

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ**

FACULTAD DE EDUCACIÓN



Estrategias didácticas aplicadas por una docente para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria

Tesis para obtener el título profesional de Licenciada en Educación con especialidad en Educación Primaria que presenta:

Enma Estefany Carbajal Huanay

Asesora:

Itala Esperanza Navarro Montenegro

Lima, 2022

Declaración jurada de autenticidad

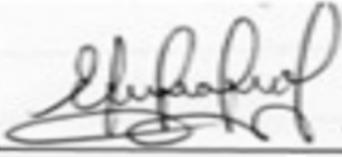
Yo, Navarro Montenegro Itala Esperanza, docente de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, asesor(a) de la tesis/el trabajo de investigación titulado

Estrategias didácticas aplicadas por una docente para desarrollar la competencia resuelve problemas de cantidad en estudiantes de segundo grado de primaria.

De la autora Enma Estéfany Carbajal Huanay, dejo constancia de lo siguiente:

- El mencionado documento tiene un índice de puntuación de similitud de 16%. Así lo consigna el reporte de similitud emitido por el software *Turnitin* el 15/07/2022.
- He revisado con detalle dicho reporte y confirmo que cada una de las coincidencias detectadas no constituyen plagio alguno.
- Las citas a otros autores y sus respectivas referencias cumplen con las pautas académicas.

Lugar y fecha: Lima, 5 de diciembre del 2022

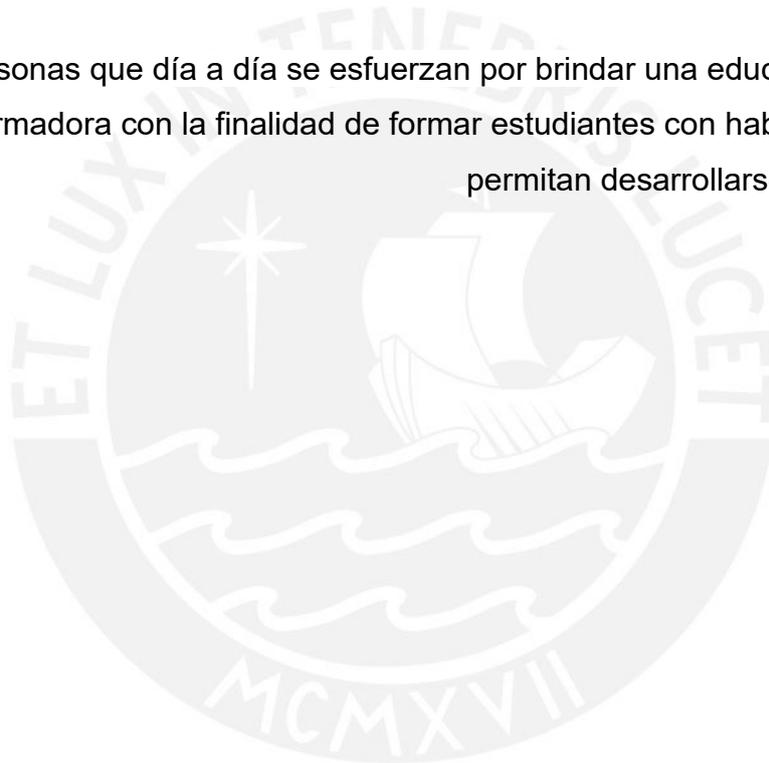
Apellidos y nombres del asesor / de la asesora: Navarro Montenegro Itala Esperanza	
DNI: 07151969	Firma 
ORCID: 0000-0002-6673-2699 https://orcid.org/0000-0002-6673-2699	

Agradecimientos

Dedico esta investigación a mi madre, por enseñarme con dedicación y apoyarme en cada decisión; a mi padre, por su paciencia y empeño; a mi hermano y hermana, por su afecto y apoyo constante.

A mi asesora, por su acompañamiento y exigencia durante esta investigación.

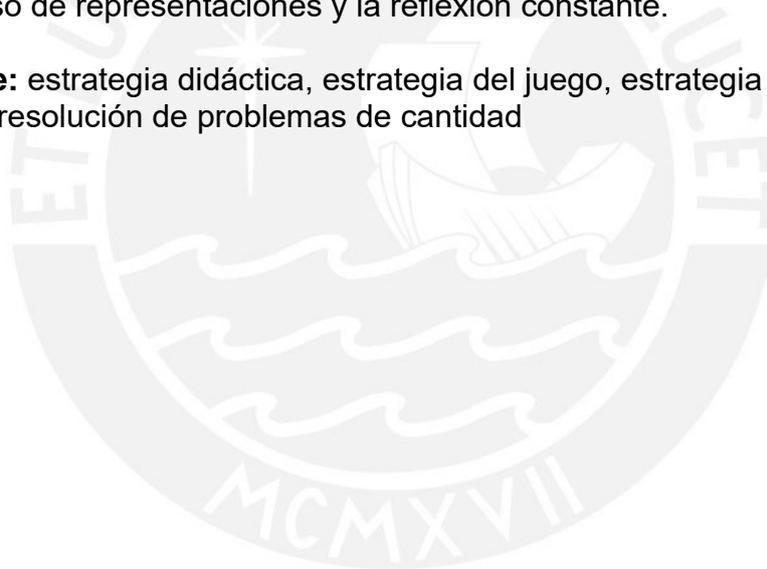
A aquellas personas que día a día se esfuerzan por brindar una educación equitativa y transformadora con la finalidad de formar estudiantes con habilidades que les permitan desarrollarse en su entorno.



Resumen

Las estrategias didácticas empleadas por docentes en matemática permiten favorecer la comprensión de conceptos matemáticos y la capacidad de que los estudiantes resuelvan problemas matemáticos. En ese sentido, el principal objetivo de este estudio es analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana. Con esto se pretende compartir información académica sobre la aplicación de estrategias didácticas en la enseñanza de la matemática, por parte de una docente para desarrollar la competencia mencionada, la cual sirva de punto de partida para futuras investigaciones. Este estudio se desarrolla desde un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo. Se utilizaron dos instrumentos para el recojo de información, la técnica de entrevista y la observación no participante, las cuales fueron aplicadas a una docente. Esta permitió comprobar que la docente empleaba estrategias didácticas durante la enseñanza de Matemática. Una de ellas es la estrategia del juego, en la que se favorece el aprendizaje de diversos conceptos matemáticos usando materiales como tapas, Yupana y material base 10. Y la otra es la estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya donde se evidenció que la docente promueve el uso de representaciones y la reflexión constante.

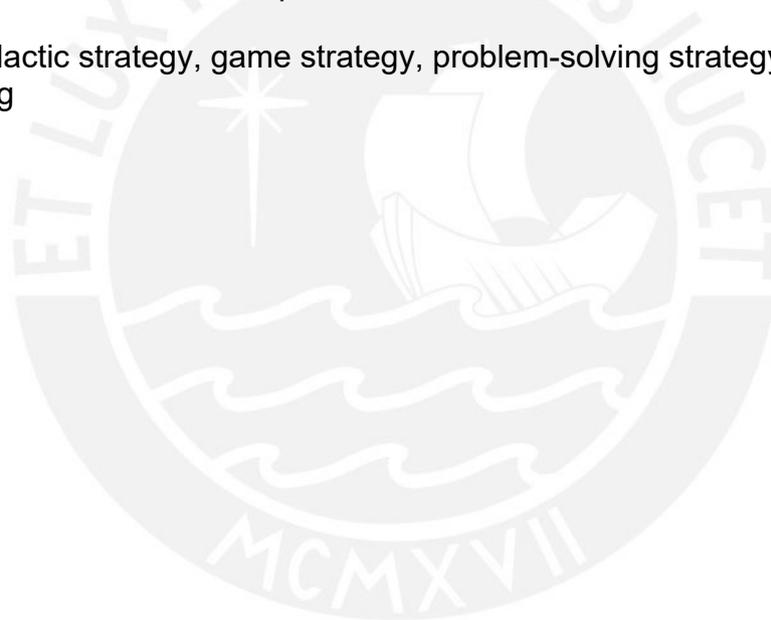
Palabras clave: estrategia didáctica, estrategia del juego, estrategia de resolución de problemas, resolución de problemas de cantidad



Abstract

The didactic strategies that mathematics teachers use allow them to promote the comprehension of mathematical concepts and the ability of students to solve mathematical problems. In this sense, the main objective of this study is to analyze the didactic strategies applied by a teacher to promote the development of the competence "Solve quantity problems" in second-grade primary school students in a public school in Metropolitan Lima. The aim is to share academic information on the application of didactic strategies in the teaching of mathematics by a teacher to develop the aforementioned competence, which will serve as a starting point for forthcoming research. This study is developed from a qualitative, descriptive approach. Two instruments were used to collect information, the interview technique and non-participant observation, which were applied to a teacher. This allowed us to verify that the educator used didactic strategies during the teaching of mathematics. One of them is the game strategy, which favors the learning of various mathematical concepts using materials such as tapas, Yupana and base 10 material. The other is the strategy of solving mathematical problems according to George Polya, where it was shown that the teacher promotes the use of representations and constant reflection.

Keywords: didactic strategy, game strategy, problem-solving strategy, quantity problem-solving



Índice

Resumen	3
Abstract.....	4
Introducción	8
Parte I: Marco Conceptual.....	13
Capítulo 1: Estrategias Didácticas	13
1.1. Definición de Estrategias Didácticas.....	13
1.2. Importancia de la Enseñanza de la Matemática.....	14
1.3. Elementos Esenciales para la Enseñanza de la Matemática.....	16
1.4. Fundamentos Generales para la Enseñanza de la Matemática.....	17
1.5. Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática.....	18
1.5.1. Estrategia del Juego para la Enseñanza de la Matemática.....	19
1.5.2. Estrategia de Resolución de Problemas de Matemática Según George Polya	24
Capítulo 2: Competencia Resuelve Problemas de Cantidad.....	27
2.1. Fundamentos Teóricos del Pensamiento Matemático	27
2.1.1. Teoría de Jerome Bruner	27
2.1.2. Teoría de Zoltán Dienes.....	29
2.1.3. Teoría de Richard Skemp	30
2.2. Estándares de Aprendizaje	32
2.2.1. Definición.....	32
2.2.2. Estándares de la Competencia Resuelve Problemas de Cantidad del III Ciclo.....	33
2.3. Competencia	33
2.3.1. Definición.....	33
2.3.2. Competencia Resuelve Problemas de Cantidad	34

2.4. Capacidad	35
2.4.1. Definición	35
2.4.2. Capacidades de la Competencia Resuelve Problemas de Cantidad	35
2.5. Desempeño	37
2.5.1. Definición	37
2.5.2. Desempeños de la Competencia Resuelve Problemas de Cantidad del Segundo Grado.....	37
Parte II: Investigación	39
Capítulo 3: Diseño Metodológico	39
3.1. Enfoque y Tipo de Investigación	39
3.2. Objetivos de la Investigación	40
3.3. Fuente Informante.....	42
3.4. Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Datos	43
3.5. Técnicas para la Organización, Procesamiento y Análisis.....	45
3.6. Principios de la Ética de la Investigación.....	46
Capítulo 4: Análisis e Interpretación de Resultados	47
4.1. Estrategia del Juego para la Enseñanza de la Matemática	47
4.1.1. Adaptación al Entorno	47
4.1.2. Estructuración del Concepto	49
4.1.3. Representación Gráfica del Concepto	50
4.1.4. Abstracción del Concepto	51
4.1.5. Especificación de la Representación	52
4.1.6. Formalización del Concepto.....	53
4.2. Estrategia de Resolución de Problemas de Matemática Según George Polya ..	53
4.3.1. Comprensión del Problema.....	53
4.3.2. Concepción de un Plan	55

4.3.3. Ejecución del Plan	56
4.3.4. Visión Retrospectiva.....	58
Conclusiones	61
Recomendaciones.....	64
Referencias.....	65
Anexos.....	70



Introducción

En el contexto educativo actual, el área curricular de Matemática causa desinterés entre los estudiantes, pues es enseñada mediante la memorización de fórmulas y no comprenden la razón de aprender matemática. Por otro lado, de acuerdo con los resultados de las pruebas nacionales de logros de aprendizaje del Ministerio de Educación del Perú (2020), se evidencia que solo el 17% de los estudiantes de primaria del segundo grado se encuentran con un nivel de logro satisfactorio en la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

Ante esto, surge la necesidad de buscar estrategias didácticas para la enseñanza de la matemática con el propósito de que los docentes promuevan en los estudiantes la construcción de sus aprendizajes mediante actividades que motiven al estudiante a seguir aprendiendo.

Cabe destacar que, en la enseñanza de la matemática, resolver problemas es un aspecto esencial, pues le otorga sentido a los contenidos que se van aprendiendo (Meneses y Peñaloza, 2019). En otras palabras, el enseñar Matemática considerando el planteamiento de problemas contribuye con la formación de estudiantes capaces de revisar, argumentar y comunicar mediante el uso de estrategias adecuadas para dar solución a problemas en los diversos escenarios a los que se enfrenta en su vida diaria (Kaur et al., 2015).

En relación con ello, la presente investigación busca dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo una docente aplica las estrategias didácticas para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una Institución Educativa pública de Lima Metropolitana? Asimismo, es necesario mencionar la línea de investigación considerada por el Departamento de Educación de la Pontificia Universidad Católica del Perú con que la investigación está relacionada, la cual es de “Currículo y didáctica”, porque el objeto de estudio se encuentra dentro del Currículo Nacional. Todo esto se explica en la guía de investigación en Educación, donde esta línea considera estudios relacionados con el currículo en diversos grados y áreas curriculares (Díaz et al., 2016).

A partir de la pregunta de investigación, se formuló un objetivo general, el cual consiste en analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en

estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana

Además, se plantearon objetivos específicos, los cuales son dos. Uno de ellos consiste en identificar cómo una docente aplica la estrategia didáctica del juego para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana. El otro se basa en identificar cómo una docente aplica la estrategia didáctica de resolución de problemas de matemática según George Polya para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana.

La motivación para el desarrollo de esta investigación está relacionada con la observación a diversos docentes durante la aplicación de sus sesiones de clase, pues la mayoría de ellos enseñaba Matemática mediante la resolución de fichas de trabajo, donde solo se debía completar datos de manera mecánica que según ellos ayudaban al progreso del aprendizaje de sus estudiantes. Además, los docentes en ningún momento promovían a la participación de sus estudiantes o el uso de materiales, por lo que surge la interrogante si las estrategias de la docente eran las más apropiadas para satisfacer las necesidades de los estudiantes y que les permitieran mejorar su aprendizaje.

Asimismo, esta investigación resulta viable, porque se centra en la realidad de los estudiantes de Educación Primaria y las estrategias didácticas de la docente están presentes en el desarrollo de sus clases y son observables, por lo que el recojo de la información para esta investigación es accesible. Además, resulta viable este estudio, porque al ser un tema de interés se han realizado diversas investigaciones, algunas de las cuales se presentan a continuación.

Una de ellas fue ejecutada por Aristizábal et al. (2016), quienes buscaron desarrollar habilidades y relaciones para reforzar las operaciones básicas en estudiantes de quinto grado de primaria donde se prioriza el juego. El tipo de investigación fue exploratoria y experimental. El diseño del estudio fue experimental y para el recojo de la información se utilizaron los pre y post test. Para ello, trabajaron con actividades y juegos para los temas propuestos relacionados con las operaciones básicas. Los resultados del estudio fueron que el juego les permitió motivar a los estudiantes a seguir aprendiendo y fortalecer su pensamiento numérico

en el aprendizaje de las operaciones básicas de adición, sustracción, multiplicación y división.

La segunda investigación fue elaborada por Meneses-Patiño y Ardila (2018) en su investigación fortalecieron la competencia de resolución de problemas aditivos en estudiantes de segundo y tercer grado de primaria. El estudio realizado fue de tipo cualitativo y se usó el diseño de investigación-acción. El recojo de información utilizaron como instrumentos las guías de observación y análisis de documentos. Además, consideraron un test inicial y desarrollaron estrategias didácticas que permitieron a los estudiantes generar aprendizajes significativos. Los resultados del estudio fueron satisfactorios, ya que permitió que los estudiantes construyan su conocimiento, discutan y argumenten sus alternativas de solución frente a diversos problemas que involucren la adición.

La tercera fue realizada por Briones y Oyola (2018), quienes en su investigación demostraron que la estrategia de Polya ayuda en la mejora de la resolución de problemas en los estudiantes de segundo grado de primaria de la institución educativa 88061 José Abelardo Quiñones Gonzáles. El diseño del estudio fue cuasi experimental y para recoger los datos se utilizó como instrumento la Prueba Objetiva. A partir de los datos obtenidos, se efectuó un análisis comparativo y se concluyó que los pasos propuestos por George Polya contribuyen a la mejora del rendimiento académico del estudiante.

Por último, Sanchez (2021), quien en su investigación analizó el uso del juego, considerándolo una estrategia de enseñanza para la adición y sustracción en una docente en primer grado de primaria. El estudio fue descriptivo con un enfoque cualitativo y para recoger de la información utilizó como instrumentos la lista de cotejo, la ficha de observación y la guía de entrevista. A partir de la investigación, se concluyó que la docente concibe el juego como la estrategia que ayuda en la enseñanza de la adición y sustracción en los estudiantes de primer grado.

La metodología que emplea esta investigación se detalla a continuación. Primero, el enfoque que sigue es el cualitativo, pues busca comprender la situación y la percepción de los participantes desde los datos que se lograrán obtener de manera profunda (Hernández et al., 2014; Saracho, 2017). Segundo, es de tipo descriptivo, pues de acuerdo con Niño (2011), este estudio tiene como objetivo describir situaciones, hechos y fenómenos. Esta investigación tiene como informante a una docente del segundo grado de primaria.

Tercero, se consideran las categorías “Estrategia del juego para la enseñanza de la matemática” y “Estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya” para la organización y análisis de la información. Cuarto, para la interpretación de las categorías, se recoge información a partir de la observación no participante, donde se utilizó una guía de observación como instrumento y una entrevista cuyo instrumento es una guía de entrevista semiestructurada.

Finalmente, en la organización de la información se usaron matrices, para el procesamiento de la información se usa la técnica de Open Coding y para realizar el análisis de los datos se realizó la triangulación de la información, donde se contrastó la información recogida de los dos instrumentos y el conocimiento existente.

En la presente investigación, se ha evidenciado que la docente aplica estrategias en la enseñanza de la matemática. Una de ellas es la estrategia del juego para la enseñanza de la matemática. La docente desarrolla esta estrategia usando juegos que favorecen el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, utilizando diversos materiales, promueve la representación gráfica y simbólica y formaliza los conceptos que se desarrollan con el juego.

La otra estrategia es la de resolución de problemas, según George Polya. Esta estrategia la docente la desarrolla favoreciendo en sus estudiantes la comprensión del problema mediante el uso de diversos materiales y la formulación de preguntas que guían el proceso. Asimismo, la docente promueve la concepción y ejecución del plan mediante preguntas, recurriendo a su experiencia y realizando la representación gráfica y simbólica. Inclusive, se fomenta la verificación del plan realizado, la explicación y reflexión del procedimiento realizado y el planteamiento de diversos materiales o representaciones para resolver el problema trabajado.

Conocer estas estrategias didácticas permiten reflexionar sobre la práctica de los docentes con la finalidad de contribuir en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y los resultados obtenidos hacen que sea posible realizar otras investigaciones orientadas al objeto de estudio. Incluso, los hallazgos obtenidos permiten la elaboración de propuestas pedagógicas innovadoras que logren fomentar en los docentes el uso de la estrategia del juego y de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática enfocada en la competencia “Resuelve problemas de cantidad” presente en el Programa Curricular de Educación Primaria.

Este trabajo de investigación está dividido en dos partes. Una de ellas es el marco conceptual, está consta de dos capítulos. En el primer capítulo, se presenta el

concepto de estrategias didácticas, la importancia de la enseñanza de la matemática, fundamentos de la enseñanza de la matemática y las dos estrategias que se consideran para el desarrollo de esta investigación: Estrategia del juego para la enseñanza de la matemática y la estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya. Y en el segundo capítulo, se aborda los conceptos y fundamentos del pensamiento matemático, la explicación de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” y la especificación de los estándares de aprendizaje, sus capacidades y desempeños respectivos.

La otra parte es la investigación, la cual está conformada con dos capítulos. El tercer capítulo está enfocado en detallar el diseño metodológico de este estudio. En el cuarto capítulo, se explica el análisis e interpretación de los resultados sobre la base de la información recogida mediante la observación no participante y la entrevista semiestructurada, y el contraste con la teoría presentada en la primera parte de esta investigación. La estructura de este capítulo se guía a partir de las categorías y subcategorías.

Para terminar, se presentan las conclusiones y recomendaciones que se basan en el problema de investigación y los objetivos planteados para esta investigación. Es necesario mencionar que una limitación del estudio es que los hallazgos no se pueden generalizar en todos los docentes del mismo grado y se propone realizar futuras investigaciones considerando mayor cantidad de informantes o que se realice desde un enfoque cuantitativo.

Parte I: Marco Conceptual

Esta primera parte consta de dos capítulos. En el primer capítulo, se aborda sobre las estrategias didácticas consideradas en la investigación. Y en el segundo capítulo, se presenta lo relacionado con la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

Capítulo 1: Estrategias Didácticas

Este capítulo se desarrolla de la siguiente manera: se inicia presentando la definición de estrategias didácticas; la importancia, los elementos esenciales y los fundamentos generales para la enseñanza de la matemática. Y finalmente se presentan las estrategias didácticas para la enseñanza de la matemática, que son dos: la estrategia del juego para la enseñanza de la matemática y la estrategia de resolución de problemas de matemática, según George Polya.

1.1. Definición de Estrategias Didácticas

La enseñanza es un proceso donde el docente es el principal responsable, pues es el mediador y guía en el proceso de aprendizaje del estudiante (Díaz-Barriga y Hernández, 2010). En consecuencia, es necesario el uso de recursos que ayuden a los docentes al logro de ello y a que los estudiantes posean capacidades para desenvolverse en diferentes contextos y así, formarlos de manera integral. En ese sentido, es necesario que los docentes conozcan y manejen determinadas estrategias didácticas para facilitar la enseñanza.

Las estrategias didácticas son aquellas acciones realizadas por un docente para favorecer el progreso en los aprendizajes de sus estudiantes (Bravo, 2008; Díaz-Barriga y Hernández, 2010; Gamboa et al., 2013). En otras palabras, son aquellos recursos que el docente utiliza para facilitar y apoyar su práctica para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

Cabe destacar que, según Alonso-Tapia (1997) existen dos tipos de estrategias didácticas, una de ellas está enfocada en la enseñanza y la otra, en el aprendizaje. Para fines de esta investigación, se considera solo las estrategias didácticas enfocadas en la enseñanza de los estudiantes.

De acuerdo con Monereo (2001) las estrategias didácticas presentan elementos fundamentales, los cuales son: la presencia de participantes activos (el docente y los estudiantes) del proceso de enseñanza y aprendizaje, los contenidos a

enseñar, las condiciones donde se produce la enseñanza, el tiempo, los conocimientos previos de los estudiantes, las formas de trabajo en el aula y el proceso de evaluación. Estos permiten el desarrollo óptimo de las estrategias didácticas en la enseñanza.

Además, para ejecutar efectivamente la aplicación de las estrategias didácticas se necesitan conocer las necesidades de los estudiantes, dominar los contenidos a enseñar, determinar el ámbito en donde se desarrolla la enseñanza y tener una reflexión continua para la mejora de la práctica educativa (Díaz-Barriga y Hernández, 2010). Todo ello permitirá que el uso de estrategias didácticas favorezca el aprendizaje de los estudiantes, estableciendo relaciones con las necesidades de los estudiantes para así lograr los objetivos planteados.

Por lo tanto, usar las estrategias didácticas permite dinamizar y presentar de distintas formas los contenidos, fomentando la motivación del estudiante por seguir aprendiendo (Contreras Gelvez, 2018). Asimismo, las exigencias hoy en día hacen necesario que los estudiantes construyan sus propios aprendizajes teniendo como guía al docente. No obstante, cuando los docentes no utilizan estrategias en la enseñanza, se genera desinterés del estudiante por aprender, ya que todo el proceso de enseñanza se desarrolla de forma monótona (Gamboa et al., 2013).

En la enseñanza de la matemática, el uso de diversas estrategias didácticas pertinentes a las necesidades de los estudiantes no es consideradas por los docentes frecuentemente por desconocimiento y por falta de motivación para enseñar, por lo que es necesario conocerlas. Por otro lado, el objetivo esencial de la enseñanza matemática debe ser la formación de estudiantes competentes para que puedan plantear, formular y dar solución a situaciones matemáticas en los diversos contextos, no solo en la matemática (Turizo et al., 2019). Si se logra ello, se formará a estudiantes que generen soluciones y participen a favor del cambio que la sociedad necesita hoy en día.

1.2. Importancia de la Enseñanza de la Matemática

En la actualidad, los conocimientos matemáticos para la vida son necesarios, pues la mayoría de personas carece de diversas capacidades como pensar críticamente y resolver problemas en diversos contextos. Cabe señalar que, las habilidades permiten a las personas tomar mejores decisiones. Por ello, en la

escuela, la enseñanza de la matemática debe enfocarse principalmente en el desarrollo de habilidades del estudiante para el uso en su vida cotidiana.

La enseñanza de la matemática basada en la resolución de problemas es fundamental, pues permite formar a estudiantes capaces de solucionar problemas en distintas situaciones. Incluso, países como Singapur, uno de los países que se encuentran entre los primeros lugares en el Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA), considera la resolución de problemas y el pensamiento crítico como los ejes principales para el desarrollo de todos los contenidos de la asignatura de Matemática (Toh, 2021).

El objetivo esencial cuando se enseña la matemática es impulsar a fortalecer las capacidades de los estudiantes, especialmente aquellas relacionadas con el pensamiento crítico y la resolución de problemas, pues en ocasiones solo se memoriza y aprende fórmulas que no son significativas para el estudiante (Turizo et al., 2019). Como explica Zapatera (2020), la matemática debe enfocarse principalmente en el proceso y no en el resultado que se obtiene. En otras palabras, se debe enseñar a los estudiantes a resolver los problemas de diversos modos y a construir su propio aprendizaje.

Además, en la vida, los problemas no son rutinarios y familiares, por lo que en el aula los estudiantes deben tener la oportunidad de resolver problemas no rutinarios y desconocidos. Por ello, los estudiantes deben conocer diversas estrategias generales para resolver los problemas y la forma de pensar y abordar un problema. Asimismo, la enseñanza de la matemática de esta manera contribuye a que se adquiera y mejore las habilidades cognitivas (Kaur, 2014). A partir de ello, se desarrollan otras capacidades que permite a la persona desarrollar capacidades para utilizarlas en distintos ámbitos de la vida diaria.

Incluso, la enseñanza de la matemática se debe desarrollar de acuerdo a las necesidades del estudiante, ya sea por la edad en la que se encuentre o su progreso, considerando diversos aspectos. Uno de ellos es la manera como el estudiante adquiere las habilidades. Durante el desarrollo de la enseñanza de la matemática para la adquisición de habilidades, se inicia por el análisis de un problema que orienta a la construcción de los propios saberes matemáticos (Rivera y Ahumada, 2019). Todo ello se realiza a través de una secuencia de actividades donde se promueven las estrategias de solución por etapas.

Asimismo, se debe considerar actividades relacionadas con las situaciones o necesidades de los estudiantes. Para la enseñanza de los conceptos se empieza con representaciones concretas, luego las pictóricas y finalmente, las abstractas. En otros términos, los problemas matemáticos se resuelven con la manipulación por parte de los estudiantes, después se usan representaciones con imágenes o dibujos y se termina representándolo con símbolos o signos matemáticos.

El aprendizaje de los conceptos, en ocasiones, está mediado por el uso de diagramas y se fomenta a que el propio estudiante de solución al problema con las actividades más adecuadas (Rodríguez, 2011). También, el estudiante debe conocer el motivo por el cual sigue los pasos y de qué manera se llegó a la solución del problema, cuestionándose la manera de la aplicación o comprobación, pues se busca fortalecer su pensamiento crítico.

1.3. Elementos Esenciales para la Enseñanza de la Matemática

Según Ministry of Education of Singapore (2020), en la enseñanza de la matemática se debe realizar sobre la base de cinco elementos, los cuales se concretan y se vinculan en la resolución de problemas, lo fundamental de la matemática. A continuación, se detallan cada uno de estos elementos que se interrelacionan entre sí.

El primero, los conceptos. Estos permiten entender todos los conocimientos matemáticos, algoritmos, operaciones y propiedades necesarias para la competencia de resolución de problemas. Los conceptos se desarrollan progresivamente en los estudiantes a partir de su experimentación en diversas actividades propuestas. Cabe resaltar que, los conceptos que se van aprendiendo deben interrelacionarse para favorecer el aprendizaje significativo del estudiante.

El segundo, las habilidades. Estas están relacionadas con dominar las operaciones matemáticas, procesar datos y usar recursos matemáticos. Estas habilidades son esenciales para ejecutar procedimientos y llegar a resolver los problemas. En el nivel primario se enseña sobre el cálculo matemático, el análisis de información, la visualización del espacio, los recursos matemáticos, localización, entre otros.

El tercero, los procesos. Estos se relacionan con las habilidades generales para resolver problemas y construir nuevos conocimientos. Entre estas habilidades se encuentran la abstracción (hace posible que los conocimientos matemáticos se

apliquen en diversos contextos), el razonamiento (permite justificar y generalizar patrones), la representación y la comunicación (da conocer las ideas, soluciones y la justificación a diferentes personas empleando el lenguaje matemático), la aplicación y modelización (utiliza la matemática en situaciones cotidianas de la vida).

El cuarto, la metacognición. Esta se refiere a la concientización y a la supervisión del aprendizaje, especialmente cuando se escoge los procesos más adecuados para la resolución de problemas. Por ello, al resolver problemas no rutinarios, los estudiantes son capaces de buscar maneras de resolverlo, analizándolo y realizando cambios cuando es necesario. Cabe destacar que, los docentes obvian este proceso por no ser considerado un componente importante en la enseñanza de la matemática.

Por último, las actitudes. Con respecto a esto, tener actitudes positivas hacia la matemática ayuda a la disposición de los estudiantes a emplear sus conocimientos matemáticos para resolver los problemas. Asimismo, se incentiva a apreciar el valor de las matemáticas, encontrando así el motivo principal para seguir aprendiendo la matemática sin ninguna obligación.

1.4. Fundamentos Generales para la Enseñanza de la Matemática

Los fundamentos en los que se apoya la enseñanza de la matemática son el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), el currículo en espiral, las variaciones sistémica y perceptual, y la comprensión relacional.

El primero, el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto). Los estudiantes en este enfoque construyen su propio aprendizaje a partir de tres niveles de construcción de conceptos con relación a su dificultad: concreto, pictórico y abstracto (Ministry of Education of Singapore, 2020). En el nivel concreto se conoce y comprende los conceptos mediante la manipulación de material real, palpable y cercano. En el nivel pictórico se debe lograr que el estudiante pueda representar gráficamente las relaciones o los procesos mediante imágenes o dibujos, luego de la manipulación de material concreto. Y, el nivel abstracto corresponde a los procesos, logrando entender el concepto para representarlos utilizando símbolos y signos matemáticos.

El segundo, el currículo en espiral. El currículo debe organizar los conceptos de acuerdo a diversos niveles y ser adecuado a las capacidades de los estudiantes (Zapatera, 2020). En otras palabras, se introduce un concepto y se va trabajando

gradualmente su complejidad de acuerdo a la posibilidad del estudiante. Además, se van reforzando los conocimientos anteriores y se relaciona con la información para convertirlos en un conocimiento más significativo para el estudiante. Este fundamento en la matemática se realiza y se va presentando los contenidos matemáticos, empezando con actividades cercanas a través del juego y luego, se postergan los conceptos para los años siguientes.

El tercero, las variaciones sistémica y perceptual. La variación sistémica se da cuando se presenta contenidos al estudiante, y a través de una variedad de actividades con distinto grado de complejidad y abstracción, se espera que pueda comprender el concepto (Bart, 1970). Todo ello se ve influenciado por las posibilidades de los estudiantes. Y, la variación perceptual es cuando los estudiantes comprenden o interiorizan los conocimientos mediante el uso de diferentes materiales (Zapatera, 2020). En otras palabras, el concepto matemático a aprender es el mismo, pero a los estudiantes se les presenta de diversos materiales para comprender el concepto. Esta es una manera eficiente para llegar a la abstracción del conocimiento matemático.

Por último, la comprensión relacional respecto de la comprensión instrumental. Por un lado, la comprensión relacional está vinculada con la justificación de las respuestas luego de resolver los problemas, es decir, el estudiante va construyendo los conceptos y de esta manera, puede aplicar, adaptar y explicar el uso de distintos métodos para resolver diversos problemas (Skemp, 2006).

Por otro lado, la comprensión instrumental se basa en la memorización de procedimientos para la solución de problemas en específico y también en aprender frecuentemente nuevos procedimientos para una nueva clase de problemas (Skemp, 2006). La matemática, al desarrollarse con base en la comprensión relacional, busca que el aprendizaje del estudiante sea significativo, más duradero y así evitar la memorización que es parte de la educación tradicional.

1.5. Estrategias Didácticas para la Enseñanza de la Matemática

En los siguientes párrafos se detallan las dos estrategias en las que se enfoca esta investigación, las cuales son: estrategia del juego para la enseñanza de la matemática y la estrategia de resolución de problemas de matemática, según George Polya.

1.5.1. Estrategia del Juego para la Enseñanza de la Matemática

1.5.1.1. Definición. El juego es una acción que se practica desde que se nace, ya que es una acción propia de todas las personas. El juego es una palabra polisémica y la subjetividad de los distintos autores, lo define de manera parcial, por lo que a continuación se presenta su conceptualización a partir de tres autores.

Para empezar, es necesario conocer la conceptualización de Vygotsky (2017), quien define al juego como una forma de impulsar el desarrollo, la cual está regida por la imaginación y creatividad de quien lo realiza. En el juego, el niño otorga significado a objetos, produciéndose así la autonomía de la palabra del objeto. Además, no se desvincula de la realidad lo ejecutado por el niño y en ocasiones ensayan algunos comportamientos que no han vivido o lo están anticipando.

Asimismo, Vygotsky (2017) explica que el niño en el juego es libre, aunque esta libertad sea ilusoria. De acuerdo con lo anterior, el juego está regido por reglas, desde las más simples a las más compuestas, las cuales el niño debe seguir cuando juega. Incluso, estas reglas que rigen los juegos le dan forma y le otorgan significado. Esto ayuda a que los niños desarrollen un pensamiento estratégico y de planificación. En resumen, el juego no es una característica resaltante de la niñez, sino un componente esencial en el desarrollo del niño. También, el juego permite crear relaciones entre el pensamiento y la realidad.

Huizinga (2007) determina que el juego es una actividad libre que involucra diversos sentimientos como la alegría, frustración y el conocimiento de “ser de otro modo” en la vida diaria, es decir, la imitación. Además, menciona que se realiza en un determinado tiempo y espacio de acuerdo a las reglas obligatorias aceptadas libremente. Esto último coincide con Vygotsky, ya que ambos mencionan que en el juego existen reglas.

Por su parte, Piaget (2017) define al juego como actividad y expresión propia del ser humano que se va ejecutando de acuerdo a su estado de desarrollo. Inclusive, lo considera como el medio más efectivo en el aprendizaje de los niños para la obtención de habilidades. En otras palabras, el juego es una manera de ser un participante activo en el entorno, lo cual permite acomodar algunas concepciones y luego, asimilarlo.

Para entender mejor, la acomodación se refiere a cambiar aquellas estructuras internas para alcanzar la adaptación a la vida real y la asimilación consiste en adecuar la realidad de lo externo al conocimiento existente. Asimismo, Piaget (2017) explica que las modalidades que incorpora el juego en los niños son repercusiones de los cambios de sus estructuras intelectuales y ayuda en el desarrollo de las nuevas estructuras mentales.

Cabe señalar que, los docentes deben asemejar el juego a la realidad, lo cual permite potenciar los esquemas básicos que los niños han ido aprendiendo durante su crecimiento y así, progresivamente aumentar la complejidad de los mismos. Y, no se deben limitar, estatizar y restringir que los niños jueguen. En otros términos, no se debe prohibir que sean *niños*.

En síntesis, estos autores, al definir el juego, consideran que es una actividad propia del ser humano, se desarrolla en un espacio y en un tiempo, está regido por reglas que son aceptadas libremente y se desarrollan de acuerdo al estado de desarrollo de la persona.

1.5.1.2. Clasificación del juego. La clasificación del juego que se presenta es de acuerdo con Piaget (2017), quien menciona que estos son consecuencia del desarrollo de las estructuras mentales del niño, los cuales se explican a continuación.

El primero, el juego funcional. Este abarca los dos primeros años de vida, estadio sensoriomotor. Con este tipo de juego, el niño realiza movimientos para poder ejercitarse mediante acciones repetitivas solo por placer. Esto se puede lograr de manera autónoma, luego de manera progresiva se incluye objetos y la ayuda de otras personas. Con el juego funcional, el niño explora su entorno y el simbolismo no está presente.

El segundo, el juego simbólico, abarca desde los dos a siete años aproximadamente, estadio preoperacional. Con este juego, los niños en ocasiones dejan de lado los objetos para jugar y empiezan a utilizar su imaginación. El niño se vuelve curioso y explora más su entorno, lo cual le permite adaptarse y respetar las reglas que se le impone. Entre los beneficios se encuentran que les permite desarrollar el lenguaje, favorece la imaginación y aprende conocimientos sobre roles diferentes al suyo (Pecci et al., 2010). Además, ayuda al perfeccionamiento de la facultad de representar, de las habilidades cognitivas y sociales.

Y, por último, el juego de reglas abarca desde los seis o siete años. Este tipo de juego invita a la socialización del niño por la presencia de las reglas y también, incita a la competición. El objetivo de este juego es el de compararse con los otros, ya no a sí mismo. Al respecto, Pecci et al. (2010) señalan que esta forma de juego es un componente que favorece el desarrollo social, el respeto de reglas y a ser tolerantes con los demás. Asimismo, favorece el desarrollo del lenguaje, la memoria, la atención y el diálogo.

Estas tres formas de juego se presentan en el proceso de desarrollo del niño, en el cual van aprendiendo de distintas maneras. El rol del adulto es poder orientar el juego, pues crea un ambiente donde se pueda jugar de acuerdo a los requerimientos de aprendizaje de los niños y se adecúa a las posibilidades de quien juega. En este aspecto, el docente debe conocer los tres tipos de juego para orientar al estudiante a aprender por medio del juego, considerándolo como una forma de aprendizaje.

1.5.1.3. El Juego como Estrategia para la Enseñanza de la Matemática.

El juego, al ser una acción inherente al ser humano, no es necesario enseñarla, sino utilizarla para poder potenciar las habilidades de los estudiantes. Al respecto, Piaget (2017) menciona que el juego es una manera de aprender y que el docente puede emplear como estrategia para enseñar a los estudiantes considerando el uso de normas.

Al respecto, Minerva (2002) explica que el juego motiva el interés para que los estudiantes participen activamente y sirve para facilitar el aprendizaje mediante la planificación de actividades. Asimismo, al ser el juego considerado como estrategia didáctica, es una manera de enseñanza que favorece las cualidades en los estudiantes como cumplir con lo establecido en cada juego, la curiosidad, la indagación, la imaginación, entre otros.

Vygotsky (2017) señala que no hay una razón por la cual se deba suprimir el juego en el aprendizaje, ya que, al momento de jugar, el niño se expresa espontáneamente. Este aspecto es importante para que el niño se desarrolle, puesto que facilita que reconozca sus necesidades. La necesidad del niño por satisfacer sus propias necesidades en el momento irá disminuyendo y solo se priorizará los primordiales. En otros términos, mientras el niño va madurando, irá disminuyendo sus deseos por satisfacer sus necesidades.

Además, Dienes y Golding (1966) explican que para evitar que la enseñanza de la matemática sea memorística y sin significado para los estudiantes, es necesario emplear el juego como estrategia de enseñanza. Estos autores, también, señalan que llegar al uso de símbolos requiere de un proceso, en ocasiones, los docentes no consideran ello. Por lo tanto, Dienes y Golding (1966) plantearon seis etapas para organizar el aprendizaje de la matemática del estudiante, las cuales se detallan a continuación.

La primera etapa es la adaptación al entorno. En esta, el estudiante explora su entorno para recuperar algunos conceptos matemáticos. A esta etapa corresponde el juego libre, permitiendo que se familiarice por medio de objetos concretos sin ninguna restricción y encuentre motivación en la actividad. Así, surge la adaptación para las siguientes etapas.

La segunda es la estructuración del concepto. En esta, el estudiante realiza actividades más estructuradas a diferencia de la anterior etapa. Las actividades planteadas se dirigen todas al mismo concepto a aprender, es aquí donde se brindan restricciones. Por ello, a esta etapa le corresponde el juego con reglas. Sin embargo, en esta etapa se resalta la falta de claridad de lo que se busca.

La tercera es la abstracción del concepto. En esta etapa, los estudiantes adquieren la estructura común en todas las actividades que ejecutan e interiorizan el procedimiento más abstracto. En otras palabras, el estudiante le da sentido a los juegos anteriores que ha realizado. A esta etapa corresponden los juegos isomorfos, ya que se les presenta diferentes juegos, pero con el mismo concepto matemático. A partir de esto, se establecen relaciones abstractas entre los conceptos de los distintos juegos.

La cuarta etapa es la representación gráfica del concepto. En esta, el estudiante hace representaciones gráficas de la estructura común identificada en las diferentes actividades. Además, en esta etapa, el estudiante concibe el concepto desde una perspectiva aislada del juego.

La quinta etapa es la especificación de las representaciones. En esta, el estudiante otorga un nombre al concepto y explica las características de su representación gráfica haciendo uso de las nociones básicas del lenguaje matemático. También, debe explicar el proceso que ha efectuado.

Y, la última es la formalización del concepto. En esta, el estudiante explica lo aprendido de manera convencional, es decir, haciendo uso del lenguaje matemático. Por lo tanto, lo logrará, porque las estructuras matemáticas se deducirán unas de otras. A partir de estas etapas, se puede estructurar el aprendizaje de las matemáticas y no perder la motivación en el proceso por la dificultad que en ocasiones se presentan.

En relación con esto, Edo et al. (2009) explican que cuando los niños juegan con materiales para desarrollar los conocimientos matemáticos, emplean términos matemáticos de manera implícita, los cuales al llevarlos a un lenguaje matemático lo comprenden de mejor manera. Además, la manipulación de los materiales es necesaria para obtener las competencias matemáticas, lo cual no significa que sea lo fundamental de la matemática (Alsina, 2011).

Cabe destacar que Alsina (2011), propone argumentos para planificar y fundamentar el juego como una estrategia didáctica en matemática, los cuales se presentan a continuación.

El juego:

- Es un elemento esencial para el estudiante, pues les ayuda a que puedan reconocer la utilidad y necesidad de aprender matemática.
- Abarca diferentes conocimientos, actitudes y habilidades hacia la matemática.
- Permite a los estudiantes aprender matemática sin miedo a fracasar, pues conoce que es un juego.
- Es motivador, ya que permite que los estudiantes se puedan implicar más y aprender de manera formal.
- Se puede aprender a partir del error.
- Es para todos, por el hecho de que permite que todos los estudiantes puedan jugar de acuerdo a sus capacidades.
- La atención, la percepción, la memoria, búsqueda de estrategias, entre otros, procesos psicológicos, se desarrollan a partir del juego.
- Ayuda en la autonomía y el proceso de socialización del estudiante.
- Es un elemento esencial para la matemática, pues no se puede dejar de lado el aspecto lúdico en la enseñanza.
- Favorece el aprendizaje significativo del estudiante.

Por consiguiente, el juego es una estrategia para enseñar matemática y es potencial para el desarrollo de las competencias, y su uso permite al estudiante

relacionar sus vivencias con los conceptos matemáticos. Aristizábal et al. (2016) luego de su investigación, concluyeron que el juego motiva a los estudiantes en los temas a desarrollar, genera cambios significativos en el aprendizaje del estudiante y la perspectiva sobre la matemática cambia, convirtiéndola en un curso simple y divertido.

En síntesis, el juego permite partir desde las propias vivencias a lo abstracto, ya que el cuerpo y los movimientos son las bases para ir construyendo conceptos y procedimientos matemáticos. Esta forma de aprendizaje, uso del juego, hace que sea significativo, porque hace que el aprendizaje para los estudiantes sea divertido, motivándolos a seguir aprendiendo y usar sus conocimientos en la vida cotidiana.

1.5.2. Estrategia de Resolución de Problemas de Matemática Según George Polya

Meneses y Peñaloza (2019) explican que cuando se enseña matemática, esta debe basarse en el logro de competencias orientadas a dar solución a problemas, pues permite que el estudiante adquiera habilidades como el análisis de datos, elaborar un plan para resolver los problemas, entre otros. Si los estudiantes logran desarrollar esas habilidades, significa que han desarrollado la competencia.

1.5.2.1. Concepto. George Polya fue un matemático húngaro. Él explica que la matemática no es aceptada por la mayoría de estudiantes, pues los docentes que enseñan, en su niñez, odiaban la matemática y esa experiencia la repiten cuando enseñan (Polya, 1989). Además, en la vida diaria, cada persona afronta circunstancias donde no sabe qué hacer al respecto y a esto se le denomina problema. Un problema hace que en la persona surja la necesidad de buscar estrategias o pasos para dar solución.

Frente a ello, Polya planteó la estrategia para resolver problemas, en la cual se generaliza las fases o pasos a seguir. Esta la propuso para involucrar al estudiante en su aprendizaje de manera que pueda dar solución a los problemas, ya que consideró que las habilidades y procedimientos obtenidos de la resolución de problemas no solo son necesarias en el ámbito académico, sino que se aplican en diferentes contextos de la vida cotidiana.

Asimismo, Polya (1989) explica que la resolución de problemas es una habilidad práctica. Por ello, el docente, para lograr que los estudiantes solucionen un problema, debe motivarlos y crear situaciones donde el estudiante practique

constantemente. También al momento de enseñar, el docente debe hacerse las mismas preguntas que hace a los estudiantes cuando resuelven los problemas para así guiarlos. De esta manera, el estudiante los utilizará imitándolos y autónomamente construirá sus propios conocimientos, mediante el análisis, la revisión y reflexión, para aplicar sus aprendizajes en diversos contextos.

1.5.2.2. Fases de Resolución de Problemas. Polya (1989) al proponer la estrategia de resolución de problemas, plantea cuatro fases para aplicarla al momento de solucionar los problemas. A continuación, se presentan cada uno de ellos.

La primera fase es la comprensión del problema. Este paso es importante, porque es necesario comprender lo que el problema solicita para empezar a resolver un problema sin complicaciones. Los estudiantes deben comprender el problema antes de elaborar un plan para solucionar el problema.

Para ayudar a los estudiantes, los docentes proponen preguntas como las siguientes: ¿Cuál es la pregunta? ¿Qué datos hay? ¿Hay alguna condición? ¿Es la condición necesaria? ¿Es redundante? ¿Hay contradicción?, entre otras. Es fundamental en este paso reconocer toda la información relevante, es decir, si se reconocen todos los datos imprescindibles para resolver el problema.

La segunda fase es la concepción de un plan. En este paso se usan los conceptos, la imaginación y creatividad para elaborar un plan que ayude a encontrar los procedimientos necesarios para dar solución al problema. El docente puede utilizar problemas que tengan diferentes formas de resolver cuando se inicia con un tema nuevo.

Asimismo, para guiar al estudiante se realiza preguntas como: ¿Has resuelto un problema parecido? ¿Conoces un problema similar a este? ¿Puedes explicar el problema de otra manera? Un aspecto relevante de este paso es que los estudiantes deben conocer diversos procedimientos para que lo empleen cuando sea necesario.

La tercera fase es la ejecución del plan. El estudiante en este paso pone en práctica el plan escogido para dar solución a un problema. Además, se recomienda otorgar un tiempo prudente al estudiante para la resolución del problema. Este paso se puede orientar mediante interrogantes como: ¿El paso escogido es el correcto? ¿Puedes comprobarlo?

La última fase es la visión retrospectiva. Este último paso es importante, aunque en la mayoría de veces se omite. El estudiante en este paso tiene la

posibilidad de verificar si el proceso realizado es correcto o no. Las preguntas con las que se orienta son: ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta es la adecuada de acuerdo al problema? Incluso, el docente puede orientar al estudiante a reflexionar si el plan empleado podrá ser utilizado en otras situaciones y se efectúa la pregunta ¿Puedes hacer uso del resultado o el procedimiento en otro problema?

Estas fases planteadas por Polya orientan a la resolución de problemas, los cuales también se emplean en situaciones de la vida real. Por este motivo, formar estudiantes capaces de resolver problemas, les permite desenvolverse eficientemente en el contexto en el que se encuentran y donde enfrentan una gran variedad de problemas que necesitan ser resueltos inmediatamente. Los estudiantes pueden lograr ello si desde la escuela se les guía y otorga una variedad de recursos necesarios para desenvolverse en su entorno.



Capítulo 2: Competencia Resuelve Problemas de Cantidad

En los siguientes párrafos se explican los fundamentos teóricos del pensamiento matemático; la definición de competencia, capacidad, estándares de aprendizaje y desempeño, y sus respectivas descripciones relacionadas con la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

2.1. Fundamentos Teóricos del Pensamiento Matemático

2.1.1. Teoría de Jerome Bruner

Jerome Bruner planteó la teoría del crecimiento cognoscitivo, en donde destaca principalmente la manera de representación del niño luego de haber recibido un estímulo. El aprendizaje para Bruner es un proceso de transformación que permite no solo memorizar, sino comprender (Bruner y Kenney, 1965). En otras palabras, comprender lo que se está aprendiendo permite al estudiante enfrentarse a nuevas situaciones, de manera que emplee lo comprendido para enlazarlas con los conocimientos nuevos.

Asimismo, las experiencias de aprendizaje deben basarse en el entorno de quien aprende, pues favorece a la apropiación del conocimiento, lo cual hace que el aprendizaje no sea solo para un corto tiempo (Bruner, 1984). A partir de ello, Bruner considera que el estudiante en su desarrollo cognitivo utiliza destrezas que le ayudan a representar los estímulos. La representación es un proceso que permite conservar lo experimentado como acontecimientos, ya sea por medio de símbolos, palabras o imágenes (Bruner, 1984). Asimismo, la representación que se realiza dentro de nosotros es única e individual, pues cada persona percibe un estímulo de manera diferente.

Por ello, Bruner (1984) menciona que el estudiante al transformar esos estímulos que obtiene al hacer una actividad o en este caso aprender en la escuela, lo realiza por medio de tres maneras de representación, las cuales se describen a continuación.

La primera es la representación enactiva. En esta, la persona representa los estímulos por medio de las acciones que realiza al poder manipular un objeto. También, esta manipulación le permite al niño conocer algo nuevo para él, es decir, los estímulos se definen por las acciones que se ejecutan. Así, por ejemplo, para un

niño, la pelota representa como algo que rebota o lanza, sin saber él lo que realmente es ese objeto. Esta forma de representación se define como manipulativa.

La segunda es la representación icónica. Esta forma de representación es un nivel superior al enactivo, pues está relacionada con la imaginación. Se apoya de las imágenes mentales para representar lo que ha manipulado, por lo que el niño podrá pensar en objetos que no están físicamente con él. De acuerdo con Bruner, es necesario tener un buen nivel de logro en la representación enactiva, pues así se permite que se represente de manera correcta el objeto. Por lo tanto, la imagen que se tenga permitirá reconocer el objeto, sin una acción de por medio.

La tercera es la representación simbólica. Esta representación es un nivel superior al de la representación enactiva e icónica, ya que se apoya de los sistemas de símbolos como la notación matemática para representar el conocimiento adquirido. Estos sistemas en su mayoría son abstracciones, que pueden no relacionarse con la realidad. Cuando se adquiere esta representación, la persona conserva la representación del conocimiento por medio de acciones e imágenes mentales. Una ventaja de esta manera de representación es que es más flexible a diferencia de las otras dos formas de representación.

Cabe señalar que, Bruner y Kenney (1965) señalan que cuando se enseñe en las escuelas temas nuevos es necesario que los estudiantes pasen por la representación enactiva e icónica primero, antes de la simbólica, especialmente cuando se encuentran en los primeros grados de primaria.

Las tres formas de representación en la Matemática es fundamental, ya que permite que el conocimiento que se obtenga perdure por más tiempo (Zapatera, 2020). Por este motivo, la representación enactiva permite que el estudiante con material concreto manipule y aplique los conceptos matemáticos durante la resolución de problemas; la representación icónica permite al estudiante interpretar y graficar los datos y relaciones que permitan resolver el problema planteado; por último, la representación simbólica permite representar el problema utilizando signos y símbolos. A esto se conoce comúnmente como enfoque concreto, pictórico y abstracto (CPA).

2.1.2. Teoría de Zoltán Dienes

Zoltán Dienes fue un matemático húngaro, quien aportó significativamente en la educación matemática. Asimismo, fue el que creó los bloques multibase para la enseñanza del valor posicional. Dienes menciona que en las escuelas se usa directamente símbolos cuando se enseña matemática, ya que los estudiantes no tienen experiencias anteriores sobre las bases lógicas de la matemática (Bart, 1970). Al respecto, Dienes rechaza esta forma de enseñanza, puesto que considera que esta no permite la construcción del aprendizaje del estudiante.

Por ello, Dienes considera que la enseñanza de la matemática debe promover en los estudiantes el interés por aprender la matemática, mediante actividades lúdicas y de razonamiento. Además, considera que, a partir de las actividades de aprendizaje en el aula, el estudiante aprende conocimientos matemáticos.

Dienes (1964) basándose en Piaget y Bruner explica que un concepto matemático se adquiere por medio de etapas. En la primera etapa, el estudiante juega con los elementos que se relacionan con el concepto matemático a aprender. En la segunda etapa, el estudiante le otorga un significado al concepto. En la tercera etapa, se comprende y entiende el concepto. En la última, el estudiante es capaz de usar lo aprendido en situaciones nuevas, lo cual le ayuda a apropiarse del conocimiento.

Asimismo, al momento del aprendizaje de la matemática, según Dienes se utilizan principios. Para fines de esta investigación se priorizan dos, los cuales se describen a continuación.

El primero es el principio de la variabilidad matemática. En esta se determina que un conocimiento matemático debe ser presentado de una gran variedad de maneras donde se varíe su estructura y se diferencien las características matemáticas. En otras palabras, se presentan los contenidos de diversas maneras, con distinto grado de complejidad y abstracción. Así, se permite al estudiante identificar aquella o aquellas características que son constantes en las diferentes estructuras que se presentan (Bart, 1970; Zapatera, 2020). El objetivo principal de este principio es que el estudiante sea capaz de generalizar el concepto matemático.

El segundo es el principio de la variabilidad perceptual. Este principio considera que el concepto se debe presentar en diferentes situaciones para que el estudiante pueda experimentar (Bart, 1970). Por lo tanto, el estudiante podrá

destacar la estructura común en las distintas situaciones, comprendiendo el concepto de la manera que más le agrade. El principal objetivo de este principio es que se pueda abstraer una estructura matemática al momento de aprender.

Los dos principios se encuentran presentes en los fundamentos generales para la enseñanza de la matemática. Además, ayudan a una planificación de sesiones más contextualizadas, pues permite a los docentes considerar la individualidad del estudiante al aprender un nuevo conocimiento matemático (Bart, 1970). Cabe resaltar que, esto se logra mediante la motivación y el empleo de situaciones de experiencia para que el estudiante aprenda significativamente.

Asimismo, en la enseñanza de la matemática se debe realizar variaciones al momento de presentar un problema y promover a que el estudiante pueda conocer y descubrir estrategias para resolverlo. Cabe señalar que, al estar en contra de una enseñanza tradicional en estos tiempos, no se enseña los procedimientos a seguir para resolver determinados problemas, sino que se promueve a que el estudiante decida cuál es la mejor opción para resolverlo (Dienes, 1964).

2.1.3. Teoría de Richard Skemp

Richard Skemp fue un matemático y psicólogo. Su preocupación radicó en la manera como aprenden los estudiantes los conceptos matemáticos, pues los docentes enseñan de acuerdo a sus concepciones o experiencias propias para que sus estudiantes aprendan. Asimismo, en ocasiones los estudiantes adquieren el conocimiento de manera memorística y a través de aplicación de procedimientos ya definidos. En consecuencia, no comprenden lo que aprenden y para qué aprenden.

Skemp (1980) define a la comprensión como la asimilación de algo dentro de los esquemas mentales, los cuales forman parte del conocimiento. En otras palabras, la comprensión es la interiorización de los conocimientos que se va adquiriendo otorgándole un sentido. También, menciona que los estudiantes poseen la capacidad de explicar el proceso que realizaron al dar solución a alguna situación, si la comprendieron.

Además, Skemp (1980) explica que la comprensión para algunos es conocer reglas o técnicas sin motivo, y la capacidad de utilizarlas. Por el contrario, el autor afirma que la comprensión significa saber qué hacer y por qué. Por ello, Skemp (2006) utiliza el término comprensión instrumental para el primer significado y comprensión relacional para el segundo.

La comprensión instrumental consiste en identificar una variedad de procedimientos para solucionar problemas de índole matemáticos. En consecuencia, se requiere memorizar para qué situaciones se debe aplicar un procedimiento y también, aprender para qué problema aprender otro método. Skemp identificó algunas ventajas al enseñar instrumentalmente las matemáticas. Una de ellas es que son más fáciles de aprender, por ejemplo, al dividir números fraccionarios, al efectuar multiplicaciones de números negativos, entre otros. Otra ventaja es que se puede conseguir la respuesta correcta más instantánea que en la comprensión relacional. En términos simples es la comprensión instrumental y es lo que se sabe hacer al enfrentar diversas situaciones.

Por otro lado, la comprensión relacional es a que Skemp denominaría como una verdadera comprensión, pues en esta no se busca la memorización para aprender. En esta forma de comprensión, el estudiante hace uso de sus conocimientos conceptuales que le permiten construir procedimientos para resolver las actividades matemáticas. Sin embargo, a diferencia de la comprensión instrumental, esta es más difícil de aprender. Algunas ventajas de la comprensión relacional son las siguientes.

La primera es que se puedan adaptar a nuevas situaciones, pues no solo se sabe cómo usarlo, si no se sabe por qué se usa ese procedimiento. La segunda es que se puede recordar más fácil, ya que al conocer un concepto y poder relacionarlo con otros, hace que su aprendizaje sea significativo y fácil de recordarlo. Por último, si los estudiantes se encuentran satisfechos con sus aprendizajes, esto los motiva a que busquen aprender otros conceptos por ellos mismos. En resumen, en la comprensión relacional, los estudiantes saben o conocen por qué aplican los procedimientos para resolver alguna situación.

Al respecto, Skemp (2006) menciona que de las dos formas de comprensión, el relacional representa el auténtico aprendizaje y que aplicar procedimientos sin conocer la razón se debe dejar de lado. Por este motivo, se debe priorizar la construcción de los conocimientos por parte del estudiante, evitando la memorización de estos en la enseñanza de la matemática. Además, las situaciones que se propongan deben presentarse gradualmente, pues ello permite que el estudiante pueda relacionar su conocimiento anterior con el nuevo.

2.2. Estándares de Aprendizaje

2.2.1. Definición

Los estándares de aprendizaje son los objetivos que se desea que logren los estudiantes en los diferentes niveles (Tapia y Gysling, 2016). En otros términos, son descripciones del progreso de las competencias de las diferentes áreas curriculares, desde que se empieza hasta que se termina la Educación Básica, y los estándares de aprendizaje se van complicando en cada nivel.

Las capacidades están descritas de manera articulada que se presentan al resolver alguna situación auténtica, por lo que los estándares llegan a ser integrales (Ministerio de Educación del Perú, 2017a). Incluso, define el logro al terminar los ciclos en la Educación Básica, mediante niveles. Sin embargo, en las diferentes evaluaciones realizadas a nivel nacional e internacional, se ha verificado que los estudiantes en un solo grado presentan diferentes niveles de logro y en ocasiones, la mayoría, no logran los estándares de su nivel y ciclo.

Por lo tanto, los estándares ayudan a identificar el logro de aprendizaje del estudiante en relación con una determinada competencia al terminar cada ciclo. En relación con esto, el propósito de los objetivos de aprendizaje es referente a la evaluación de los aprendizajes, ya sea para el aula de clase o las evaluaciones propuestas por el Ministerio de Educación.

De esta manera, los estándares de aprendizaje proveen información relevante para brindar una retroalimentación eficaz con base en los aprendizajes y para contribuir a mejorar. Asimismo, sirven para reflexionar y adaptar la práctica en el aula con relación a los requerimientos de los estudiantes.

Por todo lo mencionado, los estándares de aprendizaje contribuyen a relacionar la labor docente y la preparación de los recursos o herramientas educativos para el logro de las competencias presentadas en el Currículo Nacional de la Educación Básica, de acuerdo a los niveles. Incluso, al ser herramientas, contribuyen a lograr la calidad y equidad educativa, pues ayuda a mejorar los aprendizajes en los niños, niñas y jóvenes del país (Tapia y Gysling, 2016).

También, permite ajustar y plantear de manera coherente las políticas, monitoreando el efecto que se produce al implementarlo mediante evaluaciones. Cabe resaltar que, la mejora de los aprendizajes de los estudiantes siempre debe ser verificada basándose en los estándares de aprendizaje. Al considerar para esta investigación el área curricular de Matemática y la competencia “Resuelve

problemas de cantidad” del segundo grado de primaria, es necesario conocer el estándar de aprendizaje perteneciente al III ciclo.

2.2.2. Estándares de la Competencia Resuelve Problemas de Cantidad del III Ciclo

El estándar para identificar si se ha logrado los aprendizajes esperados al finalizar el III ciclo en la competencia “Resuelve problemas de cantidad” planteado por en el Currículo Nacional de Primaria se especifica a continuación. El estudiante:

- Resuelve problemas con las actividades de agregar, juntar, quitar, separar, equiparar y diferenciar cantidades; y los presenta al lenguaje matemático para sumar, restar, duplicar y dividir en dos partes iguales.
- Comunica su entendimiento del valor de los números hasta dos cifras y los manifiesta con sus equivalentes. También, representan de diversas maneras su entendimiento del duplicado y la división en dos partes iguales usando lenguaje matemático.
- Utiliza diversas estrategias y procedimientos de comparación y cuantificación. Además, compara y mide el tiempo y la masa, utilizando unidades no habituales.
- Expresa las razones por las cual debe añadir o quitar en una determinada circunstancia y el proceso al resolver las situaciones presentadas.

Estos estándares pertenecientes a la competencia “Resuelve problemas de cantidad” permiten identificar el logro de aprendizaje del estudiante al terminar el III ciclo, pues estos permiten realizar una evaluación estándar para todos los estudiantes.

2.3. Competencia

2.3.1. Definición

La competencia se define como un proceso donde una persona utiliza sus distintas habilidades, capacidades y actitudes necesarias para lograr sus propósitos en una determinada situación dentro de un contexto con eficacia, actuando de manera adecuada y responsablemente (Coronado, 2014; Gairín, 2011; Tobón, 2006).

Una persona es competente cuando es capaz de comprender la situación o problemática, a resolver y evaluar las distintas maneras que se tiene para resolverla de manera eficaz (Gairín, 2011; Ministerio de Educación del Perú, 2017a). En otras

palabras, al identificar la problemática o situación, se reconoce las características que posee, evalúa las diferentes formas de resolverla, elige la mejor opción y finalmente, la ejecuta, lo cual supone la articulación de varios elementos. Asimismo, las competencias se adquieren, desarrollan y mejoran durante la vida para dar una respuesta exitosa a determinadas situaciones que se presenten.

Bolívar (2008) menciona que formar a estudiantes competentes consiste en que estos utilicen lo aprendido en diversas situaciones y no solo lo almacenen, por lo que el Ministerio de Educación del Perú consideró desarrollar un currículo con el enfoque por competencias.

Asimismo, en la escuela para contribuir en la consolidación de las competencias es necesario el apoyo del docente como mediador para favorecer al uso y comprensión de conocimientos. Además, se resalta que la autonomía y participación activa son características esenciales para los estudiantes dentro y fuera del aula.

Las competencias del Currículo Nacional de la Educación Básica facilitan alcanzar el éxito del perfil de egreso del estudiante y su desarrollo se realiza de manera integrada entre las distintas áreas curriculares. Una de las áreas curriculares es Matemática, la cual utiliza un planteamiento enfocado en resolver problemas y presenta cuatro competencias. En el caso de esta investigación, se prioriza la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

2.3.2. Competencia Resuelve Problemas de Cantidad

De acuerdo con Ministerio de Educación del Perú (2017b), la competencia “Resuelve problemas de cantidad” tiene por objetivo que los estudiantes den solución a problemas o se propongan nuevos, en la cual sean capaces de elaborar y entender las nociones relacionadas con los números y sus sistemas, las operaciones y sus propiedades.

Asimismo, se busca que lo aprendido sea significativo, por lo que los conocimientos adquiridos deben usarse para determinar las conexiones entre los datos y condiciones presentes. También, el estudiante debe seleccionar las estrategias, procedimientos u otros recursos para resolver una situación, ya sea de estimación o cálculo exacto. Cuando el estudiante compara, identifica propiedades de casos particulares y explica con analogías en la resolución de problemas, emplea su razonamiento lógico.

2.4. Capacidad

2.4.1. Definición

Los recursos que permiten actuar competentemente a los estudiantes, son las capacidades (Ministerio de Educación del Perú, 2017a). Las capacidades son procesos más simples en comparación con las competencias y están conformadas por los conceptos, actitudes y habilidades que se utilizan para que los estudiantes puedan dar solución a un problema.

El primero, los conocimientos, son los conceptos, procedimientos y teorías relacionados con un determinado campo del saber que el estudiante puede elegir. Estos se trabajan en la escuela de manera construida y validada por la sociedad. Cabe resaltar que, los estudiantes también construyen conocimientos, ya que se quiere evitar que sea un aprendizaje mecánico y memorístico; y que la enseñanza sea expositiva y carente de significado y aplicabilidad, características de una enseñanza tradicional que hoy en día los docentes ponen en práctica en las diferentes instituciones educativas (Bolívar, 2008).

El segundo, las actitudes, son las maneras de actuar de una persona frente a una circunstancia en particular. Inclusive, son las maneras de comportarse y pensar de con relación a las creencias de la sociedad en general, las cuales varían de acuerdo a la educación y experiencias de la persona (Ministerio de Educación del Perú, 2017a).

Por último, las habilidades, son las destrezas que tiene un individuo para desarrollar una gran cantidad de actividades exitosamente. Además, estas habilidades son las motrices, las comunicativas, sociales, físicas, entre otras.

Es importante considerar que, ser competente significa hacer uso de las capacidades articuladamente frente a diversas situaciones, ya que la obtención de las capacidades por separado no ayuda al desarrollo de la competencia por completo.

2.4.2. Capacidades de la Competencia Resuelve Problemas de Cantidad

Las capacidades correspondientes a la competencia “Resuelve problemas de cantidad” presentadas por Ministerio de Educación del Perú (2017b) dentro del Currículo Nacional de Primaria son cuatro, las cuales se detallan a continuación.

La primera es traduce cantidades a expresiones numéricas. Esta consiste en que se pueda reconocer la información y estipulaciones de un problema para expresarse numéricamente donde no se pierda las relaciones entre ellos.

Asimismo, el estudiante debe tener la capacidad de crear problemas a partir de las expresiones o situaciones dadas. Las expresiones están compuestas por los números, las operaciones y las propiedades. También, con esta capacidad, el estudiante considera si el resultado que se ha conseguido cumple con las estipulaciones identificadas al principio del problema.

La segunda es comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. Esta consiste en que el estudiante manifieste su entendimiento de conceptos numéricos, de las operaciones y sus características; utilizando el lenguaje matemático y su gran variedad de representaciones. Además, se debe ser capaz de leer la información y representaciones con contenido numérico.

La tercera es usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. Esta consiste en que se deba distinguir, combinar, adecuar o realizar nuevas estrategias para solucionar los problemas. Además, debe hacer procedimientos de conteo mental y escrito, de aproximación, de comparación y de estimación utilizando una variedad de recursos.

Y, por último, argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones. En esta capacidad, el estudiante construye declaraciones sobre la conexión por medio de los distintos sistemas de números, sus operaciones y propiedades. Asimismo, su argumentación debe basarse en sus experiencias y comparaciones donde se induce a las características mediante situaciones específicas. Estas pueden justificarse mediante analogías para validarlas o refutarlas.

Las capacidades presentadas en párrafos anteriores, deben considerarse al momento de planificar y aplicar las sesiones de clase en el área curricular de matemática, pues contribuyen a lograr la competencia “Resuelve problemas de cantidad”. Además, permite guiar la evaluación, ya que se relacionan con los estándares de aprendizaje.

2.5. Desempeño

2.5.1. Definición

Los desempeños son descripciones más específicas en comparación con el desarrollo de los niveles en los estándares de aprendizaje, pues son especificaciones de lo que hace el estudiante y se presentan para cada grado (Ministerio de Educación del Perú, 2017a). Además, ilustran las actuaciones de los estudiantes para obtener el nivel de competencia deseado, es decir, los desempeños son observables dentro de un contexto o en diversas situaciones que enfrente el estudiante.

Los desempeños de aprendizaje permiten guiar la planificación, ya que definen los propósitos de aprendizaje, los cuales guiarán el qué enseñar. Cabe señalar que, los desempeños de una competencia se pueden combinar al momento de planificar, por lo que la evaluación se basa en los desempeños considerados en la planificación. Además, el desempeño se valora a partir de las evidencias del estudiante, ya sea de manera formativa o sumativa.

Los desempeños de aprendizaje se muestran en los programas curriculares de las diversas modalidades, por niveles (inicial, primaria y secundaria) o grados de la Educación Básica. Además, estas contribuyen en la planificación y evaluación de los estudiantes, sin olvidar que en cada grado hay gran diversidad de niveles de desempeño, ya sea que los estudiantes logren o no el estándar propuesto para su ciclo.

A partir de ello, para fines de este estudio, se consideran los desempeños de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” donde están contemplados implícitamente las capacidades para el segundo grado de primaria de la Educación Básica Regular.

2.5.2. Desempeños de la Competencia Resuelve Problemas de Cantidad del Segundo Grado

El estudiante realiza los siguientes desempeños correspondientes a la competencia “Resuelve problemas de cantidad” y logra el nivel esperado para el ciclo III (Ministerio de Educación del Perú, 2017b). El estudiante:

- Transforma a números y operaciones, ya sea de adición o sustracción, a partir de problemas de quitar y agregar con números naturales de hasta dos

dígitos. Además, se establecen vínculos entre los datos utilizando soporte concreto y gráfico. Inclusive, explica qué hizo para resolverlo.

- Transforma a números y operaciones de sustracción o adición a partir de problemas de avanzar y retroceder con números naturales de hasta dos dígitos. Además, construye correlaciones entre los datos utilizando soporte concreto y gráfico. Inclusive, explica qué hizo para resolverlo.
- Da solución a problemas de juntar y separar, estableciendo relaciones entre los datos, utilizando soporte concreto y gráfico. Además, los representa con números y operaciones, ya sea de adición o sustracción, con números naturales de hasta dos dígitos, y explica qué hizo para resolverlo.
- Da solución a problemas de comparación e igualación, estableciendo relaciones entre los datos y expresándose de diversas maneras su comprensión y apoyándose de material concreto para su explicación.
- Manifiesta el entendimiento como una nueva unidad en el sistema numérico decimal, a la decena y el tablero, representándolo de distintas formas.
- Expresa su entendimiento que para lograr organizar objetos hasta el vigésimo lugar se utiliza el número ordinal.
- Da solución a problemas de repetir una misma cantidad dos veces o repartirla en dos partes iguales, representándolas de manera concreta, pictórica y abstracta, y explicando qué hizo para resolverlo.
- Emplea diversas estrategias y procesos para solucionar problemas de cantidad por medio de las estrategias de heurísticas, de operaciones mentales y de comparación, y procedimientos de cálculo.
- Hace uso de unidades no convencionales para comparar de forma cercana a su contexto y concreta la masa de objetos.
- Determina el tiempo usando unidades ordinarias como días, horas, meses, entre otros.

Estos desempeños permiten planificar las sesiones de aprendizaje con relación a la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, pues los propósitos de aprendizaje deben estar estrechamente relacionados con los desempeños de las capacidades por cada competencia.

Parte II: Investigación

Esta parte está conformada por dos capítulos. El tercer capítulo abarca el diseño metodológico y el cuarto capítulo, el análisis e interpretación de los resultados.

Capítulo 3: Diseño Metodológico

En este capítulo se presenta el enfoque y el tipo de investigación. Además, se da a conocer los objetivos del estudio y el proceso seguido para realizar el recojo, organización, procesamiento y análisis de la información.

3.1. Enfoque y Tipo de Investigación

Este estudio se desarrolla desde el enfoque cualitativo. Se ha escogido realizar con este enfoque, ya que se busca comprender la situación y la percepción de los participantes desde los datos que se obtienen de manera profunda (Hernández et al., 2014; Saracho, 2017).

Además, exige que lo que se muestre del estudio sea claro en tiempos delimitados para no perder su carácter científico-académico, es decir, debe estar estrechamente relacionado con los objetivos que se han propuesto. En este estudio, se observa y se relatan las acciones realizadas por el sujeto, sin afectar sobre sí mismo de cualquier manera.

El enfoque de investigación cualitativo orientó el proceso para conocer la manera como la docente emplea estrategias didácticas para lograr en sus estudiantes promover la competencia del curso de matemática que es “Resuelve problemas de cantidad”. En consecuencia, ello permitió analizar la información obtenida con la finalidad de observar, comprender y describir mejor el objeto de estudio.

Este estudio es de tipo descriptivo, por lo que su objetivo es analizar los aspectos específicos del sujeto a estudiar. De acuerdo con Niño (2011), este tipo de estudio, tal como su nombre lo menciona, tiene como objetivo describir situaciones y fenómenos. Estas se describen cómo son y cómo se presentan. Incluso, se especifican las características importantes de las personas y se aplican a un grupo reducido de individuos.

Asimismo, en esta investigación se recogen datos mediante diversas técnicas como entrevistas, observaciones, análisis documental, entre otros. En relación con

eso, en esta investigación, se utilizan las técnicas de la observación no participante y la entrevista no estructurada; y sus instrumentos respectivos, la guía de observación y la guía de entrevista semiestructurada.

3.2. Objetivos de la Investigación

Esta investigación comienza planteando la siguiente pregunta: ¿Cómo una docente aplica las estrategias didácticas para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una Institución Educativa pública de Lima Metropolitana?

Con relación a la pregunta se formuló un objetivo general, el cual consiste en analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana.

Además, se plantearon dos objetivos específicos. Uno de ellos consiste en identificar cómo una docente aplica la estrategia didáctica del juego para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana. El otro se basa en identificar cómo una docente aplica la estrategia didáctica de resolución de problemas de matemática según George Polya para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana.

Por ello, los objetivos y el uso de estrategias didácticas para facilitar el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” por una docente en el segundo grado de una institución pública de Lima Metropolitana, se consideran las categorías, las cuales se fundamentan en la matriz de consistencia (Anexo 1).

Tabla 1

Categorías y subcategorías consideradas en la investigación

Categoría	Subcategorías	Conceptualización
Estrategia del juego para la	Adaptación al entorno	Familiarización con los objetos concretos de manera libre

Categoría	Subcategorías	Conceptualización
enseñanza de la matemática (Dienes y Golding, 1966)	Estructuración del concepto	Presentación de las reglas del juego a desarrollar
	Abstracción del concepto	Se otorga sentido al juego desarrollado para relacionarlo con el concepto matemático.
	Representación gráfica del concepto	Concepción del concepto matemático desde una perspectiva aislada del juego, por lo que se realizan representaciones mediante gráficos.
	Especificación de la representación	Explicación de las características de las representaciones gráficas haciendo uso de las nociones básicas del lenguaje matemático.
	Formalización del concepto	Explicación de lo aprendido haciendo uso del lenguaje matemático.
Estrategia de resolución de problemas de	Comprensión del problema	Entendimiento del problema mediante preguntas para reconocer toda la información

Categoría	Subcategorías	Conceptualización
matemática		imprescindible para dar solución al problema.
según George Polya (Polya, 1989)	Concepción de un plan	Planificación de procedimientos necesarios para dar solución al problema propuesto y los guía mediante preguntas.
	Ejecución del plan	Realización del plan que se ha propuesto para desarrollar el problema.
	Visión retrospectiva	Verificación si el proceso realizado es correcto o no y orienta a su reflexión.

Nota: Esta tabla muestra las definiciones claras y precisas de cada subcategoría propuesta para la investigación.

3.3. Fuente Informante

Con relación a la fuente informante, Vasilachis (2006) explica que es un sujeto de gran importancia, ya que es un sujeto activo en la investigación. Es quien está en condiciones de brindar la información sobre lo que conoce, sus expectativas y apreciaciones. Al respecto, Hernández et al. (2014) explican que un reto es encontrar a un informante que aporte datos necesarios para desarrollar una investigación exitosa.

Por ello, para esta investigación se tiene como informante a una docente del segundo grado de una institución educativa pública ubicada en el distrito de Magdalena, provincia y departamento de Lima, perteneciente a la UGEL N.º 03. Esta institución educativa es solo de nivel de Educación Primaria, de turno, mañana y tarde, y de gestión pública.

La informante fue escogida por conveniencia; pues, la docente está a cargo de un aula de segundo grado y de la cual se recogió toda la información para realizar la investigación. También, la decisión fue por la accesibilidad, pues hay interacción y comunicación constante con la docente para poder aplicar los instrumentos que se han definido.

Además, los años de experiencia de la docente en diversas instituciones educativas públicas y su nivel de desempeño docente, la convierten en una fuente informante adecuada para la investigación. Inclusive, brindó facilidad para profundizar sobre la práctica pedagógica y esta es vista y evidenciada durante las clases del área de matemática.

Tabla 2

Distribución de la fuente informante

Distribución de la fuente informante			
Criterios	Sí	No	Descripción/Observación
Docente de primaria	X		Docente de 2º grado de primaria de una institución educativa pública de Lima Metropolitana
Experiencia suficiente	X		32 años de experiencia enseñando en diversos centros educativos públicos, privados y parroquiales.
Interacción constante	X		Todos los días
Comunicación constante	X		Todos los días

Nota: Esta tabla muestra los criterios por el cual se eligió a la fuente informante.

3.4. Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Datos

Con relación a las técnicas e instrumentos para recoger los datos, se ha propuesto utilizar dos como se observa en la Tabla 3. En primer lugar, se ha optado por la aplicación de la observación no participante y su instrumento es la guía de observación (Anexo 3). Según Campos y Lule (2012), este tipo de técnica permite que el investigador no tenga intervención alguna, es solo un espectador.

Además, solo se limita a anotar lo que sucede de acuerdo a los objetivos que se quiere alcanzar en la investigación. Por ello, se opta por usar una guía de observación. Así, se recoge la información en tres sesiones de clase para identificar las estrategias didácticas empleadas por la docente para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes del segundo grado.

Por último, se plantea la aplicación de una entrevista. Esta permite obtener información de manera detallada y profunda por parte de la docente. Para ello, se optó por utilizar una guía de entrevista semiestructurada (Anexo 4), la cual permite crear situaciones de diálogo abiertas donde los sujetos de la investigación puedan expresar de manera libre sus opiniones con respecto al tema a tratar en la entrevista (Flick, 2018). El instrumento está dirigido a la docente con la finalidad de identificar las estrategias didácticas y cómo las emplea para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

Tabla 3

Técnicas e instrumentos para la investigación

TÉCNICA	INSTRUMENTO
Observación no participante	Guía de observación
Entrevista	Guía de entrevista semiestructurada

Nota: Esta tabla muestra las técnicas e instrumentos que se emplearon para recoger toda la información.

Cabe resaltar que, se realizó la validación de los instrumentos para conocer si son los adecuados para obtener la información necesaria para el logro de los objetivos. Por ello, ambos instrumentos, guía de observación y guía de entrevista semiestructurada, fueron validados a través de un juicio de expertos. De acuerdo con Brownstein et al. (2019) y Colson y Cooke (2018), la técnica de juicio de expertos sirve para comparar la validez de la información y de esa manera se establezca la conformidad entre los expertos. Además, ellos emiten sus valoraciones sobre los ítems de los instrumentos a aplicar de acuerdo a uno o más criterios definidos en la investigación.

Por ello, para proceder con el proceso de validación, se llevó a cabo tres procesos. El primero fue la invitación a cada experto. Luego de recibir la aceptación a la invitación, se procedió a enviarles un documento con la matriz de coherencia de la investigación (Anexo 1) y la matriz de diseño por cada instrumento (Anexo 2 y 3), el protocolo (Anexo 3 y 6) y la hoja de evaluación del especialista. Se les proporcionó todo ello para que evalúen la calidad de los instrumentos para así garantizar su coherencia, pertinencia y confiabilidad. El segundo proceso es la devolución. Los expertos, al realizar sus valoraciones, procedieron a devolver el documento con sus respectivas anotaciones y observaciones.

Por último, se ejecutó el proceso de realizar las modificaciones correspondientes de acuerdo a las observaciones y comentarios realizados por las cuatro expertas participantes. Todo ello se desarrolló manteniendo la coherencia con los objetivos, categorías y subcategorías que se plantearon para esta investigación.

3.5. Técnicas para la Organización, Procesamiento y Análisis

Para el logro de los objetivos propuestos se realizaron tres procesos. El primero es la organización de la información. Por ello, se diseñó matrices en relación con los objetivos planteados, donde se consideraron las categorías y subcategorías, como se puede observar en las Tablas 4 y 5, las cuales ayudaron a interpretar y analizar la información obtenida de los instrumentos. Después, de su elaboración se validaron para obtener datos relacionados con los objetivos.

El segundo es el procesamiento de la información. Luego de recoger la información, se asignaron códigos para identificar los datos más relevantes. La codificación es esencial dentro de la investigación cualitativa, pues no siempre los sucesos o situaciones se relacionan a simple vista (Vasilachis, 2006). Por ello, es necesario utilizar esquemas para organizar todos los datos que van recogiendo y así poder vincularlas.

Para fines de este proceso, en esta investigación, se desarrolló la técnica de Open Coding donde se agrupó y codificó la información en relación con las categorías y subcategorías. Esta técnica denominada Open Coding (Código abierto) permite generar categorías de información separando los datos que se va recogiendo, de manera que, se pueda encontrar diversas características de las categorías y así poder analizarlas de mejor manera (Vasilachis, 2006).

Por último, el análisis de la información. Este proceso es imprescindible, ya que cuando se agrupa por categorías o subcategorías, es necesario descubrir los temas o conceptos existentes en los datos (Hernández et al., 2014). Además, permite comprender, relacionar y contrastar los datos con el conocimiento existente.

En este estudio, se utilizó la triangulación de información de acuerdo con las categorías y subcategorías propuestas. De acuerdo con Jiménez y García (2021), la triangulación de datos permite reducir el sesgo y aumentar la confiabilidad de los resultados en una investigación. En otras palabras, se relacionan los datos obtenidos con la teoría que se tiene para mejorar la confiabilidad de los hallazgos. Todo esto, con la finalidad de lograr los objetivos que se han propuesto y que la información sea de calidad.

3.6. Principios de la Ética de la Investigación

Los principios éticos son necesarios considerarlos en esta investigación, en relación con el enfoque a desarrollar. Este estudio consideró cuatro principios propuestos por el Reglamento del Comité de Ética de la Pontificia Universidad Católica del Perú (2011). El primero es el respeto por las personas, por lo que, el participante debe hacerlo de forma voluntaria antes de iniciar con la aplicación de los instrumentos, mantener la confidencialidad y protección de la privacidad.

El segundo, la beneficencia, donde se evite cualquier tipo de daño en los participantes de la investigación, pues se debe velar por el bienestar de los participantes y promover los beneficios. El tercero, la responsabilidad, pues el investigador debe asumir las consecuencias de la publicación de la investigación donde están involucrados los participantes y la sociedad en general. Por último, la integridad científica, donde se realicen un adecuado uso de los datos recolectados sin falsificarlos o distorsionarlos durante su análisis.

Para el desarrollo de esta investigación se consideró los protocolos de consentimiento informado e instrumentos para recojo de información propuesto en el Reglamento del Comité de Ética para la Investigación con seres humanos y animales de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Por ello, se elaboró el consentimiento informado hacia la docente (Anexo 8), donde se dio a conocer los objetivos de la investigación y se informó sobre mantener la confidencialidad y protección de su identidad utilizando un seudónimo. Además, la grabación de la entrevista efectuada a la docente al terminar esta investigación se eliminó.

Capítulo 4: Análisis e Interpretación de Resultados

Este capítulo desarrolla primero la identificación y descripción de cómo una docente aplica la estrategia didáctica del juego para promover la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de primaria del segundo grado en una institución educativa pública de Lima metropolitana, la cual corresponde al primer objetivo de esta investigación. Por último, se identifica cómo una docente aplica la estrategia didáctica de resolución de problemas de matemática según George Polya para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana, la cual corresponde al segundo objetivo de esta investigación.

Los resultados alcanzados se relacionan con los aportes teóricos y están alineados con los objetivos de esta investigación, lo cual permite organizar la información en relación con las categorías y subcategorías.

4.1. Estrategia del Juego para la Enseñanza de la Matemática

A partir de la aplicación de los instrumentos, en este apartado, se describe cómo una docente aplica la estrategia del juego para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”. Para el logro de ello, se considera la propuesta de las etapas para organizar el aprendizaje de la matemática mediante la estrategia del juego propuesta por Dienes y Golding (1966).

4.1.1. Adaptación al Entorno

El juego motiva el interés del estudiante por aprender, lo cual facilita la mejora del aprendizaje y el desarrollo de diversas habilidades que no se relacionan directamente con la matemática (Minerva, 2002). La docente en las sesiones observadas presentó los juegos “La competencia numérica”, “la Yupana Inca” y “Quitamos algunos más con base 10”.

Todos estos juegos se relacionan con la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, pues en cada uno de ellos se utilizó números y operaciones de adición y sustracción, haciendo uso de estrategias para comparar, juntar, agregar, quitar, separar, entre otros.

Dienes (1964) menciona que la enseñanza debe promover en el estudiante la motivación para aprender mediante actividades lúdicas. Esto en las observaciones se evidenció, pues los estudiantes mostraron interés por los juegos presentados por la docente en cada clase.

En este proceso, la docente entregó diversos materiales a los estudiantes como tapas de botellas, botones y base 10, realizando preguntas como “[...] ¿Para qué nos servirá estos materiales? ¿Qué se puede hacer con estos materiales? (AEO1_I2)”, “[...] ¿Con estos materiales podemos formar números y resolver problemas? ¿Qué otros usos se le puede dar? (AEO3_I2)”. Luego, los estudiantes de manera libre exploraron los materiales, pues con estos formaron diversas formas sin alguna restricción, por ejemplo, formaron casas, osos, caras, entre otros.

Con relación a ello, Abad y Ruiz de Velasco (2012) mencionan que el juego libre posibilita al estudiante ser capaz de tomar decisiones, tener confianza en ellos mismo y adaptarse a su entorno mediante la manipulación de objetos. Esta acción por parte de la docente no solo ayuda a la obtención de habilidades matemáticas. Al respecto, Pecci et al. (2010) menciona que el juego libre favorece a la imaginación, a la obtención de habilidades cognitivas y sociales de quienes lo realizan.

La exploración de diversos materiales realizada por los estudiantes evidenciada en la observación, se vincula con lo expresado por la docente en la entrevista, pues ella explicó que cuando planifica y ejecuta el juego para fomentar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” considera aspectos vivenciales, materiales, estructurados como el material base 10 y regletas, no estructurados como tapas de botella, semillas, libros y loncheras, con el fin de lograr los objetivos que se han planteado en las sesiones.

Además, se observó que los estudiantes ya conocían algunos materiales, pues mencionaron “[...] esas son las decenas y unidades del material base 10. (AEO3_I2)” y “[...] ¿Usaremos la Yupana con los botones para sumar o restar? (AEO3_I2)”. Esto permitió una mejor adaptación. En coherencia con Alsina (2011) y Edo et al. (2009), el uso de materiales es necesaria en la enseñanza de la matemática, pues la manipulación contribuye a que el estudiante pueda explorar y encontrar la motivación para continuar con su aprendizaje.

Todas las acciones realizadas por la docente son coherentes con lo planteado por Dienes y Golding (1966), pues ellos mencionan que en la etapa de adaptación al entorno el estudiante debe explorar con material concreto de manera libre, es decir, se realiza el juego libre para motivar al estudiante. Asimismo, utilizar recursos que los estudiantes conocen, permite que se adapten con mayor facilidad y lo vinculen con sus conocimientos previos. Cabe destacar que, en esta etapa, la docente presentó diversos juegos con el propósito de desarrollar la competencia “Resuelve

problemas de cantidad” con lo correspondiente a números y operaciones de adición y sustracción en las tres sesiones de clase observadas.

4.1.2. Estructuración del Concepto

En esta etapa, la docente aclaró y brindó reglas generales, por ejemplo, que cada estudiante debía mantener su espacio para no molestar a su compañero de al lado. Estas reglas permitieron mantener el orden entre los estudiantes. En relación con esto, Piaget (2017) menciona que es importante el uso de reglas cuando se emplea la estrategia del juego en matemática, pues favorece el respeto, la atención, entre otros.

También, brindó indicaciones específicas sobre la utilización de los materiales entregados que se relacionan con el concepto a desarrollar en cada sesión de clase, por ejemplo, “[...] *les menciona que cada botón de color azul será una decena y las rojas las unidades. (ECO3_I3)*”. Esto favorece a que los estudiantes relacionen el material con conceptos matemáticos a manera de juego.

Asimismo, la docente brinda indicaciones para que los estudiantes puedan representar cantidades con los materiales, las cuales fueron desde lo más simple a lo complejo, por ejemplo, los estudiantes debían representar el número 9, luego, el 18 y finalmente el 27.

Incluso, para guiar a algunos niños realizó preguntas, por ejemplo, “[...] *qué material tenemos, a qué equivalen los cubos blancos y la barra anaranjada. (ECO3_I3)*”. Estas interrogantes permitieron que el estudiante recuerde lo que ha estado aprendiendo sobre el canje y conocer otros usos que se le puede otorgar a los materiales, como las tapas de botellas, que comúnmente no están relacionados con la matemática.

Después de esto, la docente presentó un problema y los datos fueron representados en cada juego utilizando los materiales que se tenían, por ejemplo, [...] se les pide que representen los datos que indica el problema, primero la cantidad inicial y luego la final. La docente recuerda que se puede hacer un canje de la barra anaranjada con diez cubos blancos. Los estudiantes ejecutan esos canjes para resolver el problema. (ECO3_I3)”. Esto se vincula con lo mencionado en la entrevista por la docente, ya que explicó que es importante el uso de material concreto para que los niños comprendan lo que están realizando.

Estas situaciones de representar cantidades y resolver problemas relacionadas con números están alineados a la competencia considerada por el Ministerio de Educación del Perú (2017b) para el segundo grado de primaria, el cual es “Resuelve problemas de cantidad”, pues se representan los datos del problema que son números y para representarlos se apoya de material concreto.

Cabe señalar que, las actividades que se presentaron fueron desarrolladas gradualmente adecuándose al avance y comprensión del niño. Esto se relaciona con lo mencionado por Zapatera (2020), pues considera que en la asignatura de Matemática los contenidos y/o actividades se deben desarrollar de acuerdo a las posibilidades del estudiante. Incluso, en esta etapa se evidencia la variación sistémica propuesta por Dienes, pues se presentaron diversas actividades de representación, las cuales permitieron generalizar el concepto que se quería enseñar (Bart, 1970).

Las actividades realizadas por la docente coinciden con el planteamiento de Dienes y Golding (1966), pues ellos explican que en la etapa de estructuración del concepto se desarrollan actividades más estructuradas y se conocen las reglas de juego, los cuales se evidencian en párrafos anteriores. Asimismo, la docente favorece el establecimiento de vínculos entre los datos de un problema mediante la manipulación de diversos materiales y que representen cantidades con diferentes grados de dificultad.

4.1.3. Representación Gráfica del Concepto

A partir de la vinculación del material con la matemática y la presentación de un problema de acuerdo al tema en cada sesión, los estudiantes representan cada cantidad estableciendo relaciones entre los datos. Este paso se ejecutó en las tres sesiones de clase utilizando los materiales correspondientes, las tapas de botellas, los botones en la Yupana y material base 10. Los estudiantes hicieron las acciones de acuerdo a cada situación, ya sea quitando o canjeando.

Este último proceso se relaciona con el desempeño especificado en el Programa Curricular de Educación Primaria del Ministerio de Educación del Perú (2017), pues los estudiantes transformaron a números y operaciones de sustracción a partir de problemas de quitar y aumentar, primero utilizando soporte concreto concibiendo los conceptos aislados del juego efectuado.

Luego, los estudiantes realizaron la representación de manera gráfica en su cuaderno el procedimiento realizado para dar solución al problema, por ejemplo, “[...] ahora que usamos las tapas lo podemos representar con bolitas en el cuaderno. (RGO1_I4)”, “Realicen el esquema de la Yupana en el cuaderno y realicen lo que acabamos de hacer con los botones [...]. (RGO2_I4)” y “[...] una vez que hemos efectuado la sustracción con el material base 10 vamos a graficarlo (RGO3_I4)”. Estas acciones permitieron que los estudiantes lleguen a un nivel más abstracto en la matemática mediante la guía de la docente y se relaciona con lo mencionado en la entrevista, pues ella explica que “[...] procuro que mis estudiantes grafiquen lo que realizan para poder que representen la comprensión del problema. (RCE_I4)”.

La representación trabajada en esta etapa, es denominada por Bruner (1984) como representación icónica, la cual es un nivel superior al enactivo. Además, el estudiante representa a objetos que no están físicamente con él y sin una acción de por medio, lo cual ayuda en su nivel de pensamiento abstracto e imaginación. Asimismo, se relaciona con el desempeño de expresar con representaciones la resolución del problema (Ministerio de Educación del Perú, 2017b).

Las actividades efectuadas por la docente corresponden a lo planteado por Dienes y Golding (1966), pues ellos afirman que en la etapa de representación del concepto se hace la representación gráfica de las acciones realizadas aisladas al juego, la cual se evidencia en las observaciones realizadas.

4.1.4. Abstracción del Concepto

En esta etapa, de acuerdo con Dienes y Golding (1966), se realizan e interiorizan todos los conceptos de manera abstracta. Es aquí donde se establecen vínculos entre los datos y conceptos que se han estado trabajando. Este proceso se evidenció en las observaciones, el cual se detalla a continuación.

Después, de la estructuración del concepto, la docente efectuó preguntas y repreguntas para recordar con los estudiantes lo que se ha estado trabajando hasta el momento. Al efectuar la representación gráfica, la docente los guio mediante preguntas y repreguntas para que los estudiantes representen de manera simbólica, tal como se detalla a continuación: “[...] ¿Qué sucede cuando gastamos nuestro dinero, aumenta o disminuye? (ACO1_I5)”, “[...] ¿Qué hicimos en la Yupana? ¿La cantidad inicial aumentó o disminuyó?”, “¿Qué hicimos cuando agregamos,

sumamos o restamos? (ACO2_I5)” y “[...] ¿Qué cantidad había al principio? ¿Al final? ¿Qué hicimos cuando quitamos, sumamos o restamos? (ACO3_I5)”.

Además, con ayuda de esquemas se hizo la representación simbólica de lo que se realizó haciendo uso de lenguaje matemático. Como señala Bruner (1984) la representación simbólica es un nivel superior al de representación icónica, ya que se apoya del lenguaje matemático.

Todo el proceso realizado coincide con lo mencionado por la docente en la entrevista, pues ella mencionó que para realizar la representación emplea esquemas de problemas aritméticos, de enunciado verbal (PAEV) la de problemas de cambio y de lenguaje matemático. Inclusive, se evidencia que la docente hace uso de las tres representaciones, las cuales permiten que el conocimiento perdure por más tiempo, pues el conocimiento se va construyendo desde la manipulación de material hasta la representación abstracta (Rivera y Ahumada, 2019; Zapatera, 2020).

4.1.5. Especificación de la Representación

En esta etapa, de acuerdo con Dienes y Golding (1966), se le otorga una denominación matemática al concepto que se está aprendiendo y se explican representaciones. También, se explican todo el proceso que se ha ejecutado. Este proceso se evidenció en todas las observaciones y para guiarlo la docente preguntó “¿Qué se hizo para hallar la respuesta? (EPO1_I6) (EPO2_I6) (EPO3_I6)”, pues permitió que los estudiantes expliquen el proceso realizado.

Asimismo, en la entrevista, la docente mencionó que sus estudiantes para que expliquen su representación gráfica lo ejecutan con el apoyo de material concreto, pues el estudiante comprende la acción que está haciendo. Esta actividad se vincula con el desempeño de explicar el proceso de resolución y el resultado obtenido (Ministerio de Educación del Perú, 2017b).

Incluso, la docente mencionó que efectúa preguntas y repreguntas, las cuales se basan en “qué, por qué, cómo, existe otra manera de hacerlo” dependiendo de la situación. La formulación de preguntas contribuye a guiar a los estudiantes de manera que ellos lo realicen todo el proceso por sí mismos y la docente solo es una guía.

Además, la docente escogió al azar a los estudiantes para que expliquen lo que han ejecutado y brindó recomendaciones a los estudiantes sobre cómo se podría mejorar su representación. Cabe destacar que, cuando explican, comprenden

las razones por el cual realizan todo y se evidencia una comprensión relacional y no una instrumental, pues no es memorística. Por ello, la explicación efectuada por los estudiantes sobre su representación se relaciona con lo expuesto por Skemp (2006).

4.1.6. Formalización del Concepto

En esta etapa, de acuerdo con Dienes y Golding (1966), el estudiante debe explicar lo aprendido a partir de las actividades hechas utilizando lenguaje matemático. La docente coincide tanto en la observación como en la entrevista cuando menciona que recapitula todo lo que se ha estado trabajando para que los estudiantes recuerden y expliquen lo aprendido utilizando lenguaje matemático.

Después de ello, la docente realiza la formalización del concepto que se ha aprendido, por ejemplo, “[...] cuando nos regalan, la cantidad inicial aumenta. Además, para hallar la cantidad que nos regalaron debemos quitar a la cantidad final, la cantidad inicial. (FCO2_17)” y “[...] cuando regalamos la cantidad inicial disminuye. [...] para hallar la cantidad que se regaló, debemos hacer la resta entre la cantidad inicial y la cantidad final. (FCO3_17)”. Las formalizaciones realizadas por la docente permitieron que los estudiantes consoliden el concepto de sustracción o adición.

De manera general, se puede fundamentar las acciones de la docente desde la variabilidad matemática, porque ella presenta diversas actividades donde se evidencia el grado de complejidad y abstracción (Bart, 1970).

4.2. Estrategia de Resolución de Problemas de Matemática Según George Polya

En los siguientes párrafos, se describe cómo una docente aplica la estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya para promover la competencia “Resuelve problemas de cantidad”. Para ello, se consideran las cuatro fases de resolución de problemas según Polya (1989).

4.3.1. Comprensión del Problema

La docente en la entrevista menciona que la fase de comprensión del problema es lo esencial al momento de resolver problemas matemáticos o de cualquier otro tipo.

Al respecto, Elichiribehety y Otero (2004), y Kliziene et al. (2022) consideran que la comprensión es importante cuando se resuelve un problema, pues se construye una representación mental que permite conocer los datos más

significativos y establecer relaciones para resolver el problema. Para el logro de esta fase, la docente realizó las siguientes acciones.

La primera fue el recojo de saberes previos. Piaget (1977) como se citó en Winstanley (2022) explica que al inicio la comprensión de un problema depende de las condiciones que tiene un estudiante para asimilar la información. En otras palabras, la comprensión dependerá de lo que sabe el estudiante en ese momento.

Por ello, la docente realizó diversas preguntas que se vinculaban con el contexto del problema que iba a presentar a los estudiantes como: “*¿Alguna vez fueron al mercado? ¿Qué había en el mercado? (CO1_I8)*” o en algunos casos relacionados con sus saberes matemáticos previos como: “[...] *¿La cantidad inicial que tenemos cambia cuando agregamos cantidades? Los estudiantes dieron su opinión y algunos uno de ellos lo realizó de la siguiente manera: Profesora, si yo tengo 4 manzanas y mi amigo Dante me da 2. La cantidad que tenía al principio va a aumentar, porque se está agregando*”.

Esto último, corresponde a la capacidad de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” presentado por Ministerio de Educación del Perú (2017), pues se evidencia la capacidad del estudiante para comprender lo que sucede al agregar a la cantidad inicial que se tiene. Asimismo, las preguntas permitieron que el estudiante recupere sus saberes previos, en términos de Ausubel (1976), estos serán los subsumidores que favorecen el aprendizaje significativo del estudiante.

La segunda es la formulación de preguntas. La docente en conjunto con los estudiantes leyó el problema y subrayaron los datos más resaltantes del problema guiados por preguntas como “*¿Qué observas? ¿De quién se habla en el problema? ¿Cuánto dinero se tiene? ¿Qué sucede con el dinero cuando compramos algo, aumenta o disminuye? ¿Qué hacemos para saber el precio de los productos? ¿Cuánto cuesta la pechuga de pollo? ¿Y el papel higiénico? (CO1_I8)*”. La formulación de preguntas guardan relación con lo propuesto por Polya (1989), pues las preguntas permitieron el recojo de la información imprescindible para dar solución al problema de cantidad de esa sesión y esta acción se repitió en las otras dos sesiones.

Asimismo, la docente realizó preguntas a estudiantes al azar y cuando ellos no respondieron de manera correcta, pide que dos estudiantes al frente representen lo que dice el problema. Esto se relaciona con lo expresado por la docente en la entrevista, pues ella explicó que para ayudar a sus estudiantes para comprender los

problemas los realiza de manera vivencial, con materiales o con juego de roles. Lo realizado por la docente se vincula con lo mencionado el principio de la variabilidad perceptual, pues para la comprensión la docente realiza diferentes acciones que permiten al estudiante familiarizarse con el problema (Bart, 1970).

Por último, la tercera acción, promover el uso de materiales. La docente en las tres sesiones observadas presenta el problema a resolver acompañadas de texto e imágenes. Además, ella docente entrega diversos materiales a los estudiantes como tapas de botella, esquema de la Yupana, botones y material base 10. Estos se usaron de diversas maneras, en una de las sesiones observadas se formó grupos de trabajo para representar los datos del problema usando tapas. En las otras dos sesiones, los estudiantes trabajaron de manera independiente su representación utilizando la Yupana y material base 10. Esta acción se enfatiza en los desempeños de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en el segundo grado, pues cuando se manipula materiales se conoce y comprende el problema (Ministry of Education of Singapore, 2020).

La docente en todas sesiones verificó y fue cuestionando a los estudiantes sobre lo que estaban realizando guiándose con las siguientes preguntas “[...] *¿De quién se habla? ¿Cuántas galletas tenía al principio? ¿Cuántas tiene ahora? ¿Qué nos pide el problema? (CO2_19)*” Asimismo, la docente para comprobar la comprensión de los estudiantes en conjunto representó los datos del problema con los materiales que se estaban empleando en ese momento.

En esta fase, las acciones realizadas por la docente permitieron a los estudiantes comprender el problema, pues hacen posible que los estudiantes se familiaricen con el problema usando materiales estructurados y no estructurados. Además, al reconocer los datos más relevantes hace que se establezcan vínculos entre los datos para así pasar a la siguiente fase. También, es necesario señalar que lo realizado por la docente se relaciona estrechamente por lo mencionado por Polya (1989) con respecto a la comprensión del problema, pues es importante entender lo que el problema solicita.

4.3.2. Concepción de un Plan

La docente para la fase de concepción del plan realizó preguntas y repreguntas. Estas fueron “[...] *¿Qué nos pide el problema? ¿Qué podemos usar para resolverlo? ¿Debemos quitar o agregar? ¿Qué sucederá con la cantidad inicial?*

Los estudiantes mencionan que deben hacer grupos con las tapitas o formar grupos con base 10 o hacer uso de los botones para representarla en la Yupana.

(CPO1_I11) (CPO2_I11) (CPO3_I11)”

Esto se relaciona con lo expresado por la docente en la entrevista, pues mencionó que efectúa preguntas como ¿Alguna vez han tenido la experiencia de resolver un problema parecido? ¿Cómo lo hicieron? ¿Podrían hacer lo mismo para resolver el problema que se está resolviendo? Incluso, menciona que las acciones que hace para que se diseñe el plan realiza preguntas y repreguntas como ¿qué material nos podría ayudar para resolver este problema? ¿Podemos hacerlo con base 10? ¿Con qué otro material? Las preguntas correspondientes a las observaciones y entrevistas se relacionan.

Cabe destacar que, Polya (1989) para la concepción de un plan para resolver el problema, plantea el intercambio de planes por parte de los estudiantes, lo cual no se evidenció en las observaciones. En todas las sesiones observadas, la docente fue la que eligió la estrategia para resolver el problema, pese a que los estudiantes mencionaron otras.

Además, la docente mencionó en la entrevista que sus estudiantes conocen diversas estrategias de resolución de problemas como el uso de la suma vertical, el esquema de las regletas, representación con material base o con bolitas, los cuales les permite escoger el adecuado para resolver cualquier problema que se les presente. Esto último se relaciona con lo mencionado por los estudiantes, pues en las respuestas a la pregunta cómo podemos solucionar el problema, ellos mencionaron diversas estrategias, por ejemplo, realizar el tachado para contar, utilizar base 10, utilizar la suma vertical y hacer grupos para comparar.

Respecto con la segunda fase, la docente realizó preguntas para que los estudiantes elaboren un plan para resolver el problema. A pesar de ello, la docente no fomenta que sus estudiantes intercambien los planes de resolución del problema como menciona Polya (1989), pues es la que designa la estrategia a utilizar.

4.3.3. Ejecución del Plan

Para el desarrollo de este proceso de ejecución del plan, la docente hizo tres acciones, las cuales se detallan a continuación.

La primera fue recordar los datos del problema, por lo que tanto en la observación y en la entrevista se evidencia que la docente efectúa preguntas como

“[...] *¿Cuánto tiene de dinero Camille? ¿Cuánto le queda? [...] (EPO1_I13)*”, “[...] *¿Cuántas galletas se tenía? ¿Cuántos tiene? ¿Cuántos más se trajo? (EPO2_I13)*” y “[...] *¿Cuántas tapitas tenía al principio Camila? ¿Cuántas tapitas le quedan? ¿Cuántas tapitas regaló? ¿Qué tengo que hacer cuando quitamos, sumamos o restamos? [...] (EPO3_I13)*”. Estas preguntas permitieron que el estudiante pueda interiorizar de mejor manera todo el problema de manera que establezca relaciones entre los datos para resolver el problema.

La segunda fue el uso de material concreto para representar y resolver el problema. La fase de ejecución del problema, luego de recordar los datos, la docente realiza las preguntas *¿Qué nos pide el problema? ¿El paso que escogimos es el correcto?* Estas dos preguntas están alineadas con las preguntas propuestas por Polya (1989). A continuación, se utiliza material concreto buscando relacionar las cantidades que se presentan en el problema.

En una de las sesiones, los estudiantes realizaron el siguiente proceso usando material concreto *“Los estudiantes con las tapas representaron la cantidad inicial en una fila y la final de forma paralela. Luego, formaron pares entre ambas cantidades para luego colocar la línea de igualdad cuando ya no se podía agrupar. Y lo que sobró fue la cantidad que se le agregó a la cantidad inicial. Logrando así llegar a la respuesta del problema. (EPO2_I13)”* Este proceso se relaciona con los desempeños para dar solución a los problemas de cantidad mediante el uso de material concreto y emplear estrategias para resolver un problema de cantidad de comparación (Ministerio de Educación del Perú, 2017b).

Y en otra sesión ejecutaron un procedimiento diferente, el cual fue emplear la Yupana con los botones para representar las unidades y las decenas de acuerdo con los datos y realizar la sustracción para llegar a la respuesta. Como menciona Edo et al. (2009), el uso de material concreto permite utilizar algunos conceptos matemáticos de manera implícita.

La última fue guiar a sus estudiantes para efectuar la representación gráfica y simbólica. La docente mencionó a los estudiantes que representen gráficamente en sus cuadernos de acuerdo con el material que se trabajó en la sesión, si se trabajó con tapas se realizó la representación con bolitas, mientras que con la Yupana y material base 10 se realizó su respectiva representación de cada uno. Luego, efectuó la pregunta *¿cuánto les queda?* Y la docente al escuchar respuestas erróneas ayudó a los estudiantes de manera individual. La realización de la

representación se vincula con solucionar un problema utilizando soporte gráfico (Ministerio de Educación del Perú, 2017b).

A continuación, la docente les preguntó ¿qué operación hicimos? Y al escuchar sus respuestas en conjunto hicieron y completaron el esquema de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) la de problemas de cambio. Además, se usó la suma vertical en el tablero de valor posicional. Cabe señalar que, en la sesión donde se usó, la docente realizó preguntas como “[...] ¿Los botones azules y rojos que representan, decenas o unidades? ¿Con cuántas unidades canjeaste la decena? [...] (EPO3_I14)”

Asimismo, la docente en la entrevista menciona que incentiva a sus estudiantes a utilizar diversas formas de solución preguntándoles ¿Hay otra forma de resolver el problema? Luego les pide que lo efectúen.

Estos últimos procedimientos están alineados con el desempeño de emplear diversas estrategias y procesos para resolver problemas de cantidad propuestos para el segundo grado de primaria (Ministerio de Educación del Perú, 2017b).

Las acciones realizadas por la docente se relacionan con la propuesta de Polya (1989), pues los estudiantes ejecutaron el plan propuesto a partir de las preguntas, la manipulación de materiales y la realización de distintas representaciones. Además, los estudiantes resolvieron los problemas de diversas maneras a partir de su experiencia.

4.3.4. Visión Retrospectiva

En el último proceso, que es la visión retrospectiva, la docente desarrolla tres acciones para desarrollar este paso.

El primero es la verificación del plan ejecutado, pues ella menciona que al trabajar en conjunto algunos estudiantes se distraen y realizan sus representaciones con otros datos, obteniendo respuestas incorrectas, por lo que frecuentemente realiza las preguntas *¿Cuánto era la cantidad inicial? ¿Qué sucedió con la cantidad final? ¿La respuesta es la correcta?* Y las cuales se van adaptando de acuerdo al tema como “[...] *¿Cuánto de dinero había al inicio? ¿Cuánto se le quitó? ¿Cuánto le sobra? ¿Qué sucedió con el problema, disminuyó o aumentó? [...] (VRO1_I15)*”. Las preguntas mencionadas en la entrevista coinciden con lo propuesto por Polya (1989), pues estas promueven verificar si el proceso realizado fue el correcto o no.

La segunda acción fue promover que sus estudiantes reflexionen sobre sus procedimientos ejecutados al resolver problemas de cantidad. Para ello, empezó con que los estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos al dar solución a los problemas de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” guiados con las preguntas *¿Qué pasos has seguido para llegar a la respuesta? ¿Por qué utilizaste ese proceso y no otro?* Esta acción, de acuerdo con Crispín et al. (2011), corresponde a un aspecto del aprendizaje autónomo, ya que los estudiantes monitorean su aprendizaje al reflexionar sobre sus acciones. En consecuencia, esto permitirá que los estudiantes repitan esa acción en las otras asignaturas.

Y de acuerdo con las observaciones, se efectuó las siguientes preguntas y repreguntas: *“[...] ¿Cómo lograron resolver el problema? ¿Lo han juntado o separado? ¿Qué sucedió con la cantidad inicial? ¿Qué operación matemática realizamos? ¿Cuál fue nuestra respuesta? (VRO2_I16)”* Incluso la docente resalta que, en la explicación, lo que se quiere lograr es que sus estudiantes se den cuenta lo que están haciendo, por qué lo realizan y cómo más se resolvería el problema.

La explicación de los procedimientos seguidos ayuda a que los estudiantes reflexionen sobre lo realizado y así, poder emplearlo en otras situaciones. Además, los estudiantes construyen por sí mismos los conceptos, permitiendo que su aprendizaje sea significativo, lo cual Skemp (2006) lo denomina como comprensión relacional. Esta acción se relaciona con lo mencionado en el estándar de aprendizaje para el III ciclo y se vincula con la capacidad de argumentar sobre las operaciones y los procesos (Ministerio de Educación del Perú, 2017a, 2017b).

A partir de la explicación de los procedimientos realizados, la docente formuló preguntas *“[...] ¿Para qué servirá lo que aprendimos? ¿En qué otras situaciones lo usaremos? ¿Qué sucede cuando se quita una cantidad? (VRO2_I17) (VRO3_I17)”*, las cuales permitieron que los estudiantes reflexionen sobre el procedimiento ejecutado de manera más profunda. Esto solo se observó en dos sesiones de las tres que se observó.

Para finalizar, la docente propuso la resolución de los problemas de otra manera, usando materiales y representaciones como la Yupana, regletas, semillas, material base 10 y el esquema de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) la de problemas de cambio. Estas estrategias ayudan a que el estudiante pueda conocer que existen diversas formas de resolver un problema, lo cual

permitirá que el estudiante tenga la capacidad de resolver otros problemas de manera eficiente (Gairín, 2011).

Cabe destacar que, en la entrevista, la docente *menciona lo siguiente*: “*Para que mis estudiantes sigan desarrollando la competencia “Resuelve problemas de cantidad” lo que realizo es plantearles nuevas situaciones problemáticas o que ellos creen sus propios problemas a partir de ciertos datos que se les da o la pregunta. (VRE_I19)*”. Estas actividades que propone la docente permiten que el estudiante no solo considere la obtención de la respuesta, sino que ayuda también a que el estudiante considere la formulación del problema y el procedimiento para resolver problemas, especialmente cuando crean los problemas por sí mismos.

Además, se logra que los estudiantes comprendan; establezcan relaciones entre los saberes previos y los nuevos; desarrollen su imaginación y su pensamiento crítico, todo ello partiendo de situaciones con distinto grado de dificultad. Sin embargo, en las observaciones de las sesiones de clase, no se evidenció lo mencionado por la docente en la entrevista sobre la creación de problemas por parte de los estudiantes, pues todos los problemas fueron propuestos por la docente. Al respecto, Rodríguez (2011) y Turizo et al. (2019) explican que la matemática debe enfocarse en el procedimiento al resolver el problema y no en el resultado que se obtiene.

En este capítulo se evidenció que la docente utiliza estrategias didácticas para promover la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en los estudiantes de segundo grado. Asimismo, procura que se resuelvan los problemas mediante la manipulación de materiales, la representación gráfica y la representación simbólica, las cuales permiten que el estudiante resuelva los problemas matemáticos con éxito.

Conclusiones

A partir de esta investigación, se presentan las siguientes conclusiones:

1. En relación con la estrategia del juego para la enseñanza de la matemática, en la etapa de adaptación al entorno, la docente en las sesiones observadas utiliza la estrategia del juego y presenta diversos juegos, los cuales se vinculan con la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en lo correspondiente a números y operaciones de adición y sustracción a partir de las acciones de comparar, agregar, quitar, separar, entre otros; motivando a los estudiantes para que aprendan de una manera distinta a la que siempre se realiza. Para ello, brinda materiales diferentes, ya sean estructurados o no estructurados, con el propósito de favorecer la comprensión del concepto de adición y sustracción desarrolladas en las tres sesiones de clase.
2. En lo que se refiere a la etapa de estructuración del concepto, en el desarrollo del juego la docente presenta las reglas del juego, por lo que brinda indicaciones sobre la utilización de los materiales. Con estos materiales, los estudiantes representan diversas cantidades con diferente grado de dificultad, permitiendo que comprendan los conceptos de adición y sustracción, interiorizándolo cada estudiante a partir de sus propias posibilidades. Además, favorece el establecimiento de relaciones entre los datos de una situación problemática, pues mientras lo manipulan hacen uso de términos matemáticos implícitamente. Esto corresponde a los desempeños relacionados con el establecimiento de vínculos entre los datos y las acciones de agregar, quitar, separar, entre otros.
3. Con respecto a la etapa de representación gráfica del concepto, la docente en el juego, promueve que sus estudiantes representen gráficamente las composiciones aditivas y la sustracción, estableciendo relaciones entre los datos. Inicialmente, junto con los estudiantes se recuerdan los datos, estableciendo vínculos a través del uso de materiales. Finalmente, representan gráficamente, pues se realiza desde lo más simple, la manipulación de materiales, hasta lo más complejo, la utilización de símbolos y números. Por ello, el estudiante entiende los conceptos a partir de objetos que no están siendo manipulados en ese momento y favorece que los aprendizajes de los estudiantes perduren por más tiempo.

4. En relación con la etapa de abstracción del concepto, la docente, mediante el juego, promueve que los estudiantes identifiquen los conceptos matemáticos de la adición y sustracción a partir del conocimiento de algunos datos y así llegar a la abstracción. Para ello, la docente efectúa preguntas y repreguntas para ejecutar la representación simbólica mediante el uso de esquemas de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) la de problemas de cambio. Esto permite que el estudiante exprese su comprensión de cómo se establecen los vínculos entre la información del problema para hallar el resultado. Por consiguiente, a partir de la manipulación de materiales y la representación gráfica, es posible hacer la representación simbólica, es así que el conocimiento se va construyendo. Con esto, se promueve que los conocimientos de los estudiantes perduren a largo plazo mediante acciones e imágenes mentales.
5. En relación con la etapa de especificación de la representación, la docente, luego del juego, fomenta que los estudiantes expliquen sus representaciones con apoyo de material concreto y su representación gráfica. Este proceso de explicación, permite que el estudiante comprenda el por qué y para qué lo está efectuando haciendo uso, pues se tiene por objetivo focalizar los procesos más que los resultados y eso significa favorecer el progreso en el nivel de aprendizaje de los estudiantes.
6. Con respecto a la etapa de formalización del concepto, la docente recapitula todo el proceso trabajado y los estudiantes explican lo aprendido utilizando lenguaje matemático. Al finalizar, la docente formaliza de manera verbal todos los conceptos trabajados dependiendo del tema de cada juego. Este proceso fomenta que el estudiante sea capaz de generalizar el concepto matemático a partir de diversas actividades como la manipulación de materiales, las representaciones y la explicación.
7. Con respecto a la estrategia de resolución de problemas, según George Polya, en la fase de comprensión del problema, la docente recoge los conocimientos previos de los estudiantes de acuerdo con el contexto del problema, esto permite que los estudiantes al leer el problema lo relacionen con sus saberes previos. El proceso realizado permite que el estudiante se familiarice con el problema y reconozca los datos esenciales que ayuden en la resolución del problema.

8. Con relación a la segunda fase de la resolución de problemas, concepción de un plan, la docente efectúa preguntas para que los estudiantes formulen un plan para resolver el problema. Las preguntas son orientadoras, pues hace que el estudiante busque estrategias o use su experiencia previa para la resolución de problemas. Sin embargo, en las observaciones efectuadas no se evidencia el intercambio de planes de resolución del problema concebidos por los estudiantes.
9. Con respecto a la tercera fase de ejecución del plan, se emplea material concreto para establecer vínculos entre los datos del problema y las acciones de comparar, separar, quitar y aumentar. La docente promueve que los estudiantes realicen las representaciones gráfica y simbólica de las composiciones aditivas y la sustracción utilizando esquemas como el de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV) la de problemas de cambio y estableciendo relaciones entre los datos. Las representaciones se vinculan con el desempeño de dar solución a un problema empleando soporte gráfico y el empleo de diversas estrategias para dar solución al problema.
10. En relación con la última fase, la visión retrospectiva, se evidencia que la docente promueve que sus estudiantes verifiquen el plan ejecutado mediante la recapitulación de los datos del problema y el proceso efectuado guiado con preguntas. Además, la docente fomenta la reflexión de sus estudiantes mediante la explicación de los procedimientos seguidos por los estudiantes. La comprensión del proceso realizado permite que el estudiante conozca el por qué está realizando ello, lo cual permite que los conocimientos adquiridos se apliquen a otras situaciones y que su aprendizaje sea significativo. La variedad de estrategias y materiales favorece a que el estudiante posea todos los recursos para afrontar futuros problemas eficazmente recurriendo a su experiencia previa.

Recomendaciones

1. Esta investigación ha presentado cómo una docente desarrolla estrategias didácticas para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”, se sugiere considerar que la estrategia didáctica del juego en la matemática se desarrolle con mayor frecuencia para que los estudiantes puedan construir sus propios aprendizajes.
2. Promover en el aula el intercambio de planes de resolución de problemas entre los estudiantes, pues esto ayuda a que cada uno pueda conocer otras formas en las que puede resolver un problema y no quedarse solo con una manera de dar solución a un solo problema.
3. Poner en práctica la visión retrospectiva donde el estudiante pueda verificar y reflexionar sobre su aprendizaje y el proceso realizado, pues en ocasiones los docentes dejan de lado este paso y quedándose solo en la obtención de la respuesta del problema.
4. Considerar la creación de problemas por parte de los estudiantes, pues ello permite que recurran a sus saberes previos y los relacionen con los nuevos, así desarrollan la imaginación y el pensamiento crítico.
5. A nivel teórico, se propone realizar más investigaciones sobre el juego como estrategia didáctica para la enseñanza de la matemática en el nivel de Educación Primaria, ello permitirá mejorar el aprendizaje de los estudiantes de diferentes grados mediante actividades que motiven su aprendizaje sobre la matemática.
6. A nivel metodológico, se recomienda a futuros investigadores considerar a más de un informante, pues ello permitirá conocer más estrategias didácticas aplicadas en el área curricular de Matemática por los docentes y llegar a la generalización del uso de estrategias didácticas empleados por los docentes de un grado o una institución educativa.
7. Para futuras investigaciones relacionadas con el objeto de estudio, se recomienda considerar otras estrategias didácticas, de manera que se puedan conocer la manera de aplicación de estas, pues en ocasiones los docentes aplican estrategias didácticas que son innovadoras. Además, servirán para que otros docentes la conozcan y puedan aplicarlas en su práctica docente.

Referencias

- Abad, J., y Ruiz de Velasco, Á. (2012). El juego simbólico. *Aula de Infantil*, 65.
- Alonso-Tapia, J. (1997). *Motivar para el aprendizaje: teoría y aprendizaje*. EDEBÉ.
- Alsina, Á. (2011). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos: para niños y niñas de 6 a 12 años* (Primera). NARCEA.
- Aristizábal, J. H., Colorado, H., y Gutierrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico. *Itinerario Educativo*, 30(67), 123. <https://doi.org/10.21500/01212753.2893>
- Ausubel, D. P. (1976). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. Trillas.
- Bart, W. M. (1970). Mathematics Education: The Views of Zoltan Dienes. *The School Review*, 78(3), 355-372.
<http://ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login?url=https://www.jstor.org/stable/1084158>
- Bolívar, A. (2008). Competencias básicas y ciudadanía. *Caleidoscopio, revista de contenidos educativos del CEP de Jaén*, 1, 4-32.
- Bravo, N. (2008). *Estrategias pedagógicas dinamizadoras del aprendizaje por competencias*. Universidad del Sinú.
- Briones, G., y Oyola, N. (2018). *Método Polya para mejorar la resolución de problemas en los niños de 2º grado de educación primaria de la Institución Educativa 88061 José Abelardo Quiñones Gonzales, Nuevo Chimbote- 2014* [Tesis de Pregrado, Universidad Nacional del Santa].
<http://repositorio.uns.edu.pe/handle/UNS/3078>
- Brownstein, N. C., Louis, T. A., O'Hagan, A., y Pendergast, J. (2019). The Role of Expert Judgment in Statistical Inference and Evidence-Based Decision-Making. *The American Statistician*, 73(1), 56-68.
<https://doi.org/10.1080/00031305.2018.1529623>
- Bruner, J. (1984). El desarrollo de los procesos de representación. En J. Linaza (Ed.), *Acción, pensamiento y lenguaje* (Alianza, pp. 119-128).
- Bruner, J., y Kenney, H. (1965). Representation and Mathematics Learning. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 30(1), 50.
<https://doi.org/10.2307/1165708>
- Campos, G., y Lule, N. (2012). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Xihmai*, VII, 45-60.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3979972>
- Colson, A. R., y Cooke, R. M. (2018). Expert Elicitation: Using the Classical Model to Validate Experts' Judgments. *Review of Environmental Economics and Policy*, 12(1), 113-132. <https://doi.org/10.1093/reep/rex022>
- Contreras Gelvez, A. A. (2018). Fortalecer la competencia de interpretación matemática a través de la implementación de una estrategia pedagógica.

Actualidades Pedagógicas, 1(71), 13-34. <https://doi.org/10.19052/AP.4341>

- Coronado, M. (2014). Formación docente en servicio basada en competencias. *Formação Docente – Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação de Professores*, 6(11), 55-64.
<https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbpf/article/view/104/93>
- Crispín, L., Caudillo, L., Doria, C., y Esquivel, M. (2011). Aprendizaje Autónomo. En *Orientaciones para la docencia* (pp. 49-65). Universidad Iberoamericana.
- Díaz-Barriga, F., y Hernández, G. (2010). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo : una interpretación constructivista*. McGraw Hill.
- Díaz, C., Suárez, G., y Flores, E. (2016). *Guía de investigación en Educación*.
https://cdn02.pucp.education/investigacion/2016/06/21165057/GUIA-DEINVESTIGACION-EN-EDUCACION_21_11_16.pdf
- Dienes, Z. P. (1964). Insight into Arithmetical Processes. *The School Review*, 72(2), 183-200. <https://www.jstor.org/stable/1083939>
- Dienes, Z. P., y Golding, E. W. (1966). *Learning Logic, Logic Games*. Educational Book.
- Edo, M., Planas, N., y Badillo, E. (2009). Mathematical learning in a context of play. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(3), 325-341.
<https://doi.org/10.1080/13502930903101537>
- Elichiribehety, I., y Otero, M. R. (2004). La relación entre los marcos de resolución y los modelos mentales en la enseñanza del álgebra. *Educación matemática*, 16(1), 29-58. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516102>
- Flick, U. (2018). *Introducción a la investigación cualitativa*. Ediciones Morata y Fundación Paideia. <https://doi.org/10.18356/c4056413-es>
- Gairín, J. (2011). Formación de profesores basadas en competencias. *Bordón*, 63(1), 93-108.
- Gamboa, M. C., García, Y., y Beltrán, M. (2013). Estrategias pedagógicas y didácticas para el desarrollo de las inteligencias múltiples y el aprendizaje autónomo. *Revista de Investigaciones UNAD*, 12(1), 101.
<https://doi.org/10.22490/25391887.1162>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. del P. (2014). *Metodología de la Investigación* (Sexta edic). McGraw-Hill.
- Huizinga, J. (2007). *Homo ludens* (E. Imaz (ed.)). Alianza.
https://eva.isef.udelar.edu.uy/pluginfile.php/2157/mod_resource/content/3/Huizinga - Homo Ludens %281%29.pdf
- Jiménez, V. E., y García, M. (2021). Triangulación metodológica en las investigaciones. *UNIDA Científica*, 5(2).
<http://revistacientifica.unida.edu.py/publicaciones/index.php/cientifica/article/view/165/51>

- Kaur, B. (2014). Mathematics education in Singapore-An insider perspective. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 5(1), 1-16. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1079596.pdf>
- Kaur, B., Soh, C., Wong, K., Tay, E., Toh, T., Lee, N., Ng, S., Dindyal, J., Yen, Y., Loh, M., Tan, H., y Tan, L. (2015). Mathematics Education in Singapore. En S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 311-316). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_21
- Kliziene, I., Paskovske, A., Cizauskas, G., Augustiniene, A., Simonaitiene, B., y Kubiliunas, R. (2022). The Impact of Achievements in Mathematics on Cognitive Ability in Primary School. *Brain Sciences*, 12(6), 736. <https://doi.org/10.3390/BRAINSCI12060736>
- Meneses-Patiño, Y., y Ardila, L. (2018). El Método Singapur como estrategia didáctica para el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas aditivos en estudiantes de básica primaria. *Eco matemático*, 10(1), 28-41. <https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/view/2540/2642>
- Meneses, M., y Peñaloza, D. (2019). The Pólya method as a pedagogical strategy to strengthen the competence to solve mathematical problems with basic operations. *Zona Próxima*, 31. <https://www-proquest-com.ezproxybib.pucp.edu.pe/docview/2356830157/1A7D58C09D984673PQ/1?accountid=28391>
- Minerva, C. (2002, octubre). El juego: una estrategia importante. *Educere*, 6(19), 289-296. <https://www.redalyc.org/pdf/356/35601907.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2017a). *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Ministerio de Educación. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-de-la-educacion-basica.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2017b). *Programa curricular de Educación Primaria*. Ministerio de Educación. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-inicial.pdf>
- Ministerio de Educación del Perú. (2020). *¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes?* <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/06/Reporte-Nacional-2019.pdf>
- Ministry of Education of Singapore. (2020). *Mathematics Syllabus: Primary One to Six*. <https://www.moe.gov.sg/primary/curriculum/syllabus>
- Monereo, C. (2001). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. Grao.
- Niño, V. M. (2011). *Metodología de la investigación*. Ediciones de la U.
- Pecci, M., Herrero, T., López, M., y Mozos, A. (2010). *El juego infantil y su metodología* (1.ª ed.). McGraw-Hill. <https://www.mheducation.es/bcv/guide/capitulo/8448171519.pdf>

- Piaget, J. (2017). Mastery play. En J. Bruner, A. Jolly, & K. Sylva (Eds.), *Play: its role in development and evolution* (pp. 896-921). Basic Books.
<https://www.researchgate.net/publication/328486788>
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas. <https://bit.ly/3HMFkw7>
- Pontificia Universidad Católica del Perú. (2011). *Reglamento del Comité de Ética de la PUCP*. Pontificia Universidad Católica del Perú.
<http://textos.pucp.edu.pe/pdf/1250.pdf>
- Rivera, J. B., y Ahumada, F. N. (2019). El método Singapur para favorecer competencias matemáticas en niños de educación primaria. *Educando para educar*, 20(37), 51-69.
<https://beceneslp.edu.mx/ojs2/index.php/epe/article/view/46/45>
- Rodríguez, S. V. (2011). El método de enseñanza de matemática Singapur: «Pensar sin límites». *Pandora Brasil*, 17.
http://revistapandorabrasil.com/revista_pandora/matematica/selva.pdf
- Sanchez, L. (2021). *El uso del juego como estrategia de enseñanza para la adición y sustracción, aplicado por una docente en estudiantes de primer grado de una Institución Pública de Lima Metropolitana* [Tesis de Pregrado, Pontificia Universidad Católica del Perú].
https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/20121/Sanchez_Vasquez_Uso_del_juego_estrategia1.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Saracho, O. (2017). Writing and Publishing Qualitative Studies in Early Childhood Education. *Early Childhood Education Journal*, 45(1), 15-26.
<https://doi.org/10.1007/s10643-016-0794-x>
- Skemp, R. R. (1980). *The psychology of learning mathematics* (Primera Ed). Penguin Books.
- Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88-95.
<https://doi.org/10.5951/MTMS.12.2.0088>
- Tapia, J., y Gysling, J. (2016). *Estándares de Aprendizaje como Mapas de Progreso: Elaboración y Desafíos. El caso de Perú* (Primera edición). Sistema Nacional de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad Educativa-SINEACE.
<http://repositorio.sineace.gob.pe/repositorio/handle/20.500.12982/2625>
- Tobón, S. (2006). *Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica*. (2da ed). Ecoe Ediciones.
http://200.7.170.212/portal/images/documentos/formacion_basada_competencias.pdf
- Toh, T. L. (2021). School calculus curriculum and the Singapore mathematics curriculum framework. *ZDM – Mathematics Education*, 53(3), 535-547.
<https://doi.org/10.1007/s11858-021-01225-6>

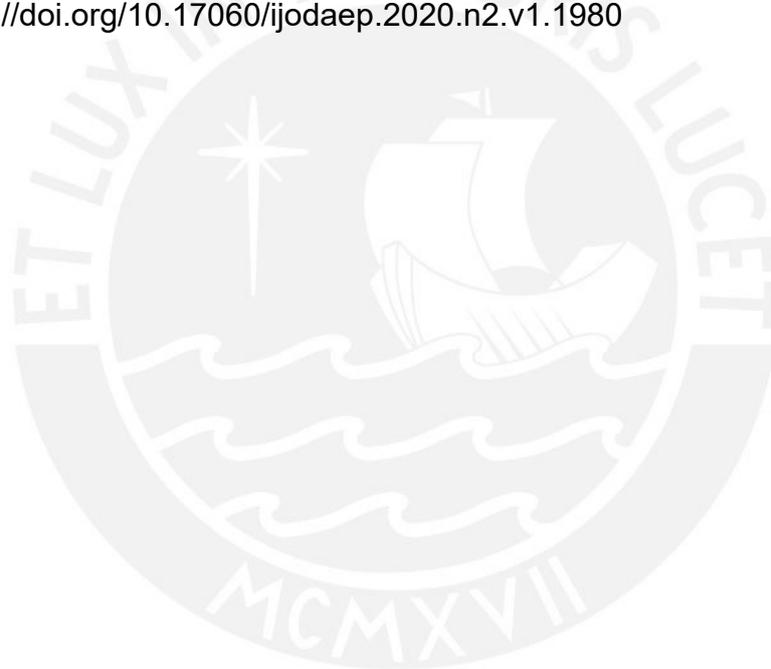
Turizo, L. G., Carreño, C. A., y Crissien, T. J. (2019). El Método Singapur: reflexión sobre el proceso enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. *Pensamiento Americano*, 12(23), 183-199. <https://doi.org/10.21803/pensam.v12i22.255>

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Editorial Gedisa.

Vygotsky, L. S. (2017). Play and its rol in the mental development of the child. En J. Bruner, A. Jolly, & K. Sylva (Eds.), *Play: its role in development and evolution* (pp. 863-895). Basic Books.
<https://www.researchgate.net/publication/328486788>

Winstanley, M. A. (2022). Modelling the psychological structure of reasoning. *European Journal for Philosophy of Science* 2022 12:2, 12(2), 1-27.
<https://doi.org/10.1007/S13194-022-00449-X>

Zapatera, A. (2020). El método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *Revista INFAD de Psicología. International Journal of Developmental and Educational Psychology.*, 1(2), 263-274. <https://doi.org/10.17060/ijodaep.2020.n2.v1.1980>



Anexos

Anexo 1

Matriz de consistencia

TIPO DE INVESTIGACIÓN	Cualitativa-Descriptiva			
TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN	Estrategias didácticas aplicadas por una docente para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria			
PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	¿Cómo una docente aplica las estrategias didácticas para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una Institución Educativa pública de Lima Metropolitana?			
OBJETIVO GENERAL	Analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana			
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOJO DE INFORMACIÓN	FUENTE
Identificar cómo una docente aplica la estrategia didáctica del juego para promover el desarrollo de la	Estrategia del juego para la	Adaptación al entorno	- Técnica: Observación no participante - Instrumento:	Docente de aula
		Estructuración del concepto		

competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana	enseñanza de la matemática	Abstracción del concepto	Guía de observación - Técnica: Entrevista - Instrumento: Guía de entrevista semiestructurada	
		Representación gráfica del concepto		
		Especificación de la representación		
		Formalización del concepto		
Identificar cómo una docente aplica la estrategia didáctica de resolución de problemas según George Polya para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana	Estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya	Comprensión del problema	- Técnica: Observación no participante - Instrumento: Guía de observación - Técnica: Entrevista - Instrumento: Guía de entrevista semiestructurada	Docente de aula
		Concepción de un plan		
		Ejecución del plan		
		Visión retrospectiva		

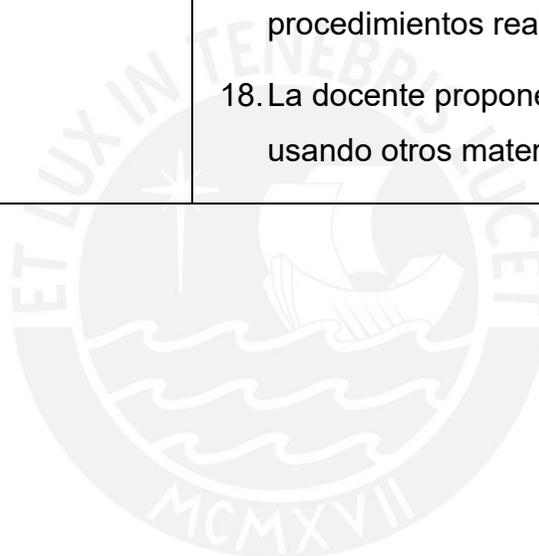
Anexo 2

Matriz de diseño de la guía de observación no participante

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	ASPECTOS A OBSERVAR
Estrategia del juego para la enseñanza de la matemática	Adaptación al entorno	1. La docente presenta el juego a sus estudiantes de acuerdo con la edad. 2. La docente promueve que sus estudiantes en el juego exploren los objetos y establezcan relaciones entre cantidades.
	Estructuración del concepto	3. La docente fomenta que sus estudiantes a través del juego construyan conceptos y establezcan relaciones matemáticas
	Representación del concepto	4. La docente promueve que sus estudiantes representen gráficamente a través del juego los conceptos y relaciones que involucra la competencia “Resuelve problemas de cantidad”
	Abstracción del concepto	5. La docente promueve que sus estudiantes mediante el juego identifiquen los conceptos matemáticos y lo comprendan
	Especificación de la representación	6. La docente fomenta que luego del juego, sus estudiantes expliquen sus representaciones con materiales o gráficos
	Formalización del concepto	7. La docente a través del juego fomenta la formalización de conceptos y relaciones matemáticas

Estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya	Comprensión del problema	<p>8. La docente promueve que sus estudiantes comprendan el problema y lo relacionen con sus saberes previos</p> <p>9. La docente presenta diversas actividades que involucran diferentes formas de representación de los datos del problema para asegurar la comprensión del mismo.</p> <p>10. La docente propicia que sus estudiantes manipulen objetos para comprender el problema</p>
	Concepción de un plan	<p>11. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que los estudiantes formulen un plan para resolver el problema</p> <p>12. La docente promueve el intercambio de planes de resolución del problema concebidos por sus estudiantes</p>
	Ejecución del plan	<p>13. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que sus estudiantes ejecuten el plan para resolver el problema</p> <p>14. La docente permite que sus estudiantes representen gráficamente el problema movilizando conceptos y relaciones</p>

	Visión retrospectiva	<p>15. La docente promueve que los estudiantes verifiquen el plan ejecutado</p> <p>16. La docente promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema</p> <p>17. La docente promueve la reflexión de sus estudiantes sobre sus procedimientos realizados en la resolución de problemas</p> <p>18. La docente propone la resolución del problema de otra manera o usando otros materiales o representaciones.</p>
--	----------------------	---



Anexo 3

Protocolo de la observación no participante

Buenos días. En primer lugar, quiero agradecer su disposición en participar de la investigación que estoy realizando para la tesis de pregrado en educación primaria de la Pontificia Universidad Católica del Perú y por el espacio para observar su sesión de clase del curso de matemática.

Objetivo de la investigación

La investigación que estoy llevando a cabo tiene como objetivo analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana

Objetivo de la observación no participante

El objetivo de esta observación es recoger información sobre lo que realiza en sus sesiones de clase con relación a las estrategias didácticas que ejecuta con sus estudiantes de segundo grado para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”

Quiero pedirle autorización para observar y poder anotar, de manera que pueda obtener la información necesaria para mi investigación. Asimismo, aseguro la confidencialidad de lo observado y que el uso de éstas solamente será con fines de esta investigación. Además, quería indicarle que compartiré con usted los resultados de la investigación una vez finalizada la misma. Para ello, le agradezco que pueda leer y, si está de acuerdo, firmar el consentimiento informado que le facilitaré, para posteriormente proceder con la observación, en la cual no habrá ninguna intervención de mi parte

Desarrollo de la observación no participante

Se inicia tomando nota de acuerdo a los ítems que se han considerado por cada estrategia.

El juego como estrategia para la enseñanza de la matemática

Ítems:

1. La docente presenta el juego a sus estudiantes de acuerdo con la edad.
2. La docente promueve que sus estudiantes en el juego exploren los objetos y establezcan relaciones entre cantidades.

3. La docente fomenta que sus estudiantes a través del juego construyan conceptos y establezcan relaciones matemáticas
4. La docente promueve que sus estudiantes representen gráficamente a través del juego los conceptos y relaciones que involucra la competencia “Resuelve problemas de cantidad”
5. La docente promueve que sus estudiantes mediante el juego identifiquen los conceptos matemáticos y lo comprendan
6. La docente fomenta que luego del juego, sus estudiantes expliquen sus representaciones con materiales o gráficos
7. La docente a través del juego fomenta la formalización de conceptos y relaciones matemáticas

Estrategia de resolución de problemas según George Polya

Ítems:

8. La docente promueve que sus estudiantes comprendan el problema y lo relacionen con sus saberes previos
9. La docente presenta diversas actividades que involucran diferentes formas de representación de los datos del problema para asegurar la comprensión del mismo.
10. La docente propicia que sus estudiantes manipulen objetos para comprender el problema
11. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que los estudiantes formulen un plan para resolver el problema
12. La docente promueve el intercambio de planes de resolución del problema concebidos por sus estudiantes
13. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que sus estudiantes ejecuten el plan para resolver el problema
14. La docente permite que sus estudiantes representen gráficamente el problema movilizándolo con conceptos y relaciones
15. La docente promueve que los estudiantes verifiquen el plan ejecutado
16. La docente promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema
17. La docente promueve la reflexión de sus estudiantes sobre sus procedimientos realizados en la resolución de problemas

18. La docente propone la resolución del problema de otra manera o usando otros materiales o representaciones.

Cierre de la observación no participante

De nuevo reitero mi agradecimiento por el espacio que me ha brindado para poder realizar esta observación. Muchas gracias.



Anexo 4

Guía de la observación no participante

Objetivo de la observación:

Datos generales:

- a) Nombre del observador: _____
- b) Institución educativa: _____
- c) Grado: _____
- d) Curso: Matemática
- e) Tema: _____
- f) Fecha: _____
- g) Hora: Inicio _____ Fin: _____

Protocolo de presentación:

- Saludo preliminar
- Agradecer por el apoyo al trabajo de investigación que se está realizando.
- Presentar el objetivo de la observación.
- Informar sobre apuntar lo observado de las sesiones de clase
- Reiterar la confidencialidad de la información
- Alistar los materiales para recoger los datos: guion de la observación y cuaderno de apuntes.
- Iniciar la observación no participante

Ítems:

A. El juego como estrategia para la enseñanza de la matemática

1. La docente presenta el juego a sus estudiantes de acuerdo con la edad.
2. La docente promueve que sus estudiantes en el juego exploren los objetos y establezcan relaciones entre cantidades.
3. La docente fomenta que sus estudiantes a través del juego construyan conceptos y establezcan relaciones matemáticas
4. La docente promueve que sus estudiantes representen gráficamente a través del juego los conceptos y relaciones que involucra la competencia “Resuelve problemas de cantidad”

5. La docente promueve que sus estudiantes mediante el juego identifiquen los conceptos matemáticos y lo comprendan
6. La docente fomenta que luego de juego, sus estudiantes expliquen sus representaciones con materiales o gráficos
7. La docente a través del juego fomenta la formalización de conceptos y relaciones matemáticas

B. Estrategia de resolución de problemas según George Polya

8. La docente promueve que sus estudiantes comprendan el problema y lo relacionen con sus saberes previos
9. La docente presenta diversas actividades que involucran diferentes formas de representación de los datos del problema para asegurar la comprensión del mismo.
10. La docente propicia que sus estudiantes manipulen objetos para comprender el problema
11. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que los estudiantes formulen un plan para resolver el problema
12. La docente promueve el intercambio de planes de resolución del problema concebidos por sus estudiantes
13. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que sus estudiantes ejecuten el plan para resolver el problema
14. La docente permite que sus estudiantes representen gráficamente el problema movilizand o conceptos y relaciones
15. La docente promueve que los estudiantes verifiquen el plan ejecutado
16. La docente promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema
17. La docente promueve la reflexión de sus estudiantes sobre sus procedimientos realizados en la resolución de problemas
18. La docente propone la resolución del problema de otra manera o usando otros materiales o representaciones.

Cierre y despedida

Agradecimiento y despedida

OBSERVACIÓN DE LA CLASE DE MATEMÁTICA N° _____

TEMA: _____

OBSERVACIÓN NO PARTICIPANTE			
Aspectos a observar:	Sí	No	Descripción/Observación
1. La docente presenta el juego a sus estudiantes de acuerdo con la edad.			
2. La docente promueve que sus estudiantes en el juego exploren los objetos y establezcan relaciones entre cantidades.			
3. La docente fomenta que sus estudiantes a través del juego construyan conceptos y establezcan relaciones matemáticas			
4. La docente promueve que sus estudiantes representen gráficamente a través del juego los conceptos y relaciones que involucra la competencia "Resuelve problemas de cantidad"			
5. La docente promueve que sus estudiantes mediante el juego identifiquen los conceptos matemáticos y lo comprendan			
6. La docente fomenta que luego de juego, sus estudiantes expliquen sus representaciones con materiales o gráficos			
7. La docente a través del juego fomenta la formalización de conceptos y relaciones matemáticas			
8. La docente promueve que sus estudiantes comprendan el problema y lo relacionen con sus saberes previos			

9. La docente presenta diversas actividades que involucran diferentes formas de representación de los datos del problema para asegurar la comprensión del mismo.			
10. La docente propicia que sus estudiantes manipulen objetos para comprender el problema			
11. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que los estudiantes formulen un plan para resolver el problema			
12. La docente promueve el intercambio de planes de resolución del problema concebidos por sus estudiantes			
13. La docente brinda indicaciones y/o preguntas para que sus estudiantes ejecuten el plan para resolver el problema			
14. La docente permite que sus estudiantes representen gráficamente el problema movilizando conceptos y relaciones			
15. La docente promueve que los estudiantes verifiquen el plan ejecutado			
16. La docente promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema			
17. La docente promueve la reflexión de sus estudiantes sobre sus procedimientos realizados en la resolución de problemas			
18. La docente propone la resolución del problema de otra manera o usando otros materiales o representaciones.			

Anexo 5

Matriz de diseño de entrevista semiestructurada

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍA	ÍTEMS
Estrategia del juego para la enseñanza de la matemática	Adaptación al entorno	1. ¿Qué aspectos considera al momento de planificar y ejecutar juegos para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”? 2. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes se familiaricen con los materiales estructurados y no estructurados para el juego para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
	Estructuración del concepto	3. ¿De qué manera utilizan sus estudiantes el juego para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
	Representación gráfica del concepto	4. Luego del desarrollo del juego, ¿qué formas de representación utiliza para asegurar la comprensión de los conceptos en la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
	Abstracción del concepto	5. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes en el juego puedan abstraer los conceptos?
	Especificación de la representación	6. ¿De qué manera fomenta que sus estudiantes a partir del juego puedan establecer relaciones para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”? 7. ¿De qué manera fomenta que sus estudiantes a partir del juego puedan explicar sus representaciones para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?

	Formalización del concepto	8. ¿De qué manera procura que sus estudiantes expliquen lo aprendido después del juego usando expresiones matemáticas para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
Estrategia de resolución de problemas de matemática según George Polya	Comprensión del problema	9. ¿De qué manera promueve la comprensión de los problemas matemáticos en sus estudiantes que involucran la competencia “Resuelve problemas de cantidad”? 10. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que comprendan los problemas de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
	Concepción de un plan	11. ¿Qué preguntas le formula a sus estudiantes para que diseñen una estrategia para resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”? 12. ¿Qué acciones plantea a sus estudiantes para que diseñen una estrategia para resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
	Ejecución del plan	13. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que ejecuten su estrategia al resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”? 14. ¿Qué acciones plantea a sus estudiantes para que ejecuten su estrategia para resolver un problema de la competencia en mención? 15. En el desarrollo de la resolución de un problema de cantidad, ¿cómo incentiva a sus estudiantes a usar diversas formas de solución?

	Visión retrospectiva	<p>16. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que verifiquen sus procedimientos y resultados en la resolución de un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?</p> <p>17. ¿Cómo promueve que sus estudiantes reflexionen sobre sus procesos de resolución?</p> <p>18. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?</p> <p>19. ¿Cómo incentiva a que sus estudiantes sigan desarrollando la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?</p>
--	----------------------	--



Anexo 6

Protocolo de entrevista semiestructurada

Buenos días/buenas tardes. En primer lugar, quiero agradecer su disposición en participar de la investigación que estoy realizando para la tesis de pregrado en educación primaria de la Pontificia Universidad Católica del Perú y por el tiempo que está dedicando a esta entrevista, que no tomará más de 60 minutos

Objetivo de la investigación

La investigación que estamos llevando a cabo tiene como objetivo analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana

Objetivo de la entrevista

El objetivo de esta entrevista es recoger información sobre cómo se aplican las estrategias didácticas en estudiantes de segundo grado para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

Quiero pedirle autorización para grabar esta entrevista y poder analizarla posteriormente, de manera que pueda obtener la información necesaria para mi investigación. Asimismo, aseguro la confidencialidad de sus respuestas y que el uso de las mismas solamente será con fines de esta investigación. Además, quería indicarle que compartiré con usted los resultados de la investigación una vez finalizada la misma. Para ello, agradezco que pueda leer y, si está de acuerdo, firmar el consentimiento informado que le facilitaré, para posteriormente proceder con la entrevista.

Preguntas previas:

- a. ¿Cuántos años ejerce la docencia y en qué grados ha sido docente?
- b. ¿En qué tipos de instituciones educativas ha trabajado?
- c. ¿Cuántos años hace que trabaja en instituciones públicas de primaria y qué cargos ha desempeñado?
- d. ¿Qué estrategias considera que son necesarias para el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
- e. ¿Cuáles son los pasos que sigue para que los niños puedan resolver un problema relacionado con los números y sus operaciones?

Desarrollo de la entrevista:

A partir de su experiencia y especialmente en el segundo grado de primaria: ¿De qué manera desarrolla las capacidades de la competencia matemática?

Después de ello se van realizando las siguientes preguntas:

1. ¿Qué aspectos considera al momento de planificar y ejecutar juegos para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
2. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes se familiaricen con los materiales estructurados y no estructurados para el juego para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
3. ¿De qué manera utilizan sus estudiantes el juego para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
4. Luego del desarrollo del juego, ¿qué formas de representación utiliza para asegurar la comprensión de los conceptos en la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
5. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes en el juego puedan abstraer los conceptos?
6. ¿De qué manera fomenta que sus estudiantes a partir del juego puedan establecer relaciones para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
7. ¿De qué manera fomenta que sus estudiantes a partir del juego puedan explicar sus representaciones para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
8. ¿De qué manera procura que sus estudiantes expliquen lo aprendido después del juego usando expresiones matemáticas para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
9. ¿De qué manera promueve la comprensión de los problemas matemáticos en sus estudiantes que involucran la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
10. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que comprendan los problemas de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
11. ¿Qué preguntas le formula a sus estudiantes para que diseñen una estrategia para resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
12. ¿Qué acciones plantea a sus estudiantes para que diseñen una estrategia para resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
13. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que ejecuten su estrategia al resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?

14. ¿Qué acciones plantea a sus estudiantes para que ejecuten su estrategia para resolver un problema de la competencia en mención?
15. En el desarrollo de la resolución de un problema de cantidad, ¿cómo incentiva a sus estudiantes a usar diversas formas de solución?
16. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que verifiquen sus procedimientos y resultados en la resolución de un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
17. ¿Cómo promueve que sus estudiantes reflexionen sobre sus procesos de resolución?
18. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
19. ¿Cómo incentiva a que sus estudiantes sigan desarrollando la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?

Cierre de la entrevista

Estas son todas las preguntas de la entrevista, no sé si quisiera añadir algún comentario más o realizar alguna pregunta sobre lo que hemos dialogado.

De nuevo reitero mi agradecimiento por el tiempo que me ha brindado.

Muchas gracias.

Anexo 7**Guía de entrevista semiestructurada****Objetivo de la entrevista:**

Datos generales:

- a. Nombre del entrevistador: _____
- b. Sexo del entrevistado: M ____ F ____
- c. Centro de labores: _____
- d. Área de trabajo:
- Solamente docente ____
 - Docente con cargo de docencia y cargo administrativo ____
 - Docente con cargo de docencia y que también trabaja en empresa ____
- e. Tiempo de servicio: _____ (en años)
- f. Lugar de la entrevista: _____
- g. Fecha: _____
- h. Hora: Inicio _____ Fin: _____

Protocolo de presentación:

- Saludo preliminar
- Agradecer por el apoyo al trabajo de investigación que se está realizando.
- Presentar el objetivo de la entrevista.
- Informar el tiempo de la entrevista (40 a 60 minutos) y la grabación en audio de la entrevista
- Reiterar la confidencialidad de la información
- Alistar los materiales para recoger los datos: guion de la entrevista, grabación de audio y cuaderno de apuntes.
- Iniciar la entrevista

Preguntas:

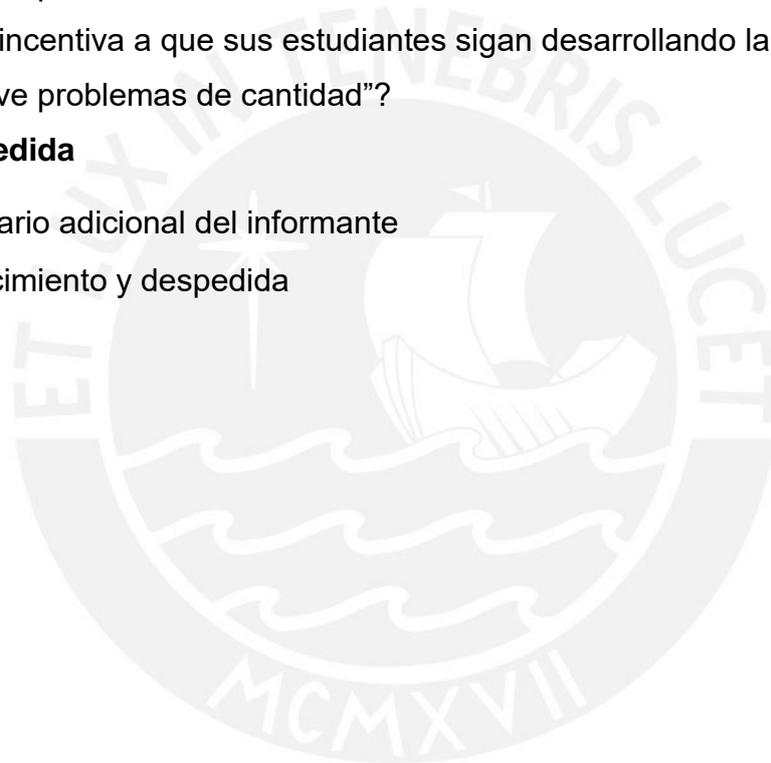
1. ¿Qué aspectos considera al momento de planificar y ejecutar juegos para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?

2. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes se familiaricen con los materiales estructurados y no estructurados para el juego para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
3. ¿De qué manera utilizan sus estudiantes el juego para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
4. Luego del desarrollo del juego, ¿qué formas de representación utiliza para asegurar la comprensión de los conceptos en la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
5. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes en el juego puedan abstraer los conceptos?
6. ¿De qué manera fomenta que sus estudiantes a partir del juego puedan establecer relaciones para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
7. ¿De qué manera fomenta que sus estudiantes a partir del juego puedan explicar sus representaciones para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
8. ¿De qué manera procura que sus estudiantes expliquen lo aprendido después del juego usando expresiones matemáticas para desarrollar la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
9. ¿De qué manera promueve la comprensión de los problemas matemáticos en sus estudiantes que involucran la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
10. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que comprendan los problemas de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
11. ¿Qué preguntas le formula a sus estudiantes para que diseñen una estrategia para resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
12. ¿Qué acciones plantea a sus estudiantes para que diseñen una estrategia para resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
13. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que ejecuten su estrategia al resolver un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
14. ¿Qué acciones plantea a sus estudiantes para que ejecuten su estrategia para resolver un problema de la competencia en mención?

15. En el desarrollo de la resolución de un problema de cantidad, ¿cómo incentiva a sus estudiantes a usar diversas formas de solución?
16. ¿Qué preguntas formula a sus estudiantes para que verifiquen sus procedimientos y resultados en la resolución de un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
17. ¿Cómo promueve que sus estudiantes reflexionen sobre sus procesos de resolución?
18. ¿De qué manera promueve que sus estudiantes expliquen sus procedimientos seguidos en la resolución de un problema de la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?
19. ¿Cómo incentiva a que sus estudiantes sigan desarrollando la competencia “Resuelve problemas de cantidad”?

Cierre y despedida

- Comentario adicional del informante
- Agradecimiento y despedida



Anexo 8**PROTOCOLO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA ENTREVISTAS PARA PARTICIPANTES**

Estimada participante,

Le pedimos su apoyo en la realización de una investigación conducida por Enma Estefany Carbajal Huanay, estudiante de la Facultad de Educación de la especialidad de Educación Primaria. La investigación, denominada “Estrategias didácticas aplicadas por una docente para desarrollar la competencia Resuelve problemas de cantidad en estudiantes de segundo grado de primaria”, tiene como propósito analizar las estrategias didácticas aplicadas por una docente para promover el desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” en estudiantes de segundo grado de primaria en una institución educativa pública de Lima Metropolitana utilizando el enfoque cualitativo con un nivel descriptivo.

Se le ha contactado a usted en calidad de docente de la especialidad. Si usted accede a participar en esta entrevista, se le solicitará responder diversas preguntas sobre el tema antes mencionado, lo que tomará aproximadamente entre 40 a 60 minutos. La información obtenida será únicamente utilizada para la elaboración de un artículo académico.

Para registrar apropiadamente la información, se solicita su autorización para grabar la conversación. La grabación de audio y las notas de la entrevista serán almacenadas únicamente por la investigadora, luego de haber publicado la investigación, solamente ella tendrá acceso a la misma. Al finalizar este periodo, la información será borrada.

Su participación en la investigación es completamente voluntaria. Usted puede interrumpir la misma en cualquier momento, sin que ello genere ningún perjuicio. Además, si tuviera alguna consulta sobre la investigación, puede formularla cuando lo estime conveniente, a fin de clarificarla oportunamente.

Al concluir la investigación, si usted brinda su correo electrónico, le enviaremos un informe ejecutivo con los resultados de la investigación a su correo electrónico.

Además, el estudio respeta los principios éticos de la investigación de la universidad, como respeto, beneficencia, responsabilidad e integridad científica.

Yo, _____, doy mi consentimiento para participar en el estudio y autorizo que mi información se utilice en este.

Asimismo, estoy de acuerdo que mi identidad sea tratada de manera **confidencial**, es decir, que en la investigación **no** se hará ninguna referencia expresa de mi nombre y los investigadores utilizarán un código de identificación o pseudónimo. Finalmente, entiendo que recibiré una copia de este protocolo de consentimiento informado.

Nombre completo de la participante	Firma	Fecha
------------------------------------	-------	-------

Correo electrónico del participante: _____

Nombre de la investigadora responsable	Firma	Fecha
--	-------	-------

