

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



**COMPARACIÓN DE MODELOS ESTADÍSTICOS PARA LA DETECCIÓN DE
CAMPOS REVERBERANTES UNIFORMES EN LA FORMACIÓN DE
IMÁGENES DE ELASTOGRAFÍA**

Tesis para obtener el título profesional de Ingeniero Electrónico

AUTOR:

Edmundo Arom Miranda Zárate

ASESORES:

M.Sc. Stefano Enrique Romero Gutiérrez

Benjamin Castañeda Aphan, Ph.D.

Lima, 2022

Resumen

La elastografía abarca un grupo de técnicas no invasivas para la caracterización de tejidos como complemento al diagnóstico médico de diversas patologías. Una de estas técnicas es la elastografía por campo reverberante (R-SWE, por sus siglas en inglés), la cual consiste en generar un campo reverberante en el tejido de interés mediante múltiples fuentes de vibración asumiendo una distribución isotrópica de ondas planas para facilitar el cálculo de la velocidad de onda de corte (SWS, por sus siglas en inglés). Su factibilidad ha sido validada para la caracterización de mamas, hígado, riñones, músculo y pie; sin embargo, el cálculo de la SWS ha sido comprobado mientras se verifique la uniformidad del campo. El modelo actual que valida la estimación de la SWS se basa en la umbralización del coeficiente de determinación R^2 , el cual es producto del ajuste de curva a la autocorrelación de la velocidad de partículas, no obstante, este no analiza propiamente el concepto de uniformidad.

En el presente trabajo, se presenta el estudio del fenómeno de uniformidad en un campo reverberante, mediante la extracción y análisis de estimadores estadísticos usados en campos reverberantes de ondas electromagnéticas con sus equivalencias en ondas mecánicas. Se propone un modelo identificación de campos reverberantes uniformes para la asistencia de la R-SWE, basado en clasificadores automáticos basados en regresión logística, análisis discriminante lineal y máquinas de vector soporte (con kernel lineal y gaussiano) con exactitudes de 0.713, 0.729, 0.732 y 0.817, respectivamente.

Palabras clave: campo reverberante, SWS, uniformidad.



Dedicado a mis padres por su amor y apoyo incondicional.

A mis hermanos Yassir y David que creyeron en mí siempre.

A toda mi familia, profesores y amigos que me han ayudado a alegrar y darle sentido a la vida.



«La vraie générosité envers l'avenir consiste à tout donner au présent».

Albert Camus

Índice General

Introducción	1
1. Elastografía por Campo Reverberante	2
1.1. Técnicas Elastográficas y Estado del Arte	2
1.2. Importancia y Justificación	4
1.3. Objetivos	6
1.3.1. Objetivo General	6
1.3.2. Objetivos Específicos	6
2. Campos Reverberantes: Teoría y Aplicaciones	7
2.1. Principios de la Elastografía por Ondas de Corte (SWE)	7
2.2. Elastografía por Campo Reverberante (R-SWE)	8
2.3. La Reverberación en Campos Electromagnéticos y Acústicos	11
2.4. Modelo de Solución para la Clasificación de Campos Reverberantes Uniformes para R-SWE	13
2.4.1. Obtención de Data	13
2.4.2. Extracción de Características	14
2.4.2.1. Criterio Estadístico Empírico	14
2.4.2.2. Prueba Kolmogorov–Smirnov para Distribución de Probabilidad	14
2.4.3. Análisis de Características	15
2.4.4. Algoritmos de Aprendizaje de Máquina	15
2.4.5. Técnicas de Validación de Resultados	15
3. Experimentos en Simulaciones	16
3.1. Creación del Campo Reverberante	16
3.2. Estimación de la Velocidad de Onda de Corte (SWS)	17
3.2.1. Pre-procesado a la imagen	17

3.2.2.	Ajuste de curva	18
3.2.3.	Análisis y etiquetado de las estimaciones de SWS	19
3.3.	Extracción de Estimadores Estadísticos	20
3.3.1.	Estimadores Empíricos	20
3.3.2.	Distribución Probabilística de Campo	22
3.4.	Creación y Descripción del Dataset	23
3.5.	Entrenamiento de los Modelos	24
3.6.	Validación de Uniformidad en la Reverberación	24
4.	Resultados y Discusión	27
4.1.	Resultados	27
4.1.1.	Resultados con la data de entrenamiento	27
4.1.1.1.	Significancia estadística de los atributos	27
4.1.1.2.	Análisis de atributos respecto al error de estimación	29
4.1.1.3.	Evaluación del performance de los modelos de aprendizaje	31
4.1.1.4.	Detección de uniformidad de campo	32
4.1.2.	Resultados con la data de prueba	35
4.1.2.1.	Detección de uniformidad en campo homogéneo	36
4.1.2.2.	Detección de uniformidad en campo heterogéneo	38
4.2.	Discusión	42
4.2.1.	Significancia estadística de los atributos	42
4.2.2.	Estimación de la SWS y detección de zonas no uniformes	42
	Conclusiones	44
	Recomendaciones	45
	Bibliografía	46

Índice de Figuras

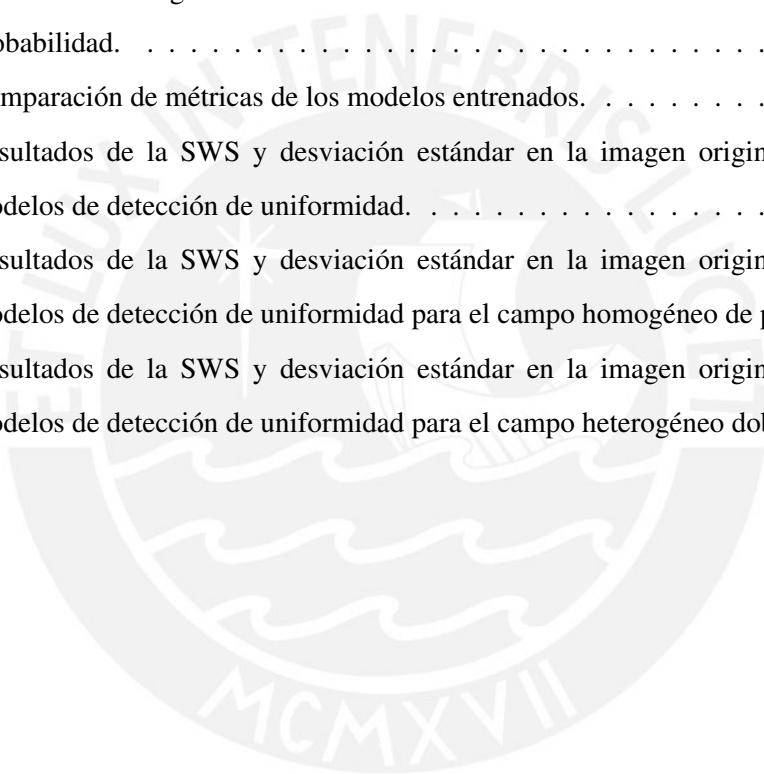
2.1. Campo reverberante en un medio isotrópico formado por ondas de corte [1].	9
2.2. Ajuste Bessel de las autocorrelaciones en eje axial y lateral para un $k = 1$	11
2.3. Enfoque de aprendizaje de máquina orientado al estudio de la uniformidad en la reverberación. Adaptado de [2].	13
3.1. Proyección XZ ($Y=0$) de mapa de velocidad de partículas de un campo reverberante simulado de una capa de 10 000 ondas. Componente real (a) e imaginaria (b).	17
3.2. Componente real del plano de campo luego de aplicar el relleno simétrico o <i>mirror padding</i> . Enmarcado en negro el plano original y en rojo el kernel empleado de 63x63 píxeles.	18
3.3. Parte real de la auto correlación bidimensional del kernel de 63x63 píxeles y representación de los perfiles axial y lateral a evaluar: gráfico 3D (a) y 2D (b).	18
3.4. Método de Ajuste de Curva de MATLAB [®] para los perfiles axial y lateral, acotados en la campana central.	19
3.5. Mapa de SWS obtenido mediante el ajuste de curva para el modelo simulado (a). Binarizado del mapa de SWS generado según el umbral de error relativo del 5 % respecto a la SWS ideal 2.5m/s (b).	20
3.6. Extracción de atributos estadísticos de (a) valor promedio y (b) desviación estándar de la componente real, (c) valor promedio y (d) desviación estándar de la componente imaginaria, (e) valor promedio y (f) desviación estándar de la magnitud de campo, y (g) valor promedio y (h) desviación estándar de la magnitud del campo elevada al cuadrado.	21
3.7. FDA de la componente real de campo teórica y experimental. También se representa el valor delta o diferencia entre ambas.	22

3.8. Prueba Kolmorov-Smirnov para modelo Normal de la (a) componente real y (b) componente imaginaria de campo y (c) para el modelo Rayleigh de la magnitud de campo.	23
3.9. Histograma de clases del dataset del campo homogéneo con un criterio de binarización del 5 % de error de estimación.	24
3.10. Componente real del plano de velocidad de partículas para el campo reverberante homogéneo (a) y heterogéneo doble capa (b).	25
3.11. Mapas de SWS generados por el método de ajuste de curva para el campo reverberante homogéneo (a) y heterogéneo doble capa (b).	26
3.12. Diagrama de bloques de estimación de la SWS sin emplear el módulo de validación de uniformidad, con el referente actual y con el método propuesto. . .	26
4.1. Dispersión de los atributos normalizados más significativos por cada clase de la data, en este caso para campos uniformes y no uniformes (a) <i>ks_re_Normal</i> , (b) <i>ks_Rayleigh</i> , (c) <i>std_plano_re</i> , (d) <i>std_plano_im</i> , (e) <i>std_teorico</i> , (f) <i>mean_plano_re</i> , (g) <i>mean_plano_im</i> y (h) <i>mean_plano_re2</i>	29
4.2. Dispersión del error relativo de estimación en función de los atributos <i>ks_plano_re</i> y <i>mean_plano_re</i> normalizados.	30
4.3. Dispersión del error relativo de estimación en función de los atributos <i>std_teorico</i> y <i>std_plano_re</i> normalizados.	30
4.4. Matrices de confusión normalizadas para los modelos de Regresión Logística (a), Análisis de Discriminante Lineal (b) y Máquina de Vectores de Soporte con un kernel lineal (c) y uno gaussiano (d).	31
4.5. Gráfico de curva ROC de los cuatro algoritmos entrenados y con la línea de discriminación, además se calcula el área bajo la curva (AUC).	32
4.6. Mapa del R^2 (a), mapas de probabilidad generados por los clasificadores (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado (f).	33
4.7. Mapas de SWS enmascarados de acuerdo a la identificación de zonas no uniformes bajo la umbralización del R^2 al 99 % (a), los modelos de aprendizaje de máquina (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado original (f). Se observa un sobre-entrenamiento producto de la SVM Gaussiana.	34
4.8. Dispersión del mapa SWS original y luego de usar los métodos de detección de uniformidad: diagrama violín (a) y diagrama de cajas (b).	35

4.9. Mapa del R^2 (a), mapas de probabilidad generados por los clasificadores (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado (f) para el nuevo campo homogéneo de prueba.	36
4.10. Mapas de SWS enmascarados de acuerdo a la identificación de zonas no uniformes bajo la umbralización del R^2 al 99 % (a), los modelos de aprendizaje de máquina (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado original (f) para el campo homogéneo de prueba. Los modelos lineales logran identificar aquellas zonas no uniformes.	37
4.11. Dispersión del mapa SWS original y luego de usar los métodos de detección de uniformidad del campo homogéneo de prueba: diagrama violín (a) y diagrama de cajas (b).	38
4.12. Mapa del R^2 (a), mapas de probabilidad generados por los clasificadores (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado (f) para el campo heterogéneo doble capa de prueba.	39
4.13. Mapas de SWS enmascarados de acuerdo a la identificación de zonas no uniformes bajo la umbralización del R^2 (a), los modelos de aprendizaje de máquina (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado original (f) para el campo heterogéneo de prueba.	40
4.14. Dispersión del mapa SWS original y luego de usar los métodos de detección de uniformidad: (a) diagrama de violín y (b) diagrama de cajas del plano superior, (c) diagrama de violín y (d) diagrama de cajas del plano inferior.	41

Índice de Tablas

1.1. Resumen de técnicas elastográficas y aplicaciones clínicas. Adaptado de [3, 4]. . .	4
4.1. Resultados de significancia estadística de los atributos mediante su valor de probabilidad.	28
4.2. Comparación de métricas de los modelos entrenados.	32
4.3. Resultados de la SWS y desviación estándar en la imagen original y con los modelos de detección de uniformidad.	35
4.4. Resultados de la SWS y desviación estándar en la imagen original y con los modelos de detección de uniformidad para el campo homogéneo de prueba. . . .	38
4.5. Resultados de la SWS y desviación estándar en la imagen original y con los modelos de detección de uniformidad para el campo heterogéneo doble capa. . .	41



Introducción

La elastografía ha cobrado importancia en el ámbito clínico como modalidad no invasiva para la caracterización de tejidos y como complemento de diagnósticos médicos en hígado [5], riñones [6], mamas [7], cáncer de tiroides [8], próstata [9], músculo [10] y pie [11]. Actualmente, existen diversas técnicas que permiten la formación de imágenes elastográficas basadas en principios de radiación acústica, así como, por excitación externa, destacando estas últimas por su mayor penetración en tejidos. Dentro de este grupo, una de las técnicas recientemente implementadas es la elastografía por campo reverberante. Esta genera un campo reverberante mediante múltiples fuentes de vibración y asume una distribución uniforme de ondas planas transversales para el cálculo de velocidad de onda de corte y generar el mapa de elasticidad del tejido [12, 13]. Sin embargo, las conjeturas matemáticas han sido validadas mientras se verifique la uniformidad del campo. Por tanto, es de interés analizar la formación del campo reverberante mediante parámetros estadísticos que validan la uniformidad del mismo. Anteriormente, se ha evaluado la uniformidad en electromagnetismo, por lo que es posible encontrar equivalencias en ultrasonido, como por ejemplo: desviación estándar global, valores promedio y densidades de probabilidad para generar un modelo multivariable de discriminación de uniformidad en campos reverberantes [14].

La presente tesis propone diseñar un clasificador de campos reverberantes uniformes que sirva de asistencia en la elastografía por campo reverberante. Para ello, en el Capítulo 1 se explica la problemática actual en las técnicas de elastografía actuales, así como, las limitaciones del modelo actual de discriminación de uniformidad de reverberación y la importancia de un modelo multivariable de clasificación. En el Capítulo 2, se expone las bases teóricas del campo reverberante, así como, criterios estadísticos de uniformidad empleados en el campos de electromagnéticos y las similitudes con campos acústicos. En el Capítulo 3, se muestra la experimentación en simulaciones para modelos homogéneos y heterogéneos. Finalmente, el Capítulo 4 expone los resultados obtenidos y la discusión de los modelos de uniformidad y su efecto en las estimaciones de SWS.

Los resultados de la presente tesis han sido presentados en el 2021 IEEE IUS [15].

Capítulo 1

Elastografía por Campo Reverberante

Este capítulo expone conceptos generales de elastografía y las limitaciones de las técnicas existentes de acuerdo con el estado del arte. Se propone realizar un análisis estadístico sobre imágenes elastográficas junto con un método de aprendizaje de máquina como herramienta de clasificación de campos reverberantes para la elastografía por campo reverberante (R-SWE, por sus siglas en inglés).

1.1. Técnicas Elastográficas y Estado del Arte

La elastografía es un grupo de técnicas no invasivas que estiman la elasticidad y rigidez de un tejido mediante la Ley de Hooke y el Módulo de Young [16]. Sus aplicaciones médicas abarcan un amplio rango desde la evaluación de la salud vascular, diagnóstico de enfermedades crónicas en el hígado [5] y riñones [6], la detección de tumores en mamas [7], y el cáncer de tiroides [8] y próstata [9].

Las técnicas elastográficas se clasifican según el tipo de información que brindan en cualitativas y cuantitativas.

a) Elastografía Cualitativa

Este tipo de técnicas indican únicamente si un tejido es rígido o no a través de la representación de la dureza relativa en una escala de colores. Por ejemplo, la elastografía por compresión (*Strain Elastography*) transmite una vibración sobre el tejido comprimiéndolo para luego registrar la respuesta del mismo; no obstante, la correcta formación de la imagen es muy dependiente de la habilidad del operador del equipo y se limita el procesamiento de imágenes de órganos muy profundos [17]. Otra técnica ampliamente utilizada es la de formación por impulso de fuerza de radiación acústica. La

idea es comprimir el tejido mediante un impulso acústico para medir el desplazamiento tisular, sin embargo, su desventaja radica en no expresar de forma cuantitativa medidas de elasticidad, además su tiempo de operación está limitado por el calor que genera en los tejidos [6]. Un ejemplo adicional es en donde se aplica vibraciones armónicas externas de poca amplitud y frecuencia, por lo que tiene mayor penetración en el tejido sin provocar daños en los órganos estudiados. Pese a ello, solo es posible comparar relativamente la suavidad de los tejidos y se pueden obtener falsos positivos en las zonas anecoicas [18].

b) Elastografía Cuantitativa

Los modelos cuantitativos calculan el módulo de elasticidad mediante la propagación de ondas corte, considerando la relación proporcional entre la velocidad de estas y la rigidez del tejido [19]. Por ejemplo, la elastografía transitoria comercializada como FibroScan™ cuenta con un dispositivo de vibración externa y un ultrasonido que capta y registra la velocidad de las ondas de corte (SWS, por sus siglas en inglés). Entre sus desventajas, la medición solo se representa mediante una imagen de modo-A (en una sola dimensión) y su efectividad puede bajar por factores como la obesidad, el ancho del espacio intercostal o el hígado graso [20]. La elastografía por punto de corte utiliza un impulso acústico en dirección normal y mejora ligeramente su rendimiento en pacientes con obesidad, pero no es capaz de generar un mapa de elasticidades [21]. Frente a ello, se desarrolló la *2D-Shear Wave Elastography* en la que se pueden analizar múltiples puntos o focos, constituyendo un área tisular [22]. A partir de esta, se propuso la técnica de imágenes supersónicas que usa un escáner supersónico que emite haces acústicos de alta velocidad y que a su vez genera ondas de corte, las imágenes se representan en modo-B y pueden llegar a una tasa de hasta 5 000 muestras por segundo, considerándose una técnica en tiempo real [23]. Otra técnica como la sonoelastografía por interferencia de patrones utiliza dos fuentes de vibración en lados opuestos y desfasadas entre sí, produciendo una interferencia a baja frecuencia visible mediante algoritmos de correlación de señales, para luego calcular las propiedades viscoelásticas del tejido [9]. Finalmente, la vibro-elastografía usa el mismo transductor como emisor y receptor de ondas, sin embargo, la vibración en el mismo equipo obliga tener mayores etapas para filtrar el ruido y las perturbaciones generadas [24].

En la Tabla 1.1 se agrupan las técnicas mencionadas, según el tipo de información que proveen, la fuerza aplicada y sus aplicaciones clínicas.

Tabla 1.1: Resumen de técnicas elastográficas y aplicaciones clínicas. Adaptado de [3, 4].

Técnica	Tipo	Fuerza Aplicada	Aplicación Clínica	Condición	Referencia
Elastografía por compresión	Cualitativa	Fuerza mecánica	Mamas	In vivo	[25]
			Próstata, páncreas, hígado	In vivo	[26]
Impulso por fuerza de radiación acústica	Cualitativa	Fuerza de radiación acústica	Mamas	In vivo	[27]
			Hígado	In vivo	[28]
			Riñon, hígado	In vivo	[6]
Sonoelastografía	Cualitativa	Fuerza mecánica	Mamas, hígado, riñon	In vivo	[29]
			Próstata	In vivo	[30]
Elastografía Transitoria	Cuantitativa	Fuerza mecánica	Hígado	In vivo	[20]
Imagen de elasticidad por ondas de corte	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Músculo	In vivo, ex vivo	[22][31]
			Mamas	In vivo, in vitro	[32]
			Hígado	In vivo	[33]
			Próstata	In vivo	[34]
Imagen de onda de corte supersónica	Cuantitativa	Fuerza de radiación acústica	Músculo	In vivo	[35]
			Hígado, mamas	In vivo, ex vivo	[36]
Sonoelastografía por interferencia de patrones	Cuantitativa	Fuerza mecánica	Próstata	In vivo	[9]
			Hígado, próstata	Ex vivo	[37]
Vibroelastografía	Cuantitativa	Fuerza Mecánica	Mamas	In vivo	[38]
Elastografía por resonancia magnética	Cuantitativa	Fuerza mecánica	Hígado, próstata, mamas	In vivo	[39]

1.2. Importancia y Justificación

Se ha demostrado que existe una relación entre diferentes patologías y la rigidez de un tejido, el propósito de la elastografía es obtener justamente esa rigidez. Últimamente optándose por técnicas cuantitativas por su objetividad en las estimaciones [40].

Uno de los métodos más usados es la elastografía por ondas de corte mediante ultrasonido (SWE, por sus siglas en inglés). Sin embargo, uno de los principales retos al emplear ultrasonidos radica en lidiar con la reflexión de ondas en las fronteras de los órganos analizados y la heterogeneidad del medio [12]. En algunos casos, es factible usar filtros direccionales para eliminar algunas reflexiones, en el trabajo de Lipman et al. [41] se propone el uso de filtros cuatri dimensionales (4-D) para mejorar la calidad de las imágenes, pero sumando complejidad al sistema y un alto costo computacional.

Para lidiar con estos inconvenientes, Parket et al. [12] presentaron la R-SWE un nuevo modelo de elastografía basado en la generación de campos reverberantes. Se propone, en lugar de filtrar las ondas en diferentes direcciones, asumir una distribución homogénea e isotrópica de ondas en el medio. A manera de generar el campo reverberante más rápido, Ormachea et al. [13] plantearon una estrategia multi-frecuencial y comprueban la factibilidad de la técnica *in vivo* en mamas e hígado. Este estudio frecuencial se profundiza mediante imágenes de dispersión, logrando obtener mediciones en zonas profundas (hasta 16cm) [42]. Además, la técnica ha sido validada para medir la elasticidad en córneas [43] *ex vivo*, y en músculos y pie *in vivo* [10, 11]. Sin embargo, las conjeturas para el cálculo de la SWS, *ergo* la elasticidad son correctas mientras se genere un campo reverberante homogéneo o difuso.

Frente a ello, el estudio experimental de Flores et al. [44] propone umbralizar el coeficiente de determinación R^2 como único discriminador de existencia de campos reverberantes, producto de un ajuste de curva de la autocorrelación con funciones Bessel esféricas, el cual varía según el número de fuentes de vibración. Por tal razón, se precisa de un modelo más compacto de campo reverberante de mayores atributos que examine propiamente la uniformidad de la reverberación, así como, los estimadores estadísticos que describen este fenómeno.

El fenómeno de reverberación es ampliamente estudiado en el electromagnetismo para la evaluación de equipos electrónicos frente campos electromagnéticos concentrados [45]. Por ello, se han establecido criterios estadísticos y estándares internacionales para evaluar la uniformidad del campo en una cámara de reverberación como, por ejemplo: desviación global, uniformidad de energía y distribuciones de probabilidad [14, 46, 47]. En el trabajo de Wilson et al. [48], se estudian y comprueban las similitudes entre la naturaleza de campos acústicos y electromagnéticos. Por tanto, estos criterios pueden usarse en el modelo acústico actual para implementar un modelo multivariable de aprendizaje automático para la clasificación de campos reverberantes uniformes.

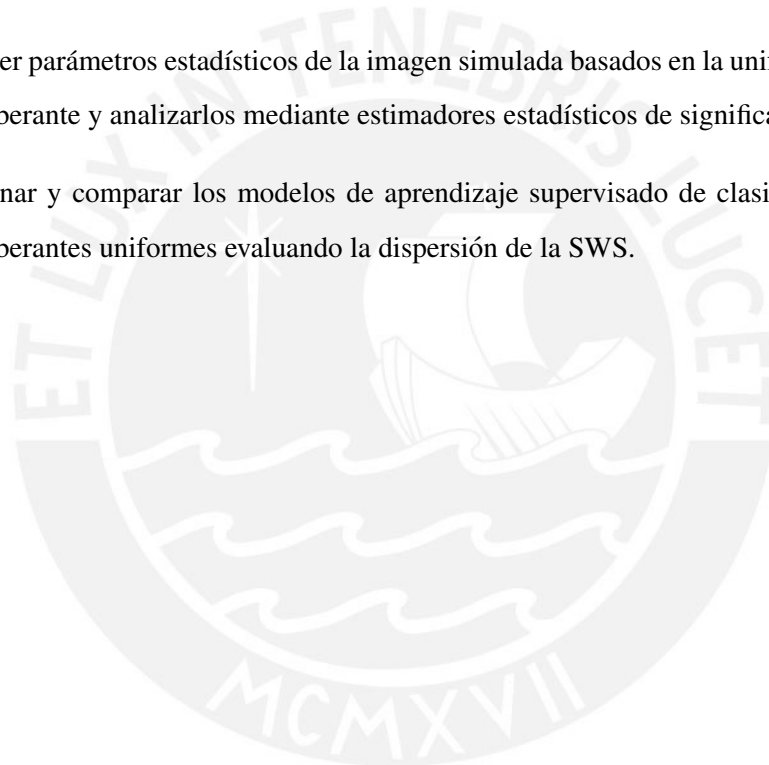
1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Proponer un modelo de clasificación automática de campos reverberantes homogéneos basado en la extracción y análisis de parámetros estadísticos de uniformidad de la velocidad de partículas para la asistencia de R-SWE.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Realizar simulaciones numéricas de campos reverberantes en medios homogéneos y heterogéneos ideales en MATLAB®.
- Extraer parámetros estadísticos de la imagen simulada basados en la uniformidad del campo reverberante y analizarlos mediante estimadores estadísticos de significancia.
- Entrenar y comparar los modelos de aprendizaje supervisado de clasificación de campos reverberantes uniformes evaluando la dispersión de la SWS.



Capítulo 2

Campos Reverberantes: Teoría y Aplicaciones

Este capítulo presenta las bases teóricas y físicas de la elastografía por reverberación, junto con el modelo de ondas utilizado. Para luego, presentar los estimadores estadísticos en campos reverberantes uniformes y el enfoque de aprendizaje automático planteado para clasificación.

2.1. Principios de la Elastografía por Ondas de Corte (SWE)

La elastografía calcula la elasticidad como la capacidad del tejido de resistir a una fuerza de deformación y de volver a su estado inicial luego de que esta desaparezca [21]. Este fenómeno se representa mediante la Ley de Hooke:

$$\sigma = \Gamma \cdot \epsilon, \quad (2.1)$$

donde σ es el esfuerzo o fuerza por unidad de área en (Pa), ϵ una medida de deformación adimensional y Γ el módulo de elasticidad (Pa), el cual según el carácter de la deformación puede ser módulo de Young (E), módulo de corte o cizalladura (μ) y módulo de compresibilidad (K). Estos módulos no son independientes entre sí y se relacionan mediante el ratio de Poisson (ν).

$$E = 2(\nu + 1)\mu, \quad (2.2)$$

en el caso de tejidos biológicos, al ser incompresibles el ratio de Poisson está entre 0.49-0.5, por lo que:

$$E \approx 3\mu, \quad (2.3)$$

En ultrasonido, la propagación de ondas puede ser longitudinal y/o transversal. La SWE aplica ondas transversales, es decir, la propagación de la onda es perpendicular al movimiento de partículas de la misma y la SWS se define como:

$$SWS = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.4)$$

cuyo rango típicamente está entre 1-10m/s [21]. Finalmente, empleando la Ecuación 2.3 -2.4 se obtiene:

$$E = 3\rho(SWS)^2, \quad (2.5)$$

por tanto, se demuestra la relación entre la SWS y el módulo de elasticidad del medio.

2.2. Elastografía por Campo Reverberante (R-SWE)

En principio, un campo sonoro se define como el nivel de presión sonora en cada punto de un espacio. Por un lado, en los campos directos se percibe las ondas de sonido directamente desde la fuente sin efectos de reflexión. Por otro lado, en los campos reverberantes se presentan en zonas alejadas de la fuente sonora y se forman por reflexiones de ondas, generando el fenómeno de reverberación. En caso la reverberación sea lo suficientemente homogénea, se le podrá considerar como un campo difuso, en donde la contribución de las ondas de la fuente emisora como de las reflexiones será la misma. Por tanto, un campo reverberante se puede definir como la superposición de ondas planas de una forma aleatoria. La teoría matemática ha sido descrita por Parker et al. [12], la cual resume que la velocidad de las partículas es:

$$\bar{V}(\bar{\epsilon}, t) = \sum_{q,l} \hat{n}_{ql} v_{ql} e^{i(k\hat{n}_q \cdot \bar{\epsilon} - \omega_o t)}, \quad (2.6)$$

donde, $\bar{\epsilon}$ es el vector posición de la partícula que puede ser descrito en coordenadas cilíndricas por facilidad $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi})$, q un índice para representar la aleatoriedad del vector de propagación de onda \hat{n}_q en el eje radial \hat{r} y l para describir la aleatoriedad del vector velocidad de partícula \hat{n}_{ql} . Al tratarse de ondas transversales, entonces $\hat{n}_q \cdot \hat{n}_{ql} = 0$. La sumatoria en q se realizará en un ángulo sólido de 4π y l en un ángulo de 2π correspondiente al disco formado por los vectores $\hat{\theta}, \hat{\phi}$, para mayor detalle observar Figura 2.1.

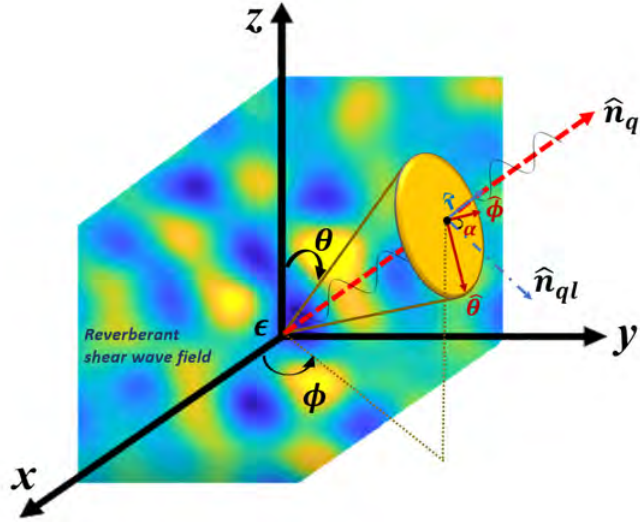


Figura 2.1: Campo reverberante en un medio isotrópico formado por ondas de corte [1].

Para facilidad en los cálculos posteriores de autocorrelación de la Ecuación 2.6, se proyecta la velocidad a un eje z :

$$V_z(\bar{\epsilon}, t) = \bar{V}(\bar{\epsilon}, t) \cdot \hat{e}_z = \sum_{q,l} n_{qlz} v_{ql} e^{i(k\hat{n}_q \cdot \bar{\epsilon} - \omega_o t)}, \quad (2.7)$$

donde n_{qlz} es la proyección de \hat{n}_{ql} sobre el eje z . De acuerdo con la Figura 2.1, es posible expresar n_{ql} en función de α :

$$\hat{n}_{ql} = \cos \alpha \hat{\phi} + \sin \alpha \hat{\theta}, \quad (2.8)$$

así mismo, empleando las transformaciones de coordenadas cartesianas a esféricas:

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{e}_x + \sin \theta \sin \phi \hat{e}_y + \cos \theta \hat{e}_z, \quad (2.9)$$

$$\hat{\phi} = -\sin \phi \hat{e}_x + \cos \phi \hat{e}_y, \quad (2.10)$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \hat{e}_x + \cos \theta \sin \phi \hat{e}_y - \sin \theta \hat{e}_z, \quad (2.11)$$

y reemplazando \hat{n}_{qlz} en la Ecuaciones 2.8, 2.10- 2.11 se obtiene:

$$n_{qlz} = \hat{n}_{ql} \cdot \hat{e}_z = -\sin \alpha \sin \theta \quad (2.12)$$

Posteriormente, se toma la la autocorrelación espacial y temporal de la Ecuación 2.7:

$$B_{v_z v_z}(\Delta \bar{\epsilon}, \Delta t) = E\{V_z(\bar{\epsilon}, t) V_z^*(\bar{\epsilon} + \Delta \bar{\epsilon}, t + \Delta t)\}, \quad (2.13)$$

resolviendo y simplificando la Ecuación 2.13:

$$B_{v_z v_z}(\Delta\bar{\epsilon}, \Delta t) = E\left\{\sum_{q,l} n_{ql_z} v_{ql} e^{i(k\hat{n}_q \cdot \bar{\epsilon} - \omega_o t)} \times \sum_{q',l'} n_{q'l'_z} v_{q'l'} e^{-i(k\hat{n}'_q \cdot (\bar{\epsilon} + \Delta\bar{\epsilon}) - \omega_o(t + \Delta t))}\right\}, \quad (2.14)$$

$$B_{v_z v_z}(\Delta\bar{\epsilon}, \Delta t) = E\left\{\sum_{q,l} n_{ql_z}^2 v_{ql}^2 e^{i(\omega_o \Delta t - k\hat{n}_q \cdot \Delta\bar{\epsilon})}\right\}, \quad (2.15)$$

con \hat{n}_q en el eje radial y $\Delta\bar{\epsilon}$ con dos posibles direcciones: axial y lateral [43]. Por tanto, se define $\hat{n}_q \cdot \Delta\bar{\epsilon}$ en dos casos posibles:

$$\hat{n}_q \cdot \Delta\bar{\epsilon}_z = \hat{r} \cdot \Delta\bar{\epsilon}_z = \cos \theta \Delta\epsilon_z, \quad (2.16)$$

$$\hat{n}_q \cdot \Delta\bar{\epsilon}_x = \hat{r} \cdot \Delta\bar{\epsilon}_x = \sin \theta \cos \phi \Delta\epsilon_x \quad (2.17)$$

Como se mencionó previamente, las ondas de corte se propagarán en todo el espacio (en un ángulo de 4π esterorradianes), mientras que la dirección de la velocidad de las partículas alrededor del disco formado por $\phi\theta$ (en un ángulo de 2π radianes). Por tanto, la Ecuación 2.15 se expresa bajo la integral triple [43, 44]:

$$B_{v_z v_z}(\Delta\bar{\epsilon}, \Delta t) = \frac{v_{ql}^2}{4\pi} \iint_{esfera} \frac{1}{2\pi} \oint_{disco} n_{ql_z}^2 e^{i(\omega_o \Delta t - k\hat{n}_q \cdot \Delta\bar{\epsilon})} d\alpha d\Omega, \quad (2.18)$$

con $d\alpha$ el diferencial del ángulo del plano $\phi\theta$ y $d\Omega$ el diferencial de la integral esférica.

Finalmente, reemplazando n_{ql_z} y $\hat{n}_q \cdot \Delta\bar{\epsilon}$ con las Ecuaciones 2.12, 2.16-2.17 y al resolver la integral de la Ecuación 2.18 se obtienen:

$$B_{v_z v_z}(\Delta\epsilon_z, \Delta t) = \frac{v_{ql}^2}{2} e^{i\omega_o \Delta t} \left[\frac{j_1(k\Delta\epsilon_z)}{k\Delta\epsilon_z} \right], \quad (2.19)$$

$$B_{v_z v_z}(\Delta\epsilon_x, \Delta t) = \frac{v_{ql}^2}{2} e^{i\omega_o \Delta t} \left[j_0(k\Delta\epsilon_x) - \frac{j_1(k\Delta\epsilon_x)}{k\Delta\epsilon_x} \right], \quad (2.20)$$

donde j_0 y j_1 son funciones de Bessel esféricas de orden cero y uno respectivamente.

En el estudio de Flores et al. [44], se establece la autocorrelación como discriminador de campos reverberantes: un campo es homogéneo cuando las autocorrelaciones con dirección axial y lateral tienen la forma de las Ecuaciones 2.19-2.20. Para ello, se emplea una regresión o ajuste de curva (ver Figura 2.2). La bondad de este ajuste se mide por el coeficiente de determinación R^2 que indica la proporción entre varianza del modelo ajustado y la varianza de todos los datos.

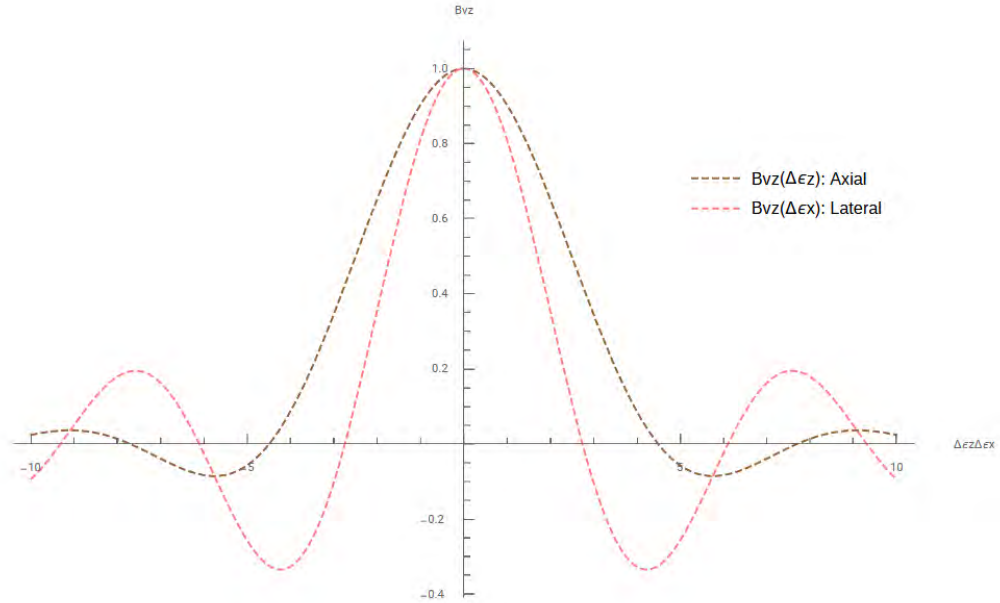


Figura 2.2: Ajuste Bessel de las autocorrelaciones en eje axial y lateral para un $k = 1$.

Además las autocorrelaciones permiten hallar el número de onda k y conociendo la frecuencia f de la misma, se calcula la SWS con la relación:

$$SWS = \frac{2\pi f}{k} \quad (2.21)$$

$$k = \frac{k_z + k_x}{2} \quad (2.22)$$

2.3. La Reverberación en Campos Electromagnéticos y Acústicos

El fenómeno de reverberación es ampliamente estudiado en el campo del electromagnetismo para la evaluación de equipos electrónicos [45]. Siendo así, se han establecido criterios y estimadores para la modelización de ondas en cámaras reverberantes. Para un mayor entendimiento, se explicarán los principios aplicados en electromagnetismo y sus equivalencias en acústica [48, 49]. Primero, es necesario describir la propagación de ondas en medios homogéneos:

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0, \quad (2.23)$$

donde Ψ puede describir ondas electromagnéticas \vec{E} o acústicas \vec{P} y c la velocidad de onda. La resolución de la Ecuación 2.23 se conoce como ecuación de la onda. Un campo reverberante

electromagnético se expresa discretamente como una sumatoria de ondas planas:

$$\bar{E}(\bar{\epsilon}, t) = \sum_q \bar{E}_q e^{i(k\hat{n}_q \cdot \bar{\epsilon} - \omega_q t)} \quad (2.24)$$

Se puede observar la similitud con la Ecuación 2.6, lo cual comprueba la equivalencia entre el modelo de onda electromagnético y el acústico. Donde la naturaleza de la ecuación de onda es compleja (formada por un término *Re* e *Im* independientes entre sí).

Se considera un campo reverberante uniforme cuando se cumple los principios de isotropismo y homogeneidad [50]. El isotropismo refiere a una composición coherente de ondas planas de todos los ángulos. La homogeneidad establece una conservación de la energía del campo la cual es proporcional al cuadrado del mismo, tanto para campos acústicos como electromagnéticos. Matemáticamente se pueden expresar:

$$\langle Re(\bar{E}_{x,y,z}) \rangle = \langle Im(\bar{E}_{x,y,z}) \rangle = 0, \quad (2.25)$$

$$\langle Re(\bar{E}_{x,y,z})^2 \rangle = \langle Im(\bar{E}_{x,y,z})^2 \rangle = \sigma^2, \quad (2.26)$$

con σ^2 como la varianza de campo.

Además teóricamente, la parte real e imaginaria de cada componente del campo deberán seguir una distribución de probabilidad (*fdp*) normal centrada en 0 y con una desviación estándar σ [51]:

$$fdp(Re(E_{\bar{\epsilon}})) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{Re(E_{\bar{\epsilon}})^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.27)$$

por tanto, la magnitud o norma del campo seguirá una distribución χ de dos grados de libertad, conocida como distribución Rayleigh [14, 46]:

$$pdf(|E_{\bar{\epsilon}}|) = \frac{|E_{\bar{\epsilon}}|}{\sigma^2} e^{-\frac{|E_{\bar{\epsilon}}|^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.28)$$

y consecuentemente, la magnitud al cuadrado del campo, proporcional a la energía tendrá una distribución χ^2 de dos grados de libertad, conocida como distribución exponencial [51]:

$$pdf(|E_{\bar{\epsilon}}|) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{|E_{\bar{\epsilon}}|^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.29)$$

2.4. Modelo de Solución para la Clasificación de Campos Reverberantes Uniformes para R-SWE

Previamente se ha demostrado que la forma de determinar la formación de un campo reverberante homogéneo consiste en analizar la similitud de su autocorrelación con funciones Bessel esféricas de orden cero o uno. Este es el único estimador analizado para la clasificación de campos reverberantes y es sensible al número de fuentes [44]. Empleando las propiedades estadísticas de reverberación electromagnética y acústica es posible generar un modelo multivariable de clasificación.

En general, un sistema de clasificación automático consiste en la extracción y entrenamiento de datos. En este caso, se empleará un modelo de aprendizaje supervisado que contempla el siguiente flujograma:

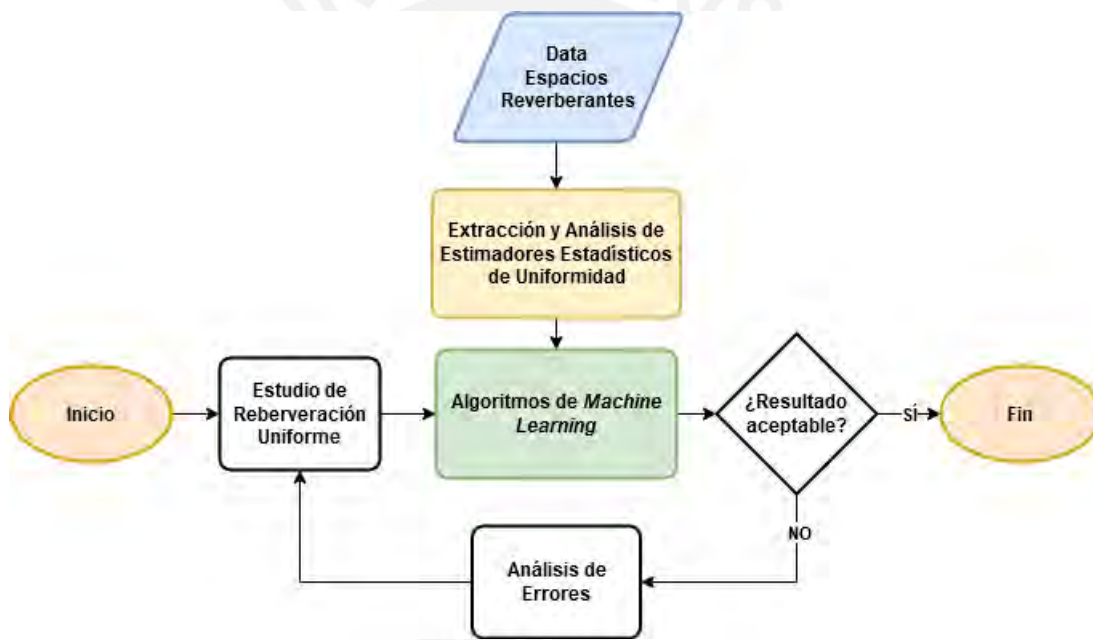


Figura 2.3: Enfoque de aprendizaje de máquina orientado al estudio de la uniformidad en la reverberación. Adaptado de [2].

2.4.1. Obtención de Data

En principio, se requiere de simulaciones numéricas de campos reverberantes ideales en un espacio 3D empleando el software MATLAB[®]. Se considera la ecuación matemática de ondas planas, generándose el espacio 3D se proyecta en el eje y tomando el plano XZ . Se emplea el método de ajuste de curva, pues presenta las mejores métricas en precisión y exactitud en la estimación de SWS [44]. El etiquetado de data para discriminar un campo reverberante homogéneo será cuando la estimación de la SWS tenga un error menor al 5 %, definido bajo la

siguiente fórmula:

$$\% \text{ error} = \frac{|SWS_i - SWS_e|}{SWS_i} \cdot 100 \% \quad (2.30)$$

donde SWS_i y SWS_e son las SWS ideal y estimada, respectivamente.

2.4.2. Extracción de Características

2.4.2.1. Criterio Estadístico Empírico

Un criterio empleado en campos reverberantes para ondas electromagnéticas, de acuerdo al estándar internacional del IEC [47], consiste en analizar la desviación estándar y el valor promedio del campo electromagnético en las dimensiones x, y, z . Este concepto puede emplearse en campos reverberantes acústicos, considerando las similitudes entre ambos [48]. Estos estimadores estadísticos se definen como:

$$\mu_{x,y,z} = \frac{\sum v_i}{N}, \quad (2.31)$$

$$\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\frac{\sum (v_i - \mu)^2}{N}}, \quad (2.32)$$

donde μ y σ son el valor medio y desviación estándar del campo reverberante para cada eje.

2.4.2.2. Prueba Kolmogorov–Smirnov para Distribución de Probabilidad

Teóricamente, en una cámara reverberante con buen factor de calidad, se establece que la parte real e imaginaria de un campo de ondas planas, así como su magnitud deben seguir distribución probabilísticas normales y Rayleigh, respectivamente [51]; mientras que el campo elevado al cuadrado, una distribución exponencial. Se usará la prueba Kolmogorv-Smirov para evaluar la bondad del ajuste, un método no paramétrico bastante rápido y conveniente cuando el número de muestras es reducido, el cual trabaja con la función de probabilidad acumulada (FDA) definida como:

$$FDA(x) = \int_{-\infty}^x f dp(t) dt, \quad (2.33)$$

una vez obtenida se proviene a analizar la máxima diferencia entre el modelo teórico y el empírico muestreado:

$$D_n = \max |FDA_t(x) - FDA_e(x)|, \quad (2.34)$$

donde FDA_t es la función de distribución acumulada teórica y FDA_e la función empírica.

2.4.3. Análisis de Características

En un análisis estadístico multivariante, se consideran dos hipótesis mutuamente excluyentes. Por un lado, la llamada hipótesis nula H_o plantea que no existe relación alguna entre las variables de entrada X (características) con la variable de salida Y (decisión). Por otro lado, la hipótesis alternativa H_t establece que sí existe una relación entre variables. Entonces, se pretende rechazar H_o analizando la significancia estadística de X , para ello, existen parámetros ya establecidos como *t-Student*, ANOVA, *p-values*, etc. Por ejemplo, mientras más pequeño sea el *p-value* menor la probabilidad de azar en las predicciones, rechazando la hipótesis nula y demostrando la relación entre X e Y , para este caso la relación entre criterios estadísticos y la uniformidad de campo.

2.4.4. Algoritmos de Aprendizaje de Máquina

Un problema de clasificación consiste en generar una decisión cualitativa o categórica a través del análisis de sus atributos. La Regresión Logística (LR, por sus siglas en inglés) se usa para estimar la probabilidad que cierta instancia pertenezca a una clase, para ello, utiliza un modelo lineal multivariable y una función sigmoideal en la toma de decisiones. Por otro lado, el Análisis Discriminante Lineal (LDA, por sus siglas en inglés) es una extensión del clasificador probabilístico de Bayes, empleado en el reconocimiento de patrones que asume una distribución normal multivariable en los atributos. Finalmente, las Máquinas de Vectores de Soporte (SVM, por sus siglas en inglés) tienen un elevado rendimiento y buscan maximizar el margen de separación entre dos clases mediante funciones de transformación espacial (*kernels*) [2, 52].

2.4.5. Técnicas de Validación de Resultados

Para reducir la variabilidad en las predicciones se suele usar la validación cruzada. La "*k-fold cross validation*" consiste en dividir la data aleatoriamente en k particiones del mismo tamaño. Luego, cada partición se usa una vez como conjunto de validación, con los otros $k - 1$ grupos restantes como conjunto de entrenamiento, el proceso se repite k veces. La ventaja de este método es usar toda la data disponible tanto para entrenamiento como validación. Si bien, usando un k igual al número de muestras, llamado *leave-one-out cross-validation* se obtiene el menor sesgo, el costo computacional es muy alto. Por tanto, en la práctica se usa una validación cruzada con $k = 10$ que ofrece un balance entre sesgo y varianza [2].

Para la evaluación del *performance* del modelo de clasificación se emplean matrices de confusión, de esta manera no solo se calcula la precisión del modelo, sino métricas como sensibilidad, especificad, proporciones de falsos positivos y negativos, curvas ROC, etc.

Capítulo 3

Experimentos en Simulaciones

Este capítulo describe las etapas para el diseño del clasificador. Se detallan las etapas de generación de simulaciones numéricas, extracción y análisis de características mediante parámetros estadísticos, y el entrenamiento del modelo mediante una LR, un LDA y una SVM con un kernel lineal y uno gaussiano.

3.1. Creación del Campo Reverberante

Se realizaron simulaciones numéricas de campos homogéneos en MATLAB[®] 2019b, a partir de modelos de ondas planas ideales sin atenuaciones. Se define un espacio 3D de $10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3$ a una resolución de 0.2 mm. Considerando que usualmente los tejidos son expuestos a ondas de corte con frecuencias entre 300-1000 Hz, obteniéndose SWS en el rango de 0-5 m/s [1] y siguiendo como referencia el estudio experimental presentado por Flores et al. [44], se estableció una frecuencia de operación de 400 Hz y una SWS ideal (SWS_i) de 2.5m/s para el modelo homogéneo. Se simuló el campo reverberante mediante la sumatoria de ondas planas ideales con una dirección y velocidad de partículas aleatoria, para este caso se emplearan 10 000 ondas.

Se trabaja únicamente con las velocidades proyectadas al eje Z obteniéndose un espacio 3D representado en un arreglo complejo. En la Figura 3.1, se representa la proyección el plano XZ para la posición $Y = 0$ en el instante $t = 0$, obteniéndose un plano 2D con una componente real (Figura 3.1a) y otra imaginaria (Figura 3.1b).

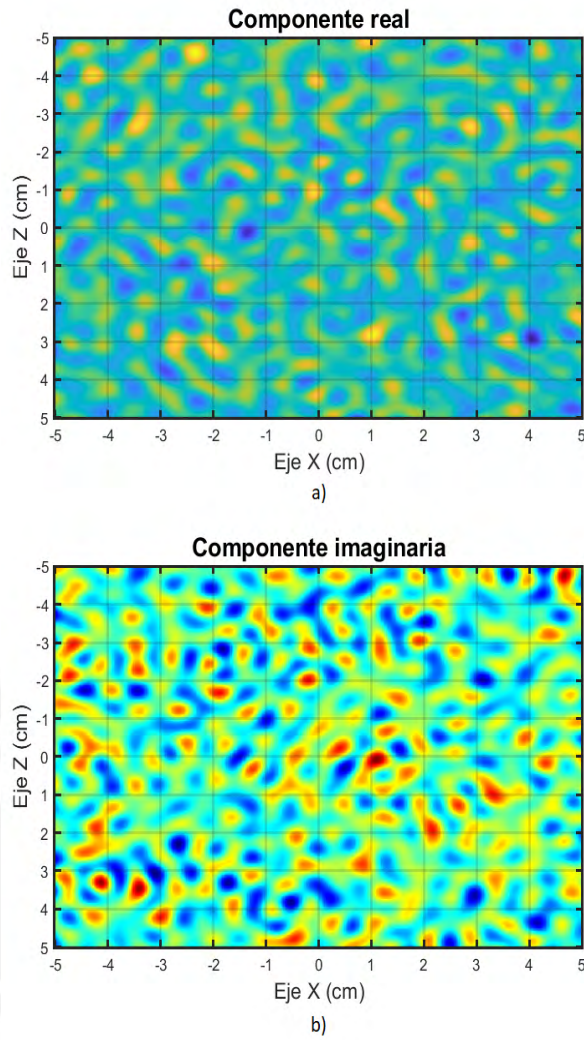


Figura 3.1: Proyección XZ ($Y=0$) de mapa de velocidad de partículas de un campo reverberante simulado de una capa de 10 000 ondas. Componente real (a) e imaginaria (b).

3.2. Estimación de la Velocidad de Onda de Corte (SWS)

3.2.1. Pre-procesado a la imagen

Como se mencionó en el Capítulo 2, se utilizó un ajuste de curva a la autocorrelación, la cual se realizó por ventanas a manera de generar un mapa de velocidades y no solo una velocidad promedio. Según los estudios hechos por Zvietcovich et al. [43] con respecto al tamaño de ventana (kernel) este debe captar al menos una longitud de onda λ del patrón de campo. Se consideró un tamaño de 2λ , es decir una ventana de $12.5 \times 12.5 \text{ mm}^2$ equivalente a 63×63 píxeles según la resolución definida. Para evitar la pérdida de información en los bordes de la imagen, producto del enventanamiento, se aplicó un rellenado simétrico de valores en el borde de la zona de interés, tal como se muestra en la Figura 3.2. Luego, se aplicó la autocorrelación bidimensional (ver Figura

3.3a) y se seleccionaron las componentes reales de los vectores axial y lateral centrales (ver Figura 3.3b), ambos vectores se corrigieron mediante una función pulso triangular y se normalizaron.

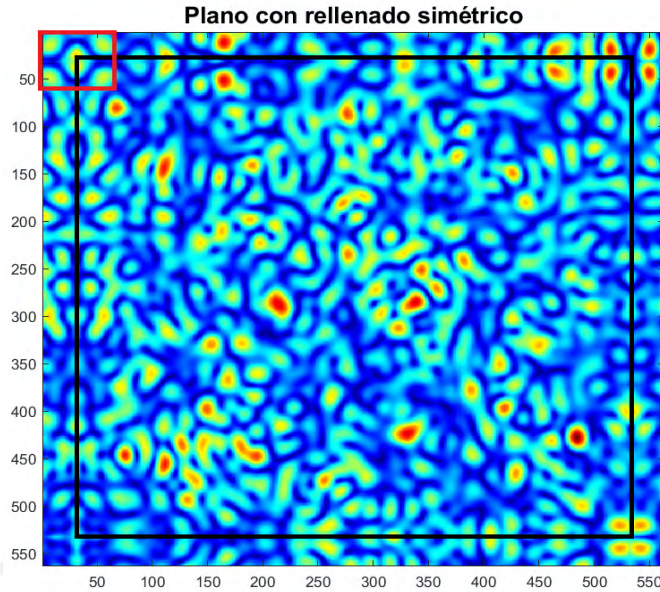


Figura 3.2: Componente real del plano de campo luego de aplicar el relleno simétrico o *mirror padding*. Enmarcado en negro el plano original y en rojo el kernel empleado de 63x63 píxeles.

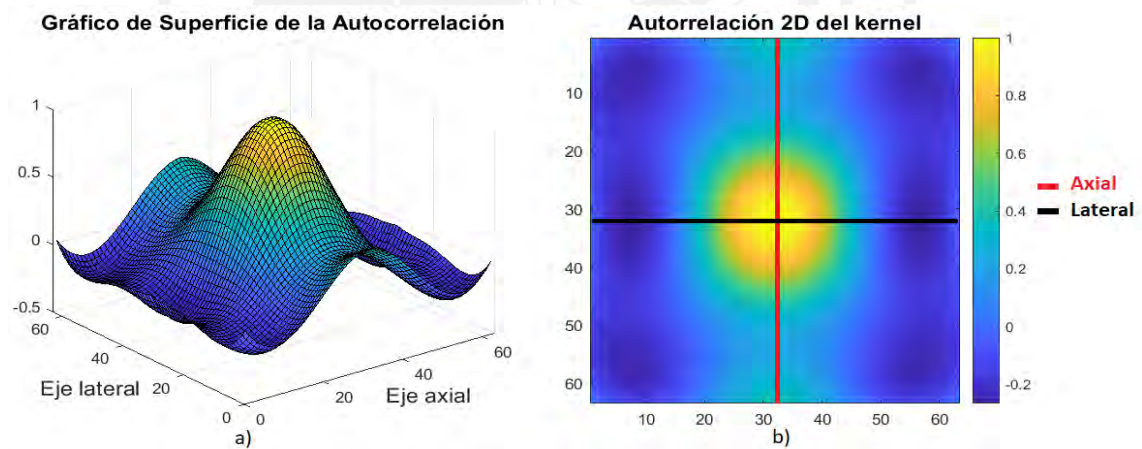


Figura 3.3: Parte real de la auto correlación bidimensional del kernel de 63x63 píxeles y representación de los perfiles axial y lateral a evaluar: gráfico 3D (a) y 2D (b).

3.2.2. Ajuste de curva

Se utilizó el toolbox de MATLAB[®] 2019b Curve Fitting[™], el cual aplica una regresión no lineal a los perfiles axiales y laterales preprocesados que estiman el número de onda k para ambos ejes. Para facilitar este procesamiento, se define que el valor de k debe ser mayor o igual 500 rad/m, correspondiente a una SWS máxima de 5 m/s, de igual forma se excluyen los puntos lejanos al

centro de la curva, es decir, tomándose únicamente los puntos pertenecientes a la campana central: típicamente entre -4mm a 4mm, como se muestra en la Figura 3.4.

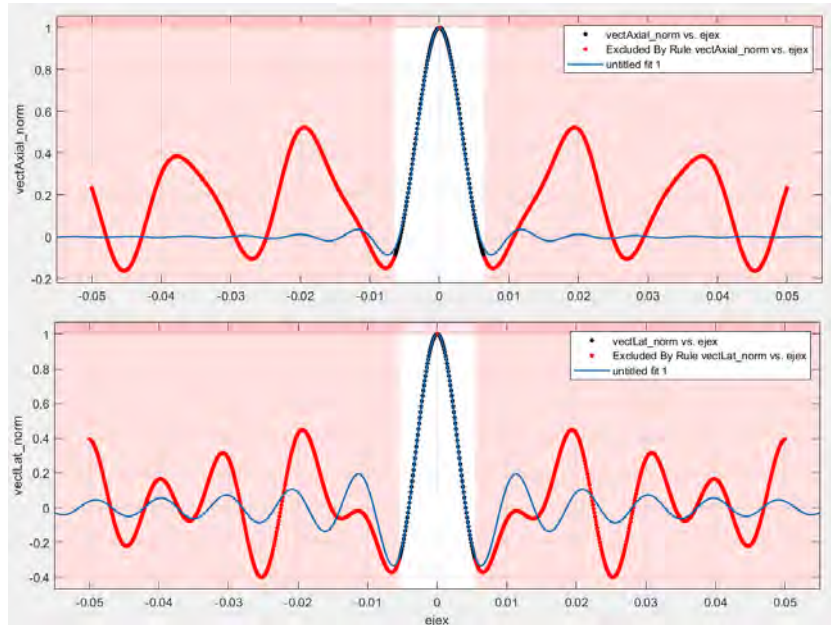


Figura 3.4: Método de Ajuste de Curva de MATLAB[®] para los perfiles axial y lateral, acotados en la campana central.

3.2.3. Análisis y etiquetado de las estimaciones de SWS

Puesto que el método de ajuste de curva de MATLAB[®] escoge como mejor curva aquella que tenga menor error cuadrático medio, se deduce que aquellas estimaciones de SWS con un alto porcentaje de error relativo corresponderán con zonas de campo en las que no se cumpla una uniformidad de la reverberación, ergo los valores de su autocorrelación no describirán funciones esféricas de Bessel. Se define el umbral de decisión del 5% para el error relativo de estimación, el cual indicará las zonas en las que se ha generado un campo reverberante lo suficientemente uniforme y las zonas en que no. En la Figura 3.5, se presenta el mapa SWS reconstruido luego del ajuste de curva (Figura 3.5a) y su binarización considerando un error máximo del 5% (Figura 3.5b) respecto a su valor ideal ($SWS_i = 2,5m/s$).

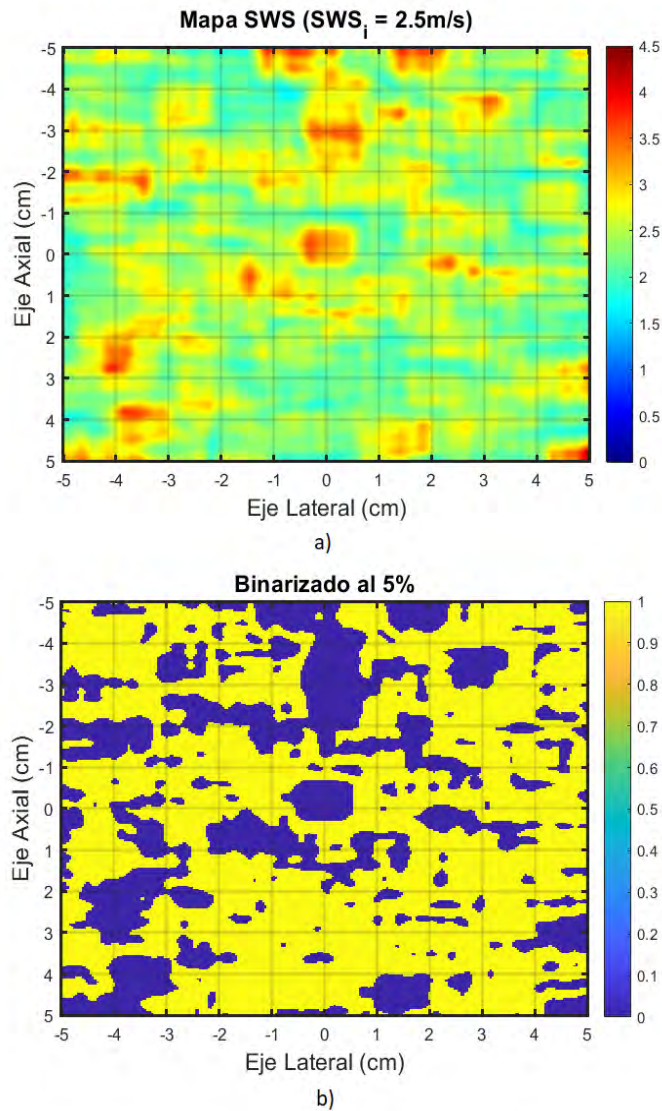


Figura 3.5: Mapa de SWS obtenido mediante el ajuste de curva para el modelo simulado (a). Binarizado del mapa de SWS generado según el umbral de error relativo del 5 % respecto a la SWS ideal 2.5m/s (b).

3.3. Extracción de Estimadores Estadísticos

3.3.1. Estimadores Empíricos

Se extrajeron medidas estadísticas de desviación estándar y valor promedio de cada sección de la imagen. Para analizar el isotropismo se obtuvieron estas medidas estadísticas en las componentes real e imaginaria del campo y, para analizar la homogeneidad, se trabajó con la magnitud y magnitud elevado al cuadrado de campo. En la Figura 3.6, se presentan los estimadores estadísticos de promedio y desviación estándar mencionados. La desviación estándar teórica σ se calculó mediante el valor promedio del plano magnitud.

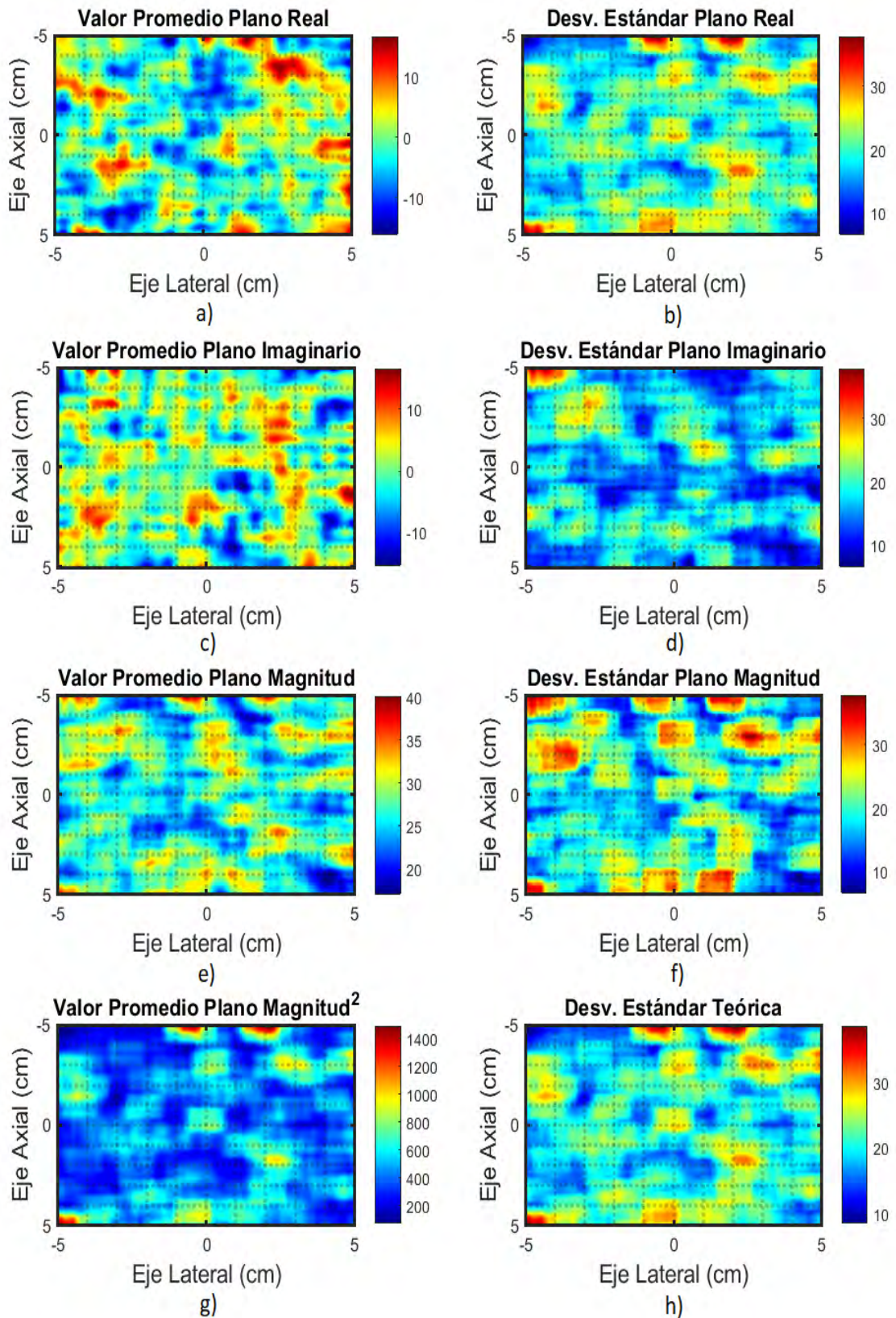


Figura 3.6: Extracción de atributos estadísticos de (a) valor promedio y (b) desviación estándar de la componente real, (c) valor promedio y (d) desviación estándar de la componente imaginaria, (e) valor promedio y (f) desviación estándar de la magnitud de campo, y (g) valor promedio y (h) desviación estándar de la magnitud del campo elevada al cuadrado.

3.3.2. Distribución Probabilística de Campo

Como se explicó en el Capítulo 2, los planos real e imaginario de la imagen de campo siguen una distribución normal mientras que el plano magnitud, una distribución Rayleigh. La función *kstest* de MATLAB® realiza directamente la prueba Kolmorov-Smirnov (K-S), para ello, compara la FDA de la sección con el modelo teórico, ambas con el mismo valor de varianza σ^2 .

En la Figura 3.7 , se presentan las gráficas de las FDA para la componente del plano real de campo, según el modelo teórico, se describe un modelo Gaussiano. La función *kstest* cuantifica la máxima diferencia entre la función empírica y teórica. Esta operación se realiza por cada ventana de campo para generar un mapa K-S de toda la imagen.

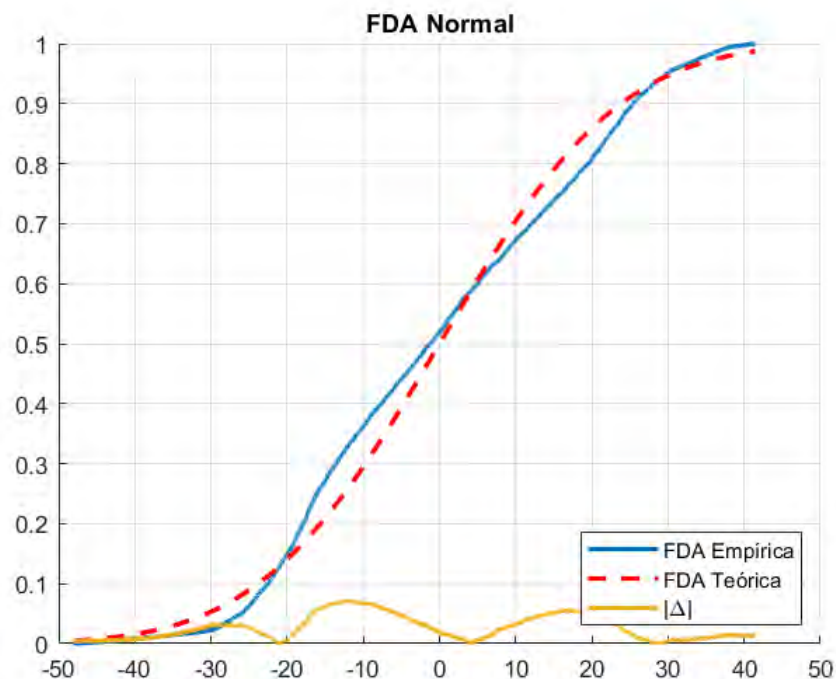


Figura 3.7: FDA de la componente real de campo teórica y experimental. También se representa el valor delta o diferencia entre ambas.

En la Figura 3.8, se exhiben los mapas K-S reconstruidos para los planos de componente real (Figura 3.8a), componente imaginaria (Figura 3.8b) y magnitud de campo (Figura 3.8c).

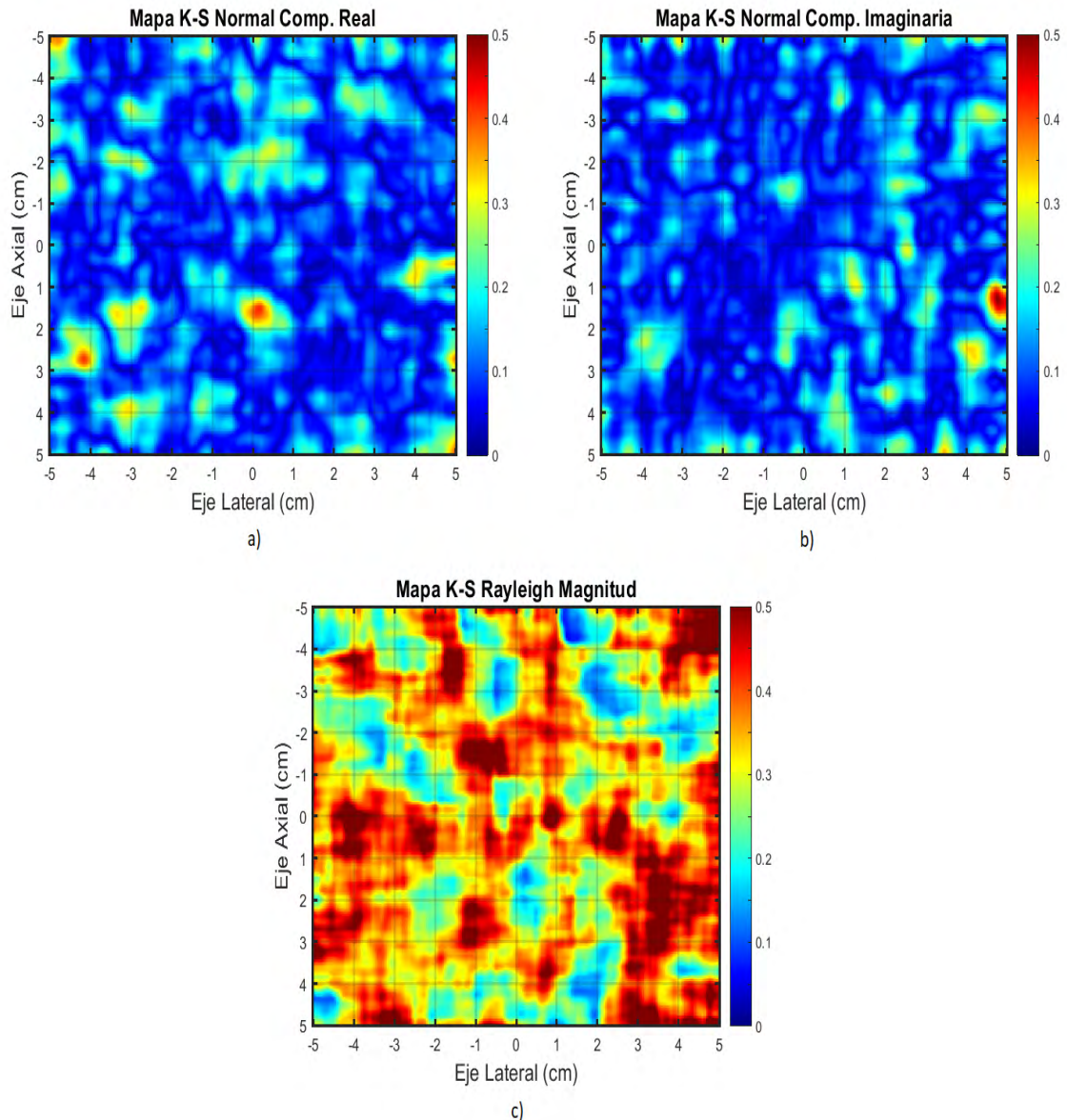


Figura 3.8: Prueba Kolmorov-Smirnov para modelo Normal de la (a) componente real y (b) componente imaginaria de campo y (c) para el modelo Rayleigh de la magnitud de campo.

3.4. Creación y Descripción del Dataset

La creación del dataset consiste en utilizar los mapas generados con los estimadores estadísticos, normalizarlos de 0-1 y convertirlos en vectores. Para reducir el tamaño de la data y agilizar el procesamiento, se redujo la resolución de las imágenes con los atributos y la imagen con el mapa SWS a la mitad, originalmente siendo de 501x501 píxeles a 251x251 píxeles. Por tanto, el dataset está compuesto de 63 001 datos y 11 atributos. En la Figura 3.9 se genera un gráfico del histograma de clases, etiquetando como '1' la clase uniforme y como '0' la no

uniforme, a fin de analizar la proporción entre clases de la data. Se observa que alrededor del 70 % del campo simulado se considera uniforme.

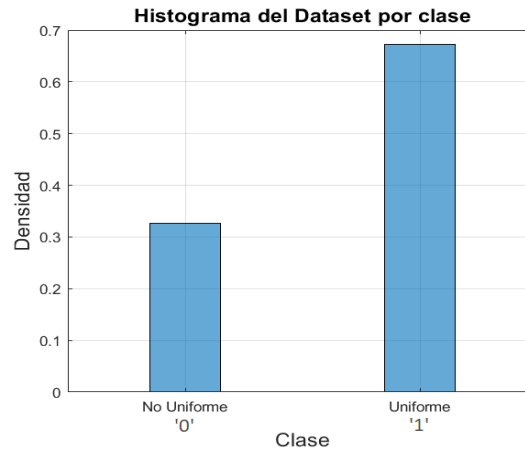


Figura 3.9: Histograma de clases del dataset del campo homogéneo con un criterio de binarización del 5 % de error de estimación.

3.5. Entrenamiento de los Modelos

Los cuatro modelos de aprendizaje supervisado LR, LDA, SVM con un kernel lineal (LSVM) y uno gaussiano (GSVM) se implementaron en una computadora con un procesador Intel Core i7-7700 @ 3.6GHz (8 CPUs) con una memoria RAM de 16GB y una GPU NVIDIA GeForce 730 de 2GB. Se entrenaron en MATLAB® con ayuda de la herramienta *Classification Learner*, considerando una validación cruzada con un $k = 10$. Se realiza el análisis de significancia estadística mediante del valor de probabilidad (p -value), el cual debe ser menor al 5 % para poder rechazar la hipótesis nula y aceptar los atributos más significativos en un modelo de decisión.

3.6. Validación de Uniformidad en la Reverberación

Se trabajó con una data de prueba compuesta de un nuevo campo homogéneo con una velocidad $SW S_i = 2,5 \text{ m/s}$ (ver Figura 3.10a) y un campo heterogéneo doble capa con velocidades $SW S_{i1} = 4,5 \text{ m/s}$ y $SW S_{i2} = 3 \text{ m/s}$ para la parte superior e inferior, respectivamente (ver Figura 3.10b).

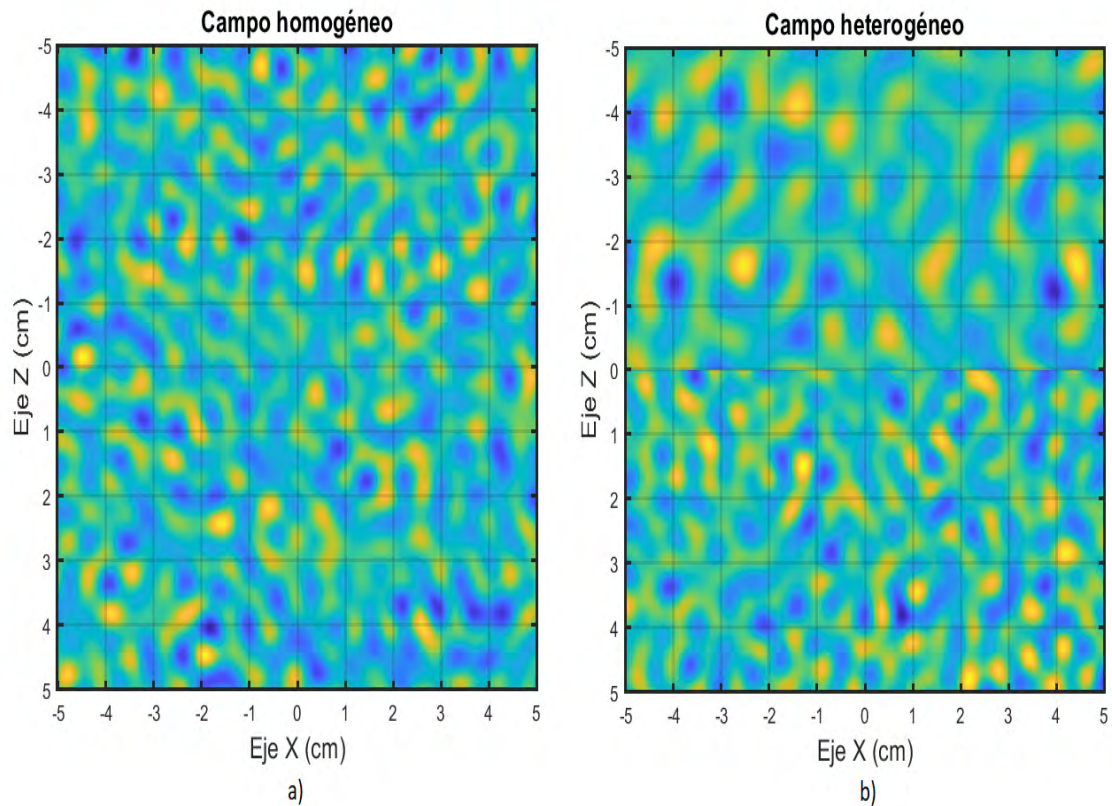


Figura 3.10: Componente real del plano de velocidad de partículas para el campo reverberante homogéneo (a) y heterogéneo doble capa (b).

Luego de generar los mapas de SWS por ajuste de curva (ver Figura 3.11), se procedió a analizar la distribución de los valores SWS estimados (valor promedio y desviación estándar). Finalmente, se analiza la nueva distribución de valores SWS usando los módulos de validación de uniformidad entrenados y compararlos con el referente actual basado en el coeficiente de determinación R^2 . Los módulos detectarán las zonas no uniformes de campo para su posterior enmascaramiento y descarte. La Figura 3.12 detalla el diagrama de bloques del modelo actual y del modelo propuesto.

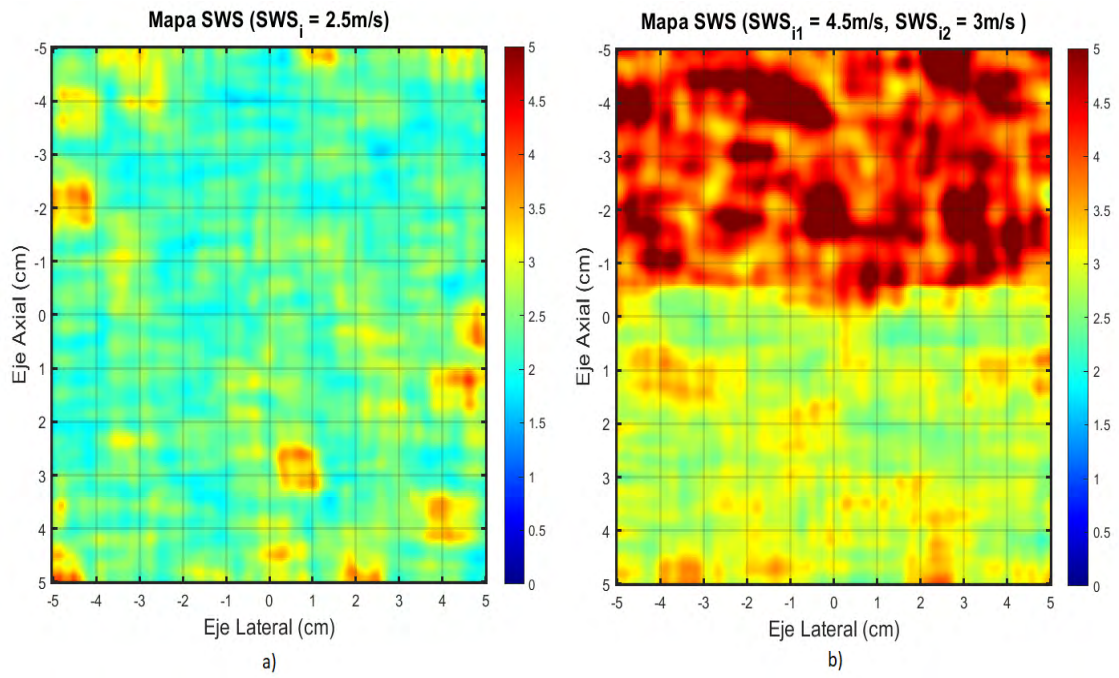


Figura 3.11: Mapas de SWS generados por el método de ajuste de curva para el campo reverberante homogéneo (a) y heterogéneo doble capa (b).

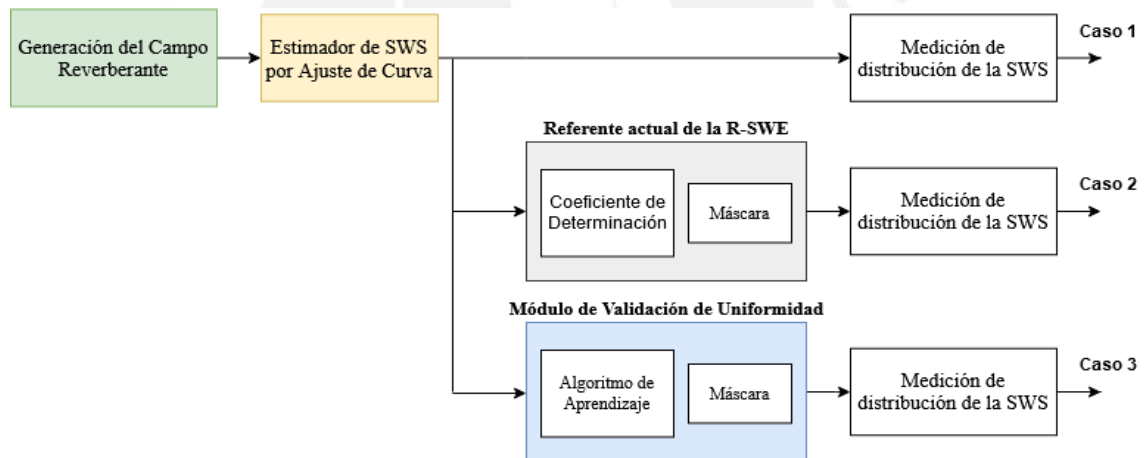


Figura 3.12: Diagrama de bloques de estimación de la SWS sin emplear el módulo de validación de uniformidad, con el referente actual y con el método propuesto.

Capítulo 4

Resultados y Discusión

En el presente capítulo, se presentan los resultados con las imágenes simuladas de campo homogéneo y heterogéneo. Se analiza la significancia estadística de los atributos extraídos en el modelo de clasificación y su efecto en las velocidades con alto error de estimación. Así mismo, se muestran las métricas de los algoritmos de aprendizaje de máquina entrenados y su rendimiento en la detección de uniformidad en un campo homogéneo y heterogéneo de prueba. Por último, se discuten los resultados obtenidos.

4.1. Resultados

4.1.1. Resultados con la data de entrenamiento

4.1.1.1. Significancia estadística de los atributos

Se analizó la significancia estadística en el modelo de decisión analizando el valor de probabilidad de las mismas. Para este estudio, se considera un valor de probabilidad menor al 5%. En la Tabla 4.1 se detalla el resumen de los resultados obtenidos.

Tabla 4.1: Resultados de significancia estadística de los atributos mediante su valor de probabilidad.

Atributos	Valor de probabilidad (p)
ks_re_Normal(*)	2.04e-95
ks_im_Normal	0.1844
ks_Rayleigh(*)	0.01419
std_plano_re(*)	3.03e-59
std_plano_im(*)	0.02872
std_plano_mag	0.3425
std_teorico(*)	4.26e-27
mean_plano_re(*)	6.13e-42
mean_plano_im(*)	1.05e-56
mean_plano_mag	0.1659
mean_plano_re2(*)	3.09e-12
En (*) $p < 0.05$	

Se observa que ocho de once atributos contribuyen en el modelo de decisión a excepción de la prueba Kolmorov-Smirnov (K-S) para el plano imaginario (*ks_im_Normal*), la desviación estándar del plano magnitud de campo (*std_plano_mag*) y el valor promedio del plano magnitud de campo (*mean_plano_mag*).

Posteriormente, se analizó la distribución de los atributos restantes para cada clase correspondiente: uniforme y no uniforme, como se presenta en la Figura 4.1. Se aprecia una mayor concentración de data uniforme cuando el resultado de la prueba K-S del plano real de campo (*ks_re_normal*) es menor a 0.3 (Figura 4.1a), así como, cuando el valor promedio del plano real de campo (*mean_plano_re*) se encuentra entre 0.4-0.6 (Figura 4.1b).

Distribución de los atributos más significativos

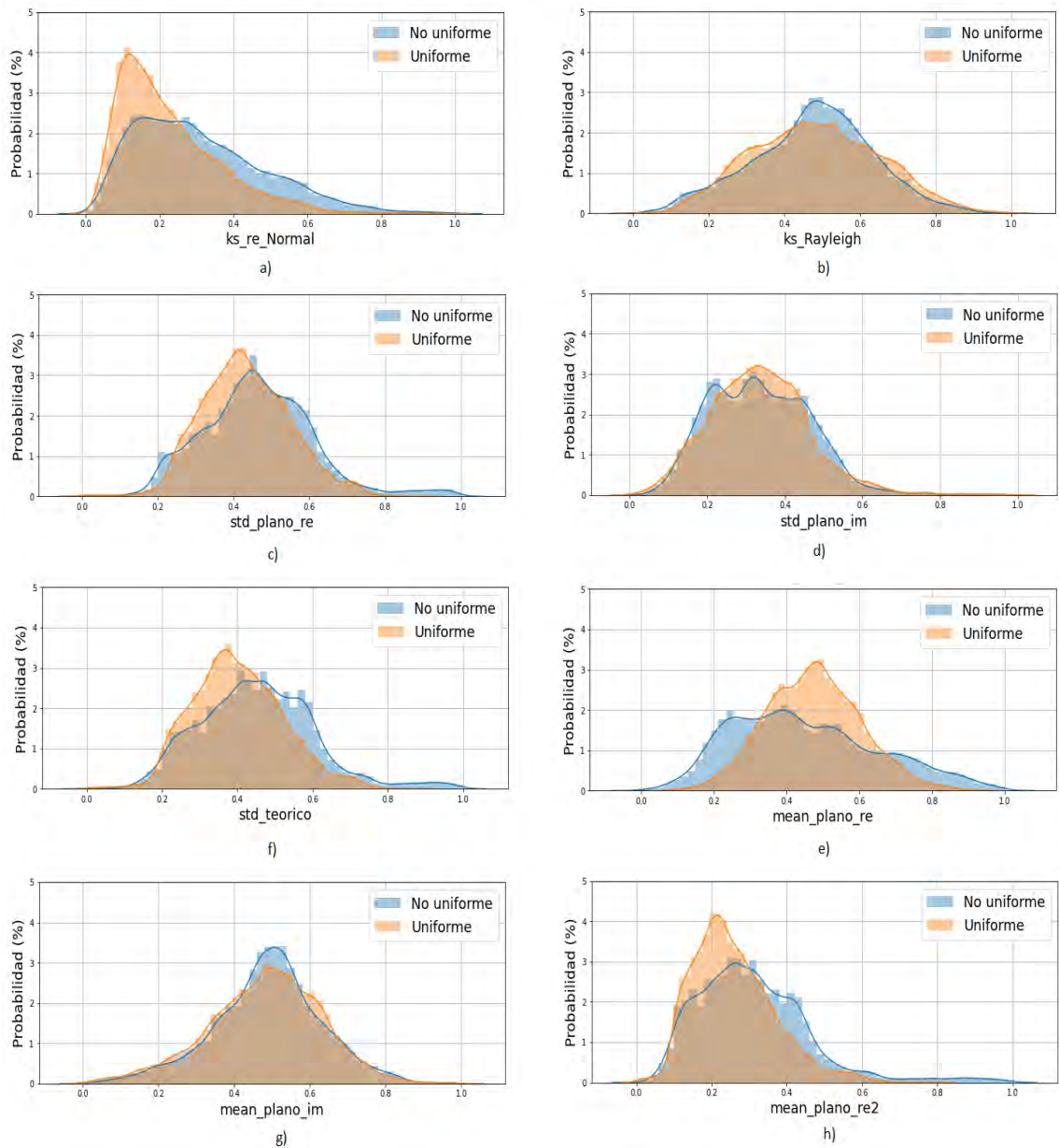


Figura 4.1: Dispersión de los atributos normalizados más significativos por cada clase de la data, en este caso para campos uniformes y no uniformes (a) *ks_re_Normal*, (b) *ks_Rayleigh*, (c) *std_plano_re*, (d) *std_plano_im*, (e) *std_teorico*, (f) *mean_plano_re*, (g) *mean_plano_im* y (h) *mean_plano_re2*.

4.1.1.2. Análisis de atributos respecto al error de estimación

Se procedió a comparar las características de uniformidad del campo homogéneo con respecto al error relativo de estimación de la SWS. Analizando la Figura 4.2, se observa una concentración velocidades con un error menor al 10 % cuando el promedio del plano real (*mean_plano_re*) está en un rango de 0.4-0.6 y la prueba K-S (*ks_plano_re*) es menor a 0.5. Además, cuando los valores

de desviación teórica y desviación muestrada del plano real son bastante distintos entre sí el error crece (ver Figura 4.3).

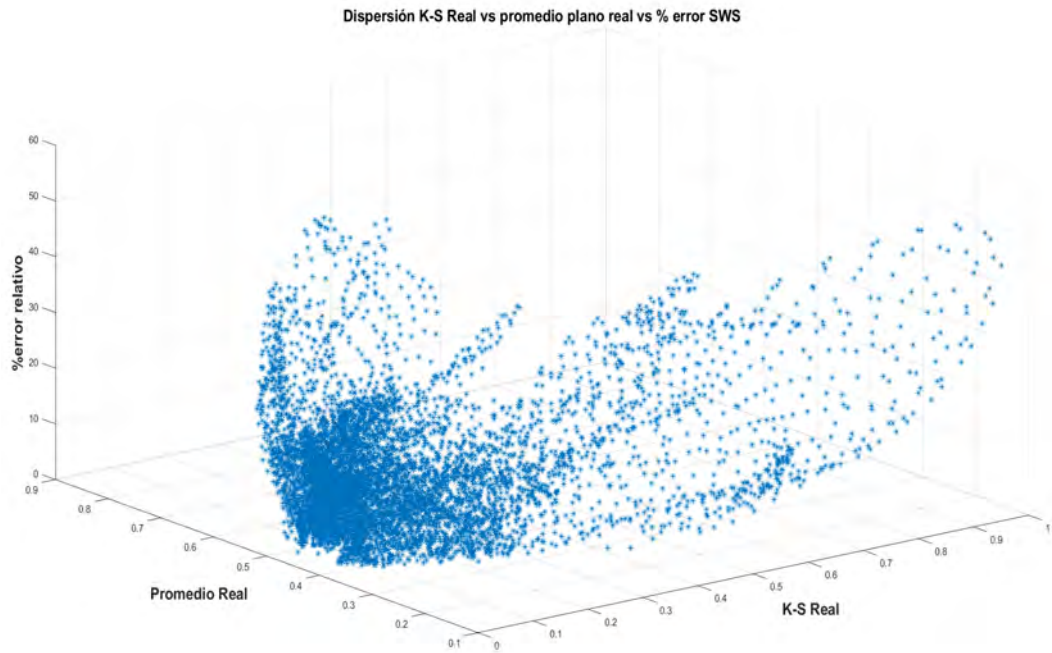


Figura 4.2: Dispersión del error relativo de estimación en función de los atributos *ks_plano_re* y *mean_plano_re* normalizados.

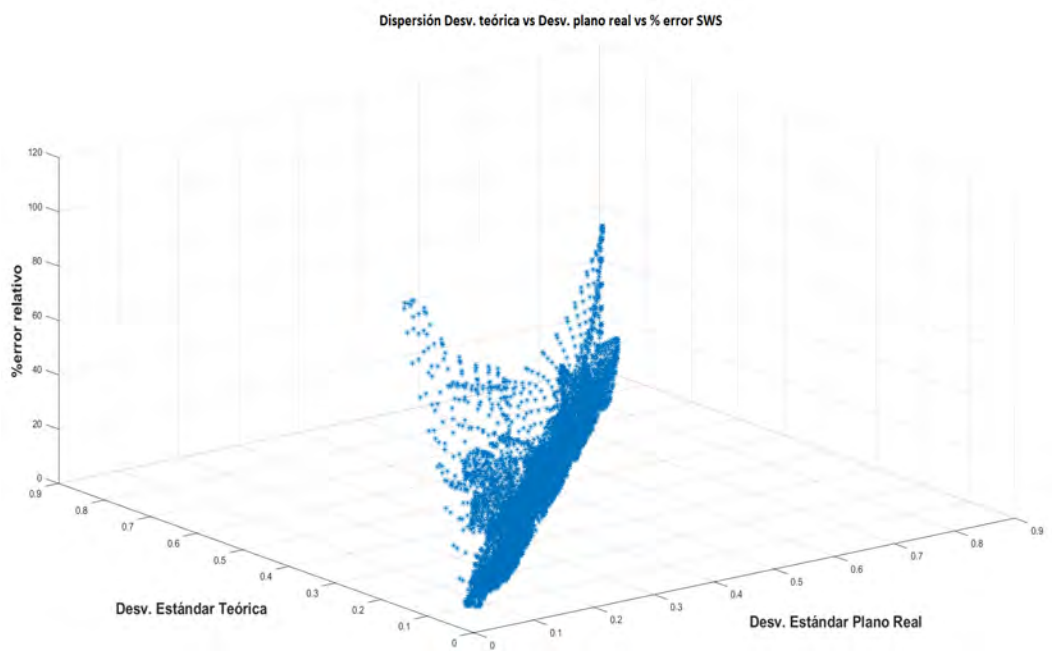


Figura 4.3: Dispersión del error relativo de estimación en función de los atributos *std_teorico* y *std_plano_re* normalizados.

4.1.1.3. Evaluación del performance de los modelos de aprendizaje

Se analizó el performance de los modelos de LR, LDA, LSVM y GSVM mediante matrices de confusión según las clases existentes: campos uniformes y no uniformes para los modelos LR (Figura 4.4a), LDA (Figura 4.4b), LSVM (Figura 4.4c) y GSVM (Figura 4.4d).

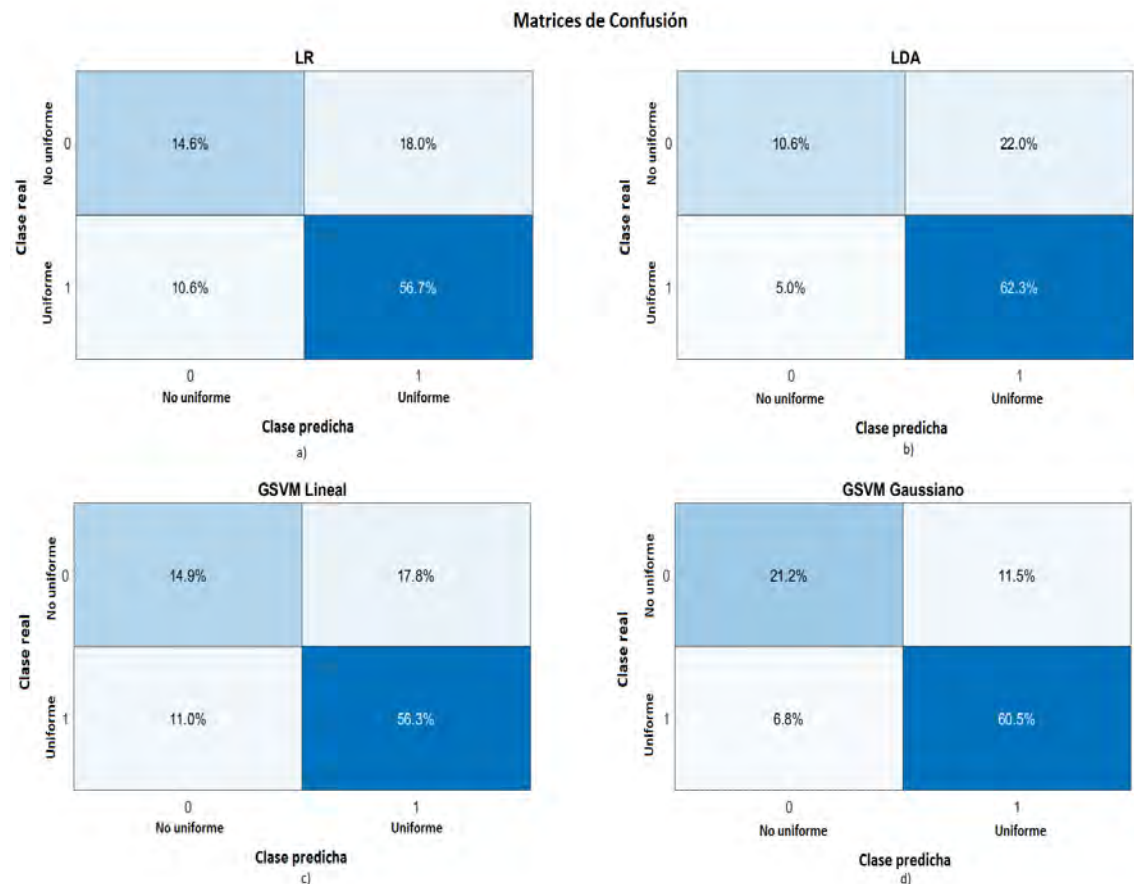


Figura 4.4: Matrices de confusión normalizadas para los modelos de Regresión Logística (a), Análisis de Discriminante Lineal (b) y Máquina de Vectores de Soporte con un kernel lineal (c) y uno gaussiano (d).

Obtenidas la matriz de confusión presentadas en la Figura 4.4, se realiza un resumen de las métricas de los modelos, considerando como clase positiva al campo uniforme. En la Tabla 4.2, se detallan las métricas evaluadas para cada tipo de algoritmo. Se observa que todos los modelos superan el 70 % en exactitud total.

Tabla 4.2: Comparación de métricas de los modelos entrenados.

Tipo de Modelo	Exactitud	Sensibilidad	Precisión	Valor-F	AUC
Regresión Logística (LR)	0.713	0.843	0.759	0.799	0.695
Análisis de Discriminante Lineal (LDA)	0.729	0.925	0.739	0.822	0.695
SVM Lineal	0.732	0.836	0.759	0.796	0.687
SVM Gaussiano	0.817	0.899	0.840	0.868	0.860

Así mismo, la Figura 4.5 representa la curva ROC para los modelos entrenados, notándose un rendimiento similar entre los modelos lineales y uno superior de la SVM con kernel gaussiano.

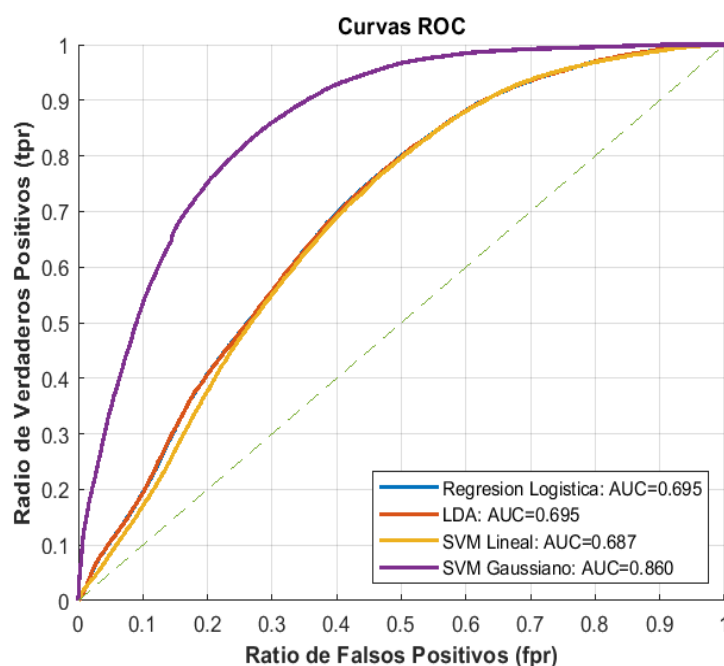


Figura 4.5: Gráfico de curva ROC de los cuatro algoritmos entrenados y con la línea de discriminación, además se calcula el área bajo la curva (AUC).

4.1.1.4. Detección de uniformidad de campo

Se comparan los mapas de calidad de campo reverberante generados bajo los distintos modelos. En la Figura 4.6a, se presenta el mapa del coeficiente de determinación R^2 (referente actual de la técnica R-SWE), así mismo, se muestran los mapas de probabilidad de uniformidad de los modelos entrenados de LR (Figura 4.6b), LDA (Figura 4.6c), LSVM (Figura 4.6d) y GSVM (Figura 4.6e), y finalmente el mapa de SWS estimado (Figura 4.6f).

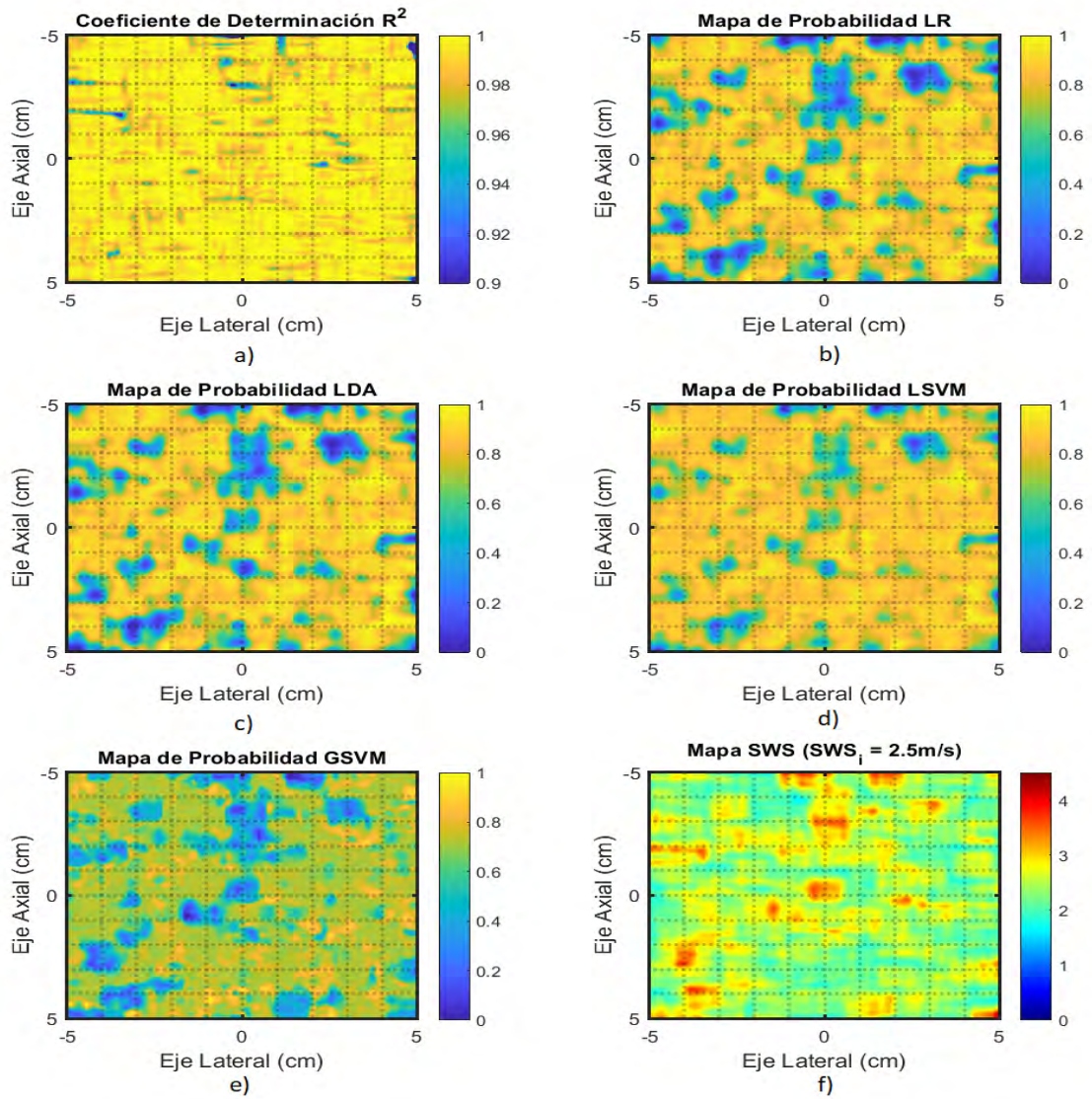


Figura 4.6: Mapa del R^2 (a), mapas de probabilidad generados por los clasificadores (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado (f).

Para el presente trabajo, se consideró una probabilidad mayor al 50 % para considerar una clase como positiva (uniforme). Por otro lado, según Flores et al. [44] para el modelo actual de 10000 ondas ideales el R^2 deberá superar el 99 %.

Posteriormente, se aplicó una máscara a las zonas identificadas como no uniformes bajo los modelos de R^2 (Figura 4.7a), LR (Figura 4.7b), LDA (Figura 4.7c), LSVM (Figura 4.7d), GSVM (Figura 4.7e) del mapa de SWS original (Figura 4.7f). Se observa que la umbralización del parámetro R^2 como estimador de calidad de campo falla en la identificación de zonas no uniformes, en comparación con los modelos de aprendizaje que detectan mayor cantidad de las mismas.

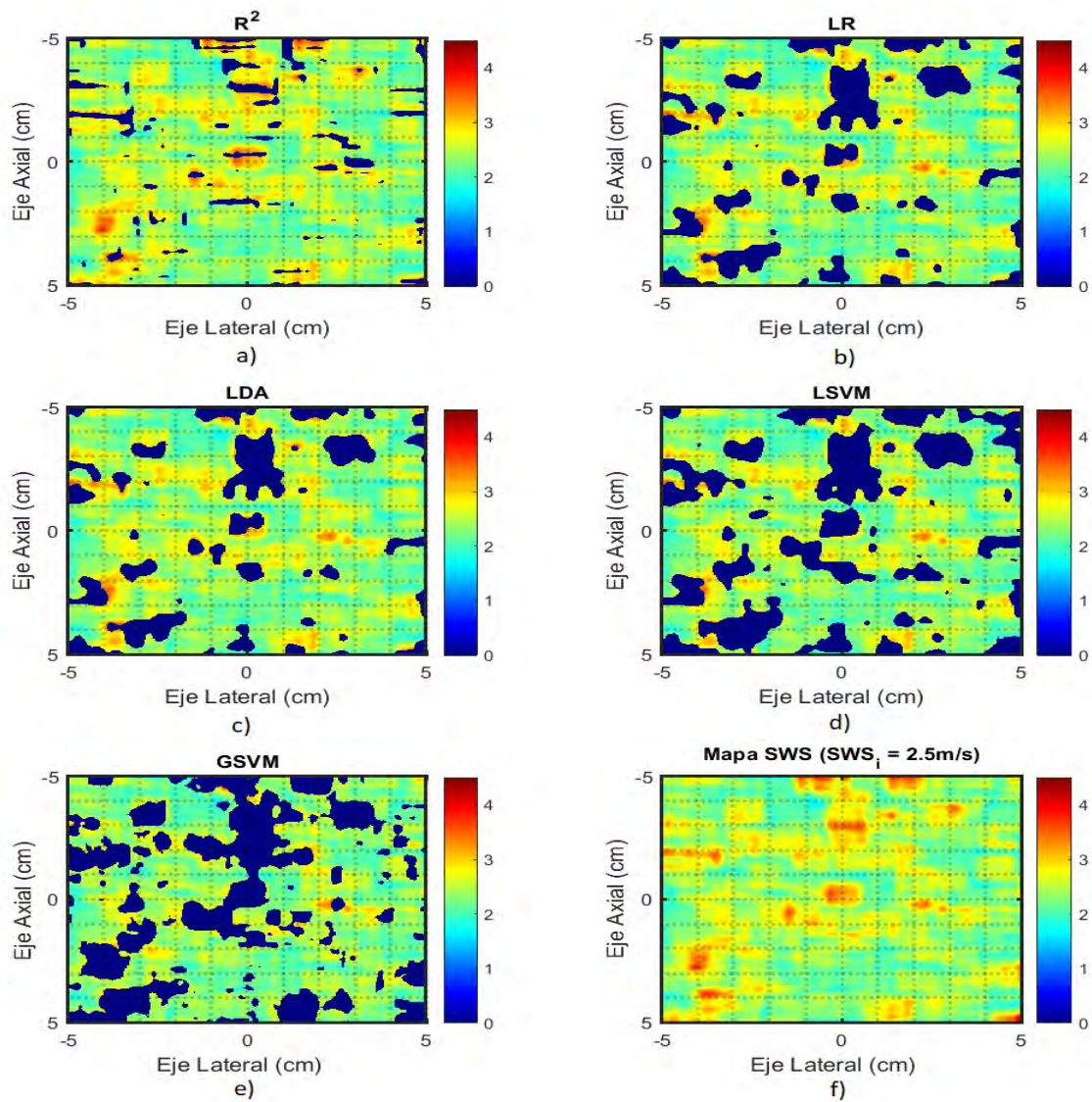


Figura 4.7: Mapas de SWS enmascarados de acuerdo a la identificación de zonas no uniformes bajo la umbralización del R^2 al 99 % (a), los modelos de aprendizaje de máquina (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado original (f). Se observa un sobre-entrenamiento producto de la SVM Gaussiana.

Descartar las zonas en las que no se logró una suficiente reverberación, reducirá la variabilidad en las estimaciones de la SWS, por lo que se analiza la dispersión de la SWS mediante un diagrama violín (Figura 4.8a) y un diagrama de cajas (Figura 4.8b).

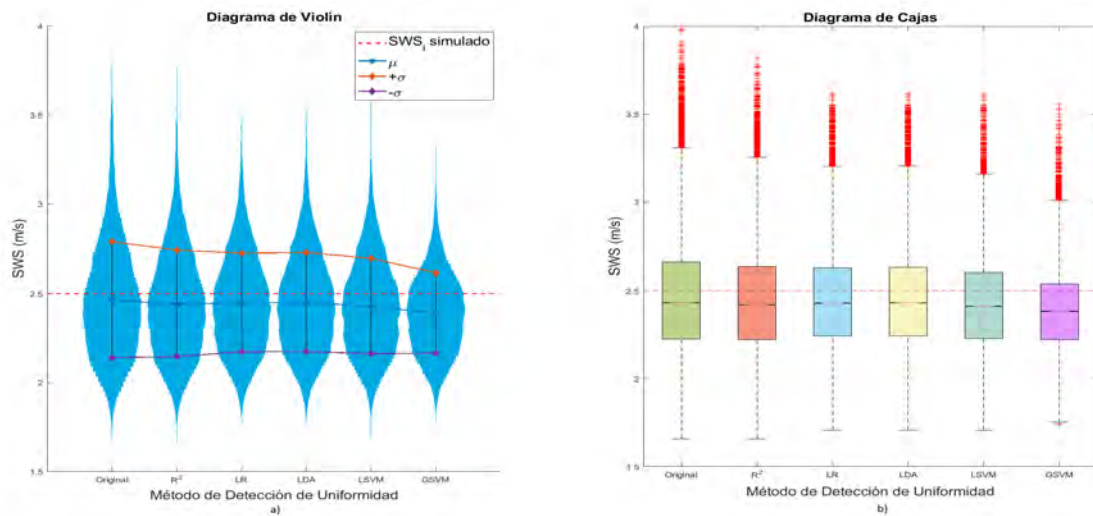


Figura 4.8: Dispersión del mapa SWS original y luego de usar los métodos de detección de uniformidad: diagrama violín (a) y diagrama de cajas (b).

En la Figura 4.8, se observa un valor promedio relativamente estable para los distintos modelos de detección de uniformidad, pero consiguiendo reducir la desviación estándar en las predicciones. La información se sintetiza en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Resultados de la SWS y desviación estándar en la imagen original y con los modelos de detección de uniformidad.

SWS [m/s]	Data original	R^2	Regresión Logística (LR)	LDA	SVM Lineal	SVM Gaussiano
μ	2.4632	2.4436	2.4481	2.4503	2.428	2.3891
σ	0.3234	0.2978	0.2749	0.2763	0.2657	0.2241
$\mu + \sigma$	2.7866	2.7414	2.723	2.7266	2.6937	2.6132
$\mu - \sigma$	2.1398	2.1458	2.1732	2.1740	2.1623	2.1650

Los modelos entrenados logran mantener un valor promedio de velocidad cercano al ideal ($SWS_i = 2,5m/s$) y reducir la desviación estándar de las estimaciones en mayor cantidad que la umbralización del R^2 identificando los valores atípicos de SWS producidos por fallas en la reverberación del campo.

4.1.2. Resultados con la data de prueba

Puesto a que se usó una validación cruzada que consiste en usar toda la data disponible para el entrenamiento, se procedió a analizar el comportamiento de los modelos de clasificación de uniformidad en un campo homogéneo y uno heterogéneo distintos.

4.1.2.1. Detección de uniformidad en campo homogéneo

Similarmente al procedimiento anterior, se examina la calidad del campo homogéneo de prueba, mediante el mapa del R^2 (4.9a), los mapas de probabilidad de uniformidad generados por los modelos LR (Figura 4.9b), LDA (Figura 4.9c), LSVM (Figura 4.9d) y GSVM (Figura 4.9e), y finalmente el mapa de SWS estimado (Figura 4.9f).

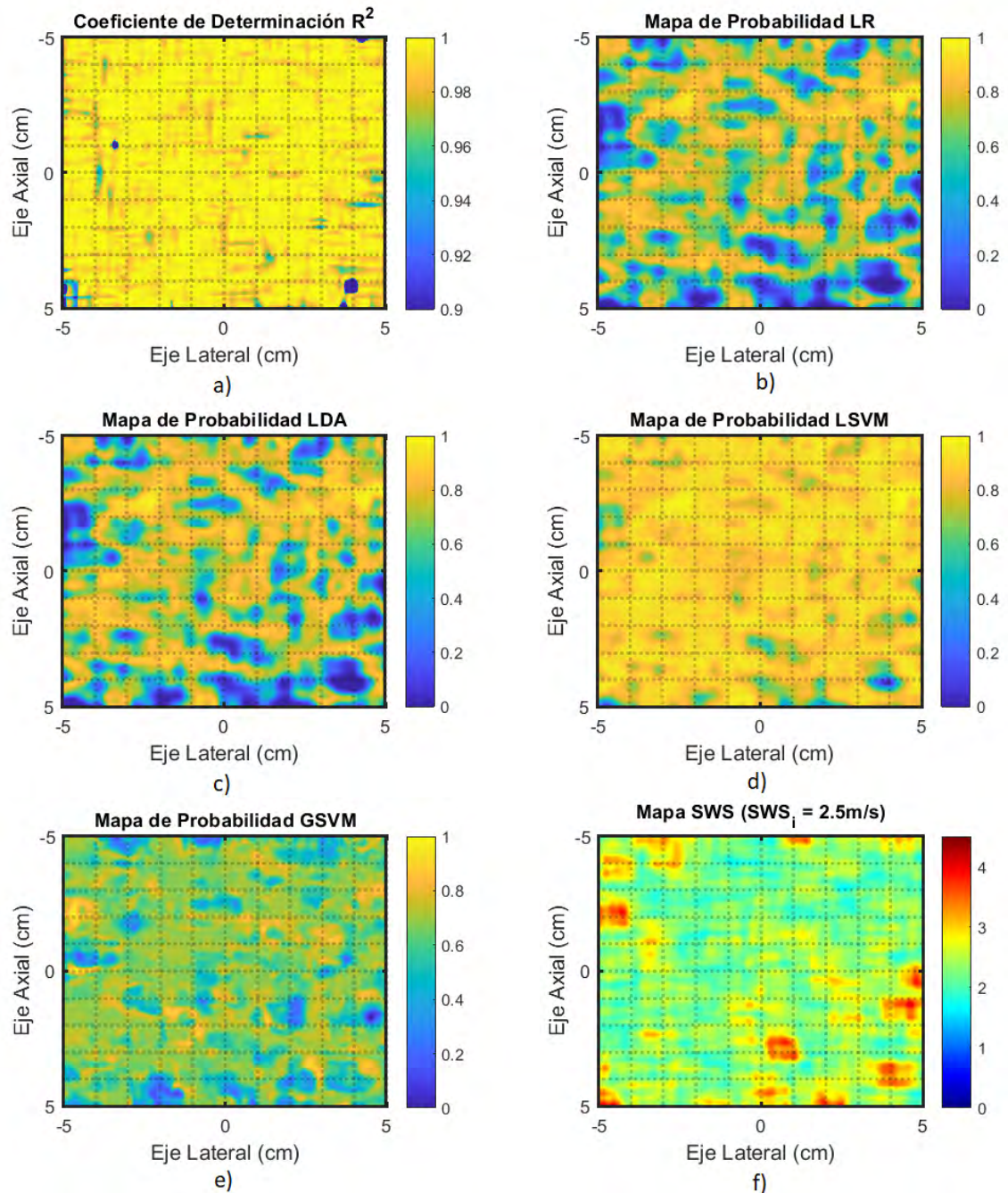


Figura 4.9: Mapa del R^2 (a), mapas de probabilidad generados por los clasificadores (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado (f) para el nuevo campo homogéneo de prueba.

Los algoritmos predicen y enmascaran las zonas no uniformes que coinciden con aquellas donde se estimó una SWS con un alto error. En la Figura 4.10, se presentan las zonas enmascaradas como no uniformes bajo los modelos del R^2 (Figura 4.10a), LR (Figura 4.10b), LDA (Figura 4.10c), LSVM (Figura 4.10d), GSVM (Figura 4.10e) del mapa de SWS original (Figura 4.10f).

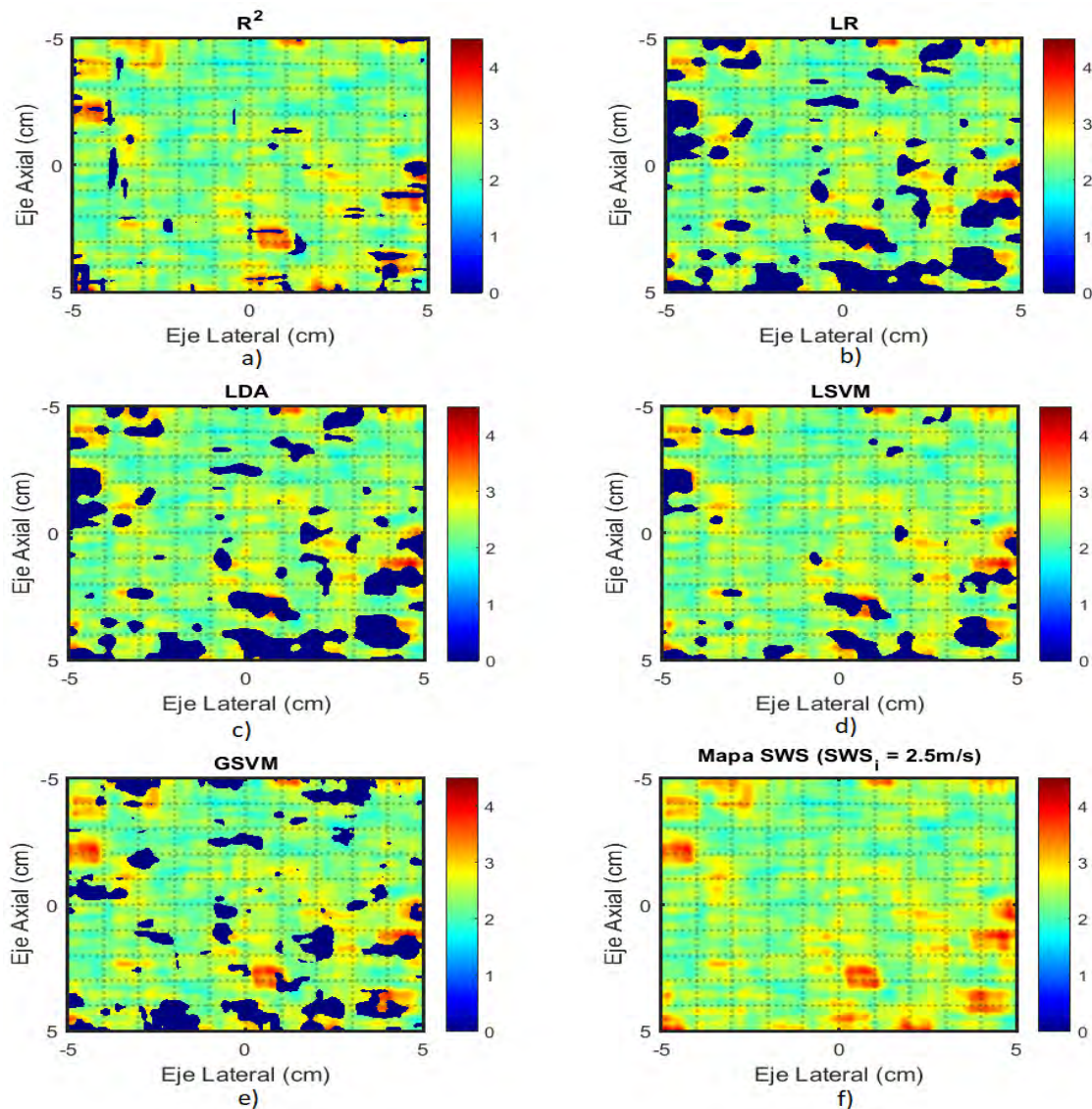


Figura 4.10: Mapas de SWS enmascarados de acuerdo a la identificación de zonas no uniformes bajo la umbralización del R^2 al 99 % (a), los modelos de aprendizaje de máquina (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado original (f) para el campo homogéneo de prueba. Los modelos lineales logran identificar aquellas zonas no uniformes.

Se analizó la dispersión de SWS estimada mediante un diagrama de violín (Figura 4.11a) y un diagrama de cajas (Figura 4.11b) luego de detectar y descartar las zonas no uniformes. Los resultados se agrupan en la Tabla 4.4.

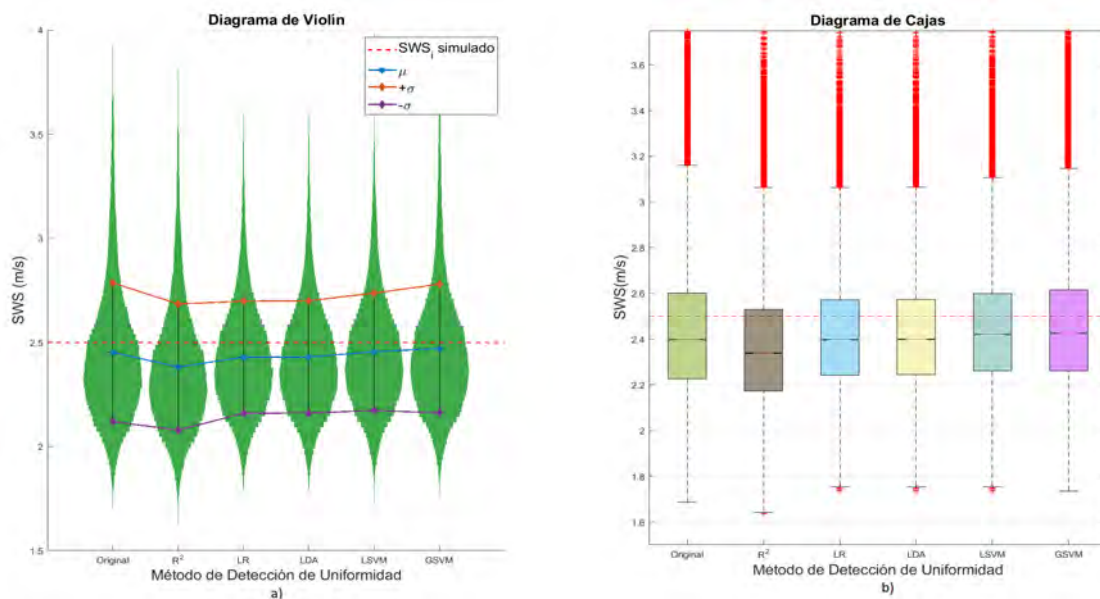


Figura 4.11: Dispersión del mapa SWS original y luego de usar los métodos de detección de uniformidad del campo homogéneo de prueba: diagrama violín (a) y diagrama de cajas (b).

Tabla 4.4: Resultados de la SWS y desviación estándar en la imagen original y con los modelos de detección de uniformidad para el campo homogéneo de prueba.

SWS [m/s]	Data original	R^2	Regresión Logística (LR)	LDA	SVM Lineal	SVM Gaussiano
μ	2.4534	2.4318	2.4288	2.4304	2.4551	2.4711
σ	0.333	0.3033	0.2691	0.2697	0.282	0.3088
$\mu + \sigma$	2.7864	2.7351	2.6979	2.7001	2.7371	2.7799
$\mu - \sigma$	2.1204	2.1285	2.1597	2.1607	2.1731	2.1623

De acuerdo con la Figura 4.11 y la Tabla 4.4, se observa que para este caso uso del R^2 disminuye el valor promedio y por tanto la exactitud de la técnica, en comparación con los modelos propuestos que mantienen un valor promedio de velocidad además de reducir la desviación estándar de las estimaciones en mayor medida.

4.1.2.2. Detección de uniformidad en campo heterogéneo

Se verificó la calidad del campo heterogéneo doble capa de 4.5 m/s (mitad superior) y 3 m/s (mitad inferior). En la Figura 4.12, se detalla el mapa del R^2 (4.12a), los mapas de probabilidad de uniformidad generados por los modelos LR (Figura 4.12b), LDA (Figura 4.12c), LSVM (Figura 4.12d) y GSVM (Figura 4.12e), y finalmente el mapa de SWS estimado (Figura 4.12f).

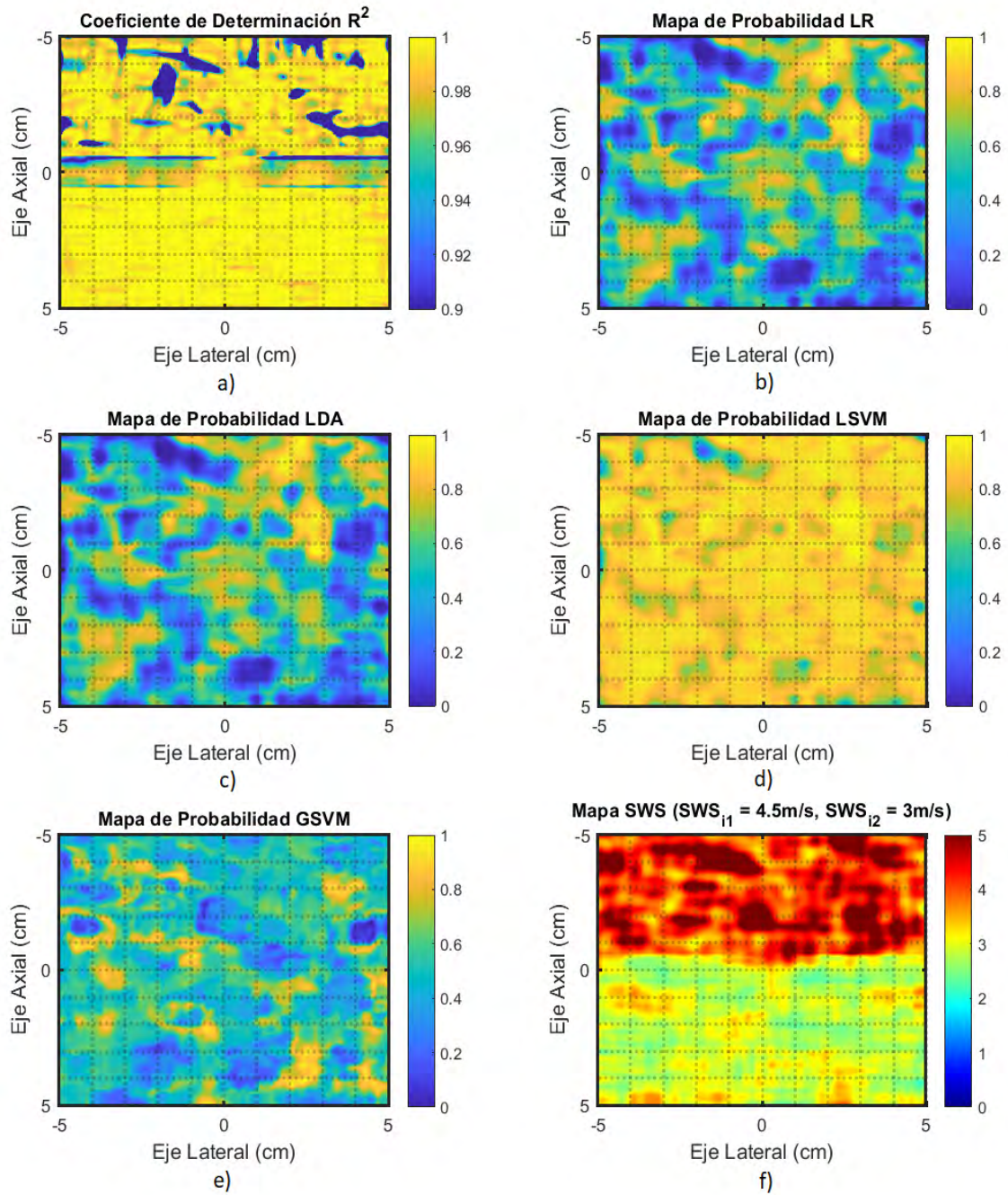


Figura 4.12: Mapa del R^2 (a), mapas de probabilidad generados por los clasificadores (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado (f) para el campo heterogéneo doble capa de prueba.

En la Figura 4.12, se puede notar que el R^2 es bastante constante y cercano al 100 % en la parte inferior de la imagen (lo que indica un campo uniforme). Sin embargo, se comprueba lo contrario examinando el mapa de SWS y las zonas con SWS mal estimadas.

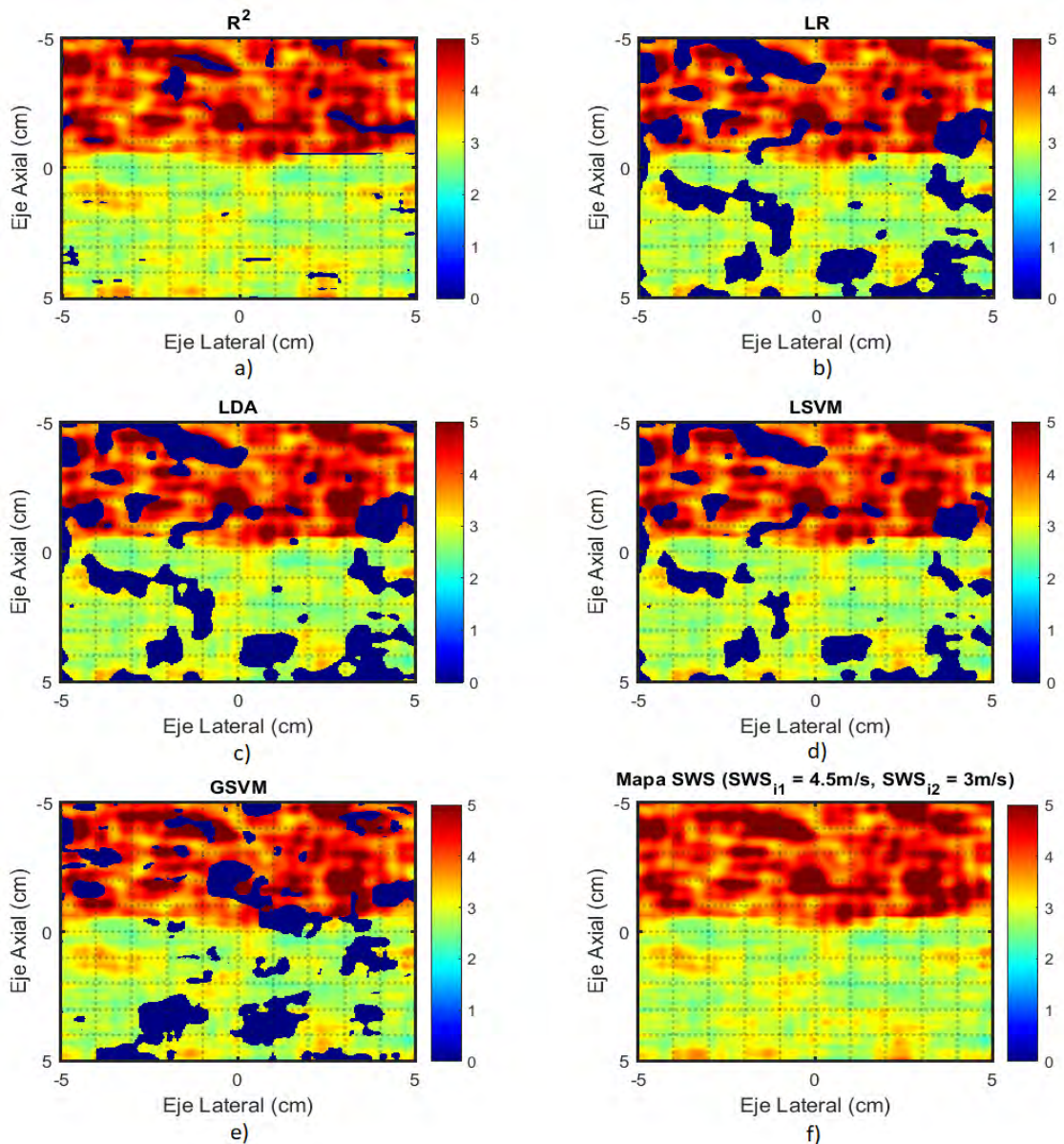


Figura 4.13: Mapas de SWS enmascarados de acuerdo a la identificación de zonas no uniformes bajo la umbralización del R^2 (a), los modelos de aprendizaje de máquina (b) LR, (c) LDA, (d) LSVM, (e) GSVM y mapa de SWS estimado original (f) para el campo heterogéneo de prueba.

Como se observa en la Figura 4.13, el R^2 identifica algunas zonas no uniformes en la parte superior de la imagen, mas no en la zona inferior. Por otro lado, los mapas de probabilidad de los algoritmos identifican la no homogeneidad en ambas zonas. Finalmente, analizando la dispersión de la SWS del plano superior con el diagrama de violín (Figura 4.14a) y de cajas (Figura 4.14b) se observa un rendimiento similar entre todos los modelos de detección de zonas no uniformes. En el diagrama de violín (Figura 4.14c) y de cajas (Figura 4.14d) del plano inferior de campo, se observa una reducción de los valores de SWS superiores a 3.5 m/s, para mayor detalle analizar la Tabla 4.5.

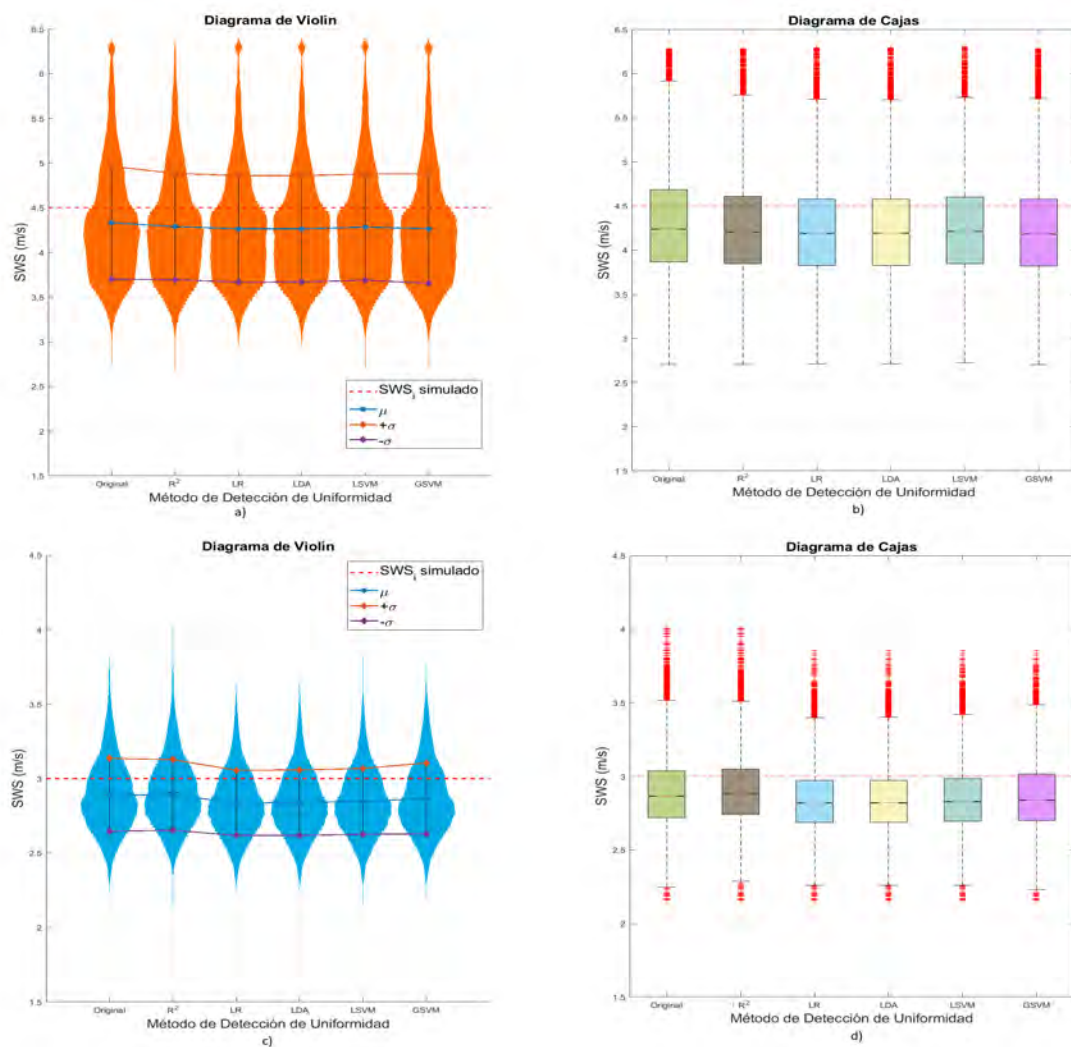


Figura 4.14: Dispersión del mapa SWS original y luego de usar los métodos de detección de uniformidad: (a) diagrama de violín y (b) diagrama de cajas del plano superior, (c) diagrama de violín y (d) diagrama de cajas del plano inferior.

Tabla 4.5: Resultados de la SWS y desviación estándar en la imagen original y con los modelos de detección de uniformidad para el campo heterogéneo doble capa.

SWS [m/s]	Data original	R^2	Regresión Logística (LR)	LDA	SVM Lineal	SVM Gaussiano
μ	4.3321	4.2886	4.2642	4.2645	4.2834	4.2664
σ	0.6322	0.5944	0.5971	0.5954	0.5944	0.6125
$\mu + \sigma$	4.9643	4.883	4.8613	4.8599	4.8778	4.8789
$\mu - \sigma$	3.6999	3.6942	3.6671	3.6691	3.689	3.6539
μ	2.8910	2.8903	2.8369	2.8383	2.8468	2.8668
σ	0.2451	0.2368	0.2199	0.2201	0.2213	0.2378
$\mu + \sigma$	3.1361	3.1271	3.0568	3.0584	3.0681	3.1046
$\mu - \sigma$	2.6459	2.6535	2.617	2.6182	2.6255	2.629

4.2. Discusión

4.2.1. Significancia estadística de los atributos

Mediante el análisis del valor de probabilidad de los atributos y empleando el criterio del 5 %, se descarta la hipótesis nula. Por tanto, se comprueba la significancia de los atributos en la detección de uniformidad de campos reverberantes. Aquellas zonas en las cuales no se cumplan los principios de uniformidad conllevarán a estimaciones de SWS con un alto error relativo, las que desfavorecerán el uso de la R-SWE como técnica de evaluación de elasticidad de tejidos.

Los atributos propuestos permiten cuantificar la uniformidad de una sección de campo empleando las propiedades estadísticas de un campo reverberante uniforme de ondas planas. En particular, se observa la relación del valor promedio de campo y la prueba K-S del plano real de campo respecto al error relativo de estimación. En la Figura 4.2, se muestra que la gran mayoría de data con un error menor al 10 % se concentra cuando el valor promedio normalizado del plano real de campo se encuentra entre 0.4-0.6 y la prueba K-S normalizada del plano real es menor a 0.5. Por otro lado, analizando la dispersión de la Figura 4.3 se aprecia una mayor concentración de puntos con un error de estimación menor al 20 % cuando la desviación estándar muestreada es cercana a la desviación estándar teórica (idealmente, cuando ambos atributos representan una recta de pendiente uno).

4.2.2. Estimación de la SWS y detección de zonas no uniformes

Se replicó el estudio realizado por Flores et al. [44] analizando el caso con mayor número de ondas incidentes, puesto que este reporta la mayor probabilidad de generar un campo acústico difuso. En el campo homogéneo, la técnica estima una velocidad de $2,46 \pm 0,32m/s$ y $2,45 \pm 0,33m/s$ para los casos de entrenamiento y prueba, respectivamente; en el campo heterogéneo doble capa unas velocidades de $4,33 \pm 0,63m/s$ y $2,89 \pm 0,25m/s$ para el plano superior e inferior, respectivamente. Si bien la técnica de R-SWE resulta tener una alta exactitud con SWS cercanas a los valores ideales simulados ($SWS_i = 2,5m/s$; $SWS_{i1} = 4,5m/s$ y $SWS_{i2} = 3m/s$), la elevada dispersión de valores de velocidad estimados se traduce en una menor precisión de la técnica.

Por ello, se proponen métodos de detección de zonas no uniformes a manera de identificar y descartar estimaciones con elevado error. El criterio del R^2 pretende reducir esta variabilidad en las predicciones, no obstante, es insuficiente como único determinador de calidad de campo reverberante. Frente a ello, se proponen los modelos de aprendizaje de máquina basados en la extracción de parámetros de uniformidad. En la Figura 4.5, se presenta la dispersión de las

estimaciones de SWS de la data original y con los modelos de detección de uniformidad. Los algoritmos de aprendizaje logran identificar mayor cantidad de valores atípicos de las estimaciones SWS, disminuyendo la desviación estándar y mejorado la precisión de la técnica. Similarmente, se comprobó la efectividad de los algoritmos en un nuevo plano homogéneo y uno heterogéneo de prueba obteniéndose resultados similares en SWS promedio, pero reduciendo en mayor medida desviación estándar de las estimaciones, en comparación con la umbralización del R^2 (ver Figura 4.9, Tabla 4.4 y Figura 4.14, Tabla 4.5). Comprobada la factibilidad de los nuevos modelos de detección de uniformidad de campo reverberante en simulaciones numéricas, el siguiente paso consiste en analizar los mismos para data en maniqués y/o tejidos.



Conclusiones

- Se realizaron las simulaciones numéricas de campos reverberantes, considerando 10 000 ondas planas ideales incidentes aleatoriamente para los modelos homogéneos y heterogéneos doble capa, calculando su valor de SWS de 2.5m/s, y 4.5-3m/s, respectivamente. Notándose que la umbralización del coeficiente R^2 no logra identificar plenamente las zonas no uniformes de campo reverberante.
- Se extrajeron parámetros estadísticos basados en la uniformidad del campo reverberante y la prueba K-S para funciones de probabilidad a un menor costo computacional que la obtención del R^2 . Así mismo, se comprobó su significancia estadística en el modelo de clasificación de acuerdo con su valor de probabilidad menor al 5 %, además de su efecto las estimaciones de SWS con un alto porcentaje de error relativo.
- Se lograron entrenar los cuatro modelos de aprendizaje automático (LR, LDA, LSVM, GSVM) con exactitudes de 0.713, 0.729, 0.732 y 0.817, respectivamente.
- Se comparó la umbralización del coeficiente de determinación R^2 frente a los cuatro modelos entrenados y su efecto en la reducción de variabilidad de las estimaciones. En particular, los modelos lineales (LR, LDA, LSVM) mejoran la exactitud y precisión de las estimaciones de SWS, por lo que pueden ser utilizados como parámetros de calidad de campo reverberante para la asistencia de la R-SWE.

Recomendaciones

- Debido al alto costo computacional de la técnica de ajuste de curva para estimar la SWS y obtener el coeficiente de determinación R^2 , trabajos futuros deben enfocarse en calcular la velocidad mediante aproximaciones de onda, las cuales deberán ser acompañadas de los modelos de detección de uniformidad como parámetros de calidad de campo reverberante.
- Si bien se abordó el tema como un problema de clasificación de campos reverberantes uniformes, el uso de clasificadores automáticos también obtiene un puntaje de probabilidad para cada clase (uniforme y no uniforme). Esto puede proveer información cuantitativa sobre la calidad del campo reverberante, capaz de ser umbralizado según se requiera.
- Puesto a que usualmente en modelos con un alto número de ondas incidentes, alrededor del 70 % del plano puede considerarse uniforme, el dataset estará siempre desbalanceado. Para este caso, se propuso la validación cruzada con un $k = 10$ para abordar el tema. También es posible realizar remuestreos al dataset, ya sea sobremuestreando la clase menos dominante y asignándole un peso mayor, o submuestreando aleatoriamente la clase más dominante. Así mismo, se puede emplear clasificadores *cost-sensitive*.
- En este estudio, se emplearon modelos ideales de onda plana para emplear estos clasificadores en campos reverberantes reales generados en maniqués y/o tejidos, se deberá re-entrenar el modelo con este tipo de data, o en todo caso evaluar modelos reales con pérdidas de atenuación.

Bibliografía

- [1] J. Ormachea, *Viscoelastic tissue characterization based on harmonic and transient shear wave elastography*. PhD thesis, University of Rochester, 2020.
- [2] A. Géron, *Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, tools, and techniques to build intelligent systems*. O'Reilly Media, 2019.
- [3] A. C. Saavedra, J. Guerrero, J. Pinto, E. González, and B. Castañeda, "Aspectos físicos de las técnicas elastográficas basadas en ultrasonido," *Carcinos*, vol. 4, pp. 34–44, 2014.
- [4] G. Flores, *Estudio experimental para evaluar la generación de campo reverberante de ondas de corte en medios homogéneos*. Tesis, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2021.
- [5] M. Friedrich-Rust, T. Poynard, and L. Castera, "Critical comparison of elastography methods to assess chronic liver disease," *Nature Reviews Gastroenterology & Hepatology*, vol. 13, no. 7, pp. 402–411, 2016.
- [6] C. Bruno, S. Minniti, A. Bucci, and R. P. Mucelli, "ARFI: from basic principles to clinical applications in diffuse chronic disease—a review," *Insights Imaging*, vol. 7, no. 5, pp. 735–746, 2016.
- [7] U. Zaleska-Dorobisz, K. Kaczorowski, A. Pawluś, A. Puchalska, and M. Ingot, "Ultrasound elastography - review of techniques and its clinical applications.," *Advances in clinical and experimental medicine : Official Organ Wroclaw Medical University*, vol. 23 4, pp. 645–655, 2014.
- [8] N. Ciledag, H. Kaygusuz, B. Sahin, E. Aktas, F. B. Imamoglu, and B. K. Aribas, *The Advantages and Limitations of Ultrasound Elastography in Diagnosis of Thyroid Carcinoma*. 2016.
- [9] B. Castaneda, L. An, S. Wu, L. L. Baxter, J. L. Yao, J. V. Joseph, K. Hoyt, J. Strang, D. J. Rubens, and K. J. Parker, "Prostate cancer detection using crawling wave sonoelastography,"

- in *Medical Imaging 2009: Ultrasonic Imaging and Signal Processing*, vol. 7265, p. 726513, International Society for Optics and Photonics, 2009.
- [10] E. Machado, S. E. Romero, G. Flores, and B. Castaneda, “Feasibility of reverberant shear wave elastography for in vivo assessment of skeletal muscle viscoelasticity,” in *2020 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, pp. 1–4, 2020.
- [11] R. Naemi, S. E. Romero Gutierrez, D. Allan, G. Flores, J. Ormaechea, E. Gutierrez, J. Casado-Pena, S. Anyosa-Zavaleta, M. Juarez, F. Casado, *et al.*, “Diabetes status is associated with plantar soft tissue stiffness measured using ultrasound reverberant shear wave elastography approach,” p. 1932296820965259, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, 2020.
- [12] K. J. Parker, J. Ormaechea, F. Zvietcovich, and B. Castaneda, “Reverberant shear wave fields and estimation of tissue properties,” *Physics in Medicine & Biology*, vol. 62, no. 3, pp. 1046–1061, 2017.
- [13] J. Ormaechea, B. Castaneda, and K. J. Parker, “Shear wave speed estimation using reverberant shear wave fields: implementation and feasibility studies,” *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 44, no. 5, pp. 963–977, 2018.
- [14] S. Mengue, E. Richalot, and O. Picon, “Comparison between different criteria for evaluating reverberation chamber functioning using a 3-D FDTD algorithm,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 50, no. 2, pp. 237–245, 2008.
- [15] E. A. Miranda, B. Castaneda, and S. E. Romero, “Comparison of statistical models for the detection of uniform reverberant shear wave fields,” in *2021 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, pp. 1–4, IEEE, 2021.
- [16] A. Ozturk, J. R. Grajo, M. Dhyani, B. W. Anthony, and A. E. Samir, “Principles of ultrasound elastography,” *Abdominal Radiology*, vol. 43, no. 4, pp. 773–785, 2018.
- [17] K. J. Parker, M. M. Doyley, and D. J. Rubens, “Imaging the elastic properties of tissue: the 20 year perspective,” *Physics in Medicine & Biology*, vol. 56, no. 1, pp. R1–R29, 2010.
- [18] C. Asensio del Barrio, “Efectividad diagnóstica y seguridad de distintas modalidades de elastografía en indicaciones oncológicas. una revisión de revisiones sistemáticas y meta-análisis,” Red Española de Agencias de Evaluación de Tecnologías y Prestaciones del SNS. Agencia de Evaluación de Tecnologías Sanitarias (AETS) - Instituto de Salud Carlos III, Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades. Madrid, 2018.

- [19] M. Bruce, O. Kolokythas, G. Ferraioli, C. Filice, and M. O'Donnell, "Limitations and artifacts in shear-wave elastography of the liver," *Biomedical Engineering Letters*, vol. 7, no. 2, pp. 81–89, 2017.
- [20] K. Yoshioka, N. Kawabe, and S. Hashimoto, "Transient elastography: Applications and limitations," *Hepatology Research*, vol. 38, no. 11, pp. 1063–1068, 2008.
- [21] R. M. Sigrist, J. Liau, A. El Kaffas, M. C. Chammas, and J. K. Willmann, "Ultrasound elastography: review of techniques and clinical applications," *Theranostics*, vol. 7, no. 5, pp. 1303–1329, 2017.
- [22] M. S. Taljanovic, L. H. Gimber, G. W. Becker, L. D. Latt, A. S. Klauser, D. M. Melville, L. Gao, and R. S. Witte, "Shear-wave elastography: basic physics and musculoskeletal applications," *Radiographics*, vol. 37, no. 3, pp. 855–870, 2017.
- [23] J. Bercoff, M. Tanter, and M. Fink, "Supersonic shear imaging: a new technique for soft tissue elasticity mapping," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 51, no. 4, pp. 396–409, 2004.
- [24] S. E. Salcudean, D. French, S. Bachmann, R. Zahiri-Azar, X. Wen, and W. J. Morris, "Viscoelasticity modeling of the prostate region using vibro-elastography," in *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pp. 389–396, Springer, 2006.
- [25] B. S. Garra, E. I. Cespedes, J. Ophir, S. R. Spratt, R. A. Zuurbier, C. M. Magnant, and M. F. Pennanen, "Elastography of breast lesions: initial clinical results.," *Radiology*, vol. 202, no. 1, pp. 79–86, 1997.
- [26] C. F. Dietrich, R. G. Barr, A. Farrokh, M. Dighe, M. Hocke, C. Jenssen, Y. Dong, A. Saftoiu, and R. F. Havre, "Strain elastography-how to do it?," *Ultrasound International Open*, vol. 3, no. 04, pp. E137–E149, 2017.
- [27] D.-D. Li, L.-H. Guo, H.-X. Xu, *et al.*, "Acoustic radiation force impulse elastography for differentiation of malignant and benign breast lesions: a meta-analysis,"
- [28] B. Fahey, R. Nelson, D. Bradway, S. Hsu, D. Dumont, and G. E. Trahey, "In vivo visualization of abdominal malignancies with acoustic radiation force elastography," *Physics in Medicine & Biology*, vol. 53, no. 1, p. 279, 2007.

- [29] K. J. Parker and R. M. Lerner, "Sonoelasticity of organs: shear waves ring a bell," *Journal of Ultrasound in Medicine*, vol. 11, no. 8, pp. 387–392, 1992.
- [30] B. Castaneda, K. Hoyt, K. Westesson, L. An, J. Yao, L. Baxter, J. Joseph, J. Strang, D. Rubens, and K. Parker, "Performance of three-dimensional sonoelastography in prostate cancer detection: a comparison between ex vivo and in vivo experiments," in *2009 IEEE International Ultrasonics Symposium*, pp. 519–522, IEEE, 2009.
- [31] J. Ryu and W. K. Jeong, "Current status of musculoskeletal application of shear wave elastography," *Ultrasonography*, vol. 36, no. 3, p. 185, 2017.
- [32] R. G. Barr and Z. Zhang, "Shear-wave elastography of the breast: value of a quality measure and comparison with strain elastography," *Radiology*, vol. 275, no. 1, pp. 45–53, 2015.
- [33] A. Popescu, R. Sirli, and I. Sporea, "2D shear wave elastography for liver fibrosis evaluation," in *Ultrasound Elastography*, IntechOpen, 2019.
- [34] L. Sang, X.-m. Wang, D.-y. Xu, and Y.-f. Cai, "Accuracy of shear wave elastography for the diagnosis of prostate cancer: a meta-analysis," *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, pp. 1–8, 2017.
- [35] J.-L. Gennisson, "Musculoskeletal applications of supersonic shear imaging," *Ultrasound Elastography for Biomedical Applications and Medicine*, pp. 534–544, 2018.
- [36] Y. Jiang, G.-Y. Li, *et al.*, "Characterization of the nonlinear elastic properties of soft tissues using the supersonic shear imaging (SSI) technique: Inverse method, ex vivo and in vivo experiments," *Medical Image Analysis*, vol. 20, no. 1, pp. 97 – 111, 2015.
- [37] J. Ormachea, R. J. Lavarello, S. A. McAleavey, K. J. Parker, and B. Castaneda, "Shear wave speed measurements using crawling wave sonoelastography and single tracking location shear wave elasticity imaging for tissue characterization," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 63, no. 9, pp. 1351–1360, 2016.
- [38] H. Eskandari, S. E. Salcudean, R. Rohling, A. Baghani, S. Frew, P. B. Gordon, and L. Warren, "Identifying malignant and benign breast lesions using vibroelastography," in *2013 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, pp. 25–28, IEEE, 2013.
- [39] Y. K. Mariappan, K. J. Glaser, and R. L. Ehman, "Magnetic resonance elastography: a review," *Clinical Anatomy*, vol. 23, no. 5, pp. 497–511, 2010.

- [40] S. Franchi-Abella, C. Elie, and J.-M. Correias, "Ultrasound elastography: advantages, limitations and artefacts of the different techniques from a study on a phantom," *Diagnostic and Interventional Imaging*, vol. 94, no. 5, pp. 497–501, 2013.
- [41] S. L. Lipman, N. C. Rouze, M. L. Palmeri, and K. R. Nightingale, "Evaluating the improvement in shear wave speed image quality using multidimensional directional filters in the presence of reflection artifacts," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 63, no. 8, pp. 1049–1063, 2016.
- [42] J. Ormachea, K. J. Parker, and R. G. Barr, "An initial study of complete 2D shear wave dispersion images using a reverberant shear wave field," *Physics in Medicine & Biology*, vol. 64, no. 14, p. 145009, 2019.
- [43] F. Zvietcovich, P. Pongchalee, P. Meemon, J. P. Rolland, and K. J. Parker, "Reverberant 3D optical coherence elastography maps the elasticity of individual corneal layers," *Nature Communications*, vol. 10, no. 1, pp. 1–13, 2019.
- [44] G. Flores, J. Ormachea, S. E. Romero, F. Zvietcovich, K. J. Parker, and B. Castaneda, "Experimental study to evaluate the generation of reverberant shear wave fields (R-SWF) in homogenous media," in *2020 IEEE international ultrasonics symposium (IUS)*, pp. 1–4, 2020.
- [45] R. Serra, A. C. Marvin, F. Moglie, *et al.*, "Reverberation chambers a la carte: An overview of the different mode-stirring techniques," *IEEE Electromagnetic Compatibility Magazine*, vol. 6, no. 1, pp. 63–78, 2017.
- [46] Daming Zhang and Erping Li, "Characterization of a reverberation chamber by 3D finite element method," in *2002 3rd International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, pp. 394–396, 2002.
- [47] I. 61000-4-21, "Electromagnetic compatibility (EMC)–part 4–21: Testing and measurement techniques–reverberation chamber test methods," 2011.
- [48] P. F. Wilson, "Acoustic and electromagnetic reverberation chambers: Similarities and differences," in *2016 Asia-Pacific International Symposium on Electromagnetic Compatibility (APEMC)*, vol. 01, pp. 880–882, 2016.
- [49] L. Burns, K. Y. Bliokh, *et al.*, "Acoustic versus electromagnetic field theory: scalar, vector, spinor representations and the emergence of acoustic spin," *New Journal of Physics*, 2020.

- [50] K. Harima, “Statistical characteristics of maximum E-field distribution in a reverberation chamber,” in *2004 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (IEEE Cat. No.04CH37559)*, vol. 2, pp. 724–727 vol.2, 2004.
- [51] D. A. Hill, “Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 40, no. 3, pp. 209–217, 1998.
- [52] G. James, D. Witten, T. Hastie, and R. Tibshirani, *An introduction to statistical learning*, vol. 112. Springer, 2013.

