

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**



Enseñanza de la Geometría en el nivel primario: Un Estado del Arte  
que busca nuevas luces para el contexto actual

Trabajo de investigación para obtener el grado académico de Bachiller  
en Educación presentado por:

***Hans Cesaro Espinoza Perez***

Asesor

***Luis Martin Valdiviezo Arista***

Lima, 2021

## **Resumen:**

El contexto generado por la pandemia del coronavirus ha puesto en evidencia la necesidad de una renovación de ideas en relación al proceso de enseñanza-aprendizaje. En el área de matemática, esta situación se ha tornado más crítica pues, a lo largo de los años la presencialidad se ha vuelto indispensable para la enseñanza de esta área. En consecuencia, hemos experimentado la necesidad de innovar nuestras prácticas pedagógicas; sin embargo, para ello es necesario recuperar los principales aportes teóricos en torno a esta. El presente estado del arte, tiene como finalidad recoger y analizar los principales aportes teóricos para la enseñanza de la Geometría. Ello, será desarrollado en función al principal referente teórico en la didáctica de esta parte de la matemática, el modelo de Van Hiele. De este modo, con todos estos aportes podemos adquirir una mayor cantidad de herramientas en este proceso de innovación pedagógica. En la investigación se ha logrado identificar que a pesar del nivel de exactitud del modelo de Van Hiele, existen algunos aspectos que no han sido desarrollados a profundidad pues, el contexto en el que surgió el modelo es diferente al actual. Por ello, en conjunto de estos referentes teóricos he logrado establecer un conjunto de aportes que servirán como punto de partida en la planificación de actividades de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Palabras clave: El Modelo de Van Hiele, Didáctica de la Geometría, El pensamiento geométrico

## **Abstract:**

The context generated by the coronavirus pandemic has highlighted the need for a renewal of ideas in relation to the teaching-learning process. In the area of mathematics, this situation has become more critical because, over the years, face-to-face attendance has become essential for teaching this area. Consequently, we have experienced the need to innovate our pedagogical practices; However, for this it is necessary to recover the main theoretical contributions around it. The present state of the art aims to collect and analyze the main theoretical contributions for the teaching of geometry. This will be developed based on the main theoretical reference in the didactics of this part of mathematics, the Van Hiele model. In this way, with all these contributions we can acquire a greater number of tools in this process of pedagogical innovation. The research has managed to identify that despite the level of accuracy of the Van Hiele model, there are some aspects that have not been developed in depth, since the context in which the model arose is different from the current one. Therefore, together with these theoretical references I have managed to establish a set of contributions that will serve as a starting point in the planning of learning activities for the development of geometric thinking.

Keywords: The Van Hiele Model, Geometry Didactics, Geometric Thinking

## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	4
2. CONTEXTO DEL ESTADO DEL ARTE	6
3. EL MODELO DE VAN HIELE	9
4. EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO	14
5. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: Aportes al Modelo de Van Hiele	19
5.1. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	19
5.2. MATERIALES EDUCATIVOS	22
5.3. EVALUACIÓN EN EL NIVEL PRIMARIO	23
6. CONTROVERSAS EN TORNO AL MODELO DE VAN HIELE	24
7. REFLEXIONES FINALES	25
8. REFERENCIAS	27



## 1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la matemática, incluso en la modalidad presencial, ha significado un reto para los docentes de la Educación Básica Regular (EBR); prueba de ello es el nivel de satisfacción en las evaluaciones censales e informes internacionales en esta área. Ahora bien, situados en un contexto de educación remota, los resultados de aprendizaje en el área de matemática pueden ser más preocupantes que los resultados en una modalidad presencial.

Desde mi punto de vista, considero que al enfrentarnos a una situación más complicada el conocimiento teórico en relación a un tema determinado serán nuestra principal herramienta para enfrentar con suficiencia tal situación. Lamentablemente, mantenerse en constante actualización para docentes del sector público, cuyo sueldo es insuficiente y, en muchos casos, tienen otras responsabilidades además de la labor pedagógica, les resulta imposible inscribirse a cursos de capacitación que le permitan desempeñarse de mejor manera.

Ahora bien, como explicaré líneas más abajo, para realizar un aporte más significativo en la enseñanza de la matemática es importante que la disgreguemos a fin de conseguir un análisis más profundo. En ese sentido, resulta conveniente trabajar en función a la división que se hace de la competencia matemática en el Currículo Nacional de la Educación Básica (CNEB). A raíz de ello, se ha planteado que en este trabajo académico se enfatizará en una de las competencias que plantea el Ministerio de Educación (MINEDU); la cual, es: "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" (2016, pp. 253).

Al respecto, se conoce que el principal sustento teórico para el desarrollo de esta competencia responde al Modelo de Van Hiele; el cual, establece los principales lineamientos para el abordaje de la enseñanza de la Geometría. No obstante, desde su surgimiento en el año 1964 hasta la actualidad han transcurrido 57 años; lo cual, nos indica que existen notables diferencias entre el contexto en el que surgió dicha teoría y el contexto actual, en especial, con el caso peruano. En consecuencia, surge la necesidad de realizar un trabajo de investigación

que recoja los principales aportes que han surgido de diferentes autores desde 1964 hasta la fecha.

Dicha revisión bibliográfica, se realiza con el objetivo de responder ¿Cuáles han sido los aportes al Modelo de Van Hiele desde su implementación que podrían favorecer el aprendizaje de los estudiantes? En relación a ello, se señala como primer objetivo de investigación es identificar fuentes confiables que evidencian aportes a la enseñanza de la Geometría; en segunda instancia, realizar una comparación de dicha información con la realidad peruana y finalmente, organizar un resumen con los principales aportes de la bibliografía recogida. Con todo ello, además de responder la pregunta de investigación, se busca plantear un punto de partida para futuras investigaciones que atiendan las demás competencias del CNEB; así mismo, trazar algunas sugerencias para la enseñanza de la Geometría desde una educación remota, como en la que nos encontramos.

En cuanto a la metodología de la investigación, se trata de un estudio documental que recogió información de diversas fuentes: artículos, libros, entre otros, de autores que han buscado enriquecer el modelo de enseñanza de los esposos Van Hiele. Como he mencionado líneas arriba, se buscó información surgida a partir de 1964 y alrededor del mundo pues, como mencionaba Euclides, el lenguaje de las matemáticas es el lenguaje universal del hombre. En tal sentido, este estudio se corresponde a la línea investigativa de Currículo y Didáctica, por su interés en mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el área de matemáticas.

El presente estado del arte, logró recoger aportes de diferentes autores en relación a la enseñanza de la Geometría en el nivel primaria, desde diferentes elementos de la práctica docente. En especial, de los que no fueron profundizados en el Modelo de Van Hiele. A partir de ello, se logró establecer algunas pautas generales para la enseñanza de la Geometría en nuestro contexto actual. Entre ellas, las implicancias y niveles del pensamiento geométrico, las etapas en la formación del pensamiento geométrico, los tipos de problemas al que puede enfrentarse el

estudiante, la evaluación en la enseñanza de la Geometría, los materiales y recursos educativos que se puede utilizar.

## **2. CONTEXTO DEL ESTADO DEL ARTE**

En estos últimos meses, la educación a nivel mundial está atravesando cambios tan vertiginosos que nadie los hubiera imaginado a inicios de este año. Dicha situación es producto de la pandemia generada desde la aparición del virus del COVID-19 pues, este, impide las reuniones de un número considerable de personas en un espacio reducido; tal y como, se venía desarrollando la educación actual. En el contexto peruano, el sistema educativo ha resultado muy afectado pues, las condiciones precarias de un alto porcentaje de las instituciones educativas públicas de nuestro país han limitado la capacidad de atención a los niños y jóvenes del Perú.

Ante la emergencia sanitaria, desde el MINEDU se han planteado una serie de normativas e iniciativas para enfrentar este problema. En primera instancia se promulgó la Resolución Viceministerial N.º 00093-2020 que resuelve la aprobación del documento llamado "Orientaciones pedagógicas para el servicio educativo de Educación Básica durante el año 2020 en el marco de la emergencia sanitaria por el Coronavirus COVID-19", dicho documento brinda, a los actores educativos, orientaciones pedagógicas para la reprogramación curricular la cual busca la articulación de la modalidad a distancia con la modalidad presencial en relación a la estrategia "Aprendo en casa" o de otras estrategias de educación a distancia definidas por las instituciones educativas, así como de otros programas educativos privados.

En el sector público, con la finalidad de salvaguardar la salud y el acceso a la educación, el MINEDU ha implementado la estrategia de educación remota "Aprendo en casa". Esta estrategia propone una serie de actividades que los discentes deben realizar desde su hogar para lograr el desarrollo de sus aprendizajes; a través de diferentes vías de las telecomunicaciones como la web, la radio y la televisión para que todos los estudiantes del país puedan acceder. Asimismo, está organizada por niveles, ciclos y grados según las modalidades de educación que brinda

el sistema educativo peruano. Asimismo, la plataforma web brinda orientaciones para las familias para el apoyo educativo.

Hemos de recordar que el aislamiento social obligatorio, decretado por el presidente de la República, inició un día antes del inicio del año escolar en las instituciones educativas públicas. En el caso de las escuelas privadas, ya habían empezado una o dos semanas antes. Ante esta situación, el MINEDU planteó la realización del proyecto “Aprendo en Casa”, ya descrito en el apartado anterior. Por otro lado, en cuanto a las escuelas de gestión privada, mediante la Resolución Viceministerial 079-2020 se dispuso que están forzadas a reprogramar las horas escolares y documentar tal reprogramación a la Unidad de Gestión Local respectiva; además, deberán asegurar que se cumplirán las horas previstas con antelación.

A pesar de las bondades de la iniciativa “Aprendo en Casa”, debemos reconocer la realidad de las familias con hijos en escuelas públicas. Al respecto la Fundación Telefónica (2020) nos informa que no todas estas familias tienen acceso a una PC, laptop o Tablet; a su vez, hasta el 2017, se identificó que el 72% de los hogares no cuenta con acceso a internet. En relación a ello, el gobierno peruano ha puesto en juego una serie de medidas que busquen revertir esta situación. Por ejemplo, el Decreto Legislativo 1465; el cual, con el fin de prever el peligro de la transmisión del COVID-19, establece acciones para asegurar la continuidad de las clases escolares a modalidad de educación remota. Así mismo, se conoce que el MINEDU está estableciendo una serie de reuniones con entes privados, implicados en el desarrollo de tecnologías en educación, para lograr su colaboración en este proceso de implementación de la educación virtual. El contexto actual, ha llevado al gobierno a implementar una serie de iniciativas que permitan que los estudiantes puedan acceder a una educación de calidad; sin embargo, aún queda trabajo por hacer para lograr tal fin.

En general, el aprendizaje de todas las áreas que se trabajan en la EBR se ha visto afectadas producto de la pandemia. No obstante, desde mi punto de vista y mi experiencia en mis horas de ayudantía, una de las áreas que se ha visto más afectada ha sido el aprendizaje de las

matemáticas. Normalmente, si nos detenemos a pensar en la forma en que se enseña este curso, una gran parte de nosotros recordará las clases interminables donde los principales recursos eran: la pizarra, los plumones o tizas y el libro de texto; los cuales, eran usados para explicar todos los conceptos matemáticos.

En los últimos años, se ha demostrado que estos procedimientos son insuficientes para el aprendizaje de las matemáticas; por lo que, se ha incluido el uso de material concreto para su tratamiento. Si bien es cierto, la inclusión del material concreto ha traído grandes beneficios para el aprendizaje de las matemáticas, su uso se ve limitado en el contexto de la educación remota, debido a diversas razones. Por ejemplo, el material destinado por el MINEDU se encuentra en las instituciones educativas, la inclusión de material concreto en las clases de matemáticas es un concepto nuevo para muchos docentes, en un entorno virtual resulta muy complicado modelar el uso de material concreto, entre otros motivos. Por ende, somos conscientes de que es necesario innovar en las estrategias didácticas para la enseñanza de la matemática y, para ello, es necesario realizar una revisión de todas las propuestas surgidas en los últimos años.

En el Programa Curricular de la Educación Primaria, el aprendizaje de las matemáticas ha sido abordado desde el enfoque de resolución de problemas y descompuesto en 4 competencias. En ese sentido, ahondar en las estrategias didácticas de estas 4 competencias resultaría un ejercicio de búsqueda tan amplio que correría el riesgo de cometer imprecisiones en este proceso.

A raíz de lo expuesto en el párrafo anterior, he escogido la competencia de: "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" (2016, pp. 253) falta año y página pues, desde mi punto de vista, el campo de la Geometría es uno de los más afectados desde la virtualidad debido a su conexión con el espacio físico. En tal sentido, he realizado una búsqueda de las propuestas didácticas para la enseñanza de la Geometría tomando como un marco referencial a la teoría de los esposos Van Hiele pues, su aparición marca un antes y después en la enseñanza de este campo de las matemáticas.



### 3. EL MODELO DE VAN HIELE

En el contexto de la guerra fría, en la década de los años 50, la pareja de esposos Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Güeldo plantearon un modelo para la enseñanza de la Geometría que buscaba explicar cómo evoluciona el pensamiento geométrico y cómo lograr que mejore la calidad de su razonamiento. Al respecto Van Hiele (1986), explica que son 5 niveles que comprenden el pensamiento geométrico en el que el estudiante debe ser situado; además, que con las actividades de aprendizaje pertinentes podrá lograr ascender hasta llegar al nivel más alto. A pesar de la influencia del mundo occidental en los esposos Van Hiele, la propuesta fue aceptada en primera instancia por la URSS; sin embargo, años más tarde despertaría el interés del mundo occidental debido a los avances en la URSS.

En palabras más sencillas, el modelo abarca dos aspectos de la enseñanza de la Geometría: descriptivo (niveles de razonamiento) e instructivo (fases de enseñanza y aprendizaje). En base a ello, se infiere que el aprendizaje de la Geometría se logra atravesando una serie de niveles de pensamiento y conocimiento; los cuales, no están asociados a la edad y no es posible saltarse estos niveles; es decir, solo se puede llegar a determinado nivel si es que se ha trabajado en el nivel inmediatamente inferior. Como señala López (2013), de acuerdo al modelo no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición.

Así mismo, es importante tener en consideración que para el aprendizaje de la Geometría se tienen como base dos elementos: "el lenguaje utilizado" y "la significación de contenidos". El primero explica la conexión entre el lenguaje empleado y el nivel de pensamiento geométrico del estudiante. Por otro lado, el segundo, refiere que sólo es posible comprender aquello que corresponde al nivel de pensamiento que han desarrollado. Por ello, se debe buscar que alcancen un nuevo nivel para poderles enseñar un contenido matemático nuevo que corresponda al nivel elegido.

En relación a estos dos conceptos, Van Hiele (1984) plantea el concepto de INSIGHT; el cual, hace referencia al aumento progresivo que tendrá un estudiante en su razonamiento con la ayuda del docente de aula. Estos cambios pueden ser visualizados en el lenguaje utilizado por el estudiante y en el modo en que expresa y emplea el conocimiento aprendido en nuevas situaciones. A lo largo de los párrafos anteriores he mencionado constantemente que el modelo plantea 5 niveles de razonamiento geométrico; los cuales serán descritos a continuación (López, 2013; Barrera & Reyes, 2015); así mismo, se brindará ejemplos que evidencian el paso de un nivel a otro en el caso del rectángulo:

- **Nivel 1: Visualización o reconocimiento.** En este nivel los estudiantes reconocen a las figuras por su apariencia, sin diferenciar sus propiedades y componentes. Dicho de otro modo, poseen la capacidad de reconocer algunas propiedades o características de las formas geométricas, no obstante, presentan dificultades para emplear definiciones geométricas. Por el contrario, suelen describir las características físicas de las figuras observadas mediante enunciados como: "es como una puerta o una ventana "
- **Nivel 2: Análisis.** En este nivel los estudiantes logran identificar a una figura reconociendo sus propiedades. En ese sentido, su raciocinio sucede a partir del reconocimiento de los componentes y atributos de las figuras, que se emplean para caracterizar a los elementos de un conjunto determinado de figuras. Por ejemplo, si se conoce que una figura tiene 4 lados iguales, los estudiantes de este nivel podrán concluir que se trata de un rectángulo, a pesar de no ser un dibujo exacto.

Una característica adicional de este nivel es que la comprensión de las propiedades se da de forma independiente; es decir, no se establece ninguna relación entre ellas. A partir de ello, ocurren dos consecuencias; por un lado, al definir algún objeto geométrico realizan un listado de propiedades, incluso sin ser conscientes de la redundancia de alguna de estas. En el caso del rectángulo, los estudiantes pueden plantear como dos características aisladas:

tiene 4 lados y tiene 4 vértices; no obstante, ambas características se relacionan mutuamente.

Por otro lado, los estudiantes serán capaces de llevar a cabo clasificaciones exclusivas; en consecuencia, no podrán reconocer que una figura puede pertenecer a varias familias generales de objetos. En el caso del rectángulo, no sería posible que el estudiante reconozca que pertenece a la familia de los cuadriláteros y la familia de los paralelogramos.

- **Nivel 3: Ordenación, clasificación o abstracción.** En comparación al nivel anterior, en este, los estudiantes logran interrelacionar siguiendo un razonamiento lógico las propiedades de los conceptos, mediante la construcción o el seguimiento de argumentos informales. En ese sentido, haciendo uso de su raciocinio, son capaces de identificar de qué manera las propiedades derivan de otras, relacionando las propiedades y las consecuencias de estas. En consecuencia, los estudiantes de este nivel tienen la capacidad de establecer definiciones abstractas; en otras palabras, pueden mencionar las condiciones necesarias y suficientes para identificar un tipo de figura geométrica.

En el caso del rectángulo se podría establecer relaciones entre las propiedades como estas: si presenta los 4 ángulos internos iguales y considerando que la suma de los ángulos internos en un cuadrilátero es  $360^\circ$ , puedo afirmar que cada ángulo del rectángulo es  $90^\circ$ . Así mismo, puede establecer diferencias entre el cuadrado y un rectángulo; ya que, a pesar de presentar la misma característica, la diferencia entre estas figuras radica en la naturaleza de sus lados.

En el nivel 4 y 5, será imposible ejemplificar con el caso del rectángulo pues, estos dos últimos niveles se trabajan en las escuelas profesionales que profundizan el área de matemáticas.

- **Nivel 4: Deducción formal.** En el nivel anterior, se explicó que los estudiantes son capaces de relacionar las propiedades, haciendo uso de un razonamiento informal. Ello implica que el significado intrínseco de la deducción (los axiomas, definiciones o teoremas) no se comprende en su totalidad (Van Hiele, 1990). Este nivel se

caracteriza por la evolución del razonamiento en este ámbito del pensamiento geométrico pues, son capaces de probar teoremas deductivamente y elaborar interrelaciones entre redes de teoremas. En virtud de ello, tienen la capacidad de demostrar un resultado de diferentes maneras, con el sustento de un sistema axiomático.

- **Nivel 5: Rigor.** El último nivel está caracterizado por un manejo de diferentes sistemas axiomáticos, traducido en el análisis y comparación entre ellos. A modo de ejemplo, la Geometría que hemos tratado a lo largo de nuestra educación básica se corresponde al sistema axiomático de la Geometría Euclidiana; a partir de la cual, hemos logrado aprender una serie de conceptos y propiedades de las figuras geométricas. Sin embargo, existen otros sistemas axiomáticos como la Geometría Hiperbólica, Geometría Elíptica, entre otros. Los cuales, poseen fundamentos axiomáticos diferentes a los que conocemos. En este nivel se trata de un estado en el cual podemos relacionar estos sistemas axiomáticos; por lo que, el razonamiento en este nivel es abstracto y no involucra necesariamente el uso de modelos concretos o pictóricos.

En adición a lo expuesto en los párrafos anteriores, es importante precisar que en el modelo de Van Hiele también se establecen cinco propiedades que deben cumplir cada uno de estos niveles; las cuales se detallarán a continuación: (López, 2013; Barrera & Reyes, 2018)

- **Secuencia fija.** Un estudiante que está en un nivel determinado tiene que haber transcurrido por el nivel inmediatamente inferior.
- **Adyacencia.** Los conceptos geométricos implícitos en un nivel pasan a ser objetos de estudios explícitos en el siguiente nivel.
- **Distinción o lingüístico.** Cada nivel tiene sus propios símbolos lingüísticos y sus propios sistemas de relaciones entre símbolos.
- **Separación o desajuste.** Dos individuos que se encuentran en diferentes niveles no lograrán comprenderse; en ese sentido, si el estudiante es expuesto a materiales, vocabulario, contenidos, etc. que no corresponden al nivel en que se encuentra no será capaz de comprender y progresar.

- **Logro y jerarquía.** El orden de los niveles es inalterable y para pasar al nivel siguiente se requiere de un trabajo constante donde la preocupación se dirija a los contenidos y métodos de instrucción, en lugar de la edad del niño.

En relación a esta última propiedad conviene precisar la forma en la que podemos ayudar a que el niño progrese al siguiente nivel, para ello, Asiquen (1982) explica que el modelo de Van Hiele plantea 5 fases del proceso de enseñanza para lograr este objetivo.

- **Información o indagación.** En esta primera fase del modelo de Van Hiele tiene como objetivo identificar el nivel de logro alcanzado por el estudiante pues, a partir de ello, se decidirá el rumbo que tomará la instrucción del mismo. Así mismo, para el estudiante significa un primer contacto con el contenido a tratar, de este modo podrá familiarizarse con el dominio de trabajo.
- **Orientación guiada.** En la segunda fase, los estudiantes tendrán un contacto más profundo del contenido a tratar; para ello, el docente deberá disponer de una serie de actividades que sean relevantes al nivel que se identificó en la fase anterior. En ese sentido, se propone que el docente realice preguntas concretas, cuyas respuestas sean obtenidas a través de la exploración y descubrimiento del mismo estudiante.
- **Explicitación o explicación.** En esta fase se busca que el estudiante logre expresar en palabras e integrando lenguaje técnico las relaciones descubiertas en la fase anterior. Asimismo, se busca establecer nuevas relaciones a partir del intercambio de experiencias entre todos los estudiantes.
- **Orientación libre.** En el desarrollo de esta fase los alumnos deben aplicar todo lo aprendido durante las tres primeras fases del proceso, esto es, los conocimientos y el lenguaje adquirido. Esta aplicación, tendrá lugar mientras se enfrentan a preguntas de diferente solución o de respuesta abierta. A partir de ello, se refuerza la construcción de redes más complejas de pensamiento significativas para el nivel donde se encuentre el estudiante; así mismo, gracias a esta nueva

interacción, las propiedades y relaciones construidas en la fase 2 se hacen más explícitas para los estudiantes.

- **Integración.** El final de las fases que se plantea en el modelo de Van Hiele, consiste en la reflexión de los estudiantes sobre sus propias acciones; además, de obtener una visión general del nuevo aprendizaje obtenido. En conjunto a esta reflexión, se busca que el estudiante elabore un resumen de todo lo aprendido. Al haber realizado todo ello, Van Hiele explica que los estudiantes habrán logrado un nuevo nivel de pensamiento y los estudiantes estarán preparados para iniciar un nuevo proceso para alcanzar un nuevo nivel.

A modo de resumen, la figura 1 elaborada por López (2013), nos permite comprender cómo las actividades del modelo de Van Hiele permiten un crecimiento helicoidal en el desarrollo del pensamiento geométrico.

**Figura 1**

*Las actividades educativas según los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje*

Actividades	Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
Nivel 1	A11	A12	A13	A14	A15
Nivel 2	A21	A22	A23	A24	A25
Nivel 3	A31	A32	A33	A34	A35
Nivel 4	A41	A42	A43	A44	A45
Nivel 5	A51	A52	A53	A54	A55

*Nota.* El gráfico muestra el modo en el que el paso de un nivel a otro está determinado por las 5 fases que plantea el Modelo de Van Hiele. Adaptado de *Didáctica de la Geometría: análisis de la enseñanza de la Geometría a partir de un estudio de campo según el modelo de Van Hiele* (p. 161), por F. López, 2013, Universidad Complutense de Madrid.

#### 4. EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO

En el sistema educativo peruano, nuestro documento base es el Currículo Nacional de la Educación Básica. En éste el Minedu (2016) nos brinda una definición de las competencias que debe obtener el

estudiante al haber culminado la educación básica. El área de matemática, es abordada desde 4 competencias; las cuales, buscan responder a un área determinada de la matemática. En el caso de la Geometría, la competencia descrita es: "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización"; esta, es definida en el documento mencionado de la siguiente manera:

"Consiste en que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Implica que realice mediciones directas o indirectas de la superficie, del perímetro, del volumen y de la capacidad de los objetos, y que logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, describen trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico" (p. 253)

Con el objetivo de una mejor comprensión de los docentes y un mejor abordaje en las sesiones de clase, se ha subdividido esta competencia en 4 capacidades; las cuales se combinan entre sí para desarrollar poner en práctica dicha competencia:

- **Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.** Consiste en la modelización de objetos, para reproducir las características del mismo, su localización y movimiento. Todo ello, mediante figuras geométricas, sus elementos y propiedades, la ubicación y transformaciones en el plano. De este modo, comprende la evaluación de los modelos elaborados en función al contexto planteado.
- **Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.** Implica el uso del lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas para transmitir su entendimiento de las propiedades de las formas geométricas, sus transformaciones y la ubicación en un sistema de referencia; a partir de ello, establecer relaciones entre las formas estudiadas.

- **Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.**

Es el componente logístico de la competencia con el objetivo de construir formas geométricas, trazar rutas, medir o estimar distancias y superficies, y transformar las formas bidimensionales y tridimensionales.

- **Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.**

Consiste en elaborar conjeturas en relación a las formas geométricas a partir de su exploración o visualización. Además, justificarlas, validarlas o refutarlas, a partir de argumentos válidos, obtenidos durante el proceso de aprendizaje.

En relación a lo expuesto hasta este momento, podemos inferir una definición del pensamiento geométrico; así también, los conocimientos, procedimientos y actitudes que la comprenden. Sin embargo, es importante tener en consideración los aportes de dos autores que enriquecerán el constructo del pensamiento geométrico.

En primera instancia, Lorenzo, alcalde y Pérez (2015) nos ofrecen una disgregación del pensamiento geométrico en 19 capacidades; las cuales son:

- Aplicar las nociones de orientación espacial a la situación del propio cuerpo y de los objetos.
- Recorrer, organizar y dibujar trayectos y laberintos, usando el vocabulario adecuado. Interpretar y representar croquis y planos sencillos. Escalas.
- Reconocer y reproducir el orden espacial: lineal y cíclico.
- Adquirir intuitivamente las nociones de punto, línea, superficie y espacio y reconocerlas en su entorno.
- Adquirir intuitivamente las nociones de punto, línea, superficie y espacio y reconocerlas en su entorno.
- Líneas y superficies abiertas y cerradas. Profundizar en las nociones «dentro» y «fuera», relacionándolas con los conceptos de frontera y región.
- Líneas rectas y curvas. Posiciones de la línea recta. Paralelismo y perpendicularidades rectas.
- Distinguir y construir superficies planas y curvas.



- Identificar, construir y dibujar ángulos en el plano. Clasificación y posiciones de los ángulos.
- Localización de puntos en el plano utilizando coordenadas cartesianas.
- Puntos cardinales y referencias en mapas.
- Distinguir, construir y representar líneas poligonales abiertas y cerradas.
- Identificar, describir, construir y dibujar polígonos. Reconocer sus elementos básicos: lados, vértices, bases, diagonales, ángulos. Clasificar polígonos.
- Clasificaciones de triángulos y cuadriláteros.
- Relaciones entre los lados y entre los ángulos de un triángulo.
- Identificar, describir, construir y dibujar circunferencias y círculos.
- Reconocer sus elementos básicos: centro, radio, diámetro.
- Posiciones relativas de circunferencias y círculos con rectas: tangente, secante, cuerda, arco y sector circular.
- Medida del contorno y de la superficie de figuras geométricas planas: perímetro y área.
- Identificar, describir y construir poliedros y cuerpos redondos. Reconocer sus elementos básicos: aristas, vértices, bases, caras laterales. Clasificar cuerpos geométricos.
- Componer y descomponer figuras planas y cuerpos geométricos.
- Completar rompecabezas, puzzles, mosaicos, maquetas...
- Adquirir nociones de transformaciones geométricas: simetrías, giros, traslaciones, semejanzas. Identificarlas en el entorno familiar y en la naturaleza. Componer y dibujar figuras simétricas.

Si bien es cierto, todas estas capacidades descritas por Lorenzo, Alcalde y Pérez (2015) pueden ser disgregadas de las 4 capacidades planteadas en el Currículo Nacional de la Educación Básica, este procedimiento puede resultar complicado para docentes inexpertos en la enseñanza de la Geometría y los conceptos geométricos; por lo que, lo planteado por los autores nos ofrece un nivel de mayor concreción que podemos emplear en la planificación de nuestras actividades.

Por otro lado, García y López (2008) nos describen una serie de habilidades que componen el pensamiento geométrico, al momento de enfrentarnos a una situación problemática, explicando que al hacerlo aplica dos o más de estos, dependiendo de la dificultad del problema.

- **Habilidades visuales.** Consiste en emplear un apoyo visual o espacial, para resolver diferentes situaciones problemáticas o demostrar propiedades. Es importante aclarar que, si bien la habilidad de visualización es un primer acercamiento a los objetos geométricos, no podemos aprender la Geometría sólo viendo una figura u otro objeto geométrico, por más que se trate de elementos reales o mentales.
- **De comunicación.** Implica que el estudiante tenga la capacidad de comunicarse empleando el lenguaje geométrico (símbolos y vocabulario propios de la Geometría), en cualquier código de la comunicación utilizado. En relación a esta actividad, se recomienda que se motive a que el estudiante argumente sus respuestas, siempre y cuando el problema planteado lo permita. De este modo, las actividades se convierten en tareas de demostración y así, se impulsa la cultura de la argumentación lógica y el desarrollo de la comunicación matemática.
- **De dibujo.** Están relacionadas con las representaciones que los alumnos hacen de los objetos geométricos. Estas pueden ser de dos tipos: la reproducción, refiere a la copia del mismo tamaño o a escala de un objeto observado. Esta reproducción, puede realizarse con información obtenida de forma oral, escrita o gráfica. Estas, buscan promover en el alumno la capacidad de análisis de las representaciones realizadas para identificar relaciones y propiedades que están implícitos durante su construcción. Por otro lado, la construcción de figuras por sí misma, es uno de los principales objetivos de la enseñanza de la Geometría; además, es el medio por el que se impulsa a los estudiantes a conocer y aprehender conceptos geométricos nuevos o ya establecidos.
- **Lógicas o de razonamiento.** Consiste en la abstracción de características o propiedades de las relaciones y de los conceptos

geométricos. A partir de ello, establecer conjeturas y justificarlas o demostrarlas con argumentos válidos. Así mismo, se puede contraargumentar en el caso de una conjetura errónea. A pesar de la naturaleza deductiva de la Geometría, es importante que se utilice la inducción para establecer conjeturas con nuestros estudiantes.

- **De aplicación o de transferencia.** Con ellas se busca que, al resolver problemas de Geometría, los estudiantes posean la capacidad de emplear lo aprendido en otros contextos, además, que les permita modelar geoméricamente situaciones de nuestro entorno. En ese sentido, se busca transferir los conocimientos adquiridos a otras disciplinas, afines o no a la matemática. A partir de ello, podemos afirmar que se ha cumplido el objetivo formativo de la Geometría pues, el estudiante razona en diferentes situaciones como lo realiza al enfrentarse a un problema geométrico.

## **5. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO: Aportes al Modelo de Van Hiele**

Desde su lanzamiento, el modelo de Van Hiele ha sido el principal referente teórico para la enseñanza de la Geometría. En este, como se ha descrito en los apartados anteriores, se fundamenta en una organización helicoidal de las actividades de aprendizaje para lograr el ascenso en los niveles de pensamiento geométrico (López, 2013). No obstante, han transcurrido siete décadas, aproximadamente, desde su aparición por lo que, es normal pensar que han surgido aportes que enriquecen la propuesta de los esposos Van Hiele. A continuación, realizaré un breve recorrido por todas estas propuestas, separándolas en los campos temáticos donde se ha establecido el aporte.

### **5.1. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE**

En el modelo de Van Hiele, se plantea que las actividades diseñadas por el docente deben responder a cada una de las fases que plantea el modelo: Indagación, Orientación Guiada, Explicitación, Orientación Libre e Integración. Ahora bien, en este modelo, no se toma como referencia al Enfoque de Resolución de Problemas; el cual, es el principal eje en la enseñanza de la matemática en el nivel primario. En adición García y

López (2008), sostienen que los problemas deben ser retadores para los estudiantes; sin embargo, sin dejar de lado el nivel de pensamiento que poseen, pues deberán contar con las principales destrezas cognitivas y motrices para resolverlos.

En relación a ello, García y López (2008) nos explican tres tipos de tareas que pueden realizar los estudiantes, dentro de este enfoque. En primer lugar, las tareas de conceptualización se refieren a la construcción de conceptos y de relaciones geométricas. Para ello, resulta trascendental que el estudiante pueda explorar y trabajar con una figura en diferentes posiciones, materiales, colores, tamaños para enriquecer el concepto de esta figura. No obstante, cabe aclarar que durante los cambios que se realicen se mantendrán las características esenciales y se plantearán desde diferentes situaciones que logren que el concepto sea funcional.

Por otro lado, las tareas de investigación son aquellas en las que el alumno asume un rol diferente al que se le otorga en la educación tradicional. En estas tareas el estudiante es un indagador que tiene como objetivo dar significado a los principales conceptos geométricos mediante una interacción con los objetos geométricos, siguiendo un proceso constructivo. En consecuencia, este tipo de tareas son las actividades por excelencia dentro de un enfoque de resolución de problemas.

Finalmente, en las tareas de demostración, los alumnos tendrán que comprobar a partir de argumentos válidos a los demás miembros de la clase, las conjeturas o procedimientos que emplearon para la resolución de un problema determinado. Por ende, el papel del lenguaje matemático se hace primordial en estas tareas pues, la socialización del conocimiento es una característica principal de estas. Es importante aclarar que el concepto de demostración puede resultar amplio e impreciso, por lo que es necesario diferenciarlo de 3 subtipos.

El primer subtipo es denominado explicación, el cual consiste en un discurso que busca clarificar la verdad de una proposición o de una solución; en segunda instancia, la prueba es más común en el ámbito escolar pues, se trata de una explicación aprobada por un conjunto de

personas en un contexto determinado. Así mismo, debido a esta característica situacional puede ser un objeto de debate dentro del aula de clase. Finalmente, la demostración propiamente dicha busca organizar un conjunto de enunciados reconocidos como verdaderos o que se pueden deducir de otros, en un sistema de reglas definido y de forma secuencial. Esta última, no es muy común en el entorno escolar debido a su nivel de complejidad.

Así mismo, León y Barcía (2016) nos describen una serie de principios que deben emplearse al momento de planificar las actividades de aprendizaje. Los cuales, conforman un sistema que se articulan para lograr un mejor aprendizaje de los estudiantes.

- **Principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos.** Explica que deben incluirse elementos de la historia de la Geometría; tales como, curiosidades históricas, problemas que ha enfrentado el hombre en la historia, entre otros. Ello en virtud de que la Geometría es producto de conocimientos que se han desarrollado y perfeccionado con el transcurso del tiempo.
- **Principio del carácter contextual de los contenidos geométricos.** Como su mismo nombre indica, se propone que las actividades de aprendizaje en base a situaciones reales y del entorno para que los estudiantes puedan contextualizar las habilidades y contenidos geométricos.
- **Principio de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza.** Constituye la base fundamental para que los escolares se apropien, de acuerdo a sus dificultades, posibilidades e intereses, de los conceptos y procedimientos geométricos y los utilicen en la solución de problemas de la vida práctica, siguiendo el método inductivo para reforzar la observación directa y la manipulación como métodos esenciales para la obtención del conocimiento y el desarrollo de habilidades geométricas.
- **Principio de la relación intra e inter materia de la enseñanza de la Geometría.** Relacionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría con otras partes de la matemática y materias del

currículo, para lograr la solidez en la asimilación de los conocimientos y habilidades geométricas.

- **Principio del pensamiento geométrico abstracto.** La enseñanza de la geometría se debe partir de la experiencia real de los escolares hasta alcanzar las generalizaciones teóricas. En caso contrario, no se podrá emplear adecuadamente los procesos analítico, sintético, inductivo y deductivo desde las edades tempranas, que estimula el desarrollo intelectual de los escolares y la aplicabilidad de los contenidos geométricos.

La enseñanza de la Geometría se debe partir de la experiencia real de los escolares hasta alcanzar las generalizaciones teóricas. En caso contrario, no se podrá realizar adecuadamente la construcción de propiedades, identidades, entre otros conocimientos abstractos, de los principales objetos geométricos que se trabajan desde las edades tempranas. Ello, en virtud de que partir de elementos concretos del entorno favorece el desarrollo intelectual de los escolares y la aplicabilidad de los contenidos geométricos.

## **5.2. MATERIALES EDUCATIVOS**

En base del modelo de Van Hiele, muchos autores han contribuido con propuestas metodológicas que incluyen una serie de materiales que pueden ser empleados en la enseñanza de la Geometría. Al respecto, Godino y Ruiz (2002), abordan la enseñanza de la Geometría desde 3 subtemas: formas y figuras geométricas, transformaciones geométricas y la orientación espacial. Para ello, sugieren una serie de materiales educativos que optimicen el aprendizaje de los estudiantes.

Entre las más resaltantes, se encuentra el uso de actividades psicomotrices que implican el uso del cuerpo del niño. En relación a ello, Martínez y Juan (1989) proponen una serie de actividades que implican el uso del cuerpo tales como, moverse por el aula según el ritmo de la música y dibujar figuras con su recorrido, actividades que fortalezcan la orientación espacial mediante la movilización en el centro educativo.

Así mismo, Godino y Ruíz (2002) y Rupérez y García (2014), plantean el uso de material concreto, tales como Poli Prismas, Geoplano y el Tangram para la construcción de figuras y propiedades, el

redescubrimiento de fórmulas geométricas, la traslación de figuras geométricas, la simetría axial, entre otros. En relación a ello, se sostiene la idea de una enseñanza que parte de actividades lúdicas pues, como ha analizado Pérez (2009) en un trabajo de campo con niños de tercer grado de primaria.

Finalmente, y en respuesta al contexto actual, Arenas (2012) nos ofrece una primera propuesta mediante el uso de las TIC en la enseñanza de la Geometría. Este autor, propone el uso de un Moodle de aprendizaje; además, del uso de dos herramientas que tienen gran influencia en la enseñanza de las matemáticas; estas son: Cabra y GeoGebra. De acuerdo con Arenas (2012), se plantea que estas herramientas pueden ser utilizadas en los grados superiores de nivel primaria, en la educación básica regular, estudiantes del V ciclo.

Así mismo, explica que puede emplearse para tratar la construcción rápida de figuras geométricas cuyo dibujo requiere de ciertos instrumentos así, mediante la interacción con estas representaciones, descubrir una serie de propiedades y establecer relaciones entre ellas. Sin embargo, es importante considerar que la inclusión de estas herramientas tecnológicas no será suficiente para asegurar el desarrollo del pensamiento geométrico. Al respecto, podemos recoger la experiencia de Carrillo y Cortés (2016), quien utilizó la tecnología de realidad aumentada para la enseñanza de conceptos básicos como arista, vértice y caras en figuras tridimensionales, obteniendo que no siempre la tecnología asegura el aprendizaje de la Geometría.

### **5.3. EVALUACIÓN EN EL NIVEL PRIMARIO**

En el proceso de enseñanza aprendizaje, todas las etapas poseen una importancia fundamental pues, a partir de ellas adquirimos nuevos aprendizajes que mejoran nuestra práctica educativa. Sin embargo, la etapa que nos permite por excelencia esta mejora continua es la evaluación. En relación a ello, Pérez (1995) explica que es una inspección sistemática que revisa el logro de los objetivos de aprendizajes planteado por los docentes de aula. Ello, para determinar el procedimiento a seguir, ya sea para corregir al estudiante o complementar las actividades de aprendizaje. Así mismo, permite

identificar las deficiencias que puede presentar el docente en su metodología y optimizarla.

En ese sentido, otro aporte que podemos recoger en relación a este tema es lo descrito por León y Barcía (2016), quienes plantean 3 niveles para la evaluación de las habilidades geométricas en el nivel primario. En primer lugar, el nivel 1 denominado de concreción, donde el estudiante debe reconocer formas y movimientos de su entorno, de modelos o representaciones geométricas. En segunda instancia, el nivel 2 denominado de experimentación; en el cual, el estudiante comprende las propiedades de las figuras, los cuerpos y movimientos geométricos, a partir de la realización de actividades de manipulación e indagación, las que utiliza para explicar las diferencias. Finalmente, el nivel 3 denominado de abstracción, donde representa mentalmente los objetos geométricos y es capaz de operar con ellos. Así mismo, el estudiante establece relaciones entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos, a partir de sus diferencias y semejanzas, las que utiliza en las construcciones geométricas y al argumentar el valor de verdad de proposiciones dadas.

Estos niveles de evaluación, se relacionan a los niveles de pensamiento geométrico del modelo de Van Hiele. En virtud de ello, León y Barcía (2016) consideran que, en el nivel primario, es importante tener en consideración los dos primeros niveles de evaluación planteados en el párrafo anterior. Así mismo, León y Barcía (2016) que ello dependerá del nivel de maduración cognitiva del estudiante pues, a partir de sexto grado de primaria, en base a Piaget (1980) una parte de los estudiantes ya inician el desarrollo del pensamiento abstracto; por lo que, una evaluación de nivel 3 será más productiva para estos niños.

## **6. CONTROVERSIAS EN TORNO AL MODELO DE VAN HIELE**

El modelo de Van Hiele es un gran referente para la enseñanza de la Geometría; del mismo modo, la Teoría cognoscitiva de Jean Piaget es considerado como el principal referente para el proceso de enseñanza - aprendizaje en general. Sin embargo, a pesar de la influencia que tuvo esta última en el modelo de Van Hiele, existen algunos puntos en los



cuales se distancian; por ello, es importante tener en consideración estos aspectos para una mejor práctica en la enseñanza de la Geometría.

En primer lugar, Piaget (1980) centra el desarrollo de su teoría en el desarrollo del niño mas no en su aprendizaje. Por otro lado, el modelo de Van Hiele, tiene como principal foco de atención el aprendizaje de la Geometría; por lo que, sus aportes giraran en torno a este objetivo. En segunda instancia, existe una diferencia entre el papel que se le otorga al lenguaje, a diferencia de Piaget (1980), quien no consideró la importancia del lenguaje en el desarrollo del niño ya que lo consideraba un proceso individualizado, en el modelo de Van Hiele el aprendiz adquiere un lenguaje único en el nivel que se encuentre; siendo este, uno de los principales elementos a considerar durante el aprendizaje de la Geometría (Nieto, 1996).

En tercera instancia, en Piaget (1980) se considera que los niños tienen las estructuras superiores desarrolladas y solo es necesario que tomen conciencia de ello a partir de una serie de actividades. En contraposición, Van Hiele desarrolla su teoría asumiendo que las estructuras superiores serán desarrolladas a partir del estudio de un nivel inferior; dicho de otro modo, sólo si las propiedades del nivel inferior han sido interiorizadas y tratadas a plenitud. A partir de lo expuesto, observamos diferencias significativas entre dos referentes teóricos en el proceso de enseñanza-aprendizaje; las cuales, deben ser tenidas en cuenta al momento de enfrentarnos a una situación conflictiva durante nuestra práctica educativa; por ejemplo, el contexto actual generado la pandemia del Coronavirus. Ello en virtud de que, al enfrentarnos a un contexto diferente al habitual es necesario recoger todos los aportes teóricos que tengamos a disposición para aplicarlos a nuestra praxis.

## **7. REFLEXIONES FINALES**

A lo largo de este año, en el contexto de la educación remota en nuestro país, el proceso de enseñanza aprendizaje se ha enfrentado a un gran reto que ha exigido una respuesta de los docentes a corto plazo. Particularmente, considero que el sector educativo y salud han sido los

que han enfrentado un reto más grande en comparación debido a la necesidad de una respuesta inmediata. Ahora bien, dentro del contexto educativo, particularmente creo que existen áreas curriculares que han manifestado mayor exigencia en comparación de otras, para su adaptación a una educación remota; siendo una de ellas, el área de matemática.

Esta situación, la pude ver reflejada durante mis ayudantías pues, la docente de la escuela manifestaba que, para realizar una clase de matemática, tenía que organizarse una reunión vía zoom de forma obligatoria para lograr los aprendizajes esperados en este curso. En adición, a partir de las observaciones realizadas en este periodo de ayudantía, se pudo visualizar que incluso conectados vía zoom, no se lograba que todos los estudiantes comprendan la temática de la clase. Es importante precisar, que las visitas se realizaron en finales del ciclo escolar, por lo que, se presupone que ya hubo un tiempo de adaptación a esta modalidad remota; en consecuencia, es posible inferir que, a inicios de año, la situación fue más preocupante.

Desde mi experiencia, no considero que esta mayor exigencia se deba a una complejidad de la matemática, que complejiza su enseñanza desde la virtualidad pues, como se ha manifestado en diversas oportunidades, las matemáticas se encuentran inmersas en todo lo que nos rodea y, por ende, puede ser aprendida desde cualquier lugar en el que nos encontremos. Entonces, es importante cuestionarnos el porqué de los malos resultados en matemáticas en las evaluaciones censales, el porqué de que cada vez sea más común que los estudiantes la asuman como un mundo ajeno a su vida cotidiana.

En este estado del arte, he tratado de aportar a la resolución de estos cuestionamientos, si bien es cierto que se encuentra contextualizado a la enseñanza de la Geometría puede ser interpolado a la enseñanza de la matemática en general. Es importante precisar que, para optimizar el aprendizaje de nuestros estudiantes, resulta conveniente tener un bagaje teórico que guíe nuestra práctica educativa; en este caso, el modelo de Van Hiele. Si bien es cierto, no puede abarcar todo el problema en su totalidad, podemos asumirlo como una base teórica a

partir de la cual iremos implementando nuevas experiencias y enriqueciendo así nuestra práctica pedagógica.

En relación a ello, se ha observado una serie de experiencias que aportan al modelo de Van Hiele desde la propuesta de actividades de aprendizaje, los recursos o materiales a utilizar y la evaluación que permita un progreso continuo de los estudiantes. Sin embargo, es importante que se revisen constantemente experiencias de aprendizaje de otros docentes pues, aunque no se apliquen al mismo grupo de estudiantes, pueden servir como inspiración para la puesta en marcha de experiencias significativas para el estudiante.

A modo de cierre, quiero recalcar que la matemática se encuentra en todas las actividades que realizamos y que, en lugar de generar confusión en los docentes, podemos aprovechar esta realidad para plantear situaciones de aprendizaje significativas. Siempre teniendo en consideración el nivel de desarrollo próximo de nuestros estudiantes procurando, diseñar situaciones de aprendizaje que respondan al nivel del estudiante e impulsando su avance hacia un siguiente nivel. En ese sentido, resalta la importancia del modelo de Van Hiele pues, ofrece una descripción de los niveles de pensamiento geométrico; además, de un proceso a seguir para alcanzar el nivel inmediato superior.

Extrapolando estas ideas a la práctica, considerando una posible prolongación de la educación remota en nuestro país, en la enseñanza de la Geometría podemos proponer actividades que se realicen desde la casa, mediante el uso de una guía de trabajo que implique una participación activa de los estudiantes. Por ejemplo, se puede plantear la medición de los objetos de su entorno como muebles, artefactos, útiles escolares, entre otros y a partir de ello, plantear problemas que impliquen el uso de estas mediciones, para así, llegar a formalizar el conocimiento geométrico que satisface el objetivo de aprendizaje planificado.

## **8. REFERENCIAS**

Arenas, M. (2012). *Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia],

- Barrera, F. & Eres, A (2015). La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico. *Pada Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI*, 3(5).
- Carrillo, J., Cortés, J. (2016). Secuencias didácticas con realidad virtual: En el área de Geometría en educación básica. *Foro: revista teórica del Departamento de Ciencias de la Comunicación*, 1(23), 279-304.
- Fundación Telefónica. (10 de diciembre de 2020). *Más sobre el COVID 19 y la educación*. <https://educared.fundaciontelefonica.com.pe/desafios/iniden-informe-de-educacion/>
- García, S. López, O. (2008). *La enseñanza de la Geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Godino, J., Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada
- León, J., Barcia, R. (2016). *Didáctica de la Geometría para la escuela primaria*: Editorial "Universo Sur".
- López, F. (2013). *Didáctica de la Geometría: análisis de la enseñanza de la Geometría a partir de un estudio de campo según el modelo de Van Hiele* [Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid]
- Lorenzo, G., alcalde, M., & Pérez, I. (2015). *La Geometría y la estadística en el aula de primaria*. Universitat Jaume I.
- Martínez, A & Juan, F. (Coord.) (1989). *Una metodología activa y lúdica para la enseñanza de la Geometría*. Síntesis.
- Ministerio de Educación (2016). Currículo de la Educación Básica. Lima, Perú.
- Nieto, L. (1996). Aprender a enseñar Geometría. Una experiencia en la formación inicial del profesorado de Primaria. *Épsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, (34), 47-58.
- Pérez, K. (2009). *Enseñanza de la Geometría para un aprendizaje significativo a través de actividades lúdicas. Caso: Tercer Grado de Educación Básica de la U.E. Padre Blanco* [Tesis de grado, Universidad de los Andes]
- Pérez, R. (1995) Metodología para la evaluación de programas educativos. en Medina, A y Villar, L.. (Eds.), *Evaluación de programas educativos, centros y profesores*. Universitas.
- Piaget, J. (1980). Piaget's theory of cognitive development. *Creative Commons Attribution-Share Alike*, (3), 1-13.

Resolución Viceministerial 079 de 2020 [Ministerio de Educación]. Orientaciones para el desarrollo del Año Escolar 2020 en las Instituciones Educativas y Programas Educativos de la Educación Básica. 28 de agosto de 2009 Recuperado de: [https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/359084/RVM\\_N\\_220-2019-MINEDU - NT AE 2020.pdf](https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/359084/RVM_N_220-2019-MINEDU_-_NT_AE_2020.pdf)

Resolución Viceministerial 093 de 2020 [Ministerio de Educación]., Orientaciones pedagógicas para el servicio educativo de Educación Básica durante el año 2020 en el marco de la emergencia sanitaria por el Coronavirus COVID-19. 25 de abril de 2020. Recuperado de: [https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/662853/Orientaciones pedagógicas para el servicio educativo de Educación Básica durante el año 2020 en el marco de la emergencia sanitaria por el Coronavirus COVID-19.pdf](https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/662853/Orientaciones_pedagogicas_para_el_servicio_educativo_de_Educacion_Basica_durante_el_año_2020_en_el_marco_de_la_emergencia_sanitaria_por_el_Coronavirus_COVID-19.pdf)

Rupérez, J. & García, M. (2014). Poliprismas. *Números*, 8(5), 139-144.

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry (Informe final del proyecto de desarrollo cognitivo y logros en la Geometría de la escuela secundaria)*. University of Chicago, Department of Education.

Van Hiele, P. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, (6), 310-316.