

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ  
ESCUELA DE POSGRADO



**PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO DE FISURAS  
POR FATIGA EN COMPONENTES DE ACERO BIDIMENSIONALES  
UTILIZANDO SIMULACIÓN NUMÉRICA**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE DOCTOR EN  
INGENIERÍA**

**AUTOR**

David Reynaldo Berrios Barcena

**ASESOR**

Rosendo Franco Rodríguez

Octubre, 2021

# Resumen

En la presente investigación se estudia el comportamiento a la fractura de componentes mecánicos bidimensionales sometidos a cargas cíclicas. El trabajo tiene como objetivo general implementar un procedimiento flexible, basado en simulación numérica, capaz de analizar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II y se centra en el estudio de un acero de alta resistencia denominado comercialmente Chronit T1-500 (DIN W N°: 1.8721). La investigación tiene una componente experimental muy importante, a través de la cual se realiza una caracterización completa del material estudiado. Para obtener datos experimentales relevantes para la posterior implementación del modelo numérico, se diseñaron probetas especiales tipo TDCB, capaces de capturar trayectorias suficientemente largas y curvadas, representativas del modo mixto. En el trabajo se detalla todo el proceso de diseño, fabricación y ensayo de las probetas utilizadas, así como las técnicas y equipos empleados para medir la trayectoria de la fisura y sus parámetros de crecimiento, dentro de ellos, un equipo pulsador de alta frecuencia y la técnica DIC, en combinación con software CAD. La metodología experimental desarrollada constituye uno de los principales aportes del trabajo. La componente numérica de la investigación se basa en el método XFEM, existente en la plataforma utilizada ANSYS Mechanical APDL. Para implementar el procedimiento se desarrollaron algoritmos y escribieron códigos en el lenguaje propio de la mencionada plataforma. En este proceso, se estudiaron los parámetros más influyentes en la precisión de los resultados y se establecieron los criterios para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones. Asimismo, fue necesario resolver dos problemas críticos del método XFEM: la tendencia de la fisura a propagar dos veces por el mismo elemento y la tendencia de la fisura a pasar por un nodo, situaciones no admitidas en el software utilizado. El procedimiento implementado permite utilizar tres criterios diferentes para determinar la dirección de propagación de la fisura, un modelo de crecimiento y dos criterios diferentes para determinar el rango del factor de intensidad de tensiones equivalente. Adicionalmente, existe la posibilidad de añadir fácilmente otros criterios y modelos nuevos, lo que constituye otro importante aporte para esta y futuras investigaciones. La ecuación de NASGRO es el modelo de crecimiento implementado que ofrece mejores resultados. Sin embargo, la obtención de los cuatro parámetros que lo definen es una tarea compleja. En este sentido, se desarrolló e implementó un novedoso algoritmo para la calibración de dicho modelo, basado en datos experimentales y resultados numéricos. El procedimiento numérico se validó con los resultados experimentales de cinco probetas tipo TDCB, obteniéndose una excelente correspondencia. Finalmente, se aplicó con éxito en el análisis de dos probetas tipo TDCB con diferentes espesores y en una palanca acodada usando dos materiales diferentes.

# ÍNDICE

<b>Índice</b> .....	<b>3</b>
<b>Notaciones</b> .....	<b>6</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>12</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>14</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>16</b>
<b>Capítulo 1. Estado del conocimiento</b> .....	<b>24</b>
1.1 Introducción .....	24
1.2 Fundamentos de la Mecánica de Fractura.....	27
1.2.1 Fractura por fatiga .....	27
1.2.2 Mecánica de la Fractura Elástica Lineal.....	31
1.2.3 Criterios para evaluar la dirección de propagación de fisuras .....	35
1.2.4 Modelos de crecimiento de fisuras por fatiga.....	39
1.2.5 Criterios para determinar el valor equivalente de $K$ en modo mixto I+II .....	40
1.3 Métodos numéricos utilizados en la Mecánica de Fractura .....	42
1.3.1 El Método de los Elementos Finitos .....	42
1.3.2 El Método de los Elementos Finitos Extendido.....	43
1.3.3 Determinación de $K_I$ y $K_{II}$ mediante métodos numéricos .....	46
1.4 Softwares comerciales utilizados en la Mecánica de Fractura .....	50
1.4.1 Softwares para la simulación numérica.....	50
1.4.2 Características y limitaciones de los softwares comerciales .....	52
1.5 Conclusiones parciales.....	54
<b>Capítulo 2. Ensayos experimentales</b> .....	<b>55</b>
2.1 Introducción .....	56
2.2 Caracterización del material utilizado.....	57
2.2.1 Composición química del acero .....	57
2.2.2 Tratamiento térmico realizado .....	57
2.2.3 Ensayos de tracción .....	59
2.2.4 Ensayos de dureza.....	61
2.2.5 Metalografía.....	62
2.3 Ensayos para determinar la tenacidad a la fractura del material .....	63
2.3.1 Norma ASTM E399 .....	63
2.3.2 Procedimiento de ensayo.....	66
2.3.3 Análisis y validación de resultados.....	67
2.3.4 Análisis de la superficie de fractura mediante SEM.....	72
2.4 Ensayos para evaluar la dirección de propagación de fisuras por fatiga.....	75
2.4.1 Diseño y fabricación de la probeta .....	75
2.4.2 Procedimiento y parámetros de ensayo.....	77
2.4.3 Obtención de resultados de las trayectorias .....	83
2.4.4 Resultados experimentales de trayectorias de las fisuras .....	85

2.5 Ensayos para determinar el crecimiento de fisuras por fatiga .....	87
2.5.1 Norma ASTM E647 .....	87
2.5.2 Ensayos de crecimiento en probetas tipo TDCB .....	87
2.5.3 Resultados de la literatura para aceros de alta resistencia .....	90
2.6 Conclusiones parciales.....	93
<b>Capítulo 3. Determinación de los factores de intensidad de tensiones .....</b>	<b>94</b>
3.1 Introducción .....	94
3.2 Modelos de la Mecánica de Fractura .....	96
3.2.1 Placa plana con una fisura lateral (Edge crack).....	96
3.2.2 Placa plana con una fisura Inclínada (Slant crack) .....	97
3.2.3 Placa plana con una fisura desviada (Kinked crack) .....	98
3.3 Uso de FEM y XFEM en el cálculo de $K_I$ y $K_{II}$ .....	98
3.3.1 Parámetros geométricos y resultados analíticos .....	99
3.3.2 Implementación del modelo FEM.....	100
3.3.3 Implementación del modelo XFEM .....	102
3.3.4 Comparación de resultados FEM y XFEM.....	105
3.4 Precisiones para el cálculo de $K_I$ y $K_{II}$ usando XFEM .....	108
3.4.1 Análisis de influencia de los parámetros seleccionados .....	108
3.4.2 Criterios para determinar el valor numérico de $K_I$ y $K_{II}$ .....	112
3.5 Conclusiones parciales.....	115
<b>Capítulo 4. Obtención de la trayectoria de propagación de fisuras por fatiga .....</b>	<b>116</b>
4.1 Introducción .....	116
4.2 Procedimiento para simular la trayectoria de propagación de la fisura .....	117
4.3 Configuración del modelo inicial.....	118
4.3.1 Configuración global del modelo numérico .....	118
4.3.2 Generación de la prefisura mediante puntos de referencia .....	119
4.3.3 Identificación del primer elemento de la prefisura.....	121
4.3.4 Determinación de coordenadas por donde la prefisura atraviesa el elemento.....	122
4.3.5 Definición de las funciones Level Set en la prefisura.....	122
4.3.6 Cargas y restricciones del modelo .....	122
4.4 Solución del modelo .....	122
4.4.1 Determinación de los factores de intensidad de tensiones.....	123
4.4.2 Determinación de la dirección de propagación mediante métodos numéricos.....	123
4.4.3 Determinación del siguiente elemento a fisurar .....	124
4.5 Generación de la fisura en el elemento.....	126
4.5.1 Determinación de coordenadas por donde la fisura atraviesa al elemento .....	126
4.5.2 Definición de las funciones <i>Level Set en todos los elementos fisurados</i> .....	127
4.6 Resultados de la simulación numérica.....	129
4.7 Solución de problemas críticos presentados en el método XFEM utilizado .....	130
4.7.1 Propagación hacia un mismo elemento .....	130

4.7.2 Fisura pasa por un nodo .....	130
4.8 Macros del procedimiento implementado.....	131
4.9 Conclusiones parciales.....	133
<b>Capítulo 5. Determinación del número de ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga .....</b>	<b>134</b>
5.1 Introducción .....	134
5.2 Procedimiento para determinar el número de ciclos de crecimiento .....	135
5.2.1 Solución del modelo .....	136
5.2.2 Verificación de las condiciones para el crecimiento.....	137
5.2.3 Cálculo de los parámetros de crecimiento de la fisura .....	139
5.2.4 Resultados.....	140
5.3 Calibración de la ecuación de NASGRO.....	140
5.3.1 Datos numéricos necesarios para la calibración del modelo .....	141
5.3.2 Procedimiento para la calibración del modelo matemático.....	142
5.3.3 Macros para la calibración del modelo.....	143
5.4 Conclusiones parciales.....	146
<b>Capítulo 6. Procedimiento general: validación y aplicación.....</b>	<b>147</b>
6.1 Introducción .....	147
6.2 Procedimiento general para el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga .....	149
6.3 Parámetros de la ecuación de NASGRO .....	152
6.3.1 Datos numéricos para la calibración del modelo .....	152
6.3.2 Determinación de los parámetros óptimos.....	153
6.3.3 Análisis de los resultados de la calibración del modelo .....	156
6.4 Validación del procedimiento con probetas TDCB.....	157
6.4.1 Generación y configuración del modelo numérico para probetas TDCB.....	157
6.4.2 Verificación de los criterios utilizados.....	160
6.4.3 Comparación de resultados de la trayectoria .....	165
6.5 Aplicación del procedimiento general implementado.....	168
6.5.1 Probetas tipo TDCB de diferente espesor.....	169
6.5.2 Palanca acodada.....	175
6.6 Conclusiones parciales.....	181
<b>Discusión.....</b>	<b>183</b>
<b>Conclusiones finales.....</b>	<b>189</b>
<b>Referencias .....</b>	<b>192</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>205</b>

# Notaciones

## Símbolos

$a$	Longitud de la fisura
$a_{CT}$	Longitud total de la trayectoria obtenida numéricamente
$a_{ET}$	Longitud total de la trayectoria obtenida experimentalmente
$a_{11}, a_{12}, a_{22}$	Coefficientes de densidad de energía para modos I y II
$a_0, a_1, a_2, a_3$	Longitud de los tramos de trayectoria en cada probeta
$a_{C1}, a_{C2}, a_{C3}$	Tamaños de la prefisura medidos en la parte interna de la probeta
$a_{S1}, a_{S2}$	Tamaño de la prefisura en las caras de la probeta
$[a', c']$	Intervalo que contiene la raíz para el método de bisección
$a_m$	Promedio del tamaño de la prefisura
$A_1, A_2, \dots, A_6$	Áreas del modelo analítico de placa plana
$b'$	Valor medio del intervalo que contiene a la raíz en el método de bisección
$B$	Ancho de la probeta
$B_l(r, \theta)$	Función de singularidad
$c$	Velocidad de propagación de la fisura
$C$	Coefficiente de Paris
$CE_E$	Cuadrado del error total entre los datos numéricos y experimentales
$CE_{\bar{y}}$	Porcentaje de la variación total de $y$ descrita por $x$
$C$	Coefficiente de Paris
$C_0, m_0, p_0, q_0$	Valores iniciales de los parámetros de NASGRO
$C_0, C_1, \dots, C_5$	Coefficientes $C_i$ para el cálculo de $\Delta a$ en probetas CT
$C_0, m_0, p_0, q_0$	Valores óptimos de los parámetros de NASGRO
$d_p$	Diámetro del pin de carga
$dens$	Densidad
$d_1, d_2, d_3$	Distancia de la punta de la fisura a los puntos de intersección
$d_t$	Lado del elemento intersecado
$da/dN$	Velocidad de crecimiento de la fisura
$endcrack$	Variable para control de algoritmo
$error$	Error en el número de ciclos
$elefis$	Elemento fisurado identificado
$elem1$	Elemento por donde la fisura propagará
$E$	Módulo de elasticidad del material
$EFis$	Número de elementos por donde atravesará la fisura
$f$	Función definida por Newman
$f(a/W)$	Función de forma geométrico de probetas CT
factor	Factor de proporcionalidad para definir el $R_{TIP}$
$F_{1,kink}(a)$	Factor geométrico de la fisura desviada para modo I

$F_{II,kink}(a)$	Factor geométrico de la fisura desviada para modo II
$F_{I,slant}(a)$	Factor geométrico de la fisura inclinada para modo I
$F_{II,slant}(a)$	Factor geométrico de la fisura inclinada para modo II
$F_t$	Función para una fisura sometida a tensión $\sigma$
$G$	Módulo de elasticidad transversal
$G_{máx}$	Tasa de liberación de energía máxima
$G(\alpha)$	Tasa de liberación de energía en función de $\alpha$
$h$	Parámetro que define la altura del modelo
$H(x)$	Función de discontinuidad
$I$	Conjunto de nodos estándar
$J$	Conjunto de nodos asociados a los elementos diseccionados por la fisura
$J^{(1+2)}$	Integral-J del estado superpuesto
$J^{(1)}, J^{(2)}$	Integral-J del estado 1 y 2
$J_{gp}$	Jacobiano evaluado para los puntos de integración
$k$	Constante de Kolosov
$K_{eff}$	Valor efectivo de los factores de intensidad de tensiones
$K_f$	Factor de intensidad de tensiones máximo en el ciclo de carga
$K_{Ic}$	Tenacidad a la fractura
$K_I$	Factor de intensidad de tensiones en modo I
$K_{II}$	Factor de intensidad de tensiones en modo II
$K_{I(\alpha)}$	Factor de intensidad de tensiones en modo I para fisura desviada $\alpha$
$K_{II(\alpha)}$	Factor de intensidad de tensiones en modo II para una fisura desviada $\alpha$
$K_{I(Num)}$	Factor de intensidad de tensiones numérico en modo I
$K_{II(Num)}$	Factor de intensidad de tensiones numérico en modo II
$K_I^{(1,2)}, K_{II}^{(1,2)}$	Factor de intensidad de tensiones de los estados 1, 2
$K_{I,II}^{Fett}$	Factor de intensidad de tensiones analítico de Fett
$K_{max}$	Factor de intensidad de tensiones máximo en el prefisurado
$K'_{max}$	Factor de intensidad de tensiones máximo en el paso anterior
$K_{I,II}^{(Prom)}$	Promedio de los factores de intensidad obtenido de los contornos de integración
$K_{Est}$	Factor de intensidad de tensiones estático o estacionario
$K_{Din}$	Factor de intensidad de tensiones dinámico
$K_Q$	Factor de intensidad de tensiones crítico
$l$	Longitud de la fisura inclinada
$L_{P1}, L_{P2}, L_{P3}$	Longitud de segmento, cuando un elemento es cortado
$L_1, L_2, L_3$	Rectas que definen el borde del elemento finito
$m$	Exponente de Paris
$m_0, m_1, m_2$	Masas de oscilación del Vibrophoro Amsler 150 HFP 5100
$Mu$	Coeficiente de Poisson

$M^{(1,2)}$	Integral de interacción entre el estado 1 y 2
$n$	Contador para control de algoritmos
$nm$	Número de elementos asociados a los nodos $nizq$ y $nder$
$nizq$	Nodo de la izquierda, en el elemento hacia donde propaga la fisura
$nder$	Nodo de la derecha, en el elemento hacia donde propaga la fisura
$npder$	Nodo posterior de la derecha, en el elemento hacia donde la fisura propagará
$npizq$	Nodo posterior de la izquierda, en el elemento hacia donde la fisura propagará
$N$	Número de ciclos de carga
$N_1, N_2, \dots, N_8$	Puntos definidos para generar la geometría del modelo
$N_{Contours}$	Número de contornos utilizados para el cálculo de $K_I$ y $K_{II}$
$NI_{m\acute{a}x}$	Número máximo de iteraciones para la solución de la trayectoria
$N_{Load}$	Número de tramos donde se aplican las cargas al modelo
$N_{Pre}$	Número de tramos con la cual se genera la prefisura
$N_{ET}$	Número total de ciclos obtenido experimentalmente
$N_{CT}$	Número total de ciclos calculado
$N_i(x), N_j(x), N_k(x)$	Funciones de forma asociadas a los nodos del elemento
$p$	Parámetro de NASGRO relacionado al umbral de fatiga
$P$	Carga aplicada al modelo analizado
$P_Q$	Carga crítica de ensayo
$P_5$	Carga al 95% de la secante
$P_{m\acute{a}x}$	Carga máxima del ensayo
$P_1, P_2, P_3$	Cargas aplicadas al modelo en cada tramo de la probeta
$P_{L1}, P_{L2}, P_{L3}$	Puntos de intersección de la recta de propagación con $L_1, L_2, L_3$
$P'_{m\acute{a}x}$	Presión máxima de contacto entre pin y probeta
$q$	Parámetro de NASGRO relacionado al crecimiento inestable
$Q$	Conjunto de nodos pertenecientes a los elementos del extremo de la fisura
$Q_1, Q_2, \dots, Q_n$	Puntos definidos para generar la trayectoria de la prefisura
$Q'_2, Q'_3, \dots, Q'_n$	Puntos extendidos hasta los bordes de los elementos
$r$	Distancia radial desde la punta de fisura
$r_k$	Múltiplo escalar
$r_p$	Radio de plastificación en la punta de fisura
$r_2$	Radio que define la distancia de la punta de fisura hasta un elemento atravesado
$r_{22}$	Radio que define la distancia de la punta de la prefisura hasta el punto $Q_i$
$R$	Relación entre las cargas mínima y máxima
$R_1, R_2, R_3$	Relación de cargas de cada tramo
$R_{TIP}$	Radio de enriquecimiento alrededor de la punta de fisura
$RMS_{error}$	RMS del error
$R^2$	Coefficiente de determinación
$s$	Área del elemento de la punta de la fisura

$S$	Densidad de energía de deformación
$S_{min}$	Mínima densidad de energía de deformación
$S_{Contours}$	Cantidad de contornos no considerados en la determinación de $K_{I(Num)}$ y $K_{II(Num)}$
$T_0$	Tolerancia para determinar cercanía a un nodo
$T_1, T_2$	Temperaturas de ensayo
$u_x, u_y$	Desplazamiento en la dirección X , Y
$u_i, b_j, a_k^l$	Grados de libertad correspondiente a los desplazamientos
$U_{máx}$	Máximo desplazamiento definido para finalizar simulación
$w$	Ancho del modelo analítico
$w_{gp}$	Pesos de los puntos de integración de Gauss
$W$	Tamaño de la probeta CT
$W_{nk}$	Densidad de energía
$W^{(1,2)}$	Densidad de energía de interacción del estado 1 y 2
$(x_i, y_i)$	Coordenadas globales de la trayectoria de la fisura
$(x_2, y_2)$	Coordenadas por donde la fisura corta un elemento de la malla
$(x_{22}, y_{22})$	Coordenadas definidas por puntos por donde atraviesa la prefisura
$X_L, Y_L$	Coordenada local generada en la punta de la fisura
$X_T, Y_T$	Coordenadas de la trayectoria consideradas para cálculo de $R^2$
$\bar{y}$	Valor promedio de las coordenadas en y
$z$	Factor que depende del estado plano de tensión y deformación
$\alpha$	Ángulo de desviación de la fisura
$\rho$	Relación entre el tamaño fisura y el ancho del modelo
$\alpha_0$	Ángulo de contacto entre pin y probeta
$\beta$	Factor geométrico del modelo placa plana
$\Delta a$	Crecimiento de la fisura a través del elemento finito
$\Delta a_T$	Longitud de la fisura propagada
$\Delta a_c$	Crecimiento de la fisura por ciclo
$\Delta a_d$	Longitud de la fisura desviada
$\Delta a_{Ni}$	Crecimiento de la fisura para cada tramo $i$ de carga, obtenida numéricamente
$\Delta a_{Ei}$	Crecimiento de la fisura para cada tramo $i$ de carga, obtenida experimentalmente
$\Delta K$	Rango del factor de intensidad de tensiones
$\Delta K_{eq}$	Rango del factor de intensidad de tensiones equivalente para modo mixto I+II
$\Delta K_C$	Rango del factor de intensidad de tensiones crítico
$\Delta K_{TH}$	Rango del factor de intensidad de tensiones umbral
$\Delta K_I, \Delta K_{II}$	Rango de los factores de intensidad de tensiones en modo I y II
$\Delta K_v$	Rango del factor de intensidad de tensiones comparativo
$\Delta N$	Número de ciclos correspondiente al crecimiento $\Delta a$ de la fisura
$\Delta N_{Ci}$	Número de ciclos numérico para cada elemento atravesado $i$
$\Delta N_{ET}$	Número total de ciclos obtenida experimentalmente

$\Delta N_{Nj}$	Número de ciclos numérico para cada tramo $j$
$\Delta N_{Ej}$	Número de ciclos experimental para cada tramo $j$
$\Delta X_T$	Diferencia máxima entre el valor experimental y numérico de $X_T$ , para un $Y_T$
$\Delta Y_T$	Diferencia máxima entre el valor experimental y numérico de $Y_T$ , para un $X_T$
$\Delta \sigma_{TH}$	Rango de esfuerzo umbral
$\varepsilon_r$	Tolerancia para el cálculo de la raíz por el método de bisección
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Deformaciones principales
$\varepsilon$	Deformación longitudinal
$\varepsilon_{ij}$	Tensor de deformaciones
$\theta$	Angulo de propagación de la fisura
$\vartheta$	Angulo de inclinación de $r$ en coordenadas polares
$\theta_c^-$	Ángulo entre la dirección de la fisura y el borde derecho del elemento
$\theta_c^+$	Ángulo entre la dirección de la fisura y el borde izquierdo del elemento
$\theta_{máx}$	Ángulo de propagación máximo
$\theta_{mín}$	Ángulo de propagación mínimo
$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$	Ángulo de propagación de la fisura en cada elemento
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\nu_e$	Desplazamiento entre los puntos de medición del extensómetro
$\sigma$	Tensión normal
$\sigma_{ij}$	Tensor de tensiones
$\sigma_B$	Esfuerzo máximo o último del material
$\sigma_{c1}, \sigma_{c2}$	Límite elástico del material a diferentes temperaturas
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Esfuerzos principales
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}$	Esfuerzos en el plano alrededor de la fisura
$\sigma_F$	Esfuerzo de fluencia
$\sigma_{ij}$	Tensor de esfuerzos
$\sigma_{0.2}$	Límite convencional de fluencia al 0.2%.
$\tau_{res}$	Esfuerzo cortante resuelto
$\varphi$	Angulo de inclinación de la fisura
$\phi$	Distancia del nodo al flanco de la fisura
$\phi'$	Desviación experimental de la fisura respecto al plano medio
$\varphi_1$	Angulo de inclinación de la fisura $a$
$\varphi_2$	Angulo de desviación de la fisura $\Delta a_d$
$\phi_{ij}$	Distancia del nodo al flanco de fisura para el elemento $i$ , y nodo $j$
$\phi_{máx}$	Distancia máxima del nodo al flanco de la fisura en un elemento
$\phi_{mín}$	Distancia mínima del nodo al flanco de la fisura en un elemento
$\psi$	Distancia del nodo al frente de la fisura
$\psi_j(x)$	Distancia del nodo $j$ del nodo a una recta perpendicular a la punta de fisura

## Abreviaturas

ANSYS Mechanical APDL	Lenguaje de diseño paramétrico de ANSYS
ASTM	Sociedad Americana para Pruebas y Materiales
CT	Compacta a tracción
COD	Desplazamiento de apertura de la fisura
DE	Método de extrapolación de desplazamientos
DIC	Correlación digital de imágenes
EDI	Integral de dominio equivalente
EDM	Mecanizado por descarga eléctrica (Electroerosión)
FEM	Método de los elementos finitos
J-Integral	Integral J
LEFM	Mecánica de la Fractura Elástica Lineal
LSM	Level Set Method
MERR	Criterio de la máxima tasa de liberación de energía
M-Integral	Integral de interacción
MTS	Criterio de la máxima tensión tangencial
PSB's	Bandas de deslizamientos persistentes
PSMAX	Criterio en base a la tensión tangencial en $\sigma_{r\theta} = 0$
RMS	Error cuadrático medio
SCB	Viga Semi-Circular
SEB o SENB	Flexión con entalla de un borde
SED	Criterio de la mínima densidad de energía
SEM	Microscopio electrónico de barrido
STTMAX	Máxima tensión circunferencial
TDCB	Doble viga en voladizo con sección variable
T-Stress	Parámetro de caracterización del campo de tensión en la punta de la fisura.
VCCT	Técnica del Cierre de la fisura virtual
XFEM	Método Extendido de los Elementos Finitos

# Lista de figuras

Fig. 1.1: Fases de crecimiento de fisuras por fatiga, (adaptado de Milella, 2012).....	28
Fig. 1.2: Niveles de crecimiento de la fisura (adaptado de Ellyin, 2012) .....	29
Fig. 1.3: Etapas de crecimiento de fisuras por fatiga (adaptado de Ellyin, 2012).....	30
Fig. 1.4: Modos de carga de una fisura .....	33
Fig. 1.5: (a) Campo de tensiones alrededor de la fisura, (b)Tensiones en la punta de fisura .....	34
Fig. 1.6: Tasa de liberación de energía en función de $\alpha$ .....	36
Fig. 1.7: Densidad de energía de deformación en función de $\alpha$ .....	38
Fig. 1.8: Localización de la fisura a través de las funciones <i>Level set</i> , (adaptado de Vercher, 2010) ..	44
Fig. 1.9: Enriquecimiento de los nodos asociados a la fisura en XFEM, (adaptado de Vercher, 2010) 45	
Fig. 2.1: Ciclo térmico para obtener el estado natural del acero (Aceros Bohler del Perú S.A.) .....	58
Fig. 2.2: Probetas para ensayos de tracción PT_1 y PT_2.....	59
Fig. 2.3: Probetas fracturadas después del ensayo (a) Probeta PT_1, (b) Probeta PT_2 .....	59
Fig. 2.4: Superficie de fractura de la probeta PT_2 .....	60
Fig. 2.5: Resultado del ensayo de tracción, Probeta PT_1 (izquierda) y Probeta PT_2 (derecha) .....	61
Fig. 2.6: Ensayos de dureza del acero DIN W N°: 1.8721 (revenido).....	62
Fig. 2.7: Resultados del ensayo de dureza del acero DIN W N°: 1.8721 (templado-revenido).....	62
Fig. 2.8: Microestructura de martensita revenida del acero DIN W N°: 1.8721; a) 100X, b) 500X.....	63
Fig. 2.9: Orientación de fabricación para la probeta CT (ASTM E399, 2013) .....	64
Fig. 2.10: Dimensiones de la probeta CT para ensayos de tenacidad a la fractura .....	64
Fig. 2.11: a) Dimensiones de la prefisura por fatiga, b) Desviación de la prefisura.....	65
Fig. 2.12: Tipos de curva carga-desplazamiento (ASTM E399) .....	66
Fig. 2.13: a) Montaje del extensómetro, b) Probeta CT prefisurada sometida a carga .....	66
Fig. 2.14: Diagrama <b>P – V</b> de las probetas TF_1 a TF_5 .....	68
Fig. 2.15: Superficie de fractura de la probeta CT TF_1 .....	69
Fig. 2.16: Superficie de fractura de la probeta CT TF_4.....	69
Fig. 2.17: a) estrías dúctiles, b) perfiles dúctiles, c) estrías frágiles, d) perfil frágil (adaptado de Milella, 2012).....	72
Fig. 2.18: Imagen SEM de la superficie de fractura de la probeta TF_4 (300X).....	73
Fig. 2.19: Imagen SEM de la superficie de fractura de la probeta TF_4 (1064X).....	74
Fig. 2.20: Imagen SEM de la superficie de fractura de la probeta TF_4 (2100X).....	74
Fig. 2.21: Probeta tipo TDCB para obtener trayectoria de fisuras por fatiga en modo I+II.....	76
Fig. 2.22: Vibrophore AMSLER 150 HFP 5100 (Zwick/Roell, 2013).....	78
Fig. 2.23: Elementos de sujeción para ensayos de fatiga, Zwick/Roell (2013).....	79
Fig. 2.24: Montaje de la probeta tipo TDCB para los ensayos experimentales .....	79
Fig. 2.25: Reporte de ensayo de la probeta 2 para el primer tramo .....	82
Fig. 2.26: Trayectoria experimental de las prefisuras para las probetas PF_1 a PF_6.....	82
Fig. 2.27: Probetas tipo TDCB escaneadas; a) Probeta PF_1, b) Probeta PF_3.....	83
Fig. 2.28: Obtención de las coordenadas de la trayectoria (probeta PF_3) .....	85
Fig. 2.29: Curvas experimentales que describen las trayectorias de las probetas PF_1 a PF_6 .....	86

Fig. 2.30: Valores experimentales de crecimiento de las probetas PF_4, PF_5 y PF_6.....	88
Fig. 2.31: Prefisura y trayectoria de la fisura en cada tramo de las probetas PF_1 a PF_6 .....	89
Fig. 2.32: Ajuste del Modelo de crecimiento de fisuras por fatiga definida por la ecuación NASGRO con datos experimentales del acero 10Ni-Cr-Mo-Co .....	92
Fig. 3.1: Campo de tensiones alrededor de la fisura mediante: a) FEM, b) XFEM .....	95
Fig. 3.2: Casos de análisis: a) Fisura lateral, b) Fisura Inclinada, c) Fisura desviada. (adaptado de Fett, 2009).....	96
Fig. 3.3: Modelo FEM: a) División de la geometría, b) Áreas del modelo .....	100
Fig. 3.4: Modelo numérico FEM .....	101
Fig. 3.5: Algoritmo para la generación del modelo FEM .....	102
Fig. 3.6: Modelo XFEM: a) División de la geometría, b) Áreas del modelo .....	103
Fig. 3.7: Modelo numérico XFEM: a) malla inicial, b) fisura generada .....	103
Fig. 3.8: Modelo XFEM: a) Elementos atravesados por la fisura, b) Nodos enriquecidos .....	104
Fig. 3.9: Algoritmo para la generación del modelo XFEM.....	105
Fig. 3.10: Resultados FEM y XFEM para el caso de fisura lateral: <b>KI</b> .....	106
Fig. 3.11: Resultados FEM y XFEM para el caso de fisura inclinada: a) <b>KI</b> , b) <b>KII</b> .....	106
Fig. 3.12: Resultados FEM y XFEM para el caso de fisura desviada: a) <b>KI</b> , b) <b>KII</b> .....	107
Fig. 3.13: Factor de intensidad de tensiones para caso de fisura lateral: <b>KI</b> .....	109
Fig. 3.14: Factor de intensidad de tensiones para caso de fisura inclinada: a) <b>KI</b> , b) <b>KII</b> .....	110
Fig. 3.15: Factor de intensidad de tensiones para caso de fisura desviada: a) <b>KI</b> , b) <b>KII</b> .....	110
Fig. 3.16: Resultados de los criterios propuestos: a) <b>KI</b> , b) <b>KII</b> .....	113
Fig. 4.1: Diagrama de flujo del programa para la obtención de la trayectoria .....	118
Fig. 4.2: Generación de la prefisura a través de puntos de referencia .....	119
Fig. 4.3: Prefisura que atraviesa elementos con la misma pendiente .....	120
Fig. 4.4: Algoritmo para la generación de la prefisura a través de punto de referencia .....	121
Fig. 4.5: Elementos asociados a <b>nizq</b> y <b>nder</b> en el borde del modelo .....	122
Fig. 4.6: Algoritmo para determinar la dirección de propagación de la fisura.....	124
Fig. 4.7: Elementos asociados a <b>nizq</b> y <b>nder</b> dentro del modelo .....	125
Fig. 4.8: Algoritmo para identificar al elemento por donde propagará la fisura .....	125
Fig. 4.9: Criterio para determinar las coordenadas de propagación $x_2y_2$ .....	126
Fig. 4.10: Rango para la propagación de una fisura .....	127
Fig. 4.11: Parámetros de las funciones <i>Level Set Method</i> .....	128
Fig. 4.12: Algoritmo para definir los parámetros $\phi_{ij}$ y $\psi_{jx}$ .....	129
Fig. 4.13: Corrección de la dirección de propagación.....	130
Fig. 4.14: Estructura de macros para la obtención de la trayectoria de la fisura .....	132
Fig. 5.1: Algoritmo para determinar el número de ciclos de crecimiento .....	136
Fig. 5.2: Algoritmo para la verificación de las condiciones de crecimiento .....	138
Fig. 5.3: Algoritmo para el cálculo de los ciclos de crecimiento .....	139
Fig. 5.4: Algoritmo para la obtención de los parámetros calibrados <b>C</b> , <b>m</b> , <b>p</b> y <b>q</b> .....	145
Fig. 6.1: Algoritmo general para determinar el crecimiento de fisuras por fatiga.....	149

Fig. 6.2: a) División de las superficies del modelo geométrico, b) Malla estructurada .....	158
Fig. 6.3: Contacto entre pin y agujero .....	159
Fig. 6.4: Restricciones y aplicación de la carga en el modelo .....	159
Fig. 6.5: Trayectoria de la fisura dividida por tramos .....	160
Fig. 6.6: Resultados cualitativos en la probeta PF_3 utilizando los criterios MTS, MERR y SED.....	161
Fig. 6.7: Resultados de las trayectorias con los criterios MTS, MERR y SED .....	162
Fig. 6.8: Comparación de criterios para <b>KI(Num)</b> y <b>KII(Num)</b> .....	163
Fig. 6.9: Influencia del <b>RTIP</b> en la trayectoria para los contornos 2 al 6 .....	164
Fig. 6.10: Influencia del <b>RTIP</b> en la trayectoria para los contornos 3 al 8 .....	164
Fig. 6.11: Comparación de resultados experimentales y numéricos, probetas PF_1-PF_6.....	166
Fig. 6.12: Trayectorias experimentales de las probetas PF_7 y PF_8 .....	172
Fig. 6.13: Comparación de los resultados experimentales y numéricos, probetas PF 7 y PF_8 .....	174
Fig. 6.14: Palanca acodada: a) Dimensiones, b) Condiciones de contorno (Adaptado de Schöllmann et al., 2003).....	176
Fig. 6.15: Modelo numérico XFEM: a) Prefisura simétrica, b) Prefisura lateral .....	177
Fig. 6.16: Prefisura simétrica: aleación de aluminio AlZnMgCu1.5 (7075 T 651).....	178
Fig. 6.17: Prefisura simétrica: acero DIN W N°: 1.8721 .....	178
Fig. 6.18: Prefisura lateral: aleación de aluminio AlZnMgCu1.5 (7075 T 651) .....	180
Fig. 6.19: Prefisura lateral: acero DIN W N°: 1.8721 .....	180
Fig. D1: Comparación del criterio de Tanaka y Xiangqiao.....	186
Fig. D2: Resultados experimentales y numéricos por desviaciones irreversibles de la trayectoria ....	187

## Listas de tablas

Tabla 1.1: Características de los softwares comerciales analizados.....	53
Tabla 2.1: Ensayos realizados en el acero DIN W N°: 1.8721.....	55
Tabla 2.2: Composición química del acero DIN W N°: 1.8721 .....	57
Tabla 2.3: Resultados de ensayos de tracción para el Acero DIN W N°: 1.8721 .....	60
Tabla 2.4: Ensayos de dureza del acero DIN W N°: 1.8721 .....	61
Tabla 2.5: Resultados de la prefisura y las cargas en el ensayo.....	67
Tabla 2.6: Reporte de la información del ensayo según ASTM E399 .....	71
Tabla 2.7: Parámetros de ensayo para el crecimiento de fisuras .....	81
Tabla 2.8: Resultados experimentales en coordenadas <b>X</b> , <b>Y</b> .....	84
Tabla 2.9: Resultados experimentales de crecimiento de fisuras por fatiga.....	90
Tabla 3.1: Parámetros geométricos de los casos de estudio .....	99
Tabla 3.2: Valor analítico de <b>KI</b> y <b>KII</b> para los casos analizados .....	100
Tabla 3.3: Cantidad de nodos y elementos alrededor de la fisura .....	108
Tabla 3.4: Diferencia entre el valor analítico y numérico contornos 2 a 8 .....	113
Tabla 3.5: Diferencia entre el valor analítico y numérico contornos 3 a 8 .....	114
Tabla 5.1: Resultados numéricos de los elementos fisurados.....	141

Tabla 6.1: Elementos atravesados por la fisura para las 5 probetas .....	153
Tabla 6.2: Resultados numéricos de crecimiento de fisuras por fatiga (probeta PF_1) .....	153
Tabla 6.3: Post procesamiento de los resultados: $\Delta K_{eq}$ y $\Delta NC$ (Probeta PF_1) .....	154
Tabla 6.4: Cálculo del número de ciclos total para la probeta PF_1 .....	154
Tabla 6.5: Valores óptimos de los parámetros, error absoluto y RMS .....	155
Tabla 6.6: Comparación del número de ciclos .....	156
Tabla 6.7: RMS del error del análisis preliminar para las 5 probetas .....	156
Tabla 6.8: RMS del error del análisis final para las 5 probetas.....	157
Tabla 6.9: Resultados cuantitativos en la probeta PF_3 con los criterios MTS, MERR y SED .....	162
Tabla 6.10: Coeficiente de determinación para los 5 criterios analizados .....	163
Tabla 6.11: Resultados cuantitativos en las cinco probetas utilizando el criterio MERR .....	167
Tabla 6.12: Resultados cuantitativos en la probeta PF_6 utilizando el criterio MERR.....	167
Tabla 6.13: Comparación de la longitud de crecimiento .....	168
Tabla 6.14: Parámetros geométricos y cargas para el ensayo experimental .....	169
Tabla 6.15: Resultados experimentales de los tramos de crecimiento.....	169
Tabla 6.16: Resultados experimentales del número de ciclos.....	170
Tabla 6.17: Resultados experimentales y numéricos para valores de la coordenada X .....	171
Tabla 6.18: Resultados numéricos de los tramos de trayectoria de las fisuras .....	173
Tabla 6.19: Resultados numéricos del número de ciclos por tramo (criterio de Tanaka).....	173
Tabla 6.20: Resultados numéricos del número de ciclos por tramo (criterio Xiangqiao).....	173
Tabla 6.21: Resultados cuantitativos en las probetas utilizando el criterio MERR .....	173
Tabla 6.22: Comparación del número de ciclos .....	175
Tabla 6.23: Propiedades de los materiales utilizados .....	176
Tabla 6.24: Resultados con la prefisura simétrica .....	179
Tabla 6.25: Resultados con la prefisura lateral.....	181
Tabla D1: Comparación de los resultados experimentales y numéricos .....	188

# Introducción

El desarrollo de la industria en el País requiere conocer de forma más amplia la Ingeniería que lleva a diseñar máquinas, asimismo, mantenerlas en condiciones de funcionamiento adecuadas para un servicio óptimo. Los componentes mecánicos, elementos de máquinas, estructuras mecánicas, elementos de transmisión, bastidores, soportes, etc., son diseñados para soportar las exigencias de trabajo, sin que se produzcan fallas ni desperfectos en su funcionamiento. Debido a factores producidos en la fabricación, tratamientos térmicos a los materiales, procesos de unión, desperfectos del material, etc., se pueden generar defectos o discontinuidades en el material llamados fisuras. Las fisuras generadas en los componentes de las máquinas los hacen menos resistentes a las solicitaciones para las cuales fueron diseñados, de aquí parte la necesidad de conocer de forma más amplia el comportamiento de elementos mecánicos fisurados que fallan por fatiga.

La implicancia económica relacionada a las fallas de elementos fisurados sometidos a cargas cíclicas es importante en el campo de la Ingeniería. Estudios realizados el año 1983 por el Departamento de Comercio de los Estados Unidos y el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología, con respecto a los efectos económicos de la fractura de los materiales, estimaron que el costo total anual fue mayor a 119 mil millones de dólares en 1982 (4% Producto Bruto Nacional), esto representó una pérdida significativa de recursos y mano de obra (Duga et al., 1983). Alrededor del 10% del total de pérdidas económicas están asociados a los vehículos motorizados, y un 5% con partes relacionadas a los aeroplanos, siendo la fatiga la mayor causa de problemas de fractura en estos dos sectores más afectados. El estudio encontró que, aproximadamente, una tercera parte del costo anual podía ser eliminado haciendo un mejor uso de la tecnología actual, otra tercera parte podría ser eliminado en un periodo a largo plazo mediante investigación y desarrollo, y la tercera parte restante sería difícil de eliminar sin mayores investigaciones y descubrimientos. Estudios más recientes en Europa, sobre el costo económico de fractura de materiales, reportaron que en 1991 se produjo una pérdida promedio del 4% del Producto Bruto Nacional (Milne, 1994; Downing, 2012). En la actualidad, se continúan desarrollando múltiples investigaciones en el tema de la Mecánica de Fractura que cobran gran importancia en el contexto económico del Perú, especialmente en el sector minero y otras ramas de la industria que se están desarrollando en el país.

Hechos históricos hicieron a la Mecánica de Fractura una disciplina de la Ingeniería. Williams y Ellinger (1953), investigaron las fallas producidas en los barcos Liberty fabricados en la Segunda Guerra Mundial. Estados Unidos, bajo la guía de Henry Kaiser, fabricó los barcos

Liberty para suministrarlos a Gran Bretaña. Desarrollaron un procedimiento revolucionario para fabricar barcos rápidamente, tenían un casco totalmente soldado, a diferencia de las construcciones remachadas de los diseños tradicionales de las naves (Anderson, 2005). El programa del barco Liberty fue un éxito rotundo hasta que, en 1943, un barco se partió por completo en dos partes, mientras navegaba entre Siberia y Alaska. Fallas similares ocurrieron posteriormente en otras naves Liberty. De los 4694 buques mercantes construidos en el transcurso de la segunda guerra mundial, 1289 presentaron roturas importantes, 233 presentaron roturas frágiles graves y 12 de estos se partieron en dos partes (Arana, 2002). Las investigaciones revelaron que las fallas fueron causadas debido a que las soldaduras fueron realizadas por mano de obra semi-calificada, conteniendo defectos como fisuras. Además, las esquinas cuadradas de la escotilla producían una elevada concentración local de tensiones. Al ser los cascos una sola pieza soldada, las fisuras se propagaron de manera continua, sin encontrar límites, algo que no sucedía en los cascos remachados. Por otra parte, el acero con el que se fabricaron los barcos Liberty tenía poca tenacidad, según las pruebas de impacto Charpy (Anderson, 2005). Posteriormente, entre 1960 a 1965 se registraron otros casos de fallas por fractura en buques, de los cuales 10 casos fueron publicados (Arana, 2002). En el año 1979 se reportó el caso de la falla por fractura del buque MV Kurdistan (Garwood, 1997). En los años 50, dos aviones Comet De Havilland fallaron catastróficamente a elevada altitud. Las investigaciones revelaron que la causa fue originada debido a fisuras por fatiga cerca de las aberturas en las ventanas del fuselaje (Anderson, 2005). Existen numerosas fallas en la industria aeronáutica, relacionadas con los trenes de aterrizaje y con los motores, que se han atribuido a fatiga y a corrosión bajo tensión (Arana, 2002). En la actualidad, los sectores industriales relacionados con las fallas por fractura son: el energético, transporte, distribución de gases licuados a muy bajas temperaturas, las industrias naval, química, petroquímica y construcción civil (Arana, 2002).

Es importante conocer mejor los mecanismos de crecimiento de fisuras por fatiga, ya que los elementos fisurados podrían fallar cuando se sometan a esfuerzos inferiores al esfuerzo límite de otros tipos de falla. Además, las estadísticas muestran que el fenómeno de fatiga es considerado responsable del 90% de las fallas por fractura, precediendo a la fractura súbita (Avner et al., 1979). Por todo lo mencionado, en los últimos años se ha incrementado el número de investigaciones relacionadas con el estudio del comportamiento de elementos fisurados. En particular, se utilizan cada vez más los métodos numéricos y las herramientas computacionales para estos estudios.

La presente investigación tiene como objeto de estudio los elementos mecánicos bidimensionales, de acero, fisurados y sometidos a cargas cíclicas. El problema que resuelve es la predicción del comportamiento de las fisuras en dichos elementos mecánicos.

Hipótesis:

El desarrollo de un procedimiento numérico flexible, que contemple la implementación de diferentes criterios para determinar la dirección de propagación de fisuras y diferentes modelos de crecimiento, permitirá predecir adecuadamente el crecimiento de fisuras por fatiga en componentes de acero bidimensionales.

Objetivo general:

Implementar un procedimiento para analizar el crecimiento de fisuras por fatiga en componentes bidimensionales de acero, que permita evaluar diferentes criterios y modelos, utilizando simulación numérica.

Para dar cumplimiento al objetivo general se establecieron los siguientes objetivos específicos:

1. Estudiar y seleccionar los modelos apropiados de crecimiento de fisuras, acorde con los mecanismos relacionados con la fatiga en la punta de la fisura.
2. Estudiar y seleccionar los criterios apropiados para determinar la dirección de propagación de fisuras en componentes sometidos a cargas cíclicas en modo mixto I+II.
3. Revisar las características y alcances del software disponible en cuanto a las posibilidades de simulación de crecimiento de fisuras por fatiga.
4. Determinar las propiedades fractomecánicas del material utilizado mediante la realización de ensayos experimentales normalizados.
5. Realizar pruebas experimentales para obtener datos de la trayectoria de propagación y de crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II.
6. Establecer e implementar un algoritmo que permita simular el crecimiento de fisuras por fatiga empleando los modelos y criterios seleccionados.
7. Validar y aplicar el procedimiento implementado en diferentes casos de estudio.

### Novedades científicas y aportes del trabajo:

1. **La metodología experimental desarrollada para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II**, que incluye: 1) caracterización completa del material utilizado, acero DIN W N°: 1.8721; 2) diseño, fabricación y ensayo de probetas especiales tipo TDCB para lograr trayectorias suficientemente largas y curvadas; 3) procedimiento para medir la trayectoria de la fisura, basado en el uso de un escáner y de software CAD; 4) procedimiento para obtener los parámetros de crecimiento de la fisura ( $\Delta a$ ,  $\Delta N$ ), basado en el uso de la técnica DIC, de un equipo pulsador de alta frecuencia y de software CAD.
2. **Procedimiento numérico flexible, basado en XFEM, para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II**, que incluye: 1) la posibilidad de utilizar diferentes criterios para determinar la dirección de propagación de fisuras y diferentes modelos de crecimiento; 2) la solución de problemas críticos del método XFEM en el software utilizado, tales como i) la tendencia de la fisura a propagar dos veces por el mismo elemento, aspecto no admitido en este método y ii) la tendencia de la fisura a pasar por un nodo, igualmente no admitido.
3. **Procedimiento para la calibración de la ecuación de NASGRO utilizando datos experimentales y numéricos**, que incluye las pautas para la obtención de los cuatro parámetros que definen la ecuación ( $C$ ,  $m$ ,  $p$ ,  $q$ ). Este procedimiento es aplicable para la calibración de otros modelos de crecimiento similares.

### Métodos de investigación empleados:

En el desarrollo de la investigación se emplearon tanto métodos **empíricos** como métodos **teóricos**. Dentro de los métodos **empíricos** se utilizaron la **experimentación**, la **observación** y la **medición**, con el fin de observar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II y de medir de manera sistemática las variables de interés. Dentro de los métodos **teóricos** se usó principalmente el **análisis** y la **síntesis**. Primero se analizaron por separado las características del objeto de estudio, tales como el material, la geometría, la trayectoria de la fisura, el número de ciclos de carga, entre otros. Luego se sintetizaron los modelos matemáticos, métodos y criterios que describen las características del objeto en un procedimiento unificado para estudiar el comportamiento de las fisuras en dicho objeto. De esta forma, los resultados obtenidos mediante los métodos empíricos se utilizaron para validar el procedimiento numérico planteado.

### Metodología:

Para alcanzar los objetivos planteados, se propuso la siguiente metodología:

1. Recopilación, estudio y organización de información bibliográfica actualizada, relacionada con los fundamentos, mecanismos y modelos para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga.
2. Revisión de las características y limitaciones de software disponible, capaz de analizar el crecimiento de fisuras por fatiga.
3. Realización de ensayos experimentales en el laboratorio de materiales de la PUCP para caracterizar y determinar las propiedades mecánicas del material utilizado.
4. Desarrollo del diseño y fabricación de probetas especiales, así como la definición de los procedimientos de ensayo correspondientes, los cuales permitan evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II.
5. Realización de ensayos experimentales en el laboratorio de materiales de la PUCP para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II, utilizando las probetas especiales y los procedimientos definidos.
6. Selección de los modelos apropiados para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga.
7. Selección de los criterios apropiados para determinar la dirección de propagación de fisuras bajo la acción de cargas cíclicas en modo mixto I+II.
8. Implementación de un procedimiento numérico flexible que permita evaluar el crecimiento de fisuras bidimensionales sometidas a modo mixto I+II.
9. Verificación y validación del procedimiento numérico a partir de los datos experimentales.
10. Aplicación del procedimiento implementado en el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga en diferentes casos de estudio.
11. Preparación de dos artículos científicos, resultado del trabajo de investigación, y su publicación en revistas indexadas.

### Valor práctico del trabajo:

El procedimiento implementado permite resolver problemas reales de la ingeniería, prediciendo el comportamiento de componentes fisurados bidimensionales sometidos a cargas cíclicas en modo mixto I+II. De esta manera se podrían prevenir fallas en los componentes y extender su vida útil. Es factible utilizar esta herramienta en el mantenimiento predictivo de componentes.

### Impacto científico y tecnológico:

Desde el punto de vista científico se ha desarrollado una metodología experimental y un procedimiento numérico que permite evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto de carga I+II, los cuales podría ser utilizados para estudiar otros materiales de comportamiento similar. Asimismo, desde el punto de vista tecnológico, el procedimiento implementado en un software constituye una herramienta útil para el análisis de fallas y el mantenimiento de componentes mecánicos.

### Impacto económico:

La herramienta desarrollada permite analizar el comportamiento de componentes mecánicos fisurados sometidos a cargas cíclicas y predecir su vida útil remanente. De esta manera, se puede aprovechar el componente, con la seguridad necesaria, antes de que se produzca su rotura, con el correspondiente impacto económico en los costos de mantenimiento y reposición.

### Trabajo futuro:

Se han identificado varios aspectos de la investigación desarrollada en los cuales se puede y debe profundizar, estos son:

- Estudio de los micromecanismos relacionados con el cizallamiento y la tracción en la superficie de fractura por fatiga en modo mixto I+II en aceros martensíticos, utilizando, por ejemplo, microscopía electrónica de barrido.
- Determinación experimental de la velocidad de crecimiento de la fisura y del umbral de fatiga  $\Delta K_{TH}$  para el acero DIN W N°: 1.8721, mediante la norma ASTM E-647. Mejora de calibración de la ecuación de NASGRO (parámetros  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ ), a partir de los datos experimentales obtenidos.
- Implementación de un procedimiento numérico flexible que permita analizar el crecimiento de fisuras en 3D, tomando como base la experiencia desarrollada. El nuevo procedimiento podría extenderse a los tres modos de carga I+II+III.

### Estructura de capítulos:

Para un adecuado análisis de las características de interés del objeto de estudio, el trabajo de investigación se estructuró en seis capítulos. El primer capítulo está relacionado con el estado

del conocimiento, el segundo con la aplicación de los métodos empíricos, el tercero con la determinación de los factores de intensidad de tensiones, el cuarto con el estudio de la trayectoria de propagación, el quinto con la determinación del número de ciclos de carga y el sexto constituye la síntesis de los capítulos anteriores, donde se presenta un procedimiento general, su validación y aplicación. A continuación, se indica más detalladamente el contenido de cada uno de estos capítulos.

Capítulo 1 - **Estado del conocimiento.** Se describen los antecedentes históricos y los fundamentos de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM). Se revisan los criterios y modelos para estudiar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II. Se realiza una breve descripción de los métodos numéricos más utilizados en el campo de la Mecánica de Fractura, así como de las características y limitaciones del software relacionado.

Capítulo 2 - **Ensayos experimentales.** Se presenta la metodología experimental desarrollada para investigar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II. Se describen los ensayos realizados para determinar las propiedades y las características del material utilizado (acero DIN W N°: 1.8721). Se propone el diseño, la fabricación y los ensayos de una probeta especial tipo TDCB para analizar la trayectoria y el número de ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II.

Capítulo 3 - **Determinación de los factores de intensidad de tensiones.** Se estudian los parámetros que influyen en la determinación numérica de los factores de intensidad de tensiones. Se establecen las consideraciones necesarias para el uso del método XFEM en el cálculo de  $K_I$  y  $K_{II}$ .

Capítulo 4 - **Obtención de la trayectoria de crecimiento de fisuras por fatiga.** Se propone un procedimiento numérico, basado en XFEM, para obtener la trayectoria de fisuras sometidas a fatiga en modo mixto I+II. Se desarrollan e implementan algoritmos para automatizar el proceso de simulación. Se plantean soluciones a ciertas limitaciones encontradas en el método XFEM de la plataforma utilizada.

Capítulo 5 - **Determinación del número de ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga.** Se propone un procedimiento numérico, basado en XFEM, para determinar el número de ciclos de carga de fisuras sometidas a fatiga en modo mixto I+II. Se plantea un procedimiento para la calibración de la ecuación de NASGRO utilizando datos experimentales y numéricos.

Capítulo 6 - **Procedimiento general: validación y aplicación.** Se sintetizan los procedimientos para obtener la trayectoria de propagación y para determinar el número de ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga en un procedimiento numérico general y flexible. Se realiza la calibración de la ecuación de NASGRO para el material utilizado en la investigación. Luego, se valida el procedimiento desarrollado empleando los resultados experimentales del segundo capítulo. Finalmente, se aplica el procedimiento en el análisis de crecimiento de fisuras en dos componentes mecánicos distintos.

Publicaciones del autor relacionadas con la tesis:

1. Berrios D. y R. Franco, *Análisis Experimental y Numérico de la Trayectoria de Propagación de Fisuras por Fatiga Utilizando XFEM*, Inf. Technol., 29(5), Vol. 29(5), 19-34, 2018. [doi: 10.4067/S0718-07642018000500019]
2. Berrios D. R., R. Franco y F. Rumiche, *Calibration of NASGRO Equation for Mixed-mode Loading using Experimental and Numerical Data*. Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia, 97, 65-77, 2020. [doi: 10.17533/udea.redin.20191258]

# Capítulo 1. Estado del conocimiento

En este capítulo se describen los antecedentes históricos y los fundamentos de la Mecánica de Fractura, en particular el crecimiento de fisuras por fatiga en el campo de la Mecánica de Fractura Elástica Lineal. Se estudian los criterios y modelos para determinar la dirección de propagación, el número de ciclos de cargas de crecimiento de fisuras y el rango del factor de intensidad de tensiones equivalentes en modo mixto I+II. Se realiza un breve estudio de los métodos y técnicas numéricas utilizados en la simulación de crecimiento de fisuras. Asimismo, se realiza una breve descripción y comparación de los softwares comerciales de simulación numérica relacionados con la Mecánica de Fractura.

## 1.1 Introducción

Desde que se comenzaron a fabricar máquinas y estructuras a gran escala existe el riesgo de que sus componentes puedan fracturarse, convirtiéndose en un fenómeno de gran importancia para la sociedad. Los hechos históricos muestran que las fallas por fractura pueden ocasionar grandes catástrofes, trayendo como consecuencias pérdidas económicas, posibles daños al medio ambiente e incluso la pérdida de vidas humanas. Gonzales (2004) sostuvo que los criterios tradicionales de diseño, que suponen la ausencia de defectos, son arriesgados y no son suficientes por el solo hecho de aplicar un factor de seguridad. *“...cualquier estructura contiene pequeños defectos, cuyo tamaño y distribución dependen del material y su proceso”* (Dolan, 1970). Las fisuras aparecen en los elementos mecánicos y estructuras, por defectos de fabricación o durante el servicio, por lo que existe la necesidad de analizar su efecto a través de los conceptos de la Mecánica de Fractura (Gonzales, 2004).

La Mecánica de Fractura provee las bases y la metodología para el diseño y evaluación de componentes fisurados a fin de determinar si la fisura es peligrosa, y desarrollar estructuras más resistentes y tolerantes a defectos (Gonzales, 2004). Sin embargo, la Mecánica de Fractura se encuentra aún en fase de desarrollo, y aún se están realizando grandes esfuerzos en el mundo para comprender mejor el fenómeno (Gonzales, 2004). Afortunadamente, los avances en el campo de la Mecánica de Fractura ayudan a predecir posibles daños potenciales, cuyo desarrollo se incrementó ampliamente desde la segunda guerra mundial.

Leonardo da Vinci fue quien realizó los primeros experimentos en el campo de la fractura, midiendo la resistencia de alambres de hierro y observando que esta era inversamente proporcional a la longitud de los alambres. Da Vinci indicó algunas de las causas raíz que producían la fractura, estableciendo que a mayor volumen de alambre se detecta una mayor cantidad de defectos y, consecuentemente, una mayor probabilidad de ocurrencia de fractura. Pero fue Inglis (1913) quien analizó los agujeros elípticos en placas planas y estableció la relación existente entre la tensión en el extremo de la fisura y las tensiones en el cuerpo, denominando a esta relación como el factor de concentración de tensiones. Griffith (1923) estableció relaciones que describen la fractura de cuerpos sólidos fisurados muy frágiles, formulando la teoría de la fractura en base al balance energético. Según esta teoría, una falla se vuelve inestable y se produce una fractura cuando el cambio de energía de deformación, que resulta de un incremento en el crecimiento de una fisura, es suficiente para vencer la energía superficial del material.

A partir de los primeros trabajos de Inglis, Griffith y otros, el grupo de investigación de mecánica de fracturas del Laboratorio de Investigación Naval de los Estados Unidos de Norte América, dirigido por el Dr. G.R. Irwin, realizó algunas contribuciones importantes. Una de ellas fue extender el enfoque de Griffith a los metales, al incluir la energía disipada por el flujo plástico local (Irwin, 1948). Orowan (1948) propuso independientemente una modificación similar a la teoría Griffith. Durante este mismo período Mott (1948) extendió la teoría Griffith a una grieta que se propaga rápidamente. En 1956 Irwin desarrolló el concepto de tasa de liberación de energía  $G$ , que se derivó de la teoría Griffith. Luego, en 1957, Irwin utilizó el enfoque de Westergaard (1939) para mostrar que las tensiones y los desplazamientos cerca de la punta de la fisura pueden describirse mediante un solo parámetro, relacionado con la tasa de liberación de energía. Este parámetro se conoció más tarde como el factor de intensidad de tensiones. En 1957 Williams aplicó una técnica para obtener las tensiones en la punta de la fisura, cuyas relaciones eran esencialmente idénticas a las obtenidas por Irwin. Varias de las primeras aplicaciones exitosas de la Mecánica de Fractura reforzaron la posición de este

nuevo campo en la comunidad de ingenieros. Winne y Wundt (1958) aplicaron el enfoque de la tasa de liberación de energía de Irwin para analizar la falla de rotores en turbinas de vapor, pudiendo predecir la fractura de los discos forjados del rotor.

En 1960 Paris et al. plantearon principios relacionados al crecimiento de fisuras por fatiga, pero no lograron encontrar aceptación, a pesar de que proporcionaron argumentos experimentales y teóricos convincentes en su enfoque para el análisis de fatiga. Al parecer los ingenieros de diseño aún no estaban listos para abandonar las curvas S-N de Wöhler. En 1960, cuando los fundamentos de la LEFM estaban considerados bien establecidos, los investigadores centraron su atención en la plasticidad de la punta de la fisura. Se encontró que los conceptos de la LEFM dejan de ser válidos cuando existe deformación plástica significativa antes de la falla. En 1960 Irwin planteó que la zona plástica producida en la punta de la fisura hace que esta se comporte como si fuera más larga, lo que implica que los desplazamientos sean mayores y la rigidez menor. Entre 1960-1962 varios investigadores desarrollaron correcciones al planteamiento de Irwin debido a la plasticidad producida en la punta de la fisura, entre estos se pueden mencionar a Dugdale (1960), Irwin (1961), Wells (1961) y Barenblatt (1962). Wells (1961) propuso un criterio alternativo de fractura cuando existe plasticidad significativa precedente a la falla. Wells notó que las caras de la fisura se separan, esta observación condujo al desarrollo del parámetro ahora conocido como desplazamiento de apertura de la fisura (COD o CTOD).

En 1968 Rice desarrolló otro parámetro para caracterizar el comportamiento de materiales, al generalizar la tasa de liberación de energía para materiales no lineales. Mostró que esta tasa de liberación de energía no lineal se puede expresar como una integral de línea que llamó J-Integral, evaluada a lo largo de un contorno arbitrario alrededor de la fisura. En el momento en que se publicaba su trabajo, Rice descubrió que Eshelby (1956) había desarrollado las llamadas integrales de conservación, una de las cuales era equivalente a la J-Integral de Rice. Sin embargo, Eshelby no aplicó sus integrales en la solución de problemas. Hutchinson (1968) y Rice y Rosengren (1968), relacionaron la J-Integral con los campos de tensión en la punta de la fisura para materiales no lineales.

## 1.2 Fundamentos de la Mecánica de Fractura

### 1.2.1 Fractura por fatiga

Según Lemaitre (2012), el proceso de daño llamado "fatiga", se produce cuando la carga es repetida un gran número de veces, con la misma amplitud o amplitud variable, lo que conduce a la formación de fisuras y subsecuentemente su propagación. La ASTM define el término "fatiga" como el proceso de cambio estructural, permanente, localizado y progresivo, en un punto sometido a tensiones y deformaciones fluctuantes, y que puede culminar en una fisura o la fractura completa del componente después de un determinado número de ciclos de carga (ASTM 1823, 2013).

El inicio de una fisura en un metal pulido sometido a carga cíclica es causado por trastornos irreversibles debidos al movimiento de las dislocaciones, produciendo deslizamientos a lo largo de planos cristalográficos. Estos deslizamientos producen la activación de líneas y bandas de deslizamiento persistentes (PSB's), y la formación de extrusiones e intrusiones en las superficies, dando origen a las micro fisuras. Evidencias experimentales, mostradas por Hunsche y Neumann (1988) y Peralta (1999), demuestran que las PSB's son zonas de nucleación de fisuras que se originan después de la saturación localizada de las dislocaciones. Por otra parte, la presencia de inclusiones o fases no metálicas puede dar origen a la rotura y descohesión en las uniones entre estas inclusiones y la matriz, generándose la micro fisura. En ausencia de defectos o porosidades internas, las fisuras por fatiga generalmente ocurren en la superficie del elemento.

Las micro fisuras originadas atraviesan por tres fases de crecimiento, como se observa en la Fig. 1.1. En la fase I el crecimiento se desarrolla en los planos cristalográficos, a lo largo de las direcciones del esfuerzo cortante resuelto  $\tau_{res}$  (Forsyth, 1963; Milella, 2012). La distribución casual de los granos hace que los planos de máximo esfuerzo cortante no tengan la misma orientación en cada grano, por tal motivo la propagación de la micro fisura es en zigzag. En esta fase el crecimiento depende de factores metalúrgicos, tales como: inclusiones, interfaces metalúrgicas, límites de grano, etc., los cuales pueden facilitar o retardar el crecimiento de la micro fisura. Para muchos aceros alrededor del 70-80% de la vida total del elemento se pierde en esta fase, en la cual la velocidad de crecimiento es del orden de  $10^{-7}$  a  $10^{-6}$  mm/ciclo (Forsyth, 1963).

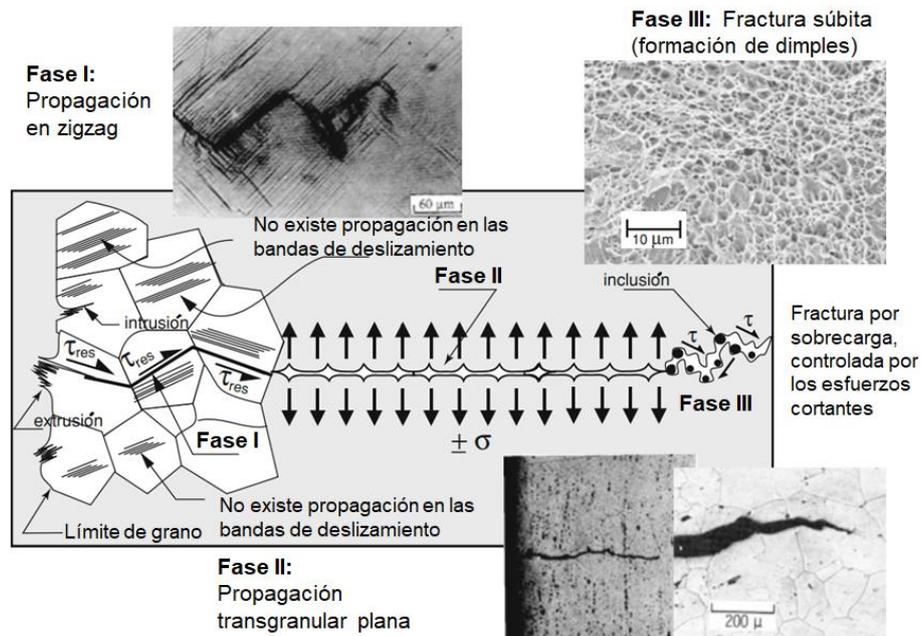


Fig. 1.1: Fases de crecimiento de fisuras por fatiga, (adaptado de Milella, 2012)

En la fase II el crecimiento de la fisura no depende de los factores metalúrgicos locales, la propagación pasa del control de esfuerzo cortante local  $\tau_{res}$  (propagación en un tamaño microscópico) al control del esfuerzo normal  $\sigma$  (propagación en un tamaño macroscópico). El crecimiento se produce en un plano normal a la carga externa, conducida por los esfuerzos principales máximos. En esta fase la velocidad de crecimiento está por encima de  $10^{-2}$  a  $10^{-1}$  mm/ciclo (Forsyth, 1963).

En la fase III el crecimiento de la fisura por fatiga vuelve a ser controlado por los esfuerzos cortantes, pero la propagación es a lo largo de los límites de grano. Forsyth (1963) observó este tipo de propagación en investigaciones con aleaciones de aluminio. En esta fase la sobrecarga puede producir propagación rápida e inestable de la fisura hasta la rotura. En la superficie de fractura se forman dimples alrededor de las inclusiones y labios de corte (shear lips), que son visibles en la fractura dúctil.

En la práctica se consideran dos tipos de fatiga: de alto ciclo y de bajo ciclo, tomando como referencia el campo de las deformaciones. En la fatiga de alto ciclo predomina la deformación elástica, mientras que en la fatiga de bajo ciclo predomina la deformación plástica. La deformación impuesta dependerá de las propiedades del material y de la magnitud del esfuerzo nominal. Uno de los procedimientos más utilizados en fatiga de alto ciclo es el enfoque de Wöhler esfuerzo-vida ( $S - N$ ). Este enfoque no es muy preciso, pues no analiza las tres fases de crecimiento de la fisura. Boyer (1985) y Boller y Seeger (1987) presentan compendios de resultados experimentales ( $S - N$ ) para materiales utilizados en la ingeniería.

En fatiga de bajo ciclo los datos están representados en la curvas deformación-vida ( $\epsilon - N$ ). El procedimiento de la LEFM es considerado el mejor enfoque en el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga de alto ciclo. Este enfoque se aplica con mucha frecuencia para predecir la vida remanente de piezas fisuradas en servicio, realizar programas de inspección de servicio periódico, analizar la integridad estructural de componentes mecánicos y otros usos de la ingeniería (Norton, 2011).

### Crecimiento de fisuras por fatiga

El mecanismo de crecimiento de las fisuras por fatiga depende de su tamaño. En este sentido, las fisuras se clasifican en fisura microestructural, fisura físicamente corta y fisura larga. El crecimiento de la fisura microestructural es afectado fuertemente por la microestructura del metal y se detiene en barreras microestructurales. El tamaño de esta fisura es menor que el tamaño de un grano ( $< 3\mu m$ ) y su tasa de crecimiento está entre los  $0.1\text{\AA} < da/dN < 10\text{\AA}$ . El tamaño de la fisura físicamente corta está en el orden de 3 a 4 veces el tamaño de grano ( $3\mu m - 400\mu m$ ). En esta fisura los niveles de cierre producen inestabilidad en la tasa de crecimiento, hasta llegar al umbral de fatiga. Finalmente, la fisura larga tiene un tamaño macroscópico ( $> 400\mu m$ ) y su crecimiento es estable. En la Fig. 1.2 se puede observar los diferentes niveles de crecimiento de la fisura.

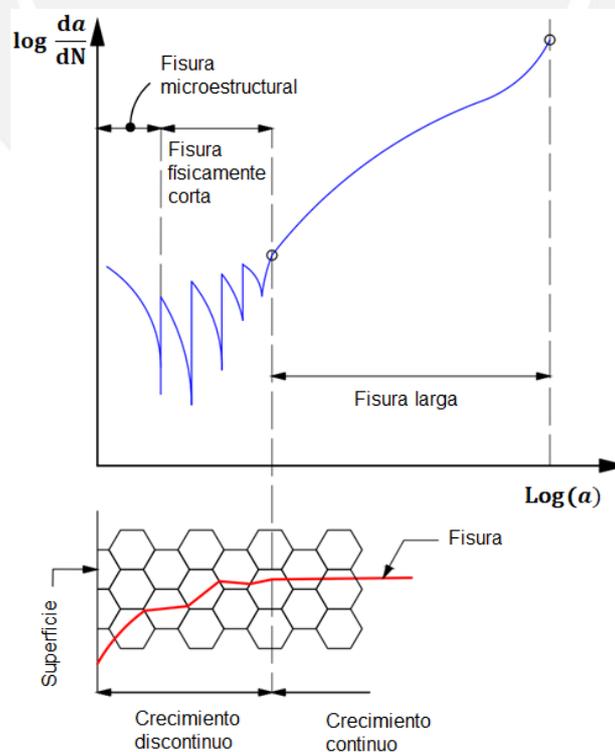


Fig. 1.2: Niveles de crecimiento de la fisura (adaptado de Ellyin, 2012)

### Etapas de crecimiento de fisuras largas

Ensayos experimentales con probetas fisuradas demuestran que la velocidad de crecimiento de una fisura por fatiga crece al aumentar su longitud. Al graficar la longitud de la fisura en función del número de ciclos de carga, no se observa una tendencia clara cuando se consideran diferentes longitudes iniciales de la fisura y diferentes niveles de carga. Sin embargo, cuando se grafica la tasa de crecimiento de la fisura ( $da/dN$ ) en función del rango del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K$ ), se obtiene una sola curva (Calafat, 1997), tal como se muestra en la Fig. 1.3. Este es el punto de partida de muchos estudios que plantean modelos que describen el comportamiento de elementos fisurados en la etapa de crecimiento estable.

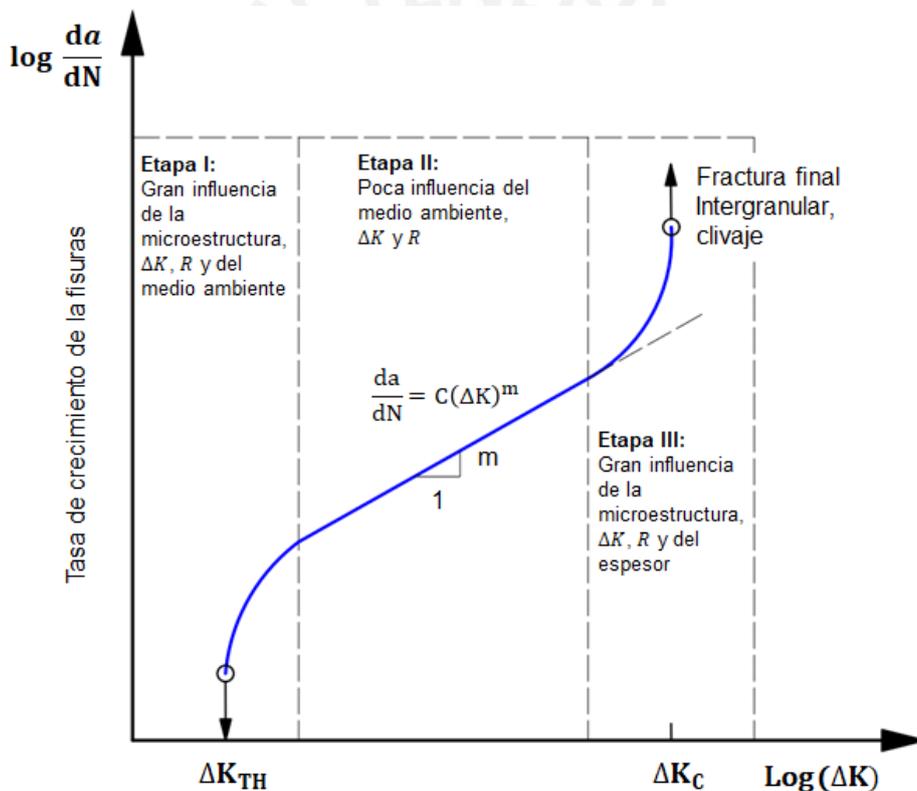


Fig. 1.3: Etapas de crecimiento de fisuras por fatiga (adaptado de Ellyin, 2012)

Para las fisuras largas existen tres etapas de crecimiento bien definidas (ver Fig. 1.3). En cada una de estas etapas el comportamiento de la tasa de crecimiento de la fisura es diferente. Ellyin (2012) describe la influencia de los parámetros de crecimiento en cada etapa. En la etapa I se define el umbral de fatiga ( $\Delta K_{TH}$ ), que es el valor de  $\Delta K$  para el cual no se detecta crecimiento de la fisura después de  $10^{10}$  ciclos de carga (ASTM E1823, 2013). Otros autores consideran un rango de  $10^7$  hasta  $10^9$  ciclos de carga para determinar el  $\Delta K_{TH}$ . En esta etapa la tasa de crecimiento de la fisura está fuertemente influenciada por varios parámetros: la

microestructura,  $\Delta K$ , la razón de carga ( $R = K_{min}/K_{máx}$ ) y el medio ambiente. En la etapa II, conocida como la región de Paris, se logra una relación lineal entre  $da/dN$  y  $\Delta K$  en escala logarítmica. El ambiente,  $\Delta K$  y  $R$  tienen poca influencia en esta etapa, que es relativamente independiente de la microestructura del material, produciéndose principalmente una fractura transgranular. La etapa III corresponde a valores de  $\Delta K$  cercanos al rango del factor de intensidad de tensiones crítico ( $\Delta K_C$ ), donde la propagación de la fisura por fatiga se combina con modos estáticos de fractura y la velocidad de propagación es muy elevada. En la etapa III la microestructura,  $\Delta K$  y  $R$  vuelven a cobrar importancia, además, se observa gran influencia del espesor del componente.

#### *Mecanismos de crecimiento de fisuras por fatiga*

Según Hull (1999) y Becker (2002), los mecanismos más comunes relacionados con el crecimiento de fisuras por fatiga son: formación de estrías, coalescencia de microcavidades y clivaje. Schijve (2009) planteó un mecanismo de deslizamiento plástico para régimen de alto ciclo, considerando el embotamiento y crecimiento de la fisura durante la carga y el cierre durante la descarga, lo que conduce a la formación de estrías. Laird y Smith (1963) desarrollaron un modelo similar para los materiales dúctiles. Becker (2002) afirma que los materiales de alta resistencia fracturan por un mecanismo compuesto por clivaje con coalescencia de microcavidades, denominado cuasi-clivaje.

#### 1.2.2 Mecánica de la Fractura Elástica Lineal

La LEFM abarca el estudio de elementos fisurados cuya deformación plástica en la zona aledaña a la punta de la fisura es altamente localizada. Este comportamiento es propio de materiales frágiles tales como los vidrios y los cerámicos. Los aceros de alta resistencia, fragilizados por tratamientos térmicos o por hidrógeno, pueden fracturarse de forma frágil. Islam (2006) y Wang et al. (2016), corroboraron el comportamiento frágil debido a efectos de fragilización en aceros.

#### *Factor de intensidad de tensiones*

Westergaard (1939) planteó la solución completa para el campo de tensiones que rodea una fisura central en una placa infinita mediante una función de tensión de Airy con números complejos  $f(x, y)$ . La solución para el esfuerzo  $\sigma_{yy}$  perpendicular a la dirección de la fisura  $x$ , es dada por la ecuación (1.1).

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{x}\right)^2}} \quad (1.1)$$

Irwin (1957) demostró que el resultado de Westergaard podía ser simplificado en el área que rodea la punta de la fisura. Determinó las tensiones alrededor de la punta de la fisura utilizando una función en coordenadas polares  $f(r, \vartheta)$ , diferente a la usada por Westergaard, deduciendo las ecuaciones (1.2) a (1.4).

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2}\right) \quad (1.2)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2}\right) \quad (1.3)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \quad (1.4)$$

Las expresiones de Irwin tienen como numerador  $\sigma\sqrt{\pi a}$ , término que describe la severidad del estado de tensión en la punta de la fisura. Irwin utilizó por primera vez el término factor de intensidad de tensiones ( $K$ ) para describir esta expresión. De la ecuación (1.3), para  $\vartheta = 0$ , se obtiene la ecuación (1.5).

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1.5)$$

Las tres ecuaciones de Irwin tienen como denominador  $\sqrt{r}$ , término que refleja la singularidad para  $r = 0$ . Estas ecuaciones se pueden reescribir en la forma que se muestra en las ecuaciones (1.6) a (1.8).

$$\sigma_{xx} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(\vartheta) \quad (1.6)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} g(\vartheta) \quad (1.7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} h(\vartheta) \quad (1.8)$$

Como las funciones  $f(\vartheta)$ ,  $g(\vartheta)$  y  $h(\vartheta)$  dependen del modo de carga, el factor de intensidad de tensiones recibe un subíndice para indicar dicho modo, es decir:  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ . El factor de

intensidad de tensiones describe el estado de tensión en la punta de la fisura, determina su velocidad de crecimiento y dirección de propagación, y define si se produce o no la rotura del componente.

### *Modos de carga de la fisura*

Existen tres modos de carga que producen desplazamientos en la fisura. En el modo I (tensión normal) los desplazamientos de la fisura son perpendiculares al plano de la fisura. En el modo II (corte) los desplazamientos de las caras frontales de la fisura son perpendiculares al borde de la fisura y los esfuerzos cortantes son paralelos y en sentidos opuestos. En el modo III (desgarramiento) los desplazamientos de los labios se encuentran en el plano de la fisura, y los esfuerzos cortantes son paralelos al borde de la fisura (ver Fig. 1.4).

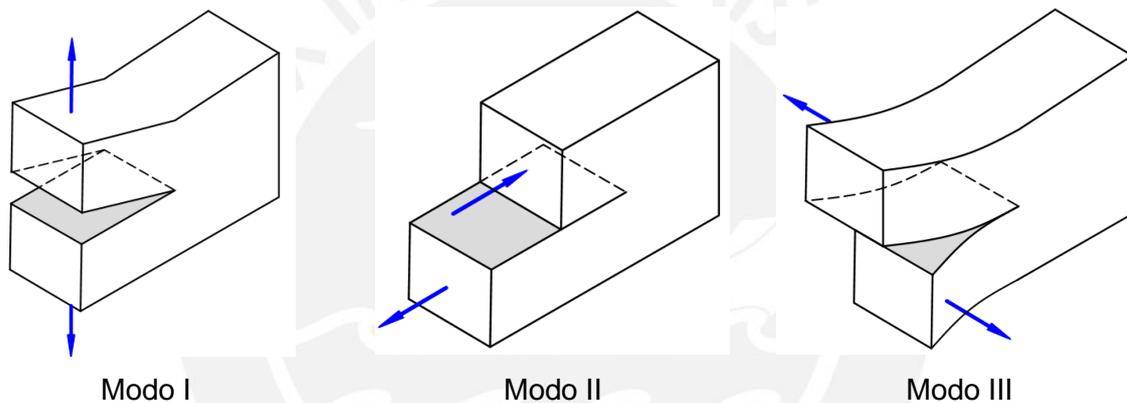


Fig. 1.4: Modos de carga de una fisura

### *Estados de tensión para fisuras sometidas a cargas en el plano*

Irwin (1957) planteó las relaciones que existen entre la energía, las deformaciones y las tensiones, considerando que el proceso de propagación de la fisura se desarrolla elásticamente. Irwin obtuvo expresiones para determinar la disminución de la energía potencial del sistema  $G$  en función de los factores de intensidad de tensiones  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $K_{III}$ , cuando la fisura crece una longitud  $\Delta a$ . Sus estudios permiten afirmar que, en condiciones de plasticidad a pequeña escala, la fisura se encuentra controlada por los factores de intensidad de tensiones. Este criterio no considera los micromecanismos de fractura producidos en el vértice de la fisura o zona de proceso, que son complejos y siguen siendo objeto de investigación.

En la Fig. 1.5 a)  $r$  y  $\vartheta$  son las coordenadas polares de un punto donde se evalúan los esfuerzos y desplazamientos al alrededor de la punta de la fisura. En la Fig. 1.5 b) se indican las

tensiones en el frente de la fisura para  $r$  variable y  $\vartheta = 0$ , apreciándose la singularidad para  $r = 0$ .

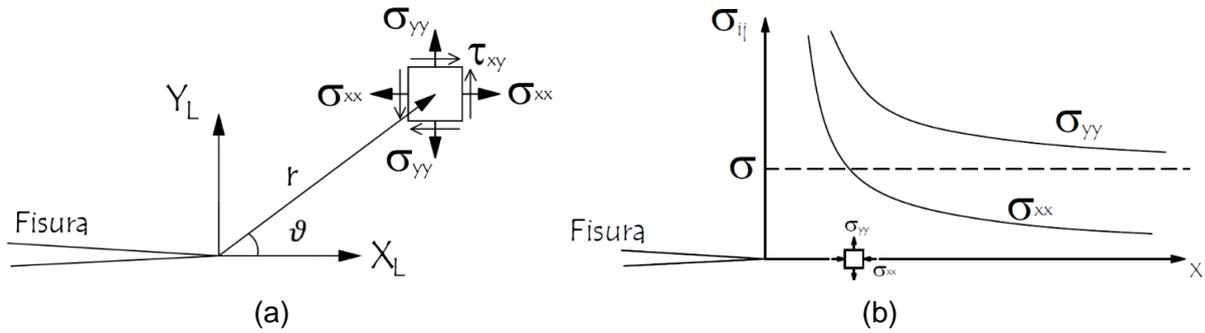


Fig. 1.5: (a) Campo de tensiones alrededor de la fisura, (b) Tensiones en la punta de fisura

Las ecuaciones (1.9) a (1.13) fueron obtenidas por Irwin (1957) para los modos de fractura I+II, posteriormente fueron utilizadas por Paris y Sih (1965), así como Eftis et al. (1977) y se siguen utilizando en la actualidad.

$$\sigma_{xx} \cong \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left[ 1 - \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{3\vartheta}{2} \right] \quad (1.9)$$

$$\sigma_{yy} \cong \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left[ 1 + \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ 2 + \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{3\vartheta}{2} \right] \quad (1.10)$$

$$\tau_{xy} \cong \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \frac{3\vartheta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left[ 1 - \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\vartheta}{2} \right] \quad (1.11)$$

$$u_x \cong \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left[ \frac{1}{2}(k-1) + \operatorname{sen}^2 \frac{\vartheta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \left[ \frac{1}{2}(k+1) + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \right] \quad (1.12)$$

$$u_y \cong \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \left[ \frac{1}{2}(k+1) - \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\vartheta}{2} \left[ \frac{1}{2}(1-k) + \operatorname{sen}^2 \frac{\vartheta}{2} \right] \quad (1.13)$$

$G$  es el módulo de elasticidad transversal,  $k$  es la constante de Kolosov, que en términos de la razón de Poisson es:  $k = (3 - 4\nu)$ , para deformación plana y  $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$  para tensión plana.

Todos los materiales, incluyendo los más frágiles, como son los cerámicos, los pétreos y los vidrios, presentan cierto grado de plasticidad (Arana y Gonzales, 2002). La plasticidad en la punta de la fisura amortigua el valor asintótico de las tensiones, evitando producir la singularidad de las soluciones elásticas anteriormente mencionadas y mejorando la resistencia a la fractura frágil del elemento.

### 1.2.3 Criterios para evaluar la dirección de propagación de fisuras

Dentro del alcance de la LEFM se utilizan los factores de intensidad de tensiones para evaluar el crecimiento de la fisura. Se puede producir crecimiento estable o inestable, en general, si se logra alcanzar un valor crítico del factor de intensidad de tensiones, la fisura comenzará a crecer en forma inestable. Griffith (1921), Erdogan y Sih (1963), Hussain (1974), Sih (1974), entre otros, plantearon diferentes criterios que determinan la dirección inicial de crecimiento inestable de la fisura  $\theta$ , los más conocidos se describen a continuación:

#### *Criterio de la Máxima Tensión Tangencial (MTS)*

Erdogan y Sih (1963), analizaron la dirección de propagación en una placa plana de material frágil, con una fisura central sometida a esfuerzo cortante puro. En base a sus investigaciones, plantearon la hipótesis de que la dirección de propagación  $\theta$ , está en la dirección de la máxima tensión tangencial, donde el esfuerzo cortante es cero. De esta forma obtuvieron la ecuación (1.14) que determina el ángulo de propagación  $\theta$ , siendo los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$  los que definen la trayectoria de propagación de la fisura.

$$[K_I \sin \theta + K_{II}(3\cos \theta - 1)] = 0 \quad (1.14)$$

Según este criterio, la máxima desviación de la trayectoria para un estado de carga en modo II puro ( $K_I = 0$  y  $K_{II} \neq 0$ ), se logra al sustituir esta condición en la ecuación (1.14), obteniéndose la ecuación (1.15).

$$\cos \theta = \frac{1}{3} \quad (1.15)$$

De la ecuación (1.15) se obtienen los valores  $\theta_{\max} = 70.5^\circ$  y  $\theta_{\min} = -70.5^\circ$ . Estos valores han sido corroborados por Erdogan y Sih (1963), Wu (1978b) y Mroz (2010). Bajo modo mixto I+II, la fisura propagará en una dirección limitada por estos valores extremos. Al resolver la ecuación (1.14), se obtienen expresiones para  $\theta$  (ver ecuación (1.16)). El signo se debe considerar positivo cuando  $K_{II} < 0$  y negativo en caso contrario.

$$\theta = 2\arctg \left\{ \frac{1}{4} \left[ \frac{K_I}{K_{II}} \pm \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}}\right)^2 + 8} \right] \right\} \quad (1.16)$$

### Criterio de la Máxima Tasa de Liberación de Energía (MERR)

Griffith (1921) planteó que para materiales de comportamiento frágil la fisura podría propagarse a lo largo de la dirección de máxima liberación de la energía elástica, siempre que se logre un valor crítico de esta energía. Hussain (1974) desarrolló expresiones paramétricas para evaluar esta energía en casos de cargas combinadas. Posteriormente, Wu (1978a) comprobó los resultados de las expresiones de Hussain para diferentes casos de carga y geometría, en modelos conocidos de la Mecánica de Fractura. Bouchard et al. (2003), describieron varios métodos para determinar la tasa de liberación de energía  $G_{(\alpha)}$ , uno de ellos es a través de la ecuación (1.17). Un método para el cálculo de  $K_I$  y  $K_{II}$ , cuando se añade una pequeña fisura infinitesimal orientada un ángulo  $\alpha$  (fisura desviada), se determina a través de las ecuaciones (1.18) y (1.19) (Cotterell y Rice, 1980).  $E$  es el módulo de elasticidad del material y  $\nu$  el coeficiente de Poisson.

$$G_{(\alpha)} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} [K_{I(\alpha)}^2 + K_{II(\alpha)}^2] \quad (1.17)$$

$$K_{I(\alpha)} = \frac{1}{4} \left[ 3 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_I - \frac{3}{4} \left[ \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_{II} \quad (1.18)$$

$$K_{II(\alpha)} = \frac{1}{4} \left[ \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_I + \frac{1}{4} \left[ \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + 3\cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] K_{II} \quad (1.19)$$

Según el criterio MERR, la dirección de propagación  $\theta$  coincide con aquella en la cual la tasa de liberación de energía  $G_{(\alpha)}$  dada por la ecuación (1.17), se maximiza, (ver Fig. 1.6).

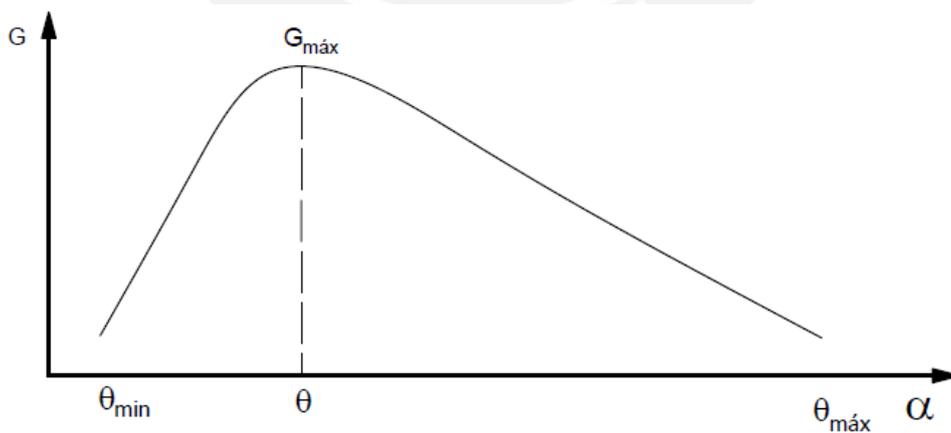


Fig. 1.6: Tasa de liberación de energía en función de  $\alpha$

Las ecuaciones (1.20) y (1.21) son las derivadas parciales de  $K_{I(\alpha)}$  y  $K_{II(\alpha)}$ . Para determinar el valor  $\theta$  donde  $G_{(\alpha)}$  es máximo, se deriva la ecuación (1.17) y se iguala a cero, obteniéndose

la ecuación (1.22). Al resolver la ecuación (1.22) se determina el valor del ángulo de propagación de la fisura  $\theta$ .

$$\frac{dK_{I(\alpha)}}{d\alpha} = \frac{K_I}{4} \left[ -\frac{3}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{3}{2} \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] - \frac{3K_{II}}{4} \left[ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{2} \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] \quad (1.20)$$

$$\frac{dK_{II(\alpha)}}{d\alpha} = \frac{K_I}{4} \left[ \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{2} \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] + \frac{K_{II}}{4} \left[ -\frac{1}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{9}{2} \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] \quad (1.21)$$

$$\frac{dG_\alpha}{d\alpha} = 2K_{I(\alpha)} \frac{dK_{I(\alpha)}}{d\alpha} + 2K_{II(\alpha)} \frac{dK_{II(\alpha)}}{d\alpha} = 0 \quad (1.22)$$

La máxima desviación de la trayectoria para un estado de carga en modo II puro, se determina de la ecuación (1.22) para  $K_I = 0$  y  $K_{II} \neq 0$ , obteniéndose la ecuación (1.23).

$$4\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 9\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) = 0 \quad (1.23)$$

Al resolver la ecuación (1.23) se obtienen los valores  $\theta_{m\acute{a}x} = 73.87^\circ$  y  $\theta_{m\acute{i}n} = -73.87^\circ$ . Palaniswamy y Knauss (1974), Wu (1978b) y Mroz (2010), obtuvieron valores similares de  $\theta_{m\acute{a}x}$  y  $\theta_{m\acute{i}n}$  usando otros métodos para determinar  $G(\alpha)$ .

#### *Criterio de la Mínima Densidad de Energía de Deformación (SED)*

Sih (1974) planteó que la dirección de propagación  $\theta$  en una fisura sometida a modo mixto I+II, es gobernada por la densidad de energía de deformación  $S$ , dadas por las ecuaciones (1.24) a (1.27).

$$S = a_{11} \frac{K_I^2}{\pi} + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} \frac{K_{II}^2}{\pi} \quad (1.24)$$

$$a_{11} = \frac{1}{16G} [(1 + \cos \theta)(k - \cos \theta)] \quad (1.25)$$

$$a_{12} = \frac{1}{16G} \sin \theta [2 \cos \theta - (k - 1)] \quad (1.26)$$

$$a_{22} = \frac{1}{16G} [(k + 1)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)] \quad (1.27)$$

Valores elevados de esta densidad de energía dificultan el crecimiento de la fisura, haciendo que ésta se propague en la dirección en que la densidad de energía es mínima (ver Fig. 1.7).

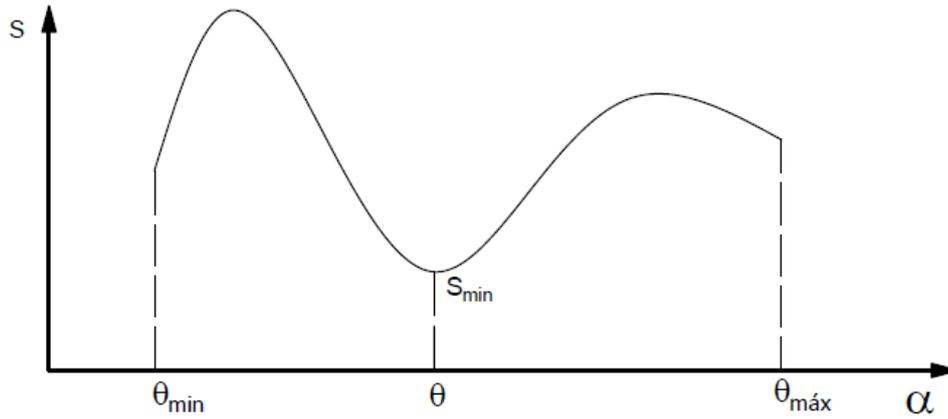


Fig. 1.7: Densidad de energía de deformación en función de  $\alpha$

Para determinar la mínima densidad de energía en donde la pendiente de la curva mostrada en la Fig. 1.7 es cero, se deriva la ecuación (1.24), obteniéndose las ecuaciones (1.28) a (1.31).

$$\frac{da_{11}}{d\alpha} = \frac{1}{16G} [\text{sen}\alpha(1 + \text{cos}\alpha) - \text{sen}\alpha(k - \text{cos}\alpha)] \quad (1.28)$$

$$\frac{da_{12}}{d\alpha} = \frac{1}{16G} [\text{cos}\alpha(2\text{cos}\alpha - (k - 1)) - 2\text{sen}^2\alpha] \quad (1.29)$$

$$\frac{da_{22}}{d\alpha} = \frac{1}{16G} [\text{sen}\alpha(k + 1) - \text{sen}\alpha(3\text{cos}\alpha - 1) - 3\text{sen}\alpha(1 + \text{cos}\alpha)] \quad (1.30)$$

$$\frac{dS}{d\alpha} = \frac{da_{11}}{d\alpha} \frac{K_I^2}{\pi} + 2 \frac{da_{12}}{d\alpha} K_I K_{II} + \frac{da_{22}}{d\alpha} \frac{K_{II}^2}{\pi} = 0 \quad (1.31)$$

La dirección de propagación se determina al resolver la ecuación (1.31). La máxima desviación de la trayectoria se obtiene de la ecuación (1.31) para las condiciones de  $K_I = 0$  y  $K_{II} \neq 0$ . Para el caso de tensión plana se obtiene la ecuación (1.32) y para el caso de deformación plana la ecuación (1.33).

$$\text{cos}\theta = \frac{1 - \nu}{3(1 + \nu)} \quad (1.32)$$

$$\text{cos}\theta = \frac{1 - 2\nu}{3} \quad (1.33)$$

La ecuación (1.32) fue corroborada por Sih y Macdonald (1974). Para aceros, considerando un valor de  $\nu = 0.3$  y tensión plana, se obtienen los valores  $\theta_{m\acute{a}x} = 79.66^\circ$  y  $\theta_{m\acute{i}n} = -79.66^\circ$ . Sih (1974) y Wu (1978b) obtuvieron valores de  $\theta_{m\acute{a}x}$  y  $\theta_{m\acute{i}n}$  para el caso de deformación plana.

Schöllmann et al. (2003), Richard et al. (2013), entre otros, plantearon criterios para determinar la dirección de la propagación de fisuras sometidas a modo mixto I+II+III.

#### 1.2.4 Modelos de crecimiento de fisuras por fatiga

Muchos investigadores pusieron su atención al estudio de crecimiento de fisuras por fatiga. Forman et al. (1967), plantearon un modelo que toma en consideración el efecto de la tenacidad a la fractura ( $K_{IC}$ ) y  $R$ . Hoepfner y Krupp (1974) describieron el desarrollo de 32 leyes de crecimiento de fisuras por fatiga, y la aplicación de los conceptos de la Mecánica de Fractura en la predicción de la vida de un elemento. También, Andrade et al. (2015) estudiaron diferentes modelos de crecimiento de fisuras por fatiga, con énfasis en la ley de Paris para la evaluación de la velocidad de crecimiento de fisuras en la etapa de crecimiento estable. En este Acápite se describen la ley de Paris y la ecuación de NASGRO utilizadas en el presente trabajo.

##### *Ley de Paris*

París y Erdogan (1963) analizaron varios modelos para la predicción de crecimiento de fisuras por fatiga y compararon datos obtenidos mediante ensayos experimentales. Estos investigadores propusieron una ecuación empírica que la llamaron “ley de Paris” en base a los conceptos de la LFM y  $\Delta K$ . La ley de Paris correlaciona muy bien con muchas fuentes de datos de ensayos de fatiga en la etapa de crecimiento estable (ver ecuación (1.34)).  $C$  y  $m$  son parámetros que dependen del material y condiciones ambientales, conocidos como el coeficiente y exponente de Paris.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1.34)$$

##### *Ecuación de NASGRO*

Existen modelos que predicen el comportamiento de fisuras en las tres etapas de crecimiento, el más conocido es la ecuación de NASGRO (ecuación (1.35)). Este modelo desarrollado por Forman et al. (1991), incorpora el cierre de la fisura por fatiga y considera el efecto de  $R$  bajo cargas de amplitud constante.  $f$  es una función definida por Newman (1984) y depende de la amplitud de apertura de la fisura debido a efectos de plasticidad.  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  son constantes empíricas del material.

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \left( \frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^m \frac{\left( 1 - \frac{\Delta K_{TH}}{\Delta K} \right)^p}{\left( 1 - \frac{\Delta K}{(1-R)K_{IC}} \right)^q} \quad (1.35)$$

$[(1-f)/(1-R)]^m$  es conocido como el factor de velocidad, toma valores menores que 1 cuando están presentes mecanismos de cierre de la fisura. Moreno et al. (2015) determinó los valores de  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  de la ecuación de NASGRO utilizando datos experimentales de crecimiento.

Para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga se considera que:  $\Delta K = (1-R)K_{max}$  cuando  $R \geq 0$ , y  $\Delta K = K_{max}$  cuando  $R \leq 0$ . En modo mixto se utilizarán las mismas relaciones para  $\Delta K$  indicándose mediante un sub-índice el modo de carga, quiere decir  $\Delta K_I$  y  $\Delta K_{II}$ . Ferreño et al. (2006), Ayhan (2011), entre otros, utilizaron estas últimas relaciones en la evaluación de crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II.

El crecimiento de fisuras por fatiga para  $R > 0$  se producirá en el rango de  $\Delta K_{TH} < \Delta K < \Delta K_C$ . Rolfe y Barson (1977) propusieron relaciones para  $\Delta K_{TH}$  ( $MPa\sqrt{m}$ ) del acero (ecuaciones (1.36) y (1.37)). Por otra parte, Rabold et al. (2013) plantearon una relación para  $\Delta K_C$  (ecuación (1.38)).

$$\Delta K_{TH} = 7(1 - 0.85R) \quad \text{para} \quad 0.1 < R < 0.9 \quad (1.36)$$

$$\Delta K_{TH} = 5 a 6 \quad \text{para} \quad 0 < R < 0.1 \quad (1.37)$$

$$\Delta K_{TH} = (1 - R)K_{IC} \quad \text{para} \quad 0.1 < R < 0.9 \quad (1.38)$$

### 1.2.5 Criterios para determinar el valor equivalente de $K$ en modo mixto I+II

Cuando una fisura es sometida a modo de carga mixto I+II, se utilizan criterios para determinar un valor equivalente del rango del factor de intensidad de tensiones ( $\Delta K_{eq}$ ). Existen muchos criterios para determinar  $\Delta K_{eq}$ , a continuación, se describen los más conocidos:

#### *Criterio de Tanaka*

Weertman (1966) propuso una teoría para la propagación de fisuras por fatiga, toma como base un modelo rígido plástico que se extiende a lo largo de la fisura. Weertman asumió que una fisura por fatiga sometida a modo de tracción crece, cuando la suma de los valores absolutos de los desplazamientos alcanza un valor crítico. Al aplicar esta teoría en el

crecimiento en modo mixto, la punta de la fisura es sometida a desplazamientos en modo I+II. Al poner estos desplazamientos de función de  $K_I$  y  $K_{II}$ , se puede determinar un valor efectivo de los factores de intensidad de la forma  $K_{eff} = (K_I^4 + 8K_{II}^4)^{1/4}$ . Posteriormente, Lardner (1968) planteó que la velocidad de crecimiento es igual a la inversa de las componentes de los desplazamientos, esto conduce a un criterio de propagación de la forma de la ley de Paris, que da un valor efectivo  $K_{eff} = (K_I^4 + 4K_{II}^4)^{1/4}$ . En la teoría de Weertman el exponente deducido de Paris es  $m = 4$ , mientras que según la teoría de Lardner es  $m = 2$ . Este exponente aumenta cuando la zona de fluencia en la punta de la fisura es grande, y se producen mecanismos de crecimiento como las líneas de estrías en la propagación. Sin embargo, este exponente puede decrecer hasta 2 dependiendo de la eficiencia del proceso del daño acumulativo. Tanaka (1974) realizó ensayos experimentales en placas delgadas de aluminio con fisuras centrales inclinadas, encontrando una relación de las formas cuadráticas de los factores de intensidad de tensiones para modos I+II, usando las teorías de Weertman y Lardner determinó un  $\Delta K_{eq}$  para modo mixto de carga I+II (ecuación (1.39)). Siendo  $\Delta K_I = K_{I_{max}} - K_{I_{min}}$  y  $\Delta K_{II} = K_{II_{max}} - K_{II_{min}}$ .

$$\Delta K_{eq} = (\Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4)^{0.25} \quad (1.39)$$

#### Criterio de Xiangqiao

Xiangqiao et al. (1992) extendieron el modelo de Wang y Du (1976) para el caso de cargas cíclicas y modo mixto. En base al criterio MTS plantearon que  $\Delta K_{eq}$  puede ser determinado por la ecuación (1.40).

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [\Delta K_I \{1 + \cos(\theta)\} - 3\Delta K_{II} \sin(\theta)] \quad (1.40)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo de propagación de la fisura y se determina del criterio de la máxima tensión circunferencial para modo mixto I+II (Erdogan y Sih, 1963). También, Esnault et al. (2013) plantearon una relación para determinar un  $\Delta K_{eq}$  para modo I+II+III, que obtiene buenos resultados para materiales con comportamiento elasto-plástico. De la misma forma, Richard et al. (2001) mediante el criterio de la máxima tensión principal  $\sigma_1$ , determinaron el rango del factor de intensidad de tensiones comparativo  $\Delta K_v$ . Asimismo, Pavlou et al. (2003) propusieron una nueva metodología para simular el crecimiento de fisuras por fatiga en el plano, usaron como base la energía de deformación elástica acumulada cerca de la punta de la fisura.

## 1.3 Métodos numéricos utilizados en la Mecánica de Fractura

El estudio del comportamiento de un elemento fisurado sometido a cargas cíclica en modo mixto requiere evaluar los factores de intensidad de tensiones, factores que dependen de las condiciones geométricas, material y la carga sometida al componente. Considerando que  $K_I$  y  $K_{II}$  controlan el crecimiento de la fisura y su dirección de propagación, es necesario su determinación numérica.

Para el análisis del crecimiento de fisuras por fatiga, se utilizan herramientas tradicionales como el Método de los Elementos Finitos (FEM), este método requiere la regeneración de la malla conllevando a un mayor costo computacional. El Método de los Elementos Finitos Extendido (XFEM) permite modelar adecuadamente discontinuidades en movimiento, sin necesidad de remallado ni afinamiento de malla en la región aledaña a la fisura. En este acápite, se darán mayores alcances del método XFEM, por ser el método utilizado en la presente investigación.

### 1.3.1 El Método de los Elementos Finitos

En el campo de LEFM, el comportamiento singular de las deformaciones y tensiones en la punta de la fisura hacen menos precisos los cálculos de  $K_I$  y  $K_{II}$ . Sin embargo, se utilizan diversas técnicas en la simulación numérica, para modelar adecuadamente la singularidad y reducir el error. De esta forma, el FEM constituye una herramienta que permite resolver el modelo con buena aproximación.

#### *Modelamiento de la singularidad con FEM*

Los puntos singulares se producen cuando las tensiones tienen valores que tienden al infinito, siendo zonas críticas en la determinación de las tensiones. Para modelar el comportamiento singular producido en la punta de fisura se usan mallas muy finas, pero resulta poco eficiente (Chan et al., 1970). Liebowitz y Moyer (1989) plantearon realizar una sub estructuración de zonas, considerando mayor refinamiento de la malla alrededor de la fisura. Gallagher (1978) planteó el desarrollo de elementos para captar el comportamiento singular alrededor en la punta de fisura, los llamados elementos singulares evitan el refinamiento elevado. Lo y Lee (1992) clasificaron los elementos singulares como: elementos con funciones de forma especiales, elementos híbridos y elementos con transformaciones geométricas. Nikishkov (2013) y Nejati et al. (2015), captaron la singularidad con el uso de elementos finitos de orden

superior, utilizaron un discretizado concéntrico alrededor de la punta de fisura y acercaron el nodo central de los elementos triangulares  $\frac{1}{4}$  de distancia al nodo de la punta.

### 1.3.2 El Método de los Elementos Finitos Extendido

El XFEM permite de manera sencilla la construcción de aproximaciones de los elementos finitos a través de su enriquecimiento. El desarrollo cronológico del método inicia con la idea de la partición de la unidad desarrollada por Melenk y Babuska (1996). Estos investigadores presentaron las ideas básicas y los fundamentos matemáticos de la partición de unidades, a través del método de los elementos finitos (PUFEM). Posteriormente, Belytschko y Black (1999) presentaron una técnica para modelar el crecimiento de fisuras sin necesidad de remallado en cada etapa. Introdujeron funciones de enriquecimiento discontinuas para considerar la presencia de una fisura, pudiendo modelarlas de manera arbitraria en un elemento discretizado. Esta técnica consiste en introducir grados de libertad en los nodos de los elementos que se intersecaron por la fisura, logrando así representar la discontinuidad y la singularidad en la punta de la fisura. Moës et al. (1999) realizaron mejoras a esta técnica y la denominaron el Método de los Elementos Finitos Extendido. Introdujeron funciones de salto y funciones de singularidad en el extremo de la fisura eliminando la necesidad de remallado. El XFEM permite el uso de una sola malla extendida en el dominio geométrico. La fisura es tratada como una entidad geométrica totalmente separada, considerando su interacción con la malla a través del enriquecimiento de los nodos pertenecientes a los elementos por donde atraviesa la fisura.

#### *Método LSM*

El *Level Set Method* (LSM) fue propuesto por Osher y Sethian (1986), posteriormente fue desarrollado por Sethian (1996). Este método representa fisuras bidimensionales por la unión de segmentos lineales. Stolarska et al. (2001) utilizaron dos funciones de distancia del tipo *Level Set* para representar la fisura. La función *Level Set* normal  $\phi$  representa la distancia a los flancos de la fisura. La función *Level Set* tangente  $\psi$  indica la distancia al frente de fisura. Stolarska utilizó esta técnica para el modelamiento de crecimiento de fisuras en dos dimensiones, asumió que cada *Level Set* avanza en la dirección de su gradiente, incrementando las funciones *Level Set* a medida que evolucione la interface. La intersección del nivel cero de las funciones da la localización del frente de la fisura (ver Fig. 1.8).

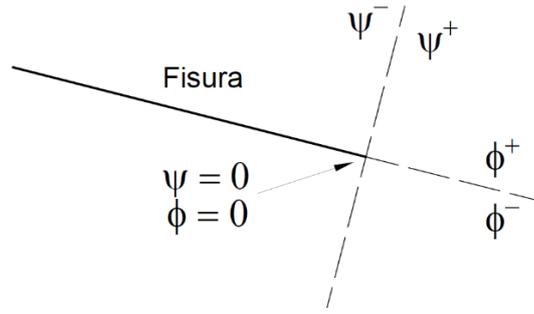


Fig. 1.8: Localización de la fisura a través de las funciones *Level set*, (adaptado de Vercher, 2010)

Stolarska et al. (2001) implementaron un algoritmo para acoplar el método denominado LSM con XFEM, de esta forma modelar el crecimiento de fisuras en 2D. Los valores de las funciones  $\phi$  y  $\psi$  son almacenados en los nodos y se interpolan en todo el dominio utilizando las funciones de forma  $N_j(x)$  asociadas al nodo  $j$  del FEM, según las ecuaciones (1.41) y (1.42).

$$\phi_i(x) = \sum_{j \in J} \phi_{ij} N_j(x) \quad (1.41)$$

$$\psi(x) = \sum_{j \in J} \psi_j N_j(x) \quad (1.42)$$

Las funciones  $\phi$  y  $\psi$  se relacionan con las coordenadas polares  $r$  y  $\theta$  mediante las ecuaciones (1.43) y (1.44).

$$r = \sqrt{\phi^2 + \psi^2} \quad (1.43)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\phi}{\psi}\right) \quad (1.44)$$

Sethian (1996) y Sukumar (2003) aplicaron técnicas de integración numérica para facilitar la evaluación de las funciones de enriquecimiento y sus derivadas (funciones discontinuas y singulares). Sethian (1996) planteo calcular los valores *Level Set* a través del “*marching method*”, aplicaron reglas de integración estándar basado en la división de elementos en triángulos o cuadriláteros con sus lados orientados con la fisura.

#### Formulación XFEM

El campo de los desplazamientos en XFEM está dado por la ecuación (1.45). El primer término de esta ecuación representa los desplazamientos del FEM clásico. El segundo término

representa el campo discontinuo a través de los flancos de la fisura. El tercer término representa el enriquecimiento para el campo singular de la punta de la fisura (Moës, 1999; Gonzales, 2010; Fernández y Domínguez, 2010).

$$u^h(x) = \sum_{i \in I} u_i N_i(x) + \sum_{j \in J} b_j N_j(x) H(x) + \sum_{k \in Q} N_k(x) \left( \sum_{l=1}^4 a_k^l B_l(r, \theta_E) \right) \quad (1.45)$$

Dónde:  $N_i(x)$ ,  $N_j(x)$ , y  $N_k(x)$  son las funciones de forma asociadas a los nodos del elemento;  $x$  representa las coordenadas del punto del dominio;  $I$  es el conjunto de nodos estándar;  $J$  es el conjunto de nodos asociados a los elementos diseccionados por la fisura;  $Q$  es el conjunto de nodos pertenecientes a los elementos del extremo de la fisura,  $u_i$ ,  $b_j$  y  $a_k^l$  representan los grados de libertad correspondiente a los desplazamientos;  $H(x)$  es la función de discontinuidad (ver Fig. 1.9).

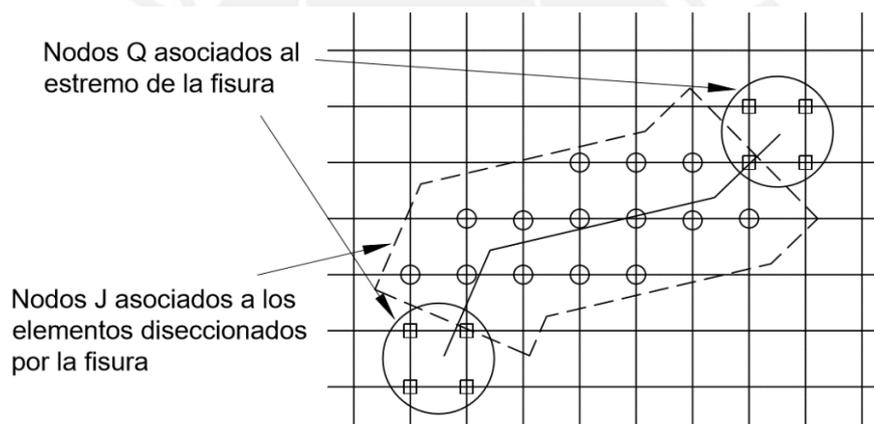


Fig. 1.9: Enriquecimiento de los nodos asociados a la fisura en XFEM, (adaptado de Vercher, 2010)

Fernández y Domínguez (2010) y Gonzales (2010), sostienen que el enriquecimiento se debe realizar en forma local, solo es necesario afectar aquellos nodos de la malla que intercepten el dominio de interés. Los nodos asociados a los elementos diseccionados por la fisura, se enriquecen con la función de discontinuidad  $H(x)$  definida por la ecuación (1.46):

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } \phi(x) > 0 \\ -1 & \text{para } \phi(x) < 0 \end{cases} \quad (1.46)$$

En un sólido con comportamiento elástico lineal, en la punta de la fisura se introduce una singularidad de  $1/\sqrt{r}$  en el campo de las deformaciones y tensiones. En el campo de los desplazamientos se introduce una singularidad de  $\sqrt{r}$ , logrando de esta manera aproximar la solución al valor exacto. Belytschko y Black (1999) usaron funciones de singularidad en

coordenadas polares  $B_l(r, \theta)$  para enriquecer los nodos asociados al extremo de la fisura (ver ecuación (1.47)). Estas funciones abarcan la solución asintótica de la punta de la fisura.  $l$  indica el nodo del elemento en la punta de la fisura.

$$B_l(r, \theta) = \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\} \quad (1.47)$$

### 1.3.3 Determinación de $K_I$ y $K_{II}$ mediante métodos numéricos

Existen diversos métodos para obtener los factores de intensidad de tensiones mediante el uso de los elementos finitos, los más conocidos son: los métodos directos y los métodos energéticos. Entre los métodos directos están los que relacionan los desplazamientos nodales con  $K_I$  y  $K_{II}$  alrededor de la fisura, mediante las ecuaciones (1.9) a la (1.13). Generalmente se utilizan los nodos de los elementos alrededor de la fisura. Los métodos energéticos son más precisos en la determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$ , se extienden a zonas del entorno de la fisura, haciendo menos importante la modelización de la singularidad en la punta de fisura.

Existen diversos métodos en base al J-Integral para la evaluación de los factores de intensidad de tensiones, entre los más conocidos tenemos los planteados por Parks (1974), Hellen (1975) y Yau et al. (1980). Estos métodos utilizaron las leyes de conservación de la elasticidad para evaluar los factores de intensidad de las tensiones. En este acápite se desarrollará con mayor detalle la obtención de  $K_I$  y  $K_{II}$  a través de la integral de interacción, método utilizado en el presente trabajo. A continuación, se desarrollarán los parámetros relacionados con los métodos energéticos.

#### *J-Integral*

En LEFM se requiere evaluar la tasa de liberación de energía  $G$ , esto llevó a Rice (1968), Eshelby (1956) y Cherepanov (1979) desarrollar planteamientos en base a integrales. Rice bajo la hipótesis de un sólido homogéneo con comportamiento elástico definió J-Integral, ecuación (1.48). Esta integral evalúa la energía acumulada a lo largo de un camino  $\Gamma$ , en un entorno alrededor de la punta de la fisura. Rice demostró que esta integral es cero cuando el entorno es cerrado y diferente de cero cuando existe una discontinuidad como el que presenta una fisura. J-Integral es independiente del sendero alrededor de la fisura y es equivalente al cambio de la energía potencial total con referencia al crecimiento de la fisura, por lo cual, se puede relacionar a la tasa de liberación de la energía de deformación.

$$J_{xk} = \int_{\Gamma} \left[ W_{nk} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \bar{n}_j \right] d\Gamma \quad (1.48)$$

$W_{nk}$  es la densidad de energía,  $\sigma_{ij}$  es el tensor de tensiones,  $u_i$  es el vector desplazamientos y  $\bar{n}_j$  es la componente en la dirección  $j$  del vector  $\bar{n}$  normal al contorno  $\Gamma$ . Los índices  $i, j, k$  toman valores de 1 y 2 para un problema bidimensional.

Para evaluar  $G$  se debe convertir J-Integral a una integral de área, denominado por algunos autores como la integral de dominio equivalente (EDI). Cuando se utilizan campos auxiliares en el análisis se conoce como la integral de interacción (M-Integral). Esta conversión de la integral facilita la evaluación de la energía, ya que  $K_I$  y  $K_{II}$  son fácilmente extraídos del FEM o XFEM.

#### *Integral de dominio equivalente*

Fue propuesto por Li et al. (1985), quienes modificaron la formulación de la integral de contorno a una integral de dominio. El método EDI presenta ventajas por su carácter energético consistente para criterios de crecimiento de fisuras. Tiene facilidades para su implementación como técnica de post procesamiento a través del FEM y XFEM. Raju y Shivakumar (1989) Implementaron el método EDI para cuerpos elásticos bidimensionales, aplicaron un procedimiento para separar los modos individuales de la integral de dominio, utilizaron las componentes simétrica y antisimétrica de los campos de tensión y desplazamiento. DeLorenzi (1985) particularizó el cálculo de la tasa de liberación de energía en base al método de la extensión virtual de la fisura a través del FEM.

#### *Integral de interacción*

Chen y Shield (1977) aplicaron la definición de J-Integral en un cuerpo deformado elásticamente considerando dos estados de equilibrio independientes. Estos estados son denotados por los superíndices <sup>(1)</sup> y <sup>(2)</sup>, la superposición de los dos estados conduce a un nuevo estado de equilibrio <sup>(1+2)</sup>. Utilizando relaciones de LEFM para J-Integral y  $K$  se tiene que:  $(J = zK_I^2 + zK_{II}^2)$ . Desarrollando J-Integral para el estado <sup>(1+2)</sup> se demuestra la ecuación (1.49).

$$J^{(1+2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + 2z \left[ K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)} \right] \quad (1.49)$$

Para deformación plana  $z = (1 - \nu^2)/E$  y para tensión plana  $z = 1/E$ . El tercer término de la ecuación (1.49) es conocida como la integral de interacción (M-Integral), que representa la densidad de energía de interacción entre los dos estados (ver ecuación (1.50)).

$$M^{(1,2)} = 2z \left[ K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)} \right] \quad (1.50)$$

En consecuencia, la descomposición de J-Integral es la suma del efecto del estado del problema más el efecto de un estado auxiliar y un término de interacción  $M^{(1,2)}$  (ver ecuación (1.51)).

$$J^{(1+2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + M^{(1,2)} \quad (1.51)$$

Al convertir la integral de línea para el contorno  $\Gamma$  en una integral de área para una región limitada por contornos  $\Gamma_0$  y  $\Gamma_1$ , se obtiene la ecuación (1.52). Reemplazando los tensores de esfuerzos, deformaciones y la densidad de energía de interacción para los estados  $(1)$ ,  $(2)$  ( $W^{(1,2)}$ ), se obtiene la ecuación (1.53). Estas ecuaciones fueron utilizadas por: Hellen (1975), Yau et al. (1980), Liang et al. (2010), Moes et al. (1999), Nagashima et al. (2003), entre otros.

$$M^{1,2} = \int_A \left[ \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} + \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} - W^{(1,2)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial S}{\partial x_j} dA \quad (1.52)$$

$$M^{1,2} = \int_A \left[ \left( \sigma_x^{(1)} \frac{\partial u_x^{(2)}}{\partial x_1} + \tau_{xy}^{(1)} \frac{\partial u_y^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_x^{(2)} \frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x_1} + \tau_{xy}^{(2)} \frac{\partial u_y^{(1)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} \right) \frac{\partial S}{\partial x_1} + \left( \tau_{xy}^{(1)} \frac{\partial u_x^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_y^{(1)} \frac{\partial u_y^{(2)}}{\partial x_1} + \tau_{xy}^{(2)} \frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x_1} + \sigma_y^{(2)} \frac{\partial u_y^{(1)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} \right) \frac{\partial S}{\partial y_1} \right] dA \quad (1.53)$$

Los estados auxiliares (correspondientes al superíndice  $(2)$ ) deberán cumplir con las condiciones del problema y permitir extraer  $K_I$  y  $K_{II}$ . Las tensiones y deformaciones de los estados auxiliares se pueden determinar a partir de las ecuaciones (1.9) a (1.13), planteadas por Paris y George (1965) y Eftis et al. (1977). El primer estado auxiliar relacionado al modo I de carga se obtiene considerando que  $K_I = 1$  y  $K_{II} = 0$ , posteriormente, se reemplazan en la ecuación (1.53). El segundo estado auxiliar relacionado al modo II de carga se obtiene considerando que  $K_I = 0$  y  $K_{II} = 1$ , posteriormente, se reemplazan en la ecuación (1.53). Para

el estado del problema (correspondiente al superíndice <sup>(1)</sup>), las tensiones y deformaciones son obtenidas mediante FEM o XFEM.

La integración numérica del dominio se determina de la suma de las integrales extendidas en los elementos que componen el dominio de integración, para este propósito se utiliza la cuadratura de Gauss. Warzynek et al. (2005) utilizaron la ecuación (1.54) para determinar  $M^{1,2}$ .

$$M^{1,2} = \sum_{Elem=1}^{Num.Elem} \sum_{gp=1}^{Num.gp} w_{gp} |J_{gp}| [\sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} + \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} - W^{(1,2)} \delta_{1j}] \frac{\partial S}{\partial x_j} \quad (1.54)$$

$w_{gp}$  son los pesos de los puntos de integración de Gauss,  $|J_{gp}|$  es la determinante del Jacobiano evaluado para los puntos de integración,  $Num. gp$  es el número de puntos de Gauss para el elemento y  $Num. Elem$  es el número de elementos que componen el dominio de integración.

El dominio de integración está compuesto por elementos alrededor de la fisura, y puede ser definido utilizando diversas técnicas. Liang et al. (2010) definen una circunferencia de radio  $r_k \sqrt{s}$ , donde todos los elementos cortados por la circunferencia componen el dominio de integración.  $r_k$  es un múltiplo escalar y  $s$  es el área del elemento de la punta de la fisura. Kim y Paulino (2005) definen el dominio de integración a través de los bordes de elementos alrededor de la fisura. Esta técnica también fue utilizada por Shivakumar y Raju (1992), Wawrzynek y Carter (2010), en otros.

## 1.4 Softwares comerciales utilizados en la Mecánica de Fractura

Se han desarrollado diversos campos de estudio de la Mecánica de Fractura, entre los principales tenemos: la mecánica de la fractura elástica lineal, la mecánica de la fractura elastoplástica, la dinámica de la fractura, la propagación de fisuras por fatiga, etc. Existen numerosos softwares especializados para la simulación en el campo de la Mecánica de Fractura, entre los más desarrollados tenemos el: Zencrack, Abaqus® y ANSYS®. En este acápite se analizará con mayor detalle el alcance de los softwares relacionados a la propagación de fisuras por fatiga.

### 1.4.1 Softwares para la simulación numérica

#### *Zencrack*

Software basado en el FEM para simular el crecimiento de fisuras en 3D. El software tiene dos niveles de simulación. El primer nivel es el estándar, usa métodos convencionales para evaluar  $K_I$  y  $K_{II}$  usando métodos directos y energéticos. El segundo nivel es el Profesional, que permite hacer simulaciones de crecimiento de fisuras curvas en 3D bajo condiciones de cargas cíclicas, variables y espectros de carga complejos. Este software es muy usado para la predicción de crecimiento de fisuras por fatiga, así como la predicción de la vida residual del elemento, usando la técnica de remallado adaptativo. Asimismo, se puede analizar materiales que tienen comportamientos no lineales, grandes deformaciones, contactos, y comportamientos plásticos.

Posee herramientas especiales para el remallado automático que permiten la creación de anillos hexaédricos y un remallado especial de la zona alrededor de la fisura. Permite introducir fisuras curvas en cualquier parte del modelo y se pueden utilizar elementos de orden superior para modelos 2D y 3D. Además, tiene implementado dos técnicas para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones: la integral de contorno y los desplazamientos nodales de los flancos de la fisura.

Zencrack posee una metodología para aplicar diferentes sistemas de cargas al modelo, asimismo, considerar efectos térmicos en el análisis de fractura. Utiliza la ley de Paris y la ecuación de Walker en el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga, posee datos de parámetros de fractura para muchos materiales de la ingeniería. También, permite definir las condiciones del umbral de fatiga y la tenacidad a la fractura. Además, permite crear subrutinas

por el usuario para el uso de otros modelos y leyes de crecimiento. Zencrack tiene la capacidad de entrar en interface con otros softwares como: Abaqus®, ANSYS®, ANSYS Mechanical APDL, NX Nastran®, etc.

### *Abaqus®*

Abaqus® tiene implementado dos métodos para el análisis de fractura: FEM y XFEM. Permite evaluar parámetros de fractura como: J-Integral,  $K$ , T-Stress,  $C_T$ -Integral. Usa el teorema de la divergencia para evaluar la integral de contorno pudiendo ser extendido para un área en 2D o un volumen en 3D.

Este software permite analizar el comportamiento de fisuras en materiales homogéneos, fisuras interfaciales y se puede definir múltiples fisuras en el análisis. También, tiene la capacidad de simular el crecimiento de fisuras por fatiga incluida fatiga de alto y bajo ciclo.

En Abaqus® se determina la dirección de propagación en 2D usando el criterio de la máxima tensión tangencial (MTS), criterio de la máxima tasa de liberación de energía (MERR) y el criterio de  $K_{II} = 0$ .

Abaqus® tiene implementado varios criterios para el análisis de crecimiento de fisuras, estos son: el criterio del esfuerzo crítico frente a la fisura, el criterio del desplazamiento de apertura de la fisura (COD), la técnica del cierre de la fisura virtual (VCCT), el VCCT-mejorado y el criterio en base a la ley de Paris.

### *ANSYS®*

Tiene implementado los siguientes métodos para propagación de fisura: método de separación de interfaces VCCT, método de la zona cohesiva, método en base al modelo de Gurson, XFEM, Smart Fracture.

Para el análisis de propagación de fisuras mediante XFEM, ANSYS® inicialmente implementó la técnica de los nodos fantasmas para la generación de la fisura y un método basado en el análisis de las tensiones alrededor de la fisura para determinar la trayectoria. Utilizó dos criterios para evaluar la dirección de propagación: el criterio de la máxima tensión tangencial (STTMAX) y el criterio en base a la tensión circunferencial (PSMAX). Este método es impreciso en el análisis de propagación de fisuras debido a que no usa los factores de intensidad de tensiones. Posteriormente, ANSYS® implemento el método de las

singularidades para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$ . Este método permite simular el efecto singular en la punta de la fisura y la evaluación de  $K$  con buena precisión.

Con el fin del captar la singularidad en el análisis de fisuras estacionarias mediante FEM, se genera una malla fina con elementos especiales alrededor de la fisura. En el análisis en 2D y 3D respectivamente, se usan elementos cuadriláteros y hexaédricos de orden superior. Mediante FEM se puede evaluar: J-Integral, VCCT,  $K$ , T-Stress y  $C^*$ -Integral. El cálculo de  $K$  se realiza mediante dos métodos: El método de la integral de interacción y el método de extrapolación de desplazamientos (DE). Posteriormente ANSYS® implementó el método “Smart Fracture” para simular propagación de fisuras en 3D a través del FEM. Este método usa la técnica de remallado adaptativo, que consiste en la regeneración y remallado automático alrededor de la fisura.

En el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga, ANSYS® utiliza la Ley de Paris para la evaluación de los ciclos de crecimiento. Para determinar la dirección de propagación de la fisura usa el criterio de la máxima tensión tangencial (MTS). Asimismo, para evaluar el valor equivalente de  $K$  en modo mixto de carga I+II, usa un criterio basado en la máxima tensión tangencial.

#### 1.4.2 Características y limitaciones de los softwares comerciales

Los softwares comerciales tienen implementados procedimientos de simulación que contemplan modelos y criterios para el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga. En la Tabla 1.1 se resumen algunas características generales, y otras específicas para estos fines, de los softwares comerciales analizados en el presente trabajo. Información más detallada sobre dichos softwares comerciales puede encontrarse en el Anexo 1.

Tabla 1.1: Características de los softwares comerciales analizados

Características	Descripción	ZENCRACK	ABAQUS		ANSYS	
		FEM	FEM	XFEM	FEM	XFEM
<b>Alcances generales</b>						
Tipos de análisis	Análisis 2D	✓	✓	✓	✓	✓
	Análisis 3D	✓		✓	✓	✓
Propiedades y comportamiento de los materiales	Isotrópicos con comportamiento elástico lineal	✓	✓	✓	✓	✓
	Comportamientos no lineales	✓		✓		
	Comportamiento elastoplástico		✓		✓	
	Anisotrópicos			✓		
<b>Mecánica de Fractura</b>						
Métodos de análisis	Integral de contorno	✓	✓		✓	✓
	Integral de dominio			✓		✓
Parámetros de fractura	Integral-J	✓	✓	✓	✓	✓
	Factores de intensidad de tensiones (KI, KII y KIII)	✓	✓	✓	✓	✓
<b>Análisis de crecimiento de fisuras por fatiga</b>						
Criterios para determinar la dirección de propagación	MTS	✓	✓	✓	✓	✓
	MERR		✓			
	SED					
	KII=0		✓			
Modelos para el análisis de crecimiento	Ley de Paris	✓	✓	✓	✓	✓
	Ecuación de Walker	✓				
	Ecuación de NASGRO					
	Fatiga de bajo ciclo		✓	✓	✓	✓
Criterios para determinar el rango del factor de intensidad de tensiones equivalente	Criterio de Tanaka					
	Criterio de Xiangqiao					
	Criterio del máximo esfuerzo tangencial				✓	✓

Se puede apreciar que existen modelos y criterios para el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga que no han sido implementados en los softwares comerciales analizados. Es precisamente en estos aspectos que desea profundizarse en la presente investigación. Por esta razón, es importante implementar un procedimiento de simulación que permita utilizar varios de los criterios y modelos descritos en este capítulo.

## 1.5 Conclusiones parciales

- a. Uno de los aspectos más importantes en el análisis de la propagación de fisuras por fatiga es determinar la dirección en la cual se producirá dicha propagación. En tal sentido, se han desarrollado diversos criterios, tales como los criterios MTS, MERR y SED, los cuales se utilizarán en el presente trabajo.
- b. El número de ciclos es un parámetro fundamental que caracteriza el crecimiento de fisuras por fatiga, cuyo cálculo se basa en modelos de crecimiento. En el presente trabajo se utilizarán la ley de Paris y la ecuación de NASGRO. Estos modelos requieren determinar un valor equivalente del rango del factor de intensidad de tensiones cuando la fisura está sometido a modo mixto I+II, que es el caso más general en el plano, para ello se utilizarán los criterios de Tanaka y Xiangqiao.
- c. Los softwares comerciales más utilizados en el estudio de la Mecánica de Fractura son: ANSYS®, Abaqus® y Zencrack. Estos softwares tienen implementado diversos métodos, criterios, modelos, y herramientas numéricas para determinar parámetros relacionados al crecimiento de fisuras por fatiga. En el presente trabajo de investigación se decidió utilizar el software ANSYS®, por la gran apertura que brinda a la implementación de procedimientos desarrollados por el usuario, a través de su lenguaje de programación ANSYS Mechanical APDL.

## Capítulo 2. Ensayos experimentales

En el presente Capítulo se desarrolla una metodología experimental para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II. Se describen las pruebas y los ensayos realizados para determinar las propiedades, y se presentan resultados experimentales del material utilizado. El material elegido para el presente estudio es un acero de alta resistencia, que tiene como denominación comercial Chronit T1-500 (DIN W N°: 1.8721), proporcionado por Aceros Böhler del Perú. En la Tabla 2.1 se resume los ensayos realizados.

Tabla 2.1: Ensayos realizados en el acero DIN W N°: 1.8721

Ensayo	Norma	Tipo de probeta/muestra	Número de probetas/muestras	Equipo utilizado
Composición química del acero	-	Muestra del acero W DIN N° 1.871	1	Espectrómetro de Emisión Óptica Q8, Maguellan Bruker
Tracción	ASTM A370	Cilíndrica	3	Máquina Universal para ensayos de tracción Zwick/Roell SP600 y Z250
Dureza	ASTM E18	Muestra del acero W DIN N° 1.871	3	Durómetro Rockwell marca Instron 2002T
Metalográfico	ASTM E3 y ASTM 407	Muestra del acero W DIN N° 1.871	1	Microscopio Metalográfico Invertido DMI 5000M–Leica Microsystems
Tenacidad a la fractura	ASTM E399	CT	5	Vibrophore Amsler 150 HFP 5100 Zwick/Roell y Máquina Universal para ensayos de Tracción Zwick/Roell Z250
Trayectoria de fisuras modo I+II	-	TDCB	6	Vibrophore Amsler 150 HFP 5100 - Zwick/Roell
Ciclos de carga modo I+II	-	TDCB	5	Vibrophore Amsler 150 HFP 5100 - Zwick/Roell

## 2.1 Introducción

Para realizar el estudio del comportamiento del material se requiere conocer las propiedades mecánicas y fractomecánicas del acero utilizado. Avilés (2015) clasificó las propiedades de los materiales como cualitativas y cuantitativas. Desde el punto de vista mecánico las propiedades cualitativas son: homogeneidad, isotropía, elasticidad, linealidad, plasticidad, ductilidad y fragilidad. Las propiedades cuantitativas se obtienen mediante ensayos experimentales como son: resistencia a la tracción, límite de proporcionalidad, tensión de fluencia, resistencia a la compresión, resistencia a la cizalladura, resistencia a la torsión, resiliencia, tenacidad, dureza, creep, resistencia a la fatiga. Otras propiedades fractomecánicas de los materiales son: tenacidad a la fractura, velocidad de crecimiento de fisuras por fatiga, etc. En la actualidad existen normas internacionales para realizar ensayos a los materiales y determinar sus propiedades mecánicas y fractomecánicas.

Para cambiar las propiedades mecánicas y fractomecánicas de los aceros se realizan tratamientos térmicos. De esta forma se modifica la estructura microscópica producida por transformaciones físicas y en algunos casos cambios en la composición del material (Apraiz, 1985). La metalografía tiene por objeto el estudio de la microestructura de los metales. Las características de los diversos constituyentes que forman parte de la microestructura del acero determinarán sus propiedades mecánicas. Los aceros de alta resistencia tienen principalmente como constituyente la martensita, que está formado por una solución sólida sobresaturada de carbono o carburo de hierro en hierro alfa (Apraiz, 1985). La dureza de la martensita dependerá de su porcentaje de carbono, tamaño de grano y del ciclo térmico al cual fue sometido, haciendo al acero duro y resistente, pero a la vez frágil. La martensita tiene una estructura tetragonal centrada en el cuerpo, grano fino y una subestructura aún más fina dentro de los granos (Askeland, 1988). La combinación entre resistencia y ductilidad se obtiene en los aceros que han sido templados (microestructura completamente martensítica) y después revenidos. Las propiedades mecánicas de un acero templado revenido pueden modificarse cambiando la temperatura de revenido (Apraiz, 1985).

La fractura es considerada la separación de un cuerpo sujeto a estados de deformación, existen dos clasificaciones de fractura: dúctil y frágil (Avilés, 2015). Los metales pueden presentar diferentes tipos de fractura que dependerán del material, microestructura, temperatura, estados de tensión y velocidad de aplicación de la carga (Dieter, 1972). Las fracturas por fatiga son las formas más comunes de falla en los elementos de máquinas, y constituyen alrededor del 90% de todas las fracturas (Avner et al., 1979). Avilés (2015)

sostiene que la fatiga es un fenómeno local, en los materiales metálicos se inicia en un punto o puntos concretos que generalmente son las superficies. Las fracturas por fatiga se producen sin indicios visibles de flujo plástico. La fractografía es el estudio macroscópico y microscópico de las características de las superficies de fractura de un material (ASM, 1996). Del análisis de la superficie de fractura se puede obtener gran información sobre los mecanismos de fractura producidos en el elemento (Coltters, 2013).

## 2.2 Caracterización del material utilizado

### 2.2.1 Composición química del acero

Una de las principales formas de clasificar los aceros es a través de su composición química, que pueden ser: aceros al carbono y aceros aleados. La mayoría de los sistemas tienen su nomenclatura basada en su composición. En la Tabla 2.2 se muestra los resultados del análisis de composición química del acero de baja aleación DIN W N°: 1.8721, del cual se fabricaron las probetas para el estudio. Estos datos fueron adquiridos con el Espectrómetro de Emisión Óptica Q8 Maguellan Bruker.

Tabla 2.2: Composición química del acero DIN W N°: 1.8721

C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo	Ni	Al	Co
0.211	0.367	0.819	0.0161	0.0007	0.316	0.028	0.112	0.062	0.0023
Cu	Nb	Ti	V	W	Sn	As	Zr	Ce	Te
0.023	0.002	0.0033	<0.0032	<0.0015	0.0018	0.001	0.0013	0.0046	<0.001

### 2.2.2 Tratamiento térmico realizado

Con el fin de posibilitar el proceso de mecanizado, el estado de suministro del acero Chronit T1-500 (DIN W N°: 1.8721) es en “estado revenido”. Posteriormente, mediante un tratamiento térmico se obtienen las propiedades requeridas para el estudio “estado natural”. El tratamiento térmico de temple-revenido se realizó en las instalaciones de Aceros Böhler del Perú S.A., cuyo procedimiento fue proporcionado mediante el Informe ABP.DIV.T.T.P001/2016 de fecha 09 de marzo de 2016. La Fig. 2.1 muestra el ciclo térmico realizado para obtener las propiedades del acero en su “estado natural” ( $\approx 52.2$  HRC).

## Temperatura

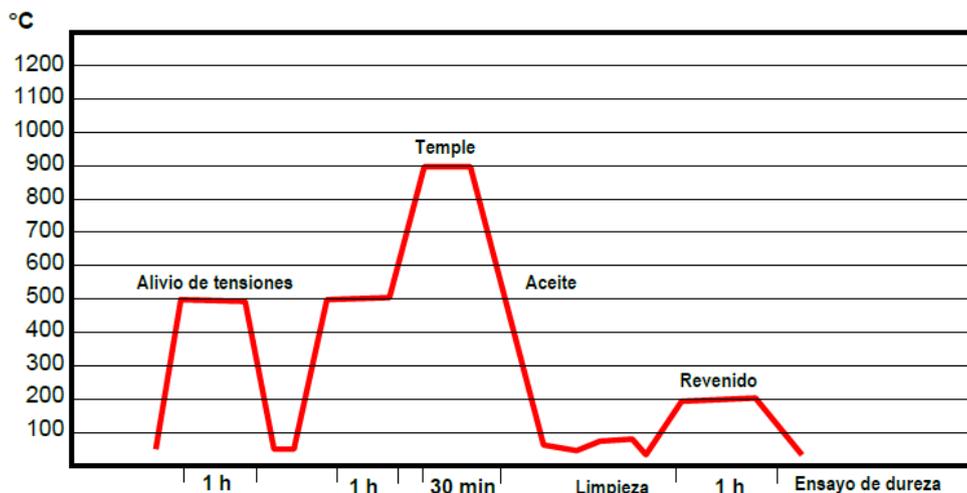


Fig. 2.1: Ciclo térmico para obtener el estado natural del acero (Aceros Bohler del Perú S.A.)

### PROCEDIMIENTO (ORDEN 334467):

1. Verificación de equipos: termocuplas, motores, controles y sistemas en general deben estar funcionando correctamente, se verifica el estado de las resistencias y ladrillos refractarios.
2. Preparación de dispositivos para la manipulación correcta de las piezas.
3. Posicionamiento de las piezas: las piezas son colocadas en el interior del horno.
4. El alivio de tensión: Se recomienda para eliminar las tensiones generadas durante el mecanizado de la pieza y, por tanto, disminuir las deformaciones durante el tratamiento térmico, esto se realiza a 500°C durante 1 hora.
5. Las piezas son llevadas a un horno de baño de sales hasta alcanzar la temperatura adecuada.
6. La pieza debe estar dentro del horno con la temperatura de temple (900°C, durante 30 min.) hasta conseguir una temperatura homogénea en toda la sección.
7. Las piezas son enfriadas rápidamente en un tanque de aceite, a 200°C durante 1 hora.
8. A continuación, se realiza una limpieza de la pieza posterior al proceso de temple.
9. El revenido se hace en un equipo con aire forzado, con calefacción por resistencias, seguido por un proceso de enfriamiento al aire.
10. Los dispositivos son retirados. Entonces, el equipo de control de calidad hace la inspección y ensayos de dureza en las piezas.

### 2.2.3 Ensayos de tracción

Los ensayos se realizaron según la norma ASTM A-370 (2013). Para obtener la resistencia a la tracción y el límite convencional de fluencia, se utilizó la Máquina Universal para ensayos de tracción Zwick/Roell SP600. Se ensayaron dos probetas (PF\_1 y PF\_2), fabricadas en dirección transversal y longitudinal a la dirección del sentido de laminación de la plancha de acero del material utilizado. Para obtener el módulo de elasticidad se utilizó la Máquina Universal de ensayos de tracción Zwick/Roell Z250. Se ensayó una tercera probeta PT\_3, para medir las deformaciones longitudinales se utilizó un extensómetro de longitud 50 mm simétrico a la parte central de la probeta. Las probetas fabricadas para los ensayos se muestran en la Fig. 2.2. Los planos de fabricación de las probetas están en el Anexo 2.

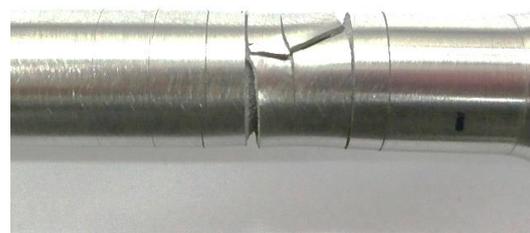


Fig. 2.2: Probetas para ensayos de tracción PT\_1 y PT\_2

En la Fig. 2.3 se observa las imágenes de las dos probetas fracturadas, sometidas al ensayo de tracción. En la superficie se producen varios planos de falla debido a los concentradores de tensión geométrico por el mecanizado. Macroscópicamente se observa poca deformación plástica producida en la zona de fractura, típico en materiales de comportamiento frágil.



(a)



(b)

Fig. 2.3: Probetas fracturadas después del ensayo (a) Probeta PT\_1, (b) Probeta PT\_2

La Fig. 2.4 muestra la superficie de fractura de la probeta PT\_2 producto del ensayo de tracción, se observa una superficie de fractura brillante característico de la fractura por clivaje,

y poca deformación volumétrica en la zona de falla. Los resultados muestran que el acero de alta resistencia DIN W N°: 1.8721 tiene un comportamiento frágil a la fractura.



Fig. 2.4: Superficie de fractura de la probeta PT\_2

Los resultados de los ensayos de tracción y módulo de elasticidad del material se muestra en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3: Resultados de ensayos de tracción para el Acero DIN W N°: 1.8721

Propiedad mecánica del material	Observaciones
Resistencia a la tracción ( <i>MPa</i> )	
1586	Transversal a la dirección de laminación
1610	Longitudinal a la dirección de laminación
Límite convencional de fluencia ( <i>MPa</i> )	
1469	Transversal a la dirección de laminación
1490	Longitudinal a la dirección de laminación
Módulo de elasticidad ( <i>GPa</i> )	
206	Probeta PT_3

La Fig. 2.5 muestra el diagrama esfuerzo-deformación para la probeta PT\_1 y PT\_2. Se puede observar menor pendiente en la zona donde los esfuerzos son menores a 400 MPa, producto de deslizamientos producidos entre la mordaza de sujeción de la máquina y las probetas.

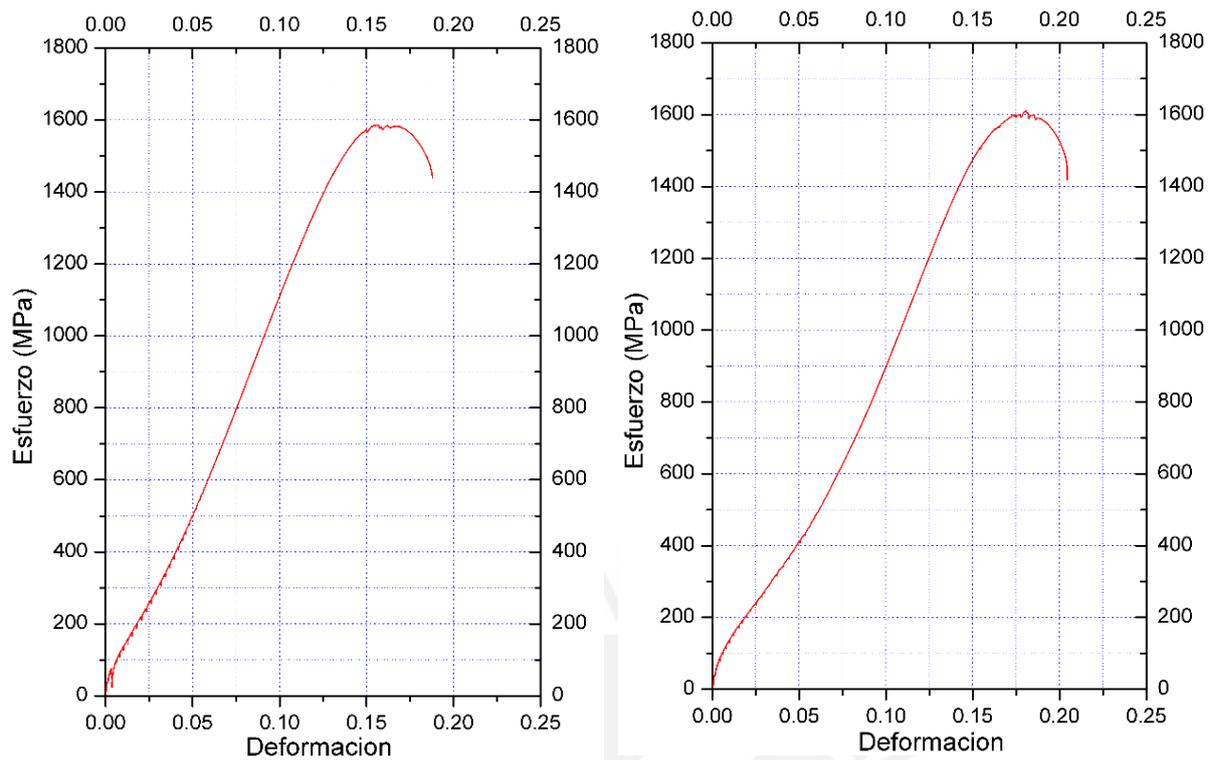


Fig. 2.5: Resultado del ensayo de tracción, Probeta PT\_1 (izquierda) y Probeta PT\_2 (derecha)

## 2.2.4 Ensayos de dureza

Para medir la dureza del material se utilizó un Durómetro Rockwell marca Instron 2002T, ensayo realizado bajo la norma ASTM E-18 (2014). Se realizaron 3 indentaciones cuyos resultados se muestra en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4: Ensayos de dureza del acero DIN W N°: 1.8721

Dureza HRC	Dureza Promedio HRC	Estado del acero
25.3 – 25.3 – 26.3	25.6	Revenido (Estado de suministro)
51.3 – 52.3 – 53.0	52.2	Temple–revenido (Estado natural)

En la Fig. 2.6 se muestra la indentación y el resultado de la dureza HRC del acero, cuando el acero se encuentra en estado revenido.

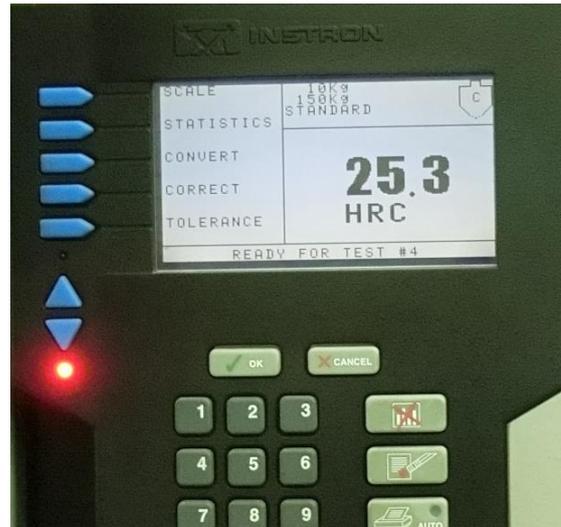


Fig. 2.6: Ensayos de dureza del acero DIN W N°: 1.8721 (revenido)

La Fig. 2.7 muestra resultados de las indentaciones al acero en su estado natural (temple-revenido) después del tratamiento térmico.



Fig. 2.7: Resultados del ensayo de dureza del acero DIN W N°: 1.8721 (templado-revenido)

## 2.2.5 Metalografía

Para observar la microestructura del acero se utilizó un microscopio metalográfico Invertido DMI 5000M—Leica Microsystems, con cámara digital DFC 450 C y Software Leica Application Suite. Previamente se preparó la probeta de acuerdo a la norma ASTM E3 (2017), se realizó un ataque químico con Nital al 2% como lo establece la norma ASTM 407 (2015). El análisis metalográfico reveló la microestructura de martensita revenida del material, obtenida mediante tratamiento térmico de acuerdo al ciclo termino mostrado en la Fig. 2.1. La Fig. 2.8 a) y b), muestra la microestructura del acero utilizado, mediante el uso de microscopia óptica se observa una microestructura constituida por martensita del tipo listones (lath martensite) revenida.

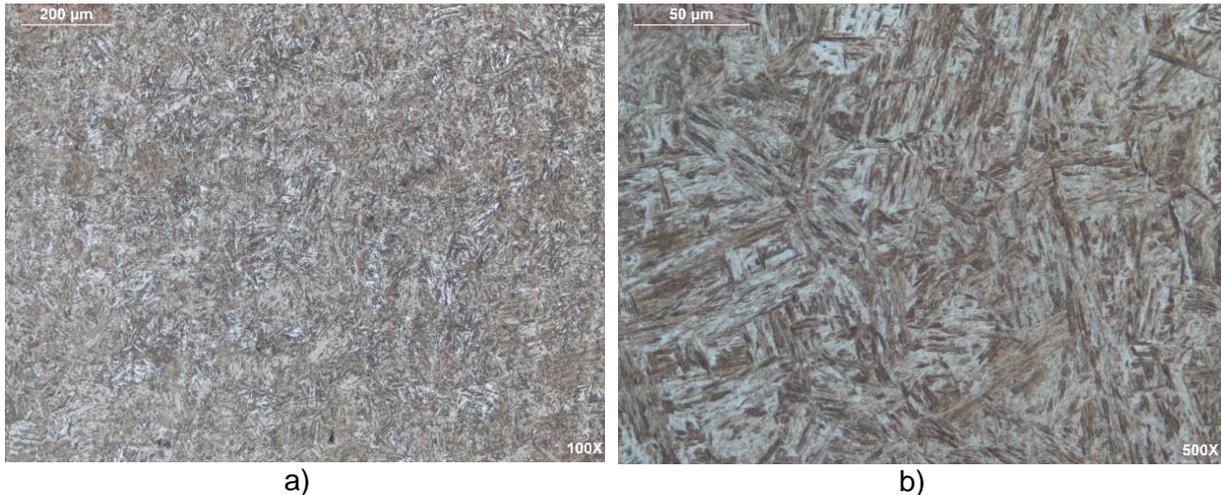


Fig. 2.8: Microestructura de martensita revenida del acero DIN W N°: 1.8721; a) 100X, b) 500X

## 2.3 Ensayos para determinar la tenacidad a la fractura del material

La norma ASTM E399 (2013) establece parámetros de ensayos y características de las probetas, para determinar la tenacidad a la fractura del material ( $K_{IC}$ ). Las condiciones de ensayo deben producir en la probeta un estado predominante de deformación plana, modo I de carga, y zona plástica en el frente de fisura pequeña. La probeta debe estar prefisurada por fatiga, posteriormente, se debe someter a tracción y medir la carga crítica que produce la rotura de la probeta.

### 2.3.1 Norma ASTM E399

En la norma ASTM E399 (2013) se especifican las dimensiones y tipos de probeta para los ensayos. Se utilizó una probeta compacta “*Compact Tensión*” (CT) fabricada bajo las siguientes condiciones:

- El espesor debe medir entre  $B = (0.45 - 0.55)W$ , se recomienda de forma nominal que  $B = 0.5W$ . La longitud total de la prefisura debe estar entre  $0.45W \leq a \leq 0.55W$ ,  $W$  es el tamaño de la probeta CT.
- La probeta debe ser provista de un filo maquinado para el montaje del extensómetro y para probetas de dimensiones mayores debe proveerse la sujeción de yunques para montaje.
- La probeta debe tener una entalla mecanizada con el fin de asegurar la formación de la prefisura por fatiga en la punta de la entalla. La norma indica la posibilidad de fabricación de la entalla por electroerosión, además, la punta de entalla debe tener un radio de fondo máximo de 0.25 mm.

- La norma indica espesores de probeta recomendados para relaciones de  $\sigma_{YS}/E$  del material.
- La norma designa la orientación de fabricación de la probeta. L es la dirección de laminación, extrusión, o eje de forjado de la plancha de donde se obtuvieron las probetas. T es la dirección del ancho de la plancha. S es la dirección del espesor de la plancha. La orientación para la fabricación de la probeta es T-L, donde T representa la dirección perpendicular al plano por donde se formará la fisura y L representa la dirección prevista de la extensión de la fisura (ver Fig. 2.19).

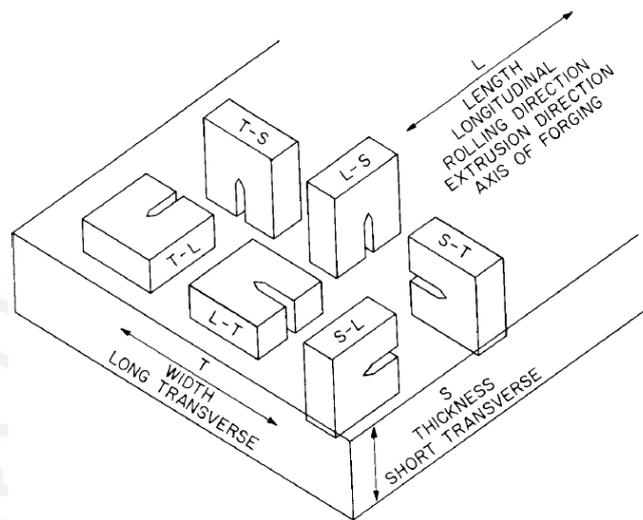


Fig. 2.9: Orientación de fabricación para la probeta CT (ASTM E399, 2013)

Con el fin de asegurar un estado predominante en deformación plana para el ensayo, se consideró el mayor espesor que se puede montar en las mordazas de sujeción del Vibrophore Zwick Roell ( $B = 20 \text{ mm}$ ), y se dimensionó la probeta CT con  $W = 40 \text{ mm}$ . La Fig. 2.10 muestra las dimensiones generales de la probeta CT para el ensayo. (Ver planos de fabricación en el Anexo 3)

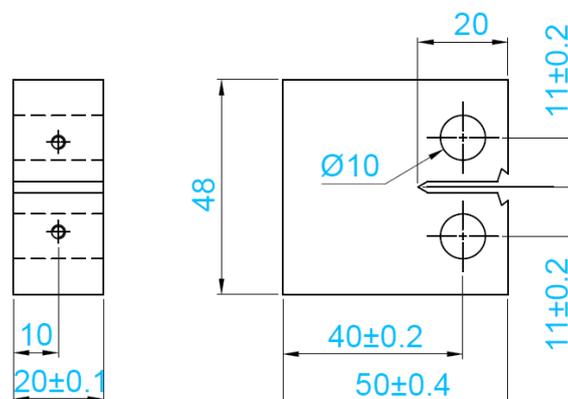


Fig. 2.10: Dimensiones de la probeta CT para ensayos de tenacidad a la fractura

Para minimizar la influencia geométrica que la entalla produce sobre el estado de tensiones, y eliminar los efectos locales del proceso de fabricación de la entalla, la longitud de la prefisura desde la punta de la entalla no debe ser menor a 1.3 mm. Debe asegurarse que la prefisura producida sea lo suficientemente plana, aguda, y esté contenida en el plano previsto. Para lograr esta condición, se debe procurar garantizar una distribución de cargas simétricas respecto al plano de la entalla.

En el último periodo de prefisurado y como mínimo en el periodo donde la fisura crece el 2.5% de su longitud total, se debe cumplir que  $K_f/E < 0.00032m^{1/2}$ .  $K_f$  es el  $K$  máximo en el ciclo de carga, y no debe superar el 60% del valor crítico ( $K_Q$ ). La norma recomienda que el valor mínimo de carga se aplique un tiempo razonable, produciendo crecimiento. Si la prefisura se produce a una temperatura  $T_1$  distinta a la temperatura  $T_2$  del ensayo de  $K_{IC}$ , entonces se debe cumplir que  $K_f < 0.6 \left( \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \right) K_Q$ .  $\sigma_{c1}$  y  $\sigma_{c2}$  son los límites elásticos del material a las temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ . Después de fracturada la probeta se debe medir las distancias que se produjeron en la formación de la prefisura por fatiga como se indica en la Fig. 2.11 a).

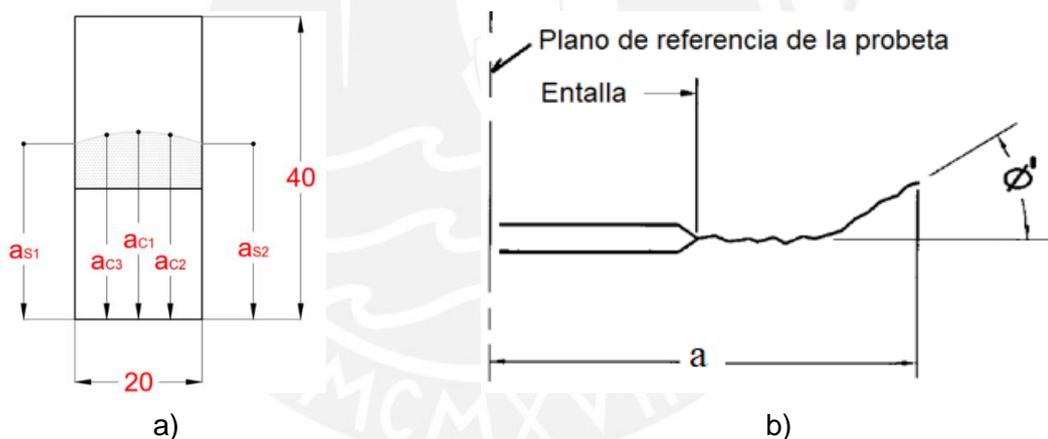


Fig. 2.11: a) Dimensiones de la prefisura por fatiga, b) Desviación de la prefisura

El ensayo no es válido cuando el valor medio de  $a_{c1}$ ,  $a_{c2}$  y  $a_{c3}$ , difiere en 15% del valor de cualquiera de estas tres medidas. Además, la variación entre  $a_{s1}$  y  $a_{s2}$ , debe ser inferior al 10% entre estas. Por otra parte, ninguna de estas dimensiones debe ser inferior a 1.3 mm o  $2.5\%W$ , medida desde el borde de la entalla. La máxima desviación del plano de la fisura respecto al plano medio no debe ser superior a  $\phi' = 10^\circ$  (ver Fig. 2.11 b)).

La Fig. 2.12 muestra los tipos de curva que pueden ser obtenidas mediante el ensayo para determinar  $K_{IC}$  según ASTM E399 (2013). La línea secante  $OP_5$  difiere de la pendiente de la curva  $P - V$  en 95%. El punto  $P_5$  se origina de la intersección de la recta secante y la curva

P – V. El valor que tomará  $P_Q$  dependerá del tipo de curva obtenida en el ensayo, y será utilizado en el cálculo de  $K_{IC}$ .

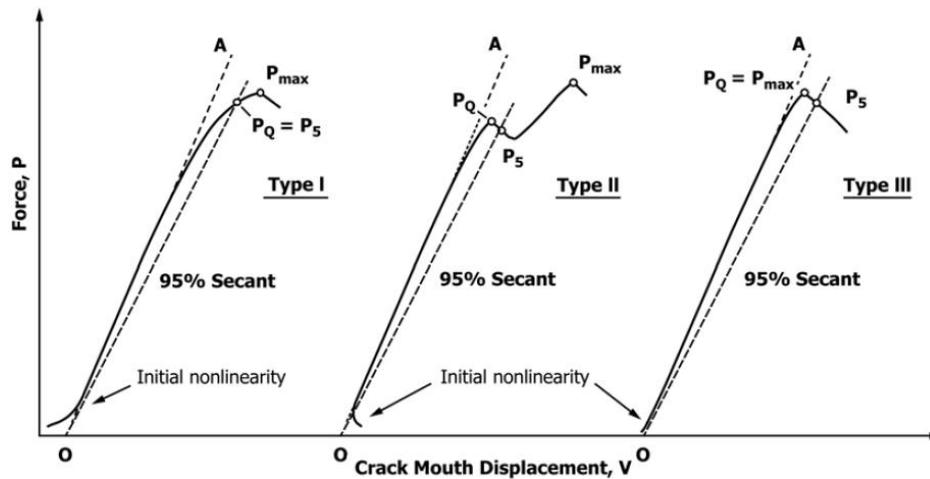


Fig. 2.12: Tipos de curva carga-desplazamiento (ASTM E399)

### 2.3.2 Procedimiento de ensayo

En la máquina Zwick/Roell Z250, la probeta prefisurada fue sometida a carga creciente hasta la rotura, registrando continuamente la carga aplicada a la probeta frente al desplazamiento relativo de los labios de la fisura. La medición del desplazamiento se efectuó con un extensómetro EX R10-5 u, marca SANDNER Nro. 1691 (ver Fig. 2.13 a)). La Fig. 2.13 b), muestra el montaje de la probeta prefisurada sometida a carga, para determinar  $K_{IC}$ .

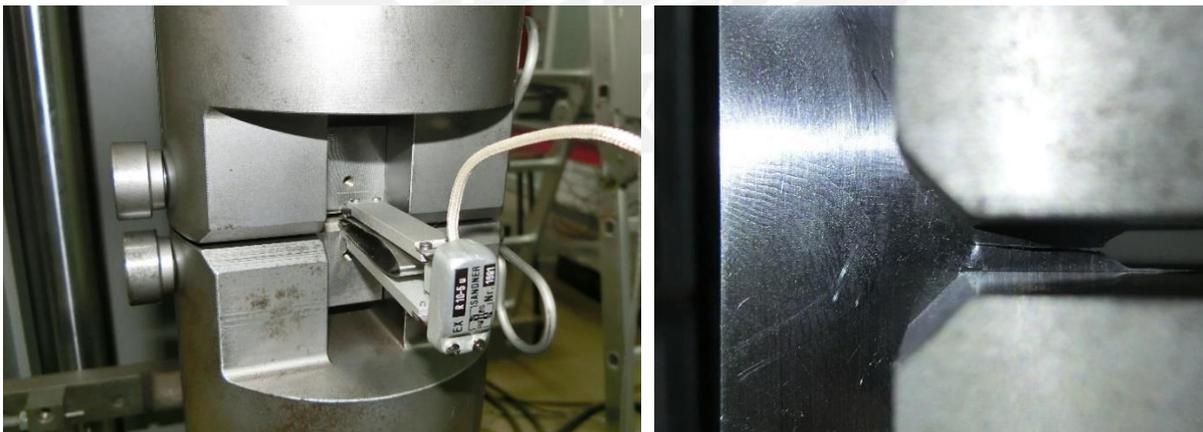


Fig. 2.13: a) Montaje del extensómetro, b) Probeta CT prefisurada sometida a carga

Para asegurar la condición de carga estática en el ensayo, la norma establece que la velocidad de incremento del factor de intensidad de tensiones debe ser entre  $0.55 - 2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}/\text{s}$ . Con el valor  $P_Q$  obtenido de la Fig. 2.12, se calcula la relación entre  $P_{max}/P_Q$ , siendo  $P_{max}$  la carga

máxima en el ensayo. Si  $P_{max}/P_Q < 1.10$  entonces se utiliza  $P_Q$  para el cálculo de  $K_Q$ . Si  $P_{max}/P_Q \geq 1.10$  la relación indica que existió plastificación excesiva en el ensayo que no permiten definir correctamente  $K_{IC}$ , siendo un ensayo inválido.  $K_Q$  se determina de las ecuaciones (2.1) y (2.2).

$$K_Q = \frac{P_Q}{B\sqrt{W}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.1)$$

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = \frac{\left(2 + \frac{a}{W}\right) \left[0.866 + 4.64\frac{a}{W} - 13.32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6\left(\frac{a}{W}\right)^4\right]}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} \quad (2.2)$$

Es recomendable partir con un valor sobre estimado del espesor  $B$  para la probeta, si  $K_{IC}$  es válido se puede reducir el valor de la probeta para los ensayos siguientes. La Tabla 2 de la norma ASTM E399 indica valores estimados de  $K_{IC}$  para diferentes aceros. Finalmente, se debe comprobar que se cumpla la condición  $B > 2.5(K_Q/\sigma_{0.2})^2$ . Si se cumple la condición anterior entonces se afirma que  $K_Q = K_{IC}$ . Caso contrario se debe repetir el ensayo con una probeta de mayor espesor.  $\sigma_{0.2}$  es el límite convencional de fluencia al 0.2%.

### 2.3.3 Análisis y validación de resultados

La Tabla 2.5 muestra los resultados obtenidos del ensayo para determinar  $K_{IC}$ . La carga que produce la propagación súbita de la fisura hasta la rotura ( $P_{max}$ ) varía en cada probeta, debido a que la longitud de la prefisura es diferente (ver Fig. 2.14).

Tabla 2.5: Resultados de la prefisura y las cargas en el ensayo

Probeta	Dimensiones de la prefisura						Cargas		Factor de Intensidad Critico $K_Q$ ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ )
	as1 (mm)	ac3 (mm)	ac1 (mm)	ac2 (mm)	as2 (mm)	am (mm)	P <sub>máx</sub> (kN)	P <sub>Q</sub> (kN)	
TF_1	19.9	20.4	20.6	20.4	19.9	20.24	57.5	38	93.48
TF_2	18.1	18.1	18.15	18.15	18.15	18.14	52.5	50	105.3
TF_3	18.5	18.4	18.3	18.2	18.2	18.3	49.8	46.5	98.3
TF_4	19.8	19.8	19.8	19.75	19.75	19.78	45	42.5	101.1
TF_5	17.6	17.5	17.45	17.4	17.4	17.45	51.5	48.2	96.7

Los resultados del ensayo para determinar la tenacidad a la fractura muestran que la carga es de tipo I. La apertura en la boca de la probeta medida por el extensómetro es mayor en la

probeta TF\_1 comparado con las otras probetas, indicando mayor deformación plástica antes de la rotura (ver Fig. 2.14).

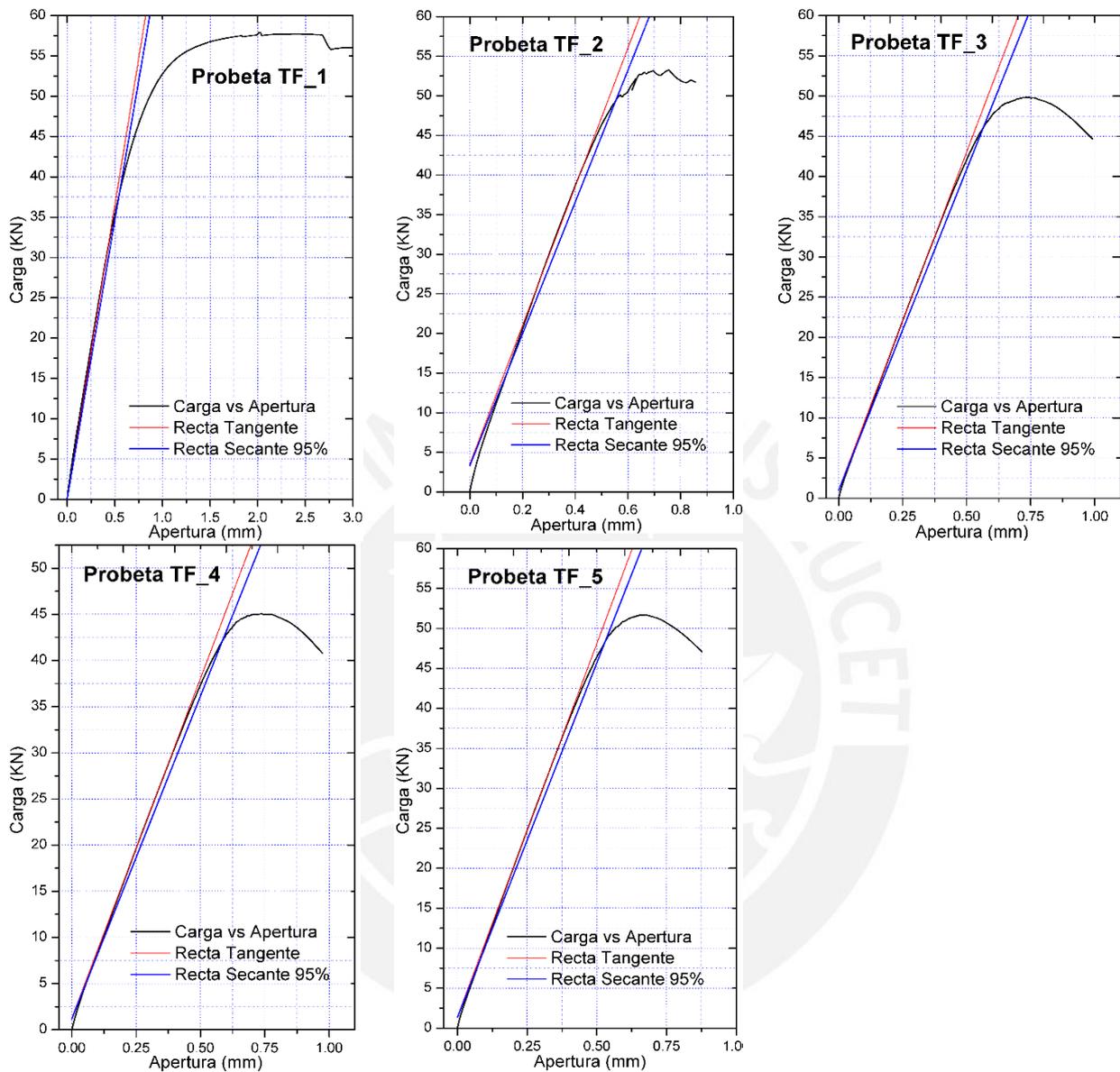


Fig. 2.14: Diagrama P – V de las probetas TF\_1 a TF\_5

Arana y Gonzáles (2002), determinaron experimentalmente que el tamaño de la zona plástica es proporcional a  $(K_{IC}/\sigma_F)^2$ . Los materiales con menor valor del esfuerzo de fluencia ( $\sigma_F$ ) tendrán un mayor tamaño de la zona plástica comparado con un material con mayor  $\sigma_F$ . En probetas de espesor grande se producirá una zona plástica de menor tamaño, produciendo estados predominantes de deformación plana.

La Fig. 2.15 corresponde a la superficie de fractura de la probeta CT TF\_1. Se observa el efecto túnel relacionado a la zona plástica del frente de fisura donde predominan estados de

tensión plana, característico de los materiales donde se producen fracturas dúctiles. Se observa gran cantidad de deformación plástica relacionado al proceso de rotura de la probeta.



Fig. 2.15: Superficie de fractura de la probeta CT TF\_1

En la Fig. 2.16 a) se muestra la superficie de fractura de la probeta CT TF\_4. La zona "0" corresponde a la zona de la entalla de la probeta, la zona "1" corresponde a la etapa de prefisuración inicial por fatiga, la zona "2" corresponde a la última etapa de prefisuración por fatiga. El estado de tensión en la zona "2" es menor que en la etapa inicial "1", como establece la norma ASTM E399. La zona "3" es la etapa final donde se produce la fractura súbita de la probeta bajo condiciones de carga estática. En la Fig. 2.16 b) se observa modo I de fractura, sin indicios aparentes de deformación plástica en la probeta (deformación plástica altamente localizada).



Fig. 2.16: Superficie de fractura de la probeta CT TF\_4

Las probetas TF\_1 y TF\_4 son del mismo espesor  $B = 20$  mm, por consiguiente, el factor que produce fractura dúctil o frágil es la microestructura del material. En el caso de la probeta TF\_1

la dureza promedio es 25.6 HRC y en la probeta TF\_4 de 52.2 HRC. La resistencia a la tracción de la probeta TF\_4 es de 1586 MPa, siendo un material de alta resistencia y de elevado comportamiento frágil.

La norma ASTM E399 proporciona el formato de reporte de los resultados del ensayo de tenacidad a la fractura del material. Esta Tabla indica las características geométricas de la probeta, condiciones de prefisurado, resultados del ensayo, y cálculo de  $K_{IC}$  del acero (ver Tabla 2.6).



Tabla 2.6: Reporte de la información del ensayo según ASTM E399

Dimensiones	Unid.	TF_1	TF_2	TF_3	TF_4	TF_5
Orientación del plano de fractura		T-L	T-L	T-L	T-L	T-L
Limite convencional de fluencia	MPa	1469	1469	1469	1469	1469
Espesor de la probeta (B)	mm	20	20	20	20	20
Ancho de la probeta CT (W)	mm	40	40	40	40	40
<i>Prefisura por fatiga</i>						
$K_f/E < 0.00032\sqrt{m}$	$\sqrt{m}$ ( $\times 10^{-4}$ )	2.4818	2.1367	2.1454	2.4017	2.04056
$K_f < 0.6K_Q$	MPa $\sqrt{mm}$	51.12	44.01	44.2	49.5	42.03
Carga Máxima $K_f < 0.8K_Q$	MPa $\sqrt{mm}$	73.03	62.88	63.13	70.7	60.05
<i>Ensayo de fractura</i>						
Tamaño de la fisura $0.45W \leq a \leq .0.55W$		20.24	18.13	18.3	19.8	17.45
En el centro del frente de la fisura ( $a_{c1}$ )	mm	20.6	18.15	18.3	19.8	17.45
A la izquierda del frente de la fisura ( $a_{c3}$ )	mm	20.4	18.1	18.4	19.8	17.5
A la izquierda del frente de la fisura ( $a_{c2}$ )	mm	20.4	18.15	18.2	19.75	17.4
A la izquierda de la superficie ( $a_{s1}$ )	mm	19.9	18.1	18.5	19.8	7.6
A la derecha de la superficie ( $a_{s2}$ )	mm	19.9	18.15	18.1	19.75	17.4
Variación entre $a_{s1}$ y $a_m$ <15%	%	1.97	0.18	1.09	0.08	0.86
Variación entre $a_{s2}$ y $a_m$ <15%	%	0.49	0.09	1.09	0.17	0.29
Variación entre $a_{s1}$ y $a_{s2}$ <10%	%	2.45	0.28	2.21	0.25	1.15
Plano de simetría de la superficie de fractura <10°	°	0.5	0.5	0.7	0.5	0.6
Razón de aplicación de cargas	MPa $\sqrt{mm}$ s <sup>-1</sup>	300	300	300	300	300
Temperatura ambiente	°C	20	20	20	20	20
Humedad Relativa	%	60	60	60	60	60
<i>Cálculo de K</i>						
$P_{m\acute{a}x}/P_Q < 1.1$		1.51	1.01	1.07	1.05	1.07
$2.5(K_Q/\sigma_c)^2$	mm	10.12	12.84	11.2	11.83	10.84
$K_Q$	MPa $\sqrt{mm}$	93.5	105.3	98.3	101.1	96.7
$K_Q$ valido de acuerdo a ASTM E399	MPa $\sqrt{mm}$	no	si	si	si	si
$K_{IC}$ valido de acuerdo a ASTM E399	MPa $\sqrt{mm}$	no	si	si	si	no
$K_{IC}$ de acuerdo a ASTM E399	MPa $\sqrt{mm}$	-	<b>105</b>	<b>98</b>	<b>101.1</b>	-

De acuerdo a la norma ASTM E399 en la Tabla 2.6 se indica que los resultados de las probetas TF\_2, TF\_3 y TF\_4 son válidos para la tenacidad a la fractura  $K_{IC}$  para el material utilizado.

### 2.3.4 Análisis de la superficie de fractura mediante SEM

Para entender los mecanismos de rotura de elementos sometidos a cargas cíclicas, es necesario analizar las superficies de fractura por fatiga del material utilizado. Forsyth (1963) en un estudio de las superficies de fractura por fatiga en aleaciones de aluminio, reconoce dos tipos de estrías transgranulares: del tipo dúctil y del frágil. Las estrías del tipo dúctil generalmente se encuentran en facetas individuales, cuyas estrías se encuentran en mesetas paralelas a la superficie de fractura (ver Fig. 2.9 a)).

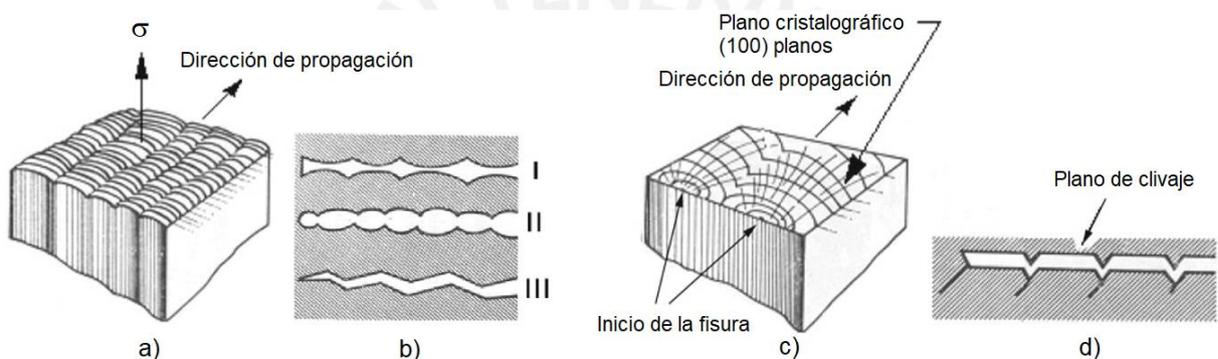


Fig. 2.17: a) estrías dúctiles, b) perfiles dúctiles, c) estrías frágiles, d) perfil frágil (adaptado de Milella, 2012)

En cambio, las estrías frágiles se desarrollan siempre en planos cristalográficos que aparecen en círculos concéntricos a partir del inicio de la fisura. Estas estrías son localizadas con mayores espaciamentos comparadas con las producidas en la fractura del tipo dúctil (ver Fig. 2.17 c)).

Becker (2002) afirma que la presencia de estrías en las superficies de fractura, es una evidencia inequívoca de crecimiento de fisuras por fatiga (ver Fig. 2.17 b)). Sin embargo, dependiendo del material, las condiciones de carga, y la condición de la zona de fractura, la ausencia de estrías no significa que no ocurrió fatiga. Los materiales de alta resistencia fracturan por mecanismos compuestos por clivaje con coalescencias de microcavidades, denominado por Hull (1999), Becker (2002) y Coltters (2011) como cuasi-clivaje. Las superficies de fractura presentan caras planas que se forman por la coalescencia de microfisuras, y forman bordes elevados conocidos como crestas desgarradas y facetas de clivaje (ver Fig. 2.17 d)).

Wanhill et al. (2019) realizaron investigación de las superficies de fractura por fatiga en materiales aeroespaciales. Encontraron que las estrías son fácilmente visibles en aleaciones de aluminio, aceros inoxidables austeníticos, y aceros en base a Níquel. En cambio, en los aceros martensíticos de alta resistencia y aleaciones de Titanio, muestran que la microestructura tiene influencia en la topografía de la superficie de fractura. En estos materiales no son observables las estrías, pudiéndose localizar en alguna zona de la superficie de fractura (ver Fig. 2.17 d)).

Las imágenes mostradas de la superficie de fractura de la probeta TF\_4 fueron obtenidas con el microscopio electrónico de barrido (SEM) Quanta 650-FEI (ver Fig. 2.18 a 2.20). Estas imágenes corresponden a la zona 3 donde se produjo rotura súbita. Muestran que el mecanismo de fractura está compuesto principalmente por clivaje con coalescencia de microcavidades, mecanismo típico de fractura en aceros de alta resistencia (ver Fig. 2.18).

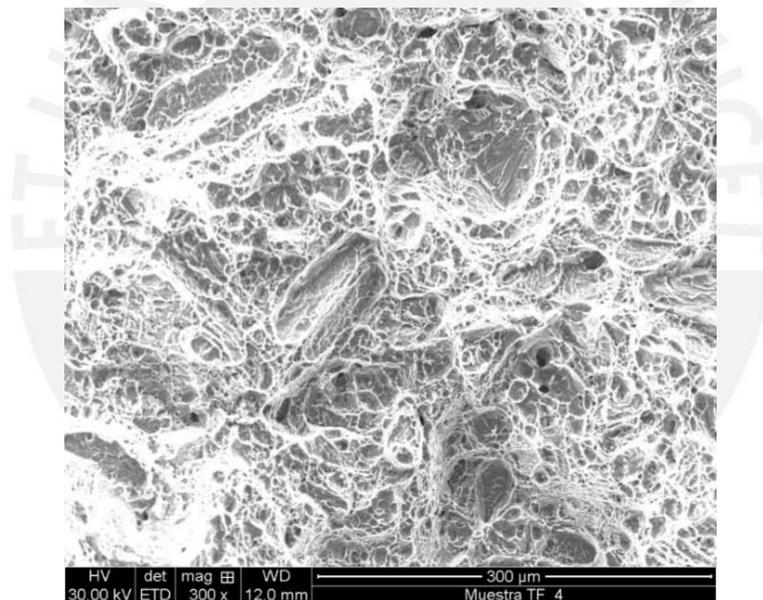


Fig. 2.18: Imagen SEM de la superficie de fractura de la probeta TF\_4 (300X)

En la Fig. 2.19 se observa una superficie de fractura brillante (fractura transgranular), compuesto por facetas por clivaje que ocurren a lo largo de varios planos cristalográficos paralelos.

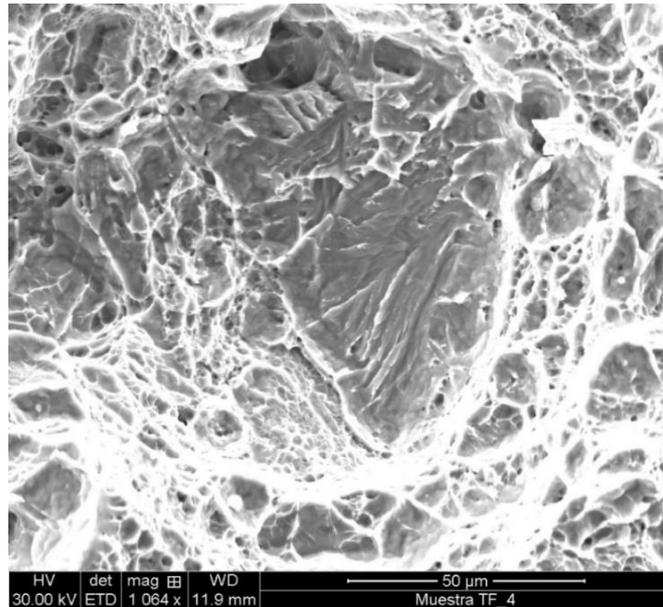


Fig. 2.19: Imagen SEM de la superficie de fractura de la probeta TF\_4 (1064X)

En la Fig. 2.20 con aumento de 2100X se observa la presencia de hoyuelos debido a la coalescencia de microcavidades. La presencia de hoyuelos circulares (dimples) indica el modo I predominante.

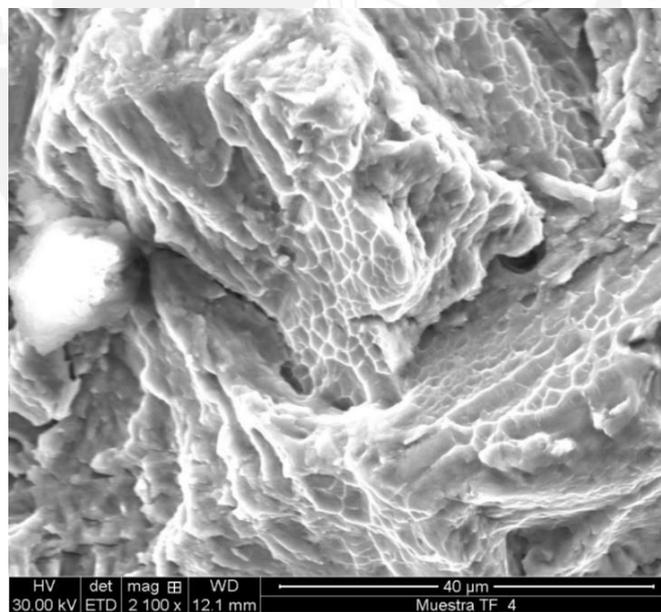


Fig. 2.20: Imagen SEM de la superficie de fractura de la probeta TF\_4 (2100X)

## 2.4 Ensayos para evaluar la dirección de propagación de fisuras por fatiga

En el presente Acápite se propone el diseño, fabricación y los procedimientos e instrucciones para los ensayos experimentales que obtengan trayectorias de propagación de fisuras por fatiga en modo mixto I+II. En la bibliografía no se encuentran procedimientos establecidos para obtener trayectorias de fisuras por fatiga largas y curvadas.

### 2.4.1 Diseño y fabricación de la probeta

#### *Diseño de la probeta*

Para obtener trayectorias de propagación de fisuras por fatiga en modo mixto I+II, se debe diseñar probetas con una geometría favorable para generar trayectorias largas y curvadas. Estos ensayos deben proporcionar datos suficientes para evaluar numéricamente la eficacia de diferentes criterios de dirección de propagación de fisuras.

El espesor máximo de la probeta está sujeto a las dimensiones de las mordazas de sujeción, donde se introducen las probetas para el ensayo (20 mm). Las probetas no deben ser muy delgadas debido a las cargas de flexión que se producen en los pines de sujeción de la probeta. Se debe considerar que las condiciones de tensión producida en elementos muy delgados, hace que la superficie de fractura no sea plana y varíe a lo largo del espesor. La zona de plastificación frente a la fisura depende del espesor de la probeta. Los espesores delgados hacen que el radio de plastificación en la punta de la fisura ( $r_p$ ) sea grande, y predomine un estado de tensión plana ( $r_p \geq B$ ). Esta condición produce superficies de fractura en un plano inclinado  $45^\circ$  respecto a la dirección de tracción. Al contrario, cuando en el ensayo predomina un estado de deformación plana ( $r_p \ll B$ ), el plano de fractura se produce en una superficie plana y perpendicular a la dirección de la carga aplicada. Es conveniente que  $r_p$  sea pequeño lo cual permite utilizar el enfoque de LEFM.

Existen muchos investigadores que utilizaron probetas CT para analizar trayectorias de fisuras por fatiga en modo mixto I+II, como: Demir et al. 2018, Silva et al. 2017, Ayatollahi et al. 2015, Ferreño et al. 2006, entre otros. Las trayectorias obtenidas en probetas CT están dirigidas directamente al taladro desviador, resultando trayectorias simples y cortas. En base a las consideraciones anteriores, se requiere de una probeta más amplia que permita obtener trayectorias largas y curvadas, y mayor cantidad de datos experimentales en modo mixto I+II.

Mostovoy et al. (1967) realizaron ensayos de tenacidad a la fractura usando probetas con una geometría tipo doble viga en voladizo con sección variable (TDCB). El tamaño y la forma de estas probetas para ensayos con variaciones de  $\Delta K$ , permiten obtener gran cantidad de datos experimentales. Un taladro desviador produciría trayectorias largas y curvadas para una evaluación conveniente en modo mixto de carga I+II. Knott (1973) estableció dimensiones paramétricas de probetas TDCB para ensayos de Tenacidad a la Fractura. En base a las consideraciones anteriores, en la Fig. 2.21 se indican las dimensiones la probeta tipo TDCB incluyendo un taladro desviador para producir condiciones de carga en modo mixto I+II (ver plano en el Anexo 4).

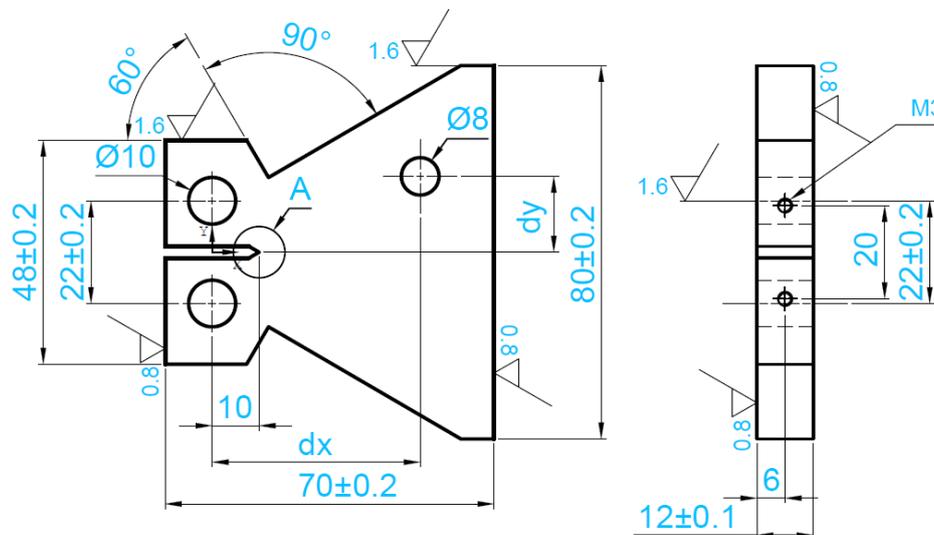


Fig. 2.21: Probeta tipo TDCB para obtener trayectoria de fisuras por fatiga en modo I+II

### *Fabricación de la probeta*

El proceso de fabricación de las probetas es importante para la obtención de buenos resultados experimentales, por lo cual, se describe el procedimiento a continuación:

- 1° Se fabrica la probeta por procesos de mecanizado con arranque de viruta. El material se encuentra en su estado de suministro "estado revenido" con una dureza aproximada de 25 HRC, esto facilita el proceso de manufactura. No se elaboran aquí la entalla ni el taladro desviador.
- 2° Se realiza un tratamiento térmico según el ciclo térmico mostrado en la Fig. 2.1, para obtener una dureza entre 51 HRC a 53 HRC. Luego de este tratamiento el acero alcanza una microestructura de martensita revenida y es considerado un acero de alta resistencia.
- 3° Mediante un proceso de electroerosión por hilo se fabrica la entalla de 20 mm de profundidad, 2.5 mm de ancho, ángulo de  $60^\circ$  y un radio de 0.1 mm en la punta de la entalla

(ver Fig. 2.21). Seguidamente, se realiza el rectificado de las caras laterales mediante un mecanizado por abrasión y luego se realiza un pulido manual con lijas de agua, aplicando consecutivamente las lijas número 80, 120, 220, 400, 800 y 1200.

- 4° Se genera una prefisura por fatiga entre 8 mm a 12 mm de longitud, tomando en cuenta los procedimientos y consideraciones establecidos en la norma ASTM E399.
- 5° Se elabora el taladro desviador de 8 mm de diámetro. Para este proceso se debe usar una broca carburada debido a la alta dureza del material.

En el presente estudio la prefisura se generó en un equipo Vibrophore AMSLER 150 HFP 5100-Zwick/Roell, utilizando una carga cíclica de amplitud constante.

#### 2.4.2 Procedimiento y parámetros de ensayo

##### *Principio de funcionamiento del Vibrophore Answler*

Este tipo de sistemas está basado en principios de excitación electromagnética, posee gran ventaja para realizar ensayos de fatiga en altas frecuencias. La primera máquina fue construida por Kapp (1902), se realizaron ensayos a frecuencias por encima de los 117 HZ. Shawki (1990a) realizó una revisión de las máquinas para ensayos de fatiga y las clasificó según el método de aplicación de la carga. Shawki muestra la disposición esquemática de un vibrophore de alta frecuencia, su principio de funcionamiento se basa en hacer coincidir la frecuencia de la carga, con la frecuencia natural del sistema de vibración por medio de un amplificador que excita la máquina. La frecuencia natural depende del tamaño y la elasticidad de la probeta y de la masa de los elementos oscilantes. Estas masas se pueden cambiar dentro de amplios límites mediante la adición o eliminación de pesos de discos. Por otra parte, Shawki (1990b) muestra el diseño, construcción, y ensayos experimentales en una nueva máquina de empuje, diseñada para ejercer cargas axiales cíclicas de alto ciclo.

El pulsador de alta frecuencia VIBROPHORE AMSLER 150 HFP 5100 - Zwick/Roell (Fig. 2.22) funciona bajo el principio de resonancia. El campo de aplicación son ensayos de resistencia a la fatiga de materiales y componentes, con aplicación de carga sinusoidal y carga de amplitud constante o variable de acuerdo con DIN 50100. Las pruebas se pueden realizar por fuerza o presión controlada por deformación. También se pueden realizar pruebas de tenacidad a la fractura en probetas de Tracción Compacta (CT) y flexión simple (SEB), según ASTM E399 y E1820. En el vibrophore se puede realizar ensayos de crecimiento de fisuras por fatiga según ASTM E647. Mediante dispositivos especiales es posible realizar pruebas bajo diversas condiciones ambientales (temperatura, medios agresivos). Las

ventajas y características del equipo son: precisión, medición de fuerza mediante la calibración según DIN 51221, alta precisión mediante ensayos de control adaptable, control de carga rápida y precisa mediante servo accionamientos, alta estabilidad del sistema y bajo nivel de ruido a través del modulador de impulsos. Posee dos canales de medición para extensómetros adicionales. Su control es mediante el uso del sistema estándar TestXpert®, que es el software de aplicación configurado precisamente para cada prueba. La frecuencia de prueba puede ser cambiada fácilmente usando masas estándar, esta frecuencia puede estar en el rango de 40 a 260 Hz.

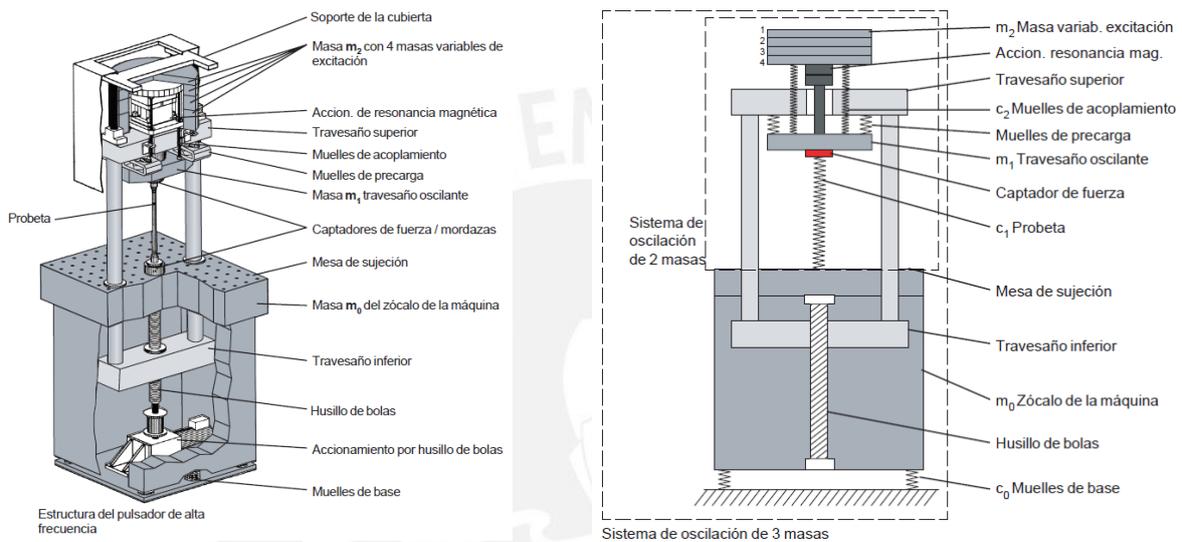


Fig. 2.22: Vibrophore AMSLER 150 HFP 5100 (Zwick/Roell, 2013)

El sistema está basado en el principio de un resonador mecánico con un sistema de oscilación de 3 masas. La masa del zócalo ( $m_0$ ) está conectada a la probeta, el sistema de oscilación de 2 masas ( $m_1$ ) y ( $m_2$ ), está compuesta por un travesaño oscilante y de las masas de excitación unidas a este mediante muelles. Se utiliza un accionamiento de resonancia magnética para el suministro de energía al sistema, los captadores de fuerza están situados al travesaño oscilante. Mediante un bastidor de movimiento vertical, el sistema de husillo de bolas y travesaño inferior precargan la probeta para realizar ensayos bajo cargas pulsantes (ver Fig. 2.22). Mediante la electrónica, el accionamiento de resonancia magnética mide, controla, y regula la frecuencia de resonancia del sistema, consiguiendo una gran amplitud de fuerza y desplazamiento. Un regulador del accionamiento de resonancia magnética se encarga que la posición de la fase sea correcta, y que la corriente de excitación recibida por el imán tenga la intensidad para obtener la amplitud de carga requerida. En el manual de operación Zwick/Roell (2013), se indican más detalles de los componentes del sistema.

### Montaje de accesorios y equipos

Para los ensayos de tenacidad a la fractura se utilizaron probetas tipo CT, y para los ensayos de trayectoria de fisuras por fatiga en modo I+II se utilizaron probetas tipo TDCB. El Vibrophore posee mordazas para sujetar probetas CT de diferentes tamaños que son alojadas en una valva roscada M48 (ver Fig. 2.23).



Valva roscada M48, Mordazas para CT 2",  $F_{\text{máx.}} = 100 \text{ kN}$

Fig. 2.23: Elementos de sujeción para ensayos de fatiga, Zwick/Roell (2013)

El montaje de las probetas sobre las mordazas de sujeción es a través de pines, donde se aplican las cargas cíclicas (ver Fig. 2.23 y Fig. 2.24).

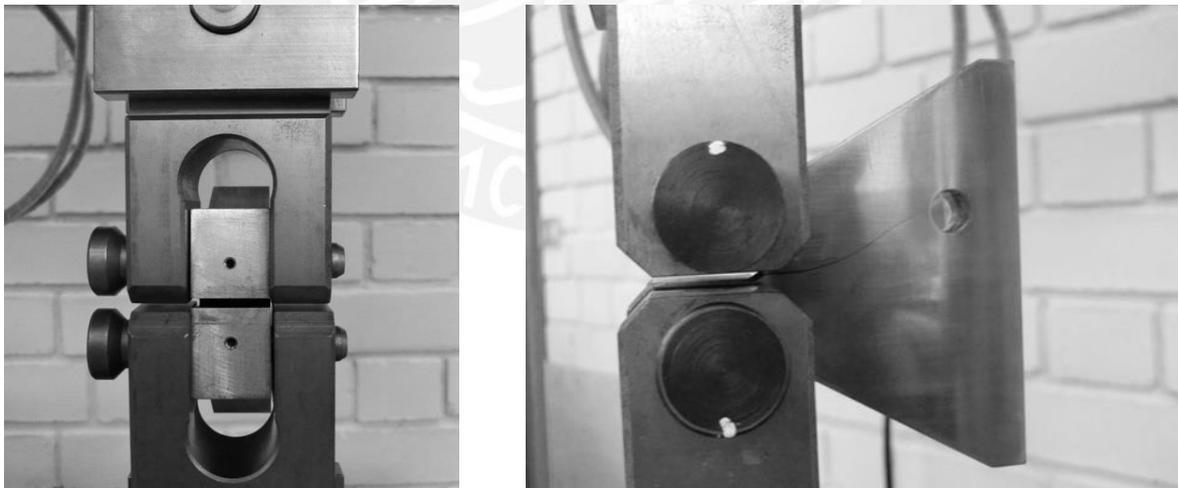


Fig. 2.24: Montaje de la probeta tipo TDCB para los ensayos experimentales

Cada mordaza tiene establecido un valor de carga máxima aplicada, para el caso de probetas CT W40 esta carga es 85 kN. El ancho interior de las mordazas de sujeción (20 mm) limita el espesor máximo de la probeta.

### *Configuración de la máquina para los ensayos de trayectoria de fisuras.*

El Vibrophore Amsler 150 HFP 5100 Zwick/Roell está provisto del sistema estándar testXpert ® para su configuración. Para obtener la prefisura por fatiga el sistema tiene un software para ensayos en probetas CT según la norma ASTM E399. Como parámetros iniciales se debe introducir:

1. La masa de compensación utilizada en la máquina.
2. El tipo de probeta (CT), el sensor utilizado para la medición de la prefisura (extensómetro), el espesor y el tamaño de la probeta. Adicionalmente, se debe especificar la distancia de montaje del extensómetro y el módulo de elasticidad Efectivo del material (determinado mediante un procedimiento establecido en la máquina).
3. El tipo de control en la formación de la prefisura. Es recomendable utilizar el control a través de  $R$  constante y  $\Delta K$  constante. Se debe definir el valor de  $\Delta a$  para reconfigurar los parámetros de ensayos debido al crecimiento de la prefisura. Además, la longitud de la entalla de la probeta, los valores de  $R$ ,  $\Delta K$  y la longitud máxima de la prefisura final generada por fatiga.
4. El número de líneas TRS de medición usadas para la determinación de crecimiento de la prefisura  $\Delta a/\Delta N$ .
5. La carga estática de ensayo, la tolerancia de la carga estática, y la velocidad de aplicación de la carga estática para el ensayo.
6. La carga dinámica de ensayo, la tolerancia de la carga dinámica, porcentaje de precarga dinámica, y la velocidad de aplicación de la carga dinámica.
7. El número máximo de ciclos para el ensayo y el tiempo para el cálculo de las líneas TRS de medición de crecimiento de la prefisura en el ensayo.
8. La configuración de resultados de crecimiento de la prefisura.

Es necesario hacer cálculos previos para determinar la carga estática y dinámica que se debe aplicar en la generación de la prefisura. No se deben aplicar cargas que lleven a valores críticos que produzca fractura de la probeta. Para las probetas CT se deben usar las fórmulas conocidas de la Mecánica de Fractura. Para las probetas TDCB se puede calcular los valores de las cargas usando un software de fractura. Para el crecimiento de la fisura por fatiga, la carga debe producir un valor  $\Delta K_{eq}$  dentro del rango  $\Delta K_{TH} \leq \Delta K_{eq} \leq \Delta K_C$ .

### Configuración de los tramos de carga

Se configuró el Vibrophore para detener el ensayo de crecimiento cuando la frecuencia de ensayo experimente una caída de 5 Hz. De esta forma se limita el crecimiento de la fisura y permite reducir la carga para un siguiente tramo. La caída de la frecuencia de ensayo es debido a que la probeta pierde rigidez por el crecimiento de la fisura, haciendo que la frecuencia natural de la probeta disminuya. Para evitar la rotura de las probetas se determinaron las cargas por tramos de propagación. En la Tabla 2.7 se indican las cargas aplicadas para cada tramo de las probetas.

Tabla 2.7: Parámetros de ensayo para el crecimiento de fisuras

Probeta N°	Ubicación del taladro desviador		Tramo de carga	Condiciones del ensayo	
	X (mm)	Y (mm)		Carga Máxima (kN)	R
1	40.3	13.5	1	10	2/5
			2	7	3/7
2	45.9	10.4	1	9	1/3
			2	7	3/7
			3	5	3/5
3	45.4	10.2	1	9	1/3
			2	7,5	1/3
			3	6	1/3
4	46.1	9.8	1	12	1/3
			2	9	1/3
			3	6	1/3
5	46	10.2	1	12	1/3
			2	9	1/3
			3	6	1/3
6	45.8	10.4	1	12	1/3
			2	9	1/3
			3	6	1/3

En la Fig. 2.25 se muestra el reporte del ensayo de la probeta PF\_2 para el primer tramo. El gráfico de la derecha muestra que el ensayo se detuvo cuando la frecuencia disminuyó aproximadamente en 5 Hz. Con círculo rojo se muestra la carga estática y dinámica aplicada en el tramo, con círculo negro el número de ciclos de carga aplicado en el tramo.



Fig. 2.25: Reporte de ensayo de la probeta 2 para el primer tramo

Las prefisuras generadas en las seis probetas no son idénticas entre sí y en general no están perfectamente alineadas con el plano de simetría, a pesar que fueron generadas con las mismas condiciones de ensayo. Esto se atribuye a errores inherentes al proceso de fabricación de las probetas y por imperfecciones en la microestructura del material (inclusiones, fases no metálicas, límites de grano, etc.). La ubicación del taladro desviador y la orientación de la prefisura, conllevará a obtener diferentes trayectorias de propagación en cada probeta. En la Fig. 2.26 se muestra las orientaciones de cada prefisura de las 6 probetas ensayadas.

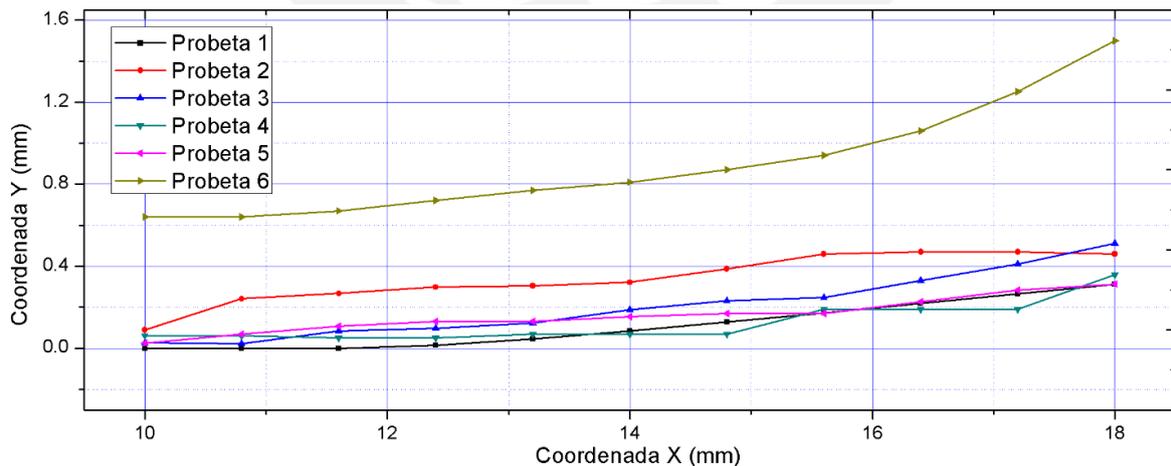


Fig. 2.26: Trayectoria experimental de las prefisuras para las probetas PF\_1 a PF\_6

La probeta PF\_6 fue fabricada con la entalla ubicada 0.6 mm por encima de la línea de simetría horizontal de la probeta, por esta razón se observa la diferencia de la trayectoria de la prefisura comparada con las otras 5 probetas.

### 2.4.3 Obtención de resultados de las trayectorias

Para obtener las trayectorias experimentales de cada probeta se realiza el siguiente procedimiento:

- a. Se escanean las probetas y se obtienen imágenes en escala real. En la Fig. 2.27 se muestra las imágenes escaneada de las probetas PF\_1 y PF\_3, donde se distingue la trayectoria de la fisura.
- b. Se introduce la imagen escaneada en escala real en una herramienta CAD.
- c. Se replica mediante una herramienta CAD (SPLINE) la trayectoria de la fisura.
- d. Se obtienen puntos por donde pasa la trayectoria, y se extraen las coordenadas de los puntos en un archivo de extensión (.txt) que describen la curva de la trayectoria.

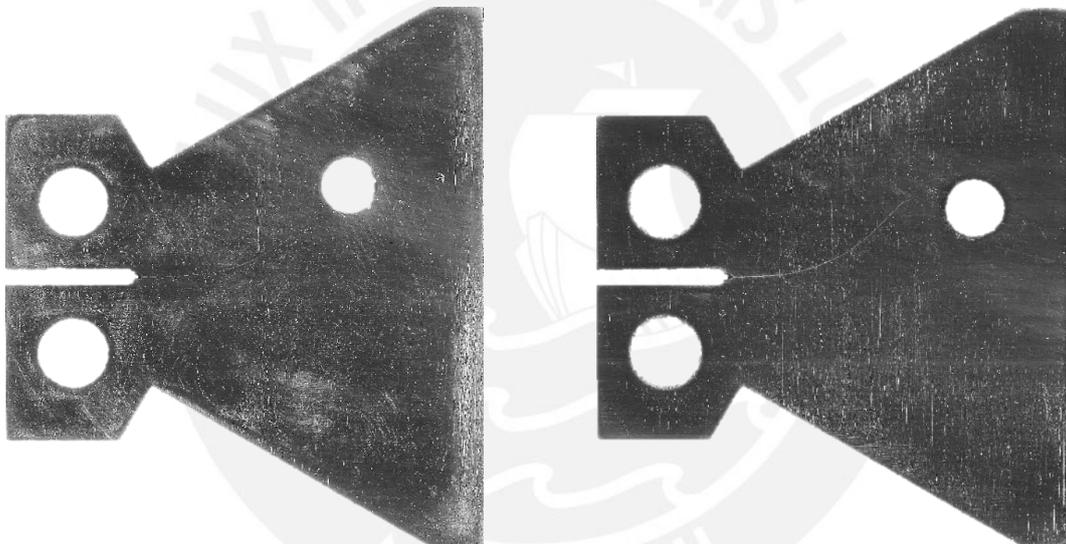


Fig. 2.27: Probetas tipo TDCB escaneadas; a) Probeta PF\_1, b) Probeta PF\_3

Las coordenadas de los puntos (en mm) para cada una de las probetas en referencia al sistema X-Y, se muestra en la Tabla 2.8. Estas coordenadas son extraídas de la curva de la trayectoria obtenida en la herramienta CAD. Para obtener las coordenadas se introducen líneas verticales cada 0.8 mm desde la punta de la entalla hasta el agujero de propagación, luego se crearon puntos en la intersección entre la curva y las líneas verticales. Posteriormente, se extraen las coordenadas de los puntos de intersección, obteniendo las coordenadas de la trayectoria de las probetas (ver Fig. 2.28). Esta técnica es muy precisa en obtener las trayectorias experimentales de las probetas de ensayo.

Tabla 2.8: Resultados experimentales en coordenadas X, Y

Probeta 1		Probeta 2		Probeta 3		Probeta 4		Probeta 5		Probeta 6	
X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
10	0	10	0.15	10	0.01	10	0.06	10	0.03	10	0.64
10.8	0	10.8	0.24	10.8	0.01	10.8	0.06	10.8	0.07	10.8	0.64
11.6	0	11.6	0.27	11.6	0.05	11.6	0.05	11.6	0.11	11.6	0.67
12.4	0.01	12.4	0.3	12.4	0.07	12.4	0.03	12.4	0.13	12.4	0.72
13.2	0.04	13.2	0.3	13.2	0.1	13.2	0.03	13.2	0.13	13.2	0.77
14	0.08	14	0.32	14	0.15	14	0.07	14	0.15	14	0.81
14.8	0.13	14.8	0.39	14.8	0.19	14.8	0.07	14.8	0.17	14.8	0.87
15.6	0.17	15.6	0.46	15.6	0.23	15.6	0.11	15.6	0.17	15.6	0.94
16.4	0.22	16.4	0.48	16.4	0.31	16.4	0.19	16.4	0.23	16.4	1.06
17.2	0.27	17.2	0.51	17.2	0.38	17.2	0.27	17.2	0.28	17.2	1.25
18	0.31	18	0.58	18	0.48	18	0.35	18	0.31	18	1.50
18.8	0.37	18.8	0.67	18.8	0.64	18.8	0.47	18.8	0.32	18.8	1.77
19.6	0.47	19.6	0.77	19.6	0.83	19.6	0.6	19.6	0.35	19.6	2.09
20.4	0.61	20.4	0.87	20.4	1.04	20.4	0.76	20.4	0.41	20.4	2.45
21.2	0.78	21.2	0.99	21.2	1.27	21.2	0.93	21.2	0.48	21.2	2.91
22	0.97	22	1.14	22	1.52	22	1.13	22	0.55	22	3.42
22.8	1.2	22.8	1.33	22.8	1.81	22.8	1.36	22.8	0.65	22.8	4.08
23.6	1.44	23.6	1.54	23.6	2.14	23.6	1.63	23.6	0.78	23.6	4.83
24.4	1.72	24.4	1.8	24.4	2.52	24.4	1.94	24.4	0.93	24.4	5.81
25.2	2.03	25.2	2.12	25.2	2.9	25.2	2.28	25.2	1.05	25.2	6.87
26	2.38	26	2.49	26	3.29	26	2.63	26	1.2	26	8.56
26.8	2.76	26.8	2.91	26.8	3.73	26.8	3.03	26.8	1.37	26.61	12.12
27.6	3.17	27.6	3.37	27.6	4.27	27.6	3.46	27.6	1.54	26	15.54
28.4	3.6	28.4	3.85	28.4	4.87	28.4	3.93	28.4	1.7	25.2	17.98
29.2	4.08	29.2	4.34	29.2	5.5	29.2	4.5	29.2	1.88	24.98	18.64
30	4.59	30	4.86	30	6.2	30	5.12	30	2.08		
30.8	5.13	30.8	5.45	30.8	6.98	30.8	5.74	30.8	2.29		
31.6	5.71	31.6	6.05	31.6	7.78	31.6	6.41	31.6	2.51		
32.4	6.32	32.4	6.59	32.4	8.55	32.4	7.12	32.4	2.69		
33.2	6.98	33.2	7.06	33.2	9.36	33.2	7.8	33.2	2.82		
34	7.66	34	7.54	34	10.2	34	8.44	34	3		
34.8	8.35	34.8	8.02	34.8	11.02	34.8	8.98	34.8	3.2		
35.6	9.04	35.6	8.44	35.6	11.81	35.6	9.46	35.6	3.36		
36.4	9.72	36.4	8.75	36.4	12.54	36.4	9.96	36.4	3.52		
36.58	9.88	37.2	9	37.2	13.27	37.2	10.44	37.2	3.69		
		38	9.25	38	13.84	38	10.75	38	3.82		
		38.8	9.47	38.8	14.22	38.8	10.96	38.8	3.99		
		39.6	9.64	39.6	14.48	39.6	11.11	39.6	4.15		
		40.4	9.78	40.4	14.57	40.4	11.15	40.4	4.32		
		40.89	9.84	41.2	14.53	41.2	11.15	41.2	4.56		
				42	14.33	41.68	11.07	42	4.81		
				42.48	13.99			42.8	5.1		
								43.6	5.5		
								44.25	6.2		

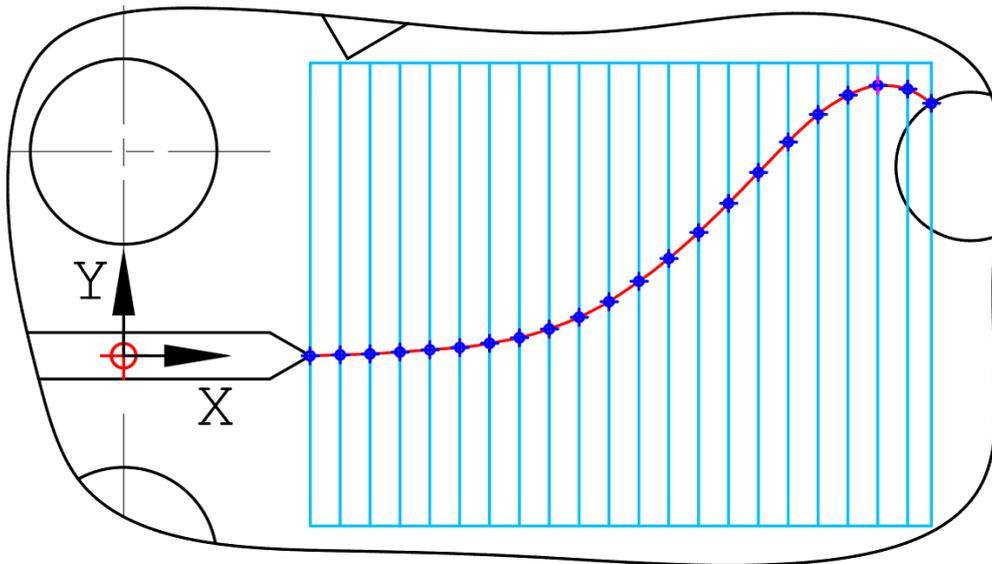


Fig. 2.28: Obtención de las coordenadas de la trayectoria (probeta PF\_3)

#### 2.4.4 Resultados experimentales de trayectorias de las fisuras

Las trayectorias experimentales obtenidas mediante la herramienta CAD fueron graficadas en la Fig. 2.29. En esta figura se indica la pendiente de cada curva medida en la punta de la prefisura, y la ubicación del taladro desviador. La Fig. 2.29 muestra claramente la influencia del taladro desviador en la trayectoria de la fisura captada en las probetas PF\_1 a PF\_5. Se encontró que la prefisura influye fuertemente en la trayectoria de propagación. En las probetas 2 al 5 el taladro desviador tiene ubicación similar, pero la influencia de la prefisura produjo trayectorias diferentes en cada probeta.

En la probeta PF\_5 la prefisura no tuvo desviación inicial considerable, manteniéndose una tendencia horizontal en la mayor parte de la trayectoria, captando la influencia ejercida por el taladro en el tramo final. La probeta PF\_6 tuvo un defecto de fabricación en la entalla, que fue ubicada 0.6 mm por encima del eje de simetría de la probeta. En esta probeta, la prefisura se desvió notablemente hacia arriba con una pendiente de aproximadamente  $17^\circ$  en la punta de la prefisura. Por este motivo, la trayectoria de propagación se desvió hacia el costado de la probeta, captando el efecto del borde externo y no del taladro desviador (ver Fig. 2.29). Se puede evidenciar que la prefisura y la geometría, conducirán a la trayectoria de la fisura en cada probeta. En la probeta PF\_3 se produjo una trayectoria compleja, ya que existen cambios de la pendiente de la curva a lo largo de toda la trayectoria (curva creciente y decreciente), debido al modo mixto I+II y el cambio del estado tensional a medida que la fisura crece.

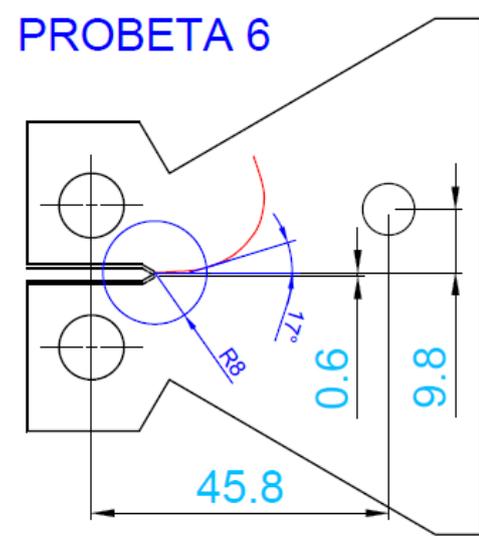
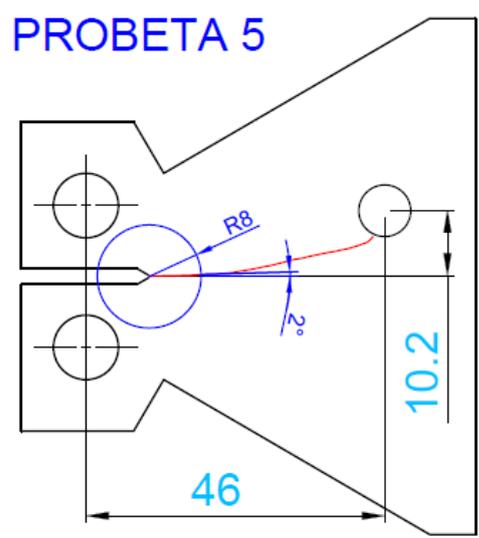
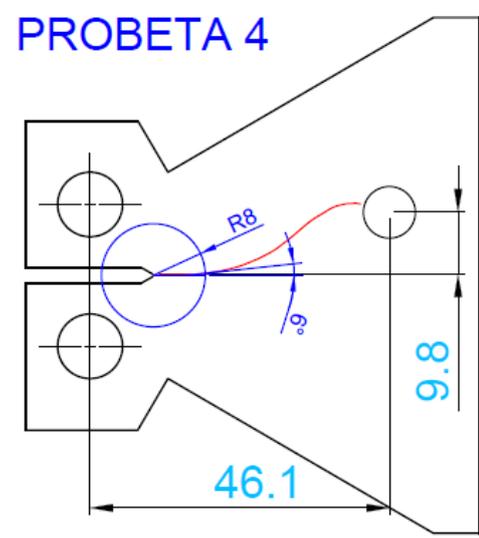
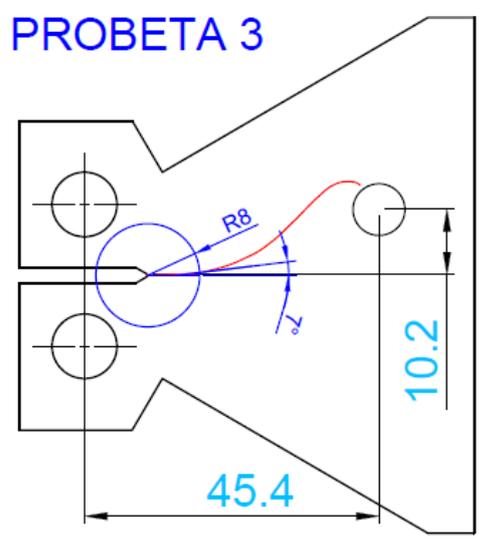
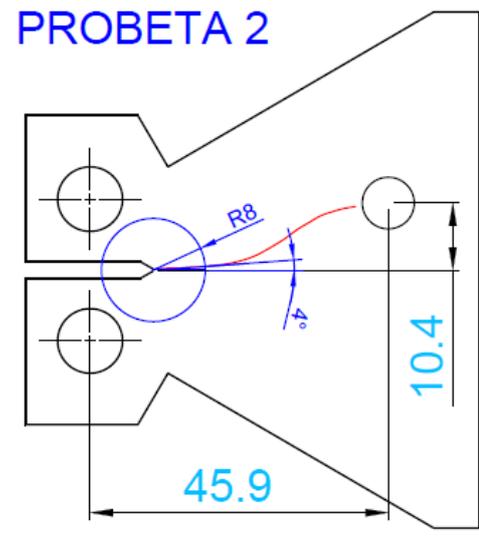
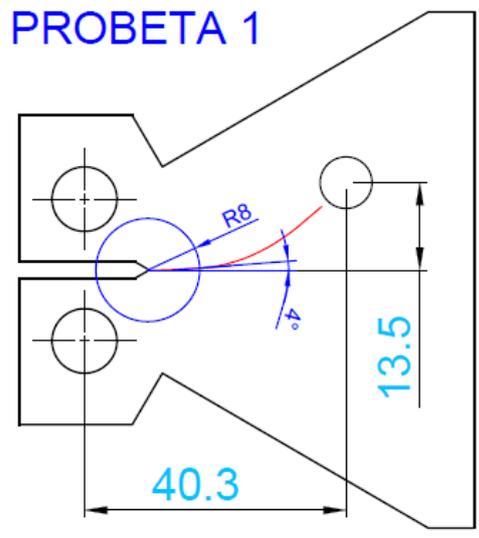


Fig. 2.29: Curvas experimentales que describen las trayectorias de las probetas PF\_1 a PF\_6

## 2.5 Ensayos para determinar el crecimiento de fisuras por fatiga

Para determinar la velocidad de crecimiento de fisuras por fatiga en modo I, propiedad que caracteriza al material, se utiliza la norma ASTM E647 (2013). Esta norma establece el procedimiento, características, y validación de los resultados experimentales para el ensayo de crecimiento de fisuras por fatiga. El ensayo consiste en someter a probetas a ciclos de carga que producen crecimiento de una fisura pre existente, se determina el incremento de la fisura  $\Delta a$  para un determinado número de ciclos de carga  $\Delta N$ . Además, se determina el  $\Delta K$  teórico usando relaciones de tensiones elástico-lineal. Mediante el procedimiento establecido se obtienen datos de velocidad de crecimiento  $da/dN$  para un determinado  $\Delta K$ , los resultados obtenidos se ajustan a un modelo de crecimiento.

### 2.5.1 Norma ASTM E647

En el Anexo 5, se describen las consideraciones de la norma de ensayo para medir la velocidad de crecimiento de fisuras por fatiga (ASTM E647, 2013).

La ASTM E647 establece el procedimiento para medir la velocidad de crecimiento de fisuras por fatiga (modo I) a través de los parámetros ( $\Delta a$ ,  $\Delta N$ ). En modo mixto I+II la trayectoria de la fisura  $\Delta a$  es curvada para cada  $\Delta N$  aplicado. En el presente trabajo se plantea un procedimiento para obtener los parámetros de crecimiento de la fisura en modo mixto I+II, basado en el uso de la técnica DIC, de un equipo pulsador de alta frecuencia y de software CAD.

### 2.5.2 Ensayos de crecimiento en probetas tipo TDCB

#### *Medición de parámetros de crecimiento $\Delta a$ y $\Delta N$*

En las probetas TDCB utilizadas para evaluar la trayectoria de propagación, las fisuras crecen describiendo trayectorias curvilíneas por estar sometidos a modo mixto I+II. Por esta razón, para determinar el incremento de la fisura  $\Delta a$  relacionado a un  $\Delta N$  se plantearon dos métodos:

- a. El método directo consiste en medir la variación del tamaño de la fisura  $\Delta a$  mediante un calibrador o una regla metálica, este método no es tan preciso por ser trayectorias curvilíneas.

- b. El segundo método es a través de un equipo de correlación de imágenes digital (DIC). El equipo es configurado para obtener imágenes mientras se aplica un  $\Delta N$  mediante el Vibrophore. De esta forma se mide el tamaño de incremento de la fisura  $\Delta a$ , utilizando las imágenes del DIC y procesadas con la ayuda de una herramienta CAD, como se describe en el acápite 2.4.3

### Resultados de crecimiento

La Fig. 2.30 muestra resultados experimentales de crecimiento mediante el procedimiento descrito. En las gráficas se muestra el número de ciclos de carga  $N$  para la longitud de fisura  $a$  medido desde la punta de la entalla ( $\approx 8$  mm). En la probeta PF\_4 se observa retardo de la velocidad de crecimiento de la fisura en 124924 ciclos, que corresponde a una fisura de longitud  $12.6 + 8 = 20.6$  mm. Este retardo de crecimiento ocurre por el efecto de reducción de carga para el nuevo tramo, la carga del tramo anterior produce una zona deformada plásticamente que comprime la punta de la fisura. El crecimiento vuelve a ser normal cuando la fisura atraviesa dicha zona deformada (ASTM E647, 2013). Se puede observar el mismo efecto en 190098 ciclos de carga (32.3 mm). En la probeta PF\_5 el efecto de retardo de la velocidad de crecimiento se produce en 135692, y en la probeta PF\_6 en 111231 y 140047 ciclos de carga (ver Fig. 2.30).

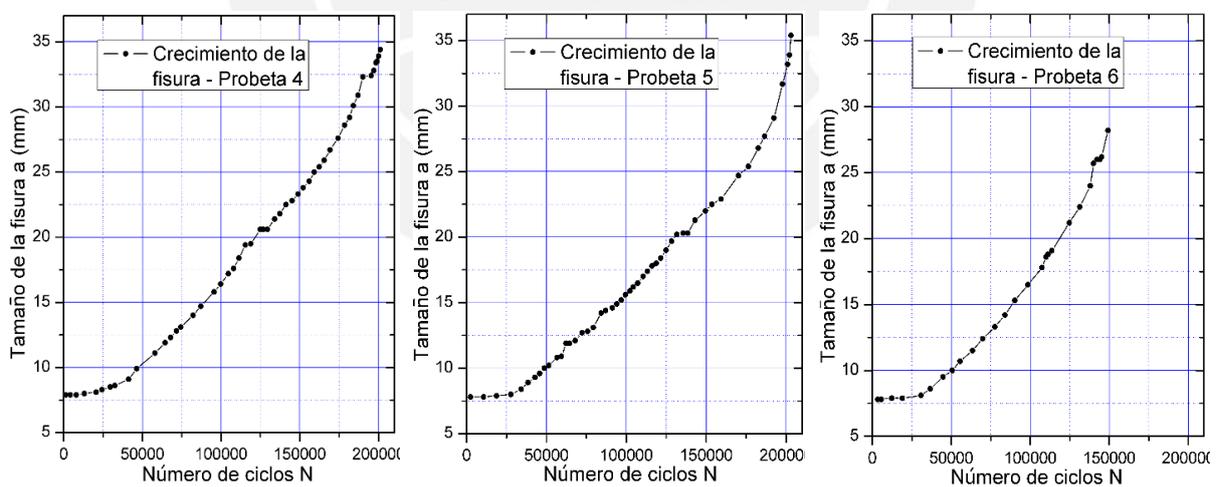


Fig. 2.30: Valores experimentales de crecimiento de las probetas PF\_4, PF\_5 y PF\_6

Para todas las probetas se observa más retardo de la velocidad de crecimiento al inicio del ensayo, después de haber realizado la prefisura de la probeta de aproximadamente 8 mm. El efecto de retardo es mayor debido a que después de la generación de la prefisura todas las probetas fueron totalmente descargadas, a diferencia del ensayo de crecimiento donde los tramos de carga se produjeron de forma continua hasta generar toda la trayectoria.

La Fig. 2.31 muestra la trayectoria de la fisura obtenida de forma experimental para todas las probetas, se muestra la prefisura (PC) así como los tramos de la fisura  $\Delta a_{Ei}$ . En la probeta PF\_6 la fisura se desvía al borde del elemento, debido al defecto de fabricación de la entalla.

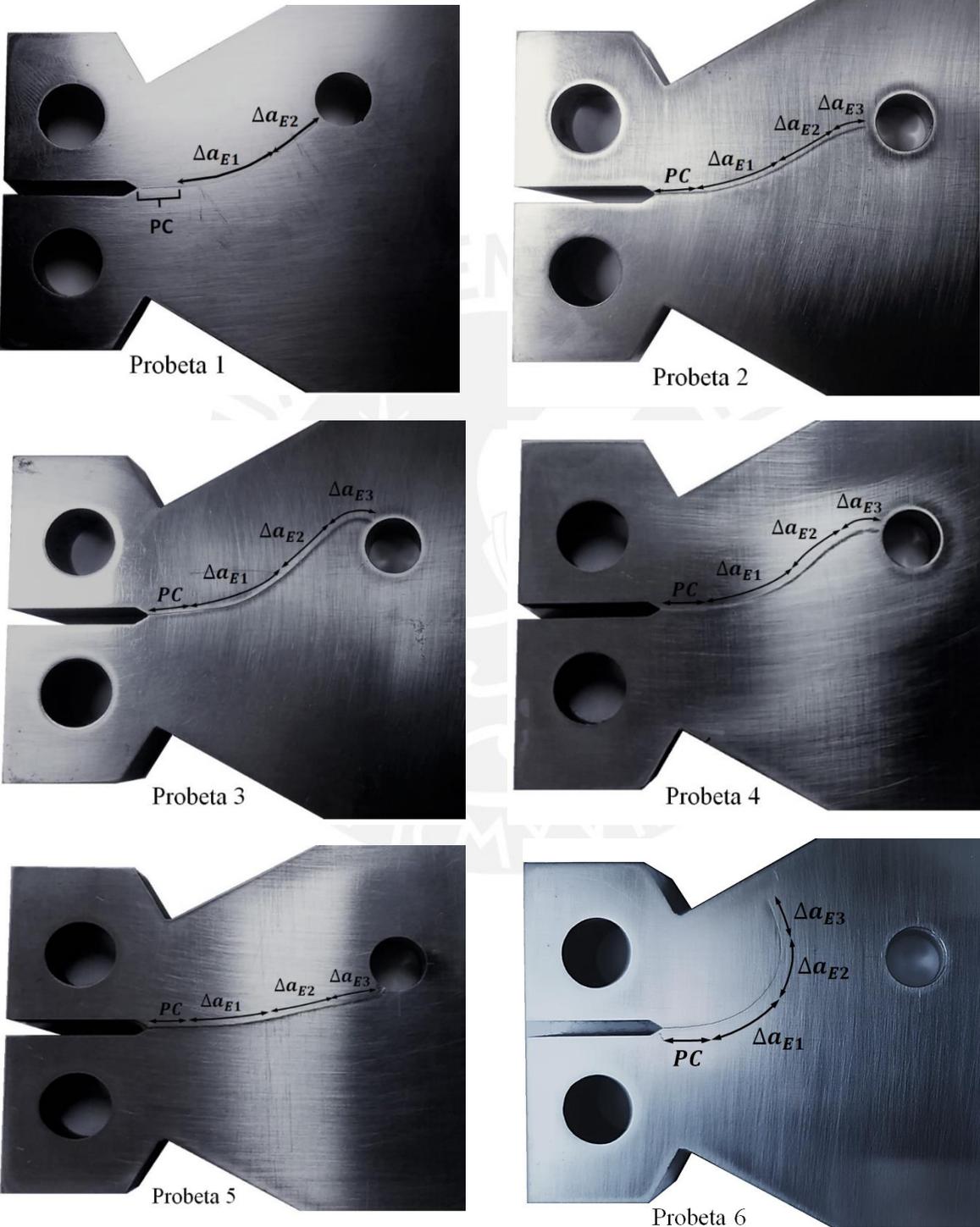


Fig. 2.31: Prefisura y trayectoria de la fisura en cada tramo de las probetas PF\_1 a PF\_6

La Tabla 2.9 muestra los resultados experimentales en términos de la longitud de crecimiento total de la fisura ( $a_{ET}$ ) y el número total de ciclos correspondiente ( $N_{ET}$ ) para cada probeta. El valor del incremento de la fisura  $\Delta a_{Ei}$  se mide desde la punta de la prefisura. El crecimiento total de la fisura se determina con la ecuación (2.3).

Tabla 2.9: Resultados experimentales de crecimiento de fisuras por fatiga

Probeta	$\Delta a_{E1}$ (mm)	$\Delta a_{E2}$ (mm)	$\Delta a_{E3}$ (mm)	$a_{ET}$ (mm)	$N_{ET}$ (Cycles)
1	15	6.6	-	21.6	293971
2	15	8	3	26	431871
3	16	10	3.5	29.5	302727
4	12.6	11.7	2.6	26.9	201827
5	12.5	11.4	2.2	26.1	203206
6	11.0	6.9	2.5	20.4	149212

$$a_{ET} = \sum_i^j \Delta a_{Ei} \quad (2.3)$$

La Tabla 2.9 muestra que el número total de ciclos difiere en cada probeta. Esta diferencia ocurre debido a las condiciones de prueba para cada probeta, es decir, número de tramos,  $R$  y  $P_{m\acute{a}x}$ . Las probetas PF\_1, PF\_2 y PF\_3 muestran un mayor número de ciclos que las probetas PF\_4 y PF\_5, porque tienen valores de  $P_{m\acute{a}x}$  más bajos. En particular, la probeta PF\_2 requirió el mayor número de ciclos (431871) debido a los altos valores de  $R$ . Las probetas PF\_4 y PF\_5 tuvieron condiciones de prueba similares, por lo cual, tienen valores similares del número de ciclos 201827 y 203206, respectivamente.

### 2.5.3 Resultados de la literatura para aceros de alta resistencia

En la literatura se encuentran muchas investigaciones relacionadas al crecimiento de fisuras por fatiga en aceros de alta resistencia. Carman y Katlin (1966) estudiaron el crecimiento de fisuras por fatiga en varios aceros de alta resistencia, como el acero maraging 18Ni-Co-Mo de grado 250, grado 300, el acero Hll y el acero D6A, obtuvieron datos de  $da/dN$  para valores de  $\Delta K$ . Wei et al. (1967) realizaron estudios de crecimiento de fisuras en aceros de ultra alta resistencia como el 18Ni de grado 250 y grado 300, consideraron la influencia de la humedad en el medio ambiente. Clark (1967) investigó el comportamiento subcrítico de crecimiento de fisuras de varios aceros estructurales, encontraron relaciones entre  $K_{IC}$  y  $da/dN$  para valores elevados de  $\Delta K$ . Crooker y Lange (1968) estudiaron el crecimiento de fisuras por fatiga para tres aceros de alta resistencia: 9Ni-4Co-0.25C, maraging 12Ni (grado 180) y el 18Ni (grado

200). Crooker y Lange analizaron la influencia de un ambiente seco y ambiente húmedo con 3.5% de agua salada, encontrando que el crecimiento de los aceros estudiados fue acelerado por el ambiente húmedo, disminuyendo su efecto en niveles altos de  $\Delta K$  y en los aceros con menor tenacidad. También, Schwab (1968) realizó estudios en probetas TDCB de crecimiento de fisuras por fatiga en aceros de alta resistencia.

Barsom et al. (1971) investigaron el crecimiento de fisuras por fatiga en cuatro aceros de alta resistencia de microestructura martensítica: HY-80, HY-130, 10Ni-Cr-Mo-Co y el 12Ni-5Cr-3Mo. Usaron técnicas especiales para medir con precisión el avance de fisuras debido a los ciclos de carga constante, encontrando que el factor principal que influye en  $da/dN$  es  $\Delta K$ . Por otra parte, compararon el crecimiento de fisuras por fatiga en 19 aceros de alta resistencia resultado de otras investigaciones, encontrando que los datos experimentales de estos aceros se encuentran en una banda definida por el rango  $2.34 \times 10^{-11} \leq C \leq 5.72 \times 10^{-11}$  y  $2.13 \leq m \leq 2.54$  ( $\Delta a$  en mm y  $\Delta K$  en  $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ), siendo los parámetros  $C$  y  $m$  el coeficiente y exponente de la ley de Paris. Existen otras investigaciones dirigidas a la determinación de crecimiento de fisuras por fatiga en aceros de alta resistencia como los realizados por: Lawrence y Radzinski (1970), Ritchie (1977), Razavi et al. (2017), entre otros. Estas investigaciones encuentran buena correspondencia con los resultados de Barsom et al. (1971). Moreno et al. (2015) realizaron el ajuste de la ecuación NASGRO para determinar  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  con datos experimentales de crecimiento de la aleación de aluminio 2024-T35.

Tanaka et al. (1981) analizaron la variabilidad que tienen el coeficiente y exponente de Paris en la propagación de fisuras por fatiga. Estos investigadores usaron 25 probetas de acero al carbono sometidas al mismo rango de esfuerzo, obteniendo datos de  $\Delta a$  y  $\Delta N$ . Posteriormente, determinaron los parámetros de Paris, concluyendo que  $C$  y  $m$  son variables aleatorias, pero mutuamente dependientes. Por otra parte, Putatunda y Rigsbee (1985) realizaron ensayos para determinar el crecimiento de fisuras por fatiga en tres probetas de acero AISI 4340 de diferentes espesores y tamaño, demostrando que el espesor y tamaño de la probeta no tiene influencia significativa en el crecimiento.

### Ajuste de la ecuación de NASGRO

En el presente apartado se determinaron los valores de  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ , usando datos experimentales del acero 10Ni-Cr-Mo-Co reportados por Barsom et al. (1971). Este acero es similar en resistencia, composición química y microestructura al acero utilizado en el presente estudio. En la Fig. 2.32 la ecuación de NASGRO se muestra en color negro y fue ajustado con los resultados experimentales del acero 10Ni-Cr-Mo-Co (mostrado por puntos). Los parámetros obtenidos del ajuste de la ecuación de NASGRO son:  $p = 0.3$ ,  $q = 0.15$ ,  $C = 2.9E - 11$  y  $m = 2.25$ . Se consideraron los siguientes parámetros característicos del material:  $\Delta K_{TH} = 158 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ,  $K_{IC} = 3194 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  y  $R = 0$ .  $\Delta K_{TH}$  fue determinado de la relación de Rolfe y Barson (1977) para aceros.  $K_{IC}$  fue obtenido experimentalmente, descrito en el Acápite 2.3.

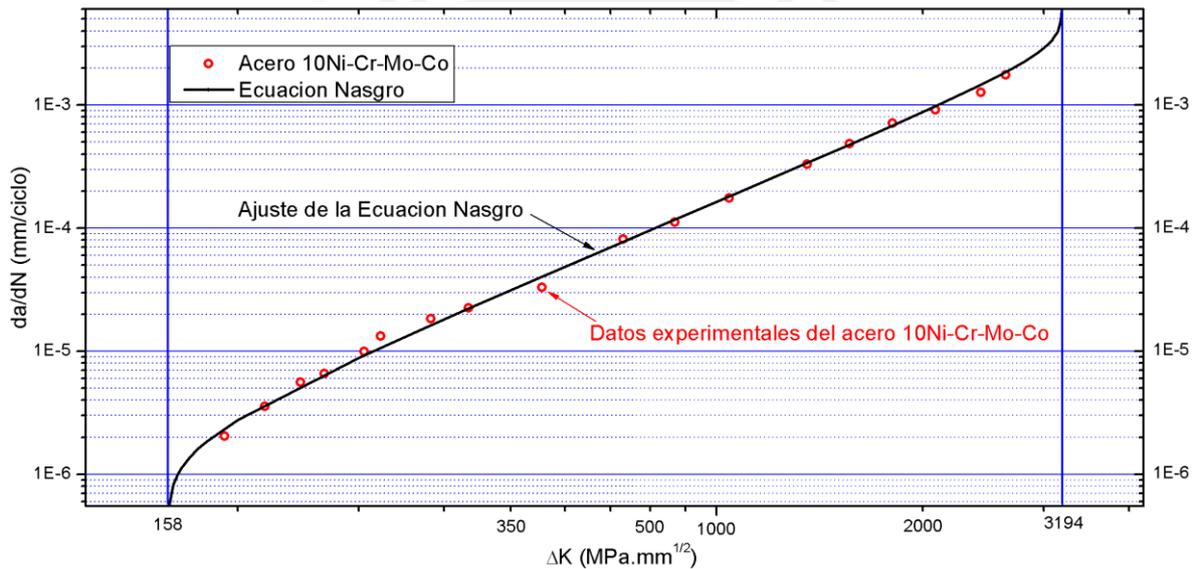


Fig. 2.32: Ajuste del Modelo de crecimiento de fisuras por fatiga definida por la ecuación NASGRO con datos experimentales del acero 10Ni-Cr-Mo-Co

## 2.6 Conclusiones parciales

- a. Se obtuvieron las propiedades mecánicas y fractomecánicas del material utilizado de acuerdo a normas internacionales de la ASTM, como son: dureza, resistencia a la tracción, límite de fluencia, módulo de elasticidad y tenacidad a la fractura. Además, se obtuvo la composición química y se comprobó la microestructura del material usando un microscopio metalográfico y la preparación metalográfica de una muestra. Esto permitió conocer las características del acero DIN W N°: 1.8721.
- b. Para obtener datos experimentales de la trayectoria y los números de ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II, se diseñaron y fabricaron probetas tipo TDCB del material utilizado. Se establecieron procedimientos para medir parámetros de crecimiento en la propagación de fisuras ( $\Delta a$ ,  $\Delta N$ ) en modo mixto I+II, utilizando la técnica DIC, un equipo pulsador de alta frecuencia y de software CAD.



## Capítulo 3. Determinación de los factores de intensidad de tensiones

Este Capítulo está referido al análisis de los parámetros que influyen en el cálculo numérico de los factores de intensidad de tensiones. Para esto se utilizaron soluciones analíticas de  $K_I$  y  $K_{II}$  de modelos de la Mecánica de Fractura, y se compararon los resultados teóricos con los resultados numéricos obtenidos a través de los métodos FEM y XFEM. La obtención numérica de los factores de intensidad de tensiones  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$  está influenciado por: el método numérico utilizado (FEM o XFEM), la región de enriquecimiento alrededor de la punta de la fisura, la calidad y tamaño de los elementos finitos de la malla y el número de contornos de integración.

### 3.1 Introducción

Desde que los fundamentos de la LEFM fueron bien establecidos, diversas investigaciones se enfocaron en la obtención de soluciones de  $K_I$  y  $K_{II}$ , para modelos de la Mecánica de Fractura utilizados en aplicaciones de Ingeniería. Civelek y Erdogan (1982) plantearon soluciones de  $K_I$  y  $K_{II}$  para placas planas con una fisura lateral, inclinada, central y desviada. Aravast y McMeeling (1986) plantearon soluciones para obtener  $K_I$  y  $K_{II}$  en fisuras desviadas sometidas a compresión. He y Hutchinson (1989) analizaron la obtención de  $K_I$  y  $K_{II}$  en fisuras desviadas interfaciales. Otros investigadores como Hills y Nowell (1990), Chen (1999), Beghini et al. (2010), Benedetti et al. (2015), plantearon métodos de solución para determinar los factores de intensidad de tensiones en una placa plana con una fisura desviada. Tada et al. (2000)

publicó un manual para obtener los factores de intensidad de tensiones en diversos tipos de fisuras. También, Fett (2009) publicó un compendio de soluciones de  $K_I$  y  $K_{II}$  para diversos casos de estudios. Por otra parte, Bechtle et al. (2010) aplicaron las soluciones de Fett en la evaluación del comportamiento de fisuras desviadas sometidas a cargas de tensión y flexión.

Numerosos estudios fueron realizados para analizar y aplicar los factores de intensidad de tensiones en componentes de ingeniería, utilizando FEM y XFEM. Mattheck y Moldenhauer (1987) y Aliabadi (1987), usaron técnicas numéricas en base a FEM para la extracción de  $K_I$  y  $K_{II}$  en una fisura inclinada. Nagashima et al. (2003) y Liu et al. (2004), usaron XFEM para obtener los factores de intensidad de tensiones en fisuras interfaciales y bimateriales. Boulenouar et al. (2013) realizaron estimaciones numéricas de  $K_I$  y  $K_{II}$  y analizaron la propagación de fisuras en el campo de la LEFM. También, Garcia et al. (2013) analizaron el efecto del espesor de un espécimen en la obtención de  $K_I$  y  $K_{II}$ . Otros estudios como los de Predan et al. (2013) y Rhymer et al. (2008), determinaron los factores de intensidad de tensiones utilizando FEM y lo aplicaron en el estudio de componentes fisurados. Rege y Lemu (2017) modelaron la propagación de fisuras por fatiga mediante FEM y XFEM.

El método utilizado es determinante en la generación del modelo numérico para la simulación. El FEM requiere una malla especial alrededor de la punta de la fisura y elementos finitos de orden superior. Al contrario, el XFEM no requiere un discretizado complejo del modelo, pero utiliza funciones de enriquecimiento para la generación de la fisura y determinación de los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$ . En la Fig. 3.1, para un mismo modelo geométrico, se muestra un ejemplo de los campos de tensión producidos alrededor de la punta de la fisura utilizando FEM y XFEM.

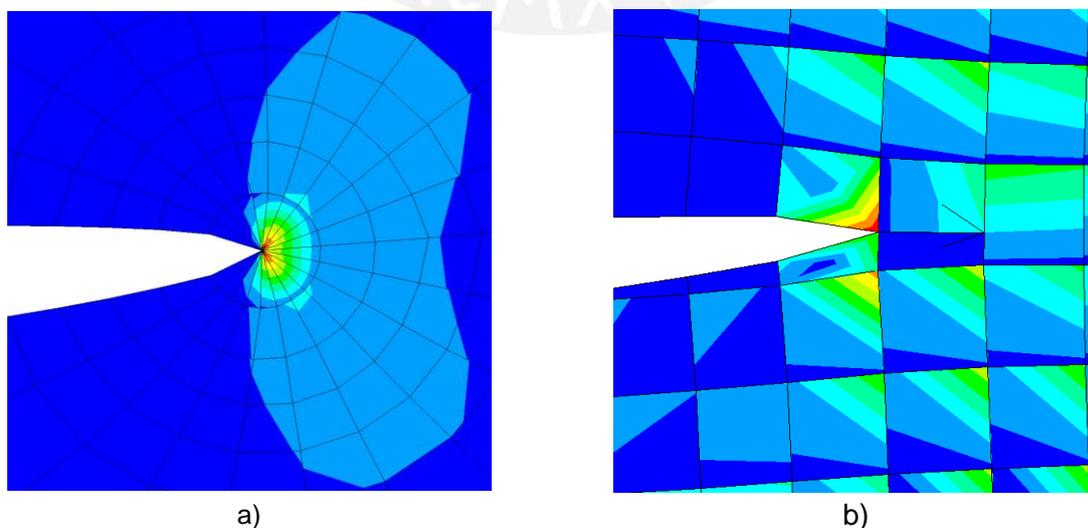


Fig. 3.1: Campo de tensiones alrededor de la fisura mediante: a) FEM, b) XFEM

La determinación de los factores de intensidad de tensiones puede realizarse por diferentes métodos, como son: métodos experimentales, métodos analíticos y métodos numéricos. En general, una fisura sometida a un estado de tensiones en el plano produce modo mixto I+II. La precisión de los valores numéricos  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$  depende de algunos factores, cuya influencia debe ser analizada. Para estudiar la influencia de estos factores se realiza una comparación entre los resultados numéricos y soluciones analíticas de la Mecánica de Fractura.

### 3.2 Modelos de la Mecánica de Fractura

Se utilizaron tres modelos analíticos de la Mecánica de Fractura: el primer caso es una placa plana con una fisura lateral (crack edge) donde se produce modo I (ver Fig. 3.2 a)). El segundo caso es una placa plana con una fisura inclinada (slant crack) en la que se produce modo mixto I+II (ver Fig. 3.2 b)). El tercer caso es una placa plana con una fisura desviada de su trayectoria (deflected crack o kinked crack) donde se produce modo mixto I+II (ver Fig. 3.2 c)). Los modelos analíticos se establecen en función de parámetros geométricos y de la carga actuante, como se muestra en la Fig. 3.2. Los parámetros geométricos y la tensión aplicada son:  $h$ ,  $w$ ,  $a$ ,  $\Delta a_d$ ,  $\varphi$ ,  $l$  y  $\sigma$ .

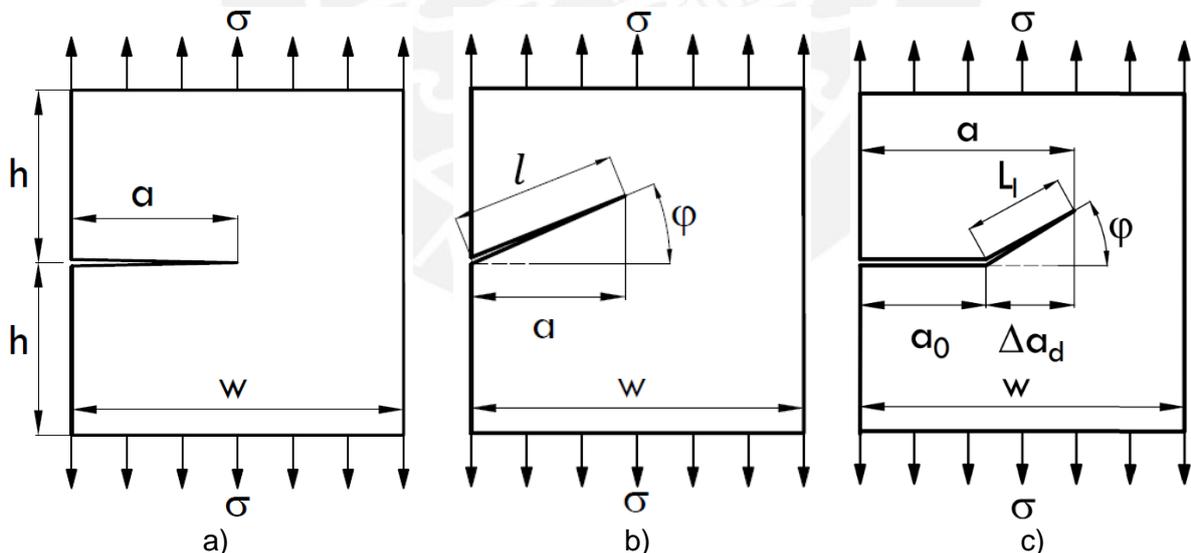


Fig. 3.2: Casos de análisis: a) Fisura lateral, b) Fisura Inclinada, c) Fisura desviada. (adaptado de Fett, 2009)

#### 3.2.1 Placa plana con una fisura lateral (Edge crack)

Existen reconocidos autores que plantearon soluciones analíticas de  $K_I$  para una placa plana con fisura lateral, entre ellos tenemos a: Fett (2000), Freese y Baratta (2006), entre otros.

Estos autores utilizaron funciones de peso para la determinación de  $K_I$ . Murakami (1998) y Tada et al. (2000) publicaron manuales para determinar los factores de intensidad de tensiones usando diferentes métodos de solución. Por otra parte, Rooke Y Cartwright (1976) establecieron relaciones de fácil aplicación para determinar  $K_I$ , estas son la ecuación (3.1) para  $h/w \geq 1$  y  $a/w \leq 0.6$  y la ecuación (3.2) para  $h/w \geq 1$  y  $a/w \geq 0.3$ .

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \left[ 1.12 - 0.23 \left( \frac{a}{w} \right) + 10.6 \left( \frac{a}{w} \right)^2 - 21.7 \left( \frac{a}{w} \right)^3 + 30.4 \left( \frac{a}{w} \right)^4 \right] \quad (3.1)$$

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \left[ \frac{1 + 3 \frac{a}{w}}{2 \left( 1 - \frac{a}{w} \right)^{3/2} \sqrt{\pi \frac{a}{w}}} \right] \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Placa plana con una fisura Inclínada (Slant crack)

Isida (1979) y Hasebe e Inohara (1980), plantearon expresiones analíticas para una placa plana con una fisura inclinada. Propusieron soluciones usando coeficientes de influencia en función de la orientación de la fisura  $\varphi$ . Estas expresiones fueron analizadas por Murakami (1987) obteniendo un error menor a 1% del valor teórico para ángulos  $\varphi$  pequeños. Por su parte, Fett (2009) planteó las ecuaciones (3.3) a (3.8) para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$  en un cuerpo finito con una fisura inclinada sometido a tensión, donde  $a = l \cos(\varphi)$  y  $\rho = a/w$ . También, Beghini et al. (2010) obtuvieron expresiones analíticas para  $K_I$  y  $K_{II}$ , usando coeficientes de influencia en placas planas con una fisura inclinada bajo cargas biaxiales. Las expresiones planteadas por Fett (2009) son bastante prácticas en la determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$  y se utilizan en el presente estudio.

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} F_{I,slant}(a) \quad (3.3)$$

$$K_{II} = \sigma\sqrt{\pi a} F_{II,slant}(a) \quad (3.4)$$

$$F_{I,slant}(a) = F_t \left[ \cos^3(\varphi/2) + 0.1504\beta \sin^2(\varphi) / \sqrt{\cos(\varphi)} \right] \quad (3.5)$$

$$F_{II,slant}(a) = F_t \left[ \cos^2(\varphi/2) \sin(\varphi/2) - 0.2348\beta \sin(\varphi) \sqrt{\cos(\varphi)} \right] \quad (3.6)$$

$$\beta = \frac{-0.469 + 0.1456\rho + 1.3394\rho^2 + 0.4369\rho^3 - 2.1025\rho^4 + 1.0726\rho^5}{\sqrt{(1-\rho)}} \quad (3.7)$$

$$F_t = \frac{1.1215}{(1-\rho)^{3/2}} \left[ 1 - 0.23566(1-\rho) + \frac{1}{150}(1-\rho)^2 + 3\rho^2(1-\rho)^7 + 0.229 \exp\left(-7.52 \frac{\rho}{1-\rho}\right) \right] \quad (3.8)$$

### 3.2.3 Placa plana con una fisura desviada (Kinked crack)

Bilby et al. (1977) plantearon soluciones gráficas para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$  en fisuras desviadas. Cotterell y Rice (1980) presentaron soluciones analíticas para  $K_I$  y  $K_{II}$  en una fisura bidimensional infinitamente pequeña. Las funciones de primer orden planteadas Cotterell y Rice arrojan resultados muy cercanos a las soluciones de Bilby et al. (1977). Aravast y McMeeking (1985) presentaron una solución de primer orden para fisuras desviadas sometidas a compresión. He y Hutchinson (1989) analizaron los factores de intensidad de tensiones para fisuras desviadas en una interfaz de materiales de diferentes rigideces. Hills y Nowell (1990) describieron un método general para la solución de los factores de intensidad de tensiones en fisuras desviadas. Por otra parte, Mróz y Mróz (2010) utilizaron funciones trigonométricas diferentes a las planteadas por Cotterell y Rice, obteniendo buena aproximación a las soluciones de Bilby et al. (1977). Benedetti et al. (2015) utilizaron funciones de peso paramétricas para determinar los factores de intensidad de tensiones, los resultados muestran un error menor al 0.4% para ángulos de inclinación entre  $60^\circ$  y  $-60^\circ$ . Por otra parte, Fett (2009) planteó relaciones (3.9) a (3.12) para determinar los factores de intensidad de tensiones para una fisura desviada infinitamente pequeña ( $\Delta a \rightarrow 0$ ) sometida a tracción. Las relaciones de Fett son bastante prácticas en la determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$ , y se utilizan en el presente estudio.

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a}F_{I,kink}(a) \quad (3.9)$$

$$K_{II} = \sigma\sqrt{\pi a}F_{II,kink}(a) \quad (3.10)$$

$$F_{I,kink}(a) = F_t \cos^3(\varphi/2) \quad (3.11)$$

$$F_{II,kink}(a) = F_t \sin(\varphi/2) \cos^2(\varphi/2) \quad (3.12)$$

### 3.3 Uso de FEM y XFEM en el cálculo de $K_I$ y $K_{II}$

Existen diversas técnicas en base a la integral de interacción que usan contornos de integración alrededor de la punta de la fisura para la evaluación de  $K_I$  y  $K_{II}$ . Estas técnicas se implementan en el post procesamiento de los resultados numéricos. En este sentido, en el presente estudio se utiliza FEM y XFEM en el entorno del software ANSYS Mechanical APDL.

El FEM es una de las herramientas numéricas más potentes para solucionar problemas de ingeniería. Sin embargo, es menos eficiente para modelar problemas que involucran discontinuidades o singularidades, siendo necesario utilizar procedimientos especiales de

discretización para capturar la singularidad en el extremo de la fisura. Asimismo, para analizar el crecimiento de fisuras es necesario modificar la malla en cada iteración (malla dinámica). Los aspectos mencionados hacen del FEM un método computacionalmente costoso para estos tipos de análisis.

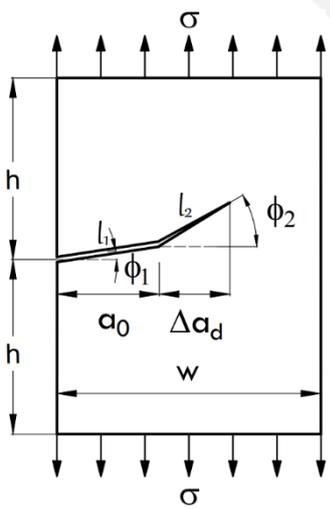
El XFEM permite modelar adecuadamente discontinuidades en movimiento, facilitando la simulación del crecimiento de fisuras, sin necesidad de regeneración de malla ni refinamiento excesivo en la región aledaña a la fisura. En XFEM la fisura corta los elementos de la malla produciendo un estado tensional poco preciso alrededor de la punta de la fisura. Por esta razón, para obtener los factores de intensidad de tensiones, no se utilizan los estados de tensiones y deformaciones en contornos cercanos a la punta de fisura (Gonzales, 2010).

La generación de los modelos numéricos para la comparación con los modelos analíticos dependerá del método a utilizar, ya que la malla generada para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$  debe contemplar ciertas particularidades si se utiliza FEM y otras si se utiliza XFEM.

### 3.3.1 Parámetros geométricos y resultados analíticos

Las dimensiones de los casos estudiados para el análisis de  $K_I$  y  $K_{II}$  están definidos en la Tabla 3.1. Estos casos de estudio serán utilizados tanto para la configuración del modelo FEM como del XFEM.

Tabla 3.1: Parámetros geométricos de los casos de estudio



Parámetro geométrico	Fisura lateral	Fisura inclinada	Fisura desviada
$w$ (mm)	100	100	100
$h$ (mm)	100	100	100
$\sigma$ (MPa)	100	100	100
$a_0$ (mm)	9	9	9
$\Delta a_d$ (mm)	1	1	1
$\phi_1$ (°)	0	5°	0
$\phi_2$ (°)	0	5°	5°

La Tabla 3.2 muestra los valores analíticos de  $K_I$  y  $K_{II}$  en  $(MPa\sqrt{mm})$ , de los tres casos de estudio, utilizando las ecuaciones (3.1) a (3.12) y los parámetros establecidos en la Tabla 3.1.

Tabla 3.2: Valor analítico de  $K_I$  y  $K_{II}$  para los casos analizados

Fisura lateral		Fisura inclinada		Fisura desviada	
$K_I$	$K_{II}$	$K_I$	$K_{II}$	$K_I$	$K_{II}$
663.82	-	665.46	35.41	665.82	29.07

### 3.3.2 Implementación del modelo FEM

Para generar la geometría de la placa plana con los tres tipos de fisura (lateral, inclinada y desviada), se configuró un modelo paramétrico en función de  $w$ ,  $h$ ,  $\sigma$ ,  $a$ ,  $\Delta a_d$ ,  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , cuyas dimensiones están especificadas en la Tabla 3.1. Para esto se divide la geometría de la placa mediante 3 rectas  $\overline{N_1N_2}$ ,  $\overline{N_2N_3}$ , y  $\overline{N_3N_4}$ . La primera recta  $\overline{N_1N_2}$  tiene pendiente definida por el ángulo  $\phi_1$ , la segunda recta  $\overline{N_2N_3}$  tiene pendiente  $\phi_2$  y la tercera recta  $\overline{N_3N_4}$  tiene la misma pendiente  $\phi_2$ . Los valores de  $a$  y  $\Delta a_d$  son las componentes horizontales de la recta  $\overline{N_1N_2}$  y  $\overline{N_2N_3}$ , siendo  $N_3$  la punta de la fisura (ver Fig. 3.3 a)). Luego, se traza un círculo con centro en  $N_3$ , que pasa por  $N_2$ , y se definen las rectas horizontales  $\overline{N_5N_6}$  y  $\overline{N_7N_8}$ . De esta manera se divide la placa en las áreas  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$  y  $A_6$  (ver Fig. 3.3 b)).

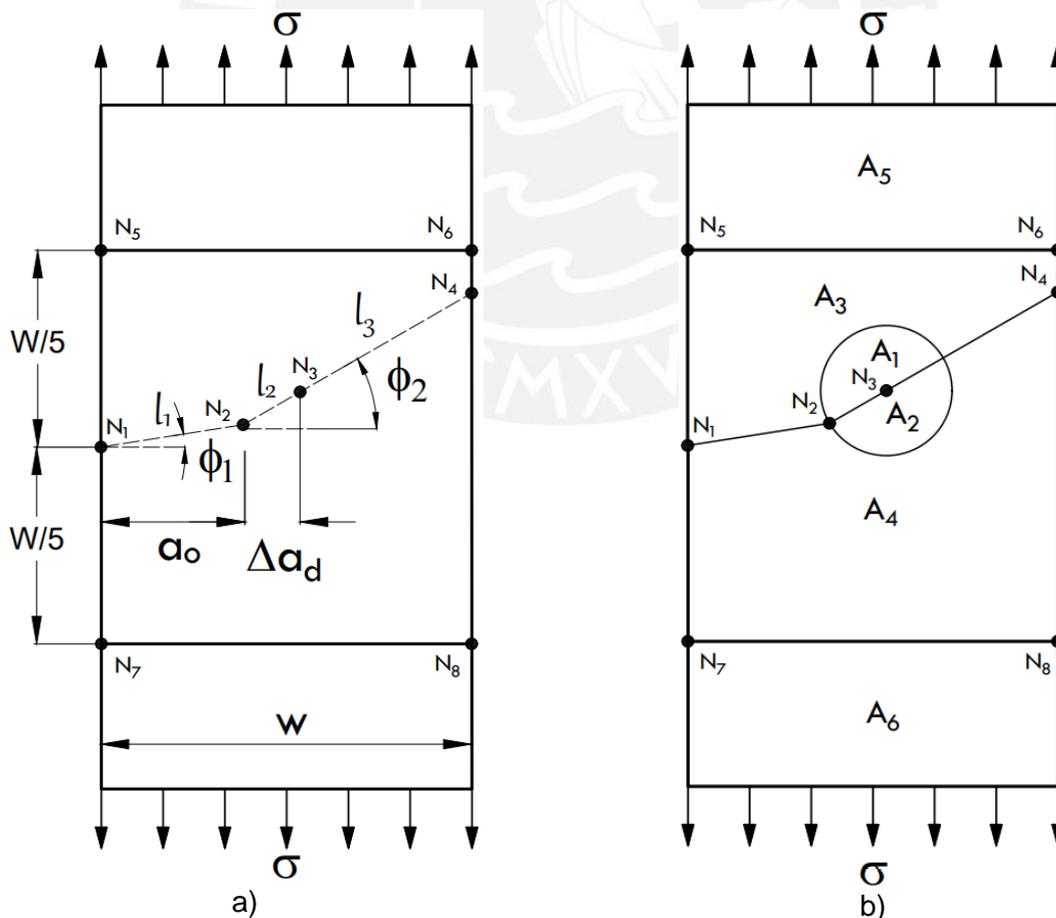


Fig. 3.3: Modelo FEM: a) División de la geometría, b) Áreas del modelo

Las áreas  $A_1$  y  $A_2$  definen la zona 1 (el círculo), que se discretiza con elementos regulares de orden superior concéntricos alrededor de la punta de fisura (malla fina de 0,1 mm). Los nodos centrales de los elementos triangulares de la punta de la fisura se acercan  $\frac{1}{4}$  de distancia de la longitud del elemento hacia la punta de la fisura. De esta forma se capta la singularidad de la fisura (Nikishkov, 2013 y Nejati et al., 2015).

Las áreas aledañas a la fisura  $A_3$  y  $A_4$  definen la zona 2, que se discretiza con elementos cuadriláteros del mismo tamaño que la zona 1 (ver Fig. 3.4). Para optimizar el proceso de solución del modelo y reducir el tiempo de simulación se define la zona 3 (áreas  $A_5$  y  $A_6$ ), discretizada con una malla más gruesa, de tamaño 1 mm (ver Fig. 3.4). La estrategia de mallado consiste en discretizar las áreas pares ( $A_2, A_4, A_6$ ) e impares ( $A_1, A_3, A_5$ ) por separado, quedando el modelo dividido en dos partes. Luego, se mezclan los nodos de ambas partes que se encuentran en la tercera recta ( $\overline{N_3N_4}$ ), definiendo así la fisura con la primera y segunda rectas ( $\overline{N_1N_2}$  y  $\overline{N_2N_3}$ ).

Las condiciones de contorno están indicadas en la Fig. 3.4. Se restringen los desplazamientos  $U_x$  y  $U_y$  del nodo inferior izquierdo y el desplazamiento  $U_x$  del nodo superior izquierdo del modelo. Las tensiones  $\sigma$  son aplicadas en los bordes superior e inferior del modelo, como se muestra en la Fig. 3.4. Cabe mencionar que, con la finalidad de ilustrar el procedimiento seguido, la malla mostrada en la Fig. 3.4 es más gruesa que la realmente utilizada en los análisis.

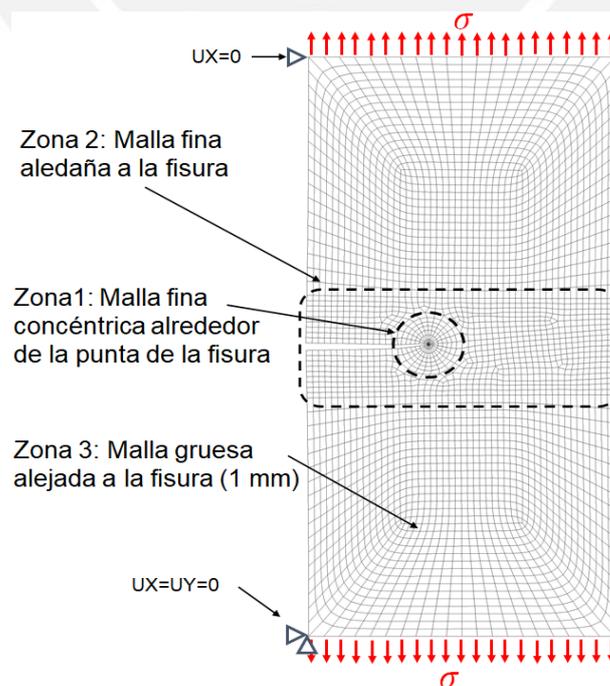


Fig. 3.4: Modelo numérico FEM

Finalmente, se soluciona el modelo numérico y en el post procesamiento se determinan los factores de intensidad de tensiones en la punta de la fisura, según los contornos de integración definidos. Los resultados de  $K_I$  y  $K_{II}$  para los contornos definidos se escriben en un archivo de texto (.txt). En la Fig. 3.5 se muestra el algoritmo para la generación del modelo FEM.

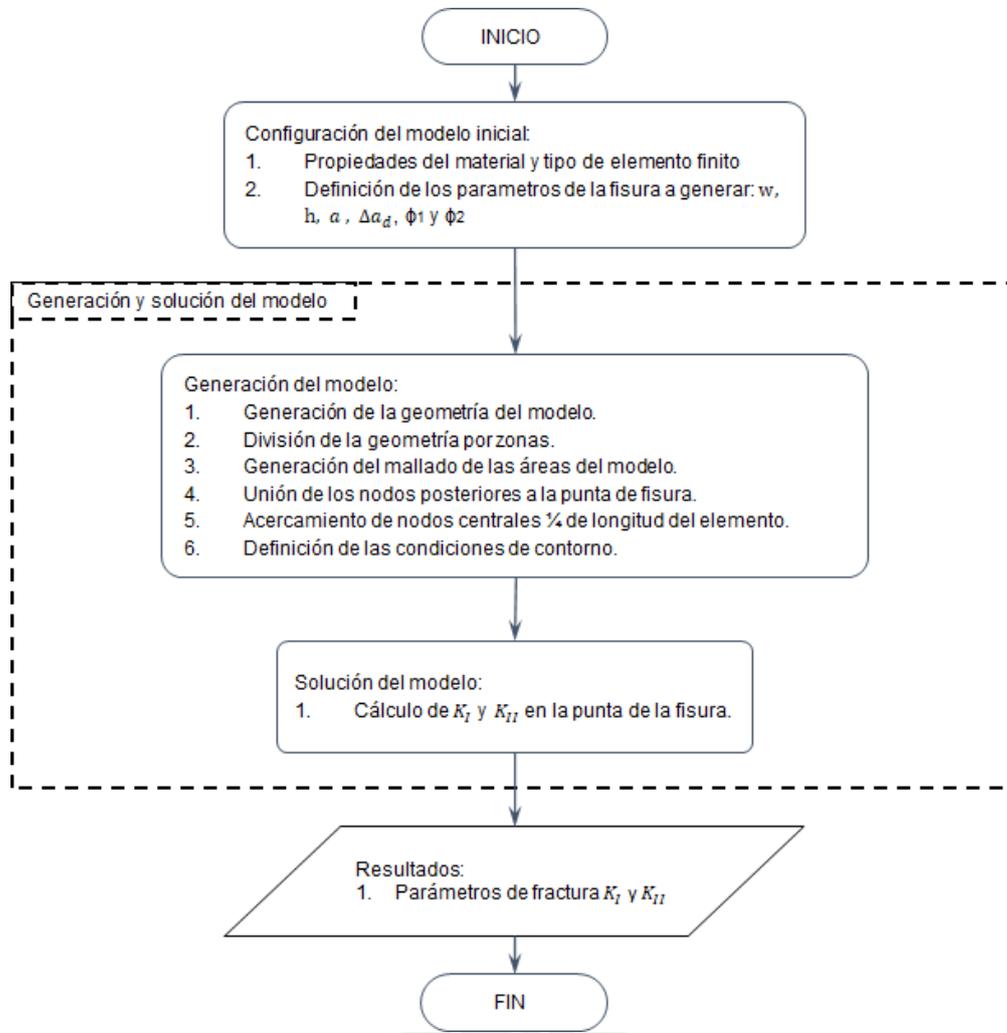


Fig. 3.5: Algoritmo para la generación del modelo FEM

### 3.3.3 Implementación del modelo XFEM

Para la generación del modelo XFEM se utilizan también los parámetros establecidos en la Tabla 3.1. Se generan los puntos  $N_4, N_5, N_6$  y  $N_7$ , cuya ubicación está en función del parámetro  $W$ , y se divide la geometría de la placa mediante 3 rectas  $\overline{N_4N_5}$ ,  $\overline{N_5N_7}$ , y  $\overline{N_6N_7}$  (ver Fig. 3.6 a)). A partir de estas rectas se divide la geometría de la placa en las áreas  $A_1$  y  $A_2$  (ver Fig. 3.6 b)). Los puntos  $N_1, N_2$  y  $N_3$  son los puntos que definen la fisura en XFEM y dependen de los parámetros geométricos  $a_0, \Delta a_d, \phi_1$  y  $\phi_2$ .

El área  $A_1$  definen la zona 1, que se discretiza con elementos cuadriláteros de primer orden (malla fina de 0,1 mm). El área  $A_2$  define la zona 2, discretizada con una malla más gruesa, de tamaño 1 mm (ver Fig. 3.7). A diferencia del modelo FEM, la discretización se realiza en las dos áreas al mismo tiempo, generando un modelo continuo. La fisura se genera posteriormente, como se explica más adelante.

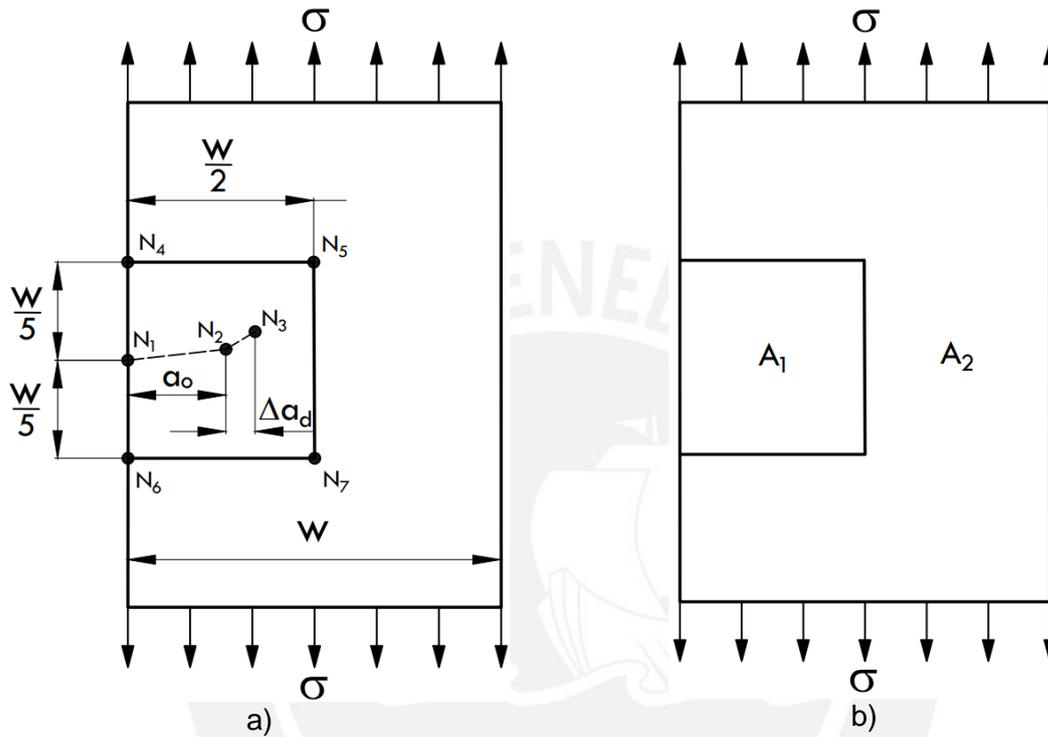


Fig. 3.6: Modelo XFEM: a) División de la geometría, b) Áreas del modelo

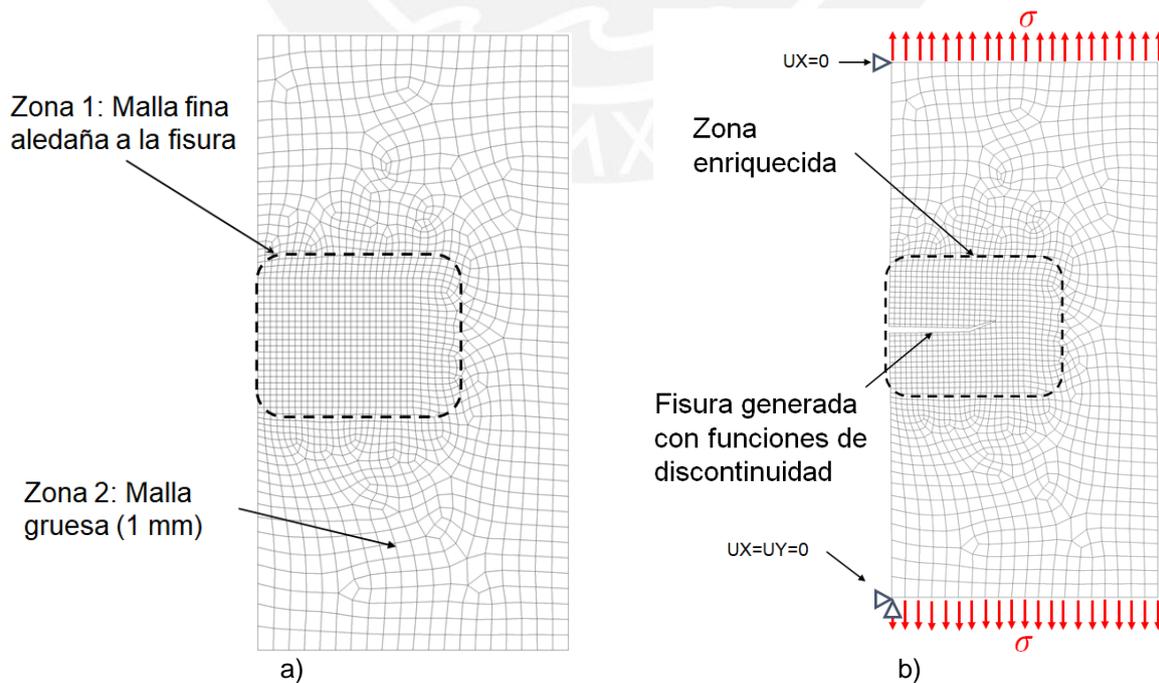


Fig. 3.7: Modelo numérico XFEM: a) malla inicial, b) fisura generada

Las condiciones de contorno están indicadas en la Fig. 3.7 b) y son iguales que en el modelo FEM. Se restringen los desplazamientos  $U_x$  y  $U_y$  del nodo inferior izquierdo y el desplazamiento  $U_x$  del nodo superior izquierdo del modelo. Las tensiones  $\sigma$  son aplicadas en los bordes superior e inferior del modelo, como se muestra en la Fig. 3.7 b).

Una vez discretizado el modelo, mediante un procedimiento que se describe detalladamente en el capítulo 4, se define la fisura a través de puntos previamente establecidos ( $N_1$ ,  $N_2$  y  $N_3$ ). La Fig. 3.8 a) representa una porción del modelo, referida a la zona 1, donde se muestra los elementos de la malla atravesados por la fisura. Los nodos de esta zona son enriquecidos con las funciones de discontinuidad  $H(x)$ , mediante los parámetros  $\phi_{ij}(x)$ ,  $\psi_j(x)$  que definen la fisura en la malla. En la región definida por la circunferencia de radio  $R_{Tip}$ , se muestra los nodos enriquecidos con la función de singularidad  $B_l(r, \theta)$  (ver Fig. 3.8 b)).

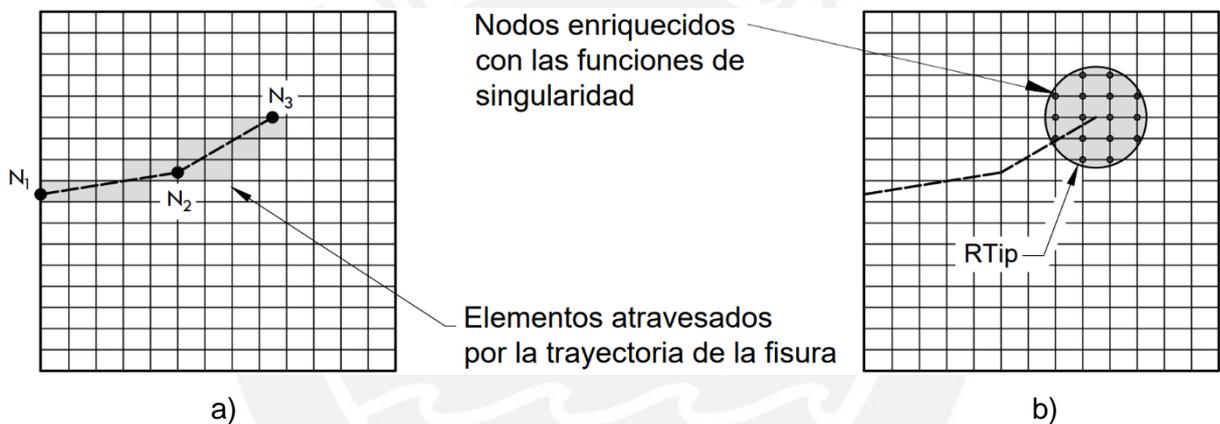


Fig. 3.8: Modelo XFEM: a) Elementos atravesados por la fisura, b) Nodos enriquecidos

Finalmente, se soluciona el modelo XFEM y en el post procesamiento se determinan  $K_I$  y  $K_{II}$ , según los contornos de integración definidos. Los resultados obtenidos para los contornos definidos se escriben en un archivo de texto (.txt). En la Fig. 3.9 se muestra el algoritmo para la generación del modelo XFEM.

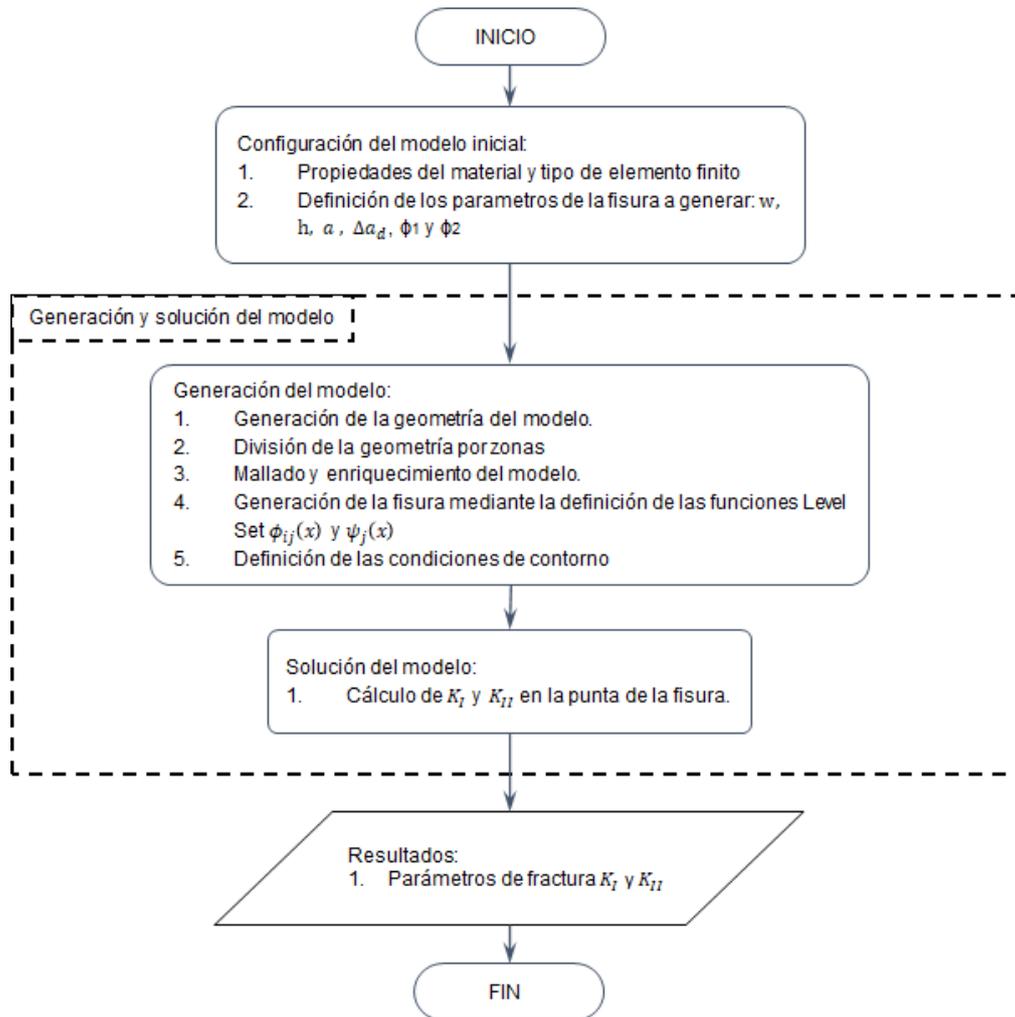


Fig. 3.9: Algoritmo para la generación del modelo XFEM

### 3.3.4 Comparación de resultados FEM y XFEM

En este apartado se comparan los resultados de  $K_I$  y  $K_{II}$  utilizando los métodos FEM y XFEM para los tres casos de estudio planteados. En ambos métodos se consideraron los 20 primeros contornos de integración y se generaron mallas con tamaño de elemento finito de 0.1 mm, 0.2 mm y 0.4 mm, en las zonas de malla fina. El valor de  $R_{TIP}$  para XFEM se define directamente proporcional al tamaño de elemento finito utilizado en la zona 1. Para este análisis se consideró un factor de proporcionalidad igual a 25.

En las Fig. 3.10 a la Fig. 3.12 se muestra los resultados para los casos de fisura lateral, fisura inclinada y fisura desviada. En el eje de las ordenadas se muestra el valor numérico  $K_{I,II} Numérico$  mediante FEM y XFEM y en el eje de las abscisas se muestra el número de contornos de integración.

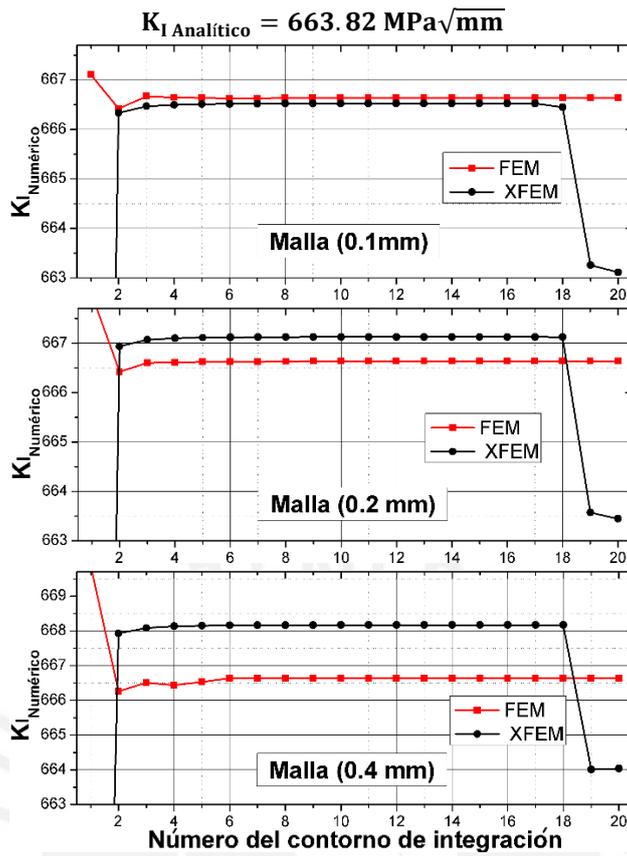


Fig. 3.10: Resultados FEM y XFEM para el caso de fisura lateral:  $K_I$

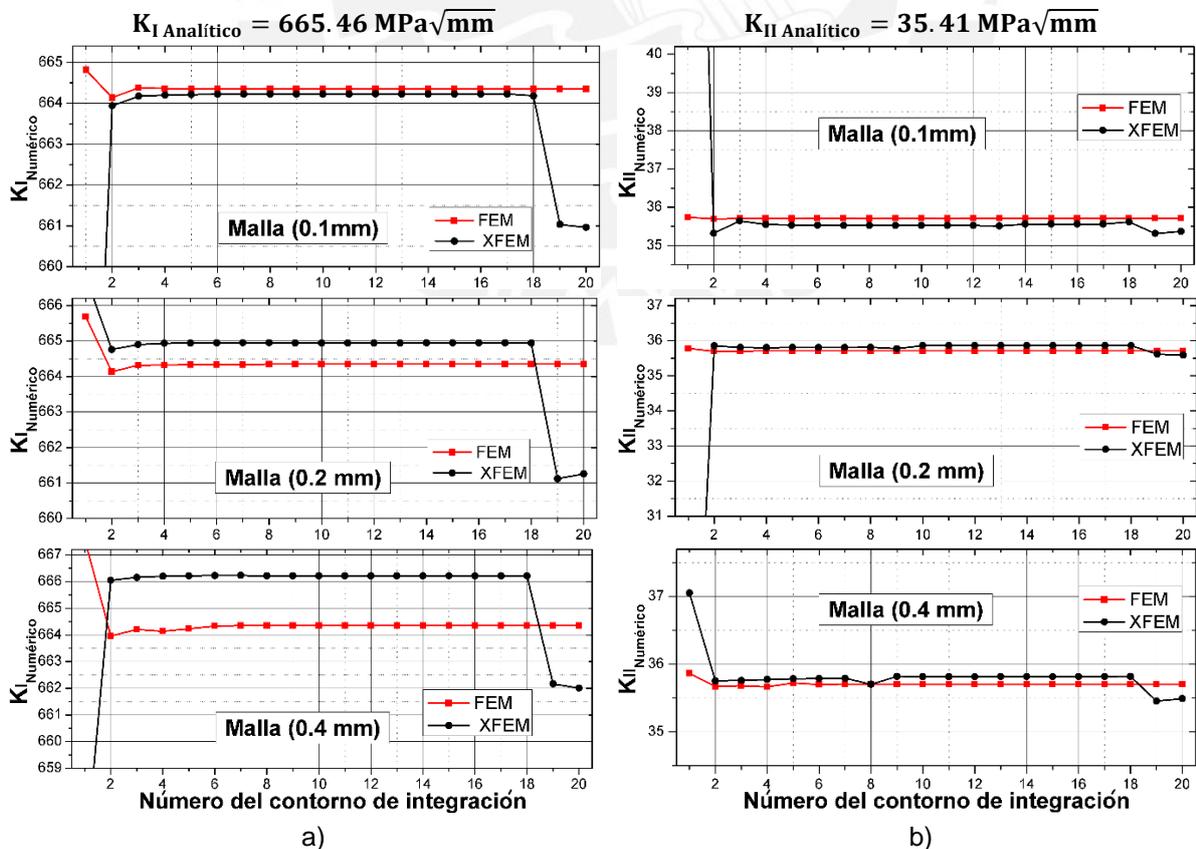


Fig. 3.11: Resultados FEM y XFEM para el caso de fisura inclinada: a)  $K_I$ , b)  $K_{II}$

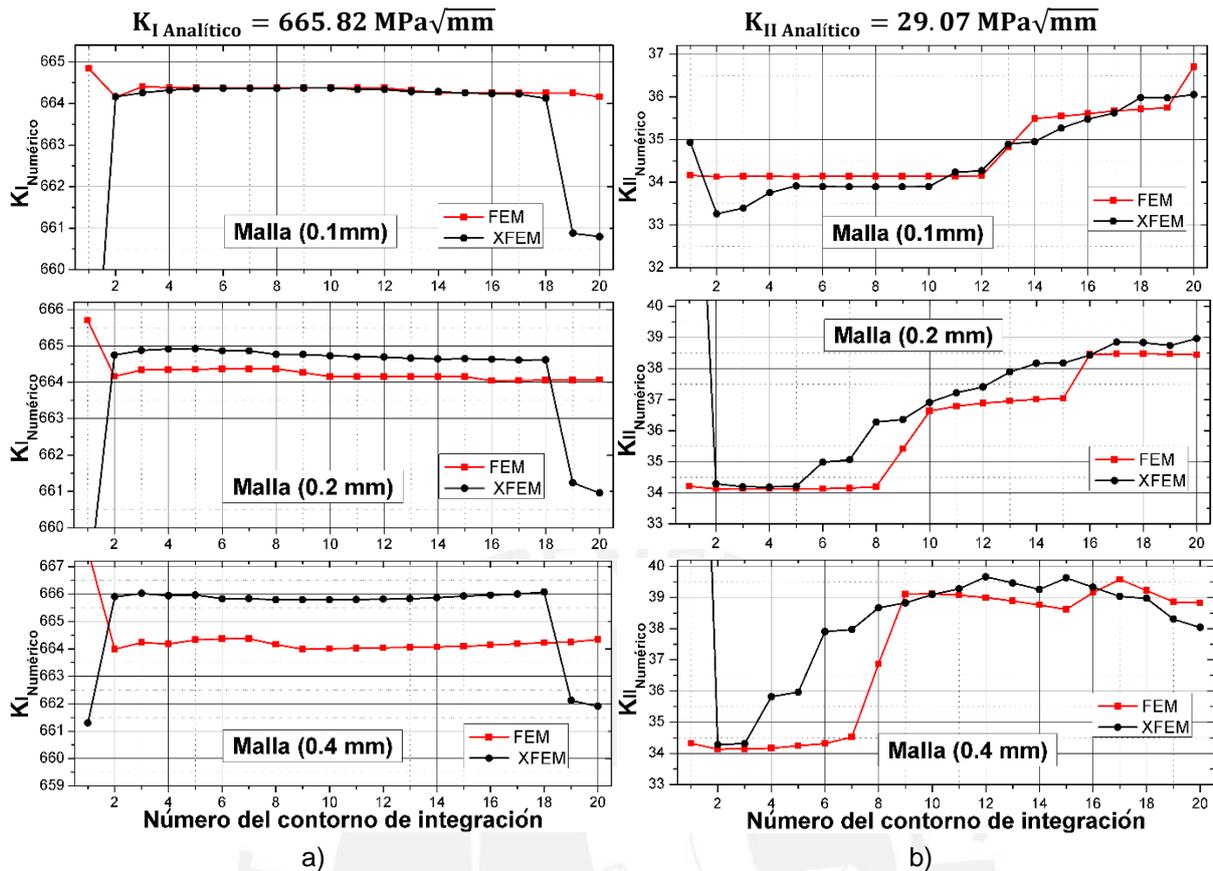


Fig. 3.12: Resultados FEM y XFEM para el caso de fisura desviada: a)  $K_I$ , b)  $K_{II}$

En general, el valor numérico del primer contorno está más alejado del valor analítico que el resto de los contornos, tanto para el FEM como el XFEM, siendo más pronunciada la diferencia en este último. Entre los contornos 2 al 18 para malla 0.1 mm se observa similitud de los resultados con FEM y XFEM, pero mayor variación con XFEM a medida que aumenta el tamaño de malla. A partir del contorno 19 en XFEM se muestra distorsión de los resultados numéricos de  $K_I$  por influencia de la zona enriquecida, este comportamiento es similar para  $K_{II}$ .

En la Fig. 3.12 se muestra los resultados de  $K_{II}$  para el modelo de fisura desviada. Los resultados con XFEM muestran la influencia de la desviación de la punta de fisura de 1 mm de longitud. Esta influencia se puede observar por la variación de resultados después de los contornos 10, 5 y 3, para las mallas de 0.1 mm, 0.2 mm y 0.4 mm, respectivamente. Una influencia similar se aprecia en los resultados con FEM, donde la variación se observa después de los contornos 12, 8 y 7, respectivamente. Para el caso de fisura desviada con malla 0.1 mm se obtienen resultados numéricos más cercanos al analítico en los contornos 2 al 10 mediante XFEM que con FEM. La variación de resultados debido a la desviación de la fisura para FEM y XFEM es mayor en el cálculo de  $K_{II}$  en comparación con el cálculo de  $K_I$ .

## Costo computacional de los modelos FEM y XFEM

Para comparar los tiempos de solución con los modelos FEM y XFEM se determinó la cantidad de nodos y elementos de las mallas utilizadas en los casos de estudio. Este conteo se realiza en un círculo que tiene como centro la punta de la fisura, evaluándose dos valores de radio: 2 mm y 4 mm. Para todos los tamaños de malla se puede comprobar que la cantidad de nodos y elementos es superior en el modelo FEM que en el modelo XFEM. Esto permite deducir que el tiempo de procesamiento es mayor con FEM, lo que fue corroborado durante las simulaciones realizadas. En la Tabla 3.3 se muestra la cantidad de elementos y nodos para los modelos FEM y XFEM de las mallas utilizadas en el estudio. En promedio, las simulaciones con FEM tomaron el triple del tiempo que las simulaciones con XFEM.

Tabla 3.3: Cantidad de nodos y elementos alrededor de la fisura

Radio de la circunferencia	Malla 0.1 mm		Malla 0.2 mm		Malla 0.4 mm	
	Nodos	Elementos	Nodos	Elementos	Nodos	Elementos
FEM (radio 2 mm)	3964	1223	965	302	272	78
XFEM (radio 2 mm)	1246	979	307	270	81	71
FEM (radio 4 mm)	14699	4807	3611	1200	932	308
XFEM (radio 4 mm)	4990	3378	1239	961	319	276

### 3.4 Precisiones para el cálculo de $K_I$ y $K_{II}$ usando XFEM

A continuación se analizan los parámetros que influyen en la determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$  con XFEM para los tres casos de estudio, estos parámetros son: el radio  $R_{TIP}$  del círculo que define la zona de enriquecimiento en la punta de la fisura con las funciones de singularidad; el tamaño de los elementos finitos en la zona 1; el número de contornos de integración utilizados para determinar los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$ . Posteriormente, tomando como base el análisis de influencia de los parámetros mencionados, se establece un criterio para la determinación de los factores de intensidad de tensiones.

#### 3.4.1 Análisis de influencia de los parámetros seleccionados

El objetivo de analizar la influencia de estos parámetros es determinar un valor de  $R_{TIP}$ , un tamaño de elemento finito y un número de contornos que garanticen una adecuada precisión en el cálculo de los factores de intensidad de tensiones. Como ya se mencionó, el valor de  $R_{TIP}$  se define directamente proporcional al tamaño de elemento finito utilizado en la zona 1,

considerándose factores de proporcionalidad iguales a 5, 10, 15 y 25. En el caso de la malla en la zona 1 (malla fina) se consideraron elementos finitos de 0.1 mm, 0.2 mm y 0.4 mm. Mientras que, para evaluar el número de contornos de integración se consideraron los 20 primeros contornos.

En las Fig. 3.13 a la Fig. 3.15 se analizan los resultados de  $K_I$  y  $K_{II}$  para los tres casos de estudio planteados. En el eje de las ordenadas se muestra el valor numérico  $K_{I,II \text{ Numérico}}$  mediante XFEM y en el eje de las abscisas se muestra el número de contornos de integración.

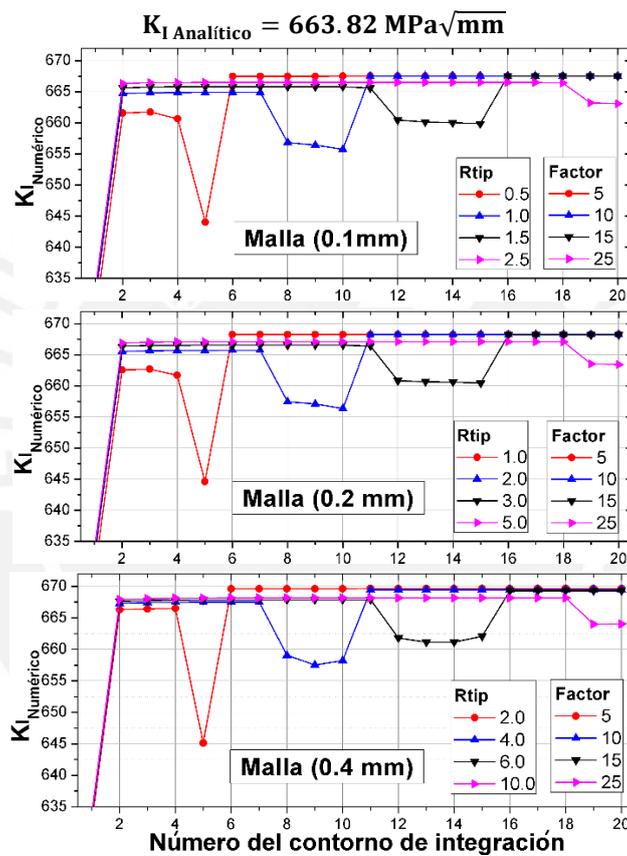


Fig. 3.13: Factor de intensidad de tensiones para caso de fisura lateral:  $K_I$

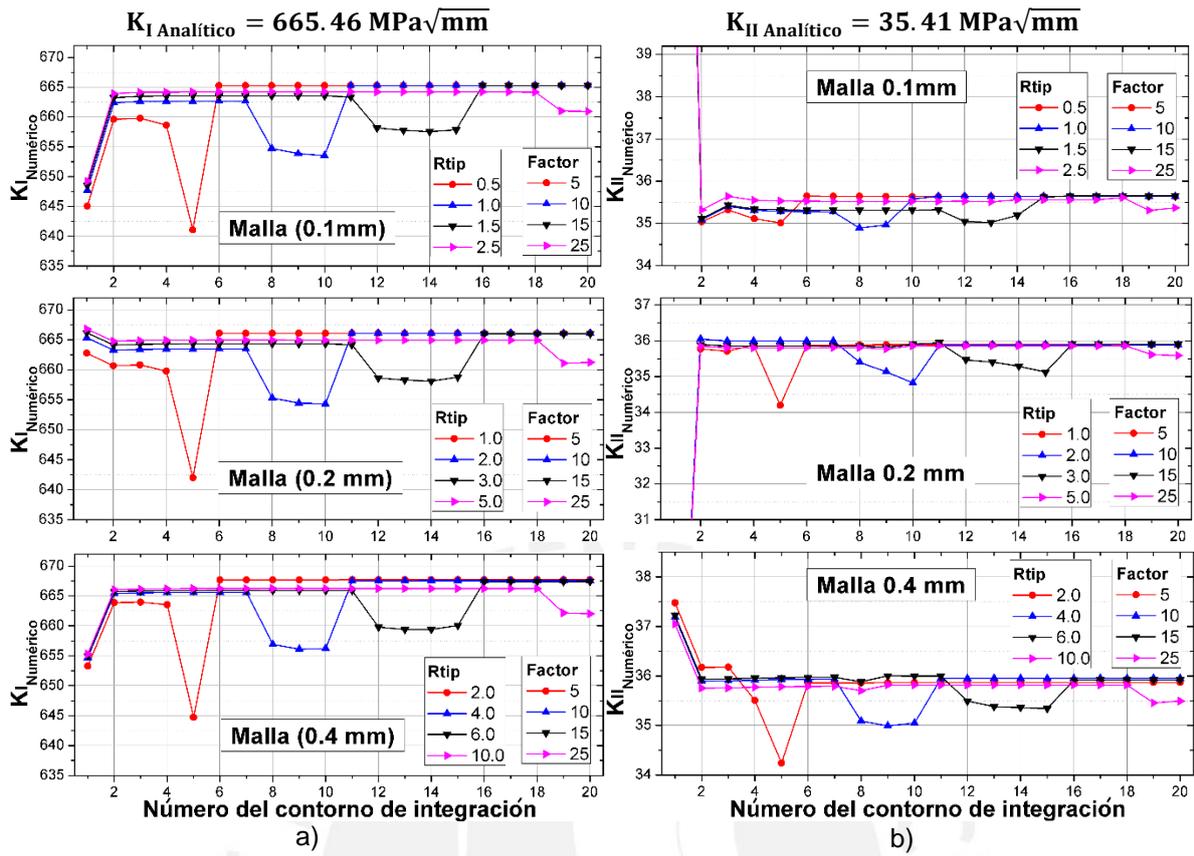


Fig. 3.14: Factor de intensidad de tensiones para caso de fisura inclinada: a)  $K_I$ , b)  $K_{II}$

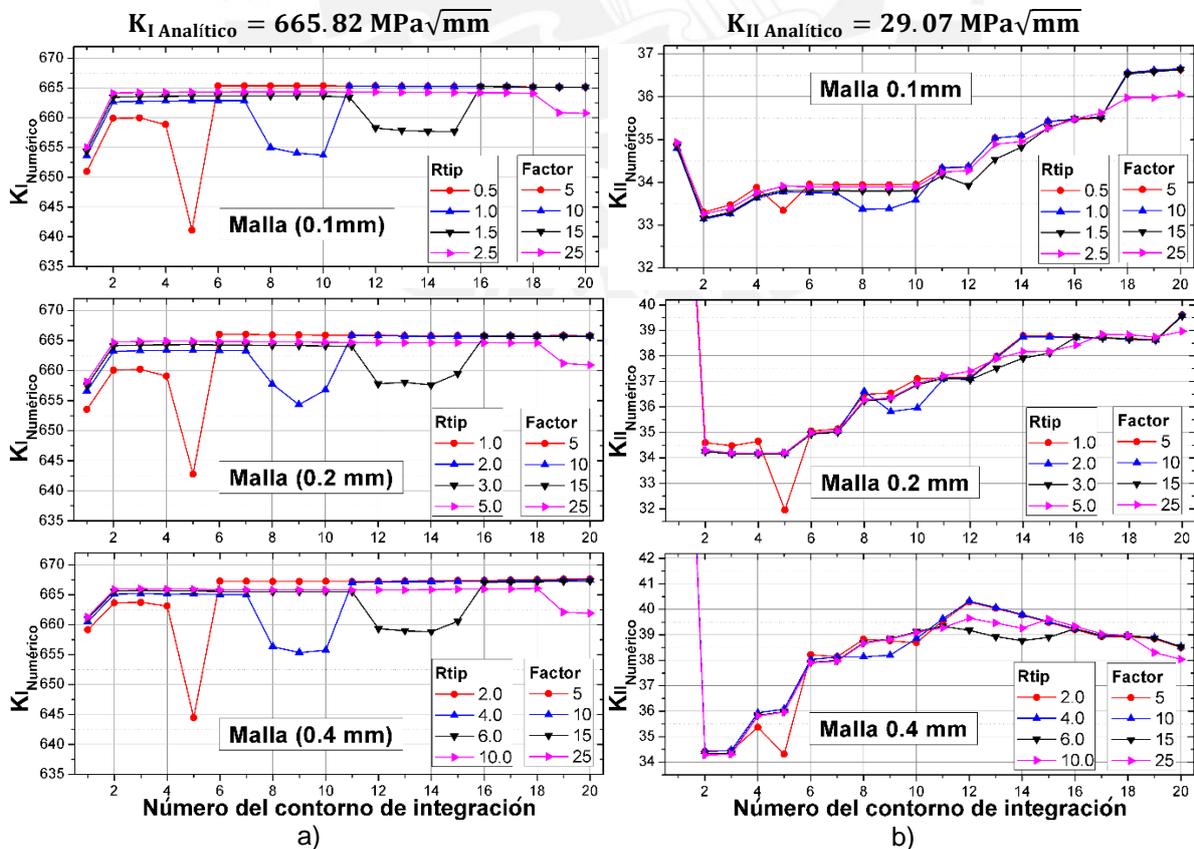


Fig. 3.15: Factor de intensidad de tensiones para caso de fisura desviada: a)  $K_I$ , b)  $K_{II}$

### *Influencia del radio del círculo de la zona enriquecida*

En todos los casos de estudio se muestra distorsión de los resultados numéricos de  $K_I$  cuando los contornos salen de la zona enriquecida, definida por el círculo de radio  $R_{TIP}$ . Esta influencia se muestra a partir de los contornos 5, 8, 12 y 19 con factores de proporcionalidad 5, 10, 15 y 25, respectivamente. Un comportamiento similar se muestra en las gráficas de  $K_{II}$ , apreciándose con mayor claridad en la fisura inclinada, pues en la fisura desviada las gráficas de  $K_{II}$  son más irregulares.

A medida que aumenta el valor de  $R_{TIP}$  los resultados de  $K_I$  y  $K_{II}$  van convergiendo a un cierto valor. Esta tendencia se aprecia con mayor claridad en las gráficas de  $K_I$ , donde los resultados para los factores de proporcionalidad 15 y 25 prácticamente se superponen dentro de la zona enriquecida. En general, los valores de  $K_I$  y  $K_{II}$  son muy similares hasta el contorno 11 para los factores de proporcionalidad 15 y 25. Por tanto, con un factor de proporcionalidad igual a 15 es suficiente para obtener resultados adecuados de  $K_I$  y  $K_{II}$ , siendo estos muy cercanos a los resultados analíticos.

### *Influencia del tamaño de elemento finito*

La influencia del tamaño de elemento finito en los valores de  $K_I$ , para los tres tamaños analizados, no es muy apreciable. Se observa que, a medida que aumenta el tamaño del elemento los resultados para los distintos valores de  $R_{TIP}$  se van acercando entre sí y alejándose del valor analítico. En el caso de  $K_{II}$  la tendencia es más clara, pues a medida que aumenta el tamaño del elemento el resultado se aleja del valor analítico. En general, se cumple lo esperado de un análisis por elementos finitos, siendo más precisos los resultados con mallas más finas.

### *Influencia del número de contornos de integración*

En todos los casos analizados los resultados del primer contorno para  $K_I$  y  $K_{II}$  están fuera de cualquier tendencia, por lo que no deben ser considerado dicho contorno. A partir del segundo contorno y para todos los contornos que están dentro de la zona enriquecida, se observa una clara tendencia. En el caso de  $K_I$  los valores se mantienen prácticamente constantes dentro de ese rango para cada valor de  $R_{TIP}$ , experimentando luego una cierta distorsión como ya se mencionó. La misma tendencia se observa para  $K_{II}$  en la fisura inclinada, sin embargo, en la fisura desviada es menos notoria a medida que aumenta el tamaño de elemento finito. La

influencia de los contornos de integración se precisará más adelante, al analizar distintos criterios para el cálculo final de  $K_I$  y  $K_{II}$ .

### 3.4.2 Criterios para determinar el valor numérico de $K_I$ y $K_{II}$

Dentro de los alcances de la presente investigación está el estudio de propagación de fisuras, cuyas trayectorias pueden presentar cambios de dirección, similares a los presentados en la fisura desviada. En el capítulo 1 ya se ha visto que la dirección de propagación depende de  $K_I$  y  $K_{II}$ , por lo que es importante determinar sus valores con la mayor precisión posible. Siendo que los valores de  $K_{II}$  en la fisura desviada no presentan una tendencia muy clara en función del número de contornos, resulta necesario establecer un criterio para determinar los valores de  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ . En tal sentido se plantearon tres alternativas, tomando como base los valores de  $K_I$ , que muestran una tendencia más estable. Las alternativas propuestas se describen a continuación.

Criterio 1: Se promedian los valores de  $K_I$  de los contornos considerados, obteniendo  $K_{I(Prom)}$ . El valor de  $K_{I(Num)}$  se define como el valor de  $K_I$  del contorno más cercano al  $K_{I(Prom)}$ . El valor correspondiente a  $K_{II(Num)}$  se obtiene del mismo contorno seleccionado para  $K_{I(Num)}$ .

Criterio 2: Se promedian los valores de  $K_I$  y de  $K_{II}$  de los contornos considerados, obteniendo  $K_{I(Prom)}$  y  $K_{II(Prom)}$ . Los valores de  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$  se definen iguales a sus respectivos valores promedio.

Criterio 3: Se promedian los valores de  $K_I$  de los contornos considerados, obteniendo  $K_{I(Prom)}$ . El valor de  $K_{I(Num)}$  se define igual a  $K_{I(Prom)}$ . Se identifican los valores de  $K_I$  de los contornos más cercanos al  $K_{I(Prom)}$  inferior y superior. Con estos valores se interpola linealmente para obtener el  $K_{II(Num)}$  correspondiente al  $K_{I(Num)}$ .

En la Fig. 3.16 a) y b) se muestra los resultados de los tres criterios propuestos utilizando los contornos 2 al 5, para el caso de la fisura desviada, tamaño de elemento 0.1 mm y factor de proporcionalidad para  $R_{TIP}$  igual a 15.

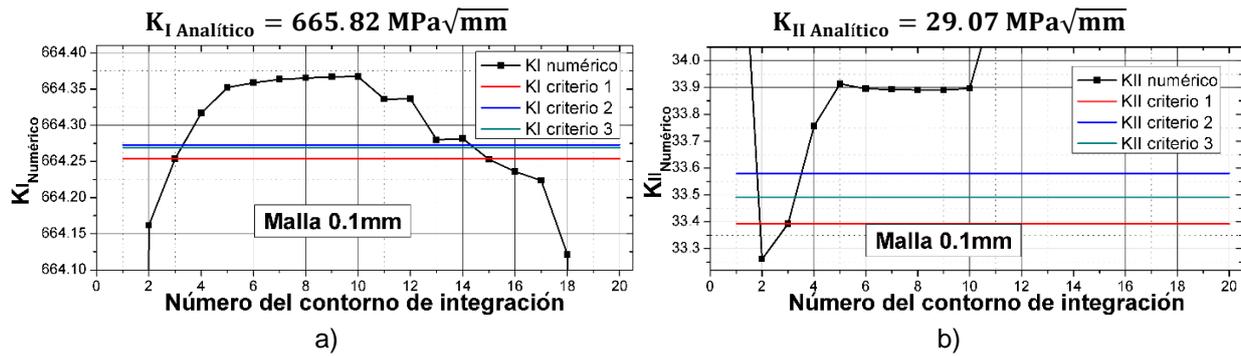


Fig. 3.16: Resultados de los criterios propuestos: a)  $K_I$ , b)  $K_{II}$

Los criterios 2 y 3 (azul y verde) son coincidentes para  $K_{I(Num)}$ . Para el criterio 1 (rojo) el valor de  $K_{I(Num)}$  coincide con el valor del contorno 3, que corresponde al valor más cercano al promedio de los contornos considerados (2 al 5). Por esta razón, tanto  $K_{I(Num)}$  como  $K_{II(Num)}$  coinciden con el contorno 3 para el criterio 1.

Debido a la tendencia de  $K_I$ , que se mantiene prácticamente constante a partir del segundo contorno, el valor de  $K_{I(Num)}$  según el criterio 1 es muy cercano al promedio (criterios 2 y 3). Se aprecia una mayor diferencia entre los tres criterios para  $K_{II(Num)}$ , siendo más cercano al valor analítico el valor obtenido con el criterio 1. En consecuencia, el criterio 1 es el más adecuado para la determinación de  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ .

*Evaluación de los números de contornos utilizados en el criterio seleccionado*

En la Tabla 3.4 se muestra los resultados, considerando diferentes números de contornos entre el 2 y el 8 y aplicando el criterio 1, para determinar  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ .

Tabla 3.4: Diferencia entre el valor analítico y numérico contornos 2 a 8

Modelo	Malla	Contornos 2 al 5		Contornos 2 al 6		Contornos 2 al 7		Contornos 2 al 8	
		% $K_I$	% $K_{II}$						
Fisura lateral	0.1	0.399	-	0.399	-	0.399	-	0.399	-
	0.2	0.489	-	0.489	-	0.489	-	0.489	-
	0.4	0.642	-	0.642	-	0.642	-	0.650	-
Fisura inclinada	0.1	0.194	0.654	0.194	0.654	0.194	0.654	0.194	0.654
	0.2	0.084	1.121	0.084	1.121	0.084	1.121	0.084	1.121
	0.4	0.104	0.989	0.104	0.989	0.111	1.032	0.111	1.032
Fisura desviada	0.1	0.235	14.869	0.226	16.119	0.226	16.119	0.226	16.119
	0.2	0.141	17.624	0.144	20.347	0.143	20.607	0.144	20.347
	0.4	0.021	23.696	0.017	23.192	0.012	17.931	0.012	17.931

En general, existe menor diferencia porcentual en el  $K_{I(Num)}$  para todos los contornos considerados. Se puede observar que con malla 0.1 mm y 0.2 mm la diferencia porcentual de los resultados para la fisura inclinada es igual en todos los casos. Un aspecto interesante para considerar es la tendencia a preservar la misma diferencia porcentual en los diferentes grupos de contornos, lo que significa que se ha seleccionado el mismo contorno para determinar los valores de  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ . En tal sentido, en la fisura lateral se observa que el valor de  $K_{I(Num)}$  para la malla de 0.4 mm, en el grupo de contornos del 2 al 8, pierde la tendencia. Asimismo, en la fisura inclinada, para la malla de 0.4 mm, se tienen dos grupos de tendencia tanto para  $K_{I(Num)}$  como para  $K_{II(Num)}$ . Por último, en la fisura desviada, para todas las mallas, el grupo de contornos del 2 al 5 está fuera de tendencia. Lo mismo ocurre para la malla de 0.2 mm y grupo de contornos del 2 al 7, así como para malla de 0.4 mm y grupo de contornos del 2 al 6. Los valores fuera de tendencia están sombreados en la Tabla 3.4. Se observa que el grupo de contornos del 2 al 6 es el que presenta un mejor comportamiento en cuanto a la tendencia descrita.

En la Tabla 3.5 se muestra los resultados, considerando diferentes números de contornos entre el 3 y el 8 y aplicando el criterio 1, para determinar  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ .

Tabla 3.5: Diferencia entre el valor analítico y numérico contornos 3 a 8

Modelo	Malla	Contornos 3 al 5		Contornos 3 al 6		Contornos 3 al 7		Contornos 3 al 8	
		$K_I$	$K_{II}$	$K_I$	$K_{II}$	$K_I$	$K_{II}$	$K_I$	$K_{II}$
Fisura lateral	0.1	0.403	-	0.403	-	0.403	-	0.405	-
	0.2	0.494	-	0.494	-	0.494	-	0.496	-
	0.4	0.650	-	0.650	-	0.650	-	0.652	-
Fisura inclinada	0.1	0.189	0.398	0.189	0.398	0.189	0.398	0.187	0.345
	0.2	0.079	1.118	0.079	1.118	0.079	1.118	0.078	1.122
	0.4	0.111	1.032	0.111	1.032	0.111	1.032	0.111	1.032
Fisura desviada	0.1	0.226	16.119	0.226	16.119	0.226	16.119	0.220	16.661
	0.2	0.136	17.600	0.141	17.624	0.141	17.624	0.143	20.607
	0.4	0.021	23.696	0.017	23.192	0.017	23.192	0.017	23.192

En este caso, al igual que en el análisis anterior, existe menor diferencia porcentual en el  $K_{I(Num)}$  para todos los contornos considerados. Se puede observar que para todas las mallas la diferencia porcentual de los resultados para la fisura inclinada es igual en todos los casos para los contornos del 3 al 5, 3 al 6 y 3 al 7. Realizando el mismo análisis de tendencia que se realizó para los contornos del 2 al 8 se ha realizado para los contornos del 3 al 8. En la Tabla 3.5 se han sombreado los valores fuera de tendencia, observándose que los grupos de contornos del 3 al 6 y del 3 al 7 presentan un buen comportamiento. Si se combinan los

resultados del análisis realizado para las Tablas 3.4 y 3.5, se puede deducir que el grupo de contornos del 3 al 6 es el que ofrece los mejores resultados para el cálculo de  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ .

### 3.5 Conclusiones parciales

- a. Del análisis comparativo entre FEM y XFEM se puede afirmar que ambos métodos ofrecen resultados adecuados de  $K_I$  y  $K_{II}$ . En el caso del modelo FEM se requiere de una discretización especial para lograr resultados precisos, por lo que para simular la propagación de fisuras por fatiga sería necesario un proceso de remallado, tal como se ha implementado en algunos softwares especializados descritos en el capítulo 1. En cambio, el XFEM utilizaría sólo una malla, requiriendo actualizar las funciones *Level Set* en cada incremento de crecimiento de la fisura, lo cual es un proceso sencillo. A partir de las simulaciones realizadas se estimó que el tiempo de procesamiento es aproximadamente tres veces mayor utilizando FEM en comparación con XFEM, para mallas con el mismo tamaño promedio de elemento. Por estas razones se utilizará el método XFEM para desarrollar el presente estudio.
- b. El estudio realizado para analizar la influencia de distintos parámetros en la obtención e  $K_I$  y  $K_{II}$ , utilizando XFEM, muestra que el radio del círculo que define la zona enriquecida por las funciones de singularidad  $R_{TIP}$  es el parámetro más influyente. Los resultados se distorsionan cuando se utilizan contornos que están fuera de esta zona enriquecida. Asimismo, a medida que aumenta el valor de  $R_{TIP}$  los resultados convergen, determinándose que un valor de  $R_{TIP}$  igual a 15 veces el tamaño del elemento finito en la zona de malla fina es adecuado. Por otro lado, se ha demostrado que el tamaño del elemento finito en la zona de malla fina es influyente en los resultados, requiriéndose de mallas suficientemente finas. Un tamaño de elemento finito de 0.1 mm ha mostrado ser adecuado para este tipo de análisis. Por último, se ha comprobado que es necesario que los contornos utilizados para calcular  $K_I$  y  $K_{II}$  estén dentro de la zona de enriquecimiento. Los mejores resultados se han obtenido utilizando el criterio que determina el valor de  $K_I$  como el valor más cercano al promedio de los contornos del 3 al 6, y  $K_{II}$  correspondiente al mismo contorno que  $K_I$ .

## Capítulo 4. Obtención de la trayectoria de propagación de fisuras por fatiga

El objetivo principal del Capítulo es implementar un procedimiento numérico que permita simular la trayectoria de fisuras por fatiga. Se describen los pasos del procedimiento para generar la trayectoria de la fisura en forma automatizada, para este propósito se desarrollan algoritmos e implementan macros en el lenguaje de programación de ANSYS Mechanical APDL. Para mejorar el procedimiento numérico con XFEM, se plantean soluciones prácticas para errores originados en el proceso de simulación, cuando la fisura tiende a propagar hacia el mismo elemento finito y cuando la fisura pasa por un nodo de la malla.

### 4.1 Introducción

El estudio de la propagación de fisuras sometidas a cargas cíclicas, se realiza mediante un análisis cuasi estático del modelo numérico en un instante de crecimiento (Patricio y Mattheij, 2007). Según la norma ASTM E1823 (2013) la fatiga es un proceso de cambio estructural permanente, localizado y progresivo, en un punto sometido a tensiones y deformaciones fluctuantes, y puede culminar en la fractura completa del componente. En la LEFM el estudio de la fatiga en elementos fisurados es controlado por los factores de intensidad de tensiones. Freund (1998) estudió los aspectos relacionados con la Mecánica de Fractura dinámica, quien estableció que los factores de intensidad de tensiones dinámico dependen de: la tensión a la cual está sometido el cuerpo fisurado  $\sigma$ , el tamaño de la fisura  $a$  y la velocidad de propagación de la fisura  $c$ ,  $K_{Din} = K(\sigma, a, c)$ . Para una fisura estacionaria el factor de intensidad de tensiones estático no dependerá de la velocidad de propagación de la fisura  $K_{Est} = K(\sigma, a, 0)$ .

En un instante del tiempo la fisura se encuentra sin propagar ( $c = 0$ ), las condiciones son estacionarias y los factores de intensidad de tensiones estáticos dependen sólo de  $\sigma$  y  $a$  (Van Vroonhoven, 1996). Después de determinados ciclos de carga la fisura incrementa su tamaño (propaga) una longitud pequeña. Después del pequeño tramo de propagación, la fisura se encuentra otra vez sometida a condiciones estáticas de carga, esta condición es progresiva y continua con  $a$  variable.

En el presente capítulo se requiere obtener la trayectoria de la fisura por fatiga. La trayectoria de la fisura inicia desde un primer elemento fisurado donde se evalúa  $K_I$ ,  $K_{II}$  y  $\theta$ . Este proceso se realiza de forma iterativa cada vez que la fisura propaga un tramo pequeño, y se repite hasta generar toda la trayectoria de la fisura. Para este propósito se debe implementar un procedimiento que realice el análisis estático del componente de forma sistematizada.

## **4.2 Procedimiento para simular la trayectoria de propagación de la fisura**

A continuación, se describe el procedimiento para la simulación de la trayectoria de fisuras por fatiga. Este procedimiento fue implementado mediante un algoritmo que, mediante iteraciones sucesivas, desarrolla de forma automatizada el análisis estático del modelo numérico cada vez que la fisura atraviesa un elemento de la malla, hasta generar toda la trayectoria de la fisura. Considerando el incremento  $\Delta a$  de la fisura al atravesar un elemento de la malla, se realiza un nuevo análisis de los factores de intensidad de tensiones y dirección de propagación. Se debe considerar que  $\Delta a$  en XFEM varía y se determina cada vez que la fisura atraviesa un elemento de la malla, dependerá de  $\theta$  y de la zona por donde la fisura atraviesa al elemento.

El algoritmo desarrollado consta de las siguientes partes principales: configuración del modelo inicial, solución del modelo, generación de la fisura en cada elemento atravesado, finalmente, como datos de salida se tienen los resultados de la simulación (ver Fig. 4.1).  $n$  es un contador que indica el número de elementos atravesados por la fisura. La variable "*endcrack*" se utiliza para realizar el proceso de iteración, mientras *endcrack* = 1.

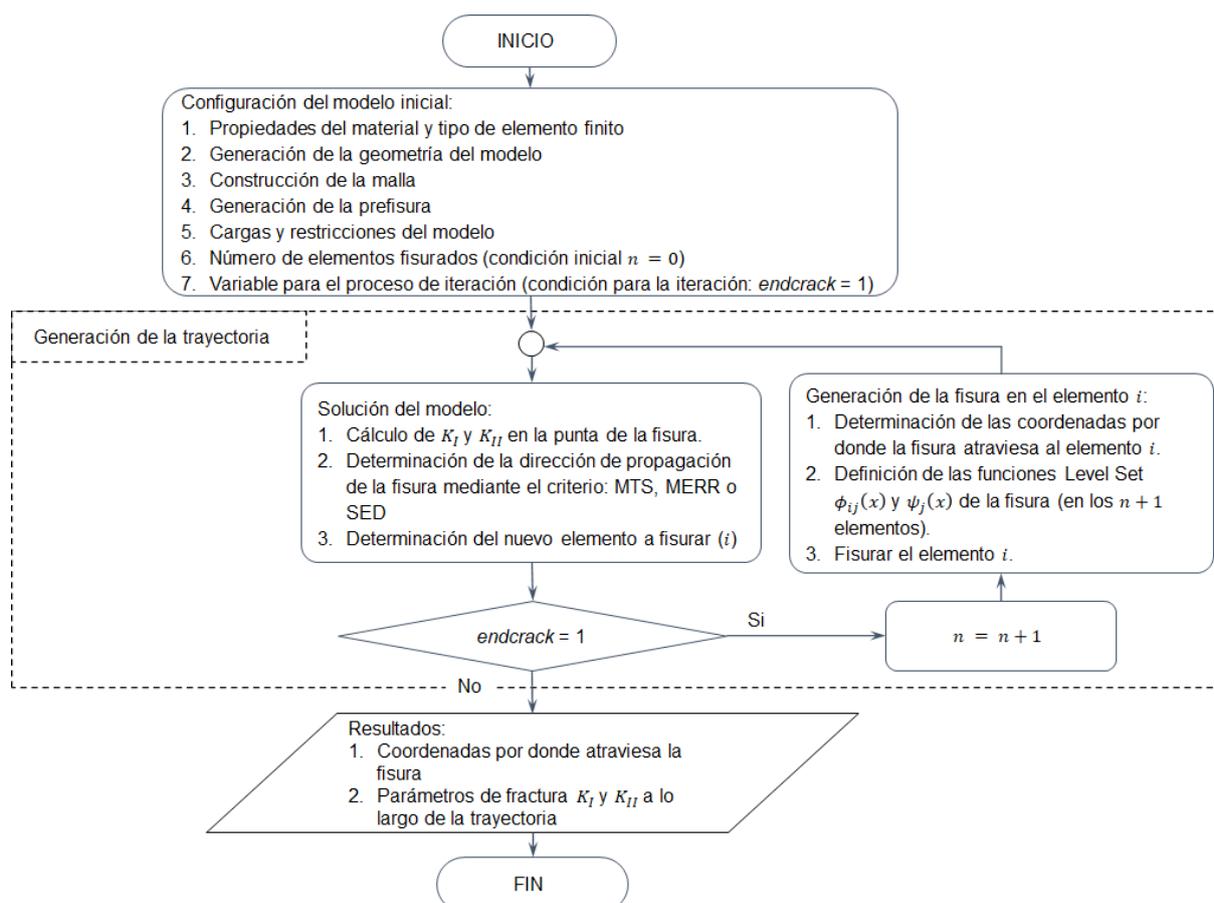


Fig. 4.1: Diagrama de flujo del programa para la obtención de la trayectoria

## 4.3 Configuración del modelo inicial

### 4.3.1 Configuración global del modelo numérico

#### *Configuración de las propiedades del material, elemento finito y discretización*

La configuración global requiere especificar los siguientes parámetros: El sistema de unidades utilizado como, el sistema de medición angular en grados sexagesimales configurado a través del comando “DEG”, el sistema de unidades métrico “MPa”. Asimismo, las propiedades del material como, el módulo de elasticidad “E”, el Coeficiente de Poisson “Mu” y densidad “dens”. En cuanto a la configuración requerida para el modelo numérico se especificó el tipo de elemento finito “PLANE182”, tipo de análisis del modelo (tensión plana, deformación plana o tensión plana con espesor), espesor del modelo “espesor”.

Existen técnicas y herramientas que permiten obtener mallas adecuadas para un conveniente proceso de simulación, la calidad de los elementos de la malla influye en los resultados

obtenidos del modelo numérico. En este Acápite no se abordará el uso de las herramientas ni técnicas para la generación de la malla. La generación de la malla se puede realizar en cualquier software de elementos finitos, y escribir en archivos de datos los “NODOS” y “ELEMENTOS” del modelo, para su exportación. En el procedimiento implementado, la malla se genera con la lectura de archivos de datos denominados “NODOS” y “ELEMENTOS” donde se especifican las coordenadas de los nodos y los elementos asociados a los nodos. De esta forma se importa la malla usando los comandos “NREAD” y “ERead”.

#### 4.3.2 Generación de la prefisura mediante puntos de referencia

En general, los componentes objeto de análisis contienen una prefisura que tiene una forma y dimensión establecida. Para generar la prefisura se implementó un procedimiento para su construcción a través de puntos de referencia. En la Fig. 4.2 se muestra la generación de la prefisura a través del procedimiento establecido. Los puntos de referencia definidos para la generación de la prefisura son  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ . Los puntos  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , son obtenidos con referencia de la trayectoria de la prefisura real mostrada con línea negra continua (ver Fig. 4.2). En XFEM la fisura es generada por rectas que atraviesan los elementos de la malla, por consiguiente,  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , no necesariamente coincidirán con un lado del elemento. Por esta razón, la recta que atraviesa al elemento de la malla se extenderá hasta interceptar al borde del elemento y generar los puntos ( $Q'_2, Q'_3, \dots, Q'_n$ ) como se muestra en la Fig. 4.2.

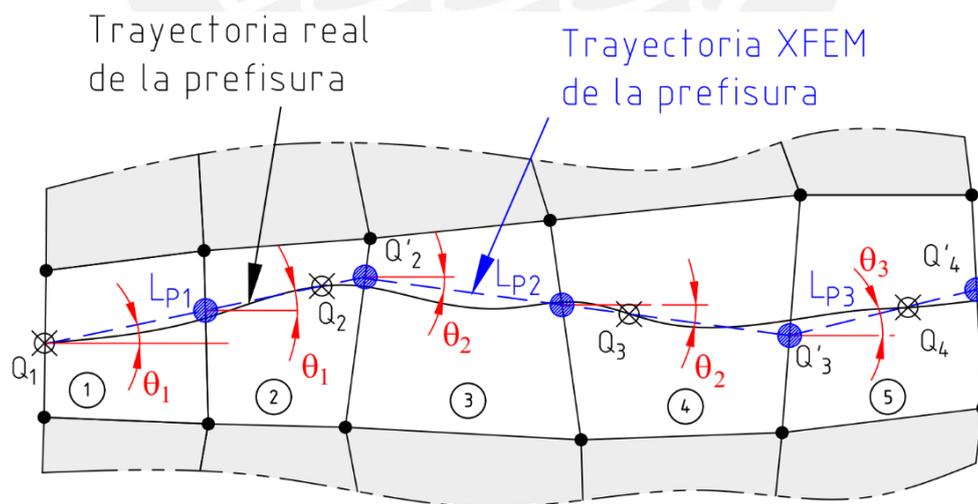


Fig. 4.2: Generación de la prefisura a través de puntos de referencia

En el ejemplo ilustrado de la Fig. 4.2 las coordenadas de los puntos  $Q_1$  y  $Q_2$  se utilizan para determinar el primer tramo con pendiente  $\theta_1$  de la recta  $L_{p1}$ . Debido a que el punto  $Q_2$  no coincide con el borde del elemento, se extiende la recta  $L_{p1}$  hasta el lado del elemento

intersecando al borde en el punto  $Q'_2$ , esta recta  $L_{P1}$  atraviesa 2 elementos. El siguiente tramo de la prefisura será la recta  $L_{P2}$  cuya pendiente  $\theta_2$  será determinado por los puntos  $Q'_2$  y  $Q_3$ . La recta  $L_{P2}$  también atraviesa 2 elementos de la malla hasta llegar a  $Q'_3$  (ver Fig. 4.2). En general, dependiendo de la malla y los puntos  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , la prefisura formada por las rectas  $L_{P1}, L_{P2}, \dots, L_{Pn}$ , podría atravesar más de un elemento con la misma pendiente (ver Fig. 4.3).

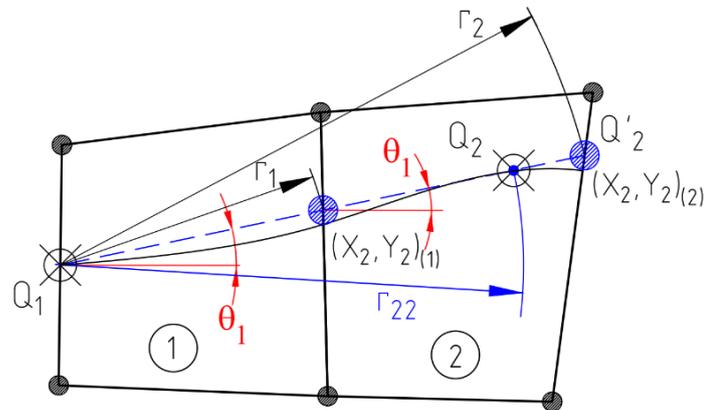


Fig. 4.3: Prefisura que atraviesa elementos con la misma pendiente

La Fig. 4.3 muestra el detalle del primer y segundo elemento de la Fig. 4.2, el primer tramo se genera con las coordenadas de los puntos  $Q_1$  y  $Q_2$  de longitud  $r_{22}$ , la pendiente para el primer tramo es denominada  $\theta_1$ . Seguidamente, se compara la distancia  $r_1$  con  $r_{22}$ , si  $r_1$  es menor se genera la prefisura en el siguiente elemento con la misma pendiente  $\theta_1$ . Si la distancia  $r_2$  del elemento siguiente es menor que  $r_{22}$  se continua con la generación de la fisura, hasta que la distancia  $r_i \geq r_{22}$ . Para el ejemplo ilustrado en la Fig. 4.3, el primer tramo de la prefisura cortará dos elementos de la malla con la misma pendiente  $\theta_1$ . La generación de la prefisura a través de los elementos de la malla, se realiza hasta que la fisura tenga la dimensión y forma establecida por los puntos  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ .

#### Algoritmo de programación

El algoritmo para generar la prefisura a partir de los  $n$  puntos de referencia  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ , está representado en la Fig. 4.4. Se realiza un proceso de iteración para determinar las coordenadas  $(x_j, y_j)$  de todos los elementos atravesados por la prefisura.  $n - 1$ , es el número de tramos con los que se genera la prefisura.  $k$  es una variable que determina el tramo en análisis de la prefisura.  $j$  es una variable que determina el número de elementos atravesados por la prefisura. Las coordenadas  $(x_j, y_j)$  se utilizan para la generación de la prefisura a través de las funciones Level Set.

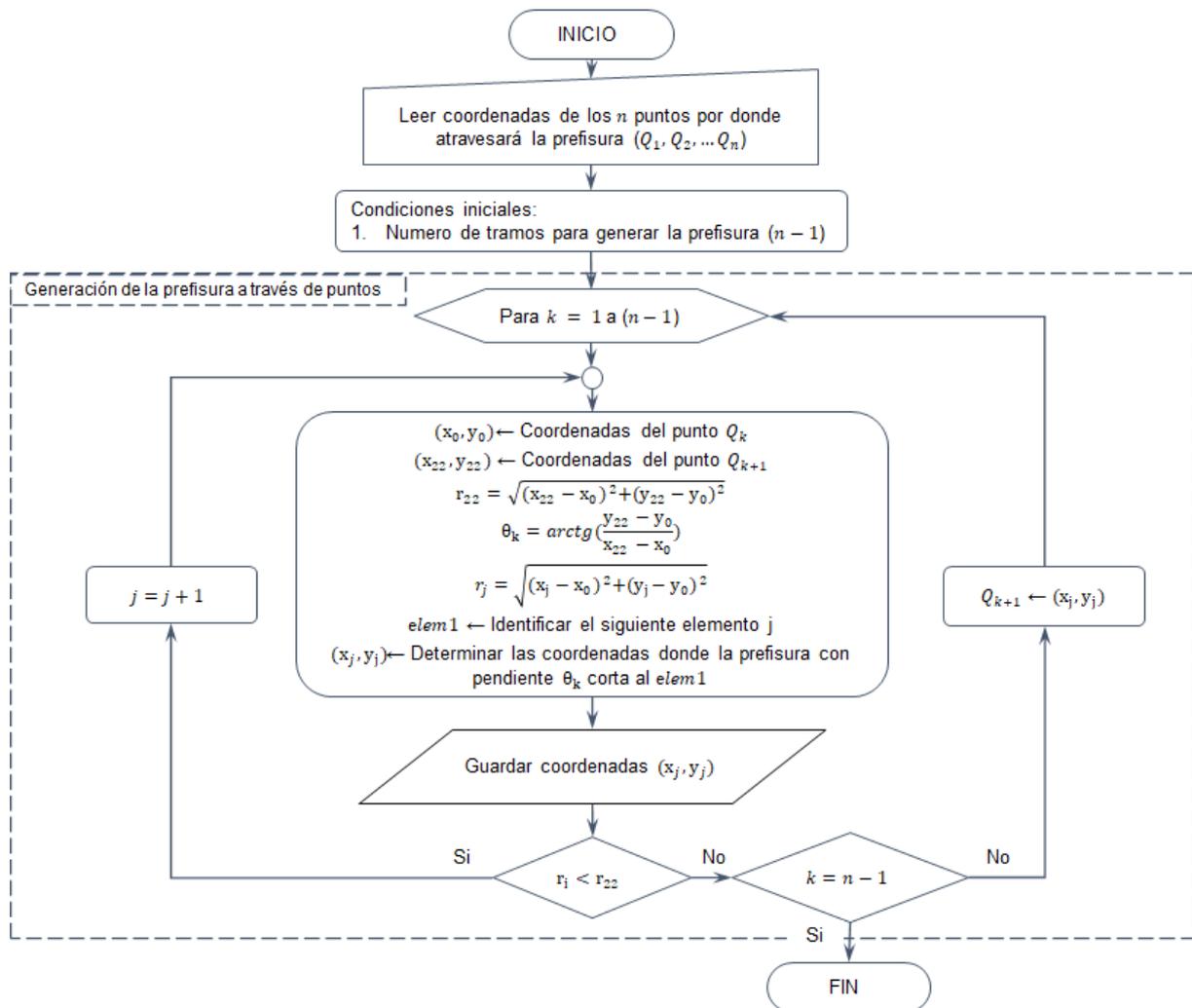


Fig. 4.4: Algoritmo para la generación de la prefisura a través de punto de referencia

#### 4.3.3 Identificación del primer elemento de la prefisura

En general, un componente mecánico puede tener una prefisura que inicia en una superficie o borde del componente, (ver Fig. 4.5). Por esta razón se requiere identificar los nodos del borde del modelo donde inicia la fisura, que se denominan “nizq” y “nder”. Luego, se identifican los elementos unidos a estos nodos, que para el ejemplo de la Fig. 4.5 son los elementos 1, 3 y 4. El elemento hacia donde la fisura propagará es el que contiene a los nodos nizq y nder, todos los demás elementos (3 y 4) sólo contendrán a uno de estos nodos. El elemento (1) unido a estos nodos, es el elemento buscado y será atravesado por la fisura, (ver Fig. 4.5).

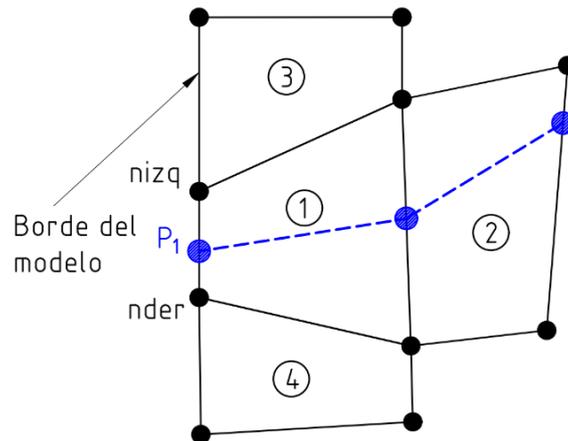


Fig. 4.5: Elementos asociados a  $nizq$  y  $nder$  en el borde del modelo

#### 4.3.4 Determinación de coordenadas por donde la prefisura atraviesa el elemento

En el algoritmo de la Fig. 4.4, se indica la determinación de las coordenadas  $(x_j, y_j)$ , por donde la prefisura con pendiente  $\theta_i$  corta al  $Elem1$ , este procedimiento será descrito en detalle en el acápite 4.5.1.

#### 4.3.5 Definición de las funciones Level Set en la prefisura

Con las coordenadas  $(x_j, y_j)$  por donde la prefisura corta los elementos de la malla, se define las funciones Level Set a través de los parámetros  $\phi_{ij}(x)$  y  $\psi_j(x)$ . Estos parámetros se determinan para todos los nodos asociados a los elementos diseccionados. El procedimiento para la generación de la prefisura será descrito en detalle en el acápite 4.5.2.

#### 4.3.6 Cargas y restricciones del modelo

Las condiciones de contorno del modelo dependen de cada caso en particular. En el procedimiento implementado se generó un macro, donde se definen: las cargas aplicadas, los tramos de crecimiento y las restricciones del modelo.

### 4.4 Solución del modelo

Después de configurar los parámetros del proceso de simulación, generar el modelo y definir la prefisura, se procede a la solución del modelo. Se determinan  $K_I$ ,  $K_{II}$ , y el ángulo de propagación de la fisura  $\theta$  utilizando los criterios descritos. Posteriormente, se determina la

próxima coordenada  $(x_2, y_2)$  del elemento que será cortado por la fisura, este procedimiento es iterativo elemento por elemento, hasta llegar a generar toda la trayectoria.

#### 4.4.1 Determinación de los factores de intensidad de tensiones

La determinación numérica de los factores de intensidad de tensiones es mediante el uso de la integral de interacción implementado en XFEM. Dada la importancia de los valores numéricos de  $K_I$  y  $K_{II}$  en el estudio de un componente fisurado, en el capítulo 3 se analizó la influencia de diversos factores que influyen en la determinación numérica de  $K_I$  y  $K_{II}$ . En el procedimiento desarrollado se utilizan todos los parámetros de simulación recomendados, producto del trabajo realizado en el capítulo 3.

#### 4.4.2 Determinación de la dirección de propagación mediante métodos numéricos

La complejidad de las ecuaciones de los criterios utilizados: MTS, MERR y SED, hace complicado despejar el valor del ángulo  $\theta$  de dichas ecuaciones. La técnica más apropiada para determinar  $\theta$  es a través de métodos numéricos. Los métodos numéricos son más precisos y demandan menor tiempo en obtener el valor de  $\theta$ . Uno de los métodos más utilizados es el método de la bisección, que conduce a una ecuación no lineal, que conlleva a determinar la dirección de propagación en forma más precisa. El propósito de este método es determinar la raíz de cualquier tipo de ecuación que se encuentre dentro de un intervalo, pero esta función debe ser continua en dicho intervalo. El método se basa en tomar un intervalo  $[a', c']$  que contenga a la raíz, se debe cumplir que  $f(a') \cdot f(c') \leq 0$ . Cumplida esta condición, se procede a dividir el intervalo en dos mitades  $b' = (a' + c')/2$ . De los dos nuevos intervalos, el que cumplan que el producto de sus extremos sea negativo, será el intervalo donde se encuentre la raíz. Este proceso es iterativo hasta que la mitad del intervalo este dentro de una tolerancia dada por  $\varepsilon_r$ .

##### *Algoritmo de programación*

En la Fig. 4.6 se muestra el algoritmo para determinar la raíz de la ecuación a través del método de bisección para los criterios MTS, MERR y SED. Se debe elegir uno de los tres criterios para definir la dirección de propagación, siendo necesario conocer los factores de intensidad de tensiones numérico  $K_I$  y  $K_{II}$ .

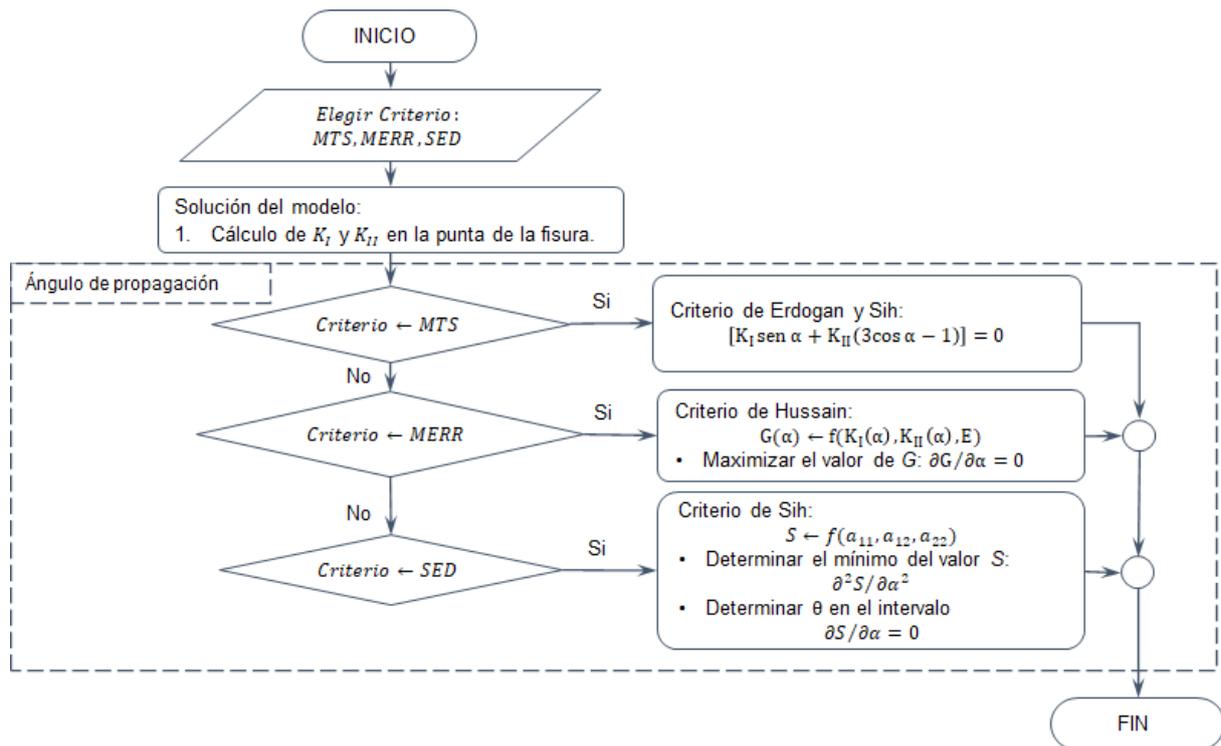


Fig. 4.6: Algoritmo para determinar la dirección de propagación de la fisura

Las relaciones para determinar la dirección de propagación son ecuaciones de orden superior, y cada una está sujeta a diferentes criterios para determinar  $\theta$ . Para aplicar el método de la bisección, es necesario resolver estas ecuaciones, sus derivadas y segundas derivadas. En el capítulo 1, se dedujeron las ecuaciones que conllevan a determinar  $\theta$  en base al criterio que define el ángulo de propagación de la fisura.

#### 4.4.3 Determinación del siguiente elemento a fisurar

Cuando la punta de la fisura se encuentra dentro del modelo analizado, los nodos *nizq* y *nder* del elemento fisurado podrían estar asociados a 6 elementos o más, (ver Fig. 4.7). En general, el elemento hacia donde la fisura podría propagar contendrá a los dos nodos *nizq* y *nder*, que para el ejemplo son los elementos 1 y 4. Pero, se descarta al elemento por donde la fisura ya propagó que es el elemento 4 “*elefis*”, por consiguiente, el elemento 1 será el nuevo elemento por donde propagará la fisura.

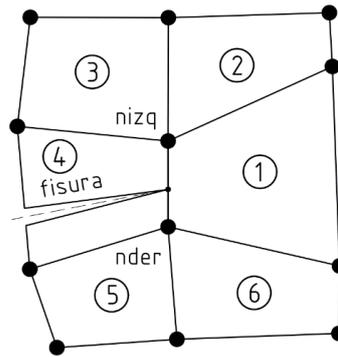


Fig. 4.7: Elementos asociados a *nizq* y *nder* dentro del modelo

### Algoritmo de programación

El algoritmo de la Fig. 4.8 describe el procedimiento para identificar al elemento 1 “*elem1*” por donde la fisura propagará, asociado a los dos nodos “*nizq*” y “*nder*”. Primero se determina el número de elementos “*nm*” unidos a los nodos “*nizq*” y “*nder*”. Conocidos los “*nm*” elementos, se compara cada nodo de estos elementos con los nodos “*nizq*” y “*nder*”, omitiendo a “*elefis*”. La variable “*search*” se utiliza para realizar el proceso de iteración, mientras *search* = 1.

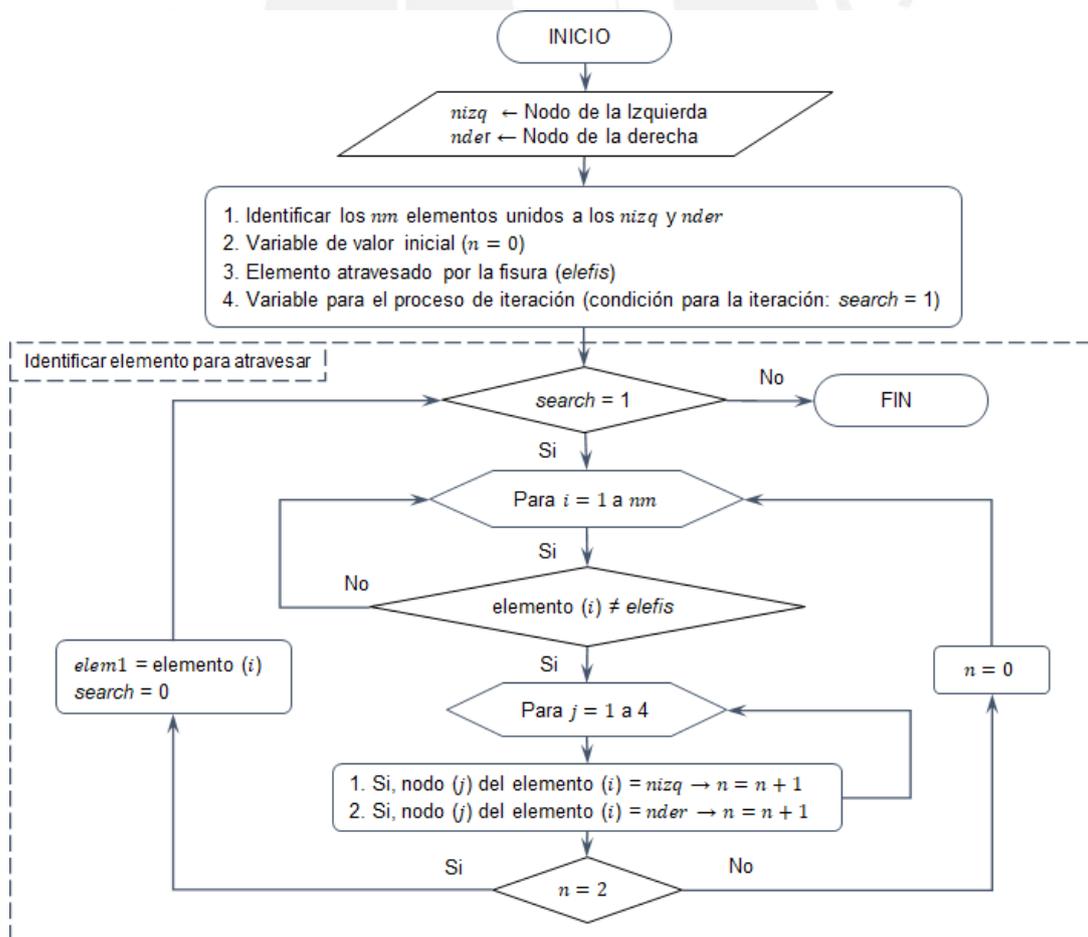


Fig. 4.8: Algoritmo para identificar al elemento por donde propagará la fisura

Cuando se identifica a uno de los dos nodos “nizq” o “nder”, el contador “n” suma un dígito ( $n = n + 1$ ). El elemento cuyo contador tenga valor  $n = 2$  es el elemento buscado, que para el ejemplo ilustrado en la Fig. 4.7 es el elemento 1.  $j$  es un contador que define el número de nodo en el elemento analizado.  $i$  es un contador que define el elemento unido a los nodos “nizq” o “nder”.

## 4.5 Generación de la fisura en el elemento

### 4.5.1 Determinación de coordenadas por donde la fisura atraviesa al elemento

Para determinar la coordenada  $(x_2, y_2)$  se genera un sistema de coordenada local  $(X_L, Y_L)$  en la punta de la fisura, con eje de las abscisas paralelo a los flancos de la fisura en el elemento anterior. La fisura en el *elem1* está representada por una recta  $L$  (recta de propagación) y los bordes del elemento están representadas por las rectas  $L_1, L_2$  y  $L_3$  (ver Fig. 4.9). Se conoce la coordenada  $(x_1, y_1)$ , *nizq*, *nder*, *elem1*, y el ángulo de propagación de la fisura  $\theta$ . Primero, se identifican los nodos del *elem1* en sus respectivas posiciones (*nizq*, *nder*, *npizq* y *npder*). ANSYS Mechanical APDL enumera los nodos en sentido antihorario, por ello, si se conoce los nodos *nizq* y *nder*, se puede identificar los nodos *npder* y *npizq*. Las coordenadas de los nodos permiten definir las rectas  $L_1, L_2$  y  $L_3$ . La recta de propagación forma el ángulo  $\theta$  con la recta que define la fisura en el elemento anterior (ver Fig. 4.9).

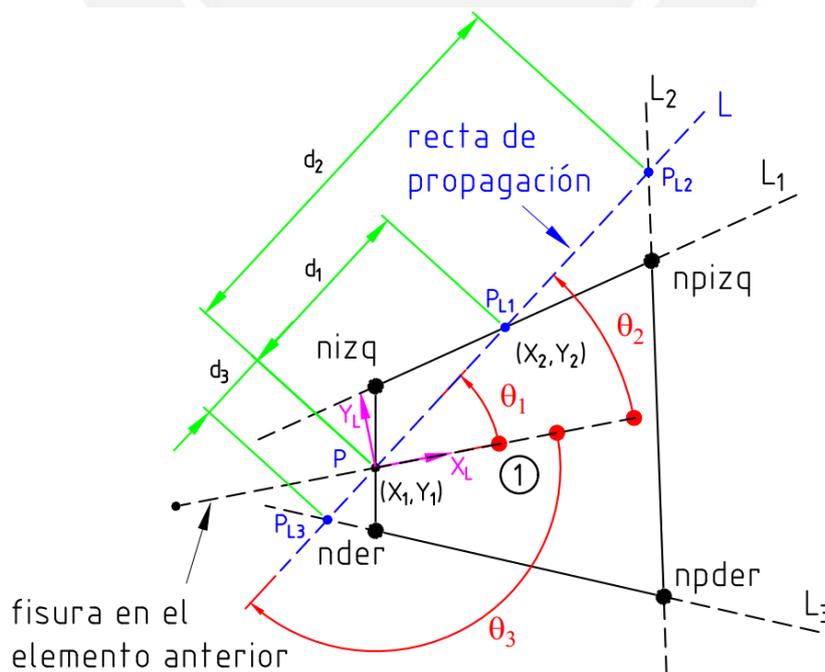


Fig. 4.9: Criterio para determinar las coordenadas de propagación  $x_2y_2$

La recta  $L$  puede intersectar en 3 puntos  $P_{L1}$ ,  $P_{L2}$  y  $P_{L3}$ , a las rectas  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$ , en consecuencia, se debe determinar cuál de los tres puntos será hacia donde la fisura propagará. Es necesario identificar los ángulos formados  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , entre la dirección de la fisura en el elemento anterior y la recta de propagación, que ubican los puntos  $P_{L1}$ ,  $P_{L2}$  y  $P_{L3}$  (ver Fig. 4.9). Para determinar el punto donde la fisura cortará el elemento se siguen dos criterios. El primer criterio es determinar si los ángulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , están en el rango posible para la propagación de la fisura según los criterios analizados en el capítulo 1,  $\theta_{m\acute{a}x} \leq \theta \leq \theta_{m\acute{i}n}$  (ver Fig. 4.10).

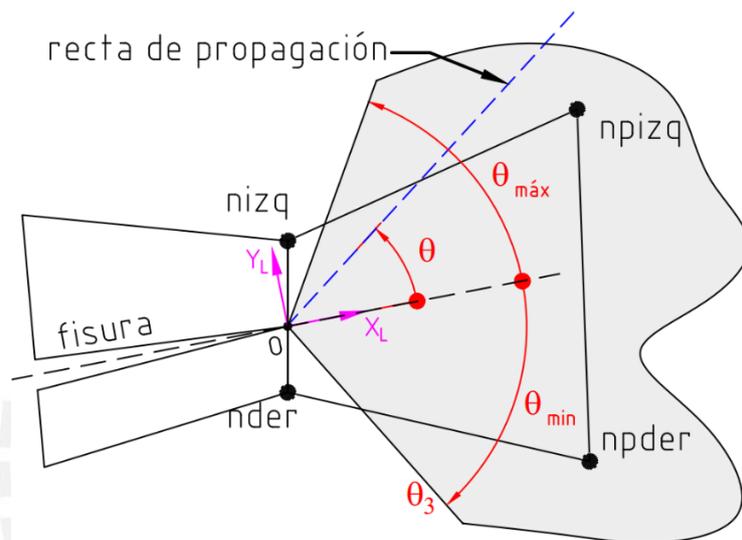


Fig. 4.10: Rango angular para la propagación de una fisura

El segundo criterio para los puntos que cumplen el criterio 1, es determinar cuál es la mínima distancia ( $d_1$ ,  $d_2$  o  $d_3$ ) de la punta de fisura a los puntos de intersección  $P_{L1}$ ,  $P_{L2}$  o  $P_{L3}$  (ver Fig. 4.9). La condición que cumple con los dos criterios mencionados define el punto de intersección que tendrá coordenadas  $(x_2, y_2)$ .

#### 4.5.2 Definición de las funciones *Level Set* en todos los elementos fisurados

La generación de la fisura usando XFEM, involucra la definición de funciones especiales relacionadas al campo discontinuo entre las caras de la fisura, y el campo singular en la punta de la fisura. Estas funciones se introducen en elementos enriquecidos del modelo. Uno de los métodos para definir la fisura es mediante el LSM, a través de los parámetros  $\phi_{ij}$  y  $\psi_j(x)$ , mostrado en la Fig. 4.11.

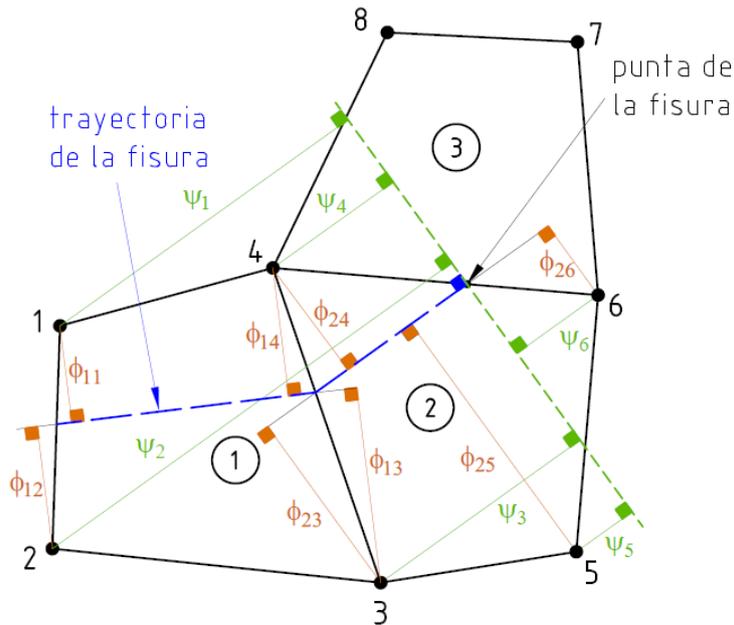


Fig. 4.11: Parámetros de las funciones *Level Set Method*

Para la representación de la fisura es necesario determinar los parámetros  $\phi_{ij}(x)$  y  $\psi_j(x)$ , de todos los nodos asociados a los elementos diseccionados. El parámetro  $\phi_{ij}(x)$  indica la distancia del nodo al flanco de la fisura y se define para todos los elementos diseccionados. El parámetro  $\psi_j(x)$  indica la distancia del nodo a una recta perpendicular al flanco de la fisura del último elemento diseccionado. En el ejemplo mostrado en la Fig. 4.11, se indican los parámetros mencionados para los nodos de los elementos diseccionados 1 y 2.

#### Algoritmo de programación

El algoritmo de la Fig. 4.12 describe el procedimiento para la generación la fisura elemento por elemento. Esta definición de parámetros se realiza en todos los nodos asociados a los elementos atravesados por la fisura, desde el elemento 1 hasta el elemento  $EFis$ . El algoritmo determina los  $\phi_{ij}(x)$  y  $\psi_j(x)$  para cada nodo de los elementos atravesados, utilizando las coordenadas por donde atraviesa la fisura  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}), \dots, (x_{EFis}, y_{EFis}), (x_{EFis+1}, y_{EFis+1})$ .

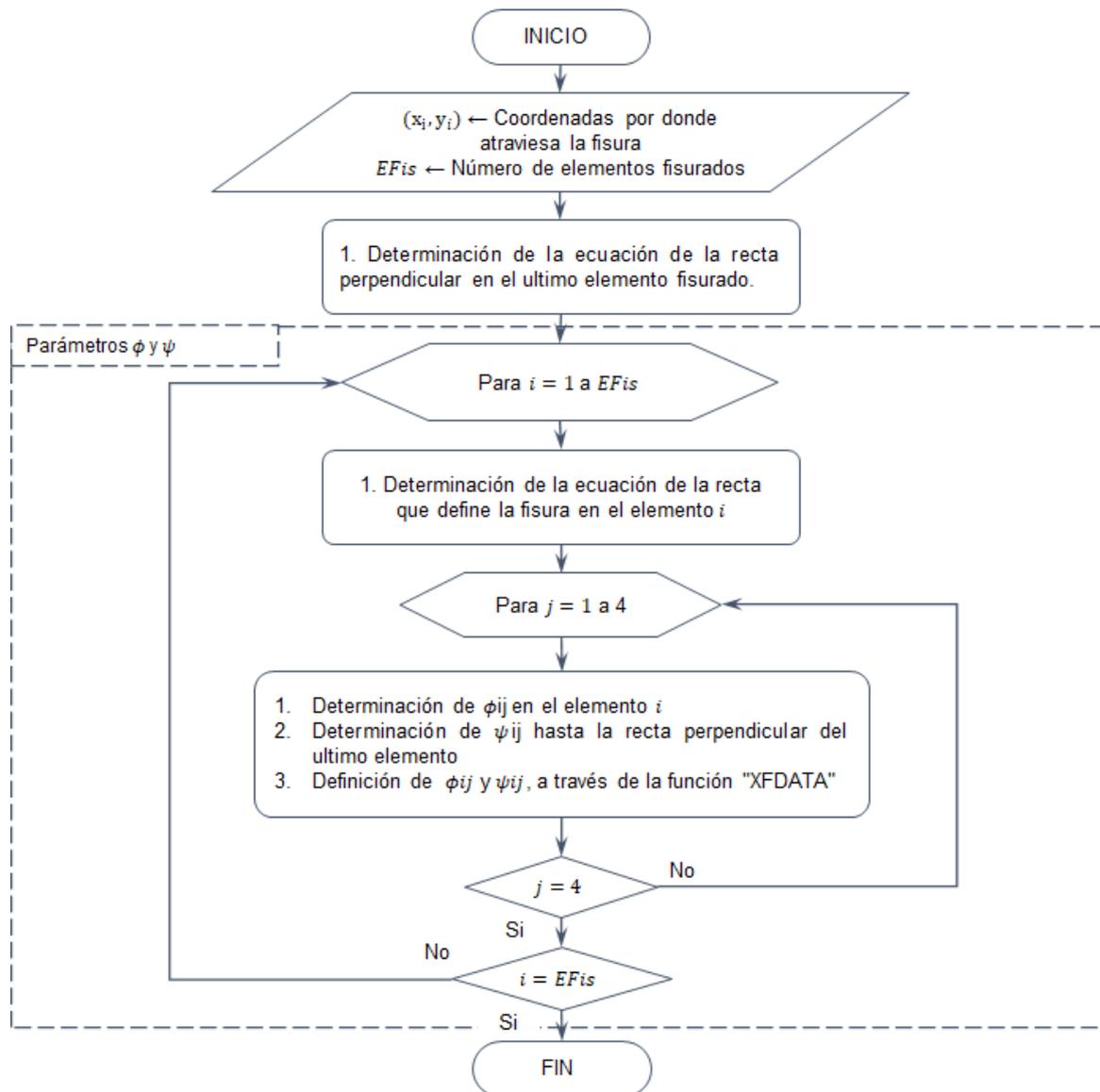


Fig. 4.12: Algoritmo para definir los parámetros  $\phi_{ij}$  y  $\psi_j(x)$

## 4.6 Resultados de la simulación numérica

Los resultados de la trayectoria obtenidos cada vez que la fisura atraviesa un elemento de la malla durante el proceso de simulación son: las coordenadas por donde atraviesa la fisura y los factores de intensidad de tensiones  $K_I$  y  $K_{II}$ . Los resultados de la trayectoria de la fisura y los factores de intensidad de tensiones, se escriben en archivos de texto denominados "COORDS\_XY" y "SIF\_K1K2".

## 4.7 Solución de problemas críticos presentados en el método XFEM utilizado

### 4.7.1 Propagación hacia un mismo elemento

El método LSM de XFEM sólo permite diseccionar a un elemento una única vez. Sin embargo, cuando se determina la dirección de propagación, podría ocurrir que la fisura tienda a propagar nuevamente por el mismo elemento, ocasionando error en la simulación. Esta situación suele presentarse cuando la dirección de la trayectoria de propagación es muy próxima a la dirección del lado del elemento que corta. Para superar esta dificultad se realizó una corrección al ángulo de propagación, que consiste en comprobar que  $\theta_c^- < \theta < \theta_c^+$ . Si no cumple porque  $\theta < \theta_c^-$ , entonces se corrige  $\theta = \theta_c^- + 0.001^\circ$ . Si no cumple porque  $\theta > \theta_c^+$ , entonces se corrige  $\theta = \theta_c^+ - 0.001^\circ$  (ver Fig. 4.13).

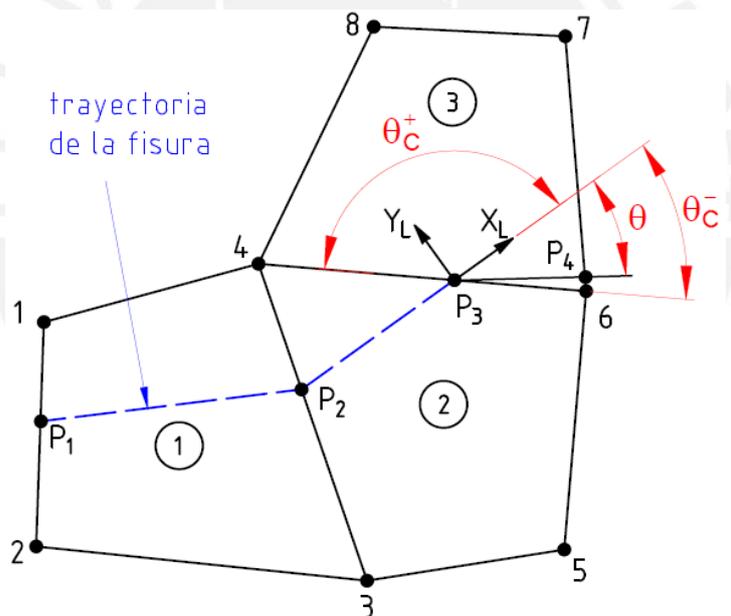


Fig. 4.13: Corrección de la dirección de propagación

### 4.7.2 Fisura pasa por un nodo

El cálculo de  $K_I$  y  $K_{II}$  con el método LSM de XFEM, produce error cuando la fisura pasa por un nodo. Por esta razón, se implementó un procedimiento para corregir la coordenada de intersección  $(x_2, y_2)$ . Considerando que, la distancia del punto de intersección al nodo más cercano es  $d_1$ , la tolerancia es  $T_0$  que para este caso se consideró 0.001, y el lado del elemento intersecado es  $d_t$ . Si  $d_1 < d_t \times T_0$ , la coordenada  $(x_2, y_2)$  deberá modificarse (alejarse del nodo) haciendo que  $d_1 = d_t \times T_0$ .

Después de determinar  $(x_2, y_2)$ , se comprueba que esta coordenada no pertenezca al mismo elemento ya cortado, si esto ocurre, se debe corregir dicho punto  $(x_2, y_2)$ , cómo se desarrolló en el acápite 4.7.1. Además, si el punto  $(x_2, y_2)$  pasa por un nodo del elemento, se debe corregir esta coordenada para evitar el error de cálculo de  $K_I$  y  $K_{II}$ , como se desarrolló en el acápite 4.7.2.

## 4.8 Macros del procedimiento implementado

### *Configuración de parámetros para el proceso de simulación*

Para ejecutar el procedimiento implementado de simulación de la trayectoria de la fisura por fatiga se debe configurar parámetros que definan el proceso de simulación numérica, estos son:

*Criterio*: Especifica el criterio para determinar la dirección de propagación de la fisura (1=MTS, 2=MERR, 3=SED).

*Equival*: Especifica el criterio para determinar el  $\Delta K_{eq}$  (1=Tanaka, 2=Xiangqiao).

*NPre*: Determina el número de tramos para genera la prefisura, los puntos de cada tramo se especifican en el archivo de datos "PUNTOS\_PREFISURA".

*EFis*: Variable que indica el número de elementos atravesados por la fisura, por defecto tiene valor "0" al inicio de la simulación.

*NLoad*: Define el número de tramos donde se aplican las cargas al modelo.

*NContours*: Define el número de contornos para el cálculo de  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ .

*SContours*: Define el número de primeros contornos no utilizados para el cálculo de  $K_I$  y  $K_{II}$ .

*R<sub>TIP</sub>*: Define el radio de circunferencia alrededor de la fisura donde se utilizan las funciones de singularidad.

*dA*: Indica la longitud de fisura del proceso de propagación, esta variable incrementa cada vez que la fisura atraviesa por cada elemento de la malla, tiene valor "0" al inicio de la simulación.

*N<sub>CT</sub>*: Número total de ciclos de crecimiento calculado, esta variable incrementa cada vez que la fisura crece un elemento, tiene valor "0" al inicio de la simulación.

### *Arreglos para almacenar datos*

El Procedimiento implementado requiere crear arreglos de almacenamiento de datos para el proceso de simulación, se utiliza el comando "\*DIM", siendo los siguientes arreglos:

PUNTOSPF: Almacena las coordenadas por donde atraviesa la fisura inicial.

ELEM\_FIS: Almacena los elementos atravesados por la fisura, estos datos se actualizan cada vez que la fisura atraviesa un elemento de la malla.

COORDS\_XY: Almacena las coordenadas por donde la fisura corta los elementos de la malla, estos datos se actualizan cada vez que la fisura atraviesa un elemento de la malla.

SIF\_K1K2: Almacena  $K_I$  y  $K_{II}$  obtenido cada vez que la fisura atraviesa un elemento de la malla.

LOAD\_DA: Almacena las cargas y el tramo correspondiente a cada carga aplica.

El procedimiento desarrollado se implementó en macros en el lenguaje de programación ANSYS Mechanical APDL, fue dividido en subprogramas controlados por un macro principal como se muestra en la Fig. 4.14. Los subprogramas tienen extensión “.mac” y son utilizados cuando se requiere realizar ciertas rutinas en el procedimiento general. El esquema de la Fig. 4.14 indica la estructura de los subprogramas desarrolladas para la obtención de la trayectoria de la fisura.

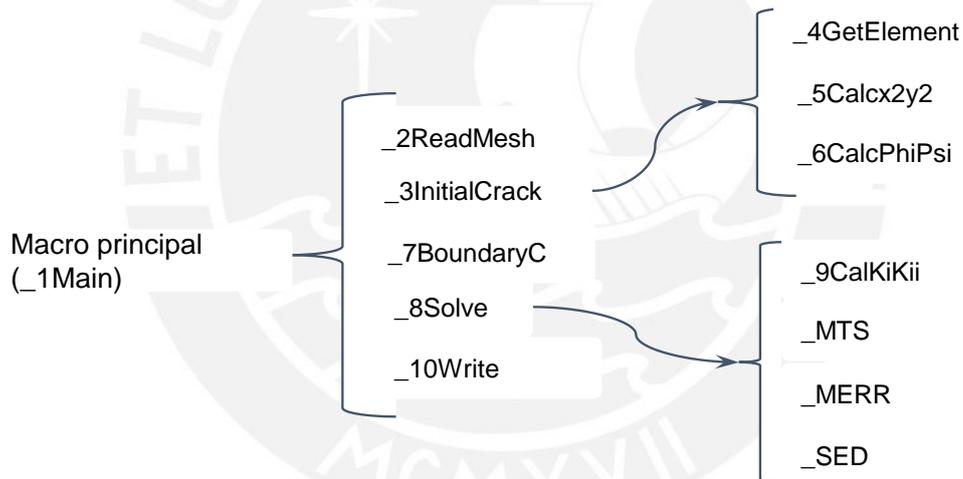


Fig. 4.14: Estructura de macros para la obtención de la trayectoria de la fisura

## 4.9 Conclusiones parciales

- a. Se implementó un procedimiento numérico flexible basado en XFEM, que permite utilizar diferentes modelos y criterios para determinar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II. Esto constituye una herramienta que permite realizar investigación con nuevos modelos de la Mecánica de Fractura.
- b. Se plantearon e implementaron propuestas de solución para problemas que se presentan en XFEM, cuando la fisura tiende a propagar dos veces por el mismo elemento y cuando la fisura pasa por un nodo de la malla, esto evita el error y truncamiento de la simulación de la trayectoria de la fisura.



## Capítulo 5. Determinación del número de ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga

El capítulo está dedicado al estudio de los ciclos de crecimiento de fisuras por fatiga. Se implementó un procedimiento para evaluar las condiciones y determinar los ciclos de crecimiento de la fisura por fatiga. El procedimiento tiene dos partes fundamentales: la verificación de las condiciones de crecimiento y la determinación de los ciclos asociado a la propagación de la fisura. Además, se desarrolló un procedimiento para la calibración del modelo de NASGRO. Se utilizaron datos experimentales y numéricos obtenidos con probetas TDCB, planteándose una metodología para obtener valores óptimos del modelo.

### 5.1 Introducción

En las últimas décadas se realizaron investigaciones relacionadas al crecimiento de fisuras por fatiga. Ferreño et al. (2006) analizaron el efecto de plastificación en la punta de la fisura en el crecimiento por fatiga, utilizaron una probeta CT sometida a modo mixto por inducción de un taladro desviador. Palma et al. (2010) realizaron simulación de crecimiento de fisuras en materiales degradados por efecto de la fragilización por hidrogeno, aplicaron conceptos de la mecánica del daño. Ayatollahi et al. (2015) realizaron un estudio experimental y numérico de la influencia del taladro desviador en la propagación de fisuras. Usaron la ecuación de NASGRO para el crecimiento, y el criterio de la máxima tensión tangencial para determinar  $\Delta K_{eq}$  para modo mixto I+II. Martins et al. (2016) realizaron evaluación experimental y numéricamente de crecimiento de fisuras por fatiga. Utilizaron dos tipos de aceros inoxidables austeníticos: el AISI 316L y un acero de alta resistencia al Cr-Mn. Martins et al. usaron

métodos ópticos en la evaluación de crecimiento en probetas delgadas CT, y el FEM para el cálculo de  $K_I$  y  $K_{III}$  en modo mixto I+III. Shariati et al. (2016) realizaron un análisis experimental y numérico de crecimiento de fisuras por fatiga en recipientes a presión de paredes gruesas. Evaluaron la trayectoria de propagación de fisuras semi elípticas y aplicaron la ley de Paris para el crecimiento. Zhang et al. (2016) usando el modelo de NASGRO analizaron el crecimiento de fisuras en dientes de engranajes sometido a modo mixto. Sharma et al. (2016) usaron XFEM para simular la vida por fatiga en una aleación de aluminio y alúmina bajo condiciones de modo mixto. Usaron el criterio MTS en la determinación de la dirección de propagación. Silva et al. (2017) realizaron un estudio experimental para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$  en un acero estructural. Usaron probetas CT con un taladro desviador para producir modo I+II y aplicaron la técnica de correlación digital de imágenes para la detección de la trayectoria producida por fatiga. Además, usaron la Ley de Paris y el criterio de Tanaka para evaluar el crecimiento. Tavares et al. (2017) aplicaron el enfoque de tolerancia al daño en el estudio del comportamiento de fisuras en estructuras de aeroplanos. Asimismo, evaluaron otros enfoques para estudiar el comportamiento de fisuras bajo cargas cíclicas.

En el presente capítulo se requiere determinar los ciclos de crecimiento de la fisura por fatiga. Para evaluar los ciclos de crecimiento se utiliza un modelo de crecimiento, calibrado con datos experimentales relacionados al material de estudio. Para este propósito se implementó un procedimiento para realizar el análisis de crecimiento de forma sistematizada.

## **5.2 Procedimiento para determinar el número de ciclos de crecimiento**

Para determinar el número de ciclos de crecimiento de la fisura por fatiga en un componente fisurado, se requiere evaluar las condiciones que producirían dicho crecimiento. Para este propósito se debe verificar si se cumplen las condiciones que producen el crecimiento de la fisura por fatiga, quiere decir que  $\Delta K_{TH} < \Delta K_{eq} < \Delta K_C$ , posteriormente determinar el número de ciclos relacionado al crecimiento.

El análisis de las condiciones de crecimiento en el proceso de simulación numérica, se realiza cada vez que la fisura atraviesa por cada elemento finito de la malla, para este fin, se implementó un algoritmo para evaluar las condiciones de crecimiento de la fisura (ver Fig. 5.1). En este algoritmo se requieren datos de entrada como: las propiedades fractomecánicas del material y los parámetros del modelo de crecimiento. Se utilizaron variables para indicar el número de elementos atravesados por la fisura “ $n$ ” y otra que controla el proceso iterativo

denominado “*endcrack*”. Para calcular el número de ciclos se requiere dar solución al modelo numérico y determinar:  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $\theta$ ,  $\Delta K_I$ ,  $\Delta K_{II}$  y  $\Delta K_{eq}$ . Se debe verificar si se cumplen las condiciones de crecimiento de la fisura por fatiga. Si se produce crecimiento se procederá al cálculo de los parámetros de crecimiento, al atravesar el elemento finito de la malla. Si no se cumplen las condiciones para el crecimiento de la fisura se finaliza el proceso de simulación y se indica cuál fue el resultado del análisis realizado en el componente. Finalmente, se muestra los resultados producto del proceso de simulación, realizado al componente fisurado (ver Fig. 5.1).

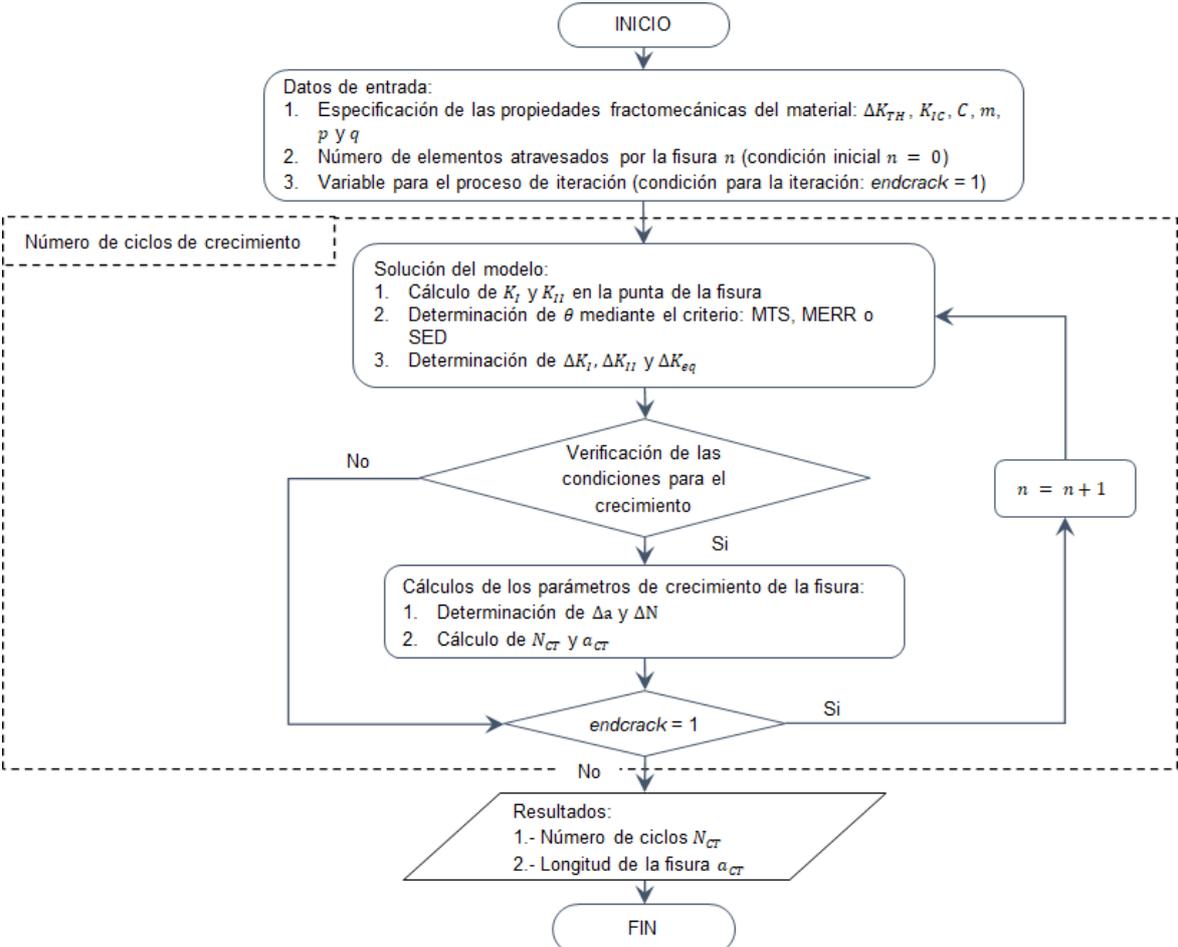


Fig. 5.1: Algoritmo para determinar el número de ciclos de crecimiento

5.2.1 Solución del modelo

Cálculo de  $K_I$  y  $K_{II}$

Para determinar los factores de intensidad de tensiones se consideran las recomendaciones realizadas en el capítulo 3 de la tesis, en relación a los parámetros numéricos empleados cuando se utiliza el XFEM.

### *Determinación de $\theta$*

Utilizando los criterios MTS, MERR o SED, se determina el ángulo de propagación de la fisura. Las ecuaciones de cada criterio fueron desarrolladas en el capítulo 1 del presente trabajo.

### *Cálculo de $\Delta K_I$ y $\Delta K_{II}$*

El rango del factor de intensidad de tensiones en modo I y II ( $\Delta K_I$ ,  $\Delta K_{II}$ ), se determinan de las relaciones siguientes:  $\Delta K_I = K_{I_{max}} - K_{I_{min}}$  y  $\Delta K_{II} = K_{II_{max}} - K_{II_{min}}$ , desarrolladas en el capítulo 1 del presente trabajo.

### *Cálculo de $\Delta K_{eq}$*

El rango de factor de intensidad de tensiones equivalente depende del criterio elegido para determinar tal valor. En el capítulo 1 se desarrollaron dos criterios para determinar este parámetro, el criterio de Tanaka mediante la ecuación (1.39) y el criterio de Xiangqiao mediante la ecuación (1.40).

## 5.2.2 Verificación de las condiciones para el crecimiento

El crecimiento de fisuras por fatiga se produce en tres etapas: iniciación (etapa I), crecimiento estable (etapa II) y crecimiento inestable (etapa III), el modelo de NASGRO evalúa el crecimiento en las tres etapas. El crecimiento de la fisura se dará si  $\Delta K_{TH} < \Delta K_{eq} < \Delta K_C$  y por ende el cálculo del número de ciclos de crecimiento. Valores de  $\Delta K_{eq}$  debajo del umbral de fatiga  $\Delta K_{TH}$  se considera que no se produce crecimiento de la fisura. Valores de  $\Delta K_{eq}$  cerca del rango del factor de intensidad de tensiones crítico  $\Delta K_C$  producirá que la fisura propague a velocidad muy elevada hasta la rotura del componente.

### *Algoritmo de programación*

El algoritmo implementado evalúa las condiciones que finalizan el proceso de simulación numérica y las condiciones de crecimiento. Se utiliza la variable “ $n$ ” para indicar el número de elementos atravesados por la fisura y la variable “*endcrack*” para controlar el proceso iterativo, este proceso se realiza mientras *endcrack* = 1. En todas las condiciones en que no se produce crecimiento, la variable *endcrack* = 0. Cuando  $\Delta K_{eq} \leq \Delta K_{TH}$ , se mostrará un mensaje “No se

produce crecimiento de la fisura”. Se puede producir la condición de  $\Delta K_C \leq \Delta K_{eq}$  para dos casos: el primero es cuando la condición de carga inicial iguale o supere el valor de  $\Delta K_C$  produciendo rotura súbita, para este caso se mostrará un mensaje “Se produce rotura súbita sin crecimiento de la fisura por fatiga”. El segundo caso es cuando después de producirse crecimiento de la fisura, el estado de carga produzca un  $\Delta K_{eq}$  que iguale o supere el valor de  $\Delta K_C$ , en este caso se mostrará un mensaje “Se produce rotura súbita después de  $N_{CT}$  ciclos de crecimiento”. Cuando la fisura llega a un agujero, cavidad, etc., donde se alivian las tensiones y no exista un elemento finito al frente de la fisura, se mostrará un mensaje “la fisura llegó hasta un borde interno (taladro desviador)”. Cuando la fisura llegue a diseccionar al elemento en dos partes y el desplazamiento nodal máximo en el modelo sea mayor a un valor de desplazamiento limite definido,  $U_{m\acute{a}x} > U_{lim}$ , se mostrará un mensaje “La fisura llegó hasta un borde externo (diseccionó el componente)”. Cuando la fisura llegue al borde de la zona enriquecida en el modelo, se mostrará un mensaje “La fisura llegó hasta un borde de la zona enriquecida”. Al finalizar la verificación de las condiciones de crecimiento se calcula los parámetros de crecimiento y se muestra los resultados de la simulación (ver Fig. 5.2).

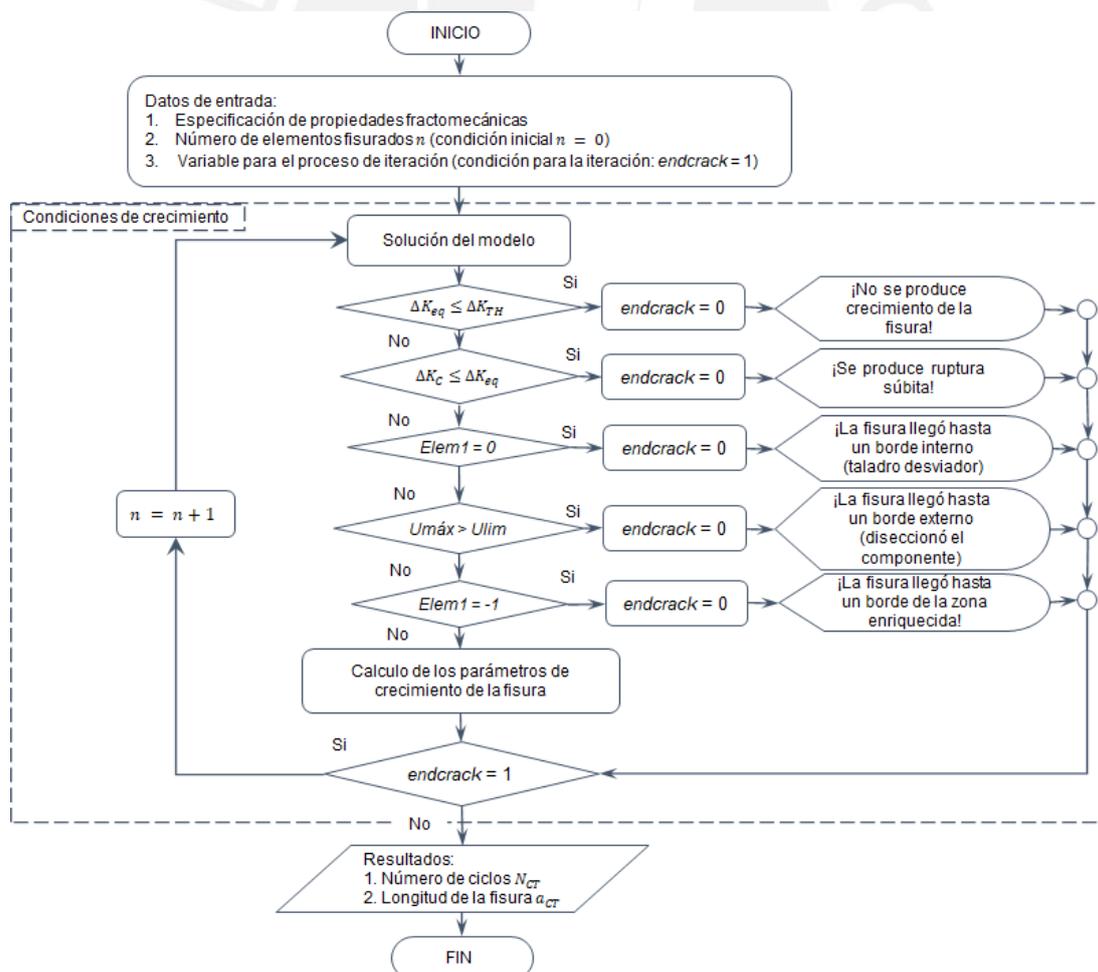


Fig. 5.2: Algoritmo para la verificación de las condiciones de crecimiento

### 5.2.3 Cálculo de los parámetros de crecimiento de la fisura

Los parámetros de crecimiento se calculan después de la verificación de las condiciones de crecimiento. Se requiere tener como datos de entrada las propiedades fractomecánicas del material y los parámetros del modelo de crecimiento.

#### Algoritmo de programación

El algoritmo implementado calcula los parámetros de crecimiento cuando la fisura atraviesa un elemento de la malla. Se utiliza la variable “ $n$ ” para indicar el número de elementos atravesados por la fisura y la variable “ $endcrack$ ” para controlar el proceso iterativo. Para calcular los parámetros de crecimiento se requiere dar solución al modelo numérico, y verificar que se cumplan las condiciones para el crecimiento (ver Fig. 5.3).

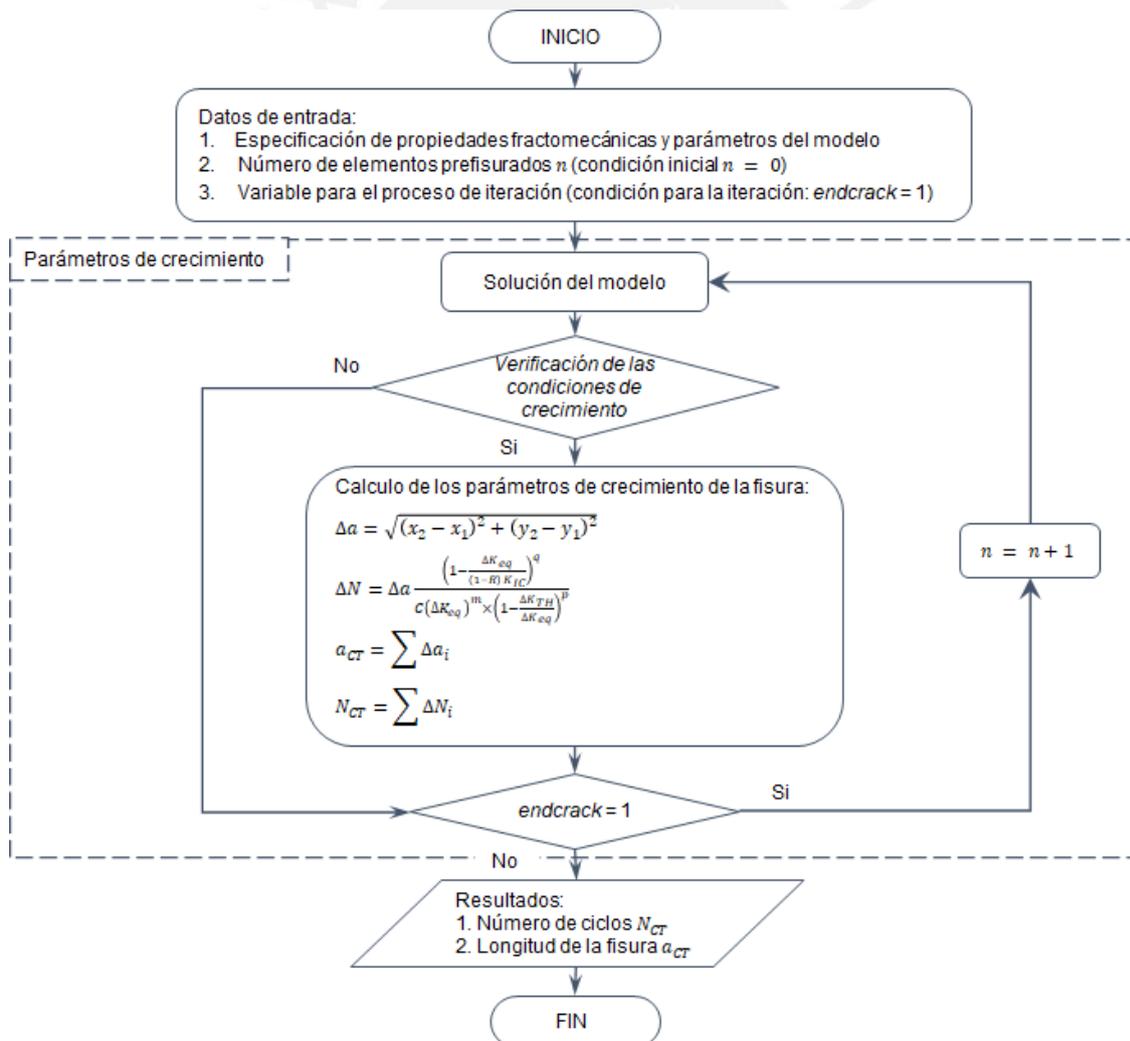


Fig. 5.3: Algoritmo para el cálculo de los ciclos de crecimiento

### Determinación de $\Delta a$ y $\Delta N$

Después de verificar que se cumplan las condiciones de crecimiento se determinará el incremento de la fisura  $\Delta a$  y el número de ciclos relacionado a dicho incremento  $\Delta N$ .  $\Delta a$  se determina de las coordenadas  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$  del elemento atravesado por la fisura.  $\Delta N$  se determina del modelo de crecimiento dado por la ecuación de NASGRO (ver Fig. 5.3).

### Cálculo de $a_{CT}$ y $N_{CT}$

La longitud total de la fisura  $a_{CT}$  y el número total de ciclos  $N_{CT}$  debido al crecimiento, es la suma de los valores de  $\Delta a$  de los elementos atravesados por la fisura y  $\Delta N$  de los ciclos acumulados en el proceso de crecimiento (ver Fig. 5.3).

### 5.2.4 Resultados

Los resultados del proceso de simulación numérica se muestran en una ventana que indica el porqué de la finalización del proceso, y muestra el número total de ciclos de crecimiento  $N_{CT}$  y la longitud total de crecimiento de la fisura por fatiga  $a_{CT}$  (ver Fig. 5.3).

## 5.3 Calibración de la ecuación de NASGRO

Las propiedades fractomecánicas requeridas del material son:  $\Delta K_{TH} = 158 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  calculado de las relaciones de Rolfe y Barsom (1977).  $K_{IC} = 3194 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$  obtenido mediante ensayos experimentales al material utilizado, descrito en el capítulo 2. En el capítulo 1 se revisaron reportes experimentales encontrados en la literatura para aceros de alta resistencia. En resumen, Barsom et al. (1971) determinaron los parámetros  $C$  y  $m$  para aceros de alta resistencia, estos se encuentran en los rangos:  $2.34 \times 10^{-11} \leq C \leq 5.72 \times 10^{-11}$  y  $2.13 \leq m \leq 2.54$ ,  $da/dN$  (mm/ciclo) y  $\Delta K$  ( $\text{MPa}\sqrt{\text{mm}}$ ). Forman et al. (1991) indicaron que las constantes empíricas  $p$  y  $q$  de la ecuación de NASGRO están entre los rangos:  $0 \leq p \leq 1$  y  $0 \leq q \leq 1$ . Skorupa et al. (2007) y Moreno et al. (2015) encontraron que  $p$  y  $q$  se determinan por prueba y error, ajustándose a la curva de crecimiento ( $da/dN$  vs  $\Delta K$ ) en las regiones extremas. Moreno et al. (2015) determinaron para el aluminio 2024-T351  $p = q = 0.5$ .

Los datos hallados en la literatura y las propiedades fractomecánicas obtenidas mediante ensayos experimentales descritos en el párrafo anterior, sirven de referencia para realizar el procedimiento de calibración del modelo de crecimiento y determinar los parámetros  $C$ ,  $m$ ,  $p$

y  $q$  óptimos del material utilizado. Para este propósito se utilizan datos experimentales y numéricos del elemento analizado (probetas TDCB), los datos numéricos son obtenidos utilizando el procedimiento descrito en el capítulo 4.

### 5.3.1 Datos numéricos necesarios para la calibración del modelo

Para la calibración del modelo de crecimiento de NASGRO y la determinación de los parámetros del material  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ , se requieren datos experimentales del número de ciclos de crecimiento para el material utilizado. Además, se utilizan los valores numéricos  $K_I$ ,  $K_{II}$ , y los datos de la trayectoria de la fisura. El objetivo es determinar los valores de  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  que produzcan menor error en la evaluación de los ciclos de crecimiento de la fisura.

#### *Resultados numéricos necesarios para la implementación del procedimiento*

La Tabla 5.1 muestra los resultados numéricos obtenidos de cada elemento fisurado, los valores de  $K_{I(NUM)}$  y  $K_{II(NUM)}$  son los valores numéricos correspondiente al valor máximo de la carga. Los valores de  $\Delta K_I$  y  $\Delta K_{II}$  son determinados de la ecuación (5.1).

$$\Delta K_{I,II} = (1 - R) \cdot K_{I,II(NUM)} \quad (5.1)$$

Tabla 5.1: Resultados numéricos de los elementos fisurados

Elemento fisurado	Coordenada al inicio del elemento fisurado (mm)		Factor de intensidad de tensiones (MPa $\sqrt{\text{mm}}$ )		Angulo de propagación de la fisura	Coordenada al final del elemento fisurado (mm)		Incremento de la fisura (mm)	Rango del factor de intensidad de tensiones MPa $\sqrt{\text{mm}}$	
1	$x_1$	$y_1$	$K_{I(NUM)_1}$	$K_{II(NUM)_1}$	$\theta_1$	$x_2$	$y_2$	$\Delta a_1$	$\Delta K_{I1}$	$\Delta K_{II1}$
2	$x_2$	$y_2$	$K_{I(NUM)_2}$	$K_{II(NUM)_2}$	$\theta_2$	$x_3$	$y_3$	$\Delta a_2$	$\Delta K_{I2}$	$\Delta K_{II2}$
3	$x_3$	$y_3$	$K_{I(NUM)_3}$	$K_{II(NUM)_3}$	$\theta_3$	$x_4$	$y_4$	$\Delta a_3$	$\Delta K_{I3}$	$\Delta K_{II3}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$n$	$x_n$	$y_n$	$K_{I(NUM)_n}$	$K_{II(NUM)_n}$	$\theta_n$	$x_{n+1}$	$y_{n+1}$	$\Delta a_n$	$\Delta K_{In}$	$\Delta K_{II n}$

Los elementos fisurados mostrados en la Tabla 5.1, se refieren al elemento finito por donde atraviesa la fisura. Los subíndices (1, 2, ...,  $n$ .) de los datos numéricos de la Tabla 5.1, corresponden a cada elemento fisurado. Estos datos obtenidos de la simulación del modelo

en cada elemento fisurado, se utilizarán en la calibración del modelo de crecimiento de NASGRO.

### 5.3.2 Procedimiento para la calibración del modelo matemático

El procedimiento para la calibración del modelo matemático está basado en las mediciones experimentales y resultados numéricos, el procedimiento está compuesto por los siguientes pasos:

- 1) Cálculo del factor de intensidad de tensiones equivalente  $\Delta K_{eq}$ . Los resultados numéricos son usados para evaluar los dos criterios definidos en las ecuaciones (1.39) y (1.40).
- 2) Definición de los valores preliminares de los parámetros  $(C_o, m_o, p_o, q_o)$ , considerando los rangos recomendados para un cálculo inicial, en base a los estudios realizados por diferentes autores para determinar los parámetros del material  $(C_o, m_o, p_o, q_o)$ , descrito en el acápite 5.3.
  - $(C_{min} \leq C_o \leq C_{máx})$ , 10 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango.
  - $(m_{min} \leq m_o \leq m_{máx})$ , 3 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango.
  - $(0 \leq p_o \leq 1)$ , 5 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango.
  - $(0 \leq q_o \leq 1)$ , 5 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango.
 Se analizan todas las combinaciones posibles, siendo el número de combinaciones de 750 para el análisis preliminar por cada muestra.
- 3) Aplicación de la ecuación NASGRO para el cálculo del número de ciclos. Utilizando la ecuación (5.2).

$$\Delta N_{Ci} = \Delta a \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{eq}}{(1-R)K_{IC}}\right)^q}{C(\Delta K_{eq})^m \times \left(1 - \frac{\Delta K_{TH}}{\Delta K_{eq}}\right)^p} \quad (5.2)$$

$\Delta N_{Ci}$ , es el número de ciclos calculado de crecimiento de la fisura  $\Delta a$ , a través del elemento finito.

- 4) Obtención de valores óptimos de los parámetros  $(C, m, p$  y  $q)$ .
  - Se calcula el error del número de ciclos para cada probeta y todas las combinaciones, utilizando la ecuación (5.3).

$$error = 100 \times \frac{N_{CT} - N_{ET}}{N_{ET}} \quad (5.3)$$

Siendo  $N_{ET}$  el número total de ciclos obtenido experimentalmente y  $N_{CT}$  es el número total de ciclos calculado.

$$N_{ET} = \sum_{i=1}^j \Delta N_{Ei}, \text{ j es el número de tramos para cada probeta.}$$

$$N_{CT} = \sum_{i=1}^k \Delta N_{Ci}, \text{ k es el número total de elementos finitos fisurados.}$$

- Se calcula el RMS error considerando las cinco probetas analizadas para todas las combinaciones, de acuerdo con la ecuación (5.4):

$$RMS_{error} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 error_i^2}{5}} \quad (5.4)$$

- Los valores óptimos de los parámetros ( $C, m, p$  y  $q$ ) se obtienen de la combinación que tenga el menor valor del  $RMS_{error}$ .
- 5) Determinación de los valores finales de los parámetros ( $C, m, p$  y  $q$ ), refinando los rangos a partir de los valores óptimos ( $op$ ) obtenidos en el análisis preliminar. Se establecieron los siguientes valores:
- $C = (C_{op} \pm 0.25) \times 10^{-11}$ , 11 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango
- $m = m_{op} \pm 0.05$ , 5 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango
- $p = p_{op} \pm 0.05$ , 5 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango
- $q = q_{op} \pm 0.05$ , 5 valores que se toman distribuidos uniformemente dentro de este rango
- De forma similar al análisis preliminar, las combinaciones posibles para los parámetros son analizados, siendo el número de combinaciones igual a 1375 para cada probeta.
- 6) Se realizan los pasos 3 y 4 para obtener los valores calibrados de los parámetros ( $C, m, p$  y  $q$ )

### 5.3.3 Macros para la calibración del modelo

Para procesar los datos correspondientes a los tramos de trayectoria de cada probeta en estudio, se implementó un macro en Excel. Los datos numéricos son los mostrados en la Tabla 5.1 y son almacenados en una hoja de Excel. Seguidamente, se sigue el procedimiento para la calibración del modelo descrito en el acápite 5.4.2. El macro en Excel implementado, calcula el RMS del error utilizando cada combinación de  $C, m, p$  y  $q$ , minimizando los valores de RMS.

### Algoritmo de programación

La Fig. 5.2 muestra el algoritmo para determinar el RMS del error, se considera que:  $C_{min}$ ,  $m_{min}$ ,  $p_{min}$  y  $q_{min}$ , son los valores mínimos de los parámetros  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ .  $\Delta C$ ,  $\Delta m$ ,  $\Delta p$  y  $\Delta q$ , son los valores incrementales de los parámetros del modelo de crecimiento. Se utilizan las relaciones siguientes:  $\Delta C = (C_{m\acute{a}x} - C_{min}) / (i_T - 1)$ ;  $\Delta m = (m_{m\acute{a}x} - m_{min}) / (j_T - 1)$ ;  $\Delta p = (p_{m\acute{a}x} - p_{min}) / (k_T - 1)$  y  $\Delta q = (q_{m\acute{a}x} - q_{min}) / (l_T - 1)$ .  $i_T$ ,  $j_T$ ,  $k_T$  y  $l_T$ , es el número de valores distribuidos uniformemente en el rango de los parámetros.



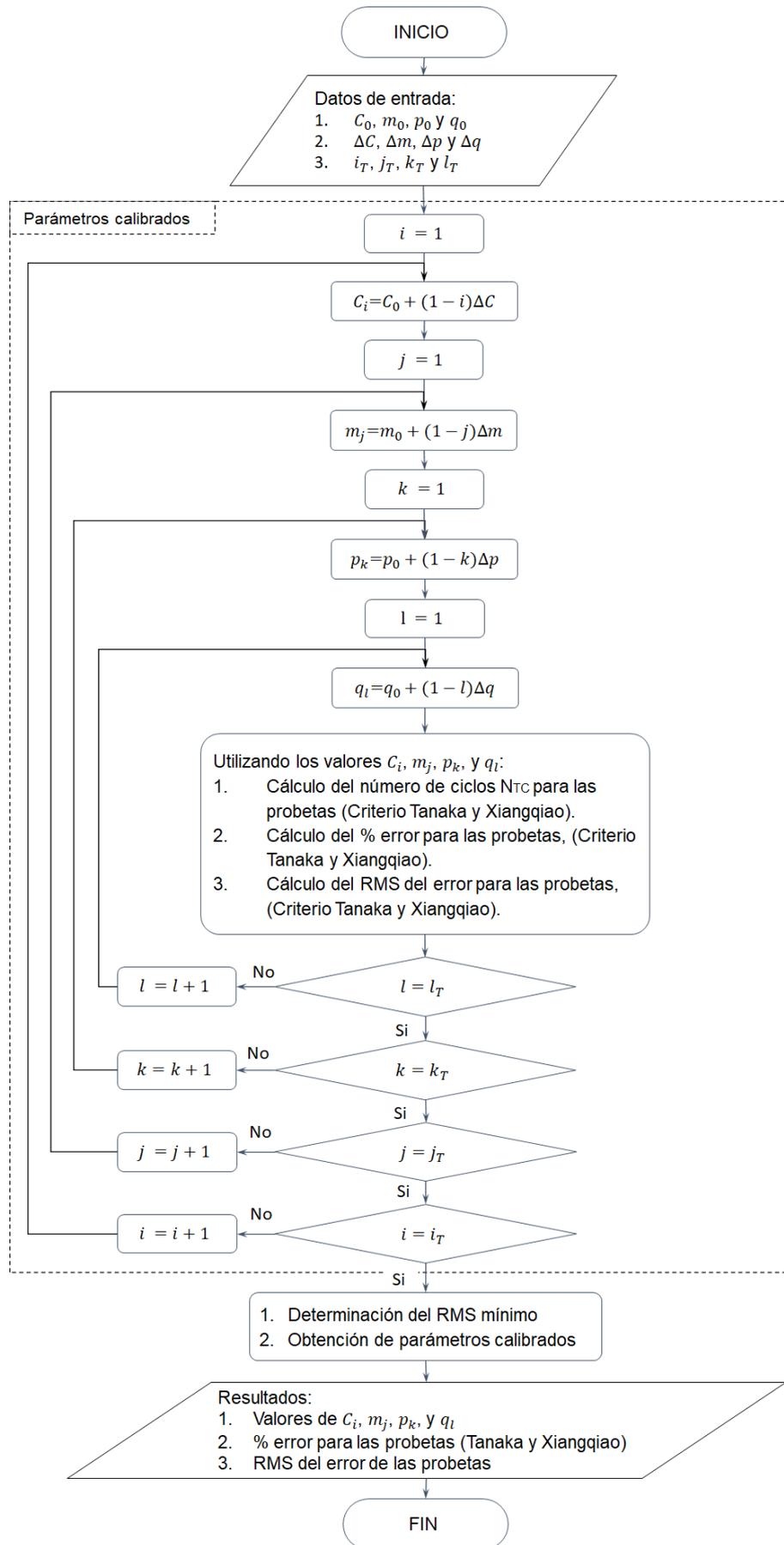


Fig. 5.4: Algoritmo para la obtención de los parámetros calibrados  $C, m, p$  y  $q$ .

## 5.4 Conclusiones parciales

- a. Se implementó un procedimiento para determinar el número de ciclos de crecimiento de la fisura. En este procedimiento se analiza las condiciones que producen crecimiento y se determina el número de ciclos asociado a la propagación de la fisura. El procedimiento implementado es una herramienta flexible para la simulación numérica, en el que se implementó la ecuación de NASGRO y puede implementarse cualquier otro modelo como: ley de Paris, modelo de Walker, etc. También, es posible el uso de diferentes criterios para determinar  $\Delta K_{eq}$  en modo mixto I+II, tales como el criterio de Tanaka y Xianqiao.
- b. Se implementó un procedimiento para la calibración de la ecuación de NASGRO, y determinar los parámetros  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  del modelo de forma eficiente y práctica. Se planteó una metodología para obtener valores óptimos del modelo mediante el análisis del RMS del error. Se requieren datos experimentales y numéricos en las tres etapas de crecimiento, así se podrá calibrar el modelo de crecimiento de manera más precisa para el proceso de simulación numérica.

## Capítulo 6. Procedimiento general: validación y aplicación

En este capítulo se describe el procedimiento general para la simulación numérica de crecimiento de fisuras por fatiga. Se acoplaron los procedimientos para obtener la trayectoria de propagación y el número de ciclos de crecimiento asociado a la propagación. Para validar el procedimiento general desarrollado, se compararon resultados obtenidos numéricamente, con los resultados experimentales de probetas TDCB. Además, se calibró el modelo de NASGRO utilizando los ciclos de crecimiento obtenidos de forma numérica y experimental, determinando los valores óptimos de  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  para el material. Finalmente, se aplicó el procedimiento general para el análisis de crecimiento de fisuras en 2 probetas de diferente espesor fabricadas del material utilizado. Complementariamente, se analizó un componente mecánico llamado palanca acodada con fisuras en diferente ubicación, utilizando 2 materiales diferentes.

### 6.1 Introducción

Desde hace varios años se continúan desarrollando softwares para simular el comportamiento de elementos fisurados. El Instituto de Mecánica Aplicada de la Universidad de Paderborn, desarrolló dos programas independientes para la simulación de crecimiento de fisuras en 2D y el cálculo de la vida del componente. Estos programas son: ADAPCRACK2D desarrollado por Schollmann (1998), y FRANC/FAM desarrollado por May (1998) y Schollmann (1999). La Universidad de Cornell desarrolló el software FRANC3D (1998). Posteriormente, Schollmann et al. (2013) implementaron el software llamado ADAPCRACK3D. Estos softwares utilizan

FEM, asimismo, existen otros softwares comerciales como ANSYS®, Abaqus®, Zencrack, donde se utiliza FEM y XFEM.

Muchas investigaciones relacionadas al campo de crecimiento de fisuras por fatiga, fueron validadas a través de la comparación de resultados experimentales con resultados numéricos. Para este propósito se implementaron modelos y técnicas de simulación, así tener certeza de la buena correspondencia entre lo experimental y lo numérico. Los criterios para determinar la dirección de propagación de fisuras como MTS, MERR y SED, fueron planteados en base a observaciones experimentales del inicio de la propagación. Además de otros criterios como: la máxima densidad de energía de deformación tangencial (Koo y Choy, 1991), y el máximo esfuerzo tangencial promedio (Matvienko, 2012). También, muchos de los modelos de crecimiento de fisuras por fatiga fueron planteados en base a observaciones experimentales, como los modelos planteados por: Paris y Erdogan (1963), Forman et al. (1967), Forman et al. (1991) y Mettu (1999).

Por otra parte, se realizaron muchos estudios para la predicción de la trayectoria de fisuras por fatiga en componentes mecánicos, comparando datos experimentales y numéricos para diversas condiciones de carga y material. Entre los estudios más importantes tenemos los realizados por: Pavlou (2000), Wasiluk y Golos (2000), Biner (2001), Ferreño et al. (2006), Murakami et al. (2008), Kikuchi et al. (2011), Vojtek et al. (2013), Varfolomeev et al. (2014), Salimi-Maid et al. (2016), Arora et al. (2017) y Silva et al. (2017).

Numerosas investigaciones experimentales se enfocaron a determinar el crecimiento de fisuras por fatiga en varios tipos de acero. Entre los estudios más importantes tenemos los dirigidos por: Carman (1966), Clark (1968), Wei et al. (1967), Barsom et al. (1971a), Barsom (1971b), Downing y Walker (1980). Otras investigaciones fueron dirigidas al análisis experimental y numérico el crecimiento de fisuras en modo mixto. Entre las investigaciones más conocidas tenemos los desarrollados por: Richard et al. (2005), Heyder y Huhn (2006), Sander y Richard (2006), Tarantino et al. (2011), Baieto et al. (2013), Seifi y Omidvar (2013), Varfolomeev et al. (2014), Lan y Zhang (2014), Cahill et al. (2014), Demir et al. (2018), entre otros. También, un conjunto de investigaciones se dedicó a la aplicación de modelos de crecimiento para predecir el comportamiento de componentes mecánicos. Entre las más importantes se tiene los estudios de: Kim y Kim (2002), Kim (2005), Beretta y Carboni (2005), Doquet y Bertolino (2008), Chavez et al. (2012), Sarzosa et al. (2013), Pathak et al. (2013), Ayatollahi et al. (2015), Bahloud et al. (2017), Razavi et al. (2017).

## 6.2 Procedimiento general para el análisis de crecimiento de fisuras por fatiga

El presente apartado está dedicado al desarrollo del procedimiento general para la simulación de crecimiento de fisuras por fatiga. El proceso de simulación requiere analizar las condiciones de crecimiento, si se cumplen dichas condiciones la fisura propaga un pequeño tramo, este análisis se realiza de forma permanente hasta generar toda la trayectoria de la fisura. El procedimiento general es la interrelación del procedimiento para la generación de la trayectoria y la determinación de los ciclos de crecimiento. En la Fig. 6.1 se describe el procedimiento general implementado.

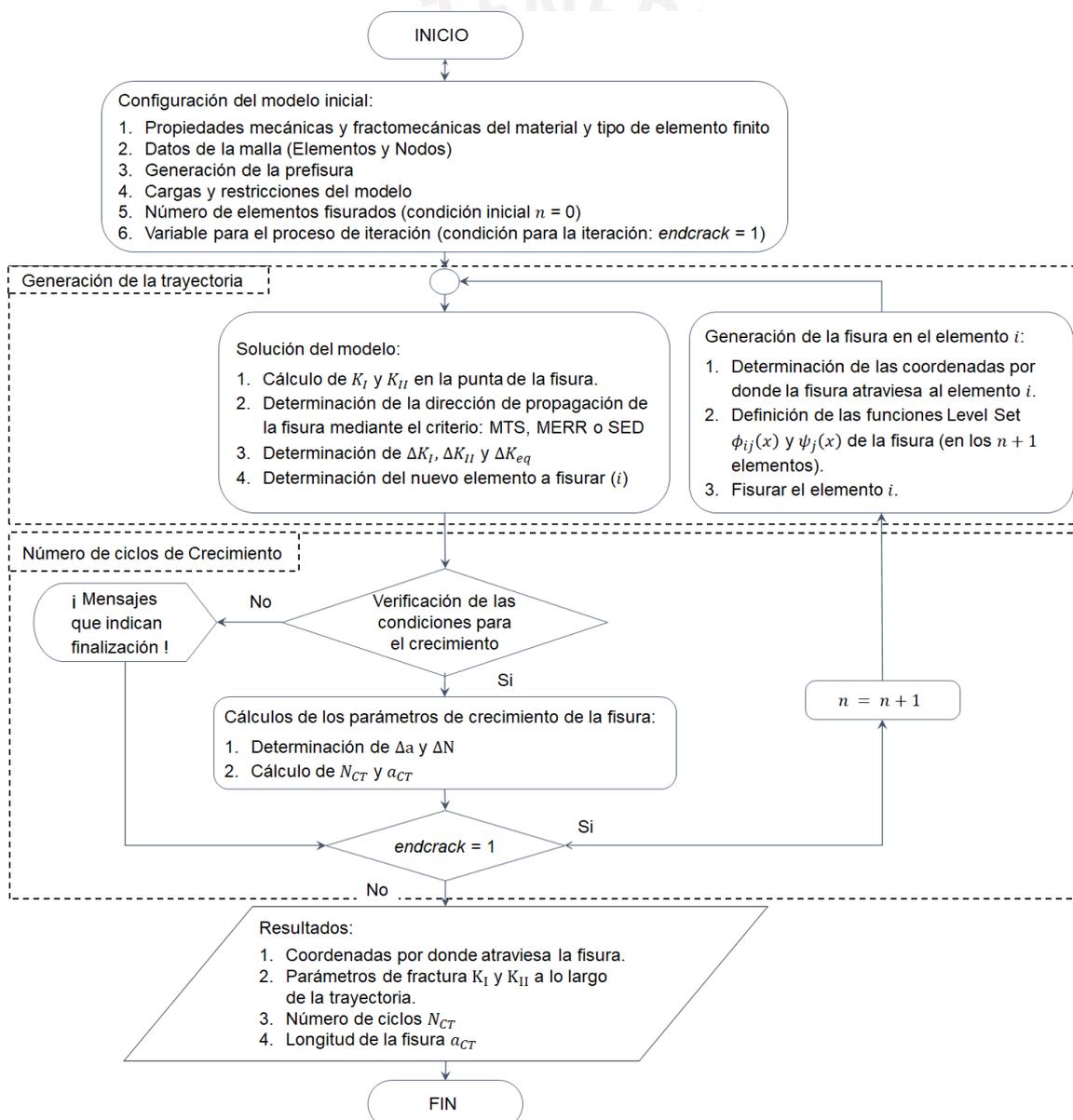


Fig. 6.1: Algoritmo general para determinar el crecimiento de fisuras por fatiga

A continuación, se describen las partes que componen el algoritmo general del proceso de simulación numérica, y los macros implementados del procedimiento desarrollado:

#### *Parte 1: Configuración del modelo inicial*

1. Las propiedades mecánicas y fractomecánicas del material y tipo de elemento finito, se establecen en el macro **\_2ReadMesh** y en el macro denominado **PROPMAT**, se especifica el tipo de elemento finito y las propiedades del material como son:  $E$ ,  $\nu$ ,  $dens$ ,  $\Delta K_{TH}$ ,  $K_{IC}$ ,  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ .
2. Los datos de la malla (Elementos y Nodos) se importan mediante el macro **\_2ReadMesh** del procedimiento implementado, a través de la lectura de archivos de datos llamados **NODOS** y **ELEMENTOS**. Los archivos de datos de la malla se obtienen en cualquier software de elementos finitos. Para el caso particular de las probetas TDCB, en el macro **\_2ReadMesh** se especifica la ubicación del centro del taladro desviador, y espesor de la probeta. Es necesario aplicar una estrategia de discretización del modelo, refinando más la zona por donde propagará la fisura. El enriquecimiento de la malla sólo es requerido en la zona de propagación de la fisura, en general, se puede enriquecer todo el modelo matemático, pero producirá mayor tiempo de simulación.
3. La generación de la prefisura se realiza a través del macro **\_3InitialCrack**, con este subprograma se genera la prefisura mediante XFEM. La prefisura generalmente inicia en el borde de un elemento, pudiendo ser en general curvada. Por esta razón, se configuró un procedimiento para generar la prefisura a través de puntos, cuyas coordenadas se ingresan en el archivo de datos denominado **PUNTOS\_PREFISURA**, ubicada en la carpeta del procedimiento general. En este archivo de datos se ingresan las coordenadas  $(X, Y)$  del punto 1 hasta el punto 6, puede considerarse mayor cantidad de puntos para el ingreso de datos.
4. Las cargas y restricciones del modelo se configuran mediante el macro **\_7BoundaryC**, donde se establecen las condiciones de contorno del modelo matemático. En el arreglo llamado **LOAD\_DA**, se especifican los valores de carga, longitud del tramo y razón de aplicación de la carga cíclica. Para el caso particular de la probeta TDCB, la aplicación de las restricciones y la carga, son en nodos definidos en los centros de los agujeros de carga. Estos nodos están acoplados rígidamente a nodos del contorno de los agujeros, que corresponden a la zona de contacto entre el pin y la probeta.
5. Se utilizaron variables para indicar el número de elementos fisurados o atravesados por la fisura " $n$ " y otra variable para el proceso de iteración denominado "*endcrack*" (ver Fig. 6.1). La configuración de las variables globales para el proceso de simulación, se realizan en el macro principal denominado **\_1Main**, donde se especifican: los criterios y modelos a

utilizar, los parámetros para la configuración y cálculo del modelo matemático, y la creación de arreglos y archivos para el almacenamiento de los resultados.

#### *Parte 2: Solución del modelo*

1. El macro utilizado para la solución del modelo **\_8Solve** controla el proceso numérico de crecimiento de la fisura, a través de parámetros definidos para limitar la simulación y las condiciones para producir crecimiento de la fisura por fatiga. Utiliza subrutinas para el proceso numérico.
2. El cálculo de los factores de intensidad de tensiones se realiza con el macro **\_9CalKiKij**, y se requiere el uso de otras subrutinas como: **\_5Calcx2y2**, **\_4GetElement**, **\_11CrackGrowth** y **\_6CalcPhiPsi**.
3. Las subrutinas utilizadas para determinar la dirección de propagación de la fisura, se denominan igual que el criterio utilizado **MTS**, **MERR** o **SED**, se encuentran en la carpeta del procedimiento general.
4. Previo a la evaluación de crecimiento se calcula el rango de los factores de intensidad de tensiones en modo I y II ( $\Delta K_I$  y  $\Delta K_{II}$ ), a través del macro **\_11CrackGrowth**.
5. El rango del factor de intensidad de tensiones equivalente ( $\Delta K_{eq}$ ) se determina mediante los criterios de Tanaka o Xiangqiao, implementados en el macro **\_11CrackGrowth**.
6. La determinación del nuevo elemento a fisurar se realiza con la ejecución de la subrutina denominada **\_4GetElement**.

#### *Parte 3: Verificación de las condiciones para el crecimiento*

1. La subrutina **\_11CrackGrowth** es utilizada para la determinación y evaluación de las condiciones de crecimiento de la fisura por fatiga.
2. De forma complementaria mediante el macro **\_8Solve**, se evalúan otras condiciones para finalizar el proceso de simulación de crecimiento de la fisura.
3. Los mensajes mostrados al culminar el proceso de simulación se ejecutan desde el macro **\_8Solve**, y se encuentran en la carpeta del procedimiento general en los archivos llamados notas (**Note1** a **Note6**). Estas notas indican por qué finalizó el proceso de simulación y muestran los resultados de la longitud de crecimiento y número total de ciclos.

#### *Parte 4: Generación de la fisura en el elemento i:*

1. Para identificar el elemento de la malla hacia donde propagará la fisura, se utiliza la subrutina denominada **\_4GetElement**. Seguidamente, se determina las coordenadas por donde la fisura corta el borde de un elemento de la malla, a través de la subrutina denominada **\_5Calcx2y2**.

2. Con el macro **\_6CalcPhiPsi** se calcula las funciones level set de la fisura, considerando al nuevo elemento fisurado (elemento i).
3. El macro **\_6CalcPhiPsi** también es utilizado para generar la fisura del modelo XFEM, donde se define las funciones Level Set  $\phi_{ij}(x)$  y  $\psi_j(x)$  de la fisura, hasta el elemento i.

#### *Parte 5: Cálculos de los parámetros de crecimiento de la fisura*

1. Con el macro **\_8Solve** se determina el incremento de longitud de la fisura  $\Delta a$ , y la longitud total de crecimiento  $a_{CT}$ , que se obtiene de la sumatoria obtenida en todos los elementos fisurados.
2. El número de ciclos  $\Delta N$  en el último elemento fisurado, y el número total de ciclos  $N_{CT}$ , se determina mediante el macro **\_11CrackGrowth**.

#### *Parte 6: Resultados*

1. Finalmente, los resultados producto de la simulación numérica se escribe en archivos de texto al ejecutar el macro **\_10Write**. Estos resultados son: coordenadas por donde atraviesa la fisura, parámetros de fractura  $K_I$  y  $K_{II}$  a lo largo de la trayectoria, Número de ciclos de crecimiento de la fisura ( $N_{CT}$ ) y longitud total de la fisura ( $a_{CT}$ ). Estos resultados se muestran al final del proceso de simulación numérica.

## **6.3 Parámetros de la ecuación de NASGRO**

En este apartado se aplica el procedimiento de calibración implementado para determinar los parámetros del modelo de NASGRO  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ , correspondiente al material en estudio, descrito en el acápite 5.5. El objetivo es encontrar los parámetros que produzcan menor error en el cálculo de número de ciclos de crecimiento de la fisura. Se utilizan datos experimentales y numéricos obtenidos en 5 probetas tipo TDCB de 12 mm de espesor, del acero de alta resistencia DIN W N°: 1.8721.

### **6.3.1 Datos numéricos para la calibración del modelo**

En la Tabla 6.1 se muestra la cantidad de elementos atravesados a lo largo de la trayectoria, utilizando una malla con tamaño del elemento finito de 0.1 mm. Estos datos dependen de la trayectoria de la fisura, e indican la cantidad de datos numéricos utilizados en la calibración del modelo.

Tabla 6.1: Elementos atravesados por la fisura para las 5 probetas

Tramo	Probeta 1	Probeta 2	Probeta 3	Probeta 4	Probeta 5
Prefisura	76	79	80	82	78
1	197	179	180	155	140
2	45	91	115	138	130
3	-	32	62	23	23
Total	318	381	437	398	371

La Tabla 6.2 muestra como ejemplo los resultados numéricos para la probeta PF\_1. Aunque es sólo una parte de los resultados, se puede observar que  $K_{II(NUM)}$  presenta valores predominantemente negativos, y consistentemente  $\theta$  presenta valores positivos, lo que significa que la ruta de la fisura es creciente. Esta tendencia es similar para la mayoría de las rutas de las fisuras en todas las probetas. En las probetas 2, 3 y 4, la trayectoria en el tramo final de la fisura tiene tendencia a decrecer (la trayectoria va hacia el taladro desviador), por lo que el signo de  $\theta$  cambia a negativo.

Tabla 6.2: Resultados numéricos de crecimiento de fisuras por fatiga (probeta PF\_1)

Elemento	$x_1$ (mm)	$y_1$ (mm)	$K_{I(NUM)}$ (MPa $\sqrt{\text{mm}}$ )	$K_{II(NUM)}$	$\theta$ (°)	$x_2$ (mm)	$y_2$ (mm)	$\Delta a$ (mm)	$\Delta K_I$ (MPa $\sqrt{\text{mm}}$ )	$\Delta K_{II}$
1	18.00	0.31	926.38	-7.39	0.91	18.11	0.32	0.11	555.83	-4.44
2	18.11	0.32	927.89	-5.71	0.71	18.22	0.33	0.11	556.73	-3.43
3	18.22	0.33	929.26	-1.37	0.17	18.30	0.34	0.07	557.56	-0.82
4	18.30	0.34	931.15	-0.51	0.06	18.33	0.34	0.04	558.69	-0.31
5	18.33	0.34	930.67	-1.94	0.24	18.44	0.35	0.11	558.40	-1.16
6	18.44	0.35	931.78	-0.57	0.07	18.55	0.36	0.11	559.07	-0.34
7	18.55	0.36	932.98	-2.50	0.31	18.67	0.37	0.11	559.79	-1.50
8	18.67	0.37	934.12	1.73	-0.21	18.78	0.38	0.11	560.47	1.04
9	18.78	0.38	935.02	-0.02	0.00	18.89	0.40	0.11	561.01	-0.01
10	18.89	0.40	935.98	-0.19	0.02	18.92	0.40	0.03	561.59	-0.11
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
242	35.90	9.18	1670.5	-2.84	0.19	36.02	9.29	0.16	954.58	-1.62

### 6.3.2 Determinación de los parámetros óptimos

De acuerdo con el procedimiento desarrollado para calibrar el modelo, los resultados numéricos deben procesarse para determinar el  $\Delta K_{eq}$  según los criterios de Tanaka y Xiangqiao. Luego, se definen los valores para el cálculo preliminar:

$$C_o = (2.20; 2.60; 3.00; 3.40; 3.80; 4.20; 4.60; 5.00; 5.40; 5.80) \times 10^{-11}$$

$$m_o = (2.00; 2.25; 2.5)$$

$$p_o = (0; 0.25; 0.5; 0.75; 1)$$

$$q_0 = (0; 0.25; 0.5; 0.75; 1)$$

Se analizan todas las combinaciones posibles, siendo el número de combinaciones de 750 para cada probeta. Posteriormente, utilizando la ecuación (5.2) se calcula el número de ciclos para atravesar los elementos de la malla. Una parte de los resultados obtenidos se muestra en la Tabla 6.3. En esta Tabla también se indican los parámetros estudiados ( $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ ), cuyos valores cambian de acuerdo con las combinaciones definidas. Los resultados mostrados en la Tabla 6.3 corresponden a la combinación óptima del análisis preliminar en la probeta PF\_1.

Tabla 6.3: Post procesamiento de los resultados:  $\Delta K_{eq}$  y  $\Delta N_C$  (Probeta PF\_1)

$C = 3E - 11$		$p = 0$		$K_{IC} = 3194 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$	
$m = 2.25$		$q = 0$		$\Delta K_{TH} = 158 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$	
Elemento	$\Delta K_{eq} \text{ (MPa}\sqrt{\text{mm}})$		$\Delta N_C \text{ (cycles)}$		
	Tanaka	Xiangqiao	Tanaka	Xiangqiao	
1	555.83	555.88	2465.09	2465.09	
2	556.73	556.77	2460.43	2460.43	
3	557.56	557.56	1614.89	1614.89	
4	558.69	558.69	834.41	834.41	
5	558.40	558.41	2446.27	2446.27	
6	559.07	559.07	2439.75	2439.75	
7	559.79	559.80	2434.43	2434.43	
8	560.47	560.47	2425.69	2425.69	
9	561.01	561.01	2419.89	2419.89	
10	561.59	561.59	662.12	662.12	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
242	954.58	954.58	1074.25	1074.25	

Los resultados de  $\Delta K_{eq}$  son prácticamente idénticos con los criterios de Tanaka y Xiangqiao. Por lo cual, los resultados de  $\Delta N_C$  son los mismos de acuerdo con ambos criterios (ver Tabla 6.3). El número total de ciclos ( $N_{CT}$ ) se determina como se indica en el paso 4 del procedimiento de calibración del modelo matemático. La Tabla 6.4 muestra el valor  $N_{CT}$  para la combinación óptima del análisis preliminar en la PF\_1. También se muestra el error absoluto según los criterios de Tanaka y Xiangqiao, para esta probeta el error absoluto es pequeño (2.15%).

Tabla 6.4: Cálculo del número de ciclos total para la probeta PF\_1

	Tanaka	Tanaka error (%)	Xiangqiao	Xiangqiao error (%)
$N_{CT}$ (ciclos)	300286.7	2.15	300286.7	2.15

Los resultados del análisis preliminar arrojaron los siguientes valores óptimos de los parámetros en estudio:  $C_{op} = 3.0 \times 10^{-11}$ ,  $m_{op} = 2.25$ ,  $p_{op} = 0$  y  $q_{op} = 0$ . De acuerdo con el procedimiento establecido, los valores considerados para el análisis final son:

$$C = (2.75; 2.80; 2.85; 2.90; 2.95; 3.00; 3.05; 3.10; 3.15; 3.20; 3.25) \times 10^{-11}$$

$$m = (2.15; 2.20; 2.25; 2.30; 2.35)$$

$$p = (0; 0,025; 0.05)$$

$$q = (0; 0,025; 0.05)$$

De forma similar al análisis preliminar, considerando que  $p$  y  $q$  sólo pueden tomar valores positivos, las combinaciones posibles para los parámetros son igual a 495 para cada probeta. La Tabla 6.5 resume los resultados de los cálculos preliminares y finales de los parámetros  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ . También se muestra el error absoluto de los valores calculados con respecto a los datos experimentales, y el valor de RMS correspondiente.

Tabla 6.5: Valores óptimos de los parámetros, error absoluto y RMS

Criterio	Análisis	$C$	$m$	$p$	$q$	P1 Error (%)	P2 Error (%)	P3 Error (%)	P4 Error (%)	P5 Error (%)	RMS (%)
Tanaka	Preliminar	3.00E-11	2.25	0	0	2.15	7.90	3.36	3.96	3.55	4.62
	Final	2.95E-11	2.25	0	0	3.88	6.34	5.12	2.33	1.91	4.25
Xiangqiao	Preliminar	3.00E-11	2.25	0	0	2.15	7.90	3.36	3.96	3.55	4.62
	Final	2.95E-11	2.25	0	0	3.88	6.34	5.12	2.33	1.91	4.25

Se observa que, el error absoluto es menor para algunas probetas en el análisis preliminar, en comparación con el análisis final. Sin embargo, en correspondencia con el criterio de optimización utilizado, el RMS es menor en el análisis final. Como ya se mencionó, los resultados de los dos criterios para determinar el factor de intensidad de tensión equivalente son iguales.

Los resultados del análisis final arrojaron los siguientes valores óptimos de los parámetros en estudio:  $C_{op} = 2.95 \times 10^{-11}$ ,  $m_{op} = 2.25$ ,  $p_{op} = 0$  y  $q_{op} = 0$ . Es importante mencionar que los valores óptimos de  $C_{op}$  y  $m_{op}$  obtenidos con el procedimiento, están dentro del rango establecido experimentalmente por Barsom (1971) para los aceros de alta resistencia. Por otro lado, los valores óptimos de  $p$  y  $q$  son iguales a cero, porque los datos experimentales utilizados para calibrar el modelo se encuentran en la etapa II de crecimiento de la fisura por fatiga.

### 6.3.3 Análisis de los resultados de la calibración del modelo

La Tabla 6.6 presenta resultados del número de ciclos del modelo calibrado y los resultados experimentales. Existe buena correspondencia entre los resultados del modelo calibrado y los resultados experimentales, con un error absoluto en el rango de 1.91% a 6.34%.

Tabla 6.6: Comparación del número de ciclos

Probeta	$a_{ET}$ (mm)	$a_{CT}$ (mm)	$N_{ET}$ (cycles)	$N_{CT}$ (cycles)		error %	
				Tanaka	Xiangqiao	Tanaka	Xiangqiao
1	21.6	21.8	293971	305376	305376	3.88	3.88
2	26	25.8	431871	404492	404492	6.34	6.34
3	29.5	29.6	322727	339235	339235	5.12	5.12
4	26.9	26.2	201827	197122	197122	2.33	2.33
5	26.1	26.3	203206	199315	199315	1.91	1.91

De forma complementaria en la Tabla 6.7, se presentan los valores de los parámetros de crecimiento ( $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ ) para el análisis preliminar. El número de combinaciones analizadas igual a 750 para cada probeta, como fue establecido en el punto 4 del procedimiento de calibración del modelo. En la Tabla 6.7 sólo se muestra las 8 primeras combinaciones, ordenadas de menor a mayor en referencia al valor del RMS del error.

Tabla 6.7: RMS del error del análisis preliminar para las 5 probetas

$C$	$m$	$p$	$q$	% error					RMS del error
				Probeta 1	Probeta 2	Probeta 3	Probeta 4	Probeta 5	
3E-11	2.25	0	0	2.148	7.901	3.363	3.959	3.549	4.618
2.6E-11	2.25	0	0.25	5.474	4.378	7.298	3.334	2.840	4.931
3.4E-11	2.25	0.5	0	3.457	6.128	4.006	6.162	5.676	5.210
3E-11	2.25	0.5	0.25	4.985	4.221	6.146	7.172	6.608	5.925
3.8E-11	2.25	1	0	6.305	2.936	6.203	7.004	6.435	5.955
3E-11	2.25	0.25	0	9.433	1.019	10.369	1.061	1.538	6.341
3.4E-11	2.25	0.75	0	10.862	0.908	11.098	1.244	0.687	6.986
3.4E-11	2.25	1	0.25	6.441	2.287	6.987	9.223	8.582	7.131

Para el análisis final se realizan 1375 combinaciones para cada probeta, como fue establecido en el punto 5 del procedimiento de calibración del modelo. La Tabla 6.8 muestra sólo 8 combinaciones, ordenadas de menor a mayor en referencia al valor del RMS del error.

Tabla 6.8: RMS del error del análisis final para las 5 probetas

$C$	$m$	$p$	$q$	% error Probeta 1	% error Probeta 2	% error Probeta 3	% error Probeta 4	% error Probeta 5	RMS del error
2.95E-11	2.25	0	0	3.880	6.340	5.115	2.331	1.915	4.255
2.95E-11	2.25	0.025	0	4.597	5.663	5.806	1.833	1.410	4.295
2.9E-11	2.25	0	0.025	4.500	5.734	5.793	2.007	1.578	4.318
3E-11	2.25	0.05	0	3.564	6.565	4.726	2.976	2.553	4.325
2.95E-11	2.25	0.05	0.025	4.154	5.987	5.372	2.681	2.247	4.340
2.95E-11	2.25	0.025	0.025	3.439	6.662	4.684	3.175	2.748	4.377
2.9E-11	2.25	0.025	0.05	4.058	6.056	5.362	2.850	2.412	4.378
2.9E-11	2.25	0.05	0.05	4.777	5.376	6.055	2.354	1.909	4.418

## 6.4 Validación del procedimiento con probetas TDCB

La validación del procedimiento desarrollado se efectuó mediante comparación cualitativa y cuantitativamente de los resultados experimentales, con los resultados numéricos del procedimiento implementado. Se utilizaron los resultados experimentales de 5 probetas tipo TDCB fabricadas con el acero DIN W N°: 1.8721.

### 6.4.1 Generación y configuración del modelo numérico para probetas TDCB

Para realizar el proceso de simulación aplicando el procedimiento planteado, se requiere de implementar el modelo numérico. El modelo numérico es generado en base a las probetas utilizadas para los ensayos experimentales que son del tipo TDCB de 12 mm de espesor, del acero DIN W N°: 1.8721. A continuación, se describe las técnicas y procedimientos para la generación del modelo, la configuración de las condiciones de contorno, y la aplicación de las cargas.

#### *Generación del modelo*

Para generar una malla adecuada y optimizar el cálculo del modelo numérico, se dividió la geometría en superficies (ver Fig. 6.2 a)). La zona por donde propagará la fisura requiere una malla más fina. En las superficies 1, 2 y 3 se utilizó "Face Sizing", estableciendo un tamaño del elemento de 0.1 mm. Se utilizó "Edge Sizing" para dividir los bordes de las superficies 1,

2 y 3, en segmentos de tamaño 0.1 mm. Además, se establece el uso de elementos cuadriláteros en la zona por donde propagará la fisura.

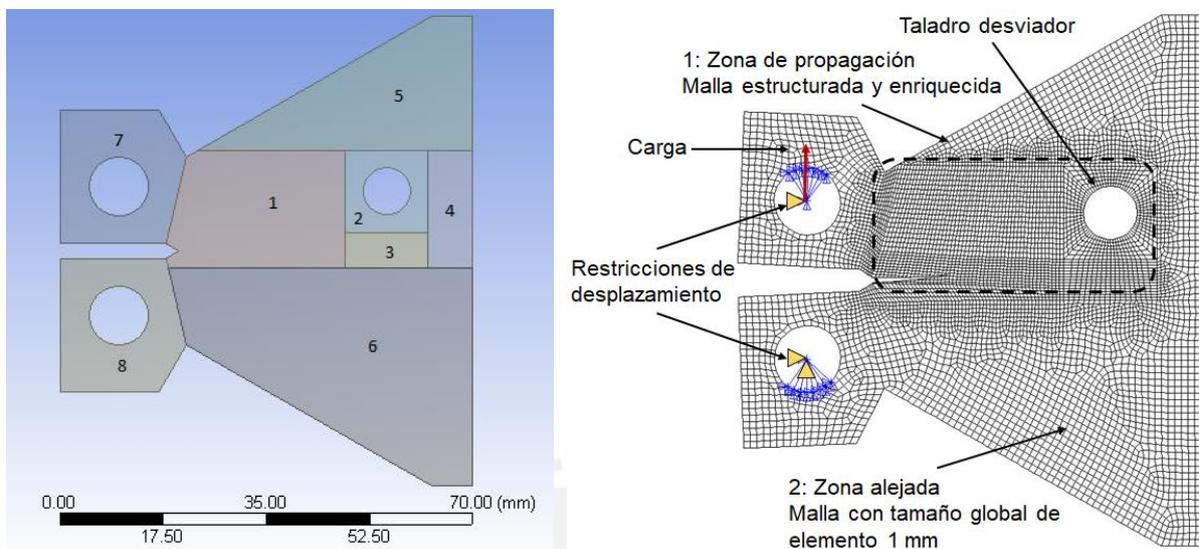


Fig. 6.2: a) División de las superficies del modelo geométrico, b) Malla estructurada

La zona alejada de la fisura compuesta por las superficies 4, 5, 6, 7 y 8, fue generada con un único tamaño del elemento finito de 1.0 mm. La zona de propagación se discretizó con una malla estructurada y todos sus nodos fueron enriquecidos (ver Fig. 6.2 b)). Finalmente, se generó el modelo numérico en archivos de datos llamados "NODOS" y "ELEMENTOS". los nodos y elementos fueron escritos con el comando "NWRITE" y "EWRITE", respectivamente. Para el caso de las probetas tipo TDCB, los archivos de datos fueron generados en ANSYS-Workbench. La importación de la malla para el proceso de simulación, se realizó con la lectura de los archivos de datos "NODOS" y "ELEMENTOS", se utilizaron los comandos "NREAD" y "ERead". El enriquecimiento de los nodos en XFEM se realizó con el comando "XFENRICH".

#### Configuración de las condiciones de contorno

Las restricciones para el análisis del modelo numérico son fundamentales para la obtención de buenos resultados en la simulación, estas dependerán del modelo físico (probeta). Para el caso de las probetas TDCB, el punto de aplicación de la carga es a través de pines que están en contacto con las probetas (ver Fig. 2.23 y Fig. 2.24). La superficie de contacto entre el pin y la probeta es en la parte superior e inferior del agujero de sujeción de la probeta (ver Fig. 6.3 b) y Fig. 6.4). Considerando que el ajuste entre pin y agujero es deslizante, se deduce que la presión máxima de contacto se produce en la parte central del agujero y distribuida en una zona de contacto (ver Fig. 6.3 b)). Si el ajuste sería con holgura, la zona de contacto sería menor.

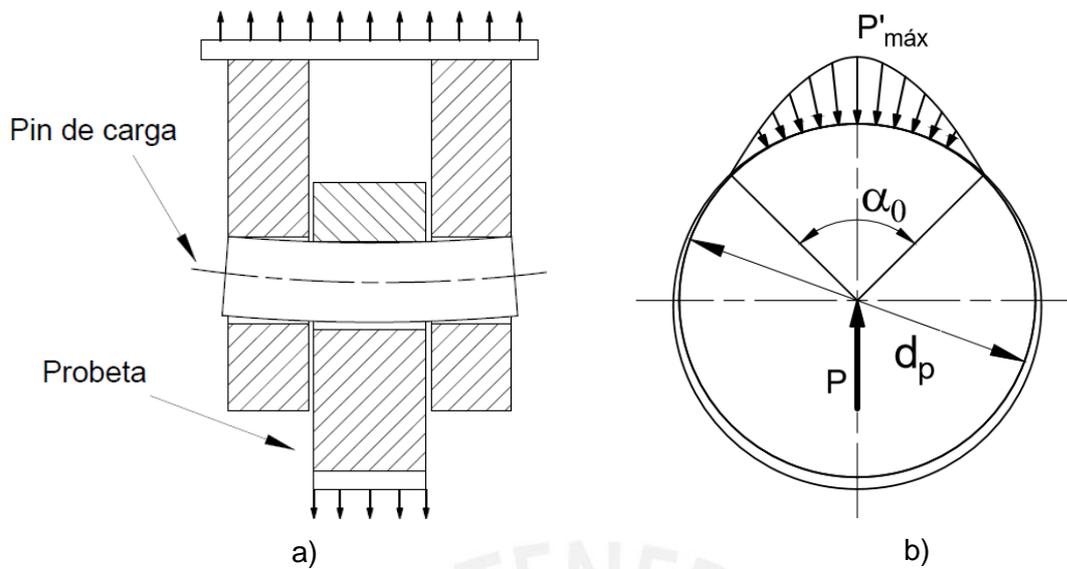


Fig. 6.3: Contacto entre pin y agujero

Las condiciones de contorno del modelo (carga y restricciones) se aplican en una zona de contacto definida por el ángulo  $\alpha_0$ , que para el caso se consideró  $90^\circ$  (ver Fig. 6.3 b)). Para definir las condiciones de contorno, se crean nodos en los centros de cada agujero de sujeción. Estos nodos se acoplan mediante barras rígidas a los nodos del contorno del agujero correspondiente a la zona de contacto con el pin. Uno de los nodos centrales se restringe en las direcciones horizontal y vertical (nodo fijo ubicado en la parte inferior). El otro nodo se restringe en dirección horizontal solamente, y se aplica la carga (ver Fig. 6.4).

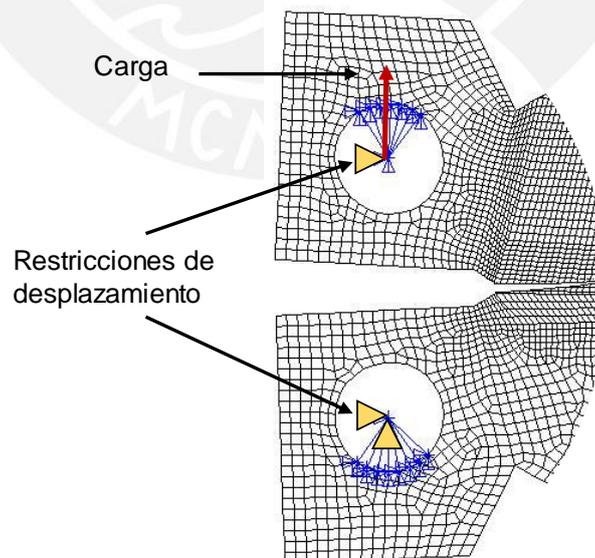


Fig. 6.4: Restricciones y aplicación de la carga en el modelo

## Cargas aplicadas al modelo numérico

En general, un elemento puede estar sometido a cargas cíclicas que cambian en diferentes tramos de la fisura  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  (ver Fig. 6.5). Los ensayos experimentales de las probetas TDCB, se realizaron con diferentes valores de  $P_i$  y  $R_i$  aplicadas para cada tramo  $a_i$ . La Fig. 6.5 muestra la trayectoria dividida por 4 tramos,  $a_0$  corresponde a la prefisura, y los tramos  $a_i$  donde  $i$  es 3, corresponde a los tramos de crecimiento analizados. En el procedimiento desarrollado se implementó la variación de carga para los tramos definidos. Los valores  $P_i, R_i$  y  $a_i$ , son datos de entrada para el proceso de simulación, y varían para cada probeta.

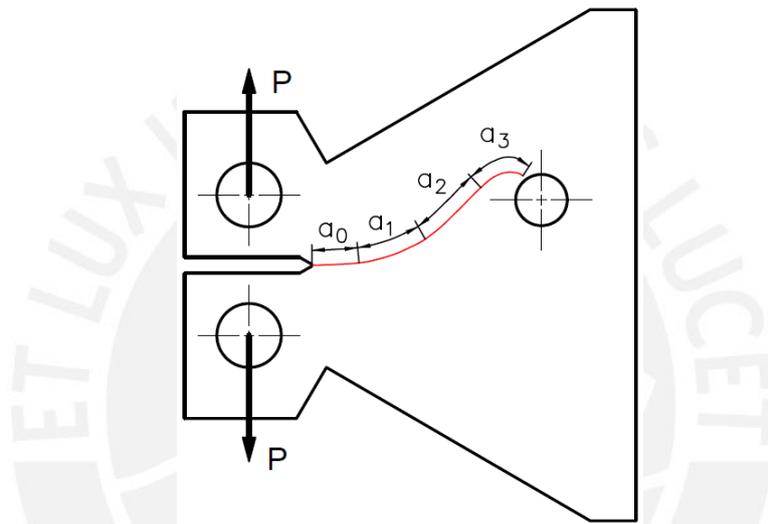


Fig. 6.5: Trayectoria de la fisura dividida por tramos

### 6.4.2 Verificación de los criterios utilizados

En el capítulo 1 se describe tres criterios para determinar la dirección de propagación de fisuras, planteados bajo diferentes hipótesis (MTS, MERR y SED). En este apartado se comprobó la eficacia y las diferencias que se producen al utilizar los criterios mencionados. Por otra parte, en el Capítulo 3 se plantearon 5 criterios para determinar los valores numéricos de  $K_I$  y  $K_{II}$ . Los resultados numéricos obtenidos con cada criterio, son comparados con los resultados experimentales de la trayectoria de la fisura. Finalmente, se comprobó las diferencias en la trayectoria de la fisura cuando se utilizan diferentes valores para  $R_{TIP}$ , y se toman diferentes contornos para determinar los valores numéricos de  $K_I$  y  $K_{II}$ . Para la comparación de los resultados numéricos y experimentales, se utilizó los datos obtenidos en la probeta PF\_3. Los criterios de Tanaka y Xiangqiao utilizados para determinar el  $\Delta K_{eq}$ , no se compararon en la trayectoria de propagación de fisuras por fatiga, debido a la similitud de sus resultados cuando predomina el modo I de fractura.

Para realizar un análisis cuantitativo de las trayectorias obtenidas de forma experimental y numérica, se utiliza el término llamado coeficiente de determinación  $R^2$ . El coeficiente de determinación es un parámetro que determina la calidad del modelo para replicar los resultados. En el presente estudio se utiliza para determinar la proporción de variación de los resultados numéricos, comparados con los resultados experimentales de la trayectoria de la fisura. Si  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  son las coordenadas analizadas de la trayectoria de la fisura obtenida numéricamente, y  $(x_1, y_{E1}), (x_2, y_{E2}), \dots, (x_n, y_{En})$  son las coordenadas analizadas de la trayectoria obtenida de forma experimental en la misma abscisa  $x_i$ . El cuadrado del error total entre los datos numéricos y experimentales es  $CE_E = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{Ei})^2$ . El porcentaje de la variación total en  $y$  descrita por la variación en  $x$  es  $CE_{\bar{y}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ , donde  $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n$ . El coeficiente de determinación se define por  $R^2 = 1 - CE_E / CE_{\bar{y}}$ . Para el cálculo de  $R^2$  se consideraron  $n$  valores de las abscisas  $x$  distanciadas 0.8 mm, en los que se comparó la ordenada  $y$ .

#### *Criterios para determinar la dirección de propagación*

Se determinó numéricamente la trayectoria de la fisura, utilizando los tres criterios para determinar la dirección de propagación (MTS, MERR y SED). En la Fig. 6.6 se muestra la trayectoria del resultado experimental (color rojo) y los resultados numéricos usando los criterios MTS (color azul), MERR (color negro) y SED (color verde). Los resultados muestran que los tres criterios implementados ofrecen soluciones muy similares, presentándose prácticamente una superposición entre las trayectorias, como se observa en el detalle A de la Fig. 6.6.

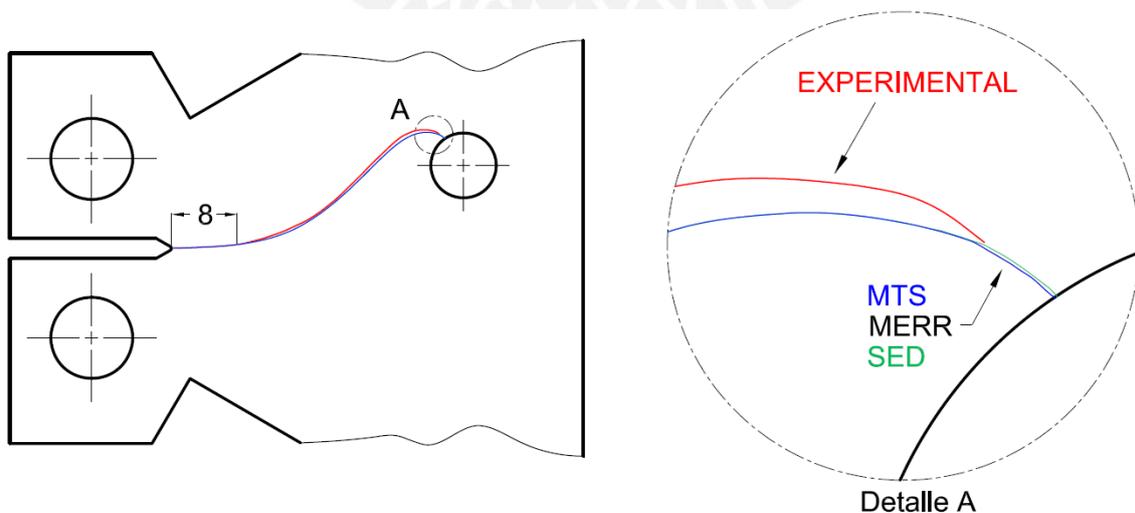


Fig. 6.6: Resultados cualitativos en la probeta PF\_3 utilizando los criterios MTS, MERR y SED

En la Fig. 6.7 se muestra los resultados numéricos de las trayectorias en coordenadas  $(X, Y)$ , usando los tres criterios mencionados. Se observa curvas muy parecidas para cada criterio utilizado.

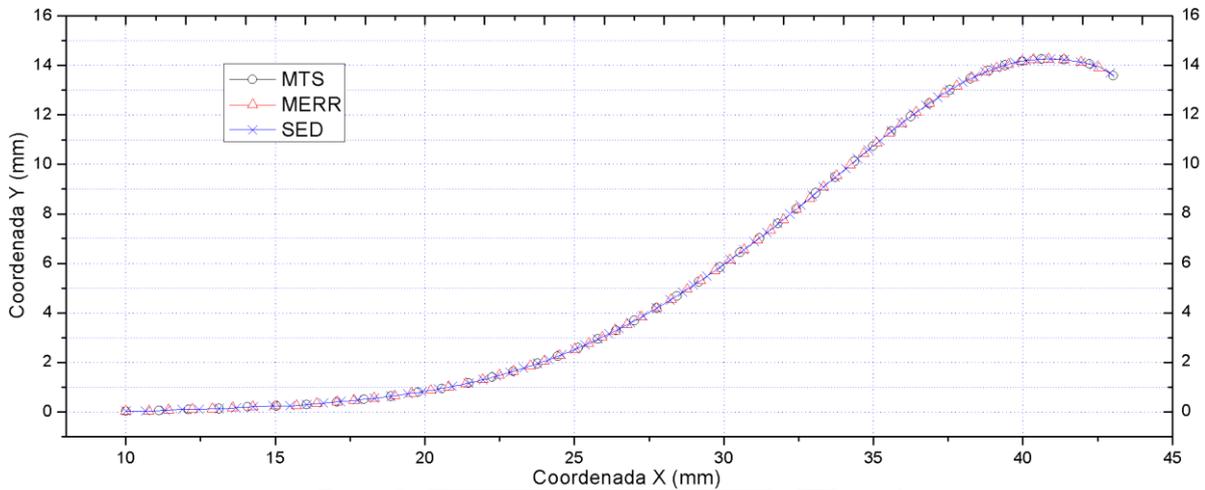


Fig. 6.7: Resultados de las trayectorias con los criterios MTS, MERR y SED

En la Tabla 6.9 se muestra los coeficientes de determinación de la comparación cuantitativa de los resultados de la trayectoria experimental y numérica. También se indica la diferencia máxima de la coordenada  $\Delta Y_T$  con los tres criterios, indicándose la coordenada  $X_T$  para la cual ocurre dicha diferencia. Las trayectorias obtenidas con MTS, MERR y SED son efectivamente coincidentes, el coeficiente de determinación  $R^2$  es 0.997 para los tres criterios (ver Tabla 6.9).

Tabla 6.9: Resultados cuantitativos en la probeta PF\_3 con los criterios MTS, MERR y SED

Criterio	$X_T$ (mm)	Experimental $Y_T$ (mm)	Númérico $Y_T$ (mm)	Diferencia máxima $\Delta Y_T$ (mm)	$R^2$
MTS	37.20	13.27	12.74	0.53	0.997
MERR	37.20	13.27	12.74	0.53	0.997
SED	37.20	13.27	12.74	0.53	0.997

#### Criterios para determinar el valor numérico de $K_I$ y $K_{II}$

Se utilizó el procedimiento implementado para comprobar los resultados en la trayectoria de la fisura, al aplicar los 3 criterios planteados para determinar del valor numérico de  $K_I$  y  $K_{II}$ , (analizado en el acápite 3.4.2). En la Fig. 6.8 se muestra los resultados de las trayectorias con los 3 criterios planteados. Con el criterio 1 se alcanzan resultados más precisos logrando un

coeficiente de determinación  $R^2$  de 0.9970. Con el criterio 2 se obtienen un coeficiente de determinación de 0.9901 y con el criterio 3 la trayectoria se dirige al borde externo del modelo, siendo el coeficiente de determinación 0.9883.

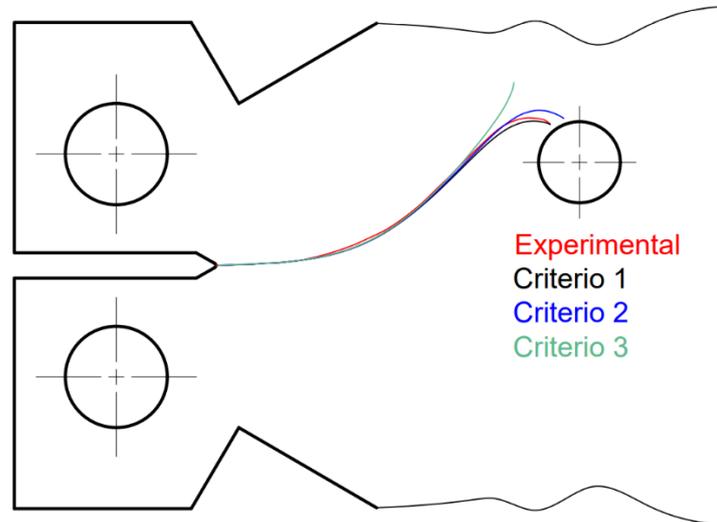


Fig. 6.8: Comparación de criterios para  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$

En la Tabla 6.10 se muestra el coeficiente de determinación  $R^2$  para los 3 criterios analizados. Con los criterios 1 y 2 se obtienen resultados cercanos a la trayectoria experimental (ver Fig. 6.8). Con el criterio 3 la trayectoria obtenida se dirige hacia el borde de la probeta, el  $R^2$  es 0.9883. Aparentemente el  $R^2$  del criterio 3 tiene un buen valor de correspondencia, esto es porque los valores comparados de  $Y$  de la trayectoria experimental y numérica para un mismo valor de  $X$ , están distanciados sólo 0.8 mm, si este valor fuera más pequeño el  $R^2$  sería de menor valor.

Tabla 6.10: Coeficiente de determinación para los 5 criterios analizados

Coeficiente de determinación	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3
$R^2$	0.9970	0.9901	0.9883

#### *Influencia del $R_{TIP}$ y de los contornos en la trayectoria de la fisura*

Se determinó numéricamente la trayectoria para diversos valores de  $R_{TIP}$  y número de contornos usados en la determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$ . En el análisis se utilizó el criterio 1 para la determinación numérica de  $K_I$  y  $K_{II}$ .

Para malla 0.1, contornos utilizados (2 – 6) y  $R_{TIP}$  0, 1.5 y 2.5, se muestra las trayectorias en color magenta, negro y azul, respectivamente (ver Fig. 6.9). Se observa que con malla 0.1 y

$R_{TIP}$  0, la trayectoria (magenta) tiene la misma tendencia hacia el taladro desviador. Se comprobó que en la coordenada  $X = 18.2$  mm (al inicio del análisis de crecimiento) se incrementó la diferencia entre la trayectoria numérica y experimental, produciendo un rumbo diferente hacia el taladro desviador.

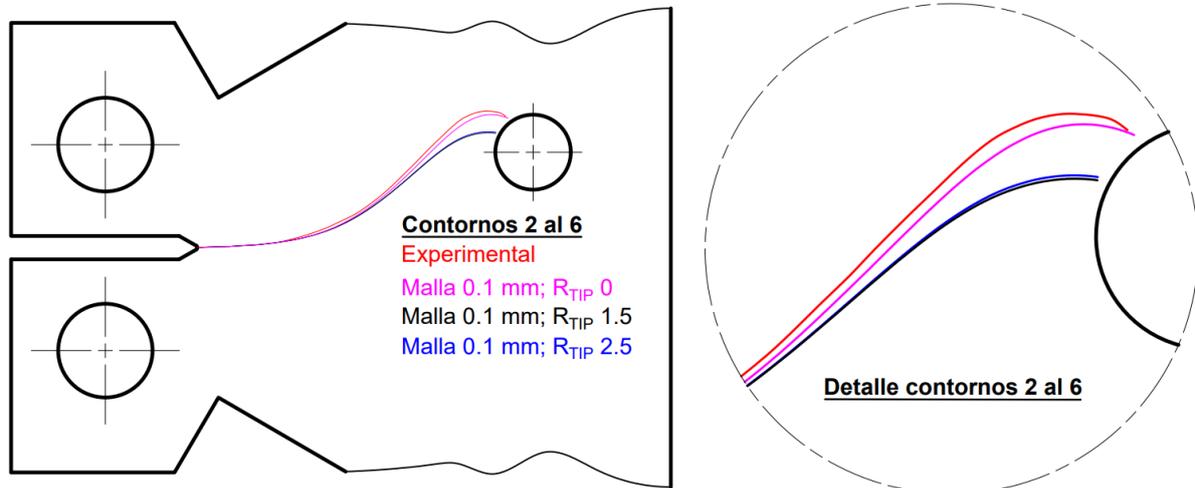


Fig. 6.9: Influencia del  $R_{TIP}$  en la trayectoria para los contornos 2 al 6

Para malla 0.1, contornos utilizados (3 – 8) y  $R_{TIP}$  0, 1.5 y 2.5, se muestra las trayectorias en color magenta, negro y azul, respectivamente (ver Fig. 6.10). Se puede observar que con malla 0.1, contornos 3 – 8, y  $R_{TIP}$  0, la fisura se desvía al borde lateral de la probeta. En contraste, con la misma malla y contornos utilizados, pero,  $R_{TIP}$  2.5, se obtiene una trayectoria más cercana a la experimental. Se debe resaltar que, la diferencia entre la trayectoria experimental y numérica es mínima en la mayor parte de la trayectoria, pero a partir de la coordenada  $X = 38.55$  mm (cerca al taladro desviador), comienza a incrementar esta diferencia, produciendo un rumbo diferente hacia el agujero.

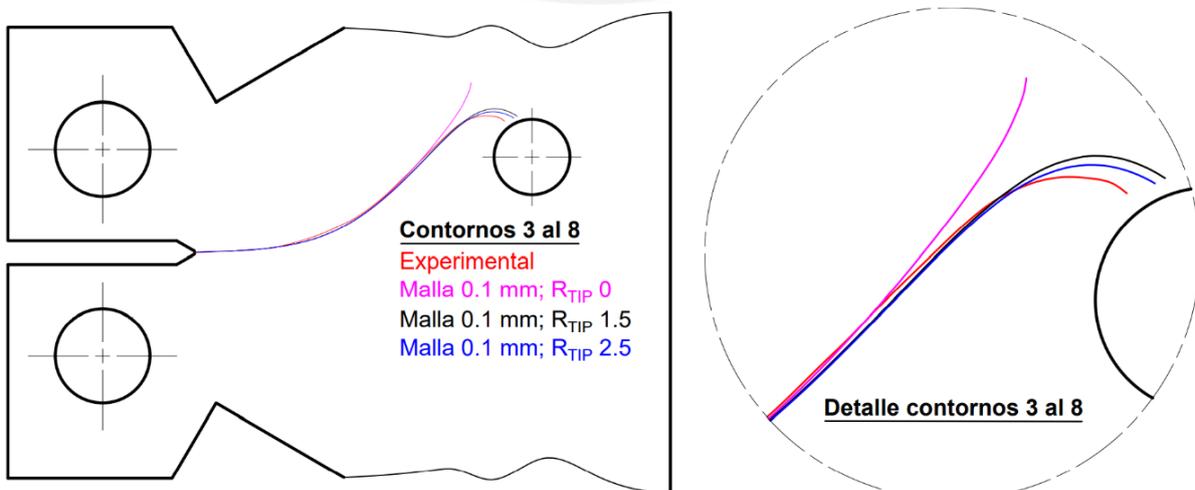
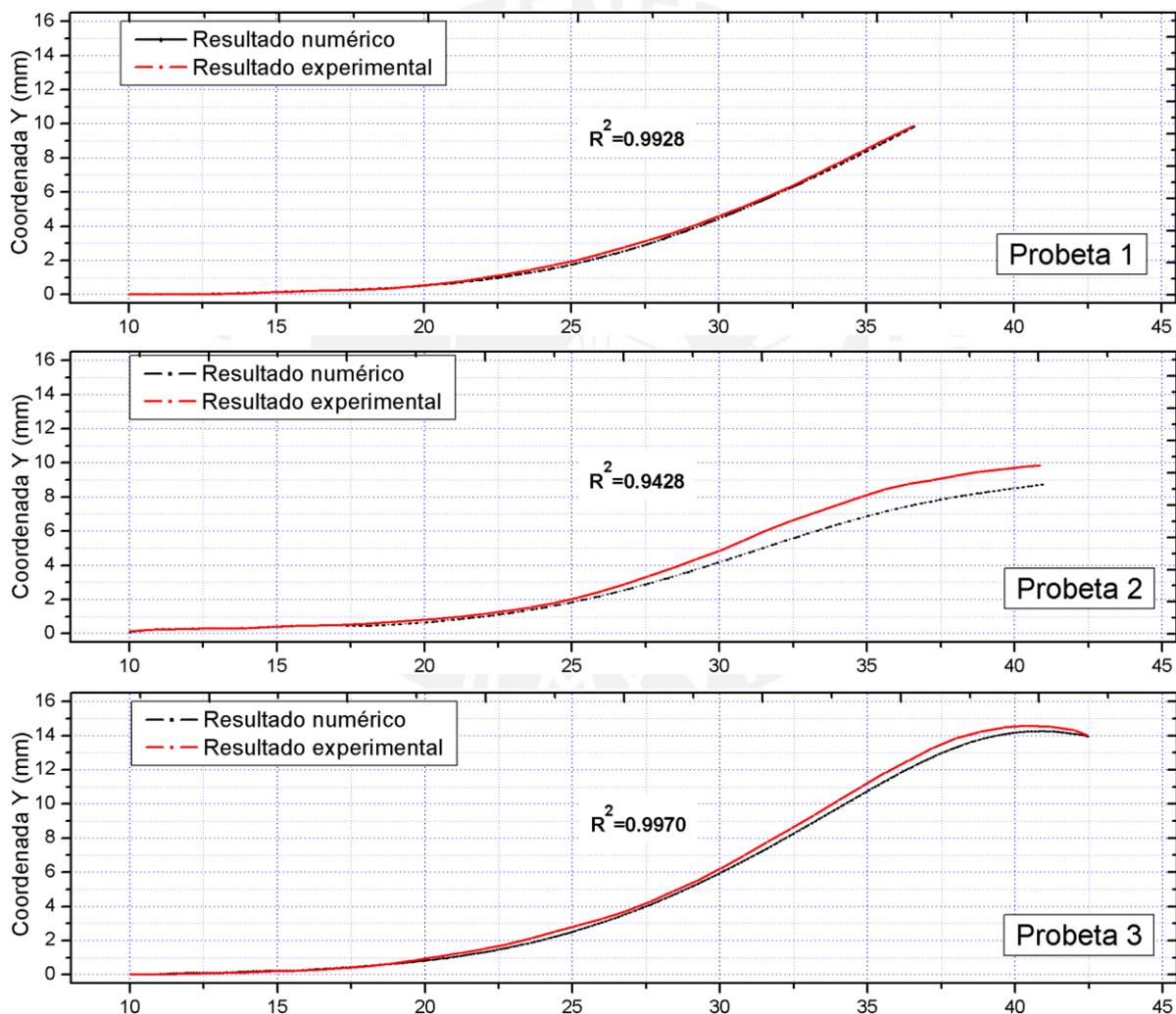


Fig. 6.10: Influencia del  $R_{TIP}$  en la trayectoria para los contornos 3 al 8

### 6.4.3 Comparación de resultados de la trayectoria

En la Fig. 6.11 se muestra los resultados experimentales y numéricos de la trayectoria de la fisura, para las seis probetas utilizadas en el estudio. Para determinar la dirección de propagación de la fisura se utilizó el criterio MERR. Los factores de intensidad de tensiones determinados mediante el XFEM, fueron obtenidos aplicando los parámetros recomendados en el estudio del capítulo 3: tamaño de elemento finito 0.1 mm, radio en enriquecimiento alrededor de la fisura  $R_{TIP}$  igual a 15 veces el tamaño del elemento finito, los contornos 3 al 6 para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$ , y el valor más cercano al promedio de  $K_I$  y su correspondiente  $K_{II}$  del contorno elegido.



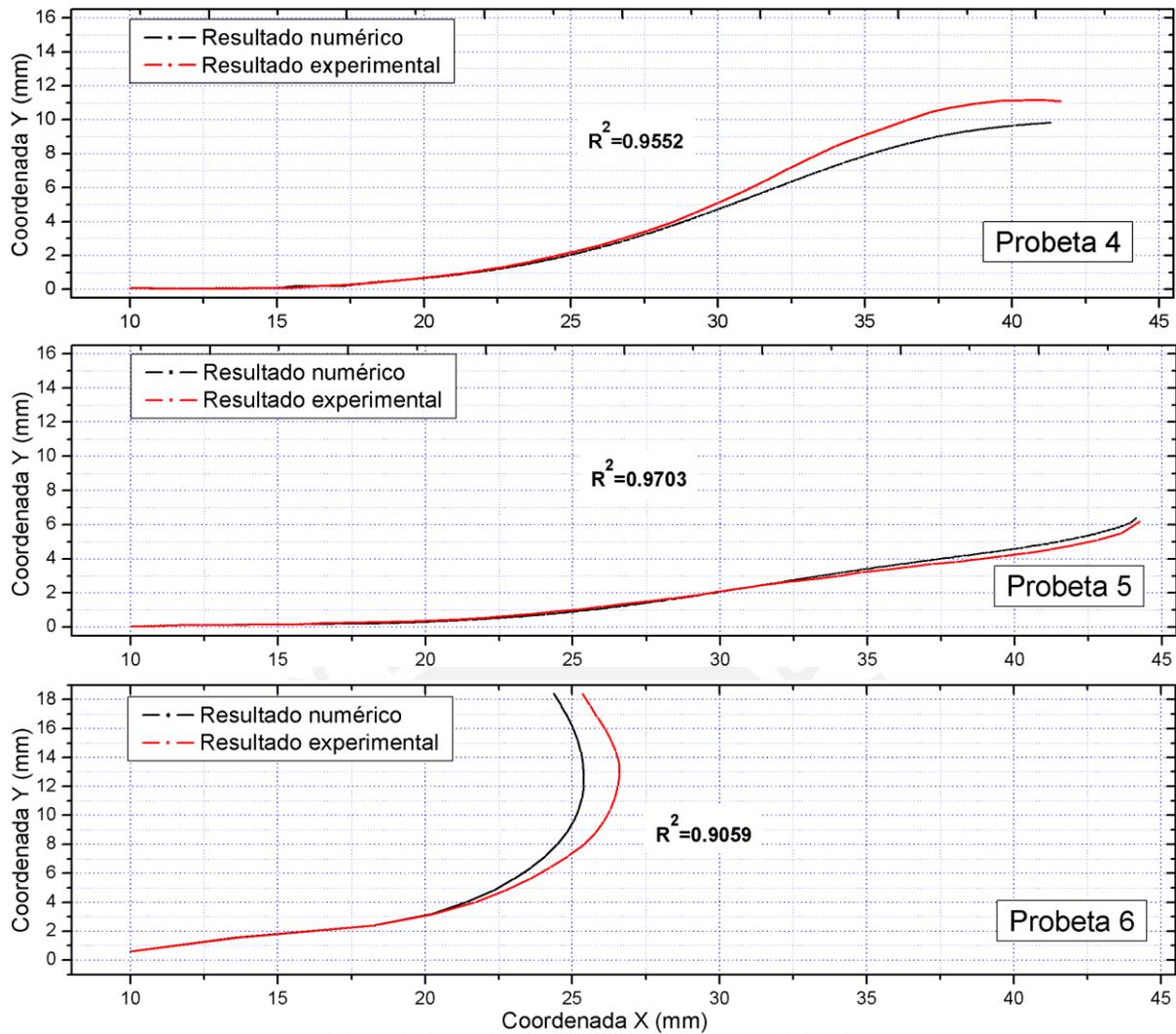


Fig. 6.11: Comparación de resultados experimentales y numéricos, probetas PF\_1-PF\_6

La Tabla 6.11 muestra los resultados cuantitativos para las probetas PF\_1 a PF\_5. En esta Tabla se muestra la diferencia máxima de la coordenada  $\Delta Y_T$  de la trayectoria, indicándose la coordenada  $X_T$  en la que ocurre dicha diferencia. Se muestra, además, los coeficientes de determinación  $R^2$  del resultado numérico respecto al experimental. Los resultados numéricos en las cinco probetas muestran una fuerte concordancia con los resultados experimentales. Las trayectorias obtenidas numéricamente y experimentalmente en las probetas PF\_2 y PF\_4, muestran gran similitud en la primera mitad y luego se van separando ligeramente, aunque siempre manteniendo la misma tendencia. Las diferencias entre la trayectoria numérica y experimental pueden atribuirse a irregularidades microestructurales del material. Estas pueden ser: inclusiones, límites de granos, planos de deslizamiento, etc., que podrían desviar la trayectoria de su sendero ideal. Se debe tener en cuenta que en la simulación se considera un material ideal, que no contempla estos aspectos microestructurales.

Tabla 6.11: Resultados cuantitativos en las cinco probetas utilizando el criterio MERR

Probeta	$X_T$ (mm)	Experimental $Y_T$ (mm)	Numérico $Y_T$ (mm)	Diferencia máxima $\Delta Y_T$ (mm)	$R^2$
PF_1	26.8	2.76	2.56	0.20	0.9928
PF_2	35.6	8.44	7.13	1.31	0.9428
PF_3	37.2	13.27	12.74	0.53	0.9970
PF_4	38.0	10.75	9.17	1.58	0.9552
PF_5	43.6	5.50	6.64	1.14	0.9703

A diferencia de lo anterior, en las probetas PF\_1, PF\_3 y PF\_5 los resultados numéricos y experimentales son muy parecidos, y se da a lo largo de toda la trayectoria. Los resultados cualitativos están en correspondencia con los resultados cuantitativos a través del coeficiente de determinación  $R^2$ , que muestra valores más altos para las probetas PF\_1, PF\_3 y PF\_5, y más bajos para las probetas PF\_2 y PF\_4. Se encontró que la prefisura tiene gran influencia en la trayectoria de propagación. En la probeta PF\_5 la prefisura no tuvo desviación inicial considerable, por lo cual, la fisura mantuvo una tendencia horizontal en la mayor parte de la trayectoria, captando la influencia ejercida por el taladro en el tramo final. La influencia del taladro desviador en la trayectoria de la fisura es claramente captada en las cinco primeras probetas analizadas.

En la Tabla 6.12 se muestra resultados cuantitativos para la probeta PF\_6. También se indica la diferencia máxima entre el resultado experimental y numérico  $\Delta X_T$  (1.18 mm), correspondiente a  $Y_T$  (13.6 mm), con coeficiente de determinación para la trayectoria de 0.9059. Es este caso se observa claramente que el defecto de fabricación de la entalla de la probeta PF\_6, influye en la prefisura, haciendo que la trayectoria de desvíe al borde lateral de la probeta.

Tabla 6.12: Resultados cuantitativos en la probeta PF\_6 utilizando el criterio MERR

Probeta	$Y_T$ (mm)	Experimental $X_T$ (mm)	Numérico $X_T$ (mm)	Diferencia máxima $\Delta X_T$ (mm)	$R^2$
PF_6	13.6	26.48	25.3	1.18	0.9059

La comparación de los resultados experimentales y numéricos en las probetas TDCB muestran buena correspondencia, en consecuencia, podemos afirmar que, la simulación de la trayectoria con el procedimiento implementado permite obtener buenos resultados.

## Resultados experimentales y numéricos de la longitud de trayectoria

En la Tabla 6.13 se muestra la comparación cuantitativa de los resultados experimentales y numéricos, en términos de la longitud total de la trayectoria de la fisura para cada probeta. El error absoluto es muy pequeño en todas las probetas (< 1%), con excepción de la probeta PF\_4 cuyo error absoluto es del 2.6%. La diferencia presentada en la probeta PF\_4 es porque la trayectoria numérica y experimental difieren más, como se comprueba mediante el coeficiente de determinación  $R^2$  igual a 0.9552

Tabla 6.13: Comparación de la longitud de crecimiento

Probeta	$a_{ET}$ (mm)	$a_{CT}$ (mm)	error (%)
1	21.6	21.8	0.93
2	26.0	25.8	-0.77
3	29.5	29.6	0.34
4	26.9	26.2	-2.60
5	26.1	26.3	0.77

$a_{CT}$  es la longitud total de la trayectoria obtenida numéricamente y  $a_{ET}$  la longitud total de la trayectoria obtenida experimentalmente.  $a_{CT}$  se determina mediante la ecuación (6.1).

$$a_{CT} = \sum_i^k \Delta a_i \quad (6.1)$$

## 6.5 Aplicación del procedimiento general implementado

Se utilizó el procedimiento implementado para analizar el crecimiento de fisuras por fatiga en 2 probetas tipo TDCB, fabricados de acero DIN W N°: 1.8721 con espesores 20 mm y 8 mm respectivamente. De igual forma, se analizó otro componente llamado palanca acodada, con fisuras generadas en diferente ubicación, y se aplicó 2 material diferentes para el análisis. En los casos estudiados se obtuvieron resultados de la trayectoria y el número de ciclos de crecimiento de las fisuras por fatiga, corroborando buena correspondencia de los resultados.

### 6.5.1 Probetas tipo TDCB de diferente espesor

#### *Ensayos y resultados experimentales*

Se aplicaron los procedimientos experimentales para realizar los ensayos en las probetas, además, se utilizaron las técnicas y procedimientos establecidos para la obtención de resultados descritos en el Capítulo 2. A continuación, se detallan los parámetros de ensayo para las dos probetas TDCB y se describen los resultados obtenidos.

#### *Parámetros geométricos y cargas para el ensayo*

En la Tabla 6.14 se especifican parámetros de las probetas PF\_7 y PF\_8, como son: el espesor de la probeta, la ubicación del taladro desviador, las cargas aplicadas y  $R$  para cada tramo de la trayectoria. Las cargas fueron aplicadas por tramos, con reducción de la carga para asegurar que no se produzca rotura del componente mecánico.

Tabla 6.14: Parámetros geométricos y cargas para el ensayo experimental

Probeta N°	Espesor $B$ (mm)	Ubicación del taladro desviador		Condiciones del ensayo		
		$X$ (mm)	$Y$ (mm)	Tramo de carga	Carga Máxima (kN)	$R$
PF_7	20	38.5	13.5	1	14	3/7
				2	12	1/3
				3	10	2/5
PF_8	8	45.5	9.2	1	9	1/3
				2	6	1/3
				3	4.5	1/3

#### *Resultados experimentales de crecimiento*

En la Tabla 6.15 se indica la longitud de crecimiento obtenido de forma experimental para cada tramo. Los tramos de crecimiento fueron determinados con el DIC, de acuerdo a lo descrito en el Capítulo 2.

Tabla 6.15: Resultados experimentales de los tramos de crecimiento

Probeta	$\Delta a_{E1}$ (mm)	$\Delta a_{E2}$ (mm)	$\Delta a_{E3}$ (mm)	$a_{ET}$ (mm)
PF_7	4.0	7.8	3.7	15.5
PF_8	17.5	6.3	1.7	25.5

El número de ciclos de crecimiento para cada tramo fue obtenido con la máquina de fatiga (Vibrophore), y están indicados en la Tabla 6.16.

Tabla 6.16: Resultados experimentales del número de ciclos

Probeta	$\Delta N_{E1}$ (ciclos)	$\Delta N_{E2}$ (ciclos)	$\Delta N_{E3}$ (ciclos)	$N_{ET}$ (ciclos)
PF_7	120165	130783	45171	296119
PF_8	111200	31917	1748	144865

*Resultados experimentales de la trayectoria*

La Tabla 6.17 muestra las coordenadas de la trayectoria para las probetas PF\_7 y PF\_8, obtenidos numéricamente y experimentalmente. En la Tabla se indica las ordenadas  $Y$  de cada trayectoria obtenida para cada abscisa  $X$ , distanciadas 0.8 mm.

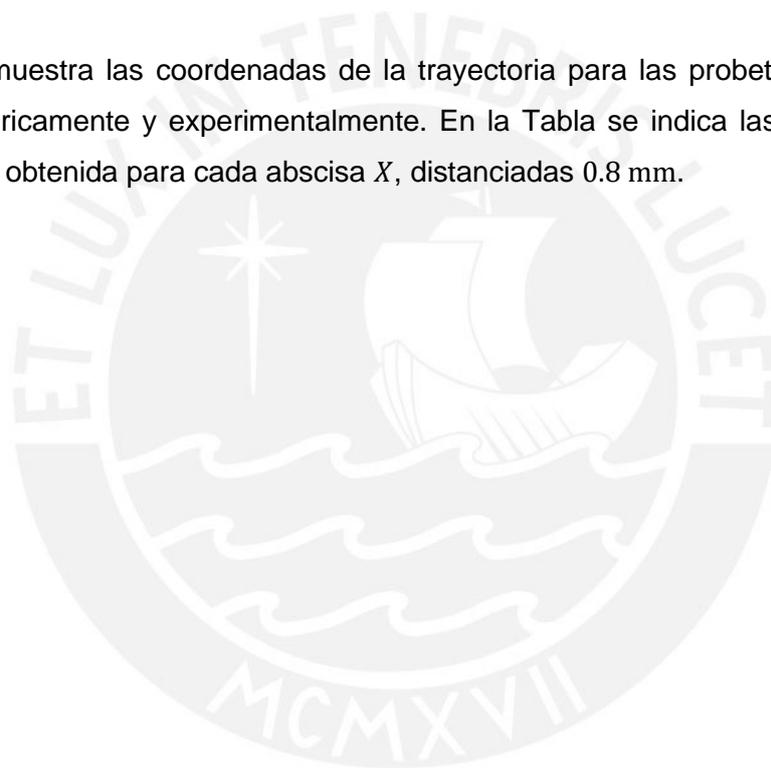


Tabla 6.17: Resultados experimentales y numéricos para valores de la coordenada X

Probeta PF_7			Probeta PF_8		
<i>X (mm)</i>	Experimental <i>Y (mm)</i>	Numérico <i>Y (mm)</i>	<i>X (mm)</i>	Experimental <i>Y (mm)</i>	Numérico <i>Y (mm)</i>
10.0	-0.02	-0.02	10.0	0.03	0.03
10.8	-0.08	-0.03	10.8	0.05	0.05
11.6	-0.04	-0.04	11.6	0.07	0.07
12.4	0.01	-0.01	12.4	0.08	0.09
13.2	0.02	0.02	13.2	0.10	0.10
14.0	0.02	0.04	14.0	0.12	0.12
14.8	0.06	0.06	14.8	0.14	0.14
15.6	0.03	0.06	15.6	0.15	0.16
16.4	0.06	0.06	16.4	0.19	0.19
17.2	0.10	0.09	17.2	0.21	0.20
18.0	0.13	0.13	18.0	0.20	0.20
18.8	0.24	0.25	18.8	0.26	0.23
19.6	0.38	0.38	19.6	0.34	0.28
20.4	0.45	0.48	20.4	0.42	0.34
21.2	0.58	0.58	21.2	0.50	0.41
22.0	0.76	0.78	22.0	0.58	0.49
22.8	0.99	0.99	22.8	0.66	0.58
23.6	1.29	1.26	23.6	0.75	0.69
24.4	1.67	1.53	24.4	0.84	0.81
25.2	2.10	1.85	25.2	0.96	0.94
26.0	2.55	2.22	26.0	1.12	1.10
26.8	3.07	2.64	26.8	1.31	1.27
27.6	3.68	3.11	27.6	1.48	1.44
28.4	4.35	3.63	28.4	1.67	1.63
29.2	4.99	4.21	29.2	1.88	1.83
30.0	5.63	4.83	30.0	2.08	2.04
30.8	6.28	5.51	30.8	2.30	2.25
31.6	6.96	6.22	31.6	2.51	2.47
32.4	7.65	6.99	32.4	2.70	2.68
33.2	8.38	7.80	33.2	2.88	2.88
34.0	9.13	8.67	34.0	3.10	3.07
34.8	9.88	9.57	34.8	3.32	3.26
			35.6	3.53	3.44
			36.4	3.73	3.62
			37.2	3.92	3.80
			38.0	4.14	3.97
			38.8	4.32	4.15
			39.6	4.58	4.34
			40.4	4.86	4.56
			41.2	5.33	4.81
			42.0	5.74	5.12

En la Fig. 6.12 se muestra resultados de la trayectoria experimental en las probetas PF\_7 y PF\_8. La probeta PF\_7 tiene trayectoria dirigida directamente hacia el agujero, con una ligera desviación de aproximadamente 3° en la punta de la prefisura de 8 mm. En la probeta PF\_8 la prefisura generada tiene una tendencia horizontal, con pendiente de aproximadamente 1°

en la punta de la prefisura. En las 2 probetas, el taladro desviador influye de forma considerable sobre la trayectoria.

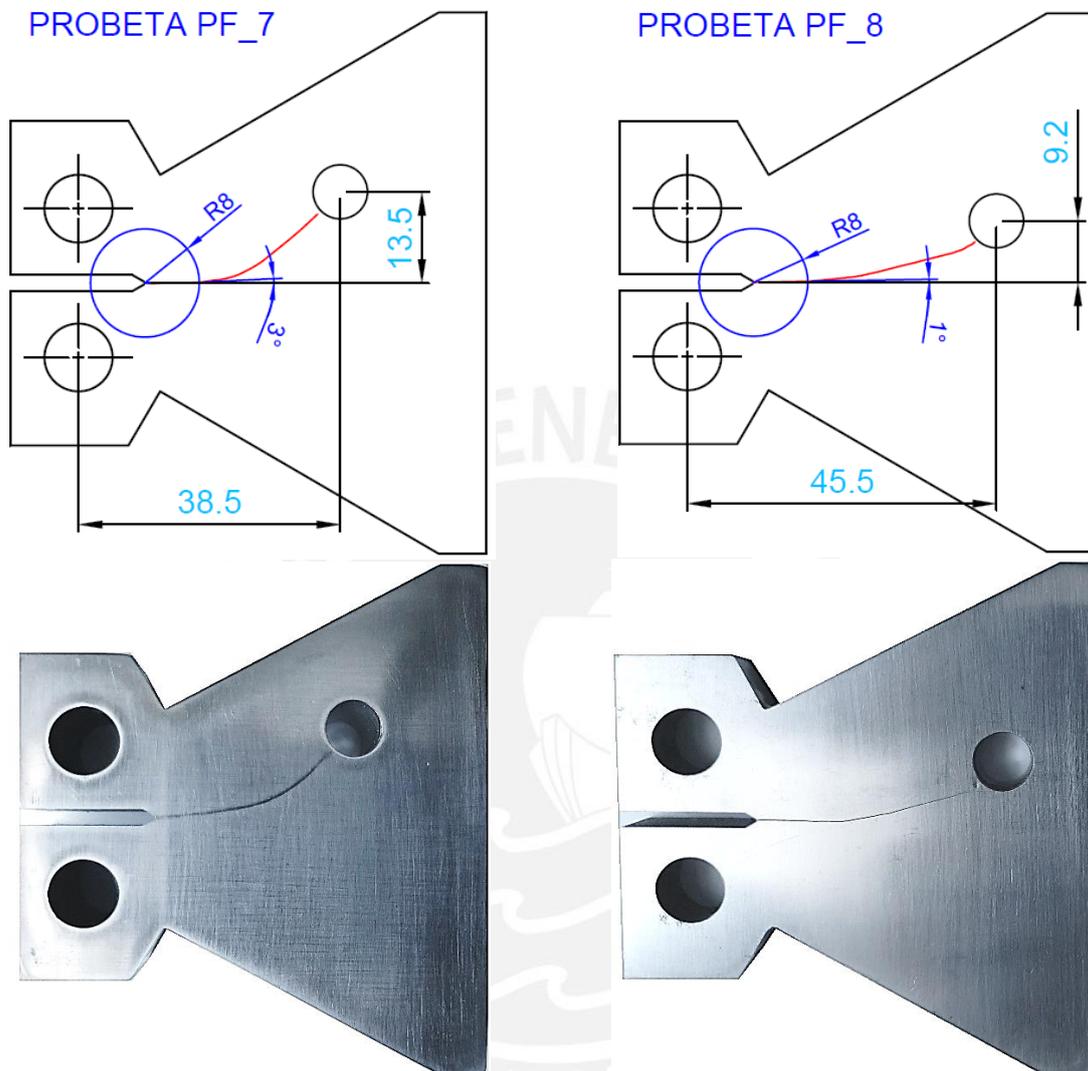


Fig. 6.12: Trayectorias experimentales de las probetas PF\_7 y PF\_8

#### Resultados numéricos de la trayectoria

Se aplicaron los parámetros recomendados para la simulación, estos son: tamaño del elemento finito 0.1,  $R_{TIP}$  1.5, contornos 3-6 y el criterio 1 para determinar el valor numérico de  $K_I$  y  $K_{II}$ . La prefisura de la probeta PF\_7 fue generada con 8 tramos de 1.6 mm cada uno (prefisura de 12.8 mm) hasta la abscisa 22.8 mm, y a partir de este punto se simuló su trayectoria. La prefisura de la probeta PF\_8 fue generada con 5 tramos de 1.6 mm cada una (8 mm de prefisura), y a partir de este punto se simuló su trayectoria. En la Tabla 6.18 se indican las longitudes de los tramos de la trayectoria obtenidos numéricamente.

Tabla 6.18: Resultados numéricos de los tramos de trayectoria de las fisuras

Probeta	$\Delta a_{N1}$ (mm)	$\Delta a_{N2}$ (mm)	$\Delta a_{N3}$ (mm)	$a_{NT}$ (mm)
PF_7	4.1	7.8	3.8	15.7
PF_8	17.7	6.2	1.7	25.6

La Tabla 6.19 muestra los resultados numéricos de los ciclos de carga para cada tramo, aplicando el criterio de Tanaka y la ecuación NASGRO. Los parámetros calibrados  $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$  tienen los valores  $2.95 \times 10^{-11}$ , 2.25, 0 y 0 respectivamente. En el Anexo 6 como ejemplo se muestra los resultados numéricos y el cálculo del número de ciclos para el tramo 3 de la probeta PF\_7.

Tabla 6.19: Resultados numéricos del número de ciclos por tramo (criterio de Tanaka)

Probeta	Tramo 1 $\Delta N_{N1}$ (ciclos)	Tramo 2 $\Delta N_{N2}$ (ciclos)	Tramo 3 $\Delta N_{N3}$ (ciclos)	Total tramos $N_{CT}$ (ciclos)
PF_7	119044	130037	40977	290058
PF_8	107389	23897	2546	133832

La Tabla 6.20 muestra los resultados numéricos de los ciclos de carga para cada tramo, utilizando el criterio de Xiangqiao.

Tabla 6.20: Resultados numéricos del número de ciclos por tramo (criterio Xiangqiao)

Probeta	Tramo 1 $\Delta N_{N1}$ (ciclos)	Tramo 2 $\Delta N_{N2}$ (ciclos)	Tramo 3 $\Delta N_{N3}$ (ciclos)	Total tramos $N_{CT}$ (ciclos)
PF_7	119043	130037	40976	290056
PF_8	107388	23933	2542	133863

#### Comparación de resultados en la trayectoria de la fisura

La Tabla 6.21 muestra la diferencia máxima en la trayectoria para la coordenada  $\Delta Y_T$ , de las probetas PF\_7 y PF\_8. El coeficiente de determinación  $R^2$  indica buena correspondencia de los resultados numéricos.

Tabla 6.21: Resultados cuantitativos en las probetas utilizando el criterio MERR

Probeta	$X_T$ (mm)	Experimental $Y_T$ (mm)	Numérico $Y_T$ (mm)	Diferencia máxima $\Delta Y_T$ (mm)	$R^2$
PF_7	30.0	5.63	4.83	0.80	0.9820
PF_8	42.0	5.74	5.12	0.62	0.9911

El coeficiente de determinación para la probeta PF\_7 es 0.9820, se produce mayor diferencia entre la trayectoria experimental y numérica a partir de coordenada X = 24 mm (ver Fig. 6.13). Esta diferencia es atribuible a factores microestructurales del material, que pueden producir desviaciones aleatorias de la trayectoria ideal. La trayectoria experimental y numérica en la probeta PF\_8 tienen buena correspondencia de sus resultados, con un valor de  $R^2$  0.9911 como se observa en la Fig. 6.13.

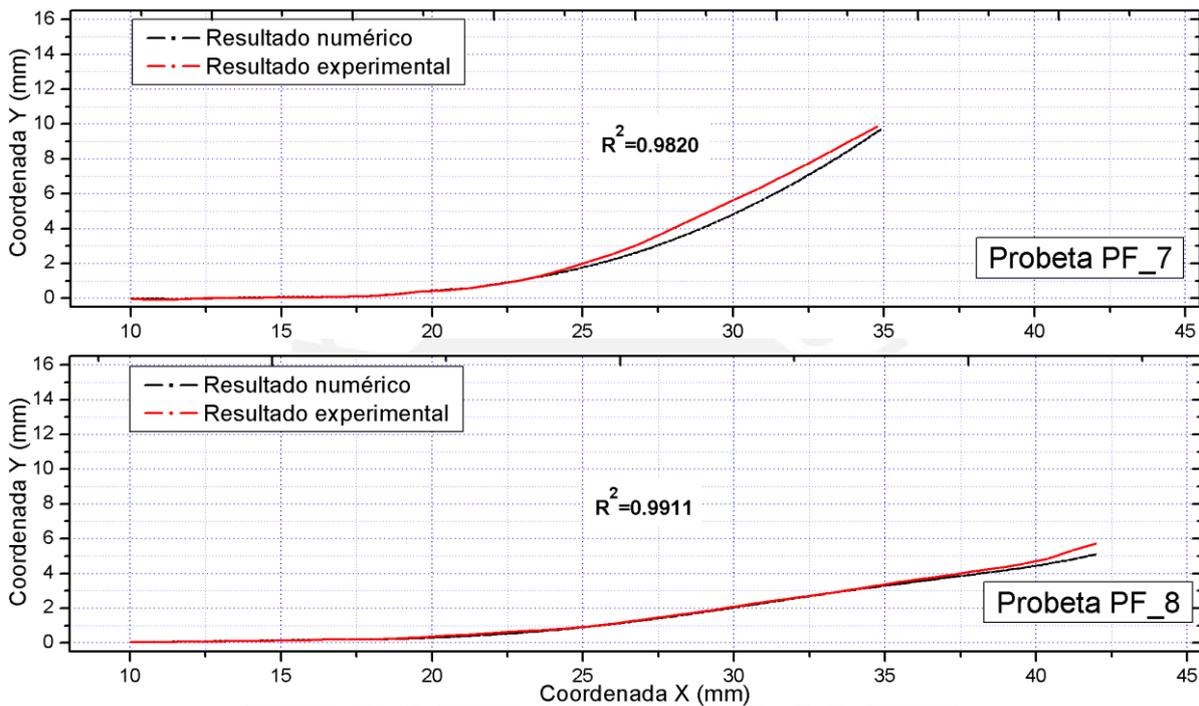


Fig. 6.13: Comparación de los resultados experimentales y numéricos, probetas PF 7 y PF\_8

Los coeficientes de determinación para las probetas PF\_7 y PF\_8 muestran buena correspondencia de los resultados experimentales y numéricos. Tomando en cuenta que los espesores de estas probetas difieren considerablemente, 20 mm y 8 mm respectivamente. Se puede deducir que el espesor tiene poca influencia, de acuerdo a los resultados obtenidos de la trayectoria.

#### *Comparación de resultados en el número de ciclos de crecimiento*

En la Tabla 6.22 se muestra el error producido entre los resultado experimentales y numéricos de los ciclos de crecimiento mediante los criterios de Tanaka y Xiangqiao. Para la probeta PF\_8 en los tramos 2 y 3 se produce mayor error, 21.4 y 21.6% respectivamente. A diferencia del error para la probeta PF\_7 que en los tramos 2 y 3 son de 0.6 y 9.3%, respectivamente. Esto es atribuible al retardo de la velocidad de crecimiento debido a la reducción de carga con respecto al tramo anterior. La zona de proceso es aún mayor en la probeta de menor espesor,

por ende, se producirá más retardo por reducción de carga en el crecimiento de la fisura. También, se muestra que en el tramo 3 de la probeta PF\_7 se produce un error de 9.3%. Este retardo de la velocidad de crecimiento es atribuible al incremento del tamaño de la zona de proceso, que cerca de un taladro desviador es mayor, debido a que se incrementa la zona de deformación plástica frente a la fisura.

Tabla 6.22: Comparación del número de ciclos

Probeta	Tramo	$a_{ET}$ (mm)	$a_{CT}$ (mm)	$N_{ET}$ (cycles)	$N_{CT}$ (cycles) Tanaka	$N_{CT}$ (cycles) Xiangqiao	error % Tanaka	error % Xiangqiao
PF_7	1	4.0	4.1	120165	119044	119043	0.9	0.9
	2	7.8	7.8	130783	130037	130037	0.6	0.6
	3	3.7	3.8	45171	40977	40976	9.3	9.2
	Total	15.5	15.7	296119	290058	290056	2.1	2.1
PF_8	1	17.5	17.7	111200	107389	107388	3.4	3.4
	2	6.3	6.2	30417	23897	23933	21.4	21.3
	3	1.7	1.7	3248	2546	2542	21.6	21.6
	Total	25.5	25.6	144865	133832	133863	7.6	7.6

Los resultados globales de los ciclos de crecimiento obtenido, muestran un error de 2.1% para la probeta PF\_7 y 7.6 % para la probeta PF\_8. Los criterios de Tanaka y Xiangqiao arrojan resultados similares.

### 6.5.2 Palanca acodada

Para una segunda aplicación del procedimiento implementado se utilizó un componente de maquina estandarizado llamado “palanca acodada”. Este componente también fue utilizado por Schöllmann et al. para mostrar la capacidad y funcionalidad del software ADAPCRACK3D (Schöllmann et al., 2003).

#### *Consideraciones para la simulación*

El software ADAPCRACK3D utiliza el criterio del máximo esfuerzo principal para determinar la dirección de propagación y el criterio de Schöllmann (Schöllmann et al., 2001) para determinar el  $\Delta K_{eq}$ , dado por la ecuación (6.2). Para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga utiliza el modelo de Erdogan y Ratwani (1970), dado por la ecuación (6.3).

$$\Delta K_{eq} = \frac{\Delta K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\Delta K_I^2 + 4(1.155\Delta K_{II})^2 + 4(\Delta K_{III})^2} \quad (6.2)$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K - \Delta K_{TH})^m}{(1 - R)K_{IC} - \Delta K} \quad (6.3)$$

### Propiedades del material

La palanca acodada es de aleación de aluminio AlZnMgCu1.5 (7075 T 651) utilizado mayormente en estructuras livianas. Las propiedades del AlZnMgCu1.5 están descritas en la Tabla 6.23 (Schöllmann et al., 2003). Con fines comparativos en esta Tabla también se especifican las propiedades del acero DIN W N°: 1.8721, utilizado en el presente trabajo.

Tabla 6.23: Propiedades de los materiales utilizados

Material	$E$ (GPa)	$\nu$	$K_{IC}$ (MPa $\sqrt{mm}$ )	$\Delta K_{TH}$ (MPa $\sqrt{mm}$ )	$C$	$m$	$p$	$q$
Acero DIN W N°: 1.8721	200	0.3	3194	158	Ecuación de Nasgro			
					$3E - 11$	2.25	0	0
Aleación de aluminio AlZnMgCu1.5	70	0.34	862	174	Modelo de Erdogan y Ratwani			
					$1.46E - 3$	0.572	-	-

Las dimensiones (mm) del componente analizado están especificadas en la Fig. 6.14 a), con espesor uniforme de 15 mm. Las restricciones de desplazamiento del modelo y la carga máxima aplicada  $F_{(t)} = 7000$  N a una razón de carga  $R = 0.1$ , se ilustran en la Fig. 6.14 b).

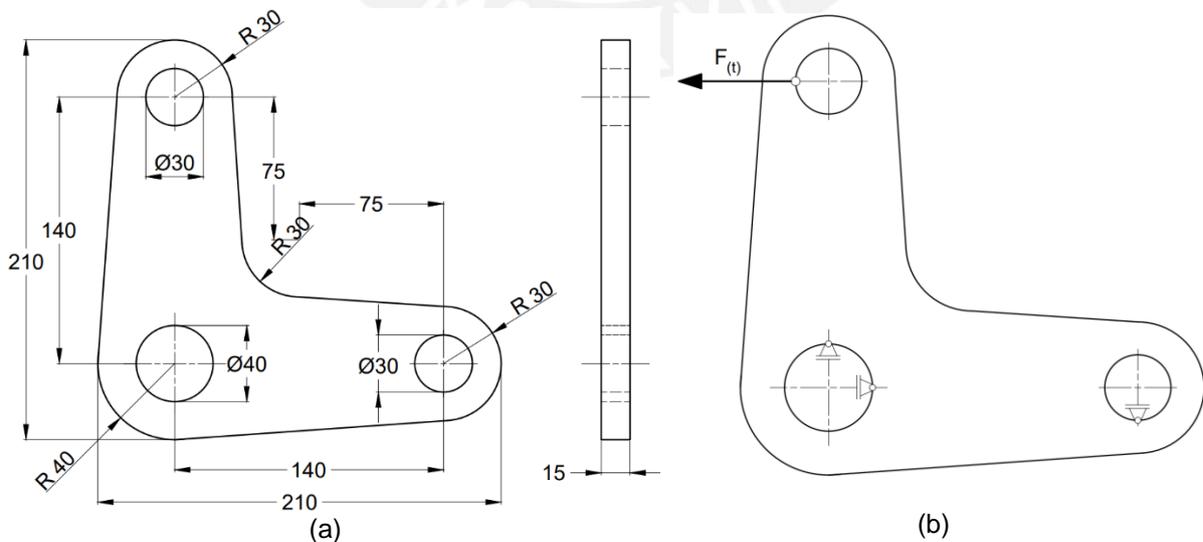


Fig. 6.14: Palanca acodada: a) Dimensiones, b) Condiciones de contorno  
(Adaptado de Schöllmann et al., 2003)

## Modelo numérico XFEM

Con el fin de obtener resultados adecuados, la generación de la malla es de forma controlada. La malla es suficientemente fina en la zona de propagación por donde se prevé que pase la trayectoria de la fisura (tamaño de elemento 1 mm). En la zona más alejada de la fisura, se utilizó tamaño del elemento de 4 mm. Se analizaron dos casos de análisis, en el primero se generó una prefisura superficial en el borde central (plano de simetría) que se llamará “fisura simétrica”. Esta fisura tiene longitud de 5 mm y está orientada de forma perpendicular a la superficie (ver Fig. 6.15 a)). Es importante mencionar que un caso similar fue analizado en la mencionada referencia, utilizando el software ADAPCRACK3D, pero aquí generaron una prefisura semicircular de 5 mm de radio (Schöllmann et al., 2003). Como segundo caso, se generó una prefisura horizontal de 5 mm, ubicada en el brazo lateral que se llamará “fisura lateral” (ver Fig. 6.15 b)).

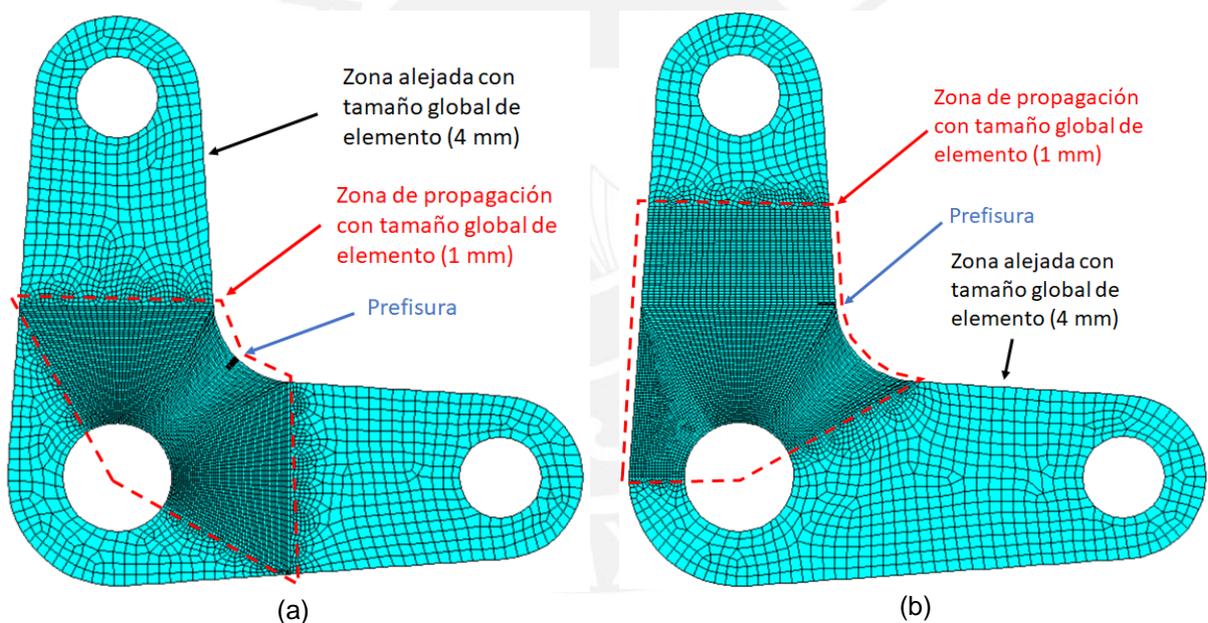


Fig. 6.15: Modelo numérico XFEM: a) Prefisura simétrica, b) Prefisura lateral

### Resultados numéricos del modelo con prefisura simétrica

Las condiciones de contorno del modelo, la carga, y la geometría, generan un eje de simetría en la mitad del componente, haciendo que la prefisura esté sometida a modo I de carga. La fisura se propagará a lo largo del plano de simetría del modelo, hacia el agujero central. Se produce crecimiento de la fisura hasta que  $\Delta K_I$  alcance el valor de  $\Delta K_C$  del material, y produzca rotura del componente.

La Fig. 6.16 muestra los resultados de crecimiento en la palanca acodada, con una prefisura de 5 mm generada en el eje de simetría y material aluminio AlZnMgCu1.5. En estas figuras se observa la trayectoria de la fisura hasta la condición en el que se produce la rotura del componente.

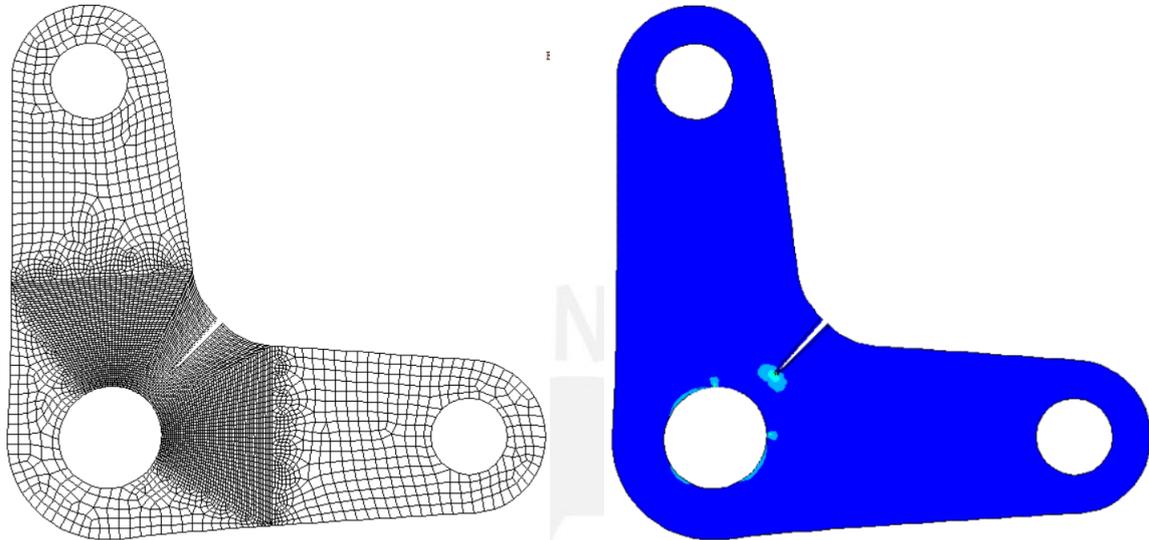


Fig. 6.16: Prefisura simétrica: aleación de aluminio AlZnMgCu1.5 (7075 T 651)

La Fig. 6.17 muestra la trayectoria de la fisura en la palanca acodada, con una prefisura de 5 mm generada en el eje de simetría y material acero W DIN N°: 1.872. En estas figuras se observa la trayectoria hasta el instante en que la fisura llega hasta el agujero central del componente.

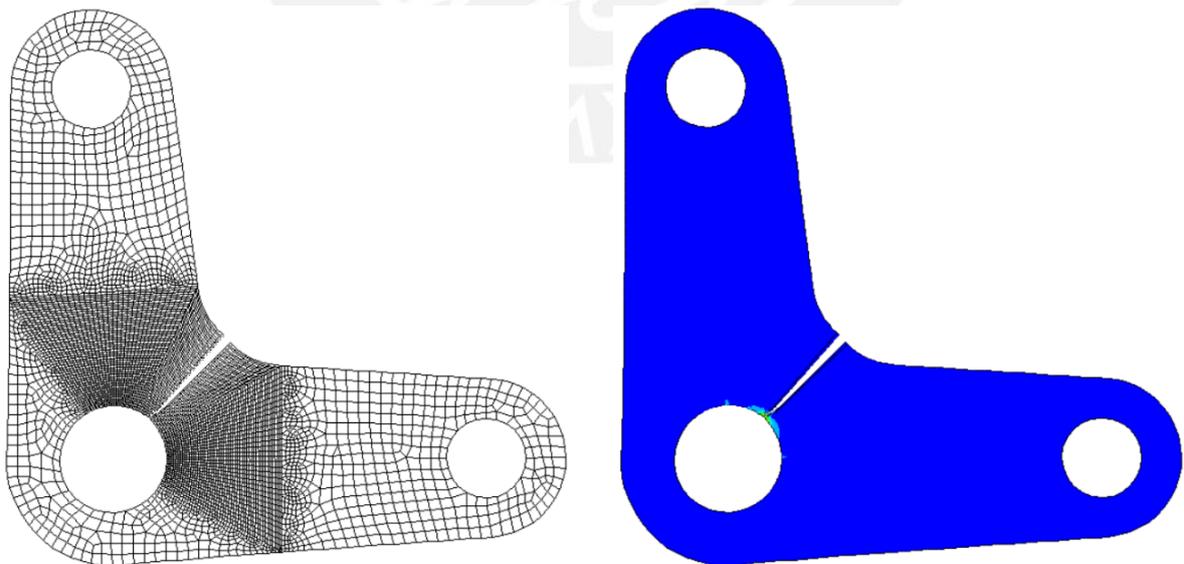


Fig. 6.17: Prefisura simétrica: acero DIN W N°: 1.8721

En la Tabla 6.24 se muestra los resultados obtenidos mediante el procedimiento 2D desarrollado en el presente trabajo, para la palanca acodada de material acero y aleación de aluminio. En la Tabla se indica el número de ciclos total  $N_{CT}$  y la longitud de la trayectoria de la fisura  $a_{CT}$  para estos 2 materiales. Para el análisis de crecimiento con material acero DIN W N°: 1.8721, se utilizó la ecuación de NASGRO. Para el análisis de crecimiento con el material AlZnMgCu1.5, se implementó el modelo de Erdogan y Ratwani utilizado en el software ADAPCRACK3D.

Tabla 6.24: Resultados con la prefisura simétrica

Material	$N_{CT}$ (ciclos)	$a_{CT}$ (mm)	Causa de la finalización de la simulación
Acero DIN W N°: 1.8721	785875	37.12	La fisura llega al borde del componente (agujero central)
Aleación de aluminio AlZnMgCu1.5	141107	24.33	Se produce la rotura súbita del componente después de 141107 ciclos de crecimiento

Los resultados de Schöllmann et al. mediante el software ADAPCRAC 3D, para el material AlZnMgCu1.5 son:  $N_{CT} = 143696$  ciclos y  $a_{CT} \approx 25$  mm. La diferencia de los ciclos de crecimiento entre el ADAPCRACK3D y el procedimiento 2D desarrollado, es debido a la prefisura. La prefisura del modelo 3D de Schöllmann et al. es semicircular de radio 5 mm, a diferencia de la prefisura del modelo 2D que es recta a través del espesor. En el modelo analizado con material de aluminio la fisura propago 24.33 mm, y se produjo la rotura del componente. En el modelo analizado con material de acero la fisura propago 37.12 mm, y llegó hasta el agujero central de la palanca.

#### *Resultados numéricos del modelo con prefisura lateral*

Las condiciones de contorno del modelo, la carga, la geometría, y la ubicación de la prefisura lateral, hacen que se produzca modo mixto I+II. El crecimiento se produce hasta que  $\Delta K_{eq}$  alcance el valor de  $\Delta K_C$  del material, y produzca rotura del componente.

La Fig. 6.18 muestra los resultados de crecimiento en la palanca acodada, con una prefisura lateral de 5 mm y material AlZnMgCu1.5. En las figuras se observa la influencia del agujero central en la trayectoria de la fisura hasta la condición en la cual se produce la rotura del componente.

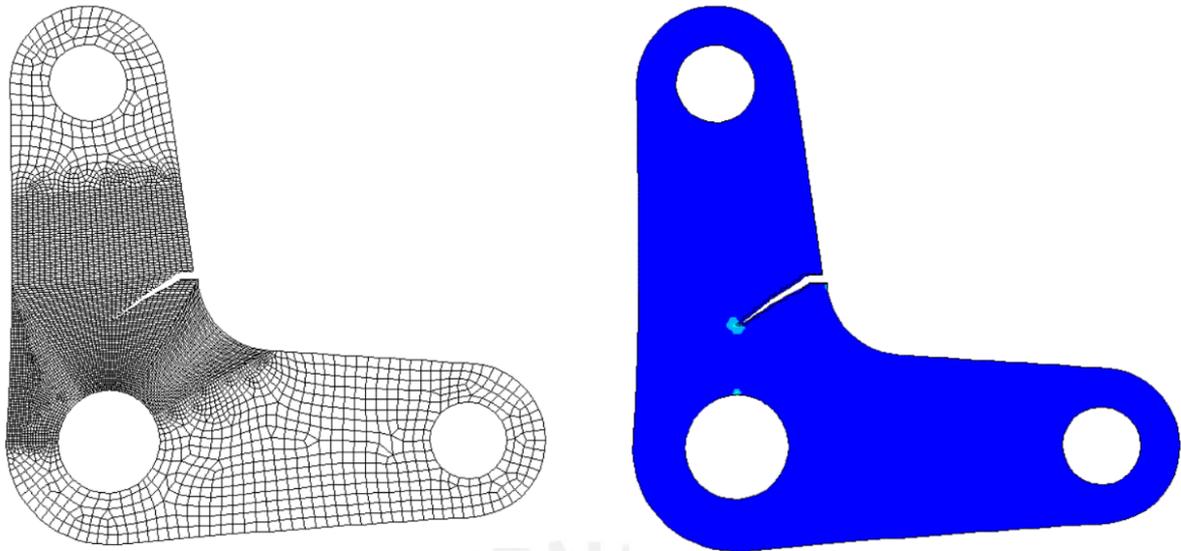


Fig. 6.18: Prefisura lateral: aleación de aluminio AlZnMgCu1.5 (7075 T 651)

La Fig. 6.19 muestra los resultados de crecimiento en la palanca acodada de material acero W DIN N°: 1.872. Las figuras muestran la influencia del agujero central en la trayectoria de la fisura hasta la condición en la cual se produce la rotura del componente.

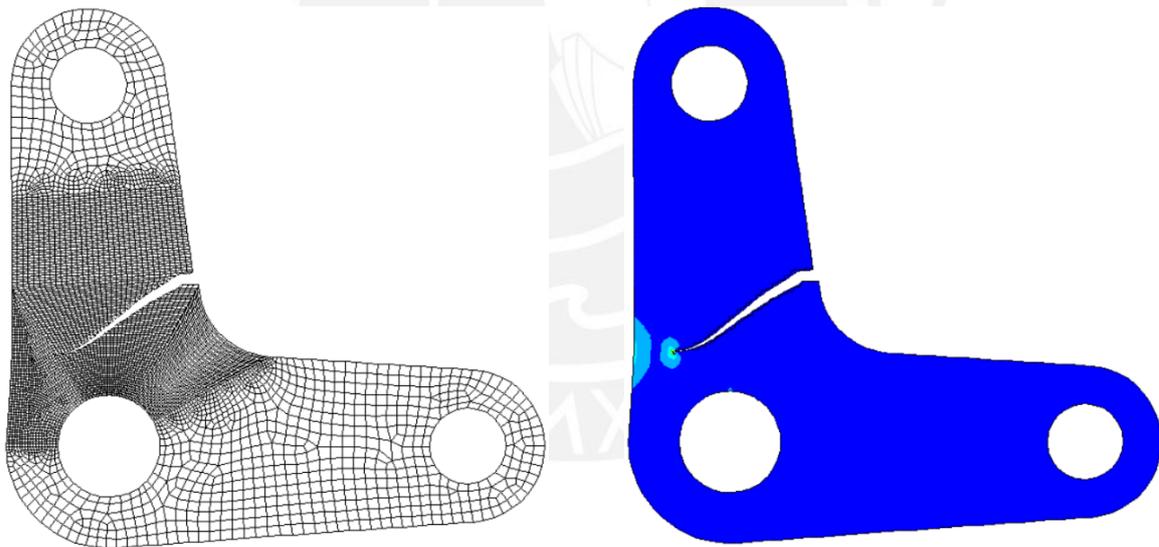


Fig. 6.19: Prefisura lateral: acero DIN W N°: 1.8721

En la Tabla 6.25 se muestra los resultados obtenidos mediante el procedimiento 2D desarrollado en el presente trabajo, para la palanca acodada de material acero y aleación de aluminio. Para el análisis de crecimiento con material acero DIN W N°: 1.8721, se utilizó la ecuación de NASGRO. Para el análisis de crecimiento con el material AlZnMgCu1.5, se implementó el modelo de Erdogan y Ratwani.

Tabla 6.25: Resultados con la prefisura lateral

Material	$N_{CT}$ (ciclos)	$a_{CT}$ (mm)	Causa de la finalización de la simulación
Acero DIN W N°: 1.8721	1499658	58.82	Se produce la rotura súbita del componente después de 1499658 ciclos de crecimiento
Aleación de aluminio AlZnMgCu1.5	305704	33.08	Se produce la rotura súbita del componente después de 305704 ciclos de crecimiento

La trayectoria de la fisura y el número de ciclos de crecimiento antes de producirse la rotura del componente, son mayores para el modelo analizado con el material de acero comparado con el de aleación de aluminio. Estas diferencias se deben a las propiedades fractomecánicas de cada material analizado.

## 6.6 Conclusiones parciales

- a. Para validar el procedimiento general implementado se compararon los resultados obtenidos por simulación numérica con los resultados experimentales. Se utilizaron cinco probetas tipo TDCB obteniéndose buena correspondencia de los resultados de la trayectoria de fisuras por fatiga, con coeficientes de determinación  $R^2$  entre 0.9428 y 0.9928. Se comprobó que los criterios para determinar la dirección de propagación de fisuras MTS, MERR y SED arrojan resultados muy similares de la trayectoria.
- b. Para determinar los parámetros óptimos de la ecuación de NASGRO del material estudiado, el acero DIN W N°: 1.8721, se usaron los resultados experimentales de los ciclos de crecimiento obtenidos en cinco probetas tipo TDCB. Los valores obtenidos de dichos parámetros son:  $C = 2.95 \times 10^{-11}$ ,  $m = 2.25$ ,  $p = 0$  y  $q = 0$ . Estos valores son similares a los obtenidos por Barsom (1974) para el acero de alta resistencia 10Ni-Cr-Mo-Co, que son:  $C = 2.90 \times 10^{-11}$ ,  $m = 2.25$ ,  $p = 0.3$  y  $q = 0.15$ , validando de esta forma el procedimiento de calibración del modelo.
- c. El procedimiento implementado se aplicó en dos probetas tipo TDCB de diferentes espesores, 20 mm y 8 mm, obteniendo buena correspondencia entre los resultados experimentales y numéricos. En la comparación de la trayectoria se obtuvo un coeficiente de determinación  $R^2$  de 0.9820 y 0.9911, respectivamente. En lo correspondiente al número de ciclos de crecimiento se obtuvo un error de 2.1% y 7.6%,

respectivamente. En la probeta más delgada el error en el número de ciclos es mayor debido al efecto de retardo de la velocidad de crecimiento.

- d. El procedimiento implementado se aplicó también en el análisis de una palanca acodada, para evaluar la influencia de las propiedades fractomecánicas de los materiales utilizados; acero y aleación de aluminio. Debido a que el acero tiene una tenacidad a la fractura mayor que la aleación de aluminio, la longitud de la fisura en la aleación de aluminio, justo antes de producirse la rotura súbita del componente, fue menor que en el acero. Asimismo, el número de ciclos de crecimiento fue mayor para el acero que para la aleación de aluminio, debido a que este último tiene una mayor velocidad de crecimiento. Por otro lado, al comparar los resultados obtenidos mediante el procedimiento implementado en este trabajo con los obtenidos por la referencia citada mediante el software ADAPCRACK3D, se encontró que, para el caso de la fisura simétrica, la diferencia de la longitud total de la fisura es menor al 3% y del número total de ciclos es menor al 2%. Todo ello, a pesar de que en la referencia se consideró una prefisura semicircular en un modelo 3D y en el procedimiento implementado una prefisura de longitud constante en 2D. Finalmente, cabe resaltar que esta aplicación también ha servido para comprobar la capacidad del procedimiento de captar la influencia de concentradores de tensiones, como son los agujeros. Asimismo, ha permitido mostrar su flexibilidad al añadir el criterio de Schöllmann y el modelo de Erdogan y Ratwani para analizar el crecimiento de la fisura por fatiga.

# Discusión

## 1. *Criterios para evaluar la dirección de propagación*

Debido a que la fatiga es un proceso de cambio estructural permanente, localizado y progresivo, se puede considerar que, en un punto sometido a tensiones y deformaciones fluctuantes, la carga cíclica produce una zona de daño muy pequeña. En esta zona la fisura tiende a propagar hacia una determinada dirección, generada por el valor máximo de la carga cíclica. Después de cierta cantidad de ciclos, la fisura propagará a través de la zona de daño y se detendrá. Por lo cual, se puede analizar la dirección de propagación a través de la zona de daño utilizando criterios planteados para determinar la dirección inicial de una fisura sometida a condiciones estáticas. Para determinar esta dirección inicial se utilizaron los criterios MTS, MERR y SED; en consecuencia, el cálculo de fatiga se realiza a través de un análisis cuasi estático.

La Mecánica de la Fractura Elástica Lineal considera que, en el proceso de fractura, las deformaciones plásticas son altamente localizadas en la punta de la fisura. Si estas deformaciones fueran de mayor tamaño, la plasticidad en la punta de la fisura influiría en la dirección de propagación. Por esta razón, los criterios MTS, MERR y SED que utilizan los factores de intensidad de tensiones, ofrecen resultados adecuados en la obtención de la trayectoria de fisuras por fatiga.

Los valores de la máxima desviación (Modo II puro) que se obtienen con los criterios MTS ( $\pm 70.5^\circ$ ), MERR ( $\pm 73.87$ ) y SED ( $\pm 79.66$ ), muestran las diferencias existentes entre los tres criterios analizados. Pero, los resultados obtenidos en esta investigación indican que no existen diferencias significativas entre las trayectorias usando estos tres criterios. Li et al. (2013) condujeron una investigación para determinar el ángulo de inicio de propagación de fisuras  $\theta$  en modo mixto I+II. Usaron probetas SCB (viga Semi-Circular) fabricadas de material de rocas de dolomita, material considerado de comportamiento frágil, y analizaron cinco criterios. Ellos encontraron similitud en la dirección de propagación cuando predomina el modo I de fractura para los cinco criterios. Asimismo, encontraron que a medida que aumenta la proporción de deformación en el modo II la diferencia se hace mayor, concluyendo que los criterios no eran adecuados en estas condiciones de modo mixto. Comprobaron que para ángulos de propagación de la fisura entre  $34.8^\circ$  y  $40^\circ$  aparecen evidencias de aplastamiento en la superficie de fractura, que influye en la dirección del inicio de propagación de la fisura. Radaj (2013), indica que los criterios para determinar la dirección de propagación de la fisura son aplicables o no

aplicables para cada caso especial bajo consideración. La aplicabilidad de los criterios debe definirse sobre la base de los resultados experimentales de fatiga bajo modo mixto I+II. El presente estudio permite afirmar que, para el análisis de la propagación de fisuras por fatiga donde predomina el modo I y el material tiene un comportamiento frágil, los criterios MTS, MERR y SED son aplicables y adecuados para determinar las trayectorias de propagación.

## 2. Factores que influyen en la obtención de $K_I$ y $K_{II}$

En el cálculo numérico de los factores de intensidad de tensiones se analizaron varios parámetros que influyen en la obtención de sus valores, como son: el radio del círculo de la zona enriquecida  $R_{TIP}$ , el tamaño de elemento finito, el número de contornos de integración.

El  $R_{TIP}$  es más influyente en  $K_I$  que en  $K_{II}$ , porque los valores de  $K_I$  dentro de la zona de  $R_{TIP}$  en todos los contornos excepto el primero, son muy similares y próximos al valor analítico. El número de contornos es más influyente en  $K_{II}$  que en  $K_I$ , porque  $K_{II(Num)}$  depende de los contornos que se utilicen para determinar su valor, los primeros contornos, excepto el primero, presentan valores numéricos de  $K_{II}$  más cercanos al valor analítico. Se requiere que los contornos, de los cuales se obtienen los valores numéricos de  $K_I$  y  $K_{II}$ , estén dentro de la zona de enriquecimiento definido por el  $R_{TIP}$ .

Para comprobar la eficacia de los criterios utilizados para determinar  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$  se realizó la simulación de la trayectoria de la fisura, utilizando los parámetros recomendados a partir del análisis previo para la determinación numérica de  $K_I$  y  $K_{II}$ . El criterio elegido para determinar  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$  tiene menor influencia en la trayectoria cuando la malla es lo suficientemente fina. Esto tiene sustento debido a que en las mallas finas el incremento de crecimiento de la fisura ( $\Delta a$ ) en un elemento es más pequeño, por ende, la trayectoria es evaluada en mayor cantidad de puntos, haciendo más preciso el análisis. Al aplicar los cinco criterios planteados para determinar el  $K_{I(Num)}$  y  $K_{II(Num)}$ , se comprobó que las trayectorias obtenidas en la probeta PF\_3 son diferentes con cada criterio. La trayectoria más cercana a la experimental se ha obtenido utilizando el criterio que determina el valor de  $K_I$  como el valor más cercano al promedio de los contornos considerados y  $K_{II}$  correspondiente al mismo contorno que  $K_I$ . Se comprobó que los resultados de la trayectoria son más precisos al usar los contornos 3 al 6.

### 3. Calibración del modelo de crecimiento

El procedimiento para la calibración de la ecuación de NASGRO considera que este modelo permite evaluar el crecimiento en las tres etapas, para diferentes valores de  $\Delta K$ ,  $\Delta K_{TH}$ ,  $K_{IC}$  y  $R$ . Sin embargo, los datos experimentales usados en la calibración corresponden solamente a la etapa II de crecimiento estable, con lo cual el uso de la ley de Paris habría sido suficiente, si no fuera porque esta no incluye el efecto de  $R$ . Si los datos experimentales incluyeran la zona cercana al umbral de fatiga  $\Delta K_{TH}$  (etapa I),  $p$  tendría un valor diferente de cero, debido al retardo de crecimiento cerca al umbral. De forma similar, si los datos experimentales de crecimiento incluyeran a la etapa III de crecimiento inestable, se obtendría un valor de  $q$  diferente de cero, por la influencia de  $K_{IC}$  en el crecimiento cerca de los modos estáticos de ruptura. Para una calibración óptima de la ecuación de NASGRO, es necesario tener datos experimentales de las tres etapas de crecimiento, esto permitirá predecir el comportamiento de fisuras desde el inicio de crecimiento hasta la rotura del componente con mayor precisión.

Así como en el presente estudio, otras investigaciones utilizaron técnicas para ajustar la ecuación de NASGRO con datos experimentales de crecimiento. Por ejemplo, Mettu et al. (1999), usaron datos experimentales de crecimiento del aluminio fundido A357 para ajustar la ecuación de NASGRO con diferentes valores de  $R$ . Moreno et al. (2015), evaluaron el crecimiento de fisuras con  $\Delta K$  variable en el Aluminio 2024-T351 y utilizaron la ecuación NASGRO cerca al umbral de fatiga, donde se produce fuerte influencia del  $\Delta K_{TH}$ , obteniendo buenos resultados en el crecimiento de fisuras en la etapa I. Maierhofer et al. (2014) y Zhang et al. (2016b), analizaron el comportamiento de fisuras cerca al  $\Delta K_{TH}$  en base a la ecuación de NASGRO, además, consideraron diversos valores de  $R$ , obteniendo resultados adecuados en la predicción de crecimiento de fisuras. En el presente estudio se comprobó la adaptabilidad de la ecuación de NASGRO para evaluar el crecimiento estable de fisuras bajo la influencia de  $\Delta K$  y  $R$ .

### 4. Crecimiento para modo mixto I+II

Los criterios de Tanaka y Xianqiao, utilizados para determinar el rango del factor de intensidad de tensiones equivalente  $\Delta K_{eq}$  para modo mixto de carga I+II, arrojaron valores muy similares. La principal diferencia entre estos criterios radica en que el criterio de Tanaka fue planteado en base a resultados experimentales en placas de aluminio con

una fisura central, en contraste, el criterio de Xiangqiao fue formulado en base a la teoría de la Máxima Tensión Tangencial.

Para mostrar la similitud de resultados entre los dos criterios utilizados, en la Fig. D1 se graficó la relación entre el valor de  $\Delta K_I$  y  $\Delta K_{eq}$  en escala logarítmica, manteniendo el valor para  $\Delta K_{II} = 1$ . Se observa que, cuando predomina el modo I de fractura ( $\Delta K_I$  tiene valores altos comparados con el valor de  $\Delta K_{II}$ ), los dos criterios analizados arrojan resultados muy similares. Cuando el modo II de fractura es predominante ( $\Delta K_I/\Delta K_{II} < 10$  o  $\theta > -11.20^\circ$ ), aumenta la diferencia de  $\Delta K_{eq}$  entre los criterios de Tanaka y Xiangqiao, la cual se incrementa a medida que  $\theta$  aumenta (ver Fig. D1). En el caso de crecimiento de fisuras por fatiga es predominante el modo I, por tal motivo, no existen diferencias significativas al utilizar el criterio de Tanaka o Xiangqiao en la determinación de  $\Delta K_{eq}$ .

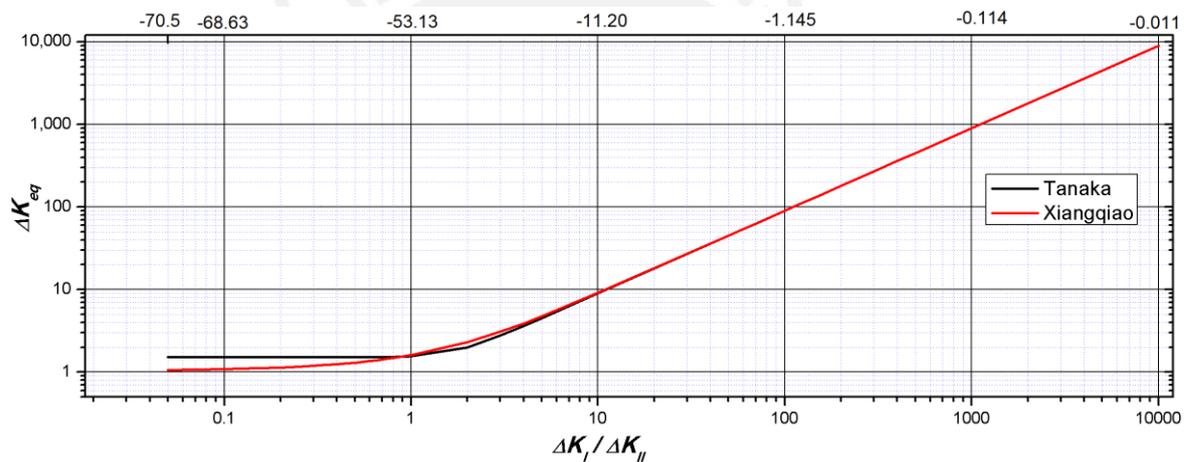


Fig. D1: Comparación del criterio de Tanaka y Xiangqiao

##### 5. Desviaciones aleatorias de la fisura

Los estudios de Cotterell (1966) muestran que en un material real puede haber desviación de la trayectoria ideal de la fisura, causada por pequeñas irregularidades. Estas irregularidades locales causan el crecimiento en una dirección aleatoria. Si después de la desviación aleatoria la trayectoria regresa hacia el camino ideal original, la fisura se propagará en forma de zigzag, a este modo de crecimiento se llamó de Clase I. Se demostró que el modo de crecimiento de Clase I era muy probable a escala macroscópica, aunque el crecimiento microscópico de fisuras en cualquier momento sea más aleatorio. En el modo de crecimiento de Clase II descrita por Cotterell (1966), la trayectoria después de una desviación aleatoria nunca vuelve a la dirección original, produciendo desviaciones irreversibles de la trayectoria ideal. La dirección más probable

para el crecimiento de la fisura, después de una pequeña desviación aleatoria, será en la dirección de la tensión principal que se produce en la nueva punta de fisura.

Pook (2010) afirmó que las desviaciones aleatorias repetidas producirían que la fisura siga un camino en zigzag alrededor de la trayectoria ideal de la fisura. Una fisura es direccionalmente inestable si tras pequeñas desviaciones aleatorias no vuelve a su línea inicial. La estabilidad de una fisura puede cambiar a medida que crece. Las fisuras tienden a ser atraídas por límites, siendo cada vez más estables a medida que se acercan a un límite.

En algunas trayectorias de fisuras obtenidas experimentalmente en las probetas TDCB, se observaron cambios de dirección repentinos en su dirección, que podrían atribuirse a factores externos relacionados con la microestructura del material, como se mencionó anteriormente. En el caso de la probeta PF\_7 la trayectoria experimental presentó una desviación aleatoria irreversible después de la prefisura de 8 mm ( $X \approx 18$  mm). Esta desviación irreversible causó que la trayectoria ideal, obtenida por simulación numérica, no coincidiera con la experimental, resultando en la trayectoria mostrada en la Fig. D2. Para evitar la zona donde se produjo la desviación aleatoria irreversible, se incrementó la longitud de la prefisura hasta 8 tramos de 1.6 mm, teniendo la prefisura una longitud de 12.8 mm ( $X \approx 22.8$  mm). A partir de este punto se procedió a la simulación numérica de crecimiento de la fisura por fatiga. La Fig. 6.12 muestra el resultado numérico de la trayectoria con prefisura de 12.8 mm de longitud, en la que se evitó la zona de desviación aleatoria de la fisura.

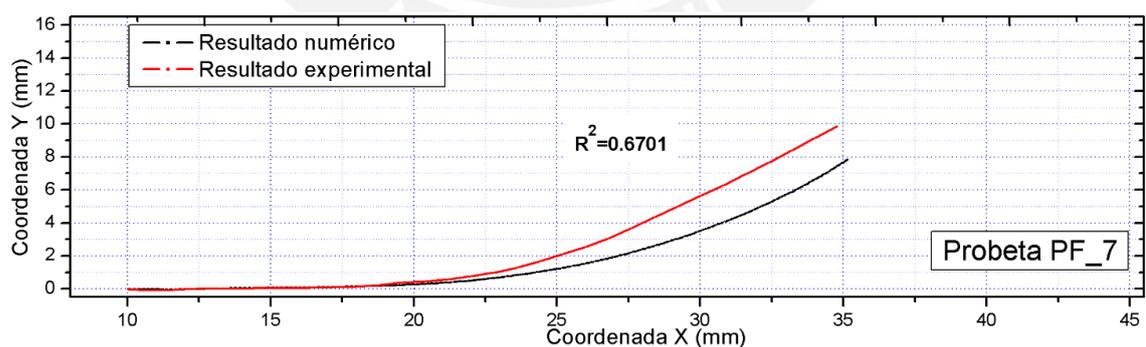


Fig. D2: Resultados experimentales y numéricos por desviaciones irreversibles de la trayectoria

Estas desviaciones irreversibles en la trayectoria de la fisura se observaron también en otras probetas TDCB utilizadas en el presente estudio, produciendo mayor diferencia entre los resultados experimentales y numéricos.

## 6. Retardo de la velocidad de crecimiento de la fisura

En la Tabla D1 se muestra los resultados experimentales de los ciclos de carga  $N_{ET}$ , y los resultados de los ciclos calculados  $N_{CT}$ . Se observa que  $N_{ET}$  es mayor que  $N_{CT}$  para un crecimiento similar de la fisura. Esta diferencia es más evidente en la probeta PF\_8 (8 mm de espesor) comparado con la probeta PF\_7 (20 mm de espesor).

Tabla D1: Comparación de los resultados experimentales y numéricos

Probeta	$a_{ET}$ (mm)	$a_{CT}$ (mm)	$N_{ET}$ (ciclos)	$N_{CT}$ (ciclos) Tanaka	$N_{CT}$ (ciclos) Xiangqiao	error % Tanaka	error % Xiangqiao
PF_7	15.50	15.70	296119	290058	290056	2.1	2.1
PF_8	25.50	25.60	144865	133832	133863	7.6	7.6

La diferencia entre los ciclos de carga experimental y calculado es atribuible al efecto de la reducción de carga producida en cada tramo de crecimiento de la fisura. La carga que produce crecimiento de la fisura genera un proceso de deformación en una zona proporcional a su magnitud. Al reducir la carga en el nuevo tramo, la nueva zona deformada será menor y comprimida por la zona de deformación precedente, retardando la velocidad de crecimiento. Este retardo se produce hasta que la nueva zona deformada supera la zona de deformación precedente. Es de suponer que este efecto de retardo de la velocidad de crecimiento es mayor en la probeta de menor espesor, por esta razón, se obtiene mayor error en el número de ciclos en la probeta PF\_8 en comparación con la probeta PF\_7.

## Conclusiones finales

Se desarrollaron los algoritmos y códigos necesarios en la plataforma ANSYS Mechanical APDL para obtener un procedimiento capaz de simular el crecimiento de fisuras por fatiga en componentes bidimensionales dentro del campo de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal. La flexibilidad del procedimiento implementado permite el uso de prácticamente cualquier criterio para determinar la dirección de propagación de fisuras, así como de cualquier modelo de crecimiento para determinar el número de ciclos correspondiente. Todo ello se ha podido corroborar en los diferentes casos de validación y aplicación en los que se ha usado.

Se desarrolló una metodología experimental para evaluar el crecimiento de fisuras por fatiga en modo mixto I+II. Esto conllevó a caracterizar el material utilizado, el acero de alta resistencia conocido comercialmente como Chronit T1-500 (DIN W N°: 1.8721), determinando sus propiedades mecánicas y fractomecánicas, así como su composición química y su microestructura. Para obtener datos experimentales de crecimiento en modo mixto, se planteó el diseño de probetas especiales tipo TDCB y se establecieron los procedimientos para la fabricación de estas. La medición de los resultados experimentales de las trayectorias obtenidas bajo el modo mixto de carga permitió poner a punto un procedimiento ordenado, basado en el uso de un escáner y de herramientas CAD, para el procesamiento de la información. Asimismo, se utilizó la técnica DIC para capturar la evolución de la fisura a través de una serie de imágenes y un equipo pulsador de alta frecuencia para aplicar la carga cíclica y registrar el número de ciclos. La metodología propuesta y aplicada en el presente estudio sirve de referencia para otros estudios relacionados al crecimiento de fisuras en modo mixto y, junto con el material caracterizado, constituyen uno de los aportes más importantes del presente trabajo.

Los factores de intensidad de tensiones describen el estado tensional en la punta de la fisura y determinan su dirección de propagación y velocidad de crecimiento. Por ello, es importante analizar los parámetros que influyen en la determinación de  $K_I$  y  $K_{II}$  con buena precisión. Para el método XFEM, utilizado en el presente estudio, se encontró que el radio del círculo que define la zona enriquecida en la punta de la fisura ( $R_{TIP}$ ) con un valor igual a 15 veces el tamaño del elemento finito en dicha zona ofrece resultados adecuados. El tamaño de elemento finito alrededor de la fisura es otro parámetro muy influyente, por lo que se requieren mallas suficientemente finas, aspecto que debe ser definido mediante un estudio de independencia de malla. Los contornos utilizados para determinar  $K_I$  y  $K_{II}$  deben estar dentro de la zona enriquecida, obteniéndose mejores resultados al utilizar los contornos del 3 al 6.

Luego,  $K_I$  se toma como el valor del contorno más cercano al promedio de los contornos utilizados y  $K_{II}$  el valor del mismo contorno utilizado para  $K_I$ . Los valores propuestos de los parámetros más influyentes fueron corroborados con resultados de soluciones conocidas de modelos de la Mecánica de Fractura.

Se comprobó que los criterios MTS, MERR y SED, implementados en el procedimiento desarrollado, arrojan resultados muy similares de la trayectoria de la fisura. Se obtuvo una buena correspondencia con los resultados experimentales de cinco probetas TDCB, alcanzándose coeficientes de determinación  $R^2$  en el rango de 0.9428 a 0.9958. Los criterios de Tanaka y Xiangqiao también arrojan resultados similares en el cálculo del rango del factor de intensidad de tensiones equivalente  $\Delta K_{eq}$  en los casos de modo mixto I+II. Además, se comprobó que los resultados de los ciclos de crecimiento de la fisura, utilizando el modelo calibrado de NASGRO, conducen a errores pequeños, en el orden de 1.91% a 6.34% en las cinco probetas TDCB analizadas. De esta manera, se validaron los diferentes criterios y modelos utilizados en la investigación.

Se implementó un procedimiento general para la simulación de la trayectoria de propagación de fisuras por fatiga y la determinación del número de ciclos de crecimiento para casos de modo mixto I+II en dos dimensiones. Para su desarrollo fue necesario plantear propuestas de solución a dos problemas que se presentan en el método XFEM en la plataforma utilizada. El primer problema se produce cuando la fisura trata de propagar dos veces hacia el mismo elemento, aspecto no admitido en este método. Para superar esta deficiencia se estableció una corrección en la dirección de propagación de la fisura, haciendo que esta se dirija hacia un elemento aledaño con la menor desviación posible ( $0,001^\circ$ ). El segundo problema surge cuando la fisura tiende a pasar por un nodo, aspecto corregido con un pequeño desplazamiento del punto de paso de la fisura (una milésima de la longitud del lado del elemento). La flexibilidad del procedimiento implementado permite seleccionar cualquiera de los criterios MTS, MERR o SED para determinar la dirección de propagación de la fisura, cualquiera de los criterios de Tanaka o Xiangqiao para calcular el rango del factor de intensidad de tensiones equivalente y la ecuación de NASGRO como modelo de crecimiento. Precisamente, la flexibilidad del procedimiento implementado, con la posibilidad de añadir con facilidad nuevos criterios y modelos, como se ha mostrado en diferentes casos de estudio, lo convierten en el principal aporte de la componente numérica de esta investigación.

Se planteó un procedimiento de calibración para la ecuación de NASGRO utilizando datos experimentales y numéricos. La metodología planteada permite la obtención de los valores óptimos de los parámetros del material ( $C$ ,  $m$ ,  $p$  y  $q$ ), considerando el valor mínimo del RMS

del error del número de ciclos de crecimiento. Los valores óptimos obtenidos se correlacionan adecuadamente con los datos para aceros de alta resistencia disponibles en la literatura. El procedimiento de calibración establecido es aplicable a otros modelos de crecimiento similares, tales como la ley de Paris y el modelo de Erdogan y Ratwani, siendo otro aporte novedoso de la investigación.

El procedimiento general implementado se aplicó en la determinación numérica de los resultados de crecimiento en dos probetas tipo TDCB de diferentes espesores, 20 mm y 8 mm, respectivamente. En cuanto a la trayectoria, a partir de la comparación de los resultados experimentales y numéricos, se obtuvo un coeficiente de determinación de 0.9820 para la probeta más gruesa y 0.9911 para la más delgada. En lo correspondiente al número de ciclos total de crecimiento, se obtuvo un error de 2.1% para la probeta más gruesa y 7.6 % para la más delgada. También, se aplicó el procedimiento en el análisis de una palanca acodada, donde se utilizaron dos materiales diferentes y dos ubicaciones distintas de la prefisura. Se comprobó la influencia de las propiedades fractomecánicas del material en la longitud de la fisura, así como en el número de ciclos de crecimiento. En este caso, gracias a la flexibilidad del procedimiento, se pudo implementar y utilizar el criterio de Schöllmann y el modelo de Erdogan y Ratwani, para analizar el crecimiento de la fisura por fatiga del componente. Se obtuvo una adecuada correspondencia entre los resultados obtenidos mediante el procedimiento implementado y los reportados mediante el uso del software ADAPCRACK3D.

## Referencias

Aliabadi M.H., D.P. Rooke y D.J. Cartwright., Mixed-mode Bueckner Weight Functions Using Boundary Element Analysis, *Int. J. Fract*, 34, 141-218 (1987)

Anderson T.L., *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications* CRC press, (2017)

Andrade A.A., W.A. Mosquera y L.V. Vanegas, Modelos de Crecimiento de Grietas por Fatiga, ISSN 1909-8367, *Entre Ciencia e Ingeniería*, 18, 39-48 (2015)

American Society for Testing and Materials, *Standard Terminology Relating to Fatigue and Fracture Testing*, ASTM 1823, (2013)

American Society for Testing and Materials, *Standard test methods and definitions for mechanical testing of steel products*, ASTM A370, (2013)

American Society for Testing and Materials, *Standard test methods and definitions for mechanical testing of steel products*, ASTM E1823, (2013)

American Society for Testing and Materials, *Standard Test Methods for Rockwell Hardness of Metallic Materials 1,2*, ASTM E18, (2014)

American Society for Testing and Materials, *Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K<sub>IC</sub> of Metallic Materials<sup>1</sup>*, ASTM E399, (2013)

American Society for Testing and Materials, *Standard Guide for Preparation of Metallographic Specimens<sup>1</sup>*, ASTM E3, (2017)

American Society for Testing and Materials, *Standard Practice for Microetching Metals and Alloys<sup>1</sup>*, ASTM E407, (2015)

American Society for Testing and Materials, *Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates*, ASTM E647, (2013)

American Society for Testing and Materials, *Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness<sup>1</sup>*, ASTM E1820, (2013)

American Society for Metals, *Handbook Volume 12: Fractography*, ASM International, Metals Park, Ohio (1996)

Apraiz J., *Tratamientos Térmicos de los Aceros*, Edit. Dossat, Madrid (1985)

Arana Bilbao J.L. y J.J González Martínez, *Mecánica de Fractura*. Servicio Editorial de la EHU-UPV, (2002)

Aravas N. y R.M. McMeeking, *Stress Intensity Factors for Slightly Kinked, Partially Closed Cracks in Compression*, *Int. J. Solids Struct.*, 22(11), 1279-1292 (1986)

Arora P., S. Srivastava y H. Kumar, *Determination of Crack Growth Direction for Multiple Offset Edge Cracks of a Finite Plate*, *Engineering Solid Mechanics*, 5(3), 185-198 (2017)

Askeland D.R., *Ciencia e Ingeniería de los materiales*, 3ra. Edición, Edit. International Thomson, México, DF (1998)

- Avilés R., Métodos de Cálculo de Fatiga para Ingeniería, Ediciones Paraninfo, (2015)
- Avner Sidney H., J.L. Estrada Haen y G. Barrios Mejía, Introducción a la Metalurgia Física, segunda edición, Edit. McGraw-Hill, México, (1979)
- Ayatollahi M.R., S.M.J. Razavi y Y. Yahya, Mixed Mode Fatigue Crack Initiation and Growth in a CT Specimen Repaired by Stop Hole Technique, Eng. Fract. Mech., 145, 115-127 (2015)
- Ayhan A.O., Simulation of Three-dimensional Fatigue Crack Propagation using Enriched Finite Elements, Computers & Structures, 89(9-10), 801-812 (2011)
- Bahloul A., C.H. Bouraoui y T. Boukharouba, Prediction of Fatigue Life by Crack Growth Analysis, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 91(9-12), 4009-4017 (2017)
- Baietto M.C., E. Pierres, A. Gravouil, B. Berthel, S. Fouvry, y B. Trolle. Fretting Fatigue Crack Growth Simulation based on a Combined Experimental and XFEM Strategy, International Journal of Fatigue, 47, 31-43 (2013)
- Barenblatt G.I, The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture, Adv. Appl. Mech. 7, 55-129 (1962)
- Barsom J.M., E.J. Imhof y S.T. Rolfe, Fatigue-crack Propagation in High Yield-strength Steels, Engineering Fracture Mechanics, 2(4), 301-317 (1971a)
- Barsom J.M., Fatigue-crack Propagation in Steels of various Yield Strengths, 1190-1196 (1971b).
- Becker W.T. y S. Lampman. Fracture Appearance and Mechanisms of Deformation and Fracture, Materials Park, OH: ASM International, 559-586 (2002)
- Bechtle S., T. Fett, G. Rizzi, S. Habelitz y G.A. Schneider, Mixed-mode Stress Intensity Factors for Kink Cracks with Finite Kink Length Loaded in Tension and Bending, J. Mech. Behav, Biomed. Mater, (2010)
- Beghini M., M. Benedetti, V. Fontanari y B.D. Monelli, A General Function for Inclined Kinked Edge Crack in a Semi-plane, Eng. Fract. Mech., 77, 1631-1643 (2010)
- Benedetti M., V. Fontanari, B.D. Monelli y M. Beghini, A Fully Parametric Weight Function for Inclined Edge Cracks with a Kink, Eng. Fract. Mech., 136, 195-212 (2015)
- Belytschko T., y T. Black, Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 45(5), 601-620 (1999)
- Beretta S. y M. Carboni, Simulation of Fatigue Crack Propagation in Railway Axles, Journal of ASTM International, 2(5), 1-14 (2005)
- Bilby B.A., G.E. Cardew y I.C. Howard, Stress Intensity Factors at the Tip of Kinked and Forked Cracks, Fracture 1977, 3, Waterloo, Canada del 19 a 24 de Junio (1977)
- Biner S.B., Fatigue Crack Growth Studies under Mixed-mode Loading, International Journal of Fatigue, 23, 259-263 (2001)

Bouchard P.O., F. Bay y Y. Chastel, Numerical Modelling of Crack Propagation: Automatic Remeshing and Comparison of Different Criteria, *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, 192, 3887-3908 (2003)

Boyer H.E., *Atlas of Fatigue Curves*, ASM International, (1985)

Boller Chr. y T. Seeger, *Materials Data for Cyclic Loading: Parts A, B, C, D Y E*, Elsevier, (2013)

Boulenouar A., N. Benseddiq y M. Mazari, Two-dimensional Numerical Estimation of Stress Intensity Factors and Crack Propagation in Linear Elastic Analysis, *Engineering Technology & Applied Science Research*, 3(5), 506-510 (2013)

Cahill L.M.A., S. Natarajan, S.P.A. Bordas, R.M. O'Higgins y C.T. McCarthy, An Experimental/numerical Investigation into the main Driving Force for Crack Propagation in Uni-directional Fibre-reinforced Composite Laminae, *Composite Structures*, 107, 119-130 (2014)

Calafat M.E., *Mecánica de la Fractura: Aplicada a Sólidos Elásticos Bidimensionales*, Universidad Politécnica de Madrid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (1997)

Carman C.M. y J.M. Katlin, *Low Cycle Fatigue Crack Propagation of High-Strength Steels*, ASME Paper 66-MET, (1966)

Cicero S, J. Alvarez y F. Guitierrez, Determinación de la Velocidad de Propagación de Fisuras en Aleaciones de Aluminio, *Problemática Encontrada en la Aplicación de la Norma ASTM E647*, (2003)

Civelek M.B. y F. Erdogan, Crack Problems for a Rectangular Plate and an Infinite Strip, *International Journal of Fracture*, 19(2), 139-159 (1982)

Coltters R. y P. Muñoz, *Análisis de Fractura Mediante Microscopía Electrónica de Barrido*, DigitalEditor: RaulColtters, (2013)

Cotterell B., Notes on the Paths and Stability of Cracks, *International Journal of Fracture Mechanics*, 2(3), 526-533 (1966)

Cotterell B. y J. Rice, Slightly Curved or Kinked Cracks, *Int. J. Fract.*, 16(2), 155-169 (1980)

Chan S.K., I.S. Tuba y W.K. Wilson, On the Finite Element Method in Linear Fracture Mechanics, *Eng. Fract. Mech.*, 2, 1-17 (1970)

Chen Y.Z., Stress Intensity Factors for Curved and Kinked Cracks in Plane Extension, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 31(3), 223-232 (1999)

Chen F.H.K. y Shield R.T., Conservation Laws in Elasticity of the J-integral Type, *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, 28, 1-22 (1977)

Chaves F.J., M.F.S.F. de Moura, L.F.M. da Silva y D.A. Dillard, Numerical Validation of a Crack Equivalent Method for Mixed-mode I+ II Fracture Characterization of Bonded Joints *Engineering Fracture Mechanics*, 107, 38-47 (2013)

Cherepanov G.P., *Mechanics of Brittle Fracture*, McGraw-Hill, Nueva York, (1979) Traducido del ruso por De Wit R. y W. Cooley

- Clark Jr W.G., Subcritical Crack Growth and its Effect upon the Fatigue Characteristics of Structural Alloys, *Engineering Fracture Mechanics*, 1 (2), 385-396 (1968)
- Crooker T.W. y E.A. Lange, Influence of Salt Water on Fatigue Crack Growth in High-Strength Structural Steels, *Materials Research and Standards*, 8(8), (1968)
- Demir O., A. Ayhan, S. Iric y H. Lekesiz, Evaluation of Mixed Mode-I/II Criteria for Fatigue Crack Propagation using Experiments and Modeling, *Chinese Journal of Aeronautics*, 31(7), 1525-1534 (2018)
- DeLorenzi H.G., Energy Release Rate Calculations by the Finite Element Method, *Engineering Fracture Mechanics*, 21(1), 129-143 (1985)
- Dieter G., *Metalurgia Mecánica*, Ediciones Aguilar, (1972)
- Dolan T.J., Preclude Failure: A Philosophy for Materials Selection and Simulated Service Testing, *Experimental Mechanics*, 10(1), 1-14 (1970)
- Doquet V. y G. Bertolino, A Material and Environment-dependent Criterion for the Prediction of Fatigue Crack Paths in Metallic Structures, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(11), 3399-3412 (2008)
- Dowling Norman E., *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*, Fourth edition, Pearson, (2012)
- Downling N.E. y H. Walker, Fatigue crack Growth Rate Testing of Two Structural Steels, *SAE Transactions*, 1701-1710 (1979)
- Duga J.J., W.H. Fisher, R.W. Buxbaum, A.R. Rosenfield, A.R. Burh, E.J. Honton, y S.C. McMillan, *The Economic Effects of Fracture in the United States*, NBS Special Publication 647-2, U.S. Department of Commerce, Washington, DC, March (1983)
- Dugdale D.S., Yielding of Steel Sheets Containing Slits, *J. Mech. Phys. Solids*, 8, 100-104 (1960)
- Eftis J., N. Subramonian y H. Liebowitz, Crack Border Stress and Displacement Equations Revisited, *Eng. Fract. Mech.*, 9(1), 189-210 (1977)
- Ellyin F., *Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction*, Springer Science & Business Media, (2012)
- Erdogan F., M. Ratwani, Fatigue and Fracture of Cylindrical Shells Containing a Circumferential Crack. *Int. J. Fract. Mech.*, 6(4), 379-92 (1970).
- Erdogan F. y G.C. Sih, On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear, *J. Basic Eng.*, 85(4), 519-525 (1963)
- Eshelby J.D., The Continuum Theory of Lattice Defects, *Solid State Physics*, 3, (1956)
- Esnault J.B., V. Doquet y P. Massin, A Three-dimensional Analysis of Fatigue Crack Paths in Thin Metallic Sheets, *International Journal of Fatigue*, 62, 119-132 (2014)
- Fernández M. y N. Domínguez, Nuevos Horizontes en el Estudio de Propagación de Grietas en Estructuras por medio del Método XFEM, *Memorias de XVII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, 1-22, León, México 3 al 6 de Noviembre, (2010)

- Ferreño D., J.M. Alegre y J.M. Revilla, Simulación del Efecto de la Plastificación en la Propagación de Fisuras por Fatiga en Modo Mixto, *Anales de Mecánica de la Fractura*, XXIII Encuentro del Grupo Español de Fractura, 1, 275-280, Albarracín, España del 29 a 31 Marzo, (2006)
- Fett T., *Stress Intensity Factors – T Stress – Weight Functions Supplement Volume (55)*, Scientific Publishing, (2009)
- Forman R.G., V.E. Kearney y R.M. Engle, Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-loaded Structures, *Journal of basic Engineering*, 89(3), 459-463 (1967)
- Forman R.G., V. Shivakumar y J.C. Newman, *Fatigue-Crack-Growth Computer Program*, (1991)
- Forsyth P.J.E., *Fatigue Damage and Crack Growth in Aluminium Alloys*, *Acta Metallurgica*, 11(7), 703-715 (1963)
- FRANC3D: *Concepts/Users Guide*, FRANC3D Version 2, Cornell University, New York, (1998)
- Freese C.E. y F.I. Baratta, Single Edge-crack Stress Intensity Factor Solutions, *Engineering Fracture Mechanics*, 73(5), 616–625 (2006)
- Freund L.B., *Dynamic Fracture Mechanics*, Cambridge University Press, (1998)
- Gallagher R.H., A Review of Finite Element Techniques in Fracture Mechanics, In *Proceedings of the 1st International Conference on Numerical Methods in Fracture Mechanics*, Luxmoore A.R., Owen, D.R.J. (eds.), Pineridge: Swansea, 1-25 (1978)
- García J., D. Camas, P. Lopez y A. Gonzalez, Stress Intensity Factor Analysis of Through Thickness Effects, *International Journal of Fatigue*, 46, 58-66 (2013)
- Garwood S.J., Investigation of the MV Kurdistan Casualty, *Engineering Failure Analysis*, 4(1), 3–24 (1997)
- González O.A., *Estimación y Acotación del Error de Discretización en el Modelado de Grietas mediante el Método Extendido de los Elementos Finitos*, Tesis de Doctorado, Dpto. de Ingeniería Mecánica y de Materiales, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, (2010)
- Gonzalez J.L., *Mecánica de Fractura*, 2da. edición, Editorial Limusa, México, (2004)
- Griffith A.A., The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 221, 163-198 (1921)
- Hasebe N. y S. Inohar, Stress Analysis of a Semi-infinite Plate with an Oblique Edge Crack, *Ingenieur-Archiv*, 49, 51-62 (1980)
- He M.Y. y J.W. Hutchinson, Kinking of a Crack out of an Interface, *J. Appl. Mech.*, 56(2), 270-278 (1989)
- Hellen T.K. y W.S. Blackburn, The Calculation of Stress Intensity Factors for Combined Tensile and Shear Loading, *Int. J. Fract.*, 11(4), 605–617 (1975)

- Hernández C. y C. Triveño, Propagación de Grietas por Fatiga en Soldadura Longitudinal de Arco Sumergido de Tubos de Acero API 5L grados X52 y X60, Dep. de Ingeniería Metalúrgica, Instituto Politécnico Nacional, México, (2011)
- Heyder M. y G. Kuhn, 3D Fatigue Crack Propagation: Experimental Studies, *International Journal of Fatigue*, 28(5-6), 627-634 (2006)
- Hills D.A. y D. Nowell, Kinked Cracks: Finding Stress Intensity Factors, *International Conference on Applied Stress Analysis*, 36-50, Nottingham, U.K. 30 a 31 de Agosto, (1990)
- Hoepfner D.W. y W.E. Krupp, Prediction of Component Life by Application of Fatigue Crack Growth Knowledge, *Engineering Fracture Mechanics* 6(1), 47-70 (1974)
- Hutchinson J.W., Singular Behavior at the End of a Tensile Crack Tip in a Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, 13-31 (1968)
- Hull D., *Fractography: Observing, Measuring and Interpreting Fracture Surface Topography*, Cambridge University Press, (1999)
- Hunsche A. y P. Neumann, Crack Nucleation in Persistent Slip Bands, In *Basic Questions in Fatigue: Volume I*. ASTM International, (1988)
- Westergaard H.M., Bearing Pressures and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, 6, 49-53 (1939)
- Williams M.L. y G.A. Ellinger, Investigation of Structural Failures of Welded Ships, *Welding Journal*, Vol. 32, 498-528 (1953)
- Hussain M.A., S.L. Pu y J. Underwood, Strain Energy Release Rate for a Crack under Combined Mode I and Mode II, *ASTM STP 560*, 2-28 (1974)
- Inglis C., Stress in a Plate due to the Presence of Sharp Corners and Cracks, *Trans. Roy. Inst. Naval Architects*, 60, 219-241 (1913)
- Irwin G.R., *Fracture Dynamics: Fracturing of Metals*, American Society for Metals, Cleveland OH, 147-166 (1948)
- Irwin G.R., Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys, *Sagamore Research Conference Proceedings*, 2, 289-305 (1956)
- Irwin G.R., Analysis of Stresses and Strains Near the end of Crack Traversing a Plate, *J. Appl. Mech.*, 24, 351-369 (1957)
- Irwin, G.R., Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness, *Sagamore Research Conference Proceedings*, 4, Syracuse University Research Institute, Syracuse, NY, 63-78 (1961)
- Isida M., Tension of a Half Plane Containing Array Cracks, Branched Cracks and Cracks Emanating from Sharp Notches, *Trans. Japan Soc. Mech. Eng.*, 45(392), 306-17 (1979)
- Islam M.A., Critical Assessment of the Degree of Temper Embrittlement in 2.25Cr-1Mo Steel, *ARN J. Eng. Appl. Sci.*, 1(1), 39-45 (2006)
- Kapp, *The Witton-Kramer Fatigue Tests*, Engineering, London, 94(2), 805-806 (1902)

Kikuchi M., Y. Wada y K. Suga, Surface Crack Growth Simulation under Mixed Mode Cyclic Loading Condition, *Procedia Engineering*, 10, 427-432 (2011)

Kim I.T., Weld Root Crack Propagation under Mixed Mode I and III Cyclic Loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 72(4), 523-534 (2005)

Kim J.H., y G.H. Paulino, Consistent Formulations of the Interaction Integral Method for Fracture of Functionally Graded Materials, 351-364 (2005)

Kim J.K. y C.S. Kim, Fatigue Crack Growth Behavior of Rail Steel under Mode I and Mixed Mode Loadings, *Materials Science and Engineering: A*, 338(1-2), 191-201 (2002)

Koo J.M. y Y.S. Choy, A New Mixed Mode Fracture Criterion: Maximum Tangential Strain Energy Density Criterion, *Engineering Fracture Mechanics*, 39(3), 443-449 (1991)

Knott J.F., *Fundamentals of Fracture Mechanics*, Gruppo Italiano Frattura, (1973)

Maierhofer J., R. Pippin y H.P. Gänser, Modified NASGRO Equation for Physically Short Cracks, *International Journal of Fatigue*, 59, 200-207 (2014)

Martins R.F., L. Ferreira, L. Reis y P. Chambel, Fatigue Crack Growth under Cyclic Torsional Loading, *Theo. App. Fract. Mech.*, 85, 56-66 (2016)

Mattheck C. y H. Moldenhauer, Mode-extraction from Mixed Mode Analysis of Cracks by Special Filter-technique, *Int. J. Fract.*, 34, 209-218 (1987)

Matvienko Y.G., Maximum Average Tangential Stress Criterion for Prediction of the Crack Path, *International Journal of Fracture*, 176(1), 113-118 (2012)

May B., *Ein Beitrag zur praxisnahen Simulation der Ausbreitung von Ermüdungsrissen bei komplexer Beanspruchung*, VDI-Verlag, (1998)

Melenk J.M. y L. Babuška, The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1, 289-314 (1996)

Mettu S.R., V. Shivakumar, J.M. Beek, F. Yeh, L.C. Williams, R.G. Forman y J.C. Newman, *NASGRO 3.0: A Software for Analyzing Aging Aircraft*, (1999)

Milella P.P., *Fatigue and Corrosion in Metals*, Springer Science & Business Media, (2012)

Milne I., The Importance of the Management of Structural Integrity, *Engineering Failure Analysis*, 1(3), 171-181 (1994)

Mróz K.P. y Z. Mróz, On Crack Path Evolution Rules, *Eng. Fract. Mech.*, 77, 1781-1807 (2010)

Moës N., J. Dolbow y T. Belytschko, A Finite Element Method for Crack Growth without Remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46(1), 131-150 (1999)

Moreno B., A. Martin, P. Lopez, J. Zapatero y J. Dominguez, On the use of NASGRO Software to Estimate Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading in Aluminium Alloy 2024-T351, *Procedia Engineering*, 101, 302-311 (2015)

Mostovoy S., P.B. Crosley y E.J. Ripling, Use of Crack-line-loaded Specimens for Measuring Plane-strain Fracture Toughness, *Journal of Materials*, 2(3), 661-681 (1967)

Mott N.F., *Fracture of Metals: Theoretical Considerations*, Engineering, 165, 16-18 (1948)

Murakami Y., *Stress Intensity Factor Handbook vol. 1*, Oxford: Pergamon Press, (1987)

Murakami Y., Y. Fukushima, K. Toyama y S. Matsuoka, Fatigue Crack Path and Threshold in Mode II and Mode III Loadings, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(3-4), 306-318 (2008)

Nagashima T., Y. Omoto y S. Tani, Stress intensity factor analysis of interface cracks using X-FEM, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 56(8), 1151-1173 (2003)

Nejati M., A. Paluszny y R.W. Zimmerman, On the use of Quarter-point Tetrahedral Finite Elements in Linear Elastic Fracture Mechanics, *Eng. Fract. Mech.*, 144, 194-221 (2015)

Nikishkov G.P., Accuracy of Quarter-point Element in Modeling Crack-tip Fields, *Comput. Model Eng. Sci.*, 93(5), 335-361 (2013)

Newman J.J., A Crack Opening Stress Equation for Fatigue Crack Growth, *International Journal of Fracture*, 24(4), 131-135 (1984)

Norton R., *Diseño de Máquinas: Un Enfoque Integrado*, Pearson Educación de México, SA de CV., (2011)

Laird C. y G.C. Smith, Initial Stages of Damage in High Stress Fatigue in Some Pure Metals, *Philosophical Magazine*, 8(95), 1945-1963 (1963)

Lan P. y J. Zhang, Study on the Mechanical Behaviors of Grey Iron Mould by Simulation and Experiment, *Materials & Design*, 53, 822-829 (2014)

Lardner R.W., A Dislocation Model for Fatigue Crack Growth in Metals, *Philosophical Magazine*, 17(145), 71-82 (1968)

Lawrence Jr, F.V. y J.B. Radziminiski, Fatigue Crack Initiation and Propagation in High Yield-Strength Steel Weld Metal, University of Illinois Engineering Experiment Station, College of Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, (1970)

Lemaitre J.A, *Course on Damage Mechanics*, Springer Science & Business Media, (2012)

Liang R.Z., Z.C. Rui, Z.Y. Liang y Z.H. Bo, M-integral for Stress Intensity Factor base on XFEM, In *Third International Symposium on Electronic Commerce and Security Workshops*, Guangzhou-China, 226-230 (2010)

Li F.Z., C.F. Shih y A. Needleman, A Comparison of Methods for Calculating Energy Release Rates, *Engineering Fracture Mechanics*, 21(2), 405-421 (1985)

Li C., L. Xie, L. Ren, H. Xie y J. Wang, Evaluating the Applicability of Fracture Criteria to Predict the Crack Evolution Path of Dolomite based on SCB Experiments and FEM." *Mathematical problems in engineering 2013*, (2013)

Liebowitz H. y E.T. Moyer, *Finite Element Methods in Fracture Mechanics*, Computers and Structures, 31, 1-9 (1989)

- Liu X.Y., Q.Z. Xiao y B.L. Karihaloo, XFEM for Direct Evaluation of Mixed Mode SIFs in Homogeneous and Bi-materials, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59(8), 1103-1118 (2004)
- Lo S.H. y C.K. Lee, Solving Crack Problems by an Adaptive Refinement Procedure, *Eng. Fracture Mech.*, 43 (2), 147-163 (1992)
- Orowan E., Fracture and Strength of Solids, *Reports on Progress in Physics*, 12, 185-232 (1948)
- Osher S. y J.A. Sethian, Fronts Propagating with Curvature-dependent Speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi Formulations, *Journal of computational physics* 79(1), 12-49 (1988)
- Palma J.A., J.A. Barbosa y A.A. Silva, Simulación Numérica de la Propagación de una Fisura en un Material Degradado por efecto de la Fragilización por Hidrogeno, *Inf. Tecnol.*, 21(2), 65-76 (2010)
- Palaniswamy K. y W.G. Knauss, On the Problem of Crack Extension in Brittle Solids under General Loading, *Mechanics Today*, 4, 87-148 (1978)
- Paris P.C., M.P. Gomez y W.P. Anderson, A Rational Analytic Theory of Fatigue, *The Trend in Engineering*, 13, 9-14 (1961)
- Paris P.C. y F. Erdogan, A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, *Journal of Basic Engineering*, 85(4), 528-533 (1963)
- Paris P.C. y Sih G.C., *Stress Analysis of Cracks, Fracture Toughness Testing and its Applications*, ASTM International, (1965)
- Parks D.M., A Stiffness Derivative Finite Element Technique for Determination of Crack Tip Stress Intensity Factors, *Int. J. Fract.*, 10(4), 487-502 (1974)
- Pathak H., A. Singh y I.V. Singh, Fatigue Crack Growth Simulations of 3-D Problems using XFEM, *International Journal of Mechanical Sciences*, 76, 112-131 (2013)
- Patricio M. y R. Mattheij, Crack Propagation Analysis, CASA report, (2007)
- Pavlou D.G., Approximate Prediction of Mixed-mode Fatigue Crack Growth, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 26, (2000)
- Pavlou D.G., G.N. Labeas, N.V. Vlachakis y F.G. Pavlou, Fatigue Crack Propagation Trajectories under Mixed-mode Cyclic Loading, *Engineering Structures*, 25(7), 869-875 (2003)
- Peralta P., C. Laird, U. Ramamurty, S. Suresh, G.H. Campbell, W.E. King y T.E. Mitchell, *Fatigue Crack Nucleation in Metallic Materials*, Los Alamos National Lab., NM (United States), (1999)
- Pook L.P., Five Decades of Crack Path Research, *Engineering Fracture Mechanics*, 77(11), 1619-1630 (2010)
- Predan J., V. Močilnik y N. Gubelj, Stress Intensity Factors for Circumferential Semi-elliptical Surface Cracks in a Hollow Cylinder subjected to Pure Torsion, *Engineering Fracture Mechanics*, 105, 152-168 (2013)

- Putatunda S.K. y J.M. Rigsbee, Effect of Specimen Size on Fatigue Crack Growth Rate in AISI 4340 Steel, *Engineering Fracture Mechanics*, 22(2), 335-345 (1985)
- Rabold F., M. Kuna y T. Leibelt, Procrack: A Software for Simulating Three-Dimensional Fatigue Crack Growth, *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*, 355-374 (2013)
- Radaj D. y M. Vormwald, *Advanced Methods of Fatigue Assessment*, Berlin: Springer, (2013)
- Raju I.S. y K.N. Shivakumar, Implementation of Equivalent Domain Integral Method in the Two-dimensional Analysis of Mixed Mode Problems, (1989)
- Razavi S.M.J., M.R. Ayatollahi, C. Sommitsch y C. Moser, Retardation of Fatigue Crack Growth in High Strength Steel S690 using a Modified Stop-hole Technique, *Engineering Fracture Mechanics*, 169, 226-237 (2017)
- Rege K. y H.G. Lemu. A Review of Fatigue Crack Propagation Modelling Techniques using FEM and XFEM, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 276(1), (2017)
- Rice J.R., A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, *J. Appl. Mech.*, 35(2), 379-386 (1968)
- Rice J.R. y G.F. Rosengren, Plane Strain Deformation near a Crack Tip in a Power-law Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 16, 1-12 (1968)
- Richard H.A, M. Schöllmann, M. Fulland y M. Sander, Experimental and Numerical Simulation of Mixed Mode Crack Growth, 6th International Conference of Biaxial/multiaxial Fatigue and Fracture, (2001)
- Richard H.A., B. Schramn y N.H. Schirmeisen, Crack on Mixed Mode Loading-Theories, Experiments, Simulations, *Int. J. Fatigue*, 62, 93-103 (2013)
- Richard H.A., M. Sander, M. Fulland y G. Kullmer, Numerical and Experimental Investigations on Fatigue Crack Growth in a Wheel of the German High-Speed Train ICE, In Proc. Int. Conference on Fracture ICF11, (2005)
- Rhymer D.W., W.S. Johnson, R. Singh y R. Pettit, Stress Intensity Solutions of Thermal Fatigue Induced Cracks in a Thin Plate Hot Spot using LEFM and Finite Element Analysis, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(10), 2826-2841 (2008)
- Ritchie R.O., Near-threshold Fatigue Crack Propagation in Ultra-high Strength Steel: Influence of Load Ratio and Cyclic Strength, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 195-204 (1976)
- Rooke D.P. y D.J. Cartwright, *Compendium of Stress Intensity Factors*, HMSO Ministry of Defence, Procurement Executive, (1976)
- Rolfe S.T. y J. M. Barsom, *Fracture and Fatigue Control in Structures: Applications of Fracture Mechanics*, American Society for Testing and Materials, (1977)
- Sander M. y H.A. Richard, Experimental and Numerical Investigations on the Influence of the Loading Direction on the Fatigue Crack Growth, *International Journal of Fatigue*, 28(5-6), 583-591 (2006)

- Salimi-Majd D., F. Shahabi y B. Mohammadi, Effective Local Stress Intensity Factor Criterion for Prediction of Crack Growth Trajectory under Mixed Mode Fracture conditions. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 85, 207-216 (2016)
- Sarzosa D.F., L.B. Godefroid y C. Ruggieri, Fatigue Crack Growth Assessments in Welded Components Including Crack Closure Effects: Experiments and 3-D Numerical Modeling, *International Journal of Fatigue*, 47, 279-291 (2013)
- Schöllmann M y H.A. Richard, FRANC/FAM: A Software System for the Prediction of Crack Propagation, *J. Struct. Eng.* 26(1), 39-48 (1999)
- Schöllmann M., F. Neugebauer, B. May, S. Blazy y M. Fulland. Improved Crack Simulation by Automatic Mesh Generation, *Advances in Finite Element Procedures and Techniques*, 169-79 (1998)
- Schollmann M, G. Kullmer, M. Fulland, y H.A. Richard, A New Criterion for 3D Crack Growth under Mixed-mode (I+II+III) Loading. *Proceedings of the 6th International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue & Fracture*, Lisbon, 589–596 (2001)
- Schöllmann M., M. Fulland y H.A. Richard, Development of a New Software for Adaptive Crack Growth Simulations in 3D Structures, *Engineering Fracture Mechanics*, 70(2), 249-268 (2003)
- Shariati M., E. Mohammadi y R.M. Nejad, Effect of a New Specimen Size on Fatigue Crack Growth Behavior in Thick-Walled Pressure Vessels, *Int. J. Press. Vessels Pip.*, 150, 1-10 (2017)
- Shawki G.S., A Review of Fatigue Testing Machines, (1990a).
- Shawki G.S., A Novel Push-pull Machine for Testing High Cycle Fatigue, (1990b).
- Sharma K., S. Bhattacharya y V. Sonkar, XFEM Simulation on Mixed-Mode Fatigue Crack Growth of Functionally Graded Material, *J. Mech. Eng. and Biomechanics*, 1(1), 46-55 (2016)
- Seifi R. y N. Omidvar, Fatigue Crack Growth under Mixed Mode I+ III Loading, *Marine Structures*, 34, 1-15 (2013)
- Sethian J.A. A Fast Marching Level Set Method for Monotonically Advancing Fronts, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 93(4), 1591-1595 (1996)
- Shivakumar K.N., y I.S. Raju, An Equivalent Domain Integral Method for Three-dimensional Mixed-mode Fracture Problems, *Engineering Fracture Mechanics*, 42(6) 935-959 (1992):.
- Silva A.L.L., A.M.P. de Jesus, J. Xavier, J. Correia y A.A. Fernandes, Combined Analytical-Numerical Methodologies for the Evaluation of Mixed-Mode (I+ II) Fatigue Crack Growth Rates in Structural Steels, *Eng. Fract. Mech.*, 185, 124-138 (2017)
- Sih G.C., P.C. Paris y G.R. Irwin, On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies, *Int. J. Fract. Mech*, 1(3), 189-203 (1965)
- Sih G.C., Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems, *Int. J. Fract.*, 10(3), 305-321 (1974)
- Sih G.C. y B. Macdonald, Fracture Mechanics Applied to Engineering Problems-Strain Energy Density Fracture Criterion, *Eng. Fract. Mech.*, 6(2), 361-386 (1974)

- Skorupa M., T. Machniewicz, J. Schijve y A. Skorupa, Application of the Strip-yield Model from the NASGRO Software to Predict Fatigue Crack Growth in Aluminium Alloys under Constant and Variable Amplitude Loading, *Engineering Fracture Mechanics*, 74( 3), 291-313 (2007)
- Stolarska M, D.L. Chopp, N. Moës y T. Belytschko, Modelling Crack Growth by Level Sets in the Extended Finite Element Method, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 51, 943-960 (2001)
- Sukumar N., y J.H. Prévost, Modeling Quasi-static Crack Growth with the Extended Finite Element Method Part I: Computer Implementation, *International journal of solids and structures* 40(26), 7513-7537 (2003)
- Schwab R.C., Use of Tapered Double-cantilever-beam Specimens for Fatigue Crack Growth Studies, *Mechanical Engineering ASME*, 91(8), (1969)
- Schijve J., *Fatigue of Structures and Materials*, Springer Science & Business Media, Second edition, (2009)
- Tada H., P. Paris y G. Irwin, *The Analysis of Cracks Handbook*, New York: ASME Press, 130, (2000)
- Tanaka K., Fatigue Crack Propagation from a Crack Inclined to the Cyclic Tensile Axis, *Engineering Fracture Mechanics*, 6(3), 493-507 (1974)
- Tanaka S., M. Ichikawa y S. Akita, Variability of  $m$  and  $C$  in the Fatigue Crack Propagation Law " $da/dN = C[\Delta K]^m$ ", *Int. J. Fract.*, 17, 121-129 (1981)
- Tarantino M.G., S. Beretta, S. Foletti y J. Lai, A Comparison of Mode III Threshold under Simple Shear and RCF Conditions, *Engineering Fracture Mechanics*, 78(8), 1742-1755 (2011)
- Tavares S.M.O. y P.M.S.T. Castro, *An Overview of Fatigue in Aircraft Structures, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, (2017)
- Van Vroonhoven J.C.W., *Dynamic Crack Propagation in Brittle Materials: Analyses based on Fracture and Damage Mechanics*, (1996)
- Varfolomeev I., M. Burdack, S. Moroz, D. Siegele y K. Kadau, Fatigue Crack Growth Rates and Paths in Two Planar Specimens under Mixed Mode Loading, *International Journal of Fatigue*, 58, 12-19 (2014)
- Vercher M.A., *Mejora de los Elementos de Transición en XFEM Aplicado a Mecánica de la Fractura Elástica Lineal*, Tesis Doctoral, (2010)
- Vojtek T., R. Pippan, A. Hohenwarter, L. Holáň y J. Pokluda, Near-threshold Propagation of Mode II and Mode III Fatigue Cracks in Ferrite and Austenite, *Acta Materialia*, 61(12), 4625-4635 (2013)
- Wang D. y S.Y. Du, On the Modified Fracture Criterion of the Maximum Tangential Stress Criterion, *J. Harbin Inst. Technol.*, 58-64 (1976)
- Wang Y., G. Xie, Z. Zhang, X. Qian, Y. Zhou y J. Li, Effect of Carbide Content on Temper Embrittlement of 2.25Cr1Mo Steel, *ASME Digital Collection, ASME 2016 PVP Conference*, 1, 1-8 (2016)
- Wanhill R., Barter S. y L. Molent, *Fatigue Crack Growth Failure and Lifting Analyses for Metallic Aircraft Structures and Components*, Springer, (2019)

- Warzynek P.A., B.J. Carter y L. Banks-Sills, The M-integral for Computing Stress Intensity Factors in Generally Anisotropic Materials, (2005)
- Wasiluk B. y K. Golos, Prediction of Crack Growth Direction under Plane Stress for Mixed-mode I and II Loading, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 23(5), 381-386 (2000)
- Weertman J., Rate of Growth of Fatigue Cracks Calculated from the Theory of Infinitesimal Dislocations Distributed on a Plane, *International Journal of Fracture*, 2(2), 460-467 (1966)
- Wei R., P. Talda y C. Li., Fatigue-crack Propagation in some Ultrahigh-strength Steels, *Fatigue Crack Propagation*, ASTM International, (1967)
- Wells A.A., Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture, *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, 1, 84, Cranfield, UK, (1961)
- Westergaard H.M., Bearing Pressures and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, 6, 49-53 (1939)
- Winne D.H. y B.M. Wundt, Application of the Griffith-Irwin Theory of Crack Propagation to the Bursting Behavior of Disks, Including Analytical and Experimental Studies, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 80, 1643-1655 (1958)
- Williams M.L., On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack, *Journal of Applied Mechanics*, 24, 109-114 (1957)
- Wu C.H., Fracture under Combined Loads by Maximum-Energy-Release-Rate Criterion, *J. Appl. Mech.*, 45(3), 553-558 (1978a)
- Wu C.H., Maximum-Energy-Release-Rate Criterion Applied to a Tensión-Compresión Specimen with Crack, *J. Elast.*, 8(3), 235-257 (1978b)
- Xiangqiao Y., D. Shanyi y Z. Zehua, Mixed-mode Fatigue Crack Growth Prediction in Biaxially Stretched Sheets, *Engineering Fracture Mechanics*, 43(3), 471-475 (1992)
- Yau J.F., S.S. Wang y H.T. Corten, A Mixed-Mode Crack Analysis of Isotropic Solids Using Conservation Laws of Elasticity, *J. Appl. Mech.*, 47(2), 335-341 (1980)
- Zhang X., L. Li, X. Qi, J. Zheng, B. Chen, J. Feng y S. Duan, Experimental and Numerical Investigation of Fatigue Crack Growth in the Cracked Gear Tooth, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, (2016a)
- Zhang W., Q. Wang, X. Li y J. He, A Simple Fatigue Life Prediction Algorithm using the Modified NASGRO Equation, *Mathematical Problems in Engineering*, (2016b)
- Zwick/Roell, *Manual de Operaciones del Vibrophoro Amsler 150 HFP-5100*, (2013)

**Anexos**

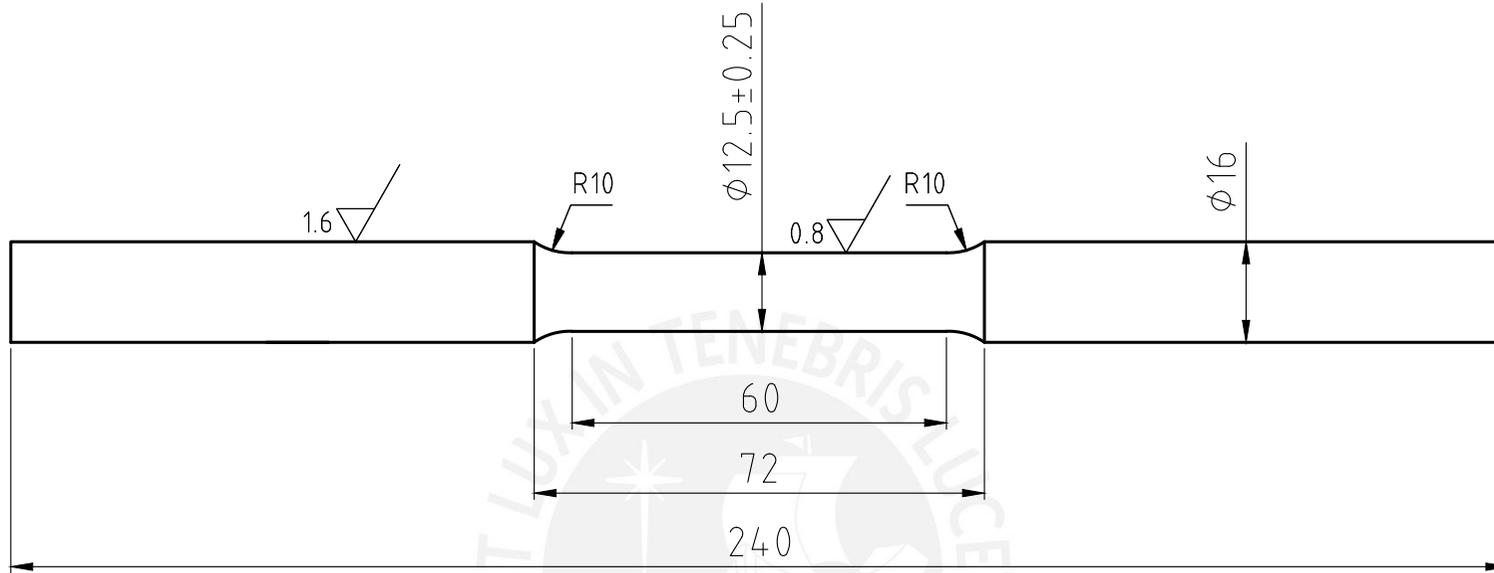


Anexo 1: Atribuciones de los softwares comerciales de la Mecánica de Fractura

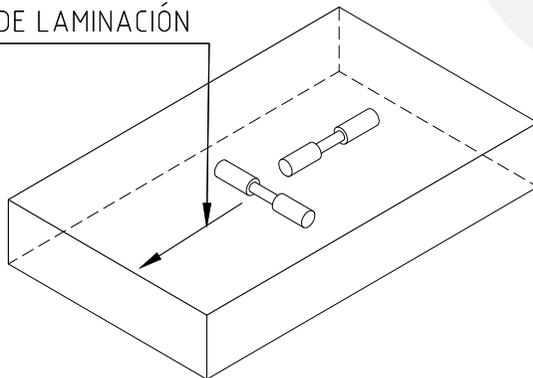
SOFTWARE	ALCANCE	TIPOS DE ANALISIS	PARAMETROS DE FRACTURA	CARGAS	TECNICAS DE ENMALLADO	MATERIALES	CRECIMIENTO DE FISURA	ANALISIS COMPLEMENTARIOS	RESULTADOS
<b>ZENCRACK FEM</b>	Simulación de fisuras en 2D	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis estático</li> <li>Análisis cuasi estático</li> <li>Análisis de crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa el método de la integral de contorno</li> <li>J-Integral</li> <li>Ct-Integral (creep)</li> <li>T-Stress</li> <li><math>K_I</math>, <math>K_{II}</math> y <math>K_{III}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cargas estáticas</li> <li>Cargas cíclicas</li> <li>Cargas dependientes del tiempo</li> <li>Cargas espectrales y generación de cargas históricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Para fisura estacionaria introduce un bloque que contiene la fisura, embediéndola en el modelo</li> <li>Para propagación de fisuras utiliza una herramienta para remallado automático-adaptativo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Materiales Isotrópicos con comportamiento elástico lineal</li> <li>Materiales con comportamiento no lineales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis de fatiga mediante la Ley de Paris y Walker</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Posee herramientas para aplicaciones del análisis de fractura para la industria</li> <li>Simulaciones termo mecánicas</li> <li>Análisis con múltiples fisuras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>K VS tiempo</li> <li>Comportamientos de fisuras sometidas a cargas estáticas</li> <li>Crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>
	Simulación de fisuras curvas en 3D								
<b>ABAQUS FEM</b>	Simulación de fisuras en 2D	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis estático</li> <li>Análisis de fisura interfacial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa el método de la integral de contorno e integral de Interacción</li> <li>J-Integral</li> <li>Ct-Integral (creep)</li> <li>T-Stress</li> <li><math>K_I</math> y <math>K_{II}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cargas estáticas</li> <li>Cargas cíclicas</li> <li>Cargas térmicas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Posee herramientas para el refinamiento de malla</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Materiales con comportamiento elástico lineal</li> <li>Materiales con comportamiento elasto-plástico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis de fisura interfaciales</li> <li>Análisis de Propagación de fisuras con los criterios MTS, MERR, y <math>K_{II}=0</math></li> <li>Análisis de fatiga de bajo ciclos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis con múltiples fisuras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comportamiento de fisuras sometidas a cargas estáticas</li> <li>Crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>
<b>ABAQUS XFEM</b>	Simulación de fisuras en 2D	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis cuasi estático</li> <li>Análisis de estado estable</li> <li>Análisis de esfuerzo térmico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa el método de la integral de dominio</li> <li>J-Integral</li> <li>T-Stress</li> <li><math>K_I</math>, <math>K_{II}</math> y <math>K_{III}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cargas distribuidas en superficies, filos</li> <li>Cargas estáticas</li> <li>Cargas cíclicas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>La fisura se genera mediante funciones de discontinuidad y enriquecimiento dentro de la malla</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Materiales con comportamiento elástico lineal</li> <li>Materiales con comportamiento elástico no lineal</li> <li>Materiales anisotrópicos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis mediante el criterio CTOD, lineal</li> <li>Análisis mediante el criterio de esfuerzo crítico</li> <li>Análisis de fatiga de bajo ciclos</li> <li>Análisis de fatiga mediante la Ley de Paris</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis con múltiples fisuras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comportamientos de fisuras sometidas a cargas estáticas</li> <li>Crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>
	Simulación de fisuras en 3D								

<b>ANSYS FEM</b>	Simulación de fisuras en 2D	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis estático</li> <li>Análisis cuasi estático</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa el método de la integral de interacción               <ul style="list-style-type: none"> <li>J-Integral</li> <li><math>K_I</math>, <math>K_{II}</math> y <math>K_{III}</math></li> <li>T-Stress</li> <li>C*-Integral</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cargas puntuales y distribuidas en superficies, filos</li> <li>Cargas estáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Posee herramientas para generar elementos singulares de orden superior alrededor de la punta de fisura</li> <li>Posee técnicas para introducir un bloque que contiene una fisura semi elíptica plana en 3D</li> <li>Posee herramientas para generar elementos singulares de orden superior alrededor de la punta de fisura en 3D</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Materiales con comportamiento elástico lineal</li> <li>Materiales con comportamiento elasto-plástico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis mediante los criterios: VCCT, tasa de liberación de energía crítica, fractura lineal, fractura bilineal, y criterio B-K</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Simulación de Interfaces de laminación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comportamientos de fisuras sometidas a cargas estáticas</li> </ul>
	Simulación de fisuras en 3D								
<b>ANSYS XFEM</b>	Simulación de fisuras en 2D	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis del crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa el método de la integral de dominio               <ul style="list-style-type: none"> <li>J-Integral</li> <li><math>K_I</math>, <math>K_{II}</math> y <math>K_{III}</math></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cargas estáticas</li> <li>Cargas cíclicas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa funciones de discontinuidad y enriquecimiento para definir la fisura dentro de la malla, tiene implementado el método de los nodos fantasmas y el método de las singularidades</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Materiales isotrópicos con comportamiento elástico lineal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis del crecimiento de fisuras por fatiga a través de la Ley de Paris</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza el criterio MTS para determinar la dirección de propagación</li> <li>Utiliza el criterio del máximo esfuerzo tangencial para evaluar modo mixto de carga</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comportamientos de fisuras sometidas a cargas estáticas</li> <li>Crecimiento de fisuras por fatiga</li> <li>Cálculo de los ciclos de carga para condiciones de tamaño de fisura definido</li> </ul>
	Simulación de fisuras en 3D								
<b>ANSYS SMART FRACTURE</b>	Simulación en 3D	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis estático</li> <li>Análisis del crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa el método de la integral de interacción               <ul style="list-style-type: none"> <li>J-Integral</li> <li><math>K_I</math>, <math>K_{II}</math> y <math>K_{III}</math></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cargas estáticas</li> <li>Cargas cíclicas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usa la técnica de remallado automático adaptativo (SMART) para el análisis de fisuras estáticas y crecimiento de fisuras por fatiga</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Materiales isotrópicos con comportamiento elástico lineal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análisis del crecimiento de fisuras por fatiga mediante la Ley de Paris</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utiliza el criterio MTS para determinar la dirección de propagación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Crecimiento de fisuras por fatiga</li> <li>Cálculo de los ciclos de carga para condiciones de tamaño de fisura definido</li> </ul>

Anexo 2: Plano de la probeta de tracción

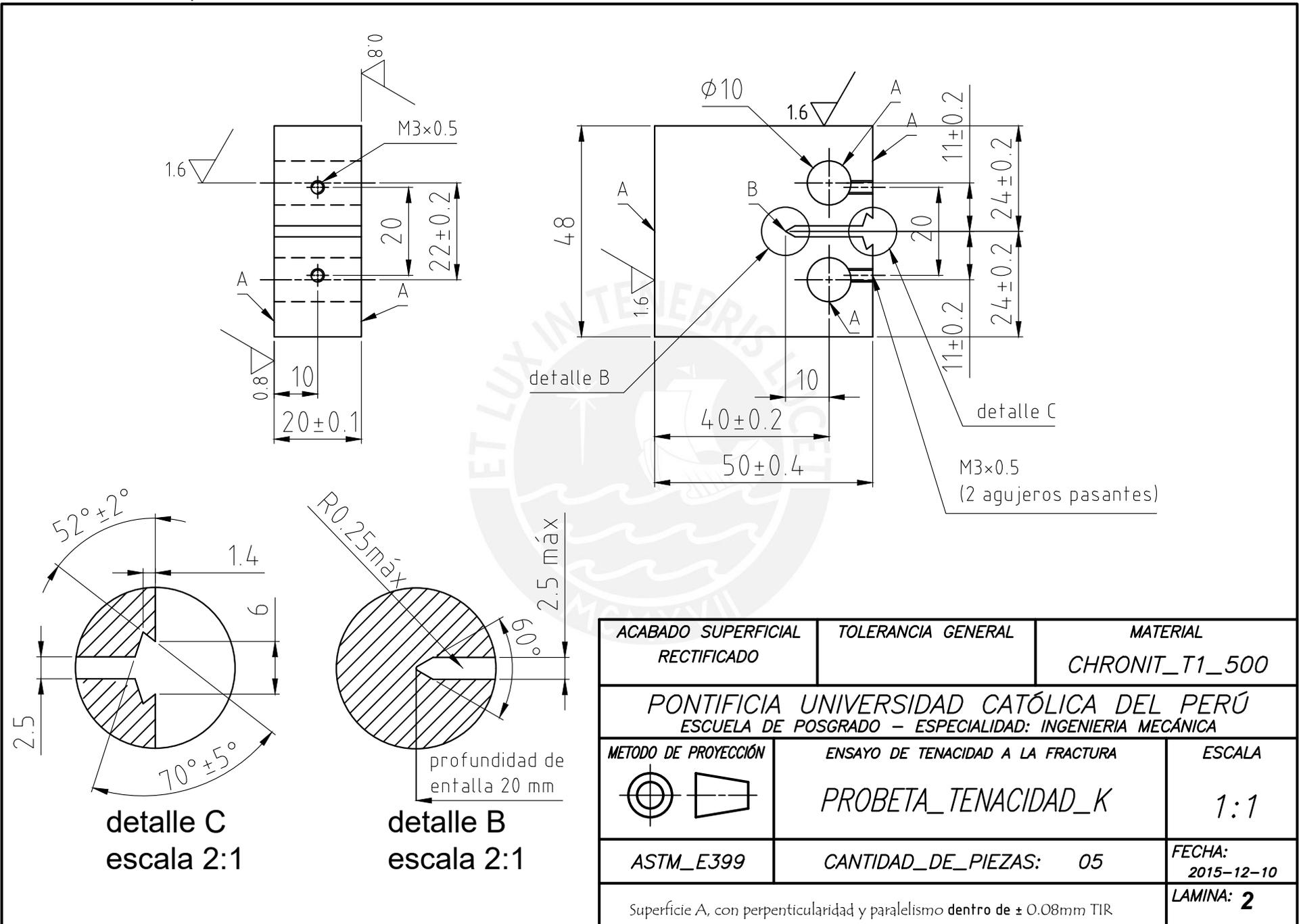


SENTIDO DE LAMINACIÓN



ACABADO SUPERFICIAL MAQUINADO	TOLERANCIA GENERAL	MATERIAL <b>CHRONIT_T1_500</b>
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSGRADO – ESPECIALIDAD: INGENIERIA MECÁNICA		
METODO DE PROYECCIÓN 	ENSAYO DE TRACCIÓN <b>PROBETA_TRACCIÓN_REDONDA</b>	ESCALA <b>1:1</b>
ASTM_A370	CANTIDAD_DE_PIEZAS: 03	FECHA: 2016-17-02
Superficie entallada con pulido manual		LAMINA: <b>1</b>

Anexo 3: Plano de la probeta CT





## Anexo 5: Ensayo de crecimiento de fisuras por fatiga (ASTM E647)

### Características geométricas de las probetas

La norma establece que el tamaño de la entalla  $a_n$  debe ser mínimo  $0.2 W$ , el espesor de la probeta debe estar en el rango  $(W/20) \leq B \leq (W/4)$ , pudiendo tomar un valor de hasta  $(W/2)$ . Es necesario establecer las dimensiones de la probeta, Fig. A-5.1, así como obtener los esfuerzos de fluencia  $\sigma_{YS}$  y esfuerzo de rotura  $\sigma_{ULT}$  del material. La norma establece que la fabricación de probetas de aceros de alta resistencia ( $\sigma_F \geq 1175 \text{ MPa}$ ), titanio y aleaciones de aluminio, se debe realizar mediante un proceso de electroerosión (EDM), para aceros de mediana resistencia ( $\sigma_F \leq 1175 \text{ MPa}$ ), aleaciones de aluminio mediante un proceso de fresado y brochado, y los aceros de baja resistencia por abrasión.

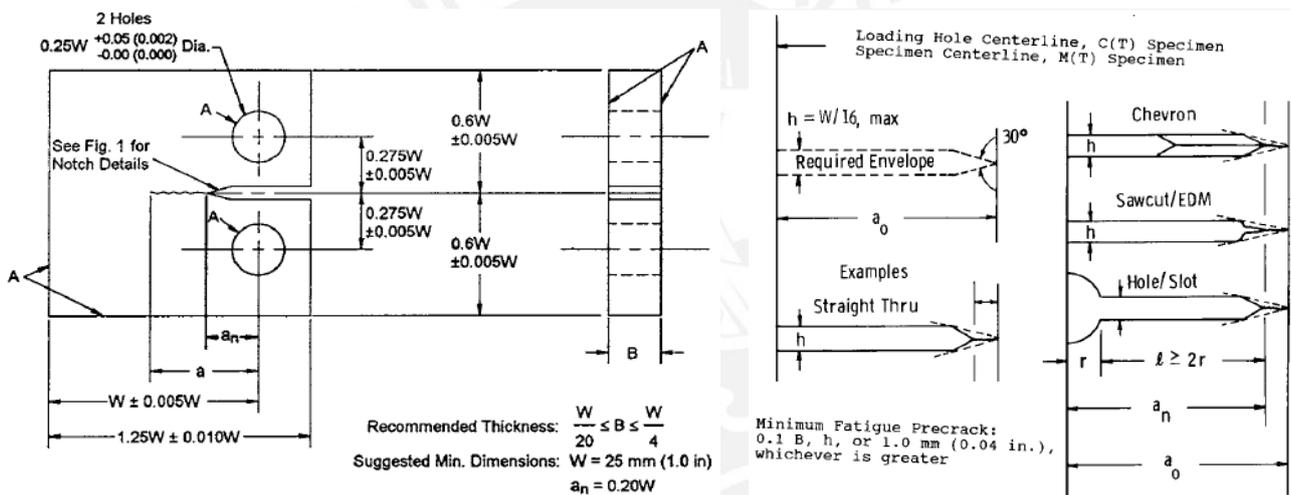


Fig. A-5.1: Probetas ensayadas por fatiga, ASTM E647 (2013)

### Prefisura por fatiga

Con el fin de eliminar los efectos residuales de maquinado debido a los cambios de forma en el frente de fisura, y los efectos de las cargas históricas que causan cambio en la tasa de crecimiento de la fisura, las condiciones para la prefisura serán:

- La carga debe ser simétricamente distribuida con respecto a la entalla de la probeta, y el  $K_{max}$  durante el prefisurado debe estar entre el  $\pm 5\%$  de su valor.
- La entalla mecanizada más la prefisura determinan el tamaño de la fisura  $a$  (Fig. A-5.1), que tiene como su ápice el final de la prefisura por fatiga. Además, la prefisura por fatiga no deberá ser inferior a  $0.10B$ , el ancho de la entalla  $h$ , o  $1.0 \text{ mm}$ , lo que sea mayor (Fig. A-5.1).

- El  $K_{max}$  para el prefisurado no debe exceder el valor de  $K_{max}$  en el ensayo de crecimiento de la fisura por fatiga. Si es necesario se pueden aplicar fuerzas que produzcan valores de  $K_{max}$  mayores para iniciar la prefisura, pero se sugiere una reducción en la fuerza en varios pasos. Esta reducción de fuerza no debe ser superior al 20% del paso anterior, con un incremento de tamaño de fisura medible, antes de proceder al siguiente paso.
- Para evitar efectos transitorios en los datos del ensayo, se debe aplicar el rango de fuerza en cada paso sobre un incremento de tamaño de la prefisura de al menos  $\left(\frac{3}{\pi}\right) \left[\frac{K'_{max}}{\sigma_F}\right]^2$ , donde  $K'_{max}$  es el valor terminal de  $K_{max}$  del paso anterior. Si  $R = K_{min}/K_{máx}$  durante el prefisurado difiere de la utilizada durante la prueba, se debe hacer una variación de fuerza en forma incremental, de manera que  $K_{max}$  se incremente en lugar de disminuir, y evitar el retardo de la velocidad de crecimiento causadas por los efectos de sobrecarga. Se debe permitir una extensión de fisura suficiente después de los cambios de carga para permitir que la tasa de crecimiento establezca un valor de estado estable. La cantidad de crecimiento de fisura que se requiere depende de la magnitud del cambio de fuerza y del material. Un aumento incremental de 10% o menos minimizará estas tasas de crecimiento transitorio.
- Para la prueba K-decreciente la carga histórica puede influir en la tasa de crecimiento cercana al umbral, a pesar de las precauciones anteriores. Es una buena práctica para iniciar fisuras por fatiga, que la intensidad de esfuerzo sea la más baja posible. Se sugiere que la velocidad de crecimiento para la prefisura sea menor de  $10^{-8} m/ciclo$ .
- Las dimensiones del tamaño de la prefisura en el frente y la cara posterior de las superficies de la probeta deben estar dentro del rango de 0,10 mm ó 0.002 W de diferencia, lo que sea mayor. Si los tamaños de la fisura que se miden en las superficies frontal y posterior difieren en más de 0.25 B, la prefisura no es adecuada y las pruebas posteriores son inválidas.
- Si en cualquier punto en la prueba la prefisura se desvía más de  $\pm 20^\circ$  ( $\phi' > 20^\circ$ ) desde el plano de simetría a una distancia de 0,1 W o mayor, los datos no son válidos de acuerdo con este método de ensayo. Si la desviación esta entre  $10^\circ < \phi' \leq 20^\circ$  la norma establece que se debe considerar en el reporte del ensayo. Y si  $\phi' \leq 10^\circ$  el ensayo es considerado valido. Si los requisitos anteriores no se pueden satisfacer, se debe detectar problemas potenciales en la alineación del sistema de carga y detalles de la entalla mecanizada o problemas relacionados con el material como las tensiones residuales.

#### *Determinación del rango del factor de intensidad de tensiones $\Delta K$*

Para probetas CT el valor de  $\Delta K$  esta en función de  $a$ , y es determinada por la ecuación A-5.1. (ASTM E647, 2013), siendo  $\alpha' = a/W$ , para  $a/W \geq 0.2$ .

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{(2 + \alpha')}{(1 - \alpha')^{3/2}} (0.886 + 4.64\alpha' - 13.32\alpha'^2 + 14.72\alpha'^3 - 5.6\alpha'^4) \quad (\text{A-5.1})$$

### Determinación del tamaño de la fisura

La determinación del tamaño de la fisura por el método de complianza, se calcula con las ecuaciones (A-5.2) y (A-5.3), para una relación entre la apertura del extensómetro y la longitud de la fisura entre  $0.2 \leq a/W \leq 0.975$ .

$$\alpha' = a/W = C_0 + C_1 u_x + C_2 u_x^2 + C_3 u_x^3 + C_4 u_x^4 + C_5 u_x^5 \quad (\text{A-5.2})$$

$$u_x = \left\{ \left[ \frac{E v_e B}{P} \right]^{1/2} + 1 \right\}^{-1} \quad (\text{A-5.3})$$

Donde:  $C = v_e/P$ ,  $a/W$  es el tamaño normalizado de la fisura,  $E$  es el módulo de elasticidad,  $v_e$  es el desplazamiento entre los puntos de medición del extensómetro,  $B$  es el espesor de la probeta,  $P$  es la carga,  $a$  es la longitud de la fisura y  $W$  es el tamaño de la probeta. Todas las relaciones de tamaño son aplicables sólo para los lugares de medición de la probeta. La Tabla A-5.1 muestra los valores de los coeficientes  $C_i$  para probetas CT según la norma ASTM E647, para los puntos de medición del extensómetro mostrado en la Fig. A-5.2.

Tabla A-5.1: Parámetros de ensayo para la evaluación de la propagación de fisuras

Meas. Location	$X/W$	$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
C(T) Specimen							
$V_{X1}$	-0.345	1.0012	-4.9165	23.057	-323.91	1798.3	-3513.2
$V_0$	-0.250	1.0010	-4.6695	18.460	-236.82	1214.9	-2143.6
$V_1$	-0.1576	1.0008	-4.4473	15.400	-180.55	870.92	-1411.3
$V_{LL}$	0	1.0002	-4.0632	11.242	-106.04	464.33	-650.68

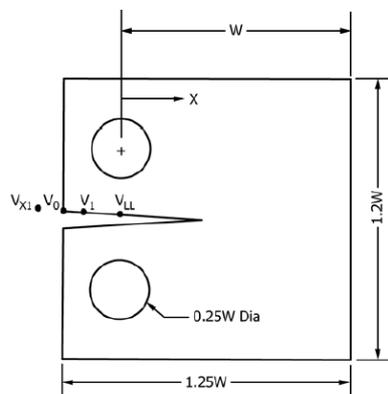


Fig. A-5.2: Puntos de medición para probetas CT mediante el método de complianza

En general, los coeficientes  $C$  dependen de la posición donde se toma la medición del extensómetro, cuando la posición de medición del extensómetro no corresponde a ninguno de los casos de la norma se puede determinar los coeficientes por interpolación cuadrática, se debe corregir el factor  $C = C_{ci}$  dada en la norma ASTM E-1820 (2013).

#### *Procedimiento de ensayo*

Para asegurar que predomine un comportamiento elástico en la zona de crecimiento, se requiere se cumpla la relación  $(W - a) \geq (4/\pi)[K_{max}/\sigma_F]^2$  ó  $\sigma_F\sqrt{(\pi/4)(W - a)} \geq K_{max}$ .  $K_{max}$  es el factor de intensidad de tensiones máximo en el ciclo correspondiente a  $P_{max}$ . Relaciones empíricas indican que en los materiales endurecidos por deformación se debe cumplir que  $\sigma_B/\sigma_F \leq 1.3$ , mientras que en los materiales endurecidos por esfuerzos altos  $\sigma_B/\sigma_F \geq 1.3$ . Se debe seguir el procedimiento siguiente:

- Para asegurar intervalos bien distribuidos de  $da/dN$  con respecto a  $\Delta K$ , se debe considerar que  $\Delta a \leq 0.04W$  para  $0.25 \leq a/W \leq 0.40$ ,  $\Delta a \leq 0.02W$  para  $0.40 \leq a/W \leq 0.60$  y  $\Delta a \leq 0.01W$  para  $a/W \geq 0.60$ .
- La variación del rango del factor de intensidad de las tensiones  $\Delta K$  para una probeta CT, se calcula mediante la ecuación (A-5.1). Esta ecuación es válida para  $a/W \geq 0.2$ , considerando al material elástico lineal, isotrópico, homogéneo, y no se consideren efectos por cierre de la fisura.
- En la determinación del tamaño de la fisura por el método de complianza, se debe usar un método visual para verificar el tamaño de la fisura durante el ensayo. Además se debe tomar datos de temperatura y humedad al inicio y finalización del ensayo, así mismo, en instantes de realización del ensayo.

#### *Procedimiento para el ensayo con carga de amplitud constante*

Para rango de velocidades de propagación  $da/dN > 10^{-8} m/ciclo$ , tras llegar al umbral de fatiga con  $K$ -decreciente, se aplican ciclos de carga de amplitud constante hasta la rotura, tomando datos del número de ciclos, longitud de fisura y los valores incrementales  $\Delta a$ . Se debe aplicar técnicas para minimizar o eliminar los efectos transitorios mientras se procede con  $K$ -creciente, el rango de fuerza incremental debe hacerse de tal manera que  $P_{max}$  aumente en lugar de disminuir, y evitar el retardo de la velocidad de crecimiento causadas por efectos de sobrecarga. Un aumento incremental del 10% o menos minimizará tasas de crecimiento transitorio.

### Procedimiento para el ensayo con carga $K$ -decreciente

Para el rango de velocidades de propagación de  $da/dN < 10^{-8} m/ciclo$  ( $C'$  negativo), se van aplicando sucesivamente escalones de carga de  $\Delta K$  cada vez menores, hasta alcanzar valores de velocidad de propagación correspondientes a la zona del umbral de crecimiento  $10^{-10} m/ciclo \leq da/dN \leq 10^{-9} m/ciclo$ , (ver Fig. A-5.3). Este procedimiento no es recomendado para evaluar la tasa de crecimiento de fisura por fatiga superiores a  $10^{-8} m/ciclo$ , ya que las cargas históricas previas a tales niveles de  $\Delta K$ , puede influir en el comportamiento de la tasa de crecimiento de fisuras por fatiga cerca del umbral.

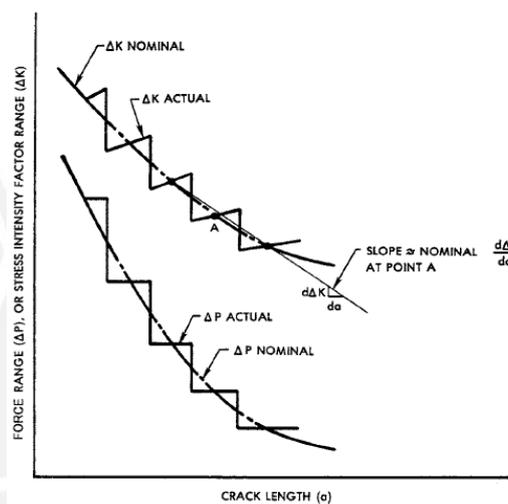


FIG. 2 Typical  $K$  Decreasing Test by Stepped Force Shedding

Fig. A-5.3: Procedimiento para el  $K$ -decreciente con pasos de carga  $P$

Estudios realizados por Cicero (2003) indican que al pasar de un escalón de carga a un escalón inferior aparecen puntos que se desvían del crecimiento en el elemento. Esto es producto de que la zona plástica en el frente de fisura correspondiente al escalón anterior es de mayor tamaño, por lo tanto, la zona de proceso viene a ser afectada por esta zona plástica, resultando producir velocidades de propagación menores a las que corresponderían a este material. Por lo cual, se debe producir descensos de amplitud de carga muy pequeños en relaciones a los escalones precedentes. Otras recomendaciones prácticas es producir una disminución gradual con saltos en un 10% al inicio del ensayo de  $K$ -decreciente, esta reducción debe ser hasta un valor del 5% en las proximidades del umbral. De esta forma se obtiene resultados más estables en las velocidades de propagación al dejar de ser influenciadas por zonas plásticas de escalones anteriores. En algunos materiales es difícil alcanzar el umbral de fatiga, por ser velocidades tan pequeñas exigidas por la norma ASTM E647.

La relación de la fuerza debe ser tal que eviten resultados erróneos debido a la reducción de  $\Delta K$  y evitar los efectos transitorios, por ello por lo menos se debe tener 5 datos de  $da/dN$ , con puntos de igual espaciado de  $\Delta K$  por cada 10 datos de  $da/dN$ . Esto se cumple limitando el  $K$ -decreciente normalizado  $C' = 1/K \times dK/da > -0.08 \text{ mm}^{-1}$ . Este valor de  $C'$  fue determinado en laboratorio para probetas de aceros y aleaciones de aluminio, siendo dependiente de  $R$ , el material, y el medio ambiente. Si el valor de  $C'$  es menor al especificado anteriormente, será necesario hacer un  $K$ -decreciente seguido de un  $K$ -creciente con un valor de  $\Delta P$  constante, es recomendable que los valores de  $R$  y  $C$  se mantenga constante durante el  $K$ -decreciente. Se puede determinar valores de  $\Delta K$  para  $C'$  constante mediante la expresión  $\Delta K = \Delta K_0 \exp[C'(a - a_0)]$ , donde  $\Delta K_0$  es el valor inicial de  $\Delta K$  de la prueba y  $a_0$  es la longitud de fisura inicial.

### *Cálculo de la carga aplicada*

Hernandez y Triveño (2011) recomendaron valores iniciales del rango del factor de intensidad de tensiones  $\Delta K_{inc}$ , estos valores se establecen en cada ensayo de manera que se cubra el rango de valores deseados. El valor de  $\Delta K_{inc}$  se obtiene mediante la ecuación A-5.1, donde:  $P_{max} = \Delta P_{inc}/(1 - R)$ ,  $P_{min} = P_{max} \cdot R$ , la carga máxima en la prefisura  $P_{max(p)} = 0.9 P_{max}$  y la carga mínima en la prefisura  $P_{min(p)} = 0.9 P_{min}$ .

La expresión indica cómo obtener tanto  $\Delta P_{inc}$  como  $P_{max}$  y  $P_{min}$ , así como las cargas que deben aplicarse durante el prefisurado. Esta carga de prefisurado toma un valor del 90% de la empleada durante el ensayo. El prefisurado comprende el inicio de la grieta y el crecimiento hasta una determinada longitud descrita en la norma. Los valores de  $\Delta K_{inc}$  se ajustan conforme se obtuvieron resultados de ensayos anteriores con el fin de obtener una curva para el rango de valores de  $\Delta K$  más amplias posibles.

Anexo 6: Resultados numéricos del cálculo del número de ciclos para el tramo 3 de la probeta PF\_7.

X	Y	$\theta$	$K_I$	$K_{II}$	P	R	$\Delta a$	$\Delta K_I$	$\Delta K_{II}$	$\Delta K_{eq}$ (Tanaka)	$\Delta K_{eq}$ (Xiangqiao)	$\Delta N$ (Tanaka)	$\Delta N$ (Xiangqiao)
32.795	7.385	-0.012	1050.171	0.109	10	2/5	0.247	630.10	0.07	630.10	630.10	4324.74	4324.74
32.968	7.562	0.193	1072.465	-1.807	10	2/5	0.246	643.48	-1.08	643.48	643.48	4093.72	4093.72
33.140	7.738	0.428	1097.820	-4.099	10	2/5	0.244	658.69	-2.46	658.69	658.71	3841.61	3841.60
33.309	7.915	0.351	1122.749	-3.439	10	2/5	0.243	673.65	-2.06	673.65	673.66	3618.96	3618.95
33.476	8.091	0.853	1152.070	-8.574	10	2/5	0.241	691.24	-5.14	691.24	691.30	3363.61	3363.57
33.639	8.268	0.369	1184.824	-3.820	10	2/5	0.240	710.89	-2.29	710.89	710.91	3131.15	3131.14
33.800	8.446	0.263	1221.935	-2.803	10	2/5	0.239	733.16	-1.68	733.16	733.17	2900.33	2900.32
33.960	8.624	0.202	1262.903	-2.225	10	2/5	0.239	757.74	-1.34	757.74	757.75	2675.74	2675.74
34.119	8.802	0.196	1309.346	-2.236	10	2/5	0.239	785.61	-1.34	785.61	785.61	2451.17	2451.17
34.277	8.981	0.270	1361.222	-3.209	10	2/5	0.239	816.73	-1.93	816.73	816.74	2230.35	2230.35
34.435	9.161	0.259	1420.521	-3.212	10	2/5	0.239	852.31	-1.93	852.31	852.32	2012.44	2012.44
34.592	9.341	0.050	1487.011	-0.648	10	2/5	0.240	892.21	-0.39	892.21	892.21	1805.83	1805.83
34.750	9.522	0.355	1580.114	-4.890	10	2/5	0.241	948.07	-2.93	948.07	948.08	1559.73	1559.72
34.906	9.705	10.129	1678.440	-151.115	10	2/5	0.024	1007.06	-90.67	1007.20	1019.14	131.38	131.04
34.918	9.725	-2.793	1787.536	43.625	10	2/5	0.212	1072.52	26.18	1072.52	1073.48	1012.76	1012.54
35.035	9.903	1.819	1801.834	-28.617	10	2/5	0.241	1081.10	-17.17	1081.10	1081.51	1127.78	1127.68
35.160	10.108	-2.172	1911.557	36.262	10	2/5	0.172	1146.93	21.76	1146.93	1147.55	695.66	695.56
3.786											40977	40976	

