

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PREDICTIVO
GENERALIZADO MULTIVARIABLE PARA EL CONTROL DE SIETE
NIVELES DE PULPA DE UN BANCO DE CELDAS DE FLOTACIÓN DE
MINERALES DE COBRE DE UNA PLANTA DE PROCESAMIENTO DE
MINERALES.**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN
INGENIERÍA DE CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN**

AUTOR

Mario Zoser Mena Acha.

ASESOR:

Dr. Carlos Gustavo Pérez Zuñiga.

Setiembre, 2020

DEDICATORIA

Llegar a conseguir un sueño es conocer unos de los matices de la felicidad, si bien existieron momentos buenos y malos, en su sumatoria el resultado fue siempre positivo, valoro mucho lo malos momentos pues me ayudaron a ser persistente y mejorar y agradezco de corazón a mi Padre Dios, mi Madre Celestial La Virgen María Auxiliadora y a mi familia, que es mi motivación, por su tiempo, sacrificio y por acompañarme durante todo el proceso de la elaboración de esta investigación.

RESUMEN

Todas las etapas de una planta de procesamiento de minerales tienen un gran impacto en el uso energético como en la naturaleza. Teniendo claro cada etapa del proceso, permitirán tomar las medidas de control y el uso de las nuevas tecnologías a fin de optimizar el uso de recursos reduciendo los tiempos de producción, costos en el uso de explosivos, reactivos, traslado de mineral y finalmente reducir el impacto sobre el medio ambiente.

El proceso de flotación es el método de concentración de minerales metálicos que permite extraer y separar los minerales valiosos de la ganga a través de la diferencia de propiedades superficiales, es en esta etapa del proceso donde realmente se da la recuperación del mineral valioso después de la extracción, chancado y trituración a cierto tamaño de partícula. Es a través de la utilización de las celdas de flotación donde se recupera el mineral valioso.

Lograr controlar eficientemente el nivel de pulpa de las celdas de flotación permitirá optimizar el proceso de flotación y reducir el arrastre de partículas no valiosas mediante el rechazo a las perturbaciones de proceso debido a la mineralogía, cambios de flujo de alimentación, interacciones entre celda y celda entre otros, por lo tanto, se tiene por objetivo fundamental desarrollar un sistema de control predictivo generalizado multivariable que cumpla con esta tarea.

Partiremos con la toma de datos en un banco de celdas rougher-scavenger de una planta de concentración de minerales con el propósito de obtener un modelo matemático (un modelo por cada celda) mediante la metodología de identificación de sistemas que permita describir el modelo de proceso de cada una de ellas. Con los modelos de proceso se diseñará el controlador predictivo generalizado multivariable basado en un modelo que permitirá controlar los niveles de un banco de celdas.

Para controlar los niveles de forma eficiente se realizará la sintonía del controlador multivariable y se comparará con la estrategia de control actual que manejan las celdas que es el controlador PID. De las pruebas realizadas, bajo los mismos parámetros de diseño de los controladores PID, se evidenció que el controlador predictivo presenta una ligera ventaja, pero a medida que se presentaron cambios en las perturbaciones y el modelo de proceso (situación común en el ambiente industrial) la eficiencia sobre el controlador PID es muy marcada.

Finalmente, como parte de una solución en el campo industrial se presenta la propuesta de implementación que consiste en la instalación de dos servidores, uno que permite la conectividad con el sistema de control distribuido y otro donde se desarrollará la lógica de control del controlador predictivo generalizado multivariable.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DE CELDAS DE FLOTACIÓN.....	4
1.1 Introducción.....	4
1.2 Estado del arte del proceso de flotación.....	4
1.2.1 Procesamiento de mineral	4
1.2.2 Flotación de minerales.....	6
1.3 Estado del Arte de los Sistemas de Control de celdas de flotación.....	7
1.3.1. Sistemas de Control:.....	9
1.3.2. Estrategias de Control:	13
1.3.2.1. Control de pH.....	13
1.3.2.2. Control de adición de reactivos	14
1.3.2.3. Control de flujo de aire:	15
1.3.2.4. Control de nivel de pulpa	16
1.4 Estado del arte de los controladores CPBM.....	18
1.5 Objetivos de la Tesis.....	24
1.5.1 Objetivo General	24
1.5.2 Objetivos específicos	24
CAPÍTULO 2 MODELO MATEMÁTICO DE LA VARIACIÓN DE NIVEL DE UN BANCO DE CELDAS DE FLOTACIÓN.....	25
2.1 Introducción.....	25
2.2 Caracterización de las celdas de flotación como objeto de control automático.....	26
2.2.1 Clasificación del modelo de flotación	30
2.2.2 Variables del proceso de flotación.....	31
2.3 Metodología de la Identificación del proceso de variación de nivel de un banco de celdas de minerales de cobre.....	34
2.3.1 Identificación paramétrica y no paramétrica.....	37
2.3.2 Validación y selección del modelo.....	49
2.4 Conclusiones	59
CAPÍTULO 3 DESARROLLO DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO GENERALIZADO MULTIVARIABLE PARA CONTROLAR LOS SIETE NIVELES DE PULPA DE UN BANCO DE CELDAS DE FLOTACIÓN DE MINERALES DE COBRE	61
3.1. Introducción.....	61

3.2.	Fundamentación de la estrategia de control avanzado a utilizar	62
3.2.1	Elementos de un controlador predictivo basado en un modelo.....	62
3.2.1.1.	Modelo de Predicción	63
3.2.1.2.	Respuesta libre y Respuesta forzada	64
3.2.1.3.	Función Objetivo	66
3.2.1.4.	Restricciones	66
3.2.1.5.	Ley de Control.....	67
3.2.2	Revisión de algunos algoritmos MPC conocidos	68
3.2.2.1.	Control con Matriz Dinámica.	68
3.2.2.2.	Control algorítmico de Modelo.	70
3.2.2.3.	Control Funcional Predictivo.....	71
3.2.2.4.	Control Auto sintonizado De Predicción Extendida.	72
3.2.2.5.	Control Adaptativo De Horizonte Extendido.	73
3.2.2.6.	Controlador predictivo generalizado.....	74
3.2.3	Selección de la técnica de control predictivo basado en modelo	80
3.3.	Diseño del controlador predictivo generalizado multivariable basado en modelo.	82
3.3.1.	Formulación del proceso de nivel del banco de celdas de cobre	83
3.3.2.	Formulación del controlador GPC multivariable.....	84
3.3.3.	Simulación del proceso.....	86
3.4.	Resultados de simulación del sistema de control.....	90
3.4.1.	Parámetros de sintonía de δ y λ :	91
3.4.2.	Comparación del desempeño del controlador GPC.....	99
3.5.	Análisis del controlador GPC diseñado.	106
CAPÍTULO 4 PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR AVANZADO GPC EN UN AMBIENTE INDUSTRIAL.....		108
4.1.	Introducción.	108
4.2.	Propuesta de implementación – Ingeniería Básica.	108
4.3.	Propuesta de implementación – Ingeniería de detalle.	109
4.3.1.	Sistema de automatización de Procesos	110
4.3.2.	Sistema de control avanzado – GPC	111
4.3.3.	Arquitectura de la integración entre el sistema de automatización de Procesos y el Sistema de control avanzado - GPC.....	113
4.3.4.	Algoritmo de diagnóstico, monitoreo y control.	115
4.4.	Conclusiones particulares	121
CONCLUSIONES GENERALES		122
BIBLIOGRAFÍA		124

ANEXOS	129
A.1. Operaciones principales de una Planta Concentradora.....	129
A.2. Operaciones unitarias de una Planta Concentradora	130
A.3. Equipamiento que caracteriza a las celdas de flotación	132
A.4. Variables más representativas en el modelamiento metalúrgico de una celda de flotación.....	132
A.5. Detalle de las pruebas comparativas del modelamiento de las celdas de flotación.....	135
A.6. Funciones del controlador predictivo multivariable basado en un modelo	
139	



ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Operaciones principales de una planta de procesamiento de minerales (Sbárbaro et al., 2010).....	5
Figura 1.2 Operaciones unitarias de una Planta Concentradora (Sbárbaro et al., 2010)	5
Figura 1.3 Celda de flotación típica (Hu, 2014).....	7
Figura 1.4 Objetivo del control de la flotación, en esencia, a mayor grado de concentración, disminuye la recuperación en los minerales de alimentación (Wills, 2015).	9
Figura 1.5 Sensor de nivel LevelSense mide el nivel de pulpa y el espesor de espuma de una celda de flotación (Outotec).....	11
Figura 1.6 Cámaras (Metso).....	12
Figura 1.7 Analizadores en línea (Thermo Fisher).....	13
Figura 1.8 Control Supervisorio de pH (Wills, 2015).....	14
Figura 1.9 Efecto de la adición de colector (Wills, 2015).....	15
Figura 1.10 Sistema Supervisorio para el control de reactivos (Wills, 2015).	15
Figura 1.11 Control de Nivel utilizando un controlador PID (Fuente propia).....	17
Figura 1.12 Control de Nivel utilizando un controlador PID + Rango partido (Fuente propia)	17
Figura 1.13 Control de Nivel utilizando un controlador PID + feedforward (Fuente propia)	18
Figura 1.14 Desarrollo generacional del controlador MPC (Qin y Badgwell)	20
Figura 1.15 Estrategia de un MPC, descripción gráfica del horizonte de predicción y el horizonte de control (Camacho y Bordons, 1999).....	21
Figura 1.16 Estructura básica de un Controlador MPC (Camacho y Bordóns, 2004)	22
Figura 2.1 Celda Columna (Metso).	26
Figura 2.2 Arreglo típico de un banco de celdas.....	27
Figura 2.3 Representación esquemática de un banco de celdas (Wills, 2015).	27
Figura 2.4 Circuito de flotación con bancos rougher y scavenger (Wills, 2015).	28
Figura 2.5 Circuito de flotación con bancos rougher, scavenger y limpieza (Wills, 2015).	28
Figura 2.6 En el lado izquierdo se aprecia la gráfica de Recuperación de mineral versus tiempo mientras que en el lado derecho la Típica curva de Recuperación vs Grado (Gupta A, 2006).	29
Figura 2.7 Cinética de la flotación (Gupta A, 2006)	30

Figura 2.8 Clasificación de los modelos de flotación (Polat &Chander, 2000).....	31
Figura 2.9 Variables que afectan el proceso de flotación (Hodouin, 2011; Miljanović, 2015)	32
Figura 2.10 Flujo de material en una celda de flotación (Subrahmanyam y Forsberg, 1988).	33
Figura 2.11 Ciclo de identificación. Los rectángulos son en general la responsabilidad del ordenador mientras que las figuras ovaladas son responsabilidad el usuario (Ljung, 1999).	36
Figura 2.12 Descripción gráfica de la respuesta del sistema integrativo frente a una entrada escalón (ΔPV , variación de la variable de proceso y ΔCO , variación de la variable manipulada).....	39
Figura 2.13 Pruebas escalón en la válvula de control de la primera celda.	41
Figura 2.14 Pruebas escalón en la válvula de control de la segunda celda y la válvula de la primera celda (perturbación medible).....	41
Figura 2.15 Pruebas escalón en la válvula de control de la tercera celda y la válvula de la segunda celda (perturbación medible).	42
Figura 2.16 Pruebas escalón en la válvula de control de la cuarta celda y la válvula de la tercera celda (perturbación medible).....	42
Figura 2.17 Pruebas escalón en la válvula de control de la quinta celda y la válvula de la cuarta celda (perturbación medible).	43
Figura 2.18 Pruebas escalón en la válvula de control de la sexta celda y la válvula de la quinta celda (perturbación medible).	43
Figura 2.19 Pruebas escalón en la válvula de control de la séptima celda y la válvula de la sexta celda (perturbación medible).	44
Figura 2.20 Señal PRBS ingresada a la primera celda para el modelamiento paramétrico de nivel.....	46
Figura 2.21 Señal PRBS ingresada a la segunda celda para el modelamiento paramétrico de nivel.....	46
Figura 2.22 Señal PRBS ingresada a la tercera celda para el modelamiento paramétrico de nivel.....	47
Figura 2.23 Señal PRBS ingresada a la cuarta celda para el modelamiento paramétrico de nivel.....	47
Figura 2.24 Señal PRBS ingresada a la quinta celda para el modelamiento paramétrico de nivel.....	48
Figura 2.25 Señal PRBS ingresada a la sexta celda para el modelamiento paramétrico de nivel.....	48
Figura 2.26 Señal PRBS ingresada a la séptima celda para el modelamiento	

paramétrico de nivel.....	49
Figura 2.27 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la primera celda de flotación.	55
Figura 2.28 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la segunda celda de flotación.....	56
Figura 2.29 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la tercera celda de flotación.	56
Figura 2.30 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la cuarta celda de flotación.	57
Figura 2.31 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la quinta celda de flotación.....	57
Figura 2.32 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la sexta celda de flotación.	58
Figura 2.33 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la séptima celda de flotación.....	58
Figura 3.1 Respuesta libre (u_f) y respuesta forzada (u_c), (Camacho y Bordons, 1999)	65
Figura 3.2 Puntos de coincidencia (Camacho y Bordons, 1999).....	72
Figura 3.3 Diagrama de bloques del algoritmo de simulación del proceso de nivel de pulpa y las funciones que desarrollan el modelamiento del proceso además de la predicción y cálculo de la ley de control del Controlador GPC – Parte I.....	89
Figura 3.4 Diagrama de bloques del algoritmo de simulación del proceso de nivel de pulpa y las funciones que desarrollan el modelamiento del proceso además de la predicción y cálculo de la ley de control del Controlador GPC – Parte II.....	90
Figura 3.5 Comportamiento del nivel de pulpa frente a variaciones en el parámetro lambda del controlador GPC.	93
Figura 3.6 Comportamiento del nivel de pulpa frente a variaciones en el parámetro delta del controlador GPC.	93
Figura 3.7 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	95
Figura 3.8 Comportamiento del nivel de la primera celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	95
Figura 3.9 Comportamiento del nivel de la segunda celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	96
Figura 3.10 Comportamiento del nivel de la tercera celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	96
Figura 3.11 Comportamiento del nivel de la cuarta celda de flotación con los	

parámetros de sintonía de la tabla 3.4	97
Figura 3.12 Comportamiento del nivel de la quinta celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	97
Figura 3.13 Comportamiento del nivel de la sexta celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	98
Figura 3.14 Comportamiento del nivel de la séptima celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4	98
Figura 3.15 Diagrama funcional del controlado PIDA del fabricante Foxboro (Foxboro Evo, 2013)	101
Figura 3.16 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador PID más feedforward con un valor de 10% de ruido blanco	102
Figura 3.17 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador PID más feedforward con un valor de 15% de ruido blanco	103
Figura 3.18 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador GPC multivariable con un valor de 10% de ruido blanco.	103
Figura 3.19 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador GPC multivariable con un valor de 15% de ruido blanco.	104
Figura 4.1 Arquitectura de la integración entre el sistema de automatización de procesos y el sistema de control avanzado – GPC (Fuente propia)	114
Figura 4.2 Esquema general de la lógica de control (Fuente propia).....	117
Figura 4.3 Subtarea – Inicialización (Fuente propia).	117
Figura 4.4 Subtarea – Inicialización / Comunicación DCS (Fuente propia).	118
Figura 4.5 Subtarea – Validación de sensores (Fuente propia).	118
Figura 4.6 Subtarea – Estado de proceso (Fuente propia).....	118
Figura 4.7 Subtarea – Control de proceso (Fuente propia).	119
Figura 4.8 Subtarea – Aplicación de las acciones de control (Fuente propia).	119
Figura 4.9 Algoritmo de tracking y selección del controlador GPC o PID dentro del recuadro de color rojo (Fuente propia).	120
Figura 4.10 Interface gráfica del controlador GPC desarrollada en el PAS (Fuente propia).	120

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Estructuras de modelos paramétricos.....	50
Tabla 2.2 Índice de performance de los modelos ARMAX para cada celda de flotación	52
Tabla 2.3 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la primera celda de flotación	52
Tabla 2.4 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la segunda celda de flotación	52
Tabla 2.5 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la tercera celda de flotación	52
Tabla 2.6 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la cuarta celda de flotación	53
Tabla 2.7 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la quinta celda de flotación.....	53
Tabla 2.8 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la sexta de flotación.....	53
Tabla 2.9 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la séptima de flotación	53
Tabla 2.10 Parámetros estimados del polinomio $A(z)$ para la estructura ARMAX ..	54
Tabla 2.11 Parámetros estimados del polinomio $B(z)$ para la estructura ARMAX ..	54
Tabla 2.12 Parámetros estimados del polinomio $C(z)$ para la estructura ARMAX ..	54
Tabla 2.13 Parámetros estimados del polinomio $D(z)$ para la estructura ARMAX ..	55
Tabla 3.1 Comparativo de las características de los controladores predictivos basados en modelo.....	82
Tabla 3.2 Modelos utilizando la estructura ARMAX de los niveles de las siete celdas de flotación de Cu	83
Tabla 3.3 Valores de λ y δ para las diferentes pruebas de desempeño del controlador GPC en lazo cerrado para la primera celda de flotación	92
Tabla 3.4 Valores finales de δ y λ del controlador GPC en lazo cerrado para las celdas de flotación	94
Tabla 3.5 Parámetros de sintonía de los controladores PID	101
Tabla 3.6 Parámetros de diseño de los controladores.....	102
Tabla 3.7 Valores de sobreimpulso (Mp) y tiempo de establecimiento T_{ss}) con una variación de 10% en el ruido blanco.....	105
Tabla 3.8 Parámetros comparativos entre los controladores PID y GPC con una variación de 10% en el ruido blanco.....	105

Tabla 3.9 Parámetros comparativos entre los controladores PID y GPC con una variación de 15% en el ruido blanco.....	105
Tabla 4.1 Descripción técnica del controlador y de los sensores de las celdas de flotación	111
Tabla 4.2 Resumen de los componentes de hardware y software necesarios para la aplicación	112



ÍNDICE DE ACRÓNIMOS

ARMA: Procesos autorregresivos de medias móviles	51
ARMAX: Procesos autorregresivos de medias móviles con variables exógenas ...	50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 83, 122, 129
ARX: Autoregresivo con variables exógenas	50, 51, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 60, 122, 129
BJ: Box jenkins.....	50
CARIMA: Controlador autoregresivo de media móvil integrado	75, 81, 82, 84
CARMA: Controlador autoregresivo de media móvil	75
CPBM: Control predictivo basado en modelo	2, 18, 127
DCS: Sistema de control distribuido.....	9, 23, 24, 109, 115, 118, 129
DCU: Unidades de controlador distribuido	110, 111
DMC: Control de matriz dinámica.....	68, 70, 79, 80, 82
EHAC: control adaptativo de horizonte extendido	73, 81, 82
EPSAC: Control Auto sintonizado De Predicción Extendida	72, 81, 82
FF: Foundation FieldBus.....	37, 129
FOTD: Primer orden más retardo de tiempo	99
GPC: Control Predictivo Generalizado	61, 74, 77, 78, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 99, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 111, 113, 114, 115, 116, 117, 120, 121, 122, 123, 127, 129
IAE: Integral del error absoluto	90, 101
IDCOM: Identification-Command.....	23, 70
ISE: Integral del error al cuadrado.....	90, 101
MAC: Control Algorítmico de Modelo	20, 81, 82
MBPC: Model Based Predictive Control.....	2
MPC: Model predictive control	2, 19, 20, 21, 22, 23, 62, 63, 64, 68, 69, 80, 81, 91, 107, 125
MPHC: Control predictivo heurístico	20, 70
NRMSE: Error cuadrático medio normalizado	51, 52, 53, 59, 129
OE: Output Error	50
OPC: OLE for Process Control	108, 109, 112, 113, 115, 123
PACE: Plataforma de estimación y control avanzado.....	23
PAS: Sistema de automatización de procesos	110, 113, 115, 116, 117, 120, 121
PCN: Red de control de procesos	110
PFC: Control funcional predictivo	71, 81, 82
PID: Proporcional, Integral y Derivativo	2, 3, 11, 16, 17, 18, 19, 24, 37, 61, 64, 91, 92,

99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 115, 116, 120, 122, 123, 124, 129	
PIN: Red de información de procesos.....	110, 113
PLC: Controladores lógicos programables.....	9, 23
PRBS: Pseudo Random Binary Signal.....	35, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 122
RCA: Algoritmo de control de rango.....	23
RMPCT: Control predictivo multivariable robusto	23
SISO: Single-input single-output.....	75, 80, 82, 84, 122, 129



INTRODUCCIÓN

La actividad minera comienza con la exploración de la superficie o el terreno a fin de descubrir yacimientos minerales de valor comercial con el propósito de elaborar un perfil del yacimiento. Si el perfil es alentador, se calculan la cantidad de mineral a procesar con su respectiva distribución de ley de cabeza de mineral y su impacto económico a través de un estudio de factibilidad. Dentro del estudio técnico – económico se toma como referencia los costos de extracción, procesamiento, distribución, pago de regalías, beneficios entre otros y se fundamenta si el proyecto es factible o no a fin llevar la explotación (Dammert et al., 2007).

Cuando el proyecto se viabiliza y se procede con la explotación, los minerales se llevan a las plantas de procesamiento o concentración, fundición y refinación que bajo procesos internos de producción permiten producir bienes de gran valor agregado como son los concentrados de cobre, cátodos de cobre, barras de oro, plata entre otros. En las plantas de concentración de minerales o plantas concentradoras tienen por objetivo concentrar el mineral extraído de la mina, llamado mineral de cabeza que en su forma natural de rocas atraviesan procesos de chancado, molienda, flotación o lixiviación (Osinermin, 2017, Pretelli Marcelo, 2014) cuyo resultado es un mineral segregado y enriquecido, al que se le llama concentrado obtenido principalmente en el proceso de flotación. El proceso de flotación permite la concentración de minerales valiosos y sus parámetros de desempeño se miden por la cantidad de mineral recuperado (recuperación) y la calidad del concentrado. En la década de los ochentas las celdas más grandes del mundo eran de alrededor de 50m³ y hoy superan los 500 m³ con la finalidad de compensar la disminución de leyes en los yacimientos (Pretelli Marcelo, 2014).

Los costos de producción de la concentración de minerales son bastante altos debido a los altos costos que genera la demanda de energía eléctrica durante las etapas de reducción de tamaño de la roca que son el chancado y la molienda por lo tanto la industria minera buscan optimizar el consumo de energía eléctrica a fin de disminuir sus costos (Osinermin, 2017). En el caso de mineras jóvenes, los costos de producción son bajos pues tienen una ley de cabeza de mineral bastante alta, pero a medida que pasa el tiempo y la ley de cabeza se reduce o las reservas de mineral disminuyen, más capaz tiene que ser la organización de vencer esta dificultad y “buscar los límites técnicos y hacer más con menos” de las plantas procesadoras, que no es otra que exigir a la máquina, a los equipos y al personal todo el esfuerzo posible sin ponerlo en riesgo (Fernandez J.P., 2019).

Frente al desafío de entregar un producto de calidad, reducir el consumo de energía respetando los criterios de seguridad y medio ambiente surge la necesidad del uso de nuevas tecnologías no sólo en equipos sino en aplicaciones de control que permitan conseguir tales objetivos.

El control predictivo basado en modelo (Model Based Predictive Control – MBPC, en sus siglas en inglés, o CPBM o comercialmente conocido como MPC) es una estrategia de control o un conjunto de estrategias de control que sus cimientos están basados en el uso de un modelo matemático que permite predecir su comportamiento en el futuro y de acuerdo con ello optimizar sus acciones de control futuras en el presente. En realidad, durante el diseño del controlador predictivo se comprueba que es una sumatoria de estrategias de control ya que engloba metodologías de control como control estocástico, control óptimo, seguimiento de trayectorias de referencia, control de procesos productivos que tienen retardos de tiempo, multivariables, etc. (Camacho y Bordóns, 2004).

La base de estudio es controlar los niveles de un banco de celdas de flotación que se caracterizan por ser un conjunto de celdas unidas una a continuación de otra. Esta característica física agrega interacciones ya sea por la apertura y cierre de la válvula de control de nivel como en la diferencia de alturas entre cada una de ellas; ello sumado a los cambios en la mineralogía, variaciones en la alimentación, entre otras, hace propicio el uso del controlador predictivo basado en modelo por su potencial de manejo de sistemas multivariables con retardos de tiempo.

Por lo antes expuesto, el presente trabajo tiene un objetivo general y cuatro objetivos específicos enmarcados en desarrollar un controlador un sistema de control predictivo generalizado multivariable seguido de todos los lineamientos necesarios a fin de explicar y demostrar su eficiencia en el control de un banco de celdas de flotación y su supremacía sobre otra estrategia de control clásica explicados en cuatro capítulos:

- En el capítulo 01 se describe las diferentes etapas del proceso productivo de procesamiento de minerales además de presentar las diferentes tecnologías que se utilizan para medir las variables de proceso en las celdas de flotación seguido de las estrategias de control englobadas en el estado del arte de los sistemas de control en las celdas de flotación. Se incluye una reseña del controlador predictivo basado en modelo y se detallan los objetivos de la tesis.
- En el capítulo 02 se detallan las diferentes variables que afectan al proceso de flotación y se enfoca la importancia del control eficiente del nivel de las celdas de flotación. Se realizan las pruebas de captura de datos en una planta industrial con el propósito de que la respuesta de los modelos del sistema obtenidos

mediante técnicas de identificación de sistemas sean los más cercanos a la realidad.

- En el capítulo 03, se presenta una visión global de las diferentes estructuras de controladores predictivos además de la base teórica del controlador predictivo generalizado. Haciendo uso de los modelos de proceso calculados en el capítulo 02 se diseñó y sintonizó el controlador predictivo generalizado multivariable basado en modelo y se realizó el análisis comparativo con el controlador PID.
- En el capítulo 04, se presenta la propuesta de implementación en un ambiente industrial del controlador predictivo multivariable que residirá en un servidor físico y se conectará a la red de control para interactuar con el proceso de flotación



CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE DE LOS SISTEMAS DE CONTROL DE CELDAS DE FLOTACIÓN

1.1 Introducción.

Debido a las bajas leyes de mineral que existen en los yacimientos mineros, han generado que se extraiga gran cantidad de material y a su vez el crecimiento en magnitud como potencia de todo el equipo que se necesita para su tratamiento. El ahorro tanto de energía como de materia prima para su procesamiento es de vital importancia, así como cumplir con la seguridad del personal como la del medio ambiente sustentan el uso de sistemas de control avanzados para cumplir con dichas metas.

La flotación es un método de separación selectiva sólido / sólido o también considerado un proceso físico / químico que utiliza las diferencias de las propiedades superficiales para separar las partículas del mineral valioso del no deseado denominado ganga. Aunque el proceso por sí mismo se puede considerar como ciencia o arte ya que es conceptualmente muy simple, los principios fundamentales que gobiernan el proceso de flotación son muy complejos y poco entendidos.

1.2 Estado del arte del proceso de flotación.

1.2.1 Procesamiento de mineral

La producción de metales es una de las ciencias aplicadas más antiguas, y sigue siendo una industria fundamental que contribuye con el crecimiento de nuestra civilización ya que en su mayoría los elementos que usamos o tenemos en el día a día contienen algún metal específico ya sea cobre, hierro, etc. o se utilizó alguna máquina para producirla donde también se tiene algún metal. Los metales se encuentran naturalmente en forma nativa o más a menudo como minerales contenidos en cuerpos de mineral en la corteza de la tierra donde la mayoría de los minerales son mezclas de minerales extraíbles y materiales de ganga de desecho (Wills, 2015). La extracción de metales de sus minerales se puede hacer por tres métodos: hidrometalurgia, electrometalurgia, y la más común pirometalurgia. Sin embargo, el método pirometalúrgico, es decir, la fundición, requiere una gran cantidad de energía, es por tanto de gran interés tener como objetivo reducir la cantidad de ganga que se envía a la fundición con los minerales por ello se requiere realizar un proceso previo de concentración de minerales, para así reducir la cantidad de mineral estéril.

El procesamiento de minerales es una serie de procesos físicos durante los cuales los minerales valiosos se liberan primero de la ganga, luego se concentran para

producir un producto enriquecido que contiene la mayoría de los materiales valiosos (el concentrado). En la etapa de liberación, los minerales valiosos son liberados de la ganga circundante por trituración y molienda convirtiendo el mineral extraído en partículas finas. Este proceso de reducción de tamaño se denomina conminución y es muy importante tener una granulometría definida ya que el tamaño de las partículas afecta el proceso de concentración pues las partículas necesitan ser lo suficientemente pequeñas para que los minerales puedan ser liberados, pero no demasiado pequeños para evitar el desperdicio de energía en las etapas aguas arriba tales como el proceso de chancado y molienda (Sbárbaro et al., 2010).

En la figura 1.1 y 1.2 se observa las operaciones principales y unitarias de una planta de procesamiento de mineral (el detalle de las operaciones se aprecia en el anexo A.1 y A.2).

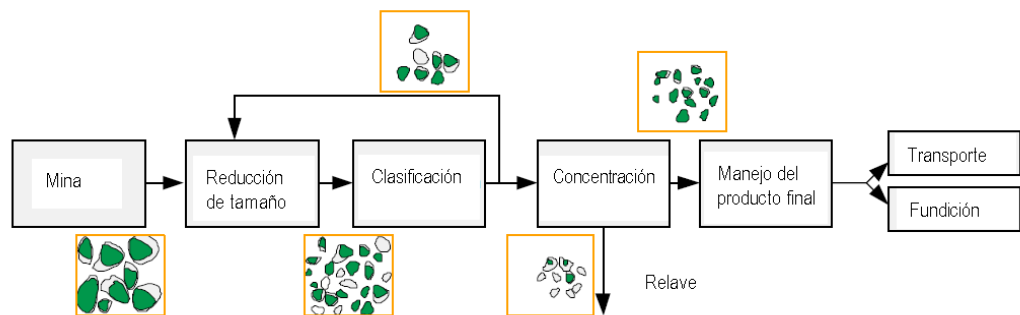


Figura 1.1 Operaciones principales de una planta de procesamiento de minerales (Sbárbaro et al., 2010).

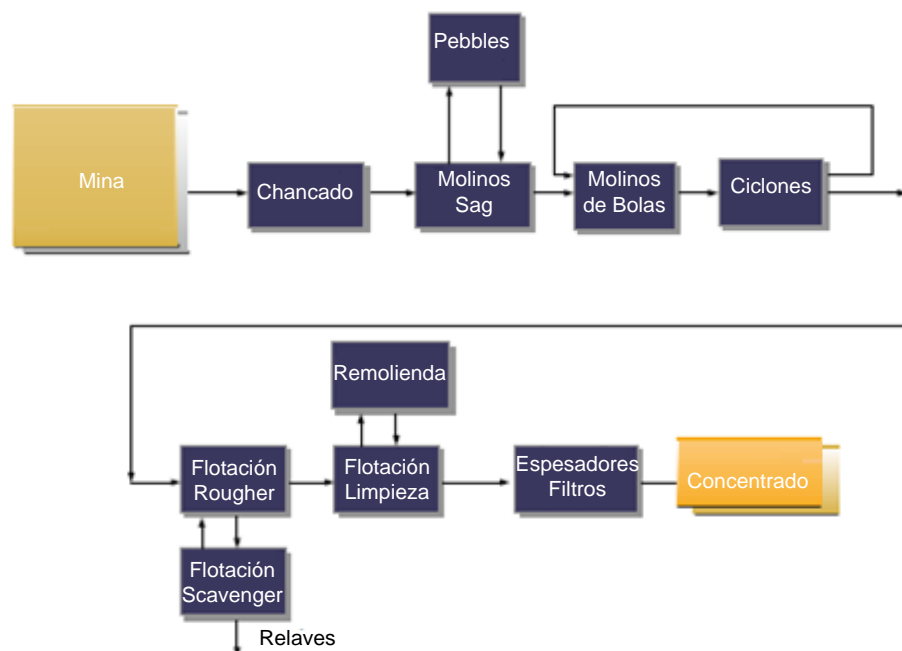


Figura 1.2 Operaciones unitarias de una Planta Concentradora (Sbárbaro et al., 2010)

1.2.2 Flotación de minerales

Un proceso que describe la mezcla de un mineral de sulfuro de metal triturado con aceite que flotaba después de ser agitado en agua fue patentado por William Haynes en 1860, esto se considera como el primer registro de uso potencial de las propiedades superficiales para separación de minerales (Ives, 1984).

El proceso de flotación no se comercializó hasta 1877 por los hermanos Bessel en Alemania para limpiar el mineral de grafito. Los primeros desarrollos del proceso se hicieron en Australia entre 1900 y 1910, y la flotación de espuma fue introducida por primera vez a los Estados Unidos para recuperar el cobre de su mineral sulfurado en 1911. Constantemente se realizaron mejoras en el proceso, y la producción de cobre por flotación aumentó rápidamente a partir de 1950. Poco después, la aplicación de flotación de espuma se expandió para tratar fosfato y minerales de hierro (Fuerstenau et al., 2007). Al final del siglo XX, cerca de 2.000 millones de toneladas de mineral son tratadas a nivel mundial utilizando técnicas de flotación (Fuerstenau, 1999). Sólo en la producción mundial de cobre, la flotación es responsable de alrededor del 80% (Davenport et al., 2002) del cobre producido, que totalizó 20.67 millones de TMF (toneladas métricas finas) en 2018 (US Geological Survey, 2018).

Hoy en día, la flotación de espuma es ampliamente utilizada para concentrar óxido, fosfato y especialmente los minerales de sulfuro (Lynch et al., 1981). El mineral se tritura en partículas finas de un diámetro típicamente de 10 a 100 μm antes de introducir al proceso flotación. Los sulfuros se pueden hacer hidrófobos recubriendo las partículas con compuestos químicos apropiados de tal manera que, en un medio compuesto por reactivos, agua, aire y las condiciones que permitan el acondicionamiento del mineral, las partículas hidrofóbicas puedan ascender mediante la adhesión a la burbuja rechazando al agua. Una vez en la superficie es necesario que las burbujas formen una capa de espuma o “colchón de espuma” manteniendo adherido el mineral valioso gracias a su consistencia y tensión superficial, caso contrario las burbujas se reventarán y las partículas valiosas caerán hacia el fondo de la celda de flotación. Para el caso de las partículas hidrofílicas (no hidrofóbicas), éstas permanecerán retenidas en el agua si su densidad es superior a la del medio de tal forma que se sedimenten en el fondo de la celda. El material que asciende por efecto del aire y la formación de la burbuja se recoge como concentrado mientras la pulpa restante que sale del tanque se le conoce como relave (Hu, 2014). Un diagrama que ilustra el proceso de flotación en una celda se muestra en la figura 1.3

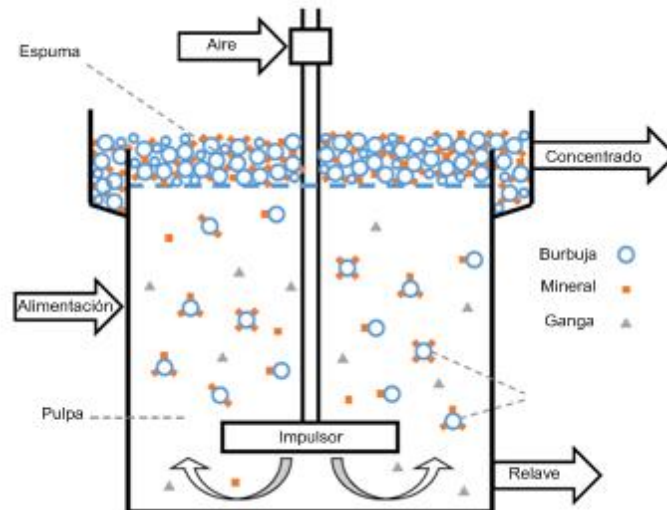


Figura 1.3 Celda de flotación típica (Hu, 2014).

1.3 Estado del Arte de los Sistemas de Control de celdas de flotación.

Desde hace cuarenta años se han hecho importantes avances en el campo del control automático de las operaciones de procesamiento de minerales, particularmente en la molienda y la flotación. Las principales razones de este rápido desarrollo son:

- El desarrollo de una instrumentación fiable para los sistemas de control de procesos. Los sensores en línea tales como flujómetros, medidores de densidad y analizadores de composición química son de mayor importancia, por ejemplo, los analizadores de tamaño de partícula en línea se han utilizado con éxito en el control de circuito de molienda.
- Otros sensores importantes son medidores de pH, transductores de nivel y presión, todos los cuales proporcionan una señal relacionada con la medición de la variable de proceso particular. Esto permite que los elementos de control final, tales como válvulas de control, motores de velocidad variable y bombas, manipulen la variable de proceso sobre la base de una señal de los controladores. En la actualidad estos sensores y elementos de control finales se usan en muchas industrias al igual que en la industria de los minerales.
- La disponibilidad de computadoras industriales a bajo costo y el desarrollo de lenguajes de alto nivel permitió el desarrollo de controladores avanzados.
- Un conocimiento más profundo del comportamiento del proceso ha llevado a desarrollar modelos matemáticos más confiables de varios procesos unitarios importantes. Muchos de los modelos matemáticos que se han desarrollado teóricamente, o "off-line", han tenido un valor limitado en el control automático, los modelos más exitosos han sido desarrollados de manera "on-line" por medios

empíricos. A menudo, se ha mejorado el conocimiento del proceso obtenido durante el desarrollo del modelo y a su vez ha conducido a mejorar las técnicas para el control del sistema.

- Desarrollo de modelos financieros para el cálculo de costos y beneficios de la instalación de sistemas de control automático. Los beneficios reportados incluyen ahorros de energía significativos, disminución del consumo de reactivos y mayor eficiencia metalúrgica, así como mejor estabilidad del proceso.

El control automático es cada vez más utilizado, siendo las estrategias de control casi tan numerosas como el número de plantas involucradas, de la misma forma, dada la complejidad del proceso de flotación, actualmente se desarrollan sofisticados sistemas de detección de fallas aplicados a este y a otros sistemas industriales, (Pérez-Zuñiga, 2015-2019).

Aunque hay muchos informes de aplicaciones exitosas, en realidad, pocas plantas, si es que las hay, pueden afirmar que son totalmente automáticas en el sentido de operar desatendidas durante períodos prolongados. Los principales problemas han sido el desarrollo de modelos de proceso que definirán puntos de referencia y límites para acomodar cambios en el mineral, mineralogía, textura, composición química del agua de la mina y contaminación del alimento. En algunos casos, también se tiene que los sistemas de control han fracasado debido al mantenimiento inadecuado de la instrumentación, por ejemplo, que las sondas de pH se mantengan limpias, y que todos los instrumentos en línea se reparen y calibren regularmente.

La implementación de estrategias de control en la fase de diseño de la planta rara vez han tenido éxito ya que las variables de control más significativas a menudo no se identifican hasta que se ha adquirido la experiencia de la planta, sólo entonces se pueden intentar con éxito estrategias de control basadas en estas variables y con objetivos específicos. Los sistemas más exitosos han sido los que permiten al operador de la sala de control interactuar con el sistema de control cuando sea necesario para ajustar los puntos de ajuste y los límites. Respecto de este punto es dudoso que el control automático pueda lograr una mejor eficiencia metalúrgica que los operadores conscientes y experimentados. Su gran ventaja, sin embargo, es que el sistema de control está constantemente alerta, sin verse afectada por cambios de turnos, y otras interrupciones que afectan al operador humano.

Un sistema de control de flotación consta de varios subsistemas, algunos de los cuales pueden ser controlados manualmente, mientras que otros pueden tener bucles controlados automáticamente, pero todos ellos contribuyen al objetivo de control global, mejorar la eficiencia metalúrgica, es decir, producir la mejor curva de recuperación - grado posible, y para estabilizar el proceso en el grado de concentrado

que producirá el retorno más económico del rendimiento (figura 1.4), a pesar de las perturbaciones que entran en el circuito (Wills, 2015).

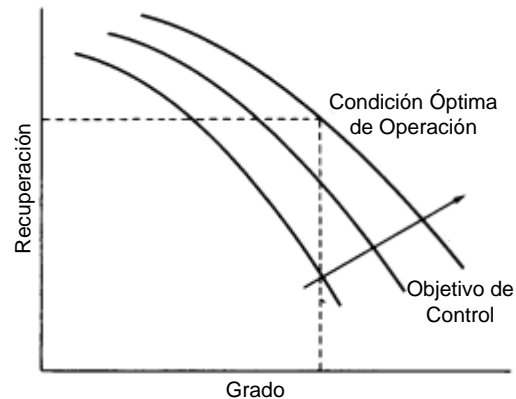


Figura 1.4 Objetivo del control de la flotación, en esencia, a mayor grado de concentración, disminuye la recuperación en los minerales de alimentación (Wills, 2015).

1.3.1. Sistemas de Control:

Realizar la supervisión, control y monitoreo de una planta industrial demanda de una gran inversión, tecnología y personal capacitado. Actualmente se cuenta con una gama muy importante de fabricantes tales como ABB, Siemens, Schneider, etc que en particular ofrecen sistemas de control muy avanzados, modular y de fácil integración unos con otros a través de protocolos de comunicación.

Para sistemas aislados se cuenta con controladores lógicos programables (PLC) mientras que para plantas de gran envergadura se utilizan sistemas de control distribuido (DCS).

Para realizar un control adecuado se debe tener una buena medición de la variable de proceso. Para el caso de las celdas de flotación se cuenta que un abanico de equipos que de acuerdo con su costo y prestación se utilizan para mejorar su funcionamiento y eficiencia. Dentro de los más resaltantes tenemos:

- **Sensores de pH:** El pH es la unidad de medida que indica qué tan ácida o alcalina es una solución. La regulación del pH ha sido el método más importante para regular la química de la flotación. En 1929, Gaudin publicó por primera vez los resultados de sus mediciones de la flotación de una variedad de minerales en función del pH. Este trabajo fue definitivo mostrando el papel depresor del pH en la flotación de minerales de sulfuro.
- **Sensores de Nivel de Pulpa:** En las celdas de flotación se mide el nivel de pulpa o el nivel de espuma, conocido como “colchón de espuma”. Para el caso del nivel de espuma se calcula realizando una resta simple entre el nivel total de la celda

(rebose de la celda) y el nivel de la pulpa. Las espumas de flotación son el producto que se descarga por el rebose de una celda de flotación y contienen el mineral que se desea recuperar y también se hallan presentes minerales no deseados. Las espumas varían en sus características según la etapa de flotación y el grado de mineralización. Durante la etapa de desbaste (rougher) las espumas presentan burbujas no muy grandes visualmente, pero su viscosidad puede ser si el contenido de minerales valiosos es alto (obviamente usando un colector, un depresor, y un pH adecuado). La altura del colchón de espumas no es muy alta ya que en esta etapa interesa la recuperación, en las etapas de limpieza, la viscosidad tiende a aumentar en cada etapa, y el colchón de espumación es mayor en cada etapa del circuito de limpieza (911Metallurgist, 2015). Por ejemplo, una mayor altura de espuma incrementará el grado, la ganga será arrastrada por el drenaje, se obtendrá un concentrado de alta ley, pero la recuperación disminuirá por efecto de la falta de líquido en las burbujas o la coalescencia entre ellas debido al efecto de la apertura de las válvulas de control (Yionnatos J.B, 2005).

Para tener una espumación adecuada es necesario efectuar un balance adecuado entre el colector, espumante, pH y flujo de aire dentro de un ambiente que promueva las condiciones operativas para el contacto entre las partículas de mineral, aire y reactivos en la zona rotor – difusor (parte inferior de la celda de flotación).

Una vez que la pulpa de mineral tiene las condiciones físico – químicas adecuadas debido al trabajo de los reactivos y procesos previos, el medio de transporte gracias al ingreso de aire y el ambiente o máquina donde se lleva a cabo el proceso de flotación se tiene como elemento principal el nivel de pulpa o “colchón de espuma” donde se encuentra idealmente todos los minerales valiosos que deben ser recuperados por lo tanto tener la tecnología idónea para medirlo es sumamente importante ya que variaciones en la medición pueden originar acciones de control erróneas al momento de controlarlo.

Para medir el nivel, generalmente se instala un tubo de fierro donde se traslada verticalmente una boya, con un plato de acero inoxidable en su parte superior, que flota en la pulpa. Dentro de los beneficios de instalarlo dentro de un tubo es evitar que la turbulencia generada dentro de la celda no afecte la medición de nivel. Existen diversos principios para medir nivel ya sea ultrasónico, radar, etc. Pero cada uno de ellos ya sea por su costo o aplicación permitirá dar una buena lectura. Existen dispositivos muchos más sofisticados para medir nivel como el “LevelSense” de Outotec que está diseñado para detectar la interfase espuma-

espuma y espuma-aire en las celdas de flotación. Ver figura 1.5.

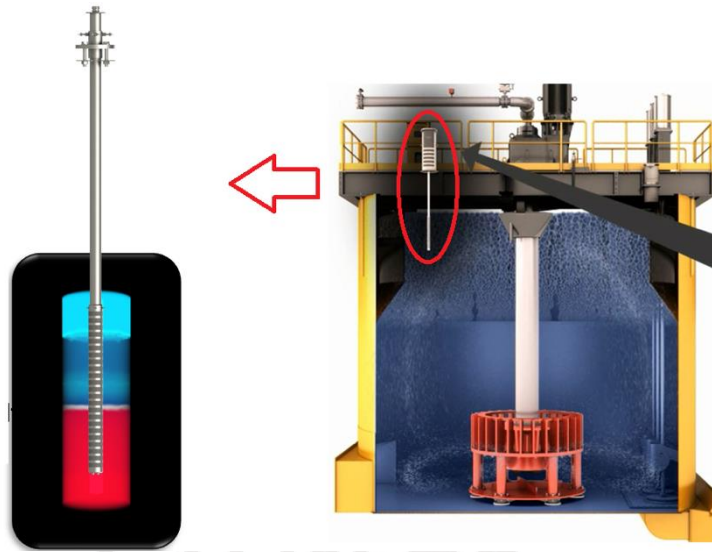


Figura 1.5 Sensor de nivel LevelSense mide el nivel de pulpa y el espesor de espuma de una celda de flotación (Outotec).

- **Sensores de Flujo:** Existen dos elementos, dentro de todos los factores que afectan la flotación, que son esenciales tener su medida de flujo. Uno de ellos es el flujo de aire que ingresa a la celda y los restantes son los reactivos. La medición de aire se puede realizar por presión diferencial, por tubo de pitot, etc. mientras que para medir la adición de reactivos se recomienda utilizar medidores de flujo de desplazamiento positivo o del tipo coriolis por su alta precisión.
- **Posicionadores de Válvulas:** Se instalan sobre el actuador y permiten controlar la apertura y cierre de la válvula dardo. Muchos de estos instrumentos se consideran inteligentes pues cuentan con un controlador PID integrado para llegar a la referencia de posición. Durante el modelamiento del proceso de flotación también se ve afectado por la acción de este controlador.
- **Cámaras:** Tradicionalmente los operadores de celdas de flotación utilizan sus capacidades visuales basadas en su experiencia y conocimiento sobre la apariencia de la espuma para tomar las decisiones de aumentar o disminuir la dosificación de reactivos, cambiar el flujo de aire, los niveles de pulpa, etc, pero estas decisiones pueden variar mucho entre un operador y otro. Las cámaras, como parte de un sistema integral de monitoreo, diagnóstico y optimización permiten medir las características más resaltantes de las burbujas que son su velocidad de arrastre, color, dimensión, estabilidad, apariencia, entre otras. Los datos obtenidos permiten darles un tratamiento estadístico y junto con otras

variables del proceso de flotación provenientes del sistema de control y del analizador en línea permiten desarrollar estrategias de control altamente especializadas caracterizadas por su robustez, predicción, optimización y su capacidad de aprendizaje en el proceso de flotación. Ver figura 1.6.

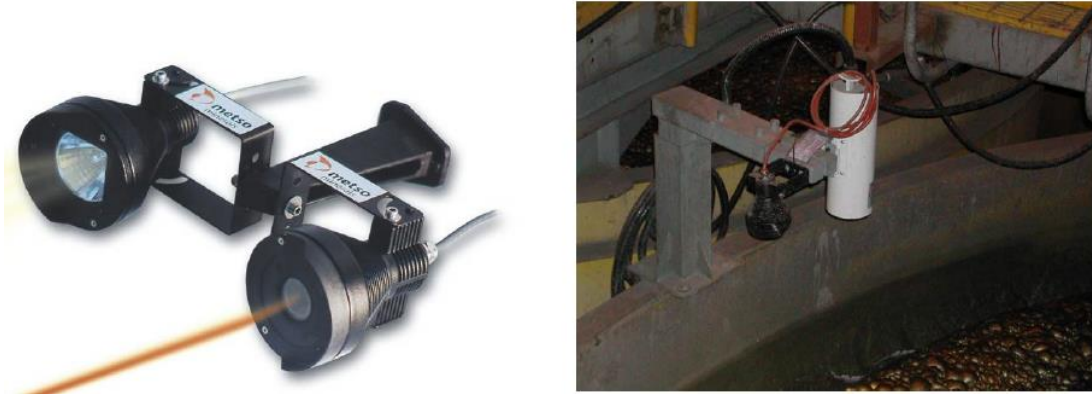


Figura 1.6 Cámaras (Metso)

- **Analizadores en línea:** Los equipos analizadores en línea de granulometría como de leyes químicas constituyen herramientas importantes en el monitoreo y optimización de los diferentes procesos metalúrgicos (figura 1.7), así como en la toma de decisiones ya que brinda información en tiempo real. Dentro de sus beneficios tenemos:
 - El muestreo y análisis se lleva a cabo de forma automática y 24 horas al día permitiendo ahorros en mano de obra en el muestreo metalúrgico y posibles errores en la medición.
 - Se lleva un mejor control en la recuperación ya que se cuenta con datos en línea y datos pasados de tal forma que se puede ajustar los parámetros operativos de acuerdo con la información suministrada por el comportamiento de las variables en el tiempo además de reducir el impacto de las perturbaciones en el proceso como los cambios en la ley de cabeza de mineral.
 - La calidad de un producto se mide por la reducción de la variabilidad del proceso de tal forma que se puede controlar la calidad del concentrado y mejorar la recuperación.
 - En conjunto con la información que suministran los sensores de las celdas de flotación se puede optimizar la operación de un proceso a través del desarrollo de estrategias de control avanzadas y/o multivariables.
 - Proporciona información en tiempo real de la composición de metales conociendo así la eficiencia del proceso, grado y recuperación.

- Con los datos proporcionados por los analizadores en línea y mediante la utilización de técnicas estadísticas se pueden ajustar los modelos matemáticos del proceso de flotación a la realidad.



Figura 1.7 Analizadores en línea (Thermo Fisher)

1.3.2. Estrategias de Control:

Las perturbaciones causadas por las variaciones en la velocidad de alimentación, densidad de pulpa y distribución de tamaño de partícula deberían ser mínimas si el control del circuito de molienda es efectivo, de modo que la función principal del control de flotación es compensar las variaciones de mineralogía y flotabilidad. Las variables que se manipulan de forma manual o automática para efectuar esto son las velocidades de adición de aire y de reactivo, los niveles de pulpa y espuma. Dentro de los controladores más representativos tenemos:

1.3.2.1. Control de pH

El control del pH de la pulpa es un parámetro muy importante en muchos circuitos de flotación selectiva, siendo el bucle de control a menudo independiente de los otros, aunque en algunos casos el punto de referencia varía según los cambios en las características de flotación. Para el control automático de cal o ácido, es importante que se reduzcan al mínimo los retardos en el lazo de control, lo que requiere la adición del reactivo tan cerca como sea posible del punto de medición del pH. Puesto que a menudo se añade cal a los molinos de molienda con el fin de minimizar la corrosión y precipitar iones metálicos pesados a partir de la solución, en la mayoría de las plantas concentradoras, por diseño, se agrega indirectamente retardos de tiempo si la sonda de pH está situada en las celdas rougher. En tales casos, puede añadirse

excesiva cal a los molinos y el control final del pH por adición de ácido en un punto próximo a las celdas rougher y que se realiza en un tanque de acondicionamiento. Para evitar que un exceso considerable de cal que se añade a los molinos, con un alto requerimiento de ácido subsiguiente en las celdas roughers, un control de supervisión se puede utilizar para minimizar el consumo de ácido. En el circuito mostrado en la figura 1.8, el controlador monitorea el consumo de ácido, y si esta cantidad es excesiva, cambia el punto de ajuste de adición de cal para reducir la entrada a los molinos de molienda. Esta acción puede ajustarse de manera que sea muy lenta, minimizando así la inestabilidad debido a la distancia y a la velocidad de reacción que tiene el lazo de control.

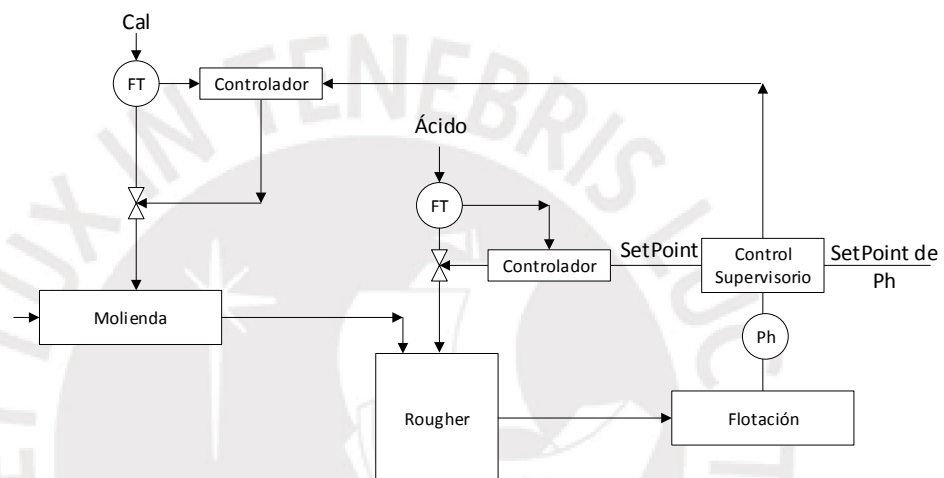


Figura 1.8 Control Supervisorio de pH (Wills, 2015).

1.3.2.2. Control de adición de reactivos

El control de la velocidad de adición del colector se realiza a menudo mediante control FeedForward basado en una respuesta lineal a los ensayos o al tonelaje de metal valioso en la alimentación a flotación. Típicamente, el aumento en la dosis de colector aumenta la recuperación de minerales hasta que se alcanza un valor máximo (respuesta similar a una función de primer orden), más allá de lo cual la adición adicional puede no tener ningún efecto práctico, o puede producirse una ligera reducción en la recuperación. La recuperación de la ganga también aumenta con la adición del colector de modo que más allá de la región de estabilidad, la selectividad se reduce (Figura 1.9). El objetivo del control de colectores es mantener la velocidad de adición en la región de estabilidad, siendo la principal dificultad identificar el punto óptimo, especialmente cuando la respuesta cambia debido a cambios en el tipo de mineral o la interacción con otros reactivos. Por esta razón, el control automático, que utiliza los controles FeedForward, rara vez ha tenido éxito a largo plazo.

Existe una variante del control FeedForward en la que se realiza un cálculo en base

al ingreso de mineral a la etapa de molienda, la concentración y densidad del reactivo que compensa la cantidad de reactivo que se utilizará en las etapas de flotación como se aprecia en la ecuación 1.1 y su aplicación se aprecia en el control Supervisorio de la figura 1.10.

$$[L/H] = \frac{\text{Dosificación (RSP o LSP)} [g/Ton] \times \text{Carga Molino} [Tms/h]}{\text{Densidad} [g/cm^3] \times \text{Concentración} [\%] \times 1000} \quad (1.1)$$

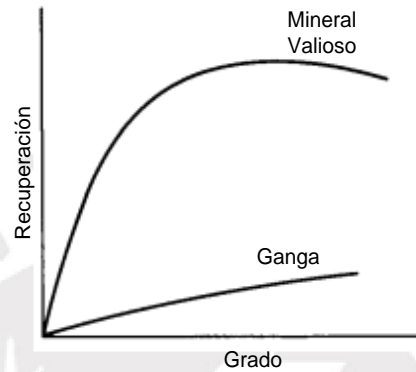


Figura 1.9 Efecto de la adición de colector (Wills, 2015)

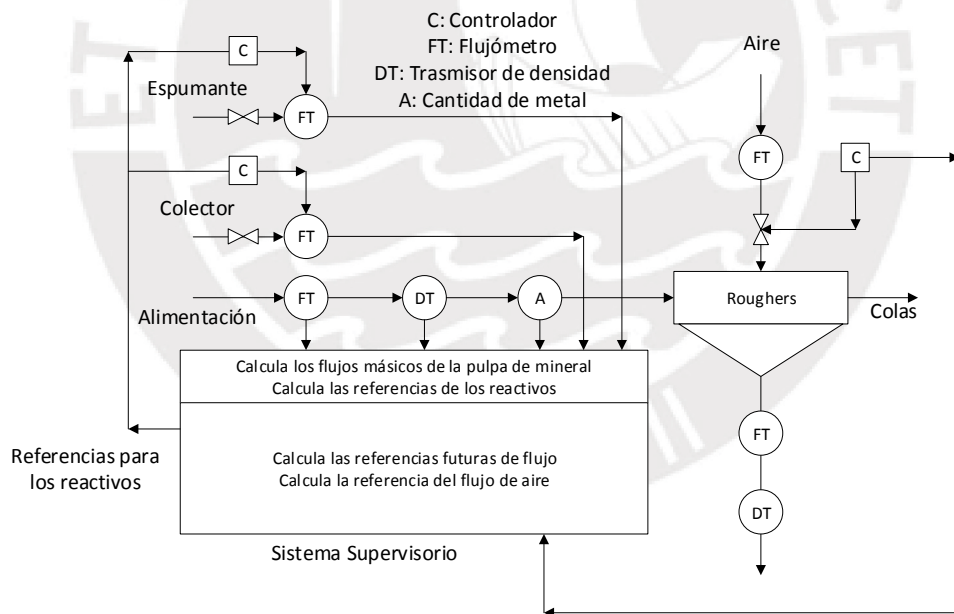


Figura 1.10 Sistema Supervisorio para el control de reactivos (Wills, 2015).

1.3.2.3. Control de flujo de aire:

El suministro de aire asociado con las características físico - mecánicas de la celda de flotación y la adición de reactivos son los partícipes fundamentales de la creación de las burbujas dentro de las celdas de flotación permitiendo que el mineral valioso pueda adherirse a ella y subir a la superficie dejando de lado las partículas estériles

de tal forma que los metales valiosos puedan recuperarse a través del concentrado. El lazo de control consiste en el control PID, ésta es la estrategia de control más simple utilizada para el control de flujo de aire, y se basa en la medición del flujo de aire y no permite la compensación debido a los cambios de carga, por tanto, esta estrategia de control es aceptable sólo para las aplicaciones donde existe una demanda constante de aire.

1.3.2.4. Control de nivel de pulpa

La importancia de la profundidad de la espuma (altura de nivel de pulpa) se debe principalmente al efecto que tiene sobre el contenido de ganga del concentrado. La ganga libre puede ser llevada al concentrado principalmente por arrastre mecánico, y cuanto más profunda es la capa de espuma, más drenaje de ganga en la celda ocurre. La profundidad de espuma es muy comúnmente usada para controlar el grado de concentrado, un aumento en la altura de la espuma aumenta el grado, pero a menudo a expensas de una ligera reducción en la recuperación. La altura de espuma se considera a menudo como la diferencia entre el nivel de pulpa y el nivel del rebose de la celda de flotación, y como tal se controla cambiando el nivel de pulpa. Dentro de las estrategias de control, existen dos estrategias de control típico: "Control PID", "Control PID + Feedforward" de control de nivel de una celda de flotación, pero cada una de ellas comparte el uso del control de rango partido (Split range).

- **Control PID:** Es la estrategia más simple que utilizar en la cual se mide el valor de nivel y se controla el nivel por la apertura y cierre de la válvula de control. Generalmente la configuración del controlador es un PI (Proporcional más integral) que trabaja bien sólo cuando es una celda aislada pero los circuitos de flotación cuentan con bancos de celdas en las que la descarga de una es la alimentación de la siguiente formando fuertes interacciones en los niveles. Por ejemplo, si existe un cambio en la acción de control en una parte del circuito ésta se ve reflejada en aguas arriba y aguas abajo.
- **Control PID más Rango partido:** Esta variante difiere del control de un solo elemento cuando en las celdas de flotación se cuenta con más de una válvula de control como variable manipulada y se desea operar en rangos separados, es decir, la salida de control se separa en dos (para el caso de dos válvulas de control) mientras una válvula puede trabajar sólo con la salida del controlador de [0 – 50%] la restante trabajará en el rango de [50 -100%]. En la figura 1.11 se ve el diagrama del controlador PID y en la figura 1.12 el rango partido de trabajo de las válvulas de control.

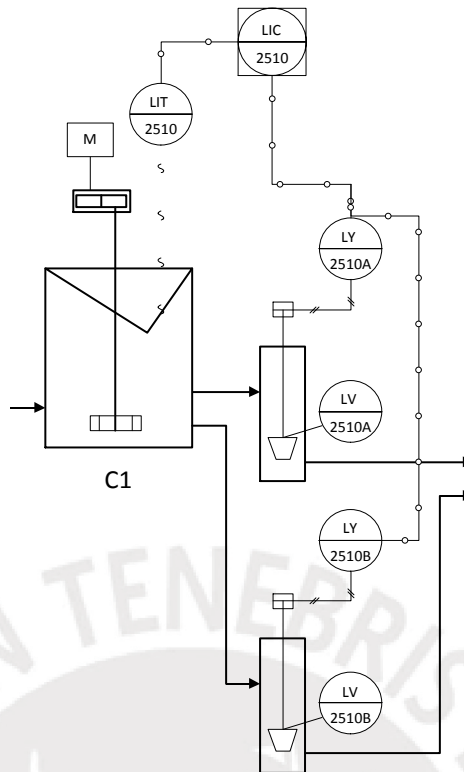


Figura 1.11 Control de Nivel utilizando un controlador PID (Fuente propia).

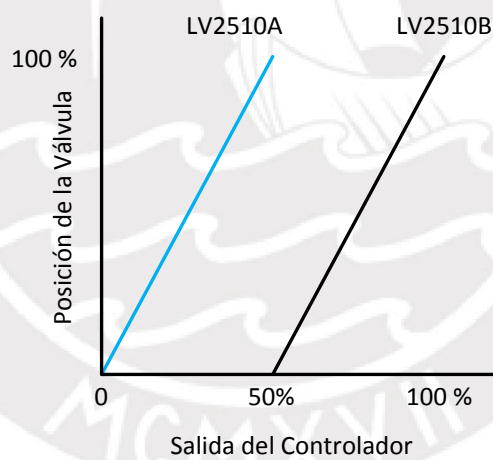


Figura 1.12 Control de Nivel utilizando un controlador PID + Rango partido (Fuente propia)

- Control PID + Feedforward más rango partido:** Esta estrategia mide el nivel de pulpa de la celda y la posición de la válvula de la celda anterior. Se trata de un bucle de control conocido como "Feedforward" en la que se compensa el nivel por efecto de la apertura y cierre de la válvula de control que se encuentra aguas arriba. Este método de control permite un mayor control de la celda y es más tolerante a los cambios de carga. Al igual que el control PID también comparte la estrategia de control de rango partido cuando tiene más de una válvula de

control (figura 1.13).

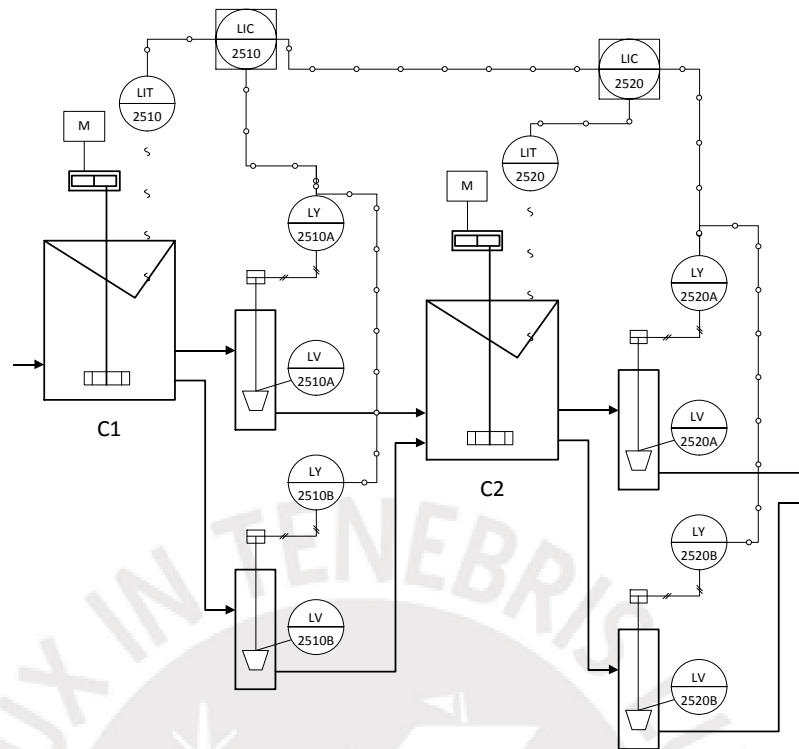


Figura 1.13 Control de Nivel utilizando un controlador PID + feedforward (Fuente propia)

Finalmente, el objetivo primordial del control es aumentar la eficiencia económica del proceso buscando optimizar el rendimiento (Mckee, 1991). En algunos sistemas se han introducido estrategias de control avanzadas basadas en modelos en flotación para estabilizar y finalmente optimizar ya que pueden manejar no linealidades, dinámicas complejas, retardos de tiempo, interacciones, perturbaciones medibles y no medibles y han demostrado mejor desempeño destacando las ventajas de estos métodos modernos sobre los controles clásicos.

1.4 Estado del arte de los controladores CPBM.

En muchas plantas industriales los algoritmos de control que predominan son los controladores PID y sus diversas variantes debido a su fácil implementación y entendimiento. Sintonizar un PID es una tarea simple siempre y cuando se tenga los conocimientos necesarios tanto del proceso como de la sintonía pero se vuelve una tarea complicada cuando el proceso está sujeto a restricciones, retardos de tiempo, no linealidades, interacciones con otras partes de proceso, es un proceso integrativo o presenta múltiples perturbaciones ya sean medibles como no medibles que generan inestabilidad o sólo son estables en ciertas bandas del proceso ya que los algoritmos PID no tienen la capacidad matemática para contrarrestar todos desafíos

mencionados anteriormente. Si bien es cierto se puede complementar el desempeño de un PID agregando lógica de control adicional dentro del sistema de control para restringirlo dentro de ciertos rangos no siempre se logrará mantener estable.

Considerar que todos los procesos se pueden controlar con el uso de controladores PID's es una idea errónea ya que en la actualidad se debe cumplir con los requisitos de estabilidad, eficiencia, calidad, seguridad, restricciones de proceso y ahorro de energía, además si entramos en el ámbito de la optimización tendríamos que hablar de lógicas de control muchos más complejas y el manejo de sistemas multivariables, para estos casos es necesario implementar estrategias de control avanzadas que permiten manejar éstas y otras limitaciones, uno de los ejemplos más representativos de los sistemas de control avanzados es el uso de controladores predictivos basados en modelos.

El control predictivo basado en modelo (MPC, en sus siglas en inglés) se puede definir como "una clase de algoritmos de control que utilizan un modelo de proceso explícito para predecir la respuesta futura de la planta" (Qin & Badgwell, 2003). En cada instante de muestreo el algoritmo calcula la acción de control óptima basado en la minimización de una función de costo y dentro de un horizonte de predicción se logre obtener la salida de proceso deseada. Si bien es cierto el cálculo está basado en un horizonte de control y un horizonte de predicción sólo se toma el primer cálculo y se envía como incremento en la acción de control sobre la planta y se repite en cada instante de tiempo (Rivas-Perez, 2016-2017).

Los primeros avances en el desarrollo del MPC se dieron en las industrias de energía, petróleo y gas para cumplir con los diferentes objetivos de control de procesos (uso de restricciones, procesos inestables o altamente acoplados, etc.) y poder controlar procesos multivariables pero tal fue su impacto y su facilidad en su implementación que ahora existen diversas aplicaciones desarrolladas en diversas áreas como robótica, industria química, minería, industria alimentaria, automóvil, aplicaciones aeroespaciales entre otras (Gómez y Camacho, 1996, Pérez-Zuñiga, 2009),

El desarrollo del concepto de control moderno se remonta al trabajo de Kalman a principios de los años 60, que buscaba determinar cuándo se puede decir que un sistema de control lineal es óptimo (Kalman, 1960). Un regulador cuadrático lineal calcula su ley de control en base a la minimización una función de coste, pero no consideraba restricciones, no linealidades aun cuando el algoritmo (LQR) tenía fuertes propiedades estabilizadoras trabajando en un horizonte definido no llegó a tener el impacto en el ambiente industrial.

La razón de fundamental fue que no se consideraba las restricciones y no linealidades de un sistema real en su formulación.

Varias aplicaciones de MPC se informaron en la industria de proceso a finales de los años setenta. Los más importantes fueron los de Richalet et al. que presentaron el control predictivo heurístico basado en modelo (“Model Predictive Heuristic Control” MPHC, en sus siglas en inglés) y por Cutler y Ramaker que presentó Dynamic Matrix Control (Cutler et al., 1980). El control predictivo heurístico basado en modelo fue más tarde llamado Control Algorítmico de Modelo (MAC). La idea fundamental de ambas teorías fue utilizar un modelo lineal por respuesta impulsional para predecir la respuesta del proceso en el futuro de acuerdo con las acciones de control, las cuales fueron calculadas en base a una función de coste de horizonte de predicción finito con un índice cuadrático (Blasco Xavier, 1999).

En la figura 1.14 se muestran el desarrollo generacional de los algoritmos más representativos del MPC.

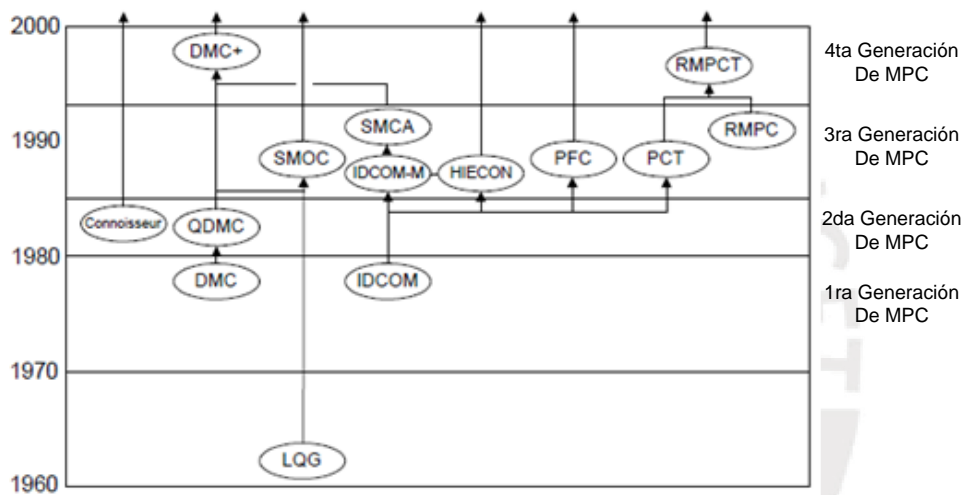


Figura 1.14 Desarrollo generacional del controlador MPC (Qin y Badgwell)

Las versiones iniciales de MPC no se estabilizaban automáticamente, sin embargo, si se consideran plantas estables y se elige un horizonte suficientemente grande en comparación con el tiempo de establecimiento de la planta, se logra estabilidad (Ruchika, 2013, Rivas-Perez, 2019).

La forma de operación de todos los controladores asociados a la familia MPC se caracteriza por la siguiente representación gráfica de la figura 1.15. El algoritmo de control calcula las salidas futuras del proceso dentro de un horizonte de predicción utilizando como base el modelo de proceso. Las salidas predichas $y(t + k|t)$ para $k = 1, 2, 3, \dots, N$; donde la notación k representa el valor de la salida en el instante $y(t + k)$ calculado con la información disponible (presente y pasada) en el instante t . Esto se calcula a partir de la señal futura $u(t + k|t)$ para $k = 1, 2, 3, \dots, N - 1$, que serán calculadas por el sistema de control.

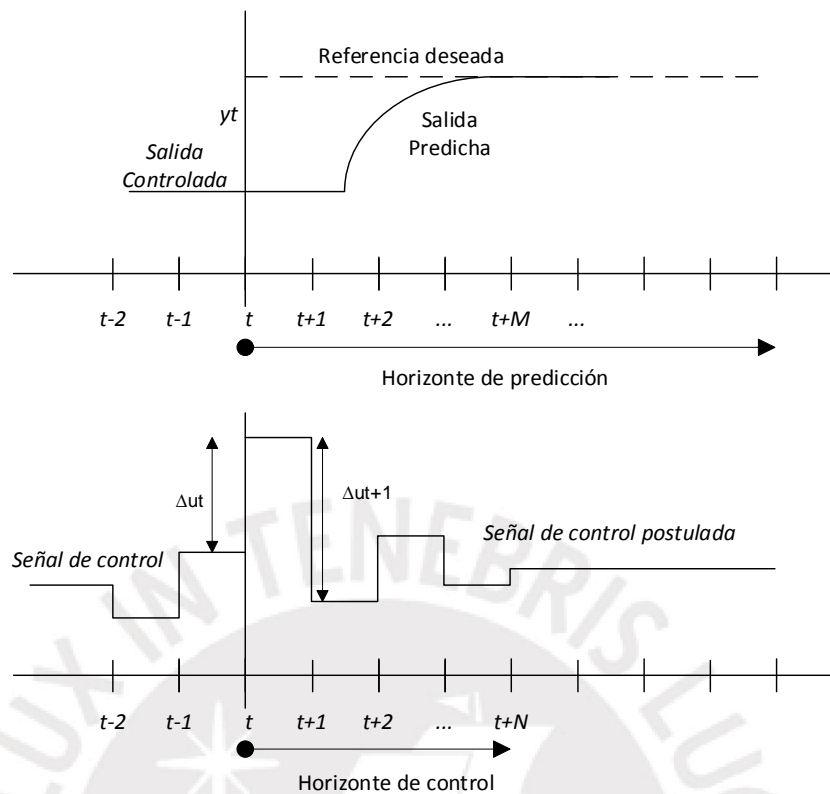


Figura 1.15 Estrategia de un MPC, descripción gráfica del horizonte de predicción y el horizonte de control (Camacho y Bordons, 1999).

El cálculo de las señales futuras depende del horizonte de control y predicción y permite que el valor de proceso siga una trayectoria de referencia interna $w(t + k)$. Éstas acciones de control se obtienen en base a una función de costo que tiene por objetivo minimizar un error cuadrático entre la señal de salida y la trayectoria de referencia. La señal de control resultante del cálculo $u(t|t)$ se envía a la planta mientras que las demás señales de control calculadas son descartadas (de acuerdo con el horizonte de predicción), debido a que en el siguiente período de muestreo ya se cuenta con el valor de la salida en el instante $y(t + 1)$ y así sucesivamente se vuelve a realizar el cálculo. El diagrama de bloques básico de un controlador MPC se muestra en la figura 1.16. Con el modelo de proceso se calculan las salidas futuras en base a los valores pasados y presentes de las acciones de control y las variables de proceso además de los valores calculados de las acciones de control futuras. Las acciones de control se calculan en el bloque optimizador a partir de la función objetivo donde se tomarán en cuenta las restricciones de proceso, error en el seguimiento de las referencias futuras y la variación del control.

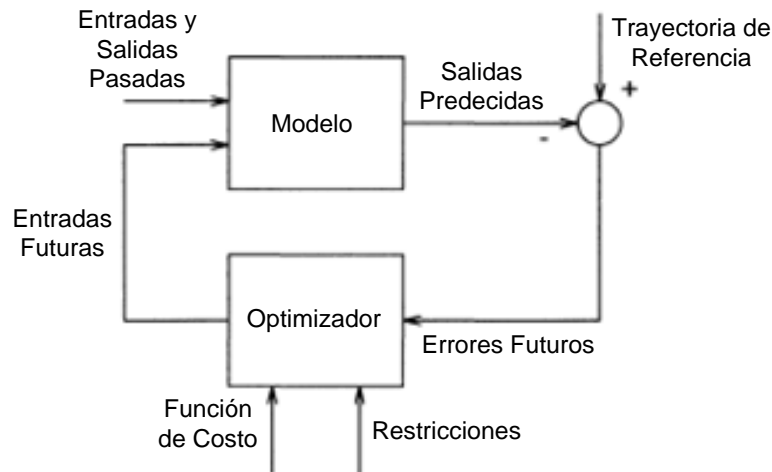


Figura 1.16 Estructura básica de un Controlador MPC (Camacho y Bordóns, 2004)

El control predictivo basado en modelo presenta una serie de ventajas que se tiene sobre otras estrategias, se puede citar lo siguiente (Camacho y Bordóns, 2004):

- Los conceptos de horizonte de control y horizonte de predicción permiten a los operadores predecir el comportamiento del proceso en el futuro y realizar las acciones de control en el presente.
- Se puede aplicar a diversos procesos productivos inclusive con dinámicas muy complejas como sistemas inestables, de fase no mínima, integrativos, sistemas con grandes tiempos muertos y es especial en sistemas multivariables.
- Permite compensar los tiempos muertos ya estarán descritos en las funciones de transferencia de su modelo de procesos.
- Al utilizar un modelo de proceso tiene la capacidad de predecir su comportamiento en el futuro de acuerdo con sus acciones de control como de las perturbaciones medibles agregando la propiedad de ser anticipativo compensando de forma natural las perturbaciones medibles.
- A partir de la minimización de la función de costo se puede calcular fácilmente los incrementos de control o las acciones de control.
- Permite seguir trayectorias futuras, por ejemplo, en procesos tipo "batch" donde con antelación ya se conocen las referencias de proceso en el tiempo.
- Trabaja eficientemente en procesos donde se tienen restricciones operativas ya que se puede llevar el proceso a trabajar en sus máximos límites operativos sin poner en riesgo al proceso.

Como es lógico también tiene sus desventajas ya que los algoritmos desarrollados tienen cierto grado de complejidad y se elaboran en computadores industriales

aunque en nuestros días con el desarrollo de la electrónica y las aplicaciones de software se pueden desarrollar algoritmos sumamente avanzados y complejos que hace algunos años era imposible implementar, pero la desventaja más importante es la utilización de un modelo de proceso que deberá describir eficientemente el comportamiento de la planta pues los cálculos de las acciones de control nacen a partir de él por lo tanto es entendible que su eficiencia y calidad se vea mermada en el caso de no obtener un modelo matemático adecuado.

Actualmente se tiene una vasta información sobre las aplicaciones del controlador MPC en la industria global (Qin y Badwell, 1997) que van desde aplicaciones desarrolladas directamente sobre los controladores de proceso (PLC o DCS) o bien haciendo uso de servidores donde reside la aplicación. En el mercado existen un grupo de empresas consolidadas y reconocidas por su experiencia en el diseño de plantas industriales, sistemas de control y también por las aplicaciones de software desarrolladas derivadas de este conocimiento. A continuación, se presentan algunas de las compañías más importantes a nivel mundial que han desarrollado aplicaciones basadas en controladores predictivos basados en modelo (Sbárbaro et al., 2010):

- Aspen technology, ofrece el producto Aspen DMCplus que incorpora herramientas de identificación de sistemas, controladores MPC con restricciones entre otros.
- Honeywell, ofrece el producto "Profit Suite" que está basado en dos de sus patentes que es el "Algoritmo de control de rango (RCA)" y la tecnología "Control predictivo multivariable robusto (RMPCT)".
- Sherpa Engineering, ofrece las aplicaciones "IDCOM-HIECON" y "PCR" que son controladores predictivos multivariables.
- Yokogawa y Shell diseñaron los productos "SMOCpro" Y "RQEpro" en el 2003 pero ahora ofrecen una plataforma integrada denominada "Plataforma de estimación y control avanzado (PACE)"
- Schneider Electric ofrece su producto "SimSci APC".
- ABB ofrece su producto "3dMPC".
- FLSMITH ofrece su producto ECS - "PxP".
- Metso ofrece su producto "Optimizing Control System, OCS 4D".

Además del estudio realizado se tiene 4600 aplicaciones funcionando hasta el año 2003 donde un 67% pertenecen a la industria de refinado de petróleo y petroquímica y se considera que el fabricante Aspen Technology tiene estadísticamente hablando el mayor número de aplicaciones instaladas (1850) y cuenta con el proceso

multivariable de 603 variables controladas x 283 variables manipuladas bajo control (Qin y Badwell, 1997, Ramos Fernández C., 2007).

Dentro de la industria minera en el campo de las celdas de flotación también se tienen reportes del uso de controladores predictivos basados en modelos quienes muestran que sus mayores aportes están en la estabilización y optimización del proceso logrando así que los parámetros que definen la eficiencia del proceso de flotación que son la recuperación y el grado de cobre tenga un aumento aproximado de un punto porcentual (Ferreira et al., 2000), además, los controladores elaborados (en su mayoría) tienden a ser multivariables pues lo que se desea controlar es un banco de celdas o bien un circuito de flotación que contienen bancos de celdas rougher, scavenger y limpieza.

1.5 Objetivos de la Tesis.

1.5.1 Objetivo General

Desarrollar un sistema de control predictivo generalizado multivariable que controle eficientemente los niveles de pulpa de un banco de siete celdas de flotación de minerales de cobre que permita compensar de forma efectiva el efecto de las perturbaciones medibles y no medibles.

1.5.2 Objetivos específicos

- Obtener un modelo matemático del proceso de variación de nivel de pulpa de cada celda o un banco de siete de celdas de flotación, que describa de forma adecuada el comportamiento dinámico del proceso y sus respectivas interacciones.
- Diseñar un sistema de control predictivo generalizado multivariable que controle eficientemente los niveles de un banco de siete celdas de flotación de minerales de cobre.
- Validar el desempeño del controlador predictivo generalizado multivariable diseñado mediante la comparación con el control convencional PID + Feed Forward.
- Realizar la propuesta de implementación que permita conectar el controlador predictivo generalizado multivariable con el Sistema de Control Distribuido (DCS) de la marca Foxboro.

CAPÍTULO 2 MODELO MATEMÁTICO DE LA VARIACIÓN DE NIVEL DE UN BANCO DE CELDAS DE FLOTACIÓN

2.1 Introducción.

En una celda de flotación, hay dos formas para que los materiales se recuperen a través del concentrado, mediante el arrastre y la flotación de espuma. La flotación de espuma es un proceso de recuperación selectiva que comprende los mecanismos de cinética de fase de pulpa y fase de espuma, mientras que el arrastre es un proceso no selectivo que depende de la dinámica del fluido de la fase superficial y del movimiento de las partículas. A través de estas dos formas, los concentrados ricos en minerales valiosos se producen a partir de celdas de flotación que se combinan y reprocessan en un circuito de flotación y forman el concentrado final. El desempeño de una celda o un circuito flotación se mide por la cantidad de mineral recuperado (recuperación) y la calidad del concentrado (cantidad de la ganga contenida) denominado grado. El rendimiento del circuito de flotación depende del arreglo del circuito de flotación de modo que, al cambiar la disposición del circuito, la recuperación y el grado del concentrado puede variar significativamente.

En el objetivo de encontrar la mejor recuperación y grado, una de las variables principales que se debe visualizar, estabilizar, controlar y optimizar es el nivel de cada celda de flotación pues un control inadecuado del nivel generará que el material rico en minerales valiosos se vaya por el relave o en su defecto se arrastre mineral no valioso como concentrado.

Realizar un modelamiento matemático de cada celda de flotación en un banco de celdas utilizando balances de masa – energía, modelos probabilísticos, modelos de una o dos fases entre otros para un ambiente industrial se presenta como una tarea altamente complicada debido a la gran cantidad de variables, interacciones entre cada una de ellas y de los cambios que muchas veces se dan en el proceso debido a las condiciones operativas.

Contar con un modelo matemático que describa correctamente la dinámica de sistema permitirá desarrollar las pruebas y simulación del proceso además de la elaboración de la estrategia de control que se adecue a los desafíos y requerimientos de proceso. La utilización de técnicas de identificación de sistemas tipo entrada/salida que mediante la evaluación y estudio de las señales de entrada y salida nos permitirán calcular un modelo matemático lineal que describa con cierto grado de exactitud las condiciones de proceso. El desarrollo y cálculo del modelo matemático bajo la metodología de identificación de sistemas se desarrollará en este capítulo presentando como punto de inicio un resumen de las variables que afectan

al proceso de flotación seguido de la aplicación de la metodología de identificación de sistemas y finalmente se expondrán las conclusiones del trabajo desarrollado.

2.2 Caracterización de las celdas de flotación como objeto de control automático.

Con el propósito de controlar un proceso industrial es necesario conocerlo a fondo pasando por sus características físicas, químicas, mecánicas, etc., como las variables que interactúan con él.

- **Celdas de flotación:** La figura 1.3 se mostró una celda de flotación básica o celda mecánica. Las celdas de flotación deben ser mecánicamente agitadas y aireadas ya sea por ingreso de aire forzado o auto aireadas. El impulsor rompe la corriente de aire en burbujas y mantiene las partículas minerales suspendidas. Existen otro tipo de celdas que se utilizan en la etapa de limpieza, continuación de las etapas rougher – scavenger, denominadas celdas columna (figura 2.1), éstas no son mecánicamente agitadas, pero el aire es esparcido en el fondo de la columna además se introduce agua de lavado en la parte superior de la columna de flotación para eliminar el material arrastrado. En general las celdas de flotación mecánicas son mucho más comunes que las celdas columnas de flotación.



Figura 2.1 Celda Columna (Metso).

- **Banco de celdas:** Las celdas de flotación se forman en un arreglo en serie formando un banco de celdas. La pulpa (mineral molido y agua) es alimentada a la primera celda en el banco, parte del mineral valioso se elimina como espuma, y la pulpa se envía a la siguiente celda, donde se extrae más mineral (Wills, 2015). El banco puede consistir en un tanque parcialmente separado para formar

celdas, o puede consistir en celdas individuales conectadas una a continuación de otra. En algunos casos, todo el banco es un solo tanque con agitadores en serie. Las figuras 2.2 y 2.3 muestran un arreglo típico de un banco de celdas y su representación esquemática comúnmente utilizada para los bancos de flotación.

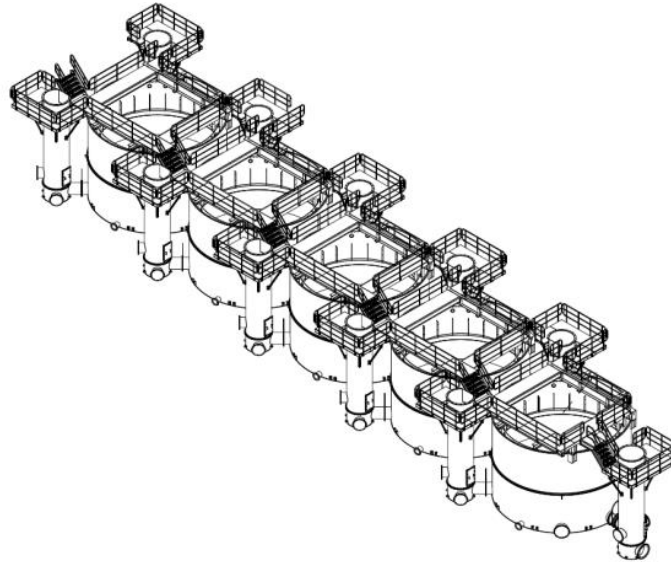


Figura 2.2 Arreglo típico de un banco de celdas.

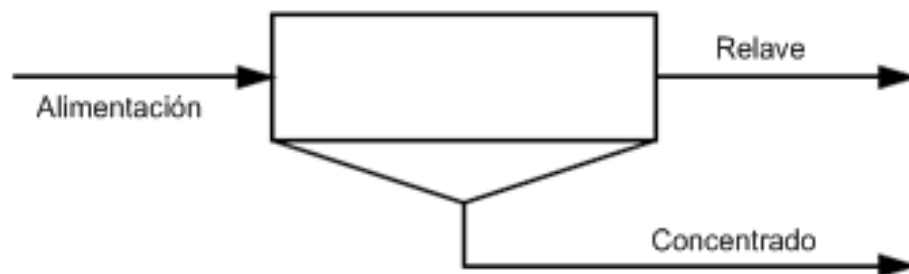


Figura 2.3 Representación esquemática de un banco de celdas (Wills, 2015).

- **Circuitos de Flotación:** La flotación es un proceso continuo y similar a la destilación fraccionada en que la pureza deseada no se alcanza en una etapa de separación (Sutherland et al., 1955). Las celdas de flotación suelen estar conectadas en serie para formar bancos de flotación. Estos bancos están conectados en varias configuraciones para formar circuitos de flotación. Este tipo de configuración en conjunto ya sea de forma en serie y formando bancos de celdas permite aumentar el tiempo de flotación (El tiempo de residencia de las partículas en el banco de celdas varía de 5 a 40 minutos), además facilita la unión de las partículas a las burbujas.

En la figura 2.4 se muestra un circuito de flotación simple. La mayor parte del

mineral valioso es flotado en las primeras celdas (rougher). Las últimas celdas se llaman “scavenger” cuyo objetivo es recuperar el material más débilmente flotable. Esta configuración de circuito sólo tiene éxito si el material de ganga (desperdicio) es relativamente no flotable (Wills, 2015). Es común la recirculación del concentrado de las celdas roughers para obtener un concentrado con un alto grado. Esta configuración del circuito se muestra en la figura 2.5. Tener en cuenta que existen muchas otras posibles configuraciones de circuitos.

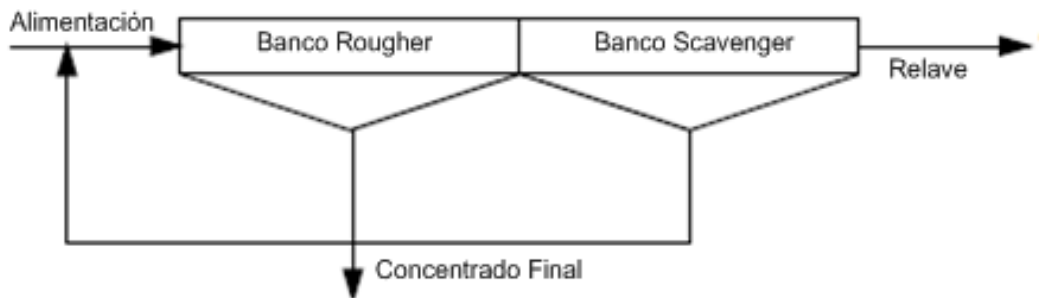


Figura 2.4 Circuito de flotación con bancos rougher y scavenger (Wills, 2015).

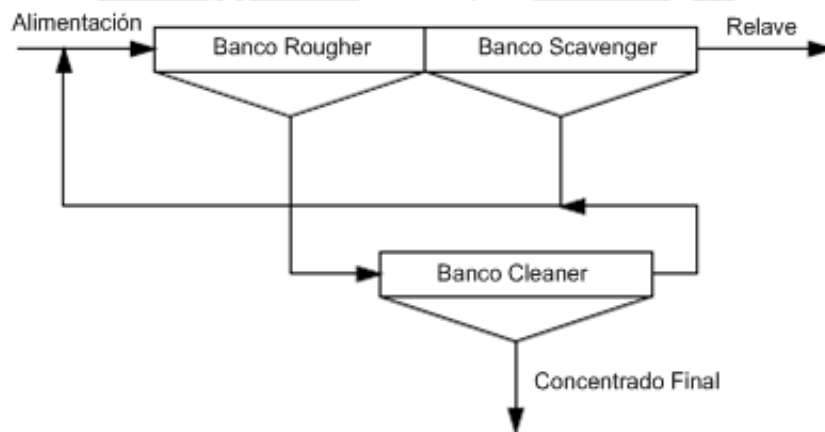


Figura 2.5 Circuito de flotación con bancos rougher, scavenger y limpieza (Wills, 2015).

- Equipamiento:** El proceso de flotación en su conjunto depende en primer lugar del control de la química superficial para proporcionar las condiciones potenciales para la fijación de las partículas a las burbujas y, en segundo lugar, en la máquina o equipo de flotación, en función de sus condiciones de funcionamiento, genere la formación de burbujas de aire introducidas en un tanque de suspensión con agitación para proporcionar un entorno para el máximo contacto entre partículas y la burbuja permitiendo la adhesión del material valioso a la burbuja y su ascenso de la zona de pulpa hacia la espuma

(Fuerstenau et al., 2007). Dentro del equipamiento que caracteriza a las celdas de flotación se tiene lo siguiente (el detalle de las operaciones se aprecia en el anexo A.3):

- Rebose
 - Impulsor o Rotor
 - Difusor o Estator
 - Válvula Dardo
 - Instrumentación
- **Indicadores de eficiencia de la flotación**
 - **Grado y Recuperación:** La recuperación puede definirse como la fracción de minerales presentes en la alimentación que se recupera en el concentrado. Grado es una indicación de la pureza del concentrado, usualmente expresado como la concentración de mineral valioso en el concentrado (Sutherland et al., 1955: 20). Los circuitos de flotación se hacen funcionar de tal manera que se obtiene un concentrado de grado suficiente mientras que la recuperación de minerales sea también aceptable. Hay que hacer un cierto equilibrio entre la recuperación y el grado. En la figura 2.6 se muestran las curvas cualitativas de recuperación-tiempo y recuperación-concentrado. No hay una eficiencia de separación única para un mineral y la curva de recuperación - grado dependerá de las condiciones de operación en el circuito.

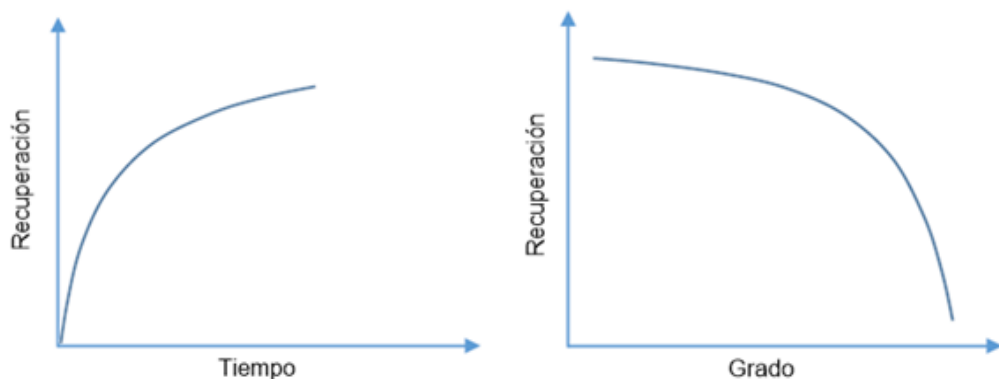


Figura 2.6 En el lado izquierdo se aprecia la gráfica de Recuperación de mineral versus tiempo mientras que en el lado derecho la Típica curva de Recuperación vs Grado (Gupta A, 2006).

- **Cinética de la flotación:** El concentrado obtenido a partir de una celda de flotación batch cambia a medida que pasa el tiempo tanto como las partículas flotantes cambian de tamaño, grado y cantidad. La curva de recuperación en el tiempo de una prueba por lotes es generalmente de la

forma mostrada en la figura 2.7. La recuperación de cualquier mineral en particular asciende a un valor asintótico R_{∞} que es generalmente menor que 100%. La tasa de recuperación en el tiempo "t" viene dada por la pendiente de la tangente a la curva en "t", y la tasa de recuperación en el tiempo t_1 es claramente mayor que la tasa en el tiempo t_2 . Existe una relación directa entre la ratio de flotación y la cantidad de material flotante que permanece en la celda.

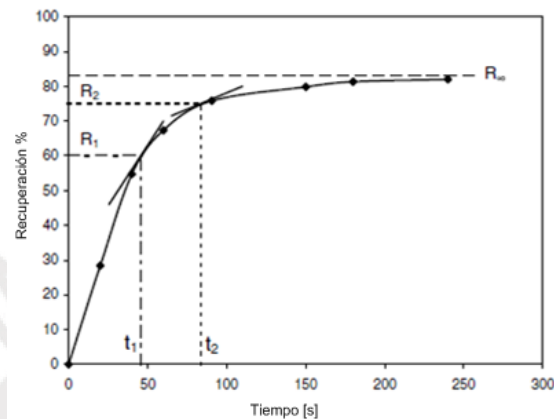


Figura 2.7 Cinética de la flotación (Gupta A, 2006)

2.2.1 Clasificación del modelo de flotación

Existen varios enfoques para modelar los circuitos de flotación. En la figura 2.8 se muestra una clasificación de los tipos de flotación más comunes. En los modelos de micro-escala, la flotación se modela identificando todos los subprocesos y utilizando las relaciones químicas y físicas para predecir el comportamiento del proceso. Este enfoque es difícil debido a la complejidad del sistema y a las interacciones entre los parámetros químicos y físicos (Polat & Chander, 2000).

Los modelos macro escala relacionan la respuesta global con los parámetros de un conjunto de ecuaciones matemáticas. Los modelos macro escala pueden dividirse en modelos fenomenológicos y modelos estadísticos. En modelos estadísticos, el rendimiento de flotación está relacionado con variables a través de ecuaciones matemáticas sin significación física. Los modelos fenomenológicos consisten en ecuaciones que describen la física y la química del proceso. Los modelos fenomenológicos pueden utilizar modelos cinéticos, probabilísticos o de equilibrio poblacional para describir el comportamiento de la burbuja de partículas. Los modelos probabilísticos se basan en la incidencia relativa de colisión, adhesión y desprendimiento y pueden vincular modelos micro y macro escala. Los modelos cinéticos son similares en forma a los utilizados para describir las reacciones químicas. Los modelos de equilibrio poblacional intentan describir el comportamiento

de flotación al predecir el número de burbujas en la celda, así como sus tamaños.

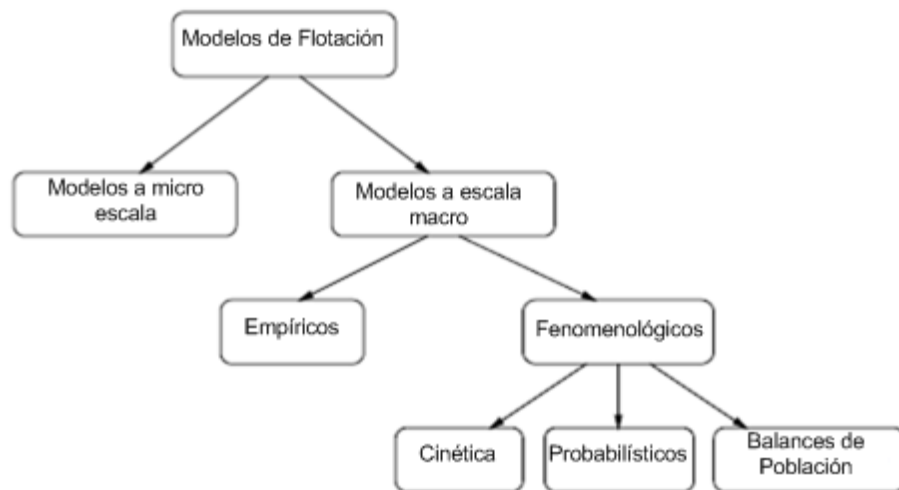


Figura 2.8 Clasificación de los modelos de flotación (Polat &Chander, 2000)

El proceso de flotación también se puede describir con diversos grados de complejidad. Algunos modelos de flotación sólo modelan los niveles de pulpa en las celdas de flotación y los bancos. Estos modelos se utilizan para probar estrategias de control de nivel en circuitos de flotación. Otros modelos también tienen en cuenta los procesos de recuperación que se producen en las celdas. La pulpa y la espuma se pueden considerar por separado, o el sistema se puede modelar como una sola fase, bien mezclada.

2.2.2 Variables del proceso de flotación

De acuerdo con los datos de la literatura, hay una estimación de aproximadamente 100 variables que afectan (en diferente medida) al proceso de flotación (Laurila et al., 2002, Harris et al., 2002), lo que lo convierte en un proceso en tiempo real muy complejo. Aparte de eso, las interacciones mutuas entre las variables complican aún más los esfuerzos de control, por ejemplo, un aumento en el caudal de aire puede resultar en un mayor tamaño de burbuja de aire, lo que afectará posteriormente a la velocidad de subida de la burbuja, velocidad de fijación, retención de gas, profundidad de espuma, etc (Miljanović, 2015).

Además, en condiciones industriales, el cambio de cualquier variable en cualquier banco en un circuito flotación provoca un cambio de la composición de la pulpa ya sea por el caudal que se alimenta aguas abajo y aguas arriba (si hay un flujo de recirculación que vuelve a una etapa anterior) del circuito. Hodouin (2011) define el estado y las características de las variables clave de entrada y salida que influyen el proceso de flotación. Además, el mismo autor clasifica las variables de entrada y

salida como (figura 2.9):

- Variables manipuladas (entrada)
- Perturbaciones (entrada)
- Variables controladas (salida)
- Variables que muestran la condición interna del proceso (salida).

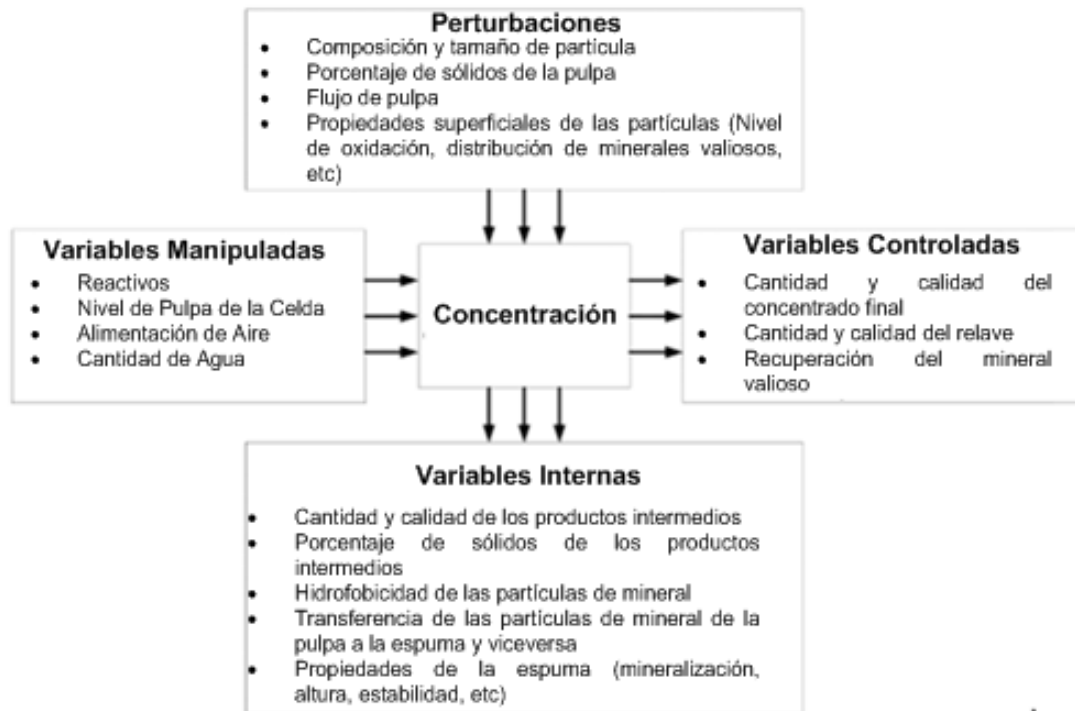


Figura 2.9 Variables que afectan el proceso de flotación (Hodouin, 2011; Miljanović, 2015)

La influencia de las diversas variables sobre el curso y los resultados del proceso de flotación es el tema de investigación de muchos autores (Lynch et al., 1981). Dos de las conclusiones más importantes que se puede extraer de estas extensas investigaciones, que la influencia de las variables de flotación varían en diferentes grados e interacciones, y la tendencia distinta a lograr la estabilidad del proceso y la calidad de los productos, por otro lado, están en conflicto en el dominio del proceso controlar y lograr el deseado con el mantenimiento simultáneo de todas las perturbaciones bajo control.

El problema de lograr un óptimo desempeño del proceso de flotación con las numerosas variables es difícil incluso cuando las propiedades del mineral que entra en el proceso de flotación cambian ligeramente. En caso de cambios frecuentes en las propiedades de flotación del mineral (lo cual ocurre casi siempre en la industria), el problema se vuelve aún más complejo, por lo tanto, la selección de técnicas de simulación ayuda mucho a resolver este problema (Lynch et al., 1981).

Realizar el modelamiento de una celda de flotación comienza con la elaboración del balance de masa en base a los flujos que ingresan y los flujos que salen del sistema. Si se considera un modelo de una fase, la pulpa y la espuma se describen mediante una sola fase de pulpa perfectamente mezclada con espuma (Casali et al., 2002) de esta forma la complejidad matemática del modelo se reduce significativamente con esta suposición (Casali et al., 2002). Muchos autores (Hemphill y Loveday, 2003), (Vera et al., 2002) afirman que la fase de espuma también debe considerarse para modelar adecuadamente la flotación. Los modelos de dos fases incluyen el comportamiento tanto de la espuma como de las fases de pulpa. Hay una serie de procesos de transferencia de material entre las fases de espuma y pulpa en una celda de flotación tal como se muestran en la figura 2.10. La fase de pulpa se denomina a menudo zona de recolección, ya que las partículas valiosas se recogen a través de la fijación selectiva de burbujas de partículas. El material (ganga y mineral valioso) también puede ser arrastrado entre burbujas y entrar en la fase de espuma de esta manera (Savassi et al., 1998, Mathe et al., 1998). Muchas cosas pueden suceder a una partícula unida a una burbuja una vez que entra en la fase de espuma. Puede desprenderse de la burbuja a través de la rotura de la burbuja, de ser arrastrada o desplazada por otra partícula. Una vez que la partícula se ha separado, la partícula puede volver a unirse a otra burbuja, o puede volver a la pulpa (Hemphill & Loveday, 2003). Una parte de la espuma también puede colapsarse, devolviendo las partículas unidas a la pulpa. Las partículas arrastradas (que no están unidas a una burbuja) pueden ser transportadas al concentrado o pueden drenarse de nuevo a la pulpa. Todos estos procesos contribuyen al comportamiento complejo del proceso de flotación y deben ser considerados en el modelo de flotación.

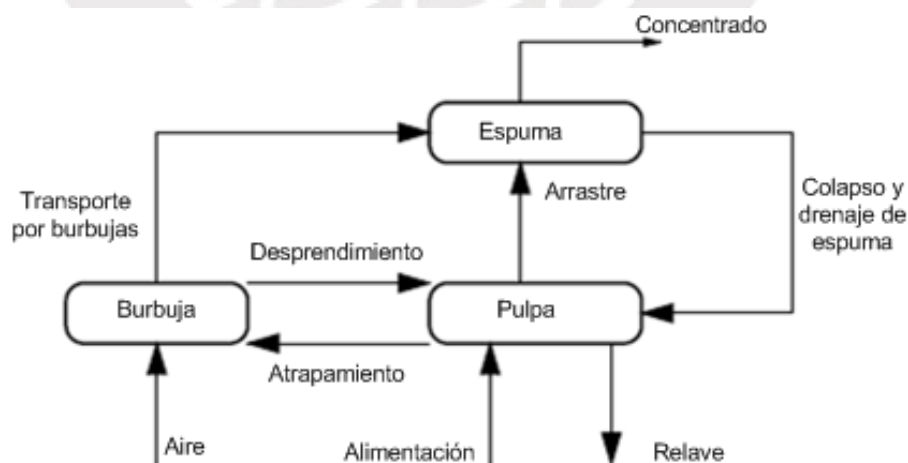


Figura 2.10 Flujo de material en una celda de flotación (Subrahmanyam y Forssberg, 1988).

Dentro de las variables más representativas en el modelamiento metalúrgico de una

celda de flotación, tenemos (el detalle de las operaciones se aprecia en el anexo A.4):

- Zona de Recuperación de espuma
- Condiciones Hidrodinámicas
- Tamaño de la burbuja
- Retención de Gas (Gas holdup)
- Velocidad superficial del gas
- Tiempo de residencia de la espuma
- Efecto del tamaño de partícula en el ratio de flotación
- Efecto de las tasas de adición de colectores
- Efecto de las tasas de adición de espumante
- Flotabilidad del Mineral

2.3 Metodología de la Identificación del proceso de variación de nivel de un banco de celdas de minerales de cobre.

Como se describe en los párrafos anteriores, llegar a encontrar el modelo de una celda de flotación o un banco de celdas de flotación muestra cierto grado de complejidad de acuerdo al modelo o método que se desee utilizar; En el caso de los modelos fenomenológicos, por ejemplo, se tiene que asumir una serie de constantes que dependen ya sea de tablas, pruebas estadísticas, de la experiencia o de los resultados de los experimentos que se desarrollan dentro de las celdas tipo batch de laboratorio.

Dentro del ambiente industrial, realizar un modelamiento del proceso productivo tal cual como se detalló anteriormente y tomando como ayuda el control estadístico de procesos permite tener un conocimiento más profundo de las variables representativas que aportan la información necesaria para modelar el proceso de forma adecuada de tal manera que se determinen las perturbaciones medibles como no medibles, las entradas, salidas de proceso y el grado de interacción entre cada una de ellas. Esta información será de vital importancia para los Ingenieros de Control de Procesos, ya que conocerán las señales con antelación para realizar el proceso de modelamiento y evitar realizar pruebas operativas que puedan poner en riesgo la estabilidad del proceso.

Para el objeto de estudio del presente trabajo la variable que se desea controlar es el nivel de cada una de las siete celdas conectadas en serie. Llegar a controlar y mitigar cada una de las perturbaciones que se generan en el banco de celdas de flotación presenta una tarea titánica pues el control de nivel es una tarea compleja debido a la cantidad y a las altas interacciones que existe entre las diversas variables de proceso, por ejemplo, controlar el nivel de pulpa (también se puede controlar el

nivel de espuma) de la tercera celda involucra generar acciones de control en la válvula de control de nivel que afectará a las celdas aguas abajo, debido al mayor o menor flujo que suministra, y también aguas arriba debido a la diferencia hidrostática (variación de nivel con la celda anterior) entre cada una de ellas.

No existe una receta que le muestre al Operador de Campo definir con certeza el valor de nivel al cual trabajará ya que ello depende de factores tales como el tipo de mineral, uso de reactivos, tamaño de la malla, tamaño de la burbuja, ingreso de aire, experiencia del operador, etc. Lo que se tiene claro es que la selección del nivel depende de la posición de la celda. Para efectos prácticos, el nivel de pulpa (o espuma) en las primeras celdas se mantiene baja (alta en el caso que sea espuma), ya que hay abundante cantidad de partículas hidrofóbicas de mineral que lo sustentan. Los niveles de pulpa de celda a celda van subiendo de forma que en las primeras celdas se pueda recuperar todo el mineral valioso y en las últimas celdas se tenga un nivel lo suficientemente alto a fin de facilitar que las partículas no valiosas y las impurezas se vayan por la descarga del banco de celdas (911Metallurgist, 2015).

Conocer o modelar el nivel de pulpa y elaborar una estrategia de control robusta finalmente permitirá mantener estable y reducirá las oscilaciones del nivel de pulpa de la celda de tal forma que el mineral tratado pueda recuperarse en mayor proporción para los procesos siguientes y evitará el desgaste de energía de su tratamiento de procesos anteriores. Frente al desafío de tener una ecuación o modelo que reproduzca con suficiente exactitud las características dinámicas y la relación entre las variables manipuladas y la variable controlada, unas de las herramientas que tiene el Ingeniero de Control de Procesos es la identificación de sistemas si se asume que el sistema puede modelarse dentro de un rango de operación en el cual tenga un comportamiento lineal e invariante en el tiempo y puede expresarse mediante una función de transferencia (Ogata, 2010).

Encontrar un modelo matemático que permita describir con suficiente precisión el comportamiento dinámico de los niveles de pulpa de las celdas de flotación utilizando las técnicas de identificación de sistemas, implica desarrollar pruebas experimentales en el proceso a través de su estimulación mediante el uso de una señal de entrada, que puede ser un sinusoidal, impulso, escalón, rampa, PRBS (Pseudo Random Binary Signal) y observando el comportamiento de la salida en un intervalo de tiempo. Las señales, tanto de entrada como de salida, serán registradas o almacenadas en el sistema de control para finalmente ser analizadas.

Este proceso tiene ciertas particularidades que se tienen que tomar en cuenta pues para encontrar la estructura y parámetros del modelo se debe hacer de forma intuitiva

e iterativa ya que durante el proceso se deben realizar una serie de pruebas de tal forma que se encuentra la mejor estructura que defina el comportamiento más cercano del proceso. Inclusive se da el caso, que el modelo o modelos elegidos no siguen el comportamiento del proceso por lo tanto se debe de repetir las pruebas ya que los datos obtenidos, entradas y salidas, no son los correctos.

El proceso de calcular un modelo matemático a partir de los datos de entrada y salida sigue los siguientes pasos (Ljung, 1999):

- Seleccionar las variables de entrada (variable manipulada, perturbaciones medibles) y salida del proceso (variable controlada).
- Seleccionar un conjunto de valores de proceso que contemplen las entradas y salidas de proceso dentro del rango de operación.
- Realizar la limpieza de los datos eliminando los “picos” por efecto de falla de los instrumentos de campo, uso filtros, períodos de muestreo.
- Seleccionar la estructura del modelo matemático que permita describir con cierto grado de precisión el comportamiento del proceso y diseñar el algoritmo para encontrar sus parámetros.
- Validar el modelo calculado a través de sus índices de ajuste, su representación gráfica lo que engloba el análisis en el tiempo y frecuencia.

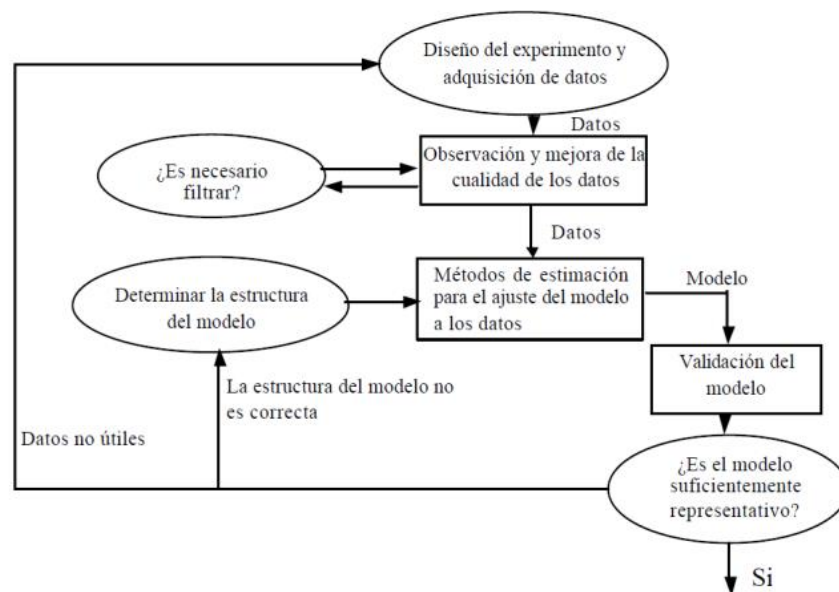


Figura 2.11 Ciclo de identificación. Los rectángulos son en general la responsabilidad del ordenador mientras que las figuras ovaladas son responsabilidad el usuario (Ljung, 1999).

2.3.1 Identificación paramétrica y no paramétrica

El proceso de identificación de los niveles de pulpa de las celdas de flotación se llevó a cabo en una planta industrial con las siguientes características:

- Siete celdas de flotación conectadas en serie
- Las celdas de flotación son auto aspiradas
- La capacidad de cada celda es de 257 m³.
- Las dos primeras celdas son denominadas Rougher mientras que las restantes Scavenger.
- Las seis primeras celdas tienen dos válvulas dardo para controlar el nivel mientras la séptima sólo tiene una válvula dardo.
- Tiempo de residencia de la pulpa de aproximadamente 31 minutos.
- Flujo de alimentación de pulpa de 3160 m³/hr.
- Flujo de agua de alimentación de 530 m³/hr.

El sistema de control de cada celda de flotación se da a través de un control PID + “FeedForward” que tiene como variable manipulada la posición de las válvulas dardo, como variable controlada al nivel de la pulpa y como perturbación medible al flujo de alimentación hacia el banco de celdas para la primera celda y la posición de las válvulas dardo de la celda anterior para las seis celdas restantes. Las características de cada elemento son:

- Sensor de nivel ultrasónico con protocolo de comunicación FF (Foundation FieldBus) cuyo rango de operación es de 0 a 100 [cm] transformados a unidades de porcentaje de 0 a 100 [%].
- Posicionador de válvula con protocolo de comunicación FF para actuador lineal con rango de operación de 0 a 100 [%].
- Boya más plato de metal que permite dar la posición de nivel de la celda.
- Válvula dardo de control modulante. La válvula dardo en conjunto con el posicionador permitirán regular el flujo de pulpa de mineral hacia la siguiente celda y por consiguiente regular el nivel de su respectiva celda.

Para llevar a cabo las pruebas del proceso de identificación se revisaron los permisivos, enclavamientos, los rangos y condiciones de operación del proceso de tal forma que no se perturbara el sistema. Los permisivos, enclavamientos, rangos y condiciones de operación son los siguientes:

- Permisivo del arranque del agitador de la celda por detención del sistema de lubricación y ventilación.

- Enclavamiento por nivel mínimo de pulpa de cada celda menor de 10%.
- Rango de operación de nivel de pulpa de cada celda de 10 al 99%.
- Rango de operación de las válvulas dardo de 5 al 100%.
- El flujo de ingreso de pulpa hacia el banco de celdas de flotación debe de ser estable de tal forma que se evite la variabilidad del nivel durante las pruebas.
- El flujo de ingreso de agua hacia el banco de celdas de flotación debe de ser estable de tal forma que se evite la variabilidad del nivel durante las pruebas.
- El control de cada celda debe de ser estable de tal forma que se evite la variabilidad del nivel durante las pruebas.

Con la información necesaria del sistema se procedió a realizar las siguientes pruebas en lazo abierto:

- Antes de ingresar la señal escalón al sistema se deshabilita el parámetro de “Feedforward” del lazo de control de tal forma que la celda aguas abajo no reaccione ante los cambios de posición de la válvula de control aguas arriba.
- Se ingresa una señal del tipo “escalón” con la finalidad de validar el tipo de comportamiento del proceso, es decir, del tipo autorregulado o integrativo (figura 2.12). Los rangos de apertura/cierre de la válvula fueron discutidos y validados previamente con el equipo de Operaciones de tal forma que sean los que se manejan durante la operación. Tener en cuenta que con la aplicación de una entrada tipo escalón o un cambio en la entrada o en la perturbación en procesos integrativos la salida del proceso no recuperará su estado inicial o se moverá hacia un nuevo punto de operación por lo tanto es necesario realizar la prueba considerando un tiempo para la aplicación de la señal tipo escalón de tal forma que no salga de sus límites de operación. Para cada celda de flotación se establecieron los siguientes rangos de prueba:
 - Primera celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 47 al 77%.
 - Segunda celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 35 al 55%.
 - Tercera celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 25 al 50%.
 - Cuarta celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 25 al 50%.
 - Quinta celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 25 al 50%.
 - Sexta celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 13 al 33%.
 - Séptima celda, el rango de prueba para la válvula de control es de 6 al 26%.

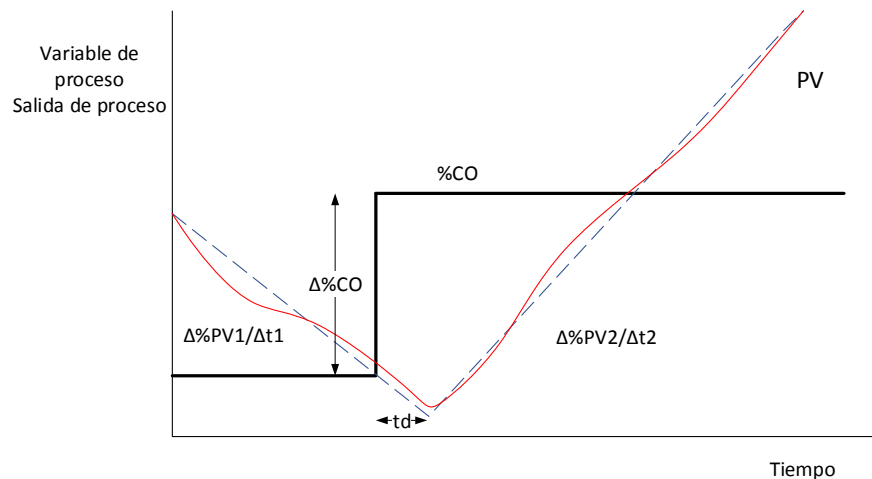


Figura 2.12 Descripción gráfica de la respuesta del sistema integrativo frente a una entrada escalón (ΔPV , variación de la variable de proceso y ΔCO , variación de la variable manipulada).

De las pruebas realizadas se puede afirmar que la función de transferencia que describe el comportamiento de nivel utilizando métodos no paramétricos está bajo la siguiente forma (Tao Liu 2012):

$$G(s) = \frac{k_p e^{-t_d s}}{s(t_p s + 1)} \quad (2.2)$$

$$k_p = \frac{\Delta PV}{\Delta CO * \Delta t} \quad (2.2)$$

Donde:

$G(s)$, función de transferencia del proceso de nivel

k_p , ganancia del proceso integrante

t_d , tiempo muerto

t_p , constante de tiempo. Si $t_p = 0$ se considera como de primer orden

ΔCO , variación de la variable controlada

ΔPV , variación de la variable de proceso

Δt , duración del tiempo de cada pendiente

Además, el proceso de nivel tiene como característica de proceso para cada celda los siguientes parámetros:

- Primera Celda:
 - Retardo de tiempo ≈ 10 segundos
 - Ganancia de proceso $\approx -0.0095\%/%$
 - Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 12 segundos.
 - Ganancia de proceso de la perturbación $\approx 0.00855\%/%$
- Segunda Celda:

- Retardo de tiempo principal ≈ 12 segundos
- Ganancia de proceso ≈ -0.0186 %/ %
- Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 17 segundos.
- Ganancia de proceso de la perturbación ≈ 0.00875 %/ %
- Tercera Celda:
 - Retardo de tiempo principal ≈ 17 segundos
 - Ganancia de proceso I ≈ -0.0247 %/ %
 - Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 20 segundos.
 - Ganancia de proceso de la perturbación ≈ 0.01918 %/ %
- Cuarta Celda:
 - Retardo de tiempo principal ≈ 19 segundos
 - Ganancia de proceso: -0.0291 %/ %
 - Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 20 segundos.
 - Ganancia de proceso de la perturbación ≈ 0.0248 %/ %
- Quinta Celda:
 - Retardo de tiempo principal ≈ 21 segundos
 - Ganancia de proceso: -0.0218 %/ %
 - Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 22 segundos.
 - Ganancia de proceso de la perturbación ≈ 0.0283 %/ %
- Sexta Celda:
 - Retardo de tiempo principal ≈ 22 segundos
 - Ganancia de proceso: -0.0375 %/ %
 - Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 24 segundos.
 - Ganancia de proceso de la perturbación ≈ 0.0254 %/ %
- Séptima Celda:
 - Retardo de tiempo principal ≈ 17 segundos
 - Ganancia de proceso: -0.054 %/ %
 - Retardo de tiempo de la perturbación ≈ 20 segundos.
 - Ganancia de proceso de la perturbación ≈ 0.0392 %/ %

En las figuras 2.13 a la 2.19 se puede apreciar la respuesta de nivel de cada celda de flotación frente a una entrada escalón en la variable manipulada como en la perturbación medible con el propósito de desarrollar el modelamiento no paramétrico.

Prueba escalón de nivel de la Primera Celda de flotación Rougher-Scavenger

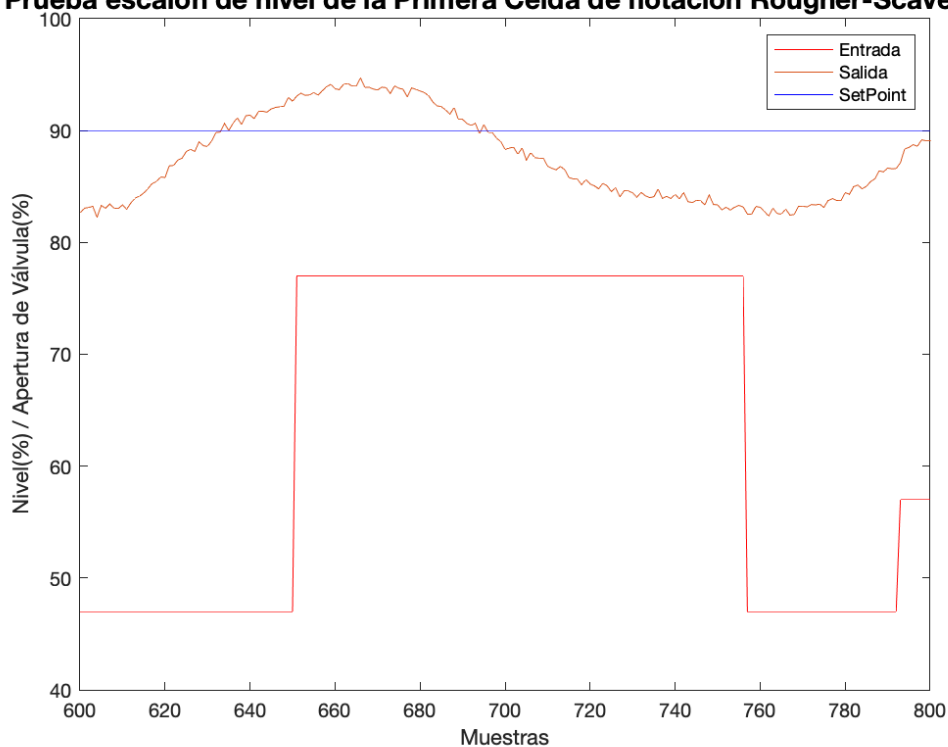
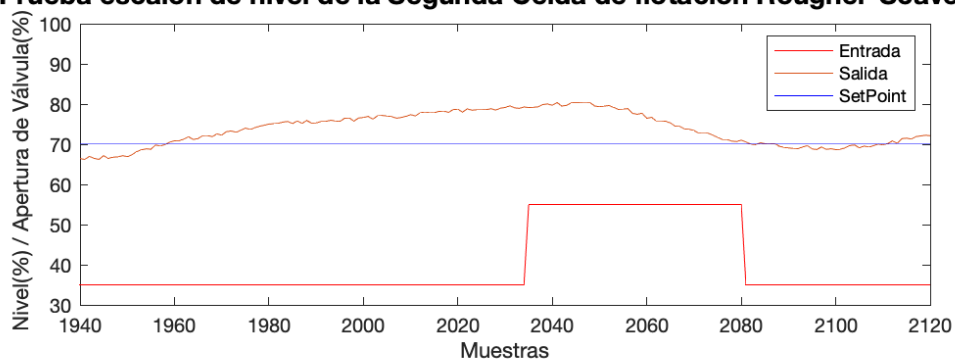


Figura 2.13 Pruebas escalón en la válvula de control de la primera celda.

Prueba escalón de nivel de la Segunda Celda de flotación Rougher-Scavenger



Prueba escalón de nivel de la Segunda Celda de flotación Rougher-Scavenger

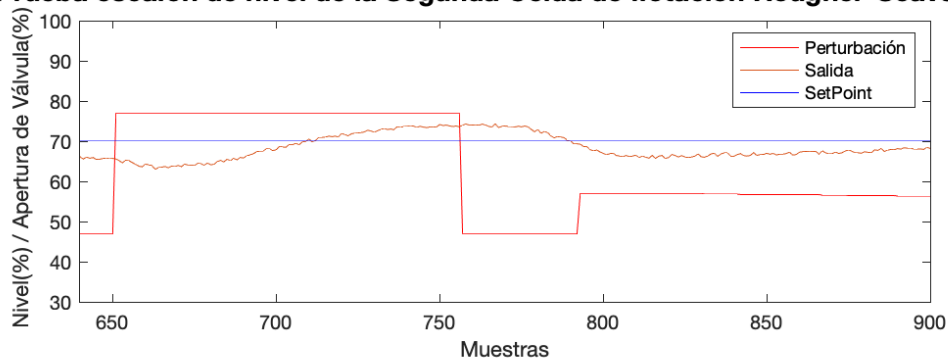
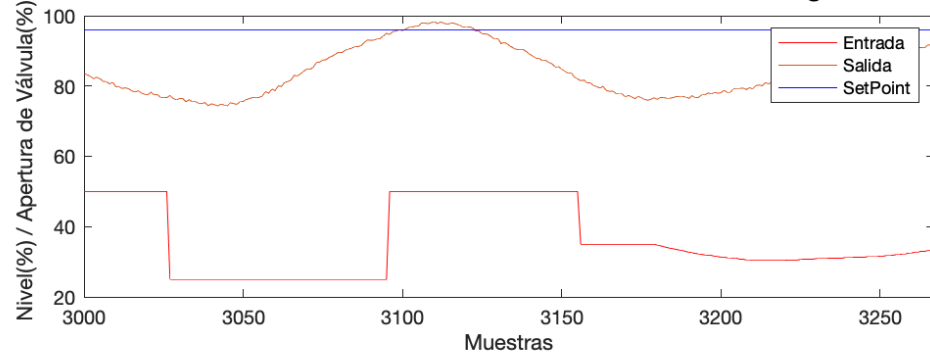


Figura 2.14 Pruebas escalón en la válvula de control de la segunda celda y la válvula de la primera celda (perturbación medible).

Prueba escalón de nivel de la Tercera Celda de flotación Rougher-Scavenger



Prueba escalón de nivel de la Tercera Celda de flotación Rougher-Scavenger

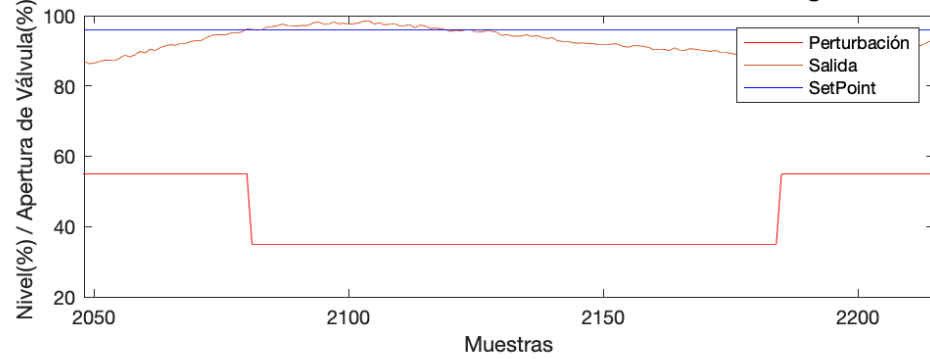
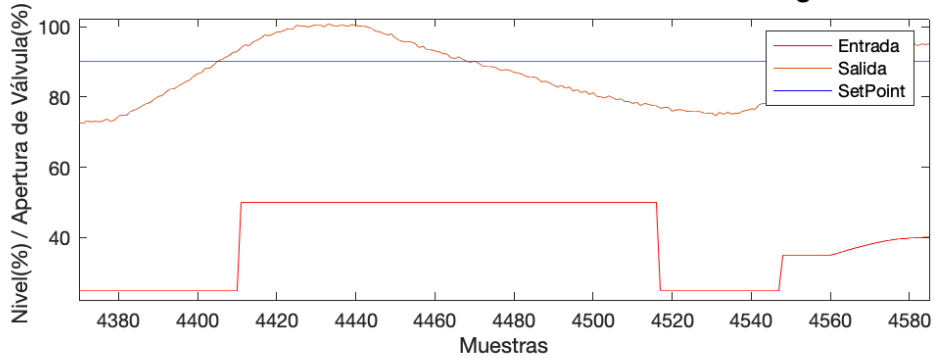


Figura 2.15 Pruebas escalón en la válvula de control de la tercera celda y la válvula de la segunda celda (perturbación medible).

Prueba escalón de nivel de la Cuarta Celda de flotación Rougher-Scavenger



Prueba escalón de nivel de la Cuarta Celda de flotación Rougher-Scavenger

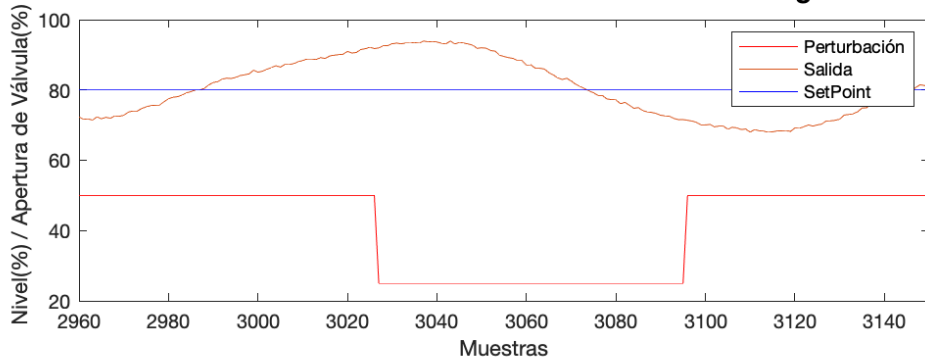
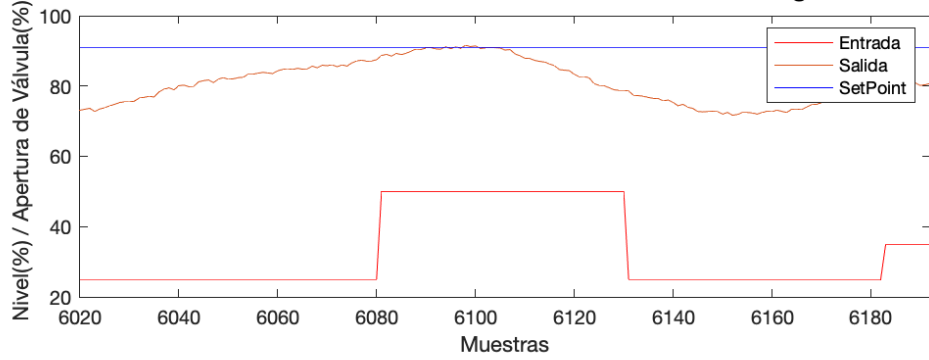


Figura 2.16 Pruebas escalón en la válvula de control de la cuarta celda y la válvula de la tercera celda (perturbación medible)

Prueba escalón de nivel de la Quinta Celda de flotación Rougher-Scavenger



Prueba escalón de nivel de la Quinta Celda de flotación Rougher-Scavenger

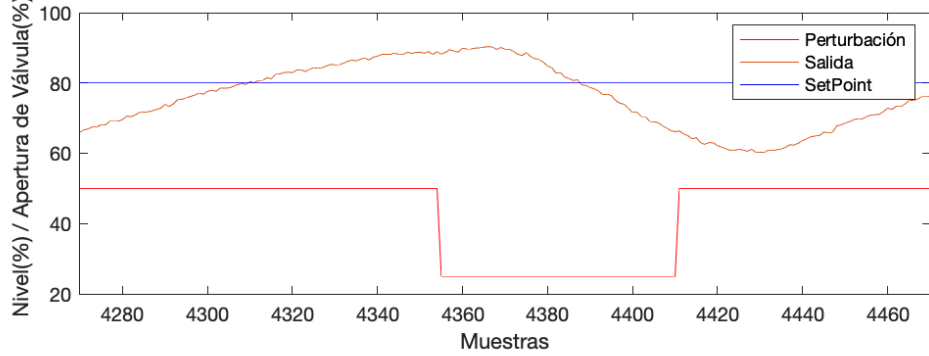
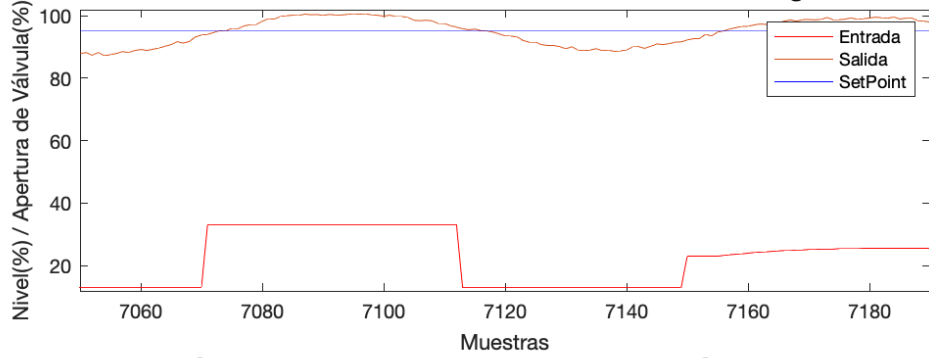


Figura 2.17 Pruebas escalón en la válvula de control de la quinta celda y la válvula de la cuarta celda (perturbación medible).

Prueba escalón de nivel de la Sexta Celda de flotación Rougher-Scavenger



Prueba escalón de nivel de la Sexta Celda de flotación Rougher-Scavenger

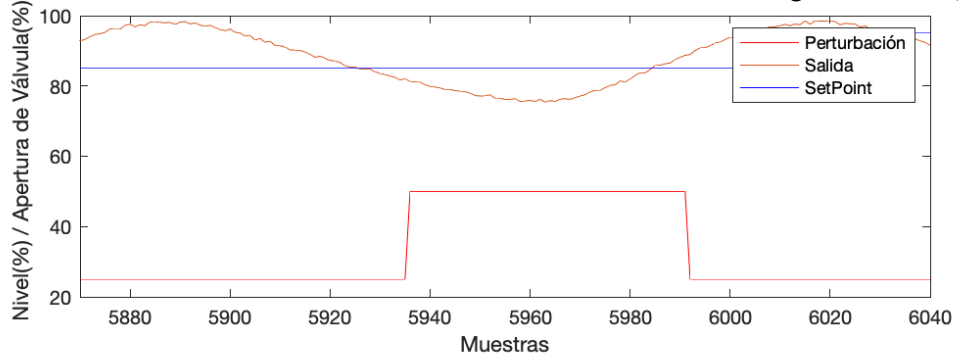
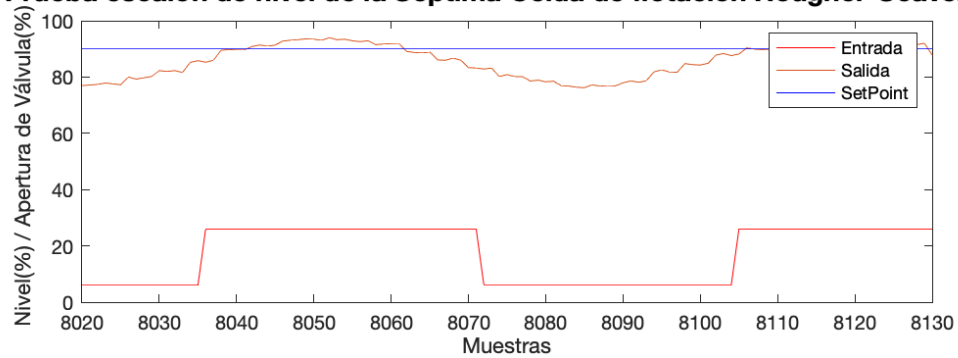


Figura 2.18 Pruebas escalón en la válvula de control de la sexta celda y la válvula de la quinta celda (perturbación medible).

Prueba escalón de nivel de la Séptima Celda de flotación Rougher-Scavenger



Prueba escalón de nivel de la Séptima Celda de flotación Rougher-Scavenger

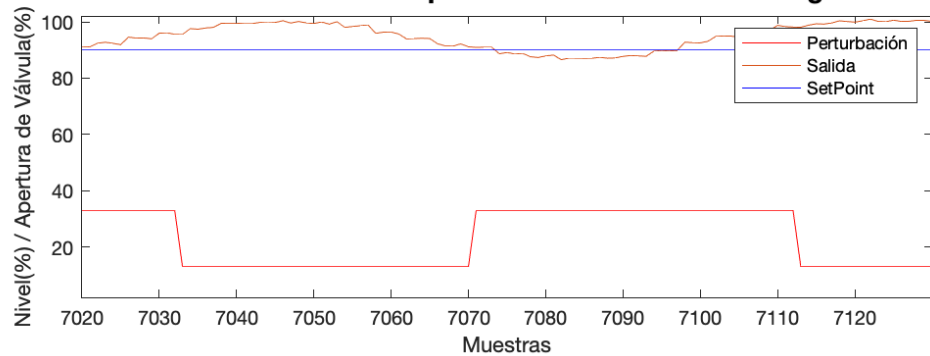


Figura 2.19 Pruebas escalón en la válvula de control de la séptima celda y la válvula de la sexta celda (perturbación medible).

Con las pruebas “escalón” realizadas se asegura que no se perturba el sistema por lo tanto se procede a ingresar una señal tipo PRBS a cada celda con la finalidad de estimular a cada uno de los niveles de las celdas en el rango de trabajo. Algunas recomendaciones prácticas para escoger la secuencia de entrada y la longitud de la prueba son (G.Zito et al., 2006):

- El valor de tiempo de muestreo se recomienda en un rango de [5 -10s.] para procesos de nivel; para el proceso en estudio se estableció el valor de un segundo debido al tiempo configurado en el sistema de control y por los diferentes valores de retardos de tiempo encontrados para las celdas de flotación.
- La duración máxima de un pulso debe ser mayor al tiempo de subida del proceso más el tiempo muerto:

$$t_{max} = pNT_s; p = 1,2,3 \dots \quad (2.3)$$

Donde:

t_{max} , ancho máximo del pulso

T_s , tiempo de muestreo

NT_s , equivalente al tiempo de establecimiento

p , constante

- La magnitud de la señal PRBS debe ser pequeña en comparación con las señales de proceso cerca del punto de operación. Sin embargo, la relación señal/ruido debe elegirse lo más alta posible. Si, debido a las características del proceso y/o ruido, la relación señal/ruido es pequeña, la duración de la prueba debe aumentarse.

Los datos de las pruebas son los siguientes

- Primera Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 20 a 130 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 47 al 77%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.
- Segunda Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 18 a 113 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 35 al 55%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.
- Tercera Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 15 a 85 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 25 al 50%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.
- Cuarta Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 25 a 173 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 25 al 50%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.
- Quinta Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 25 a 173 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 25 al 50%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.
- Sexta Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 25 a 173 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 13 al 33%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.
- Séptima Celda:
 - Tiempo mínimo y máximo es de 25 a 173 segundos.
 - Apertura de la válvula de control es de 6 al 26%.
 - Duración total de 1000 muestras que es equivalente a 1000 segundos.

De las figuras 2.20 a la 2.26, se tiene la señal PRBS ingresada a cada una de las

celdas y la respuesta del sistema para el desarrollo del modelamiento paramétrico. En color azul son los datos para el modelamiento mientras en color rojo los datos para la validación del modelo.

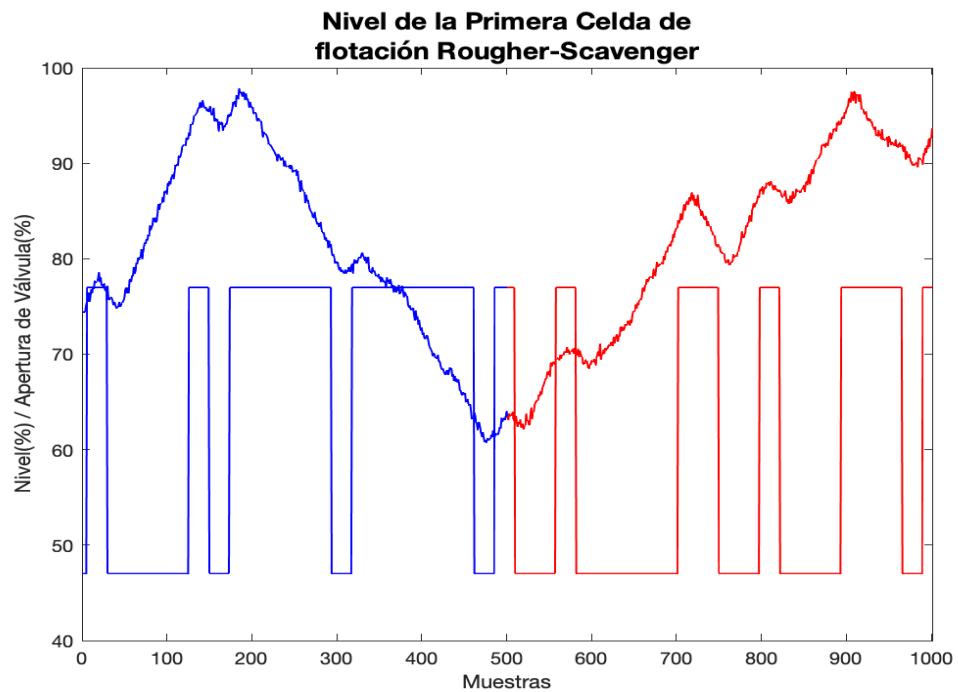


Figura 2.20 Señal PRBS ingresada a la primera celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

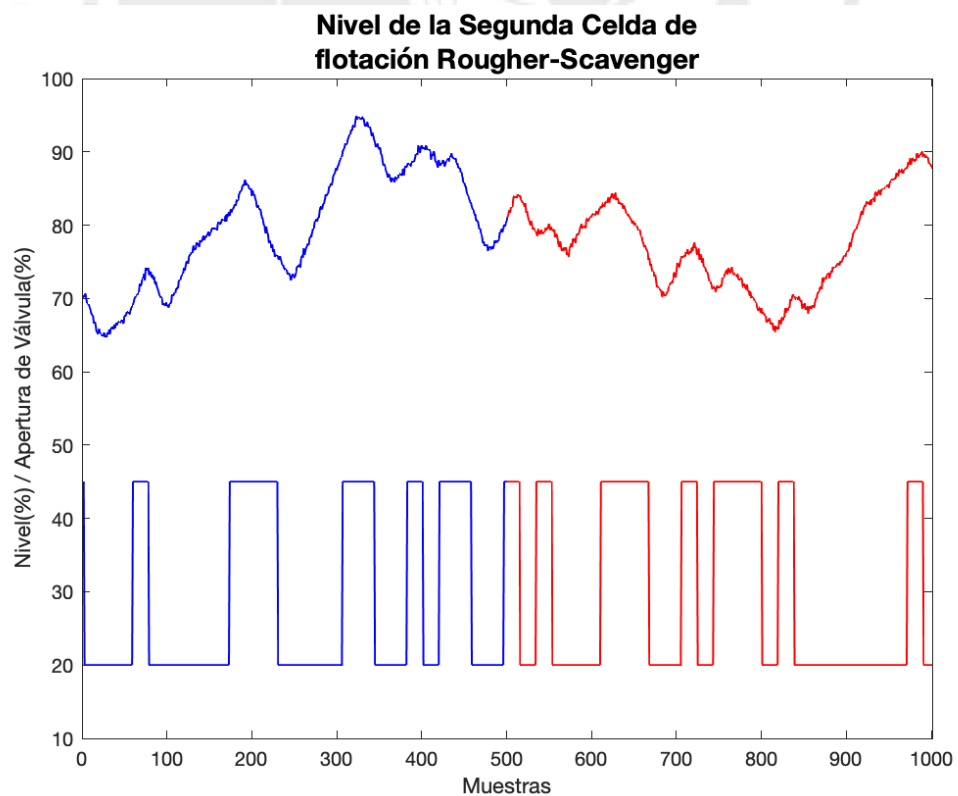


Figura 2.21 Señal PRBS ingresada a la segunda celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

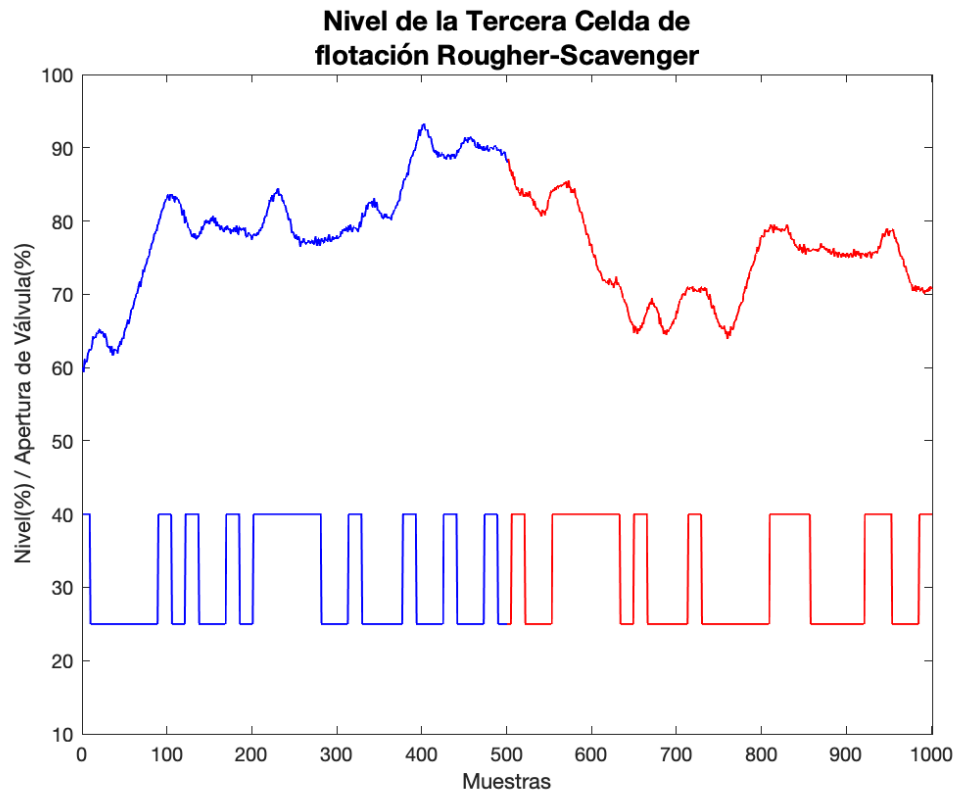


Figura 2.22 Señal PRBS ingresada a la tercera celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

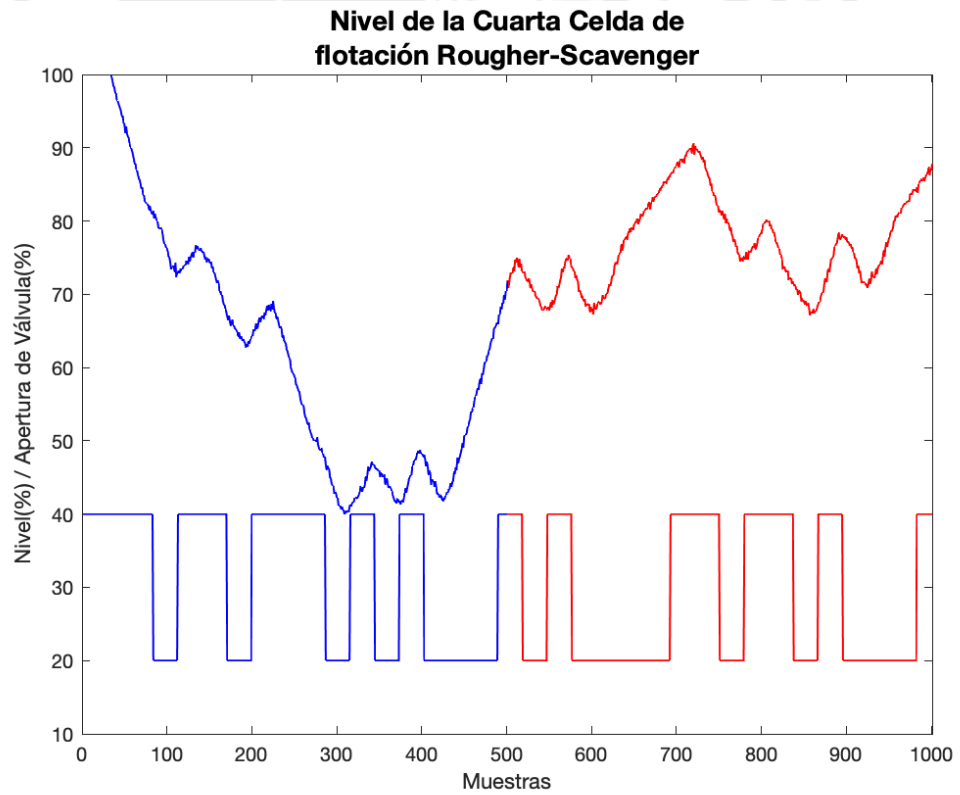


Figura 2.23 Señal PRBS ingresada a la cuarta celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

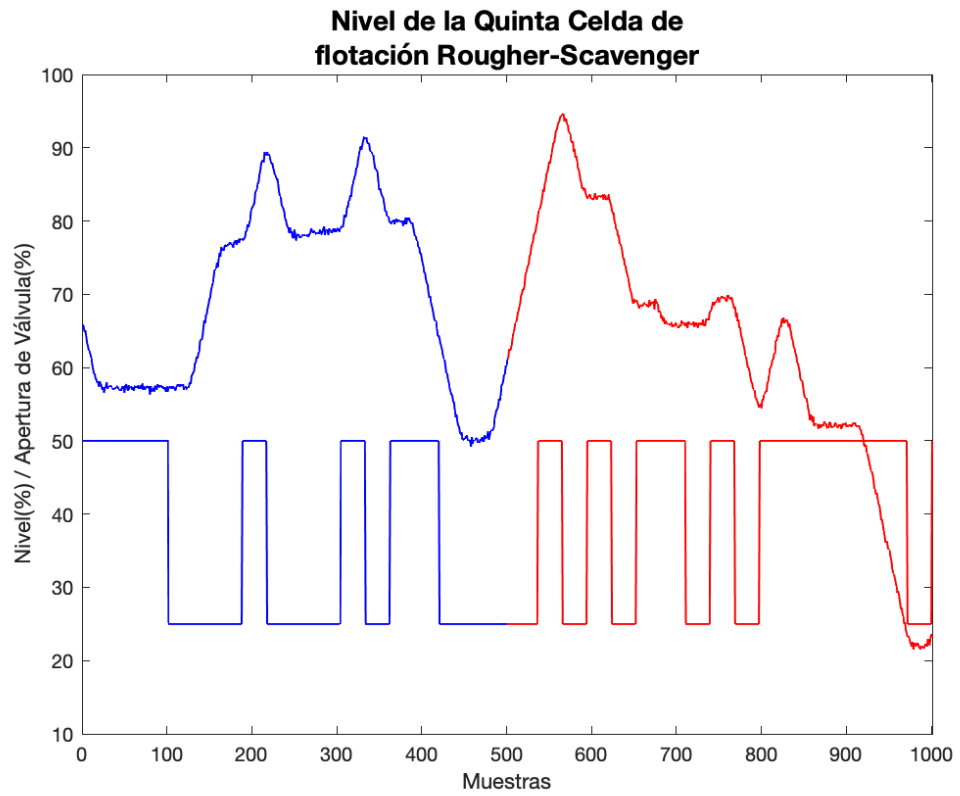


Figura 2.24 Señal PRBS ingresada a la quinta celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

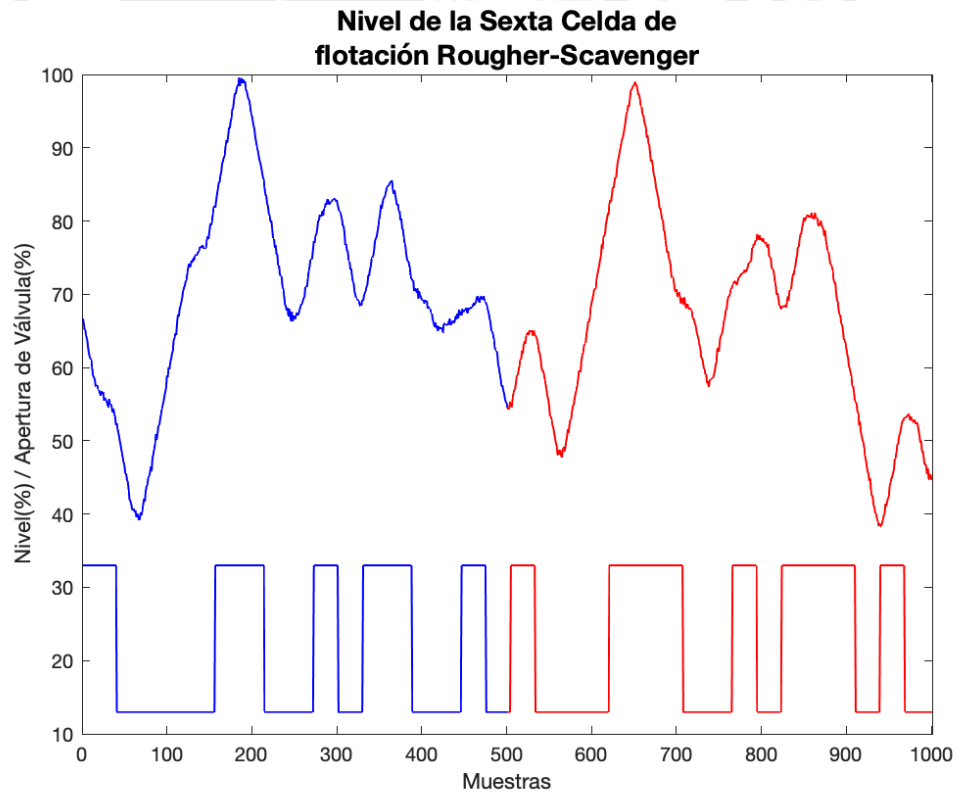


Figura 2.25 Señal PRBS ingresada a la sexta celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

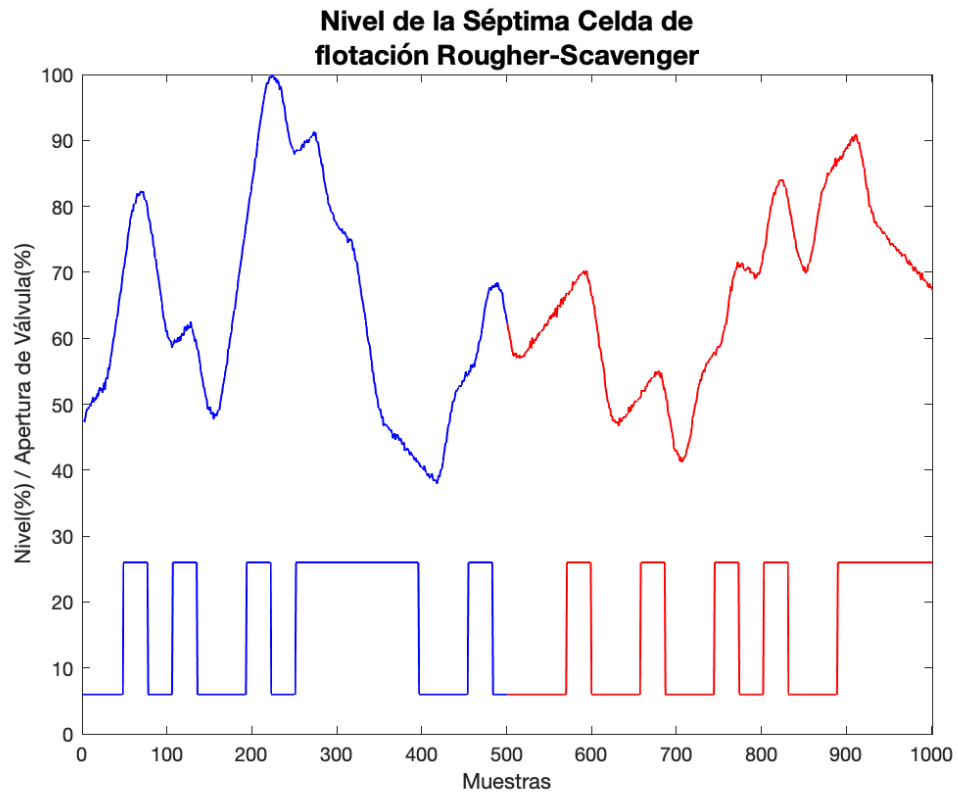


Figura 2.26 Señal PRBS ingresada a la séptima celda para el modelamiento paramétrico de nivel.

2.3.2 Validación y selección del modelo

Las diferentes estructuras de los modelos paramétricos se representan bajo una cantidad finita de parámetros y siguiendo una estructura específica obtenidos de datos muestreados que relacionan las salidas, entradas, perturbaciones del proceso en tiempo discreto. Es atípico contar con un modelo exacto que pueda describir la dinámica de un sistema por lo tanto se hace necesario valerse de estructuras estándares que permitan ajustar sus valores de salida a los valores de proceso mediante la observación de datos (muestreo). El siguiente modelo es utilizado por Ljung 1999 para expresar las estructuras existentes de los modelos es:

$$A(q^{-1})y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t) \quad (2.4)$$

Donde:

$u(t)$, entradas del sistema

$e(t)$, perturbaciones del sistema

$y(t)$, salida del sistema

q^{-1} , operador retardo

$A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1}), D(q^{-1}), F(q^{-1})$, vector de parámetros que contiene a los coeficientes a_i, b_i, c_i, d_i y f_i .

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \quad (2.5)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \quad (2.6)$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \quad (2.7)$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \quad (2.8)$$

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1q^{-1} + f_2qz^{-1} + \dots + f_{nf} \quad (2.9)$$

De acuerdo con el objetivo que se desee utilizar una estructura de modelamiento no es necesario incluir todos los polinomios descritos en la parte superior ya que mientras se utilice una estructura simplificada que describa eficientemente el comportamiento de un sistema facilitará el proceso de obtención de los parámetros del modelo. Algunos casos se muestran en la tabla siguiente:

Tabla 2.1 Estructuras de modelos paramétricos

Modelo	Estructura resultante
Modelo ARX	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + e(t)$
Modelo Output Error (OE)	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + e(t)$
Modelo ARMAX	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(t)$
Modelo Box Jenkins (BJ)	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e(t)$

La diferencia entre las diferentes estructuras (ARX, ARMAX, OE y BJ) está de acuerdo con el modelamiento de proceso y de la perturbación o ruido del sistema; aun cuando se elija una estructura que considere la perturbaciones o el ruido del sistema se deben de realizar múltiples pruebas con las diferentes estructuras con variaciones en sus órdenes de sus polinomios con el propósito de calcular la estructura más simple y práctica que permita a su salida adecuarse al comportamiento de la salida del sistema.

Ljung (1987) distingue cuatro fuentes diferentes de información, o tipos de consideraciones, con referencia al problema de la selección de la estructura del modelo.

- Consideraciones a priori, basados en el conocimiento de la parte física, química, etc del proceso.
- Análisis preliminar de los datos, que guarda relación con la información proveniente de la identificación no paramétrica en referencia al orden y respuesta en frecuencia del sistema

- Comparación de diferentes estructuras de modelos
- Validación del modelo

La elección de la estructura como el orden del modelo de proceso es un paso crucial para determinar el comportamiento del nivel de las celdas de flotación y dicha elección debe estar basada en el conocimiento del proceso de identificación como en el comportamiento dinámico del sistema a identificar; La selección del orden del sistema se debe realizar evitando el sobredimensionamiento del modelo agregando polos y ceros al modelo ya que un sistema se puede modelar típicamente como un sistema de segundo orden mediante la reducción de polos. El orden de los polinomios $B(q^{-1})$ y $C(q^{-1})$ deberán ser igual o menor al orden de los polos del polinomio $A(q^{-1})$ por lo tanto la estructura escogida es del tipo ARMAX (procesos autorregresivos de medias móviles con variables exógenas); esta estructura, es una extensión del modelo ARMA que incorpora variables exógenas las cuales agregan valor explicativo al modelo de proceso. Además, para el modelamiento paramétrico se establece modelarlo como un sistema multivariable de la forma $y(t) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(t) + \frac{c(q^{-1})}{A(q^{-1})}e(t) + \frac{D(q^{-1})}{A(q^{-1})}v(t)$ ya que se cuenta con la información de los valores de la perturbación medible (representado por $v(t)$) para cada una de las celdas además de modificar su acción de control. Los valores de la perturbación medible estarán representados dentro del polinomio $D(q^{-1}) = d_1q^{-1} + d_2q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd}$. Con el propósito de identificar el orden del sistema se desarrolla un algoritmo que de forma iterativa que compara cada uno de los modelos obtenidos de acuerdo con la información que se le ingrese, tales como:

- Rango del orden para la entrada de proceso.
- Rango del orden para la perturbación medible de proceso.
- Rango del orden para la salida de proceso.
- Rango del retardo del sistema en base a la entrada y la perturbación medible.
- Calculo del modelo multivariable para una estructura tipo ARX
- Calculo del modelo multivariable para una estructura tipo ARMAX

De las pruebas realizadas entre los modelos ARX y ARMAX (el detalle pruebas realizadas que compara el desempeño de cada modelo se aprecia en el anexo A.5) para cada una de las siete celdas de flotación se tiene que la mejor estructura que representa de forma adecuada la dinámica del proceso de nivel de flotación es la estructura ARMAX. Dentro del algoritmo se utiliza la instrucción “compare” quien simula la respuesta de un modelo de sistema dinámico y superpone esa respuesta sobre los datos de medición trazados. En el gráfico también se muestra la medida de la raíz cuadrática normalizada del error medio (NRMSE) de la bondad del ajuste entre

la respuesta simulada y los datos de medición. El resumen de los resultados del modelamiento para cada una de las celdas se aprecia en la tabla 2.2:

Tabla 2.2 Índice de performance de los modelos ARMAX para cada celda de flotación

Salida	NRMSE [%]
Nivel de la primera celda	96.58%
Nivel de la segunda celda	93.92%
Nivel de la tercera celda	91.31%
Nivel de la cuarta celda	93.29%
Nivel de la quinta celda	93.37%
Nivel de la sexta celda	96.27%
Nivel de la séptima celda	95.67%

Mientras que el detalle comparativo de cada uno de los modelos se aprecia en las tablas 2.3 a la 2.9:

Tabla 2.3 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la primera celda de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX (na=6 nb=6 nd=6 nk=[10 12])	90.86%
ARMAX (na=3 nb=3 nd=3 nc=2 nk= [10 12])	96.58%

Tabla 2.4 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la segunda celda de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX (na=6 nb=6 nd=6 nk= [12 17])	46.17%
ARMAX (na=3 nb=3 nd=3 nc=1 nk= [12 17])	93.92%

Tabla 2.5 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la tercera celda de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX (na=6 nb=6 nd=6 nk= [17 20])	70.85%
ARMAX (na=4 nb=4 nd=4 nc=1 nk= [17 20])	91.31%

Tabla 2.6 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la cuarta celda de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX (na=6 nb=6 nd=6 nk= [19 20])	37.40%
ARMAX (na=4 nb=4 nd=4 nc=2 nk= [19 20])	93.29%

Tabla 2.7 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la quinta celda de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX (na=6 nb=6 nd=6 nk= [20 22])	79.09%
ARMAX (na=3 nb=3 nd=3 nc=1 nk= [20 22])	93.37%

Tabla 2.8 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la sexta de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX (na=6 nb=6 nd=6 nk= [22 24])	86.47%
ARMAX (na=3 nb=3 nd=3 nc=3 nk= [22 24])	96.27%

Tabla 2.9 Comparativo de los índices de performance entre los modelos ARX y ARMAX calculados para la séptima de flotación

Estructura	NRMSE [%]
ARX(na=5 nb=5 nd=5 nk= [17 20])	89.44%
ARMAX (na=3 nb=3 nd=3 nc=1 nk= [17 20])	95.67%

De la tabla 2.10 a la 2.13 se muestra el resumen de cada uno de los parámetros de los polinomios $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ y $D(z)$ de los siete modelos encontrados para cada una de las celdas de flotación:

Tabla 2.10 Parámetros estimados del polinomio $A(z)$ para la estructura ARMAX

Celda	a_1	a_2	a_3	a_4
Nivel Celda 1	-1.909	0.9649	-0.0559	-
Nivel Celda 2	-1.35	-0.03017	0.38	-
Nivel Celda 3	-1.282	0.0875	-0.05416	0.2491
Nivel Celda 4	-1.922	0.8593	0.1879	-0.1255
Nivel Celda 5	-1.381	-0.001329	0.382	-
Nivel Celda 6	-2.647	2.333	-0.6865	-
Nivel Celda 7	-1.41	0.01615	0.394	-

Tabla 2.11 Parámetros estimados del polinomio $B(z)$ para la estructura ARMAX

Celda	b_1	b_2	b_3	b_4
Nivel Celda 1	0.005384	-0.01358	0.006794	-
Nivel Celda 2	-0.001963	0.008777	-0.01185	-
Nivel Celda 3	-0.006967	0.01288	-0.0008206	-0.01207
Nivel Celda 4	-0.01256	0.04001	-0.04332	0.011763
Nivel Celda 5	-0.0006284	0.006513	-0.01107	-
Nivel Celda 6	0.001586	-0.005149	0.002185	-
Nivel Celda 7	0.007893	-0.0008626	-0.01774	-

Tabla 2.12 Parámetros estimados del polinomio $C(z)$ para la estructura ARMAX

Celda	c_1	c_2	c_3	c_4
Nivel Celda 1	-1.821	0.8232	-	-
Nivel Celda 2	-0.9956	-	-	-
Nivel Celda 3	-0.9951	-	-	-
Nivel Celda 4	-1.869	0.8706	-	-
Nivel Celda 5	-0.9969	-	-	-
Nivel Celda 6	-2.519	2.095	-0.5769	-
Nivel Celda 7	-0.995	-	-	-

Tabla 2.13 Parámetros estimados del polinomio $D(z)$ para la estructura ARMAX

Celda	d_1	d_2	d_3	d_4
Nivel Celda 1	0.0004082	0.003787	-0.002938	-
Nivel Celda 2	-0.002188	0.002913	0.001655	-
Nivel Celda 3	0.0037	-0.00234	-0.0007114	0.004785
Nivel Celda 4	-0.006749	0.01348	-0.006772	0.003555
Nivel Celda 5	-0.01182	0.02063	-0.002033	-
Nivel Celda 6	-0.002793	0.007567	-0.003763	-
Nivel Celda 7	-0.01297	0.02998	-0.009161	-

De las figuras 2.27 a la 2.33 se puede apreciar el grado de aproximación del modelo obtenido para cada una de las celdas de flotación.

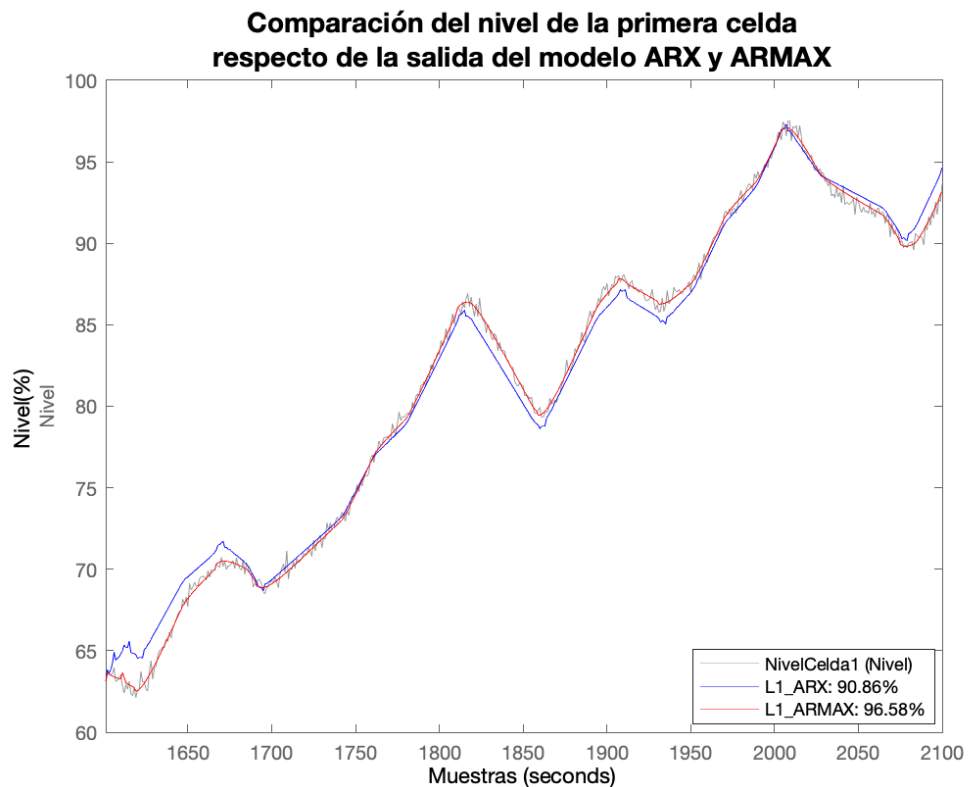


Figura 2.27 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la primera celda de flotación.

Comparación del nivel de la segunda celda respecto de la salida del modelo ARX y ARMAX

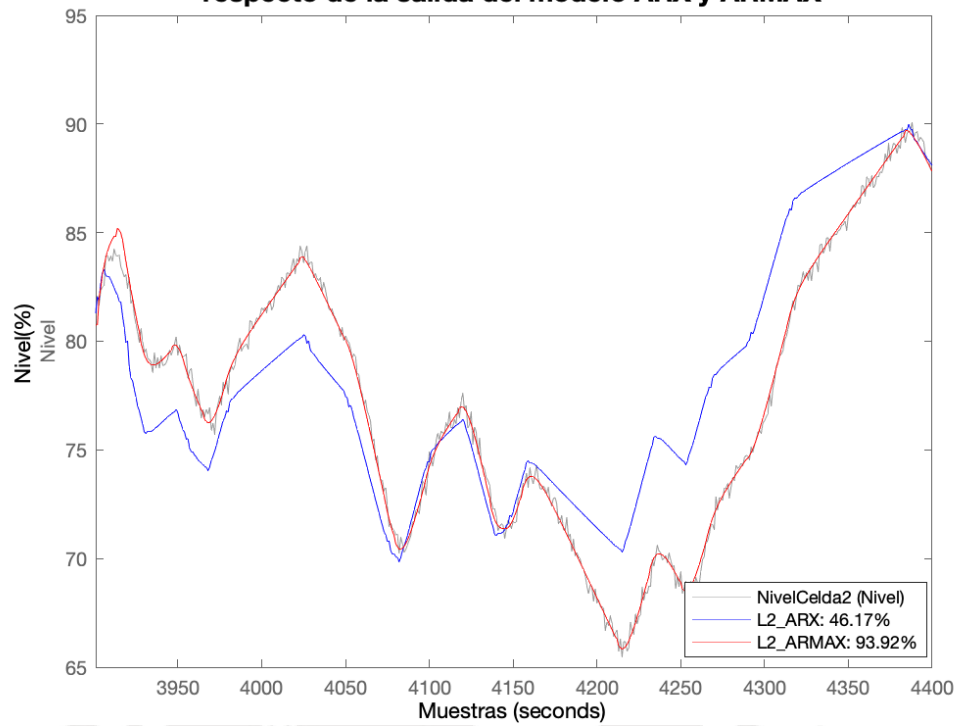


Figura 2.28 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la segunda celda de flotación.

Comparación del nivel de la tercera celda respecto de la salida del modelo ARX y ARMAX

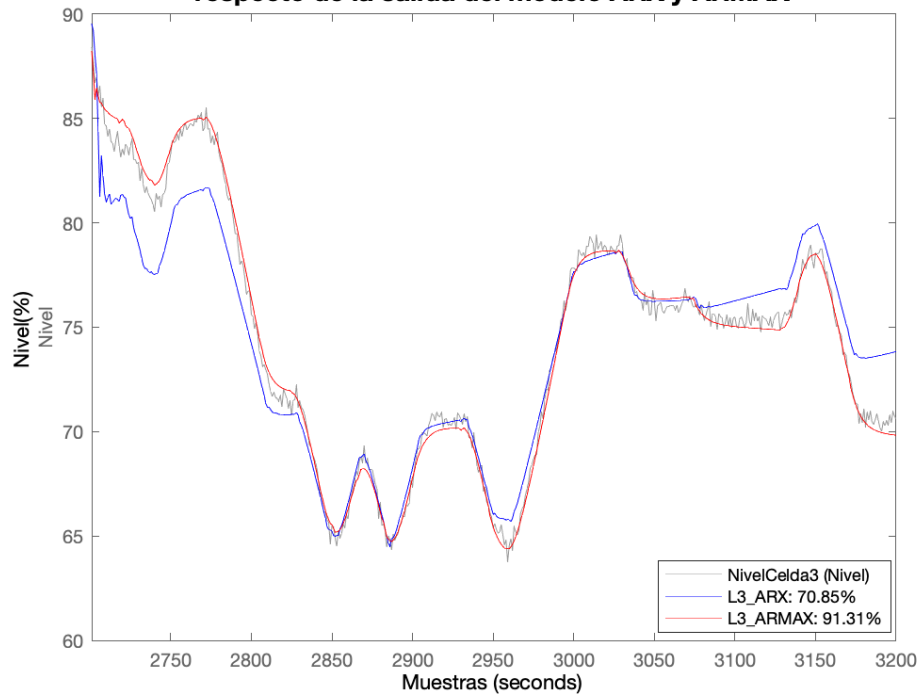


Figura 2.29 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la tercera celda de flotación.

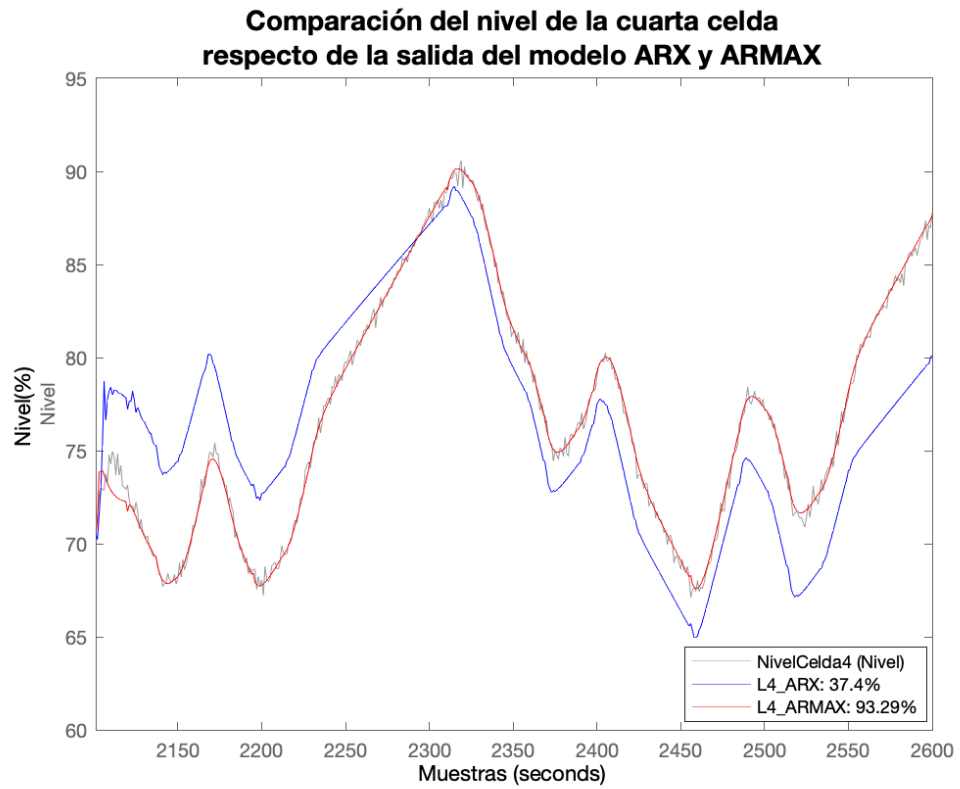


Figura 2.30 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la cuarta celda de flotación.

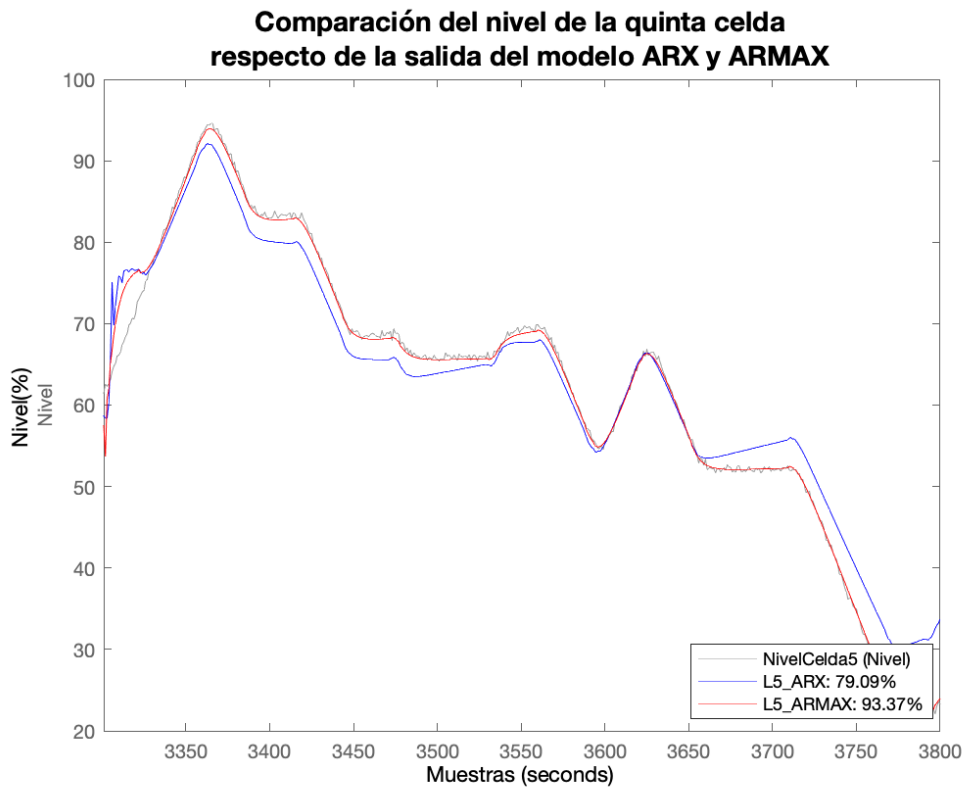


Figura 2.31 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la quinta celda de flotación.

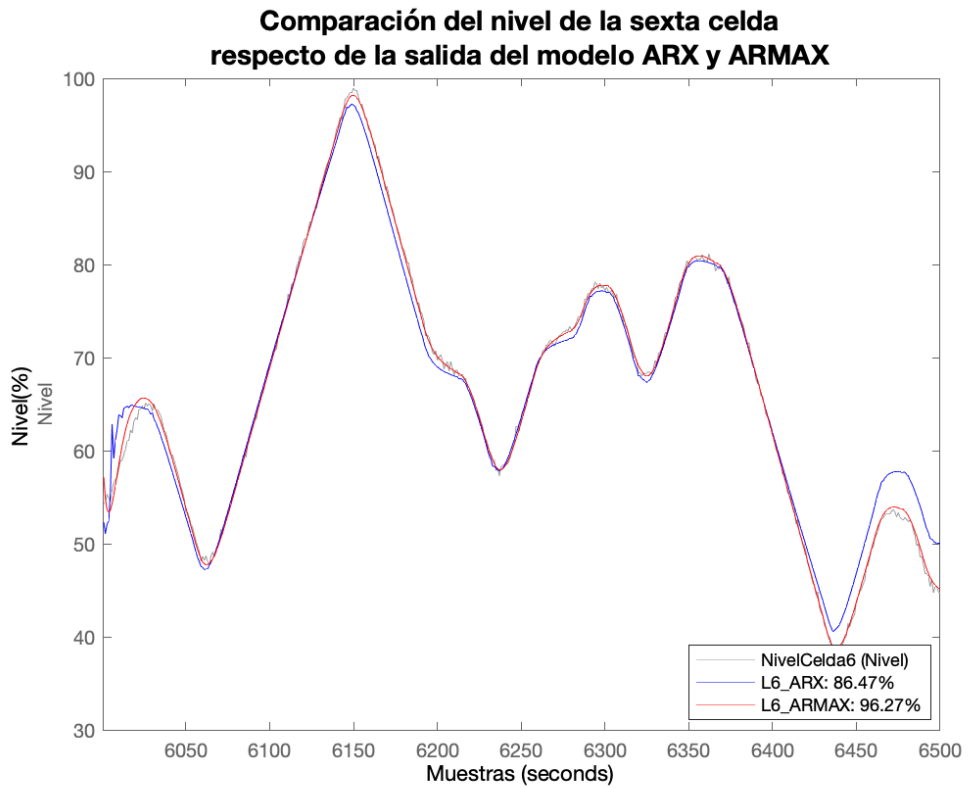


Figura 2.32 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la sexta celda de flotación.

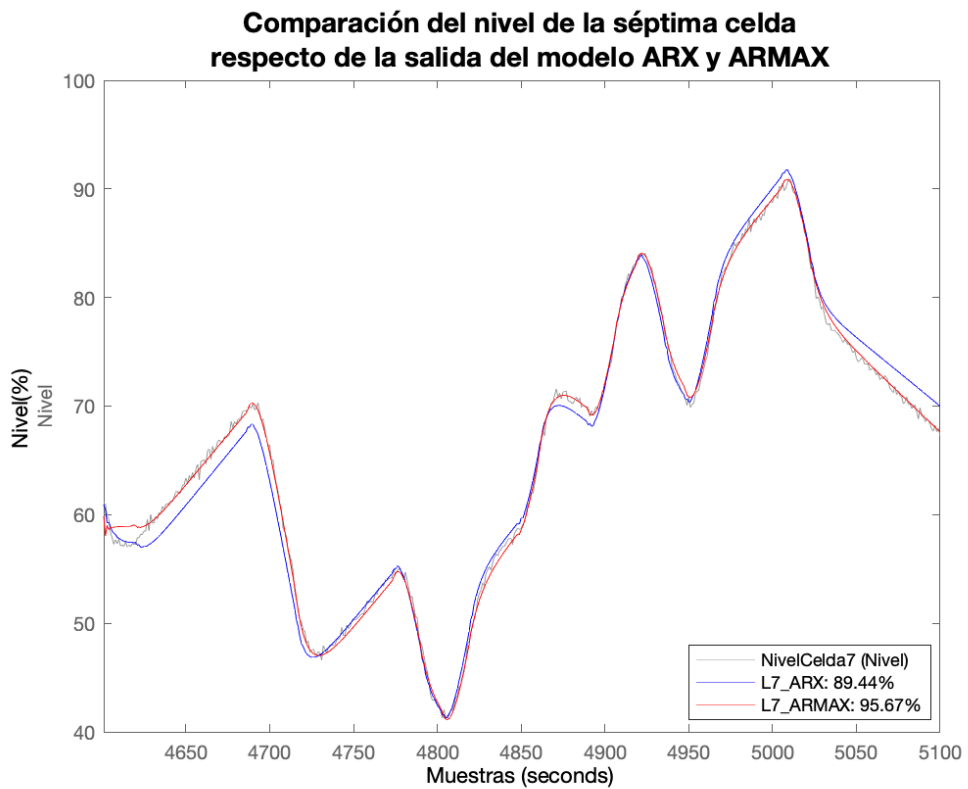


Figura 2.33 Validación cruzada del modelo ARX y ARMAX utilizando los datos adquiridos para la validación de la séptima celda de flotación

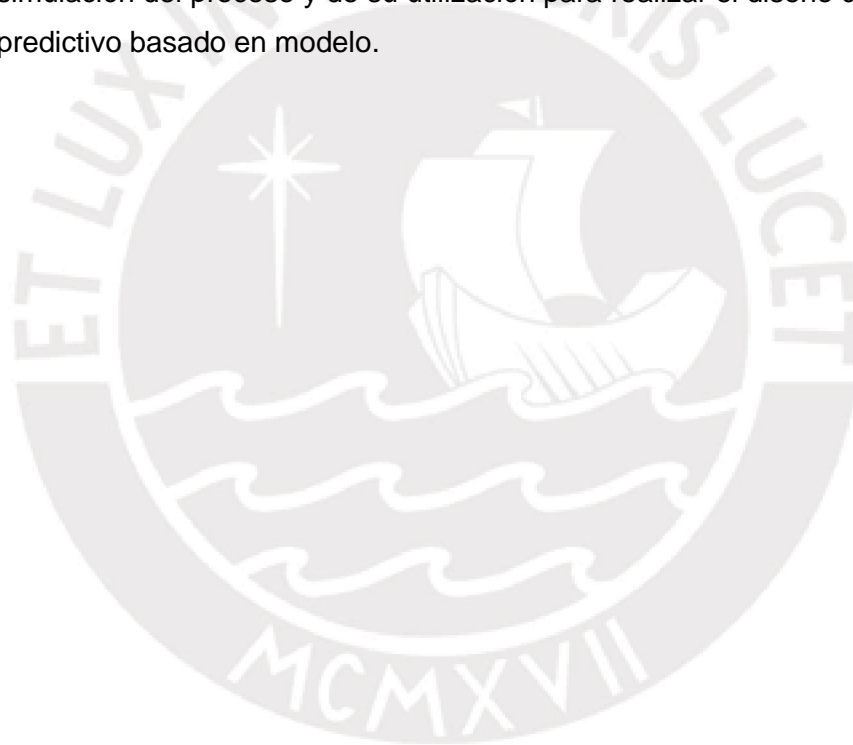
Se sabe que el NRMSE varía entre $-\infty$ y 1 y representa cuan cerca la salida del modelo concuerda con la información original que a medida que se acerca al valor de "1"; se consideran valores con un grado de precisión aceptable aquellos que superen el 75% de precisión, pero valores aceptables aquellos que se encuentren entre 70 y 75% (Gonzales S., 2014). De acuerdo con los valores calculados en los índices de ajuste que se aprecian en las figuras 2.27 a la 2.33 se concluye que los modelos discretos calculados reflejan dentro de un rango de operación el comportamiento dinámico de los niveles de celdas de flotación de cobre y pueden ser utilizados en el diseño del sistema de control predictivo generalizado multivariable para controlar los niveles de pulpa de un banco de celdas de flotación de cobre.

2.4 Conclusiones

- Se realizó el estudio del proceso de flotación de minerales explicando la forma de la obtención del mineral valioso dentro del proceso además se detalla la necesidad de utilizar un banco de celdas y los circuitos de flotación a nivel industrial para obtener una recuperación y grado comercial.
- Se realiza el estudio del modelamiento matemático de los circuitos de flotación indicando su clasificación y el enfoque de su utilización. De acuerdo con la variable que se desea obtener puede aumentar o reducirse la complejidad del modelo matemático.
- Se realizó el estudio de las variables más representativas que definen el comportamiento, dinámica e impacto debido a sus variaciones en el proceso de flotación.
- Del estudio del proceso de flotación se estableció y fundamentó la selección de la variable de nivel de pulpa (o nivel de espuma) como una de las variables de estudio más importante ya que el control adecuado de la variable es la que define la obtención del mineral valioso y la eficiencia del proceso.
- Se fundamentó la necesidad de realizar el modelamiento del proceso de nivel de una celda de flotación mediante técnicas de identificación de sistemas ya que de acuerdo con las pruebas realizadas se obtuvo una aproximación adecuada que describía correctamente el proceso de nivel de una celda de flotación.
- Se realizan los experimentos en una planta industrial para reconocer y validar el tipo de proceso de nivel en cada una de las siete celdas, adicionalmente se utilizaron para el estudio de la identificación no paramétrica donde se obtuvieron los parámetros dinámicos del proceso de nivel de las siete celdas de flotación de

un banco de celdas de flotación.

- Se realizaron los experimentos en una planta industrial para obtener un modelo matemático adecuado al proceso, a través de la identificación paramétrica se obtuvo un modelo de la estructura tipo ARMAX que describe correctamente el comportamiento de nivel de cada una de las siete celdas de flotación.
- Se realizó el estudio de la comparación de las estructuras de modelo ARX y ARMAX para este proceso de nivel para cada una de las siete celdas de flotación, encontrando que la estructura adecuada que simula correctamente el proceso de nivel de una celda de flotación es la estructura ARMAX.
- Se realizó la validación del modelo matemático obtenido, mostrando los resultados del índice de performance superior al 85%, concluyendo de esta forma que el modelo matemático obtenido satisface las necesidades de simulación del proceso y de su utilización para realizar el diseño del controlador predictivo basado en modelo.



CAPÍTULO 3 DESARROLLO DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO GENERALIZADO MULTIVARIABLE PARA CONTROLAR LOS SIETE NIVELES DE PULPA DE UN BANCO DE CELDAS DE FLOTACIÓN DE MINERALES DE COBRE

3.1. Introducción.

¿Puede alguien predecir el futuro?, éste ha sido durante la historia de la humanidad uno de los anhelos más grandes del hombre por eso los analistas políticos, sociales y económicos estudian la historia y las tendencias modernas en un intento por saber que pasará. Tener el conocimiento o cierta probabilidad de saber que va a pasar en el futuro te dará siempre algo de ventaja para conseguir un objetivo. Las empresas y las personas utilizamos diferentes tipos de técnicas y en especial las matemáticas como mínimos cuadrados, estadística, etc., para saber cómo se comporta un sistema, un proceso químico, la reacción del cuerpo humano ante ciertos estímulos para predecir un resultado y finalmente tomar la decisión más acertada.

Uno de los criterios más importantes para elegir la mejor alternativa en el estudio a un problema, tiene que ver con el objetivo de maximizar una variable que puede ser la utilidad de una empresa, el ahorro de combustible o minimizarlo, como el caso del uso de floculante, el costo de producción de un producto entre otros. Esto se resume, en materia económica, como un problema de maximización o minimización desde el punto de vista de optimización.

En el campo del control de procesos no hemos sido ajenos a este anhelo pues el diseño de controladores avanzados tipo controladores predictivos basados en modelos nos entrega una gran ventaja de conocer el comportamiento en el futuro de nuestro proceso de estudio basados en el comportamiento pasado de las acciones de control y de nuestra salida y calculando cuál será la óptima acción, dentro de un horizonte de predicción y control, bajo una función de costo que busca minimizar el uso de energía para lograr un objetivo.

En el presente capítulo se mostrará el desarrollo evolutivo y las diferentes estructuras más conocidas de los controladores predictivos basados en un modelo matemático que nos permitirá visualizar la estrategia más adecuada para nuestro sistema en estudio; Del análisis realizado de todos los controladores se selecciona el controlador GPC como el controlador predictivo más adecuado para el control de las celdas de flotación debido a su excelente desempeño, facilidad de implementación y finalmente se realiza la comparación de las acciones de control y su respuesta en el tiempo con el controlador PID mostrando su superioridad.

3.2. Fundamentación de la estrategia de control avanzado a utilizar.

En el controlador predictivo basado en modelo, se calcula un conjunto de acciones de control futuras, incluyendo la acción de control actual, en base al modelo del sistema. Por eso a veces se le llama el control predictivo basado en modelos. El modelo puede ser lineal o no lineal. El propósito principal es minimizar una función objetivo (que a menudo es una función cuadrática de los estados y entradas) sujeto a las ecuaciones del modelo y algunas restricciones físicas. Para los modelos lineales invariantes en el tiempo, este problema se puede resolver para dar una ley de control en función de la entrada y la salida. Para los casos no lineales, generalmente no hay una solución explícita para el problema de optimización, y uno se ve obligado a resolverlo numéricamente (Huang & Qi, 2013).

Las principales características y características del MPC se pueden resumir de la siguiente manera:

- **Modelo:** Permite el uso directo de modelos para la predicción el cual debe ser discretizado para ser utilizado dentro de la estructura MPC.
- **Capacidad de manejo de restricciones:** Tal vez, la mayor ventaja del MPC es que manejar las restricciones de entrada, salida y estado.
- **Predicción de la salida:** Realiza la optimización en línea para averiguar las futuras acciones de control junto con la salida prevista para alcanzar el objetivo de control sobre el horizonte de predicción (HP), de ahí el nombre de control predictivo.
- **Control de retroalimentación por horizonte deslizante:** Sólo la primera de las acciones de control calculadas se implementa, y la optimización en línea se repite en cada intervalo de muestreo. Las mediciones se utilizan en cada instancia para actualizar las predicciones basadas en modelos, que proporciona una retroalimentación continua a la ley de control.

3.2.1 Elementos de un controlador predictivo basado en un modelo.

El MPC se puede describir como un problema de control óptimo de lazo abierto de horizonte finito que cuenta con las restricciones (Huang et al, 2013). Sobre la base de estados medidos o estimados en el tiempo actual, predice estados futuros y acciones de control requeridas de tal manera que una función objetivo-predefinida se minimiza en un horizonte predefinido. A continuación, aplica la primera de las acciones de control calculadas y procede a la siguiente etapa de tiempo y repite todo el procedimiento. Como el MPC utiliza estados actuales en la función objetivo, la solución de hecho utiliza datos de retroalimentación en cada paso de tiempo. Por lo tanto, el algoritmo MPC converge a una estrategia de bucle cerrado. Esta

característica de horizonte móvil de MPC, que se distingue de los controladores clásicos, se ilustra en la figura 1.15.

3.2.1.1. Modelo de Predicción

Los diferentes algoritmos de controladores predictivos hacen uso de diferentes estructuras de modelos de proceso para representar la relación entre las entradas y las salidas, respecto de las entradas algunas pueden ser variables manipuladas o perturbaciones medibles, pero también se tienen que considerar aquellas que no son conocidas o perturbaciones no medibles, ruido y errores de modelado. Así, el modelo puede ser segmentado en dos partes: el modelo de proceso real y el modelo de perturbación. Los siguientes son ejemplos de los modelos comúnmente utilizados en MPC:

Un modelo de respuesta al impulso está dado por:

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} h_k u_{t-k} \quad (3.1)$$

Donde h_k es la salida muestreada cuando el proceso es perturbado por un impulso unitario. Esta suma se trunca para un proceso estable, típicamente en su tiempo de establecimiento N_s , y sólo se consideran valores de N_s , de modo que:

$$y_t = \sum_{k=1}^{N_s} h_k u_{t-k} = H(z^{-1})u_t \quad (3.2)$$

Donde $H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_{N_s} z^{-N_s}$. Un modelo de respuesta al impulso es intuitivo y no se necesita información previa, como el orden del modelo sobre el proceso, para la identificación. Sin embargo, sólo un proceso estable sin integradores puede ser representado por un modelo de respuesta de impulso finito. Además, se necesitan un gran número de parámetros para ser representado.

Alternativamente, se puede considerar un modelo de respuesta escalón:

$$y_t = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \Delta u_{t-k} = G(z^{-1})(1 - z^{-1})u_t \quad (3.3)$$

Donde g_k son los valores de salida muestreados para una entrada de paso unitario $y \Delta u = u_t - u_{t-1}$. Como un impulso puede ser considerado como la diferencia entre dos coeficientes de respuesta de paso con un retraso de un período de muestreo, obtenemos:

$$h_k = g_k - g_{k-1} \quad y \quad g_k = \sum_{j=1}^k h_j \quad (3.4)$$

El modelo de respuesta escalón se utiliza comúnmente en la práctica para el ajuste de control PID, y es el más popular en el diseño MPC también.

Otro modelo comúnmente utilizado es el modelo de función de transferencia. Un modelo de función de transferencia está dado por

$$y = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_t \quad (3.5)$$

Es válido para procesos inestables y necesita menos parámetros para describir el modelo. Sin embargo, debido al número limitado de parámetros en el modelo, tiene algunas limitaciones para capturar complicadas dinámicas de proceso. Además, el orden del modelo debe determinarse de antemano antes de que se puedan estimar los parámetros del modelo.

Otro modelo popular es el modelo de espacio de estado. Un modelo de espacio de estado tal como:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t \quad (3.6)$$

$$y = Cx_t \quad (3.7)$$

Se utiliza a menudo para modelar procesos lineales multivariables. Sin embargo, puede ser complicado con el estado no medido, de modo que se necesita un observador adicional.

Los modelos de perturbación pueden adoptar la misma forma que los modelos de proceso antes discutidos en principio, excepto que la entrada u_t se reemplaza por ruido e_t . Sin embargo, el modelo de perturbación más utilizado está expresado por:

$$v_t = \frac{1}{1 - z^{-1}} e_t \quad (3.8)$$

Donde v_t es la perturbación que afecta el proceso y e_t es el ruido blanco. Cuando se utiliza el modelo de espacio de estado para representar el proceso, la dinámica de perturbación está incorporada en el modelo de espacio de estado de forma natural.

Por ejemplo, el modelo:

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_t + Ke_t \quad (3.9)$$

$$y = Cx_t + e_t \quad (3.10)$$

Tiene tanto dinámica de proceso como de perturbación.

3.2.1.2. Respuesta libre y Respuesta forzada

Al diseñar un MPC, el concepto de la respuesta libre y forzada son los conceptos que ayudan a entender cómo evoluciona las acciones de control. La idea es expresar la respuesta del proceso como una suma de dos señales

$$y_t = y_f(t) + y_c(t) \quad (3.11)$$

La respuesta libre $y_f(t)$, describe la predicción de la salida cuando la variable manipulada se mantiene constante en su valor actual sobre el horizonte de predicción mientras que, la respuesta forzada $y_c(t)$, describe a la predicción de salida debido al efecto de los incrementos de las acciones de control futuras.

Para entender el concepto, la secuencia de control puede expresarse como la suma de dos términos

$$u_t = u_f(t) + u_c(t) \quad (3.12)$$

La señal $u_f(t)$ en los instantes de tiempo futuros se mantiene constante e igual al último valor de la variable manipulada, es decir,

$$u_f(t-j) = u_{t-j} \text{ para } j = 1,2, \dots \quad (3.13)$$

$$u_f(t+j) = u_{t-1} \text{ para } j = 0,1,2, \dots \quad (3.14)$$

La señal $u_c(t)$ es igual a cero en el pasado e igual al control incremental se mueve en el futuro

$$u_c(t-j) = 0 \text{ para } j = 1,2, \dots \quad (3.15)$$

$$u_c(t+j) = u_{t+j} - u_{t-1} \text{ para } j = 0,1,2, \dots \quad (3.16)$$

Por lo tanto, la respuesta libre se debe a $u_f(t)$ y corresponde a la respuesta del proceso debido a su estado actual. La respuesta forzada se debe a $u_c(t)$, y es la respuesta correspondiente a los movimientos de control futuros

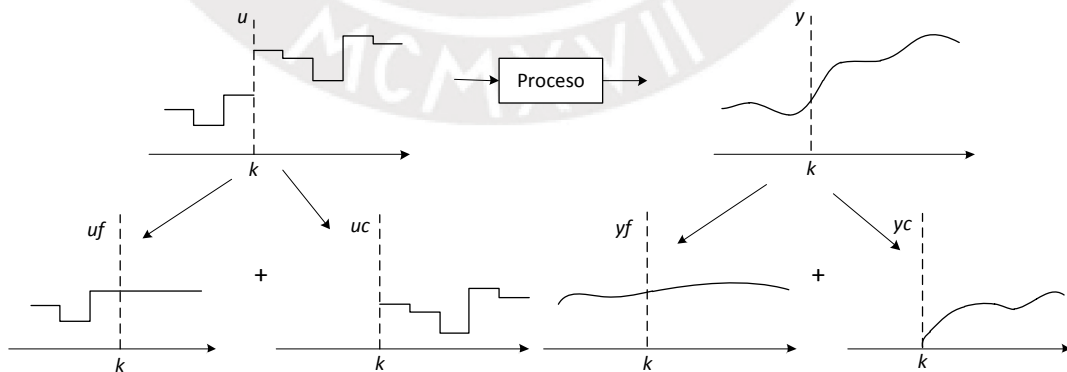


Figura 3.1 Respuesta libre (u_f) y respuesta forzada (u_c), (Camacho y Bordons, 1999)

3.2.1.3. Función Objetivo

Los diferentes controladores predictivos proponen diferentes funciones de costo para obtener la ley de control. El objetivo general es que (Camacho y Bordons, 1999):

- La salida futura debe seguir una señal de referencia determinada sobre el horizonte de predicción.
- Los incrementos o acciones de control deben calcularse en base a una función objetivo.

Un ejemplo de tal función objetivo es:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [y_{t+j}^{ref} - \hat{y}(t+j|t)]^T Q [y_{t+j}^{ref} - \hat{y}(t+j|t)] + \sum_{j=1}^M [\Delta u_{t+j-1}]^T R [\Delta u_{t+j-1}] \quad (3.17)$$

Cuando los horizontes de predicción y control se establecen igual, y $N_1 = 1$, la función objetivo puede escribirse como:

$$J = \sum_{j=1}^{N_2} [\|y_{t+j}^{ref} - \hat{y}(t+j|t)\|^2 Q + \|\Delta u_{t+j-1}\|^2 R] \quad (3.18)$$

Donde Q y R son las matrices de ponderación; y_t^{ref} es la señal de referencia para la salida o punto de ajuste; $\hat{y}(t+j|t)$ es la predicción de y_{t+j} el tiempo t basado en todas las salidas pasadas disponibles y en todas las entradas, pasadas y futuras, y $\Delta u = u_t - u_{t-1}$ es el incremento de la acción de control. La predicción comienza en N_1 o simplemente en 1, N_2 es el horizonte de predicción máximo y M es el horizonte de control. $N_2 - N_1 + 1$ Determina una ventana de las predicciones en la salida predicha siga el punto de referencia. Por lo tanto, tomar un valor grande o N_1 implica que no es importante si hay errores en los primeros instantes hasta N_1 . Tomar un gran valor de $N_2 - N_1 + 1$, sin embargo, implica que los errores de salida se refieren a largo plazo.

3.2.1.4. Restricciones

Todo proceso productivo está sujetos a restricciones ya sean operativas o de otra índole por lo tanto los actuadores tienen un campo de acción finito, por ejemplo, como en el caso de las válvulas tienen un límite mecánico de apertura y cierre frente a una entrada o incrementos máximos de apertura. Además, tenemos restricciones debidas a factores de diseño, constructivo, de seguridad, ambientales o por las características

del diseño electrónico de los sensores que sólo pueden medir ciertos rangos de operación como valores de flujo, nivel, presión, acidez, etc.

Dentro del diseño del controlador predictivo podemos hacer uso de estas restricciones y agregarlas al cálculo de las acciones de control y poder ajustarse a ellas sin poner en perjuicio la operación, ello puede significar un beneficio en la operación ya que generalmente los límites operativos son en su mayoría los límites superiores donde generalmente se encuentra la mayor ganancia como por ejemplo trabajar al máximo flujo de alimentación hacia las celdas de flotación a fin de tener una taza alta de recuperación. Todo esto hace necesario introducir restricciones en la función a minimizar. Como se mencionó en el cálculo de las acciones de control están orientadas dentro de una función objetivo, las restricciones también deben introducirse de tal forma que sean consideradas dentro del cálculo y se pueden considerar de la siguiente manera:

$$u_{min} \leq u_t \leq u_{max} \quad (3.19)$$

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u_t \leq \Delta u_{max} \quad (3.20)$$

$$y_{min} \leq y_t \leq y_{max} \quad (3.21)$$

3.2.1.5. Ley de Control

Para calcular las entradas de control u_{t+p} es necesario minimizar una función objetivo J de la ecuación 3.18 que permita obtener la predicción de las salidas $\hat{y}(t+p|t)$. Dentro de cálculo, se toman en cuenta las acciones de control pasadas y presentes, los valores de las perturbaciones medibles pasadas, presentes y futuras y también las salidas predichas y sus valores pasados. Esto gracias a que se cuenta con un modelo matemático del sistema y toda esta información se agrega a la función objetivo. Si el modelo calculado es lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución analítica obtenida del criterio cuadrático, caso contrario, un método iterativo se debería utilizar. Cualquiera que sea el método, la obtención de la solución no es fácil porque hay un número de variables de decisión, cuyo número puede ser alto. Con el fin de reducir el grado de libertad, puede imponerse una cierta estructura a la ley de control. Además, se ha comprobado que la estructuración de la ley de control mejora la robustez y el comportamiento del sistema, básicamente por el hecho de que permitir la libre evolución de las variables manipuladas puede conducir a señales de control indeseables de alta frecuencia y, en el peor, a la inestabilidad (Camacho y Bordons, 1999). El horizonte de control puede utilizarse para imponer una estructura sobre la ley de control. En este concepto, se considera que después de cierto intervalo $M < N_2$, la señal se convierte en constante, es decir,

$$\Delta u_{t+j-1} = 0 \quad j > M \quad (3.22)$$

3.2.2 Revisión de algunos algoritmos MPC conocidos

En el siguiente apartado se muestra un resumen de los algoritmos MPC más conocidos.

3.2.2.1. Control con Matriz Dinámica.

El control de matriz dinámica (DMC, por sus siglas en inglés), que fue desarrollado originalmente por Cutler y Ramaker de Shell Oil Co., es el algoritmo MPC más conocido y aplicado. Originado en la industria de petróleo, donde los modelos de respuesta escalón se usan a menudo para sintonizar controladores, el DMC también adopta el modelo de respuesta escalón para describir la dinámica del proceso. Un modelo de respuesta escalón puede ser convertido de otros modelos paramétricos o estimado directamente a partir de una prueba de respuesta escalón. Se hace un uso de un modelo de respuesta escalón de la ecuación 3.3, que puede separarse en dos términos como:

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \Delta u_{t-k} = \sum_{k=1}^{N_S} g_k \Delta u_{t-k} + \sum_{k=N_S+1}^{\infty} g_k \Delta u_{t-k} \quad (3.23)$$

Donde N_S se ha definido como el tiempo de establecimiento o el punto de truncamiento de un modelo de respuesta de impulso finito. El primer término de la ecuación 3.23 es un modelo de respuesta de pasos finitos. El segundo elemento de la ecuación representa la salida del sistema debido a las acciones de control que se ejecutaron en el pasado hasta el tiempo $t - N_S - 1$. Denotando este término como Z_t , es decir,

$$Z_t = \sum_{k=N_S+1}^{\infty} g_k \Delta u_{t-k} \quad (3.24)$$

La ecuación 3.23 puede ser escrita como:

$$y_t = \sum_{k=1}^{N_S} g_k \Delta u_{t-k} + Z_t \quad (3.25)$$

Desplazamiento del índice de tiempo hacia adelante por p muestras en la ecuación 3.25 produce.

$$y_{t+p} = \sum_{k=1}^{N_S} g_k \Delta u_{t+p-k} + Z_{t+p} \quad (3.26)$$

La ecuación 3.26 puede ampliarse en

$$y_{t+p} = \sum_{k=1}^p g_k \Delta u_{t+p-k} + \sum_{k=p+1}^{N_S} g_k \Delta u_{t+p-k} + Z_{t+p} \quad (3.27)$$

Cuando el tiempo de referencia se establece en t , el primer término de la ecuación 3.27 contiene acciones de control futuras ($\Delta u_{t-1}, \Delta u_{t-2}, \dots$), que se conoce como respuesta forzada, y el segundo y tercer término contienen las acciones de control pasado ($\Delta u_{t-1}, \Delta u_{t-2}, \dots$), que se conoce como la respuesta libre. Denotan el término de respuesta libre como:

$$y_{t+p}^* = \sum_{k=p+1}^{N_S} g_k \Delta u_{t+p-k} + Z_{t+p} \quad (3.28)$$

Entonces la ecuación 3.27 puede escribirse como:

$$y_{t+p} = \sum_{k=1}^p g_k \Delta u_{t+p-k} + y_{t+p}^* \quad (3.29)$$

Como se ha discutido anteriormente, bajo el marco de diseño MPC, la respuesta prevista para el MPC consta de dos partes: el término de respuesta libre y el término de respuesta forzada. Por lo tanto, la ecuación 3.29 es un predictor para el MPC. Como el primer término consiste en acciones de control futuras relativas a la instancia de tiempo t , la ecuación 3.29 proporciona una predicción de p paso por delante de y . Para reflejar la naturaleza predictiva, reemplace y_{t+p} por $\hat{y}(t+p|t)$ siguiendo la notación para la predicción un paso hacia adelante y ahora la predicción p pasos en el futuro puede escribirse como:

$$\hat{y}(t+p|t) = \sum_{k=1}^p g_k \Delta u_{t+p-k} + y_{t+p}^* \quad (3.30)$$

Como se indica en la función objetivo MPC, la ecuación 3.17, para diseñar MPC, se necesitan predicciones de y sobre un horizonte finito. Utilizando la ecuación 3.30, las predicciones de un paso por delante de N -paso adelante (es decir, correspondiente a $N_1 = 1$ y $N_2 = N$ en la ecuación 3.17) se puede derivar:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1|t) &= g_1 \Delta u_t + y_{t+1}^* \\ \hat{y}(t+2|t) &= g_2 \Delta u_t + g_1 \Delta u_{t+1} + y_{t+2}^* \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
& \vdots \\
\hat{y}(t + M|t) &= g_M \Delta u_t + g_{M-1} \Delta u_{t+1} + \dots + g_1 \Delta u_{t+M-1} + y_{t+M}^* \\
& \vdots \\
\hat{y}(t + N|t) &= g_N \Delta u_t + g_{N-1} \Delta u_{t+1} + \dots + g_1 \Delta u_{t+N-1} + y_{t+N}^*
\end{aligned}$$

Obsérvese que $\Delta u_{t+M} = \Delta u_{t+M+1} = \dots = \Delta u_{t+N-1} = 0$, ya que el horizonte de control se establece en M .

Las predicciones se pueden escribir en una ecuación vector / matriz más compacta como:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}^* + \mathbf{G} \Delta \mathbf{u} \quad (3.32)$$

Donde \mathbf{G} es:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_M & g_{M-1} & g_{M-2} & \dots & g_1 \\ g_N & g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-M+1} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Se conocida como la matriz dinámica, y:

$$\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t + 1|t) \\ \hat{y}(t + 2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t + N|t) \end{bmatrix}, \mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} y_{t+1}^* \\ y_{t+2}^* \\ \vdots \\ y_{t+N}^* \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u_t \\ \Delta u_{t+1} \\ \vdots \\ \Delta u_{t+M-1} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

3.2.2.2. Control algorítmico de Modelo.

También conocido como control predictivo heurístico (MPHC, por sus siglas en inglés), cuya aplicación de software se llama IDCOC (Identification-Command, denominación en inglés) y guarda ciertas similitudes al DMC con unas ligeras diferencias. Se caracteriza ya que utiliza un modelo de respuesta de impulso (Ecuación 3.1), en las acciones de control, el término $u(t)$ en lugar del Δu y es aplicado sólo para procesos estables, además, sólo hace unos del horizonte de predicción para realizar el cálculo de las acciones de control. Respecto de la ley de control, como primer objetivo, determina la secuencia de control que minimizan la suma del error cuadrático entre las salidas predichas y la trayectoria de referencia. Las perturbaciones pueden ser tratadas como en DMC o sus estimaciones pueden ser realizadas por la siguiente expresión recursiva (Camacho y Bordons, 1999):

$$\hat{n}(t + k|t) = \alpha \hat{n}(t + k - 1|t) + (1 - \alpha)[y_m(t) - \hat{y}(t|t)] \quad (3.35)$$

Donde:

$$\hat{n}(t|t) = 0$$

α , parámetro ajustable ($0 \leq \alpha \leq 1$) relacionado con el tiempo de respuesta, el ancho de banda y la robustez del lazo cerrado, además, el diseño del controlador contempla la inclusión de restricciones en sus variables.

3.2.2.3. Control Funcional Predictivo.

Los principios del control funcional predictivo (PFC, por sus siglas en inglés) se establecieron alrededor de los años 60 y las primeras aplicaciones tuvieron lugar a principios de los años 70, tal es así que el creador Jackes Richalet es considerado como el “abuelo” de los controladores predictivos basados en modelos. Richalet at. ADERSA Company lo desarrolló a finales de los años 70 para la industria petroquímica y se caracteriza por el uso de modelos de espacio de estado y permite aplicarse también a los modelos no lineales e inestables (Richalet J, O’Donovan D, 2009.).

PFC se ocupa de los problemas de control de seguimiento rápido y un método de control eficaz para procesos rápidos. La flexibilidad y la eficacia se aprecian debido al principio de descomposición. El algoritmo PFC requiere un método de optimización en línea. Un índice de rendimiento cuadrático (QP) puede ser adoptado en PFC.

Los puntos de coincidencia y la función base son las dos características de PFC (Camacho et. al., 2007). El punto de coincidencia se utiliza para simplificar el cálculo considerando sólo un subconjunto de puntos en el horizonte de predicción. Las salidas deseadas y futuras previstas se requieren para coincidir sólo en el subconjunto de puntos en el horizonte de predicción y no en todo el horizonte de predicción.

La selección de las funciones de base depende de las características del proceso y punto de ajuste deseado. Esto especifica el perfil de entrada en un horizonte largo usando un pequeño número de parámetros, es decir:

$$u(t + k) = \sum_{i=1}^{n_B} [\mu_i(t) + B_i(t)] \quad (3.36)$$

Donde:

$u(t + k)$, valor de la entrada en el tiempo $t + k$.

$B(t)$, Funciones base.

μ , Parámetros desconocidos a encontrar.

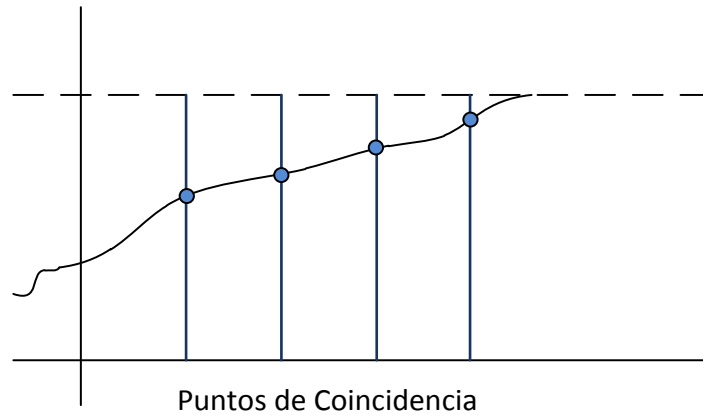


Figura 3.2 Puntos de coincidencia (Camacho y Bordons, 1999).

Estas funciones se escogen de acuerdo con la naturaleza del proceso y normalmente son de tipo polinómico: escalones ($B_1(k) = 1$), rampas ($B_2(k) = k$) o parábolas ($B_3(k) = k^2$), ya que la mayoría de las referencias se pueden especificar como una combinación de estas funciones. Con esta estrategia, un perfil de entrada complejo se puede especificar usando un pequeño número (generalmente n_B es el orden de 2 ó 3 de parámetros desconocidos μ_j que son las incógnitas del problema de minimización. De esta manera, el concepto de horizonte de control no existe en esta formulación porque se reemplaza por el número de funciones bases utilizadas.

3.2.2.4. Control Auto sintonizado De Predicción Extendida.

De Keyser y Van Cauwenberghe desarrollaron el EPSAC, por sus siglas en inglés, en 1985 (Roberts, 1999) y se caracteriza por la utilización de un modelo en una función de transferencia discreta de la forma de la ecuación 3.37 pero puede ser extendido considerando las perturbaciones medibles $D(q^{-1})d(t)$, para mejorar la acción de “feedforward” en el cálculo de sus acciones de control además considera un horizonte de control igual a uno haciendo su ley de control fácil de calcular (De Keyser y Van Cauwenberghe, 1985).

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t - d) + v(t) \quad (3.37)$$

Donde:

$A(q^{-1})$ y $B(q^{-1})$, Son polinomios que definen el comportamiento dinámico del proceso.

d , es el retardo de tiempo del proceso.

$v(t)$, son las perturbaciones.

Para obtener la señal de control se minimiza una función de costo de la forma:

$$J = \sum_{k=d}^N \gamma(k) [w(t+k) - P(q^{-1})\hat{y}(t+k|t)]^2 \quad (3.38)$$

Donde:

$P(q^{-1})$, Polinomio de diseño con ganancia unitaria.

$\gamma(k)$, Secuencia de ponderación

$w(t+k)$, Trayectoria de referencia en el tiempo $t+k$

$\hat{y}(t+k)$, Salida estimada en el tiempo $t+k$ con la información conocida hasta el tiempo t .

La señal de control se puede calcular de la siguiente manera:

$$u(t) = \frac{\sum_{k=d}^N h_k \gamma(k)}{\sum_{k=d}^N h_k^2 \gamma(k)} [w(t+k) - P(q^{-1})\hat{y}(t+k|t)]^2 \quad (3.39)$$

h_k , Coeficientes de la respuesta impulsional del sistema.

N , Número de valores del vector de respuesta impulsional del sistema.

3.2.2.5. Control Adaptativo De Horizonte Extendido.

B. E. Ydstie desarrolló un control adaptativo de horizonte extendido (EHAC) en 1984 y utiliza un modelo paramétrico sin considerar las perturbaciones medibles. El cálculo de las acciones de control es relativamente sencillo ya que el horizonte de control es igual a uno. Este enfoque ya que permite un tiempo más largo para llevar la salida de proceso o la respuesta deseada del sistema a su valor deseado en lugar de utilizar un tiempo de retardo fijo y corto intervalo (Camacho, et., al., 2007, Ydstie, 1984).

Esta formulación también emplea un modelo de función de transferencia y pretende minimizar la discrepancia entre la salida calculada y , y la referencia w en el instante $(t+N)$.

$$\hat{y}(t+N|t) - w(t+N), \quad N \geq d \quad (3.40)$$

La solución a este problema no es única (a menos que $(N=d)$); una posible estrategia es considerar un horizonte de control igual a 1:

$$\Delta u(t+k-1) = 0, \quad 1 < k \leq N-d \quad (3.41)$$

o minimizar el esfuerzo de control, expresado como:

$$J = \sum_{k=0}^{N-d} u^2(t+k) \quad (3.42)$$

Este método utiliza un predictor de N pasos de la forma:

$$\hat{y}(t + n|t) = y(t) + F(q^{-1})\Delta y(t) + E(q^{-1})B(q^{-1})\Delta(t + n - d) \quad (3.43)$$

donde:

$E(q^{-1})$ y $F(q^{-1})$, Son polinomios que satisfacen la relación

$$(1 - q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1})(1 - q^{-1}) + (q^{-N})F(q^{-1})(1 - q^{-1})$$

El grado del polinomio $E(q^{-1})$ es igual a $(N - 1)$. Una ventaja de este método es que se puede encontrar fácilmente una solución explícita, dada por:

$$u(t) = u(t - 1) + \frac{\alpha_0 [w(t + N) - \hat{y}(t + N|t)]}{\sum_{k=0}^{N-d} \alpha_k^2} \quad (3.44)$$

donde:

α_k – Coeficiente correspondiente a $\Delta u(t + k)$ en la ecuación de predicción.

Por tanto, la ley de control depende sólo de los parámetros del proceso y puede hacerse fácilmente adaptiva si se emplea un identificador en línea. El único coeficiente de ajuste es el horizonte de predicción N , lo cual simplifica el uso, pero proporciona poca libertad para el diseño. Obsérvese que no puede usarse trayectoria de referencia porque el error se considera sólo en un instante $(t + N)$, ni tampoco la ponderación del esfuerzo de control.

3.2.2.6. Controlador predictivo generalizado.

El Control Predictivo Generalizado (GPC, por sus siglas en inglés) fue propuesto por Clarke et al. en 1987 y está ampliamente utilizado en el entorno industrial como académico debido a que permite lidiar con múltiples problemas de control como sistemas de fase no mínima, sistemas no lineales, manejo grandes retardos de tiempo, restricciones de proceso entre otros gracias a su desempeño robustez ya que utiliza un conocimiento del proceso.

La idea sobre la que se establece el GPC es el cálculo de una secuencia de acciones de control futura que minimizan una función de objetivo dentro de un horizonte de predicción. A través de dos índices, la función objetivo minimiza el error entre las salidas predichas y la trayectoria de referencia y pondera el esfuerzo de control para obtener la salida de control.

El Control Predictivo Generalizado guarda ciertas similitudes con otros controladores predictivos ya que tiene como base el uso de un modelo de proceso, un horizonte de predicción, cálculo de acciones de control bajo una función objetivo, pero se diferencia ya que es capaz de proporcionar una solución explícita (en ausencia de

restricciones), utiliza un horizonte de control y dentro del cálculo de la función objetivo pondera los incrementos de control (Rossiter J.,2005).

- **Formulación del Control Predictivo Generalizado**

Los procesos simples de una entrada y una salida (single-input single-output, SISO en sus siglas en inglés) se modelan bajo un rango de operación lineal y pueden ser descritos de la siguiente forma:

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d} B(z^{-1})u(t - 1) + C(z^{-1})e(t) \quad (3.45)$$

donde $u(t)$ y $y(t)$ son la señal de control y la salida del proceso respectivamente y $e(t)$ es un ruido blanco de media cero.

$A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ y $C(z^{-1})$ son los polinomios en el operador de desplazamiento hacia atrás z^{-1} :

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_naz^{-na} \quad (3.46)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nbz^{-nb} \quad (3.47)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_ncz^{-nc} \quad (3.48)$$

donde d es el tiempo muerto del sistema.

La ecuación (3.45) es una estructura de modelo conocido como Autorregresivo de Media Móvil (Controlled Auto-Regressive Moving-Average CARMA, en sus siglas en inglés) pero muchas aplicaciones industriales donde se tiene que las perturbaciones presentan una variación constante en el tiempo debido a su condición natural dentro del procesos resulta más conveniente el uso de un modelo CARMA integrado, dando lugar al CARIMA (controlador autoregresivo de media móvil integrado), que viene descrito por (Camacho y Bordons, 1999):

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})z^{-d}u(t - 1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \text{ con } \Delta = 1 - z^{-1} \quad (3.49)$$

Por simplicidad en el cálculo de las acciones de control futuras, el polinomio $C(z^{-1})$ se va a tomar igual a 1. Tener en cuenta que si el polinomio $C(z^{-1})$ se trunca, éste puede ser absorbido en $A(z^{-1})$ y $B(z^{-1})$.

El algoritmo del control predictivo generalizado minimiza una función de objetivo calculada a partir de una secuencia de señales de control y tiene la siguiente forma:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (3.50)$$

Donde $\hat{y}(t+j|t)$ es la predicción de la salida dentro del horizonte de predicción con datos conocidos hasta el instante t , N_1 y N_2 son los límites operativos a utilizarse en el horizonte de predicción, N_u es el horizonte de control y $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son las constantes de ponderación mientras que $w(t+j)$ es la trayectoria futura de referencia. Usualmente se considera $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ constantes o de crecimiento exponencial pero también $\delta(j) = 1$ y $\lambda(j) = \text{constante}$.

El objetivo es calcular una secuencia de acciones de control $u(t), u(t+1), \dots$ que permita que la salida futura del proceso $\hat{y}(t+j)$ se acerque lo máximo posible a $w(t+j)$ y se logra minimizando la función de costo $J(N_1, N_2, N_u)$.

- Predicción Óptima

Para minimizar la función de costo se calculará la predicción de $y(t+j)$ en un rango de tiempo contemplado para $j \geq N_1$ y $j \leq N_2$. Con la intención de minimizar la función de coste o de objetivo, se obtendrá previamente la predicción óptima de $y(t+j)$ para $j \geq N_1$ y $j \leq N_2$. Considérese la siguiente ecuación diofántica (Camacho y Bordons, 1999):

$$1 = E(z^{-1}) + \Delta A + z^{-j} F(z^{-1}) \quad (3.51)$$

$$1 = E_j(z^{-1}) + \tilde{A} + z^{-j} F(z^{-1}) \quad (3.52)$$

Los polinomios E_j y F_j están únicamente definidos con grados $j-1$ y $j-na$ respectivamente y se obtienen dividiendo 1 entre $\tilde{A}(z^{-1})$ hasta que el residuo pueda ser factorizado como $z^{-j} F_j(z^{-1})$. El cociente de la división es entonces el polinomio $E_j(z^{-1})$.

Si se multiplica la ecuación (3.49) por $E_j(z^{-1})z^j \Delta$

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.53)$$

Teniendo en cuenta (3.52), la ecuación (3.53) queda:

$$(1 - z^{-j} F_j(z^{-1}))y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + \quad (3.54)$$

$$E_j(z^{-1})e(t+j)$$

La cual se puede escribir como

$$y(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (3.55)$$

Al ser el grado del polinomio $E_j(z^{-1}) = j - 1$ los términos del ruido en la ecuación (3.55) están todos en el futuro y son iguales a cero. La mejor predicción de $y(t+j)$ sería, por consiguiente:

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \quad (3.56)$$

Donde:

$$G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1}) \quad (3.57)$$

Resulta simple demostrar que los polinomios E_j y F_j se pueden obtener recursivamente, de forma que los nuevos valores en el paso $j+1$ (E_{j+1} y F_{j+1}) sean función de los del paso j . Existen otras formulaciones del GPC que no están basadas en la recursividad de esta ecuación.

Considérense que los polinomios E_j y F_j se han obtenido dividiendo 1 entre $\tilde{A}(z^{-1})$ hasta que el resto haya sido factorizado como $z^{-j}F_j(z^{-1})$. Con:

$$F_j(z^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \dots + f_{j,na}z^{-na} \quad (3.58)$$

$$E_j(z^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \dots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)} \quad (3.59)$$

Supóngase que se utiliza el mismo procedimiento para obtener E_{j+1} y F_{j+1} , es decir, dividir 1 entre $\tilde{A}(z^{-1})$ hasta que el resto se pueda factorizar como $z^{-(j+1)}F_{j+1}(z^{-1})$ con

$$F_{j+1}(z^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}z^{-1} + \dots + f_{j+1,na}z^{-na} \quad (3.60)$$

Está claro que solamente es necesario dar un paso más en la división para obtenerlos polinomios E_{j+1} y F_{j+1} . Al ser E_{j+1} el nuevo cociente de la división sería igual al cociente que había hasta el momento (E_j) más un nuevo término, que será el $f_{j,0}$ pues el divisor (\tilde{A}) es Mónico. Por tanto:

$$E_{j+1}(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) + e_{j+1,j}z^{-j} \quad \text{con } e_{j+1,j} = f_{j,0} \quad (3.61)$$

Teniendo en cuenta que el nuevo resto será el resto anterior menos el producto del cociente por el divisor, los coeficientes del polinomio F_{j+1} se pueden expresar como:

$$f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1} \quad i = 0 \dots na \quad (3.62)$$

En resumen, la forma de obtener los polinomios E_j y F_j es la siguiente:

- Iniciar con $E_1 = 1, F_1 = z(1 - \tilde{A})$
- Poco a poco, añadir nuevos términos a E_j con $e_{j+1,j} = f_{j,0}$
- Calcular $f_{j+1,i} = f_{j,i} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1} \quad i = 0 \dots na$, (siendo $f_{j,na+1} = 0$)

El polinomio G_{j+1} puede se calcular recursivamente como sigue:

$$G_{j+1} = E_{j+1}B = (E_j + f_{j,0}z^{-1})B = G_j + f_{j,0}z^{-j}B \quad (3.63)$$

Es decir, los primeros j coeficientes de G_{j+1} serán idénticos a los de G_j mientras que el resto viene dado por:

$$g_{j+1,j+1} = g_{j,j+i} - f_{j,0}b_i \quad \text{para } i = 0 \dots nb \quad (3.64)$$

El manejo de los retardos dentro de un controlador GPC tiene un tratamiento bastante interesante ya que si el proceso tiene un retardo de d periodos de muestreo la salida de control sólo estimulada por señal $u(t)$ después del instante $d + 1$. Los valores N_1, N_2 y N_u que son los parámetros del horizonte de predicción y control pueden ser definidos como $N_1 = d + 1, N_2 = d + N$, y $N_u = N$ y no es lógico que hacer $N_1 < d + 1$ ya que los términos de (3.50) dependen de las señales de control pasadas y dentro de ese período de tiempo no se tendrá respuesta en la variable manipulada.

El conjunto de las j predicciones óptimas:

$$\hat{y}(t + d + 1|t) = G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t) \quad (3.65)$$

$$\hat{y}(t + d + 2|t) = G_{d+2}\Delta u(t + 1) + F_{d+2}y(t) \quad (3.66)$$

⋮

$$\hat{y}(t + d + N|t) = G_{d+N}\Delta u(t + N - 1) + F_{d+N}y(t) \quad (3.67)$$

Puede ser escrito en forma matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{F}(z^{-1})\mathbf{y}(t) + \mathbf{G}'(z^{-1})\Delta\mathbf{u}(t - 1) \quad (3.68)$$

Dónde:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} \mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix}$$

$$G'_j = E'_j B$$

$$\mathbf{G}'(z^{-1}) = \begin{bmatrix} z[G_{d+1}(z^{-1}) - g_0] \\ z^2[G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1}] \\ \vdots \\ z^N[G_{d+N}(z^{-1}) - g_0 - g_1 z^{-1} \cdots - g_{N-1} z^{-(N-1)}] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix}$$

Al depender los últimos términos de la ecuación (3.68) sólo del pasado, pueden agruparse en \mathbf{f} , dando lugar a:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (3.69)$$

Obsérvese que es la misma expresión que se obtuvo para el DMC, aunque en este caso la respuesta libre es distinta.

- Obtención de la ley de Control

Entonces la ecuación (3.50) puede escribirse como:

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f} - \mathbf{w}) + \lambda \mathbf{u}^T \mathbf{u} \quad (3.70)$$

Dónde:

$$\mathbf{w} = [w(t+d+1) \ w(t+d+2) \ \cdots \ w(t+d+1)]^T \quad (3.71)$$

La ecuación (3.70) se puede poner como:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} + \mathbf{b} \mathbf{u} + \mathbf{f}_0 \quad (3.72)$$

Dónde:

$$\mathbf{H} = 2(\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}) \quad (3.73)$$

$$\mathbf{b} = 2(\mathbf{f} - \mathbf{w})^T \mathbf{G} \quad (3.74)$$

$$\mathbf{f}_0 = (\mathbf{f} - \mathbf{w})^T (\mathbf{f} - \mathbf{w}) \quad (3.75)$$

La minimización de la ecuación de J , cuando no existan restricciones operativas en la señal de control, puede ser calculado igualando a cero el gradiente de J , lo cual conduce a:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{b}^T \quad (3.76)$$

Y la señal de control que se envía al proceso es el primer elemento del vector \mathbf{u} , que es dado por:

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{K}(\mathbf{w} - \mathbf{f}) \quad (3.77)$$

Bajo el concepto que no existe errores predichos en el futuro, es decir, $\mathbf{w} - \mathbf{f} = \mathbf{0}$, por lo tanto, no hay movimientos en las acciones de control lo que se resume que se tiene un error en estado estacionario igual a cero, caso contrario, siempre se apreciará incrementos en las acciones de control con la finalidad de cumplir con el objetivo de control.

Bajo al uso de la estrategia deslizante sólo se hace uso del primer término del vector \mathbf{u} , repitiendo el procedimiento en cada instante de muestreo. La solución propuesta involucra la inversión (o al menos la triangularización) de una matriz de dimensión $N \times N$, lo cual conlleva una gran carga de cálculo (Camacho y Bordons, 1999). El concepto ya usado en otros métodos de horizonte de control se emplea con la finalidad de reducirla cantidad de cálculo, asumiendo que las señales de control permanecerán en un valor constante a partir del intervalo $N_u < N$. Por tanto, la dimensión de la matriz que hay que invertir queda reducida a $N_u \times N_u$, quedando la carga de cálculo reducida (en el caso límite de $N_u = 1$, se reduce al caso escalar) aunque restringiendo la optimalidad (Zheng T., 2010).

3.2.3 Selección de la técnica de control predictivo basado en modelo

Cada algoritmo de los controladores MPC detallados en el apartado (3.2.2.) brindan ciertas potencialidades, pero no aplican para diversos desafíos que existen en un entorno industrial. En los siguientes párrafos se muestra un resumen de los elementos más resaltantes de cada uno de ellos y finalmente las razones por la que se escogió diseñar un controlador GPC.

- DMC utiliza el modelo de respuesta escalón para procesos estables tanto SISO como multivariables y también hace uso las perturbaciones medibles dentro de sus modelos. Puede trabajar bajo restricciones y es bastante robusto sin embargo no es aplicable para plantas integrativas (por ejemplo, procesos de nivel) o no estables.

- MAC es fácil de implementación y mejor para procesos multivariados, pero sólo para procesos estables. Utiliza el modelo de respuesta al impulso. Es limitado su uso sólo para trayectorias de referencia lenta.
- PFC hace uso del modelo de espacio - estado, opera en procesos rápidos y estables y también para procesos no lineales o no estables siempre y cuando se utilice modelos no lineales de espacio - estados. Es simple y robusto y puede lidiar con oscilaciones, requiere menos cálculo y proporciona una alta precisión de control ya que trabaja bajo el concepto de puntos de coincidencia y funciones básicas, además, tiene capacidad de trabajar bajo restricciones. En general se limita para su aplicación sólo a procesos estables ya que tiene un bajo desempeño para sistemas que no lo son.
- EPSAC, el proceso es modelado bajo una función de transferencia discreta y tiene una ley de control simple ya que su horizonte de control es igual a uno. Durante el modelamiento incluye el polinomio de las perturbaciones medibles que de forma natural agrega la acción feedforward. Rastrea el punto de consigna constante y aborda sistemas de fase no-mínimas.
- EHAC hace el modelo de función de transferencia sin manejo de perturbaciones, aunque existe algunas extensiones donde si lo toman. Las acciones de control son de fácil implementación ya que dependen de los parámetros de proceso y el horizonte de predicción es el único parámetro de ajuste ya que el horizonte de control es igual a uno. Proporciona estabilidad para ciertos sistemas de fase no-mínima con la selección apropiada del horizonte de predicción y también es aplicable para procesos multivariable.
- El controlador GPC hace uso del modelo CARIMA y proporciona una respuesta libre de offset, para la predicción de la salida, la recursión de la ecuación diofántica es necesaria. La elección adecuada del horizonte de predicción y control además de los factores de ponderación dan un rendimiento satisfactorio. El GPC es el más fácil y conveniente todavía hay un buen alcance para mejorar su funcionamiento y para aumentar el uso de él (Holkar and Waghmare, 2010).

Tal como se mostró anteriormente del resumen de las estrategias de control MPC más conocidas, resumida en la tabla 3.1, la elección de diseñar un controlador predictivo generalizado basado en un modelo se sustenta en el manejo de procesos inestables en lazo abierto, integrativos, trabaja muy bien los procesos multivariados que presentan un alto grado de acoplamiento, rechazo a perturbaciones y tiene la capacidad de trabajar bajo diferentes restricciones que son en síntesis las características que predominan sobre el sistema de nivel de pulpa de un banco de celdas de cobre.

Tabla 3.1 Comparativo de las características de los controladores predictivos basados en modelo

Controladores Predictivos basados en un modelo						
Características	DMC	GPC	MAC	PFC	EPSAC	EHAC
Sistemas autorregulados	x	x	x	x	x	x
Sistemas integrantes		x				
Sistemas no lineales		x			x	
Manejo de perturbaciones (Feedforward)	x	x	x	x	x	
Horizonte de control	x	x				
Horizonte de predicción	x	x	x	x	x	x
Trayectoria de referencia	x	x	x	x	x	x
Restricciones	x	x	x	x	x	x
Sistemas SISO	x	x	x	x	x	x
Sistemas MIMO	x	x	x	x	x	x
Función de costo	x	x	x	x	x	x
Optimización	x	x	x	x	x	x
Basado en respuesta escalón (predictor)	x			x		
Basado en respuesta impulso (predictor)			x			
Basado en un modelo CARIMA (predictor)		x				
Basado en modelo espacio-estados (predictor)				x		
Basado en función de transferencia discreta					x	
Basado en función de transferencia sin perturbaciones						x
Puntos de coincidencia				x		

3.3. Diseño del controlador predictivo generalizado multivariable basado en modelo.

El diseño del controlador GPC, se ha desarrollado dentro de la plataforma de Matlab a través de una serie de scripts. Cada script representa una función de propósito especial y que tiene una serie de entregables que se utilizarán en la siguiente parte del código o de la función que lo requiera; de esta manera se hace más fácil el desarrollo del algoritmo GPC como su respectivo entendimiento por parte del usuario. Siguiendo las bases detalladas en el apartado (3.2.2.6) para el diseño del algoritmo GPC se necesitan comentar tres puntos importantes, los cuales son:

- Formulación del proceso de nivel del banco de celdas de Cu.
- Formulación del controlador GPC multivariable.

- Simulación del proceso.

3.3.1. Formulación del proceso de nivel del banco de celdas de cobre

Se formulan las funciones de transferencia en el dominio de Laplace o en tiempo discretos, tanto las del proceso como la de las perturbaciones medibles, así como el detalle de cada uno de los retardos de tiempo que se encuentran en el proceso como el de las perturbaciones medibles para finalmente discretizar todas las funciones de transferencia teniendo en cuenta el tiempo de muestreo.

Del capítulo anterior, se tienen las funciones de transferencia bajo un modelo ARMAX de la forma expresada en la tabla 3.2

Tabla 3.2 Modelos utilizando la estructura ARMAX de los niveles de las siete celdas de flotación de Cu

Celda	Estructura ARMAX
Nivel_L1	$A(z) = 1 - 1.909z^{-1} + 0.9649z^{-2} - 0.0559z^{-3}$ $B(z) = 0.005384z^{-10} - 0.01358z^{-11} + 0.006794z^{-12}$ $D(z) = 0.0004082z^{-12} + 0.003787z^{-13} - 0.002938z^{-14}$ $C(z) = 1 - 1.821z^{-1} + 0.8232z^{-2}$
Nivel_L2	$A(z) = 1 - 1.35z^{-1} - 0.03017z^{-2} + 0.38z^{-3}$ $B(z) = -0.001963z^{-12} + 0.008777z^{-13} - 0.01185z^{-14}$ $D(z) = -0.002188z^{-17} + 0.002913z^{-18} + 0.001655z^{-19}$ $C(z) = 1 - 0.9956z^{-1}$
Nivel_L3	$A(z) = 1 - 1.282z^{-1} + 0.08751z^{-2} - 0.05416z^{-3} + 0.2491z^{-4}$ $B(z) = -0.006967z^{-17} + 0.01288z^{-18} - 0.0008206z^{-19} - 0.01207z^{-20}$ $D(z) = 0.0037z^{-20} - 0.00234z^{-21} - 0.0007114z^{-22} + 0.004785z^{-23}$ $C(z) = 1 - 0.9951z^{-1}$
Nivel_L4	$A(z) = 1 - 1.922z^{-1} + 0.8593z^{-2} + 0.1879z^{-3} - 0.1255z^{-4}$ $B(z) = -0.01256z^{-19} + 0.04001z^{-20} - 0.04332z^{-21} + 0.011763z^{-22}$ $D(z) = -0.006749z^{-20} + 0.01348z^{-21} - 0.006772z^{-22} + 0.003555z^{-23}$

	$C(z) = 1 - 1.869z^{-1} + 0.8706z^{-2}$
Nivel_L5	$A(z) = 1 - 1.381z^{-1} - 0.001329z^{-2} + 0.382z^{-3}$ $B(z) = -0.0006284z^{-20} + 0.006513z^{-21} - 0.01107z^{-22}$ $D(z) = -0.01182z^{-22} + 0.02063z^{-23} - 0.002033z^{-24}$ $C(z) = 1 - 0.9969z^{-1}$
Nivel_L6	$A(z) = 1 - 2.647z^{-1} + 2.333z^{-2} - 0.6865z^{-3}$ $B(z) = 0.001486z^{-22} - 0.005149z^{-23} + 0.002185z^{-24}$ $D(z) = -0.002793z^{-24} + 0.007567z^{-25} - 0.003763z^{-26}$ $C(z) = 1 - 2.518z^{-1} + 2.095z^{-2} - 0.5759z^{-3}$
Nivel_L7	$A(z) = 1 - 1.41z^{-1} + 0.01615z^{-2} + 0.394z^{-3}$ $B(z) = 0.007893z^{-17} - 0.0008626z^{-18} - 0.01774z^{-19}$ $D(z) = -0.01297z^{-20} + 0.02998z^{-21} - 0.009161z^{-22}$ $C(z) = 1 - 0.995z^{-1}$

3.3.2. Formulación del controlador GPC multivariable.

El sistema en estudio está caracterizado por tener ocho entradas y siete salidas conformando así un sistema MIMO. El controlador GPC multivariable mantiene el mismo esquema que un sistema SISO; un modelo CARIMA para “n” salidas y “m” entradas se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t-1) + \mathbf{D}(z^{-1})\mathbf{v}(t) + \frac{1}{\Delta}\mathbf{C}(z^{-1})\mathbf{e}(t) \quad (3.78)$$

Donde $\mathbf{A}(z^{-1})$ y $\mathbf{C}(z^{-1})$ son $n \times n$ matrices polinomiales mónicos, $\mathbf{B}(z^{-1})$ y $\mathbf{D}(z^{-1})$ son matrices polinomiales $n \times m$ y $n \times n$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(z^{-1}) &= I_{n \times n} + A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + \dots + A_{na}z^{-na} \\ \mathbf{B}(z^{-1}) &= B_0 + B_1z^{-1} + B_2z^{-2} + \dots + B_{nb}z^{-nb} \\ \mathbf{C}(z^{-1}) &= C_{n \times n} + C_1z^{-1} + C_2z^{-2} + \dots + C_{nc}z^{-nc} \\ \mathbf{D}(z^{-1}) &= D_0 + D_1z^{-1} + D_2z^{-2} + \dots + D_{nd}z^{-nd} \end{aligned}$$

El operador Δ es definido como $\Delta = 1 - z^{-1}$. Las variables $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{v}(t)$ y $\mathbf{e}(t)$ son vectores columna de $n \times 1$, $m \times 1$, $n \times 1$ y $n \times 1$.

La función objetivo se define

$$J(N_1, N_2, N_3) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \|\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)\|^2 R + \sum_{j=1}^{N_u} \|\Delta u(t+j-1)\|^2 Q \quad (3.79)$$

Donde:

N_1 y N_2 son los horizontes de predicción mínimo y máximo

N_u es el horizonte de control

R y Q son las matrices definidas positivas de ponderación.

En el desarrollo del algoritmo GPC se necesita un modelo de la planta que permitirá predecir cómo será su comportamiento en el futuro debido a la respuesta forzada y a la respuesta libre.

Con el modelo de la planta y haciendo uso de la ecuación diofántica podremos calcular cada una de las matrices G , H , y f_j que se muestran en la ecuación 3.80.

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+j|t) &= \mathbf{G}\Delta u(t+j-1) + \mathbf{H}\Delta v(t+j) + \mathbf{f}_j\Delta v(t) \\ \mathbf{f}_j &= \mathbf{G}_{jp}\Delta u(t-1) + \mathbf{H}_{jp}\Delta v(t) + \mathbf{F}y(t) \end{aligned} \quad (3.80)$$

Donde

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{y}(t+1|t) \\ \hat{y}(t+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+N|t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} G_0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ G_1 & G_0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{j-1} & G_{j-2} & \cdots & G_0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_{N-1} & G_{N-2} & \cdots & \cdots & \cdots & G_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} H_0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ H_1 & H_0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{j-1} & H_{j-2} & \cdots & H_0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{N-1} & H_{N-2} & \cdots & \cdots & \cdots & H_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v(t+1) \\ \Delta v(t+2) \\ \vdots \\ \Delta v(t+j-1) \\ \vdots \\ \Delta v(t+N) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_j \\ \vdots \\ \mathbf{f}_N \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Donde $\mathbf{H}_j(z^{-1}) = \sum_{i=1}^j \mathbf{H}_i(z^{-1})$. Las predicciones pueden ser expresadas en su forma simplificada como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (3.81)$$

La estructura del modelo multivariable del proceso de nivel de las celdas de flotación se describe a continuación:

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \\ y_5(t) \\ y_6(t) \\ y_7(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \\ u_6(t) \\ u_7(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Gd_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Gd_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Gd_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Gd_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Gd_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Gd_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Gd_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \\ v_4(t) \\ v_5(t) \\ v_6(t) \\ v_7(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ge_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Ge_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ge_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Ge_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Ge_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ge_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Ge_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \\ e_5(t) \\ e_6(t) \\ e_7(t) \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Donde

G_{ii} , es la función de transferencia del proceso.

Gd_{ii} , es la función de transferencia de la perturbación medible.

Ge_{ii} , es la función de transferencia de la perturbación no medible.

$y_i(t)$, es la salida del proceso.

$u_i(t)$, es la variable manipulada del proceso.

$v_i(t)$, es la perturbación medible del proceso.

$e_i(t)$, es el ruido blanco.

Para el caso de las perturbaciones medibles, se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
v_1 &= q_1 \\
v_2 &= u_1 \\
v_3 &= u_2 \\
v_4 &= u_3 \\
v_5 &= u_4 \\
v_6 &= u_5 \\
v_7 &= u_6
\end{aligned} \quad (3.83)$$

3.3.3. Simulación del proceso.

En los diagramas de bloques de las figuras 3.3 y 3.4, se muestra el desarrollo de todo el cálculo que se necesita para la simulación del proceso de nivel del banco de celdas de cobre y su respectivo control por parte del controlador GPC. El algoritmo de

simulación se encuentra programado bajo una serie de funciones de programa que permite desarrollar cierta parte de la lógica además de hacer más “ligero” el desarrollo de la simulación (el código de las funciones se aprecia en el anexo A.6).

A continuación, se presentan las funciones desarrolladas acompañadas de un resumen de su funcionamiento:

- **Función *FT_Proceso_Laplace_MZMIMO***: Permite discretizar las funciones de transferencia del proceso como de las perturbaciones medibles formando una matriz de funciones de transferencia, entregando como resultado las matrices A, B, C y D del proceso discretizado y las matrices que contienen los retardos de tiempo dp y dq .
- **Función *Ql_Qd_MZMIMO***: Permite formular de manera matricial las siguientes matrices:
 - N1, Matriz de los Horizontes Iniciales de Predicción
 - N2, Matriz de los Horizontes Finales de Predicción
 - Ql, Matriz Diagonal que contiene los valores lambda
 - Qd, Matriz Diagonal que contiene los valores delta
 - dmin_p, Vector Columna con los retornos mínimos de la planta
 - dmin_q, Vector Columna con los retornos mínimos de las Perturbaciones medibles.
- **Función *dioph_MZMIMO***: Se hace uso de la función “diophantine” diseñada por Normey & Camacho y se ajusta al proceso multivariable entregando la matriz con los polinomios E y F :

$$1 = \tilde{A}E_j + F_jz^{-j} \quad (3.84)$$

- **Función *Matriz_G_MZMIMO***: Entrega las matrices G con los coeficientes de la planta debido a una excitación tipo escalón. Ésta es el resultado de la multiplicación de los polinomios E y B .
- **Función *Ganancias_M_K_MZMIMO***: En el caso de no tener restricciones en nuestra planta (caso ideal), esta función permite calcular analíticamente la ganancia $(G^T Q_\delta G + Q_\lambda)^{-1} G^T Q_\delta^T$ de la ecuación 3.85 que pertenece al incremento de la señal de control como resultado de la derivada parcial de la función de costo J con respecto a u .

$$\Delta u = (G^T Q_\delta G + Q_\lambda)^{-1} G^T Q_\delta^T (W - f) \quad (3.85)$$

- **Función *Matriz_Gpr_MZMIMO***: Permite calcular los polinomios de la matriz G' que son los valores pasados de la planta.
- **Función *Matriz_L_MZMIMO***: Entrega las matrices L con los coeficientes de las perturbaciones de la planta debido a una excitación tipo escalón. Ésta es el resultado de la multiplicación de los polinomios E y D .
- **Función *Matriz_Lpr_MZMIMO***: Permite calcular los polinomios de la matriz L' que son los valores pasados de las perturbaciones de la planta.
- **Función *y_proceso_MZMIMO***: Función que permite obtener las salidas de la planta (vector fila) debido a las acciones de control calculadas por el GPC en el instante t .
- **Función *y_ant_MZMIMO***: Permite formar un vector fila de los valores pasados de la planta los cuales se multiplicarán en la siguiente sentencia con la matriz F para dar como resultado un componente de la respuesta libre. La respuesta libre está formada por los siguientes componentes:

$$\text{Respuesta Libre} = F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1) + L\Delta q(k+j) + F_q \quad (3.86)$$

- **Función *r_MZMIMO***: Función que permite formar un vector fila con las referencias del proceso (SetPoints).
- **Función *inc_u_MZMIMO***: Cuando el proceso no tiene restricciones (caso ideal), esta función permite calcular los incrementos de la señal de control de la planta Δu en base a la multiplicación del valor “ k ” que entrega la función *Ganancias_M_K_MZMIMO* por $(W - f)$ que se muestra en la ecuación (3.85).
- **Función *u_MZMIMO***: Función que permite calcular las acciones futuras calculadas a partir de los incrementos de la señal de control de la planta Δu
- **Función *dup_MZMIMO***: Esta función permite calcular los valores de los incrementos pasados de las variables manipuladas y colocarlos de forma que se pueda multiplicar matricialmente con la matriz G_{pr} .
- **Función *dqp_dqf_MZMIMO***: Esta función permite calcular los incrementos del pasado y del futuro de las perturbaciones medibles considerando los retardos mínimos de la Planta y los retardos de cada una de las perturbaciones.

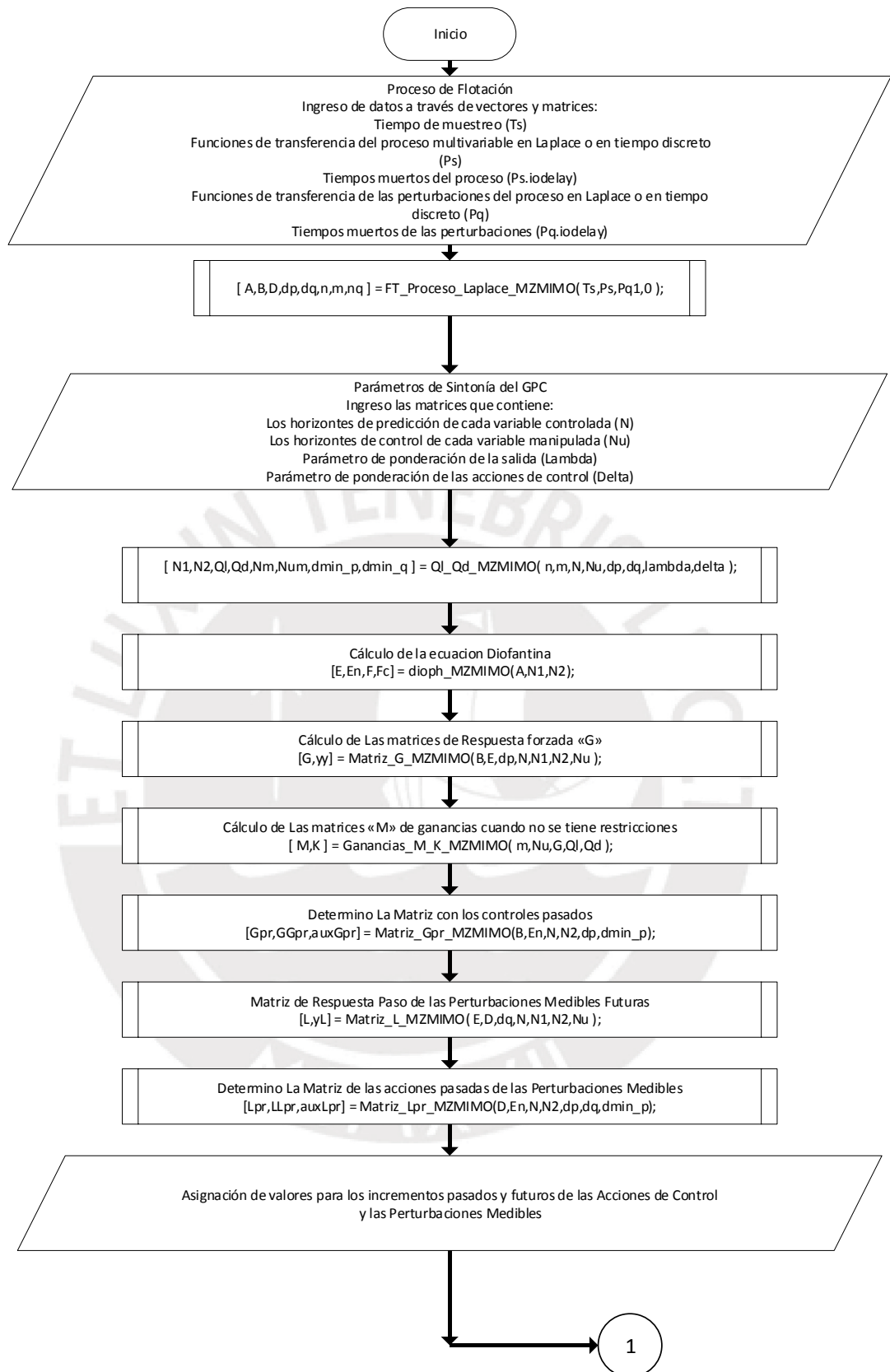


Figura 3.3 Diagrama de bloques del algoritmo de simulación del proceso de nivel de pulpa y las funciones que desarrollan el modelamiento del proceso además de la predicción y cálculo de la ley de control del Controlador GPC – Parte I

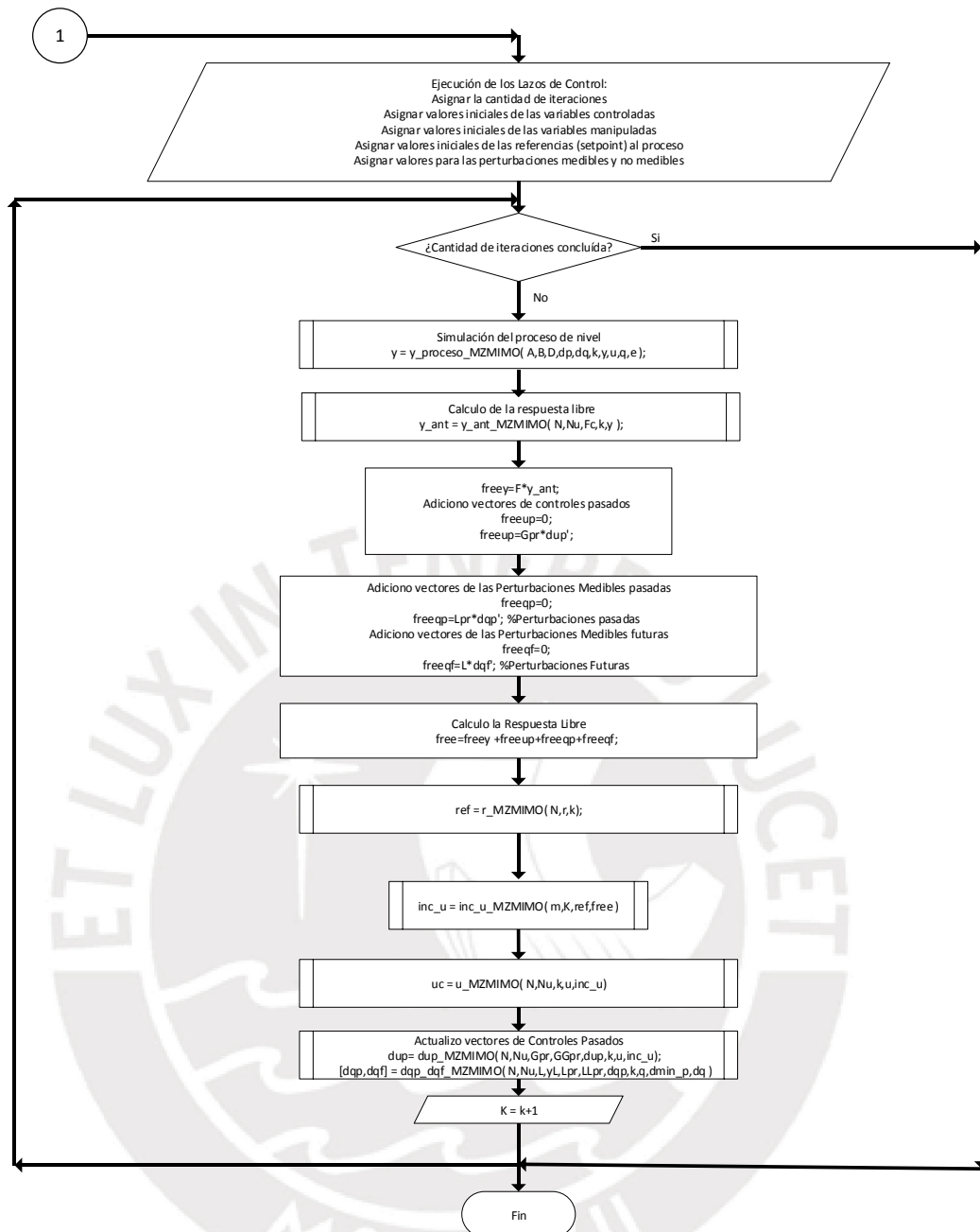


Figura 3.4 Diagrama de bloques del algoritmo de simulación del proceso de nivel de pulpa y las funciones que desarrollan el modelamiento del proceso además de la predicción y cálculo de la ley de control del Controlador GPC – Parte II

3.4. Resultados de simulación del sistema de control.

En esta sección se presentarán los resultados de la simulación utilizando los índices de desempeño, IAE (integral del error absoluto) y ISE (integral del error al cuadrado), y de forma gráfica. El índice IAE integra el valor absoluto del error, e imparcialmente pondera el peso de las desviaciones mientras que el índice ISE pondera las desviaciones más altas respecto de la referencia (Kampjarvi 2003).

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.87)$$

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (3.88)$$

De manera gráfica se muestra el comportamiento de los niveles de pulpa de cada una de las celdas de flotación frente a diversos cambios en el proceso que generalmente se dan dentro de cualquier proceso industrial incluyendo el comportamiento frente al cambio en las perturbaciones medibles. Los puntos que evaluar son:

- Parámetros de sintonía de δ y λ .
- Comparación del desempeño del controlador GPC

3.4.1. Parámetros de sintonía de δ y λ :

Como en todo sistema industrial, el proceso de sintonía de controladores PID como de controladores avanzados demanda de múltiples ensayos de prueba y error aun cuando se utilice algún método matemático de sintonía, con el propósito de conocer el desempeño de la planta y del controlador en lazo cerrado. Para el caso de los controladores MPC existen diversas propuestas de sintonización que van por investigar la relación que existe entre el MPC y el controlador H_{∞} (Rowe and Maciejowski, 2000), Han, Zhao and Qian (2006) usaron algoritmos min-max cuando se considera la incertidumbre del modelo paramétrico, Waschl, Alberer, and Del Re (2012) proponen un observador de estado que mediante una combinación de métodos adaptativos para ajuste de modelos y el ajuste de pesos de la función objetivo MPC, entre otros.

Además, existen autores que trabajan sobre rendimiento del proceso en lazo cerrado como Olesen (2012) quien divide el rendimiento del lazo de control en tres categorías principales: medidas determinísticas, medidas estocásticas y robustez. Las medidas determinísticas están asociadas con el error de seguimiento en relación con el cambio de referencia y el rechazo de perturbaciones. Las medidas estocásticas están relacionadas con la varianza en la salida del sistema y la señal de control. La robustez es una indicación cualitativa de cómo reacciona el sistema, cuando el modelo del sistema es defectuoso o incompleto.

Para ver el desempeño de nuestro controlador dentro de las pruebas desarrolladas; los parámetros de sintonía tales como el horizonte de predicción, horizonte de control, δ y λ (vectores columna), previamente se elegirán siguiendo las recomendaciones del trabajo de Shridhar y Cooper (1998) hasta los valores finales que se utilizarán en

la aplicación con la comparación del controlador PID. Las pruebas se dividirán en cuatro, considerando un ruido blanco igual a cero, variación de los parámetros λ y δ (lambda y delta), el mismo horizonte de predicción y control; todo ello comparados a partir de los valores finales de sintonía del controlador GPC. Con fines demostrativos sólo se considerará la respuesta del nivel de la primera celda de flotación.

El resumen de los valores de cada parámetro de las cuatro pruebas se aprecia en la siguiente tabla:

Tabla 3.3 Valores de λ y δ para las diferentes pruebas de desempeño del controlador GPC en lazo cerrado para la primera celda de flotación

Prueba	$\lambda = 0.1$			$\delta = 0.01$		
	δ_1	δ_{GPC}	δ_2	λ_1	λ_{GPC}	λ_2
Nivel_L1	0.003	0.01	0.07	0.03	0.1	0.7

Las pruebas son las siguientes:

- $\delta = 0.03$ y $\lambda = 0.1$
- $\delta = 0.7$ y $\lambda = 0.1$
- $\lambda = 0.03$ y $\delta = 0.01$
- $\lambda = 0.7$ y $\delta = 0.01$

Durante las pruebas de sintonía se consideran las condiciones de proceso que suceden en la planta concentradora en estudio, las cuales detallamos a continuación

- Interacciones que existen entre celdas debido a la unión que hay entre ellas ya sean aguas arriba como aguas abajo.
- Cambios de referencia de nivel casi al mismo tiempo: Cuando en el proceso el Operador de las celdas de flotación establece, ya sea por medios visuales u otros, que el nivel no es el adecuado por el tipo de burbuja, éste procede a cambiar repentinamente todos los niveles de las celdas generando perturbaciones en todas las celdas debido a las interacciones que hay en cada una de ellas.
- Cambio en los flujos de descarga de las bombas hacia flotación además de la apertura y cierre de ciclones: Cuando aumenta o se reduce la alimentación fresca en el proceso de molienda, se hace necesario abrir o cerrar ciclones con el propósito de mantener estable el proceso.

En color rojo se presenta la respuesta del nivel de la primera celda de acuerdo con los parámetros de sintonía finales ($\lambda = 0.1$ y $\delta = 0.01$), en color azul los parámetros con mayor valor mientras que en color negro aquellos con el valor más bajo y en color morado se aprecia el ingreso de la perturbación medible.

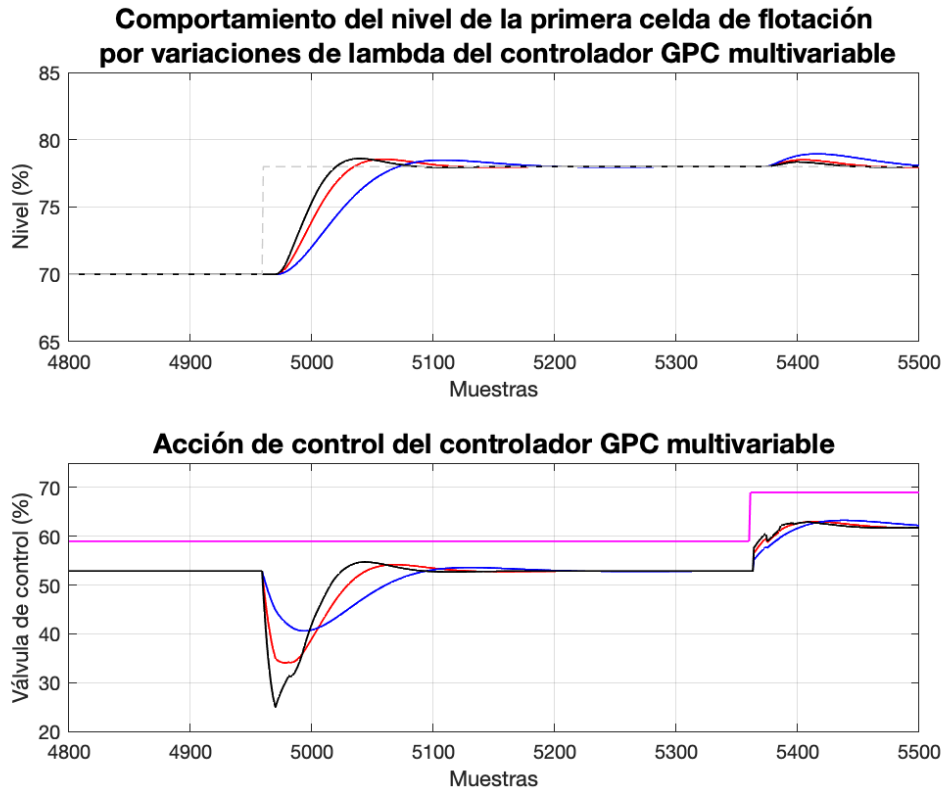


Figura 3.5 Comportamiento del nivel de pulpa frente a variaciones en el parámetro lambda del controlador GPC.

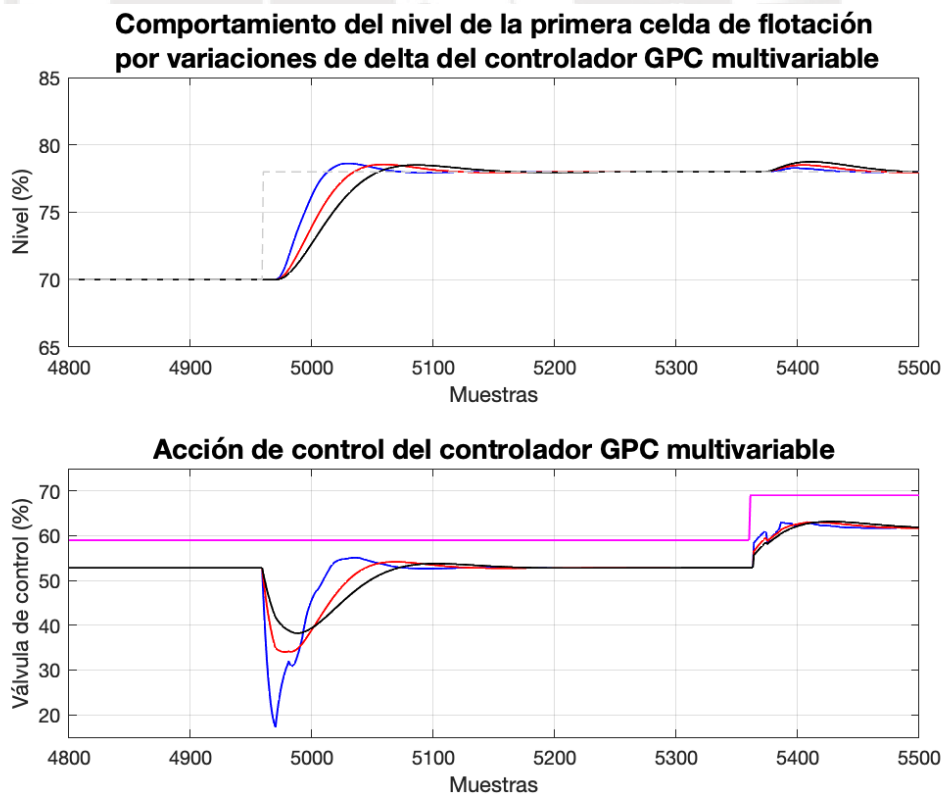


Figura 3.6 Comportamiento del nivel de pulpa frente a variaciones en el parámetro delta del controlador GPC.

De las pruebas realizadas se tienen las siguientes conclusiones:

- Si el valor de lambda aumenta, el sistema le toma mucho más tiempo en alcanzar la referencia debido a un menor esfuerzo de control y viceversa. Ver figura 3.5
- Si el valor de delta aumenta, el sistema es mucho más rápido en alcanzar la referencia debido a un mayor esfuerzo de control y viceversa. Ver figura 3.6.

Finalmente, los valores calculados para el presente estudio se aprecian en la tabla 3.4.

Desde las figuras 3.7 hasta la 3.14 se aprecia el comportamiento de los niveles de cada una de las celdas en respuesta a los diferentes escenarios detallados anteriormente.

En la figura 3.7 está la respuesta de todo el banco de celdas mientras que en las restantes se aprecia el comportamiento de cada una de las celdas en particular; En color rojo se describe la variable controlada o nivel, en color azul la variable manipulada o posición final de la válvula de control, en color morado (magenta) la acción de la perturbación medible mientras que en líneas segmentadas y de color negro se describe la referencia de nivel de cada una de las celdas de flotación.

Tabla 3.4 Valores finales de δ y λ del controlador GPC en lazo cerrado para las celdas de flotación

	λ_{GPC}	δ_{GPC}
Nivel_L1	0.1	0.01
Nivel_L2	0.03	0.004
Nivel_L3	0.66	0.005
Nivel_L4	4	0.006
Nivel_L5	1.2	0.015
Nivel_L6	0.3	0.0018
Nivel_L7	1.1	0.003

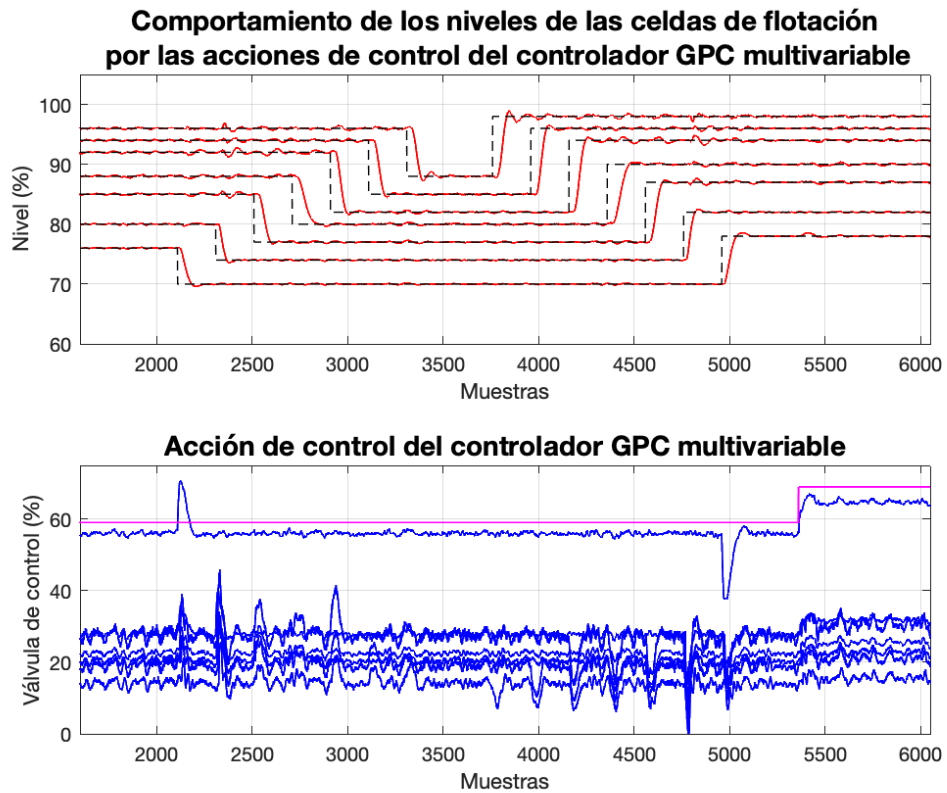


Figura 3.7 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

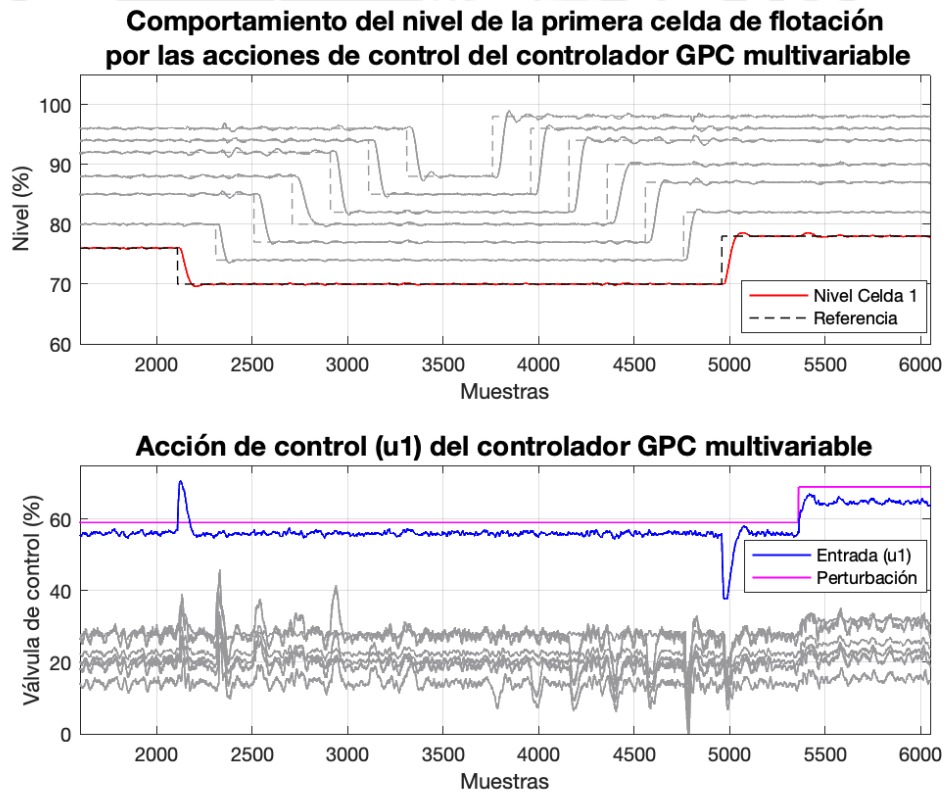


Figura 3.8 Comportamiento del nivel de la primera celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

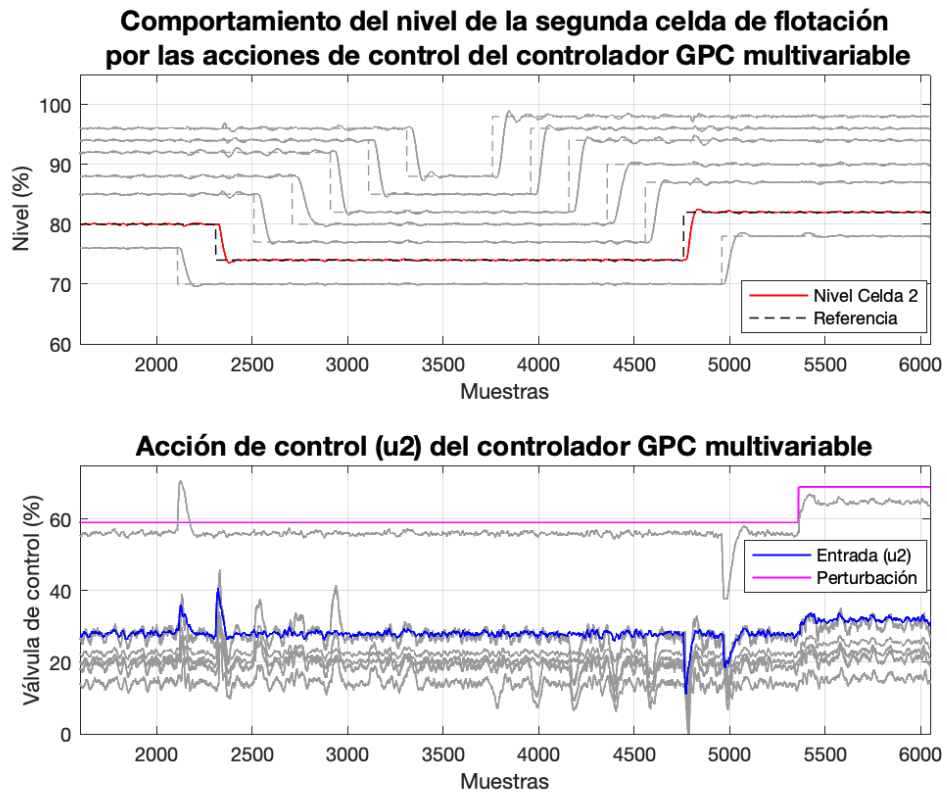


Figura 3.9 Comportamiento del nivel de la segunda celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

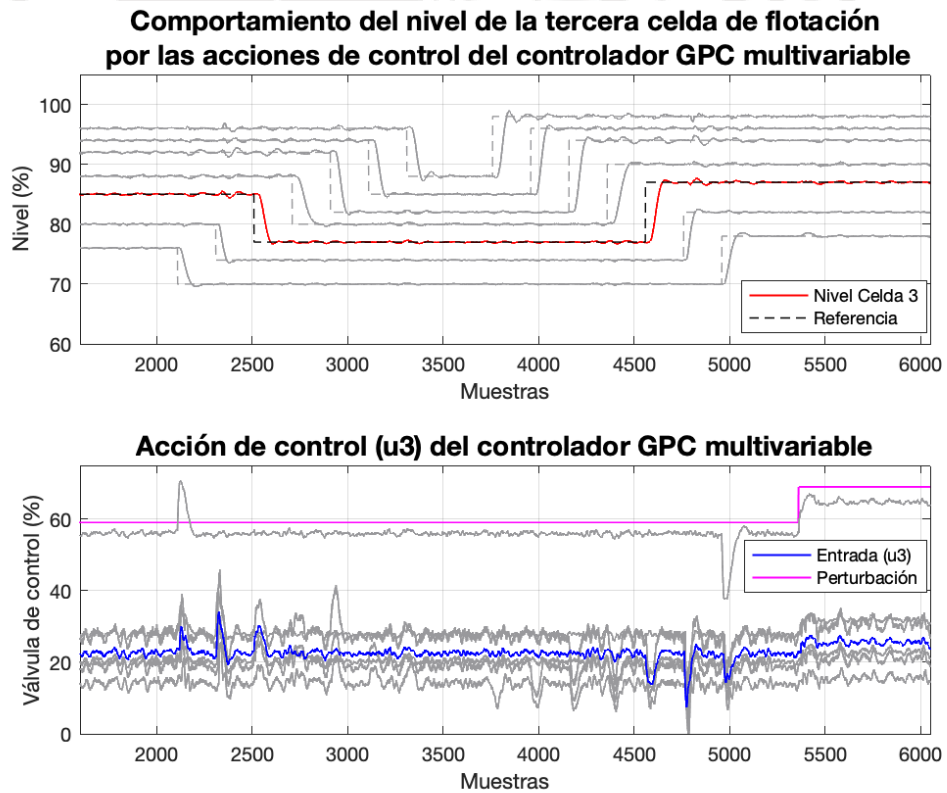


Figura 3.10 Comportamiento del nivel de la tercera celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

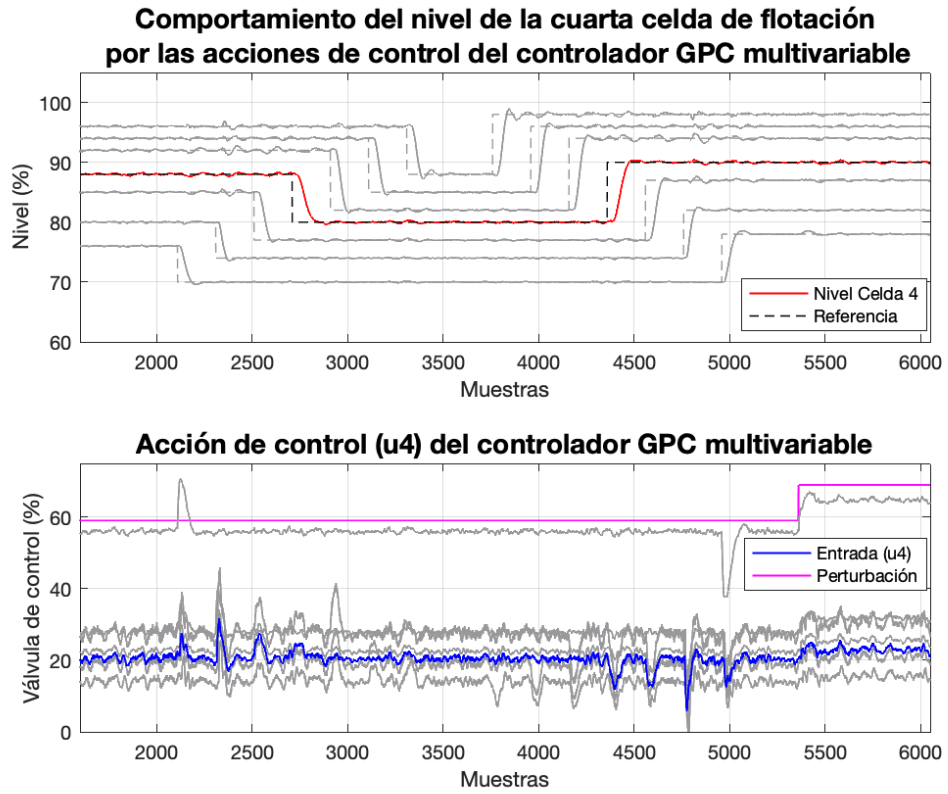


Figura 3.11 Comportamiento del nivel de la cuarta celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

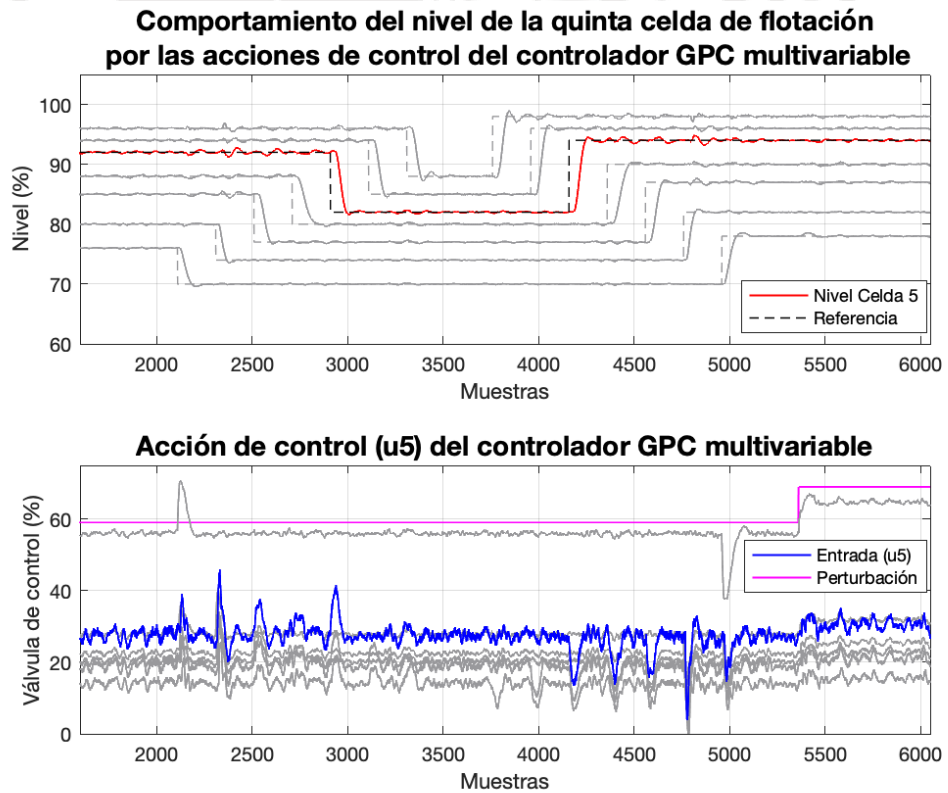


Figura 3.12 Comportamiento del nivel de la quinta celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

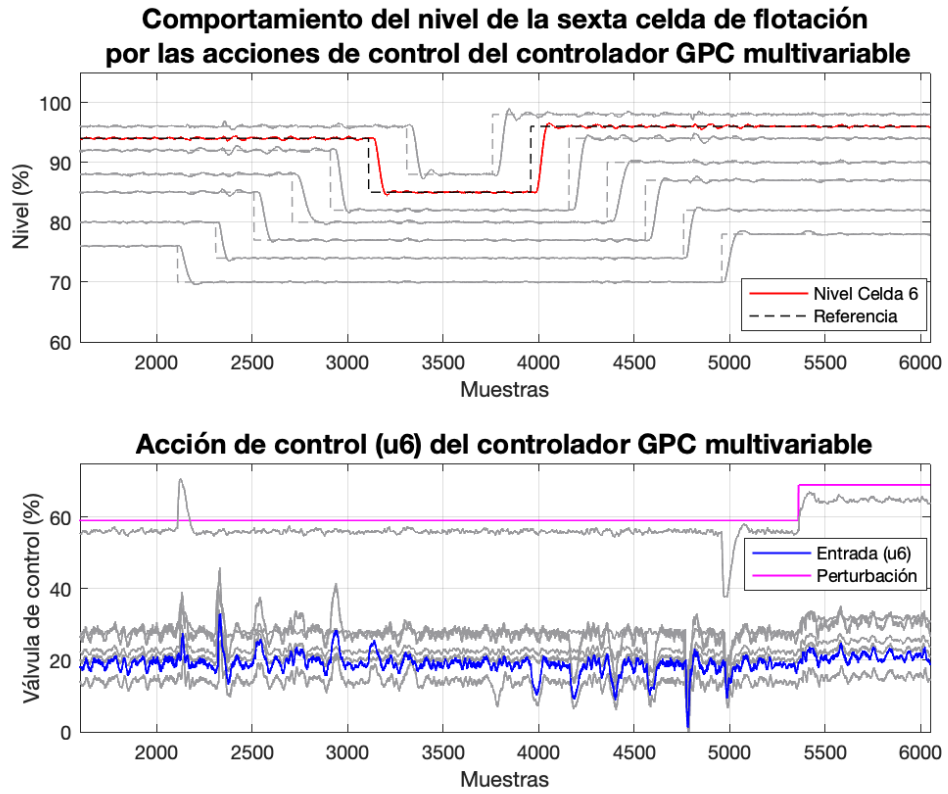


Figura 3.13 Comportamiento del nivel de la sexta celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

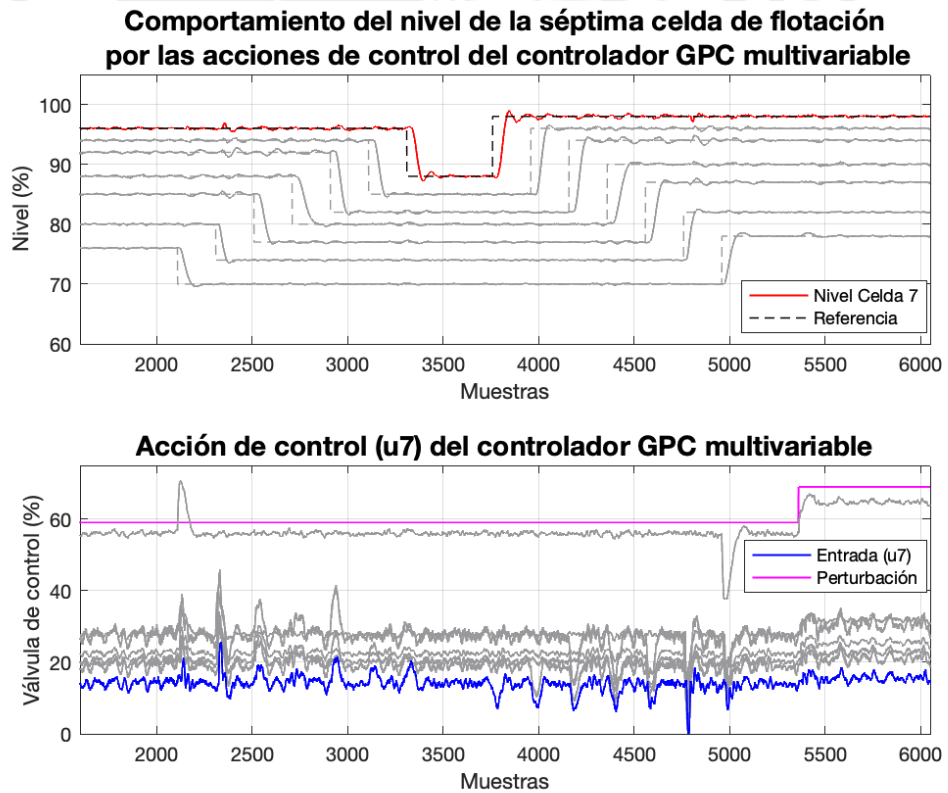


Figura 3.14 Comportamiento del nivel de la séptima celda de flotación con los parámetros de sintonía de la tabla 3.4

3.4.2. Comparación del desempeño del controlador GPC

Actualmente las celdas de flotación en estudio están controladas bajo controladores PID + Feedforward que tienen un desempeño aceptable tanto para los cambios de referencia como en el manejo de las perturbaciones. Controlar eficientemente los niveles de las celdas de flotación es el objetivo del diseño del controlador GPC multivariable pues se busca:

- Manejar diversos valores de referencia, inclusive valores cercanos al 99% de nivel.
- Evitar reboses de gangas dentro del concentrado.
- Evitar que el material rico en mineral valioso se vaya por el relave
- Estabilizar eficientemente los niveles de las celdas frente a los cambios de referencia.
- Manejar eficientemente las perturbaciones medibles como no medibles del sistema
- Mejorar la recuperación del mineral valioso manteniendo los niveles de las celdas de flotación sin oscilaciones.

Realizar la comparación entre ambos controladores es el punto de partida que permitirá conocer cuánto se puede ganar o mejorar con la utilización de nuevas tecnologías en el manejo de los niveles de las celdas de flotación.

Respecto al controlador PID, existen diversas metodologías para realizar el proceso de sintonía; uno de ellos es la sintonía lambda que está relacionado como un caso especial de asignación de polos que se utiliza con frecuencia en la industria de procesos donde el proceso se modela por el modelo FOTD (primer orden más retardo de tiempo).

$$P(s) = \frac{K_p}{1 + sT} e^{-sL} \quad (3.89)$$

Si se utiliza un controlador PI con la función de transferencia:

$$C(s) = K \frac{1 + sT_i}{sT_i} \quad (3.90)$$

Se da la siguiente sencilla regla de sintonía

$$K = \frac{1}{K_p} \frac{T}{L + T_{cl}} \quad (3.91)$$

$$T_i = T \quad (3.92)$$

La constante de tiempo T_{cl} es el parámetro de diseño. En el trabajo original de Dahlin fue denotado por $T_{cl} = \lambda$, lo que explica el nombre de sintonía lambda. La elección de T_{cl} es crítica; una regla heurística muy común es escoger $T_{cl} = 3T$ para un controlador robusto y $T_{cl} = T$ para una sintonía agresiva cuando los parámetros de proceso están bien determinados (Astrom 2009).

Con el propósito de realizar la comparación entre controladores se diseñó el algoritmo de control que permite simular un proceso industrial utilizando un controlador PID, el algoritmo del controlador se diseñó bajo el esquema del fabricante del sistema de control en la plataforma de Matlab. Las funciones programadas son (el código de las funciones se aprecia en el anexo A.7):

- **Función *FT_Proceso_Laplace_MZSISO***: Permite discretizar las funciones de transferencia del proceso como de las perturbaciones medibles formando una matriz de funciones de transferencia, entregando como resultado las matrices A, B, C y D del proceso discretizado y las matrices que contienen los retardos de tiempo dp y dq .
- **Función *y_proceso_MZSISO***: Permite simular el proceso en estudio.
- **Función *PID_ErrorP_MZSISO***: Calcula el error entre la referencia y la variable de proceso.
- **Función *PID_UcontrolP_MZSISO***: Controlador PID, calcula los incrementos de control.
- **Función *PID_Bias_MZSISO***: Cálculo aditivo de las perturbaciones medibles sobre las acciones de control calculadas.

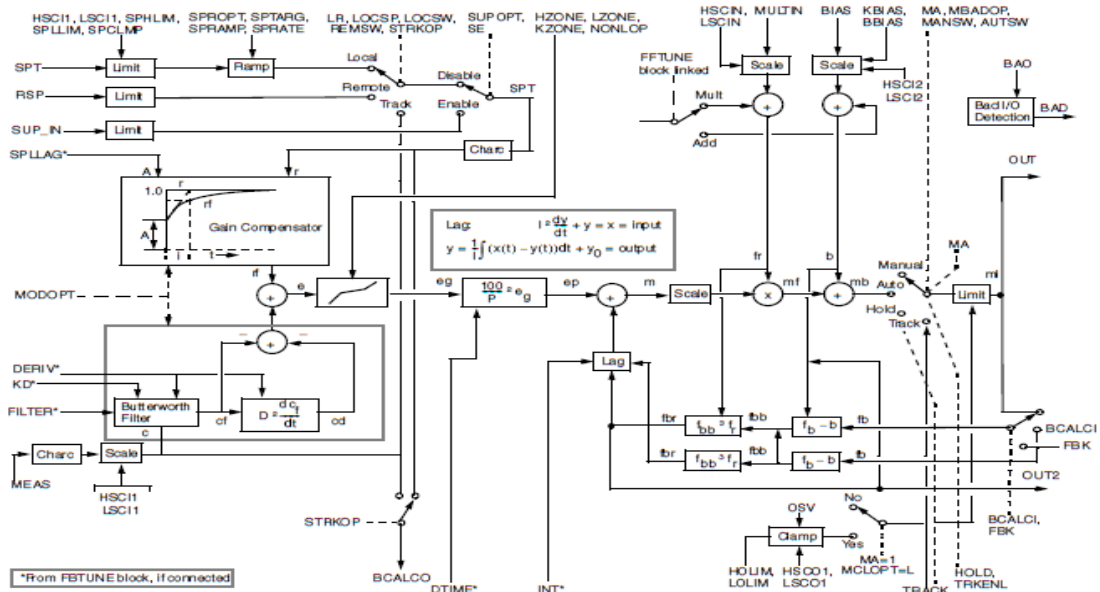


Figura 3.15 Diagrama funcional del controlador PID del fabricante Foxboro (Foxboro Evo, 2013)

Los parámetros de sintonía son:

Tabla 3.5 Parámetros de sintonía de los controladores PID

	$PBAND$	$T_I [min]$	$Bias$
Nivel_L1	131	1.17	0.961
Nivel_L2	140	1.4	0.489
Nivel_L3	263	2.98	0.803
Nivel_L4	358	3.4	0.91
Nivel_L5	284	2.33	1.35
Nivel_L6	388	1.74	0.8
Nivel_L7	463	2.88	0.744

A fin de establecer los parámetros comparativos de los controladores para cada una de las celdas se considerarán el sobreimpulso (M_p) y el tiempo de establecimiento (T_{ss}) como parámetros de diseño, detallados en la tabla 3.6, y como resultado, se evaluarán los índices de desempeño IAE e ISE frente a:

- Cambios en la referencia
- Ingreso y variación de perturbaciones medibles
- Ingreso y variación de +5% en las perturbaciones no medibles

Tabla 3.6 Parámetros de diseño de los controladores

	M_p [%]	T_{ss} [seg]
Nivel_L1	1	210
Nivel_L2	1	210
Nivel_L3	1	210
Nivel_L4	1	210
Nivel_L5	1	210
Nivel_L6	1	210
Nivel_L7	1	210

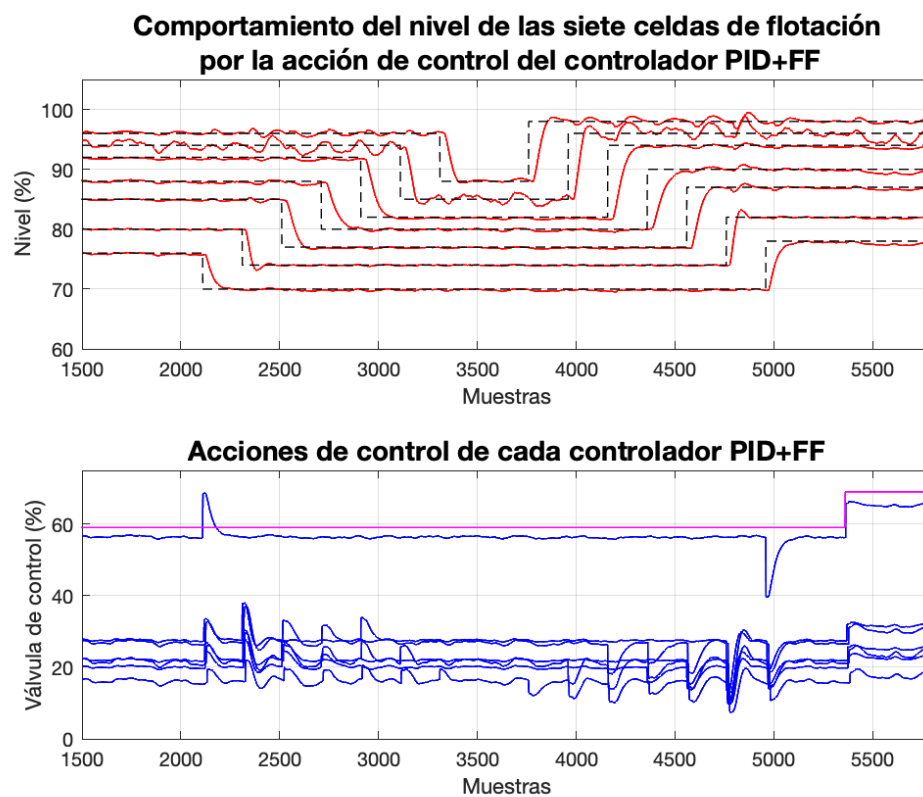


Figura 3.16 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador PID más feedforward con un valor de 10% de ruido blanco

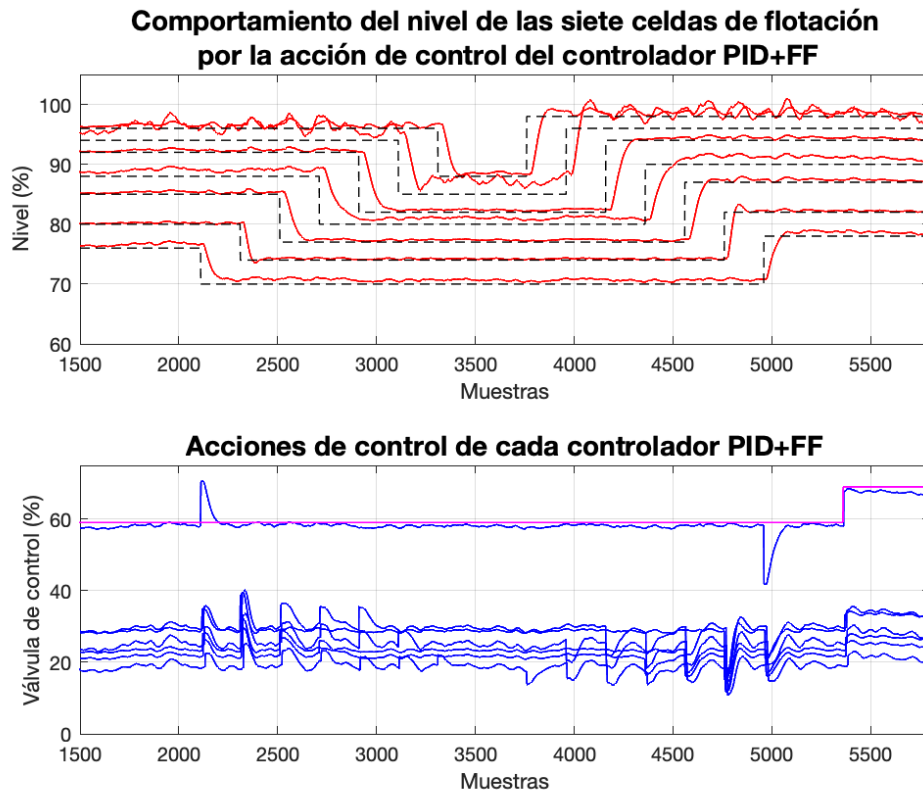


Figura 3.17 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador PID más feedforward con un valor de 15% de ruido blanco

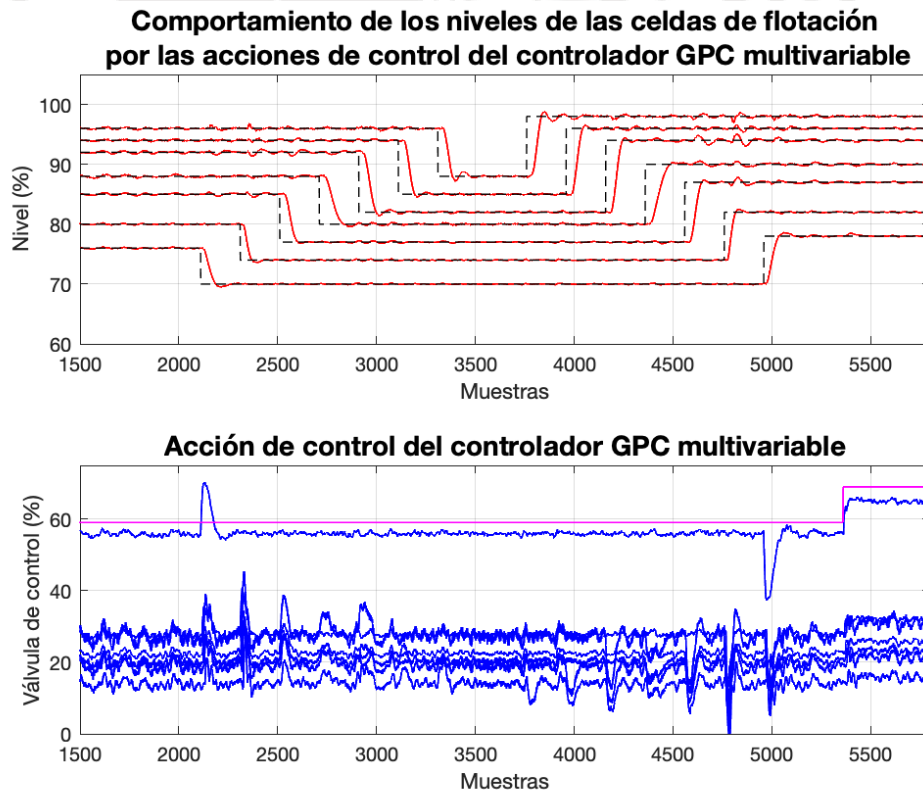


Figura 3.18 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador GPC multivariable con un valor de 10% de ruido blanco.

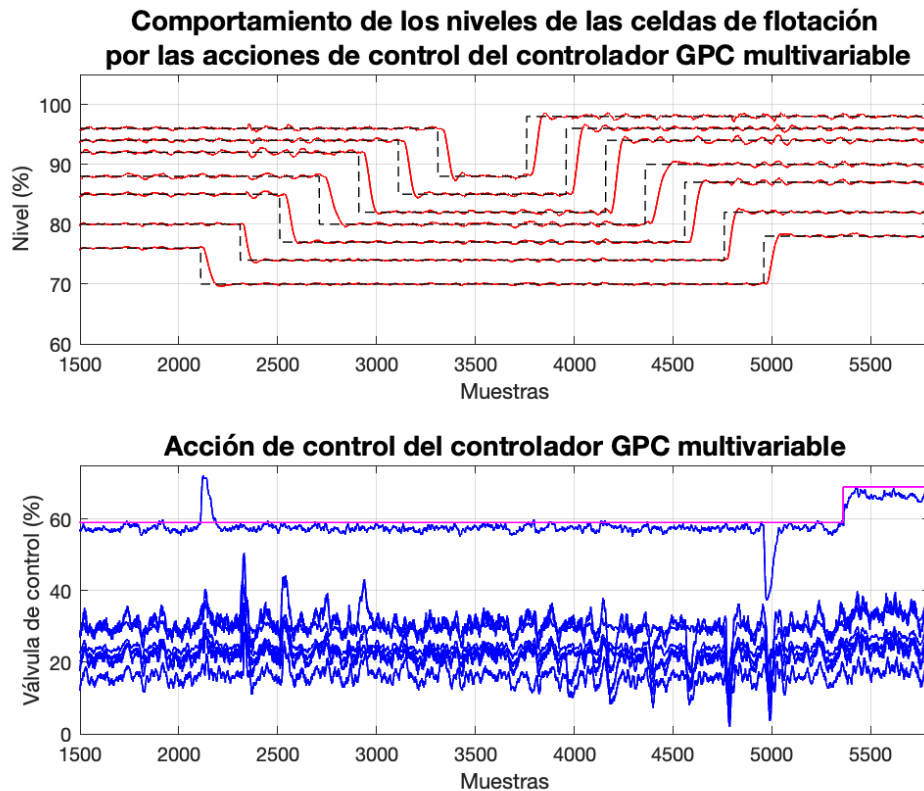


Figura 3.19 Comportamiento del nivel de cada una de las celdas de flotación utilizando el controlador GPC multivariable con un valor de 15% de ruido blanco.

En la tabla 3.7 se aprecian los valores de sobreimpulso y de tiempo de establecimiento de cada controlador. En particular ambos controladores cumplen con el mantener el sobreimpulso por debajo del 1% pero en el caso del controlador PID, el tiempo de establecimiento en los niveles de las celdas 01, 03, 04 y 05 no cumplen con mantener un tiempo de 210 segundos.

En las tablas 3.8 y 3.9 se muestran los dos parámetros de desempeño para cada controlador y el valor en porcentaje (%) del valor de mejora del GPC sobre el PID; en la tabla 3.8 se demuestra que el controlador GPC multivariable presenta una ligera ventaja frente al controlador PID, pero a medida que se presentan cambios en el modelo representados en la perturbación no medible como, por ejemplo:

- Cambios físicos en la válvula de control
- Falta de calibración de la válvula de control
- Falta de calibración del sensor de nivel
- Cambios en la mineralogía

De las pruebas realizadas, el controlador GPC adquiere mayor relevancia y es muy superior al controlador PID ya que mantiene estrictamente los parámetros de diseño para los cuales fue diseñado tal como se aprecia en la tabla 3.9

Tabla 3.7 Valores de sobreimpulso (M_p) y tiempo de establecimiento T_{ss}) con una variación de 10% en el ruido blanco

Prueba	$\%M_p$		$T_{ss}(seg.)$	
	$PID(\%)$	$GPC(\%)$	$PID(seg.)$	$GPC(seg.)$
Nivel_L1	0.35	0.75	229	143
Nivel_L2	0.79	0.67	164	112
Nivel_L3	0.36	0.49	335	183
Nivel_L4	0.12	0.40	222	203
Nivel_L5	0.46	0.36	290	199
Nivel_L6	0.82	0.62	189	174
Nivel_L7	0.28	0.54	203	186

Tabla 3.8 Parámetros comparativos entre los controladores PID y GPC con una variación de 10% en el ruido blanco

Prueba	IAE			ISE		
	PID	GPC	$\%$	PID	GPC	$\%$
Nivel_L1	1423	866	39.14	3733	3310	11.33
Nivel_L2	807	751	6.94	3045	2909	4.47
Nivel_L3	1741	1440	17.29	8089	7849	2.97
Nivel_L4	2082	1764	15.27	9249	9579	2.83
Nivel_L5	2469	1886	23.61	13174	11748	10.82
Nivel_L6	3294	1579	52.06	10791	9779	9.38
Nivel_L7	2100	1524	27.43	7866	7431	5.53

Tabla 3.9 Parámetros comparativos entre los controladores PID y GPC con una variación de 15% en el ruido blanco

Prueba	IAE			ISE		
	PID	GPC	$\%$	PID	GPC	$\%$
Nivel_L1	3355	944	71.86	5442	3386	37.78
Nivel_L2	1459	823	43.59	3244	2875	11.37
Nivel_L3	2603	1543	40.72	8515	7618	10.53
Nivel_L4	5393	1879	65.16	14139	9407	33.47
Nivel_L5	2996	1950	34.91	13547	11677	13.80
Nivel_L6	10755	1692	84.27	37495	10007	73.31
Nivel_L7	3465	1605	53.68	9214	7249	21.33

3.5. Análisis del controlador GPC diseñado.

- Se consideró los horizontes de predicción y los horizontes de control idénticos para todas las celdas ya que físicamente son similares.
- A medida que aumentamos el valor de λ las acciones de control se vuelven “más conservadoras” debido a que se castiga fuertemente las acciones de control mientras que al reducirlo estas acciones se vuelven más fuertes permitiendo rechazar las perturbaciones y desacoplando las interacciones entre celdas eficientemente y se consiga llegar o mantener la referencia deseada.
- A medida que aumentamos el valor de δ se prioriza el esfuerzo de control en seguir a las referencias futuras por lo tanto las acciones de control se vuelven “más agresivas” permitiendo rechazar las perturbaciones y desacoplando las interacciones entre celdas.
- El mundo industrial está caracterizado por el uso extensivo de controladores PID, este es el punto de partida para realizar un análisis comparativo con las nuevas tecnologías tal es el caso del controlador GPC multivariable. Del análisis desarrollado se desprende que ambos controladores sintonizados bajo los mismos parámetros de diseño tienen resultados ligeramente cercanos dándole una leve ventaja al controlador GPC multivariable, pero a medida que se presentan cambios en el modelo, el controlador GPC multivariable tiene la capacidad de mantener los criterios de diseño siendo más robusto demostrando que proporciona una respuesta libre de offset que el controlador PID no lo puede hacer bajo los mismos parámetros de sintonía.
- El grado de interacción es muy alto para las celdas de flotación debido a que existe una conexión física entre cada una de ellas, es decir, la apertura de la válvula de la celda aguas arriba afecta el nivel de la siguiente pues la alimenta de pulpa de mineral, pero al diseñar un controlador GPC multivariable permite desacoplarla correctamente tal como se comprobó en las gráficas anteriores pues en el momento que aparece una perturbación, ya sea la perturbación medible o no medible, o se desee cambiar la referencia de nivel de cualesquiera de las celdas, las acciones de control actúan en el instante adecuado permitiendo compensar y desacoplar adecuadamente.
- Un proceso de nivel, como las celdas de flotación, es un proceso integrativo y se considera como un sistema no estable ya que a una determinada posición de las válvulas no siempre se tendrá la misma salida tal como se ve en un sistema lineal de primer orden. Diseñar un GPC multivariable ha permitido poder controlar

eficientemente los niveles de las celdas, aumentar la estabilidad, rechazar las perturbaciones y principalmente tratar con las interacciones que existen en cada una de las celdas tal como se ha comprobado en las pruebas realizadas en la parte superior.

- En el diseño de un controlador GPC multivariable se necesitan crear las matrices de la respuesta forzada, de la respuesta libre de las acciones de control como de las perturbaciones además de los diversos cálculos para las acciones de control. Todas estas matrices y sus respectivas operaciones demandan una gran cantidad de recursos tanto de hardware como de software por lo tanto para el proceso de nivel de celdas se crearon las funciones de programa que permitieron hacer “ligero” el procesamiento de datos comprobando de esta manera que en su implementación en una planta industrial es requisito fundamental hacer uso de una computadora industrial.
- Tener un conocimiento “apriori” del proceso de flotación, u otro proceso, ayuda mucho a encontrar cuales serían los valores de los horizontes de predicción como de control. En los algoritmos MPC se busca con el modelo conocer cuál sería su tiempo de establecimiento y establecerlo como su horizonte de predicción pero al tener un proceso de nivel de pulpa o integrativo se hace difícil encontrarlo por ello se decidió diseñar un controlador GPC multivariable ya que por sus características, detalladas anteriormente, puede trabajar tanto con procesos estables como procesos no estables y mediante las pruebas desarrolladas se comprueba que de acuerdo a su desempeño puede controlar eficientemente un proceso integrativo y en especial el proceso de nivel de pulpa de un banco de celdas de flotación de cobre.

CAPÍTULO 4 PROPUESTA DE IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR AVANZADO GPC EN UN AMBIENTE INDUSTRIAL

4.1. Introducción.

En este último capítulo se presentarán las especificaciones técnicas de los equipos, diagramas, esquemas y buenas prácticas que se necesitan para llevar a cabo la implementación del controlador predictivo generalizado multivariable para controlar los niveles de pulpa de un banco de celdas de flotación de cobre en un ambiente industrial y en especial su conexión con el sistema de control distribuido.

4.2. Propuesta de implementación – Ingeniería Básica.

Como se mencionó anteriormente, el deseo de poner en práctica el desarrollo del controlador predictivo generalizado basado en un modelo matemático sería el último paso posterior al desarrollo de esta tesis por lo tanto se propone que la implementación se pueda dar de la siguiente forma.

En el campo industrial, en particular en el ambiente minero donde se tomaron los datos, se tiene ya sea un sistema de control que puede ser un controlador lógico programable o un sistema de control distribuido donde se tiene plasmada toda la lógica de control que permite que todos los equipos electro – mecánicos como motores, bombas, molinos SAG, molinos de Bolas, fajas, celdas, etc. funcionan bajo una secuencia lógica de arranque, parada y operación normal además que operan bajo ciertos criterios de seguridad basados en sus permisos y enclavamientos de proceso y considerando que en condiciones normales de operación sigan los requerimientos operativos de trabajar basados en una referencia a fin de procesar la mayor cantidad de mineral consumiendo un mínimo de energía.

En la actualidad casi la totalidad de los sistemas de control se comunican en un ambiente industrial en una red de área local basados en el estándar Ethernet y utilizando el estándar de comunicación en el campo de control de procesos y supervisión de procesos industriales denominado OPC (OLE for Process Control). Dentro de la red de área local existen una serie de configuraciones que permiten dividir o segmentar la red Ethernet de acuerdo con su utilización, es decir, para la red administrativa, operación del proceso, para el control del proceso, etc. de tal forma que se pueda convivir con toda la información disponible y reducir los tiempos de operación en el desarrollo de las actividades habituales de operación.

En el segmento de la red Ethernet considerada para la etapa de control del proceso se propone enlazar un servidor de tipo OPC y en la red de información de procesos

instalar un servidor que tendrá el software Matlab quien ejecutará las siguientes tareas

- Dentro de la aplicación Matlab se ejecutará las tareas que se describirán en el apartado 4.3.4 que engloban la recepción y validación de datos, diagnóstico de la comunicación, ejecución del controlador GPC y envío de las acciones de control hacia el sistema de control.
- Se instalará la aplicación OPC Toolbox™ que proporciona acceso a datos OPC en tiempo real e históricos directamente desde MATLAB® y Simulink® ya que puede leer, escribir y registrar datos OPC desde dispositivos, como sistemas de control distribuido.

La aplicación de Matlab se comunicará vía OPC con el sistema de control distribuido recibiendo los valores de proceso de nivel, posiciones de válvula y ejecutará las acciones de control; el sistema de control distribuido recibirá las acciones de control para cada una de las válvulas de tal forma que se controle los niveles de cada una de las celdas de flotación. Dentro de las tareas asignadas para el sistema de control distribuido, tenemos:

- Se recogerán datos del proceso de flotación a través de un cliente OPC
- En la lógica de control se tendrá un algoritmo que analizará cada segundo la comunicación entre el Servidor de Matlab y el DCS.
- Selección y ejecución de las acciones de control provenientes del controlador GPC.

4.3. Propuesta de implementación – Ingeniería de detalle.

Con el propósito de detallar la implementación del GPC multivariable en un ambiente industrial se procederá a especificar cada uno de los componentes que integran el sistema en su conjunto. Se mostrará un resumen con sus componentes actuales y sus respectivos subsistemas, además los equipos o software adicionales que se necesitan instalar y configurar, y finalmente los diagramas de bloques de los algoritmos de control. Los componentes son los siguientes:

- Sistema de automatización de Procesos
- Sistema de control avanzado – GPC
- Arquitectura de la integración entre el sistema de automatización de Procesos y el Sistema de control avanzado - GPC
- Algoritmo de diagnóstico, monitoreo y control

4.3.1. Sistema de automatización de Procesos

El Sistema de Automatización de Procesos (PAS, en sus siglas en inglés) está compuesto por estaciones de trabajo de ingeniería y operación basadas en computadores (EWS / OWS) con Unidades de Controlador Distribuido (DCU, en sus siglas en inglés) multifunción ubicados en varias salas eléctricas de la planta. Todos los controladores DCU están provistos de entradas y salidas condicionadas por señal (E/S) interconectadas con dispositivos de campo inteligentes, lo que permite que el sistema PAS realice controles regulatorios y secuenciales en tiempo real y monitoreo de dispositivos. La instrumentación es de tipo inteligente que permite el acceso remoto del operador a los datos del dispositivo, el monitoreo y el control de las instalaciones de la planta además proporciona diagnósticos del dispositivo en tiempo real cuando sea necesario.

El sistema PAS tiene un alto grado de confiabilidad mediante el uso de hardware y software de sistemas de control probados en ambientes industriales, así como la incorporación de redundancia en aquellas áreas del equipo que lo requieran, como:

- Red de Control de Procesos (PCN).
- Las estaciones de trabajo cuentan con un mínimo de dos tarjetas de interfaz Ethernet TCP / IP para la comunicación de red.
- Procesadores de unidad de controlador distribuido (DCU) y sus fuentes de alimentación.

La redundancia de PAS está diseñada de manera tal que la falla de un componente no causará la falla de otros componentes o de todo el sistema PAS y o PCN.

Las comunicaciones PAS entre todos los controladores DCU y las estaciones de trabajo del operador se realizan a través de una Red de control de procesos (PCN, en sus siglas en inglés) redundante que ejecuta el intercambio de datos a alta velocidad a través de una red de fibra óptica estándar industrial.

La red de control de procesos, consiste en un protocolo de comunicación TCP / IP Ethernet IEEE 802.3 (10/100 Mbps) y es una red de control redundante de dos sistemas separados y una topología de anillo principal y una red de secundaria redundante que usa switches de red industrial convencionales con cada switch que se ubicará en varias salas eléctricas.

La comunicación entre la red PCN y la red de información de procesos (PIN, en sus siglas en inglés) es redundante utilizando fibra óptica y Ethernet TCP / IP.

Los procesadores de unidad del controlador distribuido o controladores de proceso desarrollan las tareas de control regulatorio, secuencias lógicas, adquisición de datos, detección y notificación de alarmas además de estar configurados bajo la

característica de “tolerante a fallas” (fault tolerance, en sus siglas en inglés) entre sus controladores lo que permite mantener una alta disponibilidad en la operación.

Finalmente, en el nivel base del triángulo de la automatización se tiene la instrumentación de campo que tiene por responsabilidad llevar las variables físicas del proceso hacia los controladores de proceso. La instrumentación de campo o dispositivos de campo inteligentes se caracterizan por manejar el protocolo de comunicación Foundation Fieldbus, protocolo de comunicación digital que permite enviar mayor cantidad de información por el par de cables, ser bidireccional, reducir el cableado y mejorar el diagnóstico y solución de fallas.

En la siguiente tabla se describen las características del controlador de procesos y de la instrumentación asociada a la aplicación:

Tabla 4.1 Descripción técnica del controlador y de los sensores de las celdas de flotación

Equipo	Descripción
DCU (Fault Tolerance)	RH924YA FCP280 Control Processor
Sensor de nivel tipo radar	VEGAPULS 69 PS69.IXCSDAFXANKRX
Válvula de control	SIPART PS2 6235-0NG02-0AA1-RIA

4.3.2. Sistema de control avanzado – GPC

La compleja mineralogía y dinámica del proceso de flotación en minería sumado a la gran cantidad de interacciones que hay entre las diferentes variables de proceso proporcionan una muy buena oportunidad de la utilización de algoritmos avanzados de control de procesos con el propósito de maximizar la producción, reducir el consumo de energía, mejorar la estabilidad del proceso y reducir los costos de mantenimiento para los diferentes equipos que participan en el proceso productivo.

El sistema de control avanzado diseñado para su aplicación en celdas de flotación del presente estudio cumple con los desafíos antes mencionados pues cuenta con la base experimental tanto en la operación como en el control de las celdas de flotación además del conocimiento de algoritmos avanzados pues se desarrolló en base a controladores predictivos basados en modelos matemáticos.

El algoritmo desarrollado tiene la capacidad de manejar múltiples variables, ya sean de entrada como de salida, compensar las variaciones o cambios en las perturbaciones medibles, manejar grandes retardos de tiempo y calcular las acciones de control más eficientes a fin de mantener el sistema estable y libre de oscilaciones producto de los cambios en las referencias de proceso.

Para cumplir con las más altas exigencias descritas anteriormente el algoritmo de control debe de ejecutarse en un ambiente electrónico adecuado (hardware y software) que pueda manejar la gran cantidad de cálculos matemáticos, manejo de operaciones con matrices, comunicación con otros sistemas, etc, por lo tanto, se establece los siguientes requerimientos técnicos a nivel de hardware y software:

Tabla 4.2 Resumen de los componentes de hardware y software necesarios para la aplicación

Hardware	Servidor OPC	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo: HP Proliant DL380 Gen9 • Procesador: Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2640 v3 @ 2.6GHz 2597MHz, 8 core(s), 16 logical processors (2 procesadores) • Memoria: 32.0 GB DDR4 • Controlador de almacenamiento Smart Array P440ar/FBWC de 2 GB Controlador de red Broadcom 4x1Gbe • Versión de Bios: HP P89. Sistema operativo de 64-bit
	Servidor Matlab	<ul style="list-style-type: none"> • Modelo: HP Proliant DL380 Gen9 • Procesador: Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2640 v3 @ 2.6GHz 2597MHz, 8 core(s), 16 logical processors (2 procesadores) • Memoria: 32.0 GB DDR4 • Controlador de almacenamiento Smart Array P440ar/FBWC de 2 GB Controlador de red Broadcom 4x1Gbe • Versión de Bios: HP P89. Sistema operativo de 64-bit
Software – Servidor OPC	Windows Microsoft Office	<ul style="list-style-type: none"> • Windows Server 2012R2 Standard • Microsoft Word • Microsoft Excel • Microsoft Power Point
	Foxboro Evo	<ul style="list-style-type: none"> • Arquestra Ide • AIM OPC • Matrikon OPC Explorer
Software – Servidor Matlab	Windows Microsoft Office	<ul style="list-style-type: none"> • Windows Server 2012R2 Standard • Microsoft Word • Microsoft Excel • Microsoft Power Point

	Matrikon	<ul style="list-style-type: none"> • Matrikon OPC Explorer • Matrikon OPC Simulation server • Matrikon OPC analyzer • Matrikon OPC sniffer
	Matlab	<ul style="list-style-type: none"> • Matlab R2020a • Control System Toolbox • Signal Processing Toolbox • Control System Toolbox • System Identification Toolbox • Simulink Control Design • Simulink Design Optimization • Simulink Real-Time • Simulink Desktop Real-Time • Data Acquisition Toolbox • Instrument Control Toolbox • OPC Toolbox

4.3.3. Arquitectura de la integración entre el sistema de automatización de Procesos y el Sistema de control avanzado - GPC

En la figura 4.1 se muestra la propuesta de la arquitectura de comunicaciones entre el PAS y el Sistema de control avanzado – GPC.

La propuesta contempla colocar el servidor del Sistema de control avanzado – GPC y el servidor OPC del PAS en la red de control PIN de modo redundante con el propósito de proporcionar los siguientes beneficios:

- Aislar al servidor Sistema de control avanzado – GPC en una red fuera de la red de control propia del fabricante.
- Aislar la red de control del fabricante del PAS y que sea de uso exclusivo para los controladores de proceso, servidores y estaciones de operación.
- Utilizar la tecnología de comunicación industrial OPC en una arquitectura Cliente / Servidor de tal forma que permita el intercambio de datos entre el PAS y el servidor Sistema de control avanzado – GPC de forma segura.
- Mantener la redundancia de las comunicaciones entre los servidores.
- Conectarse remotamente hacia el servidor del Sistema de control avanzado – GPC con fines de diagnóstico.

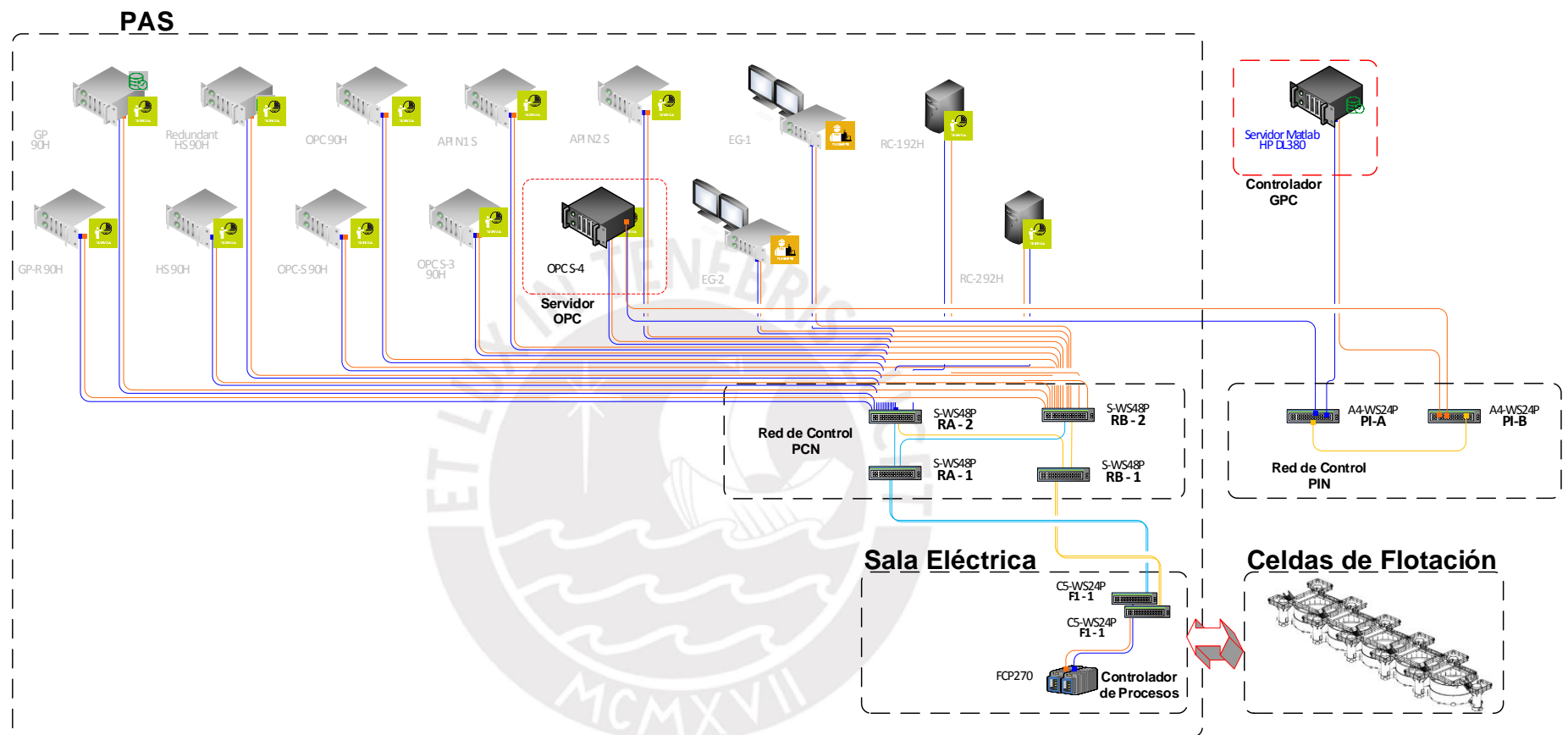


Figura 4.1 Arquitectura de la integración entre el sistema de automatización de procesos y el sistema de control avanzado – GPC
(Fuente propia)

4.3.4. Algoritmo de diagnóstico, monitoreo y control.

En un ambiente industrial se debe asegurar que la interface de usuario para la operación sea de fácil comprensión para los Operadores como también la seguridad en el manejo de la información de tal forma que los valores recibidos como las acciones de control realizadas por el controlador avanzado sean las correctas y no entreguen valores fuera de lo real por lo tanto en el PAS como en el servidor del sistema de control avanzado – GPC es necesario desarrollar las siguientes tareas que puedan mantener la seguridad de los datos.

Para el sistema de control avanzado – GPC tenemos lo siguiente:

- Esquema general de la lógica de control: Permite separar las rutinas de tal forma que pueda realizarse un fácil seguimiento de la lógica de control además de brindar información sobre el flujo de la información y de la lógica de control. Ver figura 4.2
- Inicialización: Se considera un tiempo necesario para realizar la revisión de las señales y agregar los filtros necesarios a cada una de las variables como también el tiempo que necesita el sistema de control para realizar sus cálculos iniciales. Dentro de esta subtarea tenemos los siguientes bloques:
 - Asignación de tiempo de retraso: Bloque que establece un tiempo mínimo para se calculen ciertos parámetros estadísticos y además que el proceso esté estable antes de colocar el controlador en funcionamiento. Ver figura 4.3
 - Reset de temporizadores y variables: En el caso de utilizar temporizadores este bloque permite resetearlos.
 - Comunicación DCS: Verifica la comunicación entre el controlador avanzado, el servidor OPC y el PAS basado en un algoritmo denominado heartbeat que permite monitorear la comunicación entre el PAS y Sistema de control avanzado – GPC de tal forma que si existe una incongruencia entre la comunicación se inhabilite la comunicación entre ambos y de paso para que trabaje el controlador PID. Ver figura 4.4
- Validación de sensores: Este bloque está asociado a las variables manipuladas como controladas y tiene como fin evaluar la calidad del dato y confirmar si los valores de proceso de cada variable que se utilizarán en la aplicación son correctos. Ver figura 4.5
- Estado de proceso: permite comprobar que las condiciones necesarias del proceso son las idóneas como que las válvulas y sensores funcionen

correctamente, que el algoritmo de tracking de SP y la selección del modo de control sea correcto entre otros. Ver figura 4.6

- Control del proceso: Es el desarrollo de los cálculos matemáticos del controlador avanzado. Ver figura 4.7
- Aplicación de las acciones de control: Una vez realizado el cálculo de las acciones de control éstas son enviadas hacia el PAS siempre y cuando el controlador esté trabajando, se haya activado el controlador avanzado y no exista pérdida de comunicación. Ver figura 4.8
- Tabla de transferencia de datos entre ambos sistemas. Los datos que debe recibir son:
 - Acciones de control calculadas para cada una de las siete celdas de flotación utilizando el controlador PID
 - Señal de heartbeat desde el PAS.
 - Niveles de cada una de las siete celdas de flotación
 - Señal de posición de cada una de las válvulas de las siete celdas de flotación.
 - Referencia de nivel de cada una de las válvulas de las siete celdas de flotación.
 - Señal de falla de cada uno de los niveles de las siete celdas de flotación
 - Señal de falla de cada una de las válvulas de las siete celdas de flotación
- Tabla de transferencia de datos entre ambos sistemas. Los datos que debe enviar son:
 - Acciones de control calculadas para cada una de las siete celdas de flotación utilizando el GPC
 - Señal de heartbeat hacia el PAS.

Para el PAS tenemos lo siguiente:

- Algoritmo de heartbeat que permite monitorear la comunicación entre el PAS y Sistema de control avanzado – GPC de tal forma que si existe una incongruencia entre la comunicación se inhabilite la comunicación entre ambos y de paso para que trabaje el controlador PID.
- Algoritmo de seguimiento (tracking en inglés) para el controlador PID que permita hacer seguimiento a la variable de proceso, referencia y el valor de la salida de control en el caso se opte por trabajar con el controlador GPC. Ver figura 4.9
- Desarrollo de la interface de usuario que permita monitorear las acciones de

control del controlador avanzado. Ver figura 4.10

- Tabla de transferencia de datos entre ambos sistemas. Los datos que debe recibir son:
 - Acciones de control calculadas para cada una de las siete celdas de flotación por el controlador avanzado GPC.
 - Señal de heartbeat desde el PAS
- Tabla de transferencia de datos entre ambos sistemas. Los datos que debe enviar son:
 - Niveles de cada una de las siete celdas de flotación
 - Señal de posición de cada una de las válvulas de las siete celdas de flotación.
 - Referencia de nivel de cada una de las válvulas de las siete celdas de flotación.
 - Señal de falla de cada uno de los niveles de las siete celdas de flotación
 - Señal de falla de cada una de las válvulas de las siete celdas de flotación
- Creación de alarmas de categoría "1", es decir, de la máximo prioridad en el caso se tenga pérdida de comunicación y la salida del sistema de control avanzado – GPC

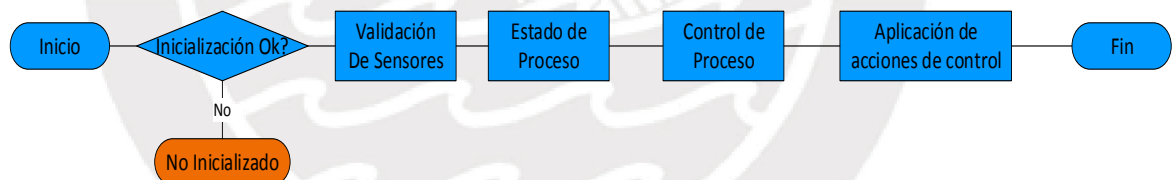


Figura 4.2 Esquema general de la lógica de control (Fuente propia).

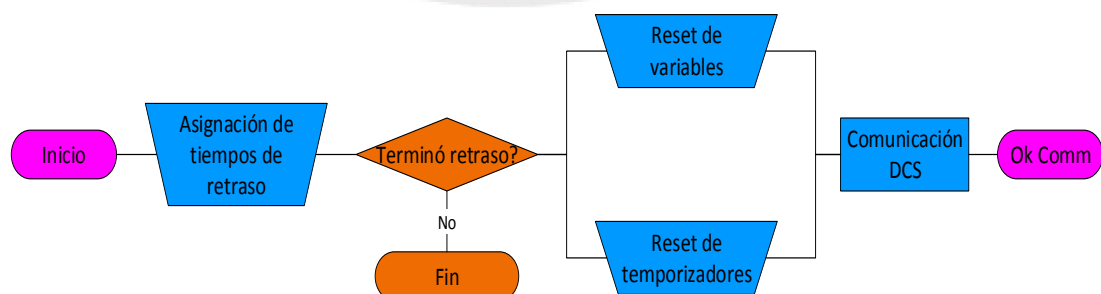


Figura 4.3 Subtarea – Inicialización (Fuente propia).

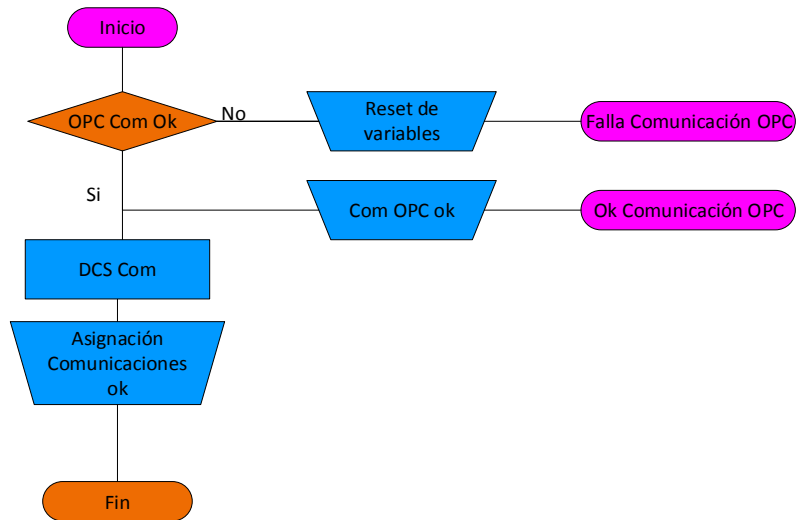


Figura 4.4 Subtarea – Inicialización / Comunicación DCS (Fuente propia).

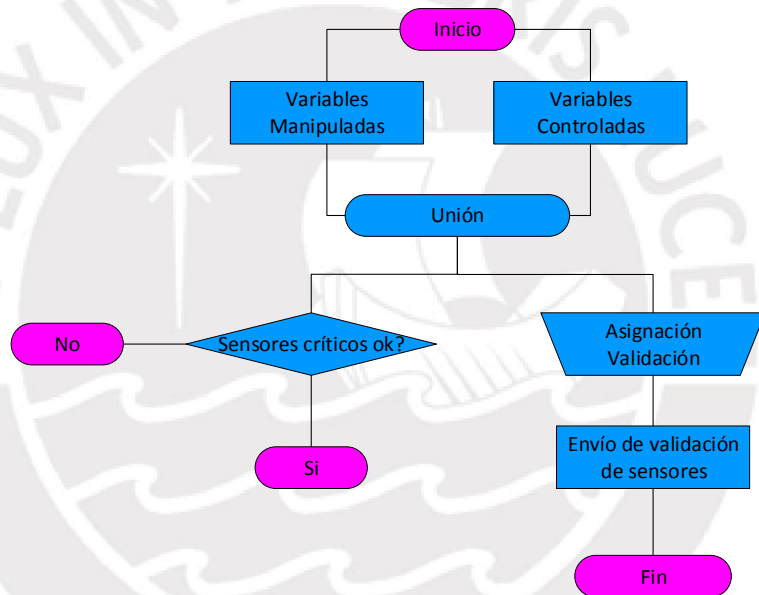


Figura 4.5 Subtarea – Validación de sensores (Fuente propia).

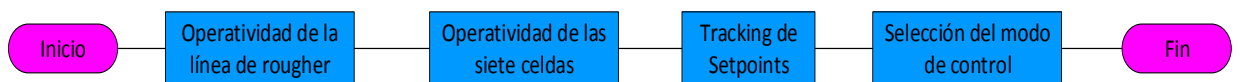


Figura 4.6 Subtarea – Estado de proceso (Fuente propia).

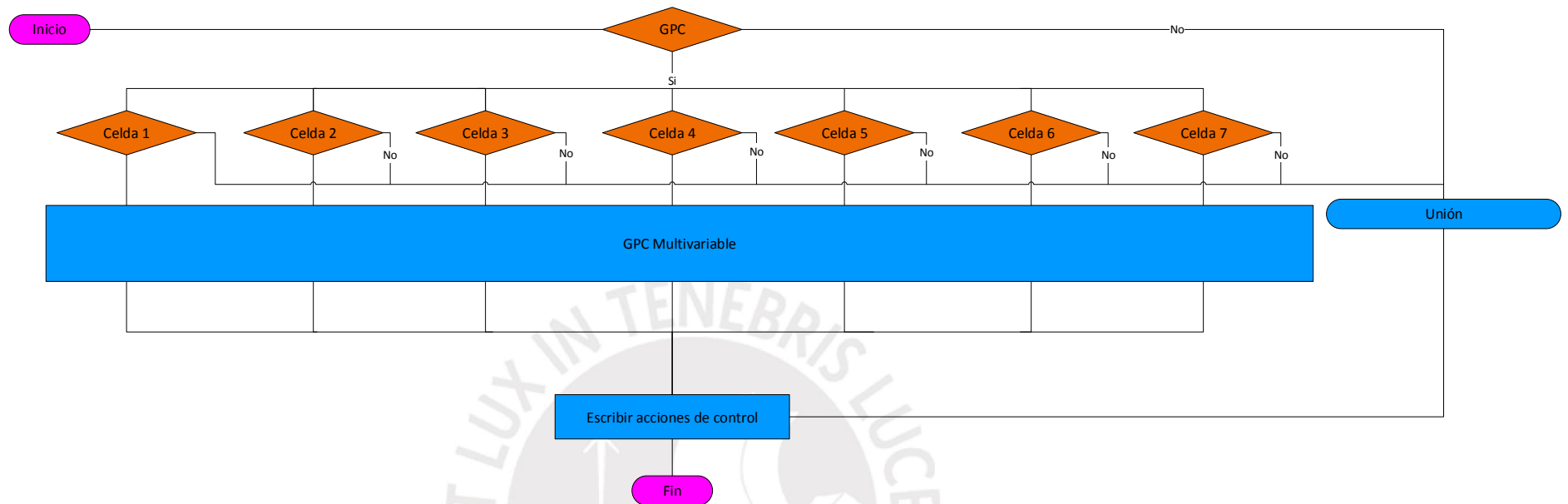


Figura 4.7 Subtarea – Control de proceso (Fuente propia).

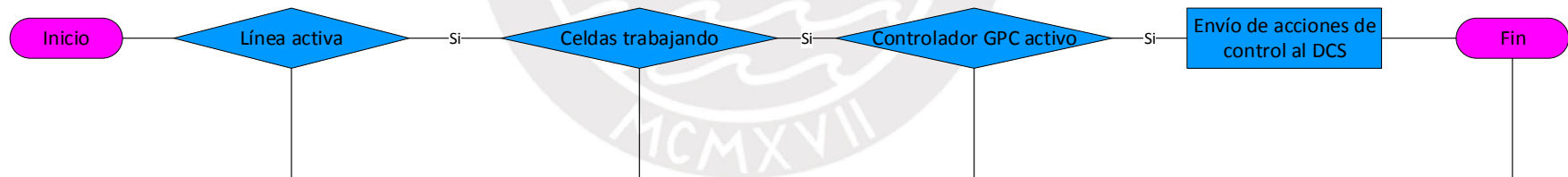


Figura 4.8 Subtarea – Aplicación de las acciones de control (Fuente propia).

FLOTACION Y REMOLIENDA

FLOTACION ROUGHER SCAVENGER

CONTROL NIVEL CELDAS FLOTACION ROUGHER SCAVENGER LINEA BOLAS 1

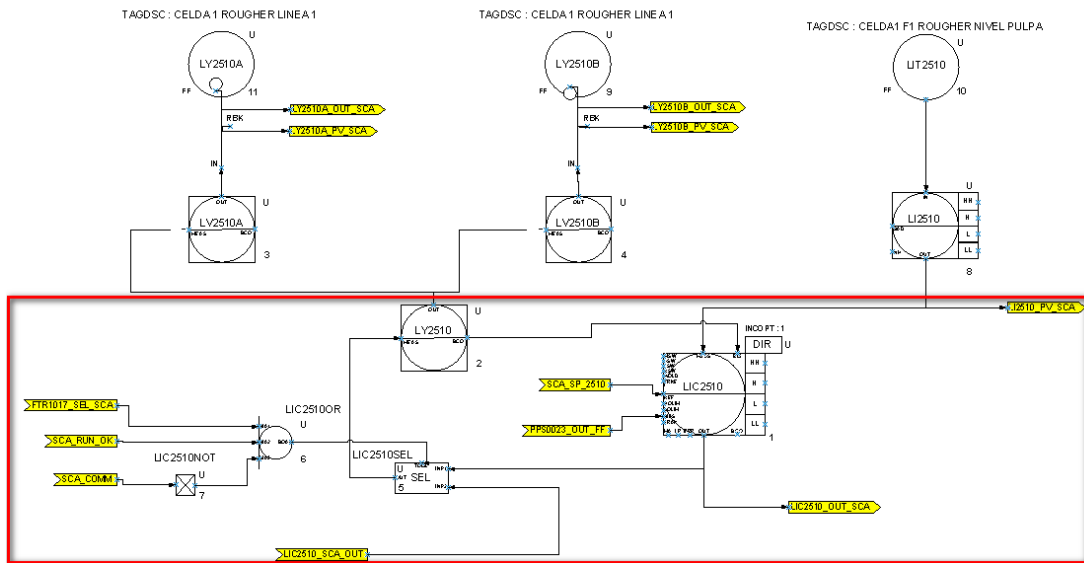


Figura 4.9 Algoritmo de tracking y selección del controlador GPC o PID dentro del recuadro de color rojo (Fuente propia).

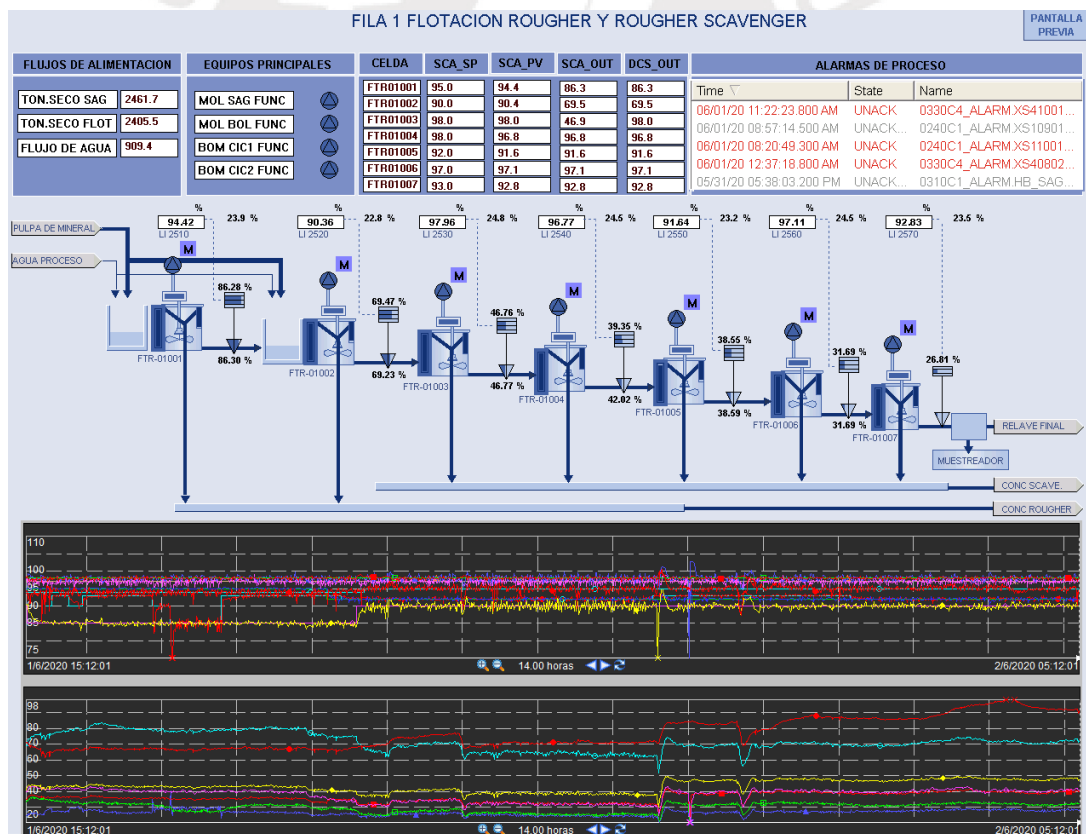


Figura 4.10 Interface gráfica del controlador GPC desarrollada en el PAS (Fuente propia).

4.4. Conclusiones particulares

- Desarrollar la estructura de la lógica de control para el sistema de control avanzado - GPC es la base fundamental para poner en ejecución el proyecto ya que este algoritmo debe contemplar las tareas de diagnóstico y control.
- La arquitectura de comunicación está basada en un ambiente industrial real donde se debe contemplar todos los requerimientos necesarios de tal forma que se asegure la robustez del sistema de control avanzado y dar seguridad a la red de control del PAS.
- La selección del hardware adecuado para la aplicación garantizará que la gran cantidad de cálculos matemáticos sean de fácil ejecución, el algoritmo de control trabaje correctamente y la comunicación entre servidores sea estable.



CONCLUSIONES GENERALES

La flotación de minerales se encuentra influenciada por múltiples variables ya sean éstas por el diseño de celdas de flotación, la alimentación de mineral como finalmente de los reactivos que se utilizan para adecuar la pulpa de mineral. El desarrollo de nuevos instrumentos de campo como sensores de nivel que miden la interface de pulpa y espuma, el uso de cámaras industriales y analizadores de leyes y partículas han proporcionado información que anteriormente era imposible de tenerla salvo por pruebas de laboratorios. Esta información llevada al sistema de control ha permitido desarrollar o mejorar las estrategias de control clásico donde sólo se podía controlar una sólo variable como un sistema SISO pues en la actualidad se han desarrollado algoritmos de control avanzado que pueden controlar todo el proceso de flotación en su conjunto como un proceso multivariable, es decir, controlar los niveles de las celdas de flotación, regular el consumo de reactivos, regular el consumo de aire y controlar el pH de la pulpa entre otras variables.

Para la identificación del sistema se utilizó el modelamiento matemático de los niveles de pulpa de las celdas de flotación utilizando técnicas de identificación de sistemas en un ambiente industrial real conformado por siete celdas de flotación a través de la identificación no paramétrica donde se obtuvieron los parámetros dinámicos del proceso manteniendo la estabilidad y el control de cada una de las celdas sin poner en riesgo el proceso productivo. Con los datos obtenidos se procedió a realizar las pruebas paramétricas con la utilización de una señal PRBS sobre las válvulas de control y midiendo los valores de nivel de cada una de las celdas de flotación y a través del uso de las estructuras ARX y ARMAX comparando el resultado de cada una de ellas obteniendo como resultado que la estructura ARMAX describe correctamente el comportamiento de nivel de cada una de las siete celdas de flotación con valores de ajuste superiores al 85% por lo tanto el modelo obtenido se puede utilizar en el diseño del sistema de control predictivo generalizado multivariable para controlar los niveles de pulpa de un banco de celdas de flotación de minerales de cobre. Se elaboraron funciones de programa (script) en la aplicación de Matlab que permiten realizar la simulación del proceso de nivel de las siete celdas de flotación, sintonía, cálculo de las predicciones y cálculo de las acciones de control del controlador GPC multivariable; además con fines comparativos también se elaboran las funciones de programa del controlador PID tomando como base el algoritmo del

fabricante del sistema de control distribuido de tal forma que el análisis comparativo esté lo más cercano a la realidad.

Como base comparativa se utilizó el controlador PID respecto del controlador GPC multivariable pues es lo que actualmente existe en la industria en estudio. Del análisis se desprende que el controlador GPC presenta una ligera ventaja bajo los mismos parámetros de diseño, pero a medida que se presentan cambios en las perturbaciones no medibles el controlador GPC diseñado aumenta su desempeño eliminando el error en estado estacionario sin realizar una nueva sintonía. Este punto es muy importante pues los cambios que se suscitan son cotidianos ya que el desgaste de los componentes mecánicos de las válvulas, cambios en las condiciones del mineral (mineralogía), etc. son elementos que no se pueden modelar, pero el controlador GPC los puede compensar.

Se presenta la propuesta de implementación del controlador GPC multivariable y su arquitectura de control dentro del sistema de control industrial. La propuesta consiste en la elaboración de los algoritmos de diagnóstico, control, enlace de datos y verificación de la comunicación además del suministro de dos servidores. Respecto de los servidores, uno se utiliza para la conectividad con el sistema de control donde residirá la aplicación OPC mientras que en el otro se implementará el controlador GPC multivariable en la aplicación de Matlab. En referencia del servidor OPC se presentan los componentes de hardware y software necesarios para entablar comunicación con el sistema de control mientras del servidor de Matlab es donde residirá el algoritmo del controlador GPC multivariable y los algoritmos necesarios para la comunicación y revisión de señales. Finalmente se muestra la lógica de control en el sistema de control para el uso del controlador PID o el controlador GPC acompañado de la interface de usuario para el operador de sala de control.

BIBLIOGRAFÍA

- Gupta A., Yan D (2006). *Mineral processing design and operation an introduction*
- Astrom, K.J., & Hagglund, T. (2009). *Control PID Avanzado*
- Biao Huang, Yutong Qi, AKM MonjurMurshed, (2013) *Dynamic Modelling and Predictive Control in Solid Oxide Fuel Cells - First Principle and Data-Based Approaches*.
- Blasco F. Xavier (1999). "Control predictivo basado en modelos mediante técnicas de optimización heurística. Aplicación a procesos no lineales y multivariables"
- Camacho E. F. Bordons C., (2002) *Model Predictive Control, Springer-Verlag, New York*.
- Casali, A.; Gonzalez, G.; Agosto, H. and Vallebuona, G. (2002) "Dynamic simulator of a rougher simulation circuit for a copper sulphide ore", *Minerals Engineering, 15, 253–262*.
- Cutler, C.R., Ramaker, B.C., (1980) *Dynamic Matrix Control - A Computer Control Algorithm, Automatic Control Conference, San Francisco, CA*.
- Dammert A, Molinelli F. (2007) *Osinerghin "Panorama de la Minería en el Perú"*
- Daniel Sbárbaro, René del Villar, (2010) *Advanced Control and Supervision of Mineral Processing Plants-Springer-Verlag London*.
- Daniel H. Olesen, (2012), *Tuning Methods for ModelPredictive Controllers*
- Davenport, W., King, M., Schlesinger, M., Biswas, A., (2002). *Extractive metallurgy of copper, 4th Edition. Pergamon, Oxford, UK*.
- De Keyser y Van Cauwenberghe (1985), *Extended Prediction Self-Adaptive Control, IFAC*
- Fernandez J.P. (2019). «Ley de cabeza de mineral define la cultura de una minera»: habla Codelco
<https://energiminas.com/ley-de-cabeza-de-mineral-define-la-cultura-de-una-minera-habla-codelco/>
- Ferreira, J. P. and Loveday, B. K. (2000) "An improved model for flotation circuits", *Minerals Engineering, 13, 1441–1543*.
- Finch, J. A. and Dobby (1990) *Column flotation, Pergamon Press, Oxford*.
- Finch, J. A.; Xiao, J.; Hardie, C. and Gomez, C. O. (2000) "Gas dispersion properties: Bubble surface area flux and gas holdup", *Minerals Engineering, 13 (4), 365–372*.

- Foxboro Evo™ (2013). *Electronic Documentation V9.0 – B0193 AX Integrated Control Block Descriptions (Vol 3), (MSG - VLV)*
- Gonzales Sergio (2014). *Desarrollo sistema control multivariable generador vapor tubos agua.*
- Gorain, B. K.; Franzidis, J. P. and Manlapig, E. V. (1997) “*Studies on impeller type, impeller speed and air flow rate in an industrial scale flotation cell. part4: effect of bubble surface area flux on flotation performance*”, *Minerals Engineering*, 10 (4), 367–379.
- Gaudin, A. M. (1957) *Flotation, McGraw Hill, New York.*
- Gorain, B. K.; Franzidis, J. P. and Manlapig, E. V. (1999) “*The empirical prediction of bubble surface area flux on mechanical flotation cells from cell design and operating data*”, *Minerals Engineering*, 12 (3), 309–322.
- Han, K., Zhao, J., and Qian, J. (2006). *A novel robust tuning strategy for model predictive control. In the Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, China.*
- HaraldWaschl, Daniel Alberer, and Luigi del Re, (2012), *Automatic Tuning Methods for MPC Environments*
- Hemphill, A., and Loveday, B., (2003) “*Application of models for optimization of a flotation plant*”, in *South African Chemical Engineering Congress, Sun City, South Africa.*
- Hodouin D., (2011). *Methods for automatic control, observation, and optimization in mineral processing plants. Journal of Process Control*, 21, p. 211-225.
- Hu Weimeng, (2014) *Flotation Circuit Optimisation and Design.*
- Ives, K. J., (1984). *The scientific basis of flotation. Martinus Nijho_ Publishers, The Hague, Netherlands.*
- Kalman, R.E, (1960) *Contribution to the theory of optimal control, Bull. Soc. Math. Mex. 5: 102-119.*
- Kalman, R.E, (1960) *A new approach to linear filtering and prediction problems, Trans. ASME, J. Basic Engineering*, pp 35-45.
- Kampjarvi, P., Jamsa-Jounela, S.-L. (2003) *Level control strategies for flotation cells.*
- K. S. Holkar, L. M. Waghmare, (2010), *An Overview of Model Predictive Control.*
- I.D. Landau and G. Zito (2006). *Digital Control System. Springer, Berlín.*
- Lynch, A. J., Johnson, N. W., Manlapig, E. V., and Thorne, C. G., Lynch, A. J., Johnson, N. W., Manlapig, E. V., and Thorne, C. G., (1981) *Mineral and Coal Flotation Circuits, Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam.*

- Ljung L. (1999). *System Identification – Theory for the User, Second Edition*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Maurice C. Fuerstenau, Graeme Jameson and Roe-Hoan Yoon (2007) *Froth flotation, A century of innovation-Society for Mining*.
- Mckee, D.J. (1992) *Automatic flotation control - A review of 20 years of effort. Minerals Engineering, vol. 4, 653–666.*
- Mathe, Z. T.; Harris, M. C.; Connor, C. T. and Franzidis, J. P. (1998) “*Review of froth modelling in steady state flotation systems*”, *Minerals Engineering, 11 (5), 397–421.*
- Miljanović I., (2015). *Modelling of flotation processes by classical mathematical methods.*
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering (Fifth ed.)*. Prentice Hall.
- P.D.Roberts, (1999), *A Brief Overview of Model Predictive Control, The Institution of Electrical Engineers, Savoy Place, London, UK.*
- Perez Zuñiga C.G., Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J. (2009). *Control predictivo generalizado de la temperatura de laminación de un horno siderúrgico. Electro-Electrónica, 32(1), 46-54.*
- Pérez-Zuniga, C., Chantery, E., Travé-Massuyès, L., Sotomayor, J., (2015). *Decentralized diagnosis in a spacecraft attitude determination and control system. Journal of Physics: Conf Series vol. 659(1) pp. 1-12.*
- Pérez, C.G., Chantery, E., Travé-Massuyès, L., and Sotomayor, J. (2016). *Fault driven minimal structurally overdetermined set in a distributed context. 27th International Workshop on Principles of Diagnosis DX2016.*
- Pérez-Zuniga, C., Chantery, E., Travé-Massuyès, L., Sotomayor, J. (2017). *Fault-driven structural diagnosis approach in a distributed context. IFAC PapersOnline 50-1 14254-14259.*
- Pérez-Zuniga, C., Chantery, E., Travé-Massuyès, L., Sotomayor, J., and Artigues, C. (2018). *Decentralized diagnosis via structural analysis and integer programming. IFAC-PapersOnline 51-24 pp. 168-175.*
- Pérez-Zuñiga C.G., Sotomayor-Moriano J., Chantery E., Travé-Massuyès L., Soto M. (2019) *Flotation Process Fault Diagnosis Via Structural Analysis, IFAC-PapersOnLine, Volume 52, Issue 14, Pages 225-230.*
- Polat, M. and Chander, S. (2000) “*First order flotation kinetics models and methods for estimation of the true distribution of flotation rate constants*”, *International Journal of Minerals Processing, 58, 145–166.*
- Pretelli Marcelo (2014). *Gestión Minera “II Congreso Internacional”.*

- Osinergmin (2017). "La industria de la Minería en el Perú. 20 años de contribución al crecimiento y desarrollo económico del país"
- Qin, S. J., & Badgwell, T. A. (2003). *A survey of industrial model predictive control technology. Control Engineering Practice*, 733-764.
- Ramos Fernández C. (2007). "Control predictivo basado en modelos (CPBM) robusto con BDU", Universitat Politecnica de Valencia.
- Richalet J. (1991). *Industrial Application of Model-Based Predictive Control, Automation, Vol. 29, Nº 5, 1251-1274.*
- Richalet J, O'Donovan D (2009). *Predictive Functional Control, Principles and Industrial Applications.*
- Richalet, J. L. Estival, Ph. Fiani, (1995), *Industrial applications of Predictive Functional Control to metallurgical Industries", IEEE, pp. 934-942.*
- Rivas-Perez R, Sotomayor-Moriano J, Perez-Zuñiga C.G., Calderon Mendoza E.M. (2016). *Diseño de un GPC multivariable basado en una PC industrial para el control de una unidad de ósmosis inversa de una industria farmacéutica. Revista Mexicana de Ingeniería Química, 15(1), 259-273.*
- Rivas-Perez R., Sotomayor Moriano J., Perez-Zuñiga C.G. (2017). *Adaptive expert generalized predictive multivariable control of seawater RO desalination plant for a mineral processing facility. IFAC-PapersOnLine, 50(1), 10244-10249.*
- Rivas-Perez, R.; Sotomayor-Moriano, J.; Pérez-Zuñiga, G.; Soto-Angles, M.E. (2019) *Real-time implementation of an expert model predictive controller in a pilot-scale reverse osmosis plant for brackish and seawater desalination. Appl. Sci. 2019, 9, 2932.*
- R.M.C.De Keyser, PH.G.A.Van De Velde and F.A.G.Dumortier, (1998), "A comparative Study of Self-adaptive Long range Predictive Control Methods", *Automatica, Vol. 24 (Issue 2), pp. 149-163.*
- Rossiter J. (2005). *Model – Based Predictive Control, A practical approach.*
- Rowe, C. and Maciejowski, J. (2000). *Tuning mpc using H_{∞} loop shaping. In Proceedings of the American Control Conference. Chicago, IL, USA.*
- Shridhar, R. y Cooper, D. J. (1998). *A tuning strategy for unconstrained multivariable model predictive control. Industrial & engineering chemistry research 37(10):4003-4016.*
- Savassi, O. N.; Alexander, D. J.; Francis, J. P. and Manlapig, E. (1998) "An empirical model for entrainment in industrial flotation plants", *Minerals Engineering, 11 (3), 243–256.*

- Subrahmanyam, T. V. and Forssberg, E., (1988) “*Froth stability, particle entrainment and drainage in flotation: a review*”, *International Journal of Mineral Processing*, 23, 33–53.
- Sutherland, K. L.; and Wark, I. W. (1955) *Principles of flotation*, Australian Institute of Mining and Metallurgy, Sydney.
- Tao Liu, Furong Gao (2012), *Industrial Process Identification and Control Design*
- Vera, M. A.; Mathe, Z. T.; Franzidis, J. P.; Harris, M. C.; Manlapig, E. V. and Connor, C. T. (2002) “*The modelling of froth zone recovery in batch and continuously operated laboratory flotation cells*”, *International Journal of Mineral processing*, 64, 135–151.
- Wills, B. A. (2015) *Mineral processing technology. An introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*, eight edition.
- Ydstie, B.E. (1984), *Extendend Horizon Adaptative Control*, IFAC
- Yionnatos J.B. (2005) “*Flotación de minerales*”. *Universidad tecnológica Federico Santa María*.
- Zheng T. (2010). *Model Predictive Control*
- 911 Metallurgist (2015) “*Flotación Espuma Selectiva de Minerales*”
<https://www.911metallurgist.com/blog/wp-content/uploads/2015/11/Flotacion-Espuma-Selectiva-de-Minerales.pdf>

ANEXOS

A.1. Operaciones principales de una Planta Concentradora

- **Reducción de Tamaño:** la fragmentación de la roca libera los minerales valiosos formada por minerales valiosos y ganga además promueve las reacciones químicas o físicas rápidas, a través de la exposición de una gran área superficial y finalmente facilita el transporte del mineral hacia las siguientes etapas de procesamiento. Esta etapa se lleva a cabo en trituradoras o chancadoras y molinos de molienda. Cuando las trituradoras operan en minerales secos, los molinos trabajan principalmente en lodos, lo que significa que se debe añadir una cierta cantidad de agua al mineral antes de entrar en el circuito de molienda.
- **Clasificación:** Puesto que los procesos de trituración tienden a producir una distribución de tamaño de partículas, algunas podrían no tener el tamaño adecuado para una liberación del mineral valioso, requiriendo así una mayor trituración en otra etapa denominada chancado de pebbles. La separación de partículas de tamaño adecuado (liberadas) de partículas aún grandes (bloqueadas) se realiza a través de un proceso de clasificación de tamaños. Las zarandas (harnero) se utilizan para clasificar las partículas gruesas, mientras que los ciclones o clasificadores mecánicos se utilizan para partículas finas.
- **Concentración:** Es el proceso de enriquecimiento de mineral en donde se elimina la mayoría de las especies inútiles (ganga) manteniendo lo más posible de los minerales valiosos (proceso de concentración). La flotación por espuma es el método más utilizado para la separación de sulfuros, mientras que la separación gravimétrica se utiliza para minerales pesados (como metales preciosos, óxidos de hierro, etc.). En la flotación por espuma, se inyectan burbujas de aire en una pulpa agitada. Al ajustar algunas propiedades de la pulpa (pH, potencial de pulpa (Eh), etc.) y/o utilizar reactivos adecuados, es posible hacer que los minerales valiosos sean hidrofóbicos y los minerales de ganga sean hidrofílicos. Esto da lugar a la separación transfiriendo los minerales valiosos a las burbujas de aire que forman una espuma flotando sobre la superficie de la pulpa, desde donde se retira como producto valioso (concentrado).

- **Manejo de Producto final:** Esta etapa involucra dos divisiones:
 - **Recuperación de Agua:** Durante el proceso de procesamiento de minerales se utiliza agua para acompañar al mineral ya sea en la molienda de mineral dentro de los molinos, flotación como también transporte de pulpa. Su recuperación se da en los espesadores y filtros.
 - **Transporte:** Con el concentrado obtenido desde los filtros, éste se puede derivar hacia sus destinos finales o bien ser transportado hacia plantas de fundición.

A.2. Operaciones unitarias de una Planta Concentradora

Las plantas de concentración de minerales o conocida también como Planta concentradora comprenden varias unidades donde se llevan a cabo las operaciones antes descritas y dentro de sus funciones principales están: preparar el mineral para concentrar el mineral valioso de la ganga. Dentro de sus unidades más importantes, considerando un diseño típico, tenemos:

- **Chancado Primario:** El circuito de chancado primario está comprendido desde el ingreso del mineral a través de los camiones de mina hacia los alimentadores de placas. El chancado primario tiene por función reducir el tamaño del mineral que llega desde la mina.
- **Transporte de mineral:** Es un sistema de fajas conectadas en serie que tienen por objetivo llevar el material proporcionado por Chancado primario hasta la pila de acopio de mineral grueso en la planta concentradora.
- **Molienda:** El circuito de molienda está comprendido desde la pila de acopio de mineral hasta el envío de la pulpa de mineral hacia la flotación. El suministro de mineral se da a través de los alimentadores de placas a una faja de alimentación hacia los molinos quienes tienen por objetivo reducir al tamaño necesario para hacer el proceso de flotación eficiente. Aquel mineral que tiene un tamaño superior o sobre tamaño es derivado hacia el circuito de pebbles.
- **Flotación:** El circuito de flotación colectiva está comprendido desde la descarga de los “overflow” de las baterías de ciclones hacia flotación, hasta la descarga gravitacional del concentrado final de flotación colectiva como alimentación hacia

el espesador de concentrado colectivo y la descarga gravitacional de los relaves de flotación como alimentación de los espesadores de relaves.

El circuito de flotación colectiva incluye las siguientes operaciones unitarias:

- Flotación rougher
- Flotación rougher-scavenger
- Remolienda de concentrado rougher
- Remolienda de concentrado rougher-scavenger
- flotación de limpieza.

Los concentrados de flotación rougher y rougher-scavenger son colectados de forma independiente con el objetivo de aprovechar la diferencia de ley entre ellos (el concentrado rougher con una alta ley de cobre y el concentrado rougher-scavenger con una ley inferior) y procesarlos de manera separada en la flotación de limpieza para lograr los máximos beneficios metalúrgicos. La remolienda para el concentrado rougher y rougher-scavenger se realiza utilizando molinos verticales o del tipo ISAMill. La flotación de limpieza se realiza en diferentes etapas ya sea de acuerdo con las condiciones de mineral como en primera, segunda, tercera limpieza, etc utilizando celdas convencionales o en su defecto celdas columnas. De acuerdo con las configuraciones diseñadas el concentrado puede tener diversos flujos de recirculación a fin de limpiarlo y mejorar el grado. El concentrado obtenido se utiliza como alimentación a los espesadores de concentrado o colectivo y los relaves producidos por las etapas de rougher y rougher-scavenger van a los espesadores de relaves.

Para llevar a cabo un proceso eficiente es necesario tener muestras en línea de la mayoría de las etapas de proceso y en especial del proceso de flotación a fin de conocer si el control metalúrgico que se lleva es el correcto pues por los relaves de las celdas de flotación se puede desperdiciar mineral valioso.

- **Espesamiento de Relaves:** El espesamiento tiene el propósito básico de retirar o recuperar de la pulpa tanta agua como sea posible para lograr una descarga inferior densa y un rebose limpio/claro.
- **Espesamiento de Concentrado y Filtrado:** El propósito principal del espesador de concentrado es facilitar la recuperación de agua y a su vez mejorar la eficiencia de los filtros de concentrado.

La planta de filtros procesa el concentrado de cobre producido en la planta y tiene el objetivo de disminuir el porcentaje de agua en el concentrado hasta un

valor deseado en peso. El concentrado filtrado es almacenado en un acopio cubierto para su posterior carguío, por ejemplo, puede ser trasladado mediante bombas a través de un minero ducto hacia su destino final.

A.3. Equipamiento que caracteriza a las celdas de flotación

- **Rebose:** Los reboses en las celdas de flotación se localizan en la parte externa del borde de desbordamiento para recoger y transportar la espuma o concentrar el producto fuera del tanque de celdas.
- **Impulsor o Rotor:** El impulsor o agitador, también denominado "rotor", se considera el corazón de una celda de flotación mecánica, ya que proporciona la energía necesaria para:
 - Suspensión de sólidos en el tanque de celdas
 - Mantener la dispersión de aire en burbujas
 - Creación de micro turbulencia para colisiones efectivas de burbujas y partículas
 - Aspiración de aire en la celda en celdas de tipo auto inducido
- **Difusor o Estator:** Es un componente esencial de una celda de flotación mecánica y trabaja en conjunto con el impulsor como un deflector interno que permite mejorar la aireación dentro de la celda de tal forma que ayuda a mantener una interfaz pulpa-espuma estable, esencial para la flotación.
- **Válvula Dardo:** Permite la descarga de flujo hacia la siguiente etapa regulando de esta manera el nivel de pulpa o espuma dentro de la celda de flotación.
- **Instrumentación:** Las celdas de flotación en la actualidad cuentan con un alto grado de automatización con la finalidad de realizar un óptimo desempeño para controlar el nivel de espuma, ingreso de aire, control de reactivos, etc. Dentro de los instrumentos de campo más resaltante tenemos los sensores de nivel, pH, flujo, posicionadores de válvulas, cámaras, analizadores en línea, etc.

A.4. Variables más representativas en el modelamiento metalúrgico de una celda de flotación

- **Zona de Recuperación de espuma**
La recuperación de la zona de espuma es la fracción de partículas que entran en

la espuma unida a las burbujas que se recupera en el concentrado. La transferencia entre la pulpa y la fase de espuma (excluyendo arrastre) se muestra en la figura 0. 1.

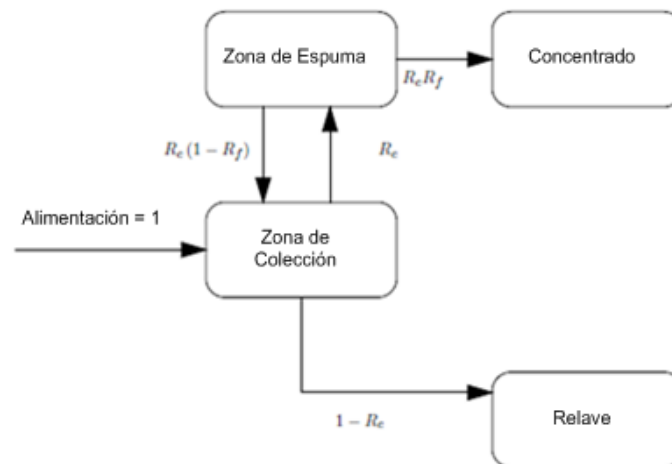


Figura A 0.1 Transferencia de masa entre la fase de pulpa y espuma (Vera et al., 2002)

- **Condiciones Hidrodinámicas:** Los factores del equipo de flotación, como el diseño de la celda y el impulsor, la velocidad del impulsor y el flujo de aire influyen en el rendimiento de un circuito de flotación a través de las condiciones hidrodinámicas creadas por estos factores.
- **Tamaño de la burbuja:** El tamaño de la burbuja en una celda de flotación depende de aspectos tales como el tipo y la velocidad del impulsor, la dosificación del espumante, la viscosidad de la pulpa y la concentración de sólidos (Gorain et al., 1995).
- **Retención de Gas (Gas holdup):** Cuando se introduce un gas en un líquido o pulpa, se desplaza un volumen de líquido. La fracción volumétrica desplazada es el atrapamiento de gas (Finch y Dobby, 1990).
- **Velocidad superficial del gas:** La velocidad superficial del gas se define como el caudal volumétrico de aire a la celda dividido por la superficie.
- **Tiempo de residencia de la espuma:** El tiempo de residencia de la espuma también puede definirse en base al caudal de espuma (Lynch et al., 1981: 86) o como el tiempo de residencia de las partículas en la espuma.
- **Arrastre:** El flujo neto de partículas arrastradas depende de la velocidad

ascendente de la espuma y de la velocidad de drenaje de las partículas de la espuma (Savassi et al., 1998).

- **Efecto del tamaño de partícula en el ratio de flotación:** El tamaño de partícula desempeña un papel importante en la probabilidad de que las partículas colisionen con las burbujas, así como la probabilidad de que la partícula permanezca unida a la burbuja. En la figura A 0.2 se presenta un gráfico cualitativo de la tasa de flotación en función del tamaño medio de partícula.
- **Efecto de las tasas de adición de colectores:** El propósito del colector es transformar las partículas de minerales valiosas en partículas flotantes rápidas (Lynch et al., 1981: 134).
- **Efecto de las tasas de adición de espumante:** La estabilidad de la espuma depende de la adición de espumante en la celda. A bajas velocidades de adición de espumante, la espuma es inestable y colapsa fácilmente. A mayores velocidades, la espuma se vuelve más estable y se incrementa la velocidad de transferencia de la espuma al lavado.
- **Flotabilidad del Mineral:** Este parámetro es una función del tipo mineral, así como tamaño de partícula.

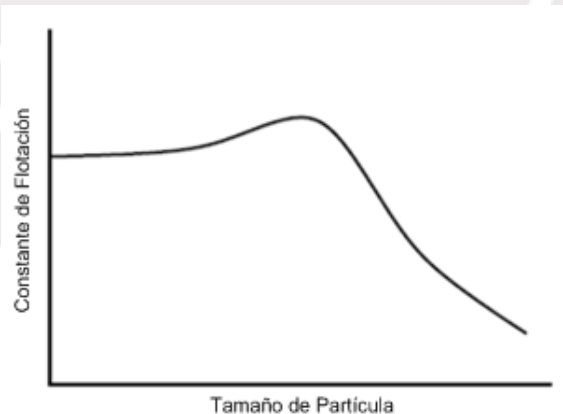


Figura A 0.2 Ratio de Flotación como función del tamaño de partícula (Gupta A, 2006).

A.5. Detalle de las pruebas comparativas del modelamiento de las celdas de flotación

Tabla A 1.1 Pruebas de modelamiento de la primera celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 1	NRMSE[%]
<p>ARX na=6 nb=6 nd=6 nk=[10 12]</p>	$A(z) = 1 - 0.2848z^{-1} - 0.278z^{-2} - 0.1098z^{-3} - 0.2013z^{-4} - 0.151z^{-5} + 0.02126z^{-6}$ $B(z) = 0.001375z^{-10} + 0.003887z^{-11} - 0.008518z^{-12} - 0.002017z^{-13} - 0.0004252z^{-14} - 0.0181z^{-15}$ $D(z) = 0.00323z^{-12} + 0.0007733z^{-13} + 0.004385z^{-14} + 0.006629z^{-15} + 5.127e - 05z^{-16} + 0.00222z^{-17}$	90.86%
<p>ARMAX na=3 nb=3 nd=3 nc=2 nk= [10 12]</p>	$A(z) = 1 - 1.909z^{-1} + 0.9649z^{-2} - 0.0559z^{-3}$ $B(z) = 0.005384z^{-10} - 0.01358z^{-11} + 0.006794z^{-12}$ $D(z) = 0.0004082z^{-12} + 0.003787z^{-13} - 0.002938z^{-14}$ $C(z) = 1 - 1.821z^{-1} + 0.8232z^{-2}$	96.58%

Tabla A 1.2 Pruebas de modelamiento de la segunda celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 2	NRMSE[%]
<p>ARX na=6 nb=6 nd=6 nk= [12 17]</p>	$A(z) = 1 - 0.4675z^{-1} - 0.3876z^{-2} - 0.1621z^{-3} - 0.1101z^{-4} - 0.01215z^{-5} + 0.1425z^{-6}$ $B(z) = -0.001533z^{-12} + 0.001632 z^{-13} - 0.00203z^{-14} + 0.003707 z^{-15} - 0.01014 z^{-16} - 0.0123 z^{-17}$ $D(z) = 0.006615z^{-17} - 0.003634z^{-18} + 0.0122z^{-19} - 0.01498z^{-20} + 0.003515z^{-21} + 0.009764z^{-22}$	46.17%

<p>ARMAX na=3 nb=3 nd=3 nc=2 nk= [12 17]</p>	$A(z) = 1 - 1.35z^{-1} - 0.03017z^{-2} + 0.38z^{-3}$ $B(z) = -0.001963z^{-12} + 0.008777z^{-13}$ $- 0.01185 z^{-14}$ $D(z) = -0.002188z^{-17} + 0.002913z^{-18}$ $+ 0.001655z^{-19}$ $C(z) = 1 - 0.9956z^{-1}$	93.92%

Tabla A 1.3 Pruebas de modelamiento de la tercera celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 3	NRMSE[%]
<p>ARX na=6 nb=6 nd=6 nk= [17 20]</p>	$A(z) = 1 - 0.4583z^{-1} - 0.3311 z^{-2}$ $- 0.2852z^{-3} - 0.1572z^{-4}$ $+ 0.02007 z^{-5} + 0.2106 z^{-6}$ $B(z) = -0.005608 z^{-17} + 0.009277 z^{-18}$ $- 0.001155 z^{-19}$ $- 0.004438z^{-20}$ $- 0.0009477z^{-21} - 0.02372z^{-22}$ $D(z) = -0.002486z^{-20} + 0.001674 z^{-21}$ $- 0.0002659z^{-22}$ $- 0.00315 z^{-23} + 0.008717z^{-24}$ $+ 0.01438z^{-25}$	70.85%
<p>ARMAX na=4 nb=4 nd=4 nc=1 nk= [17 20]</p>	$A(z) = 1 - 1.282z^{-1} + 0.08751z^{-2}$ $- 0.05416z^{-3} + 0.2491z^{-4}$ $B(z) = -0.006967z^{-17} + 0.01288z^{-18}$ $- 0.0008206z^{-19} - 0.01207z^{-20}$ $D(z) = 0.0037z^{-20} - 0.00234z^{-21}$ $- 0.0007114z^{-22} + 0.004785z^{-23}$ $C(z) = 1 - 0.9951z^{-1}$	91.31%

Tabla A 1.4 Pruebas de modelamiento de la cuarta celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 4	NRMSE[%]
<p>ARX na=6 nb=6 nd=6 nk= [19 20]</p>	$A(z) = 1 - 0.4278z^{-1} - 0.4096z^{-2}$ $- 0.239z^{-3} - 0.1379z^{-4}$ $+ 0.1461z^{-5} + 0.06938 z^{-6}$	37.40%

	$B(z) = -0.01402z^{-19} + 0.01593z^{-20}$ $+ 0.01227z^{-21} - 0.01385z^{-22}$ $- 0.01181z^{-23} - 0.02391z^{-24}$ $D(z) = 0.003006z^{-20} - 0.01092z^{-21}$ $+ 0.02632z^{-22} - 0.006156z^{-23}$ $+ 0.002909z^{-25} + 0.01672z^{-25}$	
<p>ARMAX na=4 nb=4 nd=4 nc=2 nk= [19 20]</p>	$A(z) = 1 - 1.922z^{-1} + 0.8593z^{-2} + 0.1879z^{-3}$ $- 0.1255z^{-4}$ $B(z) = -0.01256z^{-19} + 0.04001z^{-20}$ $- 0.04332z^{-21} + 0.011763z^{-22}$ $D(z) = -0.006749z^{-20} + 0.01348z^{-21}$ $- 0.006772z^{-22} + 0.003555z^{-23}$ $C(z) = 1 - 1.869z^{-1} + 0.8706z^{-2}$	93.29%

Tabla A 1.5 Pruebas de modelamiento de la quinta celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 5	NRMSE[%]
<p>ARX na=6 nb=6 nd=6 nk= [20 22]</p>	$A(z) = 1 - 0.5056z^{-1} - 0.3851z^{-2}$ $- 0.1965z^{-3} - 0.1584z^{-4}$ $+ 0.0244z^{-5} + 0.2225z^{-6}$ $B(z) = 0.004022z^{-20} + 0.001325z^{-21}$ $+ 0.002027z^{-22} - 0.009584z^{-23}$ $- 0.007842z^{-24} - 0.009768z^{-25}$ $D(z) = -0.009983z^{-22} + 0.005137z^{-23}$ $+ 0.0152z^{-24} - 0.003665z^{-25}$ $+ 0.01483z^{-26} + 0.007276z^{-27}$	79.09%
<p>ARMAX na=3 nb=3 nd=3 nc=1 nk= [20 22]</p>	$A(z) = 1 - 1.381z^{-1} - 0.001329z^{-2} + 0.382z^{-3}$ $B(z) = -0.0006284z^{-20} + 0.006513z^{-21}$ $- 0.01107z^{-22}$ $D(z) = -0.01182z^{-22} + 0.02063z^{-23}$ $- 0.002033z^{-24}$ $C(z) = 1 - 0.9969z^{-1}$	93.29%

Tabla A 1.6 Pruebas de modelamiento de la sexta celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 6	NRMSE[%]
<p>ARX na=6 nb=6 nd=6 nk= [22 24]</p>	$A(z) = 1 - 0.5204z^{-1} - 0.4244z^{-2} - 0.1871z^{-3} - 0.1586z^{-3} + 0.06224z^{-4} + 0.23z^{-6}$ $B(z) = 0.004688z^{-22} + 0.002519z^{-23} - 0.004583z^{-24} - 0.01207z^{-25} + 0.00721z^{-26} - 0.02758z^{-27}$ $D(z) = 0.004716z^{-24} - 0.00352z^{-25} - 0.002977z^{-26} + 0.0112z^{-27} + 0.001526z^{-28} + 0.01289z^{-29}$	86.47%
<p>ARMAX na=3 nb=3 nd=3 nc=3 nk= [22 24]</p>	$A(z) = 1 - 2.647 z^{-1} + 2.333z^{-2} - 0.6865z^{-3}$ $B(z) = 0.001486z^{-22} - 0.005149z^{-23} + 0.002185z^{-24}$ $D(z) = -0.002793z^{-24} + 0.007567z^{-25} - 0.003763 z^{-26}$ $C(z) = 1 - 2.518z^{-1} + 2.095z^{-2} - 0.5759z^{-3}$	96.27%

Tabla A 1.7 Pruebas de modelamiento de la séptima celda de flotación

Estructura	Modelo – nivel de celda 7	NRMSE[%]
<p>ARX na=5 nb=5 nd=5 nk= [17 20]</p>	$A(z) = 1 - 0.6298z^{-1} - 0.4714z^{-2} - 0.27z^{-3} + 0.06778z^{-4} + 0.3033z^{-5}$ $B(z) = 0.01047z^{-17} - 0.01766z^{-18} + 0.007204z^{-18} - 0.009953z^{-20} + 0.0201z^{-21}$ $D(z) = -0.0155z^{-20} + 0.02854z^{-21} - 0.01471z^{-22} + 0.01624z^{-23} + 0.0071z^{-24}$	89.44%
<p>ARMAX na=3 nb=3 nd=3 nc=1 nk= [17 20]</p>	$A(z) = 1 - 1.41z^{-1} + 0.01615z^{-2} + 0.394z^{-3}$ $B(z) = 0.007893z^{-17} - 0.0008626z^{-18} - 0.01774z^{-19}$	95.67%

	$D(z) = -0.01297z^{-20} + 0.02998z^{-21}$ $- 0.009161z^{-22}$ $C(z) = 1 - 0.995z^{-1}$	
--	--	--

A.6. Funciones del controlador predictivo multivariable basado en un modelo

```

% MIMO GPC for Flotation Cells - Probar GPC con modelos multivariables
% Mario Z. Mena Acha
% Pontificia Universidad Católica del Perú
% Lima - 2020
% Tmuestreo: 1 segundo
% %

clc
close all
clear all

%%Carga los modelos de las siete celdas
load('mc03810.mat');
load('mc03820.mat');
load('mc03830.mat');
load('mc03840.mat');
load('mc03850.mat');
load('mc03860.mat');
load('mc03870.mat');

%% Proceso - Celdas de Flotación:
Ts=1; %Tiempo de Muestreo

Ps=[gdb711      tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[21 1],Ts) gdb722      tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) gdb733      tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) gdb744      tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) gdb755      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) gdb766      tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[21 1],Ts) gdb777      ];
Ps.iodelay=[10 00 00 00 00 00 00
    00 12 00 00 00 00 00
    00 00 17 00 00 00 00
    00 00 00 19 00 00 00
    00 00 00 00 20 00 00
    00 00 00 00 00 22 00
    00 00 00 00 00 00 17];

Pq=[gdp710      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[0.2 1],Ts) gdp721      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) gdp732      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) gdp743      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) gdp754      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts)
    tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) gdp765      tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.2
    1],Ts)
    tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.2 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) tf(0,[0.3 1],Ts) gdp776      tf(0,[0.3 1],Ts)];
Pq.iodelay=[12 00 00 00 00 00 00 00
    00 17 00 00 00 00 00 00
    00 00 20 00 00 00 00 00
    00 00 00 20 00 00 00 00
    00 00 00 00 22 00 00 00
    00 00 00 00 00 24 00 00
    00 00 00 00 00 00 20 00];

%
[ A,B,D,dp,dq,n,m,nq ] = FT_Proceso_Laplace_MZMIMO1( Ts,Ps,Pq,1,0 );

%% Parametros de sintonia del GPC

N=[140;140;140;140;140;140;140]; %Horizonte de Predicción
Nu=[100;100;100;100;100;100;100]; %Horizonte De Control
lambda=[0.1 0.03 0.66 4 1.2 0.3 1.1]; %Parametros De Ponderación
delta=[0.01 0.004 0.005 0.006 0.015 0.0018 0.003];

IncUmax=[60;10;10;10;10;10;10];
IncUmin=[-10;-10;-10;-10;-10;-10;-10];
umax=[100;100;100;100;100;100;100];
umin=[0;0;0;0;0;0;0];
ymax=[100;100;100;100;100;100;100];

```

```

ymin=[0;0;0;0;0;0];
sR=5;

[ N1,N2,Ql,Qd,Nm,Num,dmin_p,dmin_q ] = Ql_Qd_MZMIMO( n,m,N,Nu,dp,dq,lambda,delta );

%% Calculo de la ecuacion Diofantina
[E,En,F,Fc] = dioph_MZMIMO(A,N1,N2);

%% Matriz de Respuesta Forzada
[G,yy] = Matriz_G_MZMIMO(B,E,dp,N,N1,N2,Nu );

%% Matriz de Ganancias
M=inv(G*Qd*G+Ql)*G*Qd;

[ M,K ] = Ganancias_M_K_MZMIMO( m,Nu,G,Ql,Qd );

%% Determino La Matriz con los controles pasados
[Gpr,GGpr,auxGpr] = Matriz_Gpr_MZMIMO2(B,En,N,N2,dp,dmin_p);
i=0;
for i=1:size(GGpr,1)
    ii=0;
    aux=0;
    for ii=1:size(GGpr,2)
        aux=zeros(1,size(GGpr{ii},2));
        auxdup{ii} = aux;
    end
end

%% Matriz de Respuesta Paso de las Perturbaciones Medibles Futuras
[L,yL] = Matriz_L_MZMIMO( E,D,dq,N,N1,N2,Nu );

%% Determino La Matriz de las acciones pasadas de las Perturbaciones Medibles
[Lpr,LLpr,auxLpr] = Matriz_Lpr_MZMIMO2(D,En,N,N2,dp,dq,dmin_p);
i=0;
for i=1:size(LLpr,1)
    ii=0;
    aux=0;
    for ii=1:size(LLpr,2)
        aux=zeros(1,size(LLpr{ii},2));
        auxdq{ii} = aux;
    end
end

%% Lazo de Control
% inicializa parametros de Simulacion
nit=6300; %Numero de interacciones
% Salidas
y1(1:nit) = 0;
y2(1:nit) = 0;
y3(1:nit) = 0;
y4(1:nit) = 0;
y5(1:nit) = 0;
y6(1:nit) = 0;
y7(1:nit) = 0;
%Referencias
r1(30:nit) = 76;r1(2111:nit) = 70; r1(4960:nit) = 78;
r2(40:nit) = 80;r2(2311:nit) = 74; r2(4760:nit) = 82;
r3(50:nit) = 85;r3(2511:nit) = 77; r3(4560:nit) = 87;
r4(60:nit) = 88;r4(2711:nit) = 80; r4(4360:nit) = 90;
r5(70:nit) = 92;r5(2911:nit) = 82; r5(4160:nit) = 94;
r6(80:nit) = 94;r6(3111:nit) = 85; r6(3960:nit) = 96;
r7(90:nit) = 96;r7(3311:nit) = 88; r7(3760:nit) = 98;

%Entradas
u1(1:nit) = 0;
u2(1:nit) = 0;
u3(1:nit) = 0;
u4(1:nit) = 0;
u5(1:nit) = 0;
u6(1:nit) = 0;
u7(1:nit) = 0;
%Perturbaciones
q1(1:nit,1) = 59;q1(5361:nit,1) = 69;
q2(1:nit,1) = 30;
q3(1:nit,1) = 30;
q4(1:nit,1) = 30;
q5(1:nit,1) = 30;
q6(1:nit,1) = 30;

```

```

q7(1:nit,1) = 30;
q8(1:nit,1) = 30;

% Perturbaciones No Medibles
ec1(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.01;
ec2(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.00;
ec3(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.00;
ec4(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.00;
ec5(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.00;
ec6(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.00;
ec7(1:nit,1) = rand(nit,1)*0.00;

% Señales
y=[y1' y2' y3' y4' y5' y6' y7'];
u=[u1' u2' u3' u4' u5' u6' u7'];
r=[r1' r2' r3' r4' r5' r6' r7'];
q=[q1 q2 q3 q4 q5 q6 q7 q8];
e=[ec1 ec1 ec1 ec1 ec1 ec1 ec1];

% Señales de apoyo al sistema
% Matriz de los incrementos de control
dup=zeros(nit,size(dp,2));%matriz que almacena todas los incrementos de las acciones de control
dupc=zeros(1,size(Gpr,2));

% Matriz de los incrementos de cada perturbación
dqp=zeros(nit,size(dq,2));%matriz que almacena todas los incrementos de las perturbaciones
dqpc=zeros(1,size(Lpr,2));

kint = 50;
for k=kint:nit-kint

    y = y_proceso_MZMIMO( A,B,D,dp,dq,k,y,u,q,e );

    %Calculo de la respuesta libre
    freey=0;
    y_ant = y_ant_MZMIMO( N,Nu,Fc,k,y );
    freey=F*y_ant;

    %Adiciono vectores de controles pasados
    freeup=0;
    freeup=Gpr*dupc;

    %Adiciono vectores de las Perturbaciones Medibles pasadas
    freeqp=0;
    freeqp=Lpr*dqpc; %Perturbaciones pasadas

    %Adiciono vectores de las Perturbaciones Medibles futuras
    freeqf=0;
    freeqf=L*dqf; %Perturbaciones Futuras

    % Calculo la Respuesta Libre
    free=freey +freeup+freeqp+freeqf;

    ref = r_MZMIMO( N,r,k);

    if k > 100
        inc_u = Rest_MZMIMO( N,Nu,n,m,u,k,K,ref,free,G,Ql,Qd,IncUmax,IncUmin,umax,umin,ymax,ymin,sR );
    else
        inc_u = inc_u_MZMIMO( m,K,ref,free );
    end

    uc = u_MZMIMO( N,Nu,k,u,inc_u);
    u(k,1:m)=uc;
    % Para efectos de simulación de las celdas

    if k > 500
        q(k,2)=u(k,1);%h1
        q(k,3)=u(k,2);%h2
        q(k,4)=u(k,3);%h3
        q(k,5)=u(k,4);%h4
        q(k,6)=u(k,5);%h5
        q(k,7)=u(k,6);%h6
        q(k,8)=u(k,7);%h7
    end

    %Actualizo vectores de Controles Pasados

    [dupc,auxdup,dup]= dup_MZMIMO3( N,Nu,Gpr,GGpr,auxdup,dupc,dup,k,u,inc_u,dmin_p);
    [dqpc,auxdqp,dqp,dqf] = dqp_dqf_MZMIMO3( N,Nu,L,yL,Lpr,LLpr,dqpc,dqp,auxdqp,k,q,dmin_p,dq,dmin_q );

```

```

clc

eini=;% Colocar valor inicial
efin=;% Colocar valor final
[eiae1,eise1] = ErrorIAE_MZMA(y(:,1),r1,eini,efin);
[eiae2,eise2] = ErrorIAE_MZMA(y(:,2),r2,eini,efin);
[eiae3,eise3] = ErrorIAE_MZMA(y(:,3),r3,eini,efin);
[eiae4,eise4] = ErrorIAE_MZMA(y(:,4),r4,eini,efin);
[eiae5,eise5] = ErrorIAE_MZMA(y(:,5),r5,eini,efin);
[eiae6,eise6] = ErrorIAE_MZMA(y(:,6),r6,eini,efin);
[eiae7,eise7] = ErrorIAE_MZMA(y(:,7),r7,eini,efin);
[eiae1 eiae2 eiae3 eiae4 eiae5 eiae6 eiae7]
[eise1 eise2 eise3 eise4 eise5 eise6 eise7]

plot(y,'b');hold on;plot(u,'r');hold on;plot(r,'g');hold on;plot(q1);ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,1),'b','LineWidth',1);plot(u(:,1),'r','LineWidth',1);plot(r(:,1),'-k','LineWidth',1);plot(q(:,1));ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,2),'b');plot(u(:,2),'r');plot(r(:,2),'g');ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,3),'b');plot(u(:,3),'r');plot(r(:,3),'g');ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,4),'b');plot(u(:,4),'r');plot(r(:,4),'g');ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,5),'b');plot(u(:,5),'r');plot(r(:,5),'g');ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,6),'b');plot(u(:,6),'r');plot(r(:,6),'g');ylim([-10 100])
figure(1);hold on;plot(y(:,7),'b');plot(u(:,7),'r');plot(r(:,7),'g');ylim([-10 100])

function [ MtA,MtB,MtD,dp,dq,n,m,q ] = FT_Proceso_Laplace_MZMIMO1( Ts,Gp,Gq,CoD,Mal )
%
% [ MtA,MtB,MtD,dp,dq,n,m,q ] = FT_Proceso_Laplace_MZMIMO( Ts,Gp,Gq,CoD,Mal )
%Función que permite discretizar un Proceso Multivariable
%Con Perturbaciones Medibles y entrega los siguientes datos;
%
% MtA: Matriz Polinomial A
% MtB: Matriz Polinomial B
% MtD: Matriz Polinomial D
% dp: Matriz de Retardos de Proceso
% dq: Matriz de Retardos de Las Perturbaciones Medibles
% n: Cantidad de Salidas
% m: Cantidad de Entradas
% q: Cantidad de Perturbaciones Medibles
%
%Los Datos que Alimentan a la función son:
% Ts: Tiempo de Muestreo
% Gp: Matriz de FT del Proceso en Laplace, incluye el Retardo
% Gq: Matriz de FT del Perturbaciones en Laplace, incluye el Retardo
% CoD: Colocar 0 cuando la FT es continua y 1 cuando es discreta
% Mal: Colocar 0 cuando la FT del proceso y la perturbacion tiene la Matriz Polinomial A
%
%Variables Importantes utilizadas dentro de la Función
if nargin < 3
    error('Faltan datos')
end
%% Verifico que la formación de las FT de la Planta es Correcta
sGp=size(Gp);
lgGp_n=sGp(1,1);
lgGp_m=sGp(1,2);
sGq=size(Gq);
lgGq_n=sGq(1,1);
lgGq_m=sGq(1,2);

if lgGp_n ~= lgGq_n
    error('Formulación de Matrices Incorrecta')
end

n=lgGq_n;
m=lgGp_m;
q=lgGq_m;

%% Discretizo El Proceso

if CoD == 0

Gpz=c2d(Gp,Ts);
Gqz=c2d(Gq,Ts);

[Bc,Apc]=tfdata(Gpz,'v');
dp=Gpz.iodelay;

[Dc,Aqc]=tfdata(Gqz,'v');
dq=Gqz.iodelay;

```

```

else
    Gpz = Gp;
    [Bc,Apc]=tfddata(Gpz,'v');
    dp=Gpz.iodelay;

    Gqz = Gq;
    [Dc,Aqc]=tfddata(Gqz,'v');
    dq=Gqz.iodelay;
end

%% Formo La Matriz A

%% Formo La Matriz Ap del Proceso
MtAp = zeros(n,1);% Matriz Ap
convAp=[1];

if Mal== 0
    if n == 1
        MtAp=Apc(1,1);
    else
        MtAp=cell(n,m);
        for i=1:n
            MtAp(i,i)=conv(convAp,Apc{i,i});
            convAp=[1];
        end
    end
else
    if n==1
        for ii=1:m
            MtAp=conv(convAp,Apc{n,ii});
            convAp=MtAp;
        end
        convAp=[1];
    else
        MtAp=cell(n,m);
        for i=1:n
            for ii=1:m
                MtAp(i,i)=conv(convAp,Apc{i,ii});
                convAp=MtAp{i,i};
            end
            convAp=[1];
        end
    end
end

%% Formo La Matriz Aq(Perturbaciones Mediles)
convAq=[1];

if Mal== 0
    if n==1
        MtAq=MtAp;
    else
        MtAq=cell(n,q);
        for i=1:n
            MtAq(i,i)=MtAp(i,i);
        end
    end
else
    if n==1
        for ii=1:q
            MtAq=conv(convAq,Aqc{i,ii});
            convAq=MtAq;
        end
        convAq=[1];
    else
        MtAq=cell(n,q);
        for i=1:n
            for ii=1:q
                MtAq(i,i)=conv(convAq,Aqc{i,ii});
                convAq=MtAq{i,i};
            end
            convAq=[1];
        end
    end
end

MtA=cell(n,m);
if Mal== 0
    for i=1:n
        MtA(i,i)=MtAp(i,i);
    end
end

```

```

else
for i=1:n
    MtA(i,i)=conv(MtAp(i,i),MtAq(i,i));
end
end

%% Formo La Matriz B

%Elimina el cero q aparece en el numerador
for i=1:n
    for ii=1:m
        if Bc(i,ii)(1)==0
            Bc(i,ii)=Bc(i,ii)(2:end);
        end
    end
end

MtB=cell(n,m);
if Mal== 0
    for i=1:n
        for ii=1:m
            MtB(i,ii)=Bc(i,ii);
        end
    end
else
for i=1:n
    for ii=1:m
        aux = Bc(i,ii);
        for iii=1:m
            if ii ~= iii
                aux=conv(aux,Apc(i,iii));
            end
        end
        MtB(i,ii)=conv(aux,MtAq(i,i));
    end
end
end

%% Formo La Matriz D

%Elimina el cero q aparece en el numerador
for i=1:n
    for ii=1:q
        if Dc(i,ii)(1)==0
            Dc(i,ii)=Dc(i,ii)(2:end);
        end
    end
end

MtD=cell(n,q);
if Mal== 0
    for i=1:n
        for ii=1:q
            MtD(i,ii)=Dc(i,ii);
        end
    end
else
for i=1:n
    for ii=1:q
        aux = Dc(i,ii);
        for iii=1:q
            if ii ~= iii
                aux=conv(aux,Aqc(i,iii));
            end
        end
        MtD(i,ii)=conv(aux,MtAp(i,i));
    end
end
end

%%Forma la matriz de los retardos del proceso
% es parte de la segunda revision
dtn = 0;%nuevo
dtm = 0;%nuevo
idtn = 0;
idtm = 0;
dpmin = zeros(lgGp_n,1);
for idtn=1:n
    for idtm=1:m
        if Bc(idtn,idtm) == 0

```

```

        dp(idtn,idtm)=1e+20;
    end
    dpmin(idtn,1) = min(dp(idtn,:));
end
end
dtn = 0;%nuevo
dtm = 0;%nuevo
idtn = 0;
idtm = 0;
for idtn=1:n
    for idtm=1:m
        if dp(idtn,idtm) == 1e+20
            dp(idtn,idtm)=dpmin(idtn,1);
        end
    end
end
end

```

```

dtn = 0;%nuevo
dtm = 0;%nuevo
idtn = 0;
idtm = 0;
dqmin = zeros(lgGq_n,1);
for idtn=1:lgGq_n
    for idtm=1:lgGq_m
        if Dc{idtn,idtm} == 0
            dq(idtn,idtm)=1e+20;
        end
        dqmin(idtn,1) = min(dq(idtn,:));
    end
end

```

```

dtn = 0;%nuevo
dtm = 0;%nuevo
idtn = 0;
idtm = 0;
for idtn=1:lgGq_n
    for idtm=1:lgGq_m
        if dq(idtn,idtm) == 1e+20
            dq(idtn,idtm)=dqmin(idtn,1);
        end
        if dq(idtn,idtm) == 1e+20
            dq(idtn,idtm)=dpmin(idtn,1);
        end
    end
end
end
end

```

```

function [ N1,N2,Ql,Qd,Nm,Num,dmin_p,dmin_q] = Ql_Qd_MZMIMO( n,m,N,Nu,dp,dq,lambda,delta )

```

```

%
% [ N1,N2,Ql,Qd,Nm,Num,dmin_p,dmin_q] = Ql_Qd_MZMIMO( n,m,N,Nu,dp,dq,lambda,delta )
%
% N1 = Matriz de los Horizontes Iniciales de Prediccion
% N2 = Matriz de los Horizontes Finales de Prediccion
% Ql = Matriz Diagonal que contiene los valores lambda
% Qd = Matriz Diagonal que contiene los valores delta
% Nm = Uso para el programador, no interviene en la logica
% Num = Uso para el programador, no interviene en la logica
% dmin_p = Vector Columna con los retornos minimos de la planta
% dmin_q = Vector Columna con los retornos minimos de las Perturbaciones
% Medibles
%
% n = Cantidad de Salidas o Variables Controladas
% m = Cantidad de Entradas o Variables Manipuladas
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% Nu = Matriz de Horizonte de Control
% dp = Matriz que contiene todos los retardos de la Planta
% dq = Matriz que contiene todos los retardos de las Perturbaciones
% Medibles
% lambda = Vector Columna con los valores lambda de la Planta
% delta = Vector Columna con los valores delta de la Planta

```

```

if nargin < 8
    error('Faltan datos')
end

```

```

%% Verifico que los datos ingresados sean correctos
sN = size(N);
lgN_f=sN(1,1);
sNu = size(Nu);
lgNu_f=sNu(1,1);

```

```

slambda = size(lambda);
lglambda_f = slambda(1,1);
sdelta = size(delta);
lgdelta_f = sdelta(1,1);
if (lgNu_f ~= m) || (lglambda_f ~= m)
    error('La Cantidad de Entradas No Corresponde a la del Proceso')
end
if (lgN_f ~= n) || (lgdelta_f ~= n)
    error('La Cantidad de Salidas No Corresponde a la del Proceso')
end

%% Creo un vector columna con los retardos del Proceso

dmin_p=100*(ones(lgN_f,1));
for i=1:lgN_f
    dmin_p(i)=min(dp(i,:));
end

%% Creo un vector columna con los retardos de las Perturbaciones

dmin_q=100*(ones(lgN_f,1));
for i=1:lgN_f
    dmin_q(i)=min(dq(i,:));
end

%% Creo un vector columna conformado por Los Horizontes Iniciales del Proceso

N1=zeros(lgN_f,1);
for i=1:lgN_f
    N1(i,1)=dmin_p(i)+1; %Horizonte Inicial
end

%% Creo un vector columna conformado por Los Horizontes Finales del Proceso
N2=zeros(lgN_f,1);
for i=1:lgN_f
    N2(i,1)=dmin_p(i)+N(i); %Horizonte Final
end

%%
aux = 0;
for i=1:lgN_f
    aux = N(i,1)+aux;
end
Nm=aux;%Longitud total de la Matriz o número de filas debido a
    %la cantidad de salidas y al Horizonte de Prediccion

aux = 0;
for i=1:lgNu_f
    aux = Nu(i,1)+aux;
end
Num=aux; %Longitud total de la Matriz o número de columnas debido a
    %la cantidad de entradas y al Horizonte de Control

Qd=zeros(Nm);
lgaux_f=0;
lgaux_c=0;
ki=0;
for i=1:lgN_f
    lgaux_c=N(i,1)+lgaux_c;
    Qd(i+lgaux_f-ki:lgaux_c,i+lgaux_f-ki:lgaux_c)=delta(i,1)*eye(N(i,1));
    ki=ki+1;
    lgaux_f=lgaux_f+N(i,1);
end

Ql=zeros(max(Nu)*lgNu_f);
lgaux_f=0;
lgaux_c=0;
ki=0;
for i=1:lgNu_f
    lgaux_c=Nu(i,1)+lgaux_f;
    Ql(i+lgaux_f-ki:lgaux_c,i+lgaux_f-ki:lgaux_c)=lambda(i,1)*eye(Nu(i,1));
    ki=ki+1;
    lgaux_f=lgaux_f+max(Nu);
end

end

%----- %
%
```



```

% Calculo de La Ecuación Diofántica
%
%----- %
%[E,En,F,Fc] = dioph_MZMIMO(A,N1,N2)
% A = Denominador MIMO
% N1 = Horizonte de Prediccion inicial
% N2 = Horizonte de Prediccion final
% d = Retardo
% F = Matriz F de los valores pasados de las salidas
% Fc = Se utiliza como ayuda mas no en el cálculo
% Esta función se forma a partir de la función " diophantine "
% elaborada por Julio Normey-Rico & Eduardo F. Camacho

```

```
function[E,En,F,Fc] = dioph_MZMIMO(A,N1,N2)
```

```

if nargin < 3
    error('Faltan datos')
end

```

```

[n,m]=size(A); %Numero de salidas(n) y numero de entradas(m)
for i=1:n
    [En1,Fn] = diophantine(A{i,i},N2(i),0); %Calculo de la funcion Diofantina
    E(i)=En1(end,:); %Polinomio E seria la ultima fila arrojada por la funcion
    Fc(i)=Fn(N1(i):N2(i),1:end);
    En(i)=En1;
end

```

```

aux_f = 0;
aux_c = 0;
for i=1:n
    [lgFc_f,lgFc_c] = size(Fc(i));
    aux_f = lgFc_f+aux_f;
    aux_c = lgFc_c+aux_c;
end
Fc_f=aux_f;
Fc_c=aux_c;

```

```

F=zeros(Fc_f,Fc_c);
lgaux_f=0;
lgaux_c=0;
lgaux_f1=0;
lgaux_c1=0;
ki=0;
for i=1:n
    [lgFc_f,lgFc_c] = size(Fc(i));
    lgaux_c=lgFc_c+lgaux_c;
    lgaux_f1=lgFc_f+lgaux_f1;
    F(i+lgaux_f-ki:lgaux_f1,i+lgaux_c1-ki:lgaux_c)=Fc(i);
    lgaux_f=lgaux_f+lgFc_f;
    lgaux_c1=lgaux_c1+lgFc_c;
    ki=ki+1;
end

```

```
end
```

```

function [G,y] = Matriz_G_MZMIMO(B,E,dp,N,N1,N2,Nu )
%
% [G,y] = Matriz_G_MZMIMO(B,E,dp,N,N1,N2,Nu )
%
% G = Matriz con las Respuestas Paso de la Planta
%
% B = Matriz con los Numeradores o Ceros de la Planta
% E =
% dp = Matriz que contiene los retardos de las FT de la Planta
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% N1 = Matriz de los Horizontes Iniciales de Prediccion
% N2 = Matriz de los Horizontes Finales de Prediccion
% Nu = Matriz de Horizonte de Control

```

```

if nargin < 7
    error('Faltan datos')
end

```

```

[lgB_n,lgB_m]=size(B);
[lgdn_n,lgdn_m]=size(dp);
[lgN_n,lgN_m]=size(N);
[lgN1_n,lgN1_m]=size(N1);
[lgN2_n,lgN2_m]=size(N2);
[lgNu_n,lgNu_m]=size(Nu);

```

```

if lgB_n ~= lgdn_n || lgB_n ~= lgN_n || lgB_n ~= lgN1_n || lgB_n ~= lgN2_n
    error('La Cantidad de Salidas No Corresponde a la del Proceso')
end

if lgB_m ~= lgdn_m || lgB_m ~= lgNu_n
    error('La Cantidad de Entradas No Corresponde a la del Proceso')
end

G=zeros(sum(N),(max(Nu)*lgB_m));

for i=1:lgB_n
    aux=E{i};
    for ii=1:lgB_m
        aux1=conv(aux,B(i,ii)); %Calcula polinomio g
        for iii=1:length(aux1)-1
            y(dp(i,ii)+iii,i,ii)=aux1(iii);
        end
    end
end

lgNaux_f=0;
lgNaux_c=0;
ki=0;
for i=1:lgN_n
    lgNaux_c=N(i,1)+lgNaux_c;
    kii=0;
    lgaux_f=0;
    lgaux_c=0;
    for ii=1:lgNu_n
        yp=zeros(N(i,1),Nu(i,1));
        [lgyp_f,lgyp_c]=size(yp);
        kk=0;
        aux=y(N1(i):N2(i),i,ii);
        for k=1:Nu(i,1)
            yp(k:lgyp_f,k)=aux(k-kk:lgyp_f-kk);
            kk=kk+1;
        end
        lgaux_c=Nu(i,1)+lgaux_f;
        G(i+lgNaux_f-ki:lgNaux_c,ii+lgaux_f-kii:lgaux_c)=yp;
        kii=kii+1;
        lgaux_f=lgaux_f+max(Nu);
    end

    ki=ki+1;
    lgNaux_f=lgNaux_f+N(i,1);
end

end

function [ M,K ] = Ganancias_M_K_MZMIMO( m,Nu,G,Ql,Qd )
%
%[ M,K ] = Ganancias_M_K_MZMIMO( m,Nu,G,Ql,Qd )
% M = inv(G*Qd*G+Ql)*G*Qd
% K = Matriz que contiene los valores Optimos para el calculo de los
% incrementos de control
%
% m = Cantidad de Entradas
% Nu = Matriz de Horizonte de Control
% G = Matriz con las Respuestas Paso de la Planta
% Ql =
% Qd =
% Función que permite calcular los valores Optimos para encontrar los
% incrementos de la señal de control pero este cálculo no contempla ninguna
% restricciÃ³n

DM=det(G*Qd*G+Ql);

if DM == 0
    error('Formulación de Matrices Incorrecta, Matriz Singular, corregir Horizonte de Control')
end

K=0;
ki=0;
M=inv(G*Qd*G+Ql)*G*Qd;
maxNu=max(Nu);
[lgM_fl,lgM_c]=size(M);
for i=1:m
    K(1:lgM_c,i)=M(maxNu*ki+1,:);
end

```

```

    ki=ki+1;
end

end

function [Gpr,GGpr] = Matriz_Gpr_MZMIMO(B,En,N,N2,dp,dmin_p)
%
%[Gpr,GGpr] = Matriz_Gpr_MZMIMO(B,En,N,N2,dp,dmin_p)
%
% Gpr = Matriz con los valores pasados de la Planta
%
%
% B = Matriz con los Numeradores o Ceros de la Planta
% En =
% N = Matriz con los Horizontes de Predicción de la Planta
% dp = Matriz que contiene los retardos de las FT de la Planta
% dmin_p = Matriz que contiene los retardos mínimos de la Planta

[lgN_n,lgN_m]=size(N);
lE=length(En);
[ny,nu]=size(B);
for m=1:ny
    En1=En{m};
    for n=1:nu
        Gprc=zeros(dp(m,n)+1,N(m)); %Vector de controles pasados (Pertenece a la respuesta libre)
        j=2;
        for i=dp(m,n)+1:N2(m)
            aux=conv(En1(i,1:end),B(m,n));
            if length(aux) < dp(m,n)+j %Si la longitud del auxiliar es menor que j
                aux=[aux zeros(1,(dp(m,n)+j)-length(aux))]; %Completar con ceros
            end
            Gprc(i,1:dp(m,n)+1)=aux(j:dp(m,n)+j);
            j=j+1;
        end
        GGpr{m,n}=Gprc;
    end
end
end

aux_f = 0;
aux_c = 0;
vaux_f=zeros(ny,1);
vaux_c=zeros(ny,1);
for i=1:ny
    [lgFc_f,lgFc_c] = size(GGpr{i});
    aux_f = lgFc_f+aux_f;
    aux_c = lgFc_c+aux_c;
    vaux_f(i)=lgFc_f;
    vaux_c(i)=lgFc_c;
end
Fc_f=aux_f;
Fc_c=aux_c;

Gpr=zeros(sum(N),nu);

lgNaux_f=0;
lgNaux_c=0;
lgNaux_c2=0;

ki=0;
for i=1:lgN_n
    lgNaux_c=N(i,1)+lgNaux_c;
    kii=0;
    lgaux_f=0;
    lgaux_c=0;
    for ii=1:nu
        [lgGGpr_f,lgGGpr_c]=size(GGpr{i,ii});
        lgaux_c=lgGGpr_c+lgaux_c;
        Gpr(i+lgNaux_f-ki:lgNaux_c,ii+lgNaux_c2+lgaux_f-kii:lgaux_c+lgNaux_c2)=GGpr(i,ii);
        kii=kii+1;
        lgaux_f=lgaux_f+lgGGpr_c;
    end
end

ki=ki+1;
lgNaux_f=lgNaux_f+N(i,1);
lgNaux_c2=lgaux_f+lgNaux_c2;

end

end

```

```

function [L,y] = Matriz_L_MZMIMO2( E,D,dq,N,N1,N2,Nu )
%
% [L,y] = Matriz_L_MZMMIMO( E,D,dq,N,N1,N2,Nu )
%
% L = Matriz con las Respuestas Paso de las Perturbaciones Medibles
%
% E =
% D = Matriz con los Numeradores o Ceros de las Perturbaciones Medibles
% dp = Matriz que contiene los retardos de las FT de la Planta
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% N1 = Matriz de los Horizontes Iniciales de Prediccion
% N2 = Matriz de los Horizontes Finales de Prediccion
% Nu = Matriz de Horizonte de Control

if nargin < 7
    error('Faltan datos')
end

[lgD_n,lgD_m]=size(D);
[lgdq_n,lgdq_m]=size(dq);
[lgN_n,lgN_m]=size(N);
[lgN1_n,lgN1_m]=size(N1);
[lgN2_n,lgN2_m]=size(N2);
[lgNu_n,lgNu_m]=size(Nu);

if lgD_n ~= lgdq_n || lgD_n ~= lgN_n || lgD_n ~= lgN1_n || lgD_n ~= lgN2_n
    error('La Cantidad de Salidas No Corresponde a la del Proceso')
end

if lgD_m ~= lgdq_m
    error('La Cantidad de Perturbaciones No Corresponde a la del Proceso')
end

L=zeros(sum(N),(sum(Nu)*lgD_m));

for i=1:lgD_n
    aux=E(i);
    for ii=1:lgD_m
        aux1=conv(aux,D(i,ii)); %Calcula polinomio q
        for iii=1:length(aux1)-1
            y(dq(i,ii)+iii,i,ii)=aux1(iii);
        end
    end
end

lgNaux_f=0;
lgNaux_c=0;
lgNaux_c2=0;
ki=0;
for i=1:lgN_n
    lgNaux_c=N(i,1)+lgNaux_c;
    kii=0;
    lgaux_f=0;
    lgaux_c=0;
    for ii=1:lgD_m
        yq=zeros(N(i,1),Nu(i,1));
        [lgyp_f,lgyp_c]=size(yq);
        kk=0;
        aux=y(N1(i):N2(i),i,ii);
        for k=1:Nu(i,1)
            yq(k:lgyp_f,k)=aux(k-kk:lgyp_f-kk);
            kk=kk+1;
        end
        lgaux_c=Nu(i,1)+lgaux_f;
        L(i+lgNaux_f-kii:lgNaux_c,ii+lgNaux_c2+lgaux_f-kii:lgaux_c+lgNaux_c2)=yq;
        kii=kii+1;
        lgaux_f=lgaux_f+Nu(i,1);
    end

    ki=ki+1;
    lgNaux_f=lgNaux_f+N(i,1);
    lgNaux_c2=lgaux_f;
end

end

Function [Lpr,LLpr] = Matriz_Lpr_MZMIMO2(D,En,N,N2,dp,dq,dmin_p)

```

```

%
% [Lpr, LLpr] = Matriz_Lpr_MZMIMO(D, En, N, N2, dq, dmin_p)
% D = Matriz que contiene todos los denominadores de las FT de las
% perturbaciones medibles.
% En = Matriz
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% N2 = Matriz que contiene los Horizontes de Control
% dq = Matriz de los retardos de las perturbaciones medibles
% dmin_p = Matriz de los retardos minimos de la FT de la Planta
% usar dp es mejor que dq

IE=length(En);
[ny, nu]=size(D);
for m=1:ny
    En1=En{m};
    for n=1:nu
        %Se debe llevar en consideración cada retardo de la matriz de
        %Funciones de transferencia pues con ellos se forman las
        %matrices de los controles pasados
        Lprc=zeros(dq(m,n)+1, N(m)); %Vector de controles pasados (Pertenece a la respuesta libre)
        j=2;

        for i=dp(m,m)+1:N(m)
            aux=conv(En1(i, 1:end), D(m,n));
            if length(aux) < dq(m,n)+j %Si la longitud del auxiliar es menor que j
                aux=[aux zeros(1, (dq(m,n)+j)-length(aux))]; %Completar con ceros
            end
            Lprc(i, 1:dq(m,n)+2)=aux(j-1:dq(m,n)+j);
            j=j+1;
        end
        LLpr(m,n)=Lprc;
    end
end

aux_f = 0;
aux_c = 0;
vaux_f=zeros(ny, 1);
vaux_c=zeros(ny, 1);
for i=1:ny
    [lgFc_f, lgFc_c] = size(LLpr(i));
    aux_f = lgFc_f+aux_f;
    aux_c = lgFc_c+aux_c;
    vaux_f(i)=[lgFc_f];
    vaux_c(i)=[lgFc_c];
end
Fc_f=aux_f;
Fc_c=aux_c;

lgNaux_f=0;
lgNaux_c=0;
lgNaux_c2=0;
ki=0;
Lpr=zeros(sum(vaux_f), nu);

for i=1:ny
    lgNaux_c=vaux_f(i, 1)+lgNaux_c;
    kii=0;
    lgaux_f=0;
    lgaux_c=0;
    for ii=1:nu
        [lgLLpr_f, lgLLpr_c]=size(LLpr(i, ii));
        yq=zeros(vaux_f(i, 1), lgLLpr_c);
        [lgyp_f, lgyp_c]=size(yq);
        kk=0;

        lgaux_c=lgLLpr_c+lgaux_c;
        Lpr(i+lgNaux_f-ki:lgNaux_c, ii+lgaux_f+lgNaux_c2-kk:lgaux_c+lgNaux_c2)=LLpr(i, ii);
        kii=kii+1;
        lgaux_f=lgaux_f+lgLLpr_c;
    end

    ki=ki+1;
    lgNaux_f=lgNaux_f+vaux_f(i, 1);
    lgNaux_c2=lgaux_f+lgNaux_c2;
end
end

function y = y_proceso_MZMIMO2( A, B, D, dp, dq, Nitk, y, u, q, e )

```

```

%
% y = y_proceso_MZMIMO( A,B,D,dp,dq,Nitk,y,u,q )
%
%
% y = Vector fila que entrega los valores calculados de las Salidas
% del Proceso en el instante "Nitk"
% A = Matriz que contiene todos los denominadores o Polos de las FT del
% Proceso.
% B = Matriz que contiene todos los numeradores o Ceros de las FT del
% Proceso.
% D = Matriz que contiene todos los denominadores o Polos de las FT de las
% Perturbaciones Medibles.
% dp = Matriz que contiene todos los retardos de la Planta
% dq = Matriz que contiene todos los retardos de las Perturbaciones
% Medibles
% Nitk = Numero de la Iteracion
% y = Matriz que contiene los valores de las Salidas del Proceso en el
% instante "Nitk - 1"
% u = Matriz que contiene todas las acciones de control del Proceso
% q = Matriz que contiene todos los valores de las Perturbaciones
% Medibles

```

```

[lgA_n,lgA_m]=size(A);
[lgB_n,lgB_m]=size(B);
[lgD_n,lgD_m]=size(D);

```

```

for i=1:lgA_n
    [lgA_f,lgA_c]=size(A(i,i));
    na(i,1)=lgA_c;
end

for i=1:lgA_n
    for ii=1:lgB_m
        [lgB_f,lgB_c]=size(B(i,ii));
        nb(i,ii)=lgB_c;
    end
end

for i=1:lgA_n
    for ii=1:lgD_m
        [lgD_f,lgD_c]=size(D(i,ii));
        nd(i,ii)=lgD_c;
    end
end

%% Calculo Las Salidas del Proceso
for i=1:lgA_n

    lgBc_c2=0;
    lgBo_c=0;
    kii=0;
    Bo=zeros(1,lgB_m);
    uB=0;
    for ii=1:lgB_m
        [lgBc_f,lgBc_c]=size(B(i,ii));

        for iii=1:lgBc_c
            uB(iii+lgBc_c2,1) = u(Nitk-dp(i,ii)-iii,ii);
        end
        lgBc_c2=lgBc_c+lgBc_c2;

        Bo(1,ii+lgBo_c-kii:lgBc_c2)=B(i,ii);
        kii=kii+1;
        lgBo_c=lgBc_c2;
    end

    lgDc_c2=0;
    lgDo_c=0;
    kii=0;
    Do=zeros(1,lgD_m);
    uD=0;
    for ii=1:lgD_m
        [lgDc_f,lgDc_c]=size(D(i,ii));

        for iii=1:lgDc_c
            uD(iii+lgDc_c2,1) = q(Nitk-dq(i,ii)-iii,ii);
        end
        lgDc_c2=lgDc_c+lgDc_c2;

        Do(1,ii+lgDo_c-kii:lgDc_c2)=D(i,ii);
    end
end

```

```

        kii=kii+1;
        lgDo_c=lgDc_c2;
    end

    [lgAc_f,lgAc_c]=size(A{i,i});
    yA=0;
    for iii=1:lgAc_c-1
        yA(iii,1) = y(Nitk-iii,i);
    end
    Ao=zeros(1,lgA_n);
    Ao=A{i,i};
    Ao=Ao(1,2:end);
    y(Nitk,i)=Bo*uB - Ao*yA + Do*uD +e(Nitk,i);

end

end

Function y_ant = y_ant_MZMIMO( N,Nu,Fc,Nitk,ym )
%
% y_ant = y_ant_MZMIMO( N,Nu,Fc,Nitk,ym )
%
%
% y_ant = Matriz que contiene los valores las Salidas Pasadas
%
%
% N = Matriz de Horizonte de Predicción
% Nu = Matriz de Horizonte de Control
% Fc =
% Nitk = Iteración
% ym = Matriz que contiene todos los valores de las Salidas del Proceso

[lgN_n,lgN_m]=size(N);
[lgNu_n,lgNu_m]=size(Nu);
[lgFc_n,lgFc_m]=size(Fc);
[lgym_n,lgym_m]=size(ym);

if (lgN_n ~= lgFc_m || lgN_n ~= lgym_m )
    error('La Cantidad de Salidas No Corresponde a la del Proceso')
end

aux_f = 0;
aux_c = 0;
vaux_f=zeros(lgN_n,1);
vaux_c=zeros(lgN_n,1);
for i=1:lgN_n
    [lgFc_f,lgFc_c] = size(Fc(i));
    aux_f = lgFc_f+aux_f;
    aux_c = lgFc_c+aux_c;
    vaux_f(i)=[lgFc_f];
    vaux_c(i)=[lgFc_c];
end
Fc_f=aux_f;
Fc_c=aux_c;

lgaux_f=0;
aux_f=0;
ki=0;
for i=1:lgN_n
    lgaux_f=vaux_c(i)+lgaux_f;
    aux=0;
    for ii=1:vaux_c(i)
        aux(ii,1)= ym(Nitk-ii+1,i);
    end
    y_ant(i+aux_f-ki:lgaux_f,1)=aux;
    ki=ki+1;
    aux_f= aux_f+vaux_c(i);
end

end

function rc = r_MZMIMO( N,r,Nitk)
%
% rc = r_MZMIMO( N,r,Nitk)
%
% rc = Vector Fila de las referencias que se ejecutarán en la iteración
% Nitk
%
% N = Matriz de Horizonte de Predicción
% r = Matriz que contiene todas las referencias

```

```

% Nitk = Iteracion en la que va el proceso

[IgN_n,IgN_m]=size(N);
[Igr_n,Igr_m]=size(r);

if (IgN_n ~= Igr_m )
    error('La Cantidad de Salidas No Corresponde a la del Proceso')
end

rc=0;
lgaux_f=0;
aux_f=0;
ki=0;
for i=1:Igr_m
    lgaux_f=N(i,1)+lgaux_f;
    aux=0;
    for ii=1:N(i,1)
        aux(ii,1)=r(Nitk,i);
    end
    rc(i+aux_f-ki:Igaux_f,1)=aux;
    ki=ki+1;
    aux_f= aux_f+N(i,1);
end
end

function inc_u = inc_u_MZMIMO( m,K,ref,free )
%
% inc_u = inc_u_MZMIMO( m,K,ref,free )
%
% inc_u = Vector fila con los incrementos de las variables de control
%
% m = Cantidad de Entradas
% K = Matriz que contiene los valores óptimos para el cálculo de los
% incrementos de control
% ref = Vector Fila con las referencias o SetPoints
% free = Respuesta Libre

inc_u=0;
for i=1:m
    inc_u(1,i)=K(:,i)*(ref-free);
end
end

function uc = u_MZMIMO( N,Nu,Nitk,u,inc_u)
%
% uc = u_MZMIMO( N,Nu,Nitk,u,inc_u)
%
% uc = Vector Fila que contiene las acciones futuras calculadas a
% partir de los inc_u
%
%
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% Nu = Matriz de Horizonte de Control
% Nitk = Iteracion
% u = Matriz que contiene todos las acciones de control del Proceso
% inc_u = Vector Fila que contiene todos los incrementos de las señales de
% control. El valor que entrega se debe a la elección del tipo de
% Restricción (sR).

[IgN_n,IgN_m]=size(N);
[IgNu_n,IgNu_m]=size(Nu);
[Igu_n,Igu_m]=size(u);

if (IgNu_n ~= Igu_m )
    error('La Cantidad de Entradas No Corresponde a la del Proceso')
end

%Calculo los incrementos de cada entrada

for i=1:Igu_m
    if Nitk==1
        u(Nitk,i)=inc_u(1,i);
    else
        u(Nitk,i)=u(Nitk-1,i)+ inc_u(1,i);
    end
end

```



```

end
uc=u(Nitk,1:lgu_m);
end

```

```

function dupc = dup_MZMIMO2( N,Nu,Gpr,GGpr,dup,Nitk,u,inc_u)
%
%dupc = dup_MZMIMO( N,Nu,Gpr,GGpr,dup,Nitk,u,inc_u)
%
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% Nu = Matriz de Horizonte de Control
% Gpr = Matriz de los valores pasados de las variables manipuladas
% GGpr = Se utiliza solo para el cálculo
% dup = Vector fila con los incrementos pasados de las variables
% manipuladas
% Nitk = Número de la iteracion
% u = Matriz con los valores de las variables manipuladas
% inc_u = Matriz con los incrementos futuros de las variables manipuladas
% N2 = Matriz que contiene los Horizontes de Control
%
% Esta función permite calcular los valores de los incrementos pasados de
% las variables manipuladas y colocarlos de forma que se pueda multiplicar
% matricialmente con la Matriz Gpr

```

```

[lgN_n,lgN_m]=size(N);
[lgNu_n,lgNu_m]=size(Nu);
[lgGpr_n,lgGpr_m]=size(Gpr);
[lgGGpr_n,lgGGpr_m]=size(GGpr);
[lgu_n,lgu_m]=size(u);

if (lgNu_n ~= lgu_m )
    error('La Cantidad de Entradas No Corresponde a la del Proceso')
end

%Calculo los incrementos de cada perturbacion

for i=1:lgu_m
    if Nitk==1
        u(Nitk,i)=inc_u(1,i);
    else
        u(Nitk,i)=u(Nitk-1,i)+ inc_u(1,i);
    end
end

auxlgGG_c2=0;
dup1=zeros(1,lgu_m);

for i=1:lgN_n

    auxlgGG_c1=0;
    kii=0;
    for ii=1:lgu_m
        [lgGpr_n,lgGGpr_m]=size(GGpr(i,ii));
        aux1=dup(1,ii+auxlgGG_c2+auxlgGG_c1-kii:auxlgGG_c1+auxlgGG_c2+lgGGpr_m-1);
        dup1(1,ii+auxlgGG_c2+auxlgGG_c1-kii:auxlgGG_c1+lgGGpr_m+auxlgGG_c2)=[inc_u(1,ii) aux1];
        auxlgGG_c1=lgGGpr_m+auxlgGG_c1;
        kii=kii+1;
    end
    auxlgGG_c2=auxlgGG_c2+auxlgGG_c1;
end
dupc=dup1;

end

```

```

function [dqp,dqf] = dqp_dqf_MZMIMO( N,Nu,L,yL,Lpr,LLpr,dqp,Nitk,q,dmin_p,dq )
% [dqp,dqf] = dqp_dqf_MZMIMO( N,Nu,L,yL,Lpr,LLpr,dqp,Nitk,q,dmin_p,dq ) %
%
% dqp = Vector fila con los valores de los incrementos pasados de las
% perturbaciones medibles
% dqf = Vector fila con los valores de los incrementos futuros de las
% perturbaciones medibles
%
%
% N = Matriz de Horizonte de Prediccion
% Nu = Matriz de Horizonte de Control
% L = Matriz de respuesta Paso para las perturbaciones medibles futuras
% yL = Se utiliza solo para calculo

```

```

% Lpr = Matriz de los valores pasados de las perturbaciones medibles
% LLpr = Se utiliza solo para calculo
% dqp = Vector fila de los incrementos pasados
% Nitk = Numero de la iteracion
% q = Matriz que contiene las perturbaciones medibles
% dmin_p = Matriz de los retardos minimos de la FT de la Planta
% dq = Matriz de los retardos de las perturbaciones medibles
% Esta función permite calcula los incrementos del pasado y del futuro de
% las perturbaciones medibles considerando los retardos minimos de la Planta
% y los retardos de cada una de las perturbaciones.
% En este caso tal como figura en la parte inferior, el calculo de los
% incrementos futuros se calcula pero al final se iguala a cero ya que

```

```

[lgN_n,lgN_m]=size(N);
[lgNu_n,lgNu_m]=size(Nu);
[lgL_f,lgL_c]=size(L);
[lgy_l,lgyl_c,lgyl_n]=size(yL);
[lgLpr_n,lgLpr_m]=size(LLpr);
[lgLLpr_n,lgLLpr_m]=size(LLpr);
[lgq_n,lgq_m]=size(q);

if (lgyl_n ~= lgq_m)
    error('La Cantidad de Perturbaciones No Corresponde a la del Proceso')
end

%Calculo los incrementos de cada perturbación

aux=0;
for i=1:lgN_n
    [auxlgLL_f,maxLLpr]=size(LLpr(i,1));
    if maxLLpr < aux
        maxLLpr=aux;
    end
end

for i=1:lgN_n
    for ii=1:lgq_m
        %inc_q(i,ii)=q(Nitk-dq(i,ii)+dmin_p(i,1),ii)-q(Nitk-1-dq(i,ii)+dmin_p(i,1),ii);
        inc_q(i,ii)=q(Nitk,ii)-q(Nitk-1,ii);
    end
end

lg=0;

auxlgLL_c2=0;
dqp1=zeros(1,lgq_m);

for i=1:lgN_n

    auxlgLL_c1=0;
    kii=0;
    for ii=1:lgq_m
        [lgLpr_n,lgLpr_m]=size(LLpr(i,ii));
        aux1=dqp(1,ii+auxlgLL_c2+auxlgLL_c1-kii:auxlgLL_c1+auxlgLL_c2+lgLpr_m-1);
        dqp1(1,ii+auxlgLL_c2+auxlgLL_c1-kii:auxlgLL_c1+lgLpr_m+auxlgLL_c2)=[inc_q(i,ii) aux1];
        auxlgLL_c1=lgLpr_m+auxlgLL_c1;
        kii=kii+1;
    end
    auxlgLL_c2=auxlgLL_c2+auxlgLL_c1;
end
dqp=dqp1;

maxNu=max(Nu);

dqf1=zeros(1,maxNu);

kd=1;
auxlgL_c2=0;
for i1=1:lgN_n
    auxlgL_c1=0;
    ki=0;
    for i=1:lgq_m
        dqfp=zeros(1,Nu(i1,1));
        for ii=1:Nu(i1,1)

            lgqi=length(q(1:Nitk,ii));%Considerar para el futuro buscar
            %la longitud del vector de perturbaciones
            ct = Nitk+ii-dq(i1,i)+dmin_p(i1,1);
            if ct < lgqi
                %dqfp(ii)=q((Nitk+ii-dq(i1,i)+dmin_p(i1,1)),ii)-q((Nitk+i-1-dq(i1,i)+dmin_p(i1,1)),ii);
            end
        end
    end
end

```

```

    dqfp(ii)=q((Nitk+i),i)-q((Nitk+i-1),i);
else
    dqfp(ii)=0;
end

end

dqf1(1,i+auxlgL_c2+auxlgL_c1-ki:auxlgL_c2+auxlgL_c1+Nu(i1,1))=dqfp;
auxlgL_c1=Nu(i1,1)+auxlgL_c1;
ki=ki+1;

end
kd=kd+1;
auxlgL_c2=auxlgL_c2+auxlgL_c1;
end

%dqf=dqf1;
dqf=zeros(1,length(dqf1));

end

function [eiae,eise] = ErrorIAE_MZMA(y,r,ei,ef)
%
% y = Salida de la planta o variable de proceso
% [n y]
% r = referencia
% [r n]
%
% ei = valor de inicio del calculo del error
% ef = valor final

erefPV = r(1,ei:ef)' - y(ei:ef);
eiae = trapz(abs(erefPV));
eise = trapz(erefPV.^2);

end

```

A.7. Funciones del controlador proporcional, integral y derivativo + FF

```

% SISO PID for 7 Flotation Cells
% Mario Z. Mena Acha
% Pontificia Universidad Católica del Perú
% Lima - 2020
% El PID desarrollado está en base al algoritmo del DCS Foxboro
% _____

close all
clear all
clc

%%Cargo los modelos contínuos de las siete celdas
load('mc03810.mat');
load('mc03820.mat');
load('mc03830.mat');
load('mc03840.mat');
load('mc03850.mat');
load('mc03860.mat');
load('mc03870.mat');
%load('data.mat');

%% Defino las FT de las Celdas de Flotación
Ts=1; %Tiempo de Muestreo
gdc = tf(0,[21 1],Ts);

Gp1 = gdb711 ; Gp1.iodelay = 10;
Gq11 = gdp710 ; Gq11.iodelay = 12;
Gq12 = gdc ; Gq12.iodelay = 12;
Gq1 = [ Gq11 Gq12 ];
[ A1,B1,D1,dp1,dq1 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp1,Gq1,1,0 );

Gp2 = gdb722 ; Gp2.iodelay = 12;
Gq21 = gdp721 ; Gq21.iodelay = 17;
Gq22 = gdc ; Gq22.iodelay = 17;
Gq2 = [ Gq21 Gq22 ];
[ A2,B2,D2,dp2,dq2 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp2,Gq2,1,0 );

```

```

Gp3 = gdb733 ;      Gp3.iodelay = 17;
Gq31 = gdp732 ;    Gq31.iodelay = 20;
Gq32 = gdc ;      Gq32.iodelay = 20;
Gq3 = [ Gq31 Gq32 ];
[ A3,B3,D3,dp3,dq3 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp3,Gq3,1,0 );

Gp4 = gdb744 ;      Gp4.iodelay = 19;
Gq41 = gdp743 ;    Gq41.iodelay = 20;
Gq42 = gdc ;      Gq42.iodelay = 20;
Gq4 = [ Gq41 Gq42 ];
[ A4,B4,D4,dp4,dq4 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp4,Gq4,1,0 );

Gp5 = gdb755 ;      Gp5.iodelay = 20;
Gq51 = gdp754 ;    Gq51.iodelay = 22;
Gq52 = gdc ;      Gq52.iodelay = 22;
Gq5 = [ Gq51 Gq52 ];
[ A5,B5,D5,dp5,dq5 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp5,Gq5,1,0 );

Gp6 = gdb766 ;      Gp6.iodelay = 22;
Gq61 = gdp765 ;    Gq61.iodelay = 24;
Gq62 = gdc ;      Gq62.iodelay = 24;
Gq6 = [ Gq61 Gq62 ];
[ A6,B6,D6,dp6,dq6 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp6,Gq6,1,0 );

Gp7 = gdb777 ;      Gp7.iodelay = 17;
Gq71 = gdp776 ;    Gq71.iodelay = 20;
Gq72 = gdc ;      Gq72.iodelay = 20;
Gq7 = [ Gq71 Gq72 ];
[ A7,B7,D7,dp7,dq7 ] = FT_Proceso_Laplace_MZSISO( Ts,Gp7,Gq7,1,0 );

% Agrupo los retardos de tiempo de la planta
lgdp_n = 0;
lgdp_m = 0;
lgdq_n = 0;
lgdq_m = 0;
dp=[dp1 dp2 dp3 dp4 dp5 dp6 dp7];
[lgdp_n,lgdp_m]=size(dp);

dq = {dq1 dq2 dq3 dq4 dq5 dq6 dq7};
[lgdq_n,lgdq_m]=size(dq);

%% Parámetros de Sintonia del PID De las Siete Celdas

PBAND=[131 140 263 358 284 388 463];% Constante proporcional
INT=[ 1.17 1.4 2.98 3.4 2.33 1.74 2.88 ];% Constante integrativa
DERIV=[0 0 0 0 0 0 0];% Constante derivativa

LL=[1,1,1,1,1,1,1];% Constante LLag
FMulti=[1,1,1,1,1,1,1];% Constante LLag

%% Restricciones de Proceso
umax=[100 100 100 100 100 100 100];% u máximo
umin=[0 0 0 0 0 0 0];% u mínimo

%% Perturbación medible
KBIAS=[0.961 0.489 0.803 0.91 1.35 0.8 0.744 1];
BIAS=[1,1,1,1,1,1,1];%
BBIAS=[0 0 0 0 0 0 0];%

%% Lazo de Control
% inicializa parametros de Simulacion
nit=6300; %Numero de interaciones

% Parámetros Iniciales del Proceso para la simulación

% Salidas
y1(1:nit,1) = 0;
y2(1:nit,1) = 0;
y3(1:nit,1) = 0;
y4(1:nit,1) = 0;
y5(1:nit,1) = 0;
y6(1:nit,1) = 0;
y7(1:nit,1) = 0;
yp=[y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7];

% Referencias
r1(30:nit,1) = 76;r1(2111:nit,1) = 70; r1(4960:nit,1) = 78;
r2(40:nit,1) = 80;r2(2311:nit,1) = 74; r2(4760:nit,1) = 82;
r3(50:nit,1) = 85;r3(2511:nit,1) = 77; r3(4560:nit,1) = 87;

```

```

r4(60:nit,1) = 88;r4(2711:nit,1) = 80; r4(4360:nit,1) = 90;
r5(70:nit,1) = 92;r5(2911:nit,1) = 82; r5(4160:nit,1) = 94;
r6(80:nit,1) = 94;r6(3111:nit,1) = 85; r6(3960:nit,1) = 96;
r7(90:nit,1) = 96;r7(3311:nit,1) = 88; r7(3760:nit,1) = 98;

rp=[r1 r2 r3 r4 r5 r6 r7];

% Accines de Control o Variables Manipuladas
u1(1:nit,1) = 0;
u2(1:nit,1) = 0;
u3(1:nit,1) = 0;
u4(1:nit,1) = 0;
u5(1:nit,1) = 0;
u6(1:nit,1) = 0;
u7(1:nit,1) = 0;
up=[u1 u2 u3 u4 u5 u6 u7];
[lgup_n,lgup_m]=size(up);

% Perturbaciones Medibles
q1(1:nit,1) = 59;q1(5361:nit,1) = 69;
q2(1:nit,1) = 0;
q3(1:nit,1) = 0;
q4(1:nit,1) = 0;
q5(1:nit,1) = 0;
q6(1:nit,1) = 0;
q7(1:nit,1) = 0;
q8(1:nit,1) = 0;
qs(1:nit,1) = 0;

% Perturbaciones No Medibles
ec1(1:nit,1) = rand(nit,1);
ec2(1:nit,1) = rand(nit,1);
ec3(1:nit,1) = rand(nit,1);
ec4(1:nit,1) = rand(nit,1);
ec5(1:nit,1) = rand(nit,1);
ec6(1:nit,1) = rand(nit,1);
ec7(1:nit,1) = rand(nit,1);

% Formaci3n de las Matrices del Proceso para la Simulaci3n
q1=[q1 qs];
q2=[q2 qs];
q3=[q3 qs];
q4=[q4 qs];
q5=[q5 qs];
q6=[q6 qs];
q7=[q7 qs];
q8=[q8 qs];
q = 0;
q = {q1,q2,q3,q4,q5,q6,q7,q8};
[lgq_n,lgq_m]=size(q);

% Formaci3n de las Matrices de errores SP - PV
e1(1:nit,1) = 0;
e2(1:nit,1) = 0;
e3(1:nit,1) = 0;
e4(1:nit,1) = 0;
e5(1:nit,1) = 0;
e6(1:nit,1) = 0;
e7(1:nit,1) = 0;

ep=[e1 e2 e3 e4 e5 e6 e7];
[lgep_n,lgep_m]=size(ep);

kint = max(dq1)+dp1;% El inicio de la interacci3n debe ser mayor a los retardos
kint = 50;
bBias = zeros(nit,lgq_m);
ErrorP = zeros(nit,lgup_m);
Ucontrol1 = zeros(nit,lgup_m);
UcontrolP = zeros(nit,lgup_m);
Rest=0;
for k=kint:nit-kint

% Salida del proceso MIMO
y1(k) = y_proceso_MZSISO( A1,B1,D1,dp1,dq1,k,y1,up(:,1),q1 )+ec1(k,1);
y2(k) = y_proceso_MZSISO( A2,B2,D2,dp2,dq2,k,y2,up(:,2),q2 )+ec1(k,1);
y3(k) = y_proceso_MZSISO( A3,B3,D3,dp3,dq3,k,y3,up(:,3),q3 )+ec1(k,1);
y4(k) = y_proceso_MZSISO( A4,B4,D4,dp4,dq4,k,y4,up(:,4),q4 )+ec1(k,1);
y5(k) = y_proceso_MZSISO( A5,B5,D5,dp5,dq5,k,y5,up(:,5),q5 )+ec1(k,1);
y6(k) = y_proceso_MZSISO( A6,B6,D6,dp6,dq6,k,y6,up(:,6),q6 )+ec1(k,1);
y7(k) = y_proceso_MZSISO( A7,B7,D7,dp7,dq7,k,y7,up(:,7),q7 )+ec1(k,1);

```

```

yp(k,:)=y1(k) y2(k) y3(k) y4(k) y5(k) y6(k) y7(k);

% Cálculo del error del proceso
ErrorP(k,:) = PID_ErrorP_MZSISO(rp,yp,k);
i = 0;

% Calculo de las acciones de control
Ucontrol1(k,:) = PID_UcontrolP_MZSISO(PBAND,INT,DERIV,FMulti,bBias,ErrorP,up,dp,dq,Ts,k,q1,Rest);

for i=1:lgup_m
    UcontrolP(k,i) = Ucontrol1(k,i);
end

up(k,1) = Ucontrol1(k,1) + up(k-1,1);
up(k,2) = UcontrolP(k,2) + up(k-1,2);
up(k,3) = UcontrolP(k,3) + up(k-1,3);
up(k,4) = UcontrolP(k,4) + up(k-1,4);
up(k,5) = UcontrolP(k,5) + up(k-1,5);
up(k,6) = UcontrolP(k,6) + up(k-1,6);
up(k,7) = UcontrolP(k,7) + up(k-1,7);

% Actualizo las perturbaciones medibles

if k > 100
    q2(k,1)=up(k,1);%u1
    q3(k,1)=up(k,2);%u2
    q4(k,1)=up(k,3);%u3
    q5(k,1)=up(k,4);%u4
    q6(k,1)=up(k,5);%u5
    q7(k,1)=up(k,6);%u6
end
q = {q1,q2,q3,q4,q5,q6,q7,q8};

% Calculo de las acciones de FF
bBias(k,:) = PID_Bias_MZSISO(KBIAS,q,BBIAS,k);
k;

if k==1310
    ddd=3
end
end
eini=;% Valor Inicial
efin=;% Valor final
[eiae1,eise1] = ErrorIAE_MZMA(y1,r1,eini,efin);
[eiae2,eise2] = ErrorIAE_MZMA(y2,r2,eini,efin);
[eiae3,eise3] = ErrorIAE_MZMA(y3,r3,eini,efin);
[eiae4,eise4] = ErrorIAE_MZMA(y4,r4,eini,efin);
[eiae5,eise5] = ErrorIAE_MZMA(y5,r5,eini,efin);
[eiae6,eise6] = ErrorIAE_MZMA(y6,r6,eini,efin);
[eiae7,eise7] = ErrorIAE_MZMA(y7,r7,eini,efin);
[eiae1 eiae2 eiae3 eiae4 eiae5 eiae6 eiae7]
[eise1 eise2 eise3 eise4 eise5 eise6 eise7]

subplot(2,1,1),plot(yp,'r','LineWidth',1);hold on;plot(rp,'-k','LineWidth',0.7);ylim([60 105]);xlim([1500 5801]);
xlabel('Muestras')
ylabel('Nivel (%)')
title({'\fontsize{14}Comportamiento del nivel de las siete celdas de flotaci3n';' por la acci3n de control del controlador PID+FF'})
grid on;
subplot(2,1,2),plot(up,'b','LineWidth',1);hold on;plot(q1(:,1),'m','LineWidth',1);ylim([0 75]);xlim([1500 5801]);
xlabel('Muestras')
ylabel('\u00c3lvula de control (%)')
title({'\fontsize{14}Acciones de control de cada controlador PID+FF'})
grid on;

function bBias = PID_Bias_MZSISO(KBIAS,q,BBIAS,k)
%
% bBias = PID_Bias_MZSISO(KBIAS,q,BBIAS,k)
% Algoritmo en base al DCS Foxboro
% bBias = KBIAS*q*BBIAS
%
% KBIAS = Factor de compensacion de la perturbacion medible
% q = Perturbacion medible
% BBIAS = Factor de compensacion de la perturbacion medible

[lgq_n,lgq_m]=size(q);
% Calculo multiplicativo de la FT de la perturbacion medible para el PID

```

```

bBias=zeros(1,lgq_m);
aux = 0;
for i=1:lgq_m
    aux = q(1,i);
    ii = 0;
    [lgauxq_n,lgauxq_m]=size(aux);
    aux2 = 0;
    for ii=1:lgauxq_m
        aux2(1,ii)=(KBIAS(1,i)*aux(k,1) + BBIAS(1,i));
    end
    bBias(1,i) = aux2(1,1);
end
end

function ErrorP = PID_ErrorP_MZSISO(r,y,k)
%
% ErrorP = SP - PV
%
% r = referencia
% y = variable de proceso
% k = número de la iteración

[lgy_n,lgy_m]=size(y);
[lgr_n,lgr_m]=size(r);

if lgy_m ~= lgr_m
    error 'Incongruencia en la formación de vectores columna'
end

if lgy_n ~= lgr_n
    error 'Incongruencia en la cantidad de datos'
end

% Calculo multiplicativo de la FT de la perturbacion medible para el PID
ErrorP=zeros(1,lgy_m);

for i=1:lgy_m
    ErrorP(1,i)=r(k,i) - y(k,i);
end
end

function UcontrolP = PID_UcontrolP_MZSISO(PBAND,INT,FMulti,bBias,ErrorP,u,dp,dq,Ts,k,q)
%
% UcontrolP = Cálculo de la acción de control, en base al algoritmo
% PID del DCS Foxboro con manejo de perturbaciones
% PBAND = Banda Proporcional
% INT = Constante integrativa de Min x Repetición
% DERIV = Constante Derivativa, al momento solo se ha puesto el valor de
% 0.2
% FMulti =
% bBias = Acción de la perturbacion medible sobre el proceso
% ErrorP = SP - PV
% u = matriz de acciones de control de proceso, no se utiliza
% dp = matriz de retardos de proceso
% dq = matriz de retardos de las perturbaciones
% e = matriz de error de proceso
% Ts = Tiempo de muestreo, no se utiliza al momento
% k = número de la iteracion
% q = perturbaciones medible, no se utiliza

[lgb_n,lgb_m]=size(PBAND);
[lgE_n,lgE_m]=size(ErrorP);
[lgdq_n,lgdq_m]=size(dq);
dq = 0;
if lgb_m ~= lgE_m
    error 'Incongruencia en la formación de vectores columna'
end
% Calculo multiplicativo de la FT de la perturbacion medible para el PID
UcontrolP=zeros(1,lgb_m);
for i=1:lgb_m
    dq = dq(1,i);

    UcontrolP(1,i)= 0 -(((100/PBAND(1,i))*(ErrorP(k,i)- ErrorP(k-1,i))) + ... % PBAND
        ((100/PBAND(1,i))*(ErrorP(k,i)- ErrorP(k-2,i))/(INT(1,i)*1)) + ... % INTEGRATIVO
        (((100*1.0)/PBAND(1,i))*(ErrorP(k,i)- 2*ErrorP(k-1,i) + ErrorP(k-2,i)))) * FMulti(1,i) + ... % DERIVATIVO
        ((bBias(k-dqq(1,1) + dp(1,i)-1,i) - bBias(k-dqq(1,1) + dp(1,i)-2,i))); % PERTURBACION MEDIBLE
end
end

```

end

```
function y = y_proceso_MZSISO( A,B,D,dp,dq,Nitk,y,u,q )
%
% y = y_proceso_MZSISO( A,B,D,dp,dq,Nitk,y,u,q )
%
% y = Vector fila que entrega los valores calculados de las Salidas
% del Proceso en el instante "Nitk"
%
% A = Matriz que contiene todos los denominadores o Polos de las FT del
% Proceso.
% B = Matriz que contiene todos los numeradores o Ceros de las FT del
% Proceso.
% D = Matriz que contiene todos los denominadores o Polos de las FT de las
% Perturbaciones Medibles.
% dp = Matriz que contiene todos los retardos de la Planta
% dq = Matriz que contiene todos los retardos de las Perturbaciones
% Medibles
% Nitk = Número de la Iteracion
% y = Matriz que contiene los valores de las Salidas del Proceso en el
% instante "Nitk - 1"
% u = Matriz que contiene todos las acciones de control del Proceso
% q = Matriz que contiene todos los valores de las Perturbaciones
% Medibles
[lgA_n,lgA_m]=size(A);
[lgB_n,lgB_m]=size(B);
[lgD_n,lgD_m]=size(D);

%% Calculo Las Salidas del Proceso
ub = 0;
for i=1:lgB_m
    ub(i,1) = u(Nitk-dp-i);
end

ud = 0;
lgudc = 0;
lgudc1 = 0;
Dc = zeros(1,2);
lgDc = 0;
lgDc1 = 0;
for i=1:lgD_m
    [lgDc_f,lgDc_c]=size(D{1,i});
    udc = 0;
    lgudc1 = lgudc + lgudc1;
    for ii=1:lgDc_c
        udc(ii,1) = q(Nitk-dq(1,i)-ii,i);
    end
    lgudc = length(udc);
    ud(lgudc1+1:lgudc+lgudc1,1) = udc;
    lgDc = length(D{1,i});
    Dc(lgDc1+1:lgDc+lgDc1)=D{1,i};
    lgDc1 = lgDc + lgDc1;
end

ya = 0;
for i=2:lgA_m
    ya(i-1,1) = y(Nitk-i+1,1);
end
Ap = A(2:end);

y = B*ub - Ap*ya + Dc*ud;

end
```