

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**DESCRIPCIÓN Y MODELAMIENTO DE LA SUSPENSIÓN  
SECUNDARIA NEUMÁTICA DE UN VEHÍCULO FERROVIARIO**

**Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Mecánico**

**AUTOR:**

Cristian Armando Rimac Peralta

**ASESOR:**

Enrique Roberto Carrillo Li

Lima, Julio, 2022

## **RESUMEN**

En el presente trabajo se realiza un análisis de la suspensión secundaria neumática empleada en vehículos ferroviarios con el objetivo de desarrollar un modelo capaz de simular su comportamiento dinámico y sus efectos en el confort de la cabina.

El documento inicia con una breve reseña histórica sobre la evolución de la suspensión en vehículos ferroviarios, desde la aparición de la locomotora con suspensión a vapor en el siglo XIX hasta el esquema actual donde la suspensión se divide en primaria y secundaria. Seguidamente se realiza una comparación entre los dos tipos de suspensiones secundarias empleadas en la actualidad que son la metálica y neumática. A continuación, se brinda una descripción detallada sobre el sistema neumático empleado en este tipo de suspensión, el cual se centra, principalmente, en el resorte neumático.

La siguiente parte del documento inicia con una breve introducción a los resortes neumáticos y los parámetros que determinan su constante de elasticidad y coeficiente de amortiguamiento. A continuación, se menciona y compara los diversos modelos de resortes neumáticos. Luego de ello se desarrollan las ecuaciones que son empleadas en el modelo en Matlab-Simulink las cuales son derivada des del modelo Gensys. Seguidamente se desarrolla un modelo vertical de un vehículo ferroviario en Matlab-Simulink capaz de trabajar con suspensión metálica y con el modelo de suspensión neumática desarrollado.

Finalmente, en el último capítulo, se emplea el modelo desarrollado en capítulos anteriores para obtener una primera validación según la información obtenida en la bibliografía; asimismo, se realiza una comparación entre los resultados obtenidos empleando la suspensión secundaria metálica y neumática.

En el presente trabajo, no se desarrolla el sistema de control del sistema de suspensión neumática.

**CONTENIDO**

INTRODUCCIÓN .....	i
LISTA DE FIGURAS.....	ii
LISTA DE TABLAS .....	v
LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
CAPITULO 1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN FERROVIARIA 1	
1.1 Retrospectiva del sistema de suspensión en vehículos ferroviarios.....	1
1.1.1 Suspensión a vapor .....	1
1.1.2 Suspensión de resortes de acero.....	2
1.1.3 Bogie pivotante .....	3
1.2 Fundamentos de la suspensión secundaria.....	5
1.2.1 Vibraciones mecánicas .....	5
1.2.2 Clasificación de sistemas de suspensión.....	6
1.2.3 Tipos de sistema de suspensión secundaria en vehículo ferroviarios.....	8
1.3 Sistema neumático en vehículos ferroviarios.....	9
1.3.1 Acondicionamiento de aire .....	11
1.3.2 Abastecimiento de la línea neumática de la suspensión .....	12
1.3.3 Admisión al circuito neumático del resorte .....	12
1.3.4 Nivelación de resortes neumáticos de un bogie.....	14
1.3.5 Resorte neumático y reservorio secundario .....	16
1.4 Importancia de la suspensión secundaria neumática.....	20
CAPITULO 2 MODELAMIENTO DEL RESORTE NEUMÁTICO .....	23
2.1 Parámetros básicos del sistema neumático de suspensión .....	23
2.1.1 Presión del aire.....	23

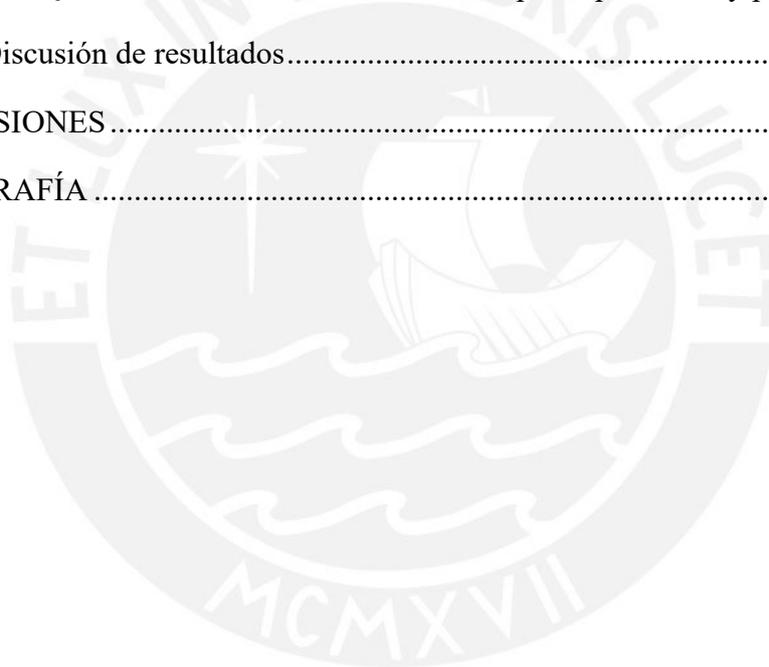
2.1.2	Área efectiva .....	24
2.1.3	La densidad del aire en el sistema .....	24
2.2	Derivación fundamental de la constante elástica del resorte neumático .....	24
2.2.1	Proceso politrópico .....	24
2.2.2	Derivación de la constante de rigidez .....	25
2.3	Modelos de resortes neumáticos .....	26
2.3.1	Modelo derivado .....	27
2.3.2	Modelo Nishimura .....	28
2.3.3	Modelo Vampire .....	28
2.3.4	Modelo Simpack .....	29
2.3.5	Modelo Gensys .....	30
2.4	Desarrollo del modelo Gensys .....	31
2.4.1	Delimitación del sistema y sus variables .....	31
2.4.2	Modelamiento del proceso de compresión y expansión .....	33
2.4.3	Segunda ley de Newton .....	36
2.4.4	Formación de las constantes elásticas .....	37
2.4.5	Modelamiento de la amortiguación .....	39
2.4.6	Formación del coeficiente de amortiguamiento .....	49
2.5	Resumen de parámetros del modelo Gensys .....	49
<b>CAPITULO 3 MODELAMIENTO DEL VEHÍCULO FERROVIARIO .....</b>		<b>52</b>
3.1	Descripción del vehículo ferroviario .....	52
3.1.1	Dimensiones del conjunto .....	52
3.1.2	Propiedades de sus elementos .....	54
3.2	Parámetros del vehículo ferroviario .....	56
3.2.1	Parámetros de la cabina .....	56
3.2.2	Parámetros del bogie principal .....	57

3.2.3	Parámetros del bogie arrastrado.....	57
3.2.4	Parámetros de las ruedas.....	58
3.3	Diagramas de cuerpo libre de los elementos.....	60
3.3.1	Cabina de pasajeros .....	60
3.3.2	Bogie principal y arrastrado.....	61
3.3.3	Juego de ruedas.....	62
3.4	Listado de ecuaciones .....	64
3.4.1	Ecuaciones dinámicas de la cabina.....	64
3.4.2	Ecuaciones dinámicas del bogie principal.....	64
3.4.3	Ecuaciones dinámicas del bogie arrastrado .....	65
3.5	Definición de las fuerzas.....	65
3.5.1	Fuerzas en la suspensión secundaria.....	65
3.5.2	Fuerzas en las ruedas .....	67
CAPITULO 4	SIMULACIÓN Y RESULTADOS .....	69
4.1	Explicación del modelo en Matlab-Simulink.....	69
4.1.1	Generación de las perturbaciones .....	69
4.1.2	Cálculo de fuerzas y momentos de la cabina y bogies. ....	71
4.1.3	Cálculo de los parámetros de la cabina y bogies .....	71
4.1.4	Retroalimentación de parámetros .....	72
4.2	Estimación de los parámetros de confort en el modelo.....	72
4.2.1	Estimación del confort según DIN 45672.....	72
4.2.2	Estimación del confort según EN 12299 .....	73
4.3	Valores empleados en la simulación .....	74
4.3.1	Dimensiones geométricas del modelo .....	74
4.3.2	Propiedades físicas de los elementos del modelo .....	76
4.3.3	Propiedades dinámicas de los elementos del modelo .....	76

## Contenido

---

4.3.4	Información del sistema de suspensión secundaria neumática.....	77
4.3.5	Información del sistema de suspensión secundaria metálica.....	78
4.4	Simulación en Matlab-Simulink .....	78
4.4.1	Primera simulación: entrada sinusoidal .....	79
4.4.2	Segunda simulación: entrada periódica .....	80
4.4.3	Tercera simulación: entrada y salida de pendiente .....	81
4.4.4	Cuarta simulación: entrada en pendiente con perturbación periódica .....	82
4.4.5	Quinta simulación: entrada a destiempo en pendiente y pert. periódica ..	83
4.5	Discusión de resultados.....	86
CONCLUSIONES.....		88
BIBLIOGRAFÍA.....		89



## **INTRODUCCIÓN**

En cualquier medio de transporte de personas, la seguridad y comodidad de los pasajeros es primordial y, en el caso de los vehículos ferroviarios, esta labor recae en el sistema de suspensión secundaria. Este sistema puede ser metálico o neumático; sin embargo, existe una gran preferencia por emplear sistemas de resortes neumáticos; ya que aíslan mucho mejor las vibraciones mejorando el confort dentro de la cabina.

Existen diversas formas de evaluar el confort en la cabina, la forma más directa es la toma de datos a un vehículo ferroviario en funcionamiento; sin embargo, resultaría muy tedioso el cambiar sus parámetros de funcionamiento. Es por ello, que se recurre al desarrollo de modelos computacionales capaces de simular el comportamiento dinámico.

De lo anterior se infiere que existe un gran interés por desarrollar modelos que permitan simular el comportamiento de cada una de las partes que conforman el vehículo ferroviario con el fin de evaluar la comodidad en cabina. Este interés, ha motivado la aparición de diversos modelos que buscan predecir el comportamiento dinámico como Vampire, Simpack, Gensys, entre otros. Cada modelo provee un diferente grado de precisión en función de los fenómenos físicos que se consideren; entre ellos destaca el modelo Gensys por ser el más preciso que se ha desarrollado hasta la fecha. Este modelo se caracteriza por considerar la separación de volúmenes entre el resorte neumático y el reservorio secundario y no despreciar el ducto que los conecta al analizar sus efectos empleando termodinámica.

En el caso específico del presente trabajo, se busca el desarrollo de un modelo capaz de simular las condiciones en cabina de un vehículo ferroviario con suspensión neumática empleando el modelo Gensys.

**LISTA DE FIGURAS**

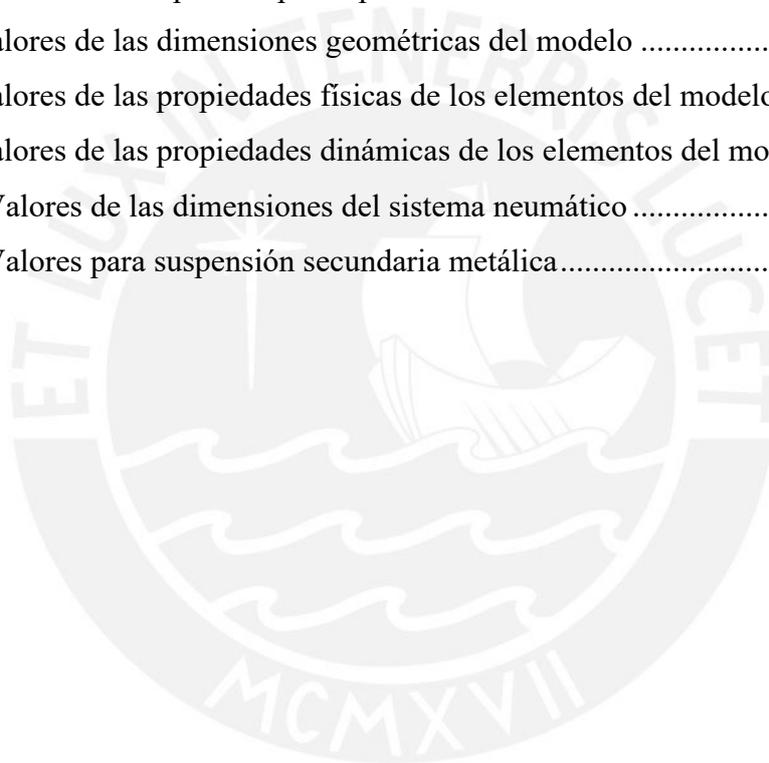
Figura 1-1 Locomotora a vapor " <i>The Rocket</i> " año 1829 .....	1
Figura 1-2 Esquema de la suspensión con resorte de vapor .....	2
Figura 1-3 Locomotora a vapor " <i>Jenny Lind</i> " año 1847.....	3
Figura 1-4 Esquema de la suspensión con resortes mecánicos y ballesta .....	3
Figura 1-5 Vagón diseñado por la empresa " <i>Wagons-Lits</i> " año 1885.....	4
Figura 1-6 Localización de la suspensión primaria y secundaria en un bogie .....	4
Figura 1-7 Modelo dinámico de un aislador de vibraciones.....	5
Figura 1-8 Modelo dinámico de una suspensión pasiva .....	7
Figura 1-9 Modelo dinámico de una suspensión pasiva .....	7
Figura 1-10 Modelo dinámico de una suspensión semiactiva .....	8
Figura 1-11 Comportamiento a carga total y parcial del resorte mecánico .....	9
Figura 1-12 Comportamiento a carga total y parcial del resorte neumático.....	9
Figura 1-13 Esquema del filtro y separador de agua (Anexo A).....	11
Figura 1-14 Esquema de la válvula de presión (Anexo A).....	12
Figura 1-15 Esquema de la válvula de nivel (Anexo A).....	12
Figura 1-16 Válvula distribuidora 3/3 del circuito neumático del resorte .....	13
Figura 1-17 Válvula distribuidora en posición de carga.....	13
Figura 1-18 Válvulas distribuidoras en posición de descarga .....	14
Figura 1-19 Válvula distribuidora en posición de descarga .....	14
Figura 1-20 Resorte neumático en proceso de carga .....	14
Figura 1-21 Esquema de la válvula diferencial (Anexo A) .....	15
Figura 1-22 Válvula distribuidora 3/3 del circuito neumático de nivelación .....	15
Figura 1-23 Válvula diferencial con sobrepresión en el resorte izquierdo .....	16
Figura 1-24 Válvula diferencial con sobrepresión en el resorte derecho .....	16
Figura 1-25 Esquema del resorte neumático y reservorio secundario (Anexo A).....	17
Figura 1-26 Vista del interior de un resorte neumático (Firestone, 2020).....	17
Figura 1-27 Propiedades estáticas del resorte neumático (Firestone, 2020).....	18
Figura 1-28 Propiedades dinámicas del resorte neumático (Firestone, 2020).....	18
Figura 1-29 Gráfica carga vs altura de un resorte neumático (Firestone, 2020) .....	19
Figura 1-30 El cuerpo humano como un sistema sensible a vibraciones .....	20

Figura 2-1 Modelo de resorte neumático derivado .....	27
Figura 2-2 Modelo de resorte neumático Nishimura .....	28
Figura 2-3 Modelo de resorte neumático Vampire .....	29
Figura 2-4 Modelo de resorte neumático Simpack .....	30
Figura 2-5 Modelo de resorte neumático Gensys .....	31
Figura 2-6 Esquema del sistema neumático considerado para el modelo Gensys.....	32
Figura 2-7 Esquema del cambio de volúmenes en el sistema.....	33
Figura 2-8 Diagrama de cuerpo libre del sistema de suspensión neumática .....	36
Figura 2-9 Diagrama de Moody.....	41
Figura 2-10 Esquema del proceso de compresión y expansión en el ducto .....	42
Figura 2-11 Esquema de la conexión del ducto al resorte neumático .....	44
Figura 2-12 Factor de pérdida por cambio de dirección.....	45
Figura 2-13 Factor de corrección por número de Reynolds .....	46
Figura 2-14 Factor de corrección en la salida.....	47
Figura 3-1 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista lateral.....	53
Figura 3-2 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista frontal .....	53
Figura 3-3 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista lateral ...	55
Figura 3-4 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista frontal..	56
Figura 3-5 Propiedades del vehículo ferroviario en la vista lateral .....	59
Figura 3-6 Propiedades del vehículo ferroviario en la vista frontal .....	59
Figura 3-7 Fuerzas percibidas por la cabina de pasajeros .....	60
Figura 3-8 Fuerzas percibidas por el bogie principal .....	61
Figura 3-9 Fuerzas percibidas por el bogie arrastrado.....	62
Figura 3-10 Fuerzas percibidas por los juegos de ruedas del bogie principal .....	63
Figura 3-11 Fuerzas percibidas por los juegos de ruedas del bogie arrastrado .....	63
Figura 4-1 Arreglo Matlab-Simulink para la generación de perturbaciones. ....	69
Figura 4-2 Arreglo Matlab-Simulink para posición y velocidad de las ruedas .....	70
Figura 4-3 Arreglo Matlab-Simulink para obtención de posición, velocidad y aceleración .....	71
Figura 4-4 Dependencia entre la amplitud de vibración y frecuencia para confort según DIN 45672 .....	73
Figura 4-5 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista lateral.....	75

Figura 4-6 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista frontal .....	75
Figura 4-7 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista lateral ...	76
Figura 4-8 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista frontal...	77
Figura 4-9 Dimensiones del sistema neumático considerado para las simulaciones.....	77
Figura 4-10 Resorte helicoidal metálico empleado em suspensión secundaria.....	78
Figura 4-11 Entrada sinusoidal (primera simulación) .....	79
Figura 4-12 Aceleración de la cabina (primera simulación).....	79
Figura 4-13 Entrada periódica (segunda simulación) .....	80
Figura 4-14 Aceleración de la cabina (segunda simulación).....	80
Figura 4-15 Entrada en pendiente (tercera simulación).....	81
Figura 4-16 Aceleración de la cabina (tercera simulación) .....	81
Figura 4-17 Entrada en pendiente con perturbación periódica (cuarta simulación) .....	82
Figura 4-18 Aceleración de la cabina con suspensión mecánica (cuarta simulación)...	82
Figura 4-19 Aceleración de la cabina con suspensión neumática (cuarta simulación) .	83
Figura 4-20 Inclinación de la cabina empleando suspensión metálica (quinta simulación).....	84
Figura 4-21 Inclinación de la cabina empleando suspensión neumática (quinta simulación).....	84
Figura 4-22 Aceleración de la cabina empleando suspensión metálica (quinta simulación).....	85
Figura 4-23 Aceleración de la cabina empleando suspensión neumática (quinta simulación).....	85

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 1 Comparación entre resortes mecánicos y resortes neumáticos.....	8
Tabla 2 Leyenda del Sistema de Suspensión Neumática (Anexo A) .....	10
Tabla 3 Verbalización de valores de Sperling .....	21
Tabla 4 Verbalización de valores del Criterio Simplificado de Confort .....	22
Tabla 5 Coeficientes de pérdida por contracción.....	43
Tabla 6 Coeficientes de pérdida por expansión .....	43
Tabla 7 Valores de las dimensiones geométricas del modelo .....	74
Tabla 8 Valores de las propiedades físicas de los elementos del modelo.....	76
Tabla 9 Valores de las propiedades dinámicas de los elementos del modelo.....	76
Tabla 10 Valores de las dimensiones del sistema neumático .....	77
Tabla 11 Valores para suspensión secundaria metálica.....	78



**LISTA DE SÍMBOLOS**

$\Delta p$	Diferencia de presiones [ Pa ]
$\gamma$	Coefficiente politrópico adiabático
$\theta_{ba}$	Posición angular del bogie a. en inclinación [ rad ]
$\theta_{bp}$	Posición angular del bogie p. en inclinación [ rad ]
$\theta_c$	Posición angular de la cabina en inclinación [ rad ]
$\theta_d$	Ángulo de la conexión acodada [ ° ]
$\dot{\theta}_{ba}$	Velocidad angular del bogie a. en inclinación [ rad/s ]
$\dot{\theta}_{bp}$	Velocidad angular del bogie p. en inclinación [ rad/s ]
$\ddot{\theta}_{bp}$	Aceleración angular del bogie p. en inclinación [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\dot{\theta}_c$	Velocidad angular de la cabina en inclinación [ rad/s ]
$\ddot{\theta}_{ba}$	Aceleración angular del bogie a. en inclinación [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{\theta}_c$	Aceleración angular de la cabina en inclinación [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\mu$	Viscosidad dinámica del fluido [ N · s/m <sup>2</sup> ]
$\rho$	Densidad del aire en el circuito neumático [ kg / m <sup>3</sup> ]
$\phi_{aux}$	Ángulo de conexión del ducto con el reservorio [ ° ]
$\varphi_{ba}$	Posición angular del bogie a. en cabeceo [ rad ]
$\varphi_{bp}$	Posición angular del bogie p. en cabeceo [ rad ]
$\dot{\varphi}_c$	Velocidad angular de la cabina en cabeceo [ rad/s ]
$\dot{\varphi}_{ba}$	Velocidad angular del bogie a. en cabeceo [ rad/s ]

$\dot{\phi}_{bp}$	Velocidad angular del bogie p. en cabeceo [ rad/s ]
$\phi_{res}$	Ángulo de la conexión del resorte con el ducto [ ° ]
$\ddot{\phi}_{ba}$	Aceleración angular del bogie a. en cabeceo [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{\phi}_{bp}$	Aceleración angular del bogie p. en cabeceo [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{\phi}_c$	Aceleración angular de la cabina en cabeceo [ rad/s <sup>2</sup> ]
$A_e$	Área efectiva [ m <sup>2</sup> ]
$A_s$	Área del ducto conector [ m <sup>2</sup> ]
$a$	Espacio entre los puntos de contacto de las ruedas [ m ]
$a_{x95,wd}$	Ponderado de aceleraciones en el eje x [ m/s <sup>2</sup> ]
$a_{y95,wd}$	Ponderado de aceleraciones en el eje y [ m/s <sup>2</sup> ]
$a_{z95,wd}$	Ponderado de aceleraciones en el eje z [ m/s <sup>2</sup> ]
$a_p$	Espacio entre las suspensiones primarias [ m ]
$a_s$	Espacio entre las suspensiones secundarias [ m ]
$b_{bp}$	Distancia entre el bogie y la suspensión primaria [ m ]
$b_{bs}$	Distancia entre el bogie y la suspensión secundaria [ m ]
$b_{cs}$	Distancia entre la cabina y la suspensión secundaria [ m ]
$b_{rp}$	Distancia entre las ruedas y la suspensión primaria [ m ]
$C_{DIN}$	Criterio de confort según DIN 45672
$C_{EN}$	Criterio de confort según EN 12299
$C_{D1}$	Coefficiente de amortiguamiento general [ Ns / m ]
$C_{G1}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ Ns / m ]

$C_{N2}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]
$C_{S2}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]
$C_{S4}$	Coefficiente de amortiguamiento del resorte sec. [ $Ns / m$ ]
$C_{V2}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]
$C_c$	Carga dinámica en compresión [ N ]
$C_f$	Factor de corrección por rugosidad
$C_o$	Factor de corrección por geometría de la salida
$C_t$	Carga dinámica en tracción [ N ]
$c_{px}$	Amortiguación longitudinal de la s. primaria [ $N \cdot s/m$ ]
$c_{py}$	Amortiguación lateral de la s. primaria [ $N \cdot s/m$ ]
$c_{pz}$	Amortiguación vertical de la s. primaria [ $N \cdot s/m$ ]
$c_{sx}$	Amortiguación longitudinal de la s. secundaria [ $N \cdot s/m$ ]
$c_{sy}$	Amortiguación lateral de la s. secundaria [ $N \cdot s/m$ ]
$c_{sz}$	Amortiguación vertical de la s. secundaria [ $N \cdot s/m$ ]
$c_{sz,m}$	Coefficiente de amortiguamiento de los resortes [ $Ns/m$ ]
$D_{aux}$	Diámetro del reservorio auxiliar [ m ]
$D_{res}$	Diámetro del resorte neumático [ m ]
$d_c$	Deformación en compresión [ m ]
$d_d$	Diámetro del ducto [ m ]
$d_t$	Deformación en tracción [ m ]
$d_s$	Diámetro del ducto conector [ m ]

$E$	Valor de confort de Sperling
$F_{p(x/y/z)(p/a)(d/i)}$	Designación de las fuerzas percibidas por las ruedas.
$F_{s(x/y/z)(p/a)(d/i)}$	Designación de las fuerzas percibidas por la cabina.
$F_z$	Fuerza aplicada en al resorte neumático [ N ]
$F_{(p/s)(x/y/z)(p/a)(d/i)}$	Designación de las fuerzas percibidas por el bogie.
$f_{Zc1}$	Frecuencia promedio de la señal Zc1 [Hz]
$f$	Frecuencia [ Hz ]
$f_d$	Coefficiente de fricción real del ducto
$f_f$	Frecuencia de la perturbación [Hz]
$f_{liso}$	Coefficiente de fricción del ducto completamente liso
$f_n$	Frecuencia natural del medio [Hz]
$g$	Aceleración de la gravedad [ $m / s^2$ ]
$I_{bx}$	Momento de inercia del bogie en el eje x [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_{by}$	Momento de inercia del bogie en el eje y [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_{bz}$	Momento de inercia del bogie en el eje z [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_{cx}$	Momento de inercia de la cabina en el eje x [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_{cy}$	Momento de inercia de la cabina en el eje y [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_{cz}$	Momento de inercia de la cabina en el eje z [ $kg \cdot m^2$ ]
$K_b$	Factor de pérdida por cambio de dirección
$k$	Constante elástica del medio [N/m]
$k_{D1}$	Constante elástica estática [ $N / m$ ]

$k_{D2}$	Constante elástica dinámica [ $N / m$ ]
$k_{G1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{G2}$	Constante elástica estática del resorte [ $N / m$ ]
$k_{S1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{S2}$	Constante elástica dinámica del reservorio [ $N / m$ ]
$k_{S3}$	Constante elástica estática del miembro flexible [ $N / m$ ]
$k_{S4}$	Constante elástica del resorte secundario [ $N / m$ ]
$k_{N1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{N2}$	Constante elástica dinámica del reservorio [ $N / m$ ]
$k_{N3}$	Constante elástica estática del miembro flexible [ $N / m$ ]
$k_{V1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{V2}$	Constante elástica dinámica del reservorio [ $N / m$ ]
$k_{V3}$	Constante elástica estática del miembro flexible [ $N / m$ ]
$k_{V4}$	Constante elástica del resorte secundario [ $N / m$ ]
$k_a$	Coefficiente de pérdida por los accesorios
$k_c$	Coefficiente de pérdida por contracción
$k_e$	Coefficiente de pérdida por expansión
$k_{fr}$	Coefficiente de pérdida por fricción
$k_m$	Masa referida al aire en el ducto [ $kg$ ]
$k_{px}$	Rigidez longitudinal de la suspensión primaria [ $N/m$ ]
$k_{py}$	Rigidez lateral de la suspensión primaria [ $N/m$ ]

$k_{pz}$	Rigidez vertical de la suspensión primaria [ N/m ]
$k_{sx}$	Rigidez longitudinal de la suspensión secundaria [ N/m ]
$k_{sy}$	Rigidez lateral de la suspensión secundaria [ N/m ]
$k_{sz}$	Rigidez vertical de la suspensión secundaria [ N/m ]
$k_{sz,m}$	Constante elástica de los resortes [ N/m ]
$k_t$	Coefficiente de pérdida energética
$k_{res}$	Coefficiente elástico del resorte neumático [ N/m ]
$k_z$	Constante elástica del resorte neumático [ N/m ]
$l_b$	Distancia entre los bogies que sostienen una cabina [ m ]
$l_d$	Longitud del ducto [ m ]
$l_r$	Distancia entre los juegos de ruedas del mismo bogie [ m ]
$l_s$	Longitud del ducto [ m ]
$l_{sa}$	Longitud del codo hacia el resorte neumático [ m ]
$M$	Masa de aire en el ducto conector [ kg ]
$m$	Masa del medio [ kg ]
$m_b$	Masa de un bogie [ kg ]
$m_c$	Masa de la cabina [ kg ]
$m_{res}$	Masa suspendida en el resorte neumático [ kg ]
$n$	Coefficiente politrópico
$N_{MW}$	Criterio Simplificado de Confort
$p$	Presión en el sistema [ N/m <sup>2</sup> ]

$p_{am}$	Presión atmosférica [ N/m <sup>2</sup> ]
$p_m$	Presión manométrica [ N/m <sup>2</sup> ]
$p_t$	Presión absoluta [ N/m <sup>2</sup> ]
$R$	Constante universal de los gases para el aire [ J/kg · K ]
$Re$	Número de Reynolds
$R_j$	Coefficiente de resistencia al flujo
$r$	Radio de la conexión acodada [ m ]
$s$	Corresponde a la suspensión secundaria.
$T$	Temperatura del aire en el sistema [ K ]
$Tr$	Constante de transmisibilidad [%]
$V$	Volumen en el sistema [ m <sup>3</sup> ]
$V_{aux}$	Volumen del reservorio secundario [ m <sup>3</sup> ]
$V_{res}$	Volumen del resorte neumático [ m <sup>3</sup> ]
$w_d$	Posición de aire en el ducto [ m ]
$Xc3$	Aceleración promedio de la cabina en el eje “x” [ m/s <sup>2</sup> ]
$x$	Amplitud de vibración [ m ]
$Yc3$	Aceleración promedio de la cabina en el eje “y” [ m/s <sup>2</sup> ]
$Z$	El parámetro es medido en el eje z.
$Zc1$	Amplitud promedio de la cabina en el eje “z” [ cm ]
$Zc3$	Aceleración promedio de la cabina en el eje “z” [ m/s <sup>2</sup> ]
$z$	Deformación del resorte neumático [ m ]
$z_{ba}$	Posición vertical del bogie a. [ m ]

$z_c$	Posición vertical de la cabina [ m ]
$z_b$	Posición del bogie [ m ]
$z_{bp}$	Posición vertical del bogie p. [ m ]
$z_{1d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del primer juego [ m ]
$z_{1i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del primer juego [ m ]
$z_{2d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del segundo juego [ m ]
$z_{2i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del segundo juego [ m ]
$z_{3d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del tercer juego [ m ]
$z_{3i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del tercer juego [ m ]
$z_{4d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del cuarto juego [ m ]
$z_{4i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del cuarto juego [ m ]
$\dot{z}$	Velocidad del aire en el ducto [ m/s <sup>2</sup> ]
$\dot{z}_{ba}$	Velocidad vertical del bogie a. [ m/s ]
$\dot{z}_{bp}$	Velocidad vertical del bogie p. [ m/s ]
$\dot{z}_c$	Velocidad vertical de la cabina [ m/s ]
$\dot{z}_d$	Velocidad del fluido en el ducto [ m/s ]
$\ddot{z}_{ba}$	Aceleración vertical del bogie a. [ m/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{z}_{bp}$	Aceleración vertical del bogie p. [ m/s <sup>2</sup> ]
$\ddot{z}_c$	Aceleración vertical de la cabina [ m/s <sup>2</sup> ]
$\dot{z}_{1d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del primer juego [ m/s ]
$\dot{z}_{1i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del primer juego [ m/s ]

$\dot{z}_{2d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del segundo juego [ m/s ]
$\dot{z}_{2i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del s. juego [ m/s ]
$\dot{z}_{3d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del tercer juego [ m/s ]
$\dot{z}_{3i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del tercer juego [ m/s ]
$\dot{z}_{4d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del cuarto juego [ m/s ]
$\dot{z}_{4i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del cuarto juego [ m/s ]
$(d / i)$	Corresponde al extremo derecho o izquierdo.
$(p / a)$	Corresponde al bogie principal o arrastrado.
$(p / s)$	Corresponde a la suspensión primaria o secundaria.
$(x / y / z)$	Corresponde al eje de acción de la fuerza.
$(1 / 2)$	Corresponde a la posición o velocidad.
$(1 / 2 / 3 / 4)$	Corresponde al número de juego de rueda.

## CAPITULO 1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN FERROVIARIA

### 1.1 Retrospectiva del sistema de suspensión en vehículos ferroviarios

#### 1.1.1 Suspensión a vapor

La locomotora a vapor fue inventada por George Stephenson en el año 1814 en Inglaterra, pero no fue hasta 1829 que se inauguró la primera línea ferroviaria impulsada por la locomotora a vapor “*The Rocket*” (Figura 1-1) que comunicó las ciudades de Liverpool y Manchester. Esta primera locomotora consistió en una caldera de carbón que energizó un par de pistones de vapor conectados al par de ruedas delanteras. Esta locomotora de 2.5 toneladas alcanzó una velocidad máxima de 60 km/h y logró agilizar el transporte de personas y mercancía tan solo en la primera mitad del siglo XIX.

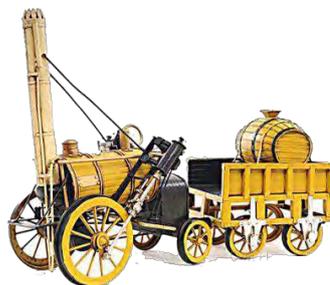


Figura 1-1 Locomotora a vapor "*The Rocket*" año 1829

Asimismo, George Stephenson ideó un sistema encargado de minimizar los ligeros golpes producto de las imperfecciones del terreno inglés (Figura 1-2); para lo cual, utilizó la alta presión de la cámara de vapor para elevar el conjunto caldera y cabina para aislarlo dinámicamente del tren de ruedas; sin embargo, este sistema se descartó rápidamente con la llegada de locomotoras más pesadas.

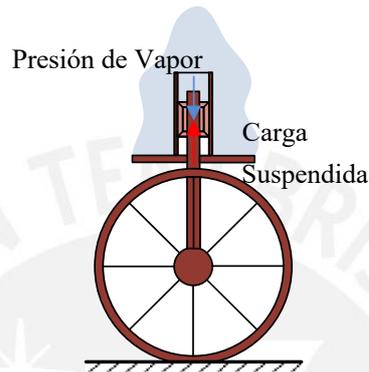


Figura 1-2 Esquema de la suspensión con resorte de vapor

### 1.1.2 Suspensión de resortes de acero

Las nuevas generaciones de locomotoras aparecieron sin mucha demora gracias al rápido avance tecnológico y la necesidad de movilizar personas u objetos propias de la Revolución Industrial; estas nuevas locomotoras siguieron el esquema planteado por Stephenson de una caldera a carbón montada en un tren de ruedas donde el vapor proveía de energía a un pistón que generaba el movimiento de las ruedas. Una locomotora insignia de esta época fue “*Jenny Lind*” (Figura 1-3) que se convirtió en la primera locomotora fabricada en serie. Esta locomotora de 30 toneladas alcanzó una velocidad de 120 km/h.



Figura 1-3 Locomotora a vapor "Jenny Lind" año 1847

La alta velocidad a la que circulaba esta nueva generación de vehículos ferroviarios incrementó la molestia percibida en el vehículo debido a las imperfecciones del terreno; es por ello que, se implementó un sistema encargado de separar dinámicamente tanto la locomotora como los vagones del tren de ruedas para garantizar la estabilidad y seguridad del conjunto. Este sistema recurrió a elementos con alta resistencia mecánica como resortes helicoidales y muelles de ballesta por los cuales recibe su nombre. En la Figura 1-4 se esquematiza este tipo de suspensión.

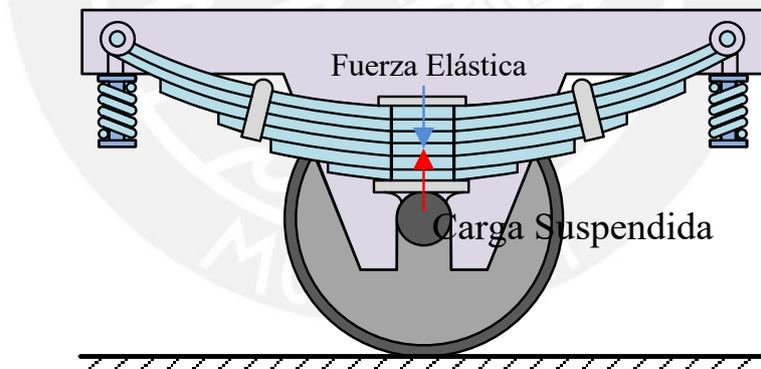


Figura 1-4 Esquema de la suspensión con resortes mecánicos y ballesta

### 1.1.3 Bogie pivotante

La popularización de este medio de transporte llevó a un crecimiento exponencial de las vías ferroviarias entre los años 1840 y 1870. El próximo gran cambio fue la implementación del bogie pivotante que permitió mejorar el comportamiento en curva del conjunto al separar la trayectoria impuesta por la vía y la seguida por la cabina. Los nuevos modelos constaron de un carro colocado sobre 2 bogies pivotantes como en la Figura 1-5.



Figura 1-5 Vagón diseñado por la empresa “Wagons-Lits” año 1885

Entre las características más resaltantes del bogie pivotante estuvo la división de la suspensión en primaria y secundaria. Esta separación permitió perfilar cada subsistema y mejorar la estabilidad, maniobrabilidad y confort del conjunto. Este esquema es utilizado en la actualidad por la simpleza y efectividad.

- La suspensión primaria está compuesta principalmente por elementos con una gran rigidez ubicados entre el conjunto rueda-eje y el bastidor del bogie. Su función es ejercer presión sobre las ruedas del vehículo para garantizar un buen contacto rueda-carril.
- La suspensión secundaria está compuesta principalmente por elementos de alta elasticidad ubicados entre el bastidor del bogie y el vagón. Su función es aislar dinámicamente la cabina para aminorar los efectos de las perturbaciones presentes en el bogie.

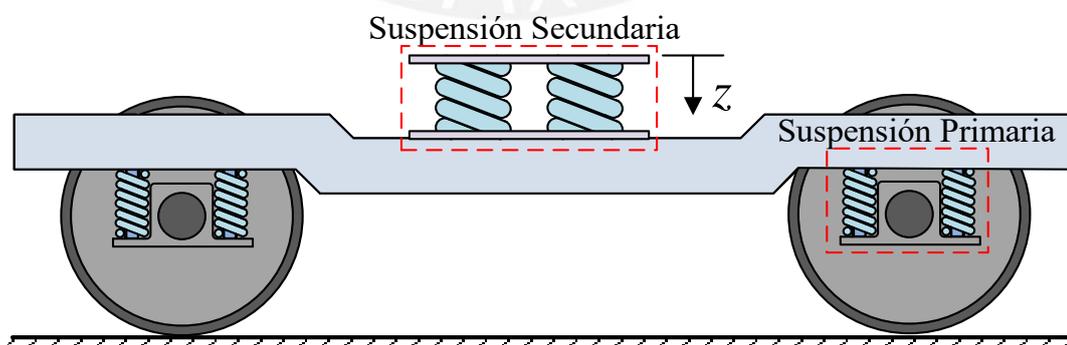


Figura 1-6 Localización de la suspensión primaria y secundaria en un bogie

## 1.2 Fundamentos de la suspensión secundaria

Como se mencionó con anterioridad, la suspensión secundaria se encarga de garantizar la seguridad y comodidad de las personas u objetos que se estén transportando. Su estratégica localización como único vínculo entre el bastidor y la cabina de ferrocarril (Figura 1-6) le permite filtrar las perturbaciones provenientes del bogie debido a las irregularidades de la vía.

### 1.2.1 Vibraciones mecánicas

El sistema de suspensión secundario debe aislar la cabina de las incómodas perturbaciones provenientes del bogie; este fenómeno es analizado y modelado como ondas senoidales con amplitud y frecuencia que tienden a desplazarse por el medio físico que une el bogie y la cabina. En este caso, el medio físico es el resorte que mantiene la cabina suspendida y se apoya en el bogie; este elemento trabaja como un aislador de vibraciones como lo ejemplifica la Figura 1-7 al minimizar el paso de energía del extremo perturbado (bogie) y el extremo aislado (cabina).

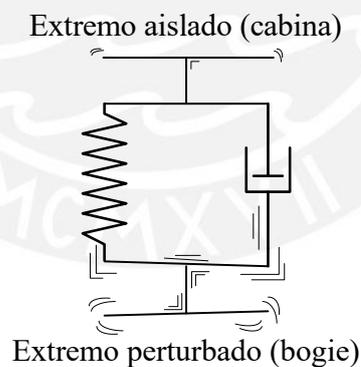


Figura 1-7 Modelo dinámico de un aislador de vibraciones

La frecuencia natural es un parámetro utilizado para predecir el comportamiento dinámico de un elemento. Esta propiedad de los cuerpos indica la frecuencia en la cual el cuerpo vibra en ausencia de excitación externa siendo muy peligroso para su integridad. Esta propiedad puede ser calculada según la expresión (1.1).

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.1)$$

$f_n$	Frecuencia natural del medio [Hz]
$k$	Constante elástica del medio [N/m]
$m$	Masa del medio [kg]

La efectividad de los aisladores de vibraciones es medida por el factor de transmisibilidad que trabaja con la relación entre la frecuencia de la perturbación y la frecuencia natural del sistema según la expresión (1.2). De esta misma expresión podemos deducir que una frecuencia natural baja del sistema garantiza constantes de transmisibilidad menores; es decir, un mayor rango de vibraciones que puede aislar eficientemente.

$$Tr = \frac{100}{\left(\frac{f_f}{f_n}\right)^2 - 1} \quad (1.2)$$

$Tr$  Constante de transmisibilidad [%]

$f_f$  Frecuencia de la perturbación [Hz]

### 1.2.2 Clasificación de sistemas de suspensión

Los sistemas de suspensión están conformados por elementos elásticos y amortiguadores. Los elementos elásticos se caracterizan por su constante elástica y trabajan almacenando y liberando energía; mientras que, los amortiguadores se caracterizan por su coeficiente de amortiguamiento y trabajan disipando la energía en forma de calor. Estos parámetros controlan la respuesta del sistema a los estímulos y se clasifican según el grado de intervención externa en pasivo, activo y semiactivo.

La suspensión pasiva no presenta intervención externa y los parámetros del modelo permanecen fijos ante cualquier perturbación en el sistema. Si bien es el más simple y económico, no es posible controlar la respuesta del sistema. Este modelo es graficado en la Figura 1-8 donde los únicos elementos que intervienen son el resorte y el amortiguador.

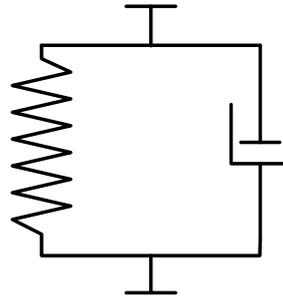


Figura 1-8 Modelo dinámico de una suspensión pasiva

La suspensión activa presenta intervención externa por medio de un actuador hidráulico o neumático que provee la fuerza requerida para obtener la respuesta solicitada ante cualquier perturbación. Esta fuerza es calculada en una computadora utilizando la información que recogen los sensores ubicados en el vehículo. Si bien los parámetros del modelo permanecen constantes y se controla la respuesta del sistema, es muy complejo y costoso. Este modelo es graficado en la figura Figura 1-9 donde se agrega un actuador al conjunto resorte amortiguador el cual opera sin comprometer los parámetros de los demás elementos.

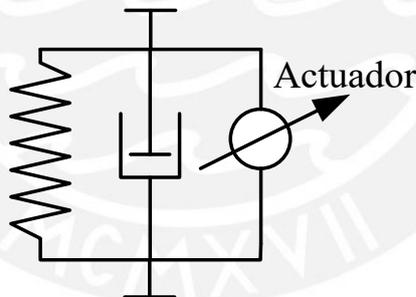


Figura 1-9 Modelo dinámico de una suspensión pasiva

La suspensión semiactiva presenta intervención externa por medio de la regulación de uno o varios parámetros del modelo. Este comportamiento es monitoreado por una computadora utilizando la información que recogen los sensores ubicados en el vehículo. Esto permite controlar la respuesta del sistema sin un gran consumo de energía. Este modelo es graficado en la figura Figura 1-10 donde el amortiguador es el elemento monitoreado el cual puede variar su coeficiente de amortiguación según lo requiera el sistema.

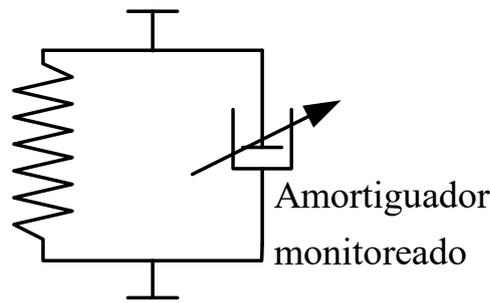


Figura 1-10 Modelo dinámico de una suspensión semiactiva

1.2.3 Tipos de sistema de suspensión secundaria en vehículo ferroviarios

La suspensión secundaria en vehículos ferroviarios puede trabajar con resortes mecánicos o resortes neumáticos. Ambas tecnologías son comparadas en la Tabla 1 exponiendo sus ventajas y deficiencias.

Tabla 1 Comparación entre resortes mecánicos y resortes neumáticos

	Resortes mecánicos	Resortes neumáticos
Almacenador de energía	Utiliza su propia estructura para almacenar la energía en forma de deformaciones.	Utiliza un gas, generalmente aire, como elemento almacenador de energía.
Clasificación de la suspensión	Suspensión pasiva: la constante de elasticidad depende del material y geometría del elemento.	Suspensión semiactiva: la constante de elasticidad varía según la presión del aire en su interior.
Sistema de control	No requiere sistema de control.	Requiere un sistema neumático y de control.
Factor económico	Bajo costo inicial y de mantenimiento.	Elevado costo inicial y de mantenimiento.
Durabilidad	Alta resistencia a la corrosión y altas temperaturas.	Resistencia moderada a ambientes hostiles.

La capacidad de cambiar la constante elástica por parte del resorte neumático al variar el aire que contiene es ejemplificada en la Figura 1-12 donde un cambio en las condiciones de trabajo no representa un problema de confort para la cabina que viaja apoyada en este elemento; sin embargo, el resorte mecánico presenta una deflexión que no puede ser controlada ejemplificada en la Figura 1-11 al mantener su constante elástica invariable para cargas parciales de trabajo.

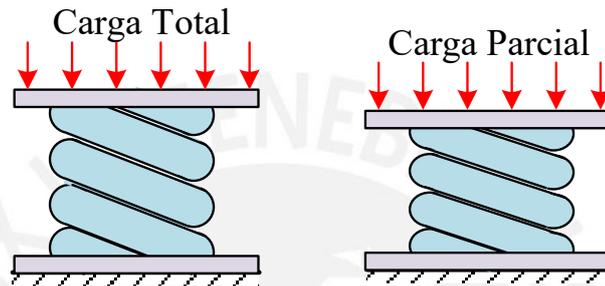


Figura 1-11 Comportamiento a carga total y parcial del resorte mecánico

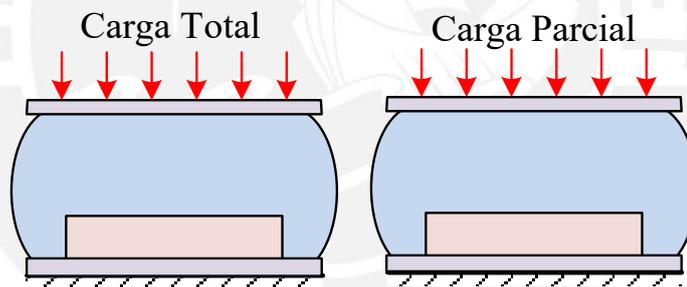


Figura 1-12 Comportamiento a carga total y parcial del resorte neumático

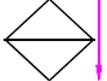
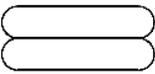
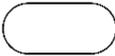
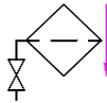
En síntesis, la suspensión con resorte neumático es superior en ámbitos de confort e ideal para transportar personas y material delicado; mientras que, la suspensión con resorte mecánico es una opción simple y económica para trabajos de mayor demanda mecánica.

### 1.3 Sistema neumático en vehículos ferroviarios

El sistema neumático se encarga de abastecer de aire presurizado a los diversos sistemas que lo requieran como la bocina, el mecanismo de enganche automático, el sistema de freno y el sistema de suspensión secundaria; para ello cuenta con un

compresor que eleva la presión del aire captado del ambiente hasta los 9 bares de presión absoluta y lo almacena en el reservorio principal cuya presión varía entre 8 y 9 bares de presión absoluta. La línea de presión principal es un conjunto de tuberías flexibles que conecta el reservorio principal con todos los sistemas mencionados anteriormente; estos mecanismos expulsan parte del aire que utilizan, lo cual exige un trabajo continuo del sistema para presurizarlo y transportarlo. Este proceso es monitoreado por un sistema de control que recibe y procesa la información proveniente de los sensores ubicados en el vehículo y regula el trabajo de todos los elementos presentes en el sistema neumático. El recorrido que sigue el aire desde la línea de presión principal hasta el resorte neumático es señalado en el anexo A; este fluido debe pasar por una serie de elementos que son descritos en la Tabla 2.

Tabla 2 Leyenda del Sistema de Suspensión Neumática (Anexo A)

Símbolo	Nombre	Descripción
	Filtro de partículas	Componente encargado de retener las impurezas líquidas y sólidas presentes en el aire presurizado.
	Válvula mariposa	Dispositivo encargado de regular el flujo al variar la sección por donde circula el fluido.
	Línea de presión	Conjunto de ductos a una presión superior a la atmosférica por donde circula el fluido.
	Presostato	Dispositivo que abre o cierra un circuito eléctrico en función de la presión que recibe.
	Resorte neumático	Dispositivo elástico encargado de aislar dinámicamente la cabina y disipar vibraciones.
	Reservorio secundario	Dispositivo encargado de almacenar el aire utilizado por el resorte neumático.
	Separador de agua	Componente encargado de retener y expulsar la humedad presente en el aire presurizado.
	Válvula antirretorno	Dispositivo encargado de evitar el retorno del flujo en un ducto.

	<p>Válvula antirretorno pilotada</p>	<p>Dispositivo encargado de controlar el retorno del flujo en un ducto en función de la presión que recibe en su canal secundario.</p>
	<p>Válvula diferencial</p>	<p>Dispositivo encargada de monitorear la diferencia de presiones entre los resortes neumáticos.</p>
	<p>Válvula reguladora de presión</p>	<p>Dispositivo encargado de controlar el flujo en un ducto en función a la presión recibida en su canal secundario.</p>
	<p>Válvula de nivel</p>	<p>Dispositivo encargado de regular la entrada de aire al reservorio secundario.</p>

Este recorrido es dividido en 5 etapas las cuales son explicadas a continuación.

1.3.1 Acondicionamiento de aire

En esta etapa el aire es sustraído de la línea principal y recorre el filtro de partículas y el separador de agua para ser purificado antes de entrar a la línea neumática de la suspensión. Si bien el compresor presenta un sistema similar, el aire puede ser admitido luego de haber estado en el reservorio principal un tiempo considerable donde puede absorber impurezas que podrían dañar los dispositivos que se encuentran en la línea de presión. Estos componentes son colocados en serie como lo esquematiza la Figura 1-13.

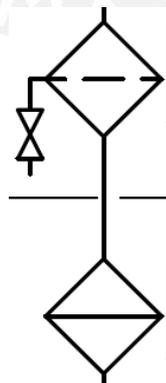


Figura 1-13 Esquema del filtro y separador de agua (Anexo A)

### 1.3.2 Abastecimiento de la línea neumática de la suspensión

En esta etapa el aire es admitido en la línea neumática que conecta el filtro y separador con las válvulas de nivel del bogie para lo cual debe recorrer la válvula reguladora de presión que se abre si la presión de la línea posterior a ella se encuentra por debajo de 7.5 bares de presión absoluta. La ramificación esquematizada en la Figura 1-14 es única por par de bogíes y comparte la toma de aire filtrado con el sistema neumático de freno.

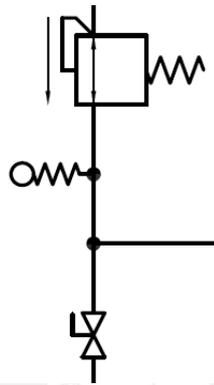


Figura 1-14 Esquema de la válvula de presión (Anexo A)

### 1.3.3 Admisión al circuito neumático del resorte

En esta etapa el aire es admitido en la línea neumática donde se encuentra el resorte mediante una válvula distribuidora. Esta etapa permite variar las propiedades dinámicas del resorte neumático al controlar la cantidad de aire en su interior. La ramificación esquematizada en la Figura 1-15 es única por cada bogie y cada línea de presión alimenta a las 4 válvulas de un vagón.

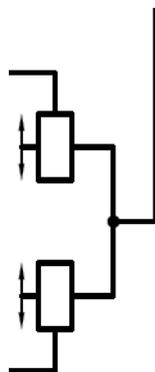


Figura 1-15 Esquema de la válvula de nivel (Anexo A)

Esta válvula distribuidora va alojada en la superficie inferior de la cabina y va conectada a la línea de presión, el reservorio secundario y la atmósfera como se esquematiza en la Figura 1-16. Este dispositivo es accionado electrónicamente gracias a un par de solenoides ubicados a su costado que regulan la entrada y salida de aire al circuito del reservorio secundario y el resorte neumático. Este elemento neumático puede ubicarse de 3 maneras diferentes en función al número de solenoides excitados las cuales son explicadas a continuación.

Por un lado, se tiene la posición de reposo que es ilustrada en la Figura 1-16 en la cual no existe accionar de algún solenoide. Esta es la posición natural del dispositivo y no hay paso de fluido por el mismo; por ende, la masa de aire en el circuito del reservorio secundario y el resorte neumático se mantiene constante.

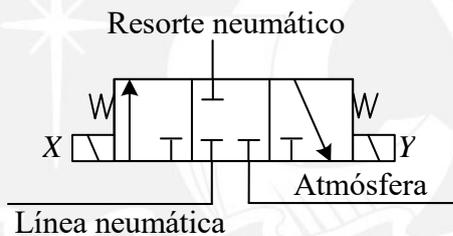


Figura 1-16 Válvula distribuidora 3/3 del circuito neumático del resorte

Por otro lado, se tienen las posiciones ilustradas en las Figura 1-17 y Figura 1-18 en donde un solenoide es excitado eléctricamente y el dispositivo adopta una posición diferente al reposo. En dichas posiciones existe un flujo de aire que recorre el dispositivo y; por ende, un cambio en la masa de aire en el circuito del reservorio secundario y el resorte neumático.

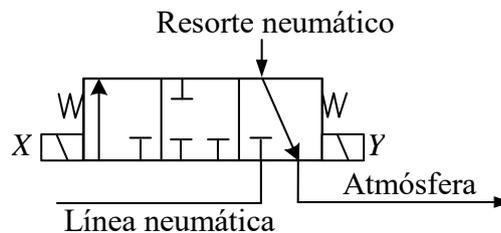


Figura 1-17 Válvula distribuidora en posición de carga

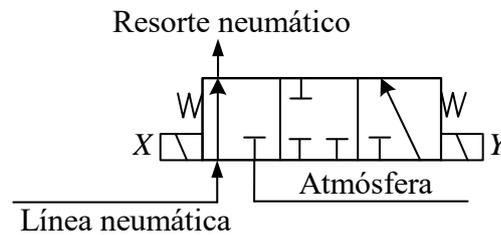


Figura 1-18 Válvulas distribuidoras en posición de descarga

Estas posiciones son conocidas como inestables; ya que, una vez que la excitación desaparece, la válvula vuelve a su posición de origen o reposo.

Estos cambios en la masa de aire tienen un efecto determinante en los parámetros de operación del resorte neumático; entre estos, el más evidente es la altura de estabilización como se aprecia en las figuras Figura 1-19 y Figura 1-20.

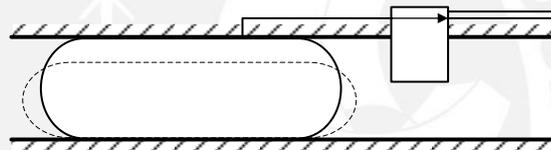


Figura 1-19 Válvula distribuidora en posición de descarga

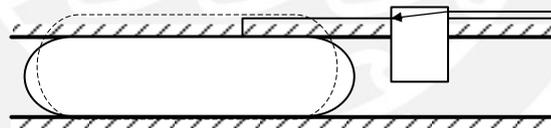


Figura 1-20 Resorte neumático en proceso de carga

Cabe aclarar que el tiempo de accionamiento de este dispositivo es muy pequeño; ya que busca definir las propiedades del resorte neumático a largo plazo. Entre las circunstancias que podrían conllevar la activación de este elemento se encuentran las vías con inclinaciones, curvas y peraltes.

#### 1.3.4 Nivelación de resortes neumáticos de un bogie

En esta etapa, la diferencia de presiones entre 2 circuitos neumáticos del mismo bogie es regulada mediante una válvula distribuidora; este elemento conecta ambos circuitos como se esquematiza en la Figura 1-21. Este dispositivo evita que dicha diferencia sea

mayor a 1.5 bares lo cual puede ocurrir en caso de algún desperfecto físico o electrónico en el sistema.

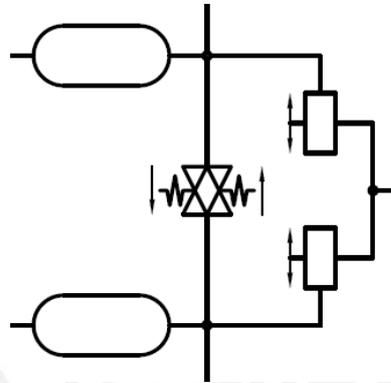


Figura 1-21 Esquema de la válvula diferencial (Anexo A)

El esquema interno de la válvula diferencial es presentado en la Figura 1-22. Este dispositivo es accionado electrónicamente cuando los sensores de presión perciben una diferencia de 1.5 bares entre los circuitos de resortes neumáticos desplazándolo lateralmente como se explica a continuación.

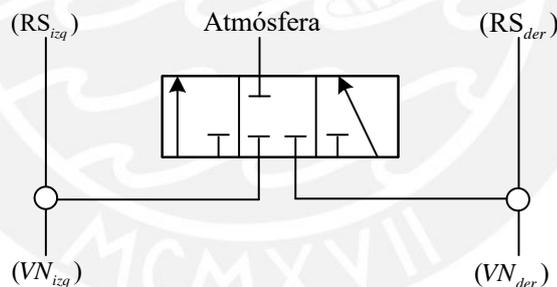


Figura 1-22 Válvula distribuidora 3/3 del circuito neumático de nivelación

Cuando la presión en un circuito supera a la del otro por 1,5 bares o más, la válvula diferencial se desplaza con el fin de reducir la diferencia; para ello, conecta el circuito con sobrepresión con el medio ambiente como lo explican las siguientes figuras.

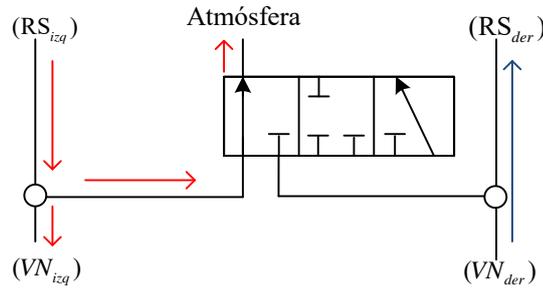


Figura 1-23 Válvula diferencial con sobrepresión en el resorte izquierdo

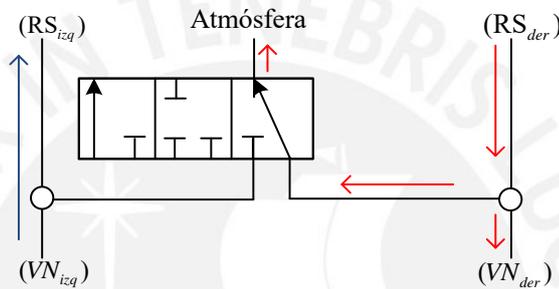


Figura 1-24 Válvula diferencial con sobrepresión en el resorte derecho

Cabe mencionar que este dispositivo es accionado principalmente en emergencias; por lo cual, su tiempo de trabajo es menor al de la válvula de admisión.

### 1.3.5 Resorte neumático y reservorio secundario

En esta etapa el aire contenido en el circuito esquematizado en la Figura 1-25 determina las propiedades del sistema de suspensión. El resorte neumático y el reservorio secundario contienen el aire a presión que proporciona un comportamiento elástico al resorte neumático. Estos elementos están conectados por un ducto que permite el paso del fluido en todo momento; este ducto al tener un área de flujo mucho menor a los componentes que conecta proporciona un carácter amortiguado al conjunto.

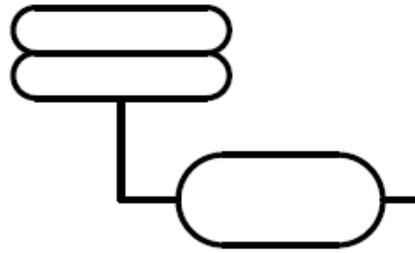


Figura 1-25 Esquema del resorte neumático y reservorio secundario (Anexo A)

El resorte neumático es un elemento compuesto por varias capas de caucho que almacena aire en su interior; este dispositivo no provee de soporte por sí mismo, sino que requiere del aire para presentar propiedades elásticas. En la Figura 1-26 se presenta la distribución interna de este dispositivo.

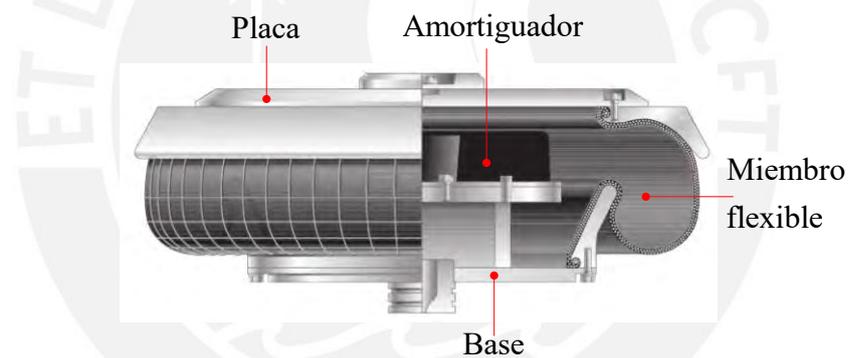


Figura 1-26 Vista del interior de un resorte neumático (Firestone, 2020)

El miembro flexible está localizado entre dos elementos metálicos que permiten fijarlo a la cabina y el bogie. Adicional a esto, el resorte neumático cuenta con un resorte secundario de caucho conectado en serie que aporta elasticidad al conjunto y sirve de elemento de seguridad cuando el miembro flexible falla.

Los resortes neumáticos son seleccionados mediante el análisis de 2 gráficos que relacionan la altura del resorte, el volumen del miembro flexible y la presión del aire contenido; estos gráficos son presentados a continuación y corresponden al modelo WT 21.5 del catálogo Firestone 2020.

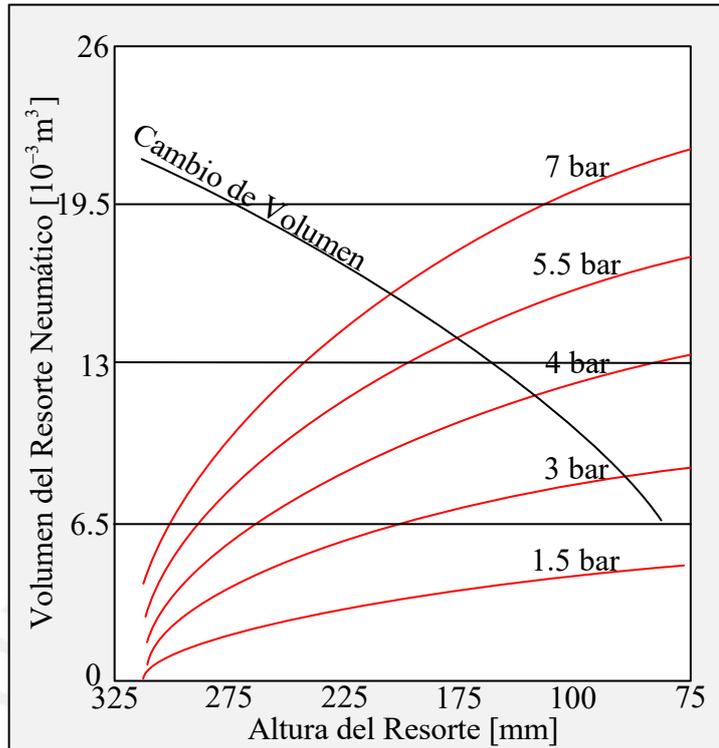


Figura 1-27 Propiedades estáticas del resorte neumático (Firestone, 2020)

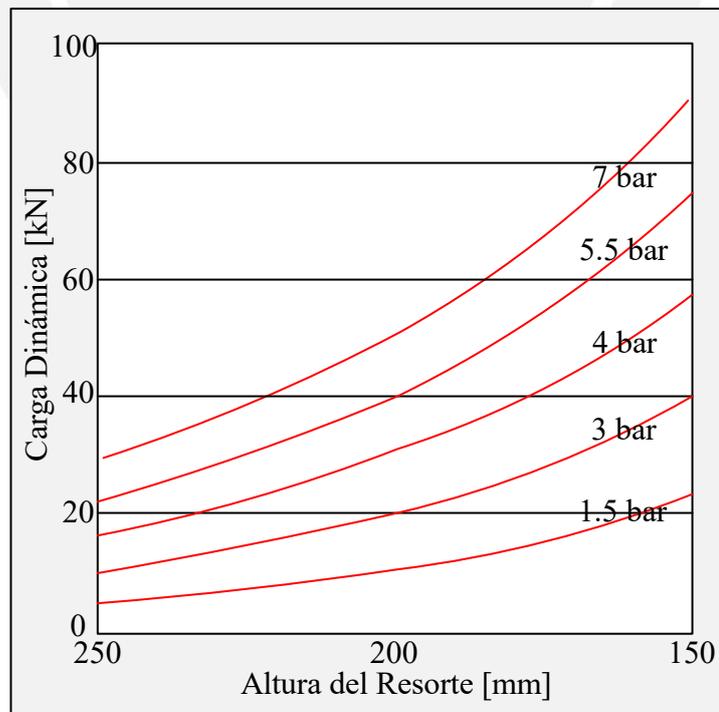


Figura 1-28 Propiedades dinámicas del resorte neumático (Firestone, 2020)

Del segundo gráfico se puede derivar la constante de rigidez como expresa a continuación.

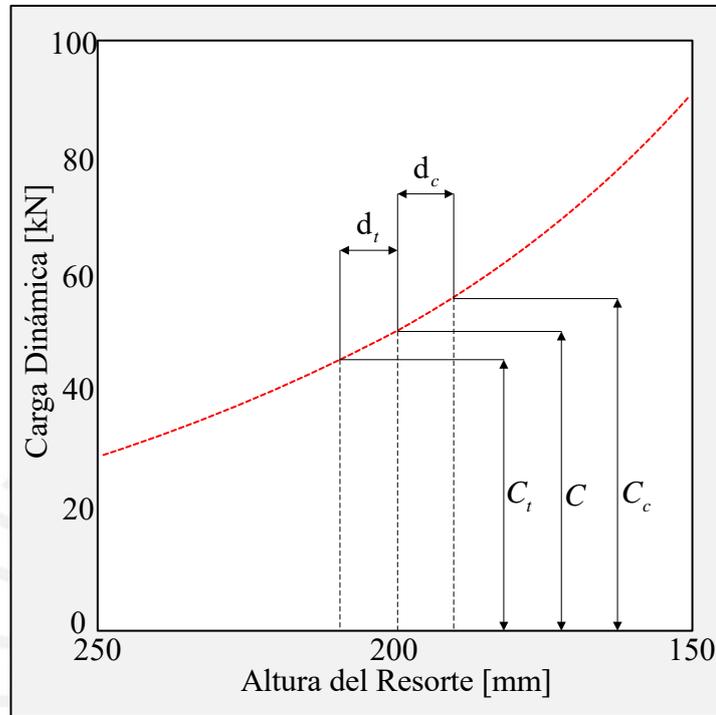


Figura 1-29 Gráfica carga vs altura de un resorte neumático (Firestone, 2020)

$$k_{res} = \frac{C_c - C_t}{d_c + d_t} \tag{1.3}$$

$k_{res}$  Coeficiente elástico del resorte neumático [ N/m ]

$C_c$  Carga dinámica en compresión [ N ]

$C_t$  Carga dinámica en tracción [ N ]

$d_c$  Deformación en compresión [ m ]

$d_t$  Deformación en tracción [ m ]

De la Figura 1-29 se puede concluir que la constante de rigidez varía y depende del volumen y presión del aire en el elemento flexible. Esta propiedad es indispensable para determinar la frecuencia natural que permite la caracterización dinámica del conjunto como lo expresa la fórmula (1.4).

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{res}}{m}} \quad (1.4)$$

$m$  Masa suspendida en el resorte neumático [ kg ]

#### 1.4 Importancia de la suspensión secundaria neumática

La evaluación de la comodidad de cualquier situación es una tarea muy complicada no solo por la complejidad del fenómeno, sino por las diferentes reacciones que puede presentar el cuerpo humano. Los métodos utilizados para medir el grado de confort deben evaluar las aceleraciones y las frecuencias que afectan al pasajero tanto individual como en conjunto. En la actualidad se emplean principalmente dos métodos para evaluar la comodidad de un vehículo ferroviario, estos son explicados a continuación:

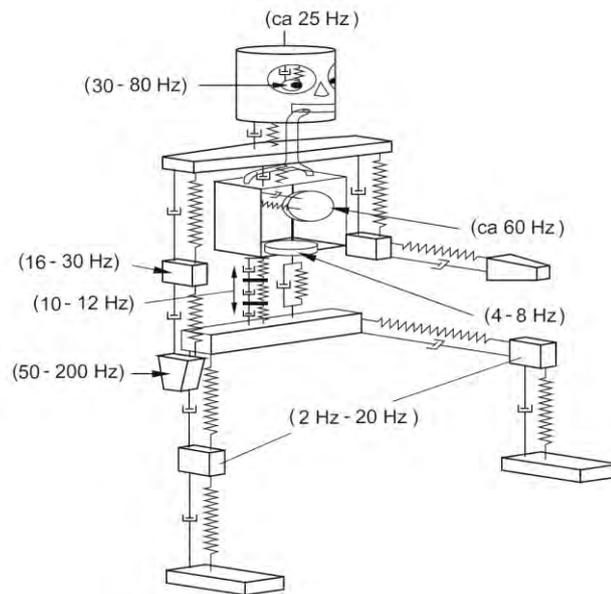


Figura 1-30 El cuerpo humano como un sistema sensible a vibraciones

#### DIN 45672 - Medición de la vibración asociada con vehículos ferroviarios

Este método de medición de confort en vehículos ferroviarios es avalado por el Organismo Nacional de Normalización Alemana y requiere de la medición de la amplitud de la vibración y la frecuencia del vehículo por un periodo de excitación entre

2 a 10 minutos. Su procedimiento demanda el cálculo del Valor de Confort de Sperling ( $E$ ) cuya fórmula es presentada a continuación.

$$E = 3.1 \sqrt[10]{x^3 \cdot f^5} \quad (1.5)$$

$E$  Valor de confort de Sperling

$x$  Amplitud de vibración [ m ]

$f$  Frecuencia [ Hz ]

Este valor es ingresado a la siguiente tabla donde obtenemos una breve descripción del confort que el vehículo posee.

Tabla 3 Verbalización de valores de Sperling

Valor de confort de Sperling ( $E$ )	Descripción en palabras
1.00	Casi imperceptible
2.00	Claramente perceptible
3.00	Perceptible pero no desagradable, tolerable
3.25	Bastante perceptible, aún tolerable
3.50	Muy desagradable, no tolerable por largos periodos
4.00	Muy fuerte y desagradable, dañino luego de un periodo largo.

#### EN 12299 - Comodidad de viaje para pasajeros en aplicaciones ferroviarias

Este método de medición de confort en vehículos ferroviarios es el resultado de la aplicación de la Norma ISO 2631 en vehículos ferroviarios propuesta por la Organización Internacional de Normalización y requiere de la medición de la aceleración en los 3 ejes por un periodo mínimo de 5 minutos haciendo mediciones cada 5 segundos. Su procedimiento demanda el cálculo del Criterio Simplificado de Confort ( $N_{MW}$ ) cuya fórmula es presentada a continuación.

$$N_{MW} = 6 \cdot \sqrt{(a_{x95,wd})^2 + (a_{y95,wd})^2 + (a_{z95,wd})^2} \quad (1.6)$$

$N_{MW}$	Criterio Simplificado de Confort
$a_{x95,wd}$	Ponderado de aceleraciones en el eje x [ m/s <sup>2</sup> ]
$a_{y95,wd}$	Ponderado de aceleraciones en el eje y [ m/s <sup>2</sup> ]
$a_{z95,wd}$	Ponderado de aceleraciones en el eje z [ m/s <sup>2</sup> ]

Este valor es ingresado a la siguiente tabla donde se obtiene una breve descripción del confort que el vehículo ofrece.

Tabla 4 Verbalización de valores del Criterio Simplificado de Confort

Criterio simplificado de confort ( $N_{MW}$ )	Descripción en palabras
$N_{MW} < 1$	Muy confortable
$1 < N_{MW} < 2$	Confortable
$2 < N_{MW} < 4$	Medianamente confortable
$4 < N_{MW} < 5$	Inconfortable
$5 \leq N_{MW}$	Muy inconfortable

## CAPITULO 2 MODELAMIENTO DEL RESORTE NEUMÁTICO

### 2.1 Parámetros básicos del sistema neumático de suspensión

#### 2.1.1 Presión del aire

La presión del aire en el sistema es trabajada en manométrica y absoluta; ambos tipos de presiones se relacionan en la siguiente expresión.

$$p_t = p_m + p_{atm}$$

$p_t$  Presión absoluta [ N/m<sup>2</sup> ]

$p_m$  Presión manométrica [ N/m<sup>2</sup> ]

$p_{atm}$  Presión atmosférica [ N/m<sup>2</sup> ]

La presión manométrica es la encargada de equilibrar la fuerza que se le imprime al resorte.

$$p_m = \frac{F_z}{A_e}$$

$F_z$  Fuerza aplicada en al resorte neumático [ N ]

$A_e$  Área efectiva [ m<sup>2</sup> ]

### 2.1.2 Área efectiva

El área efectiva es la superficie del resorte neumático en contacto con la cabina y se determina reorganizando la expresión antes vista. Es importante mencionar que el sistema cuenta con sensores capaces de determinar la fuerza aplicada y la presión manométrica; sin embargo, el área efectiva es muy difícil de medir directamente por su ubicación.

$$A_e = \frac{F_z}{P_m}$$

### 2.1.3 La densidad del aire en el sistema

El aire en el sistema se encuentra a una mayor presión que la ambiental; por lo que se necesita calcular su densidad en estas nuevas condiciones.

$$\rho = \frac{P_t}{R \cdot T}$$

$R$  Constante universal de los gases para el aire [ J/kg · K ]

$T$  Temperatura del aire en el sistema [ K ]

## 2.2 **Derivación fundamental de la constante elástica del resorte neumático**

### 2.2.1 Proceso politrópico

El proceso politrópico modela fenómenos de compresión y expansión de fluidos como los que sufre el aire dentro del resorte neumático; estos procesos se caracterizan por un rápido cambio de presión, volumen y temperatura lo cual les confiere un coeficiente politrópico comprendido entre 1 y el ideal siendo  $n = 1.38$  aceptable para estos casos.

$$pV^n = cte$$

$p$  Presión en el sistema [ N/m<sup>2</sup> ]

$V$  Volumen en el sistema [ m<sup>3</sup> ]

$n$  Coeficiente politrópico

### 2.2.2 Derivación de la constante de rigidez

La constante de rigidez es la relación entre una fuerza aplicada y la deformación provocada en el elemento elástico; en este caso, la fuerza puede expresarse en relación a la presión manométrica y el área efectiva como lo expresa en (2.1).

$$k_z = \frac{dF_z}{dz} = \frac{d}{dz}(p_m \cdot A_e) = \frac{dp}{dz} A_e + p_m \frac{dA_e}{dz} \quad (2.1)$$

$k_z$  Constante elástica del resorte neumático [ N/m ]

$z$  Deformación del resorte neumático [ m ]

Como se mencionó anteriormente, el proceso al interior del resorte neumático es modelado como politrópico lo cual permite relacionar la presión y volumen del fluido como se presenta en (2.2).

$$p_1 \cdot V_1^\gamma = p_2 \cdot V_2^\gamma = \text{constante} \quad (2.2)$$

$\gamma$  Coeficiente politrópico adiabático

Tanto la presión como el volumen dependen de la altura del resorte; por lo que se procede a derivar la expresión del proceso en función a dicha magnitud. El resultado se puede apreciar a continuación.

$$\frac{d}{dz}(p \cdot V^\gamma) = \frac{dp}{dz} \cdot V^\gamma + p \cdot \gamma \cdot V^{(\gamma-1)} \cdot \frac{dV}{dz} = 0 \quad (2.3)$$

El cambio de volumen respecto a la altura es la superficie del miembro flexible en contacto con la cabina la cual se definió como área efectiva; asimismo, adquiere un valor negativo debido a que un aumento de presión es consecuencia de una compresión del resorte.

$$\frac{dV}{dz} = -A_e \quad (2.4)$$

La formulación empieza aislando el diferencial de presión sobre diferencial de altura de la expresión (2.3) y reemplazando la relación (2.4).

$$\frac{dp}{dz} = \frac{-p_t \cdot \gamma \cdot V^{(\gamma-1)} \frac{dV}{dz}}{V} = \frac{-p_t \cdot \gamma \cdot \frac{dV}{dz}}{V} = \frac{p_t \cdot \gamma \cdot A_e}{V} \quad (2.5)$$

Luego de ello, la expresión (2.5) se reemplazada en (2.1) para formar la expresión (2.6)

$$k_z = \frac{dp}{dz} \cdot A_e = \gamma \cdot (p_m + p_{atm}) \cdot \frac{A_e^2}{V} + p_m \cdot \frac{dA_e}{dz} \quad (2.6)$$

Debido a que el cambio de área efectiva es muy pequeño, el valor del segundo término de la expresión (2.6) es muy pequeño y se opta por despreciarlo.

$$p_m \cdot \frac{dA_e}{dz} \cong 0 \quad (2.7)$$

Finalmente, la constante de rigidez del resorte neumático es la siguiente.

$$k_z = \frac{dp}{dz} \cdot A_e = \gamma \cdot (p_m + p_{atm}) \cdot \frac{A_e^2}{V} \quad (2.8)$$

### 2.3 Modelos de resortes neumáticos

Índice de términos utilizados en los modelos.

$A_e$	Área efectiva del resorte neumático [ $m^2$ ]
$A_s$	Área del ducto conector [ $m^2$ ]
$d_s$	Diámetro del ducto conector [ $m$ ]
$g$	Aceleración de la gravedad [ $m/s^2$ ]
$M$	Masa de aire en el ducto conector [ $kg$ ]
$p_m$	Presión manométrica del circuito neumático [ $N/m^2$ ]
$R_f$	Coefficiente de resistencia al flujo
$V$	Volumen del conjunto de neumático [ $m^3$ ]
$V_{res}$	Volumen del resorte neumático [ $m^3$ ]

$V_{aux}$	Volumen del reservorio secundario [ $m^3$ ]
$\gamma$	Coefficiente politrópico
$\rho$	Densidad del aire en el circuito neumático [ $kg / m^3$ ]

### 2.3.1 Modelo derivado

Este modelo responde a la directa implementación de la formulación del apartado anterior y consta de 3 elementos. Las 2 constantes de rigidez se extraen de la expresión (2.6) al distinguir el comportamiento estático ( $k_{D1}$ ) y dinámico ( $k_{D2}$ ) del conjunto; mientras que, el coeficiente de amortiguamiento ( $C_{D1}$ ) busca representar la naturaleza del material y del fluido.

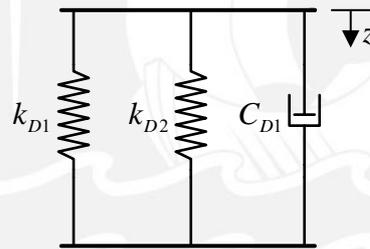


Figura 2-1 Modelo de resorte neumático derivado

Legenda de elementos en el modelo derivado.

$k_{D1}$	Constante elástica estática [ $N / m$ ]
$k_{D2}$	Constante elástica dinámica [ $N / m$ ]
$C_{D1}$	Coefficiente de amortiguamiento general [ $Ns / m$ ]

Si bien este modelo considera los fenómenos elásticos y amortiguadores derivados en el apartado anterior, no se hace distinción entre los volúmenes del resorte y el reservorio lo cual lleva a resultados muy alejados de la realidad.

### 2.3.2 Modelo Nishimura

Este modelo fue desarrollado por Seiichi Nishimura en el año 1970 y requiere 4 parámetros para operar. A diferencia del anterior, se considera la separación de los volúmenes y los efectos del ducto que los conecta; esto implica la división de la constante elástica dinámica en los 2 ( $k_{N2}$ ,  $k_{N3}$ ) y la consideración de los efectos amortiguadores de la reducción de área de flujo propia del paso del fluido por el ducto ( $C_{N2}$ ).

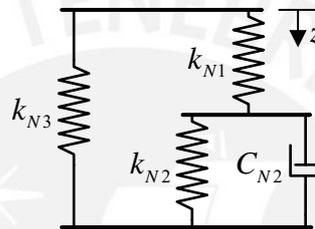


Figura 2-2 Modelo de resorte neumático Nishimura

Leyenda de elementos en el modelo Nishimura

$k_{N1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{N2}$	Constante elástica dinámica del reservorio [ $N / m$ ]
$k_{N3}$	Constante elástica estática del miembro flexible [ $N / m$ ]
$C_{N2}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]

### 2.3.3 Modelo Vampire

Este modelo fue desarrollado por Jerry Evans y Mats Berg en el año 1970 y requiere de 6 parámetros para operar. A diferencia del anterior, se considera la masa del aire en el ducto ( $k_m$ ) y un resorte secundario de goma que trabaja activamente ( $k_{v4}$ ).

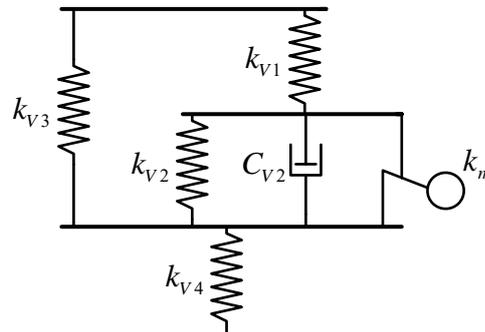


Figura 2-3 Modelo de resorte neumático Vampire

Leyenda de elementos en el modelo Vampire

$k_{V1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{V2}$	Constante elástica dinámica del reservorio [ $N / m$ ]
$k_{V3}$	Constante elástica estática del miembro flexible [ $N / m$ ]
$k_{V4}$	Constante elástica del resorte secundario [ $N / m$ ]
$C_{V2}$	Coficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]
$k_m$	Masa referida al aire en el ducto [ $kg$ ]

#### 2.3.4 Modelo Simpack

Este modelo fue desarrollado por la empresa Dassault Systemes Simulia Corp en el año 1978 y requiere de 6 parámetros para operar. Este modelo toma las mismas consideraciones que Nishimura y adiciona los efectos elásticos ( $k_{S4}$ ) y amortiguadores ( $C_{S4}$ ) de un resorte secundario de caucho conectado en serie.

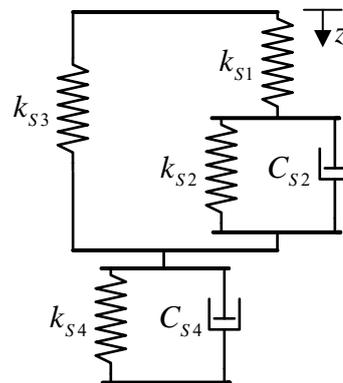


Figura 2-4 Modelo de resorte neumático Simpack

### Leyendo de elementos del modelo Simpack

$k_{s1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{s2}$	Constante elástica dinámica del reservorio [ $N / m$ ]
$k_{s3}$	Constante elástica estática del miembro flexible [ $N / m$ ]
$k_{s4}$	Constante elástica del resorte secundario [ $N / m$ ]
$C_{s2}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]
$C_{s4}$	Coefficiente de amortiguamiento del resorte sec. [ $Ns / m$ ]

### 2.3.5 Modelo Gensys

El presente modelo fue desarrollado por Mats Berg en el año 1999 y requiere de 4 parámetros para operar. Este se diferencia del resto por representar los fenómenos de elasticidad, fricción y viscosidad del conjunto; en vez del comportamiento físico de los elementos que conforman la suspensión.

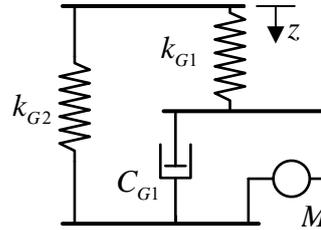


Figura 2-5 Modelo de resorte neumático Gensys

### Leyenda del modelo Gensys

$k_{G1}$	Constante elástica dinámica del resorte [ $N / m$ ]
$k_{G2}$	Constante elástica estática del resorte [ $N / m$ ]
$C_{G1}$	Coefficiente de amortiguamiento por el ducto [ $Ns / m$ ]
$M$	Masa de aire presente en el ducto [ $kg$ ]

Este modelo engloba todas las consideraciones de los antes mencionados, por lo cual brinda un mejor panorama del conjunto de fenómenos dentro del sistema de suspensión.

## 2.4 Desarrollo del modelo Gensys

### 2.4.1 Delimitación del sistema y sus variables

El sistema neumático presenta diversos componentes que regulan la cantidad de aire presente en el resorte; sin embargo, este elemento elástico va conectado únicamente al reservorio secundario lo cual disminuye considerablemente el efecto que dichos elementos puedan tener sobre él. Una de las características más resaltantes del esquema presentado en la Figura 2-6 es la diferencia entre los volúmenes del resorte neumático y el reservorio secundario; estos elementos suelen presentar una relación de volúmenes de 3 a 1 siendo el reservorio secundario mucho más voluminoso lo cual permite reducir aún más la influencia de otros elementos en las propiedades dinámicas del resorte. En consecuencia, se puede delimitar el sistema de interés al resorte neumático, el reservorio secundario y el ducto que los une.

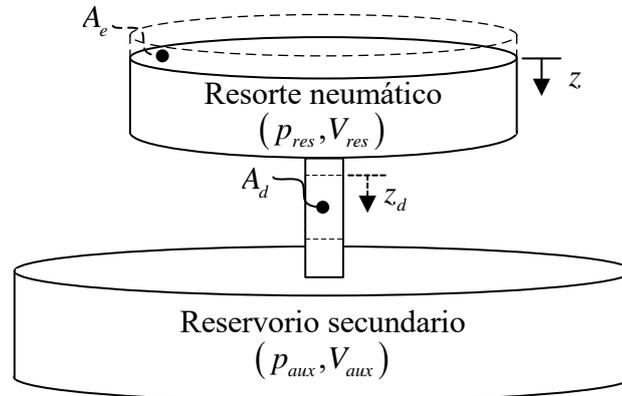


Figura 2-6 Esquema del sistema neumático considerado para el modelo Gensys

La presión y el volumen son, sin lugar a duda, dos variables que juegan un rol importante en la determinación de los parámetros elásticos del resorte neumático y; por ende, deben ser contempladas en el modelo. Ambas propiedades son definidas para el resorte neumático y el reservorio auxiliar las cuales parten de una condición inicial y se le adiciona una variación.

$$p_{res} = p_{res.I} + \Delta p_{res} \quad (2.9)$$

$$p_{aux} = p_{aux.I} + \Delta p_{aux} \quad (2.10)$$

$$V_{res} = V_{res.I} + \Delta V_{res} \quad (2.11)$$

$$V_{aux} = V_{aux.I} + \Delta V_{aux} \quad (2.12)$$

Como se explicó anteriormente, el sistema de la Figura 2-6 trabaja con muy poca influencia del resto del sistema neumático; por lo que se podría considerar un sistema cerrado; es decir, con nulo intercambio de materia con el exterior. Como resultado de ello, el aire presente en un inicio se encuentra a la misma presión tanto en el resorte neumático como en el reservorio secundario.

$$p_{res.I} = p_{aux.I} = p_{t.I}$$

Esta expresión puede ser empleada para redefinir las expresiones (2.9) y (2.10) como se muestra a continuación.

$$p_{res} = p_{t.I} + \Delta p_{res} \quad (2.13)$$

$$p_{aux} = p_{t.I} + \Delta p_{aux} \quad (2.14)$$

Asimismo, al tratarse de un sistema cerrado, es posible determinar los volúmenes de aire que se encuentran fluctuando entre el resorte neumático y el reservorio auxiliar como lo indica la Figura 2-7.

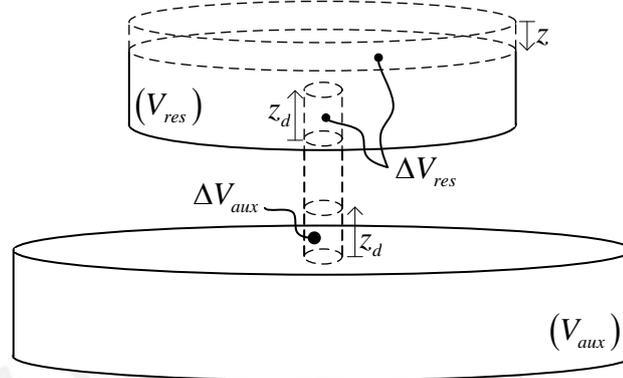


Figura 2-7 Esquema del cambio de volúmenes en el sistema

Estos cuerpos de aire son agrupados según el elemento que afectan con lo cual es posible determinar la variación de volumen como se presenta a continuación.

$$\Delta V_{res} = -z \cdot A_e + z_d \cdot A_d \quad (2.15)$$

$$\Delta V_{aux} = -z_d \cdot A_d \quad (2.16)$$

Finalmente, es posible reescribir las expresiones (2.11) y (2.12) utilizando las relaciones de volúmenes determinadas con anterioridad.

$$V_{res} = V_{res.I} - z \cdot A_e + z_d \cdot A_d \quad (2.17)$$

$$V_{aux} = V_{aux.I} - z_d \cdot A_d \quad (2.18)$$

Estas variaciones de volúmenes son muy pequeñas respecto los volúmenes de los elementos; sin embargo, es fundamental encontrar una forma de determinar sus valores para poder simular la respuesta del sistema en el tiempo.

#### 2.4.2 Modelamiento del proceso de compresión y expansión

Como se mencionó anteriormente, el ciclo de trabajo del resorte neumático puede ser modelado como un proceso politrópico debido a la corta duración de las compresiones y expansiones; es por ello que es posible emplear la siguiente expresión con el objetivo de encontrar una relación entre la variación de presiones y volúmenes.

$$p_1 \cdot V_1^n = p_2 \cdot V_2^n$$

Para ello, es necesario introducir la presión y volumen de la misma forma que en el apartado anterior.

$$p_2 = p_1 + \Delta p \quad (2.19)$$

$$V_2 = V_1 + \Delta V \quad (2.20)$$

Reemplazando las expresiones (2.19) y (2.20) en la relación de proceso politrópico se obtiene lo siguiente.

$$p_1 \cdot V_1^n = (p_1 + \Delta p) \cdot (V_1 + \Delta V)^n$$

Si bien esta expresión nos permite determinar una relación entre la variación de presión y la de volumen, se prefiere modificar el término  $(V_1 + \Delta V)^n$  con el fin de simplificar el trabajo de cálculo. Para ello se desarrolla el binomio para evaluar una posible simplificación.

$$(V + \Delta V)^n = V^n + n \cdot V^{n-1} \cdot \Delta V + \dots$$

Debido a que la variación de volúmenes es muy pequeña, se opta por despreciar los términos que contengan el término  $\Delta V$  elevado a un exponencial mayor a 1. Luego de ello, se reescribe la expresión de la siguiente manera.

$$p_1 \cdot V_1^n = (p_1 + \Delta p) \cdot (V_1^n + n \cdot V_1^{n-1} \cdot \Delta V)$$

A continuación, se procesa a reorganizar los términos de la expresión con el fin de despejar el término  $\Delta p$  cómo se detalla a continuación.

$$\frac{(p_1 + \Delta p)}{p_1} \cdot \frac{(V_1^n + n \cdot V_1^{n-1} \cdot \Delta V)}{V_1^n} = 1$$

$$\left(1 + \frac{\Delta p}{p_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{n \cdot \Delta V}{V_1}\right) = 1$$

$$\left(1 + \frac{\Delta p}{p_1}\right) \cdot \left(\frac{V_1 + n \cdot \Delta V}{V_1}\right) = 1$$

$$1 + \frac{\Delta p}{p_1} = \frac{V_1}{V_1 + n \cdot \Delta V}$$

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{V_1 - V_1 - n \cdot \Delta V_1}{V_1 + n \cdot \Delta V}$$

$$\Delta p = \frac{-n \cdot \Delta V_1}{V_1 + n \cdot \Delta V} \cdot p_1$$

Una última simplificación puede realizarse en la expresión, ya que, como se mencionó anteriormente, la variación de volumen es mucho menor al volumen de su contenedor.

$$n \cdot \Delta V \ll V_1$$

Por ende, la relación entre la variación de presión y volumen puede definirse de la siguiente manera.

$$\Delta p = \frac{-n \cdot \Delta V_1}{V_1} \cdot p_1$$

Ahora, se emplea esta expresión para definir la variación de presión tanto en el resorte neumático como en el reservorio auxiliar.

$$\Delta p_{res} = \frac{n \cdot (z \cdot A_e - z_d \cdot A_d)}{V_{res.I}} \cdot p_{t.I} \quad (2.21)$$

$$\Delta p_{aux} = \frac{n \cdot (z_d \cdot A_d)}{V_{aux.I}} \cdot p_{t.I} \quad (2.22)$$

Finalmente, se reescriben las expresiones (2.13) y (2.14) empleando (2.21) y (2.22) como se muestra a continuación.

$$p_{res} = p_{t.I} + \frac{n \cdot (z \cdot A_e - z_d \cdot A_d)}{V_{res.I}} \cdot p_{t.I} \quad (2.23)$$

$$p_{aux} = p_{t.I} + \frac{n \cdot (z_d \cdot A_d)}{V_{aux.I}} \cdot p_{t.I} \quad (2.24)$$

### 2.4.3 Segunda ley de Newton

Luego definir en su totalidad la presión y el volumen en el resorte neumático y el reservorio auxiliar, se procede a emplear la segunda ley de Newton para formar expresiones que permitan vincular la presión y volumen con los factores que alteran el equilibrio del sistema. El desplazamiento del área efectiva en el resorte neumático y de la masa de aire en el ducto pasan a ser variables de estado como se indica en la Figura 2-8.

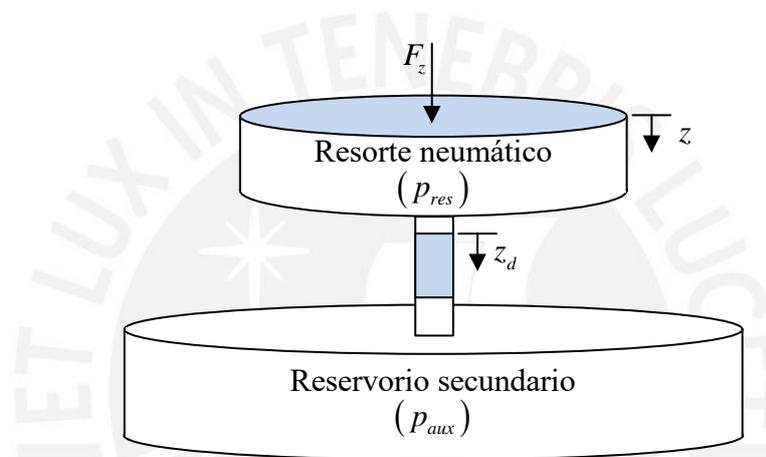


Figura 2-8 Diagrama de cuerpo libre del sistema de suspensión neumática

$z$	Posición del área efectiva [m]
$z_d$	Posición de la masa de aire en el ducto [m]

En primer lugar, se realiza un balance de fuerzas a la altura del área efectiva del resorte neumático. En este punto la dinámica de la cabina es determinada por la diferencia entre la fuerza ejercida en el resorte neumático y la fuerza producto de la presión manométrica en el elemento elástico.

$$F_z = A_e \cdot (p_{res} - p_{atm}) \quad (2.25)$$

En segundo lugar, se realiza un balance de fuerzas en la masa de aire desplazada en el ducto. En este lugar el movimiento del fluido está determinado por la diferencia de presiones entre el resorte y el reservorio; asimismo, se cuenta con una componente amortiguador producto de la pérdida energética en el estrangulamiento.

$$m_d \cdot \ddot{z}_d = (p_{res} - p_{aux}) \cdot A_d - C_d \cdot \dot{z}_d^\beta \quad (2.26)$$

A continuación, se procede a reemplazar las expresiones de presión del resorte (2.23) y del reservorio (2.24) en ecuaciones formuladas por segunda ley de Newton.

$$F_z = A_e \cdot \left( p_{t.I} + \frac{n \cdot (z \cdot A_e - z_d \cdot A_d)}{V_{res.I}} \cdot p_{t.I} \right) - A_e \cdot p_{atm}$$

$$m_d \cdot \ddot{z}_d = A_d \cdot \left( \frac{n \cdot (z \cdot A_e - z_d \cdot A_d)}{V_{res.I}} \cdot p_{t.I} - \frac{n \cdot (z_d \cdot A_d)}{V_{aux.I}} \cdot p_{t.I} \right) - C_d \cdot \dot{z}_d^\beta$$

Finalmente, se ordenan los términos agrupándolos según la variable de estado obteniendo lo siguiente.

$$F_z = A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \left( \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot z - \frac{A_d}{V_{res.I}} \cdot z_d \right) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm}) \quad (2.27)$$

$$m_d \cdot \ddot{z}_d = A_d \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot \left( z - \frac{V_{res.I}}{A_e} \cdot \left( \frac{A_d}{V_{res.I}} + \frac{A_d}{V_{aux.I}} \right) \cdot z_d \right) - C_d \cdot \dot{z}_d^\beta \quad (2.28)$$

#### 2.4.4 Formación de las constantes elásticas

Ambas expresiones permiten analizar el comportamiento dinámico en su respectiva ubicación; sin embargo, es necesario relacionarlas para conformar el modelo final. Este vínculo se obtiene mediante la reorganización de los términos introducidos recientemente en las expresiones (2.27) y (2.28) los cuales dan origen a las constantes de elasticidad. Esta redistribución busca la aparición de un término que permita el intercambio de información entre las 2 ecuaciones diferenciales expresadas anteriormente. Para ello, se procede a realizar los métodos algebraicos presentados a continuación.

En primer lugar, se realiza un cambio de variable en la posición del ducto  $z_d$  cómo se enuncia a continuación; ello introduce el factor de escalamiento  $k_d$  y una nueva posición de la masa de aire en el ducto  $w_d$ .

$$z_d = k_d \cdot w_d$$

Este cambio de variable es efectuado en las expresiones (2.27) y (2.28) obteniendo lo siguiente.

$$F_z = A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \left( \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot z - \frac{A_d}{V_{res.I}} \cdot k_d \cdot w_d \right) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm}) \quad (2.29)$$

$$m_d \cdot k_d \cdot \ddot{w}_d = A_d \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot \left( z - \frac{V_{res.I}}{A_e} \left( \frac{A_d}{V_{res.I}} + \frac{A_d}{V_{aux.I}} \right) \cdot k_d \cdot w_d \right) - C_d \cdot (k_d \cdot w_d)^\beta \quad (2.30)$$

En segundo lugar, se multiplica la expresión (2.30) por un factor proporcional  $K$  como se muestra en la expresión (2.31). Este elemento permite moldear más fácilmente la expresión sin alterar la igualdad.

$$K \cdot m_d \cdot k_d \cdot \ddot{w}_d = K \cdot A_d \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot \left( z - \frac{V_{res.I}}{A_e} \left( \frac{A_d}{V_{res.I}} + \frac{A_d}{V_{aux.I}} \right) \cdot k_d \cdot w_d \right) - K \cdot C_d \cdot (k_d \cdot w_d)^\beta \quad (2.31)$$

Como se mencionó anteriormente, es necesario la aparición de un término que permita vincular las expresiones (2.29) y (2.31); este elemento debe trabajar con ambas variables de posición y poder ser generadas en ambas ecuaciones. En este caso, la interacción dichas variables aparece naturalmente como  $z - w_d$  en (2.31); mientras que en (2.29) se requiere la siguiente factorización.

$$F_z = A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \left( \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot z + \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \cdot z - \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \cdot z - \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \cdot w_d \right) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm})$$

$$F_z = A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \left( \left( \frac{A_e}{V_{res.I}} + \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \right) \cdot z - \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \cdot (z - w_d) \right) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm})$$

$$F_z = A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \left( \frac{A_e}{V_{res.I}} + \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \right) \cdot z - A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \cdot (z - w_d) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm}) \quad (2.32)$$

Luego de esta serie de modificaciones, se procede a igualar los términos que contienen  $z - w_d$  con el fin de determinar el valor del factor de escalamiento  $k_d$  y el factor  $K$ . En la siguiente expresión se aprecian dichos elementos siendo el de la izquierda parte de (2.32) y el de la derecha parte de (2.31).

$$A_e \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_d \cdot k_d}{V_{res.I}} \cdot (z - w_d) = K \cdot A_d \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_e}{V_{res.I}} \cdot \left( z - \frac{V_{res.I}}{A_e} \left( \frac{A_d}{V_{res.I}} + \frac{A_d}{V_{aux.I}} \right) \cdot k_d \cdot w_d \right)$$

El problema planteado anteriormente puede dividirse en las 2 siguientes igualdades.

$$k_d \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_e \cdot A_d}{V_{res.I}} = K \cdot p_{t.I} \cdot n \cdot \frac{A_e \cdot A_d}{V_{res.I}}$$

$$z - w_d = z - \frac{V_{res.I}}{A_e} \left( \frac{A_d}{V_{res.I}} + \frac{A_d}{V_{aux.I}} \right) \cdot k_d \cdot w_d$$

Luego de realizar una simplificación, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones a resolver.

$$k_d = K$$

$$\frac{V_{res.I}}{A_e} \left( \frac{A_d}{V_{res.I}} + \frac{A_d}{V_{aux.I}} \right) \cdot k_d = 1$$

La solución del sistema es la siguiente.

$$k_d = K = \frac{A_e}{A_d} \cdot \frac{V_{res.I}}{V_{res.I} + V_{aux.I}}$$

Finalmente, las ecuaciones diferenciales empleadas por el modelo son las siguientes.

$$F_z = \frac{p_{t.I} \cdot A_e^2 \cdot n}{V_{res.I} + V_{aux.I}} \cdot z + \frac{p_{t.I} \cdot A_e^2 \cdot n}{V_{res.I} + V_{aux.I}} \cdot \frac{V_{aux.I}}{V_{res.I}} \cdot (z - w_d) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm}) \quad (2.33)$$

$$m_d \cdot \left( \frac{A_e}{A_d} \cdot \frac{V_{res.I}}{V_{res.I} + V_{aux.I}} \right)^2 \cdot \ddot{w}_d = \frac{p_{t.I} \cdot A_e^2 \cdot n}{V_{res.I} + V_{aux.I}} \cdot \frac{V_{aux.I}}{V_{res.I}} \cdot (z - w_d) - C_d \cdot \left( \frac{A_e}{A_d} \cdot \frac{V_{res.I}}{V_{res.I} + V_{aux.I}} \right)^{1+\beta} \cdot \dot{w}_d^\beta \quad (2.34)$$

#### 2.4.5 Modelamiento de la amortiguación

Las expresiones derivadas en el apartado anterior logran responder varias preguntas sobre el comportamiento dinámico del sistema; sin embargo, no logran definir completamente la amortiguación en el ducto. Según la teoría de dinámica de fluidos, el estrechamiento provoca una pérdida de energía en el fluido que se traduce en una

diferencia de presiones entre la entrada y la salida; esta diferencia de presiones se determina mediante la siguiente expresión.

$$\Delta p = \frac{1}{2} \cdot k_t \cdot \rho \cdot \dot{z}^2 \quad (2.35)$$

$\Delta p$	Diferencia de presiones [ Pa ]
$k_t$	Coefficiente de pérdida energética
$\rho$	Densidad del aire en el sistema [ Kg/m <sup>3</sup> ]
$\dot{z}$	Velocidad del aire en el ducto [ m/s <sup>2</sup> ]

El coeficiente de pérdida energética ( $k_t$ ) comprende las pérdidas energéticas producidas por la fricción de la tubería, la contracción del fluido al entrar al ducto, la expansión del fluido al salir del ducto y por los accesorios.

$$k_t = k_{fr} + k_c + k_e + k_a \quad (2.36)$$

$k_{fr}$	Coefficiente de pérdida por fricción
$k_c$	Coefficiente de pérdida por contracción
$k_e$	Coefficiente de pérdida por expansión
$k_a$	Coefficiente de pérdida por los accesorios

En primer lugar, se determina el coeficiente de pérdida por fricción ( $k_{fr}$ ) empleando la siguiente expresión.

$$k_{fr} = \frac{l_s \cdot f}{d_d}$$

$l_s$	Longitud del ducto [ m ]
$f$	Coefficiente de fricción real del ducto
$d_d$	Diámetro del ducto [ m ]

Entre los elementos necesarios para determinar el valor antes mencionado se encuentra el coeficiente de fricción del ducto ( $f$ ) el cual depende del número de Reynolds que es determinado en la siguiente expresión.

$$Re = \frac{\rho \cdot \dot{z}_d \cdot d_d}{\mu}$$

Re                      Número de Reynolds

$\dot{z}_d$                     Velocidad del fluido en el ducto [ m/s ]

$\mu$                       Viscosidad dinámica del fluido [ N · s/m<sup>2</sup> ]

Paso siguiente, se recurre a la Figura 2-9 para calcular el coeficiente de fricción del ducto ( $f$ ) y obtener el valor del coeficiente de pérdida por fricción ( $k_{fr}$ ).

$e$                       Coeficiente de rugosidad de la tubería [ m ]

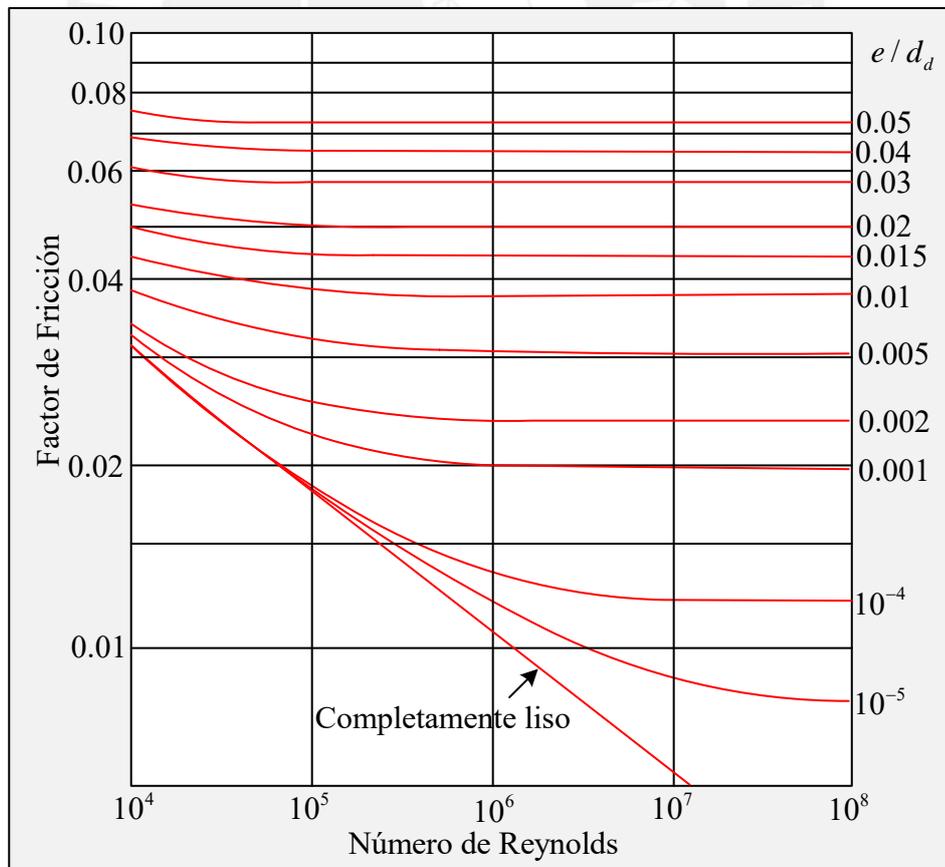


Figura 2-9 Diagrama de Moody

Para determinar los coeficientes de pérdida de compresión y expansión se requiere conocer las dimensiones geométricas presentadas en la Figura 2-10.

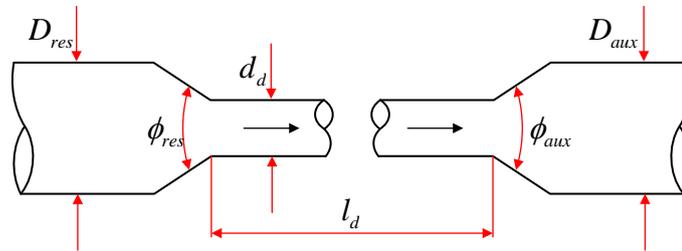


Figura 2-10 Esquema del proceso de compresión y expansión en el ducto

$D_{res}$	Diámetro del resorte neumático [ m ]
$D_{aux}$	Diámetro del reservorio auxiliar [ m ]
$d_d$	Diámetro del ducto [ m ]
$\phi_{res}$	Ángulo de la conexión del resorte con el ducto [ ° ]
$\phi_{aux}$	Angulo de conexión del ducto con el reservorio [ ° ]
$l_d$	Longitud del ducto [ m ]

El diámetro de la tubería es muy pequeño en comparación al diámetro del resorte neumático o del reservorio auxiliar; por lo que la relación entre ambas magnitudes se aproxima a 0 .

$$\frac{d_d}{D_{res}} \cong \frac{d_d}{D_{aux}} \cong 0$$

Asimismo, el cambio de diámetro en la tubería no presenta la conicidad esquematizada en la Figura 2-10 pudiendo aproximar los ángulos de conexión a  $180^\circ$  .

$$\phi_{res} \cong \phi_{aux} \cong 180^\circ$$

Con la información expuesta anteriormente, es posible recurrir a las Tabla 5 y Tabla 6 para obtener los coeficientes de pérdida por contracción y expansión respectivamente.

Tabla 5 Coeficientes de pérdida por contracción

$d_d / D$	$\phi = 60^\circ$	$\phi = 180^\circ$
0.0	0.08	0.50
0.20	0.08	0.49
0.40	0.07	0.42
0.80	0.05	0.18

Tabla 6 Coeficientes de pérdida por expansión

$d_d / D$	$\phi = 10^\circ$	$\phi = 180^\circ$
0.0	-	1
0.20	0.13	0.92
0.40	0.11	0.72
0.80	0.03	0.16

$$k_c = 0.5$$

$$k_e = 1.0$$

El último factor a determinar es el coeficiente de pérdida por accesorios que se calcula con la siguiente expresión.

$$k_a = K_b \cdot C_{Re} \cdot C_o \cdot C_f$$

$K_b$  Factor de pérdida por cambio de dirección

$C_{Re}$  Factor de corrección por número de Reynolds

$C_o$  Factor de corrección por geometría de la salida

$C_f$  Factor de corrección por rugosidad

El principal accesorio empleado en este tipo de instalaciones es la conexión acodada entre el ducto y el resorte neumático. Este elemento es esquematizado en la Figura 2-11.

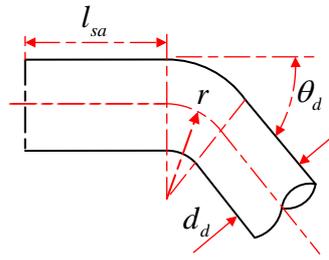


Figura 2-11 Esquema de la conexión del ducto al resorte neumático

$d_d$	Diámetro del ducto [ m ]
$l_{sa}$	Longitud del codo hacia el resorte neumático [ m ]
$r$	Radio de la conexión acodada [ m ]
$\theta_d$	Ángulo de la conexión acodada [ ° ]

Si bien las dimensiones de la conexión pueden variar según el fabricante, las proporciones entre dichas magnitudes suelen mantenerse casi invariables a fin de simplificar el mantenimiento preventivo y correctivo. Entre estas proporciones las más importantes son las siguientes.

$$\theta_d = 90^\circ$$

$$\frac{r}{d_d} \geq 1$$

$$\frac{l_{sa}}{d_d} = 1$$

Adicional a estas consideraciones, es posible afirmar que el fluido en el ducto se encuentra en un régimen turbulento con un valor de número de Reynolds muy cercano a  $10^6$ .

$$Re \leq 10^6$$

Con toda esta información, es posible determinar los factores de pérdida por cambio de dirección ( $K_b$ ), de corrección por número de Reynolds ( $C_{Re}$ ) y de corrección por geometría de salida ( $C_o$ ).

En primer lugar, el factor de pérdida por cambio de dirección es determinado empleando la Figura 2-12.

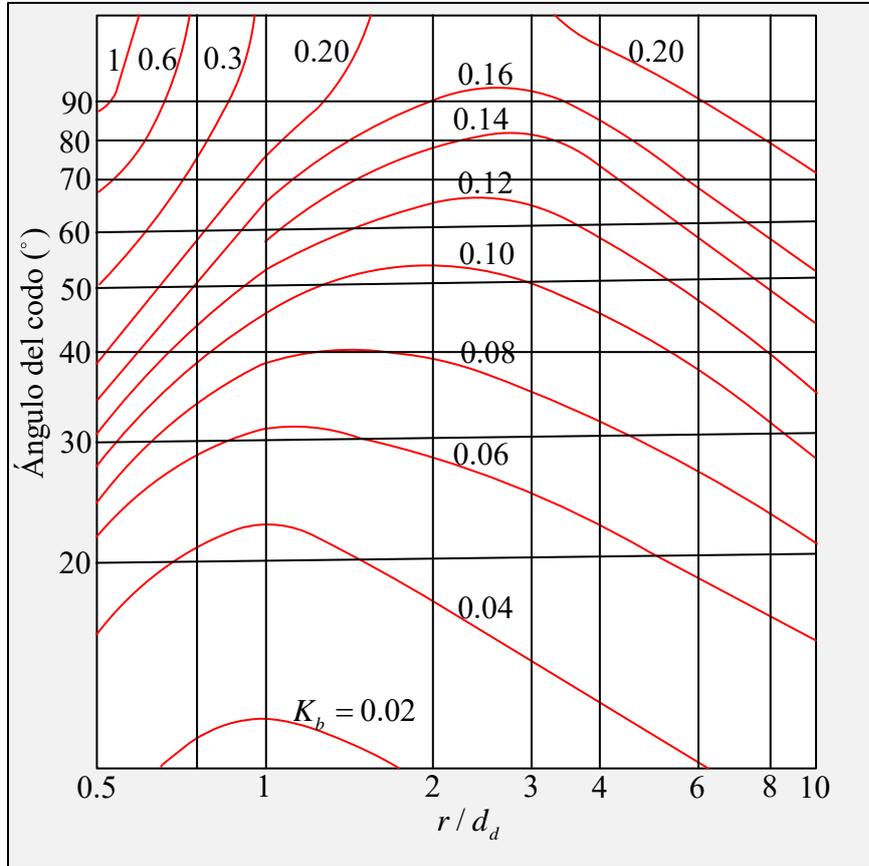


Figura 2-12 Factor de pérdida por cambio de dirección

Con la información presentada, es posible determinar lo siguiente.

$$K_b = 0.25$$

En segundo lugar, el factor de corrección por número de Reynolds es determinado empleando la Figura 2-13.

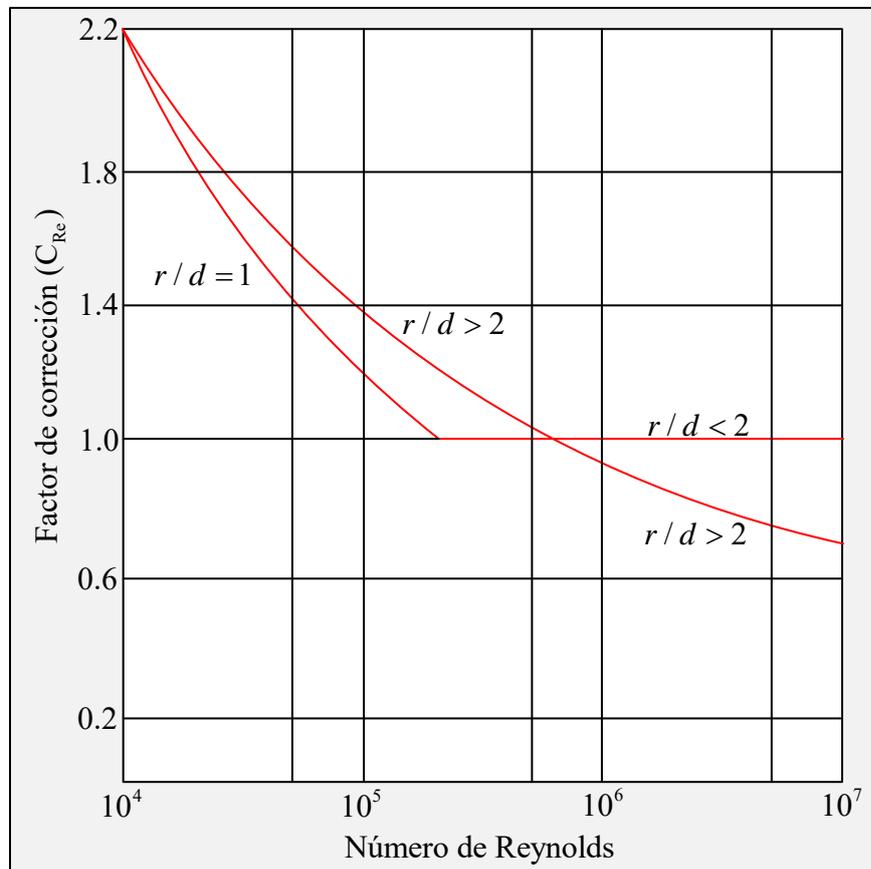


Figura 2-13 Factor de corrección por número de Reynolds

Con la información presentada, es posible determinar lo siguiente.

$$C_{Re} = 1.0$$

En tercer lugar, el factor de corrección por geometría de salida ( $C_o$ ) es determinado empleando la Figura 2-14.

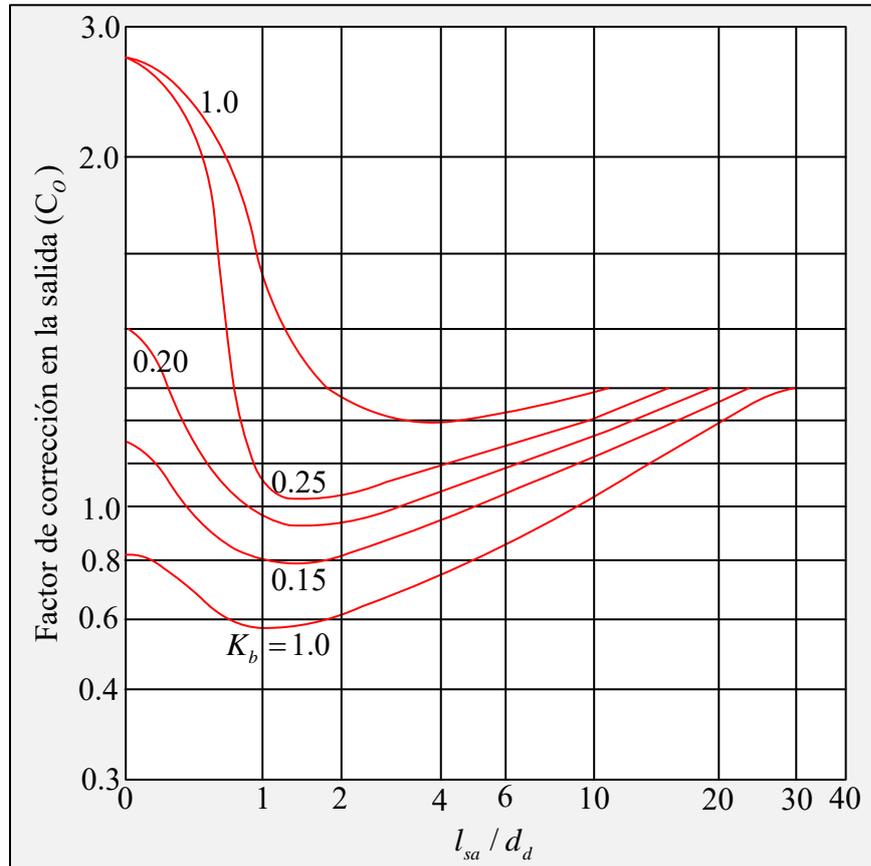


Figura 2-14 Factor de corrección en la salida

Con la información presentada, es posible determinar lo siguiente.

$$C_o = 1.1$$

Finalmente, el factor de corrección por rugosidad es determinado por la siguiente expresión.

$$C_f = \frac{f_d}{f_{liso}} \quad (2.37)$$

$f_d$                       Coeficiente de fricción real del ducto

$f_{liso}$                     Coeficiente de fricción del ducto completamente liso

En el caso del coeficiente de fricción real del ducto ( $f$ ) es necesario conocer el orden de magnitud del coeficiente de rugosidad de la tubería ( $e$ ) y el diámetro del ducto ( $d_d$ ).

Suponiendo tuberías son de aluminio, se obtiene los siguientes valores.

$$e \cong 10^{-3}$$

$$\frac{e}{d_d} \cong 10^{-4}$$

Con esta información, se emplea la Figura 2-9 para determinar el coeficiente de fricción real del ducto.

$$f_d = 0.015$$

De igual manera, se determina el factor de fricción del ducto completamente liso empleando la Figura 2-9 interceptando la curva ideal y el número de Reynolds.

$$f_{liso} = 0.012$$

Con la información presentada, es posible determinar lo siguiente.

$$C_f = \frac{0.012}{0.015}$$

$$C_f = 1.25$$

Si bien se han definido todos los elementos necesarios para calcular el coeficiente de pérdida energética ( $k_t$ ), se requiere del valor de la longitud del ducto ( $l_d$ ) para determinar su valor numérico.

### 2.4.6 Formación del coeficiente de amortiguamiento

Una vez definido el coeficiente de pérdida energética ( $k_t$ ) se puede seguir con el análisis para determinar el coeficiente de amortiguamiento producido por el ducto. Este amortiguamiento es el responsable de la diferencia de presiones entre el resorte y el reservorio; por lo cual, se puede reescribir la expresión (2.35) de la siguiente forma.

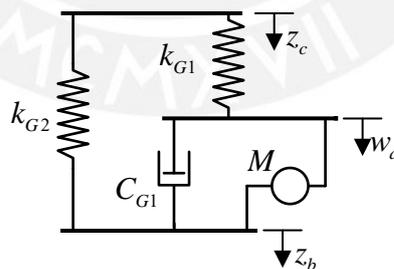
$$p_{res} - p_{aux} = \frac{1}{2} \cdot k_t \cdot \rho \cdot \dot{z}^2$$

Si a la expresión obtenida anteriormente se le multiplica el área del ducto ( $A_d$ ), se obtiene la fuerza presente en el ducto que es posible reemplazar en la expresión (2.34) para determinar el coeficiente de amortiguamiento ( $C_d$ ).

$$A_d \cdot (p_{res} - p_{aux}) = A_d \cdot \frac{1}{2} \cdot k_t \cdot \rho \cdot \dot{z}^2$$

$$C_d = A_d \cdot \frac{1}{2} \cdot k_t \cdot \rho$$

## 2.5 Resumen de parámetros del modelo Gensys



$z_c$	Posición de la cabina [ m ]
$w_d$	Posición de aire en el ducto [ m ]
$z_b$	Posición del bogie [ m ]
$k_{G1}$	Constante elástica del reservorio [ N/m ]

$k_{G2}$	Constante elástica del resorte [ N/m ]
$C_{G1}$	Coefficiente de amortiguamiento del ducto [ N·s/m ]
$M$	Masa del aire en el ducto [ kg ]

Con respecto a los parámetros dinámicos, pueden ser calculados empleando las siguientes fórmulas extraídas del anterior apartado.

$$k_{G1} = \frac{p_t \cdot A_e^2 \cdot n}{V_{res.I} + V_{aux.I}} \cdot \frac{V_{aux.I}}{V_{res.I}}$$

$$k_{G2} = \frac{p_t \cdot A_e^2 \cdot n}{V_{res.I} + V_{aux.I}}$$

$$C_{G1} = A_d \cdot \frac{1}{2} \cdot k_t \cdot \rho \cdot k_d^{1+\beta}$$

$$M = m_d \cdot k_d^2 = l_d \cdot A_d \cdot \rho \cdot k_d^2$$

Asimismo, al tratarse de un fluido no compresible, es posible plantear la ley de continuidad entre el resorte neumático y el ducto con lo cual se obtiene una relación entre las posiciones  $w_d$  y  $z_c$ .

$$A_d \cdot z_d = A_e \cdot z$$

$$z_d = \frac{A_e}{A_d} \cdot z \quad (2.38)$$

Esta relación puede extrapolarse a las velocidades y aceleraciones como se muestra a continuación.

$$\dot{w}_d = \frac{A_e}{k_d A_d} \cdot \dot{z}_c \quad (2.39)$$

$$\ddot{w}_d = \frac{A_e}{k_d A_d} \cdot \ddot{z}_c \quad (2.40)$$

Empleando las relaciones (2.38), (2.39) y (2.40) es posible modelar el comportamiento dinámico del resorte neumático en función de la posición, velocidad y aceleración de la posición de la cabina y el bogie.

$$F_z = k_{G2} \cdot (z_c - z_b) + k_{G1} \cdot \left(1 - \frac{A_e}{A_d \cdot k_d}\right) \cdot z_c + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm})$$

$$M \cdot \frac{A_e}{A_d \cdot k_d} \cdot (\ddot{z}_c - \ddot{z}_b) = k_{G1} \cdot \left(1 - \frac{A_e}{A_d \cdot k_d}\right) \cdot z_c - C_d \cdot k_d \cdot \left(\frac{A_e}{A_d} \cdot \dot{z}_c\right)^\beta$$

En ambas expresiones se aprecia que el término que acompaña a  $z_c$  es el mismo; por ende, es posible despejar dicho término y unir ambas expresiones.

$$F_z = k_{G2} \cdot (z_c - z_b) + C_d \cdot k_d \cdot \left(\frac{A_e}{A_d} \cdot \dot{z}_c\right)^\beta + M \cdot \frac{A_e}{A_d \cdot k_d} \cdot (\ddot{z}_c - \ddot{z}_b) + A_e \cdot (p_{t.I} - p_{atm})$$



## CAPITULO 3 MODELAMIENTO DEL VEHÍCULO FERROVIARIO

### 3.1 Descripción del vehículo ferroviario

#### 3.1.1 Dimensiones del conjunto

En primer lugar, se debe localizar los diversos componentes del vehículo ferroviario y las dimensiones más importantes entre ellos. A continuación, se enlistan las dimensiones más importantes para el presente estudio y su representación espacial en las Figura 3-1 y Figura 3-2

$a$	Espacio entre los puntos de contacto de las ruedas [ m ]
$a_p$	Espacio entre las suspensiones primarias [ m ]
$a_s$	Espacio entre las suspensiones secundarias [ m ]
$b_{cs}$	Distancia entre la cabina y la suspensión secundaria [ m ]
$b_{bp}$	Distancia entre el bogie y la suspensión primaria [ m ]
$b_{bs}$	Distancia entre el bogie y la suspensión secundaria [ m ]
$b_{rp}$	Distancia entre las ruedas y la suspensión primaria [ m ]
$l_b$	Distancia entre los bogies que sostienen una cabina [ m ]
$l_r$	Distancia entre los juegos de ruedas del mismo bogie [ m ]

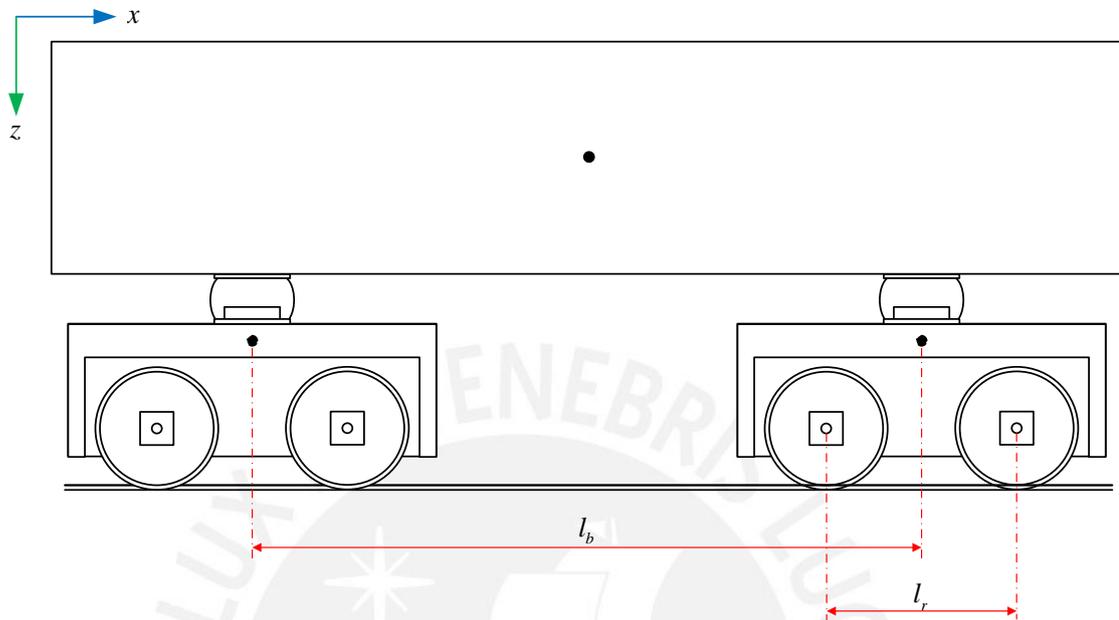


Figura 3-1 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista lateral

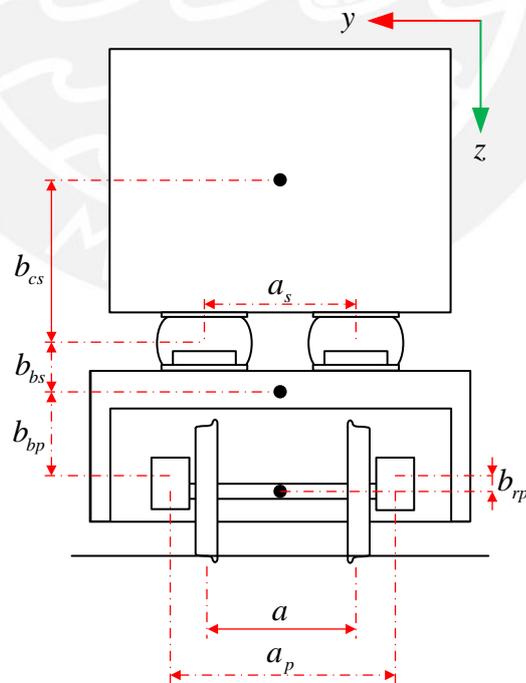


Figura 3-2 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista frontal

### 3.1.2 Propiedades de sus elementos

En segundo lugar, al tratarse de un análisis dinámico del conjunto, se reúne información tanto de sus componentes principales (cabina de pasajeros, bogies y juegos de ruedas) como los elementos que los conectan (suspensión primaria y secundaria). En las Figura 3-3 y Figura 3-4 se indican los elementos y las propiedades mencionadas en las próximas líneas.

Respecto a los componentes principales, es necesario el valor de su masa y momentos de inercia en los 3 ejes de estudio.

$m_c$	Masa de la cabina [ kg ]
$m_b$	Masa de un bogie [ kg ]
$I_{cx}$	Momento de inercia de la cabina en el eje x [ kg · m <sup>2</sup> ]
$I_{cy}$	Momento de inercia de la cabina en el eje y [ kg · m <sup>2</sup> ]
$I_{cz}$	Momento de inercia de la cabina en el eje z [ kg · m <sup>2</sup> ]
$I_{bx}$	Momento de inercia del bogie en el eje x [ kg · m <sup>2</sup> ]
$I_{by}$	Momento de inercia del bogie en el eje y [ kg · m <sup>2</sup> ]
$I_{bz}$	Momento de inercia del bogie en el eje z [ kg · m <sup>2</sup> ]

Respecto a los elementos conectores, es necesario el valor de las constantes de rigidez y los coeficientes de amortiguamiento.

$k_{px}$	Rigidez longitudinal de la suspensión primaria [ N/m ]
$k_{py}$	Rigidez lateral de la suspensión primaria [ N/m ]
$k_{pz}$	Rigidez vertical de la suspensión primaria [ N/m ]
$k_{sx}$	Rigidez longitudinal de la suspensión secundaria [ N/m ]
$k_{sy}$	Rigidez lateral de la suspensión secundaria [ N/m ]

- $k_{sz}$  Rigidez vertical de la suspensión secundaria [ N/m ]
- $c_{px}$  Amortiguación longitudinal de la s. primaria [ N·s/m ]
- $c_{py}$  Amortiguación lateral de la s. primaria [ N·s/m ]
- $c_{pz}$  Amortiguación vertical de la s. primaria [ N·s/m ]
- $c_{sx}$  Amortiguación longitudinal de la s. secundaria [ N·s/m ]
- $c_{sy}$  Amortiguación lateral de la s. secundaria [ N·s/m ]
- $c_{sz}$  Amortiguación vertical de la s. secundaria [ N·s/m ]

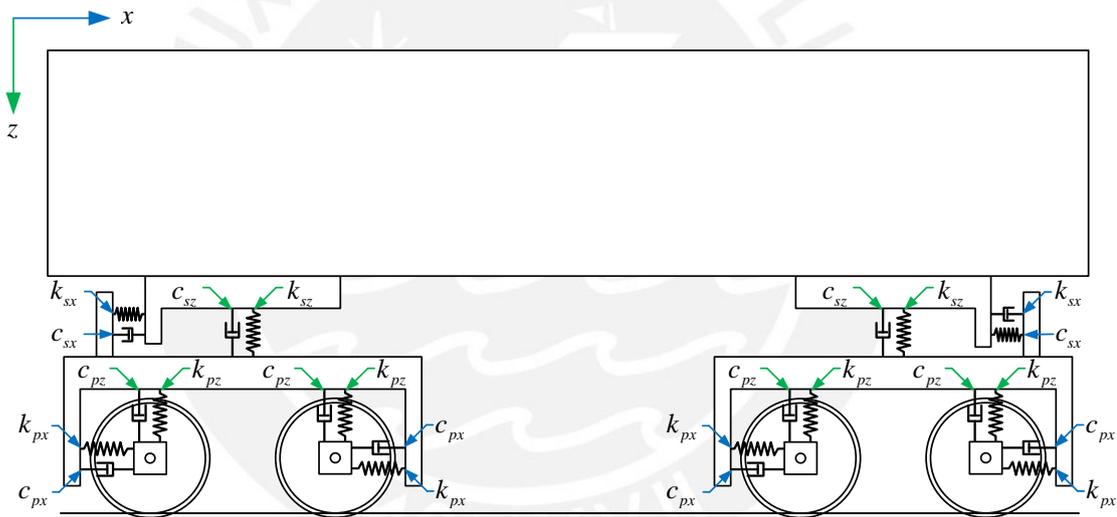


Figura 3-3 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista lateral

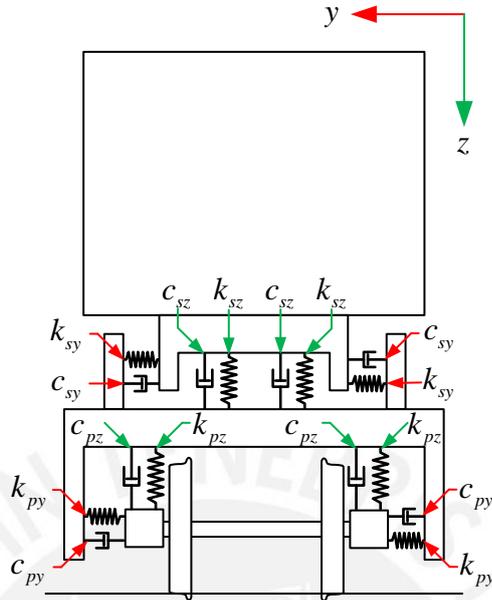


Figura 3-4 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista frontal

### 3.2 Parámetros del vehículo ferroviario

En tercer lugar, se define la posición, velocidad y aceleración tanto lineal como angular de los elementos. Estos parámetros son tomados respecto al centro de masa de los elementos como se ilustra en las Figura 3-5 y Figura 3-6.

#### 3.2.1 Parámetros de la cabina

$z_c$	Posición vertical de la cabina [ m ]
$\dot{z}_c$	Velocidad vertical de la cabina [ m/s ]
$\ddot{z}_c$	Aceleración vertical de la cabina [ m/s <sup>2</sup> ]
$\varphi_c$	Posición angular de la cabina en cabeceo [ rad ]
$\dot{\varphi}_c$	Velocidad angular de la cabina en cabeceo [ rad/s ]
$\ddot{\varphi}_c$	Aceleración angular de la cabina en cabeceo [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\theta_c$	Posición angular de la cabina en inclinación [ rad ]

$\dot{\theta}_c$	Velocidad angular de la cabina en inclinación [ rad/s ]
$\ddot{\theta}_c$	Aceleración angular de la cabina en inclinación [ rad/s <sup>2</sup> ]

### 3.2.2 Parámetros del bogie principal

$z_{bp}$	Posición vertical del bogie p. [ m ]
$\dot{z}_{bp}$	Velocidad vertical del bogie p. [ m/s ]
$\ddot{z}_{bp}$	Aceleración vertical del bogie p. [ m/s <sup>2</sup> ]
$\varphi_{bp}$	Posición angular del bogie p. en cabeceo [ rad ]
$\dot{\varphi}_{bp}$	Velocidad angular del bogie p. en cabeceo [ rad/s ]
$\ddot{\varphi}_{bp}$	Aceleración angular del bogie p. en cabeceo [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\theta_{bp}$	Posición angular del bogie p. en inclinación [ rad ]
$\dot{\theta}_{bp}$	Velocidad angular del bogie p. en inclinación [ rad/s ]
$\ddot{\theta}_{bp}$	Aceleración angular del bogie p. en inclinación [ rad/s <sup>2</sup> ]

### 3.2.3 Parámetros del bogie arrastrado

$z_{ba}$	Posición vertical del bogie a. [ m ]
$\dot{z}_{ba}$	Velocidad vertical del bogie a. [ m/s ]
$\ddot{z}_{ba}$	Aceleración vertical del bogie a. [ m/s <sup>2</sup> ]
$\varphi_{ba}$	Posición angular del bogie a. en cabeceo [ rad ]
$\dot{\varphi}_{ba}$	Velocidad angular del bogie a. en cabeceo [ rad/s ]
$\ddot{\varphi}_{ba}$	Aceleración angular del bogie a. en cabeceo [ rad/s <sup>2</sup> ]
$\theta_{ba}$	Posición angular del bogie a. en inclinación [ rad ]

$\dot{\theta}_{ba}$	Velocidad angular del bogie a. en inclinación [ rad/s ]
$\ddot{\theta}_{ba}$	Aceleración angular del bogie a. en inclinación [ rad/s <sup>2</sup> ]

### 3.2.4 Parámetros de las ruedas

$z_{1d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del primer juego [ m ]
$\dot{z}_{1d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del primer juego [ m/s ]
$z_{1i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del primer juego [ m ]
$\dot{z}_{1i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del primer juego [ m/s ]
$z_{2d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del segundo juego [ m ]
$\dot{z}_{2d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del segundo juego [ m/s ]
$z_{2i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del segundo juego [ m ]
$\dot{z}_{2i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del s. juego [ m/s ]
$z_{3d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del tercer juego [ m ]
$\dot{z}_{3d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del tercer juego [ m/s ]
$z_{3i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del tercer juego [ m ]
$\dot{z}_{3i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del tercer juego [ m/s ]
$z_{4d}$	Pos. vertical de la rueda derecha del cuarto juego [ m ]
$\dot{z}_{4d}$	Vel. vertical de la rueda derecha del cuarto juego [ m/s ]
$z_{4i}$	Pos. vertical de la rueda izquierda del cuarto juego [ m ]
$\dot{z}_{4i}$	Vel. vertical de la rueda izquierda del cuarto juego [ m/s ]

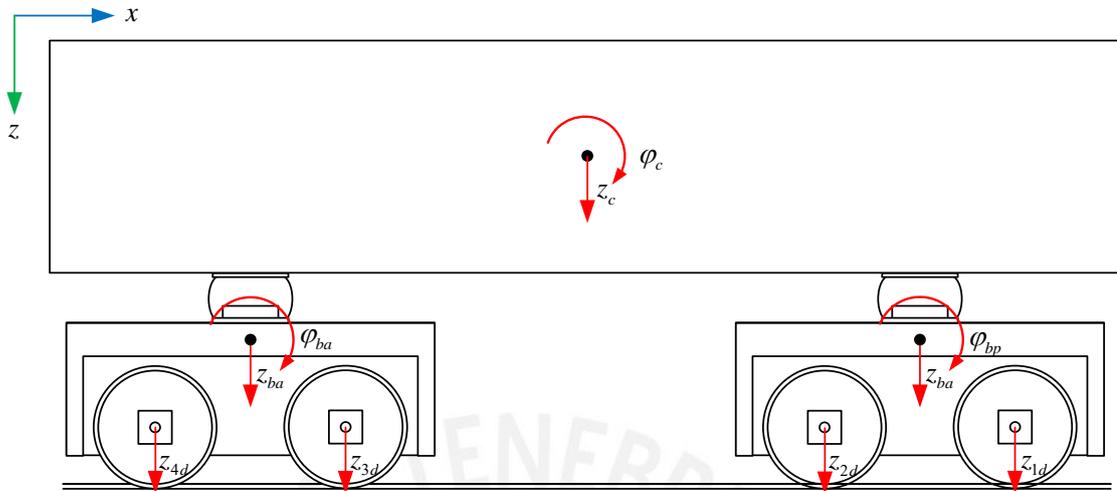


Figura 3-5 Propiedades del vehículo ferroviario en la vista lateral

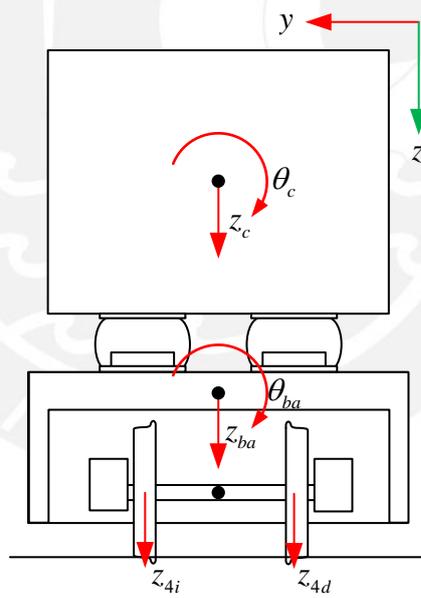


Figura 3-6 Propiedades del vehículo ferroviario en la vista frontal

### 3.3 Diagramas de cuerpo libre de los elementos

Paso siguiente, se realiza el diagrama de cuerpo de libre para observar las fuerzas que interactúan con cada elemento. Asimismo, se presenta una nomenclatura para identificar la procedencia y ubicación relativa de cada fuerza con el fin de evitar confusiones.

#### 3.3.1 Cabina de pasajeros

Las fuerzas que interactúan con la cabina de pasajeros provienen de la suspensión secundaria y actúan en 4 puntos distribuidos simétricamente en la base del elemento.

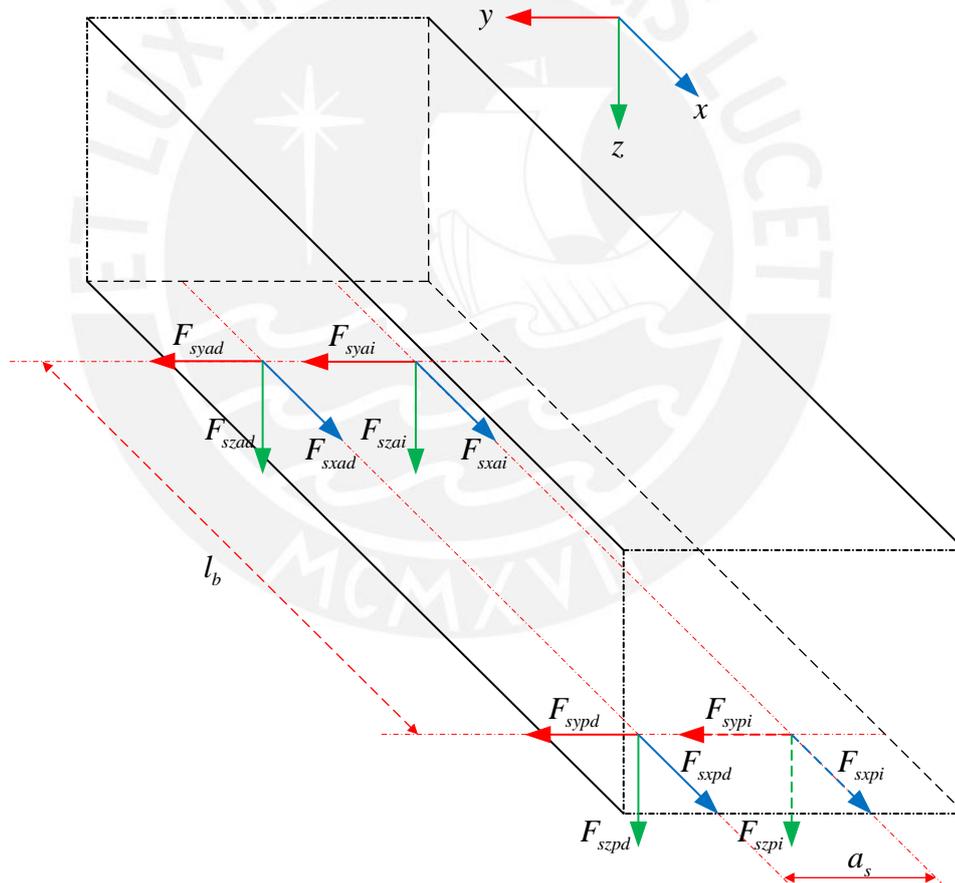


Figura 3-7 Fuerzas percibidas por la cabina de pasajeros

A continuación, se presenta la nomenclatura para determinar la procedencia de cada fuerza presentada en la Figura 3-7. En este caso, la cabina de pasajeros solo entra en

contacto con fuerzas de la suspensión secundaria; por ende, el primer término siempre es “s”.

- $F_{s(x/y/z)(p/a)(d/i)}$  Designación de las fuerzas percibidas por la cabina.
- $s$  Corresponde a la suspensión secundaria.
- $(x / y / z)$  Corresponde al eje de acción de la fuerza.
- $(p / a)$  Corresponde al bogie principal o arrastrado.
- $(d / i)$  Corresponde al extremo derecho o izquierdo.

### 3.3.2 Bogie principal y arrastrado

Las fuerzas que interactúan con los bogies provienen tanto de la suspensión primaria como secundaria y actúan en 6 puntos distribuidos simétricamente como se aprecia en las Figura 3-8 y Figura 3-9.

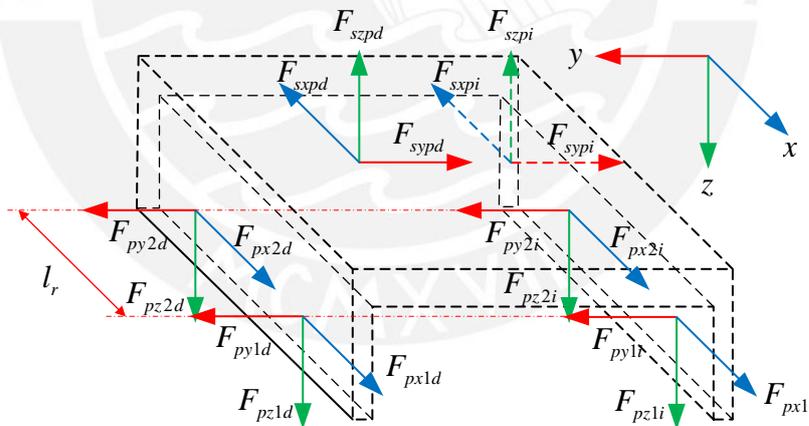


Figura 3-8 Fuerzas percibidas por el bogie principal

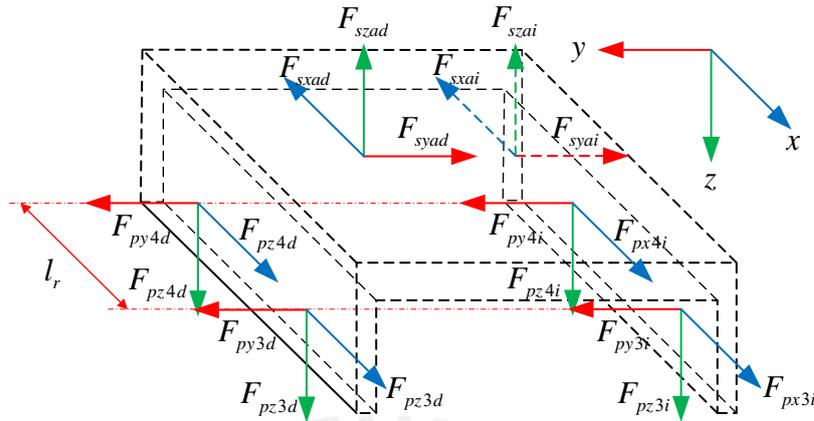


Figura 3-9 Fuerzas percibidas por el bogie arrastrado

A continuación, se presenta la nomenclatura para determinar la procedencia de cada fuerza presentada las Figura 3-8 y Figura 3-9. Cada bogie interactúa con 2 fuerzas provenientes de la suspensión secundaria y 4 fuerzas provenientes de la suspensión primaria.

- $F_{(p/s)(x/y/z)(p/a)(d/i)}$  Designación de las fuerzas percibidas por el bogie.
- $(p/s)$  Corresponde a la suspensión primaria o secundaria.
- $(x/y/z)$  Corresponde al eje de acción de la fuerza.
- $(p/a)$  Corresponde al bogie principal o arrastrado.
- $(d/i)$  Corresponde al extremo derecho o izquierdo.

### 3.3.3 Juego de ruedas

Las fuerzas que interactúan con los juegos de ruedas provienen de la suspensión primaria y actúan en 2 puntos ubicados en los extremos laterales como se aprecia en las Figura 3-10 y Figura 3-11.

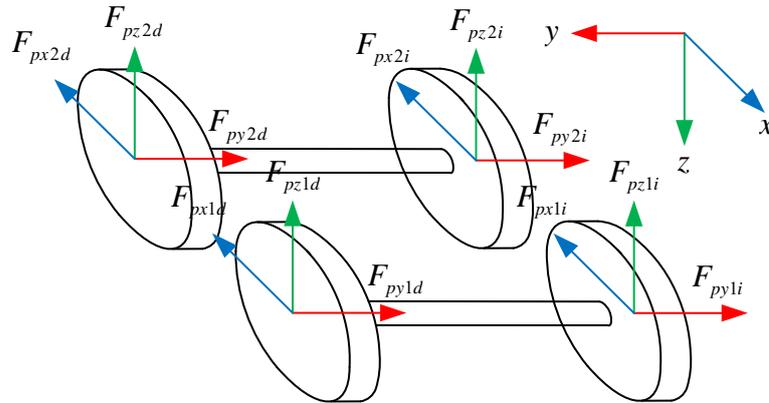


Figura 3-10 Fuerzas percibidas por los juegos de ruedas del bogie principal

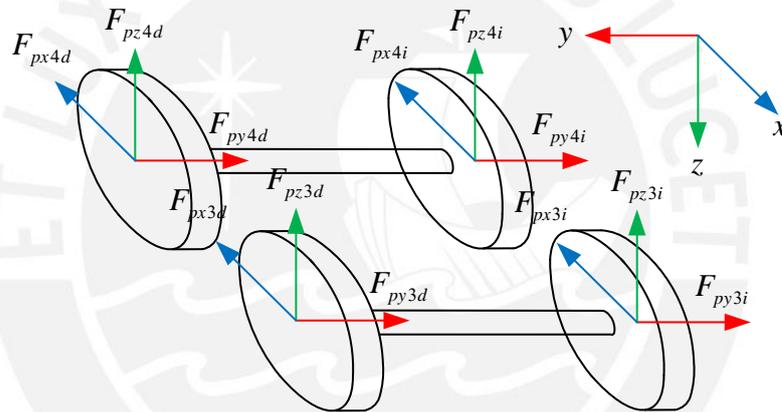


Figura 3-11 Fuerzas percibidas por los juegos de ruedas del bogie arrastrado

A continuación, se presenta la nomenclatura para determinar la procedencia de cada fuerza presentada las Figura 3-10 y Figura 3-11. Cada juego de rueda interactúa con 2 fuerzas provenientes de la suspensión primaria.

- $F_{p(x/y/z)(p/a)(d/i)}$  Designación de las fuerzas percibidas por las ruedas.
- $p$  Corresponde a la suspensión primaria.
- $(x / y / z)$  Corresponde al eje de acción de la fuerza.
- $(p / a)$  Corresponde al bogie principal o arrastrado.
- $(d / i)$  Corresponde al extremo derecho o izquierdo.

### 3.4 Listado de ecuaciones

Finalmente, se aplica sumatoria de fuerzas y momentos en los elementos mencionados empleando la información desarrollada anteriormente para formar las ecuaciones dinámicas que se emplearán para la simulación.

#### 3.4.1 Ecuaciones dinámicas de la cabina

$$\begin{aligned}
 m_c \cdot \ddot{z}_c &= F_{szpd} + F_{szpi} + F_{szad} + F_{szai} \\
 I_{cy} \cdot \ddot{\varphi}_c &= (F_{sxp d} + F_{sxp i}) \cdot b_{cs} + (F_{sxad} + F_{sxai}) \cdot b_{cs} - (F_{szpd} + F_{szpi}) \cdot \frac{l_b}{2} \\
 &\quad + (F_{szad} + F_{szai}) \cdot \frac{l_b}{2} \\
 I_{cx} \cdot \ddot{\theta}_c &= -(F_{sy p d} + F_{sy p i}) \cdot b_{cs} - (F_{syad} + F_{syai}) \cdot b_{cs} \\
 &\quad + (F_{szpd} + F_{szad}) \cdot \frac{a_s}{2} - (F_{szpi} + F_{szai}) \cdot \frac{a_s}{2}
 \end{aligned}$$

#### 3.4.2 Ecuaciones dinámicas del bogie principal

$$\begin{aligned}
 m_b \cdot \ddot{z}_{bp} &= -(F_{szpd} + F_{szpi}) + (F_{pz1d} + F_{pz2d}) + (F_{pz1i} + F_{pz2i}) \\
 I_{by} \cdot \ddot{\varphi}_{bp} &= (F_{sxp d} + F_{sxp i}) \cdot b_{bs} + (F_{px1d} + F_{px1i}) \cdot b_{bp} \\
 &\quad + (F_{px2d} + F_{px2i}) \cdot b_{bp} - (F_{pz1d} + F_{pz1i}) \cdot \frac{l_r}{2} \\
 &\quad + (F_{pz2d} + F_{pz2i}) \cdot \frac{l_r}{2} \\
 I_{bx} \cdot \ddot{\theta}_{bp} &= -(F_{sy p d} + F_{sy p i}) \cdot b_{bs} - (F_{szpd} - F_{szpi}) \cdot \frac{a_s}{2} \\
 &\quad - (F_{py1d} + F_{py2d}) \cdot b_{bp} - (F_{py1i} + F_{py2i}) \cdot b_{bp} \\
 &\quad + (F_{pz1d} + F_{pz2d}) \cdot \frac{a_p}{2} - (F_{pz1i} + F_{pz2i}) \cdot \frac{a_p}{2}
 \end{aligned}$$

### 3.4.3 Ecuaciones dinámicas del bogie arrastrado

$$m_b \cdot \ddot{z}_{ba} = -(F_{szad} + F_{szai}) + (F_{pz3d} + F_{pz3i}) + (F_{pz4d} + F_{pz4i})$$

$$\begin{aligned} I_{by} \cdot \ddot{\phi}_{ba} = & (F_{sxad} + F_{sxai}) \cdot b_{bs} + (F_{px3d} + F_{px3i}) \cdot b_{bp} \\ & + (F_{px4d} + F_{px4i}) \cdot b_{bp} - (F_{pz3d} + F_{pz3i}) \cdot \frac{l_r}{2} \\ & + (F_{pz4d} + F_{pz4i}) \cdot \frac{l_r}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{bx} \cdot \ddot{\theta}_{ba} = & -(F_{syad} + F_{syai}) \cdot b_{bs} - (F_{szad} - F_{szai}) \cdot \frac{a_s}{2} \\ & - (F_{py3d} + F_{py4d}) \cdot b_{bp} - (F_{py3i} + F_{py4i}) \cdot b_{bp} \\ & + (F_{pz3d} + F_{pz4d}) \cdot \frac{a_p}{2} - (F_{pz3i} + F_{pz4i}) \cdot \frac{a_p}{2} \end{aligned}$$

## 3.5 Definición de las fuerzas

Las fuerzas empleadas a lo largo de todo el capítulo dependen tanto de las propiedades como de los parámetros. Estas fuerzas deberán ser actualizadas conforme la simulación dinámica se desarrolle.

### 3.5.1 Fuerzas en la suspensión secundaria

$$F_{sxp d} = -k_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \varphi_c + b_{bs} \cdot \varphi_{bp}) - c_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\varphi}_c + b_{bs} \cdot \dot{\varphi}_{bp})$$

$$F_{sxp i} = -k_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \varphi_c + b_{bs} \cdot \varphi_{bp}) - c_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\varphi}_c + b_{bs} \cdot \dot{\varphi}_{bp})$$

$$F_{sxad} = -k_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \varphi_c + b_{bs} \cdot \varphi_{ba}) - c_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\varphi}_c + b_{bs} \cdot \dot{\varphi}_{ba})$$

$$F_{sxai} = -k_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \varphi_c + b_{bs} \cdot \varphi_{ba}) - c_{sx} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\varphi}_c + b_{bs} \cdot \dot{\varphi}_{ba})$$

$$F_{sy p d} = k_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \theta_c + b_{bs} \cdot \theta_{bp}) + c_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\theta}_c + b_{bs} \cdot \dot{\theta}_{bp})$$

$$F_{sy p i} = k_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \theta_c + b_{bs} \cdot \theta_{bp}) + c_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\theta}_c + b_{bs} \cdot \dot{\theta}_{bp})$$

$$F_{syad} = k_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \theta_c + b_{bs} \cdot \theta_{ba}) + c_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\theta}_c + b_{bs} \cdot \dot{\theta}_{ba})$$

$$F_{syai} = k_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \theta_c + b_{bs} \cdot \theta_{ba}) + c_{sy} \cdot (b_{cs} \cdot \dot{\theta}_c + b_{bs} \cdot \dot{\theta}_{ba})$$

Con respecto de las fuerzas secundarias en el eje “z”, se ha empleado el modelo desarrollado en el capítulo anterior que incluye las fuerzas inerciales del sistema neumático.

$$F_{szpd} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c - \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{bp} + \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{bp}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c - \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{bp} + \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{bp}) \right] - M_{pd} \cdot \frac{A_e}{A_d \cdot k_d} \cdot (\ddot{z}_c - \ddot{z}_{bp})$$

$$F_{szpi} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c - \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{bp} - \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{bp}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c - \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{bp} - \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{bp}) \right] - M_{pd} \cdot \frac{A_e}{A_d \cdot k_d} \cdot (\ddot{z}_c - \ddot{z}_{bp})$$

$$F_{szad} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c + \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{ba} + \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{ba}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c + \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{ba} + \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ba}) \right] - M_{ad} \cdot \frac{A_e}{A_d \cdot k_d} \cdot (\ddot{z}_c - \ddot{z}_{ba})$$

$$F_{szai} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c + \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{ba} - \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{ba}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c + \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{ba} - \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ba}) \right] - M_{ai} \cdot \frac{A_e}{A_d \cdot k_d} \cdot (\ddot{z}_c - \ddot{z}_{ba})$$

Fuerzas en la suspensión primaria

$$F_{px1d} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{bp} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{bp}$$

$$F_{px1i} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{bp} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{bp}$$

$$F_{px2d} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{bp} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{bp}$$

$$F_{px2i} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{bp} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{bp}$$

$$F_{px3d} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{ba} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{ba}$$

$$F_{px3i} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{ba} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{ba}$$

$$F_{px4d} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{ba} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{ba}$$

$$F_{px4i} = -k_{px} \cdot b_{bp} \cdot \varphi_{ba} - c_{px} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\varphi}_{ba}$$

$$F_{py1d} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{bp} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{bp}$$

$$F_{py1i} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{bp} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{bp}$$

$$F_{py2d} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{bp} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{bp}$$

$$F_{py2i} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{bp} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{bp}$$

$$F_{py3d} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{ba} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{ba}$$

$$F_{py3i} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{ba} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{ba}$$

$$F_{py4d} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{ba} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{ba}$$

$$F_{py4i} = k_{py} \cdot b_{bp} \cdot \theta_{ba} + c_{py} \cdot b_{bp} \cdot \dot{\theta}_{ba}$$

$$F_{szpd} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c - \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{bp} + \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{bp}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c - \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{bp} + \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{bp}) \right]$$

$$F_{szpi} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c - \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{bp} - \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{bp}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c - \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{bp} - \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{bp}) \right]$$

$$F_{szad} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c + \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{ba} + \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{ba}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c + \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{bp} + \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ba}) \right]$$

$$F_{szai} = -k_{sz} \cdot \left[ z_c + \frac{l}{2} \cdot \varphi_c - z_{ba} - \frac{a_s}{2} (\theta_c - \theta_{ba}) \right] - c_{sz} \cdot \left[ \dot{z}_c + \frac{l}{2} \cdot \dot{\varphi}_c - \dot{z}_{bp} - \frac{a_s}{2} (\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{ba}) \right]$$

### 3.5.2 Fuerzas en las ruedas

$$F_{pz1d} = -k_{pz} \cdot \left( z_{bp} - \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{bp} + \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{1d} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{bp} - \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{bp} + \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{1d} \right)$$

$$F_{pz1i} = -k_{pz} \cdot \left( z_{bp} - \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{bp} - \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{1i} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{bp} - \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{bp} - \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{1i} \right)$$

$$F_{pz2d} = -k_{pz} \cdot \left( z_{bp} + \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{bp} + \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{2d} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{bp} + \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{bp} + \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{2d} \right)$$

$$F_{pz2i} = -k_{pz} \cdot \left( z_{bp} + \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{bp} - \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{2i} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{bp} + \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{bp} - \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{bp} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{2i} \right)$$

$$F_{pz3d} = -k_{pz} \cdot \left( z_{ba} - \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{ba} + \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{3d} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{ba} - \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{ba} + \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{3d} \right)$$

$$F_{pz3i} = -k_{pz} \cdot \left( z_{ba} - \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{ba} - \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{3i} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{ba} - \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{ba} - \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{3i} \right)$$

$$F_{pz4d} = -k_{pz} \cdot \left( z_{ba} + \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{ba} + \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{4d} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{ba} + \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{ba} + \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{4d} \right)$$

$$F_{pz4i} = -k_{pz} \cdot \left( z_{ba} + \frac{l_r}{2} \cdot \varphi_{ba} - \frac{a_p}{2} \cdot \theta_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot z_{4i} \right) - c_{pz} \cdot \left( \dot{z}_{ba} + \frac{l_r}{2} \cdot \dot{\varphi}_{ba} - \frac{a_p}{2} \cdot \dot{\theta}_{ba} - \frac{a_p}{a} \cdot \dot{z}_{4i} \right)$$

## CAPITULO 4 SIMULACIÓN Y RESULTADOS

### 4.1 Explicación del modelo en Matlab-Simulink

#### 4.1.1 Generación de las perturbaciones

Las perturbaciones con las que trabaja el modelo dinámico son las generadas por las irregularidades del riel por donde se desplaza. Estos desperfectos entran en contacto con las ruedas e imprimen un cambio en su posición, velocidad y aceleración lineal vertical; estos parámetros son recogidos y empleados para el cálculo de las fuerzas y momentos del resto del vehículo ferroviario.

Para crear la perturbación en Matlab-Simulink, se recurre a un bloque “*Signal Builder*” y “*Sine Wave*” como se presenta en la Figura 4-1. El bloque “*Signal Builder*” modela el recorrido ideal del riel mientras que el bloque “*Sine Wave*” imita la vibración producida por los desperfectos en la vía.

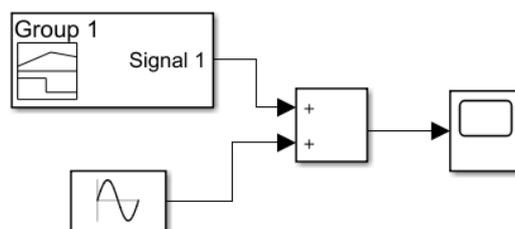


Figura 4-1 Arreglo Matlab-Simulink para la generación de perturbaciones.

Una vez determinado los desplazamientos verticales de las ruedas, se procede a derivar dicha señal para obtener tanto la posición como la velocidad de cada rueda del vehículo ferroviario. El esquema de la Figura 4-2 se encuentra entre los generadores de perturbaciones y el bloque “*Matlab Function*”. En este caso se recurre a 6 bloques “*Delay*” para representar los diferentes tiempos en los que la misma perturbación entra en contacto con cada rueda. Asimismo, se emplea 8 bloques “*Derivative*” para obtener la velocidad de cada una de las ruedas.

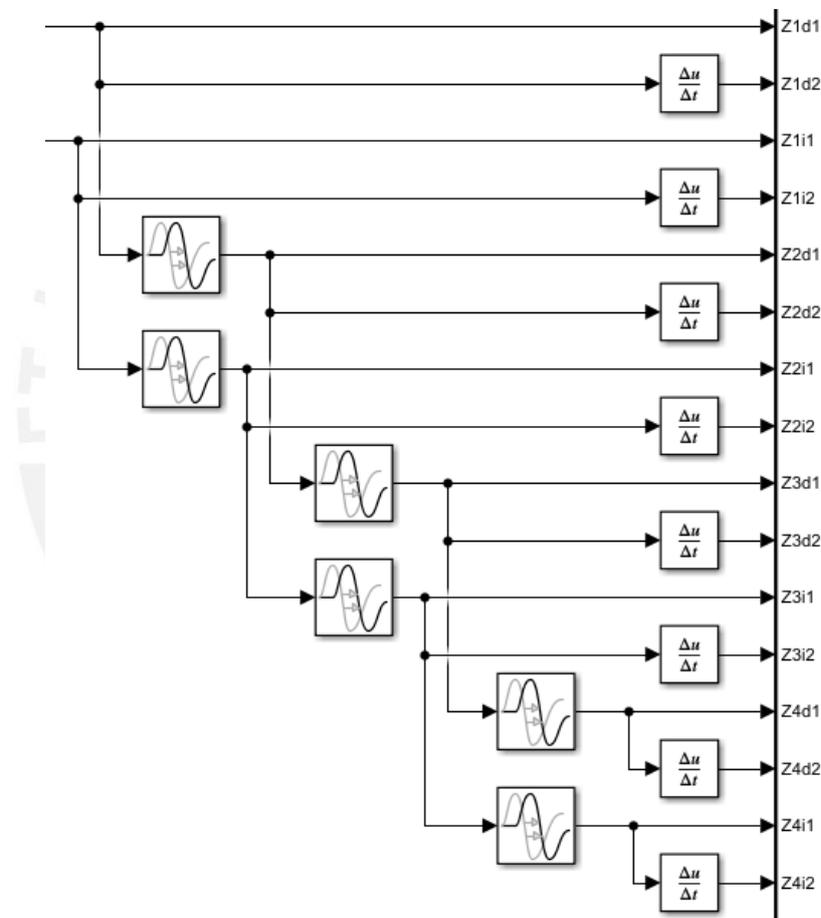


Figura 4-2 Arreglo Matlab-Simulink para posición y velocidad de las ruedas

A continuación, se presenta la nomenclatura empleada en Matlab-Simulink que dista un poco de la utilizada en el capítulo anterior. En este caso se tiene las posiciones y velocidades verticales de las ruedas bajo influencia de la perturbación.

- Z El parámetro es medido en el eje z.
- (1/2/3/4) Corresponde al número de juego de rueda.

- ( $d/i$ )                      Corresponde a un parámetro de derecha o izquierda
- ( $1/2$ )                        Corresponde a la posición o velocidad.

#### 4.1.2 Cálculo de fuerzas y momentos de la cabina y bogies.

Este proceso ocurre en el bloque “*Matlab Function*” que recibe la posición y velocidad vertical de las ruedas; la posición, velocidad y aceleración tanto lineal como angular de la cabina y los bogies; y las presiones de trabajo controladas de los resortes neumáticos. En este bloque se realizan una serie de procesos que tienen por objetivo el aplicar la segunda ley de Newton para la cabina y bogies.

En primer lugar, se establece las dimensiones del vehículo ferroviario y las propiedades dinámicas de sus elementos y los elementos conectores. Luego, se calcula todas las fuerzas que participan en la dinámica del vehículo. Finalmente, estas fuerzas y dimensiones son usadas para determinar la suma total de fuerzas y momentos en la cabina y bogies. Cabe resaltar que el método usado para determinar las propiedades verticales del resorte neumático son los descritos en el capítulo 2 del presente trabajo.

#### 4.1.3 Cálculo de los parámetros de la cabina y bogies

Una vez determinado la sumatoria total de fuerzas y momentos en la cabina y bogies se procede a establecer la ecuación diferencial para obtener la posición, velocidad y aceleración. Para ello se emplea un bloque “*Gain*” y dos bloques “*Integrator*” por cada sumatoria de fuerzas o momentos como se describe en la Figura 4-3.

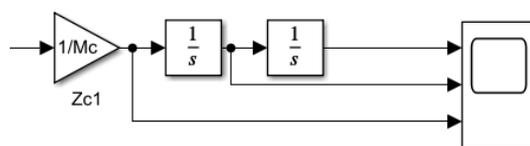


Figura 4-3 Arreglo Matlab-Simulink para obtención de posición, velocidad y aceleración

En la Figura 4-3 se ha desarrollado la representación de la ecuación diferencial que recibe la sumatoria de fuerzas verticales de la cabina y obtiene la posición, velocidad y aceleración de la cabina respecto a su centro de masa. Este mismo proceso debe efectuarse 9 veces para obtener los parámetros requeridos por el modelo como se expuso en el capítulo anterior.

#### 4.1.4 Retroalimentación de parámetros

El proceso descrito hasta ahora debe ser realizado para cada instante de tiempo que dure el estudio teniendo en cuenta que la posición, velocidad y aceleración tanto lineal como angular de los elementos varía conforme avanza la simulación. Esto es posible al conectar las señales de salida del “*Matlab Function*” a los arreglos que proveen la posición, velocidad y aceleración que; a su vez, son señales de entrada del bloque “*Matlab Function*”; de esta forma el parámetro se actualizará cada vez que el programa procese los instantes de tiempo siguientes.

### 4.2 Estimación de los parámetros de confort en el modelo

En el primer capítulo se mencionaron dos métodos de medir el grado de confort con el que viajan los pasajeros en un vehículo ferroviarios: el DIN 45672 que requiere la amplitud y la frecuencia de vibración percibida en la cabina y el EN 12299 que requiere un ponderado de las aceleraciones longitudinal, lateral y vertical percibidas en la cabina.

Es importante aclarar que los cálculos realizados en este apartado son aproximaciones que, si bien no responden a las exigencias de las normas, dan una idea del valor esperado.

#### 4.2.1 Estimación del confort según DIN 45672

Este método se titula “Medición de la vibración asociada con vehículos ferroviarios” y se requiere conocer la amplitud y frecuencia promedio de la señal que representa la perturbación sentida en la cabina en el eje “z”.

$$C_{DIN} = 3.1 \sqrt[0]{Z_{c1}^3 \cdot f_{z_{c1}}^5} \quad (4.1)$$

$C_{DIN}$	Criterio de confort según DIN 45672
$Z_{c1}$	Amplitud promedio de la cabina en el eje “z” [cm]
$f_{z_{c1}}$	Frecuencia promedio de la señal $Z_{c1}$ [Hz]

Para determinar este parámetro se utiliza la posición vertical de la cabina que es calculada por el modelo.

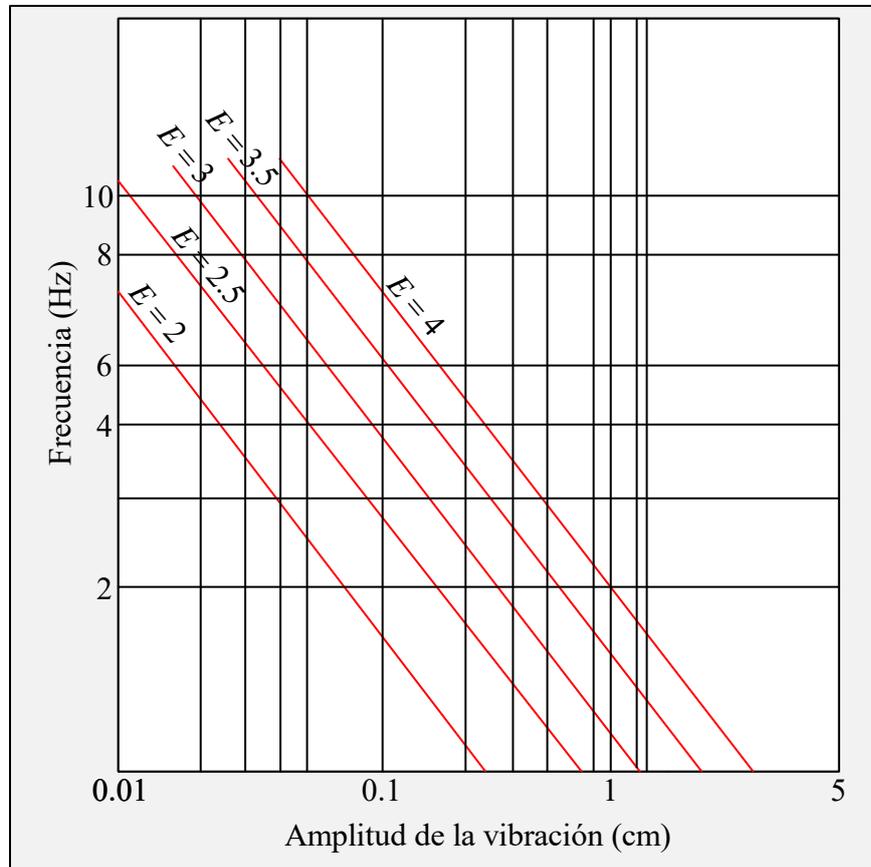


Figura 4-4 Dependencia entre la amplitud de vibración y frecuencia para confort según DIN 45672

4.2.2 Estimación del confort según EN 12299

Este método se titula “Comodidad de viaje para pasajeros en aplicaciones ferroviarias” y se requiere conocer las aceleraciones promedio de la cabina en los tres ejes.

$$C_{EN} = 6 \cdot \sqrt{(Xc3)^2 + (Yc3)^2 + (Zc3)^2} \tag{4.2}$$

$C_{EN}$  Criterio de confort según EN 12299

$Xc3$  Aceleración promedio de la cabina en el eje “x” [ m/s<sup>2</sup> ]

$Yc3$  Aceleración promedio de la cabina en el eje “y” [ m/s<sup>2</sup> ]

$Z_{c1}$  Aceleración promedio de la cabina en el eje “z” [ m/s<sup>2</sup> ]

En este caso, el modelo calcula la aceleración promedio de la cabina en el eje “z” del cual es posible obtener un promedio. Para la obtención del criterio de confort se emplea valores máximos permisibles tanto en el eje “x” como en el eje “y”.

$$X_{c1} \approx 0$$

$$Y_{c1} = 0.2$$

### 4.3 Valores empleados en la simulación

Previo a la simulación, se presentan las dimensiones y propiedades de los elementos del vehículo ferroviario mencionadas y descritas en el capítulo anterior. Los valores correspondientes a las dimensiones geométricas del modelo y las propiedades físicas y dinámicas de los elementos fueron extraídos del estudio titulado “*Semiactive Vibration Control of Train Suspension System Via Magnetorheological Dampers*” (LIAO, W. H.,2015); mientras que los valores para el sistema de suspensión secundaria provienen del estudio titulado “*Derivation of air spring model parameters for train simulation*” (PRESTHUS, Malin; 2002).

#### 4.3.1 Dimensiones geométricas del modelo

Tabla 7 Valores de las dimensiones geométricas del modelo

$a = 1.415\text{m}$	$b_{cs} = 1.207\text{m}$	$b_{rp} = 0.18\text{m}$
$a_p = 2.0\text{m}$	$b_{bp} = 0.217\text{m}$	$l_b = 18\text{m}$
$a_s = 2.0\text{m}$	$b_{bs} = 0.452\text{m}$	$l_r = 2.5\text{m}$

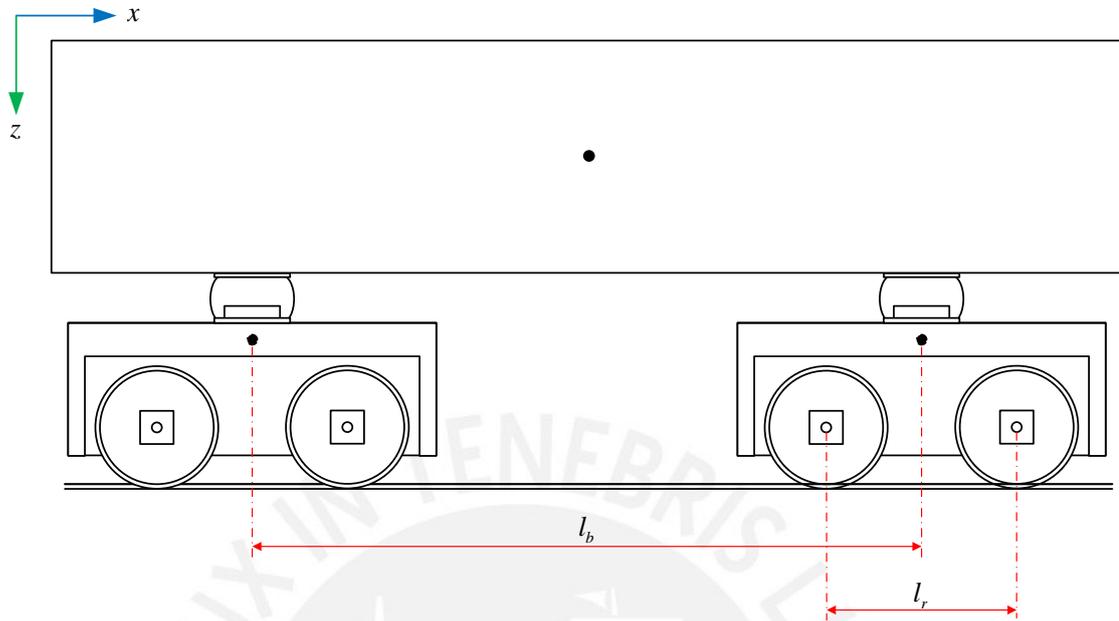


Figura 4-5 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista lateral

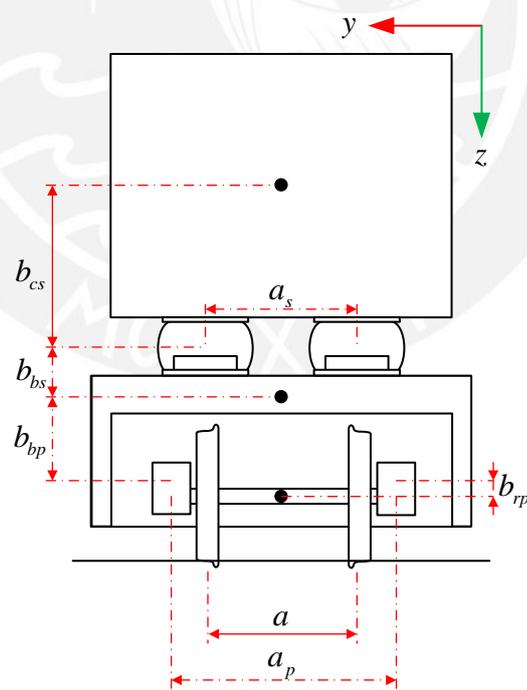


Figura 4-6 Dimensiones del vehículo ferroviario en la vista frontal

4.3.2 Propiedades físicas de los elementos del modelo

Tabla 8 Valores de las propiedades físicas de los elementos del modelo

$m_c = 3.2 \cdot 10^4 \text{ kg}$	$m_b = 4.5 \cdot 10^3 \text{ kg}$
$I_{cx} = 8.85 \cdot 10^4 \text{ m}^4$	$I_{cy} = 2.46 \cdot 10^6 \text{ m}^4$
$I_{bx} = 3.06 \cdot 10^3 \text{ m}^4$	$I_{by} = 3.02 \cdot 10^3 \text{ m}^4$

4.3.3 Propiedades dinámicas de los elementos del modelo

Tabla 9 Valores de las propiedades dinámicas de los elementos del modelo

$k_{px} = 7 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$c_{px} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
$k_{py} = 7 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$c_{py} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
$k_{pz} = 7 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$c_{pz} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
$k_{sx} = 7 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$c_{sy} = 2 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
$k_{sy} = 7 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$c_{sz} = 2 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$

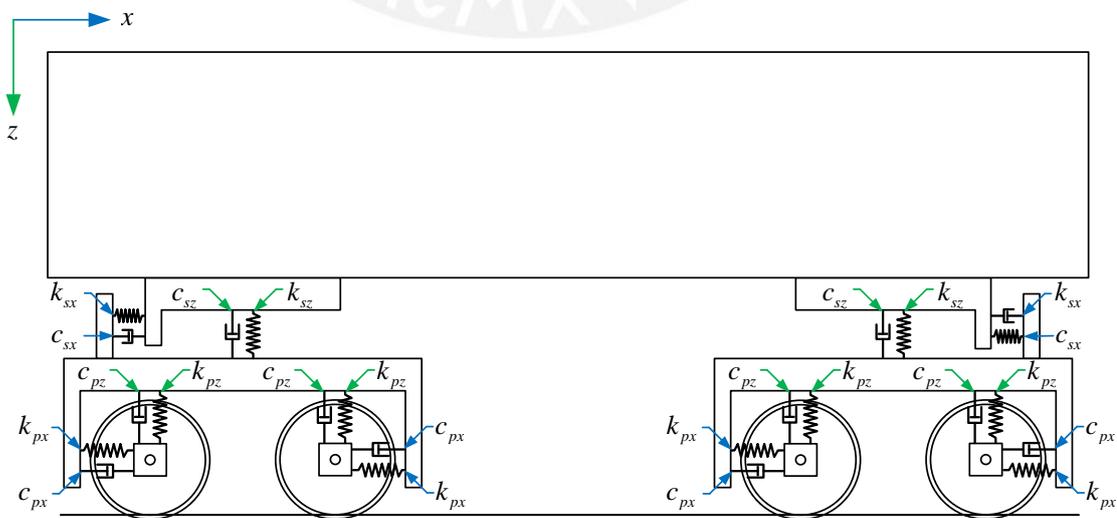


Figura 4-7 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista lateral

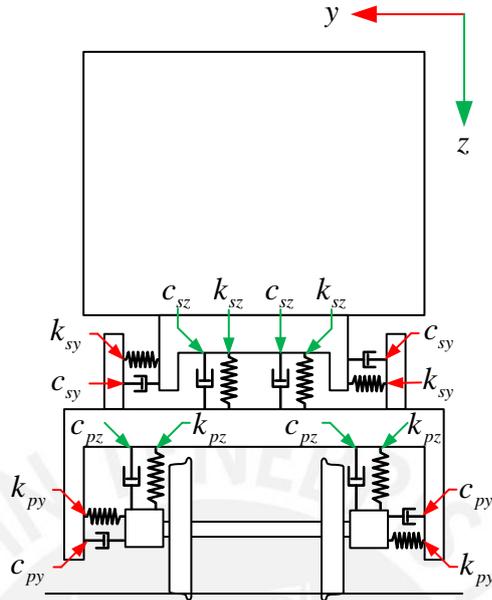


Figura 4-8 Propiedades de los elementos del vehículo ferroviario en la vista frontal

4.3.4 Información del sistema de suspensión secundaria neumática

Tabla 10 Valores de las dimensiones del sistema neumático

$A_e = 0.205m^2$	$V_{res.I} = 0.035m^3$
$d_s = 0.04m$	$V_{aux.I} = 0.100m^3$
$l_s = 2.2m$	$k_t = 3.6$

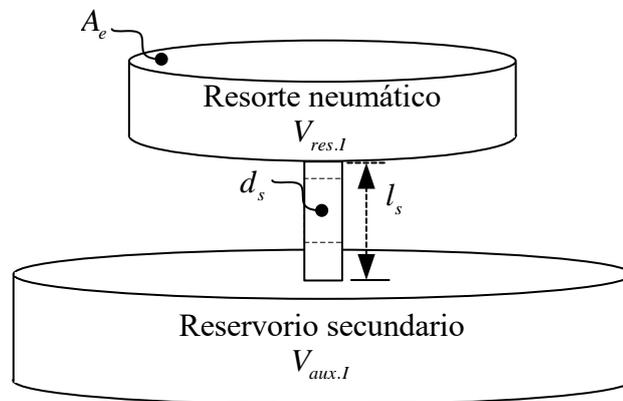


Figura 4-9 Dimensiones del sistema neumático considerado para las simulaciones

#### 4.3.5 Información del sistema de suspensión secundaria metálica

Con respecto a los valores presentados de suspensión secundaria, son el resultado de promediar los valores de la constante de rigidez y coeficiente de amortiguamiento empleando la suspensión secundaria. Estos valores serán empleados durante la cuarta y quinta simulación para comparar su desempeño y principalmente el confort.

$k_{sz,m}$  Constante elástica de los resortes [ N/m ]

$c_{sz,m}$  Coeficiente de amortiguamiento de los resortes [ Ns/m ]

Tabla 11 Valores para suspensión secundaria metálica

$k_{sz,m} = 3.2 \cdot 10^5 \text{ N/m}$	$c_{sz,m} = .5 \cdot 10^4 \text{ Ns/m}$
---	---

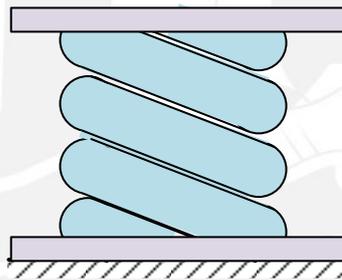


Figura 4-10 Resorte helicoidal metálico empleado en suspensión secundaria

#### 4.4 Simulación en Matlab-Simulink

En el presente trabajo se realizaron cinco simulaciones que pueden ser divididas en dos grupos según su propósito. En las primeras cuatro, la perturbación derecha e izquierda son iguales y se analiza la aceleración vertical en la cabina; mientras que en la última ambas perturbaciones son iguales pero la izquierda se encuentra retrasada 0.1 segundo para analizar la inclinación y aceleración de la cabina. Asimismo, en las últimas dos simulaciones se realiza una comparación entre los resultados obtenidos empleando suspensión secundaria con resortes helicoidales con la suspensión neumática para lo cual se realizó el cálculo de los coeficientes de confort según DIN-45672 y EN-12299.

#### 4.4.1 Primera simulación: entrada sinusoidal

En la primera simulación, el modelo trabaja con una entrada sinusoidal de 5 mm de amplitud y 3Hz de frecuencia cuya gráfica es presentada a continuación.

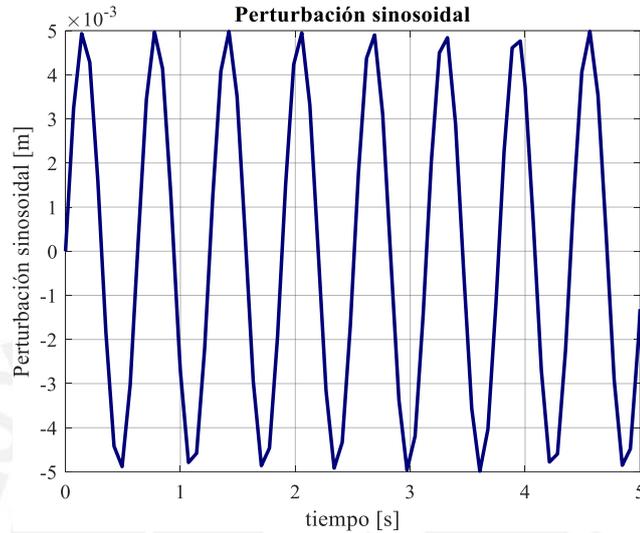


Figura 4-11 Entrada sinusoidal (primera simulación)

La aceleración vertical de la cabina se estabiliza luego de 4 segundos de haber iniciado la simulación. Se aprecia una periodicidad similar a la presente en la perturbación de entrada.

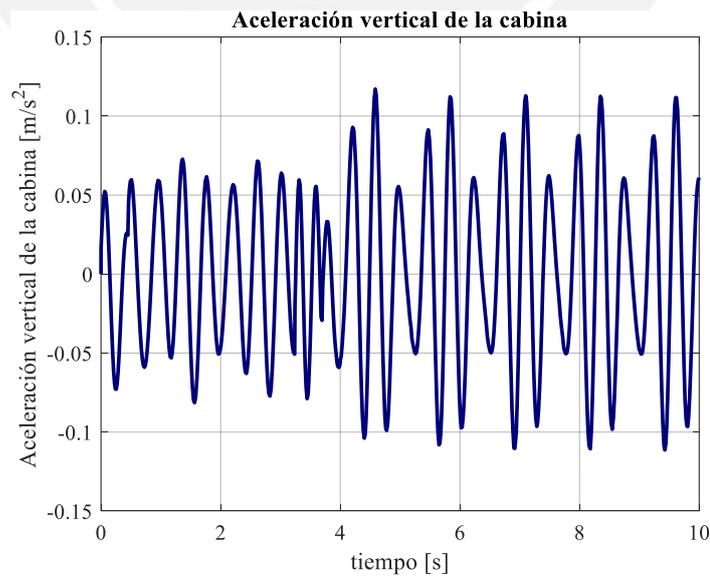


Figura 4-12 Aceleración de la cabina (primera simulación)

4.4.2 Segunda simulación: entrada periódica

En la segunda simulación, el modelo trabaja con una señal periódica que se obtiene de sumar diversas señales sinusoidales a diversas frecuencias la cual es graficada a continuación.

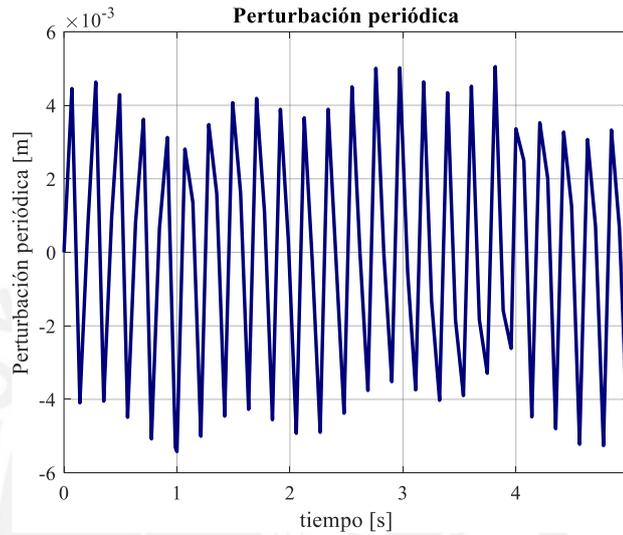


Figura 4-13 Entrada periódica (segunda simulación)

La aceleración vertical de la cabina se estabiliza luego de 3.8 segundos de haber iniciado la simulación. Se aprecia una tendencia similar a la presente en la perturbación de entrada.

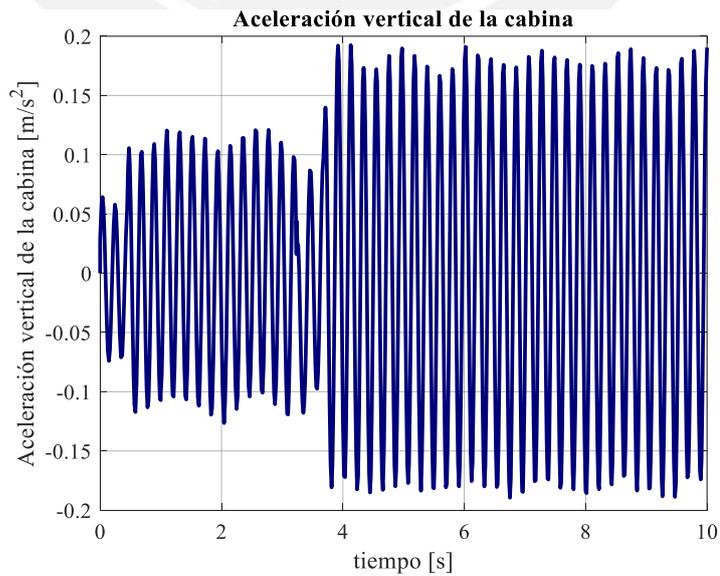


Figura 4-14 Aceleración de la cabina (segunda simulación)

#### 4.4.3 Tercera simulación: entrada y salida de pendiente

En la tercera simulación, el modelo trabaja con una entrada compuesta por 2 pendientes (la primera positiva luego de 1s y la segunda negativa luego de 18s) representando la entrada y salida con 1% dependiente a un desnivel.

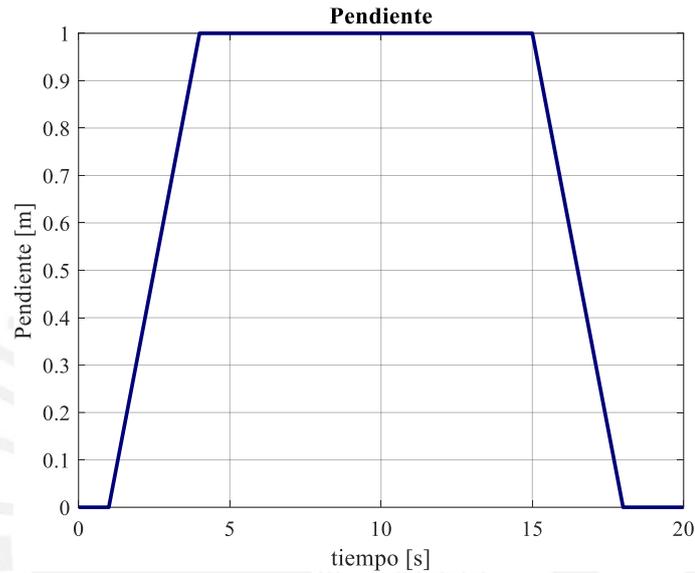


Figura 4-15 Entrada en pendiente (tercera simulación)

La aceleración vertical de la cabina se estabiliza luego de 15 segundos de haber salido de una pendiente.

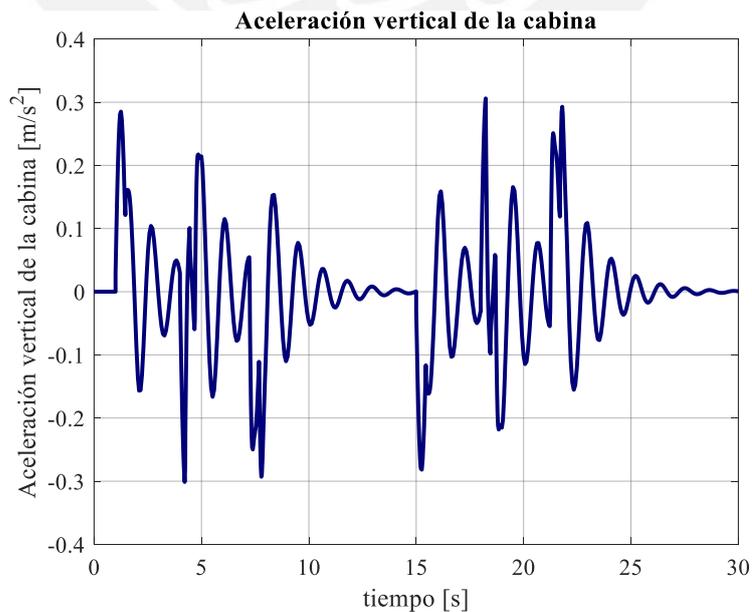


Figura 4-16 Aceleración de la cabina (tercera simulación)

4.4.4 Cuarta simulación: entrada en pendiente con perturbación periódica

En la cuarta simulación, la entrada es determinada sumando las entradas de las dos anteriores simulaciones. Asimismo, se determina las aceleraciones verticales de la cabina e índices de confort empleando suspensión con resortes helicoidales y neumáticos.

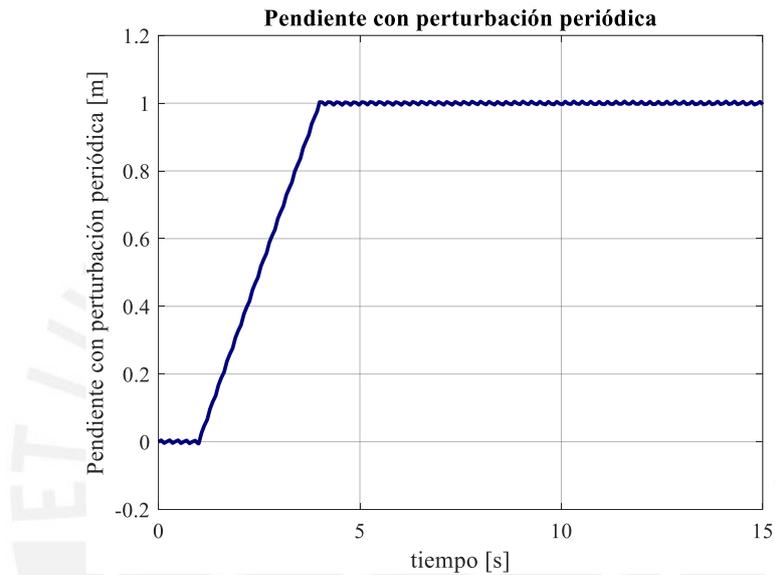


Figura 4-17 Entrada en pendiente con perturbación periódica (cuarta simulación)

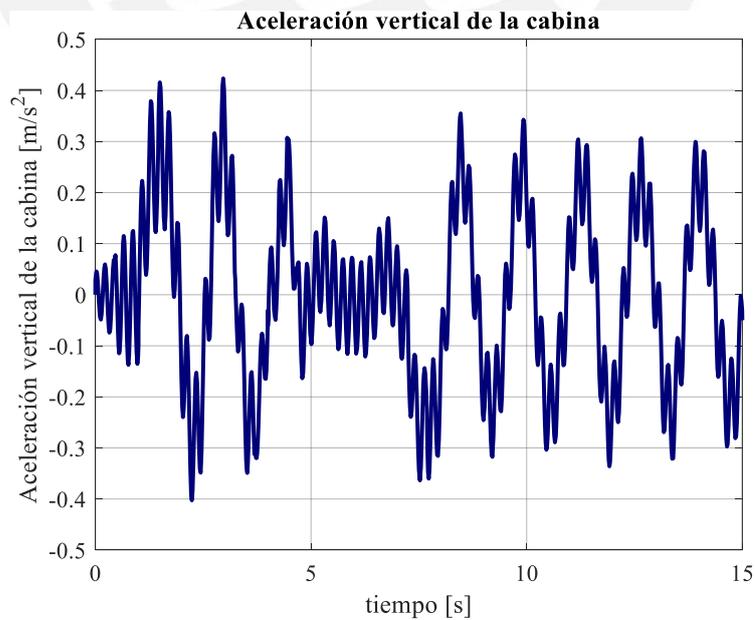


Figura 4-18 Aceleración de la cabina con suspensión mecánica (cuarta simulación)

$$C_{DIN.mec(4)} = 0.9724$$

$$C_{EN.mec(4)} = 0.8334$$

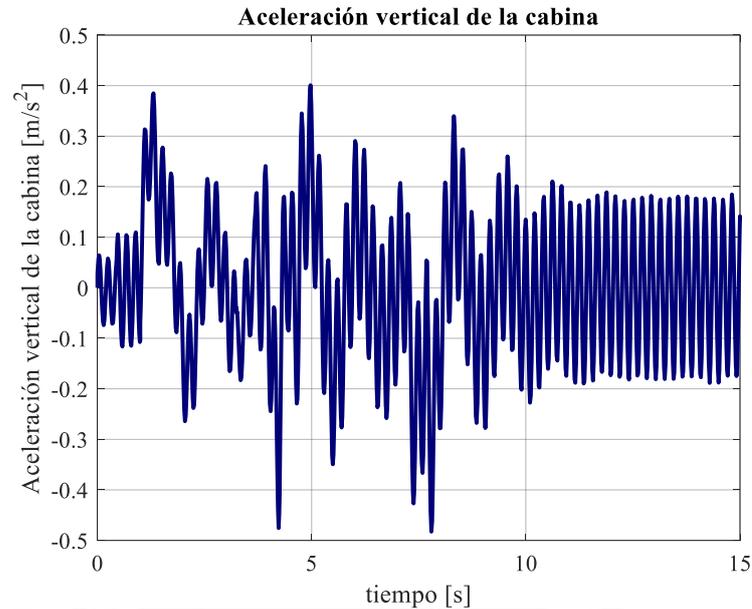


Figura 4-19 Aceleración de la cabina con suspensión neumática (cuarta simulación)

$$C_{DIN.neu(4)} = 0.5610$$

$$C_{EN.neu(4)} = 0.7489$$

Al comparar las aceleraciones verticales de la cabina obtenidos, se aprecia que la suspensión neumática presenta una menor amplitud con respecto a la suspensión metálica lo que se traduce en un mejor índice de confort.

#### 4.4.5 Quinta simulación: entrada a destiempo en pendiente y pert. periódica

En la quinta simulación el modelo trabaja con la misma entrada de la cuarta simulación con la única diferencia que existe un retraso en la entrada izquierda de 0.1 segundos; con ello se produce una inclinación de la cabina producto de los momentos generados en el eje x.

En primer lugar, se presenta la inclinación de la cabina en donde se espera que la amplitud registrada en la suspensión neumática sea menor que en la suspensión metálica.

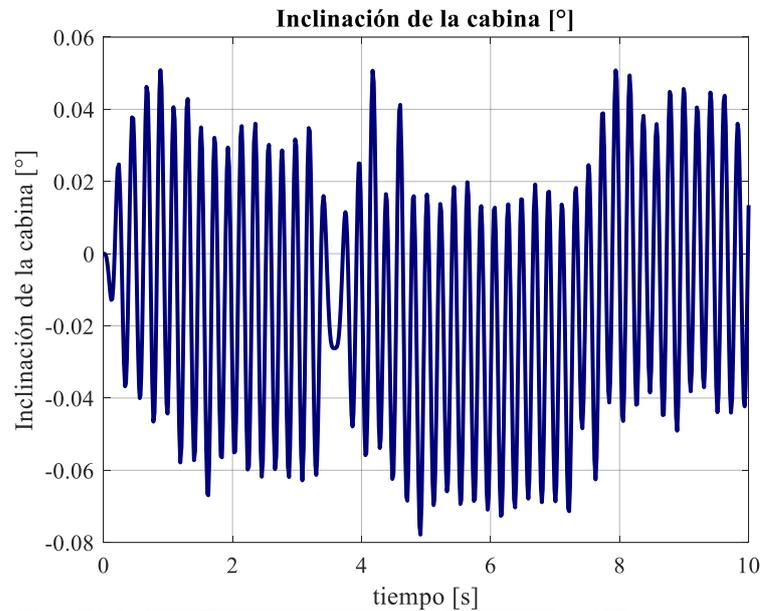


Figura 4-20 Inclinación de la cabina empleando suspensión metálica (quinta simulación)

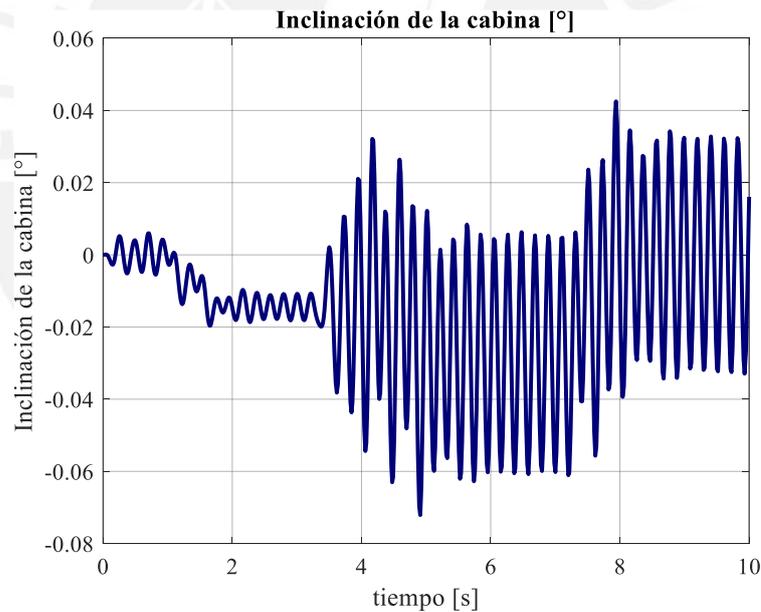


Figura 4-21 Inclinación de la cabina empleando suspensión neumática (quinta simulación)

En segundo lugar, se presenta la aceleración vertical de la cabina en donde se espera que, así como en la anterior simulación, la suspensión neumática presente valores menores de aceleración y un mejor índice de confort con respecto a la suspensión metálica.

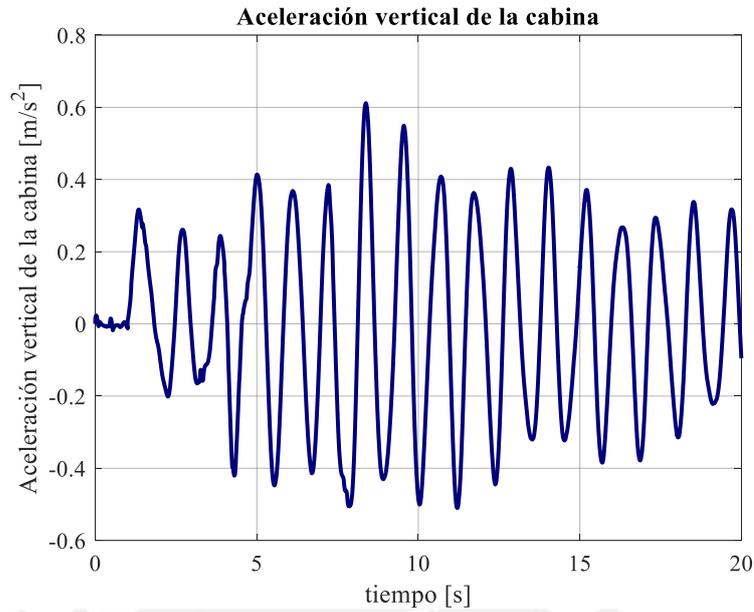


Figura 4-22 Aceleración de la cabina empleando suspensión metálica (quinta simulación)

$$C_{DIN.neu(5)} = 1.2544$$

$$C_{EN.neu(5)} = 1.2195$$

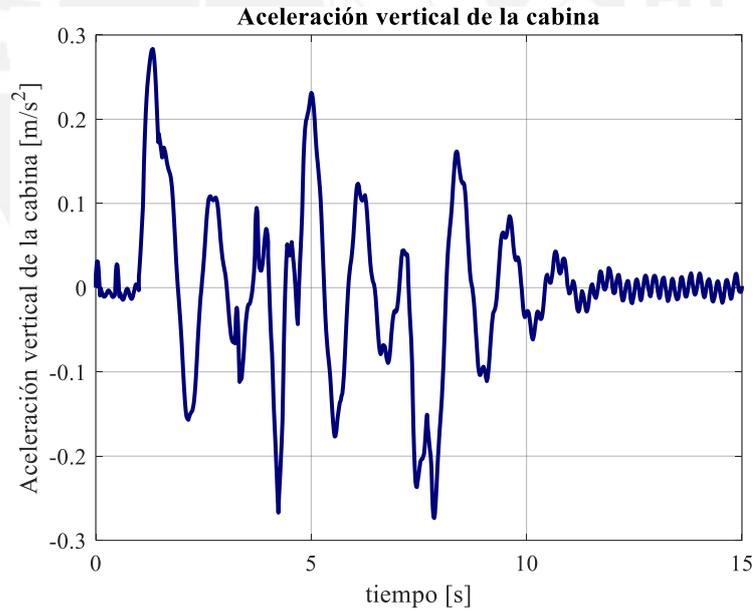


Figura 4-23 Aceleración de la cabina empleando suspensión neumática (quinta simulación)

$$C_{DIN.neu(5)} = 0.5046$$

$$C_{EN.neu(5)} = 0.6209$$

Al comparar tanto las inclinaciones como las aceleraciones verticales de la cabina, se aprecia que la suspensión neumática presenta un mejor comportamiento al tener menor ángulo de inclinación, menor aceleración y mejor índice de confort.

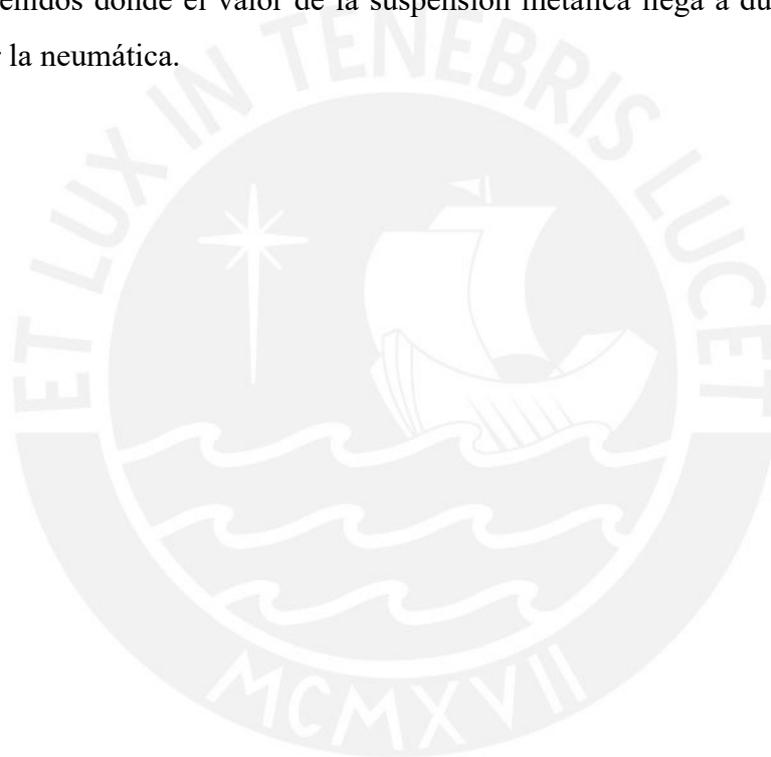
## 4.5 Discusión de resultados

El presente análisis es desarrollado comparando los resultados del presente trabajo con las características iniciales del vehículo ferroviario analizado en “*Semiactive Vibration Control of Train Suspension Systems via Magnetorheological Dampers*” (LIAO, W. H., 2015) del cual se obtuvieron las características del modelo simulado. Si bien la mencionada bibliografía no menciona un valor exacto de confort, “*Rail Vehicle Dynamics*” establece  $0.2\text{m/s}^2$  como la máxima aceleración vertical promedio de la cabina para mantener el confort. El siguiente análisis tiene por objetivo que el modelo desarrollado cumpla con las características establecidas por la fuente.

- En la primera y segunda simulación, el modelo es sometido a una perturbación con amplitud cercana a 5mm y frecuencia entre 1 – 3 Hz que son establecidas como críticas por la bibliografía (LIAO, W. H., 2015). El modelo responde favorablemente al mantener una aceleración vertical promedio de la cabina por debajo de  $0.2\text{m/s}^2$ .
- En la tercera simulación, el modelo es sometido a una perturbación que modela el recorrido del vehículo por una pendiente de 1% que es la máxima establecida por la bibliografía (LIAO, W. H., 2015) para mantener el confort. El modelo responde favorablemente al mantener una aceleración vertical promedio de la cabina por debajo de  $0.2\text{m/s}^2$ .
- En la cuarta simulación, el modelo es sometido a una perturbación que suma las entradas empleadas en la segunda y tercera simulación. De igual forma que en las anteriores ocasiones, el modelo responde favorablemente al mantener una aceleración vertical promedio de la cabina por debajo de  $0.2\text{m/s}^2$ . Asimismo, se aprecia cómo la suspensión neumática se antepone a la metálica en condiciones de confort al mantener una menor amplitud máxima de aceleración vertical en cabina.
- En la quinta simulación, el modelo es sometido a una perturbación que modela una ligera inclinación con el objetivo de analizar sus efectos. El modelo responde favorablemente a lo mencionado en la bibliografía siendo la

suspensión neumática superior en ámbitos de confort a la metálica; la suspensión con resortes neumáticos logra un menor ángulo de inclinación y una menor aceleración vertical de la cabina.

- La mejor amortiguación de la suspensión secundaria neumática se traduce en un menor tiempo en conseguir la estabilidad dinámica como se aprecia en la comparación realizada en la quinta simulación. Esto influye en gran medida en el confort de la cabina como se expresa en el valor de índices de confort obtenidos donde el valor de la suspensión metálica llega a duplicar el obtenido por la neumática.



## CONCLUSIONES

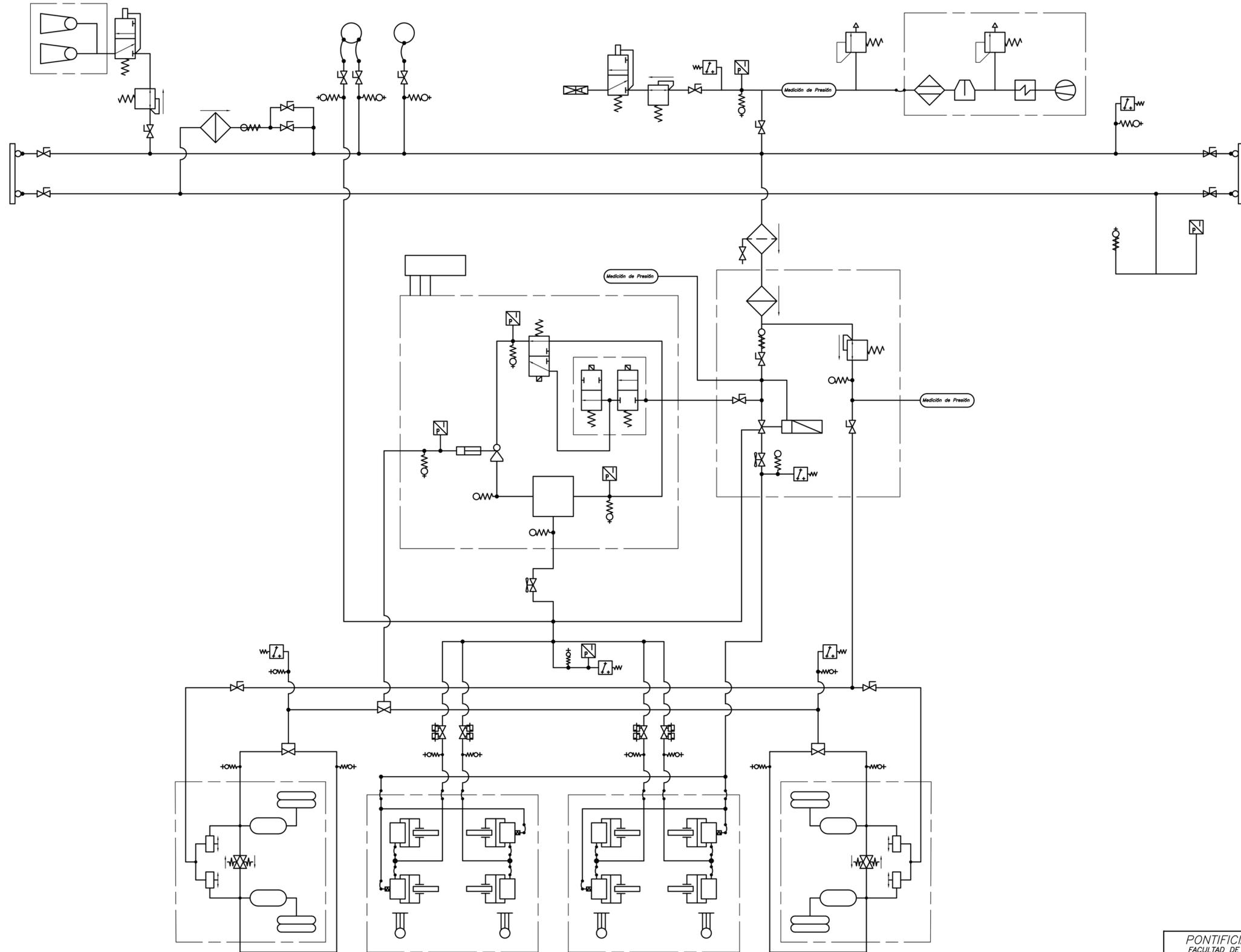
- El análisis cinético del resorte neumático empleando el modelo Gensys nos permite distinguir: una componente elástica con proporcionalidad lineal a la diferencia de la posición vertical entre la cabina y el bogie; una componente amortiguante con proporcionalidad exponencial ( $\beta$ ) a la velocidad vertical de la cabina; una componente inercial con proporcionalidad lineal a la diferencia de la aceleración vertical entre la cabina y el bogie; y la componente que equilibra la masa de la cabina.
- La presión de aire en el circuito neumático conformado por el resorte neumático, reservorio secundario y el ducto que los une permite controlar la componente elástica. Asimismo, la velocidad con la que esta componente cambia es sensible a una variación en las dimensiones geométricas del conjunto; es decir, un aumento en el volumen total ralentiza la respuesta; mientras que, la disminución limita la carga máxima que con la que se puede trabajar.
- Las características geométricas del ducto entre el resorte y el reservorio tienen fuerte influencia en la componente amortiguante e inercial del modelo Gensys al limitar el aire que puede ser intercambiado entre sus extremos. Asimismo, estas componentes representan pérdidas energéticas del sistema.
- El modelo de vehículo ferroviario logra responder acorde a lo esperado por el presente trabajo, sin embargo, al ser un análisis principalmente cualitativo, se recomienda una validación más exhaustiva que escapa a los alcances del presente.
- El empleo del aire como portador de energía permite agilizar la disipación de la misma lo cual se traduce en un menor tiempo para alcanzar la estabilidad y en menores amplitudes en posición y aceleración. Esto es respaldado por las últimas dos simulaciones donde el sistema neumático siempre obtuvo mejor índice de confort que el metálico.

**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] BANK T. A.  
1980 “Some ABCs of air spring suspensions for commercial road vehicles. Society of Automotive Engineers Preprint (SAE 800482)”. Consulta 15 de abril del 2021.
- [2] BERG, Mats  
1994 “Modelling of Springs and Dampers for Dynamic. Analysis of Rail Vehicles: A Pilot Study. Railway Technology”, Department of Vehicle Engineering. Royal Institute of Technology. Consulta 15 de marzo del 2021.
- [3] BERG, Mats  
1998 “A Non-Linear Rubber Spring Model for Rail Vehicle Dynamics Analysis”. Vehicle System Dynamics, 197-212. Consulta 15 de marzo del 2021.
- [4] BERG, Mats  
1999 “A Three-Dimensional Airspring Model with Friction and Orifice Damping”. Vehicle System Dynamics, 1021-1072. Consulta 15 de marzo del 2021.
- [5] BERG, Mats  
2011 “Modelling of suspension components in a rail vehicle dynamics context”. Vehicle System Dynamics, 197-212. Consulta 15 de marzo del 2021.
- [6] CARRILLO, Enrique  
2017 “Análisis de cargas en un bogie remolcado”. Consulta 15 de noviembre del 2020.
- [7] FIRESTONE  
2020 “Rail Applications Design Guide”. Consulta 10 de agosto del 2020.
- [8] FRANSZINI, Joseph B.  
1997 “Fluid mechanics with engineering application”. Consulta 15 de abril del 2021.
- [9] GARG, Vijay y RAO, Dukkipati  
2012 “Dynamics of railway vehicle systems”. Elsevier. Consulta 15 de abril del 2021.
- [10] GIECK, Jack  
1999 “Riding on air – a history of air suspension”. Consulta 15 de abril del 2021.

- [11] HIRTREITER, A. B.  
1973 “Principles and application of pneumatic springs (No. 730273)” SAE Technical Paper. Consulta 15 de junio del 2021.
- [12] OGATA, Katsuhiko  
2010 “Ingeniería de control moderna”. Prentice Hall. Consulta 15 de junio del 2021.
- [13] KNOTHE, Klaus y STICHEL, Sebastián  
2017 “Rail Vehicle Dynamics”. Heidelberg, New York: Springer. Consulta 15 de noviembre del 2020.
- [14] MAZZOLA, Laura y BERG, Mats  
2014 “Secondary suspension of railway vehicle – air spring modelling: Performance and critical issues”. Proveniente del “Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 228(3), 225-241. Consulta 15 de marzo del 2021.
- [15] MORENO, Jesús  
2018 “Prehistoria del Ferrocarril”. Fundación de los Ferrocarriles Españoles. Consulta 15 de noviembre del 2020.
- [16] OKAMOTO, Isao  
1998 “How bogies work”. Japan Railway & Transport Review, 18, 52-61. Consulta 15 de noviembre del 2020.
- [17] PRESTHUS, Malin  
2002 “Derivation of air spring model parameters for train simulation”. Consulta 15 de noviembre del 2021.
- [18] SPIROIU, M. A.  
2018 “Railway vehicle pneumatic rubber suspension modelling and analysis”. Materiale plastice, 55(1), 24”. Consulta 15 de julio del 2021.
- [19] THOMSOM, William  
1993 “Theory of vibration with applications”. NASA STI/Recon Technical Report A, 93, 39794. Consulta 15 de julio del 2021.
- [20] LIAO, W.H.  
2015 “Semiactive Vibration Control of Train Suspension Systems via Magnetorheological Dampers”. Journal of intelligent material systems and structures, 14(3), 161-172. Consulta 15 de noviembre del 2021.

# ANEXO A: Esquema Neumático de un Vehículo Ferroviario con Suspensión Secundaria



PRODUCED BY AN AUTODESK STUDENT VERSION

PRODUCED BY AN AUTODESK STUDENT VERSION

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA – ESPECIALIDAD: ING. MECÁNICA	
ANEXO A: Esquema Neumático de un Vehículo Ferroviario con Suspensión Secundaria	ESCALA S/E
Rimac Peralta, Cristian Armando	FECHA: 01/06/2021
Tesis para optar por el Título de Ingeniero Mecánico	LAMINA: 1/1