PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

ESCUELA DE POSGRADO

ANÁLISIS Y VALORACIÓN DE UN PROCESO DE INSTRUCCIÓN DE LA FUNCIÓN AFÍN POR UN PROFESOR DE SECUNDARIA

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

AUTOR

NYLL WALTER CALDAS LEIVA

ASESORA

CINTYA SHERLEY GONZALES HERNÁNDEZ

Mayo, 2021

RESUMEN

La presente tesis tiene como objetivo general analizar y valorar el proceso de instrucción de una clase dado por un profesor de matemática con estudiantes de segundo grado de secundaria cuando se imparte el objeto matemático función afín. Para tal propósito, nos fundamentamos en las herramientas del Enfoque Ontosemiotico de la Instrucción Matemática (EOS) las cuales presenta a las configuración epistémica y componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica (epistémica, cognitiva, mediacional, afectiva, interaccional, ecológica). Como la investigación es cualitativa, tomaremos el método de estudio de caso debido a que este método permite comprender, describir y analizar la actividad llevada a cabo por el profesor de secundaria. Para llevar a cabo esta investigación nos propusimos tres objetivos específicos. Primero se realizará un significado de referencia de referencia de la función afín utilizando los sistemas de prácticas y configuración epistémica que propone el EOS. Posteriormente se construirá indicadores específicos de idoneidad epistémica. Finalmente, valorar el proceso de instrucción dado por el profesor de matemática.

En base a los resultados, se observa que dicho proceso tiene una mayor idoneidad en la parte afectiva. Por otro lado, considerando los indicadores del aspecto epistémico y cognitivo se evidencia algunos errores y ambigüedades. En el aspecto ecológico el proceso se rige en base a los lineamientos curriculares.

Palabra clave: función afín, enfoque ontosemiótico, idoneidad didáctica.

ABSTRACT

The general objective of this thesis is to analyze and evaluate the instructional process of a class given by a mathematics teacher with second grade high school students when teaching the mathematical object affine function. For this purpose, we rely on the tools of the ontosemiotic approach (EOS) which presents the epistemic configuration and components and indicators of the suitability criteria (epistemic, cognitive, mediational, affective, interactional, ecological). As the research is qualitative, we will take the case study method because this method allows us to understand, describe and analyze the activity carried out by the secondary school teacher. In order to carry out this research we proposed three specific objectives. First, a reference meaning of reference of the affine function will be made using the systems of practices and epistemic configuration proposed by the EOS. Subsequently, specific indicators of epistemic appropriateness will be constructed. Finally, the instructional process given by the mathematics teacher will be assessed.

Based on the results of the evaluations, it can be observed that the focuses has a more valoration on the affective part. On the other hand, considering the indicators in the epistemic aspect, some errors and ambiguities are evident. In the aspect ecology the process is governed based on the curricular guidelines.

Key word: affine function, ontosemiotic approach, didactic suitability.

DEDICATORIA

A mis queridos abuelitos, Demetria y Mauro
que siempre me incentivaron
a ser profesional.
A mi mama que me apoya en todo
momento a seguir adelante

AGRADECIMIENTOS

A mi asesora, Mg. Cintya Sherley Gonzales Hernández por su enorme paciencia para el desarrollo de esta investigación. Sus orientaciones, observaciones y sugerencias me permitieron concluir con esta investigación.

A los miembros del jurado del jurado, Dra. Cecilia Gaita Iparraguire y Mg. Flor Isabel Carrillo Lara, por sus sugerencias y observaciones, permitiendo así, mejorar mi investigación.

Un agradecimiento especial a los profesores, Dr. Francisco Ugarte Guerra y Dra Jesus Flores Salazar por sus enseñanzas la largo de mi formación profesional.

A mi mamá Adelina Leiva Espinoza por su enseñanza de vida y motivarme para terminar la investigación. A mi novia por su apoyo constante.

A mis compañeros de aula que compartimos conocimiento y gratos momentos juntos.

Al colegio Parroquial Nuestra del Rosario por permitirme realizar esta investigación.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

INTRODUCCIÓN

En esta investigación nos hemos interesado en la práctica del profesor al momento de enseñar el objeto matemático función afín. De acuerdo al Ministerio de Educación Peruano (MINEDU), la función afín, se encuentra inserta dentro de la competencia resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio la cual se imparte en el segundo de secundaria perteneciente al sexto ciclo de educación, en donde se reconoce a la función afín como la relación de correspondencia entre la razón de cambio y la constante de proporcionalidad para resolver un problema según su contexto. La problemática se basa en que los profesores al momento enseñar la función afín, se enfocan solo en parte algebraica, y representación gráfica mas no en la razón de cambio. Rubio, Gonzales y Campos (2020). Siendo esto fundamental para conectar con otras áreas como el cálculo y la geometría analítica.

La presente tesis tiene como objetivo general analizar y valorar el proceso de instrucción de una clase dado por un profesor de matemática en estudiantes de segundo de secundaria cuando se imparte el objeto matemático función afín. Para ello, consideramos para esta investigación en el marco del Conocimiento Didáctico Matematico (CDM) al Enfoque Ontosemiotico de la cognición e Instrucción Matematica (EOS) las cuales usaremos con herramienta de análisis y valoración del proceso de instrucción. Mientras que como metodología consideramos adecuado realizar la investigación de tipo cualitativo mediante el método del estudio de caso único. El trabajo se encuentra estructurado en cinco capítulos, a través de los cuales se va obteniendo y logrando el propósito de esta investigación.

En el primer capítulo se presenta la revisión de investigaciones que abordaron en el marco del conocimiento didáctico y matemático en relación al Enfoque ontosemiotico; se justifica la pertinencia del presente trabajo; y se propone la pregunta y objetivos de la investigación, y el método seguido para llevarla a cabo. En el segundo capítulo, se exponen los elementos del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, y las herramientas teóricas consideradas para el estudio. En el tercer capítulo, se describe y presenta el significado de referencia sobre las funciones afines. En el cuarto capítulo se construye indicadores de Idoneidad Epistémica tomadas de los resultados de investigaciones que abordaron el objeto matemático. Finalmente se valorará el proceso de instrucción de la clase del profesor.

CAPÍTULO I: PROBLEMÁTICA

En este capítulo, se presentan investigaciones de referencia que han identificado aspectos relacionados al marco teórico que permitan construir un significado de referencia y analizar el proceso de instrucción de una clase implementado por un docente de matemática. Para ello se tomarán en cuenta el referencial teórico que guiará la investigación para enseguida, plantear la pregunta, objetivos y metodología de la investigación.

1.1 Antecedentes relacionadas al marco teórico

En el artículo de Godino, Bencomo, Font y Wihelmi (2006) presenta las nociones teóricas para describir el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y valorar la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción. De acuerdo a ello, la idoneidad didáctica surge como la articulación de las distintas dimensiones como el epistémico, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica. Estas nociones teóricas se aplican al análisis de un proceso de estudio realizado en una experiencia de enseñanza de la noción de función con estudiantes universitarios. Los autores muestran en forma sintética el Holosignificado de la noción de función que se muestra en la Figura 1. Se entiende como un significado global del que se puede extraer el significado de referencia para una institución en particular. De esta forma, el Holosignificado representa el marco objetivo de los significados institucionales sobre los cuales debería elaborarse todo proyecto de enseñanza. Así mismo, se tomó como referencia el Holosignificado para reconstruir en significado global en relación a las funciones afines.

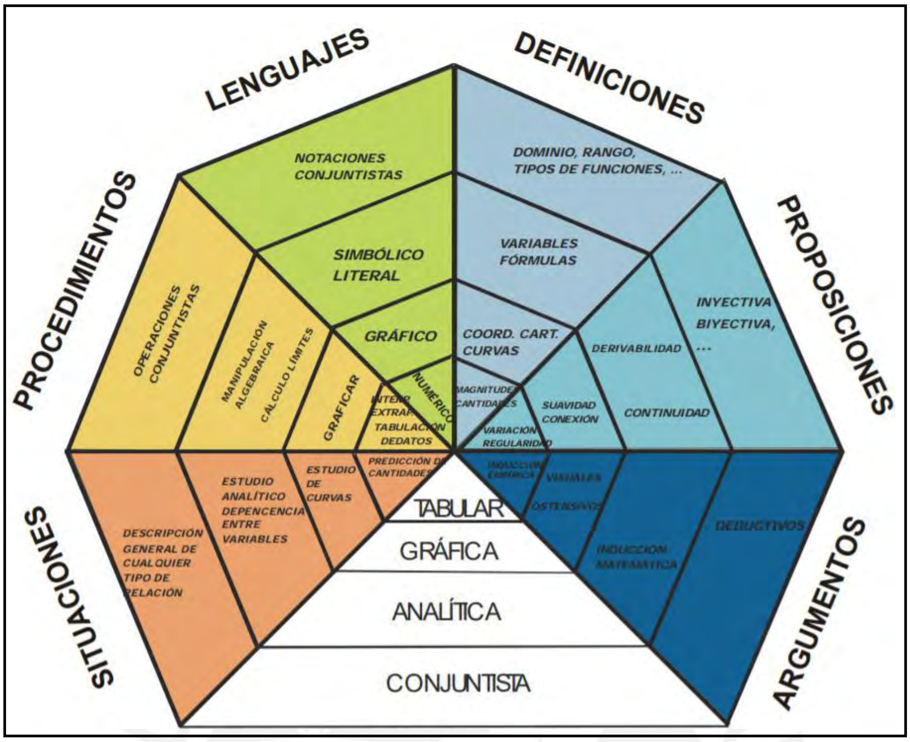


Figura 1. Configuración epistémica de la función.
Fuente: Godino, Become, Font y Wihelmi (2006)

Según Godino, Bencomo, Font y Wihelmi (2006), el Holosignificado presenta cuatro tipos de configuraciones epistémicas de la noción de función. Para cada una de ellas, se caracterizan sus objetos primarios (situaciones, procedimientos, lenguajes, definiciones, proposiciones y argumentos).

Godino, et. al (2006) aportará herramientas teóricas para valorar el proceso de instrucción matemático que llevará acabo un profesor de matemática cuando imparte la función afín a estudiantes de segundo de secundaria. Además, contribuye con herramientas teóricas para construir el significado de referencia de la función afín.

Por otro lado, Godino, JD, Font, V., Wilhelmi, MR y Lurduy, O. (2011) presenta las nociones de sistema de prácticas, y configuración de objetos y procesos. Estos conceptos complementan la noción de sistema semiótico y ayudan a comprender la naturaleza compleja de los objetos matemáticos.

En primer lugar, se muestra la pluralidad de significados de los números naturales que los profesores deberían considerar para evitar un énfasis formalista en la enseñanza de las matemáticas. Para ello, se distingue diversos momentos históricos en las que se abordan el objeto matemático. La idea es evidenciar las prácticas operativas y discursivas de ello. Esta pluralidad permitirá describir el comportamiento mostrado por un alumno al resolver una tarea relativa al objeto matemático a desarrollar; prever y comprender los posibles conflictos que sucedan en una clase.

Asimismo, los investigadores muestran en qué sentido estas nociones facilitan la descripción, y comprensión de la construcción y comunicación del conocimiento matemático, aplicándolas al análisis de sistemas semióticos involucrados en la enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos aritméticos elementales.

En segundo lugar, las herramientas teóricas, que forman parte del Enfoque Ontosemiotico (EOS), permite comprender la naturaleza de los objetos matemáticos que son los sistemas de prácticas, y configuración de objetos y procesos. Estas pueden usarse para describir y comprender los sistemas semióticos(símbolos). Estos están formados por las respuestas de los estudiantes que se evidencia en sus tareas matemáticas específicas como los sistemas de prácticas matemáticas institucional y personal, procesos de interpretación y representación, procesos de generalización y particularización, procesos de idealización y materialización. Esta investigación ha permitido que, en nuestro trabajo investigativo, las herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico se usó para la caracterización del significado global de la función afín.

Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., y Moll, V. F. (2011) muestran una síntesis de conocimientos sobre la derivada relativos al componente epistémico del conocimiento didáctico-matemático. Para esto, usaron las nociones de configuración epistémica, y el significado holístico del Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. En la configuración epistémica, ellos la usaron para la reconstrucción del significado global de la derivada y dentro del análisis de las configuraciones epistémicas se encuentra los objetos primarios (situaciones, procedimientos, lenguajes, definiciones, proposiciones y argumentos). Estos se pueden ver desde las distintas facetas duales que propone el EOS.

En la siguiente figura 2, los investigadores presentan una reconstrucción del significado global para la noción derivada, que tiene en cuenta los tipos de problemas abordados en distintos momentos históricos y los sistemas de prácticas correspondientes.

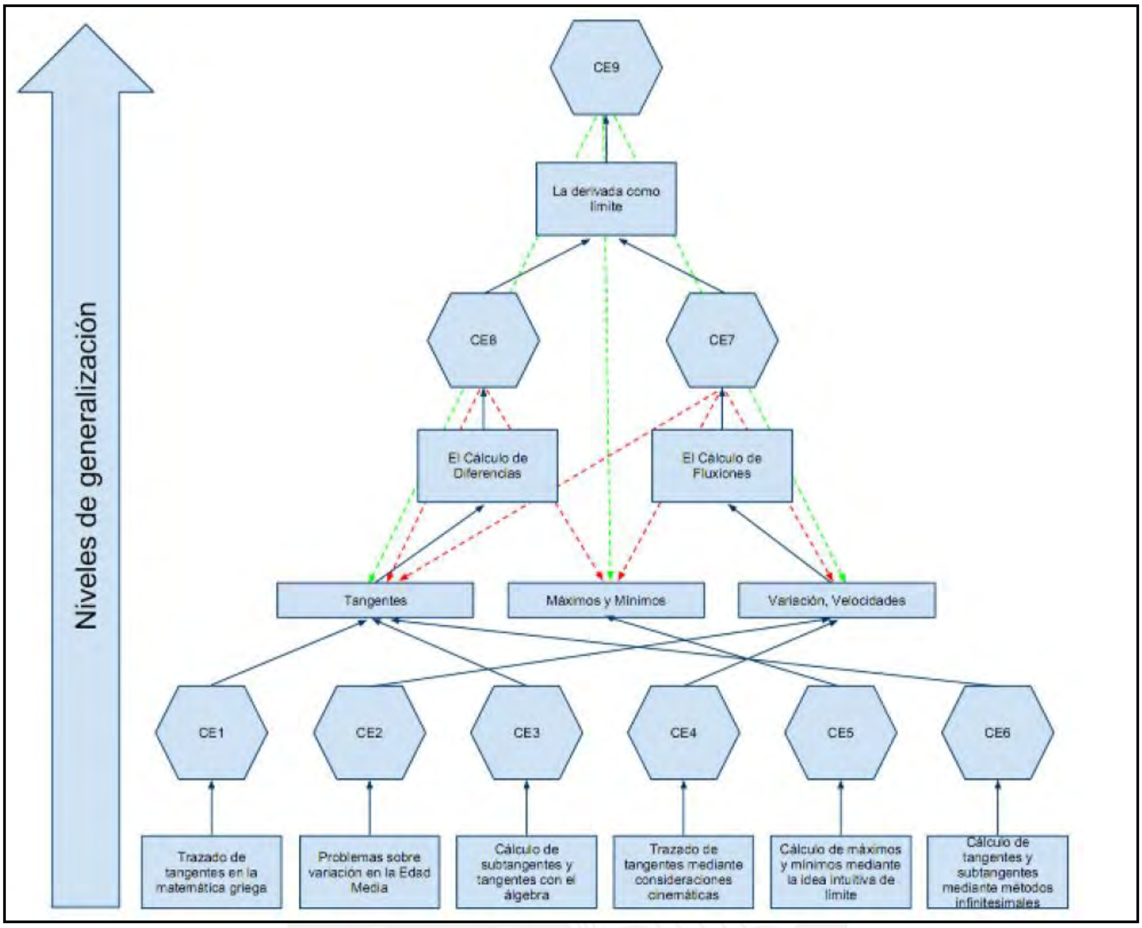


Figura 2. Significado global de la derivada.
Fuente: Pino-Fan, L. R., Godino, J. D., y Moll, V. F. (2011)

En nuestro caso, adoptaremos las mismas herramientas del EOS, las cuales son los sistemas de prácticas y las configuraciones epistémica para construir el significado de referencia de la función afín mediante los significados parciales, a partir de investigaciones y documentos del cálculo. Se identificará de manera sistemática los objetos primarios intervinientes de los sistemas de prácticas de los cuales emerge el objeto función afín. Esta reconstrucción es importante ya que ayuda a entender el objeto matemático y aporta situaciones problemas y prácticas. Estas se pueden incluir en las sesiones de aprendizaje.

Esque y Breda (2019) describen y analizan la reflexión que hace un profesor en su práctica utilizando los criterios de idoneidad didáctico (CI) para valorar y rediseñar una unidad didáctica sobre la proporcionalidad. Como bien menciona Breda, Pino-Fan y Font (2017), “la reflexión del profesor sobre su propia practica es competencia clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza” (citado en Esque y Breda, 2019, p.3).

Para que estos criterios sean operativos en el ejercicio de análisis y valoración de los procesos de instrucción, los investigadores presentan indicadores específicos mostrada en la figura 3.

CI	Componente
Epistémica	✓ Errores, ambigüedades, riqueza de procesos, representatividad
Cognitiva	✓ Conocimientos previos, adaptación curricular a las diferencias individuales, aprendizaje, alta demanda cognitiva
Interaccional	✓ Interacción docente-discente, interacción entre discentes, autonomía, evaluación formativa
Mediacional	✓ Recursos materiales, número de estudiantes, horario y condiciones del aula, tiempo
Afectiva	✓ Intereses y necesidades, actitudes, emociones

Figura 3. Componentes e indicadores de idoneidad didáctica.
Fuente: Esque y Breda (2019, p.4)

Este tipo de resultado brindará herramientas, en nuestra investigación, para analizar y describir la implementación de una clase. Para esto, se usará los criterios de idoneidad con sus componentes e indicadores en la cual se adaptará al tema de funciones afines.

Escudero (2017) se basó en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático centrándose en la faceta epistémica (conocimiento del profesor) sobre las funciones lineales y cuadráticas. La investigación fue de tipo cualitativa, ya que se orientó en el análisis textos escolares y no escolares de matemática, así como investigaciones en didáctica de la matemática.

Además, construyó un significado institucional de referencia de las funciones lineales y cuadráticas, a partir del estudio de los textos utilizados de educación secundaria, educación superior e investigaciones, lo que le permitió clasificar situaciones y organizar las prácticas matemáticas que serán tomados en cuenta en la formación de profesores. Luego, presentó listas de indicadores del conocimiento para la faceta epistémica del modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. Debemos señalar que para realizar la configuración epistémica de funciones afines se debe tener como base las distintas configuraciones epistémicas que figuran en el holosignificado de la noción de función como se muestran Godino, et al (2006) y Escudero (2017).

En Rubio, Gonzales, Campos (2020) realizaron una evaluación diagnóstica a 75 profesores de secundaria que consistía de siete ítems, cada uno de los cuales tenía como finalidad que los profesores mostraran sus conocimientos didáctico-matemáticos sobre funciones lineales y afines y las distintas representaciones (algebraica, tabular o numérica, gráfica, verbal) tomando aspectos de la faceta epistémica. En la figura 4, se presenta las respuestas de los profesores que fueron tomados por los investigadores.

Caracterización de las respuestas	*Cantidad de profesores*
1. Determina una constante de proporcionalidad que no corresponde precisamente a la razón de cambio constante.	8
2. Verifica la linealidad a través de una razón de cambio.	4
3. Determinan la regla de correspondencia $\boldsymbol{g(x)} = (\sqrt{\mathbf{3}})\,\boldsymbol{x}$ en la cual los tres puntos verifican la expresión.	27
4. Relaciona que por cada $\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{3}}$, que se incrementa en $\boldsymbol{x}$, el valor de $\boldsymbol{g(x)}$ aumenta 6 unidades.	2
5. Afirma que gráficamente las tres coordenadas dadas corresponderían a tres puntos colineales en una representación gráfica o afirman que pasa por el origen de coordenadas.	19

Figura 4. Caracterización de las respuestas de los profesores.
Fuente: Tomada de Rubio, Gonzales, Campos (2020, p.9)

En base a los resultados (figura 4) evidenciados por los profesores aportará a la investigación ciertos indicadores específicos de idoneidad epistémica con relación a la función afín en los diferentes significados de este objeto matemático ya se tabular, graficó, analítico y conjuntista.

1.2 Investigaciones de referencia relacionadas a la función lineal afín

En la tabla 1 se encuentran investigaciones que estén relacionadas a la función lineal afín, donde se ha evidenciados diferentes errores, ambigüedades y representatividades.

Tabla 1.
Investigaciones de referencia de la función afín

Componente	Indicadores	Autor y año
Idoneidad epistémica	La definición entre lo lineal y lineal afín distinguiendo la diferencia entre ellas.	Martínez y Sánchez (2011) menciona que las funciones lineales como aquellas que su representación es una línea recta en un plano siendo de la forma $(x) = ax + b$, pero según el algebra lineal la condición de linealidad son aquellas que pasan por el origen de coordenadas. Esta distinción entre lo lineal y lineal afín es importante ya que puede comer una ambigüedad durante el proceso de instrucción.
	Alta representatividad de la función afín	Rivera, Salgada y Dolores (2020) mencionan que estudiantes de bachillerato de cierta universidad interpretan a la pendiente como el ángulo de inclinación desligando del concepto de razón de cambio. Este resultado se puede evidenciar que los alumnos solo se enfocan en la parte geométrica desconectando los diferentes significados parciales de la función lineal afín.
	Errores durante un proceso de instrucción en relación a la función afín.	Reyes Montiel y Cantoral (2014) menciona que si se supone que es una proporcionalidad inversa con la argumentación de que una magnitud aumenta y la otra disminuye, pero al momento de la comprobación se genera una contradicción, pues se comprueba que no es constante por lo tanto se descartaría que ambas sean proporcionales. Al momento de realizar la gráfica tampoco sería una hipérbola sino una recta. Este ello lleva a un error al considerar que si una aumenta y la otra disminuye es inversamente

		proporcional sin verificar la razón de cambio entre las magnitudes.
	Riqueza de procesos. Las situaciones propuestas promueven el entendimiento de los aspectos clave del tema de funciones afines	Amaya (2016) menciona que se puede presentar ambigüedades al unir los puntos de una gráfica que representa una relación funcional de valores discretos. Es decir, no se toman en cuenta si las variables son discretas o continuas. Para esto es importante presentar una riqueza de procesos de tal manera que se genere el entendiendo del objeto matemático.
	Riqueza de proceso de la función afín conectándolo a otras áreas de la matemática.	Dolores y Ibáñez (2020) menciona que algunos investigadores demuestran que los conocimientos de los estudiantes sobre la pendiente no se trasladan a otros tipos de problemas como por ejemplo a la física y además, los estudiantes no relacionan los conceptos de pendiente y razón de cambio. Es importante considerar los diferentes conceptos de los significados parciales.
	Ambigüedades en relación a la función lineal afín.	Balderas, Block y Guerra (2014) analizan los argumentos que dan los maestros de secundaria acerca de la presencia. Como por ejemplo en un problema de magnitudes, al afirmar que “a mayor kg más unidades y viceversa”. Bien puede ocurrir en una proporcionalidad, pero no se asegura la relación de proporcionalidad. Podemos pensar en la relación $y = x^2$, la cual cumple que, cuando la variable x aumenta, la variable y también lo hace. En este caso no existe una proporcionalidad. Para ello es importante verificar primero que pase por el origen de coordenadas y además hallar la regla de correspondencia.

Fuente: Elaboración propia

Estas investigaciones de referencia aportaran a la investigación para posteriormente elaborar indicadores específicos de idoneidad epistémica.

Por otro lado, en Salgada (2020) analizan el concepto de pendiente en profesores de bachillerato. Estos conceptos estuvieron compuestos por 12 tareas involucrando las distintas representaciones que presenta la pendiente. Las respuestas que manifestaron los profesores lo clasificaron de la siguiente manera:

Conceptualización/ Código	**Descripción de los códigos específicos**	**Frecuencia**
Razón Algebraica (A)	A_1: La pendiente es igual a $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ A_2: La pendiente es el cambio en x entre cambio en y, $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ó $\frac{\Delta y}{\Delta x}$	59
Coeficiente Paramétrico (PC)	PC_1:En las ecuaciones de la recta $y = mx + b$, $y - y_1 = m(x - x_1)$, y $y - y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x - x_1)$, m y $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ representan la pendiente de la recta respectivamente.	36
Trigonométrica (T)	T_1: La pendiente se calcula como $m = \text{tg}\,\theta$, donde θ es el ángulo de inclinación de la recta.	23
Propiedad Determinante (D)	D_1: Dos rectas son paralelas si y solo si sus pendiente son iguales y perpendiculares si son recíprocas y de signo contrario (o el producto de sus pendientes es -1)	11
Indicador de Comportamiento (B)	B_1: Las rectas con pendiente positiva son crecientes, con pendiente negativa son decrecientes y con pendiente cero son constantes.	5
Propiedad Física (P)	P_1: La pendiente es la inclinación que tiene una recta.	5
Situación Mundo Real Física (RP) **Funcional** (RF)	RF_1: La pendiente es la razón de cambio constante, por ejemplo: distancia *vs* tiempo, la pendiente representa la velocidad. RP_1: Se asocia la pendiente con el medio circundante, por ejemplo, escaleras, rampas, etc.	3
Constante Lineal (L)	L_1: La pendiente de una recta m es constante. L_2: Si la relación $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ se mantiene constante, el lugar geométrico es una línea recta.	2

Figura 5. Conceptualización de pendiente.
Tomada de Salgado (2020)

Los resultados del investigador son que los profesores utilizan el concepto de pendiente como razón algebraica, coeficiente paramétrico, trigonométrico. Además, señala que existe una desconexión con situaciones variacionales donde intervienen propiedades físicas. Estos resultados ayudarán en la investigación a elaborar indicadores de idoneidad epistémica.

1.3 Justificación

Para que el docente del curso de Matemática del nivel secundario pueda comprender la complejidad de la función afín propuesto en el ciclo VI de la Educación Básica Regular (EBR), es importante analizar cómo el profesor aplica la función mencionada en la clase con el fin de proponer mejoras para el beneficio de su conocimiento didáctico y el de sus estudiantes. Asimismo, se expone los diversos significados de la función afín con la finalidad de construir un significado global y entender su conceptualización.

Para entender mejor el contexto en que se basa la investigación, es importante tener en cuenta los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación. Esta institución define a los aprendizajes en términos de competencias. Se entiende por competencia a la habilidad que tiene una persona de combinar distintas capacidades para lograr un propósito en una situación dada. Las competencias presentes en el área de matemática son los siguientes: resuelve problemas de cantidad; resuelve problemas de regularidad; equivalencia y cambio; resuelve problemas de forma, movimiento y localización; resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

Dentro de las competencias, el estudiante podría desarrollar el tema de función afín; es decir, sería capaz de analizar la variación entre dos magnitudes medibles y desarrollar su capacidad analítica. Por tanto, resulta indispensable proporcionar a los profesores herramientas (situaciones, diferentes representaciones, etc.). La idea es que ellos puedan emplearlas en su práctica y potenciar en los estudiantes las competencias establecidas en el currículo nacional. A continuación, se expondrá las competencias y desempeños de la función afín del VI ciclo del Currículo Nacional de la Educación Básica del 2016.

- Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, relaciones equivalencia o variación entre dos magnitudes; a secuencias gráficas, la regla de formación de progresiones aritméticas, ecuaciones (ax+b=c; a≠0, aϵZ, a es decimal), desigualdades (ax >b o ax< b, ∀ a≠0.), funciones lineales y afín, la proporcionalidad inversa o a gráficos cartesianos; al plantear y resolver problemas. Comprueba si la expresión algebraica usada permitió hallar el dato desconocido y si este valor cumple las condiciones del problema.
- Expresa el significado de: la regla de formación de progresiones aritméticas y de la suma de sus términos, la solución de una ecuación lineal, el conjunto solución de una condición de desigualdad; las interpreta y explica en el contexto de la situación, usando lenguaje algebraico y conectando representaciones gráficas, tabulares y simbólicas.
- Expresa el significado de la relación entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de la pendiente, así como la diferencia entre una proporcionalidad directa e inversa; usando lenguaje algebraico y conectando representaciones gráficas, tabulares y simbólicas.

Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a la situación para, determinar términos desconocidos, la regla de formación y la suma de "n" términos de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas usando factorización y propiedades de las operaciones, solucionar ecuaciones e inecuaciones lineales, y evaluar el conjunto de valores de una función lineal.

Plantea afirmaciones sobre la relación entre términos de una progresión aritmética y su regla de formación, las propiedades operativas que sustentan la transformación de expresiones algebraicas, la simplificación o solución de ecuaciones y desigualdades, las diferencias entre la función lineal y afín y entre la proporcionalidad directa e inversa. Justifica la validez de sus afirmaciones mediante ejemplos y sus conocimientos matemáticos. Reconoce errores en sus justificaciones o las de otros y las corrige.

Figura 6. Desempeños segundo grado de secundaria.
Fuente: Tomada de Programa curricular de educación Básica Regular (2016)

Si nos centramos en el currículo nacional, se puede evidenciar que no hacen explícito la diferencia entre función lineal y afín, lo que podría llevar al docente a cometer ambigüedades, errores durante la implementación de la clase. Además, nos menciona los conceptos de variación, constante de cambio, pendiente. Lo cual estos conceptos no son tomados en cuenta cuando se presenta la función lineal afín. Por ello, es relevante tratar el tema de la función afín y es uno de los propósitos de nuestra investigación.

Observamos en la figura 6 la función lineal es el modelo matemático de la proporción directa. Sin embargo, este tipo de representación no es tomada en la educación secundaria, ya que algunos docentes piensan que la función lineal es de la forma $(x) = ax + b$. Estas diferentes definiciones conllevan a que el profesor realice una ambigüedad en su práctica docente.

5.3 La Función Lineal

La función lineal, dada por la fórmula $f(x) = ax$, es el modelo matemático para los problemas de proporcionalidad. La proporcionalidad es, probablemente, la noción matemática más difundida en la cultura de todos los pueblos y su uso universal data de milenios.

Figura 7. Definición de función lineal.
Fuente: Tomada de Lages, Carvalho, Wagner y Morgado (2006, p.101)

En la investigación de Rubio, Gonzales y Campos (2020), las respuestas de los profesores mostraron que para determinar la linealidad es suficiente con encontrar la razón de cambio, como en el caso de la respuesta del profesor (figura 6) que calcula la dicha razón y afirma g es lineal, pero si nos enfocamos en las definiciones de los textos superiores para afirmar la linealidad faltaría verificar que la recta pase por el origen de coordenadas o hallar la regla de correspondencia y que tenga la forma $F(x) = ax$. . Esto ha sido una de las razones del porqué la presente investigación desea abordar la función afín.

x	$\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$
$g(x)$	3	9	15

$m = \frac{\cancel{6}}{\cancel{2}\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}$.

$\frac{3}{-9-0} = \frac{y}{-9}$

x	3	5	7
$h(x)$	-9	-15	-21

$\frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$

Figura 8. Respuesta del profesor.
Fuente: Tomada de Rubio, Gonzales y Campos (2020, p.7)

Otro punto relevante es la valoración de una clase con los criterios de idoneidad. Estos permiten ordenar de manera adecuada el proceso de instrucción y evaluar la implementación llevado por el profesor de matemática. Además, Godino, et al (2006) afirma que el profesor necesita tener criterios que le ayuden a aclarar qué aspectos de su práctica docente puede mejorar, bien en la etapa de diseño, implementación y evaluación. Debido a lo expuesto plantearemos la pregunta y objetivos de la investigación.

1.4 Pregunta y objetivos de la investigación

En esta investigación, se analiza y se valora el proceso de instrucción dado por el profesor de matemática cuando enseña el objeto matemático función afín.

Por ello, después de haber presentado las investigaciones de referencia, relacionados a la temática de la investigación, la justificación que muestra la pertinencia de la investigación, se presenta la pregunta que guía esta investigación:

¿Cómo se desarrolla el proceso de instrucción dado por un profesor de matemática cuando enseña la función afín a estudiantes de segundo de secundaria?

Para responder a la pregunta se plantea los siguientes objetivos:

Objetivo General

Analizar y valorar el desarrollo del proceso de instrucción dado por un profesor de secundaria cuando enseña la función afín a estudiantes de segundo de secundaria.

Objetivos Específicos

Reconstruir un significado de referencia en base la función afín con la finalidad de obtener indicadores específicos de idoneidad epistémica en relación a la función afín.

Elaborar indicadores específicos de idoneidad epistémica en relación a funciones afines con la finalidad de valorar el proceso de instrucción matemática.

Valorar el proceso de instrucción que implementa el profesor de matemática participante en el estudio sobre la enseñanza de funciones afines.

CAPÍTULO II: ASPECTO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

En el presente capítulo, abordaremos algunos aspectos teóricos del Enfoque Ontosemiótico, que servirá de base para nuestra investigación. El principal objetivo es valorar el proceso de instrucción dado por un profesor de matemática a estudiantes de segundo de secundaria. Empleamos principalmente las nociones de sistemas de prácticas, configuración epistémica (que nos ayudarán a comprender la complejidad del objeto matemático función afín), y los criterios de idoneidad para la valoración del proceso de instrucción. Concluiremos con la descripción de la metodología que serán de gran utilidad para la realización de la investigación. A continuación, las describiremos brevemente:

2.1 Aspectos del marco teórico

El marco teórico que se utilizará para llevar a cabo los objetivos de la investigación es el Enfoque Ontosemiotico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (D'Amore, Font y Godino, 2007; Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, Contreras y Font, 2006). Nos enfocaremos en algunas herramientas de este enfoque como los sistemas de prácticas, configuración epistémica e idoneidad didáctica.

Identificación de las prácticas matemáticas

Los sistemas de prácticas permiten explicar las practicas matemáticas que son realizadas por una persona o en una institución. Estos sistemas se enfocan en la resolución de determinados problemas matemáticos para posteriormente comunicar las soluciones, validarlas y generalizarlas en otros contextos. (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011; Godino 2017)

Por otro lado, los investigadores, afirman que la institución matemática está conformada por las personas que en el seno de la sociedad están involucrados a la resolución de nuevos problemas matemáticos. Además, en el seno de las instituciones, se realizan prácticas con el objetivo de lograr la solución del correspondiente problema matemático. Este análisis permitirá clarificar las prácticas matemáticas que se dieron a lo largo de la historia en relación a las funciones lineales afines.

De la misma forma, Pino, Godino y Font (2011) mencionan que el significado global (significado holístico u holosignificado) está conformado por los diferentes significados parciales de un objeto matemático. Mientras que el significado de referencia está relacionado a los sistemas de prácticas que son usados para elaborar los significados que se pretenden incluir en un proceso de instrucción. Para una institución de enseñanza básica regular, el significado de referencia forma parte del significado holístico del objeto matemático.

En la investigación tomaremos las practicas matemáticas que proporciona el EOS ya que permitirá encontrar los significados parciales que se dieron a lo largo de la historia en relación a la función lineal afín. Posteriormente reconstruiremos el significado de referencia de la noción de función lineal afín con los objetos primarios emergentes.

Elaboración de configuraciones de objetos y procesos matemáticos

Para este tipo de análisis son útiles para realizar un análisis didáctico de un proceso de instrucción dado en una clase. Para que el análisis sea más afectivo D'Amore y Godino (2007) muestran los objetos primarios que intervienen o emergentes de los sistemas de prácticas en diferentes contextos de uso. Esto a su vez se caracterizan en situaciones, lenguajes, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos que intervienen en los sistemas de prácticas los cuales emerge el objeto matemático, como se observa en la figura 9.

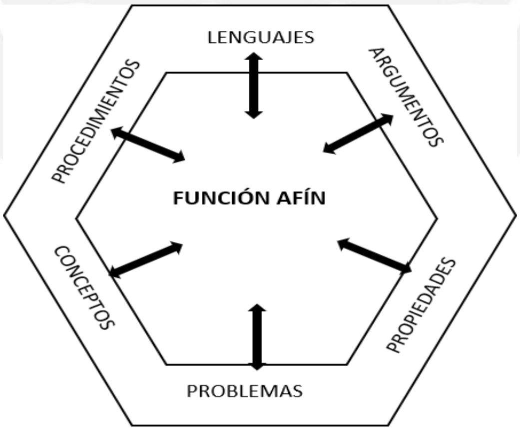


Figura 9. Objetos intervinientes en las practicas matemáticas de las cuales emerge la función afín.
Fuente: Adapta de Pino, Godino y Font (2011, p.7)

Además, el investigador menciona que estos objetos se relacionan entre si constituyendo configuraciones. Esta puede ser epistémica (objetos institucionales) o cognitiva (redes de objetos primarios).

Las configuraciones epistémicas permiten realizar un análisis de los objetos primarios involucrados en una práctica matemática. Lo cual está conformado por los lenguajes (verbal, numérico, simbólico), situaciones problemas (intramatemticas o extramatematicas), conceptos, procedimientos, argumentos y procedimientos (deductivos o inductivos). (Godino y Font 2011).

En la investigación reconstruiremos un significado de referencia de la función lineal afín en sus diversos significados parciales. Además, de cada uno de ellos emergerán configuraciones epistémicas a través de los objetos primarios. Finalmente, el significado de referencia ayudará a comprender el objeto matemático que se trabajará en la investigación.

Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción

Los criterios de idoneidad son útiles para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y para valorar sus implementaciones.

El primero es la Idoneidad Epistémica que sirve para valorar la calidad de las matemáticas que se están enseñando.

El segundo es la Idoneidad Cognitiva que se usan para valorar antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de los conocimientos previos de los alumnos, y después del proceso, si los aprendizajes logrados están cerca de aquello que se pretendía enseñar.

El tercero es la Idoneidad Interaccional que se aplica para valorar si las interacciones en el aula resuelven dudas y dificultades de los alumnos.

El cuarto es la Idoneidad Mediacional que valora la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.

El quinto es la Idoneidad emocional que es utilizada para valorar la implicación (intereses, motivaciones, etc) de los alumnos durante el proceso de instrucción.

Por último, está la Idoneidad Ecológica. Esta sirve para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo de la escuela, las disposiciones curriculares, las condiciones del entorno social y profesional. (Godino et. al 2006; Godino 2017)

Finalmente, estas valoraciones se representan mediante un hexágono regular (figura 10) constituyéndose como el máximo grado de idoneidad a partir de los seis criterios de mencionados. En tanto, el hexágono irregular hace referencia a la valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de estudio implementado.

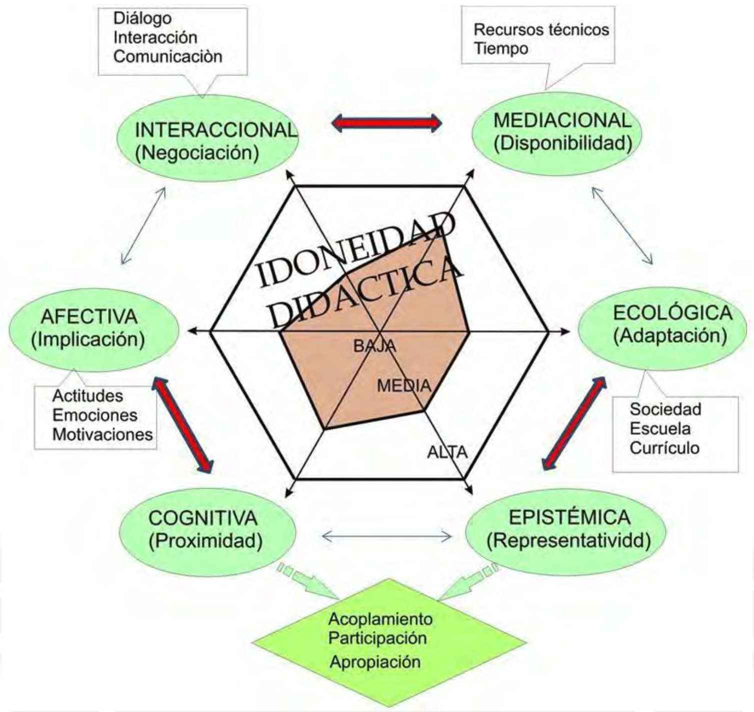


Figura 10. Idoneidad Didáctica.
Fuente: Godino (2017, p.14)

Por otro lado, Breda y Lima (2016) aportan indicadores específicos de idoneidad didáctica con la finalidad de operacionalizar el análisis de la idoneidad según los criterios. (tabla 2)

Tabla *2*.
Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad

Componentes	Descriptores
Idoneidad Epistémica	
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).
Representatividad	Los significados parciales definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo) Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico…), tratamientos y conversiones entre los mismos.
Idoneidad Cognitiva	
Conocimientos previos (Componentes similares a la idoneidadepistémica)	Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio).

	Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.
Adaptación curricular alas diferencias individuales	Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.
Aprendizaje	Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementadas.
Alta demanda cognitiva	Se activan procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intra-matemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.) Promueve procesos meta-cognitivos.

Idoneidad Interaccional	
Interacción docente - discente	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.) Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión
Interacción entre discentes	Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes. Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.
Autonomía	Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumenla responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).

Evaluación formativa	Observación sistemática del progreso cognitivo de losalumnos.
Idoneidad Mediacional	
Recursos materiales (manipulativos, calculadoras, computadoras)	Uso de materiales manipulativos e informáticos quepermiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al significado pretendido. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	El número y la distribución de los alumnos permite llevar acabo la enseñanza pretendida. El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no seimparten todas las sesiones a última hora). El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido.
Tiempo (de la enseñanza colectiva / tutorización, tiempo de aprendizaje)	Adecuación de los significados pretendidos /implementadosal tiempo disponible (presencial y no presencial). Inversión del tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema. Inversión del tiempo en los contenidos que presentan más dificultad.
Idoneidad Emocional	
Intereses y necesidades	Selección de tareas de interés para los alumnos. Proposición de situaciones que permitan valorar la utilidadde las matemáticas en la vida cotidiana y profesional.
Actitudes	Promoción de la implicación en las actividades, laperseverancia, responsabilidad, etc. Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	Promoción de la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.

	Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.
Idoneidad Ecológica	
Adaptación al currículo	Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares.
Conexiones intra e interdisciplinares	Los contenidos se relacionan con otros contenidos matemáticos (conexión de matemáticas avanzadas con las matemáticas del currículo y conexión entre diferentes contenidos matemáticos contemplados en el currículo) o bien con contenidos de otras disciplinares (contexto extra- matemático bien con contenidos de otras asignaturas de la etapa educativa).
Utilidad socio-laboral	Los contenidos son útiles para la inserción socio-laboral.
Innovación didáctica	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva (introducción de nuevos contenidos, recursos tecnológicos, formas de evaluación, organización del aula, etc.).

Fuente: Tomada de Breda y Lima (2016, p.10)

Estos indicadores ayudarán a valorar el proceso de instrucción matemática que realizará el profesor de matemática en relación a la función afín.

Modelo de Competencia, Conocimiento Didáctico Matemático (CCDM)

Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016) afirma que el modelo Competencia Conocimiento Didáctico Matemático (CCDM) se centra en el diseño, experimentación y evaluación. Este modelo fomenta el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje en relación a las matemáticas. Asimismo, las herramientas del EOS forman parte del modelo CCDM dividiéndose en cinco sub-compentencias. (Figura 11)

Figura 11. Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica.
Fuente: Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016, p.9)

Dentro de las competencias encontramos: competencias de análisis de los significados globales (sistemas de prácticas), competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas (configuración ontosemiótica), competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas (trayectorias didácticas), competencia de análisis normativo (dimensión normativa) y por último la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (idoneidad didáctica).

Para la investigación nos centraremos en desarrollar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción desarrollado por un profesor de matemática cuando imparte el objeto matemático función afín.

2.2 Aspectos metodológicos

El propósito de esta investigación es considerado de análisis cualitativo descriptivo, debido a que se pretende analizar y valorar el proceso de instrucción. Para ello, se utiliza los criterios de idoneidad para valorar el proceso de instrucción dado por el profesor de matemática a estudiantes de segundo de secundaria. El método de la investigación seleccionado es un estudio de caso, ya que nos permitirá comprender la actividad llevada a cabo por el docente de secundaria. Jiménez (2012) menciona que el estudio de caso permite describir, analizar un fenómeno de estudio en un contexto real, utilizando múltiples fuentes de evidencia simultáneamente.

Descripción del contexto

El profesor participante en la investigación pertenece al colegio parroquial Nuestra Señora del Rosario del distrito de Independencia (Lima), donde se desempeña como docente de matemática de segundo de secundaria (VI ciclo de educación básica regular). Es titulado en la carrera de pedagogía en el nivel secundaria con especialidad en matemática de la Universidad Nacional Federico Villareal. Él presenta 8 años de experiencia en colegios particulares.

A causa de la pandemia, las clases presenciales se suspendieron y algunos colegios de Lima se adaptaron al entorno virtual. Para ello, optaron por diversas herramientas como el zoom, el meet, etc. La institución donde se llevará a cabo la investigación optó por la aplicación meet y el aula virtual classroom.

La recolección de datos se realizará a través de la observación de la práctica del profesor por medio de la grabación de la clase. Son 40 estudiantes los que se encuentran presente en la sesión de aprendizaje. La grabación se realizará por medio de la aplicación meet. Solo se analizará una clase. Esto se debe a que el Ministerio de Educación planteó una reducción de horas, es decir, de 9 horas a 4 horas pedagógicas (45 min la hora pedagógica). Es por ello que nos centraremos en valorar una clase de 90 minutos, porque el tema afín se aborda una sola vez en currículo escolar.

Procedimientos Metodológicos

El primer objetivo específico de la tesis está conformado por el proceso de construcción del significado de referencia de la función afín. Para lograrlo, se abordará tres procedimientos que describiremos a continuación:

El primero consistirá en realizar un recorrido epistemológico de la función afín y encontrar los significados asociados al objeto matemático. El segundo paso se procederá en la revisión de textos, artículos e investigaciones relacionadas con el fin de encontrar los objetos primarios asociados al objeto matemático. Finalmente, se construirá un significado de referencia de la función afín en base a los significados encontrados en el recorrido epistemológico.

Por otra parte, para el segundo objetivo, consiste en construir indicadores específicos de idoneidad epistémica que consiste en los siguientes pasos:

El primero es revisar los resultados de investigaciones y artículos donde se centren en el objeto matemático función afín. La idea es identificar los errores, ambigüedades, de la función afín en base a la idoneidad epistémica. Luego, se adaptará a los indicadores de idoneidad epistémica que proponen Breda y Lima (2016).

Para el tercer objetivo específicos que consiste en valorar el proceso de instrucción de la clase del profesor de matemática se realizará en tres pasos. Primero solicitaremos la sesión y sus diapositivas que utilizará el docente para la instrucción matemática (anexos). En base a ello, se procederá a construir ciertas preguntas para conocer qué conocimiento presenta el profesor en relación a la función afín. Segundo realizaremos una entrevista semiestructurada para realizarle las preguntas construidas anteriormente. Tercero se grabará la clase del profesor usando la aplicación meet para posteriormente transcribirla (anexos). Finalmente, se valorará los resultados de la entrevista e instrucción matemática de la clase con los indicadores construidos en el objetivo 2.

CAPÍTULO III: CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO DE REFERENCIA DE LA FUNCIÓN AFIN

En este capítulo presentaremos el significado de referencia de las funciones lineales afines. Para ello primero se presentará como se empezó a desarrollar función lineal afín desde la antigüedad hasta la actualidad. Posteriormente se identificará las practicas matemáticas que se desarrollaban y encontrar los significados parciales. Finalmente se construirá un significado de referencia institucional de la función afín en base a los significados parciales encontrados.

3.1 Análisis histórico de la función lineal afín

En los siguientes apartados describiremos las prácticas que se dieron a lo largo de la historia identificando el objeto función afín.

Representación tabular y geométrica

Comin (2013) menciona que los babilonios estudiaron las funciones mediante las representaciones en tablas de números, presentándose de manera implícita el carácter funcional. Las situaciones estuvieron relacionadas a cantidades medibles como por ejemplo longitudes, áreas, volúmenes. Las magnitudes se relacionaban entre sí. Esto imposibilitó plantear las relaciones de dependencia entre variables de diferentes magnitudes medibles.

Por otro lado, el investigador, afirma que las explicaciones dado por Oresme se basan en las representaciones gráficas. Estas representaciones esta dado por las intensidades. Podemos imaginarnos el tiempo en el eje x y la velocidad en el eje y, el área bajo la línea de los vértices representa la distancia recorrida. Esta técnica que utilizo permitió presentar una noción de las funciones lineales, afines.

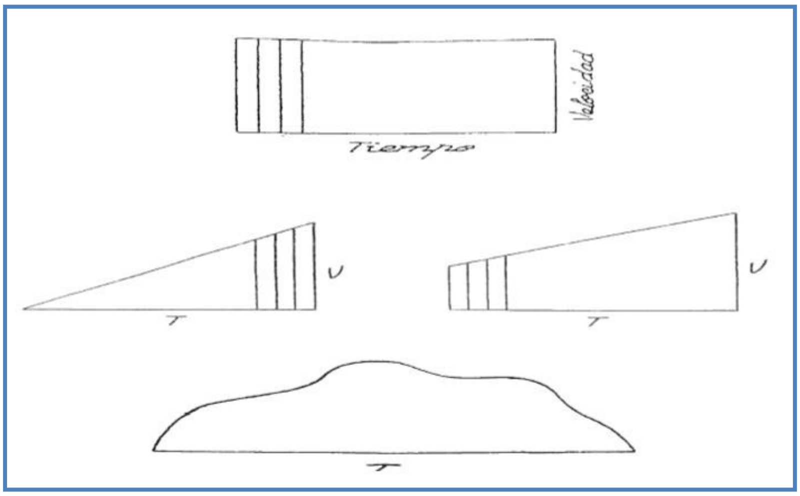


Figura 12. Representaciones de variación por Oresme.
Fuente: Ruiz (1998, p.169)

Representación trigonométrica

Este tipo de representación surge con Francois Viete. La función afín se representa mediante una ecuación poniéndose en juego las magnitudes y coeficientes. Sin embargo, fue Descarte quien introduce el sistema de coordenadas con la finalidad de establecer una relación entre el algebra y la geometría. Además, se demuestra que la resolución algebraica permite resolver problemas geométricos que no presentan solución. Se introduce las ecuaciones cartesianas mediante las caracterizaciones de líneas. Posteriormente Fermat empieza a trabajar las ecuaciones de primer grado (Figura 13). Además, estudia las ecuaciones de segundo grado, elipse, hipérbolas.

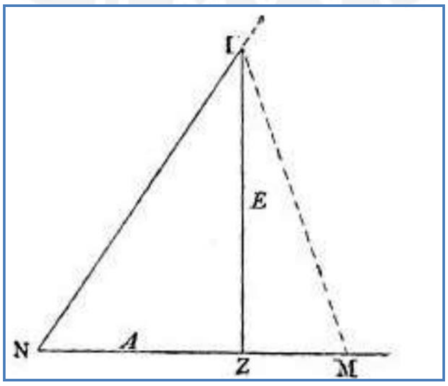


Figura 13. Lugar geométrico semirrecta por Fermat.
Fuente: Tomada de Pinto (2016)

Representación Simbólica

Grau (2017) menciona que Leibniz estudio la función mediante porciones de líneas rectas que están formadas por rectas indefinidas iniciales que corresponde al punto fijo y a los puntos de una curva. Incluyendo el concepto de variable, función. Llamando cantidades variables aquellas que aumentan o disminuyen continuamente. Cantidades constante las que permanecen siendo las mismas mientras las otras cambias. Por otro lado, encontramos las representaciones dado por Georg Cantor quien busca a través de la teoría de conjuntos tratar el infinito como un objeto homogéneo a otras cantidades numéricas.

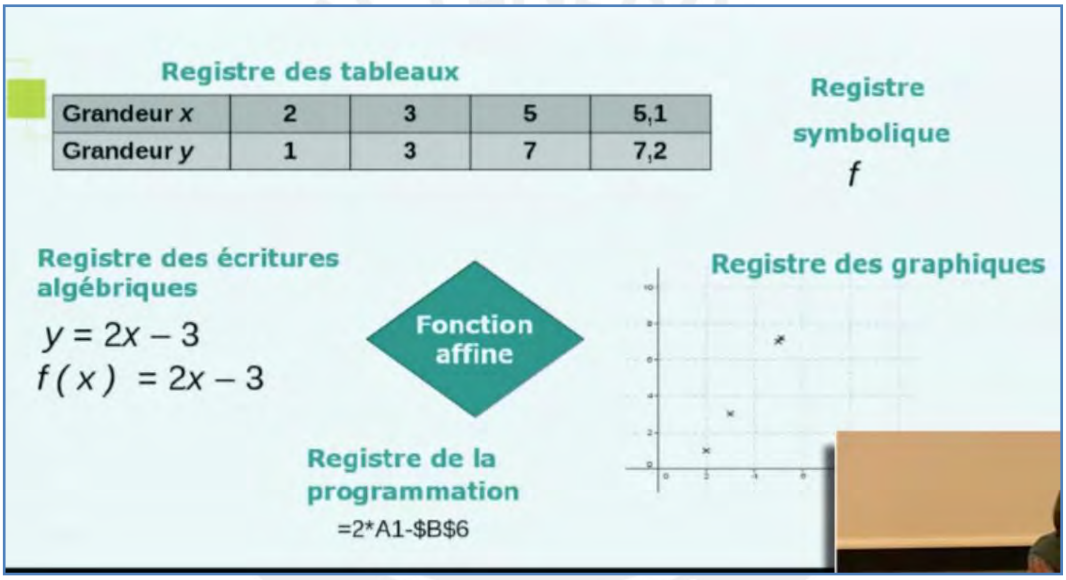


Figura 14.Representaciones de la función afín.
Fuente: Tomada de Graw (2017)

La función lineal afín en la actualidad

Grau (2017) afirma que en la actualidad la función se ve de manera estática como una transformación una operación de un conjunto a otro. Es decir, como la caja negra, se ingresa un elemento y sale modificado. Sin embargo, si se ve a la función como la covariación de dos números, es decir, que cualquier elemento del conjunto E puede variar y esta variación da como resultado una variación de su imagen F. Esta covariación para las funciones lineales afines es importante ya que es una herramienta de modelización.

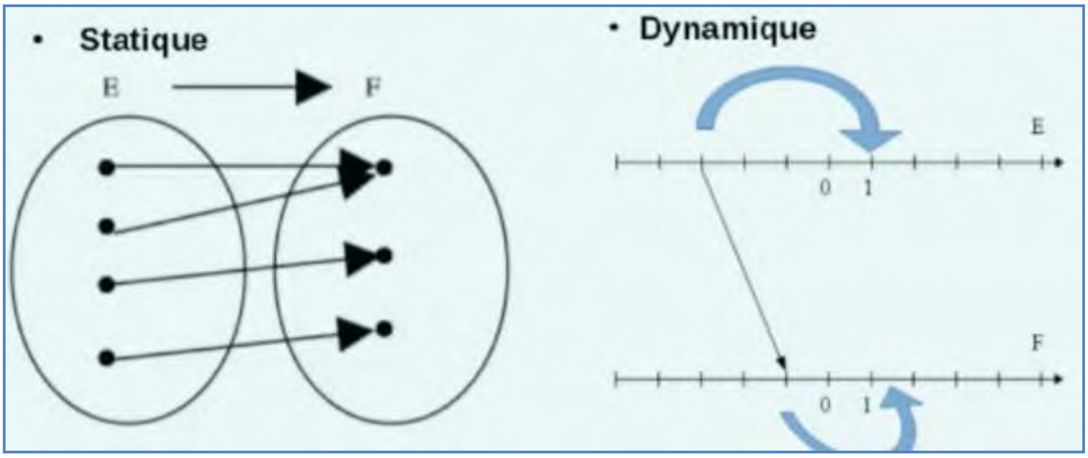


Figura 15. Representación estática y dinámica de la función.
Fuente: Tomada de Grau (2017)

3.2 Significado de referencia institucional de la función afín

Para construir un significado de referencia sobre las funciones afines, fue necesario empezar con la revisión de investigaciones que abordaran el estudio de las funciones afines, libros de educación secundaria y preuniversitaria. Esto se realizó con la finalidad de identificar los objetos primarios (situaciones, lenguajes, conceptos, propiedades, argumentos, procedimientos)

Listado de textos, e investigaciones con relación a la función afín

Tabla 3.
Lista de textos e investigaciones que aportaran al significado de referencia

Fuente	Autor	Titulo	Año
Texto didáctico: Educación Secundaria	Corefo	Matemática III	2019
Texto didáctico: Educación Secundaria	Lexicom	Mente Matemática 4	2019
Texto didáctico: Pregrado	Stewart J.	Pre cálculo	2007
Texto didáctico: Pregrado	Swokowski	Cálculo	2009

Texto didáctico: Pregrado	Grossman	Algebra lineal	2008
Artículo en didáctica de la matemática	Rivera, Salgado y Dolores	Explorando las Conceptualizaciones de la Pendiente en Estudiantes Universitarios	2019
Tesis doctoral en didáctica de la matemática	Daniela, R	Empoderamiento docente desde una visión socio epistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa	2016
Texto didáctico: Pregrado	Larson, R	Precálculo	2018
Artículo en didáctica de la matemática	Reyes, Montiel y Cantoral	'cuando una crece, la otra decrece'... ¿proporcionalidad inversa o directa?	2014
Texto didáctico: Pregrado	Lages, Pinto, Wagner y MOrgado	A Matemática do Ensino Médio	2005
Artículo en didáctica de la matemática	Dolores, García y Gálvez	Estabilidad y cambio conceptual acerca de las razones de cambio en situación escolar	2017

A partir de estos textos y artículos aportaran a los significados tabular, gráfico, analítico y conjuntista de la función afín. A continuación, presentaremos los significados asociados a la función afín.

Significado simbólico asociado a la función afín

En este significado se encuentra situaciones relacionadas a la función mediante una regla de formación, y a partir de ellas emergen los objetos primarios. El primer elemento de la configuración epistémica son los tipos de situaciones propuestos en los libros de texto. En la figura 16, se observa a la noción de función mediante una regla de formación implicando los conceptos de dominio y rango. Además, investigaciones (Boyer, 1988; Ruiz, 1994) representan a la función desde el punto de vista conjuntista mediante correspondencia arbitraria o como definición formal. A continuación, mostramos la situación conjuntista.

Graficar la siguiente función:

$$f = \{(x, y)\ \mathbb{R} \times \mathbb{R}\ / x \in Dom(f), y = 4x + 2\}$$

Figura 16. Situación conjuntista.
Fuente: Elaboración propia

Se puede notar que para esta situación se utiliza la representación gráfica y tabular.

Tanto el dominio y rango de f son todos los números reales

Tabulando algunos valores

$Y = 4x + 2$

x	y
-2	-6
-1	-2
0	2
1	6
2	10

$Dom(f) = \mathbb{R}$

$Ran(f) = \mathbb{R}$

Gráfica

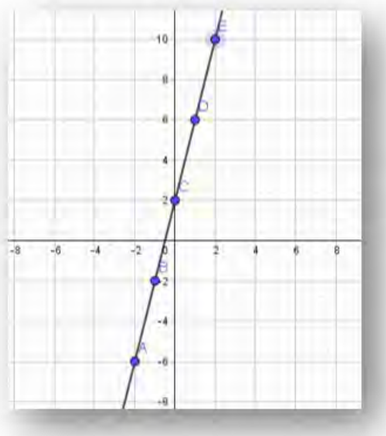


Figura 17. Solución del problema conjuntista.
Fuente: Elaboración propia

A partir de la situación descrita emergen los procedimientos, lenguajes, definiciones, proposiciones y argumentos. (tabla 4).

Tabla 4.
Objetos primarios asociado al significado conjuntista.

Objetos Primarios	Indicadores	Descripción
Conceptos	Dominio	$Df = Domf = \{x \in A\ /\ [\exists\ y \in B/(x,y) \in f]\} \subset A.$
	Rango	$Rf = Ran\ f = \{y \in B\ /\ [\exists\ x \in B/\ y = f(x)]\} \subset A.$
	Regla de correspondencia	. $f: A \to B$ entonces $y = (x)$. X: variable independiente. Y variable dependiente.
Procedimiento	Operaciones conjuntista	Colocar puntos cuyas coordenadas son datos. Determinar por cálculo la imagen de un número dado. Procesos algebraicos.
Lenguaje	Notaciones, conjuntistas	$\to, \in, =, < a, b], +, -,\ (a, b),$
Propiedades	Propiedad fundamental	Geométricamente se puede reconocer si una gráfica representa una función si al trazar una recta paralela al eje y esta corta a la gráfica a lo más en un solo punto.
	Funciones especiales	Función lineal afín $f = \{(x,\ y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}/\ y = mx + b\}$ Donde m es la pendiente de la recta y viene a ser la tangente del ángulo de inclinación de la recta respecto al eje x
	Función creciente, decreciente, constante	Función creciente $x_2 > x_1 \to (x_2) \geq f(x_1)$. Función decreciente $x_2 > x_1 \to (x_2) \leq f(x_1)$. Función constante $(x) = a$.
Argumentos	Justifica con rigor su procedimiento	La recta representativa de la función f es el conjunto de pares ordenados $(x, (x))$. Una función afín se caracteriza por una expresión de la forma $f(x) = ax + b$. La representación gráfica de la función afín es una línea recta. b es la intersección con el eje y, a es el coeficiente angular de la línea.

Por otro lado, Posada y Villa-Ochoa (2006) afirma que en algunos textos preuniversitarios consideran a la función lineal de la forma $(x) = ax + b$ mientras que otros consideran que son afines. Para se muestra unas series de definiciones tomadas de algunos libros de educación básica.

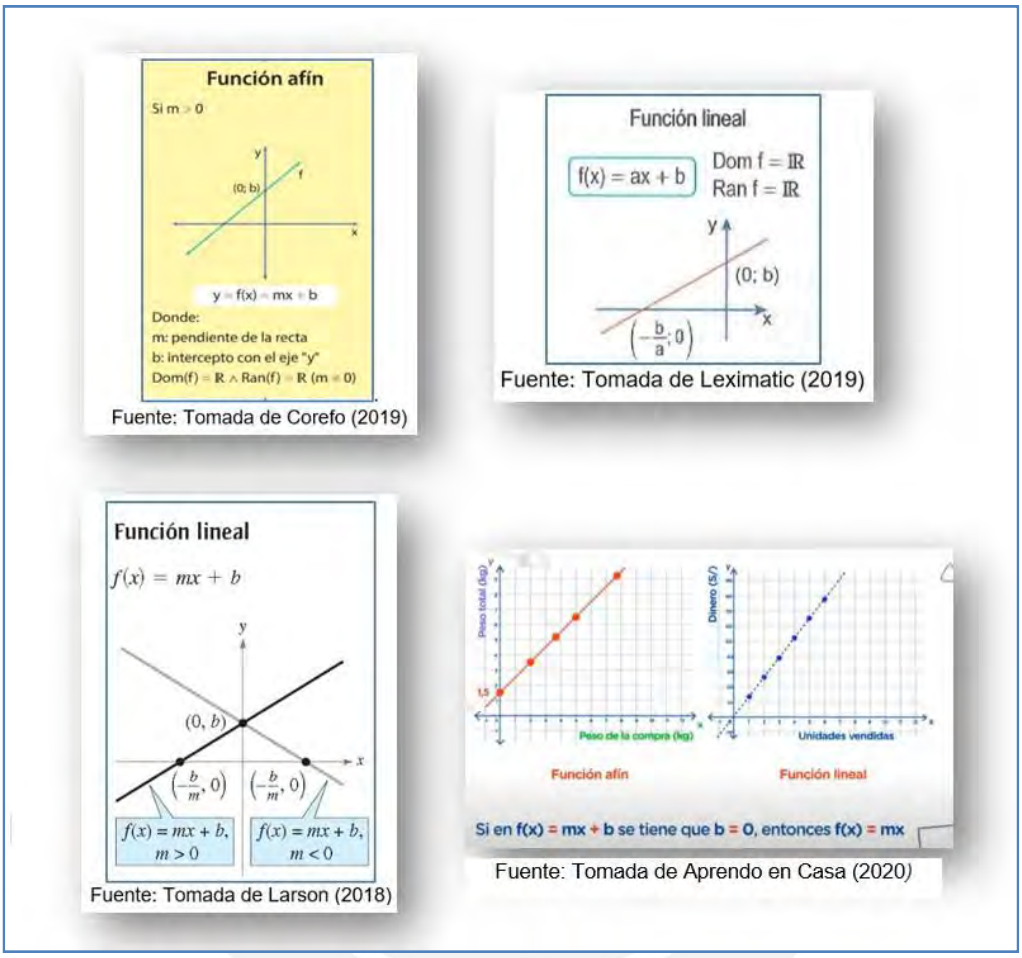


Figura 18. Conceptos asociados a la función lineal y afín.
Fuente: Elaboración propia

En base a las diferentes concepciones en la investigación llamaremos funciones lineales afines de la forma $(x) = mx + b$. Siendo m la pendiente y b el punto de corte con el de las abscisas. Mientras $(x) = mx$ funciones lineales. Debido a que Lages, et. al (2005) menciona que una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es llamada afín cuando existe constantes $a, b \in \mathbb{R}$ tales que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Además, considera afines a las traslaciones $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + b$. Siendo un caso particular de las funciones afines las funciones lineales $(x) = ax$ y las funciones constantes $f(ax) = b$.

Significado analítico de la función afín.

En este tipo de significado encontramos situaciones de la función lineal afín desde el punto de vista analítico. Como en el ejemplo de la figura 19, donde se pide determinar la función lineal afín de forma algebraica.

Encuentre las formas pendiente-intersección de las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $(2, -1)$ y son (a) paralelas y (b) perpendiculares a la recta $2x - 3y = 5$.

Figura 19. Situación analítica.
Fuente: Tomada de Larson (2018)

Los procedimientos implicados en estos significados son de manipulación algebraica. A continuación, presentamos la solución del problema.

Escribiendo la ecuación de la recta dada en forma pendiente-intersección

$$2x - 3y = 5 \qquad \text{Escribir la ecuación original.}$$

$$-3y = -2x + 5 \qquad \text{Restar } 2x \text{ de cada lado.}$$

$$y = \tfrac{2}{3}x - \tfrac{5}{3} \qquad \text{Escribir en forma pendiente-intersección.}$$

a. Cualquier recta paralela a la recta dada también debe tener una pendiente de $\frac{2}{3}$. Por tanto, la recta que pasa por $(2, -1)$ que es paralela a la recta dada tiene la siguiente ecuación.

$$y - (-1) = \tfrac{2}{3}(x - 2) \qquad \text{Escribir en forma punto-pendiente.}$$

$$3(y + 1) = 2(x - 2) \qquad \text{Multiplicar cada lado por 3.}$$

$$3y + 3 = 2x - 4 \qquad \text{Propiedad distributiva}$$

$$y = \tfrac{2}{3}x - \tfrac{7}{3} \qquad \text{Escribir en forma pendiente-intersección.}$$

b. Cualquier recta perpendicular a la recta dada debe tener una pendiente de $-\frac{3}{2}$ $\left(\text{porque } -\frac{3}{2} \text{ es el recíproco negativo de } \frac{2}{3}\right)$. Entonces, la recta que pasa por $(2, -1)$ que es perpendicular a la recta dada tiene la siguiente ecuación.

$$y - (-1) = -\tfrac{3}{2}(x - 2) \qquad \text{Escribir en forma punto-pendiente.}$$

$$2(y + 1) = -3(x - 2) \qquad \text{Multiplicar cada lado por 2.}$$

$$2y + 2 = -3x + 6 \qquad \text{Propiedad distributiva}$$

$$y = -\tfrac{3}{2}x + 2 \qquad \text{Escribir en forma pendiente-intersección.}$$

Figura 20. Procedimiento de la situación analítica.
Fuente Tomada de Larson (2018)

A continuación, presentamos los objetos primarios asociado al significado trigonométrico. (Tabla 5)

Tabla 5. *Objetos primarios asociados al significado trigonométrico.*

Objetos primarios	Indicadores	Descripción
Conceptos	Ecuación de la recta	La expresión de la ecuación de la recta $y - y_1 = m(x - x_1)$.
	Razón algebraica	Cambio de y con respecto al cambio de x. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Propiedades	Continuidad de una función	Crecimiento y decrecimiento. (Figura 21)
	Rectas paralelas y perpendiculares	Dos rectas no verticales son **paralelas** si y sólo si sus pendientes son iguales. Esto es, $m_1 = m_2$. Dos rectas no verticales son **perpendiculares** si y sólo si sus pendientes son recíprocas no negativas entre sí. Esto es, $m_1 = -1/m_2$.
Lenguajes	Simbólico.	Pendiente, intercepto, punto, x, y, m
Argumentos	Objetos ostensivos	Use la forma punto-pendiente con $m = 3$ y $(x_1, y_1) = (1, -2)$.
Procedimientos	Algebraicos y geométricos	$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - (-2) = 3(x - 1)$ $y + 2 = 3x - 3$ $y = 3x - 5$

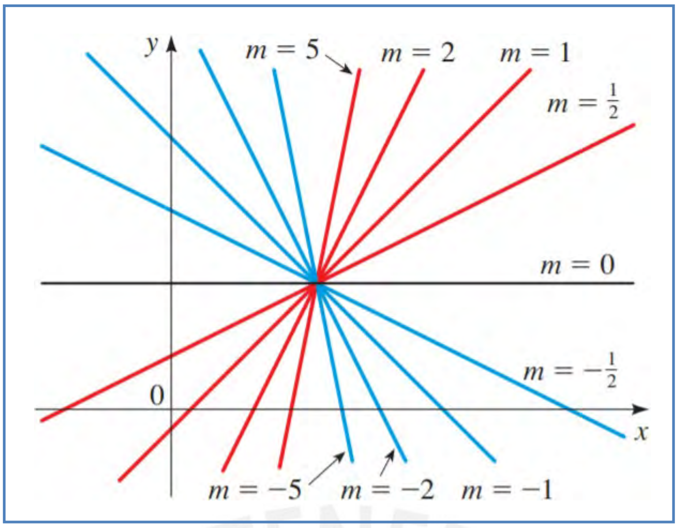


Figura 21. Pendiente positiva, negativa y constante.
Fuente: Tomada de Stewart (2012)

Significado tabular y gráfico de la función afín

Según Escudero (2017) el significado tabular está centrado en el manejo numérico de las magnitudes que intervienen en la relación funcional. Además, reconocer una función afín lineal en el contexto tabular. Obtener la razón de cambio o pendiente de una función lineal. Reconocer el dominio y rango de una función lineal.

. En la siguiente tabla (tabla 1) se muestra la distancia recorrida en kilómetros y el costo en pesos de cuatro viajes que realizó un taxista durante la mañana:

Distancia (km)	Costo ($)
2	15
5	27
8	39
11	51

Tabla 1. Datos del problema 4
Si por la tarde realiza un viaje de 10 kilómetros y el banderazo es de 7 pesos, ¿cuánto cobrará el taxista?

Figura 22. Situación tabular.
Fuente: Tomada de Baldaras, Block y Guerra (2014)

Para dar solución al problema se utilizará el concepto de razón de cambio: $\frac{27-15}{5-2} = \frac{39-27}{8-5} = \frac{51-39}{11-8} = 4$. Con este concepto no podemos afirmar que la función sea lineal o una afín lineal. (Figura 23). Para ello, se usará la función lineal afín siendo el modelo general la cual es: $(x) = 4x + b$. Según el dato del problema $b = 7$. Finalmente, la función seria de la forma $(x) = 4x + 7$. Por lo tanto, para el viaje de los 10 km el costo sería de \$ 47. Otra solución esperada es conjeturando para el caso n. Siendo n la distancia recorrida. $(n) = 7 + 4n$.

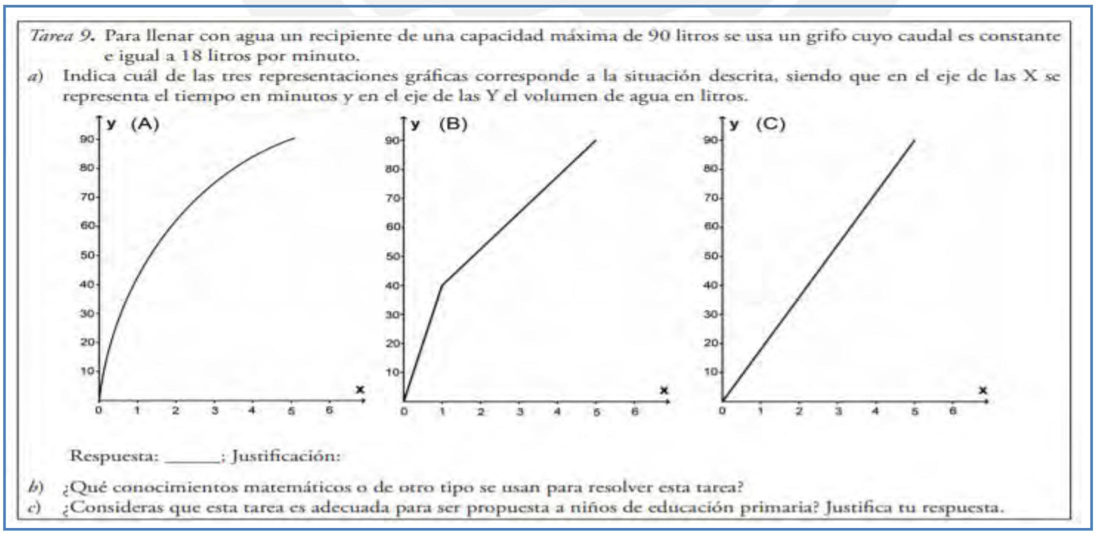
Distancia (Km)	Costo (\$)
2	$15 = 7 + 2 \times 4$
5	$27 = 7 + 5 \times 4$
8	$39 = 7 + 8 \times 4$
11	$51 = 7 + 11 \times 4$

3 3 3

12 12 12

Figura 23. Solución de la situación tabular.
Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, presentamos una situación en el significado gráfico donde interviene la función lineal.


Tarea 9. Para llenar con agua un recipiente de una capacidad máxima de 90 litros se usa un grifo cuyo caudal es constante e igual a 18 litros por minuto.

a) Indica cuál de las tres representaciones gráficas corresponde a la situación descrita, siendo que en el eje de las X se representa el tiempo en minutos y en el eje de las Y el volumen de agua en litros.

Respuesta: ______; Justificación:

b) ¿Qué conocimientos matemáticos o de otro tipo se usan para resolver esta tarea?

c) ¿Consideras que esta tarea es adecuada para ser propuesta a niños de educación primaria? Justifica tu respuesta.

Figura 24. Situación de la función lineal en el significado gráfico.
Fuente: Tomada de Godino et, al. (2015)

A continuación, mostraremos los objetos primarios que emergen de las situaciones anteriores.

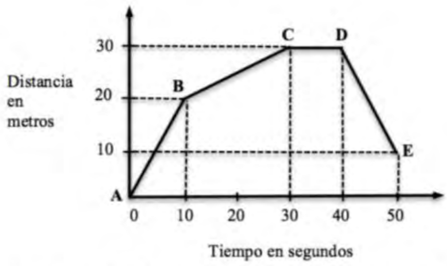
Tabla 6. Objetos Primarios del significado tabular

Objetos Primarios	Indicador	Descripción
Conceptos	Función lineal	Lages, et al. (2005) menciona que la función lineal es de la $f(x) = ax$. Considerado el modelo matemático para resolver problemas de proporcionalidad. Además, una proporcionalidad es una función f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que, para cualquier número de real c, x se tiene $(cx) = cf(x)$ (proporcionalidad directa).
	Teorema fundamental de la proporcionalidad	Las propiedades en este significado encontramos el Teorema Fundamental de la Proporcionalidad. Según Lages et al. (2005) afirma que: Sea f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función creciente. Las siguientes afirmaciones son equivalentes: $(nx) = nf(x)$ para todo $n \in \mathbb{Z}$ y para todo $x \in \mathbb{R}$. Poniendo $a = (1)$, se tiene $f(x) = ax$ para todo $x \in \mathbb{R}$. $(x + y) = f(x) + f(y)$ para cualquier $x, y \in \mathbb{R}$.
Argumentos	Inducción empírica.	Partiendo de lo particular a lo general. La tasa de variación, es la variación relativa en comparación con el valor inicial de la variable.
	Tabla de proporcionalidad	Asumida como una tabla de valores, puede ser utilizada para inducir la función de proporcionalidad
Procedimientos	Tabulación de datos	Aplicar propiedades de linealidad. Calcular la tasa de aumento. Calcular la cuarta proporcional.
Lenguaje	Numérico	Aumenta linealmente y la misma proporción. Sin embargo, debe empezar de 0 la gráfica para ser proporcionalidad o tener la forma $F(x) = ax$
Propiedades	Razón de cambio	Medida en la cual las variables varían con relación a la otra. $\frac{\Delta y}{\Delta X}$.
	La función proporcional	Se obtiene la variable dependiente (y) multiplicando la variable independiente (x) por la constante de proporcionalidad $y = kx$

Significado asociado a otros contextos

En este significado interviene el concepto de razón de cambio constante. Además, las situaciones en este significado se estudia la relación de dependencia en particular como la rapidez y la velocidad media. (Posada y Villa Ochoa 2006; Dolores, García y Gálvez 2017)

Un corredor recorre cierta distancia de acuerdo como se ilustra en la gráfica siguiente.



P4A. Colorea el intervalo donde su velocidad es de 0.5 m/s. Haz lo mismo con los cambios de distancia y los cambios de tiempo correspondientes.

P4B. ¿En qué intervalo su razón de cambio es cero? Argumente.

Figura 18. Situación variacional.
Dolores, García y Gálvez (2017)

:

El concepto de razón de cambio constante está asociado a un significado contextual donde intervienen magnitudes continuas como distancia, velocidad, tiempo, etc. En el cual la velocidad está definida como:

$$v = \frac{cambio\ en\ distancia}{cambio\ en\ tiempo} = \frac{\Delta(x)}{\Delta(t)} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

En cuanto a los procedimientos, Dolores, García y Gálvez (2017) menciona que para determinar la razón de cambio constante consiste convertir la velocidad asociada al valor del concepto de razón geométrica. La cual está definida como el desplazamiento vertical sobre el desplazamiento horizontal en la gráfica de una recta. Los lenguajes que se asocian al significado variacional son Δx, Δy. Esta forma de introducir la función lineal afín no se evidencia en los libros de educación básica regular. Lo más importante en este significado es la relación del concepto de función lineal afín asociada a magnitudes medibles continuas.

Definición desde el algebra lineal

Grossman (2008) afirma que todas las trasformaciones lineales son todas las funciones cuyas gráficas son rectas y pasan por el origen de coordenadas. En el algebra, se considera una función lineal con dominio $\mathbb{R}$ como una función que tiene la forma $f\ ( ) = mx + b$. Así, se puede decir que una función lineal es una transformación de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ sí y sólo si b (la ordenada al origen) es cero.

Definición 7.1.1

Transformación lineal

Sean V y W espacios vectoriales reales. Una **transformación lineal** T de V en W es una función que asigna a cada vector $\mathbf{v} \in V$ un vector único $T\mathbf{v} \in W$ y que satisface, para cada $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ en V y cada escalar α,

$$T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T\mathbf{u} + T\mathbf{v} \tag{7.1.1}$$

y

$$T(\alpha\mathbf{v}) = \alpha T\mathbf{v} \tag{7.1.2}$$

Figura 25. Definición de transformación lineal.
Fuente: Tomada de Grossman (2008)

Este significado de referencia de la función afín aportará indicadores específicos de idoneidad epistémica. Además, tomaremos resultados de investigaciones donde hayan trabajado la función afín y se hayan evidenciado errores, ambigüedades, o cual sería la representatividad que se le debería dar a la función afín.

CAPÍTULO IV: INDICADORES DE IDONEIDAD EPISTEMICA

En este capítulo se construirá los indicadores asociados a la idoneidad epistémica las cuales usaremos para valorar el proceso de instrucción. Estos indicadores serán tomados del significado de referencia y de los resultados de las investigaciones que hayan trabajado la función afín y posteriormente adaptarlas a la idoneidad epistémica.

4.2 Componentes e indicadores de valoración epistémica

Estos indicadores ayudaran a valorar la idoneidad epistémica. Lo cual fueron tomadas de las investigaciones de referencias donde se haya trabajado la función afín (antecedentes).

Tabla 7.
Categorías e indicadores para el análisis

Categoría	Indicadores específicos asociados a la función afín	Numero
Errores en los procedimientos	Error al omitir escala en los ejes coordenados ya que podría llevar una gráfica inadecuada y no dar una interpretación del crecimiento y decrecimiento.	1
	Error al identificar la recta y las intersecciones con el eje x y con el eje .	2
	No interpretar correctamente la pendiente o razón de cambio.	3
	Posible error al manipular expresiones y representar la función afín.	4
Ambigüedad en los lenguajes	Ambigüedad al no utiliza el vocabulario preciso y manifiesta equivocaciones. Como por ejemplo al afirmar que todas son lineales y no reconocer la función lineal afín.	5
	Ambigüedad en sus procedimientos. Como por ejemplo trabajar con magnitudes no medibles y al momento de representar en el plano cartesiano la unión de punto represente una gráfica discreta.	6
Representatividad	Representatividad de las funciones afines dadas en forma analítica-variacional, tabular, grafica, conjuntista.	7
	Conoces los contenidos que vas a enseñar con relación al tema de funciones lineales afines como, por ejemplo. Identificar la pendiente. Utilizar los conceptos de constante de proporcionalidad y razón de cambio. Identificar el dominio y rango.	8
Riqueza de procesos	Promueve diferentes formas de resolución de la función lineal afín. Por ejemplo, para hallar la gráfica de la función lineal afín ya se por un procedimiento en su forma tabular, grafica, analítica o conjuntista.	9
	Fomenta el desarrollo del pensamiento matemático a partir de situaciones con otros contextos. Por ejemplo, situaciones relacionadas a la física donde intervengan las magnitudes medibles como distancia y velocidad.	10

Posteriormente estos indicadores ayudaran a valorar la idoneidad epistémica del proceso de instrucción dado por el profesor de matemática. Para valorar las demás idoneidades tomaremos tal cual de Breda y Lima (2016). A continuación, presentaremos los análisis de los resultados utilizando dichos indicadores.

CAPÍTULO V: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

En este capítulo, se realizará un análisis de la sesión y de la entrevista con el profesor con la finalidad de conocer el conocimiento en relación a la función afín. Luego, analizará la grabación implementada por el docente en relación a la función afín. Finalmente, se presentará algunas reflexiones acerca de estos análisis de la práctica didáctico matemático.

4.1 Análisis de la sesión y de la entrevista del profesor

En la sesión de aprendizaje el docente considera el siguiente desempeño.

Competencia	Capacidades	Desempeño	Desempeño precisado
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Traduce cantidades a expresiones numéricas. • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	D.2.5Expresa, usando lenguaje matemático y representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente, las diferencias entre función afín y función lineal, así como su comprensión de las diferencias entre una proporcionalidad directa e inversa, para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación. Establece conexiones entre dichas representaciones y pasa de una a otra representación cuando la situación lo requiere.	**IDENTIFICA Y DEFINE LA FUNCIONES ESPECIALES (FUNCION LINEAL**

Figura 26. Desempeños de la sesión de aprendizaje.

En la figura 26, se evidencia, en su sesión de aprendizaje, que el profesor se rige a los lineamientos curriculares establecidos por el Minedu para llevar a cabo el proceso de instrucción del objeto matemático función afín. Se puede decir que el proceso de instrucción que llevara se adapta a las directrices.

Además, considera que durante los primeros 15 minutos introducirá la situación significativa y algunas preguntas de retroalimentación. Esto ayudara a valorar la idoneidad mediacional. (Figura 27)

MOMENTOS	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS
INICIO 15 MINUTOS	• Se da inicio a la clase indicándole a los estudiantes registren su asistencia en el chat y después del tiempo propuesto como tolerancia de 5 minutos para iniciar la clase, se les saluda cordialmente creando un ambiente de seguridad y tranquilidad para el desarrollo de la sesión. Así mismo, se les recuerda las normas de convivencia y se les motiva a respetarlas. Para cerrar este momento de introducción se le solicita a los estudiantes observar la imagen y su enunciado. • Dado el inicio de la clase se les pide leer la imagen propuesta en el PPT y responder las siguientes interrogantes: ¿En qué consiste este problema Si miramos la imagen que Qué operación fundamental se tienen que usar? ¿Cómo se pueden desarrollar este tipo de problemas? ¿Por dónde empresarias a desarrollarlo? ¿Recuerdas una ecuación lineal? ¿Qué será función lineal? ¿Qué tema abordaremos? ¿Qué hemos avanzado sobre este tema? Qué parte del tema recordamos ¿A qué se refiere con el contenido? ¿Qué nos permite saber del contenido? Se les presenta el propósito del aprendizaje **IDENTIFICA Y DEFINE LA FUNCIONES ESPECIALES (FUNCION LINEAL)** Para ello recordaremos EL CONCEPTO DE FUNCIONES.

Figura 27. Preguntas de retroalimentación de la sesión de aprendizaje.

Durante la entrevista, se le preguntó cómo esperaría que sus alumnos resolvieran la situación significativa que va a presentar el día de la implementación. La finalidad de esta pregunta es conocer el conocimiento del profesor en relación a la función afín. Para esto, se analiza la situación significativa que se muestra en la figura 28 y se le solicita al docente la solución del problema (figura 29). A continuación, presentamos la situación significativa tomadas de los anexos.

JOSÉ es un vendedor de pinturas de casa. La compañia para la que trabaja le paga un salario fijo de $65 , mas $20 de comisión por cada cubeta de pintura que venda. Establece una función que represente el salario de un día cualquiera de José , tabula y grafica la función. Si sus gastos por día son de $150 ¿Cuántos cubetas tendrá que vender?

Figura 28. Situación significativa del docente.

En relación a la situación propuesta, se observa que va a trabajar con magnitudes discretas con respecto al número de cubetas. Si nos enfocamos en resolver la situación que presenta el docente donde dice que, si sus gastos son de 150 dólares por día, cuántas cubetas tendrá que vender. Para ello, tendríamos que igualar $(x) = 20x + 65$ con 150. Si igualamos, se puede evidenciar que el número de cubetas no saldría un número entero positivo. Este resultado corresponde a una ambigüedad al realizar la gráfica de la función lineal afín. Correspondiente al indicador de la idoneidad epistémica.

Por otra parte, se le pidió al docente como esperaría que sus alumnos resolvieran la situación significativa. (figura 29). Según los indicadores se puede evidenciar que presenta ambigüedad al considerar la función lineal $y = 20x + 65$. Desconociendo el concepto de la función lineal afín.

En cuanto a su situación, una de las magnitudes toma valores discretos. Se puede afirmar que no presenta una alta representatividad en cuanto a su situación ya que al momento de graficar la unión de puntos representaría una gráfica discreta. A continuación, mostraremos la solución del profesor.

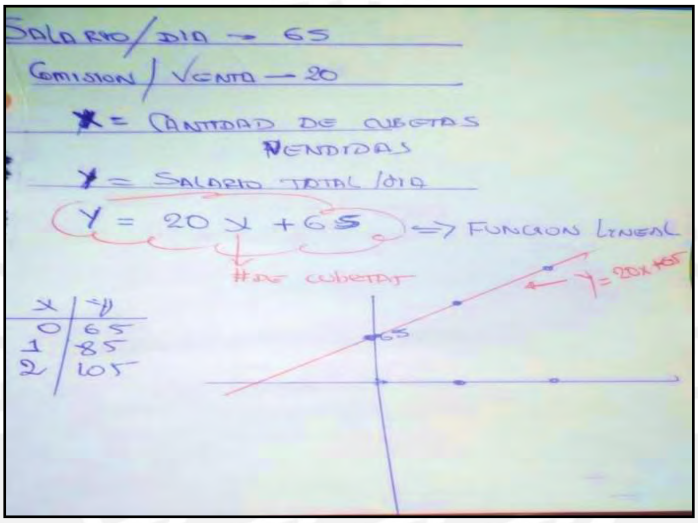


Figura 29. Solución del profesor con respecto a la situación significativa.

Por otro lado, en la entrevista se le pregunto qué conocimientos previos necesitaran sus alumnos para desarrollar las funciones afines. Menciona que para desarrollar “solo el estudiante necesita las cuatro operaciones básicas, porque su clase estaría más relacionado a la parte algebraicas y que los alumnos tabulen a la función y lo representen geométricamente”. Según el indicador de la idoneidad cognitiva se puede inferir que el maestro no diseña una prueba diagnóstica para evaluar el nivel de conocimientos previos de sus estudiantes para tomar una decisión pertinente.

En su sesión de aprendizaje, considera las propiedades de las funciones lineales afines: la pendiente de la recta es positiva cuando se inclina hacia la derecha y será pendiente negativa cuando la inclinación es hacia la izquierda. Según significado de referencia construido se puede evidenciar que su representación es bastante analítica en enfocándose en una relación funcional. Pero no relaciona los significados parciales de la función afín como por ejemplo introducir el concepto de razón de cambio. En base a esto se puede decir que no presenta los diferentes significados parciales. (Figura 30)

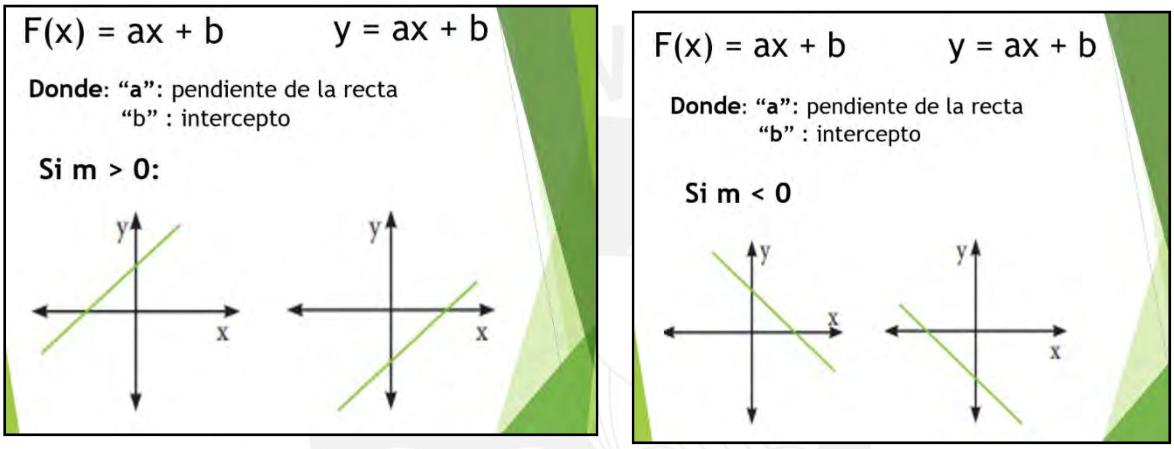


Figura 30. Propiedades extraídas de la sesión de aprendizaje del profesor

Por otro lado, durante la entrevista se le preguntó cuál es la diferencia entre las funciones $(x) = 2x$ y $f(x) = 2x + 1$. El docente contestó que para ambas son funciones lineales. Según el significado de referencia una de las diferencias es que una pasa por el origen de coordenadas y la otra no. En base a esto se puede concluir que presenta una ambigüedad en la definición de lineal y lineal afín.

Además, en su sesión de aprendizaje se puede evidenciar que define a las funciones lineales de la forma $(x) = ax + b$. Se sigue evidenciando ambigüedad entre lo lineal y lineal afín. Según el significado de referencia se puede evidenciar que no introduce la razón de cambio o pendiente debido a que su concepto se centra en la parte analítica. (Figura 31)

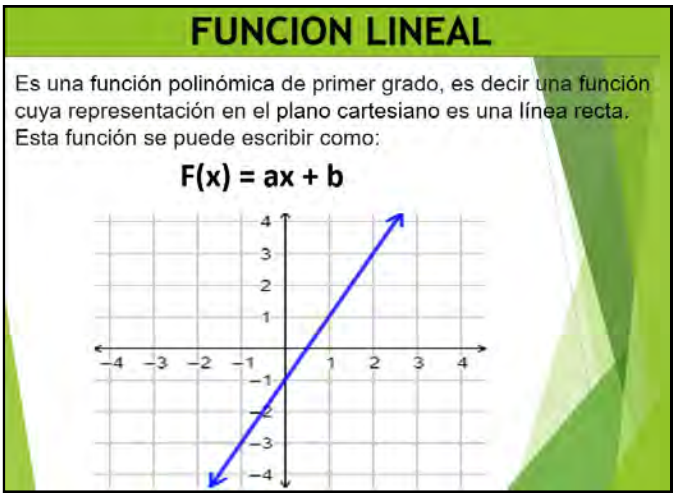


Figura 31. Representación de la función lineal extraída de la sesión de aprendizaje

En relación a las situaciones que se toman en cuenta en la sesión de aprendizaje (figura 32). Le preguntamos cómo esperaría que sus alumnos resuelvan el problema presentado (figura 33). El docente responde que con una igualación de funciones de primer grado. Como se puede evidenciar el docente se centra en un significado conjuntista, con procedimientos algebraicos, dejando de lado los otros significados. Además sus situaciones no se relacionan a otros contextos con la física y se pueda entender el concepto de pendiente como razón de cambio.

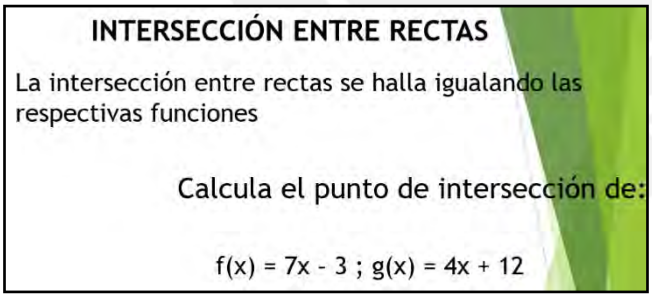


Figura 32. Situación tomada de la sesión de aprendizaje

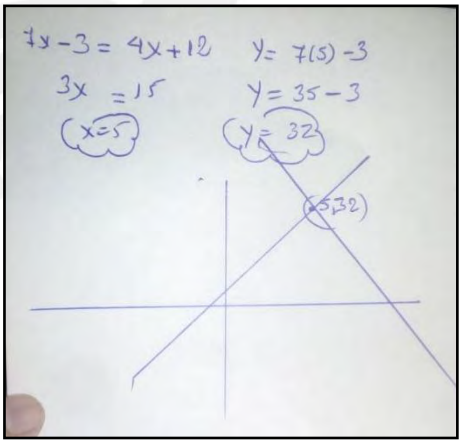


Figura 33. Solución de profesor de la situación

Por otro lado, tomando en cuenta los indicadores podemos afirmar que no considera las escalas para realizar las gráficas de las funciones. Siendo importante para graficar la función lineal afín.

Estos análisis nos ayudan a valorar que conocimientos presenta el profesor en relación a la función lineal afín. Posteriormente analizaremos el proceso de instrucción llevado a cabo por el docente.

4.2 Análisis del proceso de instrucción

Valoración epistémica

Durante la introducción del objeto matemático función afín. El docente menciona que una función lineal es una ecuación de primer grado, cuya representación es el plano cartesiano. Podemos evidenciar que el docente se centra en el significado conjuntista según el significado de referencia. Además, si tomamos los indicadores no presenta una alta representatividad de su concepto de función lineal afín. A continuación, presentamos el extracto de la transcripción. (Tabla 8)

Tabla *8*.
Extracto de la transcripción

E6	Es una función lineal una función polinómica primer grado
Profesor	Lo que has dicho está bien … pero solo quiero saber que es una función para ti … que entiendes por función.
E6	Algo que se tiene que determinar a un numero
Profesor	Exacto … algo que se tiene que determinar … prácticamente una función es una regla de correspondencia de dos magnitudes … es una relación de dos magnitudes … que existe pre imagen e imagen.
Profesor	¿Qué es una función lineal? Lee por favor
E6	Lee diapositiva: es una función polinómica de primer grado, es decir una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede escribir como
Profesor	¿Qué es una línea recta? … te pregunto
E6	Una línea perpendicular … algo así
Profesor	Nunca es perpendicular … una línea recta es una raya … y muestra la gráfica de una función lineal … una línea … una raya … una recta … una ecuación polinómica de primer grado. Lee porfavor:
E6	**F(x)=ax+b … Y=ax+b**

En relación a las propiedades de las funciones afines, se mencionó que “el coeficiente que acompaña a las x se le conoce como la pendiente y b es el intercepto”. Además, resalta que “si el coeficiente principal es mayor que cero la recta se va hacia arriba resaltando la dirección que es hacia la derecha, si es negativa apunta hacia la izquierda”. Se pude evidenciar que tiene el concepto de pendiente. Sin embargo, tomando los indicadores se puede evidenciar que no se interpreta el significado de pendiente como diferencia de ordenadas sobre diferencia de abscisas ($\Delta y/\Delta x$) o como razón de cambio. A continuación, presentamos el extracto de la transcripción. (Tabla 9)

Tabla *9*.

Extracto de la transcripción

Profesor	Ok correcto … bueno tu sabes que el coeficiente que va al lado x se le conoce como la pendiente de la recta y b es el intercepto … que sucede cuando la pendiente es mayor que cero … la recta que forma tiene … la recta hacia dónde va
E6	Hacia arriba
Profesor	Hacia arriba … hacia la derecha … puede ir arriba … puede ir abajo … pero va hacia la derecha … dirección hacia donde … hacia la derecha … esta direccionando hacia la derecha. Lee esto por favor
E7	Lee diapositiva: $(x) = ax + b$; $y = ax + b$ … donde a es la pendiente de la rectay b es el intercepto.
Profesor	Dime si a es menor que cero hacia donde apunta la recta.
E8	a mayor que cero …. a menor que cero … Iz …. ¿Izquierda?
Profesor	Arriba o abajo hacia la izquierda siempre ... y si es mayor que cero
E8	Hacia la derecha
Profesor	Pendiente mayor que cero derecha pendiente menor que cero izquierda eso cumple siempre y cuando en toda función lineal … quien es la pre imagen y la imagen … la pre imagen es x lo que as dicho … y la imagen vale f(x) o Y … muy bien E8 . llama al E9 se encuentra o no se encuentra no se encuentra falto llamo al estudiante E9

Por otro lado, cuando el profesor introduce el concepto de intersección entre dos funciones, menciona que para hallar la intersección se hace simplemente igualando las ecuaciones. Según los indicadores no presenta una gráfica del concepto de intersección entre funciones lineales afines. Se sigue evidenciado un significado conjuntista, trigonométrico con procedimientos algebraicos. A continuación, presentamos el extracto de la transcripción. (Tabla 10)

Tabla 10.

Extracto de la transcripción.

152	E12	Profesor puedo participar yo
153	Profesor	E12 que es una intersección entre rectas. lee
154	E12	La intersección entre rectas se halla igualando las respectivas funciones.
155	Profesor	Aya … entonces si tu quieres hallar el punto de intersección entre dos rectas igualando las respectivas funciones ósea piden calcular el punto de intersección de las funciones **f(x)=7x-3 y g(x)= 4x+12** tu me puedes calcular cuánto vale el punto de intersección … ósea cuánto vale x sí o no
156	E12	SI se puede
157	Profesor	¿Cómo lo calculo?
158	E12	**Igualando**
159	Profesor	Exacto igualándolo. … lo puedes hacer porfavor.
160	E12	…. Está resolviendo …
161	Profesor	Llama a otro estudiante E13 …como se calcula el punto de intersección entre dos funciones.
162	E13	Se calcula hallando las respectivas funciones
163	Profesor	Iguálalo
164	E12	Profesor … cuánto vale x …. Vale 5
165	Profesor	… Muy bien … x=5 ahora reemplázalo cuando x =5 cuánto vale y reemplázalo
166	E12	Vale 32

En la figura 34. Se puede evidenciar que el docente presenta un error en su procedimiento al considerar 3 como punto de corte con respecto al eje de las abscisas. Como se puede verificar para hallar el intercepto con el eje es necesario igualar la función (x) igual a 0, lo cual saldría $x = 4$. Según los indicadores se puede afirmar que no identifica correctamente los puntos de cortes. Además, en esta situación se evidencia un significado tabular y gráfico de la función lineal afín. Sin embargo, no se aprecia el concepto de pendiente en la función lineal afín según como indico en el desempeño.

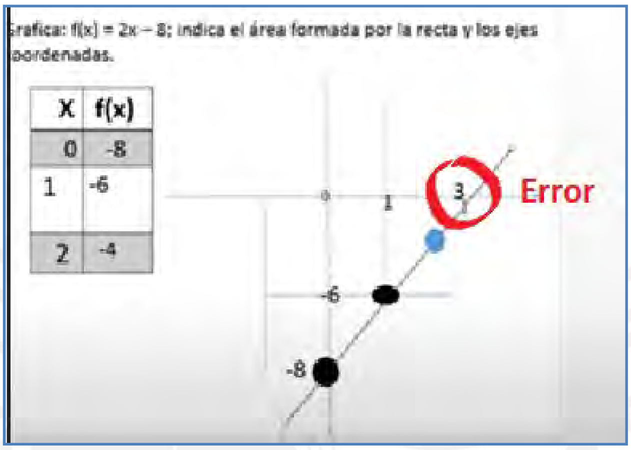


Figura 34. Error 1 del profesor durante la Implementación

A continuación, se presenta el extracto de la transcripción donde el profesor supone un punto cualquiera para la situación anterior. (Tabla 11)

Tabla 11.
Extracto de la transcripción.

245	Profesor	Concentrarte … ya cual es el punto de intersección entre 0 y -8 … el de acá … la intersección de 1 con -6 (rectas) … señala el punto (coordenadas) … ahora que dibujo … uno los puntos … que dibujo una que … una recta ... ya, pero dale un valor más … no le dé as 1 y -6 porque nos piden hallar el área … cuando vale 2 ahora …cuando valey
246	E14	-4
247	Profesor	-4 correcto ...estas seguro ... sí -4 … cuando vale 3
248	E14	-2
249	Profesor	-2 por aca a ti que te piden hallar el área formada por la recta y los ejes coordenadas … buenos los ejes coordenados son simplemente el punto (0,0) y el área que te dan el del famoso triangulo …cuando mide la base … si es -8 mide 8 … y del **otro {no ubica el otro punto y supone cualquier punto} ponle uno cualquiera 3 … aca mide 3** ahora cual es el área del triangulo … esto mide 8 y 3
250	E14	-8*3 = -24 entre dos = -12
251	Profesor	Claro 12 nomas porque el área siempre es positiva ... 3*8 =24 … y 24 entre dos vale 12 … te comento que el área vale 12
252	Profesor	vamos, se prepara E15 se encuentra E15 determinar la ecuación de la recta que aparece la figura.

253	Profesor	Muy bien … voy a poner a determinar la ecuación de la recta que aparece en la figura te parece bien, muchacho … yo te pregunto algo … Está … línea me indica que es una ecuación, no, que es una función lineal, correcto toda función lineal, … tiene gráfico una línea y la ecuación de la recta viene dada por esta …ax+b y esto siempre va a vale cuanto f(x) Vamos a dale valores a x

Por otro lado, el docente presenta un segundo error en sus procedimientos. (Figura 35)

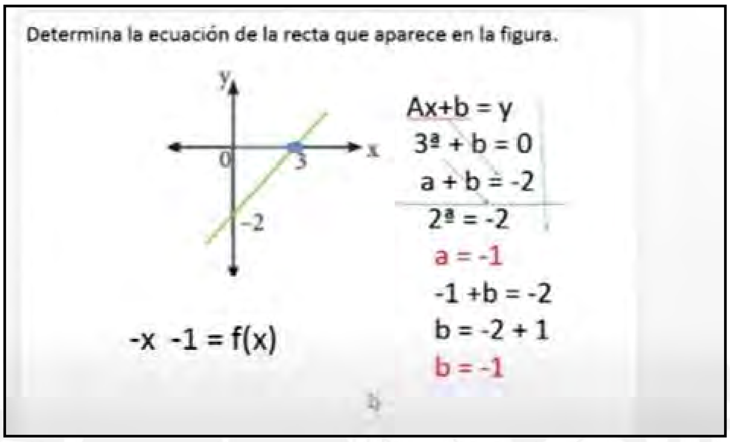


Figura 35. Error 2 del profesor durante la implementación

Los puntos de cortes con los ejes coordenados son (0,-2) y (3,0). Al reemplazar en la ecuación de la recta que considera $y = ax + b$ serian $-2 = 0 \times a + b$ y la otra ecuación seria $3 \times a + b = 0$. Igualando ambas ecuaciones tendríamos $b = -2$ y $a = 2/3$. Finalmente, la ecuación seria $y = \frac{2}{3}x - 2$. Según los indicadores presenta un error en su procedimiento al no determinar correctamente la regla de formación de la función lineal afín. Con relación a sus argumentos son bastantes algebraicos.

A continuación, presentamos el extracto de la transcripción donde el profesor resuelve la situación anterior. (tabla 12).

Tabla 12.
Extracto de la transcripción

265	Profesor	X vale 0 correcto. X vale 0. Y=-2. 0*a es $a + b = Y = -2$. Que obtengo un sistema de ecuaciones te acuerdas sistemas de ecuaciones. Si tengo signos iguales sumo o resto.
266	E15	Resto.
267	Profesor	Resto muy bien. $3a - a = 2a = -2$ cuánto vale a ..
268	E15	Sería igual a= -1.
269	Profesor	Muy bien ahora falta hallar b. Reemplazo. $-1 + b = -2$. Cuánto vale b
270	E15	b es igual a.b=-1.
271	Profesor	b=-1. La ecuación cual sería, por lo tanto.
272	E15	-x porque a esta delante de x.

Por otra parte, en la figura 36. Se puede observar que sus situaciones siguen siendo bastante conjuntista con procedimientos algebraicos. No presenta una situación diferente a otro significado donde se pueda introducir el concepto de razón de cambio constante, o situaciones que estén relacionadas a otros contextos como la física donde impliquen magnitudes medibles. Según los indicadores no presenta una alta riqueza de procesos.

Calcula el punto de intersección de: f(x) = 5x– 2 y g(x)=4x + 4

*Figura 36.*Situacion del profesor durante la implementación

En la figura 37, se puede evidenciar que la situación que se propone no está bien planteada, ya que pide hallar el punto de intersección entre (x), $g(x)$ y el eje de las ordenadas. Si observamos la representación gráfica de (x), $g(x)$ y el eje de las ordenadas no se intersecan. Además, la situación implica procedimientos algebraicos. Podemos afirmar que no se centra en otros significados parciales de la función lineal afín. Según los indicadores no presenta una alta riqueza de procesos ya que los procedimientos de las situaciones son similares.

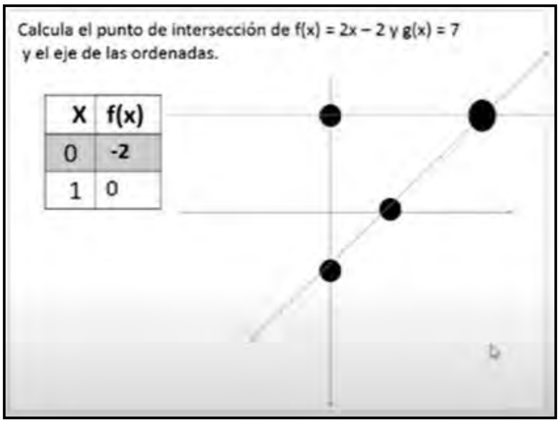


Figura 37. Situación del profesor durante la implementación

Con relación a la figura 38. Se puede observar que presenta otro error ya que no halla el punto de intersección entre las funciones (x) y $g(x)$ y asume 2 en el eje de las abscisas. De acuerdo a las propiedades de punto de intersección entre rectas. Se tendría que igualar las funciones $(x) = g(x)$, por lo tanto, $x = 4$. Esto llevaría a una ambigüedad en la solución del ejercicio. Podemos afirmar según lo indicadores manifiesta equivocaciones durante la utilización del objeto matemático.

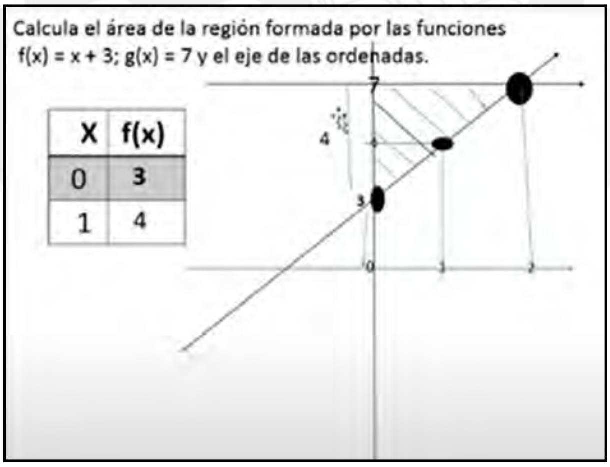


Figura 38. Error 3 durante la implementación

Continuación presentamos el extracto de la transcripción donde el profesor supone 2 en el eje de las abscisas. (tabla 13).

Tabla 13.
Extracto de la transcripción

303	Profesor	Hallar el área formada por las funciones dadas f(x)=x+3 g(x)=7. Igualito vamos a hacer la tabulación. Cuando x=0 cuando vale y.
304	E18	+3.
305	Profesor	Donde coloco
306	E18	Arriba.
307	Profesor	(Ubica los puntos de cortes). Trazas una línea horizontal. Área formada por las funciones y el eje de las ordenadas. Todo mide 7 acá cuando mide acá 3. Este pedacito cuando mide 3. Cuando mide esta línea
308	E18	4
309	Profesor	Cuando mide acá, falta un punto más. **Acá que sea 2 vamos a suponer**. Cuando mide la base.
310	E18	Mide 2 y el área seria 4.
311	Profesor	Correcto el área seria 4.

Cuando de valoración

.
Tabla 14. *Cuadro de valoración de la idoneidad epistémica*

Idoneidad epistémica	Valoración	Resultados
Errores	Baja	Se puede evidenciar que presento errores durante la implementación.
Ambigüedad	Baja	Hubo ambigüedad al momento de operar con el objeto matemático. Ambigüedad en la definición de función afín y lineal.
Representatividad	Baja	Presenta en sus situaciones de baja representatividad. Solo se enfoca en el significado analítico, pero no considera los demás significados de la función lineal afín.
Riqueza de procesos	Baja	Las formas de su procedimiento son siempre las misma como por ejemplo puntos de cortes, intersección de rectas, mas no considera otros tipos conceptos donde impliquen los otros significados parciales.

En relación a los análisis se puede concluir que presenta una valoración baja en relación a la idoneidad epistémica.

Valoración de la idoneidad cognitiva

No se realizó una evaluación inicial de los conocimientos existentes de los estudiantes. Se asumió que ellos ya lo saben. Sin embargo, comienza el tema con una recapitulación de funciones. Además, se evidencia que algunos estudiantes presentan dificultad. Como se puede observar la estudiante 9 quien no reconoce la preimagen e imagen de una función. (tabla 15)

Tabla 15.
Extracto de la transcripción

121	E9	Lee diapositiva: Para graficar la función lineal el método es de tabulación ejemplo grafica la "función lineal" … grafica f(x)=7x-21
122	Profesor	Ya te pregunto quién es la pre imagen ahí …
123	E9	La pre imagen seria f(x)
124	Profesor	No no … pre imagen … no tengas miedo dilo… ¿Quién es la pre imagen ahi?
125	E9	7 …
126	Profesor	¿Quién es la pre-imagen?
127	E9	7
128	Profesor	No.
129	Profesor	¿Quién es la pre-imagen? No es 7
130	E9	Es X

Asimismo, cuando se le pregunta a la estudiante 16. Como encontrar el punto de intersección entre ambas funciones lineales afines. La estudiante menciona que "no se acuerda". Podemos inferir que no se está alcanzando los aprendizajes que el profesor esta implementado. (Tabla 16)

Tabla 16.
Extracto de la transcripción

281	Profesor	Se encuentra la estudiante 16. Te toco la más fácil. Calcular el punto de intersección entre las dos rectas. Te acuerdas como hallar el punto de intersección.
282	E16	**No me acuerdo profe**. Disculpe
283	Profesor	Ya no te preocupes. Solo tienes que igualar las ecuaciones. Solo igualas. 5x-2=4x+4. Cuánto vale x.
284	E16	X=6
285	Profesor	Si x =6 reemplázalo en cualquiera de las dos. Halla cuánto vale Y.

Por otro lado, durante la instrucción, no hubo ningún estudiante que sé haya ofrecido voluntariamente para participar a excepción de uno. Presentamos el extracto de la transcripción. Se infiere que los significados pretendidos por el profesor no se están logrando. A continuación, presentamos el extracto de la transcripción. (tabla 17)

Tabla 17.
Extracto de la transcripción

151	Profesor	Hacia la derecha … si el coeficiente o pendiente es mayor que cero va hacia la derecha … muy bien correcto … te voy a volver a llamar sino te borro los puntos … E10 se encuentra … se encuentra … tampoco … ya te tengo cuatro víctimas. Llamo al E11 se encuentra …. No esta …buenos días … te voy a llamar después
152	E12	**Profesor puedo participar yo**
153	Profesor	E12 que es una intersección entre rectas. lee
154	E12	La intersección entre rectas se halla igualando las respectivas funciones.
155	Profesor	Aya … entonces si tu quieres hallar el punto de intersección entre dos rectas igualando las respectivas funciones ósea piden calcular el punto de intersección de las funciones f(x)=7x-3 y g(x)= 4x+12 tu me puedes calcular cuánto vale el punto de intersección … ósea cuánto vale x sí o no

Cuadro de valoración

Tabla 18.
Cuadro de valoración de la Idoneidad cognitiva

Idoneidad cognitiva	Valoración	Resultados
Conocimientos previos	Baja	No se evidencia ninguna evaluación previa para verificar si los estudiantes presentan dificultad.
Adaptaciones curriculares	Baja	No se incluye tareas en relación a lo que menciona el currículo nacional con respecto al tema de función afín. Se pueden evidenciar en las imágenes de la valoración epistémica. No utiliza múltiples estrategias para las diferentes dificultades de sus estudiantes. Ya que solo se centra en su diapositiva. Como por ejemplo no generó que sus alumnos compartan sus soluciones por el aula virtual meet.
Aprendizaje	Baja	No se esfuerza por acoger la diversidad de sus estudiantes en el aula proponiendo actividades de refuerzo para realizar fuera del horario de clases.

Valoración de la Idoneidad Afectiva

Se evidencia que hubo algunos estudiantes que no respondían cuando se les llamaba para participar. Podemos afirmar que no se generó la afección por el tema. Sin embargo, hubo momentos que se dio la interacción entre estudiante y profesor. Esta interacción fue de maneral individual no generando un tema de debate. Finalmente, durante la instrucción se generó la parte emotiva. Como por ejemplo en el extracto de la transcripción se evidencia que el profesor felicita a una estudiante. (Tabla 19)

Tabla 19.
Extracto de la transcripción

185	Profesor	Con la que sigue … cual es el punto de intersección 0 o -5
186	E13	Es el -5
187	Profesor	Cuando x vale 1 donde lo coloco
188	E13	A la derecha de 0
189	Profesor	**Muy bien** … cuando y vale -4 donde coloco -4
190	E13	Debajo del 0
191	Profesor	Arriba del -5 …. Cuál es el punto de intersección … voy a trazar una línea … cual es el punto de intersección ….ahora uno los punto que te da …
192	E13	Una secante
193	Profesor	No … vamos … que figura es esa … una rec …
194	E13	Una recta (**prof : excelente**)

A lo descrito anteriormente ayudará a valorar la idoneidad afectiva.

Cuadro de valoración

Tabla 20.
Cuadro de valoración de la Idoneidad Afectiva

Idoneidad afectiva	Valoración	Resultados
Intereses y Necesidad	Media	La participación se dio de manera individual. El docente si presento varios ejemplos que permiten al estudiante relacionar al tema de funciones afines. Sin embargo, existieron estudiantes que no participaron cuando se les llamo.
Actitudes	Alta	Se dio trato justo durante la interacción con sus estudiantes.
Emociones	alta	Ya que la implementación fue virtual hay que resaltar que la institución cuenta con un aula virtual. Además, hay que resaltar que las clases son grabadas eso facilitaría el aprendizaje. Si busca y aprovecha oportunidades para generar la perseverancia de los estudiantes. La instrucción de manera dinámica y de manera tranquila.

Valoración de la Idoneidad Mediacional

Tabla 21.
Cuadro de valoración de idoneidad mediacional

Idoneidad Mediacional	Valoración	Resultados
Recursos Materiales	Media	No incorpora material manipulativo como algún software didáctico. Pero complementa con diapositivas para la implementación de la clase.
Números de alumnos, horario	Baja	El número de alumnos en el aula es un factor decisivo para una buena enseñanza. Por lo tanto, la distribución de los estudiantes dentro del aula virtual no es adecuado ni motivador para el proceso de instrucción.
Tiempo	Baja	Durante la implementación se eliminó algunas tareas o por cuestiones de tiempo no se desarrollaron todos los problemas que se propuso. Además, se evidencio que dedicó más tiempo al concepto de función que al concepto de función lineal afín

Valoración de la idoneidad Interaccional

Tabla *22*.
Cuadro de valoración de la idoneidad interaccional

Idoneidad Interaccional	Valoración	Resultados
Interacción docente, discente	Media	Se aclaraba las dudas de los estudiantes cuando no podían resolver. Además, las preguntas que se realizaron eran específicamente a cada alumno. Por lo tanto, no promovió la interacción entre todos.
Interacción entre discente	Baja	Durante la implementación no hubo la participación colaborativa entre estudiantes, solo era alumno y profesor.
Autonomía	Media	Las tareas la solucionaban entre el profesor y el estudiante. Además, los estudiantes tomaban pocas veces la responsabilidad.
Evaluación formativa	Baja	No presento evaluación a sus estudiantes

Valoración de la Idoneidad Ecológica

Tabla 23.
Cuadro de valoración de la Idoneidad Ecológica

Idoneidad Ecológica	Valoración	Resultado
Conexión intra -interdisciplinarias	Baja	En cuanto al desarrollo de la clase no se evidencio ninguna relación con otras áreas como la física.
Adaptación curricular	Media	En cuanto a la sesión de aprendizaje se centró más en la parte curricular mas no el contenido del objeto matemático. Como por ejemplo en su sesión de aprendizaje menciona trabajar ejercicios donde se halle el dominio y rango de la función lineal afín. Sin embargo, no se llegó a evidenciar situaciones relacionadas a dichos conceptos.
Utilidad social	Media	Solo se centró en desarrollar la clase y la resolución de problemas. No hubo esfuerzo para que sus estudiantes logren la competencia matemática y que puedan resolver problemas utilizando funciones lineales afines y que les ayudará en futuros cursos.
Innovación docente	Baja	No hubo evidencia de que use los recursos tecnológicos.

CONCLUSIONES

El objetivo de esta investigación fue analizar y valorar la práctica didáctico-matemática de profesor en servicio cuando introducen el estudio de la función afín en estudiantes de segundo de secundaria. Para dar respuesta a este objetivo, se plantearon tres objetivos específicos que analizaremos posteriormente.

Para el primer objetivo específico nos propusimos construir un significado de referencia asociado a la función afín. Este objetivo se relaciona con el estudio de la revisión bibliográfica histórica de la función lineal afín. Adicionalmente, se revisaron distintas investigaciones con los diversos significados de la función afín en la historia. Esta revisión bibliográfica nos ayudó a encontrar 4 significado parciales asociadas a la función afín, las cuales son el significado tabular, gráfica, variacional, analítica y conjuntista. Estos significados fueron pieza clave para la construcción del significado de referencia de la función afín.

Para el segundo objetivo específico nos planteamos construir indicadores específicos de idoneidad epistémica para ello se tomó resultados de investigaciones donde se hayan trabajado la función afín. En base a los resultados encontrado se construyó indicadores específicos de idoneidad epistémica. Se llegaron a encontrar ambigüedades, errores, diferentes representaciones de la función afín.

El último objetivo se valora el proceso de instrucción del profesor participantes en el estudio sobre la enseñanza de la noción de funciones afines. Para ello se le solicito primero su sesión de aprendizaje. Posteriormente tuvimos una entrevista semiestructurada con el profesor para conocer que conocimiento presenta el docente en relación a las funciones afines. Después se realiza la implementación de la clase del profesor para luego realizar la transcripción del video. Finalmente se valoró la clase del profesor.

En cuanto a la sesión de aprendizaje se concluye que se rige más a los contenidos curriculares que reforzar el objeto matemático. No hay evidencia de una realización bibliográfica de las diferentes situaciones que se podrían tomar en cuenta para el diseño de la sesión.

Al hacer el análisis del proceso de instrucción bajo la mirada de los criterios de idoneidad, en la idoneidad epistémica se pudo evidenciar errores al momento de explicar lo que pueden llevar a los estudiantes a confusiones posteriores. Así mismo se identificó poca representatividad en el objeto matemático ya que solo se centró a la parte geométrica, analítica mas no en los diferentes significados de la función lineal afín. Concluimos que se presentó baja idoneidad epistémica. En cuanto a la idoneidad cognitiva, mediacional se puede concluir que aparecen en menor medida. Mientras que, en la idoneidad interaccional, ecológica se dio de manera media. Finalmente, la idoneidad afectiva se dio de manera alta.

Para dar respuesta a nuestra pregunta de investigación podemos concluir que el proceso de instrucción observado carece de rigor matemático. Debido a que se presentaron diversos errores, ambigüedades en cuanto a la distinción entre lo lineal y afín. Además, solo centro un significado parcial. Es decir, no se encontró situaciones donde se conecte con otros conceptos como la razón de cambio constante.

Limitaciones de la investigación

Falto profundizar en este trabajo algunos aspectos como el del análisis de la planificación del profesor, desarrollar el análisis con más clases y haber ampliado la muestra con más profesores es no dio debido a que el proceso de instrucción se dio de manera virtual. Otra limitación es de realizar un análisis profundo de algunos indicadores.

Futuras investigaciones

Teniendo en cuenta los resultados encontrados en nuestra investigación se sugiere promover la reflexión de procesos de instrucción por parte de los docentes tanto de su propia práctica como la de otros. Generar actividades de refuerzo para verificar las mejoras en las idoneidades didácticas de esas prácticas, ofreciéndoles herramientas e indicadores.

REFERENCIAS

Acosta, J. (2008). *Análisis epistemológico, cognitivo y sociocultural de la noción de linealidad*. Tesis doctoral. México: CICATA-IPN

Breda, A., & do Rosário Lima, V. M. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *Journal of Research in Mathematics Education*, *5*(1), 74-103.

Escudero, P. (2017). *Identificación de conocimientos didáctico-matemáticos, en la faceta epistémica, del profesor de educación secundaria, sobre funciones lineales y cuadráticas*. (Tesis de Maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima: Perú. Obtenido de Obtenido de http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/8818.

Esque, D; & Breda, A. (2019). Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. *Uniciencia*. 35(1),1 Doi: http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.3

García, F. J. G. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar: de la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. (Doctoral dissertation, Universidad de Jaén).

Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. In J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone, & M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Godino, J D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En C. Fernández, J. L. González, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX*. (pp. 288-297). Málaga: SEIEM.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. Paradigma, XXVII (2), 221-252.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R., & Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the 249 nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2), 247-265.

Hernández, R. Fernández, C. & Batista, P. (2014). Metodología de la investigación. Sexta edición, México, Mc Graw Hil.

Hummes, V., Breda A., Skel, M. & Font, V. (2020). Criterios de Idoneidad en una clase basada en el Lesson Study. Praxis & Saber, 11(26), e-0667. doi: https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.10667.

Hummes, V., Font V., & Breda A. (2019). Uso combinado del Estudio de Clases y la Idoneidad Didáctica para el Desarrollo de la Reflexión sobre la Propia Práctica en la Formación de Profesores de Matemáticas. *Acta Scientiae*. 218(1), 64-82. doi: https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968.

Jiménez, I. V. (2012). La entrevista en la investigación cualitativa: nuevas tendencias y retos. *Calidad en la educación superior*. *3*(1), 119-139.

Lages, E., Pinto, P., Wagner, E. y Morgado, A. (2000). La matemática de la enseñanza media. Lima: IMCA.

López, M. I. R., Beltrán, G. S., & Flores, C. D. (2019). Explorando las conceptualizaciones de la pendiente en estudiantes universitarios. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *33*(65), 1027-1046.

Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. Pensamiento y Gestión, 20, 165-193. Obtenido de http://www.redalyc.org/pdf/646/64602005.pdf

Morales, L. (2019). Competencia de Análisis e Intervención didáctica del Docente de Primaria en Panamá. (Tesis doctoral: Universitat de Barcelona: Barcelona: España). Recuperadode http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/Tesis_Morales.pdf

Perú, Ministerio de Educación (2016). Programa curricular de educación secundaria. Lima.

Pérez González, F. J. (2006). Cálculo diferencial e integral.

Posada Balvín, F. A., & Villa Ochoa, J. A. (2006). Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional.

Seckel M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática* (Tesis 262 doctoral, Universidad de Barcelona). Recuperado de http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/99644/1/MJSS_TESIS.pdf

Ruiz-Higueras, L. (1994). Concepciones de los alumnos de Secundaria sobre la noción de función: análisis epistemológico y didáctico. Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Muñoz, Y. (2015). Análisis histórico–epistemológico de la noción de función en la obra la geometría de René Descartes.

Reyes-Gasperini, D., Cantoral, R., & Montiel, G. (2015). “Cuando una crece, la otra decrece” ... la proporcionalidad va un poco más allá.

Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa* (Doctoral dissertation, Tesis de doctorado. México: Cinvestav).

Rubio, N., Gonzales, C. & Campos, M. (2020). Conocimientos de los profesores de educación secundaria puestos en juego en tareas asociadas a las representaciones de la función lineal. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33 (1), 632-642.

Stewart, J., Redlin, L y Watson, S. (2007). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. México: Cengage Learning.

Grossman, S. I. (2008). *Álgebra lineal*. McGraw Hill Educación.

Larson, R. (2018). *Precálculo*. Reverté.

Martínez, M. &Sánchez, P. (2011). ¿Toda grafica de línea recta es función lineal?Universidad de la Amazonia. Colombia, memorias encuentro 2011. Descargado de: http://www.elitv.org/documentos/maestria/Memorias2011/Ponencia%205.pdf.

Swokowski, E., Cole, J. (2009) Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica, Decima segunda edición. México, D.F: Edamsa Impresiones, S.A. de C.V.

Rivera, M. I., Salgado, G., y Dolores, C. (2019). Explorando Conceptualizaciones de la Pendiente en Estudiantes Universitarios. *Bolema*, 33(65), 1027−1046.

Jiménez, V. E. (2012). El estudio de caso y su implementación en la investigación. Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales,8(1), 141-150.

Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2020). El Enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *12*(2), 47-59.

Balderas Robledo, R. G., Block Sevilla, D., & Guerra Ramos, M. T. (2014). " Sé cómo se hace, pero no por qué": Fortalezas y debilidades de los saberes sobre la proporcionalidad de maestros de secundaria. *Educación matemática*, *26*(2), 7-32.

De Armas, T. R. A. (2016). *Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de matemáticas al hacer transformaciones de las representaciones de una función* (Doctoral dissertation, UNED. Universidad Nacional de Educación a Distancia (España)).

Grau, S. (2017). *Problématiser en mathématiques: le cas de l'apprentissage des fonctions affines* (Doctoral dissertation, Université Bretagne Loire).

ANEXOS

Transcripción de la entrevista semiestructurada

1	Investigador	Porque considera pertinente el desempeño en la sesión de aprendizaje
2	Profesor	Elegí el desempeño porque es el que más se acopla al tema de función afín. Además, los ejercicios considerados en la sesión van acorde a lo que se pide en la sesión que es representar gráficamente y algebraicamente
3	Investigador	Como esperaría que los alumnos respondan a la situación introductoria, por favor podría resolver la situación significativa con la gráfica correspondiente. Esta pregunta se hizo con la finalidad de ver como espera que los alumnos respondan a dicha situación.
4	Profesor	Solución del profesor …. El alumno tiene conocimiento de ecuación de primer grado, y sistemas de ecuaciones en los bimestres anteriores se han desarrollo. El alumno lo va a plantear y después se le va a pedir que tabule.
5	Investigador	Dentro del inicio de la sesión se planteó preguntas que el alumno debería responder las cuales fueron que operaciones elementales debería conocer el estudiante. Cuales serían esas operaciones
6	Profesor	Cuatro operaciones básicas. Espero que el estudiante tabule y halle los puntos de cortes.
7	Investigador	Como distribuirá los 15 minutos para realizar las preguntas correspondiente.
8	Profesor	Por el tiempo dado solo considero a cinco alumnos, es decir 3 minutos por cada uno.
9	Investigador	A través de que medio se dará la interacción
10	Profesor	Atreves del micrófono, no hare un del chat ya que considero que es una distracción en clase virtual
11	Investigador	Durante el desarrollo de la sesión usted considera definir que es una función y sus propiedades.
12	Profesor	Antes de definir que es una función lineal, tengo que hacer una retroalimentación de función como por ejemplo relación binaria. Además, considera que no dejara ejercicios para la retroalimentación. Solo sera de manera verbal.
13	Investigador	De donde toma en cuenta la definición de función afin para colocarlas en la sesión de aprendizaje
14	Profesor	De un libro pre universitario y del intelectum.
15	Investigador	Se planteo la siguiente pregunta: Si tengo f(x)=2x y f(x)=2x+1. Que diferencia existe entre estas dos funciones
16	Profesor	Ambos son funciones lineales.
17	Investigador	Como esperaría que el alumno resuelva el problema (tomado de la sesión de aprendizaje): F(X)=7x-3 G(x)=4x+12
18	Profesor	Primero mediante una tabulación para representarlo gráficamente. Segundo igualar las funciones.

Transcripción del video

1	Profesor	Bien Señores hoy vamos a iniciar -- iniciar la segunda clase de la semana con este curso
2	Profesor	Se preparan E1, E2, E3 ya los alumnos que no participa, por favor, ya saben Cuál es su calificación ……hoy nos toca identifica y gráfica la función lineal en la resolución de problemas. Ya es el desempeño de lograr hoy día chicos, que curso algebra…. Identificar y graficar la función lineal en la resolución de problemas
3	E1	Lee el enunciado la situación significativa.
4	Profesor	en qué consiste este problema?
5	E1	Cuantas cubetas tiene que vender José
6	Profesor	¿Qué operaciones fundamentales tienes que usar?
7	E1	¿Multiplicación?
8	Profesor	¿Otra cosa aparte de multiplicación?
9	E1	Ecuaciones
10	Profesor	Exacto… esa es la palabra …. ¿Cómo se puede desarrollar este tipo de problema?
11	E1	Mediante ecuaciones ……
12	Profesor	Claro mediante ecuaciones…. Una gráfica … es una ecuación… ¿Por dónde empezarías a desarrollarlo?
13	E1	Empezaría por los datos del problema …65, 20 y 150
14	Profesor	Correcto…. ¿Qué significara para ti una función lineal?... tu sabes lo que es una ecuación lineal …
15	E1	Creo que si … no me acuerdo bien
16	Profesor	No sé, profe no me acuerdo … ya no te preocupes E1 porque el tema es función lineal, no con ese micrófono. Se encuentra el E2, Buenos días, se encuentra … alumnos que llamó alumno que participa… no quiere contestar. Se encuentra el el E3 …. No quiere contestar … vuelvo a llamar a un grupo de tres estudiantes E4, E5, E7, se preparan los tres. Llamo al estudiante E4.
17	E4	Si buenos días.
18	Profesor	… ¿Me podrías decir por favor que es una función lineal? … tienes idea que es una función lineal … un ejemplo … una ecuación lineal … ya te comento que una ecuación lineal es una ecuación de primer grado … porque es de grado uno … a eso se le llama lineal … función lineal viene siendo un gráfico de primer grado. ¿Crees que cumpla alguna propiedad? … ese problema cumplirá alguna propiedad … una función lineal cumplirá propiedades
19	E4	Si …
20	Profesor	Si cumple propiedades … hoy vamos a hablar del contenido de función lineal. ¿A qué se refiere con el contenido? ¿Qué nos permite saber del contenido? … el logro de hoy va a hacer identifica y grafica la función lineal en la resolución de problemas. Dime E4 ¿Qué es una función?
21	E4	Lee de la diapositiva: Es una relación entre dos magnitudes o cantidades, por ejemplo, x y f(x), de manera a cada valor de la primera magnitud llamada pre imagen le corresponde un único valor de la segunda, llamada imagen.

22	Profesor	… Una función es una relación … de dos magnitudes o cantidades … por ejemplo x y f(x) … que si a x le das un valor se llama pre imagen y el resultado viene siendo … f(x) que se llama imagen. Muestra la imagen de la diapositiva. … una función que parte de x a f(x) … como se le conoce a parte de imagen y pre imagen … conjunto de ….

23	E4	De llegada … lee la diapositiva: Conjunto de partida y …. Conjunto de llegada.
24	Profesor	¿Quién es el conjunto de partida?
25	E4	La “a”
26	Profesor	¿Conjunto de llegada?
27	E4	La “b”
29	Profesor	¿Quién es la pre imagen?
30	E4	La “a” chiquita
31	Profesor	¿Y la imagen?
32	E4	La “b” minúscula
33	Profesor	… entonces la b que viene a hacer el resultado … imagen resultado pre imagen valor … pre imagen - imagen … conjunto de partida donde tu parte a darle el valor y conjunto de llegada lo que vas a obtener … Muestra la imagen de la diapositiva ¿Qué entiendes por esto? … no responde E4 ... claro prácticamente una función es una regla … es una regla de una maquina … si por ejemplo al conjunto de partida le doy un valor el conjunto de llegada viene siendo un resultado … en donde yo le pongo en una regla de maquina en donde introduces un numero sale otro resultado … conjunto de partida conjunto de llegada. Aca señálame quien es el conjunto de partida quien es el conjunto de llegada.
33	E4	Partida el 3 baja por 8
34	Profesor	¿Quién es la pre imagen? … ¿Quién la imagen?
35	E4	La pre imagen el 3
36	Profesor	Claro … ¿y la imagen?
37	E4	24
38	Profesor	¿Cuál es el proceso? … por cuanto lo multiplicas … por 8 no … y si la pre imagen fuera 5 ¿Cuánto es la imagen?
39	E4	40.
40	Profesor	EL costado … quien es la pre imagen y quien es la imagen.
41	E4	Pre imagen el 2 e imagen 4…
42	Profesor	En el tercero quien es el conjunto de partida y quien es el conjunto de llegada.
43	E4	El 30 conjunto de partida y conjunto de llegada el 33
44	Profesor	Muy bien … por supuesto … dime ¿Qué es una función entonces? … lo que tu entiendas o lo que tu hayas entendido.

45	E4	Que entra … Una regla que entra de 3 que entra por un número no desconocido.
46	Profesor	Es una regla de correspondencia donde la cual la pre imagen es una n umero real y la imagen es un resultado… es una regla de maquina… eso es una función… … imagen pre imagen … conjunto de partida conjunto de llegada … regla de correspondencia o una relación binaria .. o una relación entre dos magnitudes … donde a cada … a cada magnitud se conoce como resultado. Llamo al E 5
47	E5	SI profesor

48	Profesor	Por favor E5 lee este enunciado
49	E5	Lee la diapositiva “Las funciones son como maquinas a las que se le introduce un elemento x y devuelve otro valor y, que también se designa por f(x) “
50	Profesor	Dime E5: ¿Qué es una función para ti?
51	E5	Una relación entre dos números o letras
52	Profesor	Por supuesto una relación … una regla de correspondencia … entre dos magnitudes … entre dos valores en esta función de la primera máquina dime quien es la pre imagen y quien es la imagen.
53	E5	La pre imagen es el 3 y la imagen es el 24.
54	Profesor	Una relación entre dos magnitudes … entre dos cantidades. Ahora al costado quien es el conjunto de partida y quien es el conjunto de llegada.
55	E5	La línea de partida es el 2 y la línea de llegada es el 4.
56	Profesor	Muy bien … supongamos que la primera máquina introduzco el numero 7 … mi pre imagen es el 7 quien es mi imagen.
57	E5	56.
58	Profesor	En el segundo si mi pre imagen o conjunto de partida vale 4 cuanto vale mi conunto de llegada.
59	E5	2…
60	Profesor	4*5=20 -6 =…
61	E5	14
62	Profesor	Muy bien … no te vayas todavía … una función es una relación de dos magnitudes ... ya sabes lo que es una función ... ahora vamos al otro punto … ¿Qué es una ecuación de primer grado ??
63	E5	Es una ecuación básica que se puede resolver para hallar x .
64	Profesor	Correcto … la forma general de esa ecuación básica es para poder despejar o hallar x de qué forma es …
65	E5	Lee diapositiva: Ax+b=0
66	Profesor	Ax+b=0 esa es la formula general … es una ecuación de lineal o de primer grado uno donde cumple una propiedad.
67	E5	Lee diapositiva: A=0
68	Profesor	Igual a cero … como se lee ese símbolo
69	E5	Diferencia.
70	Profesor	A diferente de cero … siempre en una ecuación de primer grado el coeficiente a esta al lado de x siempre va a ser distinto de cero … y quien es el termino independiente.
71	E5	Lee diapositiva: b
72	Profesor	Coeficiente diferente de cero y termino independiente vale b . muy bien E5 … llama a otro estudiante … se encuentra el E6
73	E6	Buenos días Profe.
74	Profesor	E6 dime si la ecuación de primer fuese 5x+3=0 quien es el coeficiente.
75	E6	¿x?
76	Profesor	No … quien es el coeficiente 5*x+3 =0 … la formula general es ax+b=0 el coeficiente es ”a” es el número que está al lado de x. quien el coeficiente. Si la ecuación fuese 7*x+4 =0

78	Profesor	¿Quién es el termino independiente?
79	E6	Me puede volver a repetir … 7x+4=0 … el termino independiente es el 4
80	Profesor	As escuchado a tus compañeros que es una función. que entiendes por función
81	E6	Es una función lineal una función polinómica primer grado
82	Profesor	Lo que as dicho esta bien … pero solo quiero saber que es una función para ti … que entiendes por función.
83	E6	Algo que se tiene que determinar a un numero
84	Profesor	Exacto … algo que se tiene que determinar … prácticamente una función es una regla de correspondencia de dos magnitudes … es una relación de dos magnitudes … que existe pre imagen e imagen.
85	Profesor	¿Qué es una función lineal? Lee porfavor

86	E6	Lee diapositiva: es una función polinómica de primer grado, es decir una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta. Esta función se puede escribir como
87	Profesor	¿Qué es una línea recta? … te pregunto
88	E6	Una línea perpendicular … algo así
89	Profesor	Nunca es perpendicular … una línea recta es una raya … y muestra la grafica de una función lineal … una línea … una raya … una recta … una ecuación polinómica de primer grado. Lee porfavor:
90	E6	F(x)=ax+b … Y=ax+b
91	Profesor	Ya tu me puedes decir quien es la pre imagen y cual es la imagen … en la primera … señálame quien es la pre imagen e imagen.
92	E6	La pre imagen es la x y la imagen es la b
93	Profesor	La pre imagen te comento … lo que as dicho es correcto la pre imagen es la x y la imagen es la y … la pre imagen son todos los valores de x y la imagen es el resultado quien viene siendo f(x).
94	Profesor	En el segundo señálame quien es la pre imagen y quien es la imagen.
95	E6	La pre imagen es la x y la imagen es Y
96	Profesor	Ok correcto … bueno tu sabes que el coeficiente que va al lado x se le conoce como la pendiente de la recta y b es el intercepto … que sucede cuando la pendiente es mayor que cero … la recta que forma tiene … la recta hacia dónde va
97	E6	Hacia arriba
98	Profesor	Hacia arriba … hacia la derecha … puede ir arriba … puede ir abajo … pero va hacia la derecha … dirección hacia donde … hacia la derecha … esta direccionando hacia la derecha. Lee esto por favor
99	E7	Lee diapositiva: F(x)= ax+b ; y=ax+b … donde a es la pendiente de la recta y b es el intercepto.
100	Profesor	Dime si a es menor que cero hacia donde apunta la recta.
101	E8	a mayor que cero …. a menor que cero … Iz …. ¿Izquierda?
102	Profesor	Arriba o abajo hacia la izquierda siempre ... y si es mayor que cero
103	E8	Hacia la derecha
104	Profesor	Pendiente mayor que cero derecha pendiente menor que cero izquierda eso cumple siempre y cuando en toda función lineal … quien es la pre imagen y la imagen … la pre imagen es x lo que as dicho … y la imagen vale f(x) o Y … muy bien E8 . llama al E9 se encuentra o no se encuentra no se encuentra falto llamo al estudiante E9
105	E9	SI profesor
106	Profesor	Dime que entiende tu por función
107	E9	Como una semejante … a ecuación de primer grado
108	Profesor	Es una relación de dos magnitudes que tiene regla de correspondencia formado por una pre imagen e imagen … dime en esa función f(x) =ax+b señálame quien es la imagen y pre imagen quiero que me identifiques
109	E9	La pre imagen seria x y la imagen seria … y … f(x)
110	Profesor	Está bien lo que has dicho … en toda función lineal su gráfico que es … una recta … el grafico de toda función lineal es una recta … una línea … una raya como quieras llamarlo … su nombre es una recta. Señálame quien es el coeficiente y quien es el termino independiente en ax+b
111	E9	Donde profesor…
112	Profesor	En la ecuación $ax + b$
113	E9	El coeficiente seria “a” y el termino independiente b.
114	Profesor	Correcto … que sucede cuando el coeficiente o también llamado pendiente es mayor que cero. … hacia donde apunta la recta … no me digas hacia abajo o hacia arriba … porque la recta va hacia abajo o hacia arriba … hacia donde apunta que dirección derecha o izquierda
115	E9	No responde …
116	Profesor	Si es mayor que cero derecha y si es menor que cero
117	E9	Derecha
118	Profesor	¡ Menor que cero! … ahí lo estas viendo
119	E9	Izquierda

120	Profesor	Si es mayor que cero derecha y si es menor que cero izquierda … pre imagen e imagen que es función ya lo sabes … ya tienes 3 puntos ganados . lee porfavor
121	E9	Lee diapositiva : Para graficar la función lineal el método es de tabulación ejemplo grafica la “funcion lineal” … grafica f(x)=7x-21
122	Profesor	Ya te pregunto quien es la pre imagen ahí …
123	E9	La pre imagen seria f(x)
124	Profesor	No no … pre imagen … no tengas miedo dilo… ¿Quién es la pre imagen ahi?
125	E9	7 …
126	Profesor	¿Quién es la pre-imagen?
127	E9	7
128	Profesor	No.
129	Profesor	¿Quién es la pre-imagen? No es 7
130	E9	Es X
131	Profesor	Correcto…no lo cambies por a por nadie y la imagen quien es
132	E9	Es el resultado.
133	Profesor	Muy bien , bien razonado, bien argumentado, pre imagen es x e imagen es el resultado. Entonces cual es el secreto, el secreto es lo siguiente … nosotros tenemos que tabular … que significa tabular … tabular significa lo siguiente … tabular significa dar valores … dar valores a x y Y es el resultado … voy a darle valores a x y Y va a hacer mi resultado … es importante que aprenda esto porque el próximo año los que va a estudiar tercero de secundaria … ya pregunta que valores le das a x … cuando a x le das un valor de 0 … a x le das un valor cuando x vale 0 , siempre darle con 0 desde el mas pequeño .. si x =0 cuanto vale y … una ecuación básica … as tu operación
134	E9	Vale 3
135	Profesor	No no … 7*0 …
136	E9	-21
137	Profesor	Correcto. Ahora cuando x vale 1 … asi dando valores … cuando vale y es el resultado tu lo has disco
138	E9	¿-3?
139	Profesor	Haber 7*1=7 … 7 menos 21 cuanto vale
140	E9	¿14?
141	Profesor	-14 … entonces prácticamente tu tienes que tabular … haces tu plano cartesiano … cuanto vale x cuando x vale 0 … donde va 0 en el medio … profe cuanto vale y -21 …. Donde coloco -21 … arriba o abajo …
142	E9	Abajo
143	Profesor	Correcto …. Y el punto de intersección 0 y 21 donde esta aca .. ahora cuando x vale 1 donde coloco ….
144	E9	A la derecha del cero.
145	Profesor	Correcto … donde coloco -14.
146	E9	En la misma línea donde el -21
147	Profesor	Arriba ¿NO? Y el punto de intersección donde va … en la intersección … y finalmente voy a unir los puntos que te da …
148	E9	Una línea … una recta.
149	Profesor	Una línea … una recta … una raya … como quieras llamarlo. … eso es la ecuación de la recta … hacia donde va …. Derecha o izquierda.
150	E9	Hacia la derecha.
151	Profesor	Hacia la derecha … si el coeficiente o pendiente es mayor que cero va hacia la derecha … muy bien correcto … te voy a volver a llamar sino te borro los puntos … E10 se encuentra … se encuentra … tampoco … ya te tengo cuatro víctimas. Llamo al E11 se encuentra …. No esta …buenos días … te voy a llamar después
152	E12	Profesor puedo participar yo
153	Profesor	E12 que es una intersección entre rectas. lee
154	E12	La intersección entre rectas se halla igualando las respectivas funciones.

155	Profesor	Aya … entonces si tu quieres hallar el punto de intersección entre dos rectas igualando las respectivas funciones ósea piden calcular el punto de intersección de las funciones f(x)=7x-3 y g(x)= 4x+12 tu me puedes calcular cuánto vale el punto de intersección … ósea cuanto vale x si o no
156	E12	SI se puede
157	Profesor	¿Cómo lo calculo?
158	E12	Igualando
159	Profesor	Exacto igualándolo. … lo puedes hacer porfavor.
160	E12	…. Está resolviendo …
161	Profesor	Llama a otro estudiante E13 …como se calcula el punto de intersección entre dos funciones.
162	E13	Se calcula hallando las respectivas funciones
163	Profesor	Iguálalo
164	E12	Profesor … cuánto vale x …. Vale 5
165	Profesor	… Muy bien … x=5 ahora reemplázalo cuando x =5 cuánto vale y reemplázalo
166	E12	Vale 32
167	Profesor	El punto de intersección es x 5, y 32 ese es el punto de intersección en el plano cartesiano. Vas a hacer tu grafica … gracias … llama al estudiante E13 … contigo empezamos preparado … uhuhuh que facilito … grafica la función f(x)=x-5 te voy a hacer tres preguntas … me respondes correctamente yo te pongo tus puntos y eso va a tu cuaderno …con tu tarea echa lógico. Graficar la funcion F(x)=x-5 Es una función lineal para empezar porque es un polinomio de primer grado … polinomio básico de primer grado …correcto… dime quien es la pre imagen y quien es la imagen
168	E13	La pre imagen es x … y la imagen x-5
169	Profesor	Claro el resultado … que es Y … otra pregunta … me puedes decir quien … cuanto es la pendiente o el coeficiente.
170	E13	X= 1
171	Profesor	1 correcto, uno con x es coeficiente o pendiente… si la pendiente es uno positivo hacia qué dirección va la recta … derecha o izquierda.
172	E13	Derecha
173	Profesor	Correcta derecha … ya resolvemos cuando x vale 3 … no mejor cuando x vale 0 … cuando x vale 0 cuando vale f(x)
174	E13	-5
175	Profesor	Seguro 5
176	E13	No … -5
177	Profesor	Muy bien E 13 Ya cuando x vale 1 cuanto vale f(x)
178	E13	-4
179	Profesor	Correcto -4 … completando la tabla…. Ya vamos a tabular te parece bien … cuando x vale 0 donde coloco la x
180	E13	Al medio.
181	Profesor	Correcto al medio. Y Y cuanto vale
182	E13	-5
183	Profesor	Donde coloco -5
184	E13	Debajo del 0.
185	Profesor	Con la que sigue … cual es el punto de intersección 0 o -5
186	E13	Es el -5
187	Profesor	Cuando x vale 1 donde lo coloco
188	E13	A la derecha de 0
189	Profesor	Muy bien … cuando y vale -4 donde coloco -4
190	E13	Debajo del 0
191	Profesor	Arriba del -5 …. Cuál es el punto de intersección … voy a trazar una línea … cual es el punto de intersección ….ahora uno los punto que te da …
192	E13	Una secante
193	Profesor	No … vamos … que figura es esa … una rec …
194	E13	Una recta

195	Profesor	Una recta … muchachón … la ecuación es intersección entre dos rectas … la ecuación de la recta … función lineal … la pendiente vale tanto … se prepara el E14
196	E14	Si profesor
197	Profesor	Asi me gusta que activen el micrófono. graficar 2x-8 indicar el área formada por la recta y los ejes coordenados … no te preocupes te voy ayudar … para yo graficar eso … primero tienes que hacer que …
198	E14	Tu tablita
199	Profesor	Tu tabulación … tres preguntas básicas … tengo tiempo todavía … dime quien es la pre imagen y quien es la imagen.
200	E14	-8
201	Profesor	¿Quién es la pre imagen? … lo dijo el otro estudiante hace un momento
202	E14	-8
203	Profesor	No … la pre imagen
204	E14	¿2x?
205	Profesor	La pre imagen es una variable nada mas
206	E14	X
207	Profesor	¿Y la imagen?
208	E14	2 … -8
209	Profesor	2x-8 es la imagen ya … repito quien es la pre imagen
210	E14	X
211	Profesor	¿Y la imagen?
212	E14	2x
213	Profesor	-8 … 2x-8 … ya dime quien es el coeficiente …
214	E14	2
215	Profesor	y quien el termino independiente
216	E14	-8
217	Profesor	Muy bien correcto … señálame quien es la pendiente … lo dijo tu compañero hace un momento … la pendiente o coeficiente
218	E14	2
219	Profesor	Correcto … hacía que dirección va esa recta … derecha o izquierda
220	E14	Izquierda creo …
221	Profesor	Seguro …
222	E14	Derecha
223	Profesor	Muy bien … porque va a la derecha … porque el coeficiente es
224	E14	Porque el coeficiente es par
225	Profesor	No … ahí lo ves … como es el coeficiente … que clase de numero es
226	E14	2
227	Profesor	Ya pero el 2 como es … positivo o negativo
228	E14	Positivo
229	Profesor	Ya recuerda todo número positivo … todo coeficiente o pendiente positiva va dirección hacia la derecha … si es negativo hacia donde va … hacia la izquierda … bien ahora si tabulamos … cuando x vale 0 cuanto vale y
230	E14	-8
231	Profesor	2*0 …-8 … ya cuando x vale 1 cuánto vale y
232	E14	-6
233	Profesor	Muy bien E14 … -6 … correcto … ya ahora nos pide el área formada … vamos a dibujar nosotros nuestra … correcto … cuánto vale … donde coloco 0 … en donde
234	E14	Al medio ..
235	Profesor	Aja .. cuando x vale 0 cuánto vale y .. -8 donde coloco -8
236	E14	Al lado derecho
237	Profesor	Derecho … seguro
238	E14	Izquierda … izquierda
239	Profesor	No … cuando x vale 0 ..
240	E14	Abajo
241	Profesor	Abajo … mucho cuidado … y es -8 … mucho cuidado porfavor … cuando x vale 1 donde coloco
242	E14	AL costado derecho
243	Profesor	Aja .. alumno que llamo tiene que estar atento … donde coloco -6
244	E14	Igual abajo

245	Profesor	Concentrarte … ya cual es el punto de intersección entre 0 y -8 … el de aca … la intersección de 1 con -6 (rectas) … señala el punto (coordenadas) … ahora que dibujo … uno los puntos … que dibujo una que … una recta .. ya pero dale un valor mas … no le deas 1 y -6 porque nos piden hallar el área … cuando vale 2 ahora …cuando vale y
246	E14	-4
247	Profesor	-4 correcto ..estas seguro .. si -4 … cuando vale 3
248	E14	-2
249	Profesor	-2 por aca a ti que te piden hallar el área formada por la recta y los ejes coordenadas … buenos los ejes coordenados son simplemente el punto (0,0) y el área que te dan el del famoso triangulo …cuando mide la base … si es -8 mide 8 … y del otro {no ubica el otro punto y supone cualquier punto} ponle 3 … aca mide 3 ahora cual es el área del triangulo … esto mide 8 y 3
250	E14	-8*3 = -24 entre dos = -12
251	Profesor	Claro 12 nomas porque el área siempre es positivo .. 3*8 =24 … y 24 entre 2 vale 12 … te comento que el área vale 12
252	Profesor	vamos, se prepara E15 se encuentra E15 determinar la ecuación de la recta que aparece la figura.
253	Profesor	Muy bien … voy a poner a determinar la ecuación de la recta que aparece en la figura te parece bien, muchacho … yo te pregunto algo … Está … línea me indica que es una ecuación, no, que es una función lineal, correcto toda función lineal, … tiene gráfico una línea y la ecuación de la recta viene dada por esta …ax+b y esto siempre va a vale cuanto f(x) Vamos a dale valores a x
254	Profesor	bien tenemos a E15 E16, E17, se prepara E15.
255	Profesor	Le lee la pregunta: determine la ecuación de la recta que aparece la figura …tema fácil …determine la ecuación de la recta que aparece en la figura correcto
256		ya te pregunto algo … esta línea que indica que es una ecuación que es una función lineal correcta toda función lineal tiene gráfico una línea y la ecuación de la recta viene dada por esta AX+b=f(x) mejor vamos a ponerlo ax+b=y.
257	Profesor	Hay que darles valores a X … ¿cuánto vale x en este ejercicio?... (según la gráfica que comparte) ¿cuándo x vale 3 cuánto vale y? recuerda que este es el punto de intersección.
258	E15	Responde: -2
259	Profesor	Y no es -2. Esta línea es la intersección de X entonces cuánto vale Y.
260	E15	Responde: 0
261	Profesor	Reemplaza en la ecuación inicial: $3 \times a + b = 0$ vamos con la que sigue cuando Y=-2 cuando vale X:
262	E15	Seria 3a.
263	Profesor	No no no … olvida de eso. Cuando y=-2 cuando vale x. Este es el punto de intersección. El punto de intersección es el que está en esta línea. Cuánto vale y 0,-1,-2. Cuánto vale x
264	E15	Respuesta: y

265	Profesor	X vale 0 correcto. X vale 0. Y=-2. 0*a es $a + b = Y = -2$. Que obtengo un sistema de ecuaciones te acuerdas sistemas de ecuaciones. Si tengo signos iguales sumo o resto.
266	E15	Resto.
267	Profesor	Resto muy bien. 3a-a=2a=-2 cuanto vale a ..
268	E15	Sería igual a= -1.
269	Profesor	Muy bien ahora falta hallar b. Reemplazo. -1+b=-2. Cuánto vale b
270	E15	b es igual a b=-1.
271	Profesor	b=-1. La ecuación cual sería, por lo tanto.
272	E15	-x porque a esta delante de x.
273	Profesor	-x-1=f(x). Hemos hecho bien … se da cuenta que hay un error en su solución …el profesor corrige el problema.

274		0*a=0 y b=-2…y cuánto vale esto 3a-2=0 3a=2 por lo tanto a =3/2 Por lo tanto, cuánto vale la ecuación 2/3 x-2=f(x). Vamos con la siguiente.
275	Profesor	Determine la ecuación de la recta que aparece en la figura. Como es la ecuación a*x+b=y (siempre con esta ecuación) en este punto cuando vale X y Y
276	E15	4x
277	Profesor	X vale 4 entonces seria 4a+b=y=0 la que sigue si Y vale 3 cuánto vale x
278	E15	Vale 0
279	Profesor	0*a+b=3…b=3. Lo reemplazo en esta ecuación. 4a+3=0 … a=-3/4. Hacia dónde va la recta.
280	E15	La izquierda.
281	Profesor	Se encuentra la estudiante 16. Te toco la mas fácil. Calcular el punto de intersección entre las dos rectas. Te acuerdas como hallar el punto de intersección.
282	E16	No me acuerdo profe. Disculpe
283	Profesor	Ya no te preocupes. Solo tienes que igualar las ecuaciones. Solo igualas. 5x-2=4x+4. Cuánto vale x.
284	E16	X=6
285	Profesor	Si x =6 reemplázalo en cualquiera de las dos. Hálla cuánto vale Y.
286	E16	F(x)
287	Profesor	Claro cuánto vale F(x) o Y. Reemplaza en cualquiera de las dos ecuaciones.
288	E16	28.
289	Profesor	Cuánto vale Y
290	E18	Y =28 Y=8
291	Profesor	Cuál es el punto de intersección. (x,y)= (6,28).
292	Profesor	Calcular el punto de intersección entre f(x)=2x-2, g(x)=7 y el eje de las ordenadas. Vamos a dibujarlo. Vamos a tabularlo
293	Profesor	¿Cuándo x =0 cuánto vale y?
294	E18	Vale -2.
295	Profesor	Cuando X =1 (reemplaza en la función)
296	E18	0
297	Profesor	Asi.0. Ahora vamos a dibujar la recta numérica. Cuando x=0 y=-2 donde coloco el -2.
298	E18	Abajo.
299	Profesor	Cuando x=1. Donde coloco 1
300	E18	A la derecha.
301	Profesor	Recuerda que g(x) es Y. y=7. A esta línea la vas a dibujar una línea horizontal. Cual es el punto de intersección entre las rectas.
302	E18	En el punto azul.
303	Profesor	Hallar el área formada por las funciones dadas f(x)=x+3 g(x)=7. Igualito vamos a hacer la tabulación. Cuando x=0 cuando vale y.
304	E18	+3.
305	Profesor	Donde coloco
306	E18	Arriba.
307	Profesor	(Ubica los puntos de cortes). Trazas una línea horizontal. Área formada por las funciones y el eje de las ordenadas. Todo mide 7 acá cuando mide acá 3. Este pedacito cuando mide 3. Cuando mide esta línea
308	E18	4
309	Profesor	Cuando mide acá, falta un punto más. Acá que sea 2 vamos a suponer. Cuando mide la base.
310	E18	Mide 2 y el área seria 4.
311	Profesor	Correcto el área seria 4.

Anexos 3: Sesión de aprendizaje

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

I.- DENOMINACIÓN:

II.-DATOS INFORMATIVOS

1.1.- Docente : Franco Arquímedes Quispe Rosas
1.2.- Eje : Bienestar emocional.
1.3.- Tema : **FUNCION LINEAL**
1.4.- Grado y sección : Segundo. A y B
1.5.- Fecha : 11 de NOVIEMBRE del 2020

III.- PROPÓSITOS DE APRENDIZAJE

Competencia	Capacidades	Desempeño	Desempeño precisa
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Traduce cantidades a expresiones numéricas. • Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones. • Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo. • Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	D.2.5 Expresa, usando lenguaje matemático y representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, su comprensión de la relación de correspondencia entre la constante de cambio de una función lineal y el valor de su pendiente, las diferencias entre función afín y función lineal, así como su comprensión de las diferencias entre una proporcionalidad directa e inversa, para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación. Establece conexiones entre dichas representaciones y pasa de una a otra representación cuando la situación lo requiere.	IDENTIFICA Y DEFINI FUNCIONES ESPECI. (FUNCION LINEAL
ENFOQUE DEL AREA	**RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.**		
ENFOQUE TRANSVERSAL	• Enfoque de derecho : ➢ Diálogo y concertación. • Enfoque inclusivo o de atención a la diversidad ➢ Respeto por las diferencias • **Enfoque intercultural** ➢ Dialogo intercultural • **Enfoque de igualdad de genero** ➢ Igualdad y dignidad		
COMPETENCIAS TRANSVERSALES	• **Gestiona su aprendizaje de manera autónoma.** Define metas de aprendizaje Organiza acciones estratégicas para alcanzar sus metas Monitorea y ajusta su desempeño durante el proceso de aprendizaje • **Se desenvuelve en entornos virtuales generados por las TIC.** Personaliza entornos virtuales Gestiona información del entorno virtual Interactúa en entornos virtuales Crea objetos virtuales en diversos formatos		

MOMENTOS	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS
INICIO **15 MINUTOS**	• Se da inicio a la clase indicándole a los estudiantes registren su asistencia en el chat y después del tiempo propuesto como tolerancia de 5 minutos para iniciar la clase, se les saluda cordialmente creando un ambiente de seguridad y tranquilidad para el desarrollo de la sesión. Así mismo, se les recuerda las normas de convivencia y se les motiva a respetarlas. Para cerrar este momento de introducción se le solicita a los estudiantes observar la imagen y su enunciado. • Dado el inicio de la clase se les pide leer la imagen propuesta en el PPT y responder las siguientes interrogantes: ¿En qué consiste este problema Si miramos la imagen que Qué operación fundamental se tienen que usar? ¿Cómo se pueden desarrollar este tipo de problemas? ¿Por dónde empresarias a desarrollarlo? ¿Recuerdas una ecuación lineal? ¿Qué será función lineal? ¿Qué tema abordaremos? ¿Qué hemos avanzado sobre este tema? Qué parte del tema recordamos ¿A qué se refiere con el contenido? ¿Qué nos permite saber del contenido? Se les presenta el propósito del aprendizaje **IDENTIFICA Y DEFINE LA FUNCIONES ESPECIALES (FUNCION LINEAL)** Para ello recordaremos EL CONCEPTO DE FUNCIONES.
DESARROLLO **70 MINUTOS**	• Definimos que es una función y sus propiedades. • Propiedades de una ecuación de 1er grado • Definimos que es una FUNCION LINEAL. Y SUS PROPIEDADES • COMO GRAFICAR UNA FUNCION LINEAL MEDIANTE LA TABULACION • USO DE LAS FUNCIONES LINEALES EN LA VIDA COTIDIANA. ➢ Ejercicios aplicativos. 5 ejercicios donde se grafiquen FUNCIONES LINEALES. ➢ Ejercicios aplicativos. 3 ejercicios donde se identifique las funciones lineales ➢ Ejercicios resueltos: 8 ejercicios donde grafique y se halla el dominio y rango en FUNCIONES LINEALES. Mediante propiedades. ➢ Esto será trabajada entre docente y la participación de estudiantes. ➢ Las participaciones se irán registrando en un registro de participación. Ejercicios propuestos: Desarrollo de ejercicios donde IDENTIFICA Y DEFINE LA FUNCIONES ESPECIALES (FUNCION LINEAL ➢ Se le preguntara a cada estudiante para que cada uno desarrolle cada ejercicio de la actividad propuesta que luego sea explicado por el docente. Las participaciones serán puntos adicionales para sus evaluaciones y serán registradas en el registro auxiliar.
CIERRE **5 MINUTOS**	• En modo mosaico, se establecen conclusiones del avance de los problemas. • Se le pregunta sobre lo aprendido y el beneficio de este aprendizaje para el desarrollo de su vida. • Se les menciona y explica la tarea # 3 a realizar, la fecha de entrega.