

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO**



**“GESTIÓN ESTRATÉGICA DE LAS RESERVAS DE UNA UNIDAD MINERA,
UTILIZANDO EL ALGORITMO DE K. LANE”**

**Trabajo de investigación para optar el grado académico de Magíster en
Regulación, Gestión y Economía Minera**

AUTOR

Danny Daniel Valderrama Gutiérrez

ASESOR

Alfredo Juan Carlos Dammert Lira

Julio, 2018

Resumen

El presente trabajo de investigación, plantea el uso de algoritmos económicos para la evaluación de proyectos mineros, con el fin de maximizar el valor actual neto debido a los flujos de dinero, producto de la estrategia de extracción adoptada por la operación minera. Esta investigación está basada en la economía de recursos naturales, de la cual comprobaremos la teoría de Hotelling conocida como la “ley del r por ciento” y mejoraremos la extracción haciendo uso de la teoría desarrollada por Kennet Lane, donde se hace una actualización periódica del beneficio que se podría generar de explotar el recurso a diferentes tasas de extracción, dándonos la posibilidad de tomar la mejor opción y recibir la mayor rentabilidad posible.



Dedicatoria

Dedico este trabajo de investigación a mi Padre, creador del cielo y la tierra, a los seres que me aman, mis padres, mi hermana, mi hijo, mis mascotas y a mí mismo.



Agradecimientos

Gracias a mi asesor y director de la maestría en gestión, regulación y economía minera; el Doctor Alfredo Dammert, quien siempre estuvo ahí para apoyarme cuando lo necesité; también un agradecimiento muy especial a mis compañeros y profesores de esta mi alma mater.



ÍNDICE

Hoja de respeto	
Carátula	i
Resumen	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Índice	v
Lista de gráficos	viii
Lista de tablas	ix
Capítulo 1 Introducción	1
1. La Economía Minera	1
2. El Enfoque de la Economía en la Evaluación de Proyectos Mineros	2
Capítulo 2 Planteando la investigación económica	4
1. ¿Por qué optimizar un modelo pre existente?	4
Capítulo 3 Objetivos, Hipótesis y Variables	8
1. Objetivos	8
Objetivo General	8
Objetivos Específicos	8
2. Hipótesis	8
3. Variables	9
4. Definición de términos básicos	11
Capítulo 4 Teoría Económica de los Recursos Mineros	14
1. Economía de los Recursos No Renovables	14
2. El problema peculiar de la riqueza mineral	15

3. La regla de Hotelling	17
Capítulo 5 La evaluación económica en Proyectos mineros	21
1. Calculando el VAN	21
2. Los algoritmos en la industria	23
3. El Cambio de Leyes de Corte	26
Capítulo 6 Cambios en las condiciones del mercado minero	28
Capítulo 7 Metodología de la investigación	30
Capítulo 8 Desarrollo del Problema	33
1. Algoritmo de Lane	34
2. Primera aplicación práctica	39
3. Segunda aplicación práctica	42
Capítulo 9 Discusión de Resultados	46
1. Evaluación de VAN vs. Tasas de extracción	47
2. Resultados de la Evaluación dinámica	49
3. Resultado del agotamiento de reservas	51
4. Evaluación sin estrategia	53
5. Evaluación con estrategia	54
6. Comparación de resultados	55
Capítulo 10 Conclusiones	57
1. Resumen del flujo de los cálculos	57
2. Recomendaciones	60

Bibliografia

62

ANEXOS

65



Lista de tablas

<i>Tabla 01 Variables Dependientes</i>	10
<i>Tabla 02 Variables Independientes</i>	10
<i>Tabla 03 Técnicas de obtención de información</i>	30
<i>Tabla 04 Resultados resumidos del VAN, a diferente costo de oportunidad “i”</i>	38
<i>Tabla 05 Cálculo de Valor Agregado año 1</i>	39
<i>Tabla 06 Cálculo del VAN remanente Año 1</i>	40
<i>Tabla 07 Estrategia de extracción para la vida de la mina</i>	41
<i>Tabla 08 Flujos por cambios en el precio</i>	42
<i>Tabla 09 VAN sin cambio de estrategia</i>	42
<i>Tabla 10 Margen y Flujo de Caja del primer cambio de precio</i>	43
<i>Tabla 11 Selección de ritmo de extracción de la primera fracción de 94 000 toneladas</i>	43
<i>Tabla 12 Nuevos márgenes y flujos de caja para aumento de precio en la fracción del año 08</i>	44
<i>Tabla 13 Nuevo cálculo para la estrategia del año 08</i>	44
<i>Tabla 14 Nueva estrategia de explotación</i>	45
<i>Tabla 15 Resultado de la variación de precios</i>	52

Lista de gráficos

Gráfico 01 El modelo básico de Hotelling	19
Gráfico 02 Cálculo de Valor Actual Neto (VAN)	21
Gráfico 03 Flujo de la selección de estrategia	31
Gráfico 04 Flujo para elegir el ritmo de extracción óptimo	32
Gráfico 05 Recurso mineral y valor presente	34
Gráfico 06 Estructura de Costos	37
Gráfico 07 Vida de Mina	47
Gráfico 08 Dólares versus miles de toneladas por año, interés 15%	47
Gráfico 09 Dólares versus miles de toneladas por año, interés 17%	48
Gráfico 10 Dólares versus miles de toneladas por año, interés 20%	48
Gráfico 11 Comparación de los VAN para las tres diferentes tasas	49
Gráfico 12 Valor Agregado anual	50
Gráfico 13 Comparación de los VAN generados en la primera evaluación	50
Gráfico 14 Agotamiento de las reservas con respecto al tiempo	51
Gráfico 15 Estrategia de extracción optimizada	52
Gráfico 16 Flujos de los cambios de precio, en el tiempo	53
Gráfico 17 Ritmo de extracción optimizado, para cambios de precio	54
Gráfico 18 Valores agregados de nueva estrategia	55
Gráfico 19 Comparación de VAN	55
Gráfico 20 Comparación entre pérdidas generadas para cada caso	56
No se encontraron elementos de tabla de contenido.	

Capítulo 1

Introducción

1. La Economía Minera

La introducción de algoritmos a la economía minera, pese a que no es un tema nuevo, es poco conocido por ser un tema muy específico y en nuestro país, no existen escuelas especializadas que traten temas netamente económicos mineros. La necesidad de investigar y desarrollar más metodologías que conlleven al aumento del valor del negocio minero, es muy grande, debido a que hacer minería actualmente es mucho menos factible. Desde el punto de vista económico, son diversas las circunstancias, que contribuyen a esta realidad, como el aumento de regulación, la dificultad de encontrar reservas y nuevas tecnologías necesarias para desarrollar una minería segura y sustentable, que pese a que mejoran los indicadores de desempeño, cuestan mucho más implementarlas y cumplir con los estándares requeridos. Se suma, el hecho de que el mineral cada vez se encuentra menos accesible por el agotamiento en la superficie y en la operación minera; considerando que el costo de minado mientras más profundo, es mucho más caro. Todas estas circunstancias con lleva a que, hoy, la ingeniería de minas despliegue una mayor exigencia en su desempeño, desde el inicio de sus operaciones, ya sea en los procesos de exploración o en los de extracción. La exploración es ya una operación que implica un desembolso económico grande, además que esta etapa viene a constituir la etapa más riesgosa para un inversionista pues estos estudios podrían arrojar un resultado negativo para un proyecto; es por esto que, empleando las herramientas que la Economía Minera proporciona, se pueden hacer el análisis económico previo en términos mineros, es así que esta investigación busca demostrar cómo es que específicamente el algoritmo de Lane optimiza un análisis económico haciendo más dinámico el uso de las reservas a lo largo de la vida de la mina.

Otro de los puntos objetivamente importantes de la presente investigación es demostrar que con este análisis, la tasas de producción, pueden ser optimizadas al generar ajustes económicos importantes ante el cambio del escenario en el que un proyecto es planeado, pudiéndose ajustar en momentos en que la operación minera lo exige, escenarios críticos como la subida o la bajada de los commodities o el aumento o decrecimiento del riesgo

sobre la operación, lo que se traduce en la tasa de interés lo cual genera una oportunidad de regular el ritmo de extracción, para evitar pérdidas o mejorar las ganancias. Todo lo antes señalado, explica como la aplicación de una herramienta, de análisis económico, puede ser de gran utilidad en el logro de las optimizaciones ya mencionadas.

Es muy importante, que al estudiar la economía minera, se analicen conjuntamente, el balance general de una operación, su valor esperado y las diferentes variables que influyen en estos análisis. Además, esta técnica sería un buen complemento del trabajo de optimización de la operación minera, que es menester del especialista minero.

Por último, cabe resaltar la importancia del conocimiento de estas técnicas para las empresas mineras y para las empresas peruanas dedicadas al análisis económico de tipo minero, lo que sumaría un valor agregado al trabajo ya realizado y que en otros países como en Chile, empresas como GEM (Gestión y Economía Minera Ltda.) apoya a las operaciones mineras a desarrollar proyectos desde el área de la gestión y de los análisis económicos necesarios, enfocándose en aplicar algoritmos desarrollados por su experiencia, principalmente en la minería del cobre.

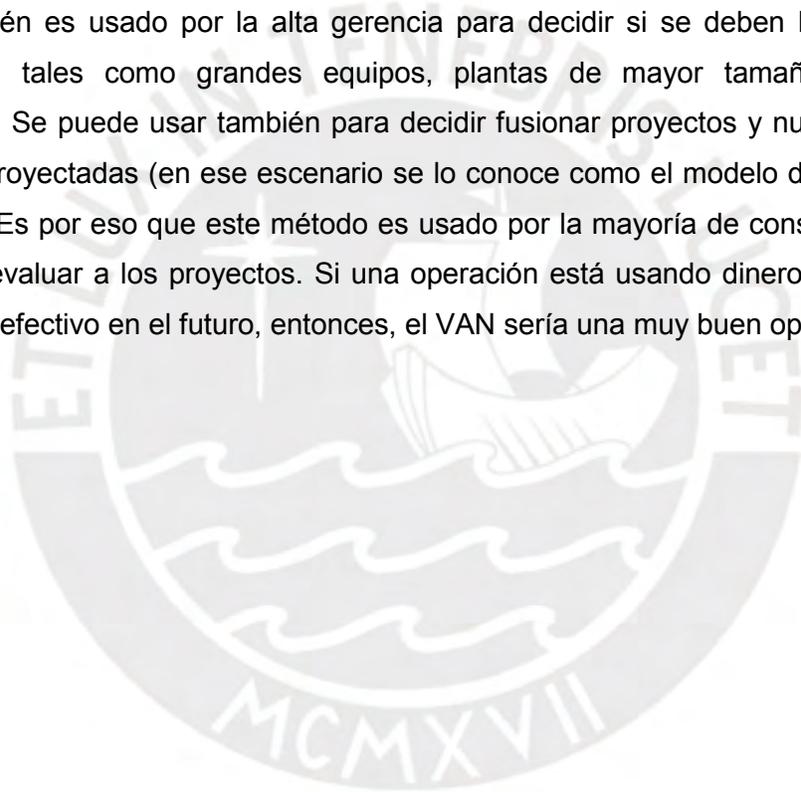
2. El Enfoque de la Economía en la Evaluación de Proyectos Mineros

Esta investigación empieza con un análisis a grandes rasgos del valor presente neto o valor actual neto (VAN), el cual ha sido ampliamente estudiado por la industria minera, así como por las ciencias económicas. El VAN, es el valor actual de los flujos de dinero al interés al que se lo requiere evaluar, o también llamado costo de oportunidad de un proyecto, en comparación con el flujo de dinero inicial utilizado en éste. En otras palabras, este es un método sencillo para calcular el retorno de la inversión inicial requerida para un proyecto y su rentabilidad.

Este método es especialmente efectivo cuando los interesados tienen que comparar proyectos mineros con fuertes inversiones y decidir cuáles pueden ser los más rentables. En general, los métodos que se realizan son: el método de recuperación de la inversión (Payback), la tasa interna de retorno (TIR), y el valor actual neto (VAN).

El VAN, es una herramienta que es muchas veces elegida por las áreas de la empresa, encargadas de analizar el financiamiento de proyectos y su rentabilidad, circunstancia que se da por dos motivos referentes al VAN. Primero, que tiene en cuenta la temporalidad del dinero, quiere decir que el dinero no tiene un solo valor a lo largo del tiempo; el valor de los flujos de dinero de los próximos años tiene que ser evaluado en términos de hoy. Segundo, proporciona un valor concreto del cual cualquier administrador puede tomar decisiones comparando de manera práctica y sencilla el dinero de inversión inicial efectiva para el proyecto versus la rentabilidad del proyecto puesto a evaluación.

El VAN también es usado por la alta gerencia para decidir si se deben hacer grandes adquisiciones, tales como grandes equipos, plantas de mayor tamaño o software especializado. Se puede usar también para decidir fusionar proyectos y nuevas compras de reservas proyectadas (en ese escenario se lo conoce como el modelo de flujo de caja descontado). Es por eso que este método es usado por la mayoría de consultoras que lo utilizan para evaluar a los proyectos. Si una operación está usando dinero el día de hoy para flujos de efectivo en el futuro, entonces, el VAN sería una muy buen opción.



Capítulo 2

Planteamiento de la investigación económica

1. ¿Por qué optimizar un modelo pre existente?

La minería y la extracción de todos sus productos son indispensables y esenciales para el desarrollo de la tecnología, de nuestra forma de vivir y para sostener la evolución de la sociedad tal cual la conocemos. Pero en la actualidad es muy difícil hacer minería, dado a la gran cantidad de dinero que la inversión supone y los interesados en invertir en una industria cada vez más riesgosa y menos rentable, son pocos. Desde la exploración hasta extracción, la minería demanda mucho capital, como decía el padre de la economía Adam Smith (1776) en su obra “La Riqueza de las Naciones”:

Sin embargo, de todos aquellos proyectos inciertos y costosos, que llevan a la quiebra a la mayor parte de las personas que se embarcan en ellos, no hay quizás uno más perfectamente ruin que la búsqueda de minas. Esta es quizás la más desventajosa lotería en el mundo. Los proyectos mineros, en vez de reemplazar el capital empleado en ellos, comúnmente absorben tanto el capital como las utilidades.”(p.68)

Actualmente, es mucho menos rentable el ser parte de la industria minera, porque cada vez las cargas ambientales, sociales y operacionales hacen que el ser un inversor minero sea menos atractivo. Por un lado la legislación ambiental hace que el costo de mantener una operación controlada a todo nivel sea mucho más caro, lo que responsablemente la empresa minera asume entendiendo que el dejar herencias mineras positivas, es la forma para que en el futuro las comunidades y todos los grupos de interés directo e indirecto permitan desarrollar nuevas operaciones. Por otro lado lo social es cada vez más un problema para poder desarrollar proyectos, dada la coyuntura política de la minería en el país, en la que ya no solo se trata de cuidar los derechos sociales sino más bien hay intereses privados, como es el caso de Conga o Tambogrande en el norte del país o Tía María en el Sur.

Si entendemos la industria minera desde una perspectiva operativa, hay que ser conscientes que los minerales fáciles de extraer ya fueron explotados. Cada vez hay que profundizar más lo que obliga a aplicar nuevos estándares de seguridad e implementar nuevas tecnologías, las cuales hacen que los costos de una mina se incremente considerablemente y con los commodities en baja de varios minerales, una de las únicas formas de impulsar a la industria es una buena gestión económica.

En el Perú la situación no es diferente dado que pese a que el sector minero ha logrado ser el motor de desarrollo del país, es costoso hacer posible la operación de un proyecto. La economía peruana depende significativamente del buen funcionamiento de esta industria. Una característica especial de este sector es la implementación de estrategias y la **optimización del life of mine** (LOM), desde esta perspectiva, se requiere que se elabore una muy buena planificación de todo el proyecto sin dejar de lado a las reservas y considerar que la extracción de estas, en los años futuros, puede cambiar significativamente por diversos factores económicos.

El buen análisis del LOM es desarrollado bajo varios principios económicos. En el país hay poca atención de los profesionales en minería sobre estos principios con los que se planifica la extracción de los recursos minerales que, pese a su abundancia en la naturaleza sabemos que son finitos y es por eso lo importante que es una buena gestión minera.

Los proyectos mineros necesitan que empresas consultoras y las mismas empresas mineras interesadas en llevar adelante el proyecto, se realicen cálculos del valor más real que se pueda recuperar del proyecto minero. Este cálculo es crucial para tomar decisiones sobre la factibilidad del proyecto, además este cálculo muchas veces, es muy diferente al valor final de una mina, pero es un muy buen indicador para tener una idea general clara del beneficio económico antes de empezar a invertir. La aplicación de este algoritmo implica un valor adicional al darle un dinamismo inteligente para optimizar el beneficio máximo de extraer el mineral, esto no implica el aumento de las reservas, sino una optimización por la gestión de la extracción de las reservas mineras, el cual es el fin de una buena ingeniería en gestión de minas.

Parte importante del análisis de factibilidad de un proyecto, a parte de la vida de mina o LOM, es el estudio del valor presente neto o VAN, el cual es muy usado para calcular el valor del dinero del futuro en términos de hoy. Así las cosas, el principal problema de esta investigación consiste en analizar de qué manera se puede maximizar el valor económico (VNP) de los recursos minerales usando algoritmos numéricos económicos.

Este es un problema de investigación poco estudiado en nuestro país, por lo que esta propuesta es una primera aproximación. En la teoría de la ley de corte de Lane ya se ve la necesidad de optimizar a cada paso con la calidad del mineral de cabeza que va a la planta a ser procesado y en el algoritmo de optimización del VAN, se aplica una toma de mejor oportunidad de extraer una porción del yacimiento bajo condiciones dadas. Esta teoría es simple y aplicable a cualquier modelo de minería superficial o subterránea, sin importar las características específicas de cada tipo de minado. La optimización va por el lado de la tasa extracción, la cual se planifica en conjunto con las capacidades posibles de planta, las que son calculadas con un análisis metalúrgico y financiero.

Por las consideraciones descritas anteriormente, nos planteamos investigar sobre cómo lograr un buen planeamiento estratégico de extracción de reservas, con el fin de lograr responder a la siguiente interrogante:

¿Cuál sería la optimización en el valor a largo plazo de una unidad minera, al manipular la tasa de extracción óptima de las reservas minerales en los futuros años y cómo podría ser afectada, tomando en cuenta los diversos factores económicos, además de cómo podríamos maximizar este valor?

Las dificultades que se presentan al desarrollar este trabajo de investigación, están relacionadas al escaso desarrollo bibliográfico con respecto al manejo de commodities minerales en el mercado y de cómo estos pueden variar, además que el acceso a la información de reservas, tasa de extracción, leyes de cabeza es limitada por parte de las empresas mineras. De allí la importancia de esta investigación, que buscará suplir

las deficiencias señaladas a través de reportes integrados de empresas, además de la información bibliográfica, que ayuda a poder calcular datos faltantes para la investigación.



Capítulo 3

Objetivos, Hipótesis y Variables

1. Objetivos

Objetivo General

Maximizar el valor económico determinando la tasa de Extracción óptima de las reservas para los próximos años de la vida de mina. Aplicar el algoritmo de Lane para demostrar la optimización del valor VAN calculado para un proyecto minero, junto con sus iteraciones, en una herramienta de cálculo, comparando bajo diferentes escenarios el dinamismo de la aplicación y la capacidad de generar un mayor valor en el escenario más óptimo y generar el menor valor de pérdida en el caso más pesimista.

Objetivos Específicos

Analizar de qué manera los commodities y el costo de oportunidad, pueden variar la tasa de extracción aplicando el análisis a diversos casos en un proyecto minero dado.

Identificar todos los factores económicos y sociales que pueden influir en la tasa de extracción para poder calcular un buen interés o costo de oportunidad calculando los riesgos necesarios para tomar el proyecto.

Determinar la importancia de usar algoritmos económicos mineros en la evaluación económica minera.

2. Hipótesis

El algoritmo de Lane nos permite optimizar económicamente la extracción de reservas, al maximizar simultáneamente el valor económico producido por los flujos periódicos de la explotación, junto al valor de largo plazo del mineral en el lugar, de una operación minera, permitiéndonos hacer una programación dinámica de la extracción.

El valor actual neto (VNP) es un indicador de un flujo esperado de caja, como el que se realiza para el análisis de factibilidad financiera y económica de un proyecto minero, es por eso que en las facultades de Ingeniería de Minas del país es usual la enseñanza del cálculo de este indicador. Diversas teorías se han formulado sobre la optimización de la extracción de recursos naturales finitos, entendiendo que en la ingeniería de minas la mejor forma de administrar un yacimiento es haciendo una gestión óptima de gastos y costos, y aprovechando el mejor costo de oportunidad, sacando el mayor beneficio al tomar el mejor momento para hacerlo. Esto implica un dinamismo necesario para cambiar las condiciones de extracción de los recursos naturales. El algoritmo usado en este trabajo de investigación es el resultado del análisis de un flujo de caja teniendo en cuenta los diversos factores que implican una fluctuación del VNP, como son para el caso minero el precio del mineral extraído, el costo de oportunidad o interés, los riesgos asociados al proyecto y la tasa de extracción a la que es sometida la mina.

En esta investigación se demostrará que el aplicar la gestión inteligente de reservas genera un valor intrínseco por una toma oportuna de decisiones operacionales, resultado de una evaluación económica que tiene el plus de la optimización por modificar la tasa de extracción constante de una operación minera, sea esta superficial o subterránea, entre un rango de tasas de extracción.

3. Variables

Variables Dependientes:

- Tasa de Extracción.
- Estrategia óptima de explotación.

Variables Independientes:

- Commodities.
- Costo de Oportunidad.

Tabla 01 Variables Dependientes

VARIABLES DEPENDIENTES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES
Tasa de Extracción	Es la cantidad de material a extraer al día, mes o año.	Rango instalado de la planta de procesamiento mineral	Toneladas (TM)
Estrategia optima de extracción	Es la correcta estrategia en la cual logra al maximizar el valor económico al mismo tiempo que el valor a largo plazo in situ.	Estática Dinámica	Cuadros de estrategia optima de extracción

Fuente: Propia.

Tabla 02 Variables Independientes

VARIABLE INDEPENDIENTE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DIMENSIONES	INDICADORES
Commodities	Es el precio de los metales asociados a los precios internacionales que hay en el mercado	Bolsas de Valores	Dólares por tonelada (\$/TM) Dólares por libra (\$/Lb) Dólares por onza (\$/Oz)
Costo Oportunidad	Es el costo de realizar el proyecto el día de hoy.	Riesgo país Riesgo proyecto Riesgo de precios Riesgo geológico	Tasa de interés

Fuente: Propia.

4. Definición de términos básicos

- **Valor Actual Neto (VAN o VPN):** Es el valor de un flujo o varios flujos de dinero, que están distribuidos en el tiempo, en términos de hoy, es decir pagando intereses. En otras palabras el valor presente. También es conocido como NPV por sus siglas en inglés.
- **Algoritmos:** Conjunto sistemático de operaciones ordenadas que permiten llegar a un resultado o llegar a una solución de algún tipo de problema. Son instrucciones o reglas que nos permiten llegar a cumplir alguna actividad.
- **Flujo de Caja:** Informe financiero que muestra en detalle las entradas y salidas de dinero, en forma de flujos, de una empresa o actividad de inversión de dinero para un período de tiempo establecido. También es un buen indicador de la liquidez que tiene esta acumulación neta de caja o efectivo.
- **Leyes de Corte:** Leyes que delimitan a la reserva minera ya que cualquier valor menor a esta significa que el mineral no es económicamente explotable. El cálculo de este valor se considera el primer diseño en un proyecto minero del ingeniero de minas. Asegura la utilidad mínima o la no pérdida en una operación
- **Recursos No Renovables:** Es un recurso de vida finita, es decir agotable y que no puede ser producido por métodos artificiales ni reciclado a escala tal que sostenga el ritmo de consumo de la sociedad. Normalmente este consumo es más rápido de lo que las fuentes naturales pueden volver a acumularlos.
- **Costo Marginal:** Es la variación del costo de producción al aumentar una unidad producida. Es decir, el costo de la última tonelada de mineral extraída.

- **Tasa de Descuento:** Es la rentabilidad que pagan los fondos invertidos a una actividad. También conocida como costo de oportunidad, costo del capital o interés. Es un parámetro necesario para el cálculo del valor presente neto, además refleja los riesgos a los que es sometido el dinero.

- **Valor agregado:** Valor generado de tomar la mejor oportunidad ante un escenario pre planteado de un valor esperado, aportando un valor extra o beneficio, después de unos años o después de un periodo de beneficio.

- **Valor Remanente:** Es el valor final de un activo, del cual se está extrayendo un beneficio, tras haber sido utilizado durante unos años de vida o de un periodo determinado.

- **Commodities:** Precio de los recursos minerales impuestos por los mercados mundiales dedicados a la compra y venta de estas materias primas.

- **Margen:** Es la diferencia entre la curva económica que señala el costo marginal y la curva del costo medio, que indica el beneficio económico por explotar una unidad de mineral.

- **Costo Medio:** Costo promedio que genera la operación minera de toda la producción extraída, se calcula dividiendo el costo total de producción entre la cantidad total de toneladas producidas.

- **Optimización:** Ejecución de medidas para mejorar un proceso, como en el caso minero, de extracción que nos va a dar resultados económicos contabilizables, haciendo más efectivo y eficaz ha dicho proceso.

- **Recursos minerales:** Acumulación natural de materias de origen mineral, la cual puede o no ser económicamente factible de extraer. Es en un inicio lo que encuentra

una campaña de extracción hasta que son estudiadas, para saber su cantidad y calidad, para su posterior valoración.

- **Reservas Mineras:** Son recursos minerales a los que se les ha realizado una serie de estudios para poder demostrar su presencia en volumen y calidad, que hacen factibles su extracción, es decir tienen un valor económico positivo comprobado.
- **Yacimiento Mineral:** Todo depósito o concentración natural de sustancias minerales con valor económico.



Capítulo 4

Teoría Económica de los Recursos Mineros

1. Economía de los Recursos No Renovables

Como se conoce, la Tierra contiene recursos no renovables en cantidades finitas, lo que quiere decir que cualquier método de extracción va mermando las reservas dejando cada vez menos materia prima para las generaciones futuras. Ello ocasiona que nos planteemos distintos cuestionamientos con respecto al crecimiento económico y las limitaciones venideras, que tienen que ver con el agotamiento de las reservas de los productos primarios necesarios para nuestra sociedad (cobre, oro, hierro, petróleo, etc.). Las circunstancias al respecto exigen, a todas las partes, un mayor esfuerzo y compromiso para desarrollar una actividad minera sustentable que garantice el cuidado de todos nuestros recursos.

De estos recursos, la mayoría son los metales. El hierro es el más utilizado, con un 95% de utilización y aprovechamiento por parte de la población, además es el principal componente cuando se produce industrialmente el acero. Tenemos también el caso contrario de metales poco abundantes, que son utilizados fuertemente en los procesos productivos generados por la sociedad; como el cobre, que es muy importante para muchas de las industrias tecnológicas actuales; el plomo, en la industria del revestimiento de cables eléctricos; entre otros. Además se deben tener en cuenta los combustibles fósiles, ya que el petróleo y el gas natural aportan dos tercios de la energía mundial siendo imperante su buena gestión de extracción.

Por tales motivos, todo nuestro sistema productivo y su óptimo desempeño dependen imprescindiblemente de los recursos no renovables; por ello, la constante discusión sobre su consumo y las consecuencias de lo que esto supone en el futuro próximo, es de vital importancia.

Abordar a qué ritmo deben extraerse los recursos no renovables es el punto importante en la economía referida a esta materia; implica determinar en qué cantidad debe explotarse por ciclo para el uso común, o qué cantidad debe mantenerse sin explotar y que quede a disposición de las generaciones futuras. Esta interrogante nos conduce a otra referida a cómo es que los commodities evolucionan a lo largo del tiempo y si este valor es el justo para las necesidades actuales y futuras. Para que podamos analizar y saber cuál va a ser la tendencia en la economía del mercado lo que más nos interesa es saber cómo debe ser la extracción óptima de cada recurso y hacer los cálculos a partir de esta información.

Al tomar la decisión de extraer los recursos no renovables, debemos tener en cuenta la interrelación que existe entre las decisiones tomadas anteriormente, las decisiones actuales y las probabilidades que quedan abiertas para el futuro.

2. El problema peculiar de la riqueza mineral

Estabilizar la explotación de las reservas minerales a nivel mundial ha sido una herramienta de gestión sobre la desaparición de estos, se han buscado diversas formas y tecnologías. Se ha promovido grupos interesados en la conservación de reservas minerales durante lapsos de tiempo indeterminados o determinados, como por ejemplo en lugares donde la explotación por los métodos actuales resulta ineficiente o en lugares donde se tienen comunidades muy cercanas que se puedan ver afectadas de todas las maneras posibles en las que un proyecto minero puede afectarlas.

Como contrapeso a este enfoque conservador, podemos referir la fuerza de los grandes mercados internacionales y grupos de interés económico, que se han visto muy favorecidos durante muchos años, por la explotación de recursos naturales necesarios, haciendo una explotación por debajo de los límites de una extracción óptima para poder demandar precios elevados a los mercados interesados, lo que en un entorno sustentable es una mala práctica de la industria.

En la minería, cuando se trata de la extracción, el mantener constante un ritmo fijo de extracción es difícil, por la variabilidad de las leyes conforme se va extrayendo el mineral,

entonces el modelo económico podría devenir en inútil, por su estaticidad, a la hora de evaluar una industria tan dinámica, que con el tiempo se agota. ¿Cómo podríamos definir cuánto de lo que se produce termina siendo renta y cuanto viene siendo el rendimiento del dinero invertido? ¿Cómo impacta la incertidumbre del cálculo del volumen de reservas en el valor esperado del proyecto? Si un operador minero en su labor produce a un ritmo excesivo, puede hacer descender el precio hasta cero.

Si los operadores mineros hacen lo contrario y demoran la explotación, sus ganancias pueden ser mayores, pero también tienen la capacidad de posponerse en el futuro más allá de lo que se puede esperar del costo de oportunidad tomado por la empresa. ¿Cuál es la media óptima para este trabajo? ¿Cómo va variando el volumen extraído conforme se van reduciendo las reservas? ¿Es mejor tener una vida de mina estimada en un rango fijo o es mejor estirar esta indefinidamente haciendo que la cantidad remanente del proyecto llegue a cero como límite, o explotar con lentitud de tal manera que las actividades de extracción no solo extiendan a un ritmo inalterablemente menguante sino también produciendo en la operación un valor remanente diferente que no sea nulo?

Por todo lo expuesto se debe tener en cuenta que mientras más se explote un yacimiento, menor cantidad de mineral estará disponible para las generaciones futuras del lugar. Pero, un punto de suma importancia que define este aspecto, es que la extracción no solo depende de los recursos que no han sido explotados, sino de otros factores, como por ejemplo; el conocimiento real de los yacimientos bajo tierra y las reservas que existen; la tecnología con la que se cuenta para el mejor aprovechamiento de las reservas; y el valor que tienen estas para nuestra economía.

La explotación de nuevos yacimientos crea nuevos desafíos para la humanidad este es el peculiar problema de los recursos no renovables que con el tiempo llegan a la escasez, asunto que debe ser visto como un problema económico y no como una consecuencia del agotamiento de las reservas minerales ya conocidas, sumado al problema que genera la imposibilidad de poder pronosticar algún hallazgo futuro de nuevos yacimientos.

3. La regla de Hotelling

Uno de los principales trabajos sobre la correcta y optimizada extracción de los recursos naturales y en específico recursos de vida finita, corresponde a la denominada regla de Hotelling. Gomez (1984) en relación a Hotelling, sostiene:

En 1931 Hotelling presento una regla según la cual se podía alcanzar un nivel óptimo de extracción para los recursos naturales no renovables, donde la producción siempre era positiva para todos los periodos de tiempo y dicha producción no llevaba a la extinción del recurso en un periodo de tiempo equivalente al necesario para la extracción del mismo.(p.72)

Esta regla además tiene ciertas restricciones, como la necesidad de establecer una vida de la extracción o periodos. En esta línea de pensamiento, Gomez (1984) señala que:

El dueño del recurso mineral debe decidir cuál será el número de periodos en el que se va a dividir la extracción así como la cantidad a extraer en cada uno de esos periodos, lo que lleva a la determinación del precio del recurso en cada periodo. Así la regla de Hotelling permitirá encontrar el óptimo de extracción sin agotar las reservas del recurso a la vez que se maximizan los beneficios del proyecto. (p.73)

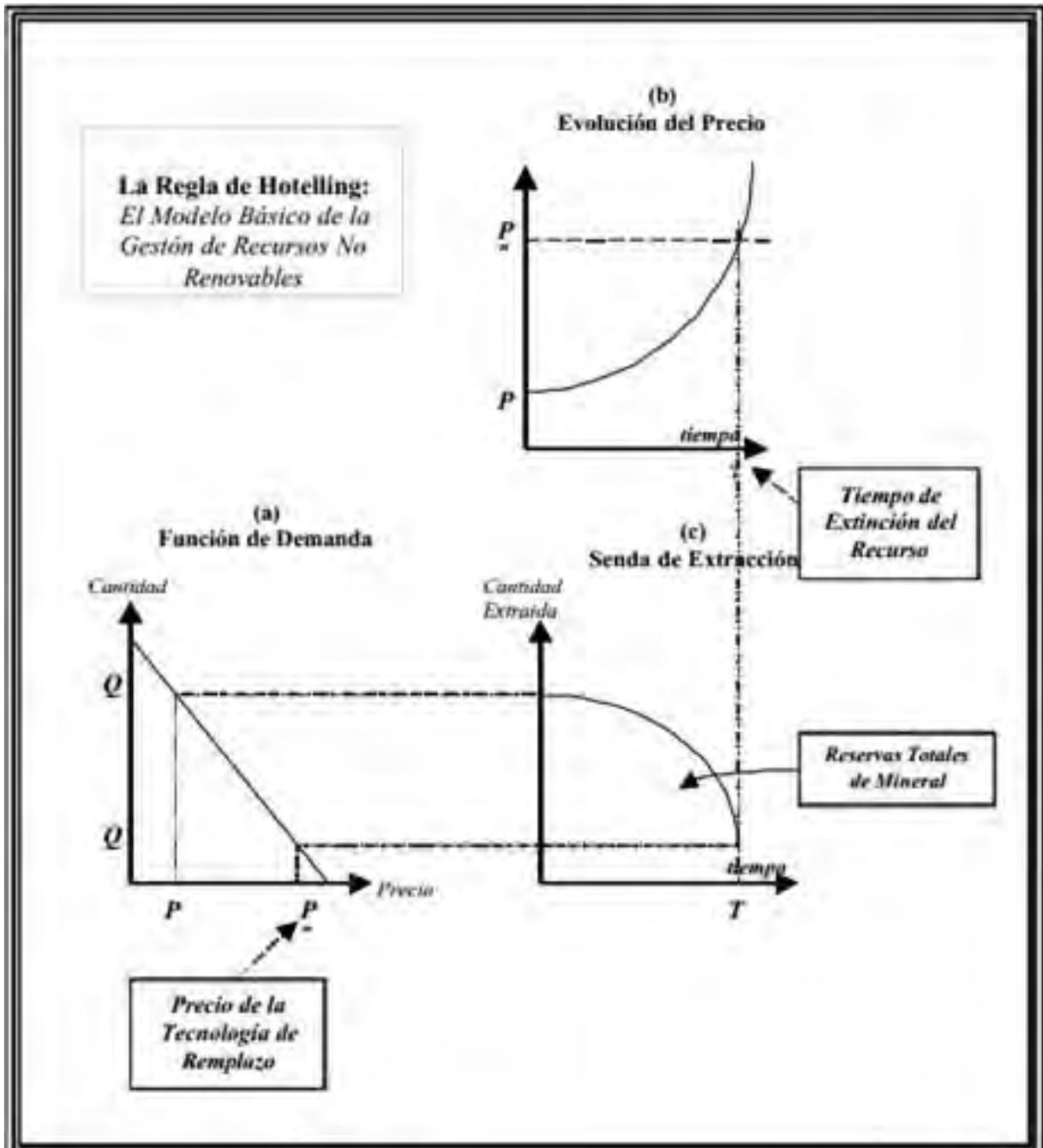
El principio fundamental del uso de los recursos no renovables, está relacionado a la regla de Hotelling; que se basa en un modelo de usos de los recursos a largo plazo, de cómo se explotan los recursos a lo largo de los años y de las condiciones bajo las que opera la conservación y la extinción.

La idea central de la regla de Hotelling consiste en que la pauta óptima de explotación de los recursos no renovables se caracteriza en que en el transcurso del tiempo, el beneficio marginal que se logra obtener con la explotación y venta de los recursos no renovables debe tender a crecer al mismo ritmo que el tipo de interés. Una forma de poder entender mejor esta regla, es ver las posibles consecuencias que esta genera con el apoyo del

gráfico 01. Referente a la curva de demanda, la única forma de lograr que el precio del mineral incremente es reduciendo la cantidad que se explota año tras año. El gráfico 01 nos muestra la relación de tres factores importantes para entender el tema de explotación de los recursos agotables en una economía de mercado. En primera instancia la demanda del recurso que se observa en el panel (a); en segunda instancia, la pauta de crecimiento de los precios correspondiente al panel (b) y la relación entre ambos elementos se toca en el panel (c) representando la pauta de extracción decreciente en el tiempo. En pocas palabras, en la pauta óptima de extracción de recursos, conforme el precio aumente, la cantidad demandada se reduce de forma gradual, y con ella, se reduce la cantidad de material que se extrae de la corteza terrestre.



Gráfico 01: El modelo básico de Hotelling



Fuente: Modelo Básico de Gestión Económica de Recursos no Renovables

Usando las propias palabras de Hotelling (1931) para describir su regla:

Denotando el tipo de interés por s (que se supone constante durante el horizonte temporal de explotación considerado), el valor presente de un unidad de beneficio después de transcurrir un periodo de tiempo de duración t será e^{-st} . Si P_t denota el precio en el instante t y los costes de extracción son nulos, la regla de Hotelling viene dada por la siguiente ecuación:

$$P_0 = P_t \cdot e^{-st} \quad (1)$$

Donde la ecuación (1) nos enseña, en un mercado libre de competencia, la relación entre los precios relativos a través del tiempo. Así la tasa de rentabilidad del recurso aumenta a la misma tasa que el tipo del interés y al crecer el nivel de los precios al mismo ritmo que el de interés, el dueño del recurso será indiferente entre explotar el recurso ahora o hacerlo en el futuro. (p.57)

La principal conclusión del modelo de Hotelling es el principio de equilibrio, que se refiere a la reducción de las diferencias por parte de las empresas para que el consumidor muestre indiferencia ante su posible elección.

Después de Hotelling, otros investigadores como Mike Blackwell (1971), aplicaron exitosamente estas teorías, en la planificación y desarrollo de un proyecto a gran escala. Después, Lane (1997) desarrolló la formulación completa para relacionar recursos finitos, prestó especial atención en la definición económica del mineral y la determinación del grado de corte en la mina, más allá de los cortes de minas. El enfoque presentado por este investigador sostiene que los muchos cortes inherentes a la minería pueden determinarse simultáneamente y aplicarse a toda el proceso que tiene lugar antes de entregar el producto final, en donde el aspecto de la selectividad será omitido.

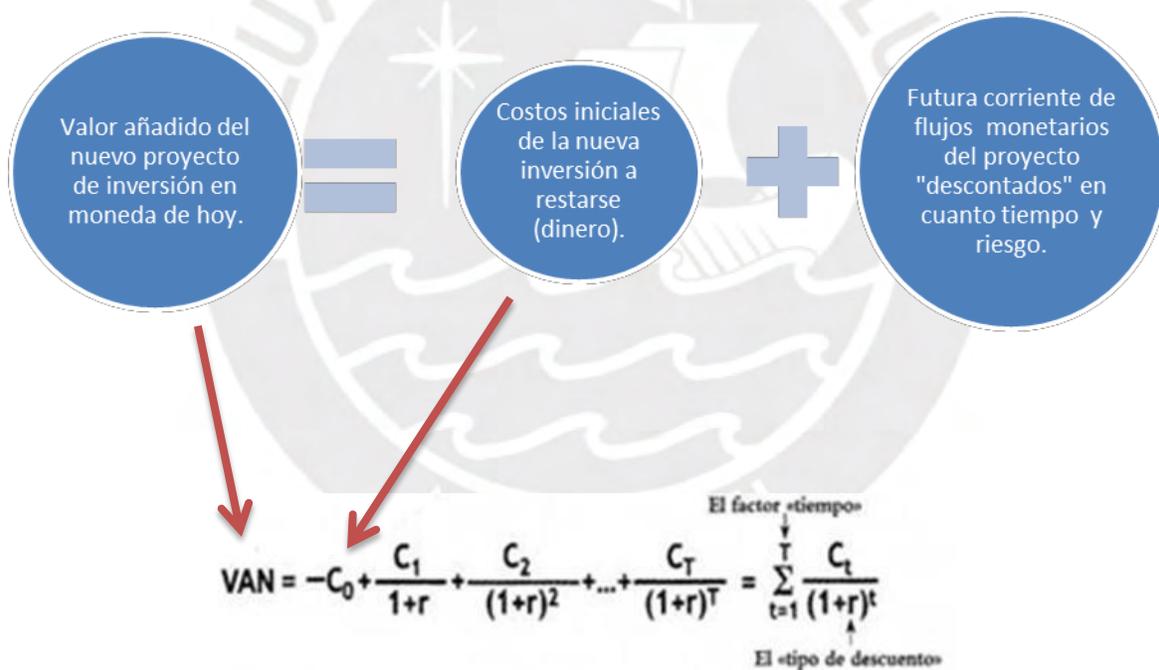
Capítulo 5

La evaluación económica en Proyectos mineros

1. Calculando el VAN

Se trata de la sumatoria de los flujos positivos y negativos de los diferentes periodos de evaluación multiplicados por un descuento debido al interés o, en otras palabras al costo de oportunidad de mover esos flujos de dinero en el tiempo. La fórmula es:

Gráfico 02 Cálculo de Valor Actual Neto (VAN)



Fuente: Propia.

Donde "C" es el flujo según periodo de tiempo "t" y "r" es el interés o costo de oportunidad.

El costo de oportunidad será calculado para la empresa, midiendo todos los riesgos del proyecto y la rentabilidad esperada. Este está ligado estrechamente con la forma en que la empresa consigue sus utilidades y el riesgo por el que tiene que asumir al enfrentarse a

una inversión en un proyecto. Además, es el rendimiento que los inversores esperan o lo que cuesta prestar su dinero para desarrollar el proyecto. Si estos esperan un rendimiento del 11%, esa tendría que ser la base del costo de oportunidad tomado por la empresa para evaluar el proyecto con esta metodología. Normalmente la oficina del director financiero (CFO) establece el ratio de evaluación.

Hay dos aspectos importantes sobre el uso del VAN. Primero es que puede ser difícil de explicar a los demás. El valor presente de entradas de efectivo proyectadas en el futuro, no es una frase fácil de interpretar para quienes no tienen conocimientos económicos financieros, por lo que presentaremos las principales características de su argumento, ya que es muy práctico para los fines buscados por las diferentes empresas en el rubro. Un proyecto que pasa la evaluación del VAN suma inmediatamente valor a la operación y también significa menor riesgo para el accionista, lo que no sucederá con un proyecto que no pase la evaluación, porque de realizarse, lo más probable es que incurra en pérdidas para la empresa y todos los interesados.

Se debe tener en cuenta cuando se utiliza el VAN que hay varios supuestos utilizados para su cálculo, lo cual puede acarrear errores si no se tienen en cuenta en la etapa de evaluación. Estos errores pueden minimizarse, realizando una validación cruzada de los supuestos y haciendo varias pruebas para no quedarse solo con el primer cálculo.

Los resultados del VAN pueden verse afectados en las etapas de evaluación. La primera de estas etapas es cuando se calcula o evalúa el financiamiento e inversión en las primeras etapas del proyecto, como la exploración para el caso minero o la compra de un proyecto y evaluación para la etapa de desarrollo. ¿Cómo saber el costo final del proyecto? Si fuéramos a una tienda por departamento sería fácil ver los precios de los proyectos en sus etiquetas, pero esto no ocurre así en la industria minera, de hecho en un proyecto minero se tiene que asumir un cálculo aproximado a las reservas, aumentando el riesgo. Si vamos a evaluar el cambio de camiones mineros y se hacen estimaciones del movimiento de tierra realizado con sus respectivas leyes de mineral, las cuales acarrear una incertidumbre real, los cálculos pueden tener grandes variaciones; o también el caso de la producción minera, en la que se está haciendo planificación de tonelajes sobre un

material que no puede ser visto y cuyas características solo se sabrán realmente cuando se esté operando sobre el campo de acción o el macizo rocoso.

La tasa de interés es otro de los puntos donde se puede incurrir en errores, ya que es un valor muy sensible a muchos factores, por lo que es importante elegir un buen ratio de tasas de descuentos para aplicar al proyecto.

Por último, los retornos proyectados tienen que estar planteados en los escenarios más realistas posibles, ya que puede que se tomen con una visión muy positiva o negativa lo que afectará al valor final.

En el caso de los minerales hay que tener en cuenta que los commodities son muy variables, ya que las materias minerales están sujetas a un mercado internacional del cual no se tiene ningún control; ya ha ocurrido que minerales, inesperadamente, dejan de valer lo que valían por el cambio de tecnologías o desarrollo de sustitutos.

2. Los algoritmos en la industria

El siguiente paso en la presente investigación, es el análisis del uso de algoritmos. Existen investigaciones como la de (García, 2002) según la cual existen muchos factores que se usan en la planificación y diseño de las operaciones mineras, como la geología, extensión, morfología del yacimiento, clima, hidrogeología e hidrología, etc. En estos procesos, al formular el planeamiento, el criterio principal es realizar el diseño logrando maximizar la rentabilidad global del proyecto. En términos de dinero de hoy por medio del VAN. No hay ninguna solución matemática que resuelva de manera óptima esta necesidad, pero lo que sí existe son algoritmos que cuando son utilizados, en unión de muchos otros parámetros y una exhaustiva supervisión de los evaluadores del proyecto, proporcionan varias alternativas que pueden ser o no factibles, dependiendo de la certeza, cantidad y calidad de los datos de entrada que el algoritmo pueda aceptar y necesitar. En ellos se considera la suma del valor de los flujos de efectivo futuro (VAN) como el indicador de rentabilidad y que la tarea primordial es aumentar este valor hasta donde sea posible. Cuando el esquema es, tener una información del plan de minado de

las reservas, reuniendo los datos por aumentos o fracciones de tonelaje mineral determinado, cada aumento suma tonelajes de los diferentes tipos de materiales según un rango establecido de leyes. Luego es calculada la ley de corte marginal por cada aumento. Con la finalidad de maximizar el VAN se busca la ley de corte del primer aumento que sea más beneficiosa, mientras se mantiene constantes el resto de las leyes. Este proceso se vuelve a efectuar con los siguientes aumentos hasta llegar al último. Como en cada aumento la ley de corte ha variado, se busca repetir la operación una y otra vez hasta que este valor (VAN) no se pueda aumentar más. Luego de iterar el proceso llegaremos a una ley de la cual ya no se puede conseguir mayores rendimientos y habremos llegado a una optimización inteligente, utilizando al mismo recurso y su valor futuro como medio.

La repetida evaluación de todo el proceso, nos permitirá llegar a decisiones sobre los proyectos, dándonos una idea clara de su máximo valor, permitiendo la selección de una o varias alternativas viables, las que podrán ser sometidas a diferentes análisis de sensibilidad y riesgos.

La práctica actual de la planificación de un proyecto a cielo abierto, comienza con un modelo de bloques geológico, el cual consiste en determinar las leyes en un bloque dado en el modelo, para luego determinar si debe ser extraído o no; además de determinar si es necesario extraer también se determina, cuándo debería ser extraído.

Una vez que se extrae, se precisa la forma en que se debe procesar. Luego sigue con la definición de la progresión anual de la superficie de bloques y los flujos de caja anuales que vendrán a partir de las operaciones mineras durante la vida de la mina. Puede haber muchas soluciones diferentes al problema de programación en función de cómo se toma la decisión para cada uno de los bloques. La decisión en cuanto a qué bloques deben ser extraídos en un año dado, y cómo deben ser procesadas, define los flujos de efectivo para el año en curso y también los impactos de futuras programaciones anuales. Todo esto tiene implicaciones a largo plazo en cuanto a lo que puede hacerse en el futuro y todas estas decisiones se enlazan entre sí en la definición de la economía general de la un proyecto determinado.

El objetivo del proceso de planificación de una mina a cielo abierto es por lo general, encontrar las producciones anuales óptimas que le darán el mayor valor actual neto (VAN). Los límites del tajo en última instancia, las expansiones y las leyes de corte están diseñados y analizados sobre la base de un análisis del punto primero sin ninguna consideración dada al valor temporal del dinero.

Existen serias deficiencias con estas prácticas comúnmente seguidas si el objetivo final de la empresa minera es maximizar el VAN de un proyecto determinado. No es realista creer que los planes obtenidos sobre la base de un análisis darán exactamente el VAN más alto posible para un proyecto determinado.

(Camus, 2002) nos indica entre otras cosas que, la gestión de recursos pasa por un análisis en el que se aprovecha el tiempo de vida del proyecto para planificar correctamente la cantidad de mineral que es extraído pero, con consideraciones económicas como la caída o subida de precios.

Dicha información muestra la aplicación de estos algoritmos en la empresa minera nacional chilena CODELCO, donde se logra apreciar una importante optimización, comprobada mediante un análisis post inversión. Es así que el trabajo de Camus termina con una muy importante conclusión: una correcta definición de beneficio económico en la industria minera, no tiene que ver solo con el valor in situ de los recursos minerales, sino más bien hay un importante valor agregado producto del trabajo analítico que le aplican los Ingenieros de Mina cuando planifican y le dan valor a un recurso, convirtiéndolo en una reserva minera.

Para lograr el mejor desempeño, los líderes de la industria minera deben tomar en cuenta que la minería demanda de una capacidad gerencial estratégica de las reservas mineras.

Hacer una minería inteligente definitivamente lleva a las empresas mineras a producir el mayor valor agregado, al ya generado tan solo por tener reservas, lo que ante el mercado generará un aumento en la valorización de la empresa.

El desafío es hacer una minería sustentablemente inteligente, es por eso que en este trabajo de investigación se aplicará el modelo planteado a una mina conceptual y se demostrará la practicidad de aplicarlo.

3. El Cambio de Leyes de Corte

El cambio en las leyes de corte es indispensable y económicamente necesario para mejorar la extracción minera, según la actual experiencia minera; principalmente, en la minería a tajo abierto, donde al permitir diferenciar en la operación, qué material se considera mineral y cuál no, posibilita desarrollar un programa de extracción y el diseño final del tajo.

Los factores económicos considerados para el cálculo de la ley de corte son los commodities minerales, costo de operación, transporte de materiales, costos fijos, la tasa de interés, etc., y además se necesita de las características de la metalurgia en la operación, como son los productos, los procesos metalúrgicos necesarios, las capacidades, el tipo de recuperación, las impurezas, los subproductos, etc.

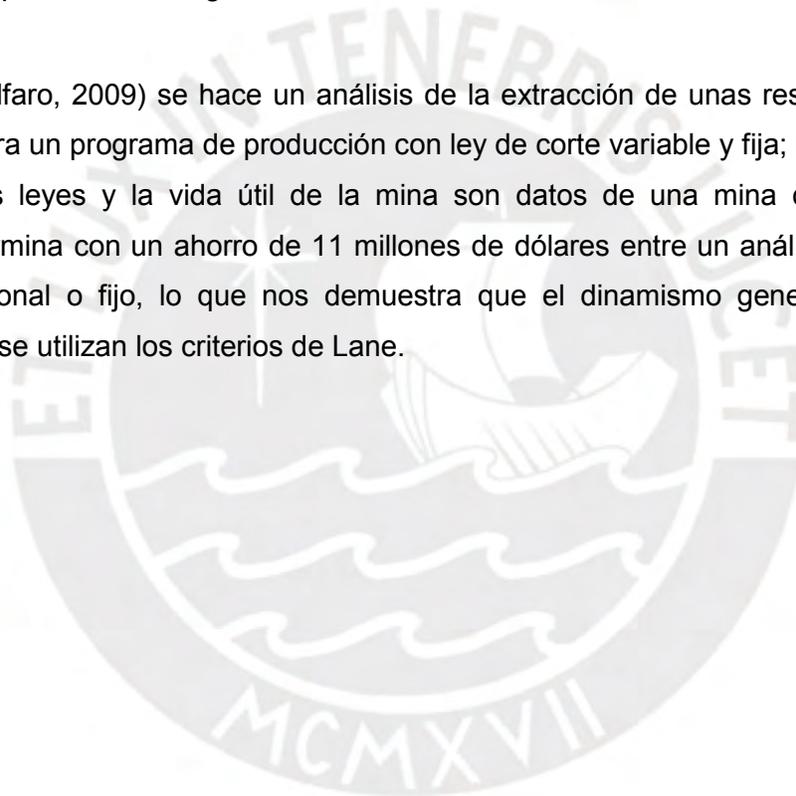
Se han desarrollado modelos matemático (métodos numéricos), que calculan las leyes de corte óptimas para lograr maximizar el VAN del proyecto minero. Esta puede ser única o puede ser dinámica con respecto al tiempo y las reservas, como se analiza en esta investigación, los factores económicos asociados a la operación minera son variables. Por ejemplo mientras mayor es el precio del mineral, más baja es la ley de corte.

La determinación de las leyes de corte actualmente es definida de acuerdo a la experiencia del operador minero, es así que el criterio de Kenneth Lane, para la optimización de leyes de corte, la cual permite desarrollar envolventes económicas para el proyecto y la definición de mineral a lo largo del tiempo. Al igual que el algoritmo utilizado en esta investigación, el criterio de Kenneth Lane permite determinar leyes de corte que van decreciendo en el tiempo, conforme se extraen las reservas, lo que permite maximizar los índices económicos de la operación, especialmente el valor actual neto final (VAN), en

suma el uso de algoritmos y modelos matemáticos nos permiten realizar un óptimo trabajo minero, con el uso pleno de la economía minera.

Una de las dificultades al hacer una investigación sobre las técnicas económicas mineras utilizadas con éxito, es contar con los permisos sobre los datos necesarios para el desarrollo de estos análisis, los cuales son en su mayoría son muy reservados, por los operadores mineros, para salvaguardar sus operaciones; hay que considerar por eso la investigación teórica basada en prospectos similares a operaciones reales, como se muestra en la presente investigación.

En la tesis (Alfaro, 2009) se hace un análisis de la extracción de unas reservas mineras calculadas para un programa de producción con ley de corte variable y fija; los millones de toneladas, las leyes y la vida útil de la mina son datos de una mina conceptual. La evaluación termina con un ahorro de 11 millones de dólares entre un análisis dinámico y uno convencional o fijo, lo que nos demuestra que el dinamismo genera una mayor rentabilidad y se utilizan los criterios de Lane.



Capítulo 6

Cambios en las condiciones del mercado minero

En la industria minera el cambio sobre las condiciones en las que se desarrolla es constante con respecto del tiempo y se produce por diferentes motivos; desde cambios en la legislación sobre los diferentes escenarios mineros, hasta el impacto del desarrollo de nuevas tecnologías, no solo sobre la forma de hacer minería sino también de las nuevas tecnologías que usan las materias primas minerales, cambiando dos de los indicadores económicos más importantes, los commodities minerales y el riesgo sobre la operación que se traduce en el interés que paga el proyecto.

Los commodities minerales están relacionados directamente a la fluctuación de la economía global, especialmente a las primeras potencias económicas, países como China y EEUU. La sensibilidad al cambio abre espacios vulnerables, cuyos efectos se dejan notar sobre el sector real y financiero de esta industria.

Durante los últimos años, los precios de metales preciosos (oro y plata) sufrieron un fuerte aumento a nivel global, lo mismo sucedió con los minerales industriales (cobre, plomo, zinc, etc.). Contreras y Gutiérrez (2016) afirman:

Esta fase expansiva del ciclo generó un aumento en las utilidades de las empresas mineras y produjo una nueva ola de inversiones en proyectos mineros (Connolly y Orsmond 2011). Por su parte, la entrada de capitales y la mayor recaudación fiscal benefició a diversos países productores de este tipo de commodities, pero también despertó temores relacionados a la sostenibilidad de este crecimiento en el mediano plazo (Adler y Sosa 2011). La expansión del ciclo comenzó a deteriorarse a fines del año 2011, tendencia que se mantuvo durante la presente década y que –en caso continúe– implicaría un menor crecimiento económico para el promedio de economías exportadoras de commodities (Gruss 2014). (p.1)

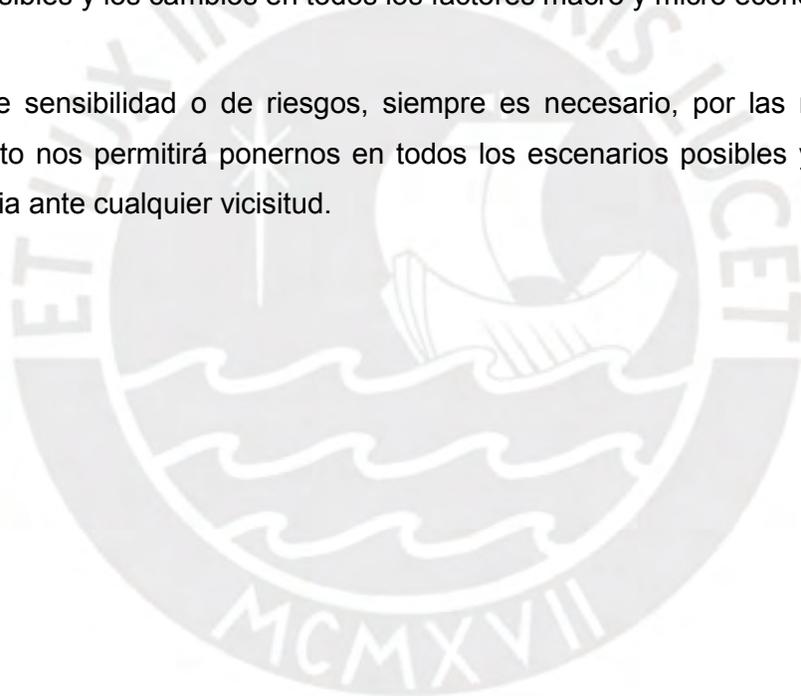
Todas estas fluctuaciones tienen una relación directa y es por eso que se usan métodos correlacionales para llegar a determinar las relaciones existentes entre los commodities

minerales y las principales economías a nivel macro. Los resultados evidencian la dependencia directa entre estas variables económicas.

Esto se demuestra en el estudio de Gomero (2017), quien nos afirma: “se evidencia la importancia que tienen los países emergentes, entre ellos la China, como principal demandante y productor de estos tipos de commodities, cuyas fortalezas son factores relevantes en el dinamismo de este mercado” (p.1).

Por estas razones es muy importante que las investigaciones sobre economía minera, la evaluación de proyectos y la optimización estos; se realicen teniendo en cuenta todos los escenarios posibles y los cambios en todos los factores macro y micro económicos.

Un análisis de sensibilidad o de riesgos, siempre es necesario, por las razones antes señaladas, esto nos permitirá ponernos en todos los escenarios posibles y tener planes de contingencia ante cualquier vicisitud.



Capítulo 7

Metodología de la investigación

En la Tabla 03 tenemos un resumen de los parámetros y medidas utilizadas para cada objetivo.

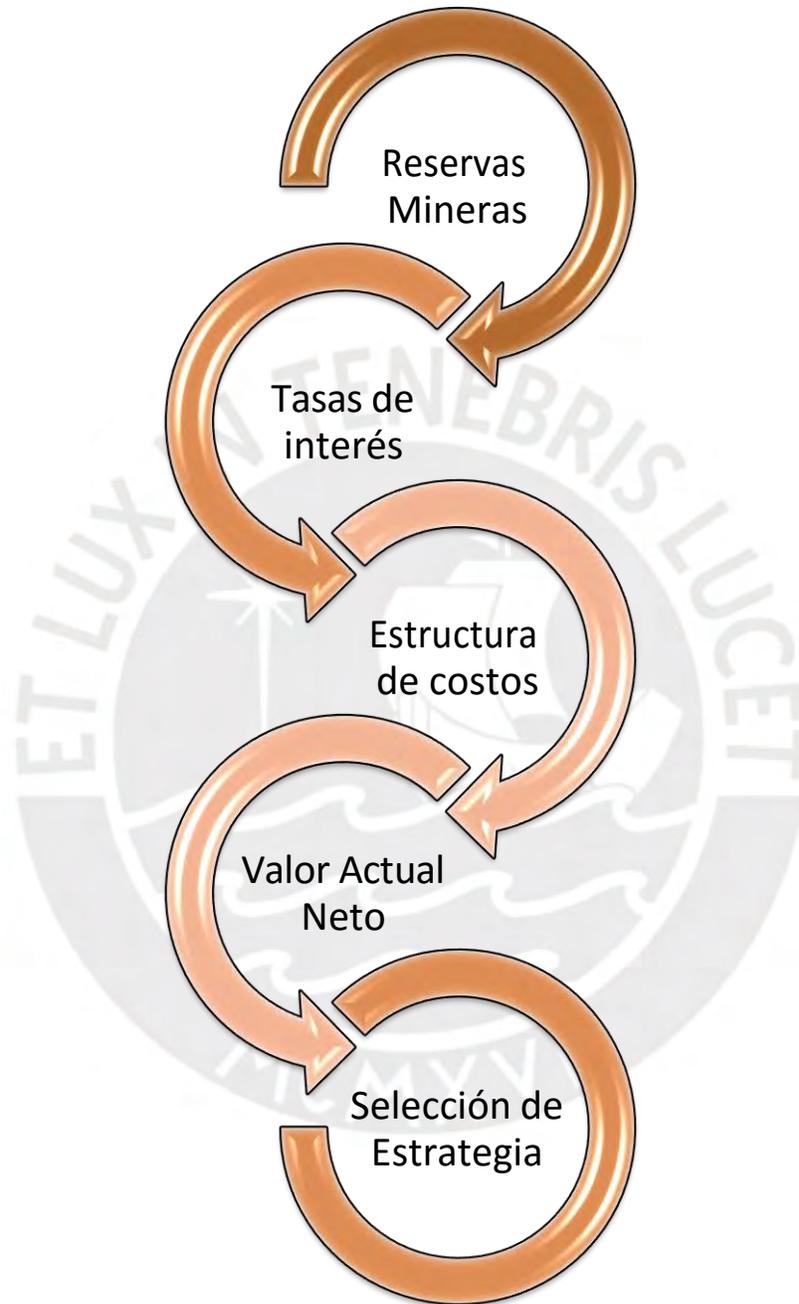
Tabla 03 Técnicas de obtención de información

OBJETIVOS	Datos	TÉCNICAS DE OBTENCIÓN DE INFORMACIÓN
Determinar la tasa de extracción óptima.	Estructura de costos de una operación minera. Commodities. Tasa de interés. VAN Inicial.	Aplicación del algoritmo de K. Lane. Cálculos matemáticos obtenidos en mesa de trabajo.
Determinar valores agregados por fracción.	Determinar fracción para correr prueba. Cuadro de estrategia óptima.	Cálculos matemáticos obtenidos en mesa de trabajo.
Determinar la influencia de los commodities y costos de oportunidad en la tasa de extracción.	Datos sobre los commodities y costos de oportunidad en varios escenarios.	Cálculos matemáticos comparativos en diferentes escenarios presentados.
Demostrar regla de Hotteling.	Tabla de Estrategia de explotación. Agotamiento de reservas.	Cálculos matemáticos y experiencias de diferentes tipos sobre estos factores.

Fuente: Propia.

Para la selección de la estrategia inicial, el resumen del flujo del análisis, se muestra en el siguiente gráfico:

Gráfico 03 Flujo de la selección de estrategia.



Fuente: Propia.

Luego para la selección de la estrategia de extracción tenemos el flujo circular, del algoritmo de Lane para calcular la mejor tasa de extracción por fracción.

Gráfico 04 Flujo para elegir el ritmo de extracción óptimo.



Fuente: Propia.

Este bucle se repite hasta agotar las reservas, compilando año tras año llegamos a formar la estrategia final para la operación minera.

Capítulo 8

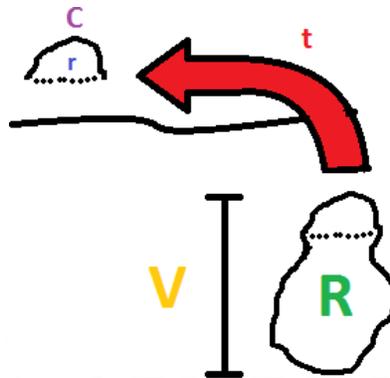
Desarrollo del problema

El problema planteado en la presente investigación, es maximizar el valor económico del recurso minero. Para alcanzar este objetivo tenemos que analizar el valor económico proveniente de cada periodo, en conjunto con el valor del proyecto a largo plazo.

Los recursos no renovables son de vida finita, este es el caso de los recursos minerales. En el yacimiento mineral existe una cantidad determinada del recurso minero, cada vez que este es explotado y atraviesa por el proceso mineral hasta llegar a su recuperación, este ya no podrá regresar al yacimiento y tendrá que ser descontado de estas reservas. Analizando lo anterior, podemos concluir que, es de vital importancia el encontrar la estrategia óptima de extracción del recurso y dicha estrategia no puede ser rígida, dado que las variables sufren el dinamismo del mercado. Entonces la estrategia hace referencia al ritmo y la forma con la que se extrae las reservas; es decir, cómo se explota la mina, cuál es la tasa de extracción que mejor se acomoda a las condiciones, y finalmente cuándo éste se agota.

En esta evaluación es crucial tener presente al tiempo y analizarlo ya que una cantidad de recurso explotado el día de hoy significa que el día de mañana se dispone de menos mineral para explotar. Esto, paralelamente, implica que el tamaño del recurso que queda después de cada periodo de extracción, disminuye a medida que se extraen las reservas, en otras palabras todos los periodos son diferentes. Podemos ilustrar este efecto en el siguiente gráfico, en la que vamos a idealizar un yacimiento mineral.

Gráfico 05 Recurso mineral y valor presente.



Fuente: Propia.

Donde:

R: recurso inicial.

r: fracción de recurso extraído en un periodo.

C: flujo de caja de explotar r del recurso R en un periodo.

V: Valor presente del proyecto.

t: Tiempo en el que se extrae r

En una estructura de costos específica, la cual es calculada por la dimensión de las instalaciones mineras y las tecnologías a utilizar, C (el flujo de caja), va a depender de la estrategia que se use. Normalmente, esta estrategia tiene que ver con las variables técnicas que de varias formas he interacciones, van a inferir en la vida de los recursos minerales y la operación minera, en consecuencia, va a afectar directamente con la rentabilidad de la operación. Estas variables son la tasa de extracción, el método de extracción a operar en el yacimiento, el ciclo de minado y secuencia de extracción, y las variables de corte que dinámicamente van separando la parte económicamente rentable del yacimiento. De todo esto se infiere que esta estrategia va a afectar directamente a las variables **C**, **V** y **t**.

1. Algoritmo de Lane

La presente investigación busca aplicar un análisis económico especial que pueda dar una solución al problema antes descrito, el cual por sus características es un problema

dinámico, por tener que actualizar el valor del recurso en el tiempo. La economía minera y las teorías pioneras en este campo, como los mencionados anteriormente, Gray (1914) y Hotelling (1931), buscan solucionar este tema. La regla del r por ciento de Hotelling, explica que el mineral debe ser extraído de manera tal, que la tasa de crecimiento del valor debe ser igual al costo de oportunidad (i en esta investigación). Lane (1997), utilizando esta teoría, propone que es posible, para cualquier momento durante la vida de la mina, la optimización de la estrategia de explotación en un recurso no renovable, al maximizar el siguiente algoritmo, con respecto a las variables utilizadas en la estrategia de extracción E .

$$v = \text{Max}_E \{ C - F \times t \}$$

Donde:

v : Beneficio económico agregado de explotar r .

C : flujo de caja de explotar r del recurso R en un periodo.

$F \times t$: Costo fijo adicional o Costo temporal.

Esta última variable se determina del producto de t que es el tiempo para extraer la fracción r y F que se define como:

$$F = i \cdot V - \Delta V / \Delta T$$

Donde:

i : costo de oportunidad (tasa de descuento).

ΔV : variación en el valor presente.

V : valor presente.

ΔT : variación del tiempo.

El primer término corresponde al beneficio de dinero que se pierde por operar la mina, luego tenemos al segundo término, el cual mide al cambio en el valor correspondiente al tiempo que transcurre para iniciar la extracción. Esto ocurre por lo cambiante del mercado

de los commodities minerales, lo que genera que una reserva mineral pueda variar su valor con respecto al tiempo en que se haga la evaluación.¹

Como ya se ha explicado anteriormente el valor presente es muy usado en la valoración de proyectos, por lo que es un indicador que se revisa a la hora de tomar una decisión, por lo tanto para maximizar tanto v como V , realizaremos un proceso iterativo donde el valor de V calculado nos servirá como valor inicial.

Para poder aplicar el algoritmo de Lane, tendremos que asumir una estructura de costos, la cual podemos ver en el Gráfico 06, esta corresponde a la operación para explotar el yacimiento del Gráfico 05, la cual asumiremos es una mina de cobre.

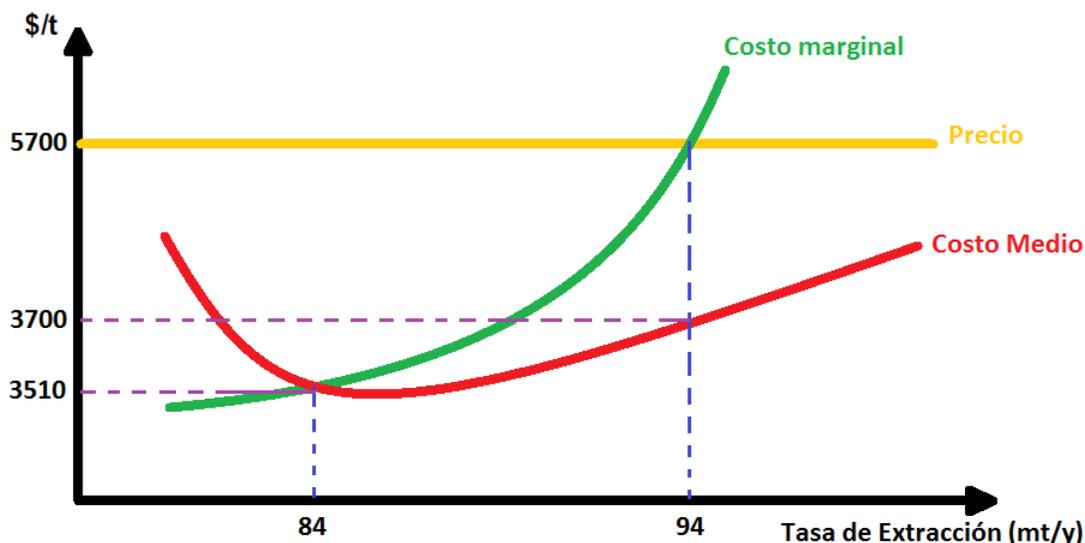
La tasa de extracción en miles de toneladas de cobre fino por año (mT/y) se ve representada en el eje horizontal, el cual hasta terminar las reservas conformaría la estrategia. El valor en dólares por tonelada de cobre (\$/t) se representa en el eje vertical.

En el caso del commodity estimado a largo plazo del cobre, se calcula en \$ 5700 /t. Cuando la tasa de extracción usada llega a 84 mt/y, el costo medio es el mínimo y asciende a \$ 3510/t; de la misma manera, el costo marginal (costo de la última tonelada) llega a ser igual al precio cuando la tasa de extracción asciende a 94 mt/y; con esas condiciones el costo medio aumenta a un valor de \$ 3700/t de cobre.²

¹Ver algoritmo Lane (1994), para mayor desarrollo.

² Esta estructura está desarrollada en base a un proyecto minero semejante al proyecto Conga de Buenaventura, donde se estima una producción potencial anual de 90,000 toneladas de cobre fino, según la compañía, con una vida útil de entre 15 a 20 años, de unas reservas de 3,200 millones de libras de cobre \approx 1.8 millones de toneladas de cobre.

Gráfico 06: Estructura de costos. Tasas de extracción versus costos.



Fuente: Propia.

Al ritmo de 84 mt/y, se aprecia que el margen operativo es de \$2190/t produciendo anualmente un beneficio neto que suma \$ 183.960 millones, por el contrario cuando la tasa asciende a 94 mt/y, el margen operativo disminuye a \$2000/t produciendo que el beneficio anual aumente a \$ 188.000 millones. Si el recurso fuera infinito, **la opción de 94 mt/y** maximizaría el valor total del depósito para cualquier costo de oportunidad. Sin embargo, un yacimiento mineral como ya lo hemos señalado anteriormente, tiene una cantidad de recursos fijos, para nuestro caso 1.8 M/t de cobre fino, entonces la vida del depósito y el valor total para una costo de oportunidad nulo con un ritmo de extracción de 84 mt/y es de 21.42 años y \$ 3,942 millones respectivamente, y 19.15 años y \$ 3,600 millones para la tasa de 94 mt/y; lo que haría al **ritmo de 84 mt/y** la opción más conveniente³.

En todo caso para un costo de oportunidad positivo, el ritmo óptimo de extracción se encontrará en un punto situado entre los valores extremos en algún lugar entre los dos valores extremos señalados de la estructura de costos. El cálculo y los flujos se adjuntan

³ Los valores del VAN con tasa cero los podemos ver en la Tabla 04.

en el Anexo 1. El resultado resumido lo podemos observar en la Tabla 04, en el cual se ve la variación del VAN del proyecto para aumentos sostenidos en el ritmo de explotación y en tres costos de oportunidad diferentes. Por razones de practicidad se asumirá un costo marginal, de la estructura de costos, lineal (en un caso real se utilizaría la ecuación de las curvas económicas, lo que no es parte de este ensayo), con una pendiente igual a 1 en el rango deseado (84 a 94 mt/y). Por lo tanto el costo medio sufre incrementos graduales, produciendo que el margen vaya decreciendo, lo cual se puede observar en la Tabla 04.

Tabla 04:
Resultados resumidos del VAN, a diferente costo de oportunidad “i”

TASA (mt)	MARGEN (\$/t)	FLUJO C. (m\$)	VM (Años)	VAN i = 15 % (\$USD)	VAN i = 17 % (\$USD)	VAN i = 20 % (\$USD)	VAN i = 0% (\$USD)
84	2190	183960	21.43	1,164,882,991.75	1,044,581,585.63	901,234,675.06	3,942,000,000
86	2160	185760	20.93	1,171,914,395.60	1,051,806,117.41	908,329,234.97	3,888,000,000
88	2120	186560	20.45	1,172,246,361.18	1,053,053,117.05	910,312,068.18	3,816,000,000
90	2080	187200	20.00	1,171,746,851.88	1,053,518,045.34	911,585,326.11	3,744,000,000
92	2040	187680	19.57	1,169,765,548.23	1,052,687,762.15	911,794,265.63	3,672,000,000
94	2000	188000	19.15	1,166,978,272.43	1,051,095,530.75	911,307,541.36	3,600,000,000

Fuente: Propia.

Para un costo de oportunidad de 20 % anual, el ritmo óptimo de extracción es de 92 mt/y por presentar mayor VAN. Sin embargo, el ritmo varía mientras el costo de oportunidad cambia siendo las tasas 90 y 88 mt/y óptimas para las tasas de 17 y 15 % respectivamente; si este ritmo pudiera variar a lo largo de la vida de la mina (en vez de ser fija a lo largo del proyecto), entonces, para cualquier costo de oportunidad positivo, sería posible encontrar un ritmo de extracción que incremente aún más el VAN. Para este fin trabajaremos con la expresión desarrollada por Lane antes descrita.

En la primera evaluación de esta investigación, no variaremos los precios y condiciones globales, por lo que se consideran no variables, el término $\Delta V/\Delta T$ se hace nulo en el algoritmo de Lane. Esto equivale a decir que el costo de oportunidad tiene que ver solo con la pérdida financiera al recibir los intereses generados en el caso de que el VAN hubiese sido invertido a un costo de oportunidad i durante t .

Lo que reduce la expresión a:

$$v = \text{Max} \{C - i \cdot V \cdot t\}$$

2. Primera aplicación práctica

En este trabajo de investigación vamos tomar el costo de oportunidad 17% como el interés razonable para evaluar la operación. En ese caso el VAN óptimo es de \$ 1 053 518 045 como se aprecia en la Tabla 04, lo que ocurre cuando el ritmo de extracción es de 90 mt/y para todo el LOM.

Si se hubieran extraído 94 mil toneladas, el valor agregado para cada uno de los ritmos de extracción lo podremos ver en la Tabla 05. En un primer cálculo, el valor agregado resulta de operar el flujo de caja “C” al cual se le resta el producto de la tasa de descuento “i”, el VAN V y el tiempo “t” que toma extraer la fracción que en este caso será de 94 mt.

Tabla 05
Cálculo de Valor Agregado año 1

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v1
84	2190	205860	1.119047619	\$5,440,733.76
86	2160	203040	1.09	\$7,281,646.92
88	2120	199280	1.068181818	\$7,970,700.40
90	2080	195520	1.04	\$8,462,018.17
92	2040	191760	1.02	\$8,768,496.04
94	2000	188000	1	\$8,901,932.29

Fuente: Propia.

El valor agregado que más nos conviene es el que se genera al extraer el primer incremento a la tasa de 94 mt/y por lo tanto esta sería la tasa recomendable para empezar la extracción y maximizar el valor final. EL valor de “C” en el primer año resultaría de multiplicar los 94 mt por el margen \$ 2 000 lo que nos da \$ 188 000 para el año inicial y las reserva se reducen de 1 800 a 1 706 miles de toneladas.

Ahora para los siguientes años la fracción de depósito a evaluar se mantendrá en 94 mil toneladas, por efectos prácticos en el cálculo, el flujo de caja pertenece a finales del año,

mientras el VAN, “V”, está referido a los inicios del mismo año, mientras que el valor remanente W será el nuevo VAN a principios del siguiente año y será calculado con la siguiente expresión:

$$W = V (1 + i) - C$$

Tabla 06
Cálculo del VAN remanente Año 1

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v1	W1
84	2190	205860	1.119047619	\$5,440,733.76	\$1,048,656,113.05
86	2160	203040	1.09	\$7,281,646.92	\$1,046,856,113.05
88	2120	199280	1.068181818	\$7,970,700.40	\$1,046,056,113.05
90	2080	195520	1.04	\$8,462,018.17	\$1,045,416,113.05
92	2040	191760	1.02	\$8,768,496.04	\$1,044,936,113.05
94	2000	188000	1	\$8,901,932.29	\$1,044,616,113.05

Fuente: Propia.

Utilizando los valores en la expresión, W resulta en \$ 1 044 Millones de dólares como podemos ver en la Tabla 06 y este valor tiene que ser utilizado para elegir el siguiente ritmo de extracción.

El procedimiento se repite para determinar el ritmo de extracción de los siguientes años hasta agotar las reservas del yacimiento.

EL ritmo variará conforme el yacimiento se va agotando como se ve en el cálculo presentado en el Anexo 2 donde llegamos hasta el año 21 en el cual el W se vuelve negativo, por el agotamiento de las reservas.

En la Tabla 07 resume la estrategia a largo plazo, a lo largo de la explotación del yacimiento, obtenida luego de aplicar el algoritmo a todos los años.

Tabla 07
Estrategia de extracción para la vida de la mina.

AÑO	RESERVAS	TASA	FLUJO	V. AGREG.	V. REMANE.
1	1800	94	\$188,000.00	\$8,901,932.29	\$1,053,518,045.34
2	1706	94	\$188,000.00	\$10,415,260.78	\$1,044,616,113.05
3	1612	94	\$188,000.00	\$12,185,855.12	\$1,034,200,852.26
4	1518	94	\$188,000.00	\$14,257,450.48	\$1,022,014,997.15
5	1424	92	\$187,680.00	\$16,361,217.07	\$1,007,757,546.66
6	1332	92	\$187,680.00	\$19,142,623.97	\$991,396,329.60
7	1240	90	\$187,200.00	\$21,916,870.04	\$972,253,705.63
8	1150	90	\$187,200.00	\$25,642,737.95	\$950,336,835.59
9	1060	88	\$186,560.00	\$29,362,003.40	\$924,694,097.64
10	972	88	\$186,560.00	\$34,353,543.98	\$895,332,094.23
11	884	86	\$185,760.00	\$39,393,646.46	\$860,978,550.25
12	798	86	\$185,760.00	\$46,090,566.35	\$821,584,903.80
13	712	86	\$185,760.00	\$53,925,962.64	\$775,494,337.44
14	626	86	\$185,760.00	\$63,093,376.28	\$721,568,374.81
15	540	86	\$185,760.00	\$73,819,250.25	\$658,474,998.52
16	454	84	\$183,960.00	\$84,568,522.79	\$584,655,748.27
17	370	84	\$183,960.00	\$98,945,171.67	\$500,087,225.48
18	286	84	\$183,960.00	\$115,765,850.85	\$401,142,053.81
19	202	84	\$183,960.00	\$135,446,045.50	\$285,376,202.96
20	118	84	\$183,960.00	\$158,471,873.23	\$149,930,157.46
21	34	34	\$74,460.00	\$75,912,091.68	-\$8,541,715.77
				\$1,137,971,852.79	

Fuente: Propia.

A medida que el recurso es consumido el ritmo de extracción va disminuyendo hasta que llega al ritmo con el margen más alto, cumpliendo con la teoría del r por ciento de Hotelling, sin embargo las tasas de extracción trabajadas son enteras, sin decimales, esto genera que la regla del r -por ciento de Hotelling no pueda ser lograda exactamente.

El valor final que resulta de aplicar la optimización y calculado de sumar los valores agregados es de \$1 137 971 852.79, una cifra que es mayor al valor inicial de \$ 1 053 518 045.34, lo que significa que al ajustar el ritmo de extracción se ha ganado una rentabilidad adicional debido a que hemos tomado la mejor opción para cada año.

3. Segunda aplicación práctica

Otro de los problemas propuestos por esta investigación es ver qué efectos tiene en la operación cuando sucede un cambio repentino en las condiciones de mercado, para esto se propondrá dos cambios del precio del cobre fino, pero este será transitorio esto quiere decir que regresará a su precio esperado al cabo de un año.

El primer cambio de precio sucederá en el primer año en el que vamos a asumir que hay una caída del precio de 200 \$/t, regresando a su precio normal a inicios del año 2. El segundo cambio sucederá el año 8 en el que el precio subirá 150 \$/t y volverá a su precio normal a inicios del año 9.

Estos cambio definitivamente tiene que influir en la nueva estrategia de extracción pues, al bajar el precio el Van va a variar y esto inevitablemente va a necesitar un nuevo equilibrio económico. Este cambio se refleja en la Tabla 08 en la que podemos ver los flujos debidos al cambio en el precio. Estos flujos producen un VAN propio de - \$12 223 814.02 como se observa en la Tabla 09 en la que al sumarle el VAN base del proyecto podemos ver el cambio global que equivale a \$1,041,294,231.32

Tabla 08
Flujos por cambios en el precio.

0	1	2	3	4	5	6	7	8
\$1,053,518,045	-\$18,800,000	\$0.00	\$0.00	\$0.00	\$0.00	\$0.00	\$0.00	\$13,500,000.00

Fuente: Propia.

Tabla 09
VAN sin cambio de estrategia.

Tasa de interés	17%
VAN de los flujos	-\$12,223,814.02
Nuevo VAN Global	\$1,041,294,231

Fuente: Propia.

Ahora evaluamos una nueva estrategia para optimizar el valor con los nuevos cambios, para esto volvemos a usar el algoritmo de Lane, pero ahora el cambio de precio produce

una variación en el término $\Delta V/\Delta T$ que en la primera evaluación consideramos nulo; esto sucede debido a que el precio varía por un año, haciendo que el resto del tiempo en el que se extrae la fracción el precio, se debe considerar el esperado tanto para la subida de precio, como la bajada.

Esto quiere decir que, por ejemplo para el primer cambio de precio del primer año para el ritmo de extracción de 84 mt, la vida de la mina sería de 1.12, como podemos notar en la Tabla 10, esto quiere decir que el flujo aportante del primer año será calculado con el precio de 5500 \$/t y el 0.12 de año restante, del segundo año de extracción, de la primera fracción evaluada, con el precio de inicial de 5700 \$/t.

Tabla 10
Margen y Flujo de Caja del primer cambio de precio.

TASA	MARGEN (\$/t)		FLUJO C. (\$/t)		T. MINADO (Años)
	P = 5700	P = 5500	P = 5700	P = 5500	
84	2190	1990	205860	189060	1.12
86	2160	1960	203040	185840	1.09
88	2120	1920	199280	181680	1.07
90	2080	1880	195520	177520	1.04
92	2040	1840	191760	173360	1.02
94	2000	1800	188000	169200	1

Fuente: Propia.

Este nuevo flujo ahora, nos va a dar un nuevo valor agregado para la primera fracción y con este valor podemos calcular el nuevo primer VAN remanente y por ende la nueva tasa de extracción, para el primer año como podemos ver en la Tabla 11.

Tabla 11
Selección de ritmo de extracción de la primera fracción de 94 000 toneladas.

Mt/Y	MARGEN (\$/t)		FLUJO C. (\$/t)		Años	v1	W1
	P = 5700	P = 5500	P = 5700	P = 5500			
84	2190	1990	205860	189060	1.12	-\$11,359,266	\$1,048,656,113
86	2160	1960	203040	185840	1.09	-\$9,918,353	\$1,046,856,113
88	2120	1920	199280	181680	1.07	-\$9,629,299	\$1,046,056,113
90	2080	1880	195520	177520	1.04	-\$9,537,981	\$1,045,416,113

92	2040	1840	191760	173360	1.02	-\$9,631,503	\$1,044,936,113
94	2000	1800	188000	169200	1	-\$9,898,067	\$1,044,616,113

Fuente: Propia.

Como podemos ver, no se puede adquirir un valor agregado ante una caída de precio, pero si se puede evitar una pérdida mayor eligiendo la tasa de 90 000 toneladas por año. En el Anexo 3 podemos ver el recálculo de los siguientes años hasta el año 8, ya que en este año vamos a realizar la misma evaluación pero, con el aumento de precio a 5850 \$/t. En la Tabla 12 podemos observar que al igual que en el caso de la bajada de precio, ante una subida hay cambios en el flujo pero por obvias razones ahora es un flujo mayor.

Tabla 12
Nuevos márgenes y flujos de caja para aumento de precio en la fracción del año 08.

Mt/y	MARGEN (\$/t)		FLUJO C. (\$/t)		Años
	P = 5700	P = 5850	P = 5700	P = 5850	
84	2190	2340	205860	218460	1.12
86	2160	2310	203040	215940	1.09
88	2120	2270	199280	212480	1.07
90	2080	2230	195520	209020	1.04
92	2040	2190	191760	205560	1.02
94	2000	2150	188000	202100	1

Fuente: Propia.

Para la estrategia evaluada sin cambios en las condiciones, la tasa de extracción del año 08 sería de 90 000 toneladas por año, pero como podemos apreciar en la Tabla 13, al aumentar el flujo ahora la tasa pertinente correspondiente a este año ha subido a 94 000 toneladas.

Tabla 13
Nuevo cálculo para la estrategia del año 08.

Mt/y	MARGEN (\$/t)		FLUJO C. (\$/t)		Años	V8	W8
	P = 5700	P = 5850	P = 5700	P = 5850			
84	2190	2340	205860	218460	1.12	\$37,279,337	\$930,335,091
86	2160	2310	203040	215940	1.09	\$38,972,840	\$928,535,091
88	2120	2270	199280	212480	1.07	\$39,534,821	\$927,735,091

90	2080	2230	195520	209020	1.04	\$39,918,047	\$927,095,091
92	2040	2190	191760	205560	1.02	\$40,134,177	\$926,615,091
94	2000	2150	188000	202100	1	\$40,193,875	\$926,295,091

Fuente: Propia.

Ahora, con estos cambios la nueva estrategia de explotación se corrige y la podemos apreciar en la Tabla 14.

Tabla 14
Nueva estrategia de explotación.

AÑO	RESERVAS	TASA	FLUJO	V. AGREG.	V. REMANE.
1	1800	90	\$187,200.00	\$8,101,932.29	\$1,053,518,045.34
2	1710	94	\$188,000.00	\$10,279,260.78	\$1,045,416,113.05
3	1616	94	\$188,000.00	\$12,026,735.12	\$1,035,136,852.26
4	1522	94	\$188,000.00	\$14,071,280.08	\$1,023,110,117.15
5	1428	92	\$187,680.00	\$16,143,397.70	\$1,009,038,837.06
6	1336	92	\$187,680.00	\$18,887,775.31	\$992,895,439.37
7	1244	90	\$187,200.00	\$21,618,697.11	\$974,007,664.06
8	1154	94	\$188,000.00	\$26,093,875.62	\$952,388,966.95
9	1060	88	\$186,560.00	\$29,089,834.47	\$926,295,091.33
10	972	88	\$186,560.00	\$34,035,106.33	\$897,205,256.85
11	884	86	\$185,760.00	\$39,021,074.41	\$863,170,150.52
12	798	86	\$185,760.00	\$45,654,657.06	\$824,149,076.11
13	712	86	\$185,760.00	\$53,415,948.76	\$778,494,419.05
14	626	86	\$185,760.00	\$62,496,660.05	\$725,078,470.28
15	540	86	\$185,760.00	\$73,121,092.26	\$662,581,810.23
16	454	84	\$183,960.00	\$83,751,677.95	\$589,460,717.97
17	370	84	\$183,960.00	\$97,989,463.20	\$505,709,040.03
18	286	84	\$183,960.00	\$114,647,671.94	\$407,719,576.83
19	202	84	\$183,960.00	\$134,137,776.17	\$293,071,904.89
20	118	84	\$183,960.00	\$156,941,198.12	\$158,934,128.72
21	34	34	\$1,156.00	\$817,201.80	\$1,992,930.60
				\$1,052,342,316.53	

Fuente: Propia.

Como se aprecia en la tabla anterior, el valor agregado final resulta siendo \$ **1 052 342 316.53**, valor que es apenas menor que la semilla inicial de \$ **1 053 518 045.34**, esto debido a los cambios de precio.

Capítulo 9

Discusión de Resultados

Para el desarrollo del problema y posterior solución se ha desarrollado un cálculo que empieza con una evaluación económica con respecto a una estructura de costos, un rango de tasas de extracción con cambios discretos y el precio del cobre.

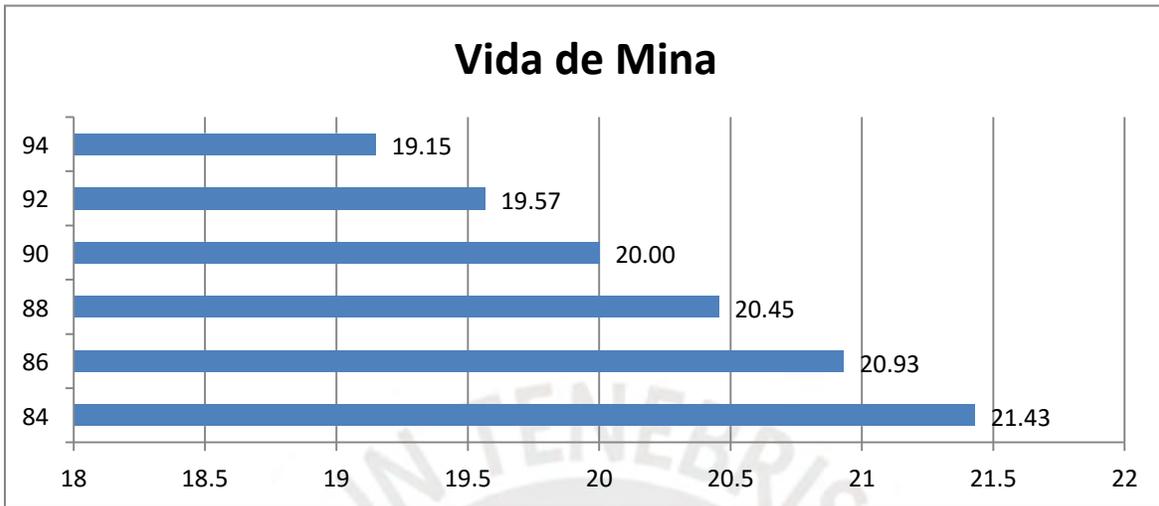
Esta evaluación económica analiza el VAN de los flujos producto de los márgenes y los ritmos de extracción, en el tiempo en el que se agotan las reservas para cada uno de esto.

En la estructura de costos de un caso real, cada curva de costos tendría una ecuación en la que se podría reemplazar las variables necesarias para luego obtener los márgenes necesarios que vamos a utilizar para hacer la optimización dinámica, para esta investigación y por practicidad, vamos a considerar un margen con un cambio lineal ya que ese no es el objetivo del análisis planteado.

La tasa de interés de 17% es asumida como una tasa coherente con el mercado minero, como reflejo del riesgo al que es sometido al capital y las condiciones de mercado.

La vida de mina va a variar conforme el ritmo de extracción varía como se puede apreciar en el Gráfico 07, a mayor ritmo de extracción menos vida de mina.

Gráfico 07 Vida de Mina

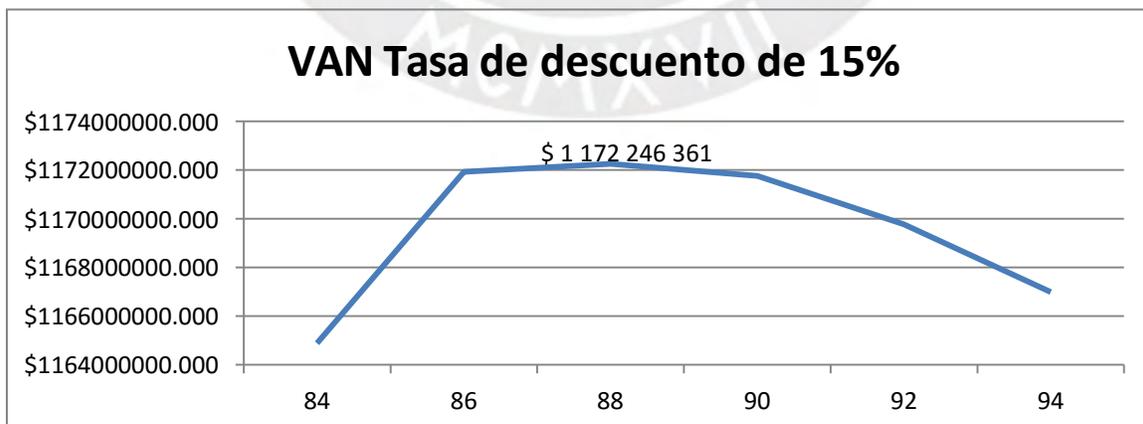


Fuente: Propia.

1. Evaluación de VAN vs. Tasas de extracción

El cálculo del VAN en la primera parte de la solución del problema nos demuestra que el punto óptimo de extracción se encuentra entre los dos extremos del rango de tasas, dándonos un máximo para cada caso; es así que para la tasa de 15% tenemos un VAN de \$ 1 172 246 361 como podemos ver en el Gráfico 08 correspondiente a la tasa 88 000 t por año.

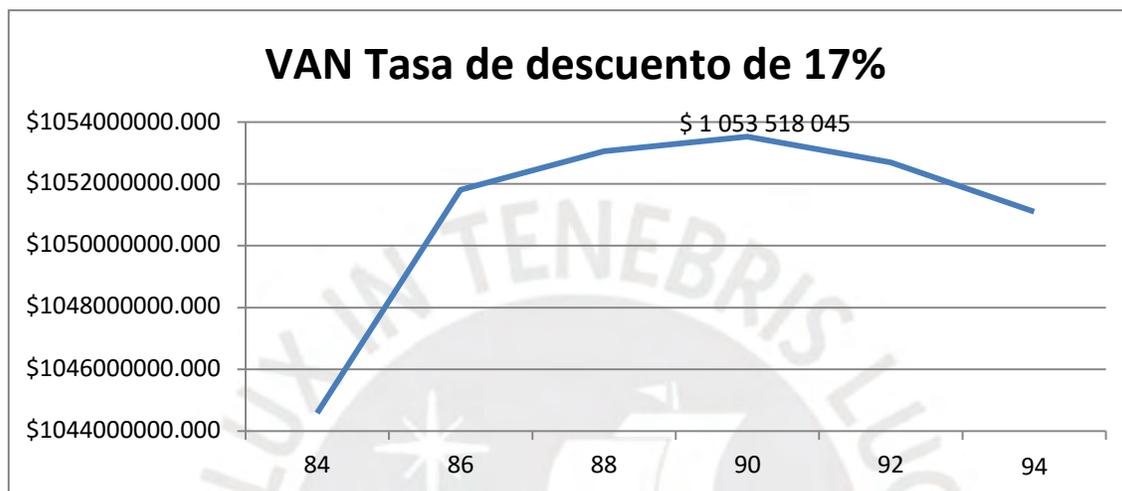
Gráfico 08 Dólares versus miles de toneladas por año, interés 15%.



Fuente: Propia.

Por otro lado, en el caso de la tasa de interés de 17%, el VAN óptimo sería de toneladas por año que corresponde con la tasa de 90 000 toneladas por año, como se puede apreciar en el Gráfico 09.

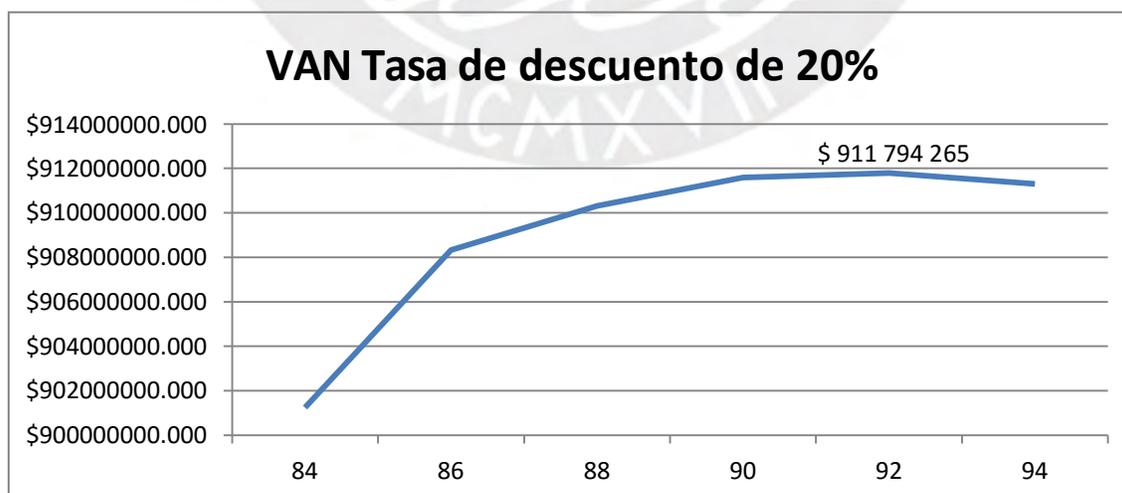
Gráfico 09 Dólares versus miles de toneladas por año, interés 17%.



Fuente: Propia.

En el caso de la tasa de 20% tenemos un efecto similar, en el que el VAN óptimo es de \$ 911 794 265 como podemos ver en el Gráfico 10 y corresponde al ritmo de extracción de 92 000 toneladas por año.

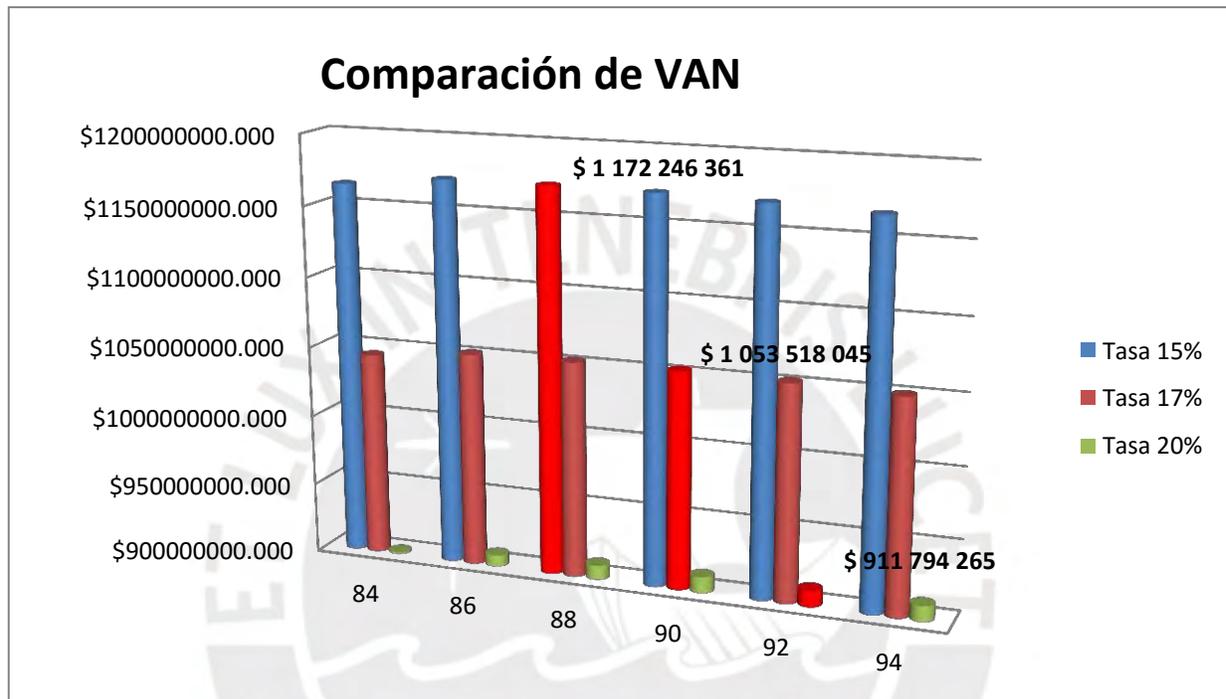
Gráfico 10 Dólares versus miles de toneladas por año, interés 20%.



Fuente: Propia.

Comparando los resultados podemos ver que en los tres se comprueba lo del punto intermedio y además se puede apreciar cómo la rentabilidad se ve afectada por la tasa de interés, lo podemos observar en el Gráfico 11.

Gráfico 11 Comparación de los VAN para las tres diferentes tasas.



Fuente: Propia.

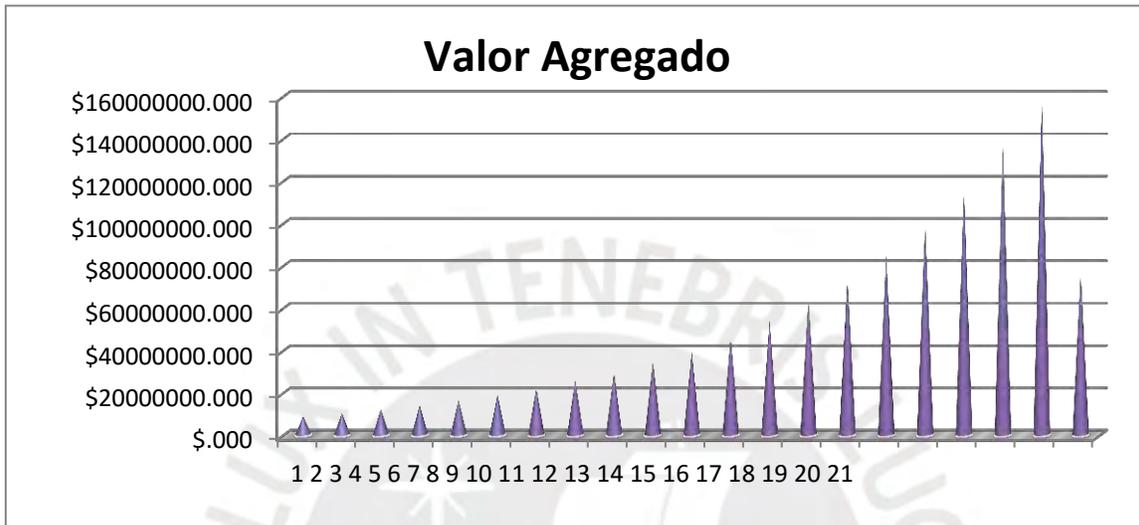
El valor correspondiente a la tasa 17%, equivale a \$ 1 053 518 045 y va a ser tomado como semilla inicial de la optimización y como un valor a ser comparado para ver cuánto varía el valor debido al uso fraccionado del algoritmo de Lane.

2. Resultados de la Evaluación dinámica

La fracción a evaluar como ya antes se señaló es de 94 000 toneladas la que nos va a generar un valor agregado para cada tasa de extracción y al elegir la mayor vamos aprovechando la mejor opción para ese momento. Al analizar el valor agregado calculado, empezamos a elegir el mayor para cada año hasta finalizar con las reservas. En ese contexto, la optimización, en forma de valor remanente, y la cantidad removida de las

reservas generan un nuevo valor agregado v que pertenece al flujo base y ya no a la fracción, estas las podemos ver en el Gráfico 12.

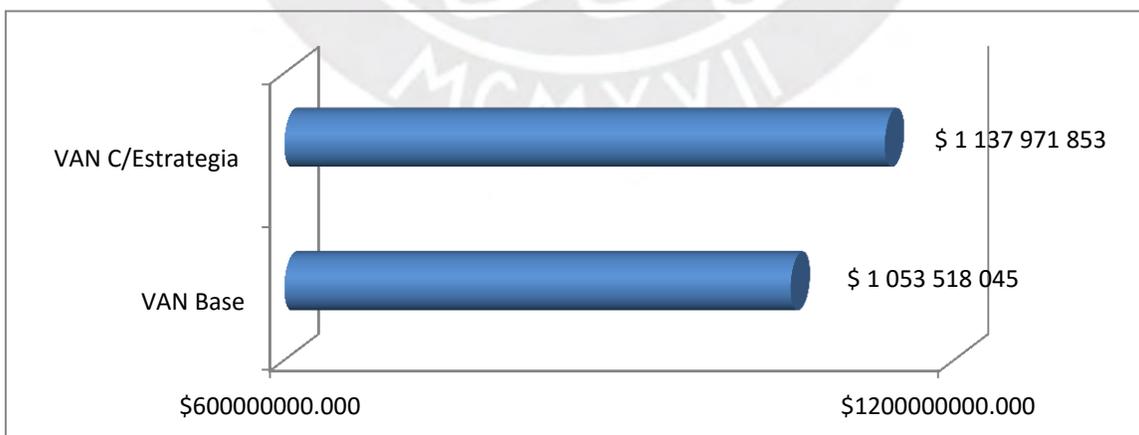
Gráfico 12 Valor Agregado anual.



Fuente: Propia.

El valor final acumulado de estos valores agregados suman \$1 137 971 852.79, el que es el valor generado por optimizar y que es mayor al VAN inicial de evaluación como lo vemos en el Gráfico 13.

Gráfico 13 Comparación de los VAN generados en la primera evaluación.

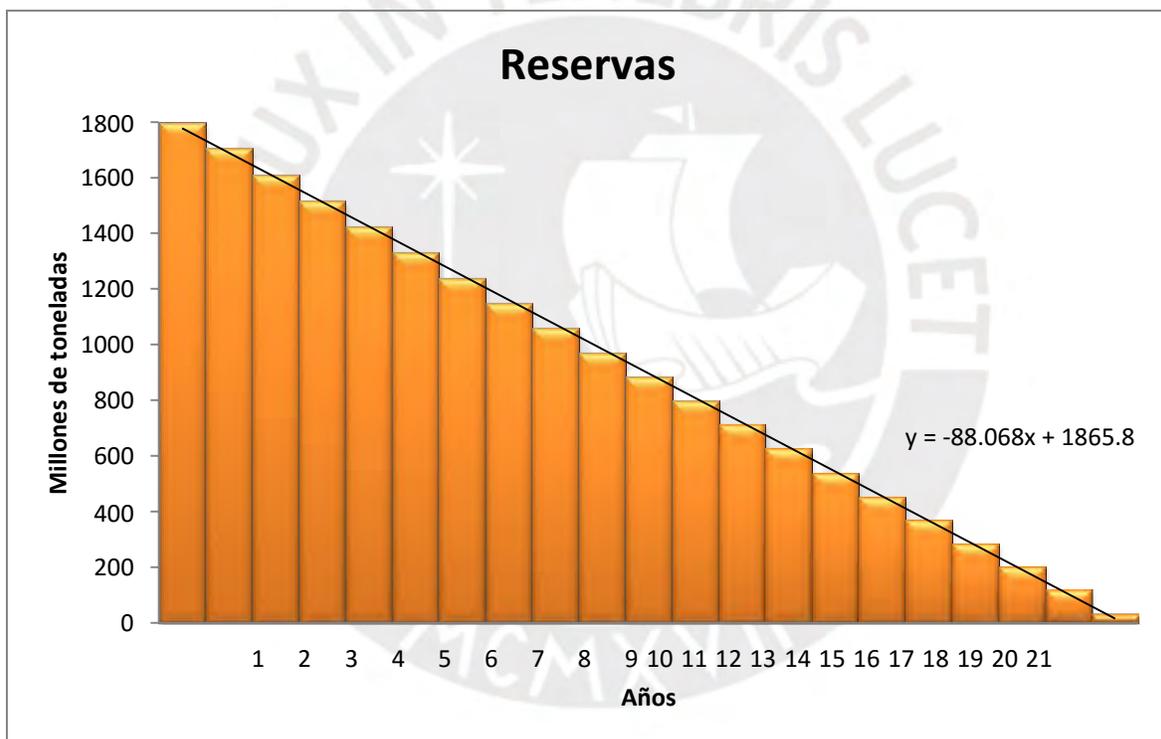


Fuente: Propia.

3. Resultado del agotamiento de reservas

Mientras tanto las reservas se van agotando al ritmo de extracción optimizado, y acercándose a la teoría de Hotelling, como lo podemos apreciar en el Gráfico 14 donde se encuentra la ecuación del agotamiento respecto al tiempo en el que tenemos una pendiente de -0.88068% lo que equivale a una pendiente equivalente positiva de $1 - 0.88068 = 0.11932\% \approx 0.12\%$ que se acerca a los 17% de la tasa de interés, esta diferencia es debida a que las tasas de extracción son enteras y no permiten un ajuste exacto.

Gráfico 14 Agotamiento de las reservas con respecto al tiempo.



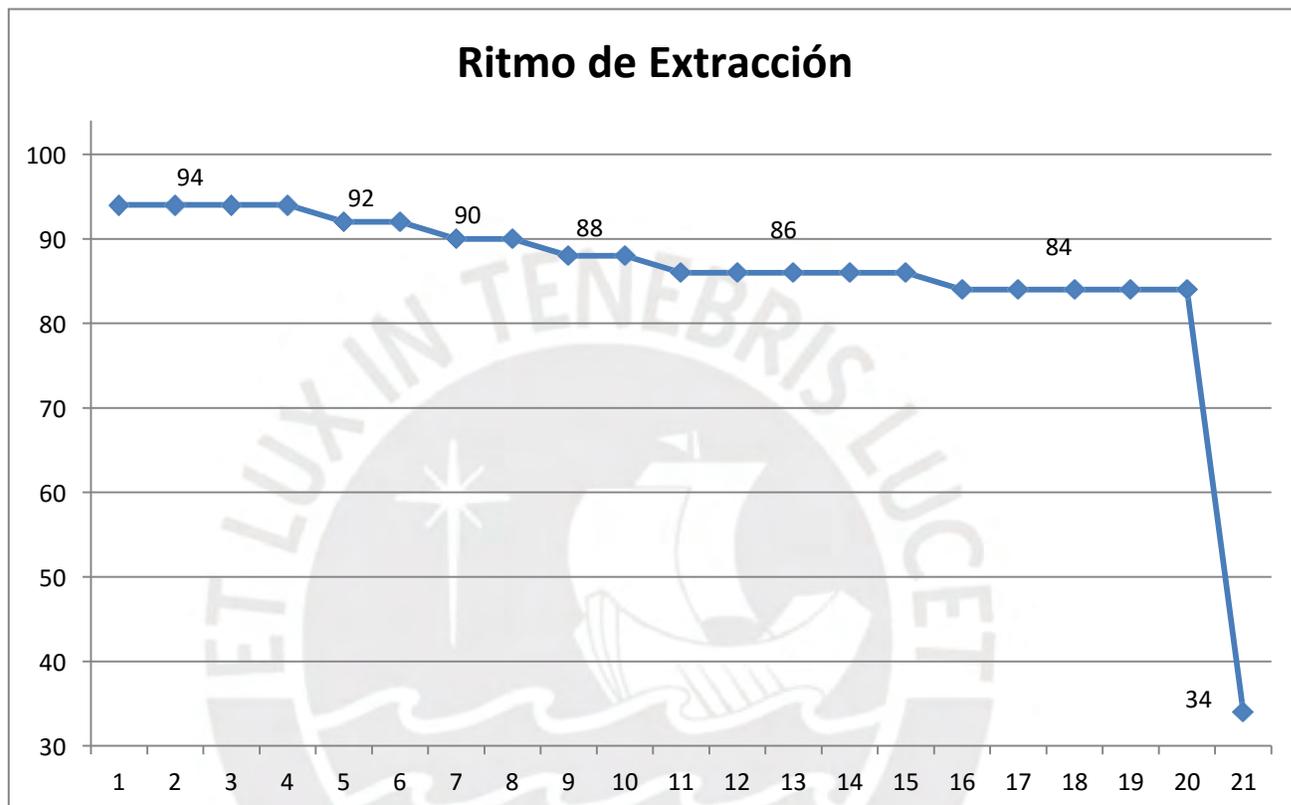
Fuente: Propia.

Al final, la estrategia de extracción refleja el ajuste por agotamiento, como lo podemos observar en el Gráfico 15.

Todos estos cálculos nos demuestran que tenemos que tener presente la calidad y cantidad de reservas, en todo momento de la extracción para poder llegar a las

producciones estimadas y alcanzar la rentabilidad esperada para toda la vida de la operación minera.

Gráfico 15 Estrategia de extracción optimizada.



Fuente: Propia.

El análisis final lo podemos ver en la Tabla 15, donde vemos que el valor final del VAN optimizado es considerable.

Tabla 15
Resultado de la variación de precios

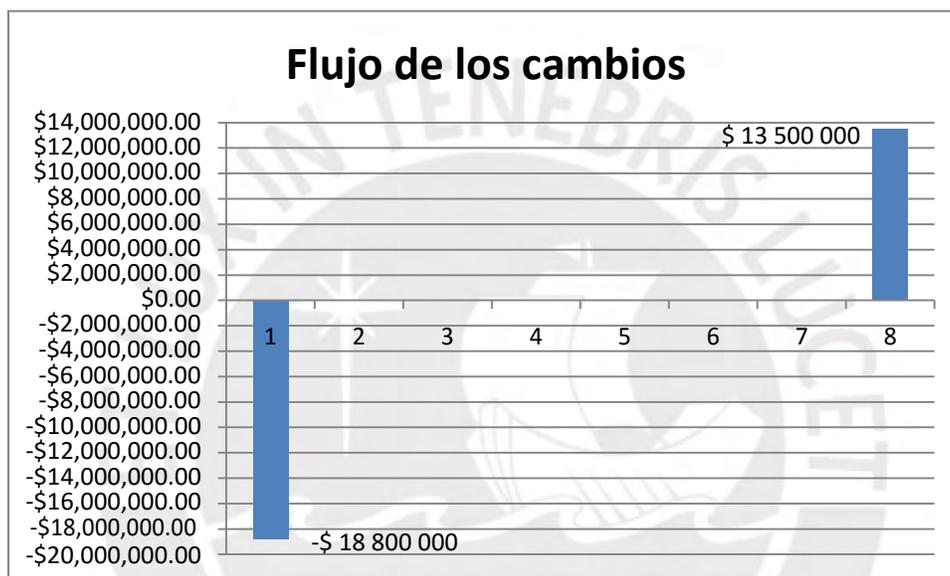
Tabla de Comparación Final	
VAN Base	\$1,053,518,045.34
VAN C/Estrategia	\$1,137,971,852.79
Valor Agregado Global Optimizado	\$84,453,807.45

Fuente: Propia.

4. Evaluación sin estrategia

Los cambios ya descritos anteriormente se realizan en el año 1 y 8, podemos ver los flujos en el Gráfico 16. Los cuales para evaluarlos son traídos a términos de dinero del día de hoy y sumados a la semilla inicial de \$1 053 518 045.34; el valor resultante de los flujos nos resultó negativo debido a que la baja de precios del primer año fue alta.

Gráfico 16 Flujos de los cambios de precio, en el tiempo.



Tasa de interés	17%
VAN de los flujos	-\$12,223,814.02
Nuevo VAN Global	\$1,041,294,231.32

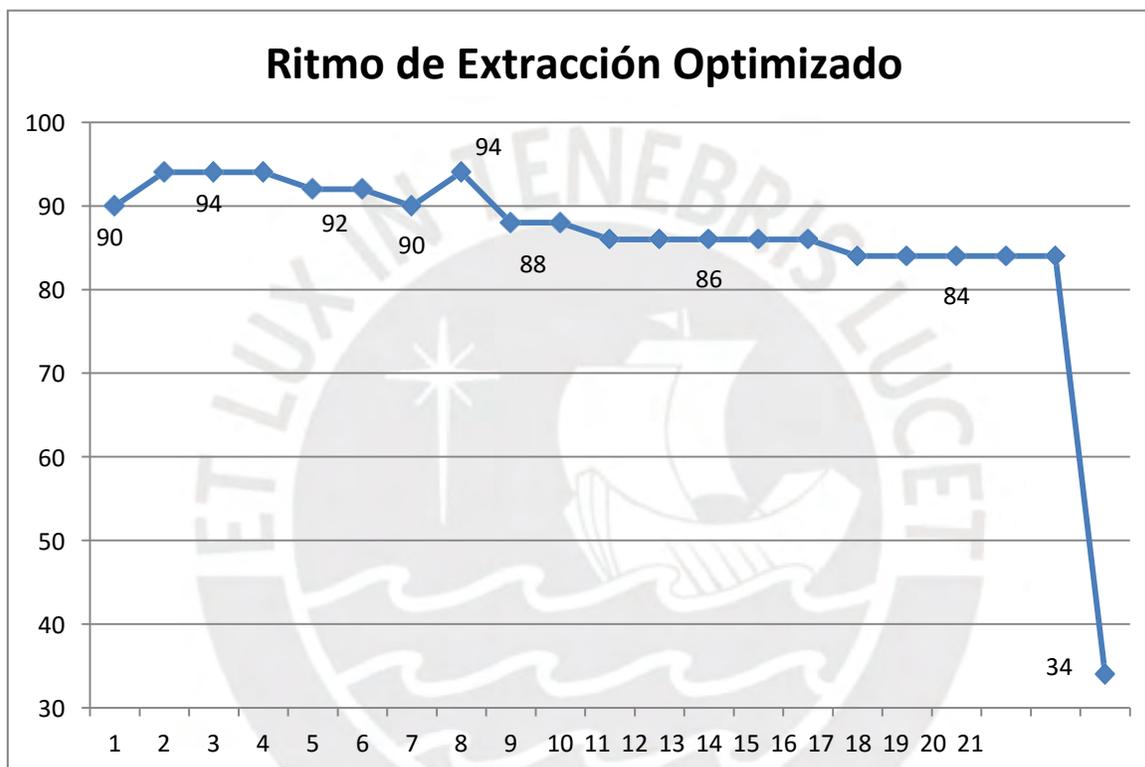
Fuente: Propia.

El nuevo VAN nos indica que los cambios en el precio si lo tomáramos arbitrariamente y no le diéramos el análisis planteado en este trabajo de investigación, la pérdida será de más de 12 millones sobre el VAN inicial considerado.

5. Evaluación con estrategia

Por otro lado, cuando aplicamos la optimización el ritmo de extracción se corrige, como lo vimos en la sección anterior, dejando la extracción de las reservas como lo vemos en el Gráfico 17.

Gráfico 17 Ritmo de extracción optimizado, para cambios de precio.

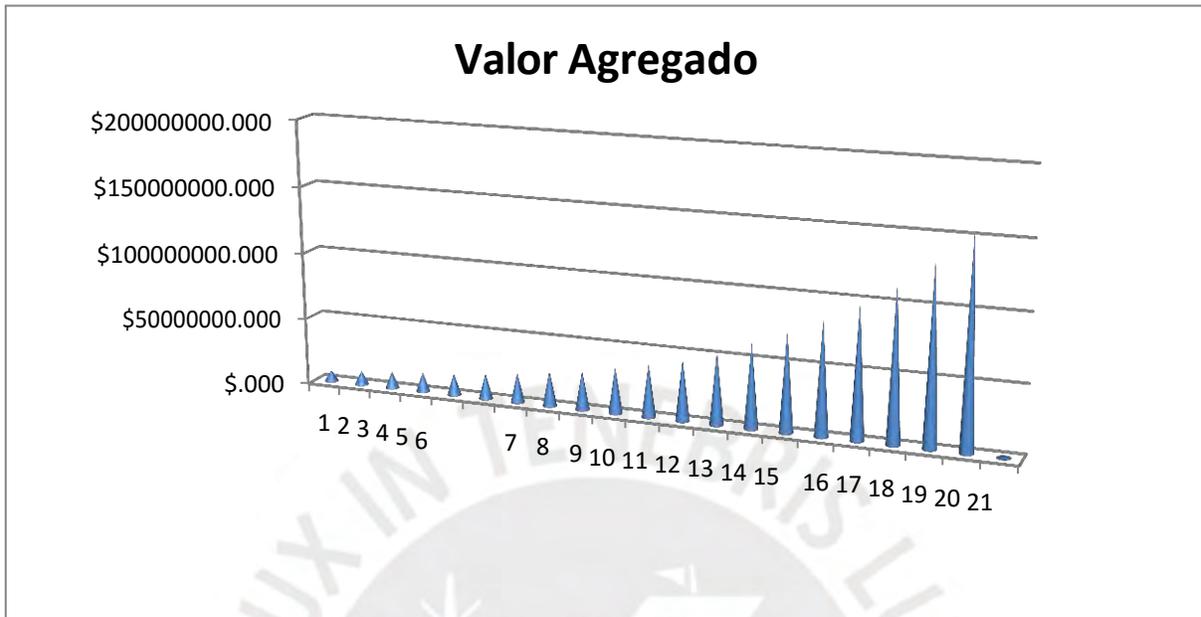


Fuente: Propia.

El año 1, al caer el precio la tasa desciende pero no hasta el primer ritmo de extracción sino lo suficiente para mantener el valor final buscado, lo mismo sucede cuando en el año 8 el precio sube, pero no hasta la tasa más alta, al contrario solo sube hasta una tasa suficientemente óptima como para alcanzar la rentabilidad máxima.

La suma de los valores agregados que vemos en el Gráfico 18 nos da un valor agregado total de \$1 052 342 316.53, el cual es un valor muy cercano al del VAN esperado al comienzo del análisis.

Gráfico 18 Valores agregados de nueva estrategia.

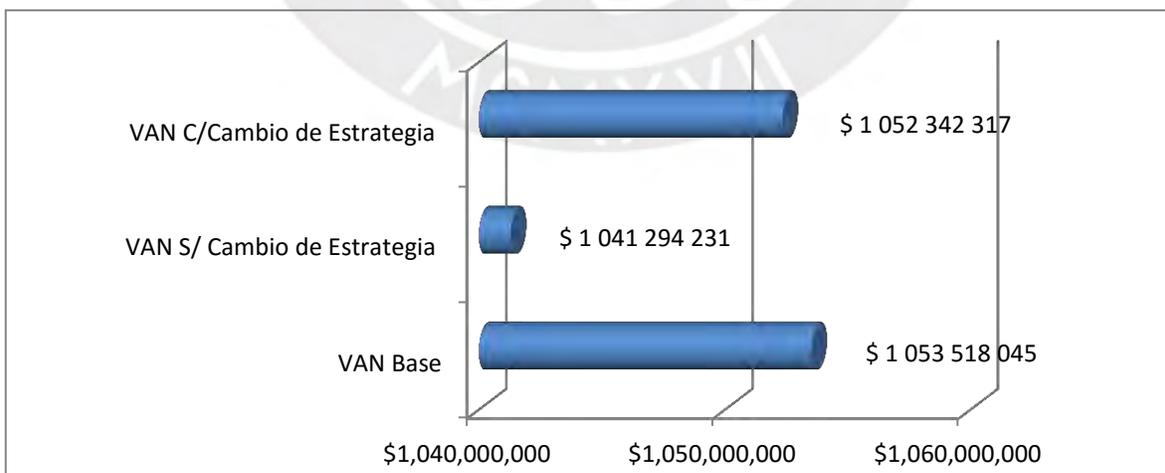


Fuente: Propia.

6. Comparación de los resultados:

En una comparación podemos ver que esta suma es mayor que el VAN generado sin ninguna estrategia, esto lo podemos observar en el Gráfico 19; también podemos ver que el nuevo valor es apenas menor al valor buscado al inicio de la evaluación.

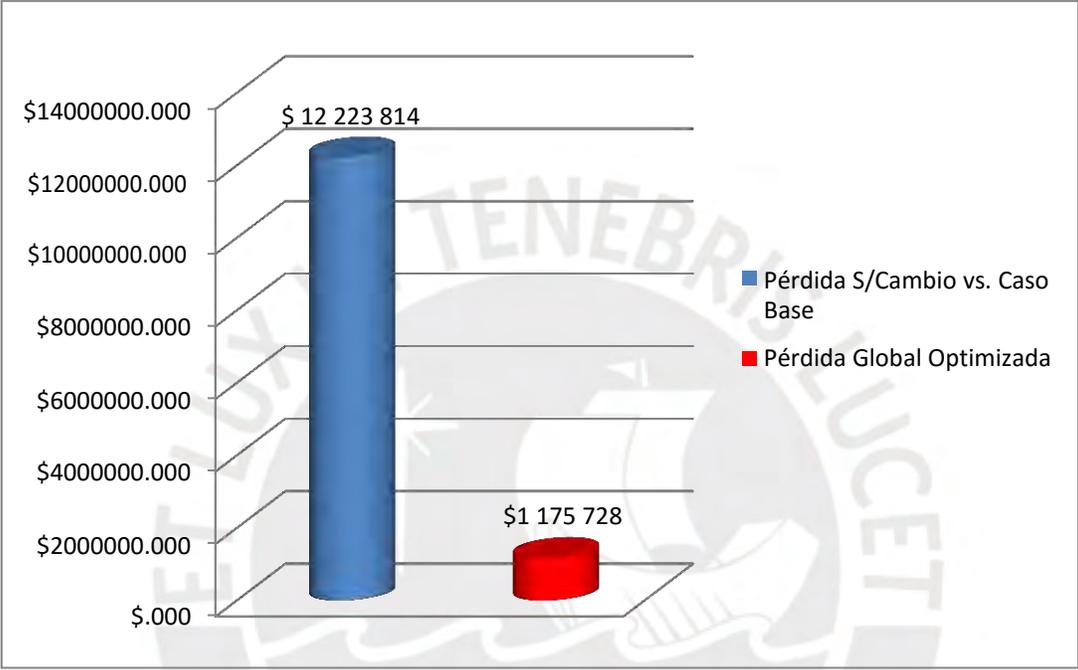
Gráfico 19 Comparación de VAN



Fuente: Propia.

Esta optimización nos ha evitado una pérdida mayor debido al cambio de precios, esto lo podemos apreciar en el Gráfico 20 donde vemos que la pérdida sin estrategia es considerablemente mayor.

Gráfico 20 Comparación entre pérdidas generadas para cada caso.



Fuente: Propia.

Como podemos apreciar la pérdida optimizada sería de \$1 175 728 este valor refleja la distribución de la pérdida en la estrategia de extracción, comprobando una vez más una mejora en la extracción.

Capítulo 10

Conclusiones

Las conclusiones del presente trabajo de investigación son sustentadas con el desarrollo del problema y posterior discusión de resultados, para esto hay que considerar que el análisis matemático y la aplicación del algoritmo se realizaron a partir de datos físicos en gabinete, luego fue usada una hoja de cálculo, en este caso, el software Microsoft Excel para un mejor flujo de los cálculos e interpretación de resultado. Además la elección de los datos necesarios para la aplicación del algoritmo se realizó utilizando datos del reporte integrado de una operación minera, pero que ha sido modificado para una aplicación conceptual, además de la confidencialidad pedida por la empresa.

Los resultados generados del uso del algoritmo de K. Lane han cubierto los objetivos de la investigación, para lo que se ha utilizado los datos asumidos además del uso de técnicas de obtención de información.

1. Resumen del flujo de los cálculos

Para efectos del presente trabajo, en primer lugar se asumió tasas de descuento pertinentes y con estas se calculó el valor presente óptimo, para cada una de ellas, luego se calculó el valor óptimo inicial que corresponde a una de las tasas de extracción fijas, la cual se utilizó para toda la vida de la mina. Después se aplicó el algoritmo, para esto se asumió una fracción inicial que se va a extraer del yacimiento y le dio un valor de volumen específico y por último definimos la producción para el primer año de operación con la tasa a la que se obtiene el máximo valor agregado. El VAN remanente (W) es estimado y con él se elige el ritmo óptimo de extracción para el segundo periodo, este procedimiento se repite para cada uno de los siguientes periodos hasta que se logra consumir todas las reservas. Al final se logró obtener que nuestro VAN sea mayor al valor inicial, en donde se comprueba la eficiencia del algoritmo para efectos de extracción de reservas, maximizando del beneficio económico. Además, se comprobó que la tasa de crecimiento del valor agregado y la tasa de descuento se ajustan, comprobando la regla de Hotelling

del r-porciento, también debemos poder observar cómo es que el dinamismo de la tasa de extracción ayuda a generar este máximo beneficio.

En el otro caso que se analizó, se observó que hay variaciones de precio, aplicando el mismo criterio del primer ejercicio el valor va a variar, tratado de acomodarse a la mejor opción. Los resultados son consistentes con las variaciones de las variables del mercado, ya que una disminución en los commodities es el reflejo de una producción en exceso para una demanda baja de la materia prima a la que hace referencia.

Se evidencia con los resultados, lo sensible que es el mercado minero, ante un cambio en los commodities, ya que afectan a la economía del proyecto, pero cabe resaltar que no es el único factor que influye, ya que también lo son el social y ambiental que últimamente en nuestro país ha generado varios problemas y estancamientos de proyectos ya que hacen variar el costo de oportunidad a tal punto de dejar inviables a estos proyectos.

Por todo lo trabajado, en los anteriores capítulos, en esta investigación se llegó a comprobar los siguientes puntos:

- Se logró encontrar una tasa óptima de extracción global de las reservas, para los próximos años y también las tasas de extracción puntuales desde el comienzo de la extracción del yacimiento al aplicar el algoritmo de K. Lane, el cual resulta ser una herramienta bastante útil al momento de la fase de planeamiento de mina.
- Una conclusión importante es la que se puede llegar al comprobar de manera práctica, como el uso de estrategias desde la perspectiva de la economía minera, sobre el ritmo de extracción puede optimizar una operación minera.
- Toda la información presentada en este trabajo refleja que la minería es un negocio bastante desafiante y rentable, al aplicar ciertas herramientas como la desarrollada en este trabajo.

- Se logró comprobar que, el valor económico agregado no es aquel que se le atribuye al recurso mineral in situ, sino es el valor agregado que los ingenieros de minas le generan al valor final de la reserva mineral in situ, a través de su análisis e ingenio y su habilidad de aplicación de diversas herramientas que facilitan su extracción pero que sea rentable.
- Si bien Hotelling es el pionero de la economía de los recursos no renovables, él no tomo en cuenta las variables específicas del negocio minero, las cuales van cambiando y dinamizando este negocio, por otro lado Lane al tomarlas en consideración logro crear un algoritmo, el cual puede adaptar el comportamiento de las variables de mercado y acomodar la tasa de extracción a esto, evidenciando la utilidad de estas herramientas de la economía minera en el mercado.
- Se logró observar como el constante cambio del precio de los metales y demás commodities en el mercado, logra variar la tasa de extracción pero que al aplicarlas al algoritmo este logra arrojar una tasa de extracción óptima para estos inconvenientes.
- La economía minera y su desenvolvimiento dependen muy sensiblemente de los cambios en el mercado, es por eso que es muy necesario realizar análisis de sensibilidad para así, tener planes de contingencia, listos ante cualquier eventual circunstancia.
- Por último se demostró con cifras la cantidad de dinero que este método nos puede significar.

2. Recomendaciones

Algunas recomendaciones finales sobre esta investigación:

- Se recomienda que, al momento de empezar la planificación de un proyecto minero o uno que ya está ejecución se aplique este algoritmo, el cual ya viene siendo usado en otros países, en donde ya ha demostrado su eficiencia y buen resultado.
- Se recomienda fomentar el uso de este algoritmo en nuestro país ya que es muy poco usado. Sobre todo, que para trabajos futuros sobre economía minera se utilice este algoritmo para analizar los diferentes proyectos y operaciones mineras en el país.
- Si bien es cierto que, existen diversas herramientas al momento de realizar una planificación de un proyecto minero, es necesario mencionar que este método solo se puede aplicar si se tiene todos los datos utilizados en este trabajo, como las variables de corte, reservas, costos de operación, costo medio, costo marginal, y capacidad de planta.

En resumen, esta aplicación de la economía minera nos puede ofrecer pautas para desarrollar la estrategia por la cual una reserva mineral debería ser extraída, para maximizar el VAN correspondiente a cada periodo y así lograr el mismo efecto en el valor final de todo el proyecto. Para medir el valor agregado verdadero, conforme el yacimiento se va extrayendo, se utiliza el flujo de efectivo producto de la extracción y también el costo de oportunidad.

Esta herramienta de optimización es general y puede ser usada en cualquier actividad en la que el producto que genera rentabilidad tiene una vida finita.

Si estas herramientas van a ser usadas en la industria minera, es de vital importancia entender las particularidades que tiene este negocio basado en los recursos minerales y como es que deben ser aplicadas para este objetivo de optimización.



BIBLIOGRAFÍA

- Alfaro A.** (2009) Efecto de aplicación de leyes de corte en el cálculo de un programa de producción (Tesis de maestría). Universidad de Chile. Santiago de Chile, Chile.
- Alonso-Ayuso, A., Carvallo, F., Escudero, LF, Guignard, M., Pi, J., Puranmalka, R., y Weintraub, A.** (2014). Optimización de rango medio de la planificación de extracción de cobre bajo incertidumbre en los precios futuros del cobre. *European Journal of Operational Research* , 233 (3), 711-726.
- Camus, J.** (2002). Management of mineral resources: creating value in the mining business. SME.
- Camus, J.** Gestión estratégica óptima para una minería inteligente. *World*, 800(1000), 1200.
- Contreras Mellado, Á. A., & Gutiérrez Cortez, B. R.** (2016). Efectos de ciclos de precios de metales: estimación de un modelo de equilibrio general con time to build para la economía peruana, 2001-2015.
- Dagdelen, K.** (2001). Open pit optimization-strategies for improving economics of mining projects through mine planning. In 17th International Mining Congress and Exhibition of Turkey (pp. 117-121)
- García** (2002) "Diseño y planificación de explotaciones a cielo abierto mediante algoritmos de optimización"
- Gonzales, N. A. G.** (2017) Volatilidad de los commodities mineros y su incidencia en la economía nacional. *Quipukamayoc*, 25(48), 91-100.
- González, C.** (2015). La regla de Hotelling para la gestión óptima de recursos naturales no renovables. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Gordon, R. L.** (1966). Conservation and the theory of exhaustible resources. *Canadian Journal of Economics and Political Science/Revue canadienne de economiques et science politique*, 32(3), 319-326.
- Khanna, N.** (2001). On the economics of non-renewable resources. Binghamton University Department of Economics Working Paper, 102.

- Gomez, KA, Gomez, KA, y Gomez, AA** (1984). Statistical procedures for agricultural research. John Wiley & Sons.
- Lane, K. F.** (1988). The economic definition of ore: cut-off grades in theory and practice (p. 149). London: Mining Journal Books.
- Lozano, M. A. P., Kurcewicz, J. A., & de La Cruz, P.** Aplicación de la Metodología de la Ley de Corte Dinámica para Maximizar el Inventario de Reservas Minerales.
- Ramazan, S., & Dimitrakopoulos, R.** (2013). Production scheduling with uncertain supply: a new solution to the open pit mining problem. *Optimization and Engineering*, 14(2), 361-380.
- Jusmet, J. R.** (1991). La teoría económica sobre el precio de los recursos no renovables: un comentario crítico. *Cuadernos de economía: Spanish Journal of Economics and Finance*, 19(54), 111-123.
- Sepúlveda, G. F., & Velilla, D. A.** (2014). Planeamiento minero como función de la variación de la ley de corte crítica. *Boletín de Ciencias de la Tierra*, (35), 25.
- Shishvan, M. S., & Sattarvand, J.** (2015). Long term production planning of open pit mines by ant colony optimization. *European Journal of Operational Research*, 240(3), 825-836.
- Smith, A.** (1950). *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*,(1776). Methuen.
- Tilton, J. E.** (2003). Assessing the threat of mineral depletion. *Minerals and Energy-Raw Materials Report*, 18(1), 33-42.
- Tilton, J. E.** (2009, April). Is mineral depletion a threat to sustainable mining. In *International Conference on Sustainable Mining, Santiago de Compostela, Spain*.
- Tilton, J. E., & Coulter, W. J.** (2001, April). Depletion and the long-run availability of mineral commodities. In workshop on Long-Run Availability of Mineral

Commodities, sponsored by the Mining, Minerals and Sustainable Development Project and Resources for the Future, Washington, DC (pp. 22-23).

Torries, T. F. (1998). *Evaluating mineral projects: applications and misconceptions*. SME.

Uhlmann Mellafe, J. C. (2015). Derivación de estrategia óptima global de leyes de corte utilizando control óptimo.





Anexo 1

Resumen del cálculo del VAN para todas las tasas de extracción

TASA	1	2	3	4	...	17	18	19	20	21	22
84	183960	183960	183960	183960	...	183960	183960	183960	183960	183960	78840
86	185760	185760	185760	185760	...	185760	185760	185760	185760	172800	
88	186560	186560	186560	186560	...	186560	186560	186560	186560	84800	
90	187200	187200	187200	187200	...	187200	187200	187200	187200		
92	187680	187680	187680	187680	...	187680	187680	187680	106080		
94	188000	188000	188000	188000	...	188000	188000	188000	28000		

i1	15%
i2	17.0%
i3	20%

VAN para el Flujo 1

V i = 15	\$ 1,164,882,991.75
V i = 17	\$ 1,044,581,585.63
V i = 20	\$ 901,234,675.06

VAN para el Flujo 2

V i = 15	\$ 1,171,914,395.60
V i = 17	\$ 1,051,806,117.41
V i = 20	\$ 908,329,234.97

VAN para el Flujo 3

V i = 15	\$ 1,172,246,361.18
V i = 17	\$ 1,053,053,117.05
V i = 20	\$ 910,312,068.18

VAN para el Flujo 4

V i = 15	1,171,746,851.88	\$
V i = 17	1,053,518,045.34	\$
V i = 20	\$ 911,585,326.11	

VAN para el Flujo 5

V i = 15	1,169,765,548.23	\$
V i = 17	1,052,687,762.15	\$
V i = 20	\$ 911,794,265.63	

VAN para el Flujo 6

V i = 15	\$ 1,166,978,272.43
V i = 17	\$ 1,051,095,530.75
V i = 20	\$ 911,307,541.36

Anexo 2

Cálculo del valor agregado y VAN Remanente, para los siguientes años:

Año 2

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v2	W2
84	2190	205860	1.119047619	\$7,134,220.40	\$1,038,240,852.26
86	2160	203040	1.09	\$8,935,750.16	\$1,036,440,852.26
88	2120	199280	1.068181818	\$9,587,210.38	\$1,035,640,852.26
90	2080	195520	1.04	\$10,042,605.71	\$1,035,000,852.26
92	2040	191760	1.02	\$10,314,722.97	\$1,034,520,852.26
94	2000	188000	1	\$10,415,260.78	\$1,034,200,852.26

Año 3

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v3	W3
84	2190	205860	1.119047619	\$9,115,599.77	\$1,026,054,997.15
86	2160	203040	1.09	\$10,871,050.94	\$1,024,254,997.15
88	2120	199280	1.068181818	\$11,478,527.05	\$1,023,454,997.15
90	2080	195520	1.04	\$11,891,893.12	\$1,022,814,997.15
92	2040	191760	1.02	\$12,123,808.49	\$1,022,334,997.15
94	2000	188000	1	\$12,185,855.12	\$1,022,014,997.15

Año 4

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v4	W4
84	2190	205860	1.119047619	\$11,433,813.64	\$1,011,797,546.66
86	2160	203040	1.09	\$13,135,352.86	\$1,009,997,546.66
88	2120	199280	1.068181818	\$13,691,367.56	\$1,009,197,546.66
90	2080	195520	1.04	\$14,055,559.40	\$1,008,557,546.66
92	2040	191760	1.02	\$14,240,438.54	\$1,008,077,546.66
94	2000	188000	1	\$14,257,450.48	\$1,007,757,546.66

Año 5

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v5	W5
84	2190	205860	1.119047619	\$14,146,123.86	\$995,116,329.60
86	2160	203040	1.09	\$15,784,586.10	\$993,316,329.60
88	2120	199280	1.068181818	\$16,280,390.96	\$992,516,329.60
90	2080	195520	1.04	\$16,587,048.94	\$991,876,329.60
92	2040	191760	1.02	\$16,716,895.70	\$991,396,329.60
94	2000	188000	1	\$16,681,217.07	\$991,076,329.60

Año 6

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v6	W6
84	2190	205860	1.119047619	\$17,258,650.63	\$975,973,705.63
86	2160	203040	1.09	\$18,824,728.52	\$974,173,705.63
88	2120	199280	1.068181818	\$19,251,439.24	\$973,373,705.63
90	2080	195520	1.04	\$19,492,073.92	\$972,733,705.63
92	2040	191760	1.02	\$19,558,767.97	\$972,253,705.63
94	2000	188000	1	\$19,462,623.97	\$971,933,705.63

Año 7

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v7	W7
84	2190	205860	1.119047619	\$20,900,306.95	\$953,576,835.59
86	2160	203040	1.09	\$22,381,695.16	\$951,776,835.59
88	2120	199280	1.068181818	\$22,727,565.73	\$950,976,835.59
90	2080	195520	1.04	\$22,890,953.16	\$950,336,835.59
92	2040	191760	1.02	\$22,883,758.52	\$949,856,835.59
94	2000	188000	1	\$22,716,870.04	\$949,536,835.59

Año 8

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v8	W8
84	2190	205860	1.119047619	\$25,069,730.56	\$927,934,097.64
86	2160	203040	1.09	\$26,454,155.43	\$926,134,097.64
88	2120	199280	1.068181818	\$26,707,470.08	\$925,334,097.64
90	2080	195520	1.04	\$26,782,415.19	\$924,694,097.64
92	2040	191760	1.02	\$26,690,623.56	\$924,214,097.64
94	2000	188000	1	\$26,442,737.95	\$923,894,097.64

Año 9

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v9	W9
84	2190	205860	1.119047619	\$29,947,956.19	\$897,932,094.23
86	2160	203040	1.09	\$31,218,933.95	\$896,132,094.23
88	2120	199280	1.068181818	\$31,363,958.18	\$895,332,094.23
90	2080	195520	1.04	\$31,335,425.78	\$894,692,094.23
92	2040	191760	1.02	\$31,144,655.65	\$894,212,094.23
94	2000	188000	1	\$30,802,003.40	\$893,892,094.23

Año 10

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v10	W10
84	2190	205860	1.119047619	\$35,533,727.79	\$863,578,550.25
86	2160	203040	1.09	\$36,674,803.89	\$861,778,550.25
88	2120	199280	1.068181818	\$36,695,831.07	\$860,978,550.25
90	2080	195520	1.04	\$36,548,812.60	\$860,338,550.25
92	2040	191760	1.02	\$36,244,707.98	\$859,858,550.25
94	2000	188000	1	\$35,793,543.98	\$859,538,550.25

Año 11

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v11	W11
84	2190	205860	1.119047619	\$42,069,080.56	\$823,384,903.80
86	2160	203040	1.09	\$43,058,171.71	\$821,584,903.80
88	2120	199280	1.068181818	\$42,934,122.35	\$820,784,903.80
90	2080	195520	1.04	\$42,648,475.19	\$820,144,903.80
92	2040	191760	1.02	\$42,211,769.21	\$819,664,903.80
94	2000	188000	1	\$41,633,646.46	\$819,344,903.80

Año 12

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v12	W12
84	2190	205860	1.119047619	\$49,563,252.83	\$777,294,337.44
86	2160	203040	1.09	\$50,378,060.90	\$775,494,337.44
88	2120	199280	1.068181818	\$50,087,650.42	\$774,694,337.44
90	2080	195520	1.04	\$49,643,035.97	\$774,054,337.44
92	2040	191760	1.02	\$49,054,274.32	\$773,574,337.44
94	2000	188000	1	\$48,330,566.35	\$773,254,337.44

Año 13

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v13	W13
84	2190	205860	1.119047619	\$58,331,434.38	\$723,368,374.81
86	2160	203040	1.09	\$58,942,331.25	\$721,568,374.81
88	2120	199280	1.068181818	\$58,457,278.27	\$720,768,374.81
90	2080	195520	1.04	\$57,826,672.09	\$720,128,374.81
92	2040	191760	1.02	\$57,060,005.30	\$719,648,374.81
94	2000	188000	1	\$56,165,962.64	\$719,328,374.81

Año 14

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v14	W14
84	2190	205860	1.119047619	\$68,590,206.79	\$660,274,998.52
86	2160	203040	1.09	\$68,962,527.57	\$658,474,998.52
88	2120	199280	1.068181818	\$68,249,742.85	\$657,674,998.52
90	2080	195520	1.04	\$67,401,526.34	\$657,034,998.52
92	2040	191760	1.02	\$66,426,710.55	\$656,554,998.52
94	2000	188000	1	\$65,333,376.28	\$656,234,998.52

Año 15

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v15	W15
84	2190	205860	1.119047619	\$80,592,970.52	\$586,455,748.27
86	2160	203040	1.09	\$80,686,157.25	\$584,655,748.27
88	2120	199280	1.068181818	\$79,706,926.40	\$583,855,748.27
90	2080	195520	1.04	\$78,604,105.82	\$583,215,748.27
92	2040	191760	1.02	\$77,385,755.69	\$582,735,748.27
94	2000	188000	1	\$76,059,250.25	\$582,415,748.27

Años 16

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v16	W16
84	2190	205860	1.119047619	\$94,636,204.08	\$500,087,225.48
86	2160	203040	1.09	\$94,402,803.98	\$498,287,225.48
88	2120	199280	1.068181818	\$93,111,831.17	\$497,487,225.48
90	2080	195520	1.04	\$91,711,123.81	\$496,847,225.48
92	2040	191760	1.02	\$90,207,838.51	\$496,367,225.48
94	2000	188000	1	\$88,608,522.79	\$496,047,225.48

Año 17

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v17	W17
84	2190	205860	1.119047619	\$110,724,358.77	\$401,142,053.81
86	2160	203040	1.09	\$110,116,815.54	\$399,342,053.81
88	2120	199280	1.068181818	\$108,468,706.10	\$398,542,053.81
90	2080	195520	1.04	\$106,726,734.85	\$397,902,053.81
92	2040	191760	1.02	\$104,897,023.23	\$397,422,053.81
94	2000	188000	1	\$102,985,171.67	\$397,102,053.81

Año 18

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v18	W18
84	2190	205860	1.119047619	\$129,547,499.76	\$285,376,202.96
86	2160	203040	1.09	\$128,502,209.07	\$283,576,202.96
88	2120	199280	1.068181818	\$126,436,249.77	\$282,776,202.96
90	2080	195520	1.04	\$124,294,999.78	\$282,136,202.96
92	2040	191760	1.02	\$122,083,369.35	\$281,656,202.96
94	2000	188000	1	\$119,805,850.85	\$281,336,202.96

Año 19

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	vV19	W19
84	2190	205860	1.119047619	\$151,570,574.72	\$149,930,157.46
86	2160	203040	1.09	\$150,013,119.50	\$148,130,157.46
88	2120	199280	1.068181818	\$147,458,275.87	\$147,330,157.46
90	2080	195520	1.04	\$144,849,869.74	\$146,690,157.46
92	2040	191760	1.02	\$142,191,394.31	\$146,210,157.46
94	2000	188000	1	\$139,486,045.50	\$145,890,157.46

Año 20

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v20	W20
84	2190	205860	1.119047619	\$177,337,572.43	-\$8,541,715.77
86	2160	203040	1.09	\$175,180,884.70	-\$10,341,715.77
88	2120	199280	1.068181818	\$172,054,046.41	-\$11,141,715.77
90	2080	195520	1.04	\$168,899,067.60	-\$11,781,715.77
92	2040	191760	1.02	\$165,717,783.52	-\$12,261,715.77
94	2000	188000	1	\$162,511,873.23	-\$12,581,715.77

Año 21

TASA	MARGEN	FLUJO C.	T. MINADO	v21	W21
84	2190	205860	1.119047619	\$207,484,959.74	-\$193,953,807.45
86	2160	203040	1.09	\$204,627,169.98	-\$195,753,807.45
88	2120	199280	1.068181818	\$200,831,097.93	-\$196,553,807.45
90	2080	195520	1.04	\$197,036,629.09	-\$197,193,807.45
92	2040	191760	1.02	\$193,243,658.89	-\$197,673,807.45
94	2000	188000	1	\$189,452,091.68	-\$197,993,807.45

Anexo 3

Cálculo de estrategia para cambios de precio:

Años 1 y 2

Años	M \$/t	C \$/t	v1	W1	v2	W2
84	2190	205860	-\$11,359,266.24	\$1,048,656,113.05	\$6,982,029.92	\$1,039,176,852.26
86	2160	203040	-\$9,918,353.08	\$1,046,856,113.05	\$8,787,098.99	\$1,037,376,852.26
88	2120	199280	-\$9,629,299.60	\$1,046,056,113.05	\$9,441,937.65	\$1,036,576,852.26
90	2080	195520	-\$9,537,981.83	\$1,045,416,113.05	\$9,900,561.26	\$1,035,936,852.26
92	2040	191760	-\$9,631,503.96	\$1,044,936,113.05	\$10,175,766.45	\$1,035,456,852.26
94	2000	188000	-\$9,898,067.71	\$1,044,616,113.05	\$10,279,260.78	\$1,035,136,852.26

Años 3 y 4

Años	M \$/t	C \$/t	v3	W3	v4	W4
84	2190	205860	\$8,937,536.91	\$1,027,150,117.15	\$11,225,480.09	\$1,013,078,837.06
86	2160	203040	\$10,697,129.08	\$1,025,350,117.15	\$12,931,864.28	\$1,011,278,837.06
88	2120	199280	\$11,308,557.96	\$1,024,550,117.15	\$13,492,503.73	\$1,010,478,837.06
90	2080	195520	\$11,725,701.12	\$1,023,910,117.15	\$13,861,114.76	\$1,009,838,837.06
92	2040	191760	\$11,961,229.36	\$1,023,430,117.15	\$14,050,220.96	\$1,009,358,837.06
94	2000	188000	\$12,026,735.12	\$1,023,110,117.15	\$14,071,280.08	\$1,009,038,837.06

Años 5 y 6

Años	M \$/t	C \$/t	v5	W5	v6	W6
84	2190	205860	\$13,902,373.62	\$996,615,439.37	\$16,973,462.84	\$977,727,664.06
86	2160	203040	\$15,546,504.46	\$994,815,439.37	\$18,546,173.01	\$975,927,664.06
88	2120	199280	\$16,047,720.27	\$994,015,439.37	\$18,979,214.53	\$975,127,664.06
90	2080	195520	\$16,359,548.71	\$993,375,439.37	\$19,225,898.65	\$974,487,664.06
92	2040	191760	\$16,494,341.13	\$992,895,439.37	\$19,298,379.12	\$974,007,664.06
94	2000	188000	\$16,463,397.70	\$992,575,439.37	\$19,207,775.31	\$973,687,664.06

Año 7 y 8

Años	M \$/t	C \$/t	v7	W7	v8	W8
84	2190	205860	\$20,566,637.24	\$955,628,966.95	\$37,279,337.00	\$930,335,091.33
86	2160	203040	\$22,055,785.21	\$953,828,966.95	\$38,972,840.79	\$928,535,091.33
88	2120	199280	\$22,409,062.82	\$953,028,966.95	\$39,534,821.68	\$927,735,091.33
90	2080	195520	\$22,579,528.09	\$952,388,966.95	\$39,918,047.87	\$927,095,091.33
92	2040	191760	\$22,579,103.57	\$951,908,966.95	\$40,134,177.26	\$926,615,091.33
94	2000	188000	\$22,418,697.11	\$951,588,966.95	\$40,193,875.62	\$926,295,091.33

Año 9 y 10

Años	M \$/t	C \$/t	v9	W9	v10	W10
84	2190	205860	\$29,643,386.20	\$899,805,256.85	\$35,177,380.90	\$865,770,150.52
86	2160	203040	\$30,921,446.98	\$898,005,256.85	\$36,326,744.13	\$863,970,150.52
88	2120	199280	\$31,073,232.28	\$897,205,256.85	\$36,355,681.77	\$863,170,150.52
90	2080	195520	\$31,051,160.45	\$896,565,256.85	\$36,216,222.17	\$862,530,150.52
92	2040	191760	\$30,866,570.01	\$896,085,256.85	\$35,919,347.78	\$862,050,150.52
94	2000	188000	\$30,529,834.47	\$895,765,256.85	\$35,475,106.33	\$861,730,150.52

Año 11 y 12

Años	M \$/t	C \$/t	v11	W11	v12	W12
84	2190	205860	\$41,652,154.70	\$825,949,076.11	\$49,075,449.57	\$780,294,419.05
86	2160	203040	\$42,650,941.80	\$824,149,076.11	\$49,901,601.90	\$778,494,419.05
88	2120	199280	\$42,536,147.67	\$823,349,076.11	\$49,622,020.04	\$777,694,419.05
90	2080	195520	\$42,259,344.39	\$822,709,076.11	\$49,187,752.93	\$777,054,419.05
92	2040	191760	\$41,831,097.77	\$822,229,076.11	\$48,608,888.74	\$776,574,419.05
94	2000	188000	\$41,261,074.41	\$821,909,076.11	\$47,894,657.06	\$776,254,419.05

Año 13 y 14

Años	M \$/t	C \$/t	v13	W13	v14	W14
84	2190	205860	\$57,760,704.57	\$726,878,470.28	\$67,922,452.92	\$664,381,810.23
86	2160	203040	\$58,384,874.23	\$725,078,470.28	\$68,310,302.85	\$662,581,810.23
88	2120	199280	\$57,912,490.72	\$724,278,470.28	\$67,612,341.42	\$661,781,810.23
90	2080	195520	\$57,293,990.93	\$723,638,470.28	\$66,778,289.39	\$661,141,810.23
92	2040	191760	\$56,538,904.17	\$723,158,470.28	\$65,817,022.23	\$660,661,810.23
94	2000	188000	\$55,655,948.76	\$722,838,470.28	\$64,736,660.05	\$660,341,810.23

Años 15 y 16

Años	M \$/t	C \$/t	v15	W15	v16	W16
84	2190	205860	\$79,811,698.48	\$591,260,717.97	\$93,722,115.80	\$505,709,040.03
86	2160	203040	\$79,923,054.33	\$589,460,717.97	\$93,509,973.57	\$503,909,040.03
88	2120	199280	\$78,961,166.73	\$588,660,717.97	\$92,239,292.35	\$503,109,040.03
90	2080	195520	\$77,874,918.58	\$588,020,717.97	\$90,857,974.74	\$502,469,040.03
92	2040	191760	\$76,672,420.35	\$587,540,717.97	\$89,373,236.16	\$501,989,040.03
94	2000	188000	\$75,361,092.26	\$587,220,717.97	\$87,791,677.95	\$501,669,040.03

Años 17 y 18

Años	M \$/t	C \$/t	v17	W17	v18	W18
84	2190	205860	\$109,654,875.48	\$407,719,576.83	\$128,296,204.31	\$293,071,904.89
86	2160	203040	\$109,072,203.96	\$405,919,576.83	\$127,280,013.51	\$291,271,904.89
88	2120	199280	\$107,447,835.69	\$405,119,576.83	\$125,241,831.39	\$290,471,904.89
90	2080	195520	\$105,728,550.45	\$404,479,576.83	\$123,127,124.03	\$289,831,904.89
92	2040	191760	\$103,920,538.48	\$403,999,576.83	\$120,940,882.20	\$289,351,904.89
94	2000	188000	\$102,029,463.20	\$403,679,576.83	\$118,687,671.94	\$289,031,904.89

Años 19 y 20

Años	M \$/t	C \$/t	v19	W19	v20	W20
84	2190	205860	\$150,106,559.05	\$158,934,128.72	\$175,624,674.08	\$1,992,930.60
86	2160	203040	\$148,583,150.70	\$157,134,128.72	\$173,507,821.20	\$192,930.60
88	2120	199280	\$146,060,806.36	\$156,334,128.72	\$170,419,007.08	-\$607,069.40
90	2080	195520	\$143,483,455.11	\$155,694,128.72	\$167,300,362.48	-\$1,247,069.40
92	2040	191760	\$140,854,684.35	\$155,214,128.72	\$164,153,832.86	-\$1,727,069.40
94	2000	188000	\$138,177,776.17	\$154,894,128.72	\$160,981,198.12	-\$2,047,069.40

Año 21

Años	M \$/t	C \$/t	v21
84	2190	205860	\$205,480,868.68
86	2160	203040	\$202,669,685.69
88	2120	199280	\$198,918,101.92
90	2080	195520	\$195,166,144.10
92	2040	191760	\$191,413,836.62
94	2000	188000	\$187,661,201.80