

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



Optimización - Simulación de Carguío y Acarreo en Tajo Abierto utilizando NSGAI y Programación Lineal Entera

Tesis para optar por el título de INGENIERO DE MINAS

AUTOR

Samuel Sebastian Cornejo Castro

ASESOR

Carlos Andres Ortega Salas

Lima, 16 de febrero de 2022

Resumen

El presente proyecto de investigación se enmarca dentro de la búsqueda de mayores eficiencias en la industria minera peruana. Esta representa anualmente la mayoría del valor de las exportaciones peruanas (*Peru Exports Observatory of Economic Complexity*, s.f.) asimismo, esta tendencia sigue en crecimiento, de donde se infiere la importancia del sector para la economía del país. Es en ese sentido, se desarrollarán dos modelos de optimización multi-objetivo que busquen minimizar los costos de transporte y maximizar la recuperación del mineral enviado a planta incrementando el valor de dicho proceso, uno de ellos será una heurística y el otro un modelo de programación lineal entera. La hipótesis considera que: en primer lugar, el problema de asignación de rutas a camiones puede ser resuelto a través de diferentes enfoques, en segundo lugar, que dicha solución puede ser calculada en un tiempo razonable y que pueda maximizarse en diferentes funciones objetivos. Se utilizarán conceptos de matemáticas discretas, computación e ingeniería de minas para conceptualizar el problema y elaborar la propuesta de solución, desde el punto de vista de la investigación se define al tipo de investigación como propuesta de innovación tecnológica. Una vez desarrollado el modelo se observó que la hipótesis pudo corroborarse, elaborándose un modelo que logre representar el problema a una escala suficientemente real como para calcular cronogramas de solución consistentes y poder diferenciar entre una y otra solución, una vez realizado ello se contravalidó el resultado utilizando un software de simulación estocástica comercial para analizar la robustez de los resultados. En conclusión, el modelo logró resolver el problema de creación de cronogramas de producción óptimos maximizando sus beneficios en parámetros excluyentes entre sí mismos (blending, tiempo de ejecución y balanceo de trabajo), donde el tiempo de cálculo fue razonable.

Agradecimientos

En primer lugar me gustaría agradecerle a nuestro señor Jesucristo quien me brindó una beca de estudios para poder estudiar en la PUCP, no sólo con eso me rescató del mal que yo mismo me infligía y me trajo de muerte a vida. En segundo lugar quiero agradecer a mi familia por haberme criado y apoyado desde el inicio de mi vida con su amor y enseñanzas haciendo fuerte hincapie en el valor del estudio y del trabajo. En tercer lugar quiero agradecerle a mi gran amigo Diego Amable quien me ayudó a comprender las herramientas de la ciencia del cómputo y a desarrollar el algoritmo propuesto en la presente tesis. Finalmente doy gracias a mi asesor el Ing. Carlos Ortega por haber apoyado en el desarrollo de la presente tesis y ser un soporte durante el desarrollo de la misma, quedan incluidos todos aquellos profesores, compañeros y personas que están en mi vida que me han ayudado a formarme como profesional y ser humano hasta la culminación de este proyecto.



Tabla de contenidos

Resumen	I
Agradecimientos	II
Tabla de contenidos	III
Índice de figuras	IV
Índice de tablas	V
I. Cuerpo del Trabajo	1
1.1. Introducción	2
1.2. Definición del Problema	5
1.2.1. Formulación del Problema	6
1.3. Objetivos	8
1.3.1. Objetivo Principal	8
1.3.2. Objetivos Específicos	8
1.4. Hipótesis	9
1.5. Marco Teórico	10
1.5.1. Antecedentes	10
1.5.2. Marco Conceptual	21
1.6. Marco Metodológico	33
1.6.1. Propuesta	33
1.6.2. Experimentación y Resultados	55
1.6.3. Conclusiones y Recomendaciones	72
Bibliografía	79

Índice de figuras

1.1.	Consumo de Cobre por Regiones 2012-2017, Statista 2020	2
1.2.	Grafo no dirigido Simple, Elaboración Propia	11
1.3.	Análisis de requerimiento de Camiones a lo largo del tiempo, Both y Dimitrakopoulos 2020	13
1.4.	Mapa topológico utilizado para planeamiento dinámico, Wahde et al 2019	18
1.5.	Modelo de optimización Genético, Castro 2007	30
1.6.	Lenguaje Unificado de Modelado del modelo de optimización, Elaboración Propia	34
1.7.	Modelo de Simulación	52
1.8.	Caso Mina Cajamarca	55
1.9.	Nodos de Carga/Descarga Caso 1	57
1.10.	Arcos Caso 1	58
1.11.	Curva de Velocidades SCANIA 460HT Caso 1	59
1.12.	Tiempos y destinos por tipo de ruta	61
1.13.	Función Objetivo 1 ,Tiempo total de Ejecución del cronograma	64
1.14.	Función Objetivo 2, Diferencia de Tiempo entre finalización de tareas	65
1.15.	Función Objetivo 3 , Varianza de la ley	67
1.16.	Tiempo promedio entre descargas a planta	69
1.17.	Utilización promedio de los recursos	70

Índice de tablas



Capítulo I

Cuerpo del Trabajo



1.1. Introducción

El crecimiento de la industria minera de metales base, viene acompañado del crecimiento de las economías industriales debido a su alta demanda de dichos metales para el movimiento de su economía. Se aprecia en la gráfica que el consumo de cobre de la región Australasia y Asia se ha visto incrementado desde el año 2012 al 2017 como consecuencia de la industrialización de dichos países cuya mayor participación pertenece a China (Jayanthakumaran, 2016).

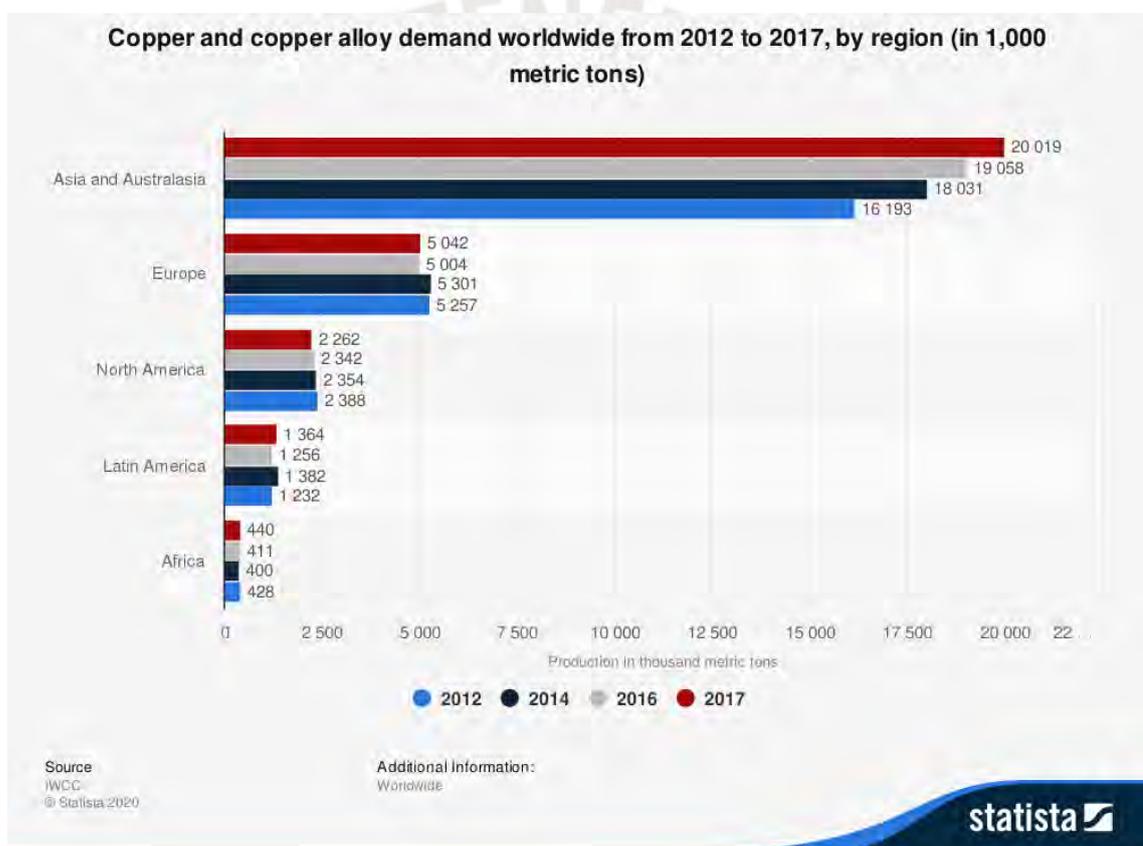


Figura 1.1: Consumo de Cobre por Regiones 2012-2017, Statista 2020

El contexto de industrialización del Asia sumado a políticas liberales tomadas en la última década del gobierno peruano han fomentado un crecimiento sin precedentes en la industria minera peruana. Esta situación sumada al potencial geológico peruano han traído como resultado

el desarrollo de una industria minera peruana competitiva y que cuenta por alrededor del 50 a 60 por ciento de las exportaciones del país anualmente (Lagos, 2018).

La industria minera de tajo abierto se caracteriza por beneficiarse de economías de escala y una consecuencia de ello es que pequeños cambios en la matriz de costos representan cantidades importantes de incremento en los ingresos, por lo que cada oportunidad de mejora resulta de interés para las compañías mineras.

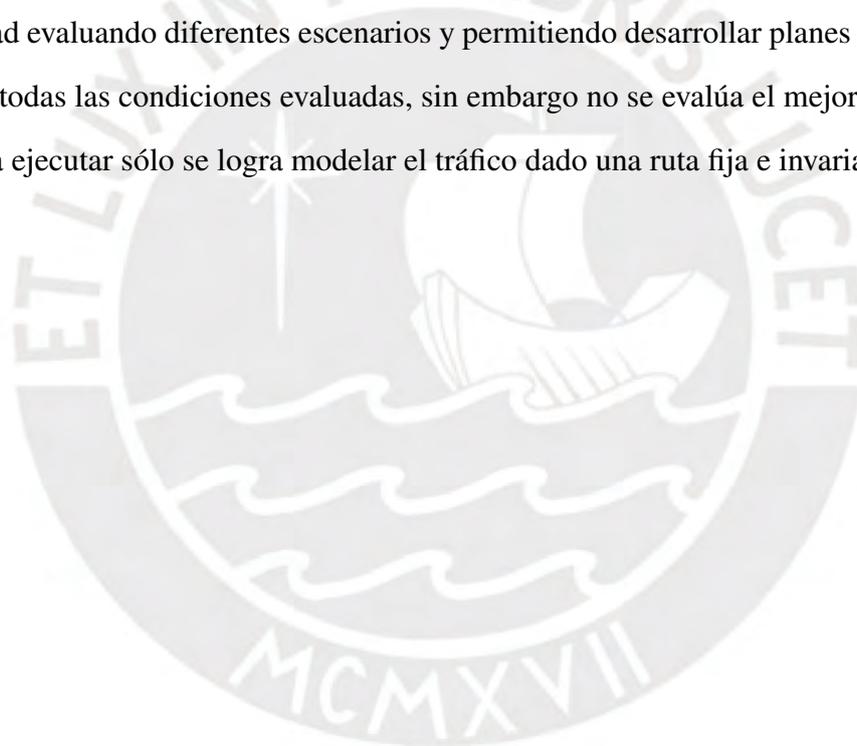
Consideremos además las transiciones tecnológicas que atraviesa la industria minera. En la actualidad, la búsqueda de incrementos en los rendimientos operativos consiste en una disminución de la variabilidad de los procesos acompañado de mejores métodos para la toma de decisiones. El primer objetivo puede ser alcanzado a través de la automatización de los equipos, mientras que el segundo se logra a través del uso de softwares de ayuda de toma de decisiones pudiendo utilizar técnicas de optimización, simulación, etc. (Savage, 2019)

La presente tesis se enmarca en la consecución del segundo objetivo pues busca la mejora de los algoritmos actuales de optimización de los sistemas de carguío y acarreo para poder así incrementar la precisión en los resultados obtenidos, maximizando la calidad del producto entregado al menor costo y tiempo posible.

El desarrollo de esta tesis representa en primer lugar un beneficio económico para las compañías mineras de tajo abierto, al ofrecer dos modelos que permitan definir las rutas óptimas de los camiones dados ciertos bancos a trabajar asegurando que el trabajo sea el óptimo posible. Este beneficio económico se incrementa en la medida que los algoritmos proporcionados permitan evaluar soluciones incorporando mejores funciones objetivo, mayor variedad de parámetros simulados de manera adecuada. Estos algoritmos, si bien pueden resultar útiles para planeamiento de corto plazo puede muy bien ser utilizado en etapas de evaluación del proyecto para permitir evaluar cronogramas de producción real bajo diferentes condiciones.

Adicionalmente al beneficio económico, se considera un beneficio por el lado de la seguri-

dad de las operaciones ya que los algoritmos proporcionará rutas y cronogramas de producción que permitirán adelantar situaciones de riesgo como las colas o los cuellos de botella muchísimo antes de que sucedan durante las operaciones, permitiendo entrenar y avisar a los operadores con anterioridad así como simular posibles soluciones alterando la velocidad de viaje de los equipos, disminuyendo el riesgo de los operarios y el desgaste de los equipos. Es necesario precisar que la industria minera cuenta con un alto grado de volatilidad lo que finalmente afecta los planes de producción los cuales a su vez cuentan con una cierta aleatoriedad en los parámetros que utilizan. Los modelos de simulación actuales buscan solucionar parcialmente esta aleatoriedad evaluando diferentes escenarios y permitiendo desarrollar planes más robustos que satisfagan todas las condiciones evaluadas, sin embargo no se evalúa el mejor orden posible de las tareas a ejecutar sólo se logra modelar el tráfico dado una ruta fija e invariable por camión.



1.2. Definición del Problema

Las operaciones de carguío y acarreo representan del 30-60% del costo operativo total en la industria minera de tajo abierto (Darling, 2011). Observemos que el costo es dirigido por los insumos y materiales que se usan para lograr un objetivo. Me ocuparé de la construcción de dicho objetivo, en el contexto de planificación de corto plazo, las empresas estiman un objetivo de producción en toneladas de mineral y de desmonte de acuerdo al planeamiento de largo plazo. Los planes de largo plazo deciden qué bancos se van a trabajar dada una cierta flota y una capacidad de planta, sin embargo pocos software de planeamiento de largo plazo incluyen una modalidad que permita realizar una asignación óptima de camiones, donde se debe recurrir a otra solución que se ocupe íntegramente de buscar la asignación óptima entre camiones, bancos y rutas.

En esta primera exploración del problema se observan dos situaciones, la primera es que no necesariamente las empresas cuentan con un software que provea una solución cercana a la óptima el cual refleja un problema económico entre proveedores y empresas; la segunda, que es un tema más de fondo es que el concepto mismo de optimalidad cambia a medida que se incorporan nuevos conceptos en la minería, algunos ejemplos incluyen: blending, geo-metalurgia, simulación-estocástica para dimensionamiento de flotas, etc.

Se observa entonces, que los software de asignación de ruta-camión deben de ser capaces de optimizar diferentes funciones objetivos en un tiempo razonable, al mismo tiempo así como ser de un costo accesible.

Finalmente, hemos de reconocer que el problema de asignación escala considerablemente mientras más viajes tengan que realizarse para satisfacer el objetivo de los camiones y mientras más destinos diferentes puedan elegir los camiones para cada uno de los viajes que realicen. A continuación enunciaremos el problema en un sentido matemático para poder analizar el impacto del tonelaje, flota disponible y variedad de destinos en la cantidad de soluciones posibles;

y definir si el problema de asignación puede ser resuelto de manera lineal o debe de optarse por un modelo heurístico.

1.2.1. Formulación del Problema

El enunciado del problema de asignación de camiones es el siguiente:

Considerando un objetivo de producción diaria de X toneladas de mineral y desmonte la cual se realizará con una cantidad C de camiones de una misma capacidad Y ; la cantidad de tareas T , considerando una tarea como la ida y la vuelta de un camión desde un punto de carga a un punto de descarga, donde la cantidad de tareas puede ser subdividida en la cantidad de destinos. Calcule usted la cantidad de soluciones posibles que generen resultados diferentes.

Solución:

En primer lugar calcularemos la cantidad de tareas que viene dado por la división redondeada hacia arriba de X por Y (1). Análogamente, separaremos las tareas por destino (2).

$$T = X // Y \quad (1.1)$$

$$T_a + T_b + \dots + T_n = X_a/Y + X_b/Y + \dots + X_n/Y \quad (1.2)$$

Una vez se conoce la cantidad de tareas por destino, la cantidad total de tareas y la cantidad de camiones a utilizar, observamos que la cantidad de soluciones N_s posibles es un problema combinatorio que consta de:

-Partición de T tareas en C camiones. Las cuales serán divididas por C para eliminar las particiones que dan un mismo resultado.

-Combinación del total de tareas sobre las tareas de un nodo por las tareas restantes sobre las tareas del nodo subsiguiente y así hasta recorrer todos los nodos.

-Permutación de las tareas en grupos de las tareas de los diferentes nodos.

$$N_S = \frac{\binom{T}{T_a} * \binom{T-T_a}{T_b} * \dots * \frac{T!}{T_a! * T_b! * \dots!}}{\frac{\binom{T-1}{C-1}}{C}} \quad (1.3)$$

De (3) se puede observar el impacto de la cantidad de tareas, variedad de destinos y cantidad de camiones sobre la cantidad de soluciones posibles. Las cuales incluso para tonelajes pequeños puede superar fácilmente el millón de soluciones. De esto se deduce que la resolución lineal de el mejor arreglo total de rutas no es una opción viable para un tiempo de espera de menos de un día. Por lo que se considera la opción de soluciones lineales parciales y soluciones heurísticas como las mejores alternativas, para el problema de asignación de camiones.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo Principal

Proponer un modelo de optimización lineal y otro heurístico de ruteo para las operaciones de acarreo que permitan optimizar diferentes funciones objetivo al mismo tiempo.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Evaluar la factibilidad del uso de modelos de optimización heurística y lineal para asignación de camiones en operaciones de tajo abierto.
- Evaluar la estabilidad de los cronogramas obtenidos en un contexto estocástico, discutir si los objetivos varían mucho ante cambios estocásticos.
- Definir si es posible encontrar soluciones que satisfagan diferentes objetivos de producción al mismo tiempo.
- Discutir al respecto de funciones objetivos que permitan optimizar los planes operacionales de corto plazo en operaciones mineras.
- Discutir los beneficios de la optimización multi objetivo en comparación a la optimización de un sólo objetivo.
- Discutir los tiempos de cálculo, dificultades , y requerimientos de los modelos de optimización propuestos.
- Definir las variables operacionales que pueden ser manipuladas en planes de corto plazo para incrementar valor de la operación y el impacto de las mismas a nivel estratégico asimismo.

1.4. Hipótesis

El desarrollo de un modelo de optimización heurístico y otro lineal , ambos multi-objetivo, para la asignación de camiones pueden ofrecer soluciones robustas, realistas, en un buen tiempo de calculo y que tenga la flexibilidad de cambios constantes en los criterios de optimalidad.



1.5. Marco Teórico

1.5.1. Antecedentes

El problema a resolver correspondería a una variación del problema del viajero enmarcado dentro de las ciencias de la computación y la investigación de operaciones. En 1954 Dantzig et al definen el problema del viajero y ofrecen una primera solución para el mismo. Describiendo el problema del viajero de la siguiente manera: el problema consiste en un comerciante que debe de recorrer una cantidad N de ciudades conectadas por caminos ,cada uno con una tarifa respectiva, y regresar a la ciudad de donde partió minimizando el costo de viaje total.(G., R., y S., 1954). A pesar de la simplicidad del enunciado no existe en la actualidad ninguna solución general al problema.En el caso de las operaciones mineras debe de buscarse las rutas de mayor ingreso y menor costo que los camiones realicen para llegar a sus destinos.

De manera conceptual, el carguío y acarreo de tajo abierto se enmarca en el área de la teoría de grafos dentro del área de las matemáticas discretas, ya que puede modelarse como un conjunto de vértices y la interacciones entre ellos(O'Regan, 2016). En el caso del carguío; los puntos de carga, descarga y los óvalos que interconectan las rutas serían representados por los vértices y las relaciones entre nodos podrían ser representadas por el sentido de la ruta.

Sin embargo, la naturaleza dinámica de las operaciones mineras resulta considerablemente más compleja que el problema del viajero; ya que se necesita un conjunto de rutas para cada uno de los camiones, considerando además que la cantidad de vértices puede cambiar en tiempo real requiriéndose un re-cálculo de las rutas óptimas. Resulta necesario además precisar que las rutas óptimas incluirán colas, como consecuencia del tráfico. Situación que debe de ser adecuadamente modelada.

La naturaleza dinámica de las labores de carguío en minería implica el constante re-cálculo de las rutas óptimas debido a cambios imprevistos; consiguientemente, es necesario incluir un

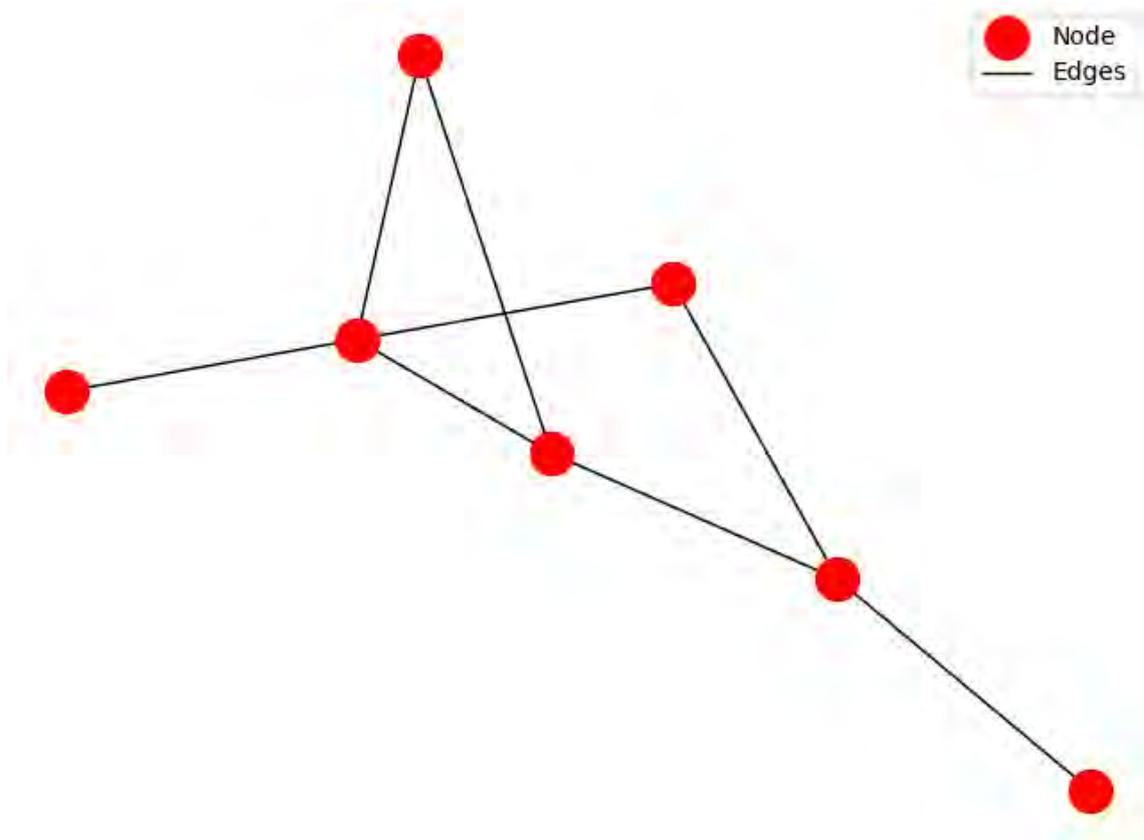


Figura 1.2: Grafo no dirigido Simple, Elaboración Propia

contador del tiempo transcurrido en la propuesta y un indicador que le señale al modelo el cambio repentino de parámetros y que necesita actualizar la solución propuesta. Este cambio en el funcionamiento del modelo de optimización requiere que el modelo pueda reconocer estos cambios y responder oportunamente ante ellos. Existen numerosos trabajos al respecto del uso de simulaciones para minería, Dindarloo et Siami señalan la amplia variedad de trabajos que utilizan modelos de simulación para modelar y analizar la naturaleza de las operaciones mineras, en el caso del carguío y acarreo se recomienda el uso de modelos de simulación de eventos discretos debido a que las interacciones entre los equipos y los lugares de descarga se dan en condiciones de carga - transporte- descarga y no en un estado de flujo continuo como serían las fajas transportadoras.(Dindarloo y Siami-Lrdemoosa, 2016).

En el Perú, existe una experiencia elaborada en el 2011 por el Ing. Josue Meza egresado de la PUCP, quien elaboró un modelo de simulación de eventos discretos utilizando un enfoque estocástico para las labores de carguío en una cantera, en su disertación de pregrado, el procedimiento para la implementación del modelo implica en primer lugar la caracterización del sistema productivo a modelar identificando claramente las entidades, los recursos, atributos y variables de estado de los mismos. Una vez descritas, se procede a la recopilación de los datos para evaluar a que distribución estadística se asemejan cada uno de los tiempos de trabajo, en este caso se evaluaron tiempos de ciclo de carguío, acarreo y los tiempos de arribo. La propuesta consideró el desarrollo de simulaciones separadas para cada una de las etapas del sistema productivo, lo que permitió realizar un análisis detallado de los subprocesos que lo conformaban. El enfoque de Meza consiste en el análisis de cada uno de los procesos para poder así determinar los escenarios que generan más valor y proponer las mejoras respectivas, incrementando la utilización del cargador 2 y la excavadora 2 así como sugerir la compra de un equipo y una reducción de 0.45 USD/t en el costo del proceso. Finalmente Meza sugiere la constante retroalimentación del modelo así como el uso de variables que modelen el clima y las condiciones geomecánicas. (Meza, 2011).

Both y Dimitrakopoulos desde la escuela McGill en Montreal, Canadá presentan un novedoso modelo de optimización estocástico que busca optimizar la asignación de los equipos y al mismo tiempo generar el cronograma de producción de corto plazo ;considerando la variabilidad geológica y de los rendimientos de los equipos. El modelo de Both y Dimitrakopoulos utiliza un parámetro discreto de tiempo t sobre el cual las asignaciones de equipos a los bancos de trabajo son realizadas. Adicionalmente, este modelo considera el desplazamiento de las palas debido a la intención de optimizar el planeamiento de la producción del modelo minimizando el costo relacionado al desplazamiento de las mismas y la no-producción de ellas . Los autores señalan que la función objetivo del modelo debe de enfocarse en el margen neto

generado incluyendo posibles oportunidades de blending , minimización del costo de operación y la minimización del desplazamiento de los equipos. En cuanto a las restricciones del modelo, se utilizan restricciones estocásticas inherentes a la optimización del plan de minado como la cantidad de tonelaje de cada banco, leyes, recuperaciones,etc. a estas restricciones se le añaden las restricciones correspondientes a los equipos. En el caso de las palas, Both y Dimitrakopoulos señalan que es necesario indicar las pérdidas durante el proceso de carguío asociado a los movimientos de la pala para generar un modelo más realista y que precisamente es la falta de este parámetro lo que mejoraría los resultados de los algoritmos actuales. Por el lado de los camiones el modelo considera la opción de permitir al usuario determinar un límite inferior y superior de la cantidad de camiones, los autores también señalan la naturaleza cambiante de la tasa de producción de los equipos a lo largo del tiempo como consecuencia del cambio en los bancos a trabajar.

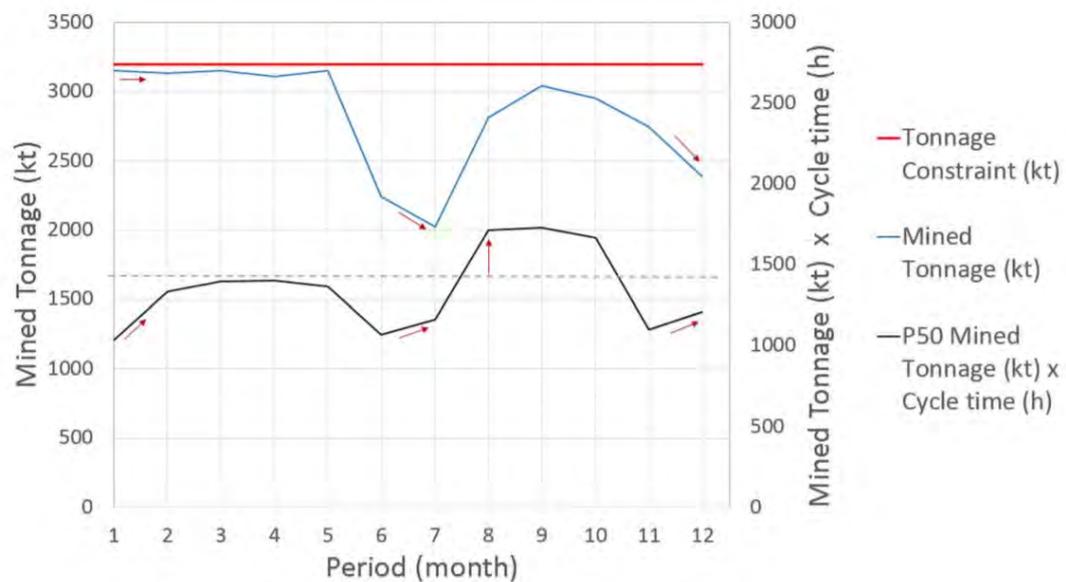


Figura 1.3: Análisis de requerimiento de Camiones a lo largo del tiempo, Both y Dimitrakopoulos 2020

Variables estocásticas de disponibilidad mecánica y de caídas aleatorias en la producción

son incluidas en la restricción de camiones por lo que puede observarse que los autores claramente buscan incorporar la variabilidad en el modelo de optimización. los requerimientos de producción diarios obtenidos incluyen mapas de calor de los ciclos de minado para cada tipo de equipo así los resultados obtenidos para el set de rutas definidos. La solución del modelo se realiza a través de iteraciones que comparan el resultado obtenido por valores aleatorios en la iteración actual con el valor de un resultado obtenido modificando los valores aleatorios, almacenando en cada iteración el mayor de ambos resultados; dentro de la función de comparación de resultados se incluye un "enfriador" que va disminuyendo a lo largo de las iteraciones, el cual permite un mayor rango de búsqueda al algoritmo, disminuyendo el rango de búsqueda aleatoria a medida que el número de iteraciones aumenta. El modelo fue probado en un complejo minero de oro frente a un algoritmo de optimización con valores determinísticos. Los resultados obtenidos por el modelo híbrido superaron con creces al modelo de optimización estática, las mejoras pudieron observarse en menores tiempos de ciclo, mejor asignación de las palas a los frentes de trabajo, mejor balanceo de la producción a lo largo del tiempo, reducción del costo operativo en un 3.1 por ciento como resultado de una mejor utilización de los distintos tipos de equipos e incremento de tiempo disponible para realizar el mantenimiento como consecuencia de una mejor asignación de los equipos, incluso en los periodos donde la mina se hace más profunda y el requerimiento de camiones es mayor. Both y Dimitrakopoulos concluyen finalmente que las mejoras en la asignación de recursos al usar un modelo estocástico crean sinergias en el uso de los equipos que los modelos estáticos jamás podrían alcanzar. (Both y Dimitrakopoulos, 2020).

El problema de la asignación de rutas a camiones en el contexto minero fue solucionada por primera vez en los años 60s con la aparición de los primeros sistemas de dispatch, el más notorio de la época y quizás el mejor entre los software comerciales y conocidos es el sistema Dispatch de la empresa Modular. En 1986 Olson et al presentan formalmente el algoritmo de asignación

dinámica de camiones de Dispatch, el cual consiste un problema de programación lineal entera que busca minimizar el movimiento de los camiones que solicitan asignación asignándole camiones a las rutas que requieren mayor flujo de tonelaje en ese preciso instante respectivamente. En el artículo, Olson et al señalan que este algoritmo de asignación permite la elección de ruta-camión óptima para cada instante de operación y que esta metodología permite alcanzar el mínimo global aduciendo que están cumpliendo con el postulado de programación dinámica de Bell. El cual dice: "Una política óptima(global), tiene la propiedad que sin importar el estado inicial ni la decisión inicial, las decisiones restantes deben de constituir parte de la política óptima con respecto al estado que deviene de la primera decisión."(White y Olson, s.f.)La compañía señala que utiliza programación dinámica para la asignación de sus camiones y que como consecuencia de ello siempre se encuentran en el óptimo global de los posibles ordenamientos, sin embargo el postulado de Bell tiene sus límites a sistemas lineales donde el estado del sistema en el tiempo t puede ser deducido del estado del sistema en el tiempo $t - 1$ y viceversa hacia el futuro, en el caso de sistemas no-lineales como el carguío y acarreo, ningún algoritmo que tome decisiones en un instante de tiempo podría conocer el estado del sistema en el futuro donde además, el sistema se encuentra en un sistema estocástico, este punto es discutido por Moradi y Askari, en su artículo de revisión de literatura señalan la inconsistencia de llamar programación dinámica a un modelo de toma de decisiones por pasos como es el presentado por Olson et al en su artículo de 1986. (Afrapoli y Askari-Nasab, 2019) Independientemente de los malos usos de la palabra de Modular, Dispatch ha sido y es el software de asignación de camiones en tiempo real por excelencia, sin embargo evaluaremos nuevos algoritmos y modelos presentes en la literatura.

En Brazil, desde la escuela de ingeniería eléctrica de la universidad Federal de Minas Gerais, Ribeiro propone un modelo de optimización - simulación mejorado utilizando algebra Max-Plus y cadenas de Markov, el documento inicia describiendo la necesidad del uso de la simulación

para solucionar problemas matemáticos cuya solución analítica resulta compleja, según Ribeiro, la simulación-optimización genera una serie de valores aleatorios en cada iteración que van a ser sometidos a prueba por la función a maximizar o minimizar respetando las restricciones del modelo, el proceso se repite hasta obtener un óptimo local, se cumpla el tiempo de iteración o la cantidad de iteraciones. Adicionalmente, el modelo de Ribeiro incluye el uso de álgebra Max-Plus, la cual es utilizada para modelar eventos de sincronización en grafos de eventos de tiempo, caracterizando el grafo por el máximo del tiempo transcurrido para completar los viajes entre todos los nodos que se conectan, donde la función de caracterización del grafo es un vector del mismo tamaño que la cantidad de nodos, que contiene el máximo de los ciclos para cada uno de los nodos. En este caso, el problema se conceptualiza como la generalización del cambio de estado de los nodos en términos de los tiempos de llegada de los equipos que viajan entre ellos, sin embargo en vez de trabajar con valores estáticos de tiempo de llegada se utilizan distribuciones de tiempo de llegada, volviendo el modelo estocástico. La dificultad del uso del álgebra Max-Plus radica en la imposibilidad de modelar la toma de decisiones o cambios en los parámetros de operación inicial como el retiro, planificado o no, de equipos, sin embargo supera esa dificultad realizando diferentes sets de experimentos. Las bondades del modelo propuesto radican en resultados considerablemente más robustos de tiempo de ciclo por camión debido al factor probabilístico del modelo, adicionalmente Ribeiro demuestra que el tiempo de ejecución del modelo híbrido (simulación-optimización) supera con creces el tiempo de ejecución del software de simulación SIMAN (Ribeiro, Saldanha, y Maia, 2018).

Existe otra experiencia en la Universidad de Minas Gerais de la mano de Alexandre et al. La particularidad de este modelo es el uso de algoritmos evolutivos con optimización multi-objetivo. La primera función del modelo multi-objetivo es la maximización de la producción del tonelaje de mineral y del desmonte, la segunda función es la minimización de la cantidad de equipos en operación. Se describen restricciones de blending de mineral con límites superiores e

inferiores, restricciones de la cantidad de palas asignadas por tajo, restricciones de compatibilidad de los equipos y definición del rango de valores de las variables. La propuesta de Alexandre et al involucra el uso de algoritmos evolutivos, los cuales basan su funcionamiento en procedimientos de generación aleatoria de valores, selección de valores, mutación y preservación de la élite para cada iteración. Parte fundamental del funcionamiento del algoritmo genético radica en definir una función que permita discriminar a los valores élite de los no-elites para decidir cuales serán preservados y cuales no; adicionalmente es necesario considerar criterios adecuados para mantener la variedad de valores generados en cada iteración de tal manera que el modelo pueda explorar posibles valores óptimos fuera de la solución local. Los autores comparan la eficiencia de los algoritmos NSGAI y SPEA2, ambos de la rama de los algoritmos evolutivos, mayor información al respecto de los algoritmos puede ser buscada en (Gaspar-Cunha, Antunes, y Coello, 2015). Alexandre et al comparan la eficiencia de los algoritmos genéticos con un modelo de búsqueda local de Pareto por iteración, el cual también es un modelo de optimización multi-objetivo. Finalmente los autores concluyen que la eficiencia de los modelos evolutivos superan con creces la eficiencia del modelo de búsquedas locales y en particular el algoritmo NSGAI represento una leve superioridad respecto del SPEA2. (Alexandre, Campelo, Fonseca, y de Vasconcelos, 2015)

Por el lado Europeo, la Universidad de Tecnología de Chalmers, Suecia realizó una investigación en 2019 que proponía modelos de gestión de flota pero en este caso para equipos autónomos, enfoque bastante novedosa del cual no ha habido mucha discusión. Wahde et al proponen un modelo de optimización de flota por iteración utilizando algoritmos genéticos, la propuesta involucra un análisis estático donde las soluciones son un conjunto de rutas para el conjunto de equipos y un modelo dinámico para el cual se usa un modelo de simulación. El modelo de simulación descrito por los autores no . El modelo se sirve de la teoría de grafos para resolverse, por lo que inicialmente se define una matriz con todas las distancias entre los

vértices.

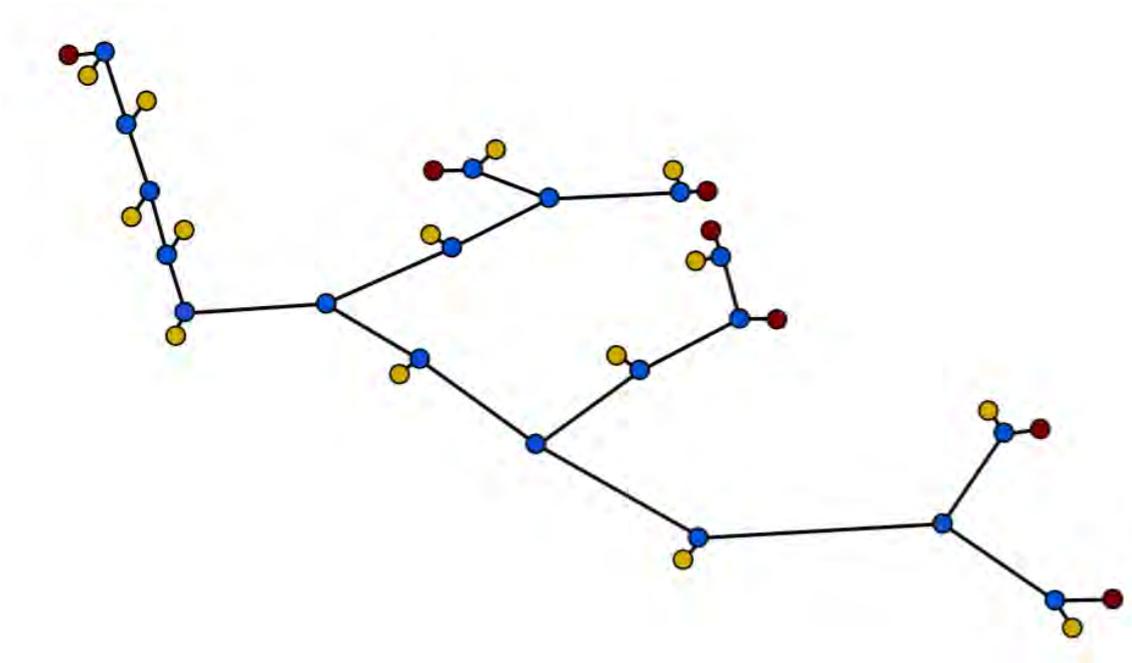


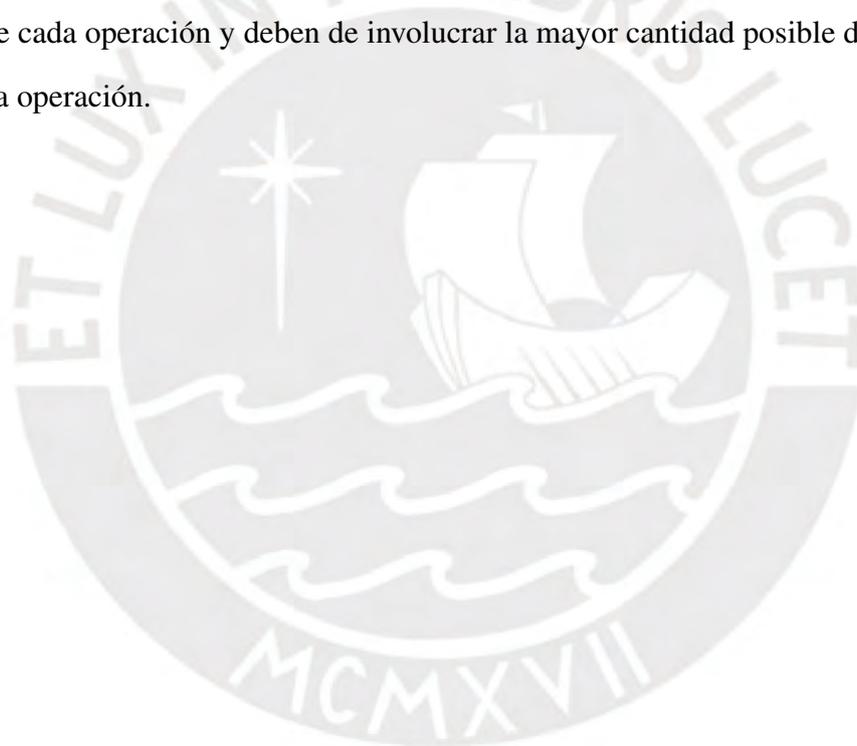
Figura 1.4: Mapa topológico utilizado para planeamiento dinámico, Wahde et al 2019

El grafo discrimina los vértices por las labores que suceden en ellos, siendo los vértices rojos aquellos donde sucede la carga (superior izquierda) o descarga, los vértices azules los nodos paso y los vértices amarillos aquellos que permiten un paro del camión para permitir pasar a otro que tenga mayor prioridad. Los autores describen las prioridades de las rutas como prioritarias y no prioritarias, donde todo equipo que viaje cargado tiene mayor prioridad que aquellos que viajan sin carga. El procedimiento del modelo utiliza como datos de entrada una matriz de tiempos de recorrido entre todos los vértices lo que en adelante permitirá evaluar la calidad de una ruta a través de una función de aptitud. Con la información brindada se evalúa la calidad de todas las rutas posibles. Para agregar información a los arcos del grafo, los autores definen el conjunto de misiones, como el recorrido de un vértice a otro en un periodo de tiempo, durante la optimización se asignan conjuntos de misiones a cada equipo las cuales pueden ser removidas para mejorar la calidad del recorrido total, adicionalmente se define la factibilidad o

infactibilidad de la misión respecto de la existencia de colisiones entre vehículos o la nulidad de eventos para las misiones analizadas. Esto implica que el modelo busque en primer lugar, un conjunto de misiones para cada vehículo del conjunto de vehículos que sean factibles y eficientes en la medida de lo posible, reduciendo la cantidad de colisiones). Inevitablemente la existencia de equipos que viajen al mismo destino implicará la pausa del de menor prioridad o la re-asignación de misiones(rutas), por lo que es en este tipo de ocasiones que se utilizarán los vértices secundarios (amarillos) del gráfico anterior. Los autores señalan que la diferencia fundamental entre el análisis estático y el análisis dinámico radica en que el último implica una re-evaluación de la optimalidad del conjunto de rutas existentes cada vez que un equipo llega al destino provisto por la misión actual, por lo que Wahde et al precisan que el modelo dinámico puede ser evaluado como una serie de modelos estáticos. Los autores señalan que cambios simples como permitir diferentes tiempos de inicio para cada camión pueden incrementar con creces la eficiencia del sistema al permitir más flexibilidad al modelo para buscar óptimos. Por último, se describen los pasos de selección, mutación y elitización a través de la función de aptitud, la cual otorga puntajes en función a la existencia de colisiones y la cantidad de las mismas para cada conjunto de misiones en cada iteración. En la utilización del algoritmo se define un número de iteraciones límite o un tiempo máximo de iteración total. Wahde et al comentan que el modelo dinámico puede acumular pedidos de re-optimización cada vez que un camión llega al punto de destino, por lo que la velocidad de optimización del modelo resulta crucial para poder alcanzar un modelo de simulación-optimización aplicable en la realidad. Finalmente, concluyen que el modelo propuesto puede generar un ruteo adecuado para equipos totalmente autónomos sin intervención alguna de humanos. La prueba del modelo se realizó en una mina virtual demostrando altos niveles de escalabilidad, reduciendo la cantidad de misiones completas en un 27 por ciento con un incremento en la cantidad de equipos de un 150 por ciento demostrando de esta manera que el modelo maneja adecuadamente flotas extensas en un solo

nodo de descarga. A pesar de la alta eficacia del modelo en reducir los cuellos de botella los autores señalan que esto no debe de ser un motivo de diseñar diferentes puntos de descarga cuando el sistema lo amerite.(Wahde, Bellone, y Torabi, 2019)

Como se observa existen diferentes propuestas de modelos de optimización de la producción de corto plazo en minería de tajo abierto y de asignación de flota a lo largo del globo. Estos modelos involucran enfoques analíticos, iterativos, simulaciones, determinísticos y estocásticos, e incluso modelos para flotas autónomas; existiendo la similitud que todos los autores concluyen que los modelos deben de ser retroalimentados, evaluados respecto a la realidad operativa concreta de cada operación y deben de involucrar la mayor cantidad posible de parámetros que afecten a la operación.



1.5.2. Marco Conceptual

Álgebra Lineal

- Conjunto: Se define como conjunto todo aquel arreglo de elementos que compartan una cualidad específica.
- Vector: Considerando $n > 0 \wedge n \in \mathbb{N}$; se define como vector a aquel conjunto que es el producto cartesiano del conjunto de los números reales por sí mismo una cantidad n de veces. Se utiliza la letra minúscula a para definir el conjunto numérico $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ de orden n . Del mismo modo se utiliza a_i donde $i = 1, \dots, n$ para referirse al valor n -ésimo del vector a . Se denomina escalar a aquellos vectores que pertenecen al conjunto \mathbb{R}^1 . Existen las operaciones de suma de vectores, multiplicación de vectores por escalares y producto escalar de vectores.
- Matriz: Considerando $m \wedge n > 0 \wedge m, n \in \mathbb{N}$; se define la matriz A una tabla genérica del tipo:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Donde se considera a A una matriz cuadrada si $m = n$ y una matriz rectangular en el caso contrario. El vector fila $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ es llamado vector fila genérico de la fila i de la matriz A y el vector columna $a_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})$ es llamado vector columna genérica j de la matriz A . Se pueden realizar las operaciones de adición, producto por un escalar y producto matricial. (Neri, 2016)

Investigación de Operaciones

Rama de la matemática inventada en Inglaterra durante la segunda guerra mundial orientada a la mejor utilización del material bélico. Se dedica a la búsqueda de mejoras en la eficiencia y la productividad de problema en las organizaciones. Su metodología consiste de la formulación de problemas, modelado matemático, búsqueda de soluciones factibles y la optimización de los mismos de manera iterativa. (Eiselt y Sandblom, 2010)

- Programación Lineal: Metodología de modelado de problemas de investigación de operaciones que consiste en la maximización o minimización de una función lineal dadas ciertas restricciones de caracter igualmente lineal. Los modelos de programación lineal cuentan con la siguiente forma general:

$$\text{Max}(Z_o) = C * x \quad (1.4)$$

$$A * x \leq B \quad (1.5)$$

$$x \geq 0 \quad (1.6)$$

Donde:

- Z_o = Resultado de la funcion objetivo
- C = Matriz que contiene los coeficientes que afectan a las variables en la funcion objetivo
- x = Vector que contiene las variables de decisión
- A = Matriz que contiene los coeficientes que afectan a las variables en las restricciones
- B = Matriz que contiene los coeficientes que determinan las restricciones

La ecuación (4) describe la función lineal a maximizar (o minimizar si fuera el caso), usualmente describe el ingreso percibido al tomar un tipo de decisión. La ecuación (5) las restricciones que deben de cumplir las variables, esta ecuación habla de las restricciones del sistema productivo y (6) el rango de valores que pueden tomar las variables, refiriéndose al tipo de valores que permiten decisiones accionables, en su mayoría son mayores que cero, pudiendo ser enteras y continuas.

- Programación Lineal Entera: sub clasificación de los problemas de programación lineal en la que las variables de decisión son necesariamente valores enteros, estos pueden subdividirse en binarios y en no binarios.
- Algoritmo Simplex: Algoritmo inventado por George Dantzig en 1947, el cual consiste en la evaluación de los vértices del poliedro de soluciones factibles. El algoritmo requiere que el problema se encuentre estandarizado, esto es que todas las restricciones sean ecuaciones con el lado derecho no negativo y que todas las variables sean no negativas. La transformación de inecuaciones a ecuaciones depende del tipo de restricción, aquellas que son del tipo menor que (\leq) son transformadas agregando una variable de holgura la cual representa la cantidad no utilizada del recurso de la restricción como se aprecia abajo:

$$5x_0 + 3x_1 \leq 7 \equiv$$

$$5x_0 + 3x_1 + h_0 = 7$$

Análogamente al caso anterior para las restricciones del tipo mayor que (\geq), son transformadas restando una variable de exceso la cual representa la distancia del uso del recurso con respecto de su límite inferior.

$$5x_0 + 3x_1 \geq 7 \equiv$$

$$5x_0 + 3x_1 - e_0 = 7$$

El algoritmo propone una tabla de solución la cual se arma de con una matriz aumentada que tiene la forma $(m + n) * (n + 1)$ donde m es la cantidad de variables , n es la cantidad de variables no básicas (holguras y excedentes). A la matriz aumentada se le agrega un vector fila inicial el cual es la función objetivo menos los elementos de la misma.

El procedimiento del algoritmo es el siguiente:

- Se elige a la variable en el primer renglon de la matriz aumentada (función objetivo menos los elementos de la misma) que tiene el menor coeficiente.
 - Una vez elegida esa variable se decide cual variable retirar dividiendo el lado derecho de las ecuaciones por el coeficiente de la variable elegida, una vez realizada la división se elige aquel renglon con el cociente con el menor número positivo.
 - Se elige el renglon de pivote en el cual se ubica el cociente calculado. A continuación se realizan operaciones de Gauss-Jordan de la siguiente manera, el renglon elegido es dividido por el coeficiente de la intersección entre el renglon elegido y la columna donde se ubica la variable elegida. Después de esa primera división, todos los renglones incluidos el de la función objetivo, estas operaciones constan de restarle al renglon actual el renglon de pivote multiplicado por el coeficiente de la columna de la variable elegida.
 - Este proceso se repite eligiendo las variables hasta que ningún valor dentro del renglon de la función objetivo es negativo. Los valores de todas las variables se ubican en la columna final de la matriz aumentada.
- Algoritmo de Ramificación y Poda: Algoritmo utilizado para la solución de problemas de programación lineal entera. La solución de problemas de programación lineal entera inicia despreciando la restricción que sujeta los valores de las variables a valores enteros y se calcula como un problema de variables continuas utilizando el algoritmo símplex. Una vez

que el método simplex encuentra una solución óptima que no es entera inicia el algoritmo de ramificación y poda el cual consiste en:

- Encontrar los nuevos límites de la región factible redondeando hacia arriba y hacia abajo los valores de las variables continuas encontradas con el método símplex.
 - Elegir una variable de análisis y agregar la restricción que limite sus valores, indicando que la variable es mayor que su límite inferior y menor que su límite superior.
 - Evaluar los nuevos vértices de las nuevas regiones creadas y encontrar el óptimo entero. Si en el nuevo óptimo las variables son enteras terminar el algoritmo, en caso contrario agregar la restricción de límite inferior y superior para las variables no analizadas y repetir hasta que las variables en el óptimo sean enteras.
- Simulación de eventos discretos: Son todas aquellas técnicas utilizadas para evaluar sistemas complejos y entender su comportamiento. Estos sistemas pueden o no tener variables aleatorias. Adicionalmente, definiré el vocabulario utilizado en simulación de sistemas discretos.
- Sistemas de eventos discretos: Son todos aquellos sistemas en los cuales el fenómeno de interés cambia de valores o de estado a lo largo de series de tiempo discretizadas. Los valores o estados que cambian pueden ser continuos o discretos. Cada sistema de evento discretos requiere de por lo menos 7 elementos:
 1. Trabajo: Denota aquellos objetos, trabajos o clientes que ingresan en el sistema solicitando servicios.
 2. Recursos: Equipos, maquinarias o fuerza de trabajo que permiten ofrecer un servicio dentro del sistema.
 3. Ruteo: Refiere a la ruta de servicios que cada entidad solicita.

4. Buffers: Capacidad de espera de los servicios, suelen ser colas finitas o infinitas.
 5. Cronogramas: Describen la disponibilidad de los recursos a lo largo del tiempo.
 6. Secuenciamiento: Disciplina de servicio de los recursos, también llamado disciplina de cola.
 7. Desempeño: Información de las colas, producción final y utilización de los recursos que permite evaluar el funcionamiento del sistema.
- Sistema: conjunto de objetos que interactúan entre si a lo largo del tiempo de acuerdo a reglas específicas.
 - Modelo: Abstracción lógica y matemática que representa un sistema, describiendo las relaciones de los objetos dentro del sistema.
 - Entidad: Un objeto dentro del sistema que requiere representación explícita, por ejemplo meseros o clientes.
 - Atributo: Propiedad de la entidad utilizada para describirla, por ejemplo un cliente puede tener una edad para describirlo, así mismo podría distinguirse el tipo de cliente que es, etc.
 - Evento: cambio en el estado del sistema.
 - Proceso: conjunto de eventos ordenados en el tiempo. El tiempo pasa a lo largo de la ejecución del proceso.
 - Simulación determinística: Simulación en la que los tiempos de procesos, espera, etc. son constantes y conocidos.
 - Simulación estocástica: Simulación en la que los tiempos de procesos, espera, etc. son variables y sólo se conoce su distribución estadística aproximada.
 - Variables pseudoaleatorias: Variables generadas por algoritmos que se asemejan a

las distribuciones de probabilidad, utilizadas para someter la simulación a una naturaleza estocástica.

- Diagrama de bloques: Técnica de diagramación utilizada para representar una secuencia lógica donde los componentes son bloques. La secuencia es representada por líneas que interrelacionan los bloques.

Matemáticas Discretas

De la teoría de grafos extraeremos los siguientes conceptos que se explicaron brevemente en los antecedentes:

- Grafo, vértices y arcos: Conjunto de objetos interconectados de alguna manera. Los objetos son representados por vértices, y las conexiones a través de arcos. Se pueden distinguir grafos dirigidos de los no-dirigidos. Donde los dirigidos involucran una relación binaria mientras que los no-dirigidos involucran una relación binaria simétrica. Podemos definir el grafo finito $G(V, E)$ donde V es el conjunto de los vértices $V(G)$ y E es el conjunto de los arcos $E(G)$. Cada elemento de E está conformado por el par (x, y) donde x e y son vértices adyacentes. El grado de x es el número de vértices adyacentes a x . Un grafo con una función de peso $w : E \rightarrow \mathbf{N}$, asocia un peso a cada arco. Los grafos bien pueden ser representados por una matriz cuadrada de orden $n \times n$ donde n es el número de vértices. Los valores de cada elemento de la matriz pueden ser 0 para indicar que el vértice i no es adyacente al vértice j o pueden ser 1 para indicar que el par de vértices i, j es adyacente. De esto se puede demostrar que la matriz del grafo será una matriz simétrica, el valor 1 puede ser intercambiado por el peso de cada arco en el caso de ser un grafo con peso.

Ciencias del Cómputo

- **Algoritmo:** Se define como algoritmo a aquella secuencia finita de instrucciones para resolver un problema. En este caso utilizaremos máquinas de Turing para la resolución de algoritmos, por lo que definiremos las máquinas de Turing. Un algoritmo debe de ser correcto, es decir que ofrezca los resultados esperados dadas las entradas con las que trabaja y debe de ser eficiente en la obtención del resultado. La eficiencia del algoritmo se mide en su complejidad.
- **Máquina de Turing:** Una máquina de Turing es una máquina conceptual capaz de ejecutar un conjunto finito de operaciones.
- **Problemas computables:** Se definen como problemas computables todos aquellos problemas que pueden ser resueltos a través del uso de algoritmos sin tomar en consideración el tiempo de resolución, en el caso que los problemas no puedan ser resueltos por algoritmos, se definirán como no-computables.
- **Complejidad de un algoritmo:** Existen dos nociones de complejidad de un algoritmo, complejidad del espacio medida por la cantidad de memoria del ordenador requerida para ejecutar el algoritmo y la complejidad del tiempo medida por el número de operaciones que el procesador debe de ejecutar para obtener el resultado. Para comparar un par de algoritmos se utiliza el tiempo total requerido para calcular el resultado, el cual representa la factibilidad del algoritmo. Un algoritmo es considerado factible si calcula resultado en un tiempo aceptable. Podemos definir analíticamente el tiempo de cálculo t en términos de la cantidad de entradas que requiera. Una consecuencia lógica de la dependencia del tiempo respecto de las entradas radica en la escalabilidad del tiempo de ejecución una vez que la cantidad de entradas crece. (Neri, 2016).
- **Computación natural:** Se considera la computación natural como todas aquellas aplicacio-

nes en las ciencias del cómputo cuyas ideas son extraídas del funcionamiento de la naturaleza. Se distinguen tres tipos de computación bio-inspirada: computación bio-inspirada, simulación y emulación de la naturaleza, computación con materiales naturales.

- **Algoritmo de Optimización Evolutivos:** Son el conjunto de algoritmos que derivan sus procedimientos de los procesos de selección natural de los organismos. Se define como un sistema evolutivo a aquel en el que un individuo procrea descendientes a lo largo del tiempo en los cuales las características difieren de unos a otros otorgándoles ventajas de supervivencia o reproductivas. En conclusión, se entiende como evolución al resultado de la reproducción de dos o más poblaciones las cuales sufren variaciones en sus características como consecuencia de la selección. Los componentes de los organismos que sufren la variación son los cromosomas que están formados por pares de genes, los cuales determinan las características de los individuos. Los algoritmos evolutivos constan en general de tres fases:
 - La generación de una población aleatoria que pueden transmitir su herencia genética: cada individuo es una variable la cual puede ser una solución, esta variable al reproducirse transmitiría sus características a sus retoños.
 - Alteración genética: los descendientes pueden alterar sus genes a través de mutación. La mutación permite explorar nuevas variables dentro del rango de búsqueda
 - Selección natural: La evaluación de los individuos en el medio ambiente permite definir su aptitud en un valor. La competición de las aptitudes de cada variable permitirá elegir cuales prevalecen y cuales no.

Un algoritmo estándar evolutivo consta de un vector de n individuos $P = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ en cada iteración. Cada individuo representa una variable de una posible solución. Los individuos $x_i, i = 1, \dots, N$ son evaluados para medir su aptitud a través de una función de

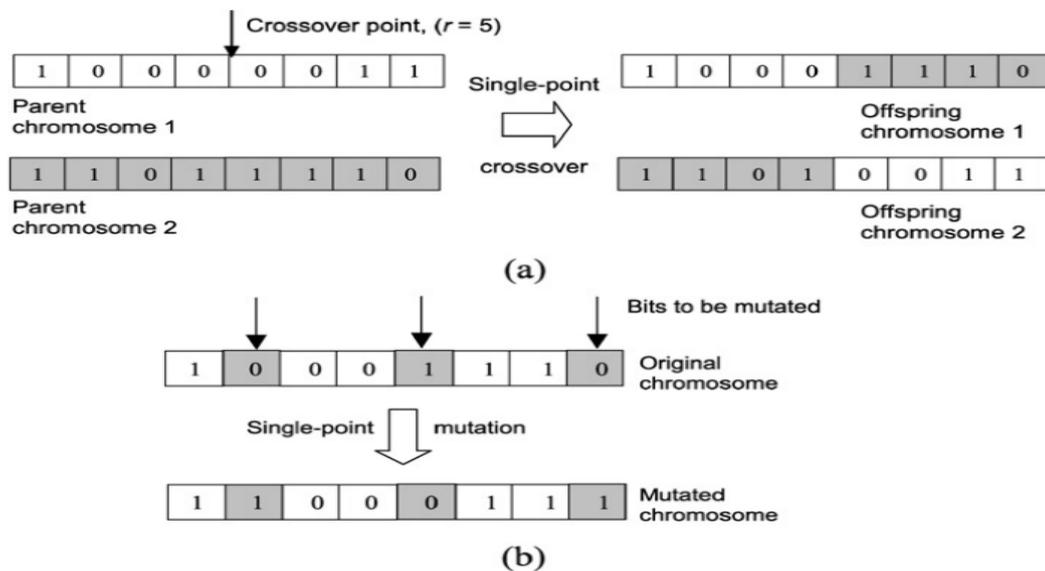


Figura 1.5: Modelo de optimización Genético, Castro 2007

aptitud. En la iteración $t + 1$ se seleccionan aquellos individuos que satisfagan adecuadamente la función de aptitud. Aquellos que no satisfacen la función de aptitud son retirados y el vector P es re-poblado a través de la reproducción y mutación de los individuos aptos lo que lleva a la generación de nuevas variables, con mejores resultados globales que las de la iteración interior lo que permitiría solucionar el problema.(de Castro, 2007)

Existen modificaciones del modelo genético como el modelo no dominado multi-objetivo (NSGA y NSGA-II) los cuales utilizan el concepto de fronteras de no-dominancia en n objetivos. Donde una variable se considera no dominada si no existe ninguna otra que de un mejor resultado en la función objetivo. Este criterio de dominancia se extiende para generar fronteras de dominancia, donde se clusteriza en una cantidad finita de grupos las soluciones y dentro de cada una de las fronteras de dominancia se realiza un torneo entre soluciones de acuerdo a la distancia entre los componentes de la solución (euclidiana o no) donde se elige la solución que tenga la mayor distancia garantizando así la mejor so-

lución dentro de un criterio multi-objetivo. Los beneficios de este modelo radican en que permite mejorar las soluciones entre iteración e iteración considerando n objetivos, cumpliendo el objetivo de optimizar la solución en varios objetivos otorgando un adecuado medio de elitización entre iteraciones y garantizando la exploración del dominio como herencia del modelo genético (Deb, Pratap, Agarwal, y Meyarivan, 2002).

Ingeniería de Minas

Por el lado de la ingeniería de minas se extraeran conceptos físicos, contables y propios del rubro minero.

- **Carguío:** Acto de cargar el material volado para depositarlo en un equipo de transporte. El carguío puede ser realizado a través de equipos que realicen solamente la labor de cargado como las palas y dragalinas o por equipos que realicen carguío y acarreo de distancias cortas como los cargadores frontales.
- **Acarreo:** Acto de transportar el material minado de un punto de carga a otro de descarga.
- **Inversión de Capital:** Monto requerido para comprar un activo usualmente fijo, el monto se expresa en la moneda de uso.
- **Costo Operativo:** Costo incurrido por el uso del activo, se expresa en dólares por unidad consumida, la unidad consumida puede ser expresada en términos de masa transportada, horas utilizadas, etc.
- **Pendiente:** Gradiente de la elevación del terreno, expresada en grados sexagesimales o en porcentajes.
- **Resistencia a la Rodadura:** Término que refiere al coeficiente de fricción entre el suelo y la superficie de contacto de las llantas.

- Banco de Minado: Unidad geométrica de las minas de tajo abierto, pueden ser clasificados en bancos operativos e inoperativos, siendo los primeros aquellos que están siendo minados y los segundos los que no. Los equipos de carguío son asignados a los bancos operativos para que estos carguen los equipos de transporte y se proceda con el minado de la mina.
- Pilas de Desmonte: Zonas exteriores al tajo en las cuales se deposita el material de desmonte.
- Chancadora Primaria: Proceso mecánico de reducción de tamaño del mineral salido de mina. La chancadora primaria puede estar ubicada en la planta o en la salida de la mina en el caso de minas de alta producción o en canteras, la modalidad en la que la chancadora se ubica a las afueras del tajo es utilizada para implementar el uso de fajas transportadoras que requiere un mayor nivel de inversión, justificable por el incremento en el tonelaje procesado.
- Pilas de Lixiviación: Estructuras exteriores al tajo donde se realiza la lixiviación de minerales oxidadas a través de la dispersión de ácidos.
- Perfil de velocidades: Gráfica de velocidades desarrolladas por los equipos de transporte o carguío en términos de la resistencia a la rodadura, la pendiente, el cambio y la condición del equipo de estar cargado o vacío.

(Darling, 2011)

1.6. Marco Metodológico

Como se observó en los objetivos , se propone realizar dos algoritmo de optimización multi - objetivo que logren solucionar el problema de la asignación de camiones a rutas,la existencia del algoritmo, el tratamiento de los datos que el mismo de y la factibilidad de las soluciones que otorgue en conjunto con la velocidad de cálculo del mismo permitirán dar veracidad o falsedad de la hipótesis. Por lo tanto, he optado por una metodología de propuesta de innovación tecnológica, la cual en principio busca mejorar un procedimiento/método o técnica dentro de un proceso productivo actual. A saber: el proceso de elaboración de cronogramas de producción para operaciones de carguío dentro de los complejos mineros.

1.6.1. Propuesta

Presentaré los parámetros que serán incluidos en los modelos de optimización y la manera en la que estos se relacionan desde la entrada de los mismos al software hasta la entrega del resultado en un diagrama LUM. Acto seguido presentaré el modelo matemático de las funciones de evaluación de las rutas agregadas con sus respectivas justificaciones . A continuación habrá una breve discusión de las variables y su impacto en el corto plazo.

1. Variables globales: Dentro de las variables globales existen variables que cambian con relativa incertidumbre como el clima, mientras que la disponibilidad de nodos, los bancos minados por día y la capacidad de la chancadora debería de ser algo estable, que obedece a los planes de largo plazo. Existe, sin embargo existe cierta variabilidad en la disponibilidad de nodos que puede deberse a cambios imprevistos en la estabilidad de los bancos, aunque esto debería de ser en la medida de lo posible minimizado y previsto en los planes de largo plazo. El clima, afectará las velocidades y la tracción que los camiones deban de desarrollar para atravesar las rutas de manera segura y eficiente, la disponibilidad de

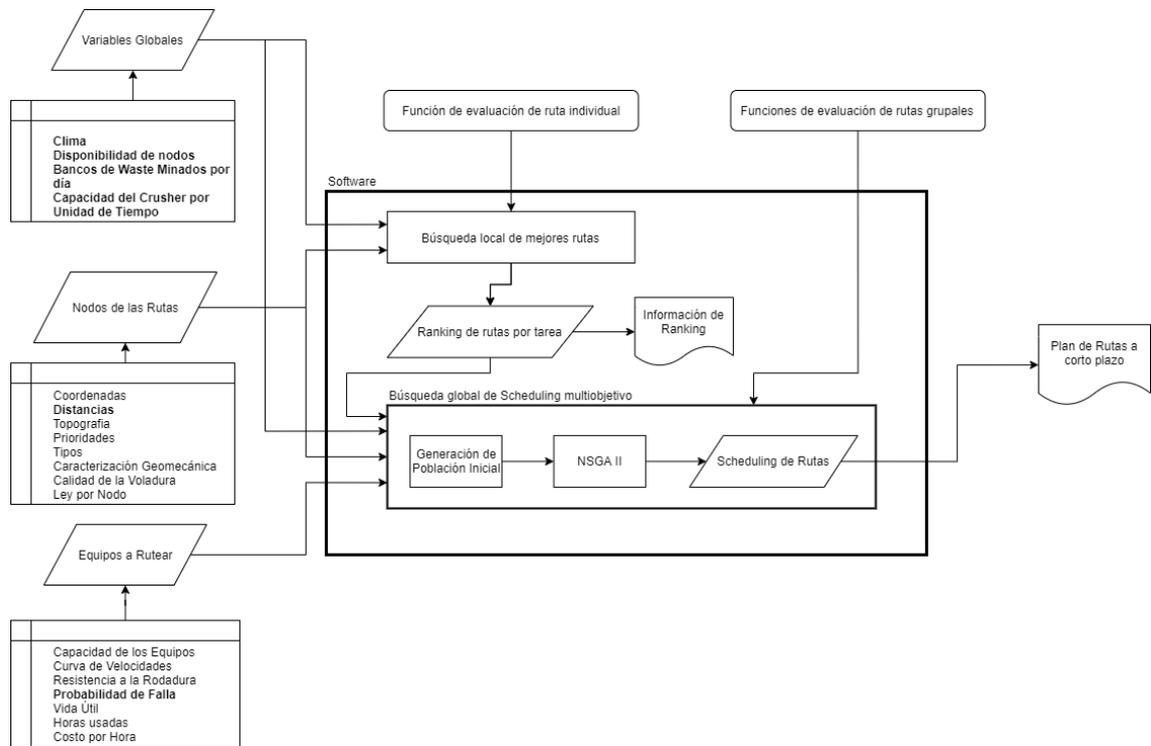


Figura 1.6: Lenguaje Unificado de Modelado del modelo de optimización, Elaboración Propia

los nodos afectará el uso de caminos dentro de la mina y la capacidad de la chancadora afectará la cantidad de camiones que deban de utilizarse para alimentarla adecuadamente e incrementar su utilización.

2. **Variables de las rutas:** Estas variables son una vez más planificadas y considerablemente estables, exceptuando la geomecánica de las diferentes zonas de mina que pueden verse alteradas por efecto de la voladura y tienen un impacto en las condiciones de trabajo de los camiones, y la ley de los bancos de mineral puede ser actualizada a medida que se ejecuta la reconciliación entre los modelos geológicos, metalúrgicos y de minado; y por lo tanto afectar la combinación óptima de blending. El impacto de estas variables va a radicar en la preferencia de ciertas rutas sobre otras para llegar a ciertos nodos con mayor prioridad y su contrario el bloqueo de ciertas rutas o requerimientos de disminución de

velocidad en caso las condiciones geomecánicas no lo satisfagan.

3. Variables de los Equipos: Por el lado de los equipos vale la pena resaltar su capacidad dado que esta determinará la cantidad de viajes que cada equipo debe de realizar para satisfacer el tonelaje de producción y por lo tanto puede aumentar o disminuir el tráfico. Existe un comportamiento similar con las velocidades que los equipos pueden desarrollar de manera segura dados cierta resistencia a la rodadura y pendientes que vencer, donde mejores velocidades permitirán menores tiempos de viaje para completar el tonelaje programado, sin embargo esto puede a su vez incrementar la cantidad de camiones en colas si la velocidad de carga y de descarga no es optimizada también. Finalmente y quizás más importante sea la probabilidad de falla de los camiones dado que esto afectará el tiempo de uso útil esperado del equipo por día, así como definir la cantidad de flota extra para mantener la producción en casos de fallas mecánicas permitiendo volver más realista la simulación.

Función de Evaluación

En primer lugar debemos de determinar una forma de evaluar un plan de minado con respecto de otro, para ello me guiaré de la función del valor actual neto la cual explica la utilidad neta en terminos del tiempo. Considerando que el plazo de nuestro análisis es de planes de minado menores a una semana despreciaremos el término del interés.

$$VAN = \sum_{i=1}^t I_i - C_i \quad (1.7)$$

$$I_i = O_i * R_i \quad (1.8)$$

$$C_i = C_p + C_{op} \quad (1.9)$$

$$C_p = C_f + C_r \quad (1.10)$$

$$C_f = VE(n+1)/2n * T_i/H_e \quad (1.11)$$

$$C_r = VRN/H_e \quad (1.12)$$

$$C_{op} = C_e + C_l + C_m \quad (1.13)$$

$$C_e = P_d * C_d \quad (1.14)$$

$$C_l = P_l/H_l \quad (1.15)$$

Donde:

- I_i : Ingreso en el periodo i
- C_i : Costo en el periodo i
- O_i : Ley del mineral procesado en el periodo i
- R_i : Recuperacion metalurgica del mineral procesado en el periodo i
- C_p : Costo de posesion
- C_{op} : Costo operativo
- C_f : Costo financiero
- C_r : Costo de reposicion
- VRN : Valor residual neto
- H_e : Horas utiles del equipo
- n : Cantidad de años de vida util
- T_i : Tasa de interés

- C_e : Costo de la energía
- C_l : Costo de la mano de obra
- C_m : Costo del mantenimiento
- P_d : Precio del diesel por galon
- C_d : Consumo de diesel en g/KWh
- P_l : Costo de la mano de obra
- H_l : Horas trabajadas efectivamente por el operador

Luego de haber enunciado un modelo de ingresos y costos para la operacion de acarreo, realizaré ciertas precisiones que nos permitirán entender y re-escribir el modelo en terminos más utiles. En primer lugar, se observa que el modelo está discretizado por periodos, estos periodos pueden ser interpretados convenientemente en horas; sin embargo el ingreso y el costo incurrido en cada hora no es un valor fijo sino mas bien variable, los cuales dependen de la cantidad de tareas ejecutadas en esa hora y la manera en la que se ejecutaron. En segundo lugar, Si indagamos en los componentes del ingreso y del costo para cada tarea ejecutada, observaremos por el lado del ingreso que este depende de la ley de los bloques de mineral minados y de la recuperacion al momento de procesar dicho mineral, donde la ley de los bloques es invariable y dada por la naturaleza, y la recuperación (Ramlall, 2013) obedece a una serie de factores como la ley del mineral previamente procesado, las leyes de los contaminantes, la granulometria, entre otros; por el lado del costo ,observamos que la parte variable del costo de posesión son las horas útiles del equipo a lo largo de su vida, mientras que la parte variable del costo de operación radica en el consumo de diesel por KWh y las horas que el personal efectivamente trabaja.

Para completar este análisis, observaremos que si nuestro periodo de análisis es de 24 horas, las horas efectivas de trabajo del equipo y del personal son las misma. Adicionalmente a ello

se observa que el consumo de diesel puede desglosarse en la velocidad exigida al equipo y la resistencia total a la rodadura en el tramo evaluado, siendo la primera pseudo fija por consideraciones de seguridad y la última totalmente fija ya que es dada por la naturaleza. Para el presente análisis se considerará que los equipos siempre otorgan el máximo de velocidad posible en cada tramo, y que además no existen pérdidas de energía considerables al momento de frenar para facilitar de estudio. Finalmente despreciaremos el costo del mantenimiento asumiendo que la gestión puede definir políticas de operación y mantenimiento adecuadas y no deberían de afectarse considerablemente dada la operación del carguío en una secuencia determinada o en otra; además que consideraremos las horas útiles de trabajo aquellas en las que el vehículo está en movimiento y no las que está parado dado que no está trabajando. Esta situación nos permite re-escribir nuestra ecuación de Valor Actual Neto a lo siguiente.

$$VAN = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{q_i} I_{i,j}(R_{i,j}) - C_{i,j}(H_{i,j}, V_{i,j}) \quad (1.16)$$

Este nuevo arreglo permite un análisis cualitativo más profundo y simple, re-evaluando el ingreso observamos que depende de la recuperación, sin embargo esta misma depende de las características de los bloques entregados a planta y el orden del mismo, esto puede ilustrarse de la siguiente manera: el equipo de metalurgia señala que la recuperación óptima se encuentra en un valor promedio G de la ley del elemento de valor, sin embargo el equipo de carguío debe de minar todos los bancos, incluso aquellos que están con una ley muy alejada a G , por lo que se puede decidir un cierto tipo de orden de minado de bancos que minimice la varianza por hora de la ley entregada con el objetivo G , análisis similares pueden realizarse para las leyes de contaminantes, granulometría, etc. La situación es más engañosa por el lado del costo, dada la interacción entre horas reales de movimiento y la velocidad por tramos, por ejemplo: si todos los operadores mantienen siempre su velocidad máxima, estarán forzados a frenar y perder energía en cada curva y cuando tengan que parar en una cola resultando en una estra-

tegia energéticamente más cara, pudiendo incluso resultar riesgoso; sin embargo, al minimizar el tiempo de viaje, las horas realmente trabajadas pueden ser mayores reduciendo el costo de posesión del equipo. Como se mencionó líneas arriba la interacción de la generación de colas con respecto a la velocidad de viaje no es fácil de describir y por ello la dificultad de encontrar un óptimo analítico del costo, pero estas consideraciones deberían de ser de utilidad para esbozar estrategias generales. Se observa sin embargo, que el tiempo total de ejecutar todas las tareas indirectamente atrapa la información de la cantidad de colas generadas ya que mayores colas incrementan el tiempo total de ejecución, donde dichas colas son a su vez indicadores de pérdidas de energía por la necesidad de frenar y al mismo tiempo incrementan el tiempo total del ejercicio.

Recordemos además que el sistema de acarreo existe dentro del sistema de operaciones-mina, el cual incluye la perforación y el carguío los cuales son afectados por el cumplimiento adecuado de las operaciones de acarreo. Existen diversas políticas al respecto de la movilización de perforadoras y palas, las cuales obedecen a las asunciones del plan de minado de mediano-largo plazo de tal manera que permitan que dicho plan se ejecute adecuadamente, estas políticas dependen de cada mina. En el presente análisis se asumirá la liberación de bancos en simultáneo como última política para evaluar el plan de acarreo dado que la liberación de bancos permite minimizar el tiempo muerto de las perforadoras y mantener la producción, sin embargo, este análisis debería de ejecutarse para cada mina.(Both y Dimitrakopoulos, 2020)

Luego de este análisis podemos concluir podemos derivar la ecuación (16) para poder evaluar si una asignación de rutas de acarreo es mejor que otra en tres sub funciones no necesariamente convergentes:

1. Maximizar la recuperación metalúrgica desde la elección del orden de entrega de mineral a planta.
2. Minimizar el tiempo total de ejecución de las tareas.

3. Minimizar el tiempo entre la culminación de la limpieza del primer banco y del último banco en terminar.

En términos numéricos, las funciones serían respectivamente :

1. $\text{Min } \sqrt{\frac{\sum_{i=3}^t O_i - \bar{O}}{n-1}}$

2. $\text{Min } (\text{Max}(T_s))$

3. $\text{Min } T_{n,q} - T_{1,q}$

Donde:

O_i = Promedio de leyes entregadas en el periodo i .

\bar{O} = Promedio del promedio de leyes entregadas en cada periodo.

T_{s_i} = Tiempo de ejecución total de las tareas del camión i

T_{n,q_n} = Tiempo de ejecución del camión n al realizar la tarea q .

T_{1,q_1} = Tiempo de ejecución del camión 1 al realizar la tarea q .

Considerando que los promedios O_i se calcularan con las leyes de los dos bancos de mineral previamente enviados, mas el que se envia en el periodo i ; y que el vector O acumula la informacion de los promedios O_i , por lo que la longitud del vector O es de $t - 2$. La tarea q es la última asignada a cada camión, el camión 1 es el primer camión que termina todas sus tareas y que el camión n es el último en terminar todas sus tareas. Adicionalmente, el coeficiente T_s es calculado en el simulador dada la naturaleza no lineal del calculo del tiempo total de ejecución de las tareas.

Definición de clases

Para poder elaborar el modelo en un lenguaje de programación es necesario describir las características de cada conjunto y la manera en la que interactúan entre ellos, esto se realizará describiendo los atributos que conforman cada elemento de cada conjunto y las restricciones que dirigen el comportamiento de todo el sistema.

1. Grafo de la Mina: La forma mina será representada conceptualmente por un grafo con peso, no-dirigido donde se permitirán ciclos. El grafo estará constituido por un conjunto de nodos y otro de arcos, la representación matemática del mismo será una matriz cuadrada de tamaño $p \times p$ (siguiendo la notación de las funciones objetivo) donde el valor de cada arco a, b será el vector peso. Se permitirá la ida y venida por el mismo arco, por lo que el arco a, b será diferente a b, a .
 - a) Nodos: los vértices que describen puntos reales de la mina, los cuales pueden estar o no interconectados. Existirán 6 tipos de nodos: banco de mineral, banco de desmonte, chancadora, desmontera, nodo de paso y taller.
 - b) Arcos: El conjunto de arcos viene definido por la conexión entre nodos la cual se denotará con un parámetro de peso, en este caso se utilizarán los parámetros de distancia entre nodos, pendiente y resistencia a la rodadura; en caso que no haya conexión el peso entre nodos se denotará como cero. El peso de un arco será el mismo de su arco inverso exceptuando la pendiente la cual será negativa.
2. Camión: Los camiones serán descritos por la tarea que realizan en el periodo n , la capacidad de toneladas que pueden cargar, el estado en el que se encuentran: espera, viaje, carga o descarga; así como la velocidad de viaje que viene determinado por la condición de carga y la resistencia total que enfrenta, y el progreso del tramo en el que se encuentra. Adicionalmente, el camión contará con un vector de las tareas que realizará en orden.

3. Tarea: Se define como tarea al viaje desde el nodo de descarga al nodo de carga y el regreso que realizará un camión. Cada tarea tiene asociada una ruta la cual será inalterable para el mismo origen y destino el cual a su vez será la ruta mínima.
4. Solución: Se define como solución a la matriz rectangular de $TX2$ donde cada fila contiene el ID de la tarea y el ID del camión que lo realizará donde el orden de las filas se mantiene para la ejecución de las mismas en el cronograma. En la primera iteración, las soluciones serán construidas aleatoriamente en el número de población definido, en las demás iteraciones las soluciones serán alteradas y re-construidas en términos de la mutación y cruce aleatorios definidos por el torneo de elitización.
5. Cronograma: El cronograma utiliza el resultado del modelo de optimización que contiene el orden de las tareas de la solución para simular con la información de los camiones y del grafo el tiempo que requeriría ejecutar cada tarea de cada camión y acumularlo. Es en la elaboración del cronograma donde se calcularán las funciones objetivo de cada solución. Una vez calculado el cronograma de una solución y sus funciones objetivo estas pasarán al modelo de torneo y elitización para su posterior mejora en cada iteración en el caso del modelo heurístico, en el caso del modelo de programación lineal, el cronograma será simulado cada vez que un camión reciba la asignación de una tarea.

Restricciones

El modelo debe de incluir ciertas condiciones que representen el comportamiento de la mina así como suposiciones que permitirán que la simulación sea más fácil de realizar. Recordar que el objeto principal de esta propuesta es hacer un modelo lo suficientemente realista que permita diferenciar entre diferentes propuestas de solución, sin embargo no se está simulando detalladamente la realidad de todo el sistema productivo.

1. Restricciones de los nodos:

-Sólo un camión puede estar cargando o descargando al mismo tiempo en un mismo nodo.

$$\sum_{i=1}^n Sw_{i,m} \leq 1 \quad (1.17)$$

-Pueden existir colas en los nodos.

$$\sum_{i=1}^n Sq_{i,m} \geq 0 \quad (1.18)$$

-Los botaderos solo pueden almacenar una cantidad finita de toneladas. El usuario indicará el tonelaje extraído de cada banco de mineral o desmonte.

$$0 < Dc < \infty \quad (1.19)$$

$$0 < Bq < \infty \quad (1.20)$$

$$0 < Cq < \infty \quad (1.21)$$

2. Restricciones de las tareas: -Las tareas iniciales de los camiones pueden empezar en tiempos diferentes.

$$Ti_{i,1} \geq Ti_{1,1} \quad (1.22)$$

3. Restricciones de los camiones: -Los camiones viajarán a velocidad constante en los arcos.

-La velocidad de los camiones será una serie discreta sin aceleración ni desaceleración, sino que cambiará de un segundo a otro de acuerdo a la máxima velocidad que el camión puede desarrollar.

$$V_{i,mp} = cte \quad (1.23)$$

$$V_{i,mp} \propto (R_{mp}) \quad (1.24)$$

$$R_{mp} = P_{mp} + F_{mp} \quad (1.25)$$

-La capacidad del camión será constante y mayor que 0.

$$0 < T_c < \infty \quad (1.26)$$

-Dos camiones no pueden ocupar el mismo espacio en el mismo segundo.

$$|L_{i,t} + 30| = L_{j,t} \quad (1.27)$$

4. Restricciones del cronograma: -El cronograma de producción estará compuesto por la información de los bancos, la chancadora, los camiones, y las funciones objetivo en cada segundo. -Los segundos que componen el cronograma vienen de la discretización del tiempo de viaje, espera, carga y descarga de cada camión.

Estructura del modelo NSGAI

Presentaré la estructura de los modelos de optimización en etapas asumiendo que las clases con sus atributos y métodos han sido definidas:

1. Introducir información de la mina en forma grafo.
2. Calcular rutas desde cualquier nodo hacia todos los otros nodos de la mina.
3. Introducir información de los camiones.

4. Introducir información de los objetivos de producción por tipo de nodo.
5. Discretizar objetivos en tareas en función de los nodos asignados y la capacidad de los camiones.
6. Definir tamaño de población de soluciones y cantidad de iteraciones.
7. Crear soluciones aleatorias.
8. Calcular cronograma para cada solución.
9. Evaluar parámetros de aptitud para cada cronograma.
10. Imprimir soluciones y parámetros de aptitud.
11. Elitizar soluciones aptas.
12. Realizar cruzamiento entre opciones.
13. Realizar mutación de soluciones.
14. Crear soluciones hijas.
15. Repetir 8 hacia adelante hasta cumplir la cantidad de iteraciones.

Pasos 7 al 14 - Evaluación de cronogramas en el modelo de Simulación NSGAI y mejora de población por iteración

En este apartado describiremos los pasos del 7 al 14 que describen como el algoritmo NS-GAI logra optimizar las soluciones entre iteración e iteración.

En primer lugar debemos de entender que cada población incluye un número de terminado de soluciones a partir de las cuales se simularán cronogramas de producción y se elegirán los

mejores de cada población. Cada solución consiste de una matriz de dos vectores donde el orden es relevante y que se estructura de de la siguiente manera.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} T_1 & Q_1 \\ T_2 & Q_2 \\ \vdots & \vdots \\ T_m & Q_n \end{pmatrix}$$

Donde:

- T_m : Id del camión que realizará la tarea Q_n
- Q_n : Id de la tarea que realizara el camión T_m

La matriz A es creada en la etapa 7 cuando se crean las soluciones aleatorias, donde A representa una de las soluciones dentro de la población de soluciones. Se observa que cada tarea está codificada por un ID y que cada camión está codificado con un ID, se aprecia además que el orden de las filas en la matriz A afecta el desempeño total del cronograma. El simulador de cronograma logra reproducir el efecto del ordenamiento de la matriz A y obtiene como resultados las funciones objetivo de análisis.

$$F1_i, F2_i, F3_i = f(A_i) \tag{1.28}$$

Una vez que el algoritmo simula el cronograma de la solución A_i , calcula los valores de las tres funciones objetivo para cada una de las soluciones A_i . Con los resultados, comienza la etapa de elitización 11, en esta etapa se define la frontera no dominada que consiste en la clusterización de las soluciones agrupándolas por el valor del módulo del vector que forman las funciones objetivo. En este caso lo que se busca es minimizar las funciones objetivo por lo que las agrupaciones se harán de aquellas soluciones con módulos menores a módulos mayores.

Una vez se clusteriza el grupo con los módulos más bajos, estos son seleccionados y se utilizan para crear mediante cruzamiento la población faltante ya que las soluciones no elegidas son eliminadas de la población y es necesario re-poblar para la siguiente iteración. En términos de computación bio-inspirada, cada fila de nuestra matriz A representa un gen y el proceso de cruzamiento intercambia ciertas filas de una solución con otras filas de otra. Esta alteración en el orden de las filas devenirá finalmente en mejores ordenamientos para el cronograma.

Observemos el caso de la solución B, donde se ha realizado el cruzamiento a partir de la solución A, la primera y última fila han sido alteradas, retirando las que tenía A e insertando la primera y última filas de otra solución. Teniendo una matriz producto del cruzamiento de la solución A y otra con resultados previsiblemente diferentes a los de A.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} T_3 & Q_3 \\ T_2 & Q_2 \\ \vdots & \vdots \\ T_5 & Q_5 \end{pmatrix}$$

Finalmente la mutación involucra la alteración de los parámetros de cada fila (gen), en este caso se altera el ID del camión o el ID de la tarea dentro de la misma fila lo que puede devenir también en mejores resultados.

En el caso de la solución C, esta también ha sido generada a partir de la solución A, las filas que se han alterado siguen siendo las mismas, la primera y la última, en este caso se han cambiado los ids de los camiones y de las tareas que se encuentran en la primera y última fila, este sería un re-ordenamiento del orden de las tareas de manera indirecta pero con resultados notablemente diferentes a los de A.

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} T_1 & Q_3 \\ T_2 & Q_2 \\ \vdots & \vdots \\ T_5 & Q_n \end{pmatrix}$$

Este proceso de cruzamiento y mutación se realizará en cada iteración y gracias a la elitización de las soluciones, el algoritmo logra quedarse con los mejores ordenamientos (genes) en las generaciones finales ya que logra entender cuales genes son más útiles para minimizar las funciones objetivos sin necesariamente conocer las complejas interacciones de un sistema productivo como el caso del carguío y acarreo.

Estructura del modelo de Programación Lineal

Presentaré la estructura de los modelos de optimización en etapas asumiendo que las clases con sus atributos y métodos han sido definidas:

1. Introducir información de la mina en forma grafo.
2. Calcular rutas desde cualquier nodo hacia todos los otros nodos de la mina.
3. Introducir información de los camiones.
4. Introducir información de los objetivos de producción por tipo de nodo.
5. Discretizar objetivos en tareas en función de los nodos asignados y la capacidad de los camiones.
6. Crear cola de camiones en el tiempo 0.
7. Asignar tarea al camion 1 de la cola.

8. Calcular cronograma para camion asignado.
9. Recuperar el tiempo de finalizacion de la tarea asignada.
10. Comparar los tiempos en la cola de manera ascendente y recuperar el indice en el cual se ubica el tiempo de finalización calculado previamente.
11. Eliminar al camion 1 de la cola y volver a añadirlo asignándolo en orden descendente de acuerdo al indice recuperado en el paso anterior.
12. Repetir la asignación para cada uno de los camiones de la cola hasta que todas las tareas hayan sido asignadas.

Descripción del Paso 7 - Asignador de camiones en el Modelo de Programación Lineal Entera

Como se describió en el paso 7 en la Estructura del modelo de Programación Lineal, los camiones son asignados a su nuevo destino cada vez que estos llegan a su destino y descargan. Para tal propósito el solucionador resuelve este simple modelo de programación lineal:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n T_i * E_i / T_c - G_i * E_i / G_c$$

(1.29)

Sujeto a las siguientes Restricciones:

$$\sum_{i=1}^n E_i = 1 \quad (1.30)$$

$$C_i + E_i \leq R_i * C_{min} \quad (1.31)$$

$$0 \leq T_i \leq 1 \quad (1.32)$$

Donde:

- i : Índice de rutas posibles
- n : Cantidad de rutas posibles
- T_i : Tiempo de viaje por la ruta i
- E_i : Decisión de viajar por la ruta i
- T_c : Factor de normalización de los tiempos de viaje
- G_i : Ley en g/ton traída a la planta por ejecutar la ruta i
- G_c : Factor de normalización de las leyes.

Se observa que en la función objetivo se busca minimizar un coeficiente que cuenta el tiempo menos la ley mandada a planta normalizados ambos para incorporar el análisis multiobjetivo, incorporando dos de los tres objetivos deseados. Como se puede observar la naturaleza de este solucionador no puede evaluar la diferencia de tiempo entre la culminación de la última tarea del primer camión que termina y la culminación de la última tarea del último camión que termina, sin embargo puede regularse un flujo relativamente constante de toneladas de todas las rutas lo que debería de permitir que los camiones terminen sus tareas en tiempos bastante cercanos, esto se logra con la restricción descrita en la ecuación (30).

Modelo de Simulación

Para la correcta validación de resultados y análisis de confiabilidad de los cronogramas creados por ambos modelos de optimización se realizará una segunda simulación de los mismos, esta vez en un software de simulación de eventos discretos comercial y de amplio uso en la industria, Arena Simulation de la compañía Rockwell. El flujo de trabajo incluirá los siguientes pasos:

1. Recopilar los cronogramas obtenidos con ambos modelos de optimización.
2. Elaborar modelo de simulación en el software arena.
3. Definir los atributos y variables en el modelo de simulación, incluir las variables estocásticas.
4. Añadir los cronogramas obtenidos como entrada al modelo de simulación.
5. Correr la simulación y recopilar los resultados de la simulación estocástica.
6. Comparar cronograma sin optimización, cronograma de Programación Lineal y cronograma del NSGAI.

Estructura del modelo de simulación:

El modelo de simulación sólo se centrará en el análisis de la eficiencia del sistema de carguío y acarreo, considerando una operación de 24 horas y despreciando un eventual desplazamiento de palas. Para ello presentaré la estructura del mismo.

Los bloques utilizados dentro del modelo de simulación son:

- Create: Bloque que crea las entidades de acuerdo a una regla estadística, puede definirse la cantidad y tipos de entidades creadas además de su frecuencia de aparición.

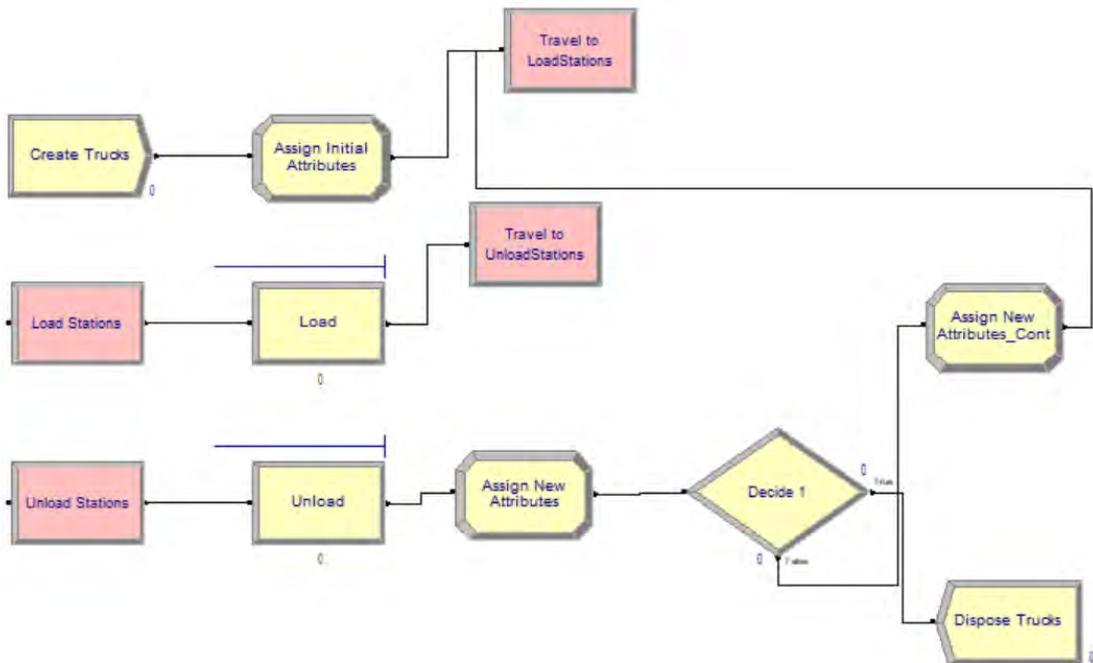


Figura 1.7: Modelo de Simulación

- Assign: El bloque assign permite asignar un atributo o una variable a la entidad que pasa por el mismo.
- Route: Bloque que permite dirigir la entidad a una estación de acuerdo a reglas de asignación definidas por el usuario.
- Station: Bloque que representa estaciones fijas a las cuales se transporta la entidad, una misma estación puede contener diferentes estaciones.
- Process: El módulo de proceso permite representar la ejecución de un proceso dentro del sistema productivo, este proceso puede o no consumir recursos.
- Decide: Este módulo permite re-dirigir la entidad hacia 2 o n direcciones de acuerdo a una probabilidad de redirección o condiciones que la entidad cumpla al momento de pasar por el bloque.

- **Dispose:** Bloque que elimina la entidad creada, cuando todas las entidades pasan por el módulo dispose, la simulación se termina.

Entidades:

- **Camión:** Se decide utilizar los camiones como entidades ya que son aquellos que viajarán por el sistema productivo de carguío y acarreo; y de los cuales nos interesa que almacenen atributos e interactuen con el sistema.

Atributos:

- **TruckID:** Atributo de identificación, permitirá asignar las rutas a cada camión de manera diferenciada.
- **TaskID:** Atributo de conteo que almacena la cantidad de tareas ha realizado el camión.
- **From:** Atributo que permite reconocer el nodo de descarga para cumplir la tarea asignada en ese instante.
- **To:** Atributo que permite reconocer el nodo de carga para cumplir la tarea asignada en ese instante.
- **Route:** Atributo que permite reconocer la tarea asignada en cada instante al camión en cuestión.

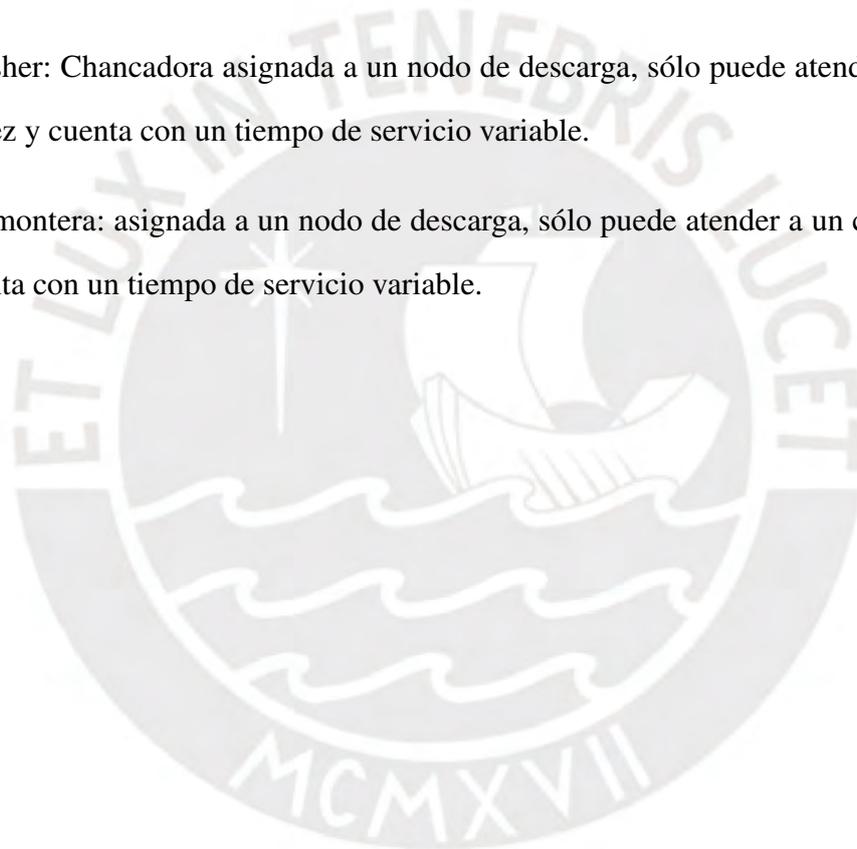
Variables:

- **RouteMatrix:** Matriz de las tareas asignadas a cada camión donde las filas son el índice del orden secuencial de las tareas y las columnas son el TruckID de los camiones.
- **TimeMatrix:** Matriz que indica el tiempo de viaje por cada tipo de tarea de manera estocástica.

- ToMatrix: Matriz que indica los nodos de carga por cada tipo de tarea.
- FromMatrix: Matriz que indica los nodos de descarga por cada tipo de tarea.

Recursos:

- Shovel: Palas asignadas a cada uno de los nodos de carga, sólo pueden atender a un camión a la vez y cuentan con un tiempo de servicio variable.
- Crusher: Chancadora asignada a un nodo de descarga, sólo puede atender a un camión a la vez y cuenta con un tiempo de servicio variable.
- Desmontera: asignada a un nodo de descarga, sólo puede atender a un camión a la vez y cuenta con un tiempo de servicio variable.



1.6.2. Experimentación y Resultados

Datos

Los datos utilizados para la presente experimentación son de la expansión de una mina en Cajamarca que extrae oro y plata. Esta expansión permitirá una producción de 25,000 TMD de mineral y 40,000 TMD de desmonte. La extracción se realizará con un sistema de palas-volquetes. Como se observó en el LUM, sólo analizaremos la asignación de volquetes considerando las palas como elementos estáticos dentro del sistema. Los volquetes son de marca SCANIA, modelo 460HT.

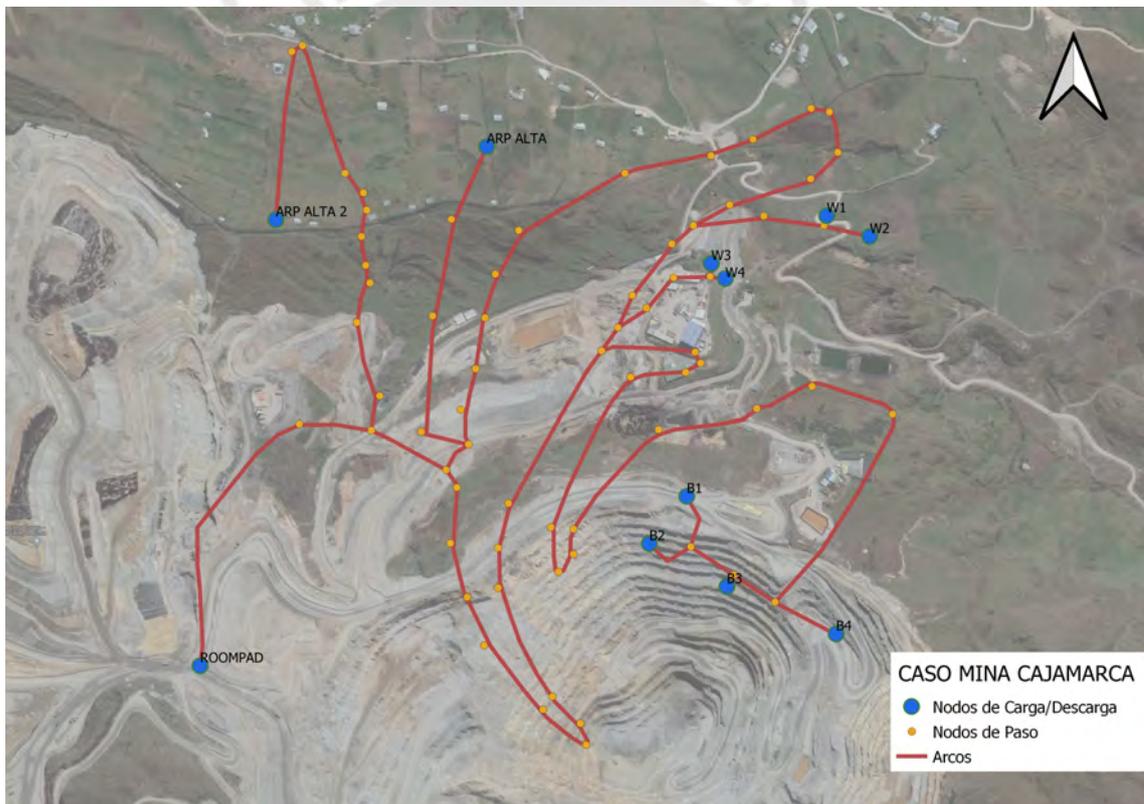
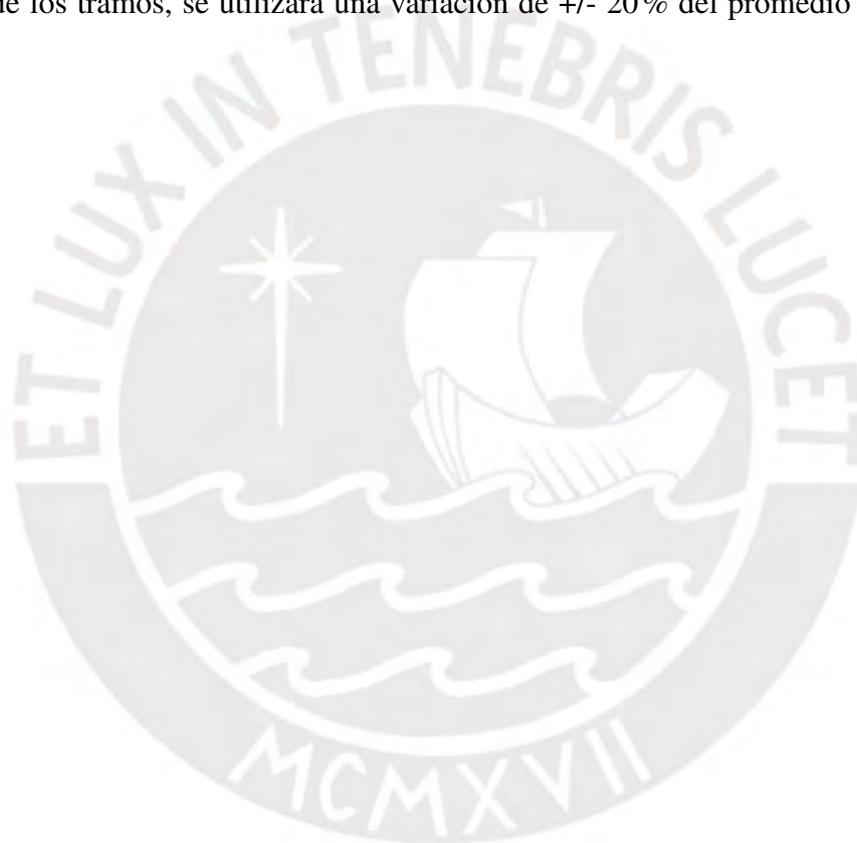


Figura 1.8: Caso Mina Cajamarca

La presente mina está discretizada en 150 nodos. De los cuales 8 son nodos de carga o descarga compuestos por 4 bancos de mineral, 4 bancos de desmonte, 3 desmonteras, y una

chancadora. Los restantes son nodos de paso que interconectan los diferentes segmentos de la mina. Los datos de capacidad en la desmontera y ley en gramos por tonelada fueron adaptados para servir los propósitos de la experimentación. El modelo calculará primero las rutas que los camiones deberán de elegir en un simulador propio, y estos resultados serán re-evaluados en el software de Simulación Arena Simulation en el que se evaluará la confiabilidad de las rutas elegidas de una manera estocástica. Dado que sólo se conocen las medias de tiempo para cada uno de los tramos, se utilizará una variación de +/- 20% del promedio como desviación estándar.



NODE_ID	NODE_NAME	NODE_TYPE	NODE_CAPACITY	NODE_GRADE
141	BENCH142	1		1
142	BENCH143	1		0.7
143	BENCH144	1		0.65
146	BENCH147	1		0.84
138	CLEA139	2		
139	CLEA140	2		
140	CLEA141	2		
149	CLEA150	2		
145	CRUSHER146	3		
144	DUMP145	4	15000	
147	DUMP148	4	10000	
148	DUMP149	4	20000	
0	ROUTE1	5		
1	ROUTE2	5		
2	ROUTE3	5		
3	ROUTE4	5		
4	ROUTE5	5		
5	ROUTE6	5		
6	ROUTE7	5		

Figura 1.9: Nodos de Carga/Descarga Caso 1

Como se aprecia en el cuadro, solo se presentan los nodos de carga y de descarga, dado que son los que contienen información relevante más allá de su posición. En este caso la ley (NODE GRADE) se encuentra en gramos de Au por Tonelada y la capacidad de las desmonteras (NODE CAPACITY) en toneladas métricas. Se utiliza la nomenclatura 1,2,3,4,5 para definir los tipos de nodos; banco de mineral, banco de desmonte, chancadora, desmontera y nodos de paso respectivamente.

NODE_1_ID	NODE_2_ID	DISTANCE	FRICTION	SLOPE	TOTAL RESISTANCE
0	138	0.015287621	0.05	0	0.05
1	2	0.105308772	0	0.04	0.04
2	0	0.093438429	0.07	0	0.07
0	139	0.071841471	0.03	0	0.03
3	140	0.020037462	0.02	0	0.02
4	5	0.074642347	0.01	0	0.01
5	6	0.078727826	0.02	0	0.02
6	7	0.041008672	0.08	0	0.08
7	141	0.038401771	0	0	0
6	8	0.045070235	0.06	0	0.06
8	142	0.038809646	0.08	0	0.08
5	143	0.021099669	0.01	0	0.01
9	115	0.050695487	0.09	0.03	0.12
10	11	0.082763045	0.07	0	0.07
11	12	0.051991018	0.09	0	0.09
12	13	0.099793335	0.1	-0.1	0
13	1	0.04363211	0.09	-0.1	-0.01
1	14	0.060817138	0.04	-0.1	-0.06
14	15	0.07859863	0.05	0.08	0.13

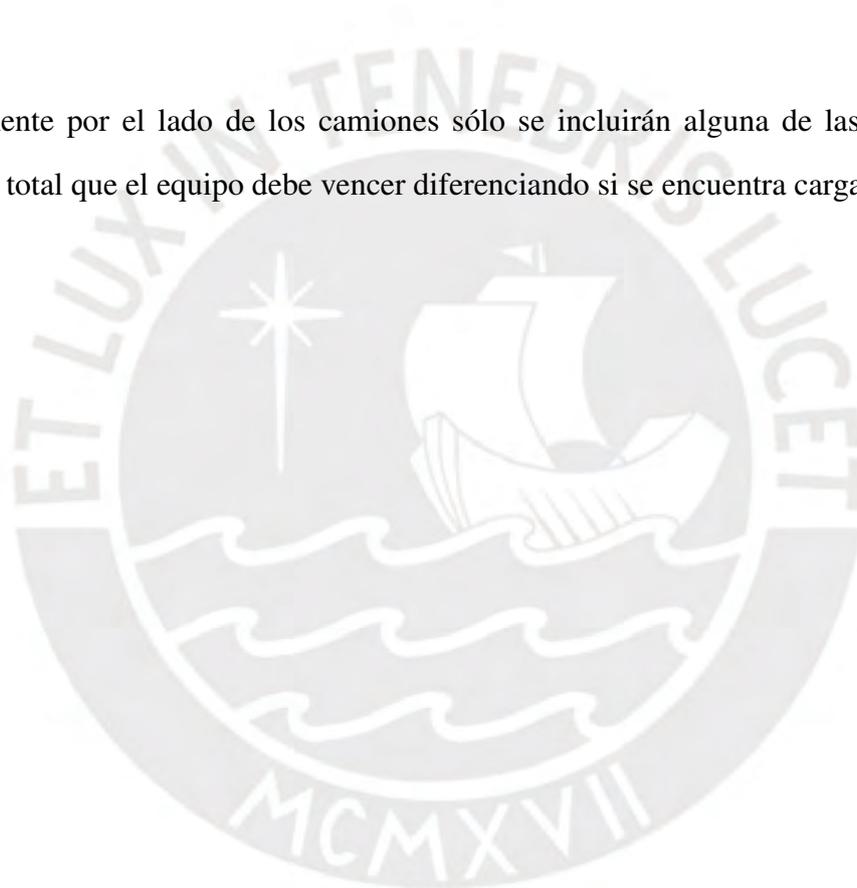
Figura 1.10: Arcos Caso 1

En el caso de los arcos , la distancia entre puntos está descrita en kilómetros, la fricción y la pendiente en decimales. En este caso no se ha considerado una fricción diferencial por tramo, sino que se trabajará con una fricción aleatoria menor a 10%.

RESISTENCIA TOTAL %	LOADED	EMPTY
-13	14,9	28,2
-10	15,0	29,2
-5	14,3	28,4
0	14,6	31,1
5	15,7	29,9
10	20,5	27,0

Figura 1.11: Curva de Velocidades SCANIA 460HT Caso 1

Finalmente por el lado de los camiones sólo se incluirán alguna de las velocidades por resistencia total que el equipo debe vencer diferenciando si se encuentra cargado o descargado.



Modelo de Simulación

En esta sección anexaremos los valores que describen a las entidades, variables y recursos que utilizará nuestro modelo de simulación.

- Entidad:

- Type: Random(Expo)
- Value: 1
- Units: Minutes
- Entities per arrival: 1
- Max arrivals: 45
- First Creation: 0.0

- Set de Recursos:

- Shovel (5): Delay time, NORM(0.0541,0.0541*20%). Fixed capacity: 1
- Unloading (4): Delay time, NORM(0.0269,0.0269*20%). Fixed capacity: 1

■ Variables:

- Tiempos y destinos por tipo de Ruta:

Tipo de Ruta	Nodos de carga	Nodos de Descarga	Tiempo hacia nodo de carga	Tiempo hacia nodo de descarga
1	1	1	0.07	0.12
2	2	1	0.07	0.12
3	3	2	0.12	0.23
4	4	2	0.12	0.23
5	5	2	0.12	0.22
6	1	3	0.06	0.16
7	2	3	0.06	0.16
8	1	4	0.07	0.11
9	2	4	0.07	0.12

Figura 1.12: Tiempos y destinos por tipo de ruta

Resultados de las funciones objetivos

En la etapa de resultados se discutirá primero los resultados de las funciones objetivo para cada uno de los criterios de optimización luego del uso de los dos modelos de optimización. Se presentará además la estabilidad de los resultados al ser sometidos a un escenario estocástico. Finalmente se discutirán parámetros de performance del cronograma ajenos a las funciones objetivo para así evaluar el rendimiento general de los mismos.

1. Resultados del algoritmo NSGAI: Son los resultados en color rojo y fueron recogidos de la población final después de iterar 100 veces la heurística, los nombres Time Gap, Total Time y Grade Variance; representan las mejores soluciones que lograron las menores diferencias de tiempo entre las últimas tareas del primer y último camión, el menor tiempo de ejecución total y la solución con la menor varianza en el promedio de las leyes por ventana de tiempo respectivamente.
2. Resultados del algoritmo de Programación Lineal Entera: Son los resultados en color azul y fueron obtenidos al variar el vector R descrito en la ecuación (31) el cual busca regular el flujo de camiones por tipo de ruta basado en diferentes criterios, donde la leyenda Time, TonxTime y Ton obedecen a vectores R donde la relación de camiones por tipo de ruta se regula en términos del tiempo de ejecución, toneladas a recoger de la ruta divididas por el tiempo para recorrer la ruta y toneladas a recoger respectivamente. El cálculo del ratio R obedece al siguiente algoritmo. $R_i = T_i / \text{Min}(T_i)$ Donde:

- R_i : Ratio de camiones de la ruta i
- T_i : Tiempo para ejecutar la ruta i o toneladas requeridas de la ruta i o Toneladas divididas por el tiempo para ejecutar la ruta i según se haya convenido.

Antes de presentar los resultados de la optimización - simulación comentaré las diferencias en el tiempo de cálculo y consumo de recursos de ambos modelos de simulación. El problema

busca la asignación de rutas para transportar 65 000 TM en una mina cuyas distancias se recorren en menos de media hora, por lo que no es un problema tan grande ni de extensivo cálculo. El modelo de programación lineal logró asignar todos los camiones y simular el cronograma final en 108 segundos, mientras que el modelo de optimización NSGAI obtuvo sus resultados en 7416 segundos para una optimización de 100 generaciones. Si bien ambos tiempos de cálculo se encuentran dentro de un tiempo de espera aceptable, es relevante mostrar que el modelo NSGAI es mucho más intensivo en recursos del ordenador en comparación al modelo de programación lineal. Adicionalmente a ello, presentaré una descripción de la leyenda de los resultados y la forma de cálculo:

Para diferenciar más rápidamente los resultados de ambos modelos, los resultados del modelo NSGAI se presentarán en rojo, siendo el rojo más oscuro del resultado que optimiza más la diferencia entre los tiempos de culminación del primer y último camión que terminan su tarea, el rojo intermedio del objetivo que optimiza más el tiempo de culminación total del cronograma y el rojo más suave el cronograma que optimiza más la reducción de la varianza de los promedios de la ley. Por el lado del modelo de programación lineal, estos serán presentados en azul, estos tres cronogramas fueron obtenidos variando el ratio de (31).

1. Se observa que los cronogramas obtenidos por el algoritmo NSGAI supera ampliamente al algoritmo de Programación Lineal al culminar la tarea en 11 horas menos en promedio.
2. En ambos resultados, la variación entre el tiempo máximo y mínimo es bastante baja, siendo alrededor de una hora, por lo que se considera que la estocasticidad del sistema no impacta de manera tan radical los resultados de todo el proceso. Variando sólo en un 2% en promedio para cada uno de los cronogramas.
3. En el caso de los resultados del NSGAI se observa que los tres cronogramas a pesar de ser los mejores en diferentes objetivos logran tener resultados bastante similares en el

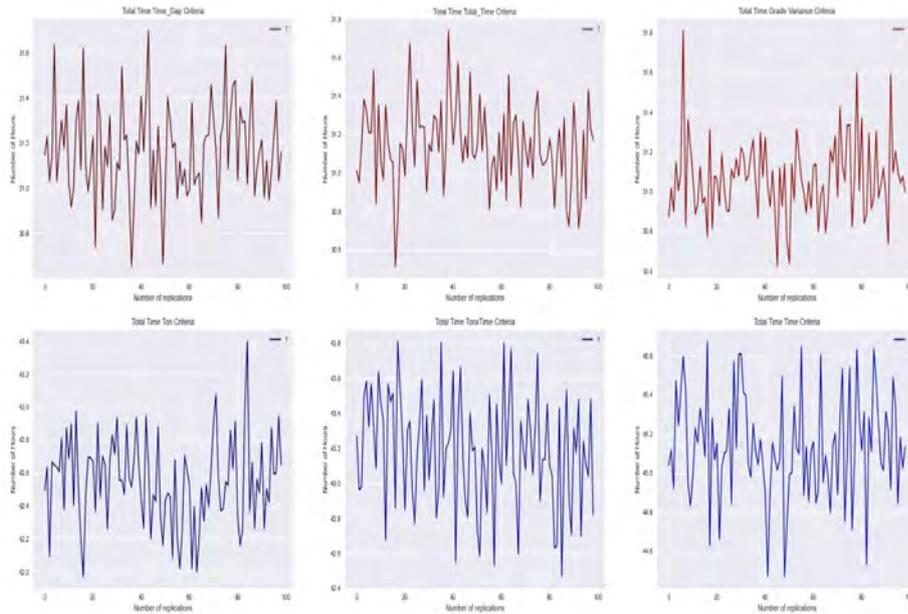


Figura 1.13: Función Objetivo 1 ,Tiempo total de Ejecución del cronograma

objetivo de minimización de tiempo total de ejecución, esto sin embargo no es el caso en el modelo de programación lineal, donde el ratio de tonelajes por ruta resultó ser el mejor criterio en comparación al ratio de tiempos por ruta como restricción de optimización en la ecuación (30) logrando reducir el tiempo de ejecución en dos horas. Sorprendentemente aquel que utiliza el ratio de tiempos es el menos eficiente en la minimización del tiempo total de los cronogramas.

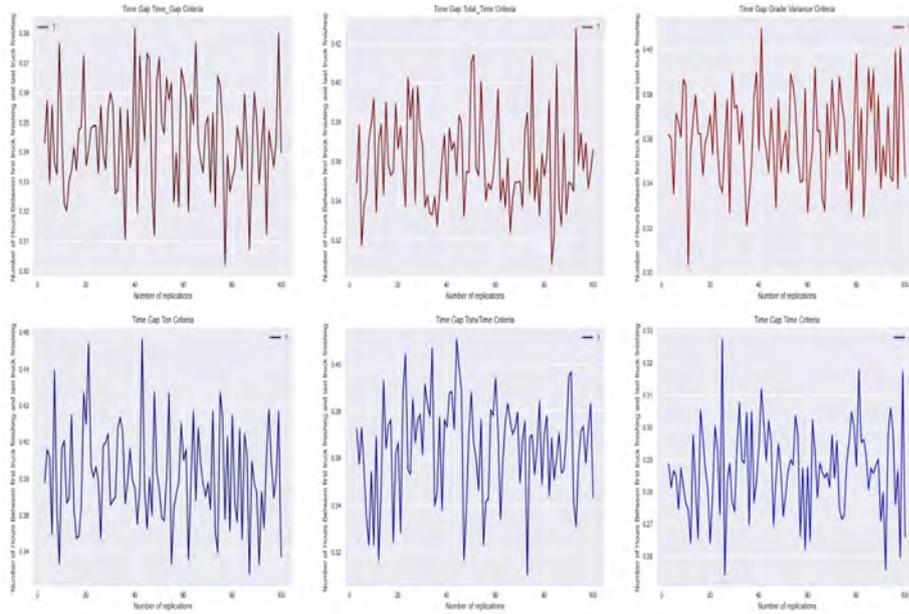


Figura 1.14: Función Objetivo 2, Diferencia de Tiempo entre finalización de tareas

1. En el caso de la diferencia de tiempos entre finalización de tareas por camión, el algoritmo de programación Lineal utilizando el ratio de tiempos por rutas, obtiene el mejor resultado, logrando una diferencia de 16 minutos en promedio entre cada camión que termina sus tareas, mientras que los cronogramas obtenidos con el NSGAI logran una diferencia de 21 minutos en promedio, superando levemente a los otros dos resultados obtenidos por el algoritmo de programación lineal con los otros dos ratios.
2. Una vez mas, los resultados obtenidos con el algoritmo NSGAI y el modelo de programación lineal son bastante similares a comparación con el resultado del modelo de programación lineal, donde el ratio de envío de camiones por tipo de ruta sólo involucra variación de tiempos por ruta mientras que si involucra el ratio de toneladas disminuye su performance.

3. Los resultados obtenidos en este objetivo para ambos modelos de optimización son considerablemente menos estables que el tiempo total dada la naturaleza estocástica del sistema productivo, siendo mucho más impactado que el tiempo total de ejecución. Teniendo variaciones de alrededor del 20% respecto de la media.



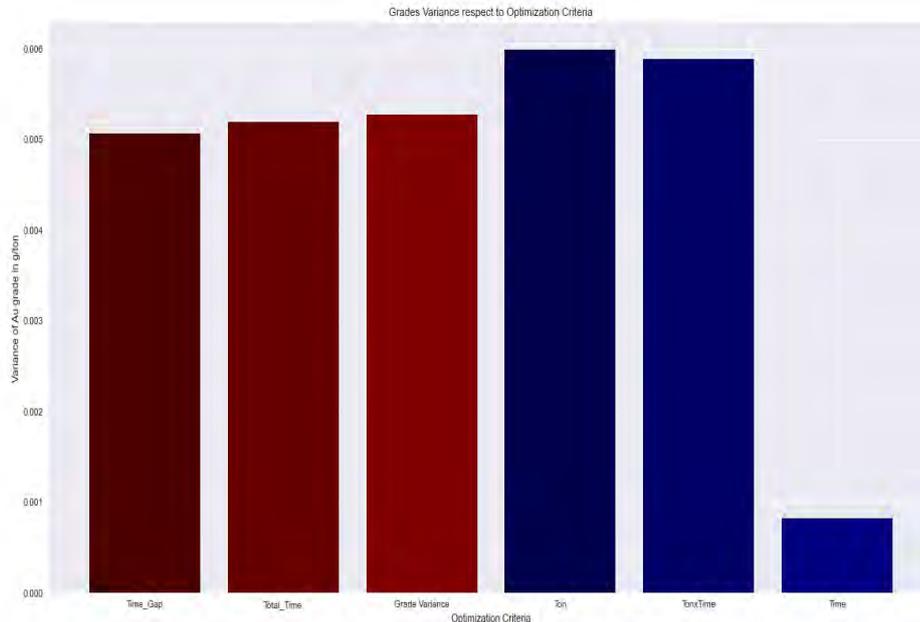


Figura 1.15: Función Objetivo 3 , Varianza de la ley

1. Análogamente a la diferencia de tiempo de culminación de tareas por camión, la diferencia entre soluciones se mantiene para los dos modelos de optimización, obteniendo varianzas bastante bajas en todos los resultados menores a 0.006 gAu/ton , sin embargo el modelo de programación lineal que utiliza el ratio de tiempos supera ampliamente a todos logrando una varianza de 0.001 gAu/ton.
2. La estocasticidad del modelo no afecta considerablemente los resultados de ninguno de los algoritmos, dados las varianzas tan bajas que se obtienen, lo que se puede caracteriar como un resultado robusto para ambos modelos de optimización.
3. Por el lado del algoritmo NSGAI, se obtienen resultados confusos, ya que el cronograma con la menor varianza en la optimización resulta el de mayor varianza al ser sometido a la

simulación estocástica y el de diferencia de culminación de tareas resulta el más robusto dentro de los resultados del NSGAI.



Resultados de performance

En este apartado discutiré los resultados del performance interno del sistema productivo, presentando los promedios de la diferencia de los tiempos de alimentación de planta y las utilizaciones de los recursos más allá de los criterios de optimización. Ambos resultados como indicadores del uso de nuestros recursos y la validez de los cronogramas dentro de un sistema productivo real dados los objetivos de producción propuestos.

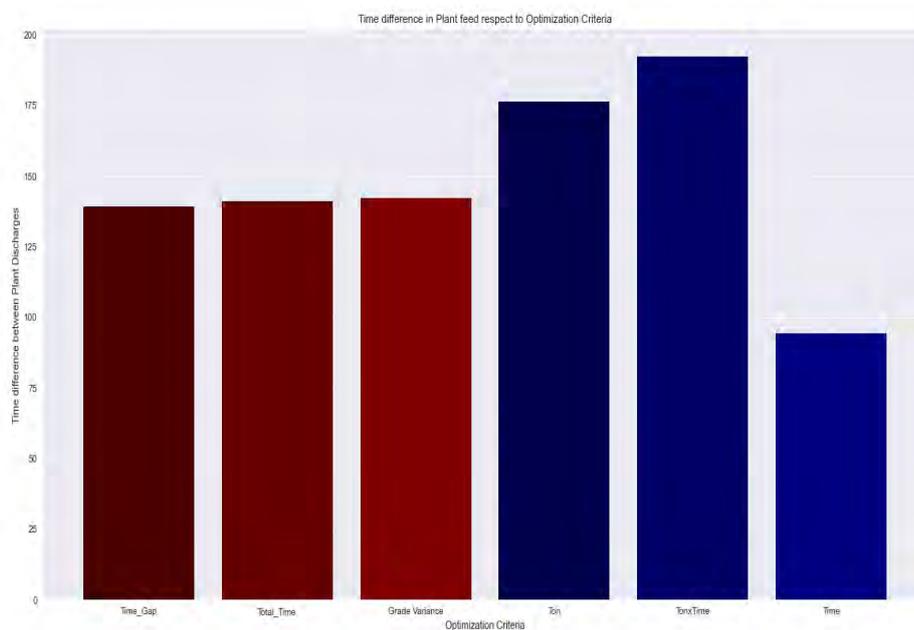


Figura 1.16: Tiempo promedio entre descargas a planta

1. Todas las soluciones logran una descarga en promedio menor a 200 segundos, siendo levemente mejores los resultados del algoritmo NSGAIII con descargas cada 135 segundos en comparación con los de programación lineal de mas de 175 segundos por descarga, sin embargo el modelo de programación lineal obtiene mejores resultados cuando utiliza el ratio de tiempos logrando descargas cada 90 segundos en promedio.

2. Este resultado, si bien puede ser alentador al lograr descargas seguidas en una ventana de tiempo corta, debería de acompañar la capacidad de procesamiento de la chancadora, la cual a su vez depende de las especies minerales. Dado que, si bien los mejores cronogramas en términos de tiempo de ejecución son los del algoritmo NSGAI, debe de respetarse una alimentación constante y que no perjudique los procesos mineralúrgicos o en su defecto adecuar los mismos al flujo de producción.

Por el lado de las utilizaciones he diferenciado los resultados utilizando "." para los resultados del NSGAI y "x" para los resultados de la programación lineal entera.

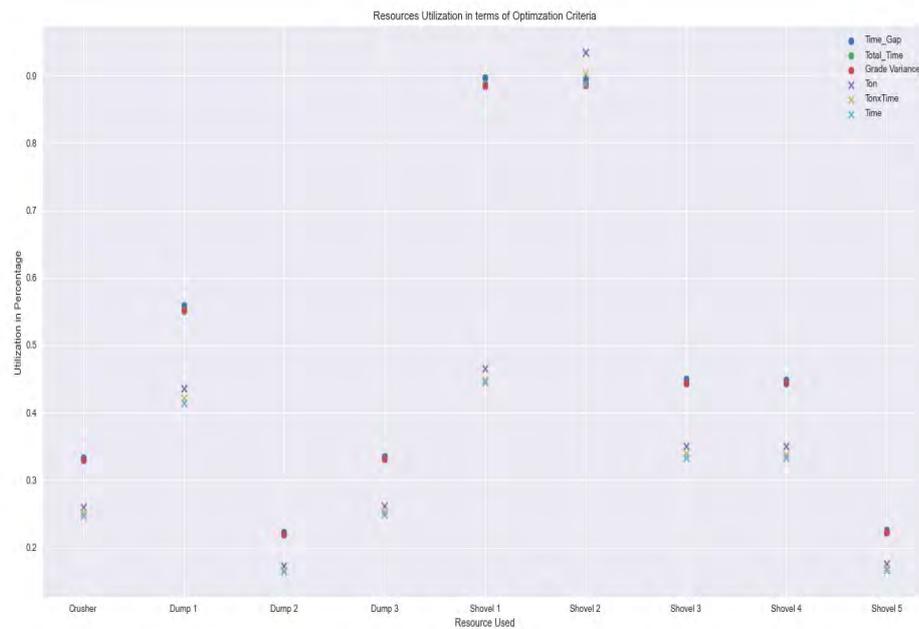
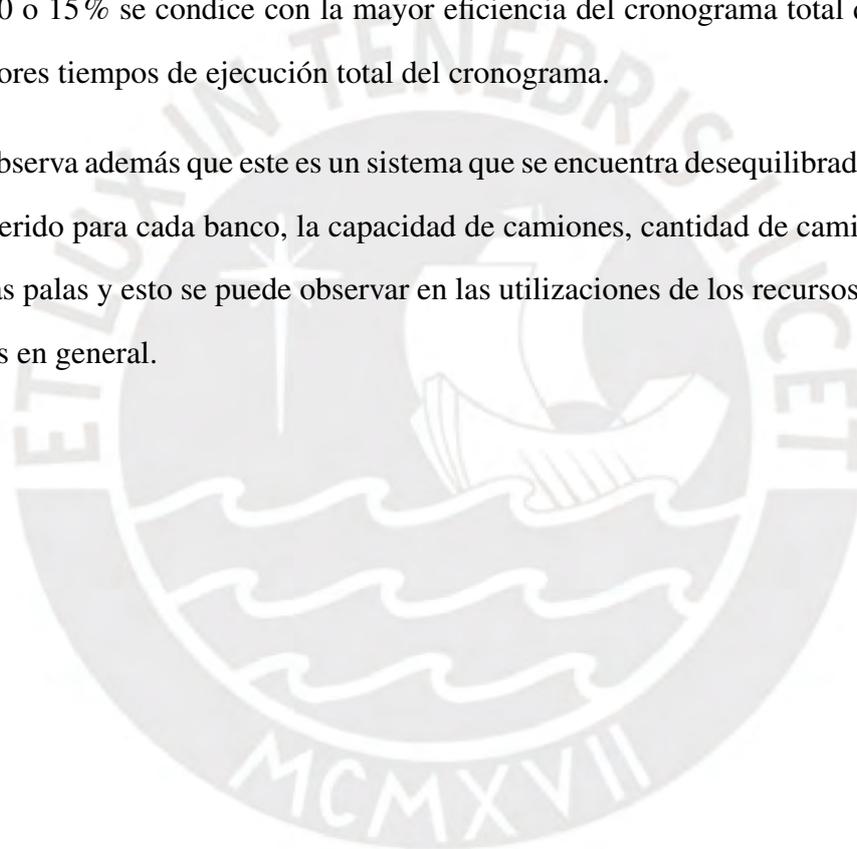


Figura 1.17: Utilización promedio de los recursos

1. Se observa claramente una convergencia de las utilizaciones por tipo de algoritmo utilizado, donde las utilizaciones de los cronogramas del NSGAI son bastante similares y lo mismo sucede con los de la programación lineal.

2. Se observa en todos los recursos una clara superioridad de utilización en los cronogramas del algoritmo NSGAIII comparado con el de programación lineal a excepción del uso de la pala 2 donde se ve una leve mejoría de alrededor del 5% en comparación a los del NSGAIII, sin embargo no es una utilización que logre compensar la mejora en todos los demás recursos. Esta superioridad es mucho más pronunciada en la pala 1 donde la diferencia en utilización es de 45%. Esta diferencia sumada a las pequeñas diferencias de 10 o 15% se condice con la mayor eficiencia del cronograma total que se traduce en menores tiempos de ejecución total del cronograma.
3. Se observa además que este es un sistema que se encuentra desequilibrado dado el tonelaje requerido para cada banco, la capacidad de camiones, cantidad de camiones y capacidad de las palas y esto se puede observar en las utilizations de los recursos que son bastante bajos en general.



1.6.3. Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones de los algoritmos

1. Ambos algoritmos pueden ser utilizados para optimizaciones multi - objetivo que permiten incorporar y mejorar criterios de tiempo y blending a través de mejores cronogramas permitiendo ordenamientos de rutas variables. Resultando el algoritmo NSGAI superior en la optimización general, superando ampliamente en el objetivo del tiempo total, mientras que el algoritmo de programación lineal entera es superior en el objetivo del blending sin embargo, ambos obtienen resultados muy buenos.
2. El tiempo de cálculo para las soluciones utilizando ambos algoritmos es bastante razonable dado el tamaño total de posibles soluciones (mayor a 10^{28} posibles soluciones). Siendo 7416 segundos para el algoritmo NSGA y 114 segundos para el algoritmo de programación lineal. Debe de considerarse que estos resultados se obtuvieron en un contexto de implementación no-optimizada, donde las estructuras de datos, módulos y el lenguaje utilizado podrían mejorarse y obtener mejores resultados en términos de tiempo de cómputo permitiendo soluciones más variadas. Esta diferencia puede explicarse de la siguiente manera: El algoritmo NSGAI requiere considerablemente mayor tiempo de cálculo dada la necesidad de simulación y evaluación de cada una de las soluciones para cada una de las generaciones evaluadas, en este caso, cada generación constaba de 20 soluciones que evolucionarían por 100 generaciones; esto resulta a su vez en un total de 2000 simulaciones de los cronogramas, evaluaciones de cada uno de sus funciones objetivo lo que resulta en un total de 6000 funciones objetivo evaluadas, las cuales a su vez mientras más grandes y complejas sean incrementan el tiempo de cálculo; mientras que el algoritmo de programación lineal sólo tiene la necesidad de simular una sola vez un cronograma el cual va construyéndose a sí mismo cada vez que un camión solicita

una asignación dentro de la misma simulación. Es necesario mencionar que los tiempos de cálculo de los cronogramas óptimos de este experimento no cuentan con la validez necesaria para preferir un método sobre otro dado que no se encuentran optimizados y el lenguaje de programación utilizado no fue el óptimo, a pesar de ello, esta aparente diferencia en el tiempo de cálculo debería de mantenerse incluso en un contexto optimizado dada la mayor necesidad de cómputo del NSGAI sobre el algoritmo de programación lineal.

3. Si bien ambos algoritmos permiten obtener cronogramas optimizados en más de un objetivo, la supremacía del algoritmo NSGAI es aplastante en el criterio de tiempo total de ejecución logrando terminar los cronogramas en un promedio de 11 horas menos; y esto puede explicarse gracias a que al evaluar soluciones enteras, el algoritmo logra interpretar el efecto de las colas sin necesidad de describir su funcionamiento de manera analítica dentro del algoritmo gracias a que el objetivo de tiempo total incrementa a medida que las colas generan mayores ineficiencias y esto obedece a ordenamientos poco eficientes información que si logra atrapar y corregir, como contraparte, si bien el modelo de programación lineal entera por etapas puede conocer el estado de las colas y los camiones en ruta, no logra comprender claramente el efecto de sus decisiones dada su incapacidad de tomar decisiones en función al futuro. La diferencia en la cantidad de información que tiene un modelo y otro además de la manera en la que interpretan esa información puede explicar la ventaja de uno sobre el otro, adicionalmente a la desventaja de no poder incorporar información del futuro, el modelo de programación lineal entera por etapas se enfrenta a un segundo problema quizás mas grave y es que el modelo va a ser tan inteligente como aquellos que describan una mejor función objetivo y mejores restricciones, pero estas a su vez estas están limitadas a relaciones lineales y a la información del instante en el que el camión solicita una asignación, por lo que la inteligencia del

modelo de programación lineal entera por etapas sería similar a la de un humano tomador de decisiones que sólo conoce el presente el cual necesita necesariamente describir analíticamente como funciona el sistema productivo, mientras que el algoritmo NSGAI logra fácilmente interpretar los efectos futuros de sus decisiones presentes sin necesidad de describir relaciones analíticamente y sin importar si estas son o no lineales. Esta diferencia, sin embargo no resulta tan crítica por el lado del blending, donde el algoritmo de programación lineal logra mejores soluciones incluso que el NSGAI, sin embargo ambas son bastante buenas y superiores en comparación a utilizar un modelo de programación lineal entera por etapas que sólo optimice el tiempo total.

4. Como conclusión, se observa que el algoritmo de programación lineal entera por etapas es inferior que el NSGAI dada su limitación de no poder conocer el impacto de las colas (dado que no son relaciones lineales y que además son estocásticas), sin embargo su programación es más simple dado que sólo se necesitan utilizar unas pocas ecuaciones e inecuaciones lineales para que pueda funcionar y su tiempo de cálculo es considerablemente menor, puede incluso ser totalmente implementado sin la necesidad de programar en software que permitan gráficamente la optimización lineal como es el caso de Arena Software de Rockwell. El algoritmo NSGAI si bien es superior en la optimización general y no está limitada por el conocimiento algebraico de las complejas relaciones en el sistema productivo por parte del programador; es a su vez más intensivo en recursos y su programación puede resultar un poco más complicada para alguien que no tenga nociones de programación.

Conclusiones de la propuesta como método de planificación de largo y corto plazo

1. La presente metodología muestra un marco de trabajo que puede ser utilizado tanto en el planeamiento de corto como el de largo plazo. Permitiendo ordenar las tareas del futuro

cercano maximizando el valor obtenido en las operaciones diarias así como herramienta de evaluación de la factibilidad de los planes de largo plazo.

2. Por el lado del corto plazo, la propuesta permite maximizar el valor neto al minimizar los costes por transporte mientras se incrementan los ingresos por mayores recuperaciones, este modelo a su vez puede complementarse con información de otras áreas de operaciones mina, como es el caso del área de mantenimiento y los requerimientos multi parámetro de planta que pueden incluir un blending más completo como es el caso de la granulometría, tipo de roca, alteraciones, elementos metálicos benéficos y perjudiciales, entre otros. Adicionalmente el modelo podría expandirse al planeamiento de corto plazo de las operaciones de perforación y voladura, logrando una sinergia aún mayor al incorporar las restricciones en el uso y tiempos de los equipos dadas la información conjunta de disparo y limpieza.
3. También por el lado del corto plazo, la sustitución del tiempo como criterio de optimización por la suma del costo energético, más el costo de posesión y de personal de cumplirlas donde el primero mantiene una relación inversa con los últimos dos(y es por esto mismo que el tiempo no es el mejor indicador de costo ya que menores tiempos pueden incrementar costos energéticos pero disminuir costos de posesión y de personal y viceversa) ; esta sustitución permitiría describir más precisamente los componentes de costo que el tiempo total de ejecución de agregado, situación preferible ya que se busca el incremento de valor neto más que la minimización de costos e incremento de ingresos de manera aislada. Modelos más complejos deben de incorporar necesariamente las restricciones geotécnicas que reduzcan el uso de ciertas rutas así como ponderaciones de seguridad que permitan regular el uso eficiente de las vías sin incrementar el riesgo de accidentes.

4. Por el lado del largo plazo , la propuesta permitiría la ventaja de evaluar la validez de los planes de largo plazo en etapas exactas del tiempo futuro y evaluar si las asunciones del modelo de largo plazo podrán o no ser cumplidas. Esto a su vez trae dos consecuencias ambas positivas. La primera ventaja es que los planes de largo plazo podrán ser evaluados en un escenario de operaciones casi realista y sólo serán elevados a planes válidos aquellos planes de largo plazo que puedan cumplirse dadas las condiciones de operaciones de corto plazo del futuro. Las consecuencias de esta ventaja son auto-evidentes, ya que complementarán de manera positiva el trabajo de planeamiento de largo plazo, al permitir la evaluación de la validez de las propuestas para el largo plazo, la segunda ventaja es más una consecuencia de lo anterior. La capacidad de validar planes de largo plazo permite predicciones más certeras del valor total del proyecto lo que disminuye el riesgo total en términos financieros porque se valida que los objetivos operativos , y por lo tanto financieros, puedan ser cumplidos en los tiempos y plazos determinados, esto resulta crítico para todos los proyectos mineros nuevos en búsqueda de inversionistas y también para los planes de expansión que involucran fuertes montos de dinero.

Recomendaciones y Trabajos Futuros

1. El presente trabajo ha demostrado empíricamente los límites de los modelos de programación lineal entera por etapas para ruteo del carguío y acarreo en operaciones mineras. En ese sentido, en el caso de querer profundizar esta metodología para este tipo de problemas se sugieren métodos de programación lineal y no lineal que puedan evaluar cronogramas enteros de tal manera que superen la limitante de no tener información de las colas y su efecto en los cronogramas.
2. Se recomienda la optimización de la programación del modelo de optimización heurística NSGAII para evaluar su desempeño computacional en contexto donde el espacio de

soluciones sea cada vez mayor.

3. El autor sugiere la evaluación de otros modelos de optimización bio-inspirada como el caso de las redes neuronales, y colonia de hormigas, al mismo tiempo desestima el enfoque de programación lineal dada la naturaleza no lineal del presente sistema productivo. En general, se sugieren modelos que puedan recibir como entrada una solución entera, que puedan evaluarlas, que tengan forma de discriminar entre soluciones buenas o malas y que finalmente puedan mejorarse de manera iterativa.
4. El enfoque estocástico de los software de simulación de sistemas como Arena de Rockwell resultaron benéficos para analizar la variabilidad de los resultados de cada una de las soluciones, se sugiere incorporar esta metodología dentro del modelo de optimización, de tal manera que cada solución pueda ser simulada estocásticamente y la misma se optimice en el acto disminuyendo los pasos para la evaluación estocástica total de los cronogramas finales.
5. Se recomienda finalmente el uso de métodos estadísticos que permitan parametrizar muy detalladamente el costo energético de tal manera que se sustituya el uso del tiempo como función objetivo y pueda utilizarse el costo como función objetivo. Análogamente se hace la misma sugerencia por el lado de las leyes, donde se sugiere la sustitución del uso de leyes por recuperaciones metalúrgicas en primer lugar y si es posible por ingresos, de tal manera que el modelo de optimización multi - objetivo logre su verdadero propósito, maximizar el valor neto del ejercicio que lo lograría más fácilmente al incorporar las variables monetarias a diferencia de las operativas.
6. Como se mencionó en las conclusiones, se sugiere la profundización de la propuesta para incluir la optimización de los desplazamientos de los equipos de carguío, perforación y voladura; de tal manera que la optimización logre una mayor sinergia conjunta y los

tiempos muertos globales puedan ser minimizados en conjunto. Esta propuesta también involucra la necesidad de incorporar mayores parámetros a los modelos como las horas disponibles de los equipos, probabilidades de fallo, restricciones climáticas, geológicas, de las rutas, de los bancos, entre otros.



Bibliografía

- Afrapoli, A. M., y Askari-Nasab, H. (2019). Mining fleet management systems: a review of models and algorithms. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 33(1), 42-60. Descargado de <https://doi.org/10.1080/17480930.2017.1336607> doi: 10.1080/17480930.2017.1336607
- Alexandre, R. F., Campelo, F., Fonseca, C. M., y de Vasconcelos, J. A. (2015). A comparative study of algorithms for solving the multiobjective open-pit mining operational planning problems. En A. Gaspar-Cunha, C. Henggeler Antunes, y C. C. Coello (Eds.), *Evolutionary multi-criterion optimization* (pp. 433–447). Cham: Springer International Publishing.
- Both, C., y Dimitrakopoulos, R. (2020). Joint stochastic short-term production scheduling and fleet management optimization for mining complexes. *Optimization and Engineering*. Descargado de
- Darling, P. (2011). Society for Mining, Metallurgy, and Exploration (SME). Descargado de <https://app.knovel.com/hotlink/toc/id:kpSMEMEHE5/sme-mining-engineering/sme-min>
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., y Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197. doi: 10.1109/4235.996017

- de Castro, L. N. (2007, 01 de Mar). Fundamentals of natural computing: an overview. *Physics of Life Reviews*, 4(1), 1-36. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1571064506000315>
- Dindarloo, S., y Siami-Lrdemoosa, E. (2016). Merits of discrete event simulation in modeling mining operations. En (p. 171-173). Descargado de <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84988423429partnerID=40md5=> (cited By 0)
- Eiselt, H. A., y Sandblom, C.-L. (2010). *Operations research*. Springer Berlin Heidelberg. Descargado de <https://doi.org/10.1007/978-3-642-10326-1> doi: 10.1007/978-3-642-10326-1
- G., D., R., F., y S., J. (1954). Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of the Operations Research Society of America*, 2(4), 393. Descargado de [http://ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login?url=http://search.ebscohost.com/login.](http://ezproxybib.pucp.edu.pe:2048/login?url=http://search.ebscohost.com/login)
- Gaspar-Cunha, A., Antunes, C. H., y Coello, C. A. C. (Eds.). (2015). *Evolutionary multi-criterion optimization - 8th international conference, EMO 2015, guimarães, portugal, march 29 -april 1, 2015. proceedings, part I* (Vol. 9018). Springer. Descargado de <https://doi.org/10.1007/978-3-319-15934-8> doi: 10.1007/978-3-319-15934-8
- Jayanthakumaran, K. (2016). China: An emerging giant. En *Industrialization and challenges in asia* (pp. 135–157). Singapore: Springer Singapore. Descargado de <https://doi.org/10.1007/978-981-10-0824-55> doi: 10.1007/978-981-10-0824-55
- Lagos, G. (2018, 01 de May). Mining nationalization and privatization in peru and in chile. *Mineral Economics*, 31(1), 127-139. Descargado de <https://doi.org/10.1007/s13563-017-0124-9> doi: 10.1007/s13563-017-0124-9
- Meza, J. (2011). *Desarrollo de un modelo de aplicación de simulación a un sistema de car-*

- guío y acarreo de desmonte en una operación minera a tajo abierto* (Tesis de Master no publicada). Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Neri, F. (2016). Matrices. En *Linear algebra for computational sciences and engineering* (pp. 15–39). Cham: Springer International Publishing. Descargado de https://doi.org/10.1007/978-3-319-40341-0_2 doi: 10.1007/978-3-319-40341-0_2
- O'Regan, G. (2016). Graph theory. En *Guide to discrete mathematics: An accessible introduction to the history, theory, logic and applications* (pp. 141–153). Cham: Springer International Publishing. Descargado de https://doi.org/10.1007/978-3-319-44561-8_9 doi: 10.1007/978-3-319-44561-8_9
- Peru Exports observatory of economic complexity.* (s.f.). https://oec.world/en/visualize/tree_map/hs92/export/per/all/show/2018/. (Accessed : 20
- Ramlall, N. (2013). *An investigation into the effects of ug2 ore variability in froth flotation* (Tesis de Master no publicada). University of KwaZulu-Natal.
- Ribeiro, G. R., Saldanha, R. R., y Maia, C. A. (2018, 01 de Oct). Analysis of decision stochastic discrete-event systems aggregating max-plus algebra and markov chain. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 29(5), 576-585. Descargado de <https://doi.org/10.1007/s40313-018-0394-7> doi: 10.1007/s40313-018-0394-7
- Savage, J. (2019, 1 de November). *Safer and more sustainable, mining through technology.* University of Arizona, Mining and Geological Engineering department.
- Wahde, M., Bellone, M., y Torabi, S. (2019, 01 de Sep). A method for real-time dynamic fleet mission planning for autonomous mining. *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, 33(5), 564-590. Descargado de <https://doi.org/10.1007/s10458-019-09416-y> doi: 10.1007/s10458-019-09416-y
- White, J. W., y Olson, J. P. (s.f.). Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Min. Eng. (Littleton, Colo.); (United States)*. Descargado de

<https://www.osti.gov/biblio/7015726>



Anexo

