

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DEL PERÚ**

FACULTAD DE EDUCACIÓN



Estado del Arte: El desarrollo de competencias matemáticas mediante
el arte en estudiantes de primaria

Trabajo de investigación para obtener el grado académico de Bachiller
en Educación presentado por:

MAYRA VALERIA CHOQUEHUANCA LUQUE

Asesor

MARIA DE LOS ANGELES SANCHEZ TRUJILLO

Lima, 2021

RESUMEN

Este documento presenta una revisión del estado del arte sobre el desarrollo de competencias matemáticas por medio del arte. Por ello, el objetivo es describir los fundamentos teóricos que se ocupan de este desarrollo específicamente en estudiantes de los primeros grados de Primaria. Artículos de revista y tesis de pregrado y maestría, elaboradas durante los últimos veinte años, son fuentes que articulan este trabajo. La información de las fuentes está organizada en tres apartados basados en los aportes de un tipo de arte. Primero, se considera el aporte de las artes plásticas que aborda la utilidad de estas, y las figuras geométricas en el entorno artístico. El segundo apartado explica el aporte de las artes auditivas conformado por el vínculo entre la música y los conceptos matemáticos, y los beneficios de esta para aprender matemática. Finalmente, el tercer apartado se refiere a los aportes de las artes corporales, que presenta el vínculo entre la danza y las matemáticas, y el uso de esta para aprendizajes significativos en matemática. Al revisar estas fuentes, se hallaron vacíos teóricos como la escasa información sobre este tema en lo que respecta a la educación primaria, la falta de investigaciones y desinterés por las demás competencias matemáticas distintas a las geométricas. No obstante, se estima que, con lo investigado, se puede empezar a desarrollar las competencias matemáticas en relación con las artes, porque estas brindan nuevas formas de enseñar y aprender las matemáticas en cuanto a los recursos y espacios que motivan a los estudiantes.

Palabras claves: Matemática, danza, música, pintura, enseñanza interdisciplinar.

ABSTRACT

This document presents a review of the state of art about the development of mathematical competencies through art. Therefore, the objective is to describe the theoretical foundations that deal with development of mathematical competencies through art in students of first grades of Primary. Journal articles, undergraduate and master's theses, elaborated over the last twenty years, are sources that articulate this document. The information from these sources is organized in three sections based on the contributions of one type of art. First, the contributions of the plastic arts, which deal with usefulness of the plastic arts and geometric figures in the artistic environment. The second section is about contribution of the auditory arts, which is formed by connection between music and mathematical concepts, and benefits of music for learning mathematics. Finally, the third section is about contributions of bodily arts, which includes relation between dance and mathematics, and the use of dance for meaningful learning in mathematics. When reviewing a variety of sources, theoretical gaps were found, such as scarce information on this subject in primary education, the lack of research on artistic and mathematical competencies other than geometry and plastic arts, and the lack of interest in these other competencies that are necessary for integral learning. However, it is estimated that, with what has already been researched, it is possible to begin to develop mathematical competencies in relation to arts, because these provide new ways of teaching and learning mathematics in terms of resources and spaces that motivate students.

Keywords: Mathematics, dance, music, painting, interdisciplinary teaching

ÍNDICE

RESUMEN.....	2
ABSTRACT	3
INTRODUCCIÓN	5
1. APORTES DE LAS ARTES PLÁSTICAS.....	7
1.1. UTILIDAD DE LAS ARTES PLÁSTICAS	8
1.1.1. Uso de pinturas como recursos	9
1.1.2. Actividades de producciones plásticas	10
1.2. FIGURAS GEOMÉTRICAS EN EL ENTORNO ARTÍSTICO.....	10
2. APORTES DE LAS ARTES AUDITIVAS	12
2.1. VÍNCULO ENTRE LA MÚSICA Y LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS	13
2.2. BENEFICIOS DE LA MÚSICA PARA APRENDER MATEMÁTICA	15
3. APORTES DE LAS ARTES CORPORALES	17
3.1. VÍNCULO ENTRE LA DANZA Y LAS MATEMÁTICAS	20
3.2. USO DE LA DANZA PARA APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS EN MATEMÁTICA	21
4. REFLEXIONES FINALES	25
5. REFERENCIAS	27

INTRODUCCIÓN

Se ha demostrado que las habilidades adquiridas con el Arte pueden impactar positivamente al desarrollo de algunas áreas de matemática, sobre todo en la geometría, ya que el arte permite al estudiante desarrollar su creatividad e imaginación, aspectos básicos y fundamentales en la aplicación de la geometría en la realidad (Martínez, 2018). Asimismo, el arte ayuda a contextualizar las nociones matemáticas, pues brinda habilidades de observación y producción a los estudiantes para que intuyan estas nociones. Además, gracias al gusto por las expresiones artísticas y de la similitud del alfabeto visual y geométrico, aporta que la enseñanza de la matemática pueda ser viable, vivencial, lúdica e innovadora (García, 2015).

Por ello, el presente trabajo tiene como principal objetivo describir los fundamentos teóricos que se ocupan del desarrollo de las competencias matemáticas mediante el arte. Para esto, se planteó la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de las competencias matemáticas mediante el arte en estudiantes de primer y segundo grado de Primaria en los últimos 20 años?, la cual se enmarca en la línea de investigación de Currículo y Didáctica que propone la Facultad de Educación.

La elección de este tema se basa en el interés por la relación entre la matemática y la educación artística, ya que, a través de esta última, los estudiantes perciben la realidad de manera sensible con sus sentidos y sentimientos. Esto influye a percibir los conceptos matemáticos, que están presentes en el entorno, y a desarrollar competencias matemáticas de manera más atractiva. Este interés se empezó a desarrollar cuando, en una clase de Educación Artística de la universidad, a mis compañeros del aula y a mí nos hacían realizar lecturas visuales de pinturas, en las cuales se observaba la presencia de patrones y figuras geométricas. Por otro lado, en clases de Matemática, nos mostraban dibujos o pinturas artísticas como ejemplos de temas matemáticos.

En relación con la metodología para la elaboración de este trabajo, se desarrolló una investigación de tipo estudio documental, dentro del cual se recopiló diversos tipos de fuentes que incluyen tesis tanto de pregrado como de maestría, artículos de revista, entre otras. Asimismo, estas fuentes fueron consultadas de bases

de datos tales como Taylor y Francis, ProQuest, EBSCO, entre otras mediante los criterios como matemática, arte, danza, música, geometría, baile, enseñanza interdisciplinar, nociones geométricas, pintura, danza folklórica, obras artísticas, etc.

Para el almacenar de la información de estos documentos, se hizo uso de una matriz bibliográfica. Posteriormente, se utilizó una matriz de sistematización para organizar el contenido del presente trabajo. Luego, se realizó un esquema de números para diferenciar los temas y subtemas en que se organizó. Respecto del horizonte temporal, se seleccionaron fuentes publicadas en los últimos veinte años, puesto que se quería tener una visión lo más actualizada posible sobre los hallazgos en relación con esta temática. Asimismo, esta selección permitió que se ponga de manifiesto la evolución de esta relación entre la educación artística y las matemáticas, así como de las actividades que se proponen para el desarrollo en simultáneo de ambas áreas.

Al terminar el análisis documental, por un lado, se halló que hay tres fundamentos teóricos que sustentan la situación actual del objeto estudiado y que se relacionan con aportes de un tipo de arte. Debido a esto, el cuerpo de este Estado del Arte presenta como primer apartado los aportes de las artes plásticas, el cual se conforma de la utilidad de las artes plásticas y las figuras geométricas en el entorno artístico. El segundo se orienta a explicar los aportes de las artes auditivas, que abarca el vínculo entre la música y los conceptos matemáticos, y los beneficios de esta para aprender matemática. Finalmente, se presentan los aportes de las artes corporales, que implica el vínculo entre la danza y las matemáticas, y el uso de la danza para aprendizajes significativos en matemática.

Por otro lado, se hallaron vacíos teóricos. Uno es que hay escasa información sobre este tema en lo que respecta a la educación primaria. Otros vacíos se tratan de resaltar, desarrollar e investigar más sobre una competencia del área artística como del área exacta, dejando de lado las demás. Dicho de otra manera, no se visualiza a las demás competencias con la misma potencialidad como debería ser. Sin embargo, se considera que, con lo ya investigado, se alcanzará un desarrollo integral de las competencias matemáticas en relación con las artes, porque estas brindan distintas formas de motivar a los estudiantes a aprender. Asimismo, las artes facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con la nueva visión de los recursos, espacios y estrategias.

1. Aportes De Las Artes Plásticas

Las competencias matemáticas pueden desarrollarse mediante las artes visuales o mejor conocidas como artes plásticas. Esto se debe a que en nuestro entorno cotidiano se puede apreciar conceptos matemáticos como la simetría, curvas, sólidos geométricos, entre otros. Asimismo, existen lugares como museos, pinacotecas, exposiciones artísticas, y más. Es en estos espacios donde estamos en contacto directo con los contenidos matemáticos y que muchas veces no aprovechamos. Por ello, Bejarano (2015) recomienda utilizar el arte que nos rodea para la enseñanza no sólo de contenidos artísticos, sino que también se involucren los de la otra área curricular.

La adquisición de conocimientos tanto de la geometría y del arte plástico se puede dar de manera globalizada, pues Antón y Gómez (2016) demostraron que ambos campos se enriquecen mutuamente. Esto es a causa de que el uso del arte posibilita la intervención en el área de geometría desde una perspectiva plástica y sociocultural generando en los estudiantes experiencias no sólo relacionadas a la matemática, sino también a lo social, creativo, visual y afectivo. En general, estas experiencias facilitarán la comprensión de los contenidos geométricos que están inmersos en producciones artísticas.

Por lo tanto, es importante que la enseñanza de los contenidos matemáticos sea de manera interdisciplinar (Antón y Gómez, 2016; Gómez, 2018; Molina y Santana, 2016; Morales, 2016). Esto se debe a que se ha comprobado que los contenidos del área de matemática se pueden relacionar a actividades artísticas, los cuales son atractivos para los niños. En este caso, resulta beneficioso para los estudiantes relacionar áreas que no son atractivas para ellos con las que sí lo son (Edo, 2006). Con esta atracción, se logrará mantener la motivación de los educandos por participar en actividades de esta materia (Antón y Gómez, 2016).

Entonces, como el Arte es percibido como divertido, este ayuda a motivar a los estudiantes para que se involucren en su propia formación a través de experiencias innovadoras (Morales, 2016). Por ello, Molina y Santana (2016) afirman que, a partir de las artes plásticas, se pueden lograr mejores resultados en la enseñanza de otras

áreas, puesto que los estudiantes se vuelven protagonistas y constructores de sus aprendizajes, lo que es base para el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Por otro lado, se sabe que las matemáticas se vuelven más atractivas y significativas para los estudiantes cuando se complementan con actividades fuera del aula de clase y que tengan una finalidad más lúdica y significativa (Ramírez, 2005). Por tanto, el ambiente donde se va a enseñar es un aspecto importante de motivación en la educación de niños de alrededor de 5 años (Molina y Santana, 2016). Esto se debe a que, en estos espacios, los niños y niñas interactúan y socializan con los demás agentes educativos, y desarrollan la creatividad, imaginación y el trabajo en equipo.

Del mismo modo, se debe tomar en cuenta las experiencias y motivaciones de los estudiantes, pues Leandro (2008) comprobó que esto fue lo que atrajo a los niños a las actividades artísticas e innovadoras donde se introdujeron temas matemáticos. Además, la relación entre la geometría y el arte es potenciada por las experiencias estéticas, porque impulsa la innovación en la enseñanza y en el proceso de aprendizaje. Entonces, se evidencia una interdisciplinariedad donde se aportan elementos de ambas áreas para enriquecer las estrategias de enseñanza (Álvarez et al., 2018).

1.1. Utilidad De Las Artes Plásticas

En los últimos 20 años, en distintos países, se ha ido abordando las artes plásticas y los conceptos geométricos de manera interdisciplinar, pues ha resultado beneficiosa para los estudiantes. Por ello, para el desarrollo de actividades matemáticas, se han usado producciones artísticas provenientes de las artes plásticas, sobre todo pinturas, como recursos didácticos. Estas actividades no sólo implican un sentido, sino que todos. Esto se debe a que estas prácticas, aparte de manipular objetos, también requieren de la observación para realizar análisis profundos de pinturas para comprenderlas y encontrar nociones matemáticas.

Otro uso es la elaboración de producciones artísticas, ya sean esculturas, pinturas, entre otras donde los estudiantes exploren distintos materiales como arcilla, cerámica, plastilina, témperas, entre otros. Durante las elaboraciones de estos productos, los estudiantes irán notando los conceptos matemáticos, como las figuras

geométricas, los sólidos geométricos, las líneas, las curvas, entre otros, para luego, ir poco a poco institucionalizándolos en esquemas.

1.1.1. Uso De Pinturas Como Recursos

Una utilidad que se le da a las artes plásticas para enseñar matemática es el uso de producciones artísticas, sobre todo pinturas reconocidas, empleadas como recursos didácticos. Esto se debe a que, como mencionó Edo en el 2003, los elementos matemáticos también se encuentran presentes en las obras artísticas para poder transmitir sentimientos y emociones. Luego de tres años, este autor amplía el panorama mencionando que el contexto más adecuado para la enseñanza de las matemáticas es la relación que se le da con algunas manifestaciones artísticas en donde puedan estar implícitas nociones matemáticas como la geometría.

Un ejemplo claro de esto es la utilización de la obra de Julio De Pablo en actividades matemáticas, la cual posee diversos elementos geométricos facilitando la integración, en torno a un mismo recurso didáctico, de distintos contenidos del área de geometría (Antón y Gómez, 2016). Entonces, para la enseñanza de la matemática, es necesario crear actividades basadas en la percepción sensorial y la manipulación de objetos para que luego puedan captar conceptos durante el análisis de estos (Edo, 2003).

Molina y Santana (2016) mencionan que la comprensión de objetos que se encuentran en el entorno del estudiante es la base del pensamiento lógico matemático, lo cual es reflejado en la clasificación, seriación y correspondencia de materiales. En este caso, la metodología se basa en el uso de las artes plásticas, es decir en la manipulación e interiorización no sólo de los materiales, sino de los conocimientos de forma espontánea, lo que supone un aprendizaje más significativo.

En una investigación realizada por Gómez (2018), se comprobó que las actividades basadas en obras de arte han sido estimulantes para el desarrollo del pensamiento matemático. Esto se debe a que, en este estudio, los niños se han demostrado motivados y participativos, impulsando y logrando el desarrollo de la percepción espacial, grafomotricidad, autoestima, creatividad e imaginación, los cuales son esenciales para la enseñanza de las matemáticas.

1.1.2. Actividades De Producciones Plásticas

Otra utilidad de las artes plásticas se refiere a las actividades de producciones plásticas. Al respecto, Edo, en el 2006, expresó que es necesario incluir espacios donde se les permita a los estudiantes estar activos para que creen producciones plásticas, estampen, recorten, entre otros al momento de plantear actividades en el área de matemática. Por ello, se han planteado actividades basadas en el arte en donde se ha facilitado el trabajo geométrico. Estas actividades se caracterizan por ser cercanas y motivadoras para los niños, porque responden a sus necesidades e intereses tanto individuales como grupales.

Por ejemplo, Leandro (2008) creó una propuesta de actividades donde los niños elaboraron y simularon un museo. Asimismo, los estudiantes construyeron juguetes, para presentarlos en el museo, que se caracterizan por poseer, uno de los contenidos matemáticos, diversos tipos de cuerpos geométricos como cilindros, cubos, pirámides, conos, entre otros.

Por ello, un aporte de las artes plásticas a la enseñanza de la matemática es el empleo de actividades donde los niños deben elaborar producciones plásticas. Un claro ejemplo son las teselaciones, que son patrones usados en expresiones artístico plásticas para cubrir todo sin dejar espacios. Estas se pueden emplear como un nuevo saber matemático y artístico para generar producciones artísticas, desarrollar habilidades matemáticas y construir conceptos geométricos (Becerra et al., 2014).

Con ello, se podrá lograr, también, un desarrollo tanto del pensamiento geométrico y espacial como la creatividad. Del mismo modo, Becerra et al. (2014) aseguran que las actividades sobre las teselaciones permiten integrar otras áreas a la matemática para favorecer el desarrollo de habilidades espaciales, pues, con la integración del arte, se ha implementado un vocabulario y conceptos geométricos en los estudiantes. En la actualidad, se aplican actividades basadas en las artes plásticas para desarrollar las habilidades matemáticas sobre todo lo geométrico.

1.2. Figuras Geométricas En El Entorno Artístico

En general, se puede decir que los artistas plásticos hacen uso de las matemáticas con distintas intenciones. En primer lugar, se evidencia que el uso de

elementos matemáticos también se encuentra presente en las obras artísticas para poder transmitir sentimientos y emociones a los que la observan o tocan (Edo, 2003). En segundo lugar, se puede decir que los artistas también utilizan conceptos matemáticos al momento de crear sus obras, como lo son los conceptos “tridimensional” y “bidimensional” para dar mayor realismo a sus obras (Miás, 2017). Por último, se ha demostrado que se emplea la matemática para generar ilusiones ópticas. Uno de los artistas más representativos con esta finalidad es Escher; por eso, es considerado como “el artista matemático”.

Como se han observado distintos conceptos matemáticos en obras artísticas, Bejarano (2015) manifiesta que se pueden usar estos para la enseñanza de esta área curricular. A modo de ejemplo, se pueden encontrar aspectos métricos en obras artísticas con los cuales es posible enseñar comparaciones como cuál es más largo o más pequeño, descubrir semejanzas y diferencias entre las características de dos cuerpos sólidos, conocer nociones básicas de como orientarse espacialmente, utilizar términos de cantidad como “muchos”, “pocos” o “algunos” para comunicar sus hallazgos y también encontrar en objetos artísticos que representan propiedades de formas geométricas básicas, los cuales los estudiantes luego podrán interiorizarlas (Vallejo López, 2011, citado por Antón y Gómez, 2016).

Otro ejemplo más específico puede ser el arte cubista, el cual influye en el diseño de estrategias didácticas para enseñar el tema de relaciones triangulares. Esto se debe a que, en una investigación se halló que con la experiencia estética se puede lograr aprendizajes significativos para la vida, es decir una vivencia que contiene una satisfacción personal (Álvarez et al., 2018). Con ello, se evidencia que existe viabilidad al momento de enseñar competencias matemáticas a través de las disciplinas artísticas.

En general, la información encontrada sobre los aportes de las artes plásticas en los últimos veinte años ha sido variada, abundante e importante, porque se halló más actividades y recursos que se pueden emplear en las matemáticas. Por otro lado, esta ha sido basada mayormente en investigaciones en el rubro de la educación infantil, es decir, que las artes plásticas son más usadas en el curso de matemática para niños entre tres a cinco años. Estas fueron consideradas para este Estado del Arte, ya que son edades cercanas a los estudiantes del tercer ciclo de Educación

Primaria. Asimismo, la rama de matemática que ha destacado y que las artes plásticas más aportan es la geometría, ya que los temas que se hallaron tanto en actividades como en expresiones artístico-plásticas son sobre esta.

2. Aportes De Las Artes Auditivas

Como ya se ha mencionado, el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes de los primeros grados de primaria puede ser potenciado a través de las distintas disciplinas artísticas. Esto se debe a que, al emplear el arte de manera transversal en el desarrollo de las matemáticas, brinda muchos beneficios a los estudiantes, tanto de disfrute como académicos. Del mismo modo, con esta interdisciplinariedad, se logra una comprensión profunda de contenidos de ambas áreas curriculares, pues se le puede ofrecer a los niños más oportunidades para reforzar su aprendizaje (Carrillo et al., 2018).

Una de estas disciplinas son las artes auditivas. Este aporte se debe a que existe un estrecho vínculo entre la música y las matemáticas. La relación entre ambas disciplinas se ha evidenciado desde hace años atrás y se ha mantenido hasta la actualidad. Por ejemplo, los pitagóricos seleccionaban las notas musicales en base al concepto de proporción entre longitudes de tiras (Liern y Queralt, 2008). En tiempos más cercanos, algunos ejemplos son los famosos músicos como Mozart y sus sonatas, Beethoven y su Quinta sinfonía o algunas obras de músicos como Bartók y Stockhausen, en donde se evidencia el número áureo.

Por otra parte, se ha hallado que, a lo largo del tiempo, también, los matemáticos han usado a la música para realizar investigaciones en su disciplina. Asimismo, se puede encontrar diversas tesis, artículos y libros que contienen averiguaciones basadas en contenidos matemáticos con los que se crean de manera práctica y se analizan las obras musicales (Liern y Queralt, 2008).

El vínculo entre ambas disciplinas ha generado que se propongan, en las aulas de educación primaria, actividades de manera formativa que se caracterizan por ser flexibles a los distintos contextos educativos, lo cual facilita la adaptación a las demandas y necesidades de cada contexto (Carrillo et al., 2016). En consecuencia, se impulsa, sobre la base de contenidos interdisciplinarios, aprendizajes significativos en los estudiantes.

Esto se puede evidenciar en un proyecto en donde se ha notado la relación estrecha entre las didácticas musicales y matemáticas, lo cual no se debe desaprovechar. Ante esto, Carrillo et al. (2014) expresan que, a su proyecto, la relación les permitió brindar aportes significativos como en las actividades, en los materiales por usar y las estrategias que los maestros y maestras de Primaria deben emplear. Estos aportes de la música a la matemática son significativos, porque con esta se puede crear espacios que influyen en una motivación positiva y de relajación en los estudiantes (Perlacio, 2019). Asimismo, cuando se trabajan actividades matemáticas con canciones y melodías se refuerza la atención y concentración a estas, y se facilita la comprensión de problemas.

Por último, como se ha mencionado en distintas investigaciones, se han encontrado contenidos que se emplean tanto en el área de matemática y el área de música. Algunos de estos temas son el tiempo, la velocidad, distancia, intensidad, entre otros (Perlacio, 2019). Además, se ha encontrado distintos beneficios al momento de usar la música en actividades matemáticas.

2.1. Vínculo Entre La Música Y Los Conceptos Matemáticos

Para poder conocer que las artes auditivas brindan aportes al desarrollo de las competencias matemáticas, es necesario encontrar si existe algún vínculo entre ambas disciplinas. Normalmente, estas disciplinas no son empleadas en conjunto, pues se cree que no hay ningún vínculo. Sin embargo, Liern y Queralt (2008) mencionan que, para elegir las notas musicales, las tonalidades, los tiempos y para componer canciones siempre se ha presenciado los contenidos matemáticos.

Además, desde hace siglos, en distintas investigaciones se ha afirmado la relación entre la música y los conceptos matemáticos. Algunos intelectuales antiguos como Pitágoras, Ptolomeo o Descartes han realizado estudios sobre esta relación, pues consideraron que las propiedades de los números y de la armonía musical son parecidas (Bejarano, 2015).

En el caso de Pitágoras, él encontró la relación entre las escalas armónicas cuando cortó cuerdas por la mitad de manera sucesiva, aludiendo que sin matemáticas no habría música (Bejarano, 2015). Asimismo, este matemático divulgó explicaciones sobre los intervalos que existen en la longitud de las cuerdas, pues al

momento de hacer los cortes se le facilitó la construcción de una escala con las cuerdas de proporciones distintas. Este primer paso de experimentación pasó a ser conocida como las escalas de las notas como octava, quinta y cuarta, pues coinciden con estas. Por otro lado, Descartes realizó una descripción sobre las vibraciones de las cuerdas musicales, en su libro *El Compendio de Música*, basándose en el contenido de proporciones matemáticas.

Con el pasar de los años, se fueron encontrando relaciones entre conceptos matemáticos y los musicales. Por ejemplo, Beer (1998) y Harkleroad (2006), citados por An et al. en el 2013, mencionan que los temas musicales de melodía, el ritmo, los intervalos, las escalas, la armonía, la afinación y los temperamentos musicales se relacionan con los temas matemáticos de proporciones y relaciones numéricas, números enteros, logaritmos y operaciones aritméticas, como sustracción, adición, multiplicación, división y potenciación. Asimismo, se relacionan con algunos temas de las otras áreas de matemática: álgebra, probabilidad, trigonometría y geometría. Además, ambas, al momento de plantear actividades, se basan en la resolución de problemas, en la composición o interpretación (Perlacio, 2019).

Esta relación se puede evidenciar en la investigación realizada por Perlacio (2019) en donde aplicó entrevista a docentes que desarrollaron actividades con contenidos tanto matemáticos como musicales de manera simultánea. Por lo tanto, se puede evidenciar que existen semejanzas entre los contenidos que componen la música y los contenidos de las matemáticas. Con esto, en general, se puede afirmar que las matemáticas influyen en la música y viceversa con la música se puede desarrollar desempeños matemáticos. Además, como menciona este autor, en el 2019, ambas áreas curriculares comparten el uso de las capacidades de la memoria y de la inteligencia para poder desarrollarse en estudiantes de primaria.

Por lo anteriormente mencionado, la música y matemáticas guardan una estrecha relación que a primera impresión no es fácil de notar (Liern y Queralt, 2008). Se ha visto, a lo largo de la historia, que las matemáticas son los instrumentos adecuados e importantes para el desarrollo de los procesos físicos que originan la música. Por el contrario, las matemáticas están sumergidas en el fondo de este arte auditivo, porque en la elección de las notas musicales, las tonalidades, los tiempos para componer una canción siempre interviene las matemáticas.

2.2. Beneficios De La Música Para Aprender Matemática

Al momento de emplear la música para aprender matemática se ha evidenciado que esta aporta distintos beneficios al estudiante. Estos se dan de acuerdo con la forma en que se usa la música. Una manera, según Lesser (2014), es cuando se utiliza la música para ayudar a recordar contenidos matemáticos como procedimientos, propiedades, definiciones, dígitos, entre otros. Esto se puede producir al transformar una canción en una mnemotecnia. Esta puede contener rimas, metáforas, ritmo, emociones, humor, entre otros, las cuales al combinarse facilitarán la codificación y recuperación de la información matemática. Por ejemplo, una canción puede ser útil para memorizar la tabla de multiplicación o la aplicación de los tiempos, distancias, velocidad, espacios entre otros (Perlacio, 2019).

De esta manera, la actividad se vuelve atractiva a la atención de los estudiantes para culminar la tarea y para comprender de manera más profunda con el material. Esta atracción se puede entender como una manera eficaz de motivar intrínsecamente a los estudiantes, pues es una experiencia agradable para ellos (An et al., 2013). Por ende, se genera mayor compromiso por su parte para aprender los temas. Asimismo, los niños se inclinan a continuar y trascender su aprendizaje buscando, por iniciativa propia, más conocimientos matemáticos en niveles más avanzados y aceptando más desafíos como tareas complejas de otros grados (Glastra et al., 2004, citados por An et al., 2013).

Otra forma es usar la música para introducir conceptos matemáticos en las clases (Lesser, 2014). Este es una forma de uso complicada de desarrollar, porque es necesario encontrar la canción precisa que contenga el tema matemático por insertar. Por ello, Tisdell (2019) sugiere crear canciones en estos casos, en base a su experiencia de su investigación. Además, explica que no es necesario estar formado musicalmente para esto, pues puede nacer desde la imaginación y pasión por la música. Para ello, es necesario escuchar diversas canciones para encontrar la más adecuada, pues no todas son “buenas” para aprender.

Un ejemplo de ello es en el caso del docente e investigador Lesser (2014), quien creó la canción “Hotel infinity” para introducir el tema del infinito, en especial sus propiedades. Con esto, se puede utilizar la música para involucrar a los estudiantes

de primaria en el aprendizaje de las matemáticas en una forma más agradable e inclusive relevante (An et al., 2013). Además, al momento de emplearla para presentar y diseñar problemas matemáticos, los estudiantes ya no percibirán la enseñanza como monótona o rutinaria. Asimismo, cuando se presente a los estudiantes estas actividades, ellos se encontrarán en un proceso de conflicto cognitivo, lo cual, posteriormente, genera un aprendizaje significativo, pues todo se origina en lo vivencial y activo (Bejarano, 2015).

En adición, se puede emplear la música para reforzar los procesos de pensamiento matemático. Estos pueden ser de comprobación de un trabajo o la resolución de un problema (Lesser, 2014). Básicamente las canciones en estos casos se basan en la secuencia de pasos para lograr el proceso. Por ejemplo, Lesser convirtió una canción llegando a crear “50 formas de resolver un problema”. En estos casos evidencia no de cualquier canción, sino de una que es reconocida agradable por los estudiantes. A través de actividades con esta características, los niños aprenden de manera lúdica y divertida, llevándolos a motivarse (Bejarano, 2015).

Otra manera de usar la música es para establecer conexión con la historia de la matemática, en específico con cada contenido. En esta ocasión, según Lesser (2014), se pueden presentar dos tipos de actividades. Una es que los docentes presenten la canción, luego mencionar el tema y con ello las conexiones con la canción. Otra es que los docentes encarguen a los estudiantes a que busquen algunas partes y las interpreten, según lo explicado sobre el tema. Por ejemplo, el profesor Lesser relaciona una canción de una película conocida con la historia del número irracional “pi”.

En secuencia, se puede utilizar la música para generar conexiones con el mundo real (Lesser, 2014). Esto hace referencia a como se ha venido mencionando existe la matemática en el mundo artístico o en general en el mundo real con lo cual se podrá lograr un aprendizaje significativo (Carrillo et al., 2016). Asimismo, se relaciona a emplear canciones para que se trabaje con temas matemáticos que son de uso cotidiano. Por ejemplo, las operaciones básicas y números decimales para sacar algún cálculo durante una compra, probabilidades en el caso de participar en una lotería, entre otros.

Por último, se puede emplear para humanizar las matemáticas. Con ello, Lesser (2014) se refiere a que algunas canciones pueden apuntar, no tanto a transmitir algún contenido matemático específico, sino que pueden ser el medio por el cual relacionado a la parte emocional y subjetiva de la música ofreciendo inspiración y motivación para abordar temas que a menudo son temidos por los niños. Por lo tanto, para generar estos beneficios en los estudiantes se pueden incluir himnos para alentar a seguir con las actividades, para celebrar el éxito al resolver algún problema, para ayudar a reducir la ansiedad que los estudiantes sienten con demasiada frecuencia o simplemente para utilizar matemáticas de forma lúdica. Esto se relacionaría más a los contenidos actitudinales del área curricular.

Otro aspecto positivo que impulsa esta humanización de las matemáticas es la adquisición del lenguaje lo cual es necesario para aprender los contenidos matemáticos (López de la Calle Sanpedro, 2012, citada por Bejarano, 2015). Esto se debe a que, con la repetición del canto de determinadas canciones, los niños podrán ampliar su vocabulario matemático.

En general, cada uno de estos beneficios comprobados por Lesser (2014), y explicados en su mayoría por An et al. (2013) y Bejarano (2015) son valiosos para los estudiantes, porque los influye positivamente desde distintos aspectos como lo emocional, lo actitudinal, lo académico, lo procedimental, entre otros. En base esto, es necesario investigar más sobre los aportes de la música, ya que es escasa la cantidad de intervenciones educativas e indagaciones acerca de la relación entre este tipo de arte y las matemáticas, en comparación a la cantidad existente de las artes plásticas.

3. Aportes De Las Artes Corporales

El aporte de las artes corporales en el desenvolvimiento de las competencias matemáticas recae en la relación existente entre esta disciplina exacta con la danza. Al respecto, Vassilev (2019) menciona que esta relación genera impactos positivos en las personas que participan en el baile y las que resaltan en el área de las matemáticas. Por ello, la danza creativa puede ser considerada como el medio para aprender de manera interdisciplinar, ya que esta facilita el conocimiento de manera

experimental y la enseñanza de manera simultánea de los contenidos de cada una de estas áreas (Leandro et al., 2018).

Una enseñanza interdisciplinar de ambas áreas involucrando y resaltando la realización de movimientos genera un aprendizaje activo con lo cual se facilita la retención más profunda de los conceptos matemáticos (Minton, 2003, citado por Leandro et al., 2018). Este recuerdo prolongado ha sido en base a una mejor comprensión, por involucrar al cuerpo en las actividades. Con este vínculo entre las disciplinas, se podrá realizar una evaluación de la danza creativa en el desarrollo de conocimientos matemáticos.

Entonces, se debe entender que este contexto interdisciplinario es muy relevante para el desarrollo de los desempeños del área de las matemáticas. Por ello, Rosenfeld, en el 2013, manifestó la importancia de cambiar el panorama actual. La cual es el de solo pensar que las disciplinas artísticas, en este caso las corporales, deben ser enseñadas de manera individual y alejada de otras disciplinas, y que las matemáticas solo son posibles de desarrollarse en un contexto en particular y para unas cuantas personas más capaces que los demás. En otros términos, es importante dejar de invisibilizar las conexiones interdisciplinarias.

El verdadero aporte de las artes corporales hacia el desarrollo de las matemáticas es cuando se hace notable el vínculo entre estos, porque con ello se hace visible, también, todos los beneficios que estas traen a los estudiantes. Uno de los beneficios es que, al emplear las danzas folklóricas para desarrollar las competencias matemáticas, se muestra mayor apertura por parte de los estudiantes para aprender mediante la danza, considerando que esta se basa por ser formativa y creativa (Cueva y Figueroa, 2015).

De manera general, Leandro et al. (2018) afirman que la danza en la educación cumple un rol importante en el crecimiento integral de los niños, ya que con esta se logra mejoras en lo físico, involucrando al cuerpo y los movimientos que se pueden realizar con este. Asimismo, se obtienen ventajas en lo emocional y artístico, considerando que con ello los estudiantes pueden pensar y expresar lo que sienten.

Del mismo modo, Ornes en el 2013 expresa que la danza ayuda a involucrar a la matemática en lo social y lo creativo. Por un lado, en lo social, atendiendo a las

interacciones y comunicación con los demás, y, por otro lado, en lo cognitivo y creativo, evidenciando un aprendizaje en cómo poder expresar una idea (Leandro et al., 2018). Por ello, con esta disciplina corporal, se evidencia su aporte al influir en el cubrimiento de los vacíos en la enseñanza de las competencias matemáticas.

Un ejemplo para notar que la danza brinda beneficios como el de impulsar la creatividad es que hay momentos en que al bailar es necesario improvisar de manera inmediata (Merow, 2019). Para que esta improvisación sea la más adecuada, la bailarina deberá resolver este problema tratando de seguir una coreografía coherente y el ritmo de la canción. Como este, existen más beneficios que generan la enseñanza interdisciplinar de ambas áreas.

Una forma más efectiva de involucrar a los niños en temas matemáticos como la simetría es realizarlo en base a la danza, pues es más accesible aprender viendo o haciendo que solo escribiendo (Ornes, 2013). Esta es una de las maneras de usar a la danza para desarrollar y usar habilidades y contenidos matemáticos (Rosenfeld, 2013). Esto se debe a que, cuando los niños bailan, notan patrones dentro de las coreografías, en el caso de un baile en grupo, o simetría, en el caso de danzar con una pareja. Del mismo modo, se puede lograr la comprensión de temas como grados, ángulos y giros en el contexto artístico, específicamente en el baile, porque al momento del calentamiento se usan estos términos tanto para comunicarse de manera oral como corporalmente.

Todos estos aportes son positivos, pues ha sido posible comprobarlas en investigaciones actuales. Por ejemplo, se ha notado el incremento significativo del 10% en el promedio de rendimiento académico y en las mejoras de aprendizaje, luego de que en la investigación de Cueva y Figueroa (2015), se aplicaran actividades donde se involucraba el baile con contenidos matemáticos. Por lo tanto, antes los niños presentaban dificultades para aprender matemáticas, en cambio ahora, luego de aplicar las actividades, lo hacen con facilidad y disfrute. Algunos de los cambios favorables son evidenciados cuando los niños observan, discriminan, agrupan, emparejan, secuencian, describen, y elevan su nivel de abstracción, de resolución de problemas y de comunicación con términos matemáticos.

Otro claro ejemplo se evidencia en los resultados de la investigación de Leandro et al. (2018). En estos se evidencian, de manera general, que los estudiantes, que participaron en las actividades de la danza creativa, consolidaron de manera más favorable los objetivos de aprendizaje en el área de matemática, en comparación con los niños que siguieron un distinto procedimiento de enseñanza. Inclusive se notó cambios trascendentales en los mismos estudiantes en una evaluación posterior a la investigación.

3.1. Vínculo Entre La Danza Y Las Matemáticas

Para reconocer el aporte de las artes corporales a las matemáticas, es necesario conocer el vínculo entre ambas disciplinas. Al bailar una persona, de manera invisible, va formando figuras geométricas con los pasos. Esto se ha definido como kinesfera. De manera más precisa, López (2013) menciona que este término alude al volumen que se caracteriza por una longitud, anchura y profundidad, forma y espacio, superficie, orientación y posición, las cuales varían, pero una característica que no varía es que el centro es el cuerpo. Estas variaciones son las que dan autonomía a los movimientos influenciados por las formas geométricas conocidas.

Sobre la base de lo anterior, el tiempo y el espacio son aspectos por donde se puede hallar relación entre ambas disciplinas, pues al bailar el cuerpo va moviéndose en un lugar y momento determinado, y en las matemáticas estos dos términos se encuentran indudablemente inmersos (López, 2013). Con respecto al tiempo se sabe que para los bailarines es necesario contar la música para mantener el ritmo y no perder el compás, ya sea que bailen solos, en conjunto o en parejas. En relación con el espacio donde se baila ha sido nombrado como un lugar matematizado, porque al bailar los bailarines deben tomar conciencia para saber cómo representar su coreografía de manera adecuada sin interrumpir a los demás.

La relación entre ambas disciplinas, también, puede evidenciarse en que en las dos es necesario resolver problemas para desarrollarse (Merow, 2019). En la danza, los bailarines pueden presentar dificultades al momento de su presentación artística, por lo que les corresponde realizar improvisaciones y reestructurar la coreografía de manera inmediata. En el caso de las matemáticas, es evidente la resolución de

problemas, porque estas han sido empleadas por varios hasta la actualidad para desarrollar competencias matemáticas en los estudiantes.

Otro aspecto en donde se evidencia este vínculo es una forma de enseñanza basada en memorizar. Por un lado, la danza se va enseñando mediante la repetición de pasos organizados para que luego puedan ser juntados y secuenciados de manera fluida. Por otro lado, la matemática es normalmente enseñada, desde hace años, a través de la repetición de fórmulas (López, 2013), sobre todo en las áreas de geometría y aritmética. A modo de ilustración, está la tabla de multiplicar. De este aspecto de relación se puede desprender que, en ambas disciplinas, la etapa de memorización es el inicio para que al final logren libremente usar lo memorizado para resolver problemas, como en el caso de las matemáticas, y para realizar coreografías, en el caso de la danza.

En el 2019, Vassilev encontró otra relación entre las dos áreas. Esta es en base a las partes del cerebro. Por un lado, se sabe que la corteza es la responsable de la capacidad espacial, la cual es una habilidad que se requiere tanto en danza como en matemáticas. Por otro lado, el lóbulo frontal se usa en matemáticas para la resolución de problemas, Este puede ser estimulado por el razonamiento proporcional que se necesita para bailar. Por último, el lóbulo occipital se encarga de reconocer los patrones musicales y otros como las secuencias numéricas. Sobre la base de esto, existe la probabilidad de que bailarines activen las distintas zonas del cerebro y que cuando necesiten realizar actividades vinculadas a las matemáticas estas secciones cerebrales volverán a activarse.

En definitiva, el vínculo entre la danza y las matemáticas ha sido notable en base a distintas razones tanto al nivel cerebral, en la forma de enseñanza, y en los contenidos inmersos tanto en el tiempo y espacio que se ocupa al bailar y en los movimientos que se realizan con el cuerpo. Además, se encontró que esta relación brinda beneficios a los estudiantes que lo emplean sobre todo motivacionales para el estudio de las matemáticas.

3.2. Uso De La Danza Para Aprendizajes Significativos En Matemática

Un aporte de las artes corporales es que estas pueden ser empleadas para lograr aprendizajes significativos en el área de matemática. Una forma de uso más

común es el de emplearlo como un tema de contexto, es decir que en clase de Arte se repiten los pasos de una coreografía ya conocida para memorizarlo (López, 2013) y a parte en el curso de matemática se resuelven problemas donde la parte contextualizada es en la temática del problema. Por ejemplo, se puede plantear contar los pasos realizados en la coreografía.

En esta forma de uso se evidencia la relación de las dos disciplinas. Por ello, esta forma puede generar aprendizajes significativos, porque, además, se parte de una realidad. Sin embargo, no se logrará trascender en el aprendizaje, ya que no se establece una conexión directa entre ambas disciplinas. En base a esta simple relación, Cook (sf.), citada por Merow (2019), expresa la necesidad de observar en otras disciplinas nuevas oportunidades para resolver problemas matemáticos, logrando así innovar las estrategias de resolución y superar las dificultades que se presencian en la actualidad

Frente a esto existe una variedad de investigaciones actuales que concuerdan en otro uso de la danza, el cual es la introducción de conceptos matemáticos. Esta forma de empleo es posible gracias a los temas en común que existen en ambas disciplinas tales como la dirección, patrón, combinación, figuras geométricas, secuencia, simetría, transformación, comunicación, y resolución de problemas. Todos estos conceptos son mejor entendidos cuando se baila y lo que ocurre cuando se realiza esta acción (Rosenfeld, 2013). Cada uno de estos contenidos se puede introducir en base a la creación de bailes, ya sean en dúo o de manera colectiva.

Una forma más efectiva de involucrar a los niños en temas matemáticos como la simetría es realizarlo en base a la danza, pues es más accesible aprender viendo o haciendo que solo escribiendo (Ornes, 2013). La congruencia e igualdad, contenidos similares a la simetría, son introducidas con el baile cuando se les pide imitar, entre parejas, los patrones escogidos por el compañero (Rosenfeld, 2013). En ese caso, se puede emplear el baile no solo para introducir un tema, sino que esta actividad puede ser usada para evaluar tanto los temas relacionados a la simetría como otros geométricos.

Del mismo modo, con estos temas, de igualdad, diferencias y similitudes, se puede estimular a que los niños piensen en otros patrones de ritmo que sean

diferentes al ya creado. Para lograr esta innovación en el patrón, explica Rosenfeld (2013) que es necesario que las parejas de niños exploren otros movimientos. Con ello, se evidencia que los estudiantes van adquiriendo la capacidad de pensar matemáticamente. Asimismo, aumentan y profundizan sus experiencias en coreografías duales.

En ese sentido, otro contenido matemático similar que se puede introducir es la combinatoria que es usada para encontrar distintas formas de ordenar, secuenciar y enumerar objetos siguiendo ciertas reglas a modo de restricciones (Ornes, 2013). Este contenido se puede relacionar con la danza en parejas, en donde una de las reglas cotidianas es que se den la mano en todo el baile. Con estos parámetros y otros, es posible generar una variedad de pasos que se compongan en simetría.

Un contenido adicional que se puede desarrollar al bailar en parejas son los círculos o líneas rectas o curvas. Estos elementos geométricos al bailar se van formando de manera imaginaria en el suelo como patrones que deben seguirse para no perder la armonía (Vassilev, 2019). Por ejemplo, al realizar una danza folklórica balcánica, en donde siempre se bailan en parejas, se presencia la combinación de pasos entre ambas personas evidenciando figuras geométricas y patrones.

En el caso de realizar coreografía, es decir bailar de manera colectiva, se van evidenciando algunos conceptos aritméticos como los grados de 90, 180, entre otros. Esto se debe a que durante un baile en conjunto es posible realizar giros, rotaciones, homotecias, traslaciones o desplazamientos simétricos (López, 2013; Ornes, 2013; Rosenfeld, 2013). Asimismo, se nota la introducción de la simetría, pues normalmente en una coreografía las personas guías van dirigiendo las columnas para formar patrones simétricos (Vassilev, 2019). Esto se debe a que, cuando se baila en grupo, las coreografías son pensadas desde un inicio para que se vean estéticas.

La realización de un baile, ya sea en dúos o grupal, es un contexto adecuado para la introducción de temas matemáticos, porque los estudiantes coreografían, deciden, colaboran, experimentan, retocan, revisan, juegan, aplican, representan, analizan y descubren (Rosenfeld, 2013). Estas acciones son empleadas tanto en las matemáticas al resolver problemas, como en el área artística al crear los pasos secuenciados.

Generalmente, han sido efectivos los aportes de las artes corporales, sobre todo la danza, pues estas se vinculan a las matemáticas y pueden ser usadas de distintas maneras para un aprendizaje profundo. Las fuentes donde se encontró esta información han sido mayormente en tesis de maestría y en artículos de revistas redactadas en el idioma inglés. Otro punto significativo es que una de las tesis analizadas fue realizada en el Perú, relacionada específicamente en la danza folklórica. Este tipo de danza ha sido una de las que más ha sido empleada para estas investigaciones, con lo cual se deduce la posibilidad de emplear las danzas peruanas para enseñar matemática.

4. REFLEXIONES FINALES

Luego de lograr el objetivo de esta investigación, el cual era describir los fundamentos teóricos que se ocupan del desarrollo de las competencias matemáticas mediante el arte, se descubrió cuál es el estado de este objeto de estudio y algunos vacíos teóricos.

En la literatura analizada, se halló que, en la situación actual del desarrollo de las competencias matemáticas mediante el arte en estudiantes de primaria, hay tres fundamentos teóricos que lo sustentan. Cada uno de estos principios se relaciona a los aportes de un tipo de arte, como las plásticas, las auditivas y las corporales. Estos aportes se basan en vínculos entre conceptos matemáticos y artísticos, en las utilidades de estas artes en la enseñanza de las matemáticas, y en los beneficios que estas brindan a los estudiantes para aprender las competencias matemáticas.

En primer lugar, las artes visuales aportan, por un lado, al uso de las pinturas famosas como recursos en actividades matemáticas y en el desarrollo de actividades de producciones plásticas, donde los niños se interesan en aprender cada vez más por manipular, transformar y utilizar distintos materiales. Por otro lado, contribuyen a través del reconocimiento de figuras geométricas en entornos artísticos, con los cuales los estudiantes se benefician, pues emplean su entorno, un espacio en donde se sienten cómodos, como parte de su educación.

En segundo lugar, la música, como parte de las artes auditivas, brinda aportes significativos en base al vínculo que hay entre esta y los contenidos matemáticos. Esta aportación es específicamente en la parte de la composición de canciones. Esta depende de cómo se emplea este arte, pues, como se mencionó anteriormente, existen beneficios por cada modo de uso de las canciones. Un principal aporte es que los estudiantes se sienten más motivados a aprender los temas matemáticos, pues en las investigaciones revisadas se halló como factor importante el gusto por emplear sonidos y letras de intereses personales. Esta motivación, también, se produce por la facilidad de recordar estos temas que anteriormente eran difíciles de comprender.

En tercer lugar, las artes corporales, principalmente el uso de la danza, contribuyen en el logro de aprendizajes significativos. Esto se debe a que, normalmente, las matemáticas se aprenden de manera individual, es decir, no es

necesario la interacción con los pares. Con la incorporación de la danza en la enseñanza de esta ciencia exacta, se halló una manera diferente de aprender. Esta es el uso de conceptos y términos matemáticos en la elaboración de una coreografía, ya sea en parejas o grupal. Con esta relación social, se estaría generando un aprendizaje profundo, porque se lleva a cabo con personas con las que se está acostumbrado a convivir y con las que ya se ha tenido experiencias positivas.

A lo largo de la investigación, se encontraron algunos vacíos. Uno de estos es que existen pocas publicaciones sobre este objeto de estudio, específicamente en el caso de la educación primaria. Por el contrario, los artículos académicos y las tesis para optar distintos grados expresan investigaciones sobre la enseñanza de las matemáticas a través del arte principalmente en la educación inicial. En estas se abarcan, normalmente, temas matemáticos como figuras y cuerpos geométricos, que son parte de una sola disciplina matemática.

Ante esto, otro vacío encontrado es que hay más investigaciones que se interesan por la influencia del arte en el desarrollo de una competencia matemática y no de todas en conjunto. Algo similar ocurre en la influencia del arte, ya que se halló más estudios sobre artes plásticas, las cuales son más conocidas y empleadas en las aulas. Por eso, otro vacío es que no se reconoce de la misma manera a todos los tipos de arte como contribuyentes al desarrollo de las competencias matemáticas.

Al revisar las fuentes y encontrar estos vacíos teóricos, se considera que, con estos avances de investigación, se logrará desarrollar las competencias matemáticas con el apoyo de las artes. Esto se debe a que se puede enseñar esta área curricular desde tres aristas artísticas, es decir, del arte se obtiene tres maneras diferentes, atractivas y motivadoras con las que los estudiantes pueden aprender cada una de las competencias matemáticas. Por ello, se estima que realizar este estado del arte aporta otra visión en cuanto a las estrategias, recursos y espacios que se pueden emplear en la práctica pedagógica en el curso de Matemática, que normalmente es un área considerablemente difícil de enseñar y, en el caso de estudiantes, de aprender.

5. REFERENCIAS

- Álvarez, L., Arango, Y. y Cardona, M. (2018). *Las relaciones triangulares a través del cubismo: una estrategia didáctica* [Tesis de Licenciatura, Universidad de Antioquía].
http://bibliotecadigital.udea.edu.co/dspace/bitstream/10495/13741/1/CardonaOrtizMonica_2018_relacionestriangularescubismo.pdf
- An, S., Capraro, M. y Tillman, D. (2013). Elementary Teachers Integrate Music Activities into Regular Mathematics Lessons: Effects on Students' Mathematical Abilities [Los Maestros de primaria integran actividades musicales en lecciones regulares de matemáticas: efectos en las habilidades matemáticas de los estudiantes]. *Journal for Learning through the Arts*, 9(1), 1-19. <https://doi.org/10.21977/D99112867>
- Antón, A. y Gómez, M. (2016). La Geometría a través del Arte en Educación Infantil. *Enseñanza & Teaching*, 34(1), 93-117.
<http://dx.doi.org/10.14201/et201634193117>
- Becerra, J., Cárdenas, Ó. y Uribe, S. (2014). Teselaciones para niños: una estrategia para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial de los niños. *Educación Matemática*, 26(2), 135-160.
http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262014000200005&lng=es&nrm=iso
- Bejarano, M. (2015). *Las Matemáticas y el Arte: propuesta de intervención en Educación Infantil* [Tesis de Maestría, Universidad Internacional de la Rioja].
https://campus.autismodiario.com/wp-content/uploads/2019/02/Maria_Bejarano_Garcia-matematica-y-arte.pdf
- Carrillo, C., Casals, A. y González-Martín, C. (2014). La música también cuenta: combinando matemáticas y música en el aula. *Revista Electrónica de Música en la Educación*, (34), 1-17.
https://www.researchgate.net/publication/268978033_La_musica_tambien_cuenta_combinando_matematicas_y_musica_en_el_aula
- Carrillo, C., Casals, A., Gonzáles-Martin, C. y Viladot, L. (2016). European Music Portfolio - Maths: Theoretical and Practical Contributions in the Catalan and Spanish Context [Portafolio de música europea - matemática: Aportaciones teóricas y prácticas en el contexto Catalán y Español]. *Hellenic Journal of Music, Education & Culture*, 7(1). <https://www-proquest-com.ezproxybib.pucp.edu.pe/docview/2040809884?accountid=28391>
- Carrillo, C., Casals, A., Gonzáles-Martin, C., Henley, J., Hilton, C., Prat, M., Saunders, J., Viladot, L. y Weich, G. (2018). The integration of music and mathematics education in Catalonia and England: perspectives on theory and practice [La integración de la educación musical y matemática en Cataluña e Inglaterra: perspectivas teóricas y prácticas]. *Music Education Research*, 20(1), 71-82. <https://doi.org/10.1080/14613808.2017.1290595>

- Cueva, F. y Figueroa, M. (2015). *Danzas folklóricas como estrategia para desarrollar habilidades del pensamiento matemático en los niños de 3, 4 y 5 años de la Institución Educativa Inicial Sencca Quispihuara del distrito de Poroy – Cusco* [Tesis de Segunda Especialización, Universidad Nacional San Agustín de Arequipa].
<http://bibliotecas.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/6869/EDScuhuf.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Edo, M. (julio de 2003). *Intuir y construir nociones geométricas desarrollando sentimientos y emociones estéticas* [Ponencia núcleo temático 3]. XI Jornadas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (JAEM), Canarias.
https://gent.uab.cat/mequeedo/sites/gent.uab.cat.mequeedo/files/intuir_y_construir_geometria_arte.pdf
- Edo, M. (2006). *Matemática y arte, un contexto interdisciplinar*. I Congreso Internacional de Lógico-Matemática en Educación Infantil, Madrid.
https://gent.uab.cat/mequeedo/sites/gent.uab.cat.mequeedo/files/matematicas_arte_contexto_interdisciplinar.pdf
- Gómez, M. (2018). *Las matemáticas a través del arte en el aula de 3 años de Educación Infantil* [Tesis de Maestría, Universidad de Valladolid].
<https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/34376/TFG-O-1458.pdf;jsessionid=31D6FC611519BABB53FA0F445FC2935A?sequence=1>
- Leandro, C. (2008). *La geometría a través del Arte*. Universidad de Murcia.
<https://www.um.es/documents/299436/550133/LEANDRO+BARQUERO,+CA RMEN+M.pdf>
- Leandro, C., Melo, F., y Monteiro, E. (2018). Interdisciplinary working practices: can creative dance improve math? [Prácticas de trabajo interdisciplinarias: ¿Puede la danza creativa mejorar las matemáticas?]. *Research in Dance Education*, 19(1), 74-90. <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/14647893.2017.1354838>
- Lesser, L. (2014). Mathematical lyrics: noteworthy endeavours in education [Letras matemáticas: esfuerzos notables en la educación]. *Journal of Mathematics and the Arts*, 8 (1-2), 46-53.
[http://www.math.utep.edu/Faculty/lesser/MathematicalLyrics\(AcceptedManuscript\).pdf](http://www.math.utep.edu/Faculty/lesser/MathematicalLyrics(AcceptedManuscript).pdf)
- Liern, V. y Queralt, T. (2008). *Música y Matemáticas: La armonía de los números*.
https://www.fespm.es/IMG/pdf/dem2008_-_musica_y_matematicas.pdf
- López, C. (2013). *La matemática tiene quien la baile: La matemática y la danza folklórica* [Seminario]. Instituto de Enseñanza Superior Manuel Marchetti, Tucumán. https://iesmarchetti-tuc.infed.edu.ar/sitio/upload/danza_y_matematica-Lopez_J.pdf

- Martínez, I. (2018). *La enseñanza de las Matemáticas a través del arte: la pintura y el aprendizaje de la Geometría en el segundo ciclo de Educación Infantil propuesta de intervención educativa* [Tesis de Maestría, Universidad de Sevilla]. <https://core.ac.uk/download/pdf/185608155.pdf>
- Merow, S. (2019). Making Dance, Making Math: Parallels [Haciendo danza, haciendo matemática: paralelos]. *Notices of the American Mathematical Society*, 66(2), 247-250. <https://dx.doi.org/10.1090/noti1802>
- Miás, C. (2017). *Aprendiendo Matemáticas a través de Dalí y Picasso. Propuesta de intervención para la enseñanza de geometría a alumnos de 2° ESO* [Tesis de Maestría, Universidad Internacional de la Rioja]. https://www.researchgate.net/publication/318885744_Aprendiendo_Matematicas_a_traves_de_Dali_y_Picasso_Propuesta_de_intervencion_para_la_ensenanza_de_geometria_a_alumnos_de_2ESO
- Molina, L. y Santana, P. (2016). *Las artes plásticas y el pensamiento lógico matemático en niños y niñas de cinco años del colegio "Sagrado Corazón"* [Tesis de Licenciatura, Fundación Universitaria Los Libertadores]. <https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/662/MolinaPalaciosLadyCatherine.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Morales, M. (2016). *Aplicación de la Geometría en el Arte, una nueva manera de asociar conceptos y medidas* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <http://bdigital.unal.edu.co/51458/1/30402933.2016.pdf>
- Ornes, S. (2013). Math dance [Danza matemática]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(26), 10465. <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1073/pnas.1309925110>
- Perlacio, L. (2019). *La música tradicional como recurso didáctico en el proceso de aprendizaje y formación en EIB* [Tesis de Licenciatura, Universidad San Ignacio de Loyola]. http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/9200/3/2019_Perlacio-Marquez.pdf
- Ramírez, R. (2005). Matemáticas en la elaboración de estrellas. Demostraciones con cartulino flexia. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (49), 37-46. <https://core.ac.uk/download/pdf/41553806.pdf>
- Rosenfeld, M. (2013). Making Math and Making Dance: A Closer Look at Integration [Hacer matemáticas y bailar: una mirada más cercana a la integración]. *Teaching Artist Journal*, 11(4), 205-214. <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1080/15411796.2013.815542>
- Tisdell, C. (2019). An arts-integrated approach to learning mathematics through music: A case study of the song "e is magic number" [Un enfoque integrado en las artes para aprender matemáticas a través de la música: un estudio de caso de la canción "e es un número mágico"]. *International Journal of*

Innovation in Science and Mathematics Education, 27(7), 46-61. <https://www-proquest-com.ezproxybib.pucp.edu.pe/docview/2281107143?accountid=28391>

Vassilev, M. (16 de marzo de 2019). *A Novel Approach to Teaching Basic Math Skills Through Balkan Folk Dance* [Un enfoque novedoso para enseñar habilidades matemáticas básicas a través de la danza folclórica de los Balcanes]. Integrated STEM Education Conference, Princeton. <https://doi-org.ezproxybib.pucp.edu.pe/10.1109/ISECon.2019.8882002>