

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO**



**PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ**

**SOFTWARE EDUCATIVO PARA LA AUTOMATIZACIÓN DEL
ANÁLISIS NO LINEAL ESTÁTICO PUSHOVER EN ESTRUCTURAS
DE CONCRETO ARMADO**

Tesis para optar el grado de Magíster en Ingeniería Civil, que presenta

JOSE LUIS POMA DE LA CRUZ

ASESOR

Dr. VÍCTOR IVAN FERNÁNDEZ DÁVILA GONZALES

LIMA – PERÚ

2018

RESUMEN

El diseño de una estructura de concreto armado no termina cuando se han obtenido sus secciones y refuerzos de acero correspondientes; por el contrario, es cuando se inicia la verificación del desempeño en términos estructurales y económicos que va a tener esa estructura ante diferentes eventos sísmicos.

El análisis no lineal estático Pushover es muy utilizado para evaluar la capacidad sísmica resistente de las estructuras, así como la evaluación de los posibles mecanismos de falla de la estructura ante un evento sísmico. En la presente tesis se realiza el estudio del análisis no lineal estático Pushover en pórticos planos de concreto armado de secciones rectangulares esbeltas, sometidos a cargas laterales incrementales.

En la presente Tesis se desarrolló el programa de cálculo ANÁLISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP 2D) en la interfaz del programa Microsoft Excel 2010 con macros habilitadas (formato .xslm), con el lenguaje de programación Visual Basic for Applications (VBA).

El programa AMAP 2D nos reporta la curva de capacidad y el mecanismo de falla de la estructura correspondiente a las cargas laterales incrementales impuestas en el análisis, constituyéndose en una herramienta de consulta para los estudiantes y profesionales de Ingeniería Civil. Además el programa permite el cálculo de los diagramas momento-curvatura de las secciones cuando se tiene ingresado sus dimensiones, acero de refuerzo, modelo constitutivo del concreto, modelo constitutivo del acero y la carga axial correspondiente al elemento.

ABSTRACT

The design of a reinforced concrete structure does not finish when its corresponding sections and steel reinforcements have been obtained; on the contrary, it is when the verification of the performance begins in structural and economic terms that this structure will have before different seismic events.

The static non-linear Pushover analysis is widely used to evaluate the resistant seismic capacity of the structures, as well as the evaluation of the possible mechanisms of failure of the structure before a seismic event. The present thesis realizes the study of the static non-linear analysis Pushover in flat frames of reinforced concrete and rectangular sections subjected to incremental lateral loads.

In this thesis, the calculation program ANÁLISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP 2D) was developed in the Microsoft Excel 2010 program interface with macros enabled (.xlsm format), with the programming language Visual Basic for Applications (VBA).

The program AMAP2D reports the capacity curve and the mechanism of failure of the structure corresponding to the incremental lateral loads imposed in the analysis, constituting a consulting tool for students and professionals in the career of Civil Engineering. Also, the program allows the calculation of the moment-curvature diagrams of the sections when their dimensions have been entered, reinforcing steel, constitutive model of the concrete, constitutive model of the steel and the axial load corresponding to the element.

AGRADECIMIENTOS

Mis sinceros agradecimientos a mi asesor Víctor Fernández Dávila por su constante apoyo y asesoramiento en la elaboración de esta tesis.

A los docentes de la escuela de posgrado de ingeniería civil de la Pontificia Universidad católica del Perú por los valiosos conocimientos brindados.

A mis compañeros de la maestría de la universidad, con quienes compartí gratos momentos.

A mis padres quienes me acompañaron y motivaron durante la maestría.

CONTENIDO

RESUMEN.....	ii
ABSTRACT	iii
AGRADECIMIENTOS	iv
CAPÍTULO 1. GENERALIDADES.....	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Alcances y Limitaciones.....	2
1.3 Objetivos.....	2
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	3
2.1 Modelos Constitutivos del Concreto.....	3
2.1.1 Modelo de Hognestad.....	3
2.1.2 Modelo de Kent y Park.....	3
2.2 Modelos Constitutivos del Acero de Refuerzo.....	5
2.2.1 Modelo Elastoplástico perfecto	5
2.2.2 Modelo Trilineal.....	5
2.2.3 Modelo con Endurecimiento Parabólico.....	6
2.3 Diagrama Momento Curvatura.....	7
2.4 Modelos de Plasticidad.....	8
2.5 Matriz de Rigidez para el Modelo de Plasticidad Concentrada de Giberson.....	10
2.5.1 Matriz de Rigidez	10
2.5.2 Matriz de Rigidez con Rótula en el extremo derecho	16
2.5.3 Matriz de Rigidez con Rótula en el extremo izquierdo	19
2.6 Rigidez a Flexión del Diagrama Momento Curvatura.....	21
2.6.1 Diagrama bilineal propuesto por Priestley	22
2.6.2 Diagrama bilineal adoptado por Caltrans y AASHTO.....	23
2.7 Relación Aproximada entre Curvatura y Rotación.....	24
2.8 Curva de Capacidad.....	25
2.8.1 Patrones de Carga.....	26
2.8.2 Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad según FEMA 356.....	27
2.8.3 Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad según ATC-40	28
CAPÍTULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL PROGRAMA	30
3.1 Alcances y Restricciones	30
3.2 Conceptos Básicos del Programa AMAP2D V1.1	30
3.2.1 Definición de Puntos	30
3.2.2 Sistema Global de Coordenadas	31
3.2.3 Sistema de Coordenadas Locales	31

3.2.4 Resultados del Análisis.....	32
3.2.5 Grados de libertad.....	33
3.3 Interfaz del Programa	34
3.4 Descripción de la Barra de Herramientas	35
3.4.1 Menú Proyecto.....	35
3.4.2 Menú Editar	35
3.4.3 Menú Definir	36
3.4.4 Menú Asignar	39
3.4.5 Menú Vista	43
3.4.6 Menú Procesar	45
3.4.7 Menú Resultados	47
3.5 Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad	48
CAPÍTULO 4. APLICACIÓN Y VALIDACIÓN DEL PROGRAMA	49
4.1 Aplicación N°01	49
4.1.1 Consideraciones Previas	50
4.1.2 Análisis Paso a Paso con el Programa SAP2000.....	50
4.1.3 Formación de la Curva de Capacidad.....	54
4.1.4 Puntos y Elementos de la Estructura	55
4.1.5 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas	55
4.1.6 Mecanismo de Falla de la Estructura.....	56
4.1.7 Curva de Capacidad con el programa AMAP2D	57
4.1.8 Diagrama de Momento Flector de la Estructura.....	57
4.1.9 Comparación de Resultados	58
4.2 Aplicación N°02	58
4.2.1 Puntos y Elementos de la Estructura	60
4.2.2 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas - Condición (a).....	60
4.2.3 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (a)	61
4.2.5 Curva de Capacidad – Condición (a).....	61
4.2.6 Diagrama de Momento Flector – Condición (a).....	62
4.2.7 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas – Condición (b).....	62
4.2.8 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (b1)	63
4.2.9 Curva de Capacidad – Condición (b1)	63
4.2.10 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (b2)	64
4.2.11 Curva de Capacidad – Condición (b2)	65
4.2.12 Curva de Capacidad calculada con el Programa SAP2000	65
4.2.13 Comparación de Resultados – Condición (b2).....	66

4.2.14	Cálculos para el Modelo de Kent y Park para el Concreto.....	66
4.2.15	Diagrama M-C de las Columnas y Vigas – Condición (c).....	67
4.2.16	Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (c1).....	68
4.2.17	Curva de Capacidad – Condición (c1).....	68
4.2.18	Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (c2).....	69
4.2.19	Curva de Capacidad – Condición (c2).....	70
4.2.20	Curva de Capacidad calculada con el Programa SAP2000.....	70
4.2.21	Comparación de Resultados – Condición (c2).....	71
4.2.22	Comparación de Resultados de los Tres Modelos.....	71
4.3	Aplicación N°03.....	72
4.3.1	Puntos y Elementos de la Estructura.....	73
4.3.2	Diagrama M-C de las Columnas y Vigas.....	74
4.3.3	Mecanismo de Falla de la Estructura sin C.G. – Condición (a1).....	75
4.3.4	Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a1).....	75
4.3.5	Mecanismo de Falla de la Estructura sin C.G. – Condición (a2).....	76
4.3.6	Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a2).....	76
4.3.7	Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000.....	77
4.3.8	Comparación de Resultados – Condición (a2).....	78
4.3.9	Mecanismo de Falla de la Estructura con C.G. – Condición (b).....	78
4.3.10	Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b).....	79
4.3.11	Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000.....	80
4.3.12	Comparación de Resultados – Condición (b).....	80
4.3.13	Diagrama M-C de las Columnas con C.A. – Condición (c).....	81
4.3.14	Mecanismo de Falla de la Estructura con C.A. – Condición (c).....	81
4.3.15	Curva de Capacidad con C.A. – Condición (c).....	82
4.3.16	Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000.....	83
4.3.17	Comparación de Resultados – Condición (c).....	83
4.3.18	Comparación de Resultados de los Tres Modelos.....	84
4.4	Aplicación N°04.....	85
4.4.1	Puntos y Elementos de la Estructura.....	86
4.4.2	Diagrama M-C de las Columnas y Vigas.....	87
4.4.3	Mecanismo de Falla de la Estructura sin C.G. – Condición (a).....	88
4.4.4	Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a).....	88
4.4.5	Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000.....	89
4.4.6	Comparación de Resultados – Condición (a).....	90
4.4.7	Mecanismo de Falla de la Estructura con C.G. – Condición (b).....	90

4.4.8	Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)	91
4.4.9	Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000	92
4.4.10	Comparación de Resultados – Condición (b)	92
4.4.11	Diagrama M-C de las Columnas con C.A. – Condición (c)	93
4.4.12	Mecanismo de Falla de la Estructura con C.A. – Condición (c)	93
4.4.13	Curva de Capacidad con C.A. – Condición (c)	94
4.4.14	Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000	95
4.4.15	Comparación de Resultados – Condición (c)	95
4.4.16	Comparación de Resultados de los Tres Modelos	96
4.5	Aplicación N°05	97
4.5.1	Puntos y Elementos de la Estructura	99
4.5.2	Diagrama M-C de las Columnas y Vigas con M.E. – Condición (a)	99
4.5.3	Mecanismo de Falla de la Estructura con M.E. – Condición (a)	100
4.5.4	Curva de Capacidad con M.E. – Condición (a)	101
4.5.5	Diagrama M-C de las Columnas y Vigas con M.T. – Condición (b)	102
4.5.6	Mecanismo de Falla de la Estructura con M.T. – Condición (b)	103
4.5.7	Curva de Capacidad con M.T. – Condición (b)	104
4.5.8	Diagrama M-C de las Columnas y Vigas con M.C. – Condición (c)	104
4.5.9	Mecanismo de Falla de la Estructura con M.C. – Condición (c)	105
4.5.10	Curva de Capacidad con M.C.	106
4.5.11	Comparación de Resultados de los Tres Modelos	107
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		108
5.1	Conclusiones	108
5.2	Recomendaciones para trabajos futuros	109
CAPÍTULO 6: BIBLIOGRAFÍA		110

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Modelo de Hognestad	3
Figura 2.2. Modelo de Kent y Park	4
Figura 2.3. Modelo Elastoplástico Perfecto	5
Figura 2.4. Modelo Trilineal	6
Figura 2.5. Modelo con Endurecimiento Curvo.....	7
Figura 2.6. Determinación de un punto del diagrama Momento-Curvatura de una sección.....	8
Figura 2.7. Modelos de Plasticidad.....	9
Figura 2.8. Modelo de Plasticidad Concentrada.....	10
Figura 2.9. Modelo de Plasticidad Concentrada.....	11
Figura 2.10. Barra con 6 grados de libertad.....	14
Figura 2.11. Barra con articulación en el extremo derecho con 5 grados de libertad	16
Figura 2.12. Barra con articulación en el extremo izquierdo con 5 grados de libertad.....	19
Figura 2.13. Modelo del Diagrama Momento-Curvatura.....	21
Figura 2.14. Diagrama Momento-Curvatura idealizado propuesto por Priestley.....	23
Figura 2.15. Diagrama Momento-Curvatura idealizado propuesto por Caltrans y AASHTO.....	24
Figura 2.16. Relación Aproximada entre Curvatura y Rotación.....	24
Figura 2.17. Análisis Pushover y Curva de Capacidad.....	26
Figura 2.18. Distribución de Cargas Laterales para Análisis Pushover.....	26
Figura 3.1. Definición de Punto	31
Figura 3.2. Sistema Global de Coordenadas.....	31
Figura 3.3. Sistema de Ejes Locales.....	32
Figura 3.4. Sistema de Ejes Locales con respecto a los Ejes Globales.....	32
Figura 3.5. Fuerza Axial P.....	33
Figura 3.6. Fuerza Cortante V2 y Momento Flector M3 en el Plano 1-2.....	33
Figura 3.7. Grados de Libertad de una barra horizontal.....	33
Figura 3.8. Ventana de Bienvenida	34
Figura 3.9. Interfaz del Programa.....	34
Figura 3.10. Menú Proyecto.....	35
Figura 3.11. Menú Editar.....	35
Figura 3.12. Sub Menú Editar Malla.....	36
Figura 3.13. Menú Definir.....	36
Figura 3.14. Modelos Constitutivos del Concreto.....	36
Figura 3.15. Modelos Constitutivos del Acero de Refuerzo.....	37
Figura 3.16. Edición de Secciones.....	37

Figura 3.17. Edición de Elementos.	38
Figura 3.18. Refuerzo de Acero en las Secciones de los Elementos.	38
Figura 3.19. Menú Asignar.	39
Figura 3.20. Asignar Restricciones.	39
Figura 3.21. Cargas Gravitacionales.	40
Figura 3.22. Datos Diagrama Momento-Curvatura.	40
Figura 3.23. Idealización del Diagrama Momento-Curvatura.	41
Figura 3.24. Puntos del diagrama Momento Curvatura.	42
Figura 3.25. Patrones de Carga.	43
Figura 3.26. Punto de control.	43
Figura 3.27. Menú Vista.	44
Figura 3.28. Opciones de Vista.	44
Figura 3.29. Coordenadas de los Puntos.	44
Figura 3.30. Datos de Puntos.	45
Figura 3.31. Datos de Elementos.	45
Figura 3.32. Menú Procesar.	46
Figura 3.33. Confirmación del Procesamiento del Modelo.	46
Figura 3.34. Opciones de Análisis.	47
Figura 3.35. Menú Resultados.	47
Figura 3.36. Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad.	48
Figura 4.1. Datos de la Estructura Aplicación N°01.	49
Figura 4.2. Diagrama Momento Curvatura de Columnas y Vigas.	50
Figura 4.3. Formación de la 1ra y 2da rótula.	51
Figura 4.4. Formación de la 3ra y 4ta rótula.	51
Figura 4.5. Formación de la 5ta y 6ta rótula.	52
Figura 4.6. Formación de la 7ma y 8va rótula.	52
Figura 4.7. Formación de la 9na y 10ma rótula.	53
Figura 4.8. Formación de la 11va y 12va rótula.	53
Figura 4.9. Formación de la 13va rótula y el mecanismo de falla.	54
Figura 4.10. Curva de Capacidad de la Estructura.	54
Figura 4.11. Puntos y Elementos de la Estructura.	55
Figura 4.12. Diagrama M-C de las columnas.	55
Figura 4.13. Diagrama M-C de las vigas.	56
Figura 4.14. Mecanismo de falla de la estructura.	56
Figura 4.15. Curva de Capacidad.	57
Figura 4.16. Diagrama de Momento Flector de la Estructura.	57

Figura 4.17. Comparación de Resultados.....	58
Figura 4.18. Datos de la Estructura Aplicación N°02.	59
Figura 4.19. Diagrama Momento Curvatura de Columnas y Vigas.	59
Figura 4.20. Modelos Constitutivos del Concreto y el Acero.	59
Figura 4.21. Puntos y Elementos de la Estructura.....	60
Figura 4.22. Diagrama Momento-Curvatura – Condición (a).....	60
Figura 4.23. Mecanismo de Falla – Condición (a).....	61
Figura 4.24. Curva de Capacidad – Condición (a).....	61
Figura 4.25. Diagrama Momento Flector – Condición (a).....	62
Figura 4.26. Diagrama Momento-Curvatura – Condición (b).....	62
Figura 4.27. Mecanismo de falla – Condición (b1).....	63
Figura 4.28. Curva de Capacidad – Condición (b1).....	63
Figura 4.29. Mecanismo de falla – Condición (b2).....	64
Figura 4.30. Diagrama de Momento Flector – Condición (b2).....	64
Figura 4.31. Curva de Capacidad – Condición (b2).....	65
Figura 4.32. Curva de Capacidad con el Programa SAP2000.....	65
Figura 4.33. Comparación de Resultados – Condición (b2)	66
Figura 4.34. Diagrama Momento-Curvatura – Condición (c).....	67
Figura 4.35. Mecanismo de falla – Condición (c1).....	68
Figura 4.36. Curva de Capacidad – Condición (c1).....	68
Figura 4.37. Mecanismo de falla – Condición (c2).....	69
Figura 4.38. Diagrama de Momento Flector – Condición (c2).....	69
Figura 4.39. Curva de Capacidad – Condición (c2).....	70
Figura 4.40. Curva de Capacidad con el Programa SAP2000.....	70
Figura 4.41. Comparación de Resultados – Condición (c2).....	71
Figura 4.42. Comparación de Resultados de los Tres Modelos.	72
Figura 4.43. Datos de la Estructura Aplicación N°03	73
Figura 4.44. Modelos Constitutivos del Concreto y el Acero.	73
Figura 4.45. Puntos y Elementos de la Estructura.....	74
Figura 4.46. Diagrama Momento-Curvatura.	74
Figura 4.47. Mecanismo de Falla sin C.G. – Condición (a1).....	75
Figura 4.48. Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a1).....	75
Figura 4.49. Mecanismo de Falla sin C.G. – Condición (a2).....	76
Figura 4.50. Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a2).....	77
Figura 4.51. Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000.	77
Figura 4.52. Comparación de Resultados sin C.G. – Condición (a2)	78

Figura 4.53. Mecanismo de Falla con C.G. – Condición (b)	79
Figura 4.54. Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)	79
Figura 4.55. Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000.	80
Figura 4.56. Comparación de Resultados con C.G. – Condición (b)	80
Figura 4.57. Diagrama Momento-Curvatura columna intermedia con C.A. – Condición (c).....	81
Figura 4.58. Mecanismo de Falla con C.A. – Condición (c).....	82
Figura 4.59. Curva de Capacidad con C.A. – Condición (c).....	82
Figura 4.60. Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000.	83
Figura 4.61. Comparación de Resultados con C.A. – Condición (c)	83
Figura 4.62. Comparación de Resultados de los Modelos Analizados.	84
Figura 4.63. Datos de la Estructura Aplicación N°04	85
Figura 4.64. Modelos Constitutivos del Concreto y el Acero.	86
Figura 4.65. Puntos y Elementos de la Estructura.....	86
Figura 4.66. Diagrama Momento-Curvatura Columnas.....	87
Figura 4.67. Diagrama Momento-Curvatura Vigas.....	87
Figura 4.68. Mecanismo de Falla sin C.G. – Condición (a).....	88
Figura 4.69. Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a).....	89
Figura 4.70. Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000.	89
Figura 4.71. Comparación de Resultados sin C.G.	90
Figura 4.72. Mecanismo de Falla con C.G. – Condición (b)	91
Figura 4.73. Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)	91
Figura 4.74. Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000.	92
Figura 4.75. Comparación de Resultados con C.G. – Condición (b)	92
Figura 4.76. Diagrama Momento-Curvatura columna intermedia con C.A. – Condición (c).....	93
Figura 4.77. Mecanismo de Falla con C.A. – Condición (c).....	94
Figura 4.78. Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad – Condición (c)	94
Figura 4.79. Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000.	95
Figura 4.80. Comparación de Resultados con C.A. – Condición (c)	95
Figura 4.81. Comparación de Resultados de los Modelos Analizados.	96
Figura 4.82. Datos de la Estructura Aplicación N°05	97
Figura 4.83. Modelo Constitutivo del Concreto.....	97
Figura 4.84. Modelo Elastoplástico del Acero.....	98
Figura 4.85. Modelo Trilineal del Acero.....	98
Figura 4.86. Modelo de Endurecimiento Curvo del Acero.	98
Figura 4.87. Puntos y Elementos de la Estructura.....	99
Figura 4.88. Diagrama Momento-Curvatura Columnas con M.E. – Condición (a).....	100

Figura 4.89. Diagrama Momento-Curvatura Vigas con M.E. – Condición (a).....	100
Figura 4.90. Mecanismo de Falla con M.E. – Condición (a)	101
Figura 4.91. Curva de Capacidad con M.E. – Condición (a)	101
Figura 4.92. Diagrama Momento-Curvatura Columnas con M.T. – Condición (b).....	102
Figura 4.93. Diagrama Momento-Curvatura Vigas con M.T. – Condición (b).....	103
Figura 4.94. Mecanismo de Falla con M.T. – Condición (b)	103
Figura 4.95. Curva de Capacidad con M.T. – Condición (b)	104
Figura 4.96. Diagrama Momento-Curvatura Columnas con M.C. – Condición (c).....	105
Figura 4.97. Diagrama Momento-Curvatura Vigas con M.C. – Condición (c).....	105
Figura 4.98. Mecanismo de Falla con M.C. – Condición (c)	106
Figura 4.99. Curva de Capacidad con M.C. – Condición (c)	106
Figura 4.100. Comparación de Resultados de los Modelos Analizados.	107



CAPÍTULO 1. GENERALIDADES

1.1 Introducción

El Perú forma parte de una de las regiones de alta actividad sísmica que existen en la tierra, por lo que sus estructuras están expuestas a este peligro, que puede ocasionar la pérdida de vidas humanas y pérdidas materiales (Castillo y Alva, 1993).

El diseño de una estructura de concreto armado no termina cuando se han determinado sus secciones, armadura horizontal y armadura vertical de sus elementos. Por el contrario, ahí se inicia la verificación del desempeño en términos estructurales y económicos que va a tener dicha estructura ante diferentes eventos sísmicos. Es muy probable que al verificar el desempeño se encuentren deficiencias en la estructura y se esté a tiempo de corregirlas y optimizar el funcionamiento de la edificación (Aguar, 2003).

Para analizar el comportamiento complejo de estructuras de concreto armado, el análisis no lineal se ha convertido en una herramienta útil, ayudando a los ingenieros a comprender más sobre el comportamiento de las estructuras durante los terremotos de gran magnitud (Mark et al. 2014). La técnica de Pushover, que se sustenta en el Análisis No Lineal Estático, es muy utilizada para evaluar la capacidad sísmica resistente de las estructuras. Esta metodología se encuentra implementada en programas comerciales de cálculos, pero éstos no muestran la secuencia de cálculo ni tampoco la metodología utilizada, dando los resultados finales sin información de lo que ocurre en el desarrollo del análisis, además no todos los estudiantes o profesionales tienen acceso a las licencias de éstos programas. Esta situación dificulta a los estudiantes o profesionales de asimilar los conocimientos del análisis no lineal estático pushover y poder contrastar sus resultados.

Ante esta perspectiva se busca realizar la automatización del Análisis No Lineal Estático Pushover en el lenguaje Visual Basic del programa Excel, el cual mostrará la metodología aplicada y la secuencia de cálculo, siendo una herramienta de consulta para los estudiantes y profesionales de Ingeniería Civil.

1.2 Alcances y Limitaciones

El presente trabajo se enfoca en el estudio de pórticos planos de concreto armado con elementos esbeltos de sección rectangular sometidos a cargas sísmicas laterales, considerando sólo efectos de flexión y la no linealidad del material.

Se implementa el análisis no lineal estático pushover en un programa académico mediante el lenguaje de programación Visual Basic de Microsoft Excel, el cual mostrará la metodología aplicada y la secuencia de cálculo del análisis no lineal estático, mostrando la curva de capacidad de la estructura analizada.

1.3 Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es la de automatizar el análisis no lineal estático pushover mediante el lenguaje de programación Visual Basic de Excel en estructuras de concreto armado.

Siendo los objetivos específicos los siguientes:

- Desarrollar los diagramas momento-curvatura considerando el modelo de Kent y Park para el concreto y el modelo elastoplástico perfecto para el acero en las secciones de los elementos de la estructura para determinar su respectiva ductilidad de curvatura.
- Implementar el modelo de plasticidad concentrada para modelar los elementos de la estructura.
- Utilizar los métodos matriciales para automatizar el análisis no lineal estático pushover.
- Comparar los resultados obtenidos con los programas comerciales tales como SAP2000 para validar los resultados obtenidos.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

La técnica del Pushover consiste en llevar al modelo matemático de una estructura ya diseñada al agotamiento; esto se logra mediante la aplicación de cargas laterales incrementales que se aplican en la misma dirección hasta que la estructura agote su capacidad. (Aguiar, 2002).

2.1 Modelos Constitutivos del Concreto.

Los modelos constitutivos del concreto que están disponibles en el programa realizado son los siguientes:

2.1.1 Modelo de Hognestad

Este modelo se compone de un tramo parabólico de segundo grado (Ecuación 2.1) y otro tramo lineal (Ecuación 2.2), como se muestra en la Figura 2.1. El esfuerzo máximo del concreto en la estructura real f'_c , está asociado a una deformación unitaria ϵ_o y el tramo recto parte del punto más alto de la curva, extendiéndose hasta una deformación unitaria de 0.0038 al cual corresponde un esfuerzo de $0.85f'_c$ (Park y Paulay, 1980).

$$\text{Para } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_o : \quad f_c = f'_c \left[\frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right] \quad \dots (\text{Ec.2.1})$$

$$\text{Para } \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_u : \quad f_c = f'_c - \frac{0.15 \cdot f'_c (\epsilon_c - \epsilon_o)}{(\epsilon_u - \epsilon_o)} \quad \dots (\text{Ec.2.2})$$

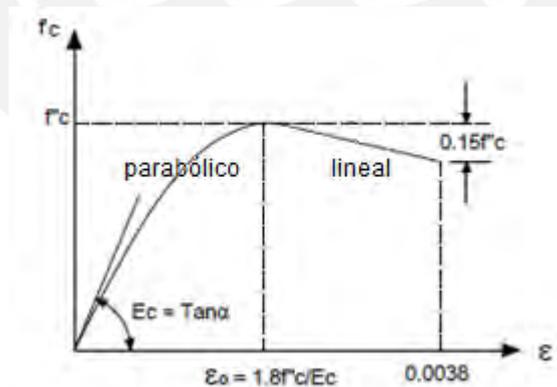


Figura 2.1. Modelo de Hognestad

2.1.2 Modelo de Kent y Park

Este modelo está compuesto en el primer tramo por una parábola cuyo máximo valor corresponde al esfuerzo f'_c y una deformación unitaria del concreto de 0.002 (Ecuación 2.3), como se muestra en la Figura 2.2. El segundo tramo del modelo es lineal (Ecuación 2.4) y el esfuerzo decrece hasta alcanzar el 20% de f'_c , siendo la pendiente de este tramo dependiente de la resistencia del concreto, de la relación del volumen de refuerzo transversal con respecto al volumen del núcleo de concreto

confinado y el espaciamiento de estribos. El último tramo es horizontal y no suele considerarse en el análisis sísmico de la estructura (Park y Paulay, 1980).

$$\text{Para } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o : \quad f_c = f'_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad \dots (\text{Ec.2.3})$$

$$\text{Para } 0.002 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c} : \quad f_c = f'_c [1 - z(\varepsilon_c - 0.002)] \quad \dots (\text{Ec.2.4})$$

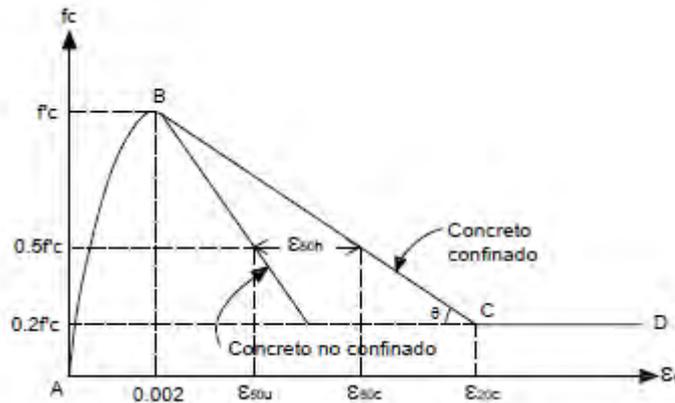


Figura 2.2. Modelo de Kent y Park

En la ecuación 2.4 el parámetro z , se define en la ecuación 2.5 y 2.6.

$$z = \frac{tg\theta}{f'_c} \quad \dots (\text{Ec.2.5})$$

$$tg\theta = \frac{0.5f'_c}{\varepsilon_{50c} - 0.002} \quad \dots (\text{Ec.2.6})$$

En la ecuación 2.6 la deformación ε_{50c} corresponde a la deformación del concreto confinado cuando pierde el 50% de su resistencia y su valor se define en la ecuación 2.7.

$$\varepsilon_{50c} = \varepsilon_{50} + \varepsilon_{50h} \quad \dots (\text{Ec.2.7})$$

En la ecuación 2.7 el valor de ε_{50} (Ecuación 2.8) corresponde a la deformación del concreto no confinado cuando pierde el 50% de su resistencia y ε_{50h} (Ecuación 2.9) corresponde al efecto del confinamiento de estribos para alcanzar la deformación de ε_{50c} del concreto confinado.

$$\varepsilon_{50} = \frac{0.211 + 0.002f'_c}{f'_c - 70.31} \quad \dots (\text{Ec.2.8})$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{bc}{s}} \quad \dots (\text{Ec.2.9})$$

En la ecuación 2.9, el valor de ρ_s corresponde a la cuantía volumétrica de los estribos que relaciona el volumen de los estribos con el volumen del concreto confinado, el valor de b_c corresponde a la dimensión menor de la sección del núcleo confinado de concreto y s es el espaciamiento de los estribos.

2.2 Modelos Constitutivos del Acero de Refuerzo.

Los modelos constitutivos del acero de refuerzo que están disponibles en el programa realizado son los siguientes:

2.2.1 Modelo Elastoplástico perfecto

En este modelo se ignora la zona de endurecimiento por deformación del acero y el aumento en el esfuerzo asociado a esta zona (Ecuación 2.10 y 2.11), como se muestra en la Figura 2.3. Este modelo no estima adecuadamente los esfuerzos del acero lejos de la fluencia (Park y Paulay, 1980). La máxima deformación del acero ϵ_{su} se estima que se encuentra en el orden del 12%.

$$\text{Para } 0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_y : \quad f_s = \frac{f'_y \cdot \epsilon_s}{\epsilon_y} \quad \dots \text{ (Ec.2.10)}$$

$$\text{Para } \epsilon_s \geq \epsilon_y : \quad f_s = f'_y \quad \dots \text{ (Ec.2.11)}$$

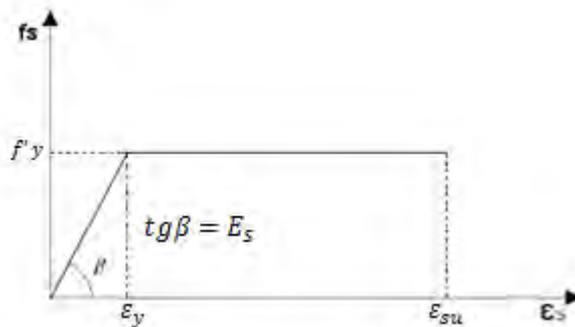


Figura 2.3. Modelo Elastoplástico Perfecto

2.2.2 Modelo Trilineal

En este modelo además de la fluencia se presenta endurecimiento del acero, como se muestra en la Figura 2.4, y puede someterse a esfuerzos mayores al de fluencia. El tramo AB corresponde al rango elástico, donde la pendiente es igual a su módulo de Elasticidad E_s (Ecuación 2.12), el tramo BC corresponde a la plataforma de fluencia f_y y la deformación aumenta hasta ϵ_{sh} (Ecuación 2.13) y el tramo CD corresponde a la zona de endurecimiento por deformación (Ecuación 2.14), teniendo que la pendiente para este tramo es E_{sh} (Park y Paulay, 1980).

$$\text{Para } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y : \quad f_s = \frac{f'_y \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_y} \quad \dots (\text{Ec.2.12})$$

$$\text{Para } \varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} : \quad f_s = f'_y \quad \dots (\text{Ec.2.13})$$

$$\text{Para } \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} : \quad f_s = f'_y + E_{sh}(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) \quad \dots (\text{Ec.2.14})$$

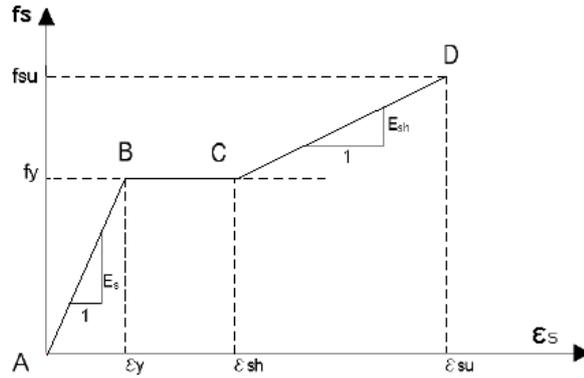


Figura 2.4. Modelo Trilineal

2.2.3 Modelo con Endurecimiento Parabólico.

En la figura 2.5 se muestra este modelo, donde el rango elástico y la fluencia se representan por líneas rectas en los tramos AB (Ecuación 2.15) y BC (Ecuación 2.16), y el endurecimiento por una parábola normalmente de 2^{do} grado (Ecuación 2.17), en el tramo CD (Park y Paulay, 1980).

$$\text{Para } 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y : \quad f_s = \frac{f'_y \cdot \varepsilon_s}{\varepsilon_y} \quad \dots (\text{Ec.2.15})$$

$$\text{Para } \varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} : \quad f_s = f'_y \quad \dots (\text{Ec.2.16})$$

$$\text{Para } \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} : \quad f_s = f_u - (f_u - f'_y) \cdot \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^2 \quad \dots (\text{Ec.2.17})$$

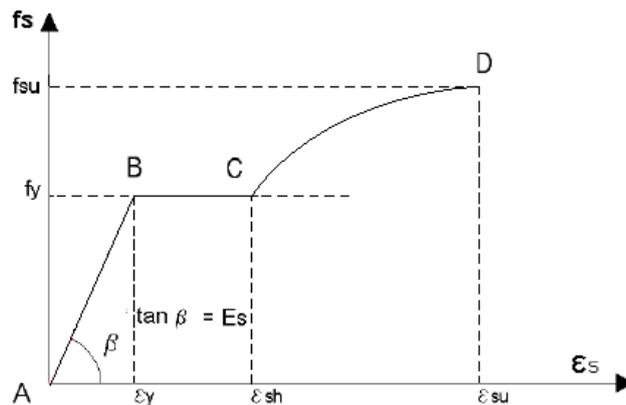


Figura 2.5. Modelo con Endurecimiento Curvo

2.3 Diagrama Momento Curvatura.

Para el análisis no lineal de estructuras, es necesario conocer el diagrama momento-rotación o el diagrama momento-curvatura, para las vigas y columnas de concreto armado (Aguiar et al. 2015). El diagrama momento curvatura nos permite conocer la ductilidad de curvatura de una sección, es decir su potencial de incursionar en un rango no lineal antes de llegar a su falla, esto se logra a través de conocer el módulo de elasticidad del material (E) y la inercia de la sección (I) ($\theta(\text{curvatura}) = M(\text{Momento}) / EI$), suponiendo que el fallo sea causado por flexión y no por otro tipo de esfuerzo como por cortante (Mora et al. 2015).

Si la sección del elemento tiene muy poca ductilidad por curvatura ($\mu\theta$) va a presentar una falla frágil cuando la estructura ingrese al rango no lineal. Para que pueda disipar la mayor cantidad de energía se debe tener un valor alto de ductilidad de curvatura ($\mu\theta$) y sea posible la redistribución de momentos (Aguiar, 2003).

El diagrama Momento-Curvatura ($M-\theta$) es función de los modelos constitutivos que se utilizan para determinar las relaciones esfuerzo – deformación del concreto y el acero (Ottazzi, 2011). El proceso de cálculo según Otazzi (2011) es como sigue:

- Se selecciona un valor de deformación máxima del concreto, ϵ_c .
- Se impone una ubicación del eje neutro c , y en base a esta ubicación se traza el perfil de deformaciones a lo largo de la profundidad de la sección.
- Con las deformaciones obtenidas, se obtienen los correspondientes esfuerzos del acero y del concreto en base a las curvas constitutivas de los materiales

- d) En función de los esfuerzos, se calculan las fuerzas que actúan sobre la sección de acero y concreto, multiplicando cada esfuerzo por su área respectiva.
- e) La suma vectorial de las fuerzas representa la carga axial neta que gravita sobre la sección. Se verifica que exista equilibrio de fuerzas, considerando la carga axial dada. Si no hay equilibrio se repite desde el paso b) aumentando o disminuyendo la profundidad del eje neutro.
- f) Cuando se satisfaga el equilibrio en e) se obtiene el momento flector interno que corresponde a la última posición del eje neutro, multiplicando cada fuerza por su brazo respectivo, medido desde el eje de referencia al centroide plástico de la sección.

La curvatura se calcula como la razón de la deformación del concreto ϵ_c sobre la distancia al eje neutro. De esta forma se obtiene un punto del diagrama momento–curvatura. Para los puntos restantes se impone un nuevo valor de ϵ_c y se repiten los pasos desde b) a f), en la Figura 2.6 se muestran los pasos descritos anteriormente.

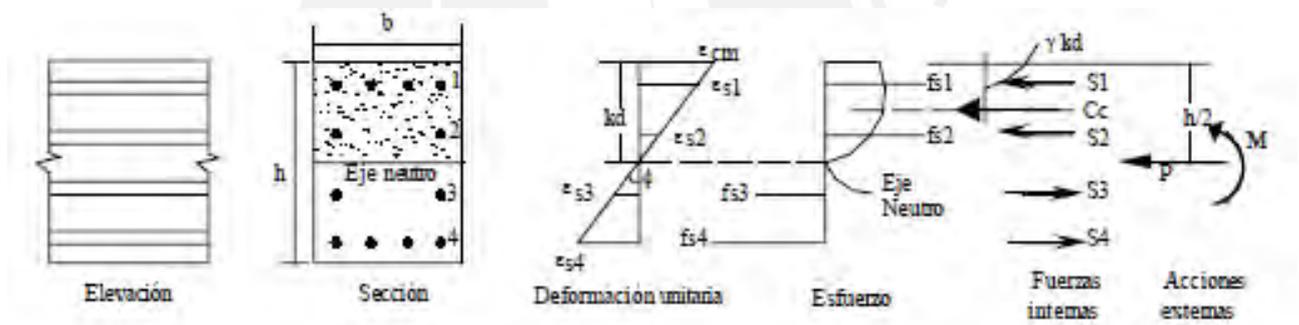


Figura 2.6. Determinación de un punto del diagrama Momento-Curvatura de una sección (Ottazzi, 2011)

2.4 Modelos de Plasticidad.

Para poder modelar el daño que se espera sufran los extremos de los elementos bajo demandas sísmicas se emplean los modelos de plasticidad en los elementos de la estructura, algunos de los cuales se muestran en la Figura 2.7.

El modelo de plasticidad que considera el programa propuesto para modelar el daño en los extremos de los elementos, es el modelo de plasticidad (6) de la Figura 2.7.

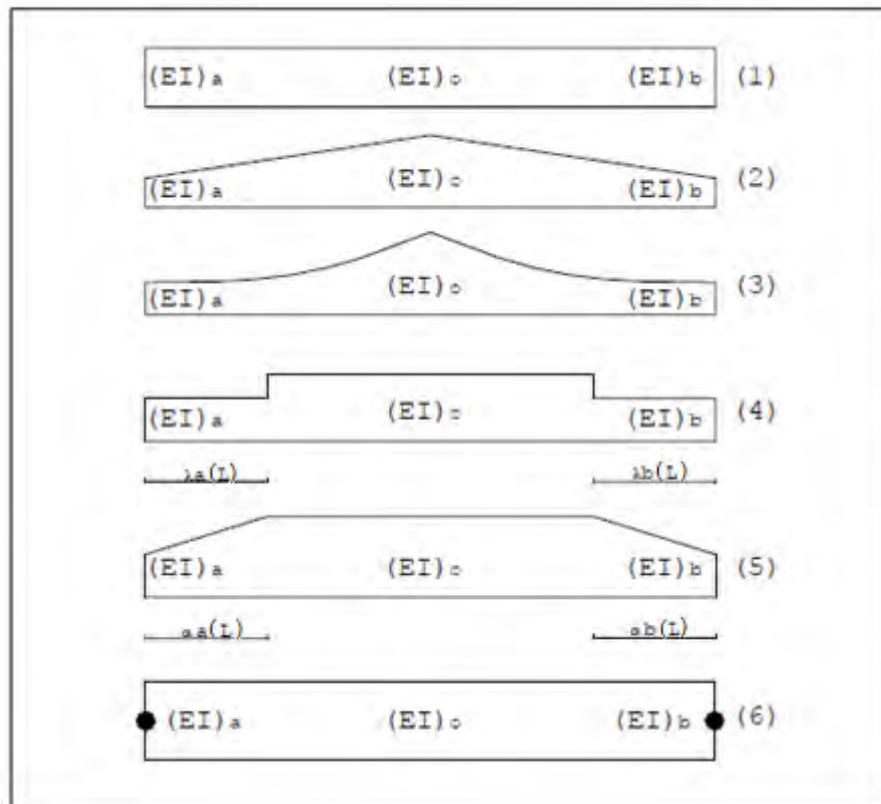


Figura 2.7. Modelos de Plasticidad (Aguiar, 2002)

- El modelo (1) es con el que se trabaja inicialmente cuando la estructura se encuentra en el rango elástico y para el rango inelástico se puede trabajar con cualquiera de los cinco modelos restantes (Aguiar, 2003).
- El modelo (2) considera que la variación de la rigidez es lineal en el elemento, desde el valor $(EI)_a$ o $(EI)_b$, donde existe deterioro de rigidez hasta la rigidez $(EI)_o$ que se mantiene siempre en el rango elástico (Park et al. 1987).
- El modelo (3) considera que la variación de la rigidez no es lineal (Kunnath et al. 1992).
- En el modelo (4) se determina la longitud de la zona que ingresa al rango no lineal $\lambda_a(L)$ para el nudo inicial y $\lambda_b(L)$ para el nudo final, en función de los momentos actuantes, considerando además que en las zonas con daño el modelo considera que la rigidez es constante (Chung et al. 1988).

- El modelo (5) considera la longitud de las zonas del elemento que han ingresado al rango no lineal y permite que el centro de la luz pueda ingresar al rango no lineal. La rigidez del centro de luz $(EI)_o$ va a disminuir en función de la longitud de daño que se tenga en los extremos de los elementos (Lobo, 1994).
- El modelo (6) es de plasticidad concentrada, concentrándose la inelasticidad en los puntos extremos del elemento (Giberson, 1969). Este modelo es el que se implementará en el trabajo de investigación.

2.5 Matriz de Rigidez para el Modelo de Plasticidad Concentrada de Giberson.

Este modelo concentra la inelasticidad en los puntos extremos del elemento. Para su formulación se considera que el modelo está compuesto por tres elementos, uno de plasticidad con rigidez $(EI)_a$, otro que tiene longitud L con rigidez $(EI)_o$, y por último el otro extremo de plasticidad con rigidez $(EI)_b$, como se observa en la Figura 2.8. (Aguiar, 2002).

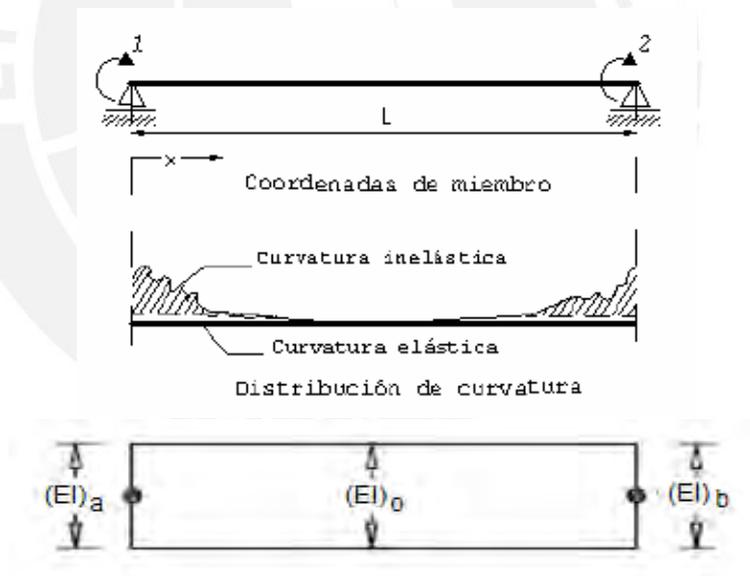


Figura 2.8. Modelo de Plasticidad Concentrada (Aguiar, 2002).

2.5.1 Matriz de Rigidez

Se define la matriz de flexibilidad con los grados de libertad expresados en la Figura 2.8, los cuales son las rotaciones en los extremos del elemento (2 grados de libertad). Los coeficientes de flexibilidad se calculan aplicando momentos unitarios en el nudo 1 y el nudo 2, tal como se muestra en la Figura 2.9.

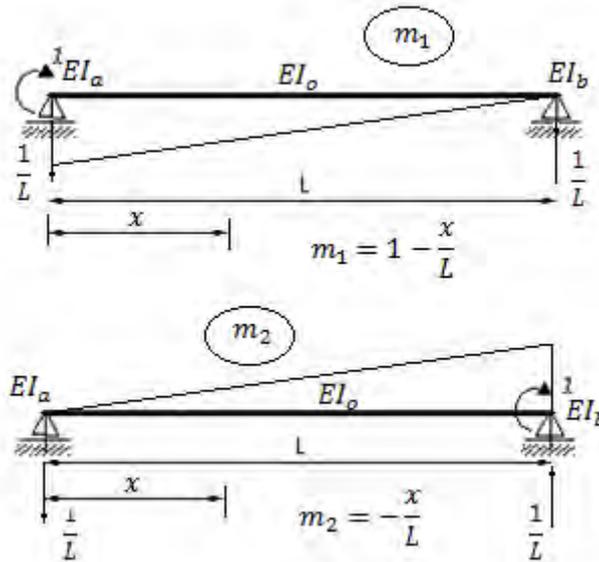


Figura 2.9. Modelo de Plasticidad Concentrada.

Como se observa en la Figura 2.9, para el cálculo del coeficiente de flexibilidad f_{11} , sólo interviene la rigidez EI_a y EI_o ya que en el extremo derecho el momento flector es nulo, por lo que se toma en cuenta una rigidez equivalente (EI_{eq}) de tal manera que cuando $EI_a = EI_o$, la rigidez equivalente tome el valor de EI_o y cuando $EI_a = 0$, la rigidez equivalente tome el valor de 0. Esta condición se muestra en la Ecuación 2.18

$$\text{Para: } f_{11} \rightarrow EI_{eq} = \frac{2 \cdot EI_a \cdot EI_o}{(EI_a + EI_o)} \quad \dots (\text{Ec.2.18})$$

De igual manera para el cálculo del coeficiente de flexibilidad f_{22} , sólo interviene la rigidez EI_b y EI_o ya que en el extremo izquierdo el momento flector es nulo, por lo que se toma en cuenta una rigidez equivalente (EI_{eq}) de tal manera que cuando $EI_b = EI_o$, la rigidez equivalente tome el valor de EI_o y cuando $EI_b = 0$, la rigidez equivalente tome el valor de 0 (Ecuación 2.19). Para el cálculo del coeficiente de flexibilidad f_{12} y f_{21} se tiene una rigidez equivalente $EI_{eq} = EI_o$ (Ecuación 2.20)

$$\text{Para: } f_{22} \rightarrow EI_{eq} = \frac{2 \cdot EI_o \cdot EI_b}{(EI_o + EI_b)} \quad \dots (\text{Ec.2.19})$$

$$\text{Para: } f_{12} = f_{21} \rightarrow EI_{eq} = EI_o \quad \dots (\text{Ec.2.20})$$

El cálculo del coeficiente de flexibilidad f_{11} se muestra a continuación y se expresa en la Ecuación 2.26

$$f_{11} = \int_0^L \frac{m_1^2}{EI_{eq}} dx \quad \dots (\text{Ec.2.21})$$

$$f_{11} = \int_0^L \frac{\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2}{EI_{eq}} dx \quad \dots (Ec.2.22)$$

$$f_{11} = \frac{1}{EI_{eq}} \int_0^L \left(1 - \frac{2x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right) dx \quad \dots (Ec.2.23)$$

$$f_{11} = \frac{1}{EI_{eq}} \left(\left|x\right|_0^L - \left|\frac{x^2}{L}\right|_0^L + \left|\frac{x^3}{3 \cdot L^2}\right|_0^L \right) \quad \dots (Ec.2.24)$$

$$f_{11} = \frac{(EI_a + EI_o)}{2 \cdot EI_a \cdot EI_o} \cdot \left(\frac{L}{3}\right) \quad \dots (Ec.2.25)$$

$$f_{11} = \frac{L}{6EI_a} + \frac{L}{6EI_o} \quad \dots (Ec.2.26)$$

El cálculo del coeficiente de flexibilidad f_{22} se muestra a continuación y se expresa en la Ecuación 2.32

$$f_{22} = \int_0^L \frac{m_2^2}{EI_{eq}} dx \quad \dots (Ec.2.27)$$

$$f_{22} = \int_0^L \frac{\left(-\frac{x}{L}\right)^2}{EI_{eq}} dx \quad \dots (Ec.2.28)$$

$$f_{22} = \frac{1}{EI_{eq}} \int_0^L \left(\frac{x^2}{L^2}\right) dx \quad \dots (Ec.2.29)$$

$$f_{22} = \frac{1}{EI_{eq}} \left(\left|\frac{x^3}{3 \cdot L^2}\right|_0^L \right) \quad \dots (Ec.2.30)$$

$$f_{22} = \frac{(EI_o + EI_b)}{2 \cdot EI_o \cdot EI_b} \cdot \left(\frac{L}{3}\right) \quad \dots (Ec.2.31)$$

$$f_{22} = \frac{L}{6EI_b} + \frac{L}{6EI_o} \quad \dots (Ec.2.32)$$

El cálculo del coeficiente de flexibilidad f_{12} y f_{21} se muestra a continuación y se expresa en la Ecuación 2.38

$$f_{12} = f_{21} = \int_0^L \frac{m_1 \cdot m_2}{EI_{eq}} dx \quad \dots (Ec.2.33)$$

$$f_{12} = f_{21} = \int_0^L \frac{\left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot \left(-\frac{x}{L}\right)}{EI_{eq}} dx \quad \dots (Ec.2.34)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{1}{EI_{eq}} \int_0^L \left(-\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2} \right) dx \quad \dots (Ec.2.35)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{1}{EI_{eq}} \left(\left| \frac{-x^2}{2.L} \right|_0^L + \left| \frac{x^3}{3.L^2} \right|_0^L \right) \quad \dots (Ec.2.36)$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{1}{EI_o} \cdot \left(\frac{-L}{2} + \frac{L}{3} \right) \quad \dots (Ec.2.37)$$

$$f_{12} = f_{21} = -\frac{L}{6EI_o} \quad \dots (Ec.2.38)$$

La matriz de flexibilidad [f] de acuerdo a los grados de libertad indicados en la Figura 2.8, se expresa en la Ecuación 2.39.

$$[f] = \begin{bmatrix} \frac{L}{6EI_a} + \frac{L}{6EI_o} & -\frac{L}{6EI_o} \\ -\frac{L}{6EI_o} & \frac{L}{6EI_b} + \frac{L}{6EI_o} \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.39)$$

La matriz de rigidez [k'] del elemento es la inversa de la matriz de flexibilidad [f], en la Ecuación 2.40 se muestra el resultado de invertir la matriz de flexibilidad [f]

$$[k'] = \begin{bmatrix} \frac{6EI_a(EI_o + EI_b)}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} & \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \\ \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} & \frac{6EI_b(EI_o + EI_a)}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.40)$$

Se pueden expresar los coeficientes de rigidez hallados con las variables expresadas en las Ecuaciones 2.41, 2.42 y 2.43.

$$k'_{11} = \frac{6EI_a(EI_b + EI_o)}{L(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.41)$$

$$k'_{12} = k'_{21} = \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.42)$$

$$k'_{22} = \frac{6EI_b(EI_a + EI_o)}{L(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.43)$$

Al tener una barra empotrada con 6 grados de libertad, mostrada en la Figura 2.10, y considerando una rigidez axial (EA) constante de la barra, se muestra la matriz de rigidez [k] considerando los 6 grados de libertad en la Ecuación 2.44.

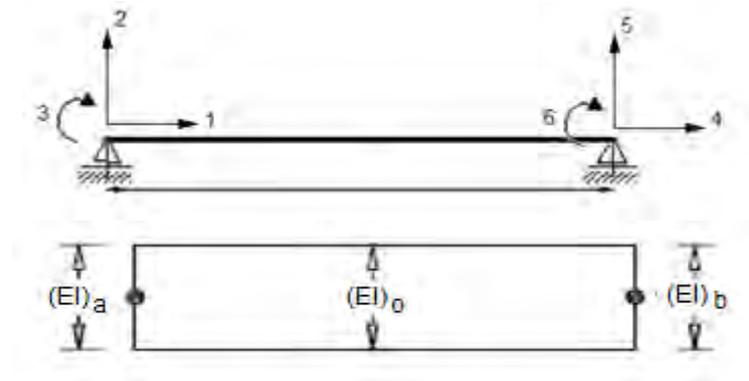


Figura 2.10. Barra con 6 grados de libertad.

$$[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \\ \mathbf{6} \end{matrix} \quad \dots \text{(Ec.2.44)}$$

Los coeficientes de rigidez relativos al giro (grados de libertad 3 y 5) son los mismos de los expresados en la ecuación 2.40 y son los siguientes: $k_{33} = k'_{11}$, $k_{36} = k_{63} = k'_{12}$ y $k_{66} = k'_{22}$.

$$k_{33} = \frac{6EI_a(EI_b + EI_o)}{L(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.45)}$$

$$k_{63} = k_{36} = \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.46)}$$

$$k_{66} = \frac{6EI_b(EI_a + EI_o)}{L(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.47)}$$

Los demás coeficientes de rigidez se calcula por equilibrio de la barra y considerando la simetría de la matriz de rigidez, sus valores se indican en las siguientes ecuaciones:

Equilibrio de la primera y cuarta columna:

$$k_{11} = k_{44} = \frac{E \cdot A}{L} \quad \dots \text{(Ec.2.48)}$$

$$k_{41} = k_{14} = -k_{11}$$

$$k_{41} = k_{14} = -\frac{E \cdot A}{L} \quad \dots \text{(Ec.2.49)}$$

Equilibrio de la tercera columna:

$$k_{53} = k_{35} = \frac{k_{33} + k_{63}}{L} \quad \dots \text{(Ec.2.50)}$$

$$k_{53} = k_{35} = \frac{6EI_a(2EI_b + EI_o)}{L^2(EI_a + EI_b + EI_o)}$$

$$k_{23} = k_{32} = -k_{53}$$

$$k_{23} = k_{32} = -\frac{6EI_a(2EI_b + EI_o)}{L^2(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.51)}$$

Equilibrio de la sexta columna:

$$k_{56} = k_{65} = \frac{k_{36} + k_{66}}{L} \quad \dots \text{(Ec.2.52)}$$

$$k_{56} = k_{65} = \frac{6EI_b(2EI_a + EI_o)}{L^2(EI_a + EI_b + EI_o)}$$

$$k_{26} = k_{62} = -k_{56}$$

$$k_{26} = k_{62} = -\frac{6EI_b(2EI_a + EI_o)}{L^2(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.53)}$$

Equilibrio de la segunda columna:

$$k_{22} = \frac{k_{32} + k_{62}}{L}$$

$$k_{22} = \frac{24EI_aEI_b + 6EI_aEI_o + 6EI_bEI_o}{L^3(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.54)}$$

$$k_{52} = k_{25} = -k_{22}$$

$$k_{52} = k_{25} = -\frac{24EI_aEI_b + 6EI_aEI_o + 6EI_bEI_o}{L^3(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.55)}$$

Equilibrio de la quinta columna:

$$k_{55} = -k_{25}$$

$$k_{55} = \frac{24EI_aEI_b + 6EI_aEI_o + 6EI_bEI_o}{L^3(EI_a + EI_b + EI_o)} \quad \dots \text{(Ec.2.56)}$$

2.5.2 Matriz de Rigidez con Rótula en el extremo derecho

Cuando se excede la resistencia a flexión en los extremos de los elementos se formarán articulaciones y ya no podrán resistir incrementos de momentos flectores. En la Figura 2.11 se muestra la idealización de esta barra con los grados de libertad correspondientes cuando se forma una articulación en el extremo derecho de la barra.

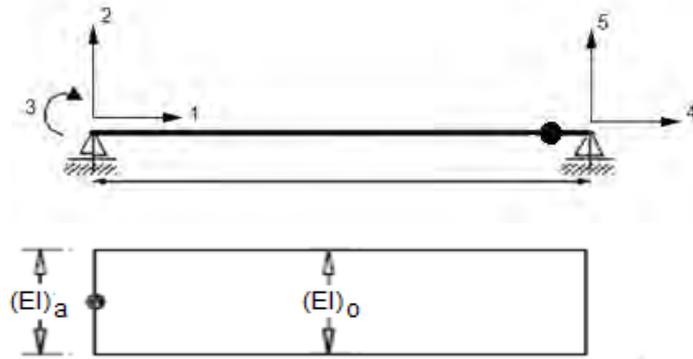


Figura 2.11. Barra con articulación en el extremo derecho con 5 grados de libertad

Para hallar la matriz de rigidez de esta barra, condensaremos el término k'_{22} de la matriz de rigidez $[k']$, expresada en la Ecuación 2.40, correspondiente al momento del extremo derecho. Para ello utilizaremos la Ecuación 2.57 correspondiente a la condensación de este grado de libertad.

$$[ka] = [k'] - \{k'_1\}k'_3{}^{-1}\{k'_2\} \quad \dots \text{(Ec.2.57)}$$

Donde:

$[ka]_{n \times n}$ = matriz de rigidez con el grado de libertad liberado.

$[k']_{n \times n}$ = matriz de rigidez original.

$[k'_1]_{1 \times n}$ = vector formado por la columna de la matriz de rigidez original correspondiente al grado de libertad que se quiere liberar.

$k'_3{}^{-1}$ = inverso del término de la diagonal de la matriz de rigidez original correspondiente al grado de libertad que se quiere liberar.

$[k'_2]_{n \times 1}$ = vector formado por la fila de la matriz de rigidez original correspondiente al grado de libertad que se quiere liberar.

Se requiere hallar la matriz $[ka]$ para lo cual se tienen las siguientes submatrices a partir de la Ecuación 2.40.

$$[k'] = \begin{bmatrix} \frac{6EI_a(EI_o + EI_b)}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} & \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \\ \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} & \frac{6EI_b(EI_o + EI_a)}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.58)$$

$$[k'_1] = \begin{bmatrix} \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \\ \frac{6EI_b(EI_o + EI_a)}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.59)$$

$$k'_3{}^{-1} = \frac{L(EI_a + EI_o + EI_b)}{6EI_b(EI_o + EI_a)} \quad \dots (Ec.2.60)$$

$$[k'_2] = \begin{bmatrix} \frac{6EI_aEI_b}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} & \frac{6EI_b(EI_o + EI_a)}{L(EI_a + EI_o + EI_b)} \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.61)$$

Resolviendo la Ecuación 2.57, se tiene la matriz de rigidez con el grado de libertad liberado (Ecuación 2.62)

$$[ka] = \begin{bmatrix} \frac{6EI_aEI_o}{L(EI_a + EI_o)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.62)$$

Como se observa en la Ecuación 2.62, sólo existe un coeficiente de rigidez siendo los demás nulos, ya que el extremo derecho es incapaz de tomar momentos flectores. Se pueden expresar el coeficiente de rigidez hallado con la variable expresada en la Ecuación 2.63

$$ka_{11} = \frac{6EI_aEI_o}{L(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.63)$$

Al tener una barra con 5 grados de libertad, mostrada en la Figura 2.11, y considerando una rigidez axial (EA) constante de la barra, se muestra la matriz de rigidez [k] considerando los 5 grados de libertad en la Ecuación 2.64.

$$[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \\ k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \end{matrix} \quad \dots (Ec.2.64)$$

El coeficiente de rigidez relativo al giro (grados de libertad 3) es el mismo expresado en la ecuación 2.62 y es el siguiente: $k_{33} = k_{a11}$.

$$k_{33} = \frac{6EI_aEI_o}{L(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.65)$$

Los demás coeficientes de rigidez se calcula por equilibrio de la barra y considerando la simetría de la matriz de rigidez, sus valores se indican en las siguientes ecuaciones:

Equilibrio de la primera y cuarta columna:

$$k_{11} = k_{44} = \frac{E \cdot A}{L} \quad \dots (Ec.2.66)$$

$$k_{41} = k_{14} = -k_{11}$$

$$k_{41} = k_{14} = -\frac{E \cdot A}{L} \quad \dots (Ec.2.67)$$

Equilibrio de la tercera columna:

$$k_{53} = k_{35} = \frac{k_{33} + 0}{L}$$

$$k_{53} = k_{35} = \frac{6EI_aEI_o}{L^2(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.68)$$

$$k_{23} = k_{32} = -k_{53}$$

$$k_{23} = k_{32} = -\frac{6EI_aEI_o}{L^2(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.69)$$

Equilibrio de la segunda columna:

$$k_{22} = \frac{k_{32} + 0}{L}$$

$$k_{22} = \frac{6EI_aEI_o}{L^3(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.70)$$

$$k_{52} = k_{25} = -k_{22}$$

$$k_{52} = k_{25} = -\frac{6EI_aEI_o}{L^3(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.71)$$

Equilibrio de la quinta columna:

$$k_{55} = -k_{25}$$

$$k_{55} = \frac{6EI_aEI_o}{L^3(EI_a + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.72)$$

2.5.3 Matriz de Rigidez con Rótula en el extremo izquierdo

En la Figura 2.12 se muestra la idealización de esta barra con los grados de libertad correspondientes cuando se forma una articulación en el extremo izquierdo de la barra.

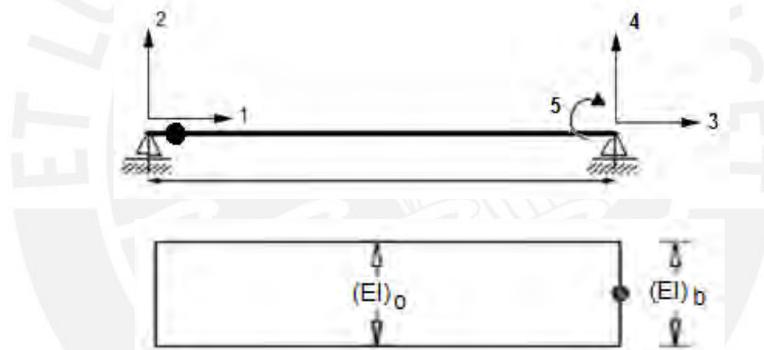


Figura 2.12. Barra con articulación en el extremo izquierdo con 5 grados de libertad

Al igual que en el caso anterior, para hallar la matriz de rigidez de esta barra, condensaremos en la Ecuación 2.40 el término k'_{11} correspondiente al momento del extremo izquierdo. Para ello utilizaremos la Ecuación 2.57 correspondiente a la condensación de este grado de libertad.

Resolviendo la Ecuación 2.57, se tiene la matriz de rigidez con el grado de libertad liberado (Ecuación 2.73)

$$[k_a] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EI_bEI_o}{L(EI_b + EI_o)} \end{bmatrix} \quad \dots (Ec.2.73)$$

Como se observa en la Ecuación 2.73, sólo existe un coeficiente de rigidez siendo los demás nulos,

ya que el extremo izquierdo es incapaz de tomar momentos flectores. Se pueden expresar el coeficiente de rigidez hallado con la variable expresada en la Ecuación 2.74.

$$ka_{22} = \frac{6EI_bEI_o}{L(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.74)$$

Al tener una barra con 5 grados de libertad, mostrada en la Figura 2.12, y considerando una rigidez axial (EA) constante de la barra, se muestra la matriz de rigidez [k] considerando los 5 grados de libertad en la Ecuación 2.75.

$$[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \\ k_{11} & 0 & k_{13} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} & k_{25} \\ k_{31} & 0 & k_{33} & 0 & 0 \\ 0 & k_{42} & 0 & k_{44} & k_{45} \\ 0 & k_{52} & 0 & k_{54} & k_{55} \end{bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{5} \end{matrix} \quad \dots (Ec.2.75)$$

El coeficiente de rigidez relativo al giro (grados de libertad 5) es el mismo expresado en la ecuación 2.73 y es el siguiente: $k_{55} = ka_{22}$.

$$k_{55} = \frac{6EI_bEI_o}{L(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.76)$$

Los demás coeficientes de rigidez se calcula por equilibrio de la barra y considerando la simetría de la matriz de rigidez, sus valores se indican en las siguientes ecuaciones:

Equilibrio de la primera y tercera columna:

$$k_{11} = k_{33} = \frac{E \cdot A}{L} \quad \dots (Ec.2.77)$$

$$k_{31} = k_{13} = -k_{11}$$

$$k_{31} = k_{13} = -\frac{E \cdot A}{L} \quad \dots (Ec.2.78)$$

Equilibrio de la quinta columna:

$$k_{45} = k_{54} = \frac{k_{55} + 0}{L}$$

$$k_{45} = k_{54} = \frac{6EI_bEI_o}{L^2(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.79)$$

$$k_{25} = k_{52} = -k_{45}$$

$$k_{25} = k_{52} = -\frac{6EI_bEI_o}{L^2(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.80)$$

Equilibrio de la segunda columna:

$$k_{22} = \frac{k_{52} + 0}{L}$$

$$k_{22} = \frac{6EI_bEI_o}{L^3(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.81)$$

$$k_{42} = k_{24} = -k_{22}$$

$$k_{42} = k_{24} = -\frac{6EI_bEI_o}{L^3(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.82)$$

Equilibrio de la cuarta columna:

$$k_{44} = -k_{24}$$

$$k_{44} = \frac{6EI_bEI_o}{L^3(EI_b + EI_o)} \quad \dots (Ec.2.83)$$

2.6 Rigidez a Flexión del Diagrama Momento Curvatura

“En el análisis no lineal, es fundamental conocer la relación $M - \phi$ [Momento - Curvatura] para encontrar la rigidez de cada una de las ramas del diagrama histerético que se utiliza para definir la no linealidad del material. La relación $M - \phi$ es la base del análisis no lineal dinámico y del análisis no lineal estático” (Medina, 2012).

En cada incremento de carga lateral se determina los momentos actuantes en los extremos de los elementos y se observa en su respectivo diagrama $M - \phi$ en que rama de la misma se encuentra para determinar la correspondiente rigidez a flexión (EI).

En la Figura 2.13 “la curva del primer cuadrante corresponde al caso de que la carga actúa en un sentido y la curva del tercer cuadrante para cuando la carga actúa en sentido contrario. Es importante tener en cuenta el doble signo del diagrama, esto se debe a la forma como está trabajando el elemento, en el sentido de que si es cóncava o convexo” (Aguiar, 2002).

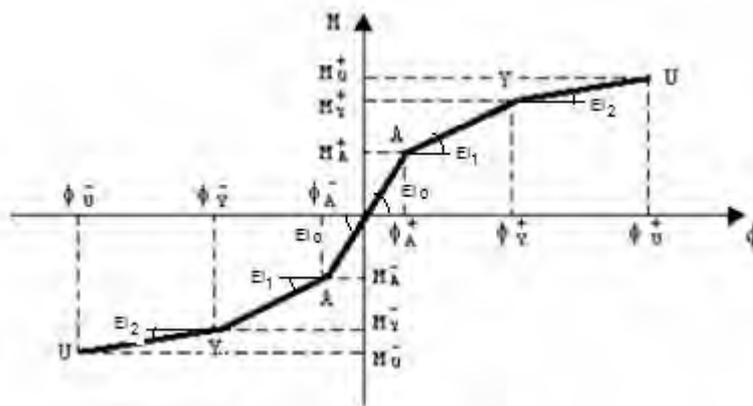


Figura 2.13. Modelo del Diagrama Momento-Curvatura (Aguiar, 2002)

Se considera un modelo trilineal para el diagrama $M - \emptyset$, como se observa en la Figura 2.13, en el cual el punto A, se encuentra cuando el concreto llega al máximo de esfuerzo a la tracción. El punto Y, cuando el acero a tracción alcanza el límite de fluencia y el punto U, cuando el concreto a compresión llega a su máxima deformación útil (Aguiar, 2003).

Según Aguiar (2002), para el modelo de cálculo adoptado se tienen tres rigideces a flexión, para cada una de las ramas del modelo, las cuales son:

$$EI_0 = \frac{M_a}{\emptyset_a} = \frac{Ebh^3}{12} \quad \dots (Ec.2.84)$$

$$EI_1 = \frac{M_y - M_a}{\emptyset_y - \emptyset_a} \quad \dots (Ec.2.85)$$

$$EI_2 = \frac{M_u - M_y}{\emptyset_u - \emptyset_y} \quad \dots (Ec.2.86)$$

“Cuando se inicia el proceso de carga, la sección analizada tiene una rigidez $(EI)_0$ y se mantiene con esta rigidez hasta cuando el momento actuante supera el valor de M_a , en que disminuye la rigidez a flexión al valor de $(EI)_1$, con este valor hasta que el momento actuante sea mayor a M_y en que la rigidez disminuye notablemente al valor de $(EI)_2$ ” (Aguiar, 2002).

No siempre se puede idealizar el diagrama $M - \emptyset$ en un modelo trilineal como el mostrado en la Figura 2.13, ya que depende de la concentración del acero de refuerzo en una o varias capas dentro de la sección del elemento. Chang (2015) sostiene que: “En secciones convencionales con refuerzo en tracción concentrado en una sola profundidad, se presenta un solo punto de fluencia bien definido. Sin embargo, en casos de secciones con refuerzo distribuido en varias capas es imposible determinar un único punto de fluencia, ya que pueden existir tantos cambios de rigidez como capas de acero que entran en fluencia”.

Para resolver el inconveniente presentado, Chang (2015) menciona lo siguiente: “En casos donde no existe un punto marcado de fluencia es útil poder definir el diagrama momento-curvatura bilineal, pues al definir un punto de fluencia equivalente único se puede determinar la ductilidad de curvatura”. En adición, Chang (2015) sostiene lo siguiente: “En dichos diagramas simplificados se considera que el concreto en tracción inicia el proceso de carga en un estado agrietado, y se define un único punto de fluencia equivalente que marca el cambio de rigidez de la sección”.

2.6.1 Diagrama bilineal propuesto por Priestley

En la Figura 2.14 se observa el modelo propuesto por Priestley, donde las características del modelo bilineal se describen en Chang (2015) y menciona lo siguiente:

El modelo propuesto por Priestley supone un diagrama bilineal con una recta inicial que parte del punto inicial O y pasa por el punto de primera fluencia del acero Y. La recta inicial se extrapola hasta alcanzar el punto de fluencia equivalente A. El momento nominal M_n relacionado con el punto de fluencia equivalente A es el asociado a una deformación de la fibra extrema de concreto $\epsilon_c = 0.004$ o a una deformación del acero $\epsilon_s = 0.015$, la que ocurra primero. La segunda parte del diagrama es una línea recta que conecta el punto A de fluencia equivalente y el punto final B asociado al agotamiento.

“La idealización de Priestley puede utilizarse en secciones en flexión pura y secciones con carga axial. Por ello define el punto de primera fluencia Y como aquel en el cual se alcanza la primera fluencia del refuerzo, o en el que el concreto alcanza una deformación $\epsilon_c = 0.002$, el que ocurra primero” (Chang, 2015).

Este modelo descrito es el que utiliza el programa propuesto para la idealización bilineal del diagrama Momento – Curvatura y se implementa de forma automática.

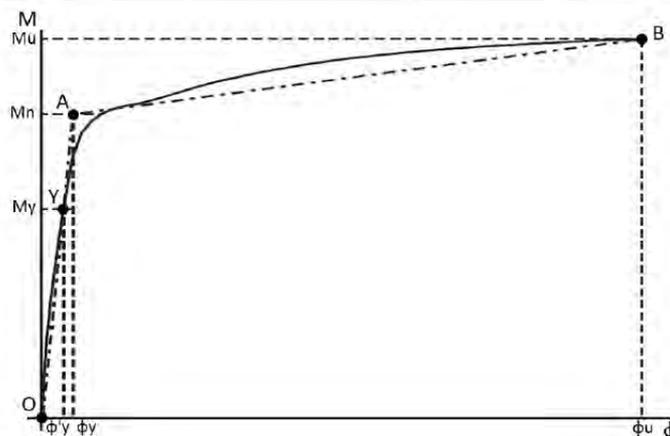


Figura 2.14. Diagrama Momento-Curvatura idealizado propuesto por Priestley. (Priestley, 1993)

2.6.2 Diagrama bilineal adoptado por Caltrans y AASHTO

En la Figura 2.15 se muestra el modelo propuesto por Caltrans y AASHTO, y la idealización del diagrama Momento-Curvatura se basa en el equilibrio de áreas, las características del modelo se describen en Chang (2015) y menciona lo siguiente:

Parte de suponer que el diagrama es bilineal elasto-plástico, con una recta antes de la fluencia del acero que conecta el punto inicial O y el punto de primera fluencia del acero Y, y que se extiende hasta el punto de fluencia equivalente A. Posteriormente se tiene una recta horizontal de comportamiento plástico que conecta el punto A hasta alcanzar el punto final B en la curvatura de agotamiento. El punto de fluencia equivalente A se ubica de manera que se

forman áreas balanceadas entre el diagrama real y el diagrama idealizado después de la fluencia del primer acero.

Este modelo bilineal elastoplástico se puede implementar de manera manual al programa propuesto con los valores calculados de M_p , ϕ_p y ϕ_u .

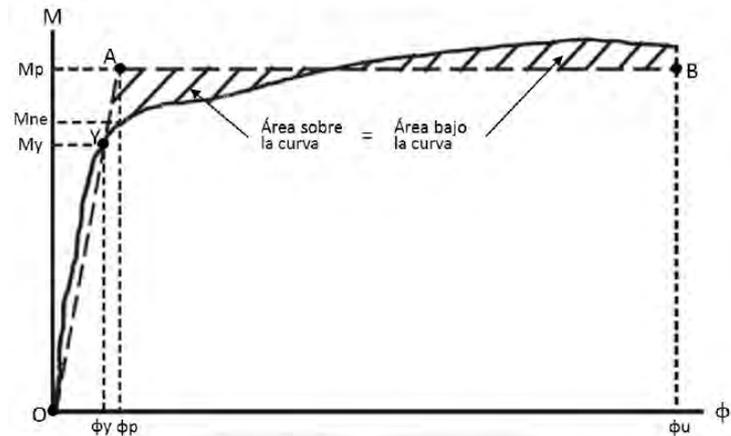


Figura 2.15. Diagrama Momento-Curvatura idealizado propuesto por Caltrans y AASHTO (Caltrans, 2006)

2.7 Relación Aproximada entre Curvatura y Rotación

Para relacionar la Curvatura con la Rotación de una sección, como se observa en la Figura 2.16, se tiene la siguiente relación:

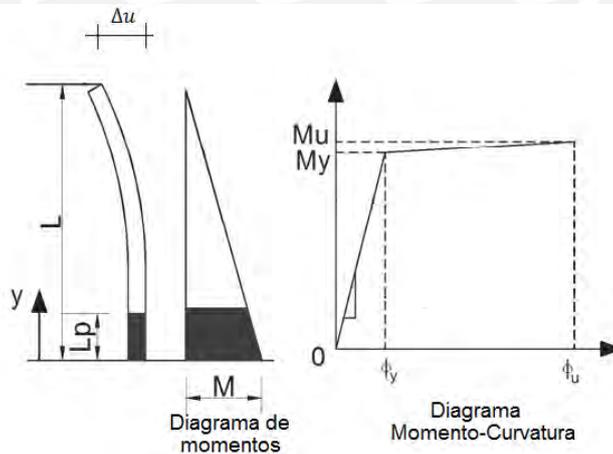


Figura 2.16. Relación Aproximada entre Curvatura y Rotación (Aguiar et al. 2015)

$$\Delta u = \Delta y + \Delta p \quad \dots (Ec.2.87)$$

En la Ecuación 2.87, Δu es el desplazamiento total, Δy es la componente del desplazamiento elástico (Ecuación 2.88) y Δp es la componente del desplazamiento plástico (Ecuación 2.89).

$$\Delta y = \frac{\phi y \cdot L^2}{3} \quad \dots (Ec.2.88)$$

$$\Delta p = \theta p (L - 0.5lp) \quad \dots (Ec.2.89)$$

En la Ecuación 2.89, se tiene que θ_p (Ecuación 2.90) es la rotación plástica de la sección.

$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y)l_p \quad \dots (Ec.2.90)$$

En la Ecuación 2.90, l_p es la longitud de la rótula plástica equivalente formada en la base de la columna debido a la incursión en el rango inelástico. Existen muchas expresiones para el cálculo de l_p , donde la más utilizada se da en la Ecuación 2.91.

$$l_p = 0.5h \quad \dots (Ec.2.91)$$

En la Ecuación 2.91, h representa el peralte de la sección. Por lo que la rotación inelástica máxima disponible θ_p (Ecuación 2.92) en una sección depende del peralte (h), de la curvatura de fluencia (ϕ_y) y de la curvatura última (ϕ_u) de la sección .

$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y)0.5h \quad \dots (Ec.2.92)$$

La Ecuación 2.92 es la que utiliza el programa elaborado para calcular la rotación inelástica disponible de las secciones de los elementos que incurran en el rango inelástico.

2.8 Curva de Capacidad

El resultado principal del análisis estático no lineal pushover es la curva fuerza-desplazamiento o curva de capacidad. Es un gráfico del cortante en la base (carga lateral total) frente al desplazamiento lateral en algún punto a nivel del techo, incluyendo todas las etapas de incrementos laterales de carga/desplazamiento (Nishant, 2015).

Este procedimiento consiste en lo siguiente: el modelo matemático de una estructura, inicialmente sin daño, es sometido a fuerzas laterales incrementales que actúan a nivel de piso hasta que algunos de sus elementos alcancen su límite elástico, luego la estructura es modificada para tomar en cuenta la pérdida de rigidez de los elementos cuya capacidad ha sido excedida, determinando la rigidez a flexión (EI) del elemento de su respectivo diagrama momento-curvatura de acuerdo al nivel de esfuerzos a que está sujeta la sección del elemento y variando la rigidez de acuerdo al grado de daño presentado. Luego una distribución de fuerzas laterales es otra vez aplicada hasta que en elementos adicionales se exceda su capacidad resistente, continuando el proceso hasta que la estructura se vuelva inestable o hasta que un predeterminado límite sea alcanzado.

Durante el proceso descrito, el desplazamiento (Dt) en el techo o último nivel se va registrando junto a los valores de la fuerza cortante (V) en la base de la estructura en cada paso del proceso. Como resultado del análisis Pushover se obtiene la curva Fuerza-Desplazamiento (V-Dt), denominada Curva de Capacidad, como se muestra en la Figura 2.17, la curva de capacidad nos indica como la estructura se comporta después de exceder su límite elástico.

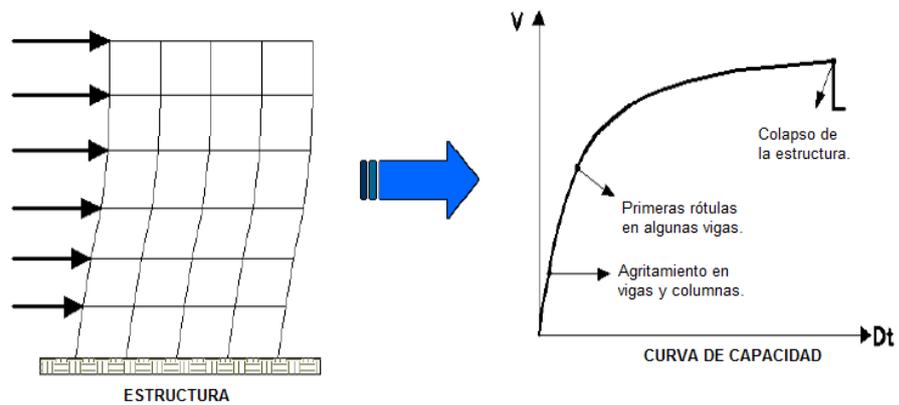


Figura 2.17. Análisis Pushover y Curva de Capacidad.

2.8.1 Patrones de Carga

Los patrones de carga están destinados a representar y limitar la distribución de las fuerzas de inercia en el terremoto de diseño. Los supuestos básicos son que la distribución de fuerzas de inercia serán razonablemente constantes durante todo el terremoto dentro de la planta de la estructura. Es probable que estos supuestos sean razonables si la respuesta estructural no depende fuertemente de los efectos de modos más elevados (Navahandi, 2015).

Para la representación de las fuerzas laterales aplicadas a la estructura se emplea las fuerzas sísmicas laterales similares a las de las fuerzas sísmicas estáticas equivalentes. Estas fuerzas siguen la forma del modo fundamental de vibración o una distribución más sencilla, tal como puede ser triangular invertida, parabólica o uniforme como se muestra en la Figura 2.18. La forma de las cargas laterales escogida influenciará en la curva de capacidad.

El programa elaborado puede asignar cualquier variación de cargas laterales, ya que éstas son introducidas por el usuario en cada nudo de tal manera que tengan una variación constante.

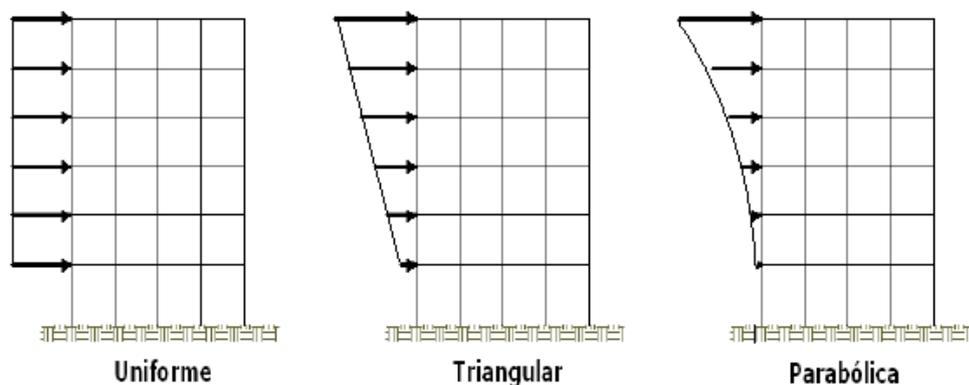


Figura 2.18. Distribución de Cargas Laterales para Análisis Pushover.

2.8.2 Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad según FEMA 356

Se describe en Hernández (2010) la metodología a seguir según FEMA 356: “El método consiste en aplicar una distribución vertical de carga lateral a la estructura, la cual debe incrementarse monótonicamente hasta que la estructura alcance el máximo desplazamiento, mediante la gráfica del cortante en la base y el desplazamiento en el tope de la estructura”. Una vez diseñada la estructura se procede con los siguientes pasos, según Hernández (2010):

- Determinar la carga de gravedad usada en el análisis.

$$QG = 1.1 (QD + QL + QS) \quad \dots (Ec.2.93)$$

QG = Fuerza total de los efectos de gravedad.

QD = Carga muerta total.

QL = Efecto de la carga viva. (25% de la carga viva)

QS = 70% de la carga de nieve.

- Determinar el factor C_{vx} para la distribución vertical de la carga lateral y multiplicar por la Fuerza “V” que es el incremento monótono de la fuerza.

$$F_x = C_{vx}V \quad \dots (Ec.2.94)$$

$$C_{vx} = \frac{w_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n w_i h_i^k} \quad \dots (Ec.2.95)$$

$k = 2$ para $T > 2.5$ seg y $k=1$ para $T < 0.5$ seg.

V = Incremento de carga lateral.

w_i = Porción del peso del edificio localizado en el piso i.

w_x = Porción del peso del edificio localizado en el piso x.

h_i = altura desde la base al piso i.

h_x = altura desde la base al piso x.

2.8.3 Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad según ATC-40

El análisis estático no lineal incluye el método de espectro de capacidad que usa la intersección de la curva de capacidad pushover y un espectro reducido de respuesta para estimar el desempeño de la estructura. El método del espectro de capacidad requiere de tres elementos: capacidad, demanda y desempeño (Hernández, 2010).

- **Demanda**

Para una estructura y movimiento del suelo dado, la demanda de desplazamiento es un estimado de la respuesta máxima esperada de la estructura durante el movimiento del suelo (Hernández, 2010).

- **Capacidad**

La capacidad de una estructura depende de la capacidad de deformación de cada componente estructural. La curva de capacidad de una estructura es representada por una curva pushover, cuya gráfica representa el cortante basal y el desplazamiento del último nivel (Hernández, 2010).

Este proceso usa una serie de análisis secuenciales elásticos. El modelo de la estructura se va modificando para tomar en cuenta la reducción de su resistencia por componentes estructurales que van fluyendo hasta un límite predeterminado. La curva de capacidad pushover aproxima como las estructuras se comportan después de exceder su límite elástico (Hernández, 2010).

- **Desempeño**

El desempeño de una estructura se consigue una vez definidos la curva de capacidad y la curva de demanda y éste verifica que los componentes estructurales y no estructurales de la estructura no sean dañados más allá de los límites permisibles. El punto de desempeño representa el máximo desplazamiento probable que experimenta la estructura en el sismo de diseño, tomando en cuenta los efectos elásticos de la respuesta del material (Hernández, 2010).

“La curva de capacidad se construye en representación del primer modo, asumiendo que el primer modo es el que predomina en la estructura. Esto generalmente es válido para edificios con un periodo fundamental de vibración menor o igual a 1 segundo. Para edificios más flexibles con un periodo fundamental mayor de un segundo, el análisis debe ejecutarse considerando el efecto de los modos más altos” (Hernández, 2010).

Hernández (2010), menciona el procedimiento a seguir para determinar la curva de capacidad en los siguientes pasos:

1. Crear un modelo computacional.
2. Clasificar los elementos primarios y secundarios.
3. Aplicar las fuerzas laterales a la estructura en cada piso. Para esto se usa la masa que participa en el primer modo por medio de la relación $F_x = (W_x \phi_x / \sum W_x \phi_x) \cdot V$ en la determinación de las fuerzas, incluyéndose también las cargas de gravedad.
4. Calcular las fuerzas en los elementos, para la combinación de cargas verticales y horizontales.
5. Ajustar las fuerzas laterales para que por lo menos algunos elementos alcancen el 10% de su resistencia.
6. Guardar o ir graficando el valor del cortante en la base vs el desplazamiento en el tope del edificio, como también las fuerzas y las rotaciones en cada elemento, para compararlas con el diagrama característico de fuerza-curvatura de cada elemento, a fin de determinar su estado.
7. Actualizar el modelo usando una rigidez más pequeña para aquellos elementos que han alcanzado la fluencia.
8. Aplicar un nuevo incremento de la carga lateral a la estructura actualizada hasta que otros elementos alcancen la fluencia.
9. Agregar el incremento de la carga lateral y el correspondiente incremento del desplazamiento al total previo para de este modo obtener los valores acumulados de la gráfica.
10. Repetir los pasos 7,8 y 9 hasta que la estructura alcance su límite último.

CAPÍTULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL PROGRAMA

3.1 Alcances y Restricciones

En la presente Tesis se desarrolla un programa de cálculo de análisis no lineal pushover en la interfaz del programa Microsoft Excel 2010 con macros habilitadas (formato .xlsm), con el lenguaje de programación Visual Basic for Applications (VBA).

El programa trabaja en el plano XZ (sistema 2D) de un sistema tridimensional XYZ (sistema 3D) y considera 3 grados de libertad por cada nudo (un desplazamiento horizontal, un desplazamiento vertical y un giro)

El programa permite la construcción de la curva de capacidad de pórticos planos de concreto armado constituidos por elementos esbeltos de secciones rectangulares y sometidas a cargas laterales, las cuales serán incrementales hasta la falla de la estructura. Se considera sólo efectos de flexión y se desprecia la no linealidad geométrica de la estructura.

Los modelos constitutivos disponibles para el concreto son los descritos por Hognestad y Kent y Park y para el acero de refuerzo se tienen los modelos constitutivos de elastoplástico perfecto, trilineal y de endurecimiento parabólico.

El programa permite el cálculo de los diagramas momento-curvatura de las secciones cuando se tiene ingresado sus dimensiones, acero de refuerzo, modelo constitutivo del concreto, modelo constitutivo del acero y la carga axial correspondiente al elemento. El programa también nos muestra todos los puntos del diagrama momento-curvatura y su respectiva idealización automática bilineal o trilineal o con datos ingresados por el usuario.

En los resultados nos reporta la curva de capacidad y el mecanismo de falla de la estructura correspondiente a las cargas laterales incrementales impuestas en el análisis.

3.2 Conceptos Básicos del Programa AMAP2D V1.1

3.2.1 Definición de Puntos

El programa utiliza mallas o ejes definidos por el usuario para la creación automática de puntos, los cuales se generan en cada intersección de dichas mallas o ejes. Los puntos se enumeran en la dirección del eje +X y luego pasan a la dirección +Z, repitiendo los procesos antes descritos. Los puntos creados automáticamente por el programa sirven para la asignación de los elementos, restricciones, cargas puntuales, etc. Un esquema general de la asignación automática de puntos a partir de los ejes asignados por el usuario se muestra en la Figura 3.1 (Poma, 2014).

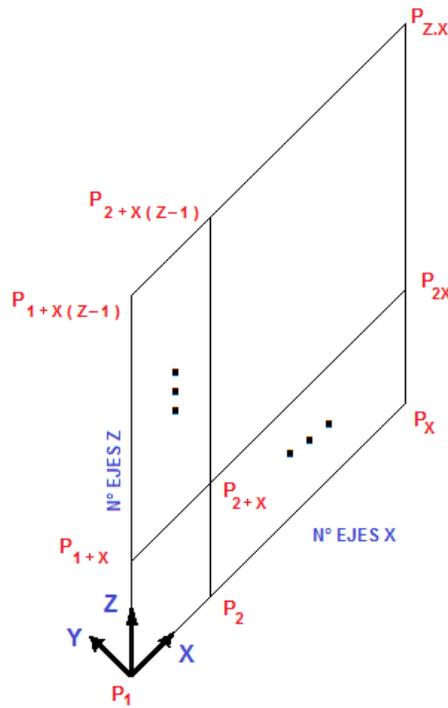


Figura 3.1. Definición de Punto

3.2.2 Sistema Global de Coordenadas

En la Figura 3.2 se muestra el sistema global de coordenadas para un sistema tridimensional 3D, que satisface la ley de la mano derecha. La localización del origen del sistema global de coordenadas se ubica en el centro de las direcciones X,Y, que definen el plano horizontal y se asume como eje vertical al eje Z, siendo la dirección hacia arriba positiva (Poma, 2014).

El programa al utilizar un sistema en el plano 2D, muestra los ejes globales X y Z (plano XZ) para el desarrollo del análisis.

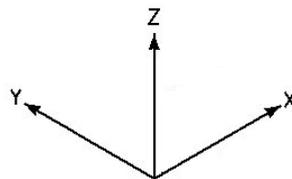


Figura 3.2. Sistema Global de Coordenadas.

3.2.3 Sistema de Coordenadas Locales

Cada elemento del sistema estructural tiene su propio sistema local de coordenadas definidos por los ejes 1,2 y 3 y usado para definir las propiedades, sección, cargas y respuestas de cada elemento (Poma, 2014), como se muestra en la Figura 3.3.

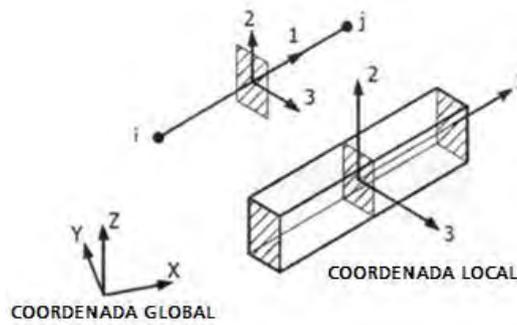


Figura 3.3. Sistema de Ejes Locales.

En Poma (2014) se muestra la orientación de los ejes locales, y es como sigue a continuación:

- El eje local 1 siempre es el eje longitudinal del elemento, siendo la dirección positiva del nudo inicial al nudo final.
- El plano local 1-2 es vertical, por ejemplo, paralelo al eje Z.
- El eje local 2 es ascendente (+Z) a menos que el elemento sea vertical, en ese caso el eje local 2 se toma como horizontal a lo largo del e global +X.
- El eje local 3 es siempre horizontal, por ejemplo, queda en el plano X-Y.

En la Figura 3.4 se muestran ejemplos de la distribución de los ejes locales en el plano XZ (plano que considera el programa), según el elemento asignado con respecto a los ejes globales.

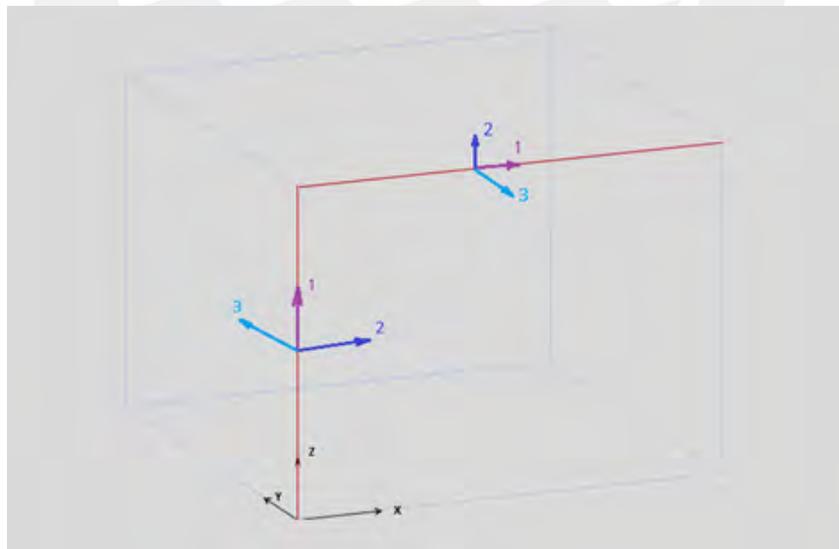


Figura 3.4. Sistema de Ejes Locales con respecto a los Ejes Globales.

3.2.4 Resultados del Análisis

Las fuerzas internas que se producen en cada elemento, son el resultado de integrar los esfuerzos en la sección transversal de cada elemento (Poma, 2014). Estas fuerzas internas son tres ya que se trabaja en el plano XZ:

- P , fuerza axial.
- V_2 , fuerza cortante en el plano 1-2.
- M_3 , momento flector en el plano 1-2 (alrededor del eje 3)

La distribución de estas fuerzas internas, según los ejes locales de los elementos se aprecia en la Figura 3.5 y Figura 3.6.

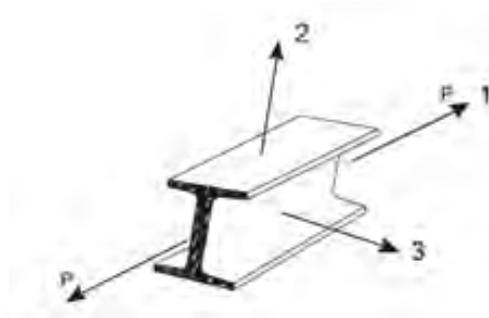


Figura 3.5. Fuerza Axial P .

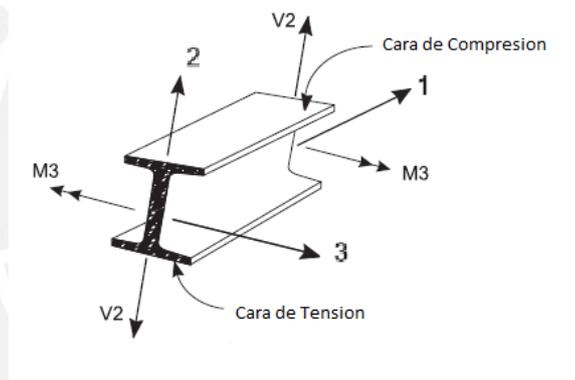


Figura 3.6. Fuerza Cortante V_2 y Momento Flector M_3 en el Plano 1-2.

3.2.5 Grados de libertad

El programa considera tres grados de libertad (3 G.D.L) por cada nudo (un desplazamiento horizontal, un desplazamiento vertical y un giro) concordante con la matriz de rigidez calculada en el apartado 2.5.1. En la figura 3.7 se muestra la numeración de las grados de libertad de una barra horizontal.

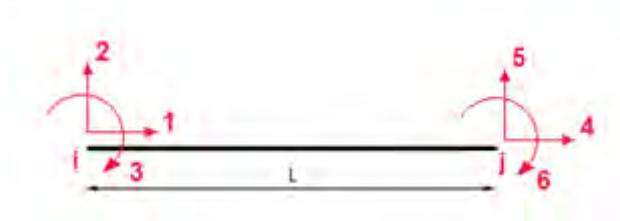


Figura 3.7. Grados de Libertad de una barra horizontal.

3.3 Interfaz del Programa

Para acceder al programa, se abre el archivo denominado ANALISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP 2D V1.1), el cual tiene extensión .xlsm. Al abrir el archivo se muestra la ventana de bienvenida, donde se indica el nombre del programa y datos del autor, tal como se muestra en la Figura 3.8. Luego se muestra la interfaz principal del programa ANALISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP2D V1.1), como se muestra en la Figura 3.9.



Figura 3.8. Ventana de Bienvenida

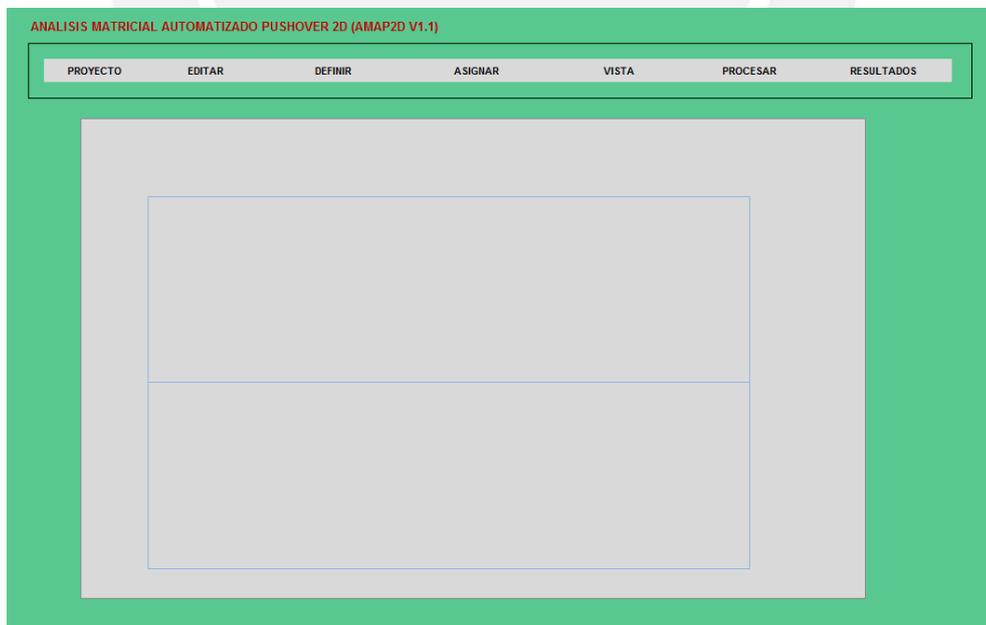


Figura 3.9. Interfaz del Programa.

Como se muestra en la Figura 3.9, se distingue la barra de herramientas ubicada en la parte superior, compuesta por los menús de PROYECTO, EDITAR, DEFINIR, ASIGNAR, VISTA, PROCESAR, RESULTADOS y la zona de gráficos.

3.4 Descripción de la Barra de Herramientas

Se describe a continuación en forma breve los menús y submenús que cuenta el programa ANALISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP2D V1.1)

3.4.1 Menú Proyecto

El menú Proyecto, como se observa en la Figura 3.10, nos muestra un sub menú denominado NUEVO.

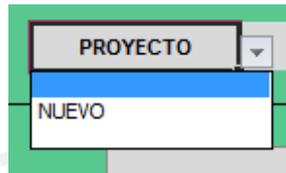


Figura 3.10. Menú Proyecto.

- **Sub Menú Nuevo:** al accionar este sub menú, se iniciará un proyecto nuevo, borrando los datos con los que se está trabajando, iniciando un nuevo proyecto desde el inicio. Las opciones de guardar y abrir proyecto son propios del programa Microsoft Excel.

3.4.2 Menú Editar

El menú Editar, como se observa en la Figura 3.11, nos muestra un sub menú denominado EDITAR MALLA.

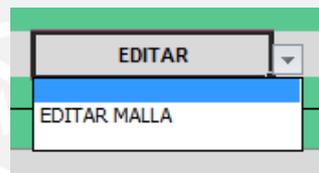


Figura 3.11. Menú Editar.

- **Sub Menú Editar Malla:** con este sub menú podemos editar las etiquetas de los ejes (nombres de los ejes), modificar las distancias asignadas (distancias absolutas entre ejes) y podemos adicionar o eliminar ejes en cada una de las direcciones X y Z, como se muestra en la Figura 3.12.



Figura 3.12. Sub Menú Editar Malla.

3.4.3 Menú Definir

El menú Definir, como se observa en la Figura 3.13, nos muestra los sub menús denominados MODELOS MATERIALES, SECCIONES, ELEMENTOS y REFUERZO ACERO.

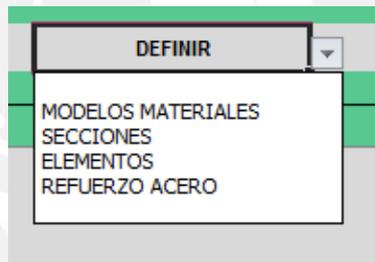


Figura 3.13. Menú Definir.

- **Sub Menú Modelos Materiales:** con este sub menú podemos definir las propiedades del concreto con el modelo de Hognestad o de Kent y Park (Figura 3.14) y del acero de refuerzo con el modelo elastoplástico, trilineal o de endurecimiento parabólico (Figura 3.15).

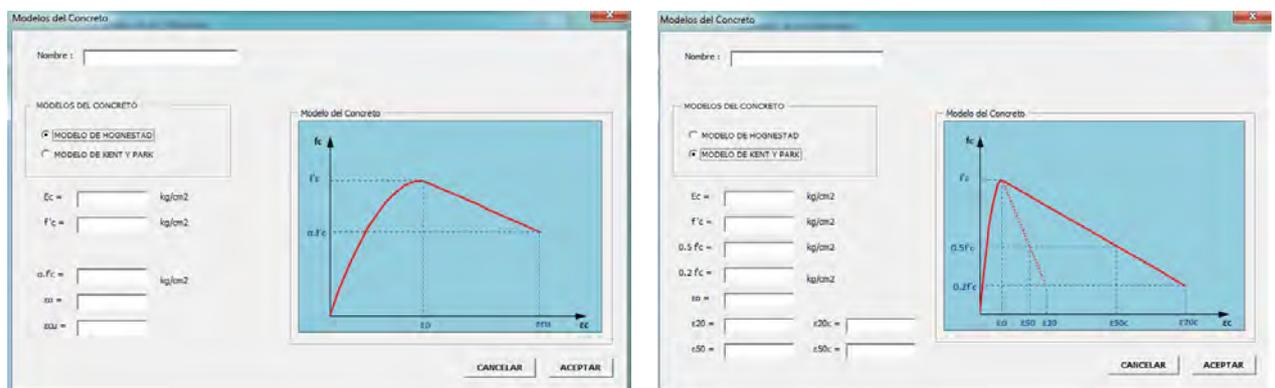


Figura 3.14. Modelos Constitutivos del Concreto.

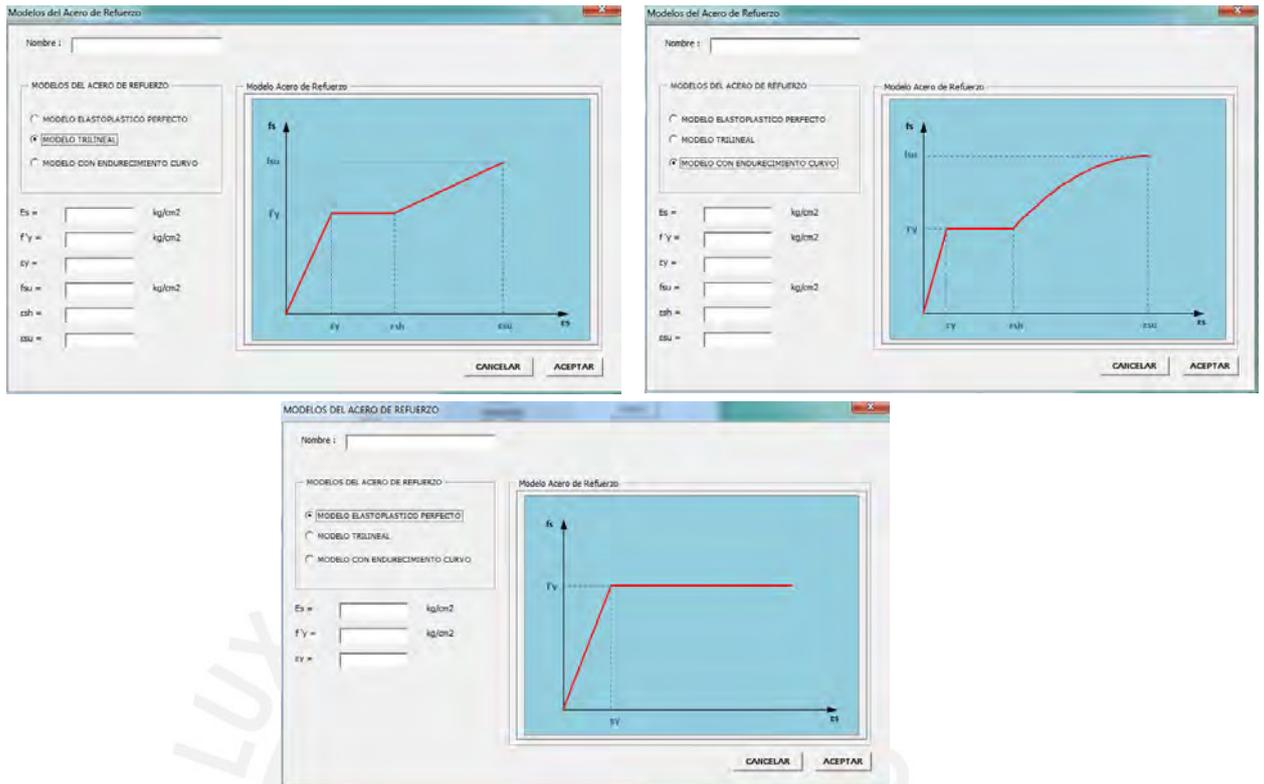


Figura 3.15. Modelos Constitutivos del Acero de Refuerzo.

- Sub Menú Secciones:** con este sub menú podemos editar las secciones rectangulares que se desee utilizar en el proyecto; donde se puede añadir, modificar y eliminar las secciones asignadas, como se muestra en la Figura 3.16. Una vez ingresada las dimensiones de la sección, la ventana nos muestra la información del área y los momentos de inercia referidos a los ejes locales 2 y 3. El programa toma el momento de inercia referido al eje local 3 (M_{33}) y también se pueden modificar las propiedades de la sección en la pestaña de Condiciones de análisis ubicada en el extremo izquierdo inferior de la ventana emergente.

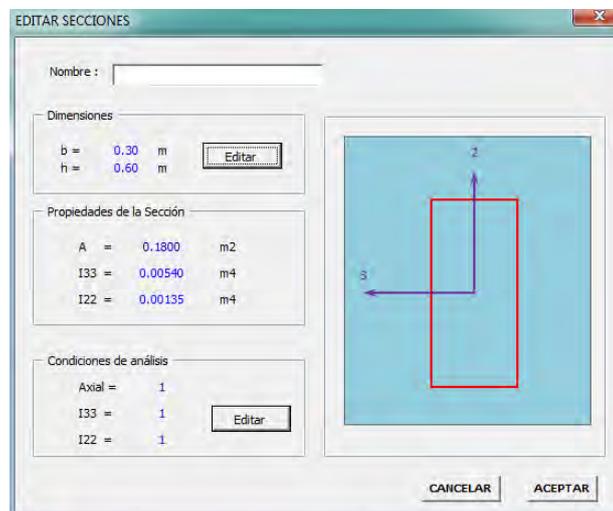


Figura 3.16. Edición de Secciones.

- **Sub Menú Elementos:** con este sub menú podemos editar los elementos que se asignan al proyecto; donde se puede añadir, modificar y eliminar los elementos asignados. Para añadir un elemento debemos ingresar el punto del nudo i y el punto del nudo j, los cuales son creados automáticamente por el programa. También debemos seleccionar una sección para el elemento, la cual se selecciona de la lista desplegable mostrada en la Figura 3.17. Al ir agregando cada elemento, éstos se enumeran de forma correlativa.

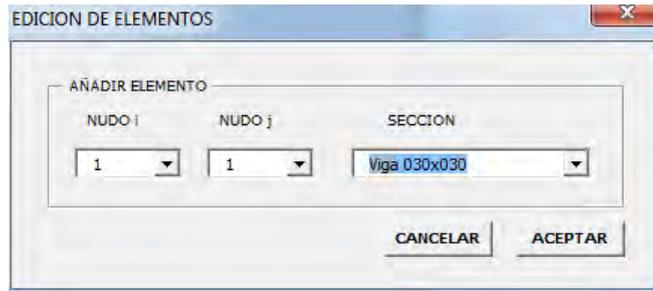


Figura 3.17. Edición de Elementos.

- **Sub Menú Refuerzo Acero:** con este sub menú podemos definir el acero de refuerzo de los elementos. Se tienen que asignar el refuerzo en tres secciones de cada elemento: al extremo izquierdo, parte central y extremo derecho o de ser el caso un refuerzo continuo a lo largo del elemento, como se muestra en la Figura 3.18. Una vez seleccionado el elemento, la ventana nos muestra las dimensiones de la sección y los datos del refuerzo asignado.

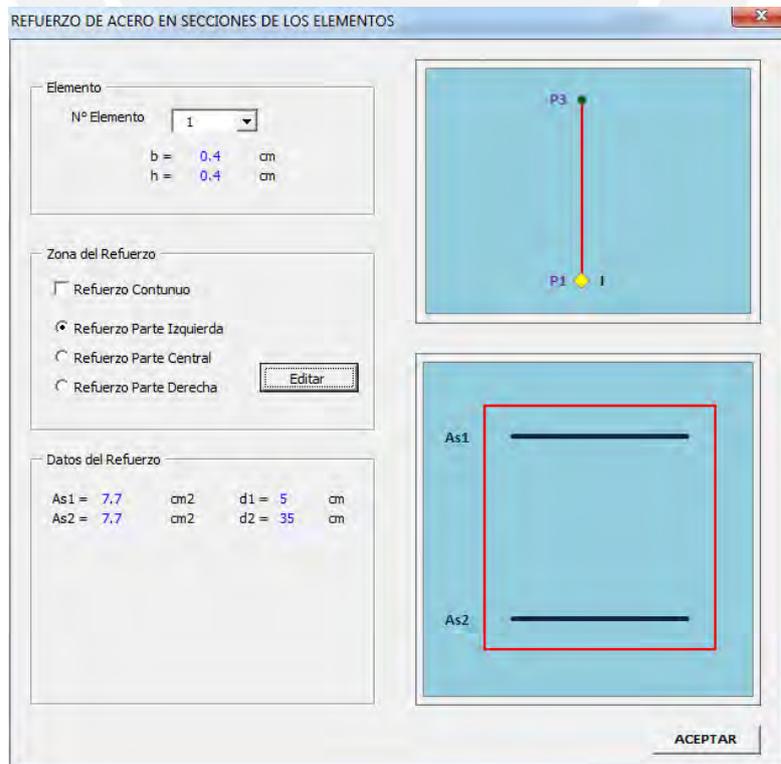


Figura 3.18. Refuerzo de Acero en las Secciones de los Elementos.

3.4.4 Menú Asignar

El menú Asignar, como se observa en la Figura 3.19, nos muestra los sub menús denominados RESTRICCIONES, CARGAS GRAVITACIONALES, VALORES DIAGRAMA M-C, PATRONES DE CARGA y PUNTO DE CONTROL.

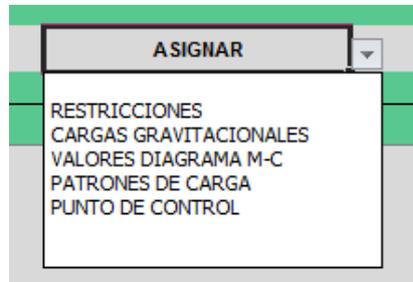


Figura 3.19. Menú Asignar.

- **Sub Menú Restricciones:** con este sub menú podemos asignar restricciones a los nudos en los 3 grados de libertad que existe en cada nudo, teniendo las restricciones de tipo empotrado, apoyo fijo, apoyo móvil, o alguna de tipo especial. Una vez seleccionado el nudo a modificar se puede editar las restricciones, como se muestra en la Figura 3.20



Figura 3.20. Asignar Restricciones.

- **Sub Menú Cargas Gravitacionales:** con este sub menú podemos asignar a la estructura cargas gravitacionales debidas a la carga muerta y carga viva. Estas cargas simularán el estado inicial deformado de la estructura para luego iniciar con las cargas laterales incrementales. La asignación de las cargas gravitacionales sólo se puede dar a elementos horizontales y sólo pueden ser del tipo uniformemente distribuida. Para la asignación de las cargas gravitacionales, se debe seleccionar el número de elemento y editar la carga gravitacional uniformemente distribuida, como se muestra en la Figura 3.21.

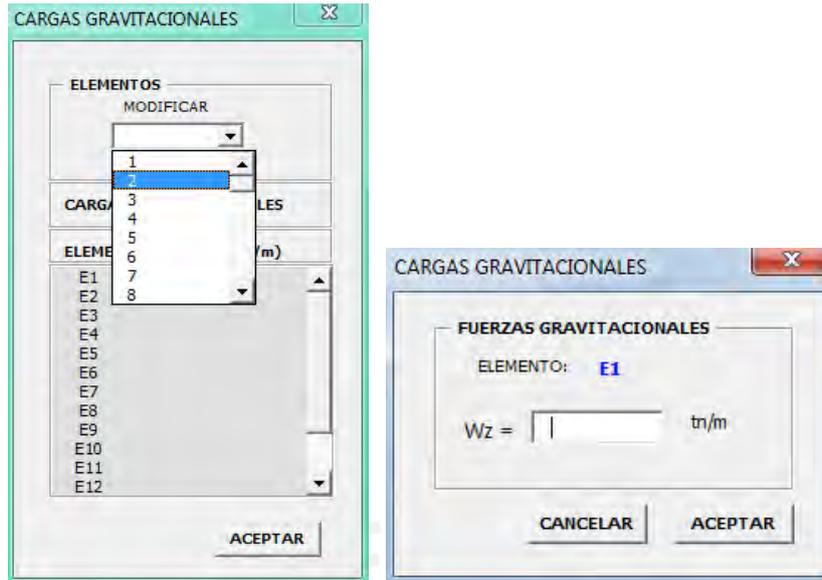


Figura 3.21. Cargas Gravitacionales.

- Sub Menú Valores Diagrama M-C:** con este sub menú se asignan los datos para el cálculo del diagrama Momento-Curvatura de la secciones de la parte izquierda, central y parte derecha de cada elemento. Se tiene que ingresar la carga axial del elemento (proveniente de un metrado de cargas), el modelo constitutivo del concreto, el modelo constitutivo del acero y estar definido el acero de refuerzo de la sección, como se muestra en la Figura 3.22.

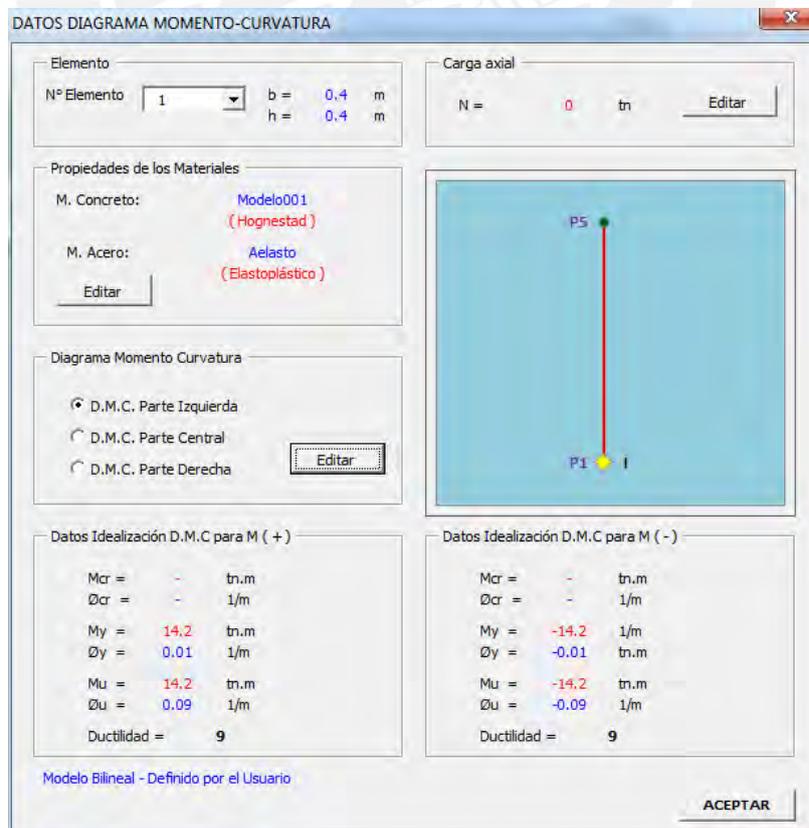


Figura 3.22. Datos Diagrama Momento-Curvatura.

Cuando se edita el diagrama momento curvatura, el programa calcula automáticamente el diagrama momento curvatura de la sección considerando los datos ingresados, como se muestra en la Figura 3.23. Para continuar la secuencia de cálculo es necesario idealizar el diagrama momento curvatura a un diagrama bilineal o trilineal, para lo cual el programa dispone de 4 opciones de idealización que aparecen en la parte izquierda superior de la ventana emergente mostrada en la Figura 3.23 y se describen a continuación:

- **Modelo Trilineal – Primera Fluencia:** el programa toma en cuenta 3 puntos, el primero de ellos correspondiente al agrietamiento del concreto, el segundo correspondiente a la fluencia del acero correspondiente a la capa más alejada del eje neutro y el tercero punto correspondiente al agotamiento del concreto. Todos estos puntos calculados internamente por el programa.
- **Modelo Bilineal – Modelo Priestley:** el programa idealiza el diagrama momento curvatura a una curva bilineal, tomando en cuenta las consideraciones expuestas en el apartado 2.6.1. y calculados internamente por el programa.
- **Modelo Trilineal – Definido por el usuario:** el programa idealiza el diagrama momento curvatura a una curva trilineal, cuyos 3 puntos son definidos por el usuario.
- **Modelo Bilineal – Definido por el usuario:** el programa idealiza el diagrama momento curvatura a una curva bilineal, cuyos 2 puntos son definidos por el usuario.

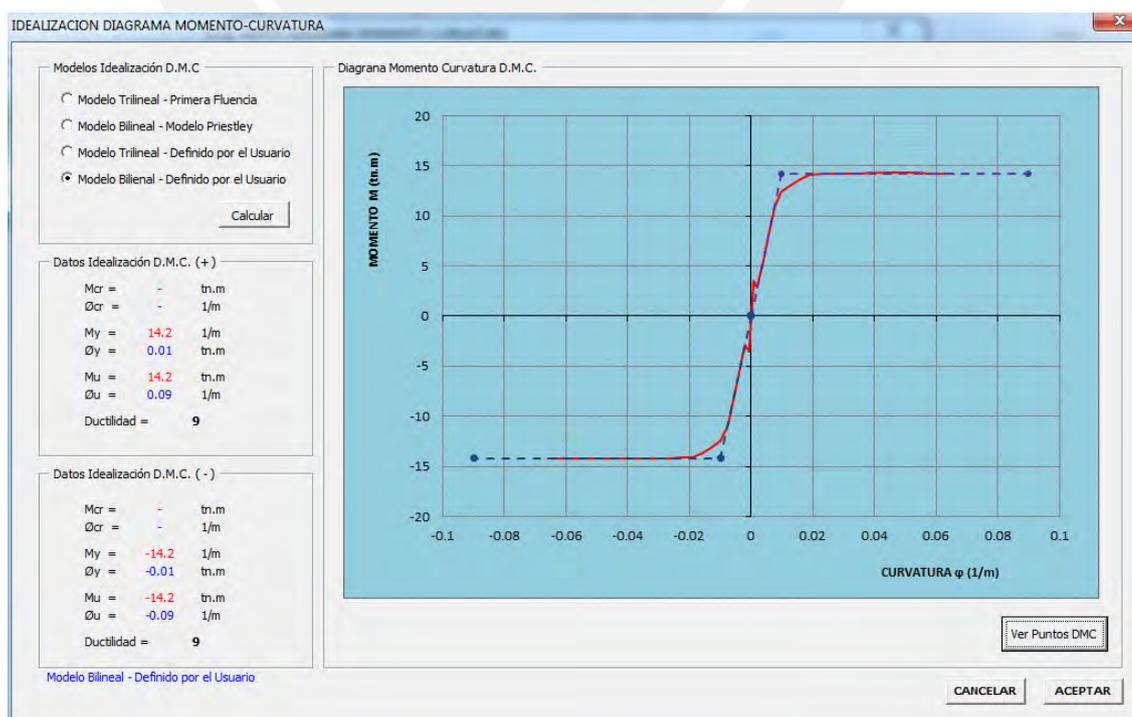


Figura 3.23. Idealización del Diagrama Momento-Curvatura.

Una vez idealizado el diagrama momento curvatura, se muestran los puntos de idealización, así como la ductilidad de la sección del elemento tanto para momento positivo (+) y para momento negativo (-), tal como se muestra en la Figura 3.23. También se puede tener información de todos los puntos del diagrama momento curvatura calculado por el programa al seleccionar la opción de **Ver Puntos DMC** ubicada en el extremo derecho inferior de la Figura 3.23. Al seleccionar la opción Ver Puntos DMC se muestra una ventana emergente, mostrada en la Figura 3.24 donde se muestra las dimensiones de la sección, acero de refuerzo de la sección y al seleccionar una deformación del concreto se muestra los esfuerzos en las capas de acero de refuerzo y en el concreto debido a ese estado de deformación, tal como se muestra en la Figura 3.24.

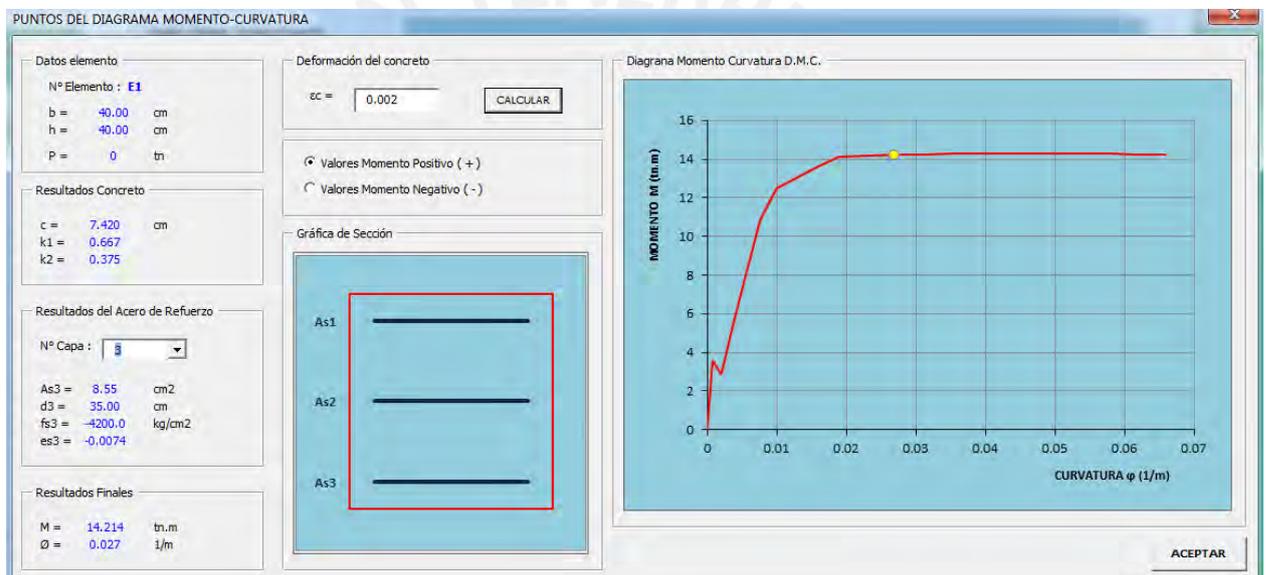


Figura 3.24. Puntos del diagrama Momento Curvatura.

- **Sub Menú Patrones de Carga:** con este sub menú se asignan los patrones de carga de las fuerzas laterales incrementales (dirección +X). Estas fuerzas se ingresan a los nudos de la estructura y se incrementaran automáticamente en cada ciclo de carga, teniendo como referencia la unidad. Para la asignación de los patrones de carga, se debe seleccionar el número de nudo y colocar su respectivo valor, como se muestra en la Figura 3.25.



Figura 3.25. Patrones de Carga.

- **Sub Menú Punto de Control:** con este sub menú se asigna el nudo de control para que el programa grafique el desplazamiento horizontal (Dt) de dicho nudo en la Curva de Capacidad de la estructura. Este punto de control sólo puede ser asignado a un único punto, como se muestra en la Figura 3.26.

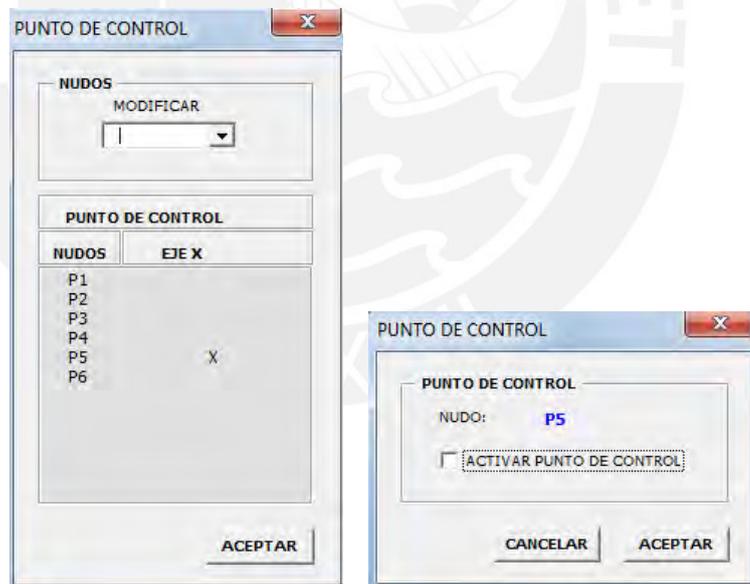


Figura 3.26. Punto de control.

3.4.5 Menú Vista

El menú Vista, como se observa en la Figura 3.27, nos muestra los sub menús denominados OPCIONES VISTA, COORDENADAS PUNTOS, BUSCAR PUNTO, BUSCAR ELEMENTO, PUNTO DE CONTROL, PATRONES DE CARGA Y CARGAS GRAVITACIONALES.



Figura 3.27. Menú Vista.

- **Sub Menú Opciones Vista:** con este sub menú se puede mostrar y/o ocultar las etiquetas de los elementos y de los puntos en la zona de gráfico de la interfaz del programa, como se muestra en la Figura 3.28.

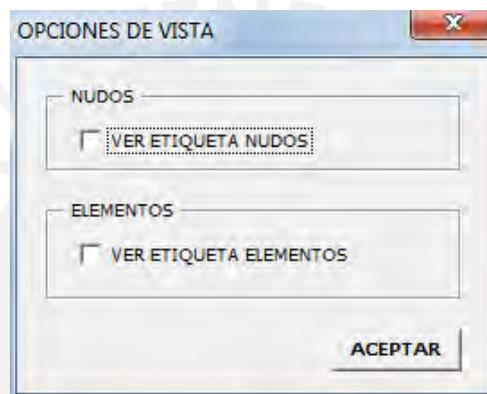


Figura 3.28. Opciones de Vista.

- **Sub Menú Coordenadas Puntos:** con este sub menú se puede mostrar todos los puntos del proyecto con sus respectivas coordenadas X y Z, como se muestra en la Figura 3.29.

COORDENADAS		
NUDO	X (m)	Z (m)
P1	0.00	0.00
P2	4.00	0.00
P3	0.00	3.00
P4	4.00	3.00
P5	0.00	6.00
P6	4.00	6.00

Figura 3.29. Coordenadas de los Puntos.

- **Sub Menú Buscar Punto:** con este sub menú se puede mostrar los datos de un punto específico del proyecto (coordenada en el eje X y coordenada en el eje Z), como se muestra en la Figura 3.30.

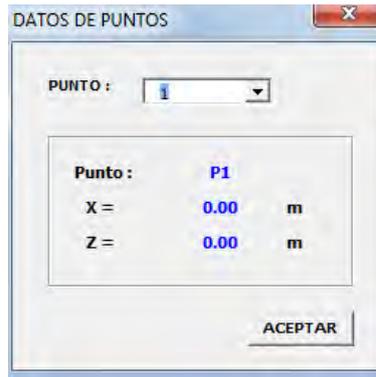


Figura 3.30. Datos de Puntos.

- **Sub Menú Buscar Elemento:** con este sub menú se puede mostrar los datos de un elemento específico del proyecto (nudo asignado en el extremo i, nudo asignado en el extremo j y sección asignada), como se muestra en la Figura 3.31.



Figura 3.31. Datos de Elementos.

- **Sub Menú Punto de Control:** con este sub menú se puede mostrar en la zona de gráficos de la interfaz del programa, el punto de control asignado.
- **Sub Menú Patrones de Carga:** con este sub menú se puede mostrar en la zona de gráficos de la interfaz del programa, los patrones de cargas asignados.
- **Sub Menú Cargas Gravitacionales:** con este sub menú se puede mostrar en la zona de gráficos de la interfaz del programa, las cargas gravitacionales asignadas.

3.4.6 Menú Procesar

El menú Procesar, como se observa en la Figura 3.32, nos muestra los sub menús denominados PROCESAR MODELO y OPCIONES DE ANÁLISIS.

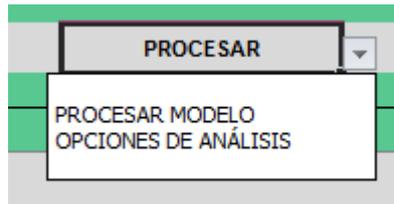


Figura 3.32. Menú Procesar.

- **Sub Menú Procesar Modelo:** cuando se ha terminado de realizar el modelo estructural se debe acudir a este comando para poder resolver el sistema. Al activar este submenú aparece una ventana de confirmación, como se muestra en la Figura 3.33.

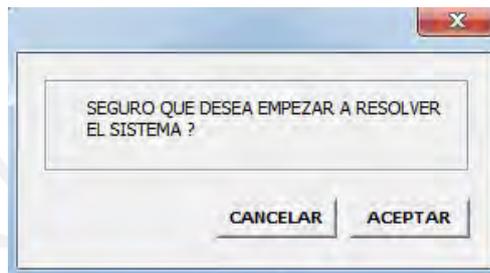


Figura 3.33. Confirmación del Procesamiento del Modelo.

- **Sub Menú Opciones de Análisis:** en este submenú se tienen 4 opciones de análisis como se muestra en la Figura 3.34:
 - **Mecanismo de Falla:** se refiere que el programa analizará la estructura hasta encontrar un mecanismo de falla y sea inestable.
 - **Desplazamiento Límite** se puede limitar el desplazamiento (Dt) de la curva de capacidad hasta un valor deseado, siempre y cuando no ocurra antes el mecanismo de falla de la estructura.
 - **Rotación Plástica Disponible:** el programa analizará que las rotaciones plásticas disponibles no excedan las rotaciones plásticas demandadas del análisis, interrumpiendo el cálculo de encontrar excedencia en las rotaciones plásticas demandadas del análisis, siempre y cuando no ocurra antes el mecanismo de falla de la estructura.
 - **Proporcional a las deformaciones acumuladas:** esta opción se refiere a los patrones de carga asignadas al modelo estructural. Cuando se activa esta opción, el programa actualizará en cada incremento de carga el patrón de cargas asignado de manera proporcional a las deformaciones acumuladas, considerando de esta manera la rigidez de la estructura y la formación de rótulas plásticas en los elementos, esta metodología es conocida como pushover controlado.

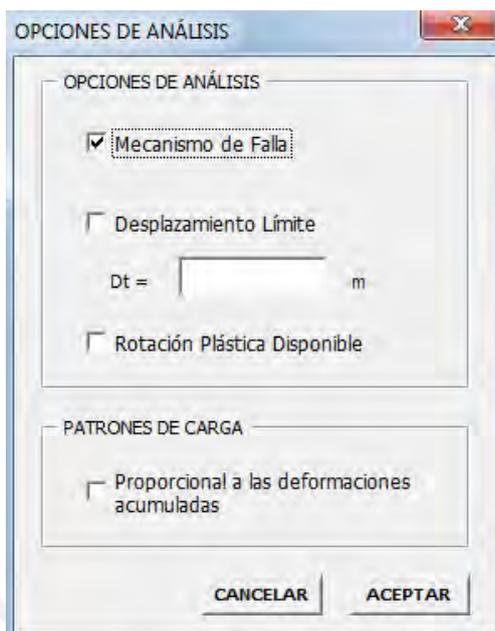


Figura 3.34. Opciones de Análisis.

3.4.7 Menú Resultados

El menú Resultados, como se observa en la Figura 3.35, nos muestra los sub menús denominados CURVA DE CAPACIDAD y SECUENCIA DE ANÁLISIS.

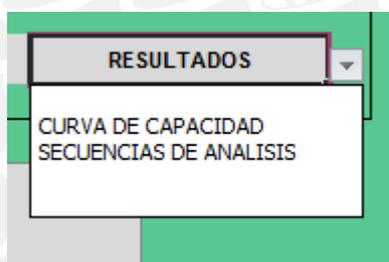


Figura 3.35. Menú Resultados.

- **Sub Menú Curva de Capacidad:** el programa muestra la curva de capacidad de la estructura analizada con la opción de visualizar los puntos hallados. Además tiene la opción de idealizar la curva de capacidad a una curva bilineal.
- **Sub Menú Secuencia de Análisis:** el programa muestra la secuencia de análisis de la estructura, mostrando en cada una de ellas las rótulas formadas, desplazamientos de nudos, fuerzas en los elementos y diagramas de momento flector (DMF), fuerza cortante (DFC) y fuerza axial (DFA).

3.5 Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad

El programa obtiene la Curva de Capacidad de la estructura en análisis siguiendo la metodología descrita en la Figura 3.36.

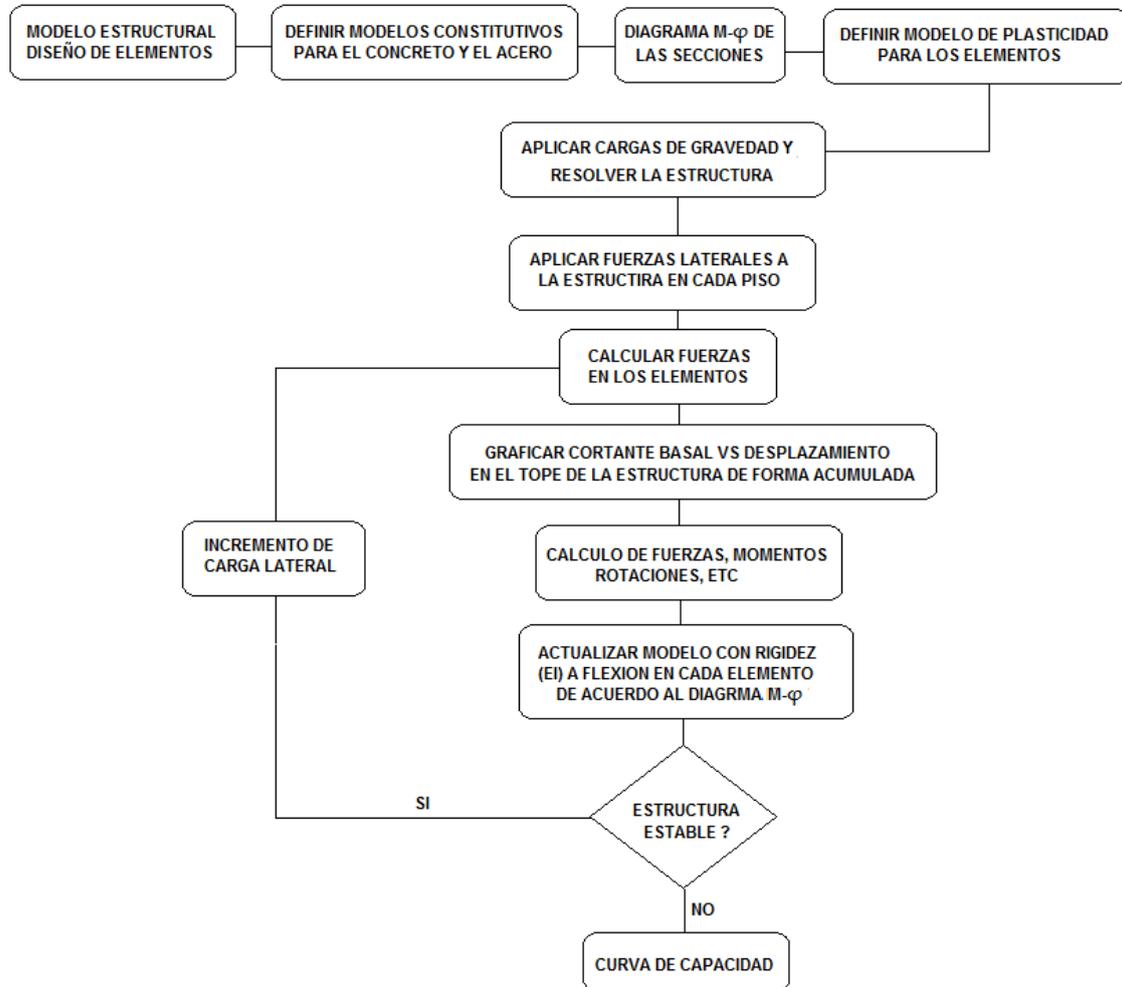


Figura 3.36. Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad.

CAPÍTULO 4. APLICACIÓN Y VALIDACIÓN DEL PROGRAMA

Para la validación del programa se analizarán cinco aplicaciones de estructuras distintas (pórticos de concreto armado). Se calculará la Curva de Capacidad y el mecanismo de falla de la estructura ante diversos casos, mediante el uso de:

- Cálculo mediante el programa realizado ANALISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP2D V1.1)
- Cálculo mediante el programa SAP2000 V.15

Obtenidos los resultados y realizando una comparación y verificación de que los valores obtenidos mediante los distintos procedimientos son similares, quedará validado el buen funcionamiento del programa.

4.1 Aplicación N°01

Para el pórtico mostrado se pide hallar la curva de capacidad de la estructura considerando un diagrama momento curvatura elastoplástico tanto para las columnas y las vigas mostrados en la Figura 4.1 y Figura 4.2.

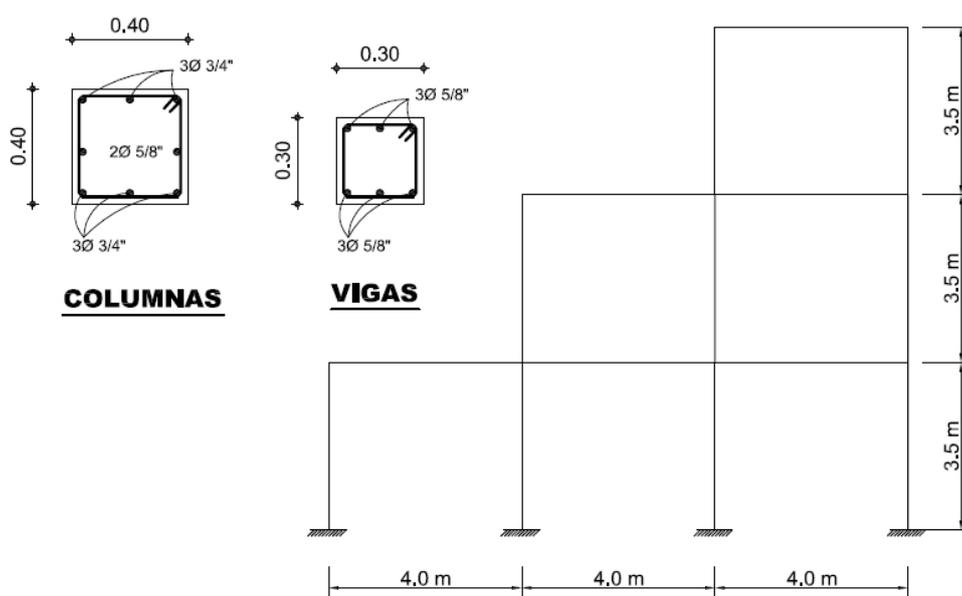


Figura 4.1. Datos de la Estructura Aplicación N°01.

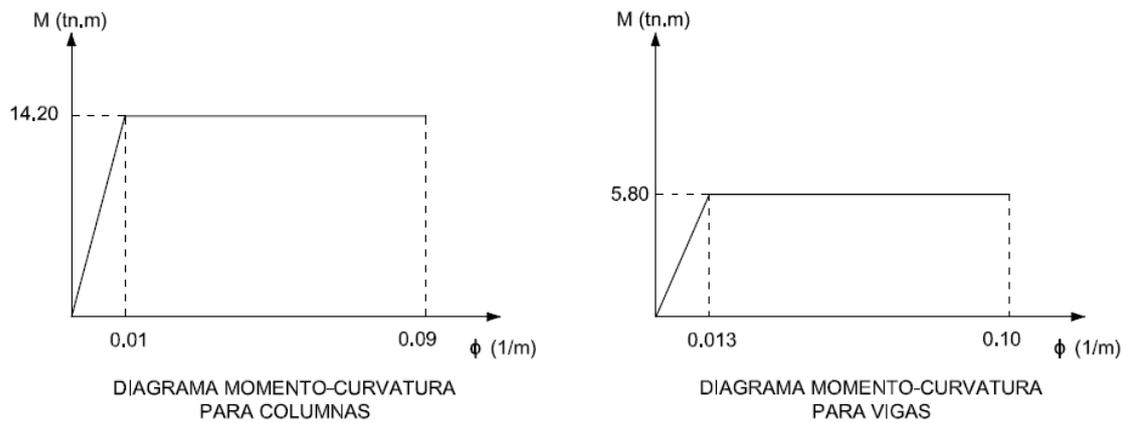


Figura 4.2. Diagrama Momento Curvatura de Columnas y Vigas.

4.1.1 Consideraciones Previas

Utilizaremos los diagramas momento curvatura para hallar la rigidez de las columnas y vigas. Para la columna se tiene que la rigidez es $EI_c = 14.2/0.01 = 1420 \text{ tn.m}^2$ y para la viga se tiene una rigidez $EI_v = 5.8/0.013 = 446.15 \text{ tn.m}^2$. Además cuando alcancen el momento M_y se formarán rótulas plásticas en los extremos de columnas y vigas. Las cargas incrementales se aplicarán a una razón de 0.33tn en el primer piso, 0.67 tn en el segundo piso y de 1 tn en el tercer nivel, teniendo el cortante basal de 2tn.

Se resolverá paso a paso con el programa SAP200 y luego se verificará con el programa AMAP2D.

4.1.2 Análisis Paso a Paso con el Programa SAP2000

Para un cortante en la base de $V=10.54 \text{ tn}$ (1.74 tn para el primer nivel, 3.53 tn para el segundo nivel y 5.27 tn para el tercer nivel), se tiene un desplazamiento del techo $D_t = 0.086\text{m}$ y la formación de la primera rótula en la viga del extremo derecho del segundo nivel. Luego con la rótula formada se analiza nuevamente la estructura y se tiene que para un cortante en la base de $V=0.86 \text{ tn}$ (0.14 tn para el primer nivel, 0.29 tn para el segundo nivel y 0.43 tn para el tercer nivel), se tiene un desplazamiento del techo $D_t = 0.0084\text{m}$ y la formación de la segunda rótula (tres simultáneas en las vigas del segundo nivel) ya que las secciones alcanzaron un momento acumulado de 5.80 tn. Estos procedimientos se observan en la Figura 4.3.

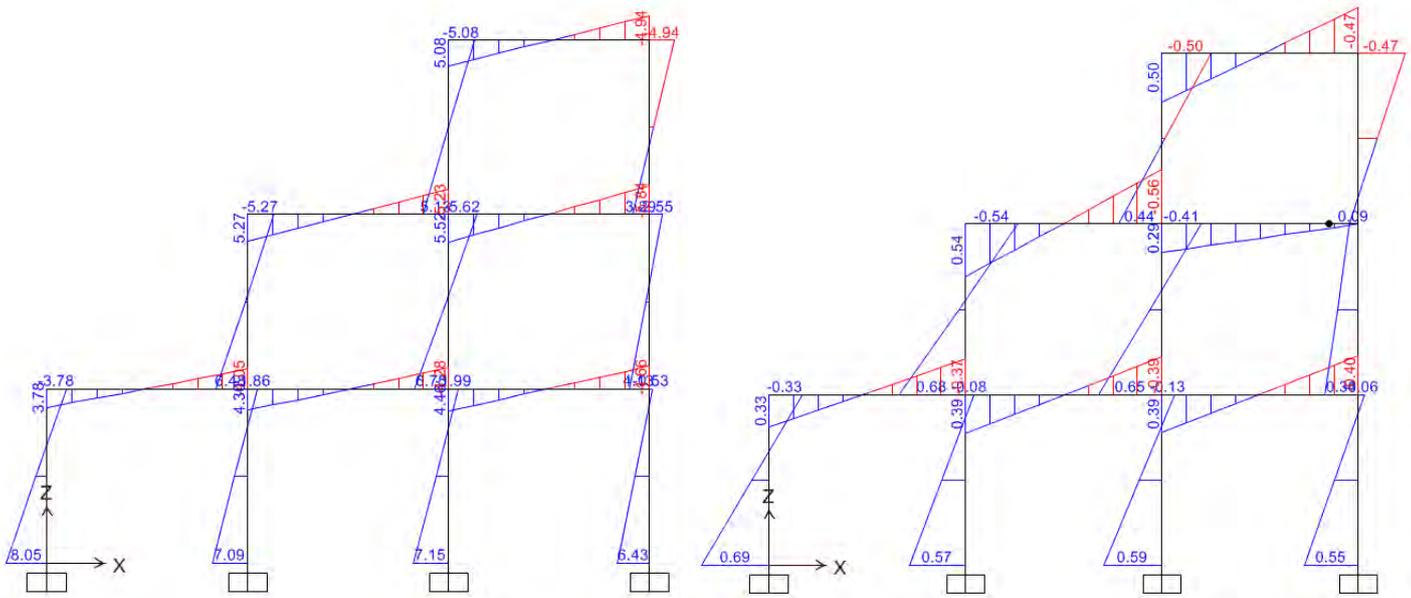


Figura 4.3. Formación de la 1ra y 2da rótula.

Para un cortante en la base de $V=0.27$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $D_t=0.004$ m y la formación de la 3ra rótula en el extremo izquierdo de la viga del tercer nivel. Luego para una carga $V=0.19$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $D_t=0.004$ m y la formación de la 4ta rótula en el extremo derecho de la viga del tercer nivel. Estos procedimientos se observan en la Figura 4.4.

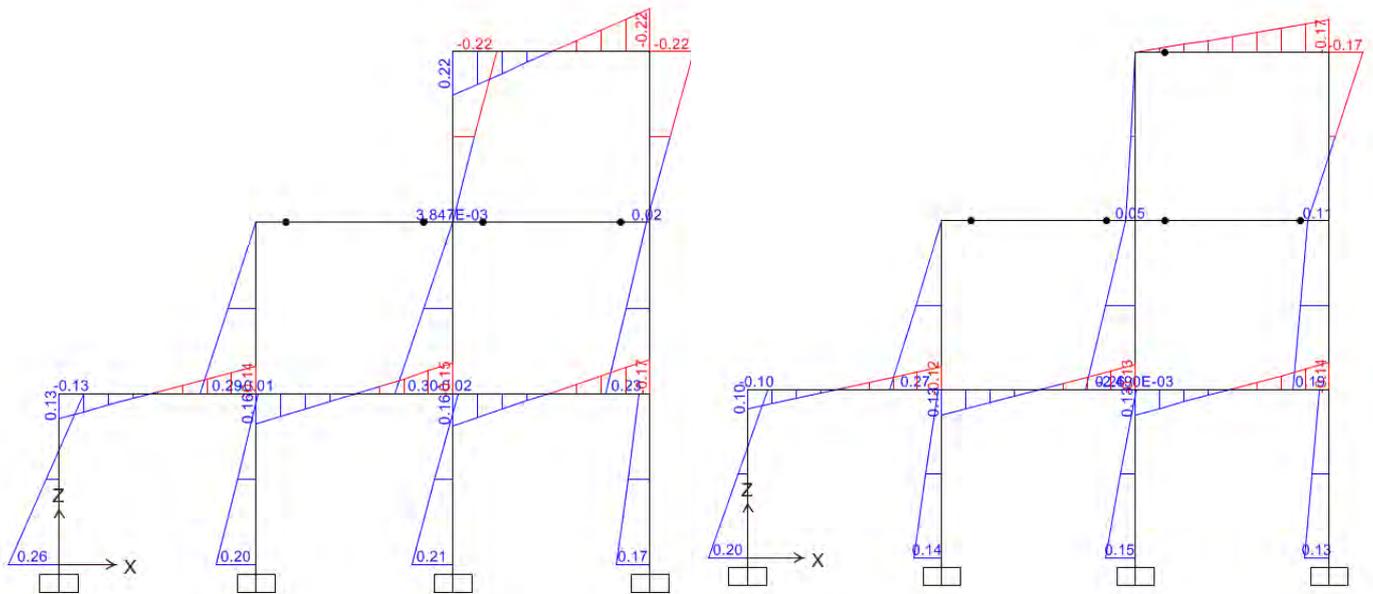


Figura 4.4. Formación de la 3ra y 4ta rótula.

Para una carga $V=0.50$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.015$ m y la formación de la 5ta rótula en el extremo derecho de la viga del primer nivel. Luego para una carga $V=0.48$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.015$ m y la formación de la 6ta rótula en la viga del primer nivel (tres rótulas simultáneas). Estos procedimientos se observan en la Figura 4.5.

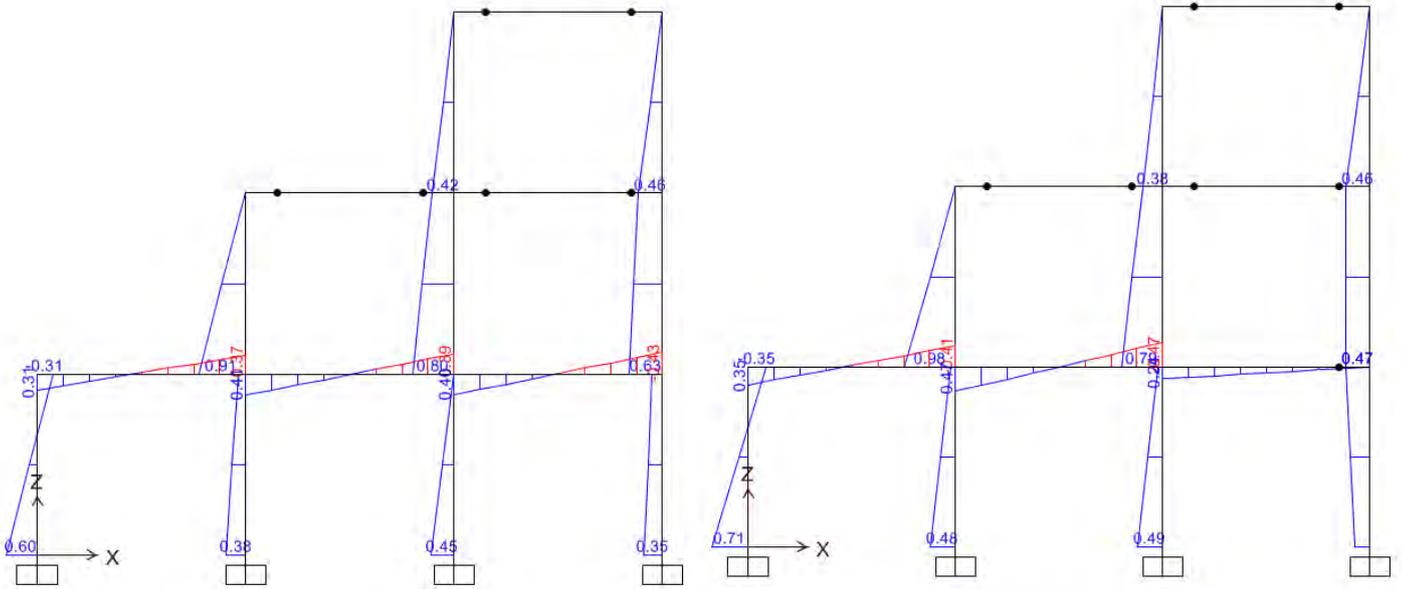


Figura 4.5. Formación de la 5ta y 6ta rótula.

Para una carga $V=0.24$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.01$ m y la formación de la 7ma rótula en la viga del primer nivel. Luego para una carga $V=0.66$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.034$ m y la formación de la 8va rótula en la viga del primer nivel. Estos procedimientos se observan en la Figura 4.6.

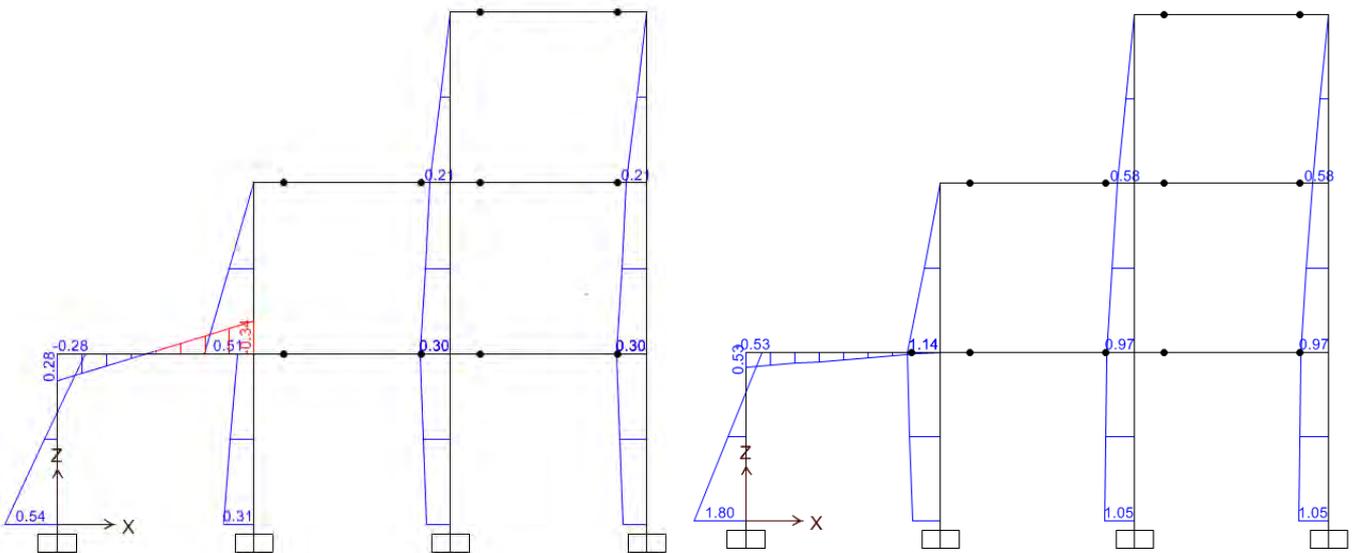


Figura 4.6. Formación de la 7ma y 8va rótula.

Para una carga $V=0.50$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.027$ m y la formación de la 9na rótula en la columna del extremo izquierdo. Luego para una carga $V=1.06$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.069$ m y la formación de la 10ma rótula en la columna intermedia. Estos procedimientos se observan en la Figura 4.7.

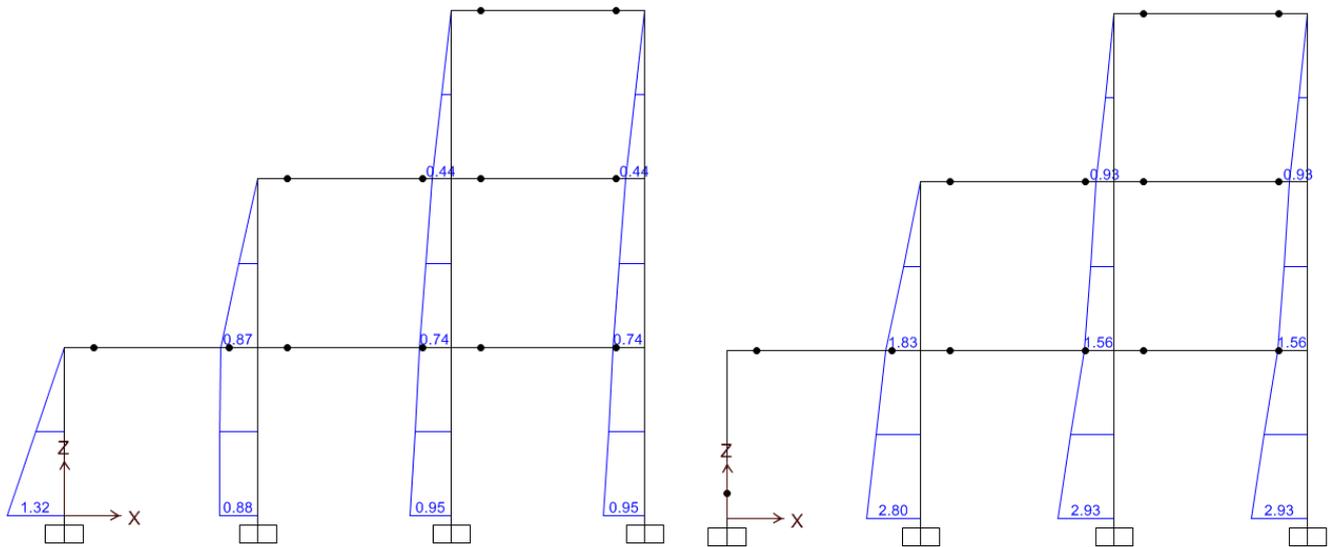


Figura 4.7. Formación de la 9na y 10ma rótula.

Para una carga $V=0.072$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.005$ m y la formación de la 11va rótula en la columna intermedia. Luego para una carga $V=0.084$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.009$ m y la formación de la 12va rótula en la columna izquierda de la columna del segundo nivel. Estos procedimientos se observan en la Figura 4.8.

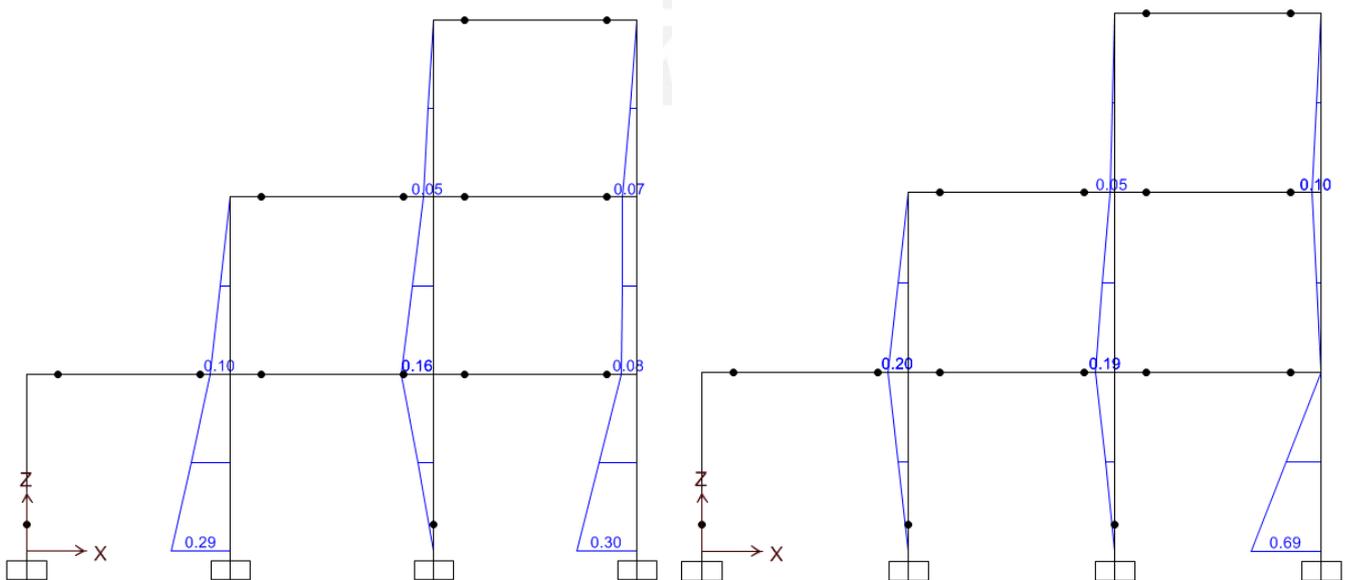


Figura 4.8. Formación de la 11va y 12va rótula.

Para una carga $V=0.012$ tn, se tiene un desplazamiento del techo $Dt=0.0015$ m y la formación de la 13va rótula en la columna del extremo derecho del primer nivel, formándose de esta manera el mecanismo de falla. Estos procedimientos se observan en la Figura 4.9.

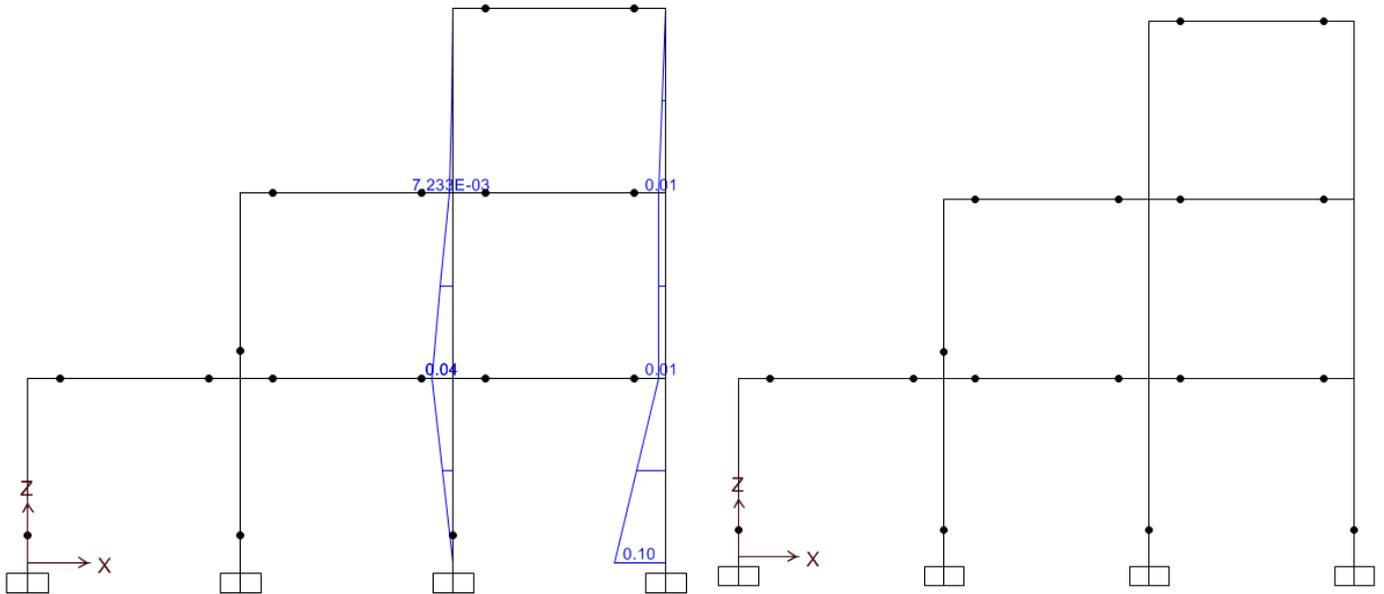


Figura 4.9. Formación de la 13va rótula y el mecanismo de falla.

4.1.3 Formación de la Curva de Capacidad

La curva de capacidad se forma acumulando en cada pasos descrito los valores de V (cortante basal) y Dt (desplazamiento en el techo). Como se observa en la Figura 4.10, se tiene un cortante basal máximo $V=15.46$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.288$ m.

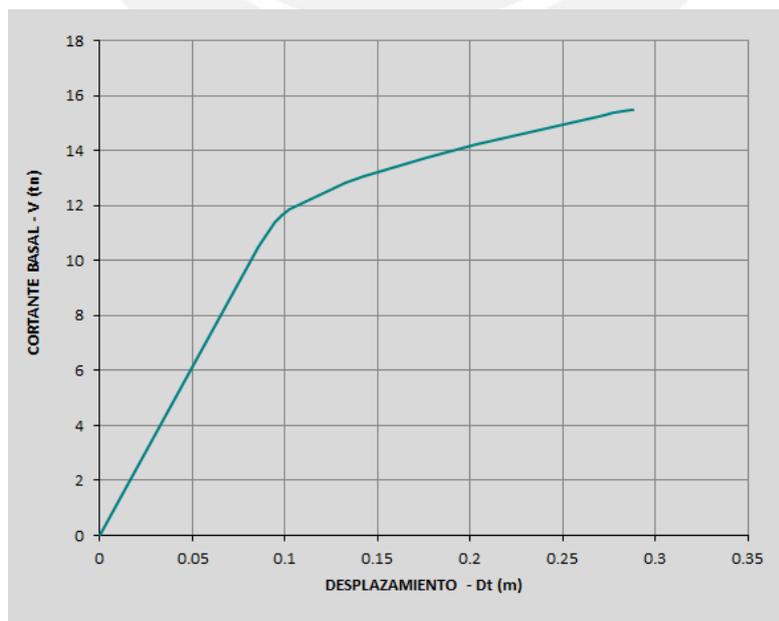


Figura 4.10. Curva de Capacidad de la Estructura.

4.1.4 Puntos y Elementos de la Estructura

En la Figura 4.11 se muestra la codificación de los puntos y elementos de la estructura formada en el programa AMAP2D.

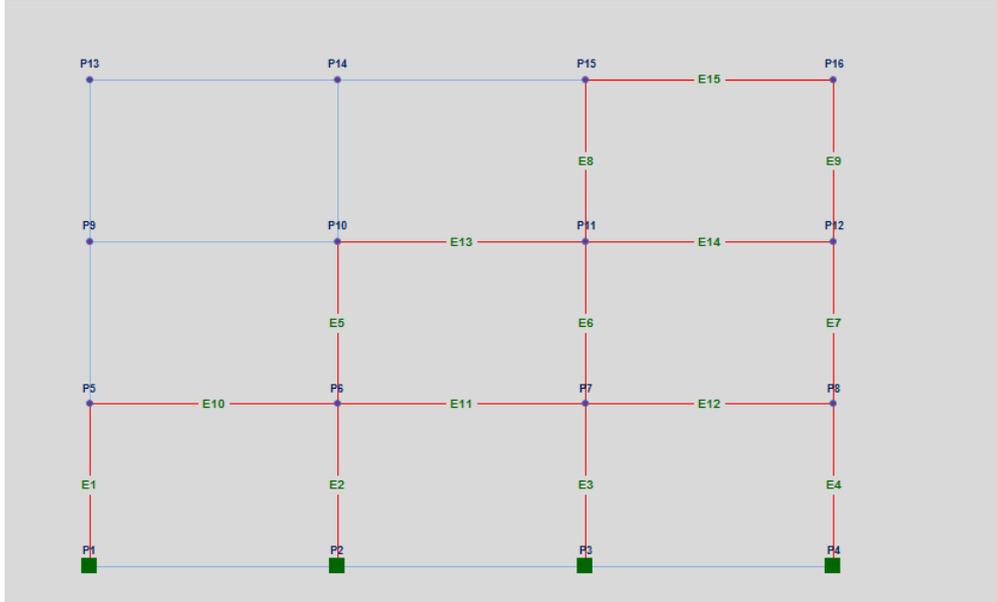


Figura 4.11. Puntos y Elementos de la Estructura

4.1.5 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas

En la Figura 4.12 y Figura 4.13 se muestran los diagramas Momento-Curvatura de las columnas y vigas, las cuales fueron idealizadas como elastoplásticas de acuerdo a los datos del problema.

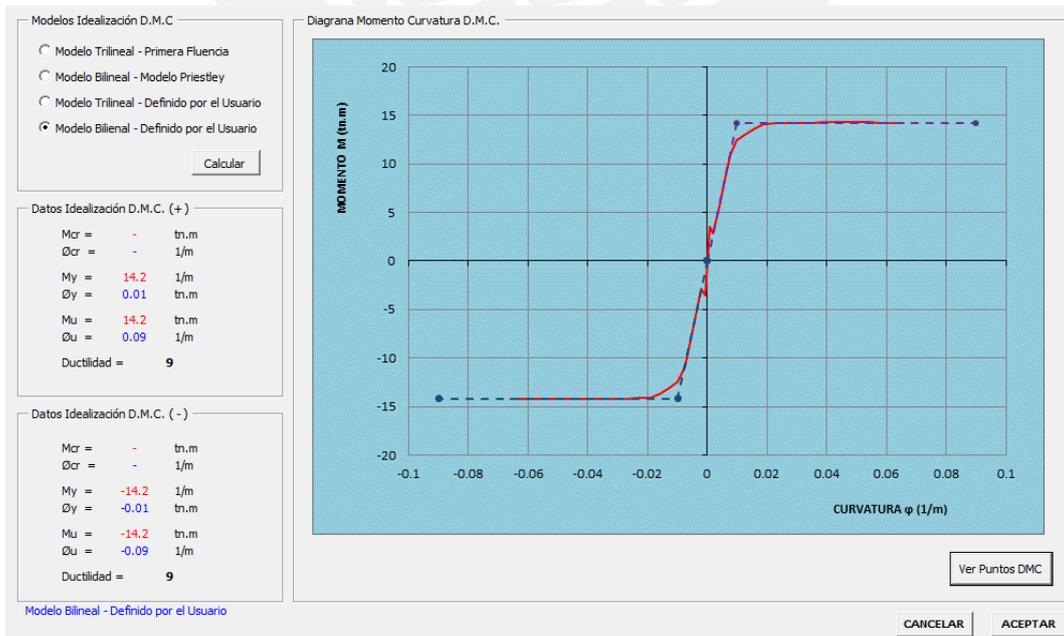


Figura 4.12. Diagrama M-C de las columnas.

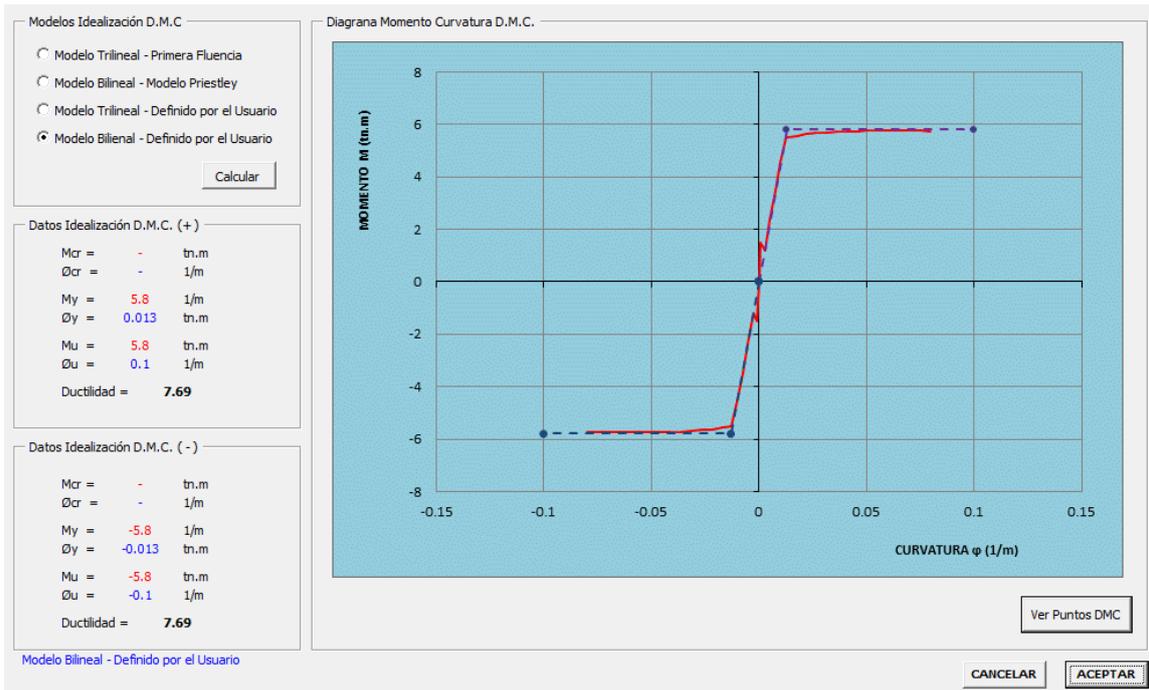


Figura 4.13. Diagrama M-C de las vigas.

4.1.6 Mecanismo de Falla de la Estructura

En la Figura 4.14 se muestra la formación de las rótulas plásticas de la estructura y el mecanismo de falla correspondiente, el cual es similar al encontrado con el programa SAP2000.

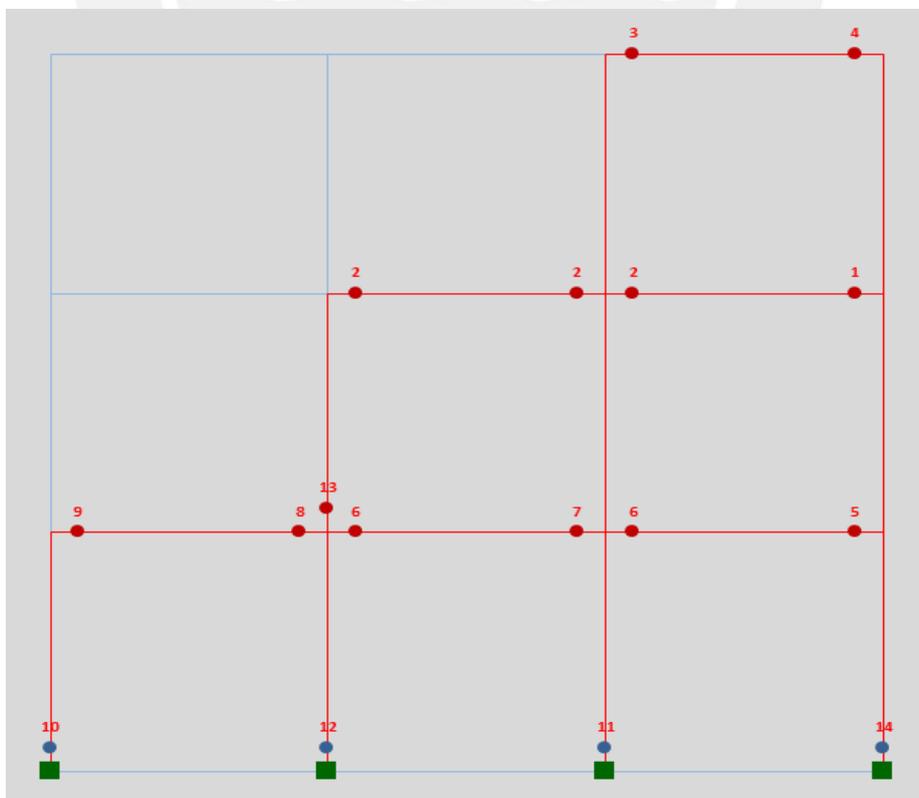


Figura 4.14. Mecanismo de falla de la estructura.

4.1.9 Comparación de Resultados

En la Figura 4.17 se muestra la comparación de la curva de capacidad calculada paso a paso con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

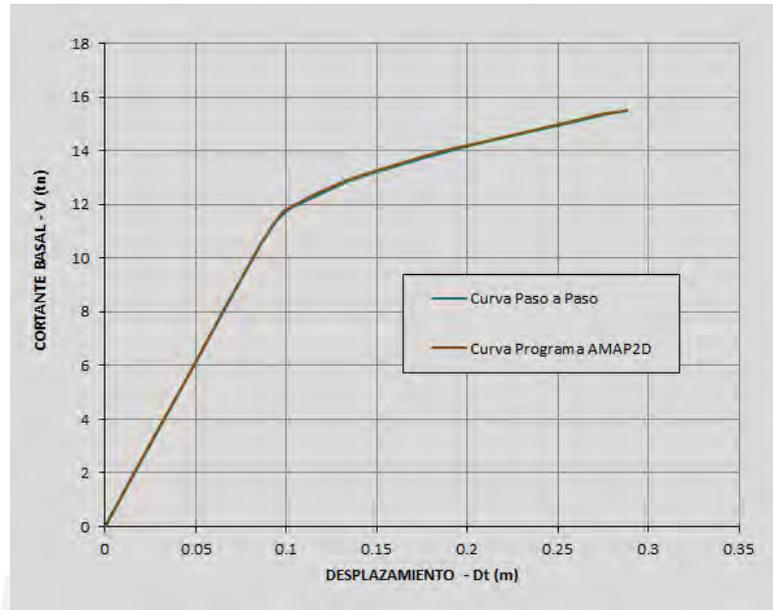


Figura 4.17. Comparación de Resultados.

4.2 Aplicación N°02

Para el pórtico mostrado en la Figura 4.18, hallar la curva de capacidad de la estructura considerando una sección de 0.30x0.60m para columnas y vigas. La curva de capacidad se determinará con las siguientes condiciones:

- Considerando un modelo elastoplástico del diagrama Momento-Curvatura de la sección, mostrada en la Figura 4.19.
- Considerando los modelos constitutivos del concreto de Hognestad y el modelo de endurecimiento curvo para el acero, mostrados en la Figura 4.20.
- Considerando el aporte del confinamiento de los estribos en la sección, para lo cual se utilizará el modelo de Kent y Park para el concreto, considerando una separación de estribos en los extremos del elemento de $\varnothing 3/8'' @ 0.10\text{m}$.

Para esta aplicación se activará la opción de **rotación plástica disponible** en las opciones de análisis, la cual evaluará si las secciones de los elementos pueden rotar inelásticamente de acuerdo a la rotación plástica máxima disponible.

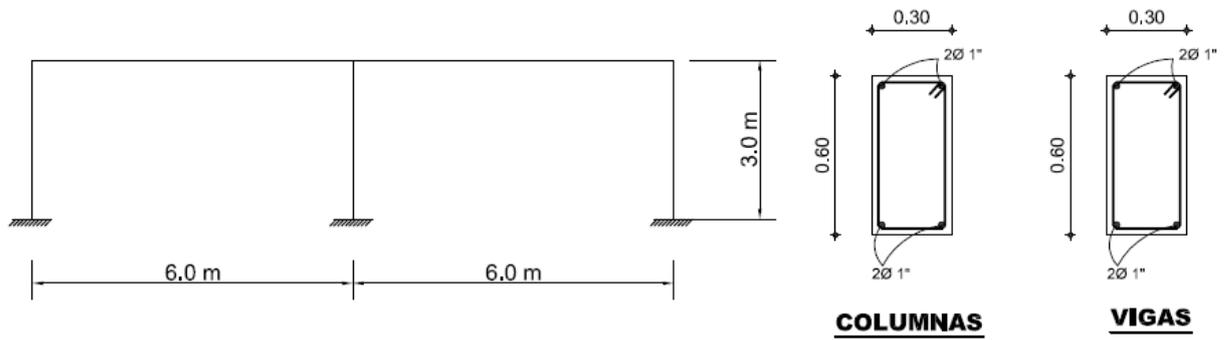


Figura 4.18. Datos de la Estructura Aplicación N°02.

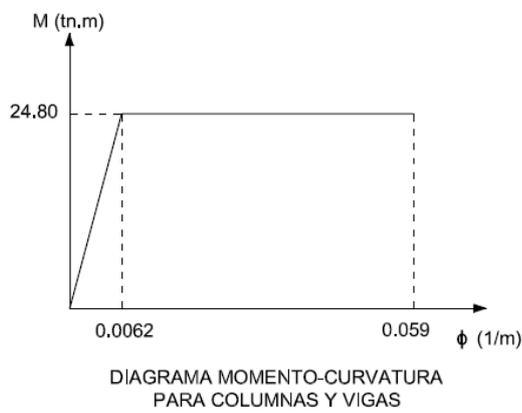


Figura 4.19. Diagrama Momento Curvatura de Columnas y Vigas.

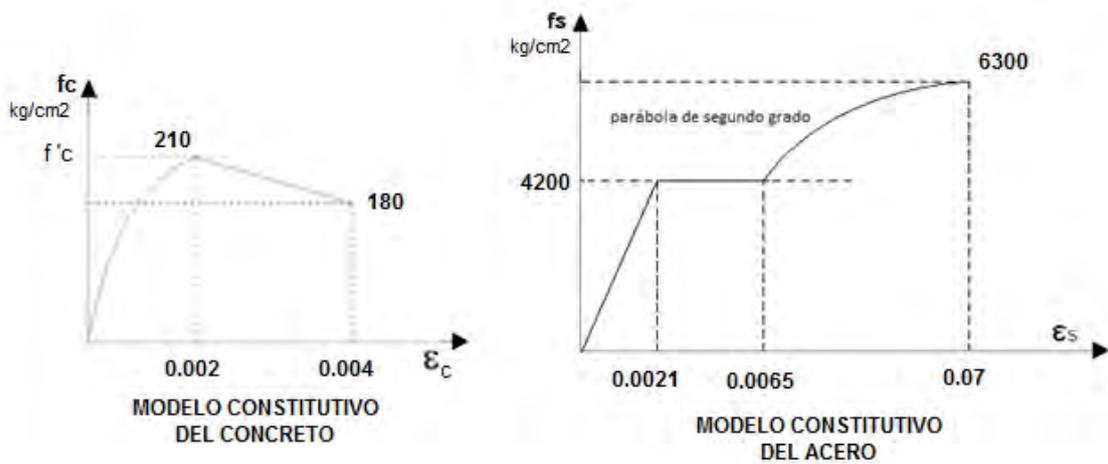


Figura 4.20. Modelos Constitutivos del Concreto y el Acero.

4.2.1 Puntos y Elementos de la Estructura

En la Figura 4.21 se muestra la codificación de los puntos y elementos de la estructura formada en el programa AMAP2D.

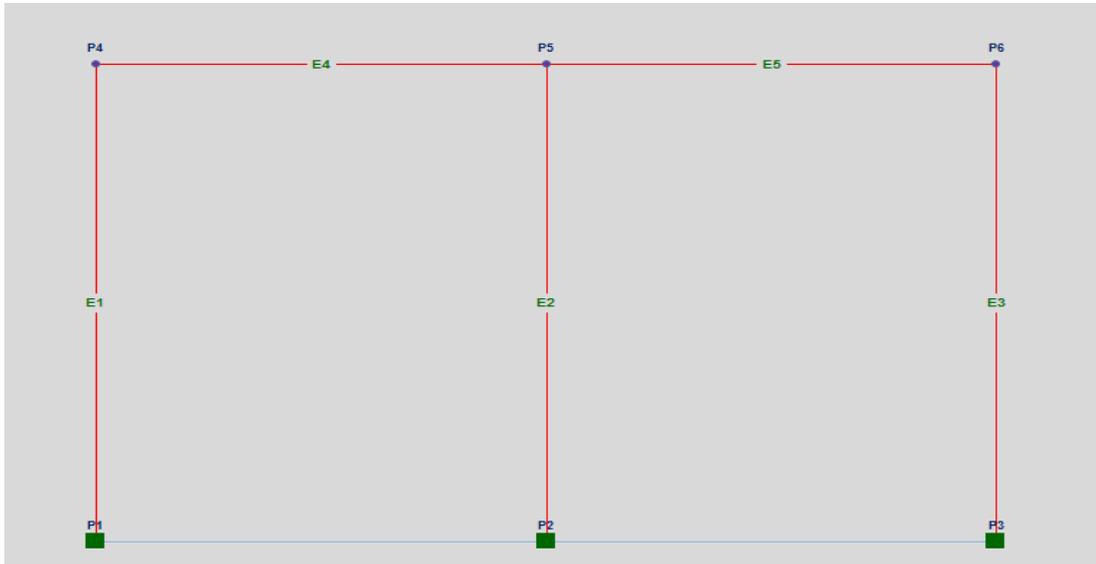


Figura 4.21. Puntos y Elementos de la Estructura

4.2.2 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas - Condición (a)

En la Figura 4.22 se muestran el diagrama Momento-Curvatura de las columnas y vigas, las cuales fueron idealizadas como elastoplásticas de acuerdo a los datos del problema.

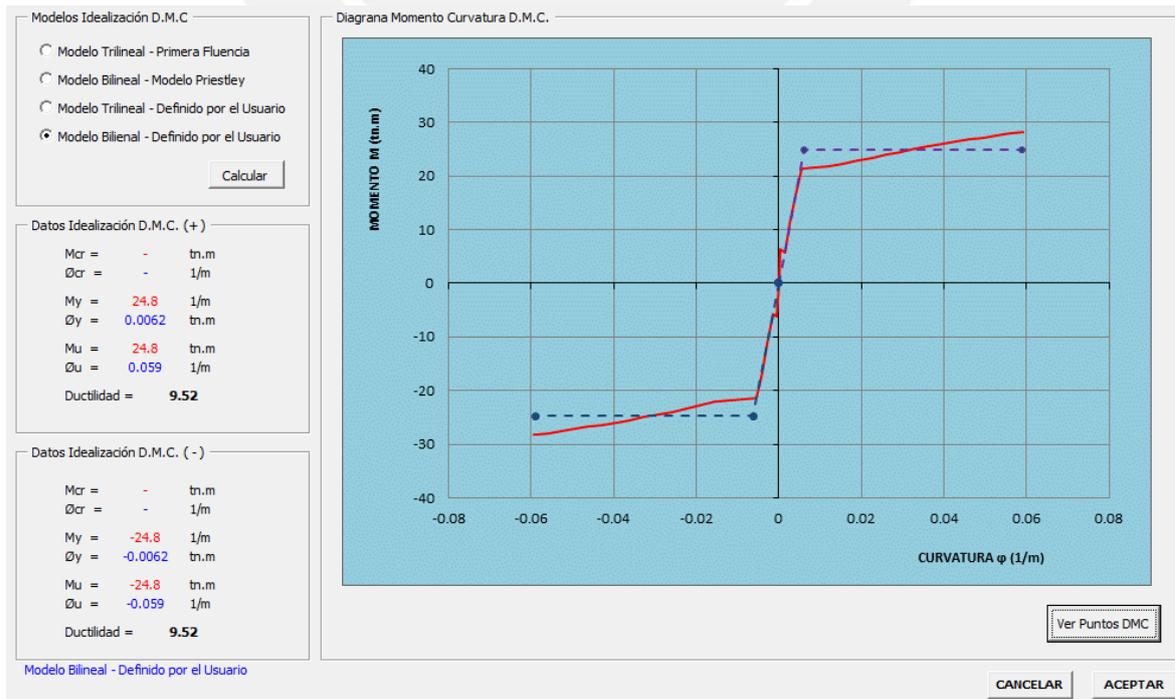


Figura 4.22. Diagrama Momento-Curvatura – Condición (a)

4.2.3 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (a)

En la Figura 4.23 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura debido al modelo elastoplástico del diagrama momento-curvatura.

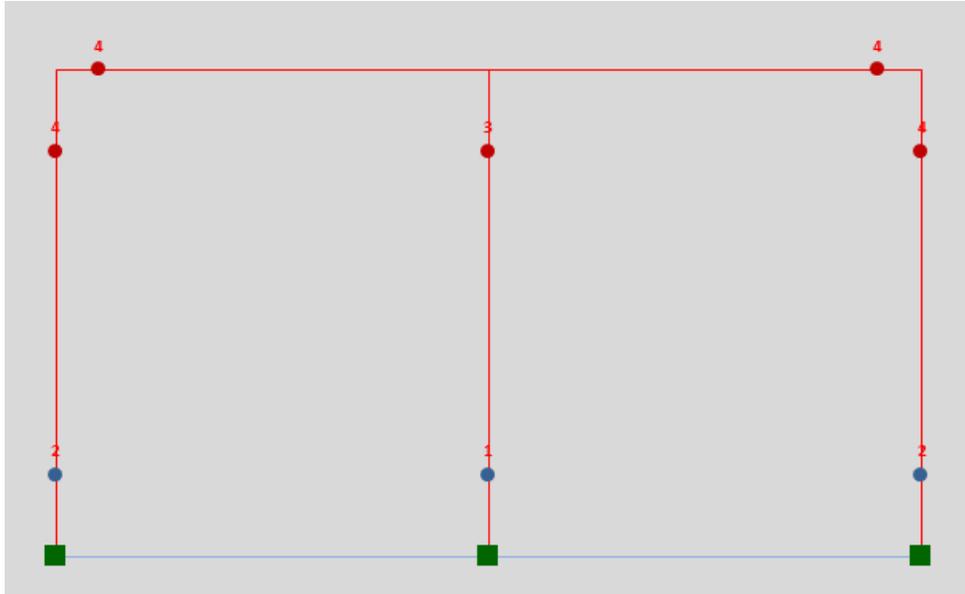


Figura 4.23. Mecanismo de Falla – Condición (a)

4.2.5 Curva de Capacidad – Condición (a)

En la Figura 4.24 se muestra la curva de capacidad de la estructura para la condición (a) del problema, la cual tiene un cortante máximo $V=49.63$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.037$ m con una ductilidad de 2.89.

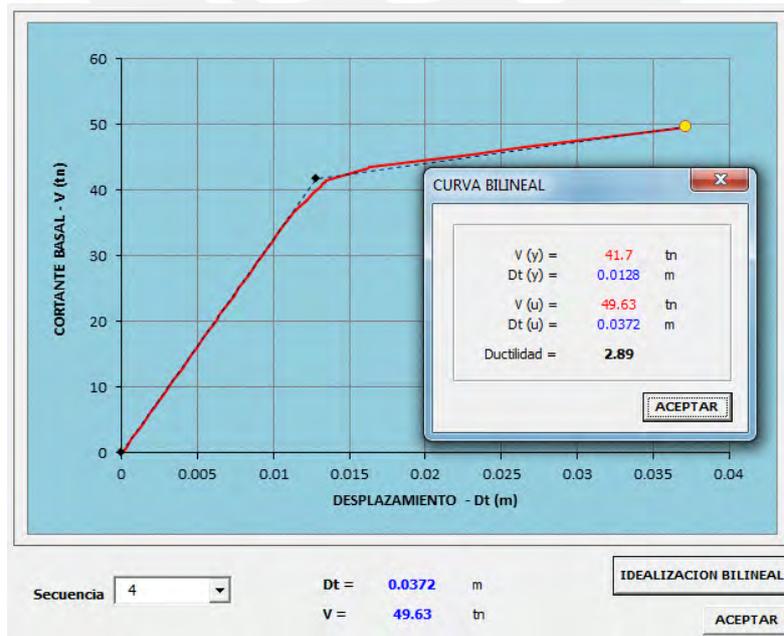


Figura 4.24. Curva de Capacidad – Condición (a)

4.2.6 Diagrama de Momento Flector – Condición (a)

En la Figura 4.25 se muestra el diagrama de momento flector DMF de la estructura debido en el instante de la formación del mecanismo de falla.

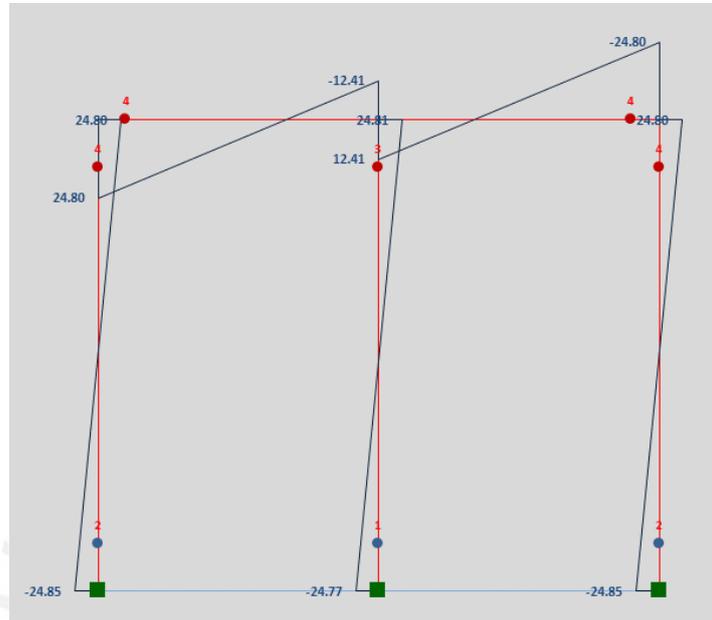


Figura 4.25. Diagrama Momento Flector – Condición (a)

4.2.7 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas – Condición (b)

En la Figura 4.26 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas y vigas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto y del acero mostrados en la figura 4.20. Este diagrama se idealiza de forma bilineal (M. Priestley), disponible en el programa.

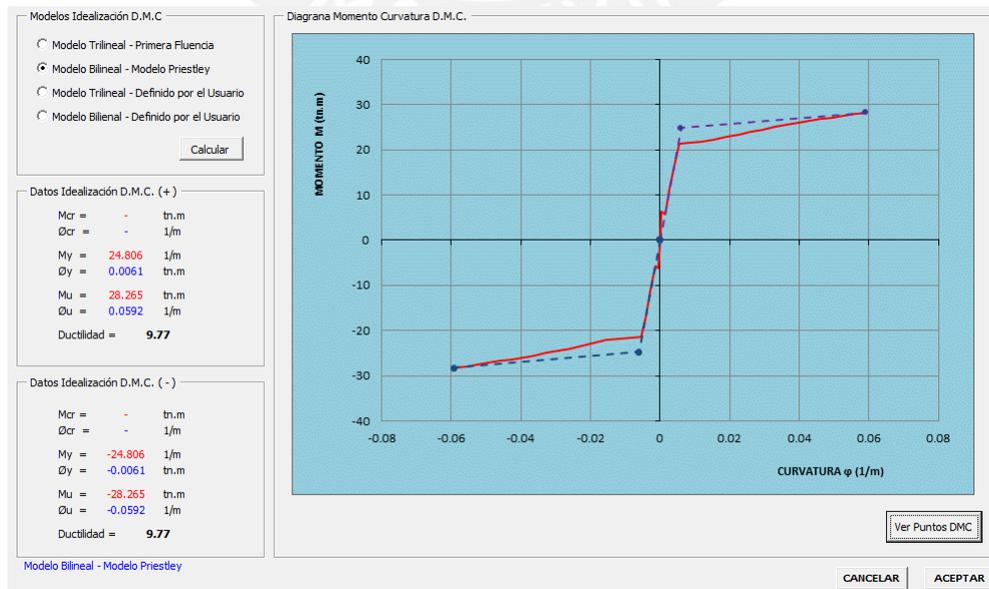


Figura 4.26. Diagrama Momento-Curvatura – Condición (b)

4.2.8 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (b1)

En la Figura 4.27 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando el modelo de Hognestad para el concreto. La estructura fue llevada al colapso sin considerar las rotaciones plásticas disponibles de las secciones de los elementos.

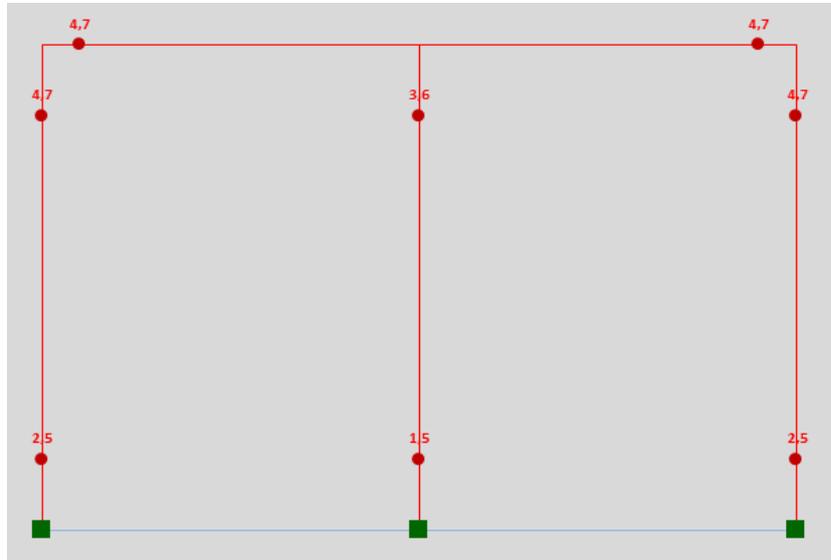


Figura 4.27. Mecanismo de falla – Condición (b1)

4.2.9 Curva de Capacidad – Condición (b1)

En la Figura 4.28 se muestra la curva de capacidad de la estructura para el modelo de Hognestad para el concreto, la cual tiene un cortante máximo $V=56.56$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.28$ m con una ductilidad de 17.93

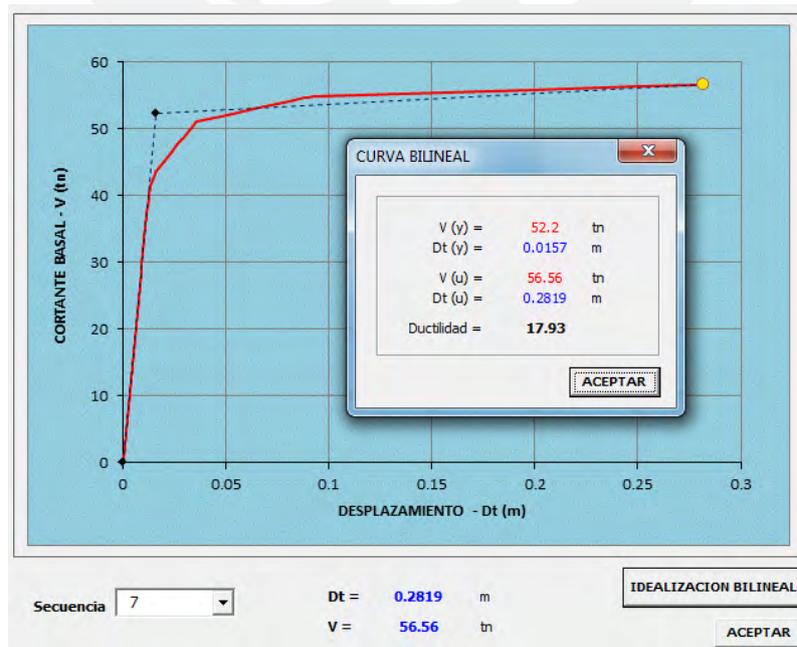


Figura 4.28. Curva de Capacidad – Condición (b1)

4.2.10 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (b2)

En la Figura 4.29 se muestra el mecanismo de falla de la estructura considerando las rotaciones plásticas disponibles de las secciones de los elementos; donde se puede observar que el mecanismo de falla es el mismo que el caso anterior. En la Figura 4.30 se muestra el diagrama de Momento Flector de la estructura debido a esta condición y se puede apreciar que en los nudos P4 y P6 no se ha desarrollado el máximo momento disponible de 28.26 tn.m ya que antes se ha agotado la capacidad máxima de rotación inelástica de éstas secciones, produciendo la falla de las mismas. Este efecto se ve reflejado con mayor claridad en la curva de capacidad de la estructura.

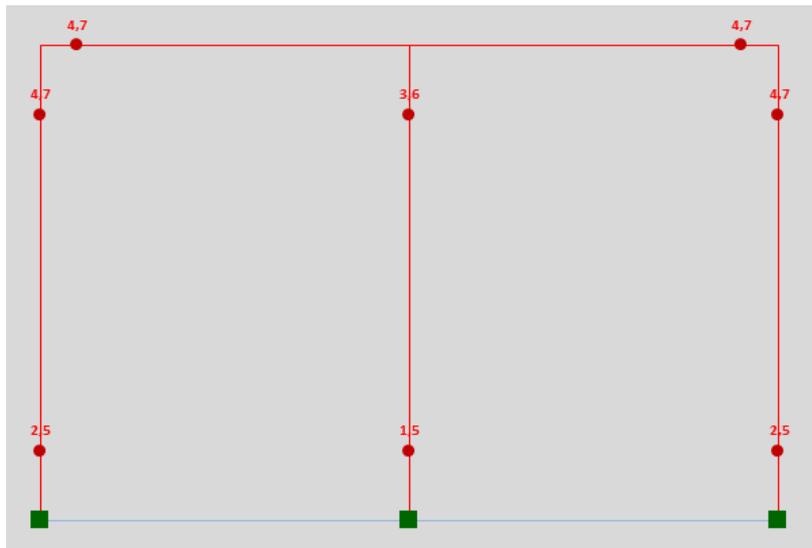


Figura 4.29. Mecanismo de falla – Condición (b2)

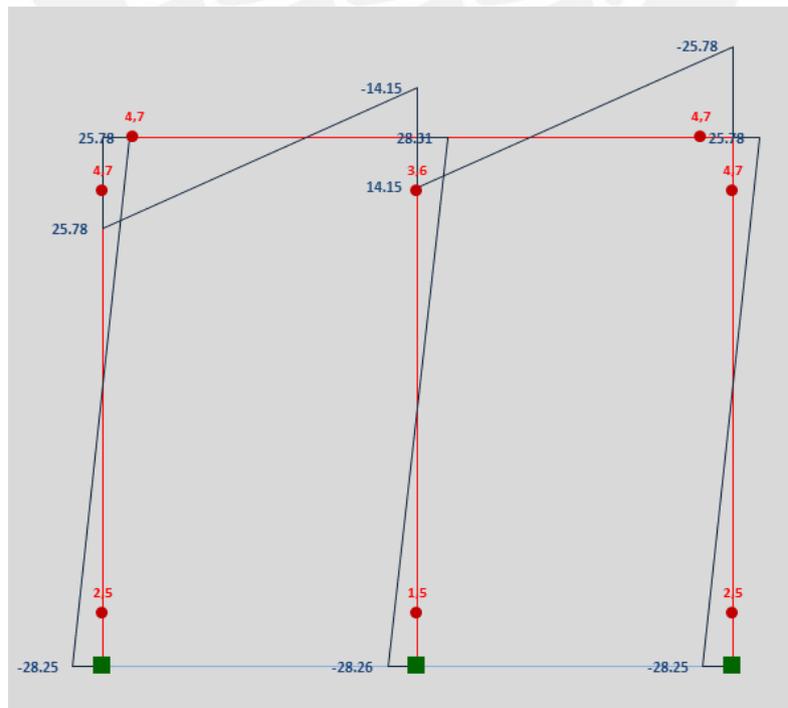


Figura 4.30. Diagrama de Momento Flector – Condición (b2)

4.2.11 Curva de Capacidad – Condición (b2)

En la Figura 4.31 se muestra la curva de capacidad de la estructura considerando las rotaciones plásticas disponibles de las secciones de los elementos, se observa un cortante máximo $V=54.88$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.105$ m. se puede apreciar que la ductilidad se redujo de 17.93 (sin considerar las rotaciones inelásticas) a 7.19 (considerando las rotaciones inelásticas)

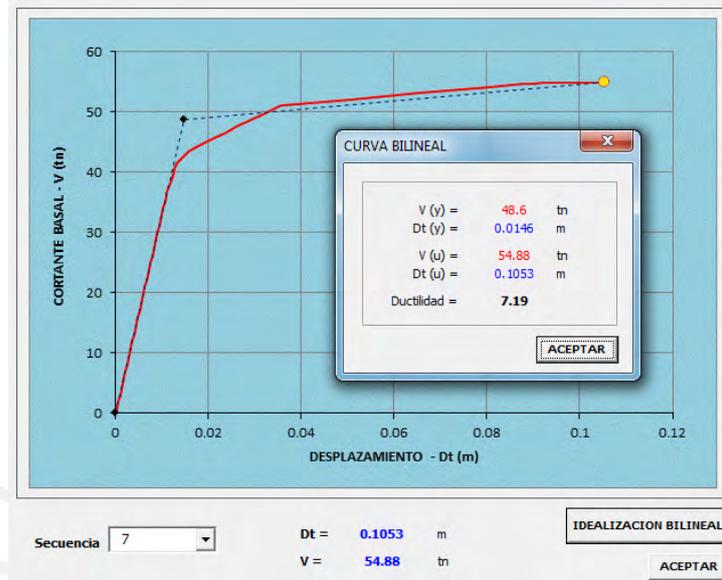


Figura 4.31. Curva de Capacidad – Condición (b2)

4.2.12 Curva de Capacidad calculada con el Programa SAP2000

En la Figura 4.32 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

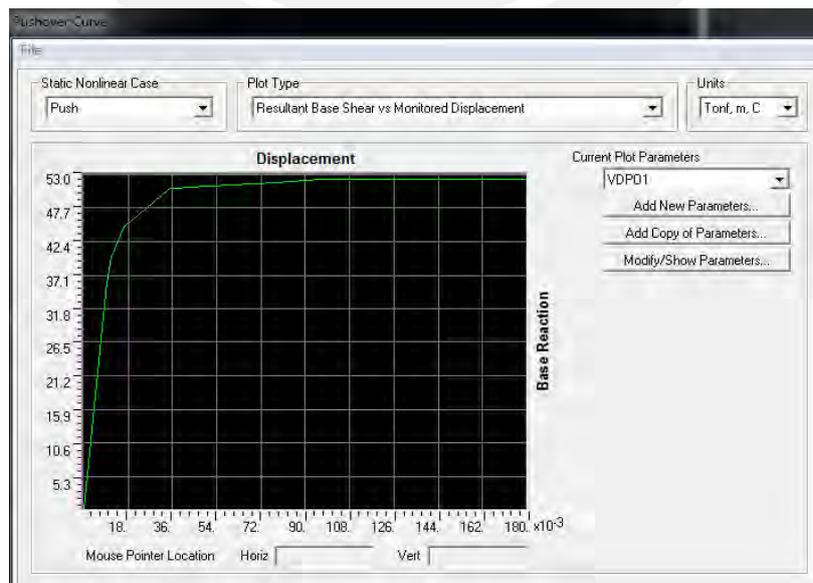


Figura 4.32. Curva de Capacidad con el Programa SAP2000.

4.2.13 Comparación de Resultados – Condición (b2)

En la Figura 4.33 se muestra la comparación de la curva de capacidad calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

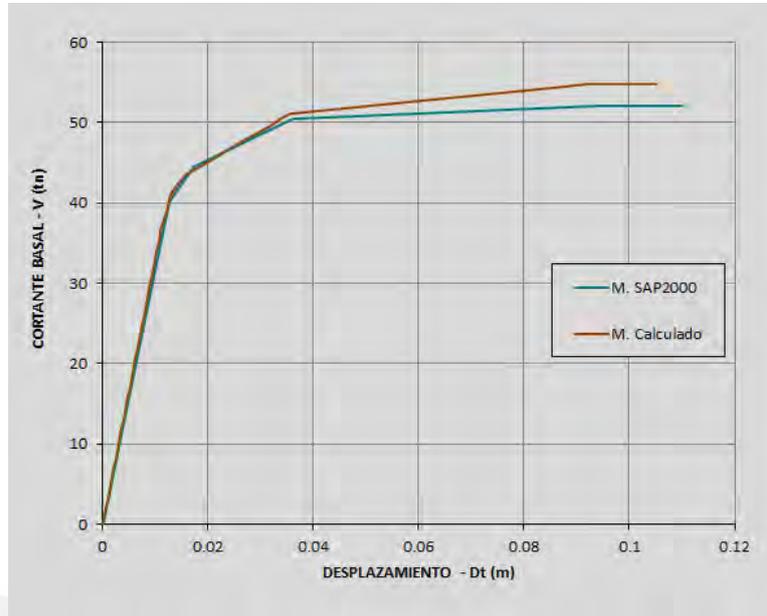


Figura 4.33. Comparación de Resultados – Condición (b2)

4.2.14 Cálculos para el Modelo de Kent y Park para el Concreto

Para poder comparar el efecto del confinamiento de los estribos en los elementos se utiliza el modelo de Kent y Park para el concreto, para lo cual se realizan los siguientes cálculos:

Para la sección se tiene estribos de 3/8" ($A_{sb}=0.7854 \text{ cm}^2$) espaciados cada 10cm en los extremos y que los recubrimientos son de 5cm, entonces $h_c=50\text{cm}$ (altura del núcleo confinado) y $b_c=20\text{cm}$ (ancho del núcleo confinado). Se procede al cálculo de la cuantía volumétrica en X (ρ_x) y la cuantía volumétrica en Y (ρ_y).

$$\rho_x = \frac{n_2(A_{sb})}{hc(s)} = \frac{2(0.7854)}{50(10)} = 0.0031416$$

$$\rho_y = \frac{n_1(A_{sb})}{bc(s)} = \frac{2(0.7854)}{20(10)} = 0.007854$$

Luego la cuantía volumétrica (ρ_s) y los demás parámetros:

$$\rho_s = \rho_x + \rho_y = 0.011$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{bc}{s}} = \frac{3}{4} (0.011) \sqrt{\frac{20}{10}} = 0.011667$$

$$\varepsilon_{50} = \frac{0.211 + 0.002f'c}{f'c - 70.31} = 0.0045$$

$$\varepsilon_{50c} = \varepsilon_{50} + \varepsilon_{50h} = 0.01617$$

$$tg\theta = \frac{0.5f'c}{\varepsilon_{50c} - 0.002} = 7410$$

$$\varepsilon_{20c} = \frac{0.8f'c + 0.002tg\theta}{tg\theta} = 0.025$$

Los valores calculados se ingresan en el modelo de Kent y Park del concreto.

4.2.15 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas – Condición (c)

En la Figura 4.34 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas y vigas, las cuales fueron calculadas con el modelo de Kent y Park para el concreto. Este diagrama se idealiza de forma bilineal (M. Priestley), disponible en el programa.

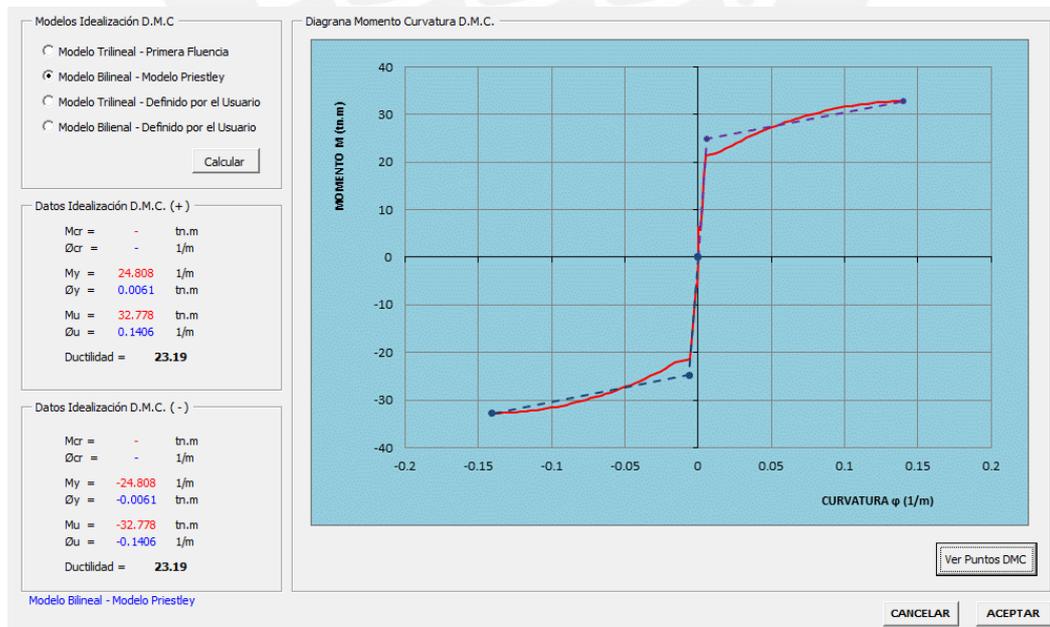


Figura 4.34. Diagrama Momento-Curvatura – Condición (c)

4.2.16 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (c1)

En la Figura 4.35 se muestra el mecanismo de falla de la estructura considerando el modelo de Kent y Park para el concreto. La estructura fue llevada al colapso sin considerar las rotaciones plásticas disponibles.

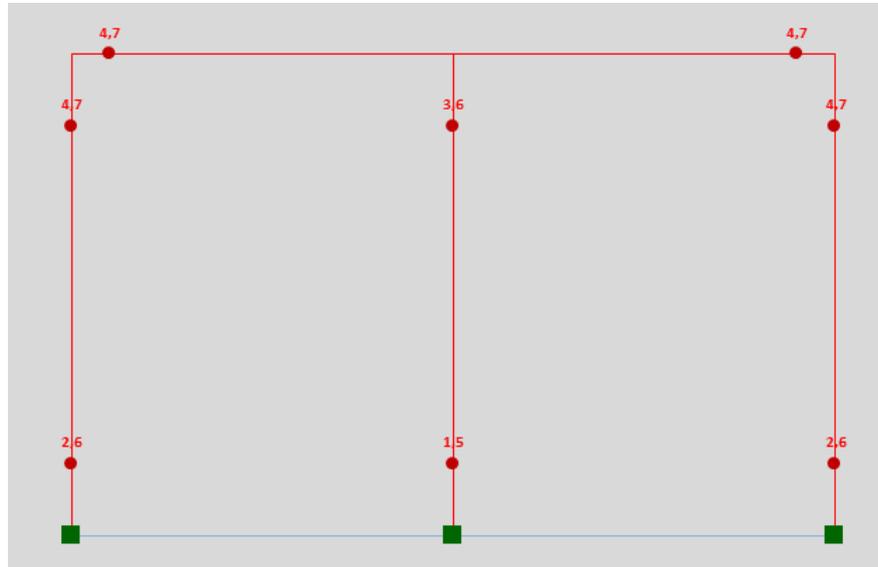


Figura 4.35. Mecanismo de falla – Condición (c1)

4.2.17 Curva de Capacidad – Condición (c1)

En la Figura 4.36 se muestra la curva de capacidad para el modelo de Kent y Park para el concreto, la cual tiene un cortante máximo $V=65.63$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.65$ m con una ductilidad de 38.15

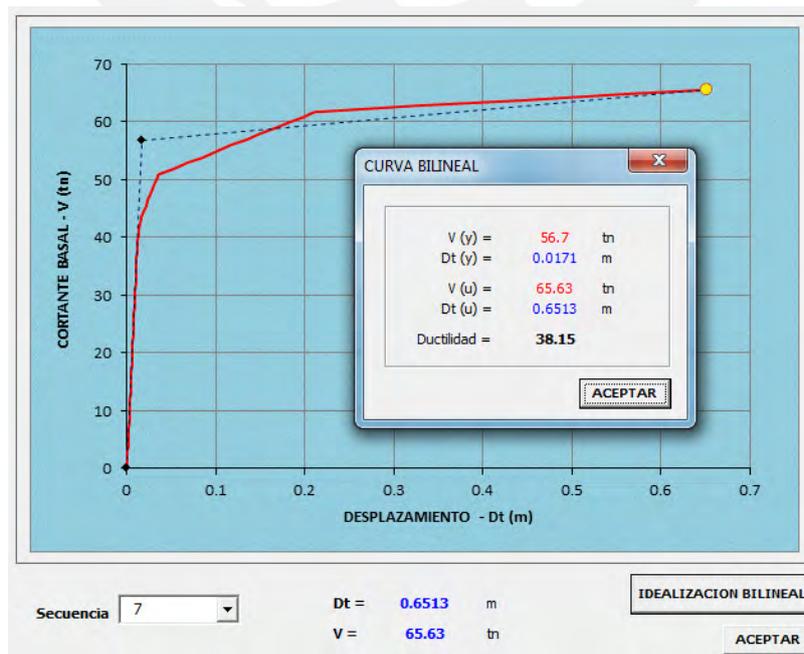


Figura 4.36. Curva de Capacidad – Condición (c1)

4.2.18 Mecanismo de Falla de la Estructura – Condición (c2)

En la Figura 4.37 se muestra el mecanismo de falla de la estructura considerando las rotaciones plásticas disponibles de las secciones de los elementos; donde se puede observar que se forma simultáneamente la última rótula plástica (6) en los nudos P1, P3, P4, P5 y P6. En la Figura 4.38 se muestra el diagrama de Momento Flector de la estructura debido a esta condición y se puede apreciar que en los nudos P4 y P6 no se ha desarrollado el máximo momento disponible de 32.78tn.m ya que antes se ha agotado la capacidad máxima de rotación inelástica de éstas secciones, produciendo la falla de las mismas.

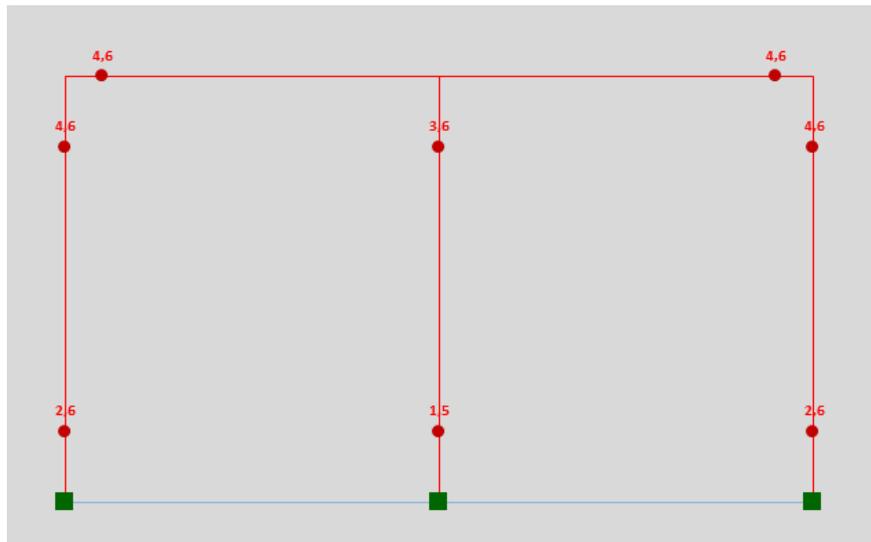


Figura 4.37. Mecanismo de falla – Condición (c2)

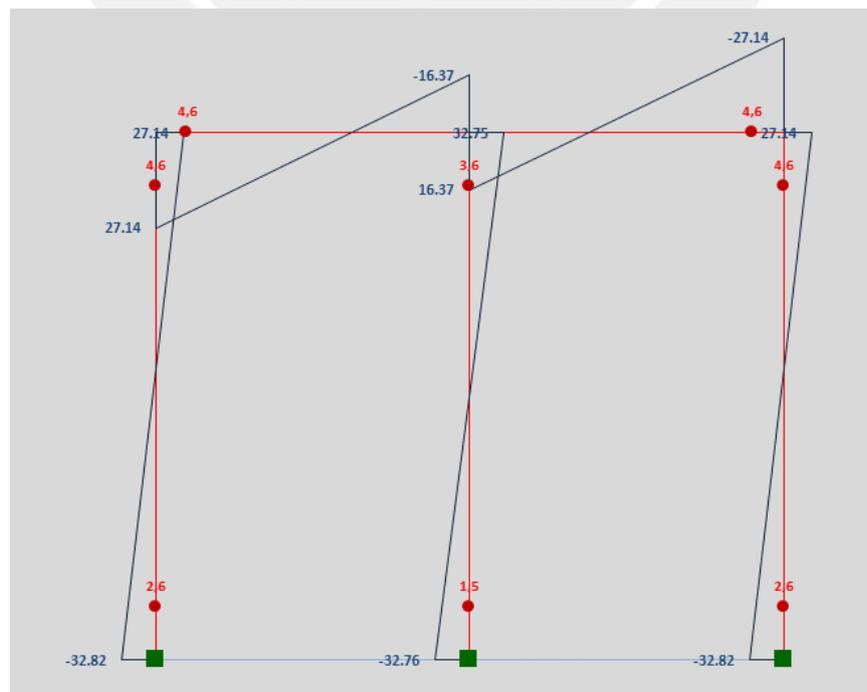


Figura 4.38. Diagrama de Momento Flector – Condición (c2)

4.2.19 Curva de Capacidad – Condición (c2)

En la Figura 4.39 se muestra la curva de capacidad de la estructura considerando las rotaciones plásticas disponibles de las secciones de los elementos, se observa un cortante máximo $V=61.81$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.21$ m. se puede apreciar que la ductilidad se redujo de 38.15 (sin considerar las rotaciones inelásticas) a 14.54 (considerando las rotaciones inelásticas)

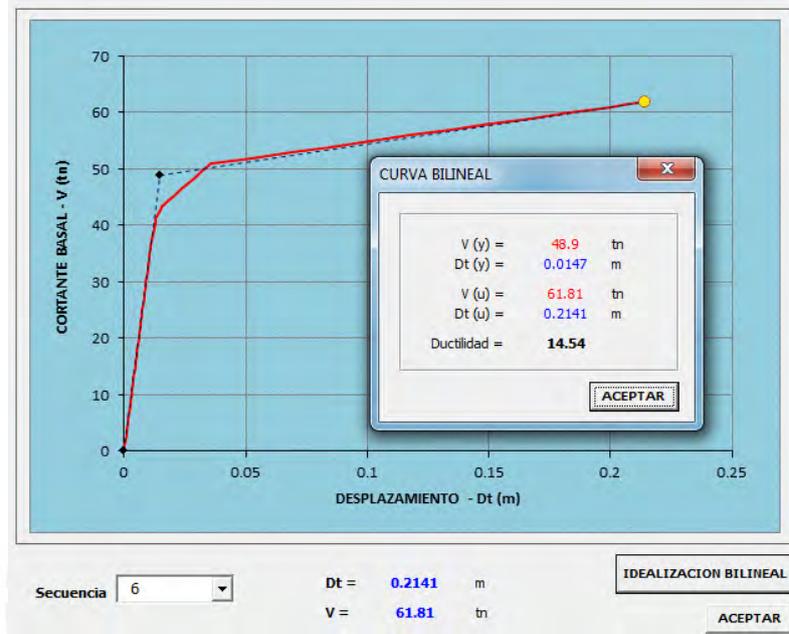


Figura 4.39. Curva de Capacidad – Condición (c2)

4.2.20 Curva de Capacidad calculada con el Programa SAP2000

En la Figura 4.40 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

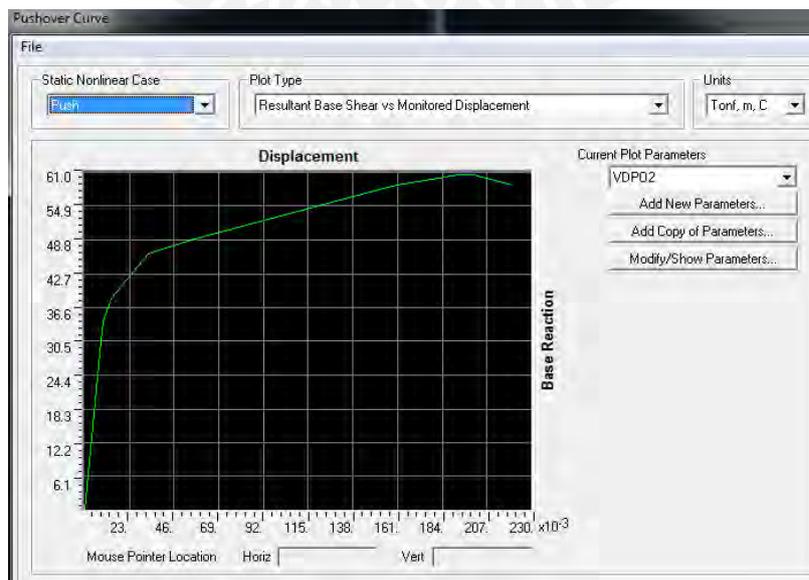


Figura 4.40. Curva de Capacidad con el Programa SAP2000.

4.2.21 Comparación de Resultados – Condición (c2)

En la Figura 4.41 se muestra la comparación de la curva de capacidad calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

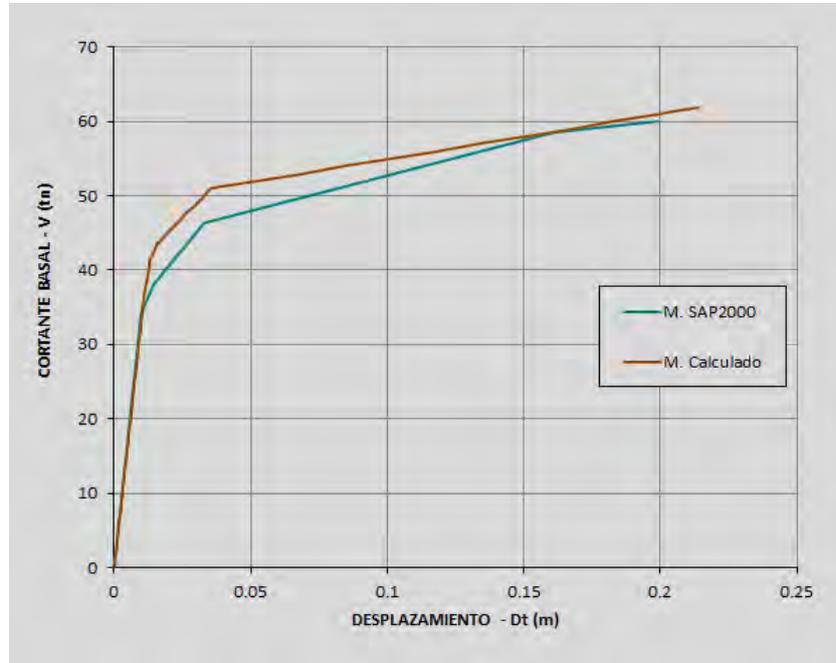


Figura 4.41. Comparación de Resultados – Condición (c2)

4.2.22 Comparación de Resultados de los Tres Modelos

En la Figura 4.42 se muestra la comparación de las tres curvas de capacidad calculadas considerando el modelo elastoplástico del diagrama momento-curvatura (condición a), considerando para el concreto el modelo de Hognestad (condición b2) y considerando el modelo de Kent y Park (condición c2). Se puede apreciar que el modelo elastoplástico del diagrama momento curvatura ingresa muy poco al rango inelástico ya que desprecia el aporte de rigidez una vez superado el momento de fluencia, reportando un cortante basal último $V_u=49.63\text{tn}$ y una ductilidad de 2.89. Para el modelo de Hognestad, se considera la rigidez una vez superado el momento de fluencia pero desprecia el aporte del confinamiento de los estribos en los elementos, reportando un cortante basal último $V_u=54.88$ y una ductilidad de 7.19. Para el modelo de Kent y Park, se considera la rigidez una vez superado el momento de fluencia y el aporte del confinamiento de los estribos, mejorando la ductilidad de los elementos al incrementarse notablemente la curvatura última (Φ_u) y existe más capacidad de rotación inelástica en los elementos; reportando un cortante basal último $V_u=61.81$ y una ductilidad de 14.54

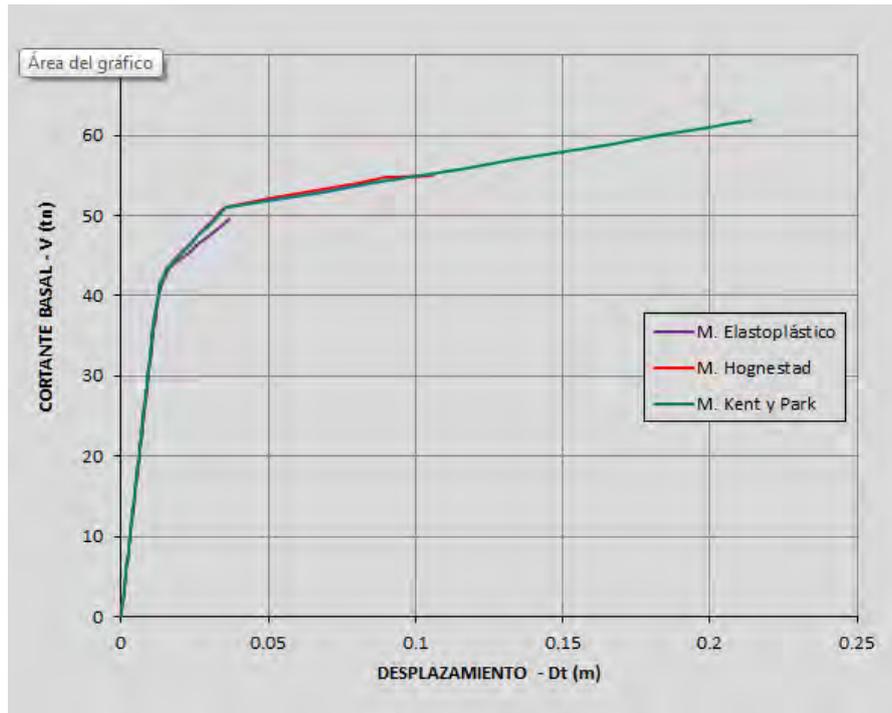


Figura 4.42. Comparación de Resultados de los Tres Modelos.

4.3 Aplicación N°03

Para el pórtico mostrado en la Figura 4.43 se pide hallar la curva de capacidad de la estructura considerando una sección de 0.30x0.60m para columnas y vigas. Para el cálculo del diagrama momento-curvatura se consideran los modelos constitutivos del concreto y acero de refuerzo mostrados en la Figura 4.44. La curva de capacidad se determinará con las siguientes condiciones:

- Sin considerar las cargas gravitacionales de las vigas (sin C.G).
- Considerando las cargas gravitacionales en las vigas y despreciando el efecto de las cargas axiales en las columnas debido a las cargas actuantes (con C.G).
- Considerando las cargas gravitacionales en las vigas y considerando el efecto de las cargas axiales en las columnas debido a las cargas actuantes (con C.A).

Para esta aplicación se activara la opción de **rotación plástica disponible** en las opciones de análisis, la cual evaluará si las secciones de los elementos pueden rotar inelásticamente de acuerdo a la rotación plástica máxima disponible.

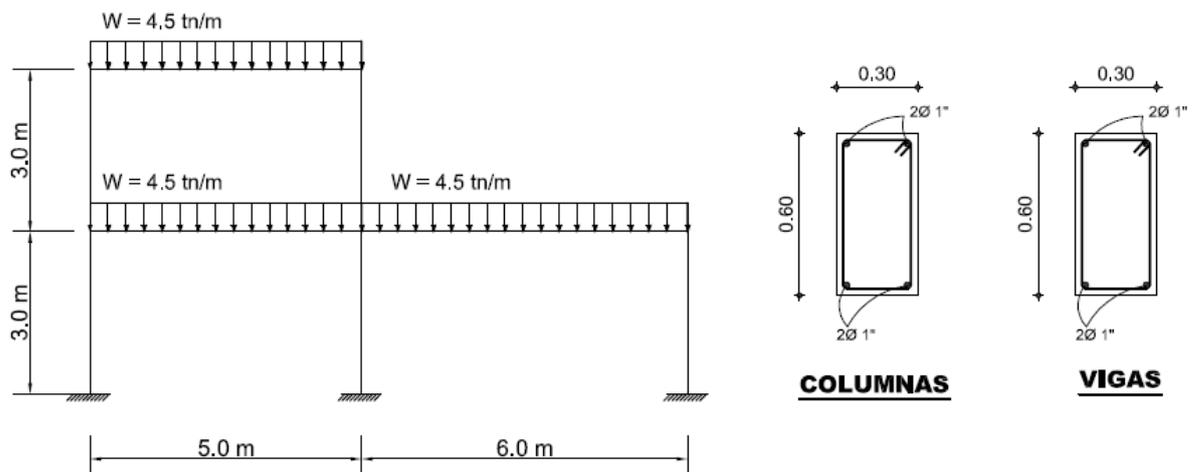


Figura 4.43. Datos de la Estructura Aplicación N°03

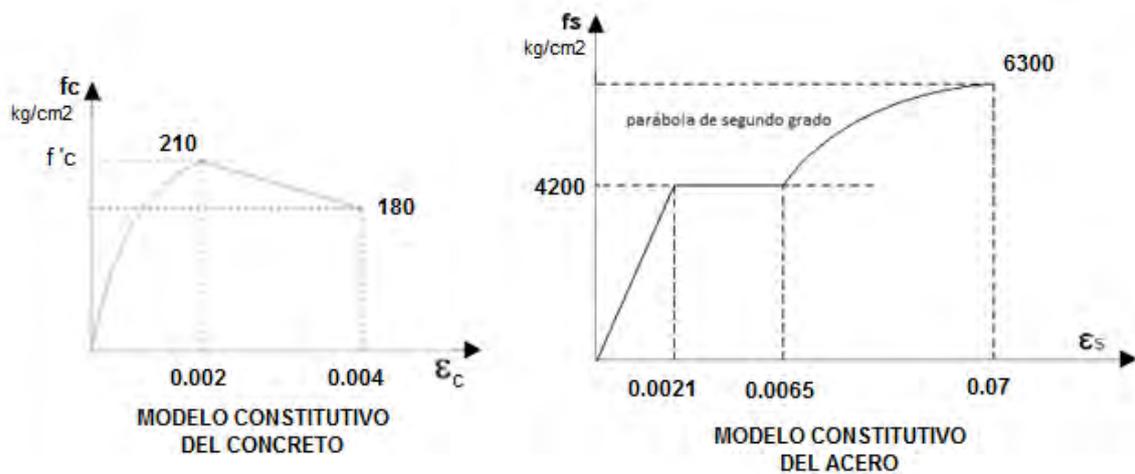


Figura 4.44. Modelos Constitutivos del Concreto y el Acero.

4.3.1 Puntos y Elementos de la Estructura

En la Figura 4.45 se muestra la codificación de los puntos y elementos de la estructura formada en el programa AMAP2D.

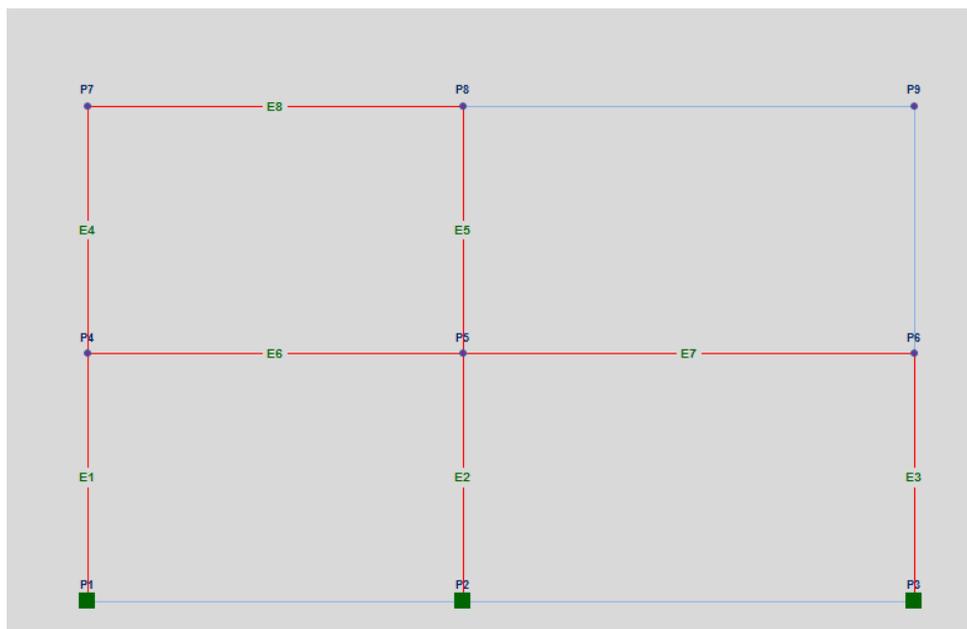


Figura 4.45. Puntos y Elementos de la Estructura.

4.3.2 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas

En la Figura 4.46 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas y vigas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto y del acero mostrados en la figura 4.44. Este diagrama se idealiza de forma bilineal (M. Priestley), disponible en el programa.

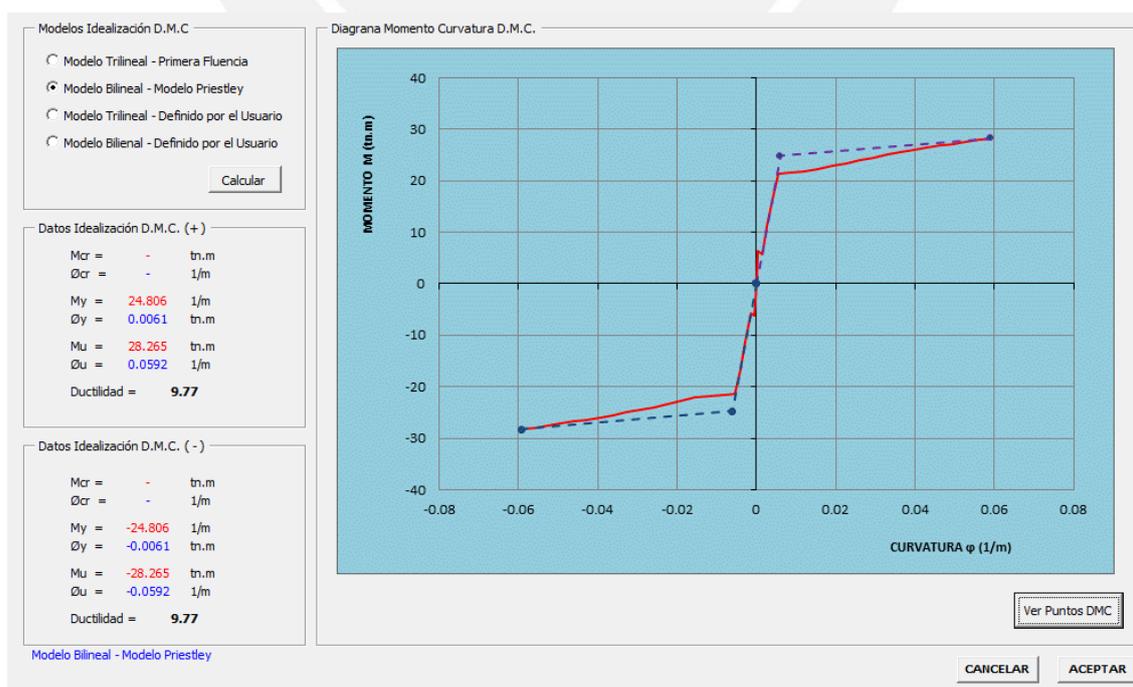


Figura 4.46. Diagrama Momento-Curvatura.

4.3.3 Mecanismo de Falla de la Estructura sin C.G. – Condición (a1)

En la Figura 4.47 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura sin considerar cargas gravitacionales. La estructura fue llevada al colapso sin considerar las rotaciones plásticas disponibles.

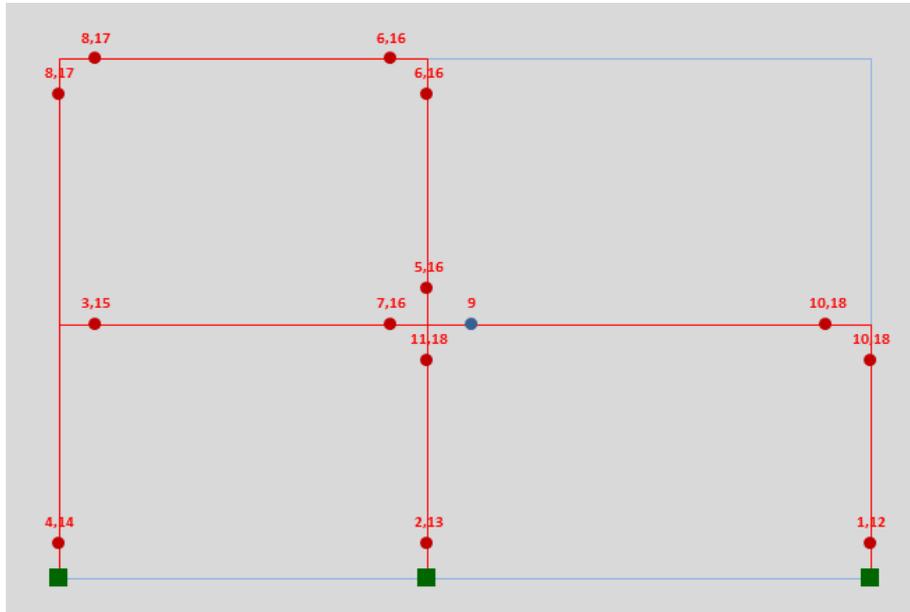


Figura 4.47. Mecanismo de Falla sin C.G. – Condición (a1)

4.3.4 Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a1)

En la Figura 4.48 se muestra la curva de capacidad de la estructura sin considerar cargas gravitacionales, la cual tiene un cortante máximo $V=49.59$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.54$ m con una ductilidad de 13.11

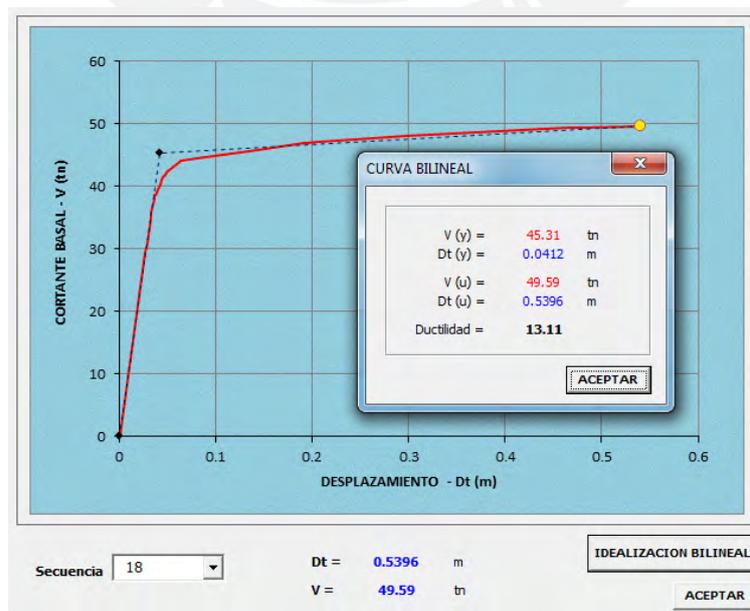


Figura 4.48. Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a1)

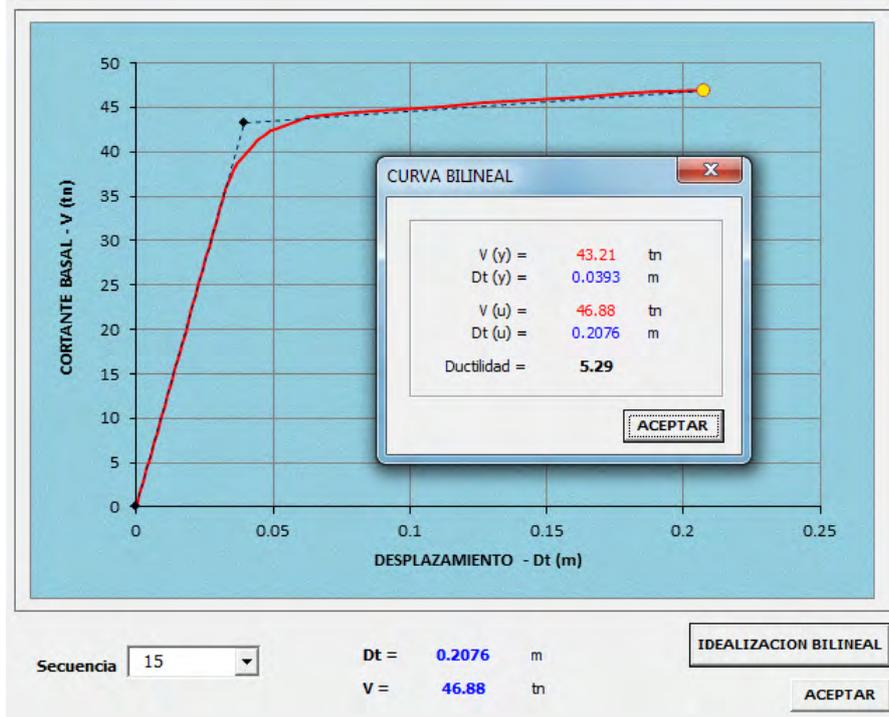


Figura 4.50. Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a2)

4.3.7 Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000

En la Figura 4.51 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

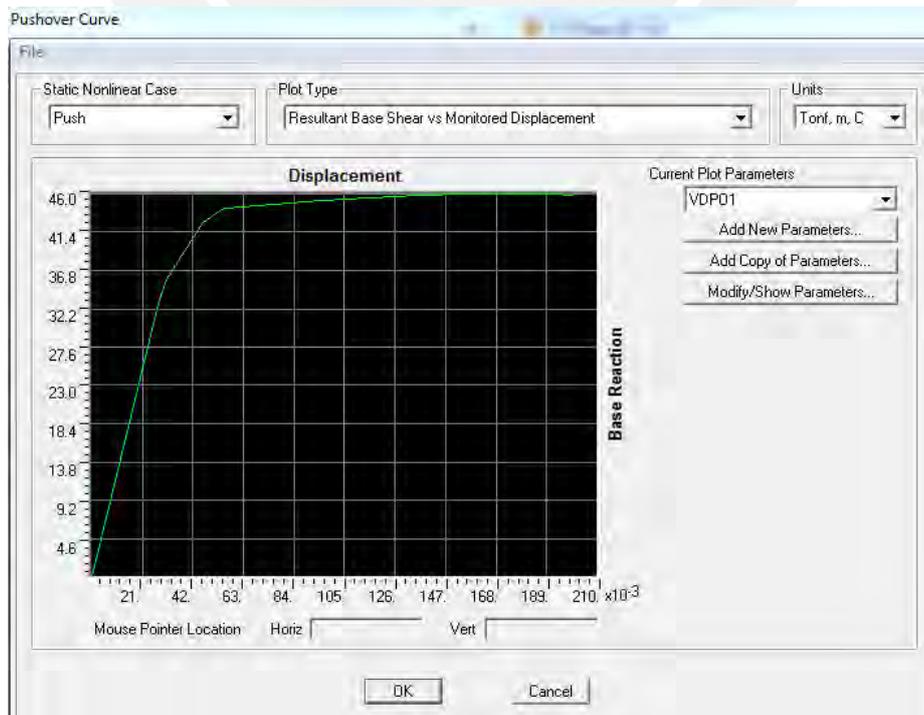


Figura 4.51. Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000.

4.3.8 Comparación de Resultados – Condición (a2)

En la Figura 4.52 se muestra la comparación de la curva de capacidad sin C.G. calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

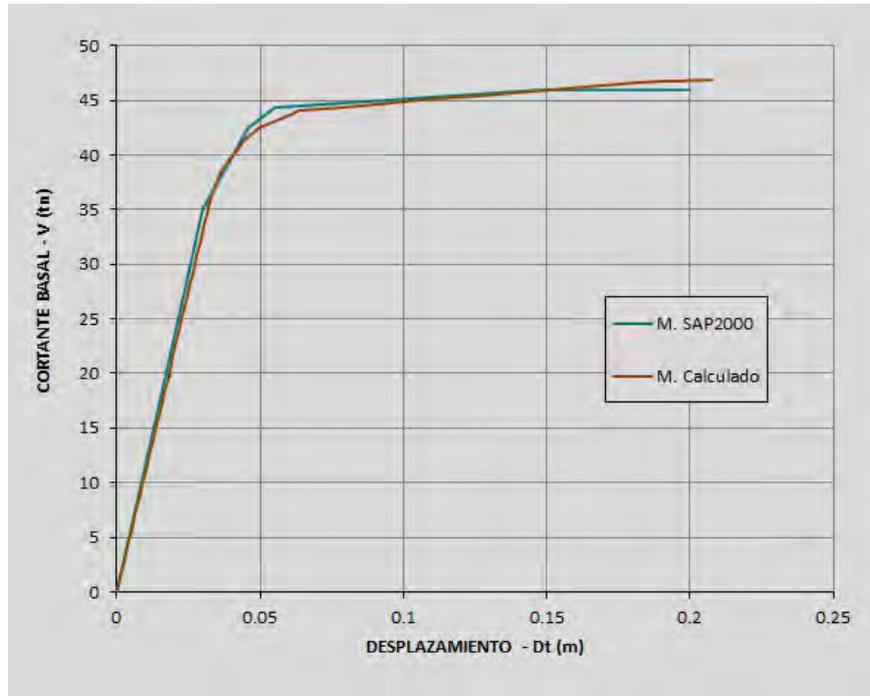


Figura 4.52. Comparación de Resultados sin C.G. – Condición (a2)

4.3.9 Mecanismo de Falla de la Estructura con C.G. – Condición (b)

En la Figura 4.53 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando las cargas gravitacionales en las vigas, las cuales generan momentos y deformaciones en la estructura antes de la aplicación de las cargas incrementales. La estructura fue analizada considerando las rotaciones plásticas disponibles en las secciones de los elementos y dado que la estructura parte de un estado deformado, se puede observar que la secuencia de formación de las rótulas plásticas varía con respecto a no considerar las cargas gravitacionales en la estructura.

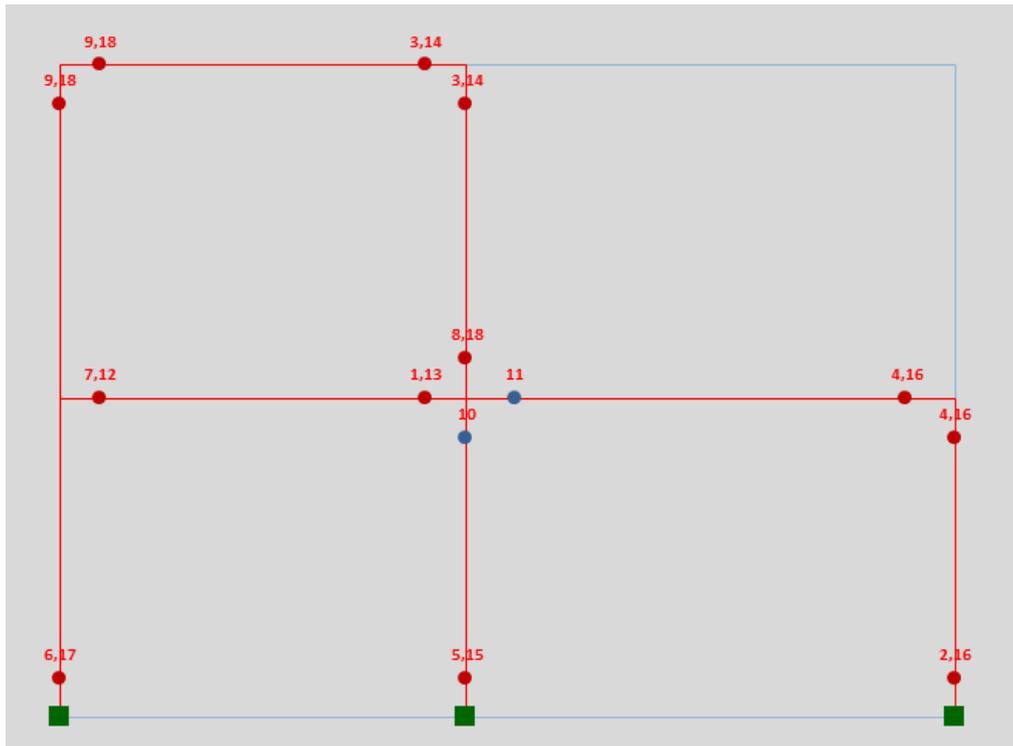


Figura 4.53. Mecanismo de Falla con C.G. – Condición (b)

4.3.10 Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)

En la Figura 4.54 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa AMAP2D, la cual tiene un cortante máximo $V=47.53$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.16$ m con una ductilidad de 4.6.

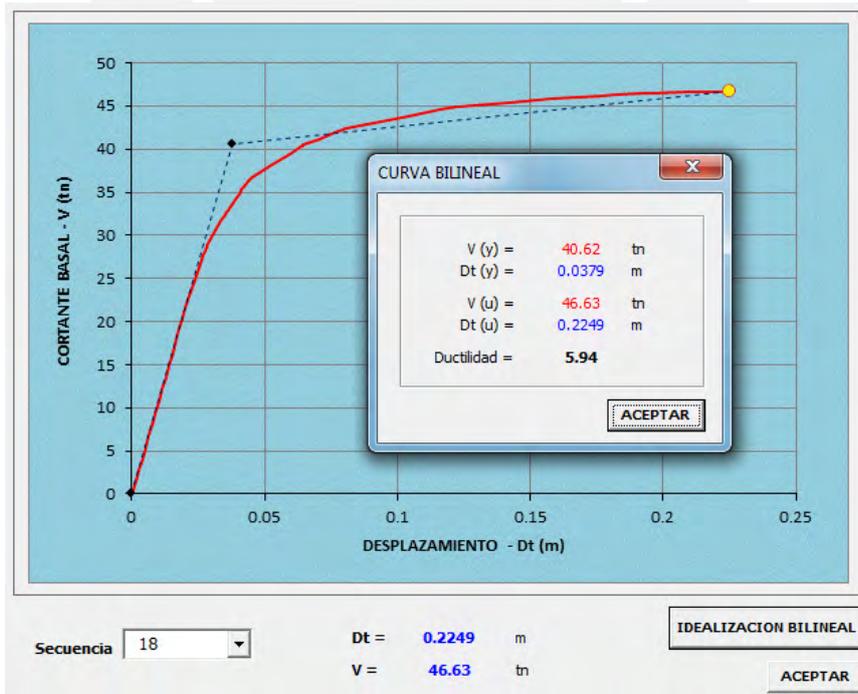


Figura 4.54. Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)

4.3.11 Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000

En la Figura 4.55 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

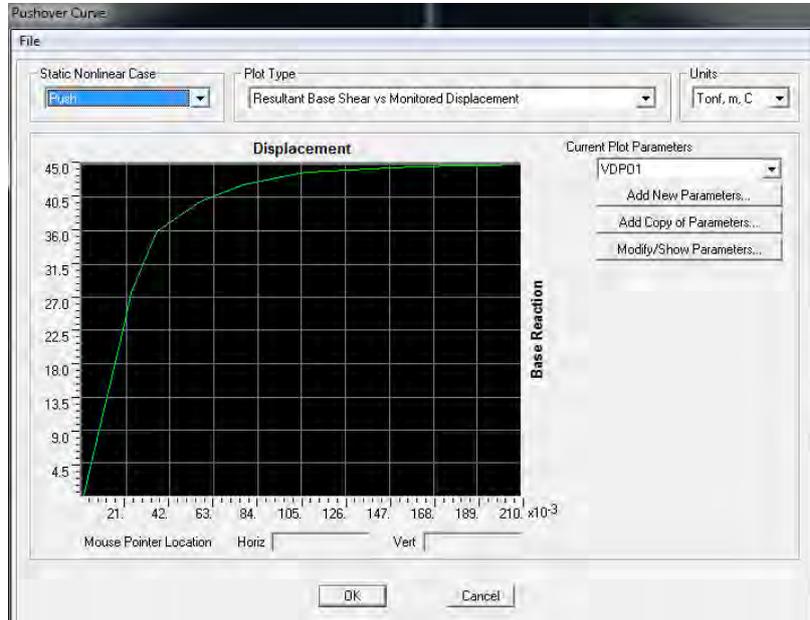


Figura 4.55. Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000.

4.3.12 Comparación de Resultados – Condición (b)

En la Figura 4.56 se muestra la comparación de la curva de capacidad con C.G. calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

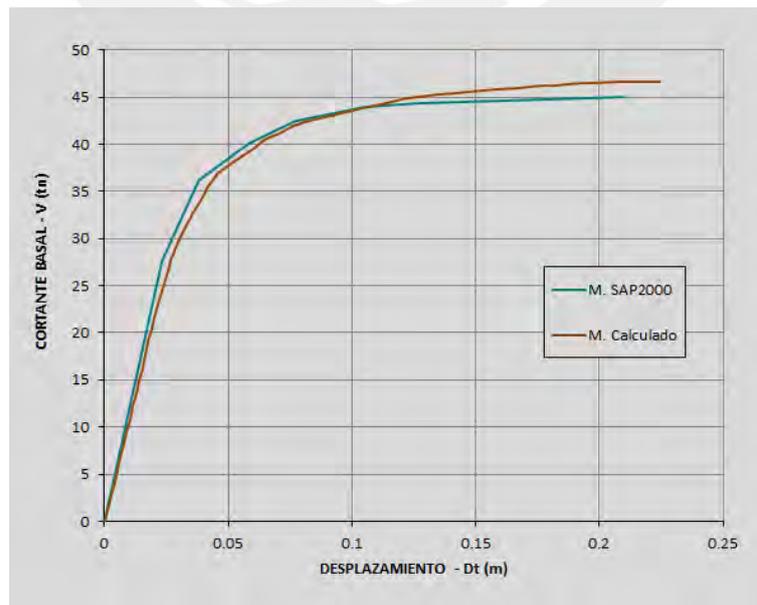


Figura 4.56. Comparación de Resultados con C.G. – Condición (b)

4.3.13 Diagrama M-C de las Columnas con C.A. – Condición (c)

Para modelar la influencia de la carga axial en las columnas se tiene que determinar las fuerzas axiales que actúan en cada una de ellas. Por lo que del análisis anterior se toman las fuerzas axiales de cada columna y se ingresan como dato al momento de calcular su respectivo diagrama momento-curvatura. En la figura 4.57 se muestra el diagrama momento-curvatura de la columna intermedia del primer nivel a la que le corresponde una carga axial de 48tn. Se puede observar que la carga axial eleva los valores de M_y (de 24.81 tn.m a 36.25 tn.m) y M_u (28.26 tn.m a 36.66 tn.m), pero reduce la ductilidad del elemento al reducirse la curvatura última Φ_u (de 0.059 1/m a 0.037 1/m), reduciendo también de esta manera la capacidad de rotación inelástica disponible del elemento.

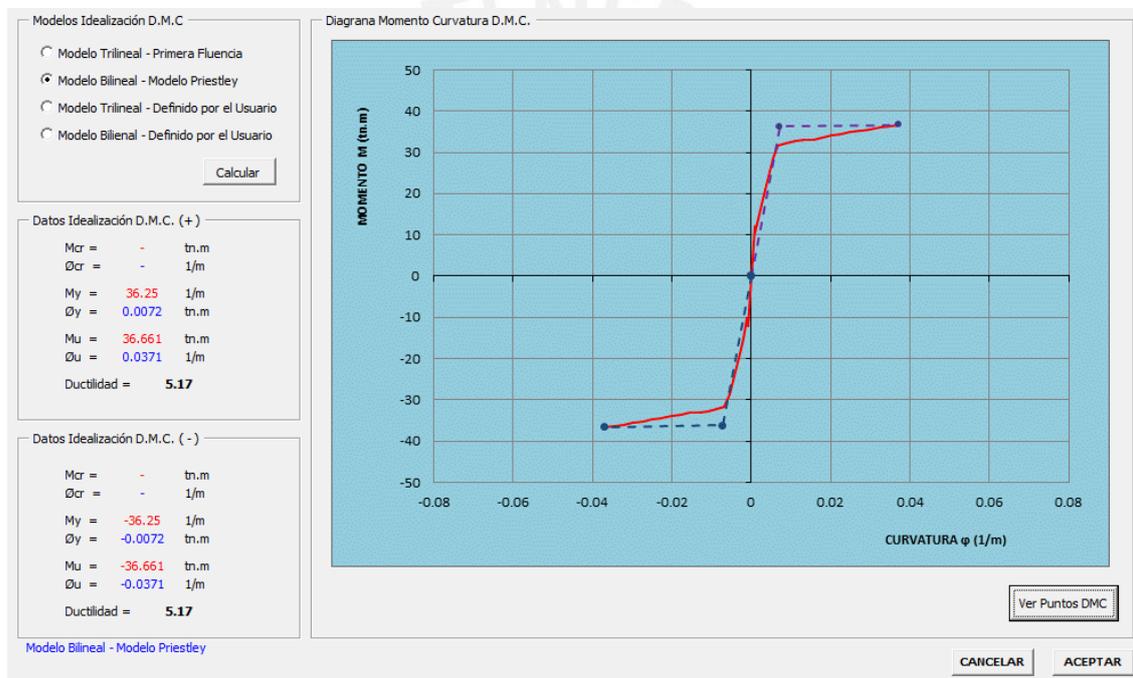


Figura 4.57. Diagrama Momento-Curvatura columna intermedia con C.A. – Condición (c)

4.3.14 Mecanismo de Falla de la Estructura con C.A. – Condición (c)

En la Figura 4.58 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando las cargas gravitacionales en las vigas y el efecto de las cargas axiales en las columnas, las cuales generan momentos y deformaciones en la estructura antes de la aplicación de las cargas incrementales. La estructura fue analizada considerando las rotaciones plásticas disponibles de las secciones de los elementos y se puede observar que la secuencia de formación de las rótulas cuando se consideran cargas gravitacionales y cargas axiales varía con respecto a no considerar dichas cargas.

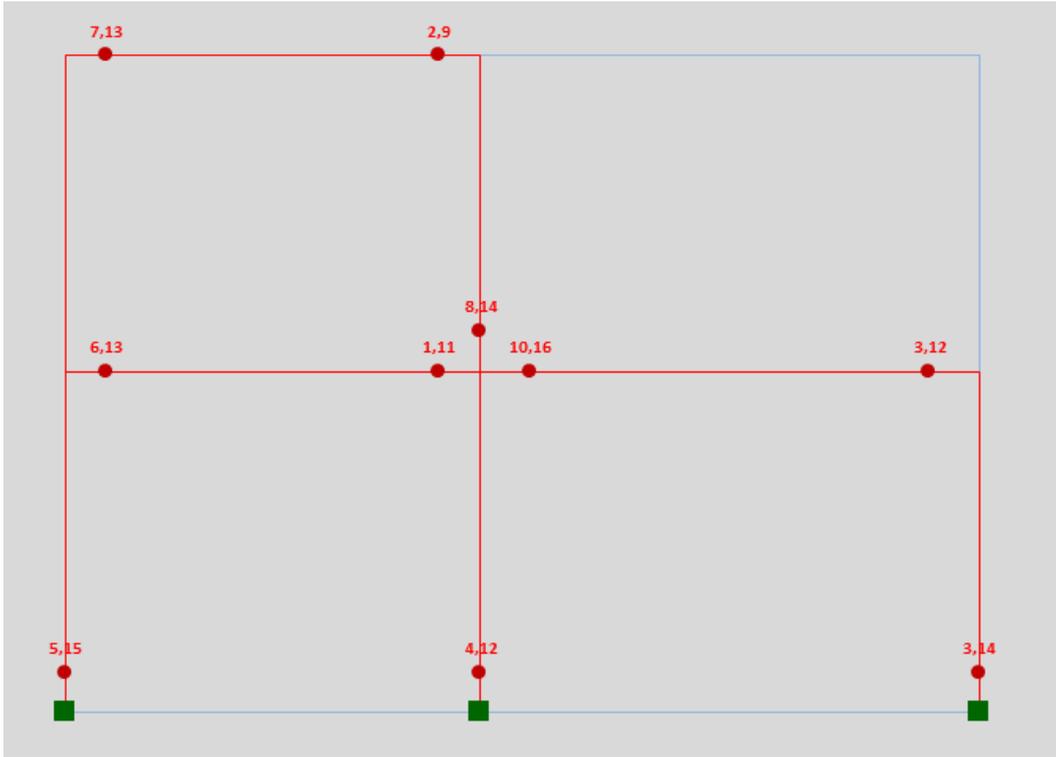


Figura 4.58. Mecanismo de Falla con C.A. – Condición (c)

4.3.15 Curva de Capacidad con C.A. – Condición (c)

En la Figura 4.59 se muestra la curva de capacidad de la estructura, la cual tiene un cortante máximo $V=49.64$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.11$ m con una ductilidad de 3.36

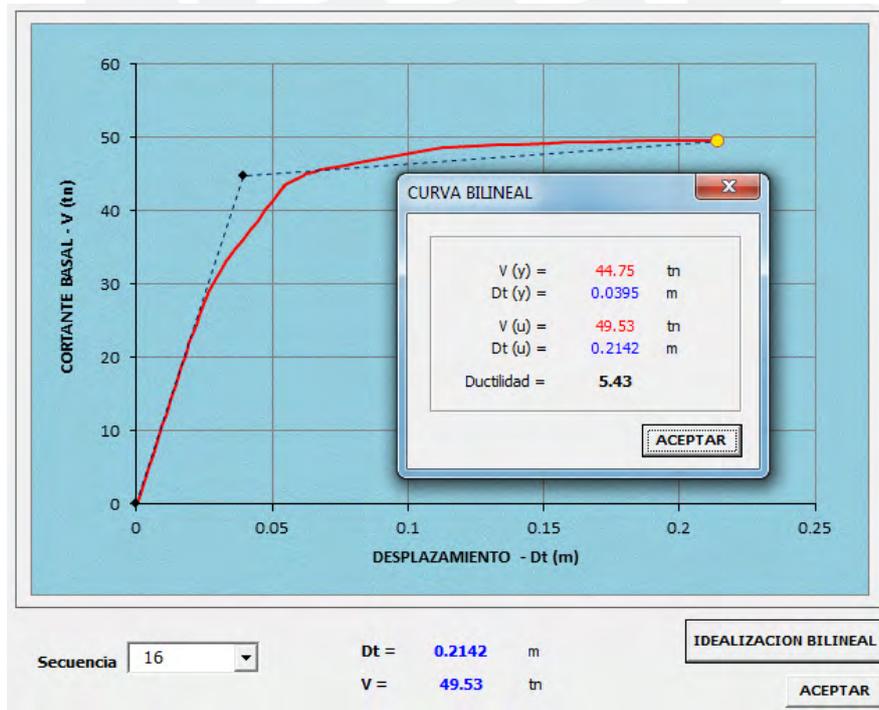


Figura 4.59. Curva de Capacidad con C.A. – Condición (c)

4.3.16 Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000

En la Figura 4.60 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

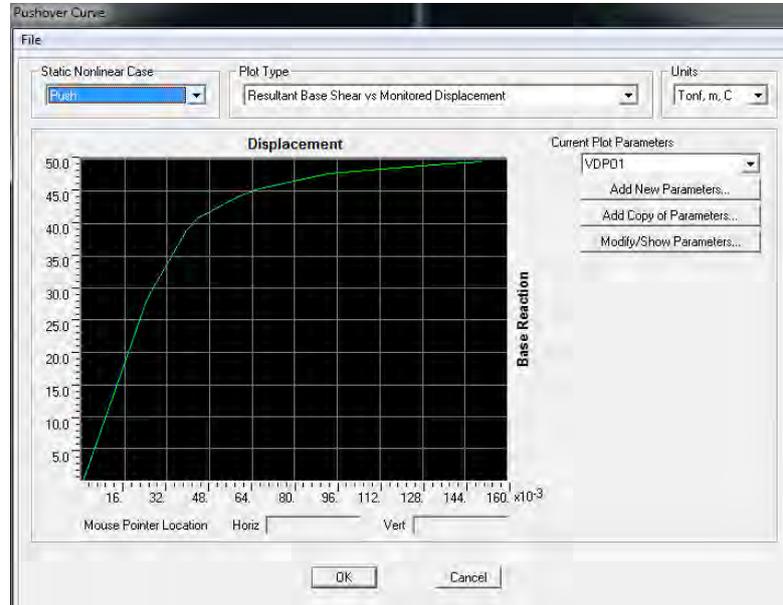


Figura 4.60. Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000.

4.3.17 Comparación de Resultados – Condición (c)

En la Figura 4.61 se muestra la comparación de la curva de capacidad con C.A. calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

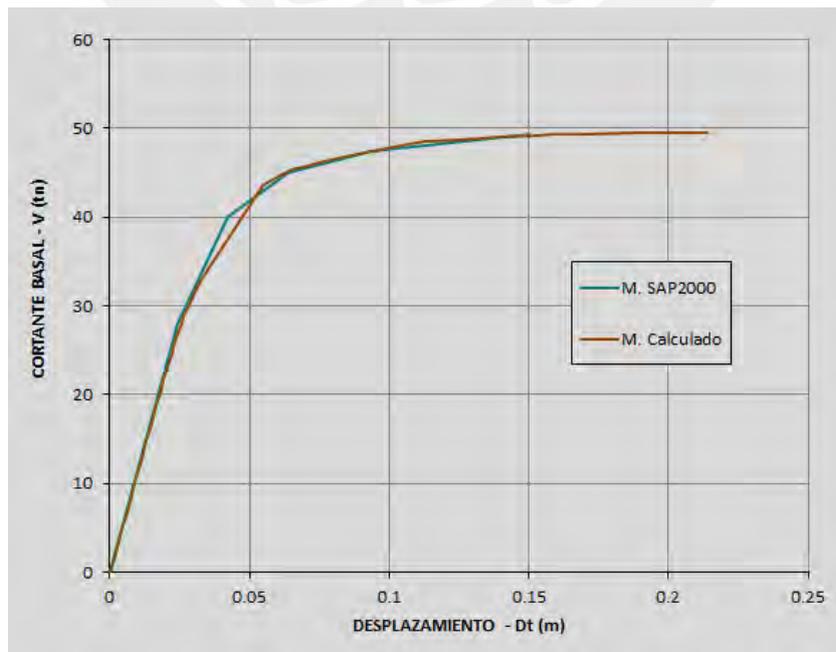


Figura 4.61. Comparación de Resultados con C.A. – Condición (c)

4.3.18 Comparación de Resultados de los Tres Modelos

En la Figura 4.62 se muestra la comparación de las tres curvas de capacidad calculadas sin considerar cargas gravitacionales (sin C.G. – Condición a2), considerando las cargas gravitacionales (con C.G. – Condición b) y considerando las fuerzas axiales debida a las cargas en análisis (con C.A. – Condición c). Se puede apreciar que debido al efecto de las cargas gravitacionales la estructura experimenta fuerzas y deformaciones internas, previas a la aplicación de las cargas laterales incrementales, que causan que los elementos fallen con menos fuerza (Cortante basal) con respecto a un estado sin deformación. El efecto de las cargas axiales es que elevan los momentos de fluencia (M_y) y momentos últimos (M_u) de los diagramas momento-curvatura, lo que causa que se llegue con más fuerza (Cortante basal) a la falla de los elementos, pero en contraste se pierde ductilidad y se pierde la rotación inelástica disponible.

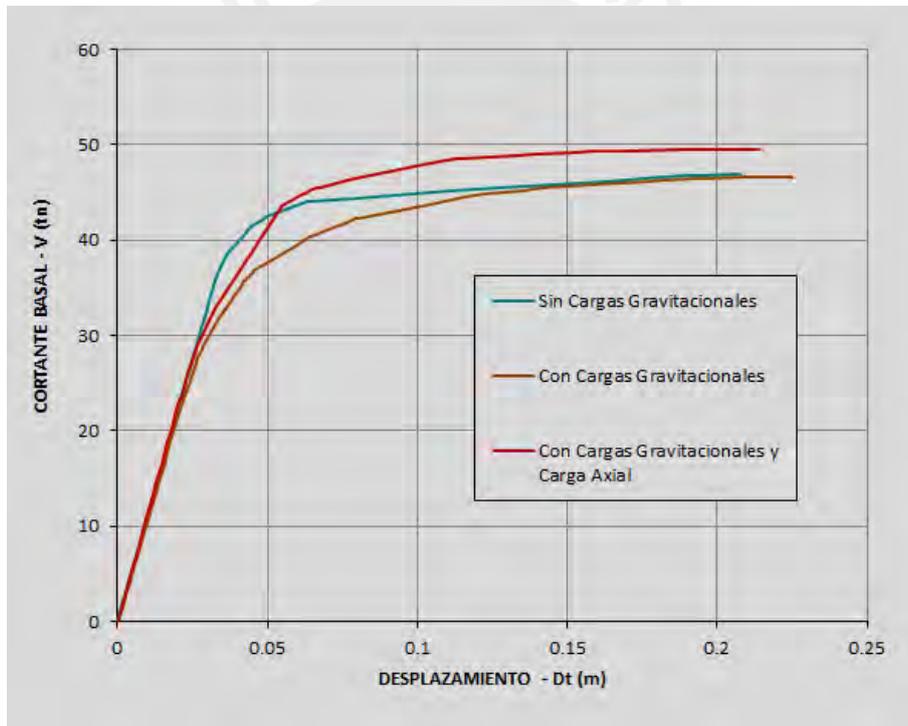


Figura 4.62. Comparación de Resultados de los Modelos Analizados.

4.4 Aplicación N°04

Para el pórtico mostrado en la Figura 4.63 se pide hallar la curva de capacidad de la estructura considerando una sección de 0.40x0.40 m para columnas y de 0.25x0.40 para las vigas. Para el cálculo del diagrama momento-curvatura se consideran los modelos constitutivos del concreto y acero de refuerzo mostrados en la Figura 4.64. La curva de capacidad se determinará con las siguientes condiciones:

- Sin considerar las cargas gravitacionales de las vigas (sin C.G).
- Considerando las cargas gravitacionales en las vigas y despreciando el efecto de las cargas axiales en las columnas debido a las cargas actuantes (con C.G).
- Considerando las cargas gravitacionales en las vigas y considerando el efecto de las cargas axiales en las columnas debido a las cargas actuantes (con C.A).

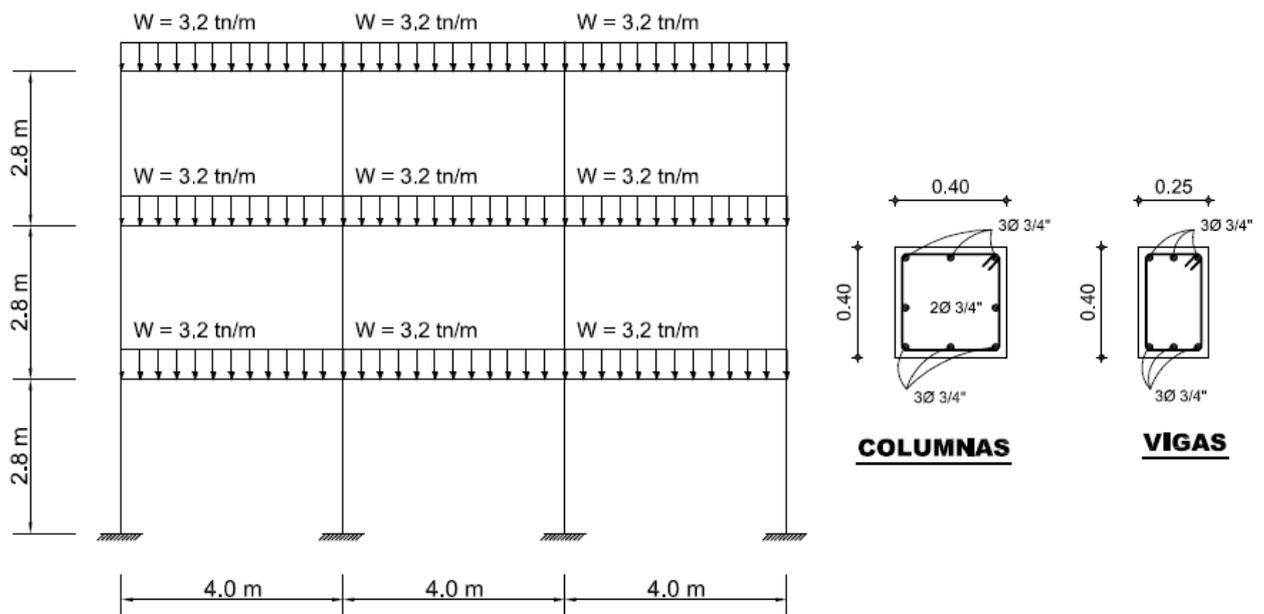


Figura 4.63. Datos de la Estructura Aplicación N°04

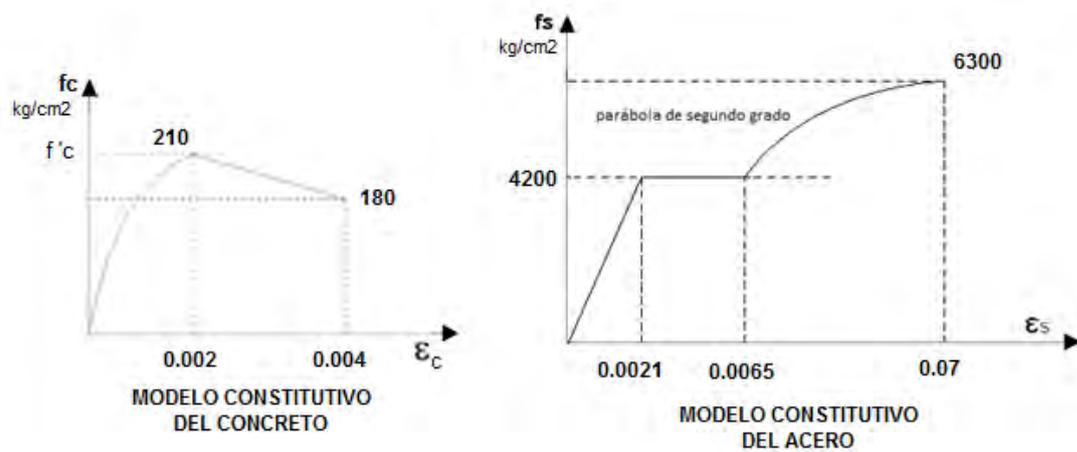


Figura 4.64. Modelos Constitutivos del Concreto y el Acero.

4.4.1 Puntos y Elementos de la Estructura

En la Figura 4.65 se muestra la codificación de los puntos y elementos de la estructura formada en el programa AMAP2D.

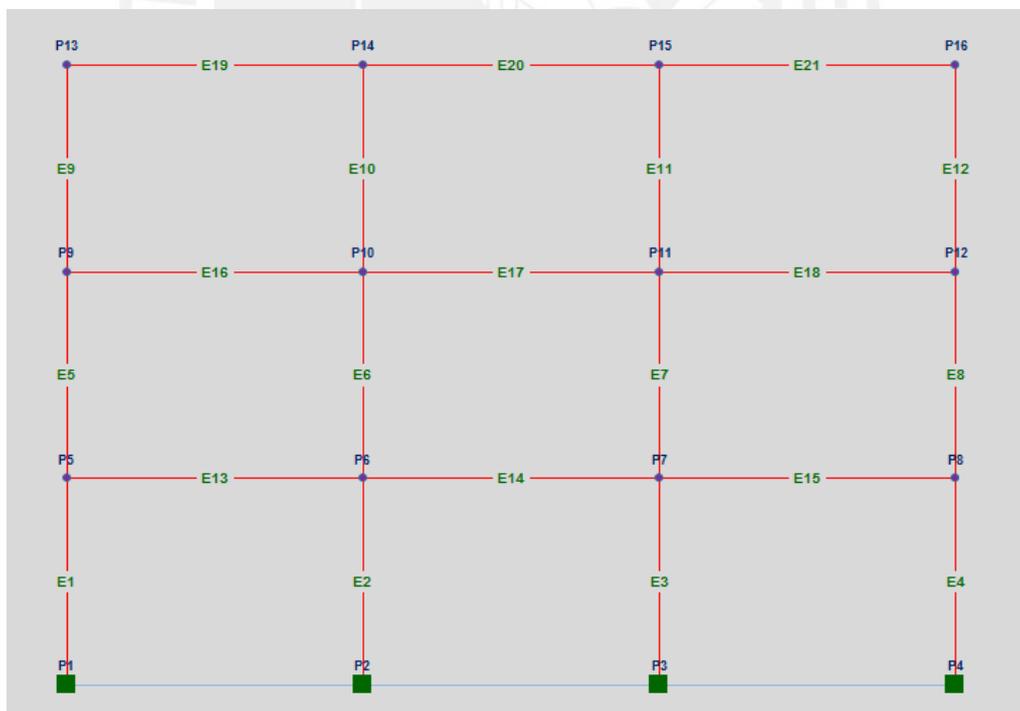


Figura 4.65. Puntos y Elementos de la Estructura.

4.4.2 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas

En la Figura 4.66 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas y en la Figura 4.67 se muestra el diagrama Momento-curvatura de las vigas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto y del acero mostrados en la figura 4.64. Este diagrama se idealiza de forma bilineal (M. Priestley), disponible en el programa.

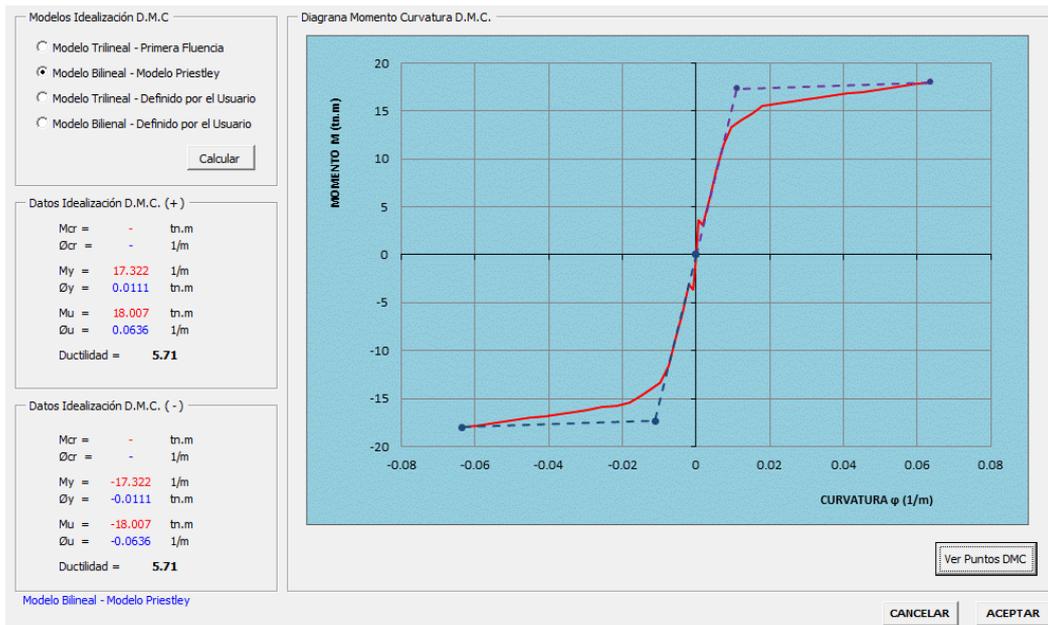


Figura 4.66. Diagrama Momento-Curvatura Columnas.

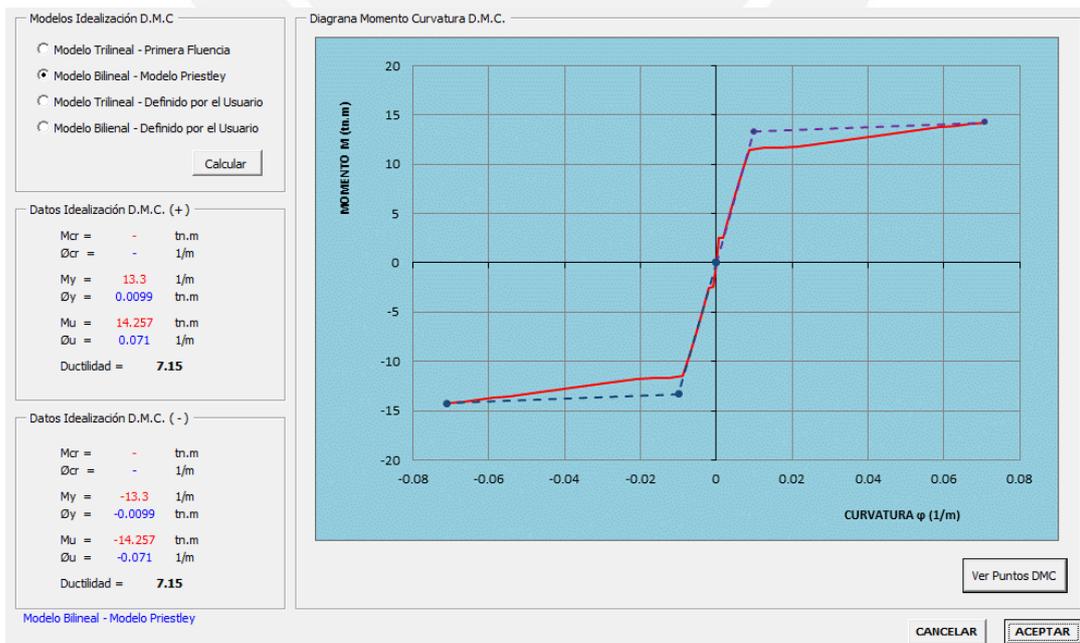


Figura 4.67. Diagrama Momento-Curvatura Vigas.

4.4.3 Mecanismo de Falla de la Estructura sin C.G. – Condición (a)

En la Figura 4.68 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura sin considerar cargas gravitacionales. La estructura fue llevada al colapso considerando las rotaciones plásticas disponibles.

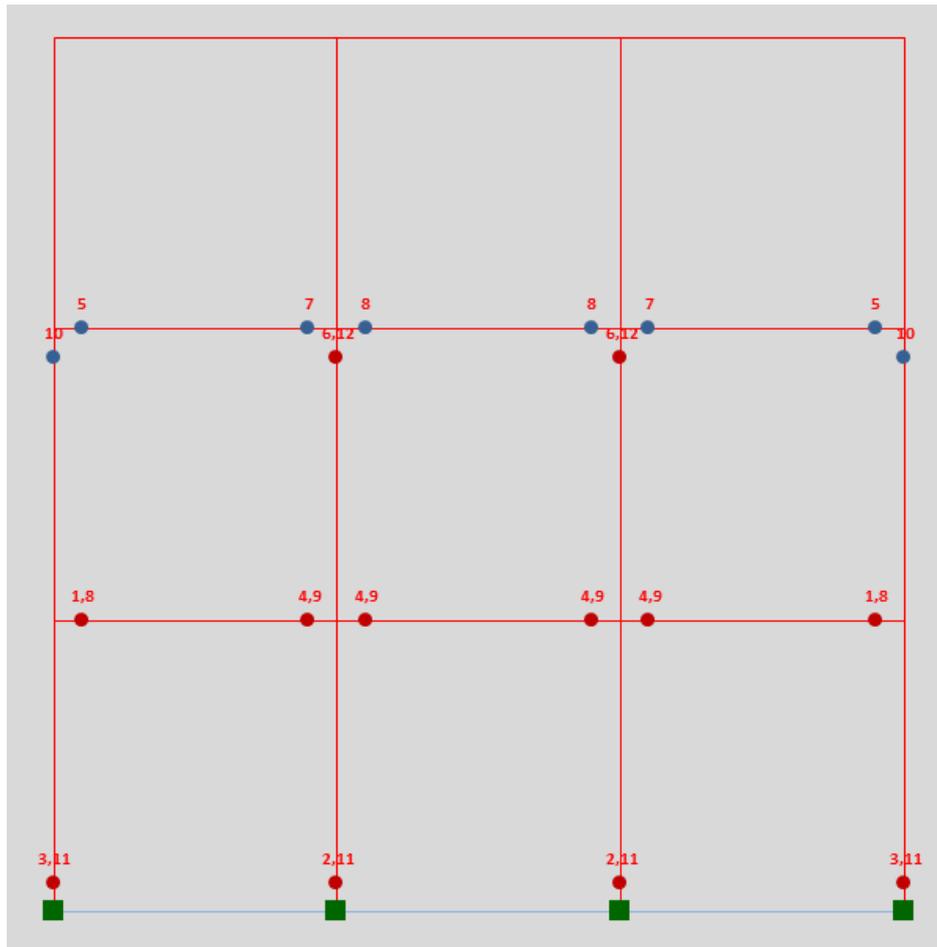


Figura 4.68. Mecanismo de Falla sin C.G. – Condición (a)

4.4.4 Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a)

En la Figura 4.69 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada sin considerar la acción de cargas gravitacionales, la cual tiene un cortante máximo $V=43.60$ tn y un desplazamiento máximo $D_t=0.27$ m con una ductilidad de 3.81

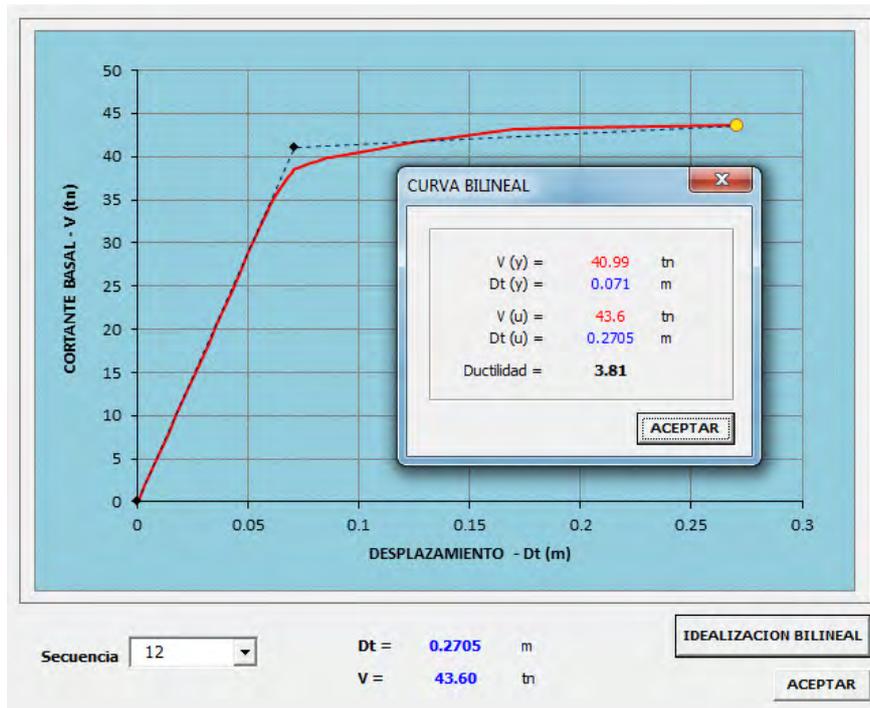


Figura 4.69. Curva de Capacidad sin C.G. – Condición (a)

4.4.5 Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000

En la Figura 4.70 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

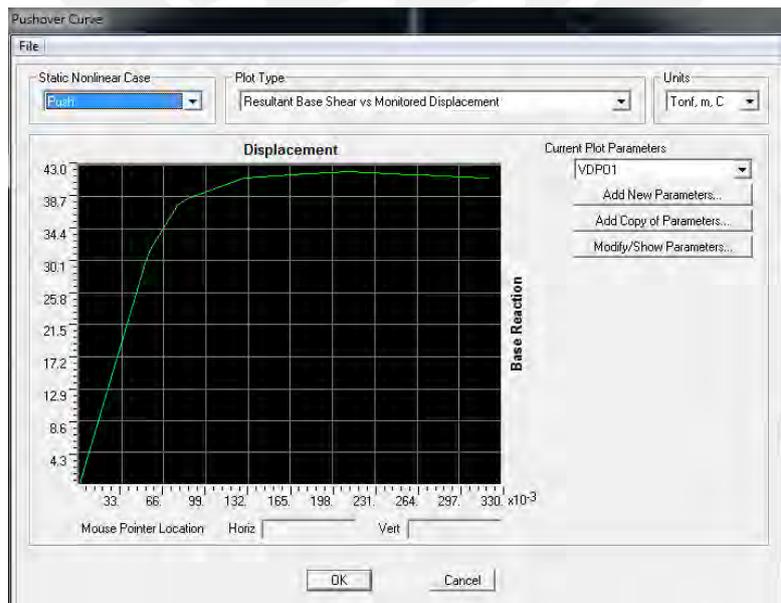


Figura 4.70. Curva de Capacidad sin C.G. con el Programa SAP2000.

4.4.6 Comparación de Resultados – Condición (a)

En la Figura 4.71 se muestra la comparación de la curva de capacidad sin C.G. calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

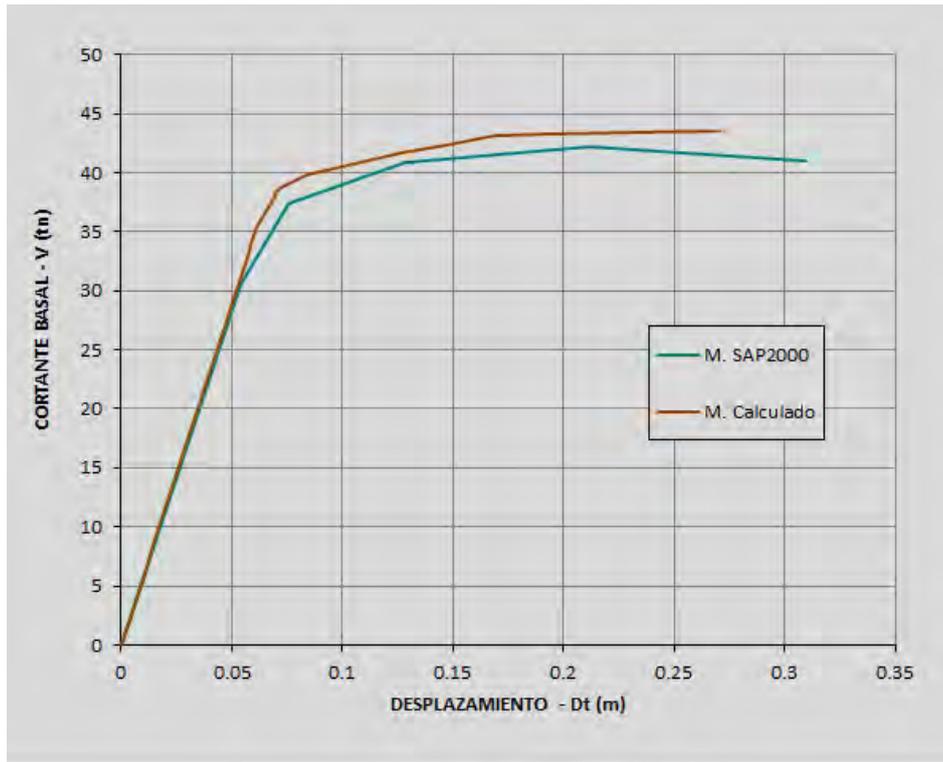


Figura 4.71. Comparación de Resultados sin C.G.

4.4.7 Mecanismo de Falla de la Estructura con C.G. – Condición (b)

En la Figura 4.72 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando las cargas gravitacionales en las vigas, las cuales generan momentos y deformaciones en la estructura antes de la aplicación de las cargas laterales incrementales. También se puede observar que la secuencia de formación de las rótulas cuando se consideran cargas gravitacionales varía con respecto a no considerar cargas gravitacionales.

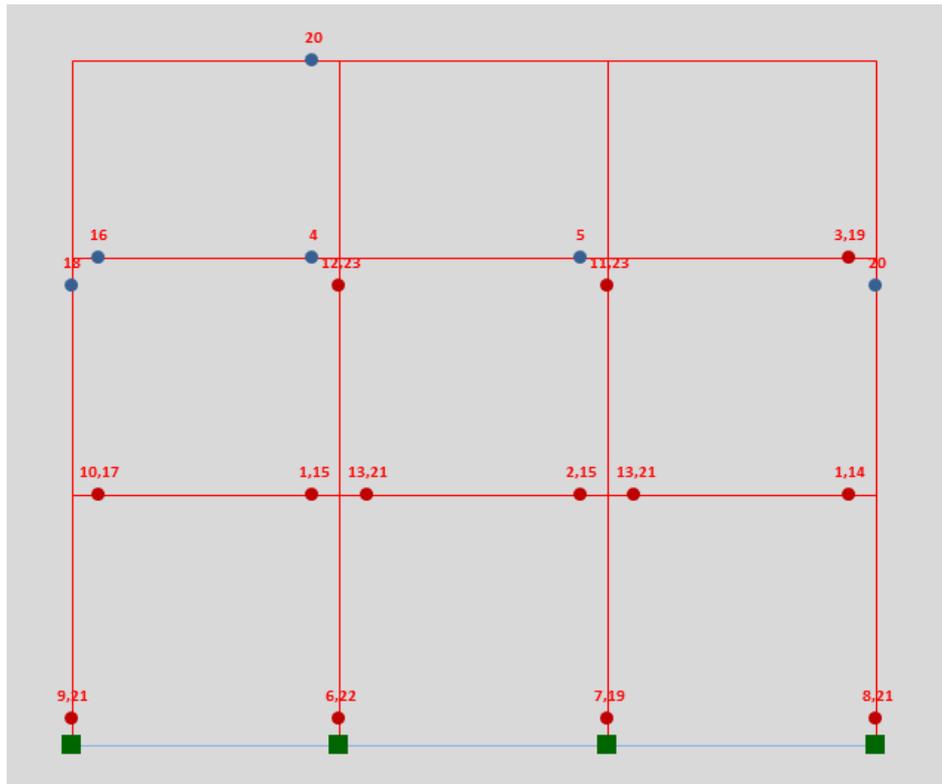


Figura 4.72. Mecanismo de Falla con C.G. – Condición (b)

4.4.8 Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)

En la Figura 4.73 se muestra la curva de capacidad de la estructura, considerando cargas gravitacionales, la cual tiene un cortante máximo $V=43.7$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.28$ m con una ductilidad de 4.12

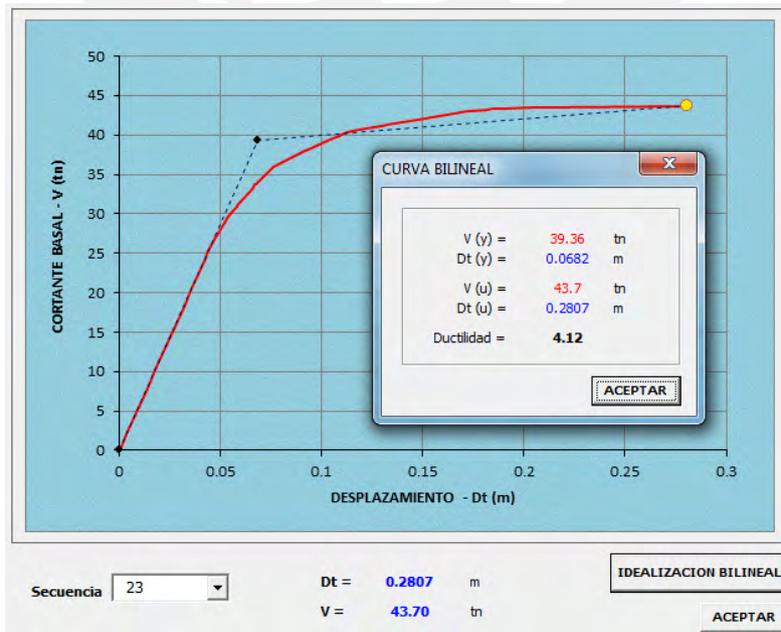


Figura 4.73. Curva de Capacidad con C.G. – Condición (b)

4.4.9 Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000

En la Figura 4.74 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

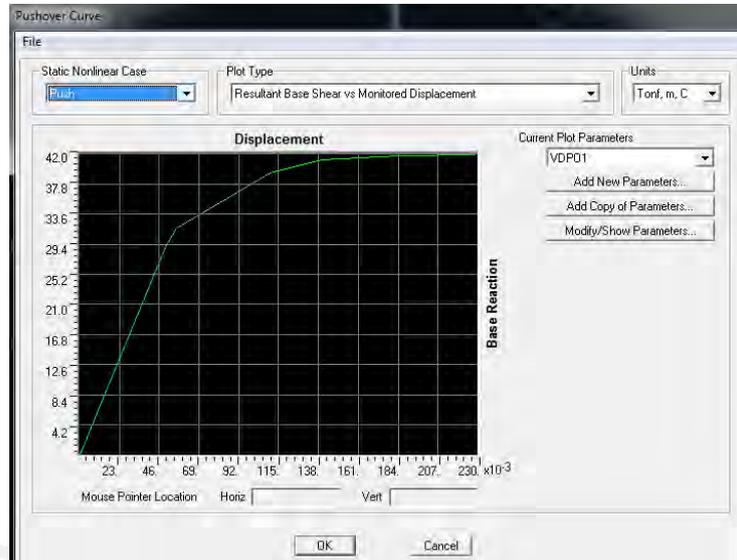


Figura 4.74. Curva de Capacidad con C.G. con el Programa SAP2000.

4.4.10 Comparación de Resultados – Condición (b)

En la Figura 4.75 se muestra la comparación de la curva de capacidad con C.G. calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

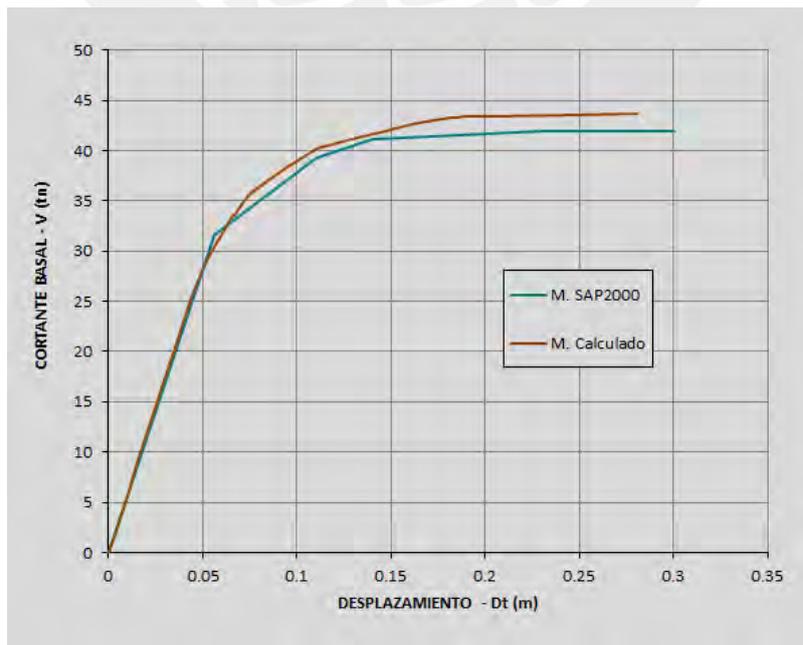


Figura 4.75. Comparación de Resultados con C.G. – Condición (b)

4.4.11 Diagrama M-C de las Columnas con C.A. – Condición (c)

Para modelar la influencia de la carga axial en las columnas se tiene que determinar en cada columna las fuerzas axiales que actúan en cada una de ellas. Por lo que del análisis anterior se toman las fuerzas axiales de cada columna y se ingresan como dato al momento de calcular su respectivo diagrama momento-curvatura. En la figura 4.76 se muestra el diagrama momento-curvatura de la columna del extremo derecho del primer nivel a la que le corresponde una carga axial de 36tn. Se puede observar que la carga axial eleva los valores de M_y (de 17.32 tn.m a 21.93 tn.m) y M_u (18.00 tn.m a 21.93 tn.m), pero reduce la ductilidad del elemento al reducirse la curvatura última Φ_u (de 0.0636 1/m a 0.0425 1/m), reduciendo también de esta manera la capacidad de rotación inelástica disponible del elemento.

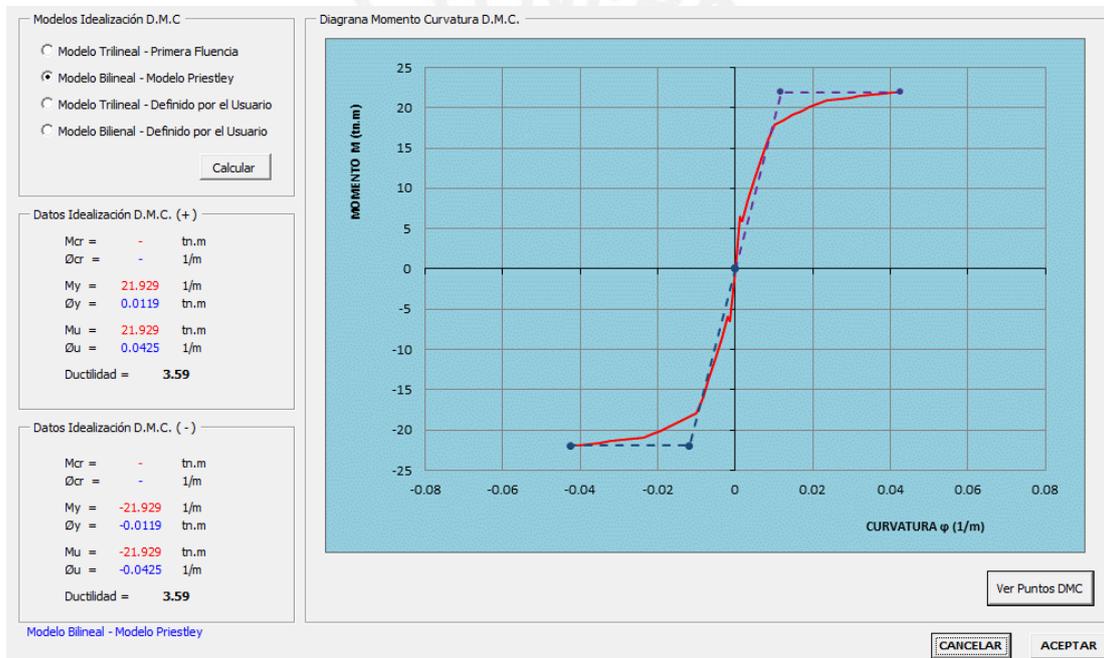


Figura 4.76. Diagrama Momento-Curvatura columna extremo derecho con C.A. – Condición (c)

4.4.12 Mecanismo de Falla de la Estructura con C.A. – Condición (c)

En la Figura 4.77 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando las cargas gravitacionales en las vigas y el efecto de las cargas axiales, las cuales generan momentos y deformaciones en la estructura antes de la aplicación de las cargas incrementales. También se puede observar que la secuencia de formación de las rótulas cuando se consideran cargas gravitacionales y cargas axiales varía con respecto a no considerar dichas cargas.

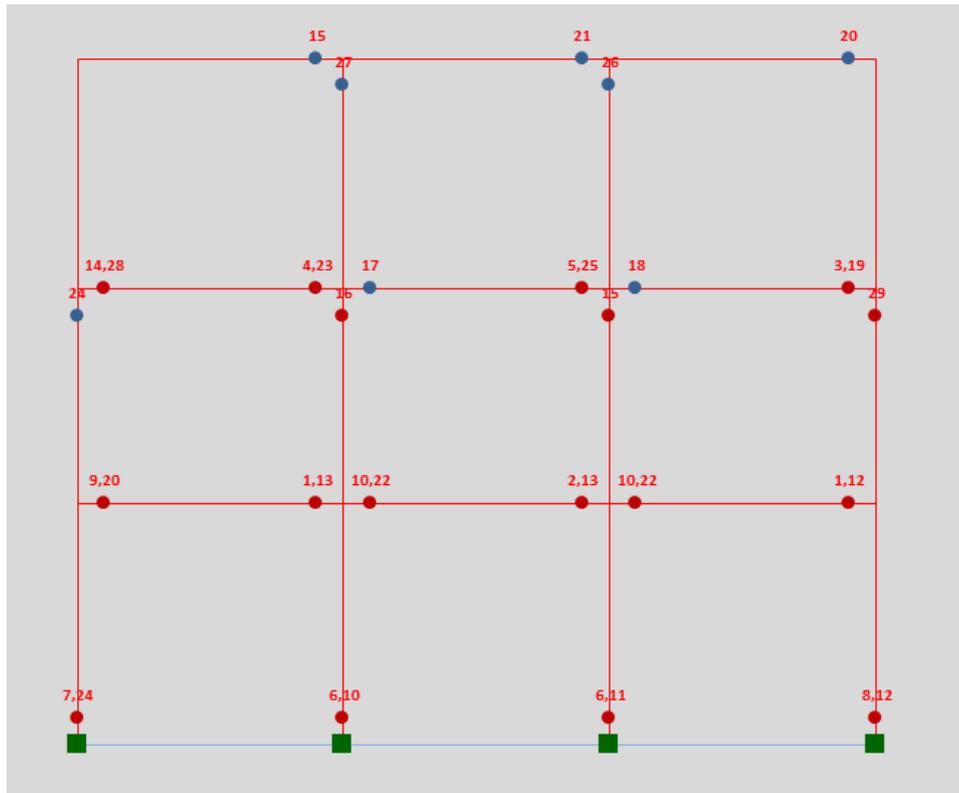


Figura 4.77. Mecanismo de Falla con C.A. – Condición (c)

4.4.13 Curva de Capacidad con C.A. – Condición (c)

En la Figura 4.78 se muestra la curva de capacidad de la estructura, la cual tiene un cortante máximo $V=47.60$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.27$ m con una ductilidad de 3.89

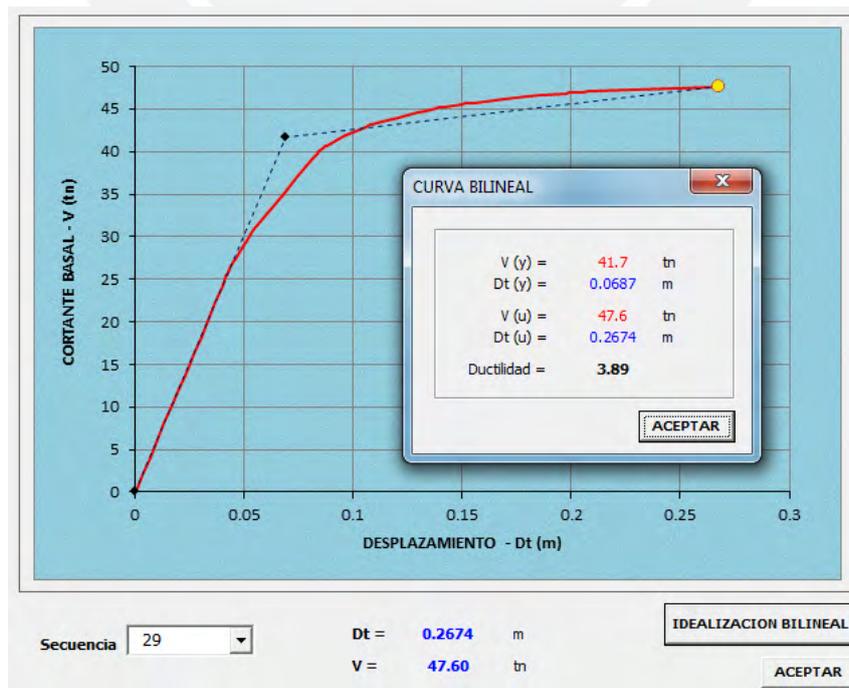


Figura 4.78. Proceso de Obtención de la Curva de Capacidad – Condición (c)

4.4.14 Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000

En la Figura 4.79 se muestra la curva de capacidad de la estructura calculada con el programa SAP2000.

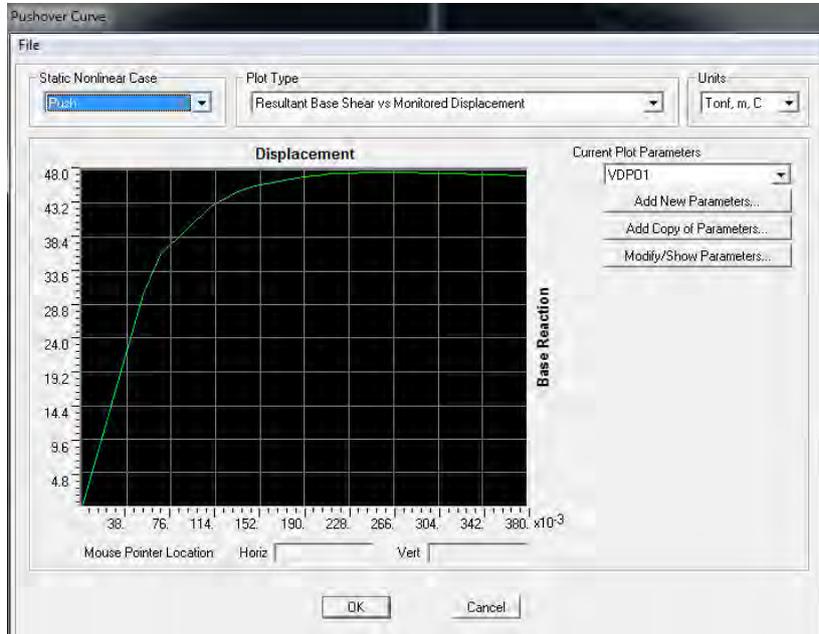


Figura 4.79. Curva de Capacidad con C.A. con el Programa SAP2000.

4.4.15 Comparación de Resultados – Condición (c)

En la Figura 4.80 se muestra la comparación de la curva de capacidad con C.A. calculada con el programa SAP2000 y calculada con el programa AMAP2D, donde se puede apreciar la similitud en ambos resultados.

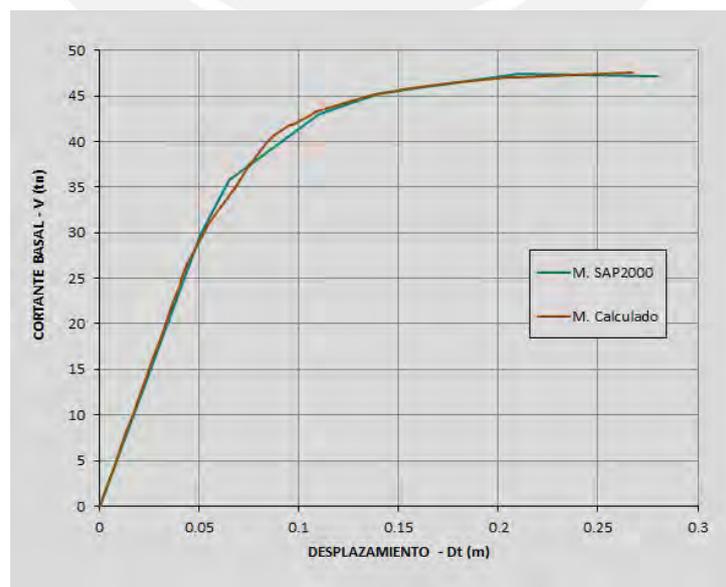


Figura 4.80. Comparación de Resultados con C.A. –Condición (c)

4.4.16 Comparación de Resultados de los Tres Modelos

En la Figura 4.81 se muestra la comparación de las tres curvas de capacidad calculadas, sin considerar cargas gravitacionales (sin C.G. – condición a), considerando las cargas gravitacionales (con C.G. – condición b) y considerando las fuerzas axiales debida a las cargas en análisis (con C.A. – condición c). Se puede apreciar que debido al efecto de las cargas gravitacionales la estructura experimenta fuerzas y deformaciones internas, previas a la aplicación de las cargas laterales incrementales, que causan una pérdida de rigidez en la curva de capacidad en comparación a la condición de no considerar las cargas gravitacionales. De igual forma que en el ejemplo de aplicación anterior, las cargas axiales elevan los momentos de fluencia (M_y) y momentos últimos (M_u) de los diagramas momento-curvatura de las columnas, lo que causa que se llegue con más fuerza (Cortante basal) a la falla de los elementos, pero en contraste se pierde ductilidad del elemento y se pierde la rotación inelástica disponible.

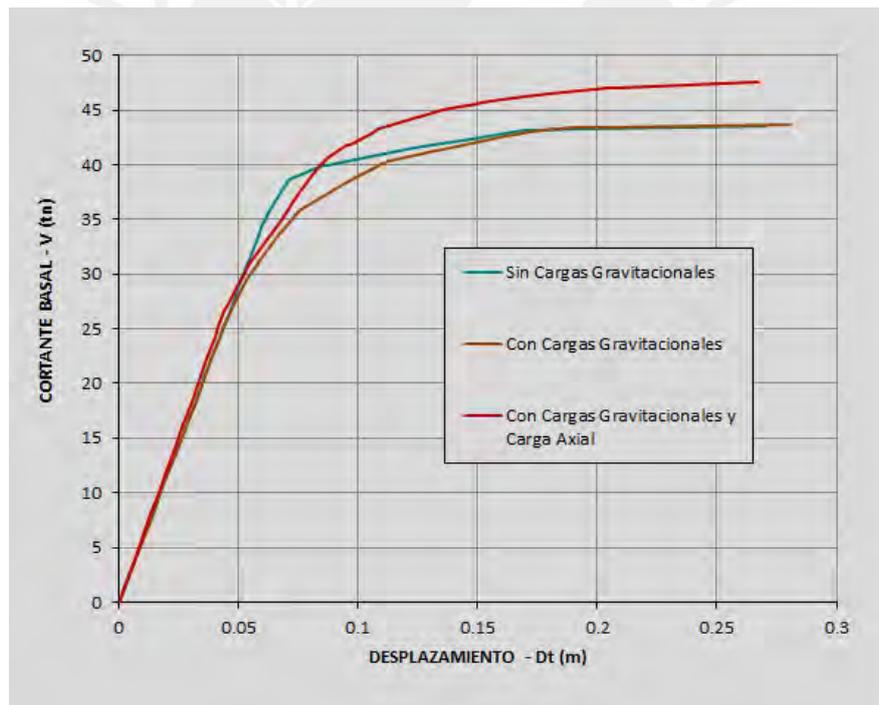


Figura 4.81. Comparación de Resultados de los Modelos Analizados.

4.5 Aplicación N°05

Para el pórtico mostrado en la Figura 4.82 se pide hallar la curva de capacidad de la estructura considerando una sección de 0.30x0.30 m para columnas y de 0.30x0.30 para las vigas. Para el cálculo del diagrama momento-curvatura se considera el modelo constitutivo del concreto mostrados en la Figura 4.83. La curva de capacidad se determinará con las siguientes condiciones:

- Modelo elastoplástico del acero de refuerzo mostrado en la Figura 4.84 (M.E).
- Modelo trilineal del acero de refuerzo mostrado en la Figura 4.85 (M.T).
- Modelo de endurecimiento parabólico del acero de refuerzo mostrado en la Figura 4.86 (M.C).

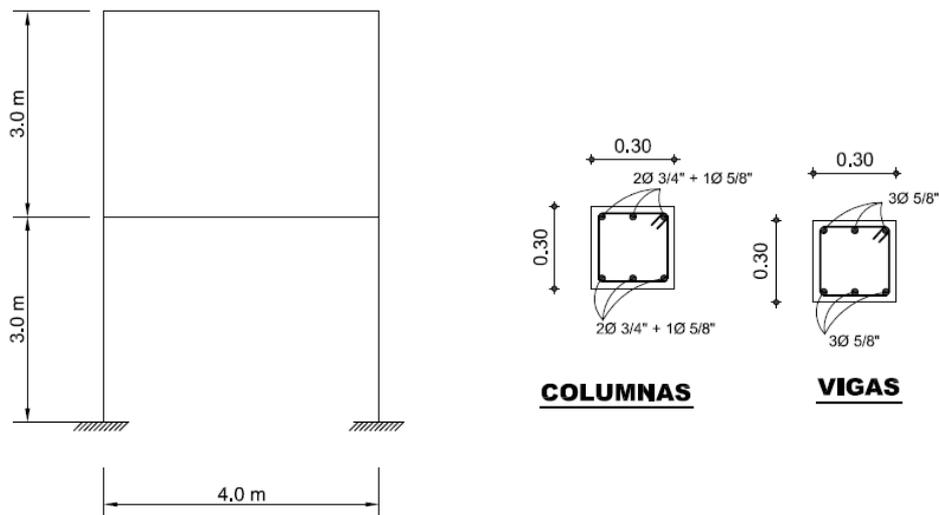


Figura 4.82. Datos de la Estructura Aplicación N°05

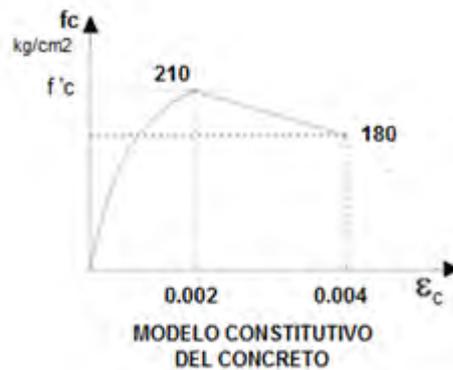


Figura 4.83. Modelo Constitutivo del Concreto.

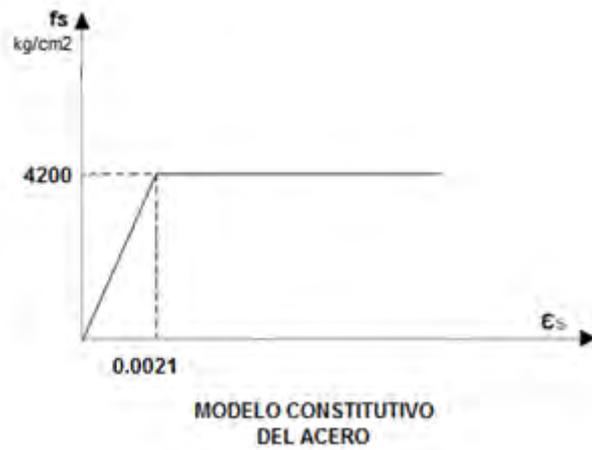


Figura 4.84. Modelo Elastoplástico del Acero.

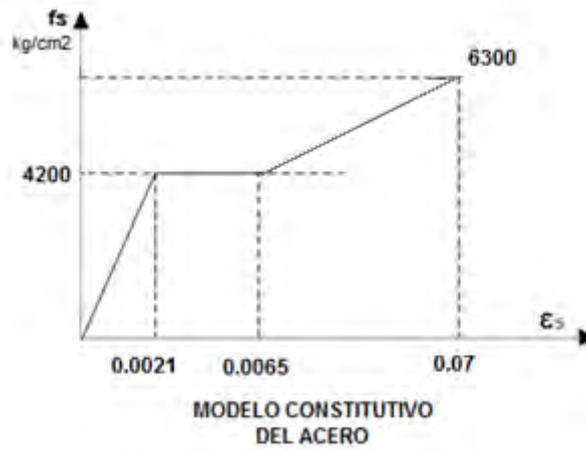


Figura 4.85. Modelo Trilineal del Acero.

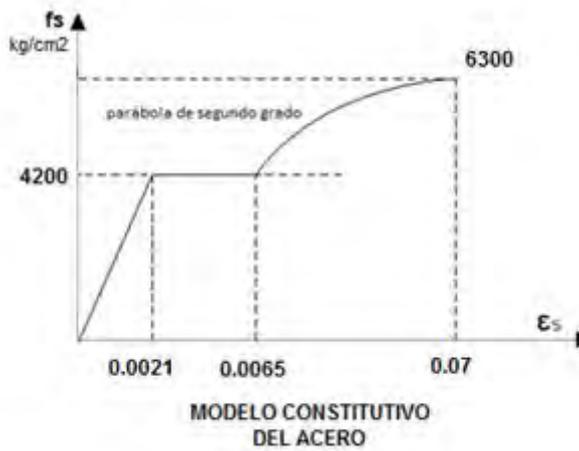


Figura 4.86. Modelo de Endurecimiento Curvo del Acero.

4.5.1 Puntos y Elementos de la Estructura

En la Figura 4.87 se muestra la codificación de los puntos y elementos de la estructura formada en el programa AMAP2D.

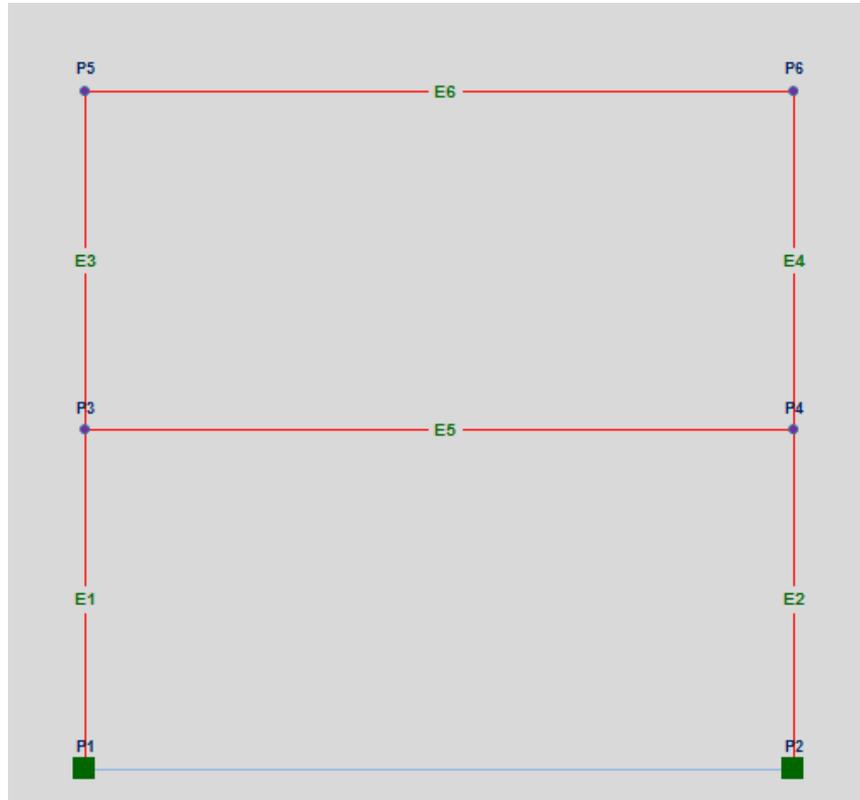


Figura 4.87. Puntos y Elementos de la Estructura.

4.5.2 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas con M.E. – Condición (a)

En la Figura 4.88 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas y en la Figura 4.89 se muestra el diagrama Momento-curvatura de las vigas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto (Figura 4.83) y del acero de refuerzo (Figura 4.84). Este diagrama se idealiza de forma Trilineal, disponible en el programa.

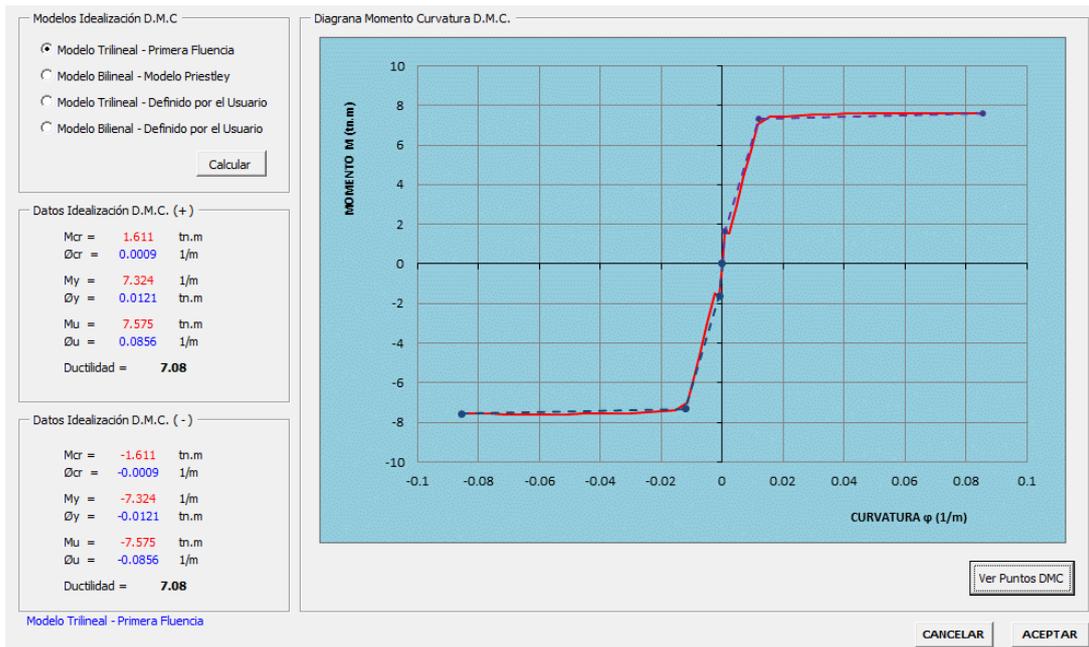


Figura 4.88. Diagrama Momento-Curvatura Columnas con M.E. – Condición (a)

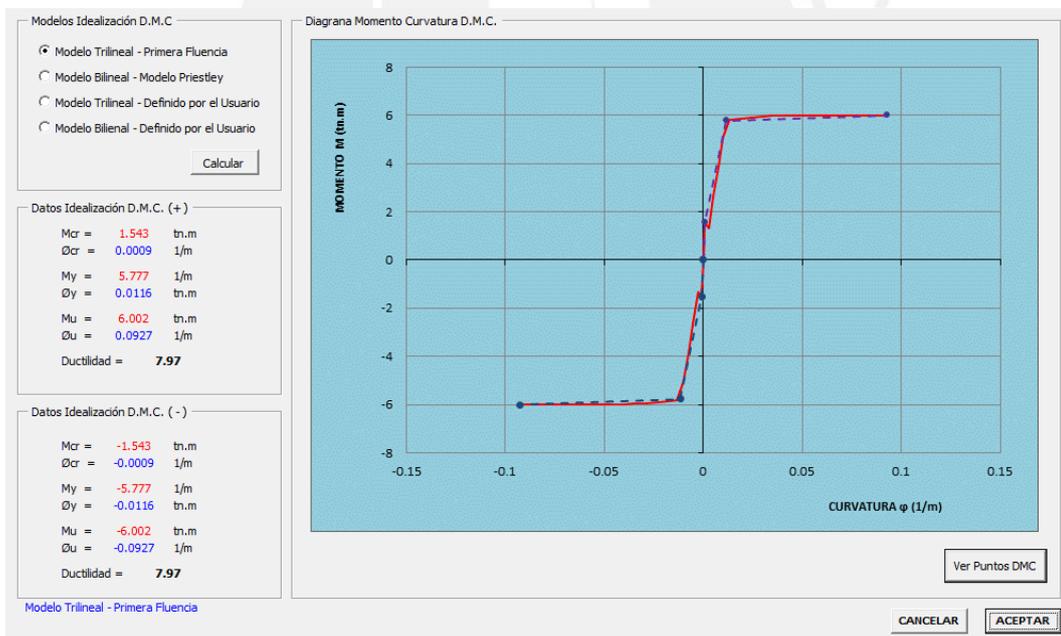


Figura 4.89. Diagrama Momento-Curvatura Vigas con M.E. – Condición (a)

4.5.3 Mecanismo de Falla de la Estructura con M.E. – Condición (a)

En la Figura 4.90 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando el modelo elastoplástico del acero de refuerzo. La estructura fue llevada al colapso considerando las rotaciones plásticas disponibles.

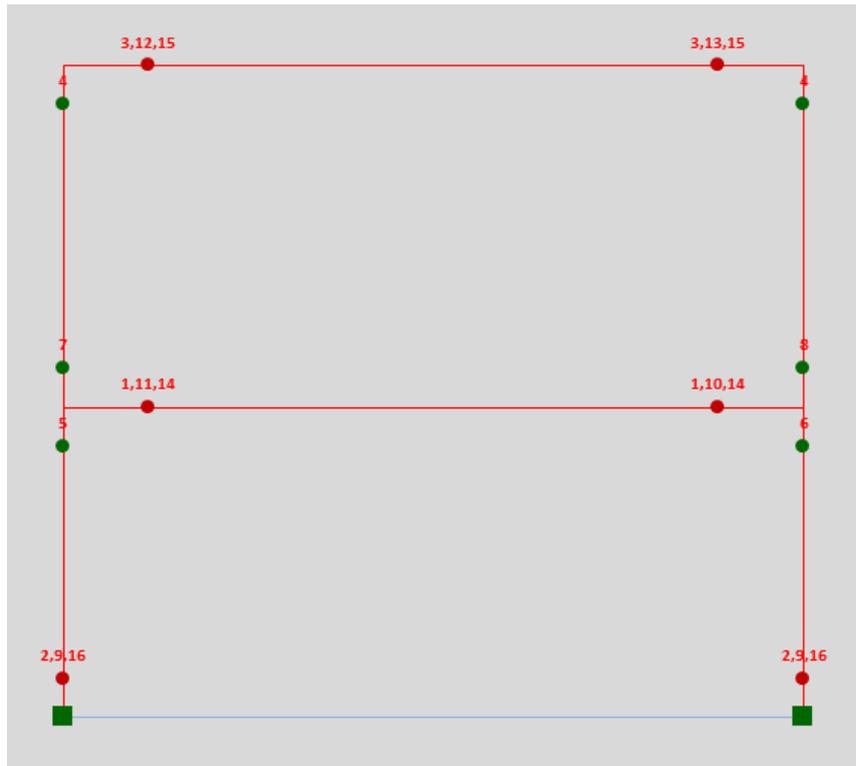


Figura 4.90. Mecanismo de Falla con M.E. – Condición (a)

4.5.4 Curva de Capacidad con M.E. – Condición (a)

En la Figura 4.91 se muestra la curva de capacidad de la estructura considerando el modelo elastoplástico del acero de refuerzo, la cual tiene un cortante máximo $V=7.70$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.266$ m con una ductilidad de 4.92

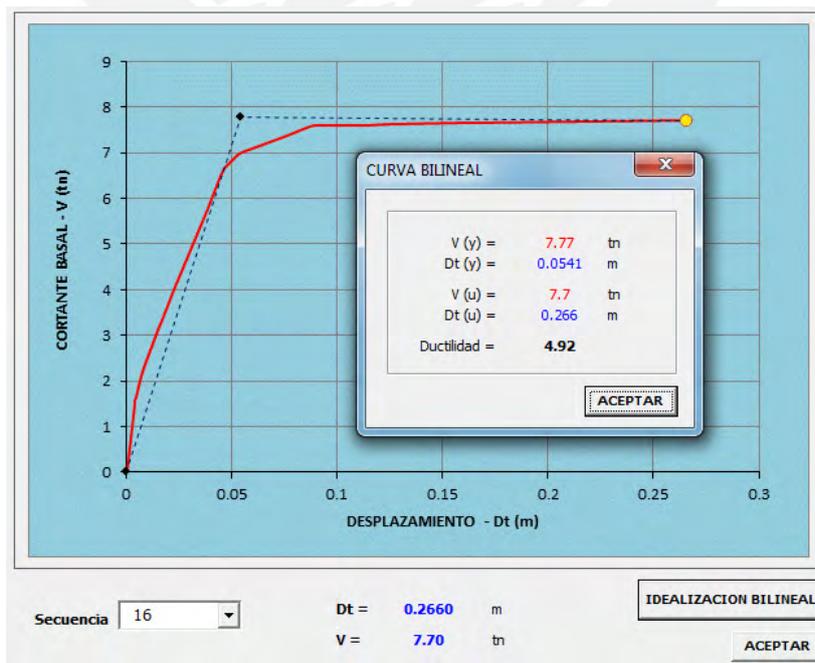


Figura 4.91. Curva de Capacidad con M.E. – Condición (a)

4.5.5 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas con M.T. – Condición (b)

En la Figura 4.92 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto (Figura 4.83) y del acero de refuerzo (Figura 4.85). Se puede observar el incremento del momento último M_u (de 7.58tn.m a 8.18tn.m) con respecto a los calculados con el modelo elastoplástico del acero de refuerzo.

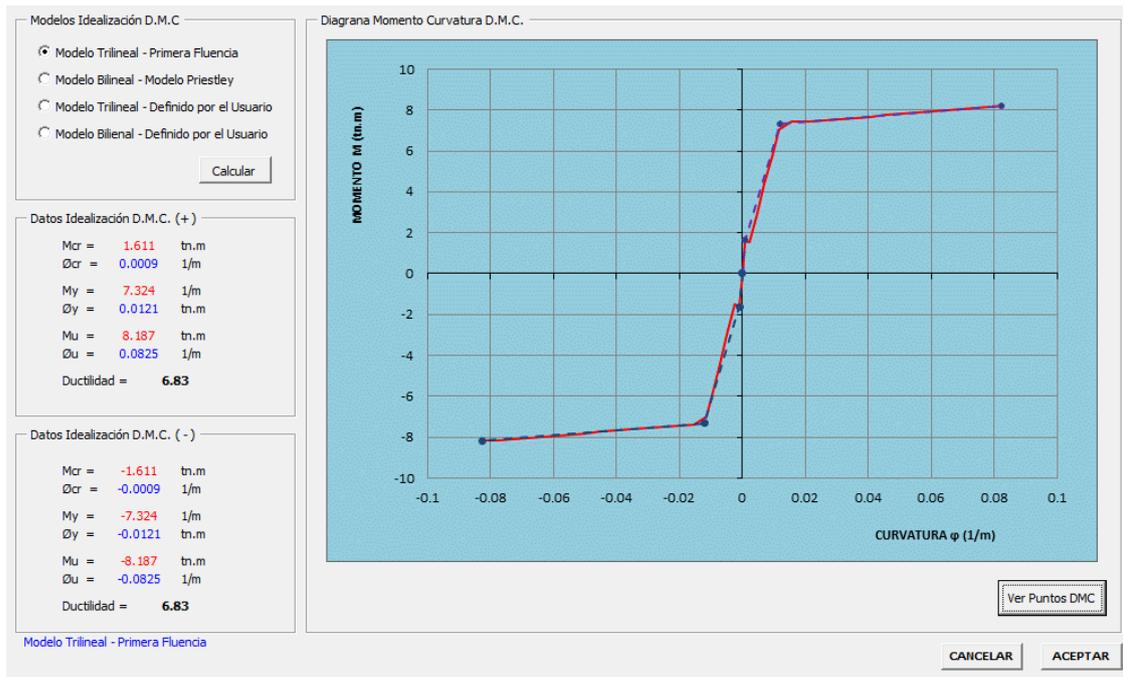


Figura 4.92. Diagrama Momento-Curvatura Columnas con M.T. – Condición (b)

En la Figura 4.93 se muestra el diagrama Momento-curvatura de las vigas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto (Figura 4.83) y del acero de refuerzo (Figura 4.85). Se puede observar el incremento del momento último M_u (de 6.00tn.m a 6.54tn.m) con respecto a los calculados con el modelo elastoplástico del acero de refuerzo.

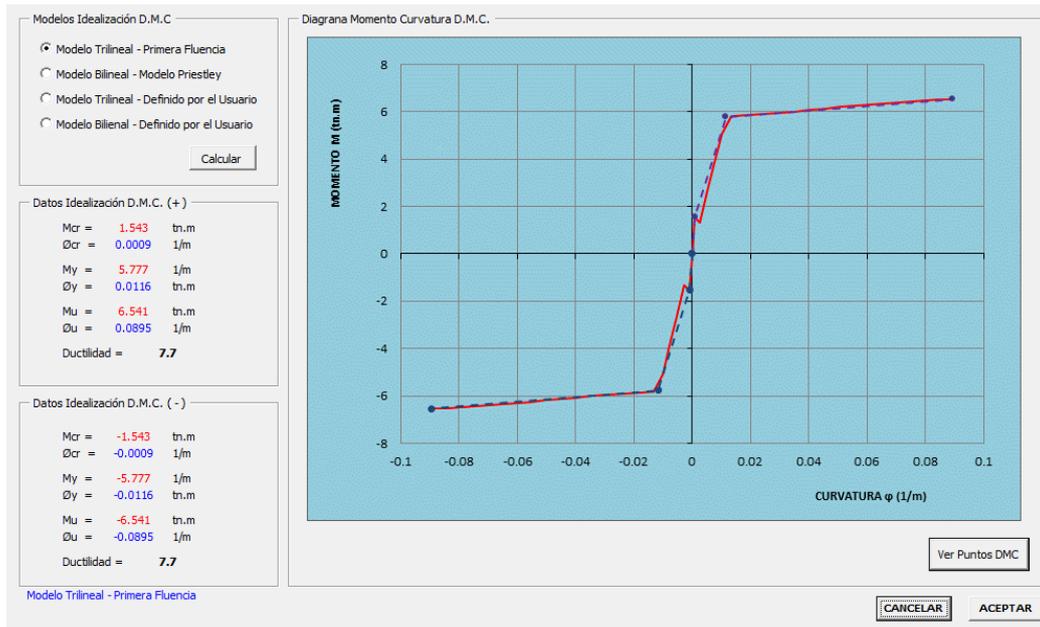


Figura 4.93. Diagrama Momento-Curvatura Vigas con M.T. – Condición (b)

4.5.6 Mecanismo de Falla de la Estructura con M.T. – Condición (b)

En la Figura 4.94 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando el modelo trilineal en el acero de refuerzo. Se puede observar que la secuencia de formación de rótulas es similar al modelo anterior.

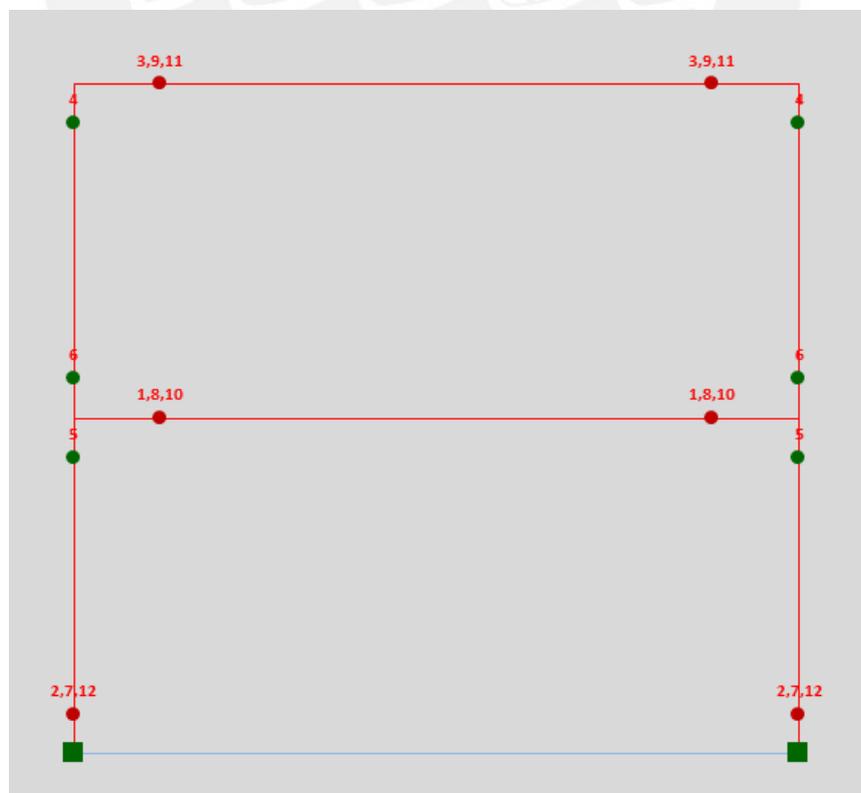


Figura 4.94. Mecanismo de Falla con M.T. – Condición (b)

4.5.7 Curva de Capacidad con M.T. – Condición (b)

En la Figura 4.95 se muestra la curva de capacidad de la estructura considerando el modelo trilineal del acero de refuerzo, la cual tiene un cortante máximo $V=8.04$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.25$ m con una ductilidad de 4.53

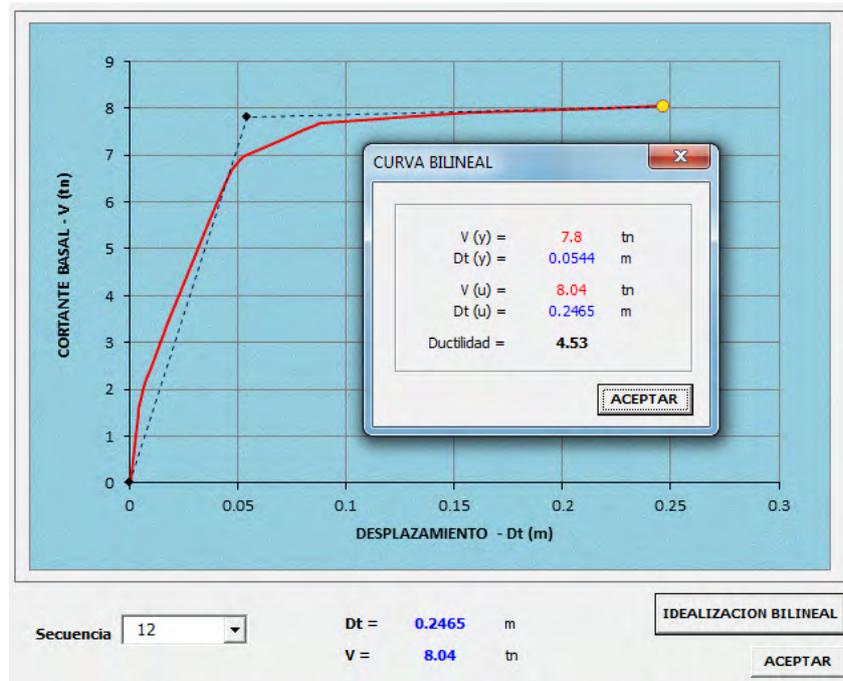


Figura 4.95. Curva de Capacidad con M.T. – Condición (b)

4.5.8 Diagrama M-C de las Columnas y Vigas con M.C. – Condición (c)

En la Figura 4.96 se muestra el diagrama Momento-Curvatura de las columnas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto (Figura 4.83) y del acero de refuerzo (Figura 4.86). Se puede observar el incremento del momento último M_u (de 7.58tn.m a 8.64tn.m) con respecto a los calculados con el modelo elastoplástico del acero de refuerzo.

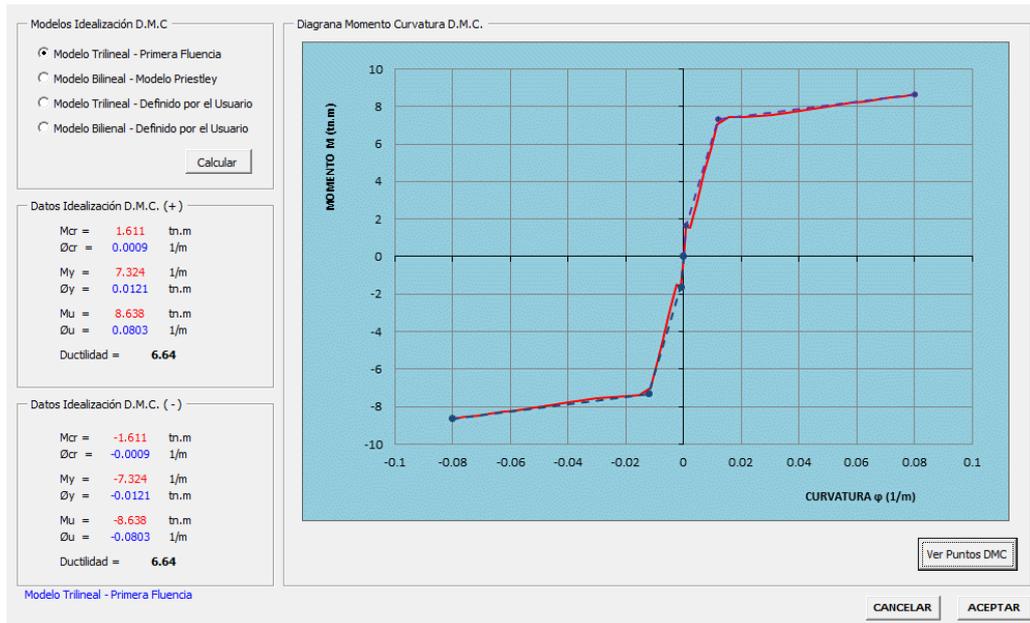


Figura 4.96. Diagrama Momento-Curvatura Columnas con M.C. – Condición (c)

En la Figura 4.97 se muestra el diagrama Momento-curvatura de las vigas, las cuales fueron calculadas con los modelos constitutivos del concreto (Figura 4.83) y del acero de refuerzo (Figura 4.86). Se puede observar el incremento del momento último M_u (de 6.00tn.m a 6.96tn.m) con respecto a los calculados con el modelo elastoplástico del acero de refuerzo.

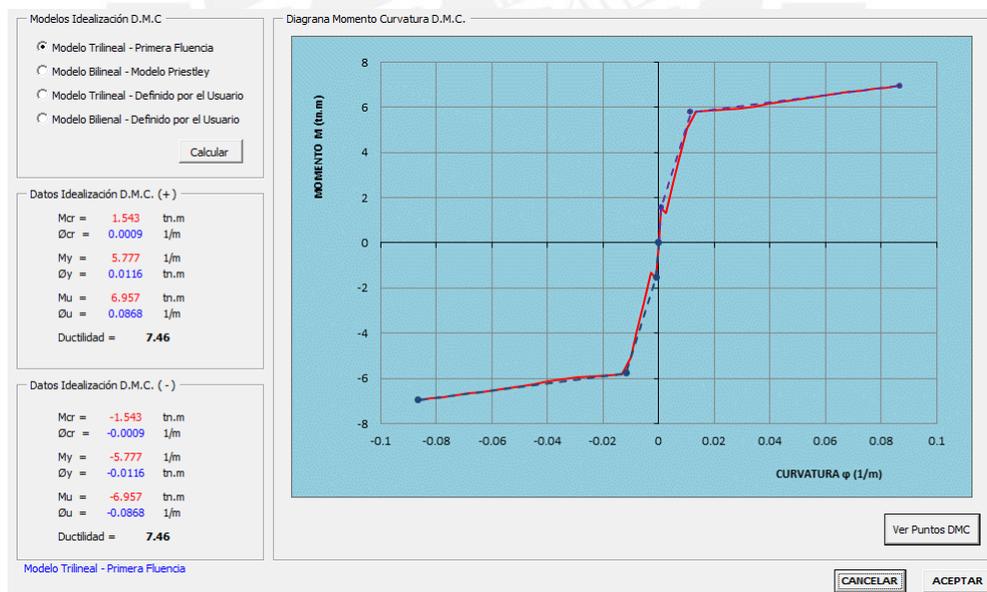


Figura 4.97. Diagrama Momento-Curvatura Vigas con M.C. – Condición (c)

4.5.9 Mecanismo de Falla de la Estructura con M.C. – Condición (c)

En la Figura 4.98 se muestra la formación de las rótulas plásticas y el mecanismo de falla de la estructura considerando el modelo de endurecimiento curvo del acero de refuerzo.

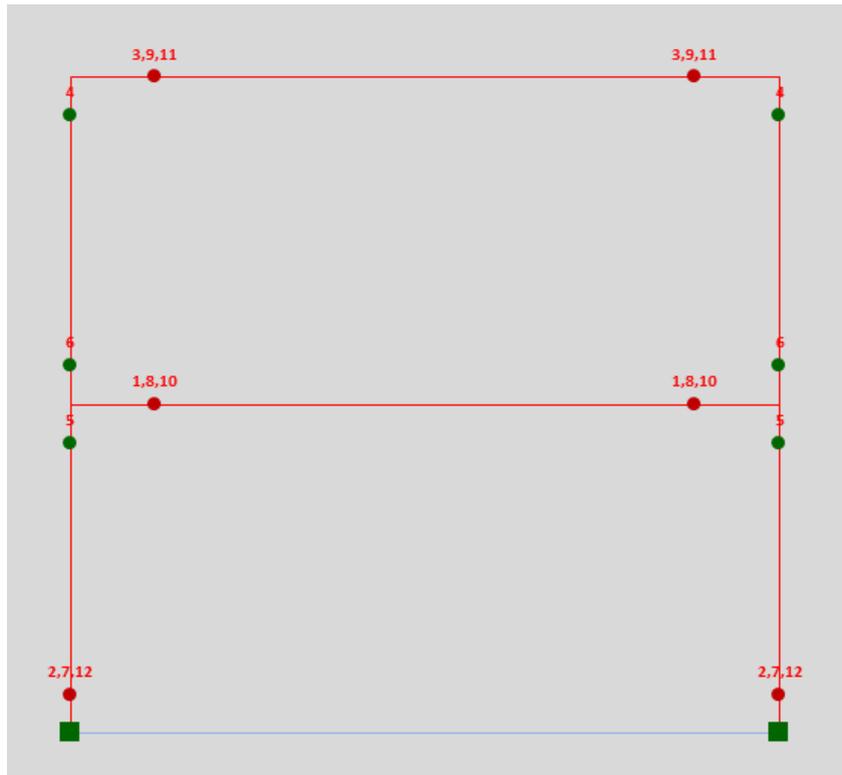


Figura 4.98. Mecanismo de Falla con M.C. – Condición (c)

4.5.10 Curva de Capacidad con M.C.

En la Figura 4.99 se muestra la curva de capacidad de la estructura considerando el modelo de endurecimiento curvo del acero de refuerzo, la cual tiene un cortante máximo $V=8.3$ tn y un desplazamiento máximo $Dt=0.25$ m con una ductilidad de 4.54

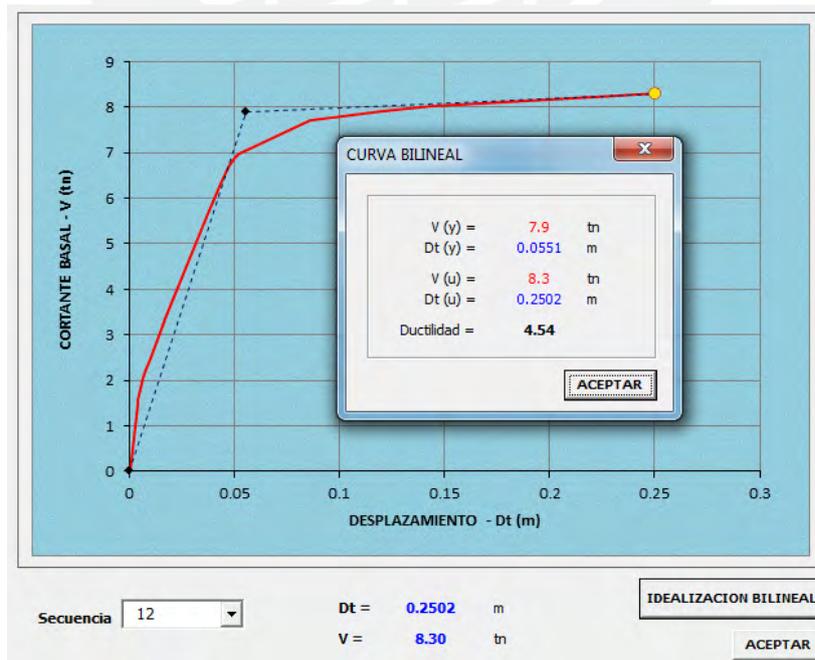


Figura 4.99. Curva de Capacidad con M.C. – Condición (c)

4.5.11 Comparación de Resultados de los Tres Modelos

En la Figura 4.100 se muestra la comparación de las tres curvas de capacidad calculadas, considerando el modelo elastoplástico del acero de refuerzo (M.E. – condición a), considerando el modelo trilineal del acero de refuerzo (M.T. – condición b) y considerando el modelo de endurecimiento curvo del acero de refuerzo (M.C. – condición c). El efecto del modelo de acero empleado es que incrementan los momentos últimos (M_u) en los diagramas momento-curvatura en las secciones de los elementos, produciendo un incremento en la zona inelástica de la curva de capacidad debido a la sobre resistencia por flexión existente en cada modelo del acero de refuerzo.

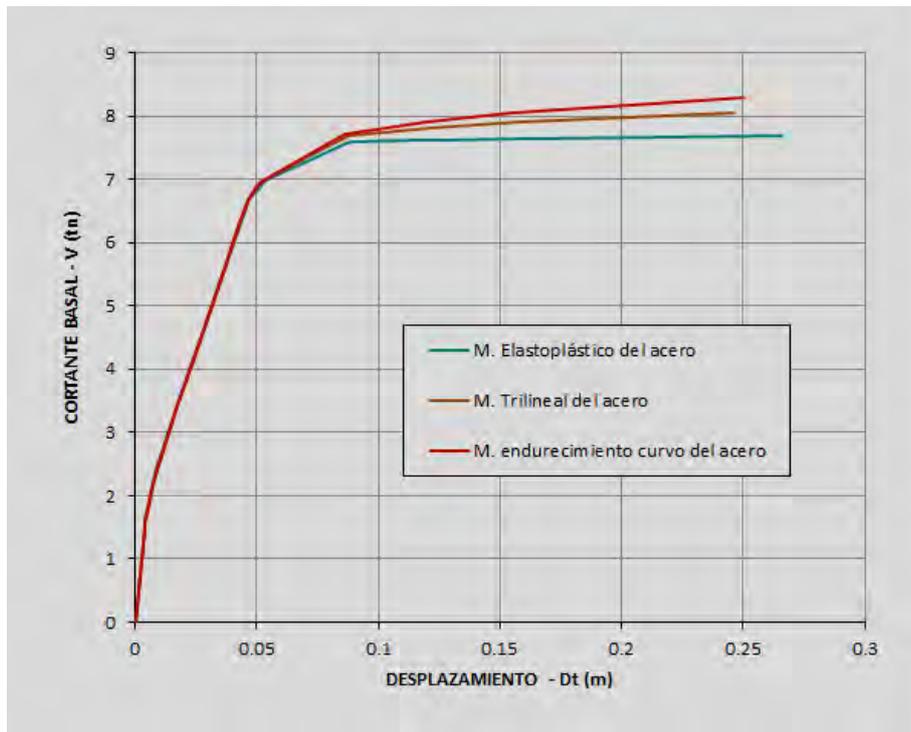


Figura 4.100. Comparación de Resultados de los Modelos Analizados.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

En relación al programa desarrollado:

- Se desarrolló la automatización del análisis estático no lineal pushover mediante el programa ANALISIS MATRICIAL AUTOMATIZADO PUSHOVER 2D (AMAP2D V1.1), el cual determina la curva de capacidad de pórticos planos de concreto armado, dentro de las limitaciones del desarrollo de la tesis.
- Se implementó el cálculo de los diagramas momento-curvatura de las secciones de los elementos con una galería de modelos constitutivos del concreto y del acero de refuerzo.
- Se implementó el modelo de plasticidad concentrada para modelar el daño de los extremos de los elementos ante cargas sísmicas.
- Se utilizaron los métodos de análisis matricial de estructuras para desarrollar el código de programación del programa AMAP2D V1.1, constituyéndose este programa en una herramienta de aprendizaje para los estudiantes o profesionales de la carrera de ingeniería civil.
- El programa ha sido validado mediante diversos ejemplos de aplicación y se han comparado los resultados obtenidos con cálculos analíticos y con el programa de cálculo estructural SAP2000v15, teniendo pocas variaciones en los resultados y cuya incidencia en el diseño del elemento estructural es despreciable; constituyendo el programa elaborado como una herramienta de comprobación.
- La interfaz del programa ha sido desarrollada mediante el programa Microsoft Excel con un lenguaje de programación en Visual Basic, de manera que el usuario de forma muy intuitiva pueda definir y obtener la curva de capacidad de pórticos planos de concreto armado. La visualización de resultados es de forma sencilla, comprensible y didáctica mediante gráficas en las que se pueden visualizar y comparar distintos valores.

En relación al estudio de las aplicaciones:

- La idealización del diagrama momento curvatura a una curva bilineal elastoplástica reporta deformaciones bajas en el rango inelástico, esto debido a que este modelo desprecia la rigidez plástica de los elementos.

- El efecto del confinamiento de los estribos en los elementos mejora el comportamiento de la estructura, ya que le confiere al elemento una mayor ductilidad al elevar la curvatura última Φ_u y una mayor resistencia última al elevar el valor del momento último M_u .
- La carga axial en los elementos le confiere una mayor resistencia última al elevar el valor del momento último M_u , pero le quita ductilidad al elemento al reducir la curvatura última Φ_u . Cuando la carga axial es elevada, puede llevar a la falla al elemento sin que los aceros de refuerzo alcancen la fluencia.
- La sobrerresistencia a flexión del acero de refuerzo confiere una mayor resistencia última al elevar el valor del momento último M_u del elemento. Esto puede ser peligroso en el caso de las vigas donde puede elevar su resistencia al punto que falle primero la columna.

5.2 Recomendaciones para trabajos futuros

- Para el uso del programa se recomienda tener una visión clara de la estructura que se quiere analizar, realizando siempre un modelo matemático adecuado que se adapte a las condiciones reales del problema que se quiere resolver, y analizar analíticamente los resultados obtenidos con el programa de acuerdo al modelo estructural planteado, revisando la compatibilidad y condiciones de análisis de los nudos y de los elementos.
- Se puede ampliar el alcance del programa a sistemas en tres dimensiones, aplicando en éstos modelos los patrones de carga en el centro de masa de cada nivel de la estructura.
- Se puede ampliar la galería de los modelos constitutivos de los materiales del concreto y acero de refuerzo.
- Se puede ampliar el modelo de plasticidad concentrada a modelos más desarrollados que consideren la degradación de la rigidez en una longitud apropiada.

CAPÍTULO 6: BIBLIOGRAFÍA

1. Aguiar, R. (2002), “Sistema de Computación CEINCI3 para evaluar daño sísmico en los Países Bolivarianos”, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, Valle de los Chillos, Ecuador.
2. Aguiar, R. (2003), “Análisis Sísmico por Desempeño”, Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército, Valle de los Chillos, Ecuador.
3. Aguiar, R. (2012), “Dinámica de Estructuras con CEINCI-LAB”, Centro de Investigaciones Científicas-Escuela Politécnica del Ejército, CEINCE-ESPE. Quito-Ecuador.
4. Aguiar, R. (2014), “Análisis Matricial de Estructuras con CEINCI-LAB”, Centro de Investigaciones Científicas-Escuela Politécnica del Ejército, CEINCE-ESPE. Quito-Ecuador.
5. Aguiar, R., Mora, D. y Rodríguez M. (2015), “Diagrama Momento-Curvatura y Momento-Rotación para Elementos de Hormigón Armado y Acero con ASCE/SEI 41 y Sistema de Computación CEINCI-LAB”, Revista Ciencia, 17 (2), 191-228. Universidad de Fuerzas Armadas, ESPE, Quito, Ecuador.
6. Alva, J. y Castillo, J. (1994), “Peligro Sísmico en el Perú”, Universidad Nacional de Ingeniería- Lima.
7. Caltrans (2006), Seismic design criteria. California Department of Transportation, California
8. Chang, D. (2015), “Estudio de Relaciones Momento-Curvatura en Secciones de Concreto Armado y Concreto Preesforzado Sometidas a Flexión”. Tesis para optar el Grado de Magister, Escuela de Posgrado, Pontificia Universidad Católica del Perú PUCP. Lima-Perú.
9. Chung, Y.S., Shinozuka, M. and Meyer, C. (1988), “SARCF User’s Guide: Seismic Analysis of Reinforced Concrete Frames”, National Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEER-88-0044, State University of New York.
10. Giberson, M.F. (1969), “Two Nonlinear Beams with Definitions of Ductility”, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.95, No ST2, 137-157.
11. Hernández, M. (2010), “Análisis No Lineal Estático Pushover Base Teórica y Aplicación Usando el Programa ETABS”, High Level Engineering, www.hlengineering.com.
12. Kunnath, S., Reinhom, A. and Lobo, R. (1992), “IDARC V3.0: A Program for the Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Structures”, National Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEER-92-0022, State University of New York.
13. Lobo, R.F. (1994), “IDARC: Inelastic Dynamic Analysis of Reinforced Concrete Structures in Three Dimension”, Ph.D. Dissertation Department of Civil Engineering, State University of New York.

14. Mark, A. R. A., Manikandan, S., Ganesh, and Sofi, A. (2014), "Pushover analysis of structures", IUP Journal of Structural Engineering, 7(3), 28-37.
15. Medina, C. (2012), "Estudio de la relación momento – curvatura como herramienta para entender el comportamiento de secciones de hormigón armado". Tesis de Grado, Universidad Técnica de Ambato. Ambato-Ecuador.
16. Mora, D. y Aguiar R. (2015), "Modelación de Diagrama Momento-Curvatura y Momento-Rotación en secciones de acero estructural", Revista Ciencia, 17 (1), 99-124. Universidad de Fuerzas Armadas, ESPE, Quito, Ecuador.
17. Navahandi, H. (2015), "Pushover Analysis of Retrofitted Reinforced Concrete Buildings". Civil and Environmental Engineering Master's Project Reports. Paper 21.
18. Nishant, R. and Siddhant, R. (2015), "Non-Linear Static Analysis (Pushover Analysis) A Review", International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR), Volume-3, Issue-7.
19. Ottazzi, G. (2011), "Apuntes del Curso Concreto Armado I", Fondo Editorial PUCP- Lima.
20. Park, Y., Reinhorn, A. and Kunnath, S. (1987), "IDARC: Inelastic Damage Analysis of Reinforced Concrete Frame Shear-Wall Structures", National Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEER-87-0008, State University of New York.
21. Park, R. y Paulay, T. (1980), "Estructuras de Concreto Reforzado", Editorial Limusa-México.
22. Priestley M. (1993) Myths and fallacies in earthquake engineering – Conflicts between design and reality. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering 26-3: 329-341
23. Poma, J. (2014), "Automatización mediante macros para el Análisis Sísmico Estático y Dinámico de sistemas estructurales en 2D y Pseudo Tridimensionales". Tesis para optar el Título de Ingeniero Civil, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Nacional del Centro del Perú UNCP. Huancayo-Perú.