

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**



**PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DEL PERÚ**

**Análisis energético de un Tornillo de Arquímedes para canales de regadío  
con una caída de 2m y caudal de 2m<sup>3</sup>/s**

**Tesis para optar el Título de Ingeniero Mecánico,  
que presenta el Bachiller:**

**José Eduardo Santa Cruz Herrera**

**ASESOR: Miguel Hadzich Marín**

**Lima, Diciembre del 2018**

## RESUMEN

El Tornillo de Arquímedes o Tornillo sin fin, tiene un gran número de aplicaciones como transportador y dosificador, elementos de transmisión usándolo junto a una corona, bomba de Tornillo y para generación de energía eléctrica. El uso para la generación de energía eléctrica es reciente; Se tiene como proyectos más representativos los implementados en la reforma al Dique del Río Tess y el proyecto Morden Hall Park, ambos implementados en Inglaterra en el año 2012.

La aplicación del Tornillo de Arquímedes para la generación de energía eléctrica se presenta como una alternativa importante para aprovechar los recursos hídricos a pequeña escala, en centrales pico y mini hidroeléctricas, y en recursos hídricos como pequeños ríos o canales de regadío con saltos de agua menores.

La presente tesis consistió en el análisis energético de un Tornillo de Arquímedes para la generación de energía eléctrica capaz de implementarse en un canal de regadío con un caudal de agua de  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  y un salto de 2 m, a modo de caso de estudio. Para realizar el análisis energético se recopiló información acerca del rango de operaciones de las tecnologías existentes para centrales hidroeléctricas, se establecieron consideraciones previas, se realizaron cálculos de diseño de los elementos del sistema y se seleccionó los equipos necesarios para la fabricación e implementación de un Tornillo de Arquímedes en las condiciones mencionadas.

Al finalizar el desarrollo de esta tesis, se obtuvo información que demuestra técnicamente la viabilidad del uso de un Tornillo de Arquímedes para aprovechar fuentes hídricas de baja escala. Bajo las condiciones del caso de estudio se ha obtenido una potencia de 26 kW y eficiencia total del sistema de 76%. Adicionalmente, se deben tener consideraciones técnicas para el correcto funcionamiento tales como: la necesidad de usar una caja multiplicadora de velocidad por la baja velocidad de funcionamiento del Tornillo de Arquímedes y el uso de un árbol de transmisión hueco por las dificultades que representaría utilizar un árbol macizo, para esta aplicación.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

Resumen .....	i
Índice de contenido.....	ii
Lista de símbolos.....	v
Introducción .....	1
Estado de la tecnología y selección del tipo de máquina .....	3
1.1 Centrales hidroeléctricas .....	3
1.1.1 Clasificación .....	3
1.2 Turbomáquinas.....	5
1.3 Turbinas hidráulicas.....	6
1.3.1 Clasificación de los tipos de turbinas .....	6
1.4 Máquinas gravimétricas .....	11
1.4.1 Ruedas hidráulicas .....	11
1.4.2 Tornillo de Arquímedes.....	12
1.5 Selección de la turbina o máquina gravimétrica.....	19
Cálculos energéticos del Tornillo de Arquímedes .....	22
2.1 Análisis energético.....	22
2.1.1 Geometría del Tornillo .....	22
2.1.2 Consideraciones iniciales .....	25
2.1.3 Centroide y área .....	26
2.1.4 Torque generado por el agua en el Tornillo .....	28
2.1.5 Velocidad de giro del Tornillo.....	30
2.1.6 Potencia teórica.....	30
2.1.7 Eficiencia .....	31
2.1.8 Potencia del sistema.....	32
2.1.9 Caudal del canal.....	32
2.1.10 Ángulo de inclinación y Número de hilos .....	34
2.1.11 Número de hilos.....	34

2.2	Cálculos y diseño del Tornillo .....	35
2.2.1	Datos de entrada .....	35
2.2.2	Valores obtenidos .....	35
	Diseño Mecánico .....	37
3.1	Diseño del árbol de transmisión .....	37
3.1.1	Fundamentos de diseño de ejes y árboles.....	37
3.1.2	Cálculo del diseño del árbol.....	41
3.2	Selección de rodamientos.....	62
3.2.1	Método de cálculo.....	63
3.2.2	Rodamiento sección A (75mm).....	65
3.2.3	Rodamiento sección B (5215mm).....	66
3.3	Uniones soldadas .....	68
3.3.1	Árbol hueco con la hélice.....	69
3.3.2	Árbol hueco con las tapas laterales .....	75
3.4	Uniones atornilladas .....	77
3.5	Selección de la chaveta.....	80
3.6	Caja multiplicadora .....	81
3.6.1	Tipos de multiplicadores .....	82
3.7	Selección de caja multiplicadora.....	83
3.8	Selección de acople.....	84
	Selección del generador .....	86
4.1	Fundamentos y generalidades.....	86
4.1.1	Definición.....	86
4.1.2	Tipo de generadores.....	87
4.2	Cálculos y selección .....	89
4.2.1	Generador asíncrono.....	90
4.2.2	Condensadores de excitación.....	91
	Conclusiones .....	95
	Recomendaciones.....	96

Bibliografía.....	97
Planos .....	1
Anexos .....	1



## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>A</b>	Área de contacto del agua.	$m^2$
<b>a<sub>1</sub></b>	Factor de ajuste.	
<b>A<sub>c</sub></b>	Área de corte en la placa.	$m^2$
<b>A<sub>normal</sub></b>	Área normal.	$m^2$
<b>A<sub>r</sub></b>	Fuerza radial.	N
<b>a<sub>skf</sub></b>	Factor de ajuste skf.	
<b>A<sub>x</sub></b>	Reacción axial rodamiento A.	N
<b>A<sub>y</sub></b>	Reacción Radial-y rodamiento A.	N
<b>A<sub>z</sub></b>	Reacción Radial-z rodamiento A.	N
<b>B<sub>y</sub></b>	Reacción Radial-y rodamiento B.	N
<b>B<sub>z</sub></b>	Reacción Radial-z rodamiento B.	N
<b>C</b>	Capacitancia.	C
<b>C<sub>Δ</sub></b>	Capacitancia en triángulo.	C
<b>C<sub>Y</sub></b>	Capacitancia en estrella.	C
<b>C<sub>c</sub></b>	Coefficiente de confiabilidad.	
<b>C<sub>carga</sub></b>	Coefficiente de carga.	
<b>C<sub>d</sub></b>	Coefficiente de descarga.	
<b>C<sub>s</sub></b>	Coefficiente de superficie.	
<b>C<sub>t</sub></b>	Coefficiente de tamaño.	
<b>C<sub>temp</sub></b>	Coefficiente de tamaño.	
<b>d<sub>ag</sub></b>	Diámetro de agujero.	m
<b>e</b>	Espesor de la plancha de la hélice.	mm
<b>E</b>	Módulo de elasticidad del acero.	N/mm <sup>2</sup>
<b>F<sub>axial</sub></b>	Fuerza axial.	N
<b>F<sub>ext</sub></b>	Fuerza exterior.	N
<b>F<sub>ext/p</sub></b>	Fuerza exterior a la placa.	N
<b>F<sub>ext/t</sub></b>	Fuerza exterior al Tornillo.	N
<b>F<sub>Mmax</sub></b>	Fuerza de montaje máxima.	N
<b>F<sub>Mmin</sub></b>	Fuerza de montaje mínima.	N
<b>F<sub>r</sub></b>	Fuerza de empuje del agua tangencial a la hélice.	N

$F_r$	Fuerza radial.	N
$F_{ri}$	Fuerza cortante en cada perno.	N
$F_{ri}$	Fuerza cortante en cada perno.	N
$F_s$	Factor de seguridad a fatiga.	
$F_t$	Fuerza tangencial al disco.	N
$F_x$	Fuerza de empuje del agua en dirección del plano X o axial al Tornillo.	N
$F_{xd}$	Fuerzas axial en el disco.	N
$F_{xi}$	Fuerza de tracción en cada perno.	N
$F_y$	Fuerza de empuje del agua en dirección del plano Y o radial al Tornillo.	N
$F_{yd}$	Fuerza en la dirección "y" en el disco.	N
$F_z$	Fuerza de empuje del agua en dirección del plano Z o tangencial al Tornillo.	N
$F_{zd}$	Fuerza en la dirección "z" en el disco.	N
$g$	Aceleración de la gravedad.	m/s <sup>2</sup>
$g_\phi$	Aceleración de la gravedad en la latitud $\phi$ .	m/s <sup>2</sup>
$g_h$	Aceleración de la gravedad en la altura h.	m/s <sup>2</sup>
$g_o$	Aceleración de la gravedad a nivel del mar en el ecuador.	m/s <sup>2</sup>
$H$	Salto de agua (altura).	m
$h$	Altura sobre el nivel del mar.	m
$I$	Momento de inercia.	m <sup>4</sup>
$i$	Relación del multiplicador.	
$I_{\text{linea}}$	Corriente entre líneas.	A
$I_o$	Momento polar de inercia.	m <sup>4</sup>
$L$	Longitud del perno.	m
$L_1$	Longitud del árbol macizo 1.	m
$L_{10}$	Vida nominal, confiabilidad 90%.	Rev
$L_{10h}$	Vida nominal, confiabilidad 90% en horas.	Horas
$L_{10m}$	Vida nominal SKF.	Rev
$L_{10\text{años}}$	Vida nominal en años	Años
$L_{10mh}$	Vida nominal SKF en horas	Horas

$L_c$	Longitud complementaria del eje.	m
$L_{DIN}$	Longitud de chaveta normalizada DIN	mm
$L_{ef}$	Longitud efectiva.	mm
$L_h$	Longitud de la hélice.	m
$M_f$	Momento flector.	N.mm
$M_t$	Momento torsor acople.	N.mm
$M_{td}$	Momento torsor para cada disco.	N.mm
$M_y$	Momento flector en Y.	N.mm
$M_z$	Momento flector en Z.	N.mm
$N$	Revoluciones por minuto.	RPM
$N_{max}$	Velocidad máxima del acople.	RPM
$n_1$	Velocidad de entrada.	RPM
$n_2$	Velocidad de salida.	RPM
$n_{Fn}$	Esfuerzo normal al cateto por fuerza normal.	MPa
$N_g$	Revoluciones por minuto del generador.	RPM
$N_{gmax}$	Revoluciones por minuto máximas del generador.	RPM
$N_h$	Número de hilos.	
$N_m$	Revoluciones por minuto del eje de salida del multiplicador.	RPM
$n_{Mf}$	Esfuerzo normal al cateto por momento flector.	MPa
$N_s$	Velocidad de sincronismo del motor de inducción.	RPM
$\emptyset_1$	Diámetro del eje de los rodamientos.	mm
$\emptyset_2$	Diámetro del eje de la hélice.	mm
$\emptyset_3$	Diámetro exterior de la hélice.	mm
$\emptyset_{in}$	Diámetro interior del eje hueco.	mm
$\emptyset_{rod}$	Diámetro del árbol donde se apoya el rodamiento.	mm
$P$	Avance.	m
$P$	Potencia del sistema.	kW
$P$	Carga equivalente.	kN
$p$	Presión en la placa.	MPa
$P_1$	Potencia a la entrada.	kW
$P_2$	Potencia a la salida.	kW



$p_{adm}$	Presión admitida	MPa
$P_{eje}$	Potencia mecánica de salida del Tornillo de Arquímedes en el eje.	kW
$\Phi$	Factor de distribución de carga.	
$P_{teo}$	Potencia teórica.	kW
$P_x$	Paso del Tornillo.	
$Q$	Caudal de agua que pasa por el Tornillo.	m <sup>3</sup> /h
$Q_{fase}$	Potencia reactiva de fase.	VAR
$Q_{linea}$	Potencia reactiva de línea.	VAR
$r_e$	Radio promedio de la tierra.	
$T$	Torque en todo el Tornillo.	N.m
$T_1$	Torque en un paso de Tornillo.	N.m
$T_1$	Par a la entrada del multiplicador.	N.m
$T_2$	Par a la salida del multiplicador.	N.m
$u$	Velocidad tangencial.	
$V$	Fuerza cortante.	N
$V_0$	Velocidad de ingreso del agua al Tornillo de Arquímedes.	m/s
$V_{1f}$	Factor de concentración de fuerzas para flexión.	
$V_{1t}$	Factor de concentración de fuerzas para torsión.	
$V_{fase}$	Voltaje de fase.	V
$V_{linea}$	Voltaje de línea.	V
$V_y$	Fuerza Cortante en Y.	N
$V_z$	Fuerza Cortante en Z.	N
$W$	Peso del agua para un paso.	N
$W_1$	Peso del árbol inferior.	N
$W_2$	Peso del árbol superior.	N
$W_{ab}$	Peso del árbol hueco.	N
$W_{hel}$	Peso de la hélice.	N
$W_{helpx}$	Peso de un paso de la hélice.	N
$X$	Numero de pasos en la longitud de la hélice del Tornillo.	
$X$	Factor carga radial.	

$Y$	Factor carga axial.	
$Y_c$	Centroide del área de contacto del agua con la hélice.	
$\alpha$	Ángulo exterior de la hélice.	°
$\alpha_a$	Factor de ajuste.	
$\beta$	Ángulo interior de la hélice.	°
$\beta_f$	Factor de concentración de esfuerzos a flexión.	
$\beta_t$	Factor de concentración de esfuerzos a torsión.	
$\delta$	Asentamiento.	
$\eta$	Eficiencia.	
$\eta_g$	Eficiencia del generador.	
$\eta_m$	Eficiencia del multiplicador.	
$\theta$	Ángulo de inclinación del Tornillo de Arquímedes.	°
$\mu$	Fricción entre elementos.	
$\rho$	Exponente para rodamiento de rodillos.	
$\rho$	Densidad del agua.	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{acer}$	Densidad del acero.	kg/m <sup>3</sup>
$\Sigma \vec{F}$	Sumatoria vectorial de fuerzas.	N
$\Sigma \vec{M}$	Sumatoria vectorial de momentos.	N
$\sigma'_{a eq}$	Esfuerzo alternante equivalente.	MPa
$\sigma_{Alt}$	Resistencia alternante del material.	MPa
$\sigma_B$	Resistencia a la tracción.	MPa
$\sigma_{eq}$	Esfuerzo equivalente.	MPa
$\sigma_{eqM}$	Esfuerzo equivalente medio.	MPa
$\sigma_f$	Esfuerzo de flexión.	MPa
$\sigma'_{fa}$	Esfuerzo de flexión alternante aumentado.	MPa
$\sigma_{fAl}$	Resistencia a la fluencia alternante.	MPa
$\sigma_{fm}$	Esfuerzo de flexión medio.	MPa
$\sigma_n$	Esfuerzo normal de tracción.	MPa
$T_{aMt}$	Esfuerzo longitudinal al cordón por momento torsor.	MPa
$T_c$	Esfuerzo cortante por fuerza tangencial.	MPa

$T_{nft}$	Esfuerzo paralelo al cateto por fuerza tangencial.	MPa
$T_t$	Esfuerzo cortante por tracción.	MPa
$T'_{ta}$	Esfuerzo de cortante por torsión alternante aumentado.	MPa
$T_{tm}$	Esfuerzo de cortante por torsión medio.	MPa
$\omega$	Velocidad angular.	Rad/s
$\tau$	Esfuerzo cortante.	MPa
$n_{FN_a}$	Esfuerzo normal de tracción alternante.	MPa
$n_{FN_m}$	Esfuerzo normal de tracción medio.	MPa
$n_{Mf'_a}$	Esfuerzo normal de flexión aumentado alternante.	MPa
$n_{Mf_a}$	Esfuerzo normal de flexión alternante.	MPa
$n_{Mf_m}$	Esfuerzo normal de flexión medio.	MPa
$\tau_{n'_a}$	Esfuerzo normal de tracción aumentado alternante.	MPa
$\tau_{a_a}$	Esfuerzo de corte alternante.	MPa
$\tau_{a_m}$	Esfuerzo de corte medio.	MPa
$\tau_{n_a}$	Esfuerzo de corte por fuerza tangencial alternante.	MPa
$\tau_{n_m}$	Esfuerzo de corte por fuerza tangencial medio.	MPa
$\vec{F}$	Vector Fuerza.	N
$\vec{r}$	Vector posición.	N
$\sigma_{eq'_a}$	Esfuerzo equivalente aumentado.	MPa
$\sigma_{eq_m}$	Esfuerzo equivalente medio.	MPa
$\Sigma M_x$	Sumatoria de momentos en el eje X.	N
$\Sigma M_y$	Sumatoria de momentos en el eje Y.	N
$\Sigma M_z$	Sumatoria de momentos en el eje Z.	N
$\Sigma F_x$	Sumatoria de fuerzas en el eje X.	N
$\Sigma F_{x-agua}$	Fuerza de empuje total del agua en dirección del plano X o axial al Tornillo.	N
$\Sigma F_y$	Sumatoria de fuerzas en el eje Y.	N
$\Sigma F_{y-agua}$	Fuerza de empuje total del agua en dirección del plano Y o radial al Tornillo.	N
$\Sigma F_z$	Sumatoria de fuerzas en el eje Z.	N

$\Sigma F_{z\text{-agua}}$	Fuerza de empuje total del agua en dirección del plano Z o tangencial al Tornillo.	N
$\Sigma Q_{\text{línea}}$	Potencia reactiva total de línea.	kW
$\Sigma S_{\text{vacío}}$	Potencia total aparente de vacío.	kW



## INTRODUCCIÓN

El uso de fuentes hídricas es el principal medio para la generación de energía eléctrica en el Perú, en la actualidad representa el 60% del total de la energía eléctrica usada. El otro 40% es generado mediante centrales térmicas, que trabajan mediante el uso de vapor y cuyo combustible principal es todavía el petróleo.

Sin embargo, este gran uso de las fuentes hídricas ha sido concentrado en proyectos de grandes capacidades, las cuales generan potencias en el orden de los MW. Sin embargo, no se ha hecho extensivo el aprovechamiento de menores cantidades de recursos hídricos. La generación de energía eléctrica usando recursos hídricos menores se dan en instalaciones denominadas mini centrales o pequeñas centrales hidroeléctricas. Estas son el conjunto de instalaciones y otras infraestructuras realizadas a pequeña escala para transformar la energía potencial gravitatoria o cinética de un curso de agua en energía eléctrica útil, cuyo destino es bien su autoconsumo en el mismo lugar de producción o bien su venta a la red eléctrica comercial con el fin de generar utilidades.

Actualmente, en el país existen comunidades rurales las cuales no cuentan con suministro eléctrico, debido a dificultades en su implementación. La principal dificultad es el aislamiento de estas comunidades, lo cual dificulta por motivos geográficos la llegada del suministro eléctrico mediante líneas eléctricas de transporte o porque realizarlo es económicamente inviable. Estas comunidades cuentan con suministros de agua naturales, como los ríos, los cuales en su mayoría poseen caídas de agua que poseen potencial (por los saltos que poseen o por la velocidad del fluido que pasa por ellos) para ser usadas en producir energía.

Por otro lado, es factible la instalación de una central hidroeléctrica en un canal de regadío, aprovechando la velocidad del agua o salto que tengan: Ensanchando el canal, para poder instalar en éste la toma de agua, la central y el canal de fuga; o construir una toma lateral que alimente una tubería forzada instalada a lo largo del canal. En la actualidad, esta energía no es utilizada y por el contrario, es reducida; Para esto, se colocan rocas en la base de la pendiente de modo que se reduzca la velocidad del agua

al caer por un desnivel, debido a esto existen recursos hídricos menores que no son aprovechados.

Bajo la problemática previamente mencionada, se plantea aprovechar la energía potencial existente en los canales de regadío, así se disminuiría los requerimientos eléctricos de las comunidades rurales a un costo menor en comparación a la instalación de líneas eléctricas. De esta manera, tener una mejor calidad de vida y potenciar el desarrollo de estas comunidades. Sin embargo, el principal motivo técnico por el cual hasta la actualidad no se aprovecha esta energía, es por la dificultad técnica que implica el aprovechamiento de pequeños saltos de agua con grandes caudales. Como es el caso de estudio de esta tesis: Un canal de regadío con un salto de 2 m y un caudal de 2 m<sup>3</sup>/s.

El desarrollo de la tesis tratará sobre el análisis energético de un Tornillo de Arquímedes capaz de generar 26 kW de potencia aprovechando la energía potencial existente en un canal de regadío con un salto de 2 m y un caudal de 2 m<sup>3</sup>/s. Para esto, se va a recopilar información del rango de operación de las turbinas hidráulicas (Kaplan, Francis, Pelton, Turgo, etc.) y máquinas gravimétricas (Rueda hidráulica, Tornillo de Arquímedes, etc.); capaces de ser usadas en un canal de regadío. De esta forma se logrará seleccionar el mejor sistema que se adapte a las necesidades planteadas. Posteriormente, se diseñará el árbol de transmisión, se seleccionará los elementos de soporte del Tornillo de Arquímedes y demás elementos mecánicos para el funcionamiento del sistema. Finalmente, se seleccionará el motor de inducción que trabajará como generador.

## CAPITULO 1

### ESTADO DE LA TECNOLOGÍA Y SELECCIÓN DEL TIPO DE MÁQUINA

#### 1.1 Centrales hidroeléctricas

Las centrales hidroeléctricas son instalaciones que permiten aprovechar la energía potencial contenida en un curso de agua, al convertirla en energía eléctrica mediante el uso de turbinas hidráulicas o máquinas gravimétricas. Las cuales generan energía mecánica la que es transformada a energía eléctrica mediante un generador el cual está conectado al sistema.

##### 1.1.1 Clasificación

Existen diversos sistemas de producción de energía eléctrica mediante centrales hidroeléctricas. A su vez existen diferentes criterios para su clasificación.

##### 1.1.1.1 Según la potencia instalada:

Tabla 1.1: Clases de centrales hidroeléctricas, según su potencia instalada  
(Coordinación de energías renovables, 2008)

Clase	Rango de Potencia
Pico Hidroeléctrica	Hasta 5 kW
Micro Hidroeléctrica	5 a 50 kW
Mini Hidroeléctrica	50 kW a 0.5MW
Pequeña Hidroeléctrica	0.5 MW a 30 MW
Mediana Hidroeléctrica	30 MW a 50 MW
Gran Hidroeléctrica	Más de 50 MW

### 1.1.1.2 Según el salto disponible:

Tabla 1.2: Clases de centrales hidroeléctricas, según su salto disponible instalado  
(Coordinación de energías renovables, 2008)

Tipo	Rango del salto disponible
Baja Caída	De 2 m a 30 m
Media Caída	De 30 m a 100 m
Alta Caída	Más de 100m

### 1.1.1.3 Según tipo de central:

#### a) Aprovechamiento de agua fluyente

En esta categoría se encuentran aquellos aprovechamientos que no disponen de embalse regulador significativo. De esta manera la central únicamente se encuentra en funcionamiento mientras el caudal que circula a través del río es superior al mínimo permitido de acuerdo a las turbinas que se encuentren aquí instaladas, dejando de funcionar cuando el caudal es menor a este. En una central de este tipo las turbinas trabajan con las variaciones de caudales que pueda tener el río, dadas por motivos naturales (cambios estacionales) o por algún otro motivo.

#### b) Centrales de pie de presa

En este tipo de centrales, se tiene un volumen considerable de agua, a una distancia previa a éste; lo que se denomina como "aguas arriba". Este embalse se da mediante la construcción de una o más presas que forman lagos artificiales. El embalse permite regular la cantidad de agua que pasara por las turbinas. De este volumen embalsado dependerá la cantidad de agua que se haga pasar por las turbinas.

La ventaja de este sistema con respecto al aprovechamiento de agua fluyente es que permite producir energía eléctrica durante todo el año aunque el río se seque por completo durante algunos meses. Las centrales con almacenamiento de reserva exigen por lo general una inversión de capital mayor que las de agua fluyente, pero en la



mayoría de los casos permiten usar toda la energía posible y producir kilovatios-hora más baratos.

c) Centrales en sistemas de alimentación de agua potable

La conducción de agua potable a una ciudad generalmente se da mediante una tubería a presión que conduce el agua desde un embalse a la estación de tratamiento, a cuya entrada, un sistema de válvulas especialmente concebidas, para ello, se encargan de disipar la energía hidrostática, que en general es importante. Existe la posibilidad de sustituir estas válvulas de disipación por una turbina que convierta esa energía disipada, en energía eléctrica utilizable. Esta solución conlleva la utilización de una, o varias válvulas de bypass para garantizar la continuidad de suministro de agua en caso de parada de la turbina. Como la tubería suele ser de gran longitud y en ocasiones no está en buenas condiciones, es necesario garantizar que el funcionamiento de las válvulas que gobiernan el cierre de la turbina y la apertura simultánea al bypass, no darán lugar a sobre presiones transitorias que pongan en peligro la conducción, ni alteren las condiciones en que tiene lugar el suministro.

d) Centrales integradas a los canales de regadío

Es factible instalar una central hidroeléctrica aprovechando la velocidad de las aguas en un canal de regadío, ya sea ensanchando el canal, para poder instalar en él la toma de agua, la central y el canal de fuga, o construir una toma lateral, que alimente una tubería forzada instalada a lo largo del canal. La primera alternativa es más económica, sobre todo si el salto es pequeño, pero exige planear simultáneamente el canal y la central.

## 1.2 Turbomáquinas

Entre las distintas máquinas capaces de transformar la energía de un fluido en energía mecánica o viceversa, se tienen diferentes tipos, las cuales pueden clasificarse en tres grupos principales:

#### a) Máquinas hidrostáticas

También llamadas máquinas de desplazamiento positivo o volumétricas, se basan en las variaciones de energía de las presiones de un fluido y se construyen en sus variantes reciprocantes y rotativas. A este tipo pertenecen las bombas de engranajes.

#### b) Máquinas rotodinámicas o turbomáquinas

Aprovechan las variaciones de la energía cinética que experimenta el fluido cuando este pasa a través de la máquina. Este grupo de Turbomáquinas generalmente se divide en dos grupos: máquinas motoras y generadoras.

#### c) Máquinas gravimétricas

Utilizan la fuerza de la gravedad sobre un sistema en no equilibrio para producir movimiento, a ellas pertenecen, por ejemplo: las ruedas hidráulicas y la utilización del Tornillo de Arquímedes.

### 1.3 Turbinas hidráulicas

La turbina hidráulica es considerada un tipo de turbomáquina motora. Debido a esto se le considera una bomba rotodinámica que trabaja a la inversa. Una bomba absorbe energía mecánica y la brinda al fluido. Una turbina absorbe energía del fluido y restituye energía mecánica.

#### 1.3.1 Clasificación de los tipos de turbinas

La clasificación de las turbinas hidráulicas se puede dar según distintos criterios, entre los cuales se tienen la trayectoria de la partícula que pasa a través de la turbina y según el grado de reacción de este.

### 1.3.1.1 Según la trayectoria de su partícula

#### Turbinas de flujo tangencial

Aquí, la partícula de fluido ingresa tangencialmente a la superficie de revolución del rodete, por lo que esta se mueve básicamente en un plano tangencial.

#### Turbinas radiales

La partícula del fluido recorre en el rodete una trayectoria situada en un plano transversal al eje de la turbomáquina: la velocidad absoluta y relativa en todo punto del rodete carece, pues, de componente axial.

#### Turbinas axiales

Toda partícula de fluido recorre en el rodete una trayectoria situada en un cilindro coaxial con el eje de la turbomáquina. La velocidad absoluta y relativa en todo punto del rodete carece de componente radial.

#### Turbinas de flujo mixto o diagonal

Toda partícula de fluido recorre en el rodete una trayectoria situada en la superficie cónica o en una superficie cualquiera de revolución no desarrollable.

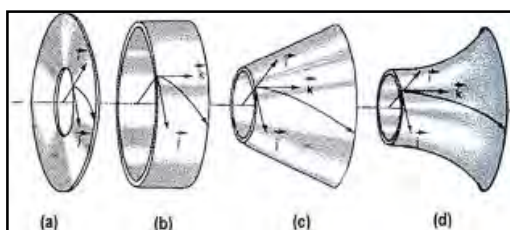


Fig.1.1: Superficie de corriente; a) Turbina radial; b) Turbina axial; c) Turbina diagonal cónica; d) turbina diagonal.

(Mataix, 2009)

### 1.3.1.2 Según el grado de reacción

El grado de reacción es la relación entre la altura de presión y la altura total de una turbomáquina. Esta definición es aplicable tanto para máquinas bombas o turbinas, aunque para las primeras, la máquina es la encargada de proporcionar la altura de presión y en el segundo caso, la recibe.

La altura de presión, para el caso de las bombas es la presión que proporciona directamente el rodete de la bomba, también conocida como altura estática. Mientras que para las turbinas la altura de presión corresponde a la que es absorbida por el rodete.

De acuerdo al criterio de grado de reacción las turbomáquinas se clasifican en dos grupos: Turbinas de acción (o de impulso) cuando el grado de reacción es cero y Turbinas de reacción, si el grado es distinto a cero. Para tener en claro este criterio de clasificación se debe considerar que el grado de reacción se define como:

$$G_r = \frac{E(\text{estática})}{E} \quad (1.1)$$

Para: E es la energía transferida a la turbina

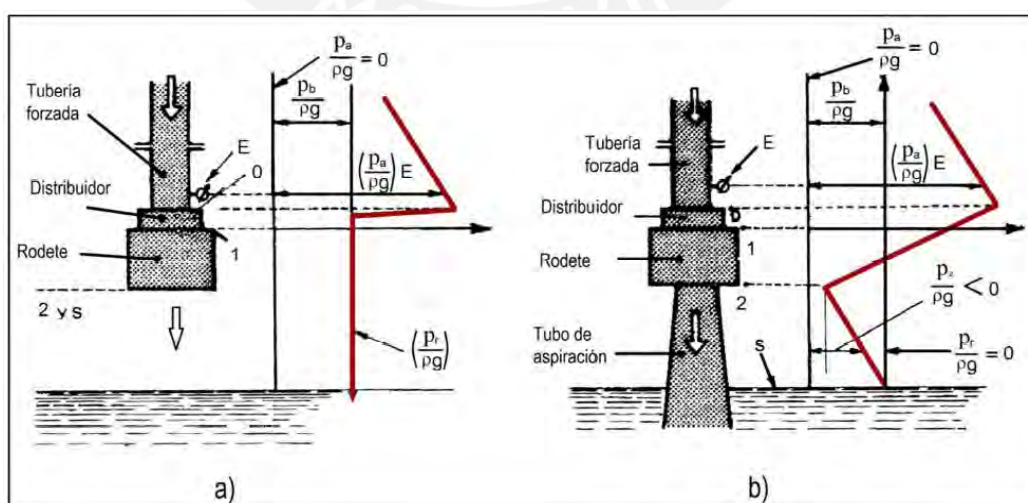


Fig.1.2: Esquema de la variación de la altura estática: a) en las turbinas de acción; b) en las turbinas de reacción.

(Mataix, 2009)

Donde:

- 0 Entrada en el distribuido.
- 1 Entrada en el rotor.
- 2 Salida del rotor.
- Pa Presión absoluta.
- pb Presión barométrica.
- pr Presión relativa.

### Turbinas de acción o impulso

Son turbinas en las que el caudal de agua se utiliza en forma de chorro, impactando a los alabes a presión atmosférica (Fig. 1.3.a), conservando una presión constante en su paso por el rodete, para lo que previamente se ha de transformar toda la energía potencial en energía cinética (Cuesta Diego & Vallarino Cánovas del castillo, 2000).

### Turbinas de reacción

En las Turbinas de reacción el agua sale del distribuidor con una cierta presión que va disminuyendo a medida que el agua atraviesa los álabes del rodete, de forma que, a la salida, la presión puede ser nula o incluso negativa; en estas turbinas el agua circula a presión en el distribuidor y en el rodete y, por lo tanto, la energía potencial del salto se transforma, una parte, en energía cinética, y la otra, en energía de presión. (Fig.1.3.b).

Las alturas de salto neto explotadas por las turbinas que se construyen en la actualidad, así como los tamaños y potencias de las turbinas actuales oscilan entre amplios límites, según se muestra en la Tabla 1.3.

Tabla 1.3: Saltos, tamaños y potencias de los tipos actuales de turbinas  
(Mataix, 1982)

Tipo de Turbina	Reacción		Acción (Pelton)
	Axiales (Kaplan)	Diagonales (Francis)	
Salto neto (H)	2 -70	2 -500	40 – 170
Diámetro exterior del rodete (m)	1 – 10.5	0.35 – 7.65	0.36 - 5.2
Potencia en el eje (MW)	Hasta 250	Hasta 750	Hasta 400

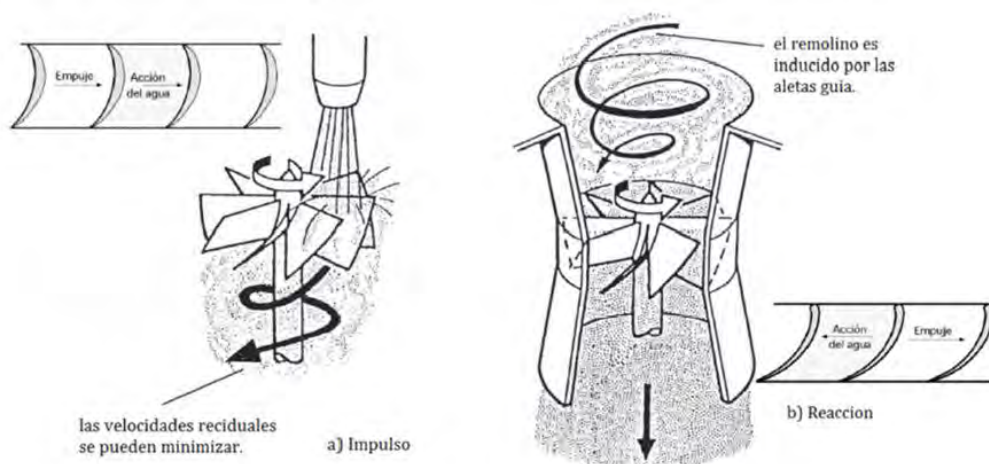


Fig.1.3: Turbinas de impulso y reacción. (Mataix, 2009)

Finalmente, de todas estas turbinas se tiene gran cantidad de información. A continuación, se muestra la siguiente gráfica (Fig.1.4) donde se aprecian los rangos de funcionamientos comunes de estas diferentes turbinas.

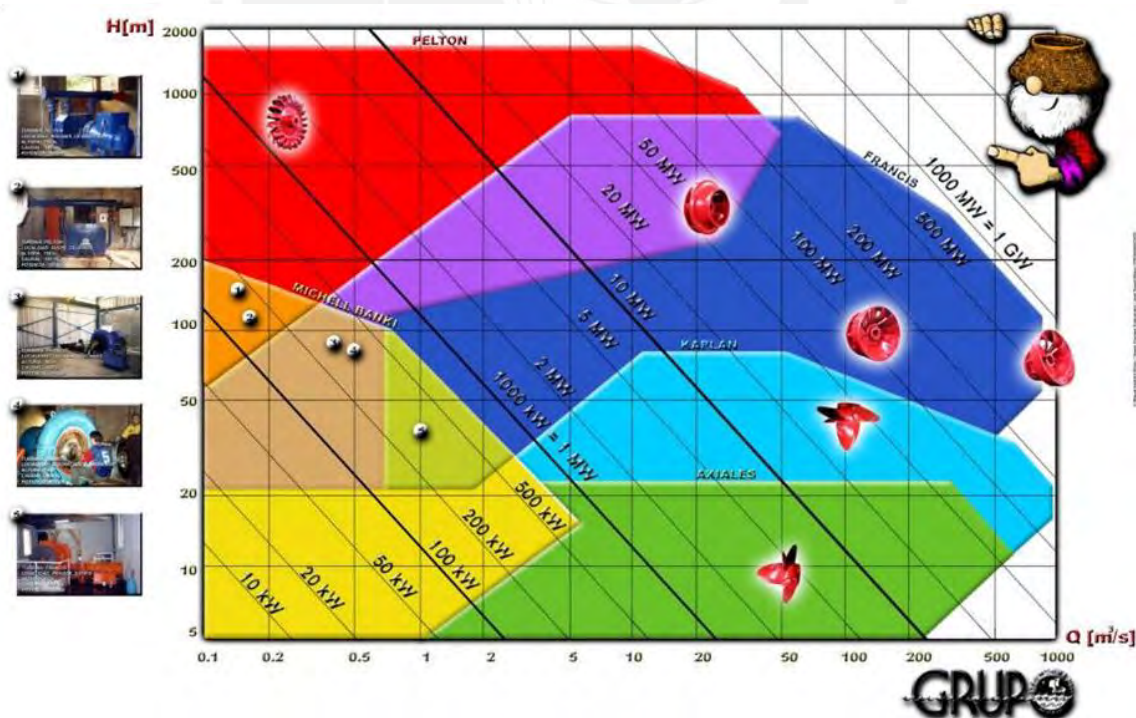


Fig.1.4: Selección de turbinas hidráulicas.  
(Grupo de apoyo al sector rural PUCP, 2013)

## 1.4 Máquinas gravimétricas

### 1.4.1 Ruedas hidráulicas

El funcionamiento de la rueda hidráulica se basa en usar el flujo de agua proveniente de un canal por el cual pasa cierta cantidad de agua del río, la cual ha sido desviada previamente. Este flujo de agua ingresa a velocidad y en cantidad suficiente a los cangilones de la rueda generando que ésta gire, transmitiendo mediante su eje el movimiento a un generador eléctrico. Así se logra obtener energía eléctrica a partir de energía potencial.

Existen distintos tipos de ruedas hidráulicas las cuales son mostradas a continuación en la Fig. 1.5.

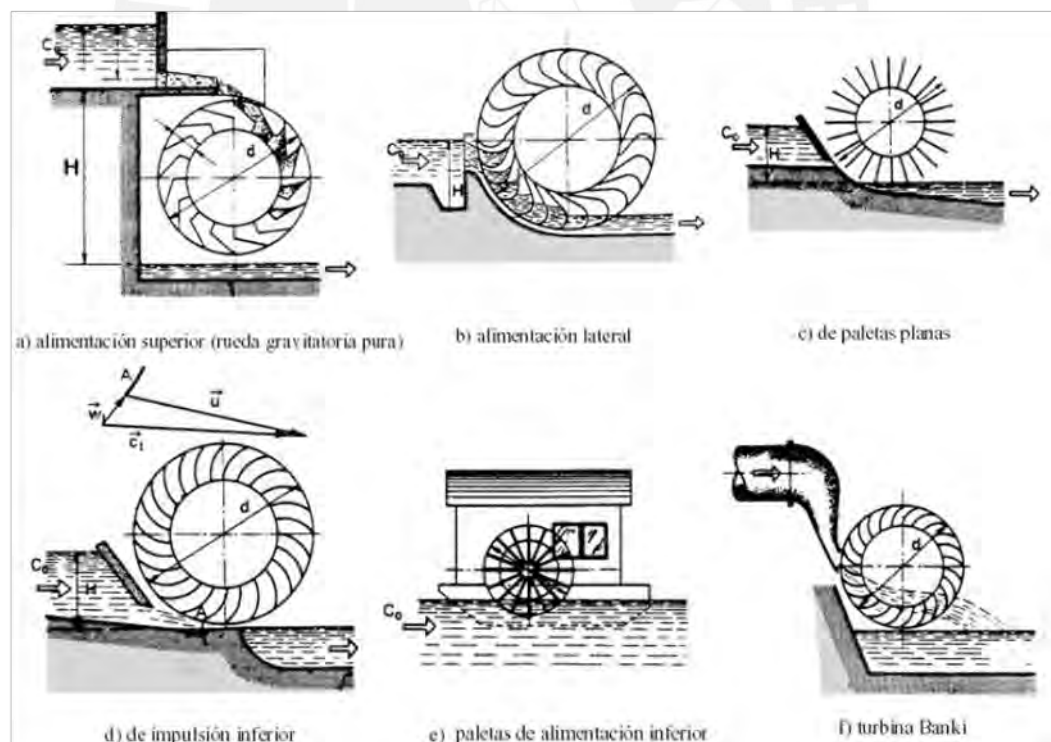


Fig.1.5: Diferentes tipos de ruedas hidráulicas.

(Córdova, 1999)

### 1.4.2 Tornillo de Arquímedes

La turbina de Arquímedes es una máquina gravimétrica que posee una superficie con hélices helicoidales dentro de un cilindro cuyo eje está inclinado de tal modo que su extremo inferior este sumergido dentro del agua. El cilindro y la hélice helicoidal forman una serie de celdas en las cuales el agua desciende o asciende de acuerdo a la configuración en la cual está colocado el Tornillo. Este concepto no es nuevo, ha sido utilizada para elevación de agua, harina, cereales o material excavado. Fue inventado en el siglo III a. C. por Arquímedes, del que recibe su nombre, Desde su invención hasta ahora se ha utilizado para el bombeo (Fig.1.6). También es llamado Tornillo sinfín por su circuito en infinito. Sin embargo, su uso para la generación de electricidad si es reciente data del año 1992 cuando fue propuesto para ser usado en el sentido inverso y dejar caer agua a través de él generando que este gire. La primera instalación de este tipo data del año 1998 (Rorres, 2000).

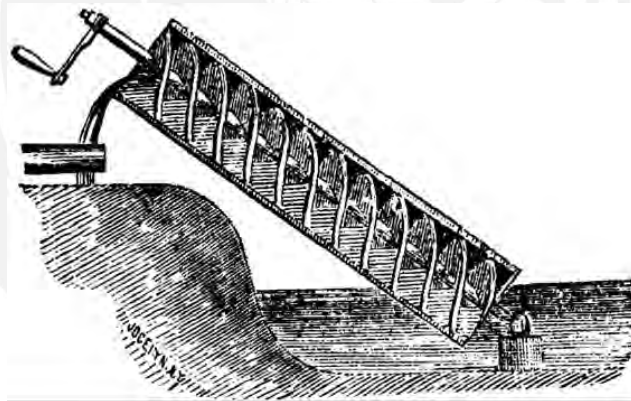


Fig.1.6: Bomba Basada en Tornillo de Arquímedes.

(Rorres, 2000)

#### 1.4.2.1 Principio de funcionamiento:

En una turbina basada en un Tornillo de Arquímedes el agua permite el funcionamiento del sistema principalmente por su propio peso, debido a esto es que es considerada una máquina gravimétrica.

El agua llena las cavidades del Tornillo que funcionan como cubetas o cajones que se desplazan hacia abajo debido a la acción de su peso y la superficie helicoidal de la



superficie de la hélice, hacen girar al Tornillo. De esta manera se transforma energía potencial en energía mecánica. Finalmente, se obtiene energía eléctrica mediante el uso de un generador acoplado de forma directa o indirecta al eje del Tornillo. Esta energía mecánica generada va de acuerdo a la altura del salto  $H$  en metros y el caudal  $Q$  que ingresa al Tornillo; este caudal se distribuye en el Tornillo de Arquímedes como se muestra en la Fig.1.7.

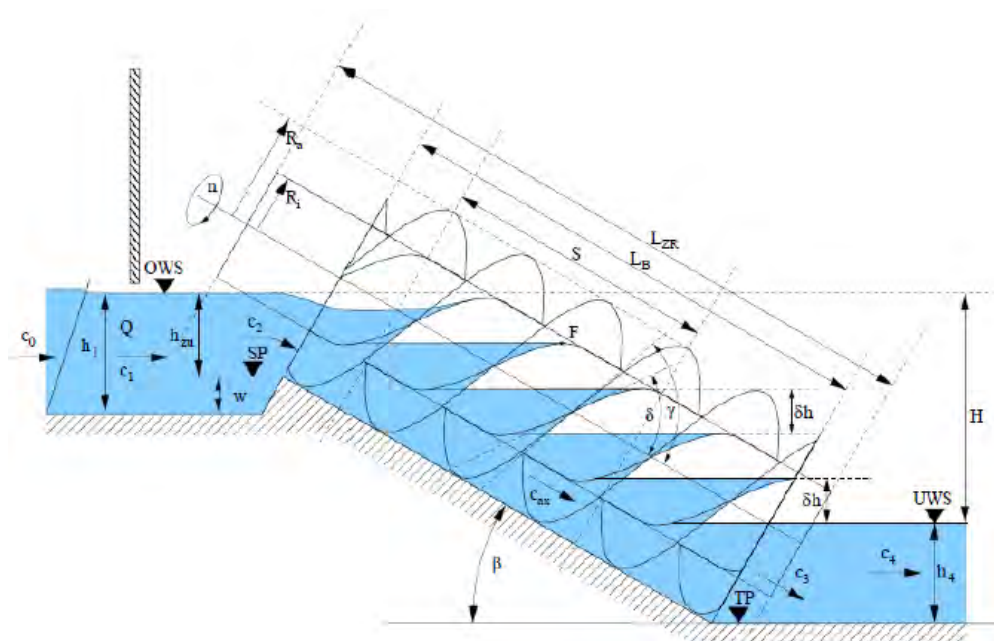


Fig.1.7: Vista de corte de un Tornillo de Arquímedes.  
(Ali Raza & Saleem Mian, 2013)

#### 1.4.2.2 Componentes del sistema:

Como se puede apreciar en la Fig. 1.8 el sistema de generación de energía eléctrica mediante un Tornillo de Arquímedes está conformado por:

- El Tornillo de Arquímedes: Como ya se explicó, esta máquina gravimétrica es la encargada de realizar el aprovechamiento de la energía potencial en energía mecánica.
- Rodamiento superior: Este componente del sistema se encarga de absorber parte de las fuerzas radiales. Por lo que este debe ser un rodamiento radial. Este

rodamiento debe estar adecuadamente protegido de la filtración de agua hacia su lubricación.

- Rodamiento inferior y soporte: Este componente del sistema se encarga de absorber parte de las fuerzas radiales y axiales generadas por el Tornillo. Por lo que éste debe ser un rodamiento de contacto angular. Además, este rodamiento al igual que el rodamiento superior debe estar adecuadamente protegido de la filtración de agua hacia la lubricación de éste.
- Eje de transmisión: Es el elemento encargado de transmitir la energía mecánica generada mediante el giro del Tornillo de Arquímedes por la energía potencial hacia el generador, instalado en la parte superior de éste.
- Generador: Elemento encargado de transformar la energía mecánica, en energía eléctrica, para ser utilizada en las aplicaciones que se requieran, o almacenarla en baterías para su posterior uso.
- Cama del Tornillo: Sirve como guía del Tornillo de Arquímedes. El soporte inferior (donde se encuentra el rodamiento inferior) se encuentra conectado a este. Por lo que sirve también como soporte del Tornillo de Arquímedes.
- Válvula de regulación del caudal: No es un elemento fundamental para el funcionamiento del sistema, pero en caso de ser requerido. Sirve para poder regular la potencia que genere el Tornillo de Arquímedes mediante la regulación del caudal que ingresa a él.
- Rejilla de gruesos: Actúa como filtro, que se encarga de evitar el ingreso de sólidos de gran tamaño al Tornillo de Arquímedes, lo que podría derivar en un mal funcionamiento o avería de este.
- Panel de control: Opcional, se encarga del encendido o apagado del sistema.
- Canal de Alimentación: Canal para la llegada del flujo de agua hacia el Tornillo de Arquímedes. En el caso del proyecto de tesis este canal sería el mismo canal de regadío.
- By – pass: Canal paralelo al canal de alimentación, para casos de reparación o mantenimiento del Tornillo de Arquímedes o algún elemento del sistema. Pasando el flujo a través de éste, permite que el flujo de agua siga su curso.



Fig.1.8: Partes del sistema del Tornillo de Arquímedes.  
 (Landustrie, 2008)

#### 1.4.2.3 Consideraciones para la fabricación:

A continuación, se mencionarán algunas consideraciones de fabricación de los principales componentes del sistema del Tornillo de Arquímedes: Las hélices del tornillo de Arquímedes se fabrican mediante el rolado de planchas de acero. Las dimensiones se determinan mediante los cálculos energéticos, en base a la altura y caudal para el cual será usado. Posteriormente son soldadas al eje del tornillo, de tal forma que se dé un desarrollo continuo del tornillo sin fin. Finalmente, se les aplica recubrimientos de acuerdo a las necesidades particulares (agua dulce, agua salada, acidez, etc).



Fig.1.9: Proceso de fabricación de las hélices de un Tornillo de Arquímedes.  
 (Landustrie, 2012)

La cama del tornillo puede ser fabricada o construida en tres alternativas: Estructura en base a planchas de acero, en base a hormigón y Basalto fundido. La selección del tipo de cama a utilizarse se da en base a las necesidades del proyecto y al costo asociado. El uso de Basalto fundido se limita a uso de fluidos altamente abrasivos y es la de mayor costo. Por otro lado, el uso en plancha de acero es de menor costo y permite reducir las obras civiles en el lugar a ser instalado.



Fig.1.10: Cama de hormigón y cama de acero de un tornillo de Arquímedes.  
(Bedford, 2012) - (RenewableFirst, 2006)

La fabricación del eje del tornillo de Arquímedes será abarcada con mayor detalle en el capítulo 4 de la presente tesis. El material a ser usado es acero y fabricado utilizando ejes macizos o planchas roladas (Ejes huecos) de acuerdo al tamaño del tornillo fabricado.

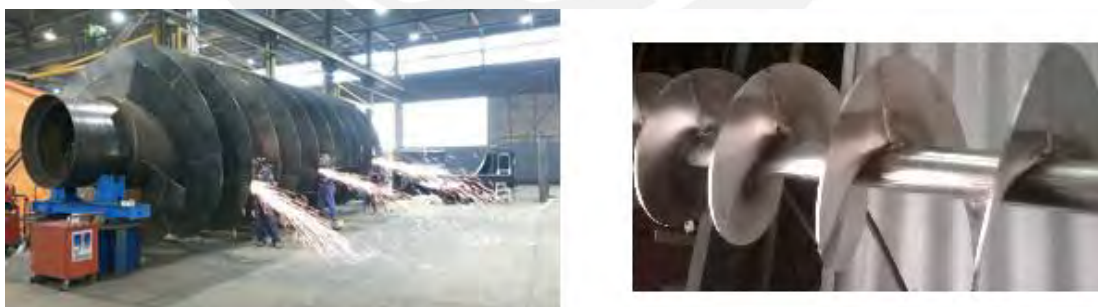


Fig.1.11: Eje hueco – Eje macizo de un tornillo de Arquímedes.  
(Landustrie, 2012)

#### 1.4.2.4 Proyectos de generación eléctrica en funcionamiento:

La mayor cantidad de proyectos implementados de este tipo se han dado en Europa. A continuación, se mencionan algunos cuya potencia generada es cercana a la que abarca la presente Tesis:

Tabla 1.4: Proyectos de generación eléctrica usando Tornillo de Arquímedes. Tabla elaboración propia – Información de Hydroni.co.uk (HydroNI, 2015)

Ubicación del proyecto	Potencia generada	Características a mencionar
Cragside Estate, Northumbria, Inglaterra	12 kW	Tornillo de 17 ft de largo, fabricado en acero galvanizado. El flujo de agua es tomado del lago Tumbleton.
Rochdale, Inglaterra	21 kW	Construida en el año 2011. Caudal promedio de 2800 l/s.
Garvagh, Irlanda del Norte	54 kW	Proyecto implementado por la empresa HydroNI. Cuenta con una caída de 2.8 m y 2800l/s.
Broughshane, Irlanda del Norte	20 kW	Proyecto implementado por la empresa HydroNI. Cuenta con una caída de 5.7 m y 538 l/s.
River Bann, Irlanda del Norte	34 kW	Proyecto implementado por la empresa HydroNI. Cuenta con una caída de 1.45 m y 3100 l/s

#### 1.4.2.5 Características eco amigables del Tornillo de Arquímedes:

##### 1.4.2.5.1 Paso de los peces

Además de las condiciones que tiene el sistema del Tornillo de Arquímedes como sistema para el aprovechamiento energético en determinadas condiciones, este sistema tiene otras ventajas sobre otros. Por ejemplo, es un sistema amigable con el medio ambiente.

Una de sus principales características eco amigable es que permite el paso de peces a través del Tornillo. Existen diferentes estudios que permiten confirmar esto. Uno de estos estudios el realizado para el proyecto de generación de energía ubicado en el río Dart, en el reino unido. "Fish Monitoring and Live Fish Trials. Archimedes Screw Turbine, River Dart" (FISHTEK consulting, 2007).

Mediante el estudio citado previamente se concluyó que el tornillo de Arquímedes efectivamente es amigable con los peces debido a 3 aspectos primordialmente: baja velocidad de rotación, no existen cambios bruscos en la presión y no existen esfuerzos cortantes importantes.

De acuerdo a la regulación nacional establecido por el ANA (Autoridad Nacional del Agua) en la ley 29338 (Ley de Recursos Hídricos), el aprovechamiento de recursos hídricos en ríos debe garantizar la adecuada conservación del "Caudal Ecológico" de acuerdo a la ley ya mencionada, el termino se entiende como aquel caudal que se debe mantener en las fuentes naturales de agua para la protección o conservación de los ecosistemas involucrados, la estética del paisaje u otros aspectos de interés científico o cultural (ANA, 2009).

Si bien, el proyecto que abarca esta tesis estaría instalado en un canal de regadío, los cuales no cuentan con paso de peces a través de estos. No deja de ser una ventaja para la aplicación de este sistema en otros aprovechamientos de agua por los cuales si se cuenta con el paso de peces.

#### **1.4.2.5.2 Paso de sedimentación**

Cuando se trata de un proyecto en el cual no se cuenta con una represa aguas arriba, se genera problemas debido a la presencia de un sistema de aprovechamiento de energía y el paso de sedimentos. Principalmente, son dos inconvenientes los que se pueden presentar.

En primer lugar, la interrupción del paso de sedimentos hacia aguas debajo de la ubicación del sistema posee consecuencias de carácter ambiental, como pérdida de



especies nativas (destrucción de ecosistemas), acumulación de sedimentos (cambio del perfil de los suelos del curso de agua), etc.

En segundo lugar, la acumulación de sedimentos en una presa conlleva a tener que realizar un mantenimiento del fondo regularmente. Si este no se realiza con la frecuencia adecuada, originaría la pérdida definitiva del embalse. Cuando se trata de presas de mayor tamaño esta acumulación de sedimentos suele tardar mucho tiempo y realizarles un mantenimiento o limpieza, no es viable por los altos costos del proceso. Una vez que este embalse esté lleno de sedimentos, dicha retención llegó a su tiempo límite de funcionamiento.

En el caso de la generación por medio de un sistema de Tornillo de Arquímedes no se presenta acumulación de sedimentos, puesto que permite el libre pasó de los sedimentos dentro del Tornillo.

### **1.5 Selección de la turbina o máquina gravimétrica**

La selección del tipo de turbina hidráulica o una máquina gravimétrica que actúe como turbina hidráulica depende de los siguientes criterios:

- Los factores principales son las características del sitio, altura del salto y el caudal disponible.
- La velocidad a la cual se requiere que gire el generador u otro equipo que este acoplado a la turbina.
- Comportamiento de la turbina frente a cambios del caudal.
- Otros aspectos, como dimensiones, facilidad de instalación, mantenimiento u otros.

La velocidad a la cual se requiere que gire el generador no siempre puede ser cumplida por la turbina, por lo que para obtener la velocidad de operación del generador se adapta un multiplicador de velocidad o una configuración de fajas y poleas, ubicado entre la turbina y el generador.

En algunos casos es posible seleccionar una turbina que opere exactamente a la velocidad de operación del generador, sin la necesidad de una transmisión de engranajes. Entonces el generador puede ser acoplado directamente al eje de la turbina. En las pequeñas y micro centrales eléctricas usualmente es más económico comprar por separado el generador, la transmisión de engranajes y la turbina, que comprar todo el equipo acoplado, por lo que este criterio no se hace determinante.

Siendo el principal criterio de selección, las condiciones de operación. El salto neto de trabajo y el caudal que pasará por la turbina. Para el caso de estudio de la tesis es de 2 m y 2 m<sup>3</sup>/s. Se puede ver en la Fig.1.12 que se tiene dos opciones que serían de utilidad para el caso. La rueda hidráulica de alimentación inferior y el Tornillo de Arquímedes actuando como turbina.

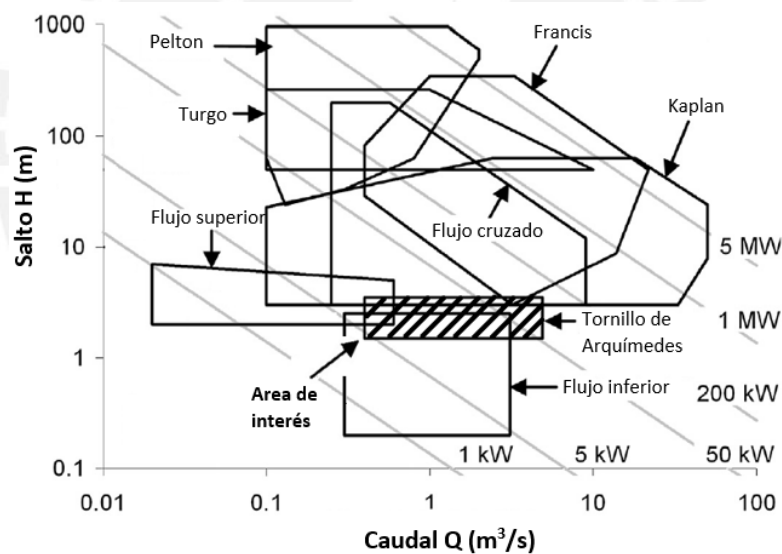


Fig.1.12: Rango de trabajo de todas las turbinas hidráulicas.

(Williamson, Stark, & Booker, 2014)

Además, se tiene que las diferentes turbinas de impulso, reacción y las máquinas gravimétricas trabajan, de forma diferente si se varía el flujo del caudal para el cual fue diseñado.

A continuación, se muestra una gráfica (Fig. 1.13) en la cual se observa el comportamiento de la eficiencia en los distintos tipos de turbinas de acuerdo a la



variación del flujo que se tenga. Esta gráfica ha sido extraída del catálogo de la empresa Andritz, fabricante alemán de equipos para uso en fuentes de energías renovables.

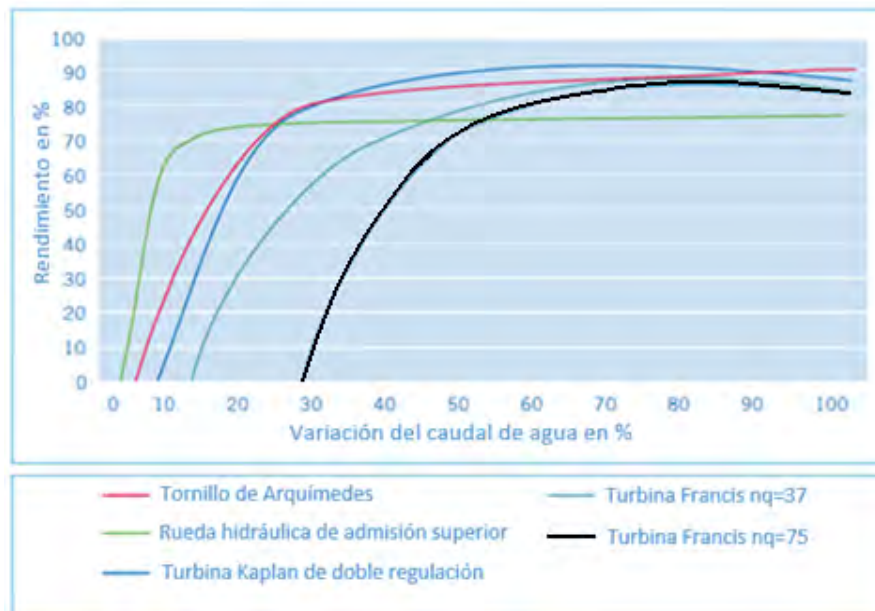


Fig.1.13: Comportamiento de la eficiencia frente a la variación del caudal.  
(Andritz Atro, 2012)

En esta gráfica se puede observar que el comportamiento de la eficiencia de un Tornillo de Arquímedes, como máquina gravimétrica de generación de energía, es mejor que el de una rueda hidráulica de alimentación superior (siendo esta similar al de una por alimentación inferior). Teniéndose para el Tornillo de Arquímedes valores de eficiencia superiores al 80%, para variaciones de caudal de agua del 25% al 100%, frente a valores de eficiencia inferiores al 80% para todo el rango de variación de caudal de una rueda hidráulica. Además, se considera para salto de agua de hasta 10 m y 10 m<sup>3</sup>/s de caudal. Razón por la cual se escoge el Tornillo de Arquímedes como estudio de la tesis.

## CAPÍTULO 2

### CÁLCULOS ENERGÉTICOS DEL TORNILLO DE ARQUÍMEDES

#### 2.1 Análisis energético

##### 2.1.1 Geometría del Tornillo

Con la finalidad de mostrar las diferentes variables geométricas de diseño del Tornillo de Arquímedes se muestran las Fig. 2.1 y Fig. 2.2. En la primera figura se pueden observar las dimensiones principales del diseño del Tornillo de Arquímedes tales como la altura, longitud de la hélice, longitud total del eje y el ángulo de inclinación. Además de las dimensiones principales ya mencionadas se tienen los parámetros de avance (P) y paso del Tornillo (Px). El avance de una hélice es la distancia entre cresta y cresta, mientras que el paso del Tornillo es la distancia entre dos crestas de diferentes hilos que se encuentran adyacentes. Ambos valores están relacionados por el número de hilos del Tornillo. Se debe entender al número de hilos (o hélices) que posee un Tornillo como aquel parámetro que indicara la cantidad de hélices a lo largo del Tornillo de Arquímedes y es el parámetro que relacionara el avance del Tornillo y el paso.

En la Fig.2.1 se observa un Tornillo de Arquímedes de tres hilos, cada uno con un diferente color, se muestra de forma esquemática una configuración de tres hilos. Sin embargo, de acuerdo al diseño que se realizara este valor puede variar.

Por otro lado, la Fig.2.2 muestra dos parámetros propios de la hélice, el ángulo interior ( $\beta$ ) y el ángulo exterior ( $\alpha$ ); estos parámetros son iguales para los diferentes hilos y se relacionan con el paso y el avance, como se mostrará más adelante.

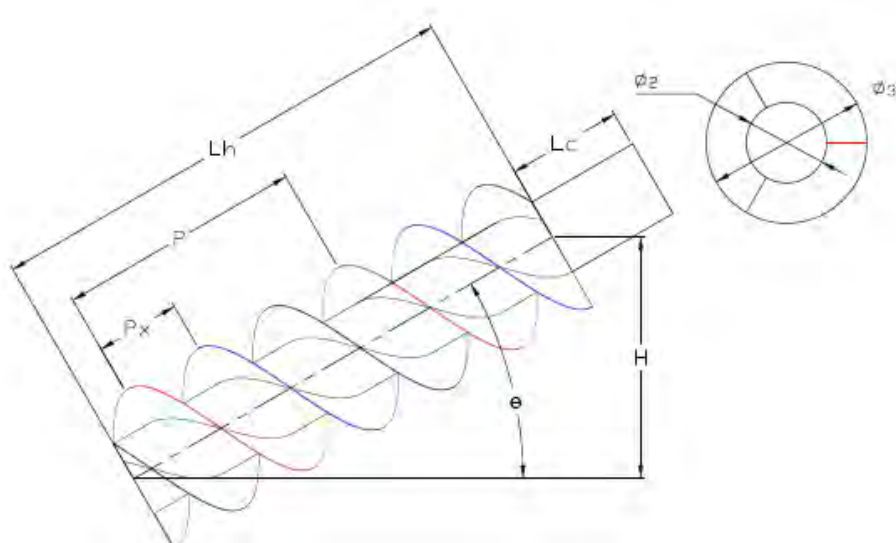


Fig.2.1: Tornillo de Arquímedes esquemático de 03 hilos.

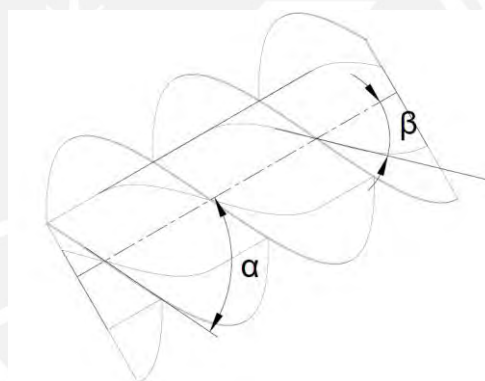


Fig.2.2: Tornillo de Arquímedes esquemático.

Donde:

- $Q$  = Caudal de agua que pasa por el Tornillo.
- $H$  = Salto de agua (altura).
- $P_x$  = Paso del Tornillo.
- $N_h$  = Número de hilos.
- $L_h$  = Longitud de la hélice.
- $L_c$  = Longitud complementaria del eje.
- $\varnothing_1$  = Diámetro del eje de los rodamientos.
- $\varnothing_2$  = Diámetro del eje de la hélice.
- $\varnothing_3$  = Diámetro exterior de la hélice.
- $\alpha$  = Ángulo exterior de la hélice.
- $\beta$  = Ángulo interior de la hélice.
- $\theta$  = Ángulo del Tornillo.

Los ángulos de la hélice interior ( $\beta$ ) y el ángulo exterior ( $\alpha$ ) se pueden relacionar mediante ecuaciones, debido a que se conoce con anterioridad que el Tornillo está compuesto por hélices cilíndricas y estas pueden proyectarse en un desarrollo como se muestra en la Fig.2.3. En esta figura se observa el desarrollo de la hélice de la parte externa, formada por el ángulo  $\alpha$ . De la misma manera es el desarrollo de la curva de la parte interior de la hélice, formada por el ángulo  $\beta$ . Con lo que se llega a las ecuaciones (2.1), (2.2), (2.3) y (2.4).

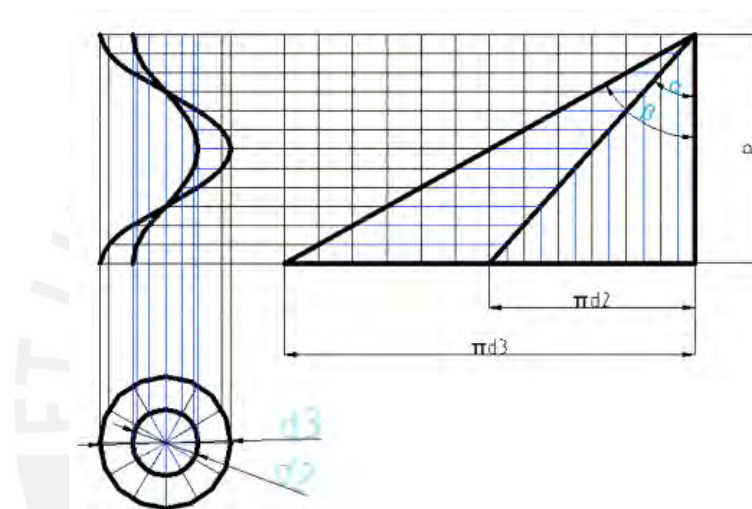


Fig.2.3: Desarrollo de las hélices de un Tornillo de Arquímedes.  
(Mejía, 2011)

$$P = P_X * N_h \quad (2.1)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\pi * \varnothing_2}{P} \quad (2.2)$$

De la misma manera, es el desarrollo de la hélice exterior con la diferencia que el ángulo es  $\beta$  y el diámetro  $\varnothing_3$ .

$$\tan(\beta) = \frac{\pi * \varnothing_3}{P} \quad (2.3)$$

Usando las ecuaciones (2.1), (2.2) y (2.3) se obtiene la siguiente relación:

$$P = P_X * N_h = \frac{\pi * \varnothing_2}{\tan(\alpha)} = \frac{\pi * \varnothing_3}{\tan(\beta)} \quad (2.4)$$

### 2.1.2 Consideraciones iniciales

Con fines de análisis del Tornillo se tendrán ciertas consideraciones iniciales las cuales se presentan a continuación:

- A manera de cita textual se menciona: *“It is assumed that the inflowing water enters through a rectangular channel whose width matches the diameter  $2Ra$  of the screw and that the height of the incoming water is  $Ra$ . This height condition is to satisfy the well-known fact that to minimize the friction of flowing water in an open rectangular channel the height of the water should be half the width of the channel”* (Nuernbergk & Rorres, 2013). De acuerdo a lo mencionado, se tomará en cuenta que se trata de un canal de regadío con ancho igual al diámetro del Tornillo y alto igual al radio del Tornillo, para minimizar pérdidas por fricción del agua en el canal.
- Debido a la consideración previa (del canal de regadío rectangular), el Tornillo será cubierto por agua como máximo hasta la mitad de su diámetro exterior (Fig.2.5).
- La fuerza tangencial al Tornillo ( $F_z$ ) es ejercida en el centroide del agua presente en el Tornillo.
- Se cumplirá con la ecuación (2.5), esta relación es un valor óptimo determinado por los estudios que se muestran en el documento *“The Turn of the screw: Optimal Design of an Archimedes Screw”* (Rorres, 2000)<sup>1</sup>, que brinda parámetros óptimos para la construcción de un Tornillo de Arquímedes:

$$\frac{\varnothing_2}{\varnothing_3} = 0.5 \quad (2.5)$$

- Las condiciones expresadas para el eje del Tornillo en la Fig.2.4. tanto de la velocidad rotacional como del torque, tienen relación directa con la velocidad ( $u$ ) y

<sup>1</sup> Cita referencia para el capítulo 1, también usada en el capítulo 2.

la Fuerza tangencial al Tornillo ( $F_z$ ) y el centroide de la masa del agua en ambos casos.

- De forma práctica se asumirá que la longitud complementaria del eje ( $L_c$ ) será de la octava parte de la longitud de la hélice ( $L_h$ ) de acuerdo a la Ecuación 2.6, esta longitud complementaria en el eje se toma para que el agua no impacte con los equipos ubicados en la zona superior (Generador y caja multiplicadora).

$$\frac{L_h}{L_c} = 8 \quad (2.6)$$

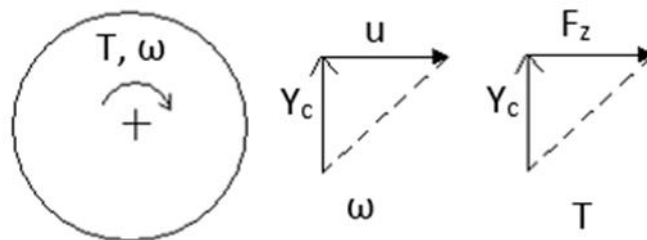


Fig.2.4: Velocidad angular y torque en el eje. (Fuente propia)

- El valor de gravedad será considerado en  $9.81 \text{ m/s}^2$  y la densidad de agua de  $999.7 \text{ kg/m}^3$ , debido a que el proyecto no cuenta con un lugar exacto, por lo que se asumirán condiciones de valores estándar, es decir  $P=1 \text{ atm}$  y temperatura del agua a  $10^\circ\text{C}$ . Estos datos son típicos en un lugar ubicado al nivel del mar.
- El ángulo de inclinación será de  $30^\circ$  para la inclinación del Tornillo de Arquímedes y 3 hilos para el Tornillo de Arquímedes. Ambas consideraciones serán desarrolladas a detalle en: “2.1.10 Ángulo de inclinación y Número de hilos” y “2.1.11 Número de hilos”.

### 2.1.3 Centroide y área

Se debe de determinar el caso extremo (50%) de la hélice llena, para lo cual se determinan las características geométricas (área y centroide) del agua cuando llena el máximo del 50% de la Hélice.

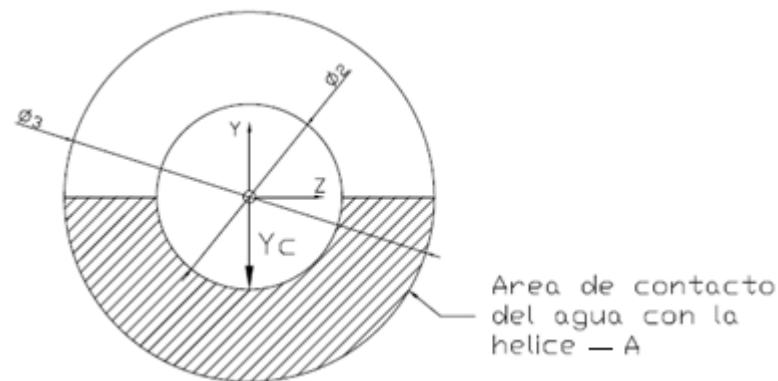


Fig.2.5: 50% de agua en la hélice. (Fuente propia)

Hallando el área:

$$A = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{4} * \varnothing_3^2 - \frac{\pi}{4} * \varnothing_2^2 \right) \quad (2.7)$$

Usando la ecuación (2.5) en la (2.7)

$$A = \frac{3\pi}{32} \varnothing_3^2 \quad (2.8)$$

Hallando el centroide:

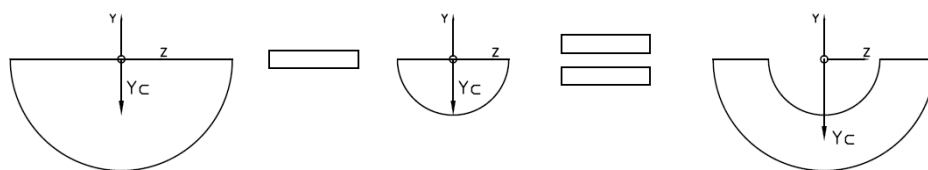


Fig.2.6: Cálculo del centroide.

La fórmula para determinar el centroide de un semicírculo está definida por:

$$Y_C = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4\varnothing}{6\pi}$$

Para determinar el centroide de una figura compuesta, se debe tener en cuenta que ésta se determina por la división de la sumatoria de áreas por el centroide y la sumatoria de áreas, tal como se muestra la ecuación siguiente:

$$\sum Y_C = \frac{\sum \text{Área} * Y_C}{\sum \text{Área}}$$

$$\sum \text{Área} * Y_C = \frac{4\emptyset_3}{6\pi} * \frac{\pi\emptyset_3^2}{8} - \frac{4\emptyset_2}{6\pi} * \frac{\pi\emptyset_2^2}{8}$$

Usando la ecuación (2.5)

$$\sum \text{Área} * Y_C = \frac{7\emptyset_3^3}{96}$$

Hallando sumatoria de área

$$\sum \text{Área} = \frac{\pi\emptyset_3^2}{8} - \frac{\pi\emptyset_2^2}{8}$$

Usando la ecuación (2.5)

$$\sum \text{Área} = \frac{3\pi\emptyset_3^2}{32}$$

Finalmente se obtiene:

$$\sum Y_C = \frac{\sum \text{Área} * Y_C}{\sum \text{Área}} = 0.24755 * \emptyset_3 \quad (2.9)$$

Una vez determinado el centroide del volumen de agua proyectado en el área frontal del Tornillo de Arquímedes, se determinará la fuerza que genera el torque, para lo cual se empieza determinando las relaciones entre fuerzas con los ángulos geométricos propios del Tornillo.

#### 2.1.4 Torque generado por el agua en el Tornillo

A continuación, en la Fig. 2.7 se muestra el diagrama de cuerpo libre del Tornillo de Arquímedes.



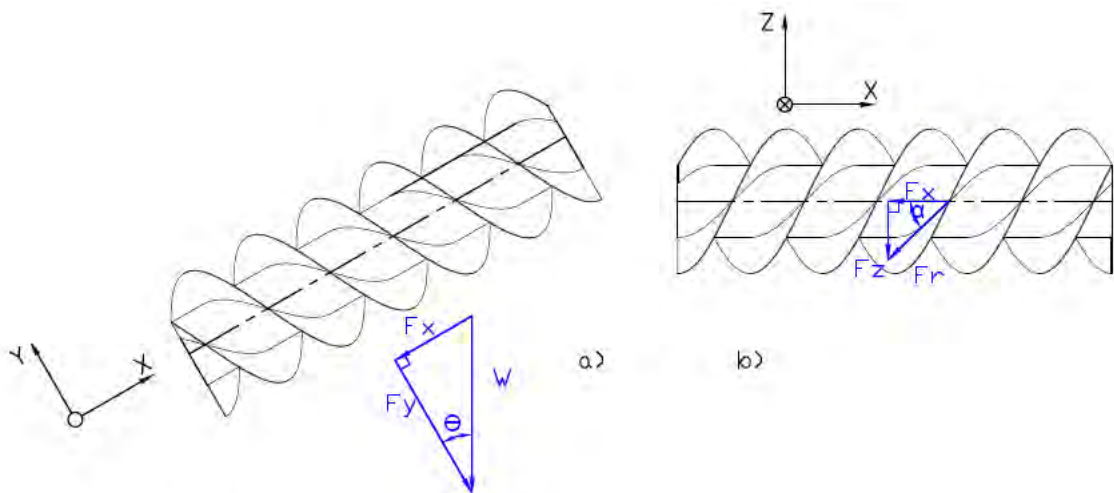


Fig.2.7: DCL del Tornillo de Arquímedes.

Donde:

- $F_x$  = Fuerza de empuje del agua en dirección del plano X o axial al Tornillo.
- $F_y$  = Fuerza de empuje del agua en dirección del plano Y o radial al Tornillo
- $F_z$  = Fuerza de empuje del agua en dirección del plano Z o tangencial al Tornillo.
- $F_r$  = Fuerza de empuje del agua tangencial a la hélice.
- $W$  = Peso del agua.
- $A$  = Área de contacto del agua.
- $\omega$  = velocidad angular.

Como se sabe una máquina gravimétrica es aquella que produce una potencia debido al peso del fluido en este. Por lo que se debe relacionar las fuerzas que se produzcan en el Tornillo y el torque en el Tornillo.

Se debe tener en cuenta que las fuerzas mostradas en la Fig. 2.7. Son aquellas a las que se somete cada paso de la hélice del Tornillo. Es decir, para obtener el valor de las fuerzas o torques a la que es sometido el Tornillo se debe multiplicar por el factor de numero de hélices por longitud del Tornillo.

Las expresiones para el cálculo de fuerzas (2.10 y 2.11) y torque (2.12) que generará el agua en el Tornillo de Arquímedes han sido demostradas en el documento “*Diseño de una turbina hidráulica basada en el Tornillo de Arquímedes*” (Mejía, 2011).

$$F_X = \rho * g * A * P_X * \text{sen}(\theta) \quad (2.10)$$

(Mejía, 2011)

$$F_Z = \rho * g * A * P_X * \text{sen}(\theta) * \tan(\alpha) \quad (2.11)$$

(Mejía, 2011).

$$T = T_1 * X = \rho * g * A * L_h * \text{sen}(\theta) * \tan(\alpha) * Y_c \quad (2.12)$$

(Mejía, 2011).

### 2.1.5 Velocidad de giro del Tornillo

El Tornillo gira con velocidad tangencial ( $u$ ), la cual está determinada por la velocidad a la que ingresa el agua al Tornillo ( $V_0$ ) y el ángulo exterior de la hélice ( $\alpha$ ). La Fig.2.8. Muestra el análisis de velocidades.

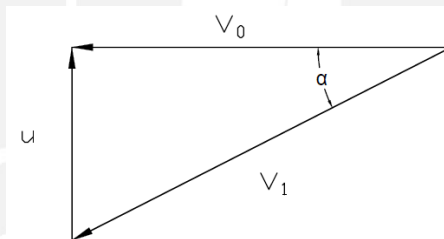


Fig.2.8: Triangulo de Velocidades.

Mediante el uso del triángulo de velocidades y el caudal; Se logra determinar la ecuación 2.13) (Mejía, 2011).

$$\omega = \frac{Q * \tan(\alpha)}{A * Y_c} \quad (2.13)$$

(Mejía, 2011)

### 2.1.6 Potencia teórica

$$P_{teo} = T * \omega \quad (2.14)$$

De la Fig.2.1. Se deduce:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{H}{L_h} \quad (2.15)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.12), (2.13) y (2.15) en la (2.14):

$$P_{teo} = \rho * g * Q * H * (\tan(\alpha))^2 \quad (2.16)$$

### 2.1.7 Eficiencia

La potencia máxima que se puede dar es cuando la eficiencia es 100%, dado por la siguiente formula:

$$P_{100\%} = \rho * g * Q * H$$

Por lo que la eficiencia se determina por:

$$\eta = \frac{\rho * g * Q * H * (\tan(\alpha))^2}{\rho * g * Q * H} = (\tan(\alpha))^2 \quad (2.17)$$

Como se puede apreciar en la ecuación (2.17) existe una relación directa entre la eficiencia del Tornillo y el ángulo interior de la hélice ( $\alpha$ ). Sin embargo, el valor que da la tangente de un ángulo puede variar hasta el infinito ( $\alpha=90^\circ$ ), por lo que este valor debe determinarse a partir de la eficiencia teórica (ecuación 2.19). El parámetro de eficiencia en las diferentes máquinas generalmente es determinado de forma experimental y a partir de éstos se pueden crear curvas o ecuaciones que permitan determinar la eficiencia de forma analítica. Para el caso del Tornillo de Arquímedes como máquina generadora de electricidad se usara la siguiente ecuación (Williamson, Stark, & Booker, 2014):

$$\eta = \left(\frac{2n+1}{2n+2}\right) * \left(1 - \frac{0.01125 * D^2}{Q}\right) \quad (2.18)$$

La ecuación (2.18) está determinada por el factor  $n$  que es el número de hélices del Tornillo (con las variables empleadas en la tesis  $N_h$ ),  $Q$  el caudal y  $D$  que es el diámetro exterior de la hélice del Tornillo de Arquímedes. De esta manera la ecuación queda la ecuación adaptada a la tesis de esta manera:

$$\eta = \left( \frac{2N_h + 1}{2N_h + 2} \right) * \left( 1 - \frac{0.01125 * D^2}{Q} \right) \quad (2.19)$$

Finalmente, la eficiencia sirve para determinar la potencia en el eje del Tornillo.

$$P_{Eje} = \eta * P_{teo} \quad (2.20)$$

#### 2.1.8 Potencia del sistema

La potencia del sistema debe incluir las pérdidas en los sistemas de transmisión y del generador. Por lo que se obtendrá la potencia de todo el sistema mediante la Ecuación 2.21.

$$P = P_{teo} * \eta_m * \eta_g \quad (2.21)$$

#### 2.1.9 Caudal del canal

Se asume que el canal de regadío posee una forma rectangular, por lo que se puede realizar el cálculo de caudal mediante el de un vertedero rectangular.

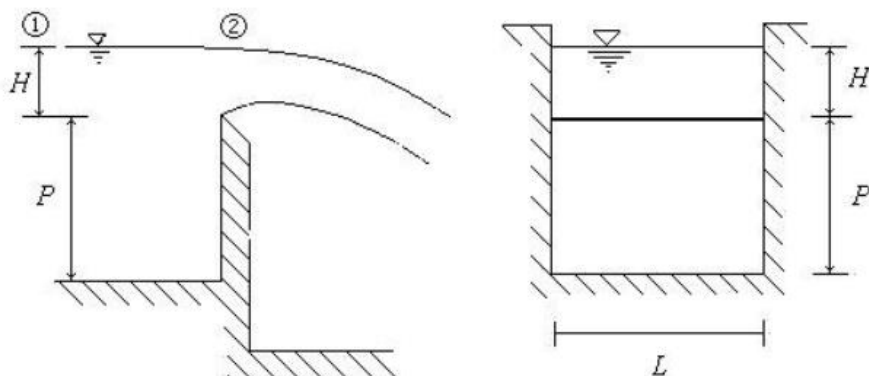


Fig.2.9: Vertedero rectangular.

(Azevedo Netto &amp; Acosta Alvarez, 1975)

La función de éste se describe por la siguiente ecuación (Azevedo Netto & Acosta Alvarez, 1975)

$$Q = \frac{2}{3} * \sqrt{2g} * C_d * L * H^{3/2} \quad (2.22)$$

Se sabe que  $C_d$  posee valores entre 0.55 y 0.65. Por lo que se asume un valor de 0.6

De esta forma la ecuación (2.22) se simplifica a:

$$Q = 1.8 * L * H^{3/2}$$

Para el caso del canal del Tornillo, se tiene que L (Ancho del vertedero) es igual al  $\emptyset_3$  (Diámetro exterior de la hélice) y H (Altura del vertedero) igual a  $\emptyset_3/2$

Por lo que el caudal termina siendo:

$$Q = 0.64 * \emptyset_3^{5/2} \quad (2.23)$$

### 2.1.10 Ángulo de inclinación y Número de hilos

El ángulo de inclinación ( $\theta$ ) de un Tornillo de Arquímedes varía entre los valores de  $20^\circ$ ,  $22^\circ$ ,  $26^\circ$  y  $30^\circ$ , de acuerdo a los valores típicos usados por los fabricantes (Ewaterpower, s/f). A mayor ángulo de inclinación, para un mismo salto ( $H$ ), la longitud del Tornillo de Arquímedes será menor y el torque por cada paso del Tornillo aumenta ( $T_1$ ). A modo de ejemplo de la variación de estos parámetros se muestra en la Tabla 2.2 los valores para el caso de  $20^\circ$  y  $30^\circ$ .

Tabla 2.2  $T_1$  y  $L_H$  para  $20^\circ$  y  $30^\circ$

Ángulo de inclinación	Nombre	Variable	Valor	Unidades
$20^\circ$	Longitud del Tornillo	$L_h$	5.85	m
	Torsor para un paso	$T_1$	792.7	N.m
$30^\circ$	Longitud del Tornillo	$L_h$	4	m
	Torsor para un paso	$T_1$	1158.9	N.m

Si bien el valor del torsor para cada paso disminuye, el total a lo largo del Tornillo es el mismo debido a que aumenta el número de pasos ( $X$ ). Se priorizará que la longitud sea la menor; seleccionando el valor de  $30^\circ$  para la inclinación del Tornillo de Arquímedes.

### 2.1.11 Número de hilos

El número de hilos de un Tornillo de Arquímedes puede variar teóricamente hasta el infinito y con esto se obtendría una eficiencia ( $\eta$ ) de 99%, usando la ecuación (2.27). El valor del número de hilos también se encuentra directamente relacionado con la capacidad de fluido que se transporta por vuelta, para un Tornillo de igual diámetro. Sin embargo, por motivos constructivos se usa un número de hilos de 1, 2, 3 y 4, siendo más compleja la fabricación a mayor valor de número de hilos (Ewaterpower, s/f).

De esta manera, se opta por un Tornillo de Arquímedes de 3 hilos con el que se obtiene una adecuada eficiencia (86%) y que no sea complicada su fabricación.

## 2.2 Cálculos y diseño del Tornillo

### 2.2.1 Datos de entrada

Debido a que se trata de un diseño sin restricciones geométricas en las dimensiones del canal o ángulo de inclinación del Tornillo de Arquímedes, se asumirán los valores que generen un diseño óptimo, respetando las restricciones de caudal (Q) y salto (H). Estos valores se muestran en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 Valores de entrada o asumidos

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Caudal	Q	2	m <sup>3</sup> /s
Salto	H	2	m
Ángulo del Tornillo	$\theta$	30	°
Numero de hilos	Nh	3	Hilos
Densidad del agua	$\rho$	999.7	kg/m <sup>3</sup>
Aceleración de la gravedad	g	9.81	m/s <sup>2</sup>

### 2.2.2 Valores obtenidos

Usando las ecuaciones deducidas, se determina el resto de valores de diseño de la hélice y del Tornillo de Arquímedes. Debido a las pérdidas en los sistemas de transmisión y transformación de la energía mecánica en eléctrica (en el generador), se debe tener en cuenta los valores de eficiencia de estos elementos.

Como se mostrará en el capítulo 3 se tiene la necesidad de usar un sistema multiplicador de velocidad, para poder usar un generador. Se debe considerar la eficiencia de este elemento. Además, se debe considerar las pérdidas de potencia en el generador seleccionado en el capítulo 4. Todos los resultados se pueden ver en la Tabla 2.4, mostrada a continuación.

Tabla 2.4 Valores de diseño hallados

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Diámetro exterior de la hélice	$\varnothing_3$	1.58	m	2.23
Diámetro del eje de la hélice.	$\varnothing_2$	0.79	m	2.5
Eficiencia	$\eta$	0.86		2.19
Ángulo exterior de la hélice.	$\alpha$	42.89	°	2.17
Longitud de la hélice	$L_h$	4.00	m	2.15
Longitud complementaria del eje	$L_c$	0.5	m	2.6
Avance	$P$	2.67	m	2.2
Paso	$P_x$	0.89	m	2.1
Ángulo interior de la hélice.	$\beta$	61.71	°	2.3
Área de contacto del agua	$A$	0.73	m <sup>2</sup>	2.8
Centroide	$Y_c$	0.39	m	2.9
Fuerza de empuje del agua en dirección del plano X	$F_x$	3195.25	N	2.10
Fuerza tangencial al Tornillo	$F_z$	2967.89	N	2.11
Torque en todo el Tornillo	$T$	5213.34	N.m	2.12
Velocidad angular	$\omega$	6.49	rad/s	2.13
Revoluciones por minuto	$N$	61.99	RPM	
Potencia teórica	$P_{teo}$	33.84	kW	2.16
Potencia eje	$P_{eje}$	29.20	kW	2.20
Eficiencia del multiplicador	$\eta_m$	0.97		
Eficiencia del generador	$\eta_g$	0.917		
Potencia del sistema	$P$	25.98	kW	2.21



## CAPÍTULO 3

### DISEÑO MECÁNICO

#### 3.1 Diseño del árbol de transmisión

##### 3.1.1 Fundamentos de diseño de ejes y árboles

Se conocen como ejes y árboles a aquellos elementos de máquina que tiene como función portar otros elementos de máquinas como ruedas, engranajes, poleas, cojinetes, rodamientos, etc. Estos elementos que se ubican en el eje o árbol tienen como característica en común el giro sobre el eje o en conjunto con el árbol. Los ejes o árboles generalmente presentan sección circular. Sin embargo, para requerimientos específicos pueden tener tramos que presentan sección poligonal.

Aquellos elementos que no transmiten potencia y trabajan únicamente a flexión se denominan ejes, los elementos presentes en este generalmente giran mientras el eje se mantiene inmóvil.

Los árboles a diferencia de los ejes, si transmiten potencia mediante la transmisión por torsión, estos también pueden trabajar a flexión al igual que los ejes.

Para el caso de la presente tesis se necesita un elemento capaz de transmitir la potencia generada por el agua a través de la hélice hacia una caja multiplicadora la cual a su vez irá conectada al generador. Por lo que se requiere de un árbol de transmisión y no únicamente un eje.

### 3.1.1.1 Tipos de árboles

Debido a las diferentes aplicaciones que existen, se tiene la necesidad también de poseer diferentes tipos de árboles que se adecuen a las aplicaciones. Los cuales a modo de resumen se muestran a continuación.

#### a) Lisos

Este tipo de árbol tiene la particularidad de tener una forma perfectamente cilíndrica, esta puede variar de acuerdo a la necesidad de las características de los apoyos, cojinetes, etc. Este tipo de árbol es el recomendado para cuando se presenta torsión media.

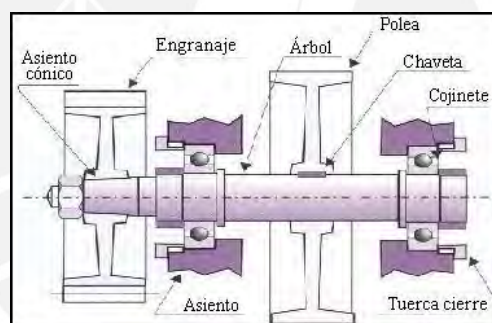


Fig.3.1: Árbol liso.

(Zabalza, 2010)

#### b) Escalonado

Este tipo de árbol tiende a ser el más utilizado, al igual que el árbol liso es usado para casos donde se presenta torsión media. Sin embargo, este tipo de árbol tiene la particularidad de poseer varios diámetros debido a que a lo largo de su longitud se presentan elementos que generan torsiones de diferentes magnitudes.

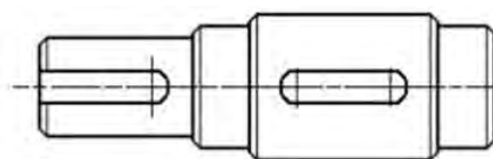


Fig.3.2: Árbol escalonado.

c) Ranurado o con talladuras especiales

Este tipo de árbol es recomendado para transmitir torsores elevados, para lo cual presenta ranuras en la parte exterior y son de corta longitud.

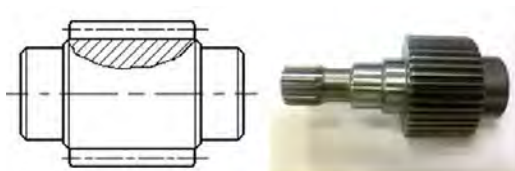


Fig.3.3: Árbol Ranurado.  
(Zabalza, 2010)

d) Acodado

Este tipo de árbol es empleado generalmente en motores, siendo conocido como cigüeñal. La mayor diferencia que presentan estos árboles frente a los demás es su forma, la cual no es recta sino formada por distintas secciones unidas por codos. La función de este tipo de árbol es el transformar movimiento alternativo en movimiento giratorio y viceversa.



Fig.3.4: Árbol acodado.  
(Zabalza, 2010)

e) Hueco

Este tipo de árbol se emplea cuando el peso de un árbol macizo es excesivo. Además, este tipo de árbol tiene un menor momento de inercia (resistencia al giro) respecto a uno macizo.

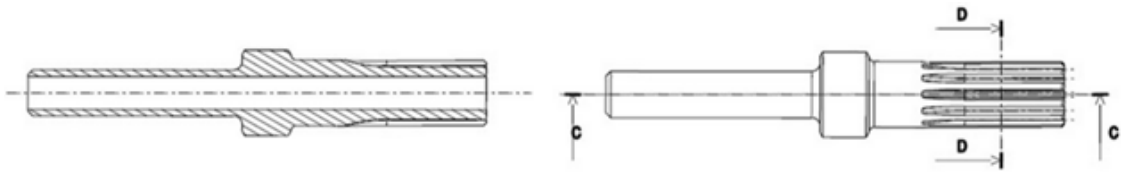


Fig.3.5: Árbol hueco.

### 3.1.1.2 Aspectos generales

Para el diseño de un árbol se puede seguir una serie de pasos a modo de metodología, que llevara a tener un diseño adecuado. Esta metodología se muestra a continuación.

#### a) Elección del tipo de árbol.

La elección del tipo de árbol siempre debe de guiarse en función de requerimientos funcionales, de esto dependerá si se opta por un árbol liso, hueco, acodado, etc.

#### b) Elección del material.

El material del árbol debe escoger de acuerdo a las características del material. Las características fundamentales deben ser resistencia, capacidad de poder ser tratados térmicamente para disminuir la influencia de la concentración de tensiones.

#### c) Dimensionamiento del árbol.

Para proceder con el dimensionamiento del árbol se debe conocer las siguientes características para el diseño:

- Elementos que van a ser acoplados o montados al árbol.
- Fuerzas y momentos que los elementos ejercen al árbol.
- Características de los apoyos (Número, tipo y distancia entre estos.) Como regla general siempre se desea que los árboles sean de la menor longitud posible y que los cojinetes se encuentren lo más cercano a las cargas aplicadas. De esta manera se reduce los momentos de flexión y las deformaciones.

- La velocidad de giro del árbol también es un valor importante debido a que se debe asegurar que ésta no sea la velocidad crítica propia del árbol.
- Deformaciones máximas admisibles.
- El tipo de máquina en donde se instale el árbol define la constancia de las cargas.
- El ambiente en el que va a funcionar también es un factor importante, este permitirá tomar consideraciones especiales en caso de ser necesario.

d) Diseño constructivo.

Después de haber realizado los cálculos que implican el diseño del árbol se debe considerar el diseño desde un punto de vista constructivo tales como la elaboración, dimensiones previas al maquinado, acabado superficial, tolerancias, etc.

e) Factor económico

En proyecto que involucre la construcción final del diseño, el aspecto económico también resulta un punto de vista importante, pues la falta de recursos puede conllevar a realizar nuevamente el diseño.

### **3.1.1.3 Análisis de ejes y árboles**

El diseño adecuado de un eje o árbol tiene como finalidad que este trabaje de forma confiable y cumpliendo la función para el cual ha sido diseñado. Con esta finalidad es que los cálculos que se deben realizar en un eje deben abarcar los siguientes aspectos:

- Resistencia a la fluencia y fatiga.
- Deformaciones transversales, torsional, etc.
- Velocidad de giro y frecuencia natural del sistema.

### **3.1.2 Cálculo del diseño del árbol**

Para la sección donde irá soldada la hélice cilíndrica se optará por un árbol hueco debido al gran peso que supondría tener un árbol macizo; el árbol hueco será fabricado

mediante planchas roladas y posteriormente soldadas longitudinalmente. Además, las secciones donde irán los rodamientos serán separadas del cuerpo y el árbol hueco de la hélice, estas secciones serán de árboles macizos y se unirán con el resto mediante uniones atornilladas.

### 3.1.2.1 Cálculo de fuerza y momentos

#### 3.1.2.1.1 Fuerzas y momentos ejercidos por efectos del agua

Las fuerzas y momentos ejercidos por el agua ya fueron definidos previamente (Tabla 2.3). Queda pendiente definir las fuerzas y momentos ejercidos por otros componentes sobre el eje, como es el peso del propio eje (Si este da un valor significativo con respecto a las fuerzas aplicadas) y el peso de las hélices.

#### 3.1.2.1.2 Peso de la hélice

Para determinar el peso de la hélice se determinará primero el peso de un solo paso ( $P_x$ ). De acuerdo a la Fig.2.3. El área de una hélice cilíndrica es claramente la de un círculo. Por lo que se puede deducir la siguiente ecuación.

$$W_{helpx} = Vol * \rho_{acer} * g$$

$$W_{helpx} = \frac{\pi}{4} (\varnothing_3^2 - \varnothing_2^2) * e * \rho_{acer} * g \quad (3.1)$$

La ecuación (3.1) debe multiplicarse por la cantidad de hilos y finalmente por la cantidad de hélices a lo largo de la longitud del eje de la hélice. De esta manera se obtendrá el peso a lo largo del eje.

$$W_{hel} = \frac{\pi}{4} (\varnothing_3^2 - \varnothing_2^2) * e * \rho_{acer} * g * N * \frac{Lh}{P} \quad (3.2)$$

### 3.1.2.1.3 Peso del eje hueco

Se usara un árbol en la sección de la hélice, debido a que el peso sería excesivo en el caso de usarse un árbol macizo, el peso de este árbol macizo estará definido por:

$$W_{ab} = Vol * \rho_{acer} * g$$

$$W_{ab} = \frac{\pi}{4} (\varnothing_2^2 - \varnothing_{in}^2) * (L_h + L_c) * \rho_{acer} * g \quad (3.3)$$

### 3.1.2.1.4 Peso de los ejes extremos

A los extremos se colocaran ejes donde irán montados los rodamientos. Estos ejes serán de la forma que se observa en el Fig.3.6

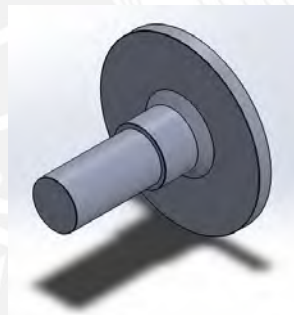


Fig.3.6: Ejes extremos porta rodamientos.

A modo de aproximación el cálculo del peso de los ejes se definirá con las siguientes fórmulas (tanto para el eje del en la parte superior e inferior):

$$W_1 = \frac{\pi}{4} (\varnothing_{rod}^2) * L_1 * \rho_{acer} * g \quad (3.4)$$

$$W_2 = \frac{\pi}{4} (\varnothing_{rod}^2) * L_2 * \rho_{acer} * g \quad (3.5)$$

### 3.1.2.1.5 Valores obtenidos

Como datos de entrada se toma en cuenta la densidad del acero un valor de  $7850\text{kg/m}^3$  y un espesor de plancha con el que se fabricará la hélice de 6mm ( $\sim 1/4''$  en sistema inglés).

#### Valores para un paso $P_x$ :

Se determinan los valores de las fuerzas únicamente para un paso  $P_x$

Tabla 3.1 Cargas para paso  $P_x$

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Fuerza de empuje del agua en dirección axial al Tornillo	$F_x$	3195.25	N	2.10
Fuerza de empuje del agua en dirección radial al Tornillo	$F_y$	5534.34	N	DCL
Fuerza de empuje del agua en dirección tangencial al Tornillo	$F_z$	2967.89	N	2.11

#### Valores para el avance P:

Para obtener las fuerzas que ejerce el agua sobre cada avance P, se debe de multiplicar las fuerzas determinadas en la Tabla 3.1 por el valor del número de hélices  $N_h$ . Los resultados de esto se muestran en la Tabla 3.2.



Tabla 3.2 Cargas para avance P

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerza de empuje del agua en dirección axial al Tornillo	$F_x$	9585.76	N
Fuerza de empuje del agua en dirección radial al Tornillo	$F_y$	16603.02	N
Fuerza de empuje del agua en dirección tangencial al Tornillo	$F_z$	8903.68	N

Fuerzas a lo largo del árbol por efectos del agua y pesos:

A lo largo del eje se tendrán fuerzas consideradas externas al árbol, las cuales son por efectos del agua y del peso de la hélice. Generalmente el peso del propio árbol no es un factor que se tome en cuenta para el diseño de un árbol o eje por ser de magnitudes significativamente menores a las fuerzas que se apliquen en éstos.

Usando la ecuación (3.3), con un diámetro interior de 0 (Es decir un eje macizo). El peso del eje sería de:

$$W_{ab} = 169302 \text{ N} \sim 17 \text{ Ton}$$

Este valor no es despreciable comparándolo con los valores de las fuerzas que actúan en el árbol, por eso se opta por usar un eje hueco e igual se considerará el peso de los elementos en los cálculos de diseño.

Inicialmente se realizó un pre diseño asumiendo valores de longitudes y diámetros de los ejes externos (donde irán soportados los rodamientos) y el diámetro interior del eje hueco. A continuación, se muestran los cálculos del diseño definitivo con las dimensiones finales.

Tabla 3.3 Valores asumidos para el diseño del árbol

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Densidad del acero	$\rho_{acer}$	7850	kg/m <sup>3</sup>
Diámetro interior del eje hueco(*)	$\varnothing_{in}$	0.69	m
Diámetro donde van los rodamientos	$\varnothing_{rod}$	0.15	m
Longitud eje solido 1 (Inferior)	$L_1$	0.485	m
Longitud eje solido 2 (Superior)	$L_2$	0.67	m

(\*) Este valor deja un espesor del eje hueco de 50 mm el cual sería fabricado con planchas de acero de este valor (~2" en sistema ingles). De no cumplir los requerimientos de diseño, se realizará un proceso iterativo hasta obtener un valor óptimo.

Para obtener las fuerzas ejercidas a lo largo del eje, los valores de la Tabla 3.2 se multiplican por el factor  $L_h/P$ .

Tabla 3.4 Fuerzas a lo largo del Tornillo

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerza total de empuje del agua en dirección axial al Tornillo	$\sum F_{x-agua}$	14373.74	N
Fuerza total de empuje del agua en dirección radial al Tornillo	$\sum F_{y-agua}$	24896.05	N
Fuerza total de empuje del agua en dirección tangencial al Tornillo	$\sum F_{z-agua}$	13350.98	N
Peso hélice	$W_{hel}$	5077.3	N
Peso eje hueco	$W_{ab}$	39721.23	N
Peso inferior	$W_1$	1833.37	N
Peso eje superior	$W_2$	2535	N

### 3.1.2.2 Cálculo de las reacciones

Para el cálculo de las reacciones en los soportes, se muestra en la Fig.3.7 y en la Fig.3.8 el diagrama de cuerpo libre del árbol en los planos XY y XZ. Estos planos son relativos al árbol, es decir el eje X coincide con la dirección axial del árbol.

### 3.1.2.2.1 Diagramas de cuerpo libre

El agua ejerce una carga distribuida a lo largo de la hélice igual a los valores ejercidos a lo largo de la hélice (Tabla 3.4) dividido por la longitud de la hélice ( $L_H=4$  m). Con fines de cálculo, la fuerza distribuida se colocara como una carga puntual en el centroide de de la hélice, esta fuerza distribuida se puede colocar como una carga puntual, de magnitud igual a los valores de la Tabla 3.4.

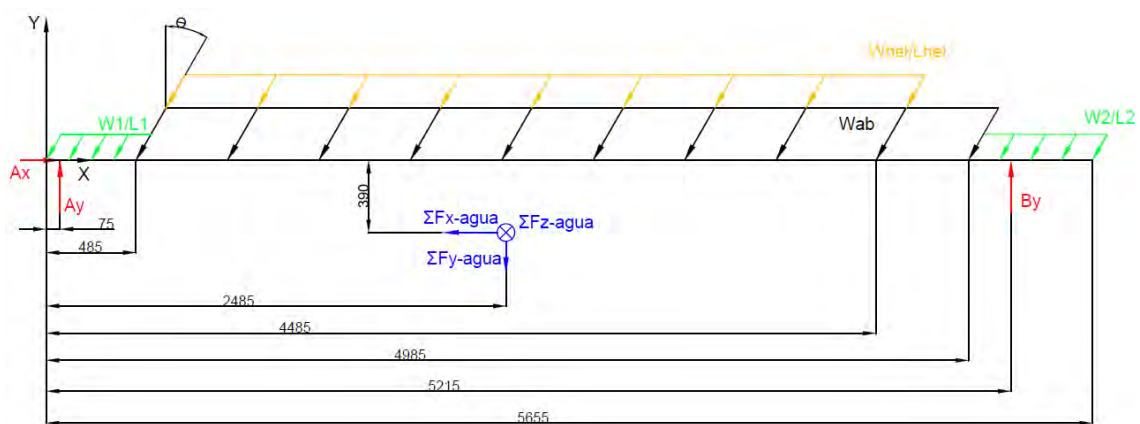


Fig.3.7: DCL XY.

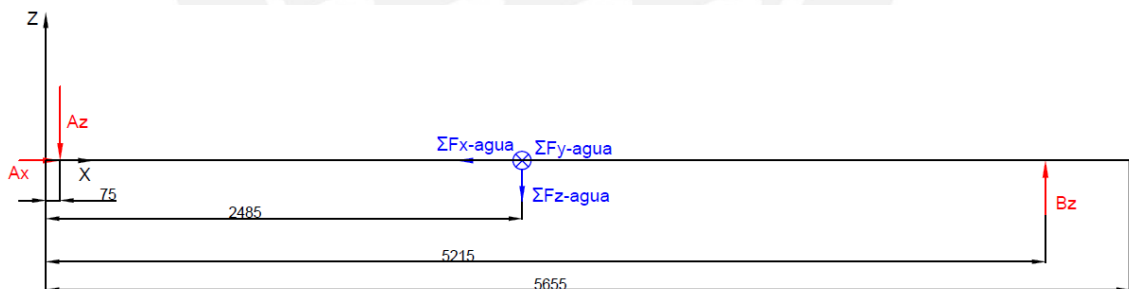


Fig.3.8: DCL XZ.

Usando el principio de cargas distribuidas se puede obtener las fuerzas equivalentes para el diagrama de cuerpo libre de las Fig.3.7. El diagrama equivalente se puede ver en las Fig.3.9.

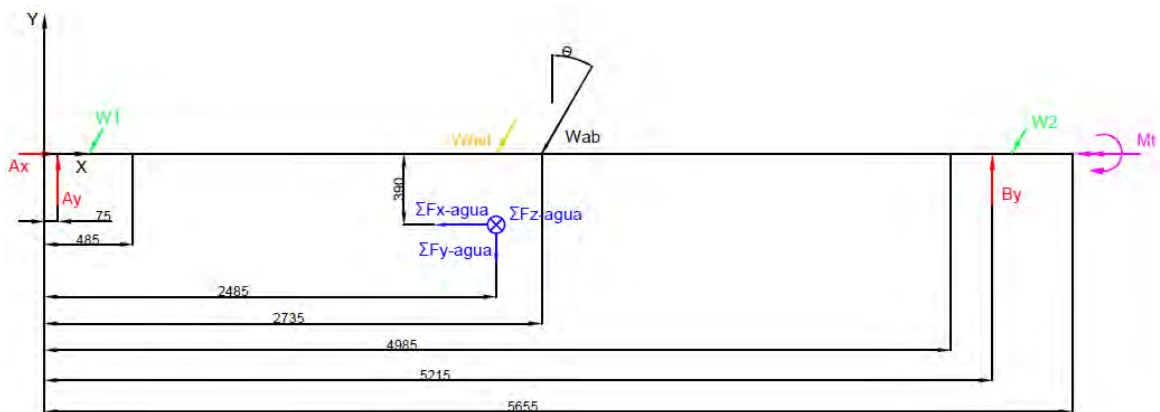


Fig.3.9: DCL equivalente XY.

Cuando se seleccionen los rodamientos se debe considerar que el del lado A debe soportar carga Axial y radial, Por eso se puede apreciar que tiene tres reacciones:  $A_x$ ,  $A_y$  y  $A_z$ ; mientras que el rodamiento del lado B solo soporta carga radial, por esto tiene dos reacciones:  $B_y$  y  $B_z$ . Para determinar las reacciones de los rodamientos y el momento  $M$ , se realizará las ecuaciones de equilibrio.

Sumatoria de fuerzas:

$$\sum \vec{F} = 0$$

De la ecuación se obtiene el equilibrio en los tres ejes:

El equilibrio para el eje X:

$$\sum F_x = 0 = A_x - \sum F_{x-agua} - (W_{hel} + W_{ab} + W_1 + W_2) * \text{Sen}(\theta)$$

$$0 = A_x - \sum F_{x-agua} - (W_{hel} + W_{ab} + W_1 + W_2) * \text{Sen}(\theta) \quad (3.6)$$

Equilibrio en Y:

$$\sum F_y = 0 = A_y + B_y - \sum F_{y-agua} - (W_{hel} + W_{ab} + W_1 + W_2) * \text{Cos}(\theta)$$

$$0 = A_y + B_y - \sum F_{y-agua} - (W_{hel} + W_{ab} + W_1 + W_2) * \cos(\theta) \quad (3.7)$$

Equilibrio en Z:

$$\sum F_z = 0 = -A_z - \sum F_{z-agua} + B_z$$

$$0 = -A_z - \sum F_{z-agua} + B_z \quad (3.8)$$

Sumatoria de momentos:

$$\sum \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

De la ecuación se obtiene el equilibrio en los tres ejes:

El equilibrio para el eje X:

$$\sum M_x = 0 = - \sum F_{z-agua} * 390 + M_t$$

$$M_t = \sum F_{z-agua} * 390 \quad (3.9)$$

El equilibrio para el eje Y tomado desde el punto A:

$$\sum M_y = 0 = - \sum F_{z-agua} * (2485 - 75) + B_z * (5215 - 75)$$

$$0 = - \left( \sum F_{z-agua} \right) * 2410 + B_z * 5140 \quad (3.10)$$

El equilibrio para el eje Z tomado desde el punto A:

$$\sum M_z = 0 = W_1 * \cos(\theta) * (242.5 - 75) + \left( \sum F_{y-agua} + W_{hel} * \cos(\theta) \right) * (2485 - 75) \\ + W_{ab} * \cos(\theta) * (2735 - 75) - B_y * (5215 - 75) + W_2 * \cos(\theta) \\ * (5320 - 75)$$

$$0 = (W_1 * 167.5 + W_{ab} * 2660 + W_2 * 5245) * \cos(\theta) \\ + \left( \sum F_{y-agua} + W_{hel} * \cos(\theta) \right) * 2410 - B_y * 5140 \quad (3.11)$$

Se tienen 6 Incógnitas ( $A_z$ ,  $A_y$ ,  $A_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  y  $M$ ) y se cuentan con 6 ecuaciones (3.6, 3.7, 3.8, 3.9, 3.10 y 3.11). Por lo que se puede resolver el sistema.

Tabla 3.5 Reacciones de los rodamientos

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Reacción axial rodamiento A	$A_x$	56953.6	N
Reacción Radial-y rodamiento A	$A_y$	33647	N
Reacción Radial-z rodamiento A	$A_z$	-7091.1	N
Reacción Radial-y rodamiento B	$B_y$	33828.8	N
Reacción Radial-z rodamiento B	$B_z$	6259.9	N
Momento torsor acople	$M_t$	5206.9	N.m

### 3.1.2.2.2 Diagramas de momentos y fuerzas

A continuación, se muestran los diagramas de momentos y fuerzas del árbol, estos permitirán analizar en qué punto es que el árbol sufre mayor esfuerzo y el diseño se debe centrar a este.

Para el plano XY en la Fig.3.11 se observa el diagrama de fuerza del árbol en este plano y en la Fig.3.12 el diagrama de momento flector.

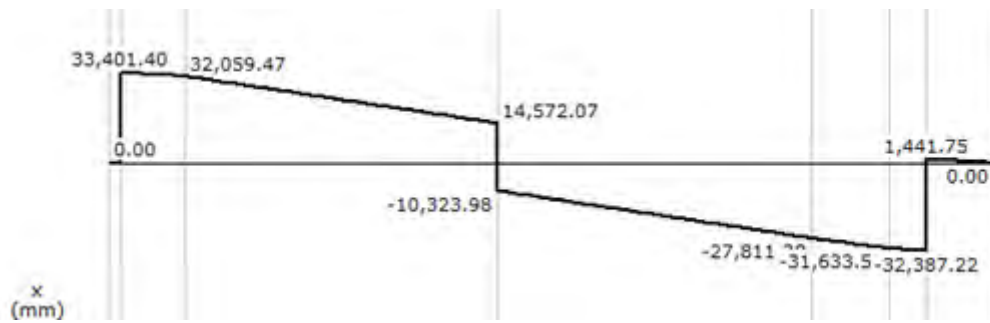


Fig.3.11: DFC XY. (N)

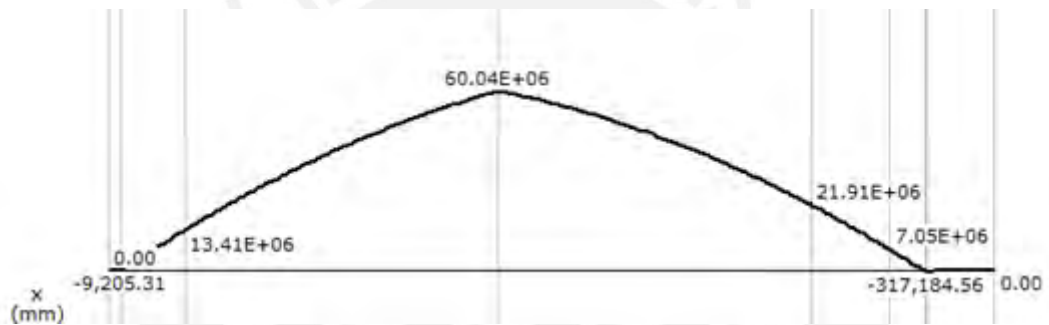


Fig.3.12: DMF XY. (N.mm)

Para el plano XZ en la Fig.3.13 se observa el diagrama de fuerza del árbol en este plano y en la Fig.3.14 el diagrama de momento flector.

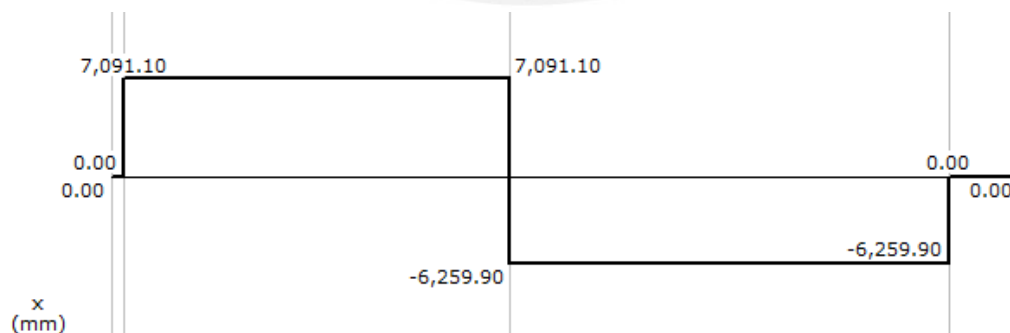


Fig.3.13: DFC XZ. (N)

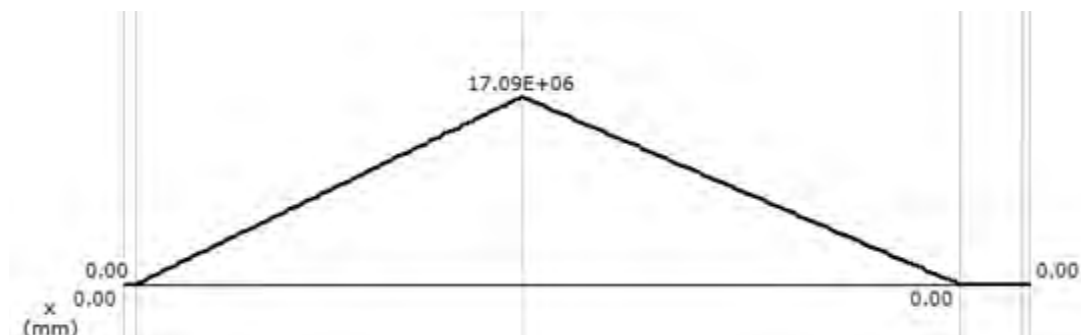


Fig.3.14: DMF XZ. (N.mm)

Además, en la Fig.3.15. Se observa el diagrama del momento torsor que se da a lo largo del árbol hueco.

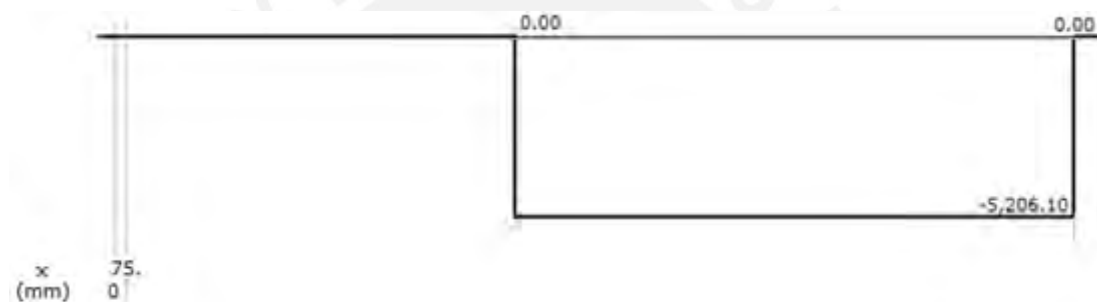


Fig.3.15: Diagrama de momento torsor del árbol. (N.m).

Los valores de la fuerza cortante comparados con el momento torsor son despreciables por lo que para determinar la sección crítica nos guiaremos de la el momento torsor y el momento flector de los diagramas mostrados (Fig.3.12, Fig.3.14 y Fig.3.15) se determina que las sección crítica es la que se encuentra en 2485 mm.

Las zonas en las que se hará análisis de resistencia a la fluencia y fatiga, serán las que tres que se muestran a en la Fig.3.16. Estas zonas han sido seleccionadas por ser las que se encuentran a mayores esfuerzos (Sección A: Apoyo rodamiento A, Sección B: Apoyo rodamiento B y Sección C: Mayor esfuerzo al eje hueco).



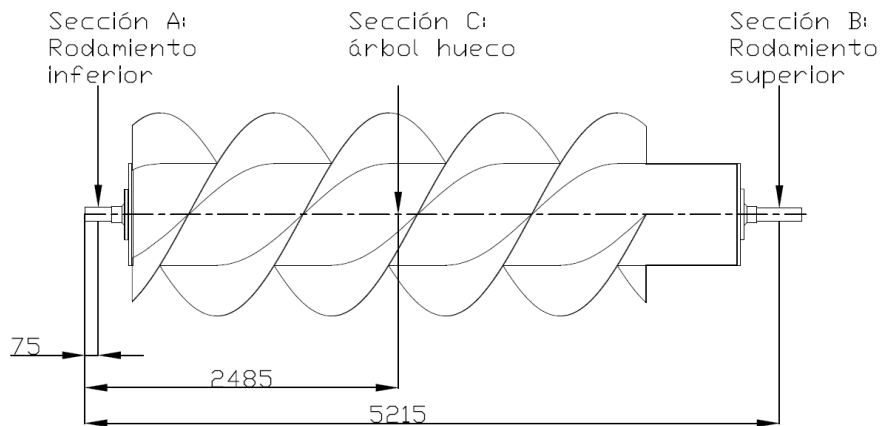


Fig.3.16: Secciones analizadas.

### 3.1.2.3 Cálculos de resistencia a la fluencia

Para determinar el momento flector y las fuerzas cortantes en el árbol se harán uso de las ecuaciones:

$$M_f = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad (3.12)$$

$$V = \sqrt{V_y^2 + V_z^2} \quad (3.13)$$

Si bien se asumió un valor de 5 cm de espesor para el árbol hueco debido al diseño y que se hará un enroscado de una tapa en ese sector, se debe corroborar si este valor cumple con el análisis de fluencia del árbol. Por lo que se harán los cálculos a continuación. Para el árbol hueco se tiene:

Esfuerzo normal:

$$\sigma_n = \frac{4F}{\pi(\phi_2^2 - \phi_{in}^2)} \quad (3.14)$$

Esfuerzo de flexión:

$$\sigma_f = \frac{32 * M_f * \emptyset_2}{\pi(\emptyset_2^4 - \emptyset_{in}^4)} \quad (3.15)$$

Esfuerzo de torsión:

$$\tau_t = \frac{16 * M_t * \emptyset_2}{\pi(\emptyset_2^4 - \emptyset_{in}^4)} \quad (3.16)$$

Las expresiones obtenidas serán usadas en la ecuación del esfuerzo equivalente de Von Mises (Ecuación 3.18). Además, se debe cumplir que este valor sea menor al esfuerzo de fluencia del material seleccionado entre el factor de seguridad:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma_f + \sigma_n)^2 + 3(\tau_t^2 + \tau_c^2)} \leq \frac{\sigma_F}{FS} \quad (3.17)$$

### **Selección de material**

Árbol hueco y hélice: Se selecciona como material de las planchas que formaran el árbol hueco al acero AISI 316L; se trata de un acero inoxidable con buena soldabilidad y resistencia al desgaste. Los datos de las propiedades mecánicas se obtuvieron de la empresa “Aceros comerciales” (Aceros comerciales, 2011):

- Resistencia a la fluencia:  $\sigma_F = 17 \text{ kg/mm}^2$  ( 167 N/mm<sup>2</sup>)
- Resistencia a la rotura:  $\sigma_B = 49 \text{ kg/mm}^2$  ( 480 N/mm<sup>2</sup>)

Árboles macizos: Se selecciona como material de los árboles macizos al acero AISI 431, acero inoxidable martensítico que tiene las siguientes propiedades mecánicas:

- Resistencia a la fluencia:  $\sigma_F = 600 \text{ N/mm}^2$
- Resistencia a la rotura:  $\sigma_B = 800 \text{ N/mm}^2$

### **Factor de seguridad**

El factor de seguridad es un parámetro que se le asigna a un diseño y es un valor recomendado de acuerdo a las condiciones de operación.

Tabla 3.6 Factores de seguridad recomendados para la construcción  
(Rodríguez, 2012)

<b>Caso</b>	<b>Factor de seguridad FS</b>	<b>Observaciones</b>
1	1.5 - 2	Para materiales bien conocidos, para condiciones de medio ambiente razonablemente constante y sujeto a carga y esfuerzos que puedan calcularse con facilidad.
2	2 – 2.5	Para materiales promedio que trabajen en condiciones de medio ambiente ordinarias y sujetas a cargas y esfuerzos que puedan calcularse.
3	2.5 - 3	Para materiales poco experimentados o para materiales frágiles en condiciones promedio de medio ambiente, carga y esfuerzo.
4	3 - 4	Para materiales no experimentados usados para condiciones promedio de medio ambiente, carga y esfuerzo.
5	3-4	Deberá también usarse con materiales mejor conocidos que vayan a usarse en condiciones ambientales inciertas o sujetos a cargas y esfuerzo inciertos.

Las condiciones que se tienen son de un caso 5. Debido a las condiciones ambientales inciertas. Por lo que se toma un factor de seguridad (FS) de 4 para el cálculo de fluencia.

El factor de seguridad para el cálculo de fatiga debe ser como mínimo entre 1.2...1.8 (Paulsen, Elementos de máquinas 1, 2013, pág. 1).

### 3.1.2.3.1 Cálculos en la sección del eje hueco C (2485 mm):

Tabla 3.7 Fuerzas y momentos en la Sección C.

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Momento flector en Z	$M_z$	$60 \times 10^6$	N.mm
Momento flector en Y	$M_y$	$17 \times 10^6$	N.mm
Fuerza Cortante en Z	$V_z$	7091	N
Fuerza Cortante en Y	$V_y$	14572	N

Usando los valores de la Tabla 3.7 en las ecuaciones (3.12) y (3.13) se obtienen el momento flector y la fuerza cortante en la sección C.

Tabla 3.8 Fuerzas y momentos en la Sección C.

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerza normal	F	56953.6	N
Momento flector	$M_f$	$62.37 \times 10^6$	N.mm
Momento torsor	$M_t$	$5.2 \times 10^6$	N.mm
Fuerza Cortante	V	16205	N

El valor de la fuerza cortante (V) es despreciable al compararlo con el momento torsor ( $M_t$ ), por lo que no se tomara en cuenta en los cálculos. Tras esto usamos los valores de la Tabla 3.8 en las ecuaciones (3.14), (3.15) y (3.16); Luego esto en la ecuación (3.17)

$$\sqrt{\left(\frac{72516}{(790^2 - \emptyset_{in}^2)} + \frac{50.18 * 10^{10}}{(790^4 - \emptyset_{in}^4)}\right)^2 + 3\left(\frac{2.09 * 10^{10}}{(790^4 - \emptyset_{in}^4)}\right)^2} \leq \frac{\sigma_F}{FS}$$

$$\left(\frac{72516}{(790^2 - \emptyset_{in}^2)} + \frac{50.18 * 10^{10}}{(790^4 - \emptyset_{in}^4)}\right)^2 + 3\left(\frac{2.09 * 10^{10}}{(790^4 - \emptyset_{in}^4)}\right)^2 \leq \left(\frac{167}{4}\right)^2 \quad (3.18)$$

La ecuación (3.18) es una ecuación de 4to grado, que al resolverse dará el valor máximo que debe tener el diámetro interior ( $\emptyset_{in}$ ) para que el árbol no falle por fluencia. Los valores al resolver la ecuación son:

$$\emptyset_{in} = (-797.12 ; -782.702; 782.702; 797.12)$$

Los valores negativos (-797.12 y -782.702) y el valor mayor al diámetro exterior (797.12) se descartan como solución. Por lo que finalmente se tiene:

$$\emptyset_{in} \leq 782.702 \text{ mm}$$

Se asumió que se usarían planchas de espesor de 5 cm, con lo que se obtendría un valor de diámetro interior de 690 mm:

$$\emptyset_{in} = 690 \text{ mm} \leq 782.702 \text{ mm}$$

Con el valor asumido como diámetro interior se cumple el análisis de resistencia al fallo por fluencia.

### 3.1.2.3.2 Cálculos en la sección de rodamientos:

En la Fig.3.13 se observa donde ira colocados los rodamientos. Se evaluará el diámetro mínimo para cada uno de estas secciones.

Tabla 3.9 Fuerzas y momentos en la Sección de los rodamientos

Nombre	Variable	Rodamiento Inferior	Rodamiento Superior	Unidades
Fuerza normal	F	56953.6	0	N
Momento flector	M <sub>f</sub>	0	0	N.mm
Momento torsor	M <sub>t</sub>	5.2x10 <sup>6</sup>	5.2x10 <sup>6</sup>	N.mm
Fuerza Cortante	V	34145.82	34406.95	N

Debido a que este sector es un eje macizo y no hueco no se pueden usar las ecuaciones que se plantearon para un árbol hueco. Por lo que se utilizaran las ecuaciones mostradas a continuación:

Esfuerzo normal:

$$\sigma_n = \frac{4F}{\pi(\emptyset_{rod}^2)} \quad (3.19)$$

Esfuerzo de flexión:

$$\sigma_f = \frac{32 * M_f}{\pi(\emptyset_{rod}^3)} \quad (3.20)$$

Esfuerzo de torsión:

$$\tau_t = \frac{16 * M_t}{\pi(\emptyset_{rod}^3)} \quad (3.21)$$

Esfuerzo de corte:

$$\tau_c = \frac{4V}{\pi(\emptyset_{rod}^3)} \quad (3.22)$$

Usamos los valores de la Tabla 3.9 en las ecuaciones (3.19), (3.20), (3.21) y (3.22); Luego esto en la ecuación (3.17) y considerando el mismo material y mismo FS del eje hueco se obtiene:

Rodamiento inferior:

$$\sqrt{\left(\frac{56953.6}{\emptyset_{rod}^2}\right)^2 + 3 * \left[\left(\frac{26.48 * 10^6}{\emptyset_{rod}^3}\right)^2 + \left(\frac{43475.8}{\emptyset_{rod}^2}\right)^2\right]} \leq \frac{\sigma_F}{FS}$$

$$\left(\frac{56953.6}{\emptyset_{rod}^2}\right)^2 + 3 * \left[\left(\frac{26.48 * 10^6}{\emptyset_{rod}^3}\right)^2 + \left(\frac{43475.8}{\emptyset_{rod}^2}\right)^2\right] \leq \left(\frac{600}{4}\right)^2 \quad (3.23)$$

Finalmente se tiene:

$$\emptyset_{rod} \geq 67.585 \text{ mm}$$

Rodamiento superior:

$$\sqrt{3 * \left[\left(\frac{26.48 * 10^6}{\emptyset_{rod}^3}\right)^2 + \left(\frac{34406.95}{\emptyset_{rod}^2}\right)^2\right]} \leq \frac{\sigma_F}{FS}$$

$$3 * \left[\left(\frac{26.48 * 10^6}{\emptyset_{rod}^3}\right)^2 + \left(\frac{34406.95}{\emptyset_{rod}^2}\right)^2\right] \leq \left(\frac{600}{4}\right)^2 \quad (3.24)$$

Finalmente se tiene:

$$\emptyset_{rod} \geq 67.4553 \text{ mm}$$

El valor de diámetro mínimo en los rodamientos es de 100 mm de acuerdo a las necesidades de diseño (tamaño de rodamientos, diámetro para la chaveta necesaria, etc.). Entonces se determina que no hay fallo por fluencia en ninguno de los árboles de transmisión de potencia.

#### 3.1.2.4 Cálculo de resistencia a la fatiga

La fatiga es el fenómeno por el cual un material falla por acción de esfuerzos repetitivos. Este fenómeno inicia cuando el material sufre grietas microscópicas que no son posibles de percibir a simple vista e incluso es muy complicado de localizar mediante técnicas de inspección de materiales como rayos X o ultrasonido (Rodríguez, 2012).

Previo al análisis que se muestra a continuación (Por fatiga), se realizó la selección y dimensionamiento de los sectores donde se ubicaran los rodamientos (Ver sección 3.2).

Para el desarrollo del cálculo de fatiga del árbol se hará uso de las siguientes ecuaciones:

$$\sigma'_{fa} = \left( \frac{\beta}{C_s * C_t * C_{temp} * C_{carga} * C_c} \right) * \sigma_{fa} \quad (3.25)$$

$$\tau'_{ta} = \left( \frac{\beta}{C_s * C_t * C_{temp} * C_{carga} * C_c} \right) * \tau_{ta} \quad (3.26)$$

$$\sigma_{meq} = \sqrt{\sigma_{fm}^2 + 3 * \tau_{tm}^2} \quad (3.27)$$

$$\sigma'_{aeq} = \sqrt{\sigma'_{fa}{}^2 + 3 * \tau'_{ta}{}^2} \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{FS} = \frac{\sigma_{fm}}{\sigma_B} + \frac{\sigma'_{fa}}{\sigma_{Alt}} \quad (3.29)$$

Para el cálculo se asumirá las siguientes condiciones:

- El acabado superficial de los árboles será de 10µm
- El funcionamiento de la maquina se dará a menos 200°C
- La confiabilidad estadística será de 50%
- El coef. de concentrador de esfuerzos se obtiene considerando, redondeos de 4 mm en los cambios de sección cercanos a los rodamientos (en las distancias de 145 mm y 5140 mm, respecto al extremo inferior del eje (Fig.3.16), las fuerzas y momentos en esas posiciones se obtiene usando los diagramas de momentos flector (Fig.3.12 y Fig.3.14), se muestra en la Tabla 3.10



Tabla 3.10 Fuerzas y momentos en cambios de sección

Nombre	Variable	Árbol inferior (145 mm)	Árbol superior (5140 mm)	Unidades
Momento flector	$M_f$	$2 \times 10^6$	$1.2 \times 10^6$	N.mm
Momento torsor	$M_t$	$5.2 \times 10^6$	$5.2 \times 10^6$	N.mm

De las Tablas para cálculo de resistencia por fatiga, se extraen los coeficientes que se muestran en la Tabla 3.11

Tabla 3.11 Coeficientes de corrección para el cálculo de fatiga

Nombre	Variable	Sección A	Sección B	Sección C
Coef. de superficie	$C_s$	0.87	0.87	0.95
Coef. de tamaño	$C_t$	0.58	0.63	0.5
Coef. de temperatura	$C_{temp}$	1.02	1.02	1.02
Coef. de carga	$C_{carg}$	1	1	1
Coef. de confiabilidad	$C_c$	1	1	1
Factor de concentración de esfuerzos a flexión	$\beta_f$	1.648	1.675	1
Factor de concentración de esfuerzos a torsión	$\beta_t$	1.297	1.351	1

Para el cálculo de fatiga de los árboles de transmisión de potencia se considera que el momento torsor varía en forma pulsante pura (en este caso el torsor es constante en el tiempo, no variara) y la flexión como alternante pura. Tal como se muestra en la Fig.3.17

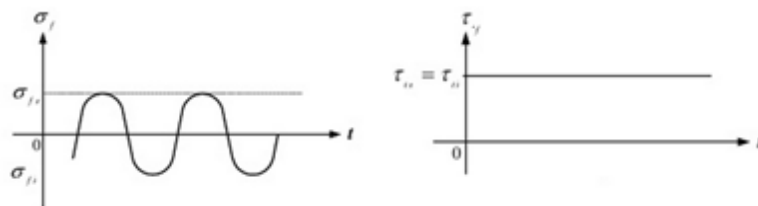


Fig.3.17: Comportamientos de esfuerzo en el árbol de transmisión.

Con los valores de las fuerzas en las secciones (Tabla 3.8 y 3.10) se reemplazan en las ecuaciones 3.15, 3.16, 3.20, 3.21, 3.25, 3.26, 3.27, 3.28 y 3.29 y se obtienen los valores que se muestran en la Tabla 3.12.

Tabla 3.12 Resultados del cálculo de resistencia a fatiga

Nombre	Variable	Sección A	Sección B	Sección C
Esfuerzo de flexión medio	$\sigma_{fm}$	0	0	0
Esfuerzo de flexión alternante	$\sigma_{fa}$	10.43	12.22	2.97
Esfuerzo de cortante por torsión medio	$T_{tm}$	13.56	26.48	0.13
Esfuerzo de cortante por torsión alternante	$T_{ta}$	0	0	0
Esfuerzo medio equivalente	$\sigma_{m-eq}$	23.49	45.87	0.22
Esfuerzo de flexión alternante aumentado	$\sigma'_{fa}$	33.39	36.62	6.12
Esfuerzo de cortante por torsión alternante aumentado	$T'_{ta}$	0	0	0
Esfuerzo alternante equivalente	$\sigma'_{a-eq}$	33.39	36.62	6.12
Factor de seguridad a fatiga	FS	8.86	6.72	38.52

El Factor de seguridad a fatiga en todas las secciones evaluadas pasa el valor recomendado (1.2...1.8), por lo que se puede determinar que no se dará fallo por fatiga. El análisis de deformaciones transversales y torsional en los árboles de transmisión se muestran en el Anexo A.

### 3.2 Selección de rodamientos

Generalmente se seleccionan los rodamientos y los elementos auxiliares (Soportes, sistema de lubricación, etc.). Para este caso se seleccionaran rodamientos y soportes diseñados para estos rodamientos, de la marca SKF, de esta manera se garantiza un adecuado funcionamiento del conjunto soporte, rodamiento y obturación del rodamiento, esta combinación permite menores complicaciones para el mantenimiento y manejo más sencillo del stock de repuestos.

### 3.2.1 Método de cálculo

Como parámetro general se tomara en cuenta que los rodamientos seleccionados deben tener una vida útil de 100000 horas (11.4 años aprox.) Como mínimo, este valor es referencial para “Maquinaria eléctrica de gran tamaño, centrales eléctricas, bombas y ventiladores para minas, rodamientos para la línea de ejes de Trasatlánticos Maquinaria para el abastecimiento de agua, hornos giratorios, máquinas cableadoras, maquinaria de propulsión para trasatlánticos” de la empresa SKF (Anexo B). Para comprobar esto se seleccionara un rodamiento que cumpla con el diámetro mínimo calculado en la ecuación (3.23). Con el rodamiento seleccionado se seguirán los siguientes cálculos:

#### 3.2.1.1 Carga dinámica equivalente:

La carga dinámica equivalente es un parámetro necesario para el cálculo de la vida útil de los rodamientos, esta es una carga hipotética, que tiene una magnitud y sentido constante. Además, esta carga actúa radialmente sobre los rodamientos radiales y axialmente y centrada en el caso de los rodamientos axiales. Se considera que cuando esta carga hipotética es aplicada, posee la misma influencia en la vida del rodamiento que las cargas reales a las que está sometido el rodamiento. Esta se define por la ecuación (3.24). Los parámetros X e Y, depende del rodamiento elegido.

$$P = X * F_r + Y * F_{axial} \quad (3.30)$$

#### 3.2.1.2 La vida nominal básica para una confiabilidad de 90%

Se determina la vida nominal de un rodamiento, considerando una confiabilidad de 90%. Es decir que de cada 10 rodamientos 1 durara menos tiempo de lo estimado. Esto se determina con la ecuación (3.25). Donde el parámetro C es la capacidad dinámica del rodamiento y p es un valor que depende del tipo de rodamiento.

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (3.31)$$

### 3.2.1.3 La vida nominal básica en horas de funcionamiento

El valor de la vida nominal determinado, se convierte a horas de funcionamiento.

$$L_{10h} = \left(\frac{10^6}{60 * n}\right) L_{10} \quad (3.32)$$

### 3.2.1.4 La vida nominal SKF para una confiabilidad de 90%

El fabricante SKF, de acuerdo a las condiciones de operación (Limpieza para el mantenimiento, tipo de aceite, temperatura de trabajo, etc.) Da unos factores ( $a_1$  y  $a_{skf}$ ), que permiten recalculer la vida nominal del rodamiento a valores más cercanos a la realidad.

$$L_{10m} = a_1 * a_{skf} * L_{10h} \quad (3.33)$$

### 3.2.1.5 La vida nominal SKF en horas de funcionamiento

Finalmente, se determina el valor de la vida nominal SKF en horas de funcionamiento.

$$L_{10mh} = \left(\frac{10^6}{60 * n}\right) L_{10m} \quad (3.34)$$

### 3.2.2 Rodamiento sección A (75mm)

En el apoyo de la sección A se soportan cargas axiales y radiales, por lo que debe seleccionarse un rodamiento capaz de soportar cargas combinadas. Se seleccionara un rodamiento de rodillos a rotula. Este tipo de rodamiento es auto-alienable y es capaz de soportar cargas axiales y radiales. Además, se optara por usar un rodamiento sellado para protegerlo de la contaminación y requiera de menor mantenimiento en el aspecto de lubricación. Se escogió el rodamiento de rodillos a rotula 23228-2CS5K/VT143 (Anexo B).

Como condiciones operación, se considera que se trata de un ambiente de severa contaminación y operación de trabajo de 40°C. A continuación se muestran los cálculos realizados para determinar la vida útil que tendrá el rodamiento 23228-2CS5K/VT143.

Tabla 3.13 Valores de entrada del rodamiento A

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerza axial	$F_{axial}$	56.9	kN
Fuerza radial	$F_r$	34.1	kN
Rev. Por minuto	n	62	RPM
Factor carga radial	X	0.66	
Factor carga axial	Y	3	
Exponente para rodamiento de rodillos	$\rho$	10/3	
Factor de ajuste	$a_1$	1	
Factor de ajuste skf	$a_{skf}$	1.11	

De la Tabla 3.13 y las características del Anexo B, se obtiene la Tabla 3.14:

Tabla 3.14 Valores de entrada del rodamiento A

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Carga equivalente	P	193.2	kN	3.30
Vida nominal, confiabilidad 90%	$L_{10}$	666.9	Rev.	3.31

	L <sub>10h</sub>	179266.1	Horas	3.32
Vida nominal SKF	L <sub>10m</sub>	740.26	Rev.	3.33
	L <sub>10mh</sub>	198994	Horas	3.34
Vida en años	L <sub>10maños</sub>	22.71	Años	-

Al ser la vida nominal SKF, mayor a las 100 000 horas mínimas cumple con el requerimiento de vida útil del rodamiento. El cálculo también se realizó con el aplicativo web de la empresa SKF, los resultados se ven en el Anexo B. El valor es cercano al determinado de forma analítica.

En el caso de este rodamiento no se podrá seleccionar un soporte estándar, pues estará sumergido en el agua. Debido a la condición mencionada se hará uso de un soporte diseñado para poder albergar el rodamiento y empaquetaduras que evitaren cualquier contacto con el agua que pueda dañar el rodamiento.

### 3.2.3 Rodamiento sección B (5215mm)

En el apoyo de la sección B se soportan únicamente cargas radiales, por lo que puede escoger un rodamiento que solo soporte este tipo de cargas. La primera opción de selección sería un rodamiento de bolas a rotula, pero tendría que ser uno de gran tamaño para soportar la carga radial tan grande (34.15 kN), por lo que se opta por un rodamiento de rodillos toroidales CARB, este rodamiento al igual que uno rígido de bolas soporta únicamente cargas radiales, pero mayores que el primero.

De acuerdo al cálculo de fluencia (Ecuación 3.24) el diámetro mínimo será de 80 mm, pero se tendrán dos consideraciones más:

- El multiplicador seleccionado (Capítulo 3.6), posee tamaños de cubo para el eje de entrada ya definidos (Anexo D), con valores (mayores a 80 mm) de 90 mm y 100 mm.
- Al realizar la selección de la chaveta con el diámetro de 90 mm (Capítulo 3.5), no se tenía una alternativa de longitud normalizada que cumpliera con los requerimientos,

por lo que se opta por usar un diámetro de 100 mm, para el árbol de potencia en la zona del rodamiento B.

Se escogió el rodamiento de rodillos toroidales CARB 2222 K (Anexo B) con manguito de fijación H 322 E.

Como condiciones operación, se considera que se trata de un ambiente de severa contaminación y operación de trabajo de 40°C. A continuación se muestran los cálculos realizados para determinar la vida útil que tendrá el rodamiento 22222 EK.

Tabla 3.15 Valores de entrada del rodamiento B

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerza radial	$F_r$	34.15	kN
Rev. Por minuto	$n$	62	RPM
Factor carga radial	$X$	1	
Factor carga axial	$Y$	0	
Exponente para rodamiento de rodillos	$\rho$	10/3	
Factor de ajuste	$a_1$	1	
Factor de ajuste skf	$a_{skf}$	0.17	

Usando los valores de la Tabla 3.15 y características del Anexo B, se obtiene la Tabla de resultados 3.16.

Tabla 3.16 Valores de entrada del rodamiento B

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Carga equivalente	$P$	34.15	kN	3.30
Vida nominal , confiabilidad 90%	$L_{10}$	9189.1	Rev.	3.31
	$L_{10h}$	2470185.4	Horas	3.32
Vida nominal SKF	$L_{10m}$	1562.15	Rev.	3.33
	$L_{10mh}$	419931.5	Horas	3.34
Vida en años	$L_{10\text{años}}$	48	Años	-

Al ser la vida nominal SKF, mayor a las 100 000 horas mínimas cumple con el requerimiento de vida útil del rodamiento. El cálculo también se realizó con el aplicativo web de la empresa SKF, los resultados se ven en el Anexo B el valor es cercano al determinado de forma analítica. Sin embargo, se muestra un valor de vida útil demasiado alto, esto se debe a una alta relación entre la carga dinámica del rodamiento ( $C_o=530$  kN) y la carga equivalente que se tiene ( $P=34.3$  kN). En casos como el mostrado (cargas muy ligeras comparadas a la soportada por el rodamiento) suelen prevalecer otros mecanismos de falla diferentes a la fatiga (vida útil), relacionados con la carga mínima para poder funcionar adecuadamente (SKF, 2009).

Se realiza el cálculo de la carga mínima del rodamiento usando la ecuación 3.35, para ver si habrá fallo por falta de carga:

$$P_{min} = 0.01 * C_o \quad (3.35)$$

$$P_{min} = 0.01 * 530 = 5.3 \text{ kN}$$

El valor de carga mínima de 5.3 kN es menor al de la carga en el rodamiento (34.1 kN), por lo que el rodamiento no fallara tampoco por carga mínima, el cálculo también se realizó mediante el aplicativo SKF, se muestra en el Anexo B.

El soporte de pie elegido es el FSNL 522-619 (Anexo B), posee una boquilla engrasadora, lo cual facilita las labores de lubricación.

### 3.3 Uniones soldadas

En la Fig. 3.18 se pueden identificar las diferentes partes que serán unidas mediante el cordón de soldadura: La primera es toda la hélice debe ser unida al árbol hueco mediante un cordón de soldadura mediante una unión angular. La segunda se repite en los extremos del árbol hueco y es la unión a tope con las tapas



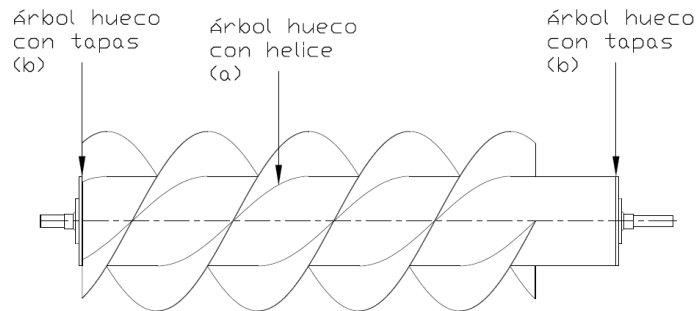


Fig.3.18: Requerimientos de soldadura.

### 3.3.1 Árbol hueco con la hélice

Para realizar el análisis en la soldadura entre la hélice y el árbol hueco del Tornillo de Arquímedes se usará como material de aporte al AWS A 5.22, material recomendado para la soldadura de acero AISI 316L. Debido a que el espesor de la plancha de la hélice es de 10 mm, la garganta mínima será de 4 mm (Euro código 3 – Proyecto de estructuras de acero) y máximo de  $0.7t$ , donde  $t$  es el espesor de la plancha con lo que obtiene que:

$$4 \text{ mm} \leq a \leq 7 \text{ mm}$$

La hélice del Tornillo de Arquímedes está compuesta por segmentos de paso "P" los cuales se forman de secciones circulares (Ver Fig.2.3). Se determina el número de secciones circulares que forman la hélice final mediante la Ecuación 3.36.

$$\#Secciones \text{ Circulares} = \frac{L_h}{P} * N_h \quad (3.36)$$

$$\#Secciones \text{ Circulares} = \frac{4000}{2670} * 3 = 4.5$$

El número de secciones circulares necesarias para elaborar la hélice nos permitirá distribuir las fuerzas del agua en la hélice (Tabla 3.4) entre las 4.5 secciones circulares y así determinar las fuerzas y momentos sobre cada sección circular, los resultados se encuentran en la Tabla 3.16. Esta es una idealización con fines poder realizar el cálculo del cordón de soldadura (Valenzuela, 2013), en la Fig.3.19 se observa la distribución de

las secciones circulares mencionadas previamente y en la Fig.3.20 las fuerzas que actúan sobre cada disco.

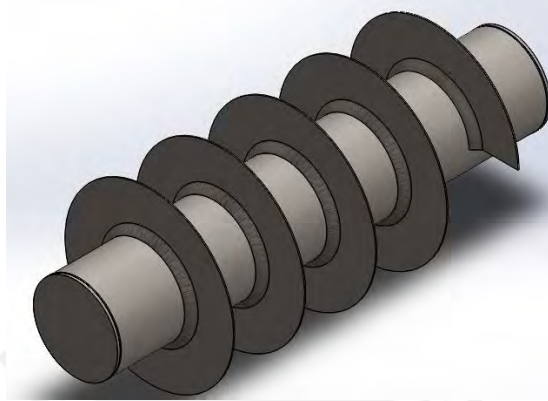


Fig.3.19: Secciones circulares equivalentes a la hélice con soldadura.

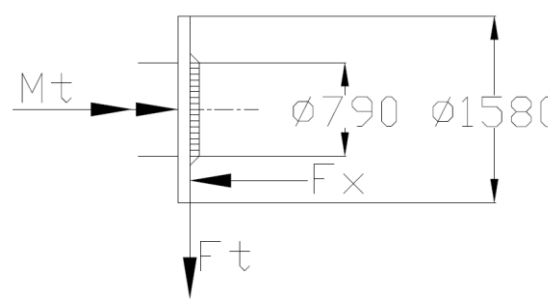


Fig.3.20: Unión soldada entre disco y árbol de potencia.

Tabla 3.17 Fuerzas en cada disco

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerzas axial en el disco	$F_{xd}$	3194.2	N
Fuerza en la dirección "y" en el disco	$F_{yd}$	5532.5	N
Fuerza en la dirección "z" en el disco	$F_{zd}$	2966.9	N
Fuerza tangencial al disco	$F_t$	6277.8	N
Momento torsor para cada disco	$M_{td}$	1158.6	N.m

Las fuerzas y momentos de la Fig.3.20 deben trasladarse al centroide del cordón de soldadura teniendo un esquema como el que se observa en la Fig.3.21, de esta forma se lograra realizar el análisis de falla. Los resultados del traslado de fuerzas y momentos al centroide se observan en la Tabla 3.18.

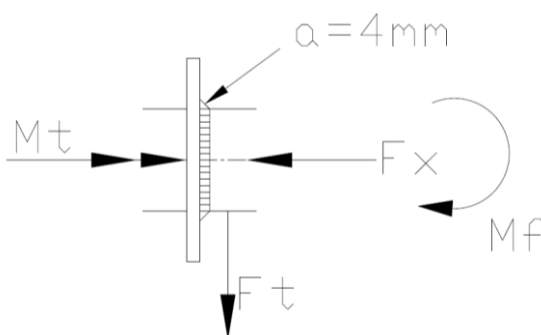


Fig.3.21: Unión soldada entre disco y árbol de potencia.

Los esfuerzos en el cordón de soldadura se pueden apreciar en la Fig.3.22

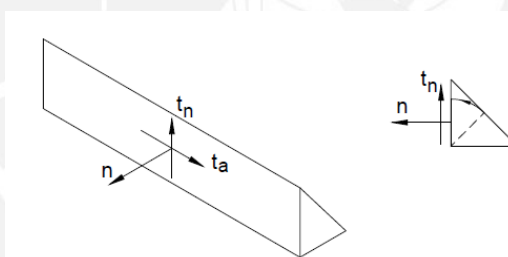


Fig.3.22: esfuerzos en el filete de soldadura.

Tabla 3.18 Fuerzas en el filete de soldadura

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerza normal	$F_n$	3194.2	N
Fuerza tangencial al disco	$F_t$	6277.8	N
Momento torsor para cada disco	$M_{td}$	1158.6	N.m
Momento flector producido por la fuerza normal trasladada	$M_f$	1261.7	N.m

A continuación, se muestran las ecuaciones que se utilizarán para el determinar los esfuerzos en el cordón de soldadura, empezando por los parámetros geométricos: momento de inercia, momento de inercia polar y área

$$A_{normal} = A_{corte} = \pi \left[ \left( \frac{\phi_2}{2} + a \right)^2 - \left( \frac{\phi_2}{2} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

$$I = \frac{\pi}{4} \left[ \left( \frac{\phi_2}{2} + a \right)^4 - \left( \frac{\phi_2}{2} \right)^4 \right] \quad (3.38)$$

$$I_o = \frac{\pi}{2} \left[ \left( \frac{\phi_2}{2} + a \right)^4 - \left( \frac{\phi_2}{2} \right)^4 \right] \quad (3.39)$$

Esfuerzos normales y cortantes generados por las fuerzas y los momentos:

$$\tau_{aMt} = \frac{M_t * \frac{\phi_2}{2}}{I_o} \quad (3.40)$$

$$n_{Fn} = \frac{F_n}{A_{normal}} \quad (3.41)$$

$$\tau_{nft} = \frac{F_t}{A_{corte}} \quad (3.42)$$

$$n_{Mf} = \frac{M_f * y}{I} \quad (3.43)$$

El valor del diámetro del árbol hueco ( $\phi_2$ ) es conocido (Tabla 2.3) y se escogerá una garganta de soldadura de 4 mm (Mínimo posible). Usando estos valores, los de la Tabla 3.18 y las ecuaciones mencionadas previamente, se procede a calcular los valores mostrados en la Tabla 3.19. Además, se colocará el comportamiento de estos esfuerzos, para realizar el cálculo a fatiga.

Tabla 3.19 Esfuerzos en el cordón de soldadura

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Comportamiento
Área normal y corte	$A_{normal}$	$7.47 \times 10^{-3}$	$m^2$	-
Momento de inercia	$I$	$5.87 \times 10^{-4}$	$m^4$	-
Momento polar de inercia	$I_o$	$1.17 \times 10^{-4}$	$m^4$	-
Esfuerzo longitudinal al cordón por momento torsor	$\tau_{aMt}$	3.91	MPa	Constante
Esfuerzo normal al cateto por fuerza normal	$n_{fn}$	0.43	MPa	Constante
Esfuerzo paralelo al cateto por fuerza tangencial	$\tau_{nft}$	0.84	MPa	Alternante
Esfuerzo normal al cateto por momento flector	$n_{Mf}$	0.85	MPa	Alternante

Los componentes medios y alternantes serán:

$$\begin{aligned} \tau_{a_m} &= 3.91 \text{ MPa} & n_{FN_m} &= 0.43 \text{ MPa} & \tau_{n_m} &= 0 \text{ MPa} & n_{Mf_m} &= 0 \text{ MPa} \\ \tau_{a_a} &= 0 \text{ MPa} & n_{FN_a} &= 0 \text{ MPa} & \tau_{n_a} &= 0.84 \text{ MPa} & n_{Mf_a} &= 0.85 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{n_m^2 + 1.8 * (t_{n_m}^2 + t_{a_m}^2)} \quad (3.44)$$

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{0.43^2 + 1.8 * (3.91^2)} = 1.71 \text{ MPa}$$

El análisis de los esfuerzos alternantes debe incluir el factor de concentración de esfuerzos  $V_1$  y el factor de la calidad de la unión  $V_2$ . Ambos factores, tomados de (NCEES, 2014) son los siguientes:

Factor de concentración de esfuerzos  $V_1$ :

Para flexión:

$$V_{1f}=0.7$$

Para corte:

$$V_{1t}=0.35$$

$$\tau_{n'a} = \frac{0.84}{0.35} = 2.4 \text{ MPa}$$

$$n_{Mf'a} = \frac{0.85}{0.7} = 1.21 \text{ MPa}$$

Calculamos el esfuerzo equivalente alternante utilizando la siguiente expresión:

$$\sigma_{eq'a} = \sqrt{n_a^2 + 1.8 * (t_{n_a}^2 + t_{a_a}^2)} \quad (3.45)$$

$$\sigma_{eq'a} = \sqrt{1.21^2 + 1.8 * 2.4^2} = 3.44 \text{ MPa}$$

Para verificar el factor de seguridad utilizamos la siguiente expresión:

$$FS = \frac{1}{\frac{\sigma_{eq'a}}{V_2 * \sigma_{fAL}} + \frac{\sigma_{eqm}}{\sigma_B}} \quad (3.46)$$

Las propiedades mecánicas del material de aporte AWS A 5.22 (Soldexa, 2013), se mencionan a continuación:

- Resistencia a la tracción:  $\sigma_B = 500 \text{ MPa}$
- Resistencia a la fluencia alternante ( $0.5 \sigma_B$ ):  $\sigma_{fAl} = 250 \text{ MPa}$

El valor de factor de la calidad de unión ( $V_2$ ) será de 0.8, de acuerdo a la calidad 2, con estos parámetros se evalúa el factor de seguridad a fatiga del cordón de soldadura, mediante la ecuación 3.46.

$$FS=51.17$$

Se determina que la soldadura no fallará por fatiga entre la hélice y el árbol de transmisión de potencia hueco con una garganta de 4 mm y un material de aporte de AWS A 5.22

### 3.3.2 Árbol hueco con las tapas laterales

Al igual que entre la hélice y el árbol hueco del Tornillo de Arquímedes se usará como material de aporte al AWS A 5.22. Con un espesor de la plancha de la tapa lateral de 25.4 mm se cuenta con la siguiente restricción de garganta:

$$7 \text{ mm} \leq a \leq 14 \text{ mm}$$

De las Figuras 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 y 3.12 se determinan las fuerzas y momentos para el sector de la tapa lateral, estos valores se muestran en el Tabla 3.20

Tabla 3.20 Fuerzas y momentos en la tapa

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Fuerzas axial	$F_x$	56953.7	N
Fuerza en la dirección "y"	$F_y$	36408	N
Fuerza en la dirección "z"	$F_z$	7901	N
Fuerza tangencial t	$F_t$	37146.45	N
Momento flexión en y	$M_y$	2907	N
Momento flexión en z	$M_z$	13410	N.m
Momento flector resultante	$M_f$	13721.47	N.m
Momento torsor	$M_t$	5213.3	N.m

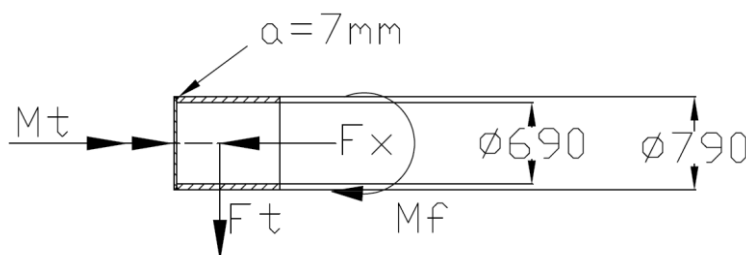


Fig.3.20: Unión soldada entre tapa y árbol de potencia.

Haciendo uso de las ecuaciones de para el cálculo de soldadura entre la hélice y árbol (3.37 a 3.43) y la Tabla 3.20 se obtienen los esfuerzos en el cordón, como se muestra en la Tabla 3.21

Tabla 3.21 Esfuerzos en el cordón de soldadura

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Comportamiento
Área normales y corte	$A_{\text{normal}}$	$1.74 \times 10^{-2}$	$\text{m}^2$	-
Momento de inercia	$I$	$1.39 \times 10^{-3}$	$\text{m}^4$	-
Momento polar de inercia	$I_o$	$2.78 \times 10^{-3}$	$\text{m}^4$	-
Esfuerzo longitudinal al cordón por momento torsor	$\tau_{aMt}$	0.74	MPa	Constante
Esfuerzo normal al cateto por fuerza normal	$n_{fn}$	3.27	MPa	Constante
Esfuerzo paralelo al cateto por fuerza tangencial	$\tau_{nft}$	2.15	MPa	Alternante
Esfuerzo normal al cateto por momento flector	$n_{Mf}$	4.0	MPa	Alternante

Los componentes medios y alternantes serán:

$$\tau_{a_m} = 0.74 \text{ MPa} \quad n_{FN_m} = 3.27 \text{ MPa} \quad \tau_{n_m} = 0 \text{ MPa} \quad n_{Mf_m} = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{a_a} = 0 \text{ MPa} \quad n_{FN_a} = 0 \text{ MPa} \quad \tau_{n_a} = 2.15 \text{ MPa} \quad n_{Mf_a} = 4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eqm} = \sqrt{3.27^2 + 1.8 * (0.74^2)} = 3.41 \text{ MPa}$$

Factor de concentración de esfuerzos V1:

Para flexión:

$$V_{1f} = 0.75$$

Para corte:

$$V_{1t} = 0.5$$

$$\tau_{n'_a} = \frac{2.15}{0.5} = 4.3 \text{ MPa}$$

$$n_{Mf'_a} = \frac{4}{0.75} = 5.3 \text{ MPa}$$

Calculamos el esfuerzo equivalente alternante utilizando la siguiente expresión:

$$\sigma_{eqra} = \sqrt{5.3^2 + 1.8 * 4.3^2} = 7.83 \text{ MPa}$$



Con los valores calculados en la Ecuación 3.46 y un valor de factor de la calidad de unión ( $V_2$ ) será de 0.8, de acuerdo a la calidad 2, se determina el FS:

$$FS=21.75$$

Se determina que la soldadura no fallará por fatiga entre la hélice y el árbol de transmisión de potencia hueco con una garganta de 7 mm y un material de aporte de AWS A 5.22.

### 3.4 Uniones atornilladas

La unión entre la tapa soldada al árbol hueco y los arboles macizos a los extremos será mediante pernos, esto se puede observar en la Fig.3.21.

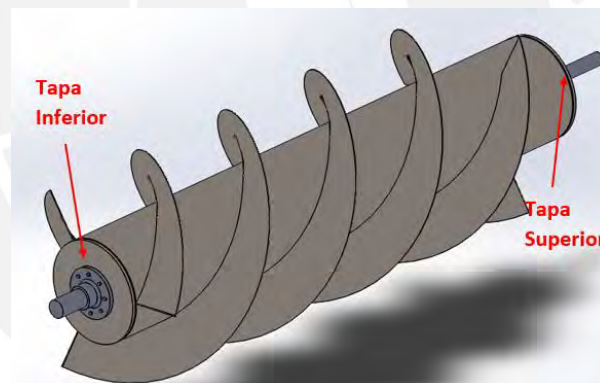


Fig.3.21: Secciones de uniones atornilladas.

En ambos extremos, sufren esfuerzo cortante debido al momento, pero en la zona inferior también hay un esfuerzo normal, debido a la tracción generada por la fuerza axial. Debido a esta condición el análisis de cálculo se efectuará en la zona de la Tapa inferior. En la Fig.3.22, se observan las fuerzas presentes en el Tornillo, no se toma en cuenta el esfuerzo cortante por la fuerza cortante, debido a que es despreciable comparándola con el momento torsor.

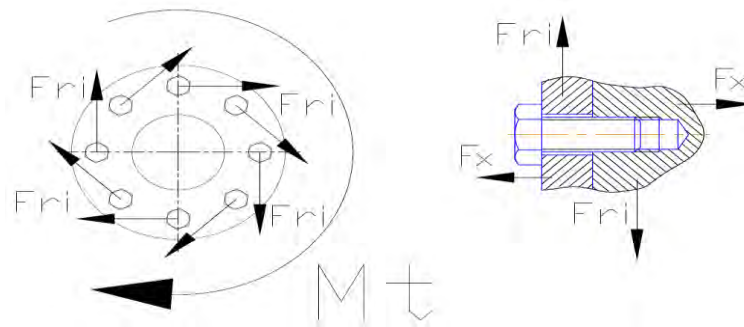


Fig.3.22: Izquierda: Esquema de fuerzas de los pernos sometidos a torsión y fuerza axial. Derecha: una sola unión atornillada sometida a corte (por el momento torsor) y tracción.

$$F_{ri} = \frac{2M_t}{nD} \quad (3.47)$$

$$F_{ext} = \frac{F_x}{n} \quad (3.48)$$

Donde  $n$  es el número de Tornillos y  $D$  el diámetro donde se encuentran ubicados los Tornillos.

Se desea que la fuerza de corte sea compensada por la fricción entre las bridas, de esta manera, el perno deberá trabajar a tracción pura y generar presión suficiente en la unión para que la fricción entre ellas sea quien transmita realmente el torque.

Para el cálculo de la unión atornillada se hará uso de la norma VDI 2230 Parte 1 del 2013, se trata de una unión del caso 2 (Ver Fig.3.23) con una unión a agujero roscado. Primero se deberá calcular las constantes de rigidez del Tornillo y la placa. Los cálculos para determinar las constantes de rigidez se encuentran en el Anexo C.

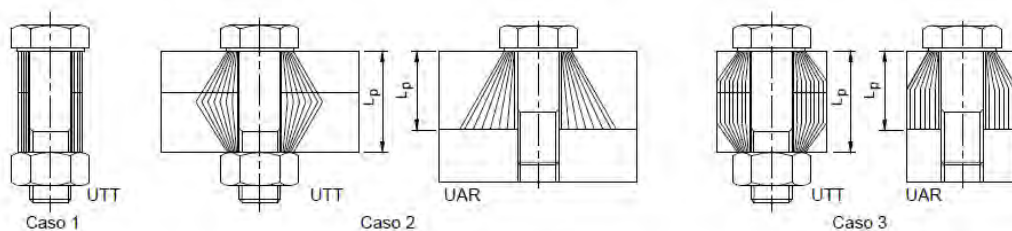


Fig.3.23: Casos de uniones atornilladas (Según VDI 2230).

(Paulsen, Elementos de máquinas 1, 2013, pág. 4)

Una vez determinados las constantes de rigidez se realiza el análisis de falla del perno elegido y de la placa, para determinar si el primero falla por fluencia y el segundo por presión. Para el análisis se utilizan las ecuaciones mostradas en el Anexo C (A.C.5 a A.C.17) y los valores de la Tabla 3.22 como datos de entrada y los resultados de este cálculo se muestran en la Tabla 3.23.

Tabla 3.22 Resultados del análisis de falla de la unión atornillada

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Momento torsor	$M_t$	5200	N.m	-
Fuerza axial	$F_x$	56953.7	N	-
Fuerza cortante en cada perno	$F_{ri}$	4333.33	N	3.47
Fuerza de tracción en cada perno	$F_{xi}$	7119.21	N	3.48
Módulo de elasticidad del acero	$E$	210000	N/mm <sup>2</sup>	-
Diámetro de agujero para M16	$d_{ag}$	18	mm	Según DIN 69
Longitud del perno	$L$	50 mm	mm	Según ISO 4017
Fricción entre elementos	$M$	0.15		VDI 2230 Parte 1
Factor de ajuste	$\alpha_a$	1.6		VDI 2230 Parte 1

Tabla 3.23 Resultados del análisis de falla de la unión atornillada

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Factor de distribución de carga	$\Phi$	0.08	-	A.F.5
Fuerza exterior al Tornillo	$F_{ext/t}$	584.47	N	A.F.6
Fuerza exterior a la placa	$F_{ext/p}$	6534.74	N	A.F.7
Fuerza de montaje mínima	$F_{Mmin}$	28888.89	N	A.F.8
Fuerza de montaje máxima	$F_{Mmax}$	46222.22	N	A.F.9
Asentamiento	$\delta$	0.01	mm	VDI 2230
Fuerza de asentamiento	$F_{as}$	5722.38	N	A.F.10
Fuerza máxima en el Tornillo	$F_{max/t}$	52529.07	N	A.F.11
Torque de montaje	$T_m$	149.72	N.m	A.F.12
Esfuerzo normal	$\sigma$	335.29	MPa	A.F.13
Esfuerzo cortante	$\tau$	270.67	MPa	A.F.14
Esfuerzo equivalente	$\sigma_{eqM}$	576.37	MPa	A.F.15
Area de corte en la placa	$A_c$	91.89	mm <sup>2</sup>	A.F.16
Presión en la placa	$p$	571.64	MPa	A.F.17

Un perno clase 12.9 posee  $\sigma_F=1100$  MPa, de acuerdo a la norma VDI 2230. Además, de acuerdo a esta misma norma se considera  $\nu = 0.9$  y la presión superficial admisible de la plancha C45 es  $P_{adm}=700$  Mpa. Estos parámetros nos sirven para definir si existe fallo o no, mediante las Ecuaciones 3.49 y 3.50.

$$\sigma_{eqM} \leq \nu * \sigma_F \quad (3.49)$$

$$571.64 \leq 0.9 * 1100 = 990 \text{ Cumple}$$

$$p \leq P_{adm} \quad (3.50)$$

$$571.64 \leq 700 \text{ Cumple}$$

Para la unión de las tapas y el árbol hueco, se tuvo q realizar un proceso iterativo, en esta sección se mostró el cálculo que demuestra que el perno seleccionado M16 clase 12.9 (Norma ISO 4017) es el adecuado para los requerimientos y no falla, por lo que este perno queda como el seleccionado.

### 3.5 Selección de la chaveta

Las chavetas son aquellos elementos de máquina que se utilizan para la transmisión de potencia entre un elemento y otro. Se seleccionará la chaveta necesaria para el acople entre el Tornillo de Arquímedes y el multiplicador que luego se conectará al generador.

Los cálculos y selección se realizará siguiendo la norma DIN 6885A (Ver Fig.3.24)

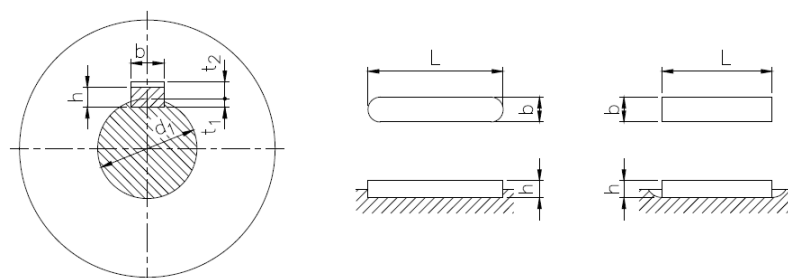


Fig.3.24: Dimensiones de una chaveta, según norma DIN 6885A.

Con un diámetro de 100 mm, se selecciona una chaveta A 28x16 y se utiliza las ecuaciones 3.51 – 3.54, para determinar si existe una longitud normalizada de chaveta y si no hay fallo, tras realizar los cálculos se selecciona una chaveta A 28x16x200 DIN 6885. Los resultados de las ecuaciones mencionadas anteriormente se muestran en la Tabla 3.24.

$$L_{ef} \geq \frac{2 * M_t}{d * (h - t_1) * p_{adm}} \quad (3.51)$$

$$L \geq L_{ef} + b \quad (3.52)$$

$$p = \frac{2 * M_t}{d * (h - t_1) * L_{din}} \quad (3.53)$$

$$p < p_{adm} \quad (3.54)$$

Tabla 3.24 Resultados de la Chaveta

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Longitud efectiva	$L_{ef}$	170.3	mm
Longitud requerida	L	198.3	mm
Presión de trabajo	p	86.67	MPa
Presión admitida	$p_{adm}$	100	MPa

### 3.6 Caja multiplicadora

En los casos en los que una turbomáquina y el generador trabajan a la misma velocidad y pueden montarse coaxialmente, es recomendable que el acoplamiento se haga de forma directa, de esta manera se consigue evitar pérdidas mecánicas y minimizar el mantenimiento de otro tipo de sistema de transmisión.

En general, sobre todo en instalaciones de baja altura de salto, las turbomáquinas tienen velocidades de giro por debajo de 400 rpm. Ante esto se tienen dos posibilidades,

emplear generadores especiales de gran número de polos, los cuales son costosos; o hacer uso de un multiplicador para alcanzar las 1000-2500 rpm a la que operan los generadores estándar.

### 3.6.1 Tipos de multiplicadores

Existen diferentes tipos de multiplicadores, en función del tipo de engranajes utilizados en su fabricación o la disposición de los ejes. De esta manera los multiplicadores se clasifican como:

#### 3.6.1.1 Paralelos

Este tipo de multiplicador se caracteriza por utilizar engranajes helicoidales, son recomendados para transmisión de potencias medias. La Fig.3.25 muestra un multiplicador de eje vertical, acoplado a una turbina Kaplan en configuración vertical.

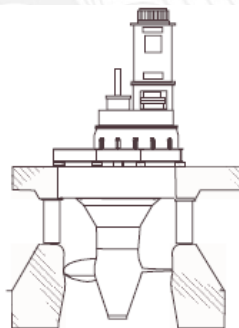


Fig.3.25: Ejes paralelos.

#### 3.6.1.2 Cónicos

Estos multiplicadores poseen engranajes cónicos a  $90^\circ$  para la transmisión de potencia. Se recomienda su uso para transmisión de pequeñas potencias. La Fig.3.26 muestra un multiplicador de dos etapas: una primera de engranajes planetarios y otra segunda de engranajes cónicos.

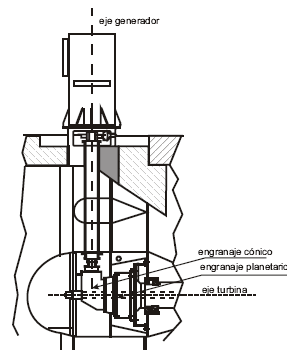


Fig.3.26: Engranajes cónicos.

### 3.6.1.3 Epicicloides

Este tipo de multiplicador tiene en su interior un sistema de engranajes planetarios, su principal ventaja es la presencia de una alta relación de transmisión en un espacio pequeño. Esta configuración pequeña permite que se tenga un multiplicador de poco peso a comparación de otras opciones. Se utilizan con diseños muy compactos, especialmente adecuados para potencias de más de 2 MW. Un ejemplo de un multiplicador de este tipo se puede observar en la Fig.3.27.

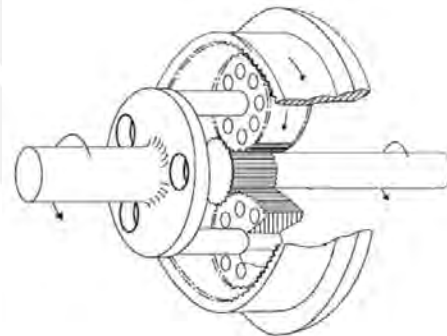


Fig.3.27: Engranaje Planetario.

## 3.7 Selección de caja multiplicadora

La velocidad a la salida del eje del Tornillo de Arquímedes es de 62 rpm, la caja multiplicadora debe permitir que esta aumente de tal manera que sea capaz de ser conectada a un generador estándar que tiene velocidades de entre 1000 rpm y 2500 rpm. Se hace un breve análisis de las velocidades de los generadores estándar y se opta por una multiplicadora que permite una velocidad de salida cercana a las 1200 rpm.

Por lo que la relación de transmisión necesaria será de aproximadamente de 1:20. De esta manera se selecciona la caja multiplicadora de la marca Tramec modelo Z A 200 B 20 B3 H100. La selección se realizó siguiendo el manual del fabricante (Tramec, 2014).

Se trata de una caja multiplicadora de ejes paralelos y cuyas características principales se encuentran en el Anexo D. Se debe tener en consideración que es una caja reductora que puede trabajar en sentido contrario, para realizar la función de caja multiplicadora. Además, posee una serie de configuraciones de relación de transmisión cercanas al valor nominal de  $i=20$ , permitiendo seleccionar la más cercana al valor que se desea,  $i=20.06$ . A continuación, en la Tabla 3.25 se muestran los valores de velocidades, torques y potencias a la entrada y salida del multiplicador.

Tabla 3.25 Valores a la entrada y salida de la multiplicadora

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Relación del multiplicador	$i$	20.06	-
Eficiencia de transmisión	$\eta_m$	97	%
Velocidad de entrada	$n_1$	62	Rpm
Velocidad de salida	$n_2$	1243.7	Rpm
Par a la entrada	$T_1$	5206	N.m
Par a la salida	$T_2$	251.73	N.m
Potencia a la entrada	$P_1$	29.2	kW
Potencia a la salida	$P_2$	27.74	kW

### 3.8 Selección de acople

Debido al tipo de caja multiplicadora de velocidad seleccionada, que permite que el árbol de transmisión de potencia del Tornillo de Arquímedes no requiera de un acoplamiento sino que este ingrese al cubo que posee la caja multiplicadora (Anexo E), solo se requiere colocar un acoplamiento entre el multiplicador y el generador.

El acoplamiento seleccionado será uno de la marca Rexnor del tipo omega (Fig.3.28), el cual permite su funcionamiento sin lubricación, debido a su elemento flexible de poliuretano. Entre otras ventajas permite desalineamiento severo y protege contra



cargas de impacto y vibración. La selección se realizó siguiendo el procedimiento de selección dado por el fabricante (Anexo E) (Rexnord, 2011).



Fig.3.28: Acople flexible tipo Omega.

Los resultados de la selección se muestran en la Tabla 3.26:

Tabla 3.26 Selección de acople

Nombre	Variable	Valor	Unidades
Carga para 100 rpm	HP/100 RPM	3.24	HP/RPM
Factor de servicio	FS	2	-
Valor equivalente de la carga	HP/100 Eq	6.48	HP/RPM
Tamaño de acople	-	E 40	
Velocidad máxima del acople	$N_{max}$	1800	RPM
Velocidad real	N	1200	RPM
Potencia a la entrada	$P_1$	29.2	kW

El acoplamiento seleccionado es del tipo flexible Omega del tamaño E40.

## CAPITULO 4

### SELECCIÓN DEL GENERADOR

#### 4.1 Fundamentos y generalidades

##### 4.1.1 Definición

El generador eléctrico es aquella máquina encargada de transformar la energía mecánica en energía eléctrica. Esta transformación se logra por medio de la interacción entre los dos elementos principales del generador: el rotor (parte móvil) y el estator (parte fija).

El generador puede ser de diversos tipos, dependiendo básicamente del tipo de máquina conductora que se tenga y las características de la velocidad de giro de esta (Velocidad constante o variable; y el rango de velocidades altas o bajas). En general, las máquinas eléctricas (motores o generadores) tienen un número reducido de polos, con velocidades nominales de giro que van entre 750 y 3000 rpm. Sin embargo, no todas las máquinas giran en este rango de velocidades, por lo que se hace necesario el uso de una caja multiplicadora o usar generadores eléctricos que tengan bajas velocidades de sincronismo, las cuales tienen gran número de polos.

En su gran mayoría los generadores eléctricos son diseñados para el uso en sistemas trifásicos para poder conectarlos a redes de distribución y transporte. Sin embargo, también existen generadores que funcionan con sistema hexafásicos o dodecafásicos, los cuales también se conectan a la red eléctrica, pero se debe contar con convertidores de señal, instrumentos totalmente electrónicos (Smith, 1995).

## 4.1.2 Tipo de generadores

### 4.1.2.1 Generador de corriente alterna síncrono

La denominación de generador síncrono se debe a que en este tipo de generadores el desplazamiento del campo magnético giratorio coincide siempre con el del rotor. Esto origina que la velocidad de giro del rotor ( $n$ ), la frecuencia de la red ( $f$ ) y el número de polos ( $p$ ) del generador están estrictamente relacionados entre sí, mediante la siguiente ecuación:

$$f = \frac{p * n}{60}$$

Al igual que el resto de máquinas eléctricas, un generador síncrono posee dos devanados independientes: (Fraile Mora, 1995)

- Un devanado inductor, construido en forma de arrollamiento concentrado o bien distribuido en ranuras alimentado por corriente continua que da lugar a los polos de la máquina.
- Un devanado inducido distribuido formando un arrollamiento trifásico recorrido por corriente alterna.

En aquellas máquinas que no superan potencias de 10 kVA, el devanado inductor se coloca en el estator, en forma concentrada, sobre expansiones magnéticas denominadas polos salientes que se encuentra en el rotor.

Por otro lado, en aquellas máquinas de mayores potencias que pueden trabajar entre 1000 y 1500 kVA, la colocación de los devanados se da de forma inversa que en el caso anterior. Para este caso se tiene dos estructuras constructivas posibles, para la fabricación del rotor, la primera la de polos salientes y la segunda de polos lisos o rotor cilíndrico.

Para el uso de este tipo de generadores en centrales hidroeléctricas se debe considerar el bajo régimen de giro de las máquinas conductoras en las centrales (Turbinas Pelton,

Turgo, de flujo axial, ruedas hidráulicas, Tornillo de Arquímedes, etc.), por lo que se requieren generadores síncronos que se construyan en forma de polos salientes y que estos cuenten con un gran número de polos, los cuales generalmente varían entre 20 y 40 polos.

Debido a que en el Perú, se trabaja con una frecuencia de red de 60 Hz, y se tiene un Tornillo de Arquímedes que gira a una velocidad de ~60 rpm, se necesitaría de un generador síncrono de 60 polos (Si no se contara con una caja multiplicadora).

#### **4.1.2.2 Generador de corriente alterna asíncrono**

Este tipo de generador es el más usado en centrales de aprovechamiento hidráulico o centrales eólicas. Se trata de básicamente un motor de inducción, el cual se conecta a una máquina conductora para que el motor de inducción funcione como generador. Este tipo de uso también es conocido como IGS o IMAGs (*induction motors as generators*). La denominación de máquina asíncrona se debe a la diferencia entre la velocidad de giro del rotor y la red, denominada “deslizamiento”.

Al igual que el resto de máquinas eléctricas el generador asíncrono consta de un estator (parte fija) y una parte que gira en el centro (Rotor). Los materiales y la forma constructiva del estator son muy similares a los usados en generadores síncronos, bobinas de alambre de cobre esmaltado armadas dentro de ranuras en el núcleo para formar un devanado distribuido. Sin embargo, el rotor es completamente diferente al de un generador síncrono y no existe corriente conducida en los arrollamientos de este.

Para que el motor de inducción funcione como generador, se le debe conectar a una máquina conductora, la cual lo debe hacer girar a una velocidad mayor a la de sincronismo, de esta forma se produce la tensión inducida, producto de la velocidad y campo magnético (Fenómeno explicado por la Ley de Faraday). Así mismo, el generador requiere que la fuerza proveniente de la máquina conductora sea capaz de equilibrar la fuerza electromagnética, producida por el campo magnético y la corriente (Ley de Lorentz).

Como en todas las máquinas el uso de este tipo de tecnología con lleva a ventajas y desventajas. Siendo las principales ventajas las siguientes (Smith, 1995):

- La disponibilidad de los motores de inducción es mayor que la de generadores síncronos.
- El costo que implica la adquisición de un motor de inducción y los demás componentes que necesita para su funcionamiento (Condensadores de excitación, reguladores de velocidad, etc.) es menor que la de los generados síncronos.
- Debido a las características constructivas, las máquinas de inducción son muy robustas y son de construcción simple. Debido a la ausencia de devanados, diodos o anillos deslizantes en su rotor, a diferencia de las máquinas síncronas.
- Soportan sobre velocidades, debido a que el rotor devanado, presente en máquinas síncronas, es reemplazados por barras fundidas.
- Al ser completamente cerradas, tiene buena protección contra el polvo y agua.

Las desventajas del uso de este tipo de generadores son las siguientes:

- En algunas ocasiones se requiere de realiza modificaciones en la conexión de los devanados o incluso se puede ser necesario el rebobinado. Esto se debe a que no siempre se tienen disponibles los rangos de voltajes adecuados.
- A diferencia de la selección de un generador síncrono, el cual no requiere elementos externos para su funcionamiento. Los generadores asíncronos requieren condensadores de un adecuado valor para su funcionamiento.
- Se presentan complicaciones para el arranque de motores conectados a generadores asíncronos, debido a caídas de voltajes o incluso perdida de la excitación cuando son arrancados.

#### **4.2 Cálculos y selección**

Debido a las ventajas que se han mencionado respecto a los generadores asíncronos y su compatibilidad con el uso con un Tornillo de Arquímedes, se opta por usar este tipo de generador.

#### 4.2.1 Generador asíncrono

La velocidad de giro del eje de la caja multiplicadora conectada al Tornillo de Arquímedes es de:  $N_m = 1243 \text{ rpm}$ , por lo que se debe buscar un generador que funcione alrededor de esta velocidad.

Del catálogo de motores de inducción la empresa Delcrosa (Anexo F), se selecciona el siguiente motor de inducción:

Tabla 4.1 Datos del motor de inducción seleccionado

Potencia	Velocidad a plena carga	Polos	Frecuencia	Modelo
30 kW	1175	6	60	200L

Se determina la velocidad de sincronismo mediante la ecuación (4.1)

$$N_s = \frac{120 * f}{p} \quad (4.1)$$

$$N_s = \frac{120 * 60}{6} = 1200 \text{ rpm}$$

La velocidad a plena carga del motor, nos permite determina el deslizamiento a plena carga del motor elegido usando la ecuación (4.2)

$$S = \frac{N_s - N_r}{N_s} \quad (4.2)$$

$$S = \frac{1200 - 1175}{1200} = 0.02083$$

El valor de deslizamiento a plena carga determinado es para cuando el motor de inducción funciona como motor. Sin embargo, lo que se desea es que el motor de inducción trabaje como generador para lo cual es valor de desplazamiento es mismo

pero con signo negativo, de esta forma se consigue que el motor gire a mayor velocidad que la nominal y que funcione como generador.

$$N_g = (1 + s)N_s \quad (4.3)$$

$$N_g = (1 + 0.02083) * 1200 = 1225 \text{ rpm}$$

El valor  $N_g$  nos indica la velocidad mínima a la que debe girar el motor de inducción seleccionado, para trabajar como generador. Sin embargo, la velocidad de entrada al motor de inducción por parte de la caja multiplicadora es mayor al valor  $N_g$  calculado.

Se conoce que en la industria los motores de inducción, trabajan con un valor de deslizamiento máximo de 5%, de esta manera se tomará como referencia esta condición, para determinar si la velocidad de giro del generador está en el rango de funcionamiento posible.

Se determina la velocidad de giro para un deslizamiento de 5%, usando la ecuación (4.4):

$$N_{gmax} = (1 + 0.05) * 1200 = 1260 \text{ rpm}$$

$$N_g < N_m < N_{gmax} \quad (4.4)$$

Reemplazando los resultados en la ecuación (4.4):

$$1225 < 1243 < 1260$$

De esta manera se comprueba que el motor de inducción seleccionado, trabajar como generador sin ningún inconveniente.

#### 4.2.2 Condensadores de excitación

Como se mencionó entre las desventajas de usar un motor de inducción como generador, es la necesidad de usar condensadores, si es que el motor operara sin conexión a una red. Estos condensadores constituyen la única fuente externa de corriente de magnetización. En el caso de este proyecto, se considerará que el sistema

trabaje de forma independiente a la red, por lo que se seleccionarán los condensadores necesarios.

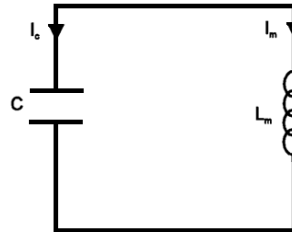


Fig.4.1: Circuito equivalente simplificado del generador de inducción.

El circuito mostrado en le Fig.4.1 nos permite entender el funcionamiento del motor como generador. Al empezar a girar el eje, la corriente empezará a fluir debido al magnetismo remanente en el rotor. La corriente en el condensador ( $I_c$ ) igualará a la corriente de magnetización ( $I_m$ ); y la máquina y los condensadores actuarán como un circuito resonante a la frecuencia angular, fijada por el giro de la máquina. Dependiendo si la capacitancia seleccionada es suficiente, la corriente aumentará rápidamente hasta que la operación sea totalmente estable. Esto se da cuando la impedancia de los condensadores iguale a la reactancia magnética, de acuerdo a la ecuación (4.5).<sup>23</sup>

$$\frac{1}{\omega * C} = \omega * L_m \quad (4.5)$$

Hay ciertos factores que se deben tener en cuenta para la selección de los condensadores. El primero de estos, el voltaje en el punto de operación del generador aumentará debido a mayores valores de capacitancia, esto generaría un problema si los valores de capacitancia son muy altos, debido a que a más corriente que fluye dentro de la máquina, la potencia adicional es perdida en forma de calor en los devanados del estator. En la Fig.4.2 se puede apreciar el comportamiento del voltaje de fase de un generador para diferentes valores de capacitancia.



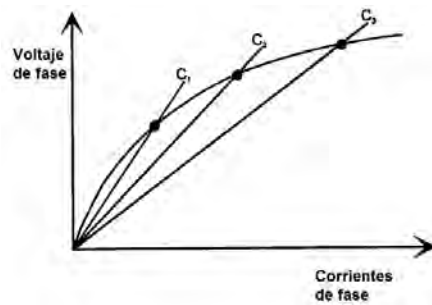


Fig.4.2: Característica de excitación en vacío para un generador de inducción movido a una velocidad constante. (para tres valores de capacitancia de excitación)

El otro factor determinante para la selección de la capacitancia de los condensadores es la conexión de estos al sistema de generación trifásico, los condensadores pueden estar conectados en estrella o triángulo. Si la conexión se diera en estrella el valor de capacitancia sería la tercera parte de si la conexión se diera en triángulo, tal y como describe la ecuación (4.6) (Smith, 1995).

$$C_{\Delta} = \frac{C_Y}{3} \quad (4.6)$$

El tipo de condensador también es importante, se tienen dos posibilidades el “motor run” con capacidad hasta de 40  $\mu\text{F}$  y el “motor star”, los cuales son condensadores de arranque o electrolíticos. Los condensadores “motor star” no están diseñados para funcionar de forma permanente. Se escogerán condensadores del tipo “motor run”, debido a que estos si se encuentran diseñados para operación permanente, son de bajo costo y tienen muy buena relación capacidad, tamaño.

El cálculo de capacitancia del motor se realizara de acuerdo a la teoría de compensación del factor de potencia. Donde se considerará el factor de potencia al 100%

$$\sum S_{vacío} = \sqrt{3} * V_{línea} * I_{línea} \quad (4.7)$$

$$\sum Q_{línea} = \sum S_{vacío} * \text{sen } \varphi \quad (4.8)$$

$$Q_{fase} = \frac{\sum Q_{línea}}{3} \quad (4.9)$$

$$V_{fase} = \frac{\sum V_{línea}}{3} \quad (4.10)$$

$$I_{fase} = \frac{Q_{fase}}{V_{fase}} \quad (4.11)$$

$$C = \frac{I_{fase}}{2 * \pi * f * V_{fase}} \quad (4.12)$$

#### 4.2.2.1.1 Datos de entrada

En la Tabla 4.2 se muestran los valores de las características del motor elegido, que serán empleadas para la selección de la capacidad de los condensadores de excitación.

Tabla 4.2 Datos del motor de inducción seleccionado para hallar capacitancia

Potencia	V <sub>línea</sub>	I <sub>línea</sub>	V <sub>línea</sub>	I <sub>línea</sub>	F.P al 75%	F.P al 100%
30 kW	380 V	62.5 A	220 V	108.3 A	0.75	0.78

#### 4.2.2.1.2 Resultados

Los valores de la Tabla 4.2, son reemplazados en las ecuaciones (4.7), (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) y (4.12). Obteniéndose los resultados que se muestran en la Tabla 4.3

Tabla 4.3 Datos del motor de inducción seleccionado para hallar capacitancia

Nombre	Variable	Valor	Unidades	Ecuación usada
Potencia aparente	$\sum S_{vacío}$	41267.8	VA	4.7
Potencia reactiva de línea	$\sum Q_{línea}$	25824.54	VAR	4.8
Potencia reactiva de fase	$Q_{fase}$	8608.18	VAR	4.9
Voltaje de fase	$V_{fase}$	220	V	4.10
Corriente de fase	$I_{fase}$	39.12	A	4.11
Capacitancia	C	473	$\mu F$	4.12

## CONCLUSIONES

El proyecto abarcado en la tesis posee un caudal de  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $2 \text{ m}$  de salto de agua con lo que se tiene un potencial de generación teórica de  $25.98 \text{ kW}$ . Se eligió realizar el diseño de un Tornillo de Arquímedes debido a que los parámetros de caudal y salto de agua elegidos están en el rango de funcionamiento de este tipo de sistema. Además, es el sistema que posee una mayor eficiencia para estos parámetros.

El diseño energético del Tornillo de Arquímedes se realizó teniendo como base que el flujo de agua ingresaría hasta el 50% de su área (debido a las dimensiones del canal). De esta manera el agua ejerce la fuerza en el centroide del área de éste y permite determinar el momento torsor en el árbol hueco del Tornillo. Por otro lado, la velocidad de rotación se determina con la misma consideración y asumiendo que entre la velocidad de entrada y la de salida de la hélice se tiene al ángulo exterior de la hélice. Ambos vectores de velocidad, permiten obtener el valor de la velocidad tangencial con la que finalmente se determina la velocidad rotacional del Tornillo de Arquímedes.

De acuerdo a las consideraciones y cálculos realizados, se obtiene un tornillo de largo  $5.7 \text{ m}$  con una hélice con diámetro exterior igual a  $1.58 \text{ m}$  y diámetro interior de  $0.79 \text{ m}$ . Además, un árbol hueco de diámetro exterior de  $0.79 \text{ m}$  y diámetro interior de  $0.69 \text{ m}$ .

Se tiene como principales valores energéticos determinados: Torque de  $5213 \text{ N.m}$ , velocidad de giro de  $62 \text{ RPM}$  y una potencia en el árbol hueco del Tornillo de Arquímedes de  $29 \text{ kW}$ . Se cuenta con una eficiencia del 86% en la transformación de la energía hidráulica a energía mecánica en el Tornillo de Arquímedes y una eficiencia total del sistema (incluyendo la eficiencia de la caja multiplicadora y el motor de inducción como generador) del 76%. De esta manera, se obtiene una potencia eléctrica generada de  $26 \text{ kW}$ .

Para la transformación de energía mecánica a eléctrica, se escogió usar un motor de inducción como generador, debido a ser una opción de bajo costo, de fácil disponibilidad y por tener una alta confiabilidad para las condiciones de operación frente al uso de un generador eléctrico síncrono.

## RECOMENDACIONES

De implementarse el Tornillo de Arquímedes en una localidad donde el caudal no pueda mantenerse constante mediante métodos de regulación manual, por falta de personal que se encargue de esto o se requiera regulación muy precisas de los valores de caudal, se recomienda la colocación de un sistema regulador de carga automático que evite una carga mayor a la de diseño, la cual podría influenciar en el correcto funcionamiento.

La construcción e implementación de un proyecto de este tipo debe de tener en consideración mantener la concetricidad entre los arboles externos y el árbol hueco del Tornillo de Arquímedes, para esto se contempló en el diseño que los arboles externos encajen en las tapas soldadas al Tornillo.

Es necesaria la realización de un análisis económico que determine la viabilidad económica de un proyecto de este tipo en diferentes localidades, en el que se consideren factores como el valor de construcción, diseño, equipos necesarios, costos del mantenimiento, costos de las obras civiles necesarias y el tiempo de retorno de la inversión.

Debido a la potencia generada por un sistema de este tipo puede usarse para la generación de energía eléctrica para comunidades rurales y también para el auto consumo eléctrico en empresas que se encuentren próximas a corrientes de agua, permitiéndoles suplir parcial o totalmente su consumo eléctrico.

Profundizar en el diseño eléctrico del sistema, seleccionando baterías para almacenar la energía eléctrica no utilizada por las cargas principales o sistemas de carga secundaria para disipar la energía no consumida.

## BIBLIOGRAFÍA

### ACEROS COMERCIALES

2011 *Planchas y bobinas laminadas en caliente calidad estructural*. Consulta: 28 de agosto de 2015.

<http://www.aceroscomerciales.com.pe/files/catalogo/PlanchasBobinas/PLANCHAS%20ESTRUCTURALES.pdf>

### ALI RAZA, Muhammad y Yasir SALEEM

2013 *Modeling of Archimedes Turbine for Low Head Hydro Power Plant in Simulink MATLAB*. International Journal of Engineering Research & Technology, pp. 2471-2477. Consulta: 20 de Junio de 2015.

<http://www.ijert.org/view-pdf/4577/modeling-of-archimedes-turbine-for-low-head-hydro-power-plant-in-simulink-matlab>

### ANDRITZ ATRO

2012 *Hélices hidráulicas*. Consulta: 20 de mayo de 2014.

[http://www.andritz.com/oi-atro-hydrodynamic-screws\\_es.pdf](http://www.andritz.com/oi-atro-hydrodynamic-screws_es.pdf)

### AUTORIDAD NACIONAL DEL AGUA (ANA)

2009 *Ley N.°29338*. Ley de recursos hídricos. Lima, 30 de marzo. Consulta: 15 de febrero de 2015.

<http://www.ana.gob.pe/media/316755/leyrh.pdf>

### AZEVEDO, José y Guillermo ACOSTA

1975 *Manual de hidráulica*. Mexico DF: Harla S.A.

Bedford.

2012 *Hydro Power Project*. Obtenido de Hydro Power Project. Consulta 30 de Octubre de 2018:

[http://www.bedford.gov.uk/environment\\_and\\_planning/sustainability/hydro\\_power\\_project.aspx](http://www.bedford.gov.uk/environment_and_planning/sustainability/hydro_power_project.aspx)

### BOHL, Willi

1986 *Strömungsmaschinen*. Segunda edición. Würzburg.

## COORDINACIÓN DE ENERGÍAS RENOVABLES

2008 *Pequeños Aprovechamientos Hidroeléctricos*. Consulta: 20 de mayo de 2014.  
Buenos Aires: Secretaría de Energía.

[http://www.energia.gov.ar/contenidos/archivos/Reorganizacion/contenidos\\_didacticos/publicaciones/libro\\_energia\\_hidrica.pdf](http://www.energia.gov.ar/contenidos/archivos/Reorganizacion/contenidos_didacticos/publicaciones/libro_energia_hidrica.pdf)

CÓRDOVA, Roberto

1999 *Breve historia de las turbinas hidráulicas*. Consulta: 21 de mayo del 2014.

<http://www.uca.edu.sv/deptos/ccnn/dlc/pdf/turbinas.pdf>

CUADRADO, José

s/f *Curvas técnicas y cíclicas*. Consulta: 05 de octubre de 2014.

<http://ciclicas.joseantoniocuadrado.com/tecnicas.htm>

CUESTA, Luis y Eugenio VALLARINO

2000 *Aprovechamientos hidroeléctricos*. Barcelona: ETA.

DELCROSA

2010 *Motores de inducción Delcrosa*. Consulta: 06 de febrero del 2015.

EWATERPOWER

s/f *The hydrodynamic screw*. Consulta: 03 de abril del 2015.

<http://www.ewaterpower.com/hydrodynamic-screw.php>

FISHTEK CONSULTING

2007 *Fish Monitoring and Live Fish Trials. Archimedes Screw Turbine, River Dart*.  
Consulta: 15 de abril del 2015.

<http://greenbugenergy.com/?wpdmdl=7300>

FRAILE, Jesús

1995 *Máquinas eléctricas*. Madrid.

GRUPO DE APOYO AL SECTOR RURAL PUCP

2013 *Selección de turbinas hidráulicas*. Lima. Consulta: 20 de mayo del 2014.

<http://miguelhadzich.com/wp-content/uploads/2013/04/afiche-Seleccion-Turbinas-hidraulica-GRUPO-PUCP.jpg>

## HydroNI

- 2015 *HydroNI*. Consulta 30 de Octubre de 2018:  
<http://www.hydroni.co.uk/Case%20Studies.html>

## LANDUSTRIE

- 2008 *Hidrotornillos Landy*. Consulta: 10 de abril del 2014.  
<http://www.landustrie.nl/fileadmin/files/Documenten/Hidrotornillos.pdf>
- 2012 Bomba Tornillo de Arquímedes. Obtenido de Landustrie  
[https://www.landustrie.nl/fileadmin/user\\_upload/Bomba\\_Tornillo\\_de\\_Arquimede\\_s.pdf](https://www.landustrie.nl/fileadmin/user_upload/Bomba_Tornillo_de_Arquimede_s.pdf)

## LIDERING SAFE INDUSTRY

- s/f *Empaquetadura trenzada Gloster-Pack*. Consulta: 25 de Julio de 2015.  
[https://www.interempresas.net/FeriaVirtual/Catalogos\\_y\\_documentos/2700/Em\\_p.Trenzada-Gloster-Pack-2012-red.pdf](https://www.interempresas.net/FeriaVirtual/Catalogos_y_documentos/2700/Em_p.Trenzada-Gloster-Pack-2012-red.pdf)

## MATAIX, Claudio

- 2009 *Turbomáquinas Hidráulicas, Turbinas Hidráulicas, Bombas y Ventiladores*. Segunda edición. Madrid: Ediciones del Castillo.
- 1982 *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. Madrid: Ediciones del Castillo.

## Mejía, J. C.

2011. *Diseño de una turbina hidráulica basada en el Tornillo de Arquímedes*. San Salvador.

## NATIONAL COUNCIL OF EXAMINERS FOR ENGINEERING AND SURVEYING (NCEES)

- 2014 *Fundamentals of Engineering Supplied-Reference Handbook*.

## NUERNBERGK, Dirk y Chris RORRES

- 2013 *Analytical Model for Water Inflow of an Archimedes Screw*. Journal of hydraulic engineering, pp. 213-219. Consulta: 05 de octubre del 2014.  
<http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%29HY.1943-7900.0000661?journalCode=jhend8>

ORTEGA, Manuel

2004 *Lecciones de física*. Octava edición. Córdoba: Universidad de Córdoba, Departamento de Física Aplicada.

PAULSEN, Kurt

2013 *Elementos de máquinas 1*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Sección Ingeniería Mecánica.

PÉREZ DE LA CRUZ, Francisco

s/f *“Desbaste y tamizado”*. *Material del abastecimiento de aguas*. Cartagena: Universidad Politécnica de Cartagena. Consulta: 25 de Julio de 2015.

[http://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/6017/mod\\_resource/content/1/Tema\\_05\\_D\\_ESBASTE\\_Y\\_TAMIZADO.pdf](http://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/6017/mod_resource/content/1/Tema_05_D_ESBASTE_Y_TAMIZADO.pdf)

PÉREZ, Luis

2005 *“Teoría de la sedimentación”*. *Cátedra de Hidráulica Aplicada a la Ingeniería Sanitaria*. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería.

[http://www.fi.uba.ar/archivos/institutos\\_teoria\\_sedimentacion.pdf](http://www.fi.uba.ar/archivos/institutos_teoria_sedimentacion.pdf)

REXNORD

2011 *Acoplamientos tipo Omega*. Consulta: 25 de Agosto de 2015..

[http://www.rexnord.com/sites/Process/TechLibrary/LiteratureLibrary/4000sp\\_Omega%20Elastomeric%20Couplings\\_Catalog.pdf](http://www.rexnord.com/sites/Process/TechLibrary/LiteratureLibrary/4000sp_Omega%20Elastomeric%20Couplings_Catalog.pdf)

RODRÍGUEZ, Jorge

2012 *Resistencia de materiales 2*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Sección Ingeniería Mecánica.

RORRES, Chris

2000 *The turn of the Screw: Optimal design of an achimedes screw*. *Journal of hydraulic engineering*, pp. 72-80. Consulta: 12 de mayo del 2014.

<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9429%282000%29126%3A1%2872%29>

SKF

2009 *Carga mínima requerida*. Consulta: 25 de mayo del 2015.



<http://www.skf.com/es/products/bearings-units-housings/roller-bearings/principles/selecting-bearing-size/dynamic-bearing-loads/requisite-minimum-load/index.html>

s/f *Aplicativo de los cálculos para rodamientos SKF*. Consulta: 12 de abril del 2015.

<http://webtools.skf.com/BearingCalc/selectCalculation.action>

s/f *Rodamiento de rodillos a rotula 22328-2CS5K/VT143*. Consulta: 12 de abril del 2015.

<http://www.skf.com/group/products/bearings-units-housings/roller-bearings/spherical-roller-bearings/cylindrical-and-tapered-bore/index.html?prodid=1550362328>

s/f *Rodamiento de rodillos cilíndricos C 2222 K*. Consulta: 12 de abril del 2015.

<http://www.skf.com/pe/products/bearings-units-housings/roller-bearings/carb-toroidal-roller-bearings/on-an-adapter-sleeve/index.html?prodid=1580722222&imperial=false>

s/f *Soporte FSNL 522-619 K*. Consulta: 12 de abril del 2015

<http://www.skf.com/group/products/bearings-units-housings/bearing-housings/split-plummer-block-housings-snl-2-3-5-and-6-series/snl-series-adapter-sleeve-with-standard-seals/index.html?prodid=5201970522>

SMITH, Nigel

1995 *Motores como generadores para micro centrales hidráulicas: manual de aplicación*. Lima: ITDG.

SOLDEXA

2013 *FCAW Aceros Inoxidable AWS A5.22 / ASME-SFA 5.22*. Consulta: 18 de agosto del 2015.

[http://www.soldexa.com.pe/ficha\\_tecnica/FICHA%20TECNICA%20EXATUB%20316LG-1.pdf](http://www.soldexa.com.pe/ficha_tecnica/FICHA%20TECNICA%20EXATUB%20316LG-1.pdf)

TRAMEC

2014 *Manual Gearbox Tramec Z*. Consulta: 25 de mayo del 2015.

[http://www.tramec.it/System/11318/03\\_Z\\_IT-EN-DE\\_140402\\_WEB.pdf](http://www.tramec.it/System/11318/03_Z_IT-EN-DE_140402_WEB.pdf)

VALENZUELA, Diego

2013 *Diseño de un equipo de esaldador de alcachofas de 180 kg/h.* Tesis de licenciatura en Ciencias e Ingeniería con mención en Ingeniería Mecánica. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería.

WILLIAMSON, Sam, Bernard STARK y Julian Booker

2014 *Low head pico hydro turbine selection using a multi-criteria analysis.* Renewable Energy, pp. 43-50.

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148112003710>

Zabalza, Isidro

2010 *Síntesis de mecanismos y máquinas.*

