

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



TÍTULO:
**ESTUDIO DEL MANEJO DE MATERIALES GRANULARES EN
LA INDUSTRIA MINERA MEDIANTE EL MÉTODO DE
ELEMENTOS DISCRETOS**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN
INGENIERÍA MECÁNICA**

AUTOR:
VICTOR ANTON TASAYCO

ASESOR:
DR. ING. JORGE HERNAN ALENCASTRE MIRANDA

SETIEMBRE, 2019



© 2017, VICTOR ANTON TASAYCO

Se autoriza la reproducción total o parcial,
Con fines académicos a través de cualquier
Medio o procedimiento, incluyendo la cita
Bibliográfica del documento.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación denominado Estudio del Manejo de Materiales en la Industria Minera mediante el Método de Elementos Discretos (Discrete Element Method - DEM), ha sido elaborado con la finalidad de aportar con la aplicación de esta metodología de cálculo en nuestro medio, aplicado a flujos granulares.

Particularmente se ha considerado la aplicación a la industria minera, debido que el Perú es un país minero muy importante y la aplicación de esta metodología aportaría a dar soluciones, que permitan incrementar la producción en esta industria.

En el primer capítulo, se presenta los antecedentes, lineamientos teóricos y trabajos de investigación previos respecto a la metodología DEM. Así mismo se presentan ciertas aplicaciones de interés e importancia.

Se ha considerado también dar a conocer una síntesis del estado de la aplicación DEM en nuestro país.

En el segundo capítulo, se define el material granular como conjunto de partículas discretas confinadas, así mismo se describen y clasifican los materiales granulares. Además de técnicas recomendadas para la caracterización del material, descripción de la fenomenología que producen los materiales granulares al manipularlos.

En el tercer capítulo, se describe la metodología para simular flujos granulares, además de la secuencia de iteración de la metodología propuesta, considerando las limitaciones y restricciones.

Así mismo se mencionan las herramientas computacionales que brindan soporte para trabajar con la metodología DEM.

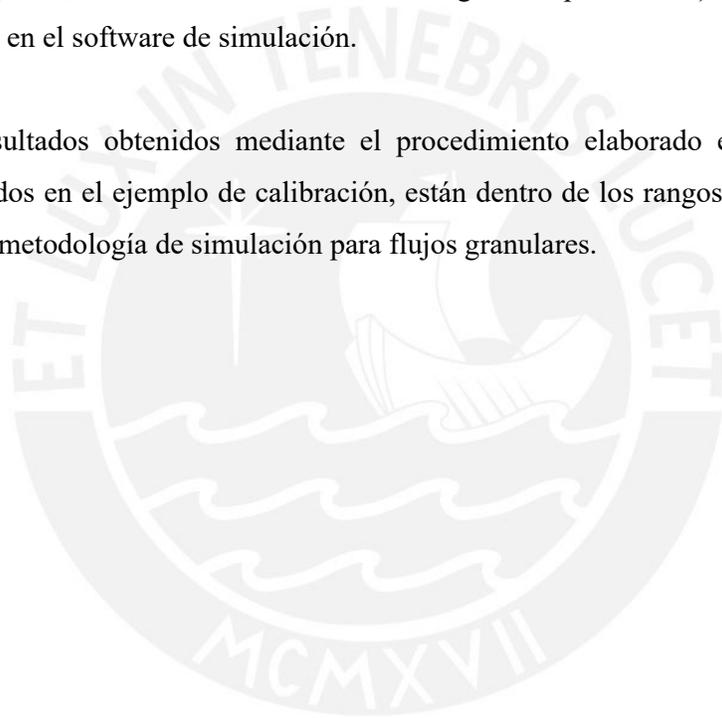
En el cuarto capítulo, se mencionan las consideraciones experimentales propuestas, mediante el uso de software de simulación DEM.

En el presente trabajo de investigación, se exponen los factores de importancia a considerar en la etapa de simulación DEM, así mismo se brindará una técnica de análisis de sensibilidad para lograr calibrar el modelo de simulación.

Este análisis de sensibilidad se basa en los parámetros que puedan brindar la mejor aproximación en el modelo de simulación DEM, en comparación con los valores obtenidos el experimento en laboratorio.

El modelo planteado para la calibración es el caso de la prueba del ángulo de reposo, esta prueba vincula los valores obtenidos en pruebas experimentales (el caso de la investigación, valores obtenidos de la bibliografía especializada) con los valores a calibrar en el software de simulación.

Los resultados obtenidos mediante el procedimiento elaborado en este trabajo y plasmados en el ejemplo de calibración, están dentro de los rangos de error, propios de esta metodología de simulación para flujos granulares.



DEDICATORIA



Este trabajo de investigación es dedicado a mis hijos Victor Andres y Luciana Alejandra por ser el motivo de mi inspiración y esfuerzo; a mi esposa Carmen Rosa por su comprensión y apoyo en esta difícil y emocionante etapa; a mis padres Victor y María Emilia quienes me inculcaron la perseverancia y responsabilidad en mis estudios; a mis hermanas Marilú, Isabel y Marlene por sus consejos de motivación.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco infinitamente a Dios por ayudarme a cumplir una de mis metas profesionales.

Agradezco al Dr. Ingeniero Jorge Hernan Alencastre Miranda, por sus consejos desde el primer día en la Maestría, además de su valiosa asesoría durante el desarrollo de este trabajo de investigación.

Agradezco a la empresa ESSS (Engineering Simulation and Scientific Software) Rocky Academic Research a su Country Manager Gaston Cruz Carlin, por su apoyo en brindar el software Rocky y el soporte técnico del equipo ESSS para elaborar las simulaciones mediante el método de elementos discretos (DEM).



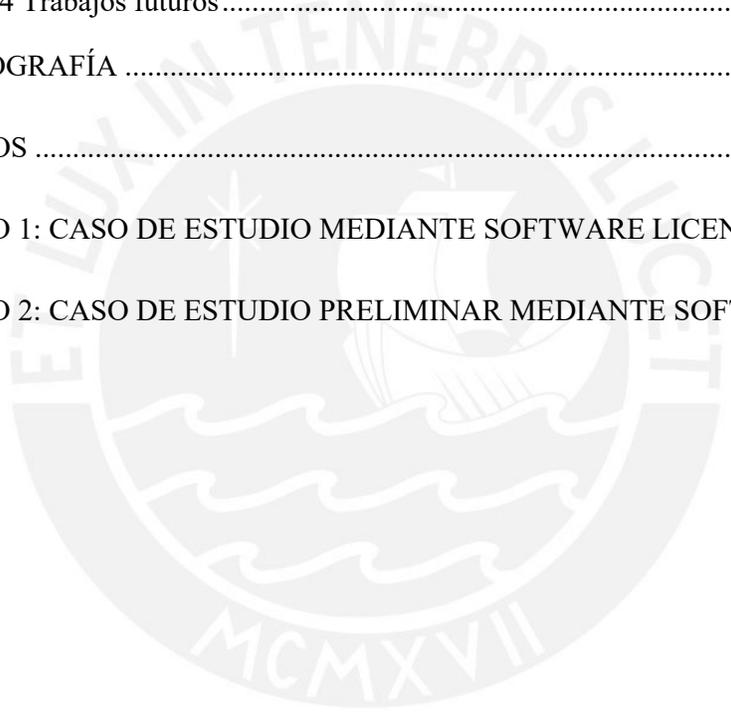
ÍNDICE DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN.....	ii
DEDICATORIA	iv
AGRADECIMIENTOS	v
ÍNDICE DE TABLAS	x
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xiv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1.....	5
ANTECEDENTES.....	5
1.1 Fundamento	5
1.2 Comportamiento	6
1.2.1 Movimiento de partículas:	6
1.2.1.1 Movimiento de traslación, Segunda Ley de Newton:.....	6
1.2.1.2 Movimiento rotacional, Ecuaciones de Euler:.....	7
1.2.2 Fuerza de interacción en el contacto de partículas:	7
1.3 Entorno de simulación	10
1.4 Forma de partículas:	11
1.5 Representación de contactos:.....	12
1.6 Parámetros del sistema de partículas:	14
1.6.1 Parámetros Físicos:.....	14
1.7 Procedimiento de cálculo en el método de elementos discretos:.....	16
1.8 Modelado del método de los elementos discretos:	17
1.9 Determinación del tiempo de simulación:	18
1.10 Flujo granular en tolvas:	19
1.11 Método de elementos discretos (DEM) en las áreas de edificaciones e infraestructuras de ingeniería de bio sistemas:.....	22

1.12 Clasificación de reología granular en diferentes regímenes:.....	23
1.13 Aplicación del método de elementos discretos en nuestro país:.....	24
CAPÍTULO 2	26
MATERIALES GRANULARES	26
2.1 ¿Qué es un material granular?	26
2.2 Caracterización del material granular	28
2.2.1 Densidad	28
2.2.1.1 Pesaje e inmersión	29
2.2.1.2 Pesaje y cálculo del volúmen.....	29
2.2.2 Módulo de elasticidad:.....	30
2.2.2.1 Metodología ASAE (American Society for Agriculture Engineers) con identificador esférico.....	31
2.2.3 Coeficiente de rozamiento dinámico	31
2.2.3.1 Metodología mediante tribómetro de disco rotacional	32
2.2.4 Coeficiente de rozamiento	32
2.2.4.1 Metodología del plano inclinado, para roce estático	32
2.2.4.2 Metodología del plano inclinado, para roce de rodadura	33
2.2.5 Coeficiente de restitución mediante la metodología de impacto en caída libre	34
2.2.6 Metodología de ensayo de tamizado	34
2.2.7 Metodología de medición de partículas.....	35
2.2.8 Metodología ensayo de corte directo.....	36
2.2.9 Metodología de ensayo de humedad termogravimétrico.....	37
2.2.10 Metodología de determinación de la influencia de las fuerzas cohesivas.....	38
2.2.11 Metodología que determina el tiempo de interacción	38
2.3 Proceso de calibración de las propiedades de los materiales granulares	39
2.4 Proceso de validación de las propiedades de los materiales granulares	40
2.5 Fenomenología de materiales granulares	40
2.5.1 Interacción de partículas.....	41
2.5.2 Fricción y disipación	41
2.5.3 Rodadura, deslizamiento y forma de partículas.....	42
CAPÍTULO 3	44
CONSIDERACIONES TEÓRICAS.....	44
3.1 ¿Qué método usar para simular flujos granulares?.....	44
3.2 Método de elementos discretos.....	46

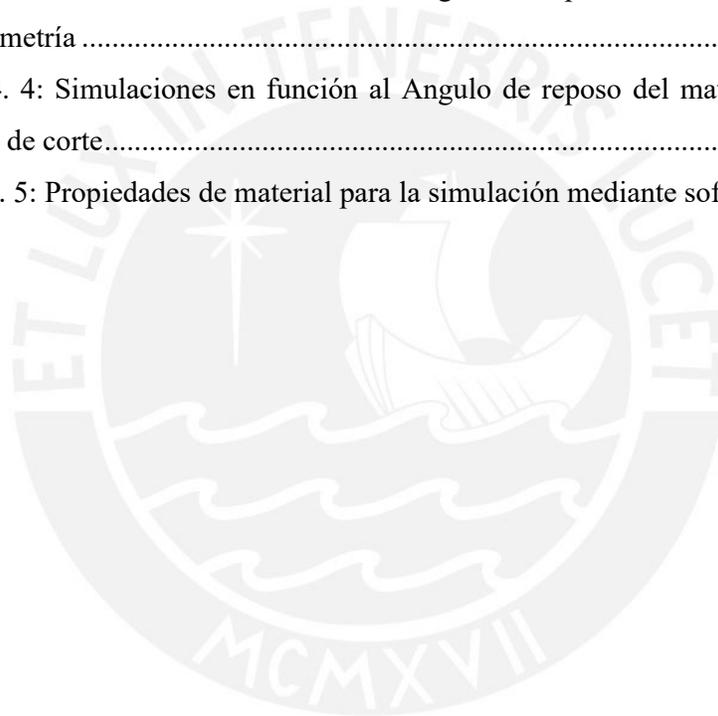
3.3 Modelos de contactos DEM	47
3.4 Herramientas computacionales para la simulación DEM.....	48
3.5 Secuencia de trabajo mediante el método de elementos discretos	50
3.6 Limitaciones del método de elementos discretos	54
3.6.1 Carga computacional	55
CAPÍTULO 4.....	57
CONSIDERACIONES EXPERIMENTALES	57
4.1 Etapas para la simulación mediante DEM.....	57
4.1.1 Pre-procesamiento	58
4.1.2 Procesamiento de datos	58
4.1.3 Post-procesamiento.....	59
4.2 Aplicación de la simulación mediante DEM.....	60
4.3 Calibración mediante simulaciones DEM	61
4.3.1 Test del ángulo de reposo	62
4.4 Parámetros de importancia para simular mediante DEM.....	63
4.4.1 Densidad de la partícula / Densidad aparente.....	64
4.4.2 Distribución del tamaño de la partícula / forma de partícula.....	65
4.4.3 Rigidez de masa.....	65
4.4.4 Fricción de deslizamiento de las partículas	66
4.4.5 Resistencia a la rodadura de las partículas	66
4.4.6 Fricción de las partículas / pared	67
4.4.7 Fuerza adhesiva	67
4.5 Análisis de sensibilidad de los parámetros DEM	68
4.6 Trabajo experimental propuesto	68
4.6.1 Primer caso, variación de los coeficientes de fricción.....	69
4.6.2 Segundo caso, variación de la granulometría de las partículas	70
4.6.3 Tercer caso, variación del módulo de corte de las partículas	71
4.7 Simulación mediante softwares DEM	72
4.7.1 Simulación mediante software propietario Rocky.....	72
4.7.2 Simulación mediante software libre CFDEM Workbench.....	73
4.7.2.1 Caso inicial de estudio preliminar	74
CAPÍTULO 5.....	75
RESULTADOS Y DISCUSIONES.....	75
5.1 Análisis de los parámetros influyentes en el proceso DEM	75
5.2 Resultados de las simulaciones.....	77

5.2.1 Variando los parámetros de coeficientes de fricción estática y resistencia a la rodadura.....	77
5.2.2 Variando la granulometría de las partículas (diámetros del material).....	80
5.2.3 Variando el módulo de corte de las partículas.....	82
CAPÍTULO 6.....	83
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	83
6.1 Conclusiones generales.....	83
6.2 Conclusiones particulares	84
6.3 Recomendaciones	85
6.4 Trabajos futuros.....	85
BIBLIOGRAFÍA	87
ANEXOS	91
ANEXO 1: CASO DE ESTUDIO MEDIANTE SOFTWARE LICENCIADO.....	91
ANEXO 2: CASO DE ESTUDIO PRELIMINAR MEDIANTE SOFTWARE LIBRE.....	99



ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. 1: Tipos de contacto para polígonos y poliedros [JING, 2003]	13
Tabla 1. 2: Modelos de contactos y su representación.....	13
Tabla 4. 1: Test del Angulo de reposo consideraciones.....	63
Tabla 4. 2: Simulaciones en función al Angulo de reposo del material, variando los coeficientes de fricción	69
Tabla 4. 3: Simulaciones en función al Angulo de reposo del material, variando la granulometría	71
Tabla 4. 4: Simulaciones en función al Angulo de reposo del material, variando el módulo de corte.....	72
Tabla 4. 5: Propiedades de material para la simulación mediante software libre	74

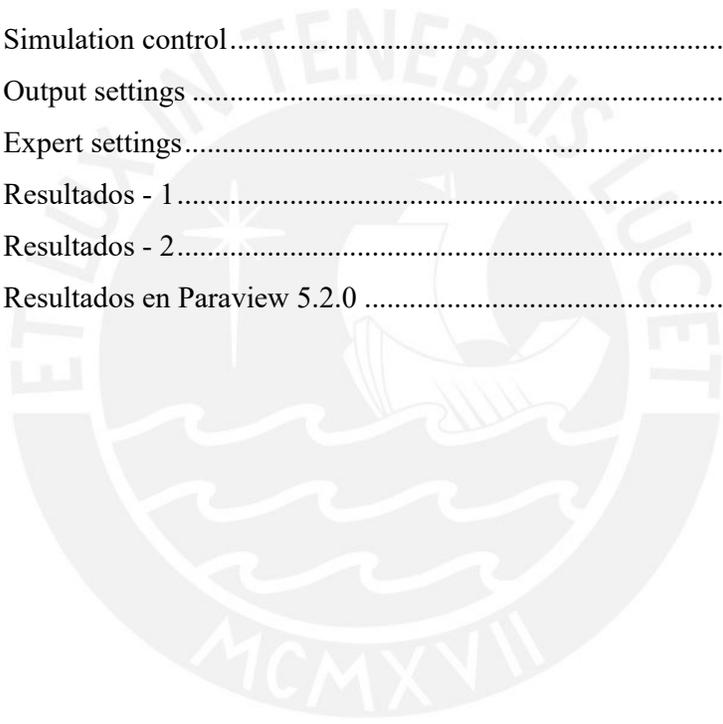


ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Fig. 1. 1: Representación de interacción entre partículas mediante DEM.....	6
Fig. 1. 2: Modelo DEM, representada mediante dos esferas.	7
Fig. 1. 3: DEM calcula la acción de las fuerzas en cada partícula en un sistema por cada incremento de tiempo [BHARADWAJ, 2012].....	11
Fig. 1. 4: Posibles formas de partículas [RADZI, 2009].....	12
Fig. 1. 5: Configuración de esferas mediante métodos FEM y DEM [CHEN J., 2012]	18
Fig. 1. 6: Dos principales tipos de flujo en tolvas de almacenamiento de material granular [SANDLIN, 2013].	20
Fig. 1. 7: Diagrama de diseño para tolvas en forma de cuña [SANDLIN, 2013].	21
Fig. 1. 8: Diagrama de diseño para forma cónica de tolva [SANDLIN, 2013].	21
Fig. 1. 9: DEM simulación de descarga granular de silo de fondo plano con un orificio circular.....	24
Fig. 2. 1: Distribución de sólidos y espacios vacíos en un conjunto granular	30
Fig. 2. 2: Parámetros geométricos de una partícula	35
Fig. 2. 3: Relación Esfuerzo Normal - Esfuerzo de Corte	37
Fig. 2. 4: (a) Montículo en dos dimensiones construido a partir de prismas hexagonales. (b) – (d) Intentos fallidos en construir un montículo con elementos cilíndricos [MATUTTIS, 2014].....	43
Fig. 3. 1: Escalas de visualización y modelos aplicables en geo materiales [VERMEER, 2001].....	46
Fig. 3. 2: Algoritmo de trabajo del DEM.....	52
Fig. 3. 3: Parámetros de entrada para el DEM.....	53
Fig. 3. 4: Modelo típico de fuerzas de contacto DEM.....	54
Fig. 4. 1: Flujo de trabajo mediante DEM	60
Fig. 4. 2: Secuencia general de la calibración mediante DEM	61

Fig. 4. 3: Test del ángulo de reposo mediante DEM.....	62
Fig. 4. 4: Parámetros de importancia de interacción de partículas.....	64
Fig. 4. 5: Lado izquierdo, interacción partículas – pared de contenedor.	67
Fig. 4. 6: Resultado de simulaciones usando test del ángulo de reposo.....	70
Fig. 5. 1: Modelo planteado aplicación test del ángulo de reposo, t = 6 seg	76
Fig. 5. 2: Modelo planteado aplicación test del ángulo de reposo, t = 8 seg	76
Fig. 5. 3: Angulo de reposo vs coeficiente estático entre partículas	77
Fig. 5. 4: Angulo de reposo vs coeficiente de rodadura entre partículas	78
Fig. 5. 5: Angulo de reposo vs coeficiente estático entre partículas / recipiente	78
Fig. 5. 6: Angulo de reposo vs coeficiente de rodadura entre partículas / recipiente	79
Fig. 5. 7: Angulo de reposo vs restitución entre partículas.....	79
Fig. 5. 8: Angulo de reposo vs restitución entre partículas / recipiente	80
Fig. 5. 9: Relación de la granulometría del material	81
A1. 1: Proyección del montículo – simulación 1	91
A1. 2: Proyección de montículo en dos partes – simulación 1	91
A1. 3: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 1.....	92
A1. 4: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 1	92
A1. 5: Proyección del montículo – simulación 2	93
A1. 6: Proyección de montículo en dos partes – simulación 2	93
A1. 7: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 2.....	94
A1. 8: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 2	94
A1. 9: Proyección del montículo – simulación 3	95
A1. 10: Proyección de montículo en dos partes – simulación 3	95
A1. 11: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 3	96
A1. 12: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 3	96
A1. 13: Proyección del montículo – simulación 4	97
A1. 14: Proyección de montículo en dos partes – simulación 4	97
A1. 15: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 4	98
A1. 16: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 4.....	98

A2. 1: General setting	99
A2. 2: Meshes and regions	99
A2. 3: Physics model - 1	100
A2. 4: Physics model - 2	100
A2. 5: Particles - 1	101
A2. 6: Particles - 2	101
A2. 7: Particles - 3	102
A2. 8: Particles - 4	102
A2. 9: Particles - 5	103
A2. 10: Simulation control	103
A2. 11: Output settings	104
A2. 12: Expert settings	104
A2. 13: Resultados - 1	105
A2. 14: Resultados - 2	105
A2. 15: Resultados en Paraview 5.2.0	106



LISTA DE SÍMBOLOS

- F_t : Fuerza tangencial [N]
 F_n : Fuerza normal [N]
 $\mu_{\text{dinámico}}$: Coeficiente de rozamiento dinámico
 μ : Coeficiente de rozamiento estático
 μ_r : Coeficiente de rodadura
 φ : Angulo de fricción [°]
 ε : Coeficiente de restitución
 v^i : Velocidad de choque [m/s]
 v_o : Velocidad de salida [m/s]
 E : Modulo de elasticidad [Pa]
 P : Fuerza de compresión aplicada a la muestra [N]
 ν : Coeficiente de Poisson de la muestra
 d : Diámetro del indentador [m]
 α : Deformación experimentada por la muestra [m]
 ρ_p : Densidad de partícula [kg/m³]
 ρ_b : Densidad del grupo de partículas [Kg/m³]
 m_p : Masa de partícula [Kg]
 m_b : Masa del grupo de partículas [Kg]
 v_p : Volúmen de partícula [m³]
 v_b : Volumen del grupo de partículas [m³]
 α_r : Relación de aspecto
 W : Ancho de la partícula [m]
 L : Largo de la partícula [m]

τ : Esfuerzo de corte [Pa]

σ_n : Esfuerzo normal [Pa]

ϕ : Angulo de fricción interna [°]

c : Cohesión del material [Pa]

%H : Porcentaje de humedad del material

m_h : Masa de la muestra de material húmedo [Kg]

m_s : Masa de la muestra de material seco [Kg]

B_o : Número de Bond

R : Radio de la partícula [m]

g : Aceleración de la gravedad [m/s²]

γ : Tensión superficial del líquido [Pa/m]

$\hat{n}; \hat{t}$: Vectores unitarios

t : Tiempo de interacción [seg]

DEM: Discrete Element Method

CFD: Computer Fluid Dynamics

INTRODUCCIÓN

Actualmente el método de elementos discretos (Discrete Element Method – DEM), es reconocido como una metodología eficaz para resolver problemas de materiales granulares, es por ello, que es aplicado para simular procesos en el rubro industrial, farmacéutico, minero, agricultura, geotecnia.

En general, los métodos de simulación utilizados en sistemas granulares, se clasifican en dos grupos: Métodos basados en el modelo Lagrangiano (modelos discretos) y los Métodos basados en el modelo Euleriano (modelos continuos).

Dentro de los modelos continuos, tenemos:

- Método de Diferencias Finitas (Finite Difference Method - FDM).
- Método de Elementos Finitos (Finite Element Method - FEM).
- Método de Elementos de Borde (Boundary Element Method - BEM).

Dentro de los métodos basados en el modelo Lagrangiano (modelos discretos), tenemos:

- El Método de Elementos Discretos (Discrete Element Method - DEM).
- Dinámica Molecular (Molecular Dynamics - MD).
- Método conducido por eventos.
- Dinámica de Contactos.
- Simulación Directa con Monte Carlo.
- Simulación Híbrida con Monte Carlo.

En el estudio realizado se empleó uno de los métodos Lagrangiano como es el Método de los Elementos Discretos (DEM). Este método es ampliamente usado en investigaciones de problemas de ingeniería asociado con materiales granulares o discontinuos, incluyen: flujo granular, sistemas de control de polvo y mecánica de rocas.

Los elementos discretos suelen ser discos para el estudio de problemas bidimensionales y esferas en los tridimensionales. Se asume que la deformación del material se concentra en los contactos entre esferas.

Los movimientos de traslación y rotación de los elementos discretos (esferas o discos) se rigen mediante las ecuaciones de la dinámica de sólido rígido de Newton-Euler.

Bajo la hipótesis de que un material viene definido por su módulo de Young, resistencia última a compresión, resistencia última a tracción y su módulo de Poisson.

La filosofía detrás de la simulación mediante elementos discretos en flujo granular es un sistema de modelo a nivel microscópico y estudia su comportamiento induciendo la detección y colisión entre partículas y su entorno.

Un material granular es la reunión de partículas que interactúan elásticamente en sí, por lo general estas partículas están rodeadas de algún fluido, usualmente aire, el cual aporta un papel importante en la dinámica del sistema analizado. Una característica importante de los medios granulares es su comportamiento, debido a que pueden fluir de similar forma como lo hace un líquido o comportándose como un sólido.

El método de elementos discretos es uno de los métodos numéricos que discretiza al medio en un gran número de partículas independientes con la finalidad de determinar el movimiento de cada una de estas partículas a partir de la aplicación de las leyes de movimiento de cada una de estas, aplicando las leyes de movimiento.

Las fuerzas que impulsan ese movimiento se originan a partir de las fuerzas externas, como la gravedad, además de las interacciones que ocurren entre pares de contacto. Las interacciones se pueden representar según modelos constitutivos que varían de acuerdo con las propiedades del material.

El método de elementos discretos consiste en la representación del medio continuo mediante un conjunto de elementos uniaxiales, así mismo simula el comportamiento de un medio formado por un conjunto de partículas las cuales interactúan entre sí a

través de sus puntos de contacto. La configuración de las partículas dentro del conjunto global del sistema o medio es aleatoria, por ello se pueden formar medios con diferentes tamaños de partículas distribuidos a lo largo del conjunto, idealizando de esta forma la naturaleza granular de los medios que usualmente se analiza y se simula mediante esta técnica numérica.

Generalmente se pueden distinguir las siguientes propiedades básicas que definen de forma global a grandes rasgos este método de análisis numérico:

- Las partículas como elementos discretos que en su conjunto forman el sistema complejo de partículas.
- Estos elementos discretos se desplazan independientemente uno de otros e interactúan entre sí en las zonas de contacto.
- En el DEM a nivel de partículas se hace uso de la mecánica del cuerpo rígido y los elementos discretos se consideran elementos rígidos en sí.

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En la industria minera, existe una gran necesidad de mejorar los diseños de elementos de tránsito para materiales granulares como son chutes, silos, compuertas, con características de operación de aceptable calidad y eficiencia. Como estos elementos de tránsito para materiales granulares forman parte de los sistemas de transporte de materiales (Handling Materials System for Mine), son por lo tanto de gran importancia. Es por ello, que su mal funcionamiento u operación son capaces de obligar a detener líneas de producción completas en Empresas Mineras, el resultado de esto se traduce en grandes pérdidas económicas.

En la actualidad ya se están implementado (en la minería de otros países como USA, Canadá, Australia) diseños basados en el análisis del flujo de los materiales granulados, mediante la simulación por el método de los elementos discretos que brindan confiabilidad del diseño y se analizan de forma integral.

Esta necesidad de la Industria Minera local es atendida parcialmente por Empresas Consultoras externas (extranjeras). Sin embargo, la mayoría de los diseños de estos

sistemas de transferencia (elementos de tránsito para materiales granulares) en nuestro medio son realizados de manera tradicional, basados en experiencias y algunas normas pertinentes, generando con ello que los diseños no cumplan con los estándares modernos, causando no solo problemas técnicos si no también económicos. Por lo tanto, en nuestro medio, existe cada vez más demanda en diseñar estos equipos bajo el análisis del flujo del material.

OBJETIVO GENERAL

Estudio del manejo de materiales granulares en la industria minera mediante el método de elementos discretos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Mostrar los fundamentos del Método de los Elementos Discretos (DEM), aplicado a materiales granulares.
- ✓ Identificar y describir las consecuencias de la geometría del elemento de descarga en su diseño.
- ✓ Identificar aplicaciones específicas similares en la industria.
- ✓ Prueba experimental básica mediante simulación, con la finalidad de determinar características relevantes del material y su comportamiento en forma cualitativa.
- ✓ Elaborar una simulación computacional mediante un software especializado, con la finalidad de evaluar y comparar los resultados.

METODOLOGÍA

La metodología por emplear será mediante la investigación de bibliografía acerca de Método de los Elementos Discretos. Así mismo se revisará una aplicación teórica-práctica y el modelamiento se elaborará mediante un software.

Incluyendo una prueba experimental básica que ayude a validar los resultados del modelamiento, esto se realizara mediante un método cualitativo.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

En el presente capítulo se expone una breve descripción de la evolución tecnológica del método matemático que es parte del estudio de este documento.

La consideración para el método de los elementos discretos (Discrete Element Method – DEM), en el contacto de partículas son: estas no se deforman, se traslapan. En base a la penetración, la velocidad respecto a la otra y las fuerzas de interacción entre estas.

1.1 Fundamento

El Método de los Elementos Discretos es una técnica numérica que permite la modelización de sólidos como una colección de partículas o elementos de distintas formas (discos, polígonos, esferas, poliedros) en 2D y 3D.

Fue estudiado por primera vez por Peter Cundall en 1971, estudiando los problemas de mecánica de rocas y luego por Peter Cundall & Otto Strack en el año 1979, extienden su investigación en materiales granulares.

El DEM usa dos tipos de ecuaciones que son parte de su fundamento:

- Movimiento Newton – Euler. - Determinan los movimientos rotacionales y de traslación de las partículas relacionando los parámetros dinámicos y cinemáticos.
- Leyes de contacto. - Determinan parámetros dinámicos resultante de la interacción entre partículas y de estas con su entorno.

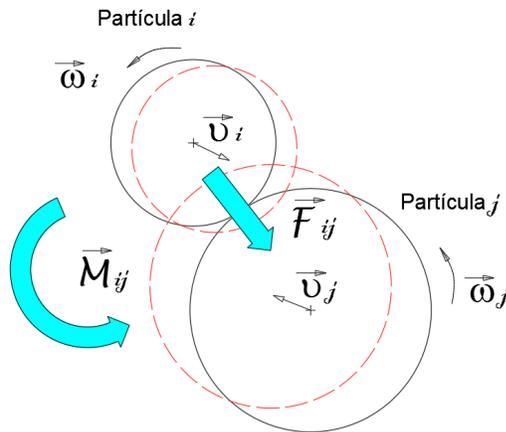


Fig. 1. 1: Representación de interacción entre partículas mediante DEM.

1.2 Comportamiento

A continuación, se describirán brevemente cada aspecto que determina el comportamiento de un sistema DEM:

1.2.1 Movimiento de partículas:

1.2.1.1 Movimiento de traslación, Segunda Ley de Newton:

$$m_i \frac{d^2 \vec{x}_i}{dt^2} = \vec{F}_i + m_i \vec{g} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.1)}$$

F, m y x corresponden a la fuerza sin considerar la gravedad, la masa y la posición respectivamente. La aceleración de la gravedad es g.

1.2.1.2 Movimiento rotacional, Ecuaciones de Euler:

$$I_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \vec{T}_i \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.2)}$$

T, I y W son torque neto, momento de inercia respecto al centro de masa, velocidad angular.

1.2.2 Fuerza de interacción en el contacto de partículas:

Cuando dos (2) partículas chocan o colisionan entre sí, se transmiten fuerzas entre ellas. Los modelos de contacto surgen con el fin de modelar choques entre partículas, considerando que ocurre deformación elástica y pérdidas de energía durante la interacción.

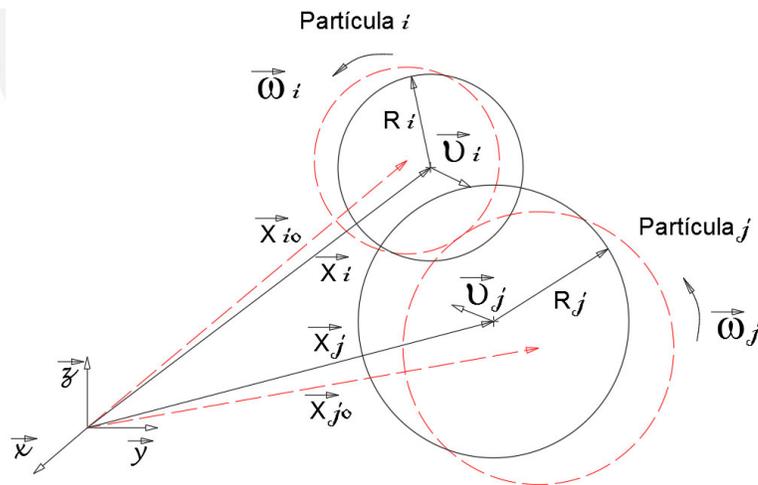


Fig. 1. 2: Modelo DEM, representada mediante dos esferas.

Partícula i y partícula j , línea segmentada indica la posición inicial, línea continua representa las esferas después del contacto, donde están traslapadas.

La posición del centro de masa se denota con x_i y x_j

Las velocidades lineales v_i y v_j

Las velocidades angulares W_i y W_j

Las posiciones iniciales de los centros de masa x_{i0} y x_{j0}

La fuerza de contacto total que ejerce la partícula i sobre la j , es F_{ij}

La fuerza elástica F_{ij}^e y fuerza viscosa F_{ij}^v

$$\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ij}^e + \vec{F}_{ij}^v \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.3)}$$

La fuerza de contacto total a su vez se descompone en dirección normal y en dirección tangencial, que corresponde a la dirección del movimiento relativo de una partícula respecto a la otra.

La dirección normal y tangencial se representa por los vectores unitarios:

$$\hat{n} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.4)}$$

$$\hat{t} = \frac{\vec{v}_{t,ij}}{|\vec{v}_{t,ij}|} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.5)}$$

$V_{t,ij}$ es la componente tangencial de la velocidad relativa del punto de contacto inicial.

La velocidad relativa del punto de contacto inicial entre la partícula i y j , está determinada por la siguiente ecuación:

$$\vec{v}_{ij} = \vec{v}_i - \vec{v}_j + \vec{\omega}_{\text{rot}} \vec{R}_i - \vec{\omega}_{\text{rot}} \vec{R}_j \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.6)}$$

La componente normal del vector anterior se expresa:

$$\vec{v}_{n,ij} = (\vec{v}_{ij} \cdot \hat{n}) \hat{n} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.7)}$$

La componente tangencial, queda determinada:

$$\vec{v}_{n,ij} = \vec{v}_{ij} - \vec{v}_{n,t,ij} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.8)}$$

Las velocidades angulares $\vec{\omega}_{n,t,ij}$ y $\vec{\omega}_{r,ij}$, corresponden a las componentes de rodadura de $\vec{\omega}_i$ y $\vec{\omega}_j$. Estos vectores tienen una componente en \hat{n} , y otra en \hat{t} , representando los movimientos torsionales y de rodadura respectivamente. El vector \hat{t} queda representado por:

$$\hat{t} = \frac{\vec{\omega}_{r,ij}}{|\vec{\omega}_{r,ij}|} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.9)}$$

Donde $\vec{\omega}_{r,ij}$ es la velocidad angular relativa entre la partícula i y j en la componente \hat{t} , cuya expresión se determina a partir de la velocidad angular relativa entre i y j, según se muestra:

$$\vec{\omega}_{r,ij} = \vec{\omega}_i - \vec{\omega}_j \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.10)}$$

$$\vec{\omega}_{n,t,ij} = \vec{\omega}_{r,ij} \hat{n} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.11)}$$

$$\vec{\omega}_{n,t,ij} = \vec{\omega}_i - \vec{\omega}_{n,t,ij} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.12)}$$

Las componentes normal y tangencial de la fuerza de contacto total se expresan:

$$F_{n,t,ij} = F_{n,t,ij}^e + F_{n,t,ij}^v \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.13)}$$

$$F_{n,t,ij} = F_{n,t,ij}^e + F_{n,t,ij}^v \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.14)}$$

Donde:

$F_{n,t,ij}^e$: Fuerza total de contacto normal

F_{nij}^E : Fuerza elástica normal

F_{nij}^V : Fuerza viscosa normal

F_{nij} : Fuerza total de contacto tangencial

F_{nij}^E : Fuerza elástica tangencial

F_{nij}^V : Fuerza viscosa tangencial

Las fuerzas están determinadas por algunas propiedades mecánicas y geométricas de los cuerpos involucrados, además de variables cinemáticas.

A continuación, se muestran unas relaciones generales entre fuerzas y variables cinemáticas, como se muestran:

$$F_{nij}^E = f(\delta_{nij}^E) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.15)}$$

$$F_{nij}^E = f(\delta_{nij}^E) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.16)}$$

$$F_{nij}^V = f(\dot{\delta}_{nij}^V) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.17)}$$

$$F_{nij}^V = f(\dot{\delta}_{nij}^V) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.18)}$$

Los factores δ_{nij}^E y $\dot{\delta}_{nij}^V$ corresponden a la distancia de penetración de una partícula a otra en la dirección normal y tangencial respectivamente.

1.3 Entorno de simulación

El DEM, trabaja en un entorno de simulación con la particularidad de usar pequeños incrementos de tiempo en cada paso y la fuerza total en cada partícula es determinada en cada instante de tiempo, como se muestra en la Fig. 1. 3 [BHARADWAJ, 2012].

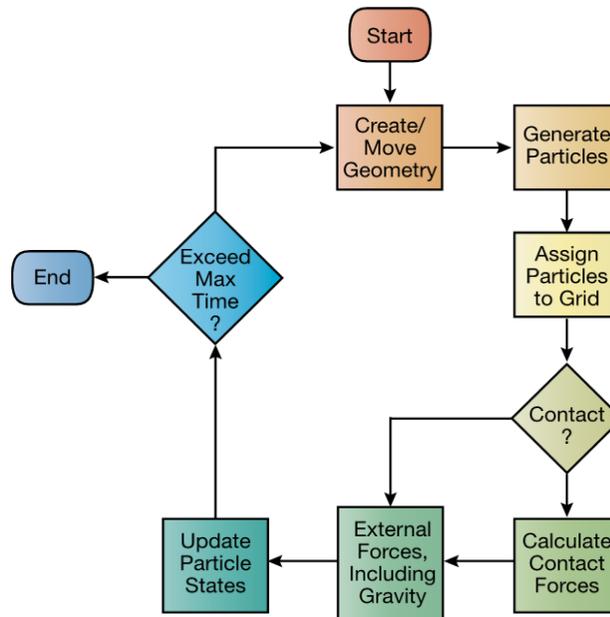


Fig. 1. 3: DEM calcula la acción de las fuerzas en cada partícula en un sistema por cada incremento de tiempo [BHARADWAJ, 2012]

1.4 Forma de partículas:

Las formas de las partículas contribuyen significativamente a la resistencia al corte de sistemas granulares y determinan donde el material fallará. El tamaño de partícula, forma, distribución de tamaños y distribución de formas pueden también afectar significativamente la densidad de empaque de un sistema. En la Fig. 1. 4, se muestra las posibles formas de partículas [O. FOX, 2012].

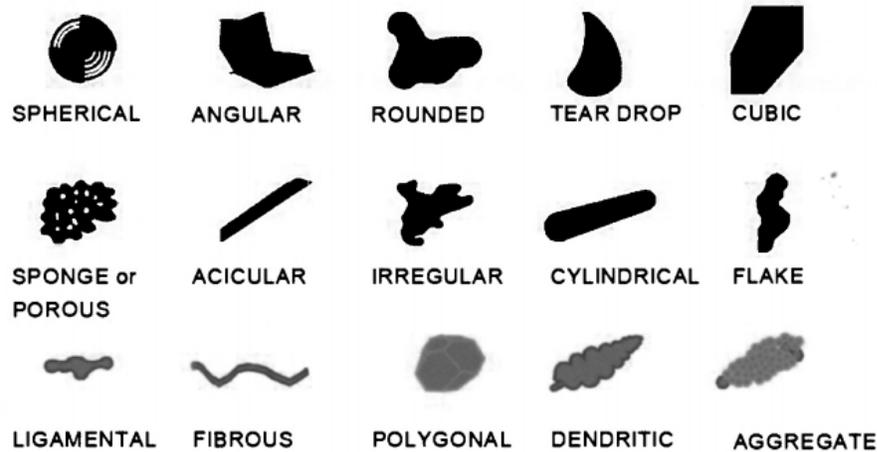


Fig. 1. 4: Posibles formas de partículas [RADZI, 2009]

1.5 Representación de contactos:

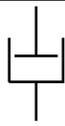
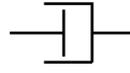
Cinemáticamente los contactos de partículas están determinados por la distancia más pequeña entre dos partículas, programado en códigos o modelos. Cuando la distancia está dentro del límite establecido un contacto potencial entre estas partículas son numéricamente establecido. El algoritmo de los programas en detección de contactos en el Método de los Elementos Discretos determina el tipo de contacto (diferentes patrones de contactos vértices, bordes y caras), la máxima distancia (si dos partículas no se tocan, pero están separados por una brecha cerrada a la tolerancia pre-establecida), y el vector unitario normal definiendo el plano tangencial en el cual deslizando puede tomar lugar, según se muestra en la Tabla 1. 1.

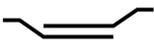
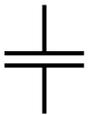
Tabla 1. 1: Tipos de contacto para polígonos y poliedros [JING, 2003]

Block shapes	Contact types
Arbitrary polygons (convex or concave) (2-D block).	Vertex-to-vertex, vertex-to-edge, edge-to-edge
Convex polyhedral (3-D block).	Vertex-to-vertex, vertex-to-edge, vertex-to-face, edge-to-edge, edge-to-face, face-to-face.

Adicionalmente los modelos de contacto son representados como esferas unidas a resortes, amortiguadores y deslizadores, simulando la componente elástica, viscosa y friccional respectivamente, como se muestra en la Tabla 1. 2: Modelos de contactos y su representación Tabla 1. 2, elaborada por el redactor del presente trabajo de investigación resultado de la revisión de la información acerca del tema:

Tabla 1. 2: Modelos de contactos y su representación

Modelo de contacto	Representación
Fuerza normal viscosa	
Fuerza normal elástica	
Fuerza tangencial viscosa	

Modelo de contacto	Representación
Fuerza tangencial elástica	
Fuerza de contacto tangencial estática	
Momento rotacional elástico	
Momento de contacto de rodadura estático	
Interacción sin fuerzas en tensión	

1.6 Parámetros del sistema de partículas:

1.6.1 Parámetros Físicos:

Las propiedades elásticas macroscópicas, incluyen densidad, módulo de Young, coeficiente de Poisson son considerados como los parámetros de ingreso para el modelo de Elementos Discretos. El módulo de Young y el coeficiente de Poisson pueden ser convertidos a las constantes de rigidez normal y de corte K_n y K_s , respectivamente, usado en los procesos de cálculos mediante la relación “macro-micro” previsto por Hentz (2004) [CHEN F., 2009].

$$K_n = \frac{E_p d_{int}}{d_{int}^2} \left[\frac{2 + 6\nu}{2(1 + \nu)} + \frac{2 - 6\nu}{2(1 - \nu)} \right] \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.19)}$$

$$K_s = K_n \left(\frac{1 - \alpha_k v}{1 + \beta_k} \right) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.20)}$$

Donde:

$$A = \min(r_a, r_b) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.21)}$$

$$D_{\text{eq}}^{ab} = r_a + r_b \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.22)}$$

$$E_{\text{eq}}^{ab} = \frac{E_a E_b}{E_a + E_b} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.23)}$$

Donde E_a y E_b = Modulo de Young de los dos objetos de contacto de radios r_a y r_b , y α_k , β_k y γ_k = parámetro de ajuste¹ (Hentz et al. 2004). Por ejemplo, el software libre YADE usa por defecto los valores de $\alpha_k = 2.65$, $\beta_k = 0.65$ y $\gamma_k = 1.0$, los cuales son usados para los sistemas de partículas. Note que cuando se forma un contacto, se supone que los dos objetos en contacto actuaran en serie y la rigidez de contacto normal será calculada usando:

$$K_n = \frac{E_{n,a} E_{n,b}}{E_{n,a} + E_{n,b}} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.24)}$$

Donde los sub-índices a y b se refieren a los dos objetos de contactos (partícula o limite) [CHEN F., 2009].

¹ Valores de ajuste obtenidos mediante experimentos de laboratorio, su aplicación es para las constantes de rigidez normal y constantes de corte; por Sébastien Hentz, Joseph Fourier University, Laboratoire Sols, France.

1.7 Procedimiento de cálculo en el método de elementos discretos:

Los pasos básicos aplicados al Método de Elementos Discretos se resumen de la siguiente forma:

- ✓ Calcular la geometría básica y las propiedades físicas de las partículas.
- ✓ Determinar el tiempo para la iteración.
- ✓ Para cada paso de tiempo:
 - Calcular la fuerza de contacto entre las partículas usando los parámetros geométricos, agregar el vector fuerza al vector de fuerza desequilibrado, basado en las leyes de fuerza-desplazamiento.
 - Calcular la fuerza del cuerpo de cada partícula, para el caso descrito en esta investigación, la fuerza gravitacional es agregada al vector fuerza desequilibrado.
 - Aplicar el efecto amortiguador (fuerza) a la fuerza desequilibrada resultante.
 - Usar la fuerza desequilibrada resultante, para calcular la aceleración para cada partícula, según la ley de movimiento de Newton.

$$y_{i,c} = \frac{F_{desbalanceada}}{m_{i,r}} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.25)}$$

- Realizar la integración del tiempo para obtener la velocidad y posición de cada tiempo de paso. El software libre YADE usa el esquema “salto de rana” (Hockney 1970) para la integración del tiempo desde la aceleración, velocidad y posición.
- ✓ Retornar al segundo paso si las iteraciones de tiempo variable son empleados o regresar al tercer paso para iteraciones de tiempo fijo [CHEN F., 2009].

1.8 Modelado del método de los elementos discretos:

El método de los elementos discretos es un método que modela las fuerzas entre partículas basado en parámetros de elasticidad y en la superposición de formas de partículas no deformadas. El método de penalización en la metodología de los elementos finitos (FEM) en mecánica estructural para simulaciones de dinámica de contacto utiliza la superposición entre formas de elementos finitos de una forma similar.

La superposición entre partículas puede entenderse como la cantidad de deformación necesaria para que las partículas puedan ocupar físicamente el espacio en su configuración real.

Comparado con el método de los elementos finitos de partículas deformables que necesita una discretización de las partículas elásticas, el método de los elementos discretos solo necesita los grados de libertad necesarios para cuerpos rígidos: tres en dos dimensiones y seis en tres dimensiones.

Para ser más exactos, apenas hay inconvenientes, ya que la única información adicional que se podría obtener del método de los elementos finitos son tensiones internas, que no importantes o no son fiables, debido al hecho de que las asperezas superficiales microscópicas conducirán al azar a alteraciones de los resultados FEM de todas maneras.

En este esquema daremos una visión general de los modelos de geometría y fuerza utilizados en simulaciones DEM [CHEN J., 2012], como se muestra en la Fig. 1. 5; se muestra a la izquierda, una esfera de características blandas, se deforma al entrar en contacto con un plano; en el centro, esfera modelada en FEM, se requieren muchos grados de libertad para lograr discretizarlo; a la derecha, esfera modelada en DEM, superposición de elementos, requiere los grados de libertad correspondientes al cuerpo rígido:

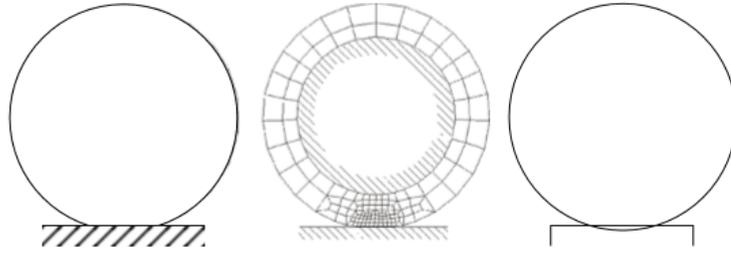


Fig. 1. 5: Configuración de esferas mediante métodos FEM y DEM [CHEN J., 2012]

1.9 Determinación del tiempo de simulación:

El cálculo del tiempo de simulación es una pregunta esencial en modelamiento de elementos discretos. Tiempo suficientemente corto que asegura la estabilidad del sistema y permite la simulación de los procesos reales.

De acuerdo con Timoshenko & Goodier (1970) y Johnson (2004), durante el movimiento de partículas en un sistema granular las perturbaciones propagadas en una forma de ondas de Rayleigh a lo largo de la superficie sólida. La etapa de simulación es una parte del tiempo de Rayleigh que es tomada por ondas de energía para atravesar elementos más pequeños que el sistema particular. Debe ser tan corto que la alteración del movimiento de la partícula se propague solo a las partículas más próximas.

Se asume que la velocidad y aceleración son constantes durante ese tiempo. Los pasos del tiempo deben ser más pequeños que el incremento de tiempo calculado a partir de la teoría. Se han propuesto una serie de ecuaciones para el cálculo del tiempo crítico (Cundall & Strack, 1979; O'Sullivan & Bray, 2004), sin embargo, usualmente es estimado basado en la frecuencia natural en un sistema de resortes lineales (Raji & Favier, 2004) [SYKUT, 2007]:

$$\Delta t_c = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{m}{k}} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 1.26)}$$

Dónde:

m , masa de la partícula i , en Kg

k , es rigidez efectiva, en N/m y

f , es un factor adimensional.

La elección del valor apropiado de la constante f es muy importante pero no fácil. La razón de las dificultades para hallar el factor f depende fuertemente de la configuración del embalaje, número de contactos y propiedades de partículas. Esto es diferente para simulaciones en dos y tres dimensiones (O’Sullivan & Bray, 2004) [SYKUT, 2007].

1.10 Flujo granular en tolvas:

Silos, contenedores, tolvas y chutes son ampliamente utilizadas en almacenamiento y distribución de materiales granulares.

Entender el comportamiento del material granular en una tolva no solo ayuda a diseñar para obtener el flujo correcto, sino también asegurar que la tolva es correctamente diseñada para resistir las condiciones de cargas y tensiones que se presentan durante la operación.

Generalmente el flujo en tolvas ocurre de alguno de estos dos modos: flujo masivo y flujo en embudo.

El flujo masivo describe un patrón de flujo en el cual todo el material en la tolva está en movimiento durante la descarga (llamado “primero en entrar, primero en salir” – first in, first out – como patrón de flujo, Jenike 1968).

El flujo en embudo ocurre cuando se produce un canal de flujo dentro de un flujo interno, llamado también “agujero de ratón” – rat hole – se desarrolla a través de una porción de material sólido. Este patrón de flujo es descrito como “primero en entrar, último en salir” – first in, last out; el flujo de material en el lado superior de la tolva sale a través de “agujero de ratón” antes que el material a lo largo del lado o parte inferior de la tolva (Jenike 1968).

En la Fig. 1. 5 se muestra el esquema de cada tipo de patrón de flujo [SANDLIN, 2013].

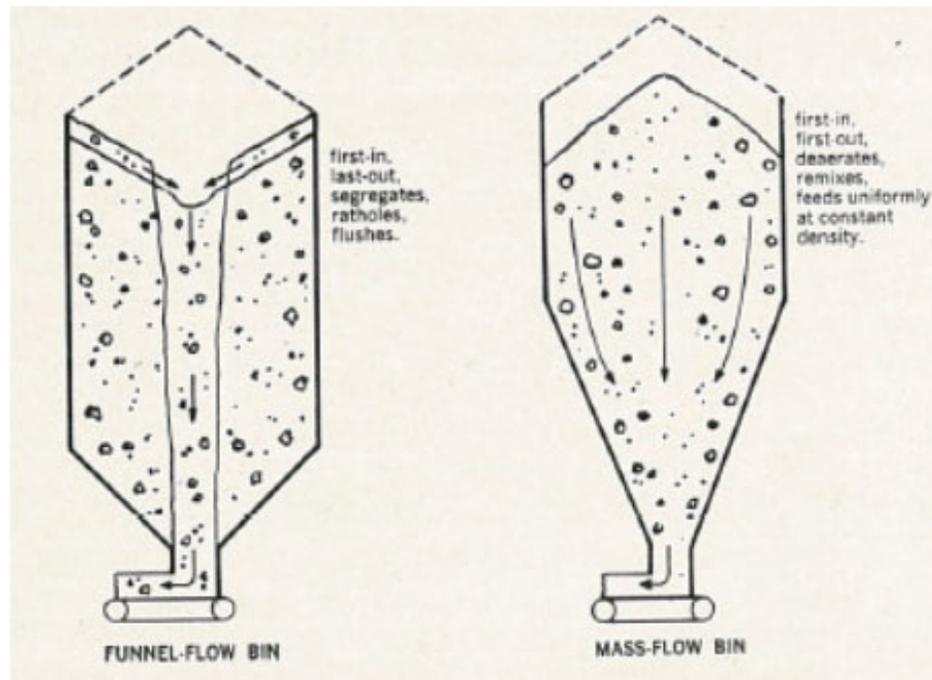


Fig. 1. 6: Dos principales tipos de flujo en tolvas de almacenamiento de material granular [SANDLIN, 2013].

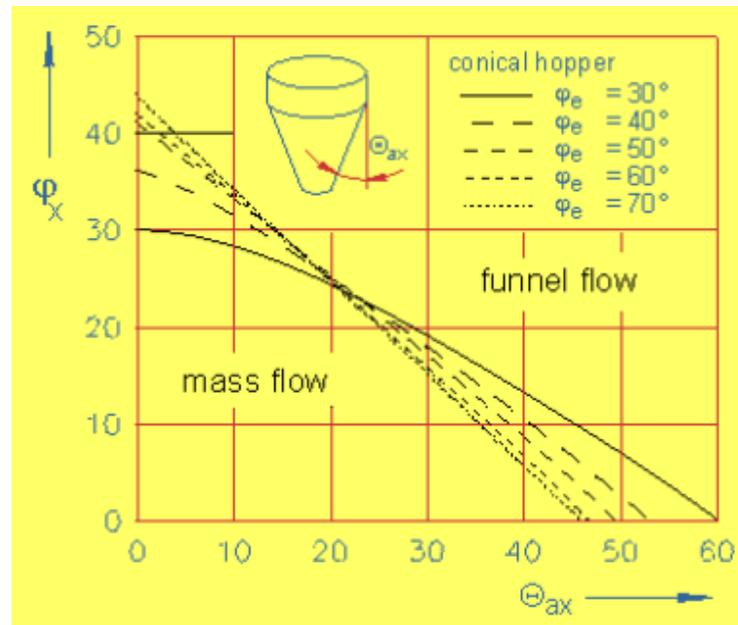


Fig. 1. 7: Diagrama de diseño para tolvas en forma de cuña [SANDLIN, 2013].

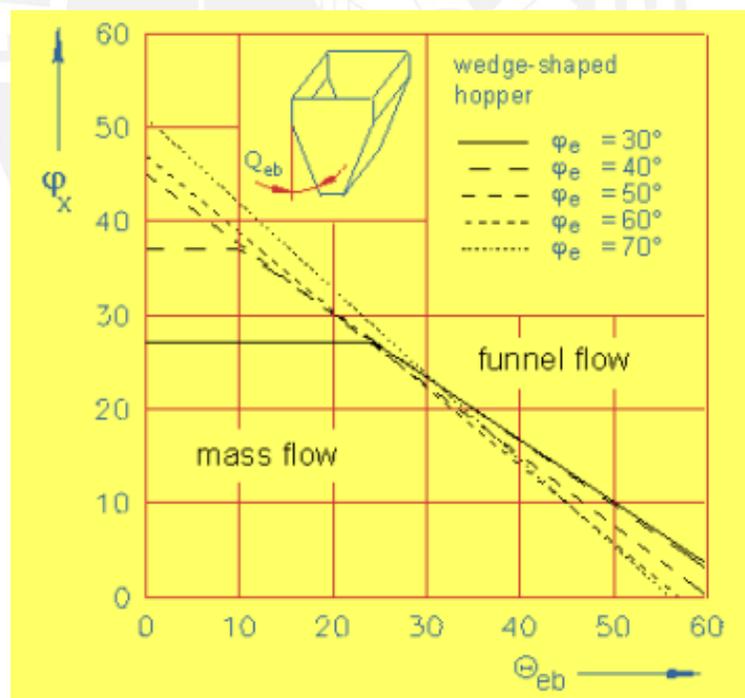


Fig. 1. 8: Diagrama de diseño para forma cónica de tolva [SANDLIN, 2013].

1.11 Método de elementos discretos (DEM) en las áreas de edificaciones e infraestructuras de ingeniería de bio sistemas:

Hay una gran variedad de aplicaciones en las áreas de edificaciones e infraestructuras de ingeniería de bio sistemas en los que DEM puede aplicarse (Tijskens et al. 2003), principalmente en ingeniería de alimentos donde el manejo de partículas es tan común. El procesamiento de alimentos requiere el transporte, manipulación y almacenamiento de partículas, el diseño de equipos para estos procesos se puede lograr usando DEM. Otro campo importante es el diseño de infraestructura de almacenamiento para granos y partículas agrícolas (incluye fibra o biomasa).

Combinado CFD (Computer Fluid Dynamics), DEM puede ser usado para simular dispersión de partículas dentro de edificaciones, transporte neumático y otros problemas de ingeniería.

DEM fue utilizado en primer lugar para estudiar el flujo de materiales granulares en silos, tolvas y almacenes para ayudar en el diseño estructural de estos elementos industriales.

La validación y calibración de todos estos modelos requiere conocer algunos parámetros mecánicos a nivel de partículas. Estos parámetros son usualmente desconocidos porque los modelos matemáticos o numéricos anteriores no lo usaron, debido a la falta de investigaciones de este tipo.

Algunos investigadores recientes se centraron en la determinación de estos valores, diseñando pruebas específicas o procedimientos de calibración. Solo para citar a algunos de ellos que trabajan principalmente en productos agrícolas o de biomasa: Grupo Molenda (Stasiak et al., 2007, 2013), grupo Boac (Boac et al., 2010), grupo Ayuga (González-Montellano et al. 2012; Ramirez-Gomez et al., 2014), grupo Ooi (Chung and Ooi, 2011; Hartl and Ooi, 2011) o grupo Tijskens (Vanstreels et al., 2005; Van Liedekerke et al., 2008) [AYUGA, 2015].

1.12 Clasificación de reología granular en diferentes regímenes:

La reología granular en diferentes regímenes se clasifica de la siguiente manera:

- Régimen Inercial: En este régimen, los esfuerzos siguen la escala de Bagnold² ($\sigma \propto \dot{\gamma}^2$) con la tasa de deformación. Modelos constitutivos basados en la teoría cinemática para el flujo granular rápido (Lun et al., 1984; Jenkins and Savage, 1983; Goldhirsch, 2003) han tenido un éxito razonable. En la descripción de la reología granular del régimen inercial. En este régimen los esfuerzos son dominado por colisiones binarias o instantáneas.
- Régimen intermedio: En este régimen, los esfuerzos muestran un comportamiento de la ley de potencia ($\sigma \propto \dot{\gamma}^n$, donde $0 < n < 2$) con la tasa de deformación.
El régimen intermedio aún carece de un sistema predictivo (Jop et al., 2006, G.D.R. MiDi, 2004, Vidyapati et al., 2012, Vidyapati y Subramaniam, 2012a). En este régimen, tanto las interacciones (choques) como las fricciones entre partículas son importantes para capturar la reología granular correcta.
- Régimen cuasi-estático: En este régimen, los esfuerzos permanecen independiente de la tasa de deformación ($\sigma \neq f(\dot{\gamma})$). Modelos basados en la teoría de la plasticidad y la mecánica del suelo (Nedderman, 1992; Schaeffer, 1987) se utilizan para capturar esta tasa de comportamiento independiente del esfuerzo. En este régimen la fuerza externa es soportada por cadenas de fuerza dentro del material granular (Jaeger Et al., 1996).

Una descripción cuantitativa del comportamiento a una macro escala de flujo granular en recipientes tipos industriales requiere un modelo constitutivo confiable para el tensor de esfuerzos en diferentes regímenes, sin embargo, un elemento relativamente simple como es un fondo de recipiente de almacenamiento, plantea un desafío difícil para los modelos continuos. En la Fig. 1. 9, se muestra la simulación de la descarga de un recipiente mediante DEM, $d_{\text{orificio}} / d_p = 6$ en (a); por otro lado, se

² Nacido en Inglaterra, fue uno de los pioneros en investigación de desiertos y arenales. Tiene publicaciones de propiedades de reología en sólido-líquidos en suspensión.

muestra la tasa de descarga prevista a partir de las simulaciones en (b), se observa que se desvía considerablemente (más del 80 %) de la corrección de Beverloo (Beverloo et al. 1961) y los valores obtenidos mediante DEM, [O. FOX, 2012].

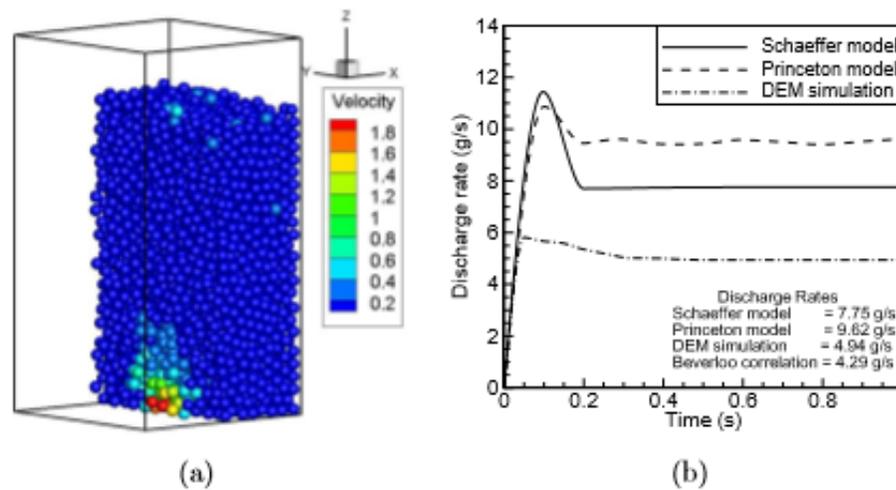


Fig. 1. 9: DEM simulación de descarga granular de silo de fondo plano con un orificio circular

1.13 Aplicación del método de elementos discretos en nuestro país:

En los últimos años en nuestro país, el método de elementos discretos ha sido aplicado apenas al estudio de fallas en macizos rocosos, donde el mecanismo de rotura está controlado por el comportamiento de las discontinuidades [GARCÍA, 2014]. Adicionalmente se ha podido difundir a través del Perúmin 30 Convención Minera en Setiembre 2011³.

³ Perúmin 30 Convención Minera – Aplicación del método de elementos discretos (DEM), expositor de Brasil. <http://www.convencionminera.com/perumin31/es/2012-06-18-22-25-34/centro-de-prensa/notas-de-prensa/25-sabias-que/194-perumin-31-convencion-minera-se-llevara-a-cabo-del-11-al-17-de-agosto-de-2013-en-la-ciudad-de-lima>. Visitado en enero 2017.

La aplicación en los países de latinoamérica tiene mayor incidencia, por ejemplo en Brasil, Chile y Argentina hay referencias de aplicaciones en sistemas de desgaste de materiales, además de flujo en materiales granulares.



CAPÍTULO 2

MATERIALES GRANULARES

En el presente capítulo se expone una descripción y clasificación de los materiales granulares aplicados al método de los elementos discretos que conforma parte de estudio de este documento.

El contenido de este capítulo ha sido consultado con la bibliografía del método de los elementos discretos (Discrete Element Method – DEM), además de experiencias propias del autor en su desarrollo profesional.

2.1 ¿Qué es un material granular?

Un material granular puede definirse como un conjunto de partículas discretas confinadas por una fuerza externa o por los límites físicos de su entorno. Cuando se somete a fuerzas y condiciones apropiadas, el material puede deformarse de forma similar a un fluido.

Un material granular es un conjunto de muchas partículas sólidas deformables que interactúan entre ellas debido a colisiones disipativas y normalmente se dispersan en un vacío. Las partículas granulares podrían considerarse como el cuarto estado de la materia, muy diferente de los sólidos, líquidos o gases. Las partículas granulares se

comportan como partículas gaseosas bajo sistemas muy agitados [VEDACHALAM, 2011].

Las interacciones de las fuerzas entre las partículas desempeñan un papel importante en la definición de la mecánica de los flujos granulares.

Hay varias formas de flujos granulares existentes tanto en nuestra naturaleza como en los procesos industriales.

Los materiales granulares consideran una amplia área de estudios en los diferentes campos científicos, incluyendo la física de la materia blanda, la mecánica de suelos, procesos geológicos, tecnología para control de polvos.

El área de los materiales granulares (desde la ingeniería de estudios de material polvoriento hasta la mecánica de rocas), es un área importante de aplicación para los elementos discretos.

Los materiales granulares son partículas sólidas definitivamente más grandes que el conjunto de átomos (moléculas). Mayormente las deformaciones de las partículas bajo cizallamiento son insignificantes respecto a las dimensiones de las partículas, y hay fuerzas normales cuando las partículas están en contacto.

Como se precisó en capítulos anteriores, los materiales granulares son ampliamente procesados en nuestra industria minera, es razón por la cual cabe aclarar que las características descritas líneas arriba se cumplen también para esta aplicación, objetivo de estudio.

Reproducir el comportamiento de los materiales granulares mediante el método de los elementos discretos (DEM), es un procedimiento complejo debido generalmente a los siguientes aspectos:

- Los materiales granulares son muy variables en su comportamiento, debido a ello los mecanismos en los distintos factores afectan esa variabilidad, pudiendo no ser equivalentes para casos diferentes.

- Los modelos físicos implementados mediante el método de los elementos discretos se desarrollaron a partir de casos ideales simplificados, los cuales no pueden ser ajustados a las diferentes aplicaciones y materiales.
- Actualmente a pesar del avance tecnológico de nuestros tiempos, la capacidad procesamiento de datos mediante computadora, aplicado a la metodología DEM es limitada, debido a estos factores los costos de procesamiento son relativamente elevados. Esta desventaja muchas veces limita a implementar modelos físicos relativamente más exactos.

Se ha podido determinar técnicas para que este procedimiento complejo mediante el método de los elementos discretos se pueda reproducir lo más próximo al fenómeno real. Una de estas técnicas es incluir un proceso iterativo que consta generalmente de tres etapas, como son: caracterización, calibración y validación que deben considerarse con los materiales a analizar.

2.2 Caracterización del material granular

La caracterización de los materiales granulares, corresponde a una serie de experimentos realizados con el material para así poder determinar sus propiedades físicas y mecánicas. Debido a la caracterización del material, se obtienen el comportamiento cualitativo del material analizado. Esta etapa es sumamente importante debido a que es el inicio sobre la cual se ajustaran los parámetros obtenidos y aplicarlos a la simulación.

Además, hay que indicar muchas veces los valores obtenidos en esta etapa no son definitivos para considerar en la simulación, debido a que en las etapas posteriores (calibración y validación), se deben confirmar. Esto se orienta en el criterio que adopte el diseñador o simulador de estos eventos, [DUQUE, 2016].

2.2.1 Densidad

La densidad de una partícula es la relación entre su masa y su volumen. Para determinar el valor de esta variable, he considerado los siguientes métodos:

2.2.1.1 Pesaje e inmersión

Este método consiste en pesar una cantidad de partículas determinadas (m_p) y luego se introduce en un recipiente graduado con agua, al ingresar la cantidad de partículas al recipiente, se debe medir el desplazamiento de volumen (v_p). Luego se calcula la densidad promedio de las partículas mediante la ecuación:

$$\rho_p = \frac{m_p}{v_p} \dots\dots\dots \text{(Ecuac. 2.1)}$$

Donde:

ρ_p : Densidad de partícula en (Kg/m³)

m_p : Masa de partícula en (Kg)

v_p : Volumen de partícula en (m³)

2.2.1.2 Pesaje y cálculo del volumen

Este procedimiento consiste en introducir un volumen de partículas sin compactar en un recipiente, seguidamente se pesa y luego se calcula el volumen geoméricamente. Se pueden trabajar con las siguientes ecuaciones:

$$\rho_g = \frac{m_g}{v_g} \dots\dots\dots \text{(Ecuac. 2.2)}$$

Donde:

ρ_g : Densidad del grupo de partículas en (Kg/m³)

m_g : Masa del grupo de partículas en (Kg)

v_g : Volumen del grupo de partículas en (m³)

En la siguiente Fig. 2. 1, se representa el ensayo y sus parámetros:

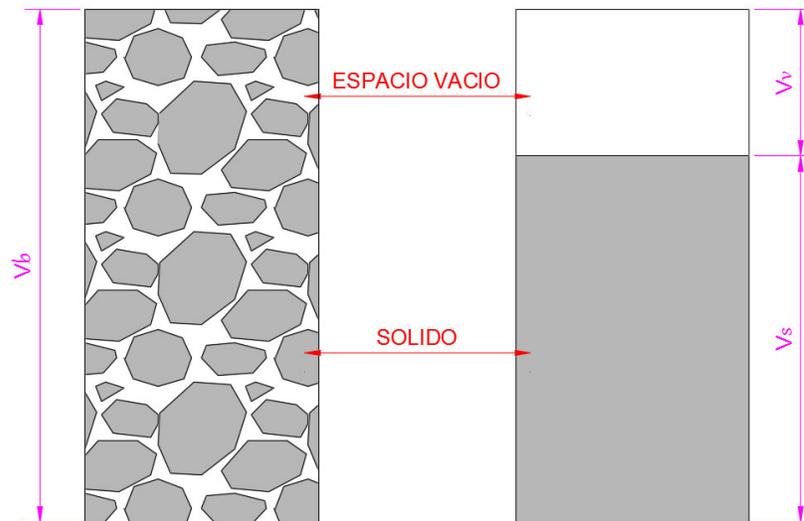


Fig. 2. 1: Distribución de sólidos y espacios vacíos en un conjunto granular

2.2.2 Módulo de elasticidad:

El módulo de elasticidad (E), es la propiedad que indica su rigidez o resistencia a la deformación. Indica la relación que existe entre la tensión aplicada (σ) y la deformación que se produce (ϵ).

Para el caso de los materiales granulares, el módulo de elasticidad incluye a sistemas microscópico o macroscópico. Para el primer caso de un sistema microscópico, el módulo de elasticidad de las partículas es tomada de forma individual. Respecto al sistema macroscópico el módulo de elasticidad del conjunto de partículas es considerado como un medio continuo.

Para los dos casos los valores del módulo de elasticidad no serán iguales, debido a que el conjunto de partículas considerada como un medio continuo, para su determinación su módulo de elasticidad está formado por la combinación de partículas y espacios entre ellas (huecos).

La metodología de los Elementos Discretos (DEM) requiere la simulación en un medio granular al nivel de sus partículas individuales (nivel microscópico), el módulo de elasticidad que se usaran en los cálculos será determinado a nivel microscópico o individual por cada partícula.

2.2.2.1 Metodología ASAE (American Society for Agriculture Engineers) con indentador esférico

Este método utiliza un indentador con punta esférica, este se presiona sobre el material que se propone estudiar, este se debe apoyar en una superficie metálica plana. Se identifica la carga, las dimensiones de la penetración y las características del indentador. El módulo elástico se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$E = \frac{0.054 K_c P^{2/3} (1-\nu^2)}{\alpha^{5/3}} \left(\frac{\alpha}{d}\right)^{1/2} \dots\dots\dots(\text{Ecuac. 2.3})$$

Donde:

E : Módulo de elasticidad

α : Deformación experimentada por la muestra en (m)

P : Fuerza de compresión aplicada sobre la muestra (N)

K_c : Constante relativa al contacto superior

ν : Coeficiente de Poisson de la muestra

d : Diámetro del indentador (m)

2.2.3 Coeficiente de rozamiento dinámico

Este parámetro se puede evaluar mediante la siguiente metodología:

2.2.3.1 Metodología mediante tribómetro de disco rotacional

Esta metodología consiste en presionar una partícula de material contra una placa, esta se encuentra girando a una velocidad determinada, se registran las fuerzas tangencial y normal. Sobre la placa giratoria se fija el material de estudio. La fuerza con que se ajusta la partícula se puede variar, debido a ello se puede obtener varios valores para F_t y F_n , esto permite construir una gráfica cuya pendiente corresponde al coeficiente de rozamiento dinámico ($\mu_{dinámico}$), este parámetro según las leyes de rozamiento de Coulomb, es aproximadamente igual al coeficiente de rozamiento estático ($\mu_{estático}$). Para ello tenemos la siguiente expresión:

$$\mu_{dinámico} = \frac{F_t}{F_n} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 2.4)}$$

Donde:

$\mu_{dinámico}$: Coeficiente de rozamiento dinámico

F_t : Fuerza tangencial

F_n : Fuerza normal

2.2.4 Coeficiente de rozamiento

El coeficiente de rozamiento entre dos superficies, lo define el mayor valor de la fuerza de rozamiento entre las superficies cuando están sometidas a una fuerza normal al plano de contacto. La partícula podrá deslizarse o rodar.

2.2.4.1 Metodología del plano inclinado, para roce estático

Esta metodología consiste en ubicar la partícula de estudio (material granular) sobre un plano; lo recomendable para el material de la superficie plana es usar aquel que se

asemeje al material donde se deslizará el material granular en el proceso real, por ejemplo, una superficie metálica; el cual tendrá la opción de modificarse (de acuerdo con el grado de sensibilidad que se desee obtener) el ángulo de inclinación. El coeficiente de roce estático entre partículas se podrá calcular mediante el procedimiento de unir tres partículas a una placa de ensayo y ubicarlas en el plano inclinado. Se debe graduar el ángulo de inclinación hasta que las partículas deslicen a aproximadamente velocidad constante.

El valor del ángulo al cual se produce el deslizamiento se le denomina ángulo de fricción. La siguiente expresión es usada para determinar el coeficiente de roce estático:

$$\mu = \tan \varphi \dots\dots\dots \text{(Ecuac. 2.5)}$$

Donde:

μ : Coeficiente de roce estático

φ : Angulo de fricción

2.2.4.2 Metodología del plano inclinado, para roce de rodadura

Esta metodología, similar a la anterior, consiste en un plano que se hace variar el ángulo de posición, lo particular es que se coloca una sola partícula en mencionado plano inclinado, con el objetivo que se pueda rodar hacia abajo.

La siguiente expresión es usada para determinar el coeficiente de rodadura:

$$\mu_r = \tan \varphi \dots\dots\dots \text{(Ecuac. 2.6)}$$

Donde:

μ_r : Coeficiente de rodadura

φ : Angulo de fricción

2.2.5 Coeficiente de restitución mediante la metodología de impacto en caída libre

Esta metodología consiste en dejar caer una partícula sobre una superficie del mismo material de la pared del elemento de estudio. Esta prueba se graba con una cámara de alta velocidad y luego se analizan las velocidades de choque y de salida.

La siguiente expresión es usada para determinar el coeficiente de restitución:

$$e = \frac{v_f}{v_i} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 2.7)}$$

Donde:

e : Coeficiente de restitución

v_f : Velocidad de choque

v_i : Velocidad de salida

2.2.6 Metodología de ensayo de tamizado

Este método se usa para conocer la granulometría del material, consiste en una serie de mallas dispuestas secuencialmente de forma transversal al equipo de ensayo.

El material objeto de estudio se hace pasar continuamente desde la malla más gruesa hasta la malla más fina, con el objetivo que las diferentes granulometrías queden capturadas según el tamiz correspondiente.

Luego se registra la masa de las partículas para los diferentes rangos de tamaños definidos por las mallas, de esta forma se determina la distribución de tamaño de las partículas.

2.2.7 Metodología de medición de partículas

Para realizar simulaciones mediante elementos discretos (DEM), se recomienda usar formas y tamaños de partículas lo más próximo a la realidad, debido a que deben configurarse todos los parámetros.

Para conseguir formas similares a las partículas del material de estudio se pueden utilizar esferas unidas que en su conjunto logran la aproximación de la geometría de la partícula.

La relación de aspecto es el parámetro que entrega la información de la forma de la partícula, se observan las dimensiones para la relación en la Fig. 2. 2:

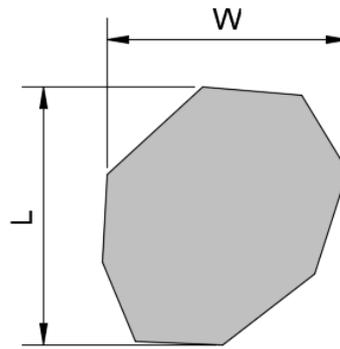


Fig. 2. 2: Parámetros geométricos de una partícula

La siguiente expresión es usada para determinar la relación de aspecto:

$$\alpha_p = \frac{W}{L} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 2.8)}$$

Donde:

α_p : Relación de aspecto

W: Ancho de la partícula

L: Largo de la partícula (lado de mayor dimensión)

2.2.8 Metodología ensayo de corte directo

El objetivo de este ensayo es determinar la resistencia de una muestra de material, sometida a fatigas (aplicación de cargas cíclicas) y/o deformaciones que simulen las existentes o que pudieran existir en el proceso de flujo.

Esta metodología consiste en generar un esfuerzo de corte en una cantidad de material dentro de un recipiente de sección cuadrada o circular, separado en dos mitades transversalmente. Se aplica una fuerza vertical de confinamiento y luego una carga horizontal creciente que origina el desplazamiento de la mitad móvil de la caja originando el corte de la muestra, resultado de esta metodología se obtiene la relación de esfuerzo necesario para producir el corte de la muestra en función del esfuerzo de compresión aplicado.

El ensayo induce la falla a través de un plano determinado, sobre este plano de falla actúan esfuerzo normal (debido a la carga vertical) y esfuerzo cortante (debido a la aplicación de la carga horizontal).

Los esfuerzos se calculan dividiendo las respectivas fuerzas entre el área de la muestra y deben satisfacer la ecuación de Coulomb, [ESPINECE, 1979]:

$$\tau = c + \sigma_n \tan \phi \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 2.9)}$$

Donde:

τ : Esfuerzo de corte

c : Cohesión del material

σ_n : Esfuerzo normal

ϕ : Angulo de fricción interna

Según la ecuación anterior la resistencia de corte depende de la cohesión (c) y la fricción interna del suelo (ϕ). Se muestra la relación en la Fig. 2. 3, [ESPINECE, 1979]:

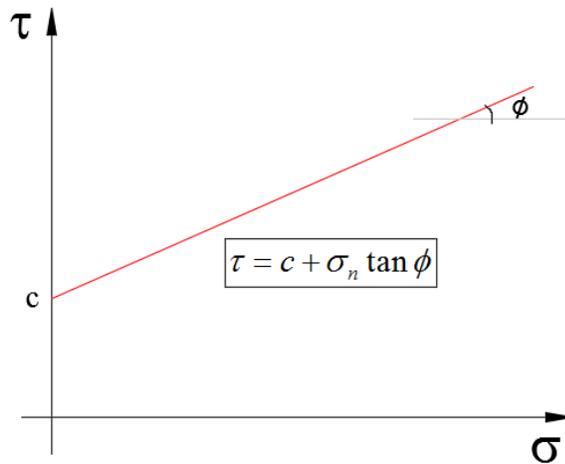


Fig. 2. 3: Relación Esfuerzo Normal - Esfuerzo de Corte

2.2.9 Metodología de ensayo de humedad termogravimétrico

Este ensayo tiene el objetivo de conocer la humedad del material estudiado, mediante pesaje de la muestra y la evaporación del agua utilizando aporte de calor. El procedimiento consiste en pesar el material al inicio de la prueba, es decir con su humedad inicial, luego se calienta a una temperatura dada durante un tiempo determinado.

La muestra es pesada con una frecuencia de tiempo hasta que obtener el peso invariable, ello quiere decir que la muestra ha perdido su humedad.

Luego, a partir de las masas registradas, se calcula la humedad con la siguiente ecuación:

$$\%H = \frac{m_0 - m_s}{m_s} (100\%) \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 2.10)}$$

Donde:

$\%H$: Porcentaje de humedad de la muestra de material.

m_h : Masa de la muestra de material húmedo

m_s : Masa de la muestra de material seco

2.2.10 Metodología de determinación de la influencia de las fuerzas cohesivas

El número de Bond relaciona la fuerza de cohesión máxima que podría experimentar la partícula respecto a su peso, se calcula conociendo la humedad y el tamaño de las partículas. Para ello podemos usar la siguiente ecuación:

$$B_o = \frac{2\gamma}{R\rho g} \dots \dots \dots \text{(Ecuac. 2.11)}$$

Donde:

B_o : Numero de Bond

γ : Tensión superficial del líquido, fuerza entre unidad de longitud

R : Radio de la partícula, en unidad de longitud

ρ : Densidad de la partícula, unidad de masa entre volumen

g : Aceleración de la gravedad, unidad de longitud entre tiempo al cuadrado

2.2.11 Metodología que determina el tiempo de interacción

Este tiempo de interacción debe ser menor que el tiempo de contacto crítico entre partículas, el cual corresponde al periodo de oscilación entre partículas, con el criterio que estén unidas mediante resortes y amortiguadores.

Se considerará el criterio del tiempo de contacto crítico de Hertz, para determinar este parámetro, además se podrá considerar la interacción entre dos partículas i, j , concluyendo en la siguiente expresión [TANCREDI, 2012]:

$$t = 5.84 \left(\frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \right)^{0.4} r v^{-0.2} \dots\dots\dots \text{(Ecuac. 2.12)}$$

Donde:

ρ : Densidad de la partícula, unidad de masa entre volumen en gr/cm^3

ν : Numero de Poisson

E : Resistencia del material en Pa

r : Radio de la partícula en cm

v : Velocidad de colisión en cm/s

t : Tiempo en segundos

2.3 Proceso de calibración de las propiedades de los materiales granulares

El proceso de calibración son una gama de ensayos de laboratorio, en el cual los resultados corresponden a parámetros del comportamiento de material (como esfuerzos de compresión, esfuerzos de corte, ángulo de reposo estático, ángulo de reposo dinámico, desplazamiento, entre otros) diferente de las propiedades físicas halladas en la etapa de caracterización del material.

Posteriormente se reproducen los mismos ensayos con la particularidad de que son simulados computacionalmente. Se iteran los parámetros de entrada del software hasta conseguir un comportamiento similar entre la simulación y los ensayos de laboratorio.

En este proceso los valores de las propiedades de los materiales granulares, se van ajustando en el software, se debe tener presente que a pesar de que los valores sean relativamente diferentes (generalmente estas diferencias son debido a factores externos como son el medio donde se obtienen los valores experimentales, diferencias entre los materiales a usar en la calibración, etc), a los obtenidos en el proceso de caracterización, debe existir coherencia entre los valores hallados.

Este proceso es relativamente dificultoso, debido a que se trata de un problema de múltiples variables, un método que ayuda a simplificar este proceso es realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros, esto consiste en determinar que propiedades son más influyentes en el resultado del ensayo a calibrar.

Este proceso de calibración es particular para cada material y aplicación, debido a que no existe una metodología específica, es la experiencia de la persona que simula la aplicación debe definir su propia metodología y estrategia de afrontar el problema [DUQUE, 2016].

2.4 Proceso de validación de las propiedades de los materiales granulares

En el proceso de validación, se modela la situación real de los materiales granulares, comparado con la referencia histórica propia del proceso en el cual se está analizando (tipos de falla, aglomeración, puntos de desgaste). Este proceso tiene por objetivo verificar que las propiedades determinadas en la etapa de calibración tengan un comportamiento muy aproximado al material y proceso de estudio [DUQUE, 2016].

Se ha podido revisar la información acerca de tipos de validación:

- Validación cualitativa en terreno, mediante observación de la operación, registros de mantenimiento, histórico de eventos, (KRUSE, 2009).
- Validación cuantitativa en terreno, se utilizan cámaras de alta performance para registrar los eventos importantes que influyan en el proceso, (VAN AARDE, 2009).
- Validación experimental, se emplean laboratorios con equipos muy similares a la aplicación de estudio, [GRIMA, 2011].

2.5 Fenomenología de materiales granulares

Los materiales granulares (desde control de polvo hasta la mecánica de rocas) son un amplio rubro para aplicar la metodología de los elementos discretos. Como se

mencionó anteriormente los materiales granulares consisten en partículas sólidas que definitivamente son de mayor tamaño que un átomo.

En general, las deformaciones de las partículas sólidas bajo acción de corte son insignificantes con respecto a las dimensiones de las partículas, además existen fuerzas normales cuando las partículas están en contacto.

2.5.1 Interacción de partículas

Las partículas mayores a aproximadamente 1 mm de diámetro tienen una interacción entre superficies en la dirección normal de contacto, esto se debe básicamente a la deformación elástica y la interacción en la dirección tangencial se debe básicamente a la fricción de Coulomb.

En el caso de partículas de diámetro menores a 1 mm, en ambientes húmedos, la cohesión podría tener una influencia significativa debido a la acumulación de moléculas de agua cuando están en contacto. Para partículas aún más pequeñas, el efecto de cohesión de la propia superficie jugará un papel muy importante. Lo que quiere decir que la calidad de las interacciones entre superficies de las partículas es característica de los materiales granulares.

Un fenómeno relacionado es la fractura, donde la forma de la partícula se destruye, produciéndose partículas granulares a menor escala. El caso opuesto es el sinterizado, donde las partículas más pequeñas se agregan para producir a las de mayor tamaño.

2.5.2 Fricción y disipación

La fricción y disipación de la energía conduce a un comportamiento macroscópico diferente al de los sistemas atómico y molecular. Incluso para sistemas de baja densidad, al parecer no hay un equilibrio de estado, en el que las densidades de las

partículas sean homogéneas, excepto en las condiciones iniciales especialmente preparadas.

Cuando un sistema evoluciona bajo la dinámica granular con fricción y disipación de energía, se produce un agrupamiento y se destruye la densidad homogénea inicial.

2.5.3 Rodadura, deslizamiento y forma de partículas

En muchas oportunidades hay un enfoque intuitivo de parte de la persona que intenta simular un proceso de manejo de materiales, debido a que trata de elaborar un sistema regular, la experiencia indica que, en muchos problemas de física e ingeniería, la regularidad conduce a la simetría y la simetría reduce el número de variables que se deben analizar.

Para las simulaciones de medios granulares, esto conduce al uso de partículas de forma esférica o redondas, estas no son capaces a resistir a la rodadura, debido a ello estos sistemas conducen a la inestabilidad.

La competencia entre rodadura y deslizamiento también determina la resistencia de los conjuntos granulares: diferentes distribuciones de forma y tamaño resultan en diferentes resistencias del material, adicionalmente se espera que sistemas de partículas convexas sean más débiles que sistemas de partículas no convexas con posible enclavamiento.

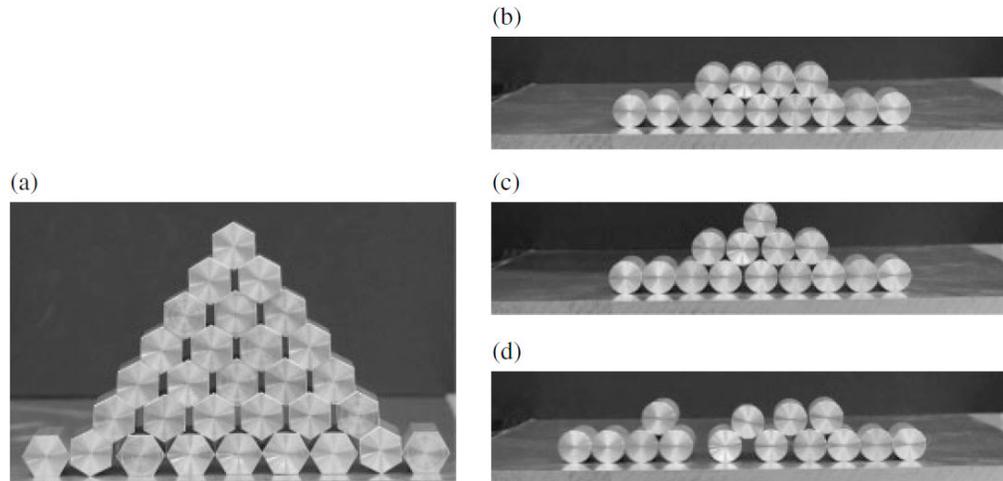
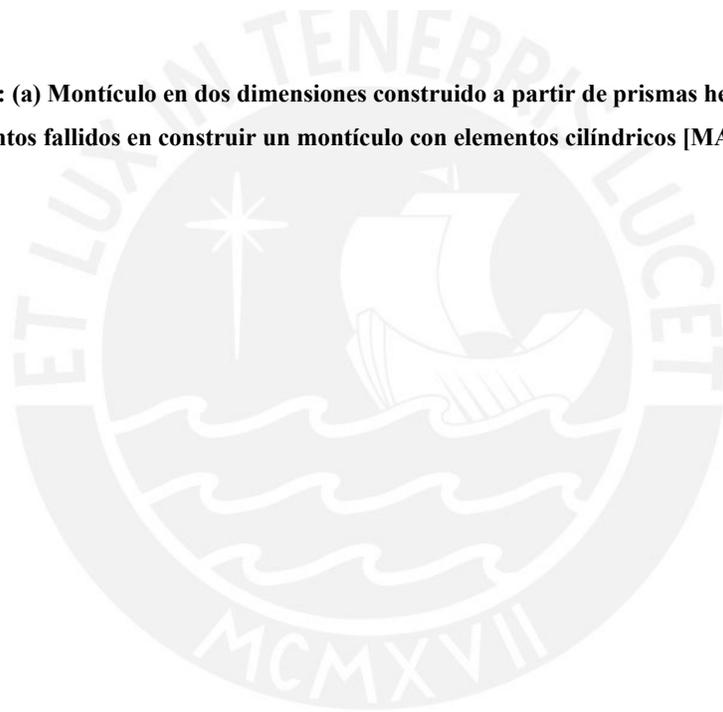


Fig. 2. 4: (a) Montículo en dos dimensiones construido a partir de prismas hexagonales. (b) – (d) Intentos fallidos en construir un montículo con elementos cilíndricos [MATUTTIS, 2014]



CAPÍTULO 3

CONSIDERACIONES TEÓRICAS

En el presente capítulo se indica la teoría que respalda la Metodología de los Elementos Discretos además de las consideraciones para su desarrollo.

Se describe la metodología para trabajar o simular flujos granulares, además de la secuencia de iteración de la metodología propuesta.

Se detalla las limitaciones de la metodología de los elementos discretos, considerando recomendaciones para optimizar o hacer ágil el proceso de simulación.

3.1 ¿Qué método usar para simular flujos granulares?

La simulación de algunos materiales se hace bajo el enfoque de ser continuos, y así poder usar la teoría de continuidad al definir las propiedades físicas del material. Con estas condiciones se podrían utilizar los métodos numéricos como Diferencias Finitas (DFM), Elementos Finitos (FEM), Volumen Finito (FVM), entre otros.

Los métodos mencionados no son apropiados al abordar discontinuidades (medios discretos), debido a que se necesitan consideraciones adicionales, por otro lado, los resultados carecen de exactitud, debido a que estos métodos solo pueden representar

las características físicas del sistema en términos de promedios, con lo cual el detalle de las colisiones no está contenido en las ecuaciones que representan los campos, por ello no es posible caracterizar los efectos generados por los arcos o los debidos a efectos producidos a escala microscópica.

Así mismo los elementos discretos están conformados por un conjunto de múltiples partículas de tamaño variado, en el caso de investigación, debido a que los materiales granulares son elementos complejos, estos tienen escenarios donde se comportan como sólido (se puede deformar), otras veces como líquido (se derrama y puede fluir), y en oportunidades como gas (se puede comprimir hasta cierto límite y está formado por partículas sin enlace).

Para los casos con discontinuidades se tienen que utilizar métodos que consideren el medio como continuo o discontinuo, como por ejemplo Hidrodinámica de Partículas Suaves (SPH), Elementos Discretos (DEM), entre otros. Al considerar discontinuidades estos métodos numéricos, simplifica relativamente la simulación de rupturas o desprendimientos durante la simulación de algún fenómeno.

Como referencia podremos mostrar la siguiente Fig. 3. 1, donde se muestra la relación entre los diferentes modelos de simulación y las escalas de visualización de las partículas.

La solución mediante DEM es próxima a lo indicado en la figura como Dinámica Molecular (Molecular Dynamics).

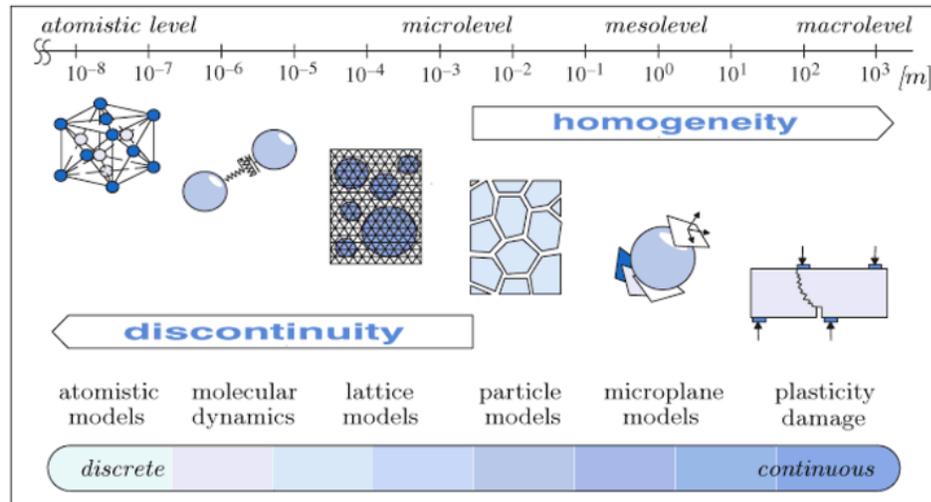


Fig. 3. 1: Escalas de visualización y modelos aplicables en geo materiales [VERMEER, 2001]

3.2 Método de elementos discretos

En general el método de elementos discretos aborda problemas con partículas rígidas o deformables, para el caso de partículas rígidas que tengan una forma simple, se podría aplicar una estrategia de simulación de evento por evento. En esta condición los tiempos de colisión para las partículas se podrían calcular exactamente y las metodologías de intercambio del momento se utilizan para determinar las velocidades después de la colisión, debido a que el tiempo de contacto se considera infinitamente corto.

Esta metodología se usa en simulaciones de dinámica molecular con un gran número de partículas. Sin embargo, aunque los algoritmos impulsados por eventos funcionan bien para conjunto de partículas sueltas, para configuraciones densas estas conducen a una solución efectiva de bloqueo, es decir simulaciones críticamente lentas, fenómeno denominado colapso inelástico, [YOUNG, 1994].

Para el caso de colisiones de cuerpos deformables implica que el tiempo de contacto no es infinitamente corto y las fuerzas de contacto varían en el periodo de contacto. Por ello, cualquier estrategia de simulación requiere alguna forma de esquema tipo

escalonamiento temporal y alguna forma de regularizar la naturaleza no lisa de la condición de no penetración y fricción.

Las restricciones de la no penetrabilidad durante el contacto entre dos cuerpos (denominados i y j respectivamente) implica que ningún punto de los cuerpos en contacto deben cruzar o atravesar su contorno, es decir el espacio entre ellos no debe ser negativo. Solo es posible una fuerza de interacción compresiva F_n , es decir no existe fuerza de atracción entre dos cuerpos y esta fuerza de interacción se desvanece para contacto no activo $g > 0$. Estas condiciones de contacto unilateralmente pueden ser descritas matemáticamente por la condición de Signorini ⁴.

Las relaciones no lisas también existen si la ley de interacción considera una fuerza tangencial de fricción F_s , relacionada y opuesta a la velocidad de deslizamiento \dot{s} . Para la ley de fricción de Coulomb existe una fuerza tangencial umbral, proporcional a la fuerza de interacción normal, según la siguiente ecuación:

$$F_s = \mu F_n \dots\dots\dots \text{(Ecuac. 3.1)}$$

Como resultado de las regularizaciones anteriores, el comportamiento de la colección de cuerpos se rige por un conjunto de ecuaciones diferenciales que pueden ser resueltas por alguna técnica de escalonamiento, donde se utilizaran procedimientos de reducido tiempo que aseguran la exactitud en hacer cumplir condiciones regidas de iteraciones.

3.3 Modelos de contactos DEM

La metodología de cálculo mediante los elementos discretos, tiene diversos modelos de contacto, en el estudio presentado se mencionan los mas utilizados:

⁴ https://en.wikipedia.org/wiki/Signorini_problem Visitado en marzo 2017.

- ✓ Modelo lineal con resorte y amortiguamiento, implementado por Cundall y Strack en 1979, contiene un componente viscoso y elástico tanto en la componente normal como tangencial.
- ✓ Modelo Hertz Midlin, modelo ampliamente utilizado en DEM, corresponde al modelo visco elástico sin microdeslizamiento, su característica principal es que se trata de un modelo no lineal respecto a la distancia de penetración de una partícula en otra.
- ✓ Modelo Hertz Midlin y Deresiewicz, utiliza el modelo de Hertz en la dirección normal de contacto, para la dirección tangencial considera la fuerza por micro deslizamiento de la interfaz de las partículas de contacto.
- ✓ Modelo Derjaguin, Muller y Toporov, es un modelo similar al Jhonson, Kendall y Roberts, es decir adhesivo, incorpora las fuerzas de Van del Waals.
- ✓ Modelo Jhonson, Kendall y Roberts, incorpora las fuerzas de Van der Waals entre dos superficies en contacto al modelo no lineal de Hertz.

3.4 Herramientas computacionales para la simulación DEM

Dentro de las herramientas para simular mediante DEM, se tiene software de uso libre y software de uso comercial.

Los softwares de uso libre, son aquellos en los cuales los usuarios tienen la facilidad de ejecutar, estudiar, copiar, distribuir, modificar y proponer mejoras al software. Estos conceptos son de acuerdo a “Free Software Foundation⁵”.

Las características principales de los softwares libres son:

⁵ Free Software Foundation o Fundación por el Software Libre, es una organización creada en Octubre de 1985 por R.Stallman. Esta fundación se dedica a eliminar las restricciones sobre la copia, redistribución, entendimiento y modificación de programas de computadoras.

- ✓ Libertad de estudiar el funcionamiento del software y poder adaptarlo a las necesidades del usuario. Se debe poder acceder a los códigos fuentes para este propósito.
- ✓ Libertad para ejecutar el software a las necesidades del usuario.
- ✓ Libertad de distribuir copias del software de forma gratuita.
- ✓ Libertad para distribuir copias del software en su versión modificada.

Los softwares libres más usados para simulación DEM, son:

- YADE
- LIGGGHTS
- LMGC 90
- ESys-Particle

Los software propietarios o comerciales, son aquellos donde el usuario tiene limitaciones para usarlo, modificarlo o redistribuirlo, con o sin modificaciones. Todas las etapas del software están incluidas en un mismo módulo.

El uso de los softwares propietarios está estructurado de tal forma que el usuario siga una secuencia mediante iconos y ventanas que lo ayudarán a ingresar datos, procesarlos hasta la obtención de los resultados.

Las características principales de los softwares propietarios son:

- ✓ No pertenece al usuario, no se pueden hacer modificaciones en su código fuente.
- ✓ No se puede distribuir sin permiso del propietario.
- ✓ El usuario debe realizar entrenamiento específico por el propietario del software para poder trabajar en él.
- ✓ El software posee accesos para que el usuario implemente otro tipo de sistemas en él.

Los softwares propietarios más usados para simulación DEM, son:

- ROCKY DEM.
- PFC 3D.
- Bulk Flow Analyst.
- EDEM.

3.5 Secuencia de trabajo mediante el método de elementos discretos

El método mediante elementos discretos aplicado a flujo de materiales, para poder describir numéricamente el comportamiento dinámico de los materiales analiza el movimiento del material en periodos de tiempo suficientemente cortos de duración, de tal manera que en éste, cada partícula se mueve lo suficientemente para interactuar con las partículas inmediatamente próximas a su entorno.

El modelo de simulación asume que la velocidad y la aceleración de cada partícula son constantes durante cada periodo de tiempo de análisis, de esta forma va recalculando la posición, velocidad y aceleración de cada partícula en cada periodo de tiempo.

El primer paso en la creación de un modelo DEM es definir la geometría a analizar, tal como una tolva, chute, cinta transportadora, además de algún elemento de transporte o tránsito de material granular, en el cual se va a realizar la simulación. Es recomendable elaborar este modelo en un entorno de software CAD. Los movimientos que considere el modelo real debe ser considerado en la geometría a analizar.

El siguiente paso, es calibrar y determinar el modelo de fuerza de contacto de la simulación. El modelo de las fuerzas de contacto simula las fuerzas que actúan sobre cada partícula debido a los contactos con otras partículas o la geometría de trabajo. Esto se hace generalmente usando combinaciones que representan características similares a resortes y amortiguadores en los puntos de contacto.

Los resortes representan la componente elástica de cada impacto de partícula, mientras que los amortiguadores representan componentes de amortiguación de cada impacto.

En la Fig. 3. 2, se muestra un diagrama de flujo típico para las iteraciones del DEM en un proceso de simulación.



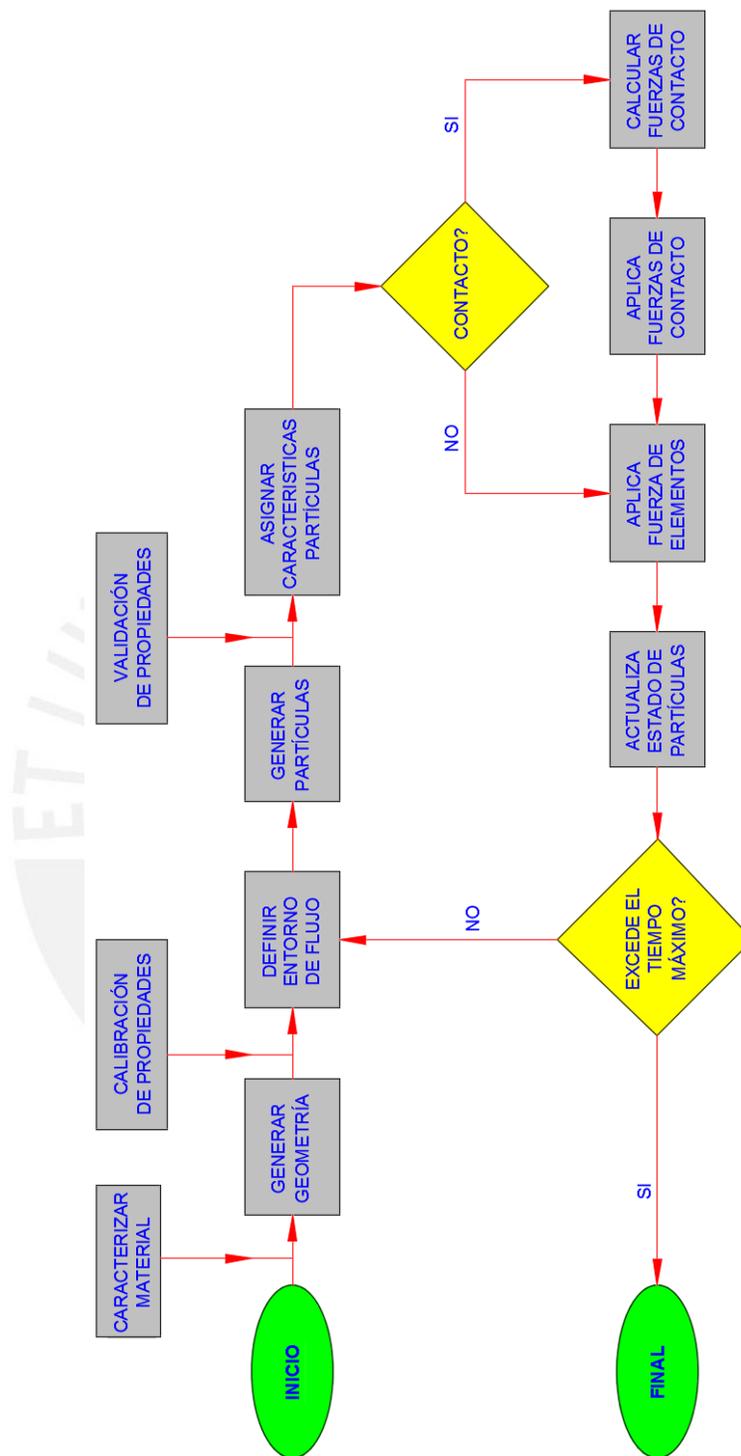


Fig. 3. 2: Algoritmo de trabajo del DEM

Respecto a los parámetros de entrada para el DEM, se muestra a continuación en la Fig. 3. 3:



Fig. 3. 3: Parámetros de entrada para el DEM

Cada fuerza de contacto se divide típicamente en tres fuerzas direccionales: normales, tangenciales y de rotación, como se muestra en la Fig. 3. 4. Las fuerzas direccionales se modelan usando elementos separados tipo resorte y amortiguador. En la dirección tangencial y rotacional, el modelo generalmente incluye un modelo deslizante o rodillos para modelar la energía disipada por fricción, denominada Amortiguamiento de Coulomb o Fricción de Coulomb, [MAYNARD, 2016].

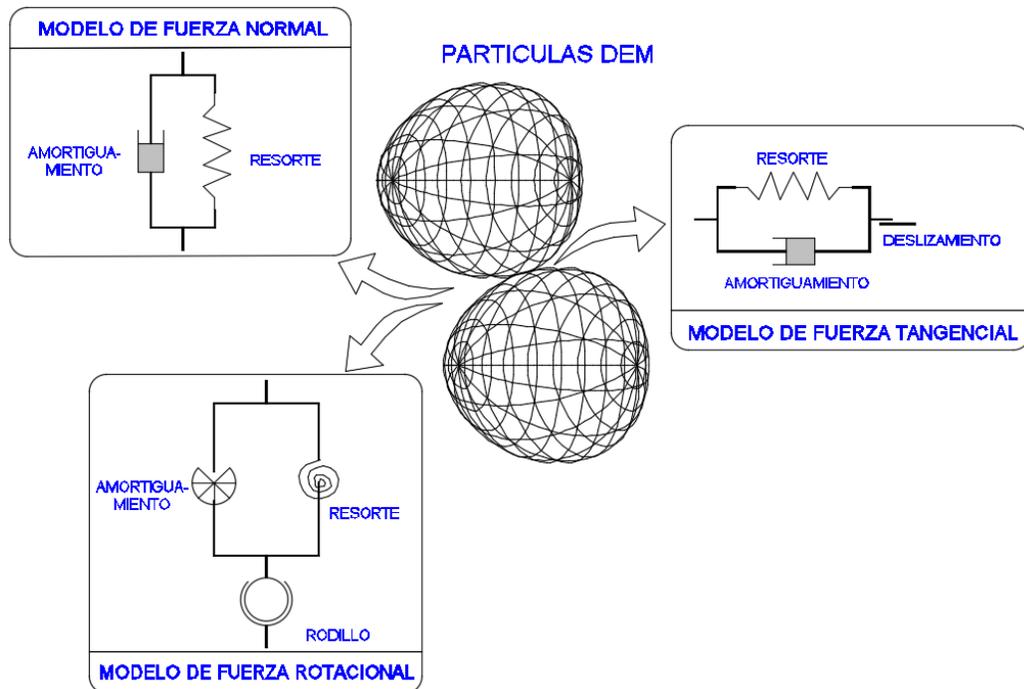


Fig. 3. 4: Modelo típico de fuerzas de contacto DEM

Después de definida la geometría a analizar y el modelo de fuerza de contacto, se introducen las partículas al modelo y se aplica la ley de movimiento de Newton para calcular la aceleración instantánea de cada partícula durante cada instante de tiempo. La integración de la aceleración a lo largo del tiempo proporciona la nueva velocidad y posición instantánea de cada partícula.

3.6 Limitaciones del método de elementos discretos

Si bien es cierto que la metodología DEM ayuda a subsanar las limitaciones de otros métodos, este a su vez tiene sus propias limitaciones:

Una de las limitaciones principales del DEM es el requerimiento de elevados recursos computacionales para que el ordenador pueda realizar la simulación, así mismo afecta notablemente la precisión del modelo de fuerzas de contacto que la simulación utiliza. Esto se ha podido comprobar con las simulaciones elaboradas mediante la metodología DEM.

Esto impide muchas veces utilizar parámetros similares a los de la realidad, debido a que aumentar la información de entrada, la envergadura del cálculo se incrementa y por ello podría tomar mucho tiempo de resolución. Provocando con ello que la simulación sea poco representativa respecto al caso de estudio.

Otra limitación es el problema de singularidad de las simulaciones, debido al hecho de que los parámetros que se ingresan a la simulación deben ser caracterizados, la combinación de estos parámetros reproduce una situación particular y su validez se restringe a condiciones de entorno similares a las cuales se calibraron los parámetros.

Debido a estas consideraciones es difícil generar bases de datos con las propiedades de los materiales que se debieran ingresar en un proceso de simulación.

3.6.1 Carga computacional

Generalmente los algoritmos de detección de contacto para partículas y entorno representan la carga computacional más grande en un modelo DEM.

El algoritmo de detección de contacto superpone una cuadrícula en el entorno de la simulación y asigna a cada partícula en la cuadrícula en función a su ubicación. Todo esto es inherente al tiempo y hace que el proceso de simulación sea definitivamente grande. Para la mayoría de las situaciones de simulación, un tiempo de más de 12 a 24 horas no es práctico.

El tiempo de ejecución de la simulación es proporcional al número de partículas que forman parte de la simulación. El límite actual de partículas práctico es de aproximadamente un millón, pero el aumento de la velocidad de la computadora hace de este límite un objetivo en movimiento que sigue creciendo.

Para reducir el tiempo de realización de una simulación, se deberían considerar las siguientes estrategias:

- Incrementar el número de GPUs (Graphical Processing Unit) y CPUs (Central Processor Unit) involucradas, usando procesadores en paralelo o agrupando computadoras para elaborar la simulación. La velocidad de simulación se estabiliza rápidamente con este método. Los equipos de memoria compartida son más eficientes que en los casos que se agrupan los computadores, debido a que agrupar computadores tienen riesgo muy grande de comunicación a medida que los datos se transmiten entre elementos.
- Debido a que lo principal del modelamiento para la simulación es el comportamiento de las partículas, se recomienda elaborar las geometrías de contorno lo más simple posible. Es decir, se deben incluir detalles que afecten directamente al comportamiento del flujo de material, no se requiere modelar espesor de superficies, tuercas, pernos y bridas que unen las geometrías.
- Reducir el recuento de partículas, se recomienda por experiencia propia modelar la región de interés, mediante el uso de límites periódicos paralelos a la dirección de movimiento en los sistemas. Los límites periódicos permiten a las partículas volver a entrar en la simulación después de salir, por lo que una sola partícula puede pasar a través de la simulación de reiteradas veces. Esto reduce el número total de partículas necesarias para la simulación y permite minimizar la simulación.

CAPÍTULO 4

CONSIDERACIONES EXPERIMENTALES

En el presente capítulo, se desarrolla simulaciones en software para modelar mediante el método de los elementos discretos (DEM) analizando el comportamiento de materiales aplicados a la minería con el objetivo de comprobar su comportamiento para optimizar la metodología de diseño de elementos propios del proceso de manejo de materiales. Se comprobará el análisis de sensibilidad de los parámetros de entrada en DEM.

4.1 Etapas para la simulación mediante DEM

Los softwares para simular por la metodología de los elementos discretos, requiere en general de tres etapas:

- ✓ Pre-procesamiento, ingreso de datos y geometrías.
- ✓ Procesamiento de datos.
- ✓ Post-procesamiento, visualización e interpretación de resultados.

4.1.1 Pre-procesamiento

En esta etapa podemos agrupar el proceso de caracterización y calibración de los materiales objeto de estudio, generar la geometría del sistema de trabajo, mediante algún software CAD.

Se generan los archivos para iniciar la simulación, es un paso sumamente importante debido a que su éxito depende de la correcta creación del caso de estudio.

Esta etapa es muy importante debido a que su precisión en la obtención de las propiedades y calibración de estas, serán la clave para obtener una estructura de simulación confiable.

Los requerimientos en esta etapa de simulación son:

- ✓ Generar el modelo (geometría) de la partícula a analizar.
- ✓ Seleccionar la metodología de generación de las partículas.
- ✓ Importar geometría CAD.

4.1.2 Procesamiento de datos

En esta etapa de procesamiento de datos, incluiremos la etapa de validación de las propiedades del material en estudio, con esta información lo más certera a la situación real será procesada en el software DEM.

El tiempo de simulación es incluido en esta etapa, debido a que es el limitante para culminar el procesamiento de datos.

En la mayoría de los softwares de simulación DEM esta etapa es conocida como “Solver”, en esta etapa todos los parámetros ya han sido ingresados al modelo de estudio.

Las consideraciones de esta etapa de simulación son:

- ✓ Contacto mecánico.
- ✓ Opción de acoplar mecánicamente con softwares tipo Finite Element Analysis (FEA), Multibody Dynamics (MBD).
- ✓ Opción de acoplar a softwares de fluidos como Computer Fluid Dynamics, (CFD), Transferencia de calor y transferencia de masa.
- ✓ Opción de acoplarse electromagnéticamente a softwares relacionados.

4.1.3 Post-procesamiento

La etapa de post procesamiento es básicamente la interpretación o análisis de los resultados, donde con la ayuda de las herramientas se podrán mostrar gráficas y animaciones que completen la obtención de resultados concretos.

En esta etapa es recomendable constatar los resultados con los datos ingresados, debido a que por la experiencia de la persona que simula podrá detectar resultados erróneos o con desviaciones de criterios. Como sabemos los involucrados en estos temas el software de todas formas da un resultado, pero es responsabilidad del investigador discernir en ello.

Las consideraciones de esta etapa de simulación son:

- ✓ Video en tres dimensiones (3D).
- ✓ Análisis mediante gráficos.
- ✓ Extracción e importación de datos producto de la simulación.

En la Fig. 4. 1 a continuación se muestra un resumen de las etapas de simulación.

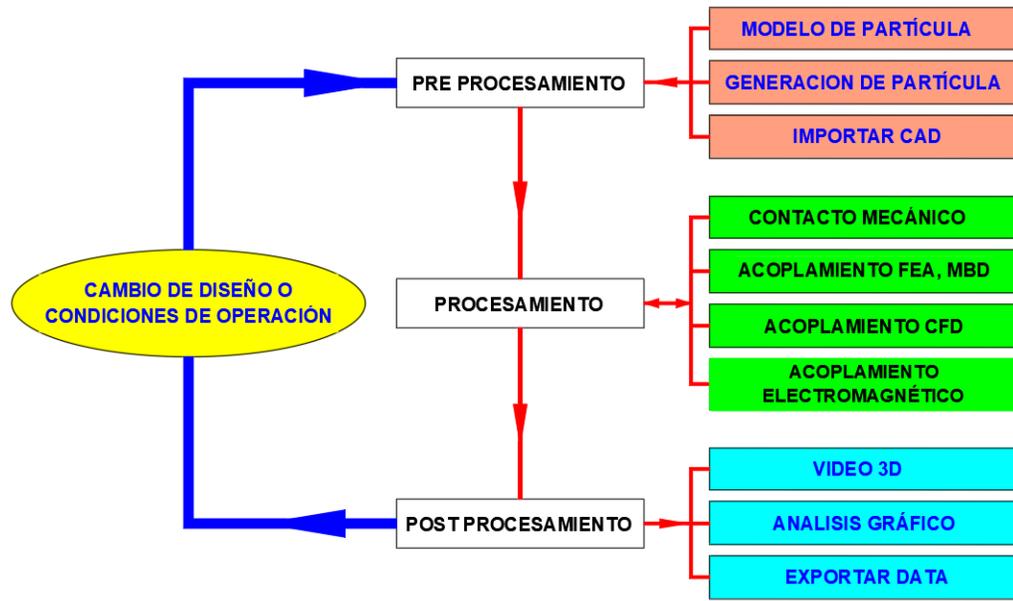


Fig. 4. 1: Flujo de trabajo mediante DEM

4.2 Aplicación de la simulación mediante DEM

La simulación mediante la metodología de los elementos discretos, hoy en día en una gran ayuda y su uso se está haciendo cada vez de forma progresiva.

Particularmente en nuestro país, tiene aplicaciones en proyectos de la industria minera, geomecánica, donde recomendamos afianzar los conocimientos de esta metodología para así poder atender a esta importante actividad en nuestro medio.

Así mismo plantear su aplicación en otro tipo de industrias, tales como de industria de graneleros, alimentos para mascotas, etc.

El proceso de simulación mediante herramientas DEM, permite al usuario observar el comportamiento y aprobar el diseño de sistemas desde básicos hasta complejos. Se entiende que el proceso de simulación es virtual y se recomienda elaborarlo previamente a su construcción, consiguiendo mediante ello los costos de prueba y corregir diseños deficientes.

Los resultados (etapa de post procesamiento), mediante simulación DEM, considera el comportamiento cinemático y dinámico de cualquier sistema que contenga flujo de material granular.

4.3 Calibración mediante simulaciones DEM

Definiremos previamente que significa “calibración” para nuestro caso de estudio. Este término calibración, es la estimación y ajuste de los parámetros de un modelo y constantes que lo definen, para mejorar la concordancia entre la salida de este modelo y un conjunto de datos reales o experimentales.

En la presente investigación se ha propuesto realizar la calibración del comportamiento de material o flujo granular, mediante modelos de simulación DEM.

En la siguiente Fig. 4. 2, se muestra una secuencia general del esquema de calibración mediante la metodología DEM.

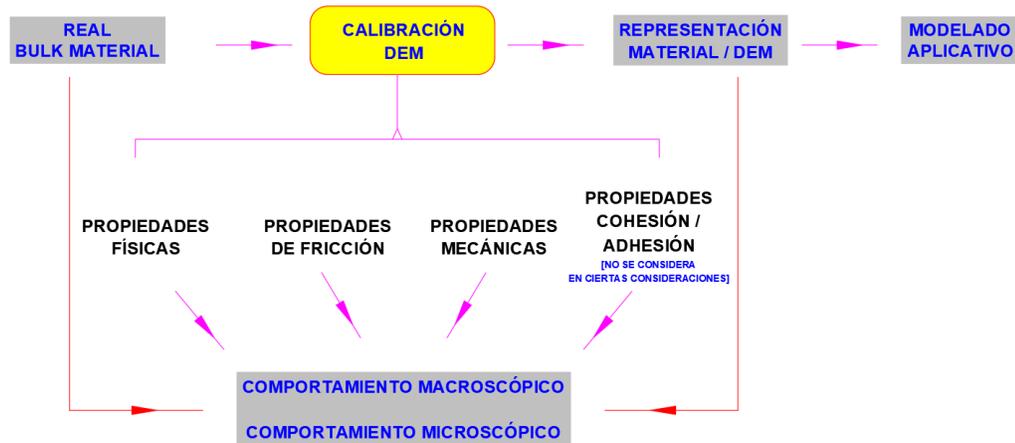


Fig. 4. 2: Secuencia general de la calibración mediante DEM

Una de las metodologías empleadas para realizar la calibración es la llamada “test o prueba del ángulo de reposo”.

4.3.1 Test del ángulo de reposo

Este test o prueba se realiza en el entorno del software DEM, teniendo en cuenta las consideraciones o propiedades de las partículas a modelar. Esta prueba se realiza simulando un recipiente cilíndrico o un cono, el cual sobre una plataforma horizontal derrama las partículas generando un montículo (ángulo de reposo). Se estima el coeficiente de fricción y luego se inicia la simulación.

El ángulo de reposo de la simulación DEM se compara con el ángulo de reposo de la prueba física, se debe determinar un gradiente entre estos dos valores.

El gradiente debe aplicarse al valor inicial del coeficiente de fricción hasta que el gradiente este dentro de la tolerancia razonable, [KAPELLE, 2015].

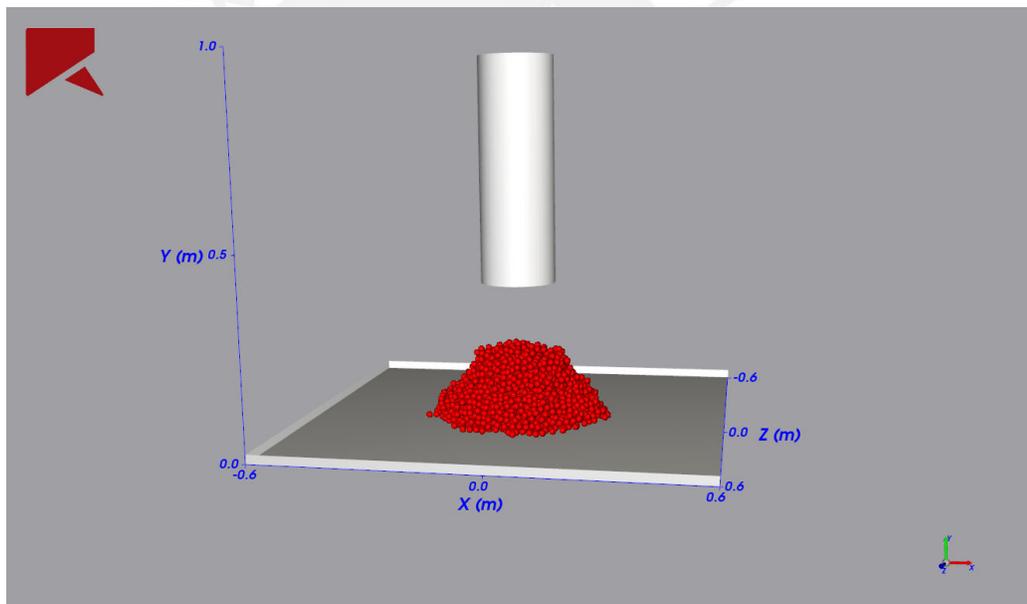
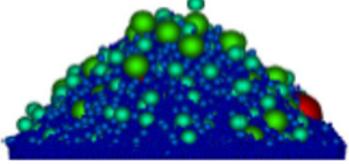
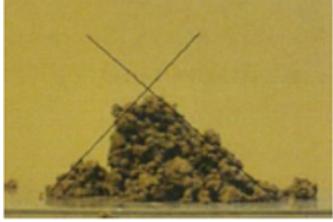


Fig. 4. 3: Test del ángulo de reposo mediante DEM

Este tipo de test para poder calibrar mediante DEM, tiene sus limitaciones respecto al tipo de material a analizar.

El caso de estudio presentado en este documento se basa en un material granular con características de material seco. Se muestra en la siguiente Tabla 4. 1, las consideraciones.

Tabla 4. 1: Test del Angulo de reposo consideraciones

TIPO	CASO REAL	SIMULACIÓN DEM
SECO		 Se simula con relativa facilidad
HUMEDO Y PEGAGOZO		Mayor complejidad.

4.4 Parámetros de importancia para simular mediante DEM

Después de analizar los parámetros indicados en el ítem “2.2 Caracterización del material granular”. A continuación, se listarán los parámetros en los cuales se debe prestar mayor atención al momento de evaluar los parámetros para la metodología DEM [DONOHUE, 2014]:

- ✓ Densidad de la partícula / Densidad aparente.
- ✓ Distribución del tamaño de la partícula / forma de la partícula.
- ✓ Rigidez de masa.
- ✓ Fricción de deslizamiento de las partículas.
- ✓ Resistencia a la rodadura de las partículas.
- ✓ Fricción de partículas / pared.
- ✓ Fuerza adhesiva.

Para nuestro estudio el efecto de humedad no será considerada.

En la siguiente Fig. 4. 4, se esquematiza los parámetros de importancia que debe usarse mediante la metodología DEM.

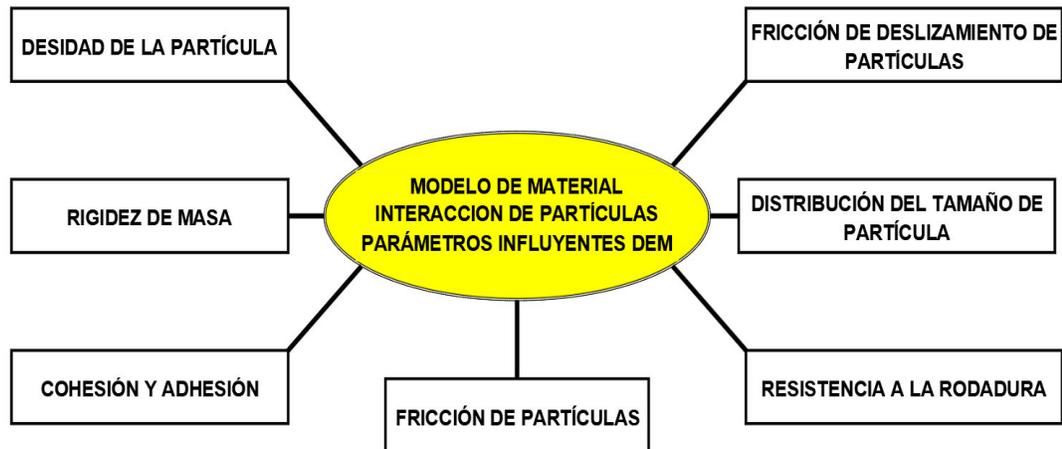


Fig. 4. 4: Parámetros de importancia de interacción de partículas

4.4.1 Densidad de la partícula / Densidad aparente

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- La densidad de las partículas pueden ser medidas directamente usando un picnómetro.
- La densidad aparente puede ser medida directamente con la relación masa / volumen (dependiendo de la presión de consolidación).
- Se debe tener precaución de los aspectos prácticos de la aplicación, es decir, si está utilizando tamaños de partículas mayores que en la realidad, es posible que no obtenga la densidad aparente que esté basando los cálculos volumétricos, es decir, el rendimiento volumétrico en este caso en mayor.

4.4.2 Distribución del tamaño de la partícula / forma de partícula

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- La distribución real del tamaño de partícula debe utilizarse siempre que sea posible.
- En la mayoría de las aplicaciones del cumplimiento del apartado anterior no es posible, debido a los finos hallados en el material de análisis.
- Frecuentemente los tamaños mínimos de las partículas son asumidos, por ello en el proceso de calibración del material se explica la ausencia de finos, es decir el material está calibrado en DEM de modo que la distribución del tamaño de la partícula es de 20 mm – 50 mm, se comporta como una muestra de 1 mm – 50 mm.
- Es muy importante calibrar usando el tamaño de las partículas planeadas para ser usadas en la simulación a gran escala.
- Se recomienda que la forma de las partículas es una consideración que se debe definir caso por caso.
- El tamaño de la partícula en relación con la escala de simulación debe ser considerada, es decir, la aplicación de partículas de forma de 25 mm de tamaño en una simulación de 16,000 ton/h no puede ser necesario, por ejemplo.

4.4.3 Rigidez de masa

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- En la mayoría de los ensayos, el valor de la rigidez de masa es $1e+8$, este valor es aceptable en los procesos de simulación.
- En base a la experiencia de pruebas en laboratorios, el valor de la rigidez de masa podría reducirse a $1e+7$, sin problemas en el caso de productos en forma de esferas solamente.
- Cuando se trabaje con partículas no redondas, la rigidez de masa podría usarse el valor $1e+8$, incluso valores sobre este número en algunas aplicaciones.

4.4.4 Fricción de deslizamiento de las partículas

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- Este parámetro es uno de los parámetros más importantes para su uso en aplicaciones industriales.
- Este parámetro se usa en las interacciones partícula – partícula y junto con la resistencia a la rodadura, define la forma en que la masa total de las partículas se comporta.
- No hay correlación directa con las pruebas de partículas, se encuentra a través de la calibración.
- Valores típicos en el rango de 0.40 – 0.90

4.4.5 Resistencia a la rodadura de las partículas

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- Este parámetro es uno de los parámetros más importantes para su uso en aplicaciones industriales.
- Este parámetro se usa en las interacciones partícula – partícula y junto con la fricción de deslizamiento de las partículas, define la forma en que la masa total de las partículas se comporta.
- No hay correlación directa con las pruebas de partículas, se encuentra a través de la calibración.
- Valores típicos en el rango de 0.00 – 0.60

4.4.6 Fricción de las partículas / pared

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- Este parámetro, representa la fricción entre el material (partículas) y pared del elemento que lo contiene, depende tanto del material que se manipula como del tipo de pared (pudiendo este último ser revestida mediante otro tipo de material).
- Se podrán probar directamente a través de partículas individuales que se deslizan sobre el revestimiento de pared seleccionado.



Fig. 4. 5: Lado izquierdo, interacción partículas – pared de contenedor.
Lado derecho, interacción partícula – partícula.

4.4.7 Fuerza adhesiva

Este parámetro tiene las siguientes particularidades:

- La calibración se utiliza para seleccionar los parámetros.
- En el modelo puede estar encendido / apagado, se aplica una fuerza cohesiva que se basa en un porcentaje de la fuerza del peso de la partícula.
- Este parámetro puede usarse tanto entre las interacciones partícula – partícula como entre las interacciones partícula – pared.

4.5 Análisis de sensibilidad de los parámetros DEM

Debido a que el uso del modelado mediante DEM es relativamente nuevo, por las experiencias recopiladas se conoce que las propiedades del material afectan a un patrón de distribución en la simulación.

Presentare una visión general de la sensibilidad de los parámetros de entrada de la metodología DEM. Después de revisar la literatura acerca de este tema, se conoce que tratar de optimizar demasiados parámetros de entrada en DEM conduciría a una gran cantidad de iteraciones por ende varios cálculos en un tiempo determinado.

Tomando como referencia los estudios y publicaciones de Grima [GRIMA, 2011], para casos de flujos granulares libres (que no consideran adhesión), los parámetros de coeficientes de fricción estática, coeficientes de fricción a la rodadura y el módulo de corte de partículas, tienen influencia como datos de entrada para la simulación DEM.

En función a la identificación de estos parámetros claves o importantes, se podrán complementar el compendio de data a considerar tomando los datos de la literatura o tablas de información estándar.

4.6 Trabajo experimental propuesto

Se realizo un análisis de sensibilidad como parte de la calibración de modelo mediante DEM, este análisis se realizó variando los parámetros individuales manteniendo todas las demás constantes.

Los parámetros evaluados fueron:

- Densidad de las partículas.
- Coeficiente de fricción estática.
- Coeficiente de fricción de rodadura.
- Coeficiente de restitución.
- Diámetro de la partícula.

En este trabajo de investigación se ha complementado los parámetros evaluados líneas arriba incluyendo a la fricción tanto estática como de rodadura las condiciones de estado partícula / partícula y partícula / recipiente.

Se usará la metodología de calibración mediante software DEM mediante el test del ángulo de reposo.

Se tomo como referencia las características de un material usado en minería como es el procesamiento del cobre y el tamaño de partícula estará alrededor de los 20 mm de diámetro.

4.6.1 Primer caso, variación de los coeficientes de fricción

La siguiente Tabla 4. 2, esquematiza los valores de entrada y resultados tomados para este análisis:

Tabla 4. 2: Simulaciones en función al Angulo de reposo del material, variando los coeficientes de fricción

Ítem	Parámetros datos de entrada	Simulaciones			
		1	2	3	4
1	Densidad de partículas [kg/m ³]	2750	2750	2750	2750
2	Módulo de corte de partículas [Pa]	1.00E+08	1.00E+08	1.00E+08	1.00E+08
3	Relación de Poisson de partículas [-]	0.3	0.3	0.3	0.3
4	Densidad del contenedor [kg/m ³]	7000	7000	7000	7000
5	Relación de Poisson del recipiente [-]	0.3	0.3	0.3	0.3
6	Fricción estática entre partícula – partícula [-]	0.7	0.5	0.3	0.65
7	Fricción rodadura entre partícula – partícula [-]	0.7	0.5	0.3	0.65
8	Fricción estática entre partícula – recipiente [-]	0.3	0.2	0.1	0.35
9	Fricción rodadura entre partícula – recipiente [-]	0.5	0.3	0.15	0.45
10	Restitución partícula – partícula [-]	0.5	0.3	0.15	0.45
11	Restitución partícula – recipiente [-]	0.3	0.15	0.5	0.25
Resultados de la simulación					
12	Altura de descarga [m]	0.22	0.22	0.23	0.22
13	Angulo de reposo [°]	48.0281	49.8674	48.4422	46.7411
14	Tiempo de simulación [minutos]	9	2	5	6

Las características reflejadas en la Tabla 4. 2 se muestran las características de partículas de cobre en proceso usado en la industria minera. Las dimensiones de las partículas son de aproximadamente 20 mm, se ha asumido la forma esférica.

Flujo aproximado 20 ton/h (toneladas por hora).

Numero de partículas de análisis: 3473 unidades aproximadamente.

El efecto de la humedad, no se ha considerado en el presente estudio.

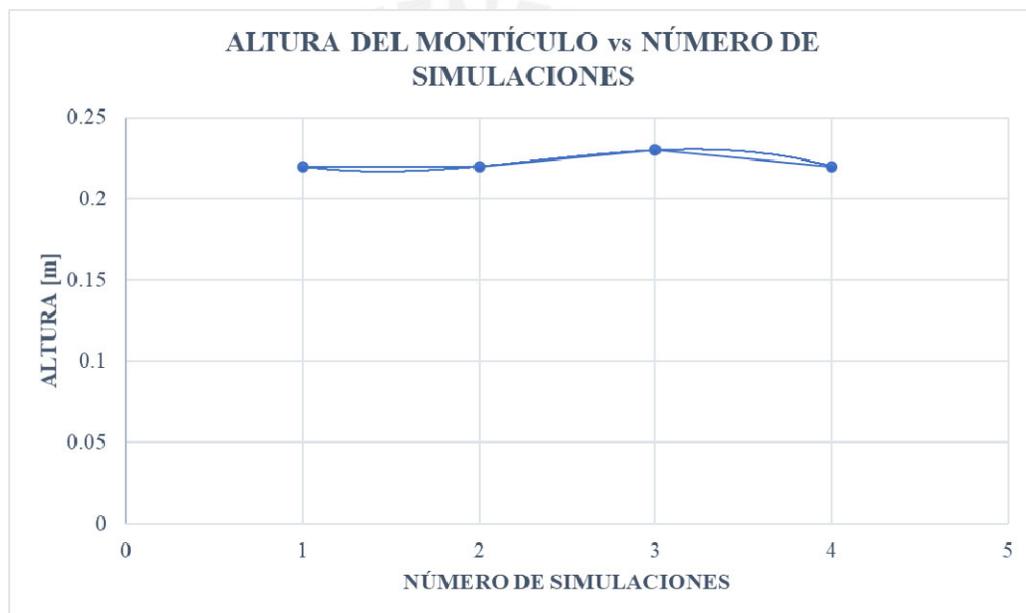


Fig. 4. 6: Resultado de simulaciones usando test del ángulo de reposo

En la Fig. 4. 6, se muestra la variabilidad del ángulo de reposo versus la cantidad de simulaciones.

4.6.2 Segundo caso, variación de la granulometría de las partículas

En la Tabla 4. 3, se mostrará los datos de entrada y resultados en el caso de variación de la granulometría.

Cabe resaltar que para esta simulación se ha agregado la fila de tiempo de simulación, debido a que ha sido un factor importante.

Además, se puede apreciar que al agregarle una granulometría diferente a la simulación hay una variación de la densidad de las partículas, este valor no es significativo.

Tabla 4. 3: Simulaciones en función al Angulo de reposo del material, variando la granulometría

Ítem	Parámetros datos de entrada	Simulaciones	
		1	6
1	Densidad de partículas [kg/m ³]	2750	2757
2	Módulo de corte de partículas [Pa]	1.00E+08	1.00E+08
3	Relación de Poisson de partículas [-]	0.3	0.3
4	Densidad del contenedor [kg/m ³]	7000	7000
5	Relación de Poisson del recipiente [-]	0.3	0.3
6	Fricción estática entre partícula - partícula	0.7	0.7
7	Fricción rodadura entre partícula - partícula	0.7	0.7
8	Fricción estática entre partícula - recipiente	0.3	0.3
9	Fricción rodadura entre partícula - recipiente	0.5	0.5
10	Restitución partícula - partícula	0.5	0.5
11	Restitución partícula - recipiente	0.3	0.3
Resultados de la simulación			
12	Altura de descarga [m]	0.22	0.24
13	Angulo de reposo [°]	48.0281	54.9444
14	Tiempo de simulación [minutos]	9	1993.2

Los otros valores se han mantenido constantes, según se aprecia en la tabla mostrada.

4.6.3 Tercer caso, variación del módulo de corte de las partículas

En la Tabla 4. 4, se mostrará los datos de entrada y resultados en el caso de variación del módulo de corte de las partículas.

Se puede apreciar en estas simulaciones que el valor del ángulo de reposo ha variado considerablemente, por ello el variar el módulo de corte altera los resultados esperados.

Tabla 4. 4: Simulaciones en función al Angulo de reposo del material, variando el módulo de corte

Ítem	Parámetros datos de entrada	Simulaciones		
		8	1	7
1	Densidad de partículas [kg/m ³]	2750	2750	2750
2	Módulo de corte de partículas [Pa]	1.00E+06	1.00E+08	1.00E+10
3	Relación de Poisson de partículas [-]	0.3	0.3	0.3
4	Densidad del contenedor [kg/m ³]	7000	7000	7000
5	Relación de Poisson del recipiente [-]	0.3	0.3	0.3
6	Fricción estática entre partícula - partícula	0.7	0.7	0.7
7	Fricción rodadura entre partícula - partícula	0.7	0.7	0.7
8	Fricción estática entre partícula - recipiente	0.3	0.3	0.3
9	Fricción rodadura entre partícula - recipiente	0.5	0.5	0.5
10	Restitución partícula - partícula	0.5	0.5	0.5
11	Restitución partícula - recipiente	0.3	0.3	0.3
Resultados de la simulación				
12	Altura de descarga [m]	0.16	0.22	0.21
13	Angulo de reposo [°]	28.0724	48.0281	40.3
14	Tiempo de simulación [minutos]	2	9	79.2

4.7 Simulación mediante softwares DEM

A continuación, presentare los softwares revisados y utilizados para elaborar el presente trabajo de investigación.

4.7.1 Simulación mediante software propietario Rocky

Rocky es uno de los softwares más empleados en el medio, debido a su facilidad para el manejo del programa, confiabilidad de los resultados. Además, brinda un respaldo y soporte técnico personalizado.

En la presente investigación se seleccionó este software propietario Rocky, debido a la flexibilidad en su entorno de trabajo y apoyo de la empresa ESSS en apoyar al sector académico.

El software Rocky para un eficiente desempeño incluye los modelos:

- ✚ Modelos para fuerzas normales: Linear hysteresis model, constant force adhesive model y linear force adhesive model.
- ✚ Modelos para fuerzas tangenciales: Elastic – frictional force model.

El esquema de trabajo con el software Rocky es variar los parámetros incidentes para el modelo y con ello confirmar que tanto podrán influir estos en la simulación.

4.7.2 Simulación mediante software libre CFDEM Workbench

El uso del software libre se ha realizado netamente a nivel demostrativo académico, debido a que se tienen limitaciones respecto a los parámetros de entrada.

Para estudios futuros mediante software libre DEM, se recomienda elaborar o complementarlos con códigos de lenguaje de programación, con este complemento será mucho más útil, además de ayudarse con estas aplicaciones con el soporte que brindan cada organización proveedora de estos softwares libres.

El software libre para complementar la etapa experimental es el software perteneciente a la familia LIGGGHTS CFDEM Workbench. Se eligió este, debido a la forma amigable con la plataforma Windows 10.

En este trabajo de investigación, se ha optado por trabajar con software libres debido a que se con ello se podrá demostrar que se pueden simular entornos de manera libre con ciertos grados de aproximación y previo conocimiento de la plataforma de códigos de programación que los generan.

Un software libre, como se indicó líneas arriba, es aquel dónde los usuarios tienen libertad de instalar, ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, hasta mejorar ciertas configuraciones.

4.7.2.1 Caso inicial de estudio preliminar

Este primer caso de estudio se va a considerar una maqueta o modelo a escala donde las dimensiones de los elementos, como chute mostrado están en el rango de los 1.0 mm, respecto al material particulado se ha considerado un material con las siguientes características de referencia, según se muestra en la Tabla 4. 5:

Tabla 4. 5: Propiedades de material para la simulación mediante software libre

Ítem	Propiedad del material	Valores
1	Módulo de Young	5e+6
2	Coeficiente de Poisson	0.30
3	Coeficiente de restitución	0.70
4	Coeficiente de fricción	0.40
5	Densidad	2500
6	Radio de la partícula	0.004
7	Numero de partículas	6000

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y DISCUSIONES

El presente capítulo tiene el objetivo de mostrar los resultados obtenidos siguiendo la metodología estudiada donde se definen los factores de mayor influencia en la simulación mediante la Metodología de los Elementos Discretos (DEM) considerando el uso de un software de uso libre y/o un software de uso propietario o comercial, este último con fines de investigación.

Se considera necesario explicar el método de trabajo con cada uno de los softwares mencionados, además de brindar las ventajas de cada uno de estos.

5.1 Análisis de los parámetros influyentes en el proceso DEM

En esta etapa del trabajo de investigación, se debe aclarar que los resultados del presente trabajo son debido al análisis y aplicación de la metodología de los elementos discretos. No es el fin del investigador ser experto utilitario de los softwares de la aplicación.

Uno de los objetivos principales de esta investigación es proporcionar una adecuada orientación al usuario en la metodología DEM, con la finalidad que pueda conocer

desde el inicio si es viable usar la metodología y luego conocer que parámetros debe prestar atención para su aplicación.

Como se mencionó en el ítem 4.4 Parámetros de importancia para simular mediante DEM, son aquellos que deben considerar una atención especial debido a que de ellos dependerá el éxito de las iteraciones en este tipo de metodología.

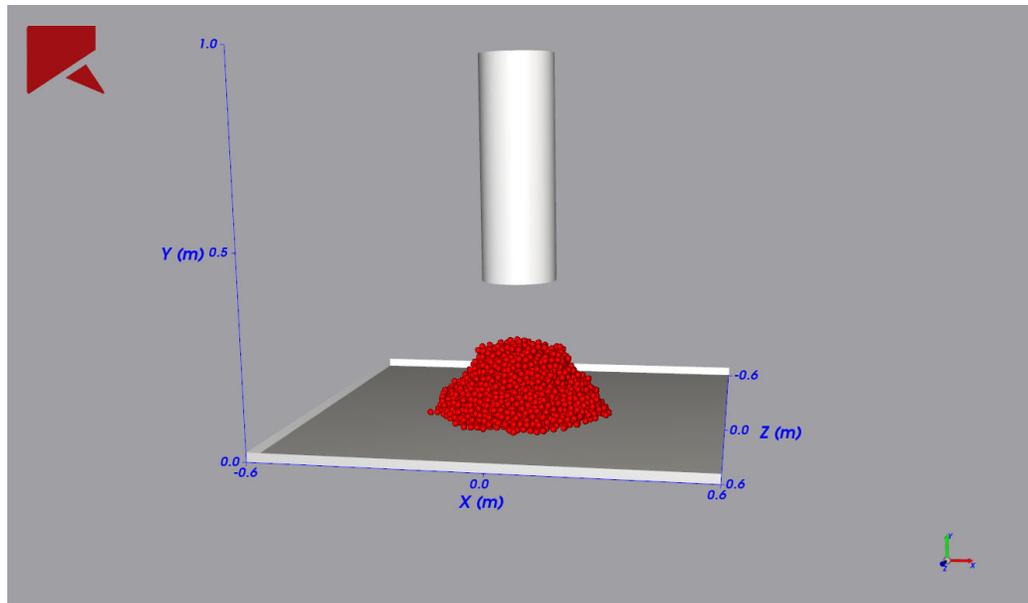


Fig. 5. 1: Modelo planteado aplicación test del ángulo de reposo, $t = 6$ seg

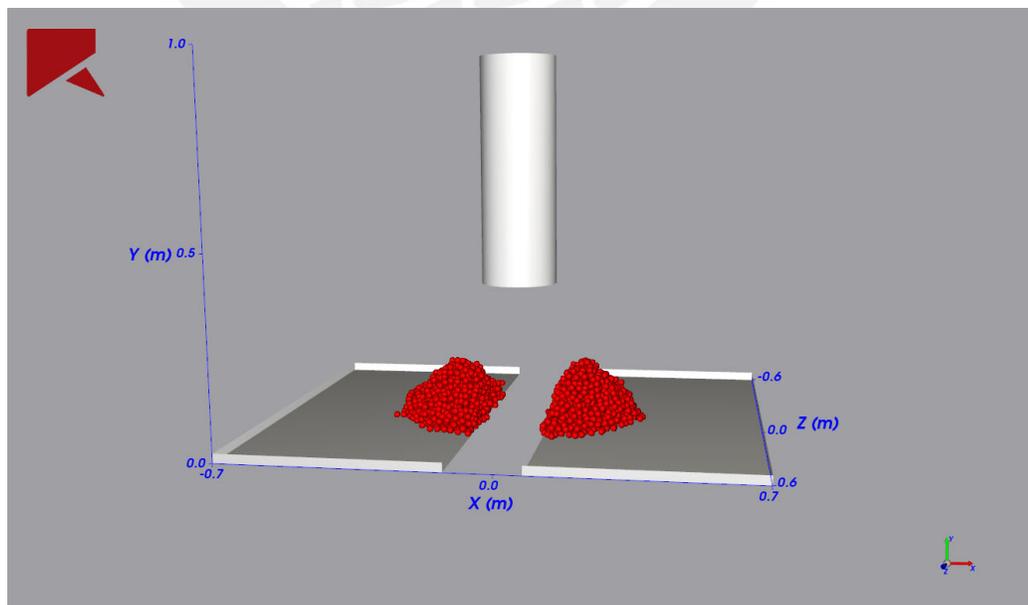


Fig. 5. 2: Modelo planteado aplicación test del ángulo de reposo, $t = 8$ seg

5.2 Resultados de las simulaciones

A continuación, se mostrarán los resultados de las simulaciones realizadas como parte de este trabajo de investigación:

5.2.1 Variando los parámetros de coeficientes de fricción estática y resistencia a la rodadura

Tomado como referencia los valores de entrada de la Tabla 4. 2, a continuación, se mostrarán las gráficas de los resultados obtenidos a partir de ellos, para todos los casos se han variado los coeficientes de fricción estática y resistencia a la rodadura:

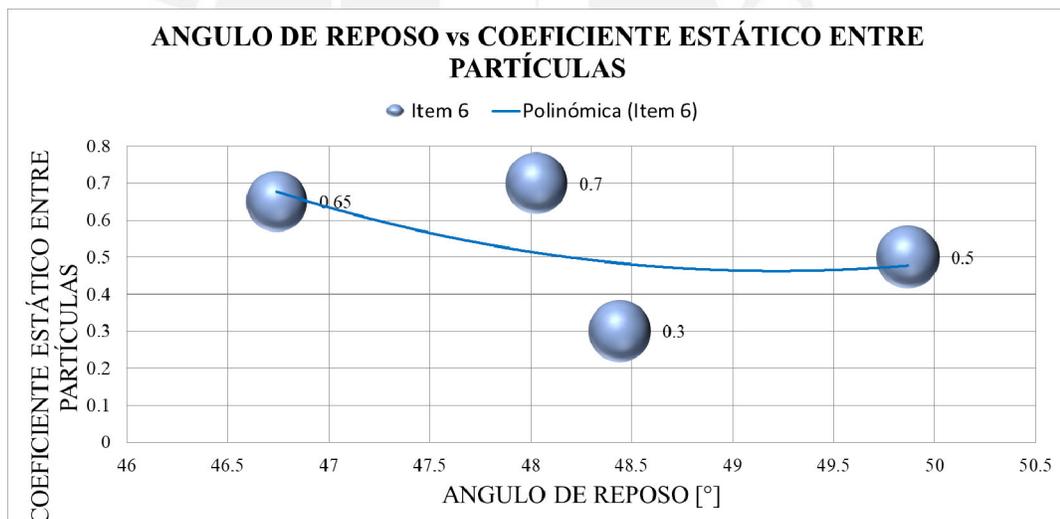


Fig. 5. 3: Ángulo de reposo vs coeficiente estático entre partículas

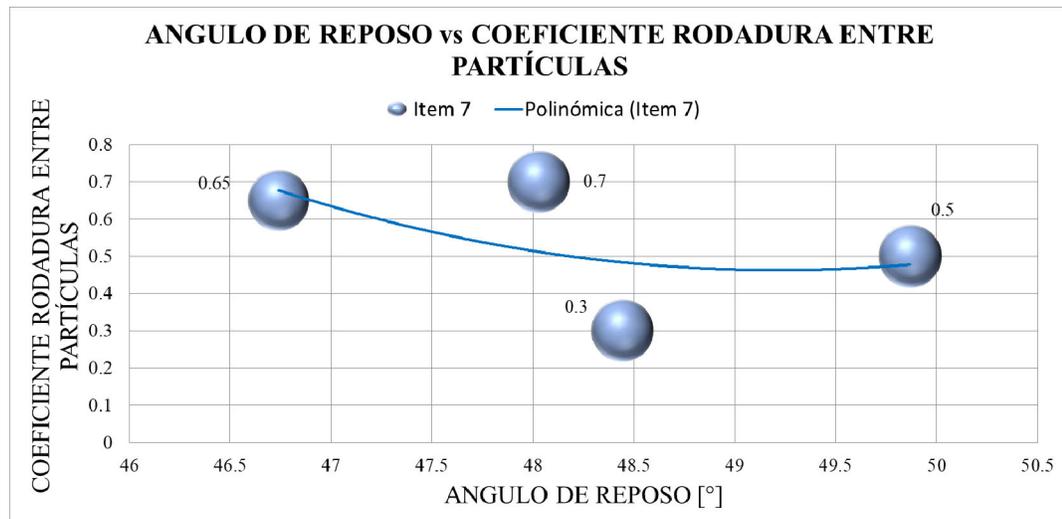


Fig. 5. 4: Angulo de reposo vs coeficiente de rodadura entre partículas

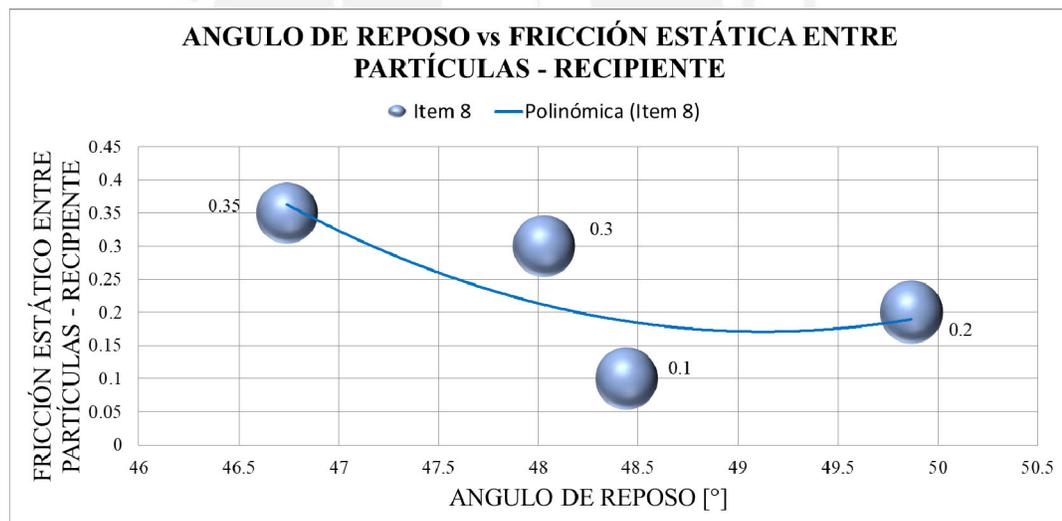


Fig. 5. 5: Angulo de reposo vs coeficiente estático entre partículas / recipiente

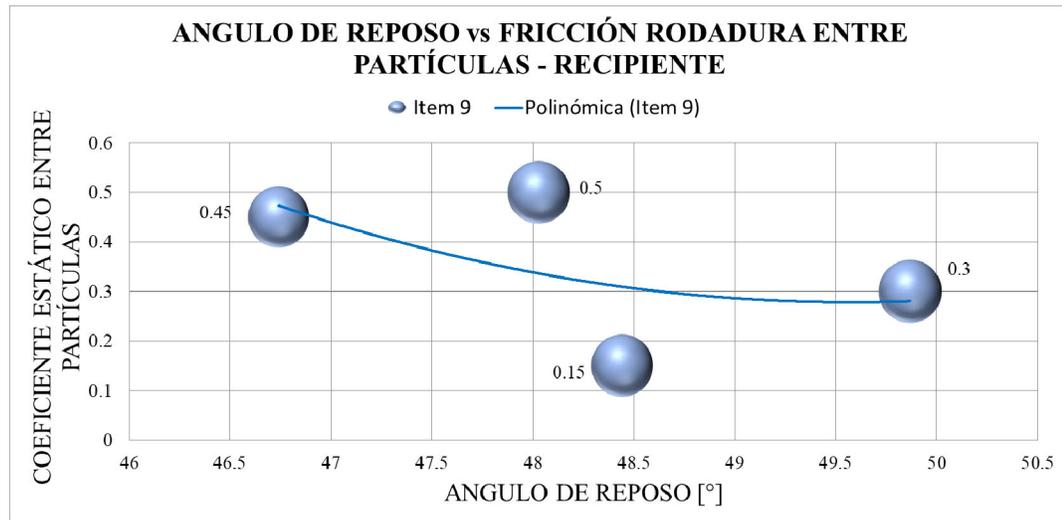


Fig. 5. 6: Angulo de reposo vs coeficiente de rodadura entre partículas / recipiente

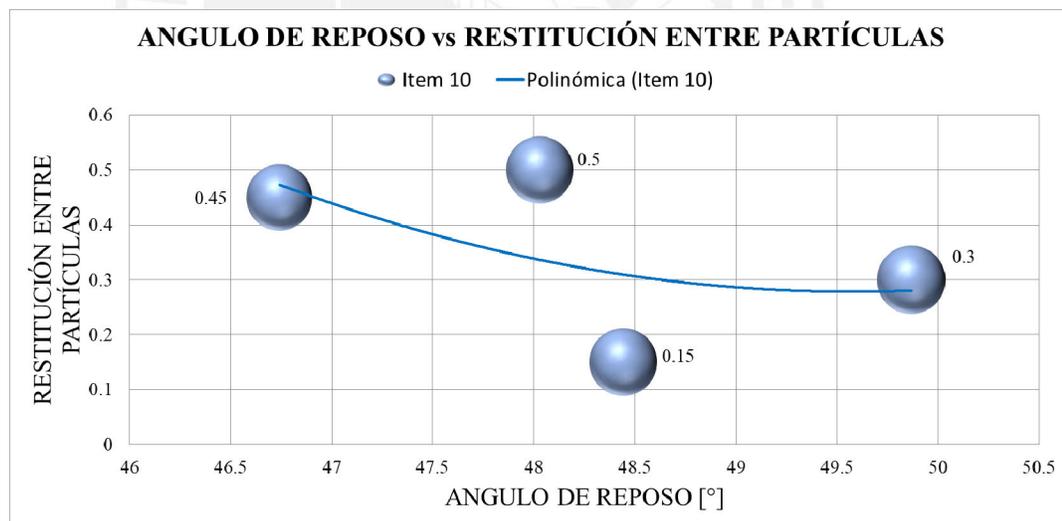


Fig. 5. 7: Angulo de reposo vs restitución entre partículas

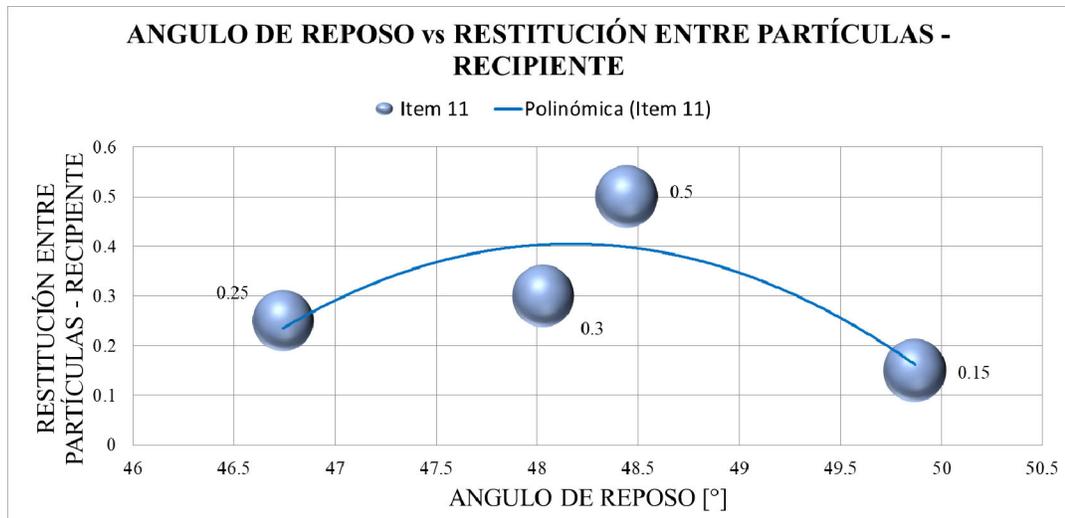


Fig. 5. 8: Ángulo de reposo vs restitución entre partículas / recipiente

Se aprecian en las Fig. 5. 3 al Fig. 5. 8 el valor del ángulo de reposo obtenido mediante simulación DEM con el software Rocky. Los valores hallados varían entre 46.74° y 49.87° , es decir hay una variación $\pm 1.56^\circ$ que aproximadamente nos da un error de 3.24 %, (este valor de error es respecto a la variación entre los resultados del software DEM y el resultado obtenido como información de laboratorio, al realizar la calibración). Esto indica que la aproximación es adecuada.

En todos los casos donde no se ha considerado una granulometría variable, el tiempo de simulación en el software DEM no ha sido significativo, variando entre 2 a 9 minutos.

Se elaboró una corrida en el software donde se realizó la configuración de la granulometría, el resultado obtenido impactó drásticamente al tiempo de simulación.

5.2.2 Variando la granulometría de las partículas (diámetros del material)

Como parte de nuestro análisis se varió la granulometría del material, los valores considerados se muestran en la Tabla 5. 1:

Tabla 5. 1: Granulometría de las partículas

Ítem	Tamaño partícula (mm)	de Porcentaje
1	20	100
2	15	75
3	10	50
4	5	25

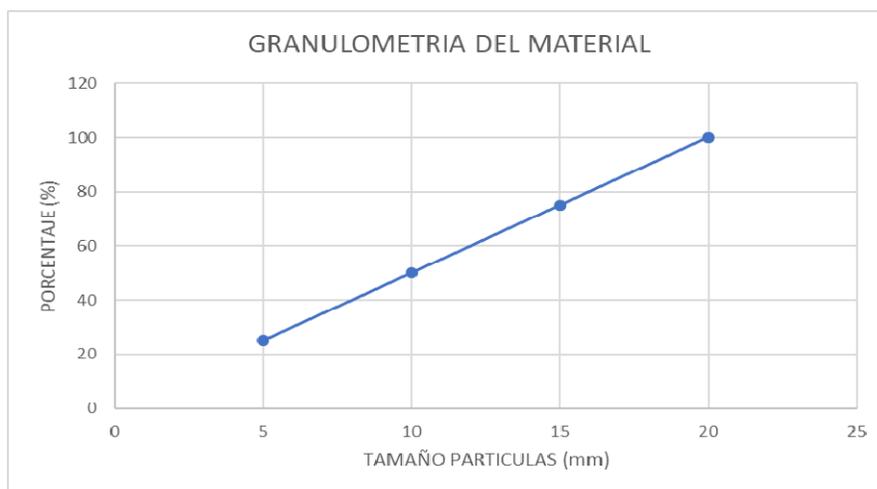


Fig. 5. 9: Relación de la granulometría del material

Según la experiencia del presente trabajo de investigación, el tiempo de simulación se llega a multiplicar al ingresar los valores del material incluyendo su granulometría, es decir se modela el producto en su condición más próximo a la realidad.

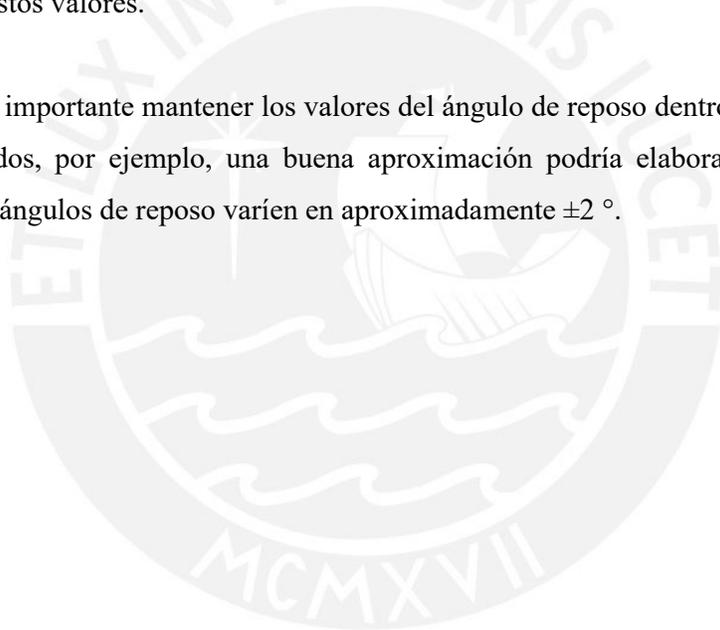
De los resultados obtenidos lo más significativo ha sido el tiempo que demora la simulación, cada vez que se requiere aproximar el material con las características cada vez más reales, este factor es relevante, debido a que una de las desventajas de la aplicación de simulación mediante la metodología DEM, es la cantidad recursos de hardware utilizado.

Por otro lado, los valores del ángulo de reposo han variado, pero no significativamente, lo que indica que el parámetro de la granulometría ayuda a obtener una situación muy próxima a la realidad en la simulación.

5.2.3 Variando el módulo de corte de las partículas

En la simulación, la variación del módulo de corte de las partículas influye en los valores obtenidos del ángulo de reposo, es por ello que se debe tener cuidado en tomar estos valores.

Es muy importante mantener los valores del ángulo de reposo dentro de los márgenes solicitados, por ejemplo, una buena aproximación podría elaborarse considerando que los ángulos de reposo varíen en aproximadamente $\pm 2^\circ$.



CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente capítulo se detallarán las conclusiones y recomendaciones de la investigación desarrollada, considerando las investigaciones futuras que podrían partir de esta con la finalidad de enriquecer este material.

6.1 Conclusiones generales

Después de desarrollar este trabajo de investigación respecto a los factores influyentes en la metodología DEM, el objetivo de brindar un alcance de las consideraciones a tener en los trabajos de simulación de este tipo.

Luego de revisar el desarrollo conceptual del método de los elementos discretos (DEM). Se puede resumir en:

- La metodología DEM considera cada una de las partículas del sistema y analiza su interacción mutua y su efecto de ensamble granular.
- La granulometría define la distribución y tamaño de las partículas.
- Existen múltiples propiedades que pueden definir tanto la estructura individual como el comportamiento del conglomerado de partículas.

Se concluye que, para cada tipo de material, según su uso o aplicación se debe elaborar un análisis de sensibilidad de los valores y los parámetros a considerar, esto de la mano con los valores de los parámetros obtenidos del análisis en laboratorios especializados.

Este documento no tiene el alcance de elaborar análisis experimentales o de laboratorio, debido a las limitaciones de infraestructura en nuestro medio.

6.2 Conclusiones particulares

Las conclusiones particulares de este trabajo de investigación:

- ❖ Toda estimación o cálculo mediante la metodología de los elementos discretos DEM, deben considerar realizar al menos una muestra de material en laboratorio especializado. Estos valores obtenidos serán referentes para la calibración en el método de simulación.
- ❖ Usar el test del ángulo de reposo ayuda significativamente a calibrar el software DEM.
- ❖ Escalar la densidad de las partículas tiene un efecto mínimo sobre el ángulo de reposo.
- ❖ Las fuerzas de fricción a lo largo de la pared del contenedor pueden restringir la compresión confinada durante la carga e impedir que el sistema rebote durante la descarga. Por ello el aumento del coeficiente de fricción de la partícula a la pared contribuirá a la rigidez de masa del sistema.
- ❖ Se ha observado que al disminuir el módulo de corte de las partículas podrá reducir el tiempo de simulación. Para esto se debe considerar que si bien es cierto se podría optimizar el tiempo de simulación, pero como se ha visto en este documento el cambiar bruscamente estos valores altera significativamente los resultados.
- ❖ Es de gran importancia seleccionar un software de simulación de entorno amigable y de fácil operación, con ello se puede lograr agilidad en el periodo de dominio de este.

6.3 Recomendaciones

Luego de realizar este trabajo de investigación, podemos considerar las siguientes recomendaciones:

- Para desarrollar un proyecto mediante la metodología DEM se debe considerar necesariamente la parte experimental, en este caso la caracterización del material en un laboratorio especializado.
No se puede realizar la metodología DEM aplicada a flujos granulares solo con un software de simulación, se debe complementar con la parte experimental.
- En nuestro medio es de suma importancia implementar un laboratorio especializado que caracterice los materiales granulares en nuestro país, como se indicó líneas arriba al ser el Perú un país importante en producción minera, debe ser un objetivo brindar estos servicios de análisis mediante DEM a este sector productivo. Por lo descrito es importante establecer las premisas o lineamiento de las necesidades.
- Así mismo se recomienda establecer en las carreras de ingeniería mecánica tópicos de análisis de metodología mediante DEM.
- En nuestro medio será un gran reto entre las universidades y el sector privado implementar centro de investigación que se ayuden mutuamente y así colaborar en metodologías de esta envergadura.
- La aplicación del modelamiento y simulación mediante la metodología de elementos discretos es lo mas recomendable para problemas de ingeniería donde la interacción entre partículas es en cada instante de tiempo.

6.4 Trabajos futuros

El presente trabajo de investigación es la parte inicial de una metodología poco difundida en nuestro medio, es importante considerar las siguientes premisas para trabajos futuros:

- En los trabajos futuros es importante analizar otros tipos de materiales donde se incluyan características propias como la humedad contenida en estos.

- Es importante considerar investigar el entorno y base conceptual teórica de las características de los softwares usados, debido a que los softwares libres son poco estudiados en nuestro medio.
- Como se describió en nuestro país no solo tenemos la industria minera que requiere este tipo de servicios, hay otros sectores industriales muy interesados en poder implementar la metodología DEM como parte de su proceso, como son el sector agroindustria, sector farmacéutico, es decir hay un gran reto en trabajos de investigación en nuestro país donde se pueden aplicar estas tecnología que soportan desde el diseño a considerar las variables para optimizar los diseños de maquinarias y complementos.



BIBLIOGRAFÍA

- [AVARIA, 2005] F. V. Avaria, «Flujos en Medios Granulares,» Universidad Santiago de Chile, Chile, 2005.
- [AYUGA, 2015] F. Ayuga, «Present and Future of the Numerical Methods in Buildings and Infrastructures Areas of Biosystems Engineering,» *Journal of Agricultural engineering 2015; Volume XLVI: 436*, p. 8, 2015.
- [BHARADWAJ, 2012] R. -. J. & J. I. Bharadwaj, «Using DEM to Solve Bulk Material Handling Problems,» de *Computational Methods*, U.S.A, American Institute of Chemical Engineers, 2012, pp. 54-55.
- [CHEN F., 2009] F. Chen, «Coupled Flow Discrete Element Method Application in Granular Porous Media using Open Source Codes,» University of Tennessee, Estados Unidos, 2009.
- [CHEN J., 2012] J. Chen, «Discrete Element Method for 3D Simulations of Mechanical Systems of Non-Spherical Granular Materials,» Graduate School of Electro-Communications, Tokyo, 2012.
- [CUNDALL, 1971] P. Cundall, «A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock systems,» Symposium on International Society of Rock Mechanics, Francia, 1971.
- [DUQUE, 2016] A. Duque Vega, «Rediseño de Punto de Transferencia en Sistema de Correas Transportadoras de Mineral de Cobre, Mediante Metodo de elementos Discretos (DEM),»

Universidad de Chile, Chile, 2016.

- [ESPINACE, 1979] R. Espinace, «Laboratorio de Mecánica de Suelos,» UCV - PUC, Valparaiso, Chile, 1979.
- [GARCIA, 2014] R. P. García, «Análisis Numérico del mecanismo de falla en macizos rocosos fracturados considerando el efecto de falla,» Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, 2014.
- [GRIMA, 2011] Andrew Phillip Grima, «Quantifying and modelling mechanisms of flow in cohesionless and cohesive granular materials», Phd Thesis, University of Wollongong, 2011.
- [JING, 2003] L. Jing, «A Review of Techniques, Advances and Outstanding Issues in Numerical Modelling for Rock Mechanics and Rock Engineering,» *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, p. 27, 2003.
- [KAPELLE, 2015] R. Kapelle, «Calibration and verification experiments for discrete element modeling of cohesive materials», p. 20, Faculty of Mechanical, Maritime and Materials Engineering, Delf University of Technology, Netherlands, 2015.
- [MATUTTIS, 2014] Hans-Georg Matuttis, Jian Chen «Understanding the discrete element method» Simulation of non-spherical particles for granular and multi-body systems, p. 163, The University of Electro-Communications, Japan, 2014.
- [MAYNARD, 2016] A. O. & E. Maynard, «Using discrete element method software to design bulk solids handling equipment», Powderbulk / Jenike & Johanson, Tyngsborough,

Massachusetts, 2016.

- [O. FOX, 2012] P. S. M. H. L. X. W. Rodney O.Fox, «Constitutive modeling of dense granular flow based on discrete element method simulations,» Ames, Iowa, 2012.
- [RADZI, 2009] M. Radzi, «Discrete Element Modelling of Particulate Flow in Die Filling and Powder Transfer,» School of Engineering - Swansea University, Swansea - Gales, 2009.
- [SANDLIN, 2013] M. J. Sandlin, «An Experimental and Numerical Study of Granular Hopper Flows,» Georgia Institute of Technology, Atlanta - Georgia, 2013.
- [STRACK, 1979] P. C. & O. Strack, A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies, Institute of Technology and the Graduate School of the University of Minnesota, 1979, p. 47.
- [SYKUT, 2007] J. Sykut, «Discrete Element Method as a Tool for Investigating Properties of Granular Materials,» *Polish Journal of Food and Nutrition Sciences*, p. 170, 2007.
- [TANCREDI, 2012] G. Tancredi, “Granular physics in low-gravity environments using discrete element method”, p. 2 – Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2012.
- [VEDACHALAM, 2011] Vinodh Vedachalam, “Discrete Element Modelling of Granular Snow Particles Using Liggghts”, p. 2 - Edinburgh Parallel Computing Centre – The University of Edinburgh – Escocia, 2011.

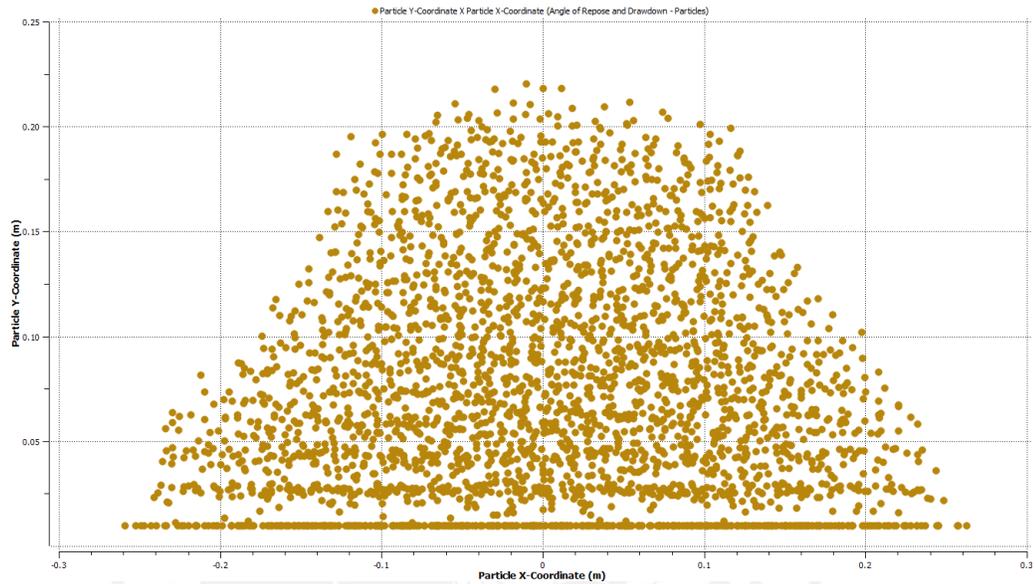
- [VERMEER, 2001] Pieter A. Vermeer, “Continuous and Discontinuous Modelling of Cohesive-Frictional Materials”, p. 232 – Institute of Geotechnical Engineering – University of Stuttgart Pfaffenwaldring.
- [YOUNG, 1994] M. N. S. a. Young, «Inelastic collapse in two dimensions,» 1994.



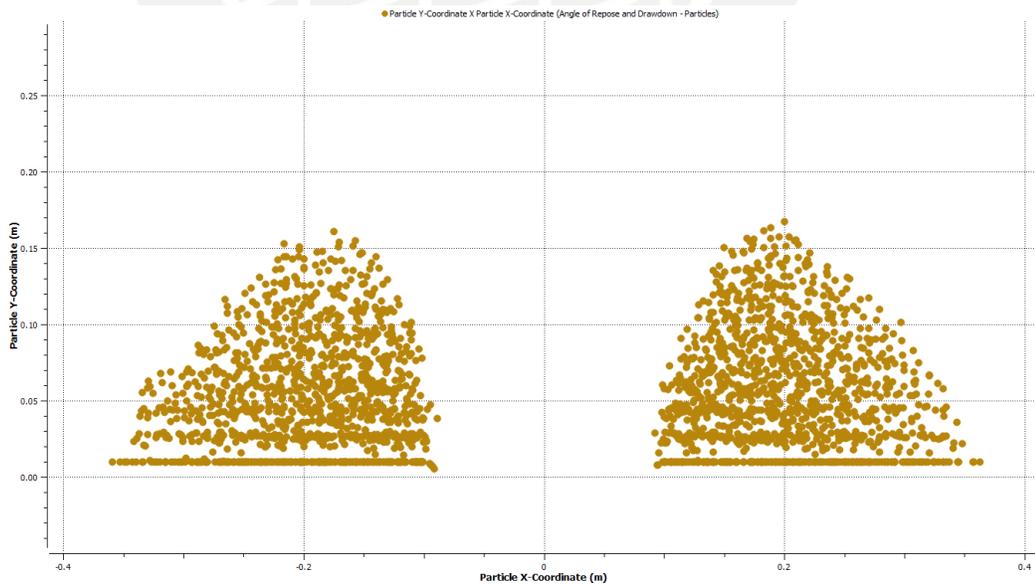
ANEXOS

ANEXO 1: CASO DE ESTUDIO MEDIANTE SOFTWARE LICENCIADO

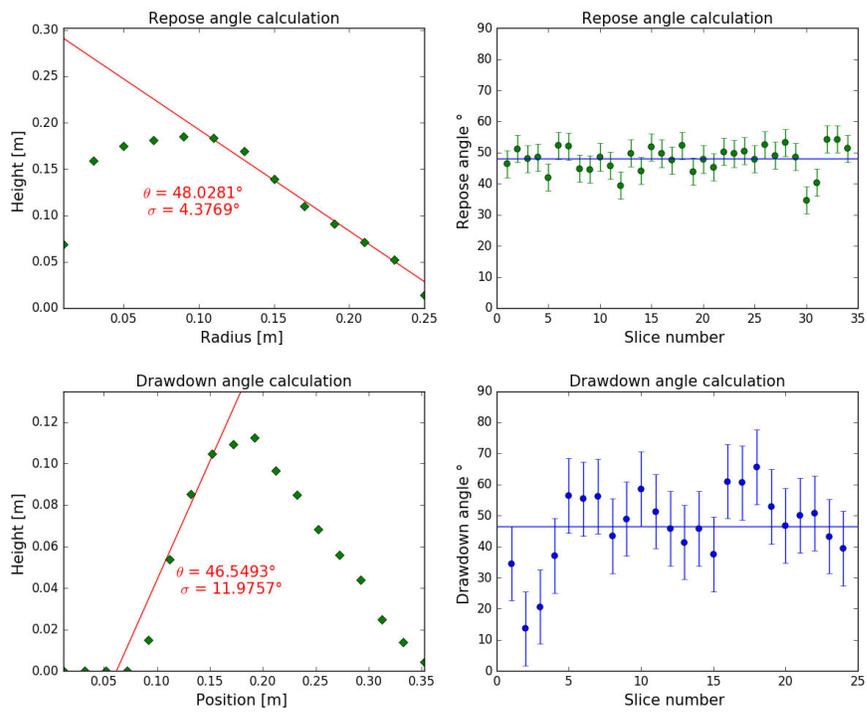
Resultados de la simulación 1



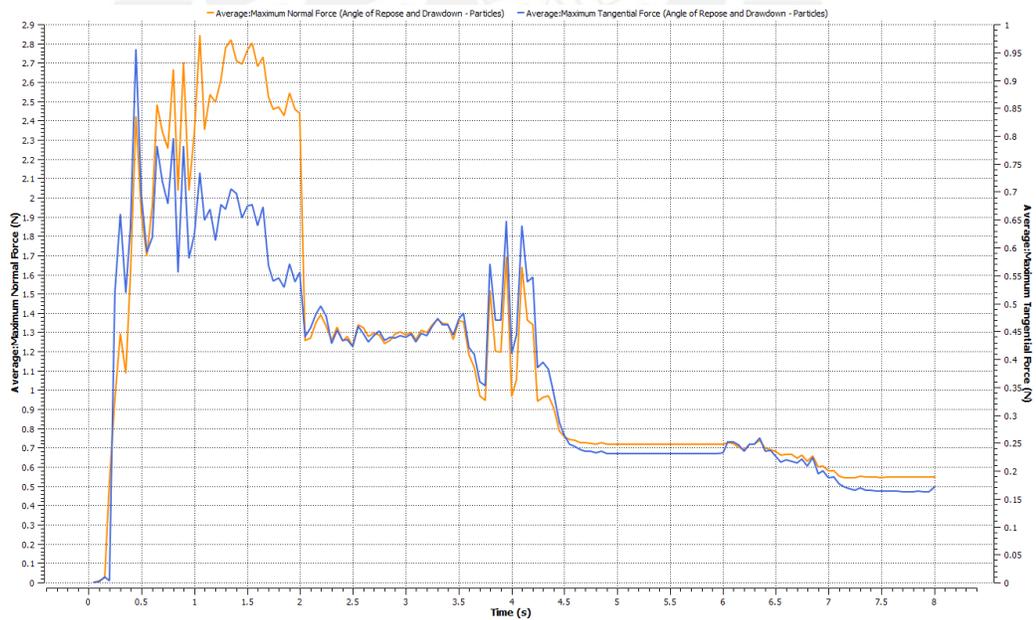
A1. 1: Proyección del montículo – simulación 1



A1. 2: Proyección de montículo en dos partes – simulación 1

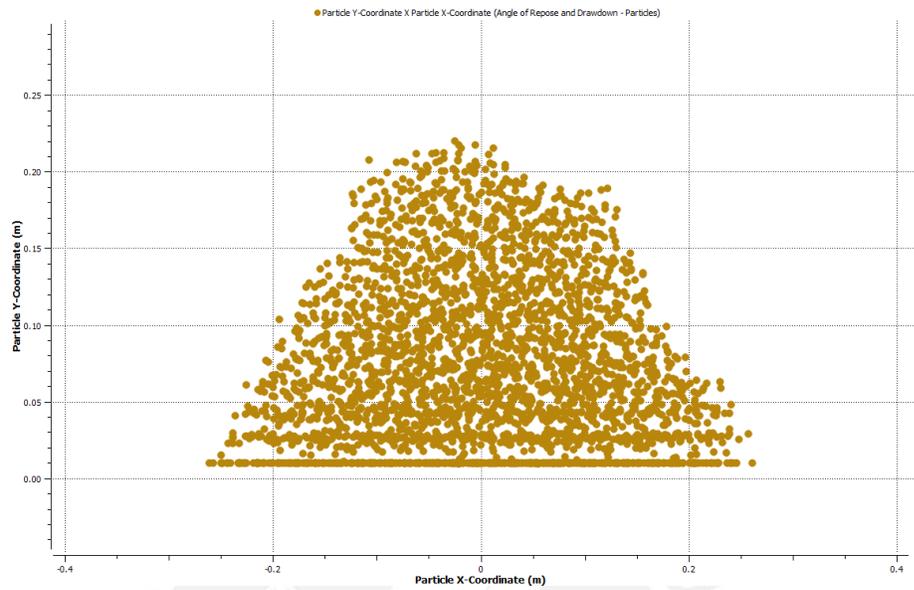


A1.3: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 1

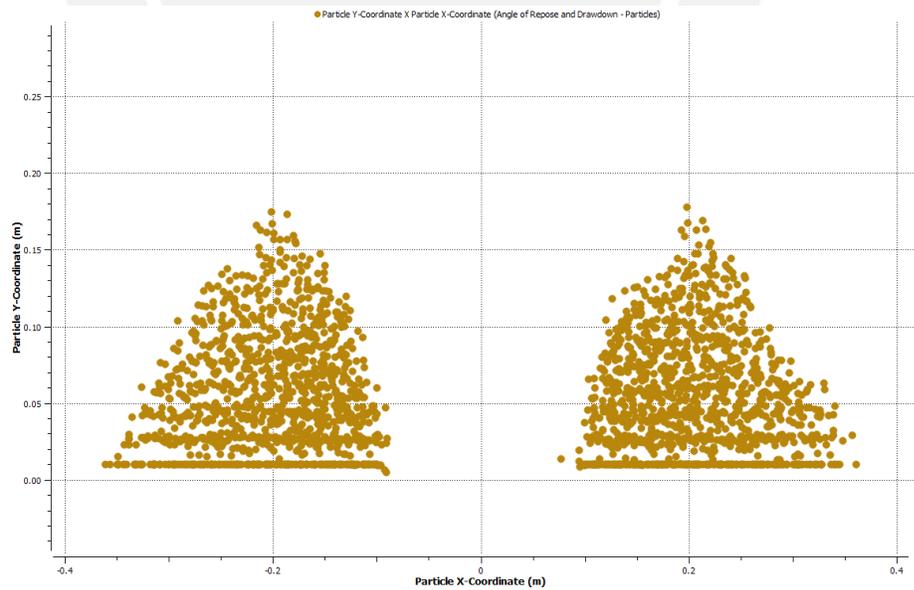


A1.4: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 1

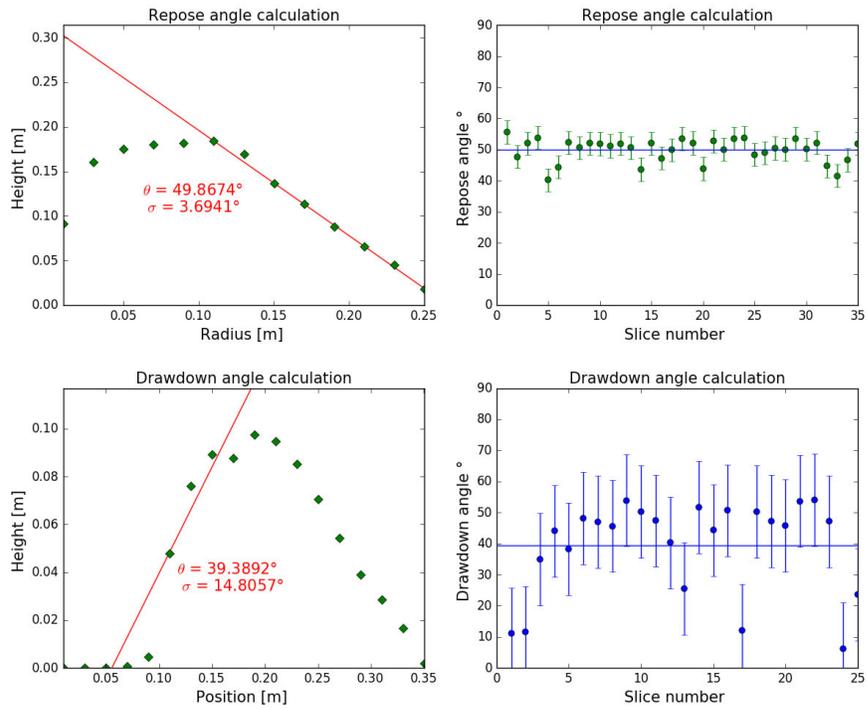
Resultados de la simulación 2



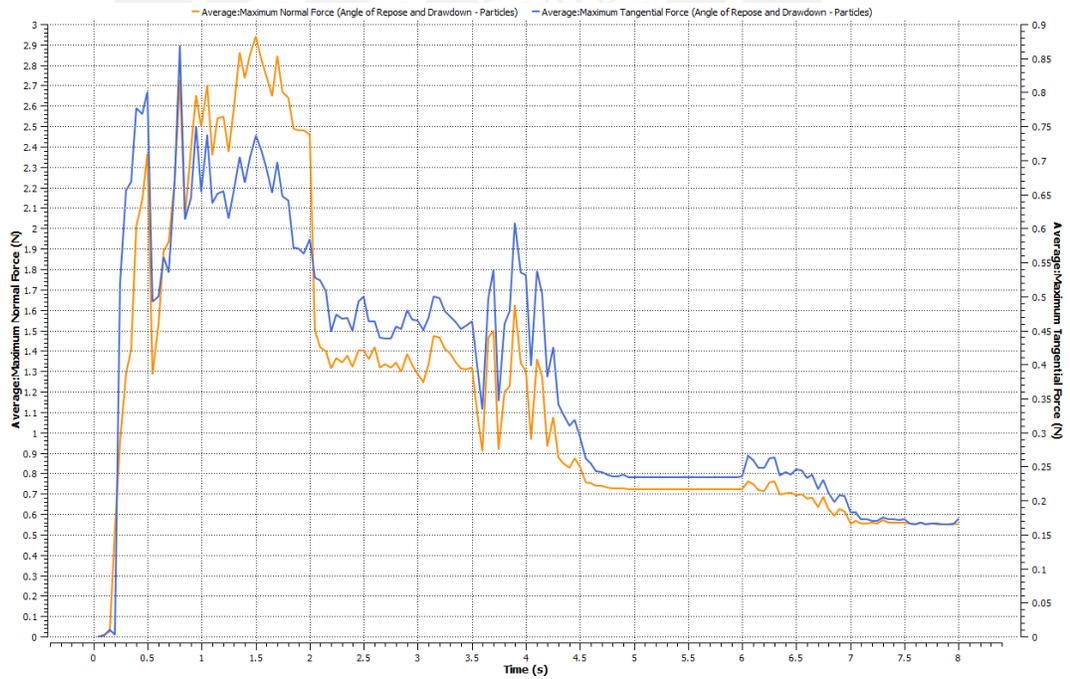
A1. 5: Proyección del montículo – simulación 2



A1. 6: Proyección de montículo en dos partes – simulación 2

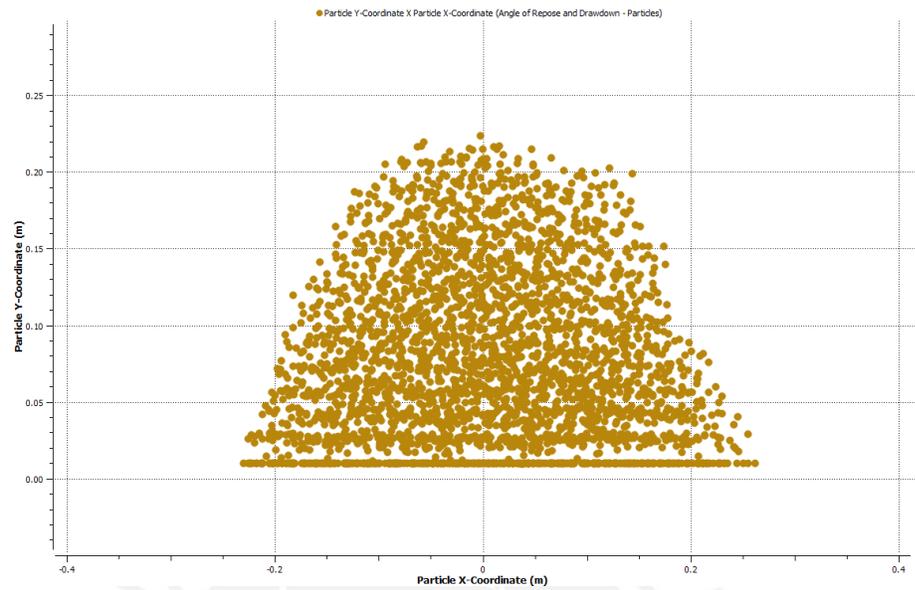
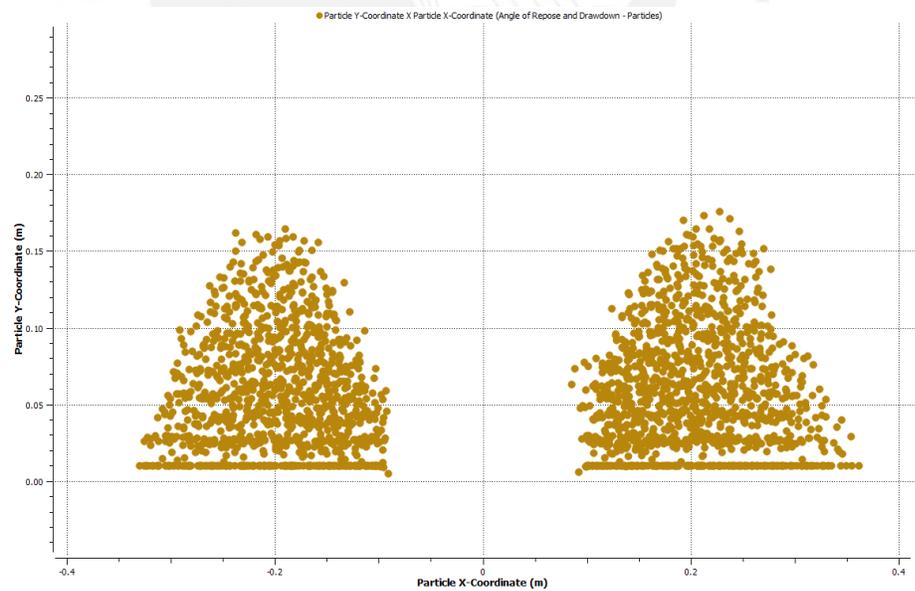


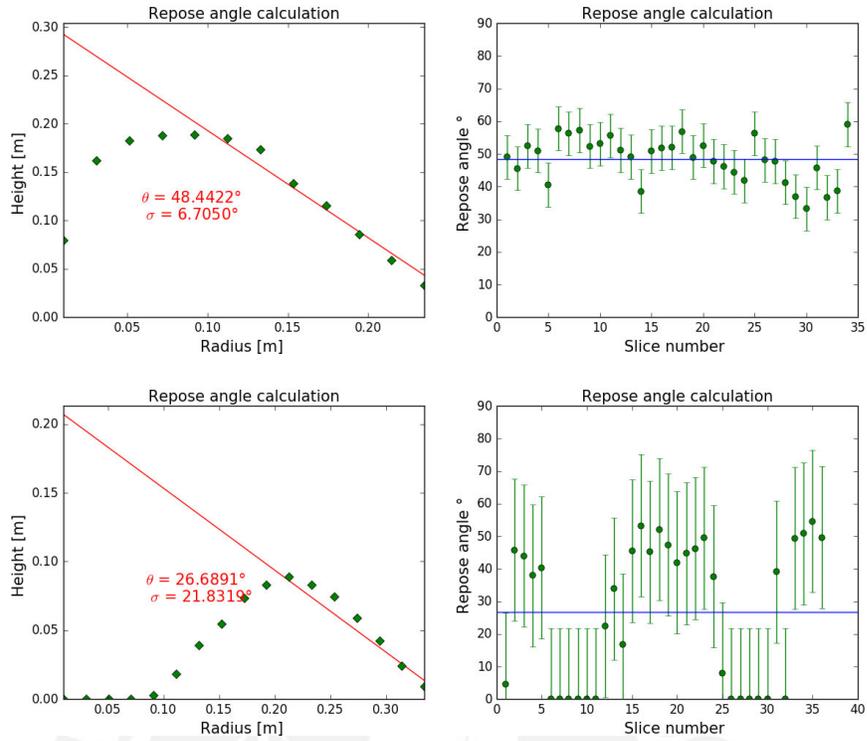
A1. 7: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 2



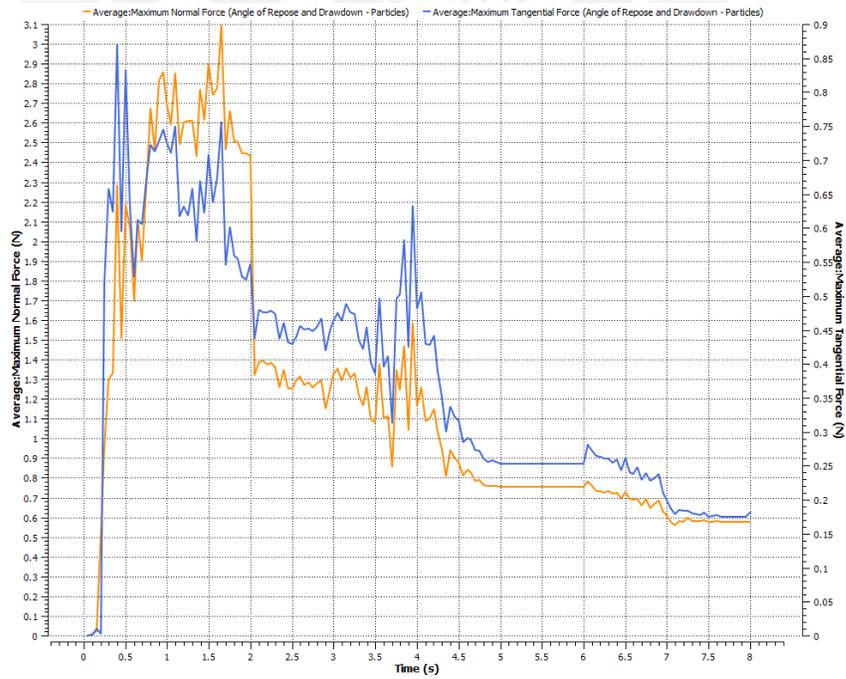
A1. 8: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 2

Resultados de la simulación 3

**A1. 9: Proyección del montículo – simulación 3****A1. 10: Proyección de montículo en dos partes – simulación 3**

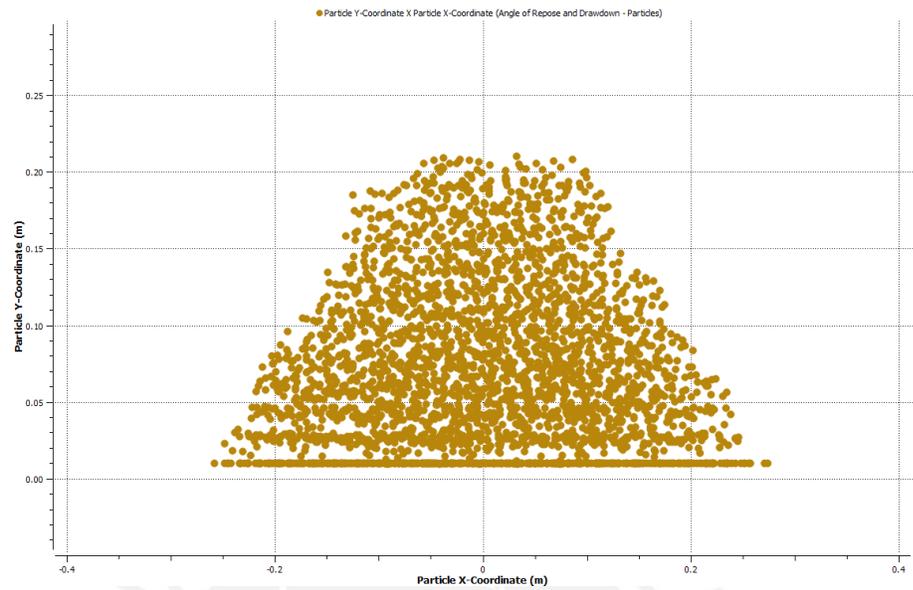


A1. 11: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 3

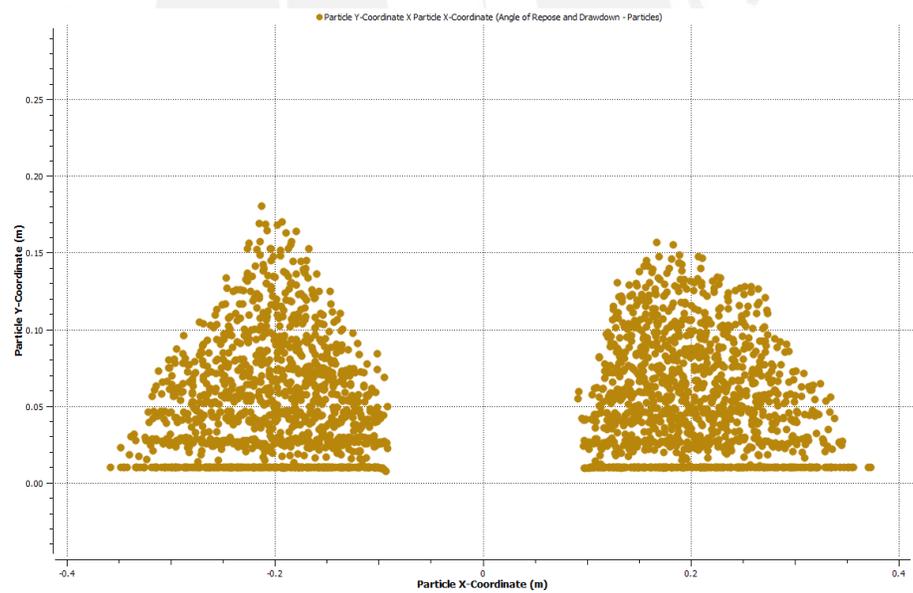


A1. 12: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 3

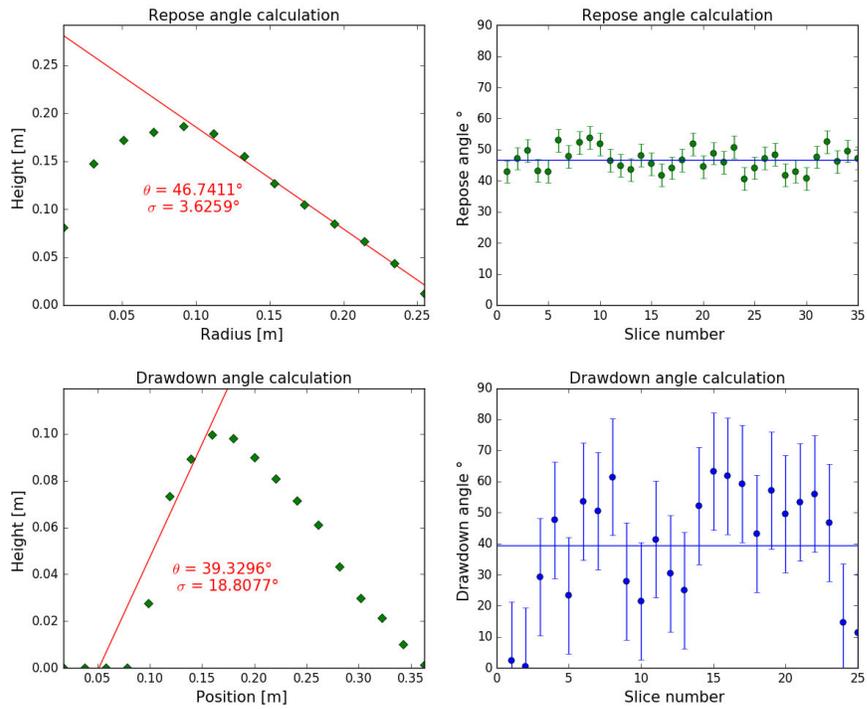
Resultados de la simulación 4:



A1. 13: Proyección del montículo – simulación 4



A1. 14: Proyección de montículo en dos partes – simulación 4

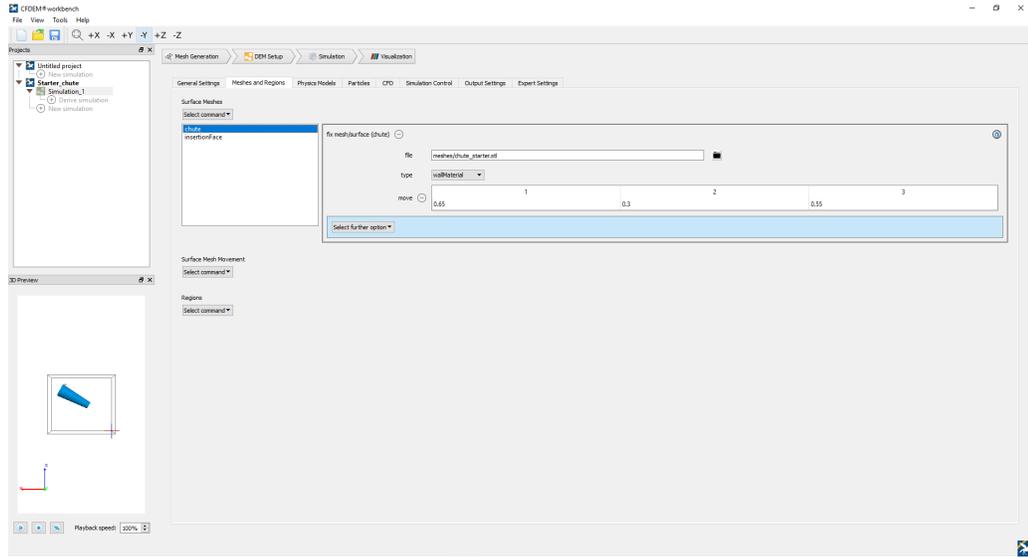


A1. 15: Cálculo del ángulo de reposo – simulación 4

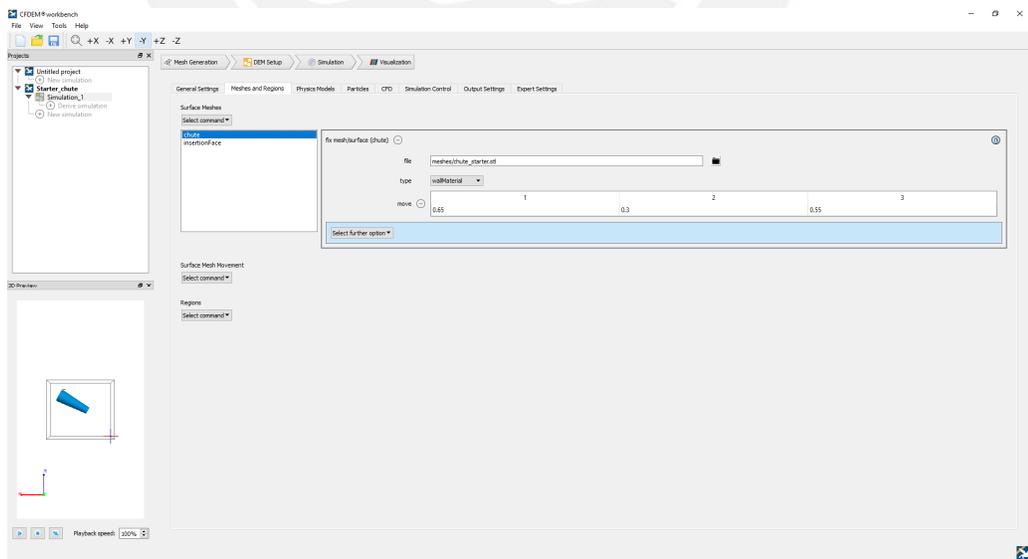


A1. 16: Fuerzas normales y tangenciales - simulación 4

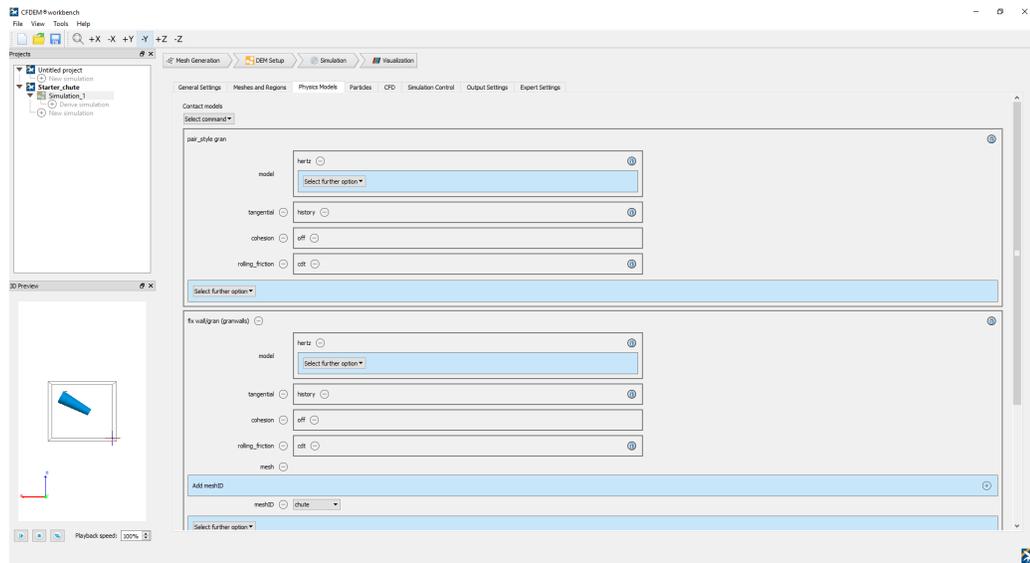
ANEXO 2: CASO DE ESTUDIO PRELIMINAR MEDIANTE SOFTWARE LIBRE



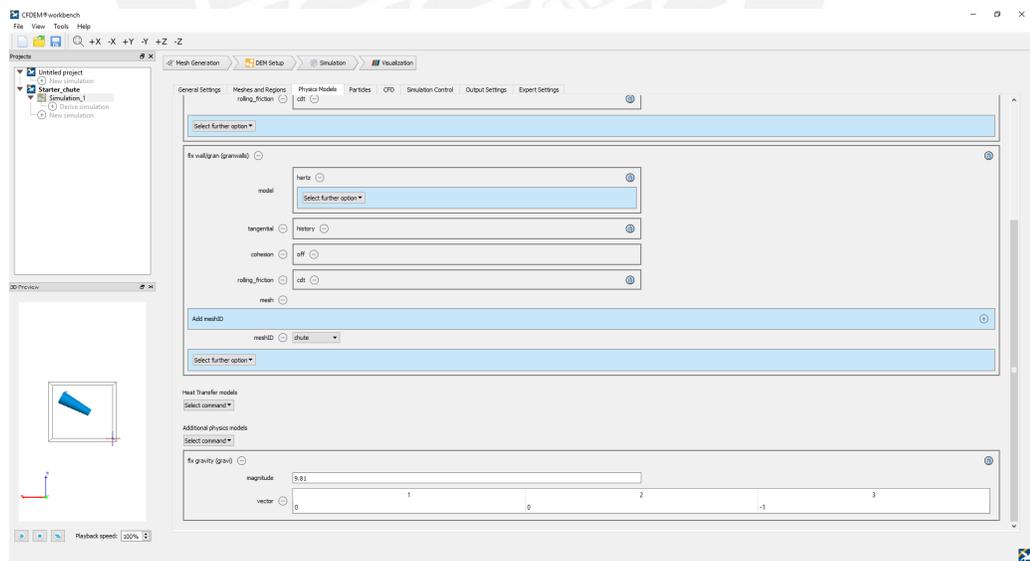
A2. 1: General setting



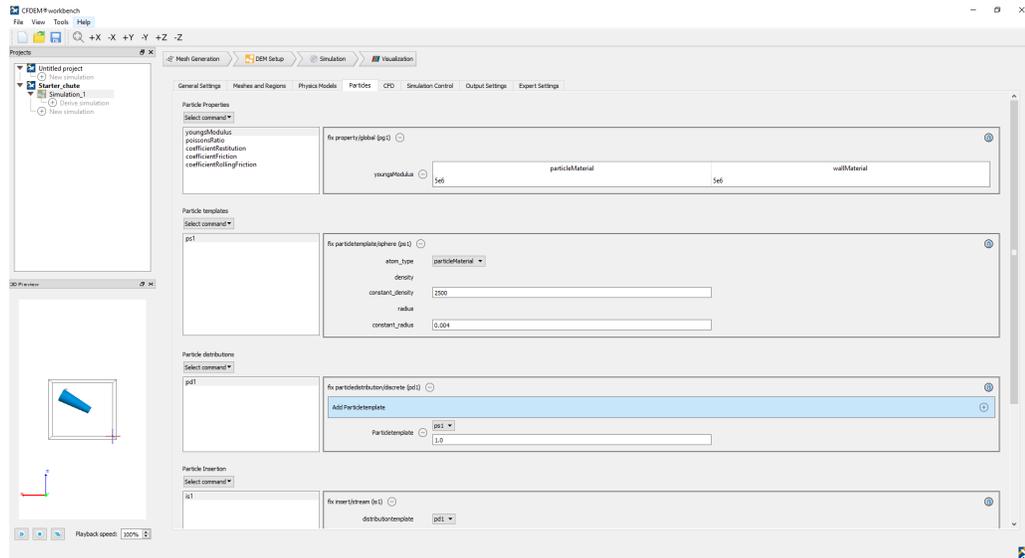
A2. 2: Meshes and regions



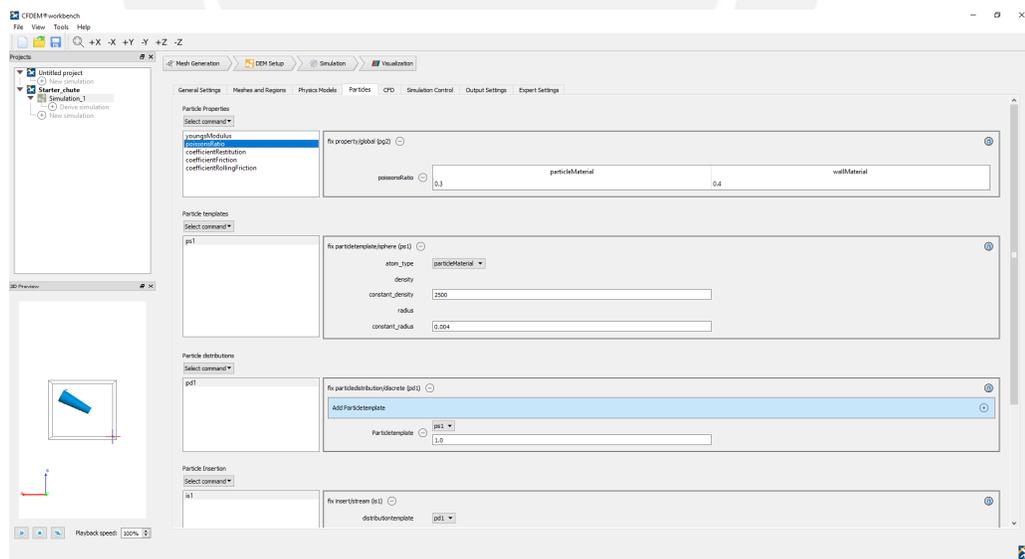
A2. 3: Physics model - 1



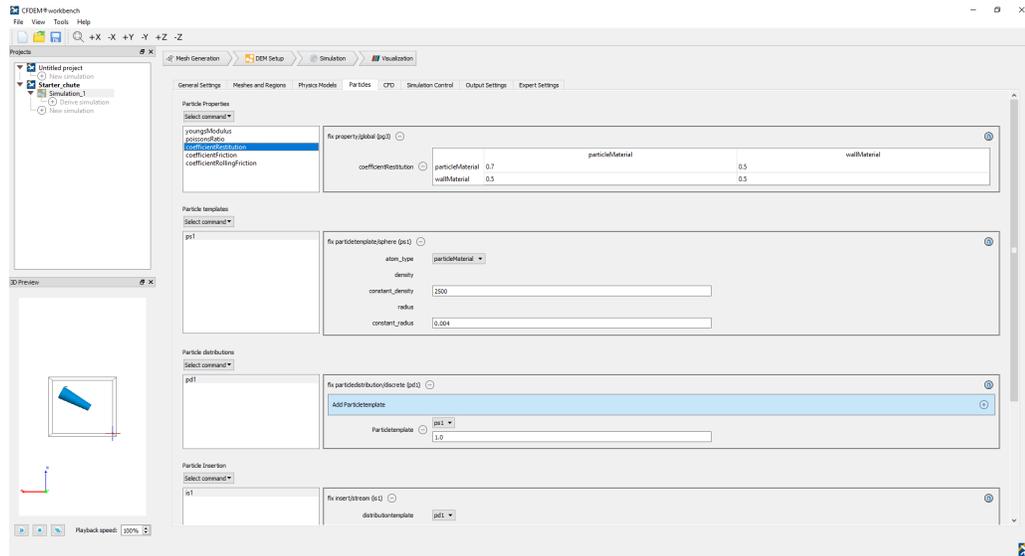
A2. 4: Physics model - 2



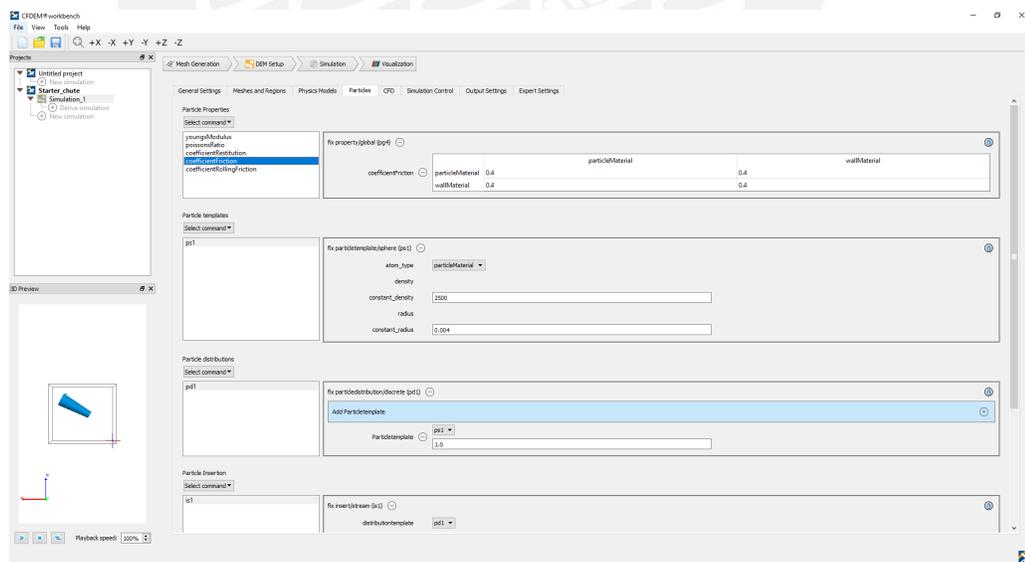
A2. 5: Particles - 1



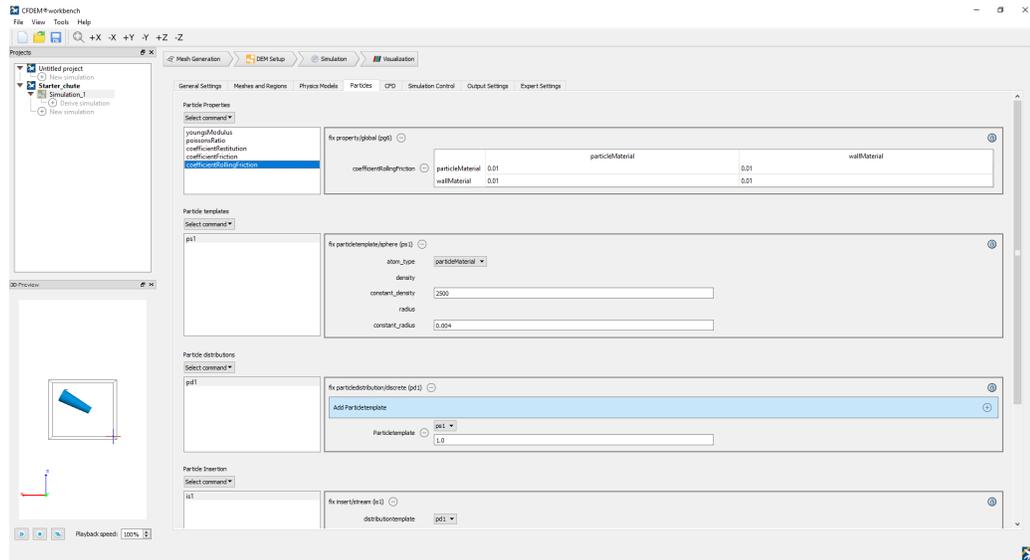
A2. 6: Particles - 2



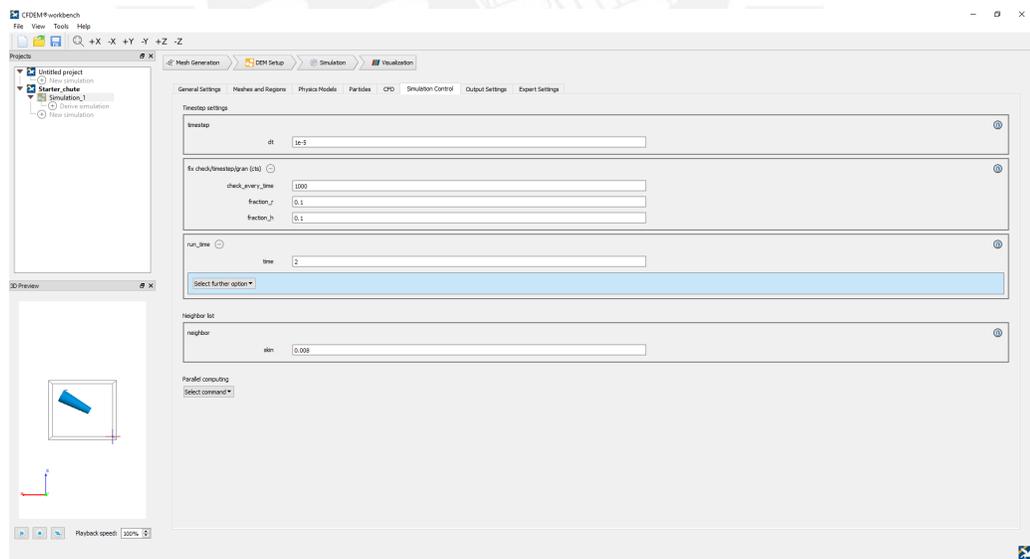
A2.7: Particles - 3



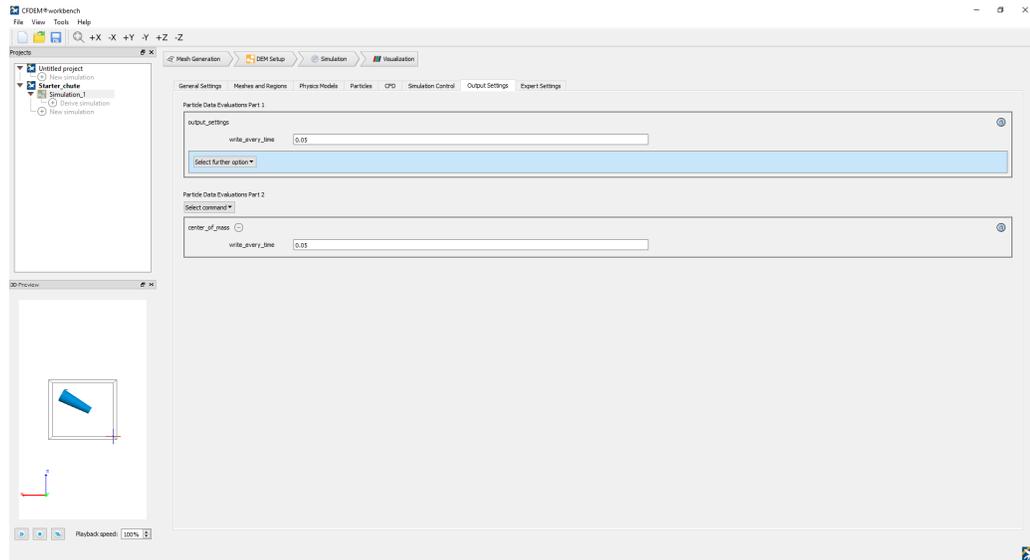
A2.8: Particles - 4



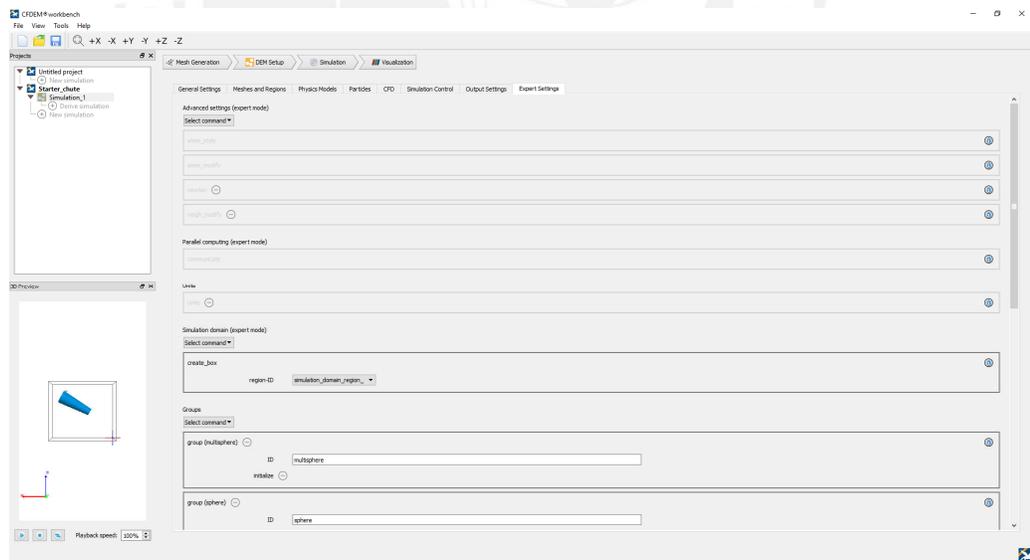
A2.9: Particles - 5



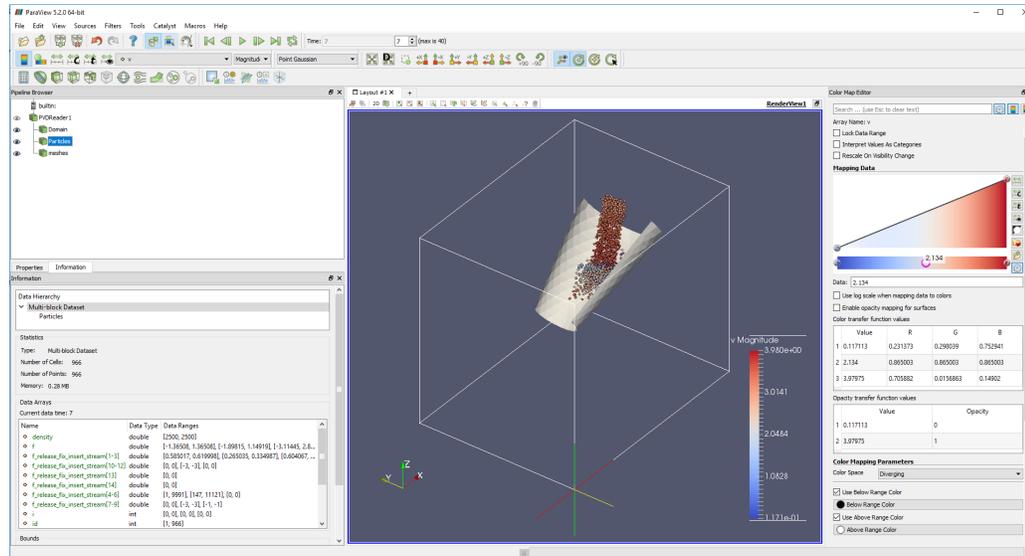
A2.10: Simulation control



A2.11: Output settings



A2.12: Expert settings



A2. 15: Resultados en Paraview 5.2.0