

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DEL PERÚ**

**Escuela de Posgrado**



Climatología de las mareas y onda planetaria Q2D en la región  
de la Mesosfera y Baja Termosfera sobre la costa central de  
Perú

Tesis para obtener el grado académico de Magíster en Física Aplicada  
que presenta:

***JOSE MANUEL SUCLUPE OSORIO***

Asesor:

***JORGE LUIS CHAU CHONG SHING***

Co-asesor:

***MARCO ANTONIO MILLA BRAVO***

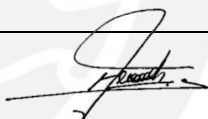
Lima, 2022

### Declaración jurada de autenticidad

Yo, Jorge Luis Chau Chong Shing, docente de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor de la tesis titulada *Climatología de las mareas y onda planetaria Q2D en la región de la Mesosfera y Baja Termosfera sobre la costa central de Perú* del autor José Suclupe Osorio, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 16%, lo que está dentro del límite establecido. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 29/09/2022.
- He revisado con detalle dicho reporte y confirmo que cada una de las coincidencias detectadas no constituyen plagio alguno.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ fecha:  
Kuehlungsborn, 30 de noviembre de 2022

Apellidos y nombres del asesor: <u>Chau Chong Shing,</u> <u>Jorge Luis</u>	
DNI: 03651894	Firma: 
ORCID: 0000-0002-2364-8892	

## ÍNDICE

<b>RESUMEN</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>vi</b>
<b>LISTA DE TABLAS</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>viii</b>
<b>CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción . . . . .	1
1.2 Radar Multiestático SIMONe Perú (Jicamarca) . . . . .	2
1.3 Vientos obtenidos con el sistema SIMONe Perú . . . . .	4
1.4 Modelo WACCM-X . . . . .	5
1.5 Objetivos de la tesis . . . . .	6
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO</b>	<b>7</b>
2.1 Teoría clásica de mareas atmosféricas y ondas planetarias . . . . .	7
2.1.1 Mecanismo físico . . . . .	7
2.1.2 Métodos y aproximaciones . . . . .	8
2.1.3 Soluciones . . . . .	9
2.1.4 Consideraciones de una atmósfera real . . . . .	15
<b>CAPÍTULO III: METODOLOGÍA</b>	<b>18</b>
3.1 Métodos para análisis de series de tiempo . . . . .	18
3.1.1 Transformaciones . . . . .	18
3.1.2 Análisis de Fourier . . . . .	19
3.1.3 Análisis Wavelet . . . . .	24
3.1.4 Ajuste de mínimos cuadrados a componentes armónicas do- minantes . . . . .	28
<b>CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b>	<b>31</b>
4.1 Resultados y discusión de resultados . . . . .	31
4.1.1 Variación mensual, estacional de las amplitudes de las ma- reas y ondas planetarias . . . . .	31
4.1.2 Proporción de amplitudes . . . . .	36
4.1.3 Variación mensual de las fases y longitud de onda vertical de las mareas . . . . .	37

4.1.4	Variabilidad a corto plazo de las amplitudes de la marea de 24h	39
4.1.5	Comparación de resultados obtenidos con el método de mínimos cuadrados y análisis wavelet . . . . .	39
4.1.6	Comparación con datos de modelo WACCM-X . . . . .	43
<b>CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS</b>		<b>48</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		<b>50</b>





***Dedicatoria***  
*A mi madre María.*

## AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar un especial agradecimiento a mi asesor el Dr. Jorge Chau quien me ha guiado en el desarrollo de esta tesis, además por sus valiosos comentarios, sugerencias y consejos que me han servido no solo para el desarrollo de este trabajo sino para mejorar mi desempeño académico y profesional. Gracias por su apoyo, confianza, por su paciencia, por compartir sus conocimientos, por resolver mis inquietudes y por generarme algunas otras. Así también, quiero agradecer a mi co-asesor el Dr. Marco Milla, por haber acompañado y por las profundas discusiones en este trabajo de tesis; y a la MSc. Karim Kuyeng por sus significativos comentarios. No puedo dejar de agradecer a mis amigos y al personal del Radio Observatorio de Jicamarca de quienes he aprendido mucho y que han hecho el lugar de trabajo un segundo hogar. Gracias al Leibniz Institute of Atmospheric Physics (IAP) por los datos suministrados para este trabajo, y a su personal como Maosheng He, Nico Pfeffer y Matthias Clahsen por los comentarios, sugerencias, datos y documentación que han aportado en mis conocimientos de análisis de datos e instrumentación. Gracias al Dr. Nick Pedatella por haber provisto los datos del modelo WACCM-X usados en esta investigación. Quiero agradecer también a mis profesores del posgrado de la PUCP por la formación de calidad recibida durante mis estudios en la maestría de Física Aplicada. Finalmente, gracias al programa PROCIENCIA por el apoyo económico para la realización de esta tesis.



## RESUMEN

La Mesosfera y Baja Termosfera (MLT) es la región que conecta la atmósfera con el geoespacio. La comprensión y caracterización de la dinámica de esta región MLT puede permitir mejorar las simulaciones y predicciones de modelos atmosféricos. Este trabajo mostrará resultados de la climatología de vientos de fondo, mareas (8, 12 y 24 horas) y onda planetaria cuasi-dos días (Q2D) obtenidos a partir del análisis de vientos medios zonales y meridionales que han sido estimados a alturas entre 80 -100 km sobre la costa central del Perú. Se está considerando dos años y medio de datos de viento (noviembre 2020 - abril 2022) medidos con el radar multistático de meteoros especulares ubicado alrededor del Radio Observatorio Jicamarca ( $11.95^{\circ}\text{S}$ ,  $76.87^{\circ}\text{O}$ ) (SIMONe Jicamarca). Además, esta climatología observacional se compara con una climatología obtenida con el modelo WACCM-X. En base a las observaciones, se puede concluir que, en general, la marea diurna es más intensa que la marea semidiurna, y que las componentes meridionales son más intensas que las zonales. Además, las observaciones muestran amplitudes más altas que el modelo. Como promedio, las correlaciones (proporciones) de amplitudes entre las observaciones y el modelo son 0.27 (1.8) para la componente zonal y 0.27 (2.0) para la componente meridional. Las mejores correlaciones (0.41 - 0.46) se obtuvieron para las componentes zonal y meridional de la marea 24h, y para la componente zonal de la marea 8h y del viento medio. Las observaciones muestran que Q2D tiene el módulo máximo en los meses locales de verano (principalmente enero), mientras que el modelo además del verano local, muestra amplitudes significativas en los meses de invierno (junio y julio). Las observaciones muestran que la marea de 24 horas tiene la máxima intensidad entre agosto y septiembre, y un segundo pico en abril, pero el modelo muestra dos picos máximos similares, el primero entre agosto y septiembre, y el segundo entre febrero y abril. En este trabajo se describen más detalles sobre las variaciones mensuales y estacionales de los vientos MLT, vientos medios, mareas (amplitudes y longitud de onda vertical) y onda planetaria Q2D y su comparación con el modelo WACCM-X. Finalmente, la metodología utilizada para obtener la climatología de estas ondas atmosféricas fue el ajuste por mínimos cuadrados y el análisis wavelet. Se compararon los resultados de ambos métodos y se discutió la equivalencia entre ellos.

## ABSTRACT

The Mesosphere and Lower Thermosphere (MLT) is the region which connects the atmosphere with the geospace. The understanding and characterization of the dynamics of this MLT region can allow to improve the simulations and prediction of atmospheric models. This work will show results of the climatology of background winds, tides (8, 12 and 24 hours) and quasi-two-day (Q2D) planetary waves obtained from the analysis of zonal and meridional mean winds that have been estimated at heights between 80-100 km over the central coast of Peru. It is being considered in this analysis two years and half of wind data (November 2020 - April 2022) measured with the multistatic specular meteor radar deployed around the Jicamarca Radio Observatory (11.95°S, 76.87°W) (SIMONe Jicamarca). Furthermore, this observational climatology is compared to a climatology obtained with the WACCM-X model. Based on the observations, it can be concluded that, in general, the diurnal tide is more intense than the semidiurnal tide, and that the meridional components are more intense than the zonal ones. Moreover, the observations show higher amplitudes than the model does. As average, correlations (ratios) of amplitudes between the observations and the model are 0.27 (1.8) for the zonal component and 0.27 (2.0) for the meridional component. The best correlations (0.41 - 0.46) were obtained for the zonal and meridional components of 24h tide, and for the zonal component of 8h tide and the background wind. The observations show that Q2D has the maximum module in the local summer months (mainly January), while the model, in addition to the local summer, shows significant amplitudes in the winter months (June and July). Observations show that the 24h tide has the main maximum intensity between August and September, and a second peak in April, but the model shows two similar maximum peaks, the first one between August and September and the second one between February and April. Further details about the monthly and seasonal variations of the MLT winds, mean winds, tides (amplitudes and vertical wavelength) and Q2D PW and their comparison to the WACCM-X model are described in this work. Finally, the methodology used to obtain the climatology of this atmospheric waves were the least square fitting and the wavelet analysis. Results from both methods were compared and equivalence between them were discussed.



## LISTA DE TABLAS

Tabla N° 2.1	Nomenclatura y parámetros de varias ondas comunes con propagación hacia el oeste en la atmósfera media y alta. Recuperado: Forbes (1995) . . . . .	15
Tabla N° 3.1	Comparación de ventajas y desventajas de los métodos de análisis de Fourier, Wavelet y Mínimos Cuadrados. . . . .	30
Tabla N° 4.1	Promedio de correlaciones por altura y proporciones de amplitudes entre las observaciones de SIMONE y el modelo WACCM-X. . . . .	45
Tabla N° 4.2	Máximo promedio de correlaciones por altura y proporciones de amplitudes entre las observaciones de SIMONE y el modelo WACCM-X para un desplazamiento 'h'. . . . .	47



## LISTA DE FIGURAS

Figura N° 1.1	Región MLT sobre la costa central del Perú y distribución de las 5 estaciones de recepción (color verde) ubicadas alrededor de Jicamarca y la estación de transmisión (color negro) en Jicamarca. . . . .	2
Figura N° 1.2	Sistema de transmisión de SIMONE Perú (Jicamarca). . .	3
Figura N° 1.3	Sistema de recepción de SIMONE Perú (Jicamarca). . . .	3
Figura N° 1.4	Cuentas promedio típicas de los meteoros a) por hora y b) por km de altura detectados por los enlaces de SIMONE Perú (Jicamarca). . . . .	5
Figura N° 1.5	Vientos medios zonal y meridional de los días 27 y 28 de julio del 2021 medidos con el sistema SIMONE Perú. . . .	6
Figura N° 2.1	Soluciones de valores propios de la ecuación de mareas de Laplace. Recuperado: Forbes (1995). . . . .	13
Figura N° 2.2	Soluciones de funciones propias de la ecuación de mareas de Laplace para los modos Rossby de propagación hacia el oeste (1,-2), (1,-3), y (1,-4) de número de onda zonal igual a 1. Recuperado: Forbes (1995). . . . .	14
Figura N° 2.3	Funciones propias de la ecuación de mareas de Laplace y las correspondientes funciones de expansión de las velocidades $U_n$ y $V_n$ para las mareas diurna y semidiurna. Recuperado: Forbes (1995). . . . .	16
Figura N° 3.1	a) Señal simulada no estacionaria con dos periodos principales de 1 día y 8 días (ver texto para descripción detallada), y su b) Módulo de la Transformada de Fourier (FFT). c) Densidad espectral de Potencia de la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT), y d) Amplitud normalizada de la Transformada Wavelet (CW). . . . .	22
Figura N° 3.2	Ventanas y resolución en frecuencia y tiempo para a) la Transformada de Fourier en Tiempo Corto y b) la Transformada de Wavelet. Recuperado: Gao y Yan (2010). . .	23
Figura N° 4.1	Transformada wavelet para rangos entre 80 y 100 km del viento zonal y meridional desde noviembre 2019 hasta abril 2022. . . . .	32
Figura N° 4.2	Viento medio y amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos al aplicar el método de mínimos cuadrados con una ventana de 21 días para vientos zonal y meridional entre noviembre del 2019 y abril del 2022. . .	33

Figura N° 4.3	Año compuesto del viento medio y las amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos a partir del promedio anual de las amplitudes de la figura 4.2. . . . .	34
Figura N° 4.4	Desviación estándar de los valores usados para el cálculo del año compuesto (de las amplitudes) de la figura 4.3. . . . .	35
Figura N° 4.5	Proporción de amplitudes respecto a la amplitud de la marea de 24h. . . . .	37
Figura N° 4.6	Proporción de amplitudes de las componentes zonal vs meridional (U/V) para las mareas 24h y 12h. . . . .	37
Figura N° 4.7	Perfiles de amplitud mensual de la marea de 24h del año compuesto a) zonal y b) meridional. . . . .	38
Figura N° 4.8	Perfiles de fase mensual de la marea de 24h del año compuesto a) zonal y b) meridional. . . . .	38
Figura N° 4.9	Longitud de onda vertical para marea diurna zonal y meridional. . . . .	39
Figura N° 4.10	Amplitudes de las componentes de 24, 12, 8 y 6h obtenidos al aplicar el método de mínimos cuadrados con una ventana de 4 días. . . . .	40
Figura N° 4.11	CWT para amplitudes de la componente zonal de la marea 24h a 90 km de altura. . . . .	41
Figura N° 4.12	CWT para amplitudes de la componente meridional de la marea 24h a 90 km de altura. . . . .	42
Figura N° 4.13	Comparación de amplitudes obtenidas con método de ajuste por mínimos cuadrados vs amplitudes normalizadas obtenidas con la transformada wavelet). . . . .	42
Figura N° 4.14	Año compuesto del viento medio y de las amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos a partir de datos (2010-2020) del modelo WACCM-X. . . . .	45
Figura N° 4.15	Desviación estándar de los valores usados para el cálculo del año compuesto (de las amplitudes) de la figura 4.14. . . . .	46
Figura N° 4.16	Correlación promedio y gráfico de dispersión por alturas de las amplitudes del viento medio, Q2D y mareas 24, 12 y 8 h de SIMONE vs WACCM-X para las componentes zonal (U) y meridional (V). . . . .	46

## **CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN**

### 1.1 Introducción

La Mesosfera y Baja Termosfera (MLT) es la región límite entre la atmósfera y el espacio. En esta región las ondas que vienen desde la superficie de la Tierra, generadas por ondas de montaña, tsunamis, terremotos, huracanes, se depositan o la atraviesan. De esta forma la región MLT es la que conecta la baja atmósfera con el geoespacio. El entendimiento de la dinámica de esta región MLT puede servir para mejorar las simulaciones o modelos de predicción de clima y tiempo de la baja atmósfera.

La dinámica de la región MLT a gran escala, obtenida a partir de mediciones de vientos o temperaturas, se ha estudiado en las últimas dos décadas con instrumentos terrestres y satelitales y con modelos de circulación general (GCM). Ha habido un progreso significativo en la comprensión de estas dinámicas, particularmente en sus flujos medios, ondas planetarias y parámetros de marea. Por ejemplo, es bien sabido que las mareas semidiurnas dominan en latitudes medias y altas, mientras que, en latitudes bajas, las mareas diurnas son más importantes. Además de las mareas diurnas dominantes en la región MLT a bajas latitudes, en esta región, también se producen otras dinámicas destacadas, por ejemplo, la onda planetaria de periodo cuasi-dos días (Q2D) (He et al., 2021).

El sistema de radar multiestático de meteoros especulares SIMONe Perú (Jicamarca) permite medir vientos con buena resolución en la región MLT (entre los 80 y 100 km de altitud). Este sistema inició operaciones en septiembre de 2019 en la costa central del Perú, cuenta con una estación de Transmisión ubicada en el Radio Observatorio de Jicamarca (ROJ) y 5 estaciones de recepción (ver figura 1.1). SIMONe Perú agrega información importante sobre los vientos en la región MLT a bajas latitudes gracias a su capacidad de observación continua (Chau et al., 2021).

En este trabajo de tesis se plantea utilizar las mediciones de vientos medios zonal (dirección este-oeste) y meridional (norte-sur) obtenidos entre 80 y 100 km sobre la costa central del Perú usando dos años y medio de datos (noviembre 2019 - abril 2022) para obtener la climatología de las mareas solares y onda planetaria Q2D en esta región MLT. El estudio de climatología propuesto se refiere a la descripción y caracterización del comportamiento y variabilidad de las amplitudes de estas ondas atmosféricas (mareas solares y onda planetaria Q2D). Los resultados aportarán conocimiento nuevo y permitirán identificar la influencia que las mareas y ondas planetarias tienen sobre esta región del Perú.

En lo que sigue de este capítulo I se va a presentar una descripción general del sistema SIMONe Perú, además el procedimiento para estimar los vientos medios

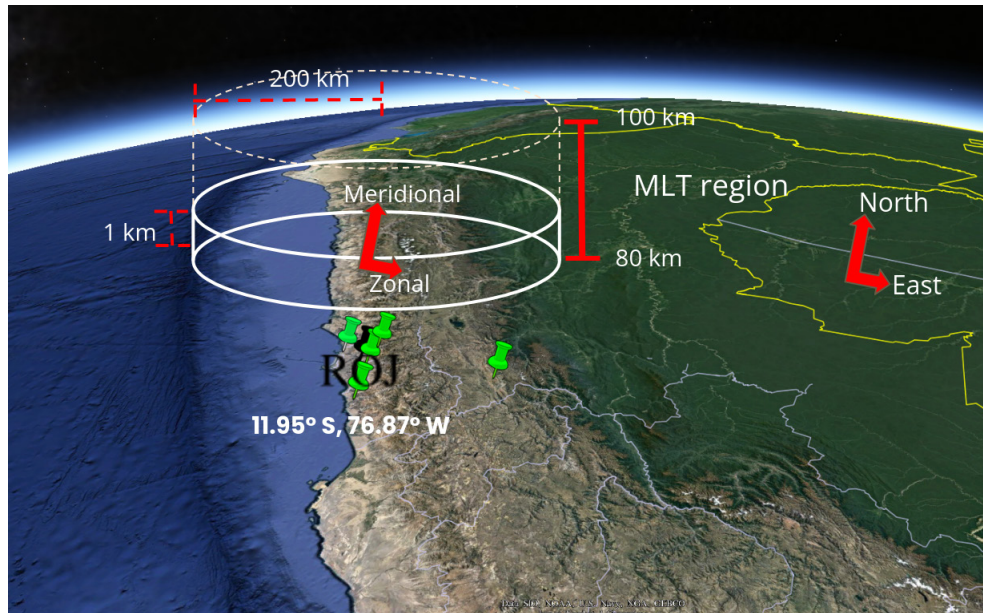


FIGURA N° 1.1: Región MLT sobre la costa central del Perú y distribución de las 5 estaciones de recepción (color verde) ubicadas alrededor de Jicamarca y la estación de transmisión (color negro) en Jicamarca.

MLT, el modelo WACCM-X y los objetivos de la tesis. En el capítulo II, se desarrolla la teoría clásica de mareas y ondas planetarias. En el capítulo III se desarrolla la metodología usada para la obtención de la climatología MLT. En el capítulo IV se presentan los resultados de la climatología de los vientos de fondo, las mareas de 8, 12 y 24 horas, y de la onda planetaria Q2D (cuasi-dos días) obtenidas con las mediciones del radar SIMONE Perú, así como la comparación con la climatología obtenida a partir del modelo WACCM-X, y una comparación de los métodos usados. Finalmente, en el capítulo V se presentan las conclusiones.

## 1.2 Radar Multiestático SIMONE Perú (Jicamarca)

SIMONE (Spread-Spectrum Interferometric Multistatic meteor radar Observing Network) Perú es un moderno radar multiestático de meteoros especulares. El concepto SIMONE fue introducido por Chau et al. (2019), el sistema ha sido desarrollado por el Instituto de Física Atmosférica de Alemania (IAP), ha sido instalado y viene siendo monitoreado con la colaboración del Instituto Geofísico del Perú (IGP).

Información detallada del sistema SIMONE Perú puede encontrarse en Chau et al. (2021). A continuación se resume las características más relevantes del sistema. El sistema de transmisión (figura 1.2) tiene las siguientes características generales:

- Frecuencia de operación 32.55 MHz (onda continua).

- Sistema sincronizado con GPS.
- Uso de Universal Software Radio Peripheral (USRP) Software Defined Radio.
- 5 transmisores con potencia de 500 W cada uno (amplificadores de potencia de estado sólido).
- Código pseudo-aleatorio para cada transmisor.
- 5 antenas dipolo-plegado cada una alimentada por un transmisor, formando un pentágono con sus dipolos alineados en la dirección Este-Oeste. Las antenas transmisor se ubican en el Radio Observatorio de Jicamarca.

El sistema de recepción (figura 1.3) tiene las siguientes características generales:

- Antena Yagi de dos elementos con polarización cruzada.
- Sistema de adquisición usa USRP Software Defined Radio.
- Sistema sincronizado con GPS.

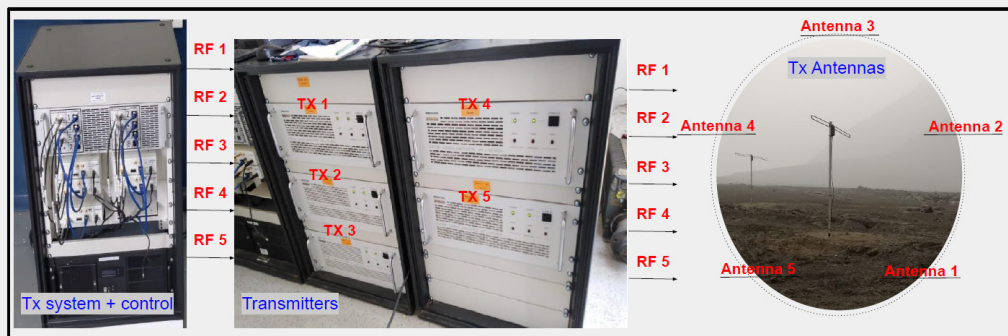


FIGURA N° 1.2: Sistema de transmisión de SIMONE Perú (Jicamarca). Gracias a Karim Kuyeng por el esquema.

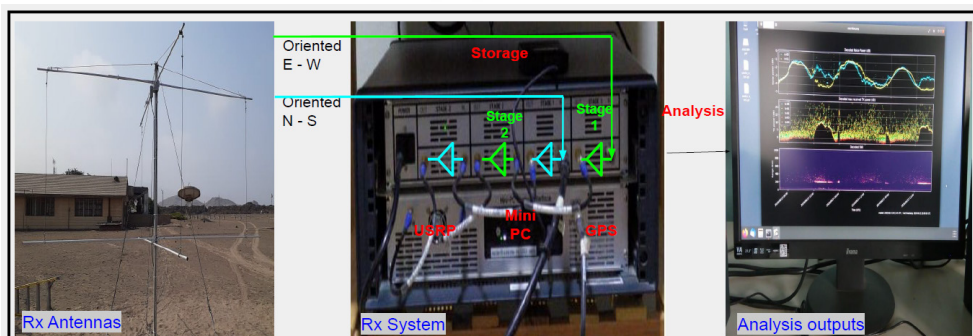


FIGURA N° 1.3: Sistema de recepción de SIMONE Perú (Jicamarca). Gracias a Karim Kuyeng por el esquema.

Los sistemas SIMONE en general usan el concepto MIMO (Multiple Input, Multiple Output). Esta configuración permite detectar mayor cantidad de meteoros y obtener mejores resoluciones espaciales, además permite observar desde distintos puntos de vista un mismo volumen de la región MLT. En particular, el sistema SIMONE Perú usa la configuración MISO (Multiple input, Single Output), es decir, múltiples transmisores y un solo receptor para cada enlace (por ejemplo enlace Jicamarca-Ancón).

### 1.3 Vientos obtenidos con el sistema SIMONE Perú

La configuración multistática de SIMONE Perú permite estimar parámetros de los meteoros especulares. Los pequeños meteoros que ingresan a la región MLT con velocidades de decenas de km/s ionizan el medio neutro, generando irregularidades que son llevadas por el viento neutro. De esta forma, midiendo los parámetros de estas irregularidades: Frecuencia doppler ( $f_d$ ), vector de Bragg ( $\vec{k}_B$ ) y la posición correspondiente del meteoro, es posible estimar (mediante algún método de inversión) las componentes de la velocidad del viento (neutro) medio  $\vec{u}_0(z, t) = (u_0(z, t), v_0(z, t), \omega_0(z, t))$  en la región MLT (componente zonal positivo hacia el este, y componente meridional positivo hacia el norte) a partir de resolver el conjunto de  $N_m(t, z)$  ecuaciones para un tiempo  $t$  y una altura  $z$  con resolución temporal  $\Delta t$  y en altura  $\Delta z$ :

$$\vec{u}_0(z, t) \cdot \vec{k}_{Bi} = 2\pi f_{di}, \quad (1.1)$$

donde  $\vec{k}_{Bi}$  y  $f_{di}$  son el vector de Bragg y la frecuencia Doppler de la  $i$ -ésima detección del conjunto de  $N_m(t, z)$  ecuaciones. El vector de Bragg es estimado como  $\vec{k}_{Bi} = \vec{k}_i - \vec{k}_s$ , donde  $\vec{k}_i$  es el vector de onda incidente dado por  $\vec{k}_i = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{R}_p / |\vec{R}_p|$ , siendo  $\vec{R}_p$  el vector de posición del meteoro respecto al transmisor ( $\lambda$  es la longitud de onda del radar); de forma similar,  $\vec{k}_s$  es el vector de onda dispersado dado por  $\vec{k}_s = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{R}_m / |\vec{R}_m|$ , siendo  $\vec{R}_m$  el vector de posición del meteoro respecto a la antena receptora. Este método (ecuación 1.1) es conocido como el método homogéneo (Chau et al., 2021).

Los vientos usados en este trabajo, se obtienen de los archivos multilink suministrados por la IAP, y se han estimado a partir del método homogéneo, ajustando únicamente  $\vec{u}_0(z, t) = (u_0(z, t), v_0(z, t), 0)$ , es decir considerando la componente vertical igual a cero. La resolución de estos vientos es de  $\Delta t = 1$  hora, y  $\Delta z = 2$  km. El método de inversión usado se llama Ajuste por Mínimos Cuadrados Pesados, y ha sido doblemente iterado, en la primera iteración las incertidumbres del Doppler son usados como pesos, mientras que en la segunda iteración, las detecciones con diferencias de más de tres veces la desviación estándar no son considerados, y las diferencias absolutas son usados como pesos (Chau et al., 2021).

La distribución típica de los meteoros a lo largo del día y en altura se muestra en la figura 1.4. Se observa que La mayor cuenta de meteoros (por hora) se obtienen alrededor de las 05:00 horas LT (entre las 02:00 y las 08:00 LT) y alrededor de 90 km y las 08:00 LT y alrededor de 90 km.

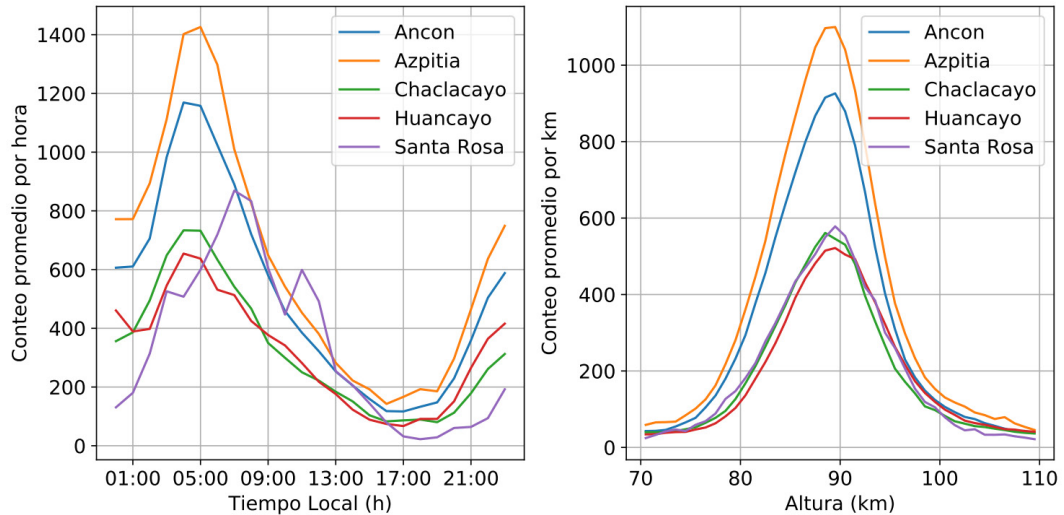


FIGURA N° 1.4: Cuentas promedio típicas de los meteoros a) por hora y b) por km de altura detectados por los enlaces de SIMONe Perú (Jicamarca).

Los meteoros detectados por la red SIMONe Perú son detectados en un volumen equivalente a un cilindro de radio 200 km y que va desde 80 a 100 km (centrado sobre el ROJ). Si bien la configuración del sistema SIMONe permite obtener vientos con gran resolución, este estudio se centra en estudiar la climatología de gran escala, por lo que las estimaciones de los vientos van a representar las mediciones de un disco de radio 200 km y altura 2 km (desde 80 a 100 km) con resolución temporal de 1 hora. Estos vientos son llamados vientos medios (pues representan el viento promedio de toda la región del disco en una hora).

Un ejemplo de los vientos observados con SIMONe Perú (Jicamarca) se muestra en la figura 1.5. Se visualiza la componente zonal y meridional de los vientos medios estimados con el sistema SIMONe Perú para el 27 y 28 de julio del 2021. Se han obtenido con la aproximación homogénea (ecuación 1.1) con resolución de 2 km y 1 hora, y muestreo de 1 km y 30 minutos. Se observa una variación entre -120 y 120 m/s, y la presencia de un periodo dominante de 24 horas (típico de las bajas latitudes), además también se observa la presencia de un periodo de 12 horas.

#### 1.4 Modelo WACCM-X

WACCM-X (Whole Atmosphere Community Climate Model - eXtended) es un modelo numérico completo de la atmósfera que se extiende desde la superficie de la Tierra hasta la Termosfera (~ 500 km en altura). Este modelo incluye procesos físi-



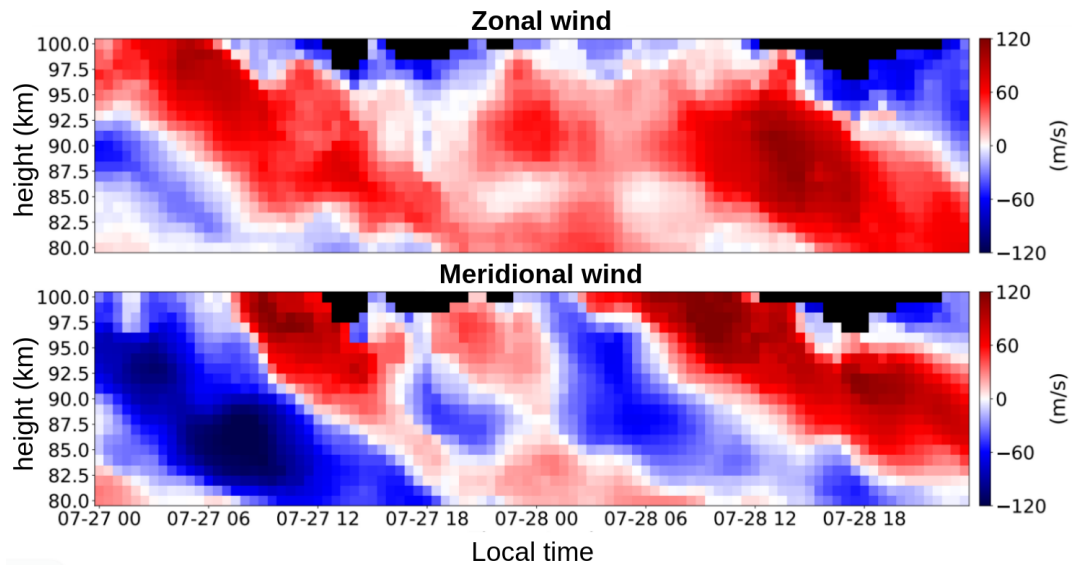


FIGURA N° 1.5: Vientos medios zonal y meridional de los días 27 y 28 de julio del 2021 medidos con el sistema SIMONe Perú.

cos, y datos de reanálisis. Los objetivos científicos de este modelo incluye el estudio del impacto del Sol en la atmósfera terrestre, acoplamientos entre las capas de la atmósfera a través de procesos físicos, químicos y dinámicos, y las implicaciones del acoplamiento para el clima y para el entorno del espacio cercano (Pedatella et al., 2021). Este modelo ha sido desarrollado por múltiples instituciones que unifican aspectos de la baja, media y alta atmósfera (<https://www2.hao.ucar.edu/modeling/waccm-x>).

### 1.5 Objetivos de la tesis

1. Obtener la climatología de las mareas atmosféricas solares (de periodos 8, 12 y 24 horas) y onda planetaria Q2D (cuasi-dos días) en la región MLT a partir de los vientos medios estimados con la red de radares SIMONe Perú (Jicamarca).
2. Comparar la climatología observacional con una climatología obtenida con el modelo de circulación general WACCM-X.
3. Implementar métodos de análisis espectral para detectar y caracterizar periodicidades en series de tiempo de los vientos MLT.

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1 Teoría clásica de mareas atmosféricas y ondas planetarias

En esta sección se presenta un resumen de la teoría clásica de mareas atmosféricas y ondas planetarias. La principal referencia usada ha sido Forbes (1995) (basada en Holton (1975) y Chapman y Lindzen (1970)) y se ha complementado con la síntesis de Nguyen (2011).

El objetivo de esta sección es mostrar el origen de las mareas y ondas planetarias, sus características de propagación y su comportamiento esperado en latitudes bajas de acuerdo a esta teoría.

A continuación se va a desarrollar los siguientes puntos:

- Mecanismo físico y ecuaciones por las que se rige la generación de las mareas atmosféricas y ondas planetarias.
- Métodos y aproximaciones usados para resolver dichas ecuaciones.
- Análisis de las soluciones.
- Consideraciones para una atmósfera real.

#### 2.1.1 Mecanismo físico

El modelo de la teoría clásica parte de las ecuaciones de conservación de momento, conservación de energía, y conservación de masa (ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 respectivamente en Nguyen (2011)) en un sistema cartesiano en rotación. Luego estas ecuaciones se convierten a coordenadas esféricas y se considera a la atmósfera como un gas ideal que se comporta como un fluido delgado sobre la superficie de la Tierra.

Después se pasa a un sistema de coordenadas isobárico, en este sistema la presión  $p$  reemplaza a la altura geométrica vertical ( $h$ ) a partir de la condición de equilibrio hidrostático  $dp = -\rho \cdot g \cdot dh$ , donde  $\rho$  es la densidad y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Luego, se pasa al sistema Log-pressure, aquí se define una nueva coordenada  $z$  para la altura vertical a partir de la ecuación hipsométrica (derivado de la ecuación de equilibrio hidrostático y la ley de gas ideal):

$$z = \frac{R_d T}{g} \ln\left(\frac{p}{p_s}\right), \quad (2.1)$$

donde  $R_d$  es la constante de gas ideal para aire seco,  $p_s$  es la presión al nivel de la superficie de la Tierra.  $T$  es la temperatura. Además se introduce el concepto de geopotencial  $\Phi = zg$  equivalente al trabajo necesario para trasladar 1 kg de masa desde la superficie de la Tierra hasta una altura  $z$ . Para esta aproximación se asume una atmósfera isotérmica  $T = 256$  K, seca (sin  $H_2O$ ), con presión en la superficie  $p_s = 1013$  mb, y aceleración de la gravedad constante (Nguyen, 2011).

Esa aproximación de las ecuaciones de conservación, en el nuevo sistema de coordenadas esférico log-pressure tienen la forma de las ecuaciones 2.1 - 2.5 de Holton (1975).

### 2.1.2 Métodos y aproximaciones

Para simplificar el modelo, se busca linealizar las ecuaciones y se consideran las siguientes aproximaciones de la atmósfera (Forbes, 1995):

- Horizontalmente estratificada.
- Temperatura constante.
- Los vientos promediados zonalmente son cero (sin flujo medio).
- Se aplica el método de perturbación, es decir donde las variables físicas  $u$  (viento zonal),  $v$  (viento meridional),  $w$  (viento vertical),  $\Phi$  (geopotencial), y  $J$  (calentamiento por unidad de masa), se aproximan por un valor promediado zonalmente más una perturbación:

$$f(\lambda, \theta, z, t) = \overline{f(\theta, z, t)} + f'(\lambda, \theta, z, t). \quad (2.2)$$

- Cantidades de perturbación  $f'$  son pequeñas (ver ecuación 2.2).
- En las ecuaciones se van a mantener únicamente los términos lineales.

La aplicación de dichas aproximaciones tiene como resultado las siguientes ecuaciones linealizadas para las perturbaciones (Forbes, 1995; Holton, 1975).

$$\frac{\partial u}{\partial t} - 2\Omega \sin \theta v + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = 0, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + 2\Omega \sin \theta u + \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi_z + N^2 w = \frac{\kappa J}{H}, \quad (2.5)$$

$$\frac{1}{a \cos \theta} \left[ \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \theta} (v \cos \theta) \right] + \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_o w) = 0, \quad (2.6)$$

donde:

$u$	perturbación de la velocidad hacia el este
$v$	perturbación de la velocidad hacia el norte
$w$	perturbación de la velocidad vertical
$\Phi$	perturbación geopotencial
$N^2$	frecuencia de flotabilidad al cuadrado (buoyancy frequency squared) $= \kappa g / H$
$\Omega$	velocidad angular de la Tierra
$\rho_o$	densidad de estado básico $= \rho_s e^{-z/H}$
$\rho_s$	densidad en la superficie de la Tierra
$z$	altitud
$\lambda$	longitud
$\theta$	latitud
$\kappa$	$R_d / c_p \approx 2/7$
$c_p$	calor específico a presión constante
$R_d$	constante de gas ideal para aire seco
$J$	perturbación del calentamiento por unidad de masa
$a$	radio de la Tierra
$g$	aceleración debido a la gravedad
$H$	constante de escala de altura $= R_d T / g$
$T$	Temperatura media
$t$	tiempo

Notar que en las ecuaciones 2.3-2.6 las variables físicas  $u, v, w, \Phi, J$  hacen referencia a las perturbaciones.

### 2.1.3 Soluciones

La solución que esta teoría clásica propone para las perturbaciones consiste de ondas mecánicas longitudinales de número zonal  $s$  y frecuencia  $\sigma$  (Forbes, 1995):

$$\{u, v, w, \Phi\} = \{\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\Phi}\} \exp[i(s\lambda - \sigma t)], \quad (2.7)$$

donde  $s$  es un entero positivo ( $s = 0$  es permitido) que da el número máximo de oscilaciones senoidales en longitud. La forma de la fase ( $s\lambda - \sigma t$ ) es escogida tal que valores positivos de  $\sigma$  corresponden a ondas propagandose hacia el este y valores negativos corresponde a ondas propagandose hacia el oeste.

Sustituyendo 2.7 en ecuaciones 2.3 y 2.4 y usando el método de separación de variables para la perturbación del geopotencial, es decir:

$$\hat{\Phi} = \sum_n \Theta_n(\theta) G_n(z), \quad (2.8)$$

donde  $\{\Theta_n\}$  es un conjunto ortogonal completo. Además, considerando la siguiente expansión de la excitación térmica:

$$\hat{J} = \sum_n \Theta_n(\theta) J_n(z). \quad (2.9)$$

Se obtienen expresiones para las componentes horizontales de la velocidad en términos de  $\Theta_n$  y  $G_n$ .

$$\hat{u} = \frac{\sigma}{4\Omega^2 a} \sum_n U_n(\theta) G_n(z), \quad (2.10)$$

$$\hat{v} = \frac{-i\sigma}{4\Omega^2 a} \sum_n V_n(\theta) G_n(z), \quad (2.11)$$

donde:

$$U_n = \frac{1}{(f^2 - \sin^2 \theta)} \left[ \frac{s}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{f} \frac{d}{d\theta} \right] \Theta_n, \quad (2.12)$$

$$V_n = \frac{1}{(f^2 - \sin^2 \theta)} \left[ \frac{s \tan \theta}{f} + \frac{d}{d\theta} \right] \Theta_n, \quad (2.13)$$

además donde  $f = 2\Omega \sin(\theta)$ .

Se obtienen también dos ecuaciones, una para resolver  $\Theta_n$  y otra para  $G_n(z)$ , y sus soluciones estarán conectadas como se mostrará más adelante.

La primera ecuación debido a la separación de variables es:

$$\frac{d^2 G'_n}{dx^2} + \left[ \frac{\kappa H}{h_n} - \frac{1}{4} \right] G'_n = -\frac{\rho_o^{-1/2}}{i\sigma N} \frac{d}{dx} (\rho_o J_n), \quad (2.14)$$

donde se ha realizado el cambio de escala  $x = z/H$  y  $G'_n = G_n \rho_o^{1/2} N^{-1}$  (donde  $N^2 = \kappa g/H$ ). Esto conduce a lo que se conoce como la **ecuación de estructura vertical**:

$$\frac{d^2 G'_n}{dx^2} + \alpha^2 G'_n = F(x), \quad (2.15)$$

donde  $\alpha^2 = \kappa H/h_n - 1/4$  y  $h_n$  surge de la constante de separación. Notar también que  $F(x) = -\frac{\rho_o^{-1/2}}{i\sigma N} \frac{d}{dx} (\rho_o J_n)$ .

La otra ecuación que se obtiene está referida a  $\Theta_n$ :

$$\frac{d}{d\mu} \left[ \frac{(1-\mu^2)}{(f^2-\mu^2)} \frac{d\Theta_n}{d\mu} \right] - \frac{1}{f^2-\mu^2} \left[ -\frac{s}{f(f^2-\mu^2)} + \frac{s^2}{1-\mu^2} \right] \Theta_n + \epsilon \Theta_n = 0, \quad (2.16)$$

donde  $\mu = \sin(\theta)$ , a partir de 2.16 se obtiene la llamada **ecuación de mareas de Laplace**:

$$F_{s,\sigma}(\Theta_n^{s,\sigma}) = \epsilon_n^{s,\sigma} \Theta_n^{s,\sigma}, \quad (2.17)$$

donde  $\epsilon_n = 4\Omega^2 a^2 / gh_n \approx 88 \text{ km}/h_n$ . Notar que esta ecuación es un problema de valores propios y funciones propias, además que su solución se relaciona con la solución de la ecuación de estructura vertical a través del valor de  $h_n$ .

### 2.1.3.1 Solución de ecuación de estructura vertical

La ecuación de estructura vertical es una ecuación diferencial de segundo orden (ecuación 2.15), por lo que su solución general tiene la forma:

$$G'_n \sim A e^{i\alpha x} + B e^{-i\alpha x}. \quad (2.18)$$

Además se tiene que considerar las siguientes condiciones de frontera:

- La velocidad vertical en la superficie es igual a cero.
- La densidad de energía cinética debe permanecer acotada para valores grandes de  $z$ .

La solución se compone de un término conocido como solución libre y una solución forzada, esta última tiene dos casos como se explica a continuación:

- Solución libre o modos normales resonantes ( $F(x) = 0$ ):

$$G'_n \sim e^{(\kappa - \frac{1}{2})x} \quad (2.19)$$

con  $h_n = \frac{H}{1-\kappa}$ , donde  $h_n = 10.5$  km para  $H = 7.5$  km.

• Solución forzada ( $F(x) \neq 0$ ):

- Si  $h_n < 0$  o  $h_n > 4\kappa H$ ,  $\alpha^2 < 0$ :

$$G'_n \sim e^{-|\alpha|x} \quad (2.20)$$

- Si  $0 < h_n < 4\kappa H$ ,  $\alpha^2 > 0$ :

$$G'_n \sim e^{i\alpha x} \quad (2.21)$$

donde la longitud de onda vertical es:

$$\lambda_z = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi H}{\sqrt{\frac{\kappa H}{h_n} - \frac{1}{4}}}. \quad (2.22)$$

Notar que este caso (ecuación 2.21) es el único que admite una solución con propagación vertical.

### 2.1.3.2 Solución de ecuación de mareas de Laplace (Forbes, 1995)

Para cada elección de  $s$  y  $\sigma$ , existen conjuntos de  $\epsilon_n$  y  $\Theta_n$  que satisfacen la ecuación de mareas de Laplace (ecuación 2.17) y la condición de acotado en los polos. Cada par  $(\epsilon_n, \Theta_n)$  constituye un modo.

La figura 2.1 muestra un ejemplo de soluciones de los valores propios  $\epsilon_n^1$  para  $s = 1$ . A continuación se describe sus características principales:

- En el eje x inferior se muestra las frecuencias normalizadas ( $\sigma/\Omega$ ), en el eje x superior se muestra su periodo equivalente. En el eje y izquierdo se muestra el valor del valor propio  $\epsilon_n^1$ , mientras que en el eje y derecho se muestra el valor de la longitud de onda vertical para el caso en el que existe propagación en el eje z.
- la propagación hacia el este (oeste) se corresponde para  $\sigma > 0$  ( $\sigma < 0$ ).
- Se observan dos familias de curvas: Soluciones de Clase I, o soluciones del primer tipo o modos de Gravedad, y además las soluciones de Clase II, o soluciones del segundo tipo o modos de Ondas Planetarias, Rotacional o Rossby.
- Se observa un conjunto de soluciones marcadas en un eje horizontal cercano al valor de  $\epsilon_n^1 = 8.4$ , estas son las soluciones que corresponden con las soluciones libres o los modos normales (NM).

- Además para las soluciones  $\epsilon_n^1 > 8.4$  se les conoce como internal waves y corresponde a la solución forzada que se propaga en el eje vertical (por tanto, estas pueden tener un valor de longitud de ondas vertical).
- Las soluciones  $\epsilon_n^1 < 8.4$  corresponden a las soluciones atrapadas verticalmente del modo forzado, también llamadas external solutions.

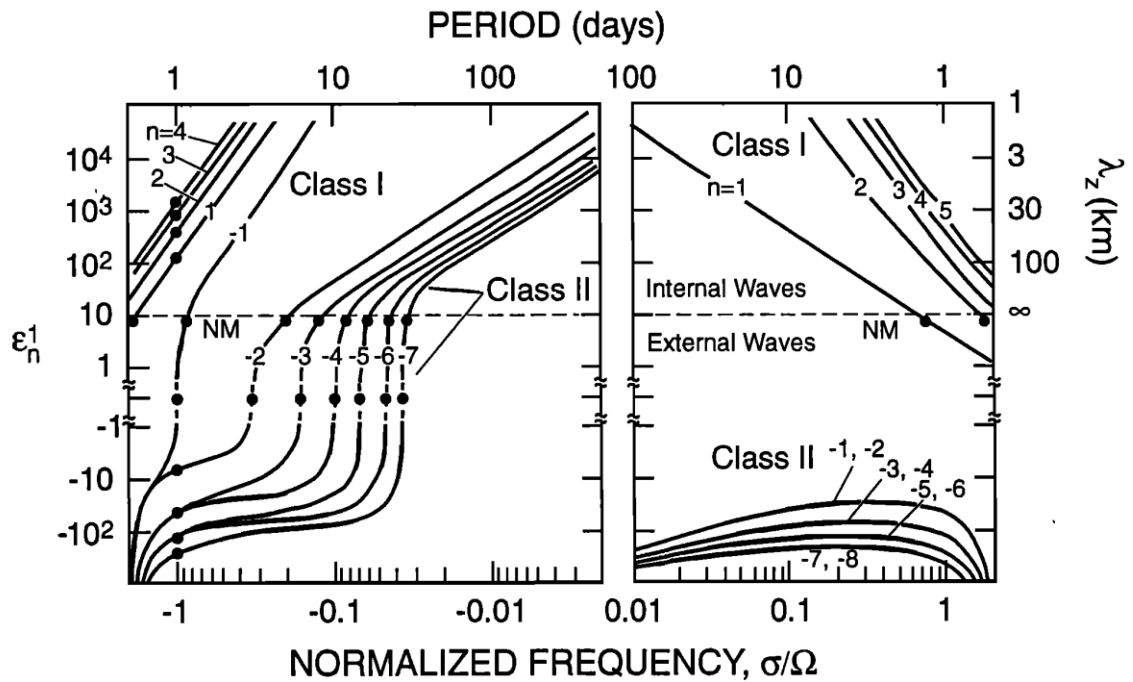


FIGURA N° 2.1: Soluciones de valores propios de la ecuación de mareas de Laplace. Recuperado: Forbes (1995)

La nomenclatura para referirse a un modo particular suele ser  $\Theta_n^s$  o simplemente (s,n) y además se agrega información del periodo de la onda; por ejemplo, “(1,-2) diurnal tide” (diurnal tide hace referencia a una marea diurna es decir con periodo de 24 horas). Notar además en la figura 2.1 que el modo (1,-2) puede asumir otros periodos, en el valor del modo libre de  $\epsilon_n = 8.4$  ( $h_n = 10.5 km$ ) para una atmósfera isotérmica  $T = 256 K$ , el modo (1,-2) representa la onda de 5 días ( $\sigma/\Omega \approx -0.20$ ). Para modos forzados, generalmente se conoce la frecuencia de forzamiento  $\sigma$ , entonces trazando una línea vertical en  $\sigma/\Omega$  en la figura 2.1, los puntos de intersección definen los valores correspondientes a los modos que corresponden a la respuesta en esa frecuencia. Por ejemplo, los puntos de intersección correspondientes a la marea diurna  $\sigma/\Omega = -1.0$  son indicados en la figura 2.1, se observa que la respuesta consiste de una mezcla de modos atrapados ((1,-1), (1,-2), ...) y modos que se propagan ((1,1), (1,2), ...), estos últimos con una longitud de onda vertical entre 15 y 50 km.



Para modos libres (o no forzados), se sabe que  $\epsilon_n = 8.4(h_n = 10.5km)$  para una atmósfera isotérmica  $T = 256K$ . En la figura 2.1, la línea horizontal define los modos libres o normales que existen para  $s = 1$ , cuyas intersecciones corresponden a periodos de 28 horas, 5 días, 8 días, 12 días, etc. De acuerdo a esta nomenclatura, pueden referirse a estos tres últimos modos como modos Rossby de propagación hacia el oeste (1,-2), (1,-3), y (1,-4) de número de onda zonal igual a 1. Respecto a las soluciones de las funciones propias, la figura 2.2 muestra las funciones propias para estos 3 últimos modos. Notar que estos modos de escala global tienen amplitud máxima en latitudes media y alta.

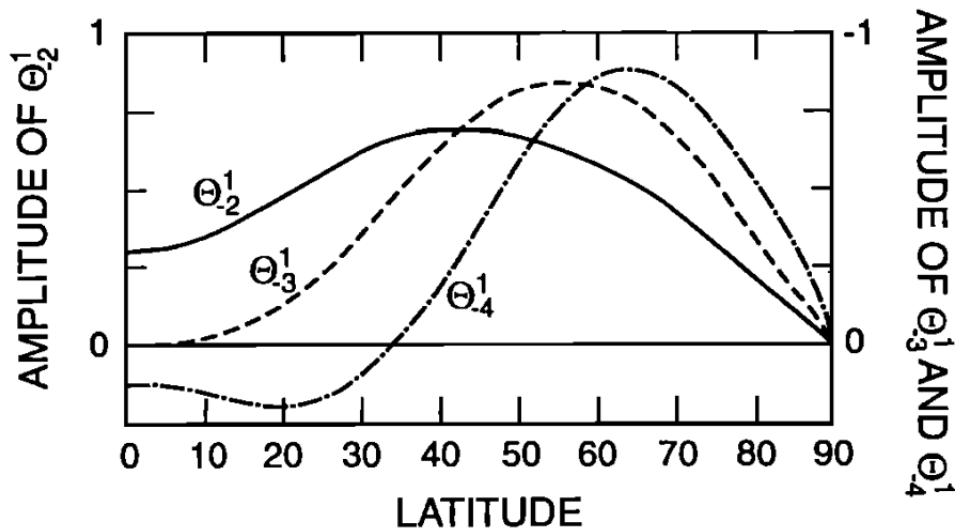


FIGURA N° 2.2: Soluciones de funciones propias de la ecuación de mareas de Laplace para los modos Rossby de propagación hacia el oeste (1,-2), (1,-3), y (1,-4) de número de onda zonal igual a 1. Recuperado: Forbes (1995)

En la tabla 2.1, se muestra la nomenclatura y parámetros como la constante de separación  $h_n$  y la longitud de onda vertical  $\lambda_z$  (para el caso donde haya una propagación vertical) de varias ondas comunes con propagación hacia el oeste en la atmósfera media y alta.

En la primera fila superior de la figura 2.3 se muestra las respectivas funciones propias o funciones Hough ( $\Theta_n$ ) para las mareas diurna (izquierda) y semidiurna (derecha), además las correspondientes funciones de expansión de las velocidades  $U_n$  y  $V_n$  definidas por las ecuaciones 2.12 y 2.13 se muestran en la fila del medio e inferior respectivamente. Los dos primeros modos de propagación se representan como líneas continuas (1,1) y líneas discontinuas de doble punto (1,2). Los modos atrapados se ven como líneas discontinuas (1,-1), puntos (1,-2) y punto-línea discontinuo (1,-4). Se observa que para la marea diurna, hay una relativa concentración de  $\Theta_n$ ,  $U_n$  y  $V_n$  en bajas latitudes para los modos que se propagan (verticalmente) ( $h_n > 0$ ) y en altas latitudes para los modos atrapados ( $h_n < 0$ ). Los

TABLA N° 2.1: Nomenclatura y parámetros de varias ondas comunes con propagación hacia el oeste en la atmósfera media y alta. Recuperado: Forbes (1995)

Onda	$(s, n)$	$h_n$ ( km )	$\lambda_z$ ( km )	Descripción adicional del modo
Marea diurna	(1, 1)	0.6909	27.9	de Gravedad con propagación vert.
Marea diurna	(1, 2)	0.2384	15.9	de Gravedad con propagación vert.
Marea diurna	(1, 3)	0.1203	11.2	de Gravedad con propagación vert.
Marea diurna	(1, -1)	803.356		Rotacional atrapado
Marea diurna	(1, -2)	-12.2703		Rotacional atrapado
Marea diurna	(1, -4)	-1.7581		Rotacional atrapado
Marea semidiurna	(2, 2)	7.8519	311.	de Gravedad con propagación vert.
Marea semidiurna	(2, 3)	3.6655	81.4	de Gravedad con propagación vert.
Marea semidiurna	(2, 4)	2.1098	53.8	de Gravedad con propagación vert.
Marea semidiurna	(2, 5)	1.3671	41.0	de Gravedad con propagación vert.
Marea semidiurna	(2, 6)	0.9565	33.4	de Gravedad con propagación vert.
5 días	(1, -2)	10.5		Rotacional; Rossby
10 días	(1, -3)	10.5		Rotacional; Rossby
16 días	(1, -4)	10.5		Rotacional; Rossby
4 días	(2, -3)	10.5		Rotacional; Rossby
2 días	(3, -3)	10.5		modo mixto Rossby-Gravedad

modos de propagación también tiene carácter más oscilatorio. Por otro lado, las funciones de expansión de las mareas semidiurnas, tienden a maximizarse en latitudes medias y altas, cada vez más a medida que aumenta el índice meridional del modo. Esto proporciona el primer indicio de por qué las observaciones del viento alrededor de la mesopausa deberían tener un comportamiento predominantemente semidiurno en latitudes medias y altas, y un comportamiento predominante diurno en latitudes bajas.

#### 2.1.4 Consideraciones de una atmósfera real

Los efectos de una atmósfera real, considerando una estructura de temperatura, disipación y vientos medios son (Forbes, 1995):

- Una estructura vertical de temperatura, es decir un perfil de temperatura que no es constante tendría como consecuencia que una verdadera resonancia

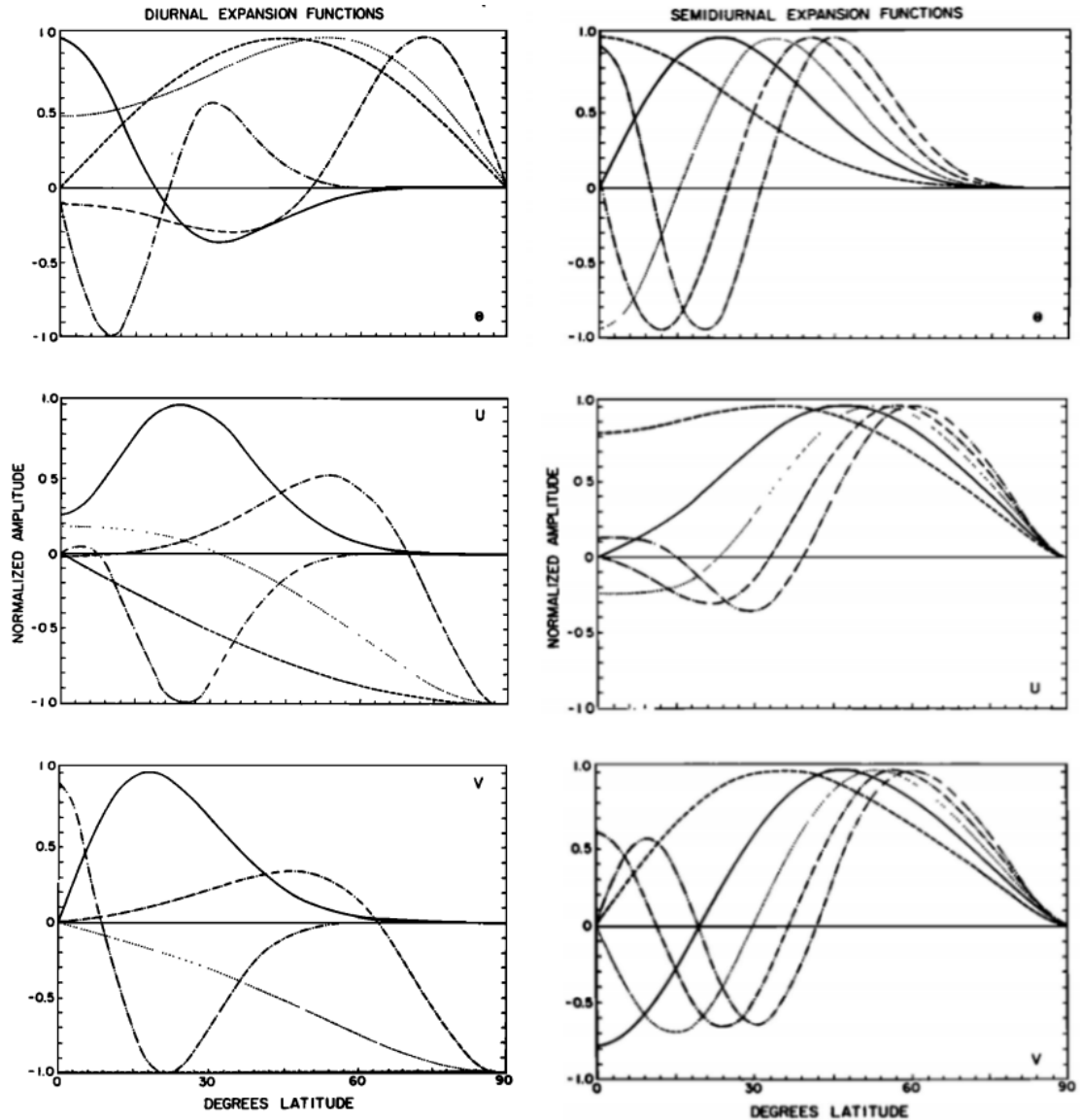


FIGURA N° 2.3: Funciones propias de la ecuación de mareas de Laplace y las correspondientes funciones de expansión de las velocidades  $U_n$  y  $V_n$  para las mareas diurna y semidiurna. Los dos primeros modos de propagación se representan como líneas continuas (1,1) y líneas discontinuas de doble punto (1,2). Los modos atrapados se ven como líneas discontinuas (1,-1), puntos (1,-2) y punto-línea discontinuo (1,-4). Recuperado: Forbes (1995)

(una respuesta infinita) (solución 2.19) ya no existe.

- Debido a disipación y fricción, las amplitudes se reducen y los tiempos de vida de los modos libres (solución 2.19) se limitan.
- La presencia de vientos medios distintos de cero tienen como consecuencia que exista un corrimiento doppler y por tanto el periodo observado será un poco distinto al periodo esperado (bajo la suposición que los vientos medios son nulos).

Las mareas atmosféricas son un tipo de respuesta de la atmósfera a mecanismos de forzamiento. El principal forzamiento es debido a la absorción periódica de la radiación solar vinculado con el movimiento aparente del Sol alrededor de la Tierra. Además, se debe notar que las principales absorciones del espectro solar ocurren en la troposfera por el vapor de agua (Infrarojo-cercano), en la estratosfera alrededor de 50 km por el ozono (Ultravioleta) y en la baja termósfera por  $O_2$  y  $N_2$  (ver figura 11 de Forbes (1995)). Estas respuestas se observan como oscilaciones a escala global de las variables del campo atmosférico (temperatura, viento, presión, densidad, etc) con periodos que son armónicos de un día solar, y reciben el nombre de marea solar diurna (con periodo de 24 horas), semidiurna (con periodo de 12 horas), terdiurna (con periodo de 8 horas). La región MLT observada por radares de meteoros especulares queda fuera del rango donde se producen las principales absorciones. Sin embargo, debido a que algunas de estas mareas se propagan hacia arriba (soluciones forzadas con propagación vertical), es posible observarlas con los radares, incluso podrían modularse con otras ondas durante su viaje ascendente. De acuerdo al modelo clásico, la marea diurna sería más dominante en latitudes bajas como Jicamarca, la componente meridional sería más intensa que la zonal. Además, se podrían observar ondas planetarias (de periodos de varios días), por ejemplo la onda planetaria Q2D (del término en inglés *Quasi-Two-Days* con periodo de aproximadamente 48 horas).



## CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

### 3.1 Métodos para análisis de series de tiempo

El propósito de esta sección es mostrar algunas de las metodologías para el análisis de series de tiempo en términos de las frecuencias (o periodicidades) que contienen. Estos métodos tienen como objetivo definir la variabilidad de una serie de datos en términos de funciones periódicas (Thomson y Emery, 2014).

Los datos utilizados para estudiar la climatología MLT son los vientos medios zonal y meridional medidos con la red SIMONe Perú entre 80 y 100 km. Estas mediciones tienen resolución de 1 km y 30 minutos. Las series temporales han sido analizadas para las alturas medidas cada 1 km entre 80 y 100 km, tal que se está frente a una serie temporal discreta muestreada en un intervalo de tiempo constante (30 minutos),

Tradicionalmente, interesa estudiar los diferentes tipos de variaciones que podrían contener las series de tiempo, estas son:

- Tendencia: Cambio a largo plazo del nivel medio.
- Variación estacional: Un patrón de periodo fijo.
- Variaciones cíclicas: Subidas y bajadas que no contienen un periodo fijo.
- Otras fluctuaciones irregulares: El residuo que podría ser o no aleatorio.

El análisis de Fourier es uno de los métodos más comúnmente usados para identificar componentes periódicas en series de tiempo cuasi-estacionarias. Si las series de tiempo son fuertemente no estacionarias, se debe usar métodos más localizados como Análisis Wavelet (Thomson y Emery, 2014). Sin embargo cuando se tenga datos faltantes en la serie de tiempo, será necesario usar y/o complementar los resultados con algún otro método, por ejemplo el método de mínimos cuadrados (Thomson y Emery, 2014). Estos métodos de análisis para el estudio de periodicidades en series de tiempo se describen a continuación.

#### 3.1.1 Transformaciones

Una transformación lineal es un mapeo  $T : V \rightarrow W$  entre espacios vectoriales que preservan la adición vectorial y la multiplicación escalar:

- $T(v_1 + v_2) = T(v_1) + T(v_2)$  para todo  $v_1, v_2 \in V$
- $T(cv) = cT(v)$  para todo  $v \in V$

El producto interno entre dos funciones complejas se define como:

$$c_n = \langle x, \psi_n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi_n^*(t)dt, \quad (3.1)$$

el factor  $\psi_n^*$  hace referencia a la conjugada compleja de la función  $\psi_n$ .

El producto interno en esencia describe una operación de “similitud” entre la señal  $x(t)$  y las funciones bases  $\{\psi_n(t)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ , esto es, el grado de cercanía entre las dos funciones. Mientras más similar es  $x(t)$  de  $\psi_n(t)$ , el producto interno  $c_n$  será mayor (Gao y Yan, 2010).

### 3.1.2 Análisis de Fourier

#### 3.1.2.1 Transformada de Fourier

La Transformada de Fourier (FT) es una transformación lineal empleada para transformar señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Tomando en cuenta la definición de producto interno, la FT puede expresarse como:

$$FT(f) = \langle x, e^{j2\pi ft} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt. \quad (3.2)$$

La  $FT(f)$  es un número complejo, y su módulo nos da información del aporte de la frecuencia  $f$  a la señal  $x(t)$  o en términos de la interpretación del producto interno, nos muestra que tan parecida es la señal  $x(t)$  con la exponencial compleja  $e^{-j2\pi ft}$ .

#### 3.1.2.2 Transformada de Fourier Discreta

Para el caso en el que se trabaja con una serie de tiempo discreta  $x_k$  muestreada en intervalos de  $\Delta T$  dentro de un tiempo total  $T$ . Se define la Transformada Discreta de Fourier (DFT)<sup>1</sup> como:

$$DFT(f_n) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j2\pi nk/N}, \quad (3.3)$$

donde  $N = T/\Delta T$  es el número de muestras, y  $f_n = \frac{n}{N} \frac{1}{\Delta T}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Las ecuaciones 3.2 y 3.3 indican que la transformada de Fourier es esencialmente un producto interno entre las series de tiempo  $x(t)$  o  $x_k$  y una serie de funciones senos y cosenos que pueden ser vistas como funciones base  $\{e^{j2\pi nk/N}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ . Esta

<sup>1</sup>También es común definir la DFT con  $N$  en el denominador, se debe tener especial cuidado en la definición usada, sobre todo si se usan librerías ya implementadas en algún lenguaje de programación.

operación mide la similitud entre  $x(t)$  o  $x_k$  y las funciones base, y expresa la información de frecuencia promedio durante todo el período de la señal analizada.

En la práctica se usa el algoritmo de Transformada Rápida de Fourier FFT (Cooley y Tukey, 1965) en lugar de DFT. Este algoritmo FFT usa técnicas de recursividad para optimizar el número de operaciones para obtener la DFT, lo cual ahorra tiempo de computo pues la DFT realiza  $N^2$  operaciones mientras que la FFT realiza  $N \log(N)$  operaciones (Gao y Yan, 2010). En términos de optimización de los recursos computacionales en la implementación de la DFT, actualmente se tiene la librería FFTW (<http://www.fftw.org/>), desarrollado por Frigo y Johnson (1997, 1998). Esta librería está constituida de rutinas en C para el cálculo de la DFT para datos de entradas con una o más dimensiones, de tamaño arbitrario, reales o complejos. FFTW adapta su cálculo a las características del hardware para obtener un mejor desempeño computacional.

Debido a que la señal está siendo tomada en un tiempo finito  $T$  (como si fuera un enventanado de la señal), se presenta un efecto conocido como “leakage” o fuga espectral (Oppenheim, 1999, Capítulo 10). Este efecto genera que la parte del espectro (módulos de los coeficientes de la transformada de Fourier) perteneciente a una frecuencia principal de la señal, se traslape (se filtre o se fugue) con la parte que corresponde a otra frecuencia principal. Reducir el tiempo  $T$  (o el tamaño de la ventana), tendrá el efecto de aumentar el efecto leakage, además generará una reducción en la resolución de la frecuencia en el espectro.

Otro efecto a tener en cuenta es el fenómeno de “aliasing”, este fenómeno consiste en la observación de picos frecuenciales (en el espectro) que no corresponden a una frecuencia real sino a un alias de alguna frecuencia principal. El aliasing se produce cuando no se realiza un muestreo adecuado. Para evitar este fenómeno, se debe cumplir el conocido Teorema de Muestreo o Teorema de Nyquist (Oppenheim, 1999, Capítulo 4), el cual establece que la frecuencia de muestreo debe ser mayor a dos veces la frecuencia máxima de la señal.

La figura 3.1-a muestra una señal  $v(t)$  compuesta de la suma de dos señales, la primera consiste de 8 trenes de onda (ventanas cuadradas) con periodo de 1 día y amplitud igual a 20, y la segunda consiste de 2 trenes de onda (ventanas cuadradas) con periodo de 8 días con amplitud igual a 40. La señal simulada tiene una duración de 128 días, muestreada cada 30 minutos.

La figura 3.1-b muestra el espectro de la señal  $v(t)$ . Como se puede observar la DFT (y la FFT) permite recuperar la información de las frecuencias centrales pero no da información temporal del espectro, por lo que esta transformada tiene limitaciones para el análisis de series no estacionarias.

### 3.1.2.3 Transformada de Fourier de Tiempo Corto

Una solución sencilla para poder analizar series no estacionarias y superar el problema de la Transformada de Fourier es introducir una ventana de análisis que se deslice a través de la señal a lo largo del eje del tiempo para finalmente obtener una Transformada de Fourier localizada en el tiempo (Gao y Yan, 2010). Esta transformada recibe el nombre de Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT, por sus siglas en inglés) y se define como sigue:

$$\text{STFT}(\tau, f) = \langle x, g_{\tau, f} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g_{\tau, f}^*(t)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g(t-\tau)e^{-j2\pi ft}dt. \quad (3.4)$$

Con la interpretación del producto interno, las bases serían las funciones  $g_{\tau, f} = g(t-\tau)e^{j2\pi ft}$  exponenciales complejas multiplicadas por la función de ventana  $g(t)$ . La STFT permite obtener información frecuencial ( $f$ ) de la señal  $x(t)$  en distintas ventanas de tiempo (definidas por la función  $g(t)$ ) para distintos tiempos  $\tau$ .

### 3.1.2.4 Transformada de Fourier de Tiempo Corto Discreta

El caso discreto de la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (DSTFT) puede escribirse como:

$$\text{DSTFT}(\tau_i, f_n) = \langle x, g_{\tau_i, f_n} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x[k + \tau_i H]w[k]e^{-j2\pi f_n k/N}. \quad (3.5)$$

En este caso, se está considerando una serie discreta  $x$  de longitud  $L$  con ventanas sucesivas de longitud  $N$  muestras, con una separación de  $H$  muestras entre cada ventana consecutiva. Las ventanas consecutivas se superponen  $N - H$  muestras, por lo que  $H \leq N$ . El tiempo de la  $i$ -ésima ventana es  $\tau_i$ .

La elección de la ventana (rectangular, gaussiana, Hanning, etc) afecta directamente la resolución de la frecuencia ( $\Delta f$ ) y de tiempo ( $\Delta \tau$ ) del resultado analizado. En general, mayor resolución provee mejor separación de las componentes constituyentes dentro de la señal. Las resoluciones  $\Delta \tau$  y  $\Delta f$  de la técnica STFT no pueden ser escogidos arbitrariamente al mismo tiempo, de acuerdo al principio de



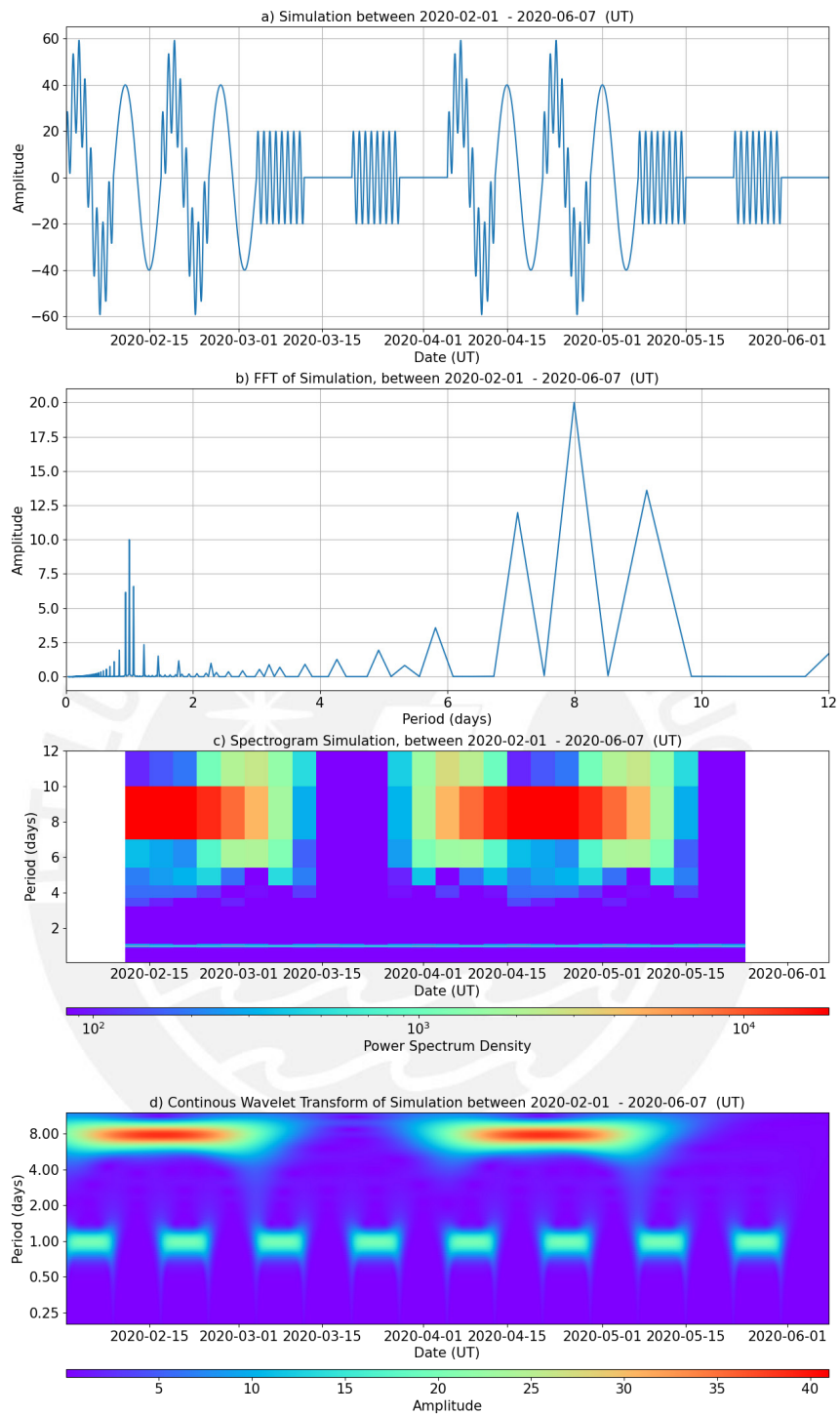


FIGURA N° 3.1: a) Señal simulada no estacionaria con dos periodos principales de 1 día y 8 días (ver texto para descripción detallada), y su b) Módulo de la Transformada de Fourier (FFT). c) Densidad espectral de Potencia de la Transformada de Fourier de Tiempo Corto (STFT), y d) Amplitud normalizada de la Transformada Wavelet (CW). Elaboración propia.

incertidumbre, se debe cumplir la siguiente restricción (Gao y Yan, 2010):

$$\Delta\tau \cdot \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}, \quad (3.6)$$

Para el caso de una ventana gaussiana, se cumple la igualdad en la ecuación 3.6. Las definiciones de  $\Delta\tau$  y  $\Delta f$  son:

$$\Delta\tau = \left( \frac{\int \tau^2 |g(\tau)|^2 d\tau}{\int |g(\tau)|^2 d\tau} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.7)$$

$$\Delta f = \left( \frac{\int f^2 |G(f)|^2 df}{\int |G(f)|^2 df} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.8)$$

La figura 3.2-a muestra las ventanas y resoluciones temporal ( $\Delta\tau_i$ ) y frecuenciales ( $\Delta f_i$ ) para la STFT. Se observa que para distintos tiempos  $\tau_i$  se tiene un mismo tamaño de ventana y por tanto una misma resolución y localización frecuencial. A pesar de que se podría tener ventanas grandes (en tiempo) y superpuestas (overlapping) y así mejorar la resolución en frecuencia, al ser la ventana grande en tiempo, se estaría perdiendo localización, ya que el coeficiente de fourier representa un valor promedio de las componentes frecuenciales en toda la ventana. Además, como a priori no se conoce el contenido de frecuencias específicas en una señal medida, entonces la selección del tamaño de la ventana apropiada para tener una adecuada descomposición usando STFT no está garantizada.

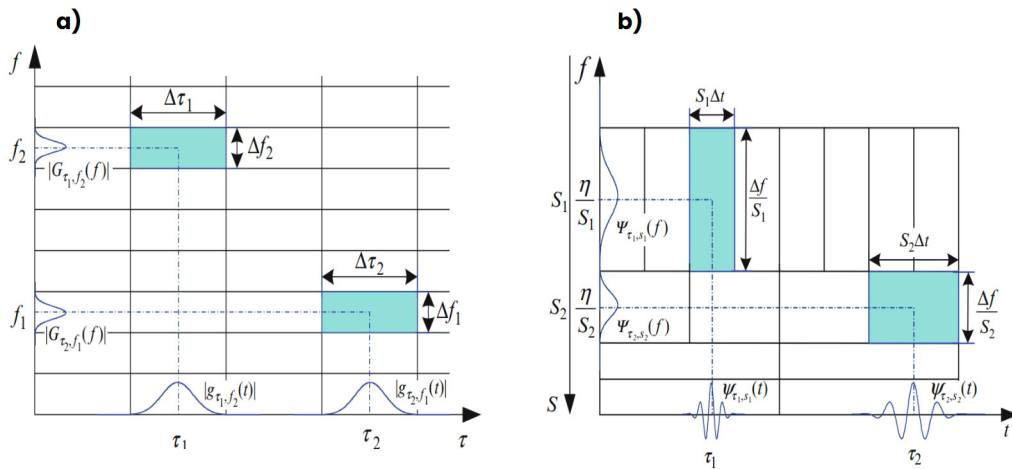


FIGURA N° 3.2: Ventanas y resolución en frecuencia y tiempo para a) la Transformada de Fourier en Tiempo Corto y b) la Transformada de Wavelet. Recuperado: Gao y Yan (2010).

La figura 3.1-c muestra la aplicación de la STFT a la señal simulada en 3.1-a. Se está usando una ventana de 24 días y una superposición (overlap) de 20 días. En este caso se está mostrando la Densidad Espectral de Potencia de la STFT. Como se observa para una misma ventana es complicado visualizar simultáneamente y de forma localizada la variación de ambas señales (de periodos 1 y 8 días).

### 3.1.3 Análisis Wavelet

#### 3.1.3.1 Transformada Wavelet

La Transformada Wavelet (WT) equivale a utilizar distintos tamaños de ventana (ver figura 3.2-b) para el análisis de diferentes frecuencias dentro de una señal, esto se realiza mediante la comparación de la señal con un conjunto de funciones base (las wavelets escaladas y trasladadas). Las wavelets de la versión trasladada se ubican en distintas posiciones del tiempo de nuestra serie, mientras que las wavelets en versión escalada nos permiten analizar la señal en una escala diferente, por lo que la WT nos permite solucionar el problema de resolución y localización que la STFT presenta (Gao y Yan, 2010; Thomson y Emery, 2014).

Sea la wavelet madre Morlet ( $\psi_\sigma(t)$ ) y su respectiva transformada de Fourier ( $\hat{\psi}_\sigma(\omega)$ ):

$$\psi_\sigma(t) = e^{i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \iff \hat{\psi}_\sigma(\omega) = \sqrt{2\pi}\sigma e^{-\frac{1}{2}\sigma^2(\omega-\omega_0)^2} \quad (3.9)$$

donde  $\omega_0$  es un parámetro de frecuencia (en este trabajo se considerará  $\omega_0 = 6$  como en Torrence y Compo (1998)). Además, se está incluyendo un parámetro  $\sigma > 0$  que hace referencia al ancho de la wavelet madre.

A continuación se muestra la definición de la Transformada Wavelet Continua (CWT) de una señal real  $f(t)$  usando la notación del producto interno:

$$WT(s, t) = \langle f, \psi_{s,t} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t') \frac{2}{\sqrt{2\pi s\sigma}} \psi_\sigma^* \left( \frac{t'-t}{s} \right) dt'. \quad (3.10)$$

Nota: Se considera el factor de normalización de la wavelet Morlet escalada:

$$\frac{2}{\sqrt{2\pi s\sigma}} \quad (3.11)$$

a fin de que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{2}{\sqrt{2\pi s\sigma}} \psi_\sigma^* \left( \frac{t'-t}{s} \right) \right| dt' = 2 = \text{constante}. \quad (3.12)$$

En este enfoque de producto interno (expresión 3.10), las funciones base son  $\frac{2}{\sqrt{2\pi s\sigma}} \psi_\sigma \left( \frac{t'-t}{s} \right)$  versiones escaladas, trasladadas y normalizadas de la wavelet madre  $\psi_\sigma(t)$  y  $s$  es la escala de la wavelet hija y  $\sigma$  viene a ser el ancho de la wavelet madre (expresión 3.9).

Además la definición de CWT (expresión 3.10) puede verse como una convolución, luego aplicando el teorema de convolución (Arfken y Weber, 2005, Capítulo 15), el cual establece que la transformada de Fourier de una convolución de dos funciones es el producto de las transformadas de Fourier de las funciones. Entonces aplicando la transformada inversa de Fourier ( $F^{-1}$ ), se tiene:

$$WT(s, t) = f(t) * \frac{2}{\sqrt{2\pi s\sigma}} \psi_{\sigma}^* \left( \frac{-t}{s} \right) = F^{-1} \left( \hat{f}(\omega) \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma}} [\hat{\psi}(s\omega)]^* \right), \quad (3.13)$$

donde (\*) es la conjugada compleja, y  $\hat{f}(\omega)$  y  $\hat{\psi}(\omega)$  son transformadas de Fourier definidas como:

$$\begin{aligned} \hat{f}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \\ \hat{\psi}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt, \end{aligned} \quad (3.14)$$

además en 3.13 se usó las propiedades de la transformada de Fourier

$$\hat{\psi}(t/s) = |s| \hat{\psi}(s\omega) \text{ y } \hat{\psi}^*(t) = (\hat{\psi}(-\omega))^*.$$

A continuación se va a aplicar la definición de la CWT a una función senoidal armónica real y a partir del módulo de la CWT se mostrará que es posible recuperar su amplitud. Esto será útil para efectos de mostrar la equivalencia de análisis wavelet con el método de mínimos cuadrados que se mostrará en la siguiente sección.

Sea la función  $f(t)$  un armónico senoidal real y su transformada de Fourier  $\hat{f}(\omega)$ :

$$f(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \iff \hat{f}(\omega) = \pi A_1 [\delta(\omega - \omega_1) e^{i\varphi_1} + \delta(\omega + \omega_1) e^{-i\varphi_1}]. \quad (3.15)$$

El módulo de la CWT de  $f(t)$  es:

$$\begin{aligned} |W_{f\psi}(s, t)| &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma}} [\hat{\psi}(s\omega)]^* e^{i\omega t} d\omega \right| \\ &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\omega) \cdot 2 \cdot e^{-\frac{\sigma^2}{2}(s\omega - \omega_0)^2} e^{i\omega t} d\omega \right| \\ &= \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \pi A_1 [\delta(\omega - \omega_1) e^{i\varphi_1} + \delta(\omega + \omega_1) e^{-i\varphi_1}] \cdot 2 \cdot e^{-\frac{\sigma^2}{2}(s\omega - \omega_0)^2} e^{i\omega t} d\omega \right| \\ &= \left| A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} [\delta(\omega - \omega_1) e^{i\varphi_1} + \delta(\omega + \omega_1) e^{-i\varphi_1}] \cdot e^{-\frac{\sigma^2}{2}(s\omega - \omega_0)^2} e^{i\omega t} d\omega \right| \\ &= \left| A_1 \left[ \underbrace{e^{-\frac{\sigma^2}{2}(s\omega_1 - \omega_0)^2}}_{m_1} e^{i\omega_1 t + \varphi_1} + \underbrace{e^{-\frac{\sigma^2}{2}(s\omega_1 + \omega_0)^2}}_{n_1} e^{-i\omega_1 t - \varphi_1} \right] \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= |A_1 [Cos(\omega_1 t + \varphi_1)(m_1 + n_1) + iSen(\omega_1 t + \varphi_1)(m_1 - n_1)]| \\
&= A_1 [Cos^2(\omega_1 t + \varphi_1)(m_1 + n_1)^2 + Sen^2(\omega_1 t + \varphi_1)(m_1 - n_1)^2]^{1/2} \\
&= A_1 [(m_1^2 + n_1^2) + 2m_1 n_1 Cos(2(\omega_1 t + \varphi_1))]^{1/2}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

En 3.16 se observa que para ciertas escalas  $s \approx \frac{\omega_0}{\omega_1}$  se obtiene una amplitud máxima de  $|W_{f\psi}(s, t)| \approx A_1$ . De esta forma se recupera la amplitud del armónico original y se demuestra que el factor de normalización es el adecuado (expresión 3.11) y permite obtener las amplitudes  $A_n$  de armónicos senoidales reales de la forma  $(\sum_{n=1}^N A_n Cos(\omega_n t + \varphi_n))$ .

Liu, Hsu, y Grafarend (2007) usan un factor de normalización  $\frac{1}{\sqrt{2\pi s\sigma}}$ , es decir, la mitad de la definición dada en 3.11, esto les permite recuperar los armónicos de una función armónica exponencial compleja. Por otro lado, en este caso, como se está modelando las señales como funciones senoidales reales, se demostró (en 3.16) que el factor de normalización 3.11 ha sido el adecuado.

Para el caso de señales discretas  $f(n)$  ( $f(n)$  es la señal  $f(t)$  registrada en tiempos discretos  $t = n\Delta t$ ), la Transformada de Wavelet Continua es:

$$\begin{aligned}
WT_{f\psi_\sigma}(s, n) &= \sum_{n'=0}^{N-1} f[n'] \frac{2}{\sqrt{2\pi s\sigma}} \psi_\sigma^* \left[ \frac{n' - n}{s} \right] \Delta t \\
&= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{f} \left[ \frac{2\pi k}{N\Delta t} \right] \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \left[ \hat{\psi}_\sigma \left[ s \frac{2\pi k}{N\Delta t} \right] \right]^* e^{i \frac{2\pi k n}{N}}.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Reemplazando  $\hat{\psi}_\sigma$  de 3.9 en la expresión 3.17, se tiene:

$$WT_{f\psi_\sigma}(s, n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{f} \left[ \frac{2\pi k}{N\Delta t} \right] \cdot 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}\sigma^2 \left( s \frac{2\pi k}{N\Delta t} - \omega_0 \right)^2}. \tag{3.18}$$

La discretización del tiempo  $t$  y la frecuencia  $\omega$  es:

$$\begin{aligned}
t &= n\Delta t, n = 0, 1, 2 \dots N-1 \\
\omega &= \frac{2\pi k}{N\Delta t}, k = 0, 1, 2 \dots N-1
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Una vez que se ha escogido la wavelet madre (teniendo en cuenta el ancho  $\sigma$  de la gaussiana que interviene en la función), se escoge las escalas  $s$ . Por Conveniencia se escribe  $s$  como exponenciales de base 2 de los niveles  $j$  (Torrence y Compo, 1998):

$$s_j = s_0 2^{\frac{j}{J}}, \quad j = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, j_{\text{máx}} \quad (3.20)$$

donde  $s_0$  es la escala más pequeña que puede ser resuelta, usualmente es  $2\Delta t$ ,  $j$  es un entero que representa el número de nivel, y  $J$  es el número de niveles por octava. Además, tener en cuenta que  $\hat{f}$  es la transformada de Fourier, definida como  $\hat{f}[k] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \exp\left(-\frac{i2\pi nk}{N}\right)$ .

La figura 3.1-d muestra la aplicación de la WT a la señal simulada en 3.1-a. Se está usando la wavelet Morlet ( $\omega_0 = 6$ ), las escalas son potencias de dos. Como se observa gracias a los distintos tamaños de ventanas es posible visualizar simultáneamente y de forma localizada la variación de ambas señales (de periodos 1 y 8 días), además se tiene en buena medida los valores de las amplitudes originales (20 para el periodo de 1 día y 40 para el periodo de 8 días). Para poder obtener los valores de las amplitudes originales, se ha tomado el módulo de la CWT (expresión 3.18).

La elección del parámetro  $\sigma$  en la wavelet Morlet es importante para efectos de definir la resolución temporal y frecuencial. A mayor  $\sigma$  se tendrá mayor resolución frecuencial y menor resolución temporal (menor localización temporal). La mayoría de autores (Chen y Chu, 2017; Torrence y Compo, 1998) fijan este parámetro en  $\sigma = 1$ . En este trabajo se usará  $\sigma = 1$  en la mayoría de los casos, y se usará  $\sigma = 4$  para efectos de comparación con el método de ajuste de mínimos cuadrados (que se verá en la siguiente sección).

Para la wavelet Morlet, La equivalencia entre la escala wavelet “ $s$ ” y el periodo equivalente de Fourier para la CWT es (Meyers, Kelly, y O’Brien, 1993; Torrence y Compo, 1998):

$$Periodo_{CWT} = \frac{4\pi s}{\omega_0 + \sqrt{\omega_0^2 + 2}}. \quad (3.21)$$

La equivalencia 3.21 entre el periodo de la CWT y la escala  $s$  se obtiene a partir de un procedimiento similar al mostrado en 3.16. Esta se obtiene de maximizar el cuadrado del módulo de la CWT aplicado a una función coseno real de periodo

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}.$$

Entonces, con la Transformada Wavelet es posible analizar de manera óptima distintas periodicidades (frecuencias) que ocurran de manera no estacionaria, es decir

que sus amplitudes vayan cambiando a lo largo del tiempo. Una debilidad del análisis de Fourier y también del análisis Wavelet es que pueden verse afectados por la data faltante. Por alguna falla instrumental, usualmente se va a tener intervalos de tiempo en los que no hayan datos, y se debe tener cuidado cuando se analice series de tiempo que contienen estos datos faltantes. Una de las maneras en la que se busca solucionar parcialmente este problema es a partir de alguna forma de extrapolación o completado de los datos, sin embargo esto puede generar artefactos, es decir algunos resultados engañosos.

### 3.1.4 Ajuste de mínimos cuadrados a componentes armónicas dominantes

La técnica de análisis armónico permite seleccionar algunas frecuencias específicas y mediante el ajuste de mínimos cuadrados en una cierta ventana temporal es posible determinar las amplitudes y las fases de los constituyentes armónicos seleccionados. Este método tiene la ventaja de poder lidiar con datos faltantes, además a diferencia de los análisis anteriores basados en Fourier, no es requisito que la serie de tiempo esté igualmente espaciada.

Formulación matemática (Thomson y Emery, 2014, Capítulo 5.9):

Para  $M$  posibles constituyentes armónicos, la serie de tiempo  $x(t_n)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, N$  puede ser expandida como:

$$\begin{aligned} x(t_n) &= \bar{x} + \sum_{q=1}^M C_q \cos(2\pi f_q t_n - \phi_q) + x_r(t_n) \\ &= \bar{x} + \sum_{q=1}^M [A_q \cos(2\pi f_q t_n) + B_q \sin(2\pi f_q t_n)] + x_r(t_n) \end{aligned} \quad (3.22)$$

en el cual,  $\bar{x}(t)$  es el valor medio del registro;  $x_r$  es la porción residual de la serie de tiempo que podría contener otros constituyentes armónicos;  $t_n = n\Delta t$ ; y donde  $C_q$ ,  $f_q$ , y  $\phi_q$  son las amplitudes, frecuencias y fases del  $q$ -ésimo constituyente especificado ( $q = 1, 2, \dots, M$ ).

Este problema de ajustar  $M$  armónicos a la serie temporal es sobredeterminado ya que por lo general hay más observaciones,  $N$ , que coeficientes a determinar,  $2M + 1$ , es decir  $N > 2M + 1$ , y debe ser resuelto usando una técnica de optimización. El objetivo del análisis de mínimos cuadrados es minimizar la varianza de la serie de tiempo residual,  $x_r(t_n)$ , en la ecuación 3.22 (Thomson y Emery, 2014, Capítulo 5.9). Esto es equivalente a realizar un ajuste de los coeficientes  $A_q$  con  $q = 0, 1, 2, \dots, M$  ( $A_0$  vendría a ser el término  $\bar{x}$  que en este caso también se obtiene en el ajuste) y  $B_q$  con  $q = 1, 2, \dots, M$ , lo que conlleva a un sistema de ecuaciones lineales que

expresado en forma matricial es  $\mathbf{x}_{Nx1} = \mathbf{D}_{Nx2M+1} \mathbf{z}_{2M+1x1}$ .

$$\begin{bmatrix} x_{m_1} \\ x_{m_2} \\ \vdots \\ x_{m_{N-1}} \\ x_{m_N} \end{bmatrix}_{Nx1} = \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t_1\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t_1\right) & \cdots & \cos\left(\frac{2\pi}{T_M}t_1\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_M}t_1\right) \\ 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t_2\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t_2\right) & \cdots & \cos\left(\frac{2\pi}{T_M}t_2\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_M}t_2\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t_{N-1}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t_{N-1}\right) & \cdots & \cos\left(\frac{2\pi}{T_M}t_{N-1}\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_M}t_{N-1}\right) \\ 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{T_1}t_N\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_1}t_N\right) & \cdots & \cos\left(\frac{2\pi}{T_M}t_N\right) & \sin\left(\frac{2\pi}{T_M}t_N\right) \end{bmatrix}_{Nx2M+1} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ B_1 \\ \vdots \\ A_M \\ B_M \end{bmatrix}_{2M+1x1} \quad (3.23)$$

En este caso,  $\mathbf{x}$  es el vector de datos contenido en la ventana de ajuste (de longitud temporal T),  $\mathbf{D}$  es la matriz de inversión que contiene los senos y cosenos, y  $\mathbf{z}$  es la matriz de los coeficientes ( $A_q$  y  $B_q$ ) que se busca resolver. Finalmente, una vez obtenido los coeficientes, se calcula la amplitud  $C_q$  y la fase  $\phi_q$  de cada componente especificada:

$$\begin{aligned} C_q &= (A_q^2 + B_q^2)^{1/2} \\ \phi_q &= \tan^{-1}(B_q/A_q) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones para la elección de la ventana de ajuste y de los constituyentes armónicos:

- Los periodos o frecuencias que se elijan deben tener una contribución significativa a la señal, es decir deben ser constituyentes armónicos dominantes.
- El tamaño de la ventana debe ser tal que permita tener una resolución adecuada, es decir una separación precisa de las frecuencias vecinas. La resolución en frecuencia está dada por:  $\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{N \cdot \Delta t}$ , donde  $f_s$  es la frecuencia de muestreo,  $\Delta t$  es el tiempo de muestreo, N es el número de muestras. Entonces se debe escoger un valor de N apropiado (un tamaño adecuado de ventana) para poder tener una separación adecuada de las frecuencias que se pretende estudiar (Conte et al., 2017).

Finalmente, la tabla 3.1 muestra un resumen de la comparación de las ventajas y desventajas de los métodos de análisis de Fourier, Wavelet y Mínimos cuadrados.



TABLA N° 3.1: Comparación de ventajas y desventajas de los métodos de análisis de Fourier, Wavelet y Mínimos Cuadrados.

Análisis	Ventajas	Desventajas
Fourier	<p>La FFT es un método rápido y preciso para una primera visualización de las componentes frecuenciales que predominan en la señal.</p> <p>La STFT permite analizar señales no estacionarias.</p>	<p>La FFT no permite analizar señales no estacionarias debido a que el espectro no tiene información temporal.</p> <p>La STFT no es óptima en la localización de señales no estacionarias. Debido a que usa un tamaño de ventana constante, no permite observar de manera óptima múltiples frecuencias no estacionarias que se presenten de manera simultánea.</p> <p>La FFT y la STFT requieren datos uniformemente muestreados y se ven afectados por datos faltantes.</p>
Wavelet	<p>La WT es óptima en la localización de señales no estacionarias, específicamente de frecuencias altas con rápidas variaciones y frecuencias bajas con lentas variaciones.</p>	<p>La WT requiere datos uniformemente muestreados y se ve afectado por datos faltantes.</p>
Mínimos Cuadrados	<p>No se ve afectado por datos faltantes y no requiere datos uniformemente muestreados.</p>	<p>Requiere se conozca a priori las frecuencias que tienen predominancia en la señal, aunque esto se puede obtener previamente a partir del análisis de Fourier y/o Wavelet.</p> <p>Al tomar un tamaño de ventana constante para analizar distintos periodos, pierde localización.</p>

## CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 4.1 Resultados y discusión de resultados

Se ha implementado los métodos de Análisis Wavelet y el método de Mínimos Cuadrados. En el primer caso se implementó la Transformada Wavelet Continua Normalizada mostrada en la expresión 3.18 y en el segundo caso, se resolvió el sistema lineal de la ecuación 3.23. Ambos métodos fueron implementados directamente usando el lenguaje de programación python 3.7.

A continuación se presenta los resultados y discusión de los mismos, así como los parámetros utilizados en la implementación de cada método.

#### 4.1.1 Variación mensual, estacional de las amplitudes de las mareas y ondas planetarias

La figura 4.1 muestra las amplitudes normalizadas (en unidades de m/s) obtenidas con el método de análisis wavelet para las componentes zonal y meridional, se ha promediado los espectros cada 5 km entre 80 y 100 km, y se está graficando los resultados desde noviembre 2020 hasta abril 2022 (2 años y medio). Se ha usado la wavelet Morlet con parámetro de frecuencia igual a 6, las escalas son potencias de 2, y el cálculo se realizó para cada altura y luego se promediaron cada 5 km. De los resultados de la figura 4.1 se observa:

- La presencia dominante de la marea solar diurna.
- Se observa también la presencia de marea solar semidiurna, terdiurna, ondas planetarias Q2D (48h) y otras de periodos mayores (cuasi-5 días, cuasi-10 días y cuasi-16 días).
- La componente zonal presenta mayor presencia en ondas planetarias que la componente meridional para periodos mayor a 2 días.

En este trabajo se estudia la climatología de las mareas solares 8, 12 y 24h y de la onda planetaria Q2D (48h), por lo que fue conveniente utilizar el método de ajuste por mínimos cuadrados a las componentes de periodos correspondientes (8, 12, 24 y 48h) y un valor constante o medio (viento de fondo). Para dicho ajuste se utilizó una ventana de 21 días x 1km, esto se realizó para cada altura entre 80 y 100 km, en pasos de tiempo de 30 minutos para el viento zonal y meridional. Se tomó una ventana de 21 días a fin de poder separar las contribuciones de la marea solar semidiurna de periodo 12 h y la marea lunar de periodo 12.42 h (Conte et al., 2017) (en los resultados no se está mostrando las amplitudes de la marea lunar).

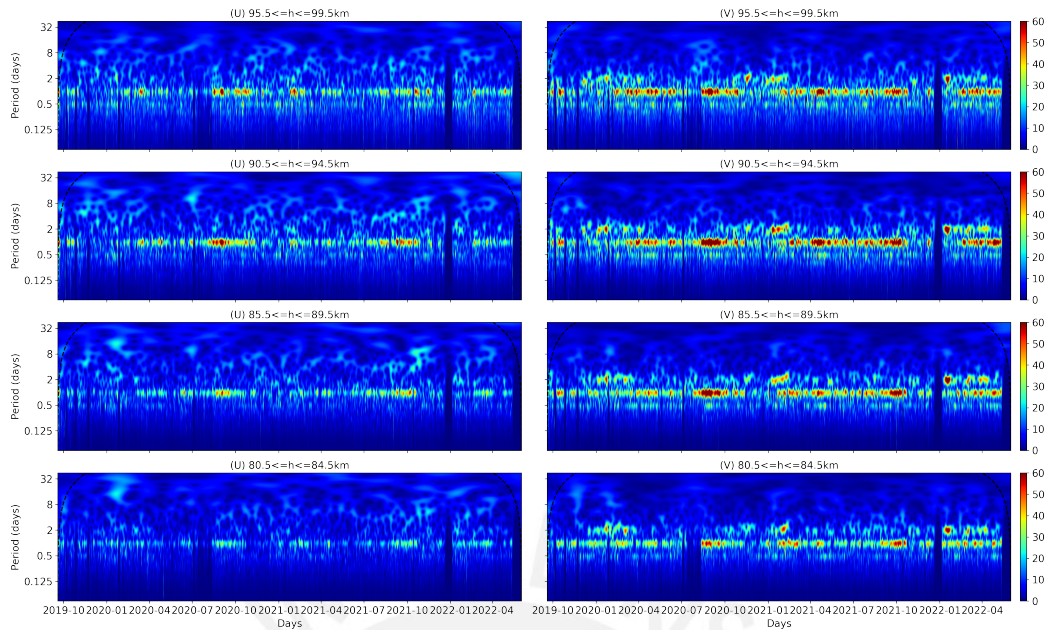


FIGURA N° 4.1: Transformada wavelet para rangos entre 80 y 100 km del viento zonal (U) y meridional (V) desde noviembre 2019 hasta abril 2022.

La figura 4.2 muestra el viento medio en la primera fila y las amplitudes obtenidas de los distintos periodos para la componente zonal (columna izquierda), meridional (al medio) y el módulo (columna derecha). El módulo ha sido obtenido como la raíz cuadrada de la amplitud de la componente zonal y meridional.

Para obtener la climatología (comportamiento general en un año) de las ondas atmosféricas de interés, se procedió a promediar anualmente las amplitudes de cada componente zonal y meridional (los 2 años y medio de datos). El resultado de dicho promedio anual, llamado año compuesto, se muestra en la figura 4.3. Además, se ha obtenido la desviación estándar de los valores usados en el cálculo del año compuesto (ver figura 4.4), para este cálculo se ha usado el estimador no sesgado de la desviación estándar (es decir en el denominador se considera  $N-1$  en lugar de  $N$ , donde  $N$  es el número de elementos usados en el cálculo de la desviación estándar).

A continuación, se describe la climatología de los datos observados (a partir de las figuras 4.3 y 4.4):

- **En general:**

- La marea de 24 horas es la más intensa.
- La componente meridional es más intensa que la componente zonal.

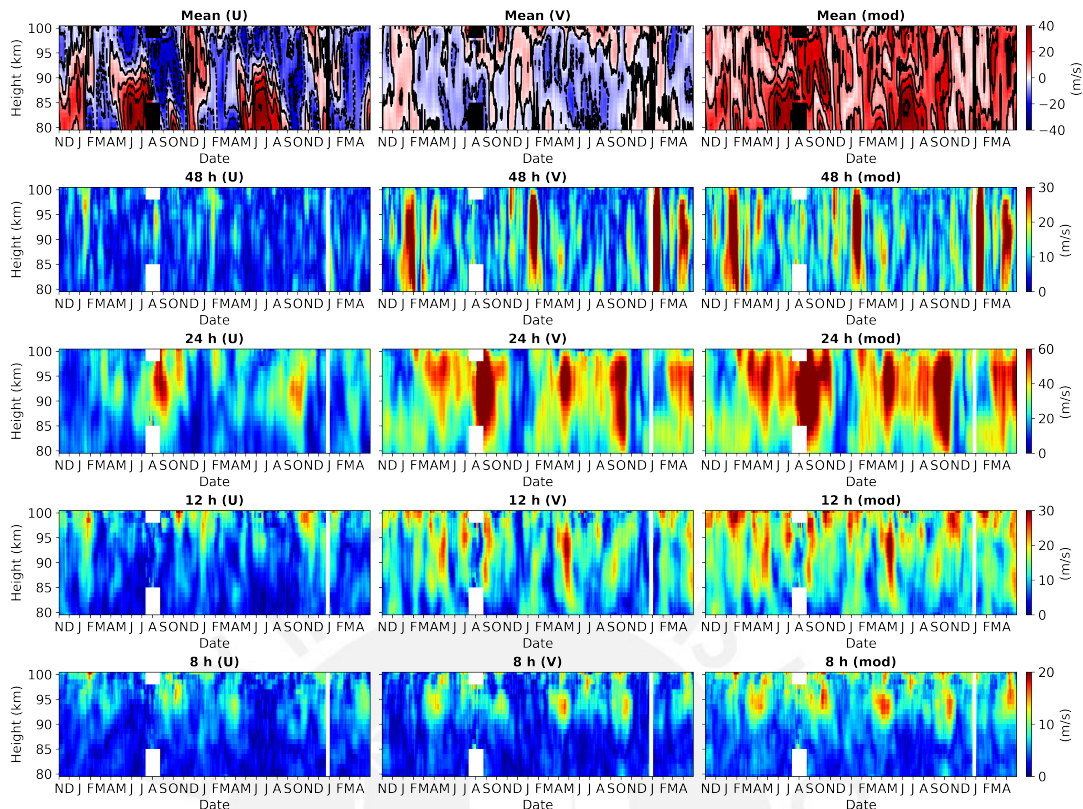


FIGURA N° 4.2: Viento medio y amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos al aplicar el método de mínimos cuadrados con una ventana de 21 días para vientos zonal y meridional entre noviembre del 2019 y abril del 2022.

• **Viento medio zonal:**

- Un periodo cuasi-semesteral es observado debajo de 90km. Un periodo cuasi-anual es observado arriba de 90km.
- El viento medio más intenso hacia el este (35 m/s) ocurrió durante el mes de junio entre 80 y 86 km, posiblemente relacionado al solsticio de invierno (junio 21).
- Los vientos desde mediados de abril hasta inicios de agosto y entre 80 y 90 km son principalmente hacia el este, y para este mismo periodo, entre 90 y 100 km son principalmente hacia el oeste.
- Los vientos en noviembre y diciembre entre 80 y 100 km son principalmente hacia el este. Además, en febrero y marzo para este mismo rango de alturas, los vientos son hacia el oeste.
- En septiembre y octubre entre 80 y 100 km, los vientos son principalmente hacia el oeste, sin embargo, para regiones menores a 85 km se presenta una región de vientos hacia el este. Esta región, en el tiempo observado ha presentado una considerable variabilidad (entre el 15 de

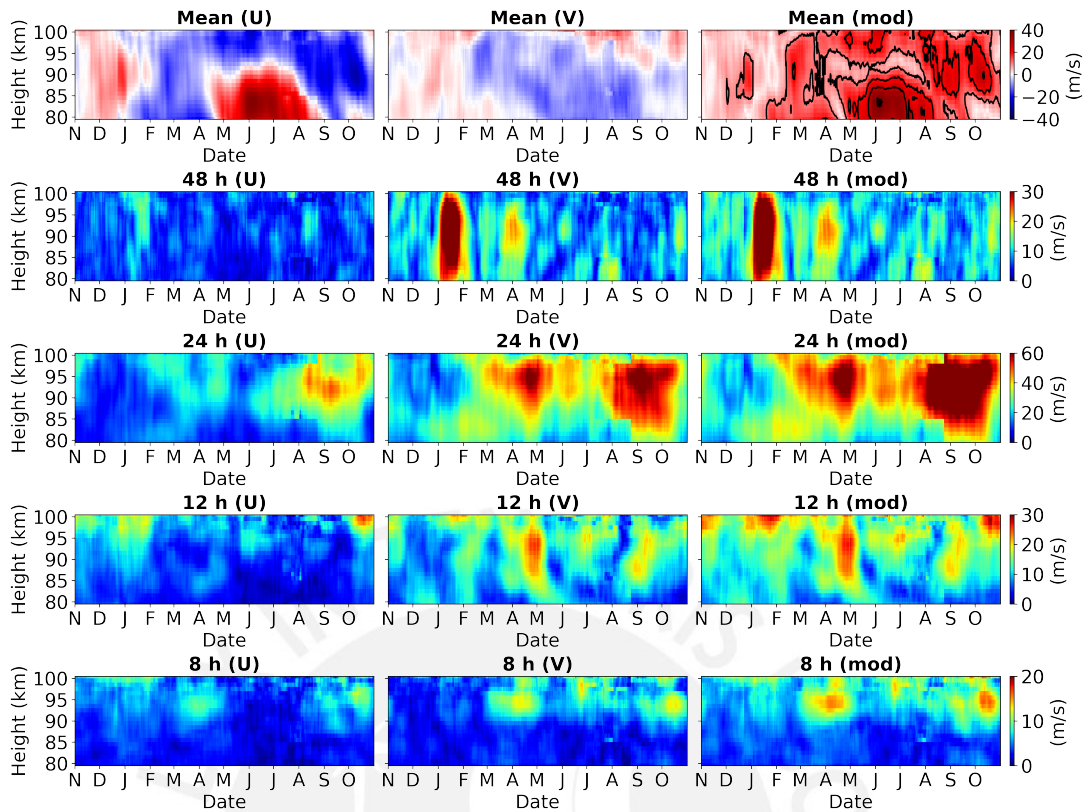


FIGURA N° 4.3: Año compuesto de el viento medio y las amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos a partir del promedio anual de las amplitudes de la figura 4.2.

septiembre y el 15 de octubre) (ver desviación estándar en figura 4.4) lo cual es indicio que pueden haber procesos que ocurren antes o después de lo esperado por la climatología.

- **Viento medio meridional:**

- Un periodo cuasi-anual es observado.
- Para los meses de noviembre, diciembre y enero, para alturas entre 80-100 km, los vientos fueron principalmente hacia el norte. Para el resto de meses, los vientos fueron principalmente hacia el sur, excepto para alturas entre 92 y 100 km en los meses de julio, agosto, septiembre y octubre donde los vientos fueron principalmente hacia el norte.

- **Onda planetaria Q2D:**

- Alcanza la máxima intensidad en los meses de verano local (principalmente enero) entre 80 y 100 km.
- Para la componente meridional, alcanza un segundo pico de intensidad desde el 15 de marzo al 15 de abril entre 86 y 96 km.

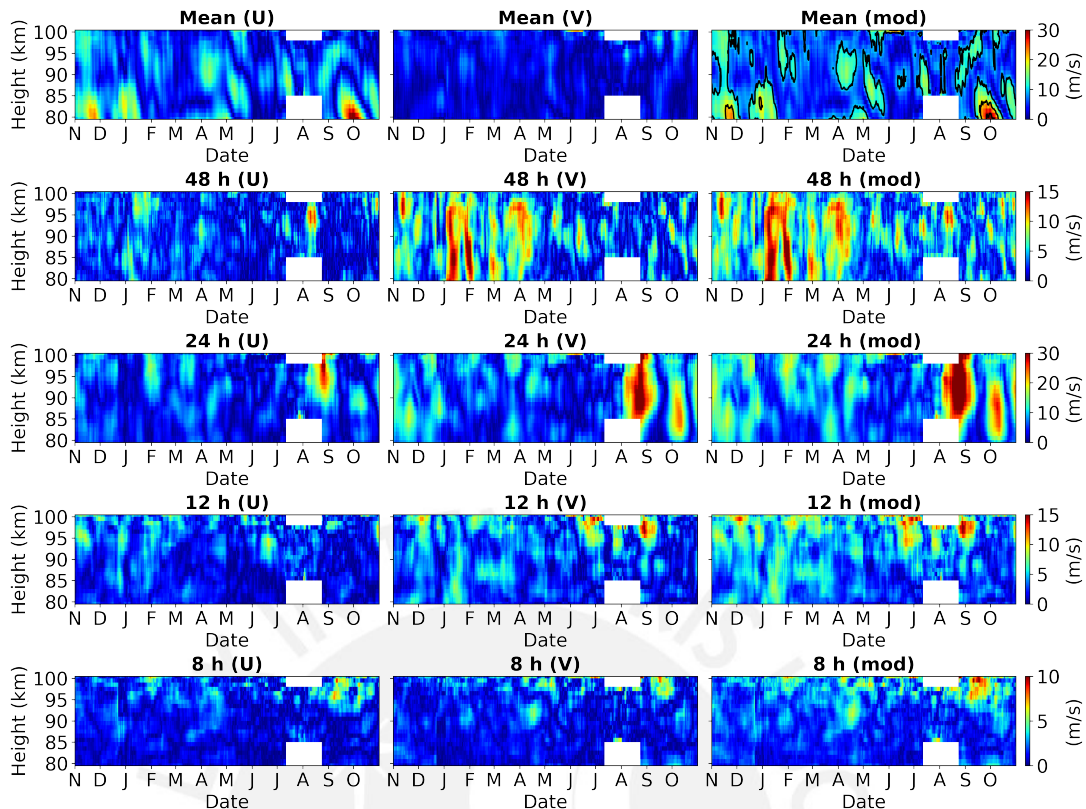


FIGURA N° 4.4: Desviación estándar de los valores usados para el cálculo del año compuesto (de las amplitudes) de la figura 4.3.

- La mayor parte de la contribución viene de la componente meridional y es casi nulo el aporte de la componente zonal.

- **Marea solar 24h:**

- Para la componente zonal y meridional, se alcanza la máxima intensidad entre agosto y septiembre entre 83 y 99 km, y se tuvo un segundo pico en abril entre 85 y 99km (para la componente meridional). Notar que en agosto y primeros días de octubre se presenta un alto valor de desviación estándar (figura 4.4), esto es debido a que en los dos años considerados el incremento de amplitud en un caso inició antes que en el otro.
- El mínimo de amplitud ocurre en noviembre y diciembre. Incluso, las amplitudes del módulo en algunas regiones llegan a ser menores por encima de 85 km que debajo de dicha altura.

- **Marea solar 12h:**

- Para la componente meridional, el máximo de amplitud ocurre desde la quincena de abril hasta los primeros días de mayo entre 85 y 97 km. Para ese mismo rango de alturas se observa un segundo incremento desde

el 15 de agosto al 15 de septiembre.

- Para la componente zonal, se observa un máximo en octubre entre 95 y 100 km, en este caso la componente zonal resulta mayor que la meridional. Se observa también otro incremento en enero entre 95 y 100 km.

- **Marea solar 8h:**

- Para la componente zonal y meridional, se observó incrementos de amplitud por arriba de 90 km.
- Los máximos valores alcanzados en la componente meridional (y el módulo) ocurre entre marzo y abril, así como en octubre. Estos máximos posiblemente relacionados a los equinoccios de otoño (marzo 20) y primavera (septiembre 22).

#### 4.1.2 Proporción de amplitudes

La figura 4.5 muestra el ratio o la proporción que existe entre las amplitudes de la onda planetaria Q2D respecto a la marea solar diurna (primera fila), y la proporción que existe entre las amplitudes de la marea solar semidiurna respecto a la marea solar diurna (segunda fila). La comparación se realiza para la componente zonal (primera columna) y meridional (segunda columna).

La figura 4.6 muestra el ratio o la proporción que existe entre las amplitudes de las componentes zonal vs meridional (U/V).

De los resultados de las figuras 4.5 se observa (para amplitudes mayores a 10 m/s):

- La proporción entre amplitudes de la componente meridional de la Q2D respecto a la marea 24h está entre 1 y 3.5, esto ocurrió en enero para alturas entre 83 y 100 km.
- La proporción entre amplitudes de la componente zonal de la marea 12h respecto a la marea 24h está entre 1 y 2.5, esto ocurrió en diciembre y primeros días de enero para alturas entre 88 y 100 km.

De los resultados de las figuras 4.6 se observa (para amplitudes mayores a 8 m/s):

- La proporción entre amplitudes de la componente zonal respecto a la meridional de la marea 12h está entre 1 y 2.5 para los meses de diciembre y enero entre 85 y 100 km. También se observa una proporción entre 1 y 2.5 en el mes de octubre para alturas entre 95 y 100 km.
- La proporción entre amplitudes de la componente zonal respecto a la meridional de la marea 24h está entre 1 y 2 para los días desde el 15 de octubre hasta el fin de noviembre entre 93 y 100 km.

Estas proporciones mayores a uno, que reflejan un comportamiento no esperado (se espera que la marea 24h sea la más intensa y que la componente meridional sea mayor a la zonal), pueden resultar casos interesantes de estudio.

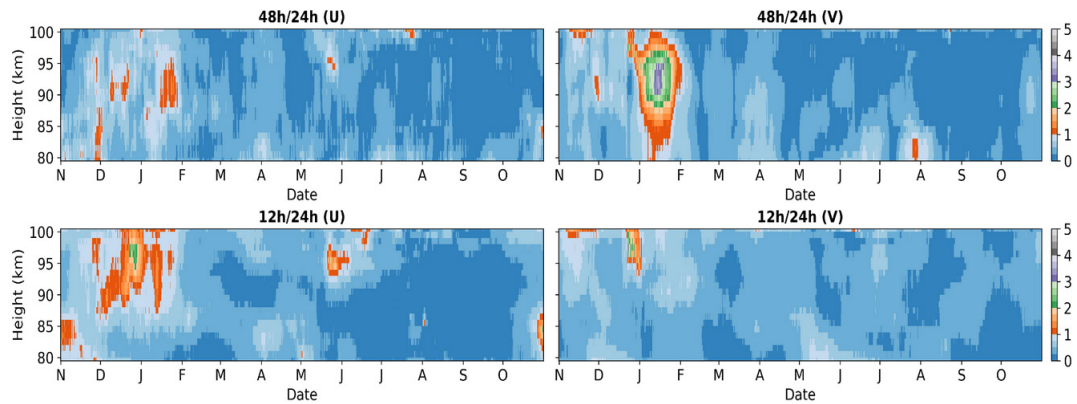


FIGURA N° 4.5: Proporción de amplitudes respecto a la amplitud de la marea de 24h.

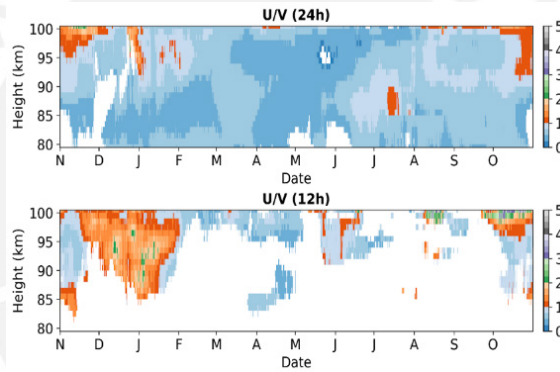


FIGURA N° 4.6: Proporción de amplitudes de las componentes zonal vs meridional (U/V) para las mareas de 24h y 12h.

#### 4.1.3 Variación mensual de las fases y longitud de onda vertical de las mareas

La figura 4.7 muestra el promedio de los perfiles de amplitud de cada mes del año compuesto para la componente zonal (a) y meridional (b) de la marea 24h. El contorno izquierdo (derecho) de cada franja marca el mínimo (máximo) valor de amplitud del mes para su respectiva altura. De igual forma, la figura 4.8 muestra el promedio de los perfiles de fase. A partir de la pendiente de estos perfiles de fase, se obtuvo la pendiente y se calculó la longitud de onda vertical ( $\lambda_z$ ) para la marea 24h de la componente zonal y meridional (ver figura 4.9).

De los resultados de las figuras 4.8 y 4.9 se observa:

- Usualmente los perfiles de fase muestran una marea 24h con comportamiento decreciente en altura lo cual indica propagación vertical y ascendente.



- En general, valores similares de la longitud de onda vertical fueron obtenidos para las componentes zonal y meridional. Estos estuvieron entre 18 y 32 km.

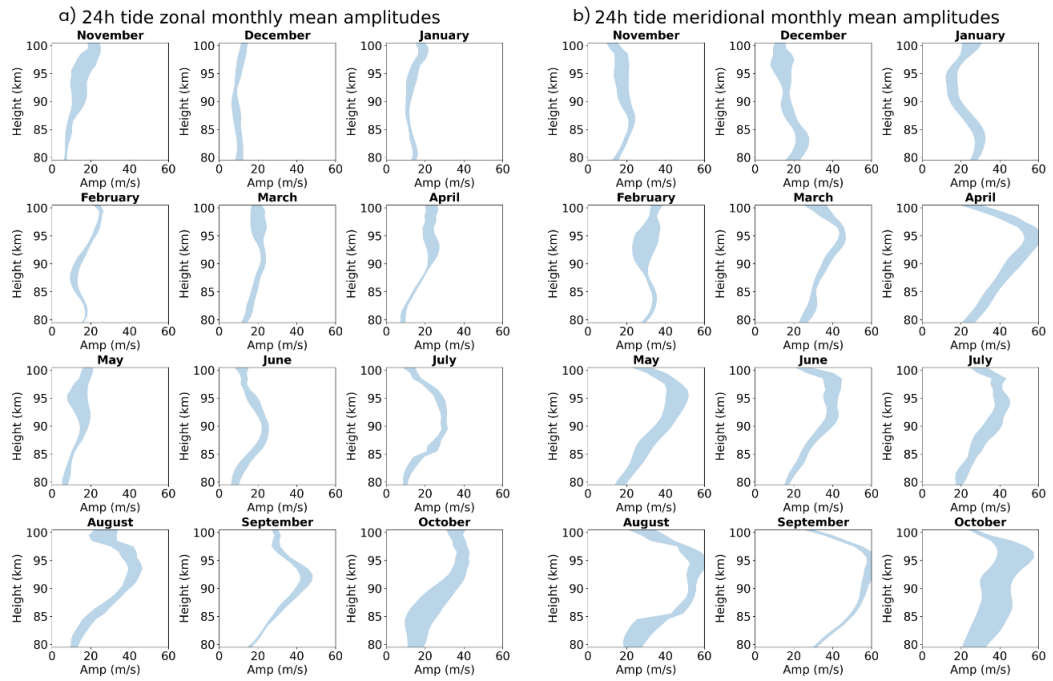


FIGURA N° 4.7: Perfiles de amplitud mensual de la marea de 24h del año compuesto a) zonal y b) meridional.

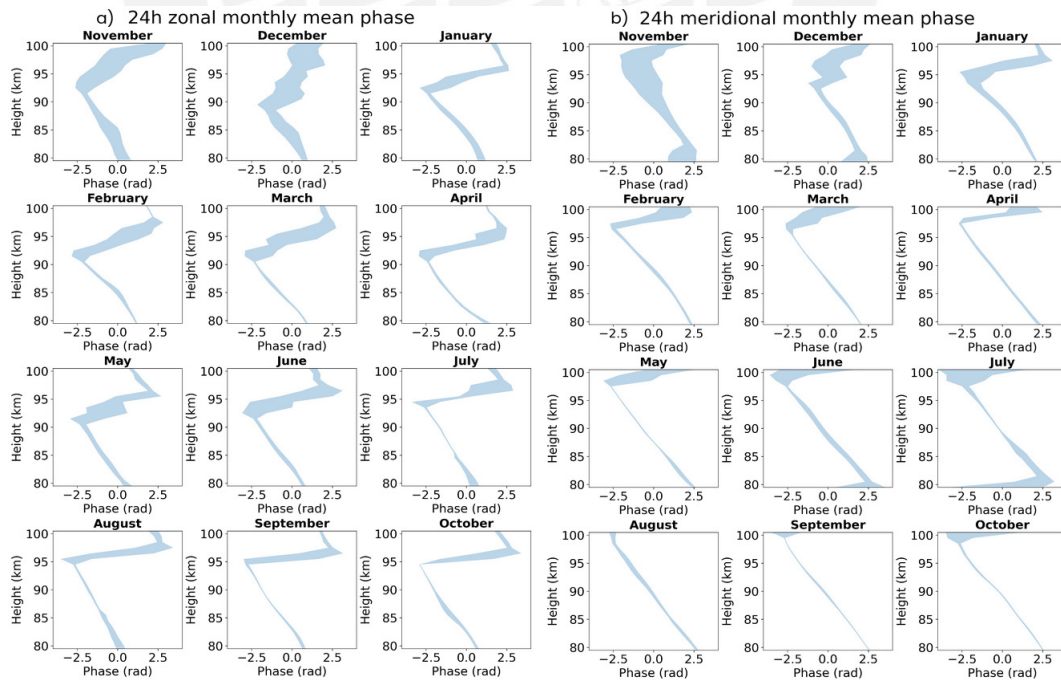


FIGURA N° 4.8: Perfiles de fase mensual de la marea de 24h del año compuesto a) zonal y b) meridional.

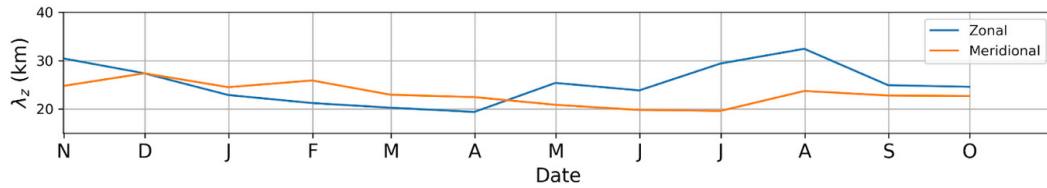


FIGURA N° 4.9: Longitud de onda vertical para marea diurna zonal y meridional.

#### 4.1.4 Variabilidad a corto plazo de las amplitudes de la marea de 24h

Con el objetivo de analizar la variabilidad a corto plazo de las amplitudes de la marea 24h, se procedió a realizar el ajuste por mínimos cuadrados para los vientos zonales y meridionales con una ventana de 4 días (en pasos de 30 minutos). El resultado se muestra en la figura 4.10. Luego se seleccionó la serie de tiempo a 90 km y se procedió a realizar el análisis wavelet para obtener los periodos que se han estado acoplando (o modulando) a la marea de 24h. La figura 4.11 (figura 4.12) muestra el resultado aplicado a la amplitud a 90 km de la componente zonal (meridional).

Las observaciones muestran:

- Para las amplitudes de la componente zonal 24h: Se observa la presencia de periodos de 3 días, 8-12 días, 13-16 días y 18-22 días.
- Para las amplitudes de la componente meridional 24h: Se observa la presencia de periodos 3 días, 6-9 días, 11-16 días y 18-22 días.

#### 4.1.5 Comparación de resultados obtenidos con el método de mínimos cuadrados y análisis wavelet

A partir de la amplitud normalizada de la transformada wavelet obtenida con la expresión 3.18, la cual fue obtenida para cada altura (desde 80 a 100 km en pasos de 1 km), se construyó un gráfico similar a los resultados presentados por el método de mínimos cuadrados, para esto se seleccionó la fila correspondiente al periodo más cercano a los periodos de interés (48, 24, 12, y 8h). La primera y segunda columna de la figura 4.13 muestra los resultados de las amplitudes zonal y meridional obtenidas con el método de mínimos cuadrados (ventana 21 días) para la onda planetaria Q2D, y mareas 24, 12 y 8h. La tercera y cuarta columna muestra las amplitudes normalizadas (considerando el ancho de la gaussiana de la wavelet madre Morlet  $\sigma = 4$ ) de la transformada wavelet. Los resultados se muestran para dos años de datos (2020 - 2021).

Se observa que esta aproximación a partir de la transformada wavelet permite obtener resultados muy similares a los dados por el método de mínimos cuadrados.

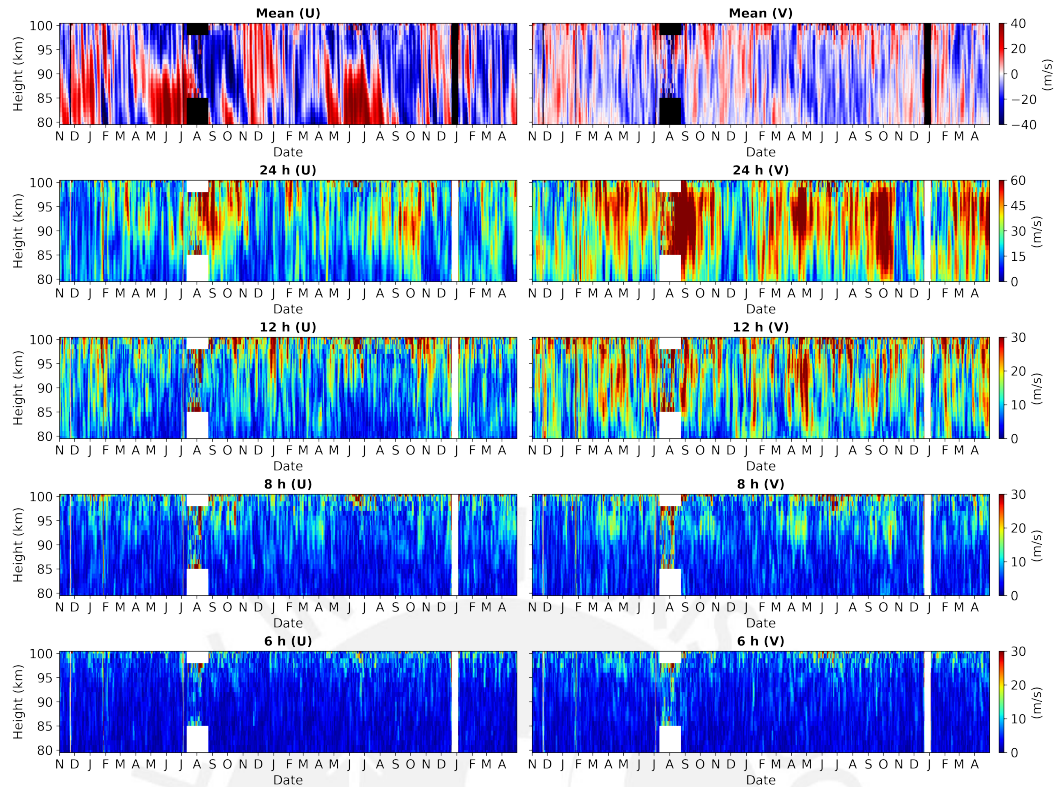


FIGURA N° 4.10: Amplitudes de las componentes de 24, 12, 8 y 6h obtenidos al aplicar el método de mínimos cuadrados con una ventana de 4 días.

Para las componentes Q2D PW y para la marea 24h, los resultados de ambos métodos son prácticamente los mismos, ya que para estos periodos (48 y 24 h) la ventana de ajuste para mínimos cuadrados (21 días) está en el mismo orden que el ancho total de la gaussiana  $((2\sigma) * escala_{dis})$  que envuelve a la wavelet escalada correspondiente. Para las componentes de 12 y 8 horas, los resultados también son muy similares, salvo la resolución temporal; en el caso del análisis wavelet se tiene una mejor resolución mientras que en mínimos cuadrados se ve un mayor suavizado, esto es de esperarse ya que para periodos menores, la wavelet escalada correspondiente tiene una menor escala y por tanto un menor ancho total de su gaussiana.

La aproximación obtenida por el análisis wavelet también tiene la ventaja en ahorro de tiempo significativo en el procesamiento, ya que el cálculo se puede realizar a partir de distintas FFT; mientras que el método de mínimos cuadrados, requiere de resolver múltiples problemas de inversión. Por otro lado, esta aproximación de análisis wavelet también permite reconstruir de forma directa distintos periodos (o frecuencias) ya que este método lo entrega directamente, en cambio en mínimos cuadrados se tiene que definir y conocer previamente los periodos a ajustar.

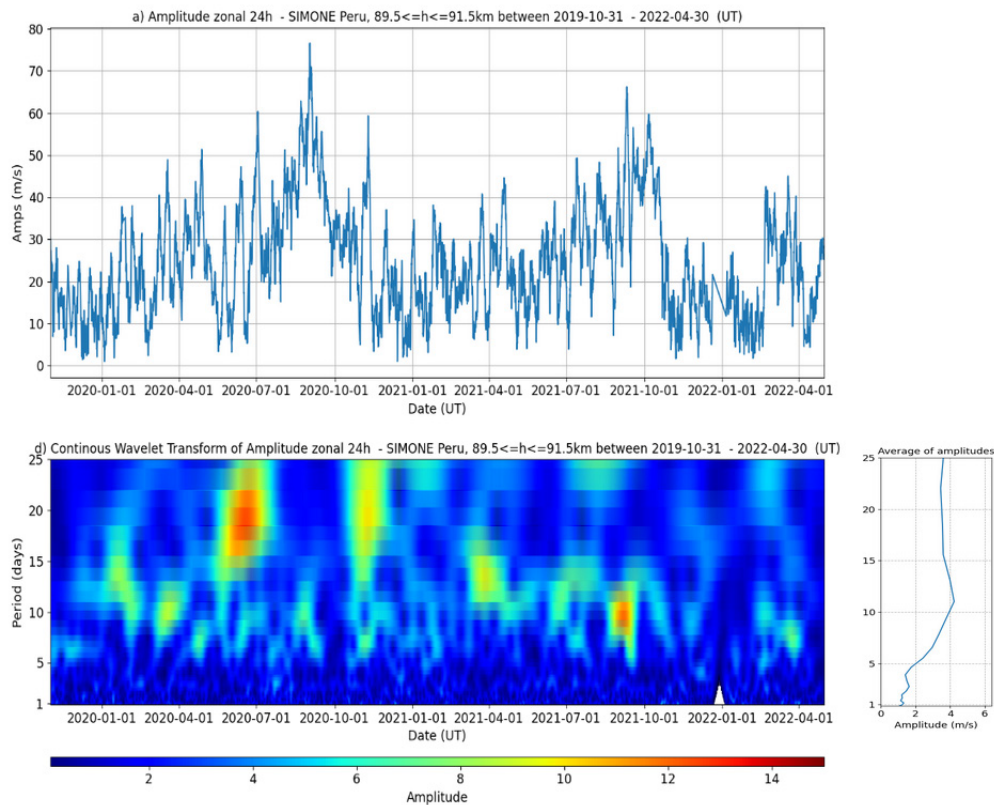


FIGURA N° 4.11: CWT para amplitudes de la componente zonal de la marea 24h a 90 km de altura.

#### 4.1.5.1 Algunos comentarios sobre la equivalencia entre los métodos mínimos cuadrados y análisis wavelet

El método de mínimos cuadrados tal como se ha planteado en el capítulo de metodología equivale a realizar el siguiente procedimiento:

1. Obtener una nueva serie temporal obtenida al realizar la multiplicación de la serie temporal de los datos con una función ventana rectangular (con máximo valor igual a 1 y mínimo valor igual a 0) y cuyo ancho sea igual a 21 días.
2. Obtener el espectro (módulo) de la transformada de Fourier de la nueva serie temporal, esta transformada de Fourier puede ser obtenida directamente o por el teorema de convolución, se podría obtener como la convolución de las transformadas de Fourier de la serie de tiempo de datos con la transformada de Fourier de la función rectangular, es decir la función sinc.
3. Finalmente, de acuerdo a las frecuencias ajustadas habría que buscar la amplitud correspondiente en el espectro de Fourier de la nueva serie temporal, y este valor sería equivalente a lo que se obtiene con el método de mínimos cuadrados.

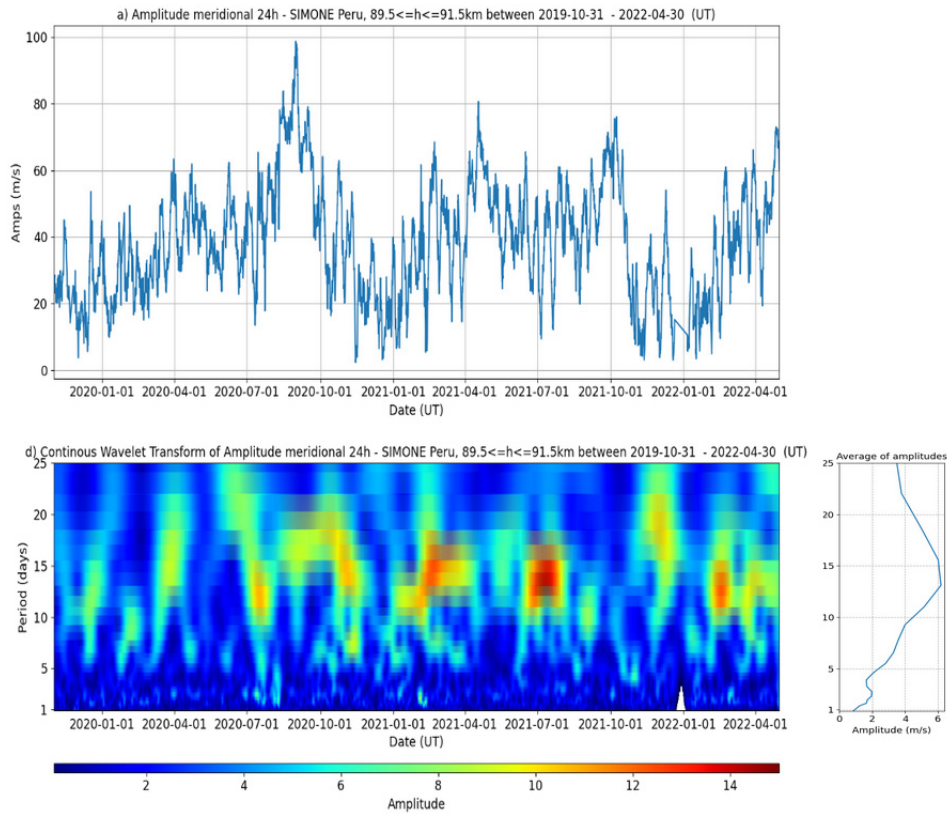


FIGURA N° 4.12: para amplitudes de la componente meridional de la marea 24h a 90 km de altura.

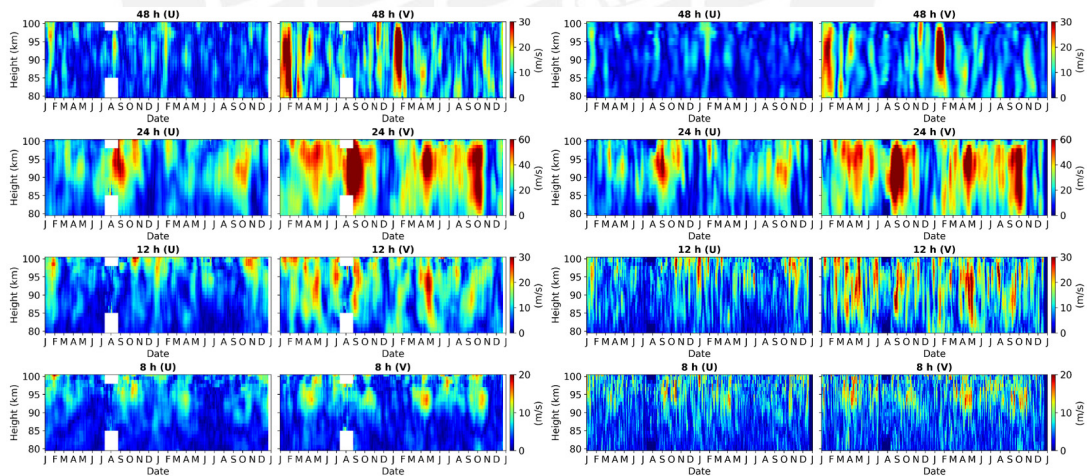


FIGURA N° 4.13: Comparación de amplitudes obtenidas con método de ajuste por mínimos cuadrados vs amplitudes normalizadas obtenidas con la transformada wavelet).

- Es importante elegir un adecuado ancho de ventana porque este define la distancia entre el máximo central y los siguientes máximos de la función sinc, entonces se debe evitar que algún máximo coincida con una componente frecuencial de amplitud considerable que durante la convolución podría reali-

zar un aporte significativo (contaminación) a la componente central (máximo central) de la que se busca obtener su amplitud.

El método de análisis wavelet tal como se ha planteado en el capítulo de metodología equivale a realizar el siguiente procedimiento:

1. Convolucionar la serie temporal de los datos con la wavelet escalada.
2. El módulo de esta señal resultado de la convolución viene a ser la amplitud de la transformada wavelet a lo largo del tiempo (para una frecuencia que depende de la escala de la wavelet).
3. En el dominio de la frecuencia, la transformada de Fourier de esta señal que proviene de la convolución, vendría a ser el producto de la transformada de Fourier de la señal de datos con la transformada de Fourier de la wavelet escalada (tiene forma de gaussiana). Entonces, se puede considerar a la transformada wavelet como un filtro pasabanda.

#### 4.1.6 Comparación con datos de modelo WACCM-X

La figura 4.14 muestra los años compuestos del viento medio y de las amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos a partir de datos desde el 2010 al 2020 del modelo WACCM-X. La comparación de la climatología obtenida entre las observaciones del radar SIMONE (figura 4.3) y los datos del modelo WACCM-X (figura 4.14) muestran:

- Las observaciones muestran mayores amplitudes que el modelo.
- Las observaciones muestran que la onda planetaria Q2D tiene el máximo módulo en meses de verano local (principalmente en enero), mientras que el modelo muestra máximas amplitudes en los meses de verano local (enero) y además en meses de invierno local (en los primeros días de junio y julio).
- Para la componente meridional, las observaciones muestran que la marea 24h tiene el principal máximo de intensidad entre agosto y septiembre, y un segundo pico en abril, pero el modelo muestra dos picos máximos similares, el primero entre agosto y septiembre y el segundo entre febrero y abril. Para la componente zonal, las observaciones muestran un pico en agosto y septiembre por arriba de 88 km, mientras que el modelo muestra dos picos similares en agosto-septiembre y en marzo-abril por encima de 95 km.
- Para la componente meridional, las observaciones muestran que la marea 12 horas tiene su máxima amplitud en abril-mayo; mientras que el modelo muestra tres picos de amplitud, el primero en enero-febrero, el segundo en

abril-mayo y el tercero en septiembre. Para la componente zonal, las observaciones muestran un pico en octubre por arriba de 95 km y el modelo muestra un pico en septiembre por arriba de 95 km.

- Para la componente meridional, las observaciones muestran que la marea 8h tiene incrementos de amplitud en marzo-abril y en octubre, mientras que el modelo muestra un máximo en marzo-abril y otro incremento en septiembre. Para la componente zonal, las observaciones muestran incrementos en octubre, en marzo-abril y en diciembre-enero (por encima de 97 km), mientras que el modelo muestra un máximo en diciembre-enero, y otros incrementos en marzo-abril y septiembre-octubre (por arriba de 95 km).
- El modelo y las observaciones no tienen similitud en su componente de viento medio meridional y se parecen parcialmente bien en la componente del viento medio zonal.
- Para las mareas del modelo se observan amplitudes que crecen con altura, esto no es necesariamente así en las observaciones.
- Como promedio, las correlaciones (la proporción de amplitudes) entre las observaciones y el modelo son 0.27 (1.8) para la componente zonal y 0.27 (2.0) para la componente meridional. En la tabla 4.1 se muestran las correlaciones y proporciones para cada componente. Para complementar el resultado de la correlación, la figura 4.16 muestra un gráfico de las amplitudes obtenidas con simone vs el modelo, aparentemente la correlación disminuye con el incremento de la altura (se tiene mayor dispersión).
- En la tabla 4.2 se muestra la máxima correlación positiva de pearson y entre paréntesis se muestra el desplazamiento en altura (h) realizado para obtener la máxima correlación entre las observaciones y el modelo, además para complementar la comparación se muestra la proporción entre las amplitudes de las observaciones respecto al modelo para cada componente. El símbolo (>) en la tabla indica que si se siguiera desplazando el modelo, seguiría aumentando la correlación.

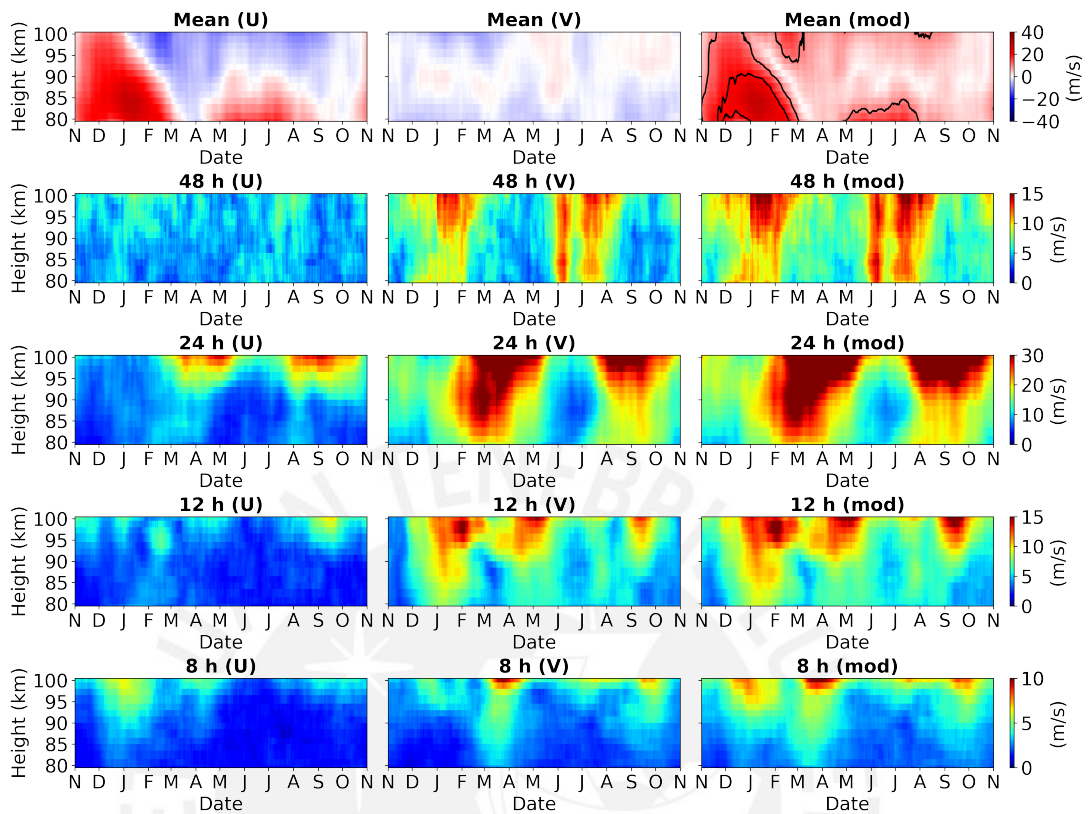


FIGURA N° 4.14: Año compuesto del viento medio y de las amplitudes de las componentes de 48, 24, 12 y 8h obtenidos a partir de datos (2010-2020) del modelo WACCM-X.

TABLA N° 4.1: Promedio de correlaciones por altura y proporciones de amplitudes entre las observaciones de SIMONE y el modelo WACCM-X.

	Zonal		Meridional	
	Correlación	Proporción	Correlación	Proporción
Viento de fondo	0.44	1.4	0.10	3.0
Q2D PW	0.05	1.3	0.30	1.7
Marea 24h	0.43	2.1	0.41	1.9
Marea 12h	-0.02	2.2	0.19	1.7
Marea 8h	0.46	1.9	0.36	1.7



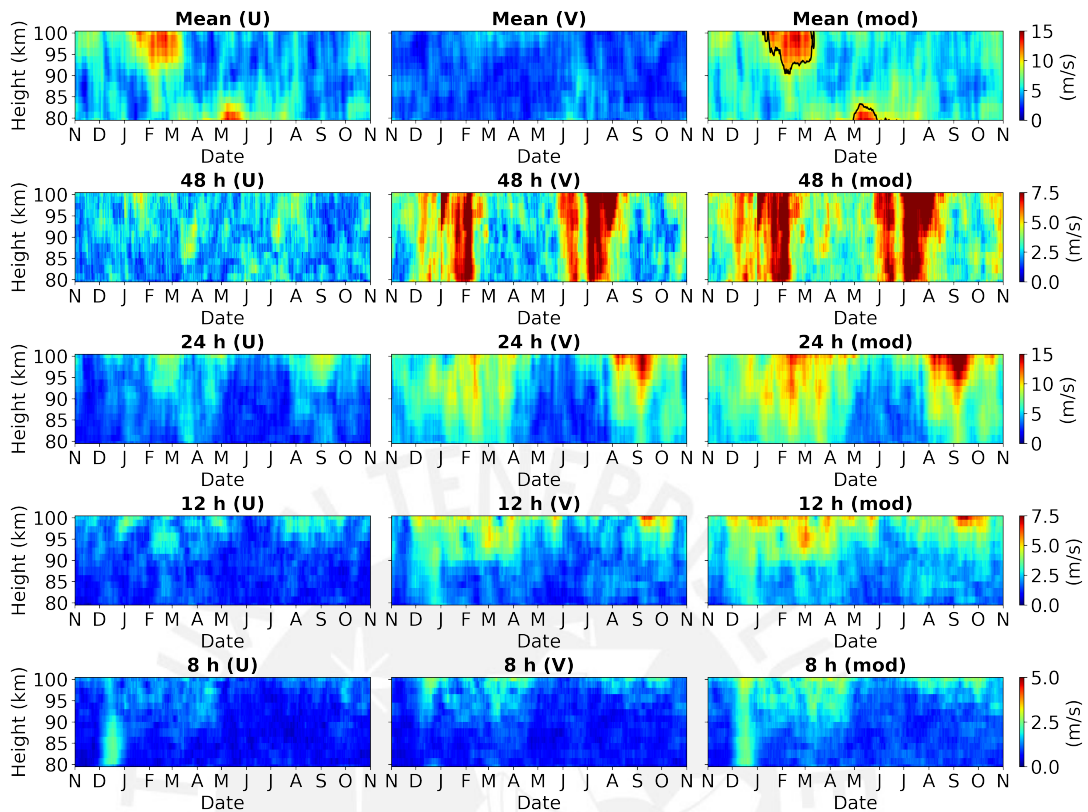


FIGURA N° 4.15: Desviación estándar de los valores usados para el cálculo del año compuesto (de las amplitudes) de la figura 4.14.

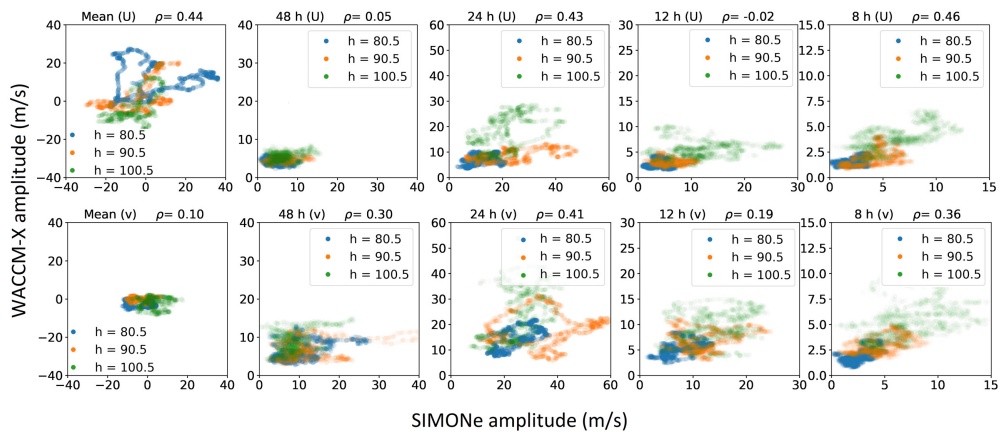


FIGURA N° 4.16: Correlación promedio y gráfico de dispersión por alturas de las amplitudes del viento medio, Q2D y mareas 24, 12 y 8 h de SIMONE vs WACCM-X para las componentes zonal (U) y meridional (V).

TABLA N° 4.2: Máximo promedio de correlaciones por altura y proporciones de amplitudes entre las observaciones de SIMONe y el modelo WACCM-X para un desplazamiento 'h'. 'h' indica el desplazamiento en altura usado para conseguir la más alta correlación.

	Zonal		Meridional	
	Correlación	Proporción	Correlación	Proporción
Viento de fondo	0.44 (h = 0 km)	1.4	0.14 (h = 1 km)	3.2
Q2D PW	0.26 (h = 10 km)	1.1	0.42 (h >14 km)	1.5
Marea 24h	0.65 (h = 8 km)	1.6	0.60 (h = 12 km)	1.4
Marea 12h	0.19 (h = 12 km)	1.1	>0.49 (h >14 km)	1.1
Marea 8h	>0.68 (h >14 km)	0.8	0.45 (h = 9 km)	0.9

## CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

1. Se ha obtenido la climatología del viento de fondo y de las mareas atmosféricas solares (de periodos 8, 12 y 24 horas) y onda planetaria Q2D (cuasi-dos días) en la región MLT a partir de los vientos medidos con la red de radares SIMONe Perú (Jicamarca). En general, la marea 24h es la más intensa, y la componente meridional es más intensa que la componente zonal. La onda planetaria Q2D alcanza su máxima intensidad en los meses de verano local, principalmente en enero (80-100 km) y un segundo pico entre el 15 de marzo y el 15 de abril (86-96 km). La marea 24h alcanza su máxima intensidad entre agosto y septiembre (83-99 km), y un segundo pico en abril (85-99 km). El mínimo de intensidad ocurre en noviembre y diciembre. Para la componente meridional de la marea 12 h, la máxima amplitud ocurre entre la quincena de abril hasta los primeros días de mayo (85-97 km). Para la componente zonal de la marea 12h, un máximo es observado en octubre (95-100 km), además un incremento de amplitud es observado en enero (90-100 km). Para las componentes zonal y meridional de la marea de 8h, se observaron incrementos por encima de los 90 km. El máximo valor alcanzado en la componente meridional ocurre entre marzo y abril, así como en octubre, posiblemente relacionados con los equinoccios. La componente zonal del viento de fondo muestra un periodo cuasi-semestral (cuasi-anual) por debajo (arriba) de 90km. Un periodo cuasi-anual es observado en el viento de fondo meridional. El viento de fondo zonal más intenso hacia el este ocurrió durante el mes de junio (80-86 km), posiblemente relacionado al solsticio de invierno.
2. Se ha comparado la climatología observacional con una climatología obtenida con el modelo de circulación general WACCM-X. En esta comparación, en general se encontró una correlación baja positiva. En promedio, se tiene una correlación de 0.27 para la componente zonal y 0.27 para la componente meridional. Las mayores correlaciones se alcanzaron para las componentes zonal y meridional de las marea 24h, y para la componente zonal de la marea 8h y del viento medio. Por otro lado, la menor correlación se obtuvo para la componente zonal de la onda planetaria Q2D y de la marea 12h. Las observaciones muestran mayores amplitudes que el modelo, en promedio se tiene una proporción 1.8 para la componente zonal y 2.0 para la componente meridional (ver tabla 4.1 para obtener más detalles).
3. Se han programado los métodos de análisis wavelet y mínimos cuadrados usando python 3.7, se han obtenido resultados muy similares con ambos métodos. Se ha evaluado las ventajas y desventajas de estos métodos. Mínimos cuadrados requiere conocer previamente las componentes armónicas domi-

nantes y puede lidiar con los datos faltantes. Análisis wavelet permite obtener de una forma localizada la variabilidad de todas sus componentes armónicas, además tiene un menor tiempo de procesamiento respecto a mínimos cuadrados, aunque se puede ver afectado por la data faltante.

4. Como trabajo futuro se plantea obtener la climatología de otras latitudes donde se tenga instalado sistemas SIMONe como por ejemplo SIMONe Piura. Además, estudiar los residuos del viento luego de extraer la contribución de las mareas y ondas planetarias.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arfken, G. B., y Weber, H. J. (2005). *Mathematical methods for physicists 6th ed. Mathematical methods for physicists 6th ed. by George B. Arfken and Hans J. Weber. Published: Amsterdam; Boston: Elsevier.*
- Chapman, S., y Lindzen, R. (1970). *Atmospheric tides, 200 pp. D. Reidel, Norwell, Mass.*
- Chau, J. L., Urco, J. M., Vierinen, J., Harding, B. J., Clahsen, M., Pfeffer, N., ... Erickson, P. J. (2021). Multistatic specular meteor radar network in peru: System description and initial results. *Earth and Space Science, 8(1)*, e2020EA001293.
- Chau, J. L., Urco, J. M., Vierinen, J. P., Volz, R. A., Clahsen, M., Pfeffer, N., y Trautner, J. (2019). Novel specular meteor radar systems using coherent mimo techniques to study the mesosphere and lower thermosphere. *Atmospheric Measurement Techniques, 12(4)*, 2113–2127.
- Chen, C., y Chu, X. (2017). Two-dimensional morlet wavelet transform and its application to wave recognition methodology of automatically extracting two-dimensional wave packets from lidar observations in antarctica. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 162*, 28–47.
- Conte, J. F., Chau, J. L., Stober, G., Pedatella, N., Maute, A., Hoffmann, P., ... Murphy, D. J. (2017). Climatology of semidiurnal lunar and solar tides at middle and high latitudes: Interhemispheric comparison. *Journal of Geophysical Research: Space Physics, 122(7)*, 7750–7760.
- Cooley, J. W., y Tukey, J. W. (1965). An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation, 19(90)*, 297–301.
- Forbes, J. M. (1995). Tidal and planetary waves. *The Upper Mesosphere and Lower Thermosphere: A Review of Experiment and Theory, Geophys. Monogr. Ser., 87*, 67–87.
- Frigo, M., y Johnson, S. G. (1997). *The fastest fourier transform in the west* (Inf. Téc.). MASSACHUSETTS INST OF TECH CAMBRIDGE.
- Frigo, M., y Johnson, S. G. (1998). Fftw: An adaptive software architecture for the fft. En *Proceedings of the 1998 ieee international conference on acoustics, speech and signal processing, icassp'98 (cat. no. 98ch36181)* (Vol. 3, pp. 1381–1384).
- Gao, R. X., y Yan, R. (2010). *Wavelets: Theory and applications for manufacturing.* Springer Science & Business Media.

- He, M., Chau, J. L., Forbes, J. M., Zhang, X., Englert, C. R., Harding, B. J., ... others (2021). Quasi-2-day wave in low-latitude atmospheric winds as viewed from the ground and space during january–march, 2020. *Geophysical Research Letters*, 48(13), e2021GL093466.
- Holton, J. (1975). The dynamic meteorology of the stratosphere and mesosphere. *Meteor. Monogr.*
- Liu, L., Hsu, H., y Grafarend, E. W. (2007). Normal morlet wavelet transform and its application to the earth's polar motion. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 112(B8).
- Meyers, S. D., Kelly, B. G., y O'Brien, J. J. (1993). An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: With application to the dispersion of yanai waves. *Monthly weather review*, 121(10), 2858–2866.
- Nguyen, V. (2011). *Estimating the short term variability of the migrating diurnal tide through satellite observations* (Tesis Doctoral no publicada). University of Colorado at Boulder.
- Oppenheim, A. V. (1999). *Discrete-time signal processing*. Pearson Education India.
- Pedatella, N., Liu, H.-L., Conte, J., Chau, J., Hall, C., Jacobi, C., ... Tsutsumi, M. (2021). Migrating semidiurnal tide during the september equinox transition in the northern hemisphere. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 126(3), e2020JD033822.
- Thomson, R. E., y Emery, W. J. (2014). *Data analysis methods in physical oceanography*. Newnes.
- Torrence, C., y Compo, G. P. (1998). A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological society*, 79(1), 61–78.