PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES

Desatención racional dinámica, traspaso del tipo de cambio e intervención cambiaria

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE BACHILLER EN CIENCIAS SOCIALES CON MENCIÓN EN ECONOMÍA QUE PRESENTA:

AUTORAS

Javier Leon, Brisa del Cielo

Mundo Velásquez, Cristina Carolina

ASESOR

Vega De La Cruz, Marco Antonio

Lima, Noviembre de 2021

RESUMEN

El presente trabajo busca contribuir teórica y empíricamente con un modelo de desatención racional con tipo de cambio para una economía pequeña y abierta como la peruana. Para ello se plantea que debido a que los agentes, en este caso las empresas, tienen una capacidad limitada de procesamiento de información y, por ende, de prestar atención, entonces deben elegir a qué variables prestar una mayor cantidad de atención. En ese sentido, este trabajo modela el problema del nivel de atención que tiene la firma con respecto a las variables que impactan en el precio óptimo, es decir el que maximiza su beneficio. Por tanto, ante una mayor volatilidad en las variables que afectan a los costos de las firmas, como el tipo de cambio, las empresas prestan mayor atención a dichas variables, de modo que los precios se ajustan rápidamente y, a consecuencia de ello, se genera un efecto traspaso. Sin embargo, la intervención cambiaria de la autoridad monetaria puede reducir el ruido de las señales del tipo de cambio que observa la empresa, y generar que se preste menos atención, lo que conlleva a que se reduzca el efecto traspaso. Para ello, se realizó dos modelos: benchmark y desatención racional como fuente de rigidez de precios, para este último se siguió a Sims (2003), Wiederholt (2010) y Maćkowiak & Wiederholt (2009).

Palabras Claves: Inatención racional, Efecto traspaso, Tipo de cambio, Teoría de la Información, Intervención Cambiaria.
Clasificación JEL: C61, D83, E31, E50, F31.

ABSTRACT

This paper contributes theoretically and empirically with a rational inattention model with exchange rate for a small and open economy like the Peruvian one. In this case, firms have a limited capacity to process information and, therefore, to pay attention, so they must choose which variables to pay attention to. In this sense, this paper models the problem of the level of attention that the firm has with respect to the variables that impact the optimal price, that is, the one that maximizes its profit. Thus, in the face of greater volatility in the variables that affect firms' costs, such as the exchange rate, firms pay more attention to these variables, so that prices adjust rapidly and, as a consequence, a pass-through effect is generated. However, exchange rate intervention by the monetary authority can reduce the noise of exchange rate signals observed by the firm, and cause less attention to be paid, leading to a reduction of the pass-through effect. Two models were conducted for this purpose: the benchmark and the rational inattention as a source of price rigidity, for the latter it was followed Sims (2003), Wiederholt (2010) and Maćkowiak & Wiederholt (2009).

Key Words: Rational Inattention, Pass-through, Exchange rate, Information Theory, Foreign Exchange Intervention.
JEL Classification: C61, D83, E31, E50, F31.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

La economía peruana es una economía pequeña y abierta. Es decir, exporta e importa bienes y servicios con el resto del mundo, de modo que entran y salen divisas, como el dólar o euro, debido al pago por dicha actividad. En ese sentido, la volatilidad del tipo de cambio, entre el sol y la divisa, afectará positivamente a los exportadores, pero negativamente a los importadores. Ello debido a que, por un lado, el aumento del tipo de cambio genera que el valor de las exportaciones suba porque la divisa que reciben vale más en soles; y, por otro lado, los exportadores pueden tener una ventaja con respecto a sus competidores en el exterior, debido a que pueden ofrecer un menor precio. Sin embargo, un aumento del tipo de cambio afecta fuertemente a los importadores, debido a que deben pagar más soles por un mismo insumo o producto, de modo que ello afectará a la estructura de costos del importador y, por ende, a los precios. Esto se conoce como el Pass-Through o efecto traspaso del tipo de cambio sobre los precios.

Al respecto existe amplia literatura como la de Campa y Goldberg (2002), quienes señalan que el efecto traspaso es pequeño para países con una inflación baja y estable. Sin embargo, Forero y Vega (2015) encuentran que el efecto traspaso del tipo de cambio a precios, para el caso peruano, es asimétrico. Es decir, los autores encontraron que los choques de depreciación generan un mayor efecto traspaso que los choques de apreciación.

En base a ello, el presente trabajo busca modelar cómo una mayor volatilidad del tipo de cambio genera un efecto traspaso, debido a la presencia de firmas[1] con inatención racional. Asimismo, se recalca cómo la intervención cambiaria que realiza el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) puede disminuir dicho efecto.

En otras palabras, debido a que los agentes, en este caso las empresas, tienen una capacidad limitada de procesamiento de información y, por ende, de prestar atención, entonces deben elegir a qué variables prestar una mayor cantidad de atención. En ese sentido, este trabajo modela el problema del nivel de atención que tiene la firma con respecto a las variables que impactan en el precio óptimo, es decir el que maximiza su beneficio. Por tanto, las empresas prestarán una mayor atención al tipo de cambio cuando exista una mayor

---

[1] Es importante señalar que en el presente trabajo se analizará el caso de las empresas cuya estructura de costos es afectada por el tipo de cambio.

volatilidad o varianza de este y, por tanto, el traspaso será mayor. Asimismo, es importante señalar que a la fecha no existe algún trabajo que relacione desatención racional y traspaso del tipo de cambio.

Por tanto, en primer lugar, se presentará un marco teórico sobre la teoría de la información de Shannon (1948) e inatención racional de Sims (1998, 2003). Luego de ello, se procede a explicar el problema de inatención racional de una empresa, basado en Wiederholt (2010). En segundo lugar, se realiza una revisión de la literatura sobre las distintas investigaciones que han surgido al respecto sobre el problema de inatención racional para el caso de fijación de precios. En tercer lugar, se procede a explicar el modelo con desatención racional para una empresa cuyo costo es afectado por la volatilidad del tipo de cambio. Por último, se presentan las conclusiones preliminares del presente trabajo.

2. MARCO TEÓRICO

En 1998, Sims en su artículo Stickiness esboza lo que hoy se conoce como la teoría de la inatención racional. Sims (1998) busca un enfoque diferente para modelar la fuente de rigidez en los precios y salarios de las empresas y trabajadores, respectivamente. En ese sentido, señala que dicha rigidez se debe a que, si bien las personas tienen acceso a la información, solo procesan cierta cantidad, debido a que tienen muchas cosas en las que pensar y el tiempo es una restricción (1998, p.4). Por tanto, los precios permanecerán fijos por varios periodos, ya que el beneficio por actualizar los precios es bajo, salvo que estos cambien drásticamente.

Sims (2003) presenta formalmente como fuente de rigidez a la inatención racional. Wiederholt define a la inatención racional como la capacidad limitada de atención que tienen los individuos frente a la información disponible, de modo que los agentes deben elegir óptimamente a qué prestar atención (2010, p.1). Para modelar ello, Sims hace uso de herramientas de la teoría de la información propuesta por Shannon (1948) como entropía, información mutua a la Shannon, canales y codificación.

En primer lugar, según señala Shannon (1948), "el problema fundamental de la comunicación es reproducir en un punto de forma exacta o aproximada un mensaje seleccionado en otro punto" (p.1). Es decir, se espera que al introducir un mensaje en un punto o entrada este reproduzca de manera similar, posiblemente con errores, en otro punto o salida. Por tanto, la teoría de la información busca medir cómo el flujo de la información genera una reducción de la incertidumbre, el cual es medido por la entropía de Shannon. En otras palabras, esta es una medida de la incertidumbre promedio que contiene una variable aleatoria. Matemáticamente, la entropía es definida por:

$$H(x) = -E\left[log_2\left(p(x)\right)\right]$$

donde $p(x)$ es la función de densidad de la variable aleatoria x.

La información es transmitida mediante un canal que posee una entrada y salida, sin embargo, existe la posibilidad de que los datos de salida presenten errores. Por ejemplo, se introduce por el canal de entrada una variable aleatoria

x; pero, la variable que se recibe es una señal[2] $s = x + \varepsilon$, donde la función de densidad de s es $q(s|x)$. La incertidumbre que genera recibir información sobre x dada la señal s se mide mediante la entropía condicional de x dado s.

$$H(x|s) = -E\left[log_2\big(p(x)\big)\big(q(s|x)\big)\right]$$

Con ambos tipos de entropía se obtiene la información mutua a la Shannon, la cual mide la información que contiene la señal s sobre la variable aleatoria x.

$$I(x;s) = H(x) - H(x|s)$$

Como se mencionó anteriormente, existe la posibilidad de que la información que se envía mediante el canal sea contaminada por un ruido. Ante ello, Shannon (1948) encuentra que existe cierto límite de información que se puede enviar por el canal a errores mínimos. Asimismo, señala que es posible enviar un mayor flujo de información mediante la codificación, pero realizarla toma tiempo.

Por tanto, con las herramientas brindadas por la teoría de la información y por lo que encontró Shannon (1984), Sims señala que las personas tienen una atención limitada. Es decir, al igual que los canales, poseen una capacidad máxima κ de recibir un flujo de información sobre x al observar s. Ello es modelado como una restricción o límite a la información mutua a la Shannon.

$$I(x;s) \leq \kappa$$

Respecto a la atención limitada, Sims (2003) señala que la gente decide procesar una menor información y traducirlo en acciones, no porque no puedan internalizar una mayor información, sino porque el beneficio de hacerlo es pequeño.

2.1. UN MODELO DE INATENCIÓN RACIONAL DE LA FIRMA

A partir de Sims (2003) surgen diversas investigaciones que usan la teoría de la inatención racional para explicar la fijación de precios, salarios, decisión de consumo y la elección de una cartera de inversión.

Un ejemplo interesante de fijación de precios e inatención racional es el Wiederholt (2010), en el que una firma representativa debe fijar un precio P_i, pero para ello debe decidir cómo asignar su atención a la información disponible.

[2] Según Wiederholt (2010), introducir un ruido en la señal que se observa sirve para modelar la atención limitada del agente, de modo que dicho ruido proviene del sistema nervioso de quien toma las decisiones. En ese sentido, si la persona presta una mayor atención a la variable, menor será la varianza del ruido que está en la señal.

Suponga que el precio que maximiza los beneficios de la firma viene dado por:

$$P_i^* = \phi X$$

En ese sentido, la firma prestará atención a la variable aleatoria $X \sim N(0, \sigma_x^2)$ que maximiza su beneficio. En ese sentido, prestar atención a X se modela como recibir una señal ruidosa S, donde el ruido es independiente de X y $\epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$

$$S_i = X_t + \epsilon_i$$

Por tanto, la firma debe minimizar la pérdida de beneficios que proviene de elegir un precio distinto al óptimo y el costo μ por prestar atención a la variable X sujeto a: (i) la variable que observa impacta directamente en el precio óptimo, (ii) observar X significa tener información o una señal S, (iii) se espera que el precio óptimo dada la señal de la variable X, sea igual al precio que fija la firma, (iv) existe un flujo de información limitado, Sims (2003).

$$\min_{\{\kappa \leq 0\}} \frac{\omega}{2}[E(P_i - P_i^*)] + \mu\kappa \quad (1)$$

$$s.a: P_i^* = \phi X \quad (2)$$

$$S_i = X + \epsilon_i \quad (3)$$

$$P_i = E[P_i^* | S_i] \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_{x|s}^2}\right) \leq \kappa \quad (5)$$

Donde:

ω: costo por fijar un precio diferente del precio óptimo.

μ: costo de prestar atención.

Es importante señalar que la restricción (5) es el límite en el flujo de información, que viene dado por la información mutua a la Shannon entre la variable observada y la señal que se recibe. Al resolver este problema, se obtiene la cantidad óptima de atención que se le dedica a la variable X.

$$\kappa^* = \begin{cases} \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{\omega\emptyset^2\sigma_x^2 ln(2)}{\mu}\right), & si \quad \frac{\omega\emptyset^2\sigma_x^2 ln(2)}{\mu} \geq 1 \\ 0, & si \quad \frac{\omega\emptyset^2\sigma_x^2 ln(2)}{\mu} < 1 \end{cases} \quad (6)$$

Es decir, si el beneficio marginal de prestar atención es mayor que el costo (primer caso), entonces el agente prestará una mayor atención a la variable. Para que ello suceda, ω y $\emptyset^2\sigma_x^2$ deben ser mayor que el costo marginal μ. Es decir, mientras mayor sea el costo (ω) por no igualar al precio óptimo y si la varianza de la variable (X) que impacta en el precio optimo (P_i^*) es mayor, entonces la firma decidirá prestar más atención a X y, por ende, la respuesta del precio que fija a cambios en X será más rápida.

El precio fijado por la empresa es igual a:

$$P_i = \left(1 - 2^{(-2\kappa^*)}\right)\phi(X + \epsilon_i)$$

Es importante mencionar que el problema presentado es estático. Sin embargo, en la realidad, las firmas reciben y observan las señales cada periodo, de modo que este problema debería ser dinámico. Para ello, el autor modela la variable a prestar atención (X_t) como un proceso estocástico; asimismo, las señales serian modeladas de igual manera que en el problema estático, y los resultados, por ende, serian iguales.

3. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Antes de la publicación del artículo Stickness de Sims (1998), ya se había establecido la noción de que los precios y los salarios no cambian continuamente; sin embargo, la fuente de cambios tan lentos e irregulares era origen de discusiones entre los intelectuales de la época y continúa siendo un enigma en la actualidad. Ante ello, Sims (1998) consideró un modelo de equilibrio general dinámico estocástico (DSGE) con varias formas de ajuste lento de variables nominales y reales. Su modelo concluyó que se necesitaban múltiples fuentes de ajuste lento para que el modelo igualara la inercia en los datos macroeconómicos (Maćkowiak et al., 2020, pp. 33). Por tanto, Sims planteó como hipótesis de que la inercia en los datos podría entenderse como el resultado de una nueva fuente de ajuste lento, es decir, la falta de atención racional.

Muchas aplicaciones de la idea de desatención racional se han centrado en cómo las firmas fijan precios, investigación motivada por el comportamiento del nivel de precios agregado, que responde lentamente a los choques; mientras que a nivel micro, los precios cambian con mucha frecuencia. La teoría de fijación de precios con desatención comenzó con Woodford (2001), quien supone que los fijadores de precios observan la demanda agregada nominal con ruido idiosincrásico exógeno. Woodford (2001) muestra que los choques nominales tienen efectos reales fuertes y persistentes. La idea es que los datos macroeconómicos estén disponibles públicamente siempre, pero la mayoría de los agentes tienen pocos incentivos para rastrearlos cuidadosamente; como resultado, los precios responden lentamente a los choques nominales (choques de tasas de interés o de oferta monetaria) y estos choques tienen efectos reales.

Maćkowiak y Wiederholt (2009) estudian la fijación de precios bajo desatención racional, sujeto a la restricción de que prestar atención a las condiciones agregadas y prestar atención a las condiciones idiosincrásicas son actividades separadas. Identifican las circunstancias en las que las empresas consideran óptimo prestar poca atención a las condiciones agregadas: si las empresas dedican casi toda la atención a las condiciones idiosincrásicas, los precios reaccionan fuerte y rápidamente a los choques idiosincrásicos, pero solo de manera débil y lenta a los choques agregados. Por tanto, el nivel de precios agregado responde lentamente a los choques. De acuerdo con Maćkowiak, Matéjka y Wiederholt (2020), el modelo puede coincidir con el hallazgo empírico de que a nivel micro, los precios cambian con frecuencia y en grandes cantidades, pero el nivel de precios agregado responde lentamente a los choques.

Por su parte, Mankiw y Reis (2002) desarrollaron un modelo de información pegajosa. El razonamiento detrás de la información pegajosa es muy similar a la desatención racional. Sin embargo, existen algunas diferencias. En el modelo de precios rígidos, los productores son conscientes de cuál es el precio óptimo para ellos en cada periodo, pero desafortunadamente, algunos de ellos no pueden restablecer sus precios en el periodo actual. Contrario a eso a eso, en los modelos de información pegajosa, todos los productores pueden resetear sus precios, sin embargo, algunos de ellos desconocen sus precios óptimos porque la información no les llegó. Mankiw y Reis (2002) argumentan que esto último sucede porque una parte de los productores actualiza la información utilizando el estado actual de la economía y el resto confía en la información obsoleta.

Reis (2006) muestra que, en un modelo con costos fijos de obtener información perfecta, se puede proporcionar una microfundamentación para este tipo de difusión lenta de información. Reis (2006) estudió a los consumidores desatentos actualizando sus planes de consumo esporádicamente. En su modelo, los consumidores establecen sus planes de consumo de acuerdo con la información más reciente, pero una vez que lo hacen, permanecen desatentos durante varios periodos siguientes y no actualizan su plan de consumo en absoluto. Debido a que cada consumidor tiene un periodo diferente en el que está actualizando el esquema de consumo, se debería presenciar una reacción del consumidor lenta y relativamente suave a la noticia.

Otros artículos recientes sobre la fijación de precios bajo desatención racional incluyen Maćkowiak, Matéjka y Wiederholt (2018) y Afrouzi y Yang (2020). El artículo de Matéjka y Wiederholt (2018) derivan resultados analíticos que facilitan la solución de los problemas de desatención racional dinámica, ilustrándolo con dos aplicaciones el modelo de fijación de precios propuesto por Woodford (2001) y un modelo de ciclo económico con perturbaciones de noticias sobre la productividad[3] . Sobre este último modelo, las empresas toman una decisión de

[3] El choque de noticias de productividad se puede entender como cambio en la productividad del que se puede tener conocimiento antes de que se vean efectos en la producción

contratación de mano de obra bajo desatención racional. Los resultados analíticos implican que las empresas eligen no distinguir entre los aumentos actuales de la productividad y los aumentos futuros de la misma. Por lo tanto, una noticia positiva provoca un aumento de la demanda de mano de obra por el impacto del choque. Este nuevo efecto ayudará a que los modelos produzcan un comovimiento del ciclo económico en respuesta a los choques de noticias.

Siguiendo con los modelos de desatención racional dinámica, el artículo de Afrouzi y Yang (2020) sostiene que la falta de atención racional puede explicar el aplanamiento de la curva de Phillips en las últimas décadas. Derivan una curva de Phillips en un modelo con desatención racional y estudian cómo la política monetaria da forma y altera los incentivos en la adquisición de información de las empresas. Una creciente literatura reciente documenta que la pendiente de la curva de Phillips se ha aplanado durante las últimas décadas. Si bien los modelos de referencia neokeynesianos relacionarían este aplanamiento con cambios en los parámetros estructurales del modelo, en un modelo analítico de equilibrio general con empresas racionalmente desatentas, la pendiente de la curva de Phillips es endógena a la conducción de la política monetaria. De modo que cuando la autoridad monetaria pone un mayor peso en la estabilización de las variables nominales (es decir, cuando la política monetaria es más agresiva), las empresas optan de manera endógena por prestar menos atención a los cambios en sus costos de insumos. En consecuencia, los precios son menos sensibles a la holgura de la economía, la curva de Phillips es más plana y las expectativas de inflación de las empresas están más ancladas. Por otro lado, cuando se trata una política monetaria más moderada aplana por completo la curva de Phillips en el corto plazo, pero la empina en el largo plazo. La clave de esta asimetría radica en los incentivos dinámicos en la adquisición de información de las empresas.

4. EL MODELO

4.1. BENCHMARK: MODELO DINÁMICO SIN DESATENCIÓN RACIONAL

En esta sección se procederá a explicar el *benchmark* o modelo sin fricciones, para obtener el precio que maximiza los beneficios de la empresa, el cual será usado como insumo para modelar el problema de inatención racional.

4.1.1. DESCRIPCIÓN DE LA ECONOMÍA

En esta economía existen dos agentes representativos: hogares y firmas. Para el caso de los hogares, éstos deben elegir óptimamente el nivel de consumo, horas de trabajo que ofertan y cuánto ahorrar, con la finalidad de maximizar su utilidad esperada a lo largo de su vida actualizado a una tasa de descuento, sujeta a la restricción presupuestaria del hogar[4] . Asimismo, se realizó el supuesto de que las familias solo pueden ahorrar en activos domésticos.

Por tanto, los hogares deciden el consumo de la variedad i para cada periodo; cuánto de consumo presente sustituyen por consumo futuro; y, cuánto de trabajo ofertan para las firmas.

- Demanda de los hogares por la variedad i en el tiempo t:

$$C_{i,t} = C_t \left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\theta} \qquad \forall i \in [0,1] \quad \forall t \geq 0 \tag{7}$$

- Ecuación de Euler:

$$1 = \beta(1 + i_t)E_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\left(\frac{C_t}{C_{t+1}}\right)^{\sigma}\right] \tag{8}$$

- Oferta de trabajo:

$$N_t{}^{v} C_t{}^{\sigma} = \frac{W_t}{P_t} \tag{9}$$

Para el caso de las firmas, dado que se trata de un modelo sin fricciones y con precios flexibles, el problema se puede resolver de manera estática. La función de producción de las firmas es del tipo Cobb-Douglas, donde la producción depende de la productividad total de factores (A_t) que tiene un proceso estocástico AR(1); la mano de obra (L_t) que proviene de los hogares; y

[4] Ver anexo A: Modelo de equilibrio general sin fricciones.

del insumo importado[5] (M_t^*) que evoluciona exógenamente a través de un proceso estocástico AR(1).

Donde:

$$a_t = log(A_t) = \phi_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \qquad m_t^* = log(M_t^*) = \phi_m m_{t-1}^* + \varepsilon_t^m$$

Cabe resaltar que la firma representativa tiene poder de mercado para fijar sus precios. Entonces, para encontrar el precio óptimo, es decir el precio que maximiza el beneficio de la empresa, esta debe seguir dos procesos de optimización: minimización de costos para encontrar la cantidad óptima de L_t y M_t^*.

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha} {M_t^*}^{1-\alpha}$$

- La demanda de trabajo:

$$L_{i,t} = \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{S_t H_t^*}{W_t}\right)^{1-\alpha}\frac{Y_{i,t}}{A_t} \tag{10}$$

- La demanda del bien importado:

$$M_{i,t}^* = \left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{W_t}{S_t H_t^*}\right)^{\alpha}\frac{Y_{i,t}}{A_t} \tag{11}$$

Luego, la empresa monopolista debe maximizar sus beneficios, con lo cual obtiene el precio óptimo que debe fijar.

$$P_{i,t} = \left(\frac{\theta}{\theta-1}\right)\frac{W_t^{\alpha}(S_t H_t^*)^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\frac{1}{A_t} \tag{12}$$

Donde:

θ: medida de ineficiencia por la existencia del monopolio.

α: participación del trabajo en el producto

W_t: salario nominal

S_t: tipo de cambio nominal

H_t^*: precio del insumo importado

[5] Se asume que la oferta mundial del bien importado es exógena, ya que se está modelando para el caso de una economía pequeña y abierta como la peruana.

Es importante señalar que el precio $P_{i,t}$ es el markup por el costo marginal de la firma[6], de modo que, si θ es grande, entonces el precio será igual al costo marginal, es decir es eficiente. En cambio, si $\theta > 1$, entonces el precio va a ser mayor que el costo marginal, de modo que existe una ineficiencia del monopolista.

4.1.2. EQUILIBRIO GENERAL

- Mercado de bienes: Esta ecuación representa el equilibrio en el mercado de bienes. Asimismo, se observa que existe una relación negativa entre la tasa de interés real y el producto.

$$y_t = E_t[y_{t+1}] - \frac{1}{\sigma}(r_t - \rho) \tag{13}$$

- Mercado de trabajo: Se observa que la relación entre salario real y trabajo depende básicamente del valor de la elasticidad de Frisch. Asimismo, depende negativamente de la productividad total de factores.

$$(v + \sigma)l_t = [1 - \sigma(1 - \alpha)]\overline{w_t} + \sigma(1 - \alpha)\overline{q_t} + \phi_1 - \sigma a_t \tag{14}$$

- Mercado del bien intermedio: En este mercado, la oferta del bien importado está dada y puede ser afectada por un choque externo:

$$m_t^* = \phi_m m_{t-1} + \varepsilon_t^m \tag{15}$$

  Por su parte, la demanda local del bien importado permite hallar el valor de los precios reales.

$$m_t^* = \phi_2 + \alpha(\overline{w_t} - \overline{q_t}) + y_t - a_t \tag{16}$$

- Producción agregada:

$$y_t = a_t + \alpha l_t + (1 - \alpha)m_t^* \tag{17}$$

  donde la productividad sigue un proceso AR(1): $a_t = \phi_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$

[6] La derivación del precio se encuentra en el Anexo A.

Las ecuaciones (12), (13), (14), (15), (16) y (17) permiten encontrar las soluciones para los precios relativos $\overline{q_t}$, $\overline{w_t}$, $\overline{r_t}$ y para la producción y_t, trabajo l_t y cantidad de bien importado m_t^*.

Es importante señalar que conociendo $\overline{q_t}$, se puede conocer el tipo de cambio nominal s_t. Sin embargo, se asumirá que existen distorsiones en el mercado cambiario que hacen que el tipo de cambio observado s_t' sea diferente al verdadero tipo de cambio s_t. Es decir, $s_t' = s_t + \epsilon_s$, se observa un tipo de cambio contaminado por un ruido o distorsión, de modo que nadie, ni las empresas, ni la autoridad monetaria conocen el verdadero tamaño de las distorsiones, en ese sentido la capacidad limitada de los agentes solo les permite observar la señal s_t'.

- <u>Política monetaria:</u> Para encontrar los precios nominales, se fija una regla de retroalimentación basada en la inflación. Se sabe que $r_t = i_t + E_t[\pi_{t+1}]$ y que la ecuación de política monetaria viene dada por $i_t = \rho + \overline{\pi} + \phi_\pi[\pi_t - \overline{\pi}] + \epsilon_t^{pm}$. Entonces, haciendo uso de ambas ecuaciones y de la solución para la tasa de interés real se encuentra una expresión que determina la inflación:

$$\pi_t = \overline{\pi} + \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\phi_\pi}\right)^{j+1} \left[\psi_{ya}\phi_a^j \varepsilon_{t-j+1}^a + \psi_{ym}\phi_m^j \varepsilon_{t-j+1}^m - \varepsilon_{t+j}^{pm}\right] \qquad (18)$$

La ecuación (18) determina la inflación y si se parte de un precio observado p_{t-1}, entonces, la trayectoria de precios está determinada. Con ello, se puede determinar la tasa de interés nominal, salarios nominales y variación del tipo de cambio nominal.

4.2. <u>MODELO CON DESATENCIÓN RACIONAL</u>

4.2.1. <u>DESCRIPCIÓN DE LA ECONOMÍA</u>

Se considera una economía con un número continuo de firmas indexado por $i \in [0,1]$. El tiempo es discreto e indexado por t.

La empresa i vende el bien i. Cada periodo $t = 1,2,\ldots$, la firma establece el precio del bien, $P_{i,t}$, para maximizar la suma de beneficios esperados.

$$E_{it} = \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Pi(P_{it}, P_t, Y_t, X_t) \right] \tag{19}$$

Donde E_{it} es el operador de expectativa condicionado a la información de la firma i en el periodo t, $\beta \in (0,1)$ es un factor de descuento, y $\Pi(P_{it}, P_t, Y_t, X_t)$ son los beneficios reales de la firma i en el período t. Los beneficios reales dependen del precio fijado por la firma P_{it}; el nivel agregado de precios, P_t; la demanda agregada real, Y_t; y un vector de costos que afectan a la firma, X_t, el cual puede estar afectado por la productividad, oferta mundial y el tipo de cambio.

A continuación, se formaliza la idea de que los agentes no pueden atender perfectamente a toda la información disponible. Siguiendo a Sims (2003), Wiederholt(2010) y Mackowiak & Wiederholt (2009) , se modela la atención como un flujo de información y la incapacidad para atender perfectamente a toda la información disponible como una restricción al flujo de información.

De ese modo, se denota S_i^t como el vector de señales que recibe el tomador de decisiones en la firma i en el periodo t. Sea $S_i^t = \{s_{i1}, s_{i2}, s_{i3}, \dots, s_{it}\}$ la secuencia de todas las señales que el tomador de decisiones ha recibido hasta el periodo t. Asimismo, las variables a las cuales la firma presta atención son las variables que afectan su costo de producción, en ese sentido la firma presta atención al vector $X_t = [a_t, m_t^*, s_t\ ]$. Se denota un límite al flujo de información:

$$I(X_t; S_i^t) \leq \kappa \tag{20}$$

Donde κ es un vector que representa la atención que presta la firma a cada variable, es decir es un vector (3x1).

El operador I mide el flujo de información entre la productividad, la oferta mundial y el tipo de cambio, y la señal S_i^t. La restricción del flujo de información establece que la cantidad promedio por periodo de información que contiene la señal sobre las condiciones económicas no puede exceder el parámetro κ, para cada variable dentro del vector. Por lo tanto, el tomador de decisiones solo puede absorber una cantidad limitada de información en cada periodo. Con esto, se formaliza la idea de que los tomadores de decisiones solo pueden observar y procesar una cantidad limitada de información cada periodo debido a una capacidad cognitiva limitada.

Como se mencionó, en cada periodo el responsable de toma de decisiones en la firma i observa una señal sobre las condiciones de la economía, la cual está dada por:

$$s_i^t = \begin{bmatrix} s_{1it} \\ s_{2it} \\ s_{3it} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_t + \varepsilon_t^a \\ m_t + \varepsilon_t^m \\ s_t + \varepsilon_t^s \end{bmatrix}$$

Donde $\varepsilon_t^a, \varepsilon_t^m, \varepsilon_t^s$ son procesos que siguen un ruido blanco gaussiano, distribuido independientemente tanto de la historia de las perturbaciones fundamentales como de los errores de observación de todas las demás empresas.

4.2.2. PROBLEMA DE DESATENCIÓN RACIONAL

El problema de la firma viene dado por minimizar el error en la fijación de precios y el costo de prestar atención. Es decir, debido a que la firma tiene desatención racional, el precio que fija es un precio diferente del óptimo, de modo que se debe minimizar ese error para que pueda maximizar sus beneficios. Asimismo, existe un costo por prestar atención, el cual se puede interpretar como un costo de oportunidad por dedicarle mayor atención a otra variable.

La firma debe optimizar dicha función objetivo sujeto a que conoce que el precio óptimo, el cual depende del vector X que afecta directamente a sus costos. Asimismo, si bien decide prestar atención a X, las señales que recibe sobre dicho vector es S_i^t , las cuales están afectadas por un ruido, de modo que el precio que fija la firma es en base a señales contaminadas para llegar a un precio óptimo. Por último, la firma debe cumplir la restricción de que solo puede procesar una cierta cantidad de información. En ese sentido, existe un κ para cada variable del vector X.

El problema de atención racional viene dado por:

$$\min_{\{\kappa \geq 0\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{\omega}{2}[E(P_{it} - P_{it}^*)] + \mu\kappa\right] \tag{21}$$

$$s.a: P_{it}^* = \phi X \tag{22}$$

$$S_i^t = X + \epsilon_i \tag{23}$$

$$P_{it} = E[P_{it}^* | S_i^t] \tag{24}$$

$$I(X_t; S_i^t) \leq \kappa \tag{25}$$

Es importante señalar que existen 3 restricciones similares a la ecuación (20), ya que la firma debe decidir a qué variable le presta más atención, ello dependerá de ω, $\emptyset^2$ y la varianza de cada variable a la cual presta atención: productividad, oferta mundial y tipo de cambio. En ese sentido, si el beneficio marginal de prestar atención a una variable es mayor que el costo, entonces la empresa decidirá prestar más atención a dicha variable, de modo que los precios se ajustarán rápidamente y, por ende, habrá un mayor efecto traspaso del tipo de cambio a precios.

Es importante señalar que las firmas deciden prestar atención al tipo de cambio s_t; sin embargo, observan $s_{3it} = s_t + \varepsilon_t^s$, donde el ruido ε s t proviene del nerviosismo de los agentes económicos, como por ejemplo debido a pánicos o euforias. Ese ruido puede ser disminuido con la política de intervención cambiaria de la autoridad monetaria con el fin de reducir la volatilidad del tipo de cambio, donde el objetivo de dicha intervención es el de reducir los efectos adversos en la hoja de balance de firmas y hogares[7].

En ese sentido, la varianza del ruido puede ser un indicador de si hay mucha o poca intervención. Es decir, a una mayor varianza del ruido, el tipo de cambio (s_{3it}) observado será más volátil y, por ende, existirá una diferencia entre el tipo de cambio observado y el verdadero.

Por tanto, una mayor intervención cambiaria generará que la varianza del ruido disminuya, de modo que las firmas seguirán desatentas y, por ende, el efecto traspaso será pequeño.

[7] Es importante mencionar que los efectos adversos que genera la volatilidad del tipo de cambio en la hoja de balance no serán modelados en esta investigación, ya que el foco de estudio del presente trabajo es la fijación de precios y el efecto traspaso.

5. CONCLUSIONES

Se resolverá el problema de inatención racional de la firma para verificar las siguientes hipótesis.

Por un lado, cuando la autoridad monetaria, mediante la intervención cambiaria, suaviza la volatilidad del tipo de cambio, entonces las firmas prestarán menos atención al mercado cambiario y, por ende, a los costos de los insumos, lo que conlleva a que el efecto traspaso disminuya.

En cambio, cuando exista un fuerte choque cambiario que hace que la varianza del tipo de cambio observado aumente, las firmas prestarán más atención al tipo de cambio y, por ende, los precios P_i reaccionarán rápidamente, de modo que el efecto traspaso aumenta.

6. BIBLIOGRAFÍA

Afrouzi, H., & Yang, C. (2019). Dynamic Rational Inattention and the Phillips Curve. *SSRN Electronic Journal*. https://doi.org/10.2139/ssrn.3465793

Campa, J., & Goldberg, L. (2002). Exchange Rate Pass-Throug into Import Prices: A Macro or Micro Phenomenon? *NBER Working Papers 8934.*

Maćkowiak, B., Matéjka, F., & Wiederholt, M. (2018). Dynamic Rational Inattention: Analytical Results. *Journal of Economic Theory*, 176, 650-692. https://doi.org/10.1016/j.jet.2018.05.001

Maćkowiak, B., Matéjka, F., & Wiederholt, M. (2020). Rational Inattention: A Review. *CEPR Discussion Papers 15408*.

Maćkowiak, B., & Wiederholt, M. (2009). Optimal sticky prices under rational inattention. *Credit and Capital Markets*, 52(4), 573-617. https://doi.org/10.3790/ccm.52.4.573

Maćkowiak, B., & Wiederholt, M. (2020). Rational Inattention and the Business Cycle Effects of Productivity and News Shocks. *Unpublished working paper. European Central Bank and Sciences Po*.

Mankiw, N.G., & Reis, R. (2002). Sticky information versus sticky prices: A proposal to replace the new Keynesian Phillips curve. *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), 1295-1328. https://doi.org/10.1162/003355302320935034

Morón, E., & Lama, R. (2003). El traspaso de Tipo de Cambio a Precios en la Economía Peruana: ¿Talón de Aquiles del Esquema de Metas de Inflación? *Consorcio de Investigación Económica y Social*.

Reis, R. (2006). Inattentive Producer. *The Review of Economic Studies*, 73(3), 793-821. https://doi.org/10.1111/j.1467-937X.2006.00396.x

Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal*, 27(3), 379-423. https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x

Sims, C. A. (1998). Stickiness. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 49(1998), 317-356

Sims, C. A. (2003). Implications of rational inattention. *Journal of Monetary Economics*, 50(3), 665-690. https://doi.org/10.1016/S0304-3932(03)00029- 1

Sims, C. A. (2010). Rational inattention and monetary economics. *Handbook of Monetary Economics* (Vol.3, pp.155-181). https://doi.org/10.1016/B978- 0-444-53238-1.00004-1.

Vega, M., Pérez Forero, F. J. (2015). Asymmetric Exchange rate pass-through: *Evidence from Peru. Central Bank of Peru Working Paper*, 11, 2015.

Wiederholt, M. (2020). Rational Inattention. *The New Palgrave Dictionary of Economics*. https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5

Woodford, M. (2001). Imperfect Common Knowledge and the Effects of Monetary Policy. *NBER Working Papers 8673.*

7. ANEXOS

Anexo 1. Modelo de equilibrio general sin fricciones

a) Hogar representativo

El problema del hogar representativo

$$\max_{\{C_t,N_t,B_t\}} E_t\left[\sum_{k=0}^{\infty}\beta^k\left(\frac{C_{t+k}^{1-\sigma}}{1-\sigma}-\frac{N_{t+k}^{1+v}}{1+v}\right)\right] \quad (26)$$

$$s.a\colon \int_0^1 P_{i,t}\, C_{i,t}\, di + B_t = W_tN_t + D_t - T_t + (1+i_{t-1})B_{t-1} \quad (27)$$

Donde:

$$C_t = \left[\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\theta-1}{\theta}}\ i\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \qquad P_t \equiv \left[\int_0^1 {P_{i,t}}^{1-\theta}\right]^{\frac{1}{1-\theta}} \qquad DA_t \equiv P_t{C_t}^{\sigma}$$

- $\beta > 1 \quad es\ el\ factor\ subjetivo\ de\ descuento$
- $\sigma > 1 \quad es\ el\ coeficiente\ de\ aversión\ al\ riesgo$
- $v > 0\ es\ la\ inversa\ de\ la\ elasticidad\ oferta\ de\ trabajo$
- $\theta > 1\ es\ la\ elasticidad\ de\ sustitucion\ constante\ entre\ variedades$

Las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial C_t} = {C_t}^{-\sigma} - \lambda_tP_t = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial N_t} = -N_t^{v} + \lambda_tW_t = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial C_{t+1}} = E_t[{C_{t+1}}^{-\sigma} - \lambda_{t+1}P_{t+1}] = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial B_t} = -\lambda_t + \beta E_t[\lambda_{t+1}(1+i_t)] = 0 \quad (31)$$

Resolviendo, se encuentra:

- Demanda de los hogares por la variedad i en el tiempo t

$$C_{i,t} = C_t\left(\frac{P_{i,t}}{P_t}\right)^{-\theta} \qquad \forall i \in [0,1] \quad \forall t \geq 0 \quad (32)$$

- Ecuación de Euler

$$1 = \beta(1+i_t)E_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}}\left(\frac{C_t}{C_{t+1}}\right)^{\sigma}\right] \quad (33)$$

- Oferta de trabajo

$$N_t{}^{v}C_t{}^{\sigma} = \frac{W_t}{P_t} \quad (34)$$

b) El problema de la firma

Cada firma produce un bien final a través de la siguiente función de producción:

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha} M_t^{*\,1-\alpha} \quad (35)$$

donde A_t y $M_t$representan el nivel de tecnología y el nivel de cantidad de bien importado, respectivamente.

Además, $a_t = log(A_t)$ evoluciona exógenamente a través de un proceso estocástico AR(1):

$$a_t = \phi_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \quad (36)$$

Por su parte, $m_t^* = log(M_t^*)$ evoluciona exógenamente a través de un proceso estocástico AR(1):

$$m_t^* = \phi_m m_{t-1}^* + \varepsilon_t^m \quad (37)$$

a) Problema de minimización de costos de la firma

Cada periodo la firma representativa resuelve el siguiente problema de minimización de costos

$$\min_{\{L_{i,t};M_{i,t}\}} C\,T = W_t L_{i,t} + S_t H_t^* M_{i,t}^* \quad (38)$$

$$s.a\!: Y_{i,t} = A_t L_{i,t}^{\alpha} M_{i,t}^{*\,1-\alpha} \quad (39)$$

Formulando el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = W_t L_{i,t} + S_t H_t^* M_{i,t}^* - \lambda\left(A_t L_{i,t}^{\alpha} M_{i,t}^{*\,1-\alpha} - Y_{i,t}\right) \quad (40)$$

Las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{i,t}} = W_t - \lambda\alpha A_t L_{i,t}^{\alpha-1} M_i, t^{*\,1-\alpha} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M_{i,t}} = S_t H_t^* - \lambda(1-\alpha) A_t L_{i,t}^{\alpha} M_{i,t}^{*\,-\alpha} = 0 \quad (42)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = A_t L_{i,t}^{\alpha} M_{i,t}^{*\,1-\alpha} - Y_{i,t} = 0 \quad (43)$$

De las dos primeras CPO, tenemos:

$$\frac{\alpha M_{i,t}^{*}}{(1-\alpha)L_{i,t}} = \frac{W_t}{S_t H_t^{*}}$$

$$M_{i,t}^{*} = \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{W_t}{S_t H_t^{*}} L_{i,t} \qquad (44)$$

Reemplazando en la última CPO:

$$Y_{i,t} = A_t L_{i,t}^{\alpha}\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{W_t}{S_t H_t^{*}} L_{i,t}\right)^{1-\alpha}$$

$$Y_{i,t} = A_t\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{W_t}{S_t H_t^{*}}\right)^{1-\alpha} L_{i,t}$$

Despejando, tenemos:

- La demanda de trabajo:

$$L_{i,t} = \left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{S_t H_t^{*}}{W_t}\right)^{1-\alpha}\frac{Y_{i,t}}{A_t} \qquad (45)$$

- La demanda del bien importado

$$M_{i,t}^{*} = \left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{W_t}{S_t H_t^{*}}\right)^{\alpha}\frac{Y_{i,t}}{A_t} \qquad (46)$$

Reemplazando la demanda de trabajo y la demanda del bien importado en la función de costos, podemos encontrar la función de costos óptima:

$$CT(Y_{i,t}) = W_t L_{i,t} + S_t H_t^{*} M_{i,t}^{*}$$

$$CT(Y_{i,t}) = W_t\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\frac{S_t H_t^{*}}{W_t}\right)^{1-\alpha}\frac{Y_{i,t}}{A_t} + S_t H_t^{*}\left(\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\frac{W_t}{S_t H_t^{*}}\right)^{\alpha}\frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$CT(Y_{i,t}) = \left[W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}\left(\frac{\alpha}{(1-\alpha)}\right)^{1-\alpha} + (S_t H_t^{*})^{1-\alpha}W_t^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{(\alpha)}\right)^{\alpha}\right]\frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$CT(Y_{i,t}) = W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{-\alpha} + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]\frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$CT(Y_{i,t}) = W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha} + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]\frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$CT(Y_{i,t}) = W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\left[\frac{\alpha}{1-\alpha}+1\right]\frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$CT(Y_{i,t}) = W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)\frac{Y_{i,t}}{A_t}$$

$$CT(Y_{i,t}) = \frac{W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\frac{Y_{i,t}}{A_t} \qquad (47)$$

b) Maximización de beneficios del monopolio

El problema del monopolista fijador de precios es el siguiente:

$$\max_{\{Y_{i,t}\}} \Pi = P_{i,t}Y_{i,t} - CT(Y_{i,t}) \tag{48}$$

$$s.a.: Y_{i,t} = Y_{i,t}^{d} \tag{49}$$

La condición de equilibrio:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial Y_{i,t}} = \frac{\partial P_{i,t}}{\partial Y_{i,t}}Y_{i,t} + P_{i,t}(Y_{i,t}) - \frac{\partial CT(Y_{i,t})}{\partial Y_{i,t}} = 0$$

Se reemplaza el costo marginal y se obtiene:

$$\frac{\partial P_{i,t}}{\partial Y_{i,t}}Y_{i,t} + P_{i,t}(Y_{i,t}) = \frac{W^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\frac{1}{A_t}$$

$$P_{i,t} = \frac{W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\frac{1}{A_t} - \frac{\partial P_{i,t}}{\partial Y_{i,t}}Y_{i,t}\frac{P_{i,t}}{P_{i,t}}$$

$$P_{i,t}(1+\eta^{-1}) = \frac{W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\frac{1}{A_t}$$

Finalmente, se llega al precio que maximiza los beneficios de la firma i bajo competencia monopolística:

$$P_{i,t} = \left(\frac{\theta}{\theta-1}\right)\frac{W_t^{\alpha}(S_t H_t^{*})^{1-\alpha}}{\alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha}}\frac{1}{A_t} \tag{50}$$

Todas las firmas siempre pueden optimizar el precio igual a su costo marginal por un mark-up.

c) Equilibrio

- Mercado de bienes

$$y_t = c_t \qquad \forall i \in [0,1] \tag{51}$$

Entonces, en la ecuación de Euler se tiene:

$$y_t = E_t[y_{t+1}] - \frac{1}{\sigma}(i_t - \rho - E_t[\pi_{t+1}])$$

Donde $i_t = -ln\left(\frac{1}{1+i_t}\right) y \rho = -ln\beta$

Se define $r_t = i_t - E_t[\pi_{t+1}]$, entonces:

$$y_t = E_t[y_{t+1}] - \frac{1}{\sigma}(r_t - \rho) \tag{52}$$

Esta última ecuación representa el equilibrio en el mercado de bienes

- Mercado de trabajo:

En equilibrio, la demanda de trabajo es igual a la oferta de trabajo. La ecuación demanda de trabajo es representada por

$$L_t = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{\overline{Q_t}}{\overline{W_t}}\right)^{1-\alpha}\frac{Y_t}{A_t}$$

Donde:

$$\overline{Q_t} = \frac{S_t H_t^*}{P_t} \quad y \quad \overline{W_t} = \frac{W_t}{P_t}$$

Despejando Y_t

$$Y_t = L_t\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{\overline{W_t}}{\overline{Q_t}}\right)^{1-\alpha} A_t \qquad (53)$$

Por otro lado, reemplazando $Y_t = C_t$ en la oferta de trabajo, se tiene:

$$N_t^v Y_t^\sigma = \overline{W_t} \qquad (54)$$

Reemplazando en *(53)* y *(54)*, se tiene:

$$L_t^v = \overline{W_t} L_t^{-\sigma}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{[-\sigma(1-\alpha)]}\left(\frac{\overline{W_t}}{\overline{Q_t}}\right)^{[-\sigma(1-\alpha)]} {A_t}^{-\sigma}$$

$$L_t^{v+\sigma} = \frac{\overline{W_t}^{1-\sigma(1-\alpha)}}{\overline{Q_t}^{-\sigma(1-\alpha)}}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{-\sigma(1-\alpha)} {A_t}^{-\sigma}$$

En términos log-lineales, la cantidad de trabajo es

$$(v+\sigma)l_t = [1-\sigma(1-\alpha)]\overline{w_t} + \sigma(1-\alpha)\overline{q_t} + \phi_1 - \sigma a_t \qquad (55)$$

donde $\phi_1 = ln\left[\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{-\sigma(1-\alpha)}\right]$

- o Mercado del bien importado:

  En este mercado, el equilibrio se da al igualar la oferta internacional del bien importado con la demanda local del bien importado.

- o La oferta del bien importado viene dada por un proceso AR(1):

$$m_t^* = \phi_m m_{t-1} + \varepsilon_t^m \qquad (56)$$

donde $0 < \phi_m < 1$ y ε_t^m es un choque de oferta internacional.

- o La demanda local del bien importado log-linealizada

$$m_t^* = \phi_2 + \alpha(\overline{w_t} - \overline{q_t}) + y_t - a_t \qquad (57)$$

donde $\phi_2 = ln\left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha}\right]$

- Producción agregada

$$y_t = a_t + \alpha l_t + (1-\alpha)m_t^* \tag{58}$$

- Productividad como proceso AR(1)

$$a_t = \phi_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \tag{59}$$

donde $0 < \phi_a < 1$ y ε_t^aun choque de productividad

- Precio de competencia monopolística:

$$1 = \phi_3 + \alpha\overline{w_t} + (1-\alpha)\overline{q_t} - a_t \tag{60}$$

donde $\phi_3 = ln\left(\frac{\theta}{\theta-1}\frac{1}{\alpha^\alpha(1-\alpha)^{1-\alpha}}\right)$

d) Resolviendo el equilibrio

- Tipo de cambio real:

$$\overline{q_t} = \psi_{qa}a_t + \psi_{qm}m_t^* + \kappa_q \tag{61}$$

Donde:

$$\psi_{qa} = \frac{3(v+\sigma)+(1-\sigma)}{(v+1)+\alpha(\sigma-1)} > 0$$

$$\psi_{qm} = -\frac{\alpha(v+\sigma)}{(v+1)+\alpha(\sigma-1)} < 0$$

$$\kappa_q = \frac{(1-\phi_3)[1+v+\sigma-\sigma(1-\alpha)]+\phi_1+\alpha+\phi_2(v+\sigma)}{(v+1)+\alpha(\sigma-1)}$$

- Salario real

$$\overline{w_t} = \psi_{wa}a_t + \psi_{wm}m_t^* + \kappa_w \tag{62}$$

Donde:

$$\psi_{wa} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1-\alpha}{\alpha}\psi_{qa} < 0$$

$$\psi_{wm} = -\frac{1-\alpha}{\alpha}\psi_{qm} > 0$$

$$\kappa_w = \frac{1-\phi_3}{\alpha} + -\frac{(1-\alpha)}{\alpha}\kappa_q$$

- Cantidad de trabajo:

$$l_t = \psi_{la}a_t + \psi_{lm}m_t^* + \kappa_l \tag{63}$$

Donde:

$$\psi_{la} = \frac{\psi_{qa}}{\alpha} - \frac{3}{\alpha} < 0$$

$$\psi_{lm} = \frac{\psi_{qm}}{\alpha} + 1 > 0$$

$$\kappa_l = \frac{\kappa_q}{\alpha} - \frac{(\phi_2 + 1 - \phi_3)}{\alpha}$$

- Cantidad de producto producida:

$$y_t = c_t = \psi_{ya} a_t + \psi_{ym} m_t^* + \kappa_y \qquad (64)$$

Donde:

$$\psi_{ya} = 1 + \alpha\psi_{la} > 0$$

$$\psi_{ym} = 1 - \alpha + \alpha\psi_{lm} > 0$$

$$\kappa_y = \alpha\kappa_l$$

- Productividad como proceso AR(1):

$$a_t = \phi_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \qquad (65)$$

donde $0 < \phi_a < 1$ y ε_t^a un choque de productividad.

Resolviendo *(65)*, se tiene una expresión para a_t como sigue:

$$a_t = \phi_a^t a_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \phi_a^j \varepsilon_{t-j}^a$$

donde a_0 es condición inicial.

Alrededor de un proceso estacionario:

$$\lim_{\{t\to\infty\}} a_t = \phi_a^\infty a_0 + \sum_{j=0}^{\infty} \phi_a^j \varepsilon_{t-j}^a$$

Si se sabe que $|\phi_a| < 1$; por lo tanto, $\phi_a^\infty = 0$. Luego, la iteración con infinitos rezagos sería:

$$a_t = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_a^j \varepsilon_{t-j}^a \qquad (66)$$

- Cantidad del bien importado como proceso AR(1):

$$m_t^* = \phi_m m_{t-1} + \varepsilon_t^m \qquad (67)$$

donde $0 < \phi_m < 1$ y ε_t^m un choque de oferta internacional del bien importado.

Resolviendo (63), se tiene una expresión para m_t^* como sigue:

$$m_t^* = \phi_m^t m_0 + \sum_{j=0}^{t-1} \phi_m^i \varepsilon_{t-i}^m$$

donde m_0 es condición inicial.

Alrededor de un proceso estacionario:

$$\lim_{\{t\to\infty\}} m_t^* = \phi_m^\infty m_0 + \sum_{i=0}^{\infty} \phi_m^j \varepsilon_{t-j}^m$$

Si se sabe que $|\phi_m| < 1$; por lo tanto, $\phi_m^\infty = 0$. Luego, la iteración con finitos rezagos sería:

$$m_t^* = \sum_{j=0}^{\infty} \phi_m^j \varepsilon_{t-j}^m \qquad (68)$$

- Tasa de interés real:

$$\overline{r_t} = \rho + \sigma\psi_{ya} E_t[\Delta\, a_{t+1}] + \sigma\psi_{ym} E_t[\Delta\, m_{t+1}^*]$$

$$\overline{r_t} = \rho + \sigma\psi_{ya}[(\phi_a - 1)a_t + \varepsilon_{t+1}^a] + \sigma\psi_{ym}[(\phi_m - 1)m_t^* + \varepsilon_{t+1}^m] \qquad (69)$$

- Política Monetaria

Se define la tasa de interés real (Ecuación de Fisher) como

$$r_t = i_t - E_t[\pi_{t+1}] \qquad (70)$$

y se asume que la ecuación de política monetaria es

$$i_t = \rho + \overline{\pi} + \phi_\pi[\pi_t - \overline{\pi}] + \varepsilon_t^{pm} \qquad (71)$$

Reemplazando *(70)* en *(71)*:

$$r_t = \rho + \bar{\pi} + \phi_\pi[\pi_t - \bar{\pi}] + \varepsilon_t^{pm} - E_t[\pi_{t+1}]$$

$$\phi_\pi \pi_t = r_t - \rho + E_t[\pi_{t+1}] + (1 - \phi_\pi)\bar{\pi} - \varepsilon_t^{pm}$$

$$\phi_\pi \pi_t = \widehat{r_t} + E_t[\pi_{t+1}] + (1 - \phi_\pi)\overline{\pi} - \varepsilon_t^{pm} \qquad (72)$$

si $\phi_\pi > 1$ se tiene una solución estacionaria única para *(72)*, pues

$$\pi_t = \frac{1}{\phi_\pi}\widehat{r_t} + \frac{1}{\phi_\pi}E_t[\pi_{t+1}] + \frac{(1-\phi_\pi)}{\phi_\pi}\overline{\pi} - \frac{\varepsilon_t^{pm}}{\phi_\pi} \qquad (73)$$

adelantando un periodo, ajustando por $\frac{1}{\phi_\pi}$ y tomando expectativas en t:

$$\frac{1}{\phi_\pi}E_t[\pi_{t+1}] = \frac{1}{\phi_\pi^2}E_t[\widehat{r_{t+1}}] + \frac{1}{\phi_\pi^2}E_t[\pi_{t+2}] + \frac{(1-\phi_\pi)}{\phi_\pi^2}\overline{\pi} - \frac{\varepsilon_{t+1}^{pm}}{\phi_\pi^2} \qquad (74)$$

Si se continúa adelantando la ecuación *(74)*, se puede encontrar una expresión para π_t

$$\pi_t = \sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{1}{\phi_\pi}\right)^{j+1}\left[E_t[\widehat{r_{t+j}}] + (1-\phi_\pi)\overline{\pi} - \varepsilon_{t+j}^{pm}\right]$$

$$\pi_t = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\phi_\pi}\right)^{j+1} \left[E_t\left[\widehat{r_{t+j}}\right] - \varepsilon_{t+j}^{pm}\right] + \overline{\pi} \qquad (75)$$

Utilizando la expresión para la tasa de interés real $\overline{r_t}$ en la ecuación *(69)*, se puede definir π_t como:

$$\pi_t = \overline{\pi} + \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\phi_\pi}\right)^{j+1} \left[\psi_{ya}\phi_a^j \varepsilon_{t-j}^a + \psi_{ym}\phi_m^j \varepsilon_{t-j}^m - \varepsilon_{t+j}^{pm}\right] \qquad (76)$$

La inflación está determinada por la inflación meta y los choques de productividad, oferta mundial y de política monetaria. Además de ello, en esta última expresión, si se parte de un precio observado p_{t-1} ,entonces, la trayectoria de precios está determinada

- Tipo de cambio nominal

Definición formal en niveles del tipo de cambio real:

$$Q_t = \frac{S_t H_t^*}{P_t} \qquad (77)$$

Definición en logaritmos:

$$q_t = s_t + h_t^* - p_t \qquad (78)$$

Tasa de variación porcentual:

$$\Delta q_t = \Delta s_t + \pi_t^* - \pi_t$$

$$\Delta s_t = \Delta q_t - \pi_t^* + \pi_t \qquad (79)$$

Reemplazando *(76)* en *(79*) y se encuentra una expresión para el tipo de cambio nominal en función de choques de productividad, oferta internacional y política monetaria.