

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO**



**Estudio metrológico y determinación de la incertidumbre
del tiempo que tarda una esfera en recorrer una rampa inclinada**

Tesis para Optar el Grado de:

**MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN
EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA**

Presentada por:

José Moreno Tarazona

Asesora:

Dra. María Elena López Herrera

Marzo, 2021

AGRADECIMIENTOS

Me siento muy orgulloso haber egresado de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú y muy agradecido de los Profesores con quien en mi calidad de alumno tuve el honor de compartir en el aula.

Debo expresar de manera muy especial mi profundo agradecimiento a la Doctora María Elena López Herrera por su valioso apoyo en la elaboración de este proyecto de investigación, quien desde el momento de presentarlo me brindó la orientación que me conduzca a la culminación del proyecto.

RESUMEN

El presente trabajo trata de asegurar la calidad en el proceso de medición que realizan los estudiantes en los laboratorios de física como parte del proceso de aprendizaje. Asimismo, trata de enseñar a los estudiantes los conceptos de metrología e incertidumbre y su aplicación en la medición y el tratamiento de los datos obtenidos en los experimentos y la estimación de las incertidumbres. Se busca desarrollar en el estudiante la habilidad de trabajar con instrumentos y aparatos de cierto grado de precisión y tratar de obtener valores muy cercanos al valor verdadero de la cantidad física medida para ello se incluye en el trabajo la utilización de un proceso estadístico determinando el valor más probable o valor promedio, la varianza estadística, la desviación estándar y la incertidumbre aleatoria que conduzca a especificar el intervalo de valores entre los cuales se encuentra la medida del objeto o mensurando.

Asimismo, se incluirá como factores de incertidumbre los correspondientes a la instrumentación y las características de los equipos utilizados en el proceso.

ABSTRACT

The present work tries assuring the quality in the measurement process that the students realize in the physics laboratories as part of the learning process. Is also tries to teach students the concepts of metrology and uncertainty and its application in the measurement of data obtained in the experiments and the estimation of uncertainties. We try to develop in the student the ability to work with instruments and devices of a certain degree of precision and try to obtain values very close to the value of the physical quantity measured for this purpose. The use of a process is included in the work the use of a statistical process determining the most probable value, the statistical variance, the standard deviation and the random uncertainty, that leads to specifying the interval of values between which the measurement of the object are found or measuring. The corresponding uncertainty factors and the characteristics of the equipment used in the process will also be included.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	2
RESUMEN.....	3
ABSTRACT	4
INTRODUCCIÓN	8
HISTORIA DE LA METROLOGIA EN EL PERÚ.....	9
CAPÍTULO I:.....	12
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
1.1 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	12
1.1.1. Problema general.....	12
1.1.2. Problemas Específicos.....	12
1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	12
1.2.1. Objetivo General	12
1.2.2. Objetivos específicos.....	12
1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	12
1.3.1. Justificación Teórica.....	12
1.3.2. Justificación práctica	13
1.3.3. Justificación metodológica	13
1.4. LAS LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN	13
2. MARCO TEÓRICO.....	15
2.1. MEDICIÓN	15
2.1.1. Medición directa.....	15
2.1.2. Medición indirecta.....	15
2.2. METROLOGIA.....	16
2.2.1. Metrología Científica	16
2.2.2. Metrología Industrial.....	17
2.2.3. Metrología Legal	17
2.3. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES.....	17
2.4. PRECISIÓN	19
2.5. MENSURANDO.....	19
2.6. REPETIBILIDAD	19
2.7. TRAZABILIDAD	19

2.8. CALIBRACIÓN.....	20
2.8.1. CALIBRACIÓN DE CRONÓMETROS	20
2.9. ERROR EN LA MEDICIÓN	20
2.10. INCERTIDUMBRE	21
2.10.1. FUENTES DE INCERTIDUMBRE SEGÚN ISO-GUM	21
2.10.2 ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE	22
2.10.2.1 Incertidumbre Tipo A: σ_A	22
2.10.2.2. Incertidumbre Tipo B: σ_B	22
2.10.2.3. Propagación de incertidumbres	22
2.10.2.4. Incertidumbre expandida	22
2.10.3 FACTOR DE COBERTURA Y NIVEL DE CONFIANZA [4].....	23
2.11. CONCEPTOS ESTADÍSTICOS [19].....	23
2.11.1. Variable aleatoria	23
2.11.2. Distribución de Probabilidades.....	23
2.11.3. Distribución Continua	23
2.11.4. Distribución Discreta.....	24
2.12. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE TIPO A: σ_A	24
2.12.1. Valor medio.....	24
2.12.2 Varianza.....	25
2.12.3. Desviación Estándar	25
2.12.4. Incertidumbre tipo σ_A	25
2.13. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE TIPO B: σ_B	26
2.14. INCERTIDUMBRE COMBINADA C: σ_C	26
2.15. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA	26
3. METODOLOGÍA	27
3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	27
3.2. DISEÑO	28
3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA	28
3.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS MEDICIONES.....	28
3.4.1. Objetivo General	28
3.4.2. Objetivos Específicas	28
3.5. VARIABLES, DIMENSIONES E INDICACIONES.....	29
3.6. MATERIALES E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	29

3.7. PROCEDIMIENTO:	29
CAPITULO IV	32
4. MEDICIONES Y CÁLCULOS ESTADÍSTICOS	32
4.1 DATOS EXPERIMENTALES:	32
4.2. CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS	35
4.3. CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE TIPO A	40
4.3.1 CASO RAMPA INCLINADA 15°	40
4.3.2 CASO RAMPA INCLINADA 12°	42
4.3.3 CASO RAMPA INCLINADA 9°	44
4.4. CALCULO DE LA INCERTIDUMBRE TIPO B	46
4.5. CALCULO DE LA INCERTIDUMBRE COMBINADA	46
4.5.1 Caso rampa inclinada 15°	46
4.5.2 Caso rampa inclinada 12°	46
4.5.3 Caso rampa inclinada 9°	46
4.6. CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA σ_E	47
4.6.1 Caso rampa inclinada 15°	47
4.6.2 Caso rampa inclinada 12°	47
4.6.3 Caso rampa inclinada 9°	47
4.7 RESULTADOS FINALES DE LA MEDICIÓN DEL TIEMPO	47
4.7.1 Caso rampa inclinada 15°	47
4.7.2 Caso rampa inclinada 12°	48
4.7.3 Caso rampa inclinada 9°	48
CONCLUSIONES	49
BIBLIOGRAFÍA.....	50
ANEXO.....	52

INTRODUCCIÓN

En la parte experimental de los cursos de física, las universidades peruanas y de muchos otros países no realizan el aseguramiento metrológico ni la estimación de la incertidumbre de las medidas de los resultados experimentales. Es necesario que el estudiante aprenda y comprenda la necesidad de la utilización metrológica para obtener de manera óptima la incertidumbre en las medidas de sus trabajos experimentales con la utilización de instrumentos de medición. El uso adecuado de estos y la estimación de la incertidumbre juegan un papel muy importante. Es necesario que los estudiantes al realizar sus experimentos de los cursos básicos de física, elaboren sus tablas de datos numéricos con las adecuadas unidades en el sistema internacional y realicen los procesos estadísticos de los datos experimentales, el análisis gráfico y la estimación de sus respectivas incertidumbres. Se percibe la existencia de muchos errores en el uso de las unidades de medida en la enseñanza en nuestro sistema educativo, por ejemplo, el uso incorrecto de las unidades y la falta de análisis estadísticos en el tratamiento de datos de las mediciones.

La enseñanza de la metrología y la estimación de la incertidumbre de la medición, cuanto antes, debiese ser parte de los programas educativos en la formación de profesionales en la ciencia, la ingeniería, la medicina y otras disciplinas.

Los físicos realizan frecuentemente gran cantidad de medidas de gran importancia científica y también ejercen docencia formando profesionales de distintas disciplinas, de allí que su importancia es económica y social. Lo que hace indispensable la enseñanza de los conceptos de metrología y aplicaciones para el cálculo de las incertidumbres de las mediciones que estos profesionales realizan y que estas gocen de seguridad y calidad.

Por ello podemos decir que, en la actualidad, es importante medir y si las medidas no se expresan adecuadamente, pueden dar lugar a diferentes interpretaciones y a veces confusiones, por ello es necesario que las medidas se realicen con la calidad que determina el cálculo de la incertidumbre asociado a la medida realizada.

HISTORIA DE LA METROLOGIA EN EL PERÚ

La metrología ha formado parte de la vida de los pueblos desde épocas pasadas. Antes de la creación del Sistema Métrico Decimal, la civilización hacía uso de diversos medios para realizar medidas que los conducían a facilitar intercambios comerciales de todo tipo, incluyendo formas de medir utilizando parte de sus propios cuerpos, las manos, los pies, los brazos, etc. Estas formas de medir generaban serias dificultades que fueron mejorando progresivamente, hasta llegar a acuerdos entre países para adoptar sistemas basados en patrones que sirvan para todas las naciones, como fue el acuerdo para crear el Sistema Métrico Decimal. A continuación, se hará una breve reseña histórica de la Metrología en el Perú.

En el antiguo Perú, en la época Pre- inca e Inca se hicieron trabajos de gran envergadura como caminos, puentes, templos, fortalezas, utensilios, herramientas, armas, etc. para lo cual tuvieron que realizar medidas con instrumentos que, según los cronistas, Huamán Poma de Ayala y otros, si existieron y fueron diferentes unidades de medida para magnitudes como longitud, volumen y capacidad; como la ricra o braza, que define la distancia entre los dedos pulgares del hombre con los brazos extendidos horizontalmente. El cuchuch tupu (codo), que representa la distancia entre el codo hasta el extremo entre los dedos de la mano. El yuku, pequeña longitud entre el dedo índice y el pulgar al máximo de separación. En cuanto a medidas de superficie se utilizaban el tupu (topo), que era la medida del lote de tierra que se le entregaba a un matrimonio sin hijos. La pokcha, fue una medida de capacidad a manera de recipiente que se aproximaba a 30 litros y servía para almacenar granos, aunque para los líquidos se utilizaban cántaros y tinajas (conocidas hasta hoy en día) las que se supone eran elaboradas con sus respectivas medidas [3].

Pasando a la época Republicana, ya contamos con información documentada de cómo se ha aplicado la metrología en el Perú [9], la que se detalla a continuación:

- “El 16 de diciembre de 1862, el Presidente Don Miguel de San Román establece el Sistema Métrico Decimal”.
- El 10 de marzo de 1869, el Presidente Don José Balta dispone que desde el 28 de Julio regirá el Sistema Métrico Decimal, obligando su uso en toda la contabilidad de la República, y

dispone que se envíe por única vez un juego de patrones a todas la Municipalidades de las capitales de los Departamentos y de las Provincias.

- “El 23 de abril de 1869 el Presidente Don José Balta crea una Comisión de Verificación de Patrones de Pesas y Medidas”, integrada por el Cosmógrafo mayor de la República y 2 miembros designados por el ejecutivo. Esta Comisión tuvo la misión de:
 - Establecer las características, dimensiones y tolerancias de los patrones.
 - Hacer las tablas de conversión al Sistema Métrico Decimal
 - Establecer las tarifas de servicios
 - Descripción de Instrumentos de pesas y otros.
 - Establecer el perfil del personal técnico
- El 15 de abril de 1875 el Congreso de la República de Perú aprueba la convención del Metro y su reglamento.
- El 18 de octubre de 1891 el Presidente Remigio Morales Bermúdez crea la Comisión Central de Pesas y Medidas, la que tendrá a su cargo la Oficina Central Conservadora y Depositaria de los prototipos de pesas y medidas que verifiquen los patrones que tengan en uso la Municipalidades. Esta Comisión hará las gestiones para abolir el antiguo Sistema y resolverá sobre la exactitud de las pesas y medidas. Esta Oficina funcionará en la Escuela de Construcciones Civiles y de Minas.
- El 6 de enero de 1983 el Presidente Don Fernando Belaunde Terry, mediante la ley N° 23560 establece el Sistema Legal de Unidades de Medidas del Perú (Sistema Internacional) designando a ITINTEC desarrollar en forma progresiva el Servicio Nacional de Metrología [9]. Esta entidad debe velar por:
 - Mantener los Patrones y realizar las calibraciones
 - Llevar a cabo los Controles Metrológicos
- Entre 1983 y 1992, ITINTEC lleva a cabo los siguientes trabajos:
 - Construcción del Laboratorio Nacional de Metrología.

- Control Metrológico: Balanzas en mercados, surtidores de combustible, medidores de energía eléctrica, medidores de agua, control de instrumentos importados.

- A partir de noviembre de 1993 INDECOPI inicia sus actividades mediante decreto ley N° 25868 [9].
- El 11 de Julio de 2014 mediante la ley N° 30224, el Gobierno de Perú crea el Instituto Nacional de Calidad (INACAL), cuyas competencias son la metrología, normalización y acreditación [21].

CAPÍTULO I:

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1.1. Problema general

¿En qué medida la utilización de los conceptos de metrología e incertidumbre pueden mejorar la estimación en la calidad de las mediciones?

1.1.2. Problemas Específicos

¿En qué medida la utilización de los conceptos de metrología e incertidumbre pueden mejorar los procesos de enseñanza?

1.2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.2.1. Objetivo General

Mejorar la enseñanza de la física experimental utilizando los conceptos de Metrología e Incertidumbre.

1.2.2. Objetivos específicos

Determinar la incertidumbre de las medidas del tiempo obtenidas en forma repetitiva cuando una esfera recorre una longitud de un metro sobre una rampa metálica.

1.3. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.3.1. Justificación Teórica

El presente trabajo nos enseña que la comprensión y el uso de los conceptos de Metrología e Incertidumbre utilizados en los procesos de medición de cantidades físicas nos conducen a la obtención de una medición de calidad.

Este proyecto es un magnífico aporte al desarrollo profesional de los estudiantes, porque fortalecerá su nivel en su desarrollo profesional.

1.3.2. Justificación práctica

El conocimiento de la Metrología y la Incertidumbre nos permite realizar cálculos para determinar la precisión de la medida del objeto o el intervalo entre el cual se encuentra su medida. Asimismo, mediante el presente trabajo se busca aportar al desarrollo tecnológico del mejoramiento en el equipamiento de equipos para los laboratorios de enseñanza y también al desarrollo del país debido que el conocimiento y aplicación de la metrología mejorará la calidad de las mediciones y la competitividad de nuestros productos en el mercado nacional e internacional.

1.3.3. Justificación metodológica

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física experimental se debe aplicar el manejo adecuado de los instrumentos de medida para asegurar la calidad de las mediciones, así como la obtención de su incertidumbre. La metodología del trabajo experimental nos enseña a seguir un proceso sistemático consistente en investigar, realizar, luego acondicionar el ambiente de trabajo donde este se realizará, para luego disponer el montaje de manera ordenada y cuidadosa y finalmente iniciar la toma de datos y procesarlos.

1.4. LAS LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Las limitaciones se presentan según el área de la investigación. En el presente trabajo estas se deben a la falta de bibliografía consistente y, también, a la falta de equipos de alta precisión en los laboratorios de la mayoría de las instituciones educativas universitarias para tomar las medidas con reducido nivel de incertidumbre, así como también al escaso número de profesionales dedicados a esta disciplina. Pero la mayor dificultad se encuentra al trabajar la trazabilidad metrológica ya que esta no requiere de una sola inversión económica, sino también precisa de la compra de equipos patrones, la disposición de infraestructura, recursos humanos especializados, y el desarrollo de métodos de comprobación o calibración; lo que significa un alto costo. Asimismo, con respecto a la formación profesional en las áreas de Ciencias Básicas y de Ingenierías en las Universidades Peruanas, no todas incluyen en sus planes de estudios cursos de metrología, ni cuentan con laboratorios de física, impartiendo estos cursos solo en el aspecto teórico de los mismos y dictados - en muchas de estas

instituciones- por profesionales que no corresponden a la especialidad o que desconocen que la Física es una ciencia básicamente experimental [5].

CAPITULO II:

2. MARCO TEÓRICO

Los términos fundamentales que se consideran en esta parte del trabajo, se basan en el Vocabulario Internacional de Metrología (VIM) [12], que es un documento proveniente del Comité Conjunto de Guías sobre Metrología (JCGM) traducido del inglés “Joint Committee for Guides in Metrology” [13].

2.1. MEDICIÓN

La medición es un valor numérico obtenido experimentalmente como comparación de una magnitud con otra de la misma especie elegida como unidad base (unidad patrón), la misma que debe complementarse con su respectiva unidad de preferencia en el sistema Internacional-SI- porque podemos observar que en gran porcentaje de textos utilizados en la enseñanza en los distintos niveles de las Ciencias Básicas se utilizan unidades que no están consideradas en el sistema internacional.

2.1.1. Medición directa

Es un valor numérico obtenido experimentalmente como comparación con una unidad base de la misma clase, seguida de una unidad de medida. Se obtiene con un instrumento de medición, por ejemplo, cuando se mide el tiempo de la ocurrencia de algún evento utilizando un cronómetro.

2.1.2. Medición indirecta

Es el valor numérico obtenido mediante una fórmula matemática que relaciona medidas directas tomadas en las dimensiones de un mismo objeto, por ejemplo, si se desea medir el volumen de un cubo, se debe multiplicar los valores medidos del largo del ancho y la altura del cubo y de cada una de estas dimensiones obtener sus respectivas incertidumbres, para luego obtener la incertidumbre del volumen.

2.2. METROLOGIA

Es la ciencia que se ocupa del estudio de las medidas de los sistemas de unidades adoptados y de los instrumentos utilizados para realizar las mediciones. La metrología se relaciona en todos los quehaceres de la ciencia y la tecnología con el fin de garantizar la confiabilidad en los procesos de mediciones. Todo se mide, ya sea desde que vamos al supermercado a comprar algún producto, hasta cuando se mide el grado de intensidad de un terremoto o cuando nos medimos la presión arterial o cuando se hacen las mediciones sobre el contenido de una componente en un producto farmacéutico en un laboratorio, por ello podemos afirmar que las mediciones juegan un papel muy importante en la vida de las personas desde todos los tiempos, motivo por el cual se considera a la metrología como la ciencia más antigua de la humanidad y en la actualidad es fundamental el conocimiento de su aplicación en las actividades económicas, sociales, tecnológicas y, para los profesionales de las áreas científicas y docentes en la determinación de las propiedades físicas de los objetos materiales como sus longitudes, masa, tiempo, etc. Asimismo, debemos considerar que las mediciones tienen una importancia fundamental en los gobiernos, las empresas y la población en general, porque facilitan los procesos de transacciones comerciales y mejoran la calidad de vida de la población.

Desde tiempos pasados el intercambio comercial entre las personas ha tratado de utilizar mecanismos para medir, aun utilizando partes de su propio cuerpo como los dedos, la mano el codo, el pie, el paso, etc.

Con el paso del tiempo, con el avance científico, tecnológico y el logro de importantes avances en la construcción de ferrocarriles, templos, edificios, relojes, termómetros, en estudios de astronomía, y en la medida del tiempo, se afirma con mayor impacto la ciencia metrológica, para ponerlas al servicio de científicos e ingenieros. Es así como se llega a establecer el Sistema Internacional de Unidades.

La metrología según su campo de aplicación se clasifica en Metrología Científica, Metrología Industrial y Metrología legal [8].

2.2.1. Metrología Científica

Investiga el desarrollo de unidades de medición, instrumentos, métodos y nueva tecnología; con el objeto de mejorar la exactitud en las medidas y, también, trata de encontrar nuevos patrones que representen mejor las unidades del sistema internacional de unidades -SI- como

es el caso del metro patrón que actualmente su unidad se relaciona con la rapidez con la que viaja la luz en el vacío.

2.2.2. Metrología Industrial

Utilizada por la industria y el comercio como soporte de sus sistemas de calidad metrológica con el fin de competir en la elaboración de sus productos, conforme lo requiere la industria y el comercio. Su aporte se da en los procesos de producción, en la salud, transportes y comunicaciones. En este campo de la metrología se realizan ajustes que son necesarios en los instrumentos de medición, para que sus indicaciones sean precisas y en el momento de utilizarlos las medidas que se obtengan sean de buena calidad.

2.2.3. Metrología Legal

Es la que ejerce el control de calidad de los bienes y servicios que son ofrecidos al consumidor por parte de los fabricantes, para que las medidas indicadas en las etiquetas de sus productos no adolezcan de inexactitud; así como también, el control de pesas, balanzas o cualquier instrumento que se utilice para medir los productos que se expendan al consumidor. En el Perú, el Instituto Nacional de Calidad (INACAL) es el organismo encargado que asegura la elaboración de normas Metrológicas Peruanas sobre instrumentos de medición empleados en transacciones comerciales, salud y seguridad, a fin de darles mayor garantía a los usuarios.

2.3. SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Este sistema por convención tiene por objetivo garantizar la uniformidad y equivalencia en las mediciones a nivel internacional. Antes fue el Sistema Métrico Decimal firmado por 17 países en Paris-Francia en 1875 y otorgaba autoridad entre otras organizaciones a la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (BIPM-Paris). El Sistema internacional de Unidades está formado por siete unidades base, cuyas magnitudes son: Longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura, cantidad de materia e intensidad luminosa cuyas unidades respectivamente son: El metro, el kilogramo, el segundo, el Ampere, El Kelvin, la mol y la candela. A partir de estas siete unidades base se definen las demás unidades que son las llamadas unidades derivadas relacionadas con las magnitudes: velocidad, aceleración, fuerza, presión, energía, trabajo, momento, etc. Lo importante del sistema

internacional (SI) es que sus unidades se basan en fenómenos físicos [6].

La metrología también ha experimentado cambios profundos con el avance de la Ciencia y la Tecnología. Se ha refinado los conceptos de las magnitudes básicas, los que a continuación describo:

UNIDADES BÁSICAS

- UNIDAD DE LONGITUD. Actualmente se define el metro como: “La longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío en un lapso de tiempo de $1/299\,792\,458$ de segundo (17va CGPM)” [17].
- UNIDAD DE MASA. En noviembre del 2018 los 60 estados miembros de la Conferencia General sobre Pesas y Medidas votaron por unanimidad, redefinir el valor del kilogramo cuya medida se basaba en un prototipo material susceptible a cambios, para que, a partir del 20 de mayo del 2019, la definición del kilogramo se basara en una constante física inmutable llamada “constante de Planck” que describe los paquetes de energía emitidos como radiación [15].
- UNIDAD DE TIEMPO. El segundo se define como “La duración de $9\,192\,631\,770$ periodos de la radiación que corresponde a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133” (13va CGPM-1967) [17]
- UNIDAD DE CORRIENTE ELECTRICA. El Ampere, a partir del 2019 tiene una nueva definición basada en el valor de la carga eléctrica fundamental (e) [15].
- UNIDAD DE TEMPERATURA TERMODINÁMICA. El Kelvin a partir del 2019 tiene una nueva definición basada en el valor de la “constante de Boltzmann” [18].
- UNIDAD DE INTENSIDAD LUMINOSA. La candela se define como “La intensidad luminosa que emite una radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz y cuya intensidad energética en esa misma dirección es $1/683$ watt por estereorradián” (16va CGPM-1979) [17].
- UNIDAD DE CANTIDAD DE SUSTANCIA. La mol a partir de 2019 (CGPM-2018) tiene una nueva definición basada en la “constante de Avogadro” [15].

2.4. PRECISIÓN

Es la dispersión del conjunto de valores obtenidos de mediciones repetidas de una magnitud. Cuanto menor es la dispersión mayor es la precisión. Los empresarios, industriales, científicos y educadores que cuenten con instalaciones, industriales, instrumentos de medición y laboratorios, deben realizar mantenimiento y calibración frecuente para que sus equipos e instrumentos de medición tengan mayor confiabilidad, uso continuo y mayor duración. En consecuencia, el proceso de calibración se realiza mediante una cadena ininterrumpida y documentada de comparaciones hasta llegar al patrón primario, proceso llamado trazabilidad, cuyo objetivo es verificar el buen funcionamiento de los equipos de acuerdo a los requisitos establecidos por las normas de calidad y garantizar la fiabilidad y trazabilidad de las medidas [7].

2.5. MENSURANDO

Es el objeto, cuerpo o sustancia que debe ser medido y cuya magnitud debe expresarse cuantitativamente mediante un número y una referencia (unidad de medida) [8].

2.6. REPETIBILIDAD

Son las observaciones o mediciones repetidas de un mismo mensurando, de cuyos valores obtenidos se espera una determinada concordancia, siempre que estas se realicen bajo similares condiciones como por ejemplo en un tiempo corto, el mismo instrumento de medición, la misma posición, el mismo experimentador, el mismo procedimiento, las mismas condiciones iniciales, etc. [10].

2.7. TRAZABILIDAD

Es un proceso donde la indicación de un equipo de medición puede ser comparado en una o más etapas con el patrón para la medición del mensurando, donde cada una de estas etapas pueden relacionarse con una referencia mediante una cadena ininterrumpida y documentada de calibraciones donde cada una de las cuales contribuye al cálculo de la incertidumbre de la medida [12].

2.8. CALIBRACIÓN

La calibración de instrumentos de medición es una técnica cuyo objetivo es garantizar la incertidumbre que puede obtenerse con el instrumento de medición y observar si los resultados obtenidos con un instrumento son confiables. Los periodos en los que los instrumentos de medición deben ser sometidos a calibración pueden variar en función del tipo de equipo, la marca, el costo de ellos, entre otros factores; pero se considera que el periodo aproximado es un año. La calibración de sus instrumentos de medición deben hacerla todos los laboratorios de las diferentes especialidades porque sería muy lamentable que, por ejemplo, un producto farmacéutico que tiene una serie de componentes experimentará errores por no estar adecuadamente calibrados. Los equipos o instrumentos de medición tienden a disminuir su precisión por distintos factores como la contaminación del medio ambiente, humedad, mala instalación, golpes por caídas o por malos manejos [14].

2.8.1. CALIBRACIÓN DE CRONÓMETROS

En Perú, el laboratorio de tiempo y frecuencia de la Dirección Metrológica (DM) del INACAL tiene las funciones de establecer, mantener y mejorar los patrones de tiempo y frecuencia nacionales. Asimismo, da servicios de calibración de cronómetros y relojes. INACAL en convenio con la dirección de telemática de la Marina de Guerra del Perú a través de Patrones nacionales de tiempo aseguran la transmisión de la hora oficial del Perú. El patrón Internacional de tiempo y frecuencia es la escala universal administrada por la Oficina de Pesas y Medidas (BIPM) con sede en Francia [11].

2.9. ERROR EN LA MEDICIÓN

Son las imprecisiones en la medida de una magnitud. Este depende del instrumento de medición. El error de la medida puede considerarse como la mitad de la lectura mínima en la escala del instrumento de medición. A la diferencia entre el valor obtenido o valor experimental y el valor verdadero se le llama exactitud [1].

2.10. INCERTIDUMBRE

Todo mensurando tiene una medida exacta en el espacio y también toda ocurrencia sucede en un tiempo exacto en el tiempo, pero estos valores no se pueden obtener en un proceso de medición ya que toda medición obtenida adolece de una incertidumbre, porque al repetir muchas veces la medición utilizando las mismas condiciones un número de veces estos expresaran ligeras diferencias, lo que nos conduce a seguir un proceso estadístico aleatorio para obtener un pequeño valor llamado incertidumbre, en torno al promedio que nos indique que la medida obtenida se encuentra en un intervalo de valores. La incertidumbre en la medición puede tener muchas fuentes como, por ejemplo: los instrumentos mal calibrados, los problemas personales del experimentador, procedimientos utilizados. Los factores a considerar para el cálculo de la incertidumbre también van a depender de la exactitud de la medición, así, por ejemplo, para exactitudes micrométricas pueden ser necesarios considerar la temperatura, la presión, etc., pero para mediciones con exactitudes milimétricas no es necesario considerar a estos como factores de incertidumbre [2]. En suma, se puede afirmar que:

- No es posible hacer mediciones absolutamente exactas
- Toda medición tiene un margen de duda
- Cuando el margen de duda es pequeño, la incertidumbre es pequeña, pero cuando el margen de duda es grande la incertidumbre es grande
- La calidad de la medición queda determinada cuando el cálculo de la incertidumbre está cuidadosamente elaborado.

2.10.1. FUENTES DE INCERTIDUMBRE SEGÚN ISO-GUM [4]

- Definición incompleta del mensurando
- Realización imperfecta de la definición del mensurando
- Muestreo no representativo
- Desconocimiento de los efectos de las condiciones ambientales o imperfecta medición de ellos.
- Paralaje en los instrumentos analógicos
- Inexactitud de las constantes u otros parámetros obtenidos de fuentes externas

- Variaciones en las observaciones repetidas del mensurando bajo condiciones aparentemente iguales.

2.10.2 ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

La incertidumbre estándar (u) se define como la incertidumbre del resultado de medición expresado como una desviación estándar, la misma que se clasifica de acuerdo al método que se usa para su evaluación y de acuerdo a los documentos guías fundamentales como “Guide to expression of uncertainty in measurement” 1995 ISO – GUM [1]. Cuya versión para Perú es “Guía para la expresión de la incertidumbre de la medición” 2001 INDECOPI [20]:

2.10.2.1 Incertidumbre Tipo A: σ_A

Se obtiene mediante el análisis estadístico de una serie de observaciones o una serie de datos obtenidos en una serie de mediciones.

2.10.2.2. Incertidumbre Tipo B: σ_B

Se obtiene por métodos diferentes al análisis estadístico de una serie de observaciones. Al contrario de las incertidumbres de tipo σ_A , esta puede observarse a partir de las informaciones pre-existentes diversas, relacionadas principalmente con los instrumentos de medición.

2.10.2.3. Propagación de incertidumbres

Es la que se obtiene de mediciones indirectas por ejemplo para obtener la incertidumbre de un volumen se debe seguir un proceso estadístico para el largo, el ancho y la altura; y luego aplicar la fórmula correspondiente al cálculo de la incertidumbre de un volumen.

2.10.2.4. Incertidumbre expandida

Es una magnitud que se necesita determinar en muchas aplicaciones como de la incertidumbre alrededor del resultado de la medición, la misma que se espera abarque una fracción lo suficientemente grande de la distribución de valores que se pueda atribuir al mensurando y que defina un nivel de confianza alto.

2.10.3 FACTOR DE COBERTURA Y NIVEL DE CONFIANZA [4]

La incertidumbre estándar σ_c representa un intervalo centrado en el mejor estimado del mensurando que contiene el valor verdadero con una probabilidad p aproximadamente del 68%, bajo la suposición de que los posibles valores del mensurando siguen una distribución normal. Una probabilidad mayor se obtiene expandiendo el intervalo de incertidumbre por un factor k llamado factor de cobertura. El resultado se llama incertidumbre expandida σ_E , donde $\sigma_E = k\sigma_c$.

La incertidumbre expandida σ_E indica un intervalo que representa una fracción p de los valores que puede probablemente tomar el mensurando, donde el valor de p es el nivel de confianza que puede ser elegido según convenga, por ejemplo, en una distribución normal y los grados de libertad son grandes se puede en muchos casos asumir $k = 2$ corresponde a $p = 95\%$ y que $k = 3$ corresponde a $p = 99\%$. σ_c es razonablemente pequeño y los grados efectivos de libertad son altos, por ejemplo, mayores a 10, se puede asumir que la distribución de σ_c es casi normal, bajo estas condiciones se puede considerar que para $k = 2$, se tiene un nivel de confianza aproximadamente de 95% y con $k = 3$ un nivel de confianza de aproximadamente de 99 %.

2.11. CONCEPTOS ESTADÍSTICOS [19]

2.11.1. Variable aleatoria

Una variable aleatoria es aquella que puede tener cualquiera de los valores de un conjunto de valores especificados. Si los valores son continuos la variable aleatoria se denomina variable aleatoria continua. Si los valores son discretos, la variable aleatoria se denomina variable aleatoria discreta.

2.11.2. Distribución de Probabilidades

La teoría sobre la distribución de probabilidades de una variable aleatoria es una (f) función que asigna a cada valor que tome la variable aleatoria la probabilidad que dicho suceso ocurra.

2.11.3. Distribución Continua

Describe las probabilidades de los posibles valores de una variable aleatoria continua. Una variable aleatoria continua es una variable aleatoria con un conjunto de valores posibles en un

rango que es infinito o incontables. La probabilidad de las variables aleatorias continuas como el área bajo la curva de un gráfico de campana por el cual solo el rango de valores puede tener una probabilidad diferente de cero donde toda el área bajo la curva tiene el valor uno.

2.11.4. Distribución Discreta

Una distribución discreta describe la probabilidad de ocurrencia de cada valor de una variable aleatoria discreta. Una variable discreta tiene valores continuos que se pueden contar cada valor posible de la variable aleatoria discreta puede asociarse con una probabilidad distinta de cero. Su representación puede ser una gráfica de barras conocida como gráfica de distribución de Poisson.

2.12. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE TIPO A: σ_A

Al realizar una serie de mediciones de un mensurando con idénticos procedimientos donde se obtienen valores ligeramente diferentes, se puede afirmar que ninguno de esos es mejor que el otro, lo que nos lleva a utilizar un proceso estadístico para determinar la incertidumbre. Supongamos que las medidas tomadas al mensurando sean: $q_1, q_2, q_3, \dots, q_i, \dots, q_n$. Como ninguno de estos valores es mejor que el otro tenemos que calcular el valor más probable o valor medio, que se obtiene como la suma de todos los valores medidos dividido entre el número de veces que se ha medido, luego determinar la varianza estadística, la desviación estándar, la incertidumbre tipo σ_A y la incertidumbre tipo σ_B [4], como a continuación se indica:

2.12.1. Valor medio

$$\bar{q} = \sum_1^n \frac{q_i}{n} \quad (1)$$

$$\bar{q} = (q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_i + \dots + q_n) / n$$

Donde:

\bar{q} : es el valor medio

n: es el número de mediciones

2.12.2 Varianza

La varianza de las n mediciones del mensurando son las observaciones individuales debido a variaciones aleatorias. La varianza experimental de las observaciones se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\sigma^2(q_i) = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (q_i - \bar{q})^2 \quad (2)$$

Donde:

σ^2 : es la varianza

2.12.3. Desviación Estándar

Es la raíz cuadrada de la varianza con las mismas dimensiones que el mensurando. La desviación estándar nos permite localizar los valores de una distribución de frecuencias respecto al valor promedio.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_1^n (q - q_i)^2} \quad (3)$$

2.12.4. Incertidumbre tipo σ_A

Esta se calcula considerando la desviación estándar, así:

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\sqrt{\frac{1}{n-1}} \sqrt{\sum_1^n (q - q_i)^2} \right) \quad (4)$$

2.13. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE TIPO B: σ_B

Aquí debe evaluarse la contribución a la incertidumbre utilizando la resolución del equipo de medición. Para el caso del presente trabajo se trata de un cronómetro cuya resolución es $r = 0,01$ s, la indeterminación de los valores medidos se encuentra entre $\pm r/2$, con igual probabilidad en todo este rango y considerando la mitad de este valor como 0,005 debido a que la distribución es rectangular la evaluación de la incertidumbre tipo B es [4]:

$$\sigma_B = \frac{\text{resolución}}{2\sqrt{3}} = \frac{r}{2\sqrt{3}} \quad (5)$$

2.14. INCERTIDUMBRE COMBINADA C: σ_C

Se obtiene como la raíz cuadrada de la suma en cuadratura de la incertidumbre tipo A y la incertidumbre tipo B.

$$\sigma_C = \sqrt{(\sigma_A)^2 + (\sigma_B)^2} \quad (6)$$

2.15. EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA

Se obtiene de multiplicar la incertidumbre estándar que comprende la incertidumbre Tipo A y la incertidumbre tipo B y la incertidumbre combinada por un factor k llamado factor de cobertura.

Cuando el número de datos es grande se puede considerar 95 % como nivel de confianza, y $k = 2$, de manera que:

$$\sigma_e = k\sigma_C \quad (7)$$

CAPITULO III:

3. METODOLOGÍA

En este trabajo de tesis, se medirá “*el tiempo que demora una esfera metálica en recorrer a través de una rampa metálica de aluminio inclinada un ángulo menor o igual a 15⁰, una distancia de un metro*”. No se consideran ángulos mayores a 15⁰ porque la componente mayor de la aceleración debido a la gravedad aumenta la aceleración de la esfera, haciendo que las medidas sean tomadas con mayor dificultad debido al tránsito acelerado de paso por las marcas puestas en la rampa y el acto de presionar el cronómetro. Se repite el experimento para ángulos de 15°, 12° y 9° con el fin de investigar si las condiciones iniciales podían influir en el valor de la incertidumbre. Se pueden considerar como variables de entrada las posibilidades de micro-deformaciones de la rampa por efectos de la temperatura y por el contacto de ésta debido al rodamiento de la esfera sobre ella, aunque, para el presente trabajo y debido a la precisión del instrumento de medición no se consideran estos efectos de la variación de temperatura en el tiempo que dura la toma de medidas y tampoco el contacto, en cambio sí deberán ser consideradas en experimentos que se deseen realizar con cronómetros con una resolución mayor a 0,01s que es la resolución del cronómetro usado en estos experimentos. En esta investigación de medidas repetitivas, el modelo matemático debe incluir las propiedades físicas de todos los instrumentos utilizados y se expresará en la forma:

$$t = t(t_1, t_2, t_3, \dots, t_i, \dots, t_n)$$

Donde t es la medida del tiempo y $(t_1, t_2, t_3, \dots, t_i, \dots, t_n)$ son las magnitudes de entrada.

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es experimental. Esta consiste en el uso de técnicas para desarrollar prácticas experimentales de laboratorio; y son de gran importancia, como método, para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Física.

3.2. DISEÑO

La elaboración del presente trabajo de investigación se basa en el diseño de un experimento, que consiste en la construcción o montaje de los equipos para tomar datos de las mediciones directas repetidas, del tiempo que tarda una bola metálica esférica de acero de 2cm de diámetro en recorrer una rampa de aluminio acanalada; con el fin de que la esfera se desplace en línea recta evitando así los micro zigzagueos. La rampa utilizada tiene una longitud de 1m de largo inclinada 15° , 12° y 9° respectivamente, teniendo extremo cuidado en que las condiciones iniciales; o sea, el punto de partida y llegada sean las mismas para cada medición que se realizó, así como que las condiciones del instrumento de medición sean buenas. La idea de seleccionar una esfera pequeña fue para evitar que una de mayor tamaño y del mismo material tuviese un peso mayor y que en su recorrido tendiera a causar ligeras deformaciones a la rampa metálica, que influya en el proceso de medición. En estos experimentos la resistencia del aire se considera despreciable, considerando la forma del objeto.

3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

Se tomaron 96 datos de las 96 repeticiones de experimento.

3.4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS MEDICIONES

3.4.1. Objetivo General

- Utilizar los conocimientos estadísticos para analizar las mediciones aleatorias de eventos físicos.

3.4.2. Objetivos Específicas

- Utilizar correctamente un cronómetro digital de alta precisión para medir el tiempo que demora una esfera pequeña en recorrer la rampa inclinada.
- Construir una tabla de datos de las mediciones repetidas del tiempo.
- Calcular el promedio, la desviación estándar y las incertidumbres Tipo A, tipo B
- Calcular la incertidumbre expandida.

3.5. VARIABLES, DIMENSIONES E INDICACIONES

El tiempo que será medido en cada repetición del experimento.

3.6. MATERIALES E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para el presente trabajo de investigación se utilizó el siguiente material.

- 01 Cronómetro digital con resolución de 0,01s y una tolerancia específica del fabricante del porcentaje (%). Marca CASIO STOPWATCH HS-3
- 01 rampa metálica de aluminio acanalada
- 01 esfera de acero de 2cm de diámetro
- 01 transportador de plástico
- 01 soporte de hierro para la rampa
- 01 calibrador marca vernier, precisión de 1/20 mm
- 01 mesa de trabajo

3.7. PROCEDIMIENTO:

Se procedió a instalar el equipo, alineando la rampa sujeta a un soporte en uno de sus extremos, mientras que el otro extremo descansaba en el nivel del tablero de la mesa de trabajo (ver figuras N° 1, N° 2 y N° 3). Se orientó la rampa a 15^0 con la línea horizontal, haciendo uso de un transportador, luego se procedió a trazar dos marcas sobre la rampa, una de ellas indicando el inicio del recorrido y la otra marcando el final del recorrido. Con la ayuda de un asistente que se encargó de registrar las medidas obtenidas del tiempo se procedió a fijar la esfera en el punto de partida. Al dejar en libertad la esfera se procedió de manera simultánea a activar el cronómetro el mismo que fue desactivado al llegar la esfera a la marca final para luego proceder a tomar la lectura respectiva del tiempo transcurrido. Este procedimiento se repitió 96 veces dejando transcurrir 30 segundos entre cada medición, tiempo utilizado para registrar el valor obtenido en la medición y observar que la disposición del equipo no haya alteración alguna. El hecho de tomar una muestra o universo grande se debe a que cuanto mayor es el número de repeticiones de las medidas el proceso de medición será

de mejor calidad y la incertidumbre tiende a ser menor, los datos obtenidos de este proceso se encuentran en las tablas N°1, N°2 y N°3.



Figura N°1. Se observan los materiales utilizados en este trabajo.



Figura N°2. Se observa las condiciones iniciales de cada medida.



Figura N°3. La toma de datos de tiempo de cada medición se hace al final del recorrido de la esfera sobre la rampa inclinada.

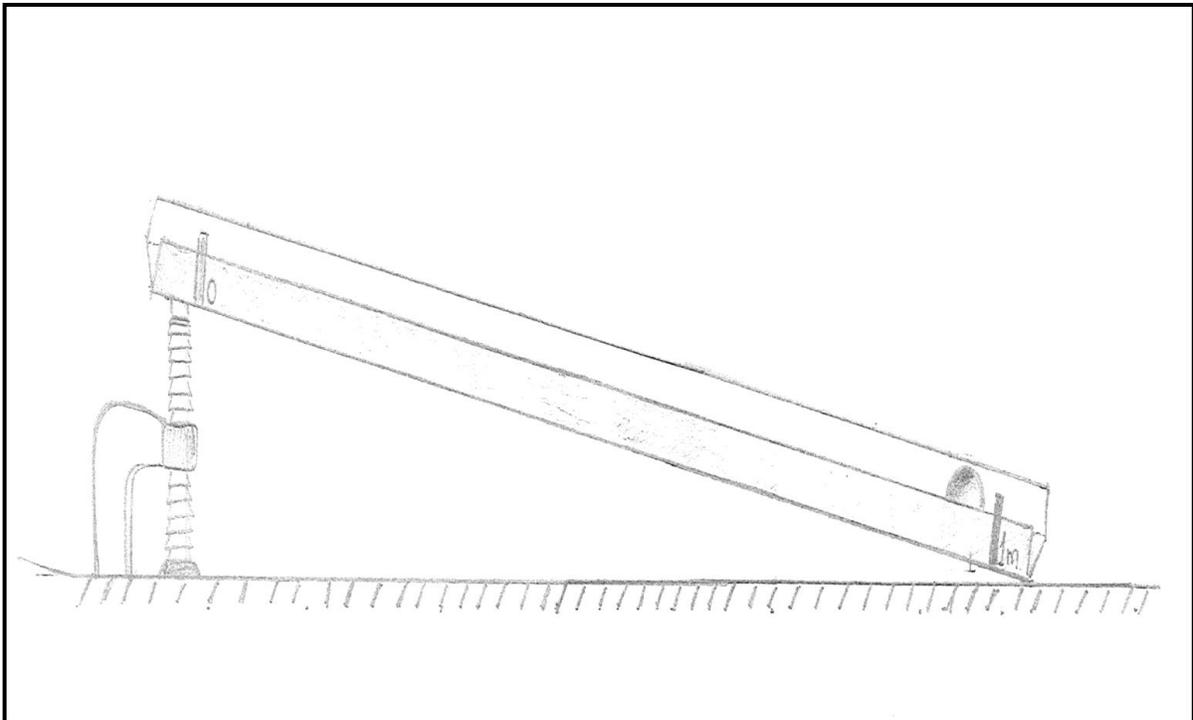


Figura N°4. Esquema del sistema usado en este estudio

CAPITULO IV

4. MEDICIONES Y CÁLCULOS ESTADÍSTICOS

4.1 DATOS EXPERIMENTALES:

Se presentan los resultados de las mediciones realizadas con la rampa inclinada 15° , 12° y 9° en las tablas N°1, 2 y 3, cada tabla muestra las 96 medidas del tiempo que demora la esfera en recorrer la rampa de 1m, los tiempos son obtenidos con un cronómetro de resolución: $r = 0,01s$

Tabla N°1: Caso 1, rampa inclinada 15°

N°	t (s)						
1	4.81	25	4.82	49	4.83	73	4.63
2	4.83	26	4.72	50	4.84	74	4.59
3	4.82	27	4.91	51	4.61	75	4.99
4	5.02	28	4.89	52	4.74	76	4.77
5	4.94	29	4.92	53	4.85	77	4.62
6	4.62	30	4.82	54	5.00	78	4.96
7	4.71	31	4.84	55	4.82	79	4.55
8	4.68	32	4.80	56	4.73	80	4.72
9	4.88	33	5.05	57	4.68	81	4.84
10	5.06	34	4.99	58	4.87	82	4.73
11	5.02	35	4.70	59	4.99	83	4.64
12	4.90	36	5.07	60	4.78	84	4.84
13	4.62	37	4.67	61	4.97	85	4.55
14	4.67	38	5.08	62	4.72	86	4.70
15	4.87	39	4.94	63	4.76	87	4.60
16	5.02	40	4.75	64	4.82	88	4.64
17	4.94	41	4.88	65	4.68	89	4.75
18	4.61	42	4.70	66	4.79	90	4.59
19	4.80	43	4.84	67	4.76	91	4.68
20	4.80	44	4.55	68	4.82	92	4.76
21	4.82	45	5.07	69	4.87	93	4.68
22	4.68	46	4.82	70	4.70	94	4.68
23	4.62	47	4.88	71	4.72	95	4.80
24	4.78	48	4.87	72	4.68	96	4.74

El experimento se repitió por dos veces más variando los ángulos de inclinación de la rampa a 12° y luego a 9° con el fin de verificar que si dependiendo de la inclinación los factores de incertidumbre también tienden a variar.

Tabla N°2: Caso 2, rampa inclinada 12°

N°	t (s)						
1	6.52	25	6.39	49	6.57	73	6.46
2	6.44	26	6.39	50	6.64	74	6.22
3	6.48	27	6.28	51	6.54	75	6.52
4	6.60	28	6.50	52	6.40	76	6.25
5	6.53	29	6.29	53	6.37	77	6.27
6	6.51	30	6.33	54	6.28	78	6.24
7	6.25	31	6.28	55	6.46	79	6.30
8	6.28	32	6.35	56	6.21	80	6.20
9	6.38	33	6.33	57	6.52	81	6.30
10	6.60	34	6.22	58	6.27	82	6.24
11	6.26	35	6.38	59	6.41	83	6.24
12	6.36	36	6.33	60	6.50	84	6.24
13	6.30	37	6.52	61	6.34	85	6.30
14	6.38	38	6.28	62	6.42	86	6.24
15	6.34	39	6.56	63	6.33	87	6.23
16	6.38	40	6.26	64	6.44	88	6.42
17	6.36	41	6.28	65	6.23	89	6.37
18	6.44	42	6.31	66	6.23	90	6.28
19	6.32	43	6.44	67	6.34	91	6.38
20	6.38	44	6.43	68	6.38	92	6.36
21	6.40	45	6.25	69	6.44	93	6.20
22	6.28	46	6.34	70	6.22	94	6.28
23	6.31	47	6.41	71	6.23	95	6.23
24	6.34	48	6.18	72	6.26	96	6.38

Tabla N°3: Caso 3, rampa inclinada 9°

N°	t (s)						
1	6.82	25	6.62	49	6.82	73	6.64
2	6.76	26	6.87	50	6.59	74	6.62
3	6.59	27	7.00	51	6.70	75	6.62
4	6.61	28	6.83	52	6.68	76	6.68
5	6.60	29	6.73	53	6.79	77	6.72
6	6.50	30	6.84	54	6.62	78	6.62
7	6.94	31	6.59	55	6.67	79	6.49
8	7.02	32	6.81	56	6.53	80	6.65
9	6.78	33	7.01	57	6.60	81	6.52
10	6.92	34	6.71	58	7.02	82	6.79
11	6.63	35	6.70	59	6.64	83	6.75
12	6.66	36	6.98	60	6.63	84	6.75
13	6.40	37	6.63	61	6.56	85	6.67
14	6.69	38	6.70	62	6.75	86	6.71
15	6.82	39	6.90	63	6.52	87	6.82
16	6.60	40	6.76	64	6.52	88	6.60
17	6.66	41	7.01	65	6.72	89	6.60
18	7.01	42	7.00	66	6.71	90	6.61
19	7.00	43	6.59	67	6.87	91	6.49
20	6.70	44	6.89	68	6.61	92	6.58
21	6.63	45	6.80	69	6.83	93	6.48
22	6.86	46	6.56	70	6.66	94	6.60
23	6.96	47	7.01	71	6.88	95	6.68
24	6.76	48	6.91	72	6.73	96	6.77

Se ha considerado ángulos pequeños en los tres experimentos debido a que para ángulos más grandes los niveles de incertidumbre tienden a ser más elevados debido a la celeridad con que corre la esfera por efectos de la gravedad, lo que determina la pérdida de buen control por parte del experimentador a menos que se utilice sensores para medir el tiempo.

4.2. CÁLCULO DE LAS FRECUENCIAS

La frecuencia absoluta f_a representa el número de veces que se repite una determinada medida de tiempo dentro de las N medidas de tiempo.

La frecuencia relativa f_r se calcula a partir de la frecuencia absoluta f_a correspondiente usando la expresión: $\frac{f_a}{N}$ donde N = 96 medidas de tiempo.

La sumatoria de las frecuencias relativas debe ser igual a **1**.

La acumulación de frecuencias f_{ac} es la sumatoria de las frecuencias absolutas, la acumulación final debe ser igual al número total de mediciones, en este caso 96.

Utilizando los datos de las tablas N°1, 2 y 3, se procedió a realizar un estudio de las propiedades estadísticas de los datos de tiempo, haciendo un ordenamiento de estos en forma ascendente, valores que fueron colocados en la primera columna de las tablas N° 4, 5 y 6 respectivamente. Los datos de las tablas son expresados hasta el segundo decimal de acuerdo a la precisión del cronometro utilizado cuya resolución es $r = 0.01s$.

En la segunda columna de cada tabla se colocan las frecuencias absolutas f_a de los datos idénticos.

En la tercera columna se escriben las frecuencias relativas f_r .

En la cuarta columna se escribió la frecuencia acumulada f_{ac} .

Con los datos de la tabla N°1 que corresponden a los tiempos de las mediciones con la rampa inclinada 15°, se elabora la tabla N°4. Esta contiene las medidas de tiempo ordenadas de menor a mayor y se obtienen las frecuencias absolutas f_a , la frecuencia relativa f_r y la acumulación de frecuencias f_{ac} que corresponde.

Tabla N°4: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 15°.

t (s)	f_a	f_r	f_{ac}	t (s)	f_a	f_r	f_{ac}
4.59	2	0.02	2	4.82	8	0.08	63
4.60	1	0.01	3	4.83	2	0.02	65
4.61	2	0.02	5	4.84	5	0.05	70
4.62	4	0.04	9	4.85	1	0.01	71
4.63	2	0.02	11	4.87	4	0.04	75
4.64	2	0.02	13	4.88	3	0.03	78
4.67	2	0.02	15	4.89	1	0.01	79
4.68	8	0.08	23	4.9	1	0.01	80
4.70	4	0.04	27	4.92	2	0.02	82
4.71	2	0.02	29	4.94	3	0.03	85
4.72	4	0.04	33	4.96	1	0.01	86
4.73	2	0.02	35	4.97	1	0.01	87
4.74	2	0.02	37	5.00	1	0.01	88
4.75	5	0.05	42	5.02	3	0.03	91
4.76	3	0.03	45	5.05	1	0.01	92
4.77	2	0.02	47	5.06	1	0.01	93
4.78	2	0.02	49	5.07	2	0.02	95
4.80	4	0.04	53	5.08	1	0.01	96
4.81	2	0.02	55				
	Σ	0.57			Σ	0.43	Σ = 1

Con los datos de la tabla N°2 que corresponden a los tiempos de las mediciones con la rampa inclinada 12°, se elabora la tabla N°5. Esta contiene las medidas de tiempo ordenadas de menor a mayor y se obtienen las frecuencias absolutas f_a , la frecuencia relativa f_r y la acumulación de frecuencias f_{ac} que corresponde.

Tabla N°5: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 12° .

t (s)	f_a	f_r	f_{ac}	t (s)	f_a	f_r	f_{ac}
6.18	1	0.01	1	6.38	8	0.08	65
6.20	2	0.02	3	6.39	2	0.02	67
6.21	1	0.01	4	6.40	2	0.02	69
6.22	3	0.03	7	6.41	2	0.02	71
6.23	5	0.05	12	6.42	2	0.02	73
6.24	5	0.05	17	6.43	1	0.01	74
6.25	3	0.03	20	6.44	5	0.05	79
6.26	3	0.03	23	6.46	2	0.02	81
6.27	2	0.02	25	6.48	1	0.01	82
6.28	9	0.09	34	6.50	2	0.02	84
6.29	1	0.01	35	6.51	1	0.01	85
6.30	4	0.04	39	6.52	4	0.04	89
6.31	2	0.02	41	6.53	1	0.01	90
6.32	1	0.01	42	6.54	1	0.01	91
6.33	4	0.04	46	6.56	1	0.01	92
6.34	5	0.05	51	6.57	1	0.01	93
6.35	1	0.01	52	6.6	2	0.02	95
6.36	3	0.03	55	6.64	1	0.01	96
6.37	2	0.02	57				
	Σ	0.59			Σ	0.41	$\Sigma = 1$

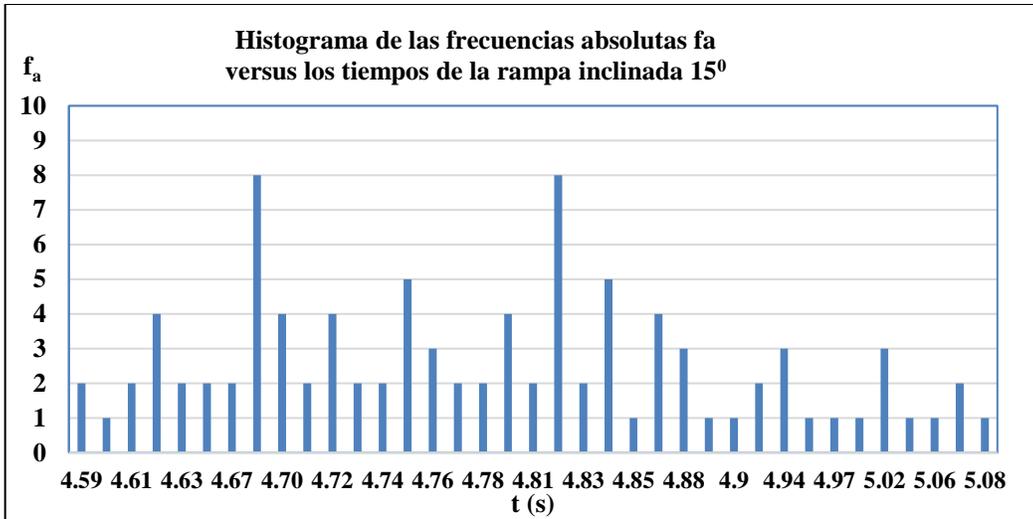
Con los datos de la tabla N°3 que corresponden a los tiempos de las mediciones con la rampa inclinada 9° , se elabora la tabla N°6. Esta contiene las medidas de tiempo ordenadas de menor a mayor y se obtienen las frecuencias absolutas f_a , la frecuencia relativa f_r y la acumulación de frecuencias f_{ac} que corresponde.

Tabla N°6: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 9° .

t (s)	f_a	f_r	f_{ac}	t (s)	f_a	f_r	f_{ac}
6.40	1	0.01	1	6.75	3	0.03	60
6.48	1	0.01	2	6.76	3	0.03	63
6.49	2	0.02	4	6.77	1	0.01	64
6.50	1	0.01	5	6.78	1	0.01	65
6.52	3	0.03	8	6.79	2	0.02	67
6.53	1	0.01	9	6.80	1	0.01	68
6.56	2	0.02	11	6.81	1	0.01	69
6.58	1	0.01	12	6.82	4	0.04	73
6.59	4	0.04	16	6.83	2	0.02	75
6.60	6	0.06	22	6.84	1	0.01	76
6.61	3	0.03	25	6.86	1	0.01	77
6.62	5	0.05	30	6.87	2	0.02	79
6.63	4	0.04	34	6.88	1	0.01	80
6.64	2	0.02	36	6.89	1	0.01	81
6.65	1	0.01	37	6.90	1	0.01	82
6.66	3	0.03	40	6.91	1	0.01	83
6.67	2	0.02	42	6.92	1	0.01	84
6.68	3	0.03	45	6.94	1	0.01	85
6.69	1	0.01	46	6.96	1	0.01	86
6.70	4	0.04	50	6.98	1	0.01	87
6.71	3	0.03	53	7.00	3	0.03	90
6.72	2	0.02	55	7.01	4	0.04	94
6.73	2	0.02	57	7.02	2	0.02	96
	Σ	0.59			Σ	0.41	$\Sigma = 1$

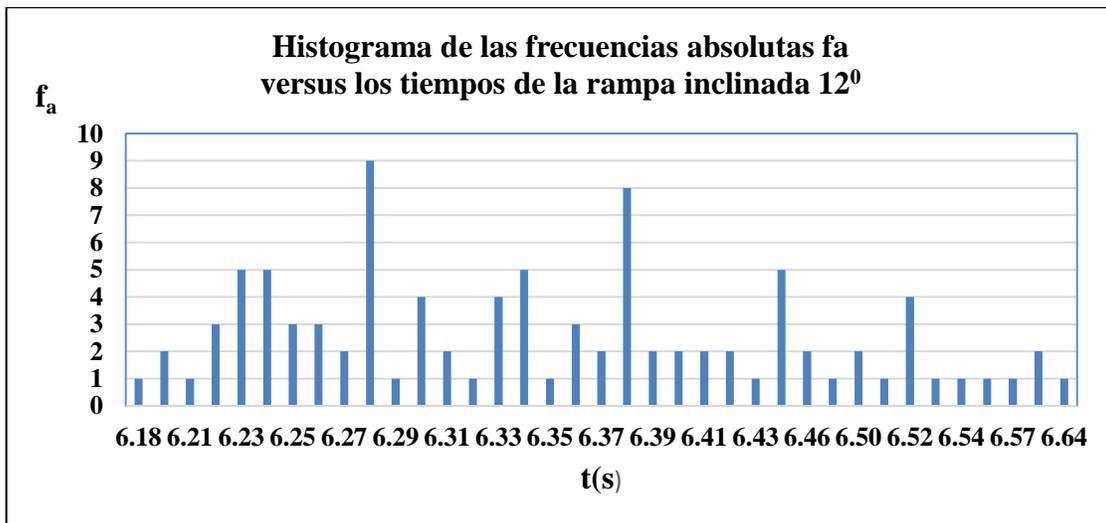
A continuación, se muestra un diagrama o histograma de las frecuencias absolutas de los datos de cada muestra, donde la frecuencia absoluta f_a representa las veces que se repite cada medida de tiempo t (s), nos muestra un mejor panorama de la distribución de los datos repetitivos de cada muestra tomada.

Una imagen vale más que mil palabras, en este caso el histograma permite visualizar rápidamente la variabilidad de las frecuencias que se han producido durante la toma de datos. Los histogramas son recomendables cuando se tiene una gran cantidad de datos.



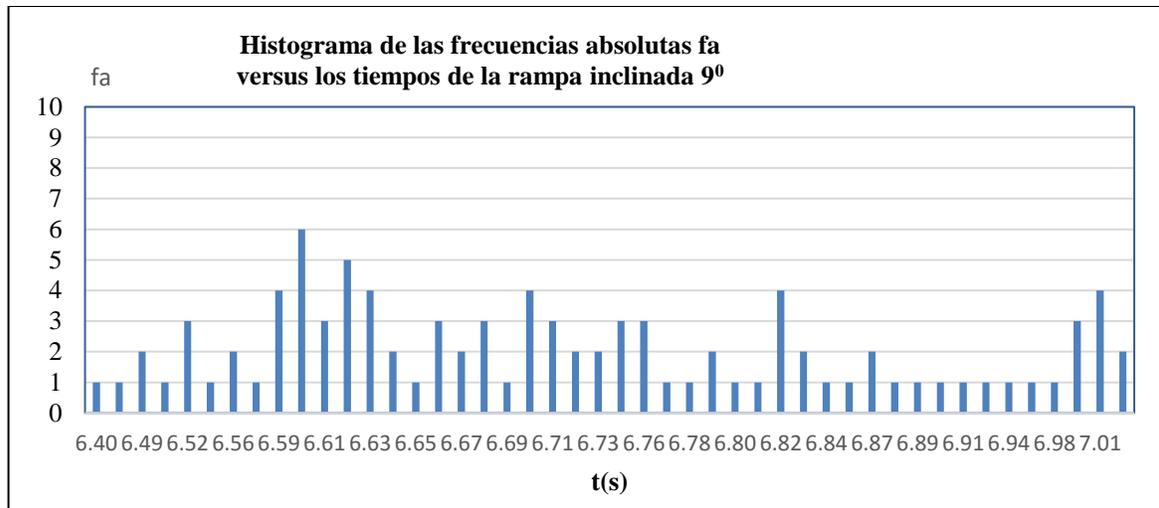
Gráfica N°1: Histograma de frecuencias absolutas f_a versus los tiempos mostrados en la tabla N°4.

En la Grafica N°1 se observa que las medidas que se repiten con mayor frecuencia son 4.68s y 4.82s, las demás están por debajo de esas frecuencias.



Gráfica N°2: Histograma de frecuencias absolutas f_a versus los tiempos mostrados en la tabla N°5.

En la Grafica N°2 se observa que las medidas que se repiten con mayor frecuencia son 6.28s y 6.38s, las demás están por debajo de esas frecuencias.



Gráfica N°3: Histograma de frecuencias absolutas f_a versus los tiempos mostrados en la tabla N°6.

En la Grafica N°3 se observa que las medidas que se repiten con mayor frecuencia son 6.60s, 6.62s y 6.82s, las demás están por debajo de esas frecuencias.

4.3. CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE TIPO A

Utilizando los datos de los tiempos de las tablas N°1, 2y 3 se procede a efectuar los cálculos estadísticos para determinar la evaluación de la incertidumbre tipo A en cada caso.

4.3.1 CASO RAMPA INCLINADA 15°

VALOR MEDIO:

Remplazamos los datos de tiempo de la tabla N°1 en la ecuación (1), se obtiene:

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{96} \frac{t_i}{N} = \frac{460.18}{96} = 4.79s \quad (8)$$

VARIANZA

Utilizando la ecuación (2) se calcula la varianza estadística de los datos de la tabla N°1:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{96} (\bar{t} - t_i)^2 \quad (9)$$

Tabla N°7: Contiene las cuadraturas de los datos en la tabla 1.

N°	$(4.79 - t_i)^2$						
1	0.00	25	0.00	49	0.00	73	0.03
2	0.00	26	0.00	50	0.00	74	0.04
3	0.00	27	0.01	51	0.03	75	0.04
4	0.05	28	0.01	52	0.00	76	0.00
5	0.02	29	0.02	53	0.00	77	0.03
6	0.03	30	0.00	54	0.04	78	0.03
7	0.01	31	0.00	55	0.00	79	0.06
8	0.01	32	0.00	56	0.00	80	0.00
9	0.01	33	0.07	57	0.01	81	0.00
10	0.07	34	0.04	58	0.01	82	0.00
11	0.05	35	0.01	59	0.04	83	0.02
12	0.01	36	0.08	60	0.00	84	0.00
13	0.03	37	0.01	61	0.03	85	0.06
14	0.01	38	0.08	62	0.00	86	0.01
15	0.01	39	0.02	63	0.00	87	0.04
16	0.05	40	0.00	64	0.00	88	0.02
17	0.02	41	0.01	65	0.01	89	0.00
18	0.03	42	0.01	66	0.00	90	0.04
19	0.00	43	0.00	67	0.00	91	0.01
20	0.00	44	0.06	68	0.00	92	0.00
21	0.00	45	0.08	69	0.01	93	0.01
22	0.01	46	0.00	70	0.01	94	0.01
23	0.03	47	0.01	71	0.00	95	0.00
24	0.00	48	0.01	72	0.01	96	0.00

Reemplazando la sumatoria de estos valores $\sum_1^{96} (4.79 - t_i)^2 = 1.71$ en la ecuación (9), obtenemos la varianza estadística:

$$\sigma^2 = \frac{1}{96-1} \sum_1^{96} (4.79 - t_i)^2 \quad (10)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{95} (1.71)$$

$$\sigma^2 = 0.02 \quad (11)$$

DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Se obtiene de la raíz cuadrada de la varianza estadística, como indica la ecuación (2)

$$\sigma = \sqrt{0.02} \quad (12)$$

$$\sigma = 0.13s \quad (13)$$

INCERTIDUMBRE TIPO A

Se calcula aplicando la desviación estándar en la ecuación (4)

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{96}} \left(\sqrt{\frac{1}{95} \sum_1^{96} (4.79 - t_i)^2} \right) \quad (14)$$

Desarrollando la ecuación (14) para cada valor de t_i se obtiene el valor indicado en la expresión (15), que corresponde al valor de la incertidumbre del tipo A.

$$\sigma_A = 0.01s \quad (15)$$

4.3.2 CASO RAMPA INCLINADA 12°

VALOR MEDIO:

Remplazamos los datos de tiempo de la tabla N°2 en la ecuación (1), se obtiene:

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{96} \frac{t_i}{N} = \frac{609.95}{96} = 6.35s \quad (16)$$

VARIANZA

Utilizando la ecuación (2) se calcula la varianza estadística de los datos de la tabla N°2:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_1^{96} (\bar{t} - t_i)^2 \quad (17)$$

Tabla N°8: Contiene las cuadraturas de los datos en la tabla 2.

N°	$(6.35 - t_i)^2$						
1	0.03	25	0.00	49	0.05	73	0.01
2	0.01	26	0.00	50	0.08	74	0.02
3	0.02	27	0.00	51	0.04	75	0.03
4	0.06	28	0.02	52	0.00	76	0.01
5	0.03	29	0.00	53	0.00	77	0.01
6	0.03	30	0.00	54	0.00	78	0.01
7	0.01	31	0.00	55	0.01	79	0.00
8	0.00	32	0.00	56	0.02	80	0.02
9	0.00	33	0.00	57	0.03	81	0.00
10	0.06	34	0.02	58	0.01	82	0.01
11	0.01	35	0.00	59	0.00	83	0.01
12	0.00	36	0.00	60	0.02	84	0.01
13	0.00	37	0.03	61	0.00	85	0.00
14	0.00	38	0.00	62	0.00	86	0.01
15	0.00	39	0.04	63	0.00	87	0.01
16	0.00	40	0.01	64	0.01	88	0.00
17	0.00	41	0.00	65	0.01	89	0.00
18	0.01	42	0.00	66	0.01	90	0.00
19	0.00	43	0.01	67	0.00	91	0.00
20	0.00	44	0.01	68	0.00	92	0.00
21	0.00	45	0.01	69	0.01	93	0.02
22	0.00	46	0.00	70	0.02	94	0.00
23	0.00	47	0.00	71	0.01	95	0.01
24	0.00	48	0.03	72	0.01	96	0.00

Reemplazando la sumatoria de estos valores $\sum_1^{96} (6.35 - t_i)^2 = 1.09$ en la expresión (17), obtenemos la varianza estadística:

$$\sigma^2 = \frac{1}{96-1} \sum_1^{96} (6.35 - t_i)^2 \quad (18)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{95} (1.09)$$

$$\sigma^2 = 0.01 \quad (19)$$

DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Se obtiene de la raíz cuadrada de la varianza estadística, como indica la ecuación (2)

$$\sigma = \sqrt{0.01} \quad (20)$$

$$\sigma = 0.11s \quad (21)$$

INCERTIDUMBRE TIPO A

Se calcula aplicando la desviación estándar en la ecuación (4)

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{96}} \left(\sqrt{\frac{1}{95} \sum_{i=1}^{96} (6.35 - t_i)^2} \right) \quad (22)$$

Desarrollando la ecuación (22) para cada valor de t_i se obtiene el valor indicado en la expresión (23), que corresponde al valor de la incertidumbre del tipo A.

$$\sigma_A = 0.01s \quad (23)$$

4.3.3 CASO RAMPA INCLINADA 9°

VALOR MEDIO:

Remplazamos los datos de tiempo de la tabla N°3 en la ecuación (1), se obtiene:

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{96} \frac{t_i}{N} = \frac{645.48}{96} = 6.72s \quad (24)$$

VARIANZA

Utilizando la ecuación (2) se calcula la varianza estadística de los datos de la tabla N°3:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{96} (\bar{t} - t_i)^2 \quad (25)$$

Reemplazando la sumatoria de estos valores $\sum_{i=1}^{96} (6.72 - t_i)^2 = 3.84$ en la expresión (25), obtenemos la varianza estadística:

$$\sigma^2 = \frac{1}{96-1} \sum_{i=1}^{96} (6.72 - t_i)^2 \quad (26)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{95} (3.84)$$

$$\sigma^2 = 0.04 \quad (27)$$

DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Se obtiene de la raíz cuadrada de la varianza estadística, como indica la ecuación (2)

$$\sigma = \sqrt{0.04} \quad (28)$$

$$\sigma = 0.20s \quad (29)$$

INCERTIDUMBRE TIPO A

Se calcula aplicando la desviación estándar en la ecuación (4)

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{96}} \left(\sqrt{\frac{1}{95} \sum_1^{96} (6.72 - t_i)^2} \right) \quad (30)$$

Desarrollando la expresión (30) para cada valor de t_i se obtiene el valor indicado en la expresión (31), que corresponde al valor de la incertidumbre del tipo A.

$$\sigma_A = 0.02s \quad (31)$$

Tabla N°9: Contiene las cuadraturas de los datos en la tabla 3.

N°	$(6.72 - t_i)^2$						
1	0.05	25	0.00	49	0.05	73	0.00
2	0.03	26	0.08	50	0.00	74	0.00
3	0.00	27	0.17	51	0.01	75	0.00
4	0.00	28	0.06	52	0.01	76	0.01
5	0.00	29	0.02	53	0.04	77	0.02
6	0.01	30	0.06	54	0.00	78	0.00
7	0.12	31	0.00	55	0.01	79	0.01
8	0.18	32	0.05	56	0.00	80	0.00
9	0.04	33	0.18	57	0.00	81	0.00
10	0.11	34	0.01	58	0.18	82	0.04
11	0.00	35	0.01	59	0.00	83	0.03
12	0.00	36	0.15	60	0.00	84	0.03
13	0.04	37	0.00	61	0.00	85	0.01
14	0.01	38	0.01	62	0.03	86	0.01
15	0.05	39	0.10	63	0.00	87	0.05
16	0.00	40	0.03	64	0.00	88	0.00
17	0.00	41	0.18	65	0.02	89	0.00
18	0.18	42	0.17	66	0.01	90	0.00
19	0.17	43	0.00	67	0.08	91	0.01
20	0.01	44	0.09	68	0.00	92	0.00
21	0.00	45	0.04	69	0.06	93	0.01
22	0.07	46	0.00	70	0.00	94	0.00
23	0.14	47	0.18	71	0.08	95	0.01
24	0.03	48	0.10	72	0.02	96	0.03

4.4. CALCULO DE LA INCERTIDUMBRE TIPO B

Utilizando la ecuación (5), obtenemos:

$$\sigma_B = \frac{0.01}{2\sqrt{3}} = 0,00s \quad (32)$$

Esta incertidumbre tipo B es igual para los tres casos de rampa inclinada 15°, 12° y 9° pues las medidas se hicieron con el mismo cronómetro con $r = 0.01$

4.5. CALCULO DE LA INCERTIDUMBRE COMBINADA

Utilizando las incertidumbres A y B en la forma: $\sigma^2_C = \sigma^2_A + \sigma^2_B$, nos conduce a la incertidumbre combinada:

4.5.1 Caso rampa inclinada 15°

$$\sigma_C = \sqrt{(0.01)^2 + (0.00)^2}$$

$$\sigma_C = 0.01s \quad (33)$$

4.5.2 Caso rampa inclinada 12°

$$\sigma_C = \sqrt{(0.01)^2 + (0.00)^2}$$

$$\sigma_C = 0.01s \quad (34)$$

4.5.3 Caso rampa inclinada 9°

$$\sigma_C = \sqrt{(0.02)^2 + (0.00)^2}$$

$$\sigma_C = 0.02s \quad (35)$$

4.6. CÁLCULO DE LA INCERTIDUMBRE EXPANDIDA σ_E

Se obtiene aplicando la ecuación (6)

$$\sigma_E = k\sigma_C$$

4.6.1 Caso rampa inclinada 15°

$$\sigma_E = 2 (0.01) = 0.02s \quad (36)$$

4.6.2 Caso rampa inclinada 12°

$$\sigma_E = 2 (0.01) = 0.02s \quad (37)$$

4.6.3 Caso rampa inclinada 9°

$$\sigma_E = 2 (0.02) = 0.04s \quad (38)$$

4.7 RESULTADOS FINALES DE LA MEDICIÓN DEL TIEMPO

$$t = \bar{t} \pm \sigma_E \quad (39)$$

La expresión (39) representa el resultado del proceso de medición obtenido, el cual indica, como me había referido antes que no es posible obtener una medida exacta de algún evento u objeto, sino que la medida se encuentra dentro de un intervalo de valores. En esta parte del trabajo, la medida del tiempo del recorrido del objeto referido se encuentra en el intervalo:

$$t: (\bar{t} - \sigma_E; \bar{t} + \sigma_E)$$

4.7.1 Caso rampa inclinada 15°

Sustituyendo los valores de las expresiones (8) y (36) en la expresión (39), se obtiene:

$$t = (4.79 \pm 0.02)s \quad (40)$$

4.7.2 Caso rampa inclinada 12°

Sustituyendo los valores de las expresiones (16) y (37) en la expresión (39), se obtiene:

$$t = (6.35 \pm 0.02)s \quad (41)$$

4.7.3 Caso rampa inclinada 9°

Sustituyendo los valores de las expresiones (24) y (38) en la expresión (39), se obtiene:

$$t = (6.72 \pm 0.04)s \quad (42)$$

4.8 RESUMEN DE LAS MEDICIONES:

Experimento N°	Ángulo de inclinación de la rampa	$t = (\bar{t} \pm \sigma_E)s$
1	15°	$t = (4.79 \pm 0.02)s$
2	12°	$t = (6.35 \pm 0.02)s$
3	9°	$t = (6.72 \pm 0.04)s$

CONCLUSIONES

Se concluye lo siguiente:

- Se verifica que todo proceso de medición presenta una incertidumbre, lo que indica que no existe una medida exacta obtenida en un proceso de medición.
- Según la resolución del instrumento de medición existen factores que conducen al nivel de incertidumbre.
- El valor de la incertidumbre siempre es diferente de cero.
- En este trabajo se demuestra que el ángulo de inclinación de la rampa por donde rueda la esfera es un factor que influye en la toma de datos y por lo tanto en la incertidumbre.
- Es importante para determinar la incertidumbre la experiencia del experimentador que realiza las mediciones.
- Ha sido importante la validación de la metodología propuesta en este trabajo, haciendo que un grupo de estudiantes universitarios la pongan en práctica, quienes han obtenido buenos resultados como se muestra en el Anexo.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Burns, J.E.; Campion, P.J.; Williams, A. (1973). Error and uncertainty. *Metrologia*, 9, 101-102.
- [2] CEM (2000). Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida. Centro Español de Metrología. Madrid. <https://www.cem.es/sites/default/files/gum20digital1202010.pdf>
- [3] CH'INQU - PERU 2022: <https://peru2022-pe.blogspot.com/2017/09/chinqu.html>
- [4] Estimación de la incertidumbre. GUIA GUM. Revista Española de metrología. Diciembre 2012. Mar Pérez Hernández. Centro español de Metrología. https://www.uv.es/meliajl/Docencia/WebComplementarios/GuiaGUM_e_medida.pdf.
- [5] Importancia de la metrología como ciencias de la medición en la ingeniería y ramas afines. Edwin Guillen. 20-10-2016. https://www.usmp.edu.pe/vision2017/pdf/materiales/Importancia_de_la_Metrologia.pdf
- [6] Mediciones. Luis Llamosa R, Carlos Holguín. Universidad Tecnológica de Pereira. https://www.researchgate.net/publication/314915474_Metrologia_y_Calidad_en_el_Laboratorio_de_Fisica_para_Estudiantes_de_Ingenieria. DOI: 10.18687/LACCEI2015.1.1.025
- [7] Metrología abreviada. Traducción de metrology-in short, 3ra edición, julio 2008. 2da. Edición en Español.
- [8] Metrología. Clasificación de la metrología. Artículo publicado por INACAL: <https://www.inacal.gob.pe/principal/categoria/preguntas-frecuentes-metrologia->
- [9] Metrología en Perú. INDECOPI. <https://bvirtual.indecopi.gob.pe/ponenc/2014/3.JoseDajes.pdf>
- [10] NVMISMA Revista de la Sociedad Iberoamericana de Estudios Numismáticos. http://www.siaen.org/documents/10901/11639/1965_77.pdf/12808ab9-181a-44fb-8b00-0e7046319cff
- [11] ¿Qué es la hora Oficial del Perú? Artículo publicado por INACAL. Internet
- [12] Vocabulario internacional de metrología (VIM) 3RA edición 2008. <https://tupunatron.com/media/DOC-VIM.pdf>
- [13] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM) - BIPM <https://www.bipm.org/en/committees/jc/jcgm/>
- [14] Evaluación de datos de medición Guía para la expresión de la incertidumbre de medida

<https://www.cem.es/sites/default/files/vim-cem-2012web.pdf>

[15] CEM (Centro Español de Metrología) <https://www.cem.es/actualidad/la-conferencia-general-de-pesas-y-medidas-aprueba-por-unanimidad-una-amplia-revisi%C3%B3n-del->

[16] CEM (Centro Español de Metrología)
https://www.cem.es/cem/metrologia/glosario_de_terminos?term_node_tid_depth_1=18

[17] CENAM-México (Centro Nacional de Metrología). <http://www.cenam.mx/siu.aspx>

[18] “La nueva definición del kelvin y su futura implementación”. CEM. 2018
<https://www.e-medida.es/numero-13/numero-13-la-nueva-definicion-del-kelvin-y-su-futura-implementación/>

[19] Conferencia ULPG (Universidad de las Palmas de Gran canaria-España)
<http://estadistica-dma.ulpgc.es/estadFCM/pdf/guiaDocente/tema2.pdf>

[20] IV Simposio de Metrología. Edwin Guillén. (2013).

https://www.inacal.gob.pe/inacal/files/metrologia/EVENTOS/SIMPOSIOS/2013/Edwin_Guillen-Incet.pdf

[21] Diario el Peruano del 11/07/2014.

https://www.mef.gob.pe/contenidos/servicios_web/conectamef/pdf/normas_legales_2012/NL20140711.pdf

[22] BIMP (Bureau International des Poids et Mesures)
https://www.bipm.org/fr/measurement-units/history-si/name_kg.html

ANEXO

Con el fin de dar validez al proyecto de investigación, cuyo propósito es aplicarlo en los experimentos de Física en un laboratorio, se presenta en el anexo al trabajo, la puesta en práctica sobre “Medidas del tiempo que tarda una bolilla de acero en recorrer una rampa inclinada de longitud 1m”, realizada por un grupo de estudiantes universitarios de las carreras de Ingeniería como tarea de laboratorio.

Integrantes:

Nombres y apellidos	Especialidad	Código USMP
Renato Cortez Cortez	Ingeniería de Sistemas	72759114
Miguel Zavala Bravo	Ingeniería Civil	41141909
Roy Mauricio Siancas Ramos	Ingeniería Civil	72639532
Frankc Córdova Estela	Ingeniería Civil	74319266
Violeta Munaya Sáenz	Ingeniería Industrial	74143980

TAREA: “Cálculo de la incertidumbre de las medidas repetitivas del tiempo de recorrido de una esfera metálica a lo largo una rampa de 1m de longitud”

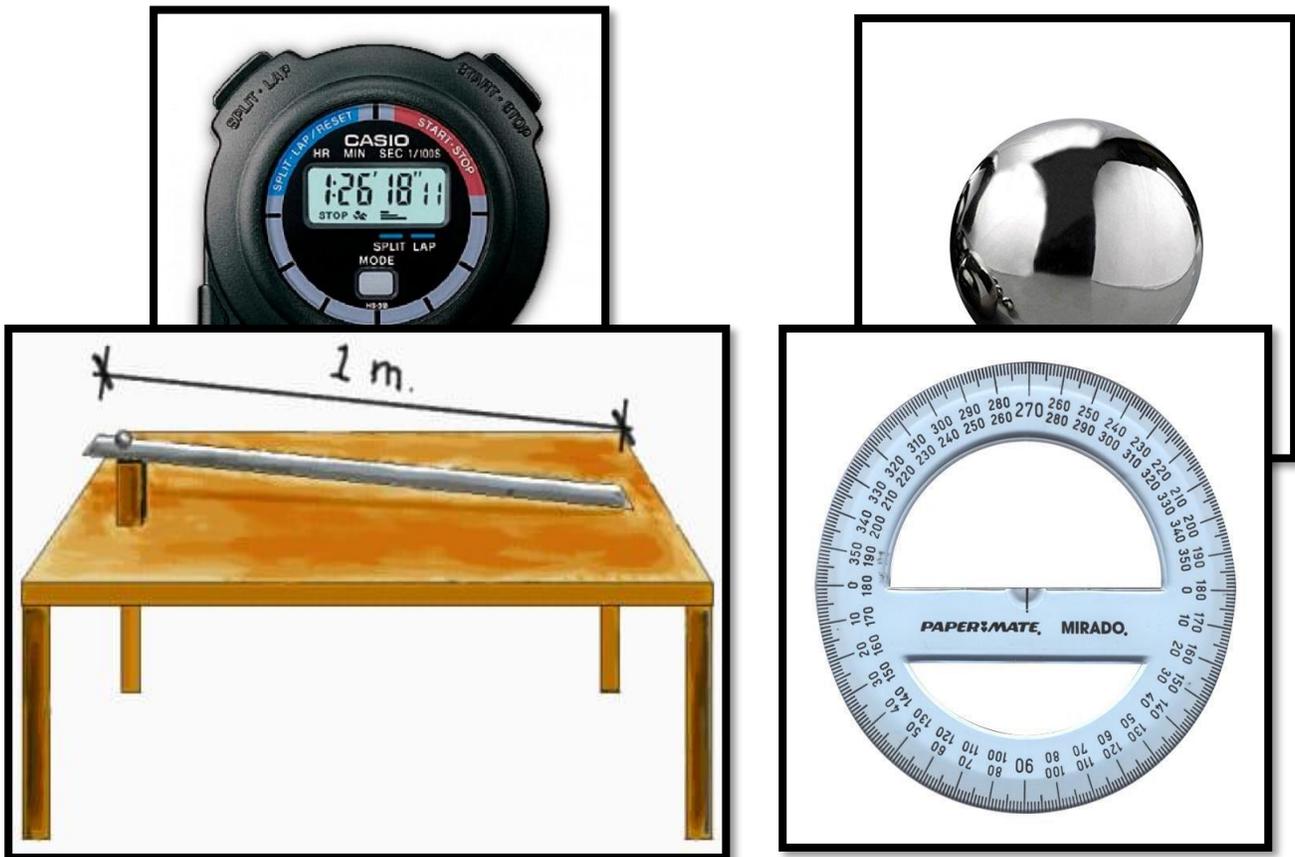
Objetivos:

- **Objetivo general:**
Determinar la incertidumbre de un proceso de medición.
- **Objetivo Específico:**
Determinar la incertidumbre de la medida del tiempo de recorrido de una esfera de acero que rueda por una rampa de longitud 1m.

Materiales utilizados:

- Cronometro digital de resolución 0.01s.
- 1 rampa metálica de aluminio.
- 1 esfera de acero de 2cm de diámetro.
- Transportador.
- Soporte de fierro para la rampa.

- Mesa de trabajo



Teoría:

Incertidumbre expandida:

Para evaluar la incertidumbre expandida, es necesario seleccionar el factor de cobertura k . Para el nivel de confianza del 95%, $k = 2$.

Incertidumbre tipo A:

Se utiliza cuando se han realizado N observaciones independientes de una de las magnitudes de entrada, bajo las mismas condiciones de medida.

Cuando una medida se repite en las mismas condiciones, puede observarse una dispersión o fluctuación, siempre que el procedimiento de medida disponga de la resolución suficiente.

Valor medio:

El promedio de una muestra o el valor medio de un conjunto de mediciones está dado por la suma de datos: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, \dots, x_n$, dividido entre el número de medidas, como se observa en la expresión A₁:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N)}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

(A₁)

Varianza:

La varianza S es una medida de dispersión que representa la variabilidad de una serie de datos respecto a su media. Se calcula mediante la expresión A₂

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}$$

(A₂)

Desviación Estándar $\sigma = S$:

La desviación estándar es la medida de dispersión que indica qué tan dispersos están los datos con respecto a la media. El símbolo σ (sigma) se utiliza frecuentemente para representar la desviación estándar de una población, o también S. La desviación estándar se puede utilizar para establecer un valor de referencia para estimar la variación general de un proceso.

$$\sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

(A₃)

Evaluación de la incertidumbre tipo σ_A :

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

(A4)

Evaluación de la Incertidumbre tipo σ_B :

Resolución del reloj: $r = 0.01$ s

$$\sigma_B = \frac{\text{Resolución}}{2\sqrt{3}} = \frac{r}{2\sqrt{3}}$$

(A5)

Evaluación de la incertidumbre expandida UC:

k: factor de cobertura

k = 2

$$\sigma_C = \sqrt{(\sigma_A)^2 + (\sigma_B)^2}$$

(A6)

$$\sigma_E = k\sigma_C$$

(A7)

RESULTADOS DE LA TAREA

Experimento 1: Rampa inclinada 6°

Tabla A1: Datos del tiempo que demora la esfera en recorrer la rampa inclinada 6°

N°	t (s)	N°	t (s)	N°	t (s)	N°	t (s)
1	5.91	26	5.98	51	6.30	76	6.12
2	5.76	27	6.14	52	6.89	77	6.40
3	5.89	28	5.82	53	6.30	78	5.96
4	5.78	29	6.37	54	6.06	79	5.98
5	5.80	30	5.98	55	5.96	80	6.04
6	5.82	31	6.02	56	6.37	81	6.20
7	5.83	32	6.23	57	6.42	82	6.60
8	5.80	33	6.12	58	6.04	83	6.24
9	5.79	34	6.24	59	6.24	84	6.06
10	5.84	35	5.90	60	5.94	85	5.87
11	6.06	36	6.14	61	6.14	86	6.00
12	6.09	37	6.35	62	6.38	87	5.91
13	5.80	38	5.98	63	6.06	88	6.34
14	5.92	39	6.41	64	6.14	89	6.40
15	6.30	40	6.38	65	6.15	90	6.17
16	5.81	41	5.93	66	6.05	91	6.18
17	5.87	42	6.01	67	6.41	92	5.93
18	6.05	43	6.10	68	6.56	93	5.84
19	5.76	44	6.09	69	6.12	94	6.20
20	5.92	45	6.18	70	5.80	95	6.12
21	5.93	46	6.19	71	5.45	96	6.27
22	5.90	47	6.53	72	6.06	97	6.09
23	5.84	48	5.95	73	6.20	98	6.16
24	5.93	49	6.00	74	6.34	99	6.01
25	5.86	50	6.10	75	6.25	100	6.10

Valor medio del tiempo:

Se hace el cálculo del valor medio del tiempo para el caso de rampa inclinada 6° usando los datos de la tabla A1.

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{100} \frac{t_i}{N} = \frac{608.22}{100} = 6.08s$$

Cálculos de las frecuencias estadísticas para el caso de rampa inclinada 6°:

Los resultados de las frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 6° se presentan en la tabla A2.

Tabla N°A2: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 6°.

t (s)	f _a	f _r	f _{ac}	t (s)	f _a	f _r	f _{ac}
5.45	1	0.01	1	6.09	3	0.03	56
5.76	2	0.02	3	6.10	3	0.03	59
5.78	1	0.01	4	6.12	4	0.04	63
5.79	1	0.01	5	6.14	4	0.04	67
5.80	4	0.04	9	6.15	1	0.01	68
5.81	1	0.01	10	6.16	1	0.01	69
5.82	2	0.02	12	6.17	1	0.01	70
5.83	1	0.01	13	6.18	1	0.01	71
5.84	3	0.03	16	6.19	1	0.01	72
5.86	1	0.01	17	6.20	3	0.03	75
5.87	2	0.02	19	6.23	1	0.01	76
5.89	1	0.01	20	6.24	3	0.03	79
5.90	2	0.02	22	6.25	1	0.01	80
5.91	2	0.02	24	6.27	1	0.01	81
5.92	2	0.02	26	6.30	3	0.03	84
5.93	4	0.04	30	6.34	2	0.02	86
5.94	1	0.01	31	6.35	1	0.01	87
5.95	1	0.01	32	6.37	2	0.02	89
5.96	2	0.02	34	6.38	2	0.02	91
5.98	4	0.04	38	6.40	2	0.02	93
6.00	2	0.02	40	6.41	2	0.02	95
6.01	2	0.02	42	6.42	1	0.01	96
6.02	2	0.02	44	6.53	1	0.01	97
6.04	2	0.02	46	6.56	1	0.01	98
6.05	2	0.02	48	6.60	1	0.01	99
6.06	5	0.05	53	6.89	1	0.01	100

Cálculo de las cuadraturas:

Se hacen los cálculos para el caso de rampa inclinada 6° usando los datos de la tabla A₂, los resultados se presentan en la tabla A₃.

Tabla A₃: Contiene las cuadraturas de los datos de tiempo para el caso de rampa inclinada 6° .

N°	$(6.08 - t_i)^2$	N°	$(6.08 - t_i)^2$	N°	$(6.08 - t_i)^2$	N°	$(6.08 - t_i)^2$
1	0.03	26	0.01	51	0.05	76	0.00
2	0.10	27	0.00	52	0.66	77	0.10
3	0.04	28	0.07	53	0.05	78	0.01
4	0.09	29	0.08	54	0.00	79	0.01
5	0.08	30	0.01	55	0.01	80	0.00
6	0.07	31	0.00	56	0.08	81	0.01
7	0.06	32	0.02	57	0.12	82	0.27
8	0.08	33	0.00	58	0.00	83	0.03
9	0.08	34	0.03	59	0.03	84	0.00
10	0.06	35	0.03	60	0.02	85	0.04
11	0.00	36	0.00	61	0.00	86	0.01
12	0.00	37	0.07	62	0.09	87	0.03
13	0.08	38	0.01	63	0.00	88	0.07
14	0.03	39	0.11	64	0.00	89	0.10
15	0.05	40	0.09	65	0.00	90	0.01
16	0.07	41	0.02	66	0.00	91	0.01
17	0.04	42	0.00	67	0.11	92	0.02
18	0.00	43	0.00	68	0.23	93	0.06
19	0.10	44	0.00	69	0.00	94	0.01
20	0.03	45	0.01	70	0.08	95	0.00
21	0.02	46	0.01	71	0.40	96	0.04
22	0.03	47	0.20	72	0.00	97	0.00
23	0.06	48	0.02	73	0.01	98	0.01
24	0.02	49	0.01	74	0.07	99	0.00
25	0.05	50	0.00	75	0.03	100	0.00

Varianza:

Utilizando los datos de la tabla A₃ en la expresión A₂, obtenemos la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_1^{100} (\bar{t} - t_i)^2 = \frac{4.99}{99} = 0.05$$

Desviación estándar:

Utilizando el resultado anterior en la expresión A₃, obtenemos

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.05} = 0.22$$

Incertidumbre tipo A:

Utilizando los datos de la tabla A₂ en la expresión A₄, obtenemos:

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{100}} \sqrt{\sigma^2} = 0.02$$

$$\sigma_A = 0.02$$

Incertidumbre tipo B:

Utilizando la expresión A₅, donde r = 0.01 segundos, obtenemos:

$$\sigma_B = \frac{\text{resolución}}{2\sqrt{3}} = 0.00$$

Incertidumbre combinada y expandida:

Utilizando la ecuación A₆ y A₇, obtenemos:

$$\sigma_C = \sqrt{(0.02)^2 + (0.00)^2} = 0.02$$

$$\sigma_E = k\sigma_C = 2(0.02)$$

$$\sigma_E = 0.04$$

Experimento 2: Rampa inclinada 12°

Tabla B₁: Datos del tiempo que demora la esfera en recorrer la rampa inclinada 12°

N°	t (s)	N°	t (s)	N°	t (s)	N°	t (s)
1	5.04	26	4.98	51	4.98	76	5.12
2	5.36	27	5.25	52	5.16	77	5.18
3	5.16	28	5.24	53	5.15	78	5.16
4	5.46	29	5.20	54	5.17	79	5.37
5	5.32	30	5.29	55	5.44	80	5.41
6	5.68	31	5.12	56	5.36	81	5.39
7	5.11	32	5.39	57	5.25	82	5.20
8	5.39	33	5.60	58	5.28	83	5.13
9	5.14	34	4.98	59	5.38	84	5.33
10	5.21	35	5.00	60	5.21	85	5.08
11	5.18	36	5.06	61	5.19	86	5.57
12	5.08	37	5.12	62	5.12	87	5.50
13	5.16	38	5.17	63	5.22	88	5.01
14	5.20	39	5.24	64	5.16	89	4.99
15	5.15	40	5.20	65	5.20	90	5.43
16	5.24	41	5.03	66	5.27	91	4.99
17	5.52	42	5.13	67	5.05	92	5.43
18	5.15	43	5.02	68	5.15	93	4.97
19	5.42	44	5.15	69	5.22	94	5.50
20	5.46	45	5.20	70	5.30	95	5.41
21	5.43	46	5.15	71	5.31	96	5.38
22	5.22	47	4.86	72	5.29	97	5.30
23	5.42	48	4.94	73	5.42	98	5.20
24	5.30	49	4.92	74	5.40	99	5.18
25	5.65	50	5.08	75	5.32	100	5.18

Cálculos de las frecuencias estadísticas para el caso de rampa inclinada 12°:

Los resultados de las frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 12° se presentan en la tabla B₂.

Tabla N°B2: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 12° .

t (s)	f_a	f_r	f_{ac}	t (s)	f_a	f_r	f_{ac}
4.86	1	0.01	1	5.24	3	0.03	60
4.92	1	0.01	2	5.25	2	0.02	62
4.94	1	0.01	3	5.27	1	0.01	63
4.97	1	0.01	4	5.28	1	0.01	64
4.98	3	0.03	7	5.29	2	0.02	66
4.99	2	0.02	9	5.30	3	0.03	69
5.00	1	0.01	10	5.31	1	0.01	70
5.01	1	0.01	11	5.32	2	0.02	72
5.02	1	0.01	12	5.33	1	0.01	73
5.03	1	0.01	13	5.36	2	0.02	75
5.04	1	0.01	14	5.37	1	0.01	76
5.05	1	0.01	15	5.38	2	0.02	78
5.06	1	0.01	16	5.39	3	0.03	81
5.08	3	0.03	19	5.40	1	0.01	82
5.11	1	0.01	20	5.41	2	0.02	84
5.12	4	0.04	24	5.42	3	0.03	87
5.13	2	0.02	26	5.43	3	0.03	90
5.14	1	0.01	27	5.44	1	0.01	91
5.15	6	0.06	33	5.46	2	0.02	93
5.16	5	0.05	38	6.50	2	0.02	95
5.17	2	0.02	40	5.52	1	0.01	96
5.18	4	0.04	44	5.57	1	0.01	97
5.19	1	0.01	45	5.60	1	0.01	98
5.20	7	0.07	52	5.65	1	0.01	99
5.21	2	0.02	54	5.68	1	0.01	100
5.22	3	0.03	57				

Valor medio del tiempo:

Se hace el cálculo del valor medio del tiempo para el caso de rampa inclinada 12° usando los datos de la tabla A1.

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{100} \frac{t_i}{N} = \frac{523.18}{100} = 5.23s$$

Cálculo de las cuadraturas:

Se hacen los cálculos para el caso de rampa inclinada 12° usando los datos de la tabla B₂, los resultados se presentan en la tabla B₃.

Tabla B₃: Contiene las cuadraturas de los datos de tiempo para el caso de rampa inclinada 12°.

N°	(5.23 - t _i) ²	N°	(5.23 - t _i) ²	N°	(5.23 - t _i) ²	N°	(5.23 - t _i) ²
1	0.04	26	0.06	51	0.06	76	0.01
2	0.02	27	0.00	52	0.00	77	0.00
3	0.00	28	0.00	53	0.01	78	0.00
4	0.05	29	0.00	54	0.00	79	0.02
5	0.01	30	0.00	55	0.04	80	0.03
6	0.20	31	0.01	56	0.02	81	0.03
7	0.01	32	0.03	57	0.00	82	0.00
8	0.03	33	0.14	58	0.00	83	0.01
9	0.01	34	0.06	59	0.02	84	0.01
10	0.00	35	0.05	60	0.00	85	0.02
11	0.00	36	0.03	61	0.00	86	0.12
12	0.02	37	0.01	62	0.01	87	0.07
13	0.00	38	0.00	63	0.00	88	0.05
14	0.00	39	0.00	64	0.00	89	0.06
15	0.01	40	0.00	65	0.00	90	0.04
16	0.00	41	0.04	66	0.00	91	0.06
17	0.08	42	0.01	67	0.03	92	0.04
18	0.01	43	0.04	68	0.01	93	0.07
19	0.04	44	0.01	69	0.00	94	0.07
20	0.05	45	0.00	70	0.00	95	0.03
21	0.04	46	0.01	71	0.01	96	0.02
22	0.00	47	0.14	72	0.00	97	0.00
23	0.04	48	0.08	73	0.04	98	0.00
24	0.00	49	0.10	74	0.03	99	0.00
25	0.18	50	0.02	75	0.01	100	0.00

Varianza:

Utilizando los datos de la tabla B₃ en la expresión A₂, obtenemos la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{100} (5.23 - t_i)^2 = \frac{2.79}{99} = 0.03$$

Desviación estándar:

Utilizando el resultado anterior en la expresión A₃, obtenemos

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.03} = 0.17$$

Incertidumbre tipo A:

Utilizando los datos de la tabla A₂ en la expresión A₄, obtenemos:

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{100}} \sqrt{\sigma^2} = 0.02$$

$$\sigma_A = 0.02$$

Incertidumbre tipo B:

Utilizando la expresión A₅, donde r = 0.01 segundos, obtenemos:

$$\sigma_B = \frac{\text{resolución}}{2\sqrt{3}} = 0.00$$

Incertidumbre combinada y expandida:

Utilizando la ecuación A₆ y A₇, obtenemos:

$$\sigma_C = \sqrt{(0.02)^2 + (0.00)^2} = 0.02$$

$$\sigma_E = k\sigma_C = 2(0.02)$$

$$\sigma_E = 0.04$$

Experimento 3: Rampa inclinada 6°

Tabla C₁: Datos del tiempo que demora la esfera en recorrer la rampa inclinada 6°

N°	t (s)	N°	t (s)	N°	t (s)	N°	t (s)
1	5.97	26	5.99	51	6.30	76	5.20
2	6.04	27	6.01	52	5.01	77	5.95
3	6.07	28	6.39	53	6.04	78	5.91
4	6.22	29	5.74	54	6.37	79	6.02
5	6.24	30	5.91	55	5.95	80	5.74
6	5.97	31	5.84	56	5.27	81	6.86
7	5.93	32	6.04	57	5.76	82	5.68
8	6.02	33	6.20	58	5.88	83	5.88
9	6.71	34	5.70	59	5.20	84	5.76
10	6.00	35	5.80	60	5.91	85	6.04
11	6.07	36	6.10	61	5.71	86	5.92
12	6.05	37	5.63	62	5.83	87	5.88
13	6.06	38	5.81	63	5.85	88	5.99
14	6.02	39	5.80	64	5.80	89	5.45
15	5.44	40	5.35	65	5.78	90	5.91
16	5.91	41	6.01	66	5.75	91	5.87
17	5.82	42	6.01	67	5.92	92	5.98
18	5.77	43	6.00	68	5.72	93	5.92
19	6.09	44	6.24	69	6.06	94	5.90
20	5.82	45	5.36	70	6.07	95	6.10
21	5.70	46	5.31	71	6.00	96	5.84
22	5.98	47	6.04	72	6.15	97	6.00
23	6.06	48	5.94	73	5.54	98	5.87
24	5.87	49	6.37	74	5.80	99	6.01
25	6.12	50	5.87	75	5.96	100	6.05

Valor medio del tiempo:

Se hace el cálculo del valor medio del tiempo para el caso de rampa inclinada 6° usando los datos de la tabla C₁.

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{100} \frac{t_i}{N} = \frac{590.77}{100} = 5.91s$$

Tabla N°C₂: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 6° .

t(s)	fa	fr	fac	t(s)	fa	t(s)	fa
5.01	1	0.01	1	5.91	5	0.05	47
5.20	2	0.02	3	5.92	3	0.03	50
5.27	1	0.01	4	5.93	1	0.01	51
5.31	1	0.01	5	5.94	1	0.01	52
5.35	1	0.01	6	5.95	2	0.02	54
5.36	1	0.01	7	5.96	1	0.01	55
5.44	1	0.01	8	5.97	2	0.02	57
5.45	1	0.01	9	5.98	2	0.02	59
5.54	1	0.01	10	5.99	2	0.02	61
5.63	1	0.01	11	6.00	4	0.04	65
5.68	1	0.01	12	6.01	4	0.04	69
5.70	2	0.02	14	6.02	3	0.03	72
5.71	1	0.01	15	6.04	5	0.05	77
5.72	1	0.01	16	6.05	2	0.02	79
5.74	2	0.02	18	6.06	3	0.03	82
5.75	1	0.01	19	6.07	3	0.03	85
5.76	2	0.02	21	6.09	1	0.01	86
5.77	1	0.01	22	6.10	2	0.02	88
5.78	1	0.01	23	6.12	1	0.01	89
5.80	4	0.04	27	6.15	1	0.01	90
5.81	1	0.01	28	6.20	1	0.01	91
5.82	2	0.02	30	6.22	1	0.01	92
5.83	1	0.01	31	6.24	2	0.02	94
5.84	2	0.02	33	6.30	1	0.01	95
5.85	1	0.01	34	6.37	2	0.02	97
5.87	4	0.04	38	6.39	1	0.01	98
5.88	3	0.03	41	6.71	1	0.01	99
5.90	1	0.01	42	6.89	1	0.01	100

Cálculo de las cuadraturas:

Se hacen los cálculos para el caso de rampa inclinada 6° usando los datos de la tabla C₂, los resultados se presentan en la tabla C₃.

Tabla C3: Contiene las cuadraturas de los datos de tiempo para el caso de rampa inclinada 6°.

N°	$(5.91 - t_i)^2$	N°	$(5.91 - t_i)^2$	N°	$(5.91 - t_i)^2$	N°	$(5.91 - t_i)^2$
1	0.00	26	0.01	51	0.15	76	0.50
2	0.02	27	0.01	52	0.81	77	0.00
3	0.03	28	0.23	53	0.02	78	0.00
4	0.10	29	0.03	54	0.21	79	0.01
5	0.11	30	0.00	55	0.00	80	0.03
6	0.00	31	0.00	56	0.41	81	0.90
7	0.00	32	0.02	57	0.02	82	0.05
8	0.01	33	0.08	58	0.00	83	0.00
9	0.64	34	0.04	59	0.50	84	0.02
10	0.01	35	0.01	60	0.00	85	0.02
11	0.03	36	0.04	61	0.04	86	0.00
12	0.02	37	0.08	62	0.01	87	0.00
13	0.02	38	0.01	63	0.00	88	0.01
14	0.01	39	0.01	64	0.01	89	0.21
15	0.22	40	0.31	65	0.02	90	0.00
16	0.00	41	0.01	66	0.03	91	0.00
17	0.01	42	0.01	67	0.00	92	0.00
18	0.02	43	0.01	68	0.04	93	0.00
19	0.03	44	0.11	69	0.02	94	0.00
20	0.01	45	0.30	70	0.03	95	0.04
21	0.04	46	0.36	71	0.01	96	0.00
22	0.00	47	0.02	72	0.06	97	0.01
23	0.02	48	0.00	73	0.14	98	0.00
24	0.00	49	0.21	74	0.01	99	0.01
25	0.04	50	0.00	75	0.00	100	0.02

Varianza:

Utilizando los datos de la tabla B₃ en la expresión A₂, obtenemos la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{100} (5.91 - t_i)^2 = \frac{7.67}{99} = 0.08$$

Desviación estándar:

Utilizando el resultado anterior en la expresión A₃, obtenemos

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.08} = 0.28$$

Incertidumbre tipo A:

Utilizando los datos de la tabla A₂ en la expresión A₄, obtenemos:

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{100}} \sqrt{\sigma^2} = 0.03$$

$$\sigma_A = 0.03$$

Incertidumbre tipo B:

Utilizando la expresión A₅, donde r = 0.01 segundos, obtenemos:

$$\sigma_B = \frac{\text{resolución}}{2\sqrt{3}} = 0.00$$

Incertidumbre combinada y expandida:

Utilizando la ecuación A₆ y A₇, obtenemos:

$$\sigma_C = \sqrt{(0.03)^2 + (0.00)^2} = 0.03$$

$$\sigma_E = k\sigma_C = 2(0.03)$$

$$\sigma_E = 0.06$$

Experimento 4: Rampa inclinada 12°

Tabla D1: Datos del tiempo que demora la esfera en recorrer la rampa inclinada 12°

N°	t(s)	N°	t(s)	N°	t(s)	N°	t(s)
1	4.92	26	5.06	51	4.93	76	4.95
2	4.93	27	5.09	52	5.00	77	4.91
3	5.24	28	5.19	53	4.98	78	4.7
4	4.93	29	4.97	54	4.94	79	4.93
5	5.21	30	4.91	55	4.81	80	4.93
6	5.06	31	4.95	56	4.91	81	4.68
7	5.02	32	4.89	57	5.09	82	4.84
8	5.02	33	5.10	58	4.99	83	4.79
9	5.10	34	5.06	59	4.92	84	5.12
10	4.98	35	4.79	60	4.92	85	5.01
11	5.00	36	4.85	61	4.86	86	4.82
12	5.13	37	4.91	62	5.04	87	4.72
13	5.01	38	5.04	63	4.94	88	4.99
14	4.99	39	5.02	64	4.75	89	4.74
15	5.05	40	5.00	65	4.94	90	4.76
16	4.90	41	4.95	66	5.08	91	4.83
17	5.03	42	5.01	67	4.76	92	4.87
18	4.72	43	4.95	68	5.08	93	4.88
19	4.82	44	5.02	69	4.69	94	4.83
20	4.86	45	4.91	70	5.00	95	4.82
21	4.95	46	4.70	71	4.94	96	4.68
22	4.84	47	4.76	72	4.74	97	4.92
23	4.88	48	4.94	73	4.82	98	4.73
24	4.93	49	4.92	74	5.01	99	4.61
25	4.96	50	4.83	75	4.83	100	4.82

Valor medio del tiempo:

Se hace el cálculo del valor medio del tiempo para el caso de rampa inclinada 12° usando los datos de la tabla C1.

$$\bar{t} = \sum_{i=1}^{100} \frac{t_i}{N} = \frac{492.15}{100} = 4.92s$$

Tabla N°D₂: Frecuencias absolutas f_a , frecuencias relativas f_r , acumulación de frecuencias f_{ac} relativas a los tiempos de la rampa inclinada 12° .

t(s)	f_a	f_r	f_{ac}	t(s)	f_a	f_r	f_{ac}
4.61	1	0.01	1	4.93	6	0.06	53
4.68	2	0.02	3	4.94	5	0.05	58
4.69	1	0.01	4	4.95	5	0.05	63
4.70	2	0.02	6	4.96	1	0.01	64
4.72	2	0.02	8	4.97	1	0.01	65
4.73	1	0.01	9	4.98	2	0.02	67
4.74	2	0.02	11	4.99	3	0.03	70
4.75	1	0.01	12	5.00	4	0.04	74
4.76	3	0.03	15	5.01	4	0.04	78
4.79	2	0.02	17	5.02	4	0.04	82
4.81	1	0.01	18	5.03	1	0.01	83
4.82	5	0.05	23	5.04	2	0.02	85
4.83	4	0.04	27	5.05	1	0.01	86
4.84	2	0.02	29	5.06	3	0.03	89
4.85	1	0.01	30	5.08	2	0.02	91
4.86	2	0.02	32	5.09	2	0.02	93
4.87	1	0.01	33	5.10	2	0.02	95
4.88	2	0.02	35	5.12	1	0.01	96
4.89	1	0.01	36	5.13	1	0.01	97
4.90	1	0.01	37	5.19	1	0.01	98
4.91	5	0.05	42	5.21	1	0.01	99
4.92	5	0.05	47	5.24	1	0.01	100

Cálculo de las cuadraturas:

Se hacen los cálculos para el caso de rampa inclinada 12° usando los datos de la tabla D₂, los resultados se presentan en la tabla D₃.

Tabla D₃: Contiene las cuadraturas de los datos de tiempo para el caso de rampa inclinada 12°.

N°	$(4.92 - t_i)^2$	N°	$(4.92 - t_i)^2$	N°	$(4.92 - t_i)^2$	N°	$(4.92 - t_i)^2$
1	0.00	26	0.02	51	0.00	76	0.00
2	0.00	27	0.03	52	0.01	77	0.00
3	0.10	28	0.07	53	0.00	78	0.05
4	0.00	29	0.00	54	0.00	79	0.00
5	0.08	30	0.00	55	0.01	80	0.00
6	0.02	31	0.00	56	0.00	81	0.06
7	0.01	32	0.00	57	0.03	82	0.01
8	0.01	33	0.03	58	0.00	83	0.02
9	0.03	34	0.02	59	0.00	84	0.04
10	0.00	35	0.02	60	0.00	85	0.01
11	0.01	36	0.00	61	0.00	86	0.01
12	0.04	37	0.00	62	0.01	87	0.04
13	0.01	38	0.01	63	0.00	88	0.00
14	0.00	39	0.01	64	0.03	89	0.03
15	0.02	40	0.01	65	0.00	90	0.03
16	0.00	41	0.00	66	0.03	91	0.01
17	0.01	42	0.01	67	0.03	92	0.00
18	0.04	43	0.00	68	0.03	93	0.00
19	0.01	44	0.01	69	0.05	94	0.01
20	0.00	45	0.00	70	0.01	95	0.01
21	0.00	46	0.05	71	0.00	96	0.06
22	0.01	47	0.03	72	0.03	97	0.00
23	0.00	48	0.00	73	0.01	98	0.04
24	0.00	49	0.00	74	0.01	99	0.10
25	0.00	50	0.01	75	0.01	100	0.01

Varianza:

Utilizando los datos de la tabla D₃ en la expresión A₂, obtenemos la varianza:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{100} (4.92 - t_i)^2 = \frac{1.57}{99} = 0.02$$

Desviación estándar:

Utilizando el resultado anterior en la expresión A₃, obtenemos

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.02} = 0.13$$

Incertidumbre tipo A:

Utilizando los datos de la tabla A₂ en la expresión A₄, obtenemos:

$$\sigma_A = \frac{1}{\sqrt{100}} \sqrt{\sigma^2} = 0.01$$

$$\sigma_A = 0.01$$

Incertidumbre tipo B:

Utilizando la expresión A₅, donde la resolución r = 0.01 segundos, obtenemos:

$$\sigma_B = \frac{\text{resolución}}{2\sqrt{3}} = 0.00$$

Incertidumbre combinada y expandida:

Utilizando la ecuación A₆ y A₇, obtenemos:

$$\sigma_C = \sqrt{(0.01)^2 + (0.00)^2} = 0.01$$

$$\sigma_E = k\sigma_C = 2(0.01)$$

$$\sigma_E = 0.02$$

RESUMEN DE RESULTADOS DE LAS MEDICIONES DE LA TAREA:

Experimento N°	Ángulo de inclinación de la rampa	$t = (\bar{t} \pm \sigma_E)s$
1	6°	$t = (6.08 \pm 0.04)s$
2	12°	$t = (5.23 \pm 0.04)s$
3	6°	$t = (5.91 \pm 0.06)s$
4	12°	$t = (4.92 \pm 0.02)s$