefinidamente de manera periódica regular, llamadas en inglés “grupos de papel pintado” (*wallpaper groups*), por emplearse en los empapelados de paredes. Existen ejemplos en los teselados de la Alhambra. Señala que el artista holandés M. C. Escher se interesó mucho en la división regular del plano y que en su obra se pueden apreciar muchos ejemplos de diversos grupos cristalográficos.

Albers, Campbell, Crowe, Schuster y Thompson (1999) sostienen que la simetría es difícil de definir y la consideran en dos sentidos: Un sentido limitado como correspondencia del tipo imagen especular entre las partes de un objeto, por ejemplo, los cristales; y un sentido amplio que implica equilibrio, semejanza y repetición.

Aprecian la simetría en los diseños y en su trabajo analizan un diseño determinando qué movimientos rígidos conservan el diseño, a los que llaman operaciones de simetría.

Ilustran los diferentes tipos de diseño de franjas con algunos diseños del pueblo Bakuba en Zaire proponiendo la notación de los cristalógrafos en ellos y un diagrama de flujo para los

siete diseños de frisos adaptado de Washburn y Crowe (1988). El diagrama es compatible con el de Rose-Stafford.

Por sus características, hemos considerado este diagrama adaptado con el modelo propuesto por Balbuena y De la Coba (2003), para el análisis y clasificación de frisos en los diseños de nuestro trabajo.

## 1.2. Justificación

En todas las épocas y culturas, el conocimiento se genera por la necesidad de una respuesta a los diferentes problemas y situaciones que resolver, dentro de un contexto natural, social y cultural.

Ante las distintas problemáticas a lo largo del tiempo, los pobladores de la zona rural Porcón, Cajamarca, recurren a su arte en los tejidos como un medio para afrontar sus problemas económicos, desde sus conocimientos recibidos de sus antecesores en forma oral y práctica. Los diseños realizados en sus tejidos de telar, hacen tangible su arte, cultura, creatividad y el uso de conceptos geométricos.

Mucha Matemática se encuentra “al interior” de las obras de alfareros, aserradores, tejedores, picapedreros, ganaderos, agricultores, y otras actividades a las que se dedican.

Evidenciamos en los diseños de sus tejidos, el concepto geométrico de Isometrías (Simetría, Traslaciones, Rotaciones) por ejemplo en los diseños de la Figura 2, que a continuación mostramos:

**Figura 2.** *Telares Gaspar Chilón (kilómetro 16 de la carretera Porcón-Cajamarca)*



Fuente: Fotografías de la autora (2012).

Bergamini afirma que el “arte primitivo muestra claramente que los hombres con pocos conocimientos matemáticos pueden tener un sentido innato de la geometría [...]. Las máscaras

contemporáneas y tejidos hechos por las tribus del Perú y África tienen forma precisa y trazo firme” (1983, p. 15).

Conocer la realidad, la diversidad de una determinada población o grupo social, es necesario para valorarlo, respetarlo y brindarle una adecuada conducción hacia su desarrollo.

Este requerimiento orienta uno de los Fines de la Educación Peruana expresados en la primera parte del Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular:

“Contribuir a formar una sociedad democrática, solidaria, justa, inclusiva, próspera, tolerante y forjadora de una cultura de paz que afirme la identidad nacional sustentada en la diversidad cultural, étnica y lingüística, supere la pobreza e impulse el desarrollo sostenible del país y fomente la integración latinoamericana teniendo en cuenta los retos de un mundo globalizado”. Ley General de Educación (Art. 9). (Ministerio de Educación, 2009, p. 10).

Por otra parte, Guillén (2008) sostiene que el “arte genera desarrollo” y propone fomentar espacios de encuentro y aprendizaje para consolidar un movimiento cultural en Cajamarca, y a la pregunta: ¿por qué es importante y necesario cultivar el arte en nuestras generaciones actuales?, responde:

Su importancia radica en que el arte acopia memoria. ¿Cómo conocemos el pasado, valoramos el presente y nos proyectamos al futuro? Por el arte. A mayor arte mayor cultura; por lo tanto, mayor desarrollo. Luego, el desarrollo del arte puede hacer seres más sensibles, más solidarios. El arte es motivador, y es siempre vigente. (2008, p. 11).

El arte plasmado en los diseños de los telares, posibilita nuevos caminos que pueden ser utilizados como nuevas herramientas para la enseñanza no sólo en el medio cultural donde se realizan sino en cualquier parte de nuestro país, aprovechando esta riqueza para conducir de forma práctica e intuitiva agradablemente a la abstracción, constituyendo de este modo un puente entre el conocimiento de la matemática implícita en los trabajos artesanales y la matemática formal.

Una de las características más notables de los modelos geométricos es su oferta visual

al observador; y es que a partir de la percepción visual acumulamos gran parte del conocimiento geométrico elemental (Alsina, Fortuny y Burgués, 1998, p. 35). Nuestro entorno natural, artístico y tecnológico es el más propicio para el estudio geométrico; en la observación de los entornos se basan nuestras primeras experiencias visuales de Geometría.

Corbalán (1997) reflexiona que todo ciudadano tiene (quizás dormida u olvidada), una formación matemática básica. Se dirige sobre todo a los maestros con pautas para que tomen contacto con la realidad cercana al universo de sus alumnos, abordando situaciones de la vida misma con una mirada matemática para descubrir nuevas facetas y matemáticas a que dan lugar.

La diversidad cultural se reconoce como altamente valiosa en estos últimos tiempos; sin embargo, no se ve reflejada de modo adecuado en el sistema educativo donde predomina una estructura de acuerdo a la cultura occidental; las acciones pedagógicas desconocen mayormente la cultura del educando, la consideración a su vivencia socio- cultural.

Planas (2007) considera necesario entender el conocimiento matemático de las diferentes culturas para conservar diferentes modelos matemáticos adecuados al medio, que no discriminen por vivir alejados de las escuelas, ni la diversidad cultural dentro de ellas.

Este aspecto se vincula con la reflexión de la Unesco (1997) que, en su Informe de la Comisión Mundial de la Cultura y Desarrollo, señala:

La obligación de reivindicar el derecho para que cada hombre y cada cultura se desplieguen con libertad en un entorno a la vez propio y compartido, nos recuerda las grandes penurias que trae consigo el proponerse metas de cambio político, técnico o científico cuando se halla ausente una aproximación seria y solidaria a la cultura. Esta sólo adquiere consistencia en tanto que, al concebir al hombre en adecuada perspectiva, lo coloca siempre como fin, jamás como simple instrumento, de cualquier obra que podamos imaginar. (p. 9)

En el Convenio N.º 169 de la Organización Internacional del trabajo, sobre Pueblos Indígenas y Tribales, en la Parte IV (Formación Profesional, Artesanía e Industrias Rurales), el artículo 23 dice:

La artesanía, las industrias rurales y comunitarias y las actividades tradicionales y

relacionadas con la economía de subsistencia de los pueblos interesados, como la caza, la pesca, la caza con trampas y la recolección, deberán reconocerse como factores importantes del mantenimiento de su cultura y de su autosuficiencia y desarrollo económicos. Con la participación de esos pueblos, y siempre que haya lugar, los gobiernos deberán velar porque se fortalezcan y fomenten dichas actividades. (OIT, 2014, p. 51)

Matsuura (2005, p. 5), director general de la Unesco, afirma que las biotecnologías tienen cada vez más en cuenta las condiciones culturales de su aplicación. La Unesco (2005, p. 207), en su Informe, propone en una de sus conclusiones, que la comunidad internacional, debería dar prioridades a los tres pilares siguientes:

- Una mejor valorización de los conocimientos existentes para luchar contra la brecha cognitiva.
- Un enfoque más participativo de acceso al conocimiento.
- Una mejor integración de las políticas del conocimiento.

Estos pilares a que se refiere Matsuura (2005), significa la preocupación porque se revalore a nivel internacional, la propia cultura, orientando las políticas adecuadamente para la mejora de la Educación que trae consigo el conocimiento.

En la Carta Cultural Iberoamericana, elaborada en la Cumbre Iberoamericana de Jefes de Estado y de Gobierno, en Montevideo, Uruguay (OEI-SEGIB, 2006), una de las consideraciones es:

El ejercicio de la cultura, entendido como una dimensión de la ciudadanía, es un elemento básico para la cohesión y la inclusión social y, que genera al mismo tiempo, confianza y autoestima no sólo a los individuos, sino también a las comunidades y naciones a las cuales pertenecen. (p. 4)

Con los aportes descritos, justificamos que es necesario conocer el pensamiento matemático de los pobladores de la zona rural Porcón, Cajamarca, mediante el estudio de sus obras, sus conocimientos y tecnologías tradicionales; del medio en que sus obras son creadas y

de sus contextos naturales, reconociendo la creación intelectual y garantizando el acceso universal a la cultura.

Los diseños de telar, como material constituyen herramientas del entorno real y son una fuente de modelos que pueden incentivar la imaginación creadora. Al respecto, el proceso matemático fomenta entre otros aspectos, la formación de imágenes mentales, ya que este proceso se inicia manipulando un material concreto y situaciones de la vida cotidiana, se actúa y se reflexiona sobre ellos, luego en un siguiente paso, el alumno trabaja con imágenes mentales que una vez hechos familiares y asimiladas son tan concretas como el material utilizado.

La etnomatemática propuesta por D'Ambrosio (1990), es el arte de explicar y comprender la matemática en otros contextos y el estudio de las raíces culturales del conocimiento matemático de grupos identificados.

La presente investigación estudia, mediante el enfoque de la Etnomatemática, las Simetrías que se visualizan en los diseños de los telares de los pobladores de la zona rural Porcón, Cajamarca; buscando valorar este saber social, mediante la descripción del contexto global de sus tejedores; del significado de su obra de arte textil y de la matemática inmersa en los diseños que realiza; realzando así, su cultura, su arte e imaginación creadora, constituyendo un aporte a la Educación Matemática desde la Interculturalidad.

### **1.3. Pregunta de investigación y objetivos**

Actualmente no se conocen estudios sistemáticos, hechos desde una perspectiva etnomatemática, sobre la matemática que subyace en los tejidos de la artesanía peruana. Su carencia no contribuye a valorar en sus diversas dimensiones, particularmente en la educacional, el trabajo de los artesanos, las habilidades que tienen y su riqueza cultural.

Teniendo en cuenta los antecedentes y las justificaciones expuestas nos preguntamos:

- ¿Qué características tiene la población rural de Porcón, Cajamarca, en una perspectiva etnomatemática?
- ¿Qué tipo de simetrías subyacen en los tejidos de los pobladores de la zona rural de Porcón, Cajamarca?

El presente trabajo inicia estos estudios considerando las diversas dimensiones de la perspectiva etnomatemática contenida en D'Ambrosio (2001), poniendo énfasis en la dimensión educacional. Parte importante de esta dimensión es la identificación y clasificación de las simetrías presentes en los diseños que los pobladores trabajan en los tejidos que comercializan

como un medio importante para su subsistencia. Más aún identificar en tales diseños potencialidades didácticas para el aprendizaje de la simetría.

**Objetivo general:**

Identificar y clasificar las simetrías que subyacen en los diseños de los tejidos de los pobladores de la zona rural Porcón, Cajamarca, en el marco del enfoque etnomatemático, poniendo énfasis en la dimensión educacional.

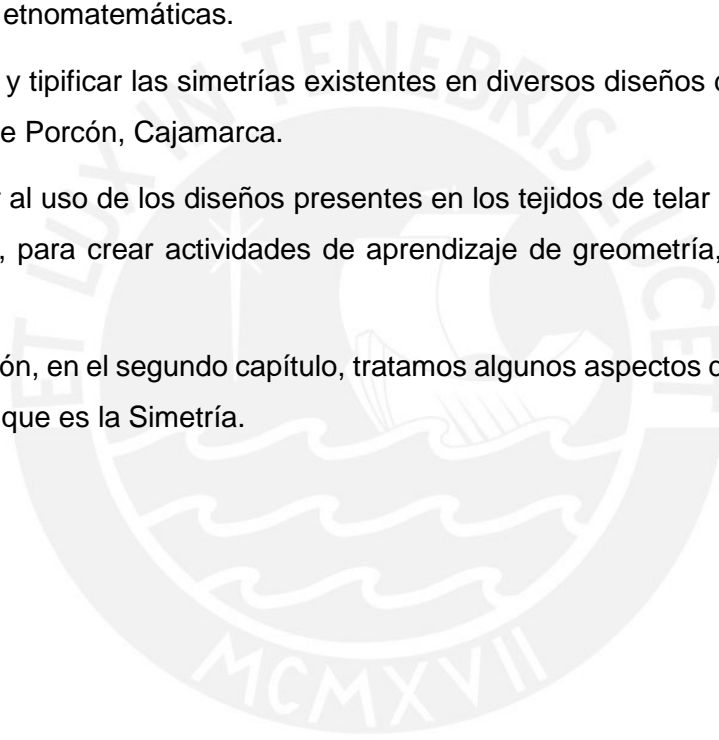
**Objetivos específicos:**

1. Contextualizar socioculturalmente la población rural Porcón, Cajamarca, en el marco de las dimensiones etnomatemáticas.

2. Examinar y tipificar las simetrías existentes en diversos diseños de los tejidos de telar de los pobladores de Porcón, Cajamarca.

3. Contribuir al uso de los diseños presentes en los tejidos de telar de los pobladores de Porcón, Cajamarca, para crear actividades de aprendizaje de geometría, relacionados con la simetría.

A continuación, en el segundo capítulo, tratamos algunos aspectos del objeto matemático de nuestro estudio, que es la Simetría.





## CAPÍTULO II: SIMETRÍAS EN EL PLANO

En este capítulo exponemos un estudio matemático de la simetría en el plano, que constituye el fundamento de nuestra investigación; presentando para ello, previamente, un estudio de dos facetas importantes en la existencia científica de la simetría; una de ellas, su devenir histórico en algunos momentos más resaltantes, y otra, su presencia en diferentes campos del conocimiento.

### 2.1. Simetría: Aspectos Históricos

Para este aspecto del estudio, tomamos referencias de Alsina y Pérez (1989), Filloy (1998), Ghyka (1983), Helfgott (2001), Lederman y Hill (2006), Stewart (2008), Sanz y Moratalla (1999), Velásquez (1995), Wey (1958), Collette (1986), Albers, Campbell, Crowe, Schuster y Thompson (1999), entre otros.

Resulta muy interesante indagar en las raíces históricas de este tema de la simetría, que nace con las primeras actividades humanas. La investigación del misterio de la Tierra y el espacio fue tal vez el primer problema que tuvo que ver con la percepción de simetría en el mundo en que el hombre estaba ubicado.

#### 2.1.1. Prehistoria (2 500 000 a. C - 3 500 a. C.)

Según Collete (1986, p. 5), la “aventura del hombre se pierde en la noche de los tiempos”; y sostiene que hacia el año 40.000 antes de Cristo (hombre de Neandertal), el hombre comenzó a pensar, toma conocimiento del espacio en que vive y aprende a solucionar sus actividades vitales agrícolas y pastoriles, procurando su supervivencia.

Concibe formas y motivos que manifiestan la belleza y traza las formas de las constelaciones y el movimiento de los planetas, ya sea para señalar las épocas de sus diversas manifestaciones, movimientos causados por el cambio del tiempo o sus sentimientos religiosos, o por las influencias que los astros parecían ejercer sobre ellos o desde un punto de vista terapéutico.

Hofmann (2005) explica que en la prehistoria los conocimientos matemáticos presentan características de simetría en edificios y sepulturas, adornos en armas y utensilios, cerámica o producción de trenzado o tejido revelando un sentido de las formas y un trabajo manual de alto nivel, además de un gran conocimiento de las figuras geométricas y sus propiedades, afirmando, que ya se deja ver un sentir de las propiedades simétricas de los cuerpos en el relleno ornamental de superficies con adornos simétricos, que están ordenados, ya sea en líneas abiertas continuas

o bien en círculos (p. 6)

En nuestro estudio hemos encontrado muchísimos ejemplos de obras simétricas en las diferentes civilizaciones y en la naturaleza; y hemos seleccionado algunos que se relacionan con nuestro tema.

- **Etapas del Paleolítico (Piedra antigua)**

El tema de simetría se manifiesta desde los orígenes del hombre, quien fue construyendo una percepción simétrica desde las primeras hachas a mano. Existen vestigios en diferentes lugares y culturas del mundo; mostramos por ejemplo, un hacha de Atapuerca (España), considerada la cuna de los humanos más antiguos de Europa, donde podemos apreciar visualmente una simetría axial vertical o bilateral trazamos recta Z, y una muestra de la cultura Chavín (Perú), centro de cazadores y recolectores; encontrada en la plaza de Chavín de Huántar conservada por capas de sedimento, junto con puntas de lanza, fogones con restos de ceniza de hace 10 000 años a. C. en el Paleolítico. Se visualiza aún incipiente, una simetría axial vertical de eje A, notada por Weyl (1958, p.18) también como simetría bilateral.

**Figura 3.** *Bifaz o hacha de mano del Paleolítico*



Fuente: Sitio arqueológico de Atapuerca.

[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7d/Bifaz de Atapuerca \(TG10\).jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7d/Bifaz de Atapuerca (TG10).jpg)

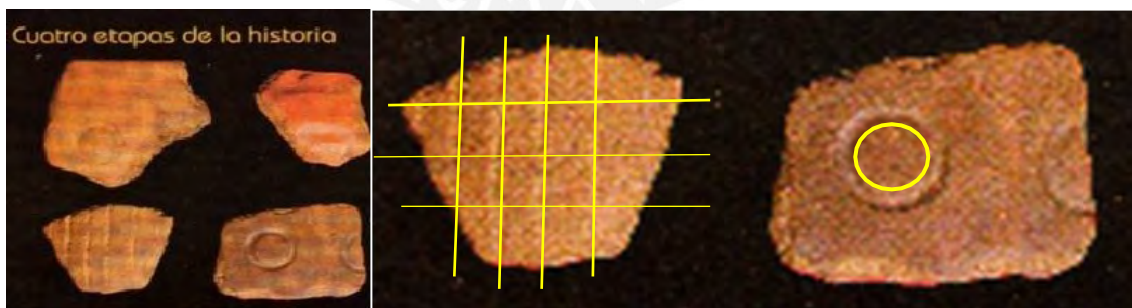
**Figura 4.** Hacha de la cultura Chavín. Paleolítico



Fuente: Revista *Varietades*, de *El Peruano* (25-31 de agosto de 2006, p. 26).

En la Figura 5 podemos apreciar líneas paralelas formando cuadrículas y diseños circulares muy precisos. Las líneas amarillas, son trazadas para visualizar la simetría en ellos.

**Figura 5.** Vestigios de utensilios Chavín. Paleolítico



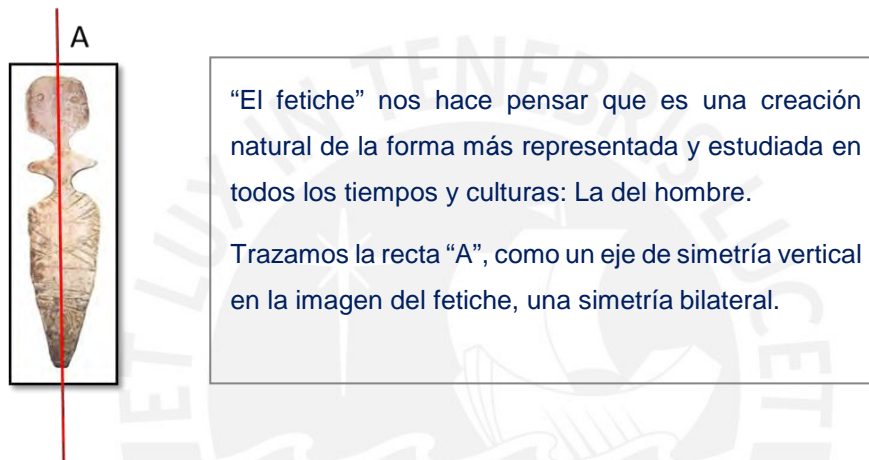
Fuente: Revista *Varietades*, de *El Peruano* (25-31 de agosto de 2006, p. 26).

- **Etapa Neolítica (Piedra nueva)**

En esta etapa surge una geometría empírica por necesidades de la vida social y económica, influenciada por la religión y la magia, que se reduce a algunas reglas para medir longitudes y volúmenes. Según Collete (1986, p. 17), los “dibujos de rico colorido contienen figuras geométricas en las que predomina la simetría”.

En la siguiente figura 6, vemos cómo el hombre desde el inicio va creando y representándose a sí mismo.

**Figura 6.** *Supuesto fetiche neolítico*

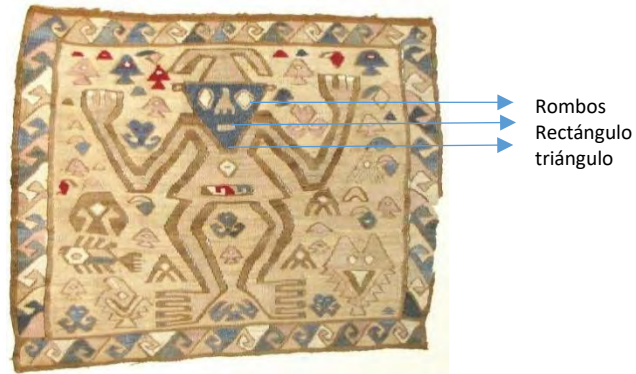


Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo 1, p. 229).

En la representación de la figura del hombre, una simetría intuitiva, intrínseca en él, se manifiesta en dibujos, ceramios, pinturas, esculturas, tejidos, etc., en las diferentes culturas del mundo en todos los tiempos. Representaban también sus dioses. En algunos lugares se han conservado en otros, no; debido a las características climáticas. En Perú, continúa la investigación arqueológica.

Mostramos en la figura 7, un tejido de la cultura Chancay, de esta etapa histórica, donde se aprecia en el hombre o dios representado una simetría bilateral, de características geométricas; por ejemplo, la cara es triangular; los ojos tienen forma de rombos; la boca rectangular; entre otros.

**Figura 7.** Tejido de la cultura Chancay



Fuente: Anni Albers y antiguos textiles americanos. Recuperado en:  
<http://www.bauhaus-imaginista.org/articles/771/anni-albers-and-ancient-american-textiles>

En la Figura 8 se muestra un ídolo llamado “estilización femenina” de la etapa de La Revolución Neolítica. Visualizamos como ornamento, una forma geométrica en zigzag donde el “motivo” presenta simetría axial vertical formando en su repetición, un friso. Trazamos rectas para visualizar la simetría.

**Figura 8.** Ídolo placa de la Cueva de la Mora (Huelva, España)



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo 1, p. 253).

En la siguiente figura N° 9, las estilizaciones que adornan el vaso son símbolos para prevenir conjuros, utilizado en la época de la revolución neolítica, la más primitiva de Susa. Distinguimos en el diseño, zigzag, una simetría axial vertical.

**Figura 9.** Vaso de cerámica pintada. Susa (IV milenio a. C.)



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo. 2, p. 121).

En esta etapa de sedentarismo, además del arco y las flechas, hoces de piedra, azadas, hachas pulimentadas, molinos, morteros, cucharas, el hombre inventó la cerámica y el tejido, aparatos de hilar y tejer. Una evidencia es la imagen siguiente de un telar y un instrumento utilizado para poner el hilo, correspondientes a la cultura Chancay (Lima), hallados y dibujados por los alemanes Reissa y Stúbel en el siglo XIX.

**Figura 10.** Telar, instrumentos de tejido de la cultura Chancay Lima, Perú



Fuente: Mitrani, H. en *Revista Somos*. "Ancón de colección" Año XXIX, N° 1518 (2016, p.26)



La figura N° 11, ilustra un tejido que, según afirma Zechlin (1971), es la más antigua representación de la actividad del tejido, está grabada sobre una urna y data del tiempo del hombre de las cavernas. Visualizamos, en este tejido, puntos, líneas, triángulos, acomodándose en forma circular. La belleza del diseño es la notable simetría.

**Figura 11.** *Representación de un tejido de la época de las cavernas*



Fuente: Zechlin (1971, p. 109).

La manifestación de la simetría es profundamente humana; el hombre concibe sus obras (utensilios, vestiduras, símbolos, tejidos, adornos, construcciones, etc), mostrando su creatividad e intuición simétrica asociadas a la belleza y equilibrio, por factores de supervivencia, históricos, políticos y religiosos: constituyendo así, los primeros pasos del arte.

Los vestigios de las obras de las diferentes civilizaciones presentan características similares; podemos pensar que los sentidos conectan a los hombres en la formación de su entorno cultural, como un hilo invisible que cruza distancias.

- **Edad de los metales**

Es considerada por los historiadores como el nacimiento de las civilizaciones antiguas, el hombre inventa los procesos metalúrgicos y elabora con más destreza sus utensilios y adornos, se observa una simetría más elaborada en ellos, aparece la navegación, los más bellos megalitos, etc.

En la Figura 12, observamos un barco de la Edad de Bronce, encontrado en Chipre y que se encuentra en el Museo de Louvre, Paris. Apreciamos en él, un motivo similar a los vasos de Susa, o al ídolo de Huelva, “Zigzag”.

**Figura 12. Barco de Chipre**



Fuente: *Enciclopedia Quillet*, Tomo III (1965, p. 423)

El motivo ZIGZAG, diseño manifestado en muchas obras humanas y lugares diferentes del mundo, en nuestra investigación lo encontramos en algunos tejidos de la zona Porcón, Cajamarca, como veremos en el capítulo V.

### **2.1.2. Edad Antigua (3500 a. C. - 476 d. C.)**

Weyl (1958) relata que por vestigios como el famoso “Vaso de plata” del Rey Entemena, hacia 2700 a. C., se puede decir que los Sumeros de entre los pueblos de la antigüedad, fueron aficionados a la simetría, en particular a lo que él llama simetría bilateral o heráldica; luego continuaron Persia, Siria y Bizancio.

En la figura N° 13 (a) Weyl analiza el dibujo que el vaso presenta, que es un águila con cabeza de león y alas desplegadas de frente. Weyl (1958) afirma: “Poco después se dota al águila con dos cabezas, una en cada sentido, y con ello, el principio formal de simetría excede completamente el principio imitativo de fidelidad a la naturaleza” (p. 19). Este dibujo se ostentó más tarde en los escudos de armas de la Rusia del Zar y de la monarquía Austro- Húngara.

Observamos que la pintura “El Fresco de las Perdices” figura 13 (b) en el pabellón de los huéspedes en el palacio de Cnosos Creta, Grecia, tiene la connotación bilateral que Weyl (1958) sostiene. Asimismo, la figura 13 (c) es también representación de lo dual.



**Figura 13.** (a) *Aguila con cabeza de león*; (b) *Fresco de las perdices en el palacio de Cnosos (Creta)*; (c) *Aguila bicéfala (Chipre)*



Fuentes: (a) Weyl, H (1958, Lamina II), (b) Salvat (Tomo 1, p. 407)  
(c): [https://es.wikipedia.org/wiki/Aguila\\_bicéfala](https://es.wikipedia.org/wiki/Aguila_bicéfala)

Un alcance que nos da la misma fuente acerca del simbolismo de la imagen es que una de las cabezas del águila mira hacia lo infinito del pasado, y la otra en sentido opuesto, hacia lo infinito del futuro, dando idea que el presente es la línea de que los separa como un eje vertical. También es emblema aceptado en la Francmasonería que para la orden simboliza sabiduría; una de las cabezas representa al progreso, la otra al orden.

En la Figura 14, mostramos otro ejemplo de obras donde podemos visualizar lo dual es decir dos aspectos opuestos de un objeto. Dos leones androcéfalos defendiendo el círculo alado, símbolo del Ahura- Mazda, el dios de los persas. (cerámica de ladrillo esmaltado). Miran en sentido contrario, pero observamos en ella, una simetría bilateral. Este ejemplo, también lo presenta Weyl (1958, lámina III), en estudio sobre la simetría.

**Figura 14.** *Dos leones defendiendo el círculo alado*



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo 3, p. 34)

El hombre interpreta intuitivamente lo dual; por ejemplo, en la orientación los pueblos primitivos que navegaban de un lugar a otro encontraban los puntos cardinales por el movimiento aparente del sol y las estrellas; la dirección de oriente era fundamental por la salida del sol dando luz y vida a la tierra, adquiriendo un carácter ritual y sagrado. El levante era como la parte anterior del mundo, el poniente como la posterior, el mediodía como la parte derecha y el septentrión como la izquierda, inicios de astronomía (Abetti, 1956).

En la época de los abasíes y el fraccionamiento del Califato, referente al *Libro de las estrellas fijas*, del astrónomo árabe Al- Sufi, se encuentra a Sagitario como dos figuras enfrentadas. En la Figura 15 observamos igualmente una simetría bilateral, en este caso, la mirada es hacia dentro.

**Figura 15.** Representación de Sagitario por Al-Sufi



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo. 9, p. 133).

Gardner (1985) indica que es necesario tener una clara idea de la significación de la simetría izquierda-derecha y la estudia. Cuando trata sobre espejos, se refiere a la transposición, por ejemplo: “como decía Alicia, el personaje de Lewis Carroll, cuando miraba al espejo colocado sobre la chimenea de la sala todas las cosas de la habitación parecían “ir del otro lado” (p. 2). Por otra parte, el sentimiento lo expresa Borges (1960) en su poema “Los espejos” (referido por Alsina, Ruiz y Pérez (1989, p. 139).

“Nos acecha el cristal. Si entre las cuatro  
paredes de la alcoba hay un espejo,  
ya no estoy solo. Hay otro. Hay el reflejo  
que arma en el alba un sigiloso teatro”

Gardner realiza una extensa exploración sobre la simetría derecha-izquierda y la simetría en el mundo natural. Se refiere al simbolismo sobre los conocimientos antiguos, los presentes y los futuros, al conocimiento científico como una nube en cuyo centro se encuentran las convicciones o creencias que están sujetas a innovaciones, a veces inconcebibles.

Consideramos a continuación la siguiente imagen sumeria 16 donde uno de los hombres águila de la derecha toma un objeto con la mano derecha levantada y con la mano izquierda sostiene un balde pequeño; en cambio el hombre águila de la izquierda, lo hace en forma inversa, es decir, con la mano izquierda toma el objeto y con la mano derecha, el pequeño balde. También observamos las alas. Se puede decir que el hombre águila ha girado alrededor del adorno central en forma vertical. Este caso, no presenta simetría bilateral en el plano. Es una rotación de  $180^\circ$  en el espacio, en eje vertical.

**Figura 16.** *Figura plana no tiene simetría bilateral*



Fuente: Weyl, H (1958, Lámina VI)

Los dibujos heráldicos de piedras cilíndricas de Babilonia, con frecuencia evidencian simetría axial. En su escultura regularizaban las formas naturales de acuerdo con la ley de la frontalidad es decir las partes derecha e izquierda, totalmente simétricas.

Podemos considerar que la simetría bilateral emerge como el primer concepto geométrico de simetría que se refiere a una operación tal como simetría axial.

La civilización egipcia nos ha dejado construcciones admirables donde domina la simetría y conocimientos superiores de ciencias, artes en general (un ejemplo son las pirámides, templos y esculturas). Según Collete (1986), los egipcios parecen estar acostumbrados a transformaciones donde está comprendida la semejanza y proporcionalidad de rectángulos mediante triángulos y trapecios isósceles.

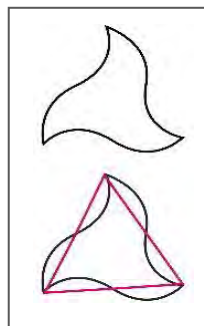
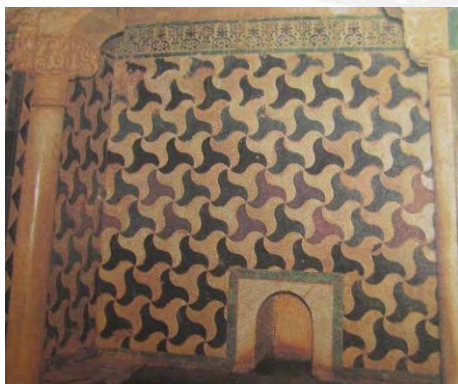
Los árabes mediante su legado del saber clásico nos mostraron su dominio de la simetría en lugares mágicos como la Alhambra de Granada. Sus paredes se llenan con un número limitado de combinaciones de simetría que son un conjunto armónico y colorido. Ejes de orden 2, 4, 3 o 6, centros de rotación, traslaciones y planos de simetría se combinan para dar lugar a los 17 grupos espaciales planos, como señala Alsina et al. (1989) a las únicas 17 formas posibles de llenar todo el espacio infinito de un plano bidimensional con elementos relacionados por simetría.

El islam prohibía la representación de figuras de la naturaleza y por ello manifestaban su arte buscando la belleza en los diseños geométricos, llenando el plano con repetición de figuras o motivos, pudiendo pasar de la planta cuadrada a la cubierta circular. La decoración con mosaicos fue una técnica ornamental muy extendida que alcanzó su esplendor máximo en el siglo XIII, en la España musulmana durante la dinastía Nazari. Conjugando motivos y colores creaban efectos tridimensionales.

Los motivos geométricos, llamados lacerías, tenían como base el círculo dividido mediante polígonos regulares, consideraban su radio como la unidad y se formaban figuras de extraordinaria variedad gracias a los principios de repetición simétrica, de multiplicación o de subdivisión geométrica (*Enciclopedia Salvat*, Tomo. 9, p. 252).

En la Figura 17 mostramos un zócalo de los baños reales de la Alhambra de Granada en el palacio de Comores, con la baldosa “la pajarita” como motivo. La base del diseño y su construcción es el triángulo equilátero y el punto medio de cada uno de sus lados.

**Figura 17.** Zócalo de azulejos en palacio de Comares (Granada)



Pajarita

Fuente: (a) *Enciclopedia Salvat* (Tomo. 9, p. 259). (b) La construcción geométrica de la pajarita podemos encontrarla en LM LH (2016).



En estos mosaicos, además del motivo “la pajarita”, que se obtiene a partir del triángulo equilátero, otras tres baldosas se repiten más, son llamados “el hueso”, “el pez volador”, “el avión”, que se obtienen a partir del cuadrado.

Hofmann (2005) ubica las culturas Indias, chinas y mayas del año 3000 a 500 a. C. expone que hay “indicaciones puramente prácticas sobre geometría sagrada en la construcción de altares para sacrificios” (p. 16), y es que el hombre manifestaba propiedades simétricas en sus construcciones donde representaba su sentir y su forma de vida.

Con Tales, Pitágoras, Demócrito, Eudoxio, Platón, entre otros, florece la civilización griega; cuenta la tradición que ellos viajaron a Egipto y Mesopotamia; influencia oriental que se aprecia en sus trabajos (Filloy, 1998).

Los filósofos y matemáticos griegos, lo mismo que otros pueblos cultos, descubrieron la simetría en su propio espacio, en la perpendicularidad entre la vertical y el horizonte y fueron los primeros en estudiarla en su existencia junto con la geometría.

Los antiguos griegos tomaban vino en unas copas llamadas Kylix (cáliz), poco profundas y anchas con dos asas y una base pequeña. Decoraban la base interior de la copa con figuras mitológicas rodeadas con un diseño. Mostramos unos ejemplos cuyo diseño que resaltamos es similar a otros realizados en obras de arte, cultura y especialmente en tejidos, en diferentes lugares del Perú representando en su motivo, las olas del mar.

**Figura 18.** *Kylix, siglo VI a. C. Griego con su bastón y joven en su manto*



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo. 4, pp. 25 y 15).

A Tales (comerciante, ingeniero, filósofo, matemático, consejero, estadista, astrónomo, etc.), el primero de los siete sabios de Grecia, se le atribuye resultados geométricos en los que está inmersa la simetría, por ejemplo:

- i) **Un diámetro biseca a un círculo** (la acción consiste en dividir el círculo, en dos partes iguales).
- ii) **Los ángulos en la base de un triángulo isósceles son iguales** (trazado de un triángulo isósceles con una base de cualquier medida y la mediatriz de esta base).
- iii) **Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos de la misma medida y un lado igual** (se puede realizar por medidas y superposición).

Más tarde estos resultados los muestra Euclides en *Los Elementos*. Los pitagóricos formaron su Escuela (569 a. C.), que era una secta de astrónomos, matemáticos, filósofos y músicos, y tenían un movimiento esotérico, metafísico, filosófico, religioso y científico, por ejemplo, veneraban la relación entre la armonía musical y las matemáticas que Pitágoras de Samos (aprox. 582-500 a. C.) les había mostrado con las notas de cuerdas de longitudes fraccionadas.

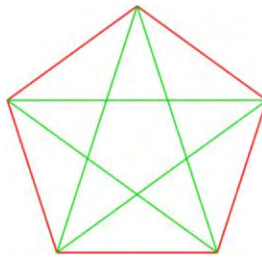
Consideraban el círculo en el plano y la esfera en el espacio como las figuras geométricas más perfectas porque tenían una perfecta simetría rotatoria y consideraron el concepto geométrico de simetría referido a reflexiones o rotaciones.

Policleto (480 a. C. - 420 a. C.) dejó un tratado "Canon", con breves fragmentos de definición de belleza relacionándola con exactitud y proporción y al conjunto total llamo Symmetría.

Ghyka (1983, p. 75) explica que el pentágono estrellado o pentagrama (estrella de cinco puntas), fue un símbolo religioso y sagrado. Pitagóricos y neo-pitagóricos lo usaron con el nombre de pentalfa como emblema de la salud y de la vida (cinco A entrecruzadas); más adelante el mismo símbolo sirvió en la Edad Media de sello a la sociedad secreta Santa Vehma. Luego nos relata que en su investigación encontró una "variante especial del pentagrama estampada en la parte inferior de las actas masónicas de una logia del rito egipcio hacia 1860.

En la figura 19, observamos los elementos geométricos y son triángulos los que forman la estrella.

**Figura 19. Pentágono estrellado**



Fuente: Construcción propia.

Artistas del misticismo judío utilizaron los pentagramas en época desconocida de la antigüedad, ejemplos más antiguos se han documentado en la sinagoga con un par de siglos después del comienzo de la era cristiana, pero más adelante, la leyenda dice que el pentagrama también se asoció con el rey Salomón, con su sello y como un símbolo en su templo.

Esta figura geométrica por su simetría fue utilizada en sus construcciones y representaciones y hasta nuestros días es un emblema reconocido mundialmente, pues el hombre considera este polígono, en sus diseños, obras artísticas, modelos o significados, por ejemplo, en algunos templos católicos como la Catedral de Notre Dame, en París.

En este punto, Ghyka (1983, p. 152), manifiesta que en el fragmento del Critias que explica las costumbres de la Atlántida, un papel importante en los ritos políticos y religiosos de Poseidon cubre los periodos alternados de cinco y seis años como homenaje a la péntada y al primer número perfecto seis por sus cualidades estáticas y simétricas. En el Timeo, Paccioli muestra ufano al dodecaedro, extensión a tres dimensiones de la simetría pentagonal y muy noble cuerpo entre los demás.

Ghyka (1983) se refiere también a una ley de la Taza de Oro, que “enunciada en Egipto y en Grecia, habría sido recogida en Bizancio por los cruzados para ser empleada por los arquitectos y orfebres de occidente” (p. 75). Lo siguiente nos relata el investigador:

En tiempos de los griegos se construyó un maravilloso tazón de oro compuesta por una copa propiamente dicha y de su pie. No se dice cuál era su perfil, sino solamente que, si se dibuja un pentágono convexo regular ABCDE y se trazan las diagonales BE, BD, EC, la parte sombreada da la armadura esquemática de la taza. (p. 75).

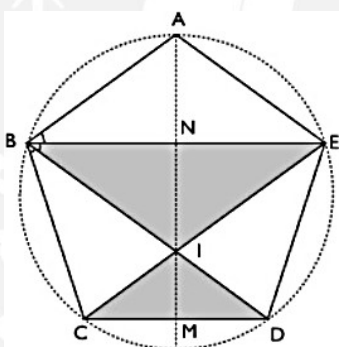
Ghyka nos había referido también que llegó a tener un estudio (*Dynamic Symmetry: The Greek Vase*) en el cual, Jay Hambidge planteaba, respecto a los cánones geométricos empleados en las grandes épocas del Arte, su nuevo criterio de los rectángulos de modo estático o dinámico.

Bonell (1999, p. 25) también se refiere a este eco de Matila Ghyka en su estudio.

Presentamos la imagen del pentágono formando la taza, En ella visualizamos que el segmento AM, es un eje vertical de simetría. BE, eje horizontal de simetría. Los puntos B, E, son simétricos. N punto medio de BE. Igual los puntos C y D son simétricos y M punto medio de CD. Del mismo modo, se determinan ocho pares de triángulos simétricos: ABE y EIB; ABI y AEI; ANB y ANE; ANE y ENI; ANB y BNI; BNI e ENI; BIC y EID; IMC e IMD.

Si observamos, BE es un eje horizontal de simetría del triángulo BAE. A, I, puntos simétricos. N punto medio de AI. B y E simétrico consigo mismo cada uno.

**Figura 20.** Taza de oro



Fuente: Bonell (1999, p. 25).

En la Figura 21 mostramos la portada del libro *La pena máxima*, motivada con un pentágono regular. El autor de la obra, el escritor peruano Santiago Roncagliolo, expresa que la figura fue propuesta por la editorial y le gustó, pues sugería mucho el sótano donde los personajes secuestran a la profesora.



**Figura 21. Cubierta del libro “La pena máxima”**



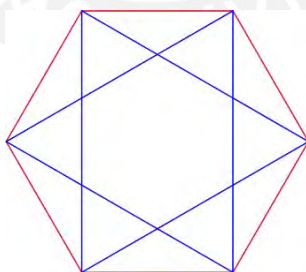
Fuente: El Comercio C5, lunes 26 de mayo del 2014.

Entre los polígonos regulares, el triángulo equilátero, el cuadrado, el pentágono, el hexágono, con sus colaterales el pentagrama (pentágono estrellado) y el hexagrama (formado por dos triángulos equiláteros superpuestos en sentido inverso) han sido la base de los símbolos de escuelas místicas y cofradías mágicas de todas las razas (Ghyka, 1983, p. 63).

Un hexagrama, figura 22, es una figura en forma de estrella de seis puntas que resulta de superponer dos triángulos equiláteros, cuyos vértices forman un hexágono regular. Se le conoce como un símbolo de identidad judía llamado Estrella de David y también es utilizado en contextos religiosos, culturales e históricos, ejemplo en el islam y otras religiones orientales, además de la magia, (mándala, esoterismo, misticismo).

Los diseños con motivos de hexagrama se presentan, además, en muchas construcciones, especialmente basílicas.

**Figura 22. Hexagrama**

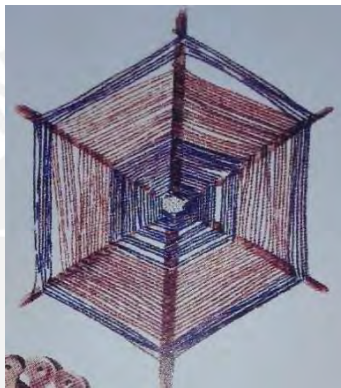


Fuente: Construcción propia.

Es Ghyka (1983) quien realiza el estudio de los polígonos regulares por sus características morfológicas y relacionadas con propiedades matemáticas y simétricas y de ello expresa el investigador, que la simetría exagonal rige las estructuras de la naturaleza inorgánica distinta a la simetría pentagonal que rige a la naturaleza orgánica.

Este polígono también es representado por diferentes culturas; por ejemplo, en la necrópoli de Ancón, ubicada al norte de la bahía de Ancón, balneario que se encuentra a 42 km de Lima, en la costa central del Perú, hace cuatro mil años (2000 a. C.), existían instrumentos de ofrendas y de tejer, de la cultura Wari, Pachacamac, Chancay, encontrados por los geólogos alemanes Reiss y Stübel a mediados del siglo XIX. Mostramos a continuación en la Figura 23, uno de estos instrumentos donde se visualiza una representación del hexagrama con notable precisión simétrica.

**Figura 23.** *Instrumentos de tejido Ancón de colección*



Fuente: Revista SOMOS, El Comercio 09 de enero del 2016. Patrimonio (2016, p. 26).

El advenimiento de la escuela de Pitágoras es el momento primero en que la mente humana se da cuenta de que las matemáticas describen el mundo físico; hasta Aristóteles (384 a. C. - 322 a. C.), la geometría y la razón fueron herramientas empleadas para comprender los fenómenos naturales.

La mente humana admira los descubrimientos que son nuevos horizontes al conocimiento del universo. Cómo los cuerpos celestes se han llegado a conocer en forma precisa, cómo se puede señalar pasado y presente a través de ellos acercándonos a la idea de la armonía de lo creado como la llamaba Kepler (Abetti, 1956, p. 10).

Aristóteles decía que las formas que mejor expresan la belleza son el orden, la simetría y la precisión, al respecto Lederman y Hill (2006) expresa:

Aristóteles imaginaba un universo con centro en la tierra y la simetría divina de las órbitas circulares como el principio que gobernaba los cielos. Elogiaba el círculo y

la esfera como culminación de la simetría y proclamaba que todos los objetos astronómicos-el Sol, la Luna, los planetas y las estrellas-eran esferas perfectas; sus ideas acabaron formando parte de la doctrina de la iglesia católica. (p. 134)

(Platón, citado en Abetti, 1956) sobre la forma dada por Dios al universo, expresa:

Lo hizo redondo y esférico, de manera que hubiese en todas partes la misma distancia entre el centro y la extremidad, y le dio la forma orbicular, que de todas las figuras es la más perfecta y la más semejante a sí misma, pensando que aquello que se asemeja a sí mismo es mil veces más bello que aquello que no se asemeja. Pulió exactamente el contorno exterior, por muchos motivos...y le asignó el movimiento adecuado a su forma, aquel de los siete movimientos, que está más en relación con la inteligencia y el pensamiento ... sigue: "Por tanto hizo que girase uniformemente, circularmente, sin cambiar de lugar, revolviéndose sobre sí mismo. (p. 43)

En las observaciones referidas en su República, (Platón, citado en Dunham, 1995 p. 120) menciona que, aunque los geómetras trazan figuras tangibles, no están pensando en estas figuras - sino en las cosas que las figuras representan - o que, cuando representan o dibujan objetos reales que pueden tener imágenes en la sombra o en el agua, utilizan las figuras como imágenes tratando de ver los objetos que sólo se pueden ver por la mente.

Lo expresado en el párrafo anterior consideramos en nuestro trabajo, también como una observación, porque los tejedores de Porcón en sus diseños están representando objetos mentales de su entorno, su cosmovisión, desconociendo las figuras y sin pensar en ellas.

Agrega Dunham (1995, p. 120) que fue de gran significado para los matemáticos griegos el uso de la regla y el compás para las construcciones geométricas. Así, consagraron la línea recta mediante la regla y el círculo mediante el compás como claves de la existencia geométrica. Dos instrumentos fácilmente accesibles para dibujar las figuras tangibles a que se refería Platón.

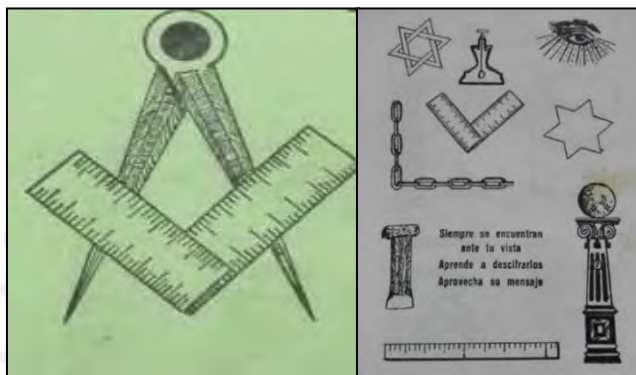
Para Platón, las únicas construcciones geométricas válidas son las efectuadas solamente con la ayuda de la regla y el compás, porque permiten configurar la simetría de las construcciones, lo que no sucede con otros instrumentos pues no garantizan la simetría de las

figuras construidas (Collete, 1986, p. 95).

Referente a la importancia y significado de la regla y compás, también encontramos en una guía de Primer Grado para miembros de la fraternidad masónica, donde se manifiesta que las Tres grandes luces o joyas de la masonería son: El libro de la ley sagrada, la escuadra y el compás.

En la Figura 24, mostramos una imagen de los signos que los representan, donde cada uno tiene un significado especial.

**Figura 24.** Símbolos de la Fraternidad masónica



Fuente: Guía-Primer Grado Eduardo Mendoza (1950 p. 9 y tapa).

El significado de estos símbolos es representado por el triángulo equilátero (la triada): Tiempo (pasado, presente y futuro), tres facultades del alma (memoria, entendimiento y voluntad).

Eudoxio de Cnido (409-356 a. C.), discípulo de Platón, excelente geómetra, imaginó resolver el problema cósmico con sus esferas descritas concéntricamente a la Tierra y simétricas en su entorno, perfeccionó el sistema de su maestro con el nombre de “esferas homocéntricas”. La característica principal de su sistema es la eliminación de todo movimiento de traslación, recurriendo solamente a la combinación de los movimientos rotatorios, con una solución que no encontró su igual sino hasta los tiempos de Kepler (Abetti, 1956).

Un célebre astrónomo y especialmente geómetra, Aristarco de Samos (310 a. C. – 230 a. C.) escribió su libro *Sobre las dimensiones y las distancias del Sol y de la Luna*, donde hizo observaciones astronómicas; describe la configuración de las órbitas de la Tierra y los demás planetas alrededor del Sol, teoría heliocéntrica, que fue considerada una barbaridad hasta dos mil años más tarde. Aristarco es considerado precursor de Copérnico.

Más tarde, Arquímedes (287 a. C. – 212 a. C.), físico, ingeniero, astrónomo y matemático, quien expresó: “Denme un punto de apoyo y moveré el mundo” utilizó la propiedad de reflexión en los espejos, una serie de espejos que reflejaban la luz solar para concentrarla en los barcos enemigos de la flota romana. Esto es, matemática del equilibrio, de distancias y simetrías.

Hiparco de Nicea (190 – 120 a. C.) el astrónomo más grande de los tiempos antiguos deja sus obras conocidas a través de los escritos de Ptolomeo (90 -170) en su obra *El Almagesto*.

En tiempos de Ptolomeo observamos que el movimiento de los planetas, la luna y el sol, seguían patrones regulares, evidenciándose las simetrías de las formas, el movimiento, el espacio y el tiempo, creían que era una manifestación de los dioses lo que impelía estos movimientos y en su afán de explicar el universo, le dieron un sentido divino a la simetría, como la génesis de las trayectorias de los planetas en el cielo.

De este modo, el concepto de movimiento circular perfecto fue elevado a principio de simetría fundamental de la astronomía, por Platón y Aristóteles (Lederman y Hill, 2006, p. 133).

Esta teoría de Ptolomeo era toda una cosmología, con visión científica y generó predicciones precisas sobre posiciones de planetas, estrellas, sol y luna, en la navegación, agricultura y astrología. Describía el cosmos desde el punto de vista estético y en armonía con las ideas de Aristóteles, pues encarnaba la simetría divina.

### **2.1.3. Edad Media (476 – 1492)**

El sentido de belleza, simetría y arte de Platón y Aristóteles fue de gran influencia en los religiosos. En la Edad Media, por ejemplo, San Agustín, recogió la herencia de Platón y consideró que un objeto es bello si tiene unidad, número, proporción, orden y norma; en cambio Santo Tomás de Aquino continuador de la tradición aristotélica, pensaba que la percepción de la belleza es una especie de conocimiento “aquello que agrada a la vista” y que debe reunir integridad, proporción o armonía y luminosidad.

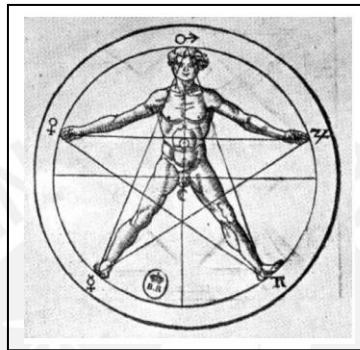
La creación artística musulmana, en esta etapa, comprende innumerables objetos de carácter funcional, de cerámica, metales, vidrio, madera, marfil, la miniatura y especialmente los tejidos como una manifestación artística suntuosa más apreciada de la cultura islámica medieval. Salvat (Tomo 9, p. 261).

Bonell (1999, p. 24) refiere que el pentagrama fue elegido símbolo universal de perfección, de belleza y amor. Cábala y alquimia en la época Medioeval y Renacimiento, luego fue símbolo del microcosmos como dodecaedro que en sus doce caras pentagonales alude a los

doce signos del zodiaco y que fue designado por Platón en el *Timeo* como símbolo del universo, o de la armonía cósmica.

La investigadora presenta en su estudio al *Hombre microcosmos*, obra de Henricus Cornelius Agrippa (1486-1535) que en su tratado *De Occulta Philosophia* (1553), capítulo: “Proporción, medida y armonía del cuerpo humano” figura N° 25, ilustra la simetría del cuerpo humano.

**Figura 25.** *Hombre – Microcosmos – Pentágono*



Fuente: Bonell (1999, p. 24).

Agrippa fue un prolífico escritor renacentista sobre temas esotéricos (Hemenway, 2008, p. 60). La inscripción que se muestra es la siguiente:

Puesto que el Hombre es obra de Dios, la más bella, la más perfecta, su imagen, y compendio del mundo universal, es llamado por ello el pequeño mundo, y por consiguiente encierra en su composición más completa, en su armonía, todos los números, las medidas, los pesos, los movimientos. (Bonell, 1999, p. 24)

Es interesante que, sobre los **instrumentos** para configurar la simetría de las construcciones, Hemenway (2008, p. 49) expone: “En la cosmovisión de los geómetras medievales, el compás era considerado un símbolo abstracto que representaba el ojo de Dios. Sus patas representaban los rayos de luz y gracia que descendían del cielo a la Tierra” (p. 49). Mostramos la figura 26, su cosmovisión representando al compás.

**Figura 26.** *Compás. Cosmovisión de géómetras medievales*



Fuente: Hemenway (2008, p. 49).

El arquitecto romano Vitruvio, en el siglo I a. C., define por primera vez simetría. Según Sanz y Moratalla (1999, p. 2), es un “vínculo armónico de cada uno de los miembros del edificio respecto a la figura global de la obra”. Las indicaciones dadas sobre las proporciones del hombre en su obra *De Architectura*, fueron la base de la obra de Leonardo da Vinci.

Se revela a finales de la Edad Media, los estudios de Luca Pacioli (1445-1517) religioso franciscano, cuya obra más divulgada e influyente es *De Divina Proportione*, referida a la simetría y proporción del número áureo que tuvo mucha influencia y seguidores en este tema, uno de ellos, Matyla Ghyka. Es famosa la imagen donde aparece el religioso, demostrando uno de los teoremas de Euclides, atribuida a Jacopo de Barbari.

Leonardo da Vinci (1452-1519), artista y científico, símbolo del hombre del Renacimiento, nos legó sus famosas pinturas donde se aprecia la simetría y proporciones como *La Gioconda* y *La última cena*, en 1490. En el mismo año, participó en un Congreso de arquitectos e ingenieros donde se relacionó con Luca Pacioli, con quien estudió matemáticas y dibujó los sólidos regulares para el libro *De Divina Proportione*.

Leonardo dibujó el hombre de Vitruvio alrededor de 1490. Figura N° 27, modelando su forma humana perfecta basándose en las proporciones postuladas por Marcus Vitruvius. Su método era fundamentalmente la observación. Uno de sus lemas era: “El ojo abarca la belleza de todo el mundo” Gellb (2010, p 113).



**Figura 27. Hombre vitruviano**



Fuente: Bagni y D'Amore (2007, p. 55).

Entre los inventos de Leonardo da Vinci, como armas, máquinas militares y domésticas, se cuenta algunas máquinas textiles (telar), y de cardar construidas aplicando su sentido de observación a la regularidad de sus movimientos. Ingeniero y pintor, sus cuadernos de notas testimonian la calidad y concepción de ingeniosos diseños de máquinas textiles para las industrias más importantes de Milán con un tratamiento continuo y detallado con una gran inventiva mecánica. En 1501, realizó el cuadro *La Virgen de los husos*. Se conservan muchos de sus dibujos y gráficos; algunos de ellos, están escritos de derecha a izquierda y hay que leerlos con un espejo.

**Figura 28. Leonardo escribía al revés**



Fuente: Fotografía tomada en el Museo de la Nación, el 9 de abril 2019.  
Exposición "500 años de muerte de Leonardo da Vinci".



El artista más famoso del renacimiento alemán, Alberto Durero (1471-1528), tiene entre sus obras relacionadas especialmente con la simetría, el Canon de proporciones de la figura humana, Los cuatro libros de la medida donde da instrucciones de **mediciones con compás y reglas**; de las construcciones de hélices, conoides y epicicloides; la arquitectura donde cita a Vitruvio analiza los cinco sólidos platónicos y los siete sólidos semi regulares de Arquímedes. Uno de sus cuadros famosos es *Melancolía*, donde se visualiza un cuadrado mágico.

Copérnico (1473-1543) que se puede considerar como el continuador de la escuela griega, desarrolló la idea fundamental de Aristarco aplicando los métodos geométricos de Ptolomeo e Hiparco.

#### **2.1.4. Edad Moderna (1492 - 1789)**

De acuerdo con la teoría de Copérnico, Giordano Bruno (1548-1600), proclamó que el sistema solar era uno más en un universo más grande; ideas que fueron consideradas blasfemias y fue juzgado por la inquisición, muriendo en la hoguera en 1600. Los líderes religiosos repudiaban cualquier teoría que no sea aristotélica, pues era contra la simetría divina del círculo.

Basado en la teoría copernicana y en los hechos, Johannes Kepler (1571-1630) continuó sus investigaciones y determinó que había que olvidarse de la simetría del círculo para obtener las órbitas de los planetas en el sistema solar, develando un nuevo conjunto de reglas, obteniendo leyes exactas y completas. Kepler, perseverante, encontró los principios que describen los movimientos de los planetas alrededor del sol y estableció las bases de un excepcional camino intelectual: Galileo, Newton, Einstein que desvelan las simetrías más ocultas de la naturaleza.

En este punto, Velásquez (1995, p. 69) expone que en la obra cumbre de Kepler, de 1619, a la Tercera ley del movimiento planetario la llama “*Harmonice Mundi*” reflexionando que la geometría le proporcionó a Dios un modelo para la creación.

En ellas escondida en la órbita planetaria elíptica, estaba una nueva forma de simetría subyacente en un nivel muy profundo de la naturaleza.

La idea de descomponer un movimiento plano en una traslación y una rotación seguida de una simetría fue introducida por Leonardo Euler (1707-1783).

En los tiempos siguientes, la Simetría se manifiesta como fuente de investigación creciente en los diferentes campos de la ciencia.

### **2.1.5. Edad contemporánea (1789- nuestros días)**

El desarrollo de la geometría proyectiva sintética fue enriquecido por Jacob Steiner (1796-1863) quien elaboró un principio nuevo que consistía en utilizar los conceptos proyectivos para construir estructuras partiendo de otras más simples como puntos, líneas, planos.

Como expresara Ghyka (1983), Jay Hambidge inició la búsqueda de determinadas razones geométricas “sagradas” en las medidas de antiguos artefactos, realizando cálculos en objetos de diferentes tamaños llegando a la afirmación que las dimensiones dependían de la relación y no del tamaño. Concluyó formulando un principio denominado “simetría dinámica” que incorpora la relación aurea y que lleva según el investigador, a la simetría orgánica en el arte (Hemenway, 2008, p. 26).

Poncelet dio idea de un problema general: buscar todas las propiedades de las figuras geométricas comunes a todas las secciones de cualquier proyección de una figura, las que permanecen invariantes por proyección y seccionamiento. Utilizó la idea fundamental de las figuras homológicas (Collete, 1986).

De acuerdo con Collete (1986), Poncelet en su tratado de 1822, acerca de la geometría sintética euclídea, mostró que todas las construcciones permitidas con regla y compás son posibles (salvo los arcos circulares) sólo con la regla; pero teniendo un círculo y su centro. Introdujo la noción de proyección central. Fue el principal defensor de la geometría sintética en Francia.

Michel Chasles, discípulo de Poncelet, defendió los puntos de vista de su profesor haciendo progresar la doctrina proyectiva. Su obra está fundada sobre la noción de homografía, que se refiere a la transformación de un plano en sí mismo o en otro plano donde los puntos se transforman en puntos y las líneas en líneas, proceso llamado correlación.

Con Poncelet y Chasles, se origina el concepto de Transformación en Geometría Proyectiva.

Con Evariste Galois (1811-1832), joven matemático de infortunada vida, la noción de simetría comienza a tener un significado real; él comprendió que la clave de la solución de algunos problemas de permutaciones era la simetría al que llamó grupo, (la ecuación quintica, solución del problema, que ya tenía 4000 años de búsqueda, ocupaba a Ruffini, Abel y Galois), demostrando que no puede resolverse por radicales porque tiene el tipo equivocado de simetrías.

Este concepto había sido intuído por Lagrange (1736- 1813), que continuó estos estudios

después de la muerte de Galois.

Alsina, Ruiz y Pérez (1989, p. 95) expresa: “El uso de ‘ajedrezados’, escamas, zigzags, ‘ruedas solares’ en la decoración de tejidos, muebles o utensilios domésticos, suelos y paredes produciendo diseños periódicos forma lo que podríamos llamar la Prehistoria de la Teoría de Grupos”.

Empezamos a vislumbrar las razones por las cuales dicha abstracción en forma de estructuras y grupos matemáticos supone algo bello; es la elegancia, la economía de conceptos y la posibilidad de aplicar las relaciones de simetría a multitud de problemas. La simetría resultó fundamental en las ciencias y en la matemática.

Fedorov, cristalógrafo ruso, en 1881 hizo el primer tratamiento matemático de estos aspectos demostrando que en el plano no hay más que 17 estructuras básicas para las infinitas decoraciones posibles de mosaicos periódicos.

Un gran arquitecto de la teoría de grupos fue Camille Jordán (1838-1922) cuando mostró la conexión profunda con la geometría en forma muy explícita clasificando los tipos básicos de movimiento de un cuerpo rígido en el espacio euclidiano, haciendo un ensayo de la clasificación de estos movimientos por grupos; estaba motivado por una investigación cristalográfica de Auguste Bravais (1811-1863), que inició el estudio matemático de las simetrías cristalinas. Jordán anunció su clasificación en 1887 y los detalles en 1888-1889.

En el espacio encontramos movimiento de torsión, por ejemplo, el movimiento de un sacacorchos, el movimiento de la hélice de un avión, el objeto se traslada a lo largo de un eje fijo y simultáneamente rota a lo largo del mismo eje. El trabajo de Jordán fue un trascendental paso hacia la comprensión de los movimientos rígidos euclidianos, que son importantes en mecánica, y en las matemáticas puras.

Finaliza el primer momento de la Geometría que es la Geometría Euclídea. Fue después de este momento de la Geometría Euclídea, que los afanes anteriormente descritos y que son algunos solamente, constituyeron un proceso de desarrollo de la Geometría. La simetría desarrolla al interior nuevos conceptos como transformaciones.

Lovatchevsky, Hilbert, entre otros, investigaron y estudiaron las nuevas geometrías. Respecto a este conocimiento, en Perú, Velásquez (1995), expone que:

La Información referente a las geometrías no euclidianas y los ecos de los debates en

torno a ellas, llegaron al Perú desde mediados del siglo XIX y en 1896, en la Nota V del Comentario de Federico Villareal al Cálculo Binomial de Garaycochea, página 703, se las menciona explícitamente...

Sin embargo, la información y comentarios en torno a las geometrías no euclidianas, parece no haber afectado las convicciones filosóficas del común de las gentes. (p. 71)

Para este tiempo y sobre este conocimiento, Stewart (2007) sostiene que “resultó ser fundamental para la comprensión matemática de la simetría, pues la simetría resultó ser tan vital tanto en matemática como en ciencia” (p. 230).

Alsina, Pérez y Ruiz (1989) caracterizan las diferentes geometrías elaboradas durante el siglo XIX. Señalan que fue Félix Klein que se percató de la existencia de un objeto matemático que hacía posible una nueva organización de todas las situaciones geométricas con el que se las podía caracterizar: El grupo de transformaciones y la idea de que una geometría es el estudio de los invariantes de un cierto grupo de transformaciones.

Esto conceptualiza a la Geometría como el estudio de las propiedades de las figuras que permanecen invariantes con respecto a un grupo específico de transformaciones. Los movimientos rígidos en el plano.

Whitehead, en 1939, manifestó que el concepto de geometría como estudio de la invarianza bajo un grupo de transformaciones tiene una interpretación que se puede llamar Euclides-Klein.

Matila Ghyka (1881-1965) destacó por su estudio minucioso de la sección áurea, de las propiedades de polígonos regulares por sus características morfológicas y relacionadas con propiedades matemáticas y de la simetría y belleza relacionada con geometría.

El estudio de Hermann Weyl (1958), acerca de la simetría, se refiere al hombre y su esfuerzo de crear la belleza, el orden y perfección. Define simetría como armonía de proporciones y le da dos sentidos, en uno, no se restringe a objetos espaciales, sino también a su aplicación acústica, musical; y en el otro sentido como imagen de balanza, a la simetría bilateral.

Según Weyl (1958) las formas de simetría son bilateral que a veces llama heráldica, traslatoria, rotatoria, ornamental, cristalográfica.

Polya y Niggli, ya en nuestro siglo, redescubrieron la existencia de los 17 grupos de isometrías de plano. (Alsina, Ruiz y Pérez, 1989, p. 95).

Además, se muestra mucha variedad de aplicaciones del principio de la simetría en las artes, matemática orgánica e inorgánica. Se cuestiona si el valor estético de la simetría tiene un origen independiente y piensa como Platón, que la idea matemática es el origen común de ambos.

Entre los innumerables estudios e investigaciones acerca de la simetría, en esta época contemporánea, consideramos especialmente los trabajos del matemático Claudi Alsina quien, en sus variados estudios de la simetría, nos presenta no sólo teorías sino experiencias, formas del mundo que nos rodea, etc. muy adecuadas para la utilización didáctica del docente matemático en general. Por ejemplo: "Simetría Dinámica"

Villarán, A. (2003), a propósito de la interrogante: ¿De qué sirve la filosofía?, ¿Se debe desterrar del Perú, como se ha hecho en el currículo escolar? O debemos rescatarla, ¿tomándola como antídoto para la corrupción?; escribe un texto referido a una propuesta del doctor Francisco Miró Quesada Cantuarias, en su "Ensayo de una Fundamentación racional de la Etica", del año 2003; con un ejemplo de cómo las ciencias pueden ayudar a la filosofía para responder las preguntas humanas más importantes. Miró Quesada, se sumergió en el estudio de la ciencia, encontrando en la Física, el principio de simetría, defendiendo que este principio no es sólo el principio supremo de la física, sino también de la razón misma. Con este principio, la razón conoce el mundo y, además, se distinguiría lo correcto de lo incorrecto.

Interpreta Villarán, que la simetría en ética exige tratarnos recíprocamente, En el derecho, principio de igualdad ante la ley; en la política, la simetría se encarnaría en la democracia. Así Miró Quesada, elabora una filosofía "hecha en el Perú".

"En un país con tanta corrupción, esto debería bastar para devolver a la filosofía (y las humanidades) el lugar que les corresponde".

Hemos visto que la historia de la simetría está inmersa en una red: Historia del Hombre, Historia Universal, Geografía, Filosofía, Religión, Medicina, Arte, Antropología, Psicología, Literatura, Ciencias Física, Química, Matemática y en la vida misma.

Y esta concatenación de Geometrías, de ciencia, aún continúa porque el hombre tiene siempre interrogantes que lo incitan a emprender nuevas búsquedas y hacer del conocimiento un proceso dinámico.

## 2.2. Simetría: Aspectos en Nuestro Entorno

*“Vivimos rodeados de formas simétricas. Nuestros ojos y nuestra mente las reconocen al instante. Son fundamentales para comprender el mundo, porque nos hablan de un fenómeno incisivo y único que establece relaciones dinámicas entre los objetos: la simetría” (Acantilado, 2022).*

*(En <http://www.acantilado.es/catalogo/simetria/> Frase sobre el libro de Marcus Du Sautoy: “Simetría. Un viaje por los patrones de la naturaleza”).*

Por la historia vemos que el hombre ha revelado la simetría en el mundo natural, forzado por el espacio en que vive, de naturaleza tridimensional. Además de la naturaleza, la simetría se encuentra en todas las ciencias y artes. Nos referimos a simetría para describir la observación de la belleza en el arte, la armonía en la música, etc.

“Los sentidos se deleitan con las cosas que tienen las proporciones correctas”, decía Santo Tomas de Aquino (filósofo y teólogo), hace más de 700 años, cuando hablaba de la apreciación estética y es que uno de los elementos de esta apreciación estética es la Simetría (Albers, Campbell, Crowe, Schuster yThompson, 1999, p. 667).

Afirma Albers et al. (1999) que, al referirse a simetría, un sentido muy limitado es equivalencia, equilibrio, correspondencia como la imagen en un espejo de las partes de un objeto; pero en un sentido amplio es equilibrio, semejanza y repetición.

El equilibrio se refiere a cómo están diseñadas las repeticiones. En las isometrías se manifiesta más en las obras realizadas por los seres humanos, como la cerámica, los papeles pintados y los edificios, en el mundo que imaginamos o planteamos, y en donde se plasma nuestro gusto por lo simétrico.

Por ejemplo, mediante las expresiones geométricas que pueden ser verbales, gráficas, visuales, se da mucha comunicación. Los medios de comunicación nos transmiten muchas imágenes, la Iconografía, las señales de tránsito y vehiculares. En ingeniería, los diseños simétricos cumplen desde tiempos remotos, una función utilitaria al equilibrar las cargas y pesos optimizando su uso.

### 2.2.1. Algunos Casos de Simetrías

#### • Simetría en la Naturaleza

La simetría aparece en la naturaleza, en diferentes formas y tiende como forma de vida y conservación. La forma y crecimiento de las plantas son ejemplos de semejanza y repetición, que son dos de sus características.

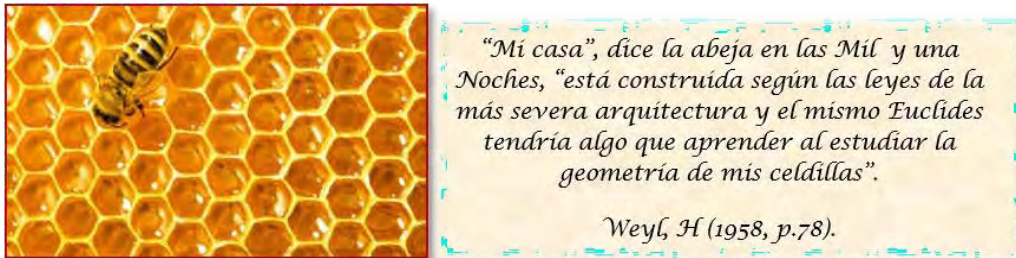
A continuación, mostramos algunos casos especiales de simetría en la naturaleza:

- **Simetría en un Panal de Abejas**

El matemático griego Pappus de Alejandría, en el libro V de su obra de ocho libros, sobre Euclides y otros matemáticos, se refiere a las abejas y su habilidad.

En la figura N° 29 observamos un panal de abejas, las cuales construyen un maravilloso mosaico con celdas de forma hexagonales. El hexágono es la figura perfecta.

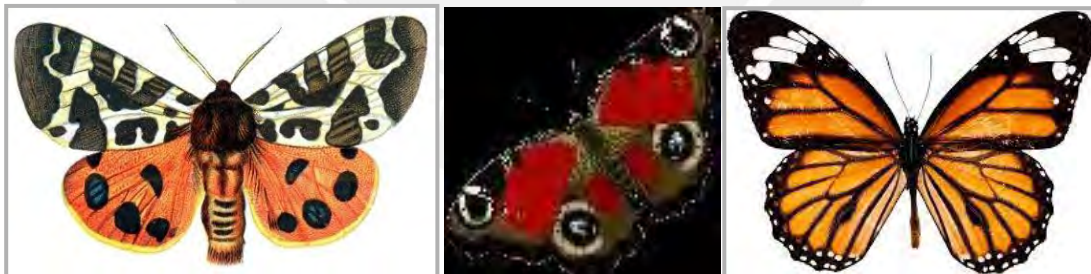
**Figura 29. Simetría en el panal de abejas**



Fuente: <http://www.aztecaamerica.com/videos/extremo/218921/panal-de-abeja-gigante-en-china>

- **Simetría Inspirada en Mariposas**, generalmente las mariposas presentan simetría, ejemplo figura N° 30

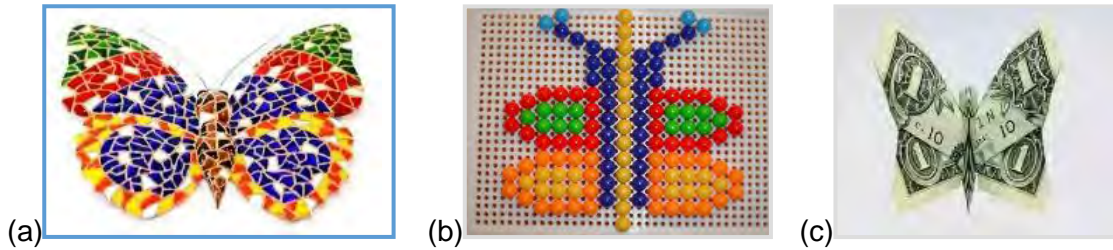
**Figura 30. Mariposas el neutrino, Monarca**



Fuente: <https://www.google.com.pe/search?q=mariposas&espv>

En la figura N° 31 observamos lo siguiente: (a) es una mariposa producto inspirado en la técnica del mosaico modernista "trécadis", desarrollada y aplicada por el arquitecto catalán Antonio Gaudí, lo componen pequeñas piezas pintadas a mano en más de 10 colores muy vivos. (b), mariposa realizada a mano con bolitas, por artesanos; podemos apreciar que los colores son semejantes. (c), mariposa elaborada con billetes en la creencia que traerá abundancia.

**Figura 31.** (a) *Mariposa Gaudí*, (b) *Mariposa con bolitas* y (c) *Mariposa de la abundancia*



Fuente: <http://www.alhambravip.com/productos/mariposa-dibujo-mosaico/>

Abundan los diseños naturales que los botánicos siguen estudiando, además, se asocia a la simetría de las formas un tipo de simetría numérica que tiene una proporción en el sentido de una razón numérica. Albers, et.al. (1999, p. 661).

### • Simetría en el agua

La N<sup>o</sup> figura 32 (a) puede explicar por qué algunos autores llaman simetría por reflexión a la simetría axial. El horizonte constituye un eje de simetría. La Figura 32 (b), revela una relación de simetría con eternidad.

**Figura 32.** (a) *Espejos en el agua* y (b) *Instante eterno*



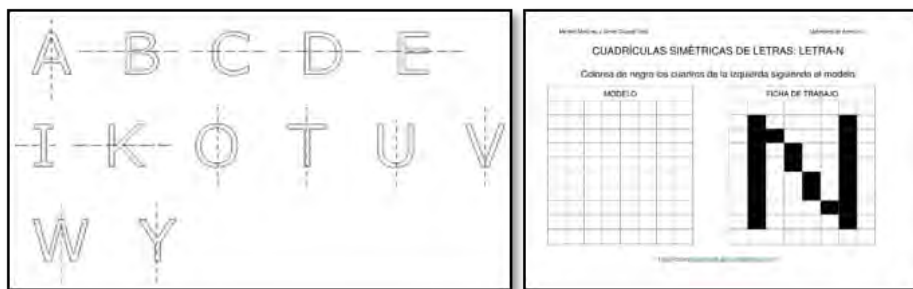
Fuente: (a): Mis pps.com (b): Dominical de El Comercio, 25 de mayo del 2014.

### • Simetría en las letras y números

Algunas letras tienen simetría bilateral (respecto a un eje), o simetría axial. La letra N, tiene simetría respecto a un punto (rotacional), amplitud 180°.



**Figura 33. Simetría en las letras**



Fuente: <http://jmora7.com/Mosaicos/5300evsim.htm> y <http://orientacionandujar.wordpress.com/>

También son conocidos los juegos con palabras, números o frases palíndromas (del griego palin dromein “volver hacia atrás”), ejemplos: Reconocer, aérea, rayar; la conocida frase: “dábale arroz a la zorra el abad”, etc.

También encontramos simetría en la poesía. Las sílabas de un verso se llaman sílabas métricas, se da la armonía y la regularidad en la acentuación. Dos versos simétricos tienen la misma medida.

En el caso de los números, los palíndromos se pueden considerar los números llamados capicúas, ejemplos, 242, 4554, 65556, etc.

- **Simetría en Psicología**

El estudio llamado Psicología de la forma, sobre los procesos psicológicos de la percepción visual e interpretación de formas y figuras que observamos, sostiene que la noción sobre el mundo, es creada por las percepciones que tenemos de las cosas y hechos que observamos a diario, no por los objetos en sí.

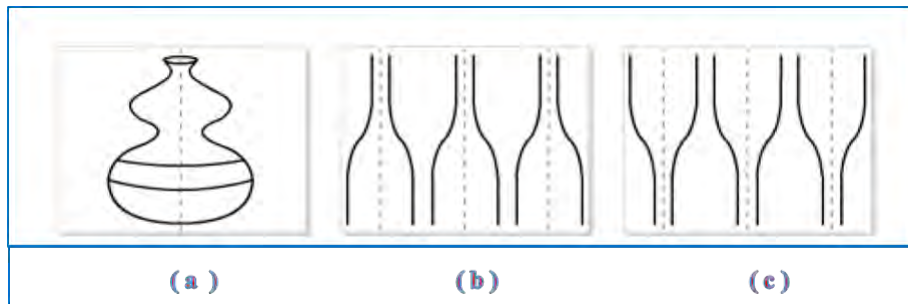
Existe una tendencia de la mente a ‘geometrizar’ llamada Ley de Prägnanz, que es percibir las formas de un modo muy simple, simétrico, ordenado, resumido y organizado para que sea más fácil interpretarlas, darles significado y memorizarlas.

La Psicología de la Gestalt (de la forma o estructura) deduce leyes o principios de organización perceptiva, entre ellos la Ley de la simetría, Ley de la figura- fondo.

- **Ley de la simetría**

En el universo y en la naturaleza encontramos innumerables simetrías y en nosotros mismos, lo que fuera inspiración para realizar del hombre del Vitruvio, por ejemplo. Casi todos los organismos tienen una mitad de su cuerpo igual a la otra mitad en su forma visible.

**Figura 34. Percepción de la simetría**



Fuente: recuperado de (<http://eltamiz.com/elcedazo/2009/02/12/percepcion-visual-%E2%80%93-la-psicologia-de-la-forma>)

En la figura Nº 34, caso (a), vemos un caso de simetría axial vertical, favorecida por la pregnanz, quiere decir que esta figura es más fácil recordar que una figura no simétrica. En caso (b), por intuición percibimos tres botellas separadas (ley de cierre), en caso (c), se visualiza fácilmente tres botellas invertidas. Mirando atentamente, vemos que las curvas de las botellas son las mismas. Es efecto de la simetría y es un recurso muy utilizado en las ilusiones ópticas.

#### **Ley de la figura-fondo**

Esta ley se utiliza para crear ilusiones ópticas. Se trata de que una figura pueda tomar el papel de fondo, mientras que el fondo pueda convertirse en una figura. Por intuición decimos que el fondo va detrás de las figuras.

**Figura 35. Figura-fondo**



Fuente: recuperado de (<http://eltamiz.com/elcedazo/2009/02/12/percepcion-visual-%E2%80%93-la-psicologia-de-la-forma>)

Este ejemplo de la figura Nº 35, es muy conocido. Se trata del *Jarrón de Rubin*, de Edgar Rubin (1886-1951), donde el fondo se convierte en figura y la figura en fondo. Cumple además la Ley de simetría y de la buena forma del jarrón y los perfiles.

Este modelo ya se forjaba desde el paleolítico; después, el vaso griego y los vasos de otras culturas a nivel general, evidencias que hacen afirmar a la psicología que la simetría de buena forma, está en nuestra intuición, en uno mismo.

Hay juego de colores. Esto es una de las cualidades que Escher seguramente aplicó en sus extraordinarias obras de teselados e imposibles.

El artista argentino Gustavo Cavanosio en su obra *El Evangelio de las manos* nos presenta una imagen-fondo y forma relacionada con la religión.

**Figura 36.** *El Cristo de La Verónica*



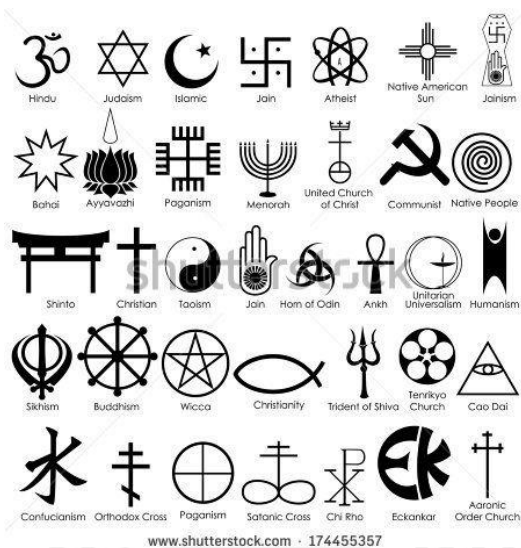
Fuente: <http://gustavocanavosio.blogspot.pe/2009/12/obra-el-evangelio-de-las-manos.html>

Decía Albert Einstein que sería “de gran ayuda para la investigación psicológica saber qué imágenes internas o mentales, qué clase de ‘palabras internas’, usan los matemáticos” (Lederman y Hill, 2006, p. 73).

- **Simetría en Religión**

En las distintas religiones y las obras religiosas, existen signos, símbolos y sus significados, antiguos, mágicos, celtas, etc. Damos un ejemplo en la Figura 37.

Figura 37. Símbolos religiosos



Fuente: <https://www.pinterest.com/pin/832321574855972215/?autologin=true>

Entre ellos visualizamos el símbolo hindú, hexágono del judaísmo, la media luna y estrella del islam, la hoz y martillo de los comunistas, la cruz cristiana, la mano de Fátima de los árabes, jainismo; el pez de los cristianos que como veremos después es la relación con el Vesica Piscis, el triángulo, signo masónico; el pentágono del Paganismo; hasta la cruz satánica que semeja el lemniscata de Bernoulli, curvas en forma de ocho, consideradas desde los tiempos de Proclo siglo V a. C.

- **Simetría en Química**

Las formas de los cristales minerales es una manifestación de la simetría con la que se ordenan los átomos o moléculas que forman el cristal. Los cristalógrafos sistematizaron todas las combinaciones de simetría posibles en nuestro espacio de tres dimensiones y pudieron clasificar todas las sustancias cristalinas que presentan orden atómico a largo alcance de acuerdo con estas combinaciones. En 1891, Evgraf Fedorov y Arthur Schonflies, demostraron que, en tres dimensiones, existen exactamente 230 “grupos espaciales” es decir, hay 230 grupos espaciales posibles.

- **Simetría en Física**

La simetría y la física tienen una gran conexión: Antes del siglo XX, los físicos veían la simetría como una curiosidad, hasta que Albert Einstein, con su teoría de la relatividad,

introdujera una nueva forma de pensar, reflexionando acerca de las simetrías del espacio y del tiempo.

La simetría configuró un innovador pensamiento sobre las leyes de la naturaleza.

En 1963, el premio nobel de Física fue dado junto a dos físicos más, al húngaro Eugene Wigner como ya hemos mencionado anteriormente, citando el motivo: “Por su contribución a la teoría del núcleo atómico y de las partículas elementales, en especial por el descubrimiento y aplicación de los importantes principios de simetría” (The Nobel Prize, s/f).

En este campo de la Física, destaca Emmy Noether (1882-1935), considerada la mujer más importante en la historia de la matemática, contribuyendo con su teorema donde explica la conexión fundamental entre la simetría en física y las leyes de conservación con la geometría del espacio. De acuerdo con el teorema de Noether, cada vez que en un sistema físico se encuentra alguna simetría, es porque existe alguna magnitud física que se *conserva, es decir, que se mantiene constante*.

Asimismo, la nueva matemática se ha ido integrando en la física contemporánea, en especial en la teoría de la relatividad o la física cuántica, gracias a los descubrimientos fundamentales de Lie que continuaron Killing y Elie Cartan, así como al posterior trabajo de gigantes como Planck, Dirac, Schrödinger o Einstein (Lederman y Hill, 2006).

En la actualidad nuevos descubrimientos del universo, nos da la visión de nuevas teorías.

### **2.2.2. Simetría en el Arte**

La belleza es un referente cultural que ha estado presente en todas las épocas. Así, tenemos:

- **Simetría en Música**

Devlin (2002), nos relata que, a lo largo de la historia, las matemáticas y la música eran como dos caras de la misma moneda porque se consideraba que proporcionaban la comprensión del orden del universo. Ya en el siglo XVII, comenzaron a caminar por vías separadas.

En la figura N° 38 se representa una simetría en una Pieza Musical. Fragmento de “Six unísono melodies” de Béla Bartók. El pentagrama b), representa la simetrización de la partitura de a).

**Figura 38. Partitura**

a)  *“Hay geometría en el zumbido de las cuerdas...”*

b)  *“Hay música en el movimiento de las esferas”.*

Fuente: [www.xtal.iqfr.csic.es](http://www.xtal.iqfr.csic.es)

Matemática y música usan representaciones, tienen estructura y patrones que se aprende a interpretar y cobran vida en la interpretación.

Encontramos simetría en la música de Mozart, en su Canon del Espejo. En la música de Johann Bach, músico y matemático, se ha señalado la presencia de elementos matemáticos en sus composiciones, por ejemplo, el diseño de las notas en cruz cuando alude a la crucifixión de Cristo. Es famoso su Canon del Cangrejo.

Las zarabandas de las suites para violoncelo se apoyan sobre esquemas rítmicos. El ritmo es un modo de medir el tiempo musical, y se puede decir que es matemático.

Acerca de la relación entre matemática y música, razón armónica o “harmonice analogía” que Pitágoras descubrió, Velásquez (1995, p. 69) advierte que sus discípulos la proyectaron al mundo estelar proclamando que las órbitas planetarias se hallaban separadas por intervalos musicales y los planetas emitían distintas notas armónicas. La Armonía del Universo. “Pitágoras sostiene que el universo canta y que está construido armónicamente”.

- **Simetría en la Arquitectura**

La creatividad arquitectónica, origina e identifica la simetría con La Teoría de la proporción, el equilibrio y la belleza, unida a los trazados geométricos con regla y compás.

Desde la antigüedad, hasta nuestros días, son innumerables las obras arquitectónicas que evidencian un claro saber geométrico de arquitectos y matemáticos logrando un efecto visual perfecto en sus construcciones y decoraciones.

Estudiosos de la simetría y el arte contribuyeron a la aplicación de la simetría vinculando con la proporción de la obra. Entre ellos, Fray Luca Paccioli di Borgo, Piero della Francesca, Alberti, Durero, Leonardo da Vinci, Jacobo de Barbari, Ghyka, M. acerca de la Divina Proporción, creían en la naturaleza viva y que en el arte existía la ley del número. Bramante, Rafael, Miguel

Angel, Vignola, pensaban que el conocimiento de la geometría era indispensable para los creadores de formas.

Gran aplicación de la simetría en el arte, realizó Antoni Gaudí Cornet (1852-1926) quien dejó una huella irrepetible en la historia de la arquitectura, figura N° 39.

**Figura 39.** *Iglesia La Sagrada Familia*



Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/613122936741263562/>

En la figura N° 39 se muestra la iglesia La Sagrada Familia, proyecto que dejó inconcluso. Plasmó en sus obras, su sentido religioso, su amor por la naturaleza y su sentido innato de la geometría; siete de las cuales han sido declaradas Patrimonio de la Humanidad por la Unesco.

Para Gaudí la “belleza es el resplandor de la verdad y como el arte es belleza, sin verdad no hay arte” (Puig i Tàrrach, 2010, p. 66).

Fue Charles-Édouard Jeanneret-Gris (1887-1965), Le Corbusier, arquitecto, pintor y escritor de varios libros, quien sostenía que el objetivo de la arquitectura es generar belleza. Concibió “El modulator”, un sistema de medidas que tenía su base en las proporciones humanas, en donde el número áureo relaciona cada magnitud con la anterior.

En 1957, Le Corbusier expresó: “Lo que vi en Barcelona es la obra de un hombre de fuerza, de una fe, de una capacidad técnica extraordinaria, manifestada durante toda una vida de cantero, de un hombre que hacía tallar las piedras ante sus ojos sobre líneas verdaderamente muy pensadas” (citado por Fernández Chimeno, 2021).

- **Simetría en la Escultura**

El instinto de la creación, la idea de Dios, el pensamiento de la inmortalidad y el amor a la belleza, hizo que el hombre inventara instrumentos para modelar, simbolizar y grabar personajes y sus dioses, adornando templos, palacios y esculturas que nos comunican de las civilizaciones de nuestros antepasados. Son numerosas estas obras.

Matemáticas y esculturas están muy relacionados. Como un ejemplo, mencionamos al escultor inglés John Robinson (1935-2007), conocido especialmente por su obra variante de “Los anillos de borromeo”, llamada “Intuición”, figura N° 40

**Figura 40.** “Intuición”, escultura de John Robinson



John Robinson. *Intuition* (1993)

Fuente: Sigma\_34/6\_anillos\_34.pdf Recuperado de: [http://www.euskadi.eus/gobierno-vasco/contenidos/informacion/dia6\\_sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_34/6\\_anillos\\_34.pdf](http://www.euskadi.eus/gobierno-vasco/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_34/6_anillos_34.pdf)

Esta escultura fué donada a la universidad de Zaragoza la cual formaba parte de su exposición “Symbolic Sculptures” realizada frente al edificio de Matemáticas para conmemorar el Año Internacional de las Matemáticas en el 2000.

Otro ejemplo es el escultor y matemático americano Helaman Ferguson, que “hace matemática en piedra y bronce”, su pieza más conocida “Umbilic Torus” que en 2012 formó parte de la escultura del toro donado a la Universidad de Stony Brook.

- **Simetría en la Pintura**

Vemos que se manifiesta simetría en el tiempo de las cavernas, hasta nuestros tiempos, en las pinturas y diseños de colores teñidos en las rocas, e innumerables obras humanas durante el tiempo. Cuadros famosos tenemos entre ellos, *Las hilanderas* de Velásquez, *La Sagrada Familia* de Miguel Angel, *La Gioconda*; el *Hombre de Vitruvio*, del matemático y artista Leonardo da Vinci, donde manifiesta las proporciones físicas del ser humano.

El reconocido matemático Coxeter encontró relación entre simetría y arte; y George Polya, en su estudio sobre el pensamiento matemático, estudia también los grupos de simetría en el arte ornamental. Estas relaciones fueron base de los trabajos de Escher, que visualizan ideas matemáticas.

Podemos decir que la arquitectura, el arte (pintura, escultura, música, etc), trascienden tiempos y espacios, estableciendo una relación dinámica plena de simetrías.



### **2.2.3. Simetría en las Artes Populares**

El arte, también se refiere a las artes populares, que no han sido reconocidas como *arte* en el tiempo.

Milla (2004), considera el arte como medio de comunicación desde los inicios de las culturas, expresando la existencia de un conocimiento común que transfiere valores y principios universales.

Al respecto, Iriarte (1959) señala lo siguiente:

La historia del Arte determina el estado de cultura a que han llegado los pueblos, sus orígenes, su religión, sus costumbres, su desarrollo e influencia en el concierto de las naciones; las diferentes fases que marcan paso a paso su desenvolvimiento cultural, su apogeo, su decadencia y por último o aparente muerte, porque en la naturaleza, bien sabido es que nada muere. Se transforma, eso sí o cambia de vida o forma, reapareciendo más tarde con nuevas vestiduras y energías nuevas. (p. 102).

Entendemos que el arte no es el mismo en todos los pueblos, cambia según la época, las condiciones geográficas, ambientales, sociales; su desarrollo en el tiempo, según las técnicas, recursos o estilos, que hace conocer además “su mundo”, y su modo de ser y hacer.

De acuerdo con Ibn Jaldún, En “El artista y el artesano”, citamos:

Para ejercer un oficio, es imprescindible, haberlo aprendido antes, de un maestro. Un trabajo artesanal es una actividad que necesita práctica y reflexión. Constituye una técnica específica y material, por ello es necesario acceder a ella mediante los sentidos.

De aquí, que su aprendizaje sea mucho más provechoso si es recibido por transmisión directa. Salvat (tomo 9, p.270)

Le Shan y Margenaub (2002) aluden al historiador de arte, Worringer, quien, en 1911, sostuvo que una teoría del arte debe partir de lo que el artista trata de hacer, es decir de su cosmovisión, esto es fundamental. Los investigadores presentan algunas citas que a continuación presentamos, pues relacionan arte y entendimiento:

El pintor Rico LeBrun, al describir su obra dijo:

Comprender significa mirar. Mirar. Nadie puede decir precisamente lo que los aspectos de

la naturaleza significan para un hombre que está tratando de hallar formas a su propia visión. La vista, en su incansable busca de verdad, señala nuestras tareas... (p. 185).

El artista Paul Klee escribió: "El artista no reproduce lo visible; antes bien hace visibles las cosas" (p. 185).

Picasso dijo: "Yo veo por los demás" (p. 186). Una expresión fue: "No pinto lo que veo, sino pinto lo que pienso"

El pintor Fairfield Porter, escribió: "El artista no sabe lo que conoce en general, sólo sabe lo que conoce específicamente. Lo que conoce en general-o lo que puede ser conocido en general- sólo se hace manifiesto después de haberlo expresado". (p.186).

Goethe dijo: "El espíritu conquista dando forma a lo indeterminado". (p.186).

Las obras de arte, dicen los investigadores Le Shan y Margenau, son como puertas que nos permiten pasar al espacio o tiempo del artista y descubrir su sentir, su vivir, su mundo, interpretar su comunicación.

Indicios de milenarias artes entre algunas culturas, nos transmiten que, desde los orígenes, los hombres pusieron en ellas, símbolos y diseños semejantes que nos acercan a una idea de que hubo relación entre ellas; las nociones de equilibrio, semejanza y repetición. y que la simetría, está en la mente humana, pues lo manifiestan en sus estilos y diseños en el avance de los tiempos.

El concepto matemático "Simetría", en un sentido amplio, incluye las nociones de equilibrio, semejanza y repetición. El equilibrio en las simetrías es más común en objetos hechos por la raza humana, tales como la cerámica, los papeles pintados, tejidos, y los edificios. Albers, D., Campbell, P., Crowe, D., Schuster, S. y Thompson, M. (1999)

El arte popular llamado artesanía es una creación de objetos de uso cotidiano o de carácter social, una expresión ancestral de formas y colores con significado propio, constituyendo una inmensa riqueza transmitida por generaciones.

Los artesanos nos manifiestan su mundo. Como en una ventana visualizamos su forma de ser, su vida, su espíritu, su gusto, sus inclinaciones, mediante sus trabajos y su arte, en:

- Obras en cerámica, madera, piedra, metal, papel, como vasos, ollas, cucharas, hachas, lanzas, escudos, adornos, instrumentos domésticos y de labranza, etc.

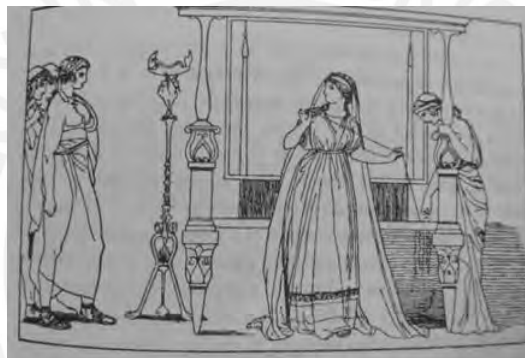
- Obras en tejidos y bordados de paja, hilo, algodón, junco, etc. apreciados en sombreros, redes, mantas, manteles, tapetes, alfombras, adornos, vestidos, etc.

Entre ellos, el ARTE DE LOS TEJIDOS EN TELAR, desde la prehistoria se manifiesta en la mitología. Las hilanderas y tejedoras cumplían un importante papel por ejemplo en la mitología escandinava las Nornas, bajo los fresnos del mundo tejen los hilos del destino y en el huso prenden espinas de rosas. Zechlin (1971, p.108).

En las figuras siguientes N° 41 y 42, vemos que los antiguos egipcios utilizaban telar.

Otra evidencia es el ejemplo que nos da Homero en La Odisea, en el siglo VIII a.C., con la leyenda griega de Penélope y Ulises. Penélope tejía y destejía. En su telar vertical.

**Figura 41.** *Penélope destejiendo su tela*



Fuente: Humbert, J. (Mitología griega y Romana, p. 217)

**Figura 42.** *Telar horizontal de los antiguos egipcios*



Fuente: Zechlin (1971, p. 109)

El arte de tejer, se origina del arte de trenzar. En la edad media, se introdujo en Europa el telar plano que hasta ahora continúa. Mostramos en la figura N° 42. una representación muy antigua de un telar plano, en Constanza, frescos de la tejedora o casa de las hilanderas.

**Figura 43.** *Telar plano de 1300*



Fuente: Zechlin (1971, p. 108)

Por el año 1801, J. M. Jacquard, inventó un telar con tarjetas perforadas para obtener patrones en tela. Figura N° 44.

**Figura 44.** *Telar de Jacquard (1801)*



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo. 17, p. 43).

El pintor Vincent Van Gogh, se sentía inspirado por los tejedores y su trabajo, y produjo su obra: "Tejedor al Telar". En 1884. Figura N° 45.

**Figura 45. Tejedor al telar (Vincent Van Gogh, 1884)**



Fuente: [https://blocdejavier.wordpress.com/2012/page/8/El arte de los tejidos, se manifiesta en casi todos los lugares del mundo desde épocas pre cristianas.](https://blocdejavier.wordpress.com/2012/page/8/El%20arte%20de%20los%20tejidos,%20se%20manifiesta%20en%20casi%20todos%20los%20lugares%20del%20mundo%20desde%20%C3%A9pocas%20pre%20cristianas.)

El arte de los tejidos, se manifiesta en casi todos los lugares del mundo desde épocas pre cristianas.

Mostramos en figura N° 46 y 47, el detalle de dos tejidos: Una alfombra bereber decorada con figuras humanas estilizadas, cruces de origen cristiano y motivos geométricos. Las alfombras son los tejidos que más trascendencia artística tuvieron, pues estaban completamente ejecutadas a mano sin ayuda de un telar.

Los telares de Finlandia, llamados también Ryijys, tienen un origen remoto y ahora se han convertido en piezas de arte. Vemos en la imagen anterior que lleva figuras humanas, plantas y pequeños trozos geométricos; siendo una de sus tradiciones más legendarias.

**Figura 46. Alfombra bereber**



Fuente: *Enciclopedia Salvat* (Tomo. 9, p. 273).

**Figura 47.** *Telar finlandés de 1749*



Fuente: *Selecciones del Reader's Digest* (Setiembre de 1980, p. 90).

Asimismo, en las Culturas Peruanas, se visualiza este arte de hilos del tiempo, de una parte, muchas obras se encuentran en algunos museos del mundo; y por otra parte, se da el tráfico ilícito de nuestros bienes culturales. El Perú, es el tercer país que cuenta con una lista de sus antigüedades en peligro, de catorce categorías, una de ellas los tejidos. El Comercio (C6, Cultura, domingo 19 de agosto de 2007).

Mostramos en la figura 48, un manto recuperado de la cultura Paracas, en él observamos trazos geométricos, con una notable simetría de cuadrados.

**Figura 48.** *Manto Paracas*



Fuente: *El Comercio* (15 de enero de 2015).

El arte del tejido en el Perú, es conocido por la calidad y fineza de sus telas, se encontraron restos de tejidos en la costa, donde por la profundidad de sus sepulturas y pocas lluvias, se pudieron conservar. Muchas prendas, fueron tejidas en tierras altas por las características de la fibra y tela.



En el Perú, se formó un Comité textil de la Sociedad Nacional de Industrias en el año 1945, y nos da un panorama histórico de la actividad textil en Perú; nos refiere una investigación con motivo de los 50 años de este comité, apoyada por la Dirección académica de investigación de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

[http://www.comitetextilperu.com/docs/Libros\\_Comite.pdf](http://www.comitetextilperu.com/docs/Libros_Comite.pdf)

El diario “El Comercio”, en sus diferentes ediciones ha manifestado en el tiempo, interés por este valor de nuestros ancestros peruanos. Anotamos algunas ediciones:

El Comercio, sección C, del jueves 25 de octubre de 2007, artículo “La resucitación de los mantos”.

El Comercio, Cultura c3, jueves 24 de abril de 2008. “Los mejores tejedores del antiguo Perú”.

El Comercio, A 13, lunes 9 de junio de 2008, “Los tejedores geométricos”

El Comercio, Cultura c3, martes 17 de junio de 2008. “Bienes culturales incautados y devueltos, vuelven al Perú después de 40 años”.

El Comercio, A12, jueves 24 de julio de 2008.” Lo inmemorial de los tejidos”.

El Comercio, ED, Patrimonio, domingo 18 de marzo de 2018. “Piezas que hablan con el tiempo”.

Existen muchas culturas regionales; entre ellas, Cajamarca, cuyos pocos vestigios causan que sea de las menos estudiadas, de una falta de interés en ella, debido en parte, a los efectos destructores de la conquista inca y luego a la española.

Hasta el tiempo de la llegada de los españoles a Cajamarca, año 1450, aún no se puede afirmar si conocían telares de mesa. Ya en los obrajes, en la zona de Porcón de pobladores mitimaes venidos de Quito, se instauraron algunos telares horizontales provenientes de Europa, que los presenta en imágenes Martínez Compañón.

Según las crónicas, se tejían las mejores telas, de hilos finos, llamadas “cumbi”,

En tiempo de los Incas, en los obrajes, estos tejidos tenían función jerárquica. Lamentablemente, de la cultura Cajamarca, no se ostenta tejidos. En la costa aún los tejidos más delicados se han conservado, en la sierra, las fuertes lluvias impiden la conservación. Por la historia, conocemos que Guzmango Cápac (Cajamarca), era gran amigo de Minchansamán de la cultura Moche, último Chimo Cápac y realizaban intercambios de sus productos y tejidos; se

considera también el estilo similar al Chavín en el primer milenio a. C; luego la época de invasión de los Wari; todos eran atraídos por la riqueza y cultura de esta región Cajamarca, aprendiendo unos de otros.

Presentamos en la figura 49 un original y representativo tejido cajamarquino, que se muestra en el Museo del Instituto Nacional de Cultura, Cajamarca.

Es un **unku**, tejido de época inca; una prenda de gran importancia por ser símbolo de status social. Está decorado con “tocapus”, e infografías geométricas que indicaban talvez el grupo de parentesco; era vestimenta de los hombres, confeccionada con algodón o alpaca; pertenece al Siglo XV.

Este telar inca tiene colores indigenistas teñidas con plantas nativas de la zona como, musgos, salvia, silvestre, cochinilla etc.

**Figura 49.** *Tejido antiguo Cajamarca*



Fuente: Fotografía 11 de enero 2012. Museo del Instituto Nacional de Cultura Cajamarca

Según un poema náhuatl: En *Olivas* (2003, p.21)

*“El verdadero artista dialoga con su propio corazón.  
Hace hábiles sus manos. Hace vivir las cosas, las crea.  
Humaniza el corazón de la gente.  
Ayuda a descubrir su raíz en la tierra”.*

En nuestro trabajo que se refiere específicamente a Simetría en las Artes Populares en



Tejidos, trataremos de buscar y entender la cosmovisión del grupo de estudio, “mirando” según Le Brun, mediante la visualización, relacionada con la actividad matemática como cimiento de la percepción, un primer paso al aprendizaje de la simetría, mediante los diseños elaborados en los tejidos a Callua (telar de cintura) y Telar de mesa; por los artesanos de Porcón, que fue uno de los grupos de mitimaes traídos por los incas a Cajamarca.

Iriarte (2003), afirma que, en cuanto a la utilidad práctica para el artista y para el artesano, la historia del arte nos enseña los estilos y acciones en todos los tiempos, y todos ellos se basan en el Dibujo Geométrico. En su obra Iriarte, explica sobre instrumentos y procesos de dibujo geométrico.

La ciencia y el arte son dos maneras complementarias de experimentar el mundo de la naturaleza, una es analítica y la otra es intuitiva.

Arte y matemática comparten su fascinación por las formas y las estructuras. Para los investigadores, las matemáticas constituyen una aventura en el mundo de las formas.

Alsina, Ruiz y Pérez (1989) afirman que a lo largo de la historia se establecieron teorías en intento de explicar las diferentes situaciones que se iban presentando en nuestro mundo con aspectos físicos, biológicos, tecnológicos, matemáticos de los fenómenos naturales y de los producidos por los seres humanos.

Dichos investigadores, sostienen que la vida y el movimiento son indisolubles y que se conoce otras vidas por la observación de algún movimiento y que todas las situaciones y acciones tienen un hilo conductor común que son los puntos del espacio; que muchas palabras que utilizamos coloquialmente como proyección, movimiento y transformación son términos con definición abstracta, son objetos matemáticos creados para organizar unos fenómenos que aparentemente nada tienen que ver. De estos términos, sostienen, el término transformación engloba a todos por ser el más amplio.

A continuación, expondremos algunos aspectos matemáticos de la Simetría considerados en nuestro trabajo.

### **2.3. Simetría: Aspectos Matemáticos**

El marco matemático de la Simetría en el presente estudio se refiere a las Transformaciones Geométricas en el Plano, y en particular a las Isometrías.

Para el desarrollo de nuestro trabajo, hemos considerado algunas referencias como: Dienes y Golding (1969), Coxeter (1971), Alsina, Ruiz y Pérez (1989), Lima (1996), Jaime y

Gutiérrez (1999), Sanz y Moratalla (1999), Balbuena (2000), Balbuena y De la Coba (2003), Godino (2004), entre otras, que adecuaremos como base matemática, según convenga, a lo largo del estudio.

### **2.3.1. Antecedentes**

Alsina, et. Al (1989) consideran que en relación al desarrollo de la geometría se puede considerar dos momentos, uno el de la Geometría Euclideana de influencia en la enseñanza hasta el presente; y otro que se inicia con el surgimiento de geometrías no- euclideas, que fueron apareciendo al refutar el quinto postulado de Euclides.

Sobre Euclides (325-265 A.C.), se conoce muy poco. Fue llamado “El Padre de la Geometría” y vivió en Alejandría al norte de Egipto, durante el reinado de Ptolomeo I Sóter, en el siglo III A. C.; ha organizado, perfeccionado y demostrado conceptos que sus predecesores mostraron.

David Hume expresa que, aunque “nunca se diera un círculo ni un triángulo en la naturaleza, las verdades demostradas por Euclides conservaron para siempre su certeza y su evidencia” (citado por Hemenway, 2008, p. 16).

*Los Elementos* de Euclides, obra que se publicó en Venecia en el año 1482, compuesta por trece libros, tuvo el mayor impacto en la historia de la humanidad, por ser el primer tratado sistemático de la geometría.

Trata de puntos, líneas rectas, direcciones y sentidos, ángulos y distancias. En ellos “se privilegian las transformaciones rígidas (que clasifican a las figuras por superposición) y se usa un lenguaje sintético al margen del cálculo efectivo aritmético” (Alsina, Fortuny y Pérez, 1992, p. 34).

En este sentido, Euclides no utiliza la noción de transformación, sino que implícitamente establece la relación de igualdad entre dos figuras mediante la superposición de las mismas.

Euclides de Alejandría resuelve problemas utilizando representaciones gráficas realizadas con regla y compás; aspecto que se evidencia por ejemplo en el retrato del pintor flamenco Justus Van Gent, en 1474 (Figura 50) ; o la estampilla de Sierra Leona que tiene un detalle de la Escuela de Atenas, de Rafael, en la que Euclides aparece usando el compás.

Esta superposición apoyada en la séptima noción común, donde se menciona: “Las cosas que se superponen son iguales” (Euclides), permite relacionar dos figuras mediante la igualdad, pudiendo afirmar que ellas tienen la misma forma o los lados de igual longitud, lo cual es

característico de figuras originadas mediante una simetría.

Weyl (1958) aclara paso a paso, el significado matemático- filosófico de la idea de simetría que desarrolla en cuatro conferencias en su obra “La simetría”, llegando como idea general que el fundamento es la invariabilidad de una configuración de elementos ante un grupo de transformaciones.

Sanz y Moratalla (1999) encuentran una nueva conceptualización en Viollet le Duc, quien define simetría como una reproducción de partes opuestas a derecha e izquierda de un eje; ya no considera un equilibrio ni relación armoniosa de las partes con el todo. Es con esta definición que se restringe la simetría a un aspecto euclídeo, puramente geométrico.

Las investigadoras definen la teoría de la simetría como una “parte de la geometría, que operando sobre el espacio euclídeo engloba como transformaciones a todas las isometrías, siendo su interés específico el estudio de los grupos de isometrías que dejan invariantes las figuras”.

Nuestro estudio se enfoca en la Geometría Euclideana, también llamada Geometría Sintética.

*El que desdeña la Geometría de Euclides, es como el hombre que, al regresar de tierras extrañas, menosprecia su casa”.*  
Fólder, en: *Prólogo de Retorno a la Geometría por H.S.M Coxeter (1993).*

### **2.3.2. Marco General: Transformaciones Geométricas**

Transformación significa cambio y si estudiamos la transformación de un objeto, observamos las características que dicho objeto presenta antes y después del cambio. La transformación de una figura nos conduce a observar los aspectos siguientes:

- La figura antes del y sus características.
- La figura obtenida después del cambio.

De acuerdo con esta observación, los posibles resultados luego de aplicar una transformación, son:

- Que la figura conserve su misma forma y tamaño. Llamadas Transformaciones isométricas o Isometrías.
- Que la figura cambia en su tamaño, pero conserva su forma. Llamadas homotecias o semejanzas.
- Que la figura cambia en su forma y tamaño. Llamadas Transformaciones afines y

transformaciones proyectivas.

Esta consideración, se vincula con las conclusiones presentadas por Dienes y Golding (1969), acerca de los cambios en las figuras y sus elementos, debido a diferentes transformaciones. Afirman que los cambios pueden ser:

- Topológicos
- Proyectivos
- Afines
- Semejanzas
- Transformaciones euclidianas.

Dichos investigadores, resumen las propiedades de una figura ante un cierto tipo de transformación. Si la propiedad queda inalterada, consideran: “permanece”. Tabla 1:

**Tabla 1**

*Propiedades de la Transformación de una Figura Geométrica*

<b>Elementos y características observables</b>	<b>Topología: Transformaciones continuas</b>	<b>Geometría Proyectiva: Planos afines</b>	<b>Geometría Afín: Transformación lineal</b>	<b>Geometría de Semejanzas: Homotecias</b>	<b>Geometría Euclideana: Transformaciones Isométricas</b>
<b>Interiores y exteriores</b>	permanece	permanece	permanece	permanece	permanece
<b>Orden de los puntos en una</b>	permanece	permanece	permanece	permanece	permanece
<b>Líneas rectas</b>	cambia	permanece	permanece	permanece	permanece
<b>Convexidad</b>	cambia	permanece	permanece	permanece	permanece
<b>Paralelismo</b>	cambia	cambia	permanece	permanece	permanece
<b>Relación de distancias sobre rectas</b>	cambia	cambia	permanece	permanece	permanece
<b>Relación de distancias sobre rectas</b>	cambia	cambia	cambia	permanece	permanece
<b>Ángulos</b>	cambia	cambia	cambia	permanece	permanece
<b>Distancias</b>	cambia	cambia	cambia	cambia	permanece
<b>Posiciones</b>	cambia	cambia	cambia	cambia	cambia

Fuente: Tabla adaptada de Dienes y Golding. La Geometría a través de las Transformaciones. 3 Grupos de coordenadas. (pg. 81)

En este resumen de la Tabla N° 1 observamos la columna de Geometría Euclidiana. Se evidencia que, al realizar una transformación, lo que cambia es la posición y aún esto es

invariante cuando la transformación es la identidad. Estas transformaciones son las Isometrías, tema donde nuestro estudio está incluido y corresponde a Geometría euclidea o sintética.

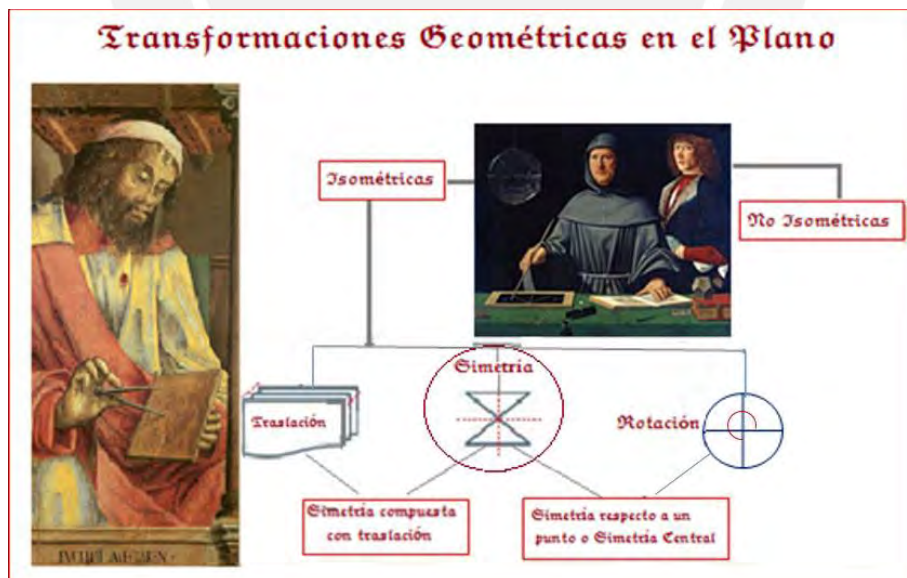
### 2.3.3. Isometrías

Presentamos algunas referencias acerca del tema, de Alsina, Ruiz y Pérez (1989), Balbuena (2000), Balbuena y De la Coba (2003), Jaime y Gutiérrez (1999), Lima (1996), Dienes y Golding (1969), Coxeter (1971) y otros matemáticos, mostrando sus ópticas y formas de abordar este conocimiento.

La palabra **isometría** tiene su origen en el griego  $\text{ἴσος μέτρο}$ , que significa igual medida. Así pues, las isometrías del plano son transformaciones del plano que conservan las medidas de longitudes, ángulos y superficies de las figuras del plano. Isometría es un movimiento que, aplicado a una figura, no hace cambiar ni su forma ni su tamaño, es decir, las distancias entre puntos correspondientes de la figura en su posición inicial y en su posición final, permanecen iguales.

Por este motivo, se dicen también Movimientos Rígidos del Plano. Mostramos en la Figura 50, un esquema de las transformaciones geométricas en el plano y ubicamos nuestro tema de estudio, Simetrías en el Plano o Euclideanas, encuadradas en las Transformaciones Isométricas.

**Figura 50.** Transformaciones geométricas en el plano



Fuente: Elaboración propia adaptando pintura de Justus Van Gent de Euclides (Recuperado en: <https://es.wikipedia.org/wiki/>), y la obra de Jacopo de Barbieri. Vigonnis, sobre Luca Pacioli demostrando uno de los teoremas de Euclides. Wade, D (2015, p.75).

Vemos gráficamente que si nos referimos a Simetría, nos referimos también a Isometrías; por lo que consideramos adecuado tomar en cuenta algunas consideraciones a continuación:

Según Alsina, Ruiz y Pérez (1989) las isometrías son objetos matemáticos que organizan determinadas situaciones de tipo matemático. El análisis de la regularidad de las figuras tiene su base en determinar las isometrías que la dejan invariante para clasificarlas desde esta óptica.

El investigador afirma e interpreta que las propiedades métricas reflejadas en las distancias entre los pares de puntos sirven para caracterizar las transformaciones euclídeas que se denominan también movimientos rígidos o isometrías.

En transformaciones Isométricas, los objetos geométricos no sufren deformación métrica pues conserva la distancia entre los puntos. Por tanto conserva también otras propiedades observables como ángulos, áreas, paralelismo, perpendicularidad, a que se refieren los postulados de Euclides y que es lo que justifica el calificativo de rígidos.

Las isometrías del plano o espacios euclídeos organizan toda la estructura matemática en que se apoya la geometría métrica aportando la herramienta necesaria para la resolución de problemas de ángulos, distancias, áreas y volúmenes propios de su ámbito.

Las Isometrías constituyen una de las áreas de las matemáticas con mayor variedad de aplicaciones, tanto en otras partes de las matemáticas como fuera de ellas, en Geometría, están presentes, tomando diversos significados: Como movimientos en el caso de las traslaciones, giros y simetrías, en el espacio físico. Como propiedades geométricas de figuras planas o espaciales, que permiten describirlas, compararlas y clasificarlas (Jaime y Gutiérrez, 1999, p. 14).

Afirman los investigadores que en sus unidades de enseñanza presentan actividades correspondientes a objetivos y contenidos de primaria, del primer nivel de Van Hiele y una parte del segundo nivel y conviene que los profesores de Secundaria comiencen la enseñanza de las isometrías desde el principio cuando sus alumnos no han estudiado nunca estos conceptos. Es importante, además, observar que numerosas demostraciones en este tema, son de tipo constructivo (Jaime y Gutiérrez, 1999, pp. 14 y 21). Considera el Grupo de las Isometrías del Plano.

Dienes y Golding (1969), en sus observaciones sobre el estudio de las simetrías, opinan que este concepto es uno de los más importantes y lo consideran desde su óptica, en dos aspectos: i) Simetría como transformación y ii) Simetría como propiedad de las figuras.

Introducen la simetría en sus fichas como una operación o transformación más que una propiedad. Considera las posiciones de los dibujos como estados y las simetrías y rotaciones como operadores; pero en algunas fichas considera figuras en las que se puede realizar transformaciones sin cambiarlas y concluye que es una propiedad de estas figuras. Una simetría es siempre la transformación inversa de sí misma. Cuando se realiza dos veces se vuelve al punto de partida. El hecho que ciertas transformaciones pueden realizarse sobre algunas figuras sin cambiarlas es una propiedad de estas figuras.

Coxeter (1971) encuentra conveniente llamar transformación en el sentido de una correspondencia uno a uno entre los puntos del plano, donde un punto y su asociado coinciden por lo que el punto se llama invariante o doble, de dicha transformación; y considera que, en particular, una isometría es una transformación congruente o congruencia pues preserva la longitud.

El matemático afirma que una figura es simétrica cuando al aplicar ciertas isometrías llamadas operadores de simetría, dejan a la figura sin alteración, dando como ejemplo las simetrías de algunas letras mayúsculas. También se refiere a la formación de un grupo por un determinado conjunto de transformaciones.

Roanes Macías (1972) considera que el concepto de transformación es sinónimo de correspondencia y de función. En su estudio se limita a transformaciones que sean aplicaciones. Propone una didáctica de los movimientos en la escuela primaria.

En Lima (1996) encontramos que tiene como objetivo clasificar las isometrías, transformaciones que preservan la distancia (euclideana), analizando la composición de estas transformaciones. Su estudio lo ha realizado en la recta, el plano y espacio. Sostiene además que su estudio puede ser tratado mediante el uso de coordenadas y aquí una observación que las reflexiones (llamadas así en algunos trabajos a las simetrías axiales), no resultan de movimientos sin recurrir a un ambiente con una dimensión más. El investigador, define a las isometrías como una función.

Viruel (2008) refiere que los griegos clásicos consideraban sinónimo de simetría el concepto de regularidad (ρυθμός, ritmos) o de buena forma (εὐμορφία, eumorfia, que literalmente significa buena forma, se refiere a la belleza de la forma; y formalmente da una definición matemática de lo que es una simetría:

Decimos que un objeto  $X$  posee una simetría  $\sigma$  si:

1.  $\sigma: X \rightarrow X$  es una aplicación biyectiva y
2.  $\sigma$  mantiene las propiedades de  $X$  invariantes.

Viruel, A. (2008) aclara su definición mediante los tres puntos siguientes:

a) El concepto de simetría está siempre asociado a un objeto. Este objeto  $X$  puede ser cualquier cosa, como parece querer reflejar la primera entrada del diccionario, y queda después reforzado cuando se refiere después al cuerpo de un ser vivo o a un cuerpo geométrico. También  $X$  puede ser algo más etéreo como una melodía.

b) La simetría es una aplicación de  $X$  en  $X$ . Es lo que la Real Academia Española llama correspondencia. Es una aplicación biyectiva (o si queremos, invertible), esto es, si transformo el objeto  $X$  en  $X$ , puedo destransformarlo. Es lo que se llama correspondencia exacta.

c) Lo que caracteriza la simetría es que mantiene las propiedades de  $X$  invariantes. Estas propiedades no son necesariamente de carácter geométrico o espacial, como dice la Real Academia Española. Por ejemplo, si la simetría mantiene propiedades de tipo temporal, incorporamos conceptos como el ritmo. Viruel, A. (2008, p. 2).

Repetto, Linskens y Fesquet (1940) consideran el capítulo enfocado desde Transformaciones en el Plano, habla de figura rígida, (no de movimiento rígido), las figuras pasan de una a otra posición mediante movimientos en el plano. Todo movimiento en el plano es una transformación en sí mismo, que hace corresponder a una figura dada otra igual o congruente a ella, en otra posición.

Fletcher (1971) considera Geometría de las Simetrías, una sección especial, refiriéndose que, si se inicia el concepto de simetría, con simetría respecto a un eje, se enriquece el caudal de conocimientos geométricos del alumno, despertando su imaginación y su pensamiento, proporcionando para después un instrumento satisfactorio al momento de estudiar la nueva geometría escolar.

Relaciona figuras geométricas que se forman en un espejo, puntualiza que los espejos son para los niños su primera experiencia permitiendo experimentar muchos aspectos de la simetría, utilizando él mismo, espejos en sus orientaciones didácticas.

Verástegui (2003) se refiere a Congruencia o Isometría, identificando las propiedades que caracterizan la congruencia entre figuras en un plano mediante funciones biyectivas que preservan distancias entre puntos y sus imágenes correspondientes.



Define que si se tiene una función que es una congruencia en el plano, también se dice que esa función es una Isometría o una Transformación rígida o Transformación ortogonal en el plano. Además, la función inversa de una Isometría es también una Isometría.

García, Martínez y Miñano (1999, p. 205) presentan actividades para la enseñanza con el programa Cabrí; pero, exponen que los medios informáticos en la enseñanza de la geometría, puede cambiar los métodos de enseñanza o incluso llegar a cambiar contenidos; pero “sería un error suprimir el empleo de los instrumentos clásicos del trazado y medida o eliminar las actividades de observación y experimentación en el medio natural”.

Sanz y Moratalla (1999) expresan que a pesar de la progresiva popularidad de puzles y juegos de cambio de formas y posiciones que evidencian la atracción de las formas geométricas y sus relaciones, interesantes para el hombre de la calle, se ignoren estos aspectos en los planes de estudio. La esencia de la Geometría que es su atractivo visual, incluso en la enseñanza superior, se ha perdido por las abstracciones.

Estas consideraciones las tomamos en cuenta para realizar el análisis de los diseños del presente estudio; hemos considerado los dos aspectos u ópticas, Tener Simetría o Construir Simetría, de un diseño, Primero el abordaje que el diseño tiene simetría y segundo, las propiedades que debe cumplir para que el diseño tenga simetría.

Si deseamos realizar un movimiento isométrico a un objeto, entonces sólo tenemos cuatro posibilidades. El objeto:

- Se traslada de un lugar a otro (Traslación).
- Gira respecto de un punto llamado centro (Rotación).
- Se somete a una simetría respecto a un eje (Simetría).
- Se somete a una simetría y después se traslada. (Composición de Simetría con Traslación, referida también como Simetría con desplazamiento).

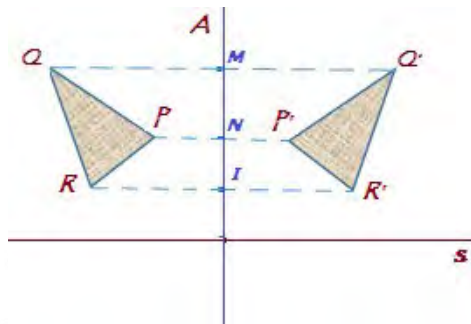
Un ejemplo: En la Figura 51, el triángulo es simétrico del triángulo PQR,

De acuerdo con la Tabla 1 de Dienes y Golding, comprobamos las características que definen ambos triángulos:

Lado PQ, igual al lado P' Q', esto es: distancia de P a Q:  $d(P, Q) = d(P', Q')$  o De igual forma los otros dos lados, y ángulos correspondientes. La recta A, que consideramos eje vertical en este caso, es perpendicular en M, N, e I puntos medios de las distancias, respectivamente.

Además, estos elementos en su medida y forma permanecen igual; pero lo que ha cambiado en la figura, es la posición del triángulo original PQR. Es un ejemplo en Geometría Euclídeana, de una Transformación Isométrica o Isometría, específicamente Simetría.

**Figura 51. Simetría**



Fuente: Elaboración propia.

### Traslación

Se entiende como el movimiento rígido en el que todos los puntos del plano se mueven en la misma dirección y distancia.

En la Figura 52 el triángulo MNS se transforma en el M'N'S' como consecuencia de la traslación definida por el vector de origen en el punto S y extremo S'. Una traslación queda determinada dando un vector que especifique la dirección en la que se trasladan todos los puntos del plano y la distancia a la cual se trasladan, que es el módulo del vector (distancia entre el origen y el extremo).

**Figura 52. Traslación**



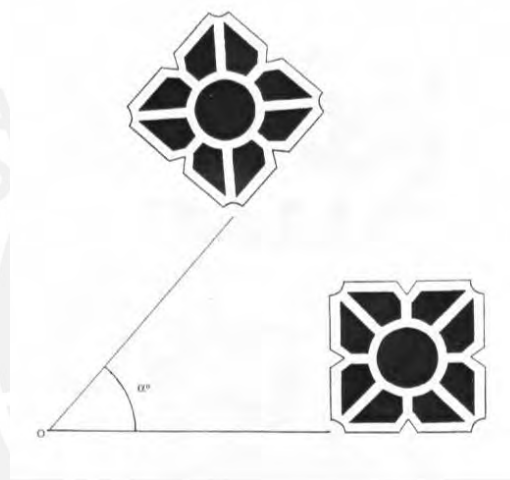
Fuente: Elaboración propia.

## Rotación

La Rotación o giro consiste en girar todos los puntos del plano alrededor de un punto fijo (centro del giro), un cierto ángulo que será el ángulo de giro.

La rotación necesita dos elementos para quedar definido: El punto sobre el que se gira (centro de la rotación), y el ángulo que da la amplitud. Se considera que el giro es positivo si se produce en sentido contrario a las agujas del reloj y negativo cuando se hace en el sentido de las agujas del reloj. En un giro sólo se tienen en cuenta las posiciones iniciales y finales de los puntos. Figura 53.

**Figura 53. Rotación**



Fuente: Balbuena (2000, p. 43).

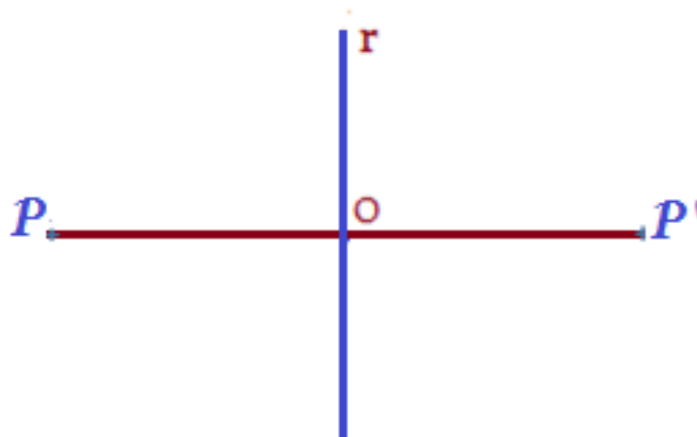
## Simetría de una figura plana

Una simetría de una figura plana es una isometría o movimiento rígido del plano que hace coincidir cada punto de una figura con otro punto de la misma figura llamado imagen. Esto es, todos los puntos  $P$  de la figura son transformados por el movimiento en otros puntos  $P'$  que son también puntos de la figura. La figura conserva todas sus características métricas (distancias, ángulos), solamente cambia su posición.

La simetría axial o simetría respecto a un eje: Mostramos en la Figura 54, que fijando una recta  $r$  del plano hallamos para el punto  $P$  otro punto  $P'$ , de tal manera que la recta  $r$  es mediatriz del segmento  $PP'$ , o que  $r$  es perpendicular a  $PP'$ , en su punto medio que es  $O$ .

La recta  $r$  del plano es el eje vertical de simetría del punto  $P$  y se dice simetría axial vertical. Si el eje de simetría es horizontal, entonces constituye simetría axial horizontal.

**Figura 54. Simetría axial de un punto**

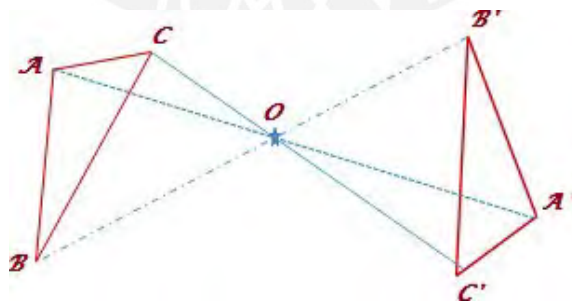


Fuente: Elaboración propia.

De otro modo la distancia del punto P al punto O es igual a la distancia del punto O al punto P'. Decimos P' es simétrico de P respecto a r.

Simetría central, llamada también simetría respecto a un punto o puntual, ocurre cuando el movimiento es de  $180^\circ$  respecto a un punto o centro y la figura al girar coincide consigo misma. Mostramos en la Figura 55, por ejemplo, que el simétrico del punto A es A' y A ha girado  $180^\circ$  respecto a O, cambiando su posición a A' y determinando el segmento AA', cuyo centro es O. Así en cada punto de la figura.

**Figura 55. Simetría central**



Fuente: Elaboración propia.

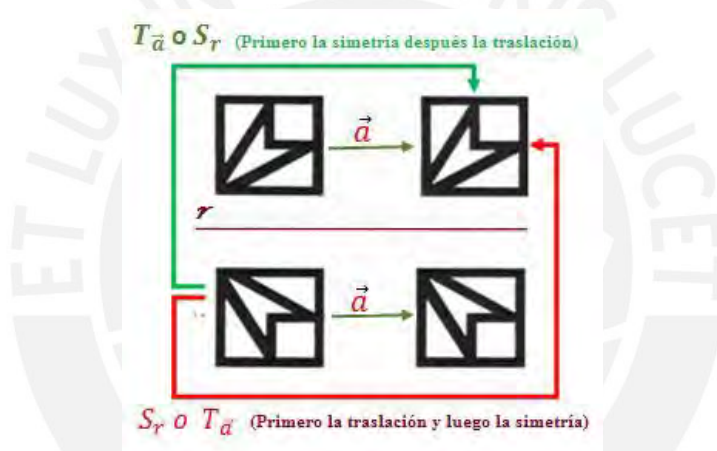
## Composición de isometrías

Cualquier par de los movimientos, traslaciones, giros y simetrías se pueden aplicar sucesivamente, esto es, primero se aplica uno y a la figura transformada se le aplica el segundo movimiento. La transformación única que permite pasar de la primera figura a la última se dice que es la composición de los movimientos dados.

La composición de una simetría axial y una traslación se llama también, simetría con deslizamiento.

En la Figura 56 podemos visualizar que la composición de simetría y traslación es una operación conmutativa.

**Figura 56.** *Simetría con deslizamiento*



Fuente: Balbuena (2000, p. 45).

Con la composición de simetría y traslación en una misma dirección, se forman los frisos.

Exponemos a continuación, algunas definiciones estrictamente matemáticas que son base del análisis de los diseños, es decir, del Objeto matemático, de nuestro trabajo.

### 2.4. La Simetría: Objeto Matemático de Nuestro Estudio

Para la justificación de los resultados obtenidos en nuestra investigación hemos considerado al texto "Isometrías", Lima (1996), que en su capítulo 4, correspondiente a Isometrías en el plano, expone el estudio y ejemplos correspondientes a Simetría axial, Simetría en torno a un punto, y simetría con deslizamiento que es la composición de simetría y traslación.

### 2.4.1. Base Matemática

Un elemento euclidiano fundamental en el estudio matemático de nuestro trabajo es la noción de distancia., entonces iniciamos esta parte, según Lima (1996, p. 14), admitiendo una unidad fija de la longitud y denotaremos con  $d(A, B)$  a la distancia del punto A al punto B en el plano, o sea, la longitud del segmento de recta AB.

Recordemos que el punto C pertenece al segmento de recta AB si, y solamente si,

$$d(A, B) = d(A, C) + d(C, B), \text{ o } \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB}$$

que es propiedad vinculada a la siguiente definición:

**Una isometría entre los planos  $\Pi$  y  $\Pi'$  es una función que preserva distancia.**

Esto significa que, para puntos cualesquiera  $X, Y \in \Pi$ , haciendo  $X'=T(X)$  e  $Y'=T(Y)$ , se tiene  $d(X', Y') = d(X, Y)$ .

A continuación, anotamos las propiedades más importantes de las isometrías

**i) Toda isometría  $T: \Pi \rightarrow \Pi'$  es una función inyectiva**

pues:  $X \neq Y \Rightarrow d(X, Y) > 0 \Rightarrow d(X', Y') = d(X, Y) > 0 \Rightarrow X' \neq Y'$

**ii) Una isometría es también sobreyectiva.**

Tomamos un punto arbitrario  $X' \in \Pi'$  y procuramos determinar un punto  $X \in \Pi$  tal que  $T(X) = X'$ . Para eso, trazamos una recta cualquiera  $r$  en  $\Pi$ . La imagen de  $r$  por  $T$  es una recta  $r'$  en el plano  $\Pi'$ .

a) Si  $X' \in r'$  entonces, por definición de imagen, existe un punto  $X \in r$  tal que  $T(X) = X'$ .

b) Si  $X' \notin r'$  sea,  $s'$ , la perpendicular bajada desde  $X'$  sobre  $r'$ . Llamaremos  $Y'$  al punto de intersección de  $r'$  con  $s'$ . Como  $Y' \in r'$ , existe  $Y \in r$  tal que  $T(Y) = Y'$ . Sea  $s$  la recta perpendicular a  $r$  pasando por  $Y$ . La imagen de  $s$ , por la isometría  $T$ , es perpendicular a  $r'$  y contiene a  $Y'$ . Luego  $T(s) = s'$ . Como  $X' \in s'$ , existe  $X \in s$ , tal que  $T(X) = X'$

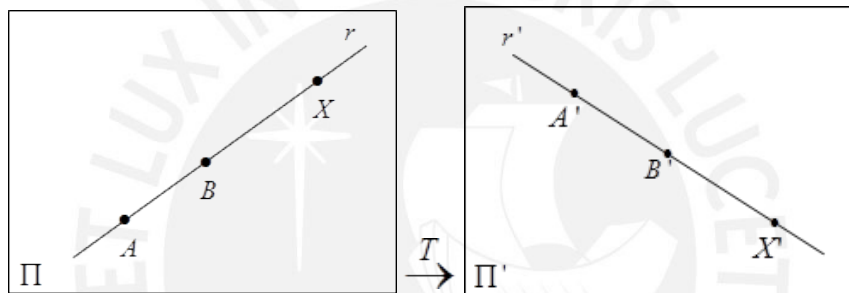
**iii) Toda isometría  $T: \Pi \rightarrow \Pi'$  transforma rectas en rectas.**

En efecto, sea  $r \subset \Pi$  una recta, tomemos dos puntos distintos A y B en r,

Tomemos  $A' = T(A)$ ,  $B' = T(B)$  y llamemos  $r'$  a la recta en el plano  $\Pi'$  que pasa por  $A'$  y  $B'$ . Dado cualquier  $X \in r$ , uno de los tres puntos A, B y X está entre los otros dos puntos. Digamos que B está entre A y X, o sea, que  $B \in \overline{AX}$ . (Los otros dos casos son tratados análogamente). Entonces  $\overline{AX} = \overline{AB} + \overline{BX}$  luego, tomando  $X' = T(X)$ , tenemos que  $\overline{A'X'} = \overline{A'B'} + \overline{B'X'}$  por lo tanto  $B'$  pertenece al segmento  $A'X'$ .

Así los puntos son colineales. Esto muestra que  $X \in r$  implica  $X' \in r'$ . Luego, la restricción de T a r es una isometría entre r y  $r'$ . Como toda isometría entre rectas es sobreyectiva, se tiene  $T(r) = r'$ .

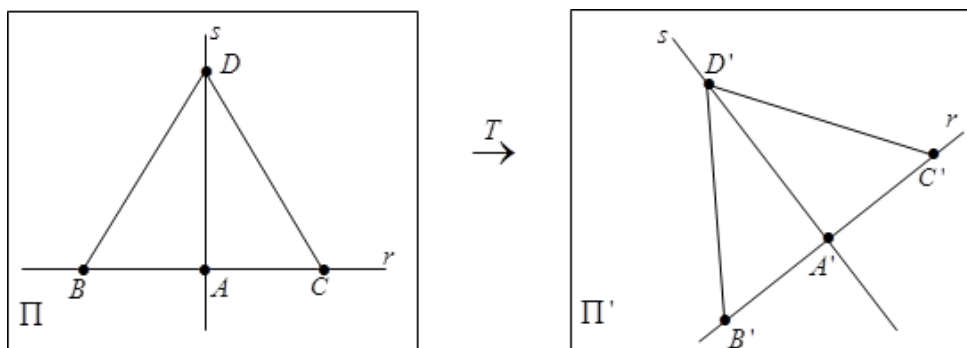
**Figura 57.** Transformación de rectas en rectas



Fuente: Lima (1996, p. 15).

**iv) Una isometría  $T: \Pi \rightarrow \Pi'$  transforma rectas perpendiculares en rectas perpendiculares.**

**Figura 58.** Rectas perpendiculares se transforman en rectas perpendiculares



Fuente: Lima (1996, p. 15).

En efecto, dadas las rectas perpendiculares  $r$  y  $s$  en  $\Pi$ , consideremos: el punto  $A$  de intersección de  $r$  y  $s$ , dos puntos  $B$  y  $C$  en  $r$ , equidistantes de  $A$ , y un punto cualquiera  $D$  sobre  $s$ .

La isometría  $T$  transforma la mediana  $AD$  del triángulo isósceles  $BCD$  en la mediana  $A'D'$  del triángulo isósceles  $B'C'D'$  luego  $A'D'$  es perpendicular a  $B'C'$  o sea  $r'$  es perpendicular a  $s'$ .

**v) Toda isometría  $T: \Pi \rightarrow \Pi'$  es una biyección cuya inversa**

**$T^{-1}: \Pi' \rightarrow \Pi$  es también una isometría.**

Hemos probado que  $T$  es inyectiva y sobreyectiva, por tanto, es biyectiva.

**Figura 59. Biyección entre rectas**



Fuente: Lima (1996, p. 16).

El ejemplo más obvio de isometría es la función identidad.

$Id: \Pi \rightarrow \Pi$

Veamos ahora, algunos ejemplos que son casos de Simetría.

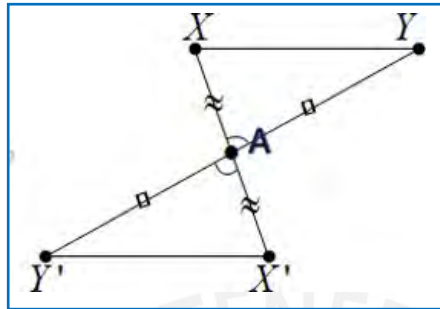
- **Ejemplo 1. Simetría en Torno de un Punto (o Simetría Central)**

Tomemos un punto  $A$  en el plano  $\Pi$ . La simetría en torno de  $A$  es la función  $S_A: \Pi \rightarrow \Pi$  así definida:  $S_A(A) = A$ , y, para  $X \neq A$ ,  $S_A(X) = X'$ , es el simétrico de  $X$  relativamente a  $A$ . En otras palabras,  $A$  es el punto medio del segmento de recta  $XX'$ .

Para ver que  $S_A$  es una isometría, debemos demostrar que las imágenes según la función  $S_A$ , de dos puntos cualesquiera  $X$  e  $Y$ , es la misma que la distancia entre los puntos  $X$  y  $Y$ , para esto, basta ver que dados  $X, Y \in \Pi$ , los triángulos  $AXY$  y  $AX'Y'$  son congruentes, pues  $\overline{AX} = \overline{AX'}$  y los ángulos  $\hat{XAY}$  y  $\hat{X'A'Y'}$  son opuestos por el vértice. Luego  $\overline{XY} = \overline{X'Y'}$ .



**Figura 60.** Simetría con respecto a un punto



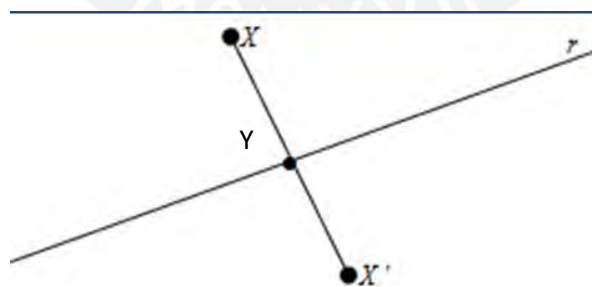
Fuente: Lima (1996, p. 17).

- **Ejemplo 2. Simetría en torno de una recta (o Simetría axial)**

Sea  $r$  una recta en el plano  $\Pi$ . La simetría en torno de la recta  $r$  es la función  $R_r: \Pi \rightarrow \Pi$  así definida:

$R_r(X) = X$  Para todo  $X \in r$  y, para  $X \notin r$ ,  $R_r(X) = X'$ , es tal que la mediatriz del segmento  $XX'$  es la recta  $r$ . En otras palabras, sea  $Y$  el pie de la perpendicular bajada de  $X$  sobre  $r$ . Entonces  $Y$  es el punto medio del segmento  $XX'$ .

**Figura 61.** Simetría respecto a una recta

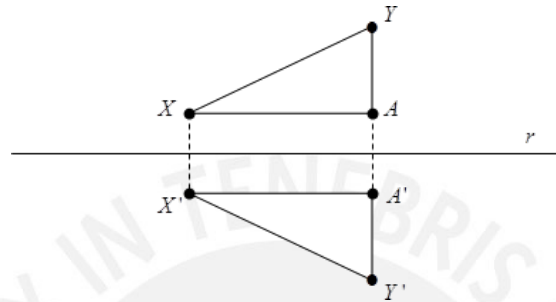


Fuente: Lima (1996, p. 17).

Para probar que es una isometría, consideramos dos casos:

- **Primer caso:** X e Y están del mismo lado de la recta r en el plano  $\Pi$ . Entonces trazamos los segmentos XA y X'A', paralelos a r, con A y A' sobre YY'. Los triángulos rectángulos XAY y X'A'Y' tienen los catetos con la misma longitud, luego lo mismo ocurre con sus hipotenusas, esto es  $\overline{XY} = \overline{X'Y'}$

**Figura 62.** Isometría de puntos al mismo lado de la recta

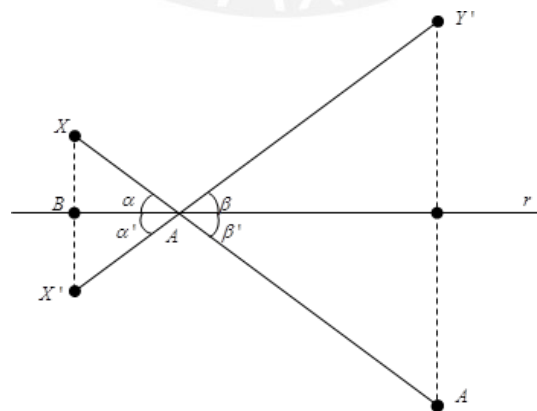


Fuente: Lima (1996, p. 18).

- **Segundo caso:** X, Y están en lados opuestos de la recta r. Sean A y B los puntos de intersección de XY y X'Y' con la recta r. Los triángulos rectángulos ABX y ABX'tienen el cateto AB en común y  $\overline{BX} = \overline{BX'}$  Luego sus hipotenusas tienen la misma longitud  $\overline{AX} = \overline{AX'}$

Análogamente;  $\overline{AY} = \overline{AY'}$ , así los triángulos  $AXX'$  y  $AYY'$  son isósceles, por lo tanto, sus medianas son bisectrices  $\alpha = \alpha'$  y  $\beta = \beta'$  y, por otro lado,  $\alpha = \beta$  como ángulos opuestos por el vértice.

**Figura 63.** Isometría de puntos en diferentes lados de la recta



Fuente: Lima (1996, p. 18).

Entonces  $\alpha + \alpha' = \beta + \beta'$ . Como  $\beta + \beta'$  es el suplemento del ángulo  $\widehat{XY'}$ ,

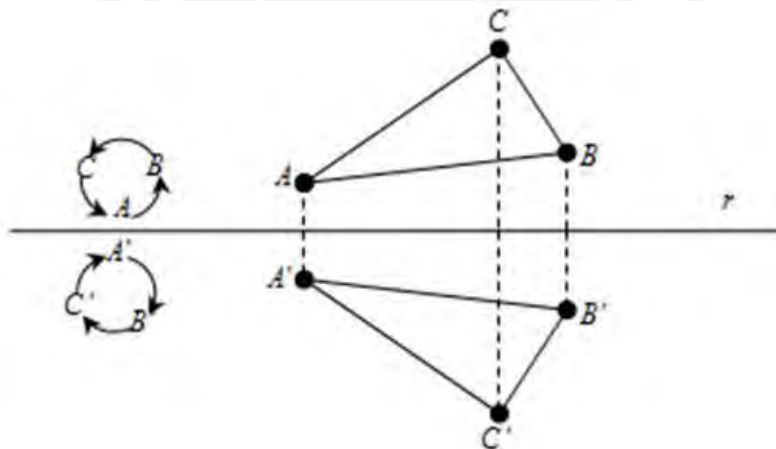
$\alpha + \alpha'$  También es el suplemento de  $\widehat{XAY}$ , luego  $X', A$  e  $Y'$  son colineales. Por lo tanto,

$$\overline{XY} = \overline{XA} + \overline{AY} = \overline{XA} + \overline{AY} = \overline{XY'}$$

Los puntos fijos de la reflexión  $R_r: \Pi \rightarrow \Pi$  son los puntos de la recta  $r$ . Para todo  $X \in \Pi$  se tiene que  $R_r(R_r(X)) = X$ , luego  $R_r \circ R_r = \text{identidad}$ , o sea  $(R_r)^{-1} = R_r$

Un hecho geométrico importante respecto a la simetría  $R_r: \Pi \rightarrow \Pi$  es que ella transforma el triángulo  $ABC$  en un triángulo  $A'B'C'$  en el cual el sentido de la rotación de los vértices  $A' \rightarrow B' \rightarrow C'$  es el opuesto del sentido  $A \rightarrow B \rightarrow C$ .

**Figura 64.** Simetría y sentido



Fuente: Lima (1996, p. 19).

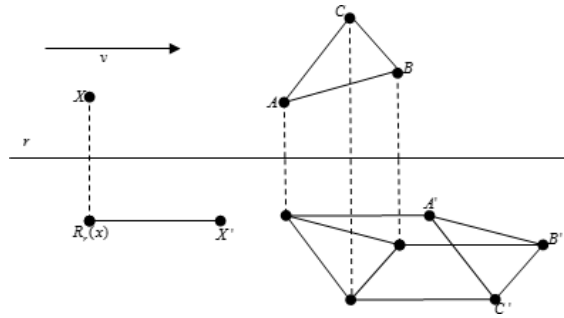
Esta observación de carácter intuitivo significa que la simetría en torno de una recta es una isometría impropia que invierte la orientación en el plano.

- **Ejemplo 3. Simetría con deslizamiento**

Sean  $v = \overrightarrow{AB}$  un vector no nulo y  $r$  una recta paralela a  $v$  en el plano  $\Pi$

$$T = T_v \circ R_r$$

**Figura 65.** Composición de simetría y traslación



Fuente: Lima (1996, p. 24).

La composición de simetría con traslación o simetría con deslizamiento, determinada por el vector  $v$  y por la recta  $r$ , es la isometría  $T = T_v \circ R_r: \Pi \rightarrow \Pi$ , obtenida haciendo la traslación  $T_v$  y luego la simetría  $R_r$ . La composición de simetría con traslación, (simetría con deslizamiento), así como la traslación  $T_v$  no posee punto fijo.

$A'B'C'$  es el resultado de componer la simetría  $R_r$  con la traslación  $T_v$

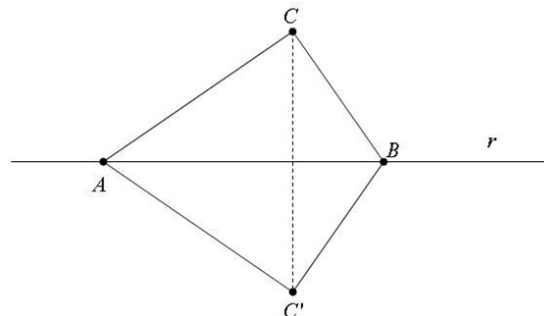
$$\begin{aligned} T_v \circ R_r(ABC) &= T_v (R_r(ABC)) \\ &= T_v(A, B, C) = A'B'C' \end{aligned}$$

Observación: Teniendo en cuenta que  $v$  es paralelo a  $r$ , se muestra fácilmente que  $T_v \circ R_r = R_r \circ T_v$

- Si una isometría  $T: \Pi \rightarrow \Pi$  posee dos puntos fijos distintos entonces  $T$  es la identidad o es la simetría en torno a la recta que contiene esos puntos.

En efecto, sean  $A \neq B$ , puntos de  $\Pi$  tales que  $T(A)=A$  y  $T(B)=B$ . Entonces  $T$  deja fijo todos los puntos de la recta  $r = AB$ . Fijemos un punto  $C$  en el plano  $\Pi$ , fuera de la recta  $r$ .

**Figura 66.** Isometría, dos puntos fijos distintos



Fuente: Lima (1996, p. 26).

Si  $T(C)=C$  entonces  $T$ =identidad porque tiene tres puntos fijos no colineales: A, B y C. Si por otro lado se tiene que  $C' = T(C) \neq C$  entonces,

como  $\overline{AC} = \overline{A'C}$  y  $\overline{BC} = \overline{B'C}$ , la recta  $r$  es la mediatriz del segmento  $CC'$ ,

por lo tanto  $C' = R_r(C)$ . Luego  $T$  coincide, en los puntos no colineales A, B y C, con la simetría en torno de  $R$ , luego  $T = R_r$ .

**Observación:** Sean  $S, T: \Pi \rightarrow \Pi$  isometrías. Si existen en  $\Pi$  dos puntos distintos A, B tales que  $S(A)=T(A)$  y  $S(B)=T(B)$  entonces o,  $S = T$  o,  $S = T \circ R_r$ , donde  $R_r = \Pi \rightarrow \Pi$  es la simetría en torno a la recta  $r = AB$ .

En efecto,  $T^{-1} \circ S : \Pi \rightarrow \Pi$  es una isometría con dos puntos fijos distintos A y B. Luego  $T^{-1} \circ S =$  identidad (y  $T=S$ ) o entonces  $T^{-1} \circ S = R_r$ , donde  $S = T \circ R_r$ .

**Observación:** Como se ve fácilmente, haciendo  $s = T \circ R$  se tiene  $R_r = R_s \circ T$

En el punto siguiente, mostramos algunos aspectos didácticos que aplicaremos en nuestro trabajo.

#### **2.4.2. Base didáctica**

Encontramos en Alsina (1997, 1998) y Balbuena (2000, 2003), aportes didácticos para el análisis de las características de simetría en los diseños que presentamos y su ubicación como tipo de simetría.

Según Alsina (1997), en el contexto de la Geometría visual uno de los cuatro tipos de situaciones básicas que se propicia, es la Geometría de las formas (naturales o artificiales), que tiene como base la observación y como el objetivo de la geometría es el conocimiento y la creatividad, está presente en la creación del diseño dando formas geométricas, métodos y representación.

El diseño explora en la geometría para resolver problemas de formas y medidas y suministra transformaciones con las que se establece simetría, modularidad o repetición.

La teoría de la simetría con su juego de transformaciones isométricas en el plano o en el espacio, ha logrado ingeniosas creaciones considerados como referentes de belleza. La simetría con centro y rotaciones, los ejes de simetría en el plano y los planos de simetría en el espacio, son para el investigador, elementos compositivos base del concepto de equilibrio y ordenación de primer y segundo nivel; y en un tercer nivel, considera los frisos, mosaicos y decoraciones del plano.

En su evidencia geométrica, encaja los grupos de simetrías puntuales o de Leonardo da Vinci, los grupos de frisos, los grupos de simetrías del plano, la teoría de mosaicos y la simetría espacial.

Según Alsina (2005, p. 8), el diseño no se reduce a la creatividad geométrica, sino que conjuga la dimensión geométrica con las consideraciones ergonómicas, económicas, perceptivas, las texturas, los colores, etc. y es la Geometría cotidiana que tiene un proceso creativo más complejo y no es un corolario de la Geometría Euclídea. El profesor español nos dice:

La geometría tiene aspectos curiosos e interesantes, y debemos contemplarla no como un producto del pensamiento puramente abstracto, sino como el resultado de un largo proceso histórico, social y cultural. Nos gustaría haber evidenciado que en los objetos de Diseño y toda la arquitectura del mundo tenemos gratis y para siempre, un magnífico laboratorio de Geometría. (Alsina, 2005, p. 9)

La percepción espacial se da en un proceso que se inicia con la Visualización; por ella, reconocemos formas, propiedades geométricas, transformaciones y relaciones espaciales.

El proceso visual consiste en captar y formar una imagen mental. El desarrollo de este proceso es básico para una adecuada percepción espacial; siendo el entorno, a nivel educativo, el marco adecuado para este desarrollo (Alsina, Fortuny y Pérez, 1997).

Una figura en el plano puede ser estudiada analizando sus propiedades métricas: “estáticamente”; o analizando bajo qué isometrías permanece invariante: “Dinámicamente”.

En nuestro trabajo de *Simetría en los tejidos*, capítulo V, analizaremos utilizando compás y regla, el tipo de Simetría y la clase de friso, en los diseños de los tejidos de Porcón, Cajamarca.

Para lo cual, tendremos en cuenta los siguientes criterios:

#### i) MÓDULO O UNIDAD DE COMPOSICIÓN

Módulo o unidad de composición es la unidad compositiva más pequeña, que, mediante determinados movimientos de simetría, constituye la figura. Una figura simétrica se puede descomponer hasta obtener su módulo correspondiente.

El arte de diseñar frisos y mosaicos es muy antiguo y se encuentra muy desarrollado; sin

embargo, el estudio de las propiedades matemáticas de estos diseños, es incipiente aún en muchos aspectos. Alsina (1997).

Cuando un módulo se repite por traslación a lo largo de una franja, entonces decimos que se forma un friso que es un modelo matemático al que se ajustan muchos diseños. Friso, también es llamado cenefa, greca, banda, franja o guarda.

Los frisos implican los diferentes casos de organización de un diseño según el módulo y las simetrías y son siete las maneras como se repite un diseño a lo largo de una franja.

A continuación, mostramos cada caso de friso que se presenta según Balbuena (2003), su notación y clasificación, lo que utilizaremos en nuestro trabajo de análisis de los diseños.

## ii) CASOS QUE SE PRESENTAN

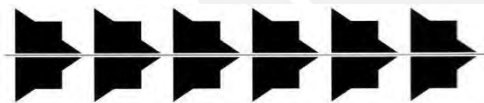
1. Si sólo existe la traslación como única isometría.



2. Existe simetría de eje vertical.



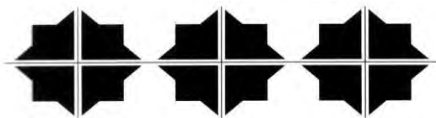
3. Existe un eje de simetría horizontal. En este caso la figura aparece a un lado y otro del eje y se repite por traslación.



4. La única simetría posible es central, esto es, rotación de 180°.



5. Existe simetría horizontal y también vertical



6. Simetría compuesta con traslación.



7. Simetría vertical y horizontal compuesta con traslación.



### iii) NOTACIÓN QUE IDENTIFICA EL CASO DE FRISO

A cada friso se adjudican cuatro símbolos que se escriben de forma consecutiva y que son independientes entre sí, determinando un código. Utilizamos la notación que utilizan los cristalógrafos según Albers et al. (1998, pp. 672-673) y Balbuena y De la Coba (2003, pp. 28-30), para representar los diseños de franjas:

1. El primer símbolo siempre es una p, lo que indica que el diseño se repite (es periódico (“passage”) en la dirección horizontal.
2. El segundo símbolo es una m si hay una simetría con respecto a un eje vertical; (“mirror”, espejo). Caso contrario es 1.
3. El tercer símbolo es una m si hay un eje horizontal de simetría, el módulo y su simétrico, y si hay una simetría compuesta con traslación, es una a. Si no se presenta esta simetría en el friso, el símbolo es 1.
4. El cuarto símbolo es un 2, si hay una simetría central y un 1 en caso contrario.

El símbolo 1, siempre significa que el diseño no tiene la simetría correspondiente a esa posición.








Con el fin de realizar el estudio de una forma más didáctica, en la siguiente Tabla 2, resumimos los siete frisos, sus características y notación de cada tipo.

Luego en la Figura 67, combinando el algoritmo de Rose-Stafford trabajado en Balbuena (2003, p. 31) y el Diagrama de flujo de los siete diseños de frisos de Washburn y Crowe (1988, p. 83), citados en Albers et al. (1998, pp. 672-673), identificamos las clases de frisos resultantes en los diseños que analizaremos y sus respectivas notaciones.



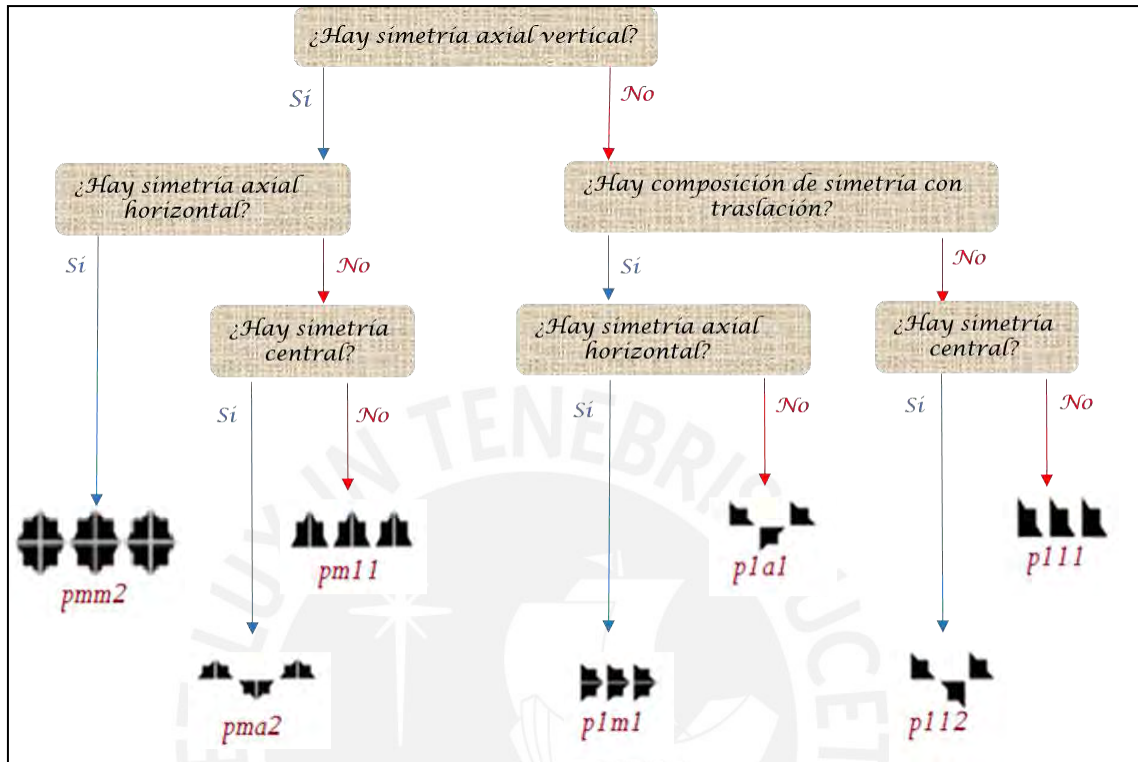
**Tabla 2**

*Clases de frisos*

FRISO	CARACTERÍSTICAS	TIPO
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay Traslación</li> <li>• No hay simetría vertical</li> <li>• No hay simetría horizontal</li> <li>• No hay simetría central</li> </ul>	<b>p11</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay traslación</li> <li>• No hay simetría vertical</li> <li>• Hay simetría horizontal</li> <li>• No hay simetría central</li> </ul>	<b>plm1</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay traslación</li> <li>• Hay simetría vertical</li> <li>• No hay simetría horizontal</li> <li>• No hay simetría central</li> </ul>	<b>pm11</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay traslación</li> <li>• No hay simetría vertical</li> <li>• No hay simetría horizontal</li> <li>• Hay simetría central</li> </ul>	<b>p112</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay traslación</li> <li>• Hay simetría vertical</li> <li>• Hay simetría horizontal</li> <li>• Hay simetría central</li> </ul>	<b>pmm2</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay traslación</li> <li>• No hay simetría vertical</li> <li>• Hay simetría compuesta con traslación</li> <li>• No hay simetría central</li> </ul>	<b>plal</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hay traslación</li> <li>• Hay simetría vertical</li> <li>• Hay simetría compuesta con traslación</li> <li>• Hay simetría central</li> </ul>	<b>pma2</b>

Fuente: Elaboración adaptada de Balbuena (2003, pp. 30-31).

**Figura 67.** Diagrama de flujo para analizar un friso



Fuente: Elaboración propia, basada en Albers et al (1999, pp. 672-673).

Observación: Se obvia la pregunta si tiene traslación, primer símbolo, pues se considera que la traslación es una característica esencial de todo friso.

De este modo presentamos las herramientas o instrumentos que hemos seleccionado para el tratamiento de la parte matemática formal en nuestra investigación.

A continuación, trataremos del enfoque etnomatemático que hemos considerado adecuado para realizar nuestra investigación, y de su metodología correspondiente.

## CAPÍTULO III: LA ETNOMATEMÁTICA

*“Se precisa conocer y respetar las propias culturas como punto de partida de la Matemática, para un mejor desarrollo inmerso en la globalización y políticas de paz”.*

*D’Ambrosio*

En este capítulo exponemos el marco teórico y la base metodológica de la Etnomatemática, enfoque que hemos elegido por su fundamento y línea de investigación sociocultural y en consecuencia estrechamente relacionada con la presente investigación.

Consideramos adecuado presentar algunos conceptos previos que serán elementos de la investigación, entre ellos: Cultura, identidad cultural, ciudadanía y desarrollo; luego explicamos el enfoque Etnomatemático describiendo su aspecto histórico, su significado y su metodología. Terminamos con presentar los instrumentos que utilizaremos.

### 3.1. Conceptos previos

#### 3.1.1. Cultura

Cuando se habla de cultura, se refiere a lo que es comunmente transmitido en la sociedad humana, los modelos de vida, modelos de conductas sociales, modelos artísticos, ideológicos, técnicas para dominar el medio y a los tipos de comportamiento que caracterizan a una determinada sociedad, a un grupo organizado.

Cada sociedad crea un tipo de cultura y desde la Antropología, “la cultura abarca todos los modos de comportamiento derivados de la esfera total de la actividad humana” (Rivera, 2009, p. 11).

Rivera (2009, p. 10) sostiene que la cultura “denota un esquema históricamente transmitido de significaciones representadas en símbolos, un sistema de concepciones heredadas y expresadas en formas simbólicas por medios con los cuales los hombres comunican, perpetúan y desarrollan su conocimiento y sus actitudes frente a la vida”.

El contexto sociocultural, histórico, geográfico, económico, político, axiológico, educativo, diferencia una cultura de otra.

Conforme al estudio de Rivera (2009), hemos elaborado un gráfico para apreciar lo visible de las culturas, Figura 68:

**Figura 68. Cultura y elementos**



Fuente: Elaboración propia, basada en Rivera (2009, p. 11).

En el esquema de la Figura 68, mostramos los elementos que conforman la cultura. La cosmovisión (forma de concebir e interpretar el mundo propio de una persona o época) y los principios axiológicos (referente a la moral o costumbres establecidas) que dan identidad a un pueblo, la que puede ser conocida mediante sus manifestaciones materiales e inmateriales.

De acuerdo al informe de la Comisión de la Cultura y Desarrollo de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco, 1997), la cultura formará nuestro futuro del mismo modo en que formó nuestro pasado: Es considerada como un proceso de cambio creativo que marca el desarrollo, una forma de vivir en comunidad. Ella moldea nuestro pensamiento, imaginación y conducta. Según Pérez de Cuéllar, la cultura transmite el comportamiento y significa una fuente dinámica para el cambio, creatividad, libertad y el surgir de nuevas oportunidades. Es nuestra tarea fomentar la comprensión de la diversidad cultural como elemento esencial del desarrollo sostenible para aspirar a sociedades que coexistan en paz y en armonía (Unesco, 1997, p. 13).

La cultura relaciona pluriculturalidad, interculturalidad y multiculturalidad. Para la sociedad es fundamental el respeto de las culturas coexistentes en una pluriculturalidad; además, el proyecto de sociedad debe generar sistemas que instauren el diálogo intercultural que condiciona

la representatividad de sectores socioculturales distintos.

Al respecto de interculturalidad, Valiente (citado en Rivera, 2009) sostiene que en la práctica, la interculturalidad, se encuentra relacionada con problemas de comunicación deficiente ya que se desconoce la cultura del otro, patentizado en proyectos y programas variados e inadecuados de educación, salud, producción, etc.

Por otro lado, Etxeberría (2000) sugiere hacer una reflexión con los problemas éticos actuales para un diálogo intercultural; para que la ética cobre sentido orientando críticamente el comportamiento social y político con una referencia mínima que pueden brindar los derechos humanos, pues el elemento humano es el valor fundamental.

Diez (2009) sostiene que interculturalidad es una perspectiva dinámica que se centra en los procesos de interacción socio cultural cada vez más variados en el contexto de la globalización económica, política e ideológica y de la revolución tecnológica de las comunicaciones y los transportes.

En cuanto a la multiculturalidad, para Degregori (1999), trata los grupos, los unos y los otros, bien definidos y con fronteras precisas, procurando que se encuentren al mismo nivel de desarrollo económico o de poder, con tolerancia y respeto; pero el multiculturalismo aún no es capaz de responder a una serie de desafíos por ejemplo en la vida social, en la que se no se vive iguales condiciones de trabajo, salud y particularmente, educación.

En educación, Degregori (1999) y en referencia a las escuelas rurales, sostiene que uno de los retos importantes que se tienen por delante y que puede ser el más difícil, es imaginar y tener una escuela ya no estrictamente rural sino estrechamente vinculada a las nuevas redes que actualmente se están desarrollando en el Perú.

Para Oliveras (1995), es trágico que se haya impuesto la cultura del dominador destruyendo la autóctona del dominado, fenómeno histórico que ha dejado una herencia de marginación cultural y ha afectado a las matemáticas de cada una de esas culturas; que en educación, se haya hecho estudiar en textos de matemáticas escritos para niños de otras culturas, de otras lenguas, generando de este modo, una baja autoestima de su cultura , una pérdida de identidad por la falta de una historia científica propia. Esto es fuente de prejuicios y estereotipos como el racismo, xenofobia entre otros.

Sugiere la investigadora, que el reconocimiento de la propia Etnomatemática es una valiosa ayuda para el profesor de matemáticas de aulas multiculturales, hecho gratificante de

vivencia personal y de experiencia profesional (Oliveras, 1995, p. 119).

### **3.1.2. Identidad cultural**

Es el conjunto de características que el sujeto va adquiriendo en el transcurso de su desarrollo cronológico. Al nacer obtiene su identidad personal, que es el conjunto de datos donde es identificado en su comunidad como lugar, fecha de nacimiento, género. La identidad cultural se da como formas de vida. Los referentes identitarios son: Cosmovisión, valores, historia, idioma, lugar de nacimiento, música, vestimenta, costumbres y tradiciones, religiosidad, alimentación, medicinas, la comida, las artesanías, danzas, determinados símbolos, monumentos arquitectónicos, paisajes naturales, etc.

La identidad cultural se relaciona con las normas y comportamiento del grupo humano identificado y es importante si se concibe a través de un proyecto que busque soluciones a los problemas que aquejan a las poblaciones.

La identidad se transfiere o pierde debido a las migraciones, medios de comunicación, nuevos movimientos religiosos, globalización de la cultura, programas políticos, etc. Tubino (2006) afirma que la identidad es fundamental en las sociedades porque conlleva al respeto a los derechos humanos y a la ciudadanía de las personas.

### **3.1.3. Ciudadanía**

La ciudadanía se refiere a las democracias multiculturales fundamentadas en los valores cívicos, la tolerancia y la autonomía que son valores transculturales e inspiran la normatividad.

La ciudadanía es una condición intrínseca al sujeto, invariable que no está en función de las capacidades o incapacidades personales de los ciudadanos. Es el reconocimiento de nosotros como "sujetos de derechos y responsabilidades cívicas".

En este punto, consideramos relevante el cuestionamiento que sugiere Alsina (2010, p. 89), cuando pregunta: "¿Puede la educación matemática obligatoria ayudar a la formación de ciudadanos críticos y reflexivos, contribuyendo a la convivencia democrática y a la actuación social? La respuesta es sí. El problema es cómo".

El investigador aborda el tema de matemáticas para la vida considerando que una persona además de ser profesional es votante, contribuyente, conductor, ahorrador, etc. siendo imprescindible resolver los problemas de la cotidianidad.

Consideramos relevante en el estudio de Alsina (2010) las sugerencias sobre las competencias matemáticas que debería tener cualquier ciudadano ya que el objetivo central de

la Educación matemática debe ser preparar para la vida.

Apunta el investigador un resumen de tres objetivos fundamentales, pensando en los diferentes roles que, en el presente, todos representamos en nuestra vida social. Matemáticas a aplicar:

### **Como personas saludables**

Se refiere a la atención sanitaria y los elementos que engloban este aspecto como entender la química de los alimentos, leer los análisis clínicos, dosis de medicinas, consecuencias del uso de alcohol y otros, etc...

### **Como consumidores**

Hace referencia al preparar para todo tipo de informaciones, decisiones, comunicaciones, ofertas, rebajas, impuestos, autoavalúos, pensiones, etc.

### **Como demócratas.**

Para ejercer una ciudadanía democrática se debe entender las encuestas, muestras, resultados, leyes electorales, temas de fiscalidad, etc.

La política es parte de nuestra sociedad y decreta nuestras leyes, aquí D'Ambrosio (2001) ha propuesto como objetivo una "Matemática para la paz". Alsina (2010) afirma que la educación matemática para la paz y la democracia debe darnos elementos de diálogo y crítica para defender los principios éticos; un ciudadano educado matemáticamente, está preparado para desempeñarse en la sociedad, aportando valores en pro de la democracia y la paz. Concuerta Steen (citado en Alsina 2010, p. 92) en que temas, por ejemplo, como sostenibilidad, equilibrio territorial, inigración, deben ser entendidos cuantitativamente.

Alsina (2010) orienta sobre aportaciones matemáticas al ciudadano con una visión de la realidad mediante competencias como pensar matemáticamente, razonar y argumentar matemáticamente, resolver problemas, saber hacer modelos, comunicación, representación, usar símbolos, uso adecuado de instrumental desarrollando la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar matemáticas en una gran variedad de situaciones y contextos. Alsina (2010, p. 94).

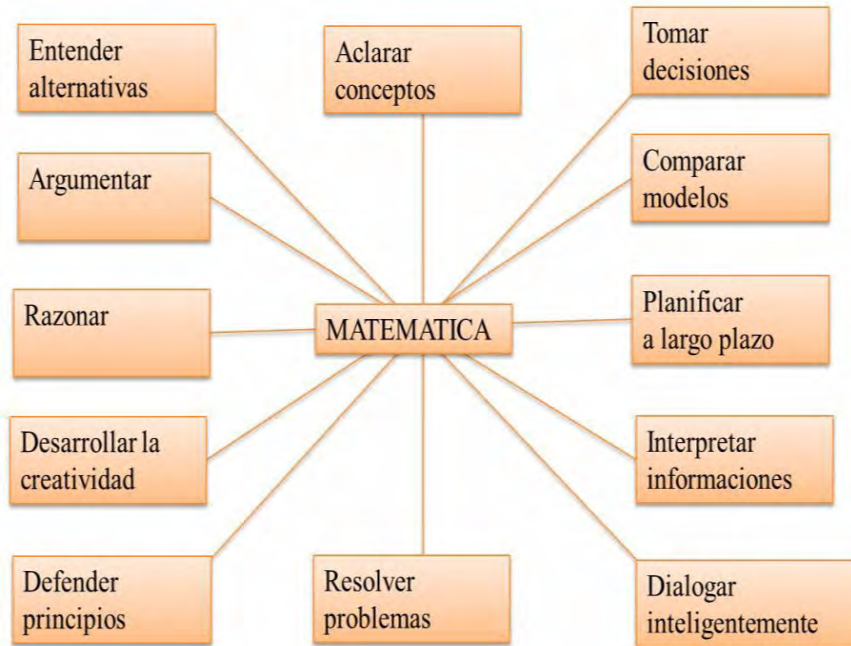
En este sentido, Gómez-Chacón (2010, p. 65), manifiesta: "Las Matemáticas son la base de la cultura del hombre del siglo XXI, ¿Es ésta una idea acertada?" Algunas veces justificamos el valor de la matemática con aplicaciones tecnológicas y el ordenador; y es cierto que para hacer esos diseños o programas se necesita mucha matemática; pero no para utilizar dichos programas. El momento que vivimos se refleja en que descuidamos el "pensar matemáticamente" por la masiva utilización de la tecnología.



Presentamos el esquema de Alsina (2010) en la siguiente tabla 3

**Tabla 3**

*Aportaciones matemáticas al ciudadano*



Fuente: Alsina (2010, p. 92).

Según Gómez-Chacón, muchas veces se resuelven problemas cotidianos, sin tener mayor conocimiento de matemática. “¿Por qué seguimos afirmando que las matemáticas son útiles y son un instrumento en la construcción ciudadana? ¿Qué capacidades serán las más propicias a desarrollar en los sujetos para afrontar los retos ciudadanos del siglo XXI?”. Sugiere la investigadora, procurar en el educando, un pensamiento matemático hacia el saber y hacer matemáticas. Gómez- Chacón (2010, p. 65).

La investigadora considera, además, la importancia no sólo respecto al saber y al saber hacer, sino respecto al saber ético (toma conciencia de las consecuencias de sus actos); para que la persona pueda desarrollar todas sus potencialidades, y sostiene que las reflexiones de Gardner en su libro “Cinco mentes para el futuro”, son idóneas para proponer una educación para la ciudadanía desde las matemáticas: Mente disciplinar, Mente sintetizante, Mente creativa, Mente respetuosa, Mente ética. Gardner (2008, citado en Gómez-Chacón, 2010, p. 66).



### **3.1.4. Desarrollo**

En el informe de la Comisión de la Cultura y Desarrollo, Unesco (1997, p. 19), se define desarrollo como un proceso en el que libremente se trata de conseguir las cosas que realmente nos importan y que son las que valoramos.

Asimismo, Bazán (2010, p. 13), precisa que desarrollo es “un proceso de transformación que experimenta una sociedad en la búsqueda de márgenes crecientes de libertad, bienestar y participación para su población”.

Se desafía el concepto que progreso humano se mida solamente en función del crecimiento económico. Se empieza a tener presente que las medidas de desarrollo deban centrarse en la persona, se distribuyan con equidad y sean ambiental y socialmente sostenibles. Así da significado por ejemplo a pobreza, que no es solamente una simple falta de acceso a bienes esenciales, sino que también es una falta de oportunidad de acceder a un modo de vida más valioso y valorado.

En el informe de la Unesco (1997, p. 36), se recomienda un compromiso con los pueblos indígenas; que sus derechos de tierra estén protegidos; que se desarrollen modelos más apropiados para promover su educación; que se propicie un mayor acceso a las herramientas de la comunicación y que, generalmente, se les otorgue mayor respeto que en el pasado. Es decir, desarrollar condiciones que sean integradoras e inclusivas y que respeten sus sistemas de valores, conocimientos tradicionales e instituciones.

Sostiene la Unesco en su informe, que está apuntando a un área que ha sido dejada de lado, a la integración de la cultura, el desarrollo, y las formas de organización política, mediante la pregunta: “¿Qué políticas son capaces de promover el desarrollo humano sostenible que fomente el florecimiento de diferentes culturas?”

Nosotros pensamos que primero debemos conocer las culturas para poder entenderlas y; tomar como punto de partida el respeto a su persona, su identidad, sus propios saberes y sus valores; promover aprendizajes de desarrollo sostenible, de preservación de sus recursos, de su desarrollo educativo.

Desde 1987 comienza a prevalecer el desarrollo sustentable (ampliando los principios del ecodesarrollo), considerando como soportes a los tres componentes del desarrollo sostenible: desarrollo económico, social y medio ambiente, como “pilares interdependientes que se refuerzan mutuamente” Bazán (2010, p. 13).

El diagrama siguiente en la Figura 69, muestra la interrelación que se produce entre los tres componentes a los que llamaremos variables pues no son estáticos.

**Figura 69. Desarrollo**



Fuente: Bazán (2010, p. 13).

Este diagrama y el de cultura número 68, son instrumentos que emplearemos para visualizar el estado de Desarrollo y Cultura de la región de Porcón, Cajamarca, que corresponde al estudio etnomatemático propuesto como objetivo específico N° 1 en nuestro trabajo.

### **3.2. Etnomatemática: enfoque de nuestro estudio**

#### **3.2.1. Aspectos históricos y fundamentos**

D'Ambrosio en el año 1975, en la tercera Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), que se realizó en Caracas, se percató de la acogida e interés por los debates que se referían a la naturaleza social y política de la Educación Matemática. Luego, en el Tercer Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), desarrollado en Karlsruhe, Alemania en 1976, expuso su ponencia: "¿Por qué enseñar matemáticas?" expresando las ideas fundamentales que cimentaron luego su programa de Etnomatemática después que confirmara su observación de 1975 (D'Ambrosio, 1990).

En el año 1985, D'Ambrosio denomina y fija el término Etnomatemática, considerando la estrecha relación con la antropología y la etnografía por los diferentes contextos naturales y socioeconómicos; en el mismo año se funda el Grupo de Estudio Internacional de Etnomatemática ISGEM, por docentes de matemática Gloria Gilmer, Ubiratàn D'Ambrosio y Rick Scott. El ISGEM inicia sus programas y reuniones en las conferencias anuales del Consejo

Nacional de Docentes de Matemática (EE. UU.) y en el Congreso Internacional de Educación Matemática.

Según D'Ambrosio (2001), el punto de partida se da por el testimonio de los recientes avances de las nuevas ciencias de la cognición que toman rumbos diferentes antes poco considerados en la filosofía de la matemática y que abren nuevas perspectivas sobre la generación del conocimiento matemático. Renacen inquietudes e interrogantes para saber de dónde vienen las ideas básicas para el desarrollo matemático, cuál es la diferencia entre la creatividad matemática y otras formas de creatividad, cómo se crean las matemáticas.

Es así que el programa de etnomatemática tiene su origen en la naturaleza del conocimiento matemático, esto es en su epistemología y su historia con una visión más amplia guiada por dos aspectos.

**El primer aspecto** toma como antecedente la historia; cómo el proceso de conquista y colonización, las grandes navegaciones a finales del siglo XV, extendió a todo el mundo la civilización occidental, así, la expansión europea principalmente de España y Portugal, dio una visión nueva en sistemas religiosos, económicos, políticos y conocimiento científico. La geopolítica que resultó del proceso excluía a los pueblos conquistados, su historia y sus formas de conocimiento.

Actualmente, luego de un largo proceso de descolonización y globalización las culturas autóctonas comienzan a redescubrir su historia y dar valor a sus tradiciones y conocimientos. incluyendo las diferentes maneras de generar y organizar formas de comparar, clasificar, ordenar, cuantificar, inferir, medir, contar; en otros términos, diferentes maneras de hacer matemática.

D'Ambrosio (1990) puntualizó que en el mundo antiguo nadie usó las palabras matemáticas ni etnomatemáticas para describir sus prácticas de conteo, ordenamiento, medición, inferencia, diseños y otras que se llamaban Geometría, Aritmética, etc.

Cuando distintos grupos culturales se relacionan, se producen cambios culturales inevitables. Estas dinámicas culturales modifican artes, técnicas y otras manifestaciones del comportamiento intelectual dentro de las cuales se encuentran las Etnomatemáticas.

**El segundo aspecto** considera la acción pedagógica intrínseca como la motivación del programa. La dignidad humana es violentada por la exclusión social, por las barreras discriminatorias principalmente en el sistema escolar; por hacer fantasía de los trajes tradicionales de los pueblos marginados, por considerar folklore sus mitos y religiones, por criminalizar sus

prácticas médicas y por hacer de sus prácticas tradicionales y de su matemática, motivo de curiosidad y hasta de burla. Por ello se refiere al compromiso del educador, de cumplir con una de las responsabilidades mayores que es construir las bases de una nueva civilización que rechace la falta de equidad, la arrogancia y el fanatismo.

La etnomatemática sostiene que este cumplimiento se puede lograr mediante la redención de las culturas que han sido subordinadas durante mucho tiempo, dando prioridad al respeto de la dignidad humana, al fortalecimiento de los sectores de sociedades excluidas (D'Ambrosio, 2001).

Una dinámica cultural propia del encuentro entre culturas

se haría efectiva con mucha labor investigadora para comprender las ciencias de dicho encuentro, lo que requiere una nueva historiografía que incluya los conocimientos que fueron negados y excluidos en el proceso colonial.

Expone el investigador D'Ambrosio (1990, p. 440): "Esencialmente, ¿Cuáles son las metas principales del programa de etnomatemática? Nosotros tenemos que indagar en la historia, particularmente en la historia de la ciencia y de la matemática; pero con nuevos lentes para comprender por qué la etnomatemática es importante para construir la nueva civilización".

Sostiene el investigador que la historia comparada de las matemáticas va asociada a estudios de antropología cultural y que el análisis de la universalidad de las matemáticas se relaciona a un análisis crítico de la propia institucionalización de la matemática como rama del conocimiento, recomendando que se asocien los estudios históricos a los de sociología de la matemática.

Desde una perspectiva sociológica, el conocimiento matemático trata sobre la cultura humana en general y de sus naturalezas particulares que se manifiestan a través del punto de vista individual y de la realidad en la que es elaborado, organizado y difundido.

Lo que se trata es de entender la aventura de la especie humana en la búsqueda del conocimiento y la adopción de comportamientos; no de proponer otra epistemología.

### **3.2.2. ¿Qué significa etnomatemática para la educación matemática?**

Uno de los retos de la sociedad actual, es el crecimiento demográfico y las consecuencias que afectan a la calidad de vida, especialmente en el dominio del desarrollo y educación. Vemos con certeza el aumento de la diversidad en las aulas que ocasiona conflicto escolar, fracaso de las minorías culturales, en las diferentes áreas especialmente en Matemática. Se hacen

necesarias propuestas educativas que preparen futuros ciudadanos para la vida.

Las transformaciones y avance acelerado de la tecnología, por otra parte, hacen pensar en un futuro completamente diferente, inmerso de robots y de ficción; observamos que poco tiempo después de nacidos, aún no puede hablar un niño y, sin embargo, digita el teléfono, mira la televisión, como una forma natural en él, juega con robots, etc. niños y jóvenes de hoy, tienen juguetes y juegos electrónicos, digitales, accesorios que obedecen a control remoto. ¿cómo debe ser la Educación Matemática o la enseñanza de la Matemática?

Según Alsina (2010), la Educación Matemática es fundamental para preparar a una persona en su sentido de ciudadanía, aprender a convivir y desarrollo de su creatividad.

Hacer matemática dentro de las necesidades ambientales, sociales, culturales es una práctica y un reto; utilizando los diferentes medios que se puedan disponer; representaciones según su ambiente y su vivencia; intercambios de esos conocimientos; proponer problemas relativos a contar tiempo, distribuciones de espacio, dejando la solución a partir del ambiente cultural de cada uno. La problemática es amplia, pero; a pesar de la explosión de cambios, la escuela continúa del mismo modo.

Ante esta realidad, surgen numerosos estudios relacionando las matemáticas con la cultura; una línea de investigación que promueve la perspectiva de considerar aspectos sociales y culturales, para una formación global. Esta línea de investigación es la Etnomatemática.

Etnomatemática es una manera de hacer educación matemática, es dar vida a la matemática con ojos que miran distintos ambientes naturales; hacer espacio para la imaginación y creatividad. Es una aplicación práctica de las teorías que se encuentran condensadas en diferentes libros, de la forma como un grupo determinado da soluciones a sus problemas. Es preparar a los grupos para que tengan un sentido de ciudadanía y desarrollen sin quedar atrás de los acelerados avances tecnológicos.

El programa de Etnomatemática tiene una postura coincidente con la propuesta de la transdisciplinariedad. “ La transdisciplinariedad no busca el dominio sobre varias disciplinas, sino una apertura de todas las disciplinas al que recorren en ellas y más allá de ellas” (D'Ambrosio, 1990, pp. 31-32).

El reconocimiento de otras formas de pensar amplía las reflexiones sobre la naturaleza del pensamiento matemático desde el punto de vista cognitivo, histórico, social, pedagógico. La gran motivación del programa de la Etnomatemática

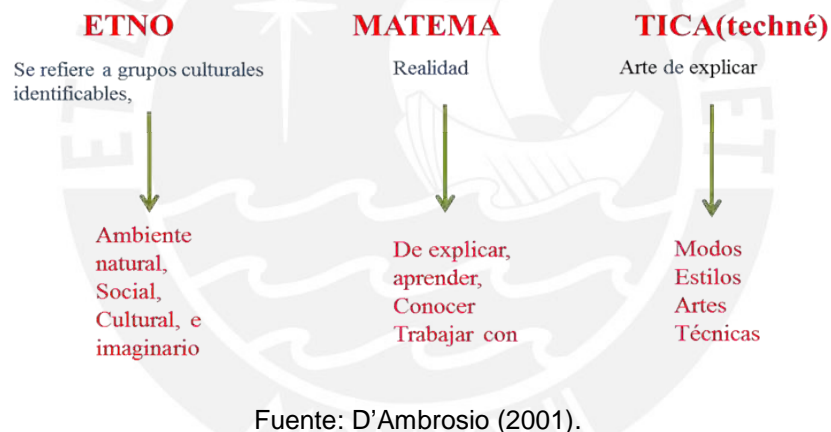
es procurar entender el saber- hacer matemático a lo largo de la historia de la humanidad. Se trata de proponer una epistemología que es la búsqueda del conocimiento para entender los comportamientos.

Ubiratàn D'Ambrosio, manifiesta que definir Etnomatemática no es fácil, por lo que considera dos interpretaciones o explicaciones al respecto de su significado.

### Primera interpretación. Por su etimología:

**Etnomatemática** significa el estudio de las técnicas matemáticas utilizadas por grupos culturales identificados para entender, explicar y manejar problemas y actividades que nacen en su propio medio ambiente.

**Figura 70.** Primera interpretación de Etnomatemática



Las prácticas matemáticas incluyen sistemas simbólicos, los diseños espaciales, técnicas de construcción práctica, métodos del cálculo, mediciones en tiempo y espacio, formas específicas de razonamiento e inferencia, y otras actividades cognoscitivas y materiales que pueden traducirse a representaciones de la matemática formal.

### Segunda interpretación:

D'Ambrosio (1990) se refiere al arte de explicar y comprender la “matemática” en otros contextos, y el estudio de las raíces culturales del conocimiento matemático que se da en los grupos étnico-sociales y grupos profesionales.

**Etnomatemática** significa la descripción de las prácticas matemáticas de grupos culturales identificables.

El ISGEM en su primer boletín (Boletines del ISGEM 1985-2003, 1985, agosto, p. 5) aborda el tema “La etnomatemática: ¿Qué pudiera ser?”, al respecto dice:

La etnomatemática se ubica como una combinación de la matemática y la antropología cultural. A un nivel, que es lo que se pudiera llamar ‘la matemática del ambiente’ o la ‘matemática de la comunidad’. A otro nivel de relación, la etnomatemática es la manera particular (y tal vez peculiar) en que grupos culturales específicos cumplen las tareas de clasificar, ordenar, contar, y medir.... Una visión amplia de la matemática incluye contar, hacer aritmética, clasificar, ordenar, inferir y modelar. ‘Etno-’ involucra ‘grupos culturales identificables, como sociedades nacionales-indígenas (tribus), grupos sindicales, niños de ciertos rangos de edades, sectores profesionales, etc.’, e incluye ‘su jerga, códigos, símbolos, mitos y hasta sus maneras específicas de razonar e inferir. (citado por Suárez, Acevedo y Huertas, p. 4).

Gilmer (1995) define Etnomatemática como el estudio de las prácticas matemáticas de grupos culturales específicos al tratar con problemas y actividades de su medio ambiente. Da como ejemplo, la manera en que jugadores profesionales de basquetbol calculan los ángulos y las distancias, tiene diferencia notable de la manera en que lo hacen los camioneros; tanto los jugadores profesionales y los camioneros son grupos culturales identificados que utilizan la matemática en su trabajo diario, tienen su propio lenguaje y maneras específicas de obtener estos cálculos.

D’Ambrosio (2007) reflexiona sobre la degradación ambiental, los conflictos sociales, la miseria y amenaza de colapso económico, peligro inminente de guerra, Puntualiza que es necesario estimular el desarrollo de la creatividad desinhibida, orientar a nuevas formas de relaciones interculturales que reconozcan y respeten las diversidades culturales, eliminando la exclusión social.

Según el investigador, hace años se dispone de la Declaración de Nueva Delhi (1993), aprobada por prácticamente todos los países donde resalta que la educación es el instrumento

más elevado de la promoción de los valores humanos universales, de la cualidad de los recursos humanos y del respeto por la diversidad cultural.

Planas (2007) resume en tres puntos la teoría Etnomatemática:

- Es necesario favorecer la entrada de conocimientos y procedimientos matemáticos de fuera de la escuela para no discriminar a aquellos alumnos cuya cultura familiar está más alejada de la cultura escolar.
- Es necesario conocer y rehabilitar el conocimiento matemático asociado a toda cultura para asegurar la supervivencia de diferentes modelos matemáticos que relativicen la unicidad de la matemática tecnológica occidental.
- Es necesario asumir los retos de la creciente diversidad cultural en las aulas de matemáticas de las sociedades modernas para promover un proceso real de compatibilidad cultural. (p.124)

La investigadora también se refiere a que una aproximación etnomatemática, exige un desarrollo curricular acorde con la génesis cultural de las ideas matemáticas.

Por otra parte, D'Ambrosio (2007) afirma que en la Educación se da el encuentro de dos generaciones, la antigua y la nueva. La antigua, formada por profesores, maestros, padres, La nueva generación son los alumnos, los aprendices, los hijos, los que se inician, los que aprenden en el sistema escolar. La Educación se puede definir como la dinámica del encuentro de dos culturas.

El investigador señala muchos retos a la educación matemática y que una razón puede ser el no reconocimiento de la rápida emergencia de la nueva cultura, la cultura de los jóvenes. Esta, depende de cómo esos jóvenes ven el mundo. Ellos reciben informaciones sobre crisis de todos los tipos: ambientales, sociales, políticas, económicas. Paralelamente, ven y viven, cómo la sociedad establecida es incapaz de lidiar con corrupción, criminalidad, violencia, degradación ambiental, no pueden confiar en la "sabiduría" y en la competencia de los adultos.



En referencia al comportamiento, se da la búsqueda de otros valores entre ellos, el inmediatismo, un ejemplo muy sencillo se da cuando a la propuesta de un problema, muchas veces los alumnos adolescentes, quieren una solución pronta; les parece una pérdida de tiempo, buscar diferentes caminos como posibles soluciones. En la actuación de los jóvenes se da como momentos decisivos la Contracultura (hippies), desde la década del sesenta, y las revueltas estudiantiles, desde mayo de 1968 a julio de 2012.

En el estado del mundo, se presenta escasez de recursos (alimentos, agua, energía) y pobreza; desigualdad de acceso a recursos de la modernidad; modelos de producción y consumo irracionales; falta de democracia, de respeto a derechos humanos, irresponsabilidad de gobernantes, sistemas urbanos deshumanos, entre otras situaciones.

Estas situaciones traen consecuencias en la Educación en general, y en la Educación Matemática, pues cambian los gobiernos, las políticas, los intereses, trayendo consigo cambio de sistemas educativos o de currículos sin evaluar la eficacia y eficiencia de los anteriores, aunque no concluyera una etapa completa de estudios según el programa de escolaridad que estaba dispuesto.

D'Ambrosio (2001), expuso, su pensamiento acerca de un peligro quizá no visible, que es utilizar nuevamente la estrategia de la conquista y de la colonización y reprimir a los nativos. ¿Cómo escapar de ese peligro? Estableciendo un nuevo diálogo entre generaciones, incorporando a los jóvenes en la producción de nuevos conocimientos y en la generación de una nueva cultura. Fomentando su identidad, su ciudadanía, el respeto a su cultura y la de los otros.

Por eso, según el investigador, es importante desarrollar aptitudes para el hacer matemático y para la práctica matemática como soporte a las actividades de lo cotidiano en todas las áreas, de lo concreto a lo abstracto.

D'Ambrosio (1985) sustenta que, en el campo de la Etnomatemática, es posible describir las prácticas matemáticas de grupos culturales identificables; revalorizar la riqueza de los conocimientos, formas de pensar, expresiones, y procesos al hacer matemática; fundamenta que la matemática como forma de conocimiento está subordinada a la conducta general del ser humano, y esta conducta a través de sus actividades, es respuesta a la necesidad de resolver sus problemas cotidianos y de sobrevivir.

La Etnomatemática vincula directamente, la diversidad cultural y la interculturalidad. La

diversidad de pueblos y culturas es cada vez más patente a la sistematización de los conocimientos matemáticos básicos.

El ser humano está en permanente contacto con la naturaleza y sus semejantes; percibe, observa, experimenta y participa de las diferentes experiencias proporcionadas por sus vivencias cotidianas en su medio natural y social, construyendo en este proceso su cultura. Esta cultura no solamente se refiere al dinámico surgimiento de saberes y a elaboraciones de tecnologías para la adaptación, apropiación y transformación de la naturaleza, sino también a valores, mitos, ritos, etc. Los objetos, técnicas, lenguaje y otros objetos de esta cultura también están imbuídos de significados y valores que se modifican de pueblo a pueblo. Se pueden señalar diferentes culturas.

Al interior de las culturas se genera el conocimiento; y en las diferentes interrelaciones de los pueblos con el mundo (físico – político – económico – social) surgen las diversas áreas (biología, historia, matemáticas etc.). Por esa razón tienen diferentes modos de aprender la realidad, de recrearla, de manipularla y de transmitir sus saberes y se puede pensar que cada área de conocimiento se desarrolla en forma diferente por los diversos grupos culturales, que las diversas áreas del conocimiento están constituidas de diferentes saberes.

El conocimiento se organiza con el entendimiento de sus prácticas para identificarlas y sistematizarlas. De esta manera se revaloriza la riqueza de los conocimientos, expresiones, formas de pensar y procesos al hacer matemática. Toda persona posee un conocimiento y su comportamiento lo refleja.

D'Ambrosio (2001) propone, primeramente, con el fin de conocer estos saberes y diferencias y entenderlos; realizar un estudio de acercamiento etnográfico mediante una metodología al que denomina **Estudio de las Dimensiones**.

Esto significa conocer la identidad de la comunidad y se aplica al estudio de las comunidades urbanas, rurales, y en general, de cualquier grupo identificado.

Es considerado un acercamiento etnográfico pues “Etnografía es el estudio descriptivo de la cultura de una comunidad, o de alguno de sus aspectos fundamentales, bajo la perspectiva de comprensión global de la misma” (Aguirre, 1995).

Esta forma de investigación, pretende revelar los significados que sustentan las acciones e interacciones constituyentes de la realidad social del grupo estudiado para entender los

sectores de la población, marginación, actitudes, mentalidad, costumbres, creencias, mitos, genealogías, lenguaje, actividades, modos de vida y de ver la vida.

### **3.2.3. Las dimensiones etnomatemáticas**

D'Ambrosio para un estudio etnomatemático, considera los siguientes aspectos o facetas a las que denomina dimensiones: Histórica, Política, Educacional, Conceptual, Cognitiva y Epistemológica, porque conducen al conocimiento de la cultura del grupo estudiado como un todo orgánico verificando cómo está viva y es eficaz en la resolución de sus problemas.

- **Dimensión histórica**

De acuerdo con el investigador, la Historia es una vista global en el tiempo y en el espacio; sostiene que el conocimiento de la Dimensión Histórica, responde a la necesidad humana de darle sentido al presente. Su razón de ser y utilidad está dada porque permite discernir el presente sobre los hechos pasados y actuar consecuentemente enmendando errores, reafirmar tradiciones, encauzar expectativas. Esencialmente para cumplir las metas del programa de Etnomatemática tenemos que indagar en la historia, particularmente en la historia de la ciencia y de la matemática; pero con nuevos lentes para comprender por qué la Etnomatemática es importante para construir esa nueva civilización (D'Ambrosio, 2001).

Sobre la historia de las matemáticas, hay necesidad de una historiografía más amplia, Esta historia apenas puede distinguirse de la larga historia de la conducta humana en contextos regionales definidos y puede reconocerse si existe una dinámica de intercambios entre poblaciones.

El rechazo y exclusión de las culturas de zonas fuera de la ciudad, común en el proceso colonial, todavía prevalece en la sociedad moderna. Grandes sectores de la población no tienen acceso a una completa ciudadanía. Algunos no tienen acceso a los medios para cubrir necesidades básicas para la supervivencia. La etnomatemática, contribuye a restaurar la dignidad cultural ofreciendo herramientas intelectuales para conseguir el ejercicio de la ciudadanía mediante una práctica escolar válida que refuerza la creatividad, los esfuerzos, el auto-respeto cultural, y ofrece una visión amplia de la humanidad.

- **Dimensión política**

Según D'Ambrosio (2001), en esta dimensión se conforma las relaciones sociales y su valoración. La Organización del trabajo y las Estructuras de las relaciones de poder.

La dimensión política de la matemática nos impone tratar los problemas y las políticas del

gobierno, la economía, las relaciones entre las naciones y entre las clases sociales, el bienestar de las personas, la preservación de los recursos naturales y culturales, etc.

Expresa el investigador, que el problema más universal que es la supervivencia con dignidad, debe tener algo que ver con el modo más universal del pensamiento que es la matemática. Supervivencia y matemática, demandan la universalidad de la matemática.

La estrategia de los sistemas educativos para conseguir las metas es el currículum. En ellos se encuentra también la dimensión política de la educación, particularmente en la matemática, pocas veces los contenidos y la metodología son examinados bajo esta dimensión. Se acepta generalmente que tanto unos como otra no tienen nada que ver con la dimensión política de la educación; pero la matemática es un producto del pensamiento occidental y nuestra responsabilidad como matemáticos y educadores de matemática, es saber cómo orientar ese pensamiento.

Los críticos sociales encontrarán difícil defender criterios sin una comprensión de las matemáticas. D'Ambrosio (2001). La estrategia fundamental en el proceso de la conquista, adoptada por un individuo, un grupo o una cultura (dominador), es mantener inferiorizado al otro individuo, grupo o cultura (dominado).

Una forma capaz de dominar es debilitar las raíces del individuo, removiendo los vínculos históricos y la historicidad del dominado.

- **Dimensión conceptual**

De acuerdo con D'Ambrosio (2001), la dimensión conceptual, está constituida por las teorías y prácticas respecto a la vida, representaciones de la realidad, percepción del espacio y tiempo, comportamientos, formas de comunicación, creencias y significados, manifestaciones artísticas.

En esta dimensión se consideran las funciones simbólicas, las fiestas y rituales, sus tradiciones y su cosmovisión.

- **Dimensión cognitiva**

D'Ambrosio (2001), afirma que esta dimensión trata de la generación de conocimientos, formas y conocimiento de su entorno, patrones de razonamiento, modo de conocimiento, aprendizaje y transmisión de los saberes y tecnologías tradicionales.

También se refiere a las Etnociencias como conjunto de saberes en general, que son los saberes propios y otros saberes que se han introducido, determinando cuerpos de conocimiento

establecidos como sistemas de explicaciones y como maneras de hacer, acumuladas a través de las generaciones en ambientes naturales y culturales distintos.

Explica el investigador, que Etnomatemáticas son parte de estos cuerpos de conocimientos referidos a las prácticas cualitativas y cuantitativas, de cómo se cuenta, pesa, mide, compara, ordena y clasifica.

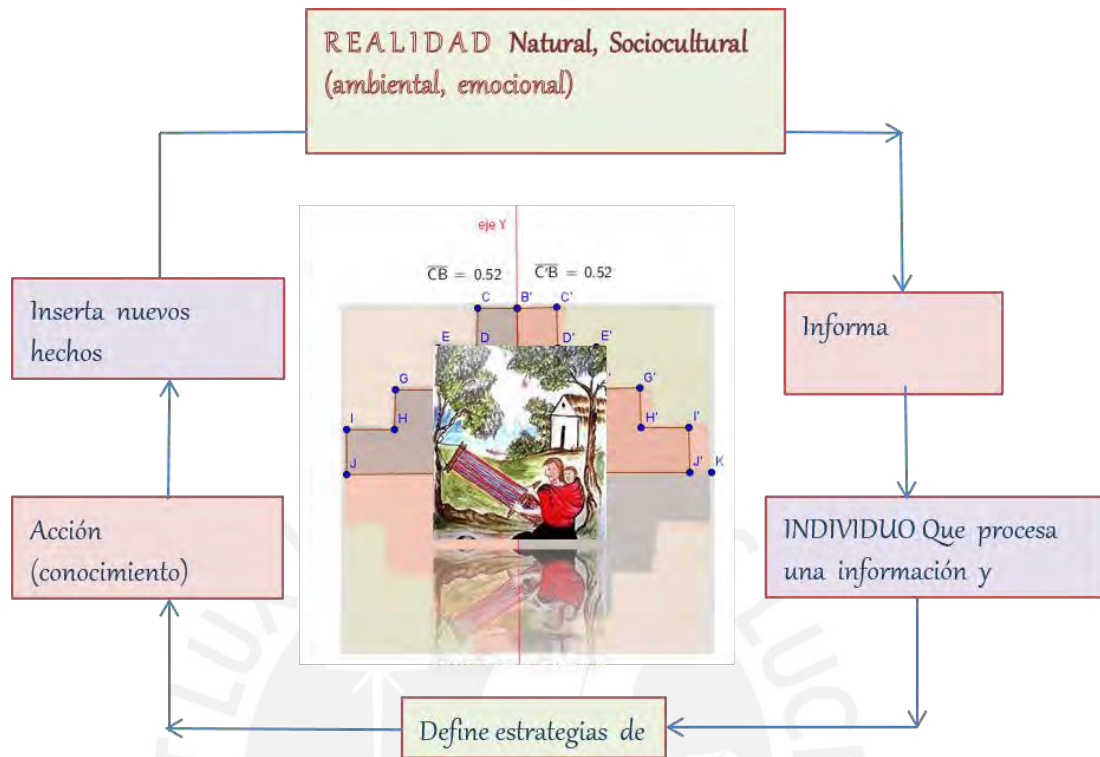
Etnociencia y etnomatemática tienen una relación simbiótica. Esto quiere decir que, si en una comunidad existe más etnomatemática, que, si los hombres tienen más prácticas de comparar, clasificar, de ordenar, de diseñar, cuantificar, medir, etc.; entonces existe más etnociencia porque habrá más conocimientos y maneras de explicar en esa comunidad, dándose consecuentemente, un desarrollo. Etnociencia y etnomatemática se favorecen mutuamente cuando prosperan.

Podemos decir que es un ciclo de adaptación en el que el motor principal es la sobrevivencia supeditada después a la trascendencia. Afirma D'Ambrosio (2001) que el hombre hace porque está sabiendo; pero sabe porque está haciendo y manifiesta que esto se realiza en varias formas simultáneas como sensorial, intuitiva, racional y emocional que se complementan dando como resultado el conocimiento que es un proceso dinámico. A este conocimiento generado como capacidad de entender la realidad, lo llama matema.

La Figura 71, representa gráficamente la dimensión cognitiva, de acuerdo al modelo de D'Ambrosio (2001).

En el gráfico se explica que los miembros de un grupo identificado, para solucionar sus necesidades y problemas, toman acciones partiendo de su realidad y ambiente, luego siguen un proceso de información, aprendizajes, planteamiento de acciones, se enfrentan a nuevos hechos, llegando otra vez a su realidad con sus experiencias y resultados encontrados, lo que es un proceso cíclico.

**Figura 71. Dimensión cognitiva**



Fuente: Elaboración propia, basado en D'Ambrosio (2001, p. 52).

- **Dimensión epistemológica**

Según el investigador, esta dimensión se refiere a la organización intelectual del conocimiento.

El conocimiento se pasa de una generación a otra, determinando una relación entre el saber y el hacer.

Cuestiones que se presentan en esta dimensión: ¿Cómo pasamos de las observaciones y prácticas a la experimentación y método?, ¿Cómo pasamos de la experimentación y método a la reflexión y abstracción?, ¿Cómo procedemos para invenciones y teorías? Estas preguntas propuestas por D'Ambrosio (2001) nos guían, cuando se trata del conocimiento matemático, en la búsqueda que tiene como pretensión fomentar las discusiones en torno a ciertas preguntas, por ejemplo, ¿De dónde vienen las ideas matemáticas?, ¿cómo se organizan?, ¿cómo avanza el conocimiento matemático?, ¿tiene esas ideas algo que ver con el entorno en su contexto sociocultural o natural? (D'Ambrosio, 1994).

Oliveras (2006) respecto al conocimiento pregunta: ¿Cómo es el conocimiento

matemático?, se refiere a que buscamos respuestas en la epistemología, que estudia el conocimiento humano y nos dará diversas respuestas de acuerdo a su evolución. Reflexiona la investigadora que primero fue epistemología conceptual, formando parte de la filosofía; luego epistemología genética, formando parte de la psicología y se ha evolucionado hacia una epistemología cultural, formando parte de la sociología del conocimiento y de la antropología cultural.

Esta última epistemología cultural es la que considero más acertada para avanzar en la comprensión de la naturaleza del conocimiento matemático. (Oliveras, 2006, p. 118)

En el transcurso del tiempo, la formación de la mayor parte de matemáticos fue en base a los postulados del positivismo absolutista; pero las nuevas teorías sobre el conocimiento matemático son contrarias a esta teoría; en el paradigma epistemológico positivista los principios son absolutos y formulables con criterios universales y ubicados en el racionalismo, determinándose así un conocimiento científico (Oliveras, 2006).

De acuerdo con la investigadora, las nuevas concepciones, moviéndose hacia nuevos estudios socio-antropológicos recientes, concluyen que podemos llegar a aceptar la diversidad humana en todo nivel, originando el paradigma epistemológico relativista. En este concepto, los principios del conocimiento son relativos y definibles con criterios locales, ubicados en sistemas diferentes como el sociológico, histórico, etc., encontrándonos con varios conocimientos que podemos agruparlos en tres tipos: Conocimiento científico, cotidiano y profesional.

Los dos primeros están relacionados al psicológico (nivel del sujeto), motivando las creencias personales; el profesional ya es un conocimiento mezclado de los dos anteriores, de tal manera que los tres tipos tienen validez epistemológica, ya que cada uno de ellos resuelve problemas sociales muy diversos y aporta explicaciones. Los tres tipos de conocimiento existen.

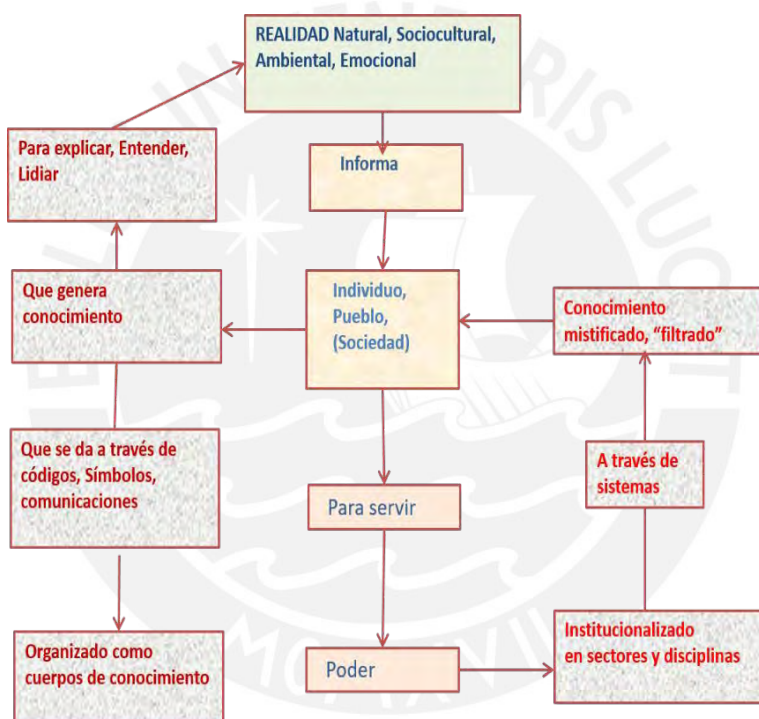
Por otra parte, el “saber social lo podemos definir como el conjunto de conocimientos, prácticas, destrezas, procedimientos, valores, ritos, símbolos, y sentidos, que una sociedad juzga válidos para sobrevivir; convivir y proyectarse” (Toro, 2013, p. 128).

El séptimo aprendizaje básico para la educación en la convivencia ciudadana, es aprender a valorar el saber social, ya que todo saber es creado por el hombre entonces es un producto cultural por lo que puede ser realizado, transmitido y difundido siendo posible de cambiarse, deteriorarse o perecer. Dos clases de saberes se producen en la sociedad: El saber cultural y el saber académico (IPEDEHP, 2000).

Observando la Figura N° 72, D'Ambrosio (2001) interpreta que la realidad natural y sociocultural nos informa sobre la sociedad, el poder institucionaliza este conocimiento y nos transmite en forma "filtrada" pero también se genera un conocimiento de esa sociedad, comunicado mediante los mensajes de códigos, símbolos lo cual nos sirve para entender y explicar el contexto de ese pueblo, organizándolo como cuerpo de conocimiento.

La crítica a la epistemología es la falta de dinámica de generación de conocimientos, de organización intelectual, social, difusión, eslabones de los sistemas de conocimientos.

**Figura 72. Dimensión epistemológica**



Fuente: Adecuado de D'Ambrosio (2001, p. 38).

- **Dimensión educacional**

En esta dimensión, D'Ambrosio (2001) se refiere a la Difusión del conocimiento. Tiene mucha relación con la dimensión política porque es el poder gubernamental quien planifica y ejecuta los diferentes Programas educativos.

El plan de estudios normalmente es organizado en tres líneas: Objetivos, contenidos y métodos; lo que se interpreta como falta de diversificación o desconocimiento de las diferencias pluriculturales.



Según Alsina (1998) cuando nos referimos a la diversidad nos referimos a la necesidad de tratar el aprendizaje con una visión amplia, que es necesario dar oportunidades y presentar los contenidos y las actividades de manera que se potencie toda la diversidad que se pueda presentar.

La Etnomatemática incorpora valores contextualizados en una educación matemática que fomente el respeto de las otras culturas, por lo tanto, de las otras personas, conectando el contexto y el conocimiento previo de los alumnos con los temas del currículo oficial.

Al formar matemáticamente a un educando o ciudadano en general, se le está formando en la verdad, en la belleza, en el arte, lógica, razonamiento y otros valores, que constituyen escalones afectivos positivos, fortaleciendo sus capacidades innatas, para llegar a la precisión y rigor de la matemática científica. Alsina (1998).

En esta dimensión, los elementos fundamentales son Actividades, Contenidos y Profesorado, explicamos:

**Actividades:** Según Bishop (2000), hay seis tipos de actividades relacionadas con el entorno, que implican matemáticas y están presentes en todas las culturas:

- Contar (Cuantificar, representar números, hacer cálculos, etc.)
- Localizar (Aspectos geográficos de la geometría, encontrar rutas, orientarse).
- Medir (Mide y valora. Relaciona con vestido, alimentación, tierra, dinero, velocidad, tiempo y distancia, etc.).
- Diseñar (Dimensión estética de toda cultura, importante en objetos como casas, edificios religiosos, herramientas, ropas u ornamentos).
- Jugar (Establecimiento de normas y reglas de inferencia, los rompecabezas, las paradojas, la probabilidad, potencian el desarrollo de estrategias).
- Explicar (Conexión del razonamiento con la estructura lingüística. Entender, explicarse a uno mismo y a los demás, es actividad universal).

La actividad de diseñar supone habilidades de visualización, interpretación figurativa, dibujo, representación, memoria visual e inteligencia espacial (Bishop, 2000, p. 48).

En este aspecto geométrico del diseño, interesa la construcción de formas diversas,

análisis de sus distintas propiedades, y la relación entre ellas, tratando de descubrir la naturaleza matemática de estas prácticas relevantes.

En la dimensión educativa, los elementos tecnológicos, son objetos creados para facilitar el trabajo; y los juegos y aspectos del desarrollo curricular contextualizados en el propio entorno social y cultural, son relevantes para la labor de gestión del docente que es el mediador del proceso de construcción de los conocimientos del alumno.

Bishop (2000) se refiere a las actividades matemáticas como actividades que los profesores seleccionan para realizar en clase con los alumnos, con el conocimiento del contexto no escolar de los mismos y que deben caracterizarse por:

Ser relevante para la mayoría de los alumnos. Ser significativa y tener sentido para el alumnado. Estar situadas en, o provenir de, un contexto familiar. Ser susceptible de ser extendida matemáticamente para satisfacer, incluso, las necesidades de los alumnos más aventajados. Estar bien conectadas con otros temas matemáticos. (p. 49)

Nos explica Bishop, que la etnomatemática se origina en las actividades matemáticas realizadas por las personas en cualquier lugar del mundo, que se puede señalar tres corrientes en este campo de investigación, referidas, la primera al estudio de formas de conocimiento matemático en sociedades tradicionales (de poco progreso tecnológico); la segunda a la investigación histórica, conocida en el campo de la educación matemática; y la tercera que es reciente, se relaciona con las actividades matemáticas que lleva a cabo el alumnado fuera del contexto escolar como en sus casas y comunidades.

Nunes (cit. en Bishop, 2000) resume muy bien esta corriente, y un claro ejemplo es la tesis doctoral de Guida de Abreu (citada en Bishop, 2000), que documentó la etnomatemática de los agricultores de caña de azúcar de Recife. Abreu y Carraher (cit. en Bishop 2000), siguió su investigación analizando cómo conceptualizaban los niños la relación entre el conocimiento matemático aprendido en la escuela y el conocimiento matemático “doméstico”. El resultado manifestó conflictos entre las matemáticas aprendidas dentro y fuera de la escuela, y su consecuente efecto negativo para la consecución de aprendizajes.

Expone Bishop (2000) que la educación matemática tiene un reto en su propósito de superar las consecuencias negativas de los conflictos entre lo que los alumnos aprenden en la escuela y lo que aprenden fuera de ella.

**Contenidos:** De acuerdo con Planas (2007), las actividades propuestas por Bishop, constituyen el eje o columna vertebral de un currículo etnomatemático, pues permiten encontrar conexiones entre las matemáticas que conocemos y la de otras culturas, pudiendo, además, elaborar un currículum partiendo de ellas. “La Educación matemática completa deberá tratar estas seis invariantes comunes a toda cultura”.

**Profesorado:** Investigaciones evidencian que, para educar matemáticamente, el docente de matemáticas debe considerar dos aspectos primordiales. Primero, conocer el estado del conocimiento matemático previo de sus educandos, formal e informal, su contexto integral y cultura. Segundo, encaminar su aprendizaje partiendo de su propio contexto escogiendo tareas adecuadas para que utilicen esquemas y conocimientos previos hacia la matemática formal, por tanto, a una educación matemática.

Finalmente, consideramos pertinente citar a Van Zanten (2013), quien expresa que la escuela puede cambiar la realidad, pero no es un poder absoluto:

La escuela refleja la sociedad y puede cambiar algunas cosas en ella, pero no tiene un rol milagroso. Es decir, si una economía está en crisis, la escuela no puede resolver esa situación. Lo mismo pasa si es que hay tensiones culturales muy fuertes en la sociedad, la escuela tampoco puede solucionar eso. Tiene imagen, autonomía, y poder para cambiar la realidad, pero no es un poder absoluto. Si se quiere mejorar una sociedad, la escuela es un instrumento y un elemento muy importante, pero no es el único; se debe actuar en otros aspectos y esferas sociales. Si se quiere que Perú tenga igualdad, hay que intervenir en economía, seguridad social, educación y más. Hay que actuar en varios sectores simultáneamente, la escuela sola no es suficiente. (p. 20)

### **Matemática para la Paz**

D'Ambrosio (1990), basado en la supervivencia de la humanidad con dignidad para todos, fundamenta que durante la existencia de cada uno de nosotros se puede aprender matemáticas con el conocimiento de uno mismo, generando hábitos de confianza del otro, quitando barreras entre individuos y los demás, creyendo en la sociedad y con respeto por la humanidad y por el universo como un todo. Esto es formar ciudadanos con deberes y derechos para el objetivo mayor: El estado de paz.

El investigador propone hacer matemática para la paz, en particular, educación matemática para la paz; arguye que es trascendental en el estado actual de la civilización focalizar nuestras acciones como individuos y como sociedad concretando un ideal de educación para la paz, de una humanidad feliz. “Cuando se habla de este tema, muchos cuestionan, ¿Qué tiene que ver eso con la educación matemática?”, yo respondo: Tiene todo que ver” (D’Ambrosio, 2001, p. 83).

D’Ambrosio justifica que “Educación para todos”, es la posibilidad de conseguir mejor calidad de vida y mayor dignidad de la humanidad mediante la dignidad de cada individuo manifestada en su encuentro con otros. Es el estado de paz interior. Es una prioridad porque esto es lo más difícil ya que nos encontramos con problemas día a día por las diferentes situaciones como falta de seguridad, de empleo, de salario, muchas veces de casa y comida.

Además, afirma, pocos entienden que la paz ambiental tiene que ver con la matemática que pensamos está ligada al desenvolvimiento, al progreso. La ciencia moderna reposa en gran parte en la matemática que provee de instrumentos para una buena relación con ella, pero también instrumentos de destrucción de la misma naturaleza (D’Ambrosio, 2001).

La paz tiene múltiples dimensiones, entre ellas la paz interior, paz social, paz ambiental, paz militar, son los primeros objetivos de cualquier sistema educacional y debería ser elemento inherente de su planificación.

“Este debe ser el sueño de los seres humanos”, expresa D’Ambrosio (2001) por ejemplo, dos matemáticos eminentes como Albert Einstein y Bertrand Russell en 1955, alertaron en el Manifiesto Pugwash: “Olviden todo y recuerden la humanidad”. Es un hecho histórico que estas conferencias Pugwash y Joseph Rotblat recibieron el Premio Nobel de la Paz y en su discurso de aceptación, Rotblat citó la frase de los matemáticos: “recuerden su humanidad” (D’Ambrosio, 2001, p. 84).

Por esto el investigador procura que su propuesta de Educación Matemática siga estas grandes enseñanzas de los maestros de quienes aprendió mucho de matemáticas, y sobre todo de humanidad (D’Ambrosio, 2001, p. 84).

Es relevante el artículo Paz = educación, de la periodista Claudia Dangod, Colombia, que trata del caso de la joven pakistaní Malala Yousafzai, quien representa la lucha por la educación; porque incluya a todos en igualdad de condiciones sin distinguir raza, credo, género, condición social, económica o política.

Malala, pronunció un discurso en Naciones Unidas el 12 de julio de 2013, habló de cuatro derechos imprescindibles: El derecho a vivir en paz, a ser tratado con dignidad, a la igualdad de oportunidades y el derecho a ser educados. El mundo está entendiendo que es el verdadero camino para que las sociedades logren vivir en paz. La mejor manera de acabar con el conflicto y de la violencia como medio de acción política, es educando.

El mayor sufrimiento puede ser la ignorancia, sobre ella se valida la pobreza, injusticia, desigualdad, etc., por eso Malala sostuvo que se debe luchar contra el analfabetismo, la pobreza y el terrorismo. El arma será el conocimiento; el campo de lucha, las aulas de clase; las batallas se ganarán en la medida en que se logre educar a cada niño sin excepción (*El Comercio*, 19 de octubre de 2014, p. A25).

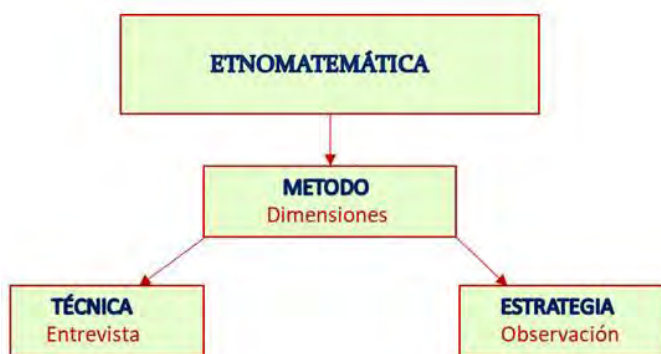
**Vertientes.** Se consideran dos facetas en el desenvolvimiento de la etnomatemática, Por una parte, contextualizar multiculturalmente los procesos de enseñanza - aprendizaje de la Matemática y, de otra parte, establecer conexiones entre cultura, matemática, historia, geografía, antropología y otras ciencias sociales.

### 3.3. Metodología de nuestro estudio

La metodología de esta investigación desde la perspectiva de la Etnomatemática, es cualitativa, el estudio es un acercamiento etnográfico al grupo identificado, mediante el estudio de las Dimensiones de la etnomatemática.

Presentamos un esquema de Elementos de la Metodología (Figura 73), que explicamos a continuación:

**Figura 73. Metodología etnomatemática**



Fuente: Elaboración propia, basado en D'Ambrosio (2001).

### **3.3.1. Elementos de la metodología**

#### **El Método: Estudio de las Dimensiones Etnomatemáticas**

Se propicia un estudio interpretativo cuyo resultado es la imagen que se da en una descripción detallada, basada en la recolección de datos recopilados, sin medición numérica y utilizando las descripciones de personas, situaciones, acontecimientos, que incluye transcripciones de entrevistas, extractos de documentos y observaciones.

El proceso consiste en observar las prácticas de los grupos humanos y participar en ellas para poder contrastar lo que la gente dice y lo que hace. Brinda la oportunidad de entrar en contacto directo con la población y compartir experiencias. Ofrece una comprensión amplia, integral y contextualizada del tema de interés; busca ubicar la problemática bajo estudio dentro de su contexto social y no aisladamente para presentar una imagen lo más real y fiel posible del grupo estudiado en su entorno.

#### **La técnica: Entrevista**

Mediante la entrevista se obtiene información verbal sobre acontecimientos y algunos aspectos subjetivos de las personas como creencias, actitudes, opiniones, valores o conocimiento que de otra manera no estarían al alcance del investigador.

Las características más importantes de una entrevista son: La comunicación verbal, y el contexto. La entrevista es metódica y planificada. Se complementa con un guión o cuestionario, Se propicia un juego de roles y hay influencia bidireccional entre entrevistado- entrevistador.

Fraenkel y Wallen (1996) exponen cinco características básicas de la entrevista: La fuente directa o primaria que es el ambiente natural y el contexto en que se muestra el problema; la recolección de los datos que es mayormente verbal; interesan tanto los procesos como lo resultados; el análisis de los datos se da más de modo inductivo; y, el interés, significado y perspectivas del pensamiento de los sujetos, en el asunto que se investiga.

La Entrevista produce mejores resultados si el entrevistador toma acciones para un buen desarrollo, creando un clima de confianza, tranquilo y respetuoso, controlando el ritmo, adecuándose a la forma lingüística del entrevistado, evitando efectos distorsionadores y estar preparado para manejar las diferentes situaciones no planificadas que pudieran presentarse (Aguirre Baztán, 1995).

La entrevista, de acuerdo al número de participantes puede ser individual y grupal. De acuerdo a su forma puede ser estructurada, no estructurada o semiestructurada. Plantea un guión

que orienta y recoge los temas a lo largo de la entrevista.

En nuestro estudio, utilizaremos **Entrevista individual semiestructurada** que se caracteriza por el orden y modo de preguntas de libre decisión y valoración del entrevistador. Se dispone de un guión orientador. El contenido es preestablecido pero la forma no.

### **La estrategia: Observación**

La observación permite recolectar información sobre las prácticas o conductas de la población; debe dirigirse específicamente al tema de interés y apegarse a un plan definido que permita observar de una manera eficiente, completa y con el menor sesgo. Se registra adecuadamente en los instrumentos audiovisuales o en las notas de campo.

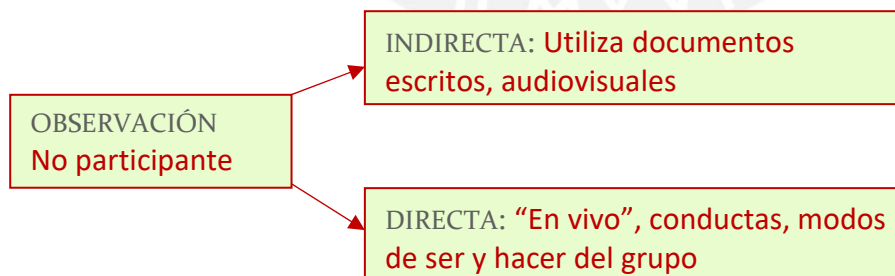
Del Rincón (1995) señala que la observación puede ser participante (el observador interviene en el estudio) y no participante (sin intervención del observador).

Clasifica a su vez, la observación no participante, en directa e indirecta, en referencia a que los datos se recogen en dos formas, una directa sobre el modo de vida y contexto, y otra indirecta donde se utiliza fuentes de observación generales, históricas y de normalización.

En la presente investigación, utilizamos la **Observación no participante**, en donde el observador no interviene.

En la Figura 74 mostramos el esquema de Observación que consideramos para nuestro estudio.

**Figura 74.** *Observación no participante*



Fuente: Elaboración propia en base a Del Rincón 1995

Entre las fuentes de observación no participante indirecta, se cuenta con documentos escritos y audiovisuales como:

**Fuentes de generalización**, que ofrecen información general sobre el asunto.

**Fuentes históricas**, que dan cuenta de hechos de un área del conocimiento desde una perspectiva del origen, de la evolución y de la historia. Entre ellos, anuarios, estadísticas, fotografías.

**Fuentes de normalización**, que establecen parámetros para el funcionamiento o desarrollo de un área o práctica o de un procedimiento. Son el repertorio de leyes, normas y patentes.

**Fuentes de especificidad**, que abordan un asunto específico de un tema o de un fenómeno; son las monografías, tesis, revistas especializadas.

La Observación no participante, también consiste en visualizar las fotografías, videos, etc.

Precisamos que, respecto a la cultura de este grupo estudiado, nuestro estudio está centrado en Textilería, elemento característico de manifestación material. (Figura 68).

De acuerdo con las actividades que Bishop (2000), expone, nuestro estudio se refiere específicamente a la actividad de Diseñar, y no excluye las demás actividades.

A continuación, resumimos en un Cuadro Directriz nuestras actividades a seguir, así como una Guía de Entrevista y una Guía de Observación que utilizamos. Tabla N 4.

Después de la tabla 4, indicamos los aspectos considerados para la observación en una tabla 5.



**Tabla 4**

**Directriz del proceso de investigación**

<b>PROPÓSITO</b>	<b>ACCIÓN METODOLÓGICA</b>	<b>LUGAR</b>	<b>INSTRUMENTOS</b>
Antecedentes. Documentación histórica, Resoluciones de las poblaciones. Conocimiento de estudios anteriores del tema o relacionados con él.	Observación sin intervención Entrevistas	Lima: *Biblioteca Nacional del Perú. *Biblioteca PUCP. *Instituto Riva Agüero <b>Cajamarca:</b> * I N C Museo y Biblioteca *Arzobispado *Universidad Nacional Cajamarca. Museo *Municipalidad. * Ugel, Cajamarca	Fuentes: De Generalización De Representación histórica De Normalización De especificidad
Conocimiento de la organización del trabajo en Porcón Granja Porcón Descripción Programación de visitas	Entrevista Semiestructurada (Solicitud y visita a las zonas).	<b>Porcón:</b> km 10-40 Carretera a Hualgayoc. Granja Porcón Cooperativa Atahualpa	Guía de entrevistas
Registro de lugar, tiempo, modo, actores que tejen y su forma de vida.	Observación sin intervención	Porcón	Hoja de Observaciones Notas de campo, cámara fotográfica filmadora
Conocimiento de los Tejidos.	Entrevista (Guía de Entrevista)	Porcón	Tejidos Notas de campo Cámara fotográfica
Estudio de los Tejidos.	Clasificación de diseños. Tema matemático: Simetrías	Lima	Ejemplos de Simetría Compás, reglas.
Conocimiento de la Percepción de Simetría por estudiantes de 2° secundaria Porcón	Observación: Modo de hacer de los estudiantes.	Colegio de Porcón Bajo Colegio de Porcón Alto Colegio de Granja Porcón* No se realizó: Problemas de rendimiento en Matemática	Guías de trabajo.
Elaboración de material, en base a diseños.			

**Tabla 5**

**Aspectos de la observación**

<b>OBJETO DE ESTUDIO</b>	<b>CARACTERÍSTICAS</b>
Participantes: Actores	Edad, sexo, profesión, etc.
Ambiente: Espacio, Sentimiento, fines	Características sociales, psicológicas o físicas del ambiente.
Comportamientos: Actividades, acto.	Forma de desenvolverse de los participantes.
Tiempo: Frecuencia y Duración	Número de ocasiones en que tiene lugar el proceso.

En la Entrevista Semi estructurada se recoge información acerca de TRES ASPECTOS observables de cada tejedor entrevistado. Organizados en la siguiente tabla 6.

**Tabla 6**

**Guía de entrevista**

<b>(1) SOBRE EL TEJEDOR</b>	<b>(2) SOBRE EL TEJIDO</b>	<b>(3) SOBRE EL PROCESO DE TEJER</b>
Es del lugar. Viven sus padres	Cuáles son los principales tejidos de Porcón.	Qué proceso sigue antes de tejer
Edad que tiene. Ha estudiado, grado de instrucción	Los colores y dibujos tienen algún significado en el tejido.	Usted mismo hace todos los procesos para obtener la lana natural
Es católico. Otra religión. Tiene otras creencias. Desde cuándo	Qué colores usan más para tejer, por qué	Qué herramientas utiliza para tejer
Qué reuniones y costumbres tienen en su Comunidad. Cuando	Qué figuras se trabajan más en los tejidos	Cuánto tiempo demora para hacer una obra (bolso, alforja, poncho, frazada, chale, etc).
Es casado, tiene hijos (varones, mujeres)	Cómo comienza a realizar una figura.	Hay división de trabajo en la comunidad (tejen, esquilan, tiñen)
Hijos estudian, trabajan	Se teje las mismas figuras y colores para prendas de varones y mujeres.	Cómo calcula el tamaño de un tejido
Cómo se mantiene. Tiene otra ocupación	Qué prendas o labores tejidas son más apreciadas.	Cómo hace varios dibujos iguales en su tejido
Tiene vivienda propia	Para qué sirve cada prenda que se ha tejido. (faja, alforja, poncho, anaco, chale, bolso, joiijona, etc).	
Cómo aprendió a tejer. Quien le enseñó	Qué lana usa más para tejer: De ovino, alpaca, vicuña, etc	

(1) SOBRE EL TEJEDOR	(2) SOBRE EL TEJIDO	(3) SOBRE EL PROCESO DE TEJER
A qué edad comenzó a tejer	Usa más hilos industriales o naturales. Por qué	
Con qué prenda aprendió a tejer.		
Qué prenda le parece más fácil tejer (faja, alforja, mantel, poncho, anaco, chale,)		
Le gusta tejer. Para quién teje.		
Trabaja en el proceso completo del tejido: esquilan, escarmenar, hilar, teñir		
Qué labores o dibujos realiza en sus tejidos		
Que dibujo es más fácil hacer en su tejido. Puede explicarlo.		
Cuántas labores distintas conoce		
Los diseños son de Porcón solamente		

*Fuente: Elaboración propia.*

### Otros instrumentos de trabajo:

Notas de campo: Registran los resultados de la observación y entrevistas.

Guía de trabajo sobre percepción de las simetrías para alumnos de 2º secundaria de Porcón Bajo y Alto. Para el análisis consideramos el estudio de Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1999), sobre la Teoría de Van Hiele.

Guías de Análisis matemático de los diseños, tomamos en cuenta las consideraciones de Lima (2006), de su obra "Isometrías". En la parte didáctica, el proceso de Balbuena (2003), para la clasificación de los diseños. Además, un diagrama de flujo (Adaptado de Dorothy K. Washburn y Donald W. Crowe, en: "Las matemáticas en la vida cotidiana" p. 673, y las notas de Alsina (1989, 1997, 1998).

Técnicas de análisis de contenido: Toma de fotografías, grabaciones y videos.

### 3.3.2. Procedimiento

Señalamos que la presente investigación busca obtener una visión global del contexto socio cultural del poblador de la zona rural Porcón, Cajamarca; describir su arte, su saber – hacer diseños en sus tejidos realizados en telar y callua; entender y analizar su conocimiento

matemático no formal, para luego mostrar matemáticamente las simetrías que ostentan algunos diseños, proponiendo algunas actividades didácticas basadas en estos diseños, como un camino para la enseñanza de la matemática formal,

Ordenamos el proceso de trabajo de campo en la forma siguiente:

1. Identificamos el grupo: El grupo de estudio está compuesto por los tejedores (Callua y telar de pedal), de la zona rural de Porcón, Cajamarca.

2. Estudiamos el grupo (Dimensiones), en el Contexto de su realidad socio cultural, el entorno educativo, geográfico, histórico, político a tener en cuenta. Los resultados serán descriptivos (**Objetivo específico 1**). Aplicamos Observación y entrevistas.

3. Aplicamos una ficha de trabajo a algunos alumnos de segundo grado de secundaria de los colegios de Porcón Bajo y Porcón Alto respectivamente, para indagar en su percepción de simetría o su habilidad para resolver problemas de razonamiento. Este ítem es relacionado con la dimensión educacional.

4. Analizamos los diseños. Los diseños visualizados en las labores de tejidos de telar de dicho grupo presentan conocimientos geométricos y son el objeto de nuestro análisis matemático (**Objetivo específico 2**).

5. Elaboramos material concreto para actividades sencillas relacionadas con los diseños que se puede realizar en Porcón, en otras comunidades o en cualquier lugar del Perú (**Objetivo específico 3**).

6. Concluimos con el objetivo general de nuestra investigación, respondiendo a las dos preguntas que nos planteamos.

Los resultados de este trabajo se presentan en el siguiente capítulo.

### **3.3.3. Objetivos de la Etnomatemática**

Entre sus objetivos, consideramos los propuestos por D'Ambrosio (citado en Blanco 2008), por corresponder a nuestro estudio:

1. Investigar las matemáticas que se encuentran plasmadas en las diferentes etnias, a través de sus trabajos, sus creencias, su música; su entorno cultural general.

2. Llevar las prácticas culturales a la escuela mediante las adecuadas acciones docentes.

Expone D'Ambrosio (2001), que esto significa conocer la realidad y cultura que nos rodea y trabajar utilizando los instrumentos que disponemos: Juegos, cinema, teatro, deporte, música,

lectura (por ejemplo, periódicos), diseño, identificando componentes matemáticos en ellos. Estos instrumentos constituyen fuente y riqueza de acciones metodológicas y estrategias docentes en clases multiculturales para la Enseñanza de la Matemática.

Vemos que el contexto sociocultural, histórico, geográfico, económico, político, axiológico, educativo, diferencia un grupo de otro. Una cultura de otra. Los planteamientos y fundamentos se relacionan directamente con Unesco (1997), cuando expresa:

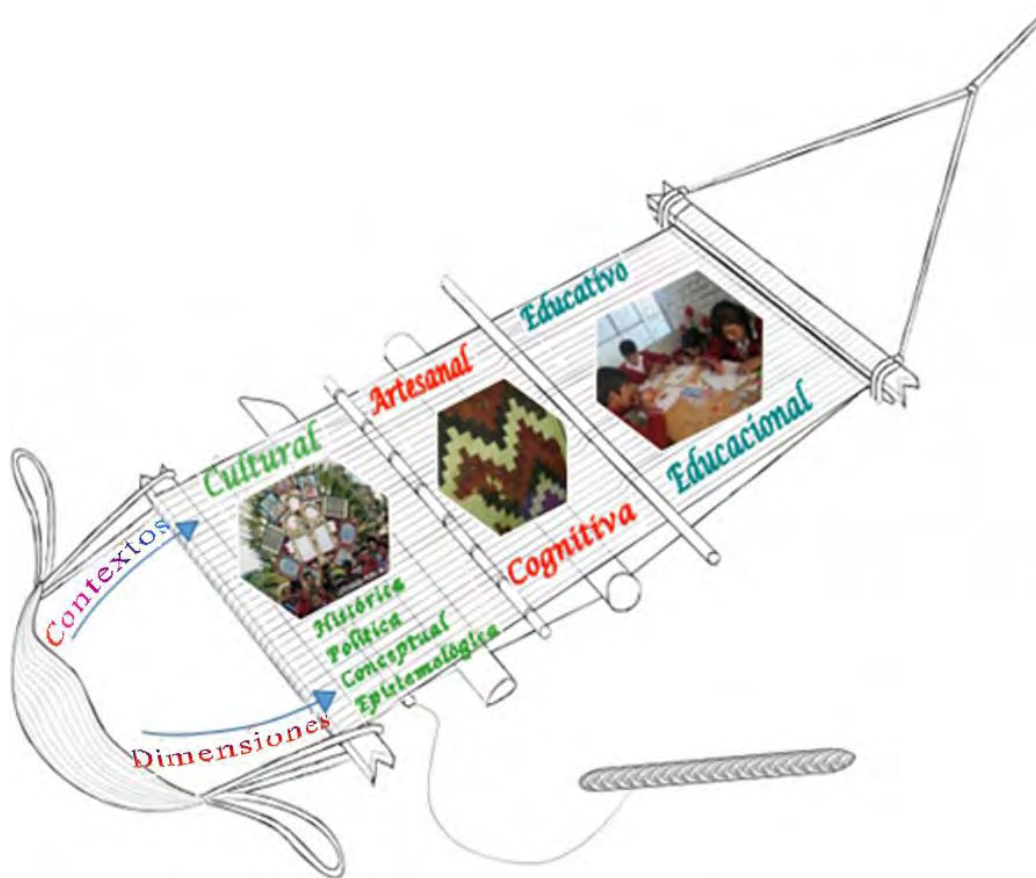
La obligación de reivindicar el derecho para que cada hombre y cada cultura se desplieguen con libertad en un entorno a la vez propio y compartido, nos recuerda las grandes penurias que trae consigo el proponerse metas de cambio político, técnico o científico cuando se halla ausente una aproximación seria y solidaria a la cultura. Esta sólo adquiere consistencia en tanto que, al concebir al hombre en adecuada perspectiva, lo coloca siempre como fin, jamás como simple instrumento, de cualquier obra que podamos imaginar. Unesco (1997, p. 9).

A continuación, exponemos la metodología etnomatemática, estudio de las dimensiones, propuesta por D'Ambrosio (2001), que aplicamos en nuestro trabajo.

## CAPÍTULO IV: DESCRIPCIÓN DEL ESTUDIO REALIZADO

Hemos considerado desarrollar este capítulo en tres partes a las que convenimos denominar: Contexto Cultural, Contexto Artesanal y Contexto Educativo, relacionando con las dimensiones etnomatemáticas que representamos en la figura N° 75.

**Figura 75.** Contextos y dimensiones



Fuente: Elaboración propia,  
Base diseño telar: **Claudia Delgado** recuperado en  
<http://red.pucp.edu.pe/ridei/proyectos/la-alfareria-y-la-textileria-del-sur-de-cajamarca-un-enfoque-interdisciplinario-parte-1/>  
lfandrad@pucp.edu.pe glramon@pucp.edu.pe

En nuestra descripción:

a) Mediante el conocimiento del Contexto Cultural y Artesanal, vinculamos el primer objetivo de la etnomatemática, como dice Ambrosio - “La investigación de las matemáticas que se encuentran plasmadas en las diferentes etnias, a través de sus trabajos, sus creencias, su

música; su entorno cultural general” (citado en Blanco, 2010) - con nuestro Primer objetivo específico: **“Contextualizar socioculturalmente la población rural Porcón, Cajamarca, en el marco de las dimensiones etnomatemáticas”**.

b) Mediante el análisis y estudio matemático de los diseños por tipos de simetría en los telares de la comunidad investigada, formalizaremos nuestro Segundo objetivo específico: **“Examinar y tipificar las simetrías existentes en diversos diseños de los tejidos de telar de los pobladores de Porcón, Cajamarca”**. Estudio que expondremos en el capítulo V.

c) Mediante el conocimiento del contexto educativo y de la percepción de la simetría por los estudiantes de Segundo grado de secundaria, validamos la elaboración de Material Educativo con modelos de algunos diseños de los tejidos de la comunidad, relacionando de este modo, el segundo objetivo de la etnomatemática - “Llevar las prácticas culturales a la escuela mediante las adecuadas acciones docentes. Esto significa conocer la realidad y cultura que nos rodea y trabajar utilizando los instrumentos que disponemos” (D’Ambrosio 2004, citado en Blanco 2010) - con nuestro Tercer objetivo específico: **“Contribuir al uso de los diseños presentes en los tejidos de telar de los pobladores de Porcón, Cajamarca, para crear actividades de aprendizaje de geometría, relacionados con la simetría”**.

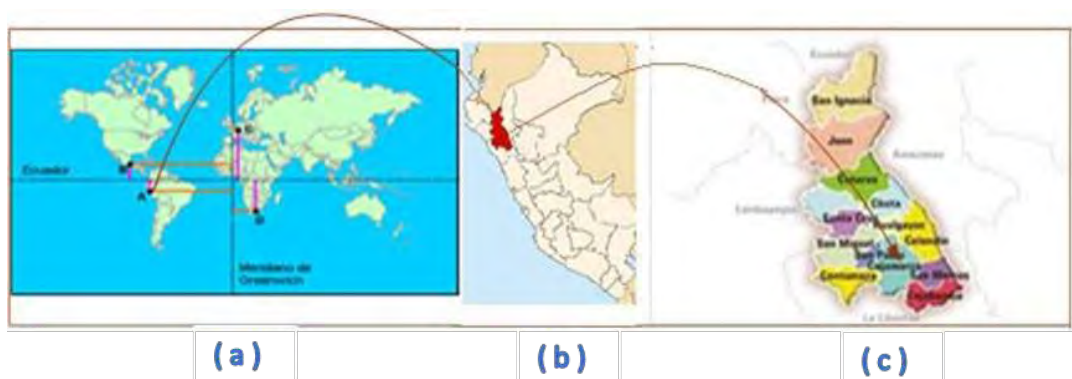
Grupo identificado: Pobladores de Porcón. Para iniciar nuestro trabajo de campo, el Instituto Nacional de Cultura Cajamarca, nos brindó un listado 62 tejedores inscritos en la línea artesanal de Tejido Plano en lana de ovino (Anexo 1). No encontramos a muchos de los inscritos en dicha lista, pero encontramos otros tejedores no inscritos y contamos con una muestra de 24 tejedores (Anexo 2) de Callua y telar que constituye nuestro elemento humano de estudio etnomatemático, lo cual detallamos en las entrevistas.

#### **4.1. Descripción del contexto cultural**

La investigación se desarrolló en Porcón, comunidad rural ubicada en el distrito de Cajamarca, provincia y departamento del mismo nombre.

El departamento de Cajamarca, al norte del Perú (figura 76, b), constituido por Decreto Supremo del 11 de febrero de 1855, y por ley del 30 de setiembre de 1862, promulgados por el Mariscal Ramón Castilla y Marquesado, actualmente es la Región de Cajamarca, por D.S. N° 010-98-PCM., de acuerdo a la última estructura política del Perú.

**Figura 76. Ubicación del Departamento y Provincia de Cajamarca**



Fuente: Adaptado de [http://es.wikipedia.org/wiki/Departamento\\_de\\_Cajamarca](http://es.wikipedia.org/wiki/Departamento_de_Cajamarca)

Cajamarca, de los once departamentos de la sierra del Perú, es el de mayor densidad poblacional. A pesar de tener una tasa de crecimiento intercensal (2007-2017) de - 0.3 %; pues la población total pasa de 1 387 809, a 1 341 012; continúa siendo predominantemente rural con una población que cambia de 996 910 a 865 944 constituyendo el 71,8 % y 64,6 % de la población total respectivamente (INEI, 2018, p. 24). Se ubica en el quinto lugar entre los departamentos más poblados del Perú.

Es un territorio con topografía variada, valles de gran extensión, altiplanicies y profundas quebradas; cuenta con casi todos los pisos ecológicos determinados por Javier Pulgar Vidal; determina la existencia de la vertiente del Pacífico y del Atlántico que recoge el 80 % del recurso hídrico de sus ríos como tributarios de la cuenca del Marañón.

Por su topografía muy accidentada, tiene climas muy diferentes y es una de las regiones más favorecidas pues sus fajas climáticas se concentran en pequeñas áreas por los cambios de altitud, posee cálidas yungas pasando por áreas tropicales selváticas hacia otras de clima templado y hasta jalcas y frías punas, determinando una rica biodiversidad que constituye un potencial para un verdadero desarrollo sostenible de la región.

Se considera dos estaciones bien marcadas: el periodo de lluvias, desde noviembre hasta abril llamado impropio invierno y la estación seca, también impropio llamada verano (Sarmiento y Sarmiento, 2009).

Actualmente, el departamento, tiene 13 provincias (figura 76 c), y 127 distritos en su división político-administrativa, que según Sarmiento & Sarmiento (2009) conforman tres zonas marcando el aspecto económico con sus características y productos: Zona Norte, Jaén y San



Ignacio, que producen café, arroz y frutales, Zona central constituida por Chota, Cutervo, Hualgayoc y Santa Cruz, que se basa en la ganadería cárnica, producción de lácteos y agricultura de pan llevar y **zona sur con Cajamarca**, San Pablo, San Marcos, Celendín, Cajabamba, San Miguel y Contumazá, cuya economía se sustenta en la actividad agropecuaria, especialmente la ganadería lechera, el turismo y la minería (oro).

**La provincia de Cajamarca**, en la Zona sur del departamento tiene trece distritos (Figura 77), el distrito de Cajamarca que se encuentra a 2720 m.s.n.m., con un área de 382,74 km; población de 218,741 hab. de acuerdo al último censo 2017; en el 2014 era 228,775 hab.

**Figura 77.** Provincia de Cajamarca y distrito de Cajamarca

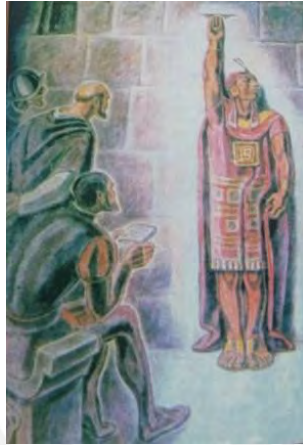


Fuente: <http://www.condesan.org>

El distrito de Cajamarca tiene como capital a la ciudad de Cajamarca que fue declarada Monumento Histórico y Ciudad Símbolo de la Unidad Nacional y Latinoamericana, por ley N° 23494 del 18 de noviembre de 1982; y como Patrimonio Histórico y Cultural de Las Américas, el 14 de noviembre de 1986 por la Organización de Estados Americanos OEA.

Su pasado y una historia milenaria están inscritos en la Historia General del Perú, pues fue escenario de la captura y ejecución del inca Atahualpa, iniciando el fin del incario y el comienzo de la civilización occidental en esta parte de América.

**Figura 78.** *Rescate de Atahualpa (Cuadro de Camilo Blas)*



Fuente. Sarmiento, J. & Ravines, T (2008, p. 75).

“Cajamarca”, llamada por los incas, Cassamarca, Cashamarca, significa “Pueblo del Rayo”, por ser el rayo, la divinidad tutelar. Deriva de las palabras quechuas kasha (espinas) y marca (población); también se atribuye “tierra de hielo” debido a las heladas que azotan la región. Se han dado varias interpretaciones acerca de su nombre (Garcilazo, Middendorf, Horacio Villanueva Urteaga, Raimondi, John H. Rowe). Los españoles la llamaron Caxamarca, enfatizando su importancia al denominar a la villa colonial, “Cajamarca la Grande del Perú”.

**Figura 79.** *Plaza de Armas de la ciudad de Cajamarca*



Fuente: <http://www.cajamarca.ws/images/cajamarcaperu.png>

Como es cercana al cerro y complejo arqueológico de Cumbe Mayo (“Río Fino”), es llamada la “Flor del Cumbe”. La colina de Santa Apolonia se encuentra a pocas cuadras de la Plaza de Armas.

En el año 2015, Cajamarca quedó último lugar de competitividad regional; cayó dos posiciones y se situó en penúltimo lugar en planes de Infraestructura, Salud y empleo. Índice de Competitividad regional, Incore 2015. Pg. 4.; que es medido por el Instituto Peruano de Economía, ubicando las posiciones, de acuerdo a seis pilares de competitividad: Entorno Económico, Infraestructura, Salud, Educación, Laboral e Instituciones, cada uno de los cuales está compuesto por varios subcomponentes que dan como resultado un total de 47 indicadores (Incore, 2015).

El lugar donde desarrollamos la investigación:

### **PORCÓN, CAJAMARCA**

Siguiendo el orden establecido para nuestra investigación en la Tabla 4, (p. 122), hemos encontrado que existen muchas fuentes de Generalización históricas y de normalización. Consideradas en Referencias. Sin embargo, sobre fuentes específicas del tema, existe muy poca información, casi ninguna en detalle que se relacione con los tejidos de Porcón, ni con su tiempo histórico, salvo generalidades de obrajes. Existe falta de información relacionada a tejidos con cultura Cajamarca, a diferencia de otras investigaciones realizadas en otras culturas peruanas. Las pocas investigaciones se han realizado son referentes al tema cerámica.

Por otra parte, no se visualiza existencia de tejidos, se sostiene que no se conservaron debido al clima por sus lluvias y otras características geológicas. Un tejido solamente se exhibe en el Instituto Nacional Cultura Cajamarca INC. Al respecto expresa Murra (2009): “En la Sierra, la arqueología nos enseña poco, ya que los tejidos no se conservan; por esta razón algunos han menospreciado la importancia cultural y la excelencia técnica de los tejidos serranos, ambas evidentes en las crónicas” (Murra, 2009, p. 155).

#### ***4.1.1. Dimensión política e histórica***

Porcón, significa “El Lugar de los cerros”. Chávez (1958, citado en Escalante, 1974).



Los pobladores de la zona se abastecen del agua que nace en el cerro Quilish y tienen creencia de su protección, llamándolo “adorable”.

**División política y administrativa de Porcón:** (De fuentes históricas, normativas y específicas)

**Datos demográficos, políticos, sociales de Porcón.** Actualmente, la comunidad de Porcón está conformado por Porcón Bajo, Porcón Alto, Granja Porcón y otros centros poblados menores como resultado del proceso de Reforma, solicitado por las mismas autoridades campesinas. Consta en las resoluciones de la Municipalidad Cajamarca. (Documentos incluidos en anexos). Granja Porcón, políticamente pertenece a Porcón Alto.

Administrativamente, dependen cada uno directamente de la jurisdicción de Cajamarca.

Los datos obtenidos nos parecen interesantes porque los pobladores en su mayoría conservan los mismos apellidos.

**Apellidos de Porcón.** En el año 1838, el padrón de la feligresía de la parroquia de San Pedro de Cajamarca, señala los apellidos de los habitantes de Porcón: Chilón, Chuquilín, García, Ispilco, Toledo, Chuquimango, Huatay, Cóndor, Malca, Quispe, Ayay, Guamán. Huayhua, Rojas, Donato, Infante, de la Cruz, Gastolomendo, Chalana, Amanbale. (Legajo 33 N°1318-Ar. Obispado). (pp. 58). Escalante (1974).

**Algunas relaciones de poder.** Porcón, pertenece políticamente, al Gobierno Regional de Cajamarca, que según su misión establecida contribuye al desarrollo integral y sostenible de la región, organizando y conduciendo democrática, descentralizada y desconcentradamente la gestión pública regional, en el marco de las políticas nacionales y sectoriales. Fuente: (Organigrama de Gobierno Regional, 2005).

La organización y resoluciones de comunidad, límites, etc, están dadas por la Municipalidad de Cajamarca; cuya misión es promover el desarrollo, el respeto al medio ambiente y a la vida. Mejorar y ampliar la infraestructura vial productiva y de comercialización optimizando los servicios municipales; coadyuvar a elevar la conciencia cívica de la ciudadanía promoviendo la revalorización de la identidad cultural. Promover el desarrollo de la micro, pequeña y mediana empresa. Misión y Visión (2013).

En el campo educativo, Porcón pertenece al Ministerio Educación Dre- Ugel de Cajamarca; la Unidad de Gestión Educativa Local - Cajamarca tiene como misión, asegurar ofertas educativas pertinentes de calidad, sustentadas en el trabajo concertado con la sociedad

civil y centradas en la formación integral de todos los cajamarquinos, guiados con una perspectiva de interculturalidad, equidad, cohesión social y desarrollo humano sostenible, que permita formar personas capaces de desarrollar su identidad, autoestima y capacidades para integrarse adecuada y críticamente a la sociedad, en armonía con su entorno. Misión y Visión (2009).

Jurídicamente, Porcón pertenece al Ministerio de Justicia de Cajamarca, cuya misión es administrar justicia a través de sus órganos jurisdiccionales, de acuerdo a la Constitución y a las leyes, para contribuir al estado de derecho, al mantenimiento de la paz social y al desarrollo nacional. Entre sus organismos existe el Instituto de Justicia Intercultural.

Tanto en Porcón Alto como Porcón Bajo, funciona un Juzgado de Paz, con un juez de paz nombrado.

**Rondas campesinas.** Los pobladores, además muchas veces, ante la incapacidad del Estado para resolver sus problemas, se asocian en las Rondas campesinas, organización comunal de defensa de la propiedad individual surgida de manera autónoma en Chota, Cajamarca, 1976; actividad que está regulada por la Ley N° 27908. Su reglamento les reconoce el derecho a participar de la vida política del país, capacidad conciliatoria, y apoyo a la administración de justicia en general.

**Instituciones que intervienen.** También hemos encontrado que, en los tiempos de explotación minera, coordinaron un total de 66 instituciones para procurar el desarrollo de Cajamarca. (16 organizaciones públicas, 20 no gubernamentales y 30 privadas).

**ALAC** es una organización corporativa que surge como parte del programa de responsabilidad social de Yanacocha para promover el desarrollo humano sostenible en la región y cuyo objetivo es promover programas y proyectos que, aprovechando los beneficios de la minería, generen impactos más allá de su vida operativa.

#### **4.1.1.1. Regiones de Porcón**

Porcón presenta dos regiones ecológicas: Quechua y Jalca. Quechua, a 2 900 metros y Jalca o Suni, de 3 500 o 4000 metros sobre el nivel del mar.

La región quechua, su relieve es variado, montañas con pendientes suaves, y valles bordeados de ríos; gran parte de la zona es muy buena en sus tierras, para la agricultura.

La flora en la región quechua, es variada, son plantas y yerbas que sirven para sus alimentos, para medicina, para el teñido de sus prendas y se encuentra mucha vegetación y terrenos que se cultivan según la época.



**Figura 82. Región Quechua**



Fuente. Fotografías 02 feb 2012. Km. 15 Porcón Bajo

Los meses de diciembre a marzo son muy lluviosos; “cae” granizo produciendo daños a la agricultura. Entre junio y setiembre se presenta el fenómeno de las heladas, cuando la temperatura baja a menos de 0 .

Solamente hay una carretera que pasa por la zona hacia la provincia de Hualgayoc y para trasladarse a la ciudad y diferentes lugares, los campesinos van a pie formando sus propios senderos y atajos, llamados caminos de herradura.

La región Jalca limita con la Puna; tiene planicies extensas, grupos de rocas, cumbres de muchos cerros donde nacen las cuencas de ríos que fluyen al oriente (Atlántico) y a occidente (Pacífico), beneficiando en su curso con la irrigación a tierras más bajas.

**Figura 83. Región Jalca de Porcón**



Fuente: Cajamarca Patrimonio Hist. y Cultural de las Américas (p.34).

El paisaje de la Jalca es desolado y su vegetación arbórea es escasa, presentándose mayormente una herbácea y de arbustos bajos "ichu", sin embargo, sus lagunas, bosques residuales y algunas formaciones pétreas, le dan belleza a su paisaje. Montoya & Figueroa (1990).

Las lluvias son abundantes, de frecuentes granizadas, heladas e irritantes vientos fríos y fuertes; que forman depresiones, lagunas y ciénagas, tiene la precipitación pluvial más alta del departamento; la temperatura media es baja y se presenta fuertes oscilaciones entre las máximas y las mínimas, que llegan a pasar de 19 a -0.8 C.

La agricultura es escasa en la Jalca, se cultiva papa, cebada, oca, olluco, quinua, tarwi, sauco y algunos pocos productos más; existen especies forestales y cultivos nativos, otras utilizadas en la medicina, en la industria, y ciertas especies que utilizan para realizar los teñidos de sus tejidos.

Existen evidencias de que los pastizales de la Jalca sirvieron para la crianza de camélidos sudamericanos (llama, alpaca) en la época prehispánica y hasta principios del Virreynato. Montoya y Figueroa (1990).

#### **4.1.1.2. Poblados de Porcón**

- **Porcón Bajo**

Porcón Bajo es una región quechua que está conformada según Ordenanza Municipal Cajamarca N° 076-CMPC. (Anexo N° 02 Ordenanzas y límites).

**Figura 84.** Iglesia y Escuela de Porcón Bajo con su pileta construida por ellos mismos



Fuente: Fotografías (2012).



- **Porcón Alto**

Porcón Alto tiene extensiones en región jalca y también en región quechua. altura 3161 msnm. Se conforma según Ordenanza Municipal Cajamarca N°007- CMPC, de fecha 10 de mayo de 2005 (Anexo N° 02).

**Figura 85.** *Colegio de Porcón Alto en Plaza y Arco de Porcón Alto*



Fuente: Fotografías 2012.

- **Granja Porcón: Cooperativa “Atahualpa Jerusalém”**

Fue organizada en la época de la Reforma Agraria; se encuentra a 3 152 m.s.n.m., región jalca y su extensión es más de 10 mil hectáreas atravesadas por ríos y cubiertas por pinos gigantes. En el trayecto, camino y campo, se ve camélidos, ovejas, vacas y los pastores que los cuidan.

Esta comunidad desarrolló mediante un convenio firmado en 1976, por los gobiernos de Perú y Bélgica; crearon el Centro de Investigación y Capacitación Forestal, Cicafor; luego en 1982, la Comunidad Económica Europea, en su proyecto piloto de forestación instala macizos forestales con pinos, pastos y setos vivos con un desarrollo exitoso. Granja Porcón, propiedad de un grupo de comuneros, actualmente de religión evangélica la mayoría, es un centro de confección de tejidos, productos lácteos, criadero de truchas, entre otros.

La máxima autoridad es la asamblea general, luego el consejo de administración. Según resolución municipal, está comprendido en Porcón Alto, aunque el gerente informa que pertenecen directamente a Cajamarca una parte; otra parte a la Provincia de San Pablo y al distrito Tumbadén; y otra parte al distrito de la Encañada. En la figura 86 apreciamos un paisaje de esta zona.

**Figura 86. Granja Porcón**



Fuente: Fotografía 2012.

#### **4.1.1.3. Un poco de historia: tras las huellas del tema**

*¡Nuestras esperanzas para el futuro, Dependen de aprender críticamente de las ¡Lecciones del pasado!  
(D'Ambrosio, 2001, p.442).*

**Figura 87. Grabado de Guaman Poma**



Fuente: Giurato, T (1947, p. 9).

Giurato (1947) reflexiona que si queremos responder con certeza la gran pregunta de Guamán Poma de Ayala acerca de los relatos y leyendas a los indios antiguos sobre cuál fue la gente primigenia y cuál la senda de la cultura peruana, la respuesta es un enigma, los hechos y cronologías que disponemos al respecto, están entremezcladas con la fábula y la leyenda (p 80).

El historiador manifiesta que se evidencia las expresiones de pueblos y de civilizaciones extrañas y lejanas en el tiempo y en el espacio, cuando se estudia los jeroglíficos, costumbres, usos y creencias religiosas, estructura y estilos de monumentos y cerámicas en sus colores y en sus símbolos (Giurato, 1947, p. 89).

Ravines expresa que la historia local es un reclamo al espacio y una búsqueda para entender los grupos humanos que lo habitaron y la habitan (cfr. Santisteban, Espinoza y Ravines, 1986, p. 7).

El camino que seguimos para conocer la historia local del grupo cajamarquino de Porcón, es el que señala Giurato (1947), pues los elementos que el investigador menciona, corresponden al estudio de la dimensión conceptual e histórica.

Para este caso, nos guiamos de un cuadro cronológico de la Cultura Cajamarca, elaborado por Sarmiento y Ravines (2008, p. 58), donde el orden se establece en años períodos y de una cronología comparada de Rowe, Reichlen y Expedición Científica de Japón.

En la zona de Cajamarca, han investigado arqueólogos como: Henry Reichlen, considerado precursor y fundador de estudios de esta cultura en los años 1947 y 1948, periodizó la civilización Cajamarca en seis fases. Rogger Ravines, Julio C, Tello, Augusto Cardich, Yoshio Onuki, Yuji Seki, Solón Urteaga Portocarrero, Jesús Varela Marcos, Fernando Silva Santisteban, Matsumoto y Terada en 1980, establecieron nuevas fases anteriores contemporánea con Pre Chavín, entre otros, que nos han servido de referencia.

No se puede precisar en qué época llegaron los primeros hombres a la zona de Cajamarca. Se muestra la presencia de una antigua cultura lítica pre cerámica, hace doce mil años; eran cazadores y recolectores que consumían el venado y cuy silvestre. Esta cultura, duró aproximadamente de 9000 a. C. a 2500 a. C.

En varios lugares de Cajamarca, en las paredes de los cerros se puede apreciar muestras, por ejemplo, en Callac Puma, (carretera Baños del Inca a Llacanora), existe una gran cantidad de pinturas rupestres, de representaciones sencillas, figuras de animales (llamas, venados), hombres y figuras no naturalistas, donde prevalece el carácter geométrico, evidenciándose

colores rojo indio, naranja y rojo bermellón. Dice Cardich que este legado evidencia la presencia de los hombres de aquellas épocas (citado en Sarmiento y Ravines, 2008).

Luego, a. C. a. C. se da el periodo inicial, Formativo, que en su proceso de desarrollo manifiesta singulares composiciones de alta cultura, especialmente en tecnología textil y metalúrgica siendo la agricultura, una actividad económica primordial. Tenían una compleja organización política, social y económica revelando evidencias y restos que fue el período formativo de más antigüedad en el Perú.

A este periodo inicial, pertenece la existencia de un yacimiento arqueológico, centro ceremonial regional, Kuntur Wasi (“Casa del Cóndor”), un gran centro ceremonial de más de tres mil años de antigüedad que se considera ser coetánea de la cultura Chavín. Urteaga Portocarrero, S (1958).

Kuntur Wasi, queda en la cima del cerro La Copa en la provincia de San Pablo, vecina a Porcón, Cajamarca. Estudios diversos aún continúan, entre ellos, Inokuchi (1998), quien sostiene que los cambios ocurridos en los templos de la sierra, como Kuntur Wasi o Chavín de Huántar, se relacionan con el abandono de los centros ceremoniales de la costa, más o menos en el año 800-700 a.C.

En sus manifestaciones culturales, se encuentran pinturas murales en las que hay diseños y dibujos geométricos. Una pintura de cara felínica, usando los colores negro, blanco, rojo, verde, amarillo y marrón; petroglifos zoomorfos y geométricos encontrados; tres monolitos antropomorfos, tallados en las rocas que afloran en las laderas del cerro Cumbe Mayo. Los colores y las figuras se manifiestan hasta el presente en sus artesanías y tejidos.

Se alimentaban de carne de venado y cuy. El venado tenía un significado especial y se utilizaba en los ritos ceremoniales. Se domesticaron las llamas. Construyeron templos ceremoniales y el Canal de Cumbe Mayo (“Río Fino”), que tuvo una connotación mágico-religiosa (Sarmiento y Ravines, 2008). La Figura 88 presenta una vista de un tramo del canal.

**Figura 88.** *Canal Cumbemayo*



Fuente: [www.regioncajamarca.gob.pe](http://www.regioncajamarca.gob.pe)

Se formó la Cultura Cajamarca que se extendió hasta las provincias de Cajamarca, Huamachuco y parte de Otuzco (la Libertad). Se ubica cronológicamente desde el siglo II a. C. y pasó por cinco fases, hasta la conquista de este reino por los incas, en el siglo XV. En el período Intermedio Tardío fue el reino o “señorío” de Cuismanco, su último gobernante, Guzmango Cápac. Fue última fase de un desarrollo regional autónomo manifestado por los cambios estilísticos y tipológicos de la cerámica. Silva Santisteban, F. (1982).

Silva Santisteban, al describir la cultura Cajamarca resalta como ella, con una personalidad cultural propia e inconfundible, se extendió más allá de sus límites geográficos tradicionales, por el sur hasta Huamachuco y la región meridional del Callejón de Huaylas y, por el oeste, dominó las partes altas y medias de los valles de Lambayeque, Saña, Jequetepeque y Moche. Silva Santisteban, F (1996).

En la fase Cajamarca III, aproximadamente 450 años d.C., la invadieron los conquistadores wari, originándose un intercambio de productos de la costa y sierra.

Destaca en esta época, su cerámica original de pasta blanca, arcilla muy fina llamada caolín; copas de base anular, de color blanco o crema, sobre cuya superficie hacen decorados que representan a serpientes, batracios, felinos estilizados, dibujos geométricos. Su identidad cultural se caracteriza por sus huacos tripodales (tres pies, cónicos y largos), bellamente decorados, y por las formas en la decoración se denomina Cursivo Clásico. Los colores negro,



marrón, rojo, naranja, predominan y causa admiración la técnica y el arte empleados en la ejecución de los diseños que representan figuras zoomorfas, animales, hombres estilizados; dibujos geométricos como triángulos, rectas, rombos y otros trazos. Sarmiento y Ravines (2008).

Consideramos esta mención de la cerámica importante pues es donde se aprecia los diseños que luego encontramos en diferentes tejidos, lo que manifiesta su cosmovisión.

En la figura N° 89, se expone motivos que también aplican en sus tejidos. Vemos la cruz y los decorados artísticos, en las cucharas y en el vaso trípode.

**Figura 89. Cerámica Cajamarca**



Fuente: [http://wiki.sumaqperu.com/es/Archivo:Ceramica\\_cajamarca](http://wiki.sumaqperu.com/es/Archivo:Ceramica_cajamarca)  
[http://www.ifeanet.org/publicaciones/boletines/38\(2\)/205.pdf](http://www.ifeanet.org/publicaciones/boletines/38(2)/205.pdf)

Tiempo más tarde, en la fase V, Cajamarca final, la cultura Cajamarca, toma el nombre de Reino de Cuismanco., alrededor de 950 años d.C. que dura hasta la conquista de los incas en 1450 d.C.

Silva Santisteban (1985), al describir la cultura Cajamarca resalta como ella, con una personalidad cultural propia e inconfundible, se extendió más allá de sus límites geográficos tradicionales, por el sur hasta Huamachuco y la región meridional del Callejón de Huaylas y, por el oeste, dominó las partes altas y medias de los valles de Lambayeque, Saña, Jequetepeque y Moche.

También construyeron ciudades fortificadas y para enterrar a sus muertos unas tumbas o nichos a modo de ventanillas, utilizando las paredes rocosas de los cerros (Sarmiento y Ravines, 2008) como se muestra en la figura 90

**Figura 90.** *Ventanillas de Combayo*



Fuente: Fotografía tomada en marzo del 2012

Finalmente, en el año 1450 de la era cristiana, los Incas conquistaron Cajamarca, estableciendo sus normas, cambiando grupos de gente “mitmaes”, de un lugar a otro, para asegurar que no haya rebeliones. Fueron dos grupos de mitimaes en Cajamarca: Chetilla y Porcón.

### **Los Obrajes**

Los obrajes se establecieron hacia el siglo XVII, cuando la mayoría de españoles y mestizos tenían necesidad de ropa y no podían acceder a los géneros europeos por su carestía y porque las demandas de América no se podían abastecer. Se desarrolló entonces la crianza extensiva de ganado ovino, la hacienda ganadera se sobre poblaron de ganado lanar posibilitando así el surgimiento de los obrajes que se multiplicaron con la imposición de las mitas.

Solórzano (citado por Silva Santisteban, 1982), refiere que los obrajes se hilaba, tejía y labraba paños buenos de todas formas y rayas; entre los tejidos de lana, algodón y lino se fabricaban principalmente paños, pañetes, frazadas, tocuyos, colchas, alfombras, pellones, manteles, albas, paños de mano, alforjas, medias, sombreros de vicuña, velas de barcos y otros lienzos de muchas clases; jergas, bayetas ordinarias y pañetes de diferentes calidades para el consumo local, regional y para exportar a Ecuador, Panamá y España.

En la encomienda de Cajamarca, concedida a Melchor Verdugo por Francisco Pizarro, se

estableció el primer obraje en 1545, luego cuando él murió su esposa doña Jordana, instaura en 1579, en la villa Cajamarca, otro obraje “El Batán”; más tarde fundó el obraje de Porcón, a tres leguas de Cajamarca; donando este obraje al Hospital de Naturales de la Villa de San Antonio de Cajamarca.

Este obraje, fue administrado por los franciscanos hasta 1630; un año después, por los Corregidores de Cajamarca; y en 1677, el obraje, la hacienda y demás bienes, fueron cedidos a la Orden Religiosa de Belén (Silva Santisteban, 1998).

Solórzano (1648: 64, citado en Silva Santisteban, 1982), refiere que, en los obrajes se hilaba, tejía y labraba paños buenos de todas formas y rayas; entre los tejidos de lana, algodón y lino se fabricaban principalmente paños, pañetes, frazadas, tocuyos, colchas, alfombras, pellones, manteles, albas, paños de mano, alforjas, medias, sombreros de vicuña, velas de barcos y otros lienzos de muchas clases; jergas, bayetas ordinarias y pañetes de diferentes calidades para el consumo local, regional y para exportar a Ecuador, Panamá y España.

En 1615 el cronista Antonio Vásquez de Espinoza llega a la villa y expresa que había muchos obrajes donde labraban paños de cumbi (tejido fino), con figuras de muchos colores, de lana de vicuña y de carneros de la tierra y que utilizan instrumentos como huesos de gallina y carnero muy afilados. La figura N° 91 ilustra los Obrajes, en la acuarela del siglo XVIII de Martínez de Compañón.

**Figura 91. Trabajo de los Obrajes**



Fuente: Silva Santisteban (2005, pp. 100-101).



## **El comercio de los tejidos**

Según registró Ignacio de Lecuanda en 1786, por estas rutas de Cajamarca, salieron frazadas a Lima (611), Lambayeque (52), Chachapoyas (344) y Quito (472). Asimismo, salieron bayetas ordinarias a Lima (138), Lambayeque (557), Chachapoyas (10,011) y Quito (80). Estas cifras muestran a Chachapoyas como el gran mercado de los obrajes cajamarquinos, que abastecieron de telas a las colonizaciones de Rioja, Moyobamba y Tarapoto.

Las reducciones influyeron en la desestructuración de la sociedad inca; y la Mita, fue una forma de trabajo obligatorio al Estado y a los españoles que necesitaban empleados para el servicio doméstico, minas, agricultura. Las autoridades regulaban la aplicación de la mita, el lugar, labor a realizar, salario y turnos de cada mitayo. Sarmiento (2005). La materia prima era suministrada por las ovejas que estaban al cuidado de los mitayos, y se reproducían en condiciones difíciles como el ichu o paja de hualte. En la comarca, la jerga de Porcón era la de mejor calidad alcanzando fama en toda la provincia.

Una enorme producción agropecuaria, textil y minera regional, estableció los corredores comerciales iniciados en el siglo XVII y consolidados en el XVIII sobre algunos caminos del Inca. Hasta 1720, el intercambio comercial entre costa, sierra y oriente se hacía desde Zaña. Ese año, las lluvias intensas por la corriente del Niño destruyeron Zaña y fortalecieron a Cajamarca como eje del comercio transversal costa-oriente; este auge económico generado se concentró en la villa de Cajamarca, la cual adquirió fama y renombre como «Cajamarca, la grande del Perú».

El mestizaje agrícola andino, se inicia cuando las vastas jalcas de las encomiendas, haciendas y comunidades se poblaron de ovinos que sustituyeron a las llamas y alpacas. Empieza el cultivo de trigo y cebada traídos de España y los cultivos nativos fueron relegados en parte. El labrado de la tierra conoció la punta de metal, la tracción animal (vacunos) y el transporte equino; de este modo se funden elementos nativos y españoles.

En 1790, toda la buena marcha económica y social de Cajamarca inicia su caída, cuando la Corona cede a los ingleses y franceses el permiso para comercializar productos en las colonias americanas. Los mercados locales fueron entonces invadidos por textiles y otros productos importados que demolieron sin pausa la producción local. En todo el virreinato, obrajes y manufacturas locales no competían en precios ni en calidad.

Los obrajes fueron desapareciendo al no haber demandas de telas tejidas. En Porcón y en la mayoría de pueblos de Cajamarca aún se conserva este conocimiento de los tejidos los cuales utilizan sus saberes heredados y aprendidos desde épocas pre incas, para generar un

ingreso económico.

### **Situación de campesinos**

Los campesinos eran clase dominada, daban tributos, eran maltratados a tal extremo que motivaron protestas y rebeliones como las que se ejecutaron en los obrajes de Porcón en 1752, 1812 y 1821 (Sarmiento y Ravines, 1982).

La rebelión de 1821, fue cuando en Cajamarca se suscitaban los cambios de la independencia, los indígenas del obraje y hacienda de Porcón se sublevaron reclamando sus derechos ciudadanos y la supresión de la mita por las Cortes de Cádiz liberándolos de la condición de mitayos, yanaconas y pongos. Como no tuvieron respuesta se levantaron contra el arrendatario (Silva Santisteban, 1998).

En 1847, el fundo Porcón pasa a ser de propiedad de la Beneficencia Pública de Cajamarca; después una parte es vendida en 1950 al Servicio Cooperativo Interamericano de producción de Alimentos, (SCIPA). Más tarde, por Resolución Suprema de 1ro de julio de 1958, se aprobó la venta o lotización de la hacienda Porcón, hasta el año 1971, en que la hacienda Porcón, junto con otros 15 predios fue afectada por Resolución Suprema N° 903-71.

El proceso de la Reforma Agraria, ley promulgada el 24 de junio de 1969, en el gobierno de Juan Velasco Alvarado causó profundos cambios en las propiedades de tierras. En 1972, Porcón fue visitado por miembros de la Comisión Intersectorial de Apoyo a Reforma Agraria y promotores de Sinamos, quienes dos años después, dejaron el espacio territorial configurado hasta la actualidad como minifundista.

Por otro lado, las comunidades campesinas han repartido individualmente las tierras de cultivo y sólo conservan algunas áreas de pastos naturales en uso común, aunque tienden también a individualizarlas. Como las tierras se heredan, la minifundización es un proceso en curso al interior del agro provincial y departamental, el cual convierte a la economía campesina en una ocupación de refugio.

La industrialización y modernización de la capital, en tiempos de la República, aumentó las diferencias en las indumentarias de los nuevos grupos sociales, y en la elaboración de piezas y ornamentos religiosos; las clases dominadoras importaban sus vestimentas, en cambio los indígenas continuaron vistiendo sus trajes como en la colonia e integraron la lana de oveja, de la llama y el algodón a la textilería nacional.

El uso de los tintes naturales estaba muy extendido; pero a partir de 1860, se importaron

anilinas cuyos colores se combinaron con los tintes naturales.

## **Población**

La población es numéricamente mayor en Granja Porcón, con un total de 836 habitantes, luego Porcón Bajo con 517 habitantes y Porcón Alto 450 habitantes en total. Respecto a: 1) Sexo, la población es homogénea porcentualmente en los tres lugares, 2) Edad, en el intervalo 0-14, por ejemplo, Porcón Alto y Porcón Bajo, oscilan entre el 30% de su población total, Granja Porcón el 34%, de sus habitantes tiene mayor población en este intervalo de los primeros años y escolaridad.

## **Economía**

Porcón, inmerso en la realidad cajamarquina, es una comunidad pobre. Cajamarca se encuentra en el rango inferior de pobreza (Cuadro INEI en anexo), y a pesar del tiempo y los muchos estudios y proyectos que se han realizado no se observa una mejora de esta situación. Este nivel de pobreza se ve reflejado en los elevados índices de desnutrición, mortalidad infantil y problemas sanitarios.

Según el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI), Cajamarca es la región con la mayor cantidad de pobres en todo el país. Su porcentaje de pobreza, es 47,5% (El Comercio, Economía C 21, martes 23 de octubre 2018), y los pobres extremos representan el 17% de su población total. Siete distritos de la región, se encuentran entre los veinte distritos más pobres del país, entre ellos Chetilla, pues más del 90% de sus habitantes, vive por debajo de la línea de pobreza. El 52, 9% de los cajamarquinos se encuentra en pobreza monetaria. También se encuentra en el informe del Instituto Peruano de Economía (Incore, 2015).

Ante esta realidad, los pobladores de Porcón, en su mayoría, son trabajadores independientes que se organizan en grupos, para resolver sus problemas de subsistencia. En la última década, se ha acentuado el problema con la minería. Siendo la región andina más poblada del Perú, con un índice de desarrollo ubicada entre las 20 más atrasadas, la inversión minera se convirtió en la principal actividad económica, la agricultura, el turismo y otros servicios, se han relegado.

Este auge económico, origina un crecimiento desordenado de la población, destruyendo sus recursos naturales. El corredor de Porcón, convertido en un corredor de negocio; muchas casas de concreto, van llenando el paisaje rural. Cajamarca ha crecido contaminando sus ríos Mashcón y Chonta, donde se vierten desechos minerales y domésticos. Los manantiales que

antes eran limpios ahora están contaminados con desechos, vemos que están llenos de basura.

Se ha presentado un informe que Cajamarca reduce su pobreza rural de 47, 5% en 2017, a 41, 9% en 2018, disminución notoria a nivel nacional. Lo mismo en la pobreza extrema, y a pesar de ello, es el nivel más alto ante el nacional. En Cajamarca, la relación entre un mayor nivel de pobreza y un menor nivel educativo es muy clara. El 84, 8% de cajamarquinos pobres no culminaron su educación básica completa frente al 59, 1% de los no pobres. Sólo el 1,3% de las personas pobres cuentan con estudios superiores completos ante el 16,7% de los no pobres. (Diario Panorama Cajamarquino, p. 11 del martes 30 de abril de 2019).

En lo laboral, entre los cajamarquinos no pobres, el 49,6% se ocupa en el agro, el 21% en comercio y el 6,4% en industrias manufactureras.

### **Alimentación**

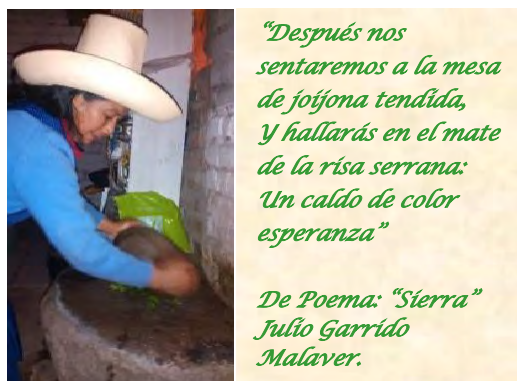
El maíz es uno de sus principales alimentos (choclo, cancha, mote, huma, tamal, sopa de chochoca (maíz molido como harina); siembran y consumen papa, oca, olluco, zanahoria, trigo, cebada, quinua, mashcua, arracacha, habas, chochos; además se dan los hongos o setas. (Cajamarca produce junto con Lambayeque, más de 500 kilos mensuales) “El porconero es orgulloso de ser buen peruano y buen porconero, reina el cuy, el arroz de trigo y la harina de cebada” nos indica un porconero.

La cocción de sus alimentos es generalmente con leña, con querosene o ron de quemar; sin embargo, en la actualidad muchos pobladores cuentan con cocina a gas. Su bebida tradicional es el cañazo o aguardiente de caña y la chicha de jora.

Muelen todo tipo de granos y alimentos en “Batan”, instrumento típico de piedra granito con forma plana rectangular o mayormente redondeada, que puede tener hasta 70 cm de diámetro, y un chungo también de piedra. Estos instrumentos los consiguen en los ríos y su origen es muy antiguo, y a pesar de la modernidad, su uso perdura hasta ahora.

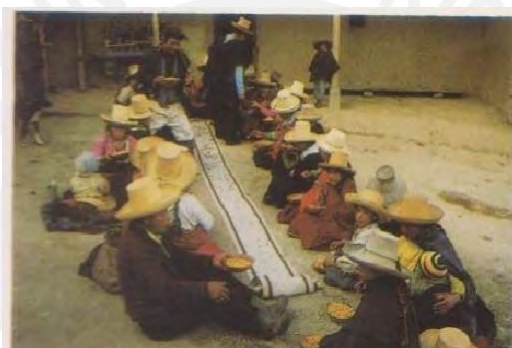
En la figura N° 92, Isidora muele paico para hacer caldo verde, plato típico, que lo sirven en sus mates, y en la figura 93, se muestra la costumbre comunitaria de compartir sus alimentos, llamada “joijonada”

**Figura 92.** Isidora moliendo paico



Fuente: Fotografía enero 2012

**Figura 93.** "Joijonada" en comunidad



Fuente: Cajamarca Patrimonio Histórico y Cultural de las Américas (p.63).

## Salud

De acuerdo con datos estadísticos 2017, del total de la población rural de Cajamarca, las personas pobres presentan mayores privaciones. En 2018, ante una molestia, enfermedad o accidente, sólo dos de cada cinco personas pobres se atendieron en un centro de salud, a diferencia de tres de cada cinco no pobres.

35 853 pobladores rurales, 26 834, carecen de un seguro de salud; 3587 tienen un seguro de salud SIS; 4404, tiene seguro ESSALUD; éste llega principalmente a la población no pobre quien tiene el 20,3 %, mientras que, en el caso de los pobres, este seguro alcanza sólo al 2,4 %. En cada comunidad hay un puesto de salud, pero cubre solamente situaciones básicas.

Salud es un componente esencial del desarrollo y en esta zona evidenciamos que es descuidada, por ejemplo, en el caso de la tejedora Zenaida quien fue llevada a Cajamarca para dar a luz, por falta de asistencia de maternidad y porque en el momento no se encontró

ninguna “Partera” en el lugar.

Se han presentado casos de intoxicación y envenenamiento por alimentación del programa Alimentación Pronaa., Qali Warma, etc. (Figura 94).

**Figura 94.** Negligencia en alimentos que distribuía el PRONAA



Fuente: El Comercio, 6 de octubre de 2013

**Figura 95.** Niños fallecidos por intoxicación

### Los niños intoxicados en Cajamarca tienen secuelas y están abandonados



Fuente: El Comercio, 6 de octubre de 2013

Cajamarca concentra ayuda de los programas sociales. Durante los cuatro primeros meses del año, esta región tiene a la mayor cantidad de beneficiarios de Cuna Más, Pensión 65,

y Qali Warma. (*El Comercio*, B4, del 5 de junio de 2015).

Por otra parte, los pobladores de Porcón tienen conocimiento de los efectos medicinales de sus productos, que se evidencia en la comercialización de plantas medicinales en el mercado de Cajamarca, por iniciativa propia para su sustento o a petición de compradores de plantas. También utilizan el cuy para curarse, “en el cuy sale la enfermedad de la persona”, además de frotaciones con yerbas “para el susto”.

Como anotamos, en el último índice de Competitividad Regional (Incore 2015), Cajamarca no sólo cayó dos posiciones, sino que se situó en el penúltimo lugar. Este es un retroceso en pilares como infraestructura, salud y empleo, en donde la menor cobertura del servicio de agua, el aumento de la mortalidad infantil y la falta de trabajo para los jóvenes han agudizado el deterioro de esta región.

Según cifras del Ministerio de Desarrollo e Inclusión Social (Midis), Cajamarca a la mayor cantidad de usuarios de Juntos (120 622 personas), el programa que brinda apoyo a más de 815 000 peruanos pobres mediante transferencias monetarias. También se ha convertido en la región que alberga a un mayor número de beneficiarios de CunaMás; programa que busca el desarrollo infantil de niños menores de tres años en zonas de pobreza y pobreza extrema, son 11 861 cajamarquinos en su registro, que representa a más del 20% del total de favorecidos; y en el programa de alimentación escolar Qali warma son 228 939 niños mayores de tres años los atendidos.

Respecto al agua, algunas viviendas aun no cuentan con instalaciones de agua potable, por ejemplo, la casa de Rosario que es en chaupimayo, km 17 Porcón traen agua de Cochapampa. Por otra parte, los niños y jóvenes acostumbran bañarse en el río de donde muchos pobladores sacan agua para su consumo y de los puquios que abundan. Cuenta María, que para refrescarse y calmar su sed, tomaban agua del río, recogéndola en su sombrero, una “sombrerada”; costumbre que se está perdiendo debido a que los pobladores temen la contaminación de sus aguas.

Observamos la proliferación de residuos plásticos y otros acumulados en las acequias y calles, ocasionados por los pobladores.

Por otro lado, un motivo importante de influencia política, es el trabajo minero en Yanacocha; la minería ha originado conflictos sociales y ambientales.



**Figura 96. Laguna Yanacocha**



Fuente: <http://villavirtual.blogspot.com/2011/12/laguna-yanacocha-el-antes-y-el-despues.html>

Una encuesta de Ipsos revela que la corrupción de autoridades y la falta de trabajo son los principales problemas en Cajamarca. (El Comercio, A 18, sábado 10 de mayo de 2014).

## **Observaciones**

### **Dimensión histórica**

i) La información histórica que se tiene, considerando desde el período Formativo hasta el presente, es que Cajamarca ha recibido e intercambiado influencias de diferentes culturas.

ii) La primera desarticulación social y cultural de la cultura Cajamarca fue producida por los Incas, pero esta etapa duró poco tiempo hasta la llegada de los españoles, por lo que no hubo una profunda transculturización.

iii) En cuanto al lugar donde se realizó la investigación, Porcón; con la conquista española, su industria textil, se ve reforzada con las tecnologías que trae el conquistador, además del ganado ovino y de su lana como materia prima.

iv) Con la crianza del ganado ovino, se descuida la crianza de los camélidos, perdiendo la cultura Cajamarca, este elemento material de su identidad.

v) Como consecuencia de la nueva administración política, la zona de Porcón pasa a conformar los obrajes de la encomienda de Cajamarca, continuando después con el tiempo, a pertenecer a la Iglesia, Beneficencia, etc., etc., hasta la actualidad con el sistema cooperativo.

vi) Cajamarca vendía frazadas laboradas en estos obrajes a Lima, Lambayeque, Chachapoyas, Quito. El mayor comprador, Chachapoyas abastecía Rioja, Moyobamba y Tarapoto.



vii) En el siglo XVIII, año 1720, Cajamarca servía como bisagra económica entre costa, sierra y oriente, desde Zaña; pero ésta fue destruida por las lluvias intensas del fenómeno del Niño, fortaleciendo a Cajamarca como eje del comercio transversal costa-oriente. Fue un auge económico de la villa que adquirió fama y renombre como “Cajamarca, la grande del Perú”.

### **Dimensión política**

i. La familia sigue siendo la base de la organización social. Los pobladores de Porcón se arraigan a sus costumbres, practican la minga en sus trabajos, dedicando mayor parte de su tiempo a la agricultura.

ii. La mayoría de jóvenes no tiene un trabajo que le asegure un ingreso económico y desarrollo social, debido a la falta de oportunidades laborales e industriales.

iii. Los pobladores de Porcón, en su mayoría, son trabajadores independientes, dedicándose a las artesanías o a la agricultura. Luchan día a día para lograr un ingreso económico.

iv. La elaboración de tejidos forma parte de la actividad económica de los pobladores. Una muestra de ello son las asociaciones que forman y legalizan ante la municipalidad.

v. En salud, existe contaminación ambiental en la zona, y el programa de apoyo alimentario incide en el deterioro de la salud del poblador de Porcón por su dudosa calidad.

vi. Los problemas sociales, políticos y ambientales, desfavorecen un clima de estabilidad y paz social.

#### **4.1.2. Dimensión conceptual: forma de vida**

Para los habitantes de Porcón, “Los porconeros”, (llamados así hace mucho tiempo en tono despectivo, ahora olvidado en el contexto moderno), dicen: “la familia es el ayllu”. Comenta José Isabel Ayay, poblador de Chilimpampa, que la familia está compuesta por los humanos, los animales, el agua, las pirkas, los pajaritos, las semillas, la chacra, el batán, y todo lo que se necesita en la casa. Es el ayllu. “Tukuy ima, son todas las cosas que se ven en este mundo. Shutiy tukuy ima.” Ayay (1991, citado en Biblioteca Campesina tomo 8, p. 16),

La mujer trabaja hilando su rueca, cargando su hijo, trayendo pasto para los cuyes, leña para cocinar; el papá trae su lampa, su pico, su arado con los que va a trabajar la tierra. Según Ayay, la mujer trabaja más que el hombre. Hombre en quechua es “runa”, mujer es “warmi”. La familia es muy respetada.

En los alrededores de las casas, que están dispersas, vemos ovejas comiendo yerba, gallinas con sus pollitos paseando libremente junto a las casas o por la carretera, patos, vacas, sembríos de maíz, oca, papa, cebada, avena, etc.

**Figura 97.** Cosecha de papa



Fuente: Fotografía 1 de marzo de 2012.

Los campesinos, se dedican mayormente a la agricultura, con el sistema de minga, donde todos los miembros de la familia trabajan, aman mucho a su tierra. Tienen tiempo de siembra y cosecha para cada producto, realizan aporque, siega, etc., saben cuándo deben iniciar y terminar sus actividades agrícolas; Nativa sabe el tiempo de la papa, la alfalfa, el maíz; etc. La cosecha es motivo de fiesta. Por su parte, las mujeres, una actividad que siempre han desarrollado es la de los tejidos; es común encontrar a las campesinas que caminan hilando con su rueca en la mano o cualquier lugar, momento y en la misma ciudad. Mostramos algunas fotografías de estas costumbres.

**Figura 98.** Madre e hija. María A. Zamora Salazar y Manuela Marín Salazar



Fuente: Fotografía 31 de enero de 2012. Hilando a media cuadra de Plaza de Armas, Cajamarca

**Figura 99. Hilandera Eusebia Ishpilco Chilón**



*“La vida de la hilandera  
Guango aquí, guango allá  
Ovejas por la ladera...”*

*...  
Ya torciendo, ya hilando  
Guango terminau o comenzau*

*...  
Con su chale la hilandera...*

*En Poetas cajamarquinos, Demetrio  
Chávez Portal. Red de Bibliotecas  
rurales, p.15*

Fuente: Fotografía 31 de enero de 2012.

**Figura 100. Hilanderas por los caminos de Porcón Alto, Porcón Bajo y Granja Porcón.**



Fuente: Fotografía 2012.



Desde niñas, aprenden a hilar. Este trabajo inspira siempre a los artistas y escritores del lugar. Mostramos dos cuadros con imágenes de niñas hilando.

**Figura 101.** *Niña hilando.*



Fuente: Cajamarca, Patrimonio (1988, p. 40).

**Figura 102.** *Oleo Dino Ghirardo.*



Fuente: [www.interarteonline.com](http://www.interarteonline.com)

Los tejidos son un vínculo económico junto con la agricultura en Porcón. Tejer, está caracterizado por un simbolismo, ellos diseñan su forma de ver el mundo, sus concepciones, y con la influencia de la religión católica, sus ritos traducidos en danzas, fiestas, se traducen también en sus diseños, representan su divinidad, sus cerros, la luna, el agua, las lluvias, la naturaleza.

Cuando uno se encuentra con ellos en el camino, saludan, “Buenos días niño”; se acostumbra llamar “María” a las mujeres y “José” a los varones; cuando van a vender algunos de sus productos, saludan diciendo “patroncito”, su trato en general es noble y servicial.

Son temerosos y sienten vergüenza cuando les hacemos preguntas. Para nuestras entrevistas, hemos ido varias veces, ganando confianza poco a poco.

Para ellos, tener una máquina de coser, es una señal de progreso. La ubican en su terraza junto con los telares, como en la casa de Rosario y Juanita.

**Figura 103.** *Vivienda Rosario Ayay, km 17.*



Fuente: Fotografía 13 de enero de 2012.

**Figura 104.** *Telar Juanita Zambrano km 14.*



Fuente: Fotografía 13 de enero de 2012.

## Vestido

Las mujeres visten normalmente con sus amplias y largas faldas largas de lana de jerga tejida por ellas o una tela llamada castilla, utilizando los colores negro y naranja principalmente. Una blusa de manga larga, con cuello como solapa amplia y bordeada de blondas o tiras bordadas.

Muchos collares y aretes largos de colores vivos, verde, naranja, amarillo, rojo; sus trenzas las adornan con cintas; el calzado "llanques", son sandalias de jebe; utilizan sombrero de copa alta y se cubren con un chale tejido. La faja tejida en callua, es indispensable pues con ella sujetan su anaco (falda). La tejedora Rosario Ayay, Porcón Bajo, nos muestra su faja tejida por ella misma. Gaspar, luce su poncho tejido por él.

**Figura 105.** Vestido de Rosario y de Gaspar.



Fuente: Fotografía 13 de enero de 2012.

Los varones, desde ancianos hasta niños, usan poncho; llevan consigo su alforja, que sirve para transportar sus compras de Cajamarca o sus útiles escolares. son bolsos por ambos lados y les permite llevarlo en el hombro manteniendo equilibrio en el peso.

En las figuras 106 y 107, mostramos como llevan su alforja los niños y varones en general.

**Figura 106.** Niño con su alforja.



Fuente: *El Comercio* (6 de octubre de 2013, p. A-22).

**Figura 107.** Alforja en vestimenta de varones.



Fuente: Fotografía en Cochapampa Porcón, y salida a Porcón (enero y febrero de 2012). José Rosales Pilco Chilón con su alforja, un vendedor de hierbas, un vecino de Santos.



Muchos habitantes de Porcón, viajan por sus negocios a la costa, o por la importación de vestimenta china barata, cambian su modo de vestir. Ellos dicen “Vestir lo nuestro es respeto”. (Mires, 2008, tomo 17, p. 16); sin embargo, las nuevas generaciones van cambiando significativamente, su vestir.

## **Idioma**

Los pueblos de Cajamarca hablaban el Culle, y en tiempo de los incas, se expandió el quechua; al finalizar el incanato volvieron al culle, hasta fines del siglo XVIII. No hubo una transculturización que implante el quechua completamente, por el corto tiempo que gobernaron los incas esta región. Silva Santisteban (1998).

Actualmente en Porcón existe un porcentaje muy escaso de quechua hablantes, cuya pérdida es significativa, así en Porcón Alto, se da 12 casos de quechua y 408 que hablan castellano. En Granja Porcón, 19 casos de quechua y 762 de habla castellana; y en Porcón Bajo, 6 casos de quechua y 484 de habla castellana. (Datos INEI 2007).

Este menoscabo del quechua, en parte es debido a la estigmatización que sufrieron los que lo hablaban; pero principalmente porque fueron pocos los pueblos donde los mitimaes traídos por Huayna Cápac, hablaban esa lengua, entre ellos Chetilla y Porcón que son descendientes de mitmas cañaris.

En el Instituto de Cultura funciona ahora una escuela de quechua con objetivo de revalorarlo, así como a otros legados culturales que han disminuido. Se enseña el idioma quechua en la escuela, pero no es así en Porcón Alto, en que los alumnos se niegan al aprendizaje de su idioma quechua, más bien les atrae aprender inglés.

## **Religión**

La divinidad principal fue Catequil. Fue la personificación regional de una antigua divinidad panandina y la más importante de la sierra desde los tiempos del Formativo: El Dios del Rayo. Se le representa como un personaje que lleva una pórra en una mano y una honda en la otra, con las que produce los rayos y truenos. Era la divinidad que controlaba el devenir. En los ritos que hacían en su honor le ofrecían sacrificios de llamas.

Era el Gran Apo Catequil, la guaca e ídolo de más reverencia en toda la tierra. Silva Santisteban (1982). A Catequil lo conocemos por datos obtenidos de los escritos de los evangelizadores de la orden de los agustinos, en el entorno de las etnias de los cajamarcas, los huamachucos y los conchucos.



**Figura 108.** *Plato con diseño del dios Apo Catequil.*



Fuente: [http://www.am-sur.com/am-sur/peru/gs/Campos/05\\_Incas-Inkas-d/051-keramik-m-gott-Apo-Catequil.jpg](http://www.am-sur.com/am-sur/peru/gs/Campos/05_Incas-Inkas-d/051-keramik-m-gott-Apo-Catequil.jpg)

El ídolo de los tejedores se llamaba Guaillo. Los ayllus de tejedores, se lamaban cumbicos y tejían ropa especial o de cumbi, “tejido muy fino” (en quechua); con muchas labores que sólo usaban los miembros de la nobleza; (Agustinos, en Castro 1992: 22-23, citado en Silva Santisteban, 1998). Sobre estos tejedores nos dice la relación que los cumbicos tenían una guaca o ídolo que se llamaba Quispeguayanay; a ésta adoraban para que las tinturas salieran buenas, el pueblo la tenía por hijo de Catequil.

Refiere Silva Santisteban (1982) además de estas divinidades uranias, había un conjunto de entidades con funciones específicas, presentando características etonianas, es decir relativas a la tierra, a la fecundación y fertilidad.

Llaga, guaca vinculada con el agua, Llayguen, un santuario al que acudían para pedir que les enviase la lluvia cuando había sequías. Se identificaban con la imagen mágica del venado (llucho o luicho, en quechua; en culle parece fue llaga.); para que el agua no faltara se ofrecían también sacrificios y ofrendas de mullu a Catequil; Silva Santisteban (1982).

Su religiosidad está enmarcada en su cosmovisión, en su coexistencia con la tierra que es una correspondencia mutua entre tierra, animales, plantas y hombre.

Nuestros campesinos enlazan estos elementos con el Dios vivo a través de símbolos cósmicos plasmados en los tejidos de forma simétrica, figuras como el sol, el monte, la tierra, la piedra, y así rinden culto a la divinidad.

La cultura indígena añade nuevos significados y formas en sus tejidos, de acuerdo a las enseñanzas sociales, económicas, políticas y estéticas impartidas por los religiosos u otros que llegaron en sus diferentes momentos históricos. Cuando rezan, dicen “Amito”, “Taitito”.

Encontramos que, en 1700, se celebra la primera Misa en la Hacienda de Porcón y

después el Obispo Luna Victoria comprobando que los habitantes de Porcón tardaban tres o cuatro días para traer a la ciudad a sus muertos, concede que los entierren en la Capilla de Porcón.

Más tarde, en el año 1950 aproximadamente, la población de Porcón Alto se convierte al adventismo en forma colectiva, cambiando sus expresiones culturales como el quechua y su vestimenta tradicional, abandonando el uso de los instrumentos musicales como el clarín y la caja.

En el presente, existen varios movimientos religiosos entre ellos, las confesiones sabáticas, dominicales y pentecostales. Perdura todavía la devoción católica en Porcón Bajo donde los pobladores celebran la Fiesta de las Cruces como veremos adelante.

Nos cuenta don Valentín Donato Terán, padre de familia del Colegio “Pedro Villanueva Espinoza” de Porcón Alto, e integrante de la asociación de padres de familia de dicho colegio, que Porcón Alto, es una zona adventista desde 1950, cuando vinieron unos pastores al lugar para predicar el Evangelio; ellos son adventistas del sábado y en Granja Porcón son del domingo, por eso hay división creciendo dos sectas. (Entrevista en anexos).

Se evidencia este movimiento y transformación religiosa, cuando en el camino a Granja Porcón, encontramos carteles alusivos a pasajes bíblicos., hasta llegar a la comunidad. Mostramos algunas imágenes:

**Figura 109.** Mensajes Bíblicos camino a Granja Porcón.





Fuente: Fotografía 2 de febrero de 2012.

Según resultados del Censo de Población y Vivienda 2007, en el centro poblado Porcón, hemos encontrado datos como:

En Porcón Alto, el 29 % profesa la religión católica y el 71 % cristiana/ evangélica, ninguna.

En Porcón Bajo, el 65 % es católico, y el 25 % cristiana /evangélica, 7 % otra, 2 % ninguna.

En Granja Porcón, el 10 % es católico, y el 89 % cristiana/evangélica, 1 % ninguna.

En la figura N° 110 podemos leer el mensaje escrito en la puerta y ventana del taller de tejidos Granja Porcón, y en una pared del restaurante, que está adornada con telares.

**Figura 110. Carteles en Granja Porcón.**



Fuente: Fotografías 2 de febrero de 2012.

La mayoría de los pobladores que se han convertido a otra religión, asegura que las Instituciones religiosas a que se han acogido, les presta diferentes posibilidades como por ejemplo para la educación de los hijos. Es el caso de Cristina, tejedora, ella nos cuenta que, por tener poca venta de sus tejidos, trabaja medio día haciendo limpieza, en el “colegio” El Buen Pastor”, (evangélico), en Cajamarca; sale de su casa a la 1:30 pm. Llega al colegio 2:30 pm., trabajando hasta las 4:30 pm. Su principal afán es vender productos Unión, que le encargan para

tener apoyo en el ingreso de su hijo, a la Universidad Peruana Unión, en Ñaña, Lima. En la zona, perduran muchas creencias, como el duende de la laguna, el cerro donde la persona desaparece, dicen del "Antibo" (antiguo), que los cerros donde hay ollas, huacos y tiestos quebrados, es del antibo, el cóndor es el pavo, el zorro es el perro, y los sembríos son del antibo. Valentín nos contaba que en Porcón Alto hay un cerro "adorable" y cuando vinieron los chilenos, muchos murieron allí.

### **Fiestas, danza, música en Porcón**

*"Entre las huellas culturales e históricas, es en la música que se conjugan como en ningún otro arte, las señales de la cultura humana empapadas de las diferentes huellas del período histórico en el cual se originó" (Gelb, 2010, p. 129).*

Ibáñez (2012), manifiesta que:

Entre las fiestas religiosas más conocidas y apreciadas en Porcón, se considera el homenaje a la Virgen de la Asunción, en el mes de mayo, cuyo ritual es una Misa y una procesión lugareña acompañada por cajas, flautas y clarines., La fiesta de San Juan, cada 24 de junio. La fiesta de la Inmaculada, el 08 de diciembre; pero las fiestas significativas de esta antigua comunidad cajamarquina es la fiesta de las Cruces y el Domingo de Ramos, día que comienza la Semana Santa. Ibáñez (2012).

En sus fiestas los pobladores de Porcón quieren restaurar su sentido religioso ante sus wakas desaparecidas y ayllus desorganizados, las fiestas son pieza clave de su organización social. Porcón, de habitantes minifundistas, autosuficientes, pocas relaciones de trabajo, se constituye en Comunidad por tener rituales festivos y simbólicos comunes. Para celebrar la fiesta, la comunidad varía su quehacer cotidiano; lo que se acentúa cuando hay que trasladarse a otro lugar haciendo peregrinaje; acostumbran nombrar mayordomos y otros personajes que organizan y presiden las fiestas.

Conservan principalmente la Danza de los Chunchos; así rinden homenaje a sus santos patronos con ritos de agradecimiento por la cosecha obtenida. Se establece una relación entre el santoral católico y se celebra también a las divinidades ancestrales que aseguran una nueva y



provechosa cosecha. Esta danza es declarada Patrimonio Cultural de la Nación.

**Figura 111.** *Danza de chunchos, clarineros, antara, caja y quena, en Plaza de Armas.*



Fuente: Fotografía junio de 2017.

### **Fiesta de las Cruces: Sincretismo de religión inca y católica**

Esta auténtica fiesta de Porcón, se originó después que los españoles conquistaron el pueblo incaico donde se perdió la organización religiosa indígena y el cristianismo trajo sus propios ritos dándose un proceso de aculturación ritual de la población indígena.

Las Cruces concurren representando a familias para reverenciar al Cristo de Ramos; la comunidad elige un mayordomo que organice y presida la celebración del año siguiente. Los símbolos emblemáticos son la Cruz y un Estandarte.

El domingo previo a Ramos llamado del Espejuchiy, instalan la cruz y la adornan con fajas tejidas en el centro del estandarte, después, con diagramación simétrica, colocan cuadros de láminas religiosas, algunas litografías muy antiguas y espejos de forma rectangular, elíptica o redonda llamados reloj por los campesinos y utilizan la cualidad reflexiva del espejo, para dar singular brillantez a la Cruz. Ellos afirman que los espejos reflejan el alma y espíritu de todos.

Cada cruz pesa alrededor de cien kilos y es portada por un cargador que la alza con un juego de fajas (tejidas en callua). En la parte posterior aseguran el equilibrio con tres fajas. La

procesión parte de la casa del mayordomo donde se reúnen todos con sus cruces y va acompañada por una banda de música, venida de otro lugar. Luego la Misa y después el almuerzo. La fiesta termina al caer la tarde donde todos fatigados pero esperanzados hasta el próximo año, se despiden. Vuelve otra vez el silencio y la soledad a estas bondadosas y resignadas laderas, a esta pintoresca región, Porcón. Ibáñez (1995).

**Figura 112. Fiesta de las Cruces.**



Fuente: Cajamarca Patrimonio (1988, p. 54).

### **Día de Difuntos. Cementerio San Francisco, en Huambocancha.**

El 02 de noviembre de cada año, Día de los Difuntos en el calendario católico, los habitantes de Porcón y sus caseríos visitan el cementerio de San Francisco de Huambocancha, ubicado en Km. 8 de la carretera Cajamarca a Bambamarca.

Tienen sus propios ritos y llevan vistosas coronas de papel de colores y ofrendas a sus familiares fallecidos. La arquitecta colombiana Catalina Velázquez en el IV Encuentro de Valoración de Cementerios Patrimoniales cuyos participantes visitaron Huambocancha en el 2004 expresó que es el cementerio más alegre de América. Olivas (2003).

**Figura 113.** Lápidas en cementerio San Francisco, Porcón.



Fuente: Fotografía marzo de 2012.

### Vivienda

Las viviendas se construyen en las laderas y en las faldas de los cerros; actualmente por el movimiento de las actividades mineras muchas viviendas se ubican a lo largo de la carretera hacia Bambamarca, que es paso hacia Yanacocha.

**Figura 114.** Vivienda María J. Km .14.



Fuente: Fotografía 31 de enero de 2012.

**Figura 115.** Vivienda Olga. Km .15.



Fuente: Fotografía 1 de marzo 2012.

En la vivienda de María, camino a Bambamarca, se encuentran urdiendo la lana para el tejido. Olga en su vivienda, alejada de la pista, está tejiendo una faja.

En la construcción de sus viviendas utilizan adobe, paja, piedra u otros materiales del lugar, en algunos casos los techos de teja y últimamente algunos de calamina, de igual modo algunas viviendas se construyen con material moderno como concreto, fierro modificando así el patrón de vivienda rural.

### **Iconografía de Cajamarca**

En todos los tiempos y lugares, el hombre desde los cazadores y recolectores, ha querido sobrevivir y que su imagen lo trascienda, por eso encontramos plasmada en gran parte de la gráfica dibujada por él, testimonios de su historia y de hechos cotidianos, en cavernas, cerámica, papiros, paredes, metalurgia, arquitectura, tejidos. Mires, A (2002), destacó la gran importancia de Cajamarca como escenario donde sus artistas dejaron un legado verdaderamente notable.

Expresa Núñez:

Una de las regiones de América donde el ser humano ha dejado una mayor riqueza de artes gráficos es el Perú y en aquellas se destaca la zona de Cajamarca, en la Cordillera de los Andes, lugar privilegiado donde se han asentado, a lo largo de millares de años, valiosas culturas que dejaron maravillosas obras de arte, desde pictografías y petroglifos a cuadros y otros testimonios gráficos, incluyendo por supuesto los logros de la transculturización incaico-española. Núñez, A. (1992, citado en Mires 2002, p. 4).

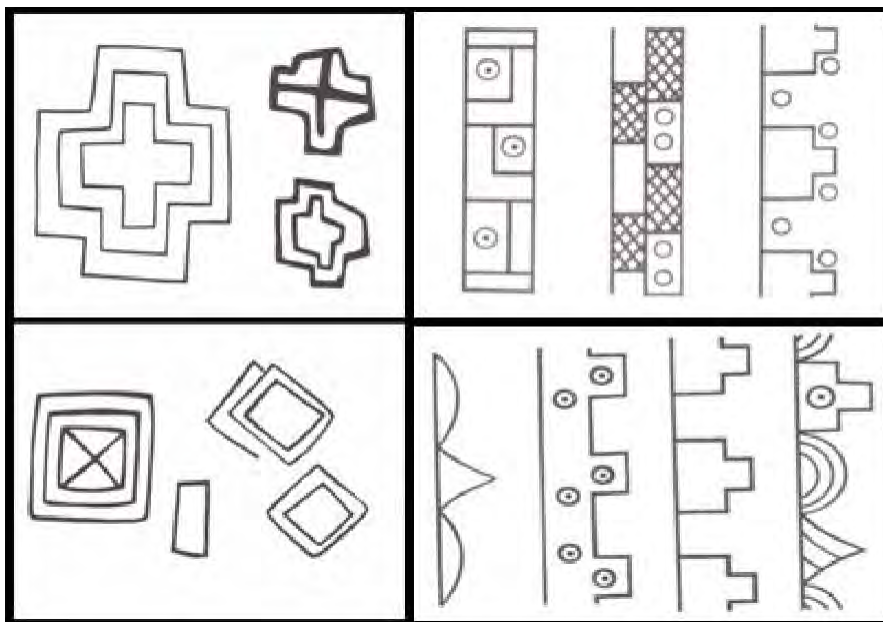
Mostramos algunos íconos, donde apreciamos que siguen la tradición en sus representaciones, especialmente en los tejidos. El símbolo cuadrado, o cruz, presente.

El hombre revela su concepción del mundo y la vida mediante su arte, donde resume su cultura manifestando sus valores estéticos de lo bello y lo cósmico.

El diseño es una manifestación de forma a función teniendo en cuenta a los factores funcional, estético y también su cosmovisión de la tierra, el agua, los cuales quedan representados en sus diseños.



**Figura 116.** Iconos cajamarquinos.



Fuente: Mires, A (2002, pp. 58-59, 114-115).

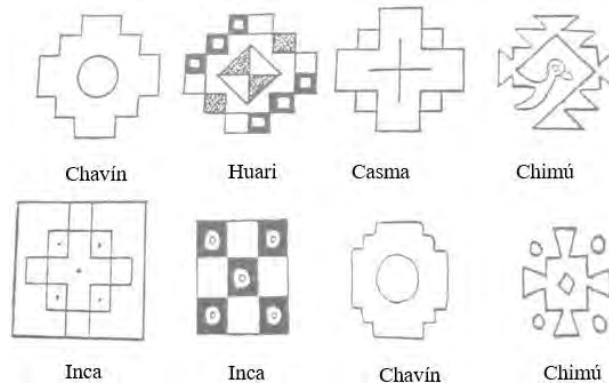
Milla (2008), tiene explicación para la “Cruz Cuadrada”, puntualiza que es la síntesis de las formaciones armónicas y composiciones simbólicas de la iconografía geométrica andina, conjuga los planos de significación y orden de las connotaciones geométricas, míticas y naturalistas del pensamiento andino. La cruz escalonada marcada en el centro como si fuera un eje de cuádruple partición.

La cruz existe desde hace 1000 años y funcionaba para los ancestros como adivina de la rotación de la tierra, indicaba las épocas de la siembra y de la cosecha, para la lluvia, heladas, el granizo y la nieve.

Además de ser un supuesto calendario, era un símbolo geométrico y matemático que podría poner orden. Por regla general, se atribuye el origen de la chakana a la constelación de las estrellas que se puede ver en el hemisferio austral y que se conoce por la Cruz del Sur. Milla (2008).

Observamos las diferentes cruces de algunas culturas peruanas en la figura 117

Figura 117. Cruces y culturas



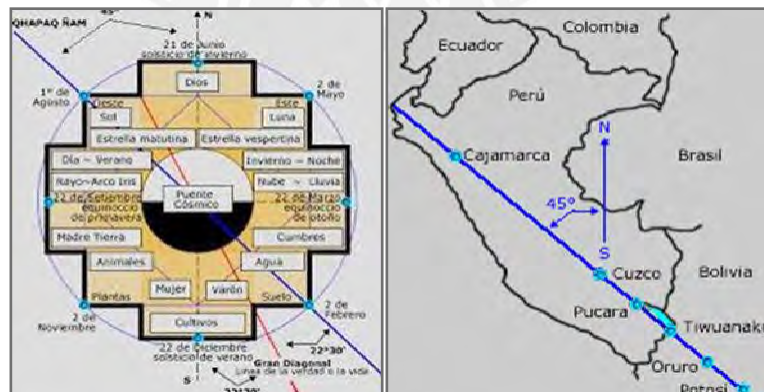
Fuente: Milla (2008, p. 77).

Figura 118. Cruz de Cajamarca



Fuente: Diseño en vasija de caolín p. 138.

Figura 119. Chacana y Capac Ñan



Fuente: <https://pueblosoriginarios.com/sur/andina/inca/chakana.html>

Capac Ñan, significa “Camino de los justos”, observamos en la figura que este camino une Cusco, Cajamarca entre otras ciudades a lo largo de la cordillera de los Andes.

### **Observaciones**

i. Muchos aspectos de su identidad han cambiado, la manifestación inmaterial de su cultura, es diferente en las tres zonas de Porcón.

ii. De las tres regiones, Porcón Bajo es católico en 65%; Porcón Alto, es adventista en 71%; y Granja Porcón es cristiana dominical en 89%. Su identidad religiosa se ha fraccionado paulatinamente desde 1950.

iii. El idioma quechua, subsiste en 3% en Porcón Alto; en Granja Porcón, el 2,5% y en 1,3% en Porcón Bajo. Los jóvenes no quieren hablar quechua por el prejuicio que la ciudad siempre ha tenido, estigmatizando a su comunidad.

iv. Han ido cambiando algunas costumbres en sus vestidos, en su música, baile, e instrumentos; así como en sus tejidos y diseños debido a la globalización que se impone en los medios de comunicación masiva y la tecnología.

v. Conservan sus danzas de tiempos de cosecha, y otros rituales, especialmente la danza de los chunchos, declarada Patrimonio Cultural de la Nación.

vi. Hemos establecido, algunas características en los diseños. Los motivos estudiados muestran sus conocimientos ancestrales sobre el tiempo, su cosmovisión de la tierra, el agua y la naturaleza en general, asociándolos a sus creencias y mitos.

vii. Hay muestras de sincretismo de religión inca y católica, por el caso de su celebración Las Cruces de Porcón.

viii. Los tejidos están presentes en las prendas que usan en sus actos religiosos y festivos.

ix. Sus diseños tienen profunda vinculación con motivos culturales y religiosos como el caso del cuadrado con escalones que también significa la Cruz del Sur, y se relaciona con el camino del Cápac Ñan.

### 4.1.3. Dimensión epistemológica

*Arte de los alarifes del siglo XVII, presente en las fachadas de los templos de Cajamarca... y, a no dudar es el testimonio más bello de la cultura porconera actual; tradicional y creativa” Villiger y Ravines (1983 citado en Olivas, 2003, p. 46).*

Los pobladores aún conservan sus tradiciones y cualidades como la alfarería, cerámica y tejido; en la dimensión histórica presentamos ejemplos de estas artes; testimonios son las piletas de piedra en las plazas, los pórticos de las casonas, las iglesias, etc.

Es significativo, el desarrollo en Huambocancha; el tallado de piedra (incentivado además por los franciscanos). Más de 60 familias se dedican al oficio del tallado, centenaria actividad desde la época de los incas hasta hoy. Por esto, se considera a la comunidad el último reducto de los talladores de piedra que tuvo notable auge en el incanato. Las actividades agrícolas originales y las ganaderas traídas por los españoles, es actividad diaria con la que realizan y abastecen los sembrados y los cultivos.

Crece el trabajo minero que surgió como una necesidad del encomendero; actualmente muchos pobladores han encontrado una oportunidad de trabajo en las principales mineras.

Es trascendental, la milenaria actividad de los tejidos. En la región andina inca, los tejidos integran muchos e inesperados contextos: Ingreso básico en el presupuesto estatal, tarea anual entre las obligaciones campesinas, ofrenda común en los sacrificios, símbolo de status personal, carta forzosa de ciudadanía, obsequio mortuario, dote matrimonial, pacto de armisticio. Murra (2009).

Los textiles jugaron un rol muy importante definiendo la posición social, y tuvieron estrecha relación con actividades religiosas, entre ellas, los entierros.

Una de las funciones de las acllas, era la fabricación de tejidos y de ropa en grandes proporciones, con el cual el Estado retribuía dones a sus servidores, especialmente a los guerreros, las fabricaciones de los más finos tejidos se hacían por turnos y se usaban como ofrendas en los sacrificios, era símbolo de clase y de jerarquía sociales.

Cajamarca siempre ha sido región de tejedores, a pesar que son escasos los restos de tejidos que, debido a la humedad, cambios de temperatura, insectos, microorganismos y otros factores no han tolerado su conservación, a diferencia de la costa.

La tejeduría fue ocupación importante desde las primeras fases de desarrollo cultural aproximadamente 1200 a. C.; esto se evidencia por las muestras encontradas de textilera (agujas de hueso, de metal, torteros o piruros hechos de piedra y algunos hechos de pequeños fósiles

(illas)) que tenían un significado simbólico especial, etc.; con estos instrumentos se enterraba a las mujeres como símbolo de su condición femenina. Silva Santisteban (1998).

Las circunstancias descritas como posibilidades nos pueden dar a entender por qué se conoce muy poco de la cultura de Cajamarca, concretamente de los tejidos y su organización, como lo muestran los distintos estudios etnohistóricos, arqueológicos y cronologías hasta el momento.

**Figura 120.** *Acuarela del siglo XVIII. Mandada hacer por el Obispo Martínez Compañón*



Fuente: Instituto de Cultura Cajamarca. Fotografía enero de 2012.

### **El tiempo de los tejidos**

El Tejido, artesanía que fue la más destacada en el Precerámico Final, su desarrollo inició en época de cazadores-recolectores, con la técnica de entramado con plantas silvestres.

Los tejidos más antiguos fueron descubiertos en Huaca Prieta, valle de Chicama; etapa pre-cerámica. La técnica es el entrelazado- no conocían el telar- entrecruzando tramas y urdimbres de muchas formas creando diseños decorativos.

Carlson, U (2010), presenta una tabla cronológica de las culturas relacionándolas con los tejidos:

- **En la etapa I**, 15000 hasta 4000 a. C: Ninguna producción de tejidos. Aquí

concuera con los estudios Silva Santisteban, al afirmar que la tejeduría como actividad se inicia aproximadamente en el año 1200 a. C.

- **En la etapa II** (4000 a. C.- hasta 1500 a. C.), que inicia la agricultura y ganadería, se inicia una técnica de tejidos (redes de pescar, tejidos simples). La técnica para estos tejidos es el entrelazado, que se realiza sin telar, sino entrecruzando de diferentes formas las tramas y urdimbres.
- **En la etapa III**, (1500 a. C. hasta 200 d. C.): Horizonte temprano, Chavín y Paracas; se manifiestan los tejidos como intermediarios de ideas y símbolos religiosos. En esta etapa se inicia la Cultura Cajamarca.
- **Etapa IV**, (200 d. C. hasta 600 d.C.), Intermedio temprano, Nasca, Recuay y Moche. Los tejidos con muchas técnicas y fuerte expresión simbólica. En esta etapa se formaliza la Cultura Cajamarca.
- **Etapa V**, (600 hasta 1000 d.C.), Horizonte medio, Tiahuanaco-Huari. Abstracciones extraordinarias en tejidos de hilos finos.
- **Etapa VI**, (1000 hasta 1438 d. C.), Intermedio Tardío. Hay gran diversidad (técnica de tejido, dibujos, realismo), y cantidad de producción de tejidos.
- **Etapa VII**, (1438 hasta 1532 d.C.), Horizonte Tardío, Tahuantinsuyo; Imperio Incaico. En el acabado de los tejidos destaca un estilo geométrico, algunos de ellos siguen existiendo.

La arqueología y etnohistoria, manifiestan que la creación textil en el territorio andino; es una expresión que desde hace más o menos cinco mil años de las más importantes; y avanzan alrededor de 2 500 a. C.

Según Walter Alva, arqueólogo cajamarquino, “los inicios de la textilería constituyen el paso decisivo en la génesis de la civilización del antiguo Perú, hace 6000años, mucho antes de emplear la cerámica”. (El Comercio, Dominical 11 de julio 2010, p. 9).

#### Signo cuadrado en los tejidos

Respecto a la antigüedad del signo cuadrado en los diseños cajamarquinos, y otros signos geométricos, hemos encontrado referencias del primer milenio a. C., en el cerro Cumbemayo “Río Fino”, que tiene tres grupos monumentales, y en uno de ellos, el santuario, se expresan figuras en bajo relieve, cruces, cuadrados, signos octogonales, escalonados, espirales, curvas, e

infinidad de combinaciones, Sarmiento y Ravines (2008).

Carlson (2010), cuando se refiere a los incas y el fin del Tahuantinsuyo, aclara que los tejidos incas presentan diseños muy geométricos, sea en grandes o pequeñas superficies, con signos individuales encerrados entre sí, llamados *tocapus*; pero aún en ellos, también existe la presencia de símbolos ya tratados.

Carlson no menciona en ningún momento la Cultura Cajamarca, si la Incaica.

Mostramos en la imagen N° 120, tres *unkus*: el *Unku inca*, con motivo andenes, el *nazca* con motivo escaleras y cruz y el *unku Wari* con motivo olas. Los tejidos cajamarquinos tienen mucha similitud con dichos *unkus* y no podemos afirmar si fueron anteriores pues la Cultura Cajamarca fue una de las más grandes en época preinca, se comunicaban e intercambiaban con la Nazca y otras de la costa, luego fue conquistada por los Wari y más tarde por los Incas.

**Figura 121.** (a) *Unku Inka*, (b) *Unku Nazca*, (c) *Unku Wari*



Fuente: Arte precolombino (1977, pp. 167, 89 y 109).

**Figura 122.** Detalle de vestimenta incaica, símbolo meandro (agua) en *tocapu*



Fuente: Carlson (2010, p. 47).



La gran mayoría de pobladores de la zona rural en Cajamarca, teje; en muchas casas hay un telar, o se dedican al teñido, lavado, hilado. En las diferentes entrevistas, (anexos), informan que les enseñaron sus padres, y a ellos sus abuelos, y así cuenta Valentín, por ejemplo, que sus padres, ahora de 90 y 87 años, tienen todavía “muchos secretos” y sus tíos igual, y tienen sus instrumentos de tejido conservados, que los hacían ellos mismos y eran buenos, bien hechos.

Nativa dice que ahora tienen muy pocas ovejas, las dificultades se concatenan, los varones al ir a trabajar en la mina, descuidan la siembra, no hay alfalfa, por tanto, no hay comida para las ovejas, hay que criar menos ovejas, entonces hay menos lana lo cual encarece la materia prima.

María Z, (nos cuenta en quechua y en castellano); que estas actividades y especialmente la de los tejidos, representan su identidad es como un testimonio vivo, pues han sido transmitidos de generación en generación, para ellos varones y mujeres, este arte del tejido, es una memoria cultural que han vivido desde su infancia, son propietarios de sus tradiciones y se apegan a ellas. Todos los miembros de la familia (ayllu), participan de los conocimientos de los diseños, de las técnicas, desarrollando sus habilidades, adquiriendo destreza en los estilos y estimulando su creatividad e imaginación.

**Figura 123.** *Minga en casa de María Juana y Pablo.*



Fuente: Fotografía 15 de abril de 2012.

La destreza en el hilado y tejido la adquirían en la niñez, todos varones y mujeres. Los varones “reservados” de la mita - viejos, inválidos y niños - ayudaban hilando y torciendo sogas, tejiendo costales y “obra basta” según su fuerza y capacidad... (Xerez, Santillán, 1947: 330; Santillán, 1968: 117; Polo, 1916: 131), citados en Murra, p. 156.

Respecto a los diseños de sus tejidos cuentan que preservan las características de su iconografía. En ellos utilizan los colores empleados desde el tiempo de Cazadores: Rojo indio, naranja, rojo bermellón. Del Formativo: Negro, blanco, rojo, verde, amarillo y marrón.

### Semiología del Diseño

El diseño textil desde la perspectiva semiológica, conforma un código de expresión y comunicación. De acuerdo a su origen y estructura puede ser más o menos complejo, pero siempre contiene un mensaje implícito. El tejedor refleja en su obra un modo de ser, un lugar de pertenencia, un universo lleno de significados.

En la figura mostramos tejidos de culturas y lugares con los que la cultura Cajamarca estuvo muy cercana y relacionada, un caso es que el jefe Chimú era amigo de Cuismanco y le ayudó frente a la conquista inca. Aquí representan su divinidad.

**Figura 124.** *Concepto de la divinidad Cultura Chimú, Paracas, dios Naylamp Lambayeque, dios Catequil, Cajamarca.*



Fuente: <https://c01c556e-a-62cb3a1a-s-sites.googlegroups.com/site/marareq/textiles-andinos-peru-bibliografia-general>.

Las tres primeras imágenes, de izquierda a derecha, son tejidos antiguos, la de Cajamarca es actual y es geometrizada, solamente encontramos esta representación de Catequil, en un cojín del telar de Gaspar, en Porcón, km 16.

Mediante el textil precolombino, objeto de belleza; podemos ver como en una ventana del tiempo, datos sobre la evolución de la sociedad y sobre la organización económica, técnicas,

tintes, fibras, cómo estaba la agricultura, la ganadería, los sistemas de intercambio de tributo, jerarquía social, rangos, y los ritos mágicos relacionados con germinación y fecundación.

Su simbología pone de manifiesto su relación con su ambiente sociocultural, sus actividades productivas y su forma de interpretar el cosmos. Nos transmiten también información a través de los íconos o figuras representadas y nos comunican el amor a sus ancestros, sus problemas y esperanzas.

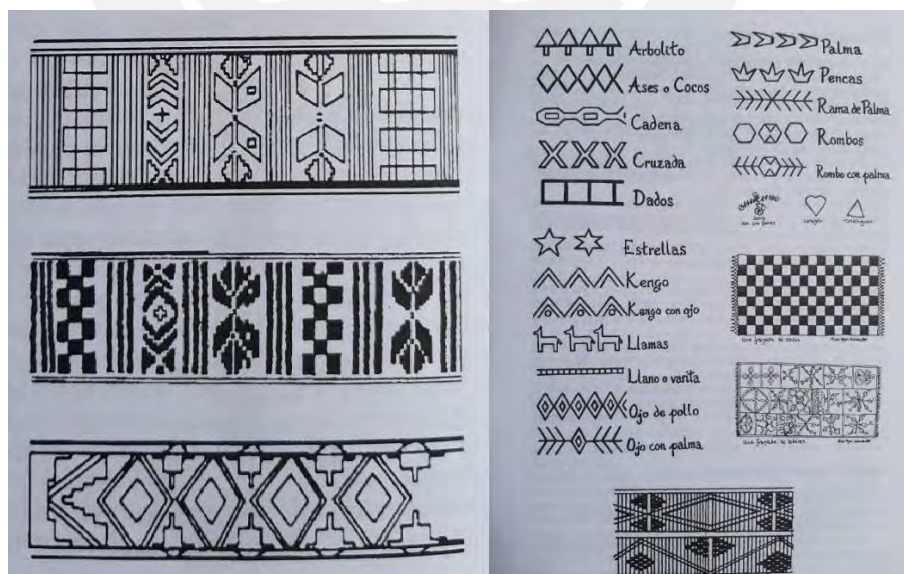
A través de los años, tejer llegó a ser un gravamen creciente sobre el hogar campesino, una especialidad artesanal de importancia y, eventualmente un factor en la emergencia de grupos gremiales, como el de las aqlla, categoría sin precedente en la estructura social andina". Murra (2009, p. 169,-170).

En las labores de tejidos, además de su iconografía se inspiran en su entorno, diseñando figuras que representan diferentes motivos de la naturaleza; presentamos algunos a continuación.

Albers, A. (1965), escribió sobre el tejido andino como arte, articulándolo con el diseño; refiere que el hilo y los textiles tienen una función semántica; que el hilo es "portador de significado" y es una expresión artística y creativa, en el contexto del lenguaje visual.

Mostramos algunos diseños, iconografía de las labores cajamarquinas, que los tejedores llaman dibujos.

**Figura 125. Diseños en sus tejidos.**



Fuente: Biblioteca campesina (2007. Tintes y Tejidos, p. 23).

## Observaciones

i. Los textiles son un medio de expresión y fuente de información etnográfica, de las sociedades del pasado y del presente; constituyen una milenaria tradición: La tradición textil.

ii. No se precisa el origen de los diseños. Las fuentes, en su mayoría, informan que luego de la etapa de cazadores y recolectores, si inició el tejido.

iii. El arte del tejido, comenzó con las manos, luego pasaría a telar de cintura o callua. Fue práctica y arte. Más tarde los españoles introdujeron el telar de pedal.

iv. En tiempo de los incas, la mamacona enseñaba a hilar, tejer, coser y otras labores a las mujeres del acclawasi.

v. Los pobladores de Porcón, aprendieron a tejer, porque sus padres les transmitieron en forma oral o práctica este conocimiento, de generación en generación.

vi. Los tejidos tenían una función social, económica y conceptual. Era símbolo de rango e identidad.

vii. La mayor parte de los diseños de la cultura de Porcón, evidencian un manejo práctico o intuitivo de conceptos geométricos vinculados con la simetría, la medición y el conteo.

viii. La precaria economía, el descuido de la agricultura, el aumento poblacional, requerimientos de salud, educación y económicos, han detenido el mantenimiento de sus costumbres, el avance y progreso de sus conocimientos artesanales en general.

ix. Hemos observado: Que está habiendo una especie de formalización en la transmisión del conocimiento. Que últimamente, la globalización cambia las formas de la transmisión.

### 4.2. Descripción del contexto artesanal

En esta fase de la metodología etnomatemática, que llamamos contexto artesanal por referirse al estudio de las obras de los artesanos tejedores, presentamos los resultados de la dimensión cognitiva, referida a los tejidos.

#### 4.2.1. Dimensión cognitiva

*“No existen conocimientos más elevados o más bajos, sino un conocimiento único que emana de la experimentación.”*

*Leonardo da Vinci (1452-1519)*



**Figura 126 . Juana Tejedora de Granja Porcon tejiendo Motivo 1 Andenes (Tierra).**



Fuente: Fotografía 2 de febrero de 2012.

**Figura 127. Tejiendo Motivo Andenes.**



Fuente: Balance Social y Ambiental. Yanacocha.Cajamarca 2007 (p. 86).

En el departamento de Cajamarca, existen muchas comunidades de tejedoras en todas las provincias y las variadas obras de arte textil que elaboran, expresan diferentes usos y funciones sociales además de manifestar su cosmovisión, mundo material y espiritual mediante símbolos que nos hablan de una cultura existente desde tiempos remotos.

El arte popular textil se enriquecía con sus muestras regionales de expresiones de las estructuras andinas. En Cajamarca, el uso de la manta o “pullo”, del poncho y de las fajas fueron y continúan siendo un distintivo de pertenencia a cada provincia, un símbolo de identidad étnica.

El saber de los tejidos, es parte de la vida del artesano, una forma en la que integra

naturaleza y sociedad como un ritual en el que todo está conectado.

## **ACTIVIDAD TEXTIL, SITUACIÓN Y CONOCIMIENTO CULTURAL DE TEJEDORES DE PORCÓN, CAJAMARCA.**

Este saber cultural producido de la práctica diaria, lo transmite el tejedor, a sus menores, en las rutinas de trabajo en la vida diaria y en forma oral. Los tejedores se quejan por su economía precaria, por falta de oportunidades y luchan por incorporarse al desarrollo mediante este proceso cognitivo que también les fue transmitido por sus antecesores.

La confección de telares, es una actividad complementaria a las actividades agrícolas. Como informamos al inicio, en el Instituto de Cultura nos dieron un listado de tejedores; pero muchos de los inscritos de la lista, se ausentan por trabajar en sus terrenos o compras en la ciudad, y por las lluvias a veces no es posible llegar a sus casas debido a que los caminos se inundan de barro y agua.

Hemos trabajado con varios tejedores de promedio aproximado de 40 años de edad, entre ellos, Gaspar, Néstor, Santos, Olga, Cristina, María Z, Zenaida, Pablo, Nativa y otros más, entrevistas adjuntas en anexo N ° 5, que mostramos en cuadro demográfico, y algunos videos, al final del estudio.

Mediante la observación no participante y las diferentes entrevistas, nos informamos, por ejemplo, que la mayoría de artesanos no ha terminado estudios secundarios o primarios; y algunos no saben leer ni escribir; algunos no saben tampoco la edad que tienen, pero nos admiramos cómo cuentan los hilos por pares en una forma rápida y cómo calculan “en su cabeza” cuántos pares separar para cada diseño.

Los diseños de los tejidos, reflejan la habilidad manual del poblador de Porcón; y sobretodo, reflejan un conocimiento matemático intuitivo pues utilizan conceptos de simetría, proporcionalidad, superficies, cantidad, que, sin haber sido adquiridos en el aula, aplican para solucionar problemas de la vida cotidiana.

Para los tejedores, las ideas matemáticas vienen de su contexto cultural; actualmente algunos, han tenido clases de tejidos o intercambios que llaman pasantías. Se organizan por la práctica y experiencia. Avanzan en su conocimiento matemático, cuando realizan nuevos modelos de tejidos y por experiencia propia; se presenta algún caso que ve modelos en revistas de punto cruz. La inspiración de sus diseños, es su contexto sociocultural o natural.

Algunos tejedores han mantenido la tradición en sus figuras y tejen diferentes productos

textiles con variados diseños, manufacturan ponchos, chales, bayetas, cintas, fajas, frazadas; trabajando en forma independiente, conservando su “idea personal”, su imaginación; preservando las características de su iconografía y desarrollando en el comercio al llevar sus productos a la capital.

Sin embargo, últimamente, debido a su precaria economía, muchos artesanos en los diseños de sus trabajos, relegan los diseños originales por los modernos o más simples, como diseños de rayas, porque éstos se confeccionan más rápido y constituyen un vínculo económico en menos tiempo.

Tomamos conocimiento que, en la actualidad, existen diferentes grupos de tejedores en el corredor de Porcón los cuales se asocian para trabajar estilo minga; inscriben su asociación en la municipalidad y trabajan sus obras para venderlas; dentro del grupo se asignan funciones que cumplir para obtener un tejido, unos obtienen la lana, otros lavan, tiñen, urden, tejen, cosen y dan el acabado.

La siguiente imagen, es la casa de **Zenaida Tingal** quien nos cuenta que su papá Nestor le enseñó a tejer y a su papá le enseñó su abuelito. Están asociados como podemos leer en el cartel de su casa.

**Figura 128.** *Tejiendo Motivo Andenes.*



Fuente: Fotografía 25 de febrero de 2012.



**Figura 129.** Cartel Asociación tejedores, Zenaida.



Fuente: Fotografía 25 de febrero de 2012.

En dicha asociación, realizan distintos diseños acordándose de lo que les enseñó su papá y sus obras son llevadas a Lima por Néstor quien representa a su grupo, exponen su artesanía en las galerías de Miraflores y también en Interbank que tiene un salón de exposición organizada por la Dirección Regional de Comercio exterior y Turismo con muestras que son producto de selección, organización y capacitación permanente de los artesanos de las áreas rurales de Cajamarca, Chota, San Miguel, en Tejido Plano.

La asociación de Néstor Tingal, (quien estudió hasta segundo de primaria), es un programa enlace Pyme Cajamarca, el nombre es "Awayoc wafi", desde 2006, Néstor no ha sido capacitado por Senati; pero sí por Idesi (Instituto de desarrollo sector informal), y Los Andes que después se unieron en 2007. Les enseñaron a hacer tejidos, teñidos, diseños acabados, el profesor Ezequiel Gómez de Ayacucho. La capacitación duró más o menos un año, una vez por semana; después que se unieron, formalizaron como asociación siendo siete al inicio, ahora hay varios grupos. No les daban materiales, los telares que tejía salían a vender.

**Figura 130.** Casa y telar de Néstor y María.



Fuente: Fotografía 2012.

Otra asociación la conduce Gaspar\_Chilón en el Km 16,5, su taller se llama “La Collpa”, él cuenta que su taller se inició en 1998 con un pequeño grupo de tejedores; al principio trabajaban con telares primitivos de madera local, un tejedor recuerda, llevó su propio telar 2 km cargado en la espalda. En el año 2000, recibe apoyo de Senati- Fondo Empleo; La Collpa recibió capacitaciones y telares nuevos.

En 2002, La Collpa empezó a exportar a los Estados Unidos y Europa. Ellos trabajan para que sus productos sean de la mejor calidad.

**Figura 131.** Obras asociación Collpa en Casa Gaspar.



Fuente: Fotografía 27 de enero de 2012.

Los tejedores de la Collpa, son personas de la comunidad. Sus ingresos lo usan para mejorar la vida de sus familias. En las vacaciones escolares también trabajan algunos jóvenes para ayudar a pagar sus estudios al colegio, instituto o la Universidad de Cajamarca.

Realizan sus diseños de acuerdo a los pedidos de sus clientes y siempre aprenden nuevos diseños. Están construyendo un nuevo local junto a la carretera y desean incrementar equipos que sean modernos, todas sus metas son esperanza de salir de la pobreza.

El tejedor Gaspar, en su casa, tiene algunos telares y los utiliza para enseñar a tejer, como una pequeña escuela. Mostramos también su díptico de su taller. Figura 132

Figura 132. Díptico del taller de Gaspar.

**PORCON ALTO,  
CAJAMARCA, PERU**

El taller de La Collpa está ubicado en Porcón Alto, Cajamarca. Porcón Alto es un centro poblado, pero todavía se queda un ambiente rural. Es un lugar limpio, sano, y con hermosos paisajes en las montañas. Los Porconeros trabajan en sus chacras sembrando maíz, trigo, papas, y habas. Las Porconeras siguen poniéndose la vestimenta tradicional (fondos, sombreros y pañolones).


Les invitamos a visitar nuestro taller.

Taller La Collpa  
Km. 16.5 Carretera a Bambamarca  
Porcón Alto, Cajamarca, Perú  
076-948-7336.  
[Taller\\_collpa@hotmail.com](mailto:Taller_collpa@hotmail.com)

Las organizaciones siguientes han apoyado a la asociación de artesanos La Collpa:  
SENATI  
FONCODES  
Asociación Los Andes  
Cuerpo de Paz/Perú




*Collpa*



**Textiles de Porcón Alto**

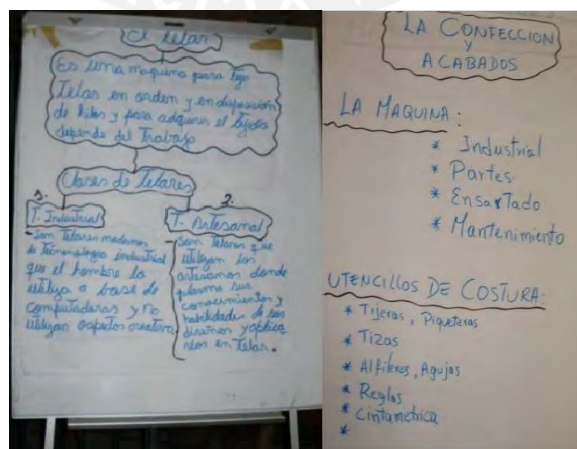
**Cajamarca  
PERU**



Fuente: Gaspar, km16.

El afán de superación lleva a Gaspar a realizar capacitaciones a sus tejedores. A pesar que no ha estudiado nunca en la escuela, él mismo prepara sus materiales, ha colocado un papelógrafo que alguien de su grupo ha escrito, sobre una base acerca de lo que, para él, es el telar y las clases de telares, se explica también sobre la confección y acabados. Otro miembro de la asociación, ha escrito el texto, como le dicta Gaspar. (Figura 133).

Figura 133. Clases en casa de Gaspar.



Fuente: Fotografía 27 de febrero de 2012.

Durante el transcurso de más o menos veinte años, diversas instituciones han apoyado a los tejedores. Senati, ONG como Idesi (Instituto de Desarrollo del sector Informal, Perú), Asociación Los Andes y otras organizaciones que los han visitado, proyectos con finalidades de industria, pero son poco conocidos los resultados de estas gestiones.

A los tejidos y sus diseños, los llaman “TEJIDO PLANO”.

• **Cristina Zambrano Cueva** vive en el km. 18, es tejedora, de religión evangélica, al principio nos preguntó ¿De qué institución es usted?, un poco desconfiada nos cuenta “vienen mucho, llevan nuestros nombres, nuestros dibujos, nos dicen que vamos a tener trabajo, compran una o dos obras, ahora no compré hilo porque no hay venta”.

Ella compra “hilo de chompa”, el kilo está a 18 soles y en Lima venden 20 Kg mínimo; pero gana lavando ropa en su casa, a 4 soles la docena. Refiere que antes había poca artesanía y vendía más; pero ahora todos quieren dedicarse a la artesanía y ha bajado el precio, “ya no nos resulta”. “También nos estaba preparando un profesor formó grupos. Edeci (ella pronuncia así, pero es Idesi), le pagaba gastos de visita a Lima; la presidenta se fue reuniendo los trabajos de todos y encontró al profesor vendiendo artesanías de Ayacucho con el nombre de Cajamarca, desde allí ya se quitó el profesor, pues dijo que le puso ese nombre porque “las obras de Cajamarca se vendían bastante”.

“Ideci es una ONG donde dan préstamo y formó grupos. El ing. Elmer. Llegaban señoritas a Porcón, hacían grupos, la oficina pagaba gastos del que se iba a un mercado”.

Cristina dejó la asociación donde tejía pues tiene un trabajo de medio día; ahora teje bolsas que es “más fácil y rápido y también lo compran más”. Teje telar, los dibujos los prepara en la urdimbre que es de algodón, y la trama es de lana. Se puede dibujar mejor con hilo de Lima de lana procesada; con el hilo de Cajamarca queda duro porque el hilo es torcido, la figura no queda muy bonita.

Cristina es joven todavía, tiene 39 años, su esposo es Nelson Zambrano, tiene cuatro hijos de 18, 16, 12 y 10 años; tres varones y una mujer (12 años). El hijo de 18 terminó secundaria; pero ya no estudia y el de 16 termina este año y trabaja negociando productos Unión porque quiere estudiar en Lima donde le dan más bajo el precio en la universidad que queda en Ñaña, a cambio de la venta.

En Granja Porcón no lo dejaron ir a vender, si otros llevan sus cosas no permiten porque



sólo quieren vender sus productos. En este momento, otra vecina interviene diciendo que el gerente de Granja es millonario y ya ha vendido más tierras, Cerro Negro a Yanacocha”.

- **Olga Zambrano Huataya**, tejedora de fajas, es soltera y vive con su mamá Petronila Herrera, de quien aprendió a tejer, pues teje “pullos” (tela a rayas), para taparse o llevar carga en la espalda, y también hace frazadas a cuadros. Olga tiene 29 años, le gusta hacer sus fajas con figura de flor de tuyo, pero no tiene estudios. Se demora en hacer una faja tres días y el costo es más o menos 5 soles cada una, utiliza hilo “de chompa” mejor porque es más suave para trabajar. También el hilo tren algodón. Una faja sale de una madeja de hilo y cuesta 3, 50 soles; luego la lleva a vender en Cajamarca.

**Figura 134.** *Olga tejiendo su faja.*



Fuente: Fotografía 2012.

- **Eusebia Cueva Huatay**, es vecina de Santos y teje a callua y telar. Es casada tiene un hijito; tiñe con anilinas y plantas, por ejemplo, el quinal le da ocre; el barro cocinado con chuñeque de los montes, para color negro; el aliso para color marrón, el chimchango para color amarillo; teje con su cuñada y aprendió mirando. Es analfabeta, no estudió.

Un día un señor W.P. llevó su tela a Lima, a venderla, a su cuñada le debía 1 400 soles y a ella 1000 soles, pero ya hace tiempo y no ha regresado.

- **Pablo Ishpilco** está trabajando porque tiene un contrato con un señor de Lima por 5000 metros de tela; el metro por mayor a 11 soles (32 cm de ancho), en el peine está amarrando los hilos, uno por uno el hilo y los va amarrando en el peine.

El tiempo de amarre es mínimo 30 minutos y luego comienza a tejer. Nos cuenta que le enseñaron a tejer sus abuelos, luego su papá y están aprendiendo hijos y nietos. En su casa trabajan 15 personas, entre niños, jóvenes y adultos; cuando hay pedido lo hacen rápido; su único trabajo es la artesanía y tiene clientes en Lima, no vende en Cajamarca; el contrato puede ser

sólo telas, bolsos, carteras. La obra lo vende a otros países. Chile, Argentina, Ecuador, Japón; él mismo por falta de capital no lo transporta directo.

Anteriormente, fiaban el hilo, pero se demoraba en recuperar cuando vendía su obra en Cajamarca.

Pablo tiene ocho hijos y treinta nietos; todavía se comunican en quechua; pero a la gente le da vergüenza decir que sabe quechua.

A su casa llegó el presidente Ollanta cuando estaba en campaña y le pidió apoyo para la artesanía.

En los diseños de sus tejidos mediante su arte, tejen formas, iconos, símbolos que nos comunican sus concepciones respecto a la realidad, a sus labores de agricultura, su concepción sobre astronomía por ejemplo los ciclos de las estaciones, lluvias, tierra, cielo, animales, vida, muerte, guerras, que representan mediante diseños y colores.

Así muestran escaleras, ondas, cruces, flores como la flor de tuyo, aves como el cóndor, quinde, animales como el cienpies, cuy, y sus divinidades como Catequil, dios del rayo...

Milla (2004), alude que la explicación cultural de estos fenómenos cielo-tierra, y otros, es simbolismo mágico religioso. Ya en el arte precolombino en sus templos con trazados de construcción asociaba con alineamientos astronómicos relacionados con el sistema solar y hasta los tocapus incas que forman un sistema de monogramas asociables a una forma de escritura del siglo XV, refleja la misma lógica del pensamiento diseñador andino.

La interpretación combina arte, ciencia y filosofía en un lenguaje geométrico que sintetiza y se establece como "composición simbólica".

## **CONOCIMIENTO PRÁCTICO**

Este conocimiento de los tejedores de Porcón, se da en cada obra que realizan; nombramos algunas magnitudes que ellos aplican sin mayor conocimiento científico, como tiempo, cantidad, medida, costo.

### ***Tiempo***

En qué tiempo se trasquila, qué tiempo demora el hilado, el teñido, En cuánto tiempo terminan una obra determinada. Qué tiempo demora teñir, hilar, lavar, secar, etc. Cuánto tiempo en total dura el proceso de realizar esa obra.

### **Cantidad**

Cuánto hilo entra en cada tejido, cuánto en el huso, qué cantidad de acuerdo al tipo de hilo, al tipo de labor. Cuánto pesa cada hilada, cada trasquilada, cuánto de mezcla pondrán para el teñido y combinar los colores. Cuántas madejas de hilo se necesitan para una obra.

### **Medida**

Qué longitud debe tener la urdimbre. Qué peso debe tener una oveja para trasquilar, cuánto mide el tejido, Qué distancia hay a los lugares donde realiza cada pasó de hacer el tejido.

### **Costo**

Cuánto cuesta el hilo que utilizan, cuánto se ha gastado en la oveja, cuánto cuesta el material de teñir, cuánto cuesta el lavado.

Estos conocimientos lo vamos obteniendo en las diferentes visitas.

Además, tienen creatividad para dar forma y tamaño a su obra, para aplicar colores., etc., ellos dicen, “lo saco de mi cabeza”, hago lo que me imagino. Los tejedores tienen su propia matemática, ellos cuentan los hilos en la urdimbre, por pares. Parten desde los extremos y van hacia el centro al que han señalado con un hilo, trabajan en forma horizontal, contando hacia ambos lados.

Utilizan el metro, pero no es necesario para ellos. Néstor mide y afirma que una cuarta más o menos es 20 cm., un codo 40 cm. un pie, (miden la madera de su telar), es 35 x 35 o 30 x 30, depende. Según Néstor así medían desde antes y afirma que eso está en la Biblia. El tamaño de una obra es según pedido, calculando el número de hebras para el urdido y tejido.

Rosario cuando hace el tejido dice “tejiche” y recibe encargo de obras, le dan la lana y cobra por trabajo 30 a 40 soles. Vende medias tejidas de lana a 10 soles el par.

Un guango, es un día de trabajo. Cuatro días de trabajo es un cuatronza, aproximadamente 400 gramos. Tienen también arte de combinar colores conservando los colores usados por sus ancestros. En el arte del tejido, se tiene en cuenta elementos constitutivos de esta práctica: El proceso para el tejido, y los materiales con que se teje.

Organizan su trabajo en grupos o “mingas”, como por ejemplo al terminar un tejido en Granja Porcón están tejiendo las bolsas elaboradas.



**Figura 135.** *Cosido de bolsas. Granja Porcón (minga).*



Fuente: Fotografía 2 de febrero de 2012.

## PROCESO DEL TEJIDO

Describir el proceso para el tejido es importante porque constituye una parte de su saber cultural que conlleva a la realización del tejido. Trata del orden en que realizan las actividades, cuenta los pasos que siguen para su producción. Nos dice cómo obtienen el hilo, cómo tiñen, cómo lavan, cómo hilan, cómo tejen, acabado de su obra, etc.

Para tejer, utilizan mayormente, lana de oveja. En época prehispánica, había alpacas, pero en la conquista, los llevaron a otros lugares, y trajeron las ovejas. Los ovinos son parte de la riqueza y se movilizan en grupos llamados rebaños.

Todos los tejedores coinciden en los pasos que hay que seguir; Rocío, Rosario, Cristina, sintetizaron en los siguientes:

Primero hay que obtener la materia prima para tejer: La lana.

**i. Elección de la oveja:** Se elige una oveja o carnero, de preferencia, carnero macho que tiene mejor lana, o una oveja tierna que aún no haya tenido crías, debido a que después de parir disminuye su pelaje y baja el peso de la lana.

**Figura 136.** *Ovejas para trasquilar, casa Zenaida.*



Fuente: Fotografía 31 de enero de 2012.

**ii. Trasquilada:** (También dicen tuzar)

Cada año se trasquila la oveja o carnero en luna verde.

Nativa relata que el peso, más o menos es de 4 kg. Al macho solamente lo trasquilan hasta tres veces, y después se vende para consumo. La hembra, se trasquila cinco o seis veces, y se guarda para cría.

Las trasquiladas son en mayo y junio que es verano porque en otra época se entumescen por el frío.

**Figura 137.** *Trasquilada en Campo ferial Cajamarca.*



Fuente: Fotografía de la autora (17 de abril de 2012).

Nota: Rosario nos explica que cuando no tienen carnero, lo compran; cuesta 30 soles la arroba según el peso del carnero, 180 o 200 soles total; si es chico trae un kilo o si no 2 o tres kilos.

**iii. Para trasquilar,** se “manea” (amarra), las dos manos y las dos patas de la oveja.

**iv. Limpieza.** Limpian la lana y lavan en dos veces con agua caliente y luego fría. Cuando el agua está muy caliente, se endurece y no se puede “descarmenar” (escarmenar).

**v. Escarmenado.** Se abre los cadejos o rarcas que se han puesto duros, se suaviza la lana, golpeándola con una vara, se extiende y está lista para ser hilada.

Luego del escarmenado se procede a enrollar la lana en guangos o copos listos para amarrar en la rueca.

**vi. Hilado.** El hilado consiste en torcer las fibras de lana, para convertirlas en hilo.

Poco a poco se va jalando la lana; con la mano izquierda la cantidad de lana según el

grosso de hebra que se desee, probando que el tortero con el Huso de vuelta fácilmente.

### ***Instrumentos del hilado.***

**Rueca.** Para hilar se utiliza una varilla fuerte de madera del lugar de tamaño promedio 1m o seis sesmas de largo. Se hace una muesca en un extremo donde se fija el cordel para amarrar el guango.

**Figura 138.** *El guango en la rueca.*



Fuente: Fotografía en casa de Eusebia 1 de febrero de 2012 y Fotografía Instituto Nacional de Cultura 11 d enero 2012

**Huso o Shucsho.** Es una varilla muy finita dse aproximadamente 40 cm de largo, dos sesmas.

**Tortero.** Una piedra pequeña redonda o cuadrada que tiene un orificio en el centro donde se inserta el huso. El tortero sirve para torcer la lana.

**Figura 139.** *Tortero.*



Fuente: Fotografía 1 de febrero de 2012.

Después del hilado, hay que torcer el hilo, se utiliza otro huso más grande porque va a tener más lana y más peso y darle más resistencia. Hay que teñir, para lo cual se puede elegir los materiales naturales (Hojas del árbol, árbol de Quinuar, Eucalipto, Aliso, Sauco, Penca, Chimpchango, barro, ceniza). También se tiñe con productos sintéticos como Anilinas. (Video).

**vii. Teñido.** En una paila grande se hace hervir el hilo, aproximadamente 12 horas para 12 kilos, y para el fijado del color se pone Alumbre y se deja secar.

Pablo, que es experto en teñir, explica que depende del cliente (color grosella o camote), lo tiñen con anilina y con hierbas; primero lavan el hilo con Ace, y luego le hechan la hierba dejando cocinar dos o tres horas, hasta un día; las hierbas son Alisio, Eucalipto, Penca, Sauco, Chinchango, de 12 colores obtiene 26 combinándolo; para el negro y marrón utiliza barro mezclado con hierba, para el marrón, con el “chunque”, con menos barro.

El teñido lo realiza en una paila, 12 kilos para una pieza de la tela. Está teñiendo amarillo (color patito) con hierbas, chinchango, ya está dos horas; otro color, onza de oro. En el pueblo lo tiñen con cal, con ceniza que usan para pelar mote. Al final del teñido le ponen alumbre.

**Un mascay** es un tercio. (de Kilo), lo usan pesando sus lanas, tintes, etc.

En anexos adjuntamos datos sobre especies utilizadas en tintorería tradicional.

**Figura 140.** Tintes naturales. Granja Porcón e Hilos teñidos en casa Santos.



Fuente: Fotografía 1 de febrero de 2012 y 1 de marzo de 2012.



**Figura 141.** Lugar donde Pablo tiñe los hilos en la vivienda de María Juana.



Fuente: Fotografía 31 de enero de 2012.

**viii. Urdido.** Se realiza pasando hilo por estacas, cruzando el hilo. Primero se decide la obra que se teje: poncho, frazada, alforja, pullo (manta), etc. según esto se calcula la longitud de distancia de las estacas. Pasar el hilo: Proceso que consiste en pasar el hilo por las estacas hasta tener un ancho adecuado a la obra. Para que el hilo se deslice correctamente, le llaman hacer “el agua”; cruzan los hilos, haciendo como unos ocho horizontales, En las estacas se ha colocado cordeles gruesos que llaman “machaiques”, para asegurar en un lazo a los hilos que van dando vuelta. (Figura 142).

El siguiente paso lleva el urdido para tejer en callua, soltando los maichaques de las estacas se amarran en los “cungalpos” que van asegurados a una soga amarrada en un árbol, para extender el tejido cuidando que quede parejo, se asegura el tejido y se disponen los elementos, el “shongo” que es un pedazo de maguey o de palo de sango y la callua que es una tabla tallada, afilada en un lado para ajustar la trama.

**Figura 142.** Zenaida y María J. urdiendo.



Fuente: Fotografías marzo-abril de 2012.

## Emparejar hilos

Se emparejan los hilos y se escogen, un hilo “para “hillahua”, un hilo para el agua, y así hasta terminar con todos los hilos recogiendo el ancho en un palito para asegurar que sea uniforme; “si nos equivocamos aquí, se malogra el tejido”. (Zenaida).

Se utiliza el tramero, para juntar el hilo que se pasa en cada tejido. De igual modo, utiliza también la aparina que es como un sostén del tejido a la cintura de la tejedora en caso de ser tejido de callua.

## Tejido

Es el proceso de elaboración de la obra. Los telares son llamados de Callua o de cintura y son propiamente cajamarquinos.

**Figura 143.** Clases de telar: Telar de cintura o callhua.



Fuente: Fotografía 15 de abril de 2012.

Los telares artesanales de madera o telar de pedal ellos mismos construyen, cuyo modelo, fue traído de Europa. (figura N° 144)

**Figura 144.** Telar de pedal.



(a)



(b)



(c)

Fuente: Fotografía 1 de marzo y 17 de abril del 2012. (a) casa de Ma. Juana, (b) Casa de Cristina y (c) Casa de María Z

En general, el hilado, urdido y tejido son básicos en su realización para el acabado de la obra, puesto que “los tejidos en cualquier parte del mundo se construyen a partir de pequeñas operaciones discretas” Franquemont, et.al. (1992, p. 58). Es así, explican los investigadores que el tejido, urdido e hilado tiene un modo de ser rítmico, los tejedores realizan su procedimiento de trabajo en forma rítmica y simétrica.

Cuando se teje, se levanta las hillahuas, pasa el tramero con el hilo y ajusta con la callua, baja las hillahuas y queda cruzado listo para un nuevo hilo. Esto es el ritmo.

Esta posiblemente es la razón de que se llaman textiles, pues la palabra textil proviene del latín “texere” que quiere decir trenzado, anudado.

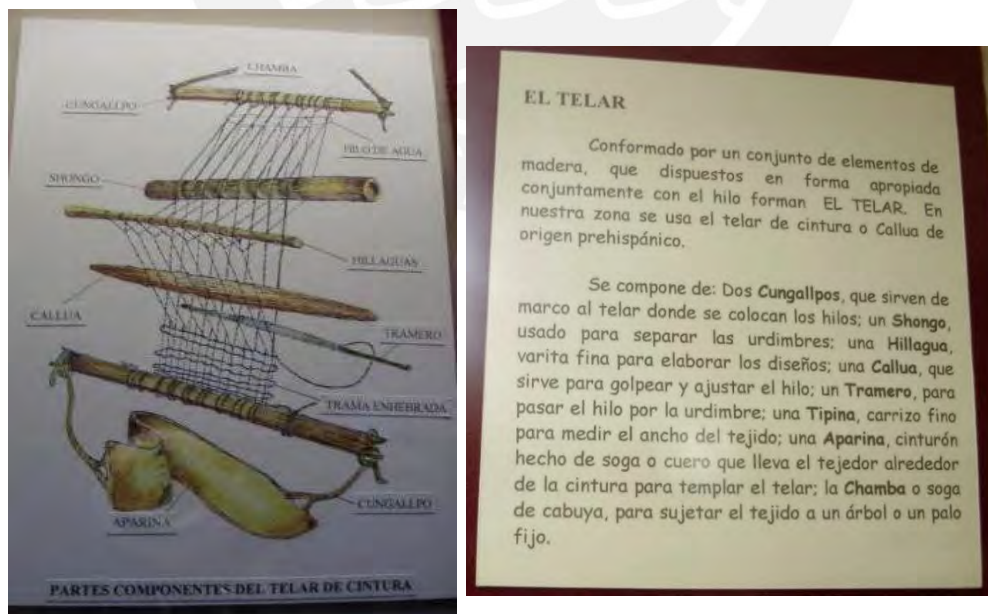
## MATERIALES UTILIZADOS

*“Toda cultura se construye con herramientas y toda herramienta deja una huella inconfundible en el lugar por donde ha pasado”.*

*De “Las Herramientas en el Espacio Andino”, Poesías Gilmer Alva Lozada, 1993.*

En la figura N° 145 mostramos las partes de un Telar de Callua.

**Figura 145. Partes de un telar de Callua**



Fuente: Fotografía 11 de enero de 2012. Museo Instituto Nacional de Cultura Cajamarca.



Y en la figura N° 146 mostramos los materiales y herramientas utilizados:

**Figura 146. Herramientas del tejido.**



Fuente: Museo Instituto Nacional de Cultura Cajamarca. Fotografía 11 de enero 2012.

#### 4.2.2. Inventario del tejido artesanal

**Figura 147. Motivo antiguo y actual.**



Fuentes: Fotografías de izquierda y derecha: Instituto Nacional de Cultura (siglo XV, Inca tardío) y motivo actual zigzag, de San Miguel (foto del 11 de enero de 2012). Imagen central:

<https://macronorte.pe/2020/01/13/cajamarca-declaran-patrimonio-cultural-de-la-nacion-a-los-conocimientos-asociados-a-los-tejidos-en-qallwa/>.

#### CLASES DE TEJIDOS: OBRAS QUE TEJEN

Realizan tejidos variados, generalmente para su vestimenta, y en estos últimos tiempos, lo hacen como una forma económica pues es su manera de afrontar la crisis y pobreza.

Ellos tejen: Ponchos, anacos, joijonas, chales, bayetas, pullos, alforjas, cintillos, fajas, Mostramos algunas fotos tomadas en nuestro trabajo de campo:

En sus obras reproducen los diseños de su iconografía mostrados en la Figura 124,

Dimensión Epistemologica.

## FAJAS

Son tejidos de 5 cm de ancho y 2, 0 cm. de largo, que en algunos casos varía, por ejemplo 4 cm ancho y 2, 40 cm largo, o como Apolinaria que teje fajas de 17 cm ancho y 2,80 cm largo.

Las fajas sirven para ajustar los anacos (faldas), son las fajas estrella para sujetar las cruces en su fiesta de Domingo de Ramos, para jalar al Señorco (burrito) que lleva la imagen de Jesús; hacen faja estrella y Palma; también con quengo para amarrar la cintura, para el “guato” del anaco (sujetar la falda); y para muchos otros usos y adornos. Olga teje fajas con el diseño de Flor de Tuyo.

**Figura 148.** *Faja en el Museo del Instituto Nacional de Cultura Cajamarca.*



Fuente: Fotografía 11 de enero de 2012.

**Figura 149.** *a) Fajas tejidas por Olga, Apolinaria y María. b) Fajas tejidas por Zenaida y Rosalía*



Fuente: Fotografía marzo de 2012 y octubre de 2014.

## COJINES

Los tejedores también usan estos cojines como alfombras.

**Figura 150.** *Cojines tejidos por Gaspar, Néstor*



Fuente: Fotografías 2012.



# ALFORJAS

Figura 151. Alforjas, estilos y diseños

## ALFORJAS



Alforja en Museo de Herramientas Andinas. Pabellón Agronomía. Universidad Nacional Cajamarca

**LA ALFORJA**  
Prenda indispensable en la vida del campesino, usada individualmente para transportar los productos del campo, comprar las cosas de la plaza, llevar el fiambre en épocas de siembras y cosechas. La alforja se carga al hombro de manera cruzada.



Alforja en Museo del Instituto nacional de Cultura, Cajamarca.



Alforja de José  
Fotografía 2014.

*Alforja de laboriosa artesana,  
En el telar andino elaborada,  
Con hilo de algodón o lana,  
Al transporte diario adaptada.*

*Con rueca, copo, huso y tortero,  
Illawa, liso, trama y watopa,  
Kungallpo, aparina, kallua y tramero,  
teje la warmikuna la alforja.*

*I y V verso de poema "Alforja"  
Gilmer Alva Lozada, en  
"Herramientas en el espacio andino",*



Alforja de un  
vendedor de yerbas



Alforja antigua  
Fotografía 2012



Alforja en El Comercio (06 de  
octubre 2013, sección A, p. 22).



Alforja de un vecino de Santos  
Fotografía 2012

Fuente: Collage, fotografías 2012

Figura 152. Tapices en Gaspar y Granja Porcón

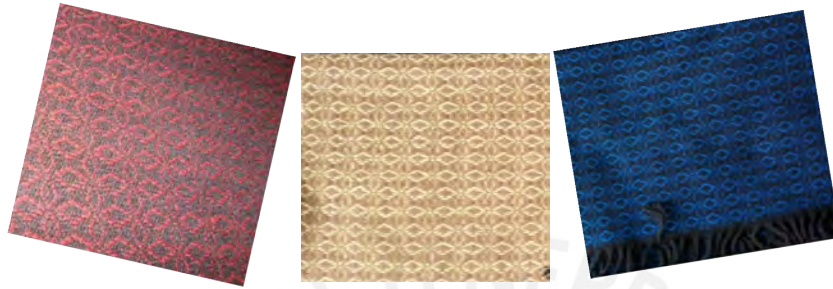


Fuente: Fotografía 2012.

## CHALES O PAÑOLONES

También encontramos chales que Santos teje en su telar de pedal, él dice que los diseños lo saca “de su cabeza”. El efecto de sus diseños es de mosaico.

**Figura 153.** Chales tejidos “Estrellas” Santos Infante



Fuente: Fotografía 1 de marzo de 2012.

Santos nos cuenta que demora tres horas y media en hacer un chal. Teje mejor con lana sintética; tiñe con tintes químicos a veces; nos muestra las plantas que tiene en su casa, con las que también tiñe. Compra lana de ovino para teñir y la labor es su idea. Su papá le enseñó; Santos ha estudiado hasta 2º grado de primaria. El chal lo vende a 35 soles cuando es de lana sintética y si es de ovino, 45 porque demora más en tejerlo.

Nativa Uriarte, hace frazadas, teje a callua, sus diseños evidencian muchas isometrías; son de Bambamarca, de donde ella recién se ha trasladado a Porcón.

Nativa tiene tres hijos pequeños y los lleva al nido y escuela todos los días, los recoge, y por las tardes teje. Ya no la encontramos en el mismo lugar al que llegó primero, pues busca vivienda que pueda solventar ella sola.

**Figura 154.** Diseños de frazadas Nativa



Fuente: Fotografía abril y mayo de 2012.



## OBSERVACIONES:

- Los pobladores no son conscientes de la dimensión abstracta de los diseños (por ejemplo, las simetrías). Su hacer es práctico y, en los tejidos, no fuera de ellos.
- El conocimiento de los diseños y tejidos, está empezando a transmitirse de una manera expositiva grupal, más allá de la mera transmisión oral o práctica en el entorno familiar.
- Los conocimientos relacionados con los tejidos distan de un modo práctico de hacer los diseños pues niños y adultos están involucrados en los diversos procesos vinculados al producto final.
- En el teñido, actualmente utilizan también, materiales químicos como anilinas, colorantes, etc.; así como hilo industrializado. Amplían su conocimiento y lo aplican a su actividad del tejido.
- Las medidas de los diseños de los tejidos, no son exactas; se observa imperfecciones; factores como el que la lana de ovino que no es regular por el hilado y otros.
- Existe interacción sociocultural entre Porcón y otros lugares, mediante traslados para cursos, exposiciones o intercambios de sus tecnologías, apoyados por algunas instituciones.

En el siguiente punto expondremos el contexto educativo de la zona y del grupo investigado.

### 4.3. Descripción del contexto educativo

*“La Geometría es el lenguaje del hombre...él ha descubierto los ritmos, ritmos que se manifiestan ante el ojo y muestran las relaciones entre uno y otro. Y estos ritmos son el fundamento de las actividades humanas.*

*Ellos resuenan en el hombre por la inevitabilidad orgánica, la fina inevitabilidad misma que permite el trazado de la sección dorada tanto por niños, ancianos, salvajes y educados”*

*Le Corbusier. (1931 citado en Kimberly, E. 2003, p. 5).*

Le Corbusier se refiere a tener en cuenta los diferentes tiempos y modos de aprender de las personas, que esto constituye lo ideal para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Consideramos el estudio de esta dimensión, en dos partes: Una general, referida a la situación educativa de la zona y de los tejedores. Otra, específica, que muestra la percepción de simetría por estudiantes de 2º secundaria de la zona y que presentamos en el capítulo V.



El problema de Educación especialmente en el área rural, en Cajamarca, es constante a través del tiempo, se hace poco caso de las necesidades de este sector rural, o poblados rurales. Un dato del año 2007, el índice de gestión gubernamental, fue que el 25% de centros poblados de zonas rurales carece de colegios secundarios; el 54% de estudiantes que cursan la primaria en zonas rurales, están desfasados respecto a su grado (*El Comercio*, domingo 08 de abril 2007, A-11).

Mostramos un cuadro sobre el gasto por estudiante en comparación con el índice de ruralidad, vemos a Cajamarca, en el penúltimo lugar de atención, cubre menos del 50% del alumnado.

**Tabla 7**

*Gasto público por estudiante en primaria e índice de ruralidad*



Fuente: Ministerio de Educación (2008).

Podemos ver que el índice de ruralidad en Cajamarca es alto y el gasto por estudiante en primaria está en razón inversa de la necesidad pues cubre menos del 50 % del alumnado.

Las diferentes Reformas Educativas, la proliferación de instituciones de estudios superiores, muchas de ellas con acceso a la carrera magisterial, el pensamiento que esta carrera era la más fácil y no tenía tanta exigencia de ingreso como las Universidades, postulantes e

ingresantes carentes de vocación de maestro, conlleva a una formación deficiente de docencia con falta, especialmente, de valores.

A pesar de los programas de capacitación docente en el Perú, desde 1972, en que se aplicó por primera vez la reforma educativa, luego 1995, “Planca”; 1996 “Planged”; luego 2001, 2005, 2007, hasta 2013, aún siguen los cambios en currículum y procesos, actualmente con las “Rutas de Aprendizaje”, que aún los profesores no acaban de entender. Una profesora de Porcón, expresó que los capacitadores se deben capacitar primero.

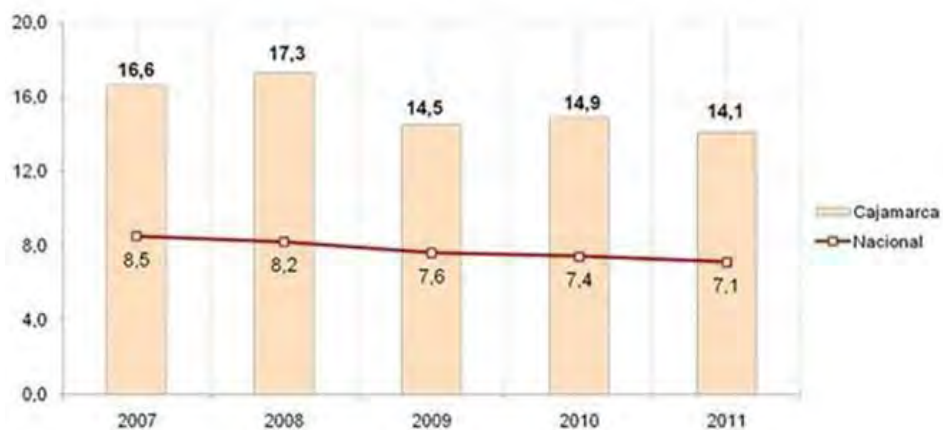
Para los docentes constituye un reto enseñar en medio de la precariedad igual que para el alumno aprender. El docente y su preparación es un factor clave en el sistema educativo para que pueda responder a las demandas sociales con objetividad y ética.

En la tabla siguiente, visualizamos la tasa de analfabetismo de los años 2007 al 2011, que relaciona Cajamarca, a nivel nacional.

**Tabla 8**

*Tasa de Analfabetismo Cajamarca y nivel nacional (2007-2011)*

**TASA DE ANALFABETISMO, 2007-2011**  
(Porcentaje respecto del total de población de 15 y más años de edad)



Fuente: INEI - Encuesta Nacional de Hogares (ENAHOG), 2007-2011.

Fuente: Minedu.gob.pe

Podemos observar en la tabla N° 8, que, en Cajamarca, el número de analfabetos es el doble que a nivel nacional. También la mayoría de los tejedores, es analfabeta.

Encontramos algunas instituciones que han prestado apoyo en el campo educativo. Por

ejemplo:

Según la revista Doré (2002), Yanacocha trabaja arduamente para mejorar las condiciones de la educación en nuestra comunidad, el viernes 12 de abril de 2002, inauguró una moderna infraestructura escolar...que beneficiará a los escolares del centro educativo N° 82912 pertenecientes al centro poblado de Porcón Alto. Revista Doré, mayo 2002, p. 16.

Antares, artes y letras, Yanacocha y SENATI, Cajamarca, organizaron un curso de Capacitación en Computación e Informática Educativa Básica con el fin de actualizar a los docentes que trabajan en los centros educativos del ámbito de Yanacocha... entre ellos, docentes de los centros educativos de Porcón. Revista Doré, mayo 2002, p. 16

Junior Achievement Worldwide Perú (JAW Perú) con el patrocinio y cofinanciamiento de Asociación Los Andes de Cajamarca (ALAC), Yanacocha, y las empresas Ferreyros SAA, Buenaventura Ingenieros SA (BISA) y la Universidad San Ignacio de Loyola, desde el 2005, viene ejecutando en nuestra provincia, el “Programa de Formación de Jóvenes Emprendedores en Cajamarca”, cuyo propósito es organizar y ejecutar programas educativos para jóvenes escolares que promuevan una actitud emprendedora, una mejor comprensión de la economía de libre mercado y que facilite su inserción en el mundo adulto, involucrando para ello a colegios, universidades, instituciones gremiales y empresas.

Las Escuelas Azules:

Hemos encontrado que últimamente se ha presentado un aporte que fue iniciado hace algunos años por el Ing. Pablo Sánchez Zevallos para el desarrollo de Cajamarca. Se trata de la implementación de las Escuelas Azules, donde se instale un taller de tejidos y de otras artesanías: Se crearon algunas en el sector de Llacanora; sin embargo, no hay mayor conocimiento de ese proyecto. El viernes, 29 de mayo del 2015, el Centro Cultural de la Pontificia Universidad Católica del Perú fue el escenario elegido para presentar el libro “El Poncho Verde: Cajamarca y la visión de Pablo Sánchez Zevallos”, en el afán de procurar el desarrollo turístico, social y cultural de Cajamarca. Es importante e incluye, además, conceptos como la cosecha de agua, la educación integral a través de las “Escuelas Azules”. (<http://gestion.pe/tendencias/poncho-verde-aporte-pablo-sanchez-al-desarrollo-cajamarca-2133209>)

Por otra parte, sobre Proyectos Integradores Educativos, hemos encontrado una Guía de Contenidos Turísticos de un proyecto de turismo, para la educación secundaria de menores de Cajamarca que se inscribe dentro del marco del Convenio de Cooperación suscrito por Perú y España para llevar adelante el Proyecto “Fortalecimiento Integral del Turismo en el Perú”

MINCETUR – AECI (2002-2005). Sin embargo, nos ha extrañado que en el documento no han considerado al área de matemáticas para la ejecución de este programa. Como podremos ver,

En Matriz de Objetivos y Contenidos, considera las áreas siguientes de

1° de secundaria, a 5°. (Objetivos turísticos, Contenidos del área)

Lenguaje, Comunicación, Ciencia, Tecnología y Ambiente, Ciencias Sociales, Educación por el Arte, Educación Física, Educación Religiosa y Educación para el Trabajo.

Adjuntamos la Guía de este proyecto en Anexos.

Los resultados en las pruebas internacionales y las nacionales, anuncian un problema de enseñanza aprendizaje de la matemática.

En la actualidad, evidenciamos en forma global, que la brecha entre formación urbana y rural, sigue en desigualdad, como lo vemos en la siguiente tabla N° 9

**Tabla 9**

*Estadísticas del Sector Educativo*

URBANO		RURAL	TOTAL
6,637,116	BÁSICO REGULAR*	1,197,427	7,834,543
1,336,742	INICIAL*	292,411	1,629,153
3,021,779	PRIMARIA*	614,344	3,636,123
2,278,595	SECUNDARIA*	290,672	2,569,267
13,161	BÁSICA ESPECIAL*	63	13,224
214,004	BÁSICA ALTERNATIVA**	1,172	215,176
248,402	TÉCNICO PRODUCTIVO**	3,647	252,049
521,353	SUPERIOR NO UNIVERSITARIA**	4,975	526,328
	SUPERIOR UNIVERSITARIA*		1,492,470

\*Avance de matrícula al 17.07.2020. En el 2019, la matrícula en EBR fue de 6,024,572 y en EBE fue de 20,722. \*\*Al 2019.

Fuente: [http://escale.minedu.gob.pe/c/document\\_library/get\\_file?uuid=5b6fa8ec-5dc6-4625-b312-88b38b9eada0&groupId=10156](http://escale.minedu.gob.pe/c/document_library/get_file?uuid=5b6fa8ec-5dc6-4625-b312-88b38b9eada0&groupId=10156)

En la faceta educativa de los tejedores, encontramos que a pesar que ellos no estudiaron pues la mayoría son analfabetos su trabajo y esfuerzo es para solventar el colegio y escuela de sus hijos. Así, por ejemplo, Cristina ha matriculado a su hijo en el colegio El Buen Pastor, en

Cajamarca, también otra tejedora María ha matriculado a sus hijas en el colegio Juan XXIII de Cajamarca.

María Juana Ishpilco tiene cuatro hermanas y, en total trabajan en su casa ocho personas; pero no estudian. En el 13, 5 km., Eusebia Ishpilco Chilón, es viuda, hiladora, no sabe cuál es su edad, tiene tres hijos y el de 11 años estudia en la escuela.

La tejedora Zarela de la curva, tiene tres hijos varones y una mujer. El mayor terminó secundaria, el segundo termina secundaria este año, la tercera está en 1º secundaria y el último en 2º de primaria; ella pertenece a la asociación de tejedores de Néstor Tingal.

El tejedor Santos Infante, estudió hasta el 2º grado de primaria, él confecciona chales y hace todo el proceso completo para el tejido. Tiñe con materiales naturales; pero su esperanza es que su hijo ingrese a la Universidad de Cajamarca. Finalmente, su hijo ingresó a la universidad en una tercera postulación, estudiando el prospecto cada año ya que muchos temas no le habían sido enseñados y eran “muy difíciles”.

María Z. tiene cuatro hijos, el menor de 16 años está en 5ª de secundaria en el colegio San Ramón de Cajamarca, otro varón (mayor), está en 3ª secundaria en Santa Isabel, Cajamarca.

#### **4.3.1. Dimensión educacional**

##### **Los Colegios**

La Ugel Cajamarca, nos proporcionó un listado de los centros educativos de la zona rural de Porcón, Comprende doce centros educativos de primaria y tres de Secundaria.

##### **COLEGIOS DE SECUNDARIA:**

1. Colegio “Cristo Ramos”, de PORCÓN BAJO. Fue creado en 1992; pero desde 1985 funcionaba como CG Comunal; actualmente es una institución privada parroquial como una acción y apoyo de la diócesis u Obispado de Cajamarca. Colegio secundario rural, mixto, turno en la mañana. Ubigeo 060101, de 233 alumnos y 8 secciones. Ugel Cajamarca.

Los profesores de matemáticas son dos, la jornada escolar es completa. Hay un responsable general por parte del Obispado, y luego el director. El responsable nos participa que tienen una lucha constante en matemática, la abstracción es muy difícil. En este colegio entrevistamos a dos directivos, dos docentes del área matemática, y trabajamos con cuatro alumnos.

i) Conversamos con la Coordinadora de Ciencias, de Porcón Bajo, profesora de

Matemática 2ª de secundaria en el 2014. Nos dijo que no habían podido hacer el trabajo en primaria y en “forma sincera”, no han llegado a hacer el tema en secundaria, por el tiempo. Actualmente, como coordinadora, se está preparando y sigue un diplomado.

ii) Otra profesora de matemática, nos informa que el año 2015, han programado Transformaciones geométricas para tercer grado de secundaria; está dentro de la programación y la jornada escolar. Es verdad que por el tiempo no han enseñado el tema; pero se están esforzando para cumplir el 2015.

**2.** Colegio “Pedro Villanueva Espinoza”, de PORCÓN ALTO; creado el 25 de mayo de 1987. Colegio mixto, rural, turno en la mañana, escolarizado, público, son 189 alumnos en 9 secciones, de 1ª a 4ª dos secciones y 5ª una sola sección. Ugel Cajamarca.

En este colegio entrevistamos a un administrativo, dos profesores, un padre de familia de Apafa y trabajamos con tres alumnos.

i) El profesor Francisco, opina que sería bueno trabajar un plan integrado de matemática con educación para el trabajo y otras áreas. Valentín, padre de familia del colegio y conformante de la Apafa, dice que los profesores no los pueden ayudar, porque la Ugel envía profesores de Cajabamba, Chota, Celendín, y no conocen sus costumbres.

ii) Conversamos con la Coordinadora de Matemática quien nos explicó que generalmente no tocan el tema, no avanzan mucho, están un poco atrasados.

**3.** Colegio “Miguel Gonzáles Chávez”, de Granja Porcón, tienen su colegio primario y secundario con 120 alumnos en total. Al respecto, Pedro, uno de los gerentes de Granja Porcón y guía de Turismo, refiere: “Nuestro colegio, con inicial, primaria y secundaria y un total de 120 alumnos, siempre fue un colegio innovador pero sus anteriores profesores se fueron al colegio San Ramón de Cajamarca. La Ugel, envió otros profesores a Granja Porcón”.

Entrevistamos a un profesor del colegio de Granja Porcón:

i) En esta institución educativa de primaria y secundaria de Granja Porcón; encontramos un problema entre de padres de familia, alumnos y profesores. Este año se ha presentado un problema que llegó a instancia de juicio porque la mayoría de alumnos estaban mal en matemáticas y física. “Casi se pelearon los profesores con los alumnos por las horas libres. Los Padres de familia, la Ronda, las autoridades, se pusieron a la entrada y no querían dejar entrar a los profesores... fue horrible, los profesores contra la comunidad y los alumnos felices sin clases”. “Ahora ya hay normalidad, vino una directora que es de aquí y fue mi profesora cuando yo terminé

secundaria”.

Otro profesor opinó que los capacitadores del Ministerios de Educación, deben ir bien preparados, pues a veces no se dejan entender.

Por otra parte, en las entrevistas con algunos alumnos de 2º secundaria, tomamos conocimiento que el tema Transformaciones Geométricas y entre ellas Simetría no han sido enseñados en ningún año hasta ahora.

### **Características observadas de este contexto**

i. Cada región de Porcón tiene su colegio de secundaria. El colegio de Porcón Alto funciona cinco años antes que el de Porcón Bajo y tiene 233 alumnos, con nueve secciones. En Porcón Bajo, son 189 alumnos y 8 secciones. En Granja Porcón, 120 alumnos.

ii. Se presentan problemas mayores, específicamente en el área de matemática en los tres colegios. Las autoridades expresan que es una lucha constante y difícil, “no se puede llegar a la abstracción”.

iii. Los niños y jóvenes encuentran desagrado en la enseñanza y la familia los lleva para ayudar en sus trabajos, ocasionando deserción.

iv. Los jóvenes tienen problemas de ingreso a la universidad, muestran bajo rendimiento en los exámenes, deficiente preparación académica en general y especialmente en matemática.

v. La interculturalidad no se aplica adecuadamente en la zona rural. Se evidencia falta de conocimiento de los Docentes, acerca del entorno de los alumnos a quienes se va a enseñar.

vi. No existe suficiente atención a la matemática, en los proyectos turísticos de la zona.

vii. La mayoría de tejedores son analfabetos.

viii. En los tejidos de los pobladores de Porcón, están presentes conocimientos no formales de isometrías.

ix. Los diseños en los tejidos son una fuente importante para desarrollar actividades que favorezcan la enseñanza de la geometría.

x. Los alumnos trabajaron con alegría y gusto la actividad del rompecabezas.

El material concreto como rompecabezas, despierta en los alumnos el agrado e interés.



## CAPÍTULO V: ESTUDIO DE LAS SIMETRÍAS EN EL CONTEXTO CULTURAL DE PORCÓN

En este capítulo, realizamos el estudio matemático de los diseños clasificados, y la presencia de la Simetría, en el contexto cultural de Porcón, Cajamarca.

Los pobladores de Porcón, manifiestan día a día, su arte a través de sus obras especialmente en tallado de piedra y en tejidos de telar, de callua o cintura. Observando los diferentes diseños que reproducen en sus obras, teniendo un mensaje visual en los motivos que son evidentemente geométricos, surgió la inquietud de estudiarlos desde la matemática.

¿Qué conocimientos geométricos nos comunican en este lenguaje visual?

El trabajo que presentamos es una experiencia pedagógica utilizando los tejidos como medio de estudio. Los tejidos constituyen una actividad importante en las artesanías de Porcón; es una larga tradición que se viene transmitiendo de generación en generación. Nuestro estudio ha consistido en descubrir la simetría implícita en los diseños observados en los tejidos.

Además del estudio de los tejidos, hemos considerado relevante exponer, previamente, dos observaciones en nuestra investigación matemática: Las Cruces de Porcón, una celebración festiva; y las Lápidas trabajadas en piedra, en el Cementerio San Francisco de Porcón; porque encontramos que evidencian mucha simetría.

### 5.1. Presencia de la simetría en la cultura de Porcón

#### 5.1.1. Simetrías en las cruces

En la construcción de los estandartes y cruces que los pobladores de Porcón realizan para la celebración del “Domingo de Ramos”, (fiesta que hemos descrito en el capítulo anterior), en ellas manifiestan su arte también en los tejidos pues utilizan las fajas, y sus apreciaciones en los colores, formas, tamaños, etc., reflejando, además:

- Conocimientos matemáticos como cantidad de material que requiere cada construcción, el peso adecuado, la medida de las fajas tejidas, la medida de las varillas, la colocación para que tenga equilibrio, el costo en tiempo y dinero, etc.
- Un conocimiento geométrico evidenciado en los esbozos y construcción de sus estandartes y cruces, materializado en la diagramación simétrica de la estructura y presentación de las mismas.

El **Estandarte** es un armazón de forma oval, singular representación, resultado de un sincretismo socio cultural y religioso. Ubican a Jesús, en el centro de esta forma dual oval. Es una estructura de forma y proporción geométrica.

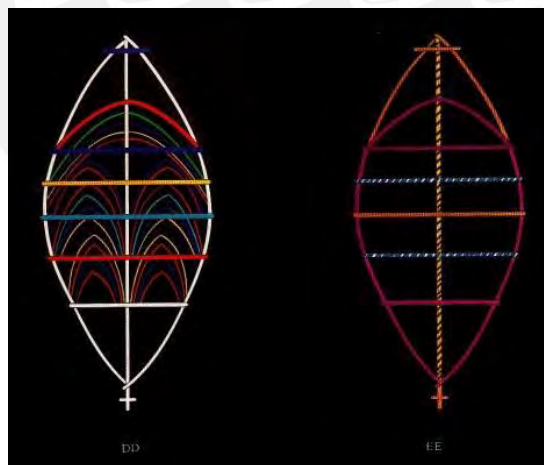
Los pobladores se reúnen en diferentes casas para adornar estos estandartes que son armazones de madera de naranjillo; el palo central de espino, quishuar o mulmuy (Figuras 155 y 156).

**Figura 155.** *Preparando el Estandarte*



Fuente: Alfaro (1992, p. 43).

**Figura 156.** *Armazón del Estandarte*



Fuente: Alfaro (1992, p. 99).

#### **El Estandarte en su estructura:**

El estandarte tiene un eje vertical y uno horizontal que forman la cruz; un eje a los pies del estandarte y se unen con cinco ejes horizontales donde van segmentos helicoidales que

hacen el tejido del estandarte.

Alfaro (1992), expone que el eje vertical mide aproximadamente 3m y el horizontal, 2m; las medidas que no son exactas varían en ese entorno.

#### *Materiales que utilizan:*

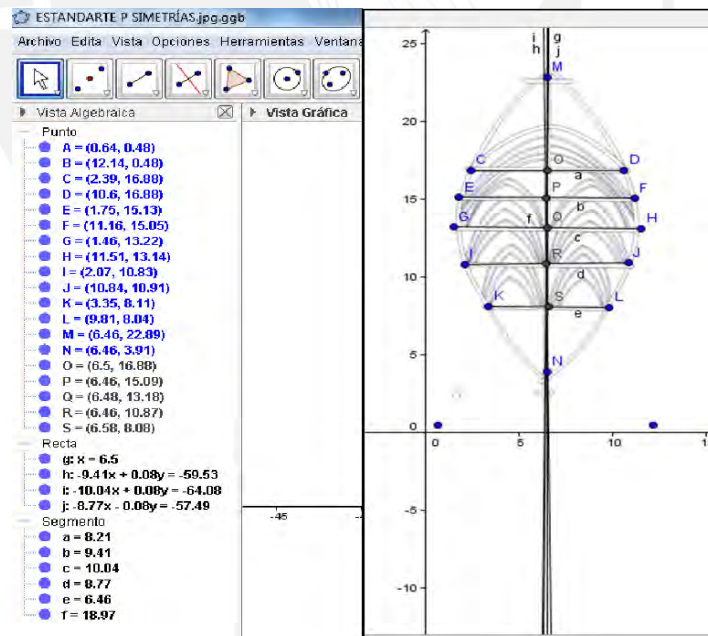
Dos varas de madera de naranjillo, grandes, de igual medida, que sirven para formar el contorno oval; Un madero que es eje central que une los extremos del contorno oval, de medida aproximada 3m.; un madero para formar la cruz, y cinco maderos para ejes horizontales.

#### *Representación:*

Un eje vertical que, por construcción, divide en dos partes al contorno oval del estandarte pasando por sus puntos de intersección que son los vértices del oval y dividiéndolo en mitades. Las partes del oval, también por construcción son iguales y justifican que las varillas utilizadas son de la misma medida.

Para que el estandarte tenga equilibrio y se “sostenga firme”, como dicen ellos, colocan las varillas, conservando igual distancia de una a otra (paralelas).

**Figura 157. Eje de simetría vertical del armazón**



Fuente: Alfaro (1992).

En la Figura 157 hemos señalado mediante el programa geogebra, los puntos extremos

de los segmentos que unen los arcos, el punto medio de cada segmento, la mediatriz de cada uno de ellos i, h, g, j; vemos que no es exacta que debería ser una sola, por las imperfecciones del material o por construcción, etc.; pero se asume que tiene simetría.

Por ejemplo, en el eje vertical, que es el eje de simetría, los valores fluctúan entre -57,49 y -64,08.

El eje vertical, corta a cada varilla determinado ángulos rectos pasando por el punto medio de cada una de las cinco varillas en forma perpendicular.

Es posible constatar que  $CO = OD$  O, punto medio de CD (a);  $EP = PF$ , P, punto medio de EF (b);  $GQ = QH$  Q, punto medio de GH (c);  $IR = RJ$ , R, punto medio de IJ' (d);  $KS = SL$ , S, punto medio de KL (e).

Hay conservación de distancias. Las medidas de las varillas no cambian, de igual modo los ángulos. Podemos decir que el estandarte en su forma global tiene una simetría vertical respecto a MN.

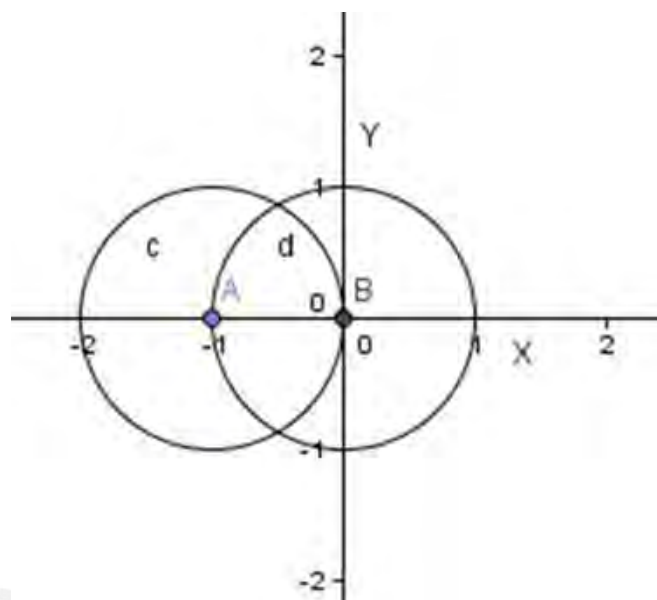
#### **Vesica piscis y su relación con el estandarte:**

Por la forma y las medidas aproximadas del armazón del estandarte hemos encontrado una relación entre el Estandarte y el Vesica Piscis, que es una de las formas muy antiguas y sagradas; en la tradición cristiana hace referencia a Jesucristo, y el pez; en la India, se denomina mandorla (almendra).

Vesica piscis “vejiga del pez”, en latín, y “ichthys” vocablo griego, significa pez; el símbolo resulta de dos círculos del igual radio que se intersecan de manera que el centro de cada círculo está en la circunferencia del otro.

Era un símbolo popular en las antiguas civilizaciones de Mesopotamia, África y Asia, y ha sido tema de conjeturas místicas; para los Pitagóricos era una figura sagrada, ellos, comenzando por un punto que es la esencia de un círculo y mediante ayuda del compás, regla y lápiz, crearon una serie de formas simbólicas reflejo de su cosmología. **Nada existe sin un centro.**

**Figura 158.** Una construcción del Vesica Piscis



Fuente: Lawlor, R (1994).

Alrededor de un punto dibujaron un círculo que representaba el **número 1: Mónada**.

“Cuando un círculo se ve a sí mismo”, se refleja y existen **dos círculos: Diada**

A continuación, los círculos se sobreponen de forma que cada centro se halla en la circunferencia del otro círculo. A esta forma la llamaban vesica piscis, así surgen tres primeras formas: **triángulo, cuadrado y pentágono**.

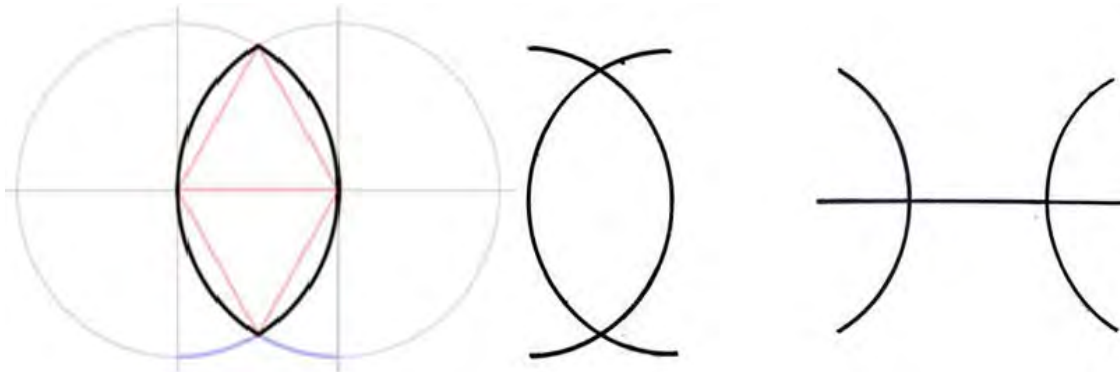
Luego de la diada, se forma la **tríada, la tétrada, la péntada**, de gran simbolismo.

Al respecto, Diógenes Laercio (siglo III a. C., citado en Hemenway, 2008) en su descripción sucinta de la cosmología pitagórica, expresa que, en la formación de mónada o unidad, surgen números, puntos, líneas, figuras planas, figuras sólidas, cuatro elementos sensibles: fuego agua tierra y aire; que se combinan para formar el universo con la tierra en el centro y que hay antípodas y nuestro “abajo” es su “arriba” Hemenway (2008, p. 50).

Entre algunas características la razón matemática de su anchura por su altura, 265: 153, resulta 1,73203, y se consideró un número sagrado llamado la medida del pez. En el Evangelio de Juan (21:11), 153 aparece como el número de peces que Jesús hizo que se capturaran en la milagrosa captura de los peces, lo que algunos consideran como una

referencia cifrada de las creencias pitagóricas. Coventry Patmore escribió un poema titulado *Vessica Piscis*, en la parte XXIV del Libro I de su ciclo *The Unknown Eros* (El Eros desconocido, 1877). [1] [2] [3] [4] [5]. (Datos obtenidos en [http://es.wikipedia.org/wiki/Vesica\\_piscis](http://es.wikipedia.org/wiki/Vesica_piscis)).

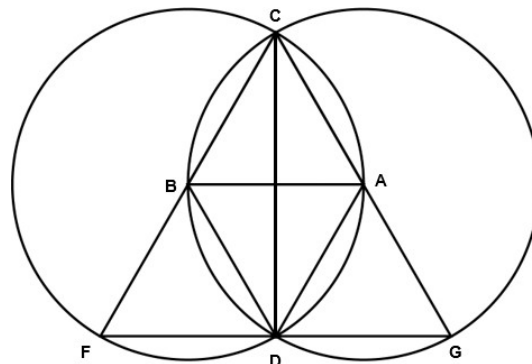
**Figura 159.** *Vesica Piscis 2*



Fuente: Lawlor (1994, p. 33).

Si tomamos en cuenta la medida del segmento MN del estandarte, que es 18,96 y la varilla central GH 10, 04, conforme la explicación de la razón matemática dada, tenemos:  $18,96 : 10, 04 = 1,88$ . Y considerando que las medidas de los estandartes varían en estos intervalos, así como su construcción- ya dijimos- no es exacta, podemos decir que es una medida tendiente a  $\sqrt{3}$ .

**Figura 160.** *Vesica Piscis*

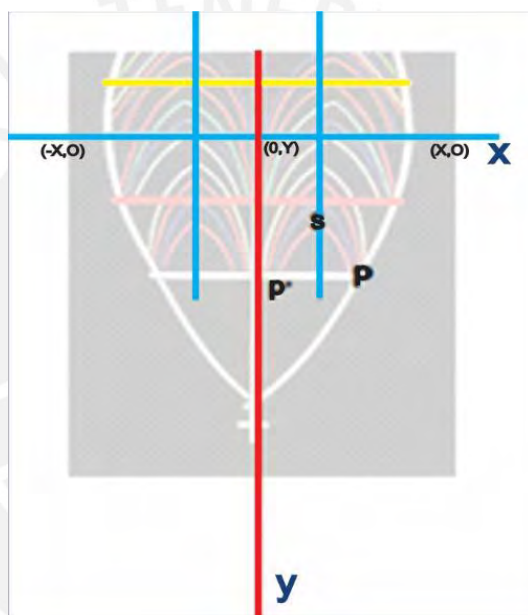


Fuente: Lawlor (1994, p. 33).

A partir del Vesica piscis, se realizan construcciones e interpretaciones por ejemplo del rombo, propiedades de sus diagonales, su simetría de cuatro triángulos rectángulos (módulos), unidos en el vértice del ángulo recto, o dos triángulos isósceles con la base común, también muestra simetría; construcción del hexágono, y en general todo el conjunto global simétrico de la figura además de otras propiedades geométricas que se puede estudiar y aprovechar.

En el estandarte, además, las varillas de forma curva que hacen el tejido, para sostener la cruz, nos da la visión de gráficas de funciones pares. Por ejemplo, vemos  $(-x,0)$  y  $(x,0)$ , son puntos equidistantes del eje Y.

**Figura 161.** *Formas Parabólicas en Estandarte*



Fuente: Alfaro (1992).

También visualizamos al interior después de la primera varilla perpendicular a Y, en cada lado del oval, siete curvas de funciones pares. Como vimos que las varillas por construcción, son de la misma dimensión, conserva distancias, podemos decir que existe simetría parcial en cada lado del estandarte y las gráficas corresponden a diferentes funciones pares, es decir tienen simetría en este caso respecto al eje vertical azul que pasa por el vértice de cada una. Se produce un efecto de sucesión de simetrías.

Se puede explicar el origen de esta expresión y relación en la forma del estandarte de las cruces, por la influencia de los religiosos católicos que fueron encargados de evangelizar enseñando la doctrina a los indígenas de la zona de Porcón, Cajamarca.



## Las Cruces, en su presentación

Las Cruces van sobre el estandarte y están conformadas por dos maderos y decoradas con espejos y cuadros religiosos en toda su longitud. Espejos de forma rectangular, oval o redondeada. “Sus destellos de metal simulan los rayos de sol”. Relacionan los reflejos con las imágenes. Los maderos de la Cruz son ejes alrededor del que adornan la Cruz.

En la imagen de la figura 162 podemos apreciar que la cruz se sostiene en el estandarte, como un motivo central.

**Figura 162.** Cruz con los espejos y cuadros

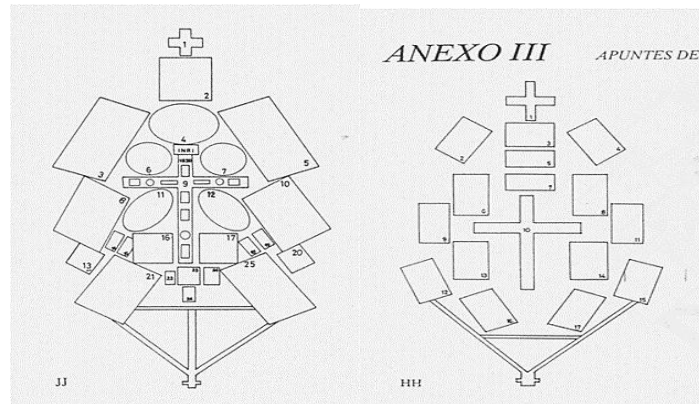


Fuente. *El Comercio*, lunes 25 de marzo del 2013

Observamos en la fotografía y los diagramas, que colocan un par de cuadros de cada imagen, uno a uno, en ambos lados de la cruz invirtiendo el sentido; del mismo modo con los espejos que juegan un papel importante ya que una parte de la fiesta es llamada “espejuchuy”. Se evidencia una simetría lateral respecto al eje vertical que es el madero grande de la cruz, caracterizada por la inversión del sentido u orientación de la imagen, característica de las transformaciones euclídeas llamadas isometrías impropias.

Visualizando el esquema en general (figura N° 163), de disposición de elementos como cuadros, espejos, cruces, observamos que en las cruces existe una simetría bilateral, respecto a un eje vertical. Esta cualidad, se manifiesta en todos los modelos que los pobladores elaboran.

**Figura 163. Ejemplo de Esquema de las Cruces**



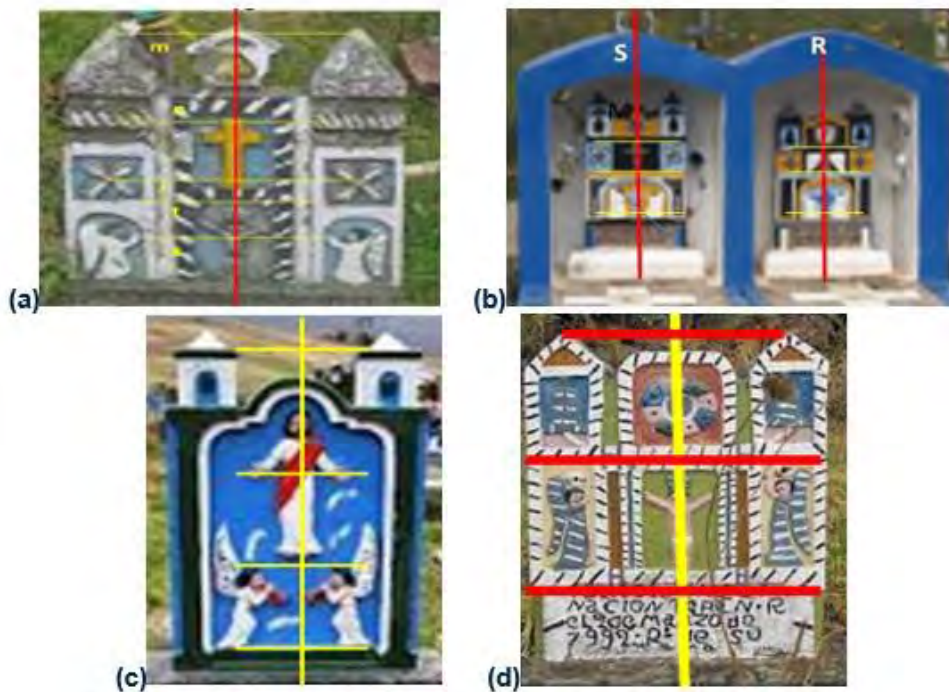
Fuente: Alfaro (1992, p. 102).

### 5.1.2. Simetrías en las lápidas

En el cementerio San Francisco de Porcón, los pobladores de Porcón, reflejan su sentido de la simetría en sus lápidas. Este cementerio es famoso por su colorido y la construcción.

En la figura N° 164, mostramos fotografías de algunas lápidas donde se manifiesta una simetría.

**Figura 164. Simetría en lápidas**



Fuente: <http://revistaanubis.wordpress.com>

En las lápidas “a” y “b”, se evidencia una simetría axial, respecto a un eje vertical. En la tercera lápida “c”, puede verse que los ángeles y las pequeñas torres en la parte superior tienen simetría, pero la imagen total no; esto debido a los colores del vestido de Jesús; ahora si no consideramos colores en la imagen sino solamente forma, tendría simetría toda la representación. En la cuarta lápida “d”, también se observa simetría axial vertical, sin tomar en cuenta los colores y letras. Se corresponden elementos homólogos y son más evidentes, las esquinas de las torres, los vértices de las flores, las manos de los angelitos, etc.

Son ejemplos de obras de los artesanos de Porcón, que manifiestan simetría bilateral y podemos decir que son evidencias de su arte realizadas intuitivamente con simetría.

Es importante el estudio de los diseños más allá de apreciar el arte, teniendo en cuenta el orden que prevalece, los patrones y la simetría. Al respecto, Castro (1995) nos informa que a esto se refiere Descartes en sus “Reglas para dirigir la mente”, el investigador cita que, en vez de tomar los asuntos difíciles, debemos enfrentar primero los más simples y menores por ejemplo el tejido al hacer alfombras u otras manualidades donde los hilos son entretejidos en diferentes patrones, en ellos prevalece el orden. Castro (Volumen 11 número 1, diciembre 1995). Descartes e Ideas Matemáticas, en Reportes sobre Investigaciones en Etnomatemáticas. Recuperado en: <http://web.nmsu.edu/~pscott/isgems111.htm>

## **5.2. La Simetría en los Tejidos**

El motivo de nuestra investigación es examinar la simetría que está implícita en los diseños de los Tejidos elaborados a Callua y en Telar, por algunos tejedores de la zona de Porcón, Cajamarca.

Desde la matemática, estudiaremos algunos de los diferentes diseños que reproducen en sus obras los tejedores de Porcón. En los tejidos los artistas representaban su realidad, pero más allá tuvieron un amplio campo de acción en el lenguaje de la configuración de una geometría más o menos compleja y abstracta, o también en la decoración.

Alsina, et. al. (1989, p. 74), sostienen que la idea de simetría de una figura plana, “está ligada a la idea dinámica de descubrir cómo se genera la totalidad de la figura al aplicar transformaciones adecuadas a un trocito de la misma”.

Asimismo, Franquemont, F, et. al (1992) consideran el concepto de simetría, más profundo basado en la repetición rítmica de una figura de acuerdo con determinadas reglas. La base es una célula, que es un objeto, imagen, sonido o incluso una idea que resulta fundamental y sostienen que esta célula puede reproducirse en una dimensión para formar una banda o friso o en dos dimensiones para cubrir el plano de una superficie; también distinguen cuatro

operaciones simétricas como: Traslación, Reflexión, Rotación, Reflexión y Deslizamiento.

Franquemont, F, et. al (1992) manifiestan: “Los matemáticos han demostrado que las formas posibles de elaboración son finitas.” (p. 51.)

En nuestro análisis, consideramos el “motivo” o también “módulo” que es la célula básica o el trocito que se repite. Analizamos en el diseño, sus propiedades simétricas respecto a un eje vertical, horizontal u oblicuo, la simetría respecto a un punto y simetría con deslizamiento.

### 5.2.1. Las simetrías en algunos tejidos

**Figura 165.** La simetría en algunos tejidos



Fuente: Fotografías. (a) Tejido en casa de María Z. (17 de abril de 2012), (b) En casa de Gaspar (marzo de 2012), (c) En casa de Cristina (1 de marzo de 2012)

Para nuestro estudio de las simetrías en los diseños de los tejidos de Porcón, consideramos dos motivos principales basados en Carlson (2010), y su interpretación del simbolismo en antiguos tejidos peruanos. Los motivos son **El agua y La Tierra**.

El **Leimotiv** es un símbolo compuesto por dos símbolos básicos que significan: La ola (agua) y los andenes (tierra), este símbolo “muestra una expresión comprensible y tiene comprensiones óptimas a la configuración artística, especialmente en el campo textil”. Carlson (2010, p. 8).

Esta configuración vincula la vida y cosmovisión con los motivos de los tejidos. El leitmotiv se encuentra en casi todos los tejidos especialmente de carácter religioso y se puede interpretar muchas representaciones en ellos.

Carlson (2009), expresa que sobre los contenidos esenciales de los motivos que pertenecen al arte de los antiguos tejidos peruanos, existen muy pocas explicaciones y afirma que desde la época Chavín hasta la de los incas ellos se pueden interpretar mediante el Leitmotiv.



**Figura 166. Leitmotiv**



Fuente: Carlson, U. (2010, p. 8)

- Primer motivo, referido a los andenes, (Tierra):



- El segundo, a las olas del mar (Agua);



En nuestro estudio consideramos también algunos motivos como:

- “Flor de Tuyo”, que se refiere a la naturaleza, representando una planta cajamarquina, muy trabajada especialmente en las fajas.
- “Quengo” o Kengo, que es un diseño en zigzag, que representa los canales de Cumbe Mayo.
- “Catequil”, Dios del Rayo; divinidad cajamarquina por su naturaleza.
- “Cruz del Sur”, “Estrellas”, otros.

En los diseños hechos en estos tejidos distinguiremos el elemento individual o figura que mediante repeticiones forma el diseño y lo llamamos motivo.

En cada diseño presentado, realizamos dos análisis:

1. Una mirada a la CULTURA. Lo que representa el motivo y significado de la figura.
2. Una MIRADA MATEMÁTICA. Más allá de la percepción visual (“hay que mirar mucho para llegar a ver” (Antoine de Saint Exúpery, en Alsina 1997, p,27):
  - 2.1. Análisis matemático individual de cada diseño, de las simetrías que lo caracterizan.
    - a) Teniendo en cuenta sólo la forma prescindiendo de los colores
    - b) Considerando forma y color. De acuerdo con el marco teórico descrito en el capítulo II correspondiente Base matemática (Lima, 1996), y Helffgot (1991), Tabla 10.

2.2. Análisis de los grupos de frisos en los diseños, conforme al marco didáctico descrito en el capítulo II referido a la Base Didáctica según Alsina (1997, 1998), Balbuena (2000. 2003), Albers, et al (1999), Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1999), para clasificar los resultados.

En cada diseño, buscamos el módulo (Geometría Sintética); con el que se puede construir una figura simétrica o también en un proceso inverso, la figura se puede desconstruir y llegar al módulo para verificar simetría.

Materiales: Regla, compás, transportador.

Para todos los casos, emplearemos regla sin graduar y compás, siguiendo el método de la Geometría de tiempos clásicos. Geometría Sintética (Helfgott 1991, p. 233).

**Tabla 10**

*Pautas para el análisis matemático de los diseños estudiados*

<b>PROCESO</b> <b>CASOS</b>	<b>Base Matemática, Lages Lima Capítulo II</b>	<b>Tener en cuenta Elementos de la Simetría</b>	<b>Qué hacemos, Instrumentos.</b>
Simetría en torno de un punto o Simetría Central.  Para Simetría con rotación de $180^\circ$	Ejemplo 3  Pg.16	Punto medio.  Ángulos opuestos por el vértice.  Caso de congruencia de triángulos.	Determinar punto medio.  Determinar segmento. Uso del compás.  Medir los ángulos.  Uso del transportador
Simetrías en torno de una recta o Simetría Ortogonal  Para Simetría respecto a un eje	Ejemplo 4  Pg.17	Mediatriz.  Pie de la perpendicular, punto medio.  Dos puntos en el mismo lado de la recta o en lados opuestos.  Segmentos paralelos, triángulos rectángulos, puntos de intersección, medianas, bisectriz.	Construcción griega de la mediatriz de dos puntos.  Uso del compás.
Simetrías con deslizamiento	Ejemplo 7 Pg. 24	Simetría axial, Vectores, Paralelismo, Traslación.	Trazo de mediatriz, determinar simetría ejemplo II, y determinar vector no nulo, para trasladar.

Fuente: Elaboración propia.

## TEJIDO 1: REPRESENTACIÓN DE LOS ANDENES (TIERRA)

### 1. Mirada Cultural:

Presencia de las escaleras en los tejidos: El uso de escaleras está vinculado con la representación de andenes, actividad agrícola y culto a la tierra.

**Figura 167.** *Cojín cuadrado*



Fuente: Fotografía de alfombra (2012)

Motivo 1: TIERRA	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
<p><b>DESCRIPCIÓN</b></p> <p>En la cordillera de los Andes, se implementó un sistema de Andenes para el cultivo de productos, ya que carecían de terrenos planos.</p> <p>El motivo que representa a los andenes, forma parte del símbolo antiguo llamado Leitmotiv en donde se representan las olas del mar y los andenes.</p> <p>El diseño forma también una cruz que representa la Chakana, símbolo escalonado que expresa la Cruz del Sur; tiene numerosas significaciones simbólicas rituales del andino.</p> <p>Milla, C. (1983): "Sí, desde épocas muy tempranas existía un culto sofisticado a la Cruz del Sur y un conocimiento matemático y astronómico adelantado..." (p.62).</p>	



Este diseño también lo aplican en tapices y alfombras, caminos de mesa, etc.

Observaciones generales del diseño en un cojín.

**Características:**

El cojín mide 40 cm x 41cm, considera un borde aproximado de 2 a 3 cm en todo el contorno del diseño. El diseño mismo mide 34, 5 cm x 35 cm.

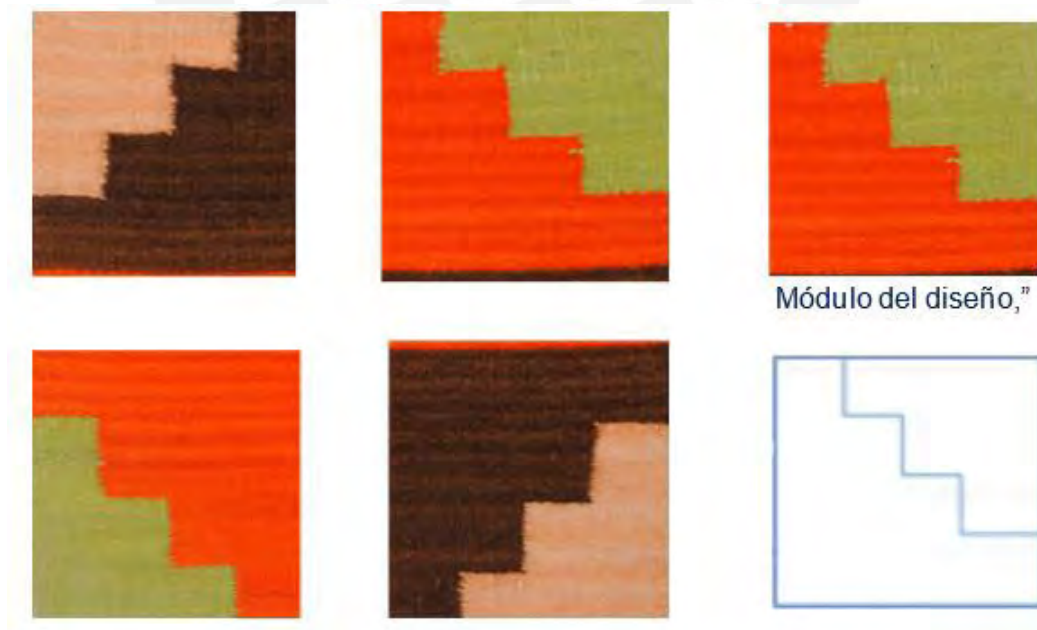
El diseño presenta cuatro colores, en una combinación de marrón, naranja, verde y rosa pálido.

Tiene la forma geométrica de un cuadrado, que es unificado por cuatro módulos de la misma área y presentan el diseño individual de escalera, se combinan en dos pares, matizados naranja con verde y marrón con rosa y se unen alternando y manteniendo los colores marrón y naranja en la figura central.

En este Motivo 1, la textura que se observa es uniforme pero no suave debido a la lana con la que se ha confeccionado, que es de ovino.

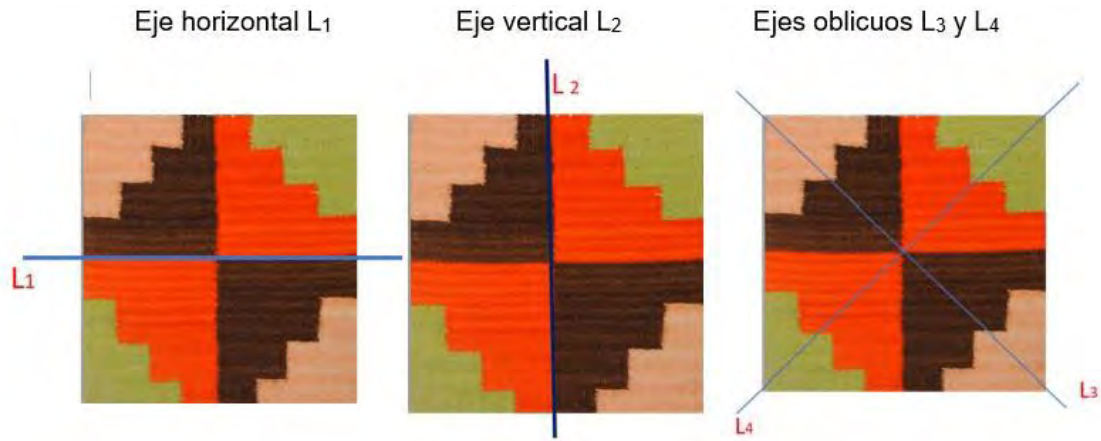
**2. Mirada Matemática:**

**Figura 168. Diseño 1 y Módulo**



Fuente: elaboración propia.

**Figura 169.** Ejes que se observan

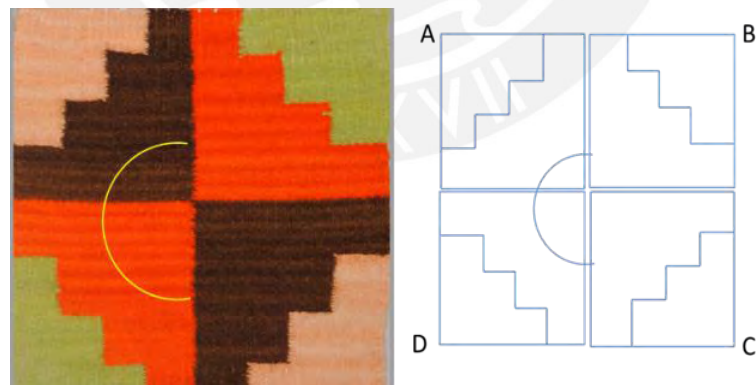


Fuente: Elaboración propia.

Los colores ilustran que las simetrías respecto a L3 y L4 pueden verse como rotaciones de  $180^\circ$ , teniendo como punto fijo el centro del cuadrado.

Además de las simetrías axiales ya mencionadas, la figura tiene un centro de simetría que es el centro del cuadrado. Es decir, tiene simetría respecto a un punto o simetría central (Giro alrededor del centro, ángulo de rotación de  $180^\circ$ ).

**Figura 170.** Diseño 1 y espectro



Fuente: Fotografía 2012.

Vamos a verificar las simetrías que presenta este diseño.

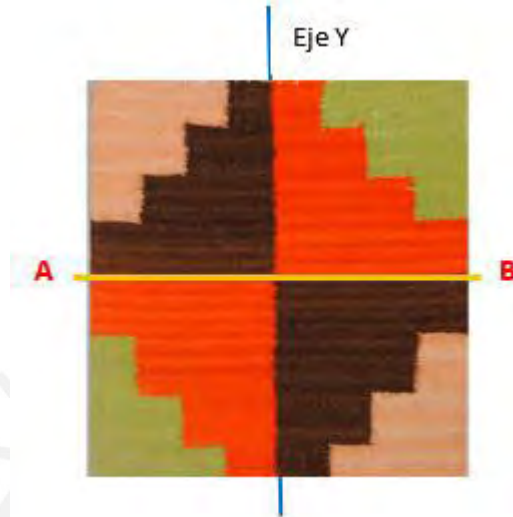
### 2.1. Estudio del diseño

#### Simetría vertical - Respecto al eje "Y"

**a. Por forma**

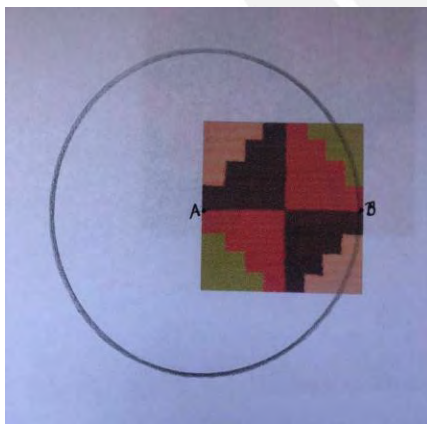
Construimos la mediatriz con regla y compás, construcción griega de la mediatriz:

i) Ubicamos en la figura, los puntos extremos A y B, segmento  $\overline{AB}$ .

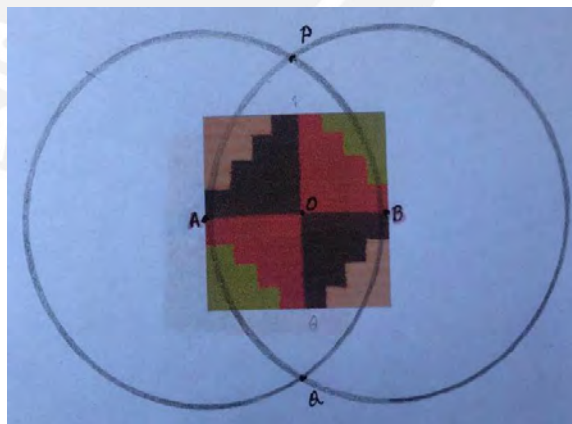


ii) Trazamos una circunferencia con centro en A y radio AB, del mismo modo, trazamos otra circunferencia con centro en B y el mismo radio AB.

**Figura 171. Simetría Vertical eje Y**



(ii)

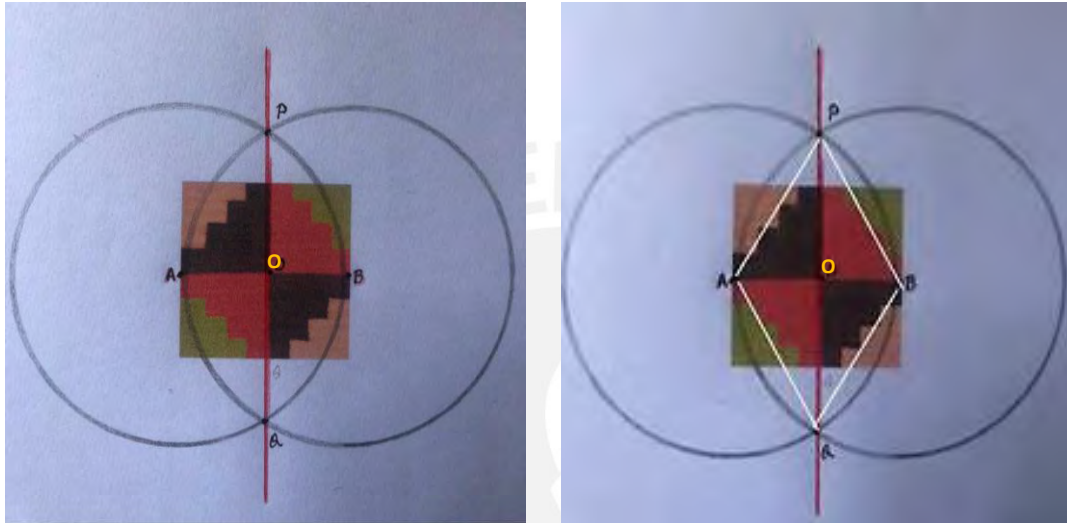


(iii)

Fuente: Fotografía febrero de 2015.

iii) Consideramos P y Q los puntos de intersección de ambas circunferencias, unimos estos puntos mediante un segmento. Como  $PA = PB$ , (radios), aseguramos que P pertenece a la mediatriz. Del mismo modo, como  $QA=QB$ , Q también pertenece a la mediatriz. Los puntos P y Q, determinan la recta PQ. Esta recta, constituye la Mediatriz del segmento AB.

**Figura 172. Simetría eje Y**



Fuente: Fotografía febrero de 2015.

iv) Como podemos verificar, la recta PQ, divide a la figura en dos partes iguales a su derecha e izquierda, constituyendo un eje de simetría vertical.

Observamos que esta construcción, evidencia también la forma Vesica Piscis.

El proceso de encontrar la mediatriz es un primer paso para la demostración que la figura es simétrica, pues mediante la mediatriz, podemos determinar los elementos que configuran la simetría en este diseño:

Elementos observados de la simetría

Pie de la perpendicular: punto O, O es punto medio de AB.

Triángulos rectángulos POA y POB; QOA y QOB.

Triángulo PAB, y triángulo QAB, coingruentes, caso LLL.

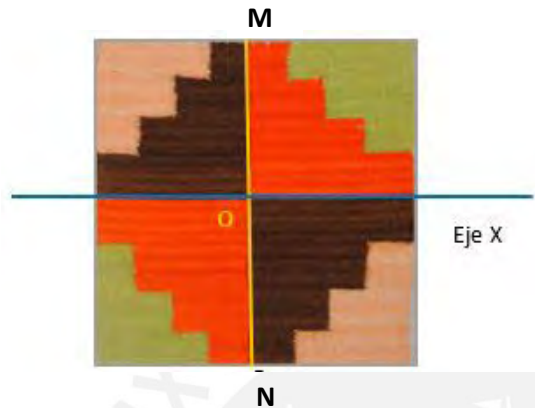
PQ, es mediana de los triángulos PAB y QAB, y bisectriz de los ángulos P y Q.

Luego, el diseño tiene simetría vertical PQ.

**b. Por forma y color, no presenta simetría axial vertical.**

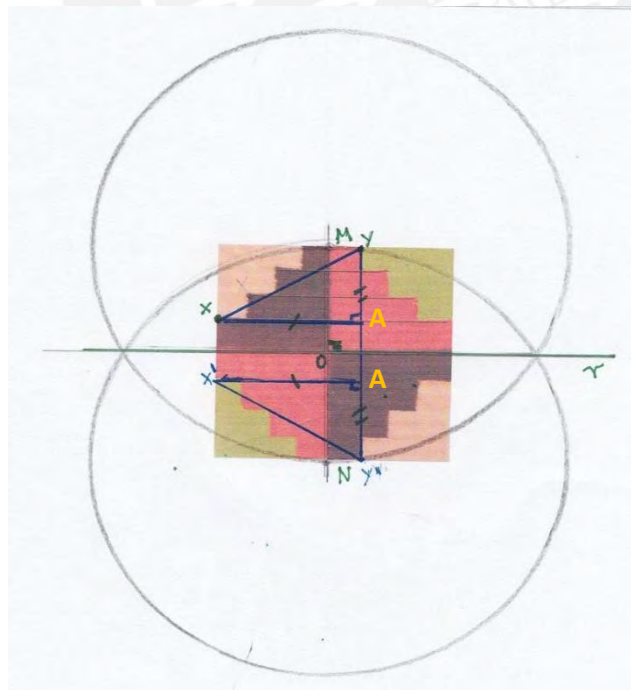
### **Simetría horizontal- Respecto al eje "X"**

**a. Por forma**



Para determinar el eje de simetría horizontal, ahora los puntos extremos se toman en el eje Y; porque queremos determinar si el eje X, es también mediatriz.

Procedemos de acuerdo al ejemplo 4, primer caso, en Lima, E (2006), página 17.



Previamente, hemos asegurado que "r", sea mediatriz, con el método griego.



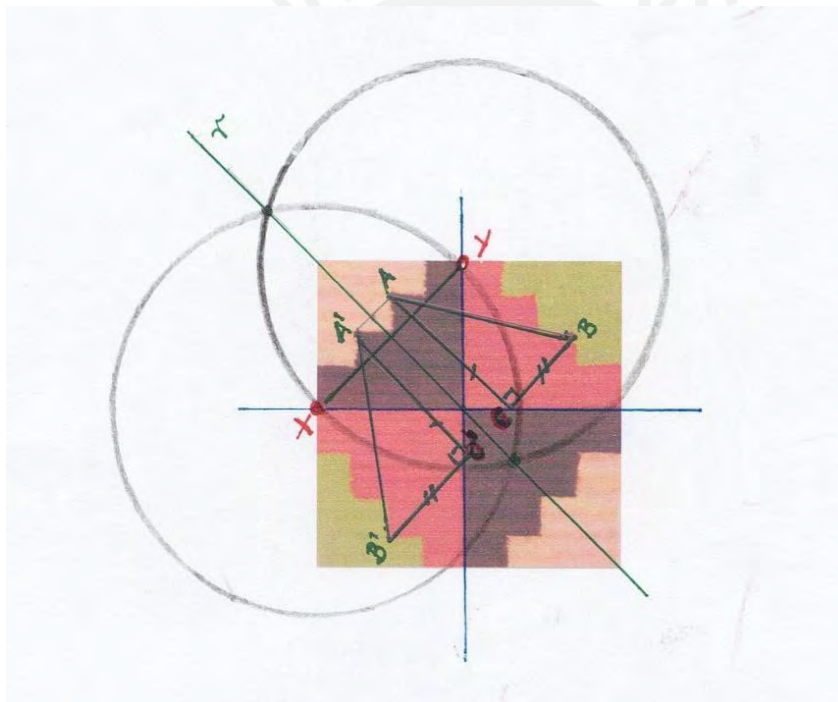
- i) Señalamos X e Y, del mismo lado de la recta en el plano  $\Pi$
- ii) Trazamos segmentos  $\overline{XA}$  y  $X'A'$ , paralelos a "r", con A y A', sobre YY'.
- iii) Los triángulos rectángulos  $\triangle XAY$  y  $\triangle X'A'Y'$ , tienen los catetos con la misma longitud, es el caso de congruencia de triángulos LAL, por tanto, las hipotenusas también son iguales. Esto es  $XY = X'Y'$

Existe una simetría horizontal, por forma, es decir respecto al eje X.

**b. Por forma y color**, este diseño no presenta simetría horizontal.

**Simetría respecto a una diagonal.**

**a. Por forma.**



En este caso, consideramos la diagonal del diseño cuadrado, tomamos dos puntos extremos de la figura y trazamos la mediatriz que coincide con la diagonal.

Y procedemos determinando dos puntos en el mismo lado de la diagonal. Ejemplo Lima, E. (2006), página 17.

- i) Determinamos A y B; A' y B', por simetría respecto a "r", midiendo distancia perpendicular a ella.

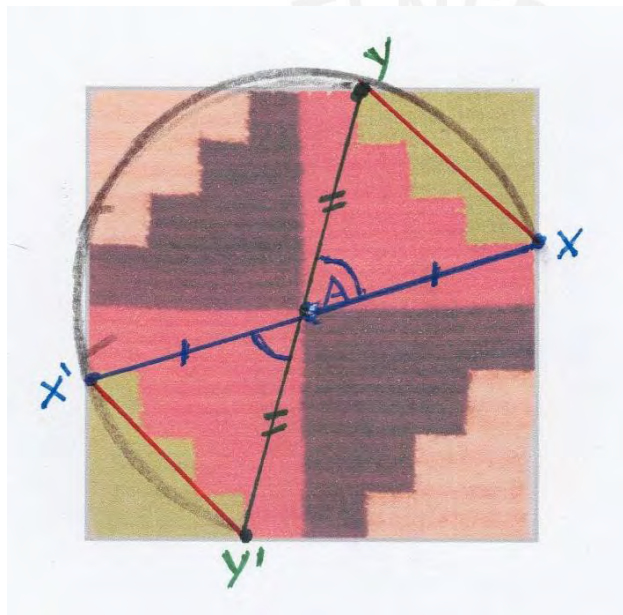
- ii) Trazamos los segmentos  $\overline{AO}$  y  $\overline{A'O'}$ , paralelos a "r", con O y O', sobre BB'.
- iii) Los triángulos rectángulos  $\triangle AOB$  y  $\triangle A'O'B'$ , tienen dos lados homólogos iguales y el  $\sphericalangle$  entre ellos igual, mismo caso anterior de congruencia de triángulos, LAL, entonces la hipotenusa también es igual. Por tanto:

Por forma, Existe simetría respecto a la diagonal.

- b. **Por forma y color**, este diseño tiene simetría respecto a una diagonal.

**Simetría respecto a un centro "O".**

- a. **Por forma**



De acuerdo al ejemplo 3, de Lima, E. (2006, p. 16):

En la figura consideramos un punto A central y un punto X extremo. Con el compás medimos  $\overline{AX}$  y con punto fijo en A, trazamos un arco hasta ubicar X', simétrico de X respecto al punto A.

A, punto medio del segmento de recta  $\overline{XX'}$ .

Para verificar que es una simetría, basta ver que, dado X, Y; pertenecientes al plano  $\pi$ , los triángulos  $AXY$ , y  $AX'Y'$  son congruentes.

$\overline{AX} = \overline{AX'}$ ;  $\overline{AY} = \overline{AY'}$ ; y los ángulos  $XAY$ ,  $X'AY'$ , son opuestos por el vértice.



Luego  $XY = X'Y'$ .

Este giro respecto al centro "A", nos permite afirmar que hay una rotación de  $180^\circ$ .

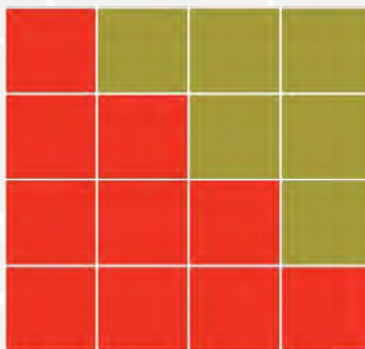
Elementos importantes que se presentan en esta simetría, característica matemática del diseño: Punto medio, ángulos opuestos por el vértice, congruencia de triángulos, caso LAL.

b. **Por forma y color**, este motivo Andenes, si presenta simetría central.

**Nota adicional:** Otros elementos matemáticos que se presentan en este diseño:

Si miramos las regiones verde y roja, en la Figura observamos, que el verde visualiza rectángulos de área 1, 2, 3 unidades cuadradas. Así, ~~toda~~ el área verde es  $(1+2+3)$  unidades cuadradas.

**Figura 173.** Caso particular de Igualdad de Números triangulares



Fuente: Elaboración propia.

Similarmente, la región roja, es  $(1+2+3+4)$  unidades cuadradas.

Si llamamos  $T_n = 1+2+\dots+n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ , y observamos que el área total del cuadrado es  $4^2$ , tenemos  $T_3+T_4 = 4^2$

Que es un caso particular de la conocida igualdad para los números triangulares:

$$T_n + T_{n+1} = (n + 1)^2$$

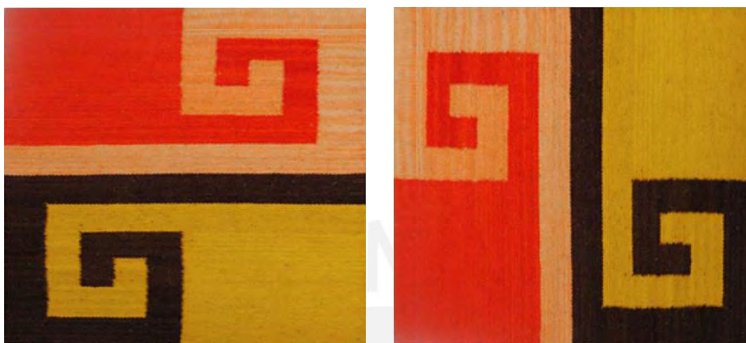
En general, este diseño corresponde a un patrón que es el cuadrado, y las simetrías descritas anteriormente, en general son isometrías. En este primer diseño estudiamos simetrías y considerando además de la forma también el color, solamente tiene simetría respecto a su centro O.

## Tejido 2: REPRESENTACIÓN DE LAS OLAS DEL MAR (AGUA)

### Mirada cultural:

Presencia de las olas del mar en los tejidos, representa las lluvias para la agricultura

**Figura 174.** *Cojin cuadrado, tejido Olas del mar*



Simetría respecto a un centro

Fuente: Fotografía del tejido.

Motivo 2: AGUA	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
	
<p style="text-align: center;"><b>DESCRIPCIÓN</b></p> <p>La ola es una expresión única de energía.            Tiene importancia en la vida y evolución de los humanos.            Sentimos atracción por el mar, pero ¿De donde vienen las olas?, ¿Cómo se forman?            Culturas mas cercanas a la costa trazaron un vínculo mas cercano al mar; era el complemento de su incipiente agricultura y la cultura Cajamarca, se relacionaba con la cultura Chimú y Lambayeque. El mar aportó poder, es un componente importante en la cosmovisión de los antiguos peruanos.</p>	

## Estructura

Un cuadrado dividido en dos rectángulos de la misma área.

En cada rectángulo, se presenta la ola, como se muestra en la siguiente imagen:



La textura de este tejido que representa las olas del mar es uniforme y está elaborado con lana de ovino, por lo que no es suave. Los colores de las olas son negro y ámbar. La ola negra tiene fondo de color mostaza y la ola ámbar tiene fondo color anaranjado. En este tejido, se visualiza en el diseño, una división horizontal por el punto medio de su lado, que divide en dos mitades al conjunto.



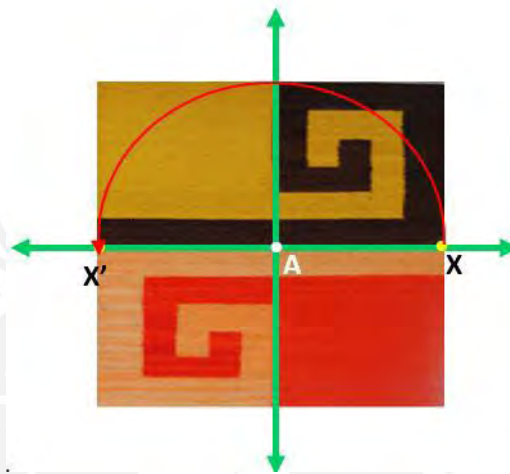
También se puede dividir en cuatro partes o cuadrantes de la misma área donde se puede observar que el diseño del cuadrante superior derecho se repite en el cuadrante inferior izquierdo.

## Mirada Matemática

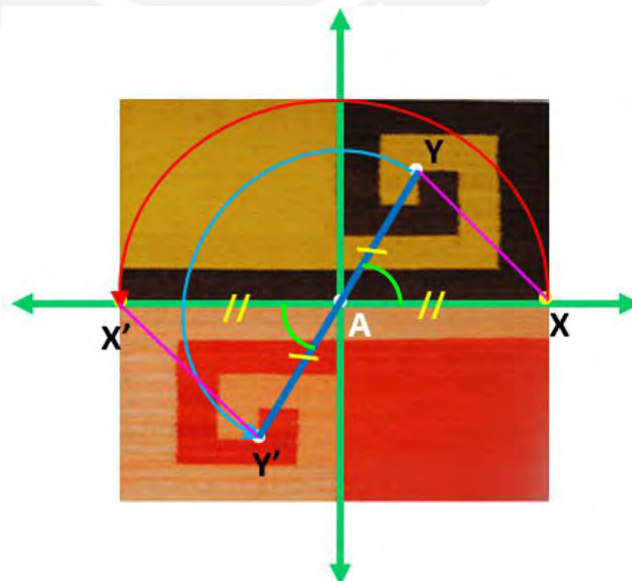
Para comprobar este caso, consideramos el ejemplo 3 de Lima, E. (1996, p. 16) de congruencia de triángulos.

En la figura señalamos:

- 1) A, punto central,
- 2) Consideramos un punto X del diseño
- 3) Con el compás, medimos AX y giramos con punto fijo A, un ángulo de  $180^\circ$  determinando X', simétrico de X.



- 4) Podemos afirmar que A es punto medio de  $\overline{XX'}$ , (por construcción). Este elemento también se puede determinar mediante la mediatriz.
- 5) Tomamos otro punto Y determinando Y', como en el punto 3.
- 6) Podemos decir que A es punto medio de  $\overline{YY'}$ .



Los triángulos  $AXY$  y  $AX'Y'$  son congruentes, pues:

$\overline{AX} = \overline{AX'}$ ;  $\overline{AY} = \overline{AY'}$ ; los ángulos  $\angle XAY$ ,  $\angle X'AY'$ , son opuestos por el vértice,

$\Rightarrow \overline{XY} = \overline{X'Y'}$ ,

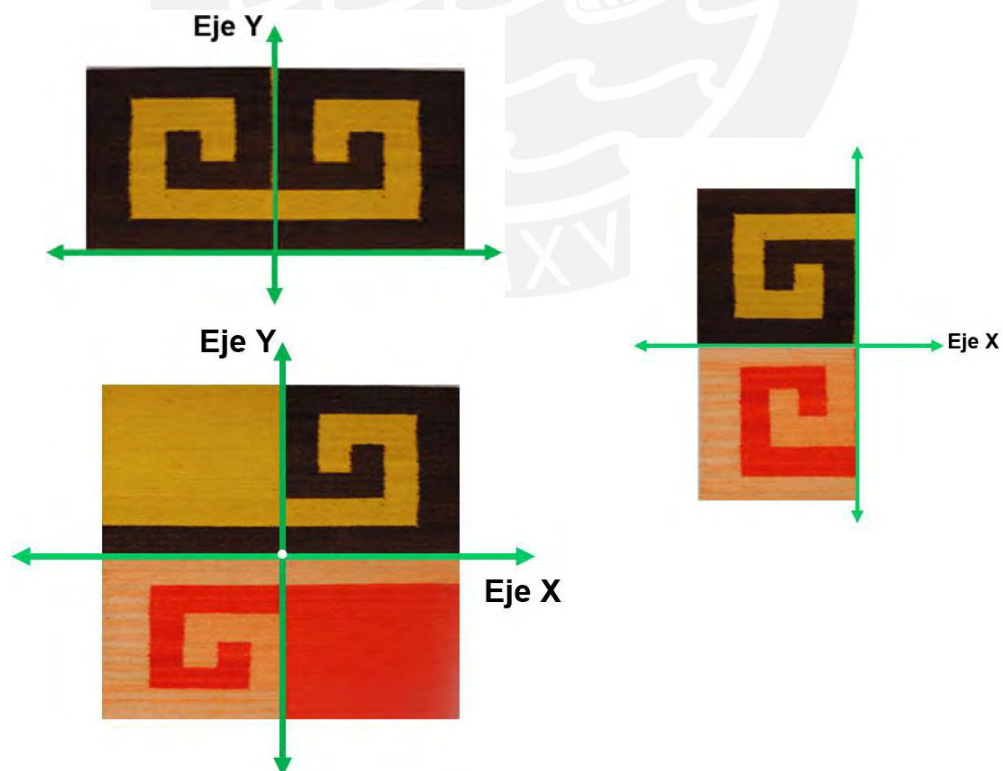
Lo que constituye una Simetría en torno de un punto o simetría central.

Gráficamente y considerando un Sistema de coordenadas cartesianas y solamente la forma del diseño realizamos el siguiente proceso:

Trazamos el simétrico del diseño del I cuadrante, en el II cuadrante respecto al eje vertical "Y". Realizamos del mismo modo la simetría del diseño del II cuadrante, en el III cuadrante, respecto al eje horizontal "X".

Hemos realizado dos simetrías axiales, dos movimientos que corresponden a un giro total de  $180^\circ$ , observamos en este cuadrante, que la forma del diseño se ha completado.

Es decir, dos simetrías axiales sucesivas del mismo diseño corresponden a una simetría central. Lo vemos en las siguientes imágenes



### .Tejido 3: CATEQUIL

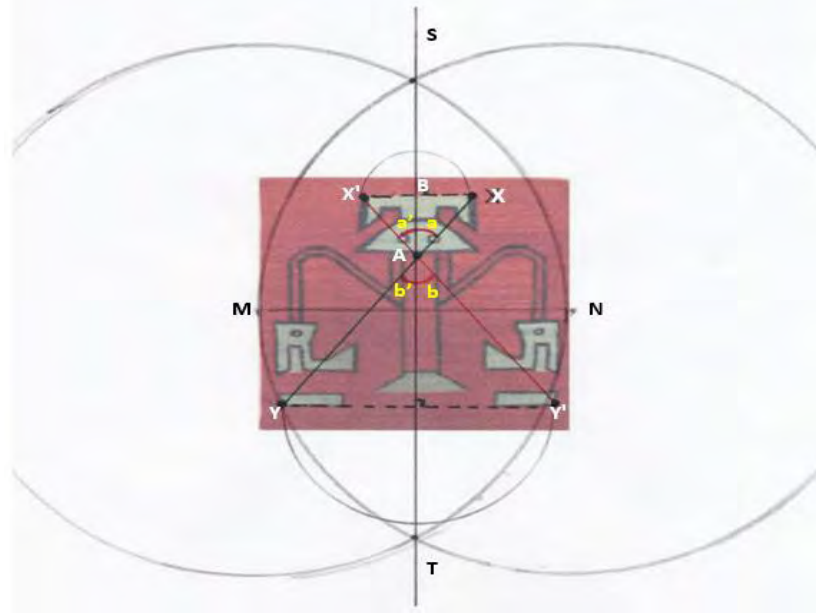
Mirada Cultural: Divinidad a quien hacían ofrendas y sacrificios para que llueva y procure la agricultura.

Motivo 3: CATEQUIL	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
	
<p style="text-align: center;"><b>DESCRIPCIÓN</b></p> <p>Fue la divinidad principal de los Cajamarcas, dios del “Rayo”.</p> <p>Este culto es desde las épocas remotas y se representaba como un personaje que lleva una honda en cada mano con las que producía rayos y truenos.</p> <p>En los ritos que se hacían en su honor se ofrecían sacrificios de llamas. Con las lluvias fuertes en Cajamarca se producen truenos y muchos rayos, siendo esto motivo de alegría porque las lluvias hacen bien para la agricultura.</p>	

Es un cojín cuadrado de medidas 34cm x 37 cm. (La diferencia, es debido a costura al cerrar); tejido en lana de oveja color marrón, logrado con tintes naturales como el aliso; la imagen al interior, de color verde.

Se observa simetría respecto a una vertical, lo que demostramos a continuación, mencionando sus elementos y procesos de acuerdo a nuestra base matemática Lima, E (2006):





Elementos de la simetría: Mediatriz  $ST$ , segmento  $\overline{MN} \perp \overline{ST}$ .

Punto  $X$ , simétrico  $X'$ ; punto  $Y$ , simétrico  $Y'$ . punto  $B$ , intersección de  $\overline{XX'}$ ; punto  $A$ , intersección de  $\overline{XY}$  con  $\overline{X'Y'}$ .

Ángulos  $\angle a$ ,  $\angle a'$  opuestos por el vértice a los ángulos  $\angle b$ ,  $\angle b'$ .

Nos guiamos del Segundo caso de Simetría en torno a una recta, Lima, E. (2006, p. 18).

Los triángulos rectángulos  $ABX$  y  $ABX'$ , tienen el cateto  $AB$  en común y  $\overline{BX} = \overline{BX'}$  por tanto sus hipotenusas tienen la misma longitud:  $\overline{AX} = \overline{AX'}$

Del mismo modo,  $\overline{AY} = \overline{AY'}$ . Por tanto, los triángulos  $AXX'$  y  $AYY'$ , son isósceles., por consiguiente, sus medianas son bisectrices  $a=a'$ ,  $b=b'$ .

Además,  $a=b'$  por ser ángulos opuestos por el vértice.

Entonces,  $a+a'=b+b'$ . Como  $b+b'$  es el suplemento del ángulo  $\angle XAY'$ , asimismo  $a+a'$  es también el suplemento de  $\angle X'AY$ . Luego  $X'$ ,  $A$  e  $Y'$ , son colineales.

Por tanto:  $\overline{X'Y'} = \overline{X'A} + \overline{AY'} = \overline{XA} + \overline{AY} = \overline{XY}$

Lo que demuestra la simetría vertical.

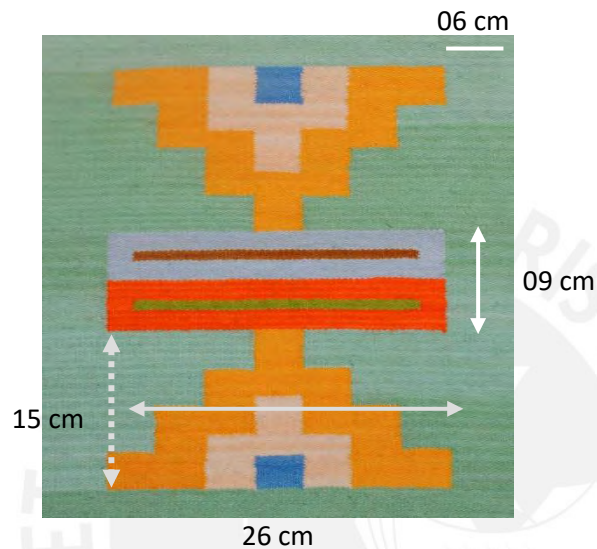
El diseño Catequil, tiene simetría vertical por forma y por forma y color.



#### Tejido 4: DOS ANDENES

Este tejido es un cojín cuadrado; pero el diseño más bien es rectangular, consta de dos andenes tejidos donde se manifiesta el efecto espejo de uno en el otro, dividido por dos franjas centrales horizontales entre ellos, como haciendo equilibrio.

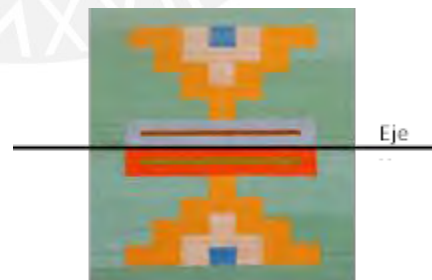
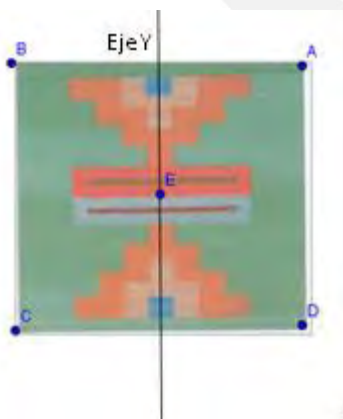
Confeccionado con hilo de ovino, el tejido es parejo; sin embargo, es áspero.



Observamos que el diseño por su forma presenta simetría vertical, horizontal y central, considerando forma y color solamente tiene simetría vertical.

Simetría Vertical

Simetría Horizontal



La demostración es para cada caso, de acuerdo a los ejemplos de Lima, E. (2006)

### Tejido 5: CUATRO FLORES

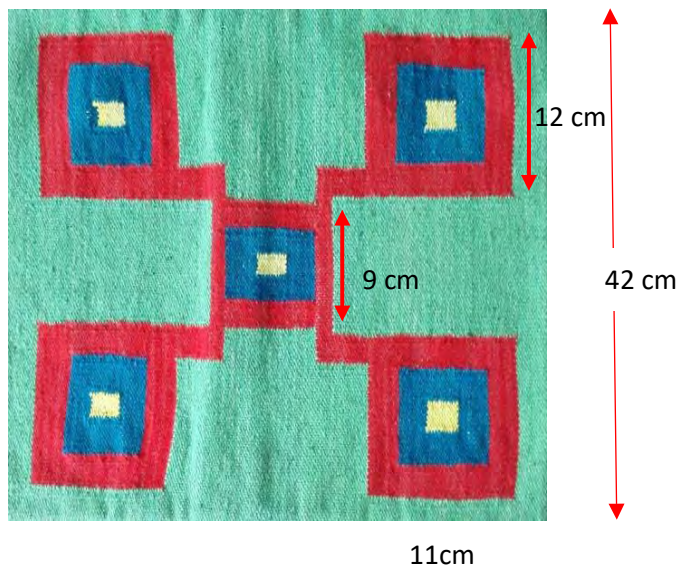


Este cojín, igualmente elaborado con lana de ovino, está formado por cuatro flores de contorno en forma geométrica de rombo escalonado y cada flor, tiene, en su interior, tres rombos sucesivos que la completan.

Tiene simetría solamente por forma, vertical, horizontal y central.

### Tejido 6: CINCO CUADRADOS

Este tejido corresponde a un cojín, cuadrado de 42 cm largo y 39 cm de ancho, y mostramos en el diseño las medidas aproximadas. La diferencia es posiblemente por el lado donde está la costura de cierre del cojín. Está confeccionado de hilo de ovino por lo que no es suave, aunque sí, es parejo.



El tema que se ve son cuatro rectángulos ubicados en las esquinas, formados cada uno, por una banda rectangular de color rojo, luego en el interior de cada banda otra banda rectangular de color azul, y al interior de esta banda azul, un cuadrado amarillo relleno todo el rectángulo. Estos cuatro rectángulos, están como sostenidos, fijados por un cuadrado central también de borde rojo; en su interior una banda cuadrada azul y “rellenando” este cuadrado que es como un núcleo, un cuadrado amarillo.

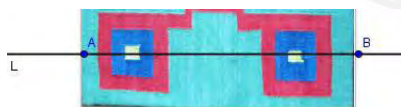
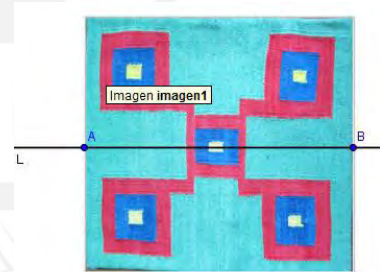
Este diseño, tiene simetría vertical, horizontal, y simetría central. Dos ejes de simetría.

Cada rectángulo que lo conforma, tiene a su vez, simetría vertical, horizontal y central.



Simetría vertical



Simetría horizontal



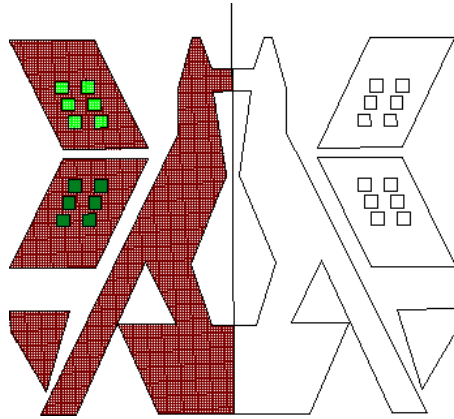
## Tejido 7: EL CÓNDOR

Motivo 7: EL CONDOR	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
	
<p style="text-align: center;">DESCRIPCIÓN</p> <p>Cóndor de los Andes, es una de las aves más representativas del Perú y su cultura incaica, así se pueden apreciar muchos tejidos en donde simbolizan a esta ave.</p> <p>Lo representan especialmente en tejidos de alforjas.</p> <p>Vecino y limítrofe a Porcón, se encuentra el centro arqueológico Kuntur Wasi “Casa del Cóndor”, en la provincia de San Pablo.</p>	

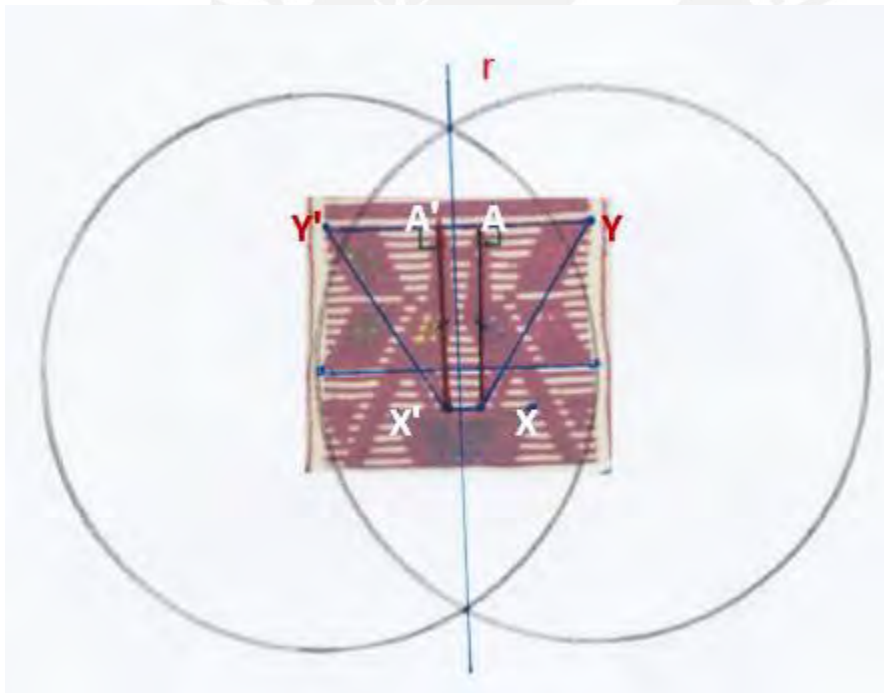
### Alforja tejida con la figura del Cóndor de los Andes



**Figura del tejido:** Se aprecia una simetría con respecto al eje de simetría vertical, para formar la figura del tejido.



Verificamos conforme Lima, E. (2006, p. 18). Primer caso de ejemplo 4, considerando solamente el diseño. Mismo proceso que demostrar simetría horizontal del primer motivo.




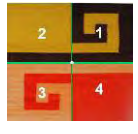

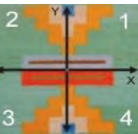

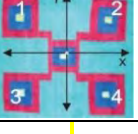
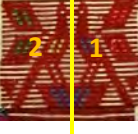
Este diseño tiene simetría con respecto al eje vertical.

Anotamos los resultados en la siguiente tabla:



Tabla 11

Resumen de Simetrías en los diseños seleccionados

Resumen del análisis del diseño		POR FORMA				POR FORMA Y COLOR			
		Simetría axial			Simetría central	Simetría axial			Simetría central
		Respecto al eje Y	Respecto al eje X	Respecto a una diagonal		Respecto al eje Y	Respecto al eje X	Respecto a una diagonal	
1 "andenes"		si	si	si	si	no	no	si	si
2 "olas"		no	no	no	si	no	no	no	no
3 "catequil"		si	no	no	no	si	no	no	no
4 "Dos andenes"		si	si	no	si	si	no	no	no
5 "CUATRO FLORES"		si	si	no	si	no	no	no	no
6 "CINCO CUADRADOS"		si	si	no	si	si	si	no	si
7 "EL CONDOR"		si	no	no	no	si	no	no	no
TOTAL		6	4	1	5	4	1	1	2

Fuente: Elaboración propia



## ESTUDIO DE FRISOS

En el análisis de cada Friso, consideramos la figura N° 67 de la página 91

### Tejido A: REPRESENTACIÓN DE LA FLOR DE TUYO en Fajas

Figura 175. Flor de Tuyo



Motivo A: FLOR DE TUYO	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
	
<p>DESCRIPCIÓN</p> <p>La flor de Tuyo crece en la jalca cajamarquina. Su nombre común, es Tuyo zorrillo, de la familia bromeliaceae, Es hermosa y colorida, color que utilizan mucho en sus tejidos. Los habitantes de la jalca están arraigados en las raíces de su tierra, en su ambiente y su forma de vida que les da salud, tranquilidad y armonía. Es su medio en donde se desarrollan y tienen una diversidad de plantas medicinales. De la Flor de Tuyo, utilizan la planta entera, para curar la gastritis y la úlcera del estómago, conocimientos y sabiduría ancestral de las propiedades de sus plantas.</p>	

Esta faja rectangular mide 2,18 m. de largo 5,6 cm. de ancho total; pero el ancho del diseño en sí es 4,6 cm. El diseño es visto por un sólo lado, “su derecho”.

Está tejida con material de fábrica, que llaman “hilo de chompa”, y no tiene



asperezas. Dos colores de hilo, fucsia para la flor y blanco para la trama; en los bordes pone color amarillo y naranja. A lo largo de la faja hay 52 diseños completos; cada diseño tiene 4 cm de largo.



Observamos que tiene un eje horizontal, luego hemos ubicado el motivo unidad base.

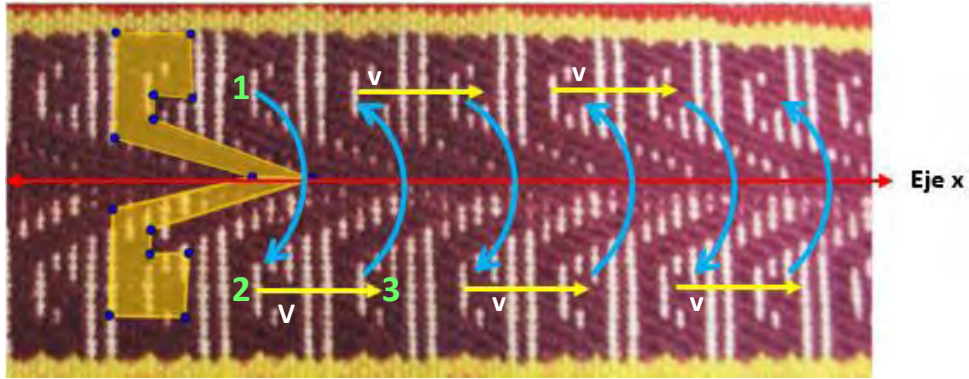


Vemos que el motivo se repite sobre la recta L, a intervalos iguales.



Analizamos en la flor, la simetría:

Presenta simetría horizontal, respecto al eje X,  
Y Luego traslación; es decir, simetría con deslizamiento.

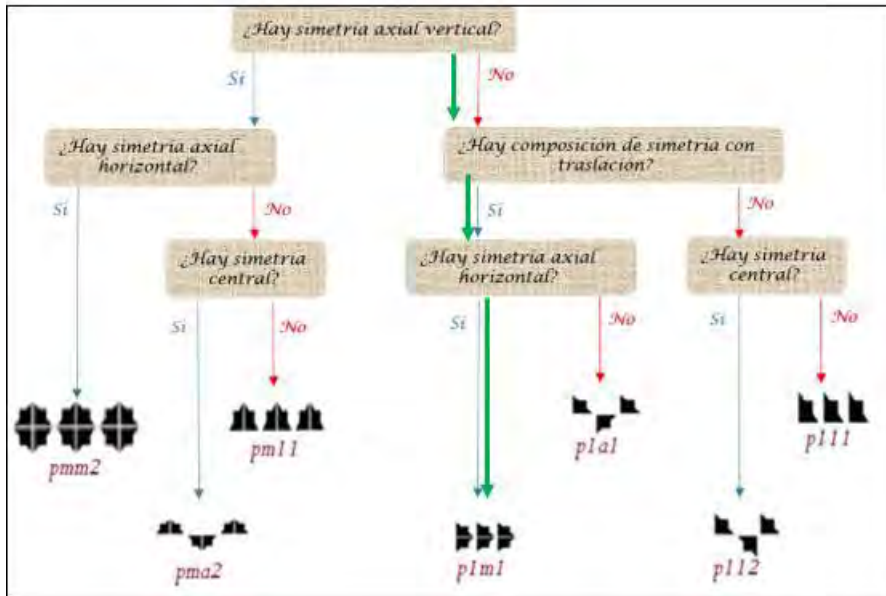


Tenemos el vector

$v = \overrightarrow{AB}$ ; y el Eje  $X // v$ , en el plano  $\pi$

El diseño, es el resultado de componer la simetría del diseño 1 con diseño 2, y la traslación del diseño 2 al diseño 3.

Entonces:



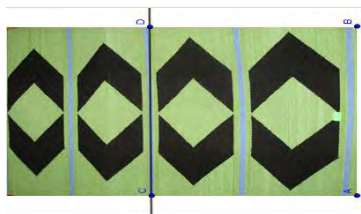
Flor de Tuyo, es un friso de clase p1m1

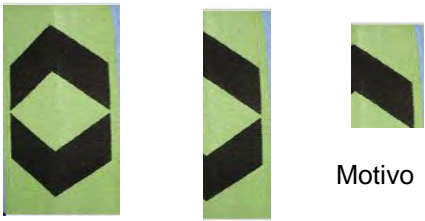
**Tejido B: REPRESENTACIÓN DE LOS KENGOS EN TAPICES.**



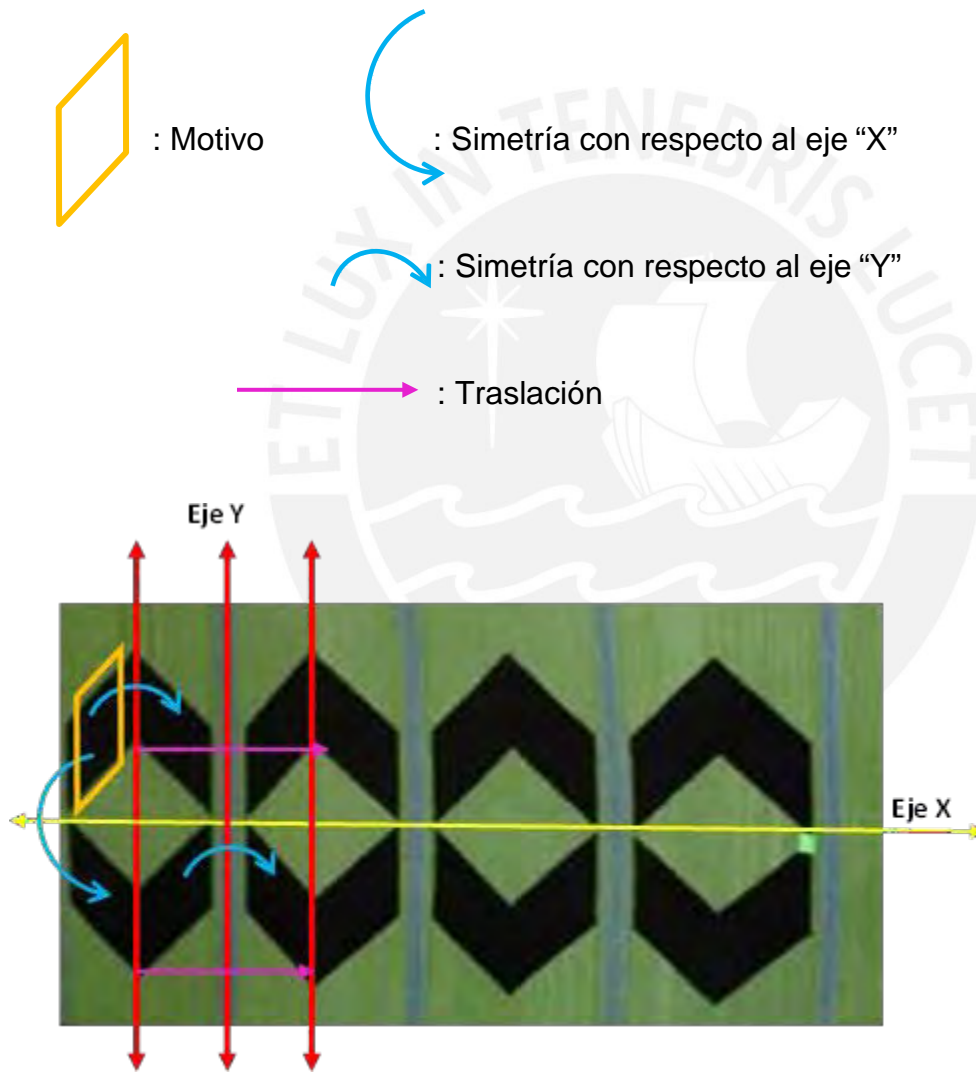
Motivo B: KENGOS	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
<p><b>DESCRIPCIÓN</b></p> <p>Este diseño representa los kengos de los canales de Cumbemayo, que es obra pre-inca. Por los canales fluye el agua y para que tenga conveniente velocidad construyeron codos en zigzag en su camino.</p> <p>Significa sobre todo el agua y la naturaleza que es un bien común.</p> <p>Se forma un coco cuando los dos kengos frente a frente, se encuentran.</p> <p>Los grupos mitimaes que vinieron del Ecuador, Chetilla y Porcón, aprendieron de la Cultura Cajamarca, a querer a su forma de vida, a su ambiente, aunque fueron humillados por lo que tenían sentimientos contradictorios.</p> <p>También significa para ellos, dos diferentes sentidos, derecha, izquierda y luego el encuentro en la unión de dos kengos donde se forma los cocos.</p>	

Buscamos el motivo

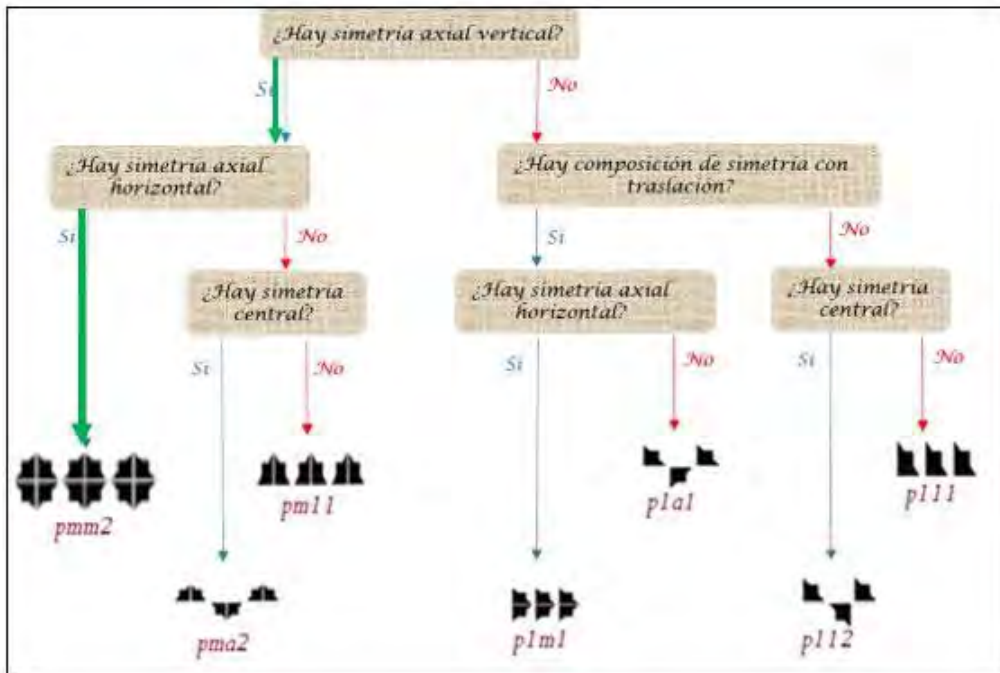




Este friso, tiene simetría vertical, horizontal y central.







Este friso es de clase pmm2

### **Tejido C: ALFOMBRA ZIGZAG**

Este friso es del mismo motivo zigzag, Kengos o Cocos

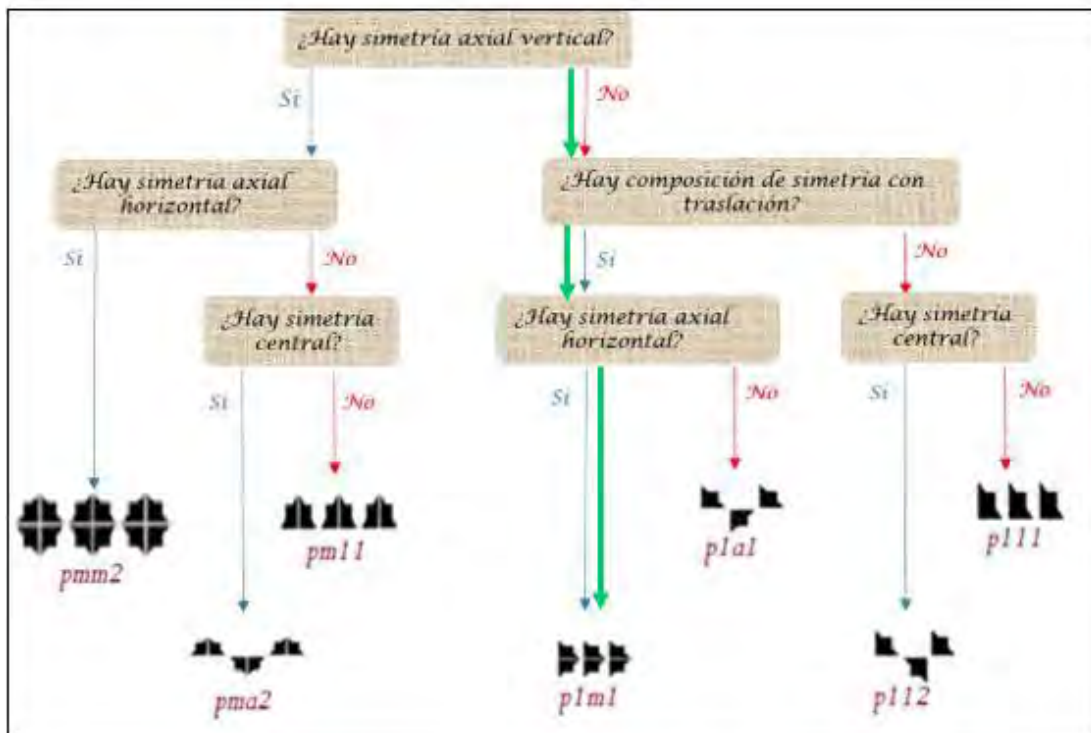


Haciendo una construcción con las características del tejido se tiene lo siguiente:



Se tiene una simetría horizontal, con respecto al eje "x"

Además se puede observar una traslación según el vector  $\vec{v}$  paralelo al eje X. Entonces se produce una simetría y una traslación dando como resultado una simetría con deslizamiento.



Entonces este friso es de clase p1m1.

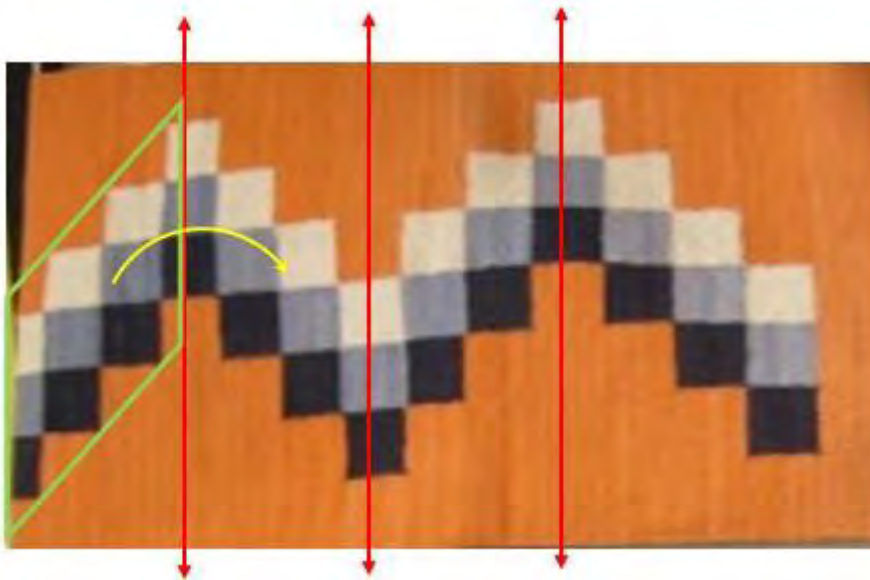
## Tejido D: ALFOMBRA ANDINA ZIGZAG



Otro tejido con el mismo motivo zigzag es esta alfombra andina en la cual varían los colores y la dirección diseño.

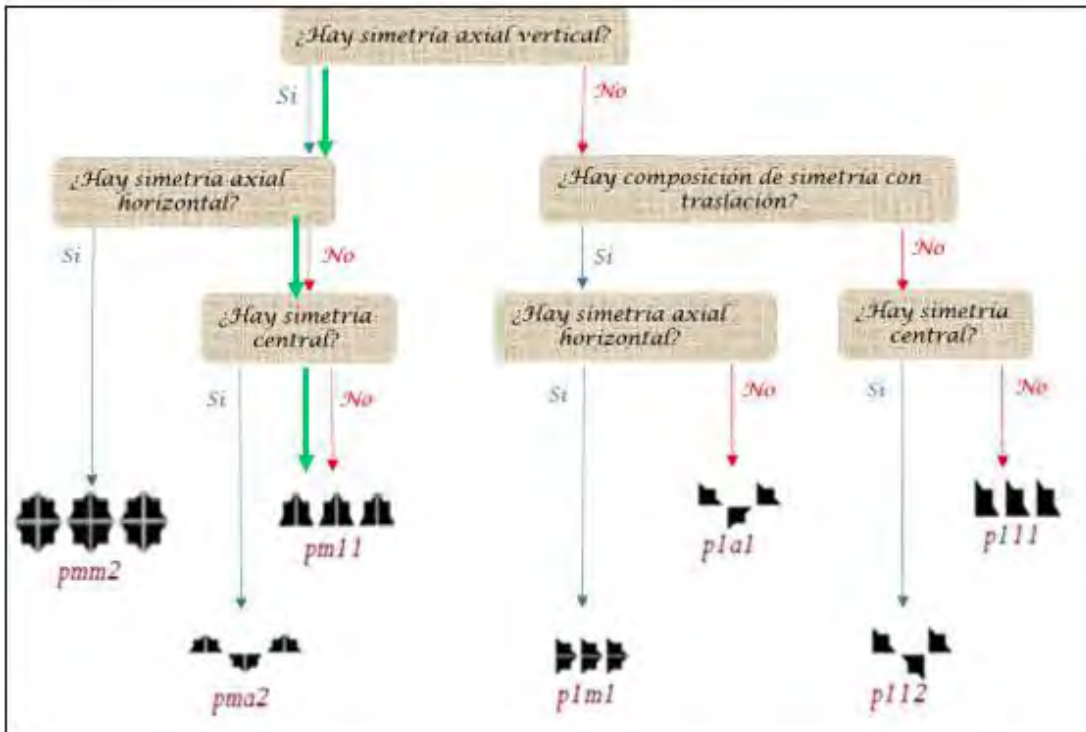
Simetría con respecto al eje "y"

Eje "y"



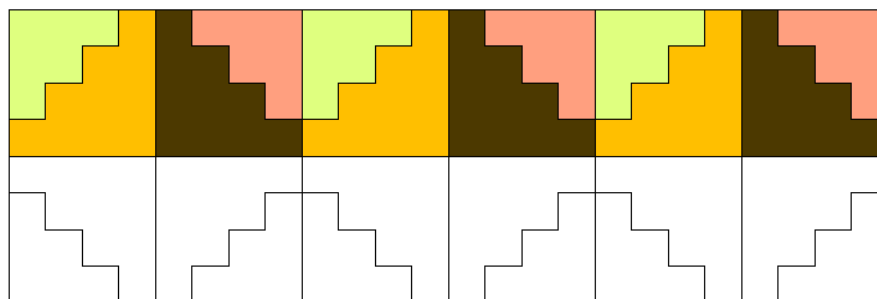
En este diseño se produce únicamente la simetría vertical.





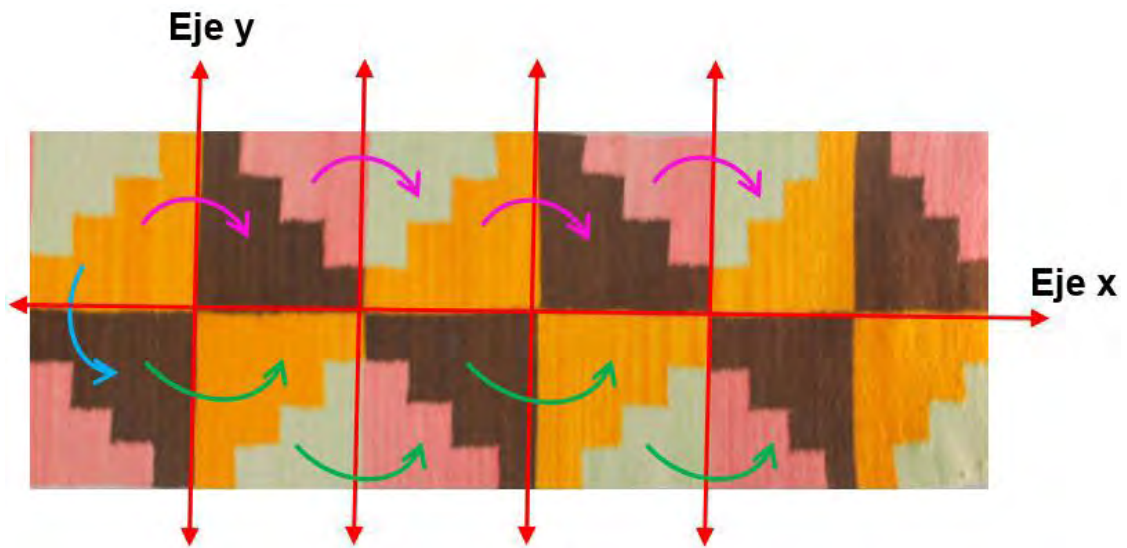
Entonces este friso es de clase pm11

**Tejido E: CAMINO DE MESA ANDENES**

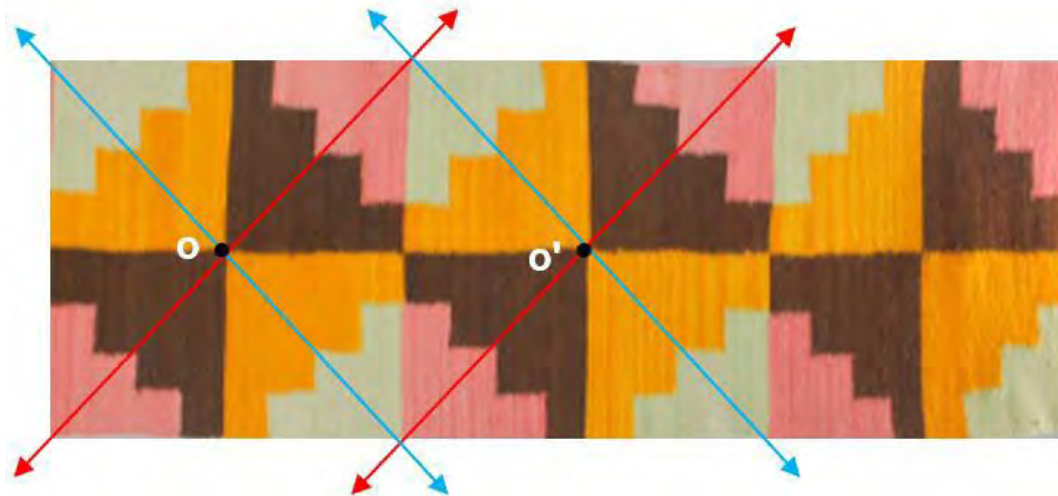


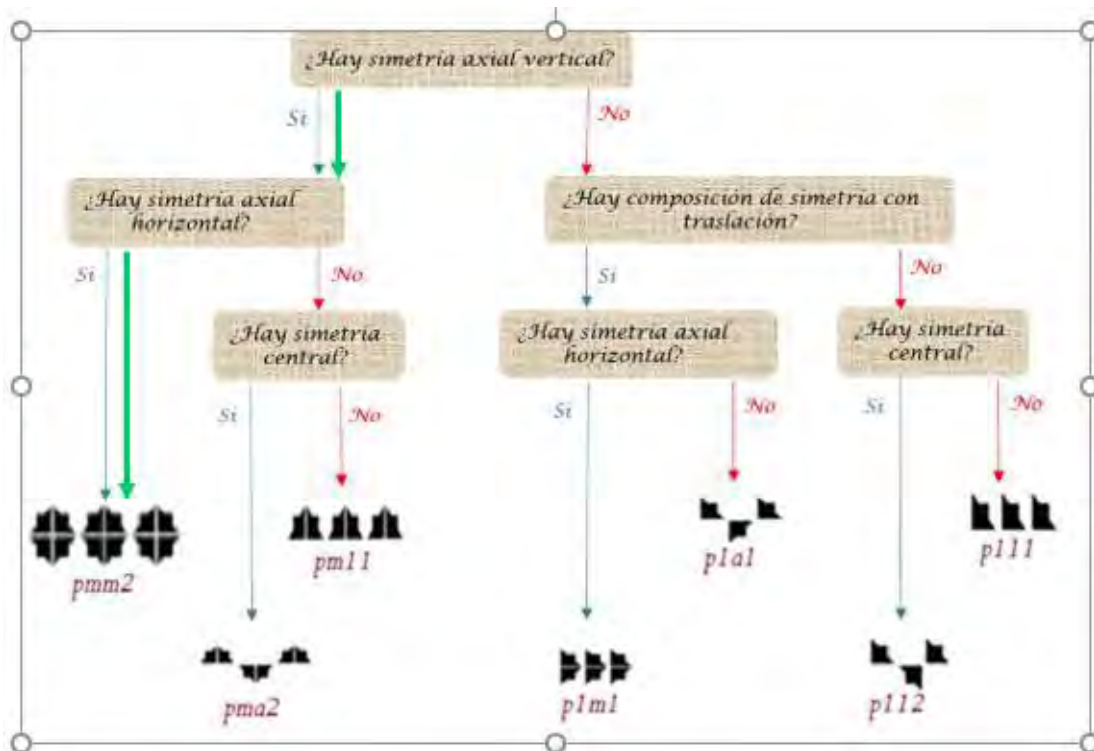
Este motivo es una sucesión del motivo andenes ya estudiado, por tanto:

El tejido presenta simetría con respecto al eje "x" y al eje "y"



También presenta simetría con respecto a una diagonal y respecto a un centro.





Por tanto, este friso Andenes es de clase pmm2

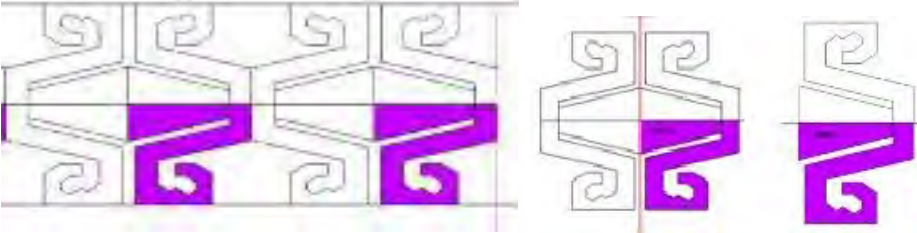
Tejido F: **FAJA CIEMPIES**



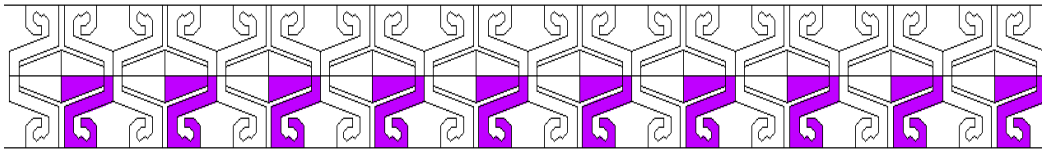
Motivo F: FAJA CIENPIES	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
	
<p><b>DESCRIPCIÓN</b></p> <p>Cienpiés. Animal miriópodo alargado con dos patas en los 21 anillos de su cuerpo. Los podemos encontrar en lugares húmedos y mojados.</p> <p>Son depredadores que se alimentan de otros invertebrados. Se encuentran sobretodo en primavera y en otoño, ya que en épocas del calor y de frío, entran bajo tierra para huir de estas temperaturas.</p> <p>Su nombre proviene del número de extremidades que posee (cien). El plural de ciempiés es invariable, ciempiés.</p> <p>Los habitantes de Porcón y otros lugares los conocen porque viven en las zonas húmedas junto a los "ojos de agua".</p>	

Este motivo inspira a algunas tejedoras para elaborar fajas rectangulares cuyas medidas son 2,18m de largo y 5,6cm de ancho mayormente elaboradas con hilo industrial.

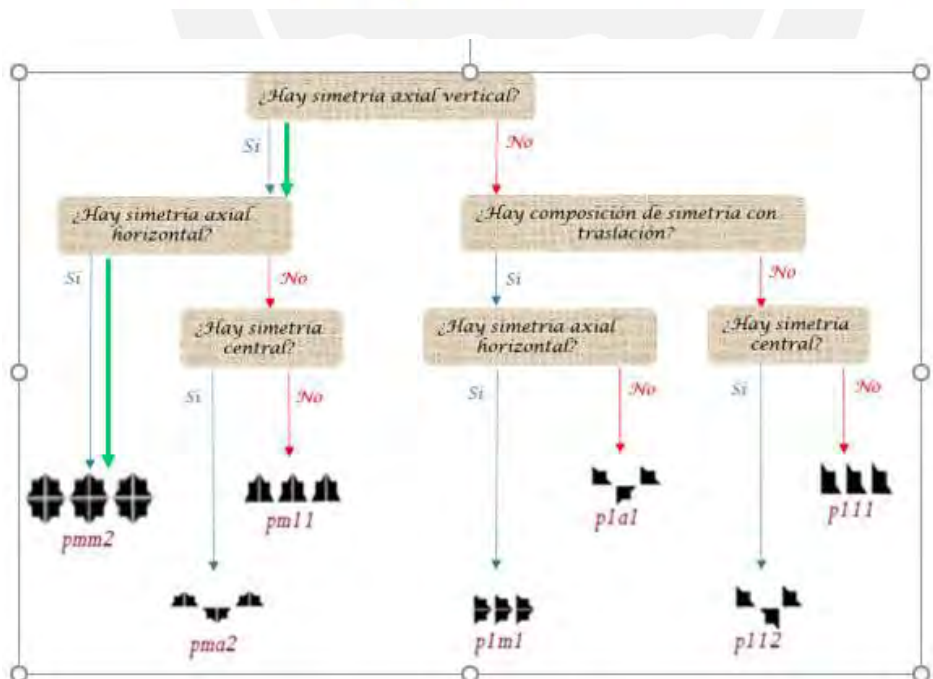
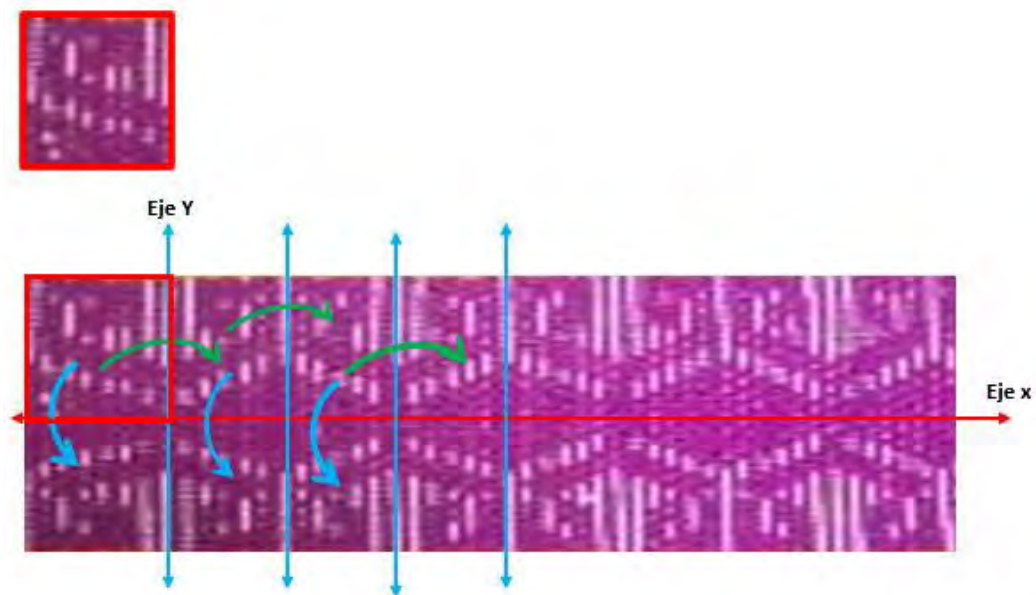
Encontramos el motivo en la simbolización del ciempiés.



## Formación del Friso en representación de los cien pies



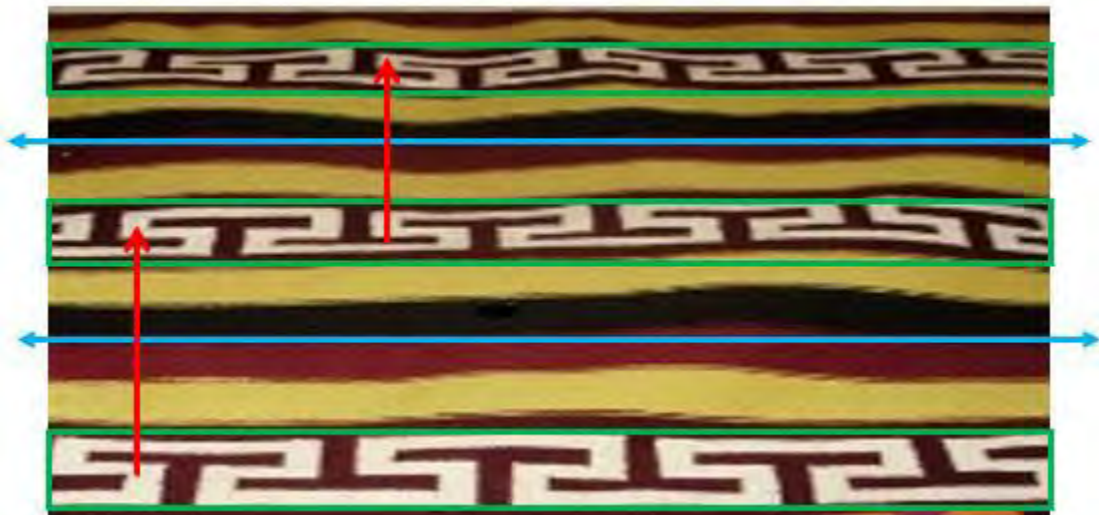
El tejido presenta una simetría axial con respecto al eje "x" y al eje "y"



Este friso de los cienpies es de clase pmm2



Tejido G: MANTA OLAS



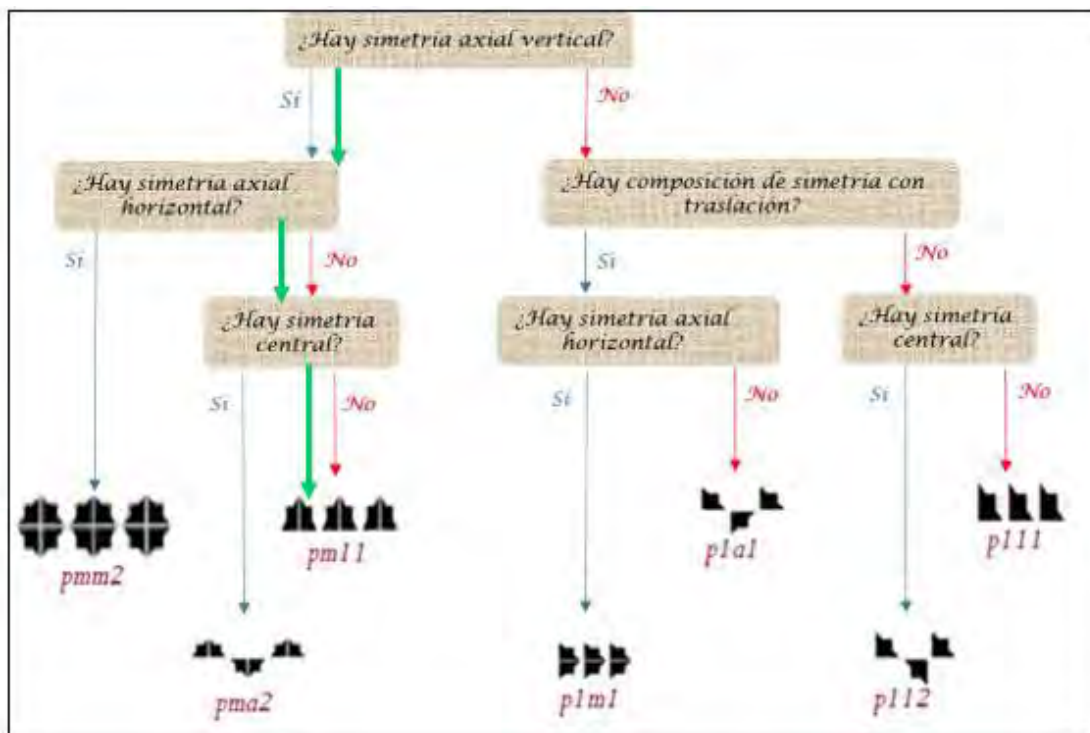
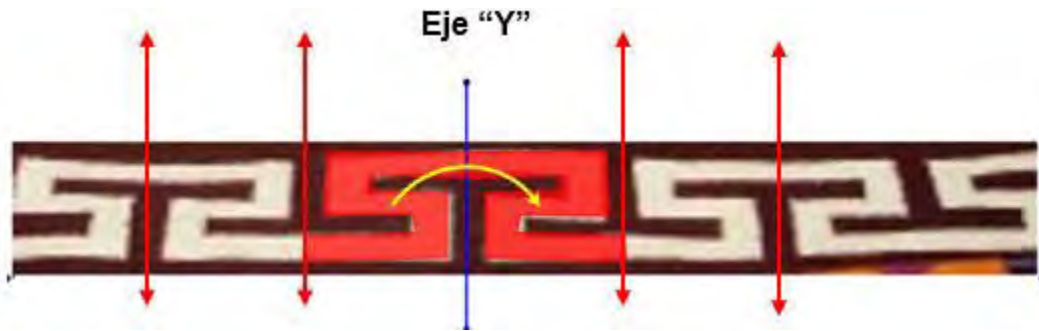
La manta se forma por una traslación vertical del siguiente friso



Analizamos el friso con el siguiente motivo:

En esta parte se observa una simetría con respecto al eje "y"

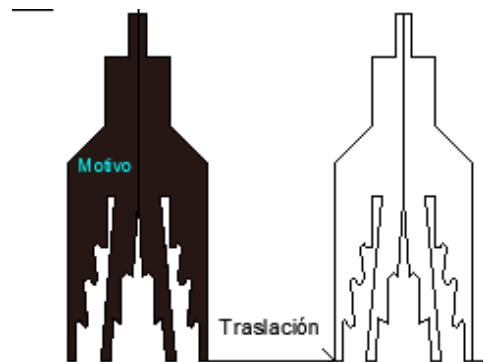




Por lo tanto, este friso es de clase **pm11**

## Tejido H: ALFOMBRA QUINDE

Motivo H: "QUINDE"	
REALIDAD	REPRESENTACIÓN
	
<h3>DESCRIPCIÓN</h3> <p>El Quinde es una de las muchas aves Cajamarquinas, como el Jilguero, Arrocero, Uchupispi, Tordo, Lorito, Indiofishgo, Palomita, Zorzal, Golondrina, Turrliche, el Huanchaco, entre otras. Los siguientes versos de Ibáñez, M. (2001, p.555), describen al Quinde.</p> <p>"Su nombre viene del quechua, aunque en el libro lo llaman colibríes o picaflores, pájaros que todos aman....</p> <p>Su pico es largo sorbete, tubito que chupa flores y con miel se alimenta néctar de varios colores."...</p> <p>Para los Cajamarcas, volar significaba un vinculo entre el cielo y la tierra; un estado espiritual de una forma elevada del ser.</p> <p>Este diseño, también transmite un poco de sincretismo religioso, porque representa las espigas que es una bendición de Dios, dicen, y que, en abundancia, los hombres olvidan volviéndose indiferentes y frívolos.</p>	



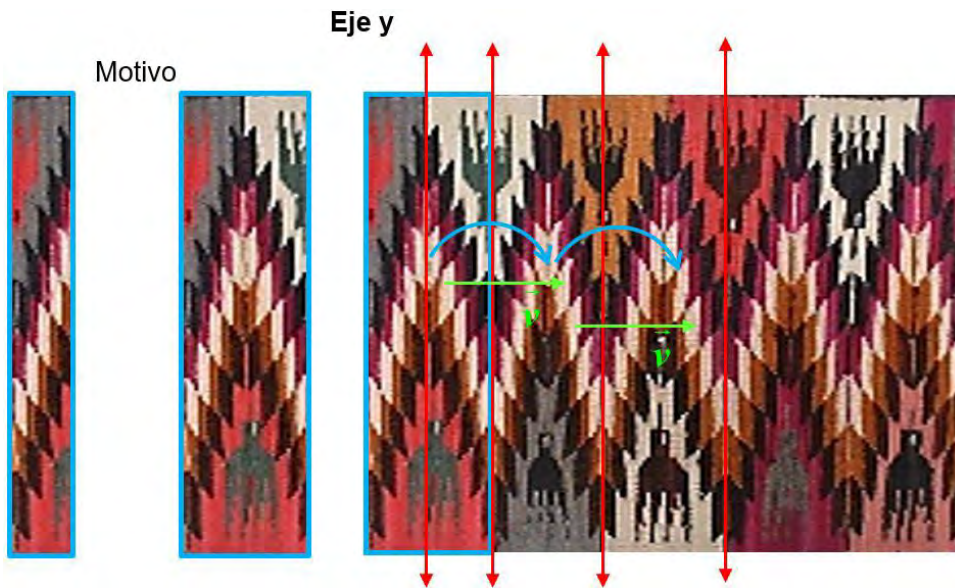
Simetría axial



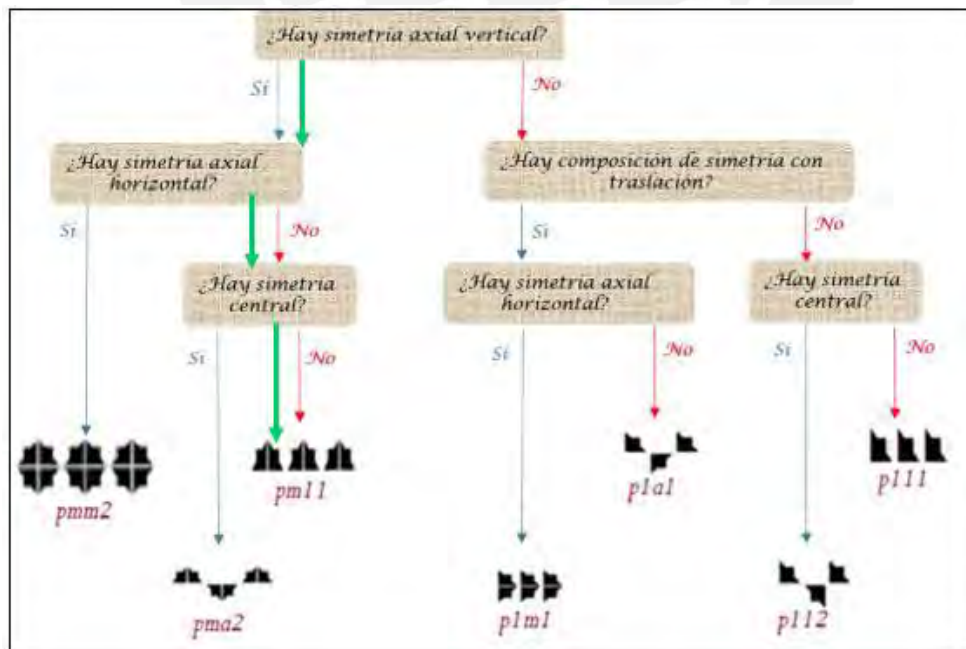
: Simetría por forma



: Traslación



Según el primer motivo indicado el diseño presenta simetría vertical. Es una composición de dos simetrías verticales dando como resultado una traslación.



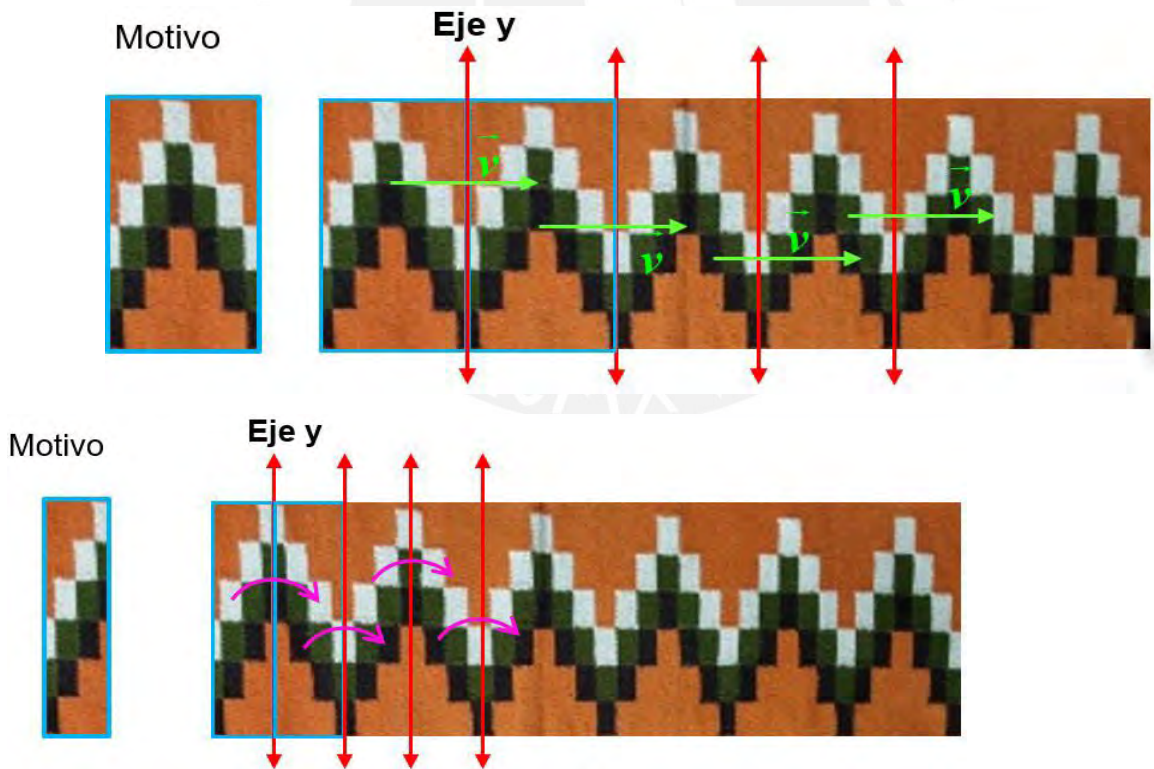
Por lo tanto, este diseño es de clase pm11

## Tejido I: TAPIZ ZIG ZAG

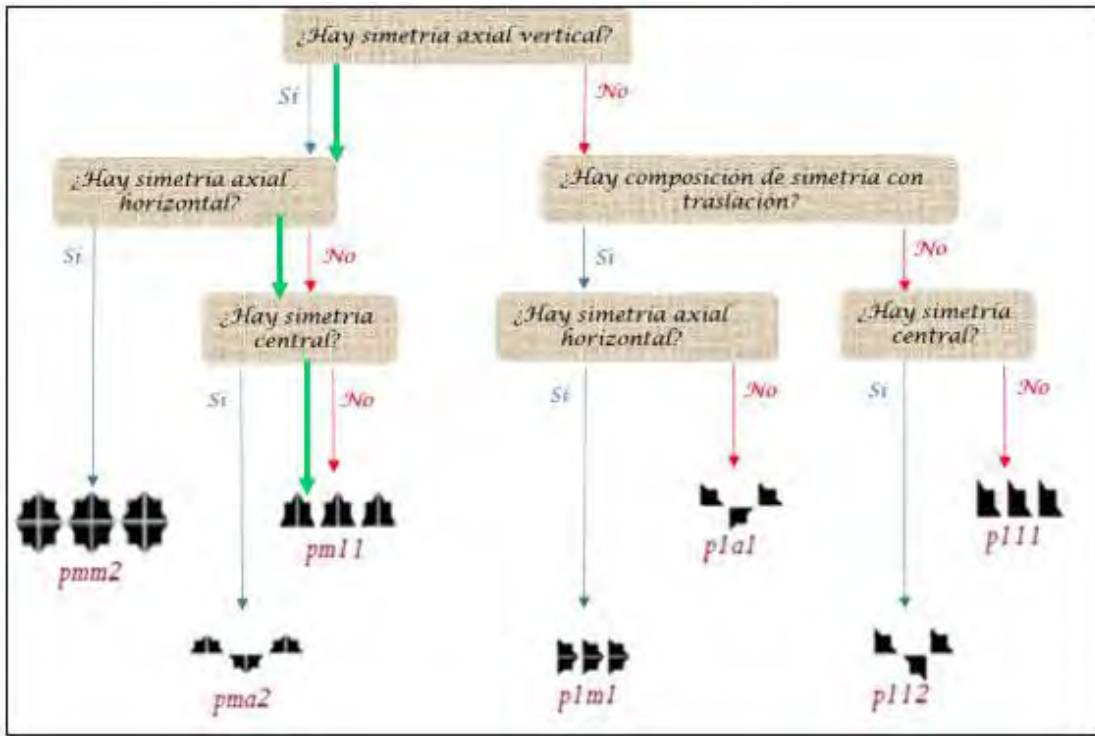


Este tapiz o alfombra tambien del motivo zigzag propio Cajamarquino tiene las siguientes medidas: Alto 100,08 cm y ancho 48,5cm

Esta alfombra con el motivo indicado presernta una simetría vertical. Conforma asi mismo una composición de simetrías verticales equivalentes a una traslación.







Por lo tanto, este diseño es de clase  $pm11$ .

Resumimos los resultados encontrados en los frisos:

Tabla 12

Resumen de Frisos en los diseños seleccionados

	FRISOS	CLASE		FRISOS	CLASE
A	<p><i>Faja Flor de tuyo</i></p> 	p1m1		<p><i>Faja Ciempies</i></p> 	pmm2
B	<p><i>Alfombra Kengo</i></p> 	pmm2	G	<p><i>Manta Olas</i></p> 	Pm11
C	<p><i>Alfombra Zig Zag</i></p> 	p1m1	H	<p><i>Alfombra Quinde</i></p> 	pm11
D	<p><i>Alfombra Andina Zig Zag</i></p> 	pm11	I	<p><i>Tapiz Zig Zag</i></p> 	pm11
E	<p><i>Camino de mesa Andenes</i></p> 	pmm2			

Fuente: Elaboración propia



### 5.2.2. La construcción de tejidos simétricos

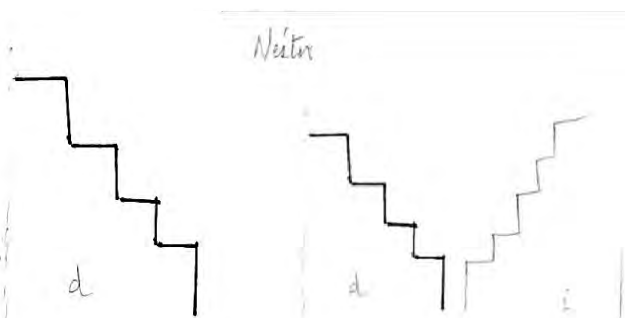
Perspectivas de los artesanos

Realizamos un ejercicio con los tejedores Nestor y Gaspar, para saber si tienen la percepción de simetría, sin pensar en sus tejidos.

Por separado, les solicitamos que dibujen una figura igual, al frente de la imagen dada; o como ellos llaman, “al otro lado” de ella.

Este es el dibujo de Néstor:

**Figura 176. Prueba Néstor**

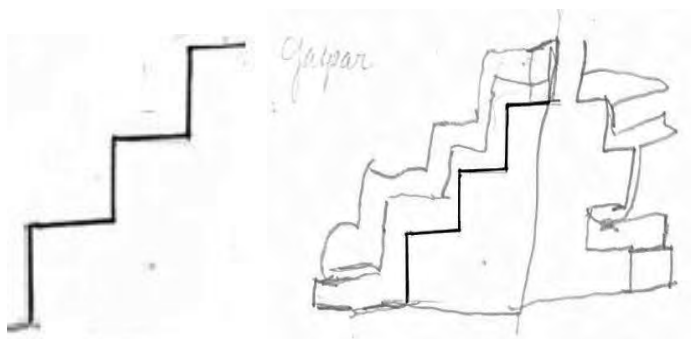


Fuente: Fotografía marzo de 2012.

Néstor intenta replicar la imagen que le presentamos, dibuja a la derecha de la imagen. Podemos observar que intentó hacerlo de una manera precisa posible, aunque hizo un escalón más.

Este es el dibujo de Gáspar:

**Figura 177. Prueba Gáspar**



Fuente: Fotografía marzo de 2012.

Gaspar, primero pasó el lápiz sobre el diseño propuesto como repasando, y luego fue a trabajar el del otro lado, se dio cuenta que no le salía y finalmente dijo “no sé escribir pue”

Ellos, nos dicen que en sus diseños hacen el dibujo “de su cabeza”.

### **MOTIVO 1: TEJIDO ANDENES: SENTIDO DE LA TIERRA**

**Figura 178.** *MOTIVO 1, Tejedor Gaspar Chilón*



Fuente: Fotografía mayo de 2012.

Gaspar Chilón, tejedor, explica que este motivo es de cuatro colores. Se trabaja con el color. Mide con su cuarta en el urdido, 23 cm que equivale a 22 pares de hilos y cuenta en el extremo derecho: Siete (7) pares para el color fresa, los indica con un hilo, luego cuatro (4) pares para el color marrón, 4 pares para el color naranja y 7 pares que llegan al otro extremo para el color verde.

Se teje avanzando una altura equivalente a los 4 pares, más o menos dos dedos y en la siguiente vuelta, se pasa el hilo marrón dos dedos antes, para aumentar y formar la escalera hacia el extremo derecho, de la misma forma cada dos dedos de altura, hasta que el color marrón llega al extremo derecho y comenzar con el color naranja, pero esta vez, disminuyendo. Se intercambia el color para tejer, siguiendo el proceso contrario al tejer.

Para el caso de la cara delantera de un cojín con un diseño de una cruz incaica, “Chakana”, cada escalón de la cruz será de diferente color, que haya concebido al hacer el diseño y estará conformado por 24 hilos determinados por cada par, cuatro hilos de

algodón de un diámetro semejante al pabilo de una vela de cera que son los hilos de la urdimbre donde se apoyará el diseño, donde se tejerá con hilo de lana de oveja. Se sigue todo el proceso formando una figura que se adecuará al diseño previamente concebido; al terminar la obra se enrollará en el eje del telar, dejando unos diez centímetros entre obra y obra la cual servirá para darle un mejor acabado a la obra al hacerla perder los hilos en el tejido que se ha realizado.

## **MOTIVO 2: TEJIDO OLAS DEL MAR, SENTIDO DEL AGUA**

**Figura 179.** MOTIVO 2, Tejedor Néstor Tingal



Fuente: Fotografía 17 de abril de 2012.

Según Néstor estos tejidos también lo indican en la Biblia con las medidas que ellos usan.

Algunas medidas: Una cuarta (20 cm.); un codo (40 cm.); un pie (35x35 o 30x30).

Para el inicio: Ver número de puntos por partes o centímetros. Cuenta por pares, ocho (8) pares es igual a un (1) duñuelo y urden 6 duñuelos por cada color para este cojin. Ver en el motivo, por color, son seis duñuelos.

Se toma la mitad y reparte en cada lado dos colores, cambiando color para el diseño, según avance. En el diseño consideran dos secciones.

6 duñuelos por 8 pares=48 hebras, para un color

En total son 196 hebras, para los dos colores y ancho del cojin. 196 hilos de urdido

total.

Doce (12) hebras es igual a tres pares, (explica que son 6 hebras para cada lado, 6 “sobre y 6 bajo”). Cuentan las hebras “sobre”.

La cantidad de hilos para este cojín, debe pesar 400 gramos. La trama es 156 vueltas en total por cada sección del diseño. 312 vueltas o tramas en total.

Un cojín demora en hacer tres (3) a cinco (5) días.

El cojín mide de largo 44 cm y de ancho, 41 cm. Su forma geométrica es un cuadrado, las medidas no son exactas, debido a las imperfecciones del hilo.

### **MOTIVO 3: TEJIDO FLOR DE TUYO.**

**Figura 180.** MOTIVO 3, *Tejedora Olga Zambrano*



Fuente: Fotografía mayo de 2015.

### **TEJIDO PARA UNA FAJA.**

La tejedora, Olga Zambrano en km 13, hace una urdimbre en un telar con 25 pares de hilos, cada par consta de 2 tipos de hilos. uno de hilo de algodón grueso de hilo industrial y otro de un diámetro más fino como de un sedal de hilo de pescar generalmente de algodón del tipo hilo tren, los cuales los compran por kilos o por madejas; el diseño de la “faja” ha sido previamente escogido por la tejedora; generalmente son diseños que llevan transmitiéndose de generación en generación. De acuerdo a su desarrollo el tejido va avanzando y formándose la figura la cual va siendo enrollada en un carrete tipo eje

que tiene el telar.

Terminado el urdido, (urdimbre es vertical y el tejido horizontal), de 22 pares son los que conformarán la figura y los otros tres servirán para enmarcar la figura o servirán como filo de la faja, De los 22 pares, para el diseño se separa 3 pares para hacer encuadrar el filo (borde de la faja) “al canto”.

Cada faja utilizará unos 2.50 m. pero ellos cuando lo urden lo hacen con 8 o 10 m. Al terminar cada faja, se deja sin tejer unos 10 cm. y de allí se comienza otra obra que puede ser un nuevo diseño o con el mismo que utilizó en la anterior faja, de tal manera que cuando termine toda la urdimbre que realizó, cortará cada obra dejando unos 5 cm por cada obra que serán ensartadas a una aguja y lo hará perderse en el tejido confeccionado, de esta manera dará una mejor calidad a su obra.

Al terminar las obras saca del eje del telar para comenzar de nuevo cuando deje de hacer sus principales labores diarios como son lavado, cocina, pastoreo de ovejas, agricultura, siembra, cosecha, desmonte etc, etc...considerándose así el telar como una actividad complementaria. Pocos son los que se dedican al telar a tiempo completo, en donde realizan ponchos, fajas, almohadas, mantas, servilletas, etc., etc...

#### TEJIDO DE CHAL O PAÑOLÓN

**Figura 181.** *Tejedor Santos Infante*



Fuente: Fotografía 1 de marzo de 2012.



**Figura 182.** *Diseño y motivo en el tejido de Santos Infante*



Fuente: Fotografía 1 de marzo de 2012.

### **5.2.3. Estudio comparado de las simetrías en los tejidos**

El arte del tejido remonta desde épocas pre incas, sobresaliendo entre todas las artes. Sin embargo, tenemos poca literatura en este aspecto. La mayoría de los tejidos han sido destruidos por el tiempo y más bien; muchos detalles de las culturas, nos brinda la cerámica; pero los tapices existentes manifiestan mucha calidad y técnicas, mucho arte.

Consideramos adecuado presentar una vestimenta que fue uno de los hallazgos iniciales realizados por los alemanes Reiss y Stübel en 1874 y continuados por Max Uhle, en 1904, Julio C. Tello, Edward Lanning, estudioso extranjero, en 1945; en la zona norte de la necrópolis de Ancón, descubriendo en diferentes casos, evidencias de cultura de la época del formativo; y campamentos estacionales de la época del paleolítico que luego estudiara Annie Albers.

En Ancón, en el lugar de entierro de antiguos peruanos, se encontraron restos de culturas Chavín, Wari, Chancay, (Ichma, Pachacamac y Armatambo). Ejemplo:

**Figura 183.** *Materiales de vestir con patrones geométricos.*



Fuente: Wilhelm Reiss y Alphons Stübel: *La necrópolis de Ancón en Perú*, vol. 2, A. Asher & Co., Berlín 1880, Lámina 54.



En la Figura 183 podemos apreciar el leimotiv, es decir el signo agua y tierra, que en algunos diseños hechos en tejidos cajamarquinos, encontramos similitudes, igualmente, con otros diseños en los tejidos de los países andinos y en las distintas ciudades de nuestro país. Por la historia vimos que la cultura Cajamarca considerada gran cultura, tenía mucha relación con Mochica – Chimú: Murra (2009, p. 113), realizaban intercambio comercial con los Chachapoyas, luego fue conquistada por la cultura Wari, finalmente por los Incas que en su política trajeron mitimaes cañaris de Ecuador. Fueron dos grupos, uno a poblar Chetilla y otro a Porcón. Hoy algunos tejedores realizan intercambios con tejedores de Ayacucho; además, algunas instituciones como Idec, Senati, llevaban profesores de tejido a capacitarlos.

La figura N° 184, corresponde a un tejido que muestra Albers, A (1965) en sus estudios; observamos en ella, el leimotiv. El diseño de este tejido tiene también semejanza con el friso de las copas Kyxix, mostrados en II Capítulo, aspectos históricos; Figura 18, página 35.

Es decir que estos dos motivos ya los representaban antes, en épocas del paleolítico y periodo formativo hasta los incas.

**Figura 184.** *Tejido antiguo Perú. Colección Gretzer, Fabric, North Coast, 1200-1400  
Ethnologisches Museum de Berlín*



**Fuente:** <https://studylib.es/doc/7612279/el-significado-de-la-creaci%C3%B3n-de-tejidos-en-la-obra-de-mu>

Podemos apreciar, aunque no exacta, una simetría central.

Conforme las expresiones del arte de Cajamarca se expandieron hacia otras culturas, ejerciendo influencias endógenas, puede igualmente darse influencias exógenas en el arte de los tejedores de Porcón. Anotamos unos ejemplos:

En la Figura N° 185, apreciamos el motivo 1 de nuestro trabajo, en un tejido de tejedores del sur, en el presente, en Puno; fue dado a conocer en un programa de Cuarto Poder. Este diseño representa a los andenes y tiene simetría vertical, horizontal, diagonal y central.

**Figura 185.** *Similitud con Motivo 1 Tierra, Andenes, Cruz*



**Fuente:** Programa Cuarto Poder, América TV, domingo 07 de mayo 2017, 22:18 hrs

Referente al Tocapo encontramos un estudio del Dr. John Earls, quien en su artículo “Burocracia sin papeles”, se refiere a cómo los incas organizaron su información, hasta abstracciones, en símbolos y sistemas pictográficos. En este diseño apreciamos las escaleras y andenes.

Earls (1997), refiere:

El Templo del Sol. La representación de la escritura jerárquica básica del Cosmos y de los Incas- y la del resto de la humanidad-se ubica en este esquema. El caso más conocido y estudiado es el diagrama de ubicación de los altares hacia los componentes del orden cósmico en el Templo del Sol (Qoricancha) en el Cusco, ...este orden fue duplicado de muchas maneras en cada nivel de la jerarquía socio-política. Es un modelo pictórico de cómo las relaciones sociales debían organizarse y, es más, ciertamente de origen preinca. (p. 28).

**Figura 186. Tocapo**



Fuente: Earls (1997).

La Figura 187 contiene el diseño de un tapiz de Granja Porcón, semejante al diseño de la Figura 188 de una cenefa que adorna la Casa de la Cultura o ex-Aduana de Arica, al norte de Chile, que fue construida durante la administración peruana de Arica antes de la Guerra del Pacífico. El presidente José Balta en 1871 encargó la construcción a los talleres de Gustave Eiffel et Cie. de París, para servir como complejo aduanero en Arica, puesto que el anterior se había destruido por el terremoto de 1868.

Pero se cuenta que Eiffel no terminó de pagar a los obreros locales el último mes, por lo que estos terminaron el trabajo con desdén, colocando mal, adrede el mosaico de la foto. (<http://acrobatadelcamino.blogspot.com/search/label/Chile>).

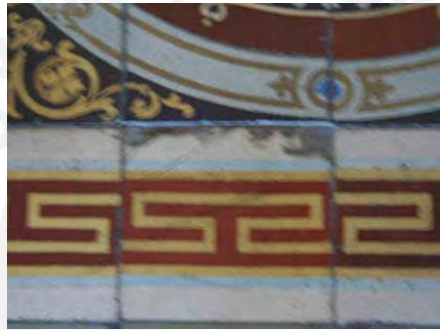
Otra interpretación es que acaso los obreros evitaron conscientemente la simetría para así no ofender a Alá, así como los arquitectos persas que levantaban las mezquitas más perfectas, pero a último momento erraban a propósito porque sólo Dios, según ellos, crea cosas perfectas.

Figura 187. Friso en tapiz Granja Porcón



Fuente: Fotografía 2 de febrero de 2012.

Figura 188. Friso en Casa de la Cultura Arica



Fuente: Juan Pablo Villarino <http://acrobatadelcamino.blogspot.com/search/label/Chile>

El diseño “Tocapu” ha inspirado a tejedores, artistas, arquitectos de diferentes lugares del mundo; en Perú, por ejemplo, destaca el trabajo del artista Pancho Basurco en sus investigaciones sobre el arte prehispánico. Un trabajo llamado “Toqapu” en torno al tema del cuadrado.

Figura 189. “Tocapu” Pinturas. Investigación acerca del Cuadrado



Fuente: *El Comercio* (13 de marzo de 2008, p. C-3)

Este motivo también se encuentra representado en diferentes lugares del país, por, en la entrada a Isla de los Uros en Puno y en el lugar de los Uros tejedores constituye un símbolo.

**Figura 190. Símbolo de los Uros**



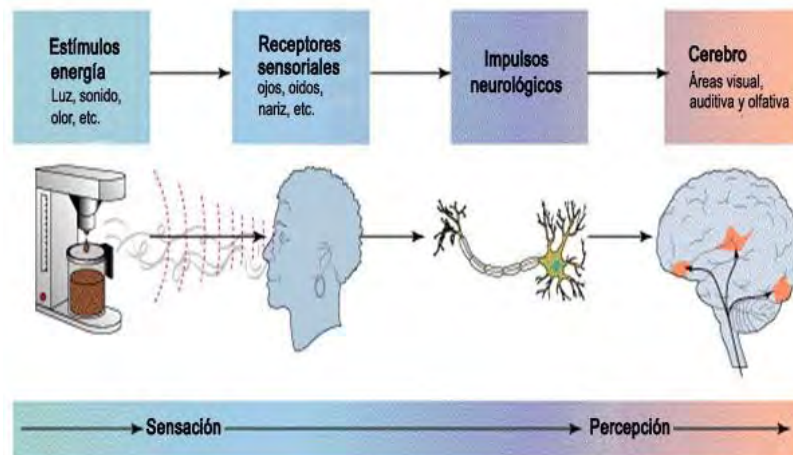
Fuente: Fotografía mayo de 2018

### 5.3. Percepción de las simetrías por los estudiantes de segundo grado de secundaria

*“Todo nuestro conocimiento proviene de nuestras percepciones”  
Leonardo De Vinci, en Gelb, M. (2010, p. 103).*

Presentamos en esta sección, un trabajo de campo que hemos denominado “Percepción de las simetrías por los estudiantes de 2° grado de secundaria”, preparado utilizando los diseños de algunos tejidos seleccionados, para lo cual hemos usado como instrumento una Guía de Entrevista (Véase Anexos).

**Figura 191. Proceso de la percepción**



Fuente: [http://aula.educa.aragon.es/datos/AGS/Psicologia/Unidad\\_03/pagina\\_3.html](http://aula.educa.aragon.es/datos/AGS/Psicologia/Unidad_03/pagina_3.html)



La percepción es el modo como formamos las imágenes que organizan nuestro conocimiento, mediante nuestros sentidos para fomentar la comprensión de un hecho.

En nuestro trabajo, los estímulos son los diseños, su forma, color, se reciben mediante los ojos y la visualización.

Considerando que la dimensión educacional es la columna vertebral del desarrollo de un pueblo y de acuerdo con los objetivos (p. 129) de la etnomatemática, ponemos énfasis en esta dimensión desde la didáctica de las matemáticas tal como lo hemos anotado en nuestra introducción.

Con los antecedentes presentados, sabiendo que la experiencia personal y concreta de cada estudiante es uno de los elementos básicos para comprender las estructuras matemáticas; que el concepto Simetría es uno de los más importantes en Matemática y otras áreas, que el alumno tiene que recibir adecuadamente situaciones nuevas, presentamos una actividad didáctica que hemos desarrollado con estudiantes de segundo grado de educación secundaria, para conocer la percepción que tienen acerca de la Simetría.

### **5.3.1. Fundamentos de la actividad**

De acuerdo con nuestro objetivo y además con el conocimiento que los alumnos no estudiaron aún el tema de Simetría, para esta etapa consideramos nuestro trabajo ubicado en el Primer Nivel de Van Hiele: Reconocimiento (Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1999, p. 95), dando sentido al análisis de qué simetrías ve el alumno en los diseños ubicados en la primera componente de los Niveles y por considerarlo un análisis orientador que el docente debe procurar como un primer paso de la organización de objetivos en sus unidades de enseñanza y de las actividades convenientes y que le ayudará para comprender y evaluar las respuestas de los estudiantes.

Tomando como modelo guía la propuesta de enseñanza de las simetrías de los investigadores Jaime Pastor, A y Gutiérrez Rodríguez, A (1993), se ha diseñado algunas fichas para proponer a los alumnos.

En este nivel corresponde: (Adecuado para Simetrías).

- a) Considerar el movimiento de las simetrías de manera global.
- b) Reconocer la conservación del tamaño y forma de las figuras.
- c) Reconocer los movimientos o sus resultados. (paso al otro eje).
- d) Realizar simetrías con materiales auxiliares como regla, piezas de una figura, espejos, etc. en diferentes posiciones y direcciones.
- e) Mediante la visualización, identificar o describir los movimientos como colocar “igual que”, el eje de simetría como separador “por la mitad” de las dos figuras y su cambio de



orientación.

f) Aprender y utilizar el vocabulario elemental de simetría: Eje de simetría, horizontal, vertical, diagonal, etc.

Alsina, et. Al. (1989), sintetiza este nivel de pensamiento: “Analizan propiedades de figuras sin interrelacionar figuras ni propiedades” y Sostiene una secuencia de fases que aseguren el aprendizaje (p. 20).

Por otra parte, según los Principios y Estándares National Council of Teachers of Mathematics, NTCM (2000), en Geometría para la etapa de 9-12, corresponde:

i) Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.

- Comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones de objetos en el plano, utilizando croquis, coordenadas, vectores, notación funcional y matrices.

- Usar varias representaciones para ayudar a entender los efectos de las transformaciones y sus composiciones.

ii) Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.

- Dibujar y construir representaciones de objetos geométricos de dos y tres dimensiones utilizando distintas herramientas.

- Usar modelos geométricos para facilitar la comprensión y contestar preguntas relativas a otras áreas de las matemáticas.

- Utilizar ideas geométricas para resolver problemas y obtener ideas de otras disciplinas y áreas de interés, como el arte y la arquitectura.

También hemos tomado conocimiento del Tema 2. Manual del docente del Ministerio de Educación, MINEDU, para el docente, pp 201-211.

Al análisis de los ítems, llamamos apreciación didáctica.

**Tabla 13**

*Capacidades y conocimientos en relación a Transformaciones, planteados en el DCN 2009 MINEDU*

<b>Grado de estudios</b>	<b>Capacidades</b>	<b>Conocimientos</b>
<b>SEGUNDO DE SECUNDARIA</b>	Aplica traslaciones a figuras geométricas planas. <ul style="list-style-type: none"><li>• Aplica rotaciones a figuras geométricas planas.</li><li>• Aplica reflexiones a figuras geométricas planas.</li><li>• Aplica composiciones de transformaciones a figuras geométricas planas.</li></ul>	Transformaciones <ul style="list-style-type: none"><li>• Sistema rectangular de coordenadas.</li><li>• Traslación, rotación y reflexión de figuras geométricas planas respecto a un eje de simetría.</li><li>• Composición de transformaciones.</li></ul>

Fuente: Diseño Curricular nacional. DCN\_2009. Ministerio de Educación. Perú

### **5.3.2. Descripción de la actividad**

El segundo grado de educación secundaria corresponde al VI ciclo de educación básica regular.

En cuanto a los conocimientos previos del tema, los estudiantes participantes en nuestro trabajo, no tienen ninguno; porque no fue enseñado en el curso de acuerdo a las entrevistas realizadas.

Trabajamos primero con cuatro alumnos de segundo grado de secundaria, del colegio “**Cristo Ramos**” de Porcón Bajo y después, con tres alumnos del colegio “**Pedro Villanueva Espinoza**”, de Porcón Alto.

No pudimos trabajar en el Colegio de Granja Porcón, y es relevante mencionar que observamos que el Colegio se encontraba frente a una problemática interna trascendental de la enseñanza –aprendizaje de la matemática, pues debido a las notas desaprobatorias y bajas de los alumnos en el curso de matemática, no tenían clases, padres de familia se habían levantado contra las autoridades del colegio y estaban en juicio en ese momento.

De acuerdo con las rutas de aprendizaje de Matemática para el segundo grado de secundaria, el nivel de reconocimiento de Van Hiele, hemos considerado objetivos y pautas de análisis de resultados en la Tabla 15 siguiente:

**Tabla 14**

*Plan de aplicación de la Guía de trabajo para alumnos de 2º Grado de Secundaria*

PREGUNTA	OBJETIVO	APRECIACIÓN DIDÁCTICA PARA EL ANÁLISIS
1	Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización al resolver problemas para reconocer formas.	El alumno <b>arma</b> diseños usando cuadrados pequeños recortados, ya sea una o más figuras simétricas a través de juegos.
2	Resolver problemas de crear y armar figuras simétricas.	<b>Dibuja</b> los diseños que armó y traza los puntos y ejes de simetría.
3	Utilizar la visualización para pintar las regiones y crear el diseño.	<b>Pinta</b> las regiones para armar una figura similar a la original.
4	Identificar los ejes de simetría de un cuadrado.	Luego de <b>leer</b> las indicaciones, reflexiona y <b>resuelve</b> el problema.
5	Representar ejes de simetría axial vertical.	<b>Traza</b> los ejes de simetría axial vertical.
6	Representar ejes de simetría axial correctamente.	<b>Dibuja</b> correctamente los ejes de simetría en la figura dada.
7	Reconocer la simetría de un punto respecto a un segmento de recta vertical, horizontal y diagonal.	<b>Comprueba</b> la simetría axial de un punto respecto a una recta, <b>utilizando</b> reglas, escuadras y realizando medición.
8	Obtener la simetría axial de puntos dados respecto a un eje.	<b>Comprueba</b> la simetría axial de un conjunto de puntos respecto a una recta, considerando distancias y perpendicularidad.
9	Crear un diseño y obtener su simétrico respecto a un eje dado.	<b>Asocia</b> los procesos cognitivos de visualización, representación y razonamiento a través del problema.

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 15**

*Alumnos de Segundo Grado Educación Secundaria, Porcón Bajo y Alto.*

<b>Alumnos</b>	<b>Edad</b>	<b>Tiene familia tejedores</b>
<b>C. Cristo Ramos</b>		
Rosa Angélica Chávez Carrasco	14	Familia tejedores
Erlita Quispe Chuquimango	14	Teje a mano, familia tejedores
Erlita Quispe Chuquimango	13	Tías tejedoras
Nilber Terán Mendoza	14	Artesano en piedra y tejedores
<b>C. Pedro Villanueva Espinoza</b>		
Alicia Huangal Chilón	13	Indicó que no tenía fam tejedores
Miriam Jhisela Infante Chilón	14	Familia tejedores
Chilón Chilón Jaime	13	Familia tejedores

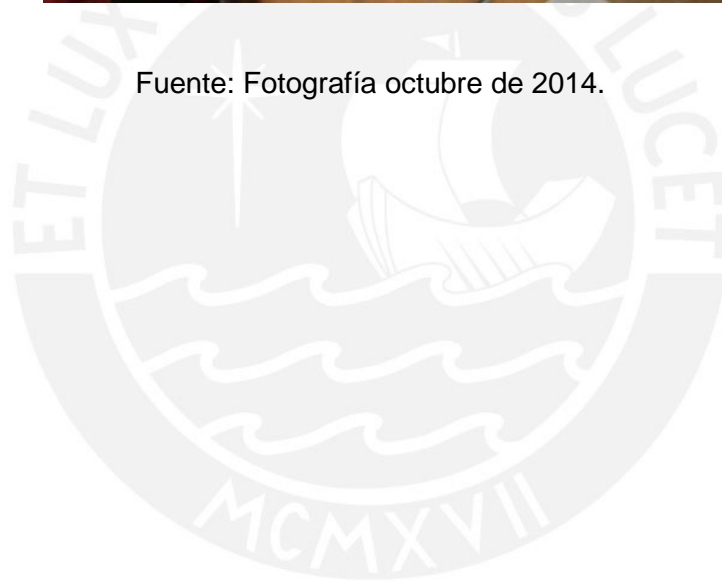
Fuente: Entrevista con los alumnos. Octubre 2014.

A cada alumno se le había proporcionado lápiz, lápices de colores, regla, tijera.

**Figura 192.** *Estudiantes de 2° de Secundaria “Cristo Ramos”*



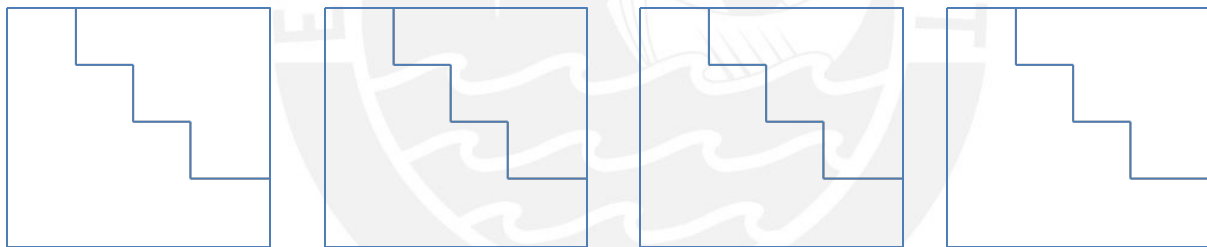
Fuente: Fotografía octubre de 2014.



## GUÍA DE ENTREVISTA

### ALUMNOS DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA

1. ¿Es posible armar el diseño del tejido que se muestra usando cuatro cuadrados pequeños como los que se presentan en la parte inferior?



Sí  No

En caso negativo, explica por qué

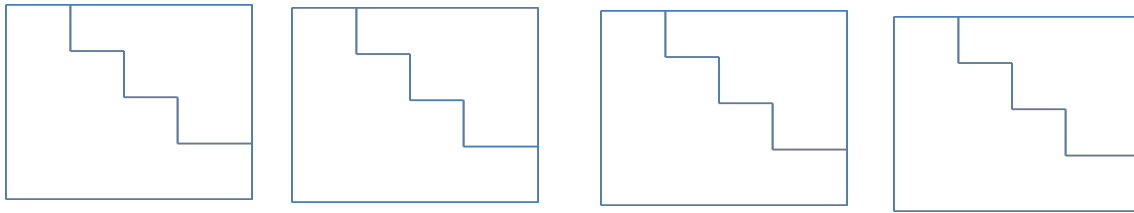
En caso afirmativo usa los cuadrados pequeños recortados y arma el diseño del tejido.

2. Con las cuatro piezas recortadas, arma una o más figuras simétricas, que sean distintas a la del diseño grande.

Dibuja el o los diseños grandes que armaste.



3. En cada uno de los cuadraditos que se muestran a continuación, pinta las regiones de modo que se pueda armar una figura similar al tejido mostrado al inicio.

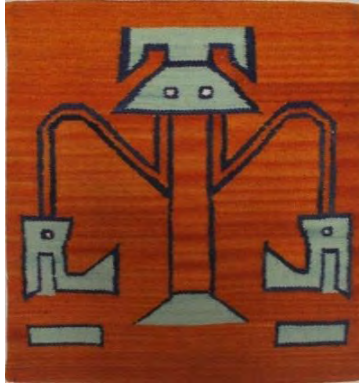


4. Jacinta afirma que, en el tejido mostrado inicialmente, se pueden trazar cuatro segmentos de recta que unen lados extremos del cuadrado y que son ejes de simetría de toda la figura del tejido. ¿La afirmación de Jacinta es verdadera o falsa? ¿Por qué?

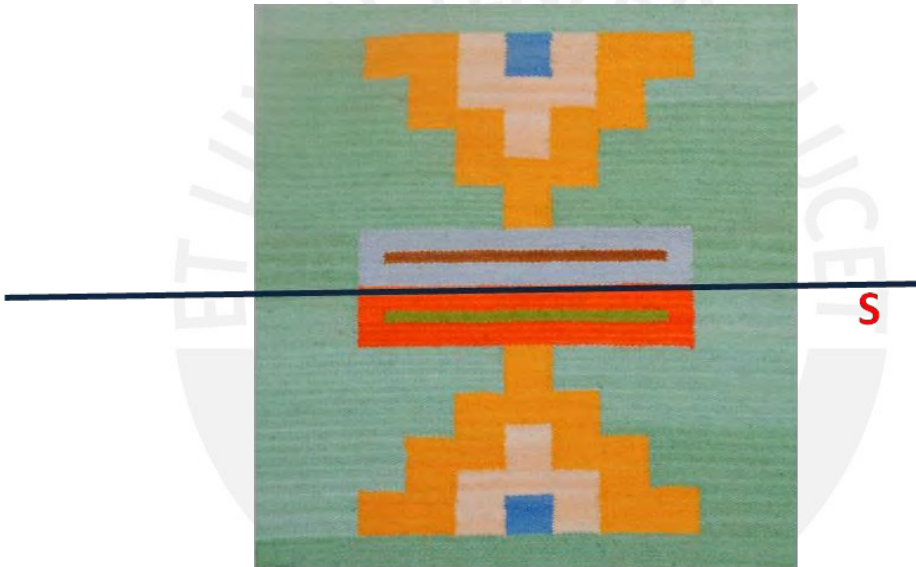
Traza los ejes de simetría  
que tú encuentres.



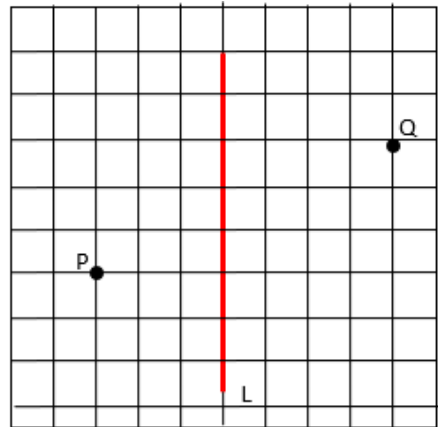
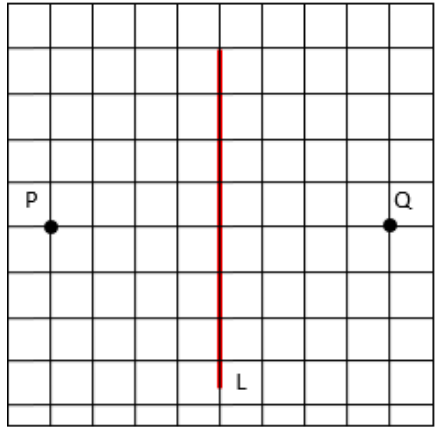
5. A continuación, se muestra un tejido con la figura de CATEQUIL. Observa y traza el o los ejes de simetría que encuentres.



6. Observa y traza el o los ejes de simetría que encuentres en la siguiente figura:



7. En cada uno de los siguientes casos indica si el punto P es simétrico al punto Q, con respecto al segmento de recta dibujado.



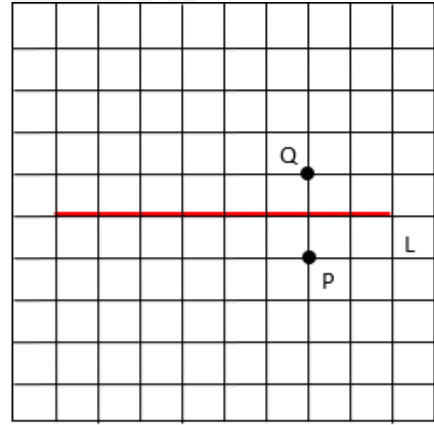
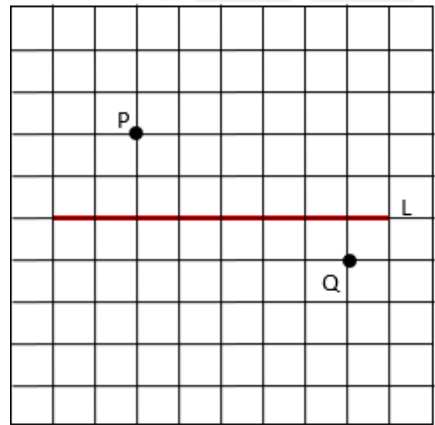
a)

P y Q son simétricos

P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

P y Q no son simétricos



b)

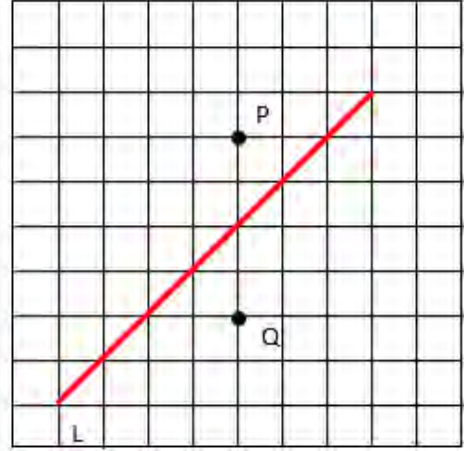
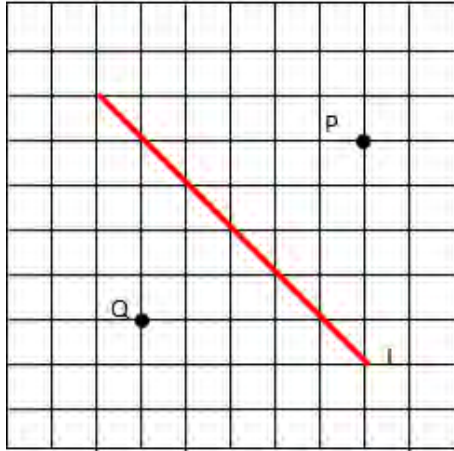
P y Q son simétricos

P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

P y Q no son simétricos

c)



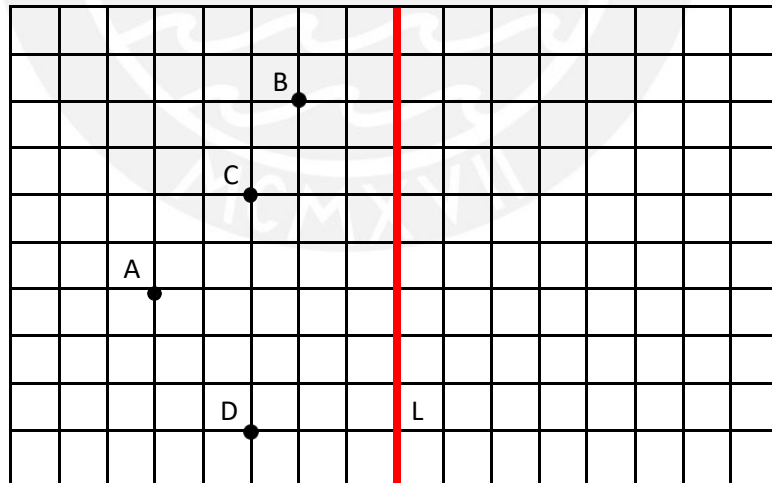
P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

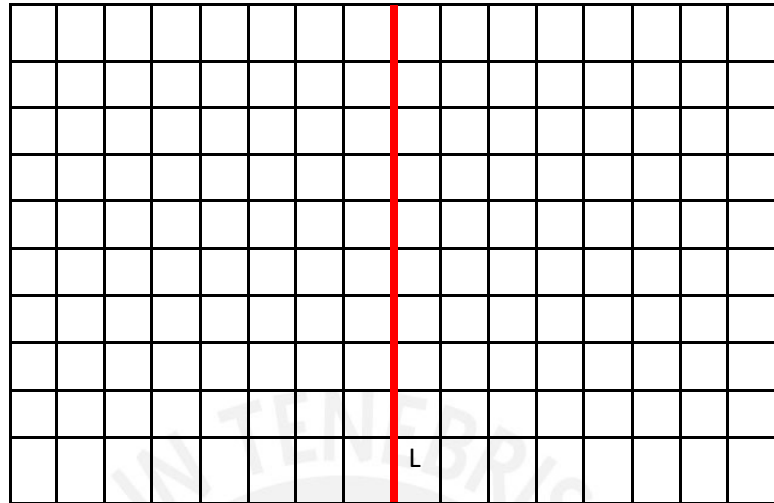
P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

8. Al lado izquierdo de la recta L, se han marcado los puntos A, B, C y D. Marca al lado derecho de L, otros cuatro puntos que sean simétricos de A, B, C y D, respecto a L

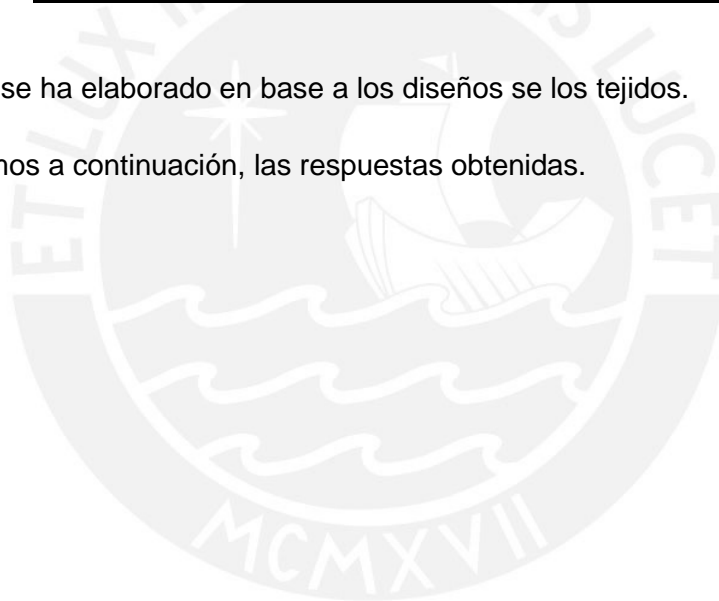


9. Dibuja una figura al lado izquierdo de L, y luego su figura simétrica respecto a L, en el lado derecho


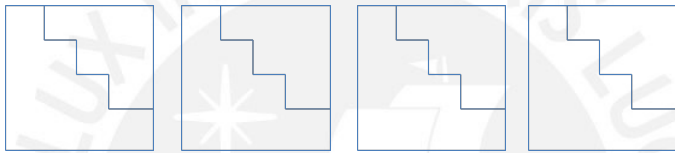






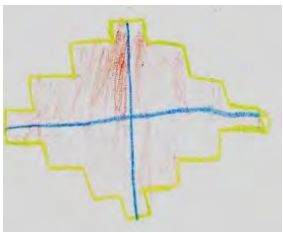


La guía se ha elaborado en base a los diseños se los tejidos.

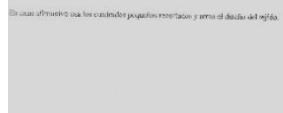
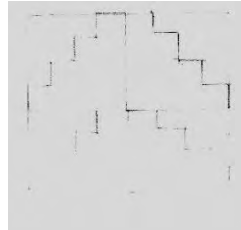
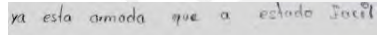
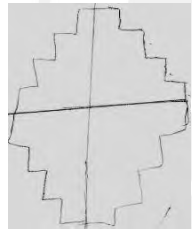
Mostramos a continuación, las respuestas obtenidas.



## RESPUESTAS DE LOS ALUMNOS EN LA GUÍA


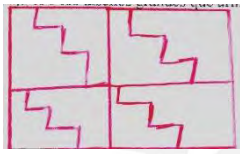
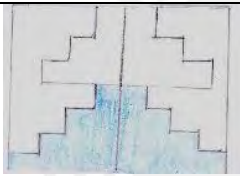


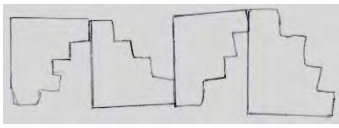

Pregunta 1		
<p><b>Objetivo:</b> Utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización al resolver problemas para reconocer formas</p> <p><b>Apreciación didáctica:</b> Los alumnos <b>arman</b> diseños usando cuadrados pequeños recortados, ya sea una o más figuras simétricas a través de juegos.</p>		
<p>¿Es posible armar el diseño del tejido que se muestra usando cuatro cuadrados pequeños como los que se presentan en la parte inferior?</p>		
<p>Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/></p> <p>En caso negativo, explica por qué.</p>		
		
<p>En caso afirmativo usa los cuadrados pequeños recortados y arma el diseño del tejido.</p>		
		
I.E. Ramos	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Rosa Angélica Chávez Carrasco		<p>La estudiante hizo el recorte de esta manera  , los pintó y utilizó para armar el diseño del tejido que se le mostró. La estudiante logró el objetivo previsto. Se resalta que el diseño del tejido es </p>
Erlita Quispe Chuquimango		<p>La estudiante, armó el diseño con los recortes de la forma  , no se dio cuenta que el diseño se forma con las piezas  También le faltó pintar para lograr el objetivo previsto para este ítem.</p>
Jonathan Waldir Infante Limay		<p>El estudiante logró armar el diseño del tejido, al momento de dibujar, no utilizó regla, dificultando el acabado final. El estudiante si logró el objetivo para este ítem.</p>



Nilber Terán Mendoza		El alumno resolvió rápidamente el rompecabezas y ya no hizo el dibujo en la guía. El estudiante si logró el objetivo de la pregunta.
<b>I.E. Pedro Villanueva Espinoza</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Descripción</b>
Alicia Huangal Chilón		La estudiante no logró realizar el diseño, ella manifiesta que para las personas que no conocen los tejidos, es complicado armar el diseño. No da indicios para lograr el objetivo previsto para esta pregunta. Utiliza regla y arma un diseño diferente en tamaño y forma.
Miriam Jhisela Infante Chilón		La estudiante manifiesta que es fácil diseñar los tejidos, resolvió el rompecabezas y ya no hizo el dibujo en la guía. (Video). Logró el objetivo previsto.
Chilón Chilón Jaime		El estudiante, resolvió el rompecabezas, aunque demoró al principio (video). En la guía dibuja el diseño del tejido, a pulso y los ejes con regla, no tuvo tiempo para pintar su dibujo; pero sí pintó las piezas y armó el diseño, logrando el objetivo previsto.

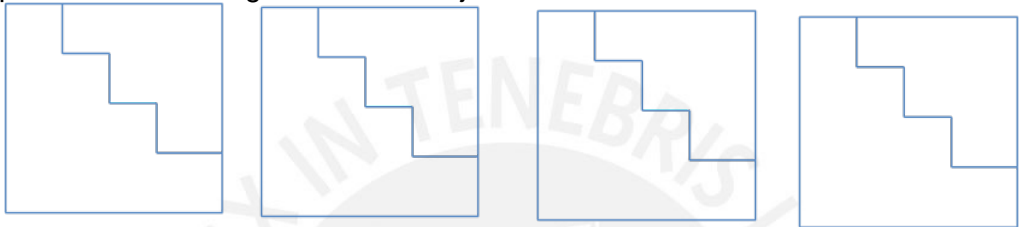
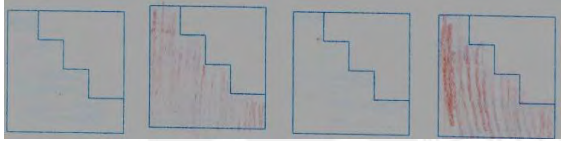
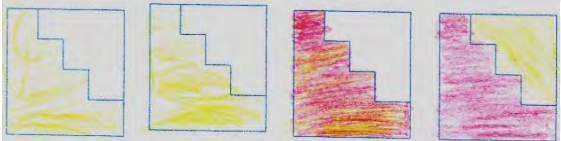
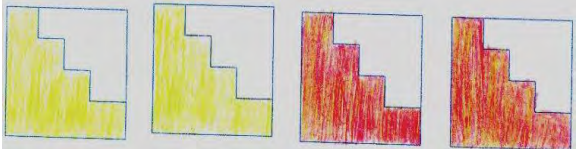

#### Observaciones

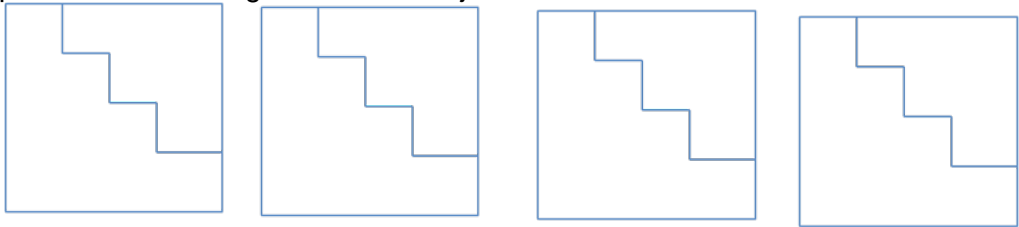

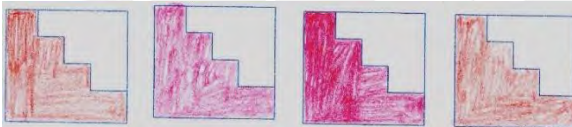
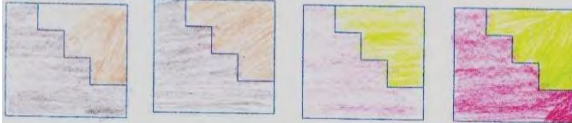
- De los siete (7) estudiantes evaluados, cinco (5) lograron utilizar la visualización, el razonamiento matemático, la modelización y el reconocimiento de formas al momento de realizar sus diseños, por lo que lograron el objetivo previsto para esta pregunta, un (01) alumno no logró el objetivo y uno (01) lo logró de manera parcial.
- También observamos que los estudiantes tienen dificultad de utilizar las reglas, escuadras y colores para realizar sus dibujos, sólo un estudiante utilizó la regla.

<b>Pregunta 2.</b>		
<b>Objetivo:</b> Resolver problemas de crear y armar figuras simétricas.		
<b>Apreciación Didáctica:</b> Dibuja los diseños que armó y traza puntos y ejes de simetría		
Con las cuatro piezas recortadas, arman una o más figuras simétricas, que sean distintas a la del diseño grande. Dibuja el o los diseños grandes que armaste.		
<b>I.E. Cristo Ramos</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Descripción</b>
Rosa Angélica Chávez Carrasco		La estudiante crea tres figuras diferentes, donde en las dos primeras no se observa simetría, y en la tercera dibujada a pulso y pintada visualizamos idea de simetría logrando el objetivo previsto.
Erlita Quispe Chuquimango		Logra una figura grande con las cuatro piezas recortadas, pero no son simétricas respecto a un eje; sólo hay traslación. La estudiante no logró el objetivo previsto a la pregunta.
Jonathan Waldir Infante Limay		Logra crear un diseño con las cuatro piezas recortadas, observando una figura con eje de simetría vertical, lográndose el objetivo previsto a esta pregunta.
Nilber Terán Mendoza		Crea su diseño grande considera dos ejes de simetría que forman perpendicularidad, la pieza superior de color amarillo, no es completamente simétrica a la del color verde. Se logra el objetivo previsto de manera parcial.
<b>I.E. Pedro Villanueva Espinoza</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Descripción</b>
Alicia Huangal Chilón		Crea un diseño con sólo dos piezas recortadas siendo su eje de simetría el vertical. La estudiante sí logra el objetivo previsto.
Miriam Jhisela Infante Chilón		Dibuja un diseño con las cuatro piezas recortadas, pero no tienen un eje de simetría. No logró entender bien el significado de simetría, por tanto, no alcanzó el objetivo previsto de la pregunta.
Chilón Chilón Jaime		Sus cuatro piezas guardan simetría respecto a sus ejes verticales y horizontales. El estudiante sí logró el objetivo previsto en una sola figura.

Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes sólo tres (3) crearon y resolvieron problemas utilizando figuras, en las que trazaron el eje de simetría, logrando así el objetivo previsto a esta pregunta, mientras que otros tres (3) estudiantes no lograron resolver la pregunta; y un (1) estudiante lo logró de manera parcial.

<b>Pregunta 3</b>		
<b>Objetivo:</b> Utilizar la visualización para pintar las regiones y crear el diseño.		
<b>Apreciación didáctica:</b> Pintan las regiones para armar una figura similar a la original.		
En cada uno de los cuadraditos que se muestran a continuación, pinta las regiones de modo que se pueda armar una figura similar al tejido mostrado al inicio.		
		
<b>I.E.</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Descripción</b>
<b>Cristo Ramos</b>		Pinta las regiones dos a dos de color celeste y dos marrones para armar la figura similar a la original, pero le falta pintar las otras esquinas. Logró el objetivo de manera parcial.
Rosa Angélica Chávez Carrasco		Pinta cinco regiones para armar el diseño, no concluye el pintado de las regiones para armar el diseño; no logra el objetivo de la pregunta.
Erlita Quispe Chuquimango		Pinta las regiones dos a dos, dos de color verde y dos de color rojo, le falta pintar las otras esquinas, logra el objetivo de la pregunta de manera parcial.
Jonathan Waldir Infante Limay		Pinta las ocho regiones dos a dos, dos azules, dos marrones, dos verdes y dos naranjas. Pero no logra el diseño, porque las dos naranjas deberían pintarse con celeste y las dos verdes deberían pintarse con marrones. Se logra el objetivo de manera parcial.
Nilber Terán Mendoza		

<b>Pregunta 3</b> <b>Objetivo:</b> Utilizar la visualización para pintar las regiones y crear el diseño. <b>Apreciación didáctica:</b> Pintan las regiones para armar una figura similar a la original.		
En cada uno de los cuadraditos que se muestran a continuación, pinta las regiones de modo que se pueda armar una figura similar al tejido mostrado al inicio. <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;">  </div>		
I.E. Pedro Villanueva Espinoza	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Alicia Huangal Chilón		Realiza los pintados correspondientes, pero no muy claro; el estudiante pintó y luego al parecer fue borrado. No logró el objetivo previsto para esta pregunta.
Miriam Jhisela Infante Chilón		Crea un diseño incompleto; sólo pinta dos regiones marrones, dos rojas, falta pintar las otras esquinas para lograr el diseño que se pide, por lo que logra el objetivo de manera parcial.
Chilón Chilón Jaime		Logra crear su diseño completo pinta las ocho regiones; dos a dos; dos de color negro; dos naranja, dos rojo y dos verde. El estudiante logra el objetivo previsto para esta pregunta.

Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes evaluados, sólo uno (1) utilizó la visualización para pintar las regiones y crear el diseño pedido, logrando así el objetivo previsto a la pregunta; cuatro (4) estudiantes lograron el objetivo de manera parcial y dos (2) estudiantes no lograron contestar la pregunta.

**Pregunta 4.**

**Objetivo:** Identificar los ejes de simetría de un cuadrado

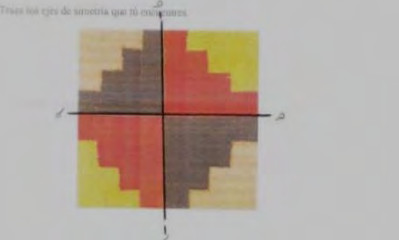
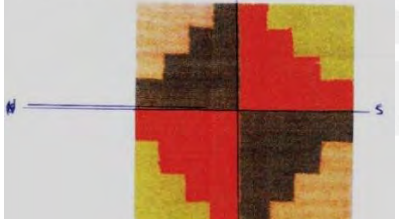

**Apreciación didáctica:** Luego de leer las indicaciones, los alumnos reflexionan y resuelven problemas.

Jacinta afirma que, en el tejido mostrado inicialmente, se pueden trazar cuatro segmentos de recta que unen lados extremos del cuadrado y que son ejes de simetría de toda la figura del tejido.


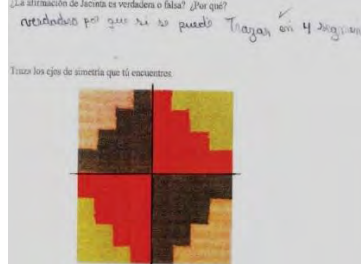
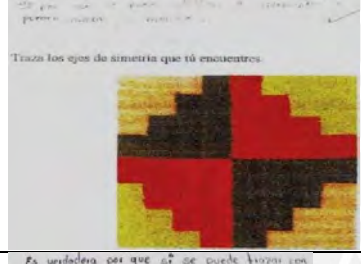


¿La afirmación de Jacinta es verdadera o falsa? ¿Por qué?

Traza los ejes de simetría que encuentres.



I.E. Cristo Ramos	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Rosa Angélica Chávez Carrasco	<p>Verdadero porque al dividir el cuadrado en cuatro partes iguales se pueden trazar los ejes de simetría que tú encuentres.</p> 	Identifica dos ejes de simetría de la figura del tejido, la estudiante logró el objetivo de manera parcial ya que se puede trazar también ejes de simetrías de forma diagonal.
Erlita Quispe Chuquimango	<p>Verdadero porque si se pueden trazar cuatro segmentos.</p> <p>Traza los ejes de simetría que tú encuentres.</p> 	La estudiante, afirma que la respuesta de Jacinta es correcta, es decir se puede trazar cuatro segmentos de recta que son ejes simetría de toda la figura. Pero al momento de identificar los ejes de simetría ella trazó sólo dos ejes de simetría, le faltó identificar los ejes de simetría de forma diagonal, logrando así el objetivo de manera parcial.
Jonathan Waldir Infante Limay	<p>La afirmación de Jacinta es verdadera porque sí se puede trazar.</p> <p>Traza los ejes de simetría que tú encuentres.</p> 	Trazo dos ejes de simetría, no identifica los ejes de simetría en forma diagonal, concluyendo que el estudiante logra el objetivo de manera parcial.

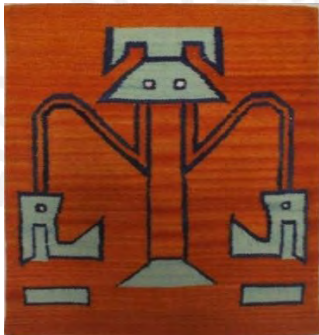




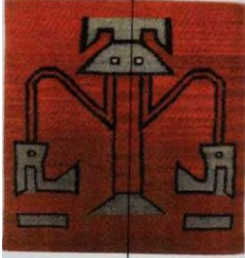




<p><b>Pregunta 4.</b>  <b>Objetivo:</b> Identificar los ejes de simetría de un cuadrado  <b>Apreciación didáctica:</b> Luego de leer las indicaciones, los alumnos reflexionan y resuelven problemas.</p>		
<p>Jacinta afirma que, en el tejido mostrado inicialmente, se pueden trazar cuatro segmentos de recta que unen lados extremos del cuadrado y que son ejes de simetría de toda la figura del tejido.</p> <p>¿La afirmación de Jacinta es verdadera o falsa? ¿Por qué?</p> <p>Traza los ejes de simetría que encuentres.</p>		
		
<p>Nilber Terán Mendoza</p>	<p>¿La afirmación de Jacinta es verdadera o falsa? ¿Por qué?  verdadera por que si se puede trazar en 4 segmentos</p> <p>Traza los ejes de simetría que tú encuentres</p> 	<p>El estudiante está de acuerdo con la respuesta de Jacinta, pero el encontró sólo dos ejes en la figura principal. No logró identificar los ejes de simetría de forma diagonal, lográndose el objetivo previsto para esta pregunta de manera parcial.</p>
<p>I.E. Pedro Villanueva Espinoza</p>	<p><b>Respuesta de los estudiantes</b></p>	<p><b>Descripción</b></p>
<p>Alicia Huangal Chilón</p>	<p>¿La afirmación de Jacinta es verdadera o falsa? ¿Por qué?  verdadera por que si se puede trazar en 4 segmentos</p> <p>Traza los ejes de simetría que tú encuentres</p> 	<p>La estudiante está de acuerdo con la respuesta de Jacinta, indicando que se puede trazar cuatro segmentos de ruta que son los ejes de simetría, pero al momento de identificar, no traza ningún eje de simetría, no logró el objetivo previsto a esta pregunta.</p>
<p>Miriam Jhisela Infante Chilón</p>	<p>Es verdadera por que si se puede trazar con líneas rectas y laterales.</p> <p>Traza los ejes de simetría que tú encuentres.</p> 	<p>La estudiante está de acuerdo que se puede trazar varios ejes de simetría en la figura, pero no trazó ningún eje de simetría de la figura principal del tejido. Por lo tanto, no logra el objetivo previsto para esta pregunta.</p>
<p>Chilón Jaime</p>	<p>Es falsa por que hay un solo eje de simetría</p> <p>Traza los ejes de simetría que tú encuentres.</p> 	<p>El estudiante no está de acuerdo con la respuesta de Jacinta. Para él solo hay un eje de simetría que lo trazó de una de las diagonales de cuadrado. Logró el objetivo de manera parcial previsto para esta pregunta.</p>



Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes, ninguno (0) logró identificar los cuatro ejes de simetría de un cuadrado, cinco (5), sólo identificaron los ejes de simetría vertical y horizontal, no lograron identificar los ejes de forma diagonal. Dos (2) estudiantes no trazaron ningún eje de simetría.

<p><b>Pregunta 5.</b>  <b>Objetivo:</b> Representar ejes de simetría axial vertical correctamente  <b>precitación didáctica:</b> Trazan los ejes de simetría axial vertical</p>		
<p>A continuación, se muestra un tejido con la figura de CATEQUIL. Observa y traza el o los ejes de simetría que encuentres.</p>		
		
I.E. Cristo Ramos	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Rosa Angélica Chávez Carrasco		Alcanza a representar un eje de simetría axial vertical correctamente, logrando así el objetivo previsto
Erlita Quispe Chuquimango		La estudiante, traza un eje de simetría axial vertical no exactamente en la mitad de la figura de catequil, posiblemente por no saber utilizar correctamente la regla. Lográndose el objetivo de este ítem.

Jonathan Waldir Infante Limay		El estudiante, traza un eje de simetría axial vertical no exactamente por la mitad de la figura, al parecer por no utilizar correctamente la regla, lográndose así el objetivo para este ítem.
Nilber Terán Mendoza		Representan muy bien el trazo del eje de simetría axial vertical en la figura de catequil, la estudiante logró el objetivo previsto para esta pregunta.
<b>I.E. Pedro Villanueva Espinoza</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Descripción</b>
Alicia Huangal Chilón		La estudiante, no logró representar el eje de simetría axial vertical para la figura de catequil. Por lo que no logró el objetivo previsto para este ítem.
Miriam Jhisela Infante Chilón		Tiene la idea del eje de simetría axial, pero su eje vertical axial no está exactamente por la mitad de la figura. Logra el objetivo previsto para este ítem.
Chilón Chilón Jaime		El estudiante, muestra un trazo del eje de simetría axial vertical que pasa muy próximo a la mitad de la figura, logrando el objetivo para este ítem.

Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes, seis (6) lograron representar el eje de simetría axial correctamente de la figura de CATEQUIL, lográndose así el objetivo previsto a este ítem. Solo un (1) estudiante no logró trazar el eje de simetría.
- También se observó que la mayoría de los estudiantes no tienen costumbre de utilizar una regla, por lo que trazaron con precisión, el eje de simetría.

**Pregunta 6.**

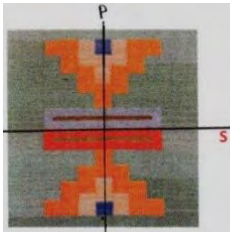
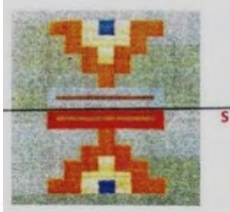
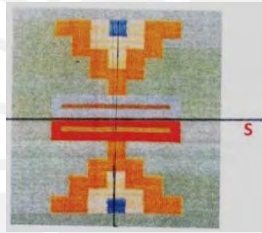
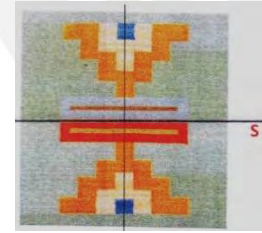
**Objetivo:** Representar ejes de simetría axial correctamente

**Apreciación didáctica:** Dibujan correctamente los ejes de simetría en la figura dada.

Observa y traza el o los ejes de simetría que encuentres en la siguiente figura:



I.E. Cristo Ramos	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Rosa Angélica Chávez Carrasco		<p>Traza correctamente los dos ejes de simetría axial vertical y horizontal para la figura indicada, lográndose así el objetivo previsto para esta pregunta.</p>
Erlita Quispe Chuquimango		<p>La estudiante traza bien el eje de simetría axial horizontal; pero al eje de simetría vertical no lo ubica correctamente, lográndose así el objetivo previsto de manera parcial.</p>
Jonathan Waldir Infante Limay		<p>El estudiante si logró trazar los dos ejes de simetría axial para la figura pedida, bien para el horizontal, algo más orientado a la derecha en el eje vertical, esto porque no utilizó correctamente la regla, El estudiante sí logró el objetivo previsto.</p>

Nilber Terán Mendoza		El estudiante sí logra representar los ejes de simetría axial vertical y horizontal para la figura pedida, por lo tanto, sí logró el objetivo previsto para este ítem.
<b>C. Pedro Villanueva Espinoza</b>	<b>Respuesta de los estudiantes</b>	<b>Descripción</b>
Alicia Huangal Chilón		La estudiante sólo encontró un eje de simetría axial horizontal en la figura, no reconoció el eje de simetría axial de forma vertical, por lo que logró el objetivo previsto de manera parcial.
Miriam Jhisela Infante Chilón		La estudiante logró trazar los dos ejes de simetría axial (vertical u horizontal) correctamente, lográndose así el objetivo previsto.
Chilón Chilón Jaime		El estudiante logró Trazar correctamente los dos ejes de simetría axial (vertical u horizontal), sin dificultad, significa que el estudiante tiene noción de simetría con respecto a un eje, lográndose así el objetivo previsto a esta pregunta.

Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes, cinco (5) lograron representar los ejes de simetría axial correctamente, tanto vertical y horizontal, lográndose así el objetivo previsto a esta pregunta, dos (2) estudiantes no lograron contestar la pregunta correctamente, sólo identificaron un eje de simetría.

**Pregunta 7.**

**Objetivo:** Reconocer la simetría de un punto respecto a un segmento de recta vertical, horizontal y diagonal

**Apreciación didáctica:** Comprueba la simetría axial de un punto respecto a una recta, utilizando reglas, escuadras y realizando mediciones.

En cada uno de los siguientes casos indica si el punto P es simétrico al punto Q, con respecto al segmento de recta dibujado.

a)

P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

b)

P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

c)

P y Q son simétricos

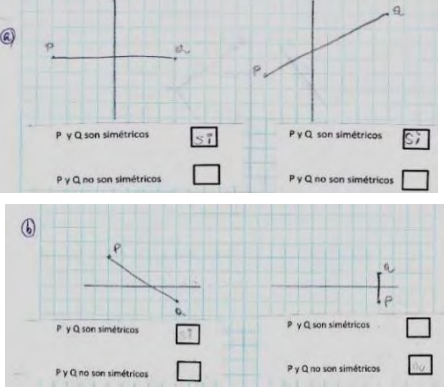
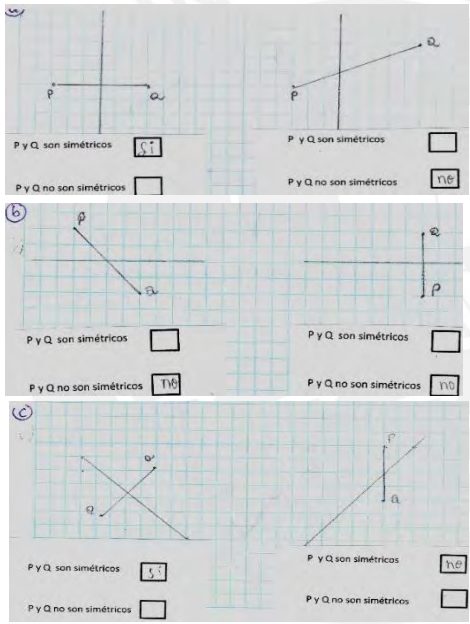
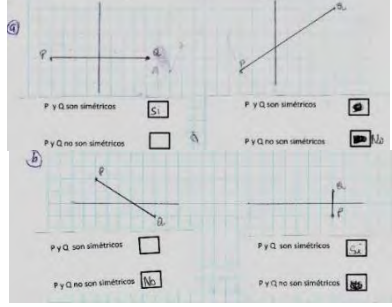
P y Q no son simétricos

P y Q son simétricos

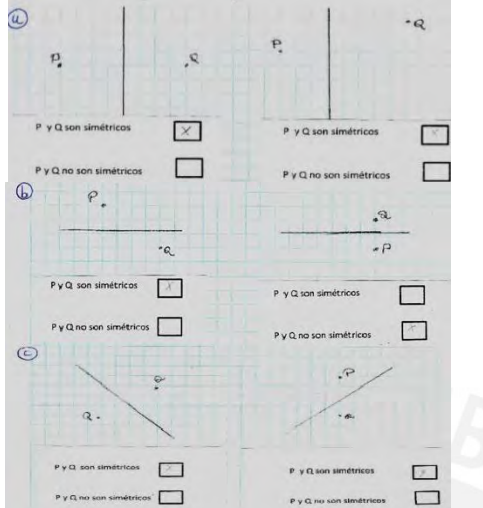
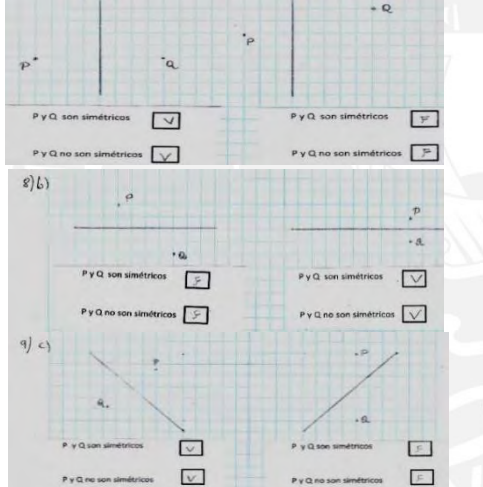
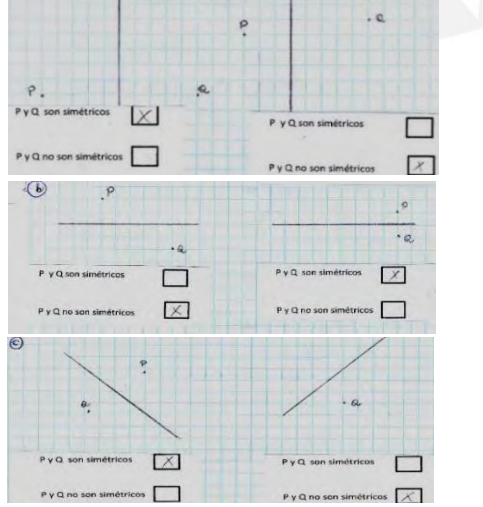
P y Q no son simétricos

I.E. <b>Cristo Ramos</b>	Respuesta de los estudiantes	Descripción
<p>Rosa Angélica Chávez Carrasco</p>		<p>De las seis situaciones, la estudiante contestó correctamente cuatro, y dos de manera incorrecta. No comprende que, para que sean simétricos dos puntos, una de las características es que el segmento que une los puntos (P y Q) debe ser perpendicular al eje de simetría. Lográndose así de manera parcial el objetivo previsto para esta pregunta.</p>



<p>Erlita Quispe Chuquimango</p>		<p>La estudiante no maneja correctamente la noción de simetría de un punto respecto al segmento de recta. De 6 ejercicios contestó correctamente 3. No considera que, para ser simétricos dos puntos, una de las características es que el segmento que une los puntos (P y Q) debe ser perpendicular al eje de simetría. La estudiante no logró el objetivo previsto a esta pregunta.</p>
<p>Jonathan Waldir Infante Limay</p>		<p>El estudiante logró el objetivo previsto de manera parcial, realizó cinco ejercicios de los 6, de manera correcta sobre la simetría de un punto respecto al segmento de recta.</p>
<p>Nilber Terán Mendoza</p>		<p>El estudiante logra el objetivo previsto de manera parcial, porque tiene dificultad para reconocer la simetría cuando el eje de simetría está en forma diagonal, contestó cuatro de seis ejercicios de forma correcta. No comprende que para que sean simétricos dos puntos, una de las características es que el segmento que une los puntos (P y Q) debe ser perpendicular al eje de simetría.</p>



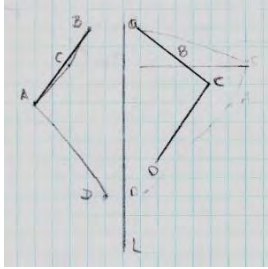
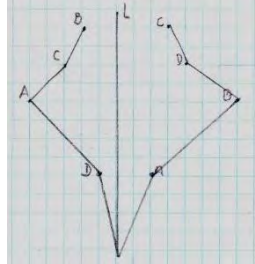
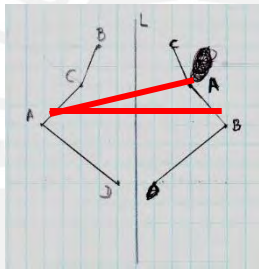
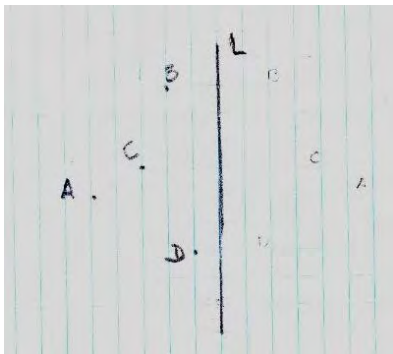
I.E. Pedro Villanueva Espinoza	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Alicia Huangal Chilón		<p>La estudiante no logró el objetivo previsto para la pregunta, de seis ejercicios solo respondieron dos correctamente, respecto a reconocer la simetría de un punto respecto a un segmento de recta. La estudiante no realiza ningún procedimiento para responder a las preguntas. No entiende que para identificar que dos puntos sean simétricos, una de las características es que el segmento que une los puntos (P y Q) debe ser perpendicular al eje de simetría.</p>
Miriam Jhisela Infante Chilón		<p>La estudiante usa "V" o "F" para sus proposiciones, contestando incorrectamente seis preguntas de seis referidas a la simetría de un punto respecto a un segmento de recta, no tiene la noción de simetría, no logra el objetivo de esta pregunta.</p>
Chilón Jaime Chilón		<p>El estudiante usa el aspa (X) para reconocer la simetría de un punto respecto a un segmento de recta y responde correctamente seis ejercicios de seis propuestos, logrando así el objetivo previsto para esta pregunta</p>

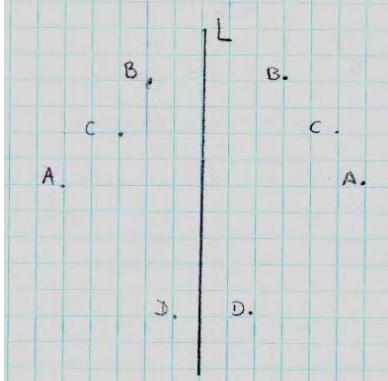
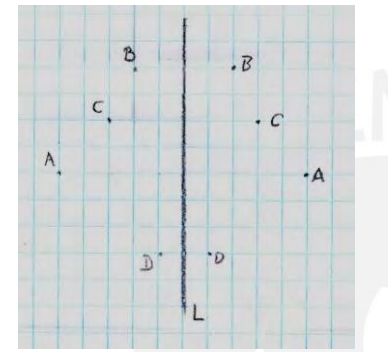
Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes sólo uno (1) logra reconocer la simetría de un punto respecto a un segmento de recta vertical, horizontal y diagonal, logrando así el objetivo previsto a esta pregunta, cinco (5) estudiantes logran contestar las preguntas de manera parcial y un (1) estudiante no logró contestar ninguna pregunta correctamente.
- En esta pregunta también podemos observar que los estudiantes en su mayoría identifican la simetría de un punto respecto a un eje vertical u horizontal, pero cuando el eje es un segmento de forma diagonal, al estudiante se le hace difícil reconocer la simetría de un punto.

Dificultad: Noción de perpendicularidad; escasa utilización de reglas y medidas.

<p><b>Pregunta 8.</b>  <b>Objetivo:</b> Obtener la simetría axial de puntos datos, respecto a un eje.  <b>Apreciación didáctica:</b> Comprueba la simetría axial de un conjunto de puntos respecto a una recta, considerando distancias y perpendicularidad.</p> <p>Al lado izquierdo de la recta L, se han marcado los puntos A, B, C y D. Marca al lado derecho de L, otros cuatro puntos que sean simétricos de A, B, C y D, respecto a L</p>		
<p>I.E. Cristo Ramos</p> <p>Rosa Angélica Chávez Carrasco</p>	<p>Respuesta de los estudiantes</p>	<p>Descripción</p> <p>La estudiante, logra determinar los puntos de simetría con respecto a la recta vertical L y construye una figura. La estudiante logró cumplir con el objetivo previsto a la pregunta.</p>

<p>Erlita Quispe Chuquimango</p>		<p>La estudiante, no ubica adecuadamente puntos simétricos al lado derecho de una recta "L". Hay confusión de distancias, no tiene clara la noción de simetría de un punto con respecto a una recta. No logró el objetivo previsto a la pregunta.</p>
<p>Jonathan Waldir Infante Limay</p>		<p>El estudiante no logra determinar los puntos de simetría con respecto a la recta L, Hay confusión de distancias para encontrar puntos simétricos respecto a una recta dada. El estudiante logró el objetivo previsto para esta pregunta de manera parcial.</p>
<p>Nilber Terán Mendoza</p>		<p>El estudiante logra ubicar los puntos de simetría; pero no los reconoce como tal, Une puntos para formar una figura, pero no ubica los puntos simétricos respecto a la recta "L". No logra el objetivo previsto de la pregunta, porque no entiende que para identificar que dos puntos sean simétricos, una de las características es que el segmento que une los puntos (A y A') debe ser perpendicular al eje de simetría. (recta L).</p>
<p>I.E. Pedro Villanueva Espinoza</p>	<p><b>Respuesta de los estudiantes</b></p>	<p><b>Descripción</b></p>
<p>Alicia Huangal Chilón</p>		<p>La estudiante, tiene nociones de ubicar puntos simétricos en el lado derecho de la recta vertical "L". Sin embargo, hay confusión en la noción de distancia, logrando el objetivo de la pregunta parcialmente.</p>

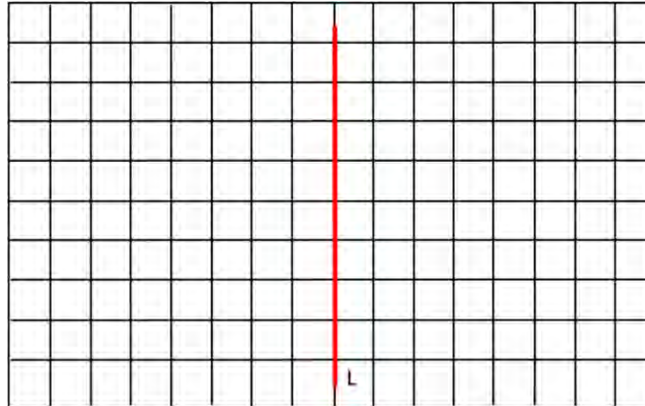
<p>Miriam Jhisela Infante Chilón</p>		<p>La estudiante no logra ubicar los puntos simétricos respectivos, la distancia de un punto y su simétrico a la recta L, no son las mismas. No se logró concretar el objetivo previsto de la pregunta.</p>
<p>Chilón Chilón Jaime</p>		<p>Logra correctamente ubicar puntos simétricos a la derecha de "L". Maneja la noción de distancia y perpendicularidad e igualdad, El estudiante si logró el objetivo previsto a la pregunta.</p>

Observaciones:

- De los siete (7) estudiantes, solo dos (2) lograron obtener la simetría axial de puntos dados, respecto a un eje vertical, identificando distancias, perpendicularidad e igualdad, logrando el objetivo previsto de la pregunta. Un (1), estudiante, respondió de manera parcial y cuatro (4) estudiantes no lograron contestar correctamente la pregunta.
- Dificultad: Desconocimiento de distancias, perpendicularidad e igualdad.

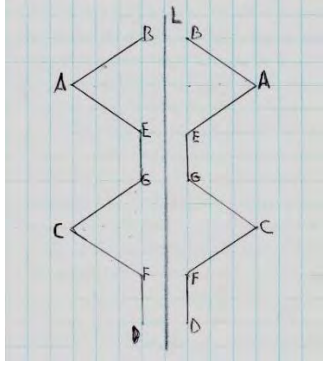
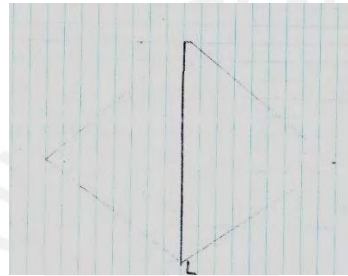
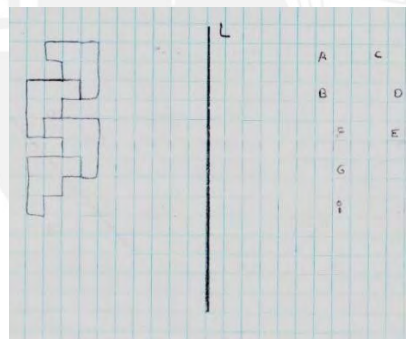
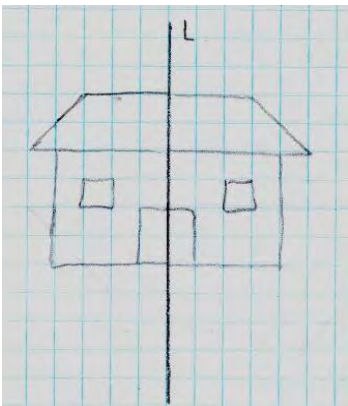
**Pregunta 9.****Objetivo:** Crear un diseño y obtener su simétrico respecto a un eje dado.**Apreciación didáctica:** Asocia los procesos cognitivos de visualización, representación y razonamiento a través del problema.

Dibuja una figura al lado izquierdo de L, y luego su figura simétrica respecto a L, en el lado derecho



C. Cristo Ramos	Respuesta de los estudiantes	Descripción
Rosa Angélica Chávez Carrasco		Asocia la noción de trazar la simetría de una figura respecto al eje "L" vertical. Confunde en ubicar la simetría de los puntos d y b, por lo que logra de manera parcial el objetivo previsto para esta pregunta.
Erlita Quispe Chuquimango		No logra construir correctamente una figura simétrica a la original respecto al eje vertical "L". La estudiante, no tiene la noción de simetría de un punto respecto a una recta, por lo que no logra alcanzar el objetivo previsto en esta pregunta.
Jonathan Waldir Infante Limay		El estudiante, logra representar la figura simétrica a la original respecto al eje "L" vertical, se observa dificultades en indicar los nombres de algunos puntos simétricos; logra el objetivo de la pregunta.



<p>Nilber Terán Mendoza</p>		<p>El estudiante, si asocia bien la figura simétrica respecto al eje "L" vertical y el nombre del punto simétrico al punto original. Maneja conocimientos de orientación espacial y distancias, logrando así, el objetivo previsto en esta pregunta.</p>
<p><b>I.E. Pedro Villanueva Espinoza</b></p>	<p><b>Respuesta de los estudiantes</b></p>	<p><b>Descripción</b></p>
<p>Alicia Huangal Chilón</p>		<p>La estudiante no logra construir la figura simétrica a su dibujo inicial, le falta mejorar en la determinación de las distancias respectivas al eje de simetría, por lo que no logra el objetivo de la pregunta.</p>
<p>Miriam Jhisela Infante Chilón</p>		<p>La estudiante dibuja una figura, pero no logró ubicar con precisión los puntos simétricos a la figura con respecto al eje de simetría "L". A la estudiante le falta asociar los procesos cognitivos de visualización y representación, para crear un diseño y construir su simétrico respecto a un eje dado. Por lo que no logra el objetivo previsto en esta pregunta.</p>
<p>Chilón Chilón Jaime</p>		<p>El estudiante, asocia muy bien la simétrica de una figura respecto al eje vertical "L" hacia el lado derecho, guardando correspondencia a los conceptos de igualdad, distancia, orientación espacial. Construye una casita donde se observa que el lado izquierdo es simétrico al lado derecho con respecto al eje vertical "L".</p>



Observaciones:

De los siete (7) estudiantes, tres (3) logran asociar los procesos cognitivos de visualización, representación y razonamiento a través de la creación de un problema en el que se tiene que crear un diseño y construir su simétrico respecto a un eje dado, lográndose así el objetivo previsto en la pregunta. Tres (3) estudiantes no lograron contestar la pregunta, no lograron entender la noción de simetría axial de una figura con respecto a un eje, y un (1) alumno contestó la pregunta de manera parcial.

El análisis correspondiente a esta actividad lo realizamos en el capítulo VI.

Para cumplir con el tercer objetivo específico propuesto en nuestra investigación, y debido a que, en las entrevistas con diferentes docentes y estudiantes, fuimos conocedores que en ningún año de estudios anterior habían enseñado o desarrollado el tema de Transformaciones Geométricas, específicamente Simetría; consideramos preparar un **MATERIAL** que pueda ser útil para la enseñanza y aprendizaje de este tema, iniciando en el nivel de reconocimiento propuesto en “Los niveles de Van Hiele en las Isometrías del Plano”.

#### **5.4. Material didáctico elaborado**

*“[El] otro es ... imaginar una nueva postura educativa que no desprecie la mano y el cuerpo, sino que los utilice a favor del desarrollo de la inteligencia y del afecto”.*

*Gadino.*

Así como en la guía de percepción de las simetrías, preparada para los estudiantes de segundo grado de educación secundaria de los colegios de Porcón, utilizamos algunos diseños de los tejidos de la zona que hemos presentado, consideramos tres motivos de dichos diseños, para elaborar unos rompecabezas. (puzles, tipo tangram).

##### **5.4.1. Fundamentación**

De acuerdo con las sugerencias didácticas para la Geometría, por los diferentes investigadores para la utilización de materiales, incidimos en la importancia de la percepción y la intuición. Por la percepción formamos las primeras imágenes que ordenadas, articulan y secuencian la comprensión para una formal deducción científica.

Alsina, C. (1997), considera que aprender geometría puede ser un atractivo laboratorio para los estudiantes, realizando actividades constructivas, lúdicas y perceptivas, desde los

primeros pasos: “El tacto, la vista, el dibujo, y la manipulación, los familiarizan con todo un mundo de formas, figuras y movimientos para seguir hacia el conocimiento de modelos abstractos”. Alsina, C. et.al. (1997, p. 11).

La geometría es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización; tiene valor estético y cultural. Gauss decía: “La Matemática es la ciencia del ojo”. Los recursos didácticos en general pueden ser variados.

Sostienen los investigadores, que “material” son objetos, piezas y elementos de utensilios e instrumentos, también medios de comunicación, el entorno de vida y la cultura, lo concreto que es el mundo que observamos y que impresiona nuestros sentidos; y que, utilizados convenientemente, en diversas formas, conduzcan a consolidar conceptos fundamentales matemáticos. Además, consideran relevante realizar la enseñanza y aprendizaje de simetrías en Laboratorio, con actividades psicomotrices que estimulen el pensamiento creativo y desarrollo de la inteligencia. Esto sugiere que la base del trabajo es la Percepción del estudiante.

Refuerza Corbalán (1998), que el estudiante percibe su realidad y, a partir de ello construye modelos y, aunque la percepción sea diferente para cada uno, por lo que él quiera ver y por su capacidad, este punto de vista del alumno es el que interesa en la enseñanza, por tanto, hay que ubicarse en esa perspectiva, tratando que, en ese enfoque de la realidad, se presenten también, elementos matemáticos.

Tarea de la educación matemática, que es un reto para el docente, es su programación y realizar las actividades matemáticas de modo que fomenten actitudes positivas, trabajo dinámico que promueva conductas adecuadas mediante el progreso de la independencia intelectual del alumno, trabajos grupales, respeto de reglas, etc.; lograr que sean sensibles a los aspectos matemáticos de la realidad, y que puedan responder adecuadamente frente a la veloz información extraescolar.

En este aspecto, Gadino, A. (2007), recomienda que el profesor planifique, programe y desarrolle su clase, ubicando su enseñanza en el currículo nacional de acuerdo a los problemas de la sociedad; que la situación social aconseja incluir en el programa de actividades a desarrollar en la escuela.

Estas consideraciones concuerdan con el principio de Van Hiele., pues los estudiantes avanzan de modo gradual en su aprendizaje integral.

Las seis actividades que Bishop expone, y que desarrollan todas las culturas: Contar,

medir, diseñar, localizar, jugar y explicar, principalmente la actividad de diseñar, se pueden realizar, aprovechando este material de trabajo. El diseño inspira reproducción de las formas de la naturaleza o de las elaboradas por las culturas. Son propiedades de la forma que motiva para desarrollar ideas matemáticas como modelos, escalas, teselaciones, proporciones, etc.; otras actividades de investigación como el estudio de las formas cristalinas, y elementos naturales que permitan un acercamiento natural al mundo gráfico- matemático.

Hemos elaborado un sencillo material inicial, tomando como modelo tres diseños de los tejidos de Porcón que son imágenes de su entorno y responden a la realidad, posibles de trabajar incentivando el progreso de la percepción de la simetría por los estudiantes, su observación, visualizando las cualidades que se repiten o no; diferenciando y clasificando, manipulando reproduciendo, dibujando, pintando, creando otras con similares características, es decir, desarrollando su saber -hacer. Que el estudiante; aprenda a ver la matemática que está implícita en las figuras.

Gadino, A. (2007), presenta un cuadro que consideramos relevante en la enseñanza de la Geometría, por ser un marco integral de trabajo con figuras geométricas. Lo presentamos al final de la exposición de nuestro material didáctico. Figura 198

Describimos el material referido, según modelo de Alsina, C et .al. (1998, p. 145), expresando, que es fundamentalmente para el estudio de nuestro tema Simetrías, basado en los diseños de los telares de tejedores de Porcón, Cajamarca.

Puede tener muchas aplicaciones dependiendo de la creatividad del docente y su programación. Las propiedades de la forma motivan para desarrollar ideas matemáticas como modelos, escalas, teselaciones, proporciones, etc.; tampoco se restringe al lugar pues se puede realizar el estudio en diferentes lugares, visitando museos, promoviendo tours, etc. lo que además incentiva la creatividad, arte e imaginación del alumno.

**Esta actividad de creación de materiales que responde a nuestro tercer objetivo específico** es un aporte básico y sencillo para las acciones educativas en la enseñanza de la geometría en general desde los primeros años hasta años superiores, por ejemplo, en las Probabilidades, como hemos visto, explotando al máximo sus posibilidades, relacionando con el ARTE.

### 5.4.2. El material

#### 1. **MOTIVO “ANDENES” Tierra**

##### Descripción del material:

Dos rompecabezas compuestos cada uno, por ocho piezas realizadas en cartón piedra delgado de 1,5 mm de espesor y que encajan en un cuadrado de 10 por 10 cm. del mismo material, para cada uno.

En uno de ellos, las piezas conservan los colores de la figura, que en el caso del modelo son, los cuatro motivos grandes, un par color rojo indio y un par color marrón. los cuatro motivos pequeños, un par color verde y un par color palo rosa.

**Figura 193.** Material Didáctico Motivo Tierra, Andenes



Fuente: Elaboración propia

En el segundo rompecabezas, las piezas también son ocho, del mismo material, pero, sin considerar el color

**Figura 194.** Rompecabeza Motivo 1



Fuente: Trabajo del investigador

**Interés didáctico:** (Primer nivel de razonamiento de Van Hiele: Reconocimiento).

1. Desarrollar la percepción y actitud creadora. (Crear nuevas figuras)

Acción: Formar el rompecabezas, crear nuevas figuras, ...

2. Reconocer formas iguales en diferentes posiciones, mediante su intuición.

Acción: Manipular, superponer, comparar, cambios de posición de las piezas, etc. de manera global. Ir anotando sus experimentos.

3. Construir figuras con simetrías axiales. Utilizar materiales auxiliares: regla, compás, transportador.

Acción: Reproducir la figura modelo en un papel y realizar diferentes dobleces, luego representar los casos con las piezas del rompecabezas, anotar sus resultados y dibujarlos utilizando regla, lápices de colores.

Creemos que las actividades que se pueden realizar pueden ser variadas, y en los diferentes niveles, aprovechando la riqueza de aplicaciones que tienen las figuras.

En la guía que trabajamos con los alumnos de segundo de secundaria, colegios de Porcón, Cajamarca, hemos aplicado algunos ejemplos para este diseño, adecuando al primer nivel.

### **MATERIAL MOTIVO “OLAS DEL MAR” AGUA**

#### **Descripción del material:**

Este motivo está elaborado igual que el primero, en cartón de piedra, delgado, de 1,5 mm de espesor que encaja en un cuadrado de 10 cm. de lado.

Consta de 4 piezas y cuatro colores, así como el modelo del tejido. Elaboramos igualmente el diseño en piezas de un solo color (Figura 195, Números 1 y 2).

Las siguientes imágenes que corresponden a este Motivo 2, se ven en las piezas por separado para poder coincidir o comprobar la simetría central (Figura 195, Números 3 y 4).

Para comprender la simetría central (Figura 195, Números 5 y 6).

Figura 195. Motivo Olas por forma y por forma y color



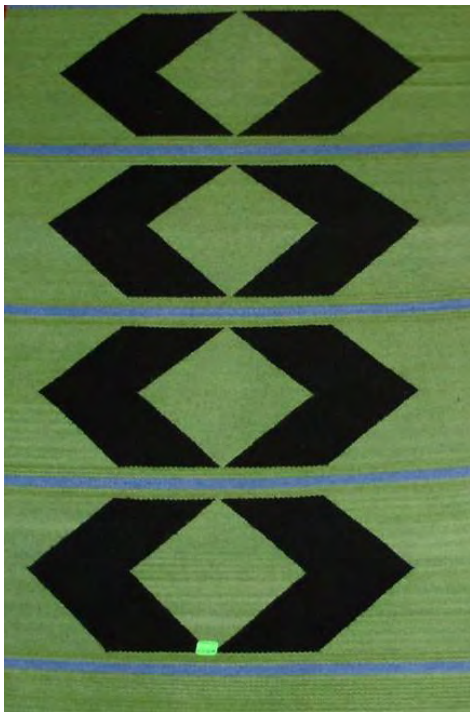


Interés didáctico:

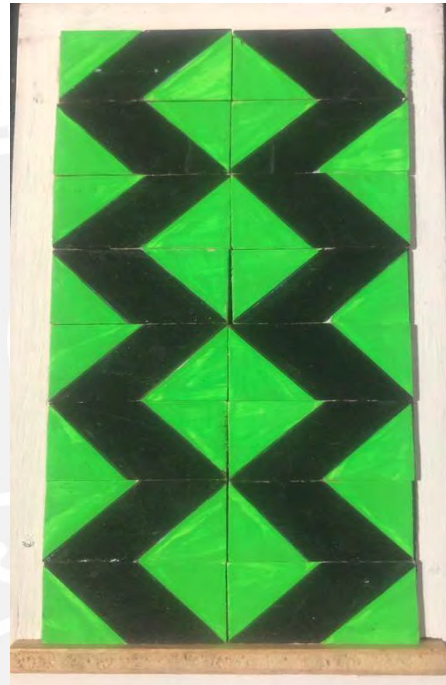
Comparación y otras acciones como en el primer motivo, reconocimiento de un centro de imagen, medida de ángulos, rotaciones. Dibujo, uso de compás, transportador.

**MOTIVO “KENGOS” AGUA. NATURALEZA**

Diseño del tejido



Material



Descripción del material:

Son 16 motivos trabajados en madera suave, que encajan en un molde rectángulo también de madera, de medidas 16 x 8 cm. Cada motivo tiene 2 x 4 cm.

Se pueden construir muchas figuras y aprovechar para estudiar muchos casos de simetría.



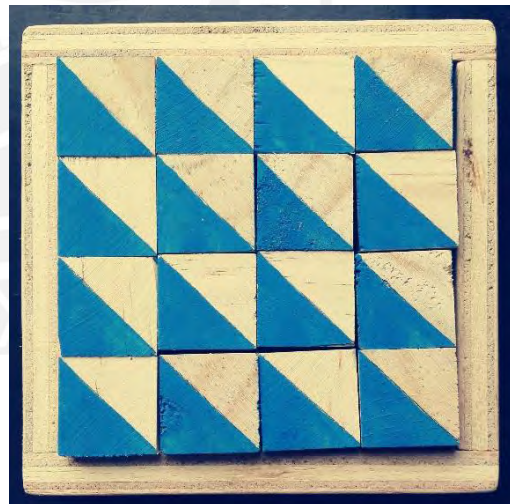
Este diseño también tiene variaciones para diferentes estudios de simetría



Hemos variado este motivo zigzag, a una forma cuadrada, mitad del rectángulo, medidas 8 x 8 cm, con 16 piezas o motivos rectangulares de 1 x 4 cm.



Asimismo, en forma cuadrada de 8x8 cm de lado, variamos a 16 motivos cuadrados de 2 cm de lado cada uno, lo que mostramos en los rompecabezas, de colores rojo con color natural de la madera, otro azul con color natural y otro blanco con negro, pintados a uno y otro lado de su diagonal.



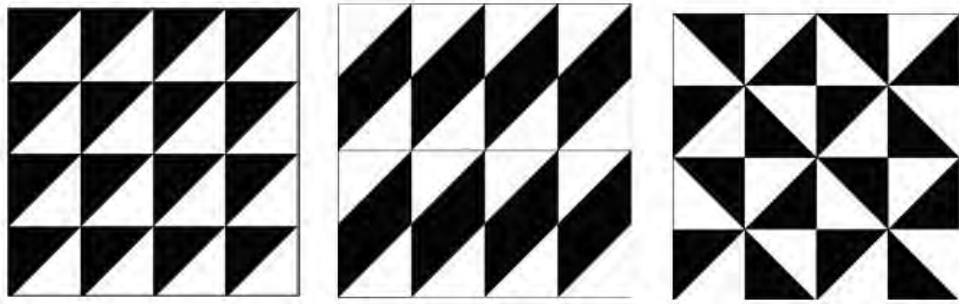


Se pueden determinar muchos modelos además de formar los diseños de los tejidos de Porcón, Cajamarca. La utilidad de estos rompecabezas, para la enseñanza y el aprendizaje, más allá de un juego, hasta en combinatoria, etc. constituye un fuerte apoyo a la observación y desarrollo de la visión; al fomento de la creatividad y arte. Se pueden formar diferentes tipos de mosaicos.

Alberti, M (2014), se refiere a las teselaciones en el plano textil, justificando que, como tejer constituye una actividad universal de todas las culturas, el mundo textil es muy rico en lo referente a teselaciones del plano. El tejido, el entramado de hilos, los estampados, los patchworks, conforman un todo figurativo o geométrico; y muchos de estos tejidos se confeccionan mediante un esquema a base de polígonos y hace referencia a diversos diseños en diferentes lugares donde aún los más sofisticados, se hacen con diseños de carácter geométrico.

Es interesante su estudio, que, al referirse a los recubrimientos con baldosas cuadradas, si se colorea cada una de blanco y negro a cada lado de su diagonal, se reorganizan patrones diferentes constituyendo un reto a la visión del suelo y al plano visual. (pág. 25).

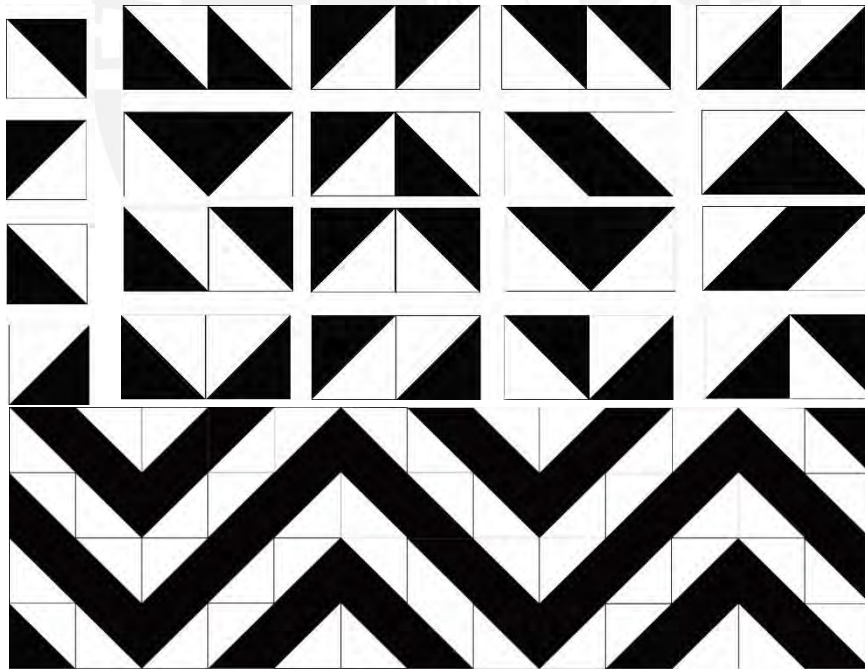
**Figura 196. Ejemplo de baldosas**



Fuente: Alberti (2014, p. 25),

Alberti, M. (2014), presenta una nota que nos parece muy adecuada para resaltar la importancia de este material presentado, en la página 26, de su obra, mediante Permutaciones. El método de Douat “En 1722, Sebastien Truchet (1657- 1729) publicó en París el método de Dominique Douat (1681 - ?)” por el que Douat obtenía una infinidad de diseños o mosaicos a partir de una figura inicial sencilla, que es un cuadrado pintado como nuestro modelo), blanco y negro a cada lado de su diagonal.

**Figura 197. Permutaciones de Douat.**



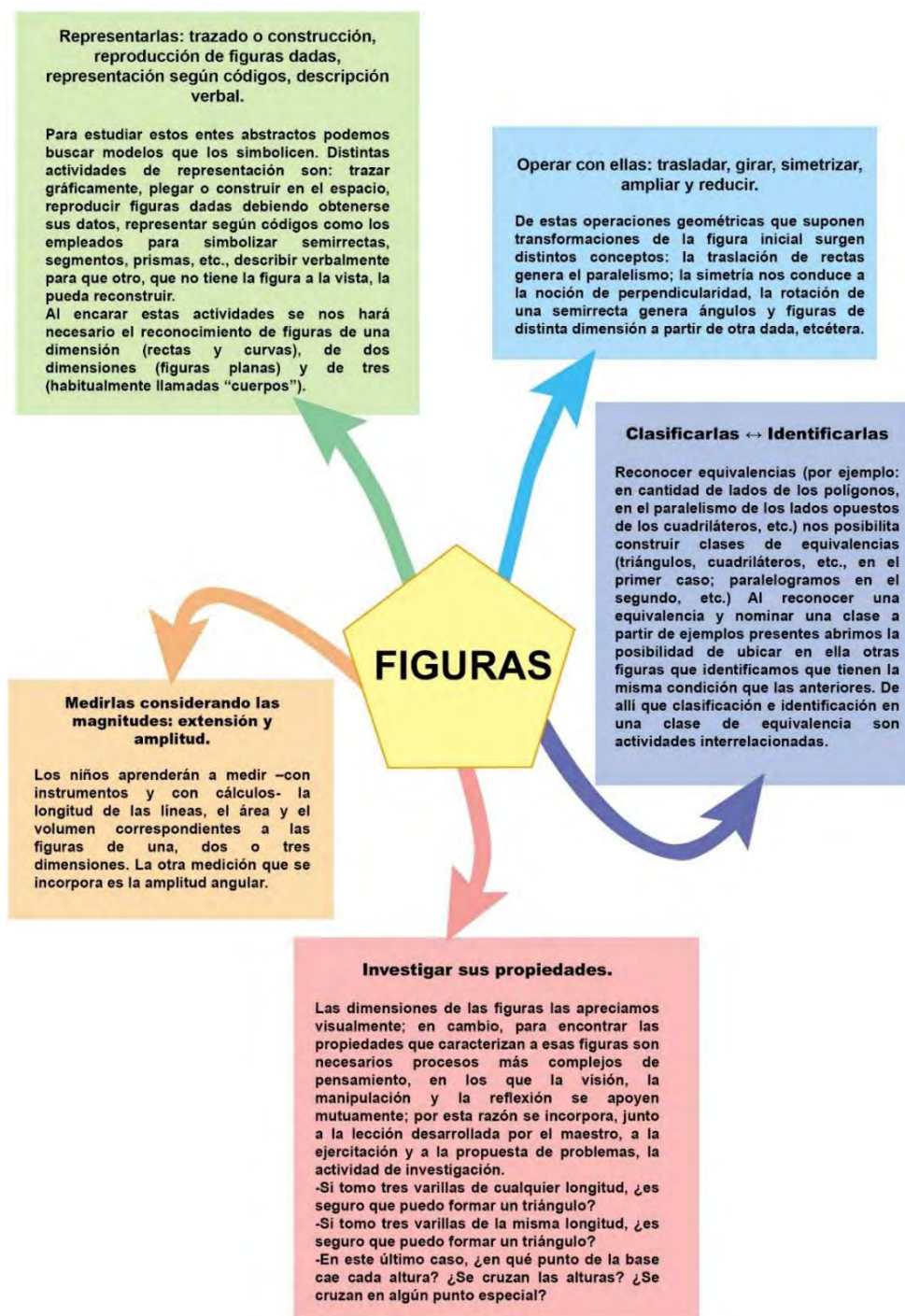
Fuente: Alberti (2014, p. 26),

Se pueden encontrar muchas aplicaciones a partir de estos sencillos modelos que presentamos.



En el siguiente cuadro de Gadino (2007), tenemos condensadas actividades que constituyen una guía de posibilidades geométricas a realizar con las figuras. Estas actividades están relacionadas entre ellas, según los casos convenientes que se aplique.

**Figura 198. Actividades geométricas a realizar con las figuras**



Fuente: *Novedades Educativas* N° 195. Marzo 2007 p. 60



## CAPÍTULO VI: ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

### 6.1. Del estudio etnomatemático

Para responder a nuestra **Primera Pregunta:**

- ¿Qué características tiene la población rural de Porcón, Cajamarca, en una perspectiva etnomatemática?

Las características de la población estudiada se presentan en la Tabla 16, 17.

De acuerdo a la Tablas 5 y 6, propuestas en el capítulo III presentamos los resultados de los aspectos observados, mediante las entrevistas a los tejedores:

**Primer aspecto, Participantes:** Actores. Son los tejedores de la zona rural Porcón, Cajamarca.

Sobre edad, sexo y profesión y demás características, mostramos la tabla siguiente:

**Tabla 16**

(A) Sobre el tejedor de Porcón Cajamarca

N°	Nombres y Apellidos	M-F	Edad	Estudio	Religión	Idioma C-Q	Estado Civil	N° Hijos	Km que vive	Cómo aprendió a tejer
01	Gaspar Chilón Huatay	M	67	No	Evangélica	C	C	4	16	De sus abuelos
02	Rocío Llamoga	F	26	No	Católica	C	S		14	Su padre
03	Dionisio Castrejón Yopla	M	65	No	Evangélica	C-Q	C		17	De su padre
04	Santos Infante	M	52	2° Prim.	Evangélica	C	C	3	14	De su Cabeza
05	Olga Zambrano Huataya	F	29	No	Evangélica	C	S	0	15	De su mamá
06	Cristina Zambrano Cueva	F	39	No	Evangélica	C	C	3	18	De sus abuelos y papás
07	Rosalía Chilán Infante	F	No dice	No	Católica	C	S		15	De su padre
08	Margarita Cueva Castrejón	F	30	4° Prim.	Católica	C	S		14	De su padre

N°	Nombres y Apellidos	M-F	Edad	Estudio	Religión	Idioma C-Q	Estado Civil	N° Hijos	Km que vive	Cómo aprendió a tejer
09	María Yopla Herrera	F	40	No	--	C	C	2	17	De su padre
10	Nativa Uriarte	F	32	No	Católica	C	C	3	12	De su mamá
11	Miriam Zamora	F	No dice	No	Católica	C	S		15	De su padre
12	Eusebia Cueva Huatay	F	18	No	Católica	C	S	1	16	De su padre
13	Rosario Ayay	F	No dice	No	Católica	C-Q	C		15	De su padre
14	Juana Yshpillco Zambrano	F	40	No	Evangélica	C-Q	C		14	De su padre
15	Pablo Yshpillco	M	65	No	Evangélica	C-Q	C	8 hijos 30 nietos	14	De sus abuelos y papá
16	María Zambrano Chuquimango	F	35	No	Católica	C-Q	C	4	13,5	De su padre
17	Nestor Tingal	M	50	2° Prim.	Católica	C	C	6	13,5	De su padre
18	Zenaida Tingal	F	27	3° Sec.	Católica	C	C	2	13	De su padre
19	Eusebia Ishpillco Chitón	F	No sabe	No	Católica	C	Viuda	3	13,5	mirando
20	Mariana Donato Zambrano	F	No dice	No	Católica	C	C	4	13,5	De su padre
21	María A. Chilón Chuquimango	F	48	No	Evangélica	C-Q	C	4	16,5	De sus padres
22	María Silvia Zambrano Tejada	F	22	No	Evangélica	C	S	1	16	De sus padres
23	Apolinaria Amanbal Chilón	F	67	No	Evangélica	C-Q	C	5	16,5	De su padre
24	María N. Quispe Zambrano	F	50	No	Evangélica	C-Q	C	4	12	De su padre
25	María Conce Zambrano García	F	52	No	Católica	C	C	4	14	De su padre y abuelos

Fuente: Entrevistas del investigador

Entrevistamos a veinticinco tejedores, cinco varones y veinte mujeres.

De los datos mostrados en el cuadro, podemos inferir lo siguiente:

i) **Respecto a la edad y sexo:**

- La menor edad de este grupo de tejedores es 18 años. La mayor, es 67años.

**Tabla 17**

*Tejedores por edad y sexo*

<b>Edad en años</b>	<b>Mujeres</b>	<b>Varones</b>	<b>Total tejedores</b>
<b>18</b>	1	0	1
<b>20-29</b>	4	0	4
<b>30-39</b>	4	0	4
<b>40-49</b>	3	0	3
<b>50-59</b>	2	2	4
<b>60-69</b>	1	3	4
<b>No dicen</b>	5	0	5
<b>Total</b>	20	5	25

- En los cinco participantes varones la edad promedio es de sesenta años.
- De las veinte mujeres participantes, cinco de ellas no indican su edad y la edad promedio de las quince que lo indican es treinta y seis años.

ii) **Respecto al ambiente, espacio, sentimiento, fines:**

Estado civil en general: De los veinticinco tejedores diecisiete son casados una mujer viuda y siete mujeres solteras.

El idioma en general: Diecisiete tejedores hablan solamente castellano y ocho hablan castellano y quechua, de los cuales dos son varones y seis son mujeres.

Respecto a los estudios y sexo:

- Tres varones no tienen ningún estudio y dos de ellos tienen estudios de primero y segundo de primaria.

- De las veinte mujeres, dieciocho no tienen ningún estudio, una de ellas tiene estudio hasta cuarto de primaria y otra hasta tercero de secundaria.
- Dónde viven: Los tejedores viven entre los kilómetros doce y dieciséis de Porcón.
- En su Cosmovisión de acuerdo a la imagen de Cultura figura N° 68.



### **Manifestaciones Inmateriales:**

La tradición oral, se va perdiendo con el paso del tiempo y por la emigración de los pobladores a la ciudad capital o "a la costa", como dicen ellos, en busca de oportunidades de trabajo.

La música permanece a pesar de que en Granja Porcón ya no es cultivada. Mayores y niños tocan clarín, flauta, caja, antara y quena, especialmente en las fiestas religiosas. (página 185).

Sobre la religión, en los tejedores entrevistados, once tejedores son de religión evangélica, trece son católicos y una no indica (Tabla 17).

En este aspecto, en general, Porcón Alto ha cambiado la religión católica a la Evangelista u otra cristiana, 71%, y católicos 29%. Granja Porcón cambió en forma casi total 89% cristiana, 1% ninguna y 10% católica. En Porcón Bajo, la mayoría son católicos conforman 65%; 25% evangélica, 7% otra y 2% ninguna. (INEI, cuadros en anexos).

Las fiestas religiosas y de épocas de siembra y cosecha, entre otras, continúan.

En el aspecto conductual, son sencillos y acogedores; un poco desconfiados hasta que tratan a la persona. Fueron mal llamados "Porconeros", humillados y maltratados desde su traslado, luego en los obrajes, etc.

Los habitantes de Porcón, y zonas aledañas a ellos como Chetilla, son descendientes de

mitimaes que fueron un grupo trasladado del Ecuador, cambiando su vida y hogar, como estrategia de poblaciones en el Tahuantinsuyo, por lo que es muy difícil que se identifiquen con su entorno.

Por los apellidos de los tejedores, y datos de Apellidos de Porcón, anotados en Dimensión Política, página n° 144, podemos decir, que los tejedores son sucesores de diferentes generaciones desde el año 1838.

**Ciudadanía.** Los pobladores en su afán de sobrevivir se someten a cualquier persona u organización. Son factibles de engañar, aceptan contratos para llevar sus trabajos a otros lugares, pero luego no conocen los resultados. (Entrevistas tejedores). Es evidente su ausencia de ciudadanía.

**Salud.** No manifiestan adecuada orientación en este sentido de salud y en los demás sectores. Los datos estadísticos muestran un estado pobre y descuidado.

Evidenciamos que los ríos y acequias están contaminados con basura de todo tipo, que los mismos pobladores inciden, afectando al medio ambiente.

Presentan índices de desnutrición, mortalidad infantil y problemas sanitarios. En el 2018, sólo 2 de cada cinco pobres se atendieron en un centro de salud. En Essalud, se atendió el 20,3% no pobres y el 2,4% de pobres. De 35 853 pobladores rurales, 26, 834 carecen de seguro de salud.

INEI 2017, población rural, Cajamarca. En la página 168.

**Identidad.** En la Encuesta demográfica y de salud familiar, presentada en junio de 2017, por el Instituto Nacional de Estadística e Informática, Cajamarca, CUADRO N° 01 CAJAMARCA: CARACTERÍSTICAS DE LOS HOGARES Y LA POBLACIÓN 2000, 2009, 2011 Y 2013 – 2016, en cuanto a nivel de educación, de seis años y más de edad, por sexo, un ejemplo en el año 2016 es el indicador "sin educación", varones, tiene un porcentaje de 6,8% y mujeres, 15,3%.

Apreciamos en el porcentaje, que hay una brecha grande en la educación de la mujer respecto al varón.

En general, en Cajamarca, en la Encuesta Nacional de Hogares del Instituto Nacional de Estadística e Informática, tomando en cuenta desde el año 2009 al 2015, Cajamarca se ubica en el Grupo de pobreza con incidencia más alta en el Perú; y según el cuadro Número 3.4. de dicha encuesta, en el 2013, 2014, y 2015, es el departamento con pobreza extrema, en el grupo 1 a nivel nacional.

iii) **Respecto a su comportamiento y actividades:**

La mayoría de los varones se dedica a la agricultura y ganadería, las mujeres aún cuando caminan van hilando como una acción inherente a ellas, va con ellas; los tejidos son actividad secundaria con fines de negocio. Tienen baja autoestima. Se avergüenzan de hablar quechua y son pocos los quechua hablantes, fueron estigmatizados en el idioma. La mayoría de los pobladores mayores son analfabetos. Su falta de educación no ayuda a desarrollarse ni poder trabajar en equipo, dificulta la integración.

Cajamarca ocupa el penúltimo lugar a nivel nacional, en alfabetismo.

**Manifestaciones Materiales:**

Se presenta las artesanías especialmente en Huambocancha; en cerámica y piedra; las que muestran mucho ingenio y creatividad. como se evidencia en las Cruces y en las lápidas. Los picapedreros de Huambocancha manifiestan una gran sensibilidad artística, expresado en la roca y piedra.

También en el Corredor de Porcón, los **tejidos** de diseños variados, manifiestan un conocimiento de teñidos de colores, de hilados, de obtención de lana, manejo de telares y callua; y sobre todo del arte con que combinan los diseños expresando su cosmovisión; sus obras las comercializan para mantener su diario vivir.

Los pobladores en su mayoría son trabajadores independientes, tienen mucha creatividad en la elaboración de sus artesanías. Ellos mismos buscan sus insumos y hacen su comercio.

Sus casas, las construyen ellos mismos, de diferentes estilos, con mucha habilidad en el trabajo con madera para construir sus balcones, que son un modelo tradicional de casi todo el medio rural cajamarquino.

iv) **Frecuencia y duración de las entrevistas:**

Las entrevistas se han realizado en diferentes fechas y ocasiones iniciadas en enero del 2012, hasta 2015, buscando un clima de confianza porque algunos de ellos son más reservados o tímidos.

**Comentarios de las entrevistas:**

1. Gaspar inició su taller el año 1998, con un pequeño grupo. En el Año 2000 tuvo apoyo del Senati y en 2002 Senati exporta los productos. Hace el cojín cuadrado Cruz. Cuatro pares, cuatro cm. El cuadrado tiene 48 cm. El aprendió a tejer de sus abuelos. Ahora más



bien, en su taller en su casa enseña a otros tejedores, desde que Senati le apoyó con telares.

2. Rocío Llamoga aprendió a tejer de su papá Llamoga de la Cruz. Recomienda que cuando la lana está hilada, se tuerce de a dos para frazada, para chal es de una; para poncho es de dos. Si no hay pasto una oveja no bota buena lana, más o menos un kg. Si la oveja es buena da 2 Kg.
3. Eusebia Ishpilco dice que una oveja se trasquila cada año. De cada oveja sale una libra de lana. Una frazada sale de unas 3 libras de lana. A ella le enseñó su mamá a trasquilar, lavar, preparar la lana y tejer.
4. A Pablo Ishpilco le enseñaron sus abuelos y su papá. Teje uno por uno el hilo, tiene pedidos. Tiene contrato con un señor de Lima por 5000 metros de tela. El metro por mayor a 11 soles, de 32 cm de ancho. De 12 colores, saca 26.
5. Para Cristina Cueva Z, se teje mejor con hilo que traen de Lima porque con el hilo de Cajamarca, el tejido queda duro. Aprendió de sus abuelos y papás. Cuenta por pares, partiendo del extremo hacia el centro. El kilo de lana cuesta 18 soles, pero en Lima venden 20 kilos mínimo. Ella lava ropa a 4 soles la docena, recoge y entrega en Cajamarca.
6. Olga Zambrano Huataya aprendió a tejer de su mamá. Teje fajas con diseños de la Flor de Tuyo. Demora 3 días en hacer una faja y la vende a 5 soles. Una faja sale de una madeja de lana que cuesta 3,50 soles.
7. En cambio, Eusebia Cueva Huatay aprendió mirando. Teje con lana de oveja y tiñe con anilinas y planta quinual. Forma el ocre con barro cocinado, con chuñeque de los montes para color negro. Usa una determinada planta para teñir.
8. A Zenaida Tingal su padre le enseñó a tejer. Su padre es Néstor Tingal, tejedor a quien le enseñó su padre también. Una cuarta es más o menos 20 cm. y un codo, 40 cm. Un pie (madera), es de 35x35 x 30; esto está en la Biblia, dice su padre. Para teñir usa tintes químicos y naturales; con aliso sale verde y amarillo si pone ceniza.

#### Sobre el tejido:

Se observan influencias exógenas y, a pesar de que en el periodo Cajamarca III, la cultura tuvo auge y comercio de los tejidos hacia la costa y algunos lugares de la selva, según historiadores; no existen vestigios conocidos de tejidos aparte del motivo zigzag, que se exhibe en el Instituto Nacional de Cultura, Cajamarca; en cambio, sí se muestran y exhiben muchos instrumentos de tejido, originales, de distintas formas.

En el caso de Catequil, existen representaciones mayormente en cerámica.

Ultimamente con los intercambios y en la necesidad de sustento, se observan diseños semejantes en los tejidos de diferentes lugares no solamente del Perú.

### **Sobre la prueba de percepción a los tejedores**

Los errores en los diseños de los tejedores están en una interpretación deformada por concepción de tipo visual, en primer lugar, Nestor ha estudiado hasta segundo de primaria mientras que Gaspar es analfabeto, por lo que no han tenido enseñanza previa de la simetría y tienen en su inconsciente “debido a la predominancia de ejes verticales y horizontales en el mundo y la cultura que nos rodea (espejos, edificios, puertas, etc.)”. Jaime, A. & Gutierrez, A. (1999), p. 62.

En su arte textil, podemos deducir que los tejedores hacen los diseños que se imaginan sin tener idea de que ese mismo método, lo pueden aplicar fuera de los telares o incluso crear nuevos diseños. Otra posible explicación, es que ellos realizan sus tejidos con una percepción desde afuera hacia adentro, comenzando de los pares extremos de su telar, sin tener percepción en el plano, del simétrico de un diseño.

La población rural Porcón Cajamarca es una zona fragmentada en su forma social, quedando entre sus manifestaciones materiales, su arte en piedra y textil principalmente; encontrando en los gobiernos locales, regionales y nacionales, una ausencia de labor en pro de la cultura, educación, salud y desarrollo en general de esta población.

Es evidente que la Cultura de Porcón está cambiando y perdiendo sus raíces. No se ha fortalecido como Cultura.

### **Hemos estudiado las dimensiones de la Comunidad Porcón, en el contexto de los tejedores, mediante el método de la Etnomatemática, como un puente de acercamiento**

Finalmente, conforme al cuadro de componentes de la CULTURA, luego de nuestra investigación sobre la población rural Porcón, Cajamarca, en el contexto de los tejedores, su Identidad cultural, ciudadanía y desarrollo, en el marco de las dimensiones etnomatemáticas, y, de acuerdo con el diagrama de Desarrollo, figura 69, de la página 95; tomando en cuenta los datos de Instituto Nacional de Estadística, INEI (2007- 2017) y las características descritas en ellas, se evidencia **pobreza y poco desarrollo.**



- Se analizó un total de 112 respuestas dadas por siete estudiantes; estas respuestas corresponden a nueve preguntas de las cuales la pregunta cuatro considera tres ítems y la pregunta siete seis ítems.
- En 54 respuestas correspondientes al 48,21%, SE LOGRÓ el objetivo previsto para cada pregunta. Por ejemplo, hemos visto que:
  - \*Cinco alumnos de los siete, lograron armar el diseño propuesto, mirando el modelo en la pregunta uno (1).
  - \*Seis alumnos, lograron trazar ejes de simetría axial vertical en la pregunta cinco (5) Del mismo modo, Seis estudiantes logran reconocer la simetría de un punto respecto a un eje de simetría vertical en la pregunta siete (7) "a".
- En 10 respuestas se logró el objetivo de manera parcial (8,93%)  
Concluimos que es sencillo para los estudiantes, visualizar el eje de simetría vertical.
- En 48 respuestas no se logró el objetivo previsto (42,86%), por ejemplo:
  - \*En la pregunta cuatro (4), los estudiantes tuvieron mayor dificultad, no lograron identificar los ejes de simetría diagonal; de la misma manera en la pregunta siete (7) caso "a", NINGÚN estudiante logró precisar si dos puntos eran simétricos respecto a un eje de simetría diagonal.  
**Concluimos en este punto, que para los estudiantes es difícil identificar las simetrías cuando los ejes son diagonales.**
- El estudiante E7, de las 16 respuestas que presentó, 13 las hizo de manera correcta, logrando así los objetivos previstos a dichas preguntas, Las 3 preguntas que falló correspondían a reconocer los ejes de simetría vertical, horizontal y diagonal, podríamos interpretar esto que los estudiantes respondieron a la encuesta de manera intuitiva, mas no teniendo un concepto o definición de las simetrías de un objeto.
- El estudiante E5, de 16 respuestas analizadas, solo logró el objetivo previsto en dos preguntas, en una pregunta de manera parcial y en 16 no logró el objetivo.
- **También podemos mencionar que los estudiantes no tienen conocimientos sobre mediciones ni manejo de reglas y escuadras.**
- Los estudiantes no recibieron enseñanza del tema de simetría hasta el momento y de acuerdo a los resultados podemos inferir que tienen una percepción de la simetría bilateral, es decir con eje simétrico vertical. Se observó que los estudiantes no tienen una percepción de simetría diagonal.

## **OBSERVACIÓN:**

Podemos comentar sobre la importancia del manejo de instrumentos elementales, como regla, compás, transportador, para poder trazar paralelas, perpendiculares, etc y resolver problemas mediante medidas sencillas; luego se hará más sencillo también, comprender el manejo de programas informáticos de la referencia, simetría, geometría, matemática y arte en general.

### **Para responder a nuestra Segunda Pregunta:**

¿Qué tipo de simetrías subyacen en los tejidos de los pobladores de la zona rural de Porcón, Cajamarca?

### **6.3. Del estudio matemático de los diseños**

Nuestro segundo objetivo de investigación es examinar y tipificar las simetrías existentes en diversos diseños de los tejidos de telar de los pobladores de Porcón, Cajamarca; por lo que estudiarnos en primer lugar las simetrías de algunos diseños y frisos que presentan diferentes diseños en los tejidos, además se presenta los resultados de la percepción de los estudiantes de segundo año de secundaria.

Del estudio de la simetría en los diseños: En la tabla 11 hemos conformado las clases de ejes de simetría de los tejidos.

Los diseños fueron estudiados por Forma, y también por Forma y Color, obteniéndose los siguientes resultados:

#### **Estudio por Forma:**

De la tabla 11, se puede observar que 6 diseños presentan una simetría vertical lo que representa el 85,71%, 4 diseños presentan simetría horizontal y sólo 1, presenta una simetría diagonal que representa el 14,28%. También podemos observar que sólo el diseño A (Andenes) presenta los 3 ejes de simetría y también simetría central.

#### **Estudio por Forma y Color:**

Del mismo modo que en el estudio por forma, en la misma Tabla 11, se puede observar que 4 de los diseños presentan una simetría vertical el cual representa el 57,14% y sólo 1 presenta una simetría horizontal y ninguno de los diseños presenta las tres simetrías.

Del análisis por forma y por forma y color, podemos afirmar que los tejedores en estudio perciben más el eje vertical en sus tejidos a diferencia de los ejes horizontal y diagonal. Ellos no trabajan con el conocimiento de simetría, sino con un aprendizaje trasladado de forma oral por generaciones, se inspiran en su entorno y en la naturaleza y eso es lo que representan en sus obras.

**Estudio matemático de Los frisos**, fueron analizados con cuatro códigos utilizados por los cristalógrafos Albers et al. (1999, pp. 672.673) y Balbuena (2003, pp.28-30), para representar los diseños de franjas. Se realizó un diagrama de flujo para el análisis de cada uno los frisos obteniendo tres clases: pmm2, pm11, , p1m1.

Estos resultados obtenidos de acuerdo a la tabla 12, son los siguientes:

#### **De los nueve frisos analizados:**

Cuatro frisos son de clase pm11, que representa el 44,4% del total de frisos analizados, esta clase pm11, significa que los frisos tienen solamente simetría vertical.

Otros tres diseños son de clase pmm2, que representa el 33,3%; la clase pmm2, significa que los frisos presentan simetría horizontal, vertical y diagonal; En ambos casos, los frisos presentan simetrías verticales y sólo el segundo grupo presenta simetría vertical, horizontal y central.

Dos diseños, son de clase p1m1, y representa el 22,2%, significa que estos diseños solamente tienen simetría horizontal.

De acuerdo a estos resultados, podemos indicar que los tejedores de Porcón, de manera innata **perciben las simetrías verticales y horizontales** lo cual es demostrado en sus diseños.

De los resultados obtenidos en los tres estudios: Análisis de diseños, Análisis de frisos y la Percepción de los estudiantes de Segundo año de Secundaria; podemos concluir que los tejedores de Porcón, Cajamarca, perciben en mayor porcentaje la Simetría axial vertical.

También se concluye que los tejedores representan en mínimo porcentaje en sus tejidos la simetría respecto a una diagonal.

Con esto hemos logrado nuestro **Segundo Objetivo de Investigación**, respondiendo a la segunda pregunta de investigación.

#### **6.4. Consideraciones finales**

*Francisco Miró Quesada Rada, en El Comercio, Opinión, domingo 17 de mayo de 2009 expresa: "Alguien sostuvo, en alusión a que Cajamarca es la cuna del Perú, que -es una cuna que se mece en la pobreza- Habrá pues que alimentar, educar y proteger al niño de la cuna, para que crezca grande, vigoroso y culto."*

Luego de nuestra investigación relizada recomendamos:



1. El docente: Conocer la realidad, el entorno natural y cultural de la zona donde trabaje, valorando sus capacidades. Prepararse para brindar una enseñanza de la matemática formal, adecuada integralmente en las áreas formativas y en la interculturalidad, teniendo en cuenta la triada de la educación matemática: Contenido, alumnado y profesorado.
2. Utilizar las simetrías que presentan los diseños de telar de los pobladores de Porcón, Cajamarca, como instrumentos metodológicos en la enseñanza de transformaciones geométricas, incentivando el arte y la creatividad; el desarrollo de su percepción y su inteligencia espacial, aún en diferentes lugares con actividades como juegos, rompecabezas, visitas a museos, etc.
3. Enseñar el manejo de instrumentos elementales, como regla, compás, transportador, para poder trazar paralelas, perpendiculares, etc.; luego se hará más sencillo también, comprender en el manejo de programas informáticos de la referencia, la simetría, geometría y arte en general.
4. Los docentes de matemática, sin abandonar el conocimiento y uso de estos instrumentos los aplique en su enseñanza en forma gradual a la par que programas informáticos.
5. Los organismos de poder, cumplir con la ley Ley N° 27558 de Fomento de la Educación de Niñas y Adolescentes Rurales. Formulando políticas educativas que respondan a las necesidades de ese sector.
6. Fomentar el desarrollo de las máximas capacidades mentales. Las matemáticas sirven a todas las ramas del desempeño laboral y profesional; potenciar artistas, escritores, científicos, emprendedores y líderes, teniendo en cuenta, en la planificación de acciones docentes, las aportaciones matemáticas para formar ciudadanos competentes matemáticamente.
7. Es necesario desarrollar didácticas adecuadas ante las limitaciones culturales y los pobres resultados de rendimiento en matemática; tratando, mediante el estudio de los diseños de telar, de integrar la cultura con la matemática, las demás ciencias y artes en general. Discernir entre lo que es útil de aprender y grato de enseñar.
8. Creemos en la necesidad actual de reivindicar el valor de nuestro patrimonio cultural nacional; pero para aprender a valorarlo primero es necesario conocerlo, estudiarlo e interpretarlo. Pongamos atención a nuestro patrimonio, así empezaremos a quererlo y protegerlo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abetti, G. (1956). *Historia de la astronomía*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Acantilado (2022). Reseña del libro: Marcus du Sautoy: *Simetría. Un viaje por los patrones de la naturaleza*. <https://www.acantilado.es/catalogo/simetria> (Revisado el 10/02/2022)
- Águila bicéfala (27 de febrero de 2022). En Wikipedia. [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=%C3%81guila\\_bic%C3%A9fala&oldid=141959720](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=%C3%81guila_bic%C3%A9fala&oldid=141959720)
- Aguirre Baztán, A. (1995). *Etnografía. Metodología cualitativa en la investigación sociocultural*. Barcelona: Marcombo.
- Alayo, F. (26 de setiembre de 2014). La belleza de un manto preínca que perdura más de dos mil años. *El Comercio*. [https://issuu.com/grupomatematica/docs/elcomercio\\_2014-09-26\\_10](https://issuu.com/grupomatematica/docs/elcomercio_2014-09-26_10)
- Albers, D.; P. Campbell, D. Crowe, S. Schuster y M. Thompson (1998). Acerca de la forma y el tamaño. En S. Garfunkel y L. A. Steen (editores). *Las matemáticas en la vida cotidiana* (pp. 490-722). Madrid: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Alberti, M. (2014). *El mosaico sin fin*. Madrid: National Geographic.
- Alfaro, J. (1992). *Domingo de Ramos en Porcón*. Cajamarca: Asociación Editora Cajamarca y Proeduca.
- Alhambravip (2018). *Mariposas mosaico*. <http://www.alhambravip.com/productos/mariposa-dibujo-mosaico> (Revisado el 15-08-2019)
- Alsina, C. (2005). *Los secretos geométricos en diseño y arquitectura*. Curso Interuniversitario "Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas" 2005. [imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3lp/3/calsina.pdf](http://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3lp/3/calsina.pdf)
- Alsina, C. (2010). Matemáticas para la ciudadanía. En M. L. Callejo y J. M. Goñi (coordinadores), *Educación matemática y ciudadanía* (pp. 89-102). Barcelona: Graó.
- Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J. & Torra, M. (2010). *Enseñar Matemáticas*. Barcelona: Graó.
- Alsina, C.; C. Burgués y J. M. Fortuny (1997). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid: Síntesis.

- Alsina, C.; J. Fortuny y R. Pérez (1997). Unas reflexiones sobre geometría y educación. En C. Alsina, J. Fortuny y R. Pérez (editores). *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO* (pp. 11-36). Madrid: Síntesis.
- Alsina, C.; J. M. Fortuny y C. Burgués (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Alsina, C.; C. Ruiz y R. Pérez (1989). *Simetría dinámica*. Madrid: Síntesis.
- Andrade, L. y G. Ramón (s/f). La alfarería y la textilería del sur de Cajamarca. Un enfoque interdisciplinario. Portal de la Red Internacional de Estudios Interculturales de la PUCP. <https://red.pucp.edu.pe/ridei/proyectos/la-alfareria-y-la-textileria-del-sur-de-cajamarca-un-enfoque-interdisciplinario-parte-1/> <https://www.artifexbalear.org/egipto14.htm>
- Artifex Balear (2003). *Egipto: métodos de representación gráfica*. <https://www.artifexbalear.org/egipto14.htm>
- Bagni, G. T. y B. D'Amore (2007). *Leonardo y la Matemática*. Bogotá: Magisterio.
- Balbuena, L. (editor). (2000). *Las celosías: una geometría alcanzable*. Tenerife: Dirección General de Ordenación e Innovación Educativa.
- Balbuena, L. y M. D. De la Coba (2003). *Geometría de los calados canarios*. Santa Cruz de Tenerife: Caja Canarias.
- Bazán, H. (2010). Los conceptos de desarrollo. *Somos Cajamarca*, 1 (1), 12-15.
- Bennet, W. y Bird, J. (1947). Tejidos. (Ed). En *Historia Cultural Andina* (pp. 110-
- Bergamini, D (1983). *Matemáticas*. México, D.F.: Ediciones Culturales Internacionales. [bit.ly/3KvmAer](http://bit.ly/3KvmAer)
- Biblioteca campesina (2007). *Tintes y Tejidos*. Cajamarca: Asociación Martínez Compañón.
- Bishop, A. (2000). Enseñanza de las matemáticas: ¿cómo beneficiar a todos los alumnos? En N. Gorgorió, J. Deulofeu, A. Bishop. (coordinadores), *Matemáticas y educación* (pp. 35-56). Barcelona: Graó.
- Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratàn D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1 (1), 21-25
- Bomone, I. et al. (2007). Enseñar Geometría: Necesidad y Desafío. *Novedades Educativas* (Nº 195).

- Bonell, C. (1999). *La divina proporción*. Barcelona: Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya.
- Borges, J. L. (1960). *El hacedor*. Buenos Aires: Emecé.
- Brown, R. (2003). Las esculturas simbólicas de John Robinson. *Mètode 37*, Universitat de València. <https://metode.es/revistas-metode/monograficos/las-esculturas-simbolicas-de-john-robinson.html>
- Caballero, A., Martínez, L., Bernardez, J. (1957). Conceptos Básicos y Movimientos de las figuras. En A. Caballero, L. Martínez, J. Bernardez; (Eds.), *Matemáticas. Tercer Curso*. (pp. 18-57) . México: Editorial Esfinge, S. A.
- Canavosio, G. (6 de diciembre de 2009). *OBRA - El Evangelio de las Manos*. <http://gustavocanavosio.blogspot.com/2009/12/obra-el-evangelio-de-las-manos.html>
- Carlson, U (2010). *Iconografía Andina. Interpretación del simbolismo en antiguos tejidos peruanos*. Lima: Editorial Los Pinos.
- Castro, F (1995), Descartes e Ideas Matemáticas. *Reportes sobre investigación en Etnomatemática*, 11(1), diciembre 1995. Recuperado en: <https://web.nmsu.edu/~pscott/isgems111.htm>
- Cieza de León, P. (1973). *La Crónica del Perú*. Lima: Peisa.
- Collete, J. (1986). *Historia de las matemáticas*. T. I. México: Siglo XXI Editores.
- Corbalán, F. (1997). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. 2.<sup>a</sup> ed. Barcelona: Graó.
- Costa, E. (2008). As “ticas” de “matema” de um povo africano: um exercício para sala de aula brasileira. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1 (2), 27-50. <http://www.etnomatematica.org/v1-n2-julio2008/Costa.pdf>
- Coxeter, H. S. M. (1971). *Fundamentos de la geometría*. México, Limusa.
- D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática*. Sao Paulo: Ática.
- D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática. Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- D'Ambrosio, U. (2007). La Matemática como ciencia de la sociedad. En: J. Giménez, J. Diez-Palomar y M. Civil (coordinadores). *Educación Matemática y Exclusión* (pp. 83-102). Barcelona: Graó.

Degregori, C. I. (1999). Estado nacional e identidades étnicas en Perú y Bolivia. En K. Koonings y P. Silva (editores), *Construcciones étnicas y dinámica sociocultural en América Latina*. Quito: Abya Yala.

Departamento de Cajamarca (8 de febrero de 2022). En Wikipedia. [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Departamento de Cajamarca&oldid=14152934](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Departamento_de_Cajamarca&oldid=14152934)

Devlin, K. (2002) *El lenguaje de las matemáticas*. Barcelona: Ediciones RobbinBook S.L.

Dienes, Z. y E. Golding (1969) *Geometría a través de las transformaciones 2: Geometría euclidiana*. Barcelona: Teide

Diez, A. (2009). Entre la cultura y la interculturalidad. En E. Rivera. (Ed.), *La Interculturalidad como principio ético para el desarrollo de nuestros pueblos* (pp. 19-31). Puno, Perú: INACET

Dunham, W. (1995). *El universo de las matemáticas*. Madrid: Pirámide.

Earls, J. (1997) El Estado Inca: Burocracia sin papeles. *El Dorado. Revista Internacional del Perú*, (Nº9 octubre-diciembre), 28-38.

El Cedazo (12 de febrero del 2009). *Percepción visual. La psicología de la forma*. <https://eltamiz.com/elcedazo/2009/02/12/percepcion-visual-%E2%80%93-la-psicologia-de-la-forma/>

Escalante, E.C. (1973). *Personalización del campesino y Trabajo Social*. (Tesis de Asistente Social). Pontificia Universidad Católica del Perú, Colección Servicio Social. Lima 1974. Perú.

Etxeberria, X. (2000). Ética e interculturalidad. *Informe, año XIII* (1), 1-12.

Fernández Chimeno, J. M. (2021). Redescubriendo a Gaudí 3ª parte. *La Nueva Crónica. Diario leonés de información general*. León (España), 17 de agosto de 2021. <https://www.lanuevacronica.com/redescubriendo-a-gaudi-3-parte>

Fillooy, E. (1998). *Didáctica e historia de la geometría euclideana*. México D. F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Fletcher, T. J. (1971). *Didáctica de la matemática moderna en la Enseñanza Media*. Barcelona: Teide.

Fraenkel, J. y N. Wallen (1996). *How to Design and Evaluate Research in Education*. Boston:

McGraw-Hill.

Franquemont, E., Franquemont, C. & Jean Isbell, B. (1992). Awaq ñawin: El ojo del tejedor. La práctica de la cultura en el tejido. *Revista Andina*, Cusco, Perú, año 10(Nº 1), 47-75

Fuentes, C. C. (2011). Algunos procedimientos y estrategias geométricas utilizadas por un grupo de artesanos del municipio de guacamayas en Boyacá, Colombia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4 (1), 55-67.  
<http://funes.uniandes.edu.co/3077/1/Fuentes2011Algunos.pdf>

Gadino, A (2007). *Geometría en la escuela: el cuánto, el para qué, el qué y el cómo*. Novedades Educativas, 18 (195), 58-62.

García, A.; A. Martínez y R. Miñano (1999). *Nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas*. Madrid: Síntesis.

Gardner, M. (1985). *Izquierda y derecha en el Cosmos*. Barcelona: Salvat.

Gelb, M. (2010). *Inteligencia Genial*. Bogotá, Colombia: Editorial Norma S.A.

Geometría Estrella (1 de octubre de 2015). *La geometría en el mundo de las Abejas*.  
<https://geometriaestrella.wordpress.com/2015/10/01/la-geometria-en-el-mundo-de-las-abejas>

Gerdes, P. (2007). *Geometría y cestería de los Bora en la Amazonía peruana*. Lima: Ministerio de Educación.

Ghyka, M. (1983). *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Barcelona: Poseidón.

Gilmer, G. (1995). Una definición de Etnomatemática. *Boletín ISGEm*, 11 (1), p. 188. En H. Blanco (Comp.). Boletines del grupo de estudio internacional de Etnomatemática: ISGEm, 1985-2003. [http://www.etnomatematica.org/home/?page\\_id=112](http://www.etnomatematica.org/home/?page_id=112)

Giurato, T. (1947). *Perú Milenario. Historia y Gloria de un pueblo*. Lima. Ecos.

Gobierno Regional Cajamarca (2005). Estructura orgánica del Gobierno Cajamarca. Recuperado de: <http://www.regioncajamarca Regional.gob.pe/organigrama>

Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada. [bit.ly/3sTICl4](http://bit.ly/3sTICl4)

Godino, J. Y Ruiz, F. (2004). Geometría para Maestros. En Godino, J., Batanero, C., Font, V.,



- Cid, E., Ruiz, F. y Roa, R. (Ed). Proyecto Edumat-Maestros, *Matemáticas para Maestros*. (pp. 232-255). Granada: GAMI, S. L. Fotocopias Avda. de la Constitución, 24.
- Godino, J. y Ruiz, F. (2004). Transformaciones Geométricas. Simetría y Semejanza. En Godino, J., Batanero, C., Font, V., Cid, E., Ruiz, F. y Roa, R. (Ed). *Matemáticas para Maestros. Manual para el estudiante*. (pp. 231-285) Granada: GAMI, S. L. Fotocopias Avda. de la Constitución, 24.
- Gómez-Chacón, I. (2010). Matemáticas: mente disciplinar, mente creativa, mente ética. Una propuesta de educación ciudadana. En. M. Callejo y J. Goñi. (coords.), C. Alsina, M. Civil, J. Giménez, I. Gómez-Chacón, N. Planas, & Y. Vanegas. *Educación matemática y ciudadanía*. (pp. 89-102). Barcelona, España: Editorial GRAO de IRIF, S.L.
- Guillén, W. (2008). El arte genera desarrollo. *Doré. Yanacocha*, marzo 2008.
- Helfgott, M. (1991). *Geometría plana*. Lima: Editorial Escuela Activa.
- Hemenway, P. (2008). *El código secreto: la misteriosa fórmula que rige el arte, la naturaleza y la ciencia*. Barcelona: LocTeam.
- Hofmann, J. (2005). *Historia de la matemática*. México D. F: Limusa.
- Ibáñez Rosazza, M (2001). Poesía reunida. Lima: Antares editores.
- Incore (2015). Índice de Competitividad Regional. Instituto Peruano de Economía (IPE). <https://www.ipe.org.pe/portal/incore-2015-indice-de-competitividad-regional/>
- INEI (2007). *Resultados de los Censos Nacionales: XI de Población y VI de Vivienda*. Lima: Instituto Nacional de Estadística. <http://desa.inei.gob.pe/censos2007/tabulados/>
- INEI (2007). Sistema de Consulta de datos de Centros Poblados. Lima: Instituto Nacional de Estadística.
- INEI (2018). *Cajamarca. Resultados definitivos*. T. I. Lima: Instituto Nacional de Estadística. [https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones\\_digitales/Est/Lib1558/06TOMO\\_01.pdf](https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones_digitales/Est/Lib1558/06TOMO_01.pdf)
- Iriarte, A. (1959). *Elementos de Dibujo Geométrico*. Guatemala: Minerva.
- Jaime, A. (1993). Aportaciones a la Interpretación y aplicación del Modelo de Van Hiele: La enseñanza de las Isometrías del Plano. La evaluación del nivel de rendimiento. Universidad de Valencia, España.

- Jaime, A. y A. Gutiérrez (1999). *El Grupo de las Isometrías del Plano*. Madrid: Síntesis.
- Kimberly, E. (2003). *Geometría del diseño*. Editorial Trillas, S.A. México.
- Lawlor, R. (1994). The Division of Unity. En R. Lawlor (editor). *Sacred Geometry* (pp. 23- 37). Londres: Thames and Houdson.
- Lederman, L. M. y Ch. T. Hill (2006). *La simetría y la belleza del universo*. Barcelona: Tusquets.
- LeShan, L. y H. Margenau (2002). *El espacio de Einstein y el cielo de Van Gogh. Un paso más allá de la realidad física*. Barcelona: Gedisa.
- Lima, E. L. (1996). *Isometrías*. Lima: Instituto de Matemáticas y Ciencias Afines IMCA.
- LM LH. (25 de octubre de 2016). Pajarita Nazarí [Archivo de Vídeo]. Youtube. [https://www.youtube.com/watch?v=wka4Tct\\_YCY](https://www.youtube.com/watch?v=wka4Tct_YCY)
- Mariposamonarca (2022). *Danaus Plexippus. Una mariposa como ninguna otra*. <http://mariposamonarca.travel/es/todo-sobre-la-monarca> (Revisado el 22-02-2022)
- Matsuura, K. (2005). Prefacio. En Unesco, *Hacia las sociedades del conocimiento. Informe mundial de la Unesco*. París: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000141908>
- Mendoza, E. (1950). *Compendio de Instrucciones solo para miembros de la Fraternidad*. Primer grado [del] Antiguo Rito de York. y Rito Escocés. Lima: Gran Logia del Perú.
- Micelli, M. L. y C. R. Crespo (2011). La geometría entretejida. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 4 (1), 4-20. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3643890.pdf>
- Milla, V (2011). *Génesis de la cultura andina*. Lima: Carlos Milla Villena
- Milla, Z. (2008). *Introducción a la semiótica del diseño andino precolombino*. Lima: Asociación AMARU WAYRA.
- Minera Yanacocha (2002); Moderna infraestructura escolar en Porcón Alto. Dore, Revista interna de Minera Yanacocha S.R.L., mayo (2002) ,pp. 16-17.
- Minera Yanacocha (2008). Diálogo directo con Cajamarca. *Cajamarca, tierra fecunda. Balance Social y ambiental*. Primera edición, agosto 2008.
- Ministerio de Educación (2009). *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular*. 2ª ed. Lima: Ministerio de Educación. [http://www.minedu.gob.pe/DeInteres/xtras/dcn\\_2009.pdf](http://www.minedu.gob.pe/DeInteres/xtras/dcn_2009.pdf)
- Mires, A. (2002). *Iconografía de Cajamarca*, Tomo 1. Cajamarca: Red de Bibliotecas rurales de

Cajamarca.

Mitrani, H. (2016). Ancón de colección. *Somos 1518*, Lima. 26-29.

Montoya, E. & Figueroa, G. (1990). *Geografía de Cajamarca*. Volumen I. Lima: Labrusa S.A

Montoya, E. & Figueroa, G. (1991). *Geografía de Cajamarca*. Volumen II. Lima. Editorial OFFSET Kemoy.

Mora, J. A. (2019). *Geometría Dinámica en Matemáticas*. <http://jmora7.com>

Municipalidad de Cajamarca (2005). Ordenanza Municipal N°076-CMPC.Cajamarca.

Municipalidad de Cajamarca (2005). Ordenanza Municipal N° 977- CMPC.Cajamarca.

Municipalidad Provincial de Cajamarca (2013). Misión y Visión. Recuperado de: <http://www.municaj.gob.pe/>

Murra, J. (2009). *El mundo andino, población, medio ambiente y economía*. Lima: Instituto de Estudios Peruanos.

Navarro, J. (2010). *Al Otro Lado del Espejo. La Simetría en Matemáticas*. España: National Geographic EDITEC.

OEI-SEGIB (2006). *Carta Cultural Iberoamericana*. Cumbre Iberoamericana de Jefes de Estado y de Gobierno. Montevideo: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

OIT (2014). *Convenio Núm. 169 de la OIT sobre Pueblos Indígenas y Tribales. Declaración de las Naciones Unidas sobre los Derechos de los Pueblos Indígenas*. Lima: Organización Internacional del Trabajo Oficina Regional para América Latina y el Caribe.

Olivas, M. (2003). *Arte popular de Cajamarca*. Lima: Antares, Artes y Letras.

Oliveras, M. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En J. Goñi (coordinador), *Matemáticas e interculturalidad* (pp. 117-147). Barcelona: Graó.

Oliveras, M. L. (1995). Artesanía andaluza y matemáticas, un trabajo transversal con futuros profesores. *Revista UNO*, 6, 73-84.

Orientación Andújar (2022). *Recursos educativos accesibles y gratuitos*. <https://www.orientacionandujar.es/> (Revisado el 22-02-2022)

Papert, N. (2007). Etnomatemáticas. En M. A. Essomba y E. (coordinadores), *Construir la escuela intercultural: reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural*

- (pp. 123-132). Barcelona: Graó.
- Perú, Dirección Regional de Educación y de la Unidad de Gestión Educativa Local – UGEL Cajamarca (2009). Misión y Visión. Recuperado de: <http://www.ugelcajamarca.gob.pe/>
- Planas, N. (2007). Etnomatemáticas. En M. A. Essomba y E. (coordinadores), *Construir la escuela intercultural: reflexiones y propuestas para trabajar la diversidad étnica y cultural* (pp. 123-132). Barcelona: Graó.
- Puig i Tàrrach, A. (2010). *La Sagrada Família segons Gaudí. Comprendre un símbol*. Barcelona: Pòrtic.
- Reinero de Novarreto, P. (2007). *Geometría: Integración y profundización de contenidos*. Novedades Educativas, 192/193, 133-135.
- Repetto, C. H.; M. E. Linskens y H. B. Fesquet (1940). *Matemática moderna. Geometría 2*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Rivera, E. (editor) (2009). *La Interculturalidad como principio ético para el desarrollo de nuestros pueblos*. Puno: INACET.
- Roanes Macías, E. (1972). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Anaya.
- Roncagliolo, S. (2015). *La pena máxima*. Lima: Alfaguara.
- Rosenvasser, E. (2009). *Simetría, izquierda y derecha, antes y después, chico y grande en el mundo*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.
- Sanz, M. A. y A. Moratalla (1999): *Simetría. Serie Geometría y Arquitectura II*. Cuadernos de Apoyo a la Docencia del Instituto Juan de Herrera. Madrid: Publicaciones de la Escuela Superior de Arquitectura de Madrid.
- Sarmiento, J. y A. C. Sarmiento (2009). *Atlas histórico*. Cajamarca: Universidad Nacional de Cajamarca.
- Sarmiento, J. y T. Ravines (2008). *Cajamarca, historia y cultura*. Cajamarca: Municipalidad de Cajamarca.
- Shutterstock [@shutterstock]. (s. f.). *Easy Edit Vector Illustration World Religious Stock Vector...* Pinterest. Recuperado (22-02-2022) de <https://www.pinterest.com/pin/832321574855972215/?autologin=true>
- Silva Santisteban, F. (1982). El reino de Cuismanco. *Revista del Museo Nacional*, T. XLVI, 293-

315.

- Silva Santisteban, F. (1985). Cajamarca en la Historia del Perú. *Cajamarca, Banca y Cultura* 3, 14-19.
- Silva Santisteban, F. (1998). Los obrajes en Cajamarca. *Revista Histórica*. Instituto Histórico del Perú, T. XXXIX, 1996-1998, 23-64.
- Silva Santisteban, F. (2005). Cajamarca. Historia y Paisaje. Lima: Antares, Artes y Letras.
- Silva Santisteban, F.; W. Espinoza y R. Ravines (1986). *Historia de Cajamarca III. Siglos XVI-XVIII*. Lima: Instituto Nacional de Cultura-Cajamarca y Corporación de Desarrollo de Cajamarca.
- Sitio arqueológico de Atapuerca (23 de febrero de 2022). En Wikipedia. [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sitio arqueol%C3%B3gico de Atapuerca&oldid=141881884](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Sitio_arqueol%C3%B3gico_de_Atapuerca&oldid=141881884)
- Solé Ribas, F. (15 de octubre de 2012). *Tejedor al telar (Van Gogh, 1884)*. <https://blocdejavier.wordpress.com/2012/10/15/tejedor-al-telar-van-gogh-1884/>
- Spradley, J. (1980). *Participant Observation*. United States of America. Rinehart and Winston.
- Stewart, I. (2007). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona: Crítica. <http://www.librosmaravillosos.com/historiadelasmatematicasenlosultimos10000anos/>
- Suárez, I. M.; M. Acevedo y C. Huertas (2009). Etnomatemática, educación matemática e incidencia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2 (1), pp. 1-35.
- Telar de Jacquard (25 de noviembre de 2021). En Wikipedia. [https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Telar de Jacquard&oldid=139951073](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Telar_de_Jacquard&oldid=139951073)
- The Nobel Prize (s/f). *The Nobel Prize in Physics 1963*. <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1963/summary/>
- Toro, B. (2000). *Siete aprendizajes básicos para la educación en la convivencia ciudadana*. Instituto Peruano de Educación en Derechos Humanos y la Paz, IPEDEHP. Lima: Línea & Punto S.A.
- Toro, J. B. (2013). La calidad de la educación universitaria y el desarrollo de una tradición de escritura y lectura. *Revista Educación y Pedagogía*, 5, 113-153. <https://revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/download/17020/14737/>

- Tripadvisor (s/f). Plaza de Armas de Cajamarca. En Tripadvisor. [https://www.tripadvisor.com.pe/Attraction\\_Review-g319821-d5540390-Reviews-Plaza de Armas de Cajamarca-Cajamarca Cajamarca Region.html](https://www.tripadvisor.com.pe/Attraction_Review-g319821-d5540390-Reviews-Plaza_de_Armas_de_Cajamarca-Cajamarca_Cajamarca_Region.html) (Recuperado el 8 de febrero de 2022)
- Troy, V. G. (2018). Anni Albers and Ancient American Textiles. *Bauhaus-imaginista.org*. Edition 2. [http://www.bauhaus-imaginista.org/articles/771/anni-albers-and-ancient-american-textiles] (07/06/2018).
- Tubino, F (2006). Etica en la vida pública. En Vallaey, F. et al (Eds.) *Etica de la función pública y desarrollo de la ciudadanía*. (pp. 11-229). Lima: Universidad Antonio Ruiz de Montoya Instituto Etica y Desarrollo
- Unesco (1997). *Nuestra diversidad creativa: una Agenda Internacional para el Cambio Cultural. Compendio del Informe de la Comisión Mundial de Cultura y Desarrollo*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Unesco (2005). *Hacia las sociedades del conocimiento. Informe mundial de la Unesco*. París: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000141908>
- Van Zanten, A. (2013). La escuela puede cambiar la realidad, pero no es un poder absoluto. *Punto Edu*, 9 (297).
- Vanegas, Y. Giménez, J. (2010). *Aprender a enseñar matemáticas y educar en ciudadanía*. En M. Callejo, J. Goñi. (coords.), C. Alsina, M. Civil, J. Giménez, I. Gómez-Chacón, N. Planas, & Y. Vanegas. *Educación matemática y ciudadanía*. (pp. 89-102). Barcelona: Editorial GRAO de IRIF, S.L.
- Varela, J. (1977). *Algunos aspectos de la cultura de Cajamarca y un ejemplo de su cerámica*. Casa Museo de Colón. Valladolid. España.
- Velásquez, R. (1995). *Matemática en el Perú del siglo XIX*. Ayacucho: Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga.
- Verástegui, T. (2003). *Geometría Básica Curso I*. Lima: Librería Moshera.
- Villarán, A. (2003). *Principios de simetría y no arbitrariedad aplicados en el derecho genético*. Lima, Perú: Universidad de Lima.
- Wade, D. (2015). *Geometría y Arte*. Madrid: Ediciones Librero.



Washburn, D. K. y D. W. Crowe (1988). *Symmetries, of culture: theory and practice of plane pattern analysis*. Seattle y Londres: University of Washington Press.

Well-Being (8 de junio de 2016). *El complejo de Penélope: Tejer y Destejer sueños*.  
<https://wellbeingcounselingmx.wordpress.com/2016/06/08/el-complejo-de-penelope-tejer-y-destejer-suenos/>

Weyl, H. (1958). *La simetría*. Buenos Aires: Nueva Visión.

Zechlin, R. (1971). *Labores y trabajos manuales femeninos*. Barcelona: Labor.



## ANEXOS

1. Ordenanza Municipal creación Porcón regiones
2. Lista de tejedores entregados por Instituto Nacional de Cultura Cajamarca
3. Guía Entrevista Alumnos
4. Tabla Herramientas Andinas
5. Relato Tejedores entrevista
6. Entrevista al Padre Alex Urbina y autoridades de Colegios de Porcón.
7. Museos
8. Cuadro Cronológico Cultura Cajamarca



## ANEXOS

### ANEXO Nº 1: RELACION DE TEJEDORES, INSTITUTO DE CULTURA DE CAJAMARCA

<b>LINEA ARTESANAL: TEJIDO PLANO EN LANA DE OVINO</b>						
<b>Nº</b>	<b>NOMBRES Y APELLIDOS</b>	<b>DIRECCIÓN</b>	<b>PRODUCTOS CONFECCIONADOS</b>	<b>Nº TRAB</b>	<b>CUENT R. A</b>	<b>PROD MEN.</b>
1	ALCANTARA MANTILLA, PAULINA	JR. DIEGO FERRER 613	CONFEC. BOLSAS	1		10
2	ALTAMIRANO SANCHEZ, JHIMY	JR. TUNGA 230 PP.JJ. AMAUTA	CONFEC. BOLSAS	1		10
3	AYAY ROJAS, MÁXIMO	CHILIMPAMPA ALTA S/N	CONFEC. BOLSAS	3		30
4	AYAY ROJAS, TOMAS	CHILIMPAMPA KM. 16	CONFEC. BOLSAS	4		60
5	AMAMBAL CHILON, MARIA JUANA	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	2		10
6	AMAMBAL CHILON, AGUSTIN	CHILIPAMPA ALTA S/N	CONFEC. BOLSAS	4		40
7	BARRANTES AGUIRRE, ELSA	FONAVI I MZA "E" LOTE 14	CONFEC. BOLSAS	1		20
8	BENEL CAMPOS, SONIA HAYDEE	JR. 27 DE NOVIEMBRE 333	CONFEC. BOLSAS	3	SI	30
9	CALUA TERAN, JOSE CASIMIRO	PORCON BAJO KM. 13	CONFEC. BOLSAS	2		20
10	CALUA CHILON, JUANA	C. P. PORCON ALTO S/N	CONFEC. BOLSAS	3	SI	40
11	CALUA AYAY, VILMA	AV. INDUSTRIAL MOLLEPAMPA BAJA	CONFEC. BOLSAS	4	SI	40
12	CASTREJON CHILON, JOSE DIONICIO	PORCONCILLO KM. 15	CONFEC. BOLSAS	8		60

13	DUCOS ISHPILCO, MARIA SANTOS	PORCON ALTO K. 20	CONFEC. BOLSAS	10	SI	90
14	CHAVEZ SARMIENTO, MARIA JOSEFA	AV. 13 DE JULIO PASAJE EL GUIA S/N	CONFEC. BOLSAS	1	SI	30
15	CHAVEZ CHAVEZ, ANGELITA	AV. PERU CDRA 1	CONFEC. BOLSAS	1		15
16	CHILON AYAY, JOSE FELIX	PORCON BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	5		20
17	CHILON INFANTE, PAULINO	YUN YUN BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	3		20
18	CHILON ISHPILCO, JOSE	CHILIPAMPA ALTA S/N	CONFEC. BOLSAS	3	SI	40
19	CHILON ISHPILCO, JOSE SEGUNDO	C. POBLADO POLLOC DEL ROSARIO	CONFEC. BOLSAS	5	SI	50
20	CHILON TOLEDO, FELICITA	SECTOR LA COLLPA KM.16	CONFEC. CORREAS BORDADAS	1	SI	50
21	CHILON TOLEDO, MARIA EMILIA	SECTOR LA COLLPA KM.16	CONFEC. COJINES	1	SI	50
22	CHILON HUATAY, GASPAR	SECTOR LA COLLPA KM.16	TEJIDOS LANA OVINO	1	SI	80
23	CHILON TOLEDO, MARIA ROSA	SECTOR LA COLLPA KM.16	CONFEC. PRODUCTOS VARIOS	1	SI	200
24	CHILON SANCHEZ, ROSALIA	PORCON ALTO RUMITIANA	CONFEC. BOLSAS	4		20
25	CHILON CHUQUIMANGO, ALEJANDRINA	CARHUACONGA PORCON KM. 17	CONFEC. BOLSAS	3	SI	25
26	CHILON CHUQUIMANGO, MARIA AURORA	PORCON ALTO RUMITIANA	CONFEC. BOLSAS	4		30
27	DE LA CRUZ ZAMBRANO, ESPERANZA	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	5		25
28	DUCOS ZAMBRANO,	PORCON ALTO	CONFEC. BOLSAS	4		25

	ISIDORA	RUMITIANA				
29	ESTACIO MOSQUEIRA, JOSE HILARIO	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	3		20
30	GARCIA CHILON, MARIA	PORCON BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	3		25
31	GONZALES CHILON, MARCOS	PORCON BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	6		50
32	GONZALES YOPLA, ASUNCIONA	CAS. MARCOBAMBA PORCON	CONFEC. BOLSAS	4		24
33	INFANTE FLORES, MARIA BERTILA	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	4		30
34	INFANTE ZAMBRANO, MÁXIMO	PORCON ALTO	CONFEC. BOLSAS	3		10
35	ISHPILCO CUEVA, JOSE CORPUS	PORCON ALTO SAN PEDRO	CONFEC. BOLSAS	8	SI	60
36	LARA CHILON, ALMAGRO	PORCON BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	4		50
37	LINARES PAISING, SANTIAGO	JR. LOBATO 142	CONFEC. BOLSAS	5	SI	50
38	MUÑOZ BURGOS, MARIA HILDA	CASERIO CHUCAPAMPA	CONFEC. BOLSAS	4	SI	50
39	PAREDES GALVEZ, OLGA ROSA	CASERIO EL TRIUNFO	CONFEC. BOLSAS	2		20
40	PORTAL DE ALCANTARA, AURORA	JR. DIEGO FERRER 613	CONFEC. BOLSAS	3	SI	50
41	POMPA TOLEDO, JUAN WALBERTO	PORCON ALTO KM. 21.5	CONFEC. BOLSAS	3	SI	50
42	ROJAS CHILON, JOSE FELIPE	JR. ALFONSO UGARTE 110 - MATARA	CONFEC. BOLSAS	2		30
43	ROJAS AYAY, JOSE ROMAN	JR. DOS DE MAYO 264	CONFEC. BOLSAS	4		20

44	SANCHEZ FLORES, CLEMENTINA	PORCON BAJO	CONFEC. BOLSAS	4		30
45	SALCEDO LINARES, GLADIS	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	3		30
46	SALCEDO DE QUISPE, YOLANDA	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	4		35
47	SORIANO INFANTE, WILDER	PORCON BAJO KM. 17.5	CONFEC. BOLSAS	4	SI	20
48	TACILLA SANCHEZ, FRANCISCA	JR. LOS EUCALIPTOS 217	CONFEC. BOLSAS	5	SI	50
49	TINGAL INFANTE, EMERSON	PORCON BAJO KM. 16	CONFEC. BOLSAS	4		80
50	TOLEDO CALUA, PEDRO	PORCON ALTO KM. 20 RUMITIANA	CONFEC. BOLSAS	5	SI	20
51	TOLEDO DE CHILON, MARIA JULIA	SECTOR LA COLLPA KM.16	CONFEC. PRODUCTOS VARIOS	1	SI	100
52	QUISPE ZAMBRANO, JOSE SERAPIO	PORCON BAJO CARHUACONGA	CONFEC. BOLSAS	6		20
53	QUISPE GOMEZ, EZEQUIEL	PORCON BAJO	CONFEC. BOLSAS	9	SI	60
54	VALDEZ POMPA, JOSE FRANCISCO	CHILICAGA KM. 16	CONFEC. BOLSAS	2		40
55	ZAMBRANO INFANTE, JOSE LEONCIO	PORCON BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	6		40
56	ZAMBRANO GARCIA, JOSE PAULINO	PORCON BAJO KM. 14	CONFEC. BOLSAS	8		60



## Anexo N° 2: ORDENANZAS MUNICIPALES



### *Municipalidad de Cajamarca*

#### ORDENANZA MUNICIPAL No 076-CMPC

Cajamarca, 10 de mayo del 2005

**POR CUANTO:**

**EL CONCEJO MUNICIPAL PROVINCIAL DE CAJAMARCA**

**VISTO:**

El Acuerdo de Concejo No 110-2005-CMPC, adoptado en Sesión Ordinaria de fecha 04 de mayo del 2005; y

**CONSIDERANDO:**

Que, la Décima Segunda Disposición Complementaria, prescribe que los Centros Poblados creados por resoluciones expresas, se Adecuan a lo previsto por la presente Ley Orgánica de Municipalidades No 27972, manteniendo su existencia en mérito a la Adecuación respectiva y las Ordenanzas que se expidan;

Que, la Ley No 28458, establece que la adecuación se basa en aspectos como: competencias y funciones, que son materia de delegación; limitación dentro de la cual la Municipalidad del Centro Poblado cumplirá con sus funciones y competencias delegadas; el Régimen de Organización Interior y las atribuciones administrativas y económicas tributarias que tendrá la Municipalidad del Centro Poblado de "Porcon Bajo";

Que, el Sr. Alcalde del Centro Poblado de "Porcon Bajo", presentó su solicitud el 25 de Enero del presente año, en cumplimiento del Art. 2° de la Ley No 28458, sustentando por el Informe Técnico No 001-2005-DPC-AACD-MPC, elaborado por el Profesor Robert Valera Bringas, de fecha 07 de Abril del año en curso; cuya ficha debidamente suscrita por el burgomaestre y otras autoridades se encuentran a fojas 12 y 13;

Estando a lo dispuesto por la Ley No 28458, de conformidad con el numeral 8) del Art. 9° y el Art. 40° de la Ley Orgánica de Municipalidades No 27972, con el voto mayoritario de los señores regidores, se aprobó la siguiente:

#### **ORDENANZA DE ADECUACIÓN DE LA MUNICIPALIDAD DEL CENTRO POBLADO DE "PORCON BAJO"**

**ART. 1°.- ADECUAR**, el Funcionamiento del Centro Poblado de "Porcon Bajo", creada durante la vigencia de la Ley Orgánica de Municipalidades No 23853, a lo dispuesto a la Ley Orgánica de Municipalidades No 27972, en cumplimiento de lo dispuesto por la Ley No 28458.

**ART.2°.- DELEGAR**, al Centro Poblado de "Porcon Bajo", las siguientes competencias, funciones y atribuciones administrativas y económicas tributarias:

1. Aprobar, identificar y proponer al Concejo Provincial de Cajamarca, el Plan de Ordenamiento de su Centro Poblado para su inclusión al Plan de Acondicionamiento Territorial.



## Municipalidad de Cajamarca

2. Controlar y reglamentar los servicios de limpieza pública.
3. Celebrar convenios y contratos interinstitucionales de acuerdo a las normas legales vigentes y según su capacidad económica de acuerdo a las facultades delegadas.
4. Proponer la creación, modificación o extinción de tributos municipales a ser ratificados por la Municipalidad Provincial de Cajamarca.
5. Reglamentar y administrar el servicio de agua potable, alcantarillado y desagüe.
6. Regular y controlar el aseo, higiene, los pesos y medidas de los establecimientos comerciales y mercados o feria, si los tuviera con el apoyo de las instituciones públicas.
7. Organizar y establecer el sistema de seguridad con la participación vecinal, las Rondas Campesinas, la Policía Nacional y otras instituciones públicas.
8. Administrar, regular y normar los Cementerios Municipales.
9. Organizar, controlar, supervisar y fiscalizar los Programas del Vaso de Leche y demás programas de apoyo alimentario en coordinación con el responsable de la Gerencia.
10. Controlar, supervisar y regular los recursos no metálicos de conformidad a Ley de la materia.
11. Otorgar licencias de funcionamiento de locales comerciales e industrias y servicios profesionales.



**Art. 3°.- PRECISAR**, que el Centro Poblado de "Porcon Bajo", se encuentra conformado por los siguientes Caseríos: Porcon Bajo, San Juan Pampa, Yun Yun Bajo, Chaupimayo, Chilincaga, El Marco, Porcon Potrero, Collpa Esperanza, Collpa Porcon, Chugurpampa Baja, Marayilacta, Santa Rosa, siendo sus límites:

Norte: Cochapampa, Chilimpampa Alta y Baja (C.P. Porcon Alto) Quillish 38.

Sur: C.P. Huambocancha Alta, Caserío Yervasanta (C.P. Porcon Alto).

Este: Manzanas Alto (C.P. La Ramada), Manzanas Capillania (C.P. Huambocancha Alta).

Oeste: C.P. Choroporcon - La Esperanza, Porcon Central, San Pedro (C.P. Porcon Alto).

**ART. 4°.- EL MONTO**, de los recursos será determinado mensualmente, en función a la competencia o servicio público delegado; la cantidad de habitantes que se benefician con la prestación del mismo y se entregarán según lo dispuesto por el Art. 3° de la Ley No 28458.

**ART. 5°.- LA PERCEPCIÓN**, de los recursos que cobre el Centro Poblado de "Porcon Bajo", por delegación expresa, se entenderán como transferencias efectuadas por parte de la Municipalidad Provincial, para cuyo efecto, deberán rendir cuenta mensual sobre los importes recaudados por dicho Concejo, bajo responsabilidad de los Alcaldes y Regidores del Centro Poblado indicado.

**ART. 6°.- EL REGIMEN DE ORGANIZACIÓN INTERNA DEL CENTRO POBLADO DE PORCON BAJO**. Está determinado en los organigramas que se adjuntan a la Ordenanza, en folios 2 y que forman parte de ésta.

**ART. 7°.- ENCARGAR**, a la Gerencia de Imagen Institucional, publicar en el Diario Oficial Panorama, y a la Gerencia de Informática y Estadística, la publicación en la página Web de la Municipalidad Provincial.

**POR TANTO:**

**MANDO SE REGISTRE, PUBLIQUE, CUMPLA Y ARCHIVE**

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| C.c.                            |   |
| - Alcaldes                      | 1 |
| - Gerencia Municipal            | 1 |
| - Gerencia Imagen Institucional | 1 |
| - Gerencia Informática          | 1 |
| - C.P. Porcon Bajo              | 1 |
| - Archivo                       | 2 |



*Alc. Sr. Emilio Flores*  
ALCALDE PROVINCIAL





## Municipalidad de Cajamarca

### ORDENANZA MUNICIPAL N° 077- CMPC

Cajamarca, 10 de mayo del 2005

**POR CUANTO:**

**EL CONCEJO MUNICIPAL PROVINCIAL DE CAJAMARCA**

**VISTO:**

El Acuerdo de Concejo No 110-2005-CMPC, adoptado en Sesión Ordinaria de fecha 04 de mayo del 2005; y

**CONSIDERANDO:**

Que, la Décima Segunda Disposición Complementaria, prescribe que los Centros Poblados creados por resoluciones expresas, se Adecuan a lo previsto por la presente Ley Orgánica de Municipalidades No 27972, manteniendo su existencia en mérito a la Adecuación respectiva y las Ordenanzas que se expidan;

Que, la Ley No 28458, establece que la adecuación se basa en aspectos como: competencias y funciones, que son materia de delegación; limitación dentro de la cual la Municipalidad del Centro Poblado cumplirá con sus funciones y competencias delegadas; el Régimen de Organización Interior y las atribuciones administrativas y económicas tributarias que tendrá la Municipalidad del Centro Poblado de "Porcón Alto";

Que, el Sr. Alcalde del Centro Poblado de "Porcón Alto", presentó su solicitud el 25 de Enero del presente año, en cumplimiento del Art. 2° de la Ley No 28458, sustentado por el Informe Técnico No 001-2005-DPC-AACD-MPC, elaborado por el Profesor Robert Valera Bringas, de fecha 07 de Abril del año en curso; cuya ficha debidamente suscrita por el burgomaestre y otras autoridades se encuentra en folios 27;

Estando a lo dispuesto por la Ley No 28458, de conformidad con el numeral 8) del Art. 40° y el Art. 40° de la Ley Orgánica de Municipalidades No 27972, con el voto mayoritario de los señores regidores, se aprobó la siguiente:

#### **ORDENANZA DE ADECUACIÓN DE LA MUNICIPALIDAD DEL CENTRO POBLADO DE "PORCON ALTO"**

**ART. 1°.- ADECUAR**, el Funcionamiento del Centro Poblado de "Porcón Alto", creada durante la vigencia de la Ley Orgánica de Municipalidades No 23853, a lo dispuesto a la Ley Orgánica de Municipalidades No 27972; en cumplimiento de lo dispuesto por la Ley No 28458.

**ART. 2°.- DELEGAR**, al Centro Poblado de "Porcón Alto", las siguientes competencias, funciones y atribuciones administrativas y económicas tributarias:

1. Aprobar, identificar y proponer al Concejo Provincial de Cajamarca, el Plan de Ordenamiento de su Centro Poblado para su inclusión al Plan de Acondicionamiento Territorial.



## Municipalidad de Cajamarca

2. Controlar y reglamentar los servicios de limpieza pública.
3. Celebrar convenios y contratos interinstitucionales de acuerdo a las normas legales vigentes y según su capacidad económica de acuerdo a las facultades delegadas.
4. Proponer la creación, modificación o extinción de tributos municipales a ser ratificados por la Municipalidad Provincial de Cajamarca.
5. Reglamentar y administrar el servicio de agua potable, alcantarillado y desagüe.
6. Regular y controlar el aseo, higiene, los pesos y medidas de los establecimientos comerciales y mercados o feria, si los tuviera con el apoyo de las instituciones públicas.
7. Organizar y establecer el sistema de seguridad con la participación vecinal, las Rondas Campesinas, la Policía Nacional y otras instituciones públicas.
8. Administrar, regular y normar los Cementerios Municipales.
9. Organizar, controlar, supervisar y fiscalizar los Programas del Vaso de Leche y demás programas de apoyo alimentario en coordinación con el responsable de la Gerencia.
10. Controlar, supervisar y regular los recursos no metálicos de conformidad a Ley de la materia.
11. Otorgar licencias de funcionamiento de locales comerciales e industrias y servicios profesionales.



**Art. 3°.- PRECISAR**, que el Centro Poblado de "Porcón Alto", se encuentra conformado por los siguientes Caseríos: Granja Porcón, Morowisha, Las Lagunas, Los Lirios, Chilimpampa Alta, Chilimpampa Baja, Quishuarpata, Yerba Buena, Cochapampa, Porcón San Pedro, Carhuaconga Tierra Amarilla, Suro Porcón, Porcón Potrero Alto, El Campanario, Chancas Pampa, Munipampa, Porcón Central, Porcón Alto, Caparrosa, La Shoella, Los Angeles, siendo sus límites:

**Norte:** Distrito de Tumbadén y la Comunidad de Negritos.

**Sur:** Centro Poblado de Porcón Bajo.

**Este:** Centro Poblado de Porcón Bajo.

**Oeste:** Centro Poblado de Yullapuquio y el Centro Poblado La Esperanza, Choro Porcón.

**ART 4°.- EL MONTO**, de los recursos será determinado mensualmente, en función a la competencia o servicio público delegado; la cantidad de habitantes que se benefician con la prestación del mismo y se entregarán según lo dispuesto por el Art. 3° de la Ley No 28458.

**ART. 5°.- LA PERCEPCIÓN**, de los recursos que cobre el Centro Poblado de "Porcón Alto", por delegación expresa, se entenderán como transferencias efectuadas por parte de la Municipalidad Provincial, para cuyo efecto, deberán rendir cuenta mensual sobre los importes recaudados por dicho Concejo, bajo responsabilidad de los Alcaldes y Regidores del Centro Poblado indicado.

**ART. 6°.- EL REGIMEN DE ORGANIZACIÓN INTERNA DEL CENTRO POBLADO "PORCON ALTO"**. Está determinado en los organigramas que se adjuntan a la Ordenanza, en folios 2 y que forman parte de ésta.

**ART. 7°.- ENCARGAR**, a la Gerencia de Imagen Institucional, publicar en el Diario Oficial Panorama, y a la Gerencia de Informática y Estadística, la publicación en la página Web de la Municipalidad Provincial.

**POR TANTO:**

**MANDO SE REGISTRE, PUBLIQUE, CUMPLA Y ARCHIVE**

C.c:  
 - Alcaldía 1  
 - Gerencia Municipal 1  
 - Gerencia Imagen Institucional 1  
 - Gerencia Informática 1  
 - C.P. Porcón Alto 1

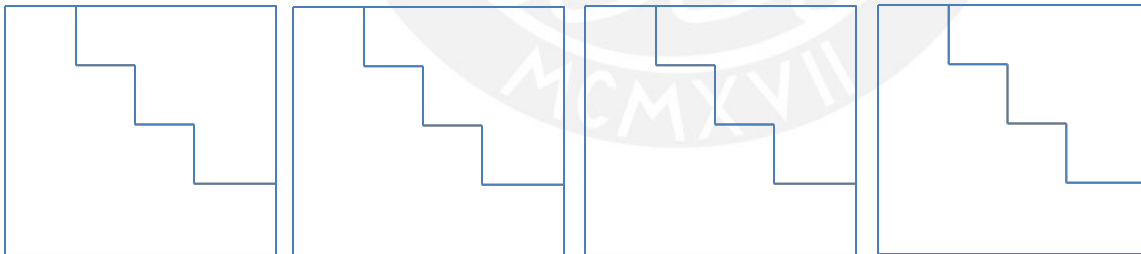


Anexo N°3:

## GUÍA DE ENTREVISTA

### ALUMNOS DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA

1. ¿Es posible armar el diseño del tejido que se muestra usando cuatro cuadrados pequeños como los que se presentan en la parte inferior?



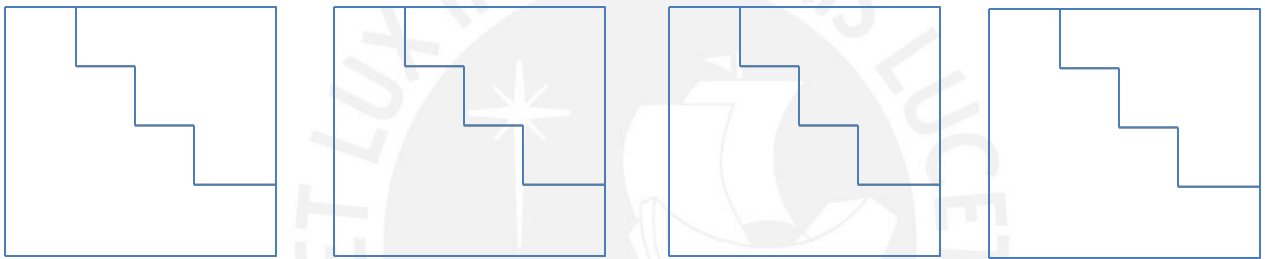
Sí  No

En caso negativo, explica por qué

En caso afirmativo usa los cuadrados pequeños recortados y arma el diseño del tejido.

2. Con las cuatro piezas recortadas, arma una o más figuras simétricas, que sean distintas a la del diseño grande.  
Dibuja el o los diseños grandes que armaste.

3. En cada uno de los cuadraditos que se muestran a continuación, pinta las regiones de modo que se pueda armar una figura similar al tejido mostrado al inicio.



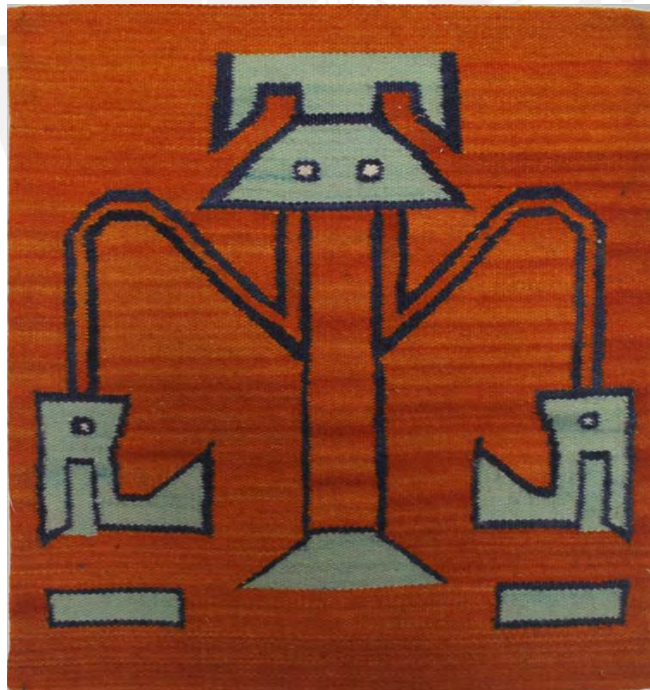
4. Jacinta afirma que, en el tejido mostrado inicialmente, se pueden trazar cuatro segmentos de recta que unen lados extremos del cuadrado y que son ejes de simetría de toda la figura del tejido.  
¿La afirmación de Jacinta es verdadera o falsa? ¿Por qué?

Traza los ejes de simetría que tú encuentres.

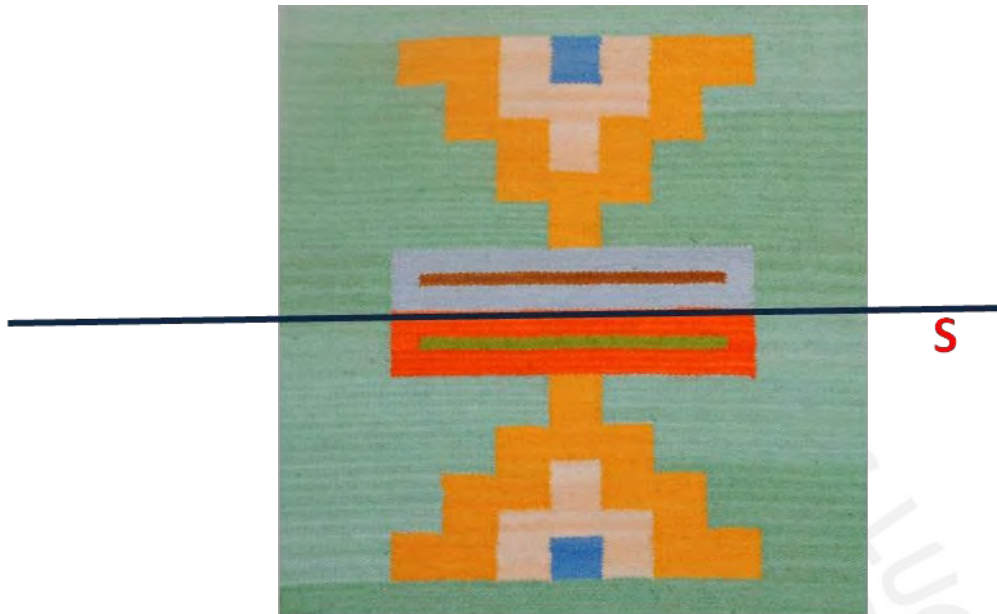




5. A continuación, se muestra un tejido con la figura de CATEQUIL. Observa y traza el o los ejes de simetría que encuentres.

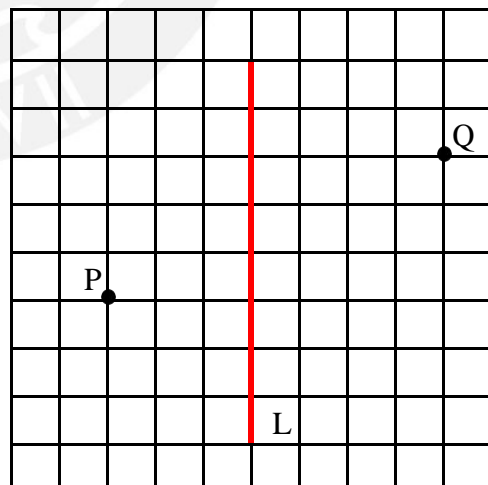
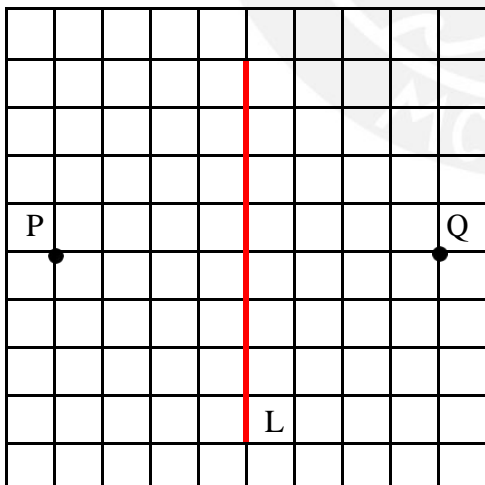


6. Observa y traza el o los ejes de simetría que encuentres en la siguiente figura:



7. En cada uno de los siguientes casos indica si el punto P es simétrico al punto Q, con respecto al segmento de recta dibujado.

a)



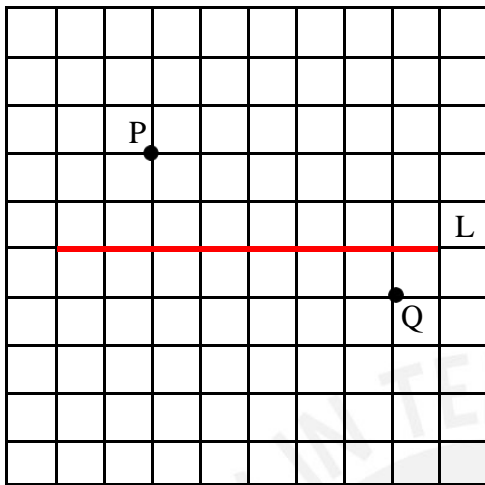
P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

P y Q son simétricos

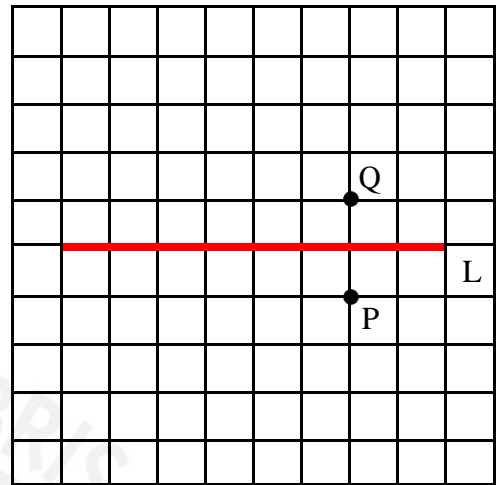
P y Q no son simétricos

b)



P y Q son simétricos

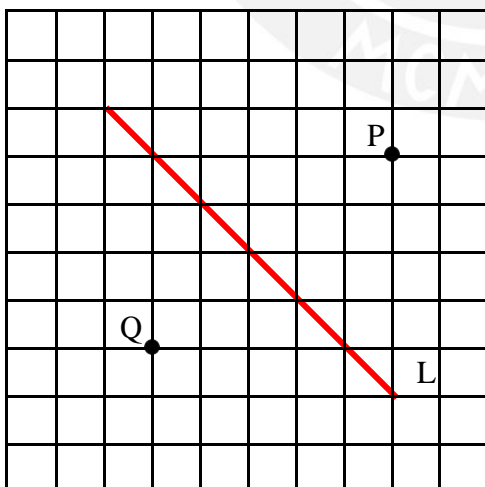
P y Q no son simétricos



P y Q son simétricos

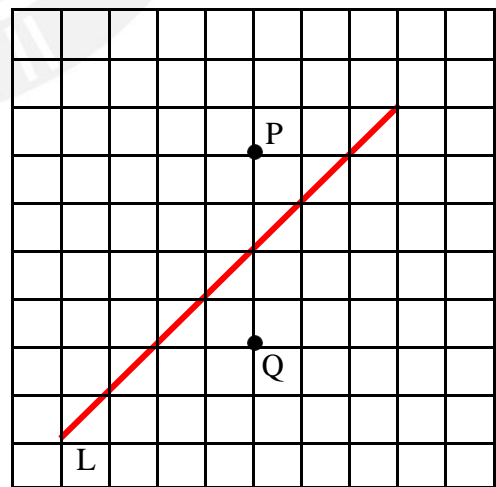
P y Q no son simétricos

c)



P y Q son simétricos

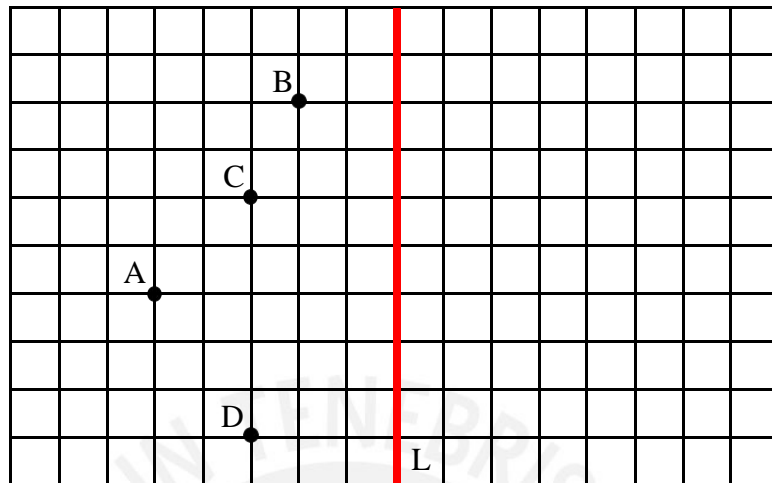
P y Q no son simétricos



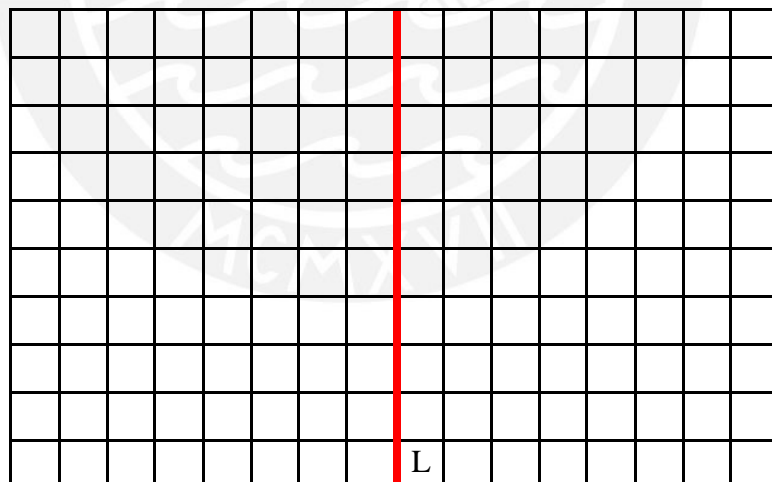
P y Q son simétricos

P y Q no son simétricos

8. Al lado izquierdo de la recta L, se han marcado los puntos A, B, C y D. Marca al lado derecho de L, otros cuatro puntos que sean simétricos de A, B, C y D, respecto a L



9. Dibuja una figura al lado izquierdo de L, y luego su figura simétrica respecto a L, en el lado derecho



**Relación de instrumentos que se encuentran en el Museo de Herramientas Andinas de la Universidad Nacional de Cajamarca.**

<b>A. PREHISPÁNICAS</b>		<b>B. DEL COLONIAJE Y REPÚBLICA</b>	
1. Chakitaqllas	22. Zaranda	1. Palanas	22. Serruchos
2. Sukitaqlla	23. Calabazo	2. Picos	23. Escoplos
3. Tawna-tullo	24. Rungo	3. Zapapicos	24. Cincel
4. Tawna-rumi	25. Waskas	4. Azadones	25. Marcas
5. Anshus	26. Warkus	5. Azadas	26. Picotas
6. Hallmana	27. Shinga	6. Azadas de palana	27. Escardillos
7. Chira	28. Alforja	7. Puntillas	28. Horquillas
8. Allachus	29. Adobera	8. Barretas	29. Horqueta metálica
9. Makitaqllas	30. Tapialera	9. Lampas	30. Cortadores de frutos
10. Rauk'anas	31. Llikllas	10. Rastrillos	31. Trinches de jardinero
11. Kasunas	32. Kungallpo	11. Trinches	32. lampitas de jardinero
12. Waqtanas	33. Illawa	12. Nivel en "A"	33. Poncones
13. Horquetas	34. Kallua	13. Hachas	34. Puntillos
14. Pala	35. Rueca	14. Calabazos	35. Nivelador de almácigos
15. Pallanas	36. Bejucos	15. Machetes	36. Plomada
16. Huaracas	37. Keshi	16. Hoces	37. Desgranador de maíz
17. Kuchunas	38. Taravilla	17. Guadañas	38. Picadora de pastos
18. Kunkacha	39. Braza	18. Bidentes	39. Pulverizadora mochila
19. Tipinas	40. Cuarta	19. Tridentes	40. Almudes
20. Toclo	41. Kituchi	20. Lampitas	41. Transplantadores
21. Aysana		21. Surcadores de almácigos	

Fuente. Museo Universidad Cajamarca.

## RESULTADOS DE ENTREVISTAS

### **Miércoles 28 diciembre 2011**

Granja Porcón: Cooperativa Agraria “Atahualpa Jerusalém”

Oficina Cajamarca Jr. Chanchamayo 1355-telf: 076365631- 976636349

Responsable: Señor Daniel Valdivia

Entrevista y entrega de solicitud para visitar los telares, 10:30 am

Gerente General en Porcón: Señor Alejandro Quispe Chilón

Secretario. Jacinto Chilón- 976682405

**El día 11 de enero 2012**, se recibe respuesta a la solicitud: Negativa

Viajé para hablar personalmente con el señor Alejandro Quispe. No estaba de acuerdo, expresó que quizá íbamos para aprender y luego hacer nuestro propio negocio.

Dos de las trabajadoras de telares de Granja Porcón, se formaron en Cenfutur: Yolanda Quispe y Laura Quispe.

Taller Gaspar km 16,5 carretera a Bambamarca. Celular 976487336 para entrevista Gaspar Chilón Huatay- Artesano textil (tiene tarjeta de presentación y dístico con informe de su trabajo).

Confecciona Alfombras, cojines, tapices, otros. Varios diseños.

Su esposa Julia teje, hila. Su hija hila y teje. Tiene cuatro hijas y un hijo. El teje desde niño, sus antepasados tejían todos. Tiene su Iglesia adventista hace 20 años.

El Proyecto Senati dejó diez máquinas tejedoras y una urdidora para telares grandes. En su casa tiene su Taller COLLPA – Textiles de Porcón Alto. HISTORIA DE COLLPA (en su dístico, tiene Historia de Collpa- Los Tejedores- la Producción- Metas- Ubicación. Trabajó en proyecto de artesanía textil con la señora Violeta Vigo (seis meses ya). De 50 proyectos ganaron dos de Cajamarca, de Gaspar y Aguaymanto por Celendín. Consultores para urdido, manejo telar y teñido. Trabajan con algodón y según pedido. “Van a venir diseñadores”.

En su taller dan clases de tejidos. Los colores o teñidos se adquieren de plantas, de la tierra. Plantas, verde, amarillo, marrón. La tierra, negro. Tintes de varios colores. Los



talleres necesitan limpieza sin barro ni polvo.

Organismos que apoyaron la Asociación de Artesanos la Collpa: SENATI, FONCODES, ASOCIACIÓN LOS ANDES, CUERPO DE PAZ-Perú.

Gaspar da clases de telar a sus tejedoras. (Fotos).

**11 de enero 2012-** plaza de Armas. Rocío Llamoga (Foto y Video)

Está hilando y explica sobre proceso del hilado:

- La oveja o carnero se trasquila
- Se lava la lana, remojando con agua caliente primero y luego se enagua y lava con agua fría.
- Se escarmena la lana. (Se va abriendo poco a poco).
- Se acomoda en la rueca para hilar con el uso. Se llama “huingo” (Se va jalando la lana).

Cuando la lana está hilada, se tuerce de a dos para frazada. Para chal es de una. Para poncho es de dos. Si no hay pasto, una oveja no “bota”, buenas lanas, más o menos 1kg, Si la oveja es buena, da 2 kg de lana ya lavada.

Ella aprendió a tejer de su papá Luis Llamoga de la Cruz, quien también aprendió de sus papás. Su papá con eso los ha mantenido. Tejía llano, tejido de palma (empalmado), cordoncillo (tejido especial).

Emilio, km 10. Hace frazadas, joiijona de la fiesta.

Trabaja en el Concejo de Porcón.

**Lunes 30 de enero.**

Dionisio Castrejón Yopla y su esposa Edita Chilón Chuquimango. Tejedores.

Hablan quechua y castellano (español).

Rpc 969389596. Papá de Dionisio, también se llama Dionisio.

María Juana Ishpilco Zambrano. Km 14.

Vive frente a la Iglesia de Porcón Bajo. Está urdiendo. 40 metros de largo. Teje y lleva a Lima. De este largo salen 42 bolsas. La lana es de oveja y es teñida.

Trabaja con sus hermanas: Lucila, Olga, Margarita. Ocho personas más.  
Varias visitas, **11 de enero, 26 de febrero 2012, 13 abril 2012,**

### **Martes 31 de enero**

En camino 13,5 km (video sobre hilado).

Eusebia Ishpilco Chilón- km 13,5 km. Es hiladora.

Tiene su sobrina Mariana que teje “figuras”. Acerca del hilado, se trasquila al primer año. Luego cada año. De cada oveja sale más o menos una libra de lana. Tiñen con anilinas. Una frazada sale de más o menos tres libras de lana.

Eusebia es viuda. Tiene tres hijos. Ella no sabe cuántos años tiene.

Km 13,5 Mariana Donato Zambrano

Hace cintones. Tiene su hija Jessica Chuquimango Donato, teje en telar.

María Lucía Chuquimango Chuquimango. Tiene telar. Teje.

Su tío Pedro Chuquimango teje. (foto y video).

María Zambrano Chuquimango, mamá de Mariana, teje. Habla quechua. Video.

Esposo: Pedro Chuquimango Ishpilco

Es casada tiene 4 hijos, 2 casadas, 2 solteros. El menor de 16 años está en 5to de secundaria en el Colegio San Ramón en Cajamarca. Se llama Orlando. El otro varón se llama Cristian y está en 3° secundaria, en Santa Isabel, Cajamarca.

Religión católica. Teje bolsos, carteras. Con lana de ovino, oveja, carnero.

El telf. de Cristian 976883728 – claro: 968729239.

Varias visitas, **hasta 15 abril 2012**

En km 14 Porcón Bajo

Pablo Ishpilco. Está amarrando para tejer la tela, uno por uno el hilo.

Son 15 personas para trabajar entre niños, jóvenes y adultos.

Cuando hay pedido lo hacen rápido.

Tiene contrato con un señor de Lima por 5000 metros de tela. El metro, por mayor a 11 soles (32 cm de ancho). En el peine va amarrando los hilos.

Le enseñaron a tejer sus abuelos, luego su papá y están aprendiendo los hijos y nietos.

Su único trabajo es la artesanía y tiene clientes en Lima, no vende en Cajamarca.

El contrato puede ser sólo telas, bolsos, carteras. La obra lo venden a otros países, Chile, Argentina, Ecuador, Japón. Él por falta de capital, no lo transporta directo a esos países. Anteriormente fiaban el hilo y demoraban en recuperar cuando lo vendían su obra en Cajamarca.

Para teñirlo depende del cliente (color grosella o camote) lo tiñen con anilina y con hierbas. Primero lavan el hilo con ace y luego le echan la hierba y dejan cocinar dos o tres horas, hasta un día.

Hierbas: Aliso, Eucalipto, Penca, Sauco, Chimchango,,etc.

De 12 colores saca 26 combinándolo para el negro y marrón utiliza barro mezclado con hierba “saca” dos o tres horas, luego secan la hierba. Par el marrón con el “chunque”, con menos barro.

Pablo tiene ocho hijos y treinta nietos.

A su casa llegó Gregorio Santos, el Presidente Ollanta cuando estaba en campaña y le pidió apoyo para la artesanía. El tiempo de amarre, mínimo 30' y luego comienza a tejer.

Teñido: En la paila 12 kilos para una pieza. Está tiñendo amarillo (color patito). Con hierbas, ya está dos horas (el chimchango). Otro color onza de oro. En el pueblo lo tiñen con cal, con ceniza que usan para pelar mote. Al final del teñido le ponen alumbre.

Un mascay es un tercio. Todavía se comunican en quechua pero la gente tiene vergüenza decir que sabe quechua. Dice: ¿Cómo está? (ima shina Kangui).

Km 18 Cristina Zambrano Cueva

Vive junto al cementerio de Porcón, muro de contención.

Varias visitas, enero, lunes 27 de febrero, también al colegio El Buen Pastor que es un colegio para familias Evangelistas.

Teje telar, bolsas. La urdimbre, es de algodón y la trama es de lana. Se puede dibujar mejor con hilo que traen de Lima, procesado. Con el hilo de Cajamarca queda duro porque el hilo es torcido. La figura no queda muy bonita.

Esposo Nelson Zambrano, teléfono 971645014. Tiene 4 hijos. Su edad es 39 años pues es del año 1973.

Sus hijos: 18 (varón), 16 (varón), 12(mujer), 10(varón).

El primer hijo terminó Secundaria. El segundo hijo (16), termina este año.

Pregunta si soy de alguna institución, dice “vienen mucho a veces, se llevan nuestros nombres, nuestros dibujos, nos dicen que vamos a tener trabajo, compran una o dos obras, buscan mercado donde venden. El año 2006 les enseñó a urdir labores, unos aprenden más que otros.

Hoy no compra hilos porque no hay venta. El kg cuesta 18 soles, de Lima venden 20 kg mínimo.

Ella gana lavando ropa en su casa a 4 soles docena. Trae la ropa y la lleva a entregar ya lavada en su “quipe”.

Antes había poca artesanía y vendía más. Hoy, todos quieren dedicarse a la artesanía y ha bajado el precio, ya no nos resulta.

Formó parte del grupo Idesi, Instituto de desarrollo del sector informal (lo pronuncia “Edesi”), que pagaba gastos de visita a Lima. La presidenta se fue reuniendo los trabajos de todos y lo encontró al profesor vendiendo artesanías de Ayacucho con el nombre de Cajamarca, desde allí, se quitó el profesor. El dijo que le puso ese nombre porque las obras de Cajamarca se vendían bastante.

También trabaja en el Colegio “El Buen Pastor”, en Cajamarca, medio día. Sale de su casa a 1:30p.m. llega al colegio a 2:30 y trabaja en limpieza, hasta 4:30 pm. Para este trabajo, ella tuvo que salir del grupo.

Idesi, explica, es una ONG (dan préstamo). El Ingeniero Elmer cuando llegaban señoritas a Porcón, hacía grupos. La oficina pagaba gastos del que se iba a un mercado.

El hijo de Cristina trabaja, negocia productos Unión. Quiere estudiar en Lima y por eso trabaja. Le dan más bajo el precio, se fue a la Granja a vender y no lo dejaron, pues si otros llevan sus cosas no lo permiten. El gerente de la granja es millonario y ya ha vendido más tierra de Cerro negro a Yanacocha.

Km 11 en Capellanía, desvío para ir a Ramada.

Rosalía Chilón Infante 995548731, sobrino Roberto : 990770212

Rosalía es soltera. Está con sus sobrinos Roberto y Jhonatan Huatay Chilón. Tejefajas. Su hermana teje chales, ponchos. Una faja demora en hacer dos o tres días. Video

Eusebia Cueva Huatay. Vecina de Santos. Teje a callua y en telar. Tiene un hijito.

Teje con lana de oveja, tiñe con anilinas y plantas, Quinual, para ocre; barro cocinado con chuñeque de los montes, para color negro; Aliso, para color marrón; chimchango, para color amarillo.

Teje con su cuñada, aprendió mirando. Es analfabeta, no estudió.

Un señor (Wilmer Pérez), llevó su tela a venderla en Lima, y no regresa. Le debe 1000 soles a ella y 1400 soles a su cuñada.

### **15 de abril 2012**

Km 13 - Zenaida Tingal Zambrano

Su padre Néstor Tingal Infante es tejedor y le enseñó a tejer. A su papá le enseñó su abuelo. Tiñe con tintes químicos y naturales. Aliso, sale verde y amarillo cuando se le pone ceniza.

El chimchango- sale oro- si se agrega chinchin sale verde. “De la piedra su flor”, casi color ladrillo. “Del sauco su pepa” sale morado, si es de la hoja sale verde.

Zenaida tiene un hijo de cuatro años.

Sus tejidos son de “aquí”, originales, cuesta trabajo pero ya no lo sufren. Otros lo venden hecho. La madeja se lava para ver si destiñe o no. Se seca para orillar, urdir, ponerlo al telar y amarrarlo.

Se escoge. En el telar depende de un dibujo. Se cuentan por pares, sale bien. Hay diferentes formas, diferente preparación para cada dibujo.

El hilo comprado lo ovillan y se tuerce solamente con el huso para que se pueda tejer sino mucho se descarmena..

El urdido con cinco estacas, total doce varas de tamaño. Una alfombra demora un mes o quince días. Van a la jalca a conseguir los hilos.

Ella estudió hasta tercero de secundaria en Porcón.

Km 11 desvío para Ramada. Olga Zambrano Huataya. Teje fajas. Telf. 973017119

Soltera, vive con su mamá. Aprendió a tejer de su mamá. Tiene 29 años, no tiene estudios.

Su mamá se llama Ma. Petronila Herrera y teje pullo, que es como una tela para cargar,

a rayas. También frazadas a cuadros.

Olga, en sus fajas dibuja la Flor de Tuyo, demora tres días en hacer una faja. Lo vende más o menos a 5 soles. Lo hace de “hilo de chompa”, que es el hilo de venta en tiendas y el hilo tren algodón. La faja se teje de una madeja que cuesta 3,50 soles. Lo lleva a vender y encarga dejando en tienda en Cajamarca.

**Km 11. 11 enero Nativa Uriarte (Mucha Lluvia).**

Nativa teje frazadas. Una frazada entra seis libras de lana pura de carnero. Se manda tejer (30 soles).

Hay varios tejedores que aprendieron de sus papás. Los colores que usa rojo, amarillo, verde, granate, rosado. Hay que teñir con anilina, aunque hoy lo combinan tres libras de lana y tres libras del “extranjero”. Se hierve el agua a la que se ha puesto anilina 1 a 2 onzas, sal y alumbre. Se echa la lana veinte minutos, se saca, se bota todo color sobrante, se orea, se lava con agua fría y se manda a tejer.

La tejedora *María A. Chilón Chuquimango*, vive en km 16, 5. Tiene dos teléfonos: 990492023- 976349623.

Ultimamente, se dedica más, a tejer bolsas que es llano y más rápido. Las vende Más o menos a 30 soles ; son de lana de carnero . El urdido es 10 m. y sale 10 bolsas. Ella misma cose y termina; cose unas 30 bolsas al día.

Tuvo 4 hijos 3 mujeres y un varón; ahora vive con dos de ellos. Terminaron secundaria en Cristo Ramos; dos mujeres viven lejos sin terminar estudios. La menor vive con ella y está en 5º primaria en Cristo Ramos.

Teje desde el 90 y aprende mirando.

Es de religión evangélica y habla un poco de quechua.

Nos cuenta que vino una “gringa” de España y les enseñó a tejer, haciendo bolsitas a mano. Estuvo tres años con ellos.

Alejandrina tiene su grupo de 16 personas. Su grupo está registrado en Cajamarca, y venden en forma independiente desde el año 95.

*María Natividad Quispe Zambrano*. Tiene 50 años y su teléfono es 976775320, vive con



su esposo quien es tallador de piedra. Tuvo 4 hijos, falleció una mujer. Le quedan 3 hijos, una mujer de 30 años, 2 varones de 24 y 23 años, ambos casados.

La hija mujer estudió sólo hasta 1º de secundaria. Tiene su pareja y 2 hijos. Los varones también tejen y tallan y cada uno tiene un hijo varón.

Es de religión adventista y habla quechua.

María Natividad aprendió a tejer de su papá; después con la gringa y actualmente con la señora Alejandrina.

Trabaja más tejiendo tapices y va a vender a las ferias. Ultimamente, ha dejado 4 años su tejido.

La señora Apolinaria Amambal Chilón, de 67 años. Vive en el km 16,5, vive con su esposo Germán y 5 hijos Olinda, Angel, Oscar, Martha, Anita. Teje tapices en telar y callua. Aprendió de su abuelo, Los diseños los inventan. Ahora, por la situación más teje bolsas que les enseñó a tejer una gringa y un señor Fidel de Ayacucho. Hace alfombras de 1 metro de ancho por 2 metros de largo.

La faja ancha, la ha tejido en callua mide de largo 3 metros y de ancho 20 cm, le gusta hacer estrellas. Teje con hilo de carnero.

María Silvia Zambrano Tejada, de 22 años, vive en el km 16 , tiene un hijito de 3 años y 11 meses, no vive con el papá nos dice que ha sido "engañada".

Su mamá le enseñó a tejer y trabaja para mantenerse, teje fajas Flor de Tuyo y hace estrellas también, de acuerdo al contrato lo vende a 15 soles, 2 metros. Teje con lana de carnero y también hace gorras, ponchos, medias y labores a crochet.

Anexo N° 6

Entrevista al **Padre Alex Urbina Aliaga**, responsable del **Colegio "Cristo Ramos "de Porcón Bajo.**

El director del Colegio, es el señor **Carlos Esquén Plasencia.**

En datos oficiales del cuadro Ugel, encontramos que es: Ubigeo 060101, rural, mixto turno mañana. Aproximadamente 248 alumnos y 8 secciones.

Las respuestas del Padre Alex:

1. ¿Y cuántos alumnos tiene su colegio, cuántas secciones son?

En el colegio tenemos en total 233 alumnos. Son ocho secciones, de secundaria solamente.

2. ¿Tiene mucho tiempo ya?, ¿cuándo lo crearon?

El colegio fue creado en el año 1992, con Monseñor José Dammert Bellido; funcionó como Gestión comunal (GCom), hasta 1985 en que se llama Colegio Porcón Bajo.

3. ¿Y cómo van los chicos en el curso de matemática, padre?

¡Ay,...matemática, son dos profesores y estamos en jornada escolar completa pero es una lucha constante en matemática, muy difícil, la abstracción; en matemática y comunicación nos han pedido trabajar más; los resultados son pobres, en marzo hemos hecho un diagnóstico de matemática. Es una lucha.

Le pedimos ojalá pueda prestarnos una copia del diagnóstico

Agradables momentos en el campo, el colegio es bien ubicado y cuidado. (Tomamos fotos aunque se acabó luego la batería, no hay dónde comprar!!!).

### **En Colegio “Pedro Villanueva Espinoza”, de Porcón Alto.**

Entrevista al **profesor Francisco Daniel Chávez Marín** de Educación para el Trabajo personal, familiar. El colegio fue creado el 25 de mayo de 1987.

1. ¿Cómo van en el colegio, con los cambios?

Bueno, estamos recién amoldándonos a los cambios, ahhh...!, han cambiado de director y casi todos, la nueva directora es la doctora Cecilia de los Milagros Mejía Sáenz, ahora el director está como profesor de área, pero es abismal el cambio a nivel general educativo, con jornada completa y entonces los alumnos traen su lonchera porque salen a las tres, o los padres de familia les traen su comidas, pero llega fría, se malogra en el camino son dos horas de camino a sus casas, demora esto incomoda y afecta la salud del alumno.

2. ¿Y qué dicen los docentes?

Los docentes “cargamos el muerto”, como se dice. La superioridad ordena pero no está en el campo de los hechos, y si así estuviera, no lo reconocen ni aceptan. Una evaluación es generalizada.

3. ¿Y los alumnos qué dicen?

Bueno los alumnos tienen dificultades, recién han puesto internet pero es muy lenta, se cuelga.

4. ¿No les dieron su laptop con un programa que hubo?

Les dieron pero fue para el curso de inglés.

5. ¿Y cuántos alumnos son?

Son en secundaria, 189 alumnos, con nueve secciones, de 1° a 4° dos de cada grado y en 5°, una sola. La secundaria es aparte de la primaria que tiene su local aquí junto.

Bueno, ojalá que se vayan organizando.

Cuando le preguntamos sobre los tejidos, lamentaba que no se les diera importancia y la gente vive de esto; sí sería bueno hacer un proyecto transversal de Matemática con Educación para el trabajo y otras áreas, pero a veces no nos ponemos de acuerdo.

Entrevista con el **Señor Pedro Chilón de Granja Porcón**

### **Colegio “Miguel Gonzáles Chávez”**

1. ¿Qué problemas ha tenido el colegio, porque no hay clases?

Fíjese, el colegio que siempre ha sido innovador, tiene 120 alumnos en total, inicial, primaria y secundaria, que se formó en el 80, con Belaúnde, tenemos la inscripción “El Pueblo lo hizo”, ahora en problema teníamos dos profesores del pueblo pero se fueron a San Ramón, y a la Granja llegaron nuevos.

Esto en Matemática, los alumnos han salido desaprobados en Matemática la mayoría y casi se cogieron con los profes.

El director ha llevado a juicio. Los padres de familia y las Ronda se pusieron en la entrada y no dejaron pasar a los profesores, fue horrible, los profesores contra la comunidad y los alumnos felices sin clases.

Ahora ya hay normalidad, vino una directora que fue incluso mi profesora y es de aquí, o sea que conoce como somos. Es del lugar.

2. ¿Desde qué año son evangélicos, cuándo vinieron los evangelistas?

La Iglesia evangélica de Cristo está desde el 75, se reúne los domingos; allí todavía la cooperativas se llamaba SAIS Atahualpa hasta el 82; en octubre; abarcaba todos los porcones; pero ahora cambia a Atahualpa Jerusalém y se separan Porcón Alto, Granja Porcón.

### **A Padre de Familia.**

**Entrevista** que transcribimos, al señor **Valentín Donato Terán, padre de familia del Colegio “Pedro Villanueva Espinoza” de Porcón Alto**, e integrante de la asociación de padres de familia de dicho colegio. (E, entrevistador; V, Valentín).

E: En qué época los pobladores de Porcón Alto, se convirtieron al Adventismo?

V: Porcón es una zona adventista desde el 1950, en que vinieron unos pastores al lugar para predicar el Evangelio. Después, Catalino Zambrano y María Zambrano, (ya fallecida), aceptaron ser “adventistas del sábado”. Luego se fueron a la Cooperativa y encontraron a Concepción Quispe y Sra. María Chilón (también ya fallecida), vinieron otros pastores dominicales y ellos y sus seis hijos, Alejandro, Manuel, ...aceptaron guardar el domingo. Ahí vino la división de Porcón Alto y Granja Porcón, y se separaron, y va creciendo dos sectas, del sábado y del domingo.

E: En un informe he leído que se prohibió el clarín, la caja, el poncho, y que la música era del demonio?

V: No es así, lo que pasa es en Génesis capítulo II, versículo 3 en adelante, los egipcios adoraban al faraón y Moisés, encabezaba el pueblo de Israel y cuando subió al monte Sinaí 40 días,, la gente pensó que se había muerto e hicieron un becerro de oro, la gente tuvo que utilizar anillos, aretes, y otros adornos; la Biblia prohíbe esto, frente a los ojos de Dios, los collares, adornos, Dios dice que se aleja cuando nos arreglamos y que todos debemos ser humildes. La Biblia prohíbe “del orgullo”,

E: ¿Y cuántos hijos tienes en el colegio?

V: Tengo dos hijos en primaria y dos en secundaria.

E: ¿Aquí, todavía se conoce los tejidos?

V: Sí por tradición, Porcón es una zona turística, sus vestidos, sus costumbres, yo tengo 40 años de vida y he visto muy bonitos pero ahora hay tejidos modernos, bolsas , todo es artesanía para los turistas. Antes, mis abuelos, tejían “bayetas”, para vestido, saco, pantalón, a colores, blanco rojo o negro, “pintadito” con raítas. Hoy hay telares de fábrica, antes eran hechos a mano en la zona. Mi papá tiene 87 años y mi mamá 90, ellos viven en San Pablo, y yo no aprendí mucho, ellos tiene su telar; yo me dediqué más a mi chacra.

E: ¿Es verdad que adoraban a Catequil y Guayasamin y les rendían homenajes?

V: Bueno, sí. Aquí también hay un cerrito adorable que se llama “Conguna” y cuando llegaron los chilenos decían que Conguna morían, se sacudían, les daba la terciana.

E: Creo que hay que valorar sus diseños tan bonitos que saben hacer, para que puedan

desarrollar, formar empresas, por ejemplo, tienen mucha idea para los diseños.

V: Muchas gracias por sus palabras, y aquí somos porconeros, yo soy orgulloso de ser buen peruano y ser porconero!, aquí reina el cuy, el “arroz de trigo”, harina de cebada; mis tíos tienen 80 años ellos saben mucho tienen mejores novedades, antes no perdían costumbre pero más o menos 30 años a un 50% de la nueva generación ya no le gusta las costumbres anteriores, los chunchos, las pallas, ahora ya no. Yo tengo un primo que tiene otras costumbres, pero si se habla quechua todavía, a veces ya no se entiende mucho, también hay escuela de quechua pero ya no son originales del lugar, creo se asocian con Chetilla, el idioma los mayores lo queremos valorar pero los jóvenes son algo moderno, “hola, qué tal”, antes se encontraban y primero se “decía un bendito”, y se saludaban con respeto al tío, papá, hermano mayor y si no hacían eso recibían “un rigor”.

E: ¿Cómo era el rigor?

V: Bueno, no era con látigo, porque antes tenían un cinturón suave a la cintura. Hoy todos somos adventistas, aunque es hermoso conversar con los mayores, hoy ya no hay un saludo como antes, se tiene nostalgia de aquellos. No valoramos 100%, el 20% todavía sí; recordamos su quechua a veces se hace difícil entender.

E: Usted cree que sería bueno que en el curso del profesor Francisco, de Educación para el trabajo, les enseñen una forma de trabajar con los tejidos y al mismo tiempo se les enseñe la matemática?

V: Me parece muy bien pero los profesores no nos pueden ayudar, nos envían profesores de Cajabamba, Celendín, Chota pero no tienen esa costumbre. Mi tío hacía 70, 80 metros de tejido, lo tendía largo y lo compraban en San Pablo; ahora ya no hay borregas, antes había una “manada”, hoy son cuatro o cinco borregas. La lana es cara. Hoy una bolsa cuesta 50 soles y eso se acaba rápido. Hay artesanos aquí pero ya no hay tejidos anteriores, hay modernos, chullos, en una feria vendes 4 o 5, más no.

E: Creo que hemos conversado buen tiempo, muchas gracias.

V: Yo tengo videos de mis familiares que le voy a dar para aportar, el domingo me puede visitar, vivo con mis dos hermanos en 20, 5 km, mi apellido Donato, nos conocen mucho aunque Donato parece del Brasil,..

Nos despedimos.

### A Coordinadora de Matemática de Porcón Alto.

#### **Profesora Marina**

Acerca de la pregunta si enseñan Transformaciones Geométricas 2° secundaria.

“El año pasado en 2° no llevaban, sino en 4°. Generalmente no lo tocan, porque no avanzamos mucho, para que conozcan al menos”, estamos un poco atrasados, no avanzamos.

En rutas tocan temas que no consideramos.

Han tomado y están los temas que no hacíamos, partimos de atrás hacia adelante.

(no pedimos aclaración por el tiempo).

“de Rutas, al inicio bastantes problemas, no entendían, aún no entendemos bien, sinceramente”.

### A Profesora Matemáticas y Coordinadora Ciencias Porcón Bajo

#### **Profesora Roxana**

Enseñó 2° secundaria el año anterior, ahora tiene 4° y 5° secundaria.

Transformaciones geométricas han programado en 3°, está dentro de la programación y dentro de la jornada escolar.

Este año sí vamos a hacer el tema.

Viene desde primaria...es cierto, por el tiempo no enseñamos, hay por ejemplo temas que nos esforzamos por cumplir.

#### **Profesora Giovanna**

Coordinadora de Ciencias y profe de Matemáticas

No pudieron hacer el trabajo en primaria. “En forma sincera, no han llegado a hacer el tema”.

De acuerdo a la ruta sí está programado pero no se sabe si llegarán a los temas.

Ahora como coordinadora está llevando un diplomado.

### **Entrevistas a los alumnos que trabajaron la guía**

Los alumnos estuvieron muy contentos y no habían estudiado antes ningún año, el tema de simetrías.

Conversamos con cada uno en forma separada, les gustó la forma de trabajar; pero no respondieron mucho alguna pregunta sobre el curso, tres dijeron que habían mejorado sus notas de matemática.



Anexo N° 6

DEPARTAMENTO DE CAJAMARCA									
	REGIÓN NATURAL (según piso altitudinal)	ALTITUD (m s.n.m.)	POBLACIÓN CENSADA			VIVIENDAS PARTICULARES			
			Total	Hombre	Mujer	Total	Ocupadas 1/	Desocupadas	
<b>06</b>	<b>DEPARTAMENTO CAJAMARCA</b>		<b>1 341 012</b>	<b>657 634</b>	<b>683 378</b>	<b>503 426</b>	<b>462 354</b>	<b>41 072</b>	
<b>0601</b>	<b>PROVINCIA CAJAMARCA</b>		<b>348 433</b>	<b>166 733</b>	<b>181 700</b>	<b>114 234</b>	<b>105 972</b>	<b>8 262</b>	
<b>060101</b>	<b>DISTRITO CAJAMARCA</b>		<b>218 741</b>	<b>104 808</b>	<b>113 933</b>	<b>62 803</b>	<b>59 058</b>	<b>3 745</b>	
0001	CAJAMARCA	Quechua	2 731	182 971	87 259	95 712	48 674	46 420	2 254
0002	AYAVIRI MOROWISHA	Suni	3 798	24	9	15	12	10	2
0003	LAS LAGUNAS	Quechua	3 489	45	23	22	19	12	7
0004	LA SHOCLLA	Suni	3 703	22	12	10	15	6	9
0005	CINCE LAS VIZCACHAS	Suni	3 543	175	85	90	57	55	2
0007	QUISHUAR CORRAL	Suni	3 515	505	408	97	86	82	4
0008	TUAL	Quechua	3 452	462	216	246	277	266	11
0009	YERBA BUENA	Quechua	3 454	275	118	157	110	97	13
0010	LA APALINA (MINAS)	Suni	3 533	5	3	2	2	2	-
0011	LA PAJUJELA 2/	Suni	3 569	744	676	68	-	-	-
0012	SAN PEDRO	Quechua	3 360	122	55	67	66	58	8
0013	HUALTIPAMPA ALTA	Suni	3 500	67	29	38	42	38	4
0014	HUALTIPAMPA BAJA	Quechua	3 403	182	83	99	175	146	29
0015	LLUSHCAPAMPA ALTO ZARCIL LEJA	Quechua	3 349	2	1	1	1	1	-
0016	LA RAMADA	Quechua	3 418	198	97	101	113	79	34
0017	YUNYUN ALTO	Quechua	3 452	183	90	93	64	60	4
0018	TIERRA AMARILLA	Quechua	3 308	167	81	86	61	59	2
0019	CHILIMPAMPA BAJA	Quechua	3 469	330	169	161	118	117	1
0020	ALISO COLORADO	Quechua	3 470	305	138	167	379	349	30
0021	MANZANAS ALTO	Quechua	3 215	330	163	167	103	87	16
0022	YUN YUN BAJO	Quechua	3 389	221	111	110	98	81	17
0023	PORCON ALTO	Suni	3 513	456	217	239	185	162	23
0024	PORCON	Quechua	3 166	750	345	405	198	198	-
0025	LLANOMAYO (TOTORILLAS)	Quechua	3 229	87	33	54	110	108	2
0026	EL COÑOR	Quechua	3 058	157	81	76	86	79	7
0027	PORCON POTRERO BAJO	Quechua	3 275	93	41	52	45	43	2
0028	CHAMCAS	Suni	3 558	66	30	36	43	40	3
0029	UÑIGAN	Suni	3 653	158	70	88	62	47	15
0030	SURO PORCON	Quechua	3 261	164	73	91	81	69	12
0031	PACOPAMPA	Quechua	3 234	41	18	23	24	19	5
0032	LLUSHCAPAMPA BAJA	Quechua	2 880	504	242	262	257	226	31
0033	YERBA SANTA	Quechua	3 153	29	13	16	21	14	7
0034	MANZANAS CAPELLANIAS	Quechua	3 165	220	108	112	102	75	27
0035	CHILIMCAGA	Quechua	3 171	148	67	81	70	67	3
0036	PORCON BAJO	Quechua	3 200	712	336	376	256	239	17
0037	CHAUPIMAYO	Quechua	3 205	243	107	136	82	66	16
0038	PLAN MANZANAS	Quechua	3 048	455	224	231	209	192	17
0040	SAN ANTONIO PLAN DETUAL	Quechua	2 961	403	193	210	158	148	10
0041	COCHAPAMPA	Quechua	3 312	665	308	357	228	200	28
0042	CHORO PORCON	Suni	3 635	264	121	143	86	84	2
0043	CHUGURPAMPA	Quechua	3 300	170	73	97	69	64	5
0044	PLAN PORCONCILLO	Quechua	2 991	684	332	352	263	229	34
0045	MARAYLLACTA	Quechua	3 010	178	80	98	108	81	27
0046	PORCONCILLO BAJO	Quechua	3 022	444	204	240	299	286	13
0047	PORCONCILLO ALTO	Quechua	3 482	235	116	119	85	74	11
0049	EL BATAN	Quechua	3 013	412	197	215	138	131	7
0050	HUAMBOCANCHA ALTA	Quechua	2 918	281	132	149	108	87	21
0051	HUAMBOCANCHA CHICA	Quechua	2 855	688	329	359	245	228	17
0052	EL MILAGRO	Quechua	2 844	683	337	346	273	240	33
0053	LAS FLORES	Quechua	3 064	229	107	122	84	73	11
0054	PORCONCILLO TUANZO ALTO	Suni	3 504	79	35	44	32	29	3
0055	PURUAY BAJO	Quechua	3 050	195	92	103	130	129	1
0056	PURUAY QUINUAMAYO	Suni	3 510	164	70	94	101	100	1

C ontinúa...

Anexo 7

**PORCÓN. Población por Edad y Sexo.**

<b>AREA # 01010023</b>	<b>Porcón Alto</b>			
P: Edad por Grandes Grupos	P: Según Sexo			
	<b>V</b>	<b>M</b>	<b>Total</b>	<b>% Grupos</b>
0 - 14	85	74	159	35,3%
15 - 64	136	143	279	62,0%
65 +	4	8	12	02,7%
Total	225	225	450	
	50%	50%	100%	
<b>AREA # 01010024</b>	<b>Granja Porcón</b>			
P: Edad por Grandes Grupos	P: Según Sexo			
	<b>V</b>	<b>M</b>	<b>Total</b>	
0 - 14	156	131	287	34,3%
15 - 64	240	276	516	61,8%
65 +	15	18	33	03,9%
Total	411	425	836	
	49,16%	50,84%	100%	
<b>AREA # 01010036</b>	<b>Porcón Bajo</b>			
P: Edad por Grandes Grupos	P: Según Sexo			
	<b>V</b>	<b>M</b>	<b>Total</b>	
0 - 14	80	69	149	28,8%
15 - 64	154	194	348	67,3%
65 +	13	7	20	03,9%
Total	247	270	517	
	47,80%	52,20%	100%	
<b>Fuente: INEI CPV 2007</b>				

Salud e Idioma.INEI (Censos Nacionales 2007)

Población de tres años y más salud e idioma. Distrito Cajamarca zona rural					
Total		SIS (Seguro de Salud)	Essalud	Otro de salud	Ninguno
<b>RURAL</b>	<b>35853</b>	<b>3587</b>	<b>4404</b>	<b>1179</b>	<b>26834</b>
Quechua	586	17	83	11	476
Aymara	19	2	12		5
Asháninka	1		1		
Otra lengua nativa	5		1	1	3
Castellano	35211	3567	4305	1164	26325
Idioma Extranjero	3			3	
Es Sordomudo/a	28	1	2		25
<b>Hombres</b>	<b>18657</b>	<b>1737</b>	<b>3184</b>	<b>768</b>	<b>13105</b>
Quechua	306	7	68	7	225
Aymara	15		12		3
Asháninka	1		1		
Otra lengua nativa	3		1	1	1
Castellano	18316	1730	3100	759	12863
Idioma Extranjero	1			1	
Es Sordomudo/a	15		2		13
<b>Mujeres</b>	<b>17196</b>	<b>1850</b>	<b>1220</b>	<b>411</b>	<b>13729</b>
Quechua	280	10	15	4	251
Aymara	4	2			2
Otra lengua nativa	2				2
Castellano	16895	1837	1205	405	13462
Idioma Extranjero	2			2	
Es Sordomudo/a	13	1			12
Fuente : INEI - Censos Nacionales 2007 : XI de Población y VI de Vivienda					

**PERÚ: INCIDENCIA DE LA POBREZA POR GRUPOS DE DEPARTAMENTOS, 2011**  
(Porcentaje)

Grupo	Departamentos	Intervalo de confianza al 95%	
		Inferior	Superior
GRUPO 01	Apurímac, Ayacucho, Cajamarca, Huancavelica, Huánuco	52,7	57,0
GRUPO 02	Amazonas, Loreto, Pasco, Piura, Puno	35,2	48,1
GRUPO 03	Ancash, Cusco, Junin, La Libertad, Lambayeque, San Martín	24,1	31,0
GRUPO 04	Lima 1/, Tacna	15,8	16,6
GRUPO 05	Arequipa, Ica, Moquegua, Tumbes, Ucayali	10,9	13,9
GRUPO 06	Madre de Dios	2,0	6,3

Nota: Los departamentos han sido agrupados según niveles de pobreza estadísticamente semejantes.  
1/ Incluye la Provincia Constitucional del Callao  
Fuente: INEI – Encuesta Nacional de Hogares, 2011

**Tabla N° Idioma**

**Porcón Alto**

Categorías	Casos	%	Acumulado %
Quechua	12	2.86 %	2.86 %
Castellano	408	97.14 %	100.00 %
<b>Total</b>	<b>420</b>	<b>100.00 %</b>	<b>100.00 %</b>

NSA : 30

Fuente INEI 2007

**Granja Porcón**

Categorías	Casos	%	Acumulado %
Quechua	19	2.43 %	2.43 %
Castellano	762	97.57 %	100.00 %
<b>Total</b>	<b>781</b>	<b>100.00 %</b>	<b>100.00 %</b>

NSA : 55

Fuente INEI 2007

**Porcón Bajo**

Categorías	Casos	%	Acumulado %
Quechua	6	1.22 %	1.22 %
Castellano	484	98.78 %	100.00 %
<b>Total</b>	<b>490</b>	<b>100.00 %</b>	<b>100.00 %</b>

NSA : 27

Fuente INEI 2007

Tabla N° Población y Religión que profesa

<b>AREA # 01010023</b>	<b>Ccpp Rur. Porcón Alto</b>		
<b>Categorías</b>	<b>Casos</b>	<b>%</b>	<b>Acumulado %</b>
Católica	96	29%	29%
Cristiana/Evangélica	235	71%	99%
Ninguna	2	1%	100%
<b>Total</b>	<b>333</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
NSA :	117		
<b>AREA # 01010024</b>	<b>Ccpp Rur. Granja Porcón</b>		
<b>Categorías</b>	<b>Casos</b>	<b>%</b>	<b>Acumulado %</b>
Católica	62	10%	10%
Cristiana/Evangélica	558	89%	98%
Otra	1	0%	99%
Ninguna	9	1%	100%
<b>Total</b>	<b>630</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
NSA :	206		
<b>AREA # 01010036</b>	<b>Ccpp Rur. Porcón Bajo</b>		
<b>Categorías</b>	<b>Casos</b>	<b>%</b>	<b>Acumulado %</b>
Católica	271	65%	65%
Cristiana/Evangélica	106	25%	91%
Otra	31	7%	98%
Ninguna	8	2%	100%
<b>Total</b>	<b>416</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
NSA :	101		
Fuente: INEI CPV 2007			