

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ

FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA



**Comportamiento en Flexocompresión de Columnas y Muros Estructurales de
Concreto Armado: Estado del Arte**

Tesis para optar el título de Ingeniero Civil

Autor:

Jason Wiliams Atao Huamán

Asesor:

Magíster Wilson Edgar Silva Berríos

Lima, Agosto del 2020

Resumen

Se compila el resultado de varias investigaciones realizadas en diversas regiones sísmicas del mundo, referidas al comportamiento sísmico en flexocompresión de secciones de columnas y de muros estructurales. Se usa el modelo de pandeo longitudinal de barras de acero, que considera el efecto “Bauschinger” estudiado por Rodríguez, Botero & Villa (1999), profundizado por Ortiz, Rodríguez & Torres (2014) e Iñiguez & Rodríguez (2015).

En primer lugar, se presentan las propiedades mecánicas del concreto confinado y no confinado; las propiedades mecánicas de las barras de acero de refuerzo, considerando los parámetros que definen los diagramas esfuerzo-deformación; y las consideraciones para el pandeo del acero de refuerzo longitudinal ante acciones sísmicas. Luego, se presentan los diagramas momento-curvatura de secciones de columnas y de muros estructurales, ya que éstos permiten definir el comportamiento sísmico de dichos elementos estructurales.

También se muestra la determinación del cálculo de los momentos máximos probables en columnas y muros estructurales. Para columnas, el enfoque es para secciones circulares y rectangulares; en cambio, para muros se estudian las secciones rectangulares y las secciones de forma compuesta con bordes extremos simétricos. Se especula acerca de la capacidad cortante de columnas cortas versus su capacidad en flexión; con algunos pocos resultados experimentales se muestra que la falla por corte ocurre antes que la falla por flexión. Con la información recopilada y los modelos planteados, se desarrollan ocho ejemplos analíticos de aplicación: una columna de sección cuadrada, un muro estructural de sección rectangular, un muro estructural de sección “T”, una sección circular convencional, una sección circular reforzada externamente con una funda de láminas de acero “roladas” y soldadas, una sección circular reforzada con láminas delgadas de polímero reforzado con fibras (FRP), el análisis del efecto de la resistencia del concreto en el incremento de capacidad de una sección circular convencional, y el reforzamiento con “aletas” de un pórtico de uno y dos niveles.

Las secciones se analizan usando diagramas de interacción y diagramas de contorno, con la ayuda “Mathcad”. Todas las sub-rutinas necesarias desarrolladas se presentan adjuntas en la Sección Anexos de esta Tesis.

Finalmente –para ilustrar la aplicación de los temas desarrollados–, se analizan y diseñan los elementos estructurales (viga, columna y muro) de un sistema estructural dual, pertenecientes a un edificio de concreto armado, aplicando las normas peruanas E.020 (2006), E.030 (2018) y E.060 (2009). Se comparan los resultados del diseño reglamentario, con los resultados del

modelo de pandeo longitudinal. En ese contexto, se concluye que para garantizar una rotulación continua en las zonas críticas de extremos de columnas y/o muros estructurales, el espaciamiento de estribos no debe ser mayor a 5cm, para el caso de barras longitudinales de diámetro superior a 5/8”.



Dedicatoria

A mi familia, por la gran espera. En especial, a mis padres Ana Luz y Wiliam José, por todo el amor incondicional.

A mi asesor Wilson Silva, por su guía, paciencia, experiencia, amistad y consejos.

Índice general

Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Antecedentes	1
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Alcances.....	3
Capítulo 2. Comportamiento del concreto	4
2.1 Diagrama esfuerzo-deformación del concreto no confinado	4
2.1.1 Módulo de elasticidad del concreto.....	4
2.1.2 Deformación del concreto correspondiente a f_c'	5
2.1.3 Modelo Kent & Park (1971) para concreto no confinado	5
2.1.4 Modelo de Mander et al. (1988) para concreto no confinado.....	6
2.2 Diagrama esfuerzo-deformación del concreto confinado.....	7
2.2.1 Modelo de Mander et al. (1988) para concreto confinado.....	8
2.2.2 Confinamiento efectivo sección circular	9
2.2.3 Confinamiento efectivo sección rectangular.....	11
2.3 Diagrama esfuerzo-deformación del concreto confinado con polímero reforzado con fibras (FRP)	16
2.3.1 Modelo Lam & Teng (2003) para concreto confinado con FRP	18
2.4 Cilindro de concreto confinado con FRP y encamisado con acero.....	20
Capítulo 3. Comportamiento de las barras de acero	21
3.1 Modelo elastoplástico perfecto	21
3.2 Modelo de Mander (1983).....	21
3.3 Valores experimentales de las propiedades mecánicas de los aceros comercializados en México, Colombia y Perú.....	22
3.4 Modelo de falla por pandeo de las barras longitudinales	26
3.4.1 Antecedentes de daños por el sismo de Chile 2010	26
3.4.2 Modelo propuesto por Rodríguez et al. (1999) caso monotónico	31
3.4.3 Modelo propuesto por Rodríguez et al. (1999) y su modificación Ortiz, Rodríguez & Torres (2014) caso cíclico reversible	33
3.4.4 Propuesta por Restrepo & Rodríguez (2013b).....	34

3.4.5 Modelo propuesto por Iñiguez & Rodríguez (2015) y expresión para el cálculo de la deformación asociada al pandeo de la barra.....	34
Capítulo 4. Momento-curvatura en columnas y muros de concreto armado.....	36
4.1 Definición y ventajas del momento-curvatura.....	36
4.2 Curvatura de fluencia para secciones de concreto armado.....	39
4.3 Capacidades últimas de curvatura para secciones de concreto armado.....	40
4.3.1 Capacidad última de curvatura por pandeo del acero longitudinal.....	40
4.3.2 Capacidad última de curvatura por fractura del refuerzo transversal.....	41
4.3.3 Capacidad última de curvatura por aplastamiento del núcleo de concreto.....	41
4.3.4 Capacidad última de curvatura por falla de pandeo global en el muro.....	42
Capítulo 5. Momentos creíble y probable para columnas y muros estructurales de concreto armado.....	45
5.1 Propuesta existente de momento creíble en columnas rectangulares y circulares.....	45
5.2 Propuesta existente para el cálculo de momento probable con flexión alrededor de un eje principal para secciones circulares y rectangulares de concreto.....	47
5.3 Propuesta existente de momento creíble para muros rectangulares y con elementos de borde.....	48
5.4 Propuesta existente para el cálculo de momento probable con flexión alrededor de un eje principal para muros de concreto armado de sección rectangular.....	51
5.5 Propuesta existente para el cálculo de momento probable con flexión alrededor de un eje principal para muros de concreto armado con elementos de borde simétricos.....	51
Capítulo 6. Propuesta existente de modelo de falla a cortante en columnas cortas.....	53
6.1 Cortante de agrietamiento V_{cr} para columnas circulares.....	54
6.2 Cortante pos-agrietamiento para columnas circulares.....	55
6.3 Cortante de agrietamiento V_{cr} para columnas rectangulares.....	57
6.4 Cortante pos-agrietamiento para columnas rectangulares.....	58
6.5 Ejemplo de aplicación del modelo de corte.....	59
6.5.1 Análisis del pórtico estudiados por Muñoz & Ramirez (2017).....	60
6.5.2 Análisis del pórtico estudiados por San Bartolomé et al. (2000).....	67
6.5.3 Análisis del espécimen estudiado por Cornejo & Quiun (2019).....	72
6.5.4 Resumen de resultados.....	73
Capítulo 7. Ejemplos analíticos de aplicación.....	77

7.1 Columna de sección cuadrada.....	77
7.2 Muro estructural de sección rectangular.....	81
7.3 Muro estructural de sección T.....	87
7.4 Columna de sección circular convencional de CA, enfundada con láminas de acero y reforzada con láminas de FRP	97
7.5 Efecto de la resistencia especificada del concreto en el diseño de columnas.....	106
7.5.1 Límites del concreto de alta resistencia.....	111
7.6 Propuesta de reforzamiento con “aletas” a un pórtico de CA de uno y dos niveles	112
Capítulo 8. Análisis y diseño de un pórtico de concreto armado con la norma peruana E.020, E.030 y E.060.....	118
8.1 Cargas mínimas en condiciones de servicio según la norma E.020.....	119
8.2 Análisis de la edificación a proyectar con la nueva norma E.030	120
8.2.1 Periodos, derivas e irregularidad de la edificación a proyectar	123
8.2.2 Fuerza cortante basal mínima según la norma E.030.....	125
8.2.3 Fuerzas en los elementos estructurales.....	126
8.3 Diseño del pórtico con sistema resistente a fuerzas laterales de muros según la norma E.060 de concreto armado	131
8.3.1 Diseño por flexión de la viga según la norma E0.60.....	131
8.3.2 Diseño por cortante de la viga según norma E0.60.....	132
8.3.3 Diseño por flexocompresión de la columna según la norma E0.60.....	134
8.3.4 Diseño de muros estructurales según la norma E0.60.....	138
Capítulo 9. Análisis de la columna y muro del sistema dual a proyectar con el modelo de pandeo del acero longitudinal.....	144
9.1 Análisis de la columna de sección 0.25x0.50	144
9.2 Análisis del muro estructural a proyectar.....	147
Capítulo 10. Conclusiones.....	150
Capítulo 11. Recomendaciones	154
Bibliografía.....	155
ANEXOS:	159
Anexo A: Diagramas de Interacción de Secciones Rectangulares	160
Anexo B: Diagramas de Interacción y de Contorno de Secciones Poligonales	165

Índice de figuras

Figura 1. Diagrama esfuerzo-deformación del concreto no confinado.....	6
Figura 2. Comparación del modelo Kent & Park (1971) vs Mander et al. (1988).....	7
Figura 3. Esfuerzos de confinamiento en el concreto	7
Figura 4. Comparación de esfuerzo de confinamiento del concreto cuantificado por diferentes autores vs el esfuerzo de confinamiento de Richard et al.1928.....	8
Figura 5. Núcleo de concreto confinado en columna de sección circular.....	9
Figura 6. Sección transversal confinada de una columna circular.....	10
Figura 7. Diagrama de cuerpo libre para el cálculo del esfuerzo de confinamiento en estribos circulares.....	11
Figura 8. Efecto de arco en columnas rectangulares de concreto.....	12
Figura 9. Núcleo de concreto efectivamente confinado en secciones rectangulares	12
Figura 10. Esfuerzo de confinamiento sección rectangular.....	13
Figura 11. Diagrama para el cálculo de diferentes esfuerzos efectivos de confinamiento en secciones rectangulares	15
Figura 12. Modelo de Mander et al. (1988) para concreto confinado	16
Figura 13. Fibra de vidrio, fibra de carbono y fibra de aramida.....	16
Figura 14. Tendencia de la resistencia y rigidez de las diversas fibras disponibles en el mercado	17
Figura 15. Conjunto compuesto de polímero reforzado con fibras (FRP).....	17
Figura 16. Modelo Lam & Teng (2003) para concreto confinado con FRP	18
Figura 17. Comportamiento del concreto confinado con FRP y concreto encamisado con acero	20
Figura 18. Modelo elastoplástico para las barras de acero.....	21
Figura 19. Modelo elastoplástico con endurecimiento curvo propuesto por Mander (1983). 21	21
Figura 20. Diagrama esfuerzo-deformación utilizando los valores promedios de diferentes investigadores	26
Figura 21. Planta típica del edificio Alto Río ubicado en Concepción.....	27
Figura 22. Planta típica simplificada y esquema de muro bandera.....	27
Figura 23. Modelo de columna restringida por desplazamiento a nivel de sótano.....	28
Figura 24. Análisis de un muro restringido de desplazarse en el nivel del techo del sótano, además, diagramas de fuerza cortante; momento flector y configuración deformada.....	28

Figura 25. Sección de muro de concreto armado en forma de “T” para dos casos, el primero sin confinamiento (A) y el segundo con confinamiento (B).....	29
Figura 26. Diagramas momento-curvatura en el muro T para diferentes cargas axiales.	30
Figura 27. Pandeo del acero debido al pobre detallamiento en la sección del muro.	30
Figura 28. Medicion de deformación en caras opuestas de una barra de refuerzo	31
Figura 29. Gráfico de esfuerzo normalizado vs esbeltez de las barras.	32
Figura 30. Grafico parámetro de deformación de pandeo vs esbeltez de las barras.....	32
Figura 31. Parámetros del modelo del pandeo de la barra sometido a cargas reversibles	33
Figura 32. Parámetro de la deformación por pandeo vs esbeltez de la barra	34
Figura 33. Modelo propuesto para el pandeo de una barra longitudinal.....	35
Figura 34. Parámetro deformación de pandeo vs esbeltez de la barra propuesto por Iñiguez (2015)	35
Figura 35. Parámetros para la definición de curvatura en una sección de concreto	36
Figura 36. Relación momento-curvatura típica en secciones de concreto armado.....	37
Figura 37. Diagrama momento-curvatura y estados límites definidos por Restrepo para carga axial constante (2018)	38
Figura 38. Modelo bi-lineal del diagrama momento-curvatura en secciones de concreto armado	38
Figura 39. Modelo bi-lineal aproximado de momento-curvatura.....	39
Figura 40. Modelo para la curvatura última por pandeo del refuerzo longitudinal	40
Figura 41. Mecanismo de falla por pandeo global en muro de concreto armado.....	42
Figura 42. Deformación por pandeo fuera del plano del muro, planteado por Paulay & Priestley (1993)	43
Figura 43. Esbeltez crítica para muros estructurales.....	44
Figura 44. Fuerzas aplicadas y fuerzas internas para el cálculo de momento creíble.....	45
Figura 45. Diagrama de cuerpo libre de muro de concreto estructural.....	48
Figura 46. Modelo simplificado para el caso de muros rectangulares.	49
Figura 47. Modelo simplificado para muros con elementos de borde.	50
Figura 48. Modelo de falla a cortante en columnas cortas.....	53
Figura 49. Modelo de cortante de agrietamiento en columnas circulares	54
Figura 50. Efecto “dowel” en columnas circulares.....	56
Figura 51. Modelo de cortante de agrietamiento en columnas rectangulares	57
Figura 52. Efecto “dowel” en columnas rectangulares	59
Figura 53. Encofrado del primer nivel de un edificio escolar 780-Pre a escala 1:2	60

Figura 54. Elevaciones del ejes-1 del módulo escolar 780-Pre	61
Figura 55. Diseño de la C-2 y C-4	62
Figura 56. Modelos para el análisis estático del pórtico de Muñoz & Ramirez (2017).....	63
Figura 57. Cortante basal $V=6tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico, modelo 1	63
Figura 58. Cortante basal $V=6tn$ y cortantes internas (tn) del pórtico, modelo 1.....	64
Figura 59. Cortante basal $V=8.8tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico, modelo 1	64
Figura 60. Cortante basal $V=8.8tn$ y cortantes internas (tn) del pórtico, modelo 1.....	65
Figura 61. Cortante basal $V=6tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico, modelo 2.....	65
Figura 62. Cortante basal $V=6tn$ y cortantes internas (tn) del pórtico, modelo 2.....	66
Figura 63. Cortante basal $V=8.8tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico, modelo 2.....	66
Figura 64. Cortante basal $V=8.8tn$ y cortantes internas (tn) del pórtico, modelo 2.....	67
Figura 65. Planta primer piso	67
Figura 66. Elevación del eje A	68
Figura 67. Corte 1-1 de la sección de la columna.....	68
Figura 68. Cortante basal $V=4.37tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico	69
Figura 69. Cortante basal $V=4.37tn$ y cortantes (tn-m) del pórtico	70
Figura 70. Cortante basal $V=6.13tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico	70
Figura 71. Cortante basal $V=6.13tn$ y cortantes (tn-m) del pórtico	71
Figura 72. Cortante basal $V=7.08tn$ y momentos internos (tn-m) del pórtico	71
Figura 73. Cortante basal $V=7.08tn$ y cortantes (tn-m) del pórtico	72
Figura 74. Espécimen y sección transversal de columna corta	73
Figura 75. Columna corta de Muñoz & Ramirez (2017)	75
Figura 76. Columna corta de Cornejo & Quiun (2019)	75
Figura 77. Sección transversal de columna de concreto.	77
Figura 78. Diagramas momento-curvatura bajo diferentes cargas axiales (adimensional).....	78
Figura 79. Diagrama de interacción de la columna 0.55x0.55 realizado en Mathcad (adimensional).	80
Figura 80. Diagrama de contornos de carga de la columna 0.55x0.55 (adimensional).	81
Figura 81. Elevación del muro rectangular	81
Figura 82. Sección del muro rectangular.....	82
Figura 83. Primer modelo simplificado para análisis de la sección rectangular.	82
Figura 84. Segundo modelo simplificado para análisis de la sección rectangular.	82
Figura 85. Calculo del esfuerzo de agrietamiento.	83
Figura 86. Modelo para el cálculo de momento de fluencia en la sección rectangular.	83

Figura 87. Diagrama de deformaciones de la sección rectangular según la curvatura última.	85
Figura 88. Diagrama momento-curvatura de la sección rectangular según el modelo propuesto (adimensional).	86
Figura 89. Diagramas momento-curvatura de la sección rectangular bajo diferentes cargas axiales (adimensional).	86
Figura 90. Diagrama de interacción del muro rectangular (adimensional)	87
Figura 91. Muro estructural de sección T.	88
Figura 92. Centroides del muro estructural de sección T	89
Figura 93. Modelo planteado por Bonelli, Restrepo y Alarcón (2010)	90
Figura 94. Diagrama de deformación axial para el cálculo de curvatura última en el muro de sección T.	91
Figura 95. Momento-curvatura del muro estructural de sección T bajo diferentes cargas (adimensional).	94
Figura 96. Grafico deformación versus carga axial (adimensional), de las barras ubicadas en los extremos de la sección T de concreto armado.	95
Figura 97. Diagrama de interacción del muro estructural de sección T cuando el alma está en compresión la zona derecha y la zona izquierda es el ala en compresión (adimensional).	96
Figura 98. Diagrama de contorno del muro de sección T para momentos biaxiales (adimensional).	96
Figura 99. Sección circular de concreto armado de diámetro 400mm.	97
Figura 100. Sección circular de concreto armado de diámetro 400mm enfundado con lámina de acero.	97
Figura 101. Sección circular de concreto armado de diámetro 400mm forrado con FRP de varios tipos (CF-130, CF-530 y EG-900).	98
Figura 102. Sistemas FRP usados en el ejemplo (comercializadas por MBrace TM).	98
Figura 103. Diagrama de cuerpo libre del confinamiento lateral en sección circular con FRP y acero	99
Figura 104. Diagrama momento-curvatura para sección circular de concreto armado convencional, la misma sección, enfundada con láminas de acero y enfundada con láminas de FRP (adimensional).	100
Figura 105. Diagrama momento-curvatura para sección circular de concreto armado reforzada con FRP, para diferentes cuantías (adimensional)	101
Figura 106. Diagrama de interacción de la sección circular de concreto armado, enfundada con láminas de FRP y enfundada con láminas de acero (adimensional)	102

Figura 107. Comparación de diagramas de interacción de sección circular y reforzada con FRP: CF-130 de diferentes cuantías (adimensional)	103
Figura 108. Comparación de diagramas de interacción de sección circular y reforzada con FRP: CF-530 de diferentes cuantías (adimensional)	103
Figura 109. Comparación de diagramas de interacción de sección circular y reforzada con FRP: EG-900 de diferentes cuantías (adimensional)	104
Figura 110. Modelo de columna bi-empotrado	104
Figura 111. Diagrama de capacidad de una columna de sección circular de concreto armado, enfundada con sistema FRP y enfundada con láminas de acero	105
Figura 112. Cuantificación de la resistencia de la sección y ductilidad de la columna longitud libre 2.70m.....	106
Figura 113. Sección de diámetro 1.85m.....	107
Figura 114. Diagrama de interacción para diferentes secciones circular con igual cantidad de acero	107
Figura 115. Diagrama momento-curvatura para diferentes secciones con igual cantidad de acero	108
Figura 116. Diagrama de capacidad de la columna circular para diferentes diámetros e igual cantidad de acero, condición bi-empotrada $L=3.00m$	108
Figura 117. Diagrama de interacción para diferentes cuantías con igual diámetro	109
Figura 118. Diagrama momento-curvatura para diferentes cuantías con igual diámetro	109
Figura 119. Diagrama de capacidad de la columna circular de $D=1.20$ para diferentes cuantías, condición bi-empotrada $L=3.00m$	110
Figura 120. Curvas típicas esfuerzo-deformación de concretos con diferentes resistencias, adaptado de Nawy (2003).....	111
Figura 121. Esfuerzo axial vs deformación axial y esfuerzo axial vs deformación lateral de diferentes tipos de concreto, adaptado de Ahmad y Shah (1982a)	112
Figura 122. Elevación del pórtico reforzado con aletas de concreto	112
Figura 123. Secciones de vigas adyacentes a la columna	113
Figura 124. Detalle del reforzamiento con aletas de concreto en las columnas	113
Figura 125. Pórtico simplificado para un nivel y dos niveles, con los momentos nominales de las secciones de concreto en las columnas y vigas	114
Figura 126. Hipótesis de análisis para el pórtico de uno y dos niveles.....	114
Figura 127. Hipótesis de análisis para el pórtico de uno y dos niveles reforzado.....	115
Figura 128. Curva de capacidad del pórtico de un nivel.....	115

Figura 129. Curva de capacidad del pórtico de dos niveles.	116
Figura 130. Planta típica del proyecto a edificar en el departamento de Cusco.....	118
Figura 131. Elevación del sistema dual de concreto armado a diseñar.....	119
Figura 132. Zonificación propuesta según la norma E.030.....	120
Figura 133. Clasificación de estructuras de concreto armado basado en la cortante en la base.	121
Figura 134. Medidas para calcular las irregularidades en planta de la edificación a proyectar.	122
Figura 135. Espectro de aceleraciones para el análisis modal según la norma E.030	123
Figura 136. Derivas máximas en las direcciones principales según el nivel de piso de la edificación a proyectar.	124
Figura 137. Diagrama envolvente de momentos en columna y muro del sistema dual (tonelada- metro).	127
Figura 138. Diagrama envolvente de cortantes en columna y muro del sistema dual (toneladas).	128
Figura 139. Diagramas envolventes de momentos en vigas del sistema dual (toneladas metro).	129
Figura 140. Cortante en columnas y vigas para la combinación $0.9D \pm 2.5S$ y $1.25(D+L) \pm 2.5S$ (toneladas).	130
Figura 141. Momentos envolventes de la viga en el cuarto nivel.....	131
Figura 142. Áreas de acero según los momentos en la viga.....	131
Figura 143. Diseño de la viga considerando los lineamientos de la norma E0.60	132
Figura 144. Requerimientos de vigas con sistema resistente a fuerzas laterales de muros estructurales	133
Figura 145. Cortantes envolventes de la viga en el cuarto nivel	133
Figura 146. Diseño de los estribos en la viga.....	133
Figura 147. Aceros a colocar en la columna	135
Figura 148. Diagrama de interacción de la columna de sección 0.25×0.50 , dirección Y-Y (adimensional)	135
Figura 149. Diagrama de interacción de la columna de sección 0.25×0.50 , dirección X-X (adimensional)	136
Figura 150. Diagramas de interacción adimensional Salcedo (1991) y ACI SP-017(14), dirección Y-Y	136

Figura 151. Requerimientos de columna con sistema resistente a fuerzas laterales de muros estructurales	137
Figura 152. Cuadro de columna de la sección 0.25x0.50.....	137
Figura 153. Diseño del acero en la columna de sección 0.25x0.50	138
Figura 154. Diagrama de interacción del muro estructural, dirección Y-Y (adimensional) .	141
Figura 155. Diagrama de interacción del muro estructural, dirección X-X (adimensional) .	142
Figura 156. Detalle del refuerzo en muro estructural	142
Figura 157. Diagrama momento-curvatura de la columna 0.25x0.50 para diferentes cargas axiales.....	144
Figura 158. Diagrama momento-curvatura de la columna 0.25x0.50, para diferentes cargas axiales (adimensional).....	145
Figura 159. Diagrama curvatura-deformación de la columna 0.25x0.50 de las barras extremas de la sección para diferentes cargas axiales.....	145
Figura 160. Diagrama de capacidad de la columna 0.25x0.50 para diferentes cargas axiales condición bi-empotrado, L=2.70m.	146
Figura 161. Diagrama momento-curvatura del muro estructural para diferentes cargas axiales	147
Figura 162. Diagrama momento-curvatura del muro estructural para diferentes cargas axiales (adimensional)	148
Figura 163. Diagrama curvatura-deformación de las barras extremas del muro estructural para diferentes cargas axiales.....	148
Figura 164. Diagrama de capacidad del muro estructural para diferentes cargas axiales, condición empotrado en la base, L=16.7m.....	149
Figura 165. Diagrama de capacidad del muro estructural para diferentes cargas axiales, condición bi-empotrado, L=2.70m	149

Índice de tablas

Tabla 1. Propiedades típicas de las fibras usadas en el sistema compuesto de FRP.....	18
Tabla 2. Estadística de las propiedades mecánicas de barras de diámetro grande mexicanas	23
Tabla 3. Estadística de las propiedades mecánicas de barras de diámetro pequeña mexicanas	23
Tabla 4. Estadística de las propiedades mecánicas del acero colombiano.....	23
Tabla 5. Codificación de muestras evaluadas.....	24
Tabla 6. Propiedades mecánicas de las barras longitudinales en mercado peruano	25
Tabla 7. Propiedades mecánicas de las barras longitudinales marca BELGO 60	25
Tabla 8. Resumen de los valores experimentales del módulo 780-Pre.....	61
Tabla 9. Secciones transversales del módulo 780-Pre	62
Tabla 10. Resumen de los valores experimentales del módulo 780-Pre estudiado por San Bartolomé et al. (2000).....	69
Tabla 11. Resumen de los valores experimentales estudiado por Cornejo y Quiun (2019)....	72
Tabla 12. Resumen de momentos y cortantes para el análisis estático en la columna corta de Muñoz & Ramirez (2017); San Bartolomé et al. (2000); Cornejo & Quiun (2019).....	74
Tabla 13. Cuadro comparativo de la capacidad máxima de columnas cortas en términos de momento y cortante.....	76
Tabla 14. Datos de columna cuadrada	77
Tabla 15. Resumen de resultados de la columna 0.55x0.55 según modelo de pandeo de las barras longitudinales ($\epsilon_p = 0.043 = 43000\mu$).....	79
Tabla 16. Resumen de resultados de la columna 0.55x0.55 según el modelo por fractura del refuerzo transversal ($\epsilon_{st} = 40000\mu$).....	79
Tabla 17. Cuadro de datos de muro estructural rectangular.....	81
Tabla 18. Cuadro de datos del muro estructural de sección T.....	87
Tabla 19. Valores de deformación en las barras, ubicados en los extremos, de acero en compresión y acero en tracción, según el aumento de carga axial y la zona en compresión de la sección T de concreto armado.	94
Tabla 20. Cuantía de refuerzo, relación de rigidez, aspersion, esfuerzo de confinamiento lateral, esfuerzo del concreto confinado y deformación última del concreto confinado.....	99
Tabla 21. Resumen de la sección circular, manteniendo la cantidad de acero y aumentando f'_c	110
Tabla 22. Resumen de la sección circular, manteniendo la sección y aumentando f'_c	110

Tabla 23. Comparación de desempeño del pórtico de un nivel.	116
Tabla 24. Comparación de desempeño del pórtico de dos niveles.	116
Tabla 25. Cargas vivas mínimas establecidas para el caso de hoteles en la norma E.020....	119
Tabla 26. Peso propio de losas aligeradas armadas en una dirección según el espesor.....	120
Tabla 27. Parámetro de suelo según la zonificación propuesta por la norma E0.30	121
Tabla 28. Periodos T_p y T_L según el tipo de suelo	121
Tabla 29. Categoría de las edificaciones y factor "U" según la norma E.030 (2018).....	121
Tabla 30. Sistema estructural según la categoría de la edificación, norma E0.30 (2018).....	122
Tabla 31. Coeficiente básico de reducción según el sistema estructural, norma E0.30 (2018)	122
Tabla 32. Periodos según los modos principales para la dirección X-X del proyecto a edificar.	123
Tabla 33. Periodos según los modos principales para la dirección Y-Y del proyecto a edificar	123
Tabla 34. Rigidez lateral de entrepiso dirección X-X y cálculo de irregularidad de rigidez según la norma E0.30.....	124
Tabla 35. Rigidez lateral de entrepiso dirección Y-Y y cálculo de irregularidad de rigidez según la norma E.030.....	124
Tabla 36. Carga muerta y viva según el nivel de la edificación.	126
Tabla 37. Fuerza cortante en los entrepisos para cada dirección principal	126
Tabla 38. Metrado de cargas de la columna central.....	134
Tabla 39. Metrado de cargas de la columna exterior	134
Tabla 40. Combinaciones de cargas en la columna central para el primer y cuarto nivel	134
Tabla 41. Combinaciones de cargas en la columna exterior para el primer y cuarto nivel...	134
Tabla 42. Análisis de cuantía para la columna central.....	135
Tabla 43. Metrado de carga para el muro estructural	140
Tabla 44. Combinaciones de cargas en el muro estructural	140
Tabla 45. Parámetros de la columna a proyectar	144
Tabla 46. Parámetros del muro estructural a proyectar.....	147

Capítulo 1. Introducción

1.1 Antecedentes

En Perú existe poca investigación referente al comportamiento no lineal inelástico de estructuras de concreto armado (CA) bajo condiciones sísmicas. En la realidad peruana, los diseños estructurales en concreto armado, siguen los lineamientos del ACI 318 (American Concrete Institute) y de la norma E.060, las cuales presentan supuestos que no predicen el verdadero comportamiento de los elementos de concreto bajo condiciones sísmicas.

El estudio del comportamiento de CA ha evolucionado en el tiempo, uno de los métodos de diseño inicial más utilizados fue el diseño elástico o diseño por servicio, que consiste en determinar esfuerzos que no sobrepasen valores admisibles. Actualmente existen dos métodos ampliamente utilizados en el diseño de estructuras de CA, el diseño por resistencia y el diseño por capacidad. El primer método es adoptado para conferir una adecuada resistencia, de modo que la probabilidad de falla es reducida a niveles aceptables. El segundo método permite controlar la ocurrencia de rotulas plásticas, en los elementos resistentes a fuerzas sísmicas, dotándoles de comportamiento inelástico y de la capacidad de desarrollar deformaciones considerables evitando el colapso repentino.

Para tener un panorama respecto al comportamiento del concreto se muestran algunos de los muchos estudios experimentales y analíticos, desarrollados:

Richart, Brandtzaeg & Brown (1928) realizaron investigaciones del concreto bajo esfuerzos biaxiales de compresión. El objetivo del estudio fue obtener información sobre la influencia de los esfuerzos de confinamiento en la capacidad resistente del concreto.

Mander, Priestly & Park (1988) presentaron modelos esfuerzo-deformación del concreto confinado aplicable a elementos circulares o rectangulares, bajo cargas estáticas o dinámicas. Además, las secciones de concreto confinado pueden contener diferentes clases de estribos como circulares, rectangulares o grapas. Dicho modelo profundiza en el comportamiento de los elementos de CA bajo condiciones sísmicas.

Rodríguez & Botero (1996) realizaron estudios experimentales en el comportamiento de barras longitudinales de aceros mexicanos, dichas barras fueron sometidas a cargas de compresión monotónicas y cíclicas reversibles. Los resultados ayudaron a comprender el fenómeno de falla por pandeo de barras longitudinales ante eventos sísmicos.

Quintana, Botero, Rochel, Vidal & Uribe (2005) realizaron estudios experimentales de barras longitudinales de aceros colombianos. Las barras fueron sometidas a cargas de compresión monotónicas y cíclicas reversibles. Al igual que los ensayos realizados en las barras longitudinales mexicanas (Rodríguez & Botero 1996) los resultados obtenidos ayudan al entendimiento del comportamiento mecánico de las barras ante acciones sísmicas.

Priestley, Calvi & Kowalsky (2007) profundizaron en la metodología del diseño basado en desplazamiento aplicable a estructuras de CA, acero y madera. Las investigaciones realizadas se publicaron en un libro extenso que contiene 14 capítulos.

Restrepo & Rodríguez (2013) proponen un método calibrado estadístico para determinar el momento probable en columnas rectangulares y circulares de CA. Dicho procedimiento contrasta con el propuesto por el ACI.

Ortiz, Rodríguez & Torres (2014) presentan lineamientos para el diseño sísmico de muros de CA, considerando el modo de falla asociado al pandeo del refuerzo longitudinal.

Iñiguez & Rodríguez (2015) presentan una expresión sencilla para el cálculo del momento probable a flexocompresión de muros de CA. Además, estudia el problema del pandeo de barras de refuerzo en muros sometidos a cargas laterales. Finalmente propone un criterio para determinar la curvatura y desplazamiento último de muros estructurales de CA, ante cargas laterales.

Roca & Salinas (2015) proponen una expresión calibrada estadísticamente para el cálculo del momento probable a flexocompresión aplicado a muros estructurales de CA.

Restrepo, Rodelo & Rodríguez (2015) investiga los parámetros que definen la curva esfuerzo de formación en compresión uni-axial de concretos producidos en México.

Se aprecia que existen muchas investigaciones respecto al comportamiento del CA. De allí, la importancia de recopilar los métodos de análisis no lineal inelástico del CA, con la finalidad de aplicarlos en la realidad peruana.

1.2 Objetivos

El objetivo de la tesis es presentar los métodos aplicables al análisis y diseño de columnas y muros estructurales de CA, considerando las propiedades no lineales inelásticas del acero y concreto, además, de presentar hojas de cálculo en Mathcad para determinar los diagramas de interacción y los diagramas de contorno para secciones poligonales de columnas y muros estructurales.

1.3 Alcances

Estudiar las diferentes metodologías desarrolladas para el estudio del comportamiento sísmico de secciones de CA en flexocompresión, considerando aspectos no lineales inelásticos.



Capítulo 2. Comportamiento del concreto

2.1 Diagrama esfuerzo-deformación del concreto no confinado

Para tener una perspectiva de las propiedades del concreto no confinado se presentan los parámetros que definen el diagrama esfuerzo-deformación, el módulo de elasticidad (E_c) y la deformación del concreto (ε_c).

2.1.1 Módulo de elasticidad del concreto

Es un parámetro que mide la variación del esfuerzo en relación a la deformación dentro del rango elástico. En el caso del concreto la relación esfuerzo deformación no es realmente lineal elástico. Por ello, el cálculo de E_c se hace mediante el modulo secante, que es la pendiente de una recta secante a la curva, que une el origen con un punto cualquiera de la curva bajo esfuerzos menores a la mitad del esfuerzo requerido del concreto ($0.5f_c'$).

En realidad, no se especifica el modulo elástico, en cambio se calcula usando otras propiedades como el esfuerzo requerido del concreto. El ACI presenta varias propuestas.

Concreto de peso normal ($w \approx 2300 \text{ kg/m}^3$): $E_c = 4700\sqrt{f_c'} \text{ (Mpa)}$

Concreto de pesos entre 1440 a 2500 kg/m^3 : $E_c = w_c^{1.5} 0.043\sqrt{f_c'} \text{ (Mpa)}$

Carrasquillo, Nilson & Slate (1981) han propuesto para concretos de peso normal.

$$E_c = 3320\sqrt{f_c'} + 6900 \text{ (MPa)}$$

Para concretos de alta resistencia ACI 363R-92(1992) propone:

$$E_c = (3320\sqrt{f_c'} + 6900)(w_c/2300)^{1.5} \text{ (MPa)}$$

Restrepo, Rodelo & Rodríguez (2015) describen el comportamiento del concreto como material elástico y material viscoso. Además, plantea dos propuestas para el cálculo del módulo elástico para concretos mexicanos. El primero involucra el peso volumétrico de concreto y el segundo utiliza un factor de densidad (D).

La primera propuesta utiliza la ecuación $E_c = Kw^a(f_c')^b$, donde a y b son exponentes del peso volumétrico y la resistencia del concreto:

$$E_c = Kw^{1.5}(f_c')^{0.10} \text{ (MPa)}, K = 201 \text{ Mpa}^{0.9} \text{ m}^{4.5} / \text{kN}^{1.5}$$

La segunda propuesta:

$$E_c = KD^{2.3}(f_c')^{0.16} \text{ (MPa)}, K = 1.792, D = \min \left[\frac{W_{grava}}{W_{arena}}, \frac{W_{arena}}{W_{grava}} \right]$$

2.1.2 Deformación del concreto correspondiente a f_c'

Diversos autores han estudiado la deformación del concreto, correspondiente al máximo esfuerzo especificado.

Collins y Mitchell (1991) han propuesto la siguiente expresión para concretos de peso normal ($w \approx 2300 \text{ kg/m}^3$):

$$\varepsilon_c' = \frac{f_c'}{E_c} \frac{n}{n-1}, n = 0.8 + \frac{f_c'}{17}, f_c' \text{ en MPa.}$$

De Nicolo, Pani & Pozzo (1994) evaluaron resultados experimentales para concretos entre 10 MPa y 100 MPa, usando una regresión lineal propusieron la siguiente expresión para ε_c' .

$$\varepsilon_c' = 0.00076 + \left[\left(0.626 \frac{f_c'}{f_c^*} - 4.33 \right) 10^{-7} \right]^{0.5}, f_c^* = 1 \text{ MPa.}$$

Chen, Visintin, Oehlers & Alengaram (2013) propusieron una expresión para el cálculo de ε_c' .

$$\varepsilon_c' = 1.74 \times 10^{-6} f_c' + 2.41 \times 10^{-3}, f_c' \text{ en MPa}$$

Ortiz, Rodríguez & Torres (2014), se presenta una expresión simplificada para el cálculo de ε_c'

$$\varepsilon_c' = \frac{50}{3} f_c' + \frac{5000}{3} (\mu), f_c' \text{ en MPa}$$

Restrepo, Rodelo & Rodríguez (2015), propone una expresión para el cálculo de ε_c' .

$$\varepsilon_c' = \frac{f_c'}{E_c} n, n = \left(\frac{26}{f_c'} \right)^{1.8} + 1.10, f_c' \text{ en MPa}$$

2.1.3 Modelo Kent & Park (1971) para concreto no confinado

Kent & Park (1971) propusieron un modelo matemático para concreto confinado y no confinado. Dicho modelo se basó en el estudio experimental de columnas sometidas a cargas excéntricas y concéntricas de Hognestad (1951).

Para el caso de concreto no confinado el modelo describe dos zonas. La primera zona en una curva cuadrática y la segunda en una línea recta que termina en la abscisa $\varepsilon_{cu} = 0.0038$ para un esfuerzo de $0.85 f_c'$. Las siguientes ecuaciones describen el modelo matemático.

$$f_c = f_c' \left(\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_c'} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c'} \right)^2 \right), 0 < \varepsilon_c < \varepsilon_c'$$

$$f_c = f_c' (1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_c')), Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50u} - \varepsilon_c'}, \varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0.29 f_c'}{145 f_c' - 1000} (\text{Mpa}), \varepsilon_c < 0.0038$$

Derivando la primera ecuación e igualando, $\varepsilon_c = 0$, se obtiene la relación $E_c = 2 \frac{f'_c}{\varepsilon'_c}$, reordenando la expresión, la ecuación queda expresada $\varepsilon'_c = 2 \frac{f'_c}{E_c}$. Finalmente, se presenta el diagrama esfuerzo-deformación para concreto no confinado (Fig.1).

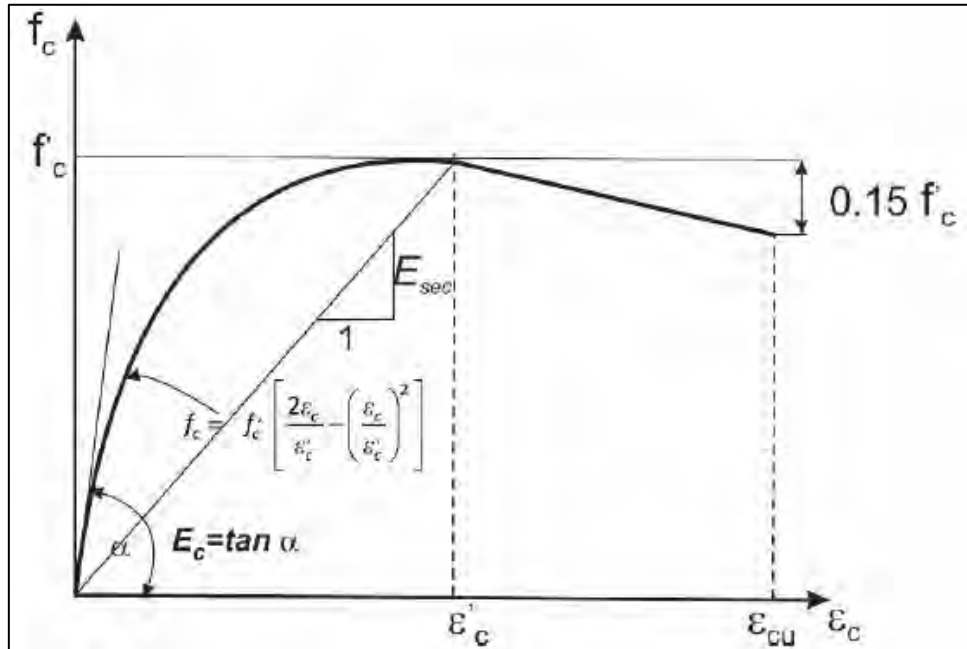


Figura 1. Diagrama esfuerzo-deformación del concreto no confinado

Tomado de Hognestad (1951)

2.1.4 Modelo de Mander et al. (1988) para concreto no confinado

El modelo es muy utilizado en el estudio de concretos confinados y no confinados. En el caso de no confinamiento la expresión matemática es la siguiente.

$$f_c = \frac{f'_c x r}{r-1+x^r}, \quad x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon'_c}$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}, \quad E_{sec} = \frac{f'_c}{\varepsilon'_c}$$

La Fig.2 muestra la comparación entre los modelos de Kent & Park (1971) y Mander et al. (1988) para concreto no confinado. Se observa que la diferencia es mínima.

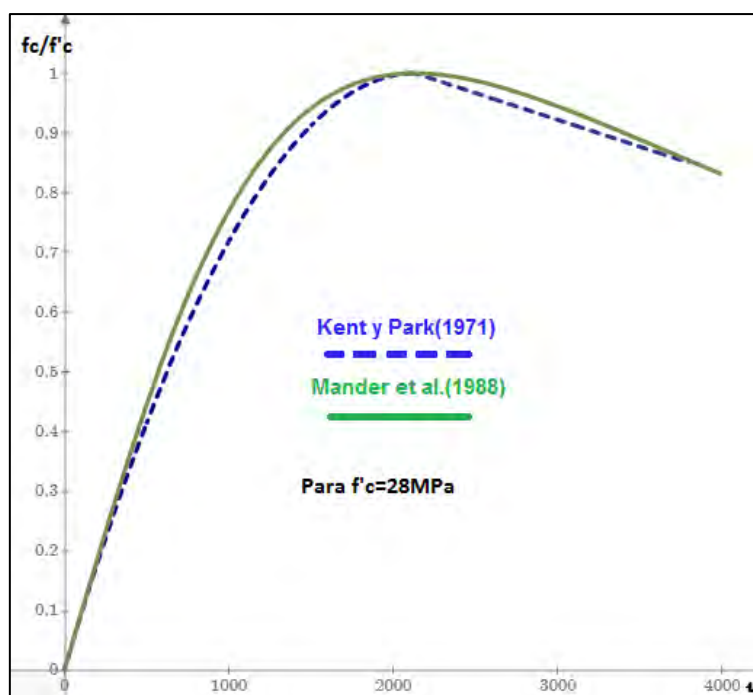


Figura 2. Comparación del modelo Kent & Park (1971) vs Mander et al. (1988).

2.2 Diagrama esfuerzo-deformación del concreto confinado

El comportamiento del concreto cambia cuando se encuentra confinado. La investigación de Richart et al. (1928) ayuda a entender que existe una relación entre el esfuerzo de compresión y el de confinamiento. La Fig.3, adaptada de León & Rodríguez (2015), muestra un elemento de concreto sometido a compresión y las caras laterales sometidos a esfuerzos de confinamiento, resultando el esfuerzo de compresión mayor al esfuerzo especificado.

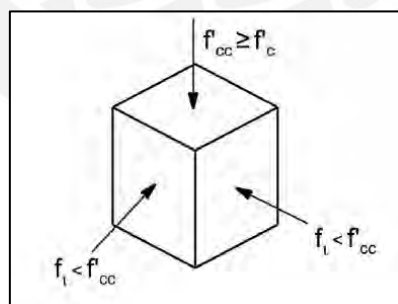


Figura 3. Esfuerzos de confinamiento en el concreto

Tomado de la tesis de maestría de León & Rodríguez (UNAM-2015)

La relación encontrada por Richard et al. (1928) entre el esfuerzo de compresión y el esfuerzo de confinamiento viene dado por:

$$f'_{cc} = 1 + k_c \frac{f'_l}{f'_c}, \quad k_c = 4.1$$

La Fig. 4, adaptada de Moehle (2015), demuestra que utilizando el valor $k_c = 4.1$ propuesto por Richard et al. (1928) se obtiene una adecuada tendencia de valores de esfuerzos de confinamiento.

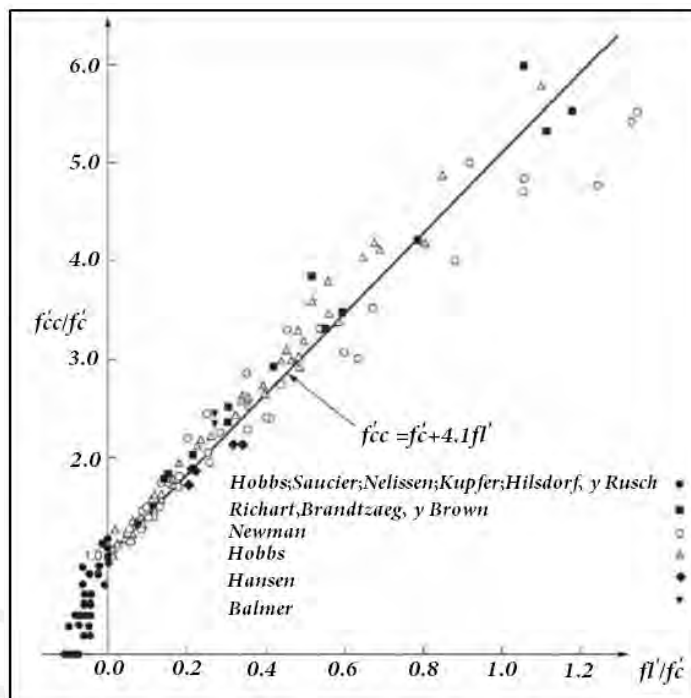


Figura 4. Comparación de esfuerzo de confinamiento del concreto cuantificado por diferentes autores vs el esfuerzo de confinamiento de Richard et al.1928

Tomado del libro de Moehle (2015)

2.2.1 Modelo de Mander et al. (1988) para concreto confinado

El modelo esfuerzo-deformación para concreto confinado se aplica a secciones circulares y rectangulares con reforzamiento transversal. Las siguientes ecuaciones son aplicables para cargas monotónicas.

$$f_c = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x^r}$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}}$$

$$\varepsilon'_{cc} = \varepsilon'_c \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right]$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon'_{cc}}$$

Para el cálculo de $\frac{f'_{cc}}{f'_c}$:

$$f'_{cc} = f'_c \left(-1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f'_i}{f'_c}} - 2 \frac{f'_i}{f'_c} \right)$$

Análogamente Mander (1983) propuso la siguiente expresión, para fines de diseño.

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = 1 + 5.5 \frac{f'_i}{f'_c} \text{ para } \frac{f'_{cc}}{f'_c} \leq 0.1$$

Para hallar el parámetro de confinamiento efectivo (f'_i):

$$f'_i = f_l k_e$$

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}}$$

k_e = coeficiente de confinamiento efectivo

A_e = area efectiva de la seccion confinada del concreto

A_{cc} = area de la seccion confinada del concreto

2.2.2 Confinamiento efectivo sección circular

Las dos siguientes figuras muestran el efecto de confinamiento efectivo en una columna de concreto armado de sección circular (adaptado de Mander et al., 1988).

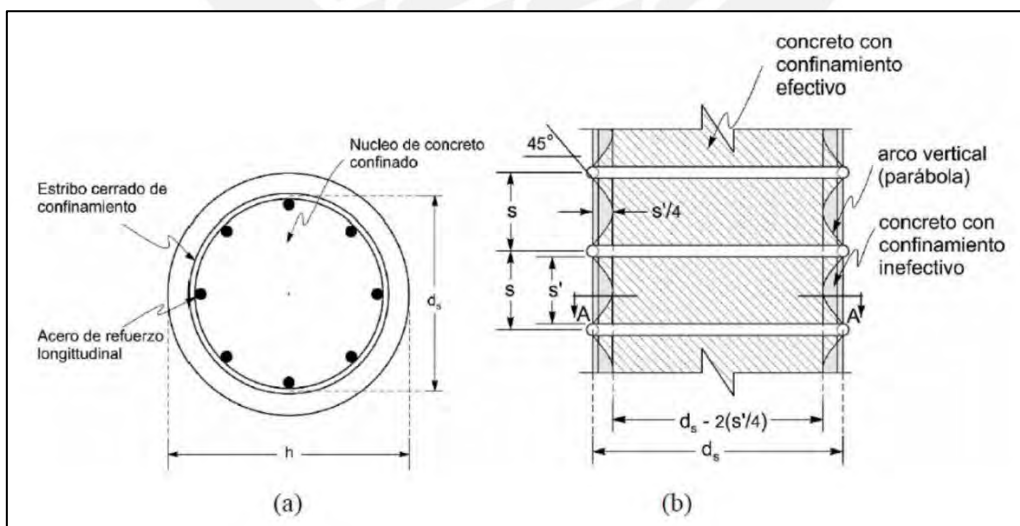


Figura 5. Núcleo de concreto confinado en columna de sección circular

Tomado de Rodríguez (2018)

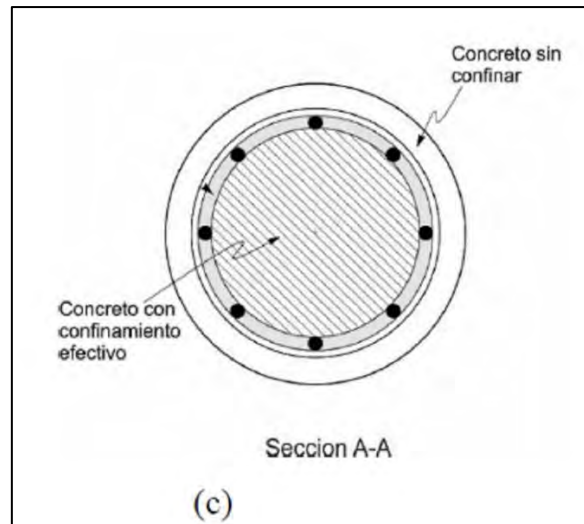


Figura 6. Sección transversal confinada de una columna circular

Tomado de Rodríguez (2018)

En el caso del confinamiento efectivo en secciones circulares con estribos, Mander et al. (1988) propusieron las siguientes ecuaciones.

$$A_e = \frac{\pi d_s^2}{4} \left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2$$

$$A_{cc} = \frac{\pi}{4} d_s^2 - A_{st} = \frac{\pi}{4} d_s^2 (1 - \rho_{cc})$$

$$\rho_{cc} = \frac{A_{st}}{\frac{\pi}{4} d_s^2} = \frac{\text{refuerzo longitudinal}}{\text{area de la sección}}$$

$$k_e = \frac{\frac{\pi d_s^2}{4} \left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{\frac{\pi}{4} d_s^2 (1 - \rho_{cc})} = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{(1 - \rho_{cc})}$$

Para el caso sección circular con estribos en espirales:

$$k_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)}{(1 - \rho_{cc})}$$

La siguiente figura esquematiza el diagrama de cuerpo libre de una sección de concreto circular con estribos en espiral.

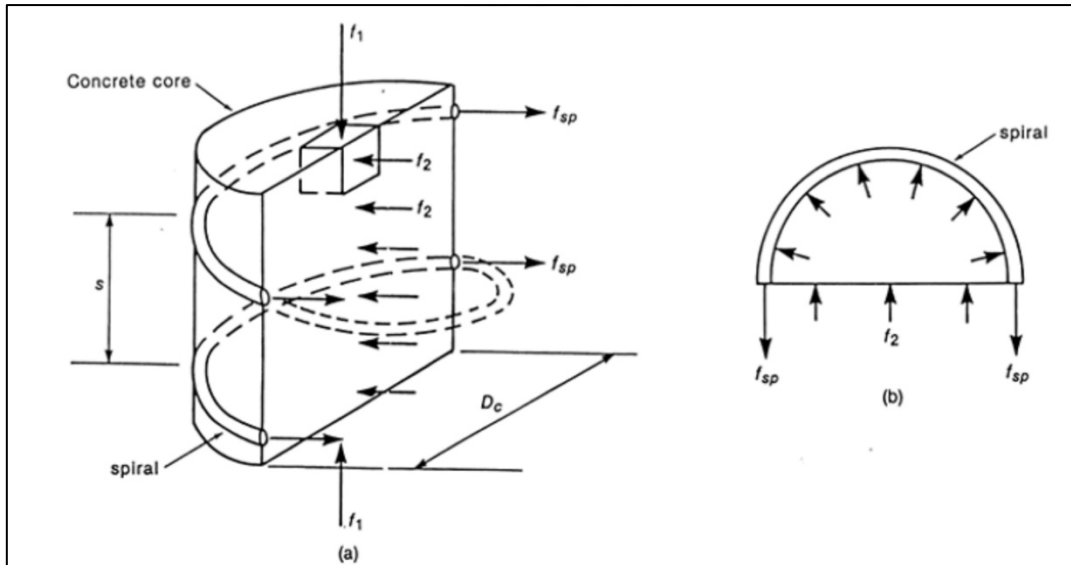


Figura 7. Diagrama de cuerpo libre para el cálculo del esfuerzo de confinamiento en estribos circulares

Tomado del libro Reinforced Concrete-Mechanics and Design de Wight (2016)

Del equilibrio se obtiene el esfuerzo de confinamiento.

$$f_l = \frac{2A_{sp}f_{yp}}{sd_s}$$

Un parámetro que ayuda a facilitar los cálculos es la cuantía volumétrica de refuerzo de confinamiento (ρ_s). El coeficiente se define como la relación entre el volumen de confinamiento (estribos) y el volumen de concreto confinado.

$$\rho_s = \frac{V_{confinamiento}}{V_{concreto}} = \frac{\pi A_{sp} d_s}{\frac{\pi d_s^2 s}{4}} = \frac{4A_{sp}}{sd_s}$$

De las dos ecuaciones anteriores el confinamiento lateral en sección circular es:

$$f_l = \frac{\rho_s f_{yh}}{2}$$

Finalmente, el confinamiento lateral efectivo en una sección circular.

$$f'_l = f_l k_e = \frac{\rho_s f_{yh}}{2} k_e$$

2.2.3 Confinamiento efectivo sección rectangular

Para secciones rectangulares, la Fig.8 muestra el efecto de arco (adaptado de Mander et al., 1988) y la Fig.9, el núcleo de concreto efectivamente confinado (Paultre & Légeron, 2008).

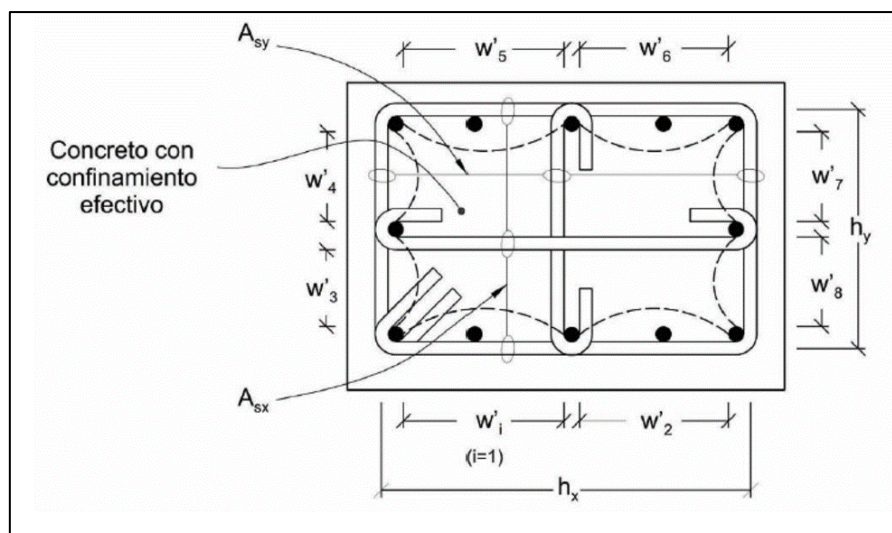


Figura 8. Efecto de arco en columnas rectangulares de concreto

Tomado de Rodríguez (2018)

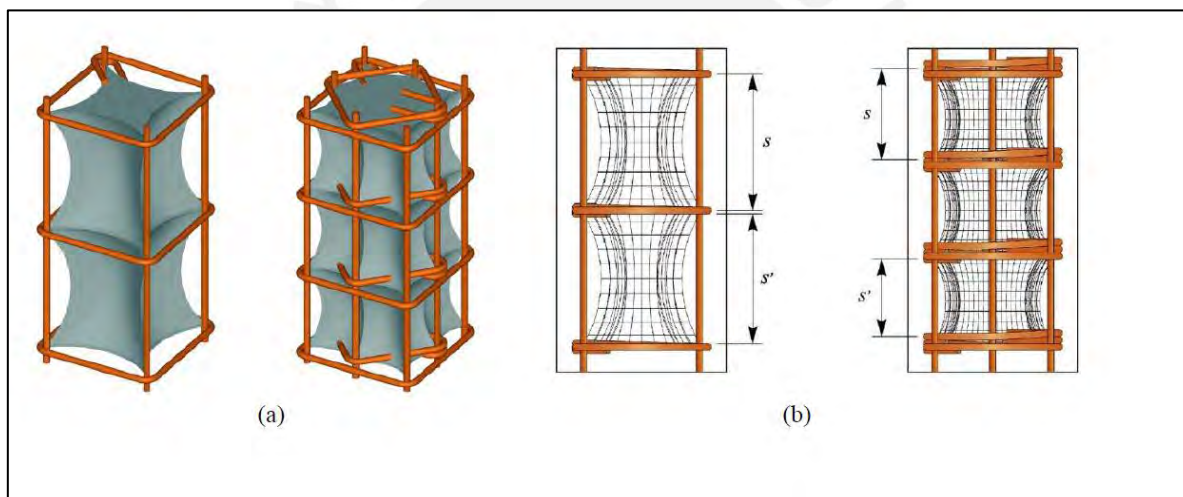


Figura 9. Núcleo de concreto efectivamente confinado en secciones rectangulares

Tomado de Paultre & Légeron (2008)

Las figuras anteriores muestran zonas de concreto no confinado cuya área tiene forma de parábola con pendiente en uno de sus extremos igual a 45° , es decir, el área de concreto sin confinar es igual a la siguiente expresión.

$$A_i = \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6}$$

En el caso de la sección rectangular el A_{cc} es

$$A_{cc} = h_x h_y - A_{st} = h_x h_y (1 - \rho_{cc})$$

$$\rho_{cc} = \frac{A_{st}}{h_x h_y} = \frac{\text{refuerzo longitudinal}}{\text{area de la sección}}$$

El área efectiva de confinamiento horizontal (A_{eh}) es:

$$A_{eh} = h_x h_y - A_i = h_x h_y - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6}$$

Debido al efecto de arco vertical se produce una reducción. Se multiplica al área efectiva horizontal por el factor $\left(1 - \frac{s'}{2h_x}\right)\left(1 - \frac{s'}{2h_y}\right)$, resultando el área efectiva con efecto de arco vertical y horizontal en la siguiente ecuación.

$$A_e = \left(h_x h_y - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_x}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_y}\right)$$

El factor de confinamiento efectivo para sección rectangular es:

$$k_e = \frac{1}{(1 - \rho_{cc})} \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6h_x h_y}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_x}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_y}\right)$$

En la sección rectangular se evalúan los esfuerzos de confinamiento en las dos direcciones principales, debido a diferentes tipologías de reforzamiento transversal.

La Fig.10, muestra un diagrama de cuerpo libre de una sección volumétrica rectangular.

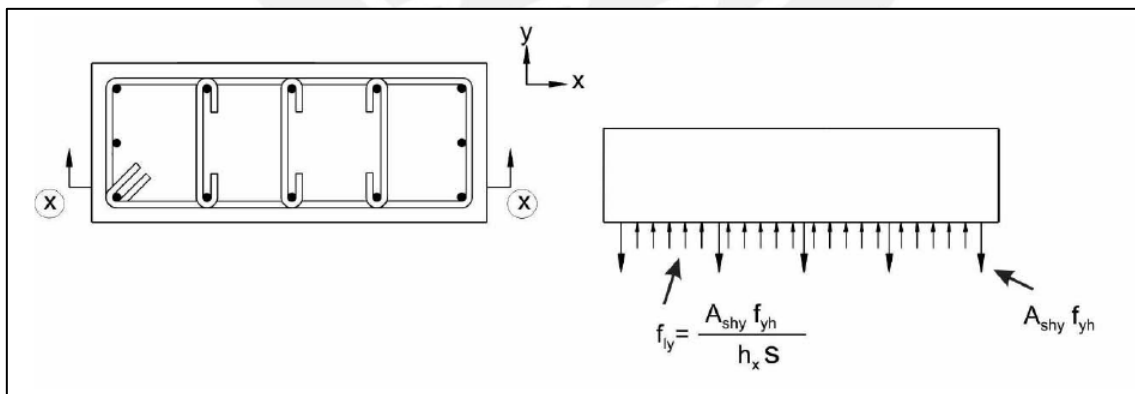


Figura 10. Esfuerzo de confinamiento sección rectangular

Tomado de Rodríguez (2018)

De la gráfica anterior el cálculo del esfuerzo de confinamiento en la dirección vertical (eje y):

$$f_{ly} = \frac{A_{shy} f_{yh}}{h_x s}$$

Análogamente, el esfuerzo de confinamiento en la dirección x:

$$f_{lx} = \frac{A_{shx}f_{yh}}{h_y s}$$

Se define dos tipos de cuantías de refuerzo de confinamiento:

$$\rho_x = \frac{A_{shx}}{h_y s}$$

$$\rho_y = \frac{A_{shy}}{h_x s}$$

La cuantía volumétrica de refuerzo transversal en una sección rectangular con estribos se define:

$$\rho_s = \rho_x + \rho_y$$

Agrupando las anteriores ecuaciones:

$$f_{lx} = \rho_x f_{yh}$$

$$f_{ly} = \rho_y f_{yh}$$

Debido a los dos tipos diferentes de esfuerzo de confinamiento, existen dos confinamientos efectivos:

$$f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh}$$

$$f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh}$$

Para el cálculo de $\frac{f'_{cc}}{f'_c}$ en secciones rectangulares con diferente refuerzo de confinamiento,

Mander et al. (1988) propusieron el siguiente diagrama (Fig. 11):

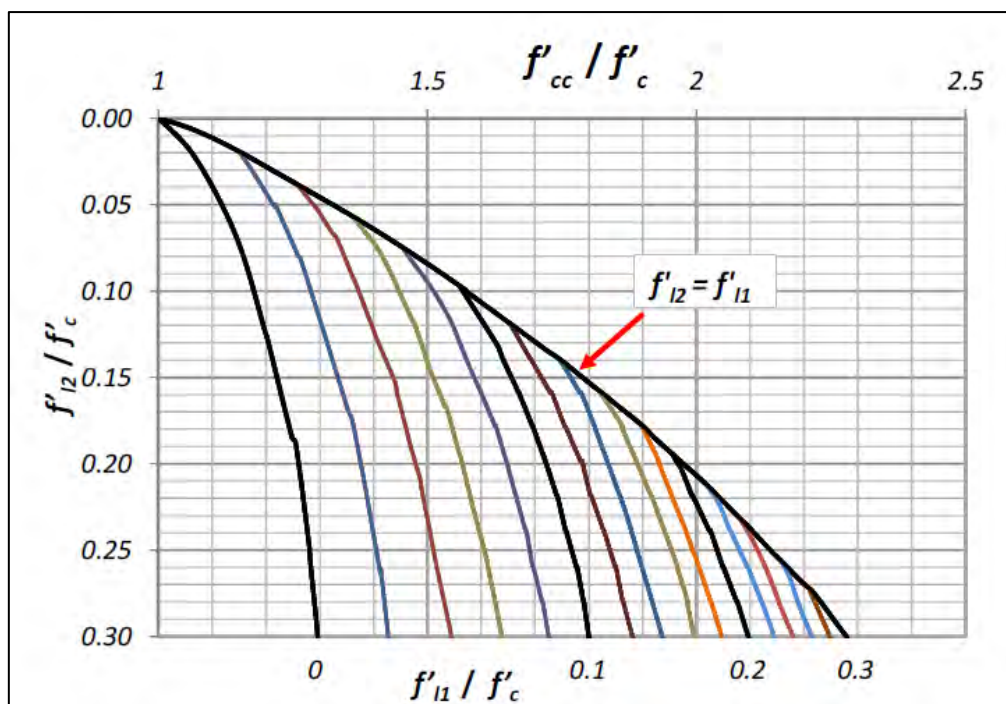


Figura 11. Diagrama para el cálculo de diferentes esfuerzos efectivos de confinamiento en secciones rectangulares

Tomado de la tesis de maestría de León & Rodríguez (UNAM-2015)

Según la gráfica anterior para determinar el $\frac{f'_{cc}}{f'_c}$, primero se calculan los valores f'_{lx} y f'_{ly} , luego el menor de los dos valores es f'_{l1} y el mayor es f'_{l2} .

Otra forma de calcular $\frac{f'_{cc}}{f'_c}$ presentan León & Rodríguez (2015):

$$f'_{cc} = \alpha_1 \alpha_2 f'_c$$

$$\alpha_1 = -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_{l2}}{f'_c}} - 2 \frac{f'_{l2}}{f'_c}$$

$$\alpha_2 = \left(1.4 \frac{f'_{l1}}{f'_{l2}} - 0.6 \left(\frac{f'_{l1}}{f'_{l2}} \right)^2 - 0.8 \right) \sqrt{\frac{f'_{l2}}{f'_c} + 1}$$

$$f'_{l2} = \max(f'_{lx}, f'_{ly})$$

$$f'_{l1} = \min(f'_{lx}, f'_{ly})$$

Por último, Mander et al. (1988) presentan el modelo para concreto confinado (Fig.12):

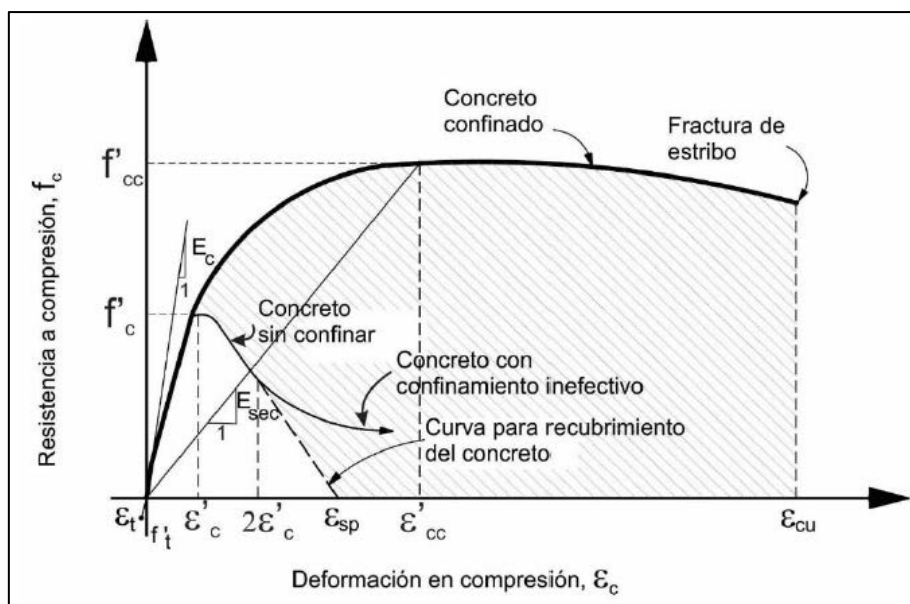


Figura 12. Modelo de Mander et al. (1988) para concreto confinado

Tomado de Rodríguez (2018)

2.3 Diagrama esfuerzo-deformación del concreto confinado con polímero reforzado con fibras (FRP)

Una nueva tecnología, aplicable en ingeniería civil es el polímero reforzado con fibras, este material se compone de dos materiales fibras y matriz (resina), el uso típico es en reforzamiento de elementos de CA.

Las fibras son típicamente hechas de vidrio, carbono y aramida, estos proveen resistencia y rigidez, además, el principal rol es resistir las cargas aplicadas al sistema en conjunto.



Figura 13. Fibra de vidrio, fibra de carbono y fibra de aramida.

Adaptado de "The Constructor Civil Engineering Home" (2019, Setiembre 03)

La siguiente figura presenta la tendencia de la resistencia y rigidez típica de las fibras disponibles en el mercado.

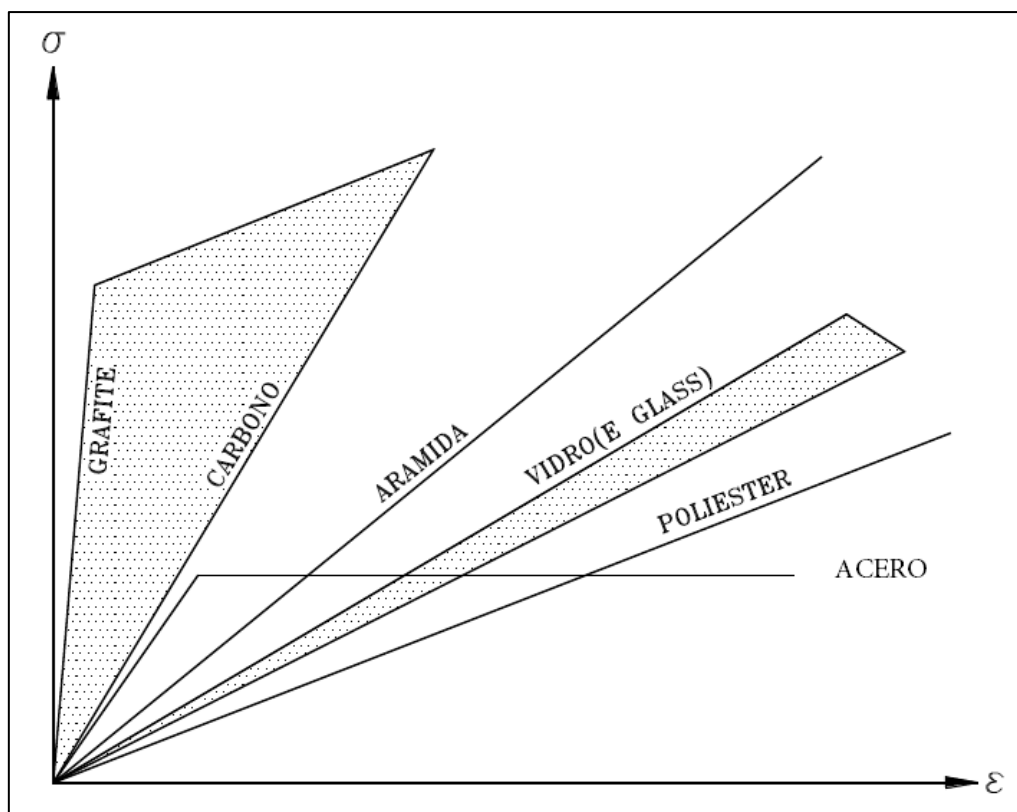


Figura 14. Tendencia de la resistencia y rigidez de las diversas fibras disponibles en el mercado

Tomado del libro “Fibras de carbono, Dimensionamiento Practico” Machado, A. (2006)

“La matriz polimérica juega un rol importante de mantener las fibras en forma compuesta, protegerlas del medio ambiente, transferir las tensiones y resistir parte de la carga aplicada al conjunto” (Barbero, 2011, p.37). La Fig. 15, presenta el conjunto compuesto del polímero reforzado con fibras.

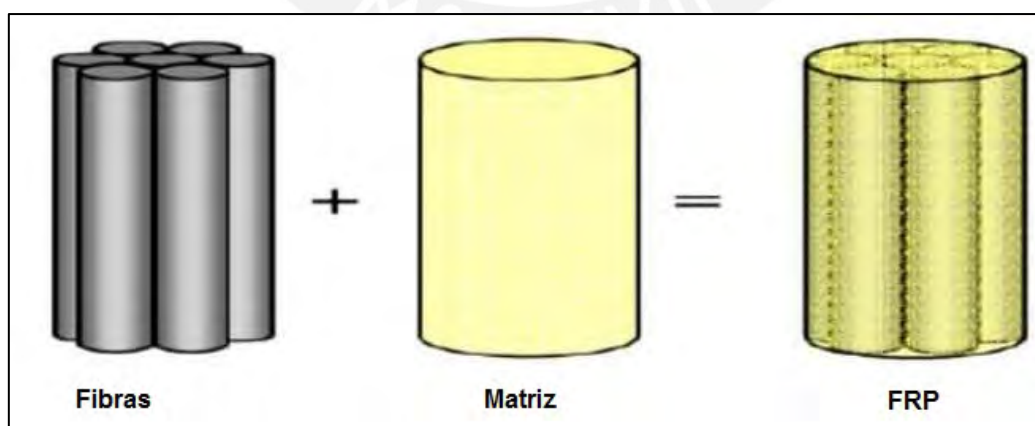


Figura 15. Conjunto compuesto de polímero reforzado con fibras (FRP).

Adaptado de The Constructor Civil Engineering Home (2019, Setiembre 03)

El ACI Comité 440 (2017) indica valores genéricos para los sistemas compuestos, según el tipo de fibra:

Tabla 1. Propiedades típicas de las fibras usadas en el sistema compuesto de FRP

Tipo de fibra	Módulo de elasticidad	Resistencia máxima de tensión	Deformación de ruptura %
	GPa	MPa	
Carbono			
Uso general	220 to 240	2050 to 3790	1.2
Alta resistencia	220 to 240	3790 to 4820	1.4
Ultra alta resistencia	220 to 240	4820 to 6200	1.5
Alto módulo	340 to 520	1720 to 3100	0.5
Ultra alto módulo	520 to 690	1380 to 2400	0.2
Vidrio			
E-glass	69 to 72	1860 to 2680	4.5
S-glass	86 to 90	3440 to 4140	5.4
Aramida			
Uso general	69 to 83	3440 to 4140	2.5
Alto desempeño	110 to 124	3440 to 4140	1.6

Nota: Adaptado de ACI Comité 440 (2017) "Typical tensile properties of fibers used in FRP Systems"

2.3.1 Modelo Lam & Teng (2003) para concreto confinado con FRP

La Fig. 16 presenta el modelo planteado por Lam & Teng (2003), considera a las láminas de FRP como material unidireccional que restringe la deformación lateral del concreto, además, se ignora cualquier rigidez longitudinal del sistema.

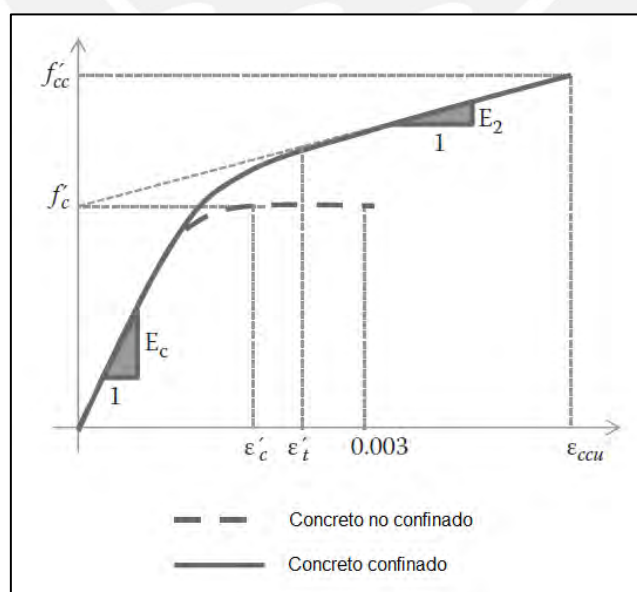


Figura 16. Modelo Lam & Teng (2003) para concreto confinado con FRP

Adaptado de Lam & Teng (2003)

Las siguientes ecuaciones representan el modelo:

$$f_c = E_c \varepsilon_c - \frac{(E_c - E_2)^2}{4f'_c} \varepsilon_c^2, 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon'_t$$

$$f_c = f'_c + E_2 \varepsilon_c, \varepsilon'_t \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{ccu}$$

$$E_2 = \frac{f'_{cc} - f'_c}{\varepsilon_{ccu}}$$

$$\varepsilon'_t = \frac{2f'_c}{E_c - E_2}$$

$$f'_{cc} = f'_c + 3.3\psi_f k_a f_l$$

$$f_l = \frac{2E_f n t_f \varepsilon_{fe}}{D}$$

$$\varepsilon_{fe} = k_\varepsilon \varepsilon_{fu}$$

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon'_c \left(1.50 + 12k_b \frac{f_l}{f'_c} \left(\frac{\varepsilon_{fe}}{\varepsilon'_c} \right)^{0.45} \right), \varepsilon_{ccu} \leq 0.01$$

f_l : Máximo confinamiento lateral

E_f : Modulo de elasticidad de FRP

k_a : Factor de eficiencia por la geometría de la sección ($k_a = 1$, para secciones circulares)

n : Numero de capas de FRP

t_f : Espesor de la capa

D : Diámetro de la sección

ψ_f : Factor de reducción

ε_{fe} : Nivel de deformación efectivo en caso de falla

k_ε : Factor de reducción que considera falla prematura de FRP

ε_{fu} : Deformación última de FRP

k_b : Factor por geometría de la sección ($k_b = 1$, para secciones circulares)

Para que el diagrama esfuerzo deformación axial confinado de columnas circulares con FRP alcance una segunda rama ascendente, el ratio de confinamiento mínimo (f_l/f'_c) debe exceder el valor de 0.07, además, Lam & Teng (2003) consideran como valor promedio 0.586 el factor de reducción por falla prematura (k_ε) del sistema FRP.

2.4 Cilindro de concreto confinado con FRP y encamisado con acero

La Fig. 17 presenta el diagrama esfuerzo-deformación de un cilindro de concreto sin confinamiento y con confinamiento, para el confinamiento se utiliza FRP y encamisado con acero.

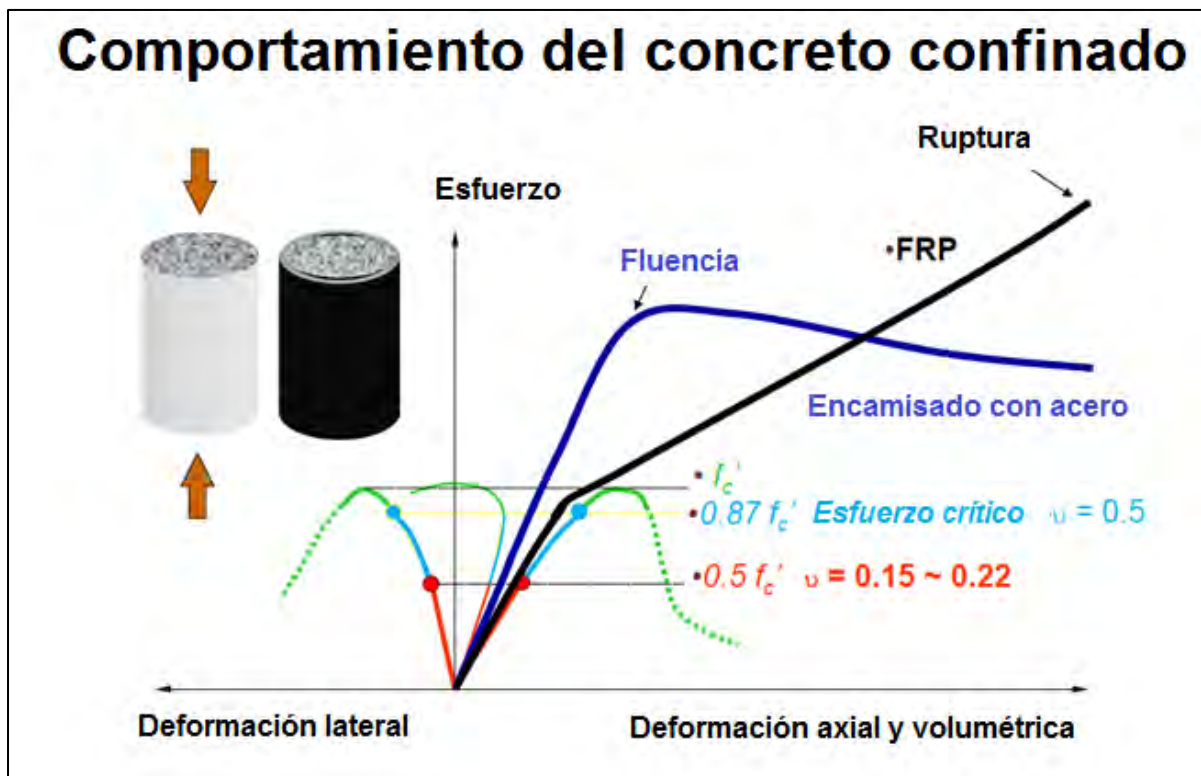


Figura 17. Comportamiento del concreto confinado con FRP y concreto encamisado con acero

Adaptado de "Análisis y reparación de estructuras de concreto armado" de Camata, G. (Septiembre 2019)

Si el cilindro de concreto no se encuentra confinado, presenta un comportamiento frágil ante esfuerzos de compresión, sin embargo, el confinamiento aumenta la ductilidad, resistencia y rigidez del concreto. Particularmente, el encamisado con acero presenta mayor resistencia y rigidez inicial que el confinamiento con FRP.

Capítulo 3. Comportamiento de las barras de acero

3.1 Modelo elastoplástico perfecto

En el diseño de estructuras de CA es necesario conocer las propiedades mecánicas del acero de refuerzo. Normalmente el ACI y la norma E.060 consideran un modelo bilineal elastoplástico perfecto (Fig. 18). Aunque este hecho tiene ventajas en el análisis de las secciones de concreto; pero no considera el endurecimiento por deformación de las barras de acero.

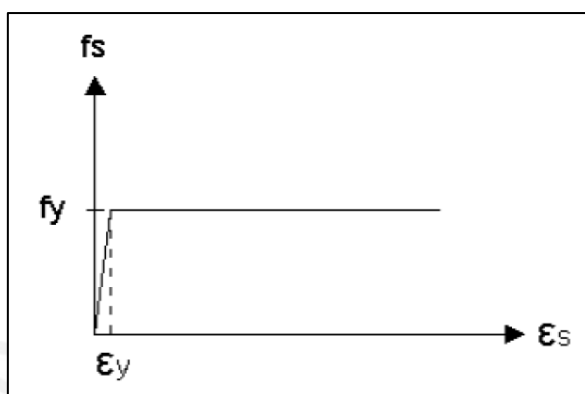


Figura 18. Modelo elastoplástico para las barras de acero.

$$f_s(\varepsilon_s) = E_s \varepsilon_s, \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$$

$$f_s(\varepsilon_s) = f_y, \varepsilon_y < \varepsilon_s$$

3.2 Modelo de Mander (1983)

Propone un modelo elastoplástico con endurecimiento curvo (Fig. 19). Presenta un intervalo de zona elástica, luego la fluencia por un tramo recto y el endurecimiento del acero como una parábola. Es necesario precisar que este modelo representa de mejor manera el comportamiento de las barras de acero.

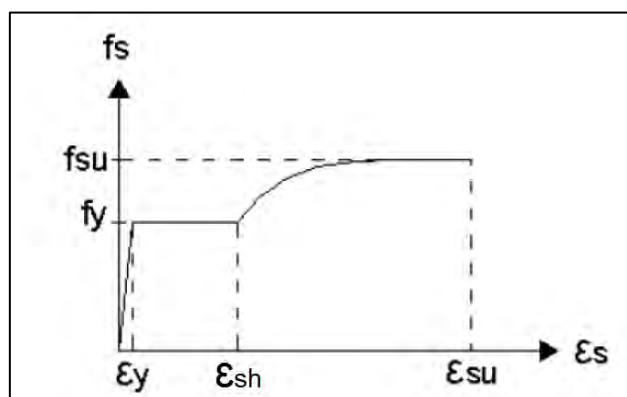


Figura 19. Modelo elastoplástico con endurecimiento curvo propuesto por Mander (1983).

Las siguientes expresiones definen la curva esfuerzo-deformación del modelo.

$$f_s(\varepsilon_s) = E_s \varepsilon_s, \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$$

$$f_s(\varepsilon_s) = f_y, \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{sh}$$

$$f_s(\varepsilon_s) = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P, \varepsilon_s > \varepsilon_{sh}$$

El exponente P propuesto por Mander (1983) se define diferenciando la función del esfuerzo del acero entre la deformación en la zona de endurecimiento y haciendo $\varepsilon_s = \varepsilon_{sh}$.

$$E_{sh} = \frac{df_s}{d\varepsilon_s}$$

La pendiente de la curva al inicio de la zona de endurecimiento por deformación se representa como E_{sh} . Agrupando las dos ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$P = E_{sh} \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}{f_{su} - f_y}$$

Notoriamente, el inconveniente de usar la expresión anterior es que una pequeña variación de E_{sh} puede llevar a cambios importantes en el valor P, por lo que es recomendable y práctico emplear un punto de la curva esfuerzo deformación en la zona de endurecimiento ($\varepsilon_{sh1}, f_{sh1}$), y empleando la ecuación anterior se determina lo siguiente:

$$P = \frac{\log \left(\frac{f_{su} - f_{sh1}}{f_{su} - f_y} \right)}{\log \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh1}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)}$$

3.3 Valores experimentales de las propiedades mecánicas de los aceros comercializados en México, Colombia y Perú.

Investigaciones realizadas por Rodríguez & Botero (1996) muestran las propiedades representativas del acero de refuerzo mexicano sometidas a carga monotónica en tracción. En dicha investigación, se ensayaron 100 probetas obtenidas de muestras aleatorias provenientes del mercado mexicano, producidas para cumplir la norma ASTM 615. A continuación, se presentan dos tablas resumen de las propiedades del acero de refuerzo mexicano. La primera tabla representa los diámetros grandes de varillas $\varnothing 5/8''$, $\varnothing 3/4''$, $\varnothing 1''$ y $\varnothing 1 \frac{1}{4}''$. Además, el número de muestras para la población fue de 50.

Tabla 2. Estadística de las propiedades mecánicas de barras de diámetro grande mexicanas

Estadística de las propiedades mecánicas de barras de diámetro grande						
	$f_y(kg/cm^2)$	ϵ_{sh}	$f_{su}(kg/cm^2)$	ϵ_{su}	ϵ_{suu}	P
X	4577	0.0088	7491	0.1171	0.1493	3.474
S	169	0.0022	199	0.0120	0.0809	0.2646
V	0.0370	0.2490	0.0270	0.0941	0.5420	0.0760
Per 5%	4254	0.0046	7109	0.0941	-	2.966
Per 95%	4900	0.0130	7873	0.1401	-	3.982

Nota: tomado de Rodríguez & Botero (1996)

La segunda tabla presenta los diámetros menores de varillas Ø5/16'', Ø3/8'' y Ø1/2''. El número de muestras para la población fue de 47.

Tabla 3. Estadística de las propiedades mecánicas de barras de diámetro pequeña mexicanas

Estadística de las propiedades mecánicas de barras de diámetro pequeñas						
	$f_y(kg/cm^2)$	ϵ_{sh}	$f_{su}(kg/cm^2)$	ϵ_{su}	ϵ_{suu}	P
X	4609	0.0060	7436	0.1420	0.1815	3.362
S	376	0.0069	297	0.0252	0.0492	0.4496
V	0.0820	1.1370	0.0400	0.1770	0.2710	0.1340
Per 5%	3880	0.0000	6860	0.0931	-	2.491
Per 95%	5338	0.0193	8012	0.1909	-	4.233

Nota: tomado de Rodríguez & Botero (1996)

Quintana et al. (2005) presentan resultados estadísticos de las propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia, sometidos a carga monotónica de tracción y producido para cumplir la norma ASTM 706. En el estudio realizado se utilizaron 477 probetas de acero de diferentes marcas y diámetros, comprendidos entre 3/8'' y 1''. La siguiente tabla muestra los valores estadísticos del total de barras ensayadas.

Tabla 4. Estadística de las propiedades mecánicas del acero colombiano

Variable	No. Datos	X	S	V	Mín.	Máx.	Per 5%	Per 95%
f_y (Mpa)	467	470.3	25.25	0.054	419.93	538.804	431.2	522.93
ϵ_y (mm/mm)	467	0.0024	0.0001	0.054	0.0021	0.0028	0.0022	0.0027
f_{sh} (Mpa)	477	472.16	25.67	0.054	419.64	543.80	432.77	525.38
ϵ_{sh} (mm/mm)	473	0.0138	0.0048	0.348	0.0022	0.0259	0.0045	0.0207
f_{su} (Mpa)	477	659.74	30.46	0.046	581.24	752.93	618.67	737.16
ϵ_{su} (mm/mm)	476	0.1141	0.0120	0.106	0.0613	0.1435	0.0948	0.1353
f_{suu} (Mpa)	476	536.65	62.89	0.117	319.77	701.29	441.10	637.00
ϵ_{suu} (mm/mm)	475	0.1407	0.0175	0.125	0.0828	0.1797	0.1144	0.1705
P	461	3.087	0.4487	0.145	1.762	5.026	2.403	3.945

Nota: tomado de Quintana et al. (2005)

Los valores X , S y V son la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación. Además, los valores f_y , f_{su} y f_{suu} son los esfuerzos a fluencia, máximo y el asociado a la fractura. Así mismo ε_y , ε_{sh} , ε_{su} y ε_{suu} son la deformación de fluencia, inicio de la zona de endurecimiento por deformación, la última y la asociada a la fractura de la probeta.

En el caso peruano se tiene registro de ensayos realizados en la tesis de Alarcón & Cruz (2013), donde las barras ensayadas fueron elaboradas según la norma técnica ASTM A615 y se dividieron en dos grupos, el primero presenta un tratamiento termomecánico denominado Tempcore, mientras que el segundo no lo posee.

Tempcore es un proceso de enfriamiento controlado al acero en caliente que sale de la laminación.

Las barras, en estado austenítico ingresan a un sistema en que la superficie es refrigerada por agua, a una presión y caudal suficientes como para disminuir la temperatura de una capa superficial por debajo de la temperatura de formación de martensita. Cuando la barra abandona la zona refrigerada, el calor acumulado en el centro es conducido hacia el exterior, produciéndose el auto revenido de la capa de martensita. Finalmente, en el lecho de enfriamiento, el núcleo todavía austenítico se transforma a ferrita y perlita. Con esta combinación de estructuras se obtiene una barra de alta resistencia soldable. (Madias, Wright & Wolkowicz, 2016, pp. 11-12)

Las siguientes dos tablas son la codificación de las muestras evaluadas y las propiedades mecánicas de las barras longitudinales.

Tabla 5. Codificación de muestras evaluadas

Codificación de muestras de las barras evaluadas			
Código	diámetro	Grupo	Descripción de muestra
No TEMPCORE	3/8"	Barras	Longitud de 2metros
No TEMPCORE	1/2"	longitudinales que no poseen TEMPCORE	Longitud de 2metros
No TEMPCORE	5/8"		Longitud de 2metros
No TEMPCORE	1"		Longitud de 2metros
TEMPCORE	9.5mm		Barras
TEMPCORE	12mm	longitudinales que presentan TEMPCORE	Longitud de 2metros
TEMPCORE	16mm		Longitud de 2metros
TEMPCORE	25mm		Longitud de 2metros

Nota: Tomado de la tesis de licenciatura de Alarcón & Cruz (UNI-2013)

Tabla 6. Propiedades mecánicas de las barras longitudinales en mercado peruano

	Diámetro y codificación							
Diámetro →	3/8"	9.5mm	1/2"	12mm	5/8"	16mm	1"	25mm
Propiedades ↓	NO TEMPCORE	TEMPCORE	NO TEMPCORE	TEMPCORE	NO TEMPCORE	TEMPCORE	NO TEMPCORE	TEMPCORE
f_y (Mpa)	579	609	563	587	578	535	575	524
f_{su} (Mpa)	746	738	750	733	742	686	727	706
ϵ_{su} (%)	20.5	16.8	20	14.6	19.1	14.8	13.1	14.7
f_{su}/f_y	1.29	1.21	1.33	1.25	1.28	1.28	1.26	1.35

Nota: Tomado de la tesis de licenciatura de Alarcón & Cruz (UNI-2013)

También, la tesis de Hurtado & Lazarte (2011) muestra ensayos realizados a barras corrugadas de acero marca BELGO 60, de fabricación brasilera por ArcelorMittal y comercializados en el mercado peruano. La característica de dichas barras es el cumplimiento con la norma ASTM A706. La siguiente tabla es el resumen de las propiedades mecánicas.

Tabla 7. Propiedades mecánicas de las barras longitudinales marca BELGO 60

	3/8"	5/8"	3/4"	1"
f_y (Mpa)	506	501	473	482
f_{su} (Mpa)	673	673	648	654
ϵ_{su} (%)	16.4	16.4	16.4	16.6
f_{su}/f_y	1.33	1.34	1.37	1.35

Nota: tomado de la tesis de licenciatura de Hurtado & Lazarte (PUCP-2011)

La Fig. 20 muestra comparativamente, diagramas esfuerzo-deformación del acero del mercado mexicano, colombiano y peruano. Se utilizó el modelo de Mander (1983) y valores promedio para realizar las gráficas, sin embargo, para los datos tomados por Alarcón & Cruz (2013) y Hurtado & Lazarte (2011), a falta de información, se ha supuesto $\epsilon_{sh} = 3\epsilon_y$, $f_{sh} = f_y$ y el exponente P es 3.087.

Dicho gráfico confirma que la hipótesis de que el esfuerzo de fluencia igual a 420MPa es incorrecta, ya que gran porcentaje de los esfuerzos determinados en los aceros por los autores mencionados para el caso mexicano, colombiano y peruano, son mayores a 420MPa. Se requiere realizar mayores estudios de los aceros comercializados en el Perú.

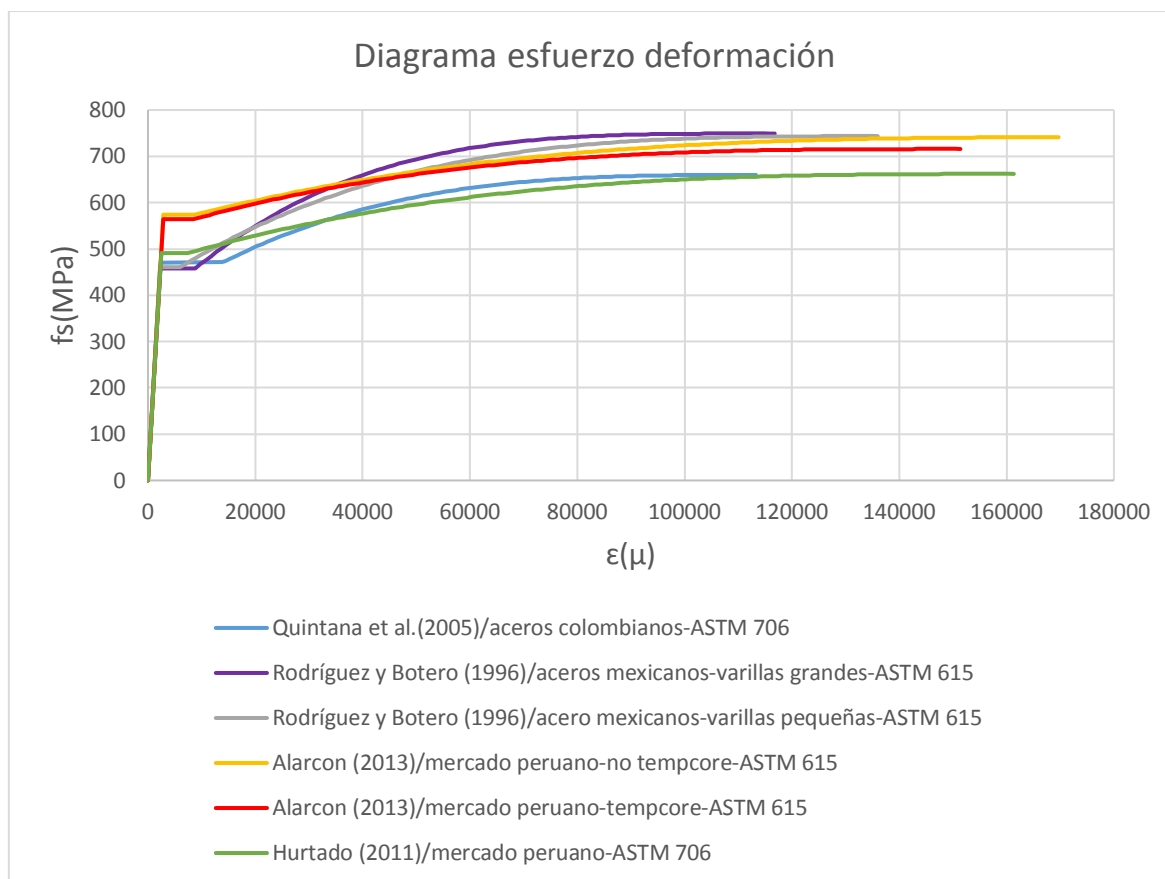


Figura 20. Diagrama esfuerzo-deformación utilizando los valores promedios de diferentes investigadores

3.4 Modelo de falla por pandeo de las barras longitudinales

3.4.1 Antecedentes de daños por el sismo de Chile 2010

El mega sismo de Chile de 2010 caracterizado por su contenido de baja frecuencia, generó daños estructurales en varias edificaciones de CA. Tanto Bonelli, Restrepo & Alarcón (2010); Massone & Rojas (2010); y San Bartolomé, Quiun & Silva (2011) han estudiado las fallas ocurridas por el sismo. A continuación, se presenta la estructuración típica, modelo de falla en sótanos, influencia de la carga axial y detallamiento del refuerzo en las secciones de CA, estudiados por los autores mencionados, de edificios ubicados en Concepción, Viña del Mar y Santiago de Chile, entre otros.

La estructuración típica de estos edificios contiene muros de concreto armado de secciones compuestas en forma de T o L, algunas incluyen variaciones en altura, discontinuidades y cambios de sección transversal. Lo siguiente corresponde a la planta típica del edificio Alto Río ubicado en Concepción, que presenta secciones típicas en forma L y T (Fig. 21).

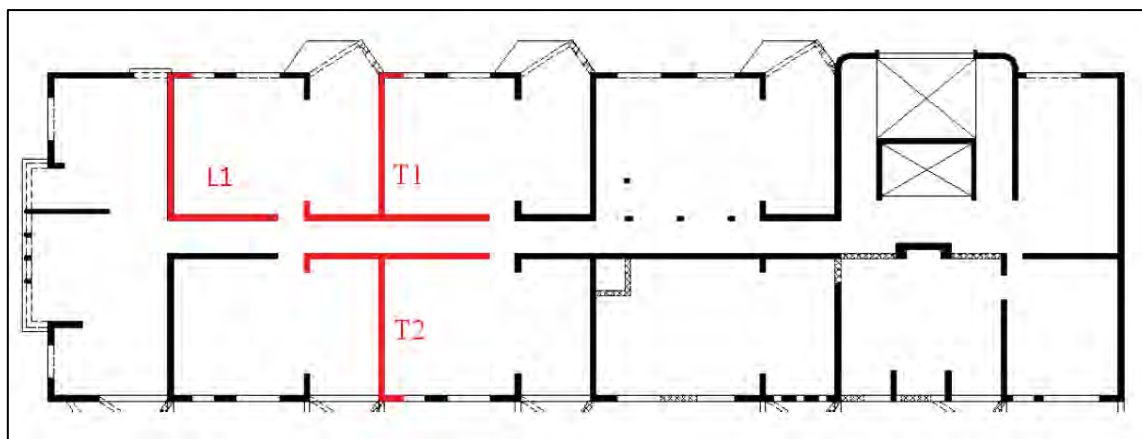


Figura 21. Planta típica del edificio Alto Río ubicado en Concepción

Adaptado de Bonelli et al. (2010)

Para el caso de discontinuidad en altura se presenta la Fig. 22, se observa que el muro estructural incrementa su sección en el segundo nivel (“Muro Bandera”), produciendo una concentración de esfuerzos en la zona de transición.

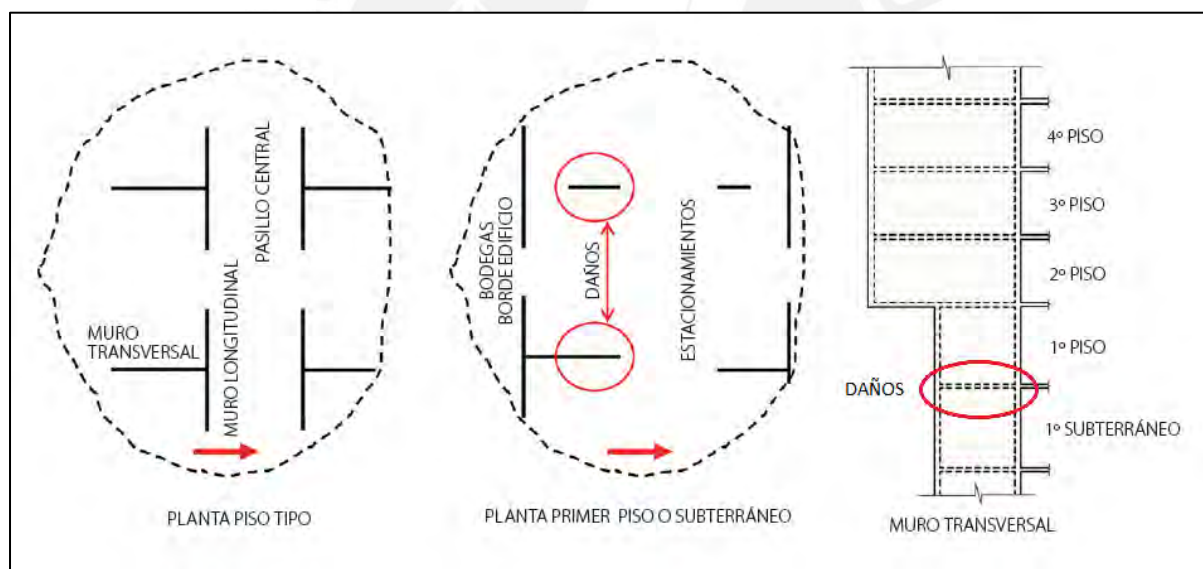


Figura 22. Planta típica simplificada y esquema de muro bandera

Adaptado de Massone & Rojas (2010)

San Bartolomé et al. (2011) presentaron un modelo para explicar la falla observada a nivel de sótanos, cuya hipótesis se muestra en la Fig. 23. El modelo considera una distribución triangular de fuerzas cortantes según la altura del muro, la existencia de vigas y diafragmas en cada nivel, la deformación por corte y la restricción al desplazamiento lateral que impone el suelo en los niveles de sótano (los autores recomiendan considerar apoyos elásticos, en vez de apoyos fijos).

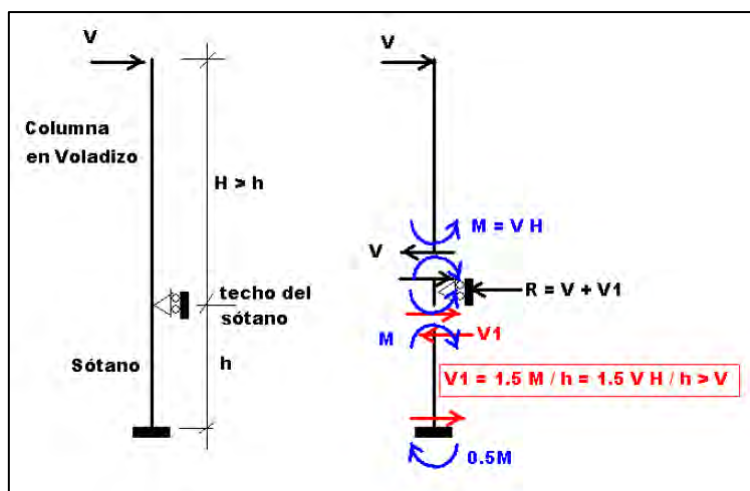


Figura 23. Modelo de columna restringida por desplazamiento a nivel de sótano.

Tomado de San Bartolomé et al. (2011)

A modo de ejemplo San Bartolomé et al. (2011) analizaron la siguiente estructura (Fig. 24), considerando la distribución triangular de fuerzas, las vigas en cada nivel, deformaciones por corte y la restricción del suelo en el nivel de sótano (apoyos elásticos debido a la deformabilidad del suelo y no apoyos fijos). Se observa del análisis que el cortante en el sótano es casi el doble que la del primer nivel. Se concluye que la restricción del suelo al sótano aumenta la fuerza cortante en los muros estructurales y es necesario tomarlo en cuenta para el diseño de tales elementos.

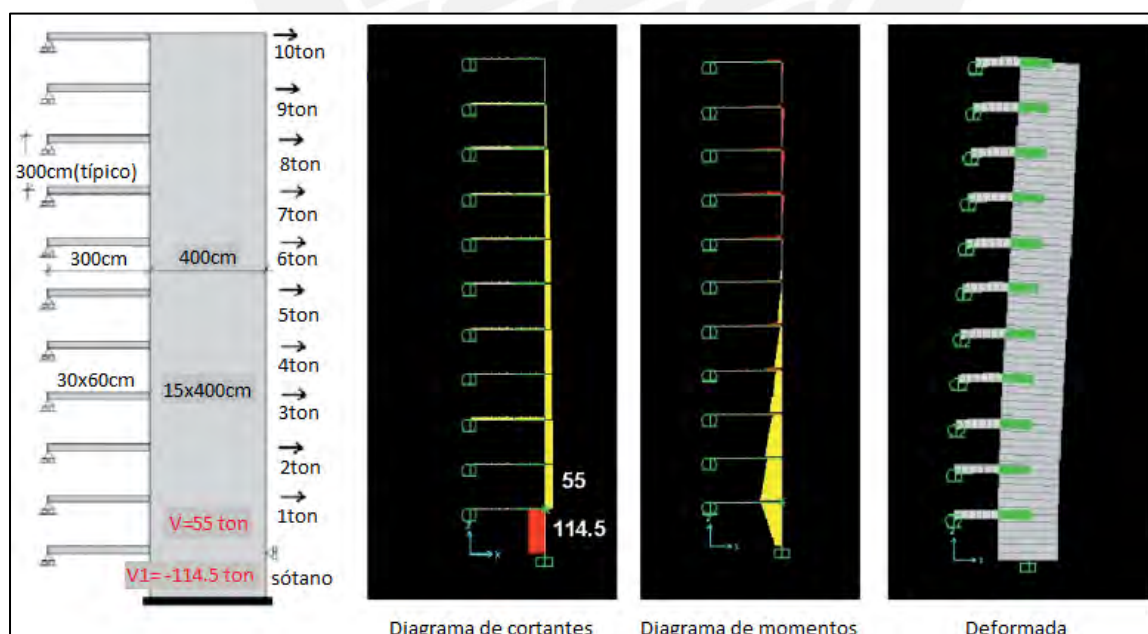


Figura 24. Análisis de un muro restringido de desplazarse en el nivel del techo del sótano, además, diagramas de fuerza cortante; momento flector y configuración deformada

Adaptado de San Bartolomé et al. (2011)

Bonelli et al. (2010) analizaron la influencia de la carga axial en una sección de muro estructural de concreto armado en forma de T para dos casos, el primero cuando la sección no presenta confinamiento, el segundo cuando la sección presenta confinamiento según el ACI318-08. El detalle de la sección se presenta en la siguiente figura.

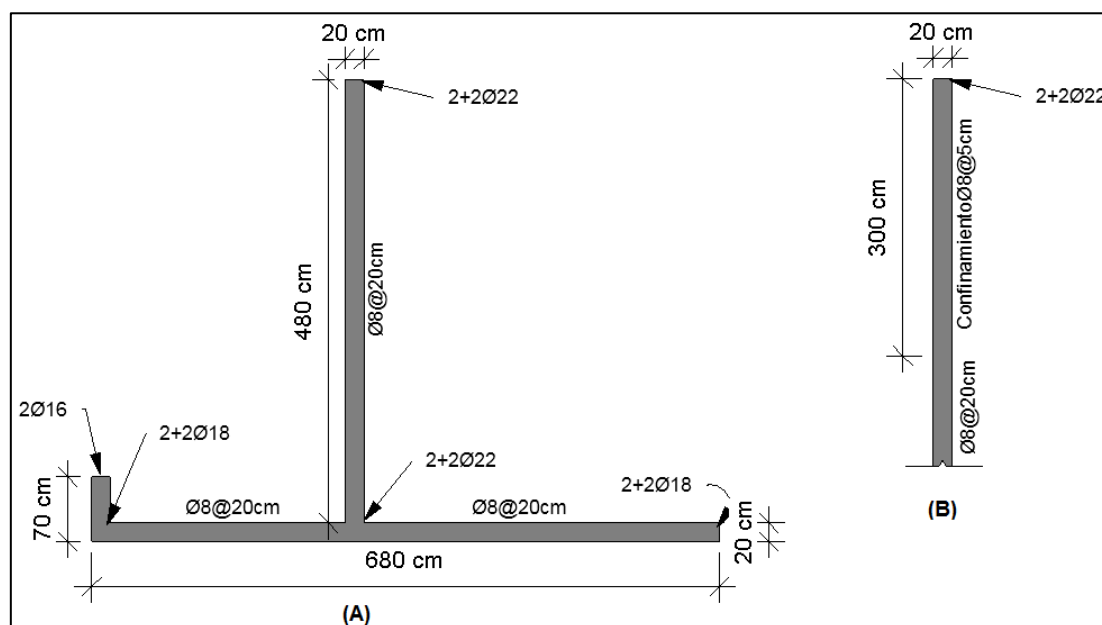


Figura 25. Sección de muro de concreto armado en forma de "T" para dos casos, el primero sin confinamiento (A) y el segundo con confinamiento (B)

Adaptado de Bonelli et al. (2010)

Con los resultados del análisis de la sección T de CA con y sin confinamiento, analizados en la dirección del alma de la sección, Bonelli et al. (2010) presentaron un diagrama de momento-curvatura con diferentes estados de carga axial (Fig. 26), la parte derecha representa la curvatura cuando el ala de la sección se encuentra comprimida, en cambio, la parte izquierda, representa la curvatura cuando el alma de la sección se encuentra comprimida, además, en la gráfica se señala con puntos de varios colores las deformaciones del concreto y acero. En el caso del ala comprimida la curvatura última queda definida por el alargamiento unitario del acero de 0.06, en cambio, cuando el alma esta comprimida la curvatura última lo define la deformación del concreto igual a 0.004 si no existe confinamiento; y con confinamiento la deformación alcanza a 0.016. También se observa la disminución de ductilidad con el aumento de la carga axial, cuando el alma se encuentra comprimida.

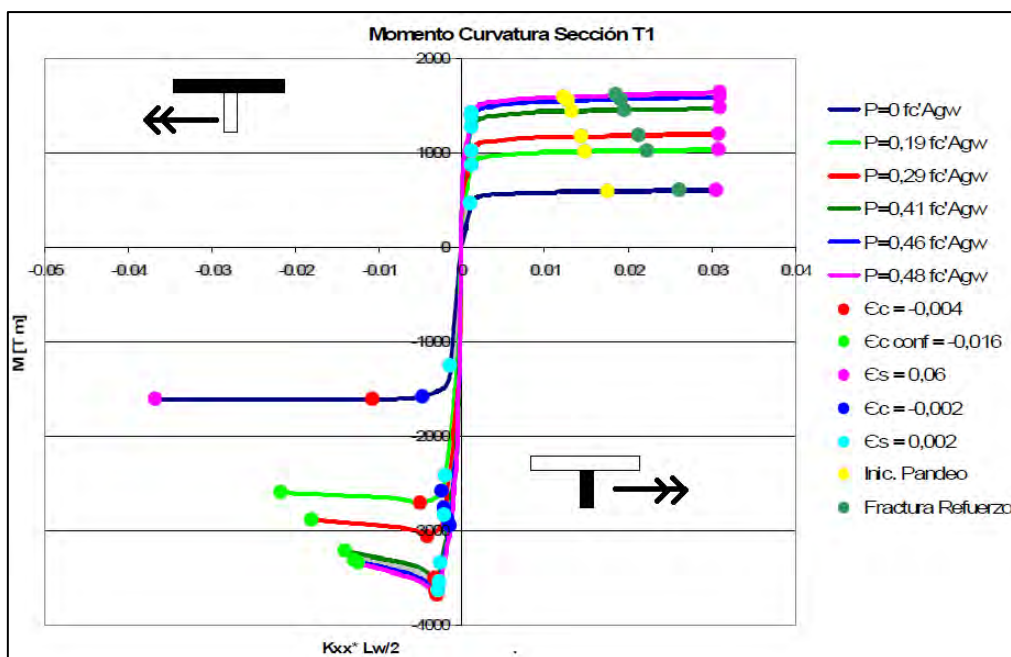


Figura 26. Diagramas momento-curvatura en el muro T para diferentes cargas axiales.

Adaptado de Bonelli et al. (2010)

El pobre detallamiento del acero transversal y longitudinal en las secciones críticas de los muros de CA (Fig. 27), permitieron mayores daños. Es decir, ante la falta de confinamiento del acero transversal y dobleces en 90° en los extremos, dejaron expuestas las barras longitudinales, por ello, ocurrió el fenómeno de pandeo en las barras de acero longitudinal.

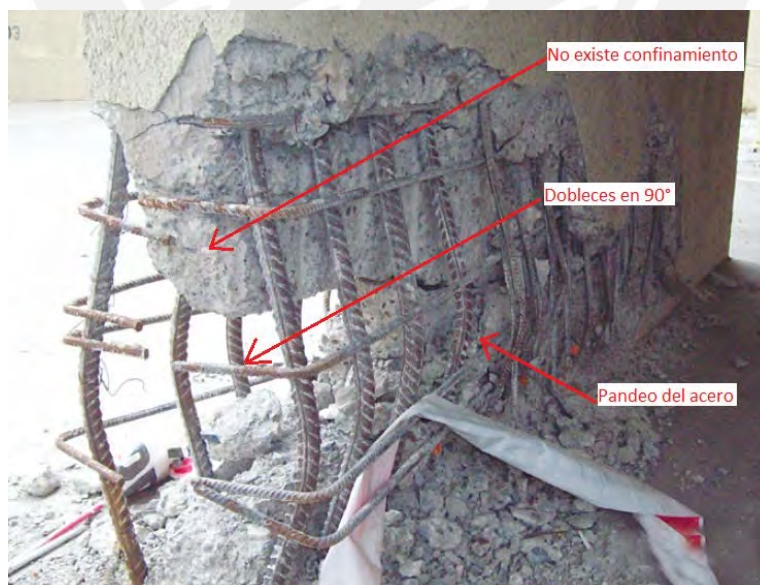


Figura 27. Pandeo del acero debido al pobre detallamiento en la sección del muro.

Adaptado de Massone y Rojas (2010)

3.4.2 Modelo propuesto por Rodríguez et al. (1999) caso monotónico

Rodríguez et al. (1999) realizaron una investigación experimental en barras de acero cortas y esbeltas, sometidas a cargas monotónicas y cíclicas reversibles. El resultado de la investigación fue la propuesta de un parámetro para evaluar el estado de deformación relativo al pandeo de la barra sometido a deformaciones cíclicas. Además, propusieron la definición del inicio del pandeo como la diferencia entre las deformaciones opuestas en la sección transversal de la barra igual o mayor que el 20% de la deformación medida menor. La siguiente figura muestra el procedimiento de evaluación de las barras ante el efecto del pandeo.

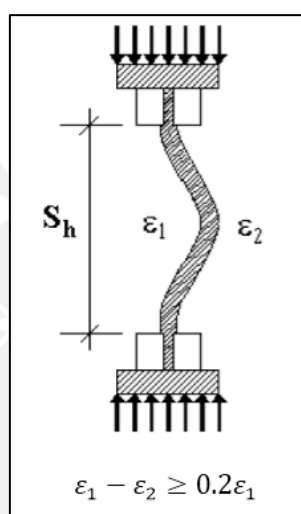


Figura 28. Medición de deformación en caras opuestas de una barra de refuerzo

Tomado de la tesis de la maestría de Hoyos (UNAM-2005)

En el caso de los ensayos monotónicos en compresión, se utilizó la teoría del doble módulo para definir el esfuerzo crítico de pandeo y el modelo de Dodd & Restrepo (1995), el cual permite relacionar el esfuerzo y la deformación en los casos en tensión y compresión. Las siguientes expresiones son la propuesta antes mencionada.

$$f_{cs} = -f_s(1 + \varepsilon_s)^2$$

$$\varepsilon_{cs} = \frac{-\varepsilon_s}{1 + \varepsilon_s}$$

$$f_p = \frac{\pi^2 E_r}{16(K \frac{S_h}{d_b})^2}$$

Los parámetros E_r , K , S_h y d_b son el modulo reducido, longitud efectiva, longitud libre de la barra y el diámetro de la barra respectivamente.

Con los resultados obtenidos Rodríguez et al. (1999) generaron dos gráficos. En el primero se calculó el esfuerzo de pandeo normalizado con el esfuerzo de fluencia y la esbeltez de las varillas.

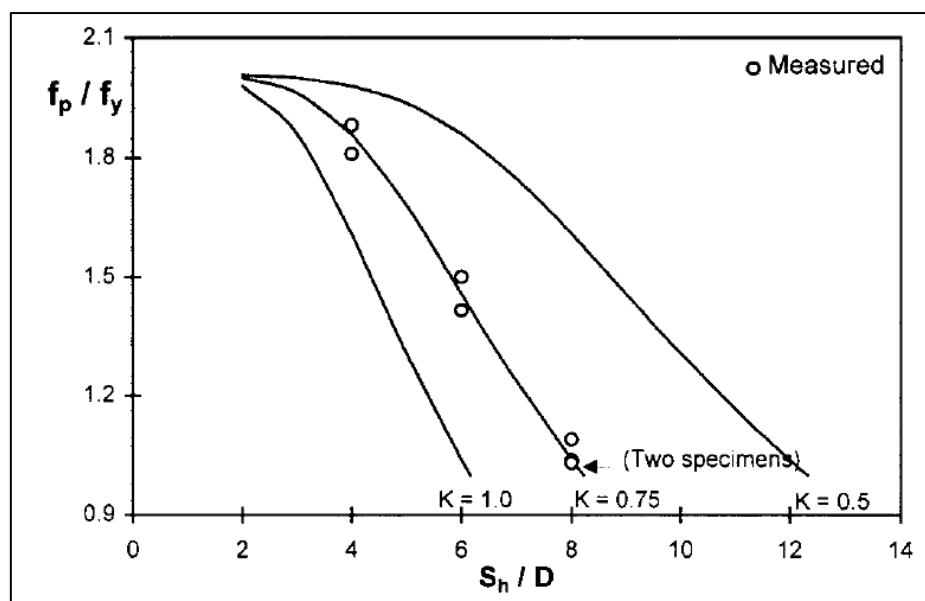


Figura 29. Gráfico de esfuerzo normalizado vs esbeltez de las barras.

Tomado de Rodríguez et al. (1999)

El segundo gráfico es la relación del pandeo y esbeltez de las varillas.

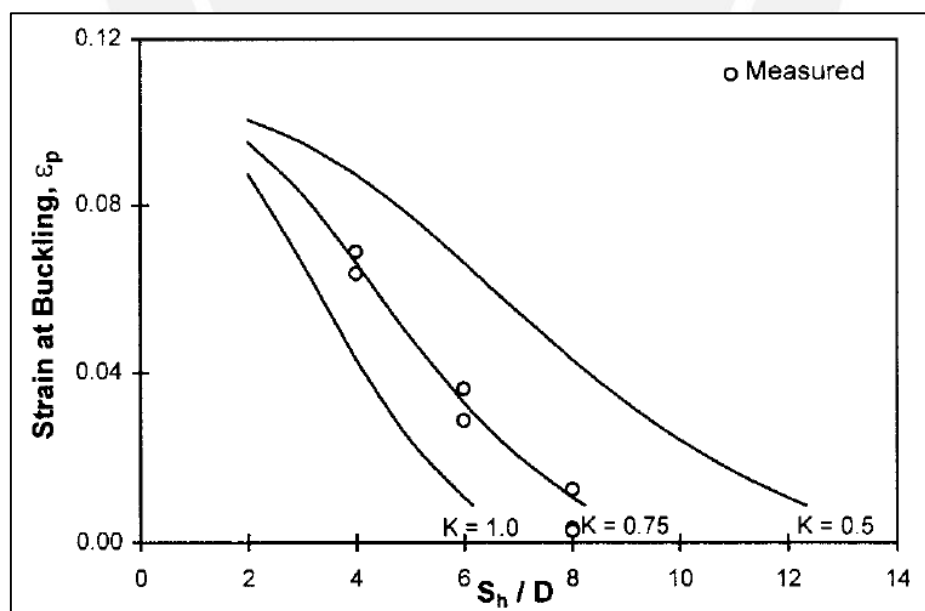


Figura 30. Gráfico parámetro de deformación de pandeo vs esbeltez de las barras

Tomado de Rodríguez et al. (1999)

3.4.3 Modelo propuesto por Rodríguez et al. (1999) y su modificación Ortiz, Rodríguez & Torres (2014) caso cíclico reversible

Para el caso cíclico reversible Rodríguez et al. (1999) propusieron emplear el parámetro ε_p^* , asociado al pandeo de barra de acero en el último ciclo. A continuación, se muestra la figura del modelo propuesto.

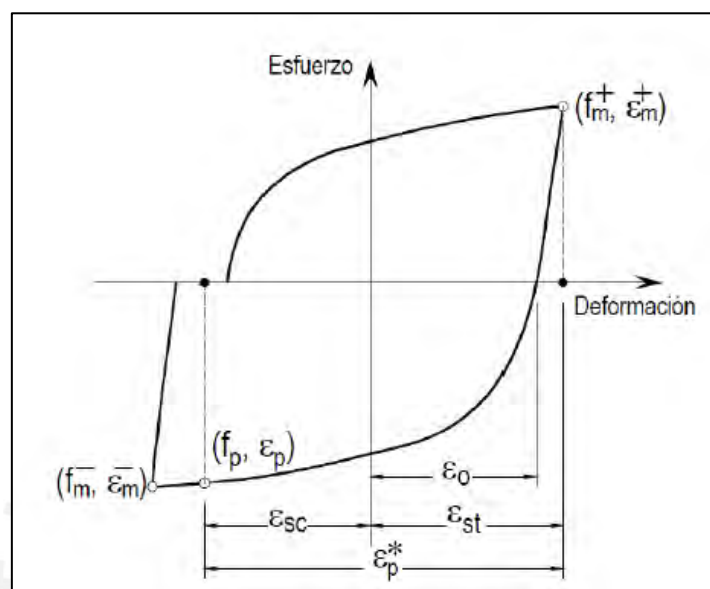


Figura 31. Parámetros del modelo del pandeo de la barra sometido a cargas reversibles

Tomado de la tesis de maestría de Ortiz, Rodríguez & Torres (UNAM-2014)

Al inicio se propuso:

$$\varepsilon_p^* = \varepsilon_o + \varepsilon_{sc}$$

Donde el parámetro de deformación permanente que tendría la barra si el ciclo de descarga en tensión termina en la condición de esfuerzo nulo es ε_o , además, el valor ε_{sc} , respectivamente, es el punto de inicio del pandeo de la barra.

Sin embargo, para fines de diseño Ortiz, Rodríguez & Torres (2014) modificaron el cálculo de ε_p^* de la siguiente manera.

$$\varepsilon_p^* = \varepsilon_{sc} + \varepsilon_{st}$$

Empleando la ecuación anterior y los resultados de los ensayos cíclicos reversibles en Rodríguez et al. (1999), los autores obtuvieron la siguiente gráfica.

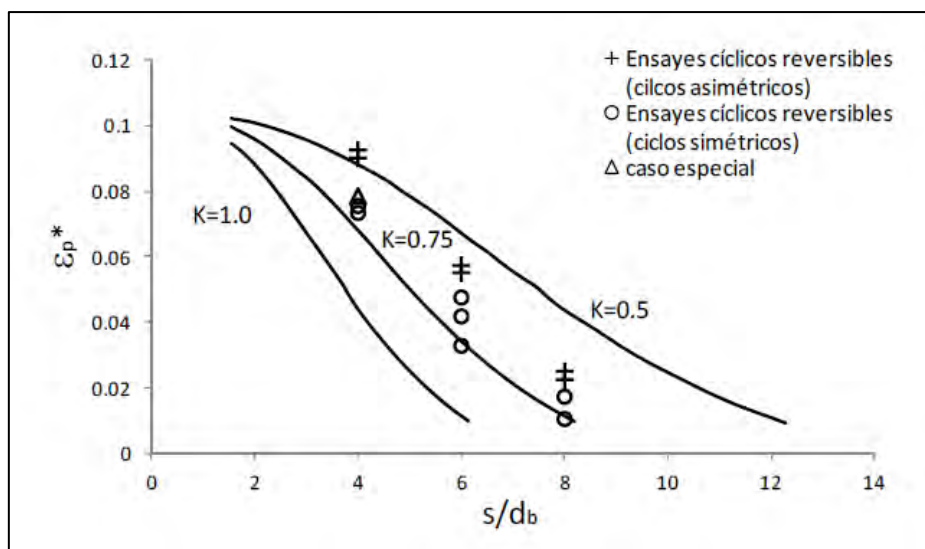


Figura 32. Parámetro de la deformación por pandeo vs esbeltez de la barra

Tomado de Rodríguez (2018)

3.4.4 Propuesta por Restrepo & Rodríguez (2013b)

Definieron un criterio de curvatura última en columnas de concreto, fundamentándose en el comportamiento de las barras de acero longitudinales ensayadas en laboratorio, sometidas ante cargas cíclicas reversibles con diferentes relaciones de esbeltez. El resultado fue la propuesta siguiente de la fractura del refuerzo longitudinal por pandeo.

$$\varepsilon_s - \varepsilon_c = \psi \left(\frac{14 - \frac{4s_h}{3d_b}}{100} \right) \leq \frac{\varepsilon_{su}}{2} \text{ cuando } |\varepsilon_c| \geq 0.004$$

El valor ψ es un parámetro del número de ciclos (Restrepo, 2018). Para 1 ciclo $\psi = 1$ y en 4 ciclos o mas $\psi = 0.6$ respectivamente.

3.4.5 Modelo propuesto por Iñiguez & Rodríguez (2015) y expresión para el cálculo de la deformación asociada al pandeo de la barra

El modelo requiere ubicar el ciclo de compresión, en donde ocurre el pandeo de la barra, luego se toma el medio ciclo anterior al pandeo y se procede a medir la deformación en compresión que la barra alcanza en el punto B, el valor será ε_{sc} , después se procede a calcular la deformación a tracción que alcanza la barra en el punto C y el valor será ε_{st} (Iñiguez & Rodríguez, 2015, p. 39). Finalmente con los dos valores se determina el parámetro ε_p^* para la barra (Fig. 33).

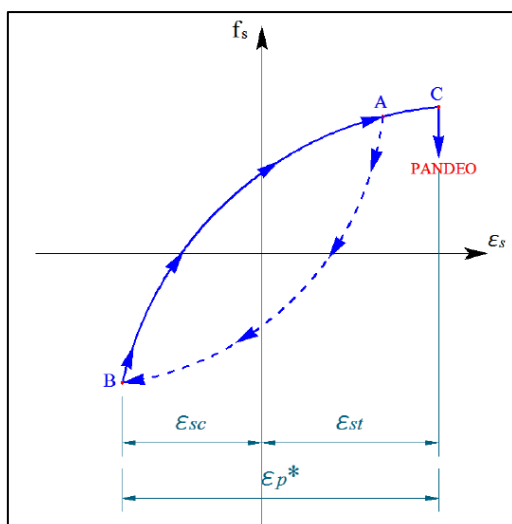


Figura 33. Modelo propuesto para el pandeo de una barra longitudinal

Tomado de la tesis de maestría de Iñiguez & Rodríguez (UNAM-2015)

Los autores representaron los valores del parámetro ε_p^* y la esbeltez de la barra (Fig.34), con los ensayos realizados en muros rectangulares y las columnas Goodnight (2015).

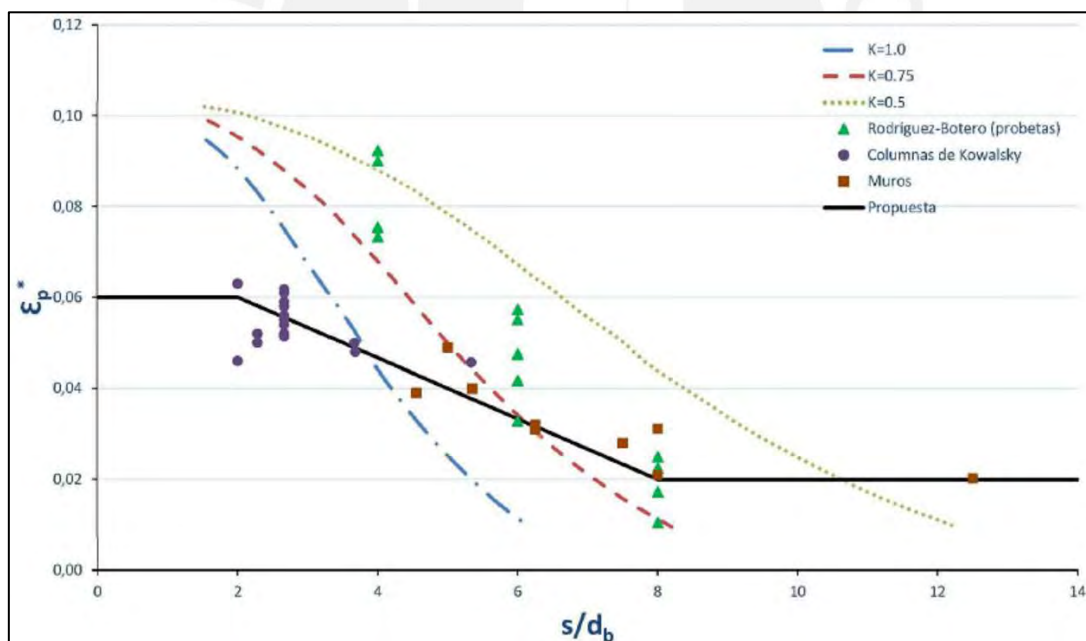


Figura 34. Parámetro deformación de pandeo vs esbeltez de la barra propuesto por Iñiguez (2015)

Tomado de la tesis de maestría de Iñiguez & Rodríguez (UNAM-2015)

Con la gráfica anterior Iñiguez & Rodríguez (2015) proponen el cálculo del parámetro ε_p^* :

$$0.02 \leq \varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{s}{d_b}}{150} \leq 0.06$$

Capítulo 4. Momento-curvatura en columnas y muros de concreto armado

4.1 Definición y ventajas del momento-curvatura

La capacidad de momento-curvatura en las secciones de concreto armado es fundamental para el control entre una falla frágil y dúctil. Es beneficioso que el diseño de elementos de CA sea por flexión, ya que presentaría ductilidad. Por ello, es vital definir los parámetros involucrados en el cálculo de momento-curvatura en columnas y muros estructurales de CA. La siguiente gráfica, adaptada de Park & Paulay (1975), muestra la deformación de una sección en flexión. Además, la gráfica permite definir los parámetros como radio de curvatura, curvatura de la sección, deformaciones del acero y deformaciones de concreto.

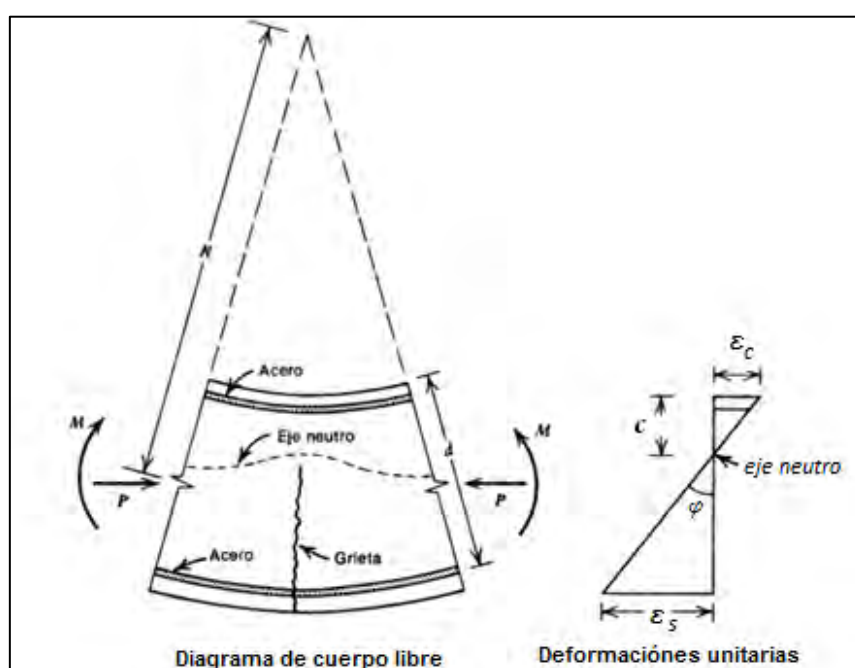


Figura 35. Parámetros para la definición de curvatura en una sección de concreto

Tomado del libro Reinforced concrete structures de Park & Paulay (1975)

Desde el centro de curvatura hasta el eje neutro de la sección se mide el radio de curvatura (R).

La curvatura de la sección se define como la inversa del radio de curvatura: $\varphi = \frac{1}{R}$

De la compatibilidad de deformaciones, se obtiene las siguientes relaciones.

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d}$$

Para la etapa elástica se cumplirá la siguiente relación: $EI = \frac{M}{\varphi}$

Las ventajas de utilizar el diagrama momento-curvatura según Restrepo (2018) son, identificar fluencia del acero, ductilidad de la sección, límites de desempeño de los materiales, cálculos

de sobre-resistencia, y capacidad nominal de la sección. Además, Restrepo (2018) presenta un resumen de las ventajas (Fig. 36):

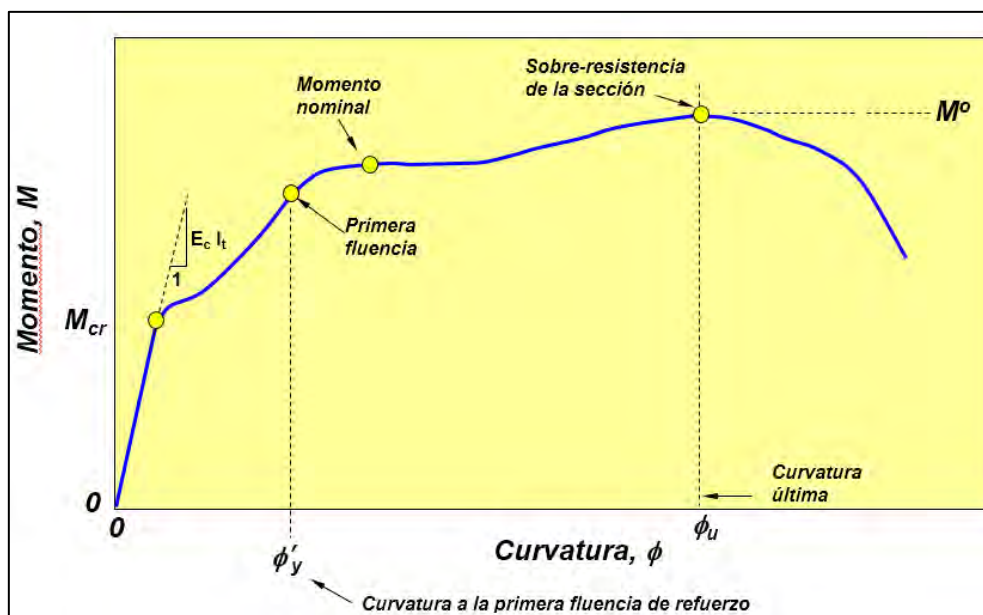


Figura 36. Relación momento-curvatura típica en secciones de concreto armado

Tomado de Restrepo (2018)

Restrepo (2018) clasifica los estados límites de desempeño del concreto y el acero (Fig. 37):

Los estados límites para el concreto son:

- Ci) Agrietamiento del concreto, $\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{cr}$
- Cii) Esfuerzo máximo a compresión en el concreto no confinado, $\varepsilon_c = 0.002$
- Ciii) Agrietamiento y descascaramiento inicial del recubrimiento, $\varepsilon_c = 0.004$
- Civ) Desprendimiento del recubrimiento del concreto, $\varepsilon_c > 0.004$
- Cv) Aplastamiento del núcleo del concreto, $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$

Los estados límites para el acero son:

- Si) Fluencia de la barra longitudinal extrema de la sección, $\varepsilon_s = \varepsilon_y$
- Sii) Deformación unitaria del 1% en la barra extrema a tracción, $\varepsilon_s = 1\%$
- Siii) Comienzo del pandeo de las barras longitudinales extremas, $\varepsilon_s - \varepsilon_c \geq \frac{10 - \frac{s}{d}}{100}$

Siv) Fractura de la barra longitudinal extrema, $\varepsilon_s - \varepsilon_c = \left(\frac{14 - \frac{4s_h}{3d_b}}{100} \right) \leq \frac{\varepsilon_{su}}{2}$ cuando $|\varepsilon_c| \geq 0.004$

Con los estados límites definidos, Restrepo (2018) presenta:

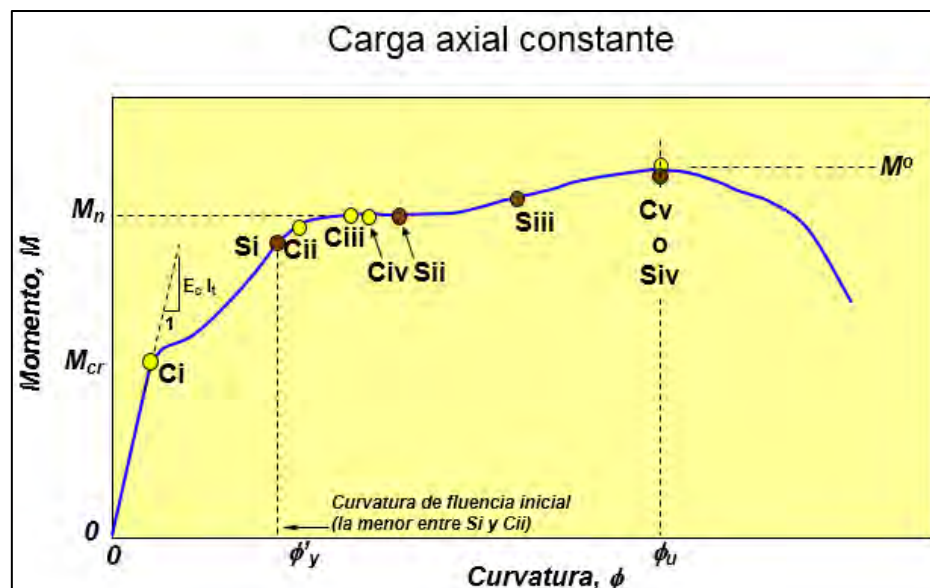


Figura 37. Diagrama momento-curvatura y estados límites definidos por Restrepo para carga axial constante (2018)

Tomado de Restrepo (2018)

La anterior gráfica muestra el diagrama momento-curvatura incluyendo los estados límites mencionados líneas arriba con la condición de carga axial constante. Con la ayuda del gráfico, Restrepo (2018) plantea un modelo bi-lineal del diagrama momento-curvatura (Fig. 38).

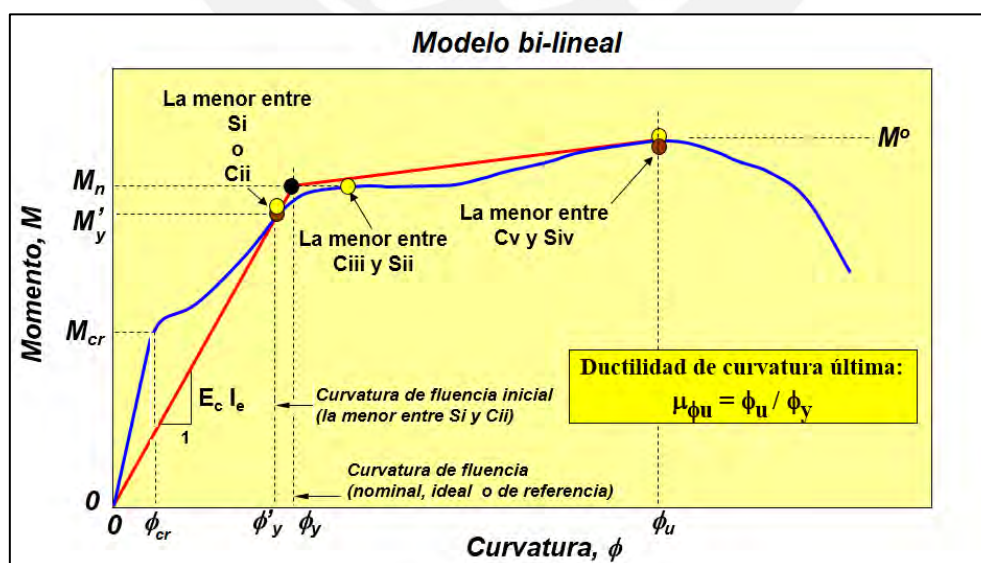


Figura 38. Modelo bi-lineal del diagrama momento-curvatura en secciones de concreto armado

Tomado de Restrepo (2018)

La gráfica anterior nos presenta los parámetros que influyen en el modelo bi-lineal del diagrama momento-curvatura. Otro modelo simplificado, se muestra en la Fig.39.

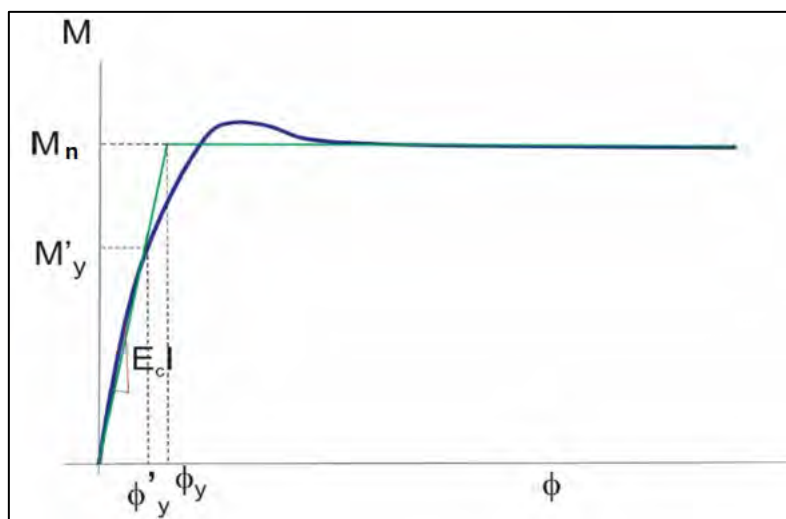


Figura 39. Modelo bi-lineal aproximado de momento-curvatura.

Tomado de Rodríguez (2018)

En los siguientes sub-capítulos se profundiza el análisis de dos parámetros importantes, la curvatura de fluencia y la curvatura última.

4.2 Curvatura de fluencia para secciones de concreto armado

La curvatura de fluencia en el modelo bi-lineal se determina con la siguiente ecuación.

$$\varphi_y = \varphi'_y \frac{M_n}{M'_y}$$

La curvatura de fluencia inicial (φ'_y) se calcula cuando ocurre la primera fluencia en el extremo de la barra o cuando se desarrollan compresiones altas en el concreto antes que la fluencia del refuerzo.

$$\varphi'_y = \frac{\varepsilon_y}{d - c}, \text{ ó } \varphi'_y = \frac{\varepsilon_c}{c}$$

Priestley et al. (2007) han presentado expresiones para el cálculo de la curvatura de fluencia para diferentes secciones de CA.

$$\text{Columna circular: } \varphi_y = 2.25 \frac{\varepsilon_y}{D}$$

$$\text{Columna rectangular: } \varphi_y = 2.10 \frac{\varepsilon_y}{h_c}$$

$$\text{Muro de concreto rectangular: } \varphi_y = 2.00 \frac{\varepsilon_y}{l_w}$$

$$\text{Muro de concreto I o T con ala en compresion: } \varphi_y = 1.50 \frac{\varepsilon_y}{l_w}$$

4.3 Capacidades últimas de curvatura para secciones de concreto armado

De manera general se presentan cuatro casos, donde se agota la capacidad última de la sección en la columna o muro estructural ante eventos sísmicos. La primera, es cuando las barras de acero longitudinal fallan por pandeo; la segunda, cuando el acero transversal se rompe perdiendo confinamiento el concreto; la tercera, por el aplastamiento del núcleo de concreto confinado antes que las barras de acero fluyan y la cuarta, es pandeo global del muro.

Es recomendable que la falla sea por el pandeo del acero longitudinal, ya que es una falla dúctil, por el contrario, si los estribos fallan antes que el acero longitudinal se pierda confinamiento en el concreto y se presentaría una falla frágil.

4.3.1 Capacidad última de curvatura por pandeo del acero longitudinal

La Fig. 40, adaptada de Iñiguez & Rodríguez (2015), presenta la importancia del comportamiento de las barras A y B ubicadas al extremo respectivamente, ya que investigaciones experimentales demuestran que las barras llegan al pandeo ante acciones sísmicas intensas.

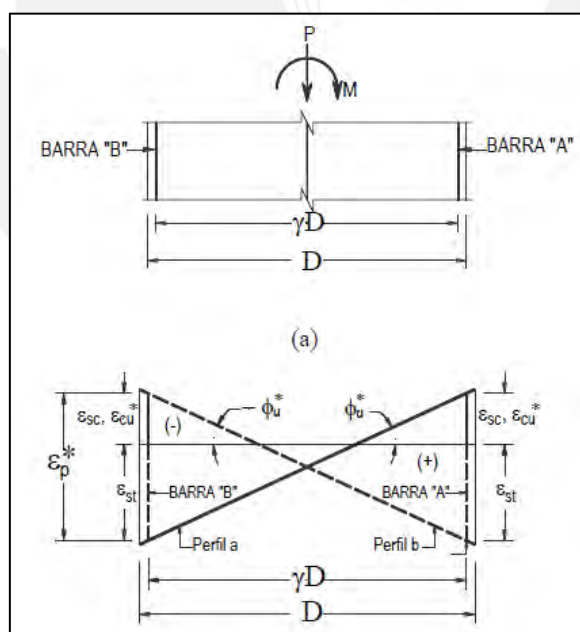


Figura 40. Modelo para la curvatura última por pandeo del refuerzo longitudinal

Tomado de la tesis Iñiguez & Rodríguez (UNAM-2015)

Las siguientes expresiones para el cálculo de curvatura última y las deformaciones de la barra a compresión y tracción (ε_{sc} y ε_{st}), se aplican a secciones simétricas, tanto columnas como muros estructurales.

$$\varphi_u^* = \frac{\varepsilon_{sc} + \varepsilon_{st}}{\gamma D} = \frac{\varepsilon_p^*}{\gamma D}, \text{ ademas } \varepsilon_{sc} \leq \varepsilon_{cu}$$

$$\varepsilon_{sc} = c\varphi_u^*$$

$$\varepsilon_{st} = (d - c)\varphi_u^*$$

4.3.2 Capacidad última de curvatura por fractura del refuerzo transversal

Se define con la ecuación siguiente presentada por Priestley et al. (2007):

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}}$$

ε_{su} : Deformación del acero a su resistencia máxima

f'_{cc} : Esfuerzo de compresión del concreto confinado

f_{yh} : Esfuerzo de fluencia del refuerzo transversal

ρ_s : Cuantía volumétrica del refuerzo transversal

En el libro de Moehle (2015) se presenta otra expresión para el cálculo de deformación máxima del concreto confinado limitado por la fractura del refuerzo transversal.

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{f_{emin}}{4f'_c}$$

f_{emin} : El menor esfuerzo de confinamiento efectivo

Otra alternativa para la deformación máxima del concreto confinado, ofrece Scott, Park & Priestley (1982).

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.075 \frac{\rho_s f_{yh}}{f'_c}$$

Finalmente, la curvatura última será la siguiente expresión:

$$\varphi_u^f = \frac{\varepsilon_{cu}}{c}$$

4.3.3 Capacidad última de curvatura por aplastamiento del núcleo de concreto

Restrepo (2018) presenta una expresión para el cálculo de la deformación del núcleo de concreto cuando falla por aplastamiento.

Para el caso de columnas y muros de sección rectangular.

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 2\sqrt{\rho_x\rho_y}$$

Similar caso para columnas de sección circular.

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \rho_s$$

Por último, la curvatura última será:

$$\varepsilon_{sc} > \varepsilon_{cu}, \varphi_u^c = \frac{\varepsilon_p^c}{\gamma D} = \frac{\varepsilon_{cu}}{c}$$

4.3.4 Capacidad última de curvatura por falla de pandeo global en el muro

La falla por pandeo global del muro (Fig. 41) se observó en el terremoto de Chile-2010. El mecanismo ocurre bajo cargas sísmicas, además, la alternancia de compresión y tracción ocasiona que la armadura longitudinal fluya en tracción generando grietas en el elemento, luego ante la disminución de rigidez se incrementa la inestabilidad del muro cuando la sección nuevamente se encuentre en compresión. La siguiente figura muestra la falla por pandeo global.

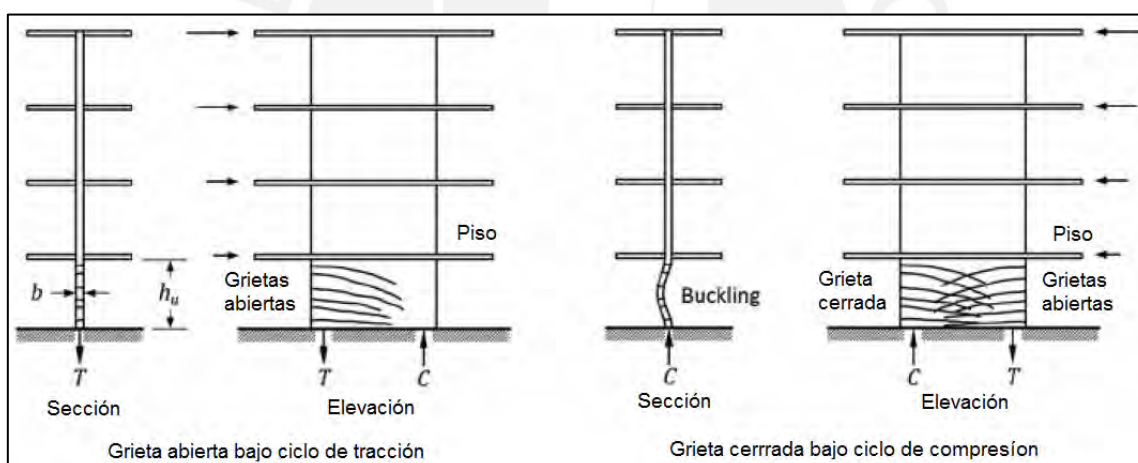


Figura 41. Mecanismo de falla por pandeo global en muro de concreto armado

Adaptado de Moehle (2015)

La Fig. 42, ahonda en el entendimiento en la deformación por pandeo fuera del plano, planteado por Paulay & Priestley (1993).

Las siguientes expresiones permiten calcular la curvatura por falla global del muro.

$$\delta = \xi b = \varphi_{max} \left(\frac{kh_u}{\pi} \right)^2$$

$$\varphi_{max} = \frac{\varepsilon_{sm-0.005}}{d}$$

Del equilibrio

$$\Sigma F = 0 \rightarrow P = C_s + C_c$$

$$\Sigma M = 0 \rightarrow C\xi b = C_c\gamma b$$

$$C_s = \rho_l b h f_y$$

$$C_c = 0.85 f'_c \beta_1 c h = 0.85 f'_c (1 - 2\gamma) b h$$

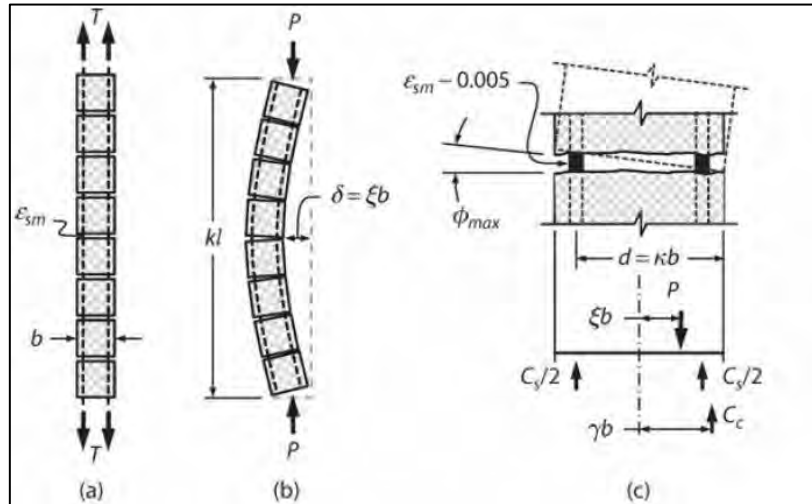


Figura 42. Deformación por pandeo fuera del plano del muro, planteado por Paulay & Priestley (1993)

Tomado de Moehle (2015)

Sustituyendo las ecuaciones anteriores y considerando $m = \frac{\rho_l f_y}{f'_c}$ se obtiene:

$$(1 - 2\gamma) \left(\frac{\gamma}{\xi} - 1 \right) = \frac{\rho_l f_y}{0.85 f'_c} = \frac{m}{0.85}$$

La expresión anterior tiene solución si se cumple:

$$\xi \leq 0.5 \left(1 + \frac{2m}{0.85} - \sqrt{\left(\frac{2m}{0.85} \right)^2 + \frac{4m}{0.85}} \right)$$

Sustituyendo las ecuaciones y considerando al muro fijo en la parte superior e inferior ($k=0.5$):

$$\frac{h_u}{b} = \frac{1}{0.35 \sqrt{\epsilon_m - 0.005}}$$

La siguiente figura es el diagrama de esbeltez crítica formulada con la expresión anterior.

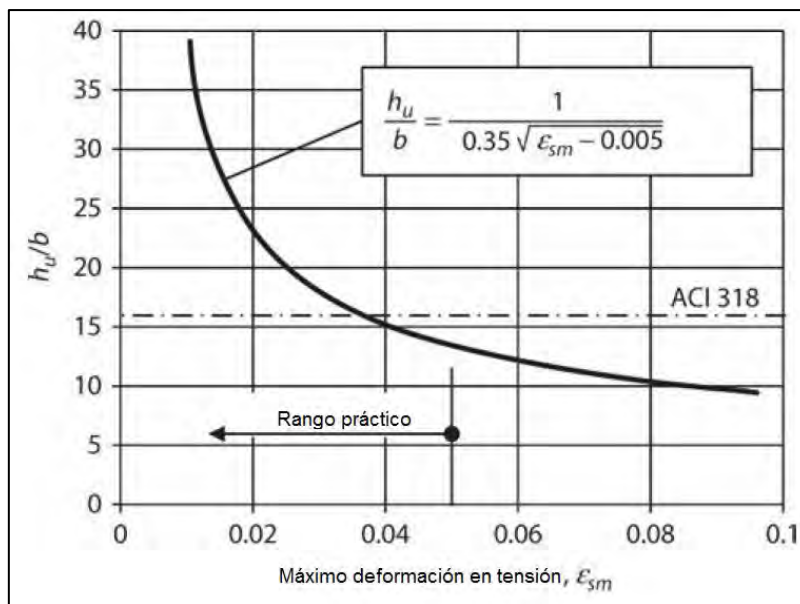
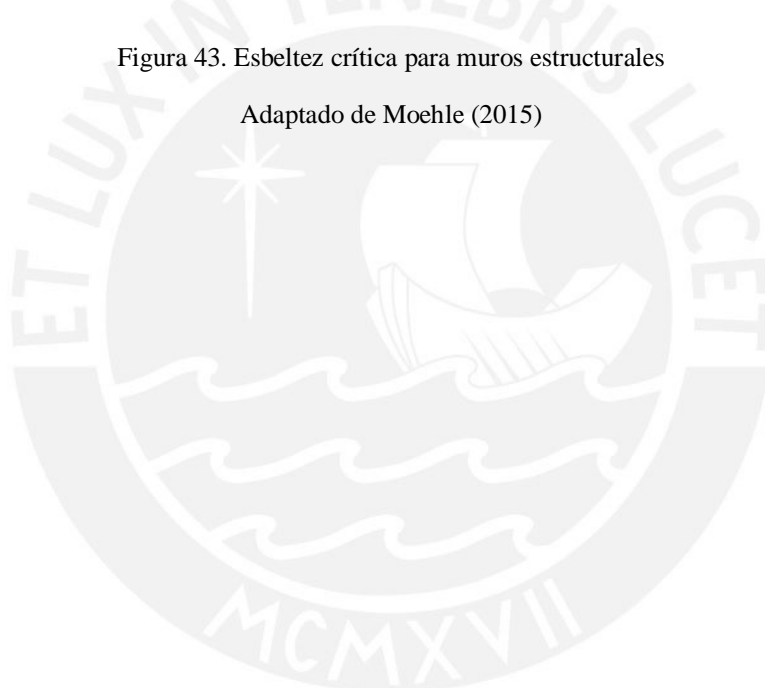


Figura 43. Esbeltez crítica para muros estructurales

Adaptado de Moehle (2015)



Capítulo 5. Momentos creíble y probable para columnas y muros estructurales de concreto armado

Restrepo & Rodríguez (2013) definen el momento creíble como la resistencia teórica a flexión, empleando los esfuerzos medidos a compresión del concreto y fluencia del acero, asimismo, considerando la incursión cíclica no lineal inelástica del refuerzo. Además, proponen un procedimiento para el cálculo del momento creíble en columnas circulares y rectangulares de concreto armado, sometidas a cargas laterales cíclicas reversibles.

Similarmente, Restrepo & Rodríguez (2013) definen el momento resistente probable como la resistencia teórica máxima a flexión que puede alcanzar una sección crítica de un elemento estructural, calculado con alguna teoría de flexión empleando las resistencias medias (promedios), considerando la incursión cíclica no lineal inelástica del refuerzo, incluyendo carga axial o sin esta.

5.1 Propuesta existente de momento creíble en columnas rectangulares y circulares

La Fig. 44 presenta el criterio para evaluar el momento creíble en columnas circulares y rectangulares de concreto armado.

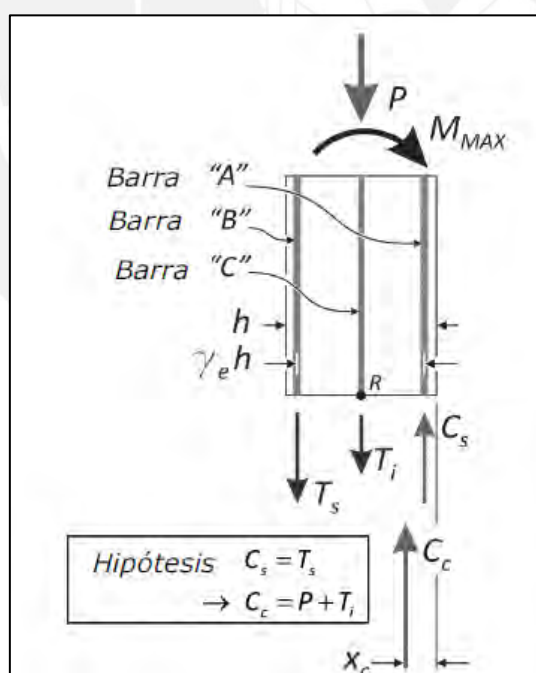


Figura 44. Fuerzas aplicadas y fuerzas internas para el cálculo de momento creíble

Tomado de Restrepo & Rodríguez (2013)

La figura anterior representa la elevación de una columna circular o rectangular de concreto armado, se presenta la carga axial (P) y el momento máximo creíble ($M_{max} = M_{cd}$) resistente

de la sección. Además, Las fuerzas internas resistentes son a tracción de la barra B (T_s), la fuerza resistente en compresión de la barra A (C_s), la fuerza a tracción en la barra C (T_i) y la fuerza del concreto en compresión (C_c) ubicada a una distancia x_c del extremo de la sección.

El modelo de Restrepo & Rodríguez (2013) presenta dos hipótesis. La primera es que las fuerzas en la barra A y B son iguales y opuestas, generando por equilibrio $C_c = P + T_i$, además, se puede demostrar que ante cargas cíclicas reversibles las fuerzas en la barra A y B llegan a fluencia. La segunda hipótesis plantea que la fuerza en la barra C, actúa siempre en tracción, sin embargo, la anterior afirmación no es estrictamente correcta cuando el eje neutro excede la mitad del peralte de la columna. Aunque Restrepo & Rodríguez (2013) han mostrado que el valor de la fuerza P es muchas veces mayor que el valor T_i , cuando el eje neutro excede o se acerque a la mitad del peralte de la sección.

Realizando sumatoria de momentos en punto R de la figura anterior se genera la siguiente expresión.

$$M_{cd} = T_s \gamma_e h + (P + T_i) \left(\frac{h}{2} - x_c \right)$$

La barra en tracción T_s se expresa en función del área de refuerzo (A_{st}), el esfuerzo de fluencia esperado (\hat{f}_y), endurecimiento del refuerzo (λ_h) y factor de distribución de las barras exteriores (k) de la siguiente forma:

$$T_s = k \lambda_h A_{st} \hat{f}_y$$

La barra central a tracción T_i se expresa de similar manera:

$$T_i = (1 - 2k) \lambda_h A_{st} \hat{f}_y$$

Utilizando las relaciones mostradas, el momento en columnas quedaría:

$$M_{cd} = k \lambda_h A_{st} \hat{f}_y \gamma_e h + P \left(\frac{h}{2} - x_c \right) + (1 - 2k) \lambda_h A_{st} \hat{f}_y \left(\frac{h}{2} - x_c \right)$$

$$M_{cd} = \lambda_h A_{st} \hat{f}_y h \left(k \gamma_e + (1 - 2k) \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + P h \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

Dividendo por bh^2 y por el esfuerzo del concreto esperado \hat{f}'_c , la expresión es adimensional:

$$\frac{M_{cd}}{bh^2 \hat{f}'_c} = \lambda_h \rho_l \frac{\hat{f}_y}{\hat{f}'_c} \left(k \gamma_e + (1 - 2k) \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

Para el caso de columnas circulares, la expresión es:

$$\frac{M_{cd}}{h^3 \hat{f}'_c} = \frac{\pi}{4} \lambda_h \rho_l \frac{\hat{f}_y}{\hat{f}'_c} \left(k \gamma_e + (1 - 2k) \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + \frac{\pi}{4} \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

Restrepo & Rodríguez (2013) utilizando la base datos de Berry, Parrish & Eberhard (2004) generaron dos expresiones para la relación $\frac{x_c}{h}$, tanto en columnas rectangulares como circulares.

La ecuación para columnas rectangulares es:

$$\frac{x_c}{h} = 0.34 \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} + 0.07$$

Similar caso para columnas circulares:

$$\frac{x_c}{h} = 0.32 \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} + 0.10$$

Para el caso de columnas rectangulares y circulares el valor k es $3/8$ y $1/3$ respectivamente. Acerca del parámetro γ_e , Restrepo & Rodríguez (2013) consideran 0.8 para columnas rectangulares y 0.69 para columnas circulares.

5.2 Propuesta existente para el cálculo de momento probable con flexión alrededor de un eje principal para secciones circulares y rectangulares de concreto

Restrepo y Rodríguez (2013), para el caso del momento probable, consideran que los parámetros esperados del concreto \hat{f}'_c y acero \hat{f}_y se modifican en resistencias medias del concreto \bar{f}'_c y el acero \bar{f}_y . Además, el ACI-318 considera $1.25 f_y = \lambda_h \bar{f}_y$, sin embargo no presenta especificaciones para el endurecimiento del concreto. Restrepo y Rodríguez (2013) definieron el endurecimiento del concreto como la relación $\lambda_{co} = \frac{\bar{f}'_c}{f'_c}$, finalmente la carga axial ensayada (P) se reemplaza con la carga axial mayorada (P_u).

Para el caso de columnas rectangulares el momento probable queda definido así:

$$M_{pr} = 1.25 A_{st} f_y h \left(0.3 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + P_u h \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

Dividendo por $b h^2 f'_c$ quedaría de la forma adimensional

$$\frac{M_{pr}}{b h^2 f'_c} = 1.25 \rho_l \frac{f_y}{f'_c} \left(0.3 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + \frac{P_u}{A_g f'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

Para el cálculo de la relación $\frac{x_c}{h}$ en columnas rectangulares, se reemplaza $\lambda_{co} f'_c = \hat{f}'_c$ resultando:

$$\frac{x_c}{h} = \frac{0.34}{\lambda_{co}} \frac{P_u}{A_g f'_c} + 0.07$$

De manera similar para el momento probable en secciones circulares de concreto.

$$M_{pr} = 1.25 A_{st} f_y h \left(0.23 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + P_u h \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

De forma adimensional:

$$\frac{M_{pr}}{h^3 f'_c} = 1.25 \frac{\pi}{4} \rho_l \frac{f_y}{f'_c} \left(0.23 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) \right) + \frac{\pi}{4} \frac{P_u}{A_g f'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)$$

$$\frac{x_c}{h} = \frac{0.32}{\lambda_{co}} \frac{P_u}{A_g f'_c} + 0.10$$

5.3 Propuesta existente de momento creíble para muros rectangulares y con elementos de borde

Al igual que el modelo propuesto de momento creíble para columnas rectangulares o circulares propuesto por Restrepo & Rodríguez (2013). El momento creíble en muros rectangulares propuesto por Iñiguez & Rodríguez (2015) utiliza las dos hipótesis mencionadas, además, considera que el refuerzo longitudinal se concentra en el centro y en los laterales. La siguiente figura muestra una elevación de una sección de muro rectangular con momento y carga axial alrededor del eje principal.

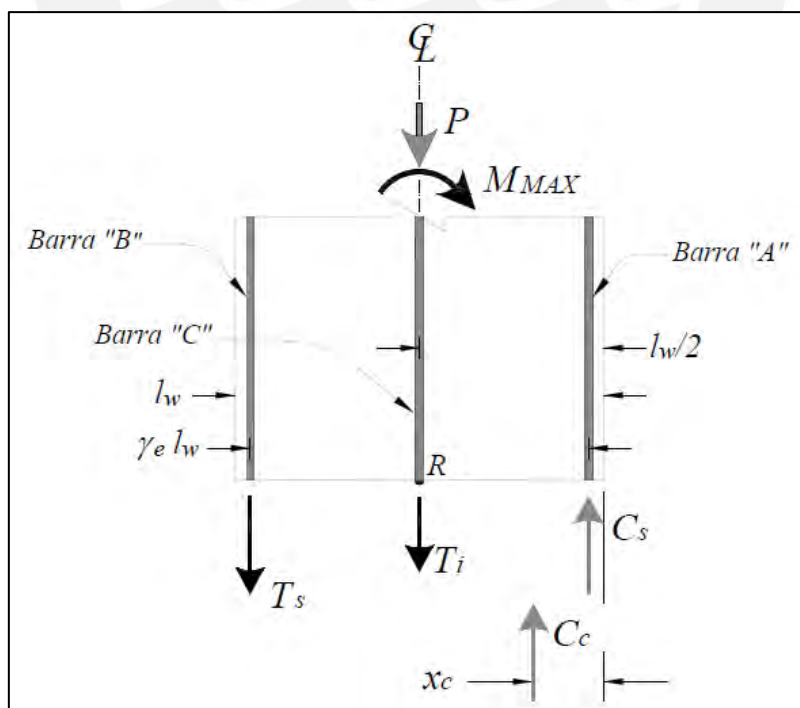


Figura 45. Diagrama de cuerpo libre de muro de concreto estructural

Tomado de la tesis de Maestría de Roca & Salinas (UNI-2015)

La sumatoria de momentos es:

$$M_{cd} = T_s(\gamma_e l_w) + (P + T_i) \left(\frac{l_w}{2} - x_c \right)$$

Reemplazando las ecuaciones de T_s y T_i mencionadas, se obtiene:

$$M_{cd} = \lambda_n A_{st} \hat{f}_y l_w \left(k \gamma_e + (1 - 2k) \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

El parámetro γ_e depende del diámetro del acero longitudinal equivalente d_{be} , el diámetro de los estribos en los bordes confinados del muro d_{bt} , recubrimiento del concreto r_c y la longitud del muro l_w .

$$\gamma_e l_w = l_w - d_{be} - 2r_c - 2d_{bt}$$

$$\gamma_e = 1 - \frac{1}{l_w} (d_{be} + 2(d_{bt} + r_c))$$

El valor de k representa el refuerzo concentrado en los bordes del muro y se representa:

$$k A_{st} = n_b \pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2$$

Utilizando la anterior ecuación, se puede determinar el diámetro equivalente de las barras.

$$d_{be} = 2 \sqrt{\frac{k A_{st}}{n_b \pi}}$$

Para el caso de muros rectangulares el modelo simplificado queda.

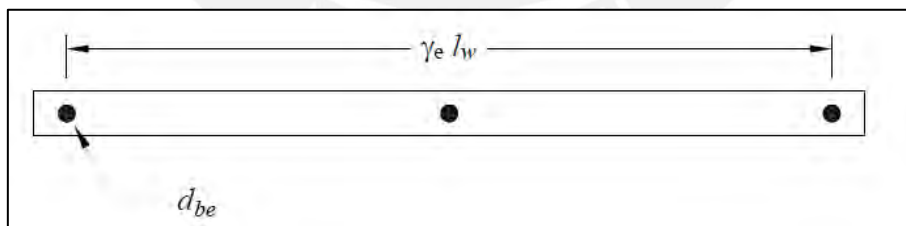


Figura 46. Modelo simplificado para el caso de muros rectangulares.

Tomado de la tesis de Maestría de Roca & Salinas (UNI-2015)

Según la anterior figura el valor k :

$$k = \frac{n_b \pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2}{A_{st}} = \frac{1 \pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2}{3 \pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2} = \frac{1}{3}$$

Según los resultados de Iñiguez & Rodríguez (2015) el valor de γ_e es 0.93 en promedio. Finalmente, el momento creíble en muros estructurales con secciones rectangulares queda con la siguiente expresión.

$$M_{cd} = \lambda_h A_{st} \hat{f}_y l_w \left(\frac{1}{3} (0.93) + \left(1 - 2 \left(\frac{1}{3} \right) \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

De forma adimensional se divide por $t_w l_w^2 \hat{f}'_c$:

$$\frac{M_{cd}}{t_w l_w^2 \hat{f}'_c} = \lambda_h \rho_l \frac{\hat{f}_y}{\hat{f}'_c} \left(0.31 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + \frac{P}{t_w l_w \hat{f}'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

Para el cálculo del parámetro $\frac{x_c}{l_w}$:

$$\frac{x_c}{l_w} = 0.45 \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} + 0.05$$

Para el caso de muros con elementos de borde, el modelo simplificado que presenta Roca & Salinas (2015) es:

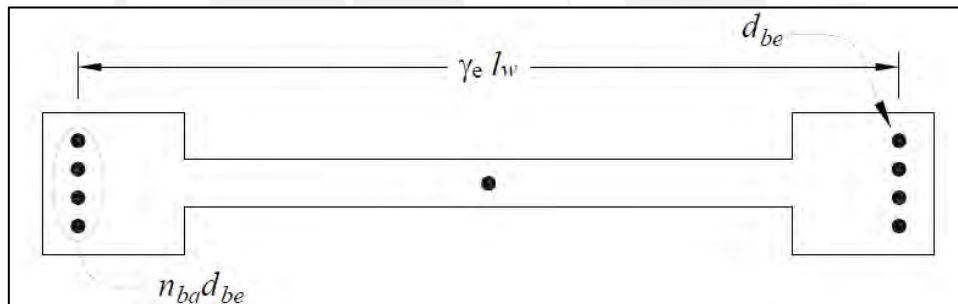


Figura 47. Modelo simplificado para muros con elementos de borde.

Tomado de la tesis de Maestría de Roca & Salinas (UNI-2015)

Los autores han planteado cuatro barras en los elementos de borde. Así mismo, el valor de k queda.

$$k = \frac{n_b \pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2}{A_{st}} = \frac{4\pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2}{9\pi \left(\frac{d_{be}}{2} \right)^2} = \frac{4}{9}$$

Considerando el valor γ_e igual a 0.93 de la tesis de Iñiguez & Rodríguez (2015), el momento creíble será.

$$M_{cd} = \lambda_h A_{st} \hat{f}_y l_w \left(\frac{4}{9} (0.93) + \left(1 - 2 \left(\frac{4}{9} \right) \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

$$M_{cd} = \lambda_h A_{st} \hat{f}_y l_w \left(0.41 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

De forma adimensional se divide por $t_w l_w^2 \hat{f}'_c$:

$$\frac{M_{cd}}{t_w l_w^2 \hat{f}'_c} = \lambda_h \rho_l \frac{\hat{f}_y}{\hat{f}'_c} \left(0.41 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + \frac{P}{t_w l_w \hat{f}'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

Para el cálculo del parámetro $\frac{x_c}{l_w}$:

$$\frac{x_c}{l_w} = 0.10 \frac{P}{A_g \hat{f}'_c} + 0.01$$

5.4 Propuesta existente para el cálculo de momento probable con flexión alrededor de un eje principal para muros de concreto armado de sección rectangular

El momento probable para muros de CA de sección rectangular lo proponen Iñiguez & Rodríguez (2015), se reemplaza $1.25 f_y = \lambda_h \bar{f}_y$, $\lambda_{co} f'_c = \hat{f}'_c$ y $P_u = P$, resultando en la siguiente forma.

$$M_{pr} = 1.25 A_{st} f_y l_w \left(0.31 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P_u l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

De forma adimensional:

$$\frac{M_{pr}}{t_w l_w^2 f'_c} = 1.25 \rho_l \frac{f_y}{f'_c} \left(0.31 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + \frac{P_u}{A_g f'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

$$\frac{x_c}{l_w} = \frac{0.45}{\lambda_{co}} \frac{P_u}{A_g f'_c} + 0.05$$

5.5 Propuesta existente para el cálculo de momento probable con flexión alrededor de un eje principal para muros de concreto armado con elementos de borde simétricos

El momento probable para muros de CA con elementos de borde lo propone Roca & Salinas (2015), además, utilizando $1.25 f_y = \lambda_h \bar{f}_y$, $\lambda_{co} f'_c = \hat{f}'_c$ y $P_u = P$, resulta:

$$M_{pr} = 1.25 A_{st} f_y l_w \left(0.41 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + P_u l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$

De forma adimensional:

$$\frac{M_{pr}}{t_w l_w^2 f'_c} = 1.25 \rho_l \frac{f_y}{f'_c} \left(0.41 + \frac{1}{9} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right) \right) + \frac{P_u}{A_g f'_c} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{l_w} \right)$$
$$\frac{x_c}{l_w} = \frac{0.10}{\lambda_{co}} \frac{P_u}{A_g f'_c} + 0.01$$



Capítulo 6. Propuesta existente de modelo de falla a cortante en columnas cortas

La siguiente grafica representa el modelo planteado por Carrión & Rodríguez (2015) para columnas cortas, se considera una grieta inclinada con ángulo variable de 55° a 62° y un tramo recto que no se agrieta hasta que no supere cierto esfuerzo. El modelo plantea dos etapas, anterior al agrietamiento y pos-agrietamiento.

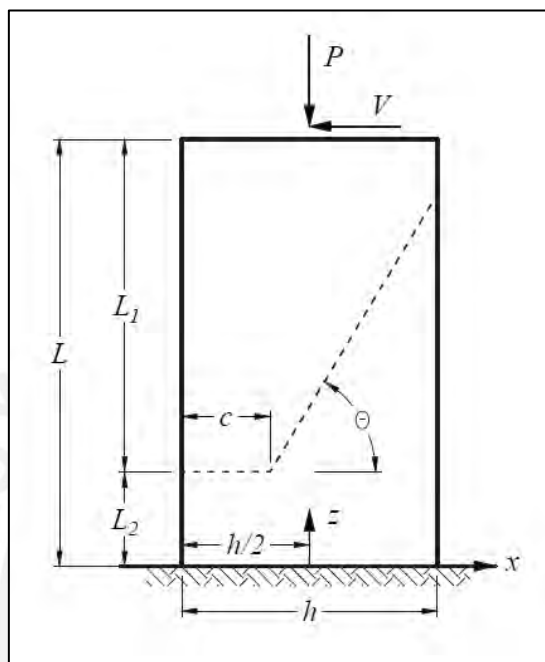


Figura 48. Modelo de falla a cortante en columnas cortas

Tomado de la tesis de Maestría de Carrión & Rodríguez (UNAM-2015)

En la primera etapa el concreto no sufre agrietamiento por cortante, por ende la fuerza cortante de agrietamiento (V_{cr}) es resistido por el concreto y no por el refuerzo transversal. La segunda etapa se presenta luego de generarse la grieta, el cortante pos-agrietamiento (V_{pa}) se calcula con la siguiente expresión.

$$V_{pa} = V_c + V_p + V_d + V_s + V_t$$

V_c : Cortante proporcionado por la parte comprimida de la sección

V_p : Cortante proporcionado por la carga axial

V_d : Aporte del refuerzo longitudinal por el efecto “dowel”

V_s : Cortante proporcionado por el refuerzo transversal

V_t : Cortante proporcionado por el plano inclinado de falla

En resumen la resistencia de una sección por cortante es el máximo calculado entre V_{cr} y V_{pa} .

6.1 Cortante de agrietamiento V_{cr} para columnas circulares

La Fig. 49 es el modelo de cortante por agrietamiento para columnas circulares propuesto por los autores mencionados.

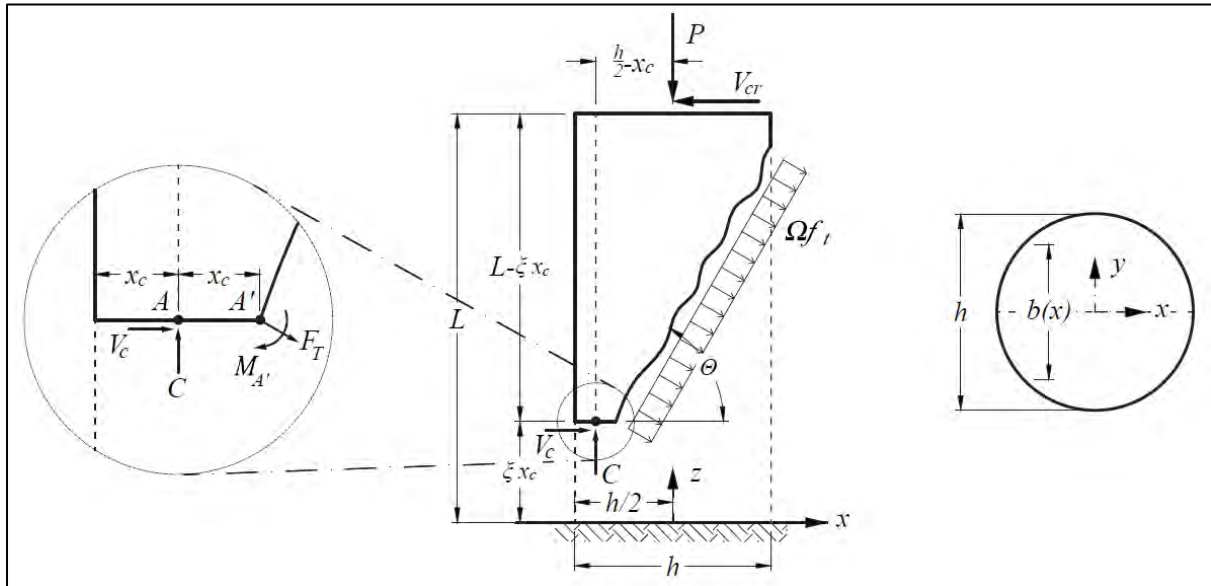


Figura 49. Modelo de cortante de agrietamiento en columnas circulares

Tomado de la tesis de Maestría de Carrión & Rodríguez (UNAM-2015)

Para facilitar el cálculo se considera una distribución uniforme de esfuerzos a tracción (Ωf_t) en el plano inclinado. Además, se considera $c \approx 2x_c$ y para columnas circulares se utiliza la expresión:

$$\frac{x_c}{h} = 0.32 \frac{P}{A_g f'_c} + 0.1$$

Haciendo equilibrio de momentos con respecto al punto A y definiendo $\eta = x/h$:

$$dF_T = \Omega f_t dA$$

$$F_T = \frac{\Omega f_t h^2}{\cos(\theta)} \int \sqrt{1 - 4\eta^2} d\eta$$

$$F_T = \frac{\Omega f_t h^2}{\cos(\theta)} \int_{\frac{c}{h}-1}^{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{1 - 4\eta^2} \right] d\eta$$

$$F_T = \frac{\Omega f_t h^2}{2\cos(\theta)} \left[-\frac{1}{2} \arcsin \left(2\frac{c}{h} - 1 \right) + \left(1 - 2\frac{c}{h} \right) \sqrt{\frac{c}{h} \left(1 - \frac{c}{h} \right)} + \frac{\pi}{8} \right]$$

c : Profundidad del eje neutro

h : Peralte de la sección

Ωf_t : Esfuerzo a tracción uniforme igual ha $\alpha\sqrt{f'_c}$

θ : Angulo de la grieta, para secciones circulares se considera 60° , en cambio, rectangular 55°

$$dM_{A'} = \frac{\Omega f_t h^3}{\cos^2(\theta)} \sqrt{1 - 4\eta^2} \left(\eta + \frac{1}{2} - \frac{c}{h} \right) d\eta$$

$$M_{A'} = \frac{\Omega f_t h^3}{\cos^2(\theta)} \int_{\frac{c}{h} - \frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 - 4\eta^2} \left(\eta + \frac{1}{2} - \frac{c}{h} \right) d\eta$$

$$M_{A'} = \frac{\Omega f_t h^3}{4\cos^2(\theta)} \left\{ \frac{1 - 2\frac{c}{h}}{2} \left[\arcsin \left(2\frac{c}{h} - 1 \right) - \frac{\pi}{4} \right] + \frac{\sqrt{\frac{c}{h} \left(1 - \frac{c}{h} \right)} \left[4 \left(\frac{c}{h} \right)^2 - 4\frac{c}{h} + 3 \right]}{3} \right\}$$

Si se toma en cuenta el desplazamiento lateral en extremo libre la de la columna (Δ), V_{cr} se define:

$$V_{cr} = \frac{M_{A'} + F_T \cos(\theta) \frac{x_c}{h} h + Ph \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)}{h \left(\frac{L}{h} - \xi \frac{x_c}{h} \right)} - P \frac{\Delta}{L - \xi x_c}$$

Ya que el desplazamiento es pequeño, la expresión $\frac{\Delta}{L - \xi x_c}$ es equivalente a la distorsión.

$$V_{cr} = \frac{M_{A'} + F_T \cos(\theta) \frac{x_c}{h} h + Ph \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right)}{h \left(\frac{L}{h} - \xi \frac{x_c}{h} \right)} - P \frac{\Delta}{L}$$

6.2 Cortante pos-agrietamiento para columnas circulares

Cortante proporcionado por la parte comprimida de la sección (V_c):

$$V_c = \tau \sqrt{f'_c} A_{cg}, \tau \approx 0.20 \text{ (recomendación)}$$

A_{cg} : Área de la zona en compresión

Cortante proporcionado por la carga axial (V_p):

Considerando hipotéticamente un valor $\xi \approx 0$ y planteando momentos con respecto al punto A

$$V_p = P \frac{h}{L} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) - P \frac{\Delta}{L}$$

Cortante proporcionado por el refuerzo transversal (V_s):

$$V_s = 2 \frac{A_{bt} f_{yt} h}{s} \tan(\theta) k_2$$

$$k_2 = -0.95 \frac{c}{h} + 0.83$$

A_{bt} : Área del estribo en la columna

f_{yt} : Esfuerzo de fluencia del estribo

k_2 : Factor de eficiencia de los estribos

Cortante proporcionado por el plano inclinado de falla (V_t):

$$V_t = 0.33 \sqrt{f'_c} A_g k_3 \text{sen}(\theta)$$

$$k_3 = \left[-0.11 \cos \left(\frac{c/h}{0.54} \pi \right) + 0.11 \right] \text{ en MPa}$$

Aporte del refuerzo longitudinal por el efecto “dowel” (V_d):

La siguiente figura presenta el modelo del efecto “dowel” en columnas circulares.

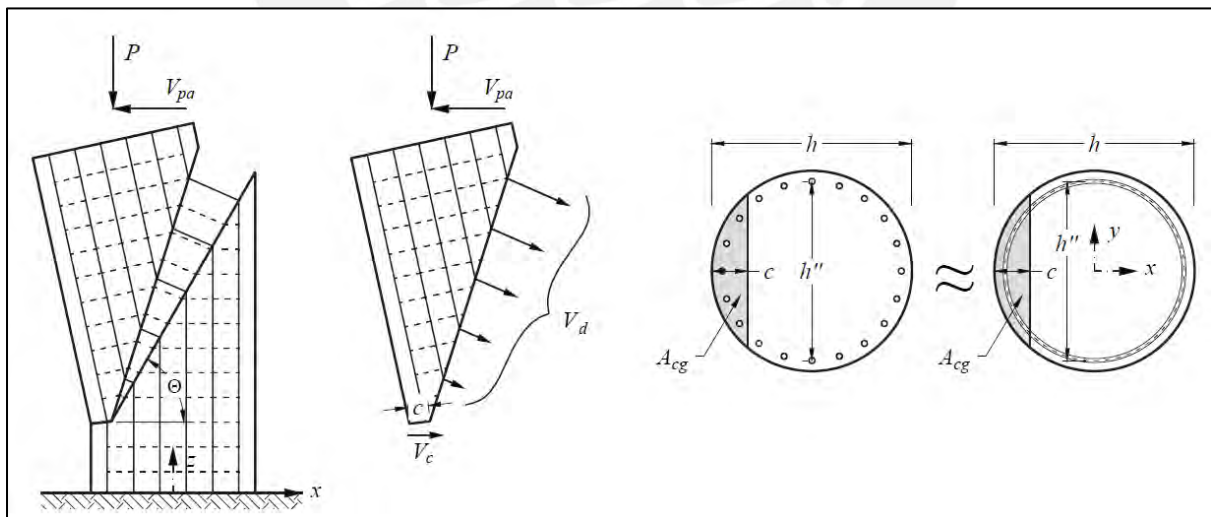


Figura 50. Efecto “dowel” en columnas circulares

Tomado de la tesis de Maestría de Carrión & Rodríguez (UNAM-2015)

Considerando $\eta = x/h''$ y una curvatura correspondiente al plano inclinado (ϕ) se presenta:

$$V_d = 2 \frac{\rho_l A_g}{\pi} h'' E_s \phi \tan(\theta) \int_{\frac{c/h}{h''/h}}^{\frac{1}{2}} \frac{1/2}{h''/h} \sqrt{\frac{1}{1-4\eta^2} \left(\frac{1/2}{h''/h} - \frac{c/h}{h''/h} + \eta \right)} d\eta$$

$$V_d = \frac{\rho_l A_g}{2\pi} h E_s \phi \tan(\theta) k_4$$

$$k_4 = \left\{ \left(2 \frac{c}{h} - 1 \right) \left[\arcsen \left(\frac{2 \frac{c}{h} - 1}{\frac{h''}{h}} \right) - \frac{\pi}{2} \right] + \sqrt{\left(\frac{h''}{h} \right)^2 - \left[2 \left(\frac{c}{h} \right) - 1 \right]^2} \right\}$$

h'' : Diámetro medido entre los centros de las varillas

E_s : Módulo elástico del acero 200GPa

6.3 Cortante de agrietamiento V_{cr} para columnas rectangulares

La Fig. 51 presenta el modelo de cortante de agrietamiento para columnas rectangulares.

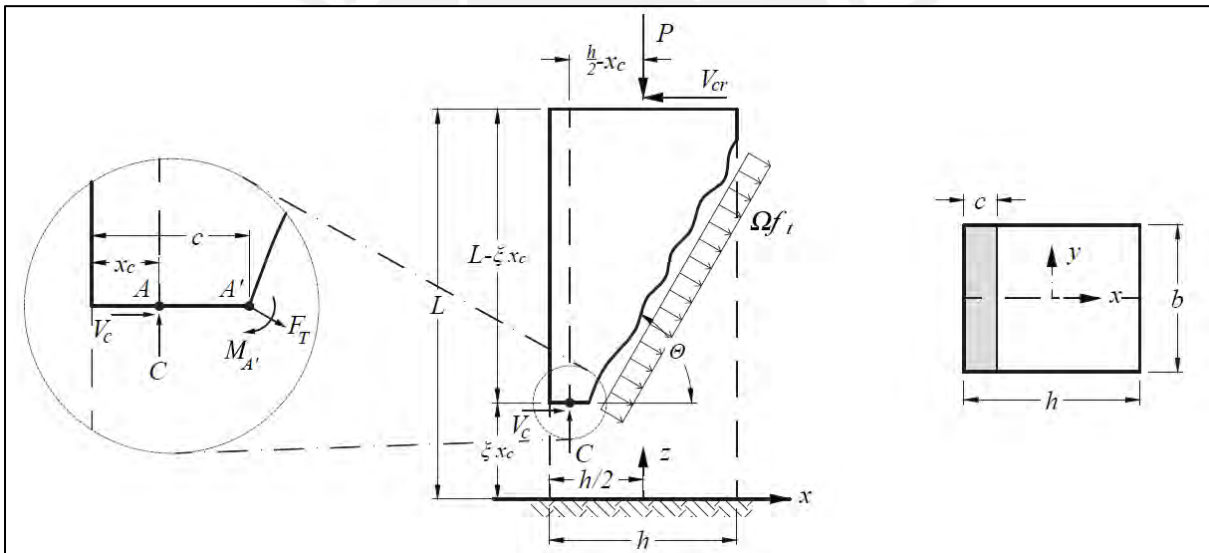


Figura 51. Modelo de cortante de agrietamiento en columnas rectangulares

Tomado de la tesis de Maestría de Carrión & Rodríguez (UNAM-2015)

Se considera $c \approx 2.83x_c$ y para columnas rectangulares será.

$$\frac{x_c}{h} = 0.34 \frac{P}{A_g f'_c} + 0.07$$

$$F_T = \frac{b(h-c)}{\cos(\theta)} \Omega f_t$$

$$M_A = F_T \left[\frac{1}{\cos(\theta)} \left(\frac{h}{2} - \frac{c}{2} \right) + 1.83x_c \cos(\theta) \right] = F_T \left[\frac{1}{\cos(\theta)} \left(\frac{1}{2} - \frac{c}{2h} \right) + 1.83 \frac{x_c}{h} \cos(\theta) \right]$$

Haciendo equilibrio de momentos con respecto al punto A:

$$\sum M = P \left(\frac{h}{2} - x_c - \Delta \right) + M_A - V_{cr}(L - \xi x_c)$$

El cortante de agrietamiento:

$$V_{cr} = \frac{Ph \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) + M_A}{(L - \xi x_c)} - P \frac{\Delta}{L - \xi x_c}$$

Suponiendo $\frac{\Delta}{L - \xi x_c} \approx \frac{\Delta}{L}$

$$V_{cr} = \frac{Ph \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) + M_A}{(L - \xi x_c)} - P \frac{\Delta}{L}$$

6.4 Cortante pos-agrietamiento para columnas rectangulares

Cortante proporcionado por la parte comprimida de la sección (V_c):

$$V_c = \tau \sqrt{f'_c} A_{cg}, \tau \approx 0.20$$

$$V_c = \tau \sqrt{f'_c} A_g \frac{c}{h}, \sqrt{f'_c} \text{ en MPa}$$

Cortante proporcionado por el plano inclinado de falla (V_t):

$$T_c = 0.33 A_g \sqrt{f'_c} \begin{cases} 0.38 \frac{c}{h}, & \text{si } \frac{c}{h} \leq 0.55 \\ -1.34 \left(\frac{c}{h} - 0.58 \right)^2 + 0.21, & \text{si } 0.55 < \frac{c}{h} < 0.96 \end{cases}$$

$$V_t = T_c \sin(\theta)$$

Cortante proporcionado por el refuerzo transversal (V_s):

$$V_s = (0.65d - c) \frac{A_v}{s} f_{yt}$$

d : Peralte efectivo

Aporte del refuerzo longitudinal por el efecto “dowel” (V_d):

La siguiente figura presenta el modelo del efecto “dowel” en columnas rectangulares.

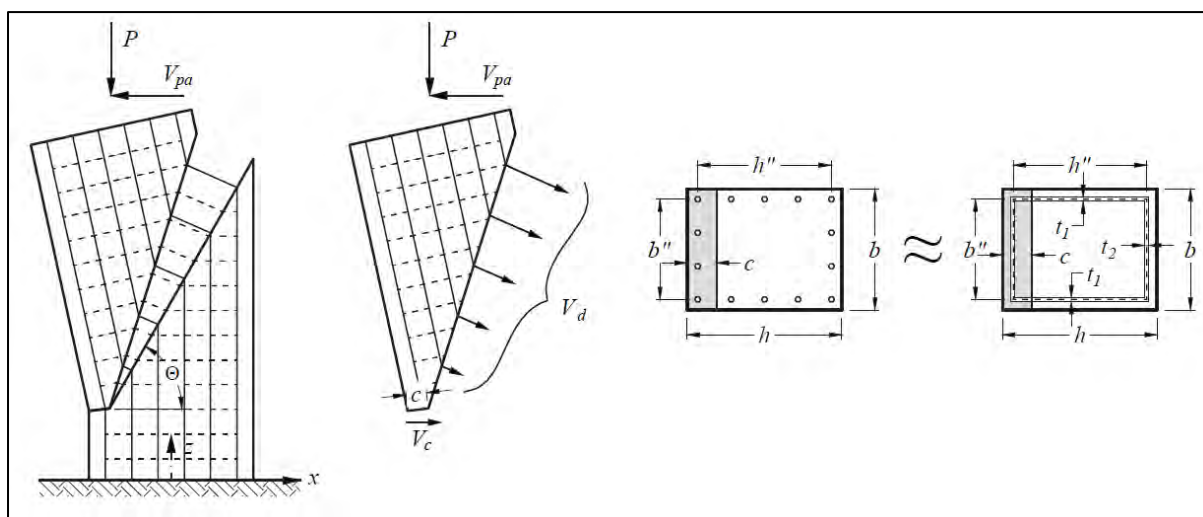


Figura 52. Efecto “dowel” en columnas rectangulares

Tomado de la tesis de Maestría de Carrión & Rodríguez (UNAM-2015)

$$V_d = V_{d1} + V_{d2}$$

$$V_{d1} = 0.18 \left(\frac{1}{2} + \frac{c}{h} + \frac{h''}{2h} \right)^2 h^2 \tan(\theta) t_1 E_s \phi$$

$$V_{d2} = 0.18 \left(\frac{1}{2} + \frac{c}{h} + \frac{h''}{2h} \right) h^2 \tan(\theta) t_2 \frac{b''}{h} E_s \phi$$

$$V_{d2} < A_v f_{yt}$$

A_v : Área de acero transversal

E_s : Modulo de elasticidad del acero

ϕ : Curvatura correspondiente al plano inclinado de la grieta

Cortante proporcionado por la carga axial (V_p):

$$V_p = P \frac{h}{L} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_c}{h} \right) - P \frac{\Delta}{L}$$

6.5 Ejemplo de aplicación del modelo de corte

Se utilizarán las columnas cortas rectangulares estudiadas por Muñoz & Ramírez (2017); San Bartolomé et al. (2000); Cornejo & Quiun (2019), las dos primeras investigaciones analizaron una edificación escolar tipo 780-Pre, la última ensaya a escala reducida una columna corta, con los datos recopilados se aplicará el modelo de corte presentado en el capítulo 6.1 de la presente tesis.

6.5.1 Análisis del pórtico estudiados por Muñoz & Ramírez (PUCP-2017)

La siguiente figura muestra en planta un modelo en escala 1:2 de un edificio escolar tipo 780-Pre, la cual siguió los lineamientos de la norma sismorresistente de 1977.

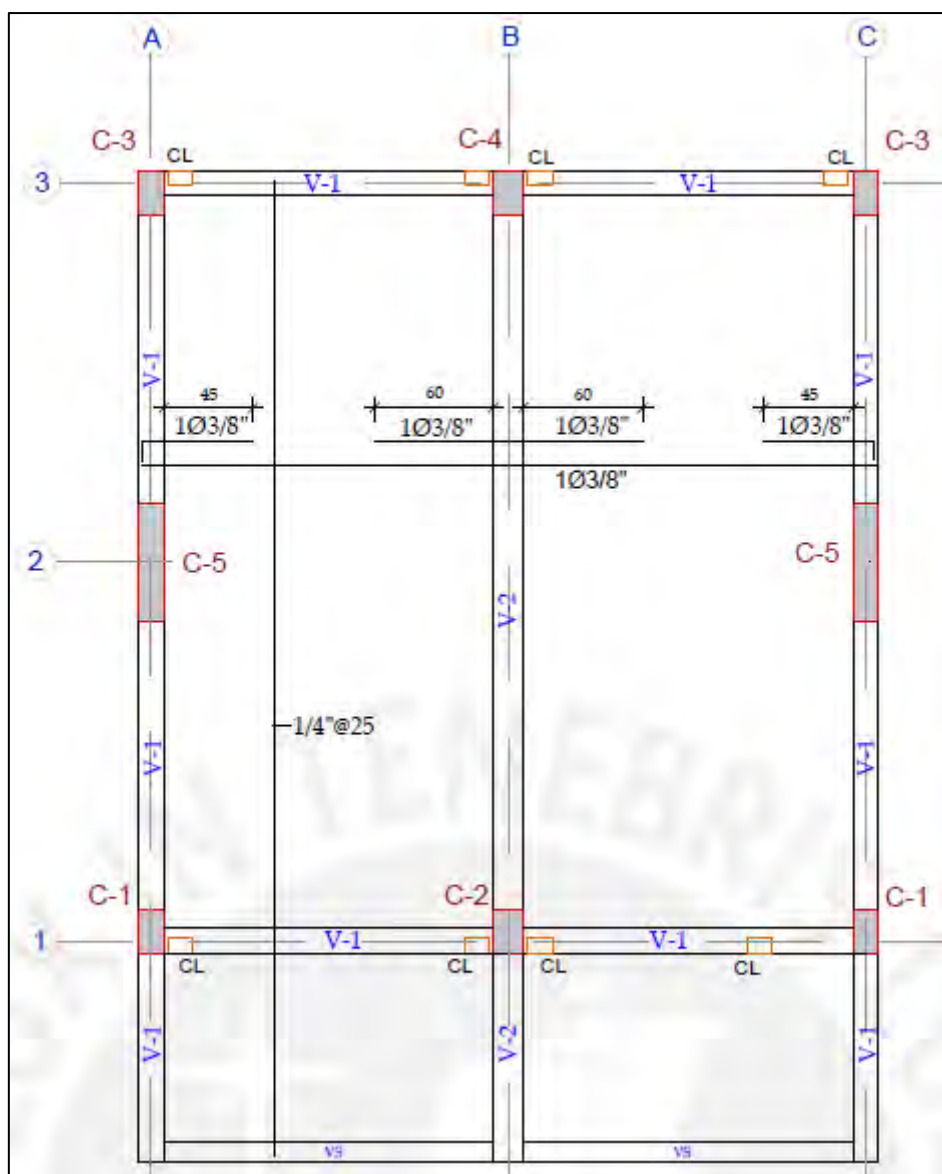


Figura 53. Encofrado del primer nivel de un edificio escolar 780-Pre a escala 1:2

Tomado de la tesis de Maestría Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)

Se aplicará el modelo de corte en la columna C-2 del eje 1, este se encuentra confinada hasta una altura de 0.95m por muros de ladrillo (Fig. 54).

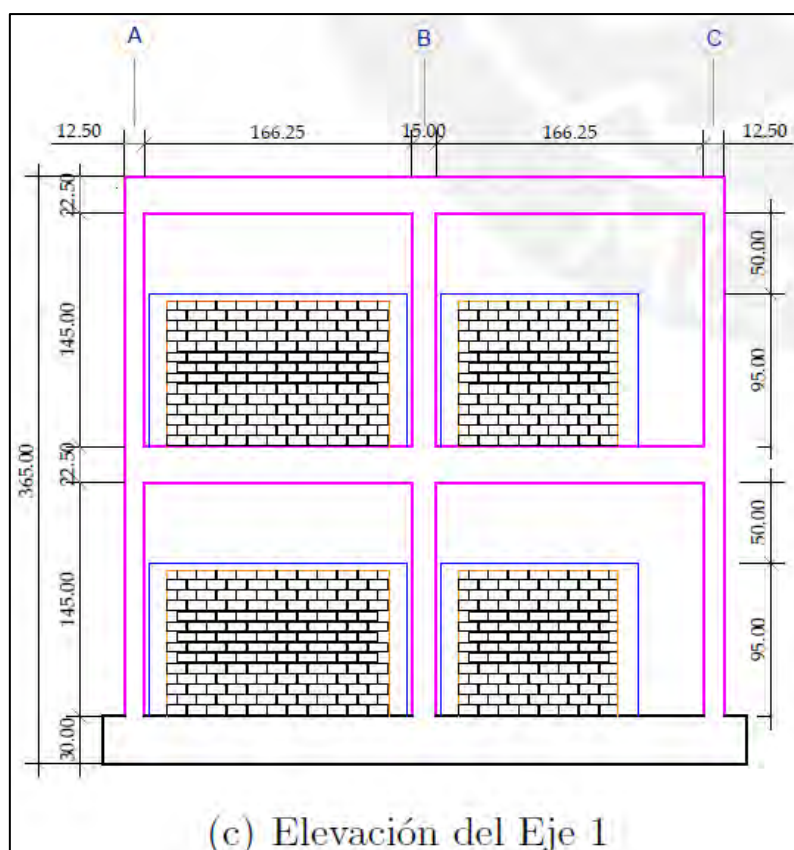


Figura 54. Elevaciones del ejes-1 del módulo escolar 780-Pre

Tomado de la tesis de Maestría de Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)

Las aceleraciones máximas en la base, la fuerza cortante basal y el desplazamiento lateral del primer nivel obtenidos en los ensayos del módulo 780-Pre se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 8. Resumen de los valores experimentales del módulo 780-Pre

Fase	Aceleración máxima mesa vibradora	F (ton)	D(mm)
1	0.25g	8.5	3.30
2	0.46g	12	4.80
3	0.75g	17.6	12.69
4	1.60g	27.6	37.31

Nota: tomado de la tesis de Maestría PUCP de Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)

Se realizará el análisis del pórtico a partir de la fase 2 hasta la fase 3, ya que en la fase 2 se inicia la interacción muro-columna y en la fase 3 se considera la última etapa elástica.

La siguiente tabla presenta las secciones transversales del módulo 780-pre:

Tabla 9. Secciones transversales del módulo 780-Pre

Elemento	Acero Longitudinal	Acero transversal y su distribución	
V - 1 (0.125 x 0.225 m)	Sup: 4 ϕ 6mm Inf: 3 ϕ 6mm	1 \square ϕ 6mm	1 @ 0.03, 7 @ 0.05 y rto @ 0.10 m c/e
V - 2 (0.15 x 0.35 m)	Sup: 3 ϕ 8mm Inf: 3 ϕ 8mm	1 \square ϕ 6mm	1 @ 0.03, 7 @ 0.05, y rto @ 0.15 m c/e
C - 1 (0.125 x 0.225 m)	6 ϕ 3/8"	2 \square 6mm	1 @ 0.03, 10 @ 0.04 y rto @ 0.15 m c/e
C - 2, C - 4 (0.15 x 0.225 m)	8 ϕ 1/2"	1 \square 6mm	1 @ 0.03, 5 @ 0.10 y rto @ 0.15 m c/e
C - 3 (0.125 x 0.225 m)	6 ϕ 8mm	1 \square 6mm	1 @ 0.03, 10 @ 0.04 y rto @ 0.15 m c/e
C - 5 (0.125 x 0.60 m)	12 ϕ 3/8"	2 \square 8mm	1 @ 0.03, 6 @ 0.10 y rto @ 0.25 m c/e

Nota: Adaptado de la tesis de Maestría de Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)

La Fig. 55 presenta el detalle de las secciones C-2 y C-4 del módulo 780-Pre:

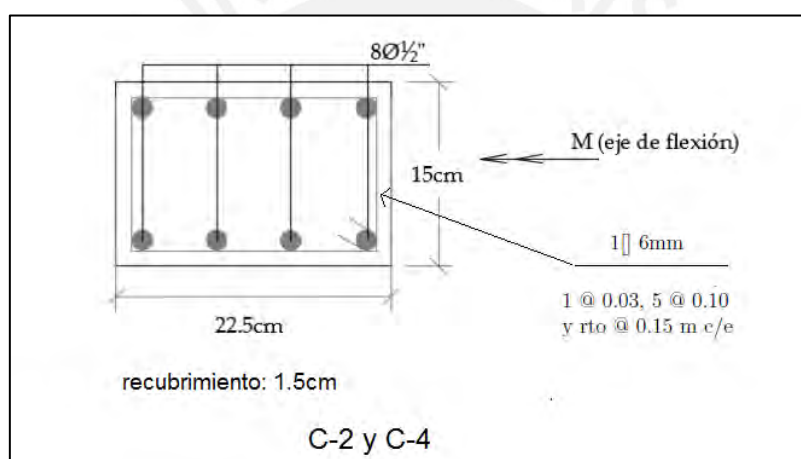


Figura 55. Diseño de la C-2 y C-4

Adaptado de la tesis de Maestría de Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)

Ya que la fuerza sísmica es cíclica, se usan dos modelos (Fig. 56) y la mitad de la fuerza cortante basal (tabla 8) para el análisis estático (E.030) en el pórtico. Además, para la interacción muro-columna se seguirá los lineamientos de la norma E.070 de albañilería.

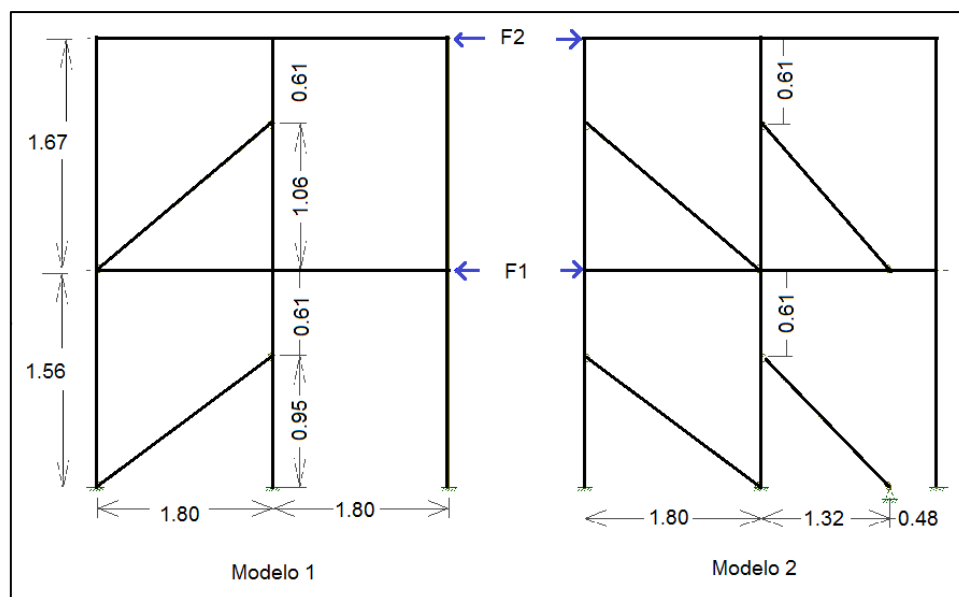


Figura 56. Modelos para el análisis estático del pórtico, tomado de Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)

Se presenta la fuerza externa sísmica y las fuerzas internas del pórtico en las siguientes figuras.

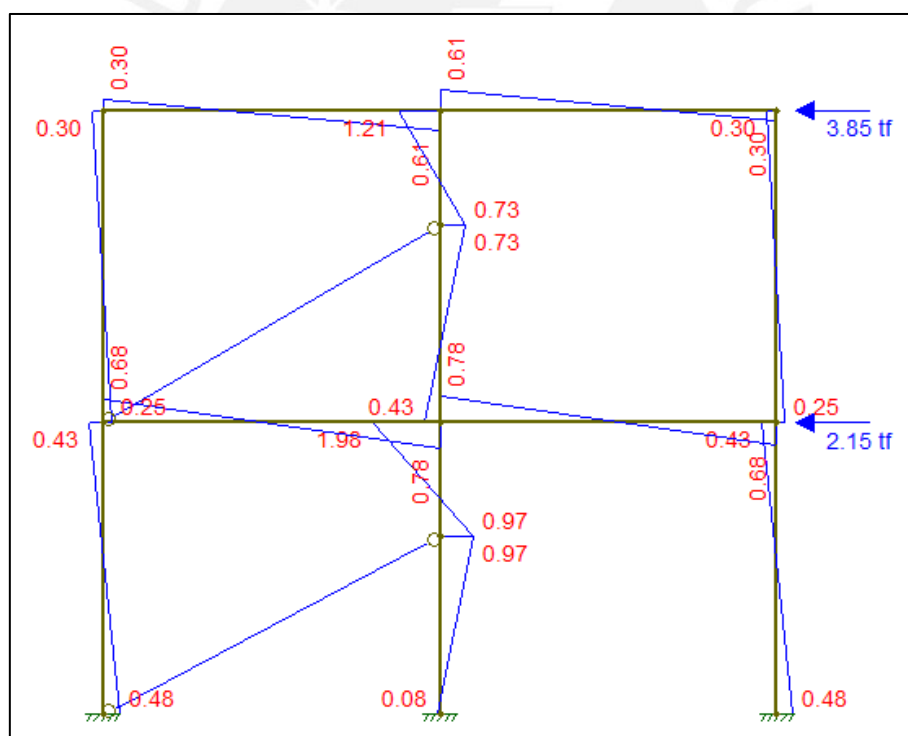


Figura 57. Cortante basal $V=6tn$ y momentos internos (ton-m) del pórtico, modelo 1

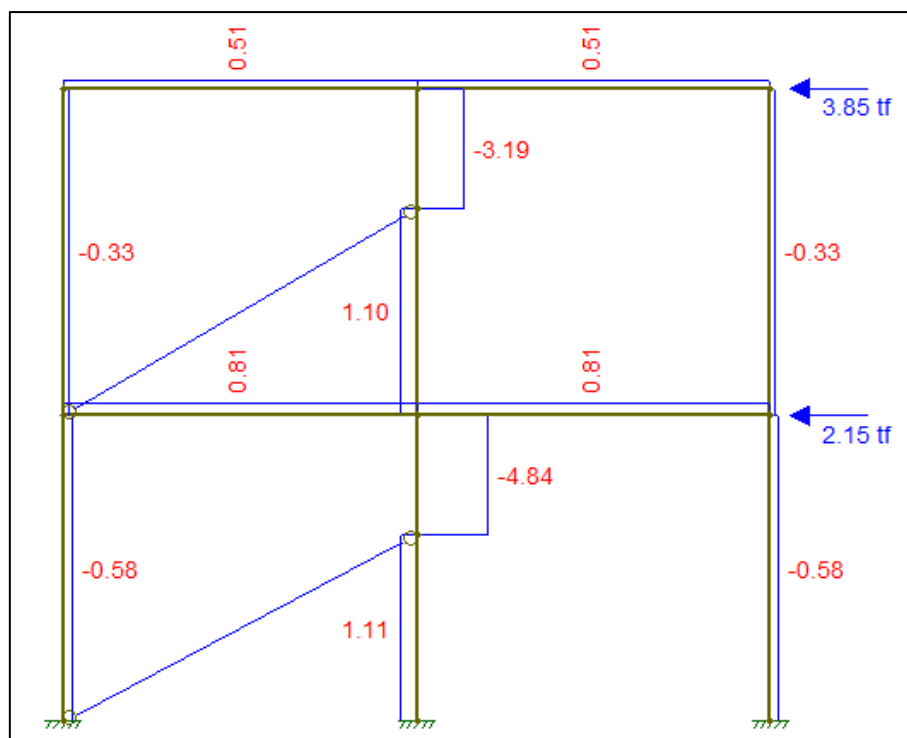


Figura 58. Cortante basal $V=6\text{tn}$ y cortantes internas (ton) del pórtico, modelo 1

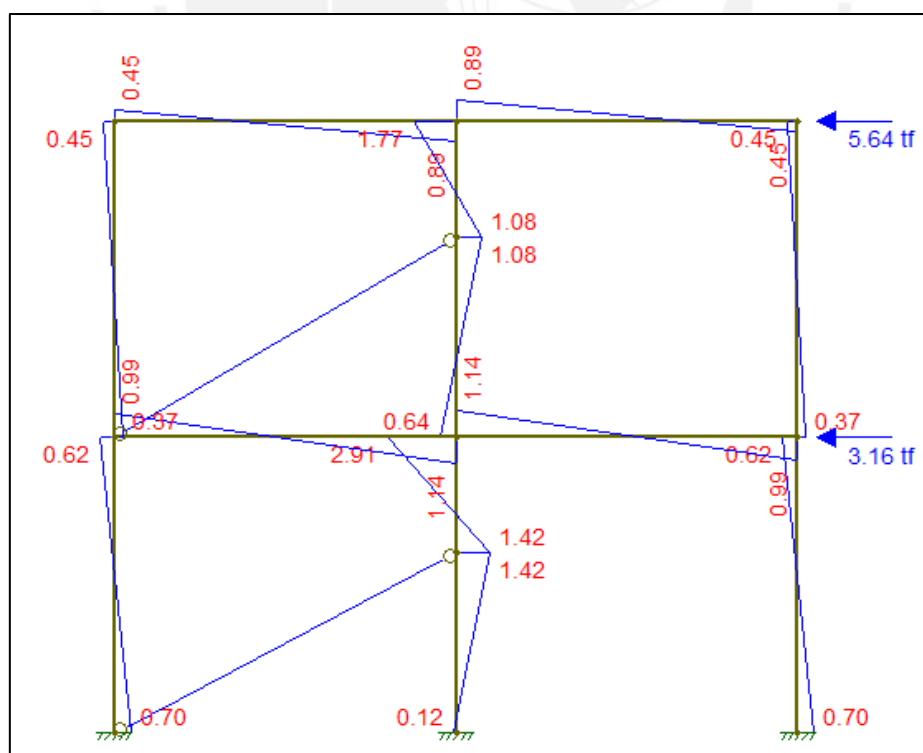


Figura 59. Cortante basal $V=8.8\text{tn}$ y momentos internos (ton-m) del pórtico, modelo 1

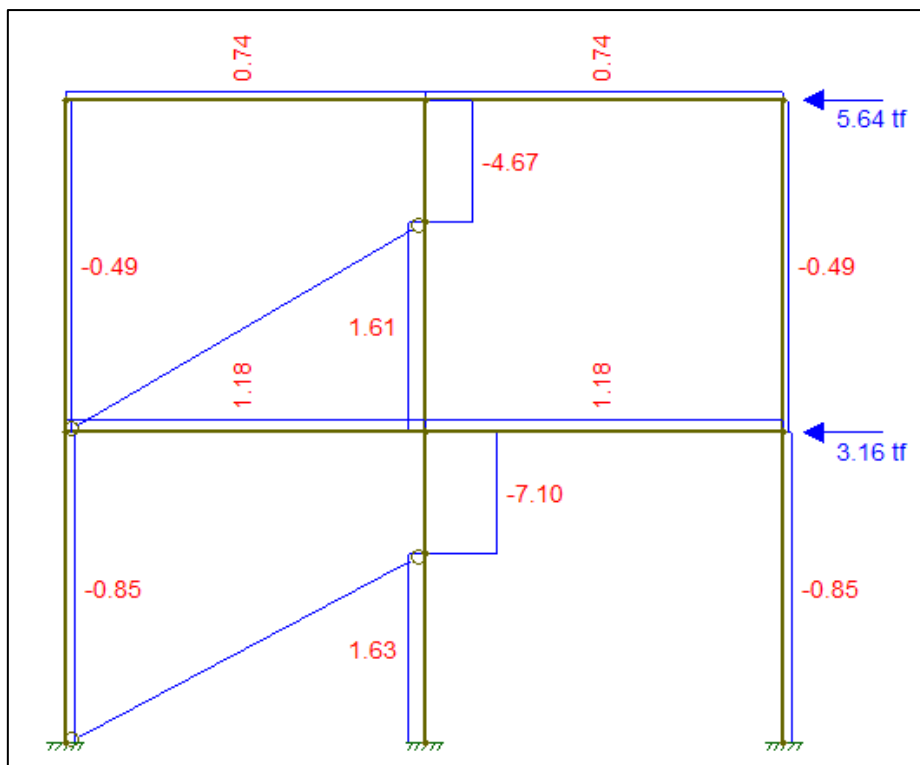


Figura 60. Cortante basal $V=8.8$ tn y cortantes internas (ton) del pórtico, modelo 1

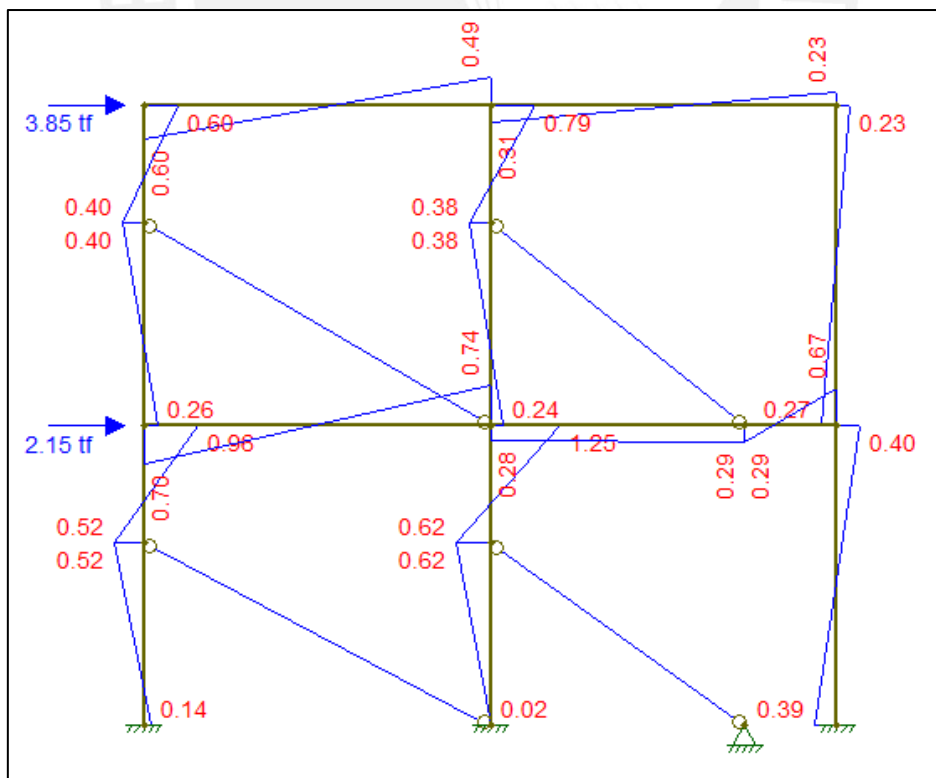


Figura 61. Cortante basal $V=6$ tn y momentos internos (ton-m) del pórtico, modelo 2

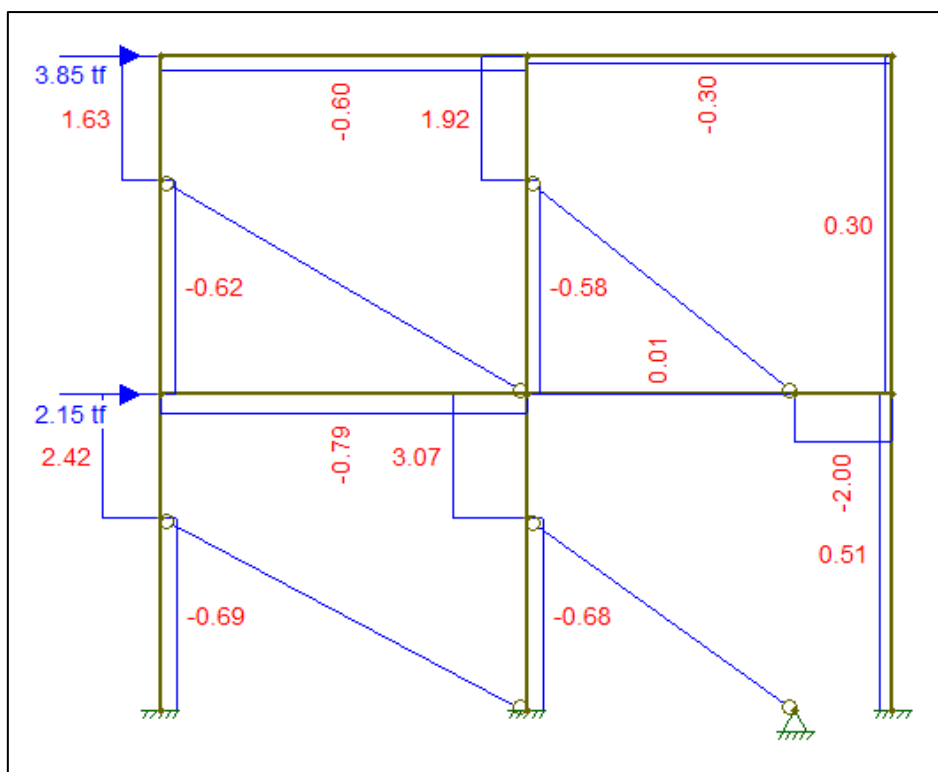


Figura 62. Cortante basal $V=6\text{tn}$ y cortantes internas (ton) del pórtico, modelo 2

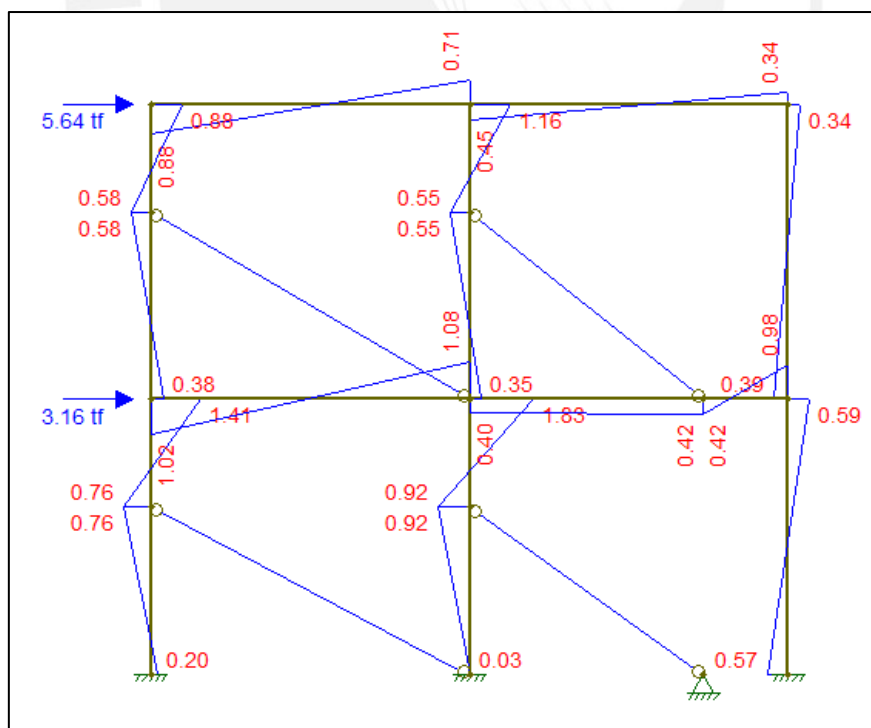


Figura 63. Cortante basal $V=8.8\text{tn}$ y momentos internos (ton-m) del pórtico, modelo 2

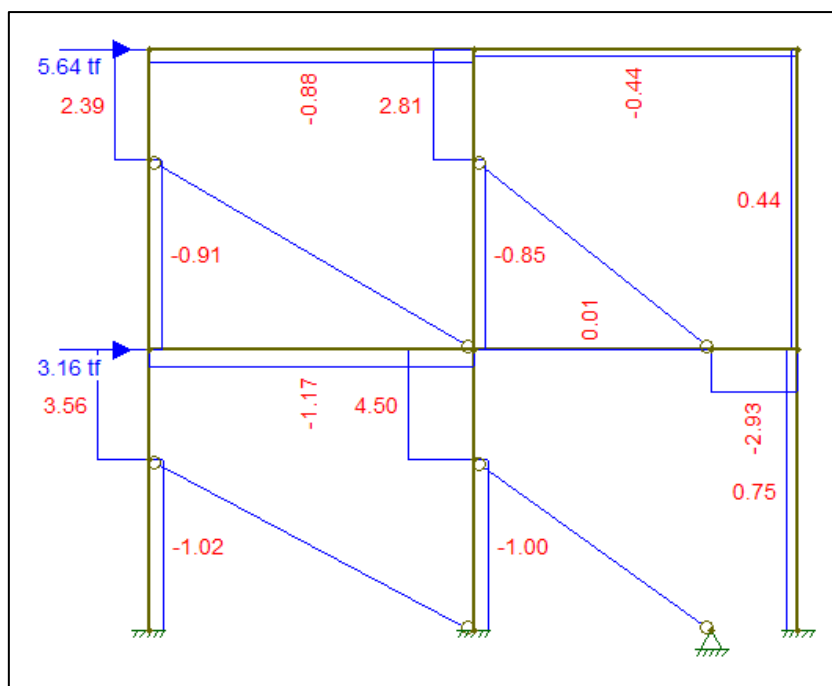


Figura 64. Cortante basal $V=8.8\text{tn}$ y cortantes internas (ton) del pórtico, modelo 2

6.5.2 Análisis del pórtico estudiados por San Bartolomé et al. (PUCP-2000)

De la investigación de San Bartolomé et al. (2000), se presenta las Figs. 65, 66 y 67, el primero es el encofrado del primer nivel, la elevación del eje A y la sección rectangular de la columna.

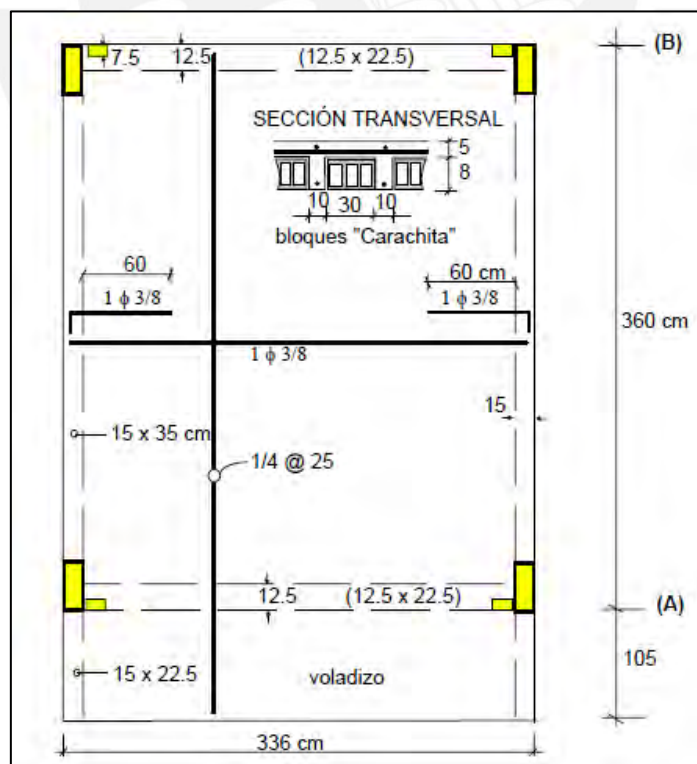


Figura 65. Planta primer piso

Tomado de San Bartolomé et al. (2000)

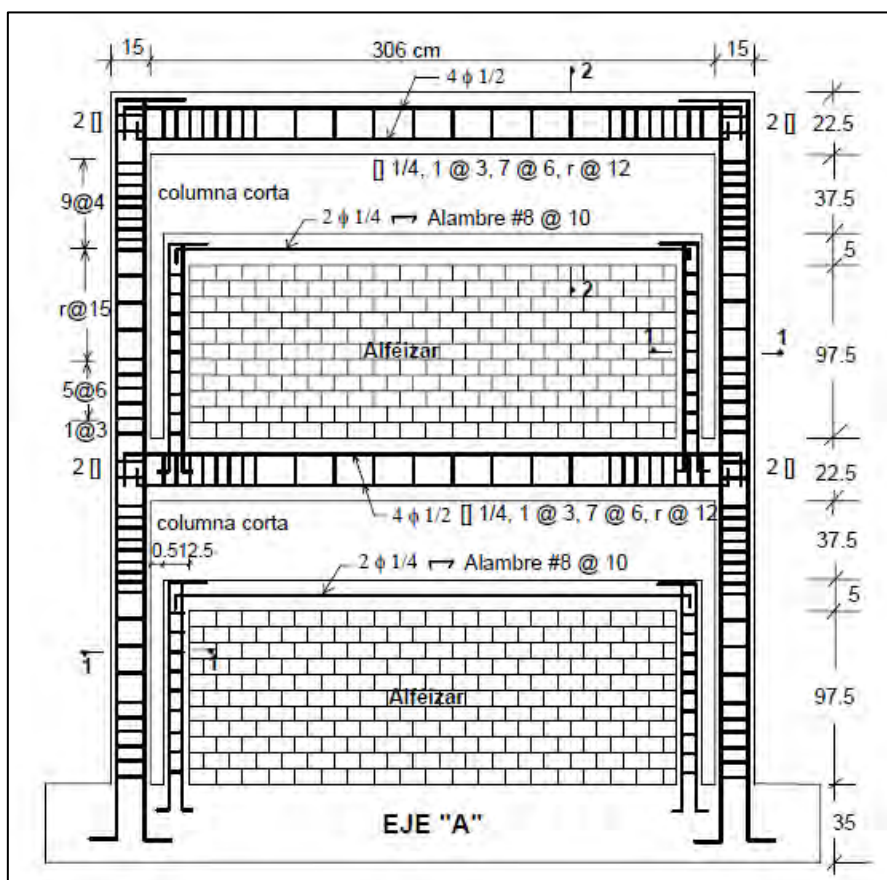


Figura 66. Elevación del eje A

Tomado de San Bartolomé et al. (2000)

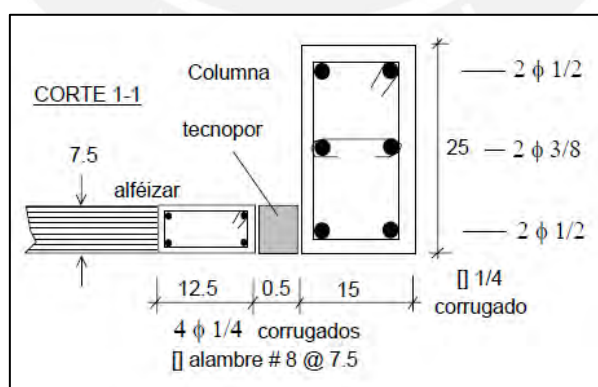


Figura 67. Corte 1-1 de la sección de la columna

Tomado de San Bartolomé et al. (2000)

En la tabla 10 se presenta el resumen de los valores experimentales del módulo estudiado, es decir, la fuerza cortante basal, la aceleración de la mesa vibradora y el desplazamiento del primer nivel.

Tabla 10. Resumen de los valores experimentales del módulo 780-Pre estudiado por San Bartolomé et al. (2000)

Fase	Aceleración máxima mesa vibradora	F (ton)	D(mm)
1	0.20g	6.48	8.55
2	0.33g	8.74	11.61
3	0.69g	12.27	18.23
4	0.93g	14.17	20.83

Nota: Tomado de San Bartolomé et al. (2000)

Para el análisis estático del pórtico del eje-A, se tomará la mitad de la cortante basal, sin embargo, se analizará a partir de la fase 2, ya que en esa etapa se inicia la interacción muro-columna. Las Figs. 68, 69, 70, 71, 72 y 73 representan en análisis estático con la mitad de la cortante basal distribuida según la norma sismorresistente.

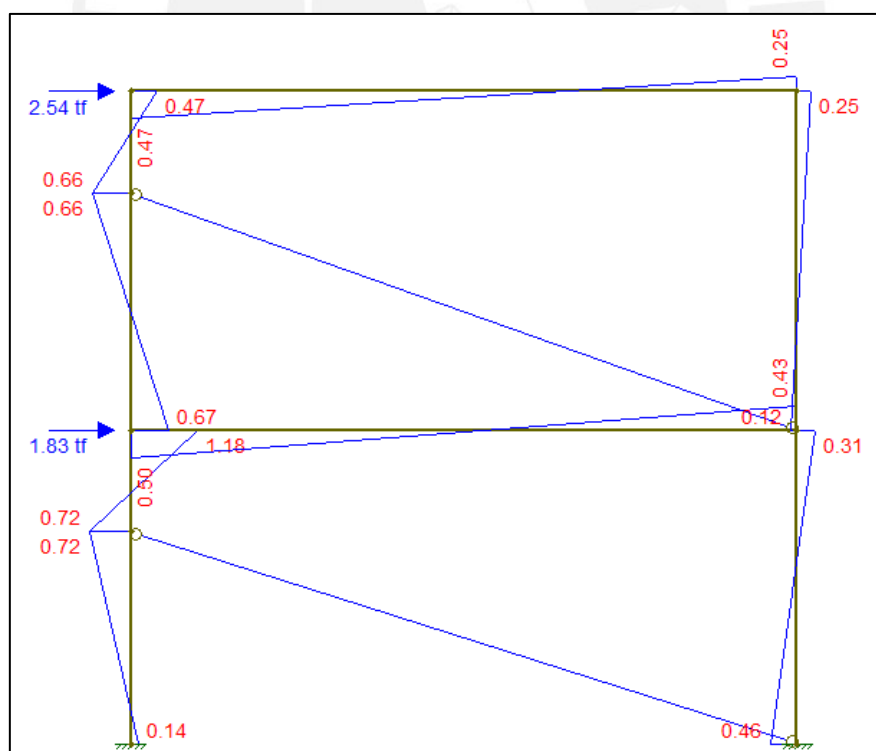


Figura 68. Cortante basal $V=4.37$ tn y momentos internos (ton-m) del pórtico

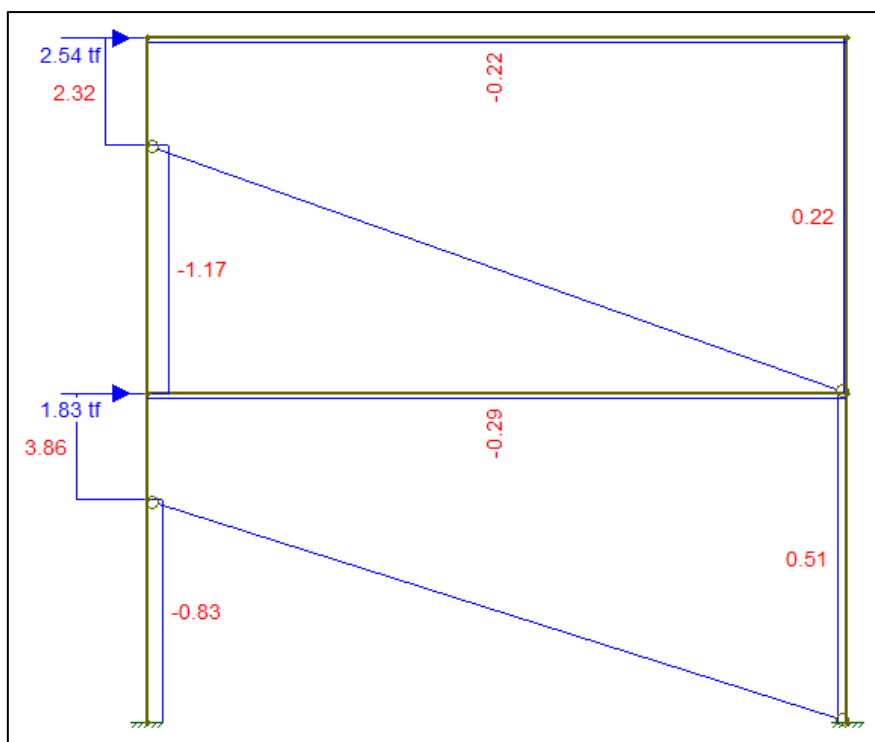


Figura 69. Cortante basal $V=4.37\text{tn}$ y cortantes (ton-m) del pórtico

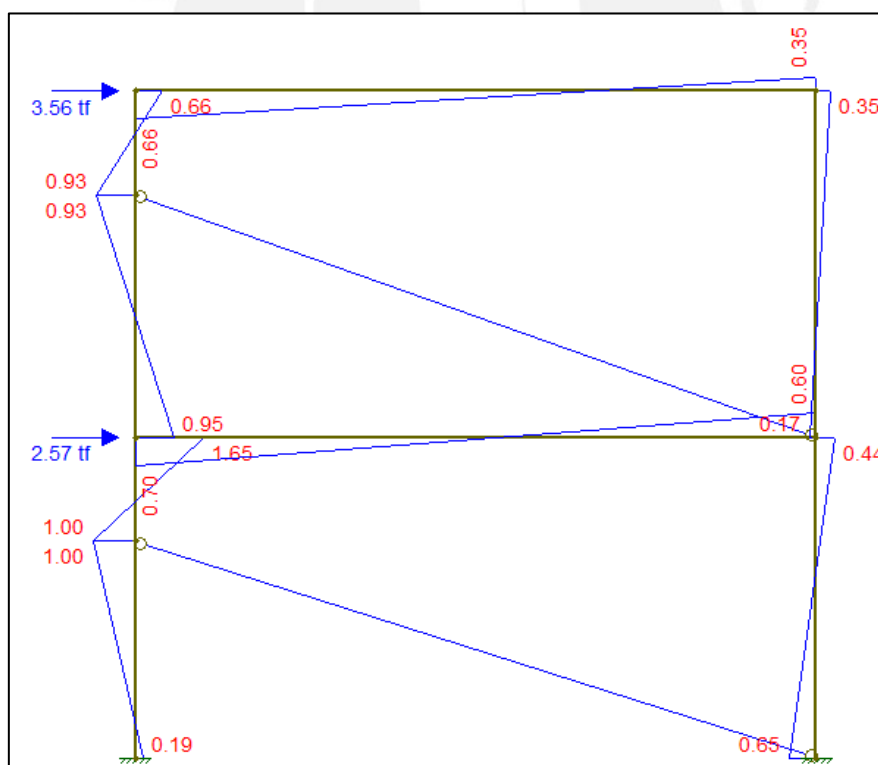


Figura 70. Cortante basal $V=6.13\text{tn}$ y momentos internos (ton-m) del pórtico

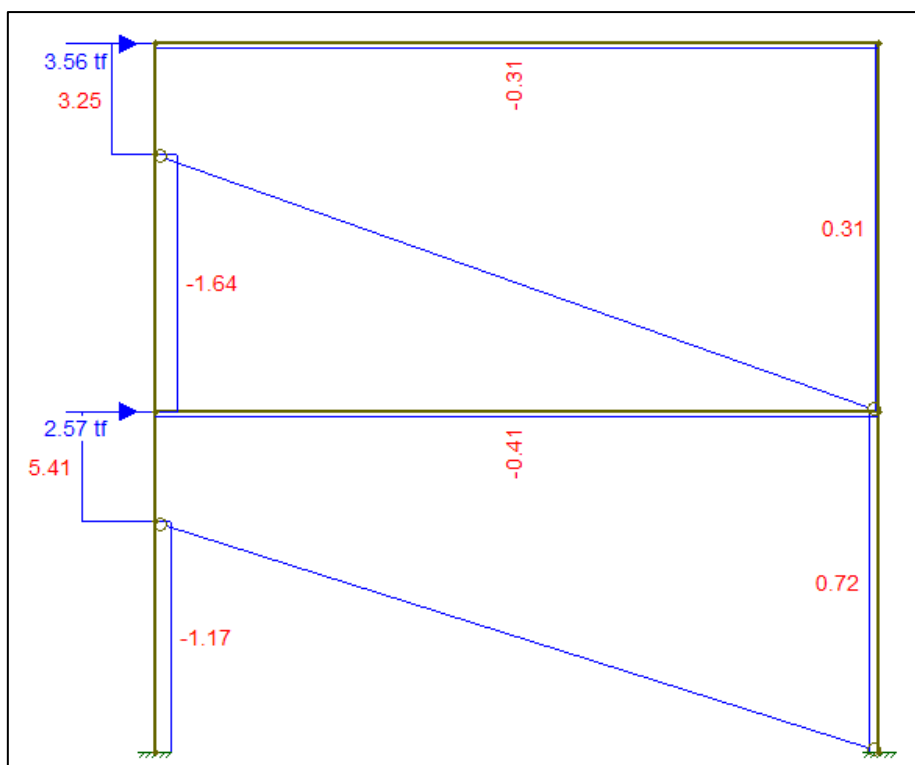


Figura 71. Cortante basal $V=6.13\text{tn}$ y cortantes (ton-m) del pórtico

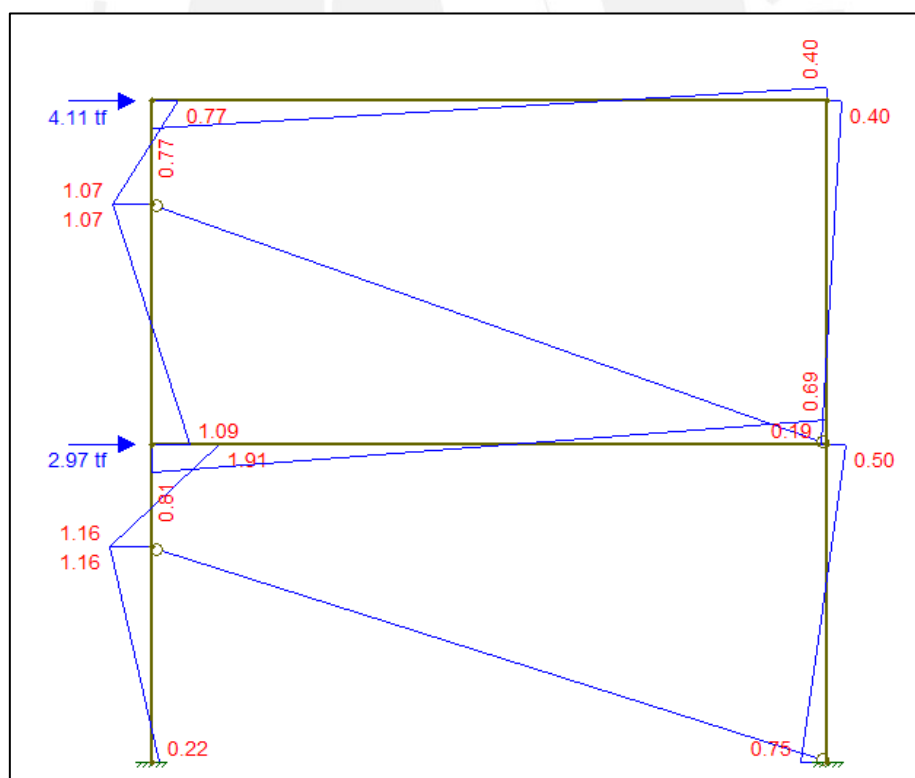


Figura 72. Cortante basal $V=7.08\text{tn}$ y momentos internos (ton-m) del pórtico

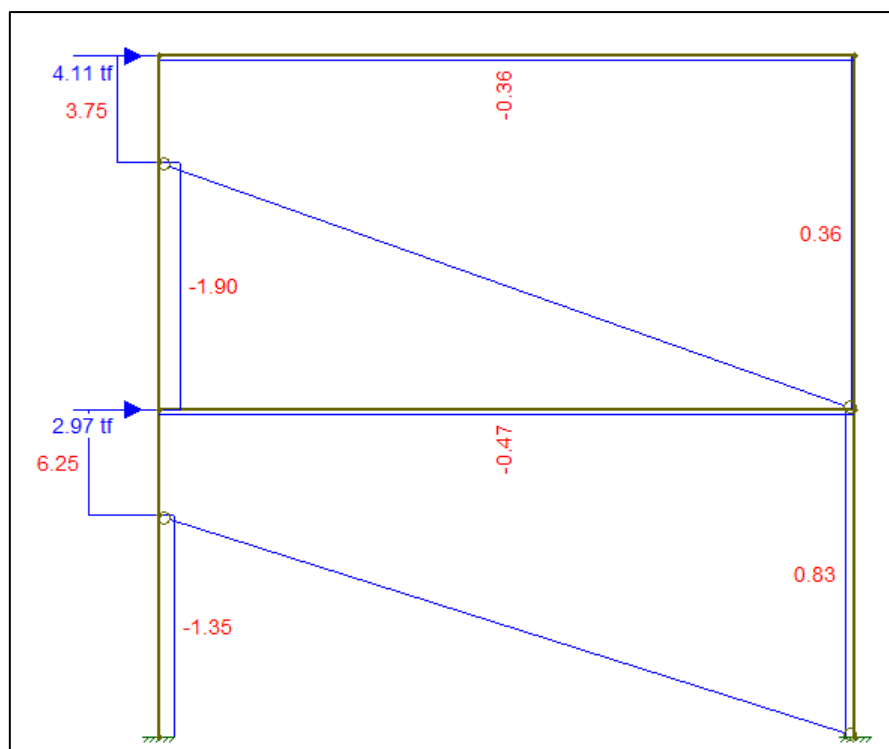


Figura 73. Cortante basal $V=7.08\text{tn}$ y cortantes (ton-m) del pórtico

6.5.3 Análisis del espécimen estudiado por Cornejo & Quiun (PUCP-2019)

Cornejo & Quiun (2019) ensayaron a flexión ante carga cíclica un espécimen de columna corta (Fig. 74), la sección fallo por la combinación de flexión y cortante, los valores obtenidos se presentan en la siguiente tabla para cada fase del ensayo.

Tabla 11. Resumen de los valores experimentales estudiado por Cornejo y Quiun (2019)

Fase	V (ton)	D(mm)
1	3.48	1.68
2	4.99	4.44
3	5.51	6.34

Nota: Tomado de la tesis de Maestría de Cornejo & Quiun (PUCP-2019)

La siguiente figura muestra el espécimen y la sección transversal de columna corta:

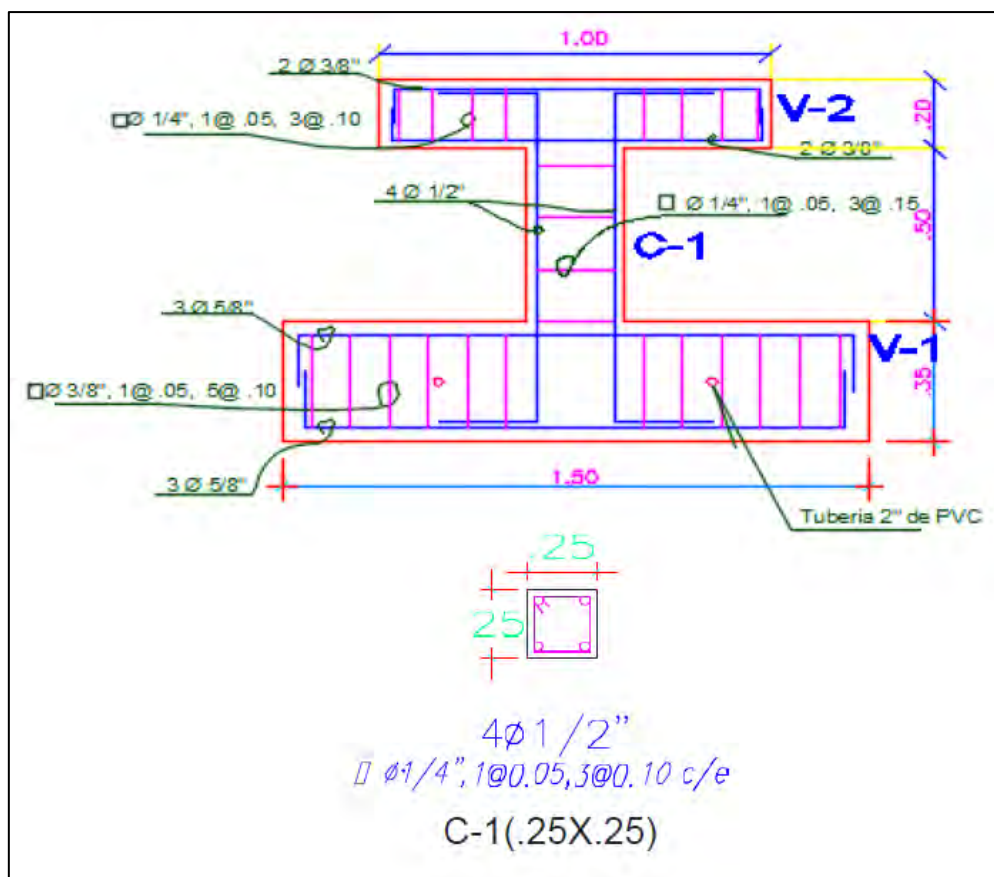


Figura 74. Espécimen y sección transversal de columna corta

Adaptado de la tesis de Maestría de Cornejo y Quiun (PUCP-2019)

6.5.4 Resumen de resultados

Para ejemplificar el cálculo de la fuerza cortante pos-agrietamiento (V_{pa}) se utilizará la columna C-2 de Muñoz & Ramírez (2017).

$$h = 0.15m, b = 0.225m, f'_c = 230 \frac{kg}{cm^2}, f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}, s = 0.10m, E_s = 2000000 \frac{kg}{cm^2}$$

$$P = 2.67ton, d = h - 2.1cm, A_v = 0.565cm^2, l = 50cm, \frac{\Delta}{l} = 0.02, \theta = 55^\circ, \phi = 0.001 \frac{1}{m}$$

$$x_c = \left(\frac{0.34P}{bhf'_c} + 0.07 \right) h = 0.012m$$

$$c = 2.83x_c = 0.035m$$

$$V_p = 281kg$$

$$V_c = 0.2(\sqrt{17.5MPa})bh \frac{c}{h} = 7.48kN(762kg)$$

$$V_s = 1167.8kg$$

$$V_T = 0.33bh\sqrt{f'_c} \left(0.38 \frac{c}{h} \sin 55^\circ \right) = 3.84kN(391kg)$$

$$h'' = 0.15m - 4.1cm = 0.109m$$

$$b'' = 0.225m - 4.1cm = 0.184m$$

$$t_1 = \frac{2\pi(0.5in)^2}{4h''} = 0.232cm, t_2 = \frac{4\pi(0.5in)^2}{4b''} = 0.275cm$$

$$V_{d1} = 322kg$$

$$V_{d2} = 427kg$$

$$V_d = 749kg$$

$$V_{pa(c-2)} = V_P + V_c + V_s + V_T + V_d = 3.35ton$$

La tabla 12 representa los momentos y cortantes de la columna corta para el análisis estático de Ramírez & Muñoz (2017), San Bartolomé et al. (2000) y Cornejo & Quiun (2019).

Tabla 12. Resumen de momentos y cortantes para el análisis estático en la columna corta de Ramírez & Muñoz (2017); San Bartolomé et al. (2000); Cornejo & Quiun (2019)

			Altura-peralte	M(ton-m)	V(ton)	Características
Ramírez P. & Muñoz A. (2017)	Modelo 1	Fase 2	$\frac{50}{15} = 3.3$	1.98	4.84	Inicio de interacción muro-columna
		Fase 3		2.91	7.10	Se forman fisuras diagonales
	Modelo 2	Fase 2		1.25	3.07	Inicio de interacción muro-columna
		Fase 3		1.83	4.50	Se forman fisuras diagonales
San Bartolomé A. et al. (2000)		Fase 2	$\frac{37.5}{15} = 2.5$	1.18	3.86	Inicio de interacción muro-columna
		Fase 3		1.65	5.41	Se forman fisuras finas diagonales
		Fase 4		1.91	6.25	Se forman fisuras diagonales
Cornejo C. & Quiun D. (2019)		Fase 1	$\frac{50}{25} = 2.0$	1.70	3.46	Se forman fisuras finas diagonales
		Fase 2		2.49	4.99	Se forman fisuras diagonales
		Fase 3		2.75	5.51	Falla por flexo-cortante

Las Figs. 75 y 76 siguientes, muestran la falla de la columna corta de Ramírez & Muñoz (2017) y Cornejo & Quiun (2019).



Figura 75. Columna corta de Ramírez & Muñoz (PUCP-2017)



Figura 76. Columna corta de Cornejo & Quiun (PUCP-2019)

La tabla 13 presenta la comparación de la capacidad máxima de las columnas cortas en términos de momento y cortante.

Tabla 13. Cuadro comparativo de la capacidad máxima de columnas cortas en términos de momento y cortante

Comparación de la capacidad máxima de las columnas (cortas) en términos de momento y cortante			Experimentales, asociados al instante de falla		Teóricos, calculados con norma E.060		Según Restrepo J. & Rodríguez M. (2013), y Carrión H. & Rodríguez M. (2015)		Deriva de falla
			M (ton-m)	V (ton)	Mn (ton-m)	Vn (ton)	Mpr (ton-m)	Vpa (ton)	$\frac{\Delta}{L}$ (%)
Ramírez P. & Muñoz A.(2017)	Modelo 1	Fase 3	2.91	7.10	2.20	5.4	3.3	3.35	2.90
	Modelo 2	Fase 3	1.83	4.50	2.20	5.4	3.3	3.35	2.90
San Bartolomé A. et al. (2000)		Fase 4	1.91	6.25	1.50	15.4	2.14	5.2	2.88
Cornejo C. & Quiun D. (2019)		Fase 3	2.75	5.51	4.03	7.02	2.71	4.18	1.26

Del análisis con las fuerzas sísmicas experimentales, los momentos de la columna corta de Ramírez & Muñoz (2017) -modelo 1- y San Bartolomé et al. (2000) –a partir de la fase 3-, son mayores a los calculados con la norma E.060; pero inferiores al momento probable de Restrepo & Rodríguez (2013). Sin embargo, del análisis de la fuerza cortante este supera los valores de la norma E.060 y el modelo de Carrión & Rodríguez (2015). La comparación de momentos y cortantes podría explicar la falta de rotulación plástica, pero con presencia de fisuras diagonales de cortante; adicionalmente, es interesante la similitud de la deriva asociada a la falla de las columnas cortas.

Referencialmente –a pesar de tratarse de ensayos de flexión en columnas cortas-, el resultado de Cornejo & Quiun (2019), para el momento y cortante experimental es menor al de la norma; sin embargo, superó el momento probable de Restrepo & Rodríguez (2013) y la cortante (Vpa) de Carrión & Rodríguez (2015), ello podría explicar la falla por flexo-cortante de la columna.

Capítulo 7. Ejemplos analíticos de aplicación

En este capítulo se procede a calcular el diagrama momento-curvatura y el de interacción de columnas y muros estructurales de CA. Primero una columna de sección cuadrada, luego, dos muros de sección rectangular y sección T, después, una sección circular de convencional, enfundada con láminas de acero y polímero reforzado con fibras (FRP), finalmente, se analiza el efecto de concretos de alta resistencia en una columna circular.

7.1 Columna de sección cuadrada

Se presenta un ejemplo de aplicación de una columna cuadrada con carga axial $P = 2913kN$ ($0.3Agf'_c$). Las características de los materiales son:

Tabla 14. Datos de columna cuadrada

h mm	b mm	$\frac{s}{d_b}$	f'_c MPa	f_y MPa	$\frac{f_{su}}{f_y}$	ρ_l	f_{yh} MPa
550	550	4.50	32.1	511	1.32	0.0125	325

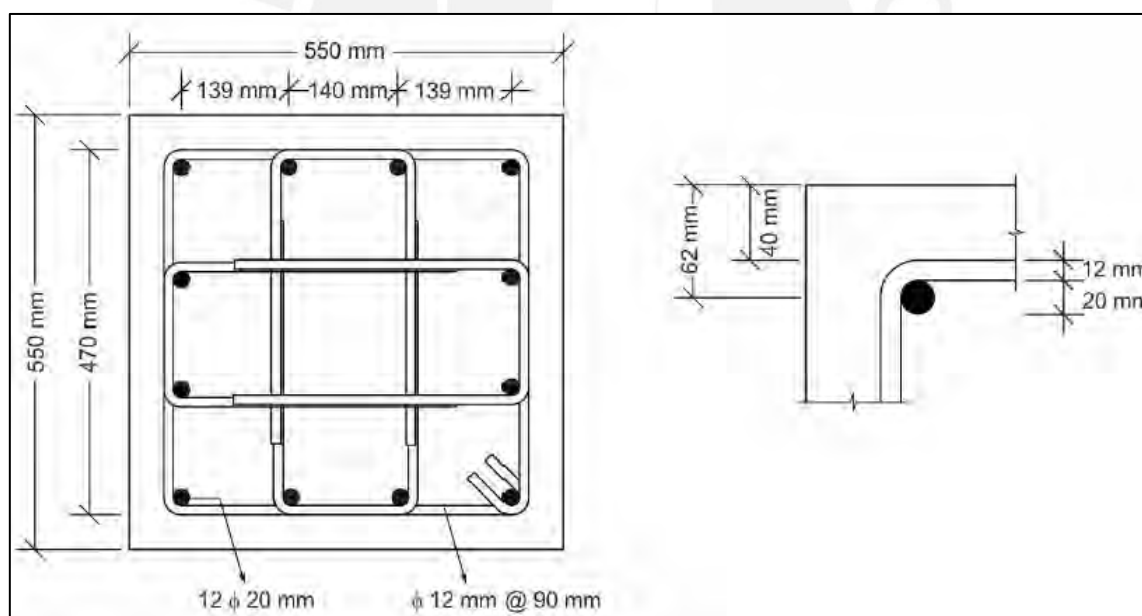


Figura 77. Sección transversal de columna de concreto.

Tomado de Rodríguez (2018)

El siguiente gráfico de momento-curvatura son para diferentes tipos de carga axial en la sección cuadrada mencionada líneas arriba. Para el cálculo se utilizó el programa RECT_MOM16 de Torres y Rodríguez (2014).

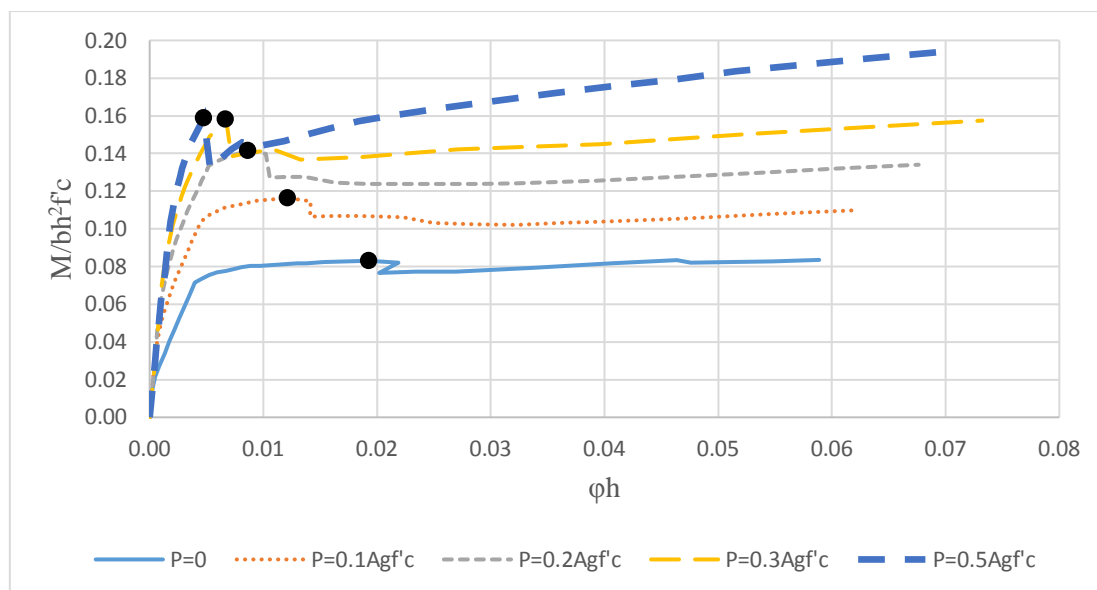


Figura 78. Diagramas momento-curvatura bajo diferentes cargas axiales (adimensional).

Los puntos en negro son el momento-curvatura cuando el concreto alcanza la deformación 0.3%, además, es necesario analizar el tipo de falla considerando la curvatura última. Primero la curvatura última por pandeo de las barras, luego por la fractura de estribos que genera colapso del núcleo de concreto.

Para el caso de curvatura última por pandeo de las barras longitudinales se procede así:

$$0.02 \leq \varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{90mm}{20mm}}{150} = 0.043 \leq 0.06$$

Definida la deformación por pandeo de las barras longitudinales, se plantea la curvatura última:

$$\varphi_u^* = \frac{\varepsilon_{sc} + \varepsilon_{st}}{\gamma D} = \frac{\varepsilon_p^*}{\gamma D} = \frac{0.043}{0.775 \times 550mm} = 0.101 \times \frac{1}{m}$$

$$\varphi_u^* h = 0.055$$

Sin embargo, se desconoce la deformación en compresión (ε_{sc}) y tracción (ε_{st}) de la barra de acero cuando llega al pandeo. Por ello se procedió con el programa RECT_MOM16 de Torres & Rodríguez (2014) para calcular las deformaciones de las barras extremas cuando $\varepsilon_p^* = 0.043$ para diferentes tipos de cargas.

En la Tabla 15 se observa que la deformación en compresión y tracción de la barra aumentan y disminuyen respectivamente para el caso de $\varepsilon_p^* = 0.043$. Se puede inferir que la deformación en tracción es muchas veces mayor que la de compresión, además, el comienzo del pandeo de las barras ocurre cuando la suma de deformación en compresión y tracción es 43333μ . Sin embargo la curvatura última que aparece en el gráfico de momento-curvatura calculado con

RECT_MOM16 es mayor al calculado ($\varphi_u = 0.055$). Por ello se procederá a realizar el análisis por fractura del estribo.

Tabla 15. Resumen de resultados de la columna 0.55x0.55 según modelo de pandeo de las barras longitudinales ($\varepsilon_p^* = 0.043 = 43000\mu$)

$P/(A_g f'_c)$	$M_{0.003}/bh^2 f'_c$	$M_{cd}/bh^2 f'_c$	$M_{ACI}/bh^2 f'_c$	φh	$\varepsilon_{cu} (\mu)$	$\varepsilon_{cs} (\mu)$	$\varepsilon_{st} (\mu)$	$\varepsilon_p^* (\mu)$
0.0	0.083	0.107	0.083	0.0573	-11613	-4113	39219	43333
0.1	0.116	0.144	0.114	0.0573	-15702	-8202	35130	43333
0.2	0.141	0.175	0.138	0.0573	-18139	-10639	32693	43333
0.3	0.158	0.199	0.150	0.0573	-20355	-12856	30477	43333
0.5	0.159	0.226	0.145	0.0573	-24992	-17492	25840	43333

Para realizar el análisis por fractura del estribo se procede a calcular la deformación última del núcleo de concreto confinado según la propuesta de Priestley et al, (2007).

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} = 0.004 + \frac{1.4 \times 0.0219 \times 325 \text{MPa} \times 0.08}{51.9 \text{MPa}} = 19400\mu$$

Como criterio inicial, antes de llegar al pandeo de las barras, la deformación máxima en tracción es $\varepsilon_{st} = 40000\mu$. Luego se procede a presentar los valores en la Tabla 16.

Tabla 16. Resumen de resultados de la columna 0.55x0.55 según el modelo por fractura del refuerzo transversal ($\varepsilon_{st} = 40000\mu$).

$P/(A_g f'_c)$	$M_{0.003}/bh^2 f'_c$	$M_{cd}/bh^2 f'_c$	$M_{ACI}/bh^2 f'_c$	φh	$\varepsilon_{cu} (\mu)$	$\varepsilon_{cs} (\mu)$	$\varepsilon_{st} (\mu)$	$\frac{c}{h}$
0.0	0.083	0.107	0.083	0.0588	-12000	-4298	40244	0.204
0.1	0.116	0.144	0.114	0.0653	-17800	-9278	40112	0.273
0.2	0.141	0.175	0.138	0.0695	-21500	-12377	40129	0.309
0.3	0.158	0.199	0.150	0.0732	-25000	-15451	39974	0.342
0.5	0.159	0.226	0.145	0.0662	-28100	-19400	30923	0.423

Según los resultados para una carga axial de $0.5A_g f'_c$ ocurre falla por ruptura de estribos, ya que la deformación en compresión del acero en el extremo (ε_{cs}) de la sección, la cual es igual al deformación del núcleo de concreto confinado, es mayor a la deformación última calculada con la expresión de Priestley et al, (2007), además, el acero no alcanzo la deformación $\varepsilon_{st} = 40000\mu$. En los otros casos ocurre primero la falla por pandeo de las barras antes que la ruptura

de estribos, porque primero se llega al límite de la deformación máxima en tracción del acero antes que la deformación máxima del núcleo de concreto.

La Fig. 79 es el diagrama de interacción en flexocompresión uni-axial adimensional de la sección $0.55\text{m} \times 0.55\text{m}$, además, los puntos en el diagrama son momentos nominales según la metodología del ACI para las cargas $0.0\text{Agf}^{\prime}\text{c}$, $0.1\text{Agf}^{\prime}\text{c}$, $0.2\text{Agf}^{\prime}\text{c}$, $0.3\text{Agf}^{\prime}\text{c}$ y $0.5\text{Agf}^{\prime}\text{c}$. La generación del diagrama se basó en la tesis de Salcedo (1991). El anexo B, contiene sub-rutinas en Mathcad, para elaborar diagramas de interacción en flexocompresión uni-axial adimensional de secciones poligonales de concreto armado.

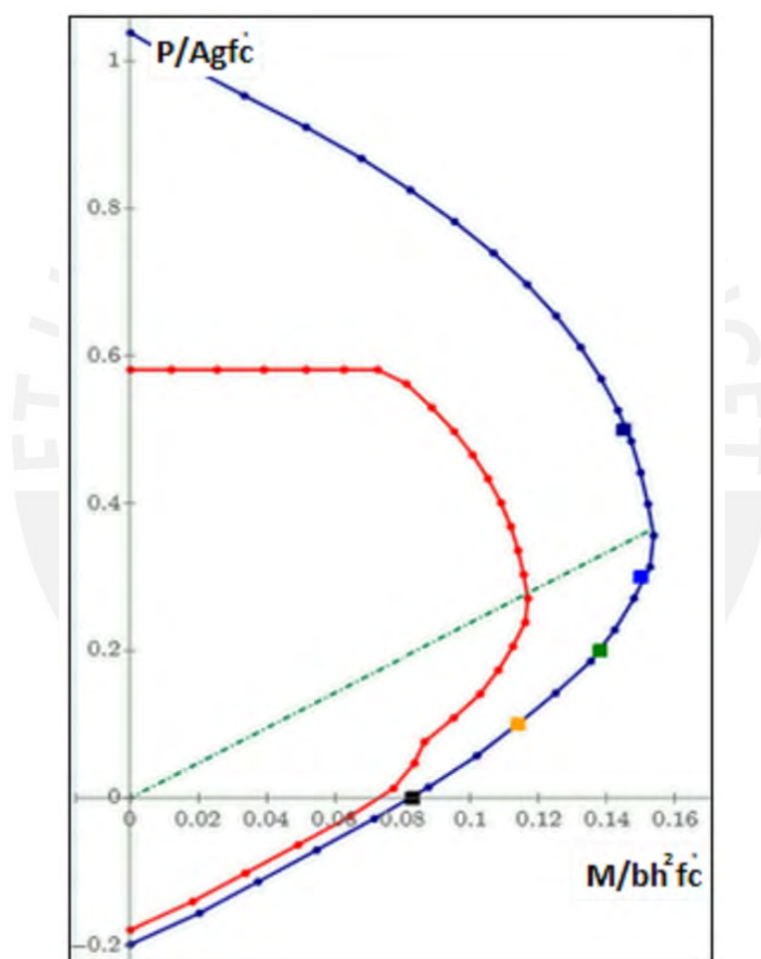


Figura 79. Diagrama de interacción de la columna 0.55×0.55 realizado en Mathcad (adimensional).

La Fig. 80, presenta los contornos de carga para flexocompresión biaxial adimensional de una sección de $0.55\text{m} \times 0.55\text{m}$ para cargas $0.0\text{Agf}^{\prime}\text{c}$, $0.1\text{Agf}^{\prime}\text{c}$, $0.2\text{Agf}^{\prime}\text{c}$ y $0.3\text{Agf}^{\prime}\text{c}$. La generación de contornos de carga se basó en la tesis de Salcedo (1991). El anexo B, contiene sub-rutinas en Mathcad para el cálculo de contornos de carga en secciones poligonales de concreto armado.

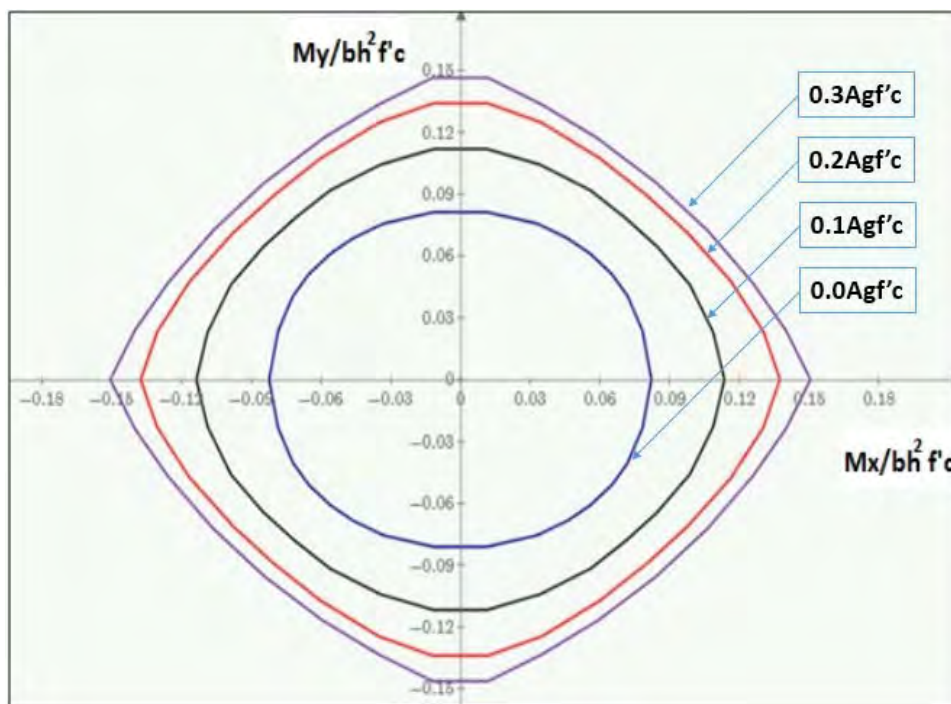


Figura 80. Diagrama de contornos de carga de la columna 0.55x0.55 (adimensional).

7.2 Muro estructural de sección rectangular

Para el caso de muro rectangular se presenta los siguientes datos y figuras.

Tabla 17. Cuadro de datos de muro estructural rectangular

f'_c MPa	f_y MPa	f_{su} MPa	ε_{su}	E_s GPa	E_c GPa	l_w m	H_{we} m	e mm	Carga kN	s_h mm	γ
28	460	640	0.10	200	29.4	4	18	400	5376	150	0.97

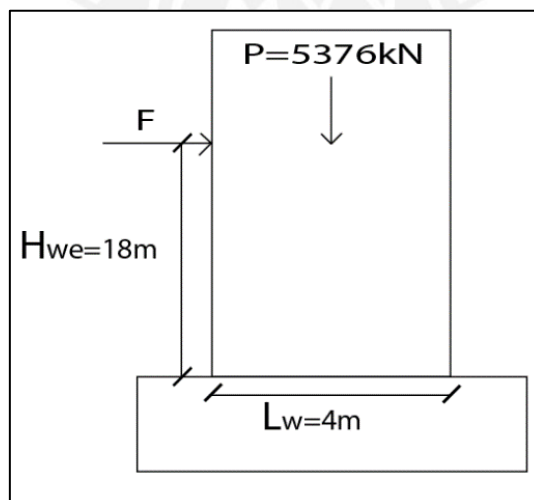


Figura 81. Elevación del muro rectangular

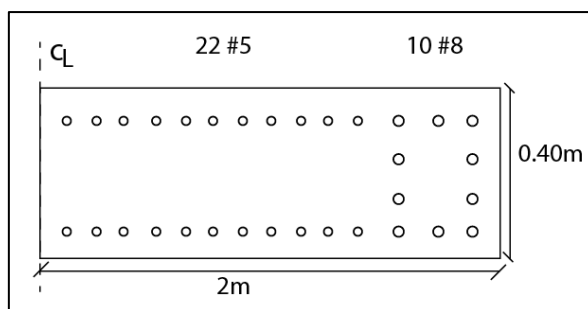


Figura 82. Sección del muro rectangular

Para realizar el diagrama momento-curvatura se utilizan los modelos simplificados siguientes: El primer modelo considera que el acero se acumula en las esquinas. La cantidad de acero ($A_s=A's$) en cada esquina es igual $22 \times 198mm^2 + 10 \times 510mm^2 = 9456mm^2$.

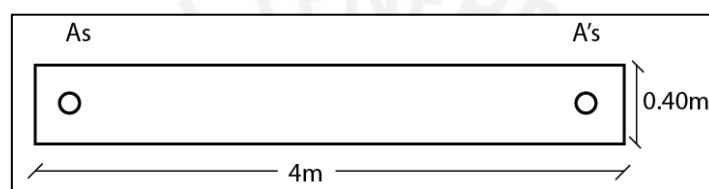


Figura 83. Primer modelo simplificado para análisis de la sección rectangular.

El segundo modelo considera que el acero se acumula en el centro de la sección. La cantidad de acero es $(22 \times 198mm^2 + 10 \times 510mm^2) \times 2 = 18912mm^2$.

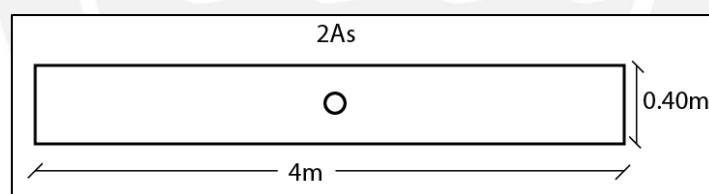


Figura 84. Segundo modelo simplificado para análisis de la sección rectangular.

De los dos modelos el más simple y rápido para cálculos manuales es el segundo; sin embargo, el modelo arroja buenos resultados con la condición que el núcleo de concreto no falle antes que las barras longitudinales.

Para realizar el diagrama momento-curvatura primero se calcula el momento de agrietamiento (M_{cr}), luego el momento de fluencia ($M_y = M_{ACI}$), finalmente el momento último (M_u) por fractura de las barras longitudinales.

El momento de agrietamiento se calcula con la inercia bruta de la sección.

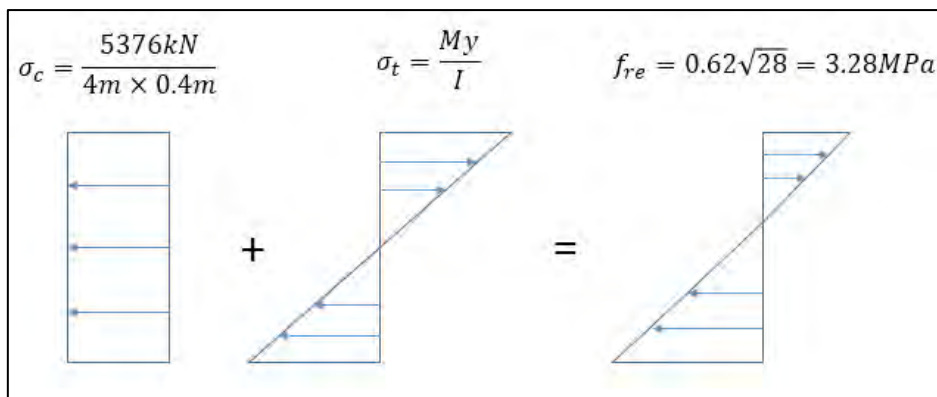


Figura 85. Cálculo del esfuerzo de agrietamiento.

$$-3.36MPa + \sigma_t = 3.28MPa$$

$$\sigma_t = \frac{M_{cr}y}{I} = 3.28MPa + 3.36MPa = 6.64MPa$$

$$M_{cr} = 6.64MPa \times \frac{0.40m \times (4m)^2}{6} = 7082.7kN \times m$$

$$\phi_{cr} = \frac{M_{cr}}{E_c I_g} = \frac{7082.7kN \times m}{29.4GPa \times \frac{0.40m \times (4m)^3}{12}} = 1.129 \times 10^{-4} \frac{1}{m}$$

$$\phi_{cr} l_w = 1.129 \times 10^{-4} \frac{1}{m} \times 4m = 4.517 \times 10^{-4}$$

Para el momento de fluencia ($M_y = M_{ACI}$) se toma el modelo de una barra de acero en el centro de la sección. Además, para el cálculo de momentos se presenta la siguiente figura.

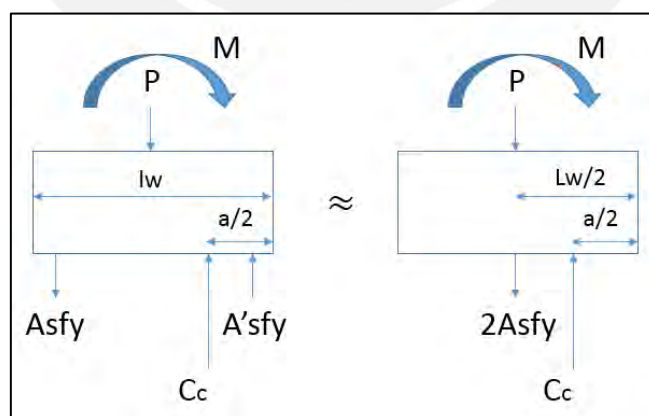


Figura 86. Modelo para el cálculo de momento de fluencia en la sección rectangular.

$$C_c = P + 2A_s f_y$$

$$C_c = 5376kN + 18912mm^2 \times 460MPa = 14075.52kN$$

$$a = \frac{C_c}{0.85 \times f'_c \times 0.40m} = \frac{14075.52kN}{0.85 \times 28MPa \times 0.40m} = 1.479m$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{1.479m}{0.85} = 1.740m$$

$$M_y = C_c \left(\frac{l_w \gamma}{2} - \frac{a}{2} \right) = 14075.52kN \left(\frac{4m \times 0.97}{2} - \frac{1.479m}{2} \right) = 16897.6kN \times m$$

Para determinar la curvatura de fluencia se utiliza las ecuaciones de Priestley et al (2007).

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{460MPa}{200GPa} = 0.0023$$

$$\phi_y = 2.00 \frac{\varepsilon_y}{l_w} = 2.00 \frac{0.0023}{4.00m} = 0.00115 \frac{1}{m}$$

$$\phi_y l_w = 0.00115 \frac{1}{m} \times 4m = 0.0046$$

Finalmente, para el momento último por fractura de las barras longitudinales se procede:

$$C_c = P + 2A_s f_u$$

$$C_c = 5376kN + 18912mm^2 \times 640MPa = 17479.68kN$$

$$a = \frac{C_c}{1.4 \times f'_c \times 0.40m} = \frac{17479.68kN}{1.4 \times 28MPa \times 0.40m} = 1.115m$$

En este punto se asume $\frac{a}{c} = 1$, ya que el concreto se encuentra plastificado.

$$M_u = C_c \left(\frac{l_w \gamma}{2} - \frac{a}{2} \right) = 17479.68kN \left(\frac{4m \times 0.97}{2} - \frac{1.115m}{2} \right) = 24165.66kN \times m$$

Para determinar la curvatura última se utiliza la relación de Restrepo & Rodríguez (2013b), donde se calcula la deformación en compresión y tracción de la barra longitudinal.

$$\varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc} = \left(\frac{14 - \frac{4s_h}{3d_b}}{100} \right) \leq \frac{\varepsilon_{su}}{2} \text{ cuando } |\varepsilon_c| \geq 0.004$$

$$\varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc} = \psi \left(\frac{14 - \frac{4 \times 150mm}{3 \times 25mm}}{100} \right) \leq \frac{0.10}{2}$$

$$\text{Para un ciclo } \psi = 1, \varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc} = 0.06 \leq 0.05$$

Para un ciclo $\psi = 1, \varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc} = 0.05$

Para 4 ciclos o más $\psi = 0.6, \varepsilon_{st} - \varepsilon_{sc} = 0.036$

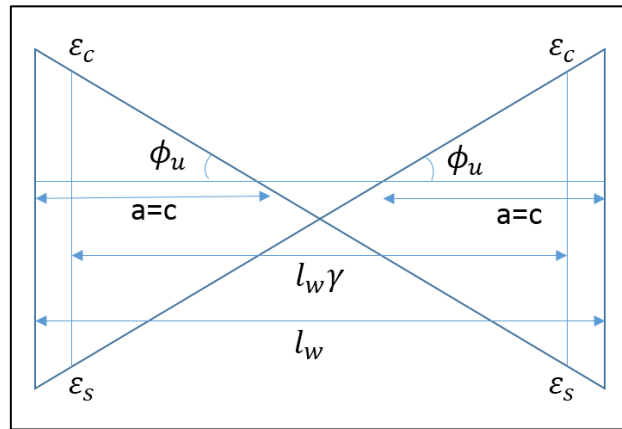


Figura 87. Diagrama de deformaciones de la sección rectangular según la curvatura última.

$$\varepsilon_{st} = \phi_u \times (l_w - a - 0.06m)$$

$$\varepsilon_{st} = \phi_u \times (4m - 1.115m - 0.06m) = 2825mm \times \phi_u$$

$$\varepsilon_{sc} = -\phi_u \times (a - 0.06m) = (1.115m - 0.06m)\phi_u = -1055mm \times \phi_u$$

$$\left| \frac{\varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{st}} \right| = 0.373$$

$$\text{Para un ciclo } \psi = 1, \varepsilon_{st} - (-0.373\varepsilon_s) = 0.05 = 50000\mu$$

$$\varepsilon_{st} = 0.0364 = 36416.6\mu = 15.8\varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{sc} = -0.0135 = 13583.4\mu = -5.8\varepsilon_y$$

$$\text{Para 4 ciclos o más } \psi = 0.6, \varepsilon_{st} - (-0.373\varepsilon_s) = 0.036 = 36000\mu$$

$$\varepsilon_{st} = 0.0262 = 26220\mu = 11.4\varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{sc} = -0.0098 = 9780\mu = -4.2\varepsilon_y$$

$$\text{Para un ciclo } \psi = 1, \phi_u = \frac{0.0364}{2825mm} = 0.013 \times \frac{1}{m}$$

$$\text{Para un ciclo } \psi = 1, \phi_u l_w = \frac{0.0364}{2825mm} \times 4m = 0.052$$

$$\text{Para 4 ciclos o mas } \psi = 0.6, \phi_u = \frac{0.0262}{2825mm} = 0.009 \times \frac{1}{m}$$

$$\text{Para 4 ciclos o mas } \psi = 0.6, \phi_u l_w = \frac{0.0262}{2825mm} \times 4m = 0.037$$

La Fig. 88 muestra el diagrama momento-curvatura adimensional de la sección rectangular.

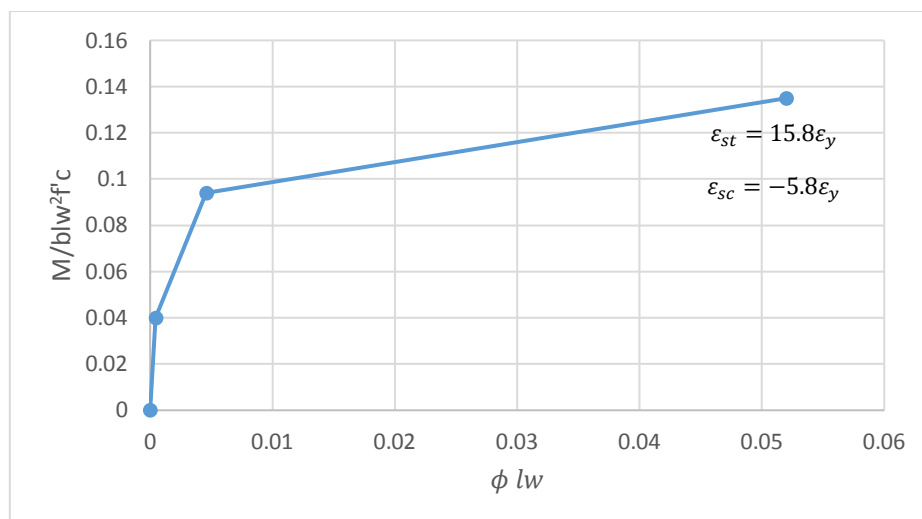


Figura 88. Diagrama momento-curvatura de la sección rectangular según el modelo propuesto (adimensional). Las Figs. 89, corresponden a diagramas momento-curvatura para diferentes cargas axiales, generados utilizando RECT_MOM16 de Torres & Rodríguez (2014).

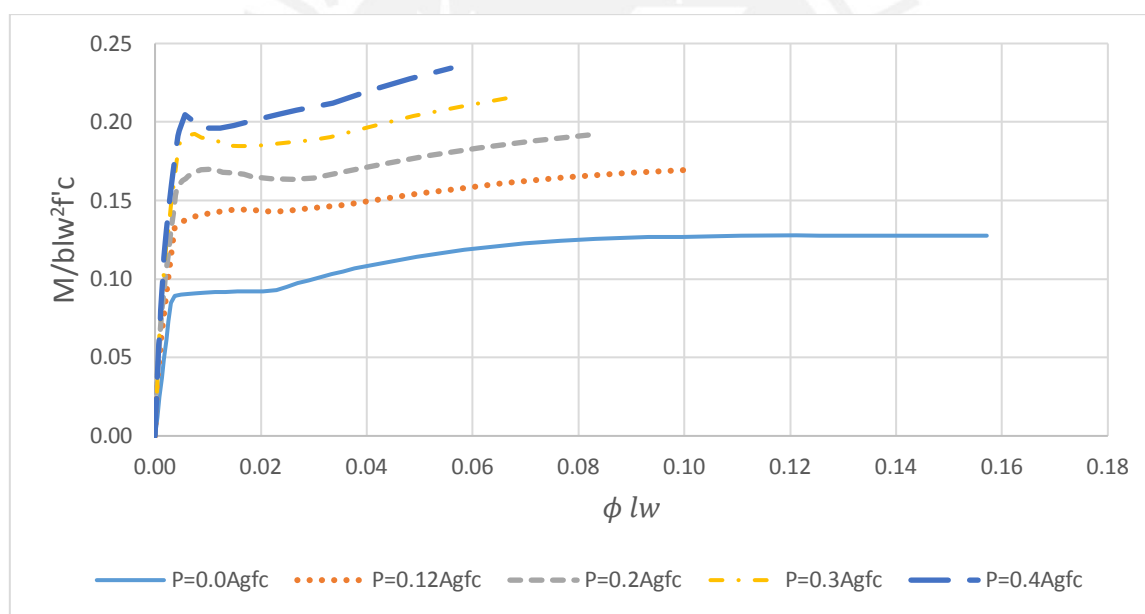


Figura 89. Diagramas momento-curvatura de la sección rectangular bajo diferentes cargas axiales (adimensional).

La Fig. 90, es el diagrama de interacción del muro rectangular realizado en Mathcad basado en el tutorial de Cefci Civil Engineering (2015). La sub-rutina para el diagrama de interacción se presenta en el anexo A.

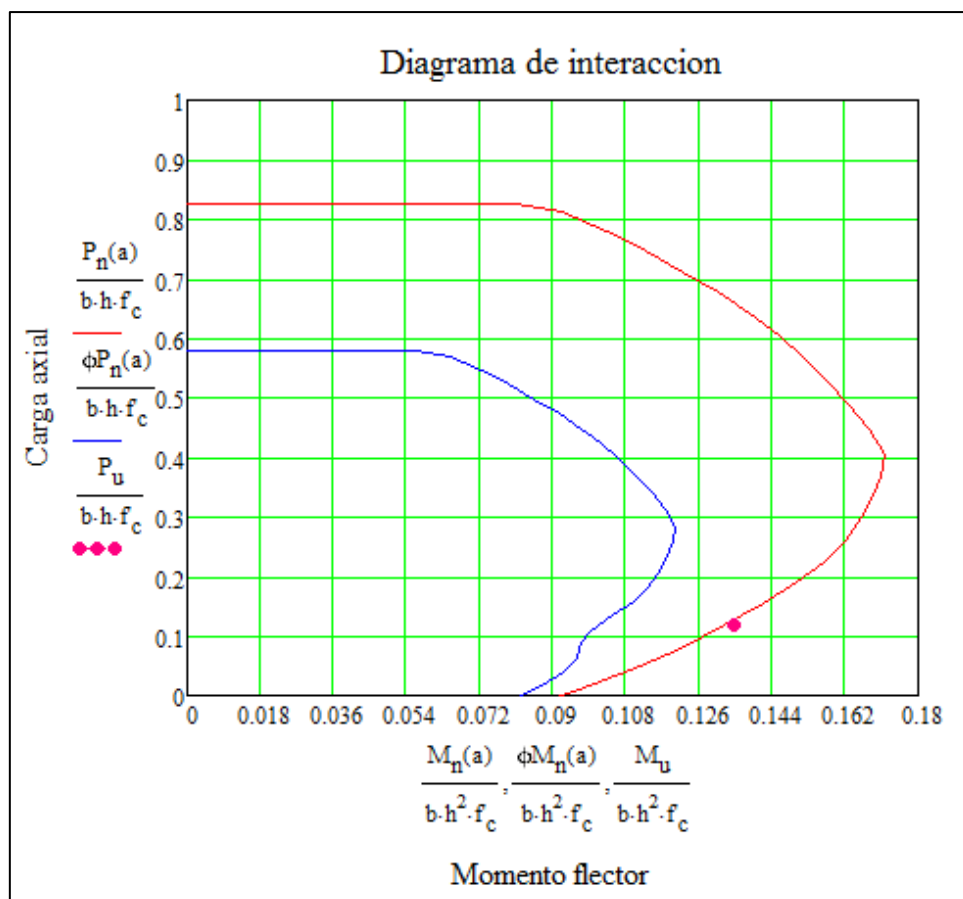


Figura 90. Diagrama de interacción del muro rectangular (adimensional)

Se resalta el punto (rosado) de momento último cuando ocurre la fractura de las barras longitudinales.

7.3 Muro estructural de sección T

Para muros estructurales de sección T se toma el ejemplo de Ortiz, Rodríguez & Torres (2014), de la Fig. 91.

Las características de los materiales se resumen en la Tabla 18:

Tabla 18. Cuadro de datos del muro estructural de sección T

f'_c	f_t	f_y	f_{su}	ε_{su}	E_s	E_c	H	Carga	γ
MPa	MPa	MPa	MPa		GPa	GPa	m	kN	
41.7	2.13	434	641	0.10	200	30.24	3.48	730	0.97

Nota: Tomado de la tesis de maestría de Ortiz (UNAM-2014)

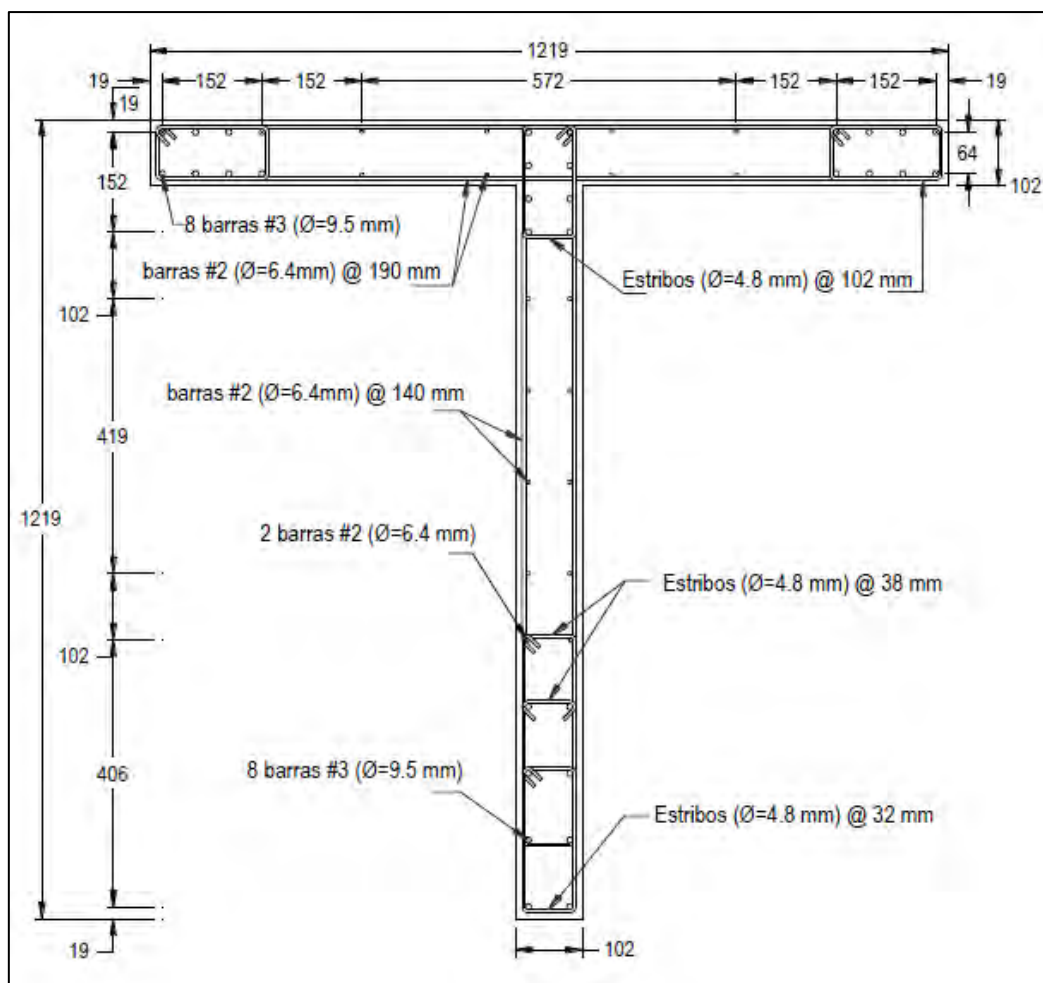


Figura 91. Muro estructural de sección T

Tomado de la tesis de Maestría de Ortiz (UNAM-2014)

Primero se calculara el momento de agrietamiento (M_{cr}) en la sección T. Es importante aclarar que se tendrá dos momentos de agrietamiento. El primero cuando el ala se encuentra en compresión y el segundo cuando el alma se encuentra en compresión.

$$-3.064MPa + \sigma_t = 2.13MPa$$

$$\sigma_t = 2.13MPa + 3.064MPa = 5.194MPa$$

La Fig. 92, muestra el centroide de la sección T:

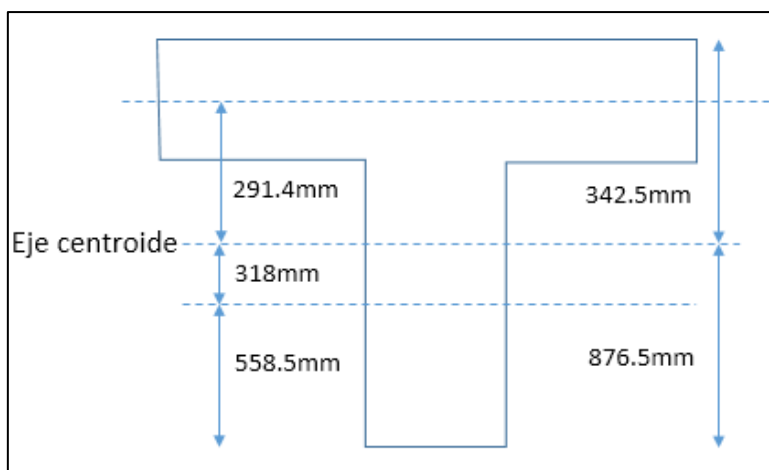


Figura 92. Centroide del muro estructural de sección T

$$\sigma_t = \frac{M_{cr}y}{I} = 5.194 \text{MPa}$$

Se tiene dos casos $y=876.5\text{mm}$ e $y=342.5\text{mm}$:

$$I = 3404072.5 \text{cm}^4$$

$$M_{cr} = 5.194 \text{MPa} \times I/y$$

$$M_{cr1} = 5.194 \text{MPa} \times \frac{I}{342.5 \text{mm}} = 515.8 \text{kN} \times \text{m}$$

$$M_{cr2} = 5.194 \text{MPa} \times \frac{I}{876.5 \text{mm}} = 201.56 \text{kN} \times \text{m}$$

$$\phi_{cr1} = \frac{M_{cr1}}{E_c I_g} = \frac{515.8 \text{kN} \times \text{m}}{30.24 \text{GPa} \times I} = 5.01 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{m}}$$

$$\phi_{cr2} = \frac{M_{cr2}}{E_c I_g} = \frac{201.56 \text{kN} \times \text{m}}{30.24 \text{GPa} \times I} = 1.96 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{m}}$$

$$\phi_{cr1} l_w = 5.01 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{m}} \times 1219 \text{mm} = 6.11 \times 10^{-4}$$

$$\phi_{cr2} l_w = 1.96 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{m}} \times 1219 \text{mm} = 2.39 \times 10^{-4}$$

Para hallar el momento de fluencia, se usa la Fig. 93, que corresponde al modelo planteado por Bonelli, P., Restrepo, J., & Alarcón, G. (2010).

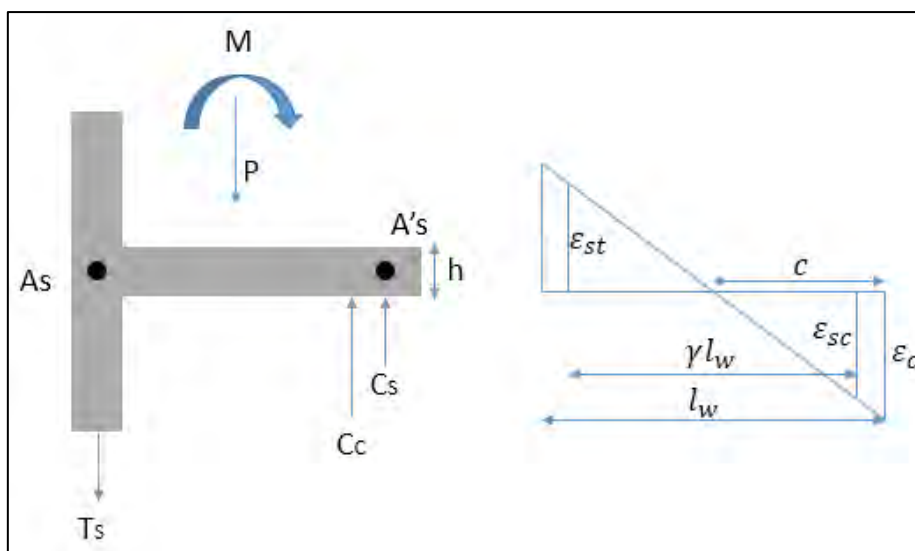


Figura 93. Modelo planteado por Bonelli, Restrepo y Alarcón (2010)

De la compatibilidad de deformaciones se obtienen relaciones para el alma en compresión:

$$c = \frac{\varepsilon_c l_w \left(\frac{1}{2} + \gamma\right)}{\varepsilon_{st} + \varepsilon_c}$$

$$c = \frac{P + A_s f_y - A'_s f'_y}{0.85 \times h \times \beta_1 \times f'_c}$$

Del equilibrio:

$$c = \frac{730 \text{ kN} + 19.6 \text{ cm}^2 \times 434 \text{ MPa} - 8.88 \text{ cm}^2 \times 434 \text{ MPa}}{0.85 \times 102 \text{ mm} \times 0.754 \times 41.7 \text{ MPa}} = 438.46 \text{ mm}$$

$$a = 0.754 \times 438.46 \text{ mm} = 330.6 \text{ mm}$$

$$M_y = A_s \times f_y \times \gamma l_w + P \times \left(876.5 \text{ mm} - \frac{l_w}{2} (1 - \gamma)\right) - C_c \times \left(\frac{a}{2} - 19 \text{ mm}\right)$$

$$M_y = 1443 \text{ kN} \times \text{m}$$

Para el momento de fluencia, cuando el ala se encuentra en compresión, no se considera el acero en compresión:

$$c = \frac{730 \text{ kN} + 8.88 \text{ cm}^2 \times 434 \text{ MPa}}{0.85 \times 1219 \text{ mm} \times 0.754 \times 41.7 \text{ MPa}} = 34.24 \text{ mm}$$

$$M_y = 0.85 h \beta_1 f'_c c \left(342 \text{ mm} - \frac{\beta_1 c}{2}\right) + A'_s f_y (876 \text{ mm} - 19 \text{ mm})$$

$$M_y = 0.85 \times 1219 \text{ mm} \times 0.754 \times 41.7 \text{ MPa} \times 34.24 \text{ mm} \left(342 \text{ mm} - \frac{0.754 \times 34.24 \text{ mm}}{2}\right) + 8.88 \text{ cm}^2 \times 434 \text{ MPa} \times (876.5 \text{ mm} - 19 \text{ mm})$$

$$M_y = 697.9 \text{ kN} \times \text{m}$$

Para determinar la curvatura de fluencia, para el caso del alma en compresión, se utiliza la ecuación de Priestley et al. (2007):

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{434 \text{ MPa}}{200 \text{ GPa}} = 0.0022$$

$$\phi_y = 2.00 \frac{\varepsilon_y}{l_w} = 2.00 \frac{0.0022}{1219 \text{ mm}} = 3.61 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\phi_y l_w = 2.00 \frac{0.0022}{1219 \text{ mm}} \times 1219 \text{ mm} = 0.0044$$

Para el caso del ala en compresión también se utiliza la ecuación de Priestley et al. (2007).

$$\phi_y = 1.50 \frac{\varepsilon_y}{l_w} = 1.50 \frac{0.0022}{1219 \text{ mm}} = 2.71 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\phi_y l_w = 0.0033$$

Para el cálculo de curvatura última (Fig. 94), se procede así:

$$0.02 \leq \varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{s}{d_b}}{150} \leq 0.06$$

$$\varepsilon_p^* = \frac{11 - \frac{32 \text{ mm}}{9.5 \text{ mm}}}{150} = 0.051$$

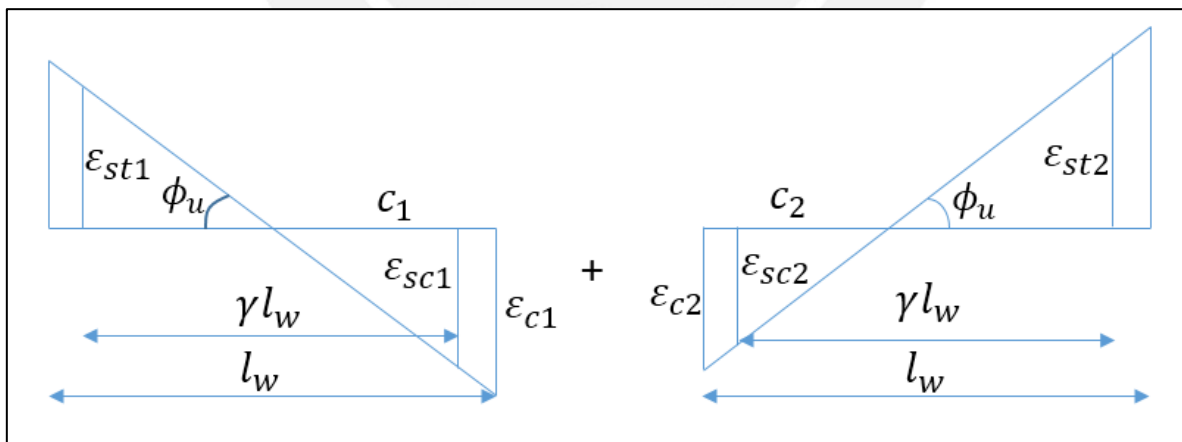


Figura 94. Diagrama de deformación axial para el cálculo de curvatura última en el muro de sección T

$$\varepsilon_{sc1} = \left(c_1 - l_w \times \left(0.5 - \frac{\gamma}{2} \right) \right) \phi_u$$

$$\varepsilon_{st2} = \left(l_w - c_2 - l_w \times \left(0.5 - \frac{\gamma}{2} \right) \right) \phi_u$$

$$\varepsilon_{st2} + \varepsilon_{sc1} = \varepsilon_p^* = 0.051$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_p^*}{c_1 - c_2 + \gamma l_w} = \frac{0.051}{c_1 - c_2 + 0.97 \times 1219 \text{mm}}$$

Para determinar la curvatura última (Fig. 94) es necesario encontrar c_1 y c_2 correspondientes a la zona en compresión del alma y el ala de la sección, respectivamente.

Para el caso del ala en compresión no se considera el acero en compresión ni el aumento de resistencia del concreto confinado:

$$c_2 = \frac{730 \text{kN} + 8.88 \text{cm}^2 \times 641 \text{MPa}}{0.85 \times 1219 \text{mm} \times 0.754 \times 41.7 \text{MPa}} = 39.9 \text{mm}$$

Para el caso del alma en compresión se presenta la siguiente relación y se considera el aumento de resistencia del concreto confinado en 40%.

$$c_1 = \frac{730 \text{kN} + 19.6 \text{cm}^2 \times 641 \text{MPa} - 8.88 \text{cm}^2 \times 641 \text{MPa}}{102 \text{mm} \times 1.4 \times 41.7 \text{MPa}} = 238 \text{mm}$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_p^*}{c_1 - c_2 + \gamma l_w} = \frac{0.051}{238 \text{mm} - 39.9 \text{mm} + 0.97 \times 1219 \text{mm}} = 0.000037 \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\phi_u l_w = 0.045$$

$$\varepsilon_{sc1} = \left(c_1 - l_w \times \left(0.5 - \frac{\gamma}{2} \right) \right) \phi_u = \left(238 \text{mm} - 1219 \text{mm} \left(0.5 - \frac{0.97}{2} \right) \right) 0.000037 \frac{1}{\text{mm}}$$

$$\varepsilon_{sc1} = 0.008 = 3.64 \varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{st2} = \left(l_w - c_2 - l_w \left(\frac{1}{2} - \frac{\gamma}{2} \right) \right) \phi_u = \left(1219 \text{mm} - 39.9 \text{mm} - 1219 \text{mm} \left(\frac{1}{2} - \frac{0.97}{2} \right) \right) \phi_u$$

$$\varepsilon_{st2} = 0.043 = 19.5 \varepsilon_y$$

La deformación acumulada de la barra, es la suma de deformación por compresión y tracción:

$$\varepsilon_{sc1} + \varepsilon_{st2} = 0.008 + 0.043 = 0.051$$

Para el caso del ala en compresión la curvatura última se calcula de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{st1} = \left(l_w - c_1 - l_w \times \left(0.5 - \frac{\gamma}{2} \right) \right) \phi_u$$

$$\varepsilon_{sc2} = \left(c_2 - l_w \times \left(0.5 - \frac{\gamma}{2} \right) \right) \phi_u$$

$$\varepsilon_{st1} + \varepsilon_{sc2} = \varepsilon_p^* = 0.051$$

$$\phi_u = \frac{\varepsilon_p^*}{c_2 - c_1 + \gamma l_w} = \frac{0.051}{39.9mm - 238mm + 0.97 \times 1219mm} = 0.000052 \frac{1}{mm}$$

$$\phi_u l_w = 0.063$$

$$\varepsilon_{st1} = \left(1219mm - 238mm - 1219mm \left(\frac{1}{2} - \frac{0.97}{2} \right) \right) 0.000052 \frac{1}{mm} = 0.050$$

$$\varepsilon_{st1} = 0.0501 = 22.77\varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{sc2} = \left(39.9mm - 1219mm \times \left(0.5 - \frac{0.97}{2} \right) \right) 0.000052 \frac{1}{mm} = 0.0011$$

$$\varepsilon_{sc2} = 0.0011 = 0.5\varepsilon_y$$

Para calcular la deformación última del concreto confinado cuando se fractura el estribo se utiliza la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} = 0.004 + \frac{1.4 \times 0.0338 \times 434MPa \times 0.10}{54.3MPa} = 0.042$$

También se utiliza la expresión de Restrepo (2018) para verificar que la deformación del concreto confinado no exceda el límite de deformación del núcleo de concreto:

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 2\sqrt{\rho_x \rho_y} = 0.004 + 2\sqrt{0.0194 \times 0.0144} = 0.021$$

Con las expresiones anteriores, se presentan los diagramas de las Figs. 95 y 96 y la Tabla 19: en la Fig. 95, el diagrama de momento-curvatura de la sección T para diferentes cargas axiales, en la Tabla 19 las deformaciones últimas del acero ubicado en los extremos de la sección T para diferentes cargas axiales, por último, la Fig. 96, el diagrama resumen de las deformaciones últimas del acero en los extremos versus carga axial.

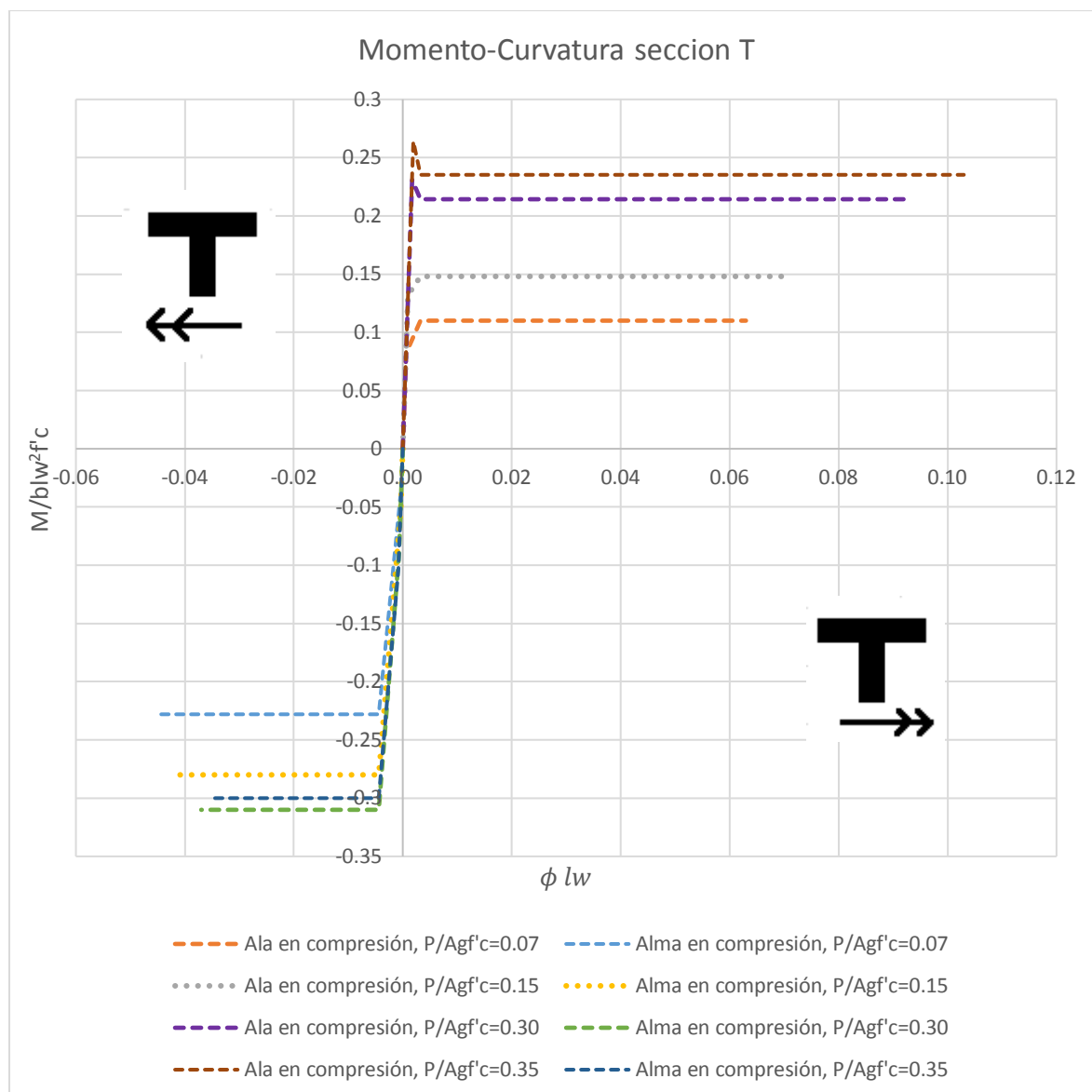


Figura 95. Momento-curvatura del muro estructural de sección T bajo diferentes cargas (adimensional).

Tabla 19. Valores de deformación en las barras, ubicados en los extremos, de acero en compresión y acero en tracción, según el aumento de carga axial y la zona en compresión de la sección T de concreto armado.

Compresión	$P/Agf'c$	ε_{st}	ε_{sc}	$\phi_u l_w$
Alma	0.07	$0.0429 = 19.5\varepsilon_y$	$-0.0081 = -3.85\varepsilon_y$	0.045
Alma	0.15	$0.0390 = 17.7\varepsilon_y$	$-0.0120 = -5.45\varepsilon_y$	0.042
Alma	0.30	$0.0329 = 14.95\varepsilon_y$	$-0.0181 = -8.23\varepsilon_y$	0.037
Alma	0.35	$0.0312 = 14.86\varepsilon_y$	$-0.0198 = -9.43\varepsilon_y$	0.035
Ala	0.07	$0.0501 = 22.77\varepsilon_y$	$-0.0011 = -0.5\varepsilon_y$	0.063
Ala	0.15	$0.0484 = 22\varepsilon_y$	$-0.0026 = -1.18\varepsilon_y$	0.071
Ala	0.30	$0.0441 = 20.05\varepsilon_y$	$-0.0069 = -3.13\varepsilon_y$	0.092
Ala	0.35	$0.042 = 20\varepsilon_y$	$0.009 = -4.28\varepsilon_y$	0.103

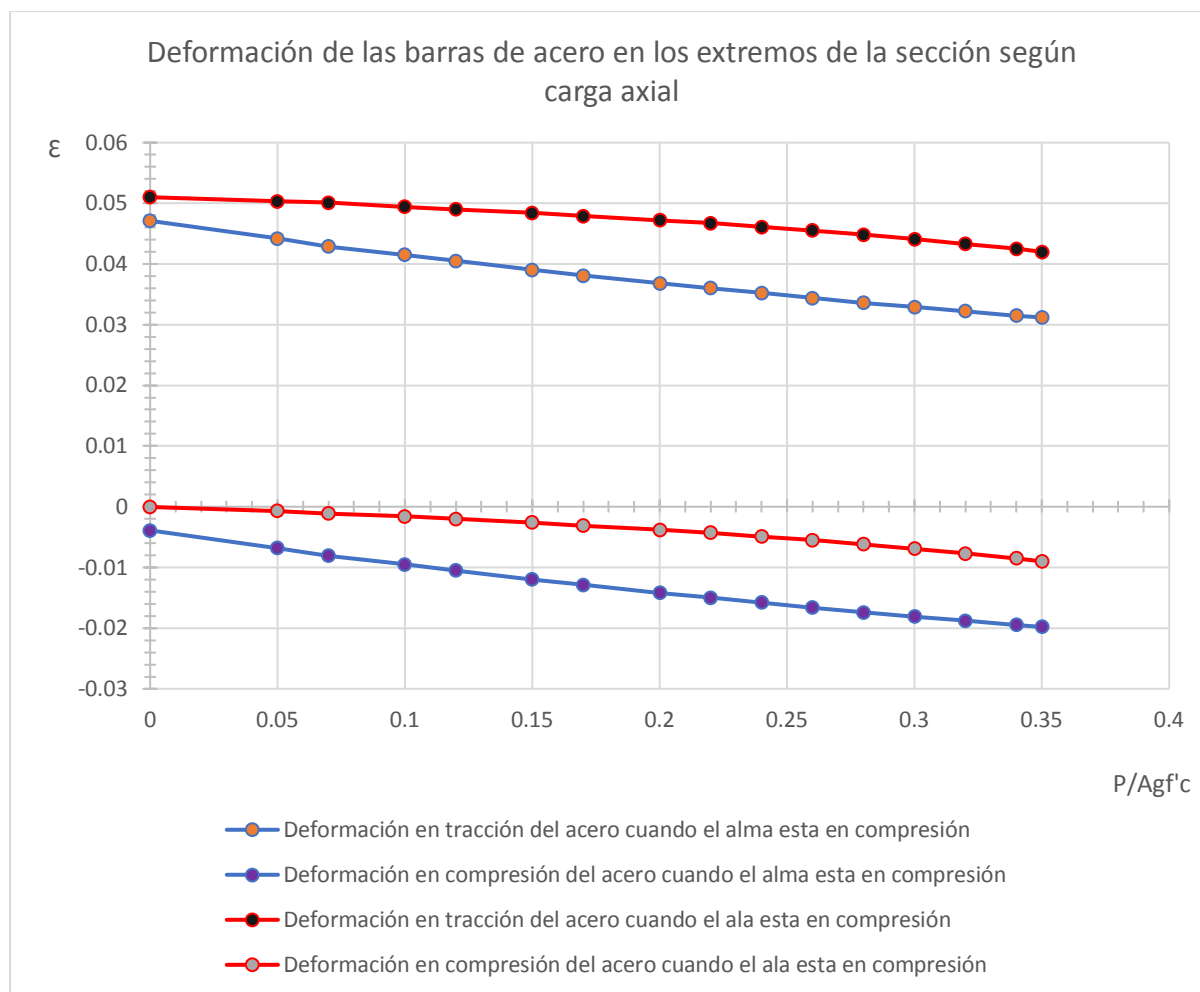


Figura 96. Gráfico deformación versus carga axial (adimensional), de las barras ubicadas en los extremos de la sección T de concreto armado.

Del diagrama momento-curvatura se observa que la zona del alma en compresión, no desarrolla ductilidad a medida que la carga axial aumenta, en consecuencia, el muro falla en la zona del alma, al igual que los típicos muros chilenos estudiados en párrafos anteriores. Se debe tomar en consideración que las barras de acero no desarrollan grandes deformaciones en compresión.

Por otro lado, el diagrama de interacción para flexión uni-axial del muro T (Fig. 97) presenta una asimetría debido a la forma de la sección y distribución del acero, al igual que, el diagrama de contornos para momentos biaxiales del muro T (Fig. 98) se observa el cambio de forma según cambia la carga axial, estos diagramas se realizaron con ayuda de las sub-rutinas elaboradas en Mathcad, que se presenta en el Anexo B.

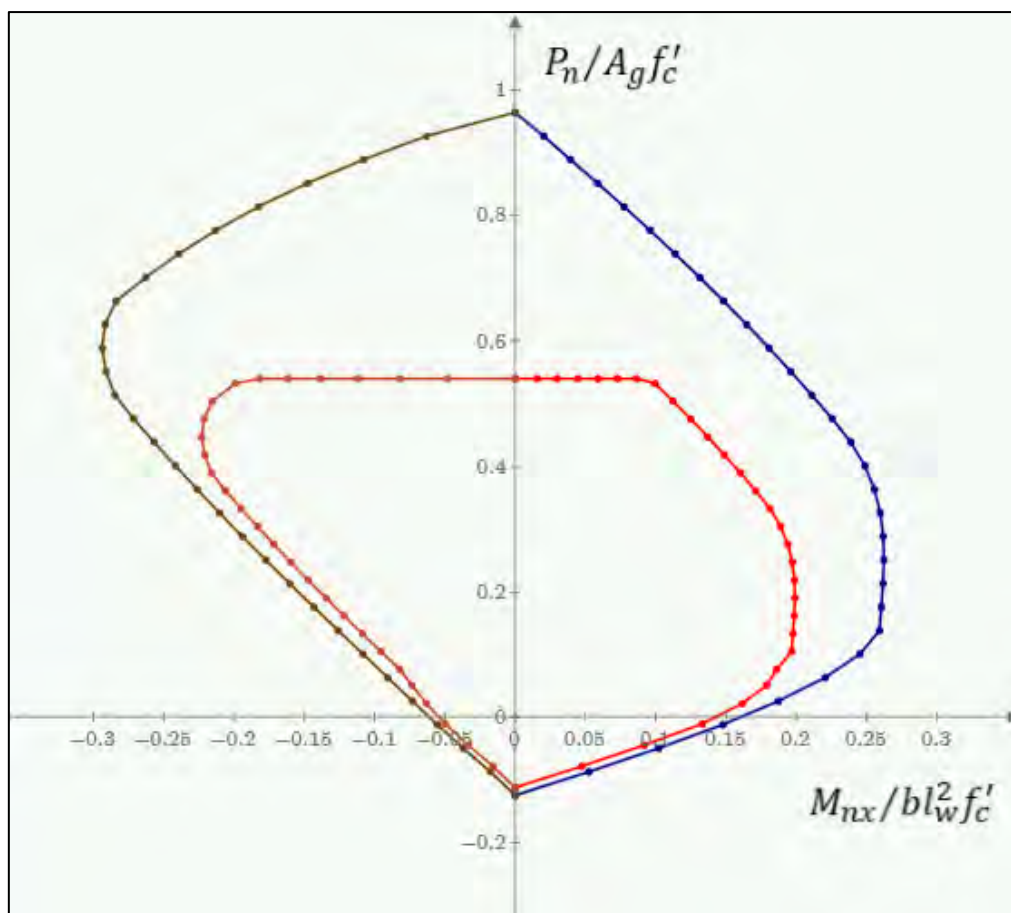


Figura 97. Diagrama de interacción del muro estructural de sección T cuando el alma está en compresión la zona derecha y la zona izquierda es el ala en compresión (adimensional).

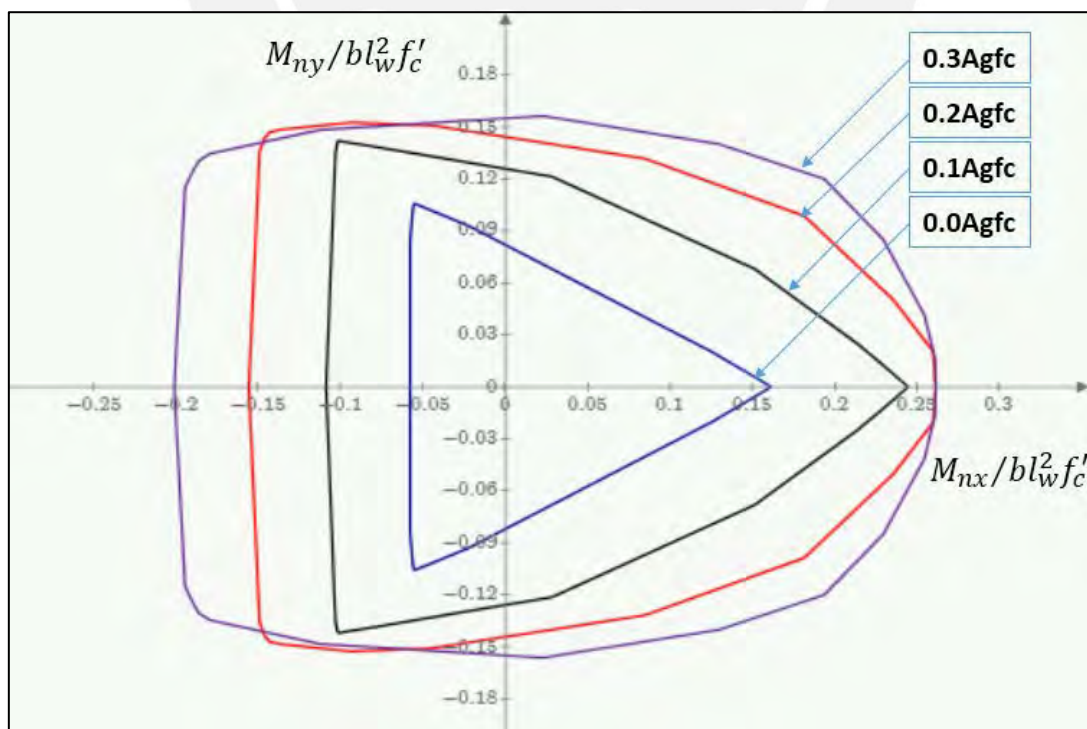


Figura 98. Diagrama de contorno del muro de sección T para momentos biaxiales (adimensional).

7.4 Columna de sección circular convencional de CA, enfundada con láminas de acero y reforzada con láminas de FRP

Se presenta tres casos: a) una sección circular típica de concreto armado, b) la misma sección, pero enfundada con lámina de acero (200GPa) y c) la misma sección, pero reforzada con FRP.

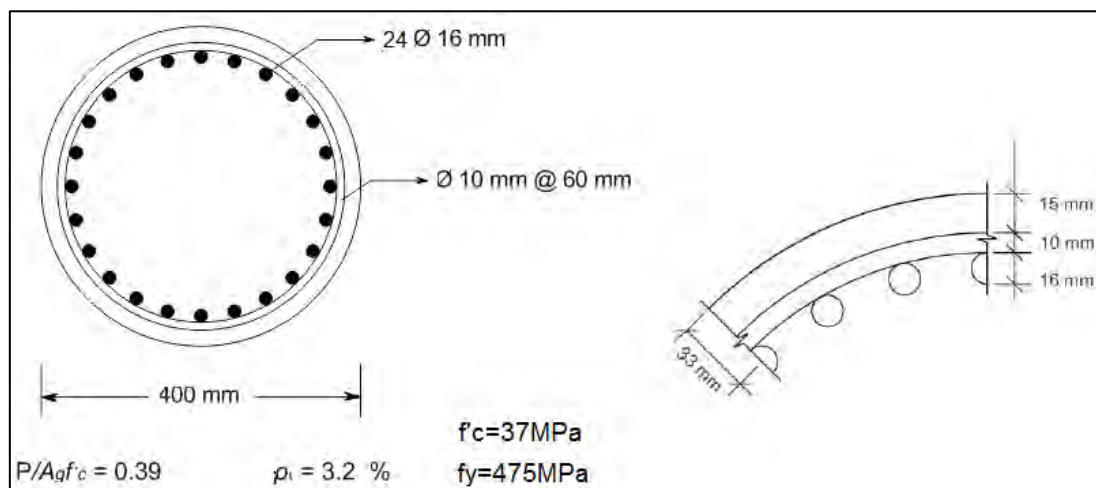


Figura 99. Sección circular de concreto armado de diámetro 400mm

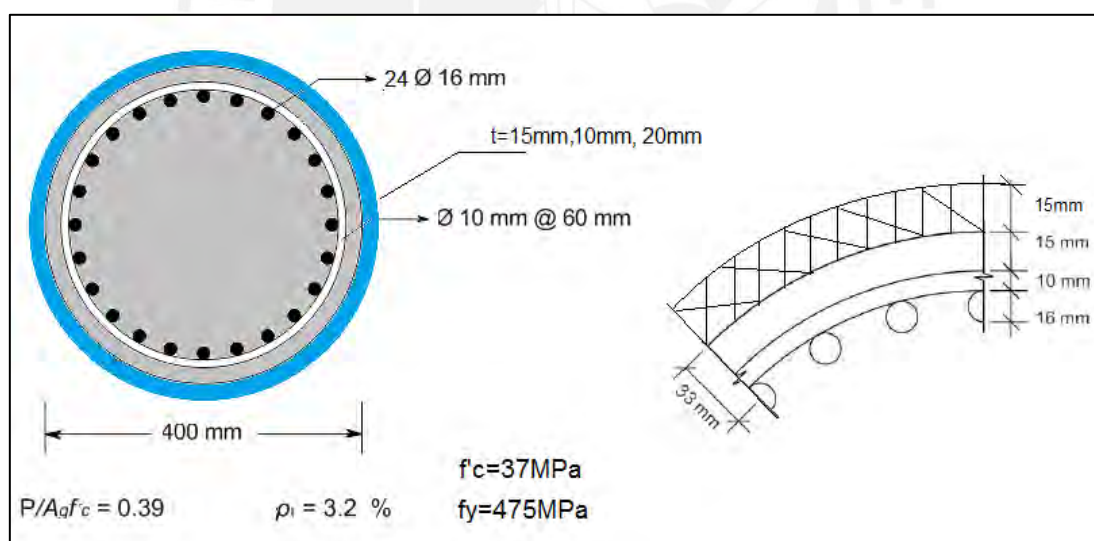


Figura 100. Sección circular de concreto armado de diámetro 400mm enfundado con lámina de acero

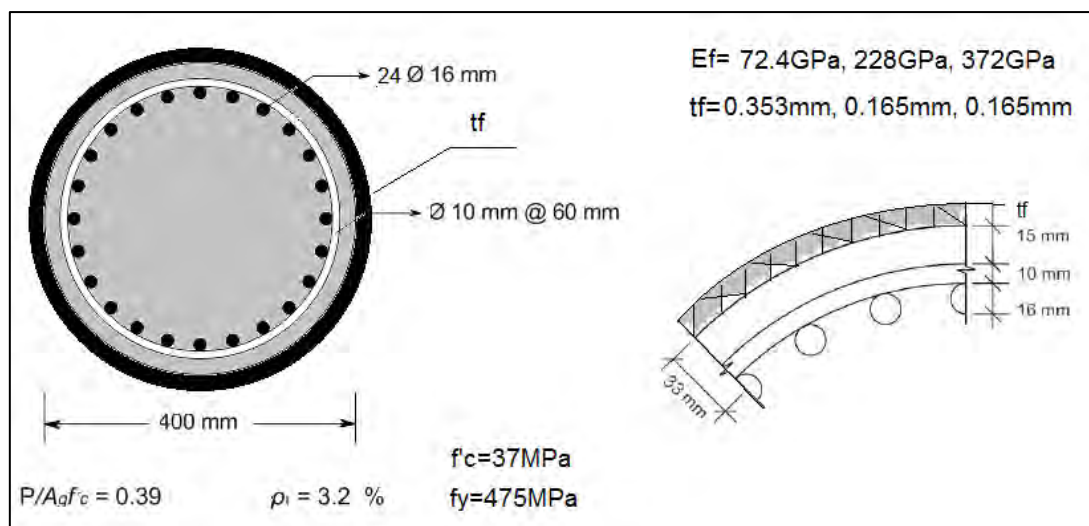


Figura 101. Sección circular de concreto armado de diámetro 400mm forrada con FRP de varios tipos (CF-130, CF-530 y EG-900)

La Fig. 102 presenta las propiedades de FRP que se utilizarán para el análisis de la sección.

Fibras de Carbono CF-130

Módulo de Elasticidad	228GPa
Deformación Específica de Ruptura	1,7% (0,017).
Resistencia Última de Tensión	3.790 MPa.
Espesor de la Lámina por Capa	0,165 mm.

Fibras de Carbono CF- 530

Módulo de Elasticidad	372GPa
Deformación Específica de Ruptura	0,9% (0,009).
Resistencia Última de tensión	3.517 MPa.
Espesor de la Lámina por Capa	0,165 mm.

Fibras de Vidrio EG- 900

Módulo de Elasticidad	72.4GPa
Deformación Específica de Ruptura	2,1% (0,021).
resistencia Última de tensión	1.517 MPa.
Espesor de la Lámina por Capa	0,353 mm.

Figura 102. Sistemas FRP usados en el ejemplo (comercializadas por MBrace™)

Tomado del libro "Fibras de carbono, Dimensionamiento Practico" Machado, A. (2006)

La Fig. 103 presenta el diagrama de cuerpo libre para confinamiento lateral con recubrimiento de FRP y acero.

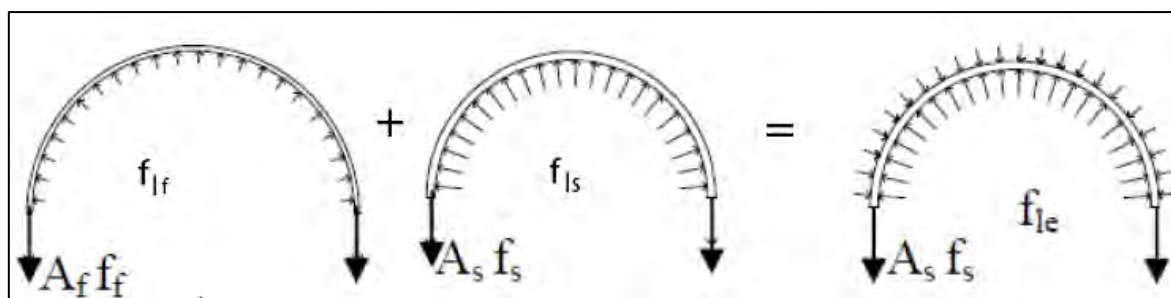


Figura 103. Diagrama de cuerpo libre del confinamiento lateral en sección circular con FRP y acero

Adaptado de tesis doctoral de Abd El Fattah, A.M (Kansas State University-2012)

La tabla 20 muestra un resumen de la cuantía de refuerzo, relación de módulos de rigidez, espesor, esfuerzos de confinamiento lateral, esfuerzo del concreto confinado y la deformación última del concreto confinado.

Tabla 20. Cuantía de refuerzo, relación de módulos de rigidez, espesor, esfuerzo de confinamiento lateral, esfuerzo del concreto confinado y deformación última del concreto confinado.

Refuerzo	$\frac{A_{refuerzo}}{A_{sección}}$	n	t (mm)	f_{lf} (MPa)	f_{ls} (MPa)	$f_{ls(acero)}$ (MPa)	f_{le} (MPa)	f_{cc} (MPa)	ϵ_{ccu}
FRP, CF-130	0.165%	1.14	0.165	0.752	3.15	-	3.90	49.2	0.006457 = 2.69 ϵ_y
FRP, CF-130	0.330%	1.14	0.330	1.505	3.15	-	4.65	51.6	0.007125 = 2.97 ϵ_y
FRP, CF-130	0.496%	1.14	0.495	2.257	3.15	-	5.41	54	0.007791 = 3.24 ϵ_y
FRP, CF-130	0.661%	1.14	0.660	3.01	3.15	-	6.16	56.3	0.008455 = 3.52 ϵ_y
FRP, CF-130	0.827%	1.14	0.825	3.762	3.15	-	6.91	58.7	0.009122 = 3.80 ϵ_y
FRP, CF-130	0.992%	1.14	0.990	4.514	3.15	-	7.66	61	0.009789 = 4.08 ϵ_y
FRP, CF-530	0.165%	1.86	0.165	1.228	3.15	-	4.38	50.7	0.006879 = 2.86 ϵ_y
FRP, CF-530	0.330%	1.86	0.330	2.455	3.15	-	5.60	54.6	0.007966 = 3.32 ϵ_y
FRP, CF-530	0.496%	1.86	0.495	3.683	3.15	-	6.83	58.4	0.009055 = 3.77 ϵ_y
FRP, CF-530	0.661%	1.86	0.660	4.91	3.15	-	8.06	62.3	0.010139 = 4.22 ϵ_y
FRP, CF-530	0.827%	1.86	0.825	6.138	3.15	-	9.29	66.1	0.011227 = 4.68 ϵ_y
FRP, CF-530	0.992%	1.86	0.990	7.366	3.15	-	10.52	70	0.012315 = 5.13 ϵ_y
FRP, EG-900	0.353%	0.36	0.353	0.511	3.15	-	3.66	48.5	0.006244 = 2.60 ϵ_y
FRP, EG-900	0.707%	0.36	0.706	1.022	3.15	-	4.17	50.1	0.006697 = 2.79 ϵ_y
FRP, EG-900	1.062%	0.36	1.059	1.533	3.15	-	4.68	51.7	0.007150 = 2.98 ϵ_y
FRP, EG-900	1.417%	0.36	1.412	2.045	3.15	-	5.19	53.3	0.0076 = 3.17 ϵ_y
FRP, EG-900	1.773%	0.36	1.765	2.556	3.15	-	5.71	54.9	0.008053 = 3.35 ϵ_y
FRP, EG-900	2.129%	0.36	2.118	3.067	3.15	-	6.22	56.5	0.008506 = 3.54 ϵ_y
Acero	10.25%	1	10	-	3.15	23.17	26.32	116	0.02335 = 9.73 ϵ_y
Acero	15.56%	1	15	-	3.15	34.34	37.49	129.4	0.02698 = 11.24 ϵ_y
Acero	21%	1	20	-	3.15	45.24	48.39	138.2	0.02935 = 12.23 ϵ_y

Las Figs. 104 presenta los diagramas momento-curvatura adimensional, sin efecto P- Δ , para los tres casos: a) una sección circular típica de concreto armado, b) la misma sección, pero enfundada con lámina de acero y c) la misma sección, pero reforzada con FRP. Las secciones tienen la relación de $P/Agf'_c = 0.39$, además, se considera el modelo bilineal simplificado para graficar el momento-curvatura. Sin embargo, para el cálculo de la curvatura última de las secciones enfundadas con láminas de acero y láminas de FRP, se utilizó lo propuesto por Iñiguez & Rodríguez (2015).

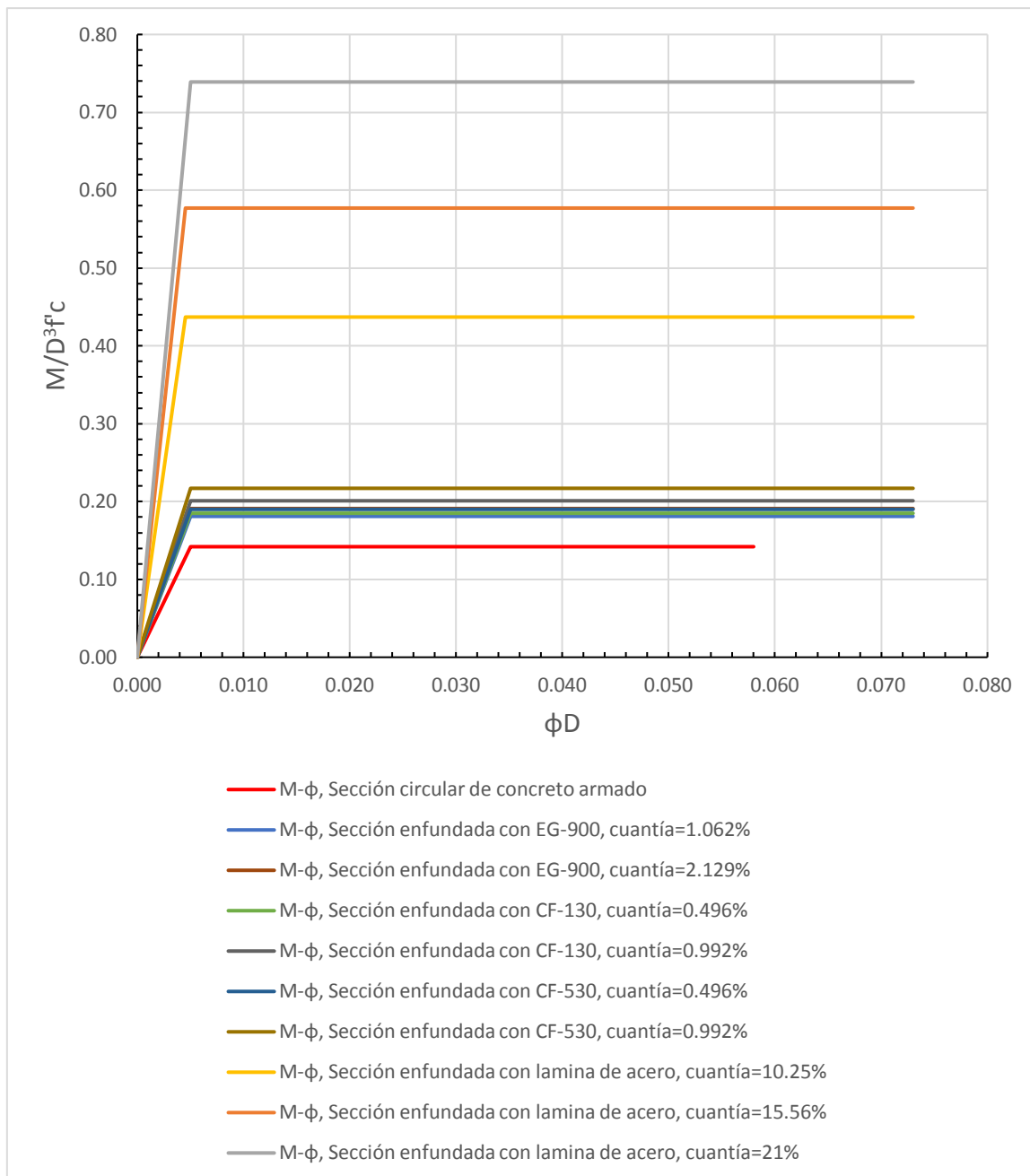


Figura 104. Diagrama momento-curvatura para sección circular de concreto armado convencional, la misma sección, enfundada con láminas de acero y enfundada con láminas de FRP (adimensional)

La Fig. 105 presenta el diagrama momento-curvatura para la sección circular reforzada con tres tipos de FRP.

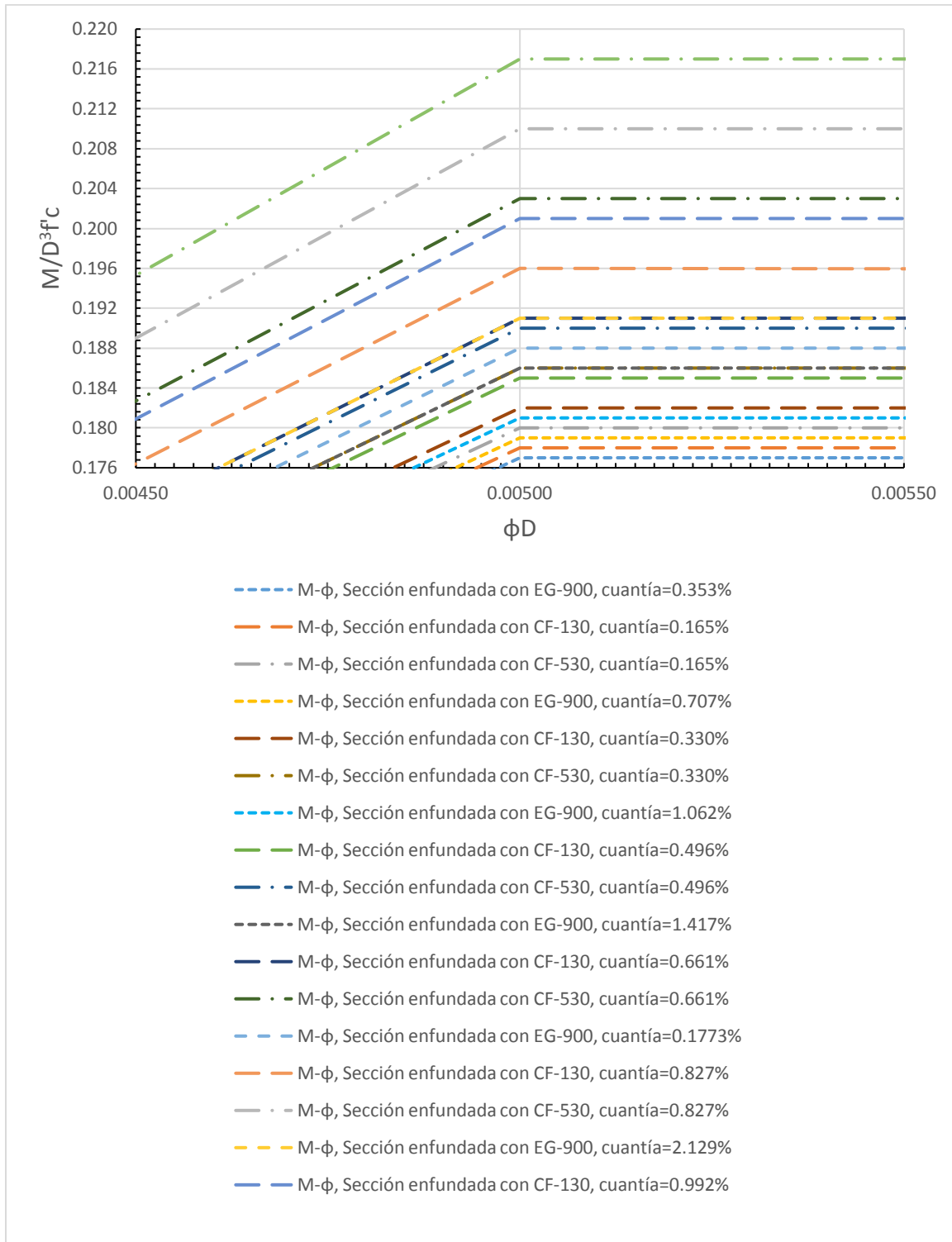


Figura 105. Diagrama momento-curvatura para sección circular de concreto armado reforzada con FRP, para diferentes cuantías (adimensional)

La Fig. 106 representa el diagrama de interacción de los tres casos, sección circular de concreto armado, enfundada con láminas de acero y enfundada con FRP, en los dos primeros se aplicó

el bloque de compresiones de la norma E.060, en cambio, en la sección enfundada con FRP se siguió los lineamientos del ACI Comité 440 (2017). Para el caso del diagrama circular reforzado con láminas de acero, se observa que posee mayor resistencia a tracción; sin embargo, es recomendable no considerarlo para el diseño de la sección.

Las Figs. 107, 108 y 109 muestran los diagramas de interacción de la sección de concreto armado; y la misma sección reforzada con los diferentes tipos de FRP de la marca MBrace™.

Se debe considerar que enfundar la columna con láminas de acero es más trabajoso, ya que se tienen que doblar (rolar) las planchas de acero, para luego cubrir la superficie lateral de la columna y soldarlas en las juntas; en cambio, las láminas de FRP son de fácil aplicación y uso, y no presentan problemas de corrosión en el tiempo.

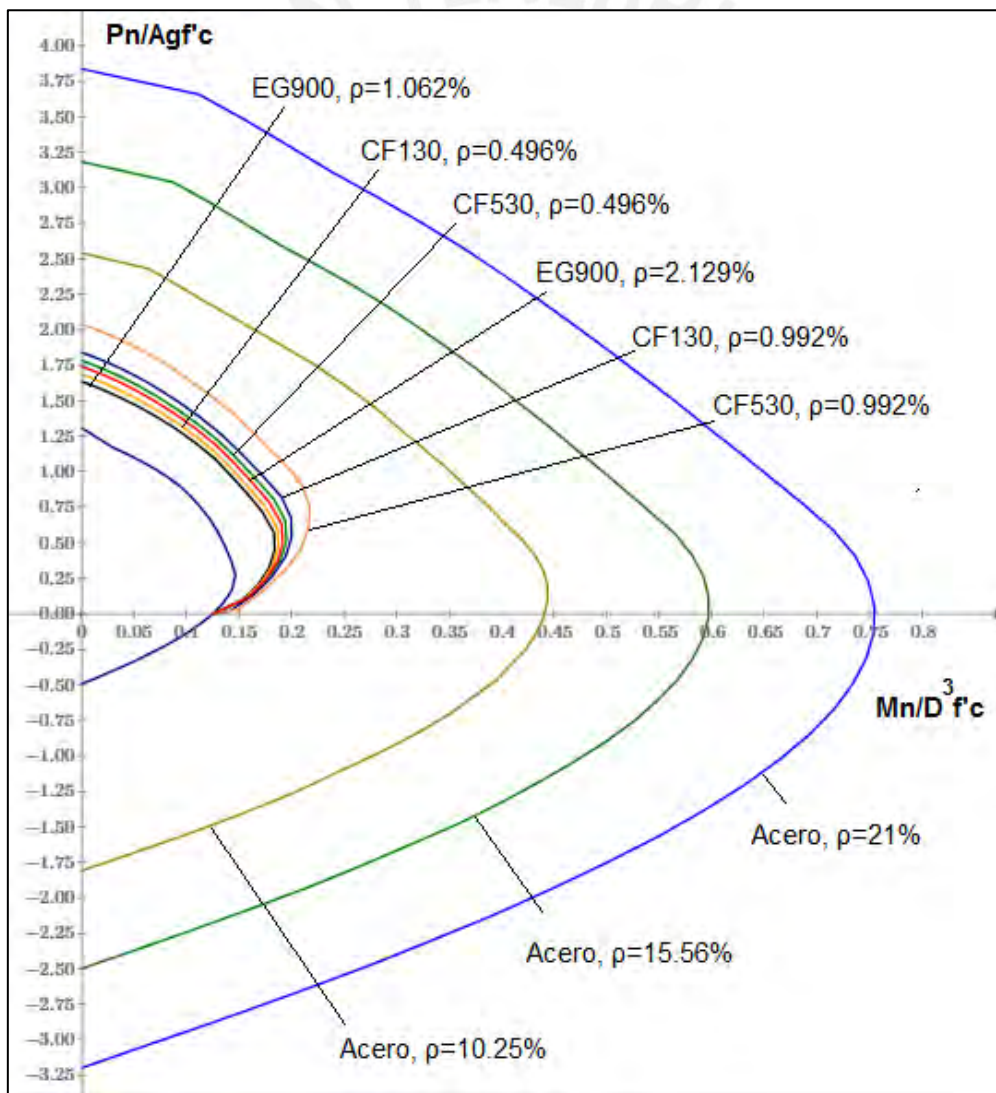


Figura 106. Diagrama de interacción de la sección circular de concreto armado, enfundada con láminas de FRP y enfundada con láminas de acero (adimensional)

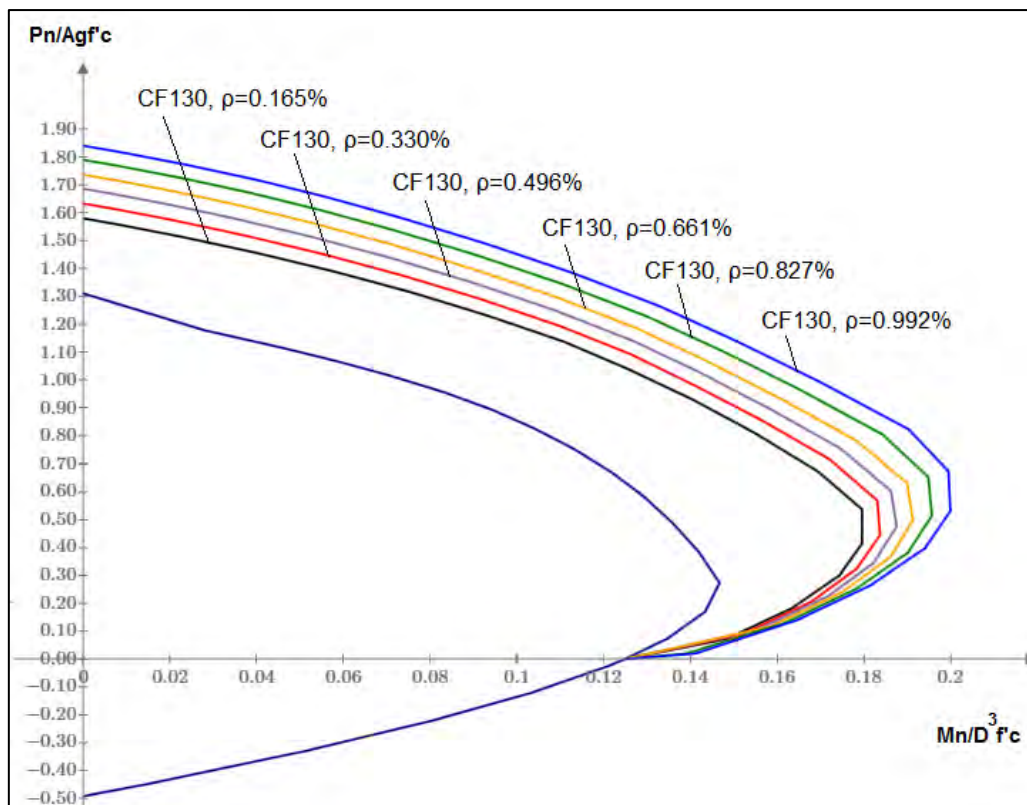


Figura 107. Comparación de diagramas de interacción de una sección circular de C.A., y reforzada con FRP: CF-130 de diferentes cuantías (adimensional)

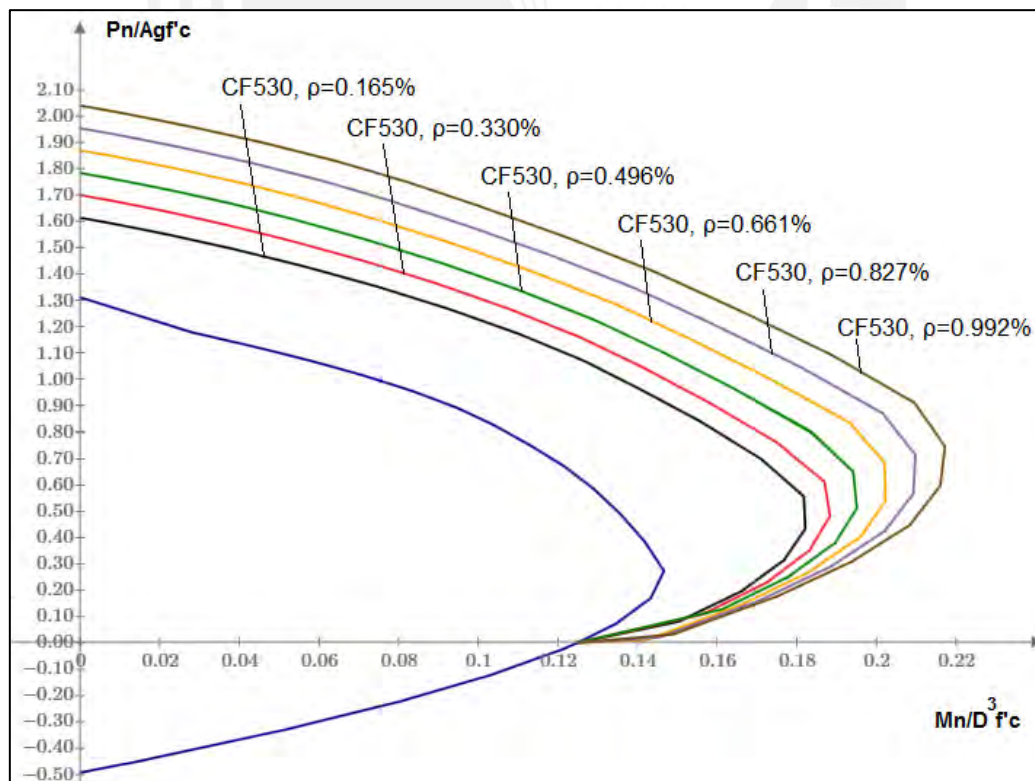


Figura 108. Comparación de diagramas de interacción de una sección circular de C.A., y reforzada con FRP: CF-530 de diferentes cuantías (adimensional)

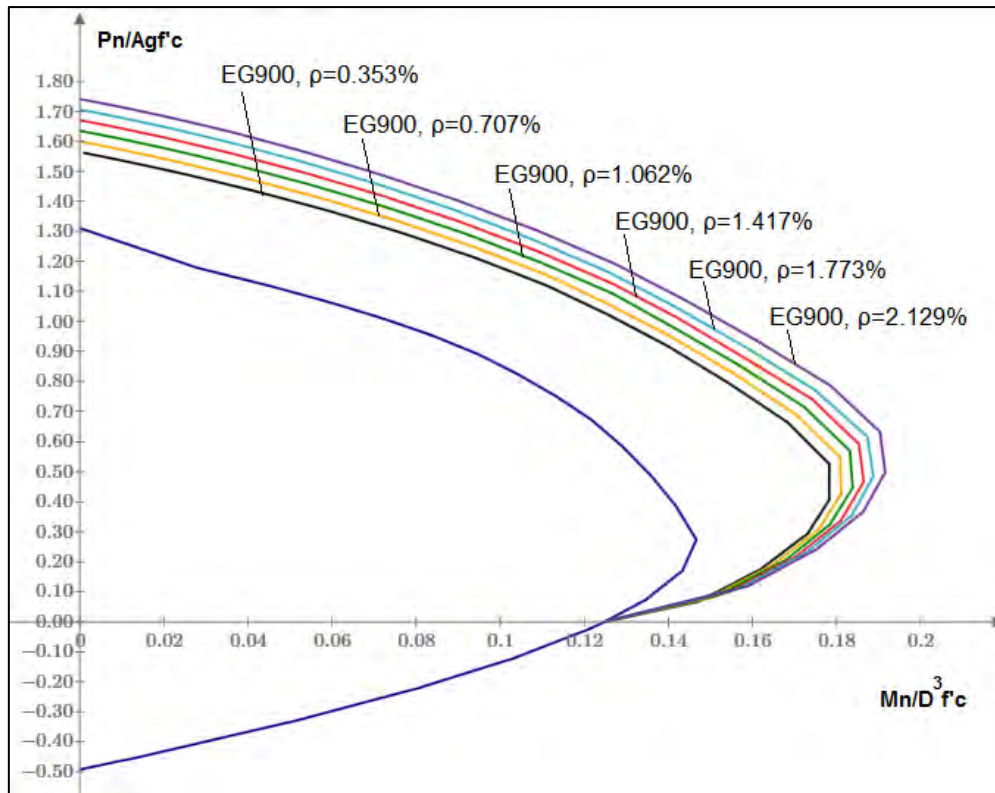


Figura 109. Comparación de diagramas de interacción de una sección circular de C.A., y reforzada con FRP: EG-900 de diferentes cuantías (adimensional)

Las Figs. 110 y 111 presentan el modelo de columna bi-empotrada y diagramas de capacidad para el modelo bi-empotrado de longitud libre 2.70m, respectivamente. Se utilizó la sub-rutina CUMBIA de Montejo & Kowalsky (2007).

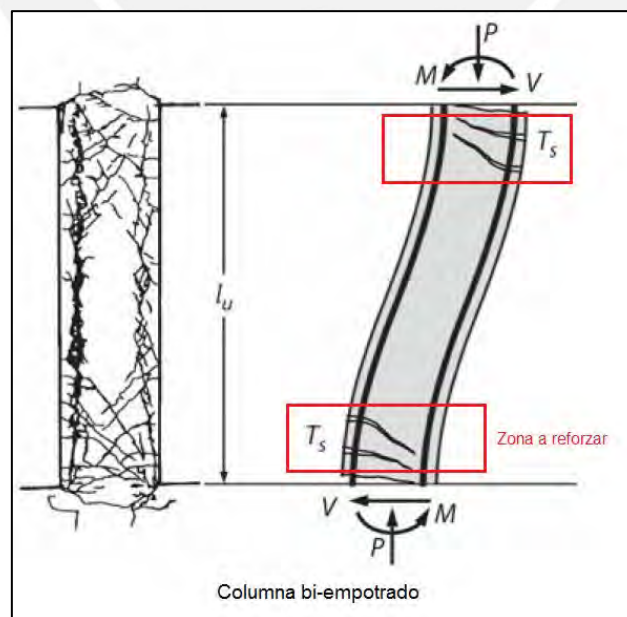


Figura 110. Modelo de columna bi-empotrada

Adaptado del libro de Moehle (2015)

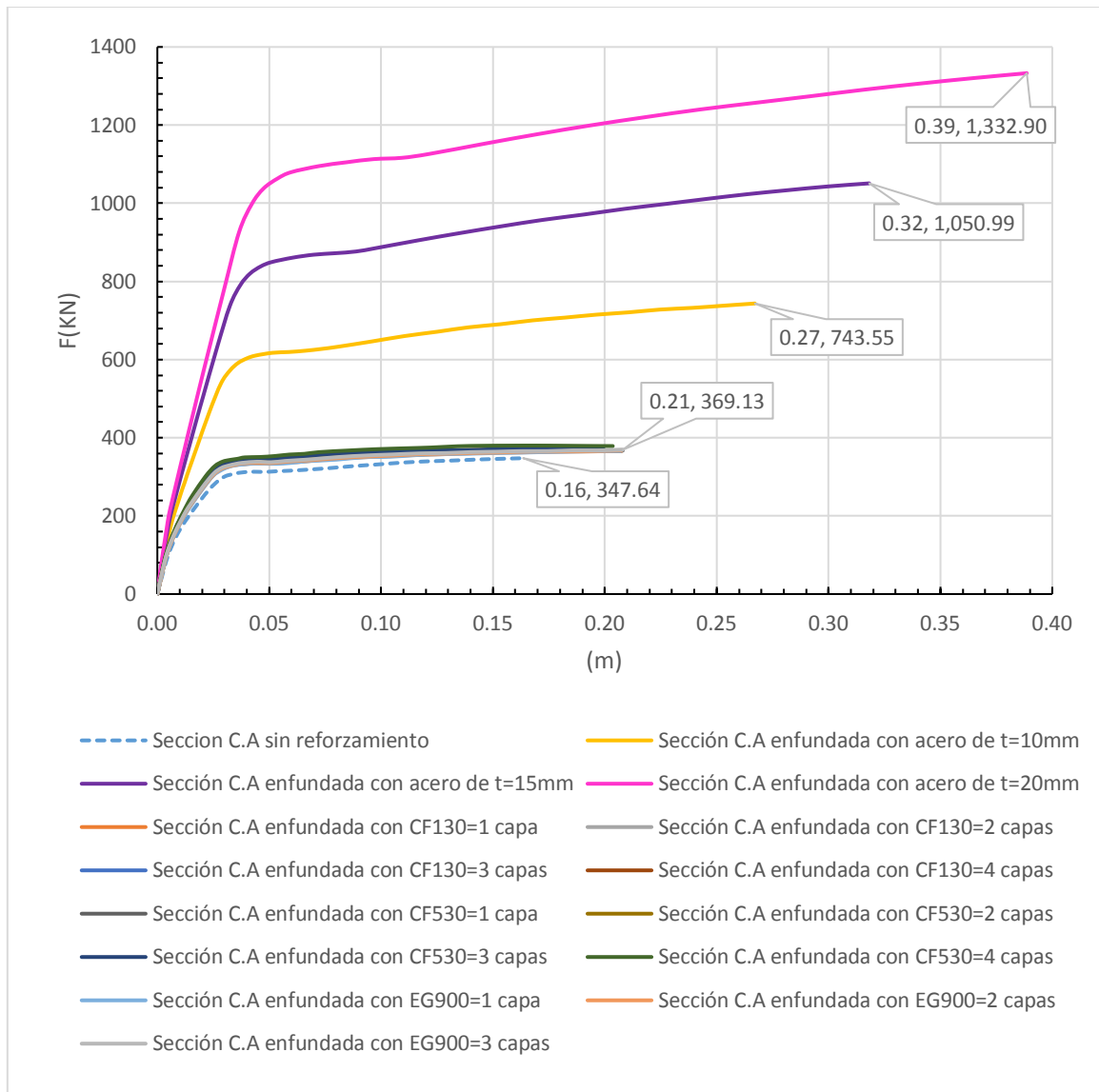


Figura 111. Diagramas de capacidad de una columna de sección circular de C.A., enfundada con sistema FRP y enfundada con láminas de acero

La Fig. 112 muestra la cuantificación de resistencia y ductilidad de la columna circular reforzada con FRP y lámina de acero.

	0.1Pn/Agf'c	0.2Pn/Agf'c	0.3Pn/Agf'c	0.4Pn/Agf'c	μ
	Mn/D3f'c	Mn/D3f'c	Mn/D3f'c	Mn/D3f'c	
C.A	100%	100%	100%	100%	5 / 100%
C.A-CF130(1 capa)	111%	115%	120%	127%	6.6 / 132%
C.A-CF130(2 capa)	112%	117%	121%	129%	
C.A-CF130(3 capa)	112%	117%	123%	130%	
C.A-CF130(4capa)	113%	118%	124%	133%	
C.A-CF130(5 capa)	114%	119%	126%	135%	
C.A-CF130(6 capa)	115%	120%	127%	138%	
C.A-CF530(1 capa)	112%	115%	121%	128%	6.6 / 132%
C.A-CF530(2 capa)	113%	117%	123%	131%	
C.A-CF530(3 capa)	114%	119%	126%	135%	
C.A-CF530(4capa)	116%	120%	128%	139%	
C.A-CF530(5 capa)	117%	121%	131%	142%	
C.A-CF530(6 capa)	118%	123%	133%	144%	
C.A-EG900(1 capa)	111%	113%	119%	126%	6.6 / 132%
C.A-EG900(2 capa)	111%	114%	121%	128%	
C.A-EG900(3 capa)	112%	114%	121%	129%	
C.A-EG900(4capa)	112%	115%	122%	130%	
C.A-EG900(5 capa)	112%	116%	123%	131%	
C.A-EG900(6 capa)	112%	117%	123%	133%	
C.A(acero=10mm)	328%	303%	303%	306%	8.4 / 168%
C.A(acero=15mm)	431%	409%	406%	412%	10.0 / 200%
C.A(acero=20mm)	550%	517%	512%	521%	12.2 / 244%

Figura 112. Cuantificación de la resistencia de la sección y ductilidad de la columna longitud libre 2.70m

7.5 Efecto de la resistencia especificada del concreto en el diseño de columnas

Si se desea reducir la sección de una columna circular de concreto armado, manteniendo la cantidad de acero y soportando la misma carga, una opción es aumentar la resistencia especificada del concreto ($f'c$).

Como ejemplo (Fig. 113) se utiliza una columna circular de diámetro 1.85m, cuantía 0.90%, $f'c=21\text{MPa}$, $f_y=420\text{MPa}$ y carga $P=32024\text{kN}$ (3202tn). Los resultados se presentan en el diagrama de interacción (Fig. 114), momento-curvatura (Fig. 115) y diagrama de capacidad (Fig. 116).

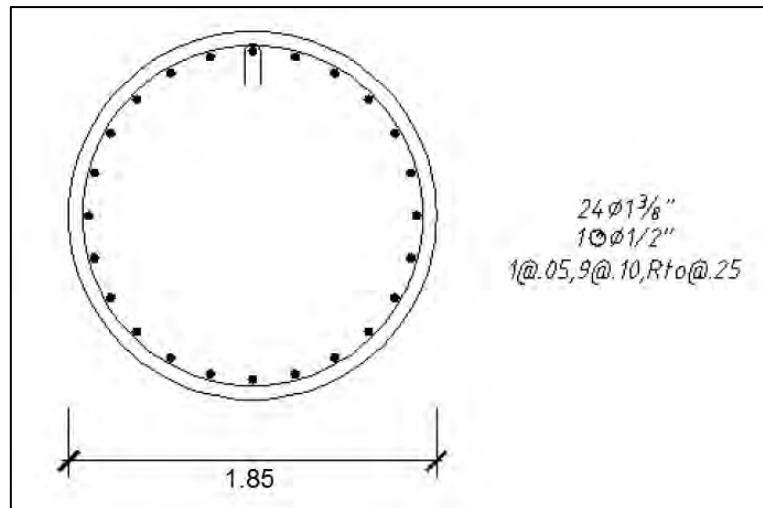


Figura 113. Sección de diámetro 1.85m

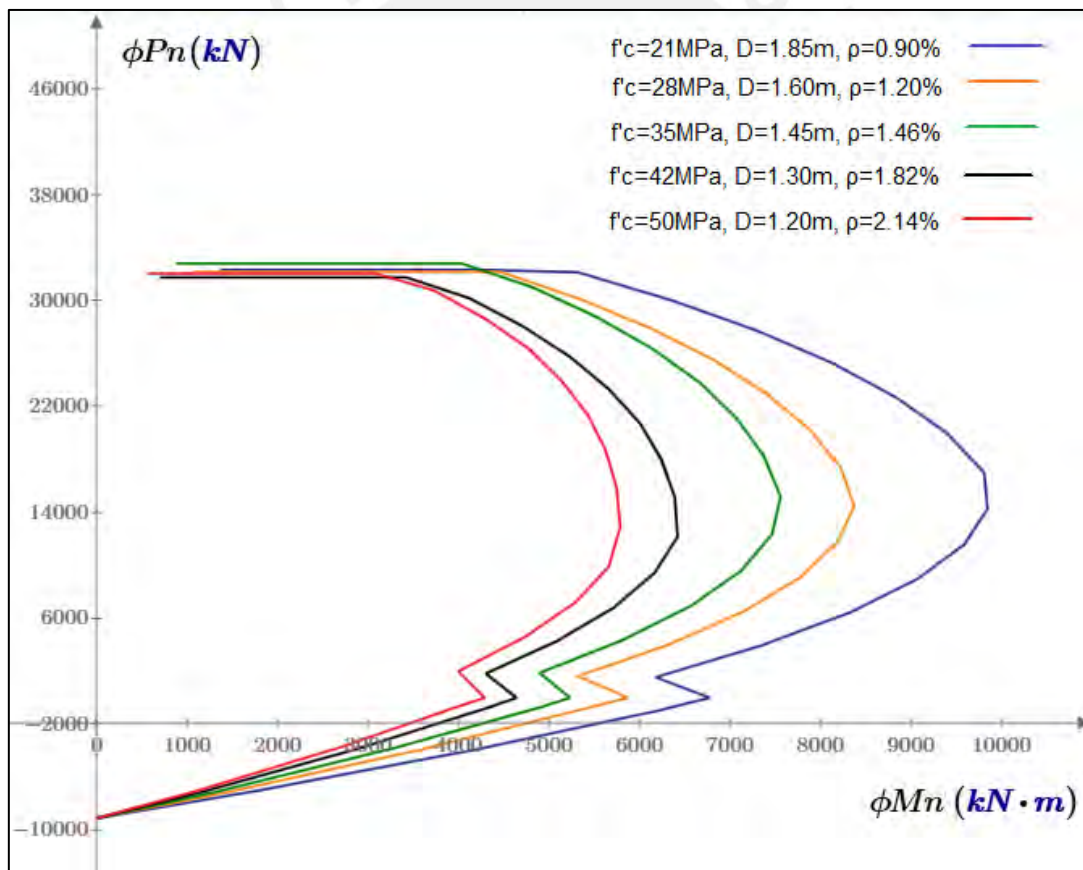


Figura 114. Diagrama de interacción para diferentes secciones circulares con igual cantidad de acero

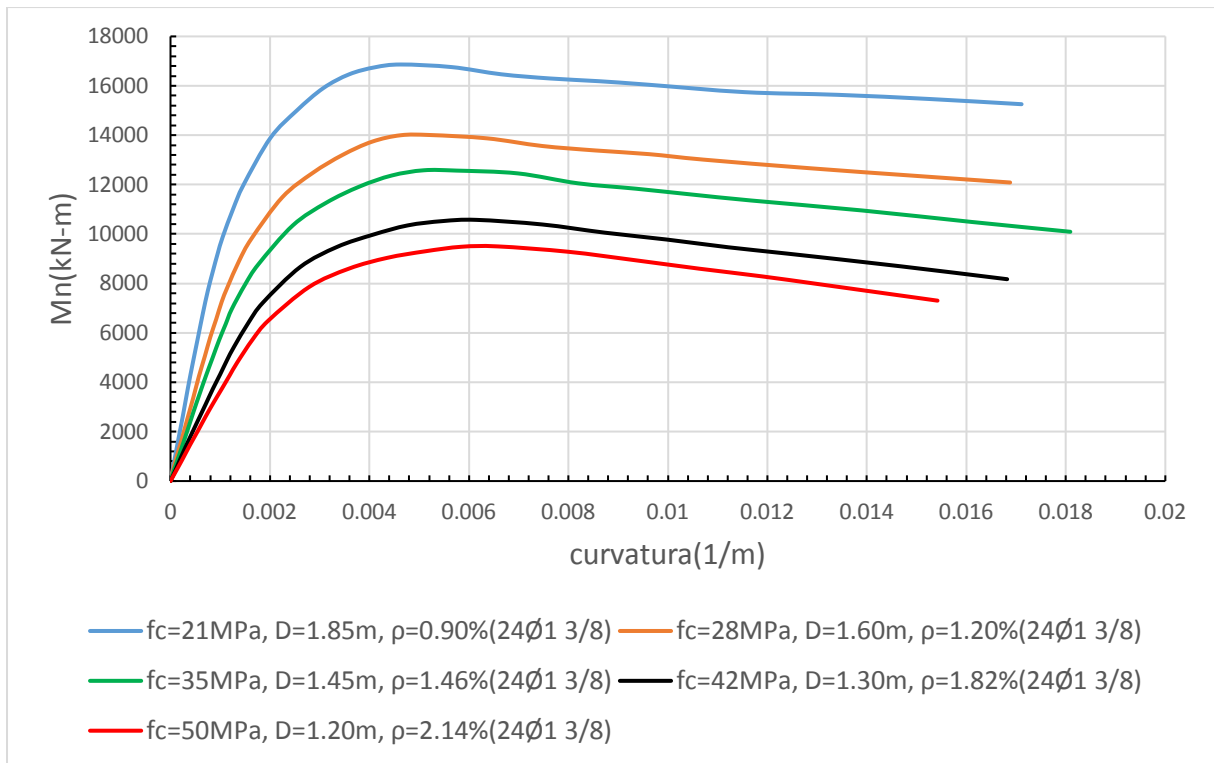


Figura 115. Diagrama momento-curvatura para diferentes secciones con igual cantidad de acero

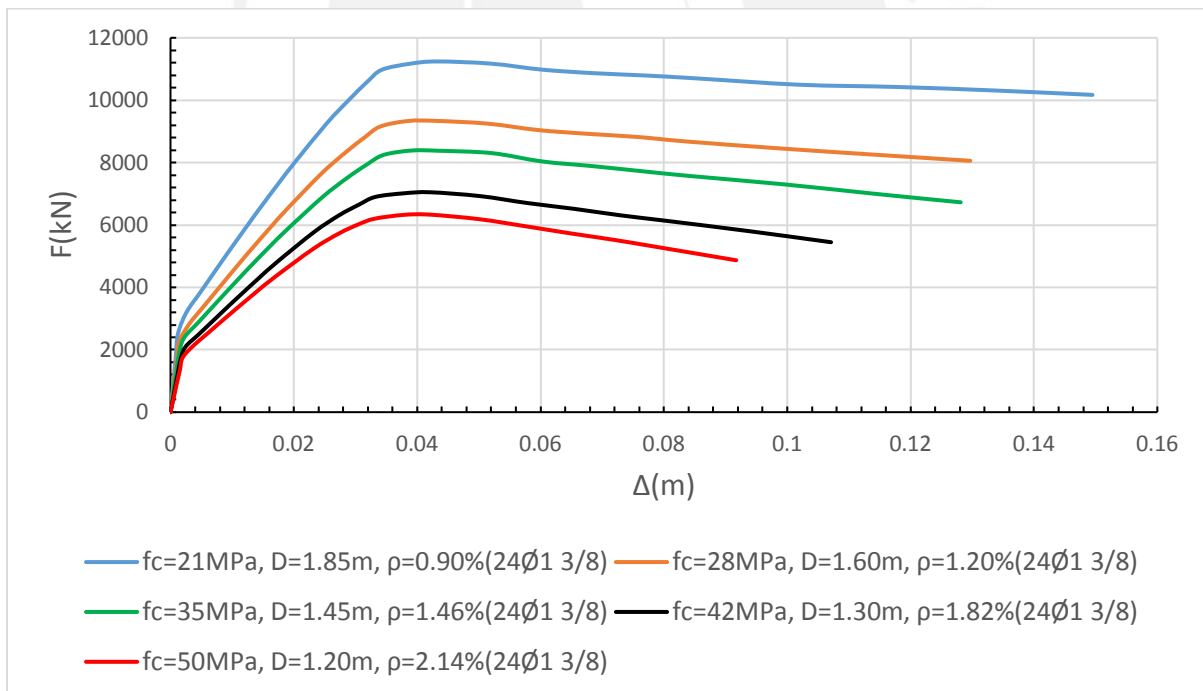


Figura 116. Diagrama de capacidad de la columna circular para diferentes diámetros e igual cantidad de acero, condición bi-empotrada $L=3.00\text{m}$

Otra opción, si deseamos mantener la sección y reducir la cuantía de acero es aumentar f'_c del concreto. Como ejemplo se utiliza una columna circular de diámetro 1.20m, cuantía 6.75%, $f'_c=28\text{MPa}$, $f_y=420\text{MPa}$ y carga $P=32024\text{kN}$ (3202tn), el análisis de dicho efecto se presenta

en los diagramas de interacción (Fig. 117), momento-curvatura (Fig. 118) y diagrama de capacidad (Fig. 119).

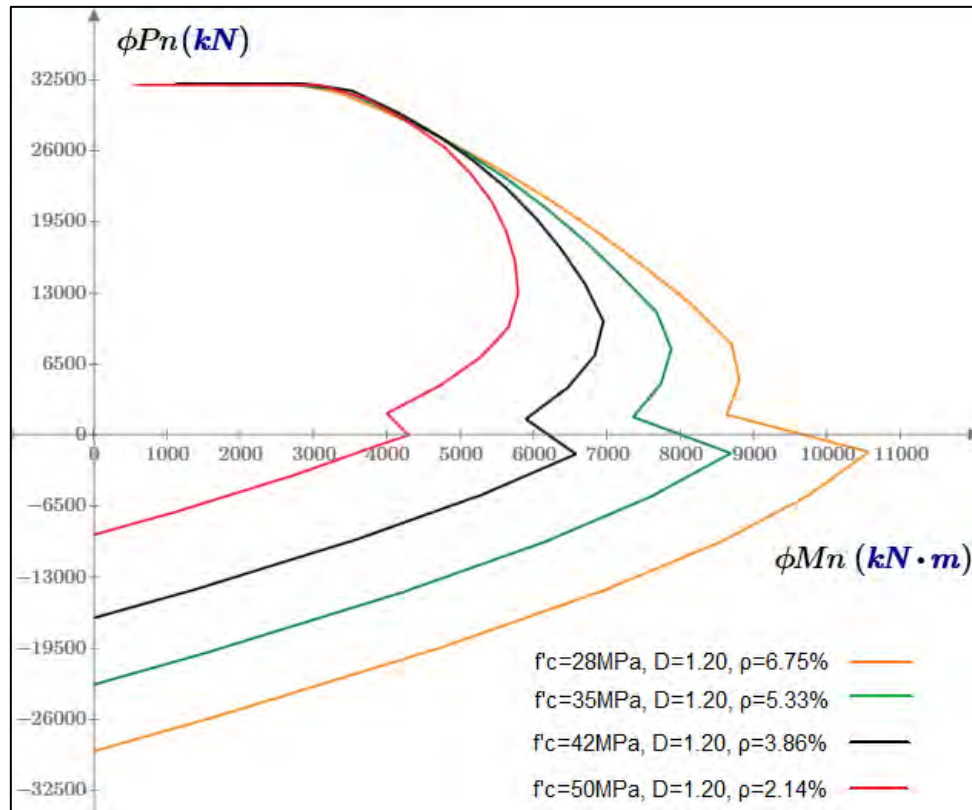


Figura 117. Diagrama de interacción para diferentes cuantías con igual diámetro

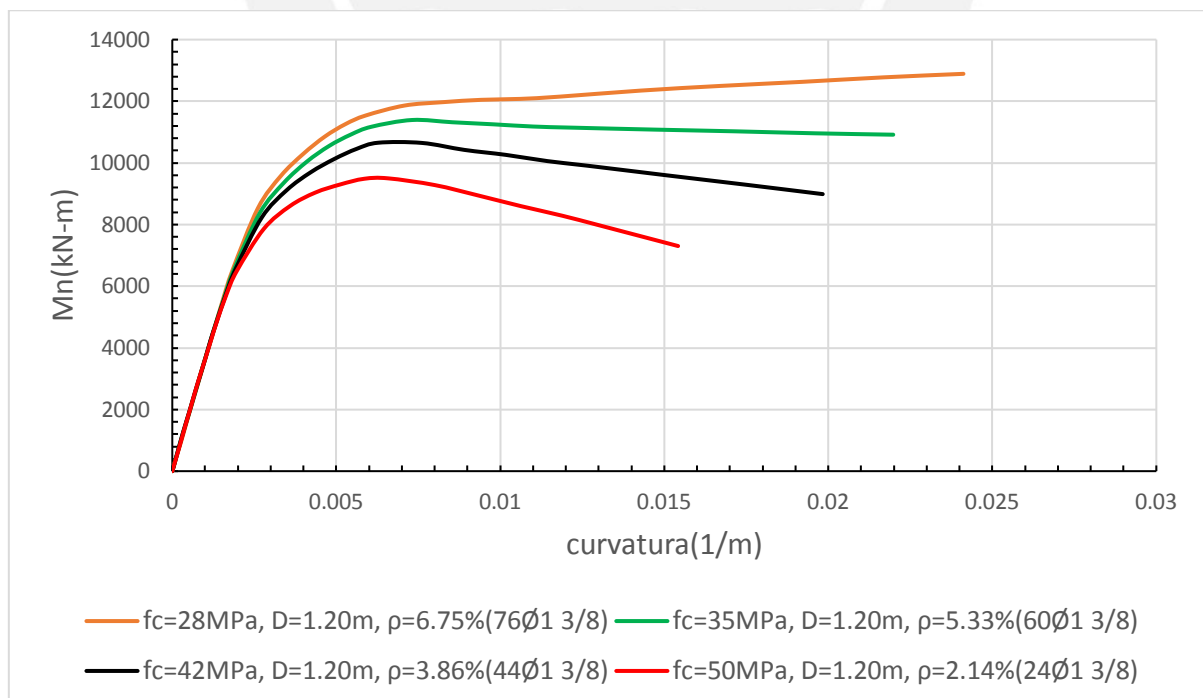


Figura 118. Diagrama momento-curvatura para diferentes cuantías con igual diámetro

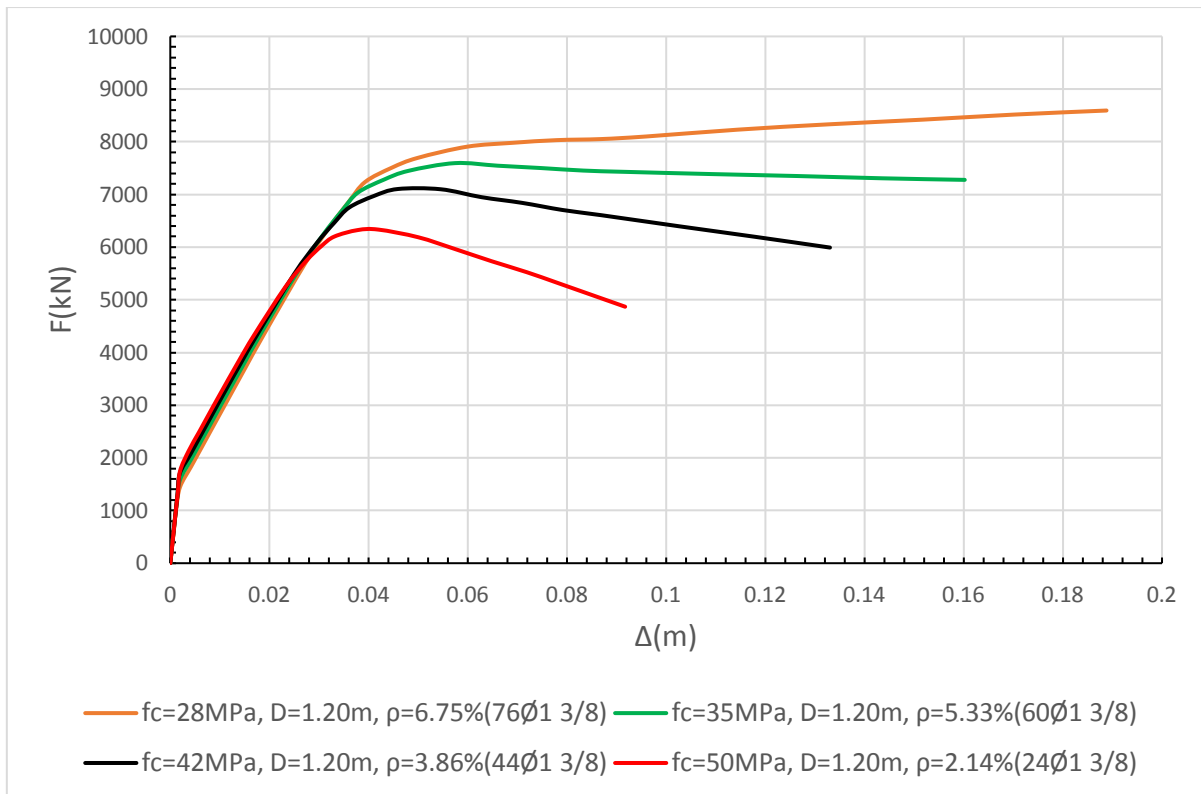


Figura 119. Diagrama de capacidad de la columna circular de $D=1.20$ para diferentes cuantías, condición bi-empotrada $L=3.00\text{m}$

En resumen, se presentan dos tablas:

Tabla 21. Resumen de la sección circular, manteniendo la cantidad de acero y variando f'_c

f'_c (MPa)	D (m)	A_s (cm ²)	ρ	Carga	Fy (kN)	μ
21	1.85	241.58	0.90%	0.57 Ag f'_c	11166	2.90
28	1.60	241.58	1.20%	0.57 Ag f'_c	9333	2.40
35	1.45	241.58	1.46%	0.55 Ag f'_c	8387	2.35
42	1.30	241.58	1.82%	0.57 Ag f'_c	7015	1.82
50	1.20	241.58	2.14%	0.56 Ag f'_c	6323	1.36

Tabla 22. Resumen de la sección circular, manteniendo la sección y variando f'_c

f'_c (MPa)	D (m)	A_s (cm ²)	ρ	Carga	Fy (kN)	μ
28	1.20	763.98	6.75%	1.01 Ag f'_c	7907	3.58
35	1.20	603.20	5.33%	0.81 Ag f'_c	7594	2.90
42	1.20	437.43	3.86%	0.67 Ag f'_c	7098	2.24
50	1.20	241.58	2.14%	0.56 Ag f'_c	6323	1.36

7.5.1 Límites del concreto de alta resistencia

La siguiente figura muestra la caída brusca de la curva esfuerzo deformación mientras mayor es la resistencia del concreto, es decir, el comportamiento es más frágil al aumentar la resistencia. Otro parámetro que aumenta es la deformación ϵ'_c correspondiente a f'_c .

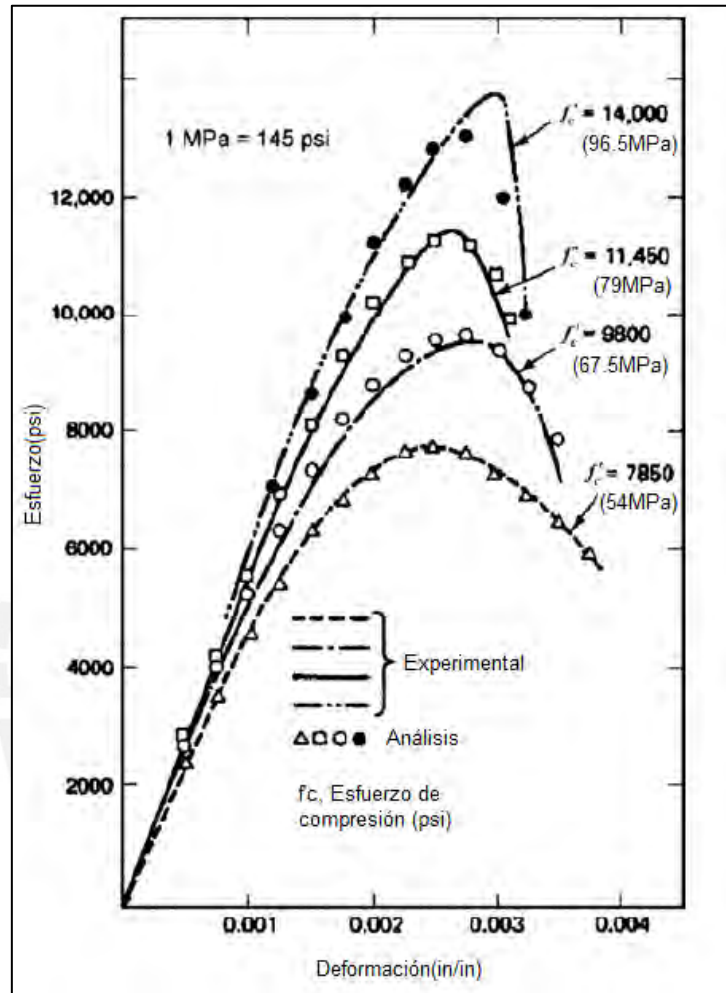


Figura 120. Curvas típicas esfuerzo-deformación de concreto con diferente resistencia, adaptado de Nawy (2003)

Adaptado de ACI 363R-10 "Report on high strength concrete"

Otro aspecto limitante en los concretos de alta resistencia es el confinamiento lateral y se explica con la Fig. 121 (adaptado del ACI). El diagrama pone de manifiesto que las deformaciones laterales de concretos de alta resistencia son menores que los concretos convencionales, es decir, la disminución de la eficiencia del confinamiento produce que los esfuerzos en los estribos no lleguen a la fluencia. Es razonable que la norma E0.60 ponga un límite de 55MPa en la resistencia especificada a compresión del concreto, en los elementos resistentes a sismo.

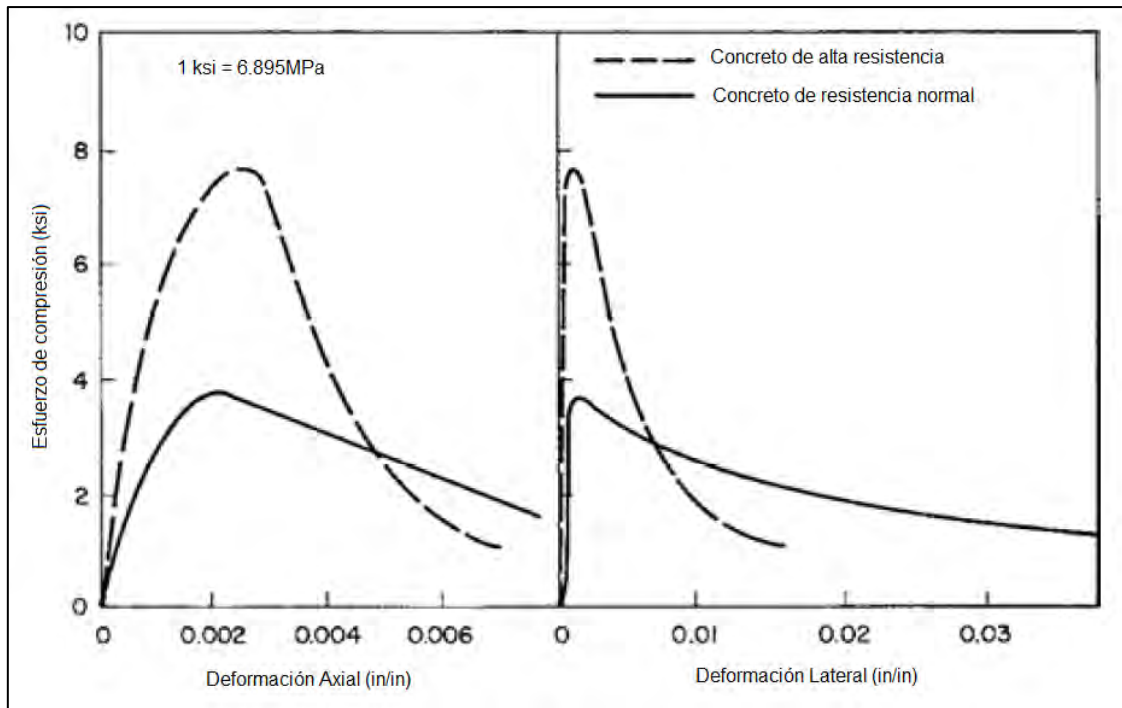


Figura 121. Esfuerzo axial vs deformación axial y esfuerzo axial vs deformación lateral de diferentes tipos de concreto, adaptado de Ahmad y Shah (1982a)

Adaptado de ACI 363R-10 "Report on high strength concrete"

7.6 Propuesta de reforzamiento con "aletas" a un pórtico de CA de uno y dos niveles

Las siguientes figuras muestran la elevación, corte y detalle de reforzamiento con "aletas" a una sección de una columna de pórtico de un local escolar peruano Pre-1997.

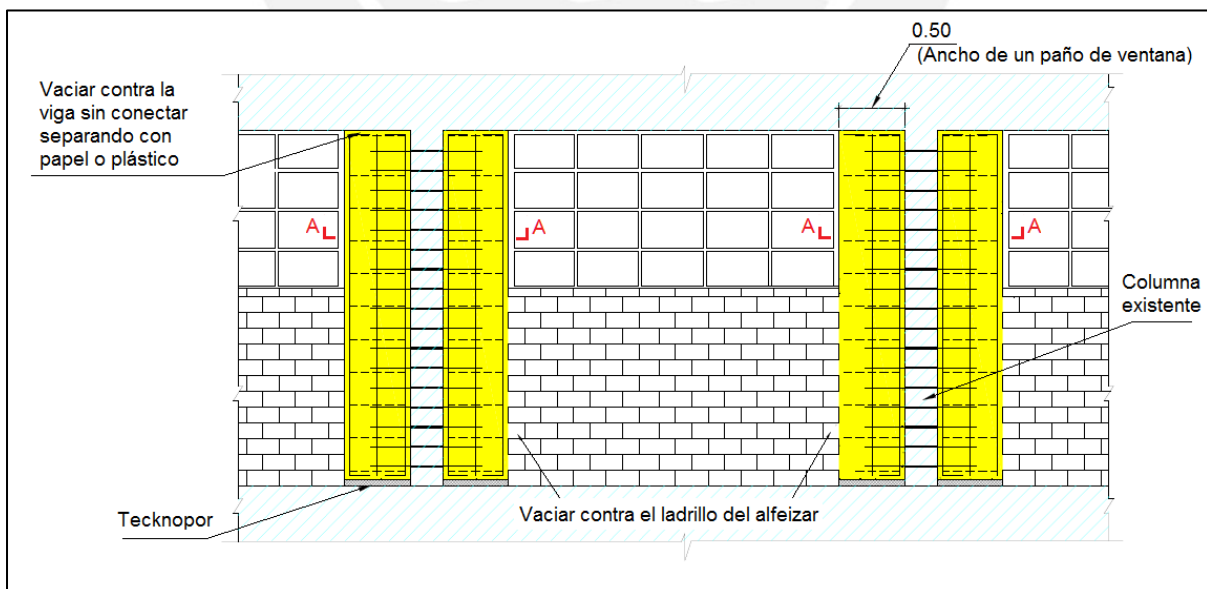


Figura 122. Elevación del pórtico reforzado con "aletas" de concreto

Esta técnica de reforzamiento -en edificaciones de poca altura-, busca incrementar la ductilidad de las columnas mediante el incremento de su capacidad de corte, dejando una pequeña junta al inicio y al final de las “aletas” (extremos superior e inferior de la columna), sin intervención del nudo para evitar el incremento indeseado de la resistencia a flexión.

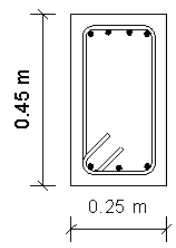
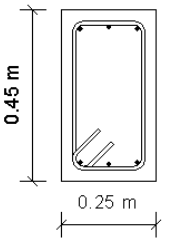
Secciones de vigas en ejes 3-4 en zona adyacente de columna		
	1º Nivel	2º Nivel
V-01	 <p>7Ø 5/8" 1Ø Ø 3/8" :1@ 0.05, 7@0.10 1@ 0.15, Rto@0.20</p>	 <p>6Ø 1/2" 1Ø Ø 3/8" :1@ 0.05, 7@0.10 1@ 0.15, Rto@0.20</p>

Figura 123. Secciones de vigas adyacentes a la columna

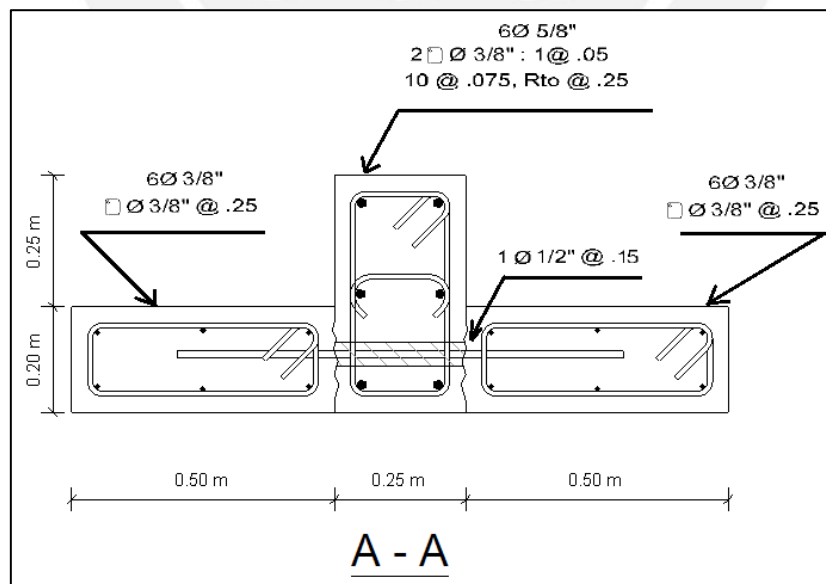


Figura 124. Detalle del reforzamiento con aletas de concreto en las columnas

Se realiza un análisis no lineal estático, considerando los siguientes modelos (Fig.125, Fig.126 y Fig.127).

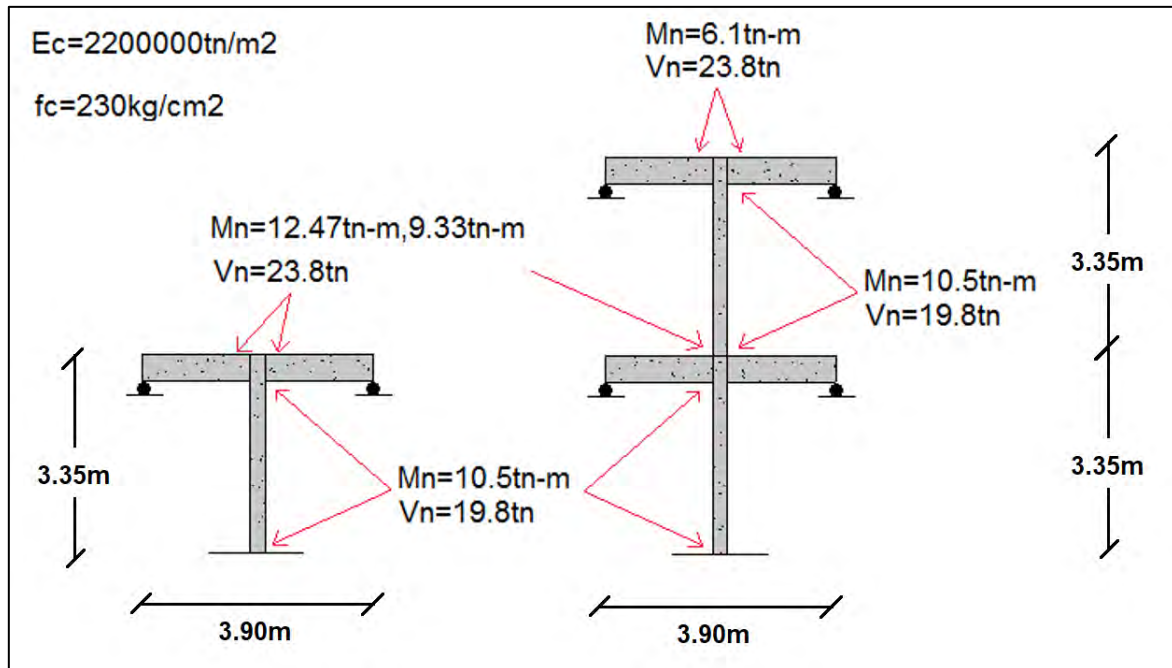


Figura 125. Pórtico simplificado para un nivel y dos niveles, con los momentos nominales de las secciones de concreto en las columnas y vigas.

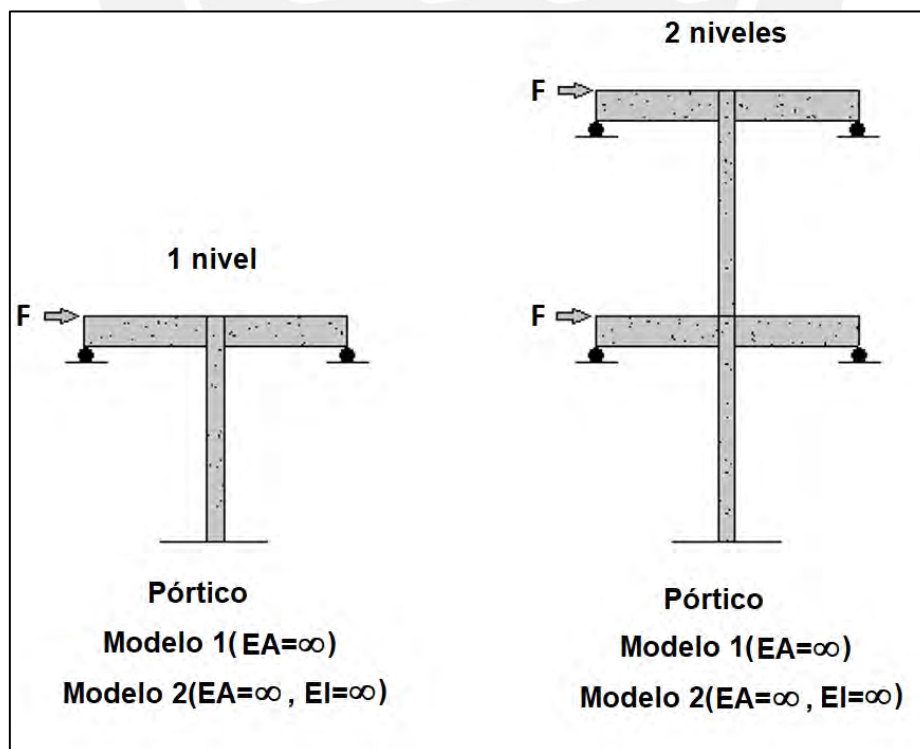


Figura 126. Hipótesis de análisis para el pórtico de uno y dos niveles.

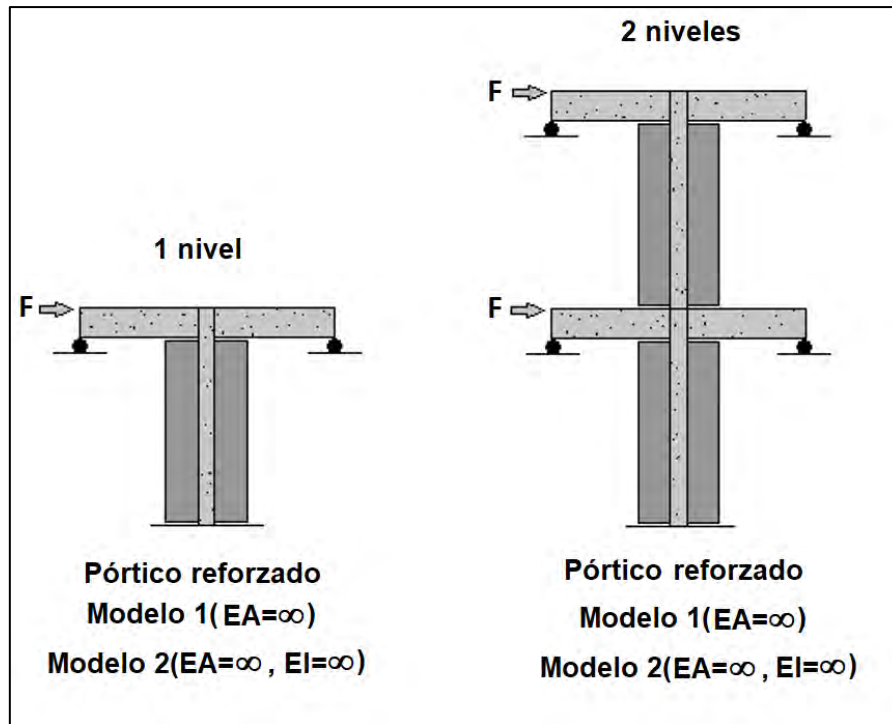


Figura 127. Hipótesis de análisis para el pórtico de uno y dos niveles reforzado.

Se desarrollan dos curvas de capacidad (Fig. 128 y Fig. 129), ambas representan la fuerza cortante basal versus el desplazamiento del techo.

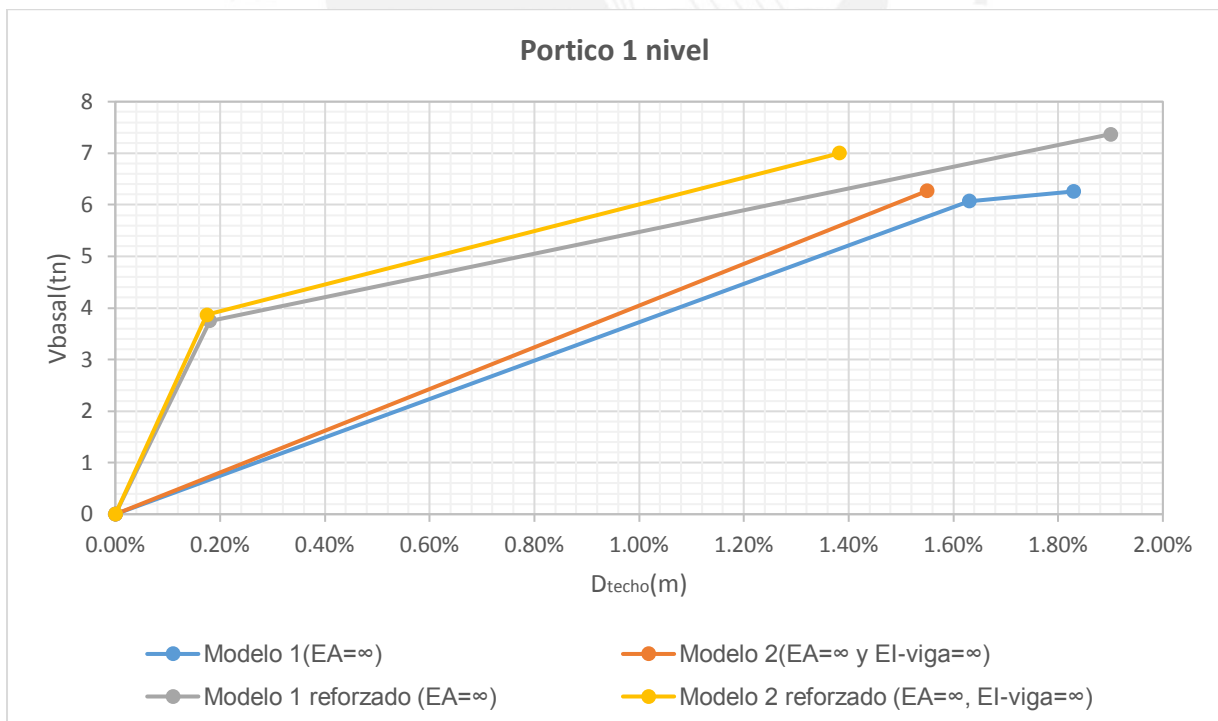


Figura 128. Curva de capacidad del pórtico de un nivel.

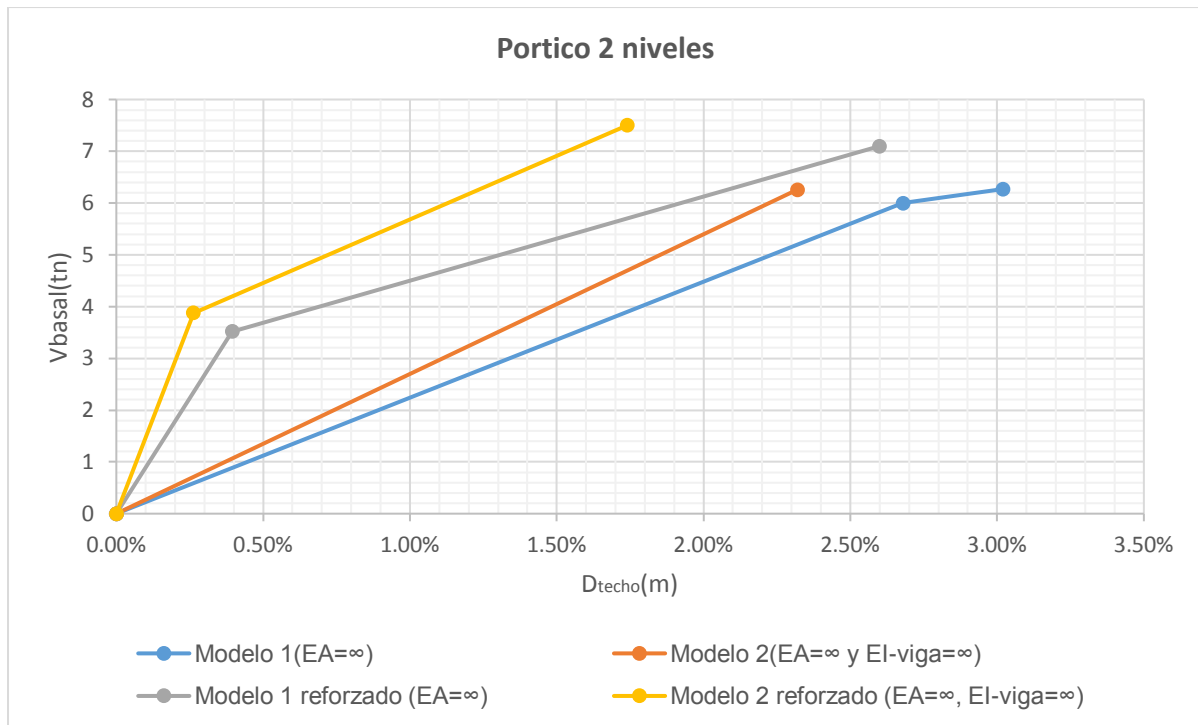


Figura 129. Curva de capacidad del pórtico de dos niveles.

Con los resultados de las figuras anteriores, se presentan dos tablas que representan el desempeño del pórtico sin reforzar y reforzado para un nivel y dos niveles.

Tabla 23. Comparación de desempeño del pórtico de un nivel.

	Pórtico sin reforzar (1 nivel)	Pórtico reforzado (1 nivel)
Resistencia elástica	6 tn	3.8 tn
Sobrerresistencia	$\frac{6.2 \text{ tn}}{6.0 \text{ tn}} = 1.03$	$\frac{7.4 \text{ tn}}{3.8 \text{ tn}} = 1.95$
Ductilidad	$\frac{1.83\%}{1.63\%} = 1.12$	$\frac{1.90\%}{0.18\%} = 10.5$

Tabla 24. Comparación de desempeño del pórtico de dos niveles.

	Pórtico sin reforzar (2 nivel)	Pórtico reforzado (2 nivel)
Resistencia elástica	6 tn	3.5 tn
Sobrerresistencia	$\frac{6.3 \text{ tn}}{6.0 \text{ tn}} = 1.05$	$\frac{7.1 \text{ tn}}{3.5 \text{ tn}} = 2.03$
Ductilidad	$\frac{3.02\%}{2.68\%} = 1.13$	$\frac{2.60\%}{0.40\%} = 6.5$

Se concluye que el reforzamiento con “aletas” de concreto en las columnas del pórtico (sin intervención del nudo) mejora el desempeño estructural puesto que se incrementa significativamente la ductilidad de las columnas mediante el incremento de su capacidad de corte y también de la rigidez lateral; a pesar de la reducción de la resistencia elástica, crece la sobrerresistencia. La reducción del valor de la resistencia elástica se explica por la concentración de esfuerzos en los extremos (inferior y superior) de la columna. Por último, esta técnica de reforzamiento –cuando es aplicable-, es muy simple, fácil de implementar y es relativamente poco invasiva a la estructura, en comparación con otras técnicas.



Capítulo 8. Análisis y diseño de un pórtico de concreto armado con la norma peruana E.020, E.030 y E.060

Para el análisis y diseño de un pórtico de concreto armado se toma de ejemplo una edificación que se proyectara en el departamento de Cusco, en la provincia La Convención y en el distrito de Pichari. El proyecto es un hotel de seis niveles con altura en el primer nivel de 3.20 metros y típica de 2.70 metros. La Fig. 130 es la planta típica con las secciones predimensionadas y la Fig. 131 es la elevación del pórtico a diseñar. Las secciones de columnas son L (0.80x0.80x0.25), T (0.80x0.80x0.25) y rectangular 0.25x0.50, además, las vigas principales son de sección 0.25x0.40m. Los muros estructurales son de 0.20 y 0.25 m de espesor. La losa se considera aligera en una dirección, de 0.20m de espesor.

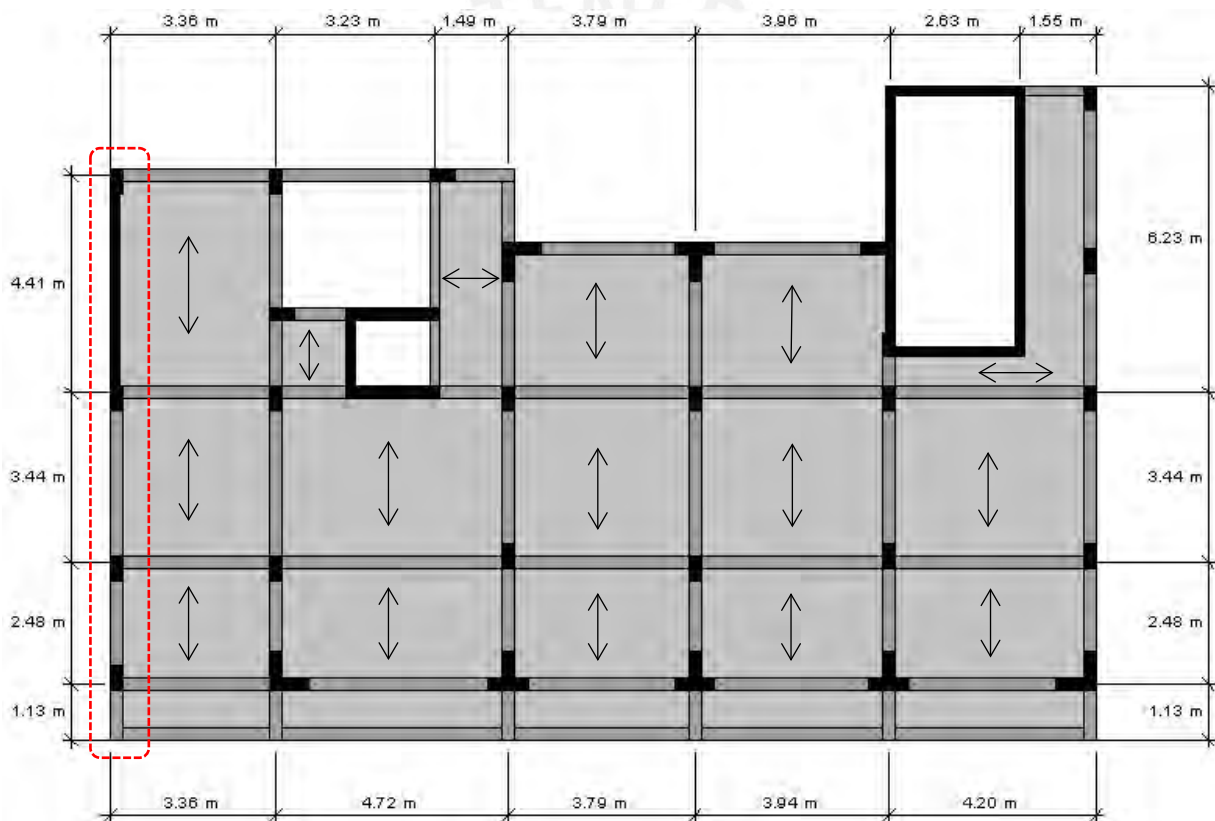


Figura 130. Planta típica del proyecto a edificar en el departamento de Cusco.

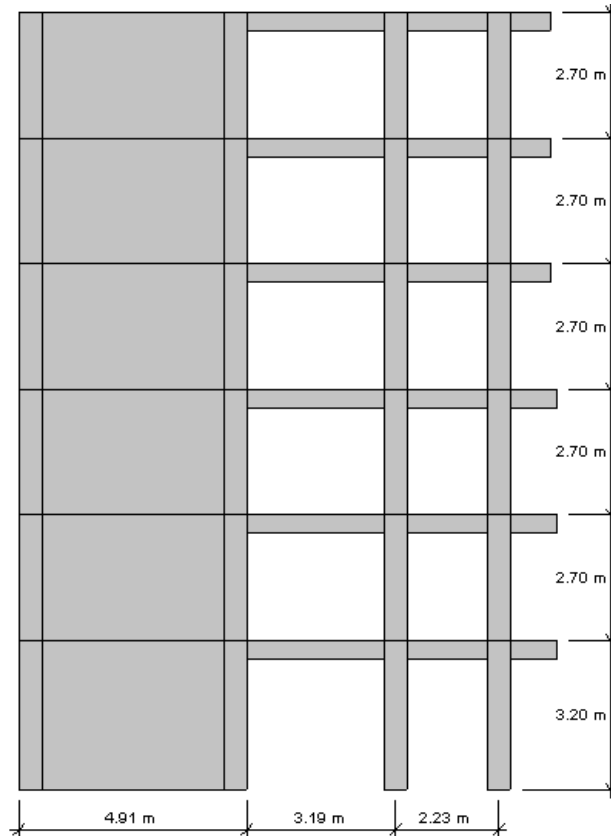


Figura 131. Elevación del sistema dual de concreto armado a diseñar

8.1 Cargas mínimas en condiciones de servicio según la norma E.020

La tabla 25 presenta las cargas vivas mínimas establecidas por la norma E.020 para hoteles.

Tabla 25. Cargas vivas mínimas establecidas para el caso de hoteles en la norma E.020

OCUPACIÓN O USO	CARGAS REPARTIDAS kPa (kgf/m ²)
Hoteles	
Cuartos	2,0 (200)
Salas públicas	De acuerdo a lugares de asamblea
Almacenaje y servicios	5,0 (500)
Corredores y escaleras	4,0 (400)

Tomado de la norma de cargas E.020

La norma también define la carga viva para tabiquería móvil, en el caso del hotel a proyectar se tomará 1.0kPa (100 kgf/m²). Además, la carga viva en la azotea asumida para el proyecto es de 2.0kPa.

Para el cálculo de carga muerta el peso del concreto es 2.4 kN/m³ (2400 kgf/m³). Además, se coloca un piso terminado de 5cm cuya carga muerta es 1.0kPa. Para el caso de losa aligerada en una dirección se toma de referencia la tabla siguiente de la norma E.020.

Tabla 26. Peso propio de losas aligeradas armadas en una dirección según el espesor.

Con vigueta 0,10 m de ancho y 0,40 m entre ejes.		
Espesor del aligerado (m)	Espesor de losa superior en metros	Peso propio kPa (kgf/m ²)
0,17	0,05	2,8 (280)
0,20	0,05	3,0 (300)
0,25	0,05	3,5 (350)
0,30	0,05	4,2 (420)

Tomado de la norma de cargas E.020

8.2 Análisis de la edificación a proyectar con la nueva norma E.030

Para la determinación de las acciones sísmicas se utilizó la nueva norma E.030 (2018). Para el diseño estructural de la edificación es necesario definir los parámetros sísmicos que dependen de la zona sísmica (Z), el perfil de suelo (S, T_p y T_L), categoría de la edificación, factor de uso (U), sistema sismorresistente (R), las características dinámicas propias de la edificación (T, C) y el peso de la estructura (P).

La siguiente figura asigna el factor de zona “Z”. Particularmente, la edificación a proyectar está ubicada en la zona 2 con factor $Z = 0.25$.



Figura 132. Zonificación propuesta según la norma E.030.

Tomado de la norma técnica E.030 de diseño sismorresistente

El perfil de suelo se supondrá de tipo S2, considerado como suelo intermedio. Las siguientes tablas son de la norma E.030 donde se define el factor de suelo S y los periodos T_p y T_L .

Tabla 27. Parámetro de suelo según la zonificación propuesta por la norma E0.30

SUELO ZONA	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
Z ₄	0,80	1,00	1,05	1,10
Z ₃	0,80	1,00	1,15	1,20
Z ₂	0,80	1,00	1,20	1,40
Z ₁	0,80	1,00	1,60	2,00

Tomado de la norma técnica E.030 de diseño sismorresistente

Tabla 28. Periodos T_p y T_L según el tipo de suelo

	Perfil de suelo			
	S ₀	S ₁	S ₂	S ₃
T _p (s)	0,3	0,4	0,6	1,0
T _L (s)	3,0	2,5	2,0	1,6

Tomado de la norma técnica E.030 de diseño sismorresistente.

La siguiente tabla permite definir la categoría y el factor de uso de la edificación a proyectar.

Tabla 29. Categoría de las edificaciones y factor "U" según la norma E.030 (2018)

CATEGORÍA	DESCRIPCIÓN	FACTOR U
C Edificaciones Comunes	Edificaciones comunes tales como: viviendas, oficinas, hoteles, restaurantes, depósitos e instalaciones industriales cuya falla no acarree peligros adicionales de incendios o fugas de contaminantes.	1,0

Tomado de la norma técnica E.030 de diseño sismorresistente.

La Fig. 133 presenta el lineamiento de la norma E.030 para clasificar las edificaciones de concreto armado según la cortante distribuida en las columnas y muros estructurales.

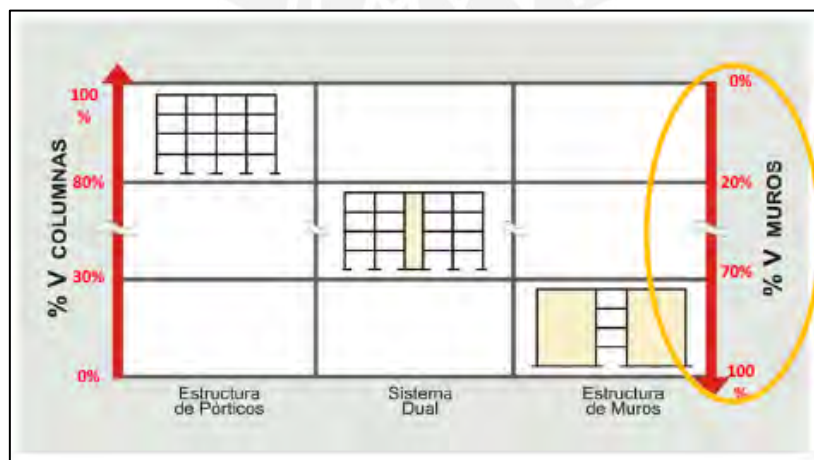


Figura 133. Clasificación de estructuras de concreto armado basado en la cortante en la base.

Tomado de Muñoz A. (2016)

Así mismo, la norma nos recomienda según la categoría y la zona, el tipo de sistema estructural a proyectar:

Tabla 30. Sistema estructural según la categoría de la edificación, norma E0.30 (2018).

Tabla N° 6 (*) CATEGORÍA Y SISTEMA ESTRUCTURAL DE LAS EDIFICACIONES		
Categoría de la Edificación	Zona	Sistema Estructural
C	4, 3, 2 y 1	Cualquier sistema.

Tomado de la norma técnica E.030 de diseño sismorresistente.

Para determinar el coeficiente básico de reducción la norma presenta la tabla siguiente.

Tabla 31. Coeficiente básico de reducción según el sistema estructural, norma E0.30 (2018)

Tabla N° 7 SISTEMAS ESTRUCTURALES	
Sistema Estructural	Coefficiente Básico de Reducción R_b (*)
Concreto Armado:	
Pórticos	8
Dual	7
De muros estructurales	6
Muros de ductilidad limitada	4

Tomado de la norma técnica E.030 de diseño sismorresistente.

Definido el coeficiente se determinó las irregularidades, las predominantes son dos, esquinas entrantes y discontinuidad del diafragma (Fig. 134).

$$I_p = 0.90 \rightarrow (3.17/13.27 = 0.23) \text{ y } (7.53m/20.0m = 0.37)$$

$$I_p = 0.85 \rightarrow 5.11/13.27 = 0.38$$

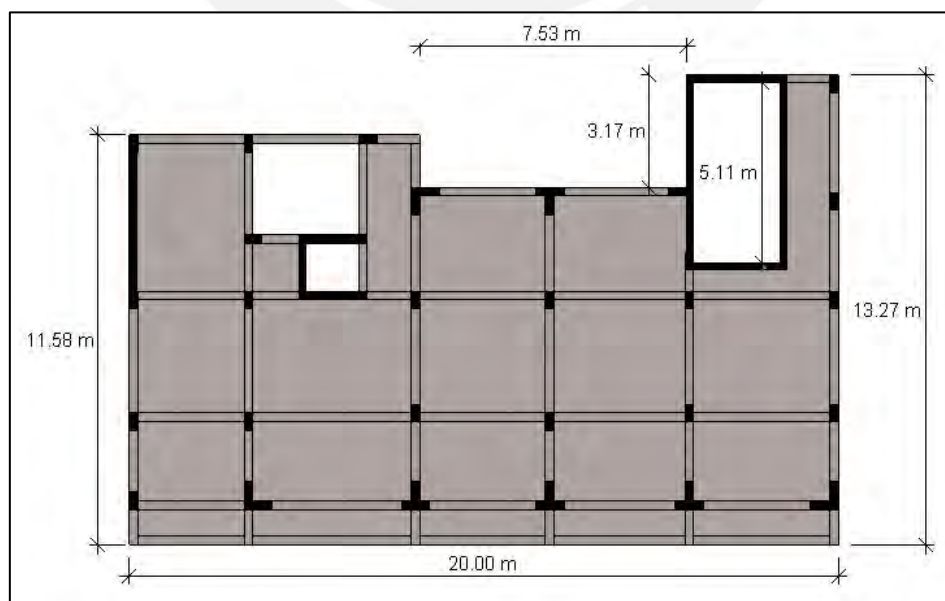


Figura 134. Medidas para calcular las irregularidades en planta de la edificación a proyectar.

Con los parámetros antes definidos y el valor $R = R_0 \times I_p \times I_a = 6 \times 0.85 \times 1 = 5.1$ se procede a determinar el espectro de diseño, la Fig. 135 presenta el espectro de diseño para ambas direcciones.

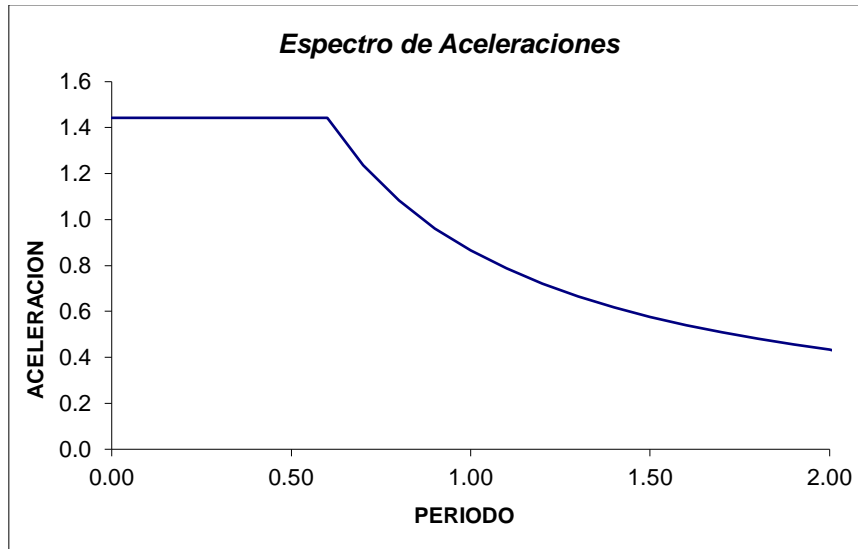


Figura 135. Espectro de aceleraciones para el análisis modal según la norma E.030

8.2.1 Periodos, derivas e irregularidad de la edificación a proyectar

El análisis se realizó con el programa Etabs. Las siguientes tablas son los periodos en las direcciones principales. Se distingue los tres modos principales.

Tabla 32. Periodos según los modos principales para la dirección X-X del proyecto a edificar.

Dirección X-X			
Case	Mode	Periodo (s)	UX
Modal	1	0.395	0.714
Modal	4	0.099	0.177
Modal	7	0.047	0.051

Tabla 33. Periodos según los modos principales para la dirección Y-Y del proyecto a edificar

Dirección Y-Y			
Case	Mode	Periodo(s)	UY
Modal	2	0.267	0.581
Modal	5	0.064	0.151
Modal	3	0.204	0.132

La norma E.030 especifica las derivas máximas permitidas según el material predominante. En el caso del concreto armado la distorsión permitida es $\Delta/h = 0.007$, en la siguiente figura se muestra las distorsiones máximas de la estructura a proyectar para cada dirección principal.

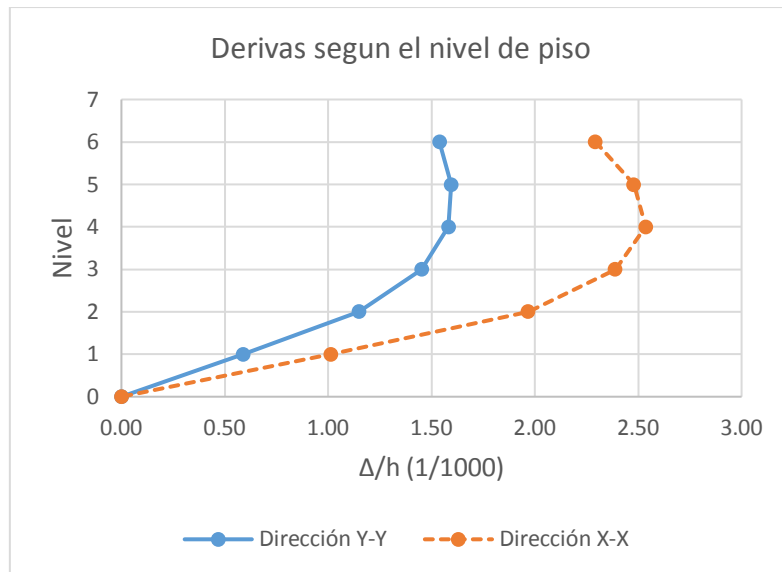


Figura 136. Derivas máximas en las direcciones principales según el nivel de piso de la edificación a proyectar. Para verificar las irregularidades en altura se procedió a calcular la rigidez lateral del entrepiso, según la norma E.030 (2018) ocurre cuando la rigidez lateral del entrepiso es menor que 70% de la rigidez lateral del entrepiso inmediato superior ($K_i < 0.70K_{i+1}$), también si es menor que el 80% de la rigidez lateral promedio de los tres niveles superiores ($K_i < \sum_{i=0}^2 k_{i+1}/3$). Las siguientes tablas son la rigidez lateral de entrepiso en la dirección X-X y la dirección Y-Y respectivamente.

Tabla 34. Rigidez lateral de entrepiso dirección X-X y cálculo de irregularidad de rigidez según la norma E0.30

Nivel	K_i (tnf/m)	K_i/K_{i+1}	$K_i/(\sum K_{i+1})/3$
6	24555.1		
5	43377.2	1.77	
4	57164.7	1.32	
3	72129.6	1.26	1.73
2	96640.2	1.34	1.68
1	182469.9	1.89	2.42

Tabla 35. Rigidez lateral de entrepiso dirección Y-Y y cálculo de irregularidad de rigidez según la norma E.030

Nivel	K_i (tnf/m)	K_i/K_{i+1}	$K_i/(\sum K_{i+1})/3$
6	51597.7		
5	90059.1	1.75	
4	121820.7	1.35	
3	158593.1	1.30	1.81
2	222525.9	1.40	1.80
1	411124.8	1.85	2.45

De las tablas anteriores se deduce que no existe irregularidad por piso blando ni piso débil. Tampoco existe irregularidad torsional, ya que el máximo desplazamiento relativo de entrepiso no excede el 50% del desplazamiento permisible.

8.2.2 Fuerza cortante basal mínima según la norma E.030

Se calculó de la siguiente forma:

$$V = \frac{Z \times U \times C \times S}{R} \times P = \frac{0.25 \times 1.00 \times 2.5 \times 1.20}{5.1} P = 0.147P$$

Para el cálculo del peso de la estructura se metra las cargas por piso:

$$Columnas = 15.56m^3 \times 2.4 \frac{tn}{m^3} = 37.34tn$$

$$Muros = 16.63m^3 \times 2.4 \frac{tn}{m^3} = 39.91tn$$

$$Vigas = 12.41m^3 \times 2.4 \frac{tn}{m^3} = 29.78tn$$

$$Aligerados = (147.88 + 13.90)m^2 \times 0.3 \frac{tn}{m^3} = 48.53tn$$

$$Sobrepiso = (147.88 + 13.90)m^2 \times 0.1 \frac{tn}{m^3} = 16.18tn$$

$$Tabiqueri movil = 147.88m^2 \times 0.1 \frac{tn}{m^3} = 14.78tn$$

$$Sobre carga entrepiso = 147.88m^2 \times 0.2 \frac{tn}{m^2} + 13.90m^2 \times 0.4 \frac{tn}{m^2} = 35.14tn$$

En los pisos típicos el peso de las columnas y muros:

$$Columnas = 13.13m^3 \times 2.4 \frac{tn}{m^3} = 31.52tn$$

$$Muros = 14.03m^3 \times 2.4 \frac{tn}{m^3} = 33.67tn$$

En la azotea la carga viva se diseña con 0.2 ton/m² y la expresión queda así:

$$Sobre carga azotea = (147.88m^2 + 13.90) \times 0.2 \frac{tn}{m^2} = 32.35tn$$

La siguiente tabla es el resumen de los pesos de la edificación, con ello se calcula la cortante mínima.

Tabla 36. Carga muerta y viva según el nivel de la edificación.

	CM	CV	100%CM+25%CV
Primer piso	171.74 tn	49.92 tn	184.22 tn
Piso típico	159.68 tn	49.92 tn	172.16 tn
Azotea	159.68 tn	32.35 tn	167.77 tn

$$V = 0.147P = 0.147(184.22tn + 4x172.16tn + 167.77tn)$$

$$V = 0.147x1040.6tn \approx 153tn$$

La cortante de los entrepisos en las direcciones principales calculados con el programa Etabs se presentan en la siguiente tabla resumen.

Tabla 37. Fuerza cortante en los entrepisos para cada dirección principal

	Vx(tn)	Vy(tn)
Nivel 6	35.8	31.2
Nivel 5	67.1	58.2
Nivel 4	90.1	77.7
Nivel 3	106.8	91.8
Nivel 2	117.9	101.2
Nivel 1	123.2	106.1

Para cumplir con el artículo 29.4 de la norma E.030, es necesario escalar las fuerzas con el siguiente factor para cada dirección.

$$f_{ex} = \frac{0.9 \times 153tn}{123.2tn} = 1.12$$

$$f_{ey} = \frac{0.9 \times 153tn}{106.1tn} = 1.30$$

8.2.3 Fuerzas en los elementos estructurales

Se presentan las cuatro siguiente figuras, la primera son los momentos envolventes en el muro y columnas(Fig. 137); la segunda es la envolvente de cortantes en el muro y columnas(Fig. 138); la tercera son los momentos envolventes en las vigas del pórtico(Fig. 139); la última es la cortante máxima obtenida para las columnas y vigas para la combinación $0.9D \pm 2.5S$ y $1.25(D + L) \pm 2.5S$ (Fig. 140).

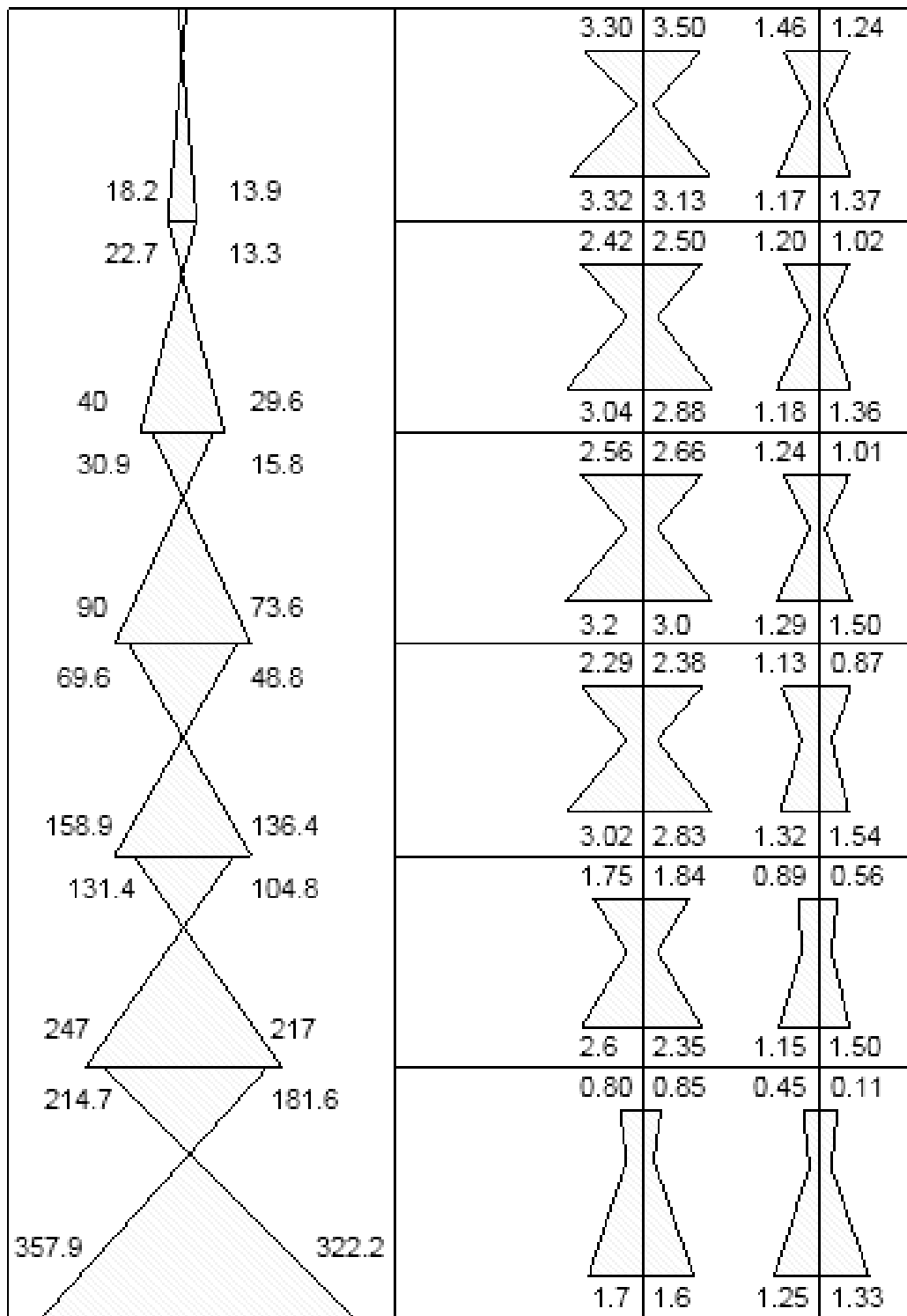


Figura 137. Diagrama envolvente de momentos en columna y muro del sistema dual (tonelada-metro).

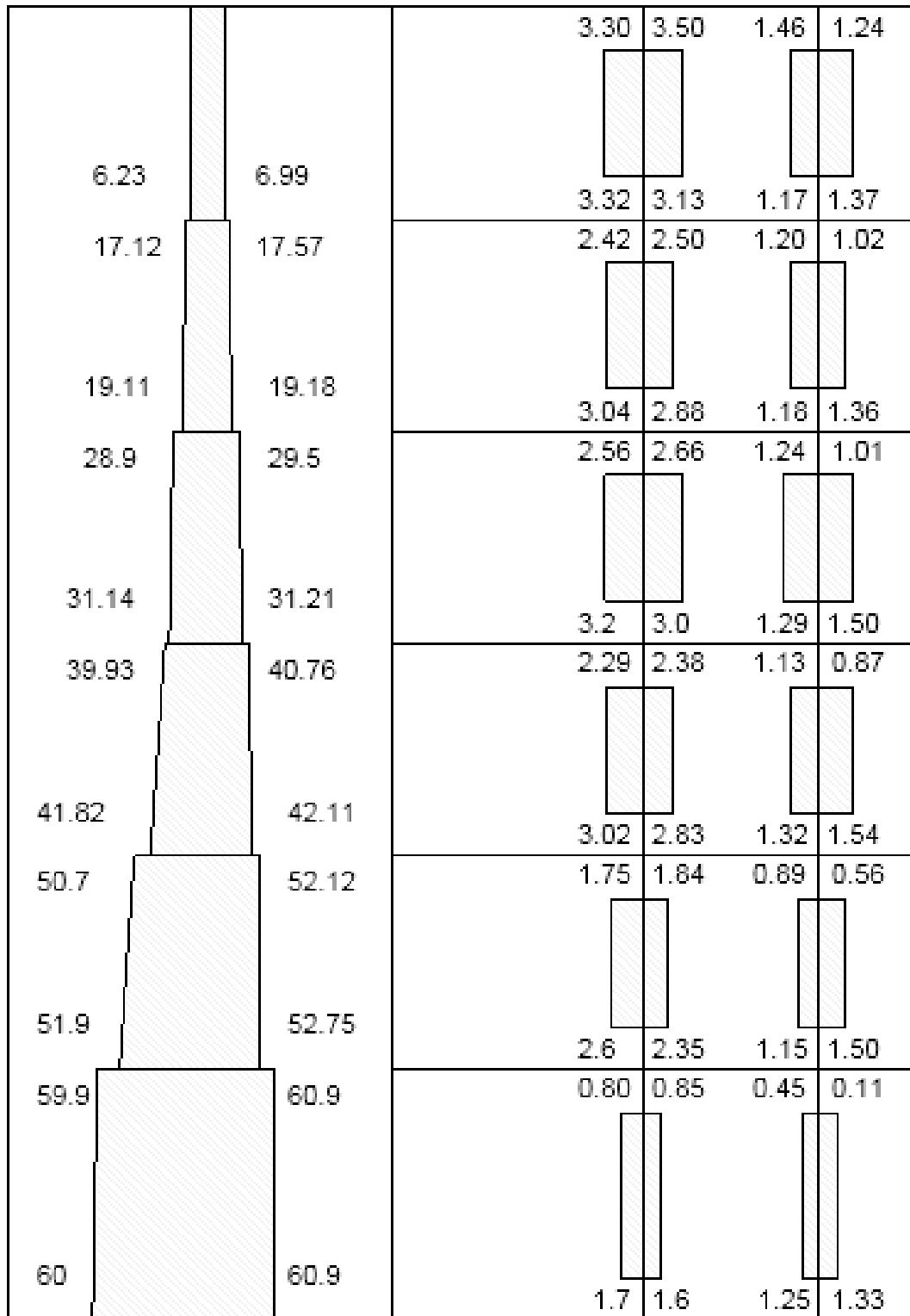


Figura 138. Diagrama envolvente de cortantes en columna y muro del sistema dual (toneladas).

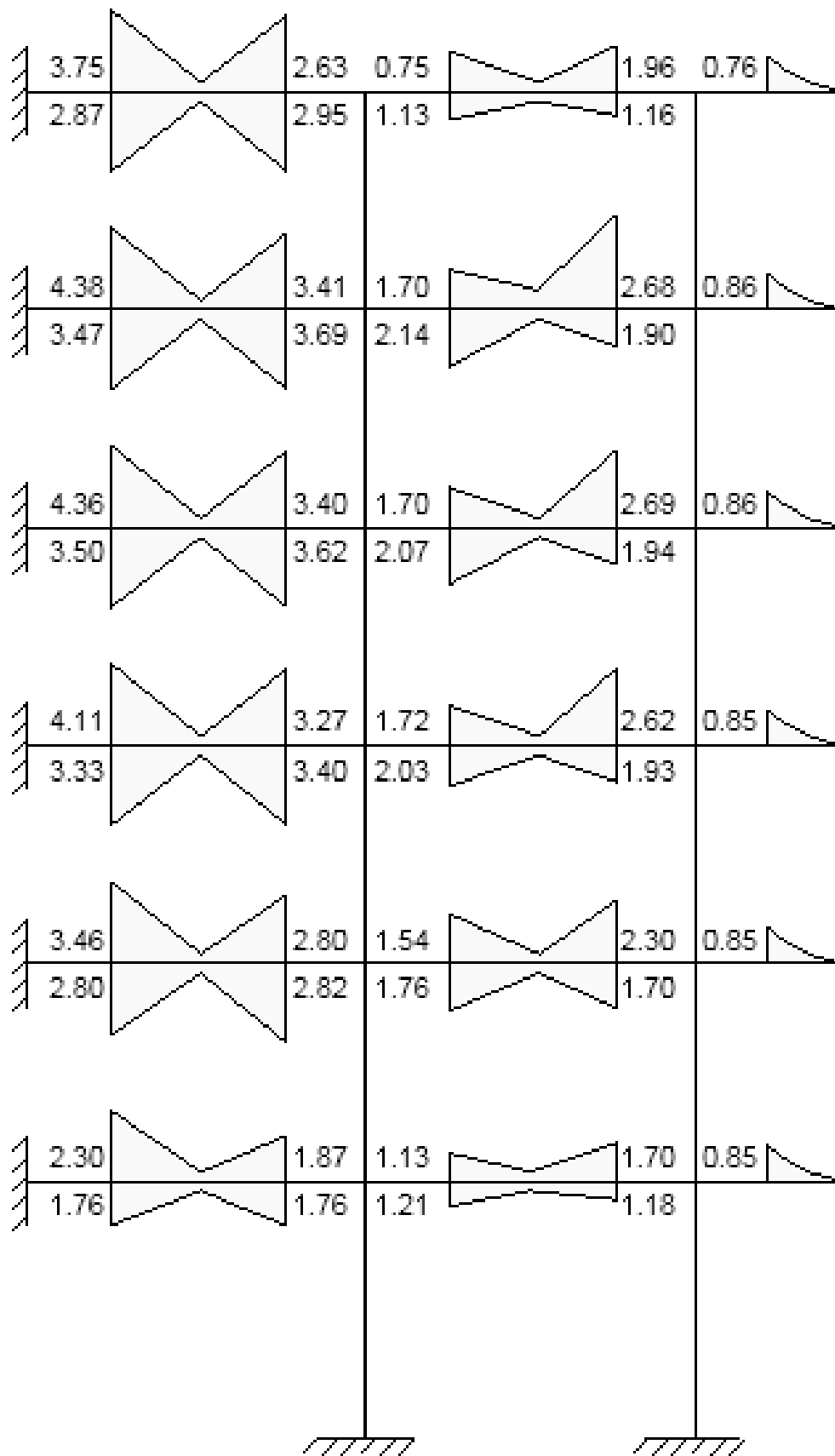


Figura 139. Diagramas envolventes de momentos en vigas del sistema dual (toneladas metro).

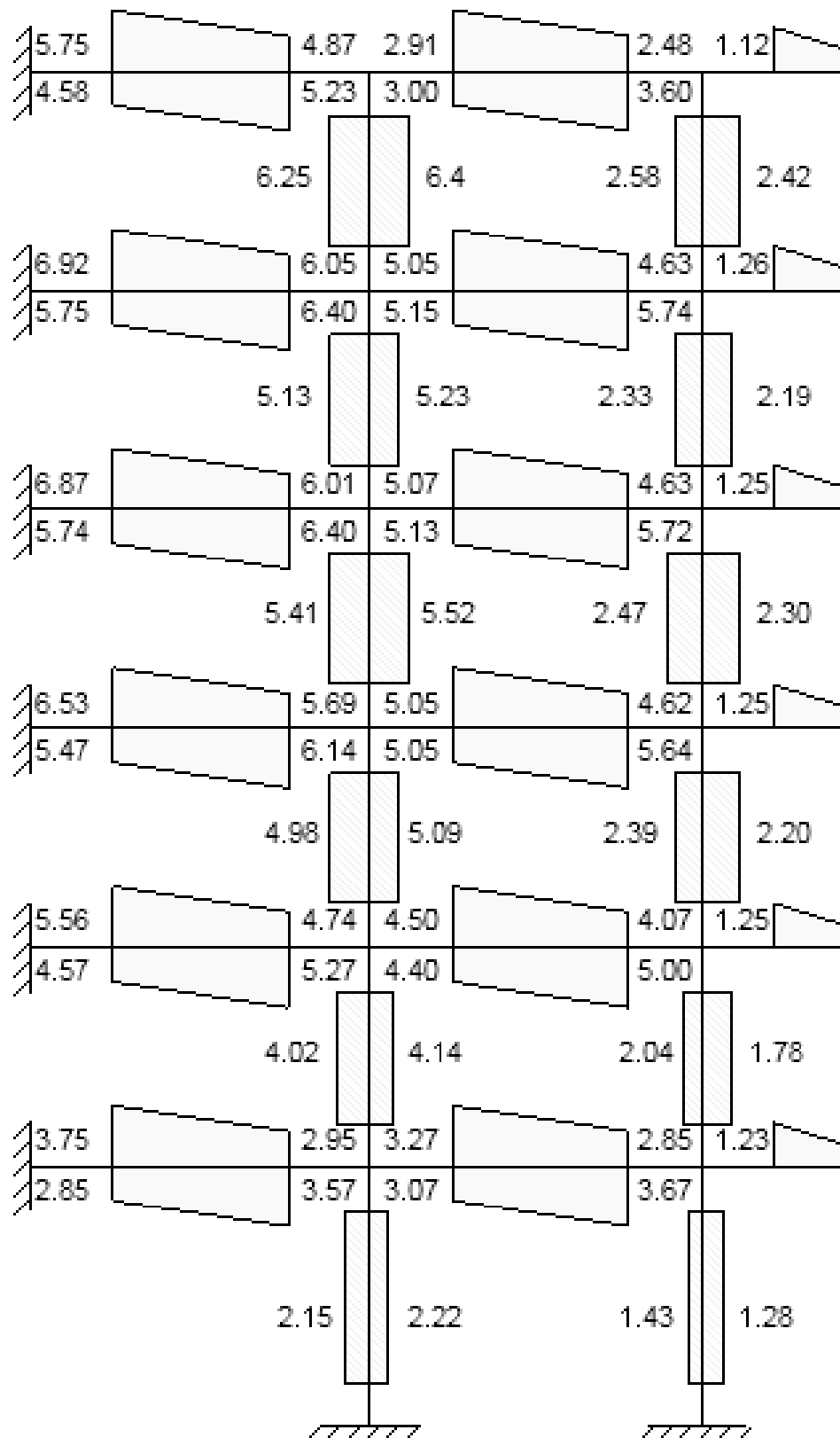


Figura 140. Cortante en columnas y vigas para la combinación $0.9D \pm 2.5S$ y $1.25(D+L) \pm 2.5S$ (toneladas).

8.3 Diseño del pórtico con sistema resistente a fuerzas laterales de muros según la norma E.060 de concreto armado

Se procederá a diseñar el pórtico según la norma E0.60 de concreto armado, primero se diseña las vigas, luego se diseña las columnas y por último el muro estructural. Las propiedades del concreto y acero en fluencia son $f'_c = 280 \frac{kg}{cm^2}$ y $f_y = 4200 \frac{kg}{cm^2}$ respectivamente.

8.3.1 Diseño por flexión de la viga según la norma E0.60

La siguiente grafica muestra los momentos en la viga en el cuarto nivel.

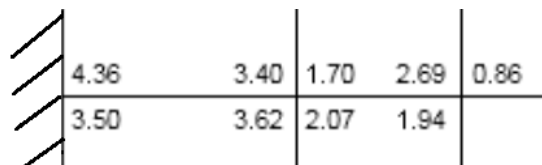


Figura 141. Momentos envolventes de la viga en el cuarto nivel

Para el cálculo de acero en secciones rectangulares se procede con la siguiente expresión.

$$a = d - \sqrt{d^2 - \frac{2|M_u|}{\phi 0.85 f'_c b}}, c = \frac{a}{\beta_1}$$

$$A_s = \frac{|M_u|}{\phi f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)}$$

Sin embargo, la norma exige área mínima de refuerzo en tracción para secciones rectangulares, la siguiente expresión permite el cálculo de acero mínimo.

$$A_{smin} = \frac{0.70 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y} \text{ (Sistema MKS)}$$

Para la sección 0.25x0.40 el acero mínimo es $2.37 cm^2$. En consecuencia se colocara dos barras de $\phi 1/2''$ con área de acero $2.58 cm^2$, las siguientes figuras son los aceros colocados.

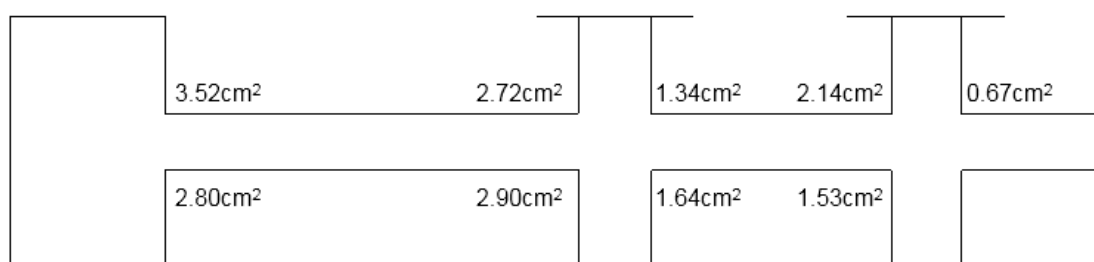


Figura 142. Áreas de acero según los momentos en la viga

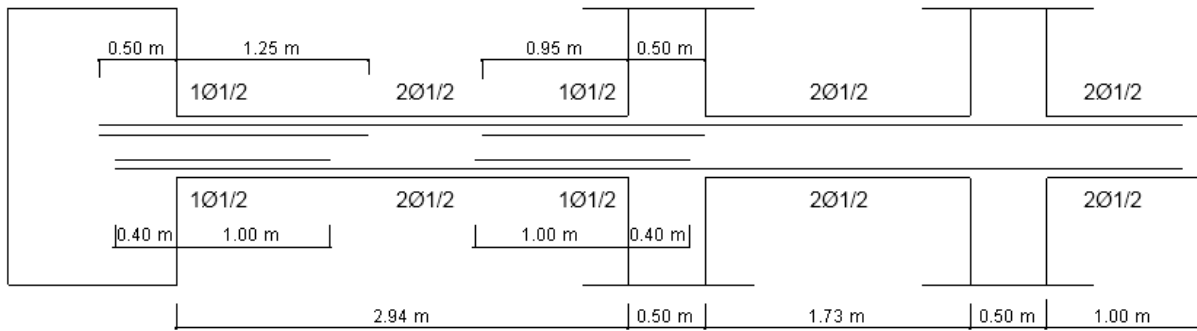


Figura 143. Diseño de la viga considerando los lineamientos de la norma E0.60

8.3.2 Diseño por cortante de la viga según norma E0.60

Para el caso del diseño por cortante según la norma E.060 se presenta la siguiente ecuación.

$$V_u \leq \phi V_n$$

$$V_u \leq \phi (V_c + V_s)$$

La resistencia nominal del concreto V_c para el caso únicamente de elementos sometidos a cortante y flexión se calcula con la siguiente expresión.

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d$$

Para el caso $\phi 0.5V_c \leq V_u \leq \phi V_c$ se colocara estribos mínimos:

$$A_{vmin} = 0.2 \frac{\sqrt{f'_c} b_w s}{f_y}$$

La norma específica que el área mínima para cortante no debe ser menor que la siguiente expresión.

$$A_{vmin} = \frac{3.5 b_w s}{f_y}$$

En el caso $V_u > \phi V_c$ se necesita refuerzo por cortantes. La siguiente expresión calcula la resistencia proporcionada por el refuerzo.

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s}, s = \frac{A_v f_y d}{V_s}$$

La resistencia proporcionada por el refuerzo en ningún caso debe ser mayor a la siguiente expresión.

$$V_s \leq 2.1\sqrt{f'_c} b_w d$$

Además, las siguientes expresiones plantean límites de espaciamentos del refuerzo transversal.

$$si V_s < 1.1\sqrt{f'_c} b_w d entonces S_{max} = \frac{d}{2} \text{ ó } 0.60m$$

$$si V_s > 1.1\sqrt{f'_c}b_wd \text{ entonces } S_{max} = \frac{d}{4} \text{ ó } 0.30m$$

Sin embargo, el capítulo 21 de la norma E0.60 presenta lineamientos para el diseño sísmico. En el caso de estribos se utilizará como mínimo varillas de 8mm de diámetro para barras longitudinales de hasta 5/8 de pulgada, de 3/8 de pulgada para barras de hasta 1 pulgada de diámetro y barras de 1/2 de pulgada para varillas longitudinales de mayor diámetro. La siguiente grafica presente un resumen de los requerimientos de estribos en vigas.

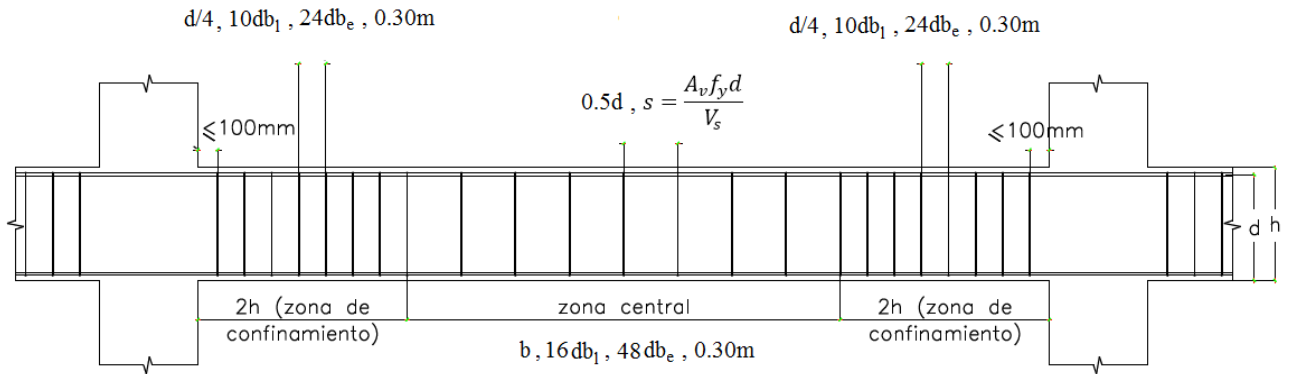


Figura 144. Requerimientos de vigas con sistema resistente a fuerzas laterales de muros estructurales

Adaptado de la norma E0.60

Se presenta la siguiente grafica de fuerza cortante en la viga de cuarto nivel.

6.92	6.05	5.05	4.63	1.26
5.75	6.40	5.15	5.74	

Figura 145. Cortantes envolventes de la viga en el cuarto nivel

La Fig. 146 presenta el diseño por cortante en la viga:

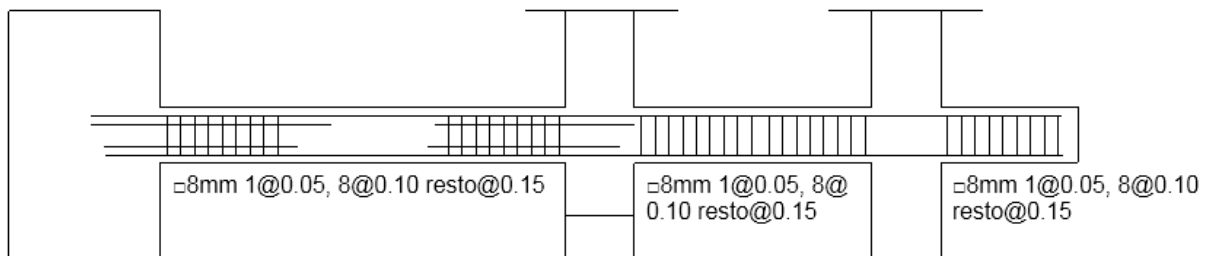


Figura 146. Diseño de los estribos en la viga

8.3.3 Diseño por flexocompresión de la columna según la norma E0.60

La norma específica que se debe diseñar las columnas para resistir las fuerzas axiales y momentos máximos provenientes de las cargas amplificadas de todos los pisos. Las siguientes cuatro tablas representan el metrado de carga de las dos columnas y la combinación de cargas mayoradas.

Tabla 38. Metrado de cargas de la columna central

Nivel	N muerta (tn)	At(m ²)	k	Ai(m ²)	f _{red}	N viva (tn)	N viva red (tn)
6	3.49	5.15	2	10.30	1.00	1.03	1.03
5	6.97	10.30	2	20.59	1.00	2.57	2.57
4	10.46	15.44	2	30.89	1.00	4.11	4.11
3	13.94	20.59	2	41.18	0.97	5.65	5.46
2	17.43	25.74	2	51.48	0.89	7.19	6.41
1	21.06	30.89	2	61.78	0.84	8.73	7.29

Tabla 39. Metrado de cargas de la columna exterior

Nivel	N muerta (tn)	At(m ²)	k	Ai(m ²)	f _{red}	N viva (tn)	N viva red (tn)
6	3.03	4.11	2	8.22	1.00	0.82	0.82
5	6.06	8.22	2	16.44	1.00	2.05	2.05
4	9.09	12.33	2	24.66	1.00	3.28	3.28
3	12.12	16.44	2	32.88	1.00	4.51	4.51
2	15.16	20.55	2	41.10	0.97	5.74	5.55
1	17.23	24.66	2	49.32	0.91	6.97	6.31

Tabla 40. Combinaciones de cargas en la columna central para el primer y cuarto nivel

	Primer nivel			Cuarto nivel		
	Pu (tn)	Muy (tn-m)	Mux (tn-m)	Pu (tn)	Muy (tn-m)	Mux (tn-m)
1.4CM+1.7CV	44.33	0.10	0.18	21.62	0.16	0.26
0.9CM±CS	18.95	-1.67	-0.39	9.41	-3.20	-0.15
0.9CM±CS	18.95	1.67	0.39	9.41	3.20	0.12
1.25(CM+CV)±CS	37.24	1.71	0.45	18.21	3.00	0.27
1.25(CM+CV)±CS	37.24	-1.71	-0.45	18.21	-3.00	-0.27

Tabla 41. Combinaciones de cargas en la columna exterior para el primer y cuarto nivel

	Primer nivel			Cuarto nivel		
	Pu (tn)	Muy (tn-m)	Mux (tn-m)	Pu (tn)	Muy (tn-m)	Mux (tn-m)
1.4CM+1.7CV	35.97	0.27	0.23	18.31	0.17	0.35
0.9CM±CS	15.50	-1.30	-0.46	8.18	-1.44	-0.32
0.9CM±CS	15.50	1.30	0.35	8.18	1.44	0.32
1.25(CM+CV)±CS	30.25	1.33	0.28	15.47	-1.50	0.40
1.25(CM+CV)±CS	30.25	-1.33	-0.53	15.47	1.50	-0.48

La norma E.060 en el capítulo 21 presenta los límites de cuantía del refuerzo longitudinal entre 1% mínimo a 6% máximo. La siguiente tabla presenta un análisis previo de la cantidad de barras longitudinales en las columnas de sección 0.25x0.50m.

Tabla 42. Análisis de cuantía para la columna central

ρ (cuantía)	b	h	$A_s(\text{cm}^2)$	$\phi 5/8$ (barras)	$\phi 3/4$ (barras)
1.00%	25	50	12.50	6.3	4.4
1.10%	25	50	13.75	6.9	4.8
1.20%	25	50	15.00	7.5	5.3
1.30%	25	50	16.25	8.1	5.7
1.40%	25	50	17.50	8.8	6.2

Las siguientes tres graficas son la columna con los aceros, el diagrama de interacción de la columna dirección Y-Y y la dirección X-X. La sección de la columna presenta 8 barras de refuerzo de diámetro 5/8 pulgada.

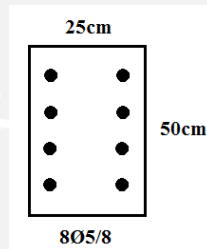


Figura 147. Aceros a colocar en la columna

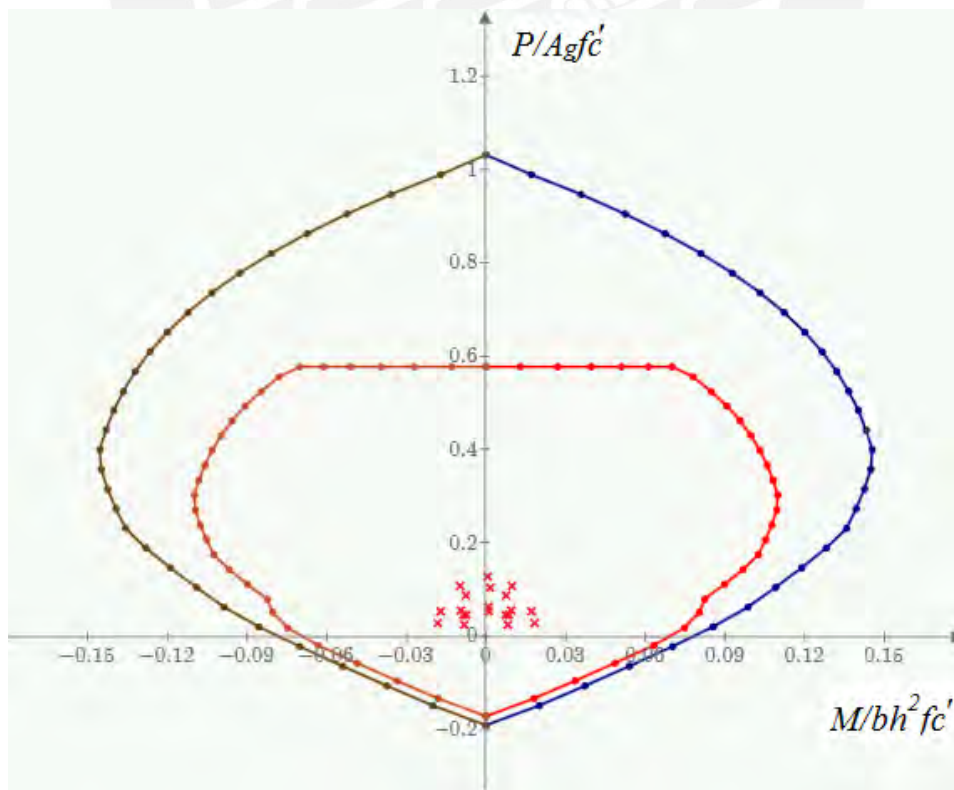


Figura 148. Diagrama de interacción de la columna de sección 0.25x0.50, dirección Y-Y (adimensional)

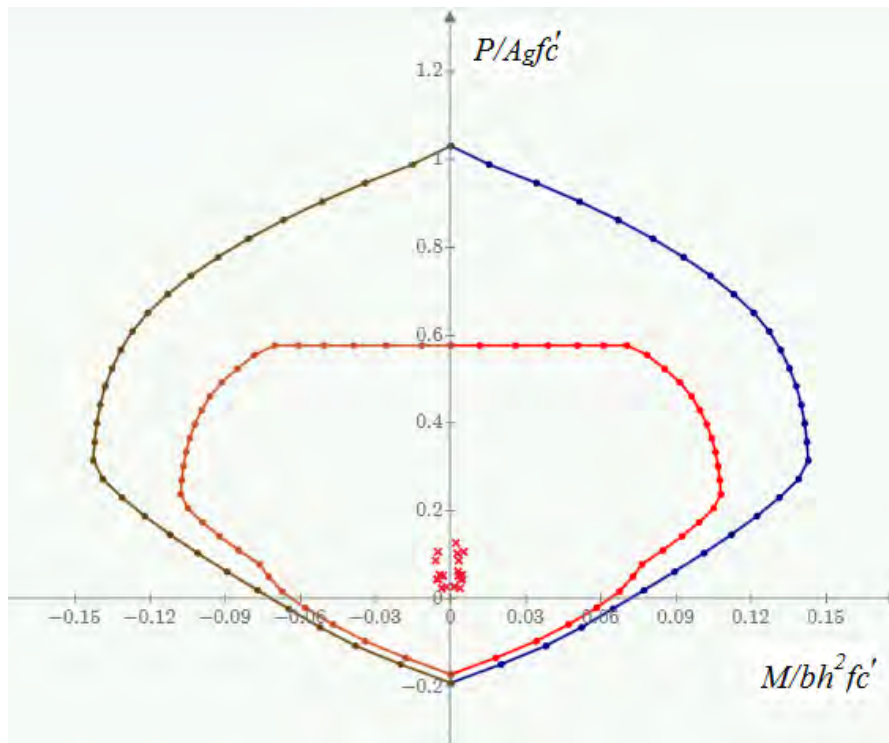


Figura 149. Diagrama de interacción de la columna de sección 0.25x0.50, dirección X-X (adimensional)

Como paréntesis, la Fig. 150 presenta una comparación del diagrama de interacción, en la dirección Y-Y de la columna de sección 0.25x0.50, con las sub-rutinas en Mathcad de la presente tesis y la hoja de cálculo en Excel del ACI-SP017 (14), la diferencia es mínima.

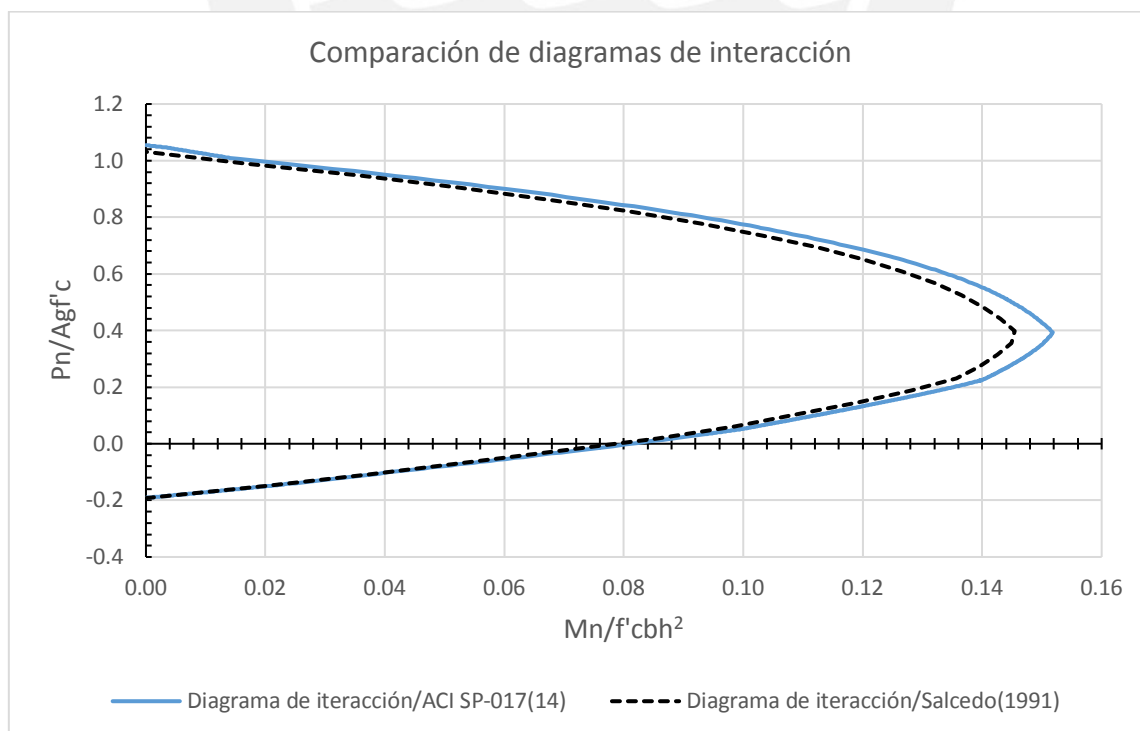


Figura 150. Diagramas de interacción adimensional Salcedo (1991) y ACI SP-017(14), dirección Y-Y

La Fig. 151 presenta los lineamientos de diseño para los estribos según la norma E0.60 de concreto armado.

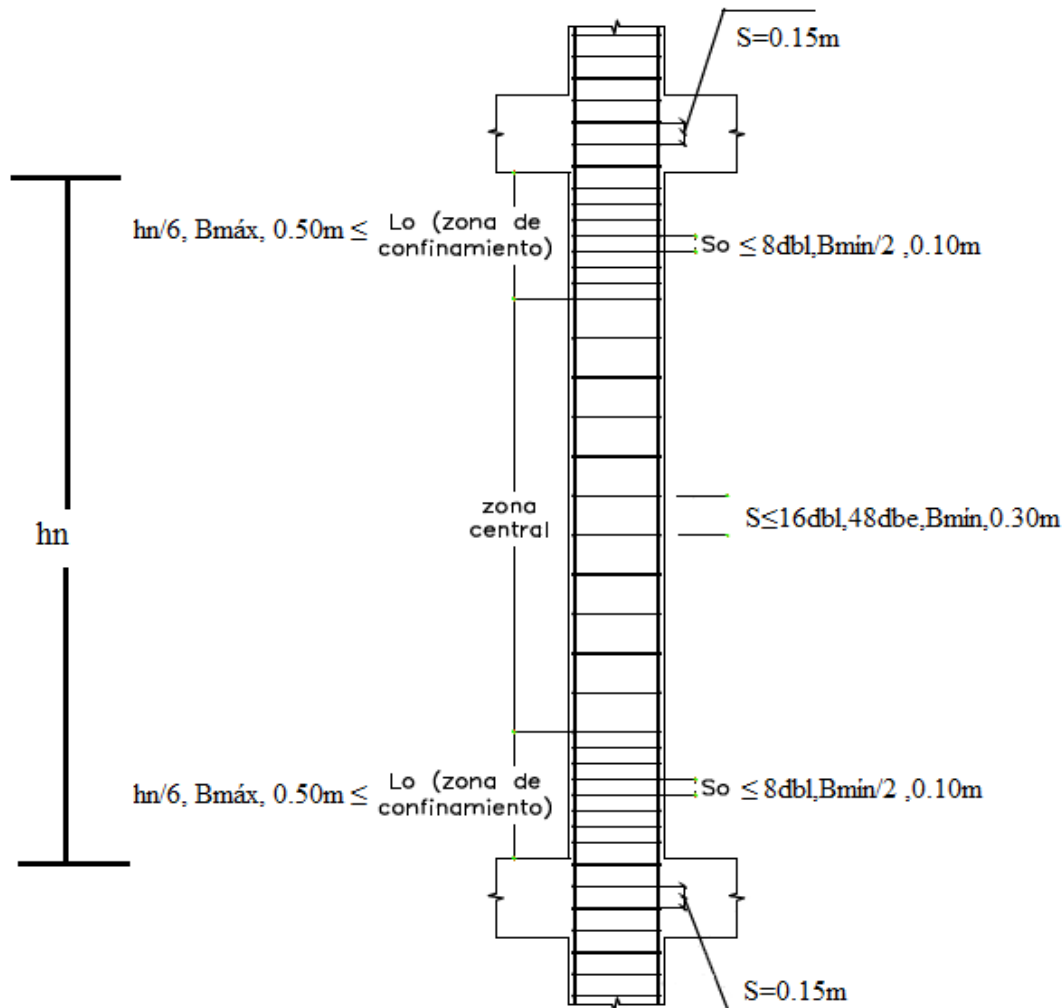


Figura 151. Requerimientos de columna con sistema resistente a fuerzas laterales de muros estructurales
Adaptado de la norma E0.60

Las siguientes Figs. 152 y 153 son el cuadro de columnas y dos opciones de diseño de estribos.

Columna	Sección 0.25x0.50
Nivel	
1-6	2 \square Ø8mm, 5@0.10, resto@0.25

Figura 152. Cuadro de columna de la sección 0.25x0.50

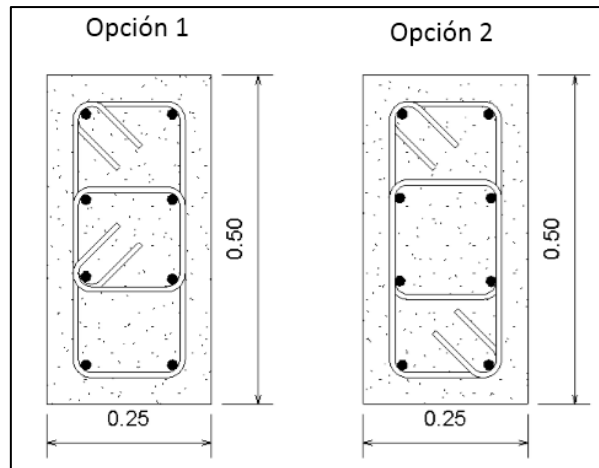


Figura 153. Diseño del acero en la columna de sección 0.25x0.50

La opción 1 de la Fig. 153 presenta el óptimo diseño de estribos, ya que se requiere menor longitud de barras.

8.3.4 Diseño de muros estructurales según la norma E0.60

El primer paso es determinar la cuantía horizontal y vertical del muro a diseñar. La norma presenta las siguientes expresiones para determinar las cuantías.

$$\text{Si } Vu > 0.27\sqrt{f'_c}A_{cw} \text{ ó } Vu > \phi Vc$$

$$\rho_h \geq 0.0025$$

$$\rho_v \geq 0.0025$$

$$\text{Si } Vu < 0.27\sqrt{f'_c}A_{cw}$$

$$\rho_h \geq 0.0020$$

$$\rho_v \geq 0.0015$$

La separación de las varillas de refuerzo vertical y horizontal en el muro estructural no debe ser mayor a tres veces el espesor del muro u 0.40m.

$$S_{max} = 3t \text{ ó } 0.40m$$

Se empleará por lo menos dos capas de refuerzo cuando el espesor del muro es mayor o igual a 0.20m, también, cuando la fuerza cortante (Vu) sobrepase la siguiente expresión.

$$0.53\sqrt{f'_c}A_{cw}$$

Luego de limitar las cuantías vertical y horizontal se calcula la resistencia por cortante del muro estructural. La siguiente expresión presenta un resumen del cálculo de resistencia por corte.

$$\phi Vn = \phi Vc + \phi Vs = \phi (A_{cw} \alpha_c \sqrt{f'_c}) + \phi A_{cw} \rho_h f_y$$

$$\text{Si } \left(\frac{h_m}{l_m} \right) \leq 1.5, \alpha_c = 0.80$$

$$\text{Si } \left(\frac{h_m}{l_m} \right) \geq 2.5, \alpha_c = 0.53$$

$$\text{Si } 1.5 < \left(\frac{h_m}{l_m} \right) < 2.5, \alpha_c \text{ se interporla entre 0.8 y 0.53}$$

$$Vn \leq 2.7 \sqrt{f'_c} A_{cw}$$

Para el caso de las juntas de construcción en los muros estructurales, la resistencia a corte por fricción se calcula con la siguiente expresión.

$$\phi Vn = \phi \mu (Nu + A_v f_y), \phi = 0.85 \text{ y } \mu = 0.6$$

El acápite 21.9.5.3 de la norma E0.60 ajusta la cortante de diseño con la siguiente expresión.

$$Vu \geq Vua \left(\frac{Mn}{Mua} \right), \frac{Mn}{Mua} \leq R$$

Los parámetros Vua y Mua son el cortante y momento amplificados provenientes del análisis. Otro parámetro importante en los muros estructurales es el momento de agrietamiento. La norma exige que la resistencia por flexocompresión del muro sea mayor o igual al momento de agrietamiento de la sección. La siguiente expresión presenta un resumen de la exigencia.

$$\phi Mn > M_{cr}$$

$$M_{cr} = \frac{I_g}{y} \left(2\sqrt{f'_c} + \frac{Pu}{Ag} \right)$$

La necesidad de elementos de borde se evalúa con la profundidad del eje neutro. Las siguientes expresiones permiten calificar si se coloca elementos de borde confinados.

$$\text{Si } c \geq \frac{l_m}{600 \left(\delta_u / h_m \right)}, \frac{\delta_u}{h_m} \geq 0.005$$

$$\text{Si } f_c = \frac{Pu}{Ag} + \frac{Mu Y}{I_g} > 0.2 f'_c$$

Para el caso del muro a diseñar se presenta el metrado de cargas y la combinación de cargas mayoradas en las siguientes tablas.

Tabla 43. Metrado de carga para el muro estructural

Nivel	N muerta (tn)	At(m ²)	k	Ai(m ²)	f _{red}	N viva (tn)	N viva red (tn)
6	11.22	10.88	2	21.76	1.00	1.75	1.75
5	22.44	21.76	2	43.52	0.95	4.38	4.15
4	33.66	32.64	2	65.28	0.82	7.01	5.74
3	44.88	43.52	2	87.04	0.74	9.64	7.16
2	56.10	54.40	2	108.80	0.69	12.27	8.48
1	68.56	65.28	2	130.56	0.65	14.90	9.72

Tabla 44. Combinaciones de cargas en el muro estructural

	Primer nivel		
	Pu (tn)	Muy (tn-m)	Mux (tn-m)
1.4CM+1.7CV	121.31	29.00	0.22
0.9CM±CS	61.70	322.00	-1.36
0.9CM±CS	61.70	-345.00	1.53
1.25(CM+CV)±CS	104.33	309.00	1.62
1.25(CM+CV)±CS	104.33	-357.00	-1.25

Las siguientes líneas son los datos necesarios del muro estructural a diseñar según la norma E0.60 de concreto armado.

$$Vu_{analysis} = 61.5 \text{ tn}$$

$$A_{cw} = 1.031 \text{ m}^2, t = 0.20 \text{ m}, \frac{h_m}{l_m} = \frac{16.70 \text{ m}}{4.90 \text{ m}} = 3.40$$

$$Vu_{analysis} > 0.27 \times \sqrt{280} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 1.031 \text{ m}^2$$

$$Vu_{analysis} > 46.58 \text{ tn}$$

$$\rho_h \geq 0.0025$$

$$\rho_v \geq 0.0025$$

$$S_{max} = 0.60 \text{ m} \text{ ó } 0.40 \text{ m}$$

$$\phi Vn = 0.85 \left(1.031 \text{ m}^2 \times 0.53 \times \sqrt{280} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) + 0.85 \times 1.031 \text{ m}^2 \times 0.25\% \times 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$\phi Vn = 169.7 \text{ tn}$$

$$Vn_{max} \leq 2.7 \times \sqrt{280} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times 1.031 \text{ m}^2 = 465 \text{ tn}$$

$$\phi V n_{max} = 0.85 \times 465tn = 395tn$$

Utilizando la combinación de carga amplificada axial de 1.25 (Cm + Cv) y por el análisis sísmico se determina lo siguiente.

$$c \approx 17cm, \delta_u = 0.024m$$

$$\frac{\delta_u}{h_m} = 0.0014 < 0.005$$

$$c = 17cm < \frac{4.9m}{600(0.005)} = 1.63m$$

Debido a que el muro recibe cargas perpendiculares a su plano proveniente de las vigas, esas zonas se diseñaran como columna. Las siguientes graficas muestran los diagramas de interacción en las direcciones principales, considerando 8 varillas de 5/8 de pulgada en los extremos y 52 varillas de 8 milímetros en el centro.

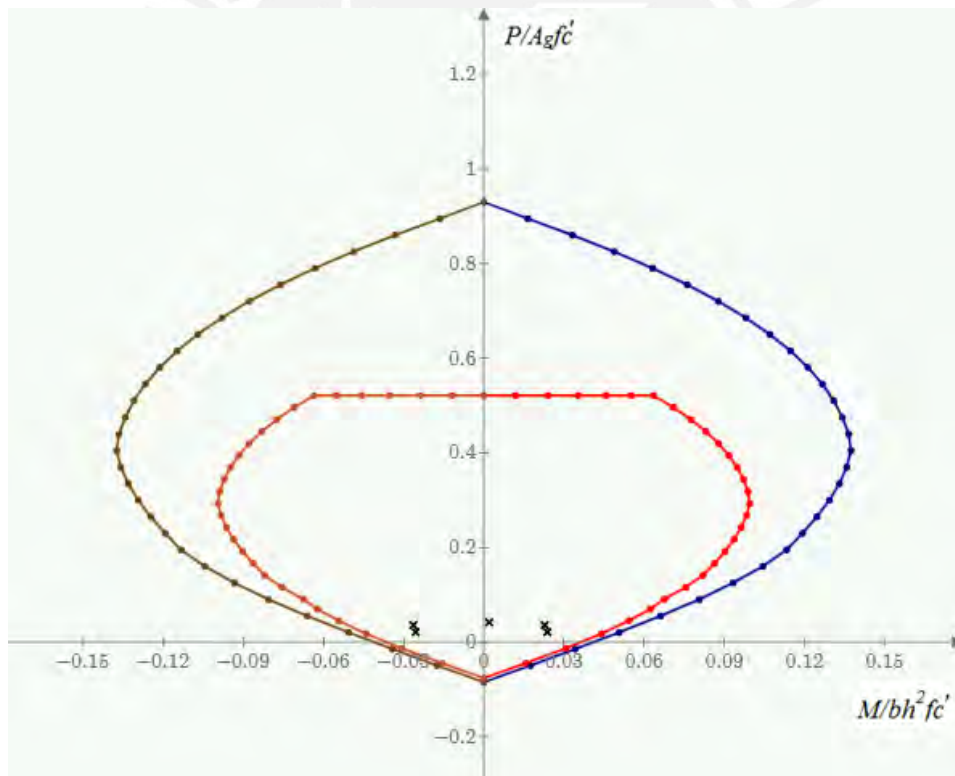


Figura 154. Diagrama de interacción del muro estructural, dirección Y-Y (adimensional)

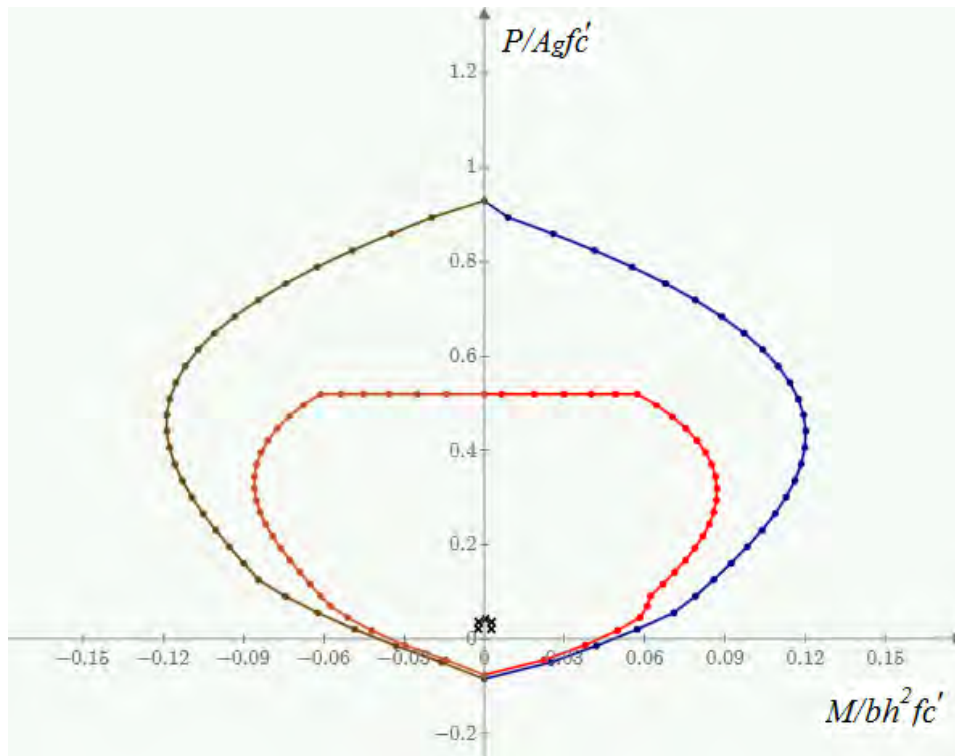


Figura 155. Diagrama de interacción del muro estructural, dirección X-X (adimensional)

Finalmente, el diseño del muro estructural con los diámetros de las barras (Fig. 156).

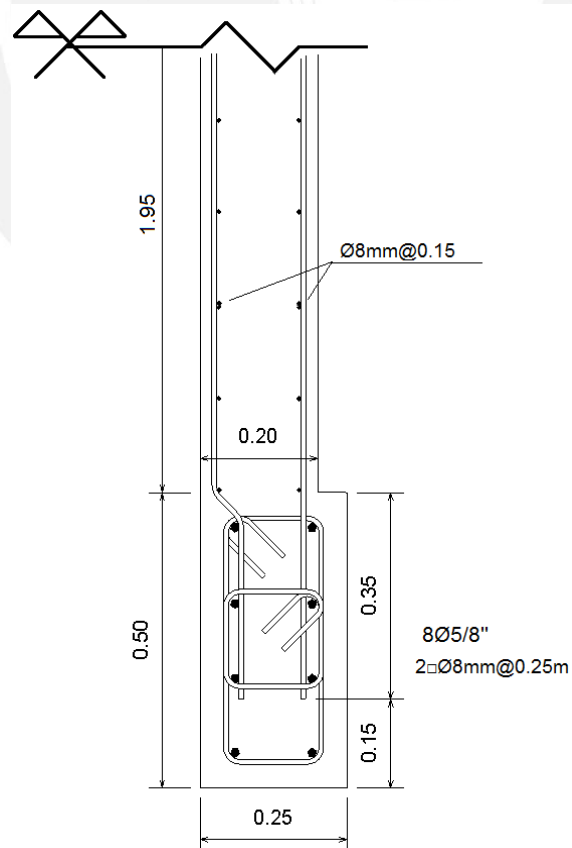


Figura 156. Detalle del refuerzo en muro estructural

En la figura anterior se muestra la barra transversal de 8mm doblada con una pendiente de 45°, debido a ello, se generaría un efecto puntual de esfuerzos en la barra longitudinal de diámetro 5/8 de pulgada, sin embargo, la norma E0.60 no presenta algún requisito con respecto al doblado de barras transversales para el caso de muro estructural. Por el contrario, la norma presenta requisitos de doblado para columnas, para el caso de cambio de sección la pendiente de doblado no debe exceder de 1 a 6 con respecto al eje de la columna.

Definido el refuerzo a colocar en el muro se ajusta la cortante de diseño.

$$\frac{Mn}{Mua} = \frac{770tn \times m}{357tn \times m} \approx 2.15 \leq R = 5.10$$

$$Vu_{diseño} \geq 61.15tn \left(\frac{770tn \times m}{357tn \times m} \right) = 132tn$$

Comparar la cortante amplificada con las cortantes nominales de la norma.

$$\phi Vn = 0.85 \times 0.6 \left(61.70tn + 58cm^2 \times 4200 \frac{kg}{cm^2} \right) = 155.7tn$$

$$\phi Vn = 0.85 \left(1.031m^2 \times 0.53 \times \sqrt{280} \frac{kg}{cm^2} \right) + 0.85 \times 58cm^2 \times 4200 \frac{kg}{cm^2} \approx 284tn$$

$$M_{cr} = \frac{0.20m(4.9m)^2}{6} \left(2\sqrt{280} \frac{kg}{cm^2} + \frac{104tn}{1.031m^2} \right) = 348.6tn \times m$$

$$M_{cr} = 348.6tn \times m < \phi Mn = 693tn \times m$$

Capítulo 9. Análisis de la columna y muro del sistema dual a proyectar con el modelo de pandeo del acero longitudinal

Diseñado el pórtico, lo siguiente es determinar la curvatura de la sección en el plano del pórtico, deformaciones de las barras en los extremo y diagrama fuerza-desplazamiento, tanto para la columna como para el muro estructural.

9.1 Análisis de la columna de sección 0.25x0.50

La siguiente tabla presenta los parámetros para calcular la curvatura de la columna.

Tabla 45. Parámetros de la columna a proyectar

h mm	b mm	$\frac{s}{d_b}$	f'_c MPa	f_y MPa	$\frac{f_{su}}{f_y}$	ρ_l	f_{yh} MPa
500	250	100mm/16mm	28	420	1.25	0.0128	420

Utilizando la hoja de cálculo RECT_MOM16 de Torres y Rodríguez (2014) y la sub-rutina CUMBIA de Montejo y Kowalsky (2007), se presenta dos diagramas de momento-curvatura (Fig. 157 y Fig. 158), un diagrama de curvatura-deformación de la columna (Fig. 159), finalmente, el diagrama de capacidad para la condición bi-empotrada de $L=2.70m$ (Fig. 160).

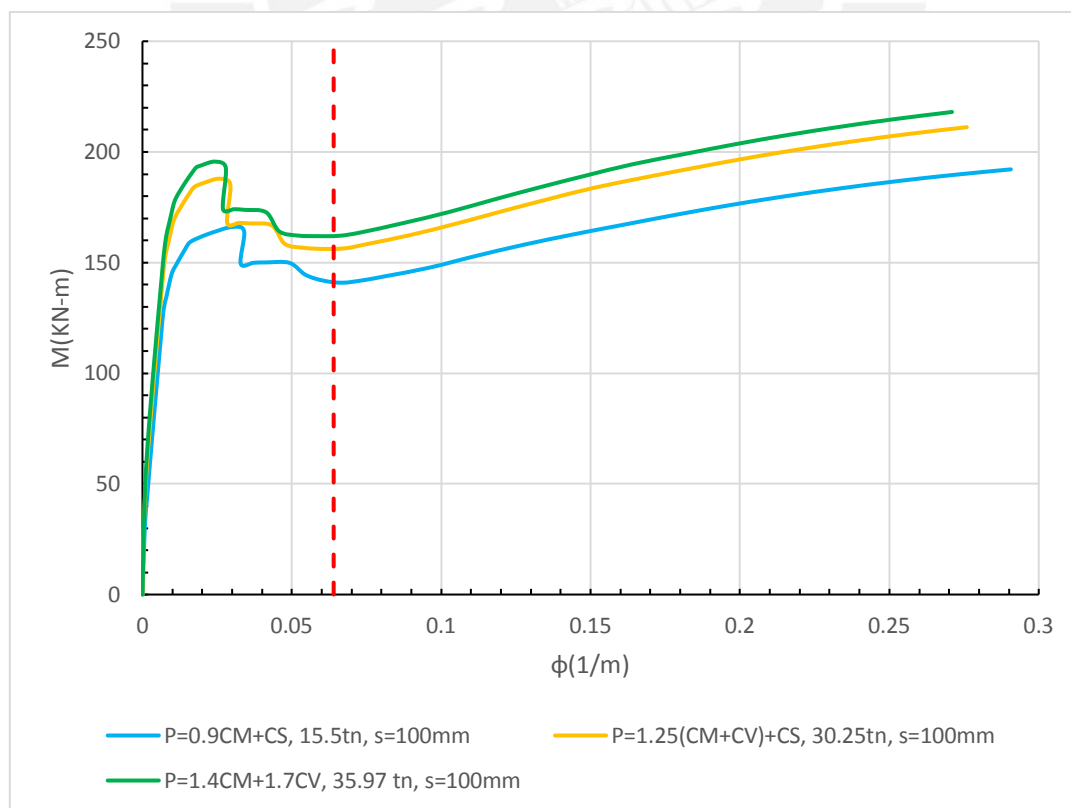


Figura 157. Diagrama momento-curvatura de la columna 0.25x0.50 para diferentes cargas axiales.

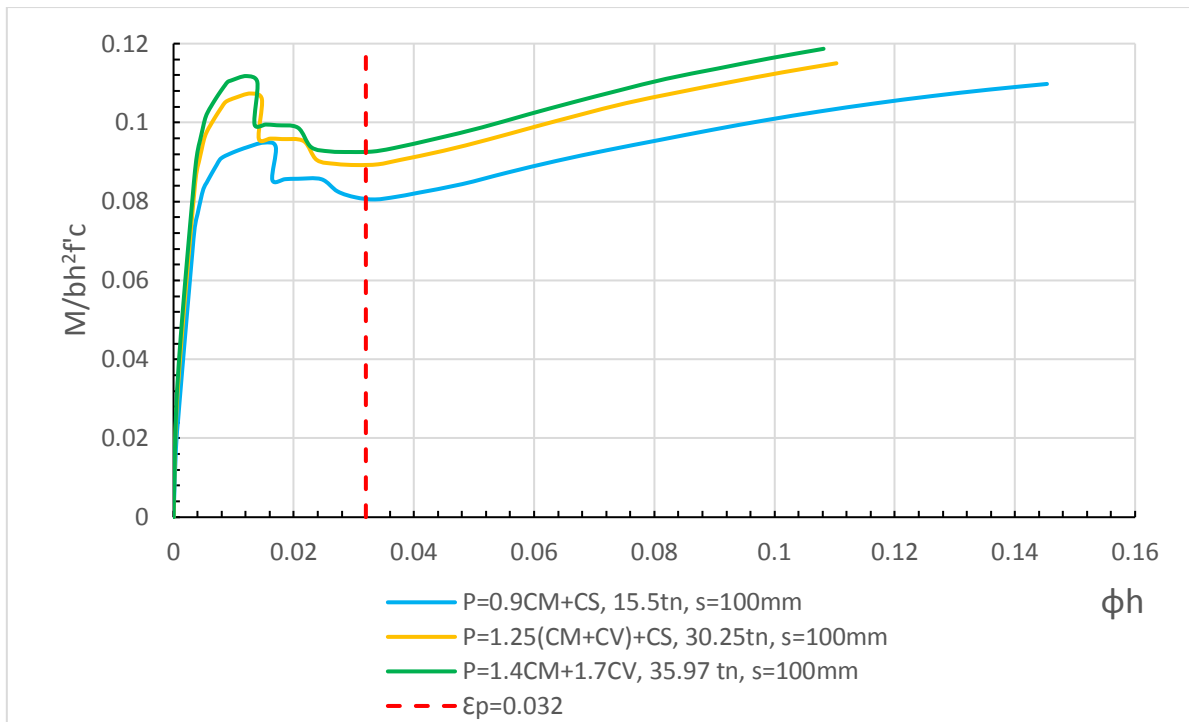


Figura 158. Diagrama momento-curvatura de la columna 0.25x0.50, para diferentes cargas axiales (adimensional)

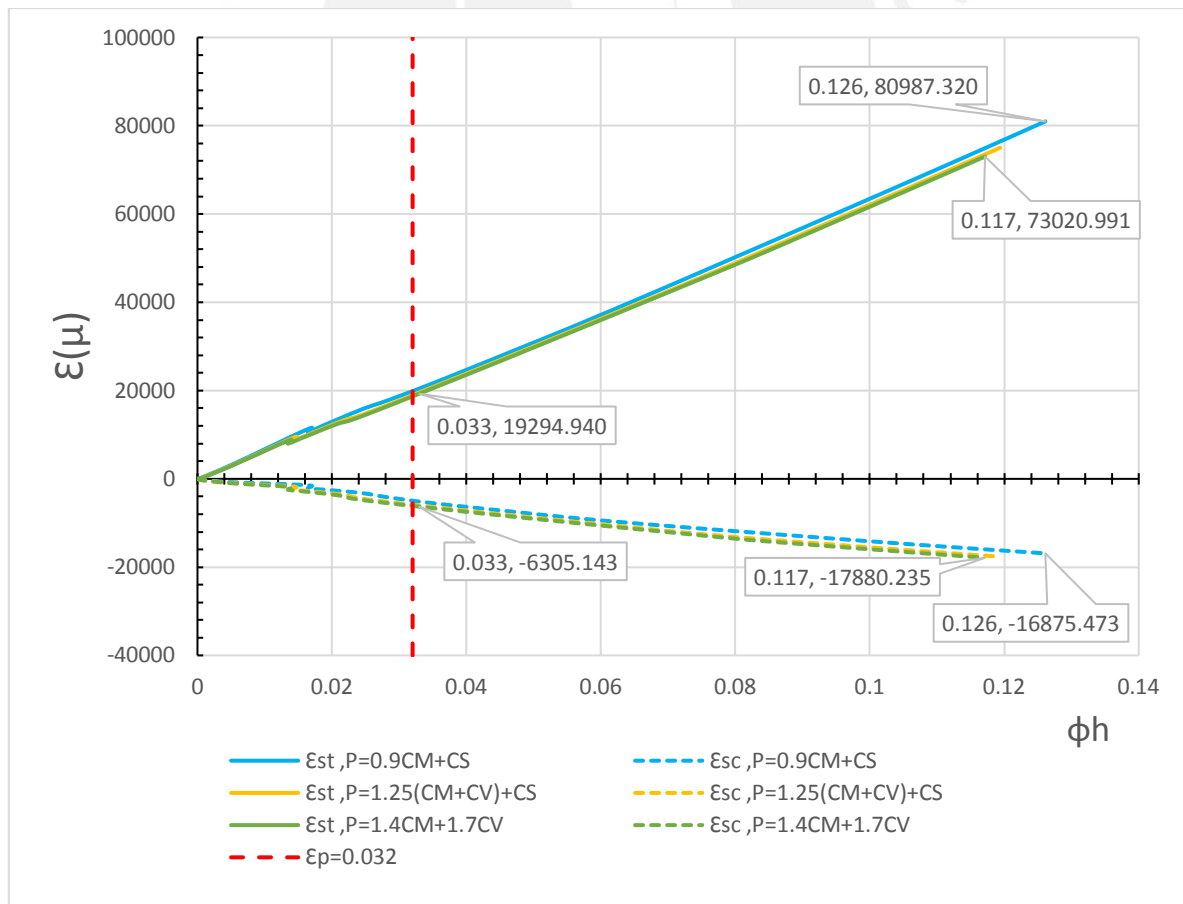


Figura 159. Diagrama curvatura-deformación de la columna 0.25x0.50 de las barras extremas de la sección para diferentes cargas axiales.

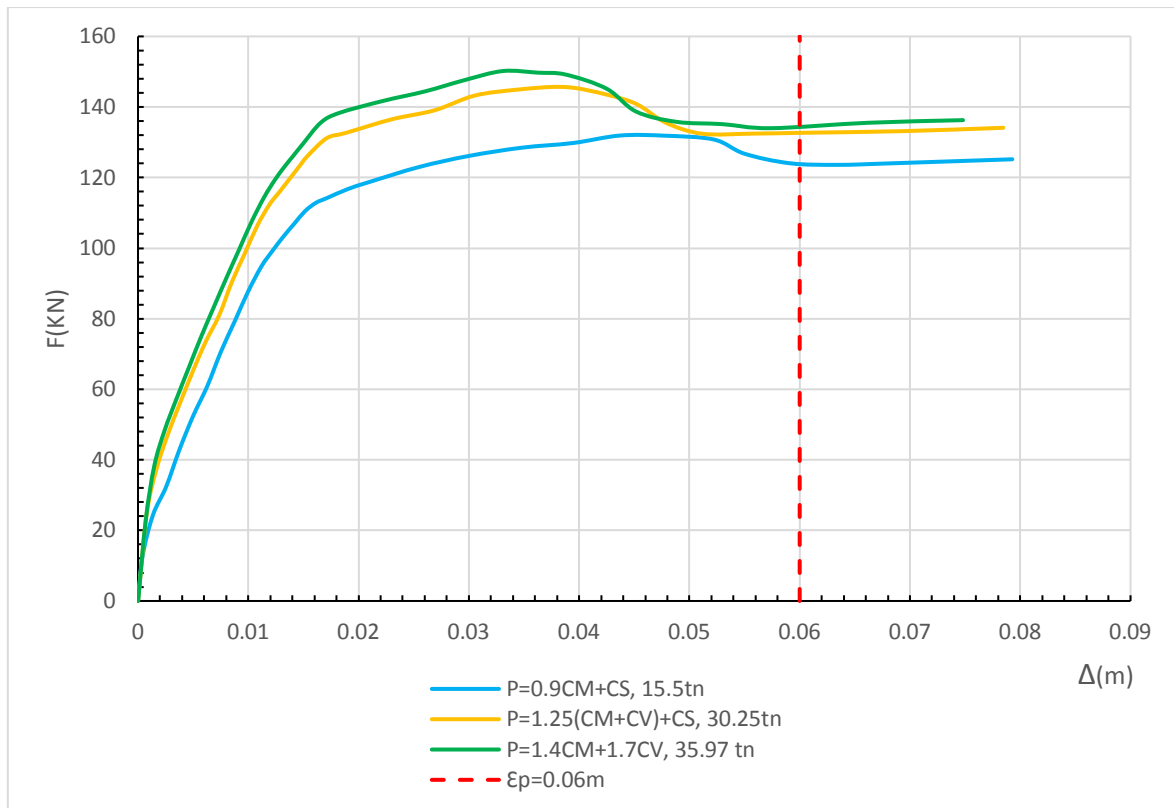


Figura 160. Diagrama de capacidad de la columna 0.25x0.50 para diferentes cargas axiales condición bi-empotrado, L=2.70m.

La siguiente expresión permite calcular la deformación por fractura de los estribos.

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + \frac{1.4\rho_s f_{yh} \varepsilon_{su}}{f'_{cc}} = 0.004 + \frac{1.4 \times 0.0149 \times 420 \text{MPa} \times 0.08}{29.7 \text{MPa}}$$

$$\varepsilon_{cu} = -0.028 = -28000\mu = -13.3\varepsilon_y$$

La capacidad lateral resistente de la columna es de 13tn en promedio y la ductilidad es 3.75, y las deformaciones longitudinales del aceros extremos en compresión y tracción es 0.0063 (3ε_y) y 0.019 (9ε_y). Con los cálculos anteriores se concluye que ocurre primero el pandeo de la sección antes que la fractura de los estribos.

9.2 Análisis del muro estructural a proyectar

La siguiente tabla presenta los parámetros para calcular la curvatura del muro estructural a proyectar.

Tabla 46. Parámetros del muro estructural a proyectar

f'_c MPa	f_y MPa	f_{su} MPa	ε_{su}	E_s GPa	E_c GPa	l_w m	H_{we} m	e mm	s_h mm	γ
28	420	525	0.08	200	29.4	4.9	16.7	200	250	0.97

Se presentan cinco Figs. 161, 162, 163, 164 y 165, el primero y el segundo representa el diagrama momento-curvatura del muro para diferentes tipos de carga, el tercero la curvatura-deformación de las barras en los extremos del muro, por último, dos diagramas de capacidad del muro para las condiciones empotrada en la base y bi-empotrada.

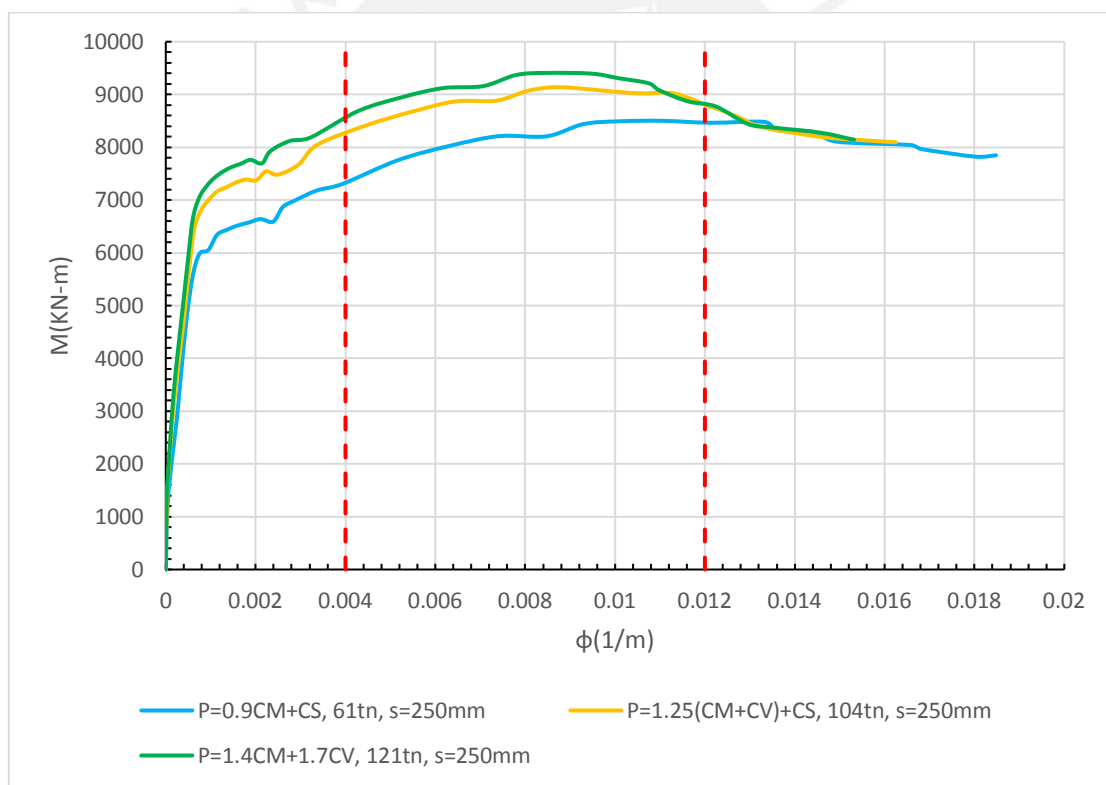


Figura 161. Diagrama momento-curvatura del muro estructural para diferentes cargas axiales

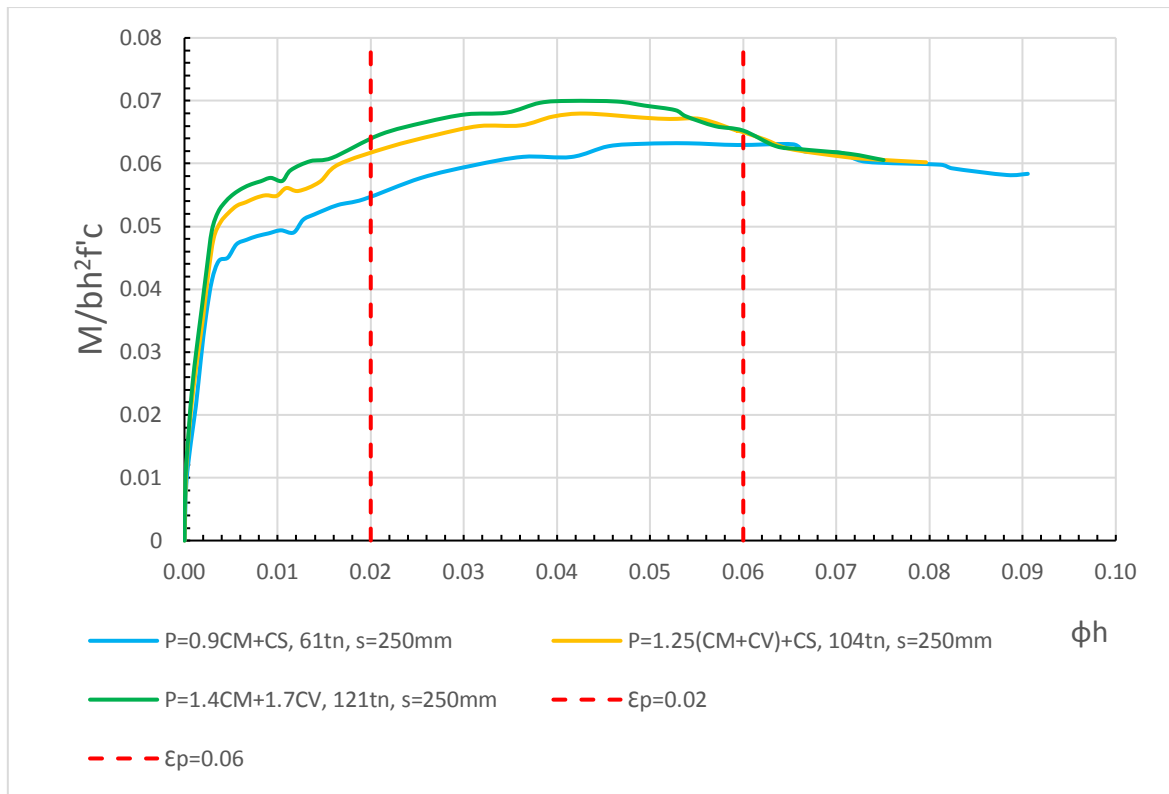


Figura 162. Diagrama momento-curvatura del muro estructural para diferentes cargas axiales (adimensional)

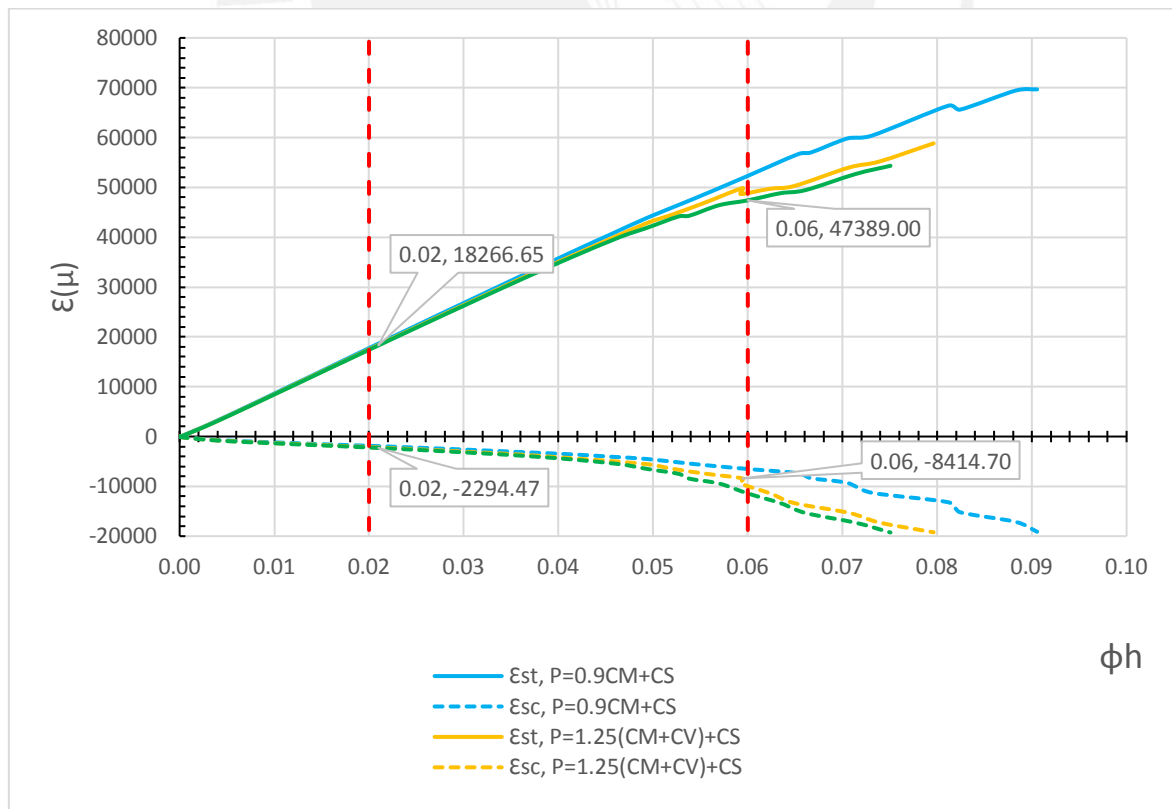


Figura 163. Diagrama curvatura-deformación de las barras extremas del muro estructural para diferentes cargas axiales

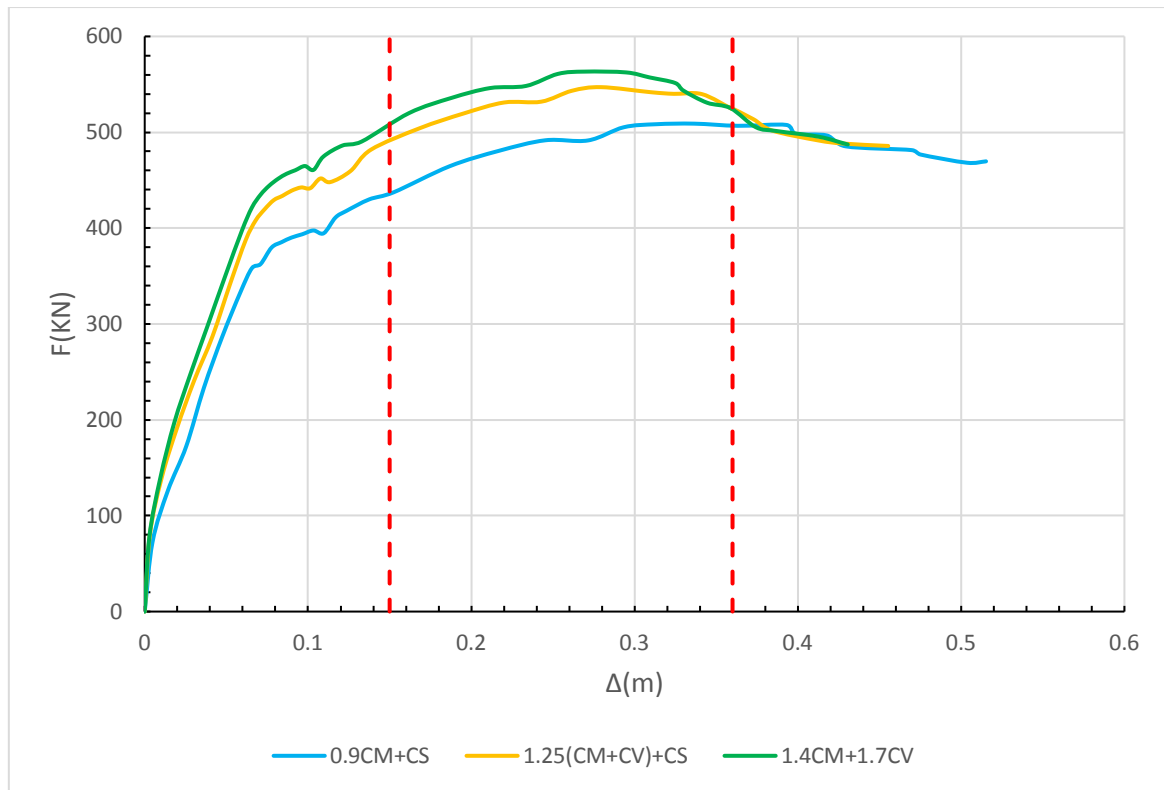


Figura 164. Diagrama de capacidad del muro estructural para diferentes cargas axiales, condición empotrado en la base, $L=16.7\text{m}$

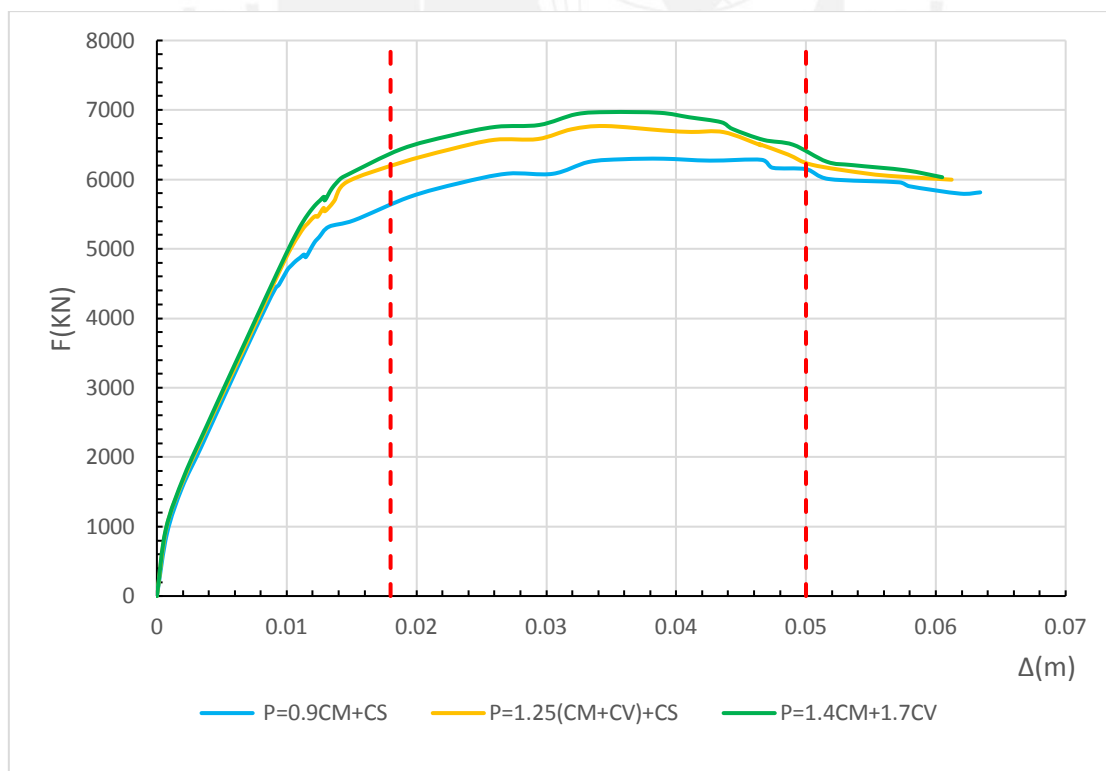


Figura 165. Diagrama de capacidad del muro estructural para diferentes cargas axiales, condición bi-empotrado, $L=2.70\text{m}$

Capítulo 10. Conclusiones

1. Los parámetros fundamentales para el desarrollo del diagrama esfuerzo-deformación de concreto no confinado son el módulo de elasticidad (E_c), el esfuerzo especificado del concreto (f'_c) y la deformación del concreto, asociada a la resistencia especificada (ϵ'_c); en cambio, para el diagrama esfuerzo-deformación de concreto confinado se requiere considerar el parámetro de confinamiento efectivo del concreto (f'_l). En resumen, con los anteriores parámetros se pueden obtener diagramas esfuerzo-deformación con diferentes resistencias de concretos para caso no confinado y confinado.
2. Para el caso de las barras de acero, el modelo de Mander (1983) refleja mejor el comportamiento de estas, ya que presenta tramos definidos como zona elástica, zona de fluencia y zona de endurecimiento. Además, utilizando este modelo y la información recopilada de los aceros comercializados en México, Colombia y Perú, se presenta gráficamente un resumen comparativo entre los valores promedio de esfuerzo y deformación de dichos aceros. El 100% de los de aceros presentan esfuerzos mayores que el mínimo requerido en la normativa, los cuales no se reflejan en los análisis de las secciones típicas de concreto armado.
3. El modelo estudiado por Rodríguez et al. (1999), profundizado tanto por Ortiz, Rodríguez & Torres (2014) e Iñiguez & Rodríguez (2015), cuantifica la capacidad de deformación longitudinal del acero de una sección de concreto armado en el rango de 0.02 y 0.06. Este rango de valores está condicionado por la separación de estribos y el diámetro de la barra longitudinal, en conclusión, para obtener el máximo valor de deformación longitudinal del acero, se debe tener separaciones de 5cm con diámetros de 5/8", 3/4" y 1".
4. El cálculo de momento probable es importante para determinar la fuerza cortante. La finalidad es evitar falla frágil en columnas y muros estructurales de concreto armado. La información recopilada en el capítulo 5 evidencia que los métodos propuestos por ACI subestiman la resistencia probable de columnas y muros estructurales de concreto armado. En conclusión, los métodos calibrados por Restrepo & Rodríguez (2013), Iñiguez & Rodríguez (2015) y Roca & Salinas (2015) para el cálculo de momento probable, ayudarían a los ingenieros estructurales a cuantificar mejor la capacidad de las columnas y muros estructurales de concreto armado.
5. Aplicando el modelo de corte del capítulo 6 en las columnas analizadas por San Bartolomé et al. (2000) y Muñoz & Ramírez (2017) se concluye que las secciones no desarrollan rotulación continua en los extremo de la columna, ya que estas alcanzaron el 89% y 88%

del momento probable de Restrepo & Rodríguez (2013), respectivamente, es decir tenían capacidad sobrante de momentos, sin embargo, la cortante V_{pa} de Carrión & Rodríguez (2015) es superado en todos los casos, este efecto podría explicar porque se forman fisuras diagonales por cortante en las columnas.

6. En las columnas “cautivas” la norma de concreto no garantiza que se formen rotulas plásticas en los extremos, además la cortante de la norma sobrevalora la capacidad resistente de la sección y la deriva máxima. En los pocos ejemplos desarrollados la deriva en las columnas cortas es 2.9% en promedio, sería recomendable actualizar y reformar el cálculo por cortante en las secciones de concreto sometidas a flexo-compresión.
7. Los ejemplos desarrollados en capítulo 7 presentan una metodología para el cálculo de diagrama momento-curvatura simplificado para columnas y muros estructurales de concreto armado, la finalidad es ayudar a ingenieros y estudiantes a comprender el comportamiento de estos elementos. Además, en los anexos se presentan sub-rutinas en “Mathcad” para el desarrollo de diagramas de interacción y contornos de carga de secciones poligonales de concreto armado.
8. Del análisis de las secciones de columnas y muros de concreto armado, se desprende la importancia del espaciamiento de estribos en las secciones críticas. A menor separación, la sección tiene mayor ductilidad, sin embargo, se puede presentar congestión de barras de refuerzo. Además, es importante notar que el acero longitudinal, en columnas y muros, ante deformaciones en compresión, no desarrollarían fluencia sino se colocan estribos suficientes a espaciamientos no superiores a 5cm.
9. El muro estructural de sección T analizado, a diferencia del muro rectangular, presenta dos curvaturas últimas según la dirección de análisis; sin embargo, su comportamiento depende del agotamiento de la deformación en compresión del concreto, y sucede cuando el alma se encuentra en compresión.
10. En el caso del diagrama de momento-curvatura de la sección circular de concreto armado, y la misma sección, enfundada con láminas de acero y sistema FRP, muestran un aumento de resistencia, ductilidad y algo de rigidez. Para el caso del concreto reforzado con láminas de acero el aumento de rigidez y resistencia es significativo (por el espesor de la lámina elegida en el ejemplo); por el contrario, la sección reforzada con FRP no muestra un aumento significativo de resistencia y rigidez, pero si la ductilidad. Finalmente, se requiere mayor investigación para definir la curvatura última de la sección enfundada con láminas de acero y enfundada con FRP.

11. Analizando la sección de CA reforzado con FRP, se concluye que el aumento de resistencia por una capa de refuerzo es como mínimo en 10%, además, crecerá aproximadamente a razón de 2% más por cada capa de refuerzo, en cambio, la ductilidad usando el modelo de Iñiguez & Rodríguez (2015) aumentaría en 30% aproximadamente.
12. Utilizando los espesores de 10mm, 15mm y 20mm de láminas de acero para el refuerzo de la sección de CA, genera un aumento mínimo de 200% de resistencia y 68% de ductilidad, sin embargo, para los espesores analizados la soldadura sería de ranura y se limitaría a 16mm de espesor.
13. El aumento de la resistencia a momento de la columna circular reforzada con FRP o lámina de acero, causaría el aumento de cortante, por ende, es recomendable tener continuidad de reforzamiento en toda la longitud de la columna.
14. La opción de aumentar la resistencia específica del concreto para reducir la sección manteniendo la cantidad de acero produce la disminución en la rigidez, resistencia y ductilidad, en específico, la sección de 21 MPa a 50 MPa reduce su capacidad lateral de fluencia (F_y) en 40% y la ductilidad (μ) de 2.90 a 1.36 mínimo.
15. La opción de aumentar la resistencia específica del concreto para reducir la cuantía del acero manteniendo la sección produce la disminución de resistencia y ductilidad, sin embargo, la rigidez permanece constante, en específico, la sección de 28 MPa a 50 MPa reduce su capacidad lateral de fluencia (F_y) en 20% y la ductilidad (μ) de 3.58 a 1.36 mínimo.
16. El ACI expone los límites en el uso de concretos de alta resistencia, a mayor capacidad resistente el concreto es más frágil; además, la deformación lateral no es suficiente para desarrollar fluencia en el acero transversal. En el caso peruano, la norma E0.60 limita la resistencia del concreto a 55MPa en estructuras sísmicas.
17. El reforzamiento del pórtico de uno nivel mediante aletas de concreto permite el aumento de sobrerresistencia y ductilidad en 89% y 900%, respectivamente, al sistema estructural; sin embargo, se reduce la resistencia elástica en 58%. La reducción se explica por la concentración de esfuerzos en los extremos de la columna.
18. En el caso de reforzamiento del pórtico de dos niveles mediante aletas de concreto, el aumento de sobrerresistencia y ductilidad es 93% y 575%, respectivamente, al sistema estructural; sin embargo, se reduce la resistencia elástica en 63%.
19. Comparando el desempeño estructural del pórtico reforzado de un nivel y dos, se concluye que el reforzamiento de un nivel es mejor que el de dos niveles.

20. Al analizar la columna exterior del pórtico dual usando el modelo de pandeo del acero longitudinal se obtiene la capacidad lateral de $13tn$ y una ductilidad de 3.75 aproximadamente, se concluye que la norma E0.60 garantiza diseños adecuados para resistir las fuerzas inducidas por los sismos.
21. El muro estructural diseñado con la norma E0.60 presentan resistencia adecuada a flexocompresión; sin embargo, del análisis con el modelo de pandeo del acero longitudinal, la ductilidad lateral es 1.83 en promedio, generando fallas prematuras por pandeo del acero en las zonas críticas ubicadas en los extremos del muro.



Capítulo 11. Recomendaciones

1. Al igual que la investigación de Retrepo, Rodelo & Rodríguez (2015) sería adecuado determinar los parámetros que definen la curva esfuerzo-deformación para el caso de concretos fabricados en Perú. Además, proponer una expresión para el cálculo del módulo elástico de los concretos peruanos.
2. Es recomendable realizar ensayos experimentales para calcular los parámetros de las barras longitudinales de los aceros peruanos, utilizando el modelo de Mander (1983). La finalidad es definir el diagrama esfuerzo deformación de los aceros peruanos en el mercado y aplicarlos tanto al cálculo de momento-curvatura y momentos probables de los elementos de concreto armado.
3. Se debe promover mayor cantidad de ensayos experimentales en columnas y muros estructurales aplicados a la realidad peruana, aunque siempre existirán limitaciones experimentales por el nivel de carga y desplazamiento exigidos. La finalidad de promover dichos ensayos es recopilar una base de datos suficiente, entonces se tendría un modelo más refinado para el cálculo de momento probable de columnas y muros estructurales de concreto armado.
4. Para los casos de muros estructurales la norma E060 debería proponer lineamientos con respecto al pandeo del refuerzo en los extremos y pandeo por falla global.
5. Los análisis típicos de las estructuras suponen que las columnas desarrollan rotulas plásticas antes que fallen por corte, sin embargo, en columnas cortas sería recomendable analizar las edificaciones considerando que fallaran por corte antes que flexión.

Bibliografía

- Abd El Fattah, A. M. (2012). *Behavior of concrete columns under various confinement effects*. (Thesis doctoral). Kansas State University.
- ACI Committee 318 (2014). *Building Code requirements for Structural concrete (ACI 318-14) and commentary*. Farmington Hills, Mich.: American Concrete Institute.
- ACI Committee 440 (2017). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*. Farmington Hills, Mich.: American Concrete Institute.
- ACI 363R-92 (1992). "Report on High-Strength Concrete", *ACI Manual of Concrete Practice*, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 55 pp.
- ACI 363R-10 (2010). "Report on High-Strength Concrete", *ACI Manual of Concrete Practice*, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 65 pp.
- ACI SP-017(14) (2015). The Reinforced Concrete Design Handbook Column Interaction Diagram Spreadsheet.
- Ahmad, S. H. & Shah, S. P. (1982a). Stress-Strain Curves of Concrete Confined by Spiral Reinforcement. *ACI Journal, Proceedings*. V.79, N°6, junio, pp. 484-490.
- Alarcon, A. & Cruz, T. (2013). *Estudio de barras de construcción tratadas termomecánicamente en laminación en caliente*. (Tesis de licenciatura para optar el título profesional de Ingeniero Metalurgista). Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
- Barbero, E. J. (2011). *Introduction to composite materials design*. 2nd ed. Boca Raton, FL: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Berry, M., Parrish, M. & Eberhard, M. (2004). *PEER Structural Performance Database, User's Manual (Version 1.0)*. University of California, Berkeley.
- Bonelli, P., Restrepo, J.I., & Alarcón, G. (2010). Observaciones de daños en edificios de hormigón armado producidos por el terremoto de Chile Central, 27 de febrero de 2010. *Revista Sul-americana de Engenharia Estrutural*, 7(2&3).
- Camata, G. (Septiembre de 2019). Análisis y reparación de estructuras de concreto armado. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Carrasquillo, R., Nilson, A. & Slate, F. (1981). Properties of High Strength Concrete Subject Short-Term Loads. *ACI Journal*, Vol. 78, N°. 3, pp. 171-178.
- Carrión, H., & Rodríguez, M.E. (2015). *Predicción de la resistencia a cortante de columnas de concreto reforzado*. (Tesis para obtener el grado de maestro en ingeniería). Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F.
- Cefci Civil Engineering (2015, Junio 19). Mathcad Column Design using Interaction Diagram [Archivo de video]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=gfQit2NNwV8>
- Chen, Y., Visintin, P., Oehlers, D. & Alengaram, U. (2014). Size-Dependent Stress-Strain Model for Unconfined Concrete. *Journal of Structural Engineering ASCE*. Vol. 140, Issue 4, pp. 1-11.

- Collins, M. & Mitchell, D. (1991). *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Cornejo, C., & Quiun, D. (2019). *Comportamiento experimental de columnas cortas con refuerzo externo*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- De nicolo, B., Pani, L. & Pozzo, E. (1994) Strain of concrete at peak compressive stress for a wide range of compressive strengths. *Materials and Structures*. Vol. 27(4), pp. 206-210.
- Dodd, L. L., & Restrepo, J. I. (1995). Model for predicting cyclic behavior of reinforcing steel. *Journal of structural engineering*, 121(3), 433-445.
- E.020 (2006) “Norma de cargas”. *Reglamento nacional de edificaciones*. Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. Lima, Perú.
- E.030 (2018) “Norma de diseño sismorresistente”. *Reglamento nacional de edificaciones*. Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. Lima, Perú.
- E.060 (2009) “Norma de concreto armado”. *Reglamento nacional de edificaciones*. Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. Lima, Perú.
- Quintana, V. G., Botero, J. C., Rochel, R., Vidal, J., y Uribe, M. C. A. (2005). Propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia. *Ingeniería y Ciencia*, 1(1), 67-76.
- Goodnight, J. C. (2015). *The effects of load history and design variables on performance limit states of circular bridge columns*. North Carolina State University. Raleigh, NC.
- Hognestad, E. (1951). *Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members*. University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering. Engineering Experiment Station. Illinois, N° 399, 128 pp.
- Hoyos, L. (2005). *Evaluación del modo de falla de pandeo del acero de refuerzo longitudinal en elementos de concreto reforzado sometidos a acciones de tipo sísmicas*. (Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería Estructural). Universidad Autónoma de México, México D.F.
- Hurtado, R. & Lazarte, R. (2011). *Estudio de la soldabilidad de barras corrugadas de acero para concreto reforzado BELGO 60*. (Tesis de licenciatura para optar el título profesional de Ingeniero Mecánico). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Iñiguez, M., & Rodríguez, M.E. (2015). *Resistencia a flexo-compresión y capacidad de deformación lateral de muros rectangulares de concreto reforzado en zonas sísmicas*. (Tesis de maestría en ingeniería Civil). Universidad Autónoma de México, México D.F.
- Kent, D. C., & Park, R. (1971). Flexural members with confined concrete. *Journal of the Structural Division*. Vol. (97), Issue 7, pp. 1969-1990.
- Lam, L & Teng, J. G. (2003). Design-oriented stress strain model for FRP confined concrete. *Construction and Building Materials* 17(6), 471-489.
- León, A. (2015). *Predicción de las capacidades de Resistencia a flexocompresión y de desplazamiento lateral de columnas de concreto presforzado en zonas sísmicas*. (Tesis de Maestría en Ingeniería Civil). Universidad Autónoma de México, México D.F.

- Machado, A. (2006). *Fibras de Carbono, Dimensionamiento Práctico*. BASF
- Madias, J., Wright, M., & Wolkowicz, P. (2016). Barras de refuerzo de hormigón: mecanismos de endurecimiento y performance en uso.
- Mander, J. B. (1983). *Seismic design of bridge piers*. (Tesis de doctorado en ingeniería civil). University of Canterbury, Christchurch.
- Mander, J. B., Priestley, M. J., & Park, R. (1988). Theoretical stress-strain model for confined concrete. *Journal of structural engineering*, 114(8), 1804-1826.
- Massone, L., & Rojas, F. (2010). Comportamiento de edificios de hormigón armado. $M_w = 8.8$ *Terremoto en Chile. 27 de febrero 2010*.
- Moehle, J. P. (2015). *Seismic design of reinforced concrete buildings*. New York: McGraw-Hill Education.
- Montejo, L. & Kowalsky, M. (2007). CUMBIA-set of codes for the analysis of reinforced concrete members. *CFL Technical Rep. N°.IS-07-01*.
- Nawy, E. G. (2003). *Reinforced Concrete: A Fundamental Approach*. (5ta. Edición) Nueva Jersey: Pearson Education.
- Muñoz, A. (2016). Norma Peruana de diseño Sismorresistente NTE.0.30 2016. [Material de clase I.A.].
- Ortiz, A., Rodríguez, M.E., & Torres, M. (2014). *Diseño sísmico de muros de concreto reforzado, bases para el diseño por desplazamientos*. (Tesis de Maestría en ingeniería civil). Universidad Autónoma de México, México D.F.
- Park, R., & Paulay, T. (1975). *Reinforced concrete structures*. John Wiley & Sons.
- Paulay, T., & Priestley, M. J. N. (1993). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. John Wiley & Sons.
- Paultre, P., & Légeron, F. (2008). Confinement reinforcement design for reinforced concrete columns. *Journal of structural engineering*, 134(5), 738-749.
- Priestley, M. J. N., Calvi, G. M. & Kowalsky, M. J. (2007). *Displacement-based seismic design of structures*. Pavia: IUSS Press.
- Ramírez, P. & Muñoz, A (2017). *Evaluación experimental de una propuesta de reforzamiento estructural para las edificaciones escolares construidas antes de 1997, Perú*. (Tesis de Maestría en ingeniería civil). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Restrepo, J. I., & Rodríguez, M. E. (2013). On the probable moment strength of reinforced concrete columns. *ACI Structural Journal*, 110(4), 681.
- Restrepo, J. I., & Rodríguez, M. E. (2013b). *Comunicación Personal*.
- Restrepo, J. I., Rodelo, R., & Rodríguez, M. E. (2015). *Parámetros que definen la curva esfuerzo-deformación en compresión uni-axial de concreto producidos en México*. (Tesis de Maestría para obtener el grado de Maestro en ingeniería). Universidad Nacional Autónoma de México, México D.F.

- Restrepo, J. I (2018). Elementos de Diseño por Desempeño. *Material del taller de desempeño sísmico*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Richart, F. E., Brandtzaeg, A., y Brown, R. L. (1928). *A study of the failure of concrete under combined compressive stresses*. University of Illinois at Urbana Champaign, College of Engineering. Engineering Experiment Station. Illinois, N°185, 104 pp.
- Roca, D. L & Salinas, R. (2015). *Resistencia probable a flexocompresión de muros estructurales de concreto armado*. (Tesis de Maestría en ciencias con mención en ingeniería estructural). Universidad Nacional de Ingeniería, Lima.
- Rodríguez, M. E., & Botero, J. C. (1996). Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México. *Publicación Series Instituto de Ingeniería-UNAM*, (575).
- Rodríguez, M. E., Botero, J. C., & Villa, J. (1999). Cyclic stress-strain behavior of reinforcing steel including effect of buckling. *Journal of Structural Engineering*, 125(6), 605-612.
- Rodríguez, M. E. (2018). Comportamiento no lineal de materiales en Concreto Armado, diagramas esfuerzo-deformación. *Material del curso Modelos del comportamiento de estructuras de concreto armado para el análisis no lineal*. Lima: Colegio de ingenieros del Perú.
- Salcedo, P.L.L.F. (1991). *Análisis y diseño de secciones y elementos de concreto armado*. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- San Bartolomé, Á., Rivera, C., Durán, M., Muñoz, A., & Quiun, D. (2000). Estudio experimental de una técnica de reforzamiento para edificaciones existentes con problemas de columna corta-Proyecto SENCICO-PUCP.
- San Bartolomé, Á., Quiun, D., & Silva, W. (2011). Comentarios relativos al tipo de falla en los muros de concreto de edificios chilenos en el sismo del 27 de febrero de 2010. *Concreto y Cemento. Investigación y desarrollo*, 3(1), 36-48.
- Scott, B.D., Park, R. & Priestley, M. J. N. (1982). Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high-strain rates. *Journal of the American concrete institute*, 79(6), 496-498.
- The Constructor Civil Engineering Home (2019, September 03). Fibre Reinforced Polymer (FRP) in Construction, Types and Uses [Archivo imágenes]. Recuperado de <https://theconstructor.org/concrete/fibre-reinforced-polymer/1583/>
- Torres, M. & Rodríguez, M. E. (2014). REC_MOM16 “Hoja de cálculo en Excel”.
- Wight, J. K. (2016). *Reinforced Concrete-Mechanics and Design*. 7a ed. New Jersey: Person education.

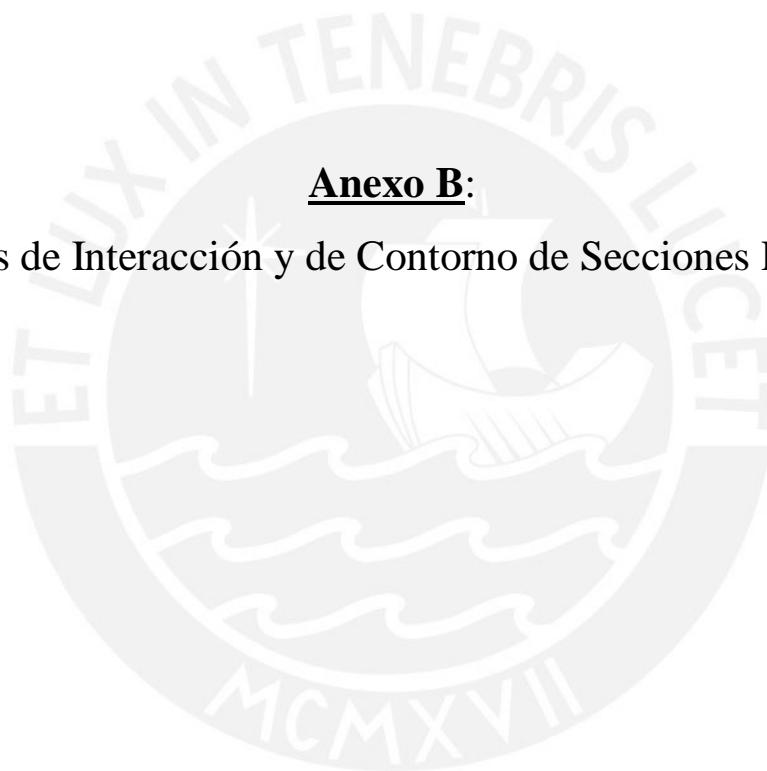
ANEXOS:

Anexo A:

Diagramas de Interacción de Secciones Rectangulares

Anexo B:

Diagramas de Interacción y de Contorno de Secciones Poligonales



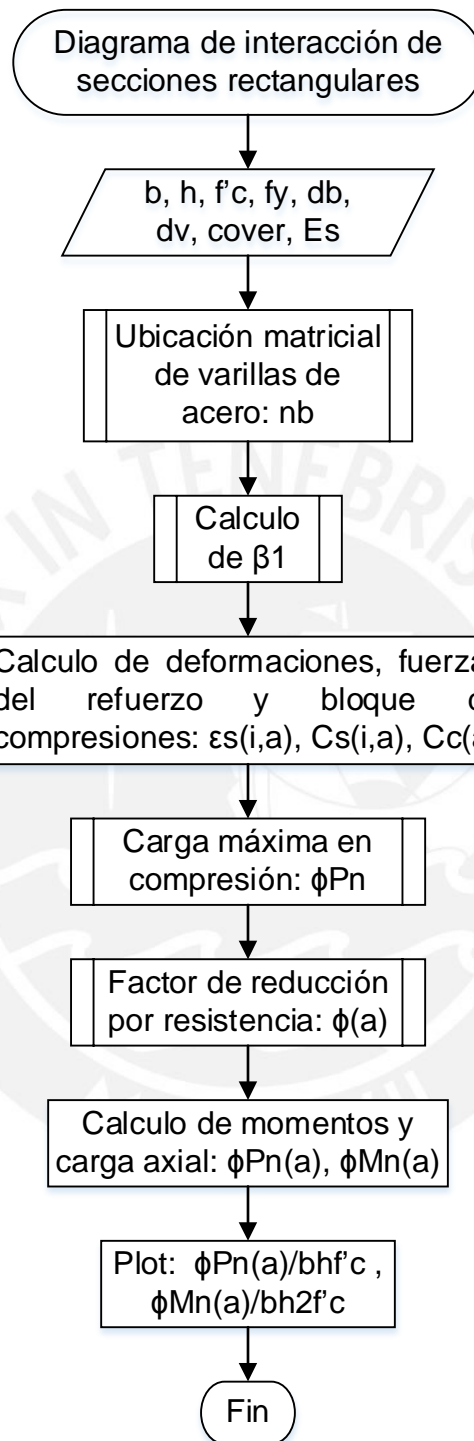
Anexo A: Diagramas de Interacción de Secciones Rectangulares

Diagrama de interaccion columnas rectangulares

section

$$b := 250\text{mm}$$

$$h := 500\text{mm}$$

material

$$f_c := 28\text{MPa}$$

$$f_y := 420\text{MPa}$$

$$d_b := 15.9\text{mm}$$

$$d_v := 8\text{mm}$$

$$\text{cover} := 40\text{mm}$$

$$E_s := 2.51 \cdot 10^5 \text{MPa}$$

Location and number of rebar

$$n_b := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ACI-7.10.5.2} \quad S_{\text{column}} := \min(16 \cdot d_b, 48 \cdot d_v, b) \quad S_{\text{column}} = 25 \cdot \text{cm}$$

$$\text{cover to longitudinal rebar} \quad co := \text{cover} + d_v + \frac{d_b}{2}$$

Load on column

$$P_u := 443.3\text{kN}$$

$$M_u := 17.1\text{kN}\cdot\text{m}$$

Number of rebar by level

$$n_{sl} := \sum_{i=1}^{\text{cols}(n_b)} n_b \langle i \rangle \quad n_{sl} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Area of rebar

$$d_b = 15.9 \cdot \text{mm}$$

$$A_{sb} := \frac{\pi \cdot d_b^2}{4} = 198.557 \cdot \text{mm}^2$$

Area of rebar by level

$$A_{s1} := A_{sb} \cdot n_{s1} \quad A_{s1} = \begin{pmatrix} 397.113 \\ 397.113 \\ 397.113 \\ 397.113 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}^2$$

total area of rebars $A_s := \sum A_{s1}$ $A_s = 15.9 \cdot \text{cm}^2$ $\text{Rho} := \frac{A_s}{b \cdot h} = 1.27\%$

level of rebar

$$d := \begin{cases} d_1 \leftarrow c_o \\ \text{for } i \in 2 \dots \text{rows}(n_b) \\ \quad \left| \begin{array}{l} \Delta \leftarrow \frac{h - 2 \cdot c_o}{\text{rows}(n_b) - 1} \\ d_i \leftarrow d_{i-1} + \Delta \end{array} \right. \\ d \end{cases} \quad d = \begin{pmatrix} 0.056 \\ 0.185 \\ 0.315 \\ 0.444 \end{pmatrix} \text{m}$$

$$\beta_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } f_c \leq 28\text{MPa} \\ 0.85 - 0.05 \cdot \frac{f_c - 28\text{MPa}}{7\text{MPa}} & \text{if } 28\text{MPa} < f_c \leq 55\text{MPa} \\ 0.65 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ACI - 10.2.7.3}$$

$$\beta_1 = 0.85$$

$$c(a) := \frac{a}{\beta_1} \quad \text{ACI - 10.2.7.1}$$

$$i := 1 \dots \text{rows}(n_b)$$

$$\epsilon_s(i, a) := 0.003 \cdot \frac{d_i - c(a)}{c(a)}$$

$$f_s(i, a) := \text{sign}(\epsilon_s(i, a)) \cdot \min(|\epsilon_s(i, a)| \cdot E_s, f_y) \quad \text{ACI - 10.2}$$

$$C_s(i, a) := A_{s1_i} \cdot f_s(i, a)$$

$$C_c(a) := 0.85 \cdot f_c \cdot a \cdot b$$

Max allowable compression load

$$\phi P_{nmax} := 0.7 \cdot 0.8 \cdot [0.85 \cdot f_c \cdot (b \cdot h - A_s) + A_s \cdot f_y]$$

$$\phi P_{nmax} = 2018.4 \cdot \text{kN}$$

$$P_{nmax} := \frac{\phi P_{nmax}}{0.7} = 2883.476 \cdot \text{kN}$$

Strength reduction factor

$$\epsilon_t(a) := 0.003 \cdot \frac{d_{\text{rows}(n_b)} - c(a)}{c(a)}$$

$$P_n(a) := \min \left[\left(C_c(a) - \sum_{i=1}^{\text{rows}(n_b)} C_s(i, a) \right), P_{nmax} \right]$$

$$M_n(a) := \left[C_c(a) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + \sum_{i=1}^{\text{rows}(n_b)} \left[C_s(i, a) \cdot \left(d_i - \frac{h}{2} \right) \right] \right]$$

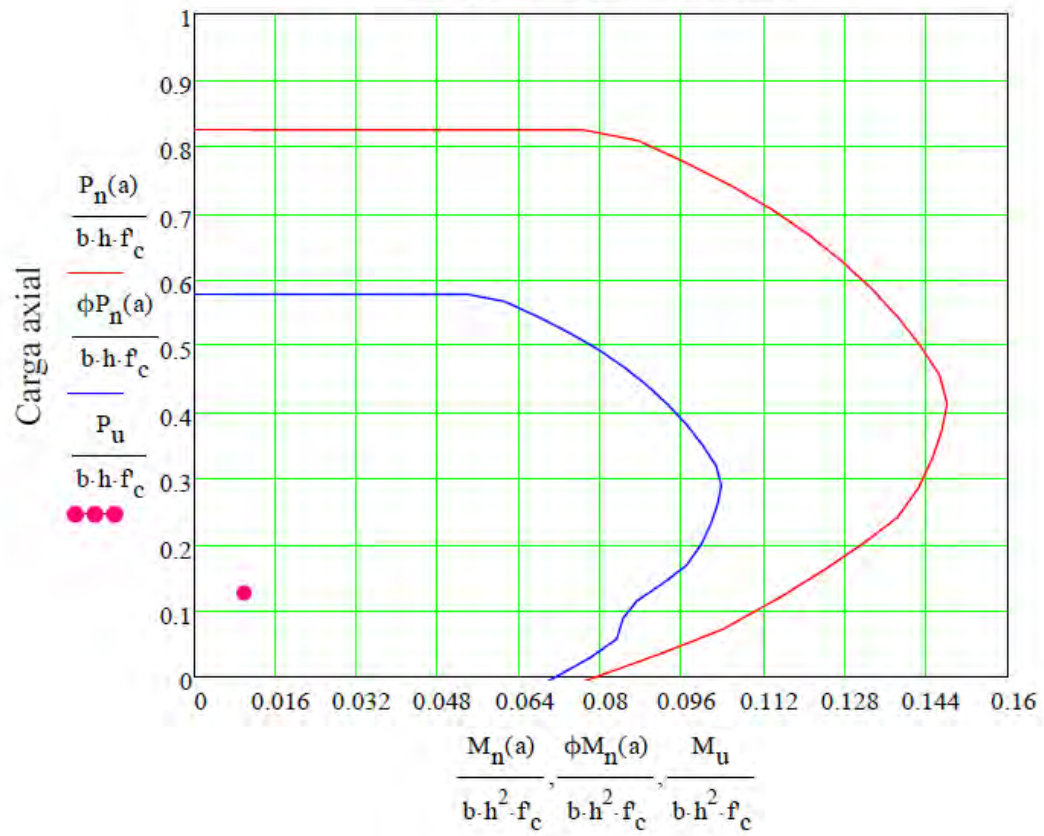
$$\phi(a) := \begin{cases} 0.7 & \text{if } P_n(a) \geq \frac{0.1 \cdot f_c \cdot b \cdot h}{0.7} \\ 0.9 - \left(0.2 \cdot \frac{P_n(a)}{\frac{0.1 \cdot f_c \cdot b \cdot h}{0.7}} \right) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\phi P_n(a) := \min \left[\phi(a) \cdot \left(C_c(a) - \sum_{i=1}^{\text{rows}(n_b)} C_s(i, a) \right), \phi P_{nmax} \right]$$

$$a := 0, \frac{h}{30} \dots 1.1 \cdot h$$

$$\phi M_n(a) := \phi(a) \cdot \left[C_c(a) \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + \sum_{i=1}^{\text{rows}(n_b)} \left[C_s(i, a) \cdot \left(d_i - \frac{h}{2} \right) \right] \right]$$

Diagrama de interaccion



Momento flector



Anexo B: Diagramas de Interacción y de Contorno de Secciones Poligonales

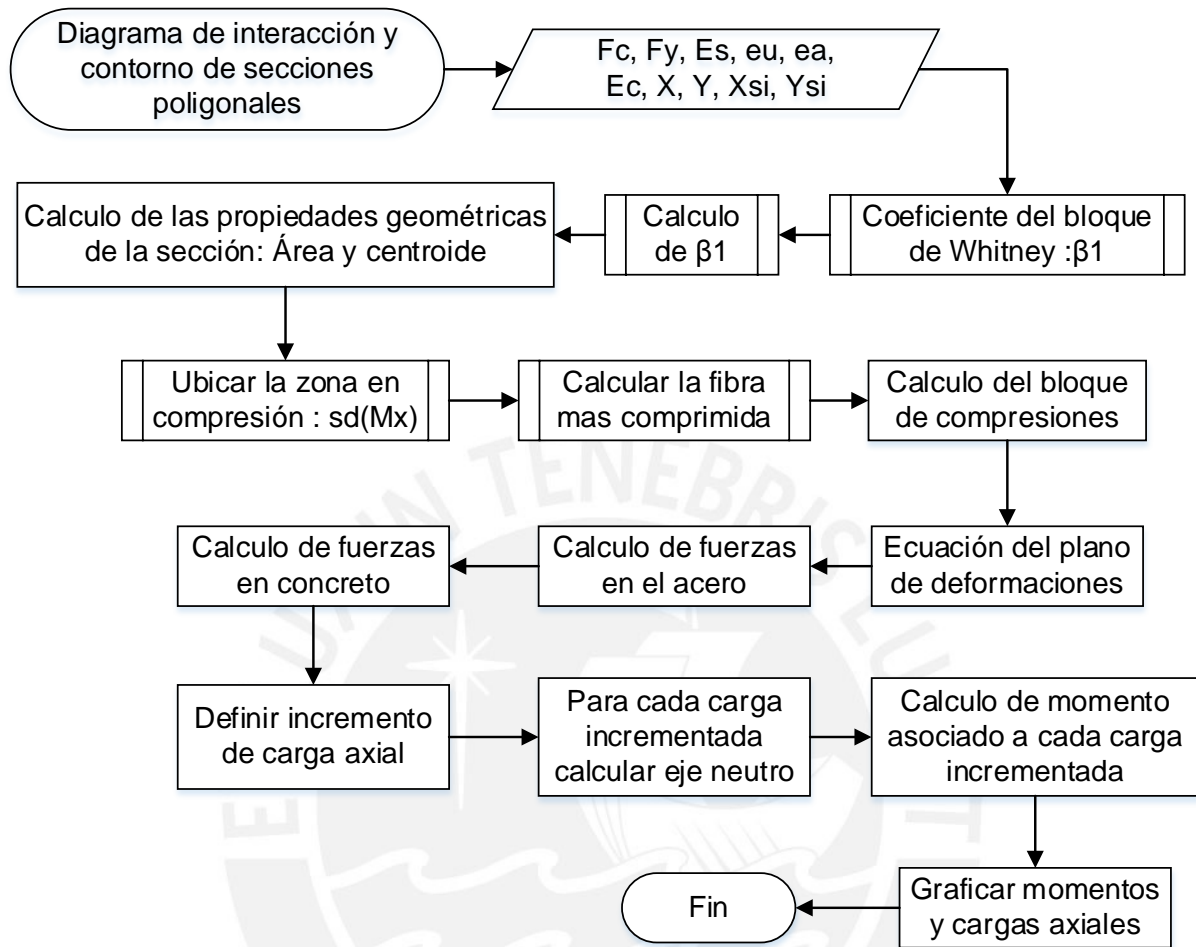


Diagrama de interacción y contorno de secciones poligonales

- estados de carga

$$Pu := 500 = 500 \quad Mx := 50 = 50 \quad My := 30 = 30$$

- datos de materiales

$$Fc := 321 \quad Fy := 5110 \quad Es := 2000000 \quad eu := 0.003 \quad ea := \frac{Fy}{Es} = 0.0026$$

$$Ec_{Aprox} := 15000 \cdot \sqrt{Fc} = 2.69 \cdot 10^5 \quad Ec := 2.69 \cdot 10^5$$

- coeficiente bloque de whitney

$$\beta_1 := \begin{cases} 0.85 & \text{if } Fc \leq 280 \\ 0.85 - 0.05 \cdot \frac{Fc - 280}{70} & \text{if } 280 < Fc \leq 550 \\ 0.65 & \text{else if } Fc > 550 \end{cases}$$

$$\beta_1 = 0.821 \quad \text{: Factor que define el bloque comprimido}$$

- coordenadas de los vertices de la seccion

Vert	X	Y
1	27.5	27.5
2	27.5	-27.5
3	-27.5	-27.5
4	-27.5	27.5

:ingresar las coordenadas en sentido horario

:Numero de vertices

$$NV := \text{rows}(Vert) = 4$$

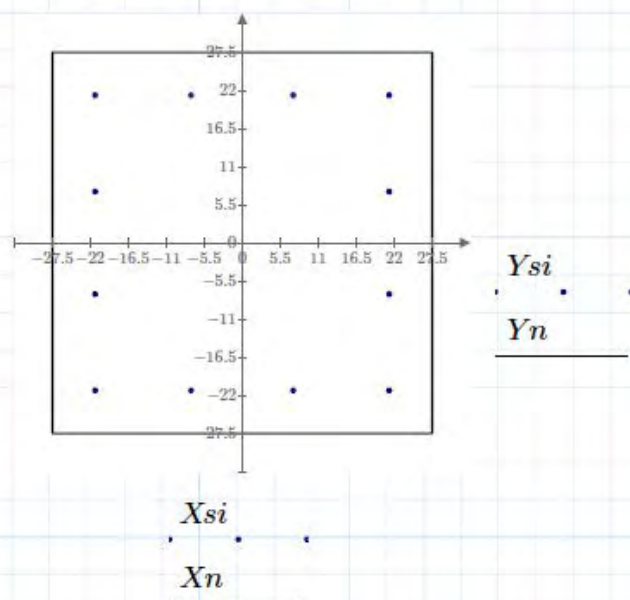
$$Xn := \text{augment}(X^T, X_1)^T$$

$$Yn := \text{augment}(Y^T, Y_1)^T$$

- Coordenadas y area relativas de las varillas

Varilla	X_{si}	Y_{si}	A_{si}	
1	$-27.5 + 6.2$	$27.5 - 6.2$	3.15	
2	$-27.5 + 6.2 + 13.9$	$27.5 - 6.2$	3.15	
3	$27.5 - 6.2$	$27.5 - 6.2$	3.15	#2 := 0.32 cm^2
4	$27.5 - 6.2 - 13.9$	$27.5 - 6.2$	3.15	#3 := 0.71 cm^2
5	$-27.5 + 6.2$	$27.5 - 6.2 - 13.9$	3.15	
6	$27.5 - 6.2$	$27.5 - 6.2 - 13.9$	3.15	#4 := 1.29 cm^2
7	$-27.5 + 6.2$	$-27.5 + 6.2$	3.15	
8	$-27.5 + 6.2 + 13.9$	$-27.5 + 6.2$	3.15	#5 := 2.00 cm^2
9	$27.5 - 6.2$	$-27.5 + 6.2$	3.15	#6 := 2.84 cm^2
10	$27.5 - 6.2 - 13.9$	$-27.5 + 6.2$	3.15	
11	$-27.5 + 6.2$	$-27.5 + 6.2 + 13.9$	3.15	#8 := 5.1 cm^2
12	$27.5 - 6.2$	$-27.5 + 6.2 + 13.9$	3.14	

Ingresar las coordenadas de las varillas, segun la cantidad de varillas por lado del poligono y la separacion minima entre varillas para columnas



Geometria de la seccion

```

geometria_seccion (entrada,  $X_x$ ,  $Y_x$ ) := || for  $i \in 1 \dots entrada$ 
||  $A_i \leftarrow \frac{X_{x_i} \cdot Y_{x_{i+1}} - X_{x_{i+1}} \cdot Y_{x_i}}{2}$ 
||  $m_x \leftarrow \sum_{i=1}^{entrada} \frac{A_i \cdot (Y_{x_i} + Y_{x_{i+1}})}{3}$ 
||  $m_y \leftarrow \sum_{i=1}^{entrada} \frac{A_i \cdot (X_{x_i} + X_{x_{i+1}})}{3}$ 
||  $Area \leftarrow \sum_{i=1}^{entrada} A_i$ 
|| if  $Area < 0$ 
||  $Area \leftarrow Area \cdot -1$ 
||  $cgx \leftarrow \frac{m_y}{Area} \cdot -1$ 
||  $cgy \leftarrow \frac{m_x}{Area} \cdot -1$ 
|| else
||  $Area \leftarrow Area$ 
||  $cgx \leftarrow \frac{m_y}{Area}$ 
||  $cgy \leftarrow \frac{m_x}{Area}$ 
|| [cgx cgy Area]

```

$$Ag := \text{geometria_seccion}(NV, Xn, Yn)_{1,3} = 3025$$

$$Xg := \text{geometria_seccion}(NV, Xn, Yn)_{1,1} = 0$$

$$Yg := \text{geometria_seccion}(NV, Xn, Yn)_{1,2} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{centroPlastico} := & \left[\begin{array}{l}
 X_p \leftarrow \frac{0.85 \cdot F_c \cdot Ag \cdot X_g + \sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi \cdot Xsi \cdot Fy}{0.85 \cdot F_c \cdot Ag + \sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi \cdot Fy} \\
 Y_p \leftarrow \frac{0.85 \cdot F_c \cdot Ag \cdot Y_g + \sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi \cdot Ysi \cdot Fy}{0.85 \cdot F_c \cdot Ag + \sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi \cdot Fy}
 \end{array} \right] = [-0.001 \quad 3.713 \cdot 10^{-4}] \\
 & [X_p \quad Y_p]
 \end{aligned}$$

<pre> HallarDatos (vert) := Ass ← 0 Xs ← 0 Ys ← 0 for vrt ∈ 1 .. vert Arel ← Asi_{vrt} Ass ← Ass + Arel Xs ← Xs + Arel · Xsi_{vrt} Ys ← Ys + Arel · Ysi_{vrt} if Ass ≠ 0 Xs ← $\frac{Xs}{Ass}$ Ys ← $\frac{Ys}{Ass}$ augment (Xs, Ys, Ass) </pre>	<pre> sd (M_x) := if M_x = 0 M_x ← 1 · 10⁻¹⁵ if M_x > 0 1 if M_x < 0 -1 </pre>
	<pre> HallarDatos (12) = [-0.006 0.002 37.79] HallarDatos (12)_{1,3} = 37.79 </pre>

- calculo de Xu, Yu

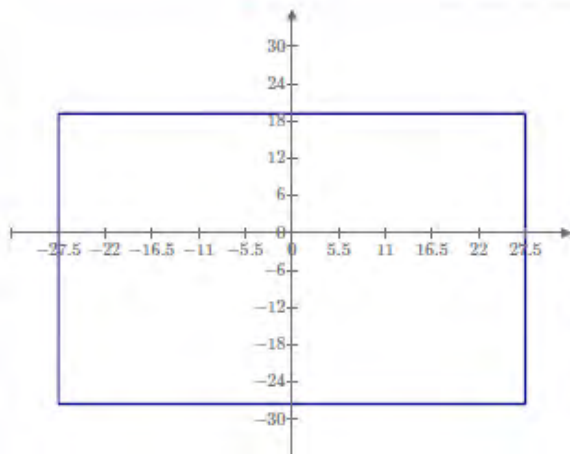
<pre> hallar_Yu (M_x, B) := dm1 ← 0 dm2 ← 0 for i ∈ 1 .. NV dr ← (B - Y_i) · sd (M_x) if dr > dm1 dm1 ← dr pd ← i else if dr < dm2 dm2 ← dr pdm ← i if pd ≠ 0 Yu ← Y_{pd} if pdm ≠ 0 Ym ← Y_{pdm} [Yu] [Ym] </pre>	<pre> hallar_Yu (Mx, 29) = [-27.5] [0] </pre>
--	--


```

blcom(Mx, B, Yu) := || Nc ← 0
|| Bc ← B · β1 + (1 - β1) · Yu
|| for i ∈ 1..NV
||   || X1 ← Xni
||   || X2 ← Xni+1
||   || Y1 ← Yni
||   || Y2 ← Yni+1
||   || dr1 ← (Bc - Y1) · sd(Mx)
||   || dr2 ← (Bc - Y2) · sd(Mx)
||   || if dr1 ≥ 0
||     || Nc ← Nc + 1
||     || XcNc ← X1
||     || YcNc ← Y1
||   || if  $\frac{dr1}{|dr1|} \neq \frac{dr2}{|dr2|}$ 
||     || Nc ← Nc + 1
||     || XcNc ← X1 +  $\frac{(Bc - Y1) \cdot (X2 - X1)}{(Y2 - Y1)}$ 
||     || YcNc ← Bc
|| XcNc+1 ← Xc1
|| YcNc+1 ← Yc1
|| augment(Xc, Yc)

```

$$Xn = \begin{bmatrix} 27.5 \\ 27.5 \\ -27.5 \\ -27.5 \\ 27.5 \end{bmatrix}$$

$$Yn = \begin{bmatrix} 27.5 \\ -27.5 \\ -27.5 \\ 27.5 \\ 27.5 \end{bmatrix}$$


$blcom(Mx, 29.97, -30)^{(2)}$

$blcom(Mx, 29.97, -30)^{(1)}$

$Fcom(acomp) := 0.85 \cdot Fc \cdot acomp$		
$FAs(YEn, Yu) :=$ <pre> for $il \in 1..rows(Varilla)$ $def_{il} \leftarrow \frac{(YEn - Ysi_{il}) \cdot eu}{(YEn - Yu)}$ for $ip \in 1..rows(Varilla)$ $fs_{ip} \leftarrow def_{ip} \cdot Es$ if $fs_{ip} > Fy$ $fs_{ip} \leftarrow Fy$ if $fs_{ip} < -Fy$ $fs_{ip} \leftarrow -Fy$ for $io \in 1..rows(Varilla)$ $FAs_{io} \leftarrow fs_{io} \cdot Asi_{io}$ $FAtot \leftarrow FAtot + FAs_{io}$ </pre>	$Ysi =$ <pre> [21.3] [21.3] [21.3] [21.3] [7.4] [7.4] [-21.3] [-21.3] [-21.3] [-21.3] [-7.4] [-7.4] </pre>	
		$[def \ fs \ FAs \ FAtot]$

$Y_max_min(y) :=$ <pre> $y_{max} \leftarrow -10000$ $y_{min} \leftarrow 10000$ for $i \in 1..NV$ if $y_i > y_{max}$ $y_{max} \leftarrow y_i$ if $y_i < y_{min}$ $y_{min} \leftarrow y_i$ </pre>	$Y_max_min(Y) = [27.5 \ -27.5]$	
	$Y =$ <pre> [27.5] [-27.5] [-27.5] [27.5] </pre>	
		$[y_{max} \ y_{min}]$

$cal_rango(y_{max}, y_{min}) :=$ <pre> if $y_{max} < 0$ $B1 \leftarrow 1.0001 \cdot y_{max}$ else if $y_{max} = 0$ $B1 \leftarrow -0.0001$ else $B1 \leftarrow 0.999 \cdot y_{max}$ $Peral \leftarrow y_{max} - y_{min}$ $Rec \leftarrow \min(Ysi) - y_{min}$ $B2 \leftarrow y_{max} - Ec \cdot \frac{(Peral - Rec)}{\left(Ec - \frac{Fy}{Es}\right)}$ </pre>		
		$[B1 \ B2]$

$Po := 0.85 \cdot Fc \cdot \left(Ag - \sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi_i \right) + \sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi_i \cdot Fy = 1008167.149$	
$Pt := - \left(\sum_{i=1}^{\text{rows}(Varilla)} Asi_i \cdot Fy \right) = -193106.9$	$\begin{bmatrix} -193106.9 \\ -129881.95 \\ -66657 \end{bmatrix}$
$Inc_P(nptos) := \frac{Po - Pt}{nptos - 1}$	$\begin{bmatrix} -3432.05 \\ 59792.9 \\ 123017.85 \end{bmatrix}$
$Puntos(puntos) := \begin{cases} P_1 \leftarrow Pt \\ P_{puntos} \leftarrow Po \\ \text{for } i \in 1 .. puntos - 2 \\ \quad P_{i+1} \leftarrow P_i + Inc_P(puntos) \\ P \end{cases}$	$Puntos(20) = \begin{bmatrix} 186242.8 \\ 249467.749 \\ 312692.699 \\ 375917.649 \\ 439142.599 \\ 502367.549 \\ 565592.499 \\ 628817.449 \\ 692042.399 \\ 755267.349 \\ 818492.299 \\ 881717.249 \\ 944942.199 \\ 1008167.149 \end{bmatrix}$

$Equilibrio_ (B1, Pnn, M_x) := \begin{cases} Yu \leftarrow hallar_Yu(M_x, B1)_{1,1} \\ blc \leftarrow blcom(M_x, B1, Yu) \\ Area_blc \leftarrow geometria_seccion(\text{rows}(blc) - 1, blc^{(1)}, blc^{(2)})_{1,3} \\ Conc \leftarrow 0.85 \cdot Fc \cdot Area_blc \\ Fvarilla \leftarrow FAs(B1, Yu)_{1,4} \\ Pr \leftarrow Conc + Fvarilla \\ q1 \leftarrow Pnn - Pr \\ [Pr \ q1] \end{cases}$
--

```

itera(Pnn, Mx) := || Bini ← cal_rango(Y_max_min(Y)1,1, Y_max_min(Y)1,2)1,2
|| Bfini ← cal_rango(Y_max_min(Y)1,1, Y_max_min(Y)1,2)1,1
|| qini ← Equilibrio_(Bini, Pnn, Mx)1,2
|| qfini ← Equilibrio_(Bfini, Pnn, Mx)1,2
|| Preci ← 1
|| while Preci > 0.01
|| || B ← Bini - (qini * (Bfini - Bini) / (qfini - qini))
|| || Yu ← hallar_Yu(Mx, B)1,1
|| || blc ← blcom(Mx, B, Yu)
|| || Area_blc ← geometria_seccion(rows(blc) - 1, blc(1), blc(2))1,3
|| || Conc ← 0.85 * Fc * Area_blc
|| || Fvarilla ← FAs(B, Yu)1,4
|| || Pr ← Conc + Fvarilla
|| || q1 ← Pnn - Pr
|| || Preci ← |q1|
|| || if (Preci > 0.01) ^ ((q1 * qini) > 0)
|| || || qini ← q1
|| || || Bini ← B
|| || || else
|| || || qfini ← q1
|| || || Bfini ← B
|| B

```

```

halla_B(nptos) := || for i ∈ 1..nptos - 2
|| || Bi ← itera(Puntos(nptos)i+1)
|| B

```

```

Momentos_X(B, Pr, Mx) := || Yu ← hallar_Yu(Mx, B)1,1
|| blc ← blcom(Mx, B, Yu)
|| Area_blc ← geometria_seccion(rows(blc) - 1, blc(1), blc(2))1,3
|| Ycc ← geometria_seccion(rows(blc) - 1, blc(1), blc(2))1,2
|| Conc ← 0.85 * Fc * Area_blc * Ycc
|| Yp ← centroPlastico1,2
|| Mnx ← Pr * Yp - Conc - ∑i=1rows(Varilla) Asii * (FAs(B, Yu)1,2)i * Ysii
|| Mnx

```

```

Momentos_nominales (npt, Mx) := || Mn1 ← 0
|| Mn_npt ← 0
|| for i ∈ 1..npt-2
|| Mn_{i+1} ← Momentos_X (halla_B (npt, Mx)_i, Puntos (npt)_{i+1}, Mx)
|| Mn
|| P1 ← Pt
|| P_npt ← Po
|| for i ∈ 1..npt-2
|| P_{i+1} ← P_i + Inc_P (npt)
|| P
|| [ Mn P ]
|| [ 100000 1000 ]

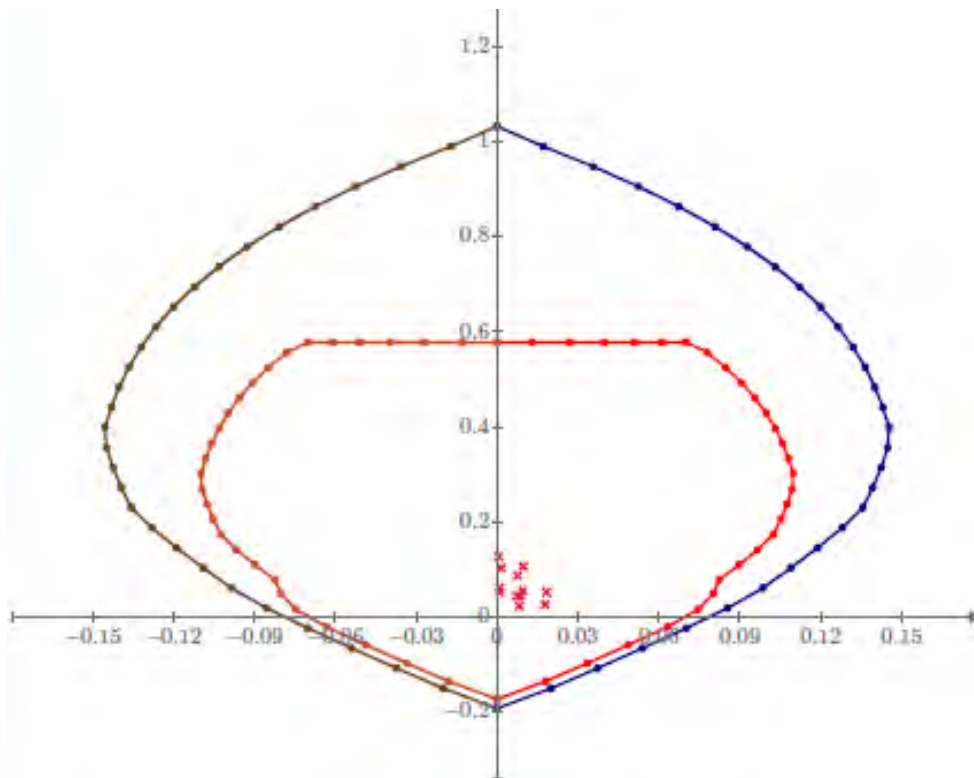
```

Punto balanceado

```

cal_Bb (ymax, ymin, Mx) := || Peral ← ymax - ymin
|| Rec ← min (Ysi) - ymin
|| Bb ← ymax - (eu · Es / (Fy + eu · Es)) · (Peral - Rec)
|| Yu ← hallar_Yu (Mx, Bb)_{1,1}
|| blc ← blcom (Mx, Bb, Yu)
|| Area_blc ← geometria_seccion (rows (blc) - 1, blc^{(1)}, blc^{(2)})_{1,3}
|| Ycc ← geometria_seccion (rows (blc) - 1, blc^{(1)}, blc^{(2)})_{1,2}
|| Pb ← 0.85 · Fc · Area_blc + FAs (Bb, Yu)_{1,4}
|| Yp ← centroPlastico_{1,2}
|| Conc ← 0.85 · Fc · Area_blc · Ycc
|| Mb ← Pb · Yp - Conc - ∑_{i=1}^{rows (Varilla)} Asi_i · (FAs (Bb, Yu)_{1,2})_i · Ysi_i
|| [ Mb Pb ]
|| [ 100000 1000 ]

```

$\frac{Pna}{Fc \cdot Ag}$	$\frac{Mna}{b_t \cdot l_w^2 \cdot \frac{Fc}{100000}}$
$\frac{Pda}{Fc \cdot Ag}$	$\frac{Mda}{b_t \cdot l_w^2 \cdot \frac{Fc}{100000}}$
$\frac{Pna2}{Fc \cdot Ag}$	$\frac{Mna2}{b_t \cdot l_w^2 \cdot \frac{Fc}{100000}}$
$\frac{Pda2}{Fc \cdot Ag}$	$\frac{Mda2}{b_t \cdot l_w^2 \cdot \frac{Fc}{100000}}$
$\frac{Pin}{Fc \cdot Ag}$	$\frac{Min}{b_t \cdot l_w^2 \cdot \frac{Fc}{100000}}$

```

blcom_(Mz, B, Yu, Xn_, Yn_) :=
  Nc ← 0
  Bc ← B · β1 + (1 - β1) · Yu
  for i ∈ 1..NV
    X1 ← Xni
    X2 ← Xni+1
    Y1 ← Yni
    Y2 ← Yni+1
    dr1 ← (Bc - Y1) · sd(Mz)
    dr2 ← (Bc - Y2) · sd(Mz)
    if dr1 ≥ 0
      Nc ← Nc + 1
      XcNc ← X1
      YcNc ← Y1
      if  $\frac{dr1}{|dr1|} \neq \frac{dr2}{|dr2|}$ 
        Nc ← Nc + 1
        XcNc ← X1 +  $\frac{(Bc - Y1) \cdot (X2 - X1)}{(Y2 - Y1)}$ 
        YcNc ← Bc
      XcNc+1 ← XcNc
      YcNc+1 ← YcNc
  augment(Xc, Yc)

```

```

centro_Plast(Xsi_, Ysi_) :=
  Xp ←  $\frac{0.85 \cdot Fc \cdot Ag \cdot Xg + \sum_{i=1}^{rows(Varilla)} Asi_i \cdot Xsi_i \cdot Fy}{0.85 \cdot Fc \cdot Ag + \sum_{i=1}^{rows(Varilla)} Asi_i \cdot Fy}$ 
  Yp ←  $\frac{0.85 \cdot Fc \cdot Ag \cdot Yg + \sum_{i=1}^{rows(Varilla)} Asi_i \cdot Ysi_i \cdot Fy}{0.85 \cdot Fc \cdot Ag + \sum_{i=1}^{rows(Varilla)} Asi_i \cdot Fy}$ 
  [Xp Yp]

```

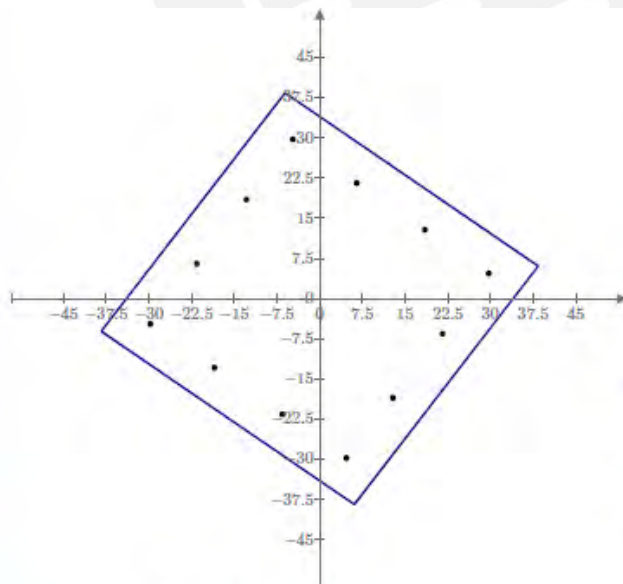
Si la sección
cambia
entonces es
diferente

$$inc_teta(nptos) := \left(\frac{360}{nptos} \right) \quad inc_teta(20) = 18$$

$$inc(nptos) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..nptos-1 \\ \left\| \begin{array}{l} teta_{i+1} \leftarrow i \cdot inc_teta(nptos) \\ teta \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$inc_rad(nptos) := \left\| \begin{array}{l} \text{for } i \in 0..nptos-1 \\ \left\| \begin{array}{l} teta_{i+1} \leftarrow i \cdot inc_teta(nptos) \cdot \frac{\pi}{180} \\ teta \end{array} \right\| \end{array} \right\|$$

$$Rotacion(npt) := \left\| \begin{array}{l} teta \leftarrow inc_rad(npt) \\ \text{for } i \in 1..npt \\ \left\| \begin{array}{l} X1_i \leftarrow X \cdot \cos(teta_i) - Y \cdot \sin(teta_i) \\ Y1_i \leftarrow X \cdot \sin(teta_i) + Y \cdot \cos(teta_i) \\ Xc_i \leftarrow Xn \cdot \cos(teta_i) - Yn \cdot \sin(teta_i) \\ Yc_i \leftarrow Xn \cdot \sin(teta_i) + Yn \cdot \cos(teta_i) \\ Xci_i \leftarrow Xsi \cdot \cos(teta_i) - Ysi \cdot \sin(teta_i) \\ Yci_i \leftarrow Xsi \cdot \sin(teta_i) + Ysi \cdot \cos(teta_i) \end{array} \right\| \\ [X1 \ Y1 \ Xc \ Yc \ Xci \ Yci] \end{array} \right\|$$



$$\left(Rotacion(20)_{1,3} \right)_4$$

$$\left(Rotacion(20)_{1,5} \right)_4$$

$$\left(Rotacion(20)_{1,4} \right)_4$$

$$\left(Rotacion(20)_{1,6} \right)_4$$


```

FAs(YEn, Yu, npt, i) := || Rota ← (Rotacion(npt)1,6)i
||
|| for il ∈ 1..rows(Varilla)
|| || 
$$def_{il} ← \frac{(YEn - Rota_{il}) \cdot eu}{(YEn - Yu)}$$

||
|| for ip ∈ 1..rows(Varilla)
|| || fsip ← defip · Es
|| || if fsip > Fy
|| || || fsip ← Fy
|| || if fsip < -Fy
|| || || fsip ← -Fy
||
|| for io ∈ 1..rows(Varilla)
|| || FAsio ← fsio · Asiio
|| || FAtot ← FAtot + FAsio
||
|| [def fs FAs FAtot]

```

```

Equilibrio_n(B1, Pnn, i, npt) := || Y_c ← (Rotacion(npt)1,2)i
||
|| Xn_ ← (Rotacion(npt)1,3)i
||
|| Yn_ ← (Rotacion(npt)1,4)i
||
|| Yu ← hallar_Yu(Mx, B1, Y_c)1,1
||
|| blc ← blcom(Mx, B1, Yu, Xn_, Yn_)
||
|| Area_blc ← geometria_seccion(rows(blc) - 1, blc(1), blc(2))1,3
||
|| Conc ← 0.85 · Fc · Area_blc
||
|| Fvarilla ← FAs(B1, Yu, npt, i)1,4
||
|| Pr ← Conc + Fvarilla
||
|| q1 ← Pnn - Pr
||
|| [Pr q1]

```

```

iterBiazial(Pnn, npt) = for i ∈ 1..npt
  Bini ← (Rango_itera(npt))i,2
  Bfini ← (Rango_itera(npt))i,1
  qini ← Equilibrio_n(Bini, Pnn, i, npt)1,2
  qfini ← Equilibrio_n(Bfini, Pnn, i, npt)1,2
  Y_c ← (Rotacion(npt))1,2i
  Xn_ ← (Rotacion(npt))1,3i
  Yn_ ← (Rotacion(npt))1,4i
  Preci ← 1
  while Preci > 0.01
    B ← Bini -  $\frac{qini \cdot (Bfini - Bini)}{qfini - qini}$ 
    Yu ← hallar_Yu(Mx, B, Y_c)1,1
    blc ← blcom_(Mx, B, Yu, Xn_, Yn_)
    Area_blc ← geometria_seccion(rows(blc) - 1, blc(1), blc(2))1,3
    Conc ← 0.85 · Fc · Area_blc
    Fvarilla ← FAs(B, Yu, npt, i)1,4
    Pr ← Conc + Fvarilla
    q1 ← Pnn - Pr
    Preci ← |q1|
    if (Preci > 0.01) ∧ ((q1 · qini) > 0)
      qini ← q1
      Bini ← B
    else
      qfini ← q1
      Bfini ← B
  B_resi ← B
B_res

```

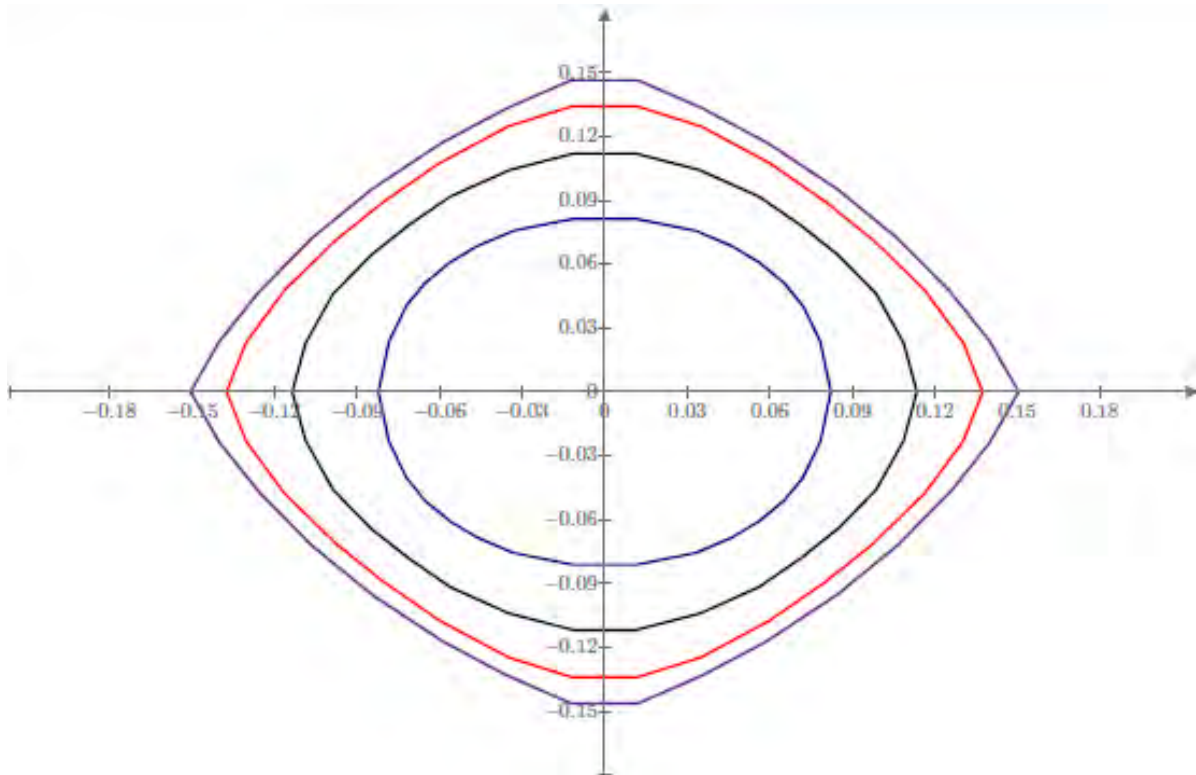
```

Momen_X_Y (Pr, npt) := for i ∈ 1..npt
    B ← iterBiaxial (Pr, npt)
    Y_c ← (Rotacion (npt)_{1,2})_i
    Xn_ ← (Rotacion (npt)_{1,3})_i
    Yn_ ← (Rotacion (npt)_{1,4})_i
    Xsi_ ← (Rotacion (npt)_{1,5})_i
    Ysi_ ← (Rotacion (npt)_{1,6})_i
    Yu ← hallar_Yu (Mx, B_i, Y_c)_{1,1}
    blc ← blcom (Mx, B_i, Yu, Xn_, Yn_)
    Area_blc ← geometria_seccion (rows (blc) - 1, blc^{(1)}, blc^{(2)})_{1,3}
    Ycc ← geometria_seccion (rows (blc) - 1, blc^{(1)}, blc^{(2)})_{1,2}
    Xcc ← geometria_seccion (rows (blc) - 1, blc^{(1)}, blc^{(2)})_{1,1}
    teta ← inc_rad (npt)
    Ycc1 ← -Xcc · sin (teta_i) + Ycc · cos (teta_i)
    Xcc1 ← Xcc · cos (teta_i) + Ycc · sin (teta_i)
    Conc1 ← 0.85 · Fc · Area_blc · Ycc1
    Conc2 ← 0.85 · Fc · Area_blc · Xcc1
    Yp ← centro_Plast (Xsi_, Ysi_)_{1,2}
    Xp ← centro_Plast (Xsi_, Ysi_)_{1,1}
    Mnx_i ← Pr · Yp - Conc1 - ∑_{d=1}^{rows (Varilla)} Asi_d · (FAs (B_i, Yu, npt, i)_{1,2})_d · Ysi_d
    Mny_i ← -Pr · Xp + Conc2 + ∑_{d=1}^{rows (Varilla)} Asi_d · (FAs (B_i, Yu, npt, i)_{1,2})_d · Xsi_d
    [ Mnx Mny ]
    [ 100000 100000 ]

```

$$Mnx_ (P, nts) := \text{augment} \left(Momen_X_Y (P \cdot 10^3, nts)_{1,1}^T, \left(Momen_X_Y (P \cdot 10^3, nts)_{1,1} \right)_1^T \right)$$

$$Mny_ (P, nts) := \text{augment} \left(Momen_X_Y (P \cdot 10^3, nts)_{1,2}^T, \left(Momen_X_Y (P \cdot 10^3, nts)_{1,2} \right)_1^T \right)$$



$$M_{ny}(0, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{ny}(97, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{ny}(194, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{ny}(291, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{nx}(0, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{nx}(97, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{nx}(194, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$

$$M_{nx}(291, 30) \cdot \frac{100000}{55 \cdot 55 \cdot 55 \cdot F_c}$$