

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**DISEÑO DEL CONTROL DE NIVEL DE UN SISTEMA HIDRÁULICO DE  
DOS TANQUES ACOPLADOS EMPLEANDO CONTROL ADAPTATIVO  
POR MODELO DE REFERENCIA**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO**

**ELECTRÓNICO**

**AUTOR**

**Aníbal Jesús Maúrtua Morales**

**ASESOR:**

**Ph.D Juan Javier Sotomayor Moriano**

**Lima, setiembre del 2020**

## Resumen

El presente trabajo de tesis consiste en el diseño del control de nivel de un sistema hidráulico de dos tanques acoplados empleando control adaptativo por modelo de referencia. Se usó la planta piloto que se encuentra en el Laboratorio de Control Avanzado para el modelamiento del proceso a controlar.

El modelo dinámico de la planta se linealizó para obtener las funciones de transferencia de cada tanque y el efecto del acoplamiento entre ellos. Luego se diseñó un control por desacoplo, a través del cual se busca reducir la interacción entre ambos tanques, para que el sistema multivariable se convirtiera dos sistemas de una entrada y una salida, para cada uno de los cuales se diseñará un controlador.

El controlador se sirve de un modelo de referencia con las características deseadas, el cual se diseña a partir del lazo cerrado de un controlador PI con la función de transferencia de un tanque desacoplado.

El sistema de adaptación se diseña a partir de la regla MIT (Massachusetts Institute of Technology), que usa una función de costo con el error entre el modelo y la planta para obtener los parámetros de la ley de control para cada tanque.

En las pruebas con el modelo de la planta no lineal implementado en Simulink, se pudo comprobar que cuando la altura de uno de los tanques varía al seguir el nivel de referencia, la perturbación ocasionada en el otro tanque era corregida rápidamente por el controlador, por lo que se pudo mantener un nivel de referencia deseado en cada tanque independientemente del otro. Finalmente se elaboró una propuesta para la implementación del control adaptativo por modelo de referencia diseñado.

# INDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS .....	III
ÍNDICE DE TABLAS .....	V
LISTA DE ACRÓNIMOS .....	VI
Introducción .....	1
1. Estudio del control de nivel de sistemas hidráulicos TITO .....	3
1.1 Problemática.....	3
1.2 Sistemas hidráulicos TITO .....	3
1.2.1 Introducción .....	3
1.2.2 Planta piloto.....	3
1.2.3 Métodos de control.....	6
1.3 Justificación .....	10
1.4 Objetivos.....	10
1.4.1 Objetivo General.....	10
1.4.2 Objetivos Específicos .....	10
2. Método MRAC para un sistema de tanques acoplados.....	11
2.1 Introducción .....	11
2.2 Modelo de planta.....	11
2.3 Modelo adaptativo por control de referencia (MRAC) .....	14
2.4 Regla MIT .....	15
2.5 Modelo desacoplado.....	18
3. Diseño y simulación del control para un sistema de dos tanques acoplados .....	20
3.1 Introducción .....	20
3.2 Modelo de planta.....	20
3.3 Control por desacoplamiento.....	21
3.3.1 Modelo de desacoplamiento.....	21
3.3.2 Diseño del control PI.....	23
3.3.3 Simulación con control PI.....	24
3.4 Control adaptativo por modelo de referencia.....	27
3.4.1 Diseño del modelo de referencia .....	27
3.4.2 Diseño del mecanismo de adaptación .....	28
3.5 Diagrama de bloques solución.....	28
3.6 Análisis de resultados .....	32
4. Propuesta de implementación del control MRAC.....	34
4.1 Introducción .....	34
4.2 Discretización.....	34

<b>4.3 Algoritmo de control por desacoplamiento con PI .....</b>	<b>35</b>
<b>4.4 Algoritmo de control de MRAC .....</b>	<b>36</b>
<b>4.5 Dispositivos de implementación.....</b>	<b>38</b>
<b>4.6 Interfaz gráfica HMI .....</b>	<b>39</b>
<b>4.7 Pruebas experimentales .....</b>	<b>40</b>
<b>Conclusiones .....</b>	<b>42</b>
<b>Recomendaciones .....</b>	<b>43</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>44</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Planta de 4 tanques acoplados [1].....	4
Figura 2. Diagrama esquemático de sistema de 4 tanques acoplados (Numsonran et al, 2008) .....	5
Figura 3. Diagrama esquemático de sistema de 2 tanques acoplados (Numsonran et al, 2008) .....	5
Figura 4. Diagrama de bloques de sistema de 2 tanques acoplados (Numsonran et al, 2008) .....	5
Figura 5. Diagrama de bloques del sistema (Numsonran et al, 2007).....	6
Figura 6. Ejemplo de comportamiento en control en modo deslizante .....	6
Figura 7. Gráfico de mejora en el tiempo de respuesta (Chaorai-ngern ,2005). 7	7
Figura 8. Gráfico de mejora en el amortiguamiento (Chaorai-ngern ,2005).....	7
Figura 9. Diagrama de bloques del sistema (Ponpatkul, 2009).....	8
Figura 10. Diagrama del sistema de control PI-red neural (Ramli et al, 2009)...	9
Figura 11. Diagrama de bloques del sistema de control (Nath et al, 2015).....	9
Figura 12. Estructura de un sistema de control MRAC (Kangwanra et al, 2010) .....	11
Figura 13. Estructura de un sistema de control MRAC (Kangwanra et al, 2010) .....	15
Figura 14. Ejemplo de un sistema 1 <sup>er</sup> orden con control MRAC (Kangwanra et al, 2010) .....	15
Figura 15. Representación de obtención de parámetros de control .....	17
Figura 16. Diagrama de la etapa de desacoplamiento (Numsomran et al, 2007) .....	18
Figura 17. Diagrama de la planta .....	21
Figura 18. Diagrama de la planta con controladores de desacoplamiento .....	22
Figura 19. Comportamiento de la planta con control de desacoplamiento .....	22
Figura 20. Comparación de las funciones $g_1$ y $g_2$ con $g_{1\text{aproximado}}$ y $g_{2\text{aproximado}}$ .....	23
Figura 21. Diagrama de diseño del controlador PI para $g_{1\text{aproximado}}$ .....	24
Figura 22. Diagrama de diseño del controlador PI para $g_{2\text{aproximado}}$ .....	24
Figura 23. Diagrama del sistema con control de desacoplamiento y PI .....	25
Figura 24. Respuesta del sistema desacoplado con PI para el tanque 1.....	25
Figura 25. Señal de control del sistema desacoplado con PI para el tanque 1	26
Figura 26. Respuesta del sistema desacoplado con PI para el tanque 2.....	26
Figura 27. Señal de control del sistema desacoplado con PI para el tanque 2	27
Figura 28. Diagrama de solución [7].....	29

Figura 29. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón $\gamma_p= 0.01$ y $\gamma_i=0.01$ .....	30
Figura 30. Respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón $\gamma_p= 0.01$ y $\gamma_i=0.01$ .....	30
Figura 31. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón con $\gamma_p= 0.01$ y $\gamma_i=0.00005$ .....	31
Figura 32. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón con $\gamma_p= 0.9$ y $\gamma_i=0.01$ .....	32
Figura 33. Ejemplo de discretización con el desacoplador D1.....	34
Figura 34. Diagrama de flujo del sistema de control PI .....	35
Figura 35. Diagrama de flujo del sistema de control MRAC .....	36
Figura 37. Diagrama de flujo de la subrutina de control de desacople.....	38
Figura 38. Interfaz gráfica .....	39
Figura 39. comparación entre MRAC y PI en tanque 1 y tanque 2. ....	40

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón con PI.....	26
Tabla 2. Respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón con PI.....	27
Tabla 3. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón .....	30
Tabla 4. Respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón .....	31
Tabla 5. Respuesta del tanque 1 con $\gamma_p= 0.01$ y $\gamma_i=0.00005$ .....	31
Tabla 6. Respuesta del tanque 1 con $\gamma_p= 0.09$ y $\gamma_i=0.001$ .....	32
Tabla 7. Comparación de controladores MRAC y PI para el tanque 1 .....	33
Tabla 8. Comparación de controladores MRAC y PI para el tanque 1 .....	33
Tabla 9. comparación de respuesta del PI y MRAC frente a perturbaciones en el tanque 1 .....	41
Tabla 10. comparación de respuesta del PI y MRAC frente a perturbaciones en el tanque 2.....	41

# LISTA DE ACRÓNIMOS

**2DOF: Two Degrees of Freedom**

**CRA: Characteristic Ratio Assignment**

**DFLC: Decentralized Fuzzy Logic Controller**

**HMI: Human -Machine Interface**

**IMC: Internal Model Control**

**MIT: Massachusetts Institute of Technology**

**MRAC: Model Reference Adaptative Control**

**PI: Proportional-Integral**

**PI-NN: Proportional-Integral neural network**

**PUCP: Pontificia Universidad Catolica del Peru**

**SISO: Single Input Single Output**

**SMC: Sliding Mode Control**

**TITO: Two Inputs Two Outputs**



## Introducción

En los procesos industriales una de las tareas más importantes, es el suministro de materiales. En particular, en los procesos donde se demanda un adecuado suministro de líquidos, es necesario realizar tareas de control en sus unidades de almacenamiento.

La variabilidad en la demanda de producción, requiere que, en los sistemas hidráulicos de suministro, se realice un efectivo control de nivel en sus unidades (tanques) de almacenamiento. Lo anterior se complica debido a la naturaleza multivariable de estos sistemas, con comportamiento no lineal e interacción (acoplamiento) entre variables, así como dependencia de los flujos suministrados.

Por lo descrito, el control de nivel en los sistemas hidráulicos demanda la aplicación de técnicas avanzadas que permita manipular los procesos eficientemente y que considere el comportamiento dinámico complejo de estos sistemas multivariables, tal como el control adaptativo por modelo de referencia (MRAC). Para aplicar las técnicas avanzadas es necesario obtener un modelo que describa el comportamiento de dichos sistemas.

Para la aplicación del método que aborda la presente tesis se utilizará las características y datos de una planta piloto, la cual se encuentra implementada en el Laboratorio de Control Avanzado de la PUCP. A partir de la cual se empleará la configuración de dos tanques acoplados para desarrollar una propuesta de solución para controlar el nivel en ambos tanques con control adaptivo por modelo de referencia (MRAC).

En el primer capítulo se presenta el funcionamiento general de la de planta piloto a controlar y se muestra la configuración a usar. Así mismo, se describe el estado de arte de las técnicas de control de dos tanques acoplados. Luego se justificará la configuración de la planta y el método escogido.

En el segundo capítulo se realiza el estudio del modelo de la planta de la planta de dos tanques acoplados y la descripción de sus características principales. Además, se hace una revisión de los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo del sistema de control adaptivo por modelo de referencia.

En el tercer capítulo se realiza el diseño del control adaptativo por modelo de referencia, utilizando la teoría vista en el capítulo anterior. Para lo cual se debe obtener primero el modelo de la planta; después se diseñan controladores de desacoplo, con los cuales se consigue el modelo desacoplado de la planta. Luego se diseña un controlador PI con los requerimientos deseados y se prueba su desempeño con la planta desacoplada, a partir de esto se obtiene el modelo de referencia. A continuación, se diseña mecanismo de adaptación. Se realizan simulaciones en Simulink para cada uno de los pasos del desarrollo a fin de validar sus resultados. Por último, se analiza desempeño del método de control propuesto

En el cuarto capítulo se desarrolla la propuesta de implementación del sistema de control, describiendo el algoritmo del mismo y mostrando los diagramas de flujos de su funcionamiento. Se desarrolla el código correspondiente en el software de Matlab. Se realizan las pruebas de simulación utilizando el modelo dinámico del comportamiento de la planta. Además, los resultados se compararán con un controlador PI tradicional.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones, incorporándose referencias bibliográficas.

# **1. Estudio del control de nivel de sistemas hidráulicos**

## **TITO**

### **1.1 Problemática**

Entre los procesos que se presentan en la industria, uno de los más difundidos es el control de nivel. En todo proceso donde se demande un adecuado suministro de líquidos, se requiere controlar el nivel en sus instalaciones de producción. Algunos de los rubros en los que es de gran importancia controlar el nivel de líquido son: tratamiento de aguas, producción de papel, industria petroquímica, minería y procesos químicos, donde el suministro de líquido requiere procedimientos automatizados.

Debido a la variabilidad en la demanda de producción en muchos procesos hidráulicos, en estos se requiere un adecuado control de nivel. Esto se complica debido a la naturaleza multivariable en algunos de estos procesos, donde se requiere controlar más de un tanque interconectado, con comportamiento no lineal e impredecible por la interacción entre variables (acoplamiento) y dependencia con el caudal de otros tanques.

### **1.2 Sistemas hidráulicos TITO**

#### **1.2.1 Introducción**

A fin de desarrollar el diseño del control de nivel en un sistema hidráulico de tanques interconectados, se realizará una revisión de los métodos empleados para el control de esta clase de procesos. Para lo anterior, primero se describirá el funcionamiento de un sistema hidráulico de tanques interconectados y luego se presentarán las técnicas de control de procesos multivariables de dos entradas y dos salidas, denominados TITO por sus siglas en inglés.

#### **1.2.2 Planta piloto**

En el Laboratorio de Control Avanzado del Departamento de Ingeniería, se ha implementado un Sistema Hidráulico de 4 Tanques Interconectados ver Figura 1.

Considera 6 configuraciones con las cuales es posible implementar algoritmos de control, así como de diagnóstico y localización de fallas. El circuito comienza con la succión de agua desde un mismo tanque y es llevado mediante diversas líneas hacia los tanques superiores. Finalmente es devuelta al tanque mediante las líneas de fuga de cada tanque superior creándose así una recirculación. Entre los equipos que se cuenta están los tanques superiores, el tanque de alimentación, las bombas centrífugas, los variadores de velocidad, las válvulas de control, los sensores de caudal, los sensores de presión, tuberías y demás accesorios.

Los variadores de frecuencia accionarán los motores y regularán la velocidad de giro de cada bomba, lo que eleva la presión de acuerdo a los algoritmos de control, además cuenta con válvulas para evitar el retorno del agua cuando se desactivan las bombas. Los flujos de las bombas se miden con sensores de caudal electromagnéticos.

Además, se ha implementado un tramo de 13 metros de tubería de 1" para realizar estudios sobre la localización de fugas en redes de tuberías.[1]



Figura 1. Planta de 4 tanques acoplados [1]

El diagrama esquemático del Sistema Hidráulico de 4 Tanques Interconectados se muestra en la Figura 2.

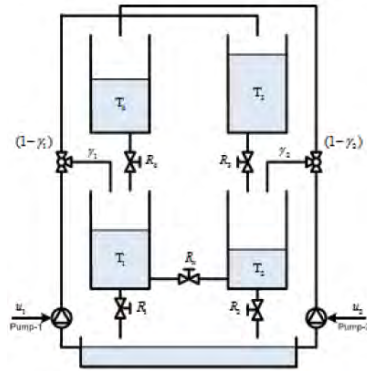


Figura 2. Diagrama esquemático de sistema de 4 tanques acoplados (Numsonran et al, 2008)

En la presente tesis se realizará el control de nivel de un Sistema Hidráulico de 2 Tanques Interconectados que se muestra en la fig. 3,

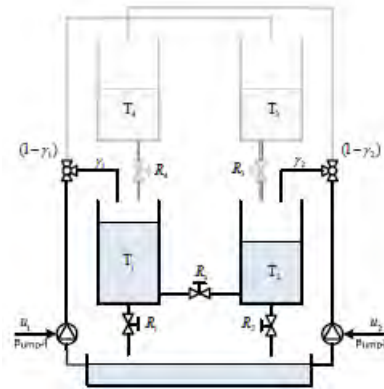


Figura 3. Diagrama esquemático de sistema de 2 tanques acoplados (Numsonran et al, 2008)

El diagrama de bloques del Sistema Hidráulico de 2 Tanques Interconectados se muestra en la Figura. 4,

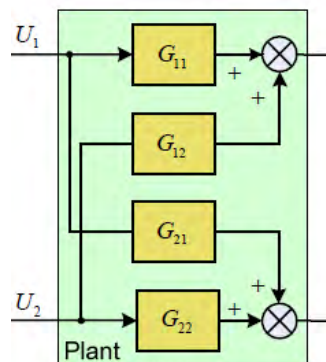


Figura 4. Diagrama de bloques de sistema de 2 tanques acoplados (Numsonran et al, 2008)

### 1.2.3 Métodos de control

Existen diversos métodos de control de sistemas multivariables y específicamente se describirán los métodos más empelados para control de sistemas de dos entradas y dos salidas (TITO).

#### Control en modo deslizante (SMC) con desacoplamiento para tanques.

El control está diseñado con una etapa de desacoplamiento para que los cambios en las variables en un lazo de control no afecten al otro. El controlador es diseñado a partir de una superficie de deslizamiento, sobre la cual evoluciona el sistema. En caso la trayectoria de este se aleje de la superficie; la ley de control lo forzará a corregir esta desviación, cuya acción se puede visualizar en la Figura 5. Su principal inconveniente es el efecto chattering, oscilaciones sobre una determinada señal, que no fue considerada en el modelamiento, presente en los dispositivos de conmutación.

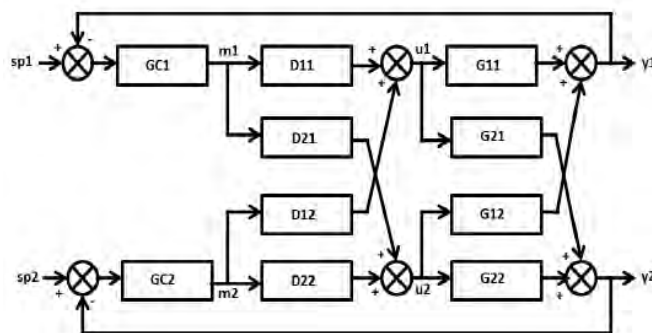


Figura 5. Diagrama de bloques del sistema (Numsonran et al, 2007)

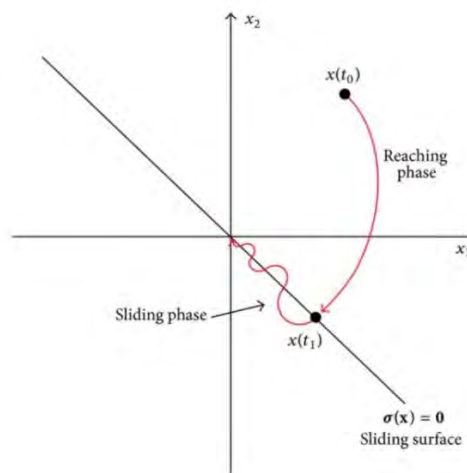


Figura 6. Ejemplo de comportamiento en control en modo deslizante

Fuente: <https://www.researchgate.net>

### Controlador PID diseñado con asignamiento de razón característica (CRA)

Usa un controlador PID diseñado para un proceso hidráulico de 2 tanques acoplados usando CRA. Por el que se busca definir un parámetro que afectará la ecuación característica de la función de transferencia en lazo cerrado, con el cual ajusta la velocidad de respuesta, como muestra la Figura 7, y el amortiguamiento en el estado transitorio del sistema, como se ve en la Figura 8.

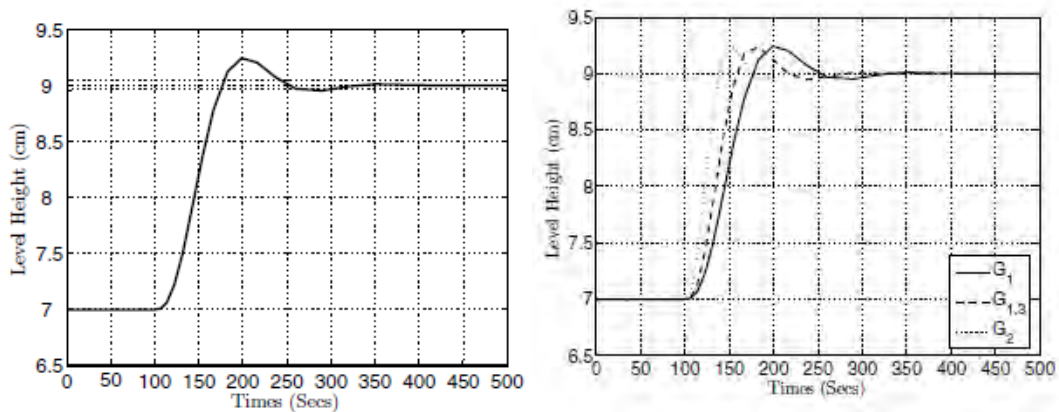


Figura 7. Gráfico de mejora en el tiempo de respuesta (Chorai-ngern ,2005)

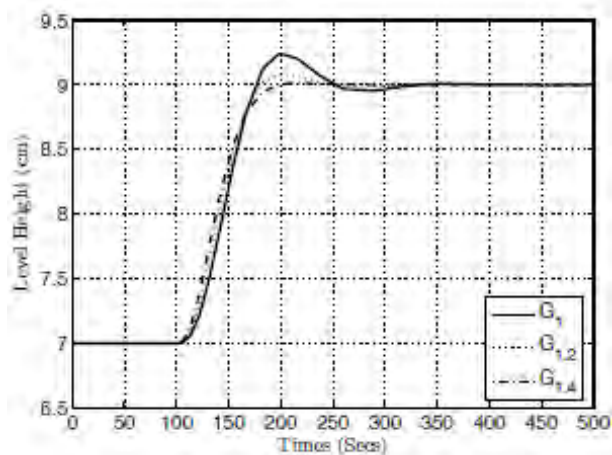


Figura 8. Gráfico de mejora en el amortiguamiento (Chorai-ngern ,2005)

### Control descentralizado con lógica difusa (DFLC)

La propuesta consiste en el diseño de una estructura descentralizada de control con lógica difusa para un sistema hidráulico MIMO de dos tanques acoplados. El cual consta de un controlador de lógica difusa para cada tanque. Con ello se busca reducir

el efecto de las incertidumbres producidas por la interacción de los tanques y las inherentes a los sistemas físicos. Ya que se busca implementar controladores sin un conocimiento preciso de la estructura del modelo de los sistemas dinámicos subyacentes. El diagrama de bloques se ve en la Figura 9. La lógica difusa puede no ser precisa, se requiere que el número de reglas aumente, además utiliza el ensayo y error para la optimización.

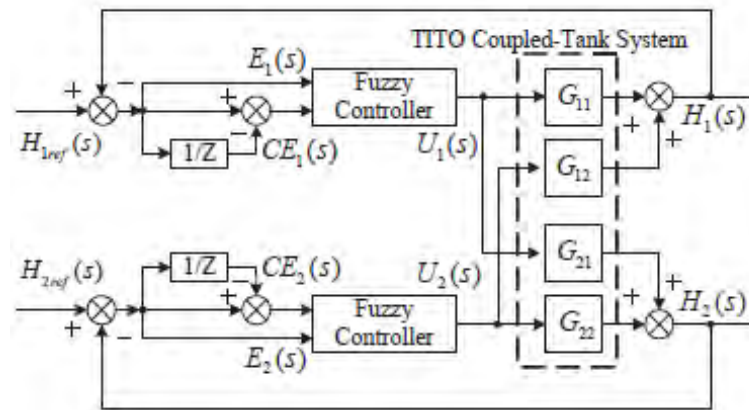


Figura 9. Diagrama de bloques del sistema (Ponpatkul, 2009)

### Controlador PI con técnicas de MRAC

El controlador es un PI auto ajustable de modelo adaptativo por control de referencia (MRAC). El método propuesto puede actualizar los parámetros del controlador en respuesta a los cambios en la planta y perturbaciones en tiempo real.

El esquema del método está compuesto por la planta, un modelo de referencia, que especifica la salida deseada del sistema; controlador con los parámetros a cambiar; un mecanismo de ajuste que compara la salida deseada con la del sistema y del error obtenido realiza los cambios en la ley de control. Pero se debe elegir las ganancias de adaptación por ensayo y error hasta conseguir el comportamiento deseado

### Sintonización adaptativa de un híbrido PI-red neural (PI-NN)

El PI-NN híbrido se construye mediante controladores PI en series de cascada con estructura de red neural. La red servirá además como desacoplador para minimizar los efectos del acoplamiento. Usa la optimización por enjambre de partículas como método metaheurístico para hallar la mejor respuesta a partir de una regla de ajuste



genérica, con la cual realizar el control al sistema. En la Figura 10 se observa el diagrama del sistema, en el que la red neural son los nodos llamados Layer. Sin embargo, es esencial elegir el tamaño de la estructura y la red neuronal necesita ser entrenada.

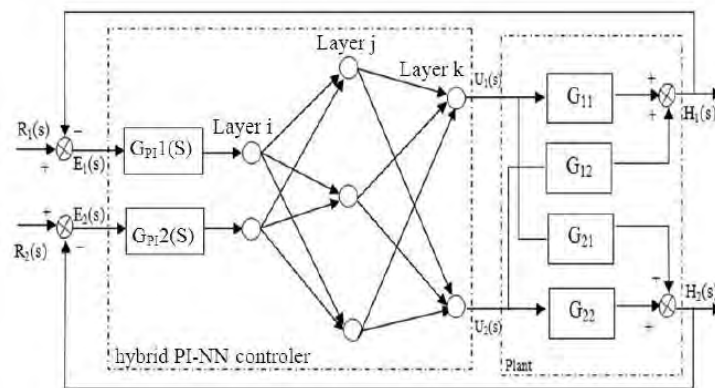


Figura 10. Diagrama del sistema de control PI-red neural (Ramli et al, 2009)

### Controlador centralizado por control por modelo interno (IMC) auto-sintonizado

Puesto que el controlador IMC se usa cuando el sistema es conocido y modelado, en caso de cualquier incertidumbre en el modelo o comportamiento no lineal por acoplamiento pone limitaciones a su capacidad de control. Por ello se diseñó un controlador IMC para cada tanque que incluyen un auto-sintonizador, que se puede observar en la Figura 11, éste varía la constante de tiempo del lazo cerrado para compensar la interacción de los tanques. Si la planta cuenta ceros en el semiplano S derecho estos se convertirán en polos inestables para el sistema de control.

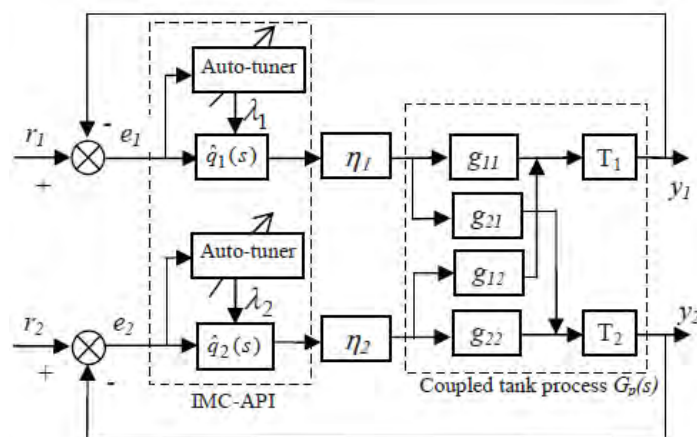


Figura 11. Diagrama de bloques del sistema de control (Nath et al, 2015)

### **1.3 Justificación**

Puesto que para todo proceso industrial que requiera almacenar líquidos debe resolver problemas de control de nivel. Para esto se modelan sistemas de plantas que puedan ofrecer características de comportamiento no lineal, incertidumbres y perturbaciones; en los cuales probar técnicas de control y analizar su rendimiento.

Debido a que los controladores PI y PID son los más difundidos en la industria para este tipo de procesos, así mismo el costo de la implementación de un nuevo controlador podría no justificar la mejora obtenida. Esta tesis propone diseñar PI con modelo adaptativo por control de referencia para controlar el nivel de un proceso hidráulico de dos tanques interconectados. La utilización de este controlador permitirá resolver las dificultades de control afrontadas en la industria. Los resultados se compararán con los obtenidos con control basado en PI.

Por otro lado, se optó por un sistema de dos tanques ya que la mayoría de las metodologías basadas en el control por desacoplo, se centran en sistemas con dos entradas y dos salidas (TITO) o procesos  $2 \times 2$ . La razón es que los sistemas TITO son los sistemas multivariables más comunes bien porque hay procesos de esta naturaleza, o bien porque procesos más complejos se pueden descomponer en bloques  $2 \times 2$  con interacciones importantes entre sus entradas y salidas. (Morilla et al, 2013)

### **1.4 Objetivos**

#### **1.4.1 Objetivo General**

Diseñar el control de nivel de un sistema hidráulico de 2 tanques acoplados empleando la técnica MRAC, por medio de controladores PI.

#### **1.4.2 Objetivos Específicos**

- Estudio y propuesta del modelo de un sistema hidráulico de dos tanques interconectados.
- Estudio de técnicas de control de sistemas de tanques interconectados.
- Diseño y simulación del control MRAC para el sistema de dos tanques interconectados.
- Propuesta de implementación del control MRAC.

## 2. Método MRAC para un sistema de tanques acoplados

### 2.1 Introducción

En el presente capítulo se realiza un estudio del modelado del proceso hidráulico que se va a implementar, dos tanques acoplados. Primero se describe el funcionamiento de la planta para obtener su modelo no lineal, a partir del que se hallarán las funciones de transferencias de la planta a través de la linealización.

Posteriormente, se explicarán los fundamentos teóricos del control adaptativo por modelo de referencia para modelar el sistema de control. Por lo que se deberá conocer el método de adaptación, que usará la regla MIT, y el control por desacoplo.

### 2.2 Modelo de planta

La planta, tal como se muestra en la Figura 12, consiste en dos tanques interconectados por una tubería, la cual consta de una válvula de para regular el flujo, asimismo cada uno es alimentado por una bomba que obtiene el agua de un reservorio. Además, los tanques cuentan con un orificio de fuga y válvula para regular la salida del líquido hacia el reservorio. Presenta los siguientes datos de diseño:

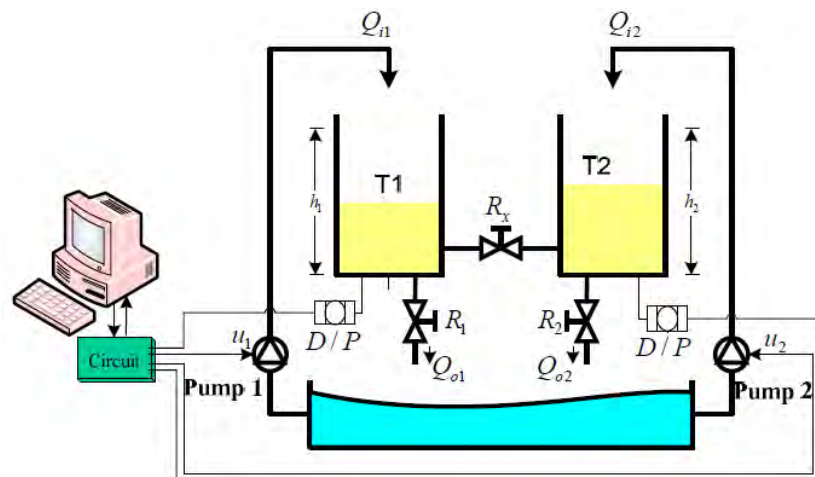


Figura 12. Estructura de un sistema de control MRAC (Kangwanra et al, 2010)

Altura: 40 cm

Diámetro de tubería de interconexión: 1.27 cm

Diámetro de tubería de salida: 2.54 cm

Área del tanque: 754.76 cm

Área de salida: 1.266 cm<sup>2</sup>

Ganancia de las bombas:

K1: 3.33 cm<sup>3</sup>/V/s

K2: 3.35 cm<sup>3</sup>/V/s

Para el proceso hidráulico se considera como entradas los voltajes  $u_1$  y  $u_2$  de las bombas y las salidas las alturas de  $h_1$  y  $h_2$  del líquido en los tanques. Se asume que el área de la sección transversal de los tanques es igual a "A". Asimismo, se considera el coeficiente de contracción igual a 1, por lo que el diámetro de la vena contracta será igual al orificio de salida.

A partir del cual se obtiene para la fuga del tanque:  $q_i = a_i \sqrt{2gh_1(t)}$  (Cruz Olano et al, 2017)

Respecto al sentido del flujo en la conexión, dependerá de la altura de los tanques, puesto para el que tenga mayor altura el flujo será de salida (Cruz Olano et al, 2017):

$$\frac{b_x a_x}{A} \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} \quad (2.1)$$

Se aplica a cada tanque:

$$\Delta Q = \sum Q_{\text{entrantes}} - \sum Q_{\text{salientes}} \quad (2.2)$$

$$A \frac{dh_1(t)}{dt} = -q_{fuga1} - q_{fuga x} + q_1 \quad (2.3)$$

$$A \frac{dh_2(t)}{dt} = -q_{fuga2} + q_{fuga x} + q_2 \quad (2.4)$$

Se obtiene el modelo no lineal del sistema:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = -\frac{b_1 a_1}{A} \sqrt{2gh_1(t)} - \frac{b_x a_x}{A} \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} + \frac{k_p u_1(t)}{A} \quad (2.5)$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = -\frac{b_2 a_2}{A} \sqrt{2gh_2(t)} + \frac{b_x a_x}{A} \operatorname{sgn}(h_1(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} + \frac{k_p u_2(t)}{A} \quad (2.6)$$

$A$ : sección transversal del tanque ( $cm^2$ ).

$a$ : sección transversal del orificio de salida del tanque  $i$ . ( $cm^2$ ).

$b_i$ : parámetro de apertura de las válvulas de salida del tanque  $i$ .

$b_x$ : parámetro de apertura de la válvula de conexión.

$h$ : altura del tanque  $i$  ( $m$ ).

$g$ : aceleración de la gravedad ( $\frac{m^2}{s}$ ).

$u_i$ : voltaje de entrada a de la bomba ( $v$ ).

$k_{pi}$ : ganancia de la bomba ( $\frac{cm^3}{v*s}$ ).

El modelo obtenido se linealiza alrededor de un punto de operación ( $h^\circ, u^\circ$ ), para obtener un comportamiento lineal esperado. Con ello se modela en ecuaciones de espacio estado para obtener un modelo matemático que describa el comportamiento dinámico del sistema físico alrededor de ese punto. Por lo que definiendo la variable:

$$x_i = h_i - h_i^\circ \quad (2.6)$$

Y las linealizaciones (Cruz Olano et al, 2017):

$$\frac{1}{T_i} = \frac{b_i a_i}{A} \sqrt{\frac{g}{2h_i^\circ}} \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{T_x} = \frac{b_x a}{A} \sqrt{\frac{g}{2|h_1^\circ - h_2^\circ|}} \quad (2.8)$$

$T_i$ : constante de tiempo del tanque  $i$ .

$T_x$ : constante de tiempo de la conexión.

El modelo en espacio estado resultante queda como:

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_x} - \frac{1}{T_1} & \frac{1}{T_x} \\ \frac{1}{T_x} & -\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{kp_1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{kp_2}{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Del cual se obtiene la matriz de función transferencia del proceso

$$[\dot{x}] = A[x] + B[u] \quad (2.11)$$

$$G = C(SI - A)^{-1}B = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$G_{11}(S) = \frac{\frac{kp_1}{A} \left( S + \frac{T_x + T_2}{T_2 T_x} \right)}{S^2 + \left( \frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) S + \left( \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)} \quad (2.13)$$

$$G_{12}(S) = \frac{\frac{kp_2}{A} \frac{1}{T_x}}{S^2 + \left( \frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) S + \left( \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)} \quad (2.14)$$

$$G_{22}(S) = \frac{\frac{kp_2}{A} \left( S + \frac{T_x + T_1}{T_1 T_x} \right)}{S^2 + \left( \frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) S + \left( \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)} \quad (2.15)$$

$$G_{21}(S) = \frac{\frac{kp_1}{A} \frac{1}{T_x}}{S^2 + \left( \frac{T_1 T_x + T_2 T_x + 2T_1 T_2}{T_1 T_2 T_x} \right) S + \left( \frac{1}{T_1 T_2} + \frac{1}{T_1 T_x} + \frac{1}{T_2 T_x} \right)} \quad (2.16)$$

Donde  $G_{11}$  y  $G_{12}$  son las funciones de transferencia de los tanques 1 y 2,  $G_{21}$  es el efecto del tanque 1 sobre el tanque 2 y  $G_{22}$  es el efecto del tanque 2 sobre el tanque 1.

### 2.3 Modelo adaptativo por control de referencia (MRAC)

El MRAC consta de las siguientes partes, como se aprecia en la Figura 13.

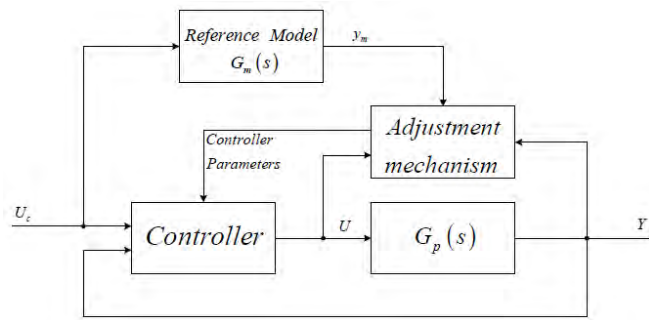


Figura 13. Estructura de un sistema de control MRAC (Kangwanra et al, 2010)

Modelo de referencia: se utiliza para especificar la respuesta ideal del sistema de control adaptativo al comando externo. Debe reflejar las especificaciones de rendimiento en las tareas de control. El comportamiento ideal especificado por el modelo de referencia debe ser alcanzable para el sistema de control.

Controlador: contiene la ley de control en términos de los parámetros ajustables, respecto a los cuales es lineal, estos cambian en el tiempo de acuerdo al mecanismo de ajuste y sus valores son dependientes a la ganancia de adaptación.

Mecanismo de adaptación: Se utiliza para ajustar los parámetros en la ley de control. La ley de adaptación busca los parámetros de modo que la respuesta de la planta sea la misma que el modelo de referencia. En el caso de esta tesis se usará la regla MIT.

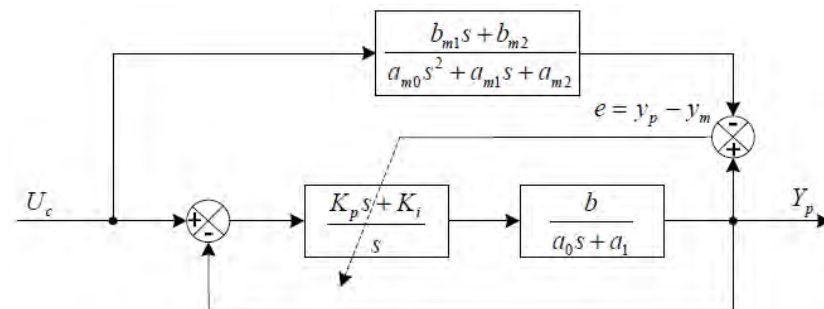


Figura 14. Ejemplo de un sistema 1<sup>er</sup> orden con control MRAC (Kangwanra et al, 2010)

## 2.4 Regla MIT

Regla desarrollada en Massachusetts Institute of Technology, la cual define una función de costo:

$$J(\theta) = \frac{1}{2} e^2(\theta) \quad (2.17)$$

Donde “e” es el error entre la planta y el modelo,  $\theta$  representa los parámetros de la ley de control, el cual puede ser un escalar o un vector dependiendo de la cantidad de parámetros de la ley de control seleccionada. Para optimizar la función de costo entonces se requiere que los parámetros  $\theta$  de la ley de control sean ajustados de una manera que minimice J. Para ello se requiere que esos parámetros se cambien en la dirección negativa del gradiente de la función de costo.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma \frac{\partial J}{\partial \theta} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (2.18)$$

$\gamma$  es la ganancia de adaptación; a mayor valor el sistema responde más rápido, pero con mayor sobre impulso y a menor ganancia la respuesta es más lenta con menor sobreimpulso.  $de/d\theta$  se llama la sensibilidad derivada del sistema, esto muestra cómo el error está cambiando con respecto a  $\theta$ .

Ya que el modelo de referencia no depende del parámetro  $\theta$ , de modo que el cálculo del gradiente del error de seguimiento se reduce a la derivada parcial del modelo matemático de la planta en lazo cerrado respecto al parámetro de la ley de control  $\theta$ .

$$\frac{dk_p}{dt} = -\gamma_p \left( \frac{\partial J}{\partial k_p} \right) = -\gamma_p \left( \frac{\partial J}{\partial e} \right) \left( \frac{\partial e}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial k_p} \right) \quad (2.19)$$

$$\frac{dk_i}{dt} = -\gamma_i \left( \frac{\partial J}{\partial k_i} \right) = -\gamma_i \left( \frac{\partial J}{\partial e} \right) \left( \frac{\partial e}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial k_i} \right) \quad (2.20)$$

Pero debido a que  $e = y - y_m$ :

$$\frac{de}{dy} = 1 \quad (2.21)$$

$$\frac{dJ}{de} = e \quad (2.22)$$

Por lo que obtenemos:



$$\frac{dk_p}{dt} = -\gamma_p \left( \frac{dJ}{dk_p} \right) = -\gamma_p e \left( \frac{dy}{dk_p} \right) \quad (2.23)$$

$$\frac{dk_i}{dt} = -\gamma_i \left( \frac{dJ}{dk_i} \right) = -\gamma_i e \left( \frac{dy}{dk_i} \right) \quad (2.24)$$

Conociendo el modelo de la planta en lazo cerrado con el control

$$\frac{y(s)}{u_c(s)} = \frac{b(k_p s + k_i)}{a_0 s^2 + s(a + bk_p) + bk_i} \quad (2.25)$$

Luego la ecuación 2.25 se deriva respecto a  $K_p$  y  $K_i$ , por lo que se llega a:

$$\frac{dk_p}{dt} = -\gamma_p e \frac{bs}{a_0 s^2 + s(a + bk_p) + bk_i} (u_c - y) \quad (2.26)$$

$$\frac{dk_i}{dt} = -\gamma_i e \frac{b}{a_0 s^2 + s(a + bk_p) + bk_i} (u_c - y) \quad (2.27)$$

A partir de los cuales podemos llegar al controlador PI

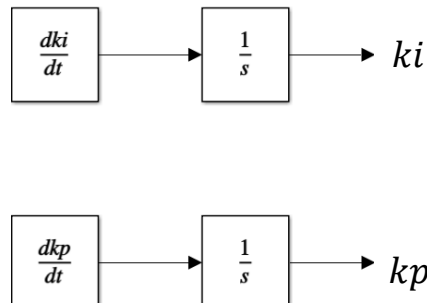


Figura 15. Representación de obtención de parámetros de control

## 2.5 Modelo desacoplado

Como se muestra en la Figura 16 se agrega una etapa con control de desacople a fin de separar la función TITO en dos SISO. Con estos se desacopla la interacción entre los tanques, de modo que el cambio de variables en un tanque no afecte al otro y se obtiene nuevas funciones de transferencia. Por lo que el controlador MRAC manipula las variables de entrada al desacoplador. Con esta configuración se pretende que el controlador vea al nuevo proceso aparente como un conjunto de  $n$  procesos totalmente independientes o con mucha menos interacción. (Morilla et al, 2013)

Para lo cual se usa la técnica del desacoplo simplificado, que define una matriz de desacoplo  $D$  y la matriz  $D \cdot G$  que define al nuevo proceso:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{G_{12}}{G_{11}} \\ -\frac{G_{21}}{G_{22}} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$G \cdot D = \begin{pmatrix} G_{11} - \frac{G_{21} \cdot G_{12}}{G_{22}} & 0 \\ 0 & G_{22} - \frac{G_{21} \cdot G_{12}}{G_{11}} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

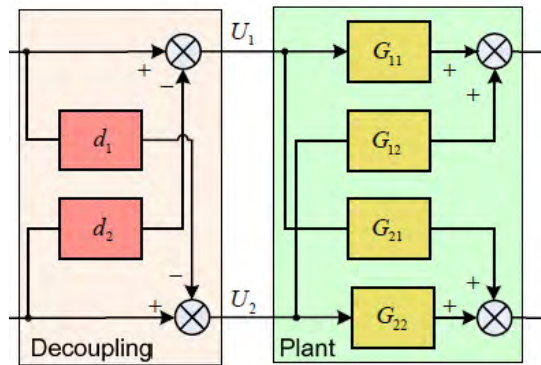


Figura 16. Diagrama de la etapa de desacoplamiento (Numsomran et al, 2007)

Se definen  $d_1$  y  $d_2$ :

$$d_1(s) = \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \quad (2.30)$$

$$d_2(s) = \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \quad (2.31)$$

De los cuales las nuevas funciones de transferencia serán:

$$g_1(s) = G_{11} - d_1(s)G_{12}(s) \quad (2.32)$$

$$g_2(s) = G_{22} - d_2(s)G_{21}(s) \quad (2.33)$$

### 3. Diseño y simulación del control para un sistema de dos tanques acoplados

#### 3.1 Introducción

En el presente capítulo se realiza el diseño del sistema de control. Partiendo de las ecuaciones halladas en el capítulo anterior y de los datos de la planta, se obtiene cada una de las partes del modelo adaptativo por modelo de referencia.

Previo a conseguir el controlador, se debe tener el modelo de la planta real, de la cual se consigue el modelo desacoplado con los controladores de desacoplo. Luego se procede a diseñar controles PI para los modelos de tanques desacoplados, los cuales servirán para diseñar el modelo de referencia. Después se sigue la regla MIT para el método de adaptación.

Por último, se validó el diseño en el entorno virtual de simulación de Simulink para comprobar su funcionamiento.

#### 3.2 Modelo de planta

Las ecuaciones de estado del modelo no lineal (2.5 y 2.6) de la planta se definieron en la sección 2.2 a partir de las leyes físicas de la dinámica de fluidos, además se mostró el modelo linealizado en espacio – estado (2.9). De lo cual se obtuvieron las ecuaciones de transferencia de la planta (2.13, 2.14, 2.15 y 2.16). Luego las variables de éstas fueron reemplazadas con las por los datos de la planta (Altura de los tanques, diámetro de tuberías, áreas de los tanques, áreas de tuberías de salida), con punto de operación del tanque 1 en 24 cm y el tanque 2 en 20 cm, se obtiene las siguientes funciones que representan el comportamiento de la planta real, que también es representada en el diagrama de la Figura 17.

$$G_{11}(S) = \frac{0.004412 S + 0.0005619}{S^2 + 0.2518 S + 0.006994} \quad (3.1)$$

$$G_{12}(S) = \frac{0.0004177}{S^2 + 0.2518 S + 0.006994} \quad (3.2)$$

$$G_{22}(S) = \frac{0.004438 S + 0.0005524}{S^2 + 0.1275 S + 0.002906} \quad (3.3)$$

$$G_{21}(S) = \frac{0.0004152}{S^2 + 0.2518 S + 0.006994} \quad (3.4)$$

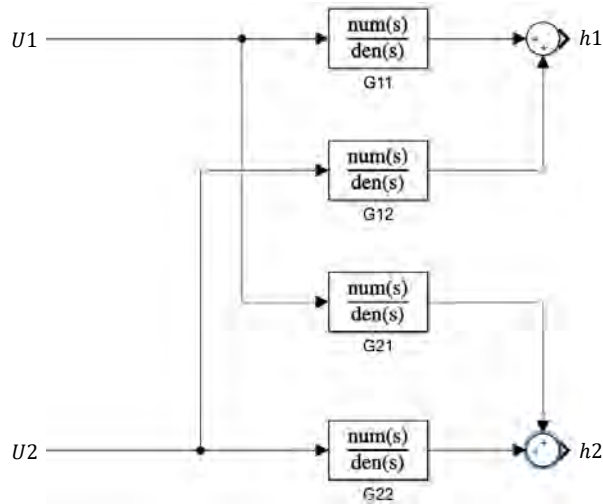


Figura 17. Diagrama de la planta

### 3.3 Control por desacoplamiento

#### 3.3.1 Modelo de desacoplamiento

La etapa de desacoplamiento de la planta se obtiene de las ecuaciones 2.30 y 2.31, de los cuales se obtienen los controladores, en la Figura 18 se observa el diagrama de bloques de la planta con los controladores D1 y D2 de desacoplo:

$$D1 = \frac{0.0004152}{0.004438 s + 0.0005524} \quad (3.5)$$

$$D2 = \frac{0.0004177}{0.004412 S + 0.0005619} \quad (3.6)$$

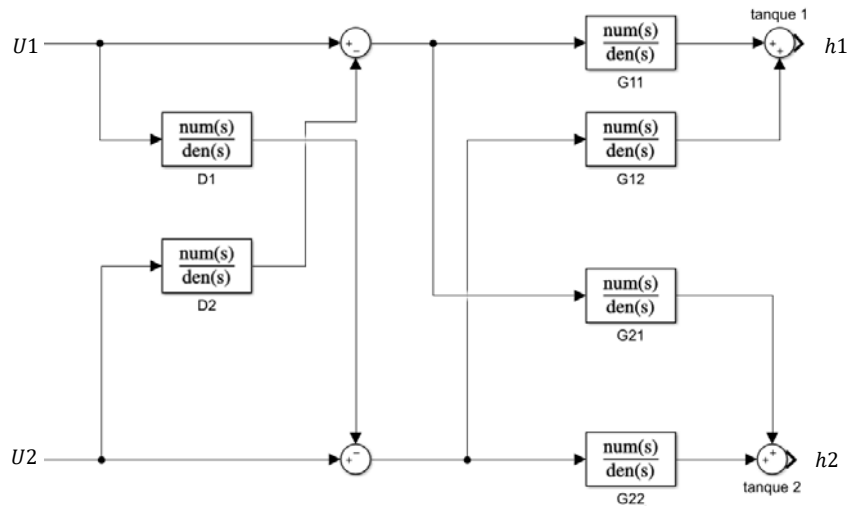


Figura 18. Diagrama de la planta con controladores de desacoplamiento

De lo anterior obtenemos las nuevas funciones de transferencia SISO de la planta a partir de las ecuaciones 2.11 y 2.12:

$$g_1 = \frac{1.958 \cdot 10^{-5} S^4 + 1.03 \cdot 10^{-5} S^3 + 1.685 \cdot 10^{-6} S^2 + 8.685 \cdot 10^{-8} S + 1.392 \cdot 10^{-9}}{0.004438 S^5 + 0.002908 S^4 + 6.834 \cdot 10^{-4} S^3 + 6.901 \cdot 10^{-5} S^2 + 2.858 \cdot 10^{-6} S + 4.075 \cdot 10^{-9}} \quad (3.7)$$

$$g_2 = \frac{1.958 \cdot 10^{-5} S^4 + 1.03 \cdot 10^{-5} S^3 + 1.685 \cdot 10^{-6} S^2 + 8.686 \cdot 10^{-8} S + 1.392 \cdot 10^{-9}}{0.004412 S^5 + 0.002911 S^4 + 6.903 \cdot 10^{-4} S^3 + 7.038 \cdot 10^{-5} S^2 + 2.933 \cdot 10^{-6} S + 4.198 \cdot 10^{-8}} \quad (3.8)$$

Para identificar la respuesta del sistema desacoplado se usó como entrada para cada función de transferencia en lazo abierto una señal de escalón unitario:

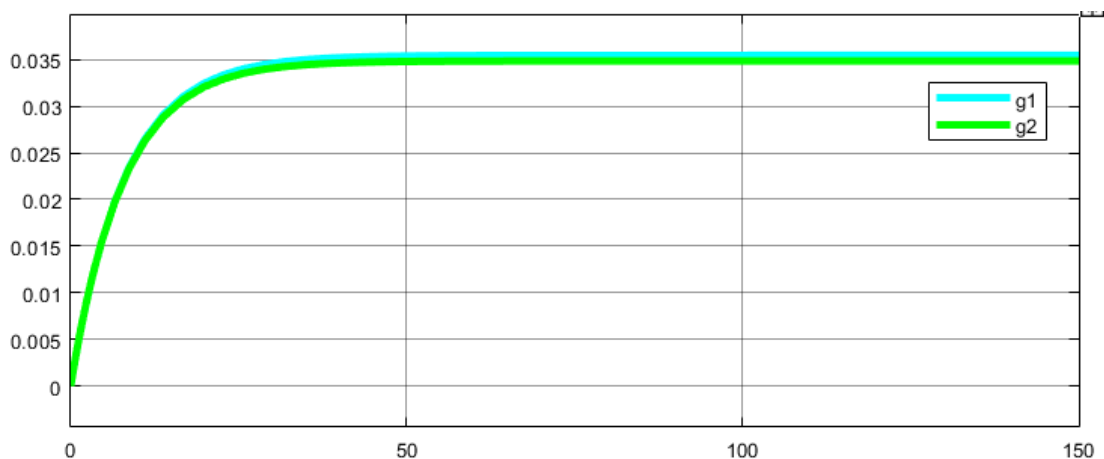


Figura 19. Comportamiento de la planta con control de desacoplamiento

Como se observa en la Figura 19, cada sistema se comporta como un sistema de primer orden, con solo un polo dominante. Las funciones  $g_1$  y  $g_2$  se pueden aproximar a:

$$g_{1\text{aproximado}} = \frac{0.03546}{8.065 S + 1} \quad (3.9)$$

$$g_{2\text{aproximado}} = \frac{0.03485}{7.873 S + 1} \quad (3.10)$$

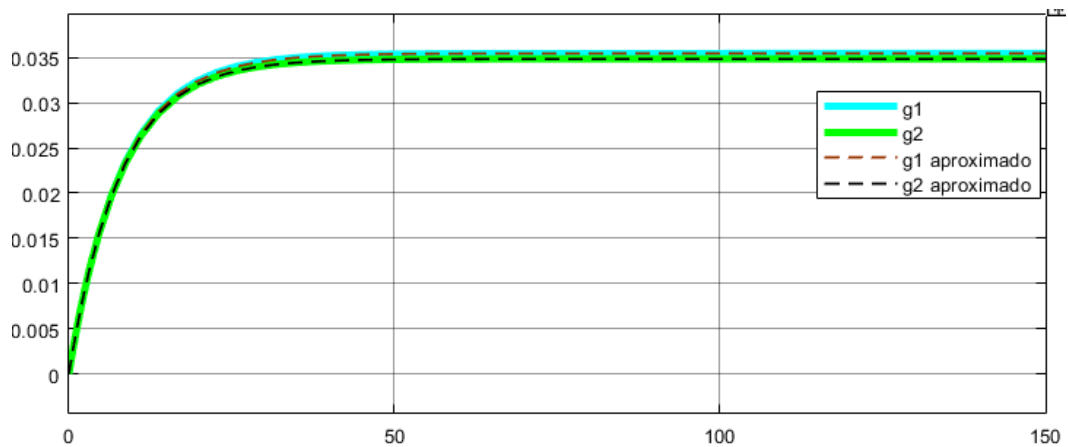


Figura 20. Comparación de las funciones  $g_1$  y  $g_2$  con  $g_{1\text{aproximado}}$  y  $g_{2\text{aproximado}}$

Se observa en la Figura 20 que las funciones aproximadas halladas describen el comportamiento de la planta con controladores de desacoplo.

### 3.3.2 Diseño del control PI

A partir de las funciones de transferencia  $g_{1\text{aproximado}}$  y  $g_{2\text{aproximado}}$  se diseña un controlador PI para cada uno. Por lo que habrá dos modelos de referencia, uno por cada tanque para describir su comportamiento deseado.

Para ambos tanques se define el tiempo de establecimiento en 100 segundos y el sobreimpulso en 0%

$$t_s = \frac{4}{\varepsilon\omega_n} \quad (3.11)$$

$$100 = \frac{4}{\varepsilon\omega_n} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon\omega_n = 0.04 \quad (3.13)$$

Por lo que el polo deseado es el siguiente:

$$S = -0.04 \quad (3.14)$$

La función  $g1_{aproximado}$  tiene un polo en  $S = -0.1289$ , por lo que el cero que se agrega para que el polo deseado este dentro del lugar geométrico, en este caso se usó  $-0.09$ . Luego se halló  $k_p$  con la condición  $\|PI(s) \cdot g1_{aproximado}(s)\| = 1$ .

Para la función  $g1_{aproximado}$  la función de transferencia obtenida del controlador se muestra en (3.15), la Figura 21 se encuentra el diagrama de su diseño.

$$PI: \frac{15.2826S + 1.3754}{S} \quad (3.15)$$

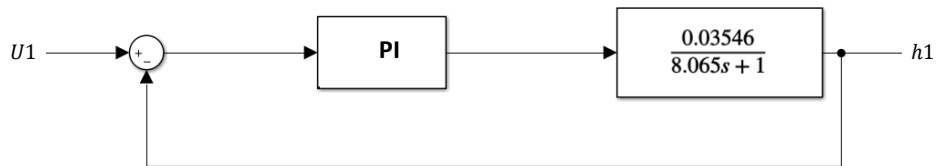


Figura 21. Diagrama de diseño del controlador PI para  $g1_{aproximado}$

Para la función  $g2_{aproximado}$ , con polo  $S = -0.127$ , se ubicó el cero del PI en  $-0.09$ . Por lo que la función de transferencia obtenida del controlador se muestra en (3.16), en la Figura 22 se encuentra el diagrama de su diseño.

$$PI: \frac{15.7264 S + 1.4154}{S} \quad (3.16)$$

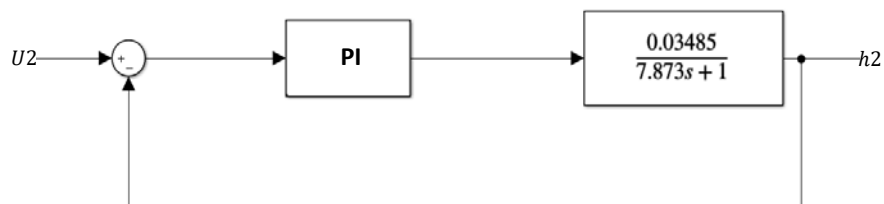


Figura 22. Diagrama de diseño del controlador PI para  $g2_{aproximado}$

### 3.3.3 Simulación con control PI

Se dispone a comprobar los controladores PI mediante la simulación de éstos con la planta desacoplada, en la Figura 23 se observa el diagrama de bloques de los controladores PI implementados, de ser satisfactorios los resultados se procederá a obtener el modelo de referencia.



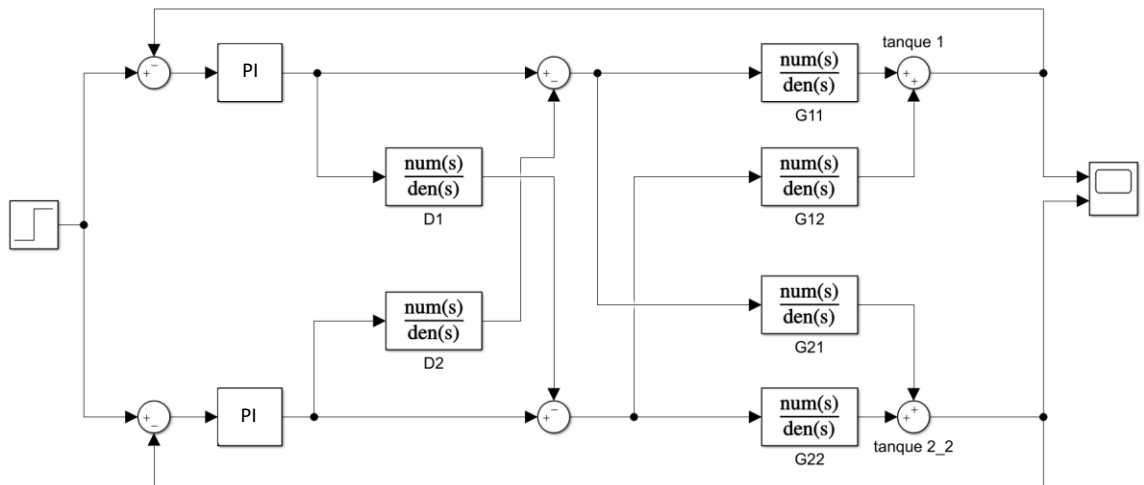


Figura 23. Diagrama del sistema con control de desacoplamiento y PI

En la Figura 24 se observa la respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón, en la tabla 1 se detalla el tiempo de subida y respuesta, el error en estado estable y el sobreimpulso.

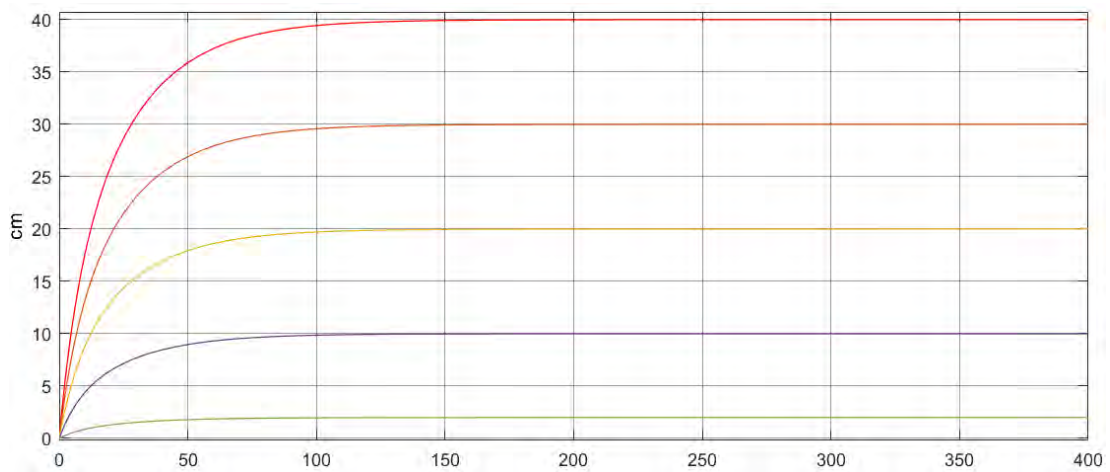


Figura 24. Respuesta del sistema desacoplado con PI para el tanque 1

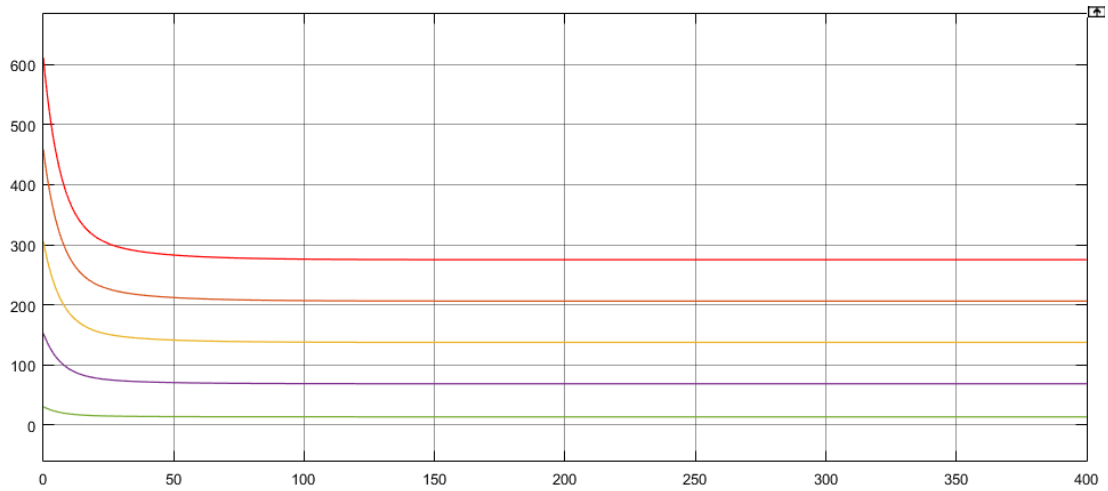


Figura 25. Señal de control del sistema desacoplado con PI para el tanque 1

Tabla 1. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón con PI

Tanque 1				
U	tr(90%)(S)	Tes(2%)(S)	Ees	Mp(%)
2	50.6	91.35	0	0
10	50.62	91.2	0	0
20	50.62	91.2	0	0
40	50.62	91.2	0	0

En la Figura 26 se observa la respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón, en la tabla 2 se detalla el tiempo de subida y respuesta, el error en estado estable y el sobreimpulso.

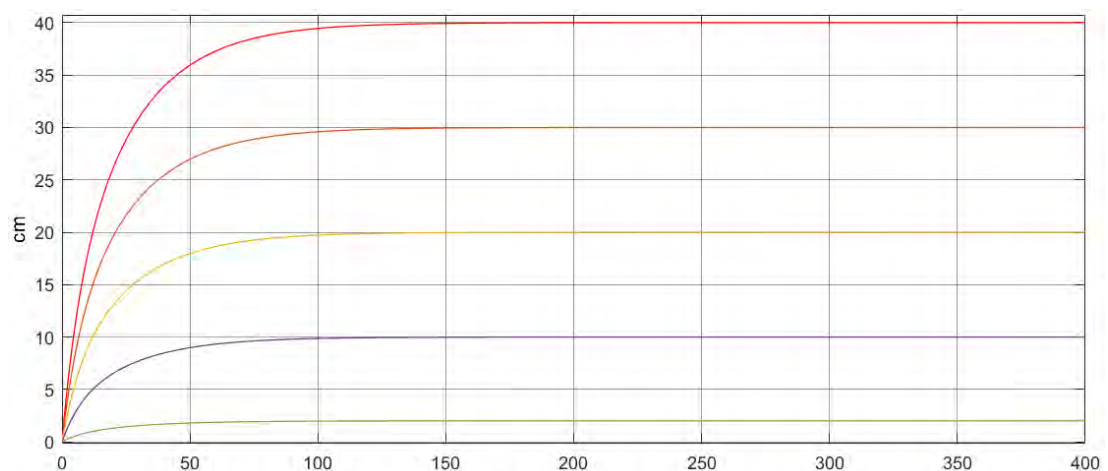


Figura 26. Respuesta del sistema desacoplado con PI para el tanque 2

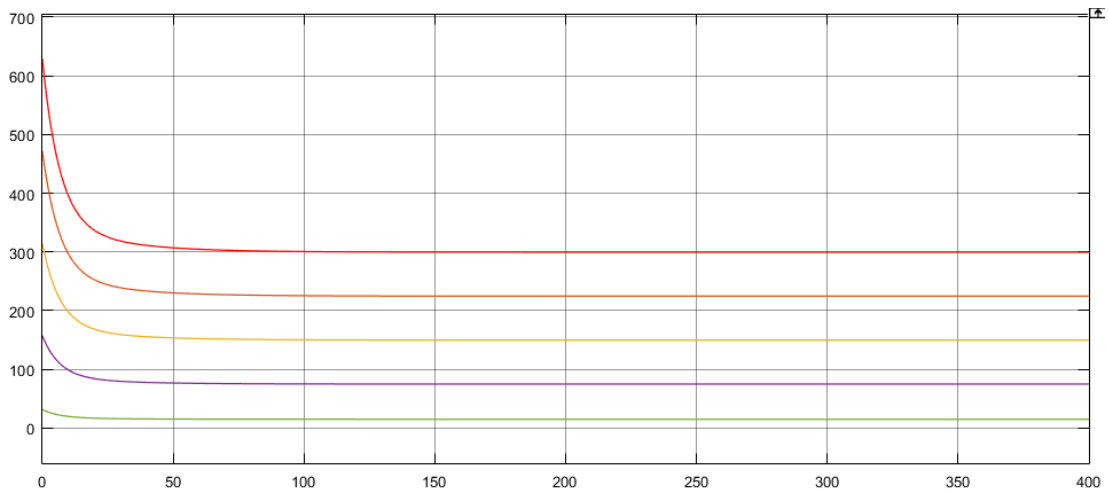


Figura 27. Señal de control del sistema desacoplado con PI para el tanque 2

Tabla 2. Respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón con PI

Tanque 2				
u	tr(90%)(S)	Tes(2%)(S)	Ees	Mp(%)
2	50.3	91	0	0
10	50.31	90.8	0	0
20	50.31	90.8	0	0
40	50.31	90.8	0	0

Como se observa en las tablas y gráficos anteriores, los controladores PI logran que el sistema cumpla con los requerimientos deseados.

### 3.4 Control adaptativo por modelo de referencia

#### 3.4.1 Diseño del modelo de referencia

El modelo de referencia del control es la función de transferencia en lazo cerrado de los sistemas mostrados en las Figuras 21 y 22. Por lo que el modelo para el tanque 1 es:

$$g1_m = \frac{0.54192 S + 0.04877}{8.065 S^2 + 1.54192 S + 0.04877} \quad (3.17)$$

Del mismo modo para el tanque 2 sería:

$$g2_m = \frac{0.54806 S + 0.04932}{7.873 S^2 + 1.54806 S + 0.04932} \quad (3.18)$$

### 3.4.2 Diseño del mecanismo de adaptación

Siguiendo las ecuaciones 2.25 y 2.26 respectivamente para el tanque 1, con los datos de la función de transferencia  $g1_{\text{aproximado}}$ , se obtiene:

$$\frac{dk_p}{dt} = -\gamma_p e \frac{0.03546 S}{8.065 S^2 + 1.54192 S + 0.04877} (u_c - y_p) \quad (3.19)$$

$$\frac{dk_i}{dt} = -\gamma_i e \frac{0.03546}{8.065 S^2 + 1.54192 S + 0.04877} (u_c - y_p) \quad (3.20)$$

Del mismo modo para obtener el sistema de adaptación del tanque 2 con los datos de  $g2_{\text{aproximado}}$ .

$$\frac{dk_p}{dt} = -\gamma_p e \frac{0.03485 S}{7.873 S^2 + 1.54806 S + 0.04933} (u_c - y_p) \quad (3.21)$$

$$\frac{dk_i}{dt} = -\gamma_i e \frac{0.03485}{7.873 S^2 + 1.54806 S + 0.04933} (u_c - y_p) \quad (3.22)$$

El mecanismo generará valores de  $K_i$  y  $K_p$  dependiendo del error entre la planta y el modelo de referencia, con esto se busca que la planta siga al modelo de referencia según los parámetros deseados para el proceso.

### 3.5 Diagrama de bloques solución

En la Figura 28 se encuentra el diagrama de bloques que representa el funcionamiento del control adaptativo por sistema de referencia para el proceso hidráulico TITO que fue modelado, en la que “u” representa el set point. La respuesta del modelo de referencia es  $y_m$ , “e” es el error entre la planta y el modelo,  $u_c$  es la diferencia entre el set point y la altura de la planta. La cual entra a los bloques de adaptación que representan a las ecuaciones 2.8 y 2.9.  $K_i$  y  $K_p$  son los parámetros de control y “ $\gamma$ ” es la ganancia de adaptación.



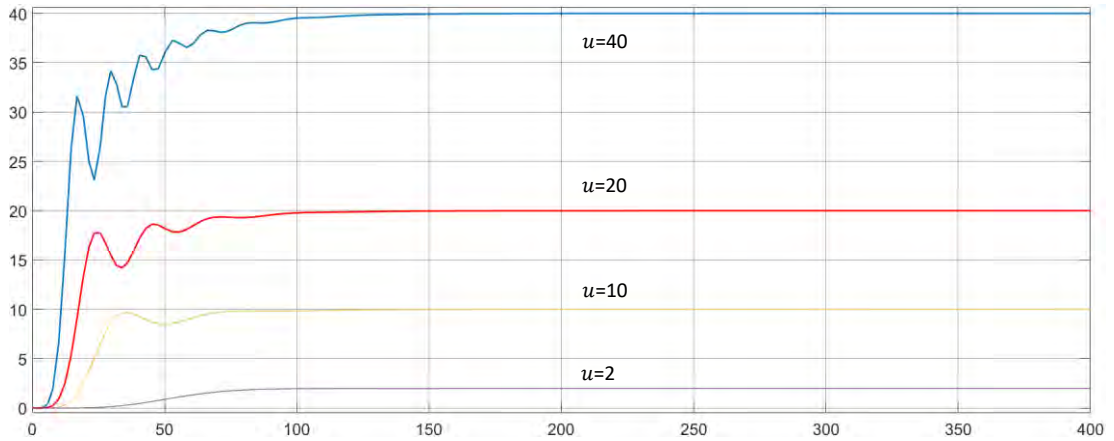


Figura 29. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón  $\gamma_p= 0.01$  y  $\gamma_i=0.01$ .

Tabla 3. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón

Tanque 1				
u	tr(90%)	Tes(2%)(seg)	Ees(%)	Mp(%)
2	78.05	97	0	0
10	58.91	75.027	0	0
20	57.24	91.177	0	0
40	50.14	92.5	0	0

Los resultados de esta simulación en el tanque 2 se pueden observar en la Figura 30, el sistema tuvo diferentes valores entradas de tipo escalón. Los detalles de su repuesta se pueden ver en la tabla 4.

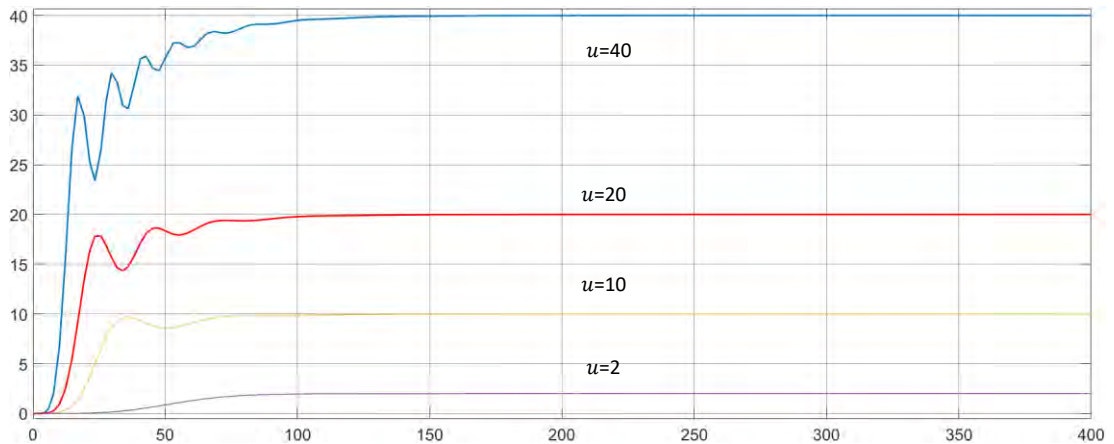
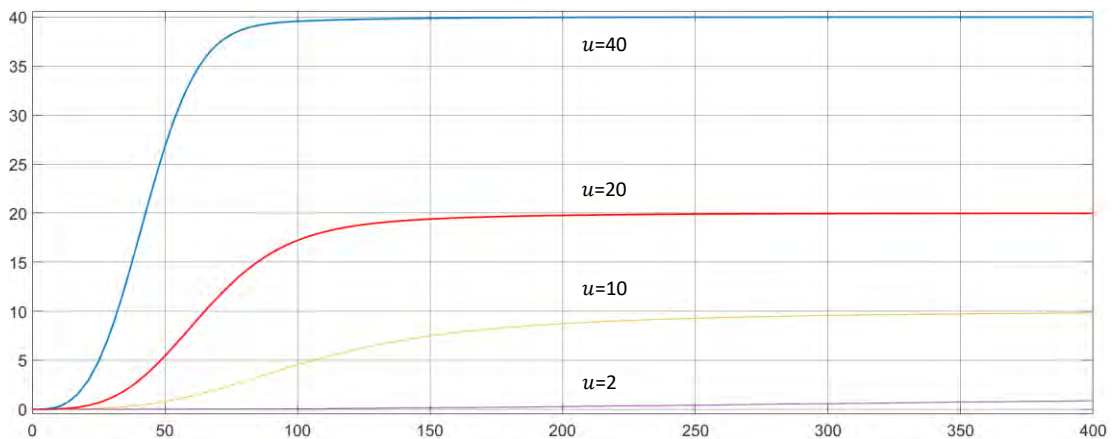


Figura 30. Respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón  $\gamma_p= 0.01$  y  $\gamma_i=0.01$ .

**Tabla 4. Respuesta del tanque 2 a diferentes entradas escalón**

Tanque 2				
u	tr(90%)(seg)	Tes(2%)(seg)	Ees(%)	Mp(%)
2	79.45	101	0	0
10	58.9	75.8	0	0
20	56.6	91.612	0	0
40	50.64	92.398	0	0

Ahora se simulará el sistema con diferentes ganancias de adaptación y sólo se observará su comportamiento en el tanque 1. Para el tanque 1  $\gamma_p = 0.01$  y  $\gamma_i = 0.00005$ , del mismo modo para el tanque 2 se usa  $\gamma_p = 0.01$  y  $\gamma_i = 0.0005$ . En la Figura 31 se pueden observar los resultados.



**Figura 31. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón con  $\gamma_p = 0.01$  y  $\gamma_i = 0.00005$**

En la tabla 5 se detallan los resultados de la simulación, en la que se observa que no cumplen con los requerimientos deseados.

**Tabla 5. Respuesta del tanque 1 con  $\gamma_p = 0.01$  y  $\gamma_i = 0.00005$**

Tanque 1				
u	tr(90%)(seg)	Tes(2%)(seg)	Ees(%)	Mp(%)
2	1162	2014.145	0	0
10	219.750	384.088	0	0
20	108.935	168.666	0	0
40	65.8	86.414	0	0

Ahora se simula con  $\gamma_p = 0.9$ ,  $\gamma_i = 0.01$  y para el tanque 1  $\gamma_p = 0.9$  y  $\gamma_i = 0.01$ , cuya respuesta se ve en la Figura 32.

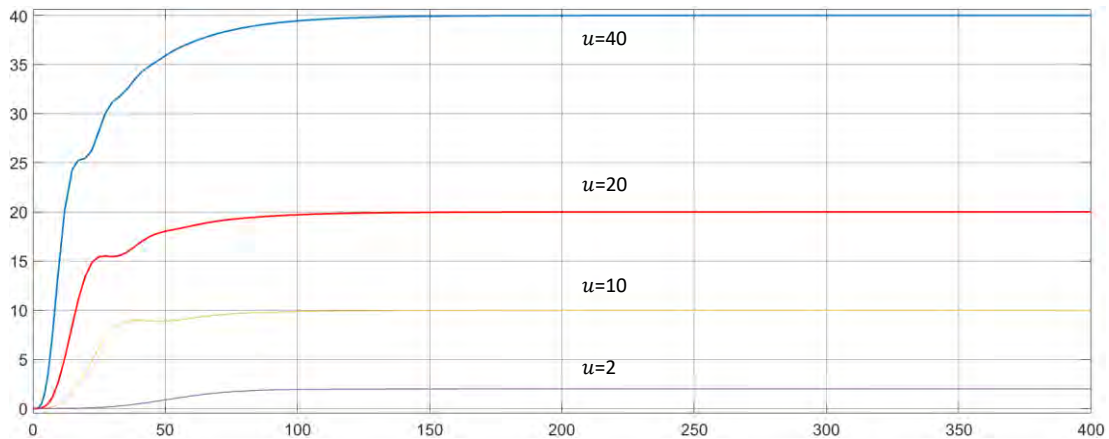


Figura 32. Respuesta del tanque 1 a diferentes entradas escalón con  $\gamma_p = 0.9$  y  $\gamma_i = 0.01$

En la tabla 6 se detallan los resultados de la simulación, en la que se observa que se cumplen con los requerimientos deseados.

Tabla 6. Respuesta del tanque 1 con  $\gamma_p = 0.09$  y  $\gamma_i = 0.001$

Tanque 1				
u	tr(90%)(seg)	Tes(2%)(seg)	Ees(%)	Mp(%)
2	80.200	104.194	0	0
10	55.44	90.564	0	0
20	50.19	91.874	0	0
40	50.95	91.350	0	0

### 3.6 Análisis de resultados

El controlador diseñado es sensible al cambio de amplitud de la señal de entrada del sistema. Pero las oscilaciones disminuyen conforme se acercan al nivel de referencia, además cumple con los requerimientos del sistema.

Por otro lado, al comparar los resultados de las simulaciones de los controladores PI con desacopladores en el subcapítulo 3.3.3 del tanque 1 con el controlador MRAC con ganancias de adaptación  $\gamma_p = 0.01$  y  $\gamma_i = 0.01$ , Figura 30, se obtuvieron resultados similares, siendo la mayor diferencia de 8.29 segundos cuando el nivel de referencia es 10, para el tiempo de subida y 16.17 para el tiempo de establecimiento.



**Tabla 7. Comparación de controladores MRAC y PI para el tanque 1**

Tanque 1				
MRAC			PI	
u	tr(90%)	Tes(2%)(seg)	tr(90%)(S)	Tes(2%)(S)
2	78.05	97	50.6	91.35
10	58.91	75.027	50.62	91.2
20	57.24	91.177	50.62	91.2
40	50.14	92.5	50.62	91.2

No obstante, al realizar la comparación con ganancias de adaptación  $\gamma_p = 0.01$  y  $\gamma_i = 0.0005$ , Figura 31, para el controlador MRAC, el desempeño empeora. Se diseñó con tiempo de establecimiento de 100 segundos, el cual no se cumple para todos los niveles de referencia, ya que el tiempo de establecimiento aumenta conforme se reduce el nivel de referencia. Asimismo, no presenta oscilaciones en el estado transitorio, debido a que el efecto integral se ve reducido por el valor la ganancia de adaptación integral.

**Tabla 8. Comparación de controladores MRAC y PI para el tanque 1**

Tanque 1				
MRAC			PI	
u	tr(90%)	Tes(2%)(seg)	tr(90%)(S)	Tes(2%)(S)
2	1162	2014.145	50.6	91.35
10	219.750	384.088	50.62	91.2
20	108.935	168.666	50.62	91.2
40	65.8	86.414	50.62	91.2

Se concluye que el desempeño del controlador MRAC es dependiente de las ganancias de adaptación, los cuales afectan tiempo de establecimiento y el comportamiento en estado transitorio (oscilamiento).

## 4. Propuesta de implementación del control MRAC

### 4.1 Introducción

En el presente capítulo se desarrolla la propuesta de implementación del sistema de control adaptativo por modelo de referencia. Dicha propuesta, previamente discretizada, fue desarrollada en Labview, en los anexos se encuentran los programas implementados. Se usa como planta experimental una computadora con un programa hecho en Simulink que simula el comportamiento dinámico no lineal de la planta real. Además, se considera el desarrollo de una interfaz gráfica. También se presenta la implementación del controlador PI con desacoplador que se mostró en el subcapítulo 3.3.3, con el propósito de comparar los resultados del control MRAC para determinar si se justifica usar el método propuesto.

### 4.2 Discretización

Para el desarrollo de la propuesta de implementación se requiere que el sistema de control continuo que ha sido diseñado sea implementado con control discreto en un controlador digital. Para ello, primero se usó la aproximación de Tustin con tiempo de muestreo de 1 segundo en cada uno de las ecuaciones del sistema.

$$\frac{0.0004152}{0.0094284s + 0.00.832364} \xrightarrow{\text{Tustin}} \frac{0.0004152z + 0.0004152}{0.0094284z + 0.00.832364}$$

Figura 33. Ejemplo de discretización con el desacoplador D1.

Luego, se procedió a representar el sistema discreto en ecuación de diferencias, para lo cual se acomodan las ecuaciones para aplicar la transformada Z inversa:

$$\frac{D1(z)}{u(z)} = \frac{0.0004152z + 0.0004152}{0.0094284z + 0.00.832364} \quad (4.1)$$

$$\frac{D1(z)}{u(z)} = \frac{0.0004152 + 0.0004152z^{-1}}{0.0094284 - 0.00.832364z^{-1} +} \quad (4.2)$$

$$0.0094284D1(z) - 0.00.832364z^{-1}D1(z) = 0.0004152u(z) + 0.0004152z^{-1}u(z) \quad (4.3)$$

Después se aplicó la transformada Z inversa:

$$0.0094284D1(k) - 0.00832364D1(k - 1) = 0.0004152u(k) + 0.0004152u(k - 1) \quad (4.4)$$

Con lo cual ya se obtiene la ecuación de diferencias con lo que se puede programar un controlador digital.

### 4.3 Algoritmo de control por desacoplamiento con PI

El programa recibe el set point deseado y la altura del agua en los tanques, luego realiza el cálculo del error en cada tanque. Después calcula la ley de control para los controladores PI de cada tanque. A continuación, ambas señales pasan por la subrutina del control por desacoplamiento. Luego las variables locales del PI se actualizan para la siguiente iteración del programa.

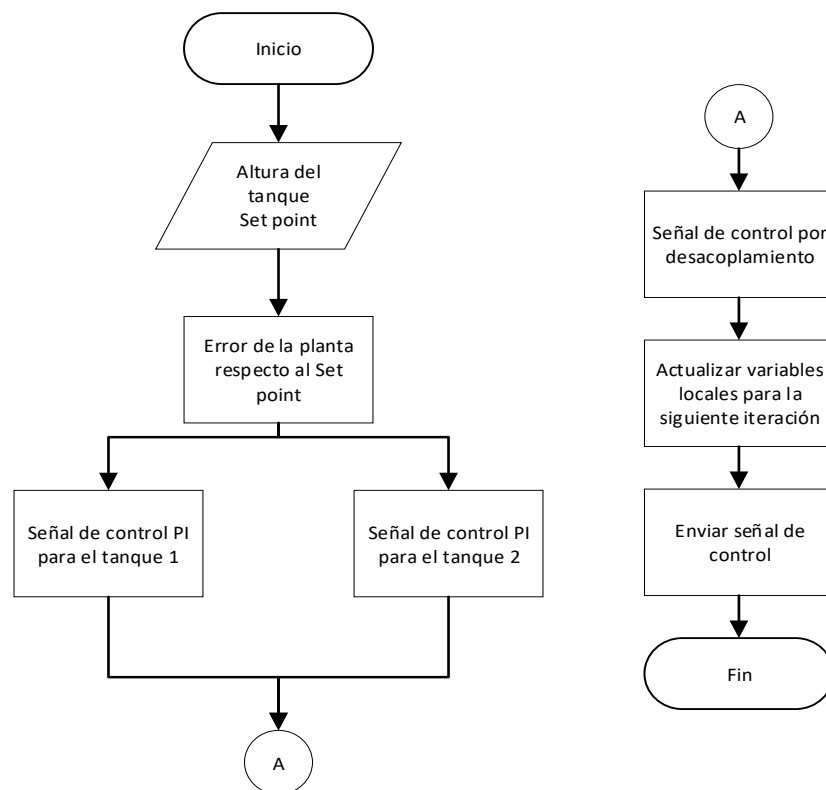


Figura 34. Diagrama de flujo del sistema de control PI

#### 4.4 Algoritmo de control de MRAC

De acuerdo a los capítulos anteriores se ha esquematizado un diagrama de flujo para el control adaptativo por modelo de referencia en la Figura 35, que explica el comportamiento general del controlador. El cual contempla las subrutinas de modelo de referencia, el control de adaptación y el control de desacoplo.

En primer lugar, se fijará el Set point, introducido por el operador, a partir del cual se obtiene la respuesta del modelo de referencia. Luego se almacena la altura actual de los tanques. Estas variables son usadas por la subrutina de control de adaptación, a partir del cual se obtiene señales de control de un PI para cada tanque. Éstas luego pasan por controladores de desacoplo y la señal de control resultante será enviada a los actuadores. El algoritmo se ejecutará hasta que el nivel en los tanques alcance la altura deseada.

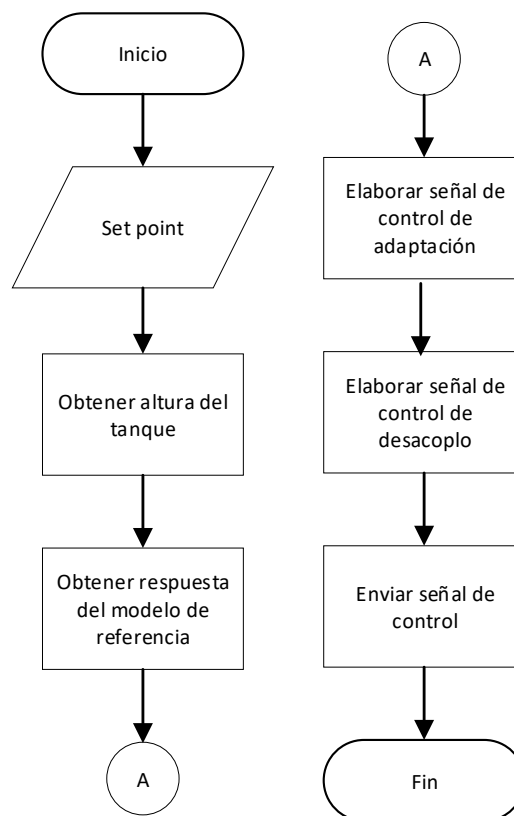


Figura 35. Diagrama de flujo del sistema de control MRAC

En la subrutina de la de adaptación, como se aprecia en la Figura 36, se calcula el error del set point con la salida de la planta y el error de la planta respecto al modelo.

Con ambos se obtiene el  $k_i$  y  $k_p$ ; además, se vuelve a emplear el error de la planta respecto al Set point para obtener los valores del control del proporcional e integral de ambos tanques, las cuales son la salida de la función.

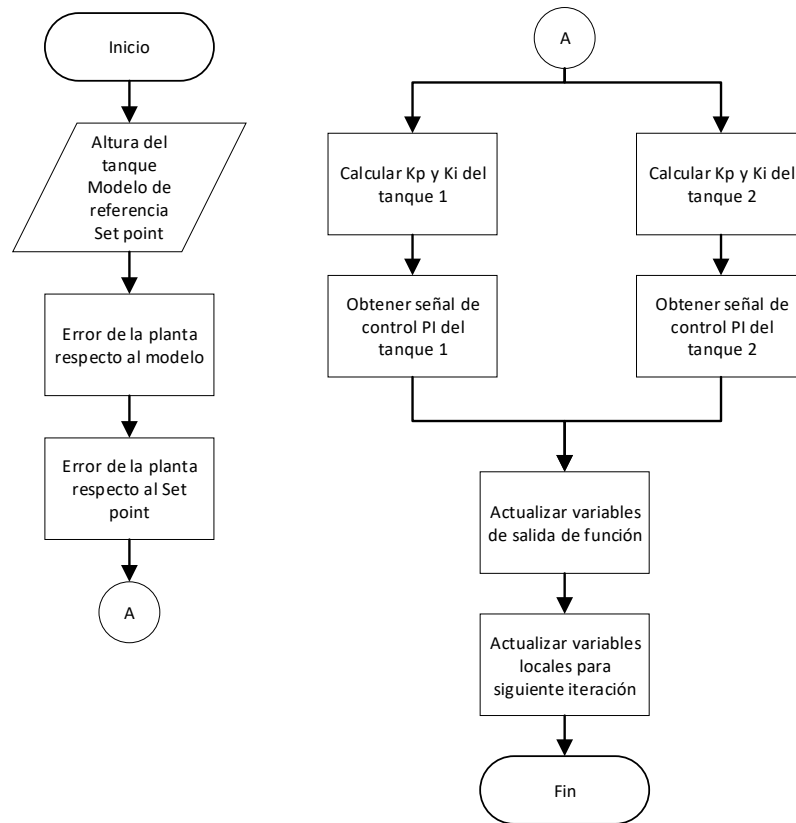


Figura 36. Diagrama de flujo de la subrutina de control de adaptación

La subrutina de desacople, cuyo diagrama de flujo se observa en la Figura 37, recibe las señales de control del PI de cada tanque. El controlador D1 tiene de entrada la señal del PI del tanque 1, luego la señal del PI del tanque 2 se resta menos la señal de control de D1, ésta nueva señal va al actuador del tanque 2. Respectivamente el controlador D2 tiene de entrada la señal del PI del tanque 2, después la señal del PI del tanque 1 se resta menos la señal de control de D2, la señal resultante se envía al actuador de la bomba respectiva.

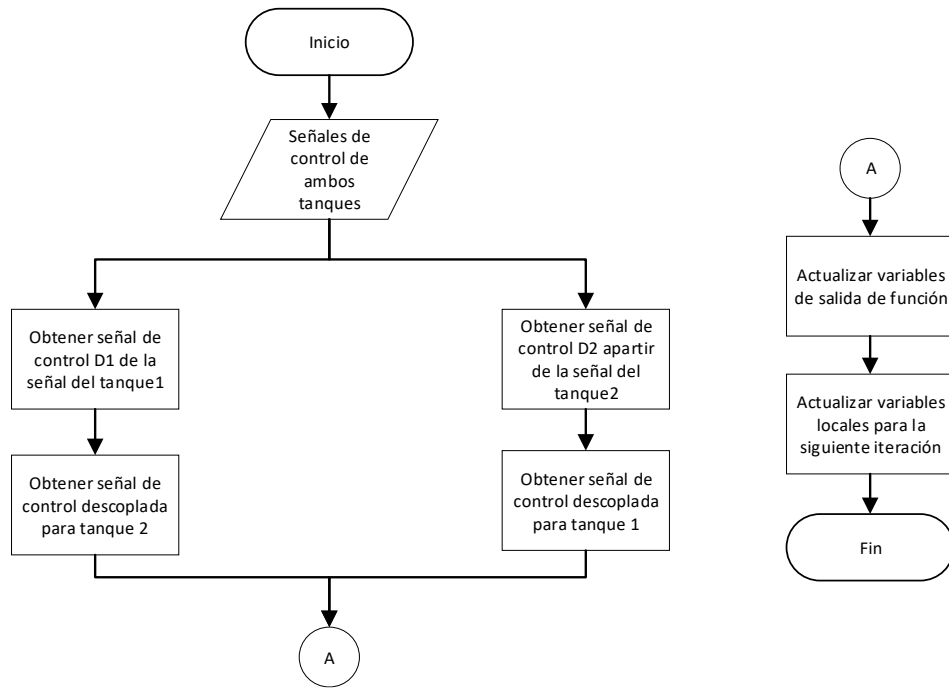


Figura 37. Diagrama de flujo de la subrutina de control de desacople

## 4.5 Dispositivos de implementación

Los algoritmos de control presentados serán implementados en labview para realizar las pruebas comparativas, con las cuales se busca comprobar si es que el control adaptativo por control de referencia se justifica como mejor alternativa al control PI. Una vez obtenida las ecuaciones de diferencias, en el entorno gráfico del diagrama de bloques. Se programa cada subrutina en un Sub-Vi (Sub Virtual Instrument) que va a ser llamado por el programa o VI principal. Se cuenta con la tarjeta de adquisición de datos (DAQ) NI PCI/PXI-6229 del fabricante National Instruments, tanto en computadora con el controlador como en la planta, que cuentan con salidas y entradas analógicas que son conectadas entre sí para la transmisión de datos. Se presenta una propuesta de procedimiento para la puesta en marcha del sistema:

- 1) Configurar la planta para usar los puertos correspondientes del DAQ.
- 2) Configurar la Simulación en tiempo real en Simulink.
- 3) Identificar y cablear las salidas y entradas analógicas a usar.

- 4) Agregar los sistemas de control ya sea MRAC (modelo de referencia, adaptación y desacoplo) o para el PI (cálculo del PI y desacoplo) en el programa principal.
- 5) Configurar en el programa principal de labview la comunicación del sistema de control con el DAQ.
- 6) Se debe tener en cuenta los escalamientos de las entradas y salidas, utilizando un conversor V/I de ser necesario; además de los límites de acción de los sensores y actuadores.
- 7) Poner en marcha la planta y el sistema de control.

#### 4.6 Interfaz gráfica HMI

Se desarrolló una interfaz gráfica HMI (Human-Machine Interface) propuesta para la visualización de las variables de proceso. En una sola pantalla se muestra el diagrama esquemático de la planta piloto, en cada tanque se ve que tanto se ha llenado. Además, se incluye gráficos de tendencias de cada planta para observar variación de las variables de control en tiempo real. También cuenta con la posibilidad de cambiar el set point desde la interfaz.

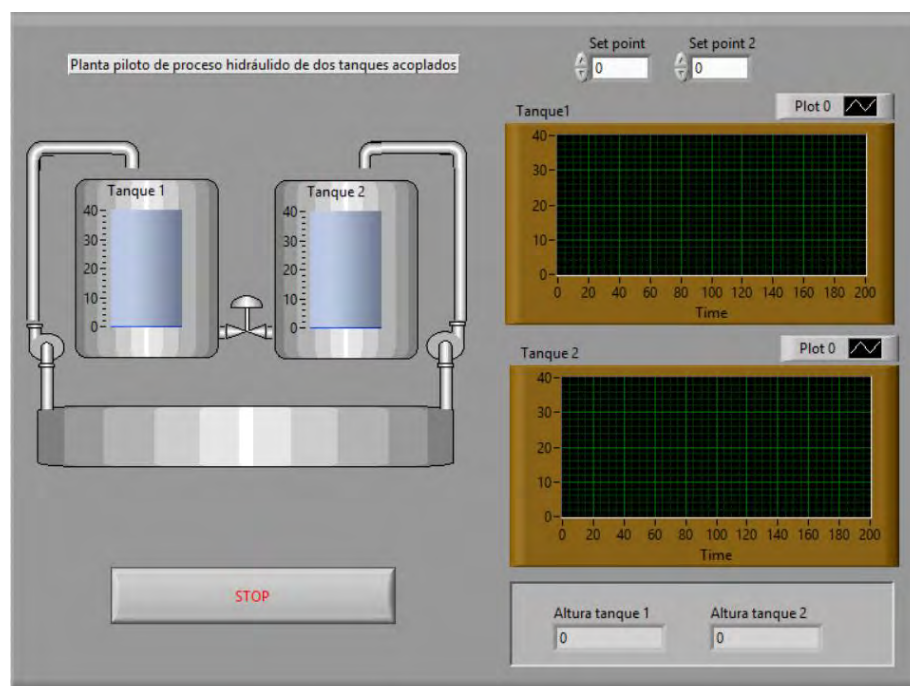


Figura 38. Interfaz gráfica

## 4.7 Pruebas experimentales

Las pruebas fueron realizadas en la planta no lineal implementada en Simulink, en donde se permite almacenar los valores del nivel de los tanques para graficarlos y comparar el método MRAC con controlador PI con desacoplo planteado en el subcapítulo 3.3.3.

Para las pruebas con MRAC se usará ganancia adaptación de  $\gamma_p = 0.65$  y  $\gamma_i = 0.0015$  para el tanque 1 y  $\gamma_p = 0.65$  y  $\gamma_i = 0.001$  para el tanque 2. En la prueba se contempla la estabilización de la altura de líquido en los tanques cuando se aplican perturbaciones, las cuales sería la variación de altura de los tanques, para lo cual se variará el set point para cada tanque, lo que va a provocar que el comportamiento de la planta cambie ya que esta es no lineal, además que se observará como es la respuesta de cada sistema de control frente a las interacciones entre los tanques.

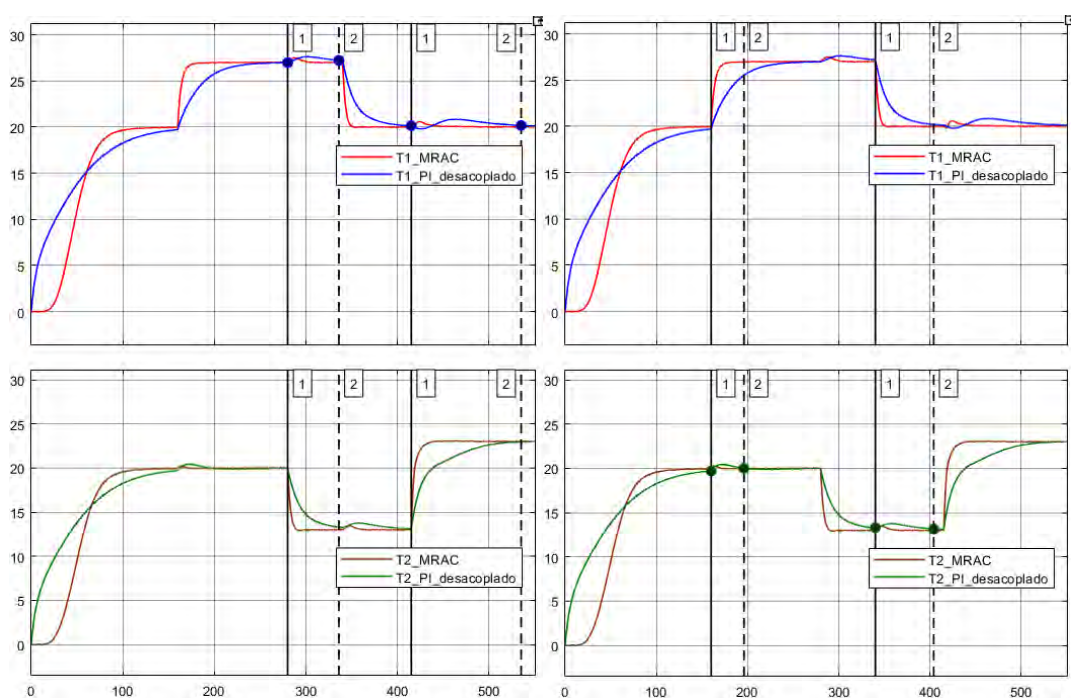


Figura 39. comparación entre MRAC y PI en tanque 1 y tanque 2.



**Tabla 9. comparación de respuesta del PI y MRAC frente a perturbaciones en el tanque 1**

Tanque 1					
Momento de perturbación(s)	PI		MRAC		Mejora
	Momento de Recuperación(S)	Diferencia(s)	Momento de Recuperación(s)	Diferencia(s)	
280	336.95	56.95	301.29	21.29	62.62%
415	535	120	446.44	31.44	73.8%

**Tabla 10. comparación de respuesta del PI y MRAC frente a perturbaciones en el tanque 2**

Tanque 2					
Momento de Perturbación(s)	PI		MRAC		Mejora
	Momento de Recuperación(S)	Diferencia(s)	Momento de Recuperación(S)	Diferencia(s)	
160	196.48	36.48	172.35	12.35	66.15%
340	404.67	64.67	361.8	21.8	66.29%

Se observó en la Figura 39 que, en ambos métodos, al producirse una variación en el nivel de referencia en uno de los tanques ocasionaba una perturbación en el otro tanque. En el segundo 280 se cambió el nivel del tanque 2, la perturbación ocasionada en el tanque 1 demoró 56.95 segundos en corregirse con el controlador PI; mientras que con el MRAC fue de 21.29 segundos, 37.38% del tiempo del PI. En el segundo 415 se produjo una segunda perturbación en el tanque 1 que fue corregida en 120 segundos por el PI; el controlador MRAC demoró 31.44 segundos, el cual representa 26.2% del tiempo del PI. El tanque 2 experimento perturbación en el segundo 160 cuando cambio de nivel el tanque 1, la acción del PI demoró 36.48 segundos en estabilizar el nivel del tanque, mientras que del MRAC fue de 12.35 segundos, 33.85% del tiempo que duró la acción del PI. En el segundo 340 se produjo otra perturbación que fue corregida en 64.67 segundos por el PI y en 21.8 segundos por el MRAC, 33.71% de la acción del tiempo del PI. Se puede concluir que, con las ganancias de adaptación usadas, el control adaptativo por modelo de referencia responde satisfactoriamente. Igualmente, se llega a la conclusión que es una alternativa más viable al controlador PI con etapa de desacoplo al momento de responder frente a las perturbaciones debido a la interacción de los tanques de la planta no lineal.

## Conclusiones

1. Se diseñó el control de nivel basado MRAC para un sistema hidráulico de dos tanques acoplados, alcanzando el objetivo propuesto en esta tesis.
2. Se estudió el modelo de un sistema hidráulico de dos tanques acoplados y se acondicionó este modelo a los parámetros de la planta piloto del Laboratorio de Control Avanzado. Al aplicarse la etapa de desacoplo, con la cual se obtuvo una función SISO para cada tanque, se comportaron como funciones de primer orden al momento de la identificación, a las cuales fueron aproximadas.
3. Se aplicó el control basado en MRAC diseñado a la planta piloto (modelo lineal) y se concluyó que es sensible al cambio de las ganancias de adaptación al afectar el tiempo de establecimiento y el comportamiento en estado transitorio.
4. Se aplicó el control basado en MRAC diseñado al modelo de la planta real y se comparó con el control por desacoplamiento con PI. Se obtuvo como resultado que el control MRAC mejoró en por encima del 60% el tiempo que le demora el sistema en recuperarse de la perturbación originada por el cambio de nivel de un tanque.
5. Se elaboró la propuesta de implementación del sistema de control, en el cual se desarrolló se el algoritmo de control se programó en Labview y se diseñó una interfaz Human-Máquina para la visualización del proceso.

## Recomendaciones

- Se recomienda tomar el presente trabajo como punto de partida para el diseño y comparación de sistemas de control adaptativo basados en diferentes técnicas de adaptación, con el objetivo de determinar las ventajas y desventajas de los mismos.
- Se sugiere aplicar el sistema de control diseñado a la planta piloto, mediante el reemplazo de la tarjeta de adquisición de datos por un PLC, programar la rutina principal en lenguaje Ladder y las subrutinas en texto estructurado.

## Bibliografía

- Alvarado, I., Limon, D., Garcia-Gabin, W., Alamo, T., & Camacho, E. F. (2006). An educational plant based on the quadruple-tank process. *IFAC Proceedings Volumes*, 39(6), 82-87.
- Chaorai-ngern, J., Numsomran, A., Suesut, T., Trisuwannawat, T., & Tipsuwanporn, V. (2005). PID controller design using characteristic ratio assignment method for coupled-tank process. In *Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, 2005 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference on* (Vol. 1, pp. 590-594). IEEE.
- Cruz Olano, Willians Cristhian. (2017) Desarrollo de un Entorno Virtual para Simulación de un Proceso Hidráulico de 4 Tanques Acoplados. Repositorio digital de tesis PUCP.
- Johansson, K. H. (2000). The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *IEEE Transactions on control systems technology*, 8(3), 456-465.
- Kangwanrat, S., Tipsuwannaporn, V., & Numsomran, A. (2010). Design of PI controller using MRAC techniques for coupled-Tanks Process. In *Control Automation and Systems (ICCAS), 2010 International Conference on* (pp. 485-490). IEEE.
- Mendoza Montalvo, J. (2016). Identificación y control multivariable de una planta piloto de desalinización por osmosis Inversa.
- Morilla, F., Garrido, J., & Vázquez, F. (2013). Control multivariable por desacoplo. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 10(1), 3-17.
- Nath, U. M., Datta, S., & Dey, C. (2015). Centralized auto-tuned IMC-PI controllers for industrial coupled tank process with stability analysis. In *Recent Trends in Information Systems (ReTIS), 2015 IEEE 2nd International Conference on* (pp. 296-301). IEEE.
- Numsomran, A., Suksri, T., & Thumma, M. (2007). Design of 2-DOF PI controller with decoupling for coupled-tank process. In *Control, Automation and Systems, 2007. ICCAS'07. International Conference on* (pp. 339-344). IEEE.
- Numsomran, A., Tipsuwanporn, V., & Tirasesth, K. (2008). Modeling of the modified quadruple-tank process. In *SICE Annual Conference, 2008* (pp. 818-823). IEEE.

- Pawar, R. J., & Parvat, B. J. (2018). MRAC and modified MRAC controller design for level process control. In *2018 Indian Control Conference (ICC)* (pp. 217-222). IEEE.
- Pornpatkul, C., & Suksri, T. (2009). Decentralized fuzzy logic controller for TITO coupled-tank process. In *ICCAS-SICE, 2009* (pp. 2862-2866). IEEE.
- Ramli, M. S., Ismail, R. T. R., Ahmad, M. A., Nawi, S. M., & Hussin, M. M. (2009). Improved coupled tank liquid levels system based on swarm adaptive tuning of hybrid proportional-integral neural network controller. *American J. of Engineering and Applied Sciences*, 2(4), 669-675.
- Sar, S. K., & Dewan, L. (2014). MRAC based PI controller for speed control of DC motor using Lab View. *wseas transactions on systems and control*, 9, 10-15.
- Sección Ingeniería electrónica (2017). Manual de uso de la planta piloto de sistemas hidráulicos, descripción y operación.
- Swathi, M., & Ramesh, P. (2017). Modeling and analysis of model reference adaptive control by using MIT and modified MIT rule for speed control of DC motor. In *2017 IEEE 7th International Advance Computing Conference (IACC)* (pp. 482-486). IEEE.