

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



**Análisis comparativo de modelos teóricos de curvas esfuerzo
deformación para un pilote sometido a una carga lateral**

Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Civil

Autor: Raúl Martín Cornejo Querevalú

Asesor: Juan Pablo Zamora Beyk

Lima, Mayo, 2022

Resumen

Actualmente, se presentan nuevos retos en la construcción de infraestructuras y con ello una mayor demanda de nuevas soluciones en múltiples disciplinas de ingeniería, incluido en el campo de las cimentaciones. El presente estudio analiza teóricamente el comportamiento de un pilote cimentado en arena ante una carga lateral estática.

El análisis de la interacción suelo-estructura se describe con los modelos Winkler, Ideal lineal elastoplástico y curva P-Y que representan el comportamiento del suelo utilizando curvas esfuerzo-deformación linealmente elástico, elastoplástico perfecto y curvo. Estos resultados permiten obtener la distribución de fuerza lateral, momento flector y deflexión del pilote a lo largo de la profundidad de análisis.

En esta tesis se programa en Matlab la elaboración de la curva esfuerzo-deformación del suelo para cada uno de los modelos y los resultados de este análisis se desarrollan con los programas Matlab, D-Sheet Piling y L-Pile.

El objetivo de esta tesis es presentar un análisis comparativo de la respuesta de cada modelo con relación a sus curvas esfuerzo-deformación, para determinar el mejor modelo que represente el comportamiento del suelo. Esta comparación se realiza con la metodología del MCA (Análisis Multicriterio) en la cual se asigna una serie de criterios de comparación basado en el marco teórico de los modelos y el análisis de la respuesta del pilote al aplicar una carga lateral estática de pequeña y gran magnitud.

Se espera que la curva P-Y sea mejor modelo para analizar el comportamiento de un pilote cimentado en arena ante una carga lateral estática, porque ha sido desarrollado a través de múltiples ensayos, respaldado por múltiples fuentes científicas y recomendaciones de la API (Instituto Americano del Petróleo), por lo tanto, puede representar mejor el comportamiento del suelo y su interacción con el pilote.

Análisis comparativo de modelos teóricos de curvas esfuerzo deformación para un pilote sometido a una carga lateral

Agradecimientos

Yo quisiera agradecer a mi asesor de tesis Juan Pablo Zamora por su apoyo durante el proceso de la elaboración de la tesis. Además, un agradecimiento especial a mi tío Carlos Cornejo por la guía y consejos recibidos y finalmente a mi familia por apoyarme durante toda mi etapa universitaria.



TABLA DE CONTENIDOS

Resumen	ii
Agradecimientos.....	1
Tabla de contenidos.....	2
LISTA DE FIGURAS	5
LISTA DE TABLAS.....	8
1. Introducción.....	9
1.1. HIPÓTESIS	10
1.2. JUSTIFICACIÓN	10
2. Metodología.....	11
2.1 ESQUEMA DE PROCESOS	12
3. Marco teórico.....	13
3.1 GENERALIDADES.....	13
3.1.1 Presentación del problema.....	13
3.1.2 Comportamiento de los pilotes sometidos a carga lateral.....	14
3.1.3 Comportamiento elástico de un pilote flexible	15
3.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS	16
3.2.1 Modelo spring.....	16
3.2.2 Condiciones de borde	17
3.2.3 Módulo de reacción horizontal de la subrasante.....	17
3.2.3.1 Metodos para calcular el modulo de rigidez.....	18
3.2.3.2 Teoría de Menard.....	18
3.2.3.3 Estimación por el modelo de Reese.....	19
3.2.4 Modelo de Winkler.....	20
3.2.4.1 Revisión histórica	20
3.2.4.2 Representación.....	20
3.2.4.3 Condiciones del modelo	20
3.2.4.4 Implicancias.....	21
3.2.4.5 Análisis del modelo	22
3.2.4.6 Condiciones de borde	23
3.2.4.7 Resolución del modelo	23
3.2.4.8 Ventajas	23
3.2.4.9 Limitaciones	24
3.2.4.10 Aplicabilidad	24
3.2.5 Modelo Ideal lineal elastoplástico	25

3.2.5.1	Revisión histórica	25
3.2.5.2	Representación.....	25
3.2.5.3	Análisis del comportamiento del suelo	25
3.2.5.4	Método de Brinch Hansen	27
3.2.5.5	Solución del modelo	29
3.2.5.6	Ventajas	29
3.2.5.7	Limitaciones	30
3.2.5.8	Aplicabilidad	30
3.2.6	Modelo Curva P-Y.....	31
3.2.6.1	Análisis del modelo	31
3.2.6.2	Parámetros de interés	32
3.2.6.3	Revisión histórica	33
3.2.6.4	Modelo de la curva P-Y en arenas para una carga estática y cíclica.....	33
3.2.6.5	Desarrollo de la curva P-Y	34
3.2.6.6	Estimación de la rigidez elástica.....	35
3.2.6.7	Procedimiento para construir las Curvas P-Y	35
3.2.6.8	Beneficios	38
3.2.6.9	Recomendaciones	38
4.	Desarrollo y resultados	39
4.1	PARÁMETROS DE DISEÑO	39
4.2	PROBLEMA PROPUESTO	40
4.3	DESARROLLO DE LOS CASOS	42
4.3.1	Modelo de Winkler.....	42
4.3.1.1	Resolución del primer caso.....	43
4.3.1.2	Resolución del segundo caso	44
4.3.2	Modelo Ideal lineal elastoplástico	46
4.3.2.1	Resolución del primer caso.....	48
4.3.2.2	Desarrollo del caso 2	53
4.3.3	Modelo Curva P-Y.....	55
4.3.3.1	Desarrollo del primer caso	57
4.3.3.2	Desarrollo del segundo caso	65
4.4	CUADRO RESUMEN DE RESULTADOS	66
5.	Análisis de resultados	71
5.1	ANÁLISIS MULTICRITERIO (MCA)	71
5.2	CRITERIOS DE COMPARACIÓN	72
5.2.1	Criterios generales	72

5.2.2 Criterios teóricos.....	73
5.2.3 Criterio de precisión	74
5.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	75
5.4 RESULTADOS DEL ANÁLISIS MULTICRITERIO (MCA)	81
5.5 EVALUACIÓN DEL MCA.....	81
6. Conclusión y recomendaciones	82
6.1 CONCLUSIONES	82
6.2 RECOMENDACIONES.....	84
Bibliografía.....	85
APÉNDICE A. Solución del modelo de Winkler.....	87
APÉNDICE B Curva esfuerzo-deformación método Ideal lineal elastoplástico.....	89
APÉNDICE C Curva P-Y del método de Reese	91



LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Estructuras con cimentaciones profundas (torre de alta tensión y molino de viento)	13
Figura 2 Representación del comportamiento del pilote ante una carga lateral. Fuente propia.	14
Figura 3 Viga empotrada en uno de sus extremos que se le aplica una carga perpendicular en su extremo libre	15
Figura 4 Diagrama de a) Deflexión, b) Pendiente, c) Momento Flector, d) Fuerza Cortante, e) Fuerza Axial ante una carga lateral y un momento flector (Reese y Matlock 1956)	15
Figura 5 Modelo spring	16
Figura 6 Ensayo presiométrico de Menard, a) Representación, b) Curva presión-volumen. Ruigrok 2010	18
Figura 7 Representación del modelo de Winkler	20
Figura 8 Curva esfuerzo-deformación del modelo lineal elástico	21
Figura 9 Porción diferencial del pilote analizado	22
Figura 10 Modelo Ideal lineal elastoplástico. Ruigrok 2010.	25
Figura 11 A) Grafica esfuerzo-deformación tradicional, B) Grafica esfuerzo-deformación bilineal	26
Figura 12 Modelo Brinch Hansen, Fuente: Brinch Hansen, 1961	27
Figura 13 A) Representación del comportamiento de un pilote rígido, B) Esquematización de la distribución de presiones laterales, Fuente: Brinch Hansen, 1961	27
Figura 14 Concepto de la curva P-Y. Ruigrok 2010.	31
Figura 15 Diagramas de a) deflexión, b) pendiente, c) rotación, d) momento flector, e) esfuerzo cortante y f) presión del suelo Fuente: Reese y Matlock, 1956	32
Figura 16 Curva P-Y para una arena. ADCS 2013.	34
Figura 17 Coeficientes A para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011).	36
Figura 18 Coeficientes B para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011...	36
Figura 19 Representación del caso propuesto	40
Figura 20 Representación del modelo de Winkler	42
Figura 21 Diagrama de deflexión lateral en Matlab del modelo Winkler para el primer caso ..	43
Figura 22 Diagrama de momento flector en Matlab del modelo Winkler para el primer caso..	44
Figura 23 Diagrama de fuerza cortante en Matlab del modelo Winkler para el primer caso	44
Figura 24 Diagrama de deflexión lateral en Matlab del modelo Winkler para el segundo caso	45
Figura 25 Diagrama de momento flector en Matlab del modelo Winkler para el segundo caso	45
Figura 26 Diagrama de fuerza cortante en Matlab del modelo Winkler para el segundo caso..	45
Figura 27 Modelo Ideal lineal elastoplástico. Ruigrok 2010.	46
Figura 28 B) Grafica esfuerzo-deformación bilineal	47
Figura 29 Distribución de capas en el programa D-Sheet Piling	48
Figura 30 Gráfica esfuerzo-deformación para la primera capa	49
Figura 31 Gráfica esfuerzo-deformación para la segunda capa	49
Figura 32 Gráfica esfuerzo-deformación para la tercera capa	49

Figura 33 Gráfica esfuerzo-deformación para la cuarta capa	50
Figura 34 Gráfica esfuerzo-deformación para la quinta capa	50
Figura 35 Gráfica esfuerzo-deformación para la sexta capa.....	50
Figura 36 Gráfica esfuerzo-deformación para la séptima capa	51
Figura 37 Gráfica esfuerzo-deformación para la octava capa	51
Figura 38 Diagrama de deflexión lateral con el programa D-Sheet Piling para el caso 1	52
Figura 39 Diagrama de fuerza cortante con el programa D-Sheet Piling para el caso 1	52
Figura 40 Diagrama de momento flector con el programa D-Sheet Piling para el caso 1.....	53
Figura 41 Diagrama de deflexión lateral con el programa D-Sheet Piling para el caso 2	53
Figura 42 Diagrama de fuerza cortante con el programa D-Sheet Piling para el caso 2	54
Figura 43 Diagrama de momento flector con el programa D-Sheet Piling para el caso 2.....	54
Figura 44 Concepto de la curva P-Y. Ruigrok 2010.....	55
Figura 45 Curva P-Y para una arena. ADCS 2013.....	56
Figura 46 Coeficientes A para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011) .	57
Figura 47 Coeficientes B para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011...	57
Figura 48 Curva P-Y de la primera capa	58
Figura 49 Curva P-Y de la segunda capa.....	58
Figura 50 Curva P-Y de la tercera capa.....	59
Figura 51 Curva P-Y de la cuarta capa.....	59
Figura 52 Curva P-Y de la quinta capa.....	59
Figura 53 Curva P-Y de la sexta capa	60
Figura 54 Curva P-Y de la séptima capa	60
Figura 55 Curva P-Y de la octava capa	60
Figura 56 Interfaz del programa L-Pile	63
Figura 57 Diagrama de deflexión lateral en el programa L-Pile para el caso 1	63
Figura 58 Diagrama de fuerza cortante en el programa L-Pile para el caso 1	64
Figura 59 Diagrama de momento flector en el programa L-Pile para el caso 1	64
Figura 60 Diagrama de deflexión lateral en el programa L-Pile para el caso 2.....	65
Figura 61 Diagrama de momento flector en el programa L-Pile para el caso 2	65
Figura 62 Diagrama de fuerza cortante en el programa L-Pile para el caso 2.....	66
Figura 63 Curva P-Y de todos los modelos en la primera capa.....	75
Figura 64 Curva P-Y de todos los modelos en la segunda capa	75
Figura 65 Curva P-Y de todos los modelos en la tercera capa }	76
Figura 66 Curva P-Y de todos los modelos en la cuarta capa	76
Figura 67 Curva P-Y de todos los modelos en la quinta capa	76
Figura 68 Curva P-Y de todos los modelos en la sexta capa	77
Figura 69 Curva P-Y de todos los modelos en la séptima capa.....	77

Figura 70 Curva P-Y de todos los modelos en la octava capa..... 77
Figura 71 Grafica de deflexión lateral de todos los modelos para el primer caso 78
Figura 72 Grafica de fuerza cortante de todos los modelos para el primer caso 78
Figura 73 Grafica de momento flector de todos los modelos para el primer caso 79
Figura 74 Grafica de deflexión lateral de todos los modelos para el segundo caso..... 79
Figura 75 Grafica de fuerza cortante de todos los modelos para el segundo caso 80
Figura 76 Grafica de momento flector de todos los modelos para el segundo caso 80
Figura 77 Evaluación del MCA..... 82



LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Valores del coeficiente reológico (<i>Manual D-Sheet Piling</i>).....	19
Tabla 2 Correlaciones del módulo piezométrico con el ensayo CPT.....	19
Tabla 3 Valores representativos de K_{py} para arenas.....	19
Tabla 4 Valores representativos de K_{py} para arenas.....	35
Tabla 5 Requerimientos para los modelos propuestos.....	39
Tabla 6 Correlaciones del módulo piezométrico con el ensayo CPT.....	41
Tabla 7 Valores del coeficiente reológico (<i>Manual D-Sheet Piling</i>).....	41
Tabla 8 Resumen de datos del pilote y suelo.....	42
Tabla 9 Resultados del modelo Ideal lineal elastoplástico por el programa Matlab.....	51
Tabla 10 Tabla resumen de los coeficientes A y B correspondientes por capa.....	58
Tabla 11 Resultados del modelo Winkler.....	66
Tabla 12 Resultados del modelo Ideal lineal elastoplástico.....	67
Tabla 13 Resultados del modelo Curva P-Y.....	67
Tabla 14 Tabla de resultados del MCA.....	81

1.Introducción

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal comparar las curvas esfuerzo-deformación de los modelos Winkler, Ideal lineal elastoplástico y curva P-Y y evaluar la respuesta de un pilote ante una carga de pequeña y gran magnitud para analizar la aplicabilidad e identificar las condiciones requeridas para el correcto uso de cada modelo.

Para lograr este objetivo, el trabajo utiliza la metodología del MCA (Análisis Multicriterio) para establecer los criterios de comparación de acuerdo al interés del usuario tales como la precisión, alcance, condiciones, ventajas y limitaciones de cada modelo respectivamente. Además, en este trabajo se desarrolla una programación en Matlab que permite construir las curvas esfuerzo-deformación de cada modelo para los casos propuestos.

Para evaluar la respuesta de los modelos (diagramas de fuerza cortante, momento flector y deformación) y la programación de Matlab (diagrama de esfuerzo-deformación) se plantean dos casos, el cual analiza el comportamiento de un pilote simétrico, isotrópico que presenta un comportamiento elástico en un estrato uniforme de arena, sin inclinación, al cual se le aplica una carga lateral estática de poca y gran magnitud en su extremo superior.

En el primer caso se analiza el comportamiento del pilote en arena cuando se le aplica una carga lateral estática de poca magnitud en su extremo superior. Se espera un comportamiento elástico del suelo, presentando curvas esfuerzo-deformación lineales similares y una pequeña variación entre los resultados de los diagramas de fuerza cortante, momento flector y deformación a lo largo del pilote.

En un segundo caso se analiza el mismo problema, bajo las mismas condiciones, pero se incrementa la magnitud de la carga aplicada. Se espera que el suelo ya no presente un comportamiento elástico, a través de diferentes curvas esfuerzo-deformación y una gran variación la variación en los resultados de los diagramas de fuerza cortante, momento flector y deformación a lo largo del pilote.

1.1.Hipótesis

Esta tesis analiza la relación entre la curva esfuerzo-deformación del suelo, la carga aplicada y respuesta del pilote. Cada modelo plantea una curva esfuerzo-deformación a partir del comportamiento del suelo, por otra parte, la carga aplicada deforma el suelo y modifica su resistencia. Para desarrollar este concepto se propone la siguiente hipótesis.

“Al aumentar la carga aplicada el suelo cambia de manera no lineal su resistencia, solicitaciones y deformación, representado por su curva esfuerzo-deformación”.

1.2.Justificación

El desarrollo de este proyecto permite conocer a profundidad los principales modelos constitutivos que describen el comportamiento de un pilote sometido a una lateral aplicada en su extremo superior y cimentado en arena.

Este trabajo resalta la importancia de comprender las condiciones del problema al momento de escoger un modelo. Cada modelo representa la interacción suelo-pilote en el análisis de un pilote en arena sometido a una carga lateral estática. Esta solución se basa en las metodologías planteadas por los modelos Winkler, Ideal lineal elastoplástico y la curva P-Y

El análisis comparativo del MCA presenta la variación de la respuesta entre los 03 modelos constitutivos, identificará sus ventajas, parámetros de interés y limitaciones. Es importante considerar estos parámetros al momento de escoger un modelo, porque el modelo adecuado permite al usuario realizar un diseño efectivo, seguro y al menor costo posible.

Cabe precisar que al momento de diseñar es importante considerar la complejidad del caso y el tiempo disponible. Así para la fase inicial del diseño o para estimar la dimensión del pilote es recomendable utilizar un modelo sencillo como Winkler o Ideal lineal elastoplástico, si la situación lo permite. Sin embargo, de presentarse un caso complejo será requerido el uso de la curva P-Y, porque es un modelo más preciso que tiene respaldo de muchos estudios y las recomendaciones del Instituto Americano del Petróleo (API).

2. Metodología

En este capítulo se explica el procedimiento a seguir para desarrollar la tesis, además de las estrategias para cumplir los objetivos propuestos y comprobar la hipótesis planteada.

La tesis inicia con el desarrollo del marco teórico descrito en el capítulo 3, donde se presentan las definiciones y describiendo los modelos de Winkler, Ideal lineal elastoplástico y curva P-Y, recolectando información de libros, tesis y papers académicos, explicando los antecedentes teóricos y las condiciones asumidas. Con esta información se compara cualitativamente cada modelo y presentar sus limitaciones, alcances y beneficios.

Por otro parte en el capítulo 4, se evalúa la respuesta de un pilote completamente cimentado en arena seca al cual se le aplica una carga lateral estática de poca y gran magnitud (2 kN y 75 kN) en el extremo superior utilizando los modelos propuestos.

Para comprender el comportamiento del suelo se construye sus curvas de esfuerzo-deformación y se presenta su respuesta a través de diagramas de deformación, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote.

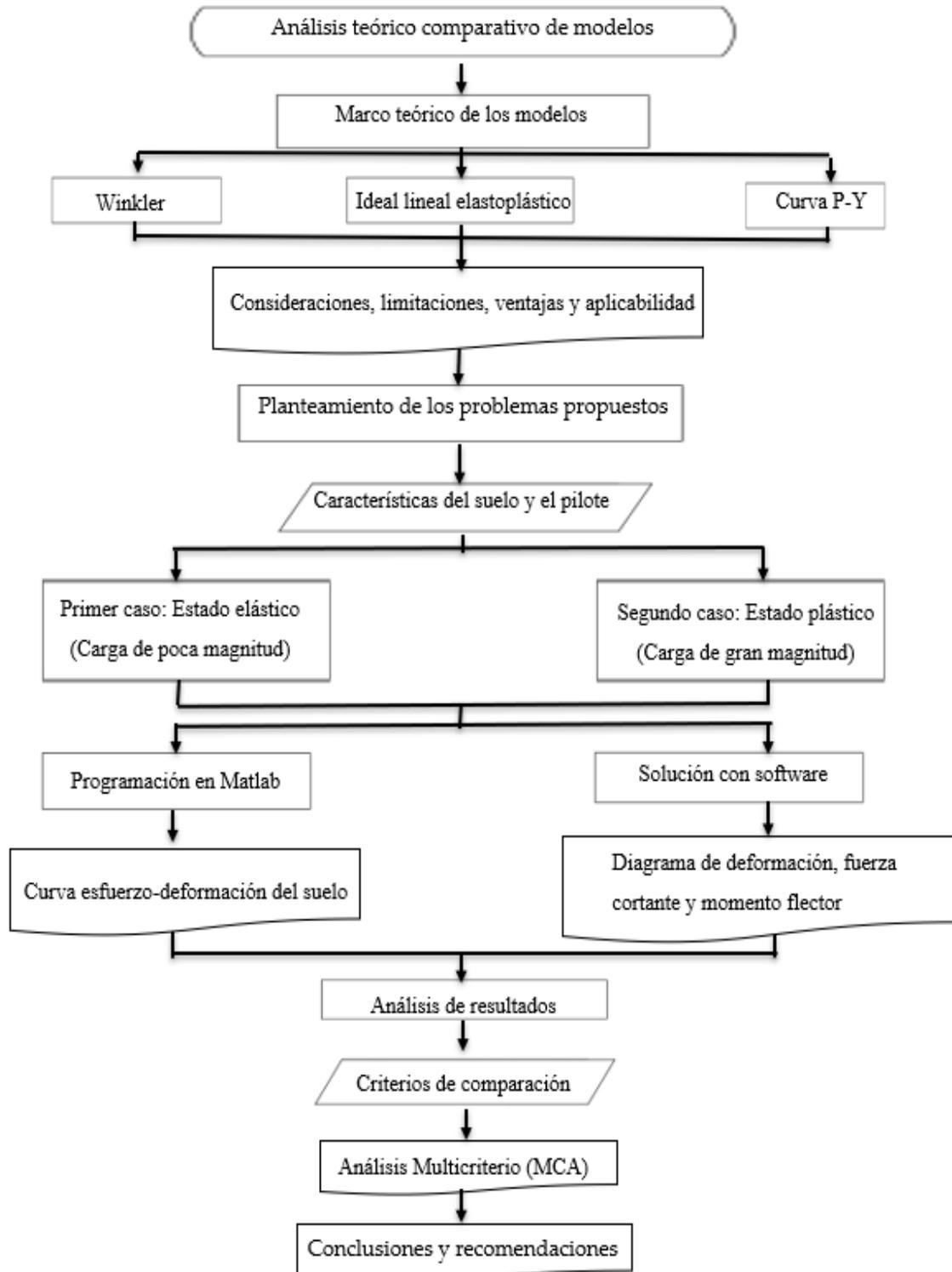
Las curvas esfuerzo-deformación para cada uno de los modelos propuestos se elabora con el software Matlab, planteados en los anexos de esta tesis. De la misma forma, la solución de Winkler también emplea una programación en Matlab. Por otra parte, para el modelo lineal elastoplástico la respuesta se calcula con el software D-Sheet Piling. Finalmente, la solución de la curva P-Y se desarrolla con el software L-Pile.

Para concluir, estos resultados y el marco teórico se califican usando la metodología del análisis multi criterio (MCA), en base a diversos criterios. Con esta información se compara cuantativamente los resultados obtenidos (deformación, fuerza cortante y momento flector). Estas soluciones se representan a través de graficas que muestren las solicitaciones a largo del pilote (parámetros de interés para el diseño).

Cabe resaltar que esta tesis parte de fuentes bibliográficas y solo requiere de software para desarrollar la comparación teórica entre los modelos. Por lo tanto, no utiliza ensayos de laboratorio o de campo.

2.1 Esquema de procesos

El desarrollo de la tesis se muestra en el siguiente diagrama de procesos:



3.Marco teórico

En este capítulo se explica el fundamento teórico correspondiente al comportamiento de un pilote en arena al cual se le aplica una carga lateral en su extremo superior, el concepto del modelo spring y se desarrolla el marco teórico para los modelos Winkler, Ideal lineal elastoplástico y la Curva P-Y.

3.1 Generalidades

3.1.1 Presentación del problema

Actualmente, los ingenieros civiles cuentan con una variedad de modelos para diseñar un pilote; sin embargo, todavía se presentan dudas respecto a cuál de estos recurrir ante cada situación en particular; ello se debe a que no existe un claro entendimiento de su base teórica y las condiciones de contorno del problema a analizar.

Generalmente, para el diseño de un pilote solo se consideran los efectos de las cargas verticales, debido a su mayor magnitud frente a las cargas horizontales y en consecuencia la principal causante de falla. No obstante, ante situaciones como movimientos de tierra, fuerzas sísmicas e impactos del viento o el oleaje, se producen cargas laterales de gran magnitud que también deben considerarse para el diseño de la cimentación.

En la figura 1 se muestran torres de alta tensión y molinos de viento, estructuras con cimentación profunda sometidas a cargas laterales por el impacto del viento y del oleaje.

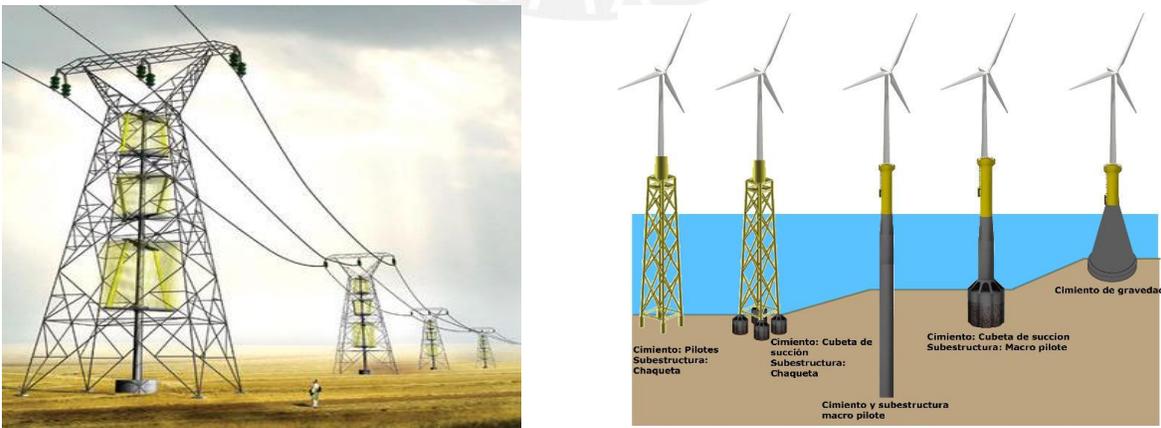


Figura 1: Estructuras con cimentaciones profundas (torre de alta tensión y molino de viento)

La dificultad al diseñar un pilote es que el suelo tiene un comportamiento complejo, esto se debe a que la fuerza de reacción del suelo varía tanto en función a su profundidad de análisis, como a su deformación y a la naturaleza de la carga aplicada.

Ante esta problemática, la interacción suelo-estructura se puede representar de manera sencilla a través de un modelo que describa el comportamiento del suelo y la estructura. Este análisis presenta un determinado nivel de precisión, por ello, para usarlo adecuadamente es necesario entender su aplicabilidad, limitaciones y beneficios.

3.1.2 Comportamiento de los pilotes sometidos a carga lateral

En la figura 2 se representa el comportamiento de un pilote sometido a una carga lateral. Se observa que al aplicar una carga lateral “ Q_h ” en la parte superior del pilote, esta ocasiona que el elemento se deflexione y se produzca la reacción del suelo “ P ”, fuerza equivalente al producto de la rigidez del suelo “ k ” y la deflexión del pilote “ y ”. (Macalvilca, 2014, p. 6)

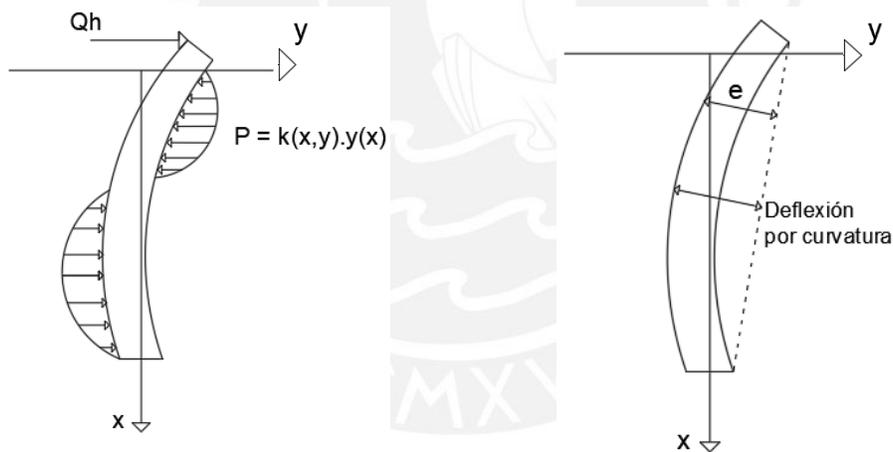


Figura 2 Representación del comportamiento del pilote ante una carga lateral. Fuente propia

Si se analiza una viga empotrada al cual se le aplica una carga perpendicular al eje en su extremo libre como en la Figura 3, se espera que la deflexión tenga el mismo sentido que la carga aplicada, sin embargo, en el caso de los pilotes el confinamiento del suelo ocasiona que se genere una deflexión en el sentido opuesto a la carga como se muestra en la figura 2. Por una parte, se define que la rigidez y deflexión del suelo varia de manera no lineal a medida que cambie la profundidad de análisis “ x ”. Por otra parte, la rigidez cambia según su deformación “ y ”, es decir para pequeñas deformaciones el suelo se mantiene rígido, pero cuando está sometido a grandes deformaciones pierde rigidez. (Bekken, 2009, p. 7)

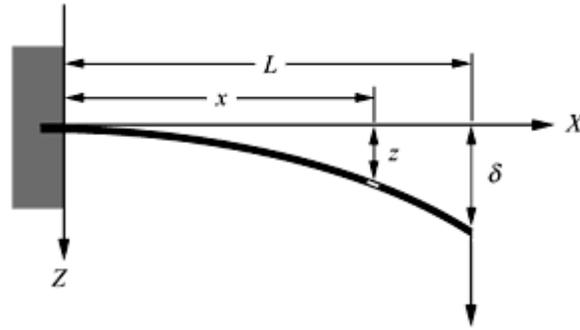


Figura 3 Viga empotrada en uno de sus extremos que se le aplica una carga perpendicular en su extremo libre

3.1.3 Comportamiento elástico de un pilote flexible

El comportamiento elástico de una estructura flexible ocurre cuando se asume que las deformaciones son tan pequeñas que se mantiene en el rango elástico cumpliendo la ley de Hooke, por lo tanto, se puede aplicar el principio de superposición, el cual analiza independientemente los efectos de una carga horizontal y un momento flector.

La

Figura 9 Figura 4 esquematiza la distribución de deflexión “y”, la pendiente en el eje del pilote “S”, momento flector “M”, fuerza cortante “V” y fuerza axial “p” a lo largo del pilote.

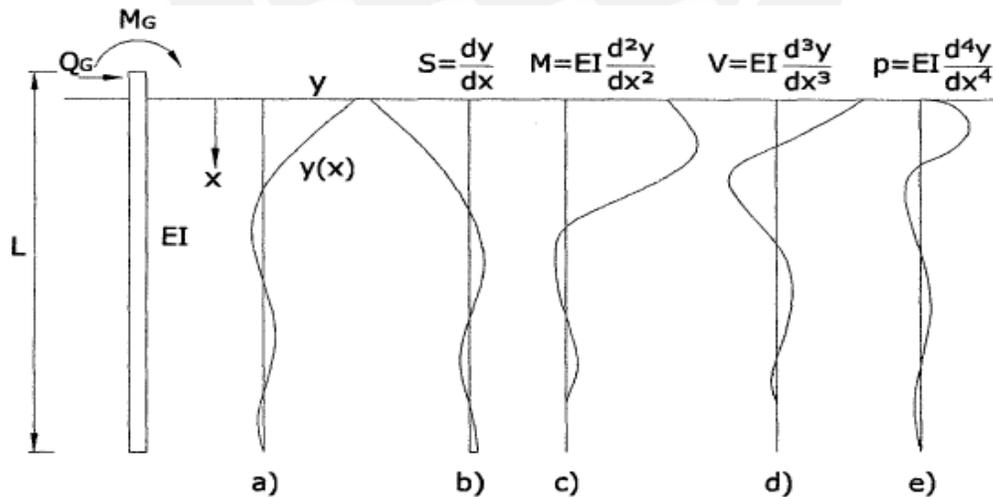


Figura 4 Diagrama de a) Deflexión, b) Pendiente, c) Momento Flector, d) Fuerza Cortante, e) Fuerza Axial ante una carga lateral y un momento flector (Reese y Matlock 1956)

3.2 Descripción de los modelos

Los modelos masa-resorte (spring) Winkler, Ideal lineal elastoplástico y la curva P-Y se utilizan para estudiar el comportamiento de un pilote en arena sometido a una carga lateral estática. Estos se caracterizan por representar la fuerza de reacción del suelo como un resorte, sin embargo, la superficie actúa de diferente manera en cada modelo, definido por su curva esfuerzo-deformación. Winkler asume un comportamiento lineal del suelo a través de su curva esfuerzo deformacion, mientras que el segundo modelo emplea una curva Ideal lineal elastoplástico; y la curva P-Y propone una gráfica curvilínea.

3.2.1 Modelo spring

Método que idealiza la interacción suelo-pilote como una serie de resortes elásticos.

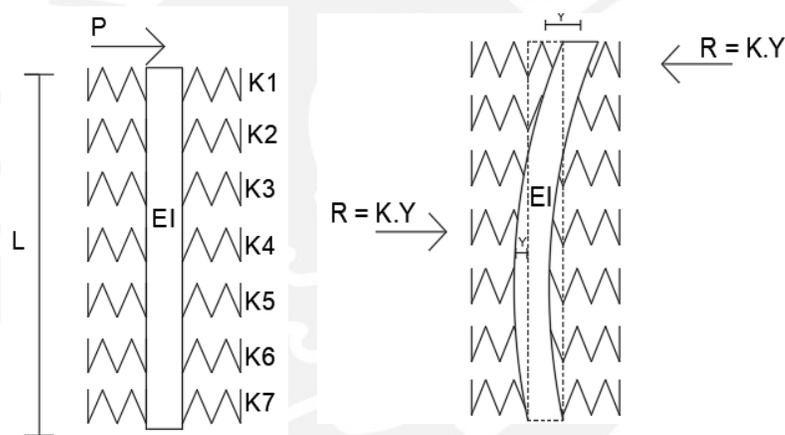


Figura 5 Modelo spring

Establece que la fuerza de reacción del suelo equivale al producto de su rigidez o módulo de reacción de la subrasante del suelo por su deformación. (Parvanova, 2011, p.111)

$$R(x, y) = K_{\text{suelo}} \cdot \delta_{\text{suelo}} = k(x, y) \cdot y(x) \quad \text{Ecuación 1}$$

Asimismo, la ecuación 2 representa el comportamiento de un pilote flexible cuando se le aplica una carga lateral en el cabezal. Los modelos mencionados en esta tesis son de tipo spring, pero cada modelo analiza el comportamiento del suelo a partir de su curva esfuerzo-deformación propuesta, caracterizada por la rigidez y el esfuerzo último del suelo.

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} + k(x, y) \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 2}$$

3.2.2 Condiciones de borde

Para resolver la ecuación diferencial planteada por los modelos es requerido establecer condiciones de borde, los cuales describen la conexión del pilote con su entorno. En esta tesis se analiza la condición de cabezal libre, el cual considera la libertad de giro (θ) y desplazamiento (x) en el cabezal del pilote.

A partir de este requerimiento, para el caso de un pilote al cual solo se le aplica una carga lateral en el extremo libre, se establecen las siguientes condiciones de borde:

- Borde superior libre: Punto de aplicación de la carga lateral ($x = 0$)

$$Q(x = 0) = P \quad \text{Ecuación 3}$$

$$M(x = 0) = 0 \quad \text{Ecuación 4}$$

- Borde inferior empotrado: Extremo opuesto al borde superior ($x = L$)

$$Q(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 5}$$

$$M(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 6}$$

3.2.3 Módulo de reacción horizontal de la subrasante

En el modelo spring se representa la resistencia del suelo como una serie de resortes que se caracterizan por presentar un modulo de reacción o coeficiente de balasto “k”, el cual se calcula como la razón entre la presión aplicada y su asentamiento generado ($k = FL^{-3}$). Otros autores definen al modulo de reacción como el: “*Módulo que representa la rigidez frente al asentamiento o desplazamiento del suelo. Un coeficiente alto supondrá un suelo rígido sobre el que las deformaciones son menores, y un coeficiente bajo supondrá un suelo blando susceptible a sufrir grandes deformaciones*”. (Macavilca, 2014 p. 27)

En la ecuación 1 se muestra que la rigidez del suelo varia a lo largo del pilote según su deformación y su profundidad de análisis. La rigidez no solo depende de las características del terreno, también esta influenciado por los siguientes factores:

- Geometría, material de diseño y metodo de instalación del pilote
- Condiciones de borde que propone el modelo a utilizar
- Estratigrafía y pendiente del terreno
- Naturaleza de la carga aplicada (carga estática, cíclica)

3.2.3.1 Metodos para calcular el modulo de rigidez

Existen diferentes correlaciones, estimaciones y ensayos para poder determinar el modulo de rigidez del suelo, pero cada modelo recomienda un particular método para poder obtenerlo, debido que depende de sus consideraciones para el comportamiento del suelo. Por ejemplo, el modelo Winkler considera que el modulo de rigidez del suelo es constante a lo largo de todo el estrato del suelo, mientras que en el modelo Lineal elastoplatico perfecto y Curva P-Y consideran que la rigidez varia en función a su profundidad, por lo tanto, analiza el suelo en multiples capas y determina el modulo de rigidez correspondiente a cada capa.

El manual del programa D-Sheet Piling recomienda el uso de la correlación del ensayo CPT y la teoría de Menard para determinar el modulo de rigidez del suelo en el modelo Lineal elastoplástico perfecto. El manual del programa L-Pile recomienda la tabla compuesta por los resultados de los de ensayos de Reese para estimar el modulo de rigidez del suelo en el modelo de la Curva P-Y. El CEDEX (centro de estudios y experimentación de obras publicas) propone una normativa que recomienda el uso del ensayo de carga de placa para poder obtener la capacidad portante del suelo, que permite calcular un valor constante promedio del modulo de rigidez, el cual puede ser utilizado en el modelo Winkler. (NLT 357-98, 1998).

3.2.3.2 Teoría de Menard

El ingeniero francés Louis Menard en 1955 propuso un método para determinar el módulo de rigidez del suelo. Para entender los fundamentos de su método el propuso el ensayo presurómetro. Este ensayo in situ consiste en inyectar gas nitrógeno dentro una probeta cilíndrica de membrana flexible, previamente introducida en el terreno mostrado en la Figura 6a, al cual se le monitorea el volumen inyectado y la presión de inyección, obteniendo como resultado una curva de presión vs volumen en la Figura 6b,

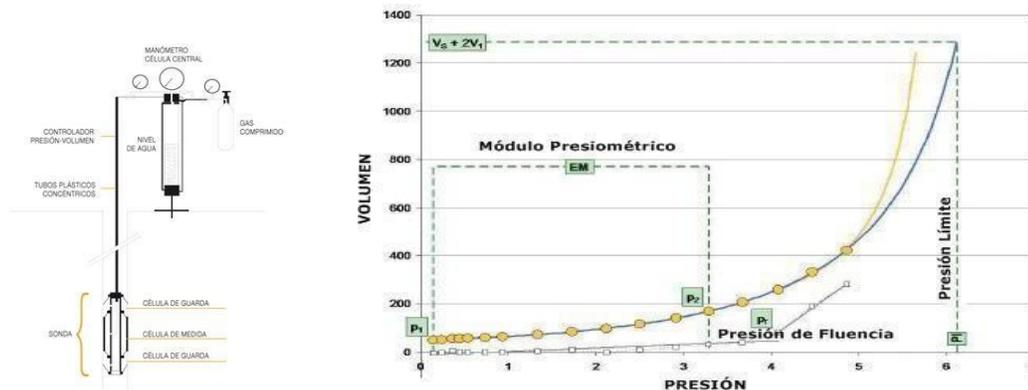


Figura 6 Ensayo presiométrico de Menard, a) Representación, b) Curva presión-volumen. Ruigrok 2010

A partir de la curva se calcula el módulo de rigidez lateral del suelo con la ecuación 7:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3E_m} \cdot \left[1.3R_0 \left(2.65 \cdot \frac{R}{R_0} \right)^\alpha + \alpha R \right] \quad \text{Si } R \geq R_0$$

$$\frac{1}{k} = \frac{2R}{E_m} \cdot \frac{[4 \cdot (2.65)^\alpha + 3\alpha]}{18} \quad \text{Si } R \leq R_0$$

K: Modulo de rigidez lateral (kPa)
Em: Modulo piezométrico (kPa)
R0: Constante, R0 = 0.3m
R: Mitad del ancho del pilote (m)
α: Coeficiente Reológico

Ecuación 7

El valor del coeficiente Reológico (α) dependerá del tipo de suelo y su condición, el manual del programa D-Sheet Piling recomienda algunos valores típicos mostrados en la tabla 1.

Tabla 1 Valores del coeficiente reológico (Manual D-Sheet Piling)

	Turba	Arcilla	Marga	Arena	Grava
Sobre consolidado	-	1	2/3	1/2	1/3
Normalmente consolidado	1	2/3	1/2	1/3	1/4
Descompuesto, desgastado	-	1/2	1/2	1/3	1/4

Dicha guía también recomienda correlaciones entre módulo presuometro y la resistencia en punta con la tabla 2, valor hallado por el ensayo CPT para los diferentes tipos de suelos.

Tabla 2 Correlaciones del módulo piezométrico con el ensayo CPT

Suelo	Em (kPa)
Turba	(3 – 4) qc
Marga	(1 – 2) qc
Grava	(0.5 – 0.7) qc
Arcilla	(2 – 3) qc
Arena	(0.7 – 1) qc

3.2.3.3 Estimación por el modelo de Reese

Los resultados de los ensayos realizados por Reese, Isenhower & Wang han estimado la rigidez del suelo en función a su ángulo de fricción, presentado en la tabla 3.

Tabla 3 Valores representativos de Kpy para arenas

Rigidez /Compacidad	Suelta ($\varphi < 30^\circ$)	Media ($30^\circ \leq \varphi < 36^\circ$)	Compacta ($\varphi \geq 30^\circ$)
K debajo del N.F (MN/m3)	5.4	16.3	34
K encima del N.F (MN/m3)	6.8	24.4	61

3.2.4 Modelo de Winkler

3.2.4.1 Revisión histórica

Emil Winkler, en 1867, fue el primero en formular y resolver el problema de una viga elástica sobre cimientos deformables. Este modelo fue desarrollado para analizar vías férreas representando el problema a través de una viga finita que descansa sobre una base elástica, el modelo asume una relación lineal en la curva esfuerzo-deformación, siendo la fuerza de reacción en cada punto de la viga proporcional a su deformación.

3.2.4.2 Representación

El modelo analiza una viga finita recostada en una serie de resortes lineales con un mismo coeficiente de balasto, al cual se le aplica una carga puntual vertical a uno de sus extremos, descrito en la figura 7. Al girar la figura 90° se representará un pilote sometido a una carga lateral. (Sonia, 2011)

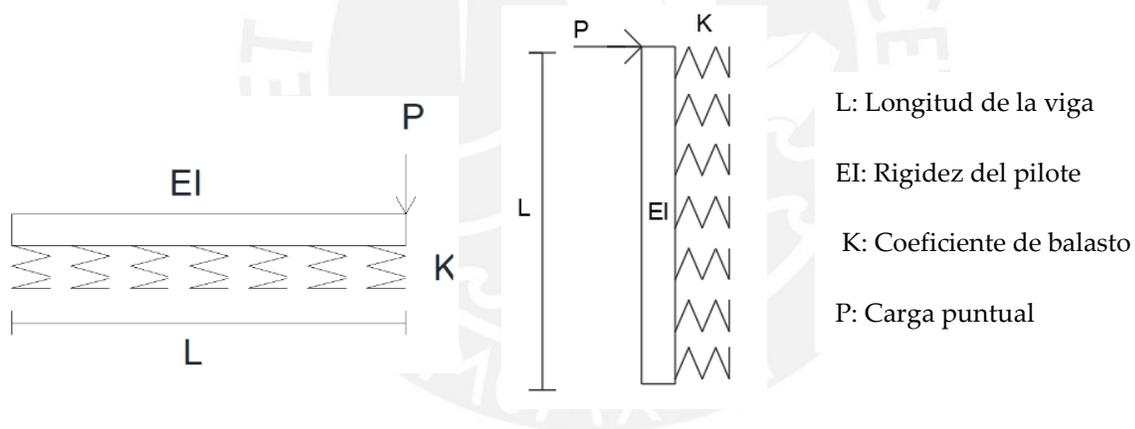


Figura 7 Representación del modelo de Winkler

3.2.4.3 Condiciones del modelo

Este modelo analiza un pilote deformable y asume que el comportamiento del pilote y el suelo será linealmente elástico, es decir obedecen la ley de Hooke, la cual consiste en una relación lineal entre la deformación y la fuerza aplicada representado por un modelo lineal elástico representado en la figura 8. Además, dicho modelo establece que el pilote y los resortes están perfectamente conectados, por lo tanto, el desplazamiento del suelo es igual al desplazamiento del pilote.

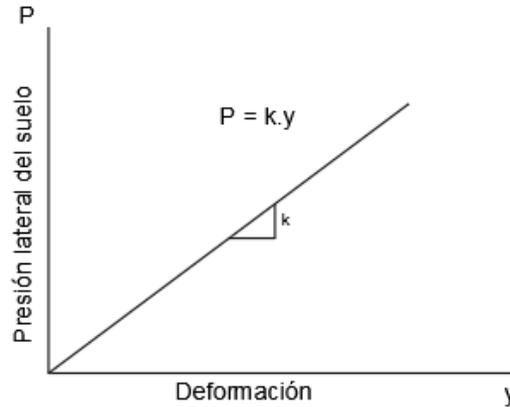


Figura 8 Curva esfuerzo-deformación del modelo lineal elástico

3.2.4.4 Implicancias

A partir de las condiciones señaladas podemos establecer las siguientes implicancias:

- 1) Al analizar una viga flexible se calcula el momento flector y la fuerza cortante aplicando las ecuaciones 8 y 9 como se ha detallado en la figura 3.

$$M = -EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \quad \text{Ecuación 8}$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = -EI \cdot \frac{d^3y}{dx^3} \quad \text{Ecuación 9}$$

EI: Rigidez del pilote

M: Momento flector

Q: Fuerza cortante

- 2) El modelo spring desarrollado por Winkler asume que el suelo cumple con la ley de Hooke, estimando su fuerza de reacción como el producto de su deformación por el coeficiente de balasto, constante a lo largo del pilote, aplicando la ecuación 10.

$$R(x) = k \cdot y(x) \quad \text{Ecuación 10}$$

k: Rigidez del suelo

R: Fuerza de reacción del suelo

y(x): Deformación del suelo

- 3) Por último, como la viga estará perfectamente conectada con el resorte, el pilote y el suelo compartirán el mismo desplazamiento, estableciendo la ecuación 11:

$$\delta_{\text{pilote}} = \delta_{\text{suelo}} = y(x) \quad \text{Ecuación 11}$$

δ : Desplazamiento

3.2.4.5 Análisis del modelo

Al analizar una porción diferencial dx del pilote cargado lateralmente se presentará la reacción del suelo, fuerza cortante y momento flector como se detalla en la figura 9.

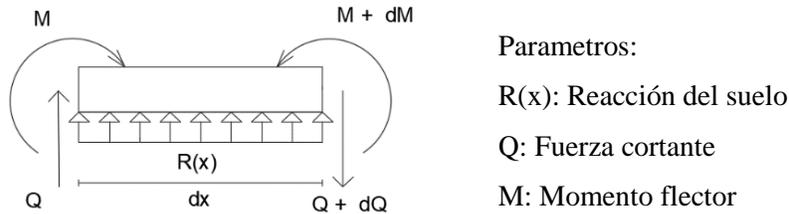


Figura 9 Porción diferencial del pilote analizado

A continuación, se analiza el equilibrio de las fuerzas internas para obtener la ecuación 12:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ Q + R(x) \cdot dx - (Q + dQ) &= 0 \\ R(x) - \frac{dQ}{dx} &= 0 \quad \text{Ecuación 12} \end{aligned}$$

Al analizar un pilote flexible, podemos derivar la ecuación 9 para hallar dQ/dX como:

$$\frac{dQ}{dx} = -EI \frac{d^4 y}{dx^4} \quad \text{Ecuación 13}$$

Como estamos trabajando un modelo spring podemos asumir que la fuerza de reacción del suelo $R(x)$ es equivalente al producto de su coeficiente de balasto por su deformación (ecuación 10). Reemplazando estos parámetros hallamos la siguiente ecuación diferencial:

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} + k \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 14}$$

Para resolver la ecuación 14 definimos un valor característico del sistema:

$$b^4 = \frac{K}{4EI}$$

Dividiendo la ecuación diferencial 14 entre $4EI$ y reemplazando el parámetro “b” se obtiene

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4 \cdot b^4 \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 15}$$

La resolución de la ecuación 15 establece la ecuación de deflexión del pilote.

$$y(x) = e^{bx}(c_1 \cos(bx) + c_2 \sin(bx)) + e^{-bx}(c_3 \cos(bx) + c_4 \sin(bx)) \quad \text{Ecuación 16}$$

3.2.4.6 Condiciones de borde

Para resolver el modelo es requerido establecer condiciones de borde. En este análisis, se ha considerado las condiciones de libertad de giro y desplazamiento en el cabezal del pilote utilizando las ecuaciones 3,4,5,6.

- Borde superior libre: Extremo en donde se aplica la carga puntual ($x = 0$)

$$Q(x = 0) = P \quad \text{Ecuación 3}$$

$$M(x = 0) = 0 \quad \text{Ecuación 4}$$

- Borde inferior restringido: Extremo opuesto al borde superior ($x = L$)

$$Q(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 5}$$

$$M(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 6}$$

3.2.4.7 Resolución del modelo

Para resolver el modelo será necesario establecer los parámetros L , EI , K y P . Un método para determinar la rigidez del suelo k es utilizar el ensayo CPT y la correlación de Menard.

Para resolver el modelo se analiza las condiciones de borde resolviendo las ecuaciones 3, 4, 5 y 6. Se define la fuerza cortante y momento flector con las ecuaciones 8 y 9, utilizando la ecuación diferencial de desplazamiento (ecuación 16). El resultado de este análisis son los valores de los parámetros c_1 , c_2 , c_3 , c_4 . Finalmente, con estos parámetros se evaluará el desplazamiento, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote. En el anexo 1 se plantea una programación en Matlab que resuelve la ecuación diferencial de desplazamiento, fuerza cortante y momento flector. El resultado se presentará a través de las gráficas de deformación, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote

3.2.4.8 Ventajas

El modelo de Winkler es muy simple y fácil de comprender. Debido a que es un análisis sencillo que puede ser desarrollado manualmente, como se ha mostrado en la programación en Matlab. Este modelo también puede ser desarrollado por cualquier programa estructural que pueda analizar una viga deformable, tales como SAP o Etabs.

Además, este análisis requiere pocos parámetros para desarrollar el modelo (longitud del pilote, rigidez del pilote, rigidez del suelo y carga aplicada). Siendo un modelo ideal para pre dimensionar las dimensiones del pilote ante una sollicitación pequeña.

3.2.4.9 Limitaciones

Este modelo está limitado a analizar el comportamiento elástico del suelo, es decir que obedezca la ley de Hooke, en el cual el suelo regresa a su estado original al ser deformado. Esta es una de las principales limitaciones que presenta este modelo, porque supone que el valor de la rigidez del suelo es constante a lo largo del pilote, pero como se ha mencionado anteriormente, la rigidez varía en función a la profundidad y el estado del suelo.

Además, aparece una discontinuidad del desplazamiento entre la parte cargada y la parte descargada de la superficie de la base, cuando en realidad, la superficie del suelo no muestra ninguna discontinuidad.

Otra limitación es que el modelo solo considera a la carga aplicada como el único factor determinante en el desarrollo de la deformación y el esfuerzo del suelo para cada punto a lo largo del pilote. Es decir, estos parámetros son independientes a los efectos que pueden ocurrir en otros puntos, por lo tanto, no considerará el efecto arco del suelo.

El modelo solo permite analizar un solo estrato uniforme e ideal del suelo, es decir no puede considerar casos donde se presentarán diferentes tipos de suelo y/o estratificación inclinada, además no podremos analizar el efecto del nivel freático sobre el suelo, porque deberán presentar el mismo contenido de humedad a lo largo del pilote.

3.2.4.10 Aplicabilidad

Winkler se utiliza para explicar el concepto del modelo spring y la rigidez lateral del suelo, aunque es limitado porque no representa adecuadamente el comportamiento del suelo por sus limitaciones. Diversos autores aún hacen referencia a este modelo para representar el comportamiento elástico del suelo y la interacción suelo-pilote ante una carga lateral.

3.2.5 Modelo Ideal lineal elastoplástico

3.2.5.1 Revision historica

En el año 1990 la empresa Deltares desarrolla el programa D-Sheet Piling para analizar la deformación de muros de contención, pero también puede ser usado para estudiar un pilote ante a una carga lateral. Este programa utiliza el modelo Ideal lineal elastoplástico para analizar el comportamiento del suelo, la gráfica esfuerzo-deformación se construye a partir de la máxima resistencia lateral del suelo determinado por el método de Brinch Hansen y el módulo de rigidez de la subrasante, el cual es determinado a partir del método de Menard.

3.2.5.2 Representación

Es un modelo spring que representa la fuerza de reacción del suelo con una serie de resortes bilineales con coeficientes de balasto que varían a lo largo del pilote. El suelo se analiza por capas y cada una presenta un coeficiente de balasto como se muestra en la figura 10.

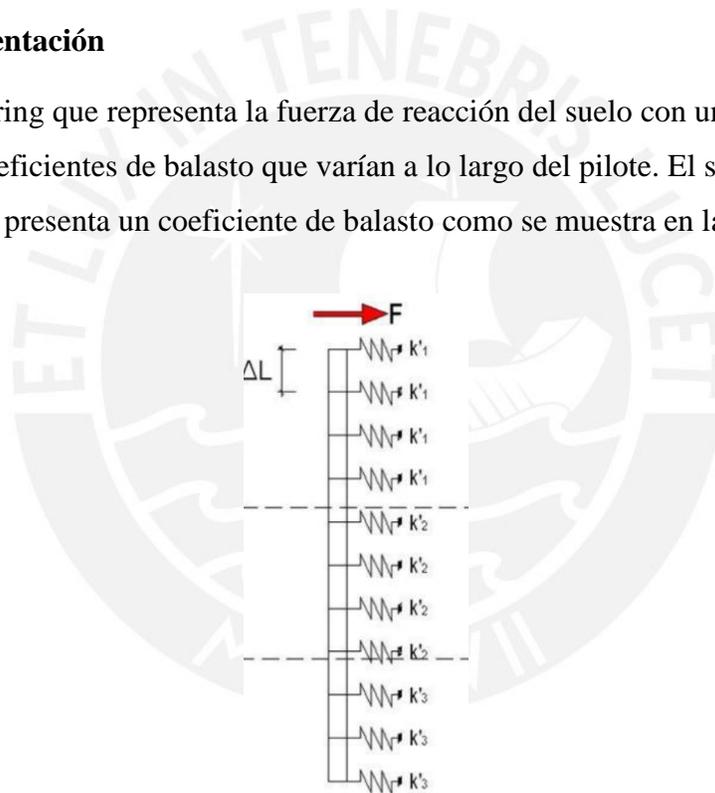


Figura 10 Modelo Ideal lineal elastoplástico. Ruigrok 2010.

3.2.5.3 Análisis del comportamiento del suelo

Al tratarse de un modelo spring, realiza un análisis del comportamiento del suelo similar al modelo Winkler y se puede establecer la ecuación 17, pero en este modelo se considera que el coeficiente de balasto del resorte varía en función a su deformación.

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} + k(y) \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 17}$$

El suelo obedecerá la ley de Hooke hasta alcanzar su presión lateral máxima, por lo tanto, la fuerza de reacción del suelo se estima como el producto de su deformación por el coeficiente de balasto mostrado en la ecuación 18.

$$P(x) = k(y) \cdot y(x) \quad y \leq Y_p \quad \text{Ecuación 18}$$

$$P(x) = P \quad y \geq Y_p$$

El comportamiento elastoplástico se representa por la curva esfuerzo-deformación mostrado en la figura 11A, pero para facilitar este análisis se ha desarrollado una curva simplificada, compuesta por una presión lateral resultante, mostrado en la figura 11B.

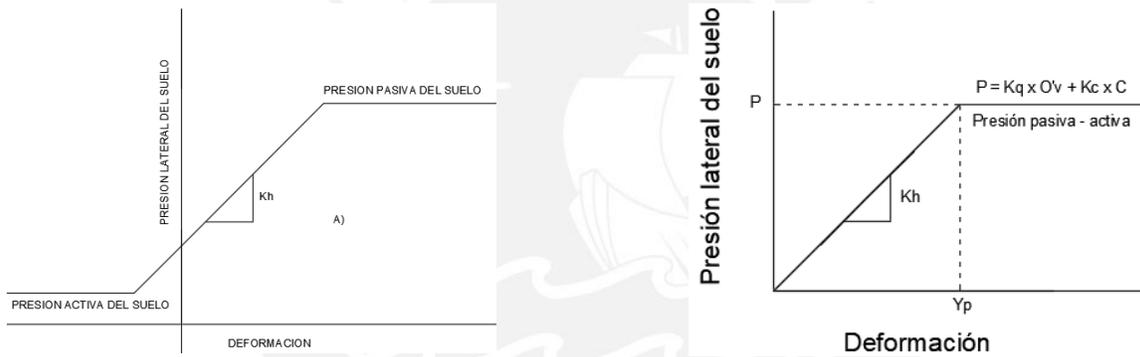


Figura 11 A) Grafica esfuerzo-deformación tradicional, B) Grafica esfuerzo-deformación bilineal

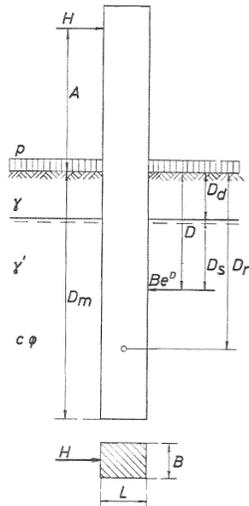
En este modelo el suelo obedece la ley de Hooke hasta que su deformación alcance su valor elástico máximo Y_p , calculado como la relación entre el esfuerzo lateral máximo y la rigidez del suelo mostrado en la ecuación 19.

$$Y_p = P / K_h \quad \text{Ecuación 19}$$

El coeficiente de balasto “ kh ” se determina utilizando el método de Menard mostrado en la ecuación 7 y el esfuerzo lateral máximo “ P ” se determina con el método de Brinch Hansen. El programa D-Sheet Piling incorporará la correlación del ensayo CPT y el método de Menard para calcular el coeficiente de balasto en cada capa.

3.2.5.4 Método de Brinch Hansen

Brinch Hansen en el año 1961 publico un método para calcular la máxima resistencia lateral del suelo. En este método se analiza un pilote rígido indeformable al cual se le aplicará una carga lateral puntual en la punta, como se muestra en la figura 12.



Parámetros:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| B: Espesor | p: Sobrecarga |
| L: Ancho | γ : Peso específico seco |
| H: Carga lateral | γ' : Peso específico húmedo |
| c: Cohesión | Dr: Punto de rotación |
| ϕ : Ángulo de fricción | Dd: Profundidad seca |
| A: Altura superficial | Dm: Profundidad del pilote |

Figura 12 Modelo Brinch Hansen, Fuente: Brinch Hansen, 1961

Como se analiza un pilote infinitamente rígido o indeformable, la carga lateral ocasionará que el pilote gire con respecto a un punto rotación como se muestra en la figura 13A.

La ubicación del punto de rotación indica el sentido de las presiones pasivas y activas. Encima del punto de rotación la presión activa tiene el mismo sentido que la carga y la presión pasiva tiene un sentido opuesto y por debajo del punto de rotación el sentido de las presiones pasivas será opuesto a la carga y la presión activa tiene el mismo sentido que la carga. La distribución de esfuerzos en el punto de rotación se muestra en la figura 13B.

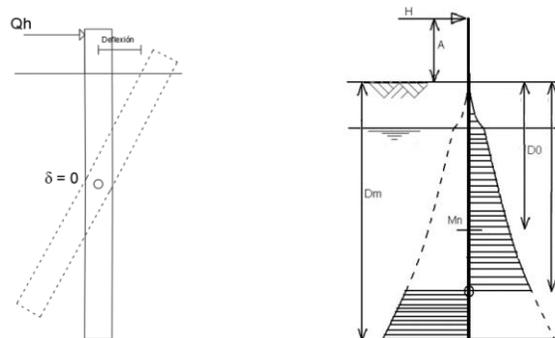


Figura 13 A) Representación del comportamiento de un pilote rígido, B) Esquemática de la distribución de presiones laterales, Fuente: Brinch Hansen, 1961

La ubicación del punto de rotación se determina con la ecuación 20. Además, se establece otra condición, el pilote no se desvía lateralmente en el punto de rotación (ecuación 21).

$$\Sigma M_{Dr} = 0 \quad \text{Ecuación 20}$$

$$\delta_{(y=Dr)} = 0 \quad \text{Ecuación 21}$$

Brinch Hansen asume que el valor del esfuerzo activo y en reposo es nulo, por lo tanto, la presión lateral resultante (presión pasiva menos activa) mostrado en la figura 12B es equivalente a la presión pasiva, calculado con la ecuación 22.

$$P = \sigma_p + \sigma_a + \sigma_n$$

$$\sigma_a = 0, \quad \sigma_n = 0$$

$$P = \sigma_p = k_q \cdot \sigma'_v + k_c \cdot c \quad \text{Ecuación 22}$$

En cada capa de suelo se calcula su presión efectiva como:

$$\sigma'_v = \gamma \times D \quad \text{Ecuación 23}$$

Además, se calcula los parámetros K_q y K_c con las ecuaciones 24 y 25.

$$K_q = \frac{k_q^0 + k_q^\infty \cdot a_q \cdot \frac{D}{B}}{1 + a_q \cdot \frac{D}{B}} \quad \text{Ecuación 24}$$

$$K_c = \frac{k_c^0 + k_c^\infty \cdot a_c \cdot \frac{D}{B}}{1 + a_c \cdot \frac{D}{B}} \quad \text{Ecuación 25}$$

En donde podemos calcular el resto de parámetros como:

$$k_q^0 = e^{(\frac{\pi}{2} + \varphi) \cdot \tan \varphi} \cdot \cos \varphi \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - e^{(-\frac{\pi}{2} + \varphi) \cdot \tan \varphi} \cdot \cos \varphi \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$k_c^0 = [e^{(\frac{\pi}{2} + \varphi) \cdot \tan \varphi} \cdot \cos \varphi \cdot \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - 1] \cdot \cot \varphi$$

$$k_q^\infty = k_c^\infty \cdot k_0 \cdot \tan \varphi$$

$$k_c^\infty = N_c \cdot d_c^\infty$$

$$d_c^\infty = 1.58 + 4.09 \cdot \tan^4 \varphi$$

$$N_c = [e^{\pi \cdot \tan \varphi} \cdot \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - 1] \cdot \cot \varphi$$

$$K_0 = 1 - \sin \varphi$$

$$a_q = \frac{k_q^0}{k_q^\infty - k_q^0} + \frac{k_0 \cdot \sin \varphi}{\sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2} \right)}$$

3.2.5.5 Solución del modelo

Para solucionar el modelo se analiza múltiples capas del suelo y se desarrolla su curva esfuerzo deformación a la mitad de cada una de sus capas. Para cada capa se determina su modulo de rigidez lateral con el método de Menard, el cual obtiene el coeficiente reológico del suelo con la tabla 1 y la correlación del ensayo CPT con la tabla 2, con estos datos se resuelve la ecuación 7. Este modelo calcula el esfuerzo lateral máximo con el método de Brinch Hansen, el cual resuelve la ecuación 22 a partir de los datos del pilote y el suelo.

A partir de estos datos se construye las curvas esfuerzo-deformación como se muestra en la figura 14b. Para que el suelo pueda conservar sus propiedades mecánicas se recomienda establecer multiples capas de poco espesor cerca a la carga aplicada y a medida que el análisis sea más profundo se puede incrementar el ancho de las capas.

Se procede a resolver la ecuación principal del modelo spring (ecuación 9), evaluando el valor del esfuerzo lateral del suelo con la ecuación 18, a partir de las curvas esfuerzo-deformación, analizando la deformación del suelo para determinar las capas de suelo que cambiaron de estado al superar la deformación elástica máxima Y_p .

El programa D-Sheet Piling utiliza el método de elementos finitos y establece por defecto las condiciones de libertad de giro y desplazamiento para resolver este cálculo iterativo.

El resultado de este análisis evalúa el esfuerzo lateral, desplazamiento, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote. Los resultados se presentarán en tablas de resumen y las gráficas de deformación, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote.

3.2.5.6 Ventajas

El modelo Ideal lineal elastoplástico puede analizar un suelo estratificado y evalúa la distribución de esfuerzos a lo largo del pilote. Además, considera el efecto arco del suelo y la aplicación de una sobrecarga. El programa de la empresa Deltares, sigue actualizándose y creando nuevas versiones del programa D-Sheet Piling, en el cual se utiliza la teoría de Menard permite calcular la rigidez del suelo ingresando el resultado del ensayo CPT, siendo el ensayo CPT accesible y conocido.

3.2.5.7 Limitaciones

La principal desventaja del modelo es que no representa adecuadamente la rigidez del suelo, porque el método de Menard asume que la rigidez es constante a lo largo de la capa analizada esta suposición permite construir la curva esfuerzo-deformación elastoplástica perfecta, en donde el suelo obedecerá la ley de Hooke hasta alcanzar su deformación máxima. Pero en esta suposición no se considera los cambios de la rigidez por la profundidad y también la rigidez es independiente del esfuerzo y la resistencia máxima.

La rigidez del suelo se puede representar adecuadamente si se analiza múltiples capas de suelo, en donde se incrementa su módulo de elasticidad en función a la profundidad. Cada capa solo puede presentar la condición de estar completamente seca o saturada.

Esto causa que la solución del modelo de Ideal lineal elastoplástico sea iterativa y compleja, por lo tanto, solo puede ser resuelto con el software D-Sheet Piling, porque necesita definir capas muy pequeñas para representar adecuadamente el comportamiento del suelo, especialmente en la zona cercana a la carga aplicada, porque la máxima presión horizontal del suelo se obtiene en la parte superior del pilote, donde la deflexión es mayor.

Además, para cada una de las capas propuestas se requiere construir sus curvas esfuerzo-deformación, en donde se calcula la presión lateral máxima y la rigidez del suelo.

3.2.5.8 Aplicabilidad

Este modelo es usado para diseñar pilotes aislados sometidos a cargas laterales pequeñas, los cuales obedecerán la ley de Hooke. Por ejemplo, para diseñar la cimentación de letreros, antenas de telecomunicaciones, molinos de viento y postes de amarre de barcos (Dolphin).

El modelo que planteo de Brinch Hansen es educativo porque representa adecuadamente el comportamiento de un pilote indeformable, el cual girará con respecto a un punto del pilote cuando este se le aplique una carga lateral.

3.2.6 Modelo Curva P-Y

3.2.6.1 Análisis del modelo

La curva P-Y es un método numérico que utiliza un modelo spring para analizar la interacción suelo-pilote, es decir representa la fuerza de reacción del suelo como una serie resortes complejos no lineales con coeficientes de balasto que varían a lo largo del pilote. Además, el comportamiento suelo es representado por una serie de curvas esfuerzo-deformación como es mostrado en la figura 14, donde “p” es la presión del suelo por unidad de longitud del pilote e “y” es la deflexión del pilote.

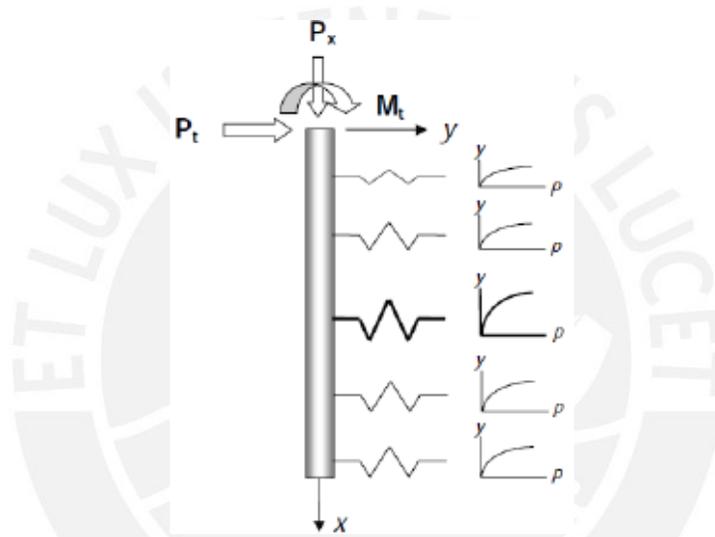


Figura 14 Concepto de la curva P-Y. Ruigrok 2010.

El modelo está basado en la teoría de Winkler, pero considera que la rigidez del suelo varía en función a su deformación y la profundidad de análisis como se muestra en la ecuación 2.

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} + k(z, y) \cdot y(z) = 0 \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde “EI” es la rigidez del pilote, “y” es la deformación del suelo, determinado por su curva esfuerzo-deformación y “k” es la rigidez del suelo, parámetro que varía a lo largo del pilote dependiendo de la profundidad “z” que se encuentre el punto de análisis y la deformación del suelo “y” en ese punto.

La solución del modelo se puede ejecutar con el programa L-Pile. El programa utiliza el método de Reese para analizar el comportamiento del pilote ante una carga lateral estática.

Para el análisis de un caso elástico del suelo, la rigidez del suelo es constante y se puede solucionar el problema como el modelo Ideal lineal elastoplástico perfecto, definiendo los coeficientes de balasto “k” correspondientes a lo largo del pilote. Pero para un comportamiento no elástico del suelo, la rigidez del suelo es variable y la ecuación se debe solucionar utilizando técnicas especiales, pero para resolverlas se deberá considerar un análisis del comportamiento del suelo, representado por sus curvas esfuerzo deformación o curvas P-Y, que determinan la resistencia última lateral del suelo.

Su desarrollo es complejo porque la respuesta del modelo se calcula a partir de una serie de iteraciones, que varían en función a la deformación del pilote hasta alcanzar el equilibrio. Se establece la condición de borde de cabezal libre para resolver la ecuación principal.

3.2.6.2 Parámetros de interés

La figura 14 representa la distribución de los parámetros de interés a lo largo de un pilote sometido a una carga lateral. Los cuales pueden ser determinados fácilmente por un proceso tradicional de doble integración y doble derivación a partir de la data obtenida por equipos tales como: Strain gauges, LVDT e inclinómetros o realizando el procedimiento de manera inversa con las curvas P-Y generadas.

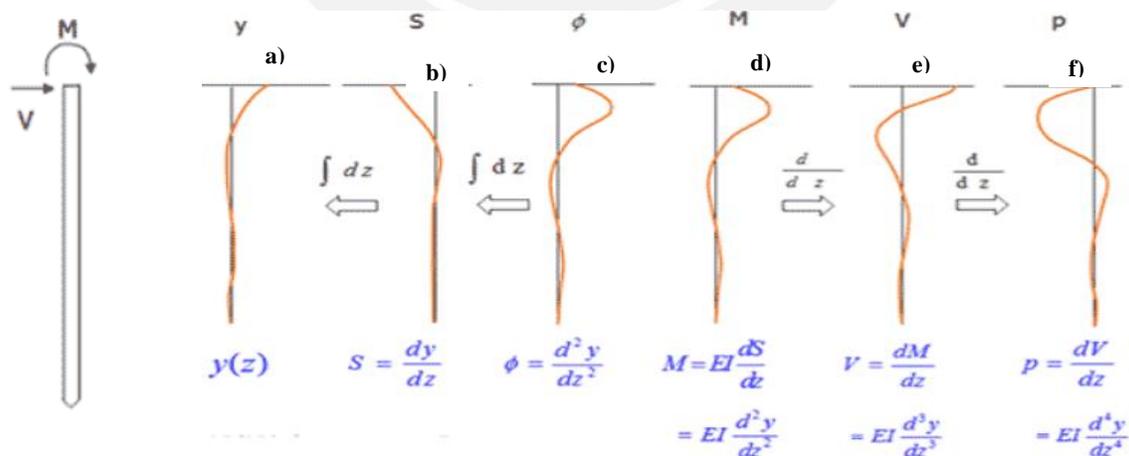


Figura 15 Diagramas de a) deflexión, b) pendiente, c) rotación, d) momento flector, e) esfuerzo cortante y f) presión del suelo Fuente: Reese y Matlock, 1956

3.2.6.3 Revisión histórica

El interés para implementar métodos de cálculo de cargas horizontales en pilotes tuvo origen en la industria petrolera del este de USA, durante la construcción de una plataforma de muelles en el Golfo de México, dado que estas estructuras marítimas requerían soportar grandes cargas laterales por el impacto de las olas. La compañía petrolera Shell inicio un programa de investigación enfocado en la obtención de curvas experimentales de tensión vs desplazamiento (curva P-Y) y en la solución de la ecuación diferencial para rigidez variable en función a su profundidad y nivel de deflexión.

A lo largo de la historia se han propuesto diversos métodos para desarrollar este modelo y aún se están modificando porque busca mejorarse en la actualidad. Este es un método confiable respaldado por la American Petroleum Institute (API), debido a que fue una de las primeras instituciones en desarrollar recomendaciones de diseño basadas en estudios de investigación financiados para sus propios fines de construcción marítimas.

3.2.6.4 Modelo de la curva P-Y en arenas para una carga estática y cíclica

Como se ha mencionado anteriormente, la curva P-Y es un método que aún se está actualizando, existen varios autores que han desarrollado diferentes métodos para elaborar la curva P-Y, pero esta tesis se enfocara solamente en el modelo propuesto por Reese, Isenhower & Wang en el año 2006.

Este modelo sirve para elaborar la curva P-Y de un pilote en arena sometido a una carga lateral estática o cíclica. Fue elaborado en base a una serie de pruebas insitu en Mustang Island, cerca de Corpus Christi, Texas (Cox et al., 1974). En donde se analizaron dos pilotes de acero en tubo de 610 mm de diámetro que fueron cimentados en un estrato único de arena a 21 m de profundidad. La colocación del pilote se realizo de una manera que simule el efecto al estar sometido a una carga lateral. Uno de los pilotes fue sometido a una carga estática y el otro a una carga cíclica.

Las condiciones del caso indican que se analizo un suelo conformado por un estrato único de arena SP (uniformemente graduada) con un ángulo de fricción de 39° , un peso específico de 10.4 Kn/m³ y un nivel freático que se mantuvo a 150 mm.

3.2.6.5 Desarrollo de la curva P-Y

La curva P-Y propuesta por Reese se presenta en la figura 16, compuesta por una línea recta con pendiente equivalente a la rigidez elástica (k_{py}), que parte desde el origen hasta la deflexión elástica máxima (y_k , p_k), una curva parabólica desarrollada hasta el punto (Y_m , p_m), finalmente por una recta tangente a la parábola con un pendiente m y termina en la resistencia última del suelo (y_u , p_u). Pasando este punto el suelo no puede desarrollar más resistencia y la gráfica continua con una recta.

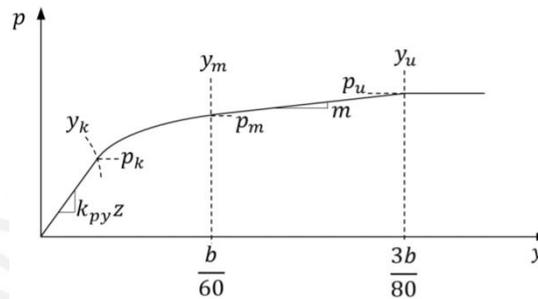


Figura 16 Curva P-Y para una arena. ADCS 2013.

La primera recta se elabora con la siguiente ecuación lineal:

$$P = (k_{py} \cdot z) y \quad \text{Ecuación 26}$$

La curva se elabora con la siguiente ecuación parabólica:

$$P = \hat{C} \cdot y^{(1/n)} \quad \text{Ecuación 27}$$

La última recta se elabora con la siguiente ecuación lineal:

$$P = m \cdot y + w \quad \text{Ecuación 28}$$

Al modelo le interesa analizar las presiones laterales máximas “ P_m ” y “ P_u ” correspondiente a las deflexiones “ Y_m ” y “ Y_u ” ($Y_m = b/60$ y $Y_u = 3b/80$), porque a partir de estos parámetros se puede calcular la deflexión máxima elástica “ Y_k ”

Si el valor de “ Y_k ” es mayor a “ Y_u ” entonces el suelo presenta un comportamiento elástico, representando su curva esfuerzo deformación con una línea recta que parte del origen (0,0) hasta su punto de resistencia ultima (y_u , p_u). En este caso se resuelve el problema como un modelo de Winkler utilizando un coeficiente de balasto correspondiente a K_{py} , el cual podrá ser estimado a partir de los estudios realizados por Reese, Isenhower & Wang o por ensayos de campo tales como el CPT o SPT.

Si el valor de “Yk” es menor a “Yu” o “Ym”, entonces el suelo ya no presentará un comportamiento elástico y será necesario construir las curvas P-Y para poder analizar la variación de la rigidez en función a su profundidad y deflexión del pilote.

3.2.6.6 Estimación de la rigidez elástica

Los resultados de los ensayos realizados por Reese, Isenhowe & Wang han estimado la rigidez del suelo en función a su ángulo de fricción, presentado en la tabla 3.

Tabla 4 Valores representativos de K_{py} para arenas

Rigidez /Compacidad	Suelta ($\phi < 30^\circ$)	Media ($30^\circ \leq \phi < 36^\circ$)	Compacta ($\phi \geq 30^\circ$)
K debajo del N.F (MN/m ³)	5.4	16.3	34
K encima del N.F (MN/m ³)	6.8	24.4	61

3.2.6.7 Procedimiento para construir las Curvas P-Y

Las curvas P-Y se desarrolla con una programación en Matlab, el código para desarrollarlos se presenta en el anexo D. A continuación, explicaremos el procedimiento requerido

1) Se requiere obtener las siguientes propiedades:

- Angulo de fricción “ ϕ ” (en °)
- Peso específico del suelo “ γ ” (saturado y húmedo en kN/m³)
- Diámetro del pilote “b” (en m)
- Rigidez del suelo “ K_{py} ” (en kN/m²)

2) Se procede a calcular los siguientes parámetros:

$$\alpha = \phi/2$$

$$K_0 = 0.4$$

$$\beta = 45 + \phi/2$$

$$k_a = \tan^2(45 - \phi/2)$$

3) Posteriormente se analiza los puntos de interés de la curva P-Y

$$Y_u = 3b/80$$

$$Y_m = b/60$$

$$P_u = \bar{A} \cdot P_s$$

$$P_m = B \cdot P_s$$

Donde el parámetro “ P_s ” corresponde a la resistencia última del suelo cerca de la superficie y se determina como la menor ecuación calculada.

$$P_s = \gamma z \left[\frac{k_0 \tan \varphi \sin \beta}{\tan(\beta - \varphi) \cos \alpha} + \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \varphi)} (b + z \tan \beta \tan \alpha) + k_0 \tan \beta (\tan \varphi \sin \beta - \tan \alpha) - k a b \right] \text{ Ecuación 29}$$

$$P_s = k a \cdot b \cdot \gamma \cdot z \cdot (\tan^8 \beta - 1) + k_0 \cdot b \cdot \gamma \cdot z \cdot \tan \varphi \cdot \tan^4 \beta \quad \text{Ecuación 30}$$

Los coeficientes \bar{A} y B se determinan a partir de la naturaleza de las cargas y son obtenidas con las figuras 16 y 17

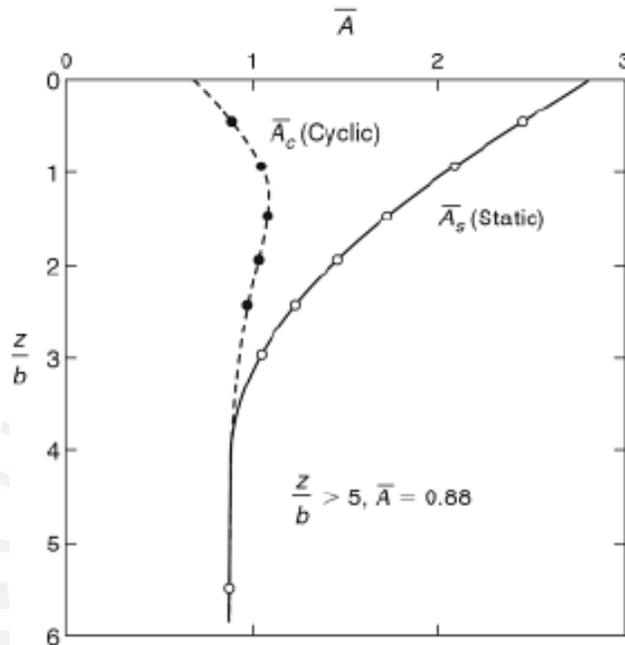


Figura 17 Coeficientes A para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011)

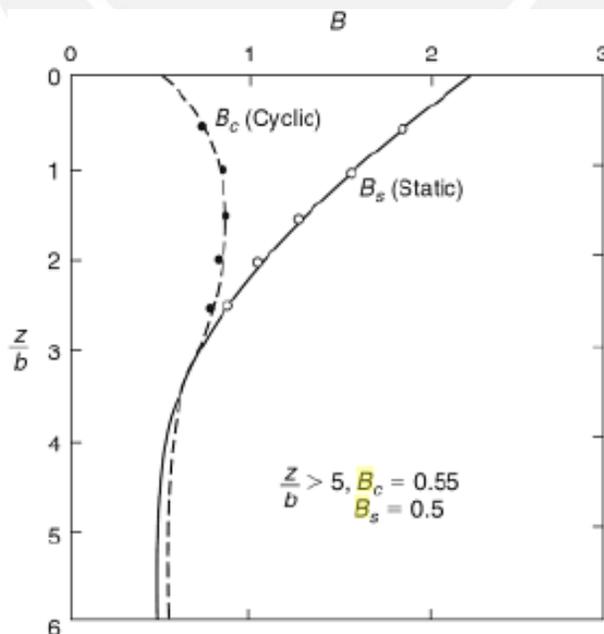


Figura 18 Coeficientes B para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011

4) La parte inicial de la curva P-Y (pendiente) se elabora con la ecuación 31:

$$P = (k_{py} \cdot z) \cdot y \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde la rigidez del suelo k_{py} se puede estimar con la tabla 3 propuesta por Reese

5) La sección parabólica de la curva se desarrolla con la ecuación 32:

$$P = \hat{C} \cdot y^{1/n} \quad \text{Ecuación 32}$$

Los parámetros \hat{C} y y_k se determina usando el siguiente procedimiento.

- Se calcula la pendiente “m” entre los puntos (Y_m, p_m) y (y_u, p_u)

$$m = \frac{p_u - p_m}{y_u - y_m} \quad \text{Ecuación 33}$$

Después se calcula el grado de la parábola “n” dado por la ecuación 34:

$$n = \frac{p_m}{m \cdot y_m} \quad \text{Ecuación 34}$$

- Luego se calcula el coeficiente \hat{C} usando la ecuación 35:

$$\hat{C} = \frac{p_m}{y_m^{1/n}} \quad \text{Ecuación 35}$$

- Finalmente calculamos la deflexión elástica máxima “ y_k ” con la ecuación 36:

$$y_k = \left(\frac{\hat{C}}{k_{py} \cdot z} \right)^{\frac{n}{n-1}} \quad \text{Ecuación 36}$$

6) La recta final de la curva se construye con la ecuación 37

$$P = w + y \cdot m \quad \text{Ecuación 37}$$

Donde m es la pendiente de la recta y w es la constante de la ecuación de la recta

$$w = p_u - y_u \cdot m \quad \text{Ecuación 38}$$

Si el valor de la máxima deflexión elástica “ y_k ” es mayor al valor calculado de la deflexión última “ y_u ”, equivalente a $3d/80$, entonces se volverá a calcular la deflexión última “ y_u ” utilizando la ecuación 39, correspondiente al esfuerzo último del suelo “ P_u ”, el cual se determina como el menor valor obtenido de las ecuaciones 29 y 30.

$$Y_u = P_u / (K_{py} \cdot z) \quad \text{Ecuación 39}$$

Como resultado se formará una gráfica esfuerzo-deformación Ideal lineal elastoplástico utilizando la ecuación 37 para formar una pendiente desde el origen (0,0) hasta su deflexión ultima (Y_u, P_u) y pasando la deflexión ultima “ y_u ” se forma una recta horizontal.

$$P = Y \cdot (K_{py} \cdot z) \quad \text{Ecuación 40}$$

3.2.6.8 Beneficios

El principal beneficio de este modelo es que no presenta limitaciones, todo se puede modelar, podemos considerar en el análisis las condiciones de superficies inclinadas, pilote inclinado, multiples estratos del suelo bajo diferentes condiciones y otras consideraciones se pueden implementar al modelar con la curva P-Y.

En el mercado existen una variedad de programas de computadora que implementan el modelo de la curva P-Y para poder analizar el comportamiento de un pilote y modelar el comportamiento no lineal del suelo, en esta tesis se ha utilizado el programa L-Pile.

Este modelo fue desarrollado y esta respaldado por el API y se han publicado una variedad de articulos en el campo de la ingeniería que buscan actualizarlo y mejorarlo.

3.2.6.9 Recomendaciones

Entre estos artículos se recomienda el uso de ensayos triaxiales para la obtención del ángulo de fricción de la arena, para esto se deberá utilizar presiones de confinamiento cercanas o iguales a las encontradas en las profundidades consideradas del análisis. Además, se recomienda utilizar ensayos de laboratorio para determinar el peso específico de la arena.

Como es imposible obtener una muestra inalterada de arena, se puede cuestionar el uso de ensayos de laboratorio para obtener estos parámetros. Sin embargo, existen una variedad de correlaciones para determinar estos valores con ensayos insitu SPT, CPT y presiometros.

Finalmente se puede considerar el efecto de la capa freática si se realizan los ajustes apropiados en la unidad de peso y ángulo de fricción interna de la arena.

4.Desarrollo y resultados

En este capítulo se desarrolla dos casos propuestos para verificar el análisis teórico de los modelos de Winkler, Ideal lineal elastoplástico y la curva P-Y. Primero, se explica los parámetros de diseño requeridos para desarrollar cada modelo propuesto. Luego, se presentan los casos a analizar, empezando por un caso ideal que podrá ser resuelto utilizando todos los modelos mencionados, es decir las respuestas obtenidas de la aplicación de los modelos serán muy similares y apropiadas. Después, se analiza el mismo caso cuando se incrementa la carga aplicada con el fin de superar el régimen elástico del suelo en algunos puntos del pilote y se demuestra la variación de resultados debido a las condiciones del problema. Finalmente, se desarrolla estos casos, se elaboran las curvas esfuerzo deformación para cada modelo con la programación en matlab y presentan sus resultados a través de graficas de deformación, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote.

4.1 Parámetros de diseño

Los parámetros requeridos para el análisis de un pilote sometido a carga lateral dependen de la teoría que utilice el modelo. Estos parámetros son determinados por los ensayos de laboratorio, campo o correlaciones mencionados anteriormente. A continuación, se presenta la tabla 4 que muestra las propiedades requeridas para cada modelo.

Tabla 5 *Requerimientos para los modelos propuestos*

Parámetros	Winkler	Ideal lineal elastoplástico	Curva P-Y
Ángulo de fricción (°)	No requiere	Requiere	Requiere
Peso específico del suelo (kN/m ³)	No requiere	Requiere	Requiere
Rigidez del suelo (kN/m ³)	Requiere	Requiere	Requiere
Rigidez del pilote (kN.m ²)	Requiere	Requiere	Requiere
Diametro del pilote (m)	No requiere	Requiere	Requiere
Longitud del pilote (m)	Requiere	Requiere	Requiere

4.2 Problema propuesto

Se analizó el comportamiento de un pilote de concreto circular de 8 m de longitud y 0.36 m de diametro cimentado sobre un estrato de arena sin finos. Se asumió que el concreto tiene un modulo de elasticidad de 30,000,000 kN/m² y la arena presentó un peso especifico de 18 kN/m³ y un angulo de fricción de 30°. Con un nivel freatico a 10 m de profundidad.

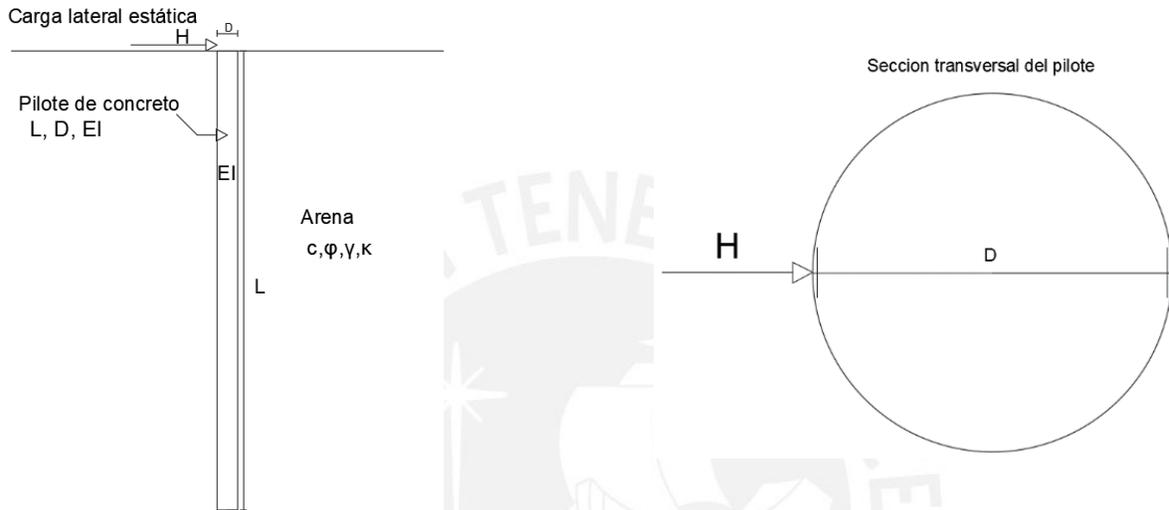


Figura 19 Representación del caso propuesto

Para comprobar la hipótesis planteada en la tesis se analizó la respuesta ante una carga de pequeña magnitud (2 kN) y otra de mayor magnitud (75 kN), el objetivo del planteamiento es proponer un caso donde el suelo alcanzó su estado elástico a lo largo del pilote y otro caso donde el suelo presentó su resistencia última en algunos puntos del pilote.

Para resolver el caso se calculó la inercia y rigidez del pilote.

$$I = \frac{\pi \times r^4}{4}$$

$$I = \frac{\pi \times 0.18^4}{4} = 8.2448 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Se calcula la rigidez del pilote como el producto entre el modulo de elasticidad y la inercia.

$$\text{Rigidez del pilote} = I \times E = 30,000,000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times 8.2448 \times 10^{-4} \text{ m}^4 = 24,734 \text{ kN.m}^2$$

Se halló el modulo de rigidez del suelo con el método de Menard. Asumimos que se realizó el ensayo CPT de la arena y obtuvimos una resistencia de 1,000 kN/m³ ($q_c = 1000 \text{ kN/m}^3$)

En el manual de uso del programa D-Sheet Piling se presentó una tabla que relaciona el modulo piezométrico del suelo a partir de su resistencia en el ensayo CPT.

Tabla 6 Correlaciones del módulo piezométrico con el ensayo CPT

Suelo	Em (kPa)
Turba	(3 – 4) qc
Marga	(1 – 2) qc
Grava	(0.5 – 0.7) qc
Arcilla	(2 – 3) qc
Arena	(0.7 – 1) qc

$$Em = 0.7 \times qc = 700 \text{ kN/m}^3$$

Luego se utilizó la ecuación 7 para calcular el módulo de rigidez lateral del suelo.

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3E_m} \cdot \left[1.3R_0 \left(2.65 \cdot \frac{R}{R_0} \right)^\alpha + \alpha R \right] \quad \text{Si } R \geq R_0$$

$$\frac{1}{k} = \frac{2R}{E_m} \cdot \frac{[4 \cdot (2.65)^\alpha + 3\alpha]}{18} \quad \text{Si } R \leq R_0$$

Ecuación 20

K: Modulo de rigidez lateral (kPa)
Em: Modulo piezométrico (kPa)
R0: Constante, R0 = 0.3m
R: Mitad del ancho del pilote (m)
α: Coeficiente Reológico

El valor del coeficiente Reológico (α) se obtuvo a partir del tipo de suelo y su condición, el manual del programa D-Sheet Piling recomiendo sus valores a partir de la siguiente tabla.

Tabla 7 Valores del coeficiente reológico (Manual D-Sheet Piling)

	Turba	Arcilla	Marga	Arena	Grava
Sobre consolidado	-	1	2/3	1/2	1/3
Normalmente consolidado	1	2/3	1/2	1/3	1/4
Descompuesto, desgastado	-	1/2	1/2	1/3	1/4

Se asumió que se trata de un suelo normalmente consolidado, por lo tanto, se utilizó un coeficiente reológico de 1/3. Con estos datos se calculó la rigidez del suelo.

$$\frac{1}{k} = \frac{2 \times (0.18)}{700} \cdot \frac{[4 \cdot (2.65)^{1/3} + 3(\frac{1}{3})]}{18}$$

$$k = 5,355 \text{ kN/m}^3$$

Para resolver los casos se presentó la siguiente tabla de datos del pilote y el suelo.

Tabla 8 Resumen de datos del pilote y suelo

Pilote de concreto		Arena limpia suelta mal graduada (SP)	
Diametro (m)	0.36	Nivel freático (m)	10
Módulo de Elasticidad (kN/m ²)	30,000,000	Peso específico (kN/m ³)	18
Longitud (m)	8	Cohesión (kN/m ²)	0
Inercia (m ⁴)	8.2448 x10 ⁻⁴	Angulo de fricción (°)	29
Rigidez del pilote (kN.m ²)	24,734	Rigidez del suelo (kN/m ³)	53,555

Caso elástico: carga lateral estática de 2 kN (no alcanza resistencia ultima)

Caso no elástico: carga lateral estática de 75 kN (alcanza resistencia ultima)

4.3 Desarrollo de los casos

4.3.1 Modelo de Winkler

Winkler modeló los casos como una viga recostada en una serie de resortes idénticos con un coeficiente de balasto equivalente a la rigidez del suelo, al cual se le aplicó una carga puntual o carga lateral estática en uno de sus extremos como se muestra en la figura 7.

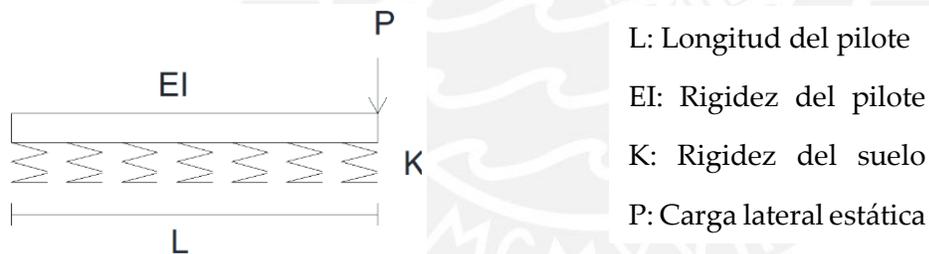


Figura 20 Representación del modelo de Winkler

Este modelo se analizó la deflexión de un pilote elástico a través de la ecuación 14:

$$EI \cdot \frac{d^4y}{dx^4} + k \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 14}$$

La solución de los casos se computó usando la programación en Matlab planteada en el anexo A, en la cual se calculó la deflexión, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote con las ecuaciones 8, 9 y 16.

$$y(x) = e^{bx}(c_1 \cos(bx) + c_2 \sin(bx)) + e^{-bx}(c_3 \cos(bx) + c_4 \sin(bx)) \quad \text{Ecuación 16}$$

$$M = EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} \quad \text{Ecuación 8}$$

$$Q = \frac{dM}{dx} = EI \cdot \frac{d^3y}{dx^3} \quad \text{Ecuación 9}$$

Para resolver el problema se consideró las condiciones de borde de libertad de giro y desplazamiento en el borde inferior y superior, y se utilizó las siguientes ecuaciones:

- Borde superior libre: Extremo en donde se aplica la carga puntual ($x = 0$)

$$Q(x = 0) = P \quad \text{Ecuación 3}$$

$$M(x = 0) = 0 \quad \text{Ecuación 4}$$

- Borde inferior libre: Extremo opuesto al borde superior ($x = L$)

$$Q(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 5}$$

$$M(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 6}$$

4.3.1.1 Resolución del primer caso

Para resolver el primer caso se ingresó los siguientes datos en la programación de Matlab

Longitud del pilote = 8 m

Rigidez del suelo = 53,555 kN/m²

Rigidez del pilote = 24,734 kN/m²

Fuerza lateral aplicada = 2 kN

La programación en Matlab presentó los siguientes resultados:

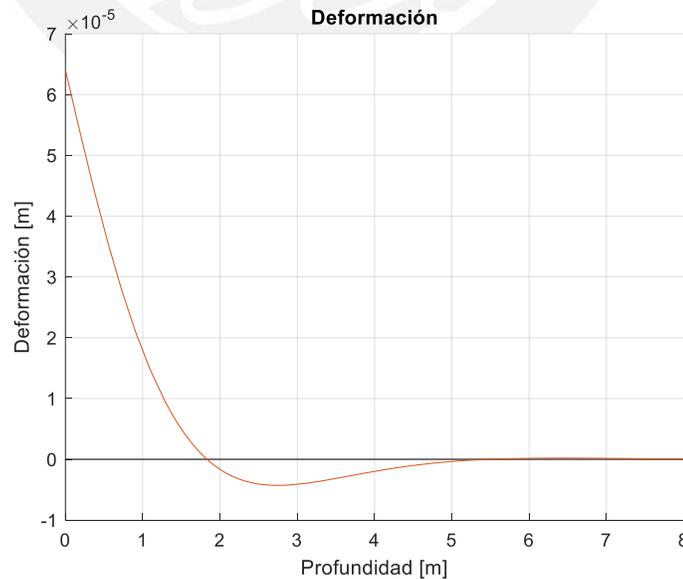


Figura 21 Diagrama de deflexión lateral en Matlab del modelo Winkler para el primer caso

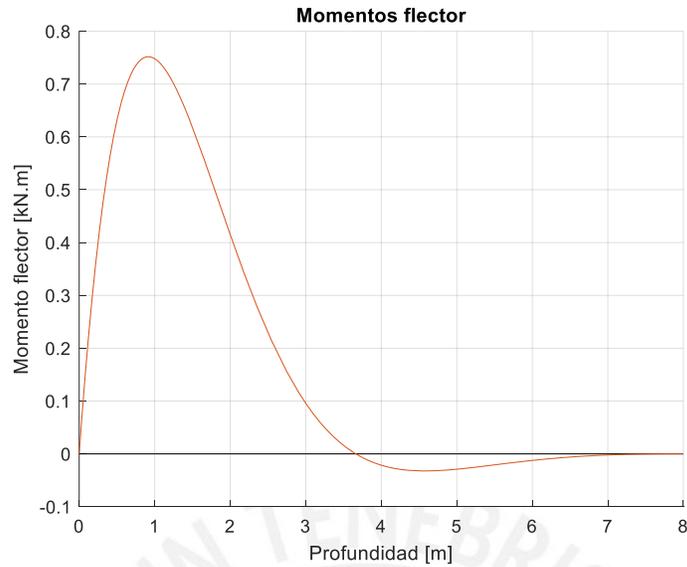


Figura 22 Diagrama de momento flector en Matlab del modelo Winkler para el primer caso

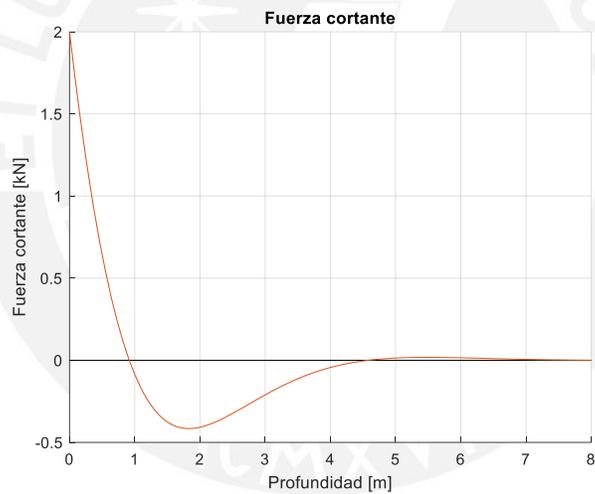


Figura 23 Diagrama de fuerza cortante en Matlab del modelo Winkler para el primer caso

4.3.1.2 Resolución del segundo caso

Para resolver el segundo caso se ingresó los siguientes datos en la programación de Matlab

Longitud del pilote = 8 m

Rigidez del suelo = 53,555 kN/m²

Rigidez del pilote = 24,734 kN/m²

Fuerza lateral aplicada = 75 kN

La programación en Matlab presentó los siguientes resultados:

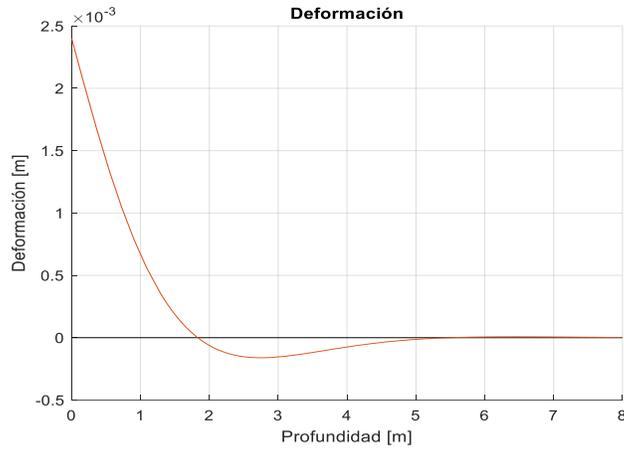


Figura 24 Diagrama de deflexión lateral en Matlab del modelo Winkler para el segundo caso

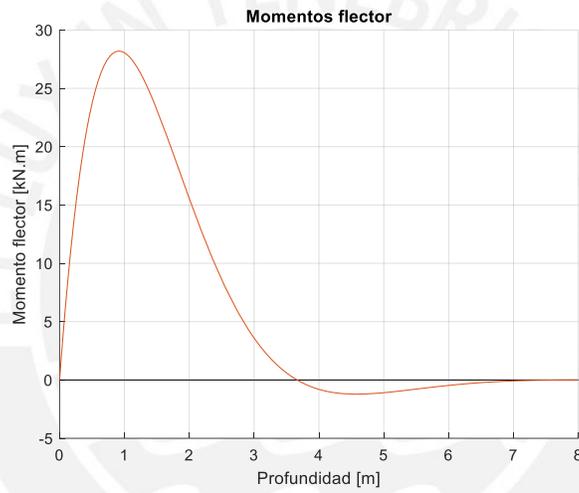


Figura 25 Diagrama de momento flector en Matlab del modelo Winkler para el segundo caso

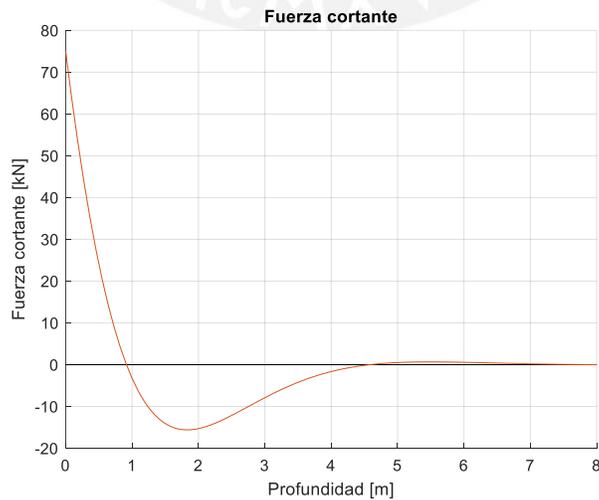


Figura 26 Diagrama de fuerza cortante en Matlab del modelo Winkler para el segundo caso

4.3.2 Modelo Ideal lineal elastoplástico

El modelo representó los casos como un pilote flexible conectado a una serie de resortes complejos, al cual se le aplicó una carga lateral estática en el borde superior.

El modelo requirió establecer una serie de capas para representar adecuadamente las propiedades del suelo, el ancho de cada capa será determinado a criterio del usuario, pero se recomienda establecer capas de poco espesor cerca a la carga aplicada y a medida que el análisis sea más profundo se permitirá aumentar el ancho de las capas.

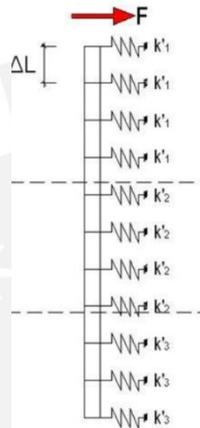


Figura 27 Modelo Ideal lineal elastoplástico. Ruigrok 2010.

Se analizó el comportamiento del suelo a la profundidad media de cada capa y se utilizó los métodos de Brinch Hansen y Menard descrito por las ecuaciones 7 y 22.

$$\sigma_p = k_q \cdot \sigma'_v + k_c \cdot c, \quad \text{Ecuación 22}$$

$$\frac{1}{k_h} = \frac{1}{3E_m} \cdot \left[1.3R_0 \left(2.65 \cdot \frac{R}{R_0} \right)^\alpha + \alpha R \right] \quad \text{Si } R \geq R_0 \quad \text{Ecuación 7}$$

$$\frac{1}{k_h} = \frac{2R}{E_m} \cdot \frac{[4 \cdot (2.65)^\alpha + 3\alpha]}{18} \quad \text{Si } R \leq R_0$$

Se utilizó el método de Menard para determinar la rigidez del suelo utilizando el ensayo CPT, pero se asumió que la rigidez del suelo es constante a lo largo del pilote. Con estos valores se calculó la deformación de fluencia usando la ecuación 19.

$$Y_p = P / K_h \quad \text{Ecuación 19}$$

A partir de los parámetros K_h , Y_p y O_p se construyeron las gráficas de esfuerzo deformación bilineales por cada capa como está representado en la figura 14B. Estas gráficas se desarrollaron con una programación en Matlab planteada en el anexo.

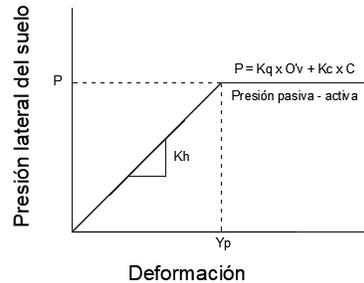


Figura 28 B) Gráfica esfuerzo-deformación bilineal

La solución de los casos se desarrolló con el programa D-Sheet Piling, este utilizó el método de elementos finitos para realizar un proceso iterativo en el cual se evalúa la ecuación 17, analizando las curvas esfuerzo-deformación planteadas en cada capa.

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} + k(y) \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 17}$$

El análisis de la curva esfuerzo-deformación establece que el suelo alcanza su resistencia máxima cuando ya no se encuentre en el estado elástico, esto ocurre cuando la deflexión del suelo supere la deformación elástica máxima Y_p . La resistencia máxima del suelo se calculó usando la ecuación 18.

$$R(x) = k(y) \cdot y(x) \quad y \leq Y_p \quad \text{Ecuación 18}$$

$$R(x) = P_{\max} \quad y \geq y_p$$

Para resolver el problema se consideró las condiciones de borde de libertad de giro y desplazamiento en el borde inferior y superior, utilizando las siguientes ecuaciones:

- Borde superior libre: Extremo en donde se aplica la carga puntual ($x = 0$)

$$Q(x = 0) = P \quad \text{Ecuación 3}$$

$$M(x = 0) = 0 \quad \text{Ecuación 4}$$

- Borde inferior libre: Extremo opuesto al borde superior ($x = L$)

$$Q(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 5}$$

$$M(x = L) = 0 \quad \text{Ecuación 6}$$

4.3.2.1 Resolución del primer caso

La programación en Matlab planteada en el anexo permitió obtener las curvas esfuerzo deformación para las capas planteadas. Para elaborarlas se introdujo los siguientes datos:

Longitud del pilote = 8 m

Diámetro del pilote = 0.36 m

Peso específico húmedo = 18 kN/m³

Ángulo de fricción = 30° (constante)

Rigidez del suelo = 53,555 kN/m² (constante)

Se propuso las siguientes capas para resolver los casos:

De 0 a 2 metros de profundidad: 4 capas de 0.5 m

De 2 a 4 metros de profundidad: 2 capas de 1 m

De 4 a 8 metros de profundidad: 2 capas de 2m

La figura 29 desarrollada en el programa D-Sheet Piling mostró la distribución de capas.



Figura 29 Distribución de capas en el programa D-Sheet Piling

La programación en Matlab presentó los siguientes resultados:

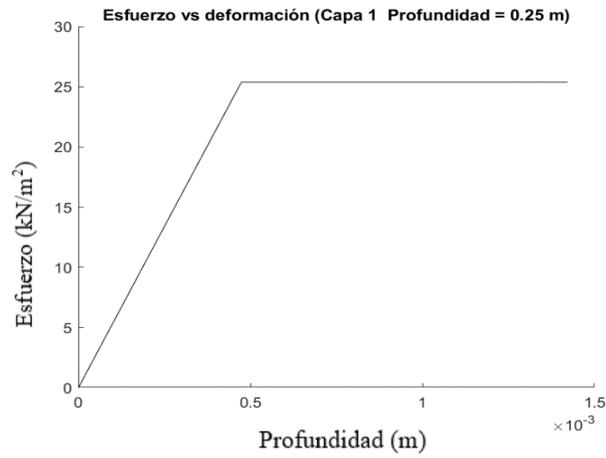


Figura 30 Gráfica esfuerzo-deformación para la primera capa

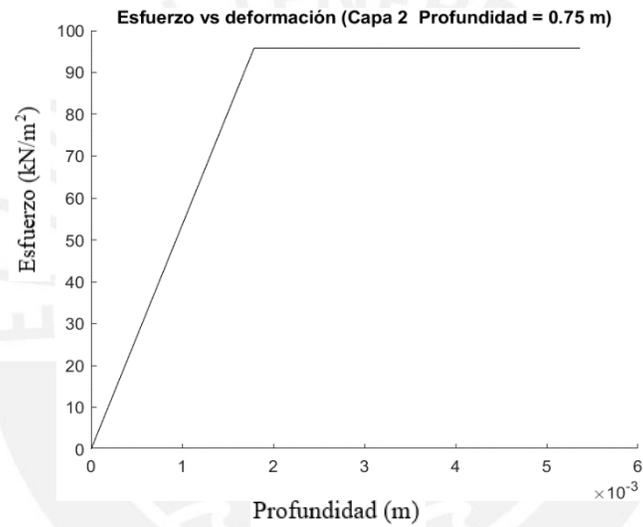


Figura 31 Gráfica esfuerzo-deformación para la segunda capa

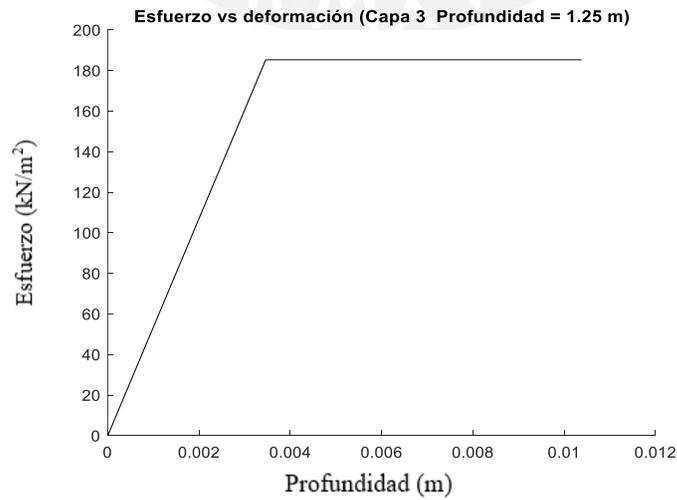


Figura 32 Gráfica esfuerzo-deformación para la tercera capa

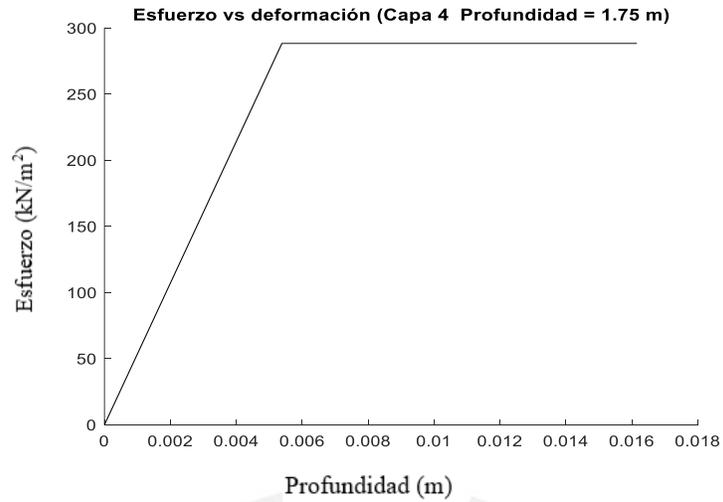


Figura 33 Gráfica esfuerzo-deformación para la cuarta capa

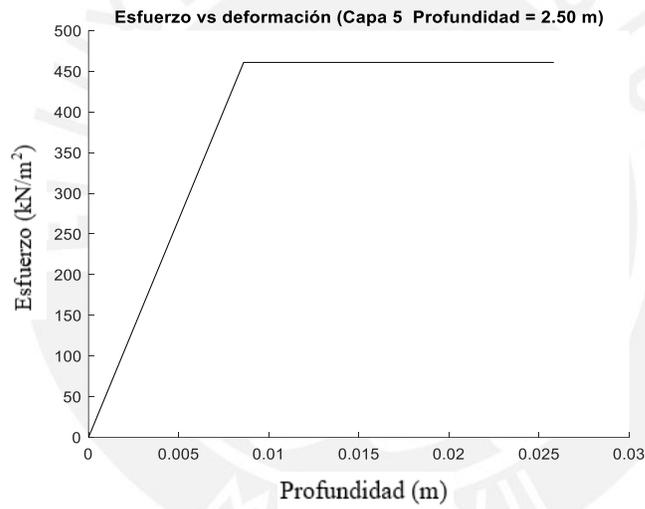


Figura 34 Gráfica esfuerzo-deformación para la quinta capa

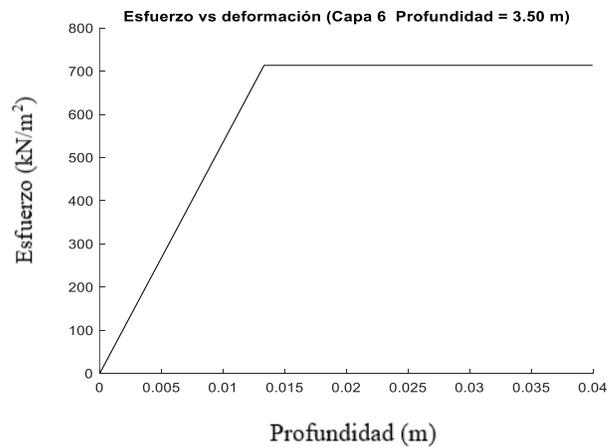


Figura 35 Gráfica esfuerzo-deformación para la sexta capa

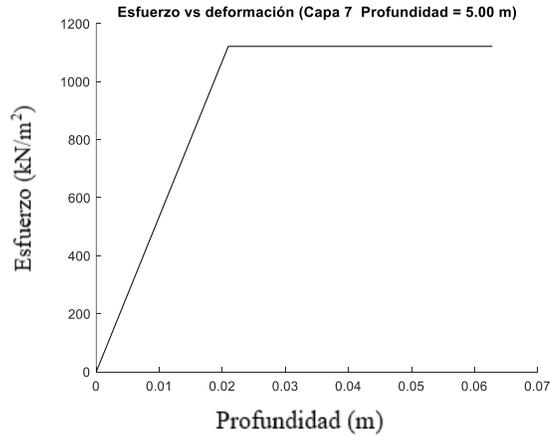


Figura 36 Gráfica esfuerzo-deformación para la séptima capa

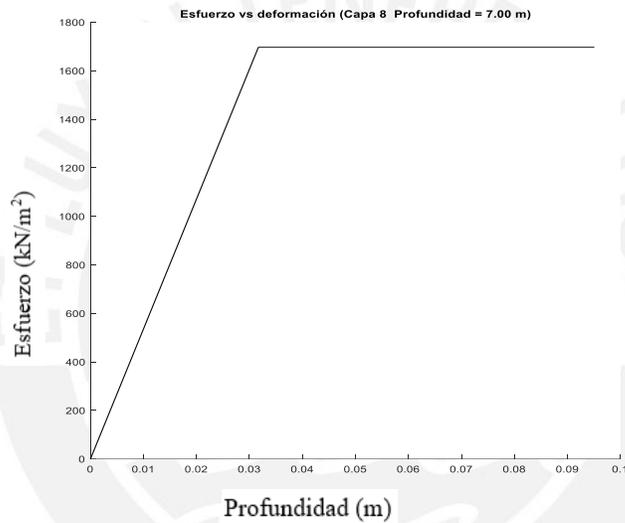


Figura 37 Gráfica esfuerzo-deformación para la octava capa

La programación en Matlab ofreció un cuadro resumen obtenidos por cada capa

Tabla 9 Resultados del modelo Ideal lineal elastoplástico por el programa Matlab

Capa	Profundidad (m)	Peso específico (kN/m ³)	Esfuerzo efectivo (kN/m ²)	Esfuerzo máximo (kN/m ²)	Rigidez (kN/m ³)	Deformación máxima (m)
1	0.25	18	4.5	25.38	53,555	4.74E-04
2	0.75	18	13.5	95.78	53,555	1.79E-03
3	1.25	18	22.5	185.30	53,555	3.46E-03
4	1.75	18	31.5	288.39	53,555	5.38E-03
5	2.5	18	45	460.89	53,555	8.61E-03
6	3.5	18	63	713.38	53,555	1.33E-02
7	5	18	90	1121.64	53,555	2.09E-02
8	7	18	126	1697.26	53,555	3.17E-02

Para resolver el caso 1 se aplicó una carga lateral de 2 kN al extremo superior del pilote.

Los resultados obtenidos por el programa D-Sheet Piling son:

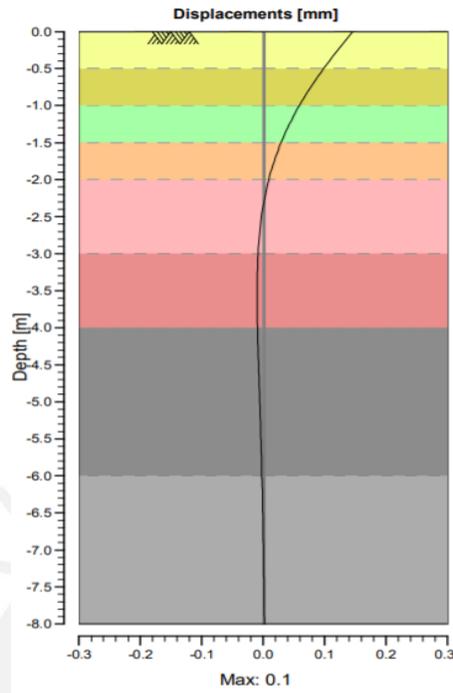


Figura 38 Diagrama de deflexión lateral con el programa D-Sheet Piling para el caso 1

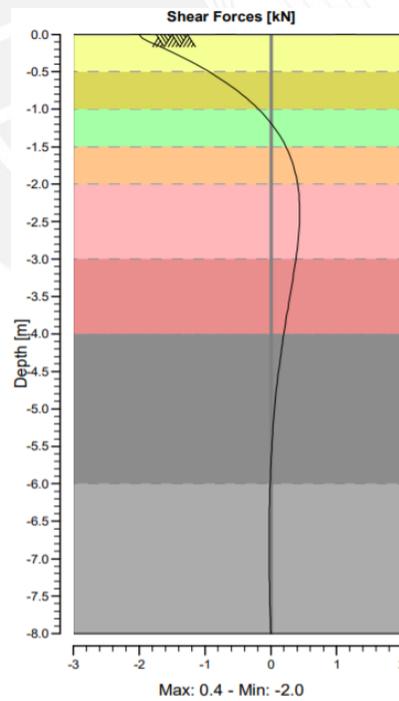


Figura 39 Diagrama de fuerza cortante con el programa D-Sheet Piling para el caso 1

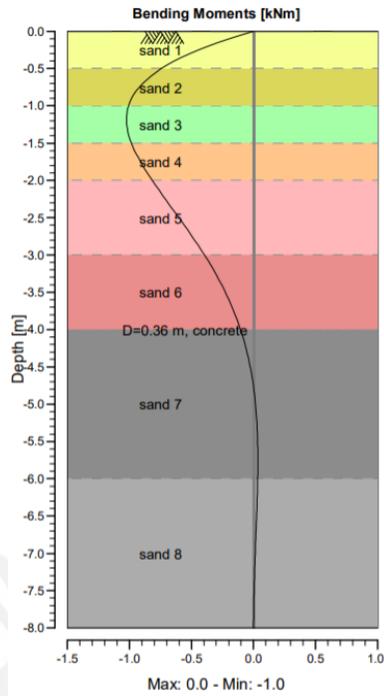


Figura 40 Diagrama de momento flector con el programa D-Sheet Piling para el caso 1

4.3.2.2 Desarrollo del caso 2

Para resolver el caso 2 se aplicó una carga lateral de 75 kN al extremo superior del pilote.

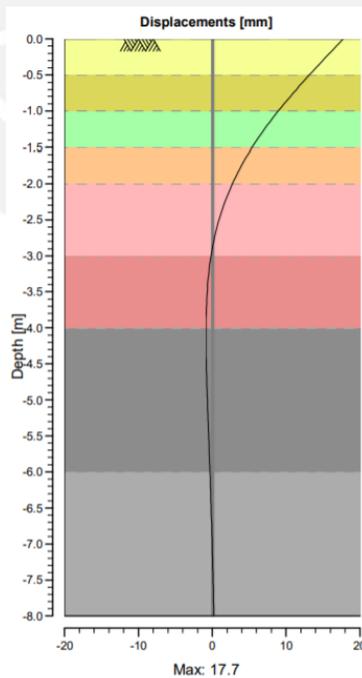


Figura 41 Diagrama de deflexión lateral con el programa D-Sheet Piling para el caso 2

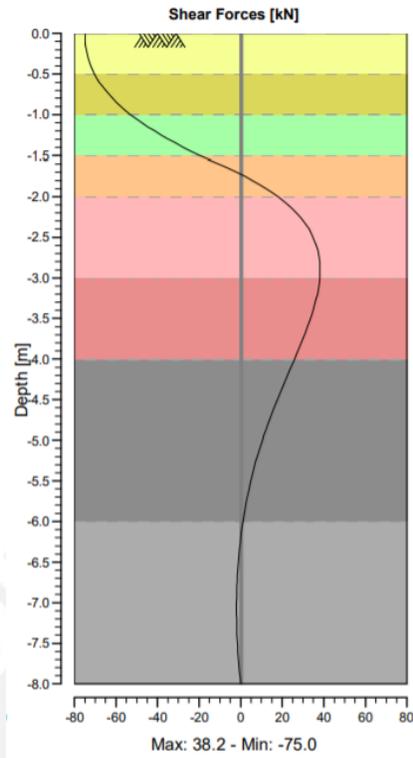


Figura 42 Diagrama de fuerza cortante con el programa D-Sheet Piling para el caso 2

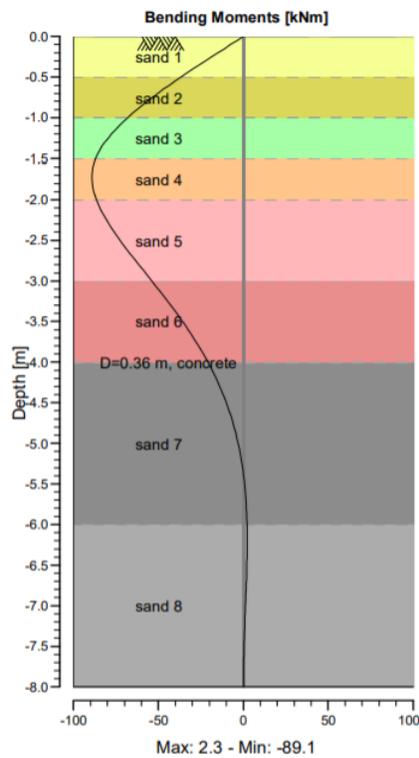


Figura 43 Diagrama de momento flector con el programa D-Sheet Piling para el caso 2

4.3.3 Modelo Curva P-Y

La curva P-Y modeló los casos como un pilote flexible conectado a una serie de resortes complejos, al cual se le aplicó una carga lateral estática en el borde superior

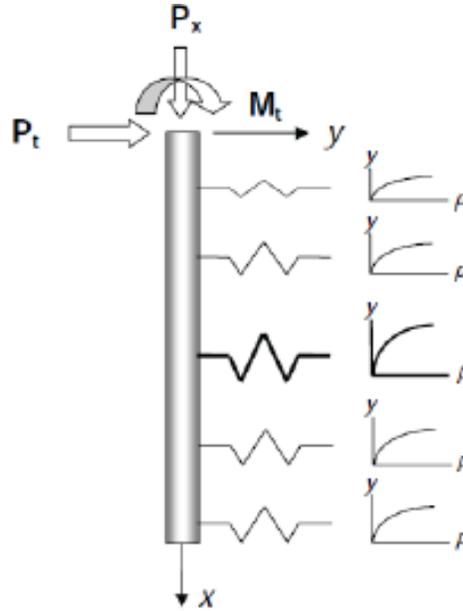


Figura 44 Concepto de la curva P-Y. Ruigrok 2010.

El modelo de la curva P-Y representó el comportamiento del suelo con la ecuación 2

$$EI \cdot \frac{d^4y}{dx^4} + k(z, y) \cdot y(x) = 0 \quad \text{Ecuación 2}$$

Según este modelo la rigidez del suelo varió a lo largo del pilote en función a su profundidad de análisis y a la deformación del suelo como se muestra en la ecuación 9.

El análisis del comportamiento del suelo se elaboró con el método de Reese, el cual establecerá un modelo de curva esfuerzo-deformación o curva P-Y para estratos de arena sin cohesión. Las curvas esfuerzo-deformación se desarrolló con los pasos explicados en el marco teórico y se calculó con una programación de Matlab planteada en el anexo, esta programación elaboró las curvas a los casos propuestos.

El modelo de la curva P-Y se representó en la siguiente figura, compuesta por una recta que parte desde el origen hasta la deflexión elástica máxima (y_k , p_k), una curva parabólica hasta el punto (Y_m , p_m) y por una recta hasta la resistencia última del suelo (y_u , p_u).

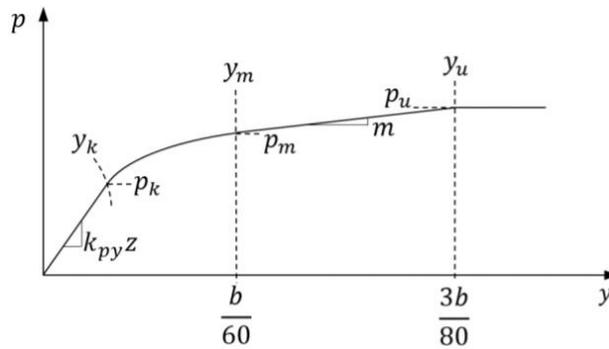


Figura 45 Curva P-Y para una arena. ADCS 2013.

La primera recta se elaboró con la siguiente ecuación lineal 26:

$$P = (k_{py} \cdot z) y \quad \text{Ecuación 26}$$

La curva se desarrolló con la siguiente ecuación exponencial 27:

$$P = \hat{C} \cdot y^{(1/n)} \quad \text{Ecuación 27}$$

La última recta se construyó con la siguiente ecuación lineal 28:

$$P = m \cdot y + b \quad \text{Ecuación 28}$$

La resolución de los casos se calculó con el programa L-Pile, este programa realizó un proceso iterativo y utilizó el método de elementos finitos y resolvió la ecuación 9 para analizar el comportamiento del suelo con la curva P-Y. Además, el programa asumió la condición de borde de libertad de giro y desplazamiento en los extremos del pilote.

Este modelo requirió establecer puntos de análisis para representar adecuadamente las propiedades del suelo, la profundidad de cada punto se determinó a criterio del usuario colocando el número de iteraciones realizados a lo largo del pilote. Se estableció 100 iteraciones, como se analizó un pilote de 8 m, se desarrolló el análisis cada 0.08 m.

Se desarrollará las curvas P-Y en la mitad de las siguientes capas:

De 0 a 2 metros de profundidad: 4 capas de 0.5 m

De 2 a 4 metros de profundidad: 2 capas de 1 m

De 4 a 8 metros de profundidad: 2 capas de 2m

4.3.3.1 Desarrollo del primer caso

La programación en Matlab planteada en el anexo permitió obtener las curvas esfuerzo deformación para las capas propuestas, para resolverlo se ingresó los siguientes datos:

Longitud del pilote = 8 m

Diámetro del pilote = 0.36 m

Angulo de fricción = 30° (constante)

Peso específico = 18 kN/m³

Rigidez del suelo = 53555 kN/m² (constante a lo largo del pilote)

Además, se ingresó los coeficientes \bar{A} y B determinados en los siguientes gráficos

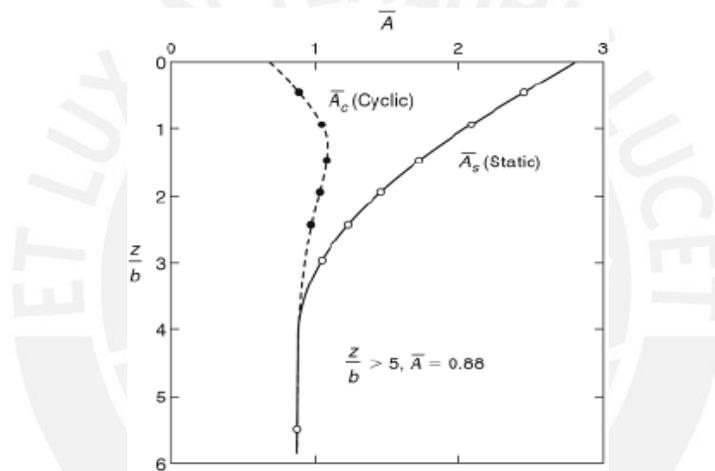


Figura 46 Coeficientes A para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011)

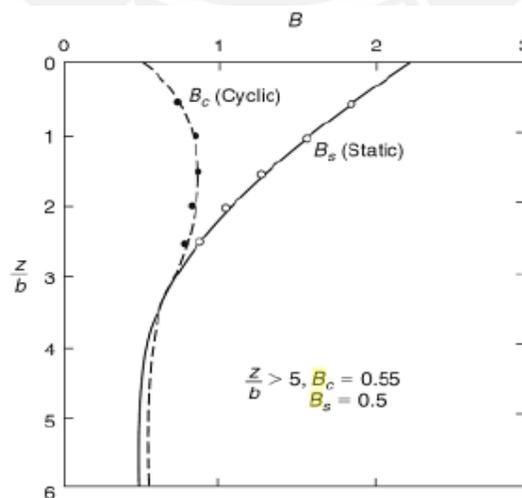


Figura 47 Coeficientes B para cargas estáticas y cíclicas, Fuente: Reese & Van Impe, 2011

En la tabla 8 se presentó una tabla resumen de los resultados por capa.

Tabla 10 *Tabla resumen de los coeficientes A y B correspondientes por capa*

Capa	Profundidad del punto z (m)	Ancho del pilote b (m)	z/b	A	B
1	0.25	0.36	6.94E-01	2.33	1.72
2	0.75	0.36	2.08E+00	1.44	1.02
3	1.25	0.36	3.47E+00	.98	0.63
4	1.75	0.36	4.86E+00	0.88	0.5
5	2.5	0.36	6.94E+00	0.88	0.5
6	3.5	0.36	9.72E+00	0.88	0.5
7	5	0.36	1.39E+01	0.88	0.5
8	7	0.36	1.94E+01	0.88	0.5

La programación en Matlab presentó los siguientes resultados:

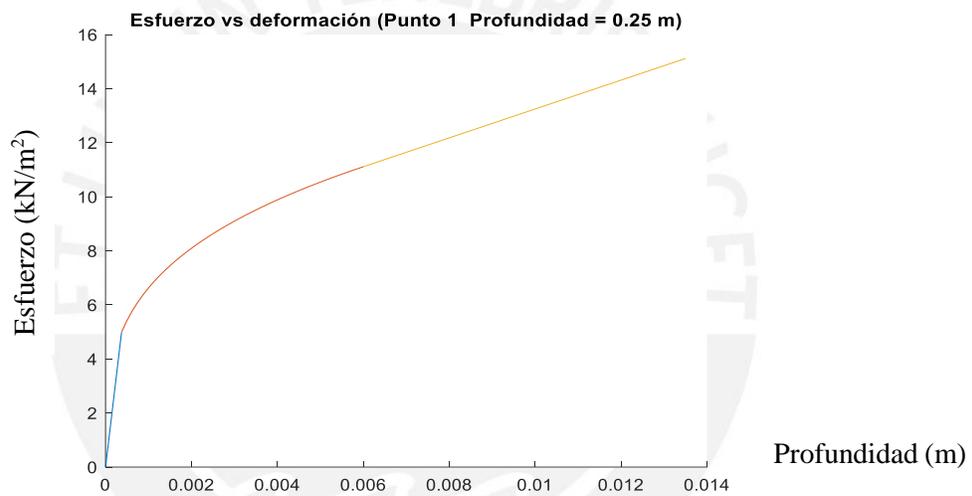


Figura 48 Curva P-Y de la primera capa

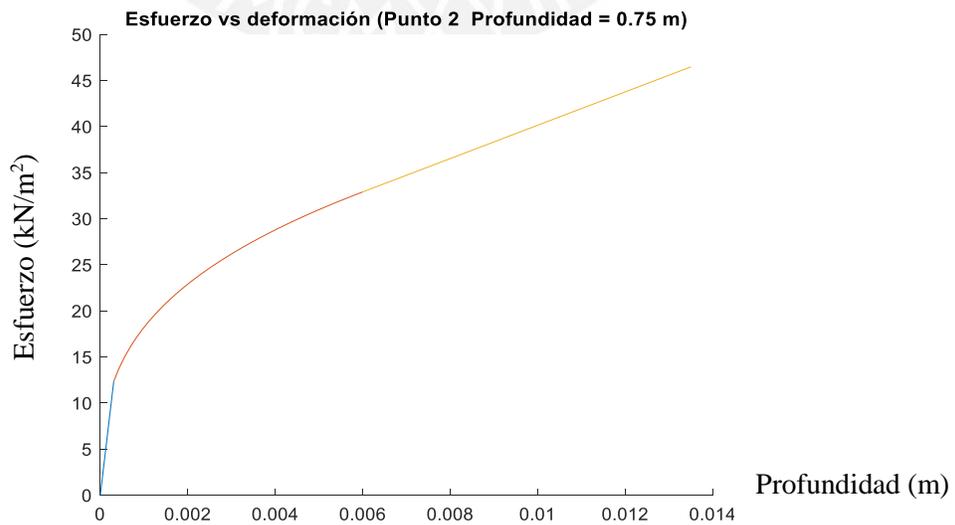


Figura 49 Curva P-Y de la segunda capa

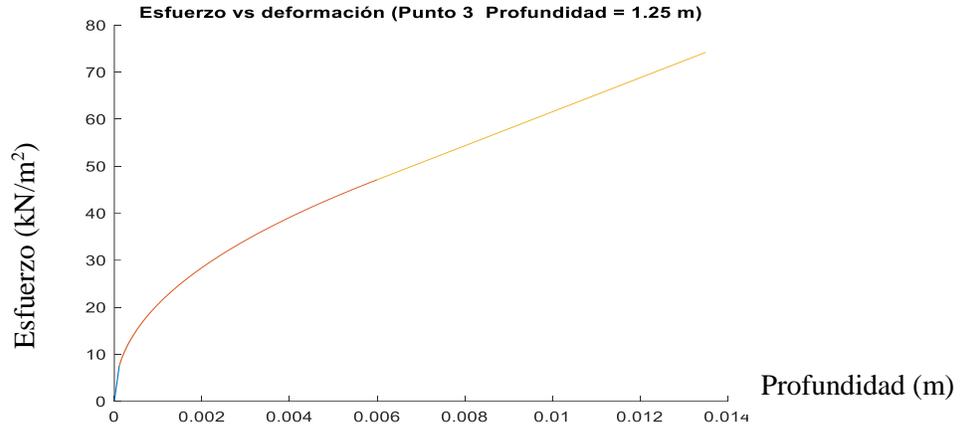


Figura 50 Curva P-Y de la tercera capa

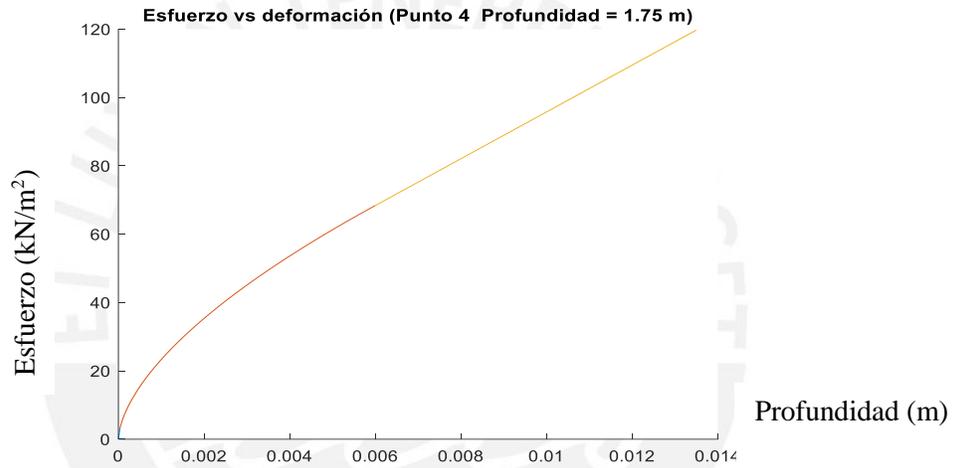


Figura 51 Curva P-Y de la cuarta capa

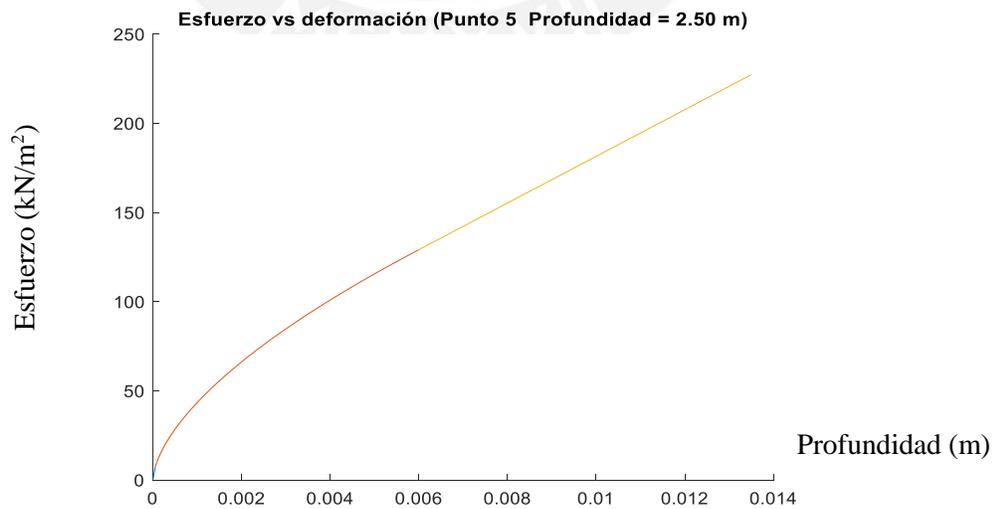


Figura 52 Curva P-Y de la quinta capa

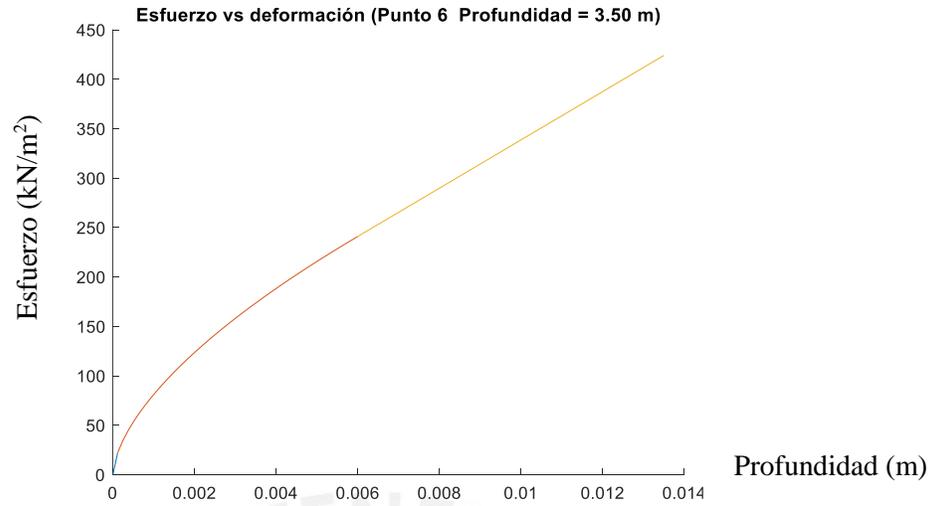


Figura 53 Curva P-Y de la sexta capa

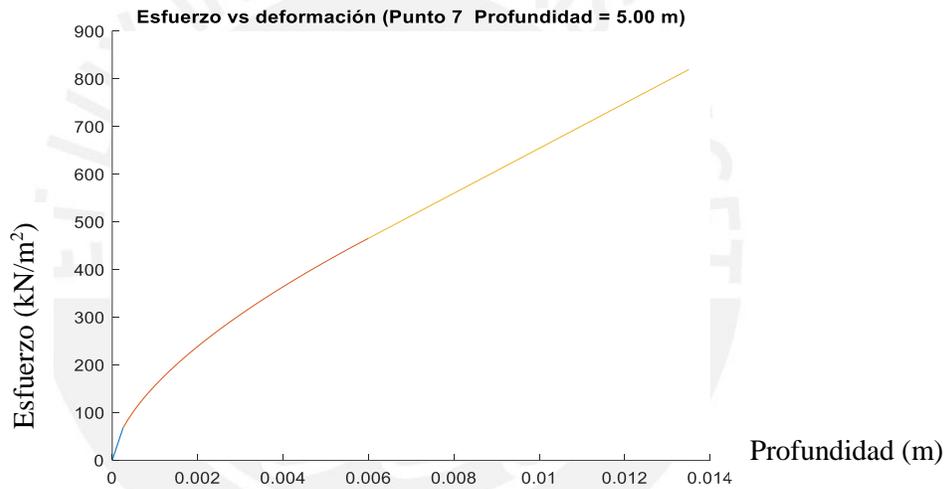


Figura 54 Curva P-Y de la séptima capa

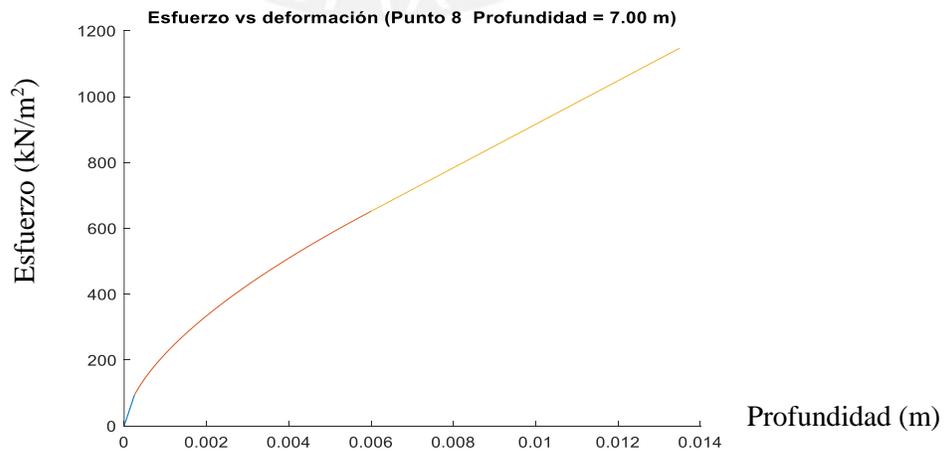


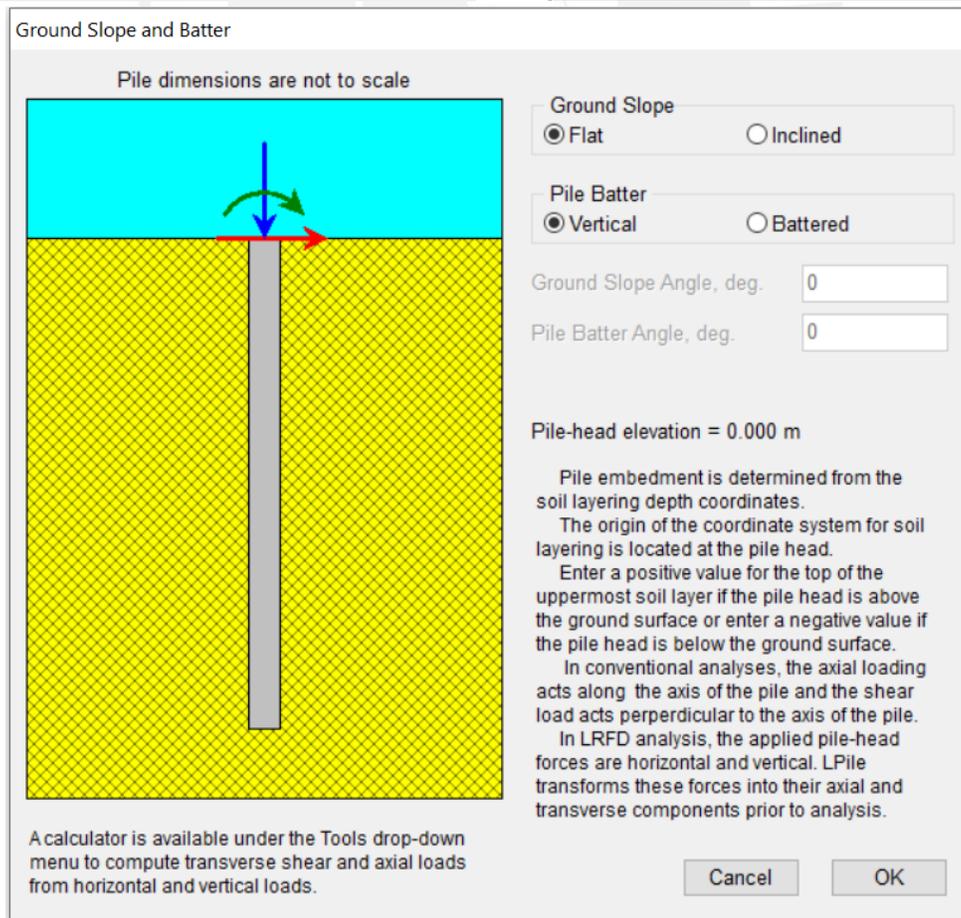
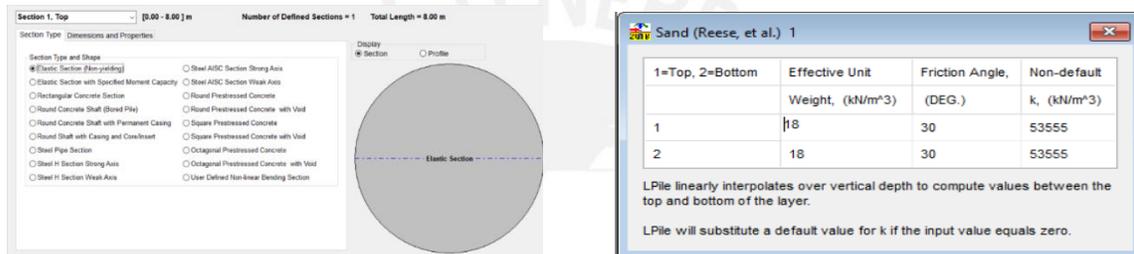
Figura 55 Curva P-Y de la octava capa

Para resolverlo el problema se ingresó los siguientes datos al programa L-Pile:

Pilote de concreto	
Sección	Circular
Ancho (m)	0.36
Módulo de Elasticidad (kN/m ²)	30,000,000
Longitud (m)	8
Inercia (m ⁴)	8.2448 x10 ⁻⁴
Rigidez del pilote (kN.m ²)	24,734
Inclinación del pilote (°)	0

Arena	
Método de análisis	Reese
Peso específico (kN/m ³)	18
Angulo de fricción (°)	30
Rigidez del suelo (kN/m ³)	53,555
Inclinación del estrato (°)	0

Para el primer caso se analizó la aplicación de una carga lateral estática de 2 kN. La interfaz del programa solicitó que se ingrese la siguiente data.



Section 1, Top [0.00 - 8.00] m Number of Defined Sections = 1 Total Length = 8.00 m

Section Type Dimensions and Properties

Elevation Dimensions:
 Length of Section (ft)

Elastic Structural Section Properties:
 Structural Shape

	At Top	At Bottom
Elas. Sect. Diam., (in)	<input type="text" value="360"/>	<input type="text" value="360"/>
No data required (in)	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
Area (in ²)	<input type="text" value="101787.60197"/>	<input type="text" value="101787.60197"/>
Mom. of Inertia (in ⁴)	<input type="text" value="824479576.00"/>	<input type="text" value="824479576.00"/>
Plas. Mom. Cap. (in-lbs)	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>
Shear Capacity (lbs)	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>

Elastic Pile (non-yielding) Section Dimensions:

Section Diameter (in)	<input type="text" value="36"/>
Casing Wall Thickness (in)	<input type="text" value="0"/>
Section Width (in)	<input type="text" value="36"/>
Section Depth (in)	<input type="text" value="0"/>
Corner Chamfer (in)	<input type="text" value="1"/>
Core Void Diameter (in)	<input type="text" value="0"/>
Core Wall Thickness (in)	<input type="text" value="0"/>
Flange Thickness, (in)	<input type="text" value="0"/>
Web Thickness, (in)	<input type="text" value="0"/>
Young's Mod. (lbs/in ²)	<input type="text" value="30000000"/>

Display Section Profile

Pile-Head Loadings and Options

Load Case	Pile-Head Loading Condition	Condition (1) for Loading Type	Condition (2) for Loading Type	Axial Load (p-delta) (kN)	Compute Top y vs. L?
1	(1) Shear [lb or kN] and (2) Moment [in-lb or kN-m]	2	0	0	No

Select a pile-head loading condition from the drop-down list. Up to 100 loading cases may be specified.

Load 1 for Load Type is the first loading condition in the description of the loading condition.
 Load 2 for Load Type is the second loading condition in the description of the loading condition.
 The Axial Load (p-delta) is the axial thrust force used in p-delta computations.
 The Compute Top Y vs. L option is used to compute top deflection for reduced pile lengths.

To specify a fixed-head loading condition, select a Shear and Slope condition and set the slope value equal to zero.
 To specify a pinned-head loading condition, select a Shear and Moment condition and set the moment value equal to zero.

The sign convention for positive loadings is shown in the drawing below.

Conventional Loading

Soil Layers

Layer	Select p-y Curve Type	Vertical Depth Below Pile Head of Top of Soil Layer (m)	Vertical Depth Below Pile Head of Bottom of Soil Layer (m)	Press Button to Enter Soil Properties
1	Sand (Reese)	0	8	<input type="button" value="1: Sand (Reese, et al.)"/>

All positive depth coordinates are defined as vertical distances below the pile-head.
 If the pile-head is embedded below the ground surface, the top layer must extend from the ground surface (defined by a negative vertical depth) to some point below the pile head.
 Select the p-y soil type using the drop-down list in the left table column.

Program Options and Settings

Computational Options

Conventional Analysis Mode
 LRFD Analysis Mode Open LRFD Load Case File
 Nonlinear EI Only Mode (Interaction diagram, input required)

The options below are available for conventional and LRFD modes

Use Modification Factors for p-y Curves (input required)
 Include Shearing Resistance at Pile Tip (input required)

The options below are available only for conventional analysis mode

Use Loading by Single Distributed Load Profile (input required)
 Use Separate Distributed Load Profiles for Each Load Case
 Use Loading by Single Soil Movement Profile (input required)
 Use Separate Soil Movement Profiles for Each Load Case
 Compute Pile-Head Stiffness Matrix Values (input required)
 Compute Push-over Analysis (input required)
 Compute Pile Buckling Analysis (input required)

Options for Response of Layered Soils

Use Layering Correction (Method of Georgiadis)
 Do not Compute Layering Correction if Layer Above is of Same Type

Engineering Units of Input Data and Computations

US Customary Units (inches, feet, and pounds)
 SI Units (millimeters, meters and kilonewtons)

Loading Type and Number of Cycles of Loading

Static Loading
 Cyclic Loading Number of Cycles of Loading

Analysis Control Options

Number of Pile Increments
Maximum Number of Iterations
Convergence Tolerance on Deflections (m)
Deflection Iteration Limit at Pile Head (m)

Data from Load Test

Input Data from Load Test for Comparison to Computed Values

Output Options

Generate p-y Curves at User-Specified Depths (input required) Output Summary Tables Only
Print Pile Response Every nodes Use Narrow Output Report Format

Text Viewer Options

Use Internal Text Viewer (faster)
 Use External Viewing Program Browse

Internet Update Notice Query

Check Internet for Program Update on Program Startup

OK

Figura 56 Interfaz del programa L-Pile

El programa L-Pile presentó los siguientes resultados:

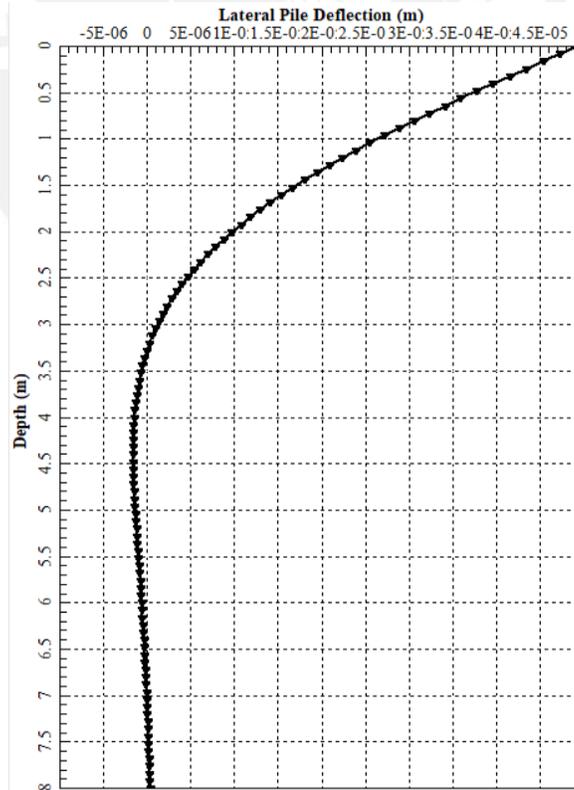


Figura 57 Diagrama de deflexión lateral en el programa L-Pile para el caso 1

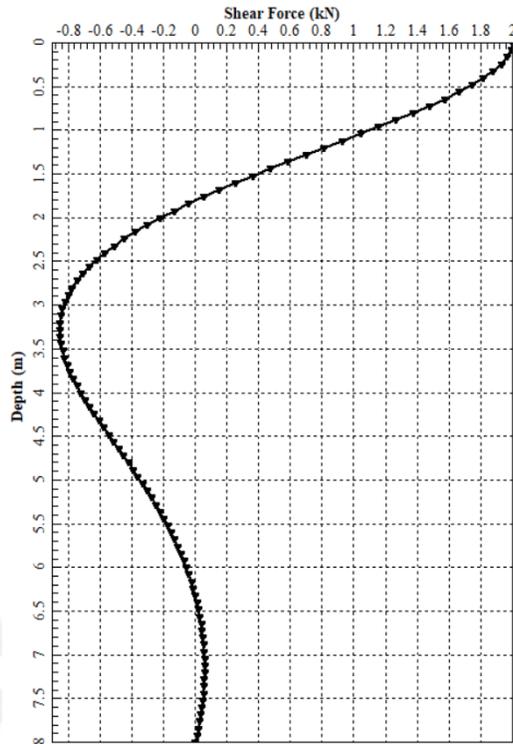


Figura 58 Diagrama de fuerza cortante en el programa L-Pile para el caso 1

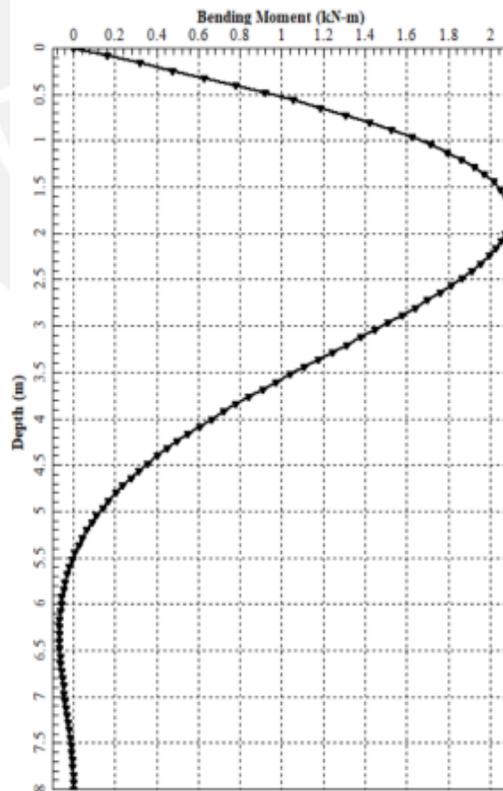


Figura 59 Diagrama de momento flector en el programa L-Pile para el caso 1

4.3.3.2 Desarrollo del segundo caso

Al incrementar la carga aplicada a 75 kN y se presentó los siguientes resultados:

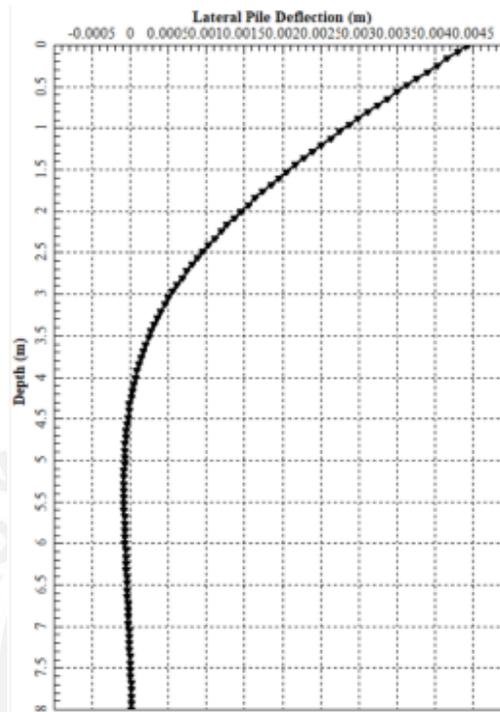


Figura 60 Diagrama de deflexión lateral en el programa L-Pile para el caso 2

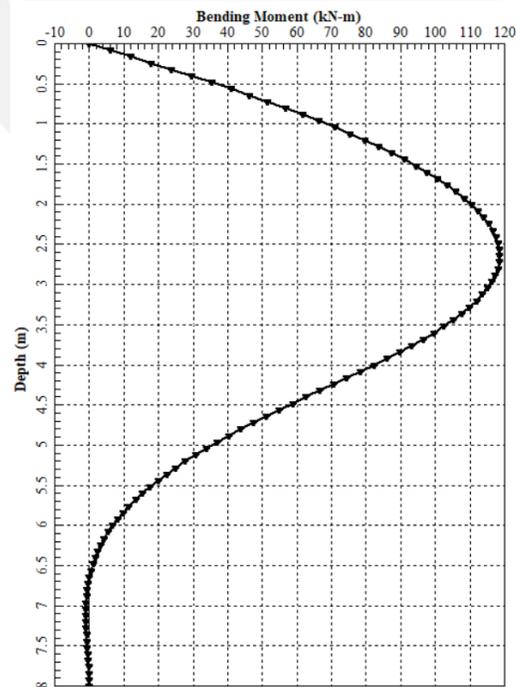


Figura 61 Diagrama de momento flector en el programa L-Pile para el caso 2

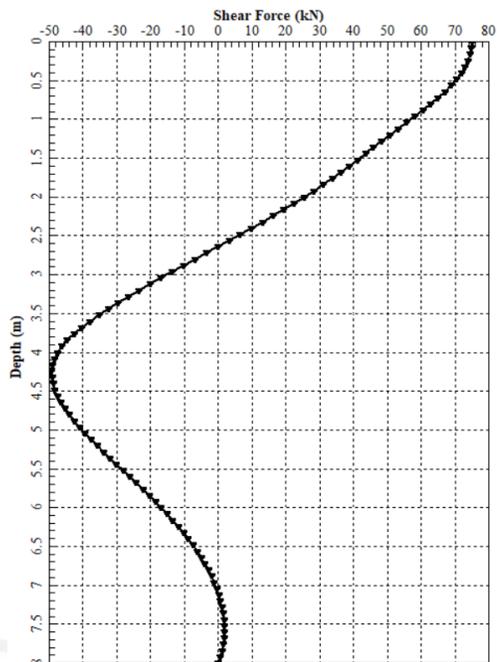


Figura 62 Diagrama de fuerza cortante en el programa L-Pile para el caso 2

4.4 CUADRO RESUMEN DE RESULTADOS

Tabla 11 *Resultados del modelo Winkler*

Capas	Esfuerzo (kN/m ²)	Deformación (m)
Capa 1	0	0.00E+00
	9.14	4.74E-04
	18.28	9.48E-04
Capa 2	0	0.00E+00
	34.51	1.79E-03
	69.02	3.58E-03
Capa 3	0	0.00E+00
	66.71	3.46E-03
	133.42	6.92E-03
Capa 4	0	0.00E+00
	103.73	5.38E-03
	207.45	1.08E-02
Capa 5	0	0.00E+00
	166.00	8.61E-03
	332.00	1.72E-02
Capa 6	0	0.00E+00
	256.81	1.33E-02
	256.42	1.33E-02
Capa 7	0	0.00E+00
	115.68	6.00E-03

	403.80	2.09E-02
Capa 8	0	0.00E+00
	115.68	6.00E-03
	611.02	3.17E-02

Tabla 12 Resultados del modelo Ideal lineal elastoplástico

Capas	Esfuerzo (kN/m ²)	Deformación (m)
Capa 1	0.00	0.00E+00
	9.14	4.74E-04
	9.14	1.89E-02
Capa 2	0.00	0.00E+00
	34.51	1.79E-03
	34.51	1.89E-02
Capa 3	0.00	0.00E+00
	66.71	3.46E-03
	66.71	1.89E-02
Capa 4	0.00	0.00E+00
	103.73	5.38E-03
	103.73	1.89E-02
Capa 5	0.00	0.00E+00
	166.00	8.61E-03
	166.00	1.89E-02
Capa 6	0.00	0.00E+00
	256.42	1.33E-02
	256.42	1.89E-02
Capa 7	0.00	0.00E+00
	403.80	2.09E-02
	403.80	2.50E-02
Capa 8	0.00	0.00E+00
	611.02	3.17E-02
	611.02	3.50E-02

Tabla 13 Resultados del modelo Curva P-Y

Capas	Esfuerzo (kN/m)	Deformación (m)
Capa 1	0.00E+00	0.00E+00
	4.99E+00	3.72E-04
	6.40E+00	8.84E-04
	7.30E+00	1.40E-03
	7.98E+00	1.91E-03
	8.55E+00	2.42E-03
	9.04E+00	2.93E-03
	9.47E+00	3.44E-03
	9.85E+00	3.95E-03

	1.02E+01	4.47E-03
	1.05E+01	4.98E-03
	1.08E+01	5.49E-03
	1.11E+01	6.00E-03
	1.31E+01	9.75E-03
	1.51E+01	1.35E-02
	1.51E+01	1.62E-02
	1.51E+01	1.89E-02
Capa 2	0.00E+00	0.00E+00
	1.23E+01	3.07E-04
	1.71E+01	8.25E-04
	2.01E+01	1.34E-03
	2.24E+01	1.86E-03
	2.42E+01	2.38E-03
	2.59E+01	2.89E-03
	2.73E+01	3.41E-03
	2.86E+01	3.93E-03
	2.98E+01	4.45E-03
	3.09E+01	4.96E-03
	3.19E+01	5.48E-03
	3.29E+01	6.00E-03
	3.97E+01	9.75E-03
	4.65E+01	1.35E-02
	4.65E+01	1.62E-02
	4.65E+01	1.89E-02
Capa 3	0.00E+00	0.00E+00
	7.58E+00	1.13E-04
	1.69E+01	6.48E-04
	2.23E+01	1.18E-03
	2.65E+01	1.72E-03
	3.00E+01	2.25E-03
	3.31E+01	2.79E-03
	3.59E+01	3.32E-03
	3.84E+01	3.86E-03
	4.08E+01	4.39E-03
	4.30E+01	4.93E-03
	4.51E+01	5.46E-03
	4.71E+01	6.00E-03
	6.06E+01	9.75E-03
7.42E+01	1.35E-02	
7.42E+01	1.62E-02	
7.42E+01	1.89E-02	
Capa 4	0.00E+00	0.00E+00

	2.87E+00	3.06E-05
	1.67E+01	5.73E-04
	2.49E+01	1.12E-03
	3.16E+01	1.66E-03
	3.74E+01	2.20E-03
	4.27E+01	2.74E-03
	4.76E+01	3.29E-03
	5.22E+01	3.83E-03
	5.65E+01	4.37E-03
	6.07E+01	4.91E-03
	6.46E+01	5.46E-03
	6.84E+01	6.00E-03
	9.41E+01	9.75E-03
	1.20E+02	1.35E-02
	1.20E+02	1.62E-02
	1.20E+02	1.89E-02
Capa 5	0.00E+00	0.00E+00
	7.58E+00	5.66E-05
	3.17E+01	5.97E-04
	4.70E+01	1.14E-03
	5.95E+01	1.68E-03
	7.05E+01	2.22E-03
	8.05E+01	2.76E-03
	8.98E+01	3.30E-03
	9.84E+01	3.84E-03
	1.07E+02	4.38E-03
	1.14E+02	4.92E-03
	1.22E+02	5.46E-03
	1.29E+02	6.00E-03
	1.78E+02	9.75E-03
	2.27E+02	1.35E-02
	2.27E+02	1.62E-02
2.27E+02	1.89E-02	
Capa 6	0.00E+00	0.00E+00
	2.21E+01	1.18E-04
	6.26E+01	6.53E-04
	9.00E+01	1.19E-03
	1.13E+02	1.72E-03
	1.33E+02	2.26E-03
	1.51E+02	2.79E-03
	1.68E+02	3.33E-03
	1.84E+02	3.86E-03
1.99E+02	4.40E-03	

	2.14E+02	4.93E-03
	2.28E+02	5.47E-03
	2.41E+02	6.00E-03
	3.33E+02	9.75E-03
	4.24E+02	1.35E-02
	4.24E+02	1.62E-02
	4.24E+02	1.89E-02
Capa 7	0.00E+00	0.00E+00
	6.82E+01	2.55E-04
	1.34E+02	7.77E-04
	1.84E+02	1.30E-03
	2.26E+02	1.82E-03
	2.63E+02	2.34E-03
	2.97E+02	2.87E-03
	3.29E+02	3.39E-03
	3.59E+02	3.91E-03
	3.87E+02	4.43E-03
	4.15E+02	4.96E-03
	4.41E+02	5.48E-03
	4.66E+02	6.00E-03
	6.43E+02	9.75E-03
	8.20E+02	1.35E-02
	8.20E+02	2.50E-02
8.20E+02	2.50E-02	
Capa 8	0.00E+00	0.00E+00
	9.55E+01	2.55E-04
	1.88E+02	7.77E-04
	2.57E+02	1.30E-03
	3.16E+02	1.82E-03
	3.68E+02	2.34E-03
	4.16E+02	2.87E-03
	4.61E+02	3.39E-03
	5.03E+02	3.91E-03
	5.42E+02	4.43E-03
	5.80E+02	4.96E-03
	6.17E+02	5.48E-03
	6.52E+02	6.00E-03
	9.00E+02	9.75E-03
	1.15E+03	1.35E-02
1.15E+03	3.50E-02	
1.15E+03	3.50E-02	

5. Análisis de resultados

En este capítulo se compara el marco teórico de los modelos y los resultados de los problemas resueltos utilizando la metodología del MCA (Análisis Multicriterio). Primero, se elabora una breve explicación sobre esta metodología. Después, se propone los criterios de comparación y sus valores correspondientes. Seguidamente, se analiza los resultados de los problemas, las curvas esfuerzo deformación de cada modelo elaboradas en Matlab y las gráficas de deformación, fuerza cortante y momento flector obtenidas mediante los programas desarrollados en el capítulo anterior. Finalmente, se desarrolla la evaluación del MCA, mediante una tabla de comparación, y se comentan las respuestas.

5.1 Análisis Multicriterio (MCA)

El análisis Multicriterio (MCA) es una herramienta que permite evaluar y comparar, de manera sencilla, diversas opciones estableciendo una serie de criterios. Las ventajas de utilizar esta metodología es que permite al usuario realizar un análisis abierto y explícito, permitiéndole verificar los resultados y el procedimiento en base a sus necesidades. (Multicriteria análisis: a manual, pag. 31)

Los criterios de comparación se establecen en función del interés del usuario, los cuales podrán ser evaluados con una calificación de 0 a 1. Después de ser evaluados, se asignan a los criterios un factor o peso, dependiendo de la importancia de ese criterio en el análisis.

Por ejemplo: si se trata de la construcción de una estructura importante para la comunidad, el usuario tendrá mayor interés en que se desarrolle un trabajo seguro y funcional. Por lo tanto, los criterios relacionados a la seguridad y funcionabilidad de la estructura presentan un factor que aumente su calificación con respecto a los demás criterios.

Para el desarrollo del presente trabajo, se utiliza el MCA para decidir el mejor modelo que represente el problema de un pilote sometido a una carga lateral estática. Para ello, se debe establecer los criterios de evaluación y se designan los factores correspondientes para diferenciar la importancia entre los criterios establecidos. Finalmente, se explica la acreditación de los modelos en el MCA y se evalúa los resultados obtenidos.

5.2 Criterios de comparación

Se establecen criterios de comparación considerando las características de cada modelo, estos criterios se clasifican en 3 grupos, como generales, teóricos y de precisión.

5.2.1 Criterios generales

Los criterios generales describen las de características de practicidad, aplicabilidad, literatura y requerimientos en el uso de los modelos.

La practicidad se entiende como la facilidad de uso del modelo, el cual valora si este es fácil de entender. Al modelo Winkler se le otorga 1 punto porque es el más sencillo de utilizar y puede ejecutarse con cualquier software que pueda analizar una viga sobre resortes como el SAP 2000 o el Etabs. Por otra parte, los modelos Ideal lineal elastoplástico y curva P-Y se les otorga 0.5 puntos porque solo puede ser desarrollado por softwares específicos que desarrollen su modelo y entiendan las suposiciones para el comportamiento del suelo y el pilote, teniendo la capacidad para poder calcular la rigidez del suelo con los datos obtenidos por ensayos de campo.

La aplicabilidad valoriza al modelo utilizado para resolver y analizar casos reales. A la curva P-Y se le otorga 1 punto y al modelo Ideal lineal elastoplástico se le asigna 0.5 puntos porque son computados por softwares comerciales como L-Pile y D-Sheet Piling, los cuales fueron implementados por empresas internacionales que respaldan sus programas con artículos que garantizan el uso de sus modelos, aunque a la curva P-Y es más valorizada porque presenta la acreditación del API (American Petroleum Institute), institución que implemento este modelo a través de diversos ensayos. En cambio, Winkler es un modelo sencillo que no puede analizar el comportamiento del suelo, porque tiene muchas limitaciones, principalmente su capacidad representar la rigidez del suelo, por eso se le otorga 0 puntos.

La literatura considera la bibliografía disponible para aplicar los modelos. A la curva P-Y y Winkler se le asigna 1 punto, porque presentan una buena bibliografía disponible, pero la curva P-Y tiene el respaldo del API, el cual valida su confiabilidad y otorga información sobre su uso y resultados. Al modelo Ideal lineal elastoplástico se le otorga 0.5 puntos.

Por ultimo, los requerimientos comprenden a la data necesaria para desarrollar el modelo. A winkler se le otorga 1 punto porque es el modelo más sencillo y solo requiere que se indique un valor único de la rigidez. Los modelos curva P-Y e Ideal lineal elastoplástico requieren de más datos y otros ensayos de campo, por lo tanto, se le asigna 0.5 puntos.

5.2.2 Criterios teóricos

Los criterios teóricos involucran la capacidad del modelo para representar el comportamiento del suelo, del pilote y la carga aplicada ante posibles casos.

Con respecto a las características del comportamiento del suelo, el modelo debe tener la capacidad de analizar un suelo estratificado compuesto por diferentes tipos de suelos, bajo las condiciones saturado o húmedo con sus respectivas propiedades mecánicas. Solo los modelos Ideal lineal elastoplástico y la curva P-Y cumplen con este criterio por eso se le asigna 1 punto, en cambio winkler no cumple con esto, por lo tanto, se le otorga 0 puntos.

Asimismo, un modelo debe considerar el cambio de rigidez del suelo a lo largo del pilote. Cada método para analizar el comportamiento del suelo representa su rigidez a través de su curva esfuerzo deformación. La curva P-Y es el modelo que representa mejor la rigidez, considerando su variación con respecto a la profundidad y la deformación del suelo, por eso se le asigna 1 punto. Por otra parte, el modelo ideal lineal elastoplástico también puede representar el cambio de rigidez a lo largo del pilote, pero no considera la variación de la rigidez por su deformación, por eso se le otorga 0.5 puntos. Finalmente, Winkler considera que la rigidez es constante a lo largo del pilote, por lo tanto, se le evalúa con 0 puntos.

También debe considerar la variación de la resistencia del suelo en función a su deformación, siendo más resistente cuando no presenta mucha deformación y menos resistente cuando se deforma. A la curva P-Y se otorga 1 punto, porque considera este criterio. Aunque el modelo Ideal lineal elastoplástico establece una resistencia máxima del suelo, no considera este criterio, porque solo analiza el cambio de la rigidez por la profundidad de análisis y no su deformación, por eso se le asigna 0.5 puntos. Finalmente, Winkler no considera este criterio, asume que la resistencia del suelo cumple la ley de Hooke a lo largo del pilote sin restricciones, por lo tanto, se le evalúa con 0 puntos.

Otro criterio a considerar es el efecto arco del suelo, el cual analiza el desplazamiento relativo del suelo, por influencia de la diferencia de rigidez por la interacción suelo-pilote. La curva P-Y y el modelo Ideal lineal elastoplástico son los únicos que considera esta condición en su análisis, por lo tanto, se le asigna 1 punto. En cambio, winkler no analiza esta condición y se le evalúa con 0 puntos.

Finalmente, el modelo debe analizar un estrato inclinado. Un modelo que solo analice estratificaciones horizontales es muy limitado y no representa adecuadamente la realidad. La curva P-Y es el único modelo que puede representar un estrato inclinado y se le asigna 1 punto. A winkler y el modelo ideal elastoplástico se le asigna 0 puntos.

Con respecto a las cargas que pueden aplicarse en el modelo, es redundante señalar que cada modelo es capaz de analizar el efecto de una carga lateral estática en la punta del pilote, evaluando 1 punto en ese criterio. Pero en la realidad los pilotes pueden presentar diferentes tipos de cargas (axial, momento flector y lateral) en cualquier punto del pilote siendo de tipo estática o cíclica. Solo la curva P-Y y el modelo Ideal lineal elastoplástico pueden analizar estas solicitaciones por esta razón se le asigna 1 punto al resto de los criterios.

Por otra parte, con respecto a los criterios que estudian el comportamiento del pilote, se analiza la capacidad del modelo para representar su rigidez y geometría. Todos los modelos consideran la rigidez del pilote dentro de la ecuación principal, pero solo la curva P-Y y el modelo Ideal lineal elastoplástico analizan la geometría del pilote.

5.2.3 Criterio de precisión

En este criterio se evalúa la precisión de los modelos para representar el comportamiento del pilote y el suelo, comparando los resultados de los problemas propuestos.

El respaldo del API y la bibliografía ha demostrado que la curva P-Y es el modelo que tiene mayor confiabilidad. Por lo tanto, este criterio compara los resultados obtenidos por los modelos de Winkler e Ideal lineal elastoplástico con respecto a la curva P-Y. Analizando los resultados obtenidos al evaluar los casos propuestos, se le valora al modelo ideal lineal elastoplástico con 0.75 puntos y al modelo winkler con 0.25 puntos.

5.3 Análisis de resultados

A continuación, se comparará la respuesta de los modelos ante los casos propuestos, superponiendo las curvas esfuerzo vs deformación y las gráficas de fuerza cortante, momento flector y deformación a lo largo del pilote.

Para elaborar la curva esfuerzo vs deformación de los modelos Ideal lineal elastoplástico y Winkler es necesario multiplicar el ancho del pilote al esfuerzo resultante en cada capa.

Curva Esfuerzo vs Deformación Primera capa (0-0.5 m)

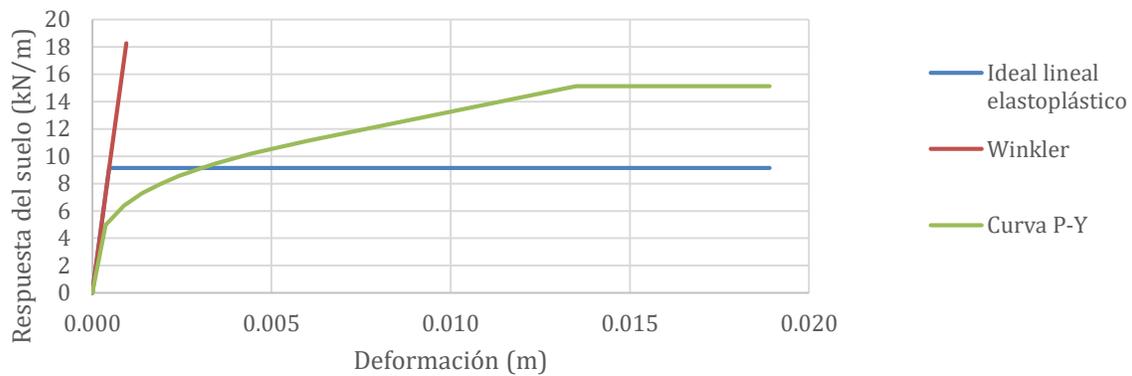


Figura 63 Curva P-Y de todos los modelos en la primera capa

Curva Esfuerzo vs Deformación Segunda capa (0.5-1 m)

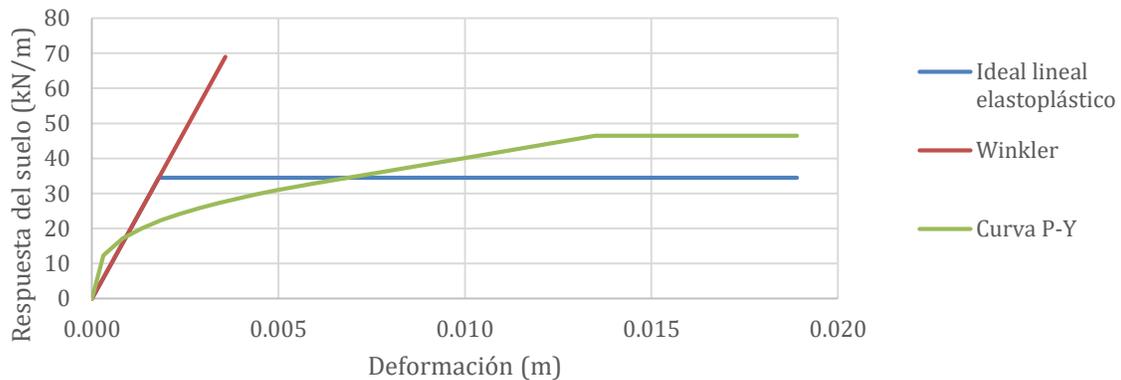


Figura 64 Curva P-Y de todos los modelos en la segunda capa

Curva Esfuerzo vs Deformación Tercera capa (1-1.5 m)

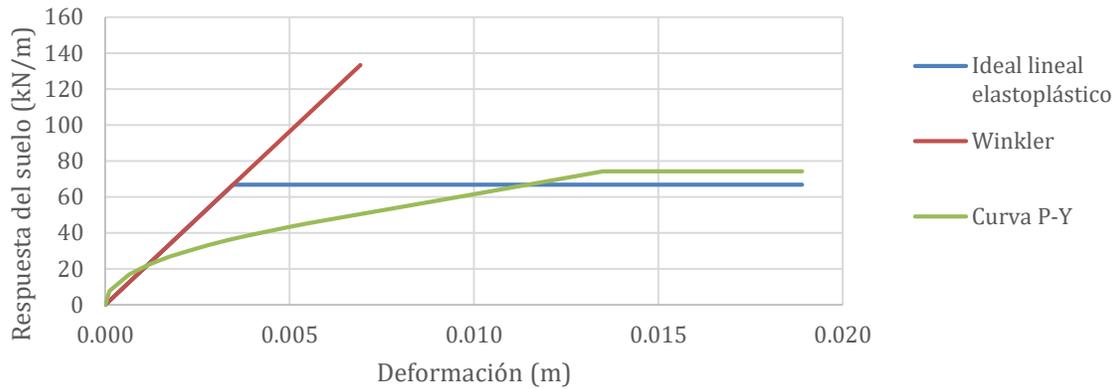


Figura 65 Curva P-Y de todos los modelos en la tercera capa }

Curva Esfuerzo vs Deformación Cuarta capa (1.5-2 m)

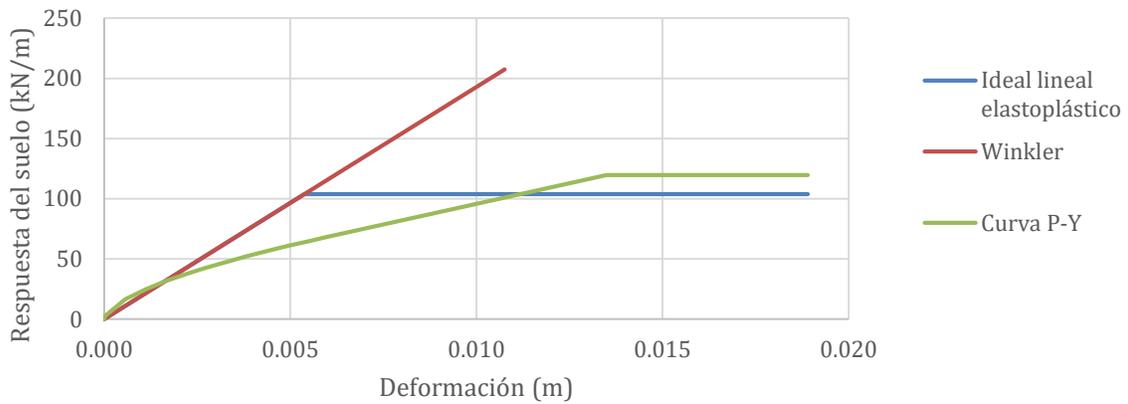


Figura 66 Curva P-Y de todos los modelos en la cuarta capa

Curva Esfuerzo vs Deformación Quinta capa (2-3 m)

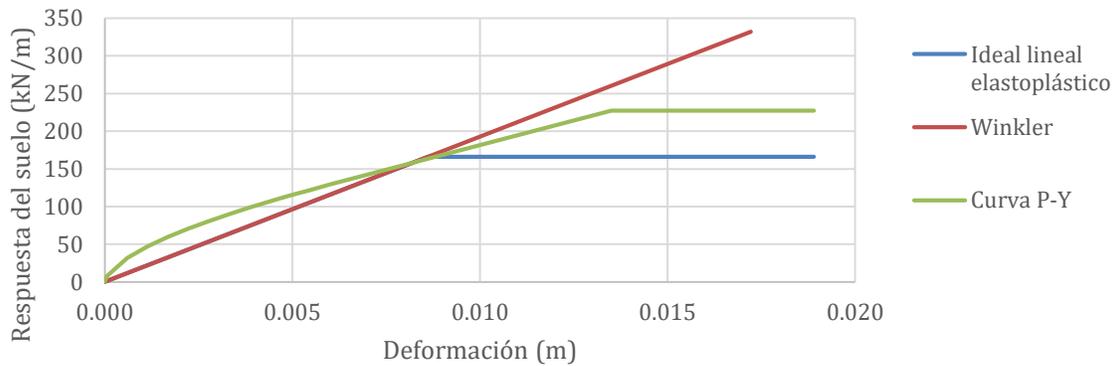


Figura 67 Curva P-Y de todos los modelos en la quinta capa

Curva Esfuerzo vs Deformación Sexta capa (3-4 m)

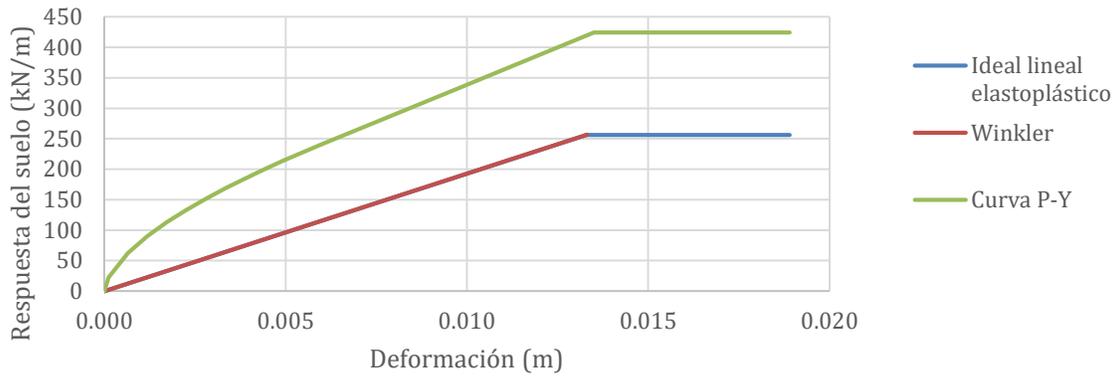


Figura 68 Curva P-Y de todos los modelos en la sexta capa

Curva Esfuerzo vs Deformación Séptima capa (4-6 m)

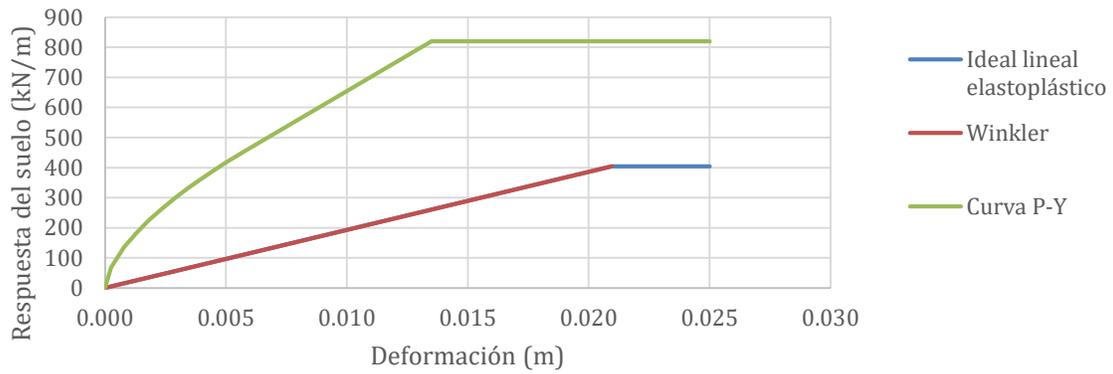


Figura 69 Curva P-Y de todos los modelos en la séptima capa

Curva Esfuerzo vs Deformación Octava capa (6-8 m)

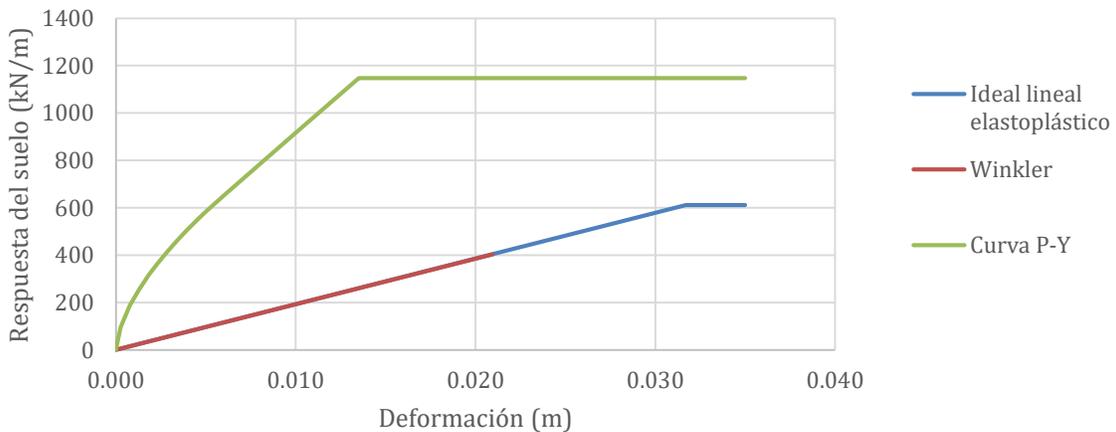


Figura 70 Curva P-Y de todos los modelos en la octava capa

Caso 1: Comportamiento elástico del suelo por la aplicación de una pequeña carga (2kN)

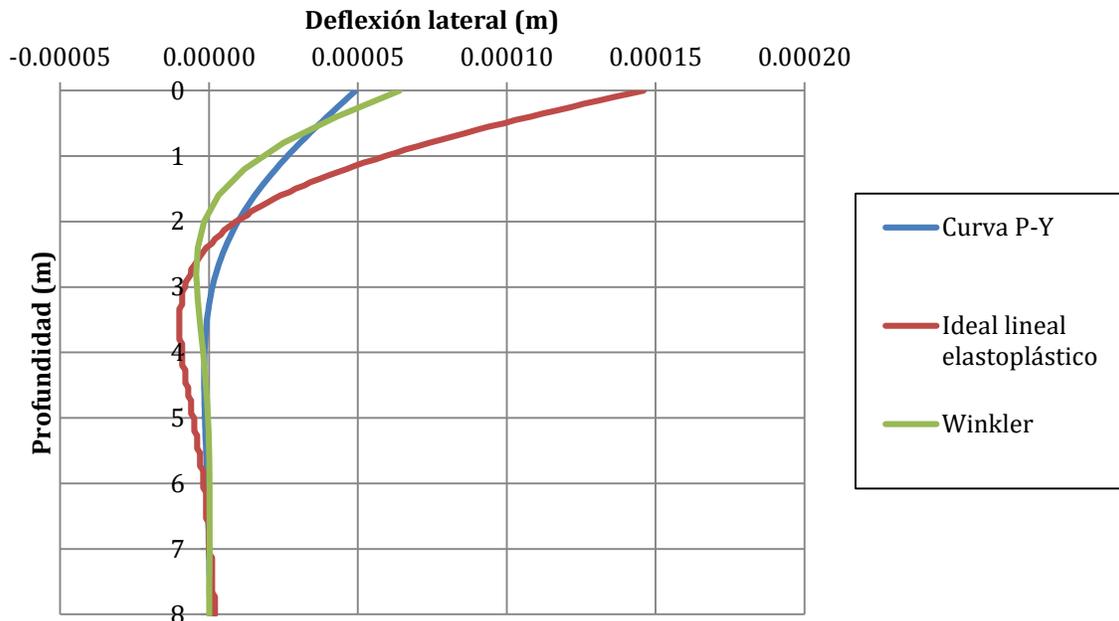


Figura 71 Grafica de deflexión lateral de todos los modelos para el primer caso

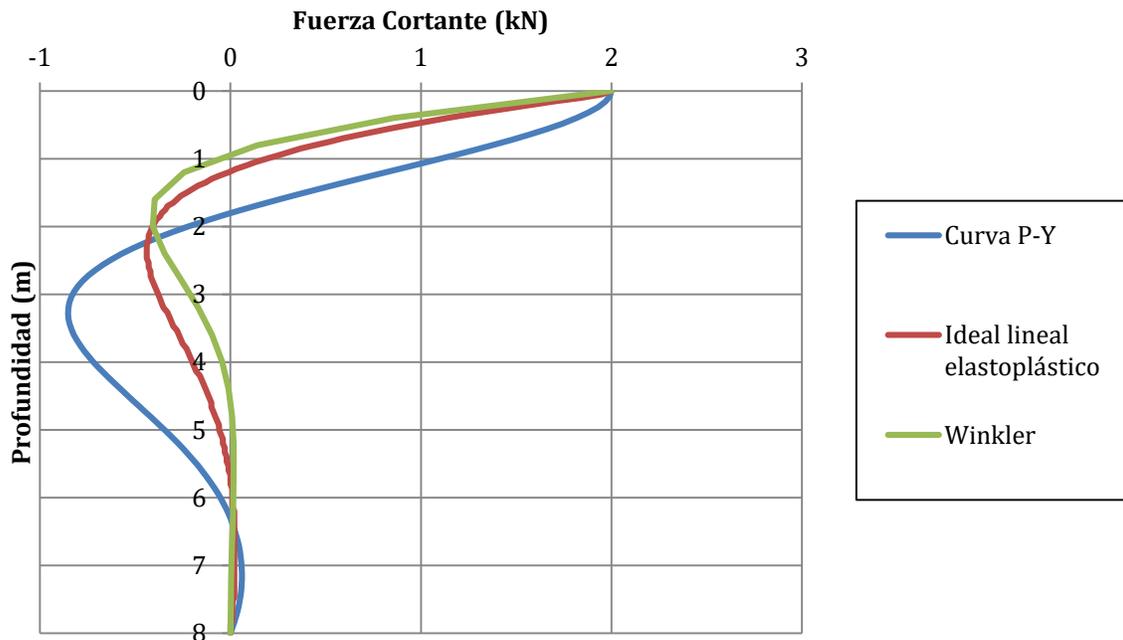


Figura 72 Grafica de fuerza cortante de todos los modelos para el primer caso

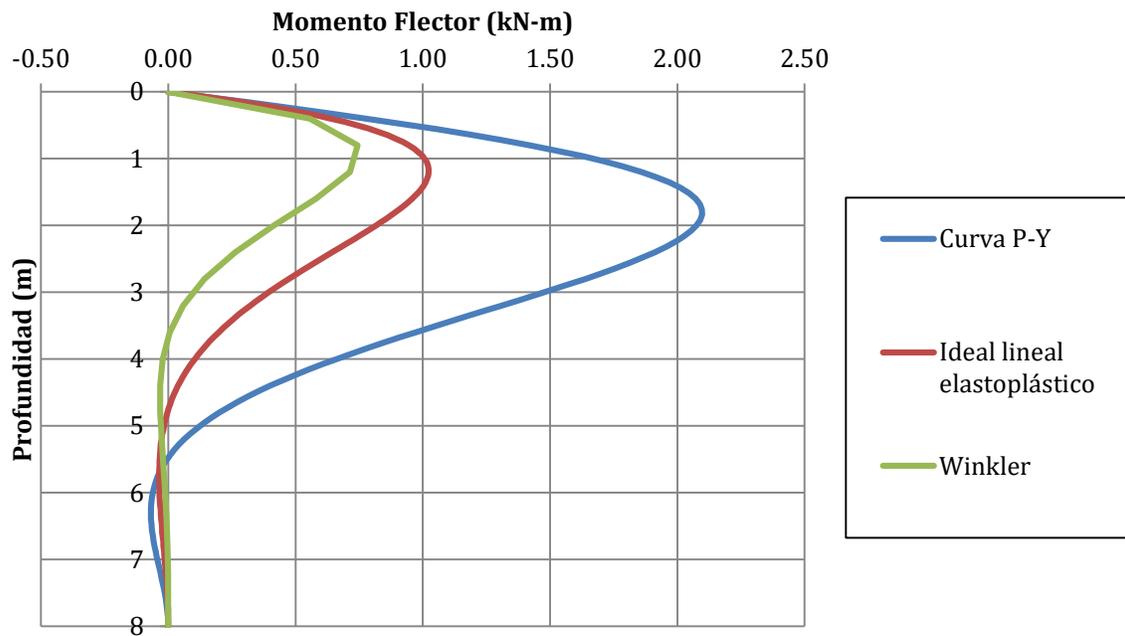


Figura 73 Grafica de momento flector de todos los modelos para el primer caso

Caso 2: Comportamiento inelástico del suelo debido al incremento de carga (75 kN)

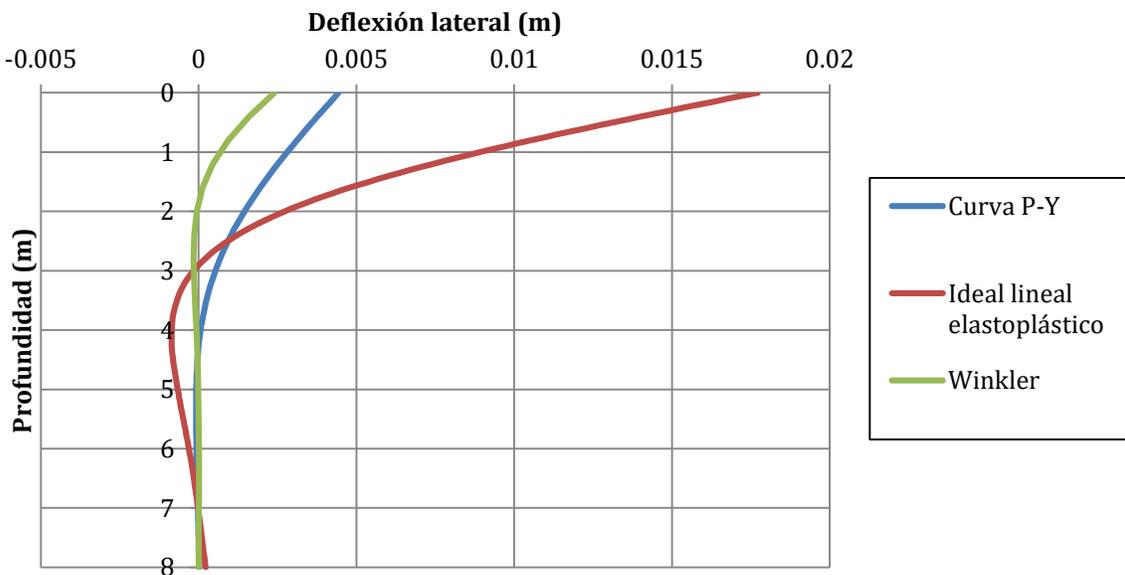


Figura 74 Grafica de deflexión lateral de todos los modelos para el segundo caso

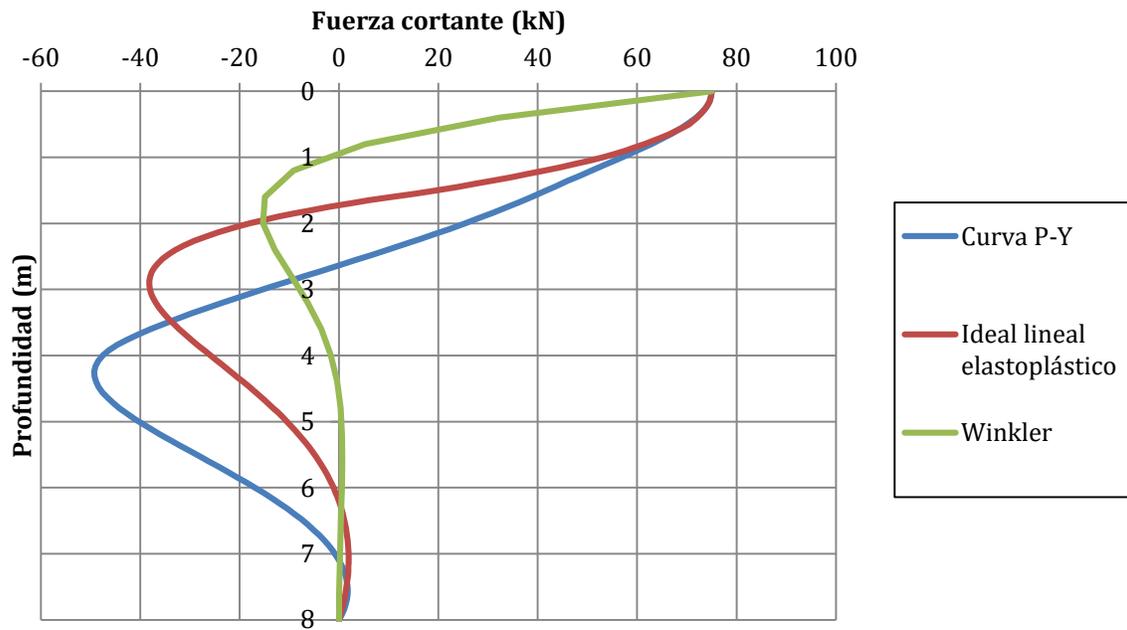


Figura 75 Grafica de fuerza cortante de todos los modelos para el segundo caso

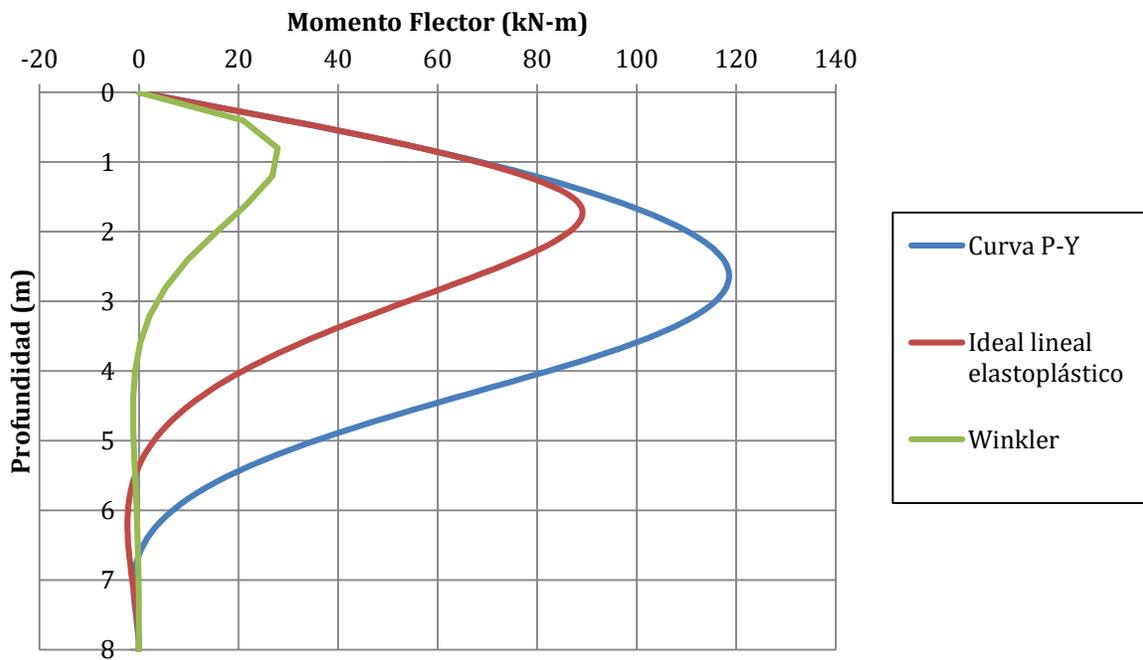


Figura 76 Grafica de momento flector de todos los modelos para el segundo caso

Análisis comparativo de modelos teóricos de curvas esfuerzo deformación para un pilote sometido a una carga lateral

5.4 Resultados del Análisis Multicriterio (MCA)

Tabla 14 *Tabla de resultados del MCA*

CRITERIOS DE COMPARACION/ MODELOS	WINKLER	IDEAL LINEAL ELASTOPLÁSTICO	CURVA P-Y	FACTOR	WINKLER	IDEAL LINEAL ELASTOPLÁSTICO	CURVA P-Y
GENERAL							
Practicidad	1	0.5	0.5	4	4	2	2
Aplicabilidad	0	0.5	1	2	0	1	2
Literatura	1	0.5	1	1	1	0.5	1
Requerimientos	1	0.5	0.5	1	1	0.5	0.5
SUELO							
Estratificación	0	1	1	1	0	1	1
Rigidez	0	0.5	1	4	0	2	4
Resistencia ultima	0	0.5	1	1	0	0.5	1
Efecto arco del suelo	0	1	1	1	0	1	1
Superficie inclinada	0	0	1	1	0	0	1
SOLICITACION							
Estática	1	1	1	1	1	1	1
Cíclica	0	1	1	1	0	1	1
Lateral	1	1	1	1	1	1	1
Momento	0	1	1	1	0	1	1
Axial	0	1	1	1	0	1	1
PILOTE							
Rigidez	1	1	1	1	1	1	1
Geometría	0	1	1	1	0	1	1
RESULTADOS							
Precisión	0.25	0.75	1	4	1	3	4

5.5 Evaluación del MCA

En la figura 77 se muestra una tabla resumen de los resultados obtenidos en la evaluación del MCA y se concluye que el modelo más valorizado es la Curva P-Y con 24.5 puntos. Sin embargo, es importante aclarar que estos resultados son considerados a partir de este análisis en particular, es decir, aunque la Curva P-Y sea el modelo con la mejor puntuación no necesariamente es el mejor modelo, sino es el mejor modelo con respecto a los criterios establecidos en este análisis con sus respectivos pesos. Por lo tanto, de acuerdo con lo anterior, el usuario puede establecer otros criterios o cambiar el factor determinado para evaluar nuevamente los modelos y obtener otros resultados.

La curva P-Y es el modelo mas valorizado porque puede representar el adecuadamente el comportamiento del pilote y el suelo, muestra el cambio de rigidez del suelo en función a la profundidad de análisis y la deformación del suelo, además que puede considerar dentro de su análisis diferentes capas de suelo y diferentes tipos de solicitaciones, respaldado por instituciones internacionales como el API e investigadores.

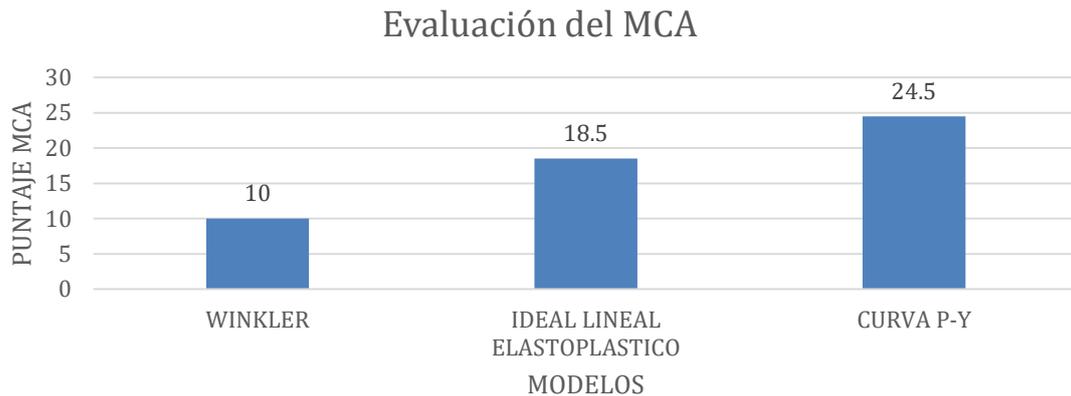


Figura 77 Evaluación del MCA

6. Conclusión y recomendaciones

En este capítulo se analiza los resultados obtenidos, se establece las conclusiones y recomendaciones correspondientes al objetivo de la tesis, este trabajo consiste en 2 partes. Primero, se desarrolla las conclusiones en base a los resultados obtenidos y el análisis del MCA. Después, se presenta las recomendaciones en el uso de los modelos propuestos y comentarios de como poder expandir la investigación de este tema.

6.1 Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos por la respuesta de los modelos propuestos y el análisis de la metodología del MCA, se han podido establecer las siguientes conclusiones:

- a) Según la evaluación del MCA, la curva P-Y es el mejor modelo para representar el comportamiento de un pilote ante una carga lateral, porque puede representar la variación en rigidez y resistencia del suelo a lo largo del pilote. El metodo de Reese este respaldado por el API, validado por sus evidencias experimentales. Es importante mencionar que los resultados obtenidos en el MCA solo son validos para este análisis en particular, esta evaluación esta determinada por el usuario, por lo tanto, una persona puede establecer otros criterios o cambiar el factor determinado para evaluar nuevamente los modelos y obtener otros resultados.
- b) Se elaboro las curvas esfuerzo-deformación lineal, bilineal y curvo en Matlab y

comparando las graficas, se comprobó que a medida se aumente la profundidad de análisis existira una mayor variación entre los valores de la gráfica.

- c) Se ha podido comprobar la relación entre la curva esfuerzo-deformación y los resultados obtenidos en los diagramas de deformación, fuerza cortante y momento flector a lo largo del pilote.
- d) La variación de la respuesta obtenida entre los modelos (diagrama de fuerza cortante, momento flector y deformación) ante una carga pequeña (2 kN) es mayor que la respuesta entre los modelos ante una gran carga (75 kN).
- e) La respuesta de la curva P-Y presenta mayores solicitaciones, siendo un modelo conservador que puede representar con seguridad las cargas aplicadas al pilote.
- f) El modelo Ideal lineal elastoplástico es el modelo que presenta mayor respuesta en la deflexión del suelo, especialmente cerca a la carga aplicada y eso se puede demostrar porque su curva esfuerzo deformación es menor a lo largo del pilote.
- g) Winkler es el modelo mas fácil de entender y sirve para explicar el concepto del análisis de un pilote ante una carga lateral, pero es el menos conservador porque no refleja adecuadamente las solicitaciones aplicadas a lo largo del pilote.
- h) Este trabajo de investigación esta limitado solo a analizar el efecto de una carga lateral estática aplicado en el extremo superior del pilote. La ecuación principal que permite resolver cada modelo $EI \cdot \frac{d^4y}{dx^4} + k(x, y) \cdot y(x) = 0$, es la solución para analizar el comportamiento del suelo ante la condicion mencionada. Cada modelo presentado puede realizar este análisis y utiliza la ecuación principal para resolver este caso. A partir de esta ecuación se elabora las programaciones en Matlab que permiten calcular las curvas esfuerzo deformación del suelo y se ha podido obtener una respuesta utilizando los softwares propuestos, descrito en el desarrollo de los casos, pero al cambiar la ubicación de la carga aplicada a lo largo del pilote, establecer un estrato variable del suelo, una inclinación del pilote, una carga cíclica u otras condiciones que se presentan en la realidad, el análisis ya no podría representarlo, la ecuación principal cambia y la solución es distinta.

6.2 Recomendaciones

Para el diseño de un pilote se va a preferir el uso del modelo de la curva P-Y, porque es el modelo que presenta un mayor resultado en el análisis del MCA, ya que cuenta con una vasta literatura, precisión y softwares que permiten utilizarlo con facilidad y otorgar resultados precisos respaldados por investigaciones y el API. Además, de tener la capacidad de modelar diversas consideraciones del suelo, tales como la estratificación, inclinación, el estado último del suelo y la influencia cargas por parte de estructuras aledañas. Finalmente, es el modelo que representa la rigidez del suelo con mayor precisión ya que considerara los efectos de la deformación y profundidad del suelo.

Recomendaciones en el uso de los modelos:

Winkler se puede utilizar para analizar el efecto de una pequeña carga lateral en un pilote cimentado en un suelo compacto. Los resultados ante cargas incrementadas son muy pequeños y sería peligroso considerarlo. Es un modelo sencillo recomendado para educar a los usuarios sobre el concepto de un pilote ante una carga lateral.

El modelo Ideal lineal elastoplástico se puede utilizar para analizar un pilote cimentado en un suelo estratificado. Pero este modelo no considera la influencia de estructuras aledañas, esto puede generar un incremento en la carga aplicada, por lo tanto, no será recomendado su uso ante estructuras con peligro de excavaciones o movimiento de tierra cercano al pilote. Este modelo es recomendado para pre dimensionar un pilote y hacer un cálculo rápido, si no se cuenta con mucha data del suelo.

La curva P-Y se puede utilizar para realizar un diseño seguro, porque los resultados obtenidos en el análisis presentaran solicitaciones elevadas, las cuales se deben de considerar para que el pilote no falle. Además, este modelo representa adecuadamente el comportamiento no-lineal del suelo, ya que puede modelar el suelo ante varias situaciones que puede ocurrir al pilote (suelo inclinado, estratificado, con influencia del NF) y cuenta con el respaldo de instituciones importantes como el API (American Petroleum Institute) y diversas fuentes bibliográficas (papers, investigaciones y libros).

Bibliografía

- ADCS (2013). *P-Y curves*. DFI. <http://www.findapile.com/P-Y-curves/definition>
- American Petroleum Institute (2000). *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms-Working Stress Design (RP 2A-WSD)*. American Petroleum Institute, Edificación 21. Pagina 78 menciona al modelo de reese.
- Bekken L (2009). *Lateral behavior of large diameter offshore monopile foundations for wind turbines*. TU Delft Faculty of Civil Engineering and Geosciences Section of Geotechnical Engineering.
- Brinch Hansen J (1961). *The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces*. Geoteknisk Institut Bulletin No. 12.
- CEDEMEX (1998). *NLT 357-98*.
http://www.cedex.es/CEDEX/LANG_CASTELLANO/DOCU/PUBLICACIONES/COLECCION/CATALOGO/6.htm
- CROW (2018). *Flexible Dolphins Handbook*. Cur Crow.
- DAS Braja M (2012) *Fundamentos de la ingeniería de cimentaciones*, séptima edición. Cengage Learning
- Department for Communities and Local Government (2009). *Multi-Criteria analysis: a manual*. Crown.
- Fellenius B.H (2018). *Bases para el Diseño de Fundaciones*. Pile Buck International Inc.
- González J.P (2012). *Análisis comparativo de la respuesta de puentes integrales con pilotes sometidos a carga lateral*. Universidad Nacional de Colombia.
- Isenhower W.M, Wang S.T & Vasquez L.G, (2019). *LPile v2019 User's Manual A Program for the Analysis of Deep Foundations Under Lateral Loading*. Ensoft INC.
- Macavilca, N.E (2012). *Estudio teórico experimental de un pilote bajo acción de carga lateral*. Universidad Nacional de Ingeniería del Perú.
- Matlab (2021). *Programming Fundamentals*. R2021b. MathWorks.
- Meyer B.J & Reese L.C (1979). *Analysis of single piles under lateral loading*. Research Report 244-1. University of Texas at Austin, Texas.
- Pando M.A (2013). *Analyses of Lateral Loaded Piles with P-Y Curves-Observations on the Effect of Pile Flexural Stiffness and Cyclic Loading*. University of North Carolina.

- Pardo G.S (2013). *Estudio experimental y numérico del efecto de arco*. Pontificia Universidad Católica de Chile. Pag 8.
- Parvanova S (2011). *Structural Analysis II*. University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy.
- Reese L.C, Isenhower W.M & Wang S.T (2006). *Analysis and Design of Shallow and Deep Foundations*. John Wiley & Sons, INC. Pagina 470 (486)
- Reglamento Nacional de Edificaciones. (2018). *Norma Técnica de Edificación E.050 Suelos y Cimentaciones*.
- RS Pile (2018). *Laterally Loaded Piles*. Rocscience
- Ruigrok, J.A.T (2010). *Laterally Loaded Piles Models and Measurements*. TU Delft Faculty of Civil Engineering and Geosciences Section of Geo-engineering, ARCADIS Department of Hydraulic Engineering.
- Uribe, A.F (2014). *Analisis tridimensional de pilas considerando el comportamiento no lineal del suelo*. Universidad Nacional Costa Rica.
- Visschedijk M.A.T (2011). *D-Sheet Piling Version 9.3 Desing of diaphragm and Sheet Pile Walls*. Deltares.

APÉNDICE A. Solución del modelo de Winkler

```
% Variables
syms x k EI L F c1 c2 c3 c4 rango Eq1 Eq2 Eq3 Eq4

% Datos de entrada
L = input('Longitud del pilote = '); %L en m
F = input('Fuerza lateral aplicada = '); %F en kN
k = input('Rigidez del suelo = '); %k en kN/m
EI = input('Rigidez del pilote = '); %EI en kN*m^2

% Rigidez relativa del pilote
b = (k/(4*EI)) ^0.25;

% Definir ecuación de desplazamiento
y = exp(1)^(b*x) *(c1*cos(b*x) +c2*sin(b*x)) + exp(1)^(-b*x) *(c3*cos(b*x) - c4*sin(b*x));

% Segunda derivada
Dy_x2 = diff(y, x,2);

% Tercera derivada
Dy_x3 = diff(y, x,3);

% Hallar c1 c2 c3 c4
% Evaluar derivadas
Dx2_0 = subs(Dy_x2,x,0);
Dx3_0 = subs(Dy_x3,x,0);
Dx2_L = subs(Dy_x2,x,L);
Dx3_L = subs(Dy_x3,x,L);

% Crear ecuaciones
Eq1 = F == EI * Dx3_0;
Eq2 = 0 == EI * Dx2_0;
Eq3 = 0 == EI * Dx3_L;
Eq4 = 0 == EI * Dx2_L;

% Resolver ecuaciones
[C1,C2,C3,C4]= solve([Eq1 Eq2 Eq3 Eq4], [c1 c2 c3 c4]);

% Calcular número
C1_d = double(C1);
C2_d = double(C2);
C3_d = double(C3);
C4_d = double(C4);

% Evaluar ecuaciones a plotear
Y = subs(y,[c1 c2 c3 c4],[C1_d C2_d C3_d C4_d]);
M = subs(EI*Dy_x2,[c1 c2 c3 c4],[C1_d C2_d C3_d C4_d]);
Q = subs(EI*Dy_x3,[c1 c2 c3 c4],[C1_d C2_d C3_d C4_d]);

% Ploteo
% Deformación
figure()
hold on
plot([0 L],[0 0],'-k')
fplot(Y,[0 L])
title('Deformación')
```

```

xlabel('Profundidad [m]')
ylabel('Deformación [m]')
grid on
% Fuerza cortante
figure()
hold on
plot([0 L],[0 0],'-k')
fplot(Q,[0 L])
title('Fuerza cortante')
xlabel('Profundidad [m]')
ylabel('Fuerza cortante [kN]')
grid on
% Momento flector
figure()
hold on
plot([0 L],[0 0],'-k')
fplot(M,[0 L])
title('Momentos flector')
xlabel('Profundidad [m]')
ylabel('Momento flector [kN.m]')
grid on

```



APÉNDICE B Curva esfuerzo-deformacion método Ideal lineal elastoplástico

```

% Toma de datos
L = input('Longitud del pilote = '); % L en m
while(1)
    pr1 = input('Profundidad 1 = '); % pr1 en m
    c1 = input('Número de segmentos 1 = '); % c1 el numero de segmentos de p1
    pr2 = input('Profundidad 2 = '); % pr2 en m
    c2 = input('Número de segmentos 2 = '); % c2 el numero de segmentos de p2
    pr3 = input('Profundidad 3 = '); % pr3 en m
    c3 = input('Número de segmentos 3 = '); % c3 el numero de segmentos de p3
    if c1*pr1+c2*pr2+c3*pr3 == L
        break;
    end
    fprintf("\nDatos Inválidos\n\n")
end
d = input('Diámetro del pilote = '); % d en m
teta = deg2rad(input('Ángulo de deflexion del suelo = ')); % teta en grados
NF = input('Nivel freático = '); % NF en m
pehum = input('Peso específico humedo = '); % pe en g.cm^3
pesat = input('Peso específico saturado = '); % pe en g.cm^3

% Hallamos P con su respectivo pe
p = zeros(1,c1+c2+c3);
pe = p;
oV = p;
for capa = 1:(c1+c2+c3)
    if (capa <= c1)
        p(capa) = -0.5*pr1+capa*pr1;
    elseif (capa <= c1+c2)
        p(capa) = -0.5*pr2+(capa-c1) *pr2+c1*pr1;
    elseif (capa <= c1+c2+c3)
        p(capa) = -0.5*pr3+(capa-c1-c2) *pr3+c2*pr2+c1*pr1;
    end
    if p(capa)<NF
        pe(capa) = pehum;
        oV(capa) = pehum*p(capa);
    else
        pe(capa) = pesat;
        oV(capa) = pehum*NF+(pesat-10) *(p(capa)-NF);
    end
end
end
while(1)
    p
    fprintf('Rigidez del suelo(%.0f):\n',c1+c2+c3)
    KH = input('= '); % KH en kN.m^2
    if(length(KH) == length(p))
        break;
    end
end
end

% Hallar oP
Kq0 = exp((0.5*pi+teta)*tan(teta))*cos(teta)*tan(0.25*pi+teta*0.5)-exp((-
0.5*pi+teta)*tan(teta))*cos(teta)*tan(0.25*pi-teta*0.5);
Nc = (exp(pi*tan(teta))*(tan(0.25*pi+teta*0.5))^2-1)*cot(teta);
dcoo = 1.58+4.09*(tan(teta))^4;
Kcoo = Nc*dcoo;
K0 = 1-sin(teta);

```

```

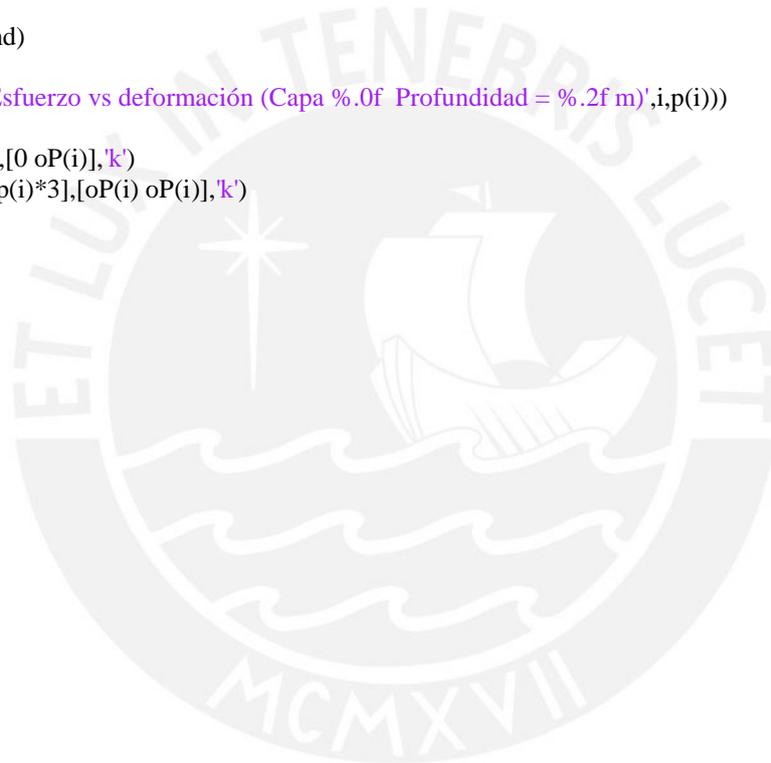
Kqoo = Kcoo*K0*tan(teta);
alfa = (Kq0/(Kqoo-Kq0))*((K0*sin(teta))/(sin(0.25*pi+0.5*teta)));
Kq = (Kq0+Kqoo*alfa*p/d)/(1+alfa*p/d);
oP = Kq.*oV;

%Hallar deformación ultima
Yp = oP./KH;

%Tabla
ind = zeros(1,c1+c2+c3);
for i = 1:(c1+c2+c3)
    ind(i)= i;
end
T = table(ind,'p','pe','oV','oP','KH','Yp');
T.Properties.VariableNames = {'Capa' 'Profundidad' 'Peso específico' 'Esfuerzo efectivo' 'Esfuerzo
máximo' 'Rigidez' 'Deformación máxima'}

%Graficas
for i=1:length(ind)
    figure()
    title(sprintf('Esfuerzo vs deformación (Capa %.0f Profundidad = %.2f m)',i,p(i)))
    hold on
    plot([0 Yp(i)],[0 oP(i)],'k')
    plot([Yp(i) Yp(i)*3],[oP(i) oP(i)],'k')
end

```



APÉNDICE C Curva P-Y del método de Reese

```

% Toma de datos
L = input('Longitud del pilote = ');      %L en m
while(1)
    pr1 = input('Profundidad 1 = ');      %pr1 en m
    c1 = input('Número de segmentos 1 = '); %c1 el numero de segmentos de p1
    pr2 = input('Profundidad 2 = ');      %pr2 en m
    c2 = input('Número de segmentos 2 = '); %c2 el numero de segmentos de p2
    pr3 = input('Profundidad 3 = ');      %pr3 en m
    c3 = input('Número de segmentos 3 = '); %c3 el numero de segmentos de p3
    if c1*pr1+c2*pr2+c3*pr3 == L
        break;
    end
    fprintf("\nDatos Inválidos\n\n")
end

d = input('Diámetro del pilote = ');      %d en m
teta = deg2rad(input('Ángulo de deflexion del suelo = ')); %teta en grados

NF = input('Nivel fregatico = ');          %NF en m
pehum = input('Peso específico humedo = '); %pe en g.cm^3
pesat = input('Peso específico saturado = '); %pe en g.cm^3

% Hallamos P con su respectivo pe
p = zeros(1,c1+c2+c3);
pe = p;
for capa = 1:(c1+c2+c3)
    if (capa <= c1)
        p(capa) = -0.5*pr1+capa*pr1;
    elseif (capa <= c1+c2)
        p(capa) = -0.5*pr2+(capa-c1)*pr2+c1*pr1;
    elseif (capa <= c1+c2+c3)
        p(capa) = -0.5*pr3+(capa-c1-c2)*pr3+c2*pr2+c1*pr1;
    end
    if p(capa)<NF
        pe(capa) = pehum;
    else
        pe(capa) = pesat;
    end
end

% Generar kh = 53555*ones(1,8)
while(1)
    p
    fprintf('Resistencia en punta(%0f):\n',c1+c2+c3)
    KH = input('= '); %qc en kN.m^2
    if(length(KH) == length(p))
        break;
    end
end

% Generar A [2.3361 1.4383 0.9844 0.8828 0.88 0.88 0.88 0.88]
while(1)
    p
    fprintf('Coeficientes A:\n')
    A = input('= '); %A
    if(length(A) == length(p))

```

```

        break;
    end
end

%Generar B [1.7172 1.0183 0.625 0.5042 0.5 0.5 0.5 0.5]
while(1)
    p
    fprintf('Coeficientes B:\n')
    B = input('= '); %B
    if(length(B) == length(p))
        break;
    end
end

fprintf('Cantidad de puntos de análisis:\n')
n_D = input('= ');

alfa = teta/2;
ko = 0.4;
beta = 0.25*pi+0.5*teta;
Ka = (tan(0.25*pi-0.5*teta))^2;

Ps = zeros(1,length(p));

for ps_i = 1:length(p)

    Ps_eq1 = pe(ps_i) * p(ps_i) * ( ( ( ko*p(ps_i)*tan(teta)*sin(beta) ) / ( tan(beta-teta)*cos(alfa) ) ) + (
tan(beta) / tan(beta-teta) ) * ( d + p(ps_i)*tan(beta)*tan(alfa) ) + ko*p(ps_i)*tan(beta) * (tan(teta) *
sin(beta) - tan(alfa) ) - Ka*d );
    Ps_eq2 = Ka*d*pe(ps_i)*p(ps_i)*((tan(beta))^8-1)+ko*d*pe(ps_i)*p(ps_i)*tan(teta)*(tan(beta))^4;

    Ps(ps_i) = min([Ps_eq1 Ps_eq2]);

end

Pu = A.*Ps;
Pm = B.*Ps;
Yu = 3*d/80;
Ym = d/60;
m = (Pu-Pm)/(Yu-Ym);
n = Pm./(m*Ym);
C = Pm./(Ym.^(1./n));
yK = (C./(KH.*p)).^(n./(n-1));
pk = KH.*yK.*p;

syms y;
pine = C.*y.^(1./n);
pelas = KH.*y.*p;
b = Pu-Yu*m;
pymu = m*y+b;

%Graficas y Excel

T = cell2table(cell(0,3), 'VariableNames', {'Capa', 'x', 'y'}); %Crea tabla

for i=1:length(p)
    figure()
    title(sprintf('Esfuerzo vs deformación (Punto %.0f Profundidad = %.2f m)',i,p(i)))
    hold on
    if Yu < yK(i)

```

```

fplot(pelas(i),[0 Yu])
T = [T;{i,0,0}]; % agrega a la tabla
T = [T;{i,Yu,double(subs(pelas(i),y,Yu))}]; % agrega a la tabla

else

fplot(pelas(i),[0 yK(i)])
T = [T;{i,0,0}]; % agrega a la tabla
T = [T;{i,yK(i),double(subs(pelas(i),y,yK(i)))}]; % agrega a la tabla

fplot(pine(i),[yK(i) Ym])
array_aux = linspace(yK(i), Ym, n_D-2);
for l = 2:n_D-2
    T = [T;{i,array_aux(l),double(subs(pine(i),y,array_aux(l)))}]; % agrega a la tabla
end

fplot(pymu(i),[Ym Yu])
T = [T;{i,Yu,double(subs(pymu(i),y,Yu))}]; % agrega a la tabla

end
end

writetable(T,'curva_PY.xlsx')

```

