

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**ESCUELA DE POSGRADO**



**ANÁLISIS CINEMÁTICO EN EL DISEÑO CONCEPTUAL DE UN  
MECANISMO TIPO CLÚSTER PARA EL DESARROLLO DE UNA SILLA DE  
RUEDAS ELÉCTRICA CON CAPACIDAD DE ASCENSO EN ESCALERAS  
RECTAS**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGISTER EN INGENIERÍA  
MECATRÓNICA**

**AUTOR**

Carlos Enrique Macedo Meza

**ASESOR**

Dante Ángel Elías Giordano

**Julio, 2018**



© 2018, Carlos Enrique Macedo Meza

Se autoriza la reproducción total o parcial,  
Con fines académicos a través de cualquier  
Medio o procedimiento, incluyendo la cita  
Bibliográfica del documento.

## RESUMEN

Este trabajo de tesis consistió en el análisis cinemático en el diseño conceptual de un mecanismo de seis grados de libertad tipo clúster para el desarrollo de una silla de ruedas eléctrica con capacidad de ascenso en escaleras rectas.

Se consideró el diseño de un nuevo concepto por las dificultades en ascenso y descenso de escaleras que mantienen aún las personas con discapacidad limitadas de forma permanente para caminar hoy en día.

El diseño conceptual propuesto cumplió con las normativas de edificación para una escalera recta sin descansos y de escalones uniformes, y consideró como usuarios a personas adultas de hasta 80 kg con capacidad de controlar el vehículo de manera autónoma.

El análisis cinemático se estudió según unas transiciones planificadas entre estados que mantienen su estabilidad y que van desde el inicio del cambio a la modalidad para ascender sobre una escalera de 5 escalones rectos, hasta el final del cambio a la modalidad de silla de ruedas una vez ya ascendido. Los resultados almacenados de su simulación por medio de una herramienta de software matemático (Matlab), y según entradas a velocidad constante, mostraron que al sistema le tomará un total aproximado de 4 minutos y medio realizar todo el proceso mencionado.

Asimismo, las posiciones almacenadas, la propuesta de masas y centros de masa, y Matlab permitieron simular análisis estáticos para aproximar cargas en la estructura del vehículo. Seguidamente, se estimaron factores de seguridad de sus componentes a partir del análisis de resistencia de sus materiales con ayuda de un software de ingeniería asistido por computadora (SolidWorks Simulation). Luego, las selecciones de actuadores, sensores, elementos de interacción hombre-máquina relevantes, y fuentes de alimentación eléctrica se efectuaron para satisfacer con los requerimientos cinemáticos en cada transición.

Por último, se estimó que la batería puede proveer aproximadamente 29 minutos de autonomía para tareas de ascenso, mientras que para desplazamiento en superficies planas la autonomía puede alcanzar las 5 horas.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN.....	i
ANEXOS .....	v
LISTA DE SÍMBOLOS .....	vi
INTRODUCCIÓN .....	1
1. CAPÍTULO 1.....	3
1.1 Discapacidad .....	3
1.2 Leyes y normativas sobre discapacidad y accesos .....	5
1.2.1 Extracto de la Norma A.010. Condiciones generales de diseño ..	6
1.2.2 Extracto de la Norma A.040. Educación.....	7
1.2.3 Extracto de la Norma A.050. Salud .....	7
1.2.4 Extracto de la Norma A.120. Accesibilidad p/ personas con discapacidad .....	7
1.3 Las sillas de ruedas y sus tipos.....	9
1.4 Mecanismos y sistemas de control de silla de ruedas autopulsadas ....	9
1.4.1 Mecanismo tipo 4WD .....	10
1.4.2 Mecanismo tipo regulador de centro de gravedad .....	11
1.4.3 Mecanismo tractor para escalamiento de gradas.....	12
1.4.4 Mecanismo acoplado a sillas de ruedas ligeras.....	13
1.4.5 Mecanismo de 4 grupos de ruedas planetarios.....	14
1.4.6 Mecanismo desplegable con 2 brazos articulados y grupo de ruedas pivotantes (prototipo).....	15
1.4.7 Mecanismo desplegable con 2 patas articuladas (prototipo).....	16
1.4.8 Mecanismo de 4 barras articuladas .....	17
1.5 Control de mandos .....	17
1.6 Sistemas de seguridad .....	18
1.7 Sensores de entorno.....	19
2. CAPÍTULO 2.....	21
2.1 Consideraciones y requerimientos .....	21
2.1.1 Usuario objetivo .....	21
2.1.2 Espacio de trabajo .....	22



2.1.3	Movilidad .....	24
2.1.4	Seguridad .....	25
2.1.5	Autonomía.....	25
2.1.6	Resumen de requerimientos .....	25
2.2	Diseño conceptual del vehículo.....	26
2.2.1	Disposición espacial.....	26
i.	Silla .....	26
ii.	Clústeres.....	28
iii.	Sistema conjunto sobre escaleras .....	29
iv.	Sistema conjunto sobre superficies planas.....	31
2.2.2	Mecanismos integrados al sistema.....	32
i.	Mecanismo superior de traslación.....	32
ii.	Mecanismo inferior de despliegue .....	33
iii.	Mecanismo trasero de tracción y/o giro .....	34
iv.	Mecanismo delantero de giro .....	36
2.2.3	Aspecto del vehículo .....	37
2.3	Análisis de estados .....	38
2.3.1	Estado A.....	38
2.3.2	Estado B .....	39
2.3.3	Estado C .....	39
2.3.4	Estado D.....	39
2.3.5	Estado E .....	40
2.3.6	Estado F.....	41
2.3.7	Estado G.....	41
2.3.8	Estado H:.....	42
2.3.9	Estado I: .....	43
2.3.10	Estado J:.....	44
3.	CAPÍTULO 3.....	45
3.1	Identificación del mecanismo.....	45
3.2	Análisis cinemático del sistema .....	47
3.2.1	Ecuaciones cinemáticas del vehículo .....	47
3.2.2	Cinemática del vehículo sobre una escalera.....	56
i.	Transición D a E1.....	57

ii.	Transición E1 a E2 y E7 a E8 .....	58
iii.	Transición E2 a E3 .....	59
iv.	Transición E3 a E4 .....	60
v.	Transición E4 a E5 .....	60
vi.	Transición E5 a E6, E6 a E7 y J12 a J13 .....	61
vii.	Transición E8 a F .....	61
viii.	Transición F a G1 .....	63
ix.	Transición G1 a G2 .....	64
x.	Transición G2 a G3 .....	66
xi.	Transición G3 a G4 .....	67
xii.	Transición G3 o G4 a H1: .....	69
xiii.	Transición H1 a H2: .....	71
xiv.	Transición H2 a H3: .....	74
xv.	Transición H3 a I1: .....	76
xvi.	Transición I1 a I2, I2 a J1, J2 a J3, J3 a J4 y J10 a J11: .....	77
xvii.	Transición J1 a J2 y J7 a J8: .....	79
xviii.	Transición J4 a J5: .....	80
xix.	Transición J5 a J6, J6 a J7 y J8 a J9: .....	81
xx.	Transición J9 a J10: .....	82
xxi.	Transición J11 a J12: .....	83
xxii.	Transición J13 a J14: .....	84
4.	CAPÍTULO 4 .....	85
4.1	Simulación cinemática .....	85
4.1.1	Aproximación de masas y sus centros .....	86
4.1.2	Velocidades de diseño .....	90
4.1.3	Proceso de simulación .....	92
4.2	Análisis de resultados .....	94
4.3	Análisis básico mecánico .....	98
4.3.1	Análisis estático .....	100
4.3.2	Resistencia de materiales .....	102
4.4	Selección de actuadores .....	103
4.5	Propuesta de control y electrónica .....	108
	OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES .....	119

CONCLUSIONES .....	120
BIBLIOGRAFÍA .....	121

## **ANEXOS**

ANEXO A: Estudio observacional de escaleras en la PUCP

ANEXO B: Grupos y elementos del vehículo

ANEXO C: Estados intermedios y transiciones

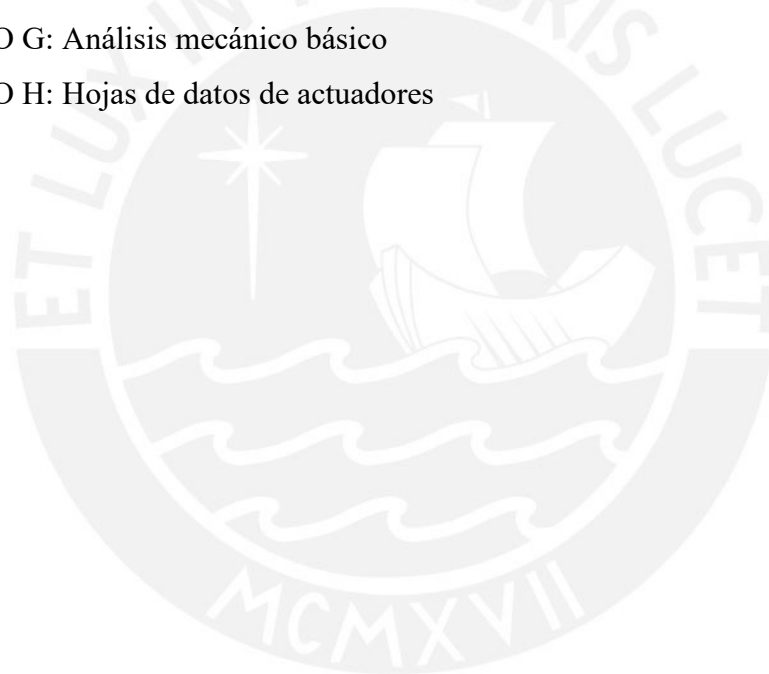
ANEXO D: Ecuaciones cinemáticas del vehículo

ANEXO E: Cinemática del vehículo sobre una escalera

ANEXO F: Resultados cinemáticos simulados

ANEXO G: Análisis mecánico básico

ANEXO H: Hojas de datos de actuadores



## LISTA DE SÍMBOLOS

• P	Longitud de paso de un escalón	[mm]
• CP	Longitud de contrapaso de un escalón	[mm]
• r	Longitud de radio de rueda de clúster	[mm]
• $A_n$	Ancho de palanca en clúster	[mm]
• CM	Centro de masa	
• $W_T$	Peso total aproximado	[N]
• $M_x$	Momento alrededor de <i>un punto X</i>	[N. m]
• $\phi_1$	Dirección del clúster trasero o vector $\overline{AB}$	°
• $\phi_2$	Dirección del clúster delantero o vector $\overline{NK}$	°
• $R_{S1y}$	Fuerza de reacción vertical sobre rueda apoyada del clúster trasero	[N]
• $R_{S2y}$	Fuerza de reacción vertical sobre rueda apoyada del clúster delantero	[N]
• $L_x$	Distancia horizontal entre puntos B y K	[mm]
• $L_y$	Distancia vertical entre puntos B y K	[mm]
• x	Separación horizontal óptima entre puntos B y CM	[mm]
• N	Número de escalones uniformes en escalera recta	
• $L_{BK}$	Longitud entre puntos B y K	[mm]
• $\Delta x_k$	Cantidad de variación de <i>una variable x con subíndice k</i>	
• $\phi_1$	Dirección del chasis o vector $\overline{GI}$	°
• $\phi_2$	Dirección de BAT o vector $\overline{IM}$	°
• $\phi_3$	Dirección de BAD o vector $\overline{HQ}$	°
• $\phi_5$	Dirección de ALT o vector $\overline{CF}$	°
• $\phi_6$	Dirección de ALD o vector $\overline{JE}$	°
• $\phi_7$	Dirección de ALS o vector $\overline{LP}$	°
• $\phi_8$	Dirección de rueda trasera apoyada	°
• $\phi_9$	Dirección de rueda delantera apoyada	°
• $\phi_{10}$	Dirección de pata trasera o vector $\overline{BD}$	°
• $\phi_{11}$	Dirección de pata delantera o vector $\overline{KI}$	°
• $d_{br}$	Longitud de separación horizontal entre borde de 1er escalón y rueda delantera	[mm]
• F	Número de grados de Libertad	
• $(n - 1)$	Número de eslabones móviles	
• $f_1$	Número de juntas pasador/deslizante	
• $f_2$	Número de juntas de contacto de rodamiento con deslizamiento	
• $l_1$	Longitud de ALT	[mm]
• $l_2$	Longitud de ALD	[mm]
• $l_3$	Longitud de ALS	[mm]
• $\alpha_1$	Ángulo entre vectores $\overline{AB}$ y $\overline{BD}$ , o clúster y pata traseros	°
• $\alpha_2$	Ángulo entre vectores $\overline{KI}$ y $\overline{NK}$ , o pata y clúster delanteros	°
• $\theta_1$	Ángulo entre vector $\overline{AB}$ del clúster trasero y rueda	°
• $h_1$	Altura entre puntos O y $S_1$ de contacto trasero	[mm]
• $h_2$	Altura entre puntos O y $S_2$ de contacto delantero	[mm]
• $\beta_1$	Ángulo entre vectores $\overline{DC}$ y $\overline{DI}$ , o pata trasera y chasis	°
• $\beta_2$	Ángulo entre vectores $\overline{ID}$ e $\overline{IJ}$ , o chasis y pata delantera	°
• $\beta_3$	Ángulo entre vectores $\overline{HI}$ y $\overline{HQ}$ , o chasis y BAT	°
• $\gamma_1$	Ángulo entre vectores $\overline{DB}$ y $\overline{DC}$ de pata trasera	°
• $\gamma_2$	Ángulo entre vectores $\overline{IK}$ e $\overline{IJ}$ de pata delantera	°
• $\gamma_3$	Dirección del asiento o vector $\overline{QM}$	°
• $\gamma_4$	Ángulo entre vectores $\overline{RQ}$ y $\overline{RP}$ del asiento	°
• $L_{LM}$	Longitud entre puntos L y M	[mm]
• $L_{PM}$	Longitud entre puntos P y M	[mm]

• $L_{IP}$	Longitud entre puntos I y P	[mm]
• $\rho_1$	Ángulo entre vectores $\overrightarrow{FD}$ y $\overrightarrow{FC}$ , o chasis y ALT	°
• $\rho_2$	Ángulo entre vectores $\overrightarrow{EJ}$ y $\overrightarrow{EI}$ , o ALD y chasis	°
• $\rho_3$	Ángulo entre vectores $\overrightarrow{ML}$ y $\overrightarrow{MI}$ , o auxiliar y BAD	°
• $\rho_4$	Ángulo entre vectores $\overrightarrow{LM}$ y $\overrightarrow{LP}$ , o auxiliar y ALT	°
• $L_1$	Longitud entre puntos A y B de clúster trasero	[mm]
• $L_2$	Longitud entre puntos B y D de patas traseras	[mm]
• $L_3$	Longitud entre puntos D y C de patas traseras	[mm]
• $L_4$	Longitud entre puntos B y C de patas traseras	[mm]
• $L_5$	Longitud entre puntos D y E de chasis	[mm]
• $L_6$	Longitud entre puntos E y F de chasis	[mm]
• $L_7$	Longitud entre puntos F y G de chasis	[mm]
• $L_8$	Longitud entre puntos G y H de chasis	[mm]
• $L_9$	Longitud entre puntos H e I de chasis	[mm]
• $L_{10}$	Longitud entre puntos G y L de chasis	[mm]
• $L_{11}$	Longitud entre puntos K e I de patas delanteras	[mm]
• $L_{12}$	Longitud entre puntos J y I de patas delanteras	[mm]
• $L_{13}$	Longitud entre puntos I y M de barras delanteras bajo el asiento	[mm]
• $L_{14}$	Longitud entre puntos K y J de patas delanteras	[mm]
• $L_{15}$	Longitud entre puntos Q y H de barras traseras bajo el asiento	[mm]
• $L_{16}$	Longitud entre puntos K y N de clúster delantero	[mm]
• $L_{17}$	Longitud entre puntos Q y M de asiento	[mm]
• $L_{18}$	Longitud entre puntos R y Q de asiento	[mm]
• $L_{19}$	Longitud entre puntos R y P de asiento	[mm]
• $\gamma_1$	Ángulo de las patas traseras entre $\overrightarrow{DB}$ y $\overrightarrow{DC}$	[mm]
• $\gamma_2$	Ángulo de las patas traseras entre $\overrightarrow{IK}$ y $\overrightarrow{IJ}$	[mm]
• $\gamma_3$	Ángulo del asiento entre eje horizontal y $\overrightarrow{RM}$	[mm]
• $\gamma_4$	Ángulo del asiento entre $\overrightarrow{RM}$ y $\overrightarrow{RP}$	[mm]
• $\gamma_5$	Ángulo del chasis entre $\overrightarrow{IG}$ y $\overrightarrow{IL}$	[mm]
• $\gamma_6$	Ángulo del chasis entre $\overrightarrow{MP}$ y $\overrightarrow{MR}$	[mm]
• $d_{sMCT}$	Diámetro de sprocket sMCT	[mm]
• $d_{sMR}$	Diámetro de sprocket sMR	[mm]
• $d_{sCT}$	Diámetro de sprocket sCT	[mm]
• $d_{s4}$	Diámetro de sprocket s4	[mm]
• $d_{g4}$	Diámetro de rueda dentada g4	[mm]
• $d_{g5}$	Diámetro de rueda dentada g5	[mm]
• $d_{g6}$	Diámetro de rueda dentada g6	[mm]
• $d_{sMDT}$	Diámetro de sprocket sMDT	[mm]
• $d_{sCD}$	Diámetro de sprocket sCD	[mm]
• $sX, sY$	Punto de contacto entre los elementos $sX$ y $sY$	
• $\dot{x}_k$	Rapidez de <i>una variable x</i> con <i>subíndice k</i>	
• $\ddot{x}_k$	Aceleración de <i>una variable x</i> con <i>subíndice k</i>	
• MCT	Motor clúster trasero	
• MCD	Motor clúster delantero	
• MR	Motor ruedas	
• ALD	Actuador lineal delantero	
• ALT	Actuador lineal trasero	
• ALS	Actuador lineal superior	
• BAD	Barras bajo asiento delantero	
• BAT	Barras bajo asiento trasero	
• UAB	Usuario + Asiento + reposapiés + Batería	
• $\overrightarrow{XY}$	Vector posición desde un <i>punto X</i> hasta un <i>punto Y</i>	
• $\vec{r}_{Y/X}$	Vector posición del <i>punto Y</i> respecto del <i>punto X</i>	

• $\vec{v}_{Y/X}$	Vector velocidad del <i>punto Y</i> respecto del <i>punto X</i>	
• $\vec{a}_{Y/X}$	Vector aceleración del <i>punto Y</i> respecto del <i>punto X</i>	
• $\overline{BN}_x$	Longitud de separación horizontal desde un <i>punto B</i> hasta un <i>punto N</i>	[mm]
• $\dot{\overline{BN}}_x$	Velocidad de separación horizontal desde un <i>punto B</i> hasta un <i>punto N</i>	[mm/s]
• $\ddot{\overline{BN}}_x$	Aceleración de separación horizontal desde un <i>punto B</i> hasta un <i>punto N</i>	[mm/s <sup>2</sup> ]
• pre0	Separación horizontal entre reposapiés y 1er escalón en estado intermedio E1	[mm]
• pre1	Desplazamiento horizontal de punto N en la transición E7 a E8	[mm]
• pre2	Separación horizontal entre rueda delantera y 1er escalón en estado intermedio E8	[mm]
• $D_{rtr}$	Desplazamiento horizontal del punto A en la transición E1 a E2	[mm]
• $\phi_{2i}$	Posición angular inicial $\phi_2$	°
• $\phi_{2f}$	Posición angular final $\phi_2$	°
• $h_e$	Altura del 1er escalón	[mm]
• $\delta_2$	Ángulo entre vectores $\overline{BD}$ y $\overline{DN}$ , o patas traseras y auxiliar en transición G2 a G3	°
• $q_1$	Ángulo entre vectores $\overline{NK}$ y $\overline{KD}$ , o clúster delantero y auxiliar en transición G2 a G3	°
• $q_2$	Ángulo entre vectores $\overline{DK}$ e $\overline{ID}$ , o auxiliar y chasis en transición G2 a G3	°
• $q_3$	Ángulo entre vectores $\overline{DN}$ y $\overline{DK}$ , o auxiliares en transición G2 a G3	°
• $L_{5,9}$	Longitud resultante de la suma desde $L_5$ a $L_9$ o entre puntos D e I	[mm]
• $\delta_3$	Ángulo entre vectores $\overline{IB}$ e $\overline{IK}$ , o auxiliar y patas delanteras en transición G2 a G3	°
• $q_5$	Ángulo entre vectores $\overline{ID}$ e $\overline{IB}$ , o chasis y auxiliar en transición G2 a G3	°
• $q_6$	Ángulo entre vectores $\overline{BK}$ y $\overline{BI}$ , o axiliares en transición G2 a G3	°
• $q_7$	Ángulo entre vectores $\overline{BI}$ y $\overline{BD}$ , auxiliar y patas traseras en transición G3 a G4	°
• $\delta_{tr}$	Ángulo de elevación del clúster delantero apoyado con un par de sus ruedas sobre un escalón	°
• $K_n$	Ubicación n del punto K sobre su trayectoria	
• $N_n$	Ubicación n del punto N sobre su trayectoria	
• $d_{tr1}$	Longitud de separación horizontal entre tramo1 vertical y contrapaso de escalón	[mm]
• $d_{tr2}$	Longitud de separación vertical entre de tramo3 horizontal y paso de escalón	[mm]
• $d_{tr3}$	Longitud de separación horizontal entre fin de tramo2 curvo e inicio de tramo1 vertical siguiente	[mm]
• $d_{tr4}$	Longitud de separación horizontal entre ruedas delanteras y contrapaso de escalón cuando los ejes K y N están sobre los puntos K2 y N2 sobre trayectoria	[mm]
• $d_{pn}$	Longitud de separación horizontal entre borde del escalón y punto N en G3 (o G4)	[mm]
• $p_{tn}$	Punto n sobre final de un tramo e inicio de otro	
• $q_8$	Ángulo entre vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AK}$ , o clúster trasero y auxiliar en transición G2 a G3	°
• $\phi_{AK}$	Dirección del vector auxiliar $\overline{AK}$ en transición H1 a H2	°
• $K_{ymov}^{\circ j}$	Posición vertical desde el nivel inferior hasta el punto K para tramos verticales por caso j en transición H1 a H2	[mm]
• $j(h_e)$	Longitud de separación vertical j veces $h_e$ desde el nivel inferior hasta el punto $S_1$ para tramos verticales por caso j en la transición H1 a H2	[mm]
• $k(h_e)$	Longitud de separación vertical k veces $h_e$ desde el nivel inferior hasta el punto $S_1$ para tramos curvos por caso k en la transición H1 a H2	[mm]
• $\Delta K_{xmov}^{\circ i}$	Cantidad de variación horizontal entre puntos inicial y final para tramos horizontales que agrupa cada caso i en la transición H1 a H2	[mm]
• $i(h_e)$	Longitud de separación vertical i veces $h_e$ desde el nivel inferior hasta el punto $S_1$ para tramos curvos por caso k en la transición H1 a H2	[mm]
• $d_{sc1}$	Longitud de separación horizontal entre ruedas traseras y contrapaso de 1er escalón en la transición H3 a I1	[mm]

• $dsc_2$	Longitud de separación horizontal entre ruedas traseras y contrapaso de 1er escalón en la transición J1 a J3 y J8 a J9	[mm]
• $ESn$	Estructura soporte n	
• $m_E$	Masa del elemento $E$	[kg]
• $\vec{R}_X$	Vector fuerza de reacción en el <i>punto</i> $X$	
• $\vec{M}_X$	Vector momento alrededor del <i>punto</i> $X$	
• $g$	Módulo de la aceleración de gravedad	[m/s <sup>2</sup> ]
• $E$	Módulo de elasticidad de cierto material	[GPa]
• $G$	Módulo de corte de cierto material	[GPa]
• $\sigma_Y$	Esfuerzo a la fluencia a tracción	[MPa]
• $\tau_Y$	Esfuerzo a la fluencia al corte	[MPa]
• $\sigma_U$	Esfuerzo último a la tracción	[MPa]
• $\tau_U$	Esfuerzo último al corte	[MPa]
• $P_{crit}$	Carga crítica de pandeo según teorema de Euler	[N]
• $I_{min}$	Momento de inercia mínimo de la sección	[mm <sup>4</sup> ]
• $\alpha$	Coficiente de pandeo	
• $L_p$	Longitud efectiva de la pieza	[mm]
• $M_f^{XY}$	Momento flector máximo en el plano XY	[N.m]
• $\sigma_{n,f}^{máx}$	Esfuerzo máximo de compresión	[MPa]
• $c$	Distancia máxima a la superficie neutra	[mm]
• $\tau_{c,z}$	Esfuerzo cortante debido a $F_C$	[MPa]
• $F_C$	Fuerza de cizalla	[N]
• $M_t$	Momento torsor	[N.m]
• $J$	Momento polar de inercia	[mm <sup>4</sup> ]
• $r_c$	Radio de la sección circular	[mm]
• $\tau_{c,t}^{flux}$	Esfuerzo cortante a la torsión aproximado por flujo de corte.	[MPa]
• $e_s$	Espesor de pared delgada de la sección no circular	[mm]
• $A_s$	Área bordeada por la línea central de la sección transversal de la pared	[mm <sup>2</sup> ]
• $\sigma_{eq}$	Esfuerzo equivalente máximo según el método de Von Mises	[MPa]
• act	Árbol del clúster trasero	
• bct	Barra del cluter trasero	
• bmt	Barra del motor trasero	
• bpt	Barra de pata trasera	
• btc	Barra transversal del chasis	
• blc	Barra longitudinal del chasis	
• bmd	Barra del motor delantero	
• bpd	Barra de pata delantera	
• acd	Árbol del clúster delantero	
• bcd	Barra del clúster delantero	
• FS	Factor de seguridad	

## INTRODUCCIÓN

Alrededor del 15% de la población mundial padece de al menos una discapacidad. Según la Organización Mundial de la Salud, este número está en crecimiento debido al envejecimiento de la población y el rápido contagio de enfermedades crónicas, asimismo debido a las mejoras en las metodologías usadas para medir la discapacidad.

La discapacidad no es solo un problema de salud. Es un fenómeno complejo que refleja la interacción entre las características del cuerpo de una persona y las características de la sociedad en la que vive. La superación de las dificultades que enfrentan las personas con discapacidad requiere intervenciones para eliminar las barreras ambientales y sociales.

En el Perú, más de la mitad de las personas con discapacidad presentan limitaciones para moverse o caminar y/o para usar brazos o piernas. Perder temporalmente, definitivamente o nacer sin la habilidad de caminar obliga a la persona a depender de terceros y/u objetos para movilizarse. En pos de la equidad para aquellas, el estado ha incluido reglamentos a las normativas de construcción de edificaciones para facilitar su libre tránsito. Aunque estas leyes se han ido aplicando recientemente, la modernización aún avanza lentamente.

Una de las construcciones más comunes para transitar entre diferencias de nivel son las escaleras. En comparación con las rampas, las escaleras representan el uso más eficiente de espacio y es por ello que aún predominan en muchos diseños arquitectónicos. Sin embargo, las mismas pueden representar barreras que dificultan o impiden el acceso a diversos medios de apoyo para personas con discapacidad. Para minimizar la problemática que representan estas barreras de accesibilidad, se han desarrollado y adaptado nuevas tecnologías de apoyo. Hoy en día, existen diversos medios que permiten a personas desplazarse a través de gradas. Entre aquellos que son móviles, las sillas de ruedas incluyen mecanismos que permiten su arrastre sobre los bordes mediante „tracks“ o apoyarse sobre la superficie horizontal de los escalones de una escalera mediante „clústeres“ durante el ascenso o descenso.



En este trabajo, se propone analizar la cinemática de un mecanismo tipo clúster para el desarrollo de una silla de ruedas eléctrica con capacidad de ascenso en escaleras rectas. Para alcanzar este objetivo:

- Se elaborará el estado del arte.
- Se elaborará una propuesta de diseño conceptual de un mecanismo tipo silla de ruedas con la capacidad de desplegarse y ascender sobre escaleras rectas.
- Se analizará la estabilidad de la silla de durante el ascenso.
- Se modelará y analizará la cinemática del mecanismo tipo clúster para la silla de ruedas desde su posición de reposo hasta su posición de llegada al final del ascenso.
- Se simulará la cinemática del mecanismo usando un software comercial.
- Se elaborará una propuesta de sensores y actuadores para el diseño conceptual del mecanismo usando los resultados obtenidos de la simulación.

El énfasis de esta tesis es el análisis cinemático del mecanismo tipo clúster para que una silla de ruedas pueda ascender por una escalera recta. Sin embargo, con el objetivo de realizar este análisis sobre un diseño a desarrollar posteriormente, es importante incluir en este trabajo una propuesta conceptual para el mecanismo de la silla de ruedas eléctrica con capacidad de ascenso en escaleras rectas. Esta propuesta de diseño conceptual contemplará las normativas de edificación para escaleras rectas sin descansos y de escalones uniformes, y estará orientado para personas adultas que sean capaces de controlar el vehículo mediante una mano. Además que el sistema debe ser capaz de facilitar el desplazamiento sobre superficies planas con una autonomía mínima de 1 hora.

Por último, el presente proyecto busca brindar una solución para el problema de desplazamiento sobre escaleras rectas de personas con discapacidad. Además, pretende crear una cultura emprendedora que integre a otras áreas para que se desarrolle soluciones más modernas frente a los principales problemas que afectan a un porcentaje considerable de nuestro país de personas con discapacidad.

## CAPÍTULO 1

### ANTECEDENTES

El primer capítulo expone una breve descripción de los conceptos de discapacidad, tipos y problemas que la causan. Se revela la situación nacional del gran número de personas que padecen de estas dificultades en el Perú y se mencionan ciertas normativas a su favor. Luego, se recopilan tecnologías actuales, y de investigación, en silla de ruedas diseñadas para subir y bajar gradas. Y por último, se analizan los grupos de elementos y teorías existentes comúnmente usados en el diseño de sistemas de este tipo.

#### 1.1 Discapacidad

La persona con discapacidad [LeyN,2012] es aquella que tiene una o más deficiencias físicas, sensoriales, mentales o intelectuales de carácter permanente que, al interactuar con diversas barreras actitudinales y del entorno, no ejerza o pueda verse impedida en el ejercicio de sus derechos y su inclusión plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones que los demás.

En el Perú, se han promulgado leyes en beneficio para personas con discapacidad física y sensorial con el fin de obligar a establecimientos particulares y públicos a cumplir con ciertas características arquitectónicas, y así aminorar las barreras físico-urbanas [RNE,2006]. Sin embargo, estas medidas pueden no siempre verse

cumplidas puesto que los requerimientos de espacio para el tránsito o accesibilidad son considerables; y ya que, también, los diferentes organismos aún no se concientizan de estos problemas.

Según la Primera Encuesta Nacional Especializada sobre la Discapacidad [RENED,2012] realizada por el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI) en el año 2012, el 5,2% de la población total peruana padece de alguna discapacidad y son, en su mayoría, personas de 65 años a más. (Véase figura 1.1)



Figura 1.1: Numeros globales de personas con alguna discapacidad. RENED de INEI

Los datos más resaltantes que se observan son:

- Más de la mitad de las personas encuestadas (59.2%) presentan limitaciones para moverse o caminar y/o para usar brazos o piernas. Dentro de los cuales la actividad del caminar se encuentra como principal dificultad.
- Pese a existir un gran número con problemas al caminar, el 43.7% no emplea ningún apoyo para desplazarse; seguido de un 20.9% de personas que usan un simple bastón; y un 7.9%, silla de ruedas.



Figura 1.2: Personas con limitación en forma permanente para moverse o caminar y/o usar brazos y piernas. RENED (2012) de INEI.

- Las personas de edad avanzada y/o enfermedad crónica son quienes encabezan la lista en los orígenes de esta limitación. Además, se denota un considerable 30.3% de personas con esta deficiencia y con un nivel de severidad completa y grave. (Véase Figura 1.2).

## 1.2 Leyes y normativas sobre discapacidad y accesos

La Ley N°29973, en vigencia desde enero 2013, es la ley general de la persona con discapacidad. Tiene la finalidad de establecer el marco legal para la promoción, protección y realización, en condiciones de igualdad, de los derechos de la persona con discapacidad, promoviendo su desarrollo e inclusión plena y efectiva en la vida política, económica, social, cultural y tecnológica.

En el capítulo III de esta Ley, se menciona la cooperación del ministerio de vivienda y el tema de la accesibilidad a las viviendas (artículo 18). Sin embargo, no se denotan

mayores detalles respecto a las disposiciones técnicas que deban tener las edificaciones.

Las normas técnicas que hacen mención a la discapacidad en la arquitectura se encuentran en el Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE): título III – Edificaciones, bajo el Subtítulo 1 – Arquitectura, en la Norma A.120 – Accesibilidad para personas con discapacidad.

Aunque esta norma se referencia en otras del mismo subtítulo, la norma A.010 es la guía principal para distintos tipos de construcción. Los medios de acceso y sus requisitos se listan en la misma. Sin embargo, en lo que respecta a escaleras y rampas, existen otras normas que restringen algunos parámetros según el tipo de edificación.

A continuación se presentan los artículos y secciones más resaltantes a considerar para el desarrollo de esta tesis.

### **1.2.1 Extracto de la Norma A.010. Condiciones generales de diseño**

*Capítulo VI – Escaleras, Artículo 29:*

Las escaleras están conformadas por tramos, descansos y barandas. Los tramos están formados por gradas. Las gradas están conformadas por pasos y contrapasos:

- c) Las escaleras contarán con un máximo de 17 pasos entre descansos.
- d) La dimensión de los descansos deberá tener un mínimo de 0.90 m de largo.
- e) En cada tramo de escalera, los pasos y los contrapasos serán uniformes. El resultado de la regla de 2 Contrapasos + 1 Paso debe estar entre los 0.60 m y 0.64 m. Los pasos deben tener un mínimo de 0.25 m y los contrapasos un máximo de 0.18 m. Ambos se miden entre las proyecciones verticales de dos bordes contiguos.

### **1.2.2 Extracto de la Norma A.040. Educación**

*Capítulo III – Características de los componentes, Artículo 12:*

Las escaleras de los centros educativos deben cumplir con los siguientes requisitos mínimos:

- a) El ancho mínimo será de 1.20 m entre los parámetros que conforman la escalera.
- d) Cada paso debe medir de 28 a 30 cm. Cada contrapaso debe medir de 16 a 17 cm.
- e) El número máximo de contrapasos sin descanso será de 16.

### **1.2.3 Extracto de la Norma A.050. Salud**

*Subcapítulo I – Hospitales, Artículo 14:*

La circulación vertical de pacientes a las Unidades de Hospitalización se hará mediante escaleras, rampas y ascensores.

- a) Escaleras:
  - Las escaleras de uso general tendrán un ancho mínimo de 1.8 metros entre paramentos y pasamanos a ambos lados.
  - El paso de la escalera debe tener una profundidad entre 0.28 y 0.30 m, y el contrapaso entre 0.16 y 0.17 m.

### **1.2.4 Extracto de la Norma A.120. Accesibilidad p/ personas con discapacidad**

En la publicación de la Guía gráfica de la Norma A.120 se muestran algunas dimensiones para personas con discapacidad, así como imágenes relacionadas. A continuación, se presentan aquellas orientadas para este trabajo.

*Capítulo II – Condiciones generales, Artículo 8:*

- El ancho mínimo de las puertas será de 1,20m para las puertas principales y de 90cm para las interiores. En las puertas de dos hojas, una de ellas tendrá un ancho mínimo de 90cm.
- El espacio libre mínimo entre dos puertas batientes consecutivas abiertas será de 1,20m.

*Capítulo II – Condiciones generales, Artículo 9:*

El ancho libre mínimo de una rampa será de 90 cm entre los muros que la limitan y deberá mantener los rangos de pendientes presentadas en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1: Rangos de pendientes permisibles en rampas

Diferencias de nivel [m]		Pendiente máxima [%]
Desde	Hasta	
0.013	0.25	12
0.26	0.75	10
0.76	1.2	8
1.21	1.8	6
1.81	2	4
> 2.01		2

Imágenes de referencia a considerar son las figuras 1.3 y 1.4.

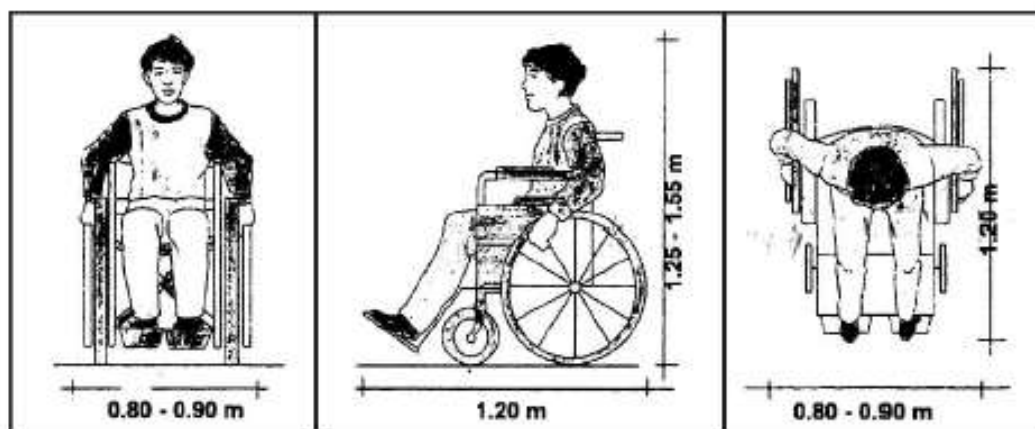
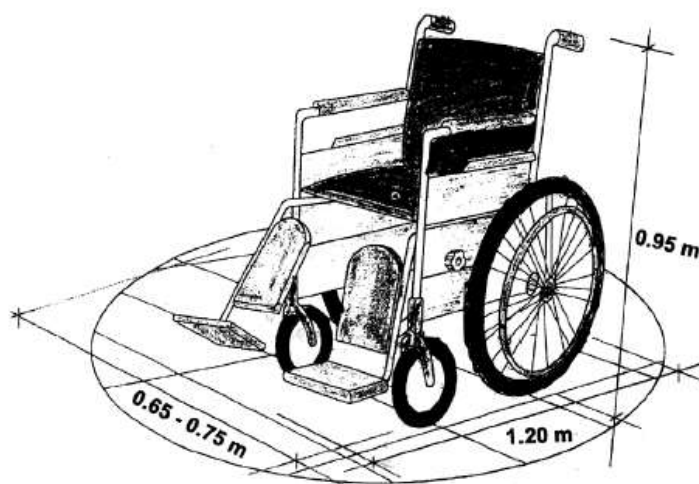


Figura 1.3: Ancho, largo y altura de una persona en silla de ruedas [CONADIS,2014]



**Diámetro de giro de 360° = 1.50 m**

Figura 1.4: Dimensiones básicas de la silla de ruedas manual y su diámetro de giro [CONADIS,2014]

### 1.3 Las sillas de ruedas y sus tipos

Una silla de ruedas es una ayuda técnica que consiste en una silla adaptada con al menos 2 ruedas, aunque lo normal es que disponga de cuatro. Estas se diseñan para permitir el desplazamiento de aquellas personas con problemas de locomoción o movilidad reducida, debido a una lesión, enfermedad física (paraplejía, tetraplejía, etc.) o psicológica.

De acuerdo con el tipo de accionamiento, se distinguen 3: las manuales, propulsadas por el mismo usuario; las automáticas o autopropulsadas, traccionadas por al menos 1 de sus ruedas mediante motores y comandado por el usuario mediante una interfaz; y las semiautomáticas, similar a las anteriores, pero con manejo directo sobre los actuadores.

### 1.4 Mecanismos y sistemas de control de silla de ruedas autopropulsadas

Se expone a continuación diversos diseños actuales de sillas de ruedas autopropulsadas capaces de ascender y descender gradas, presentes en el mercado



internacional o aún en investigación, con la finalidad de comprender mejor el estado del arte de sus mecanismos mecánicos y sistemas de control.

### 1.4.1 Mecanismo tipo 4WD

#### *Concepto mecánico* (Figura 1.5)

Está compuesto de 4 ruedas con alta adherencia para desplazarse por la mayoría de terrenos y con tracción en todas ellas (4WD). El asiento gira mediante la transmisión de engranes ubicado bajo éste, ayudando a mantener al usuario sentado horizontalmente y dentro de los límites de estabilidad durante el descenso o ascenso.

#### *Sistema de control*

El vehículo está equipado con un inclinómetro que sincroniza el ángulo del asiento con relación al suelo de manera independiente, regulando éste automáticamente a la pendiente del terreno o manualmente mediante el joystick. Emplea un controlador PG drive<sup>1</sup> para la alta precisión en movimientos, y una pantalla LED y joystick como interfaz de usuario. El control sobre cada grupo lateral de ruedas se establece de modo diferencial.



Figura 1.5: PW 4x4 Q de Wheelchair88<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Mayor detalle en la página web: <http://sunrise.pgdrivetechnology.com/> [Revisado el 26/04/2018]

<sup>2</sup> Figura extraída de la página web: <http://www.wheelchair88.com/product/pw-4x4q/> [Revisado el 26/04/2018]

## 1.4.2 Mecanismo tipo regulador de centro de gravedad

*Concepto mecánico* (Figura 1.6)

Diseño compacto que posee cuatro ruedas que pivotan en pares laterales para conservar una postura erguida (sobre clústeres<sup>3</sup> de 2 ruedas), así como para escalar o descender gradas (asistidas por el usuario).



Figura 1.6: iBOT3000 - Deka<sup>4</sup>.

*Sistema de control* (Figura 1.7)

Diversos trabajos fueron realizados para imitar este sistema. El control es complejo y en su mayoría se emplean algoritmos difusos [Ghani,2013]. Estos incluyen sensores de inclinación para el asiento y sobre el eslabón que unen este y el par de ruedas pivotantes. También se incluyen sensores de proximidad para la detección de gradas, y encoders para la posición angular de cada conjunto de ruedas y sus velocidades. Los movimientos del vehículo se realizan a través de un joystick.

---

<sup>3</sup> El término proviene del inglés, y se entiende como el agrupamiento de elementos similares reunidos y actuando (cercanamente uno del otro) en conjunto. En este trabajo, se usa para expresar el conjunto de un número determinado de ruedas por árbol (mecánica).

<sup>4</sup> Figura extraída de la página web: <http://www.dekaresearch.com/innovations/> [Revisado el 26/04/2016]

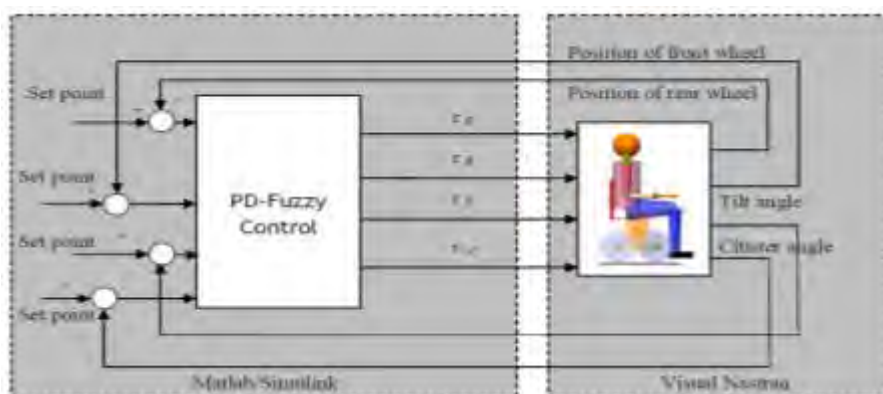


Figura 1.7: Diagrama de control general del sistema [Ghani,2013]

### 1.4.3 Mecanismo tractor para escalamiento de gradas

*Concepto mecánico* (Figura 1.8)

Integra un mecanismo propio para desplazarse sobre ruedas (generalmente con tracción en las 2 posteriores) y “orugas” dependiendo si se desplazará sobre superficies rugosas o sobre gradas. Frente a gradas, se despliegan las orugas hasta su primer contacto y el ascenso o descenso sucede traccionando con normalidad.

*Sistema de control*

Aunque no se menciona, este diseño puede asemejarse a trabajos conjuntos presentes. Para el control de las orugas como el que se expone en [Yu,2012], se emplean sensores de torque para la recepción adecuada desde los actuadores; inclinómetros para la orientación del asiento; mientras que las señales de entrada provenientes de la interfaz de usuario se modulan en las tarjetas de control de proceso.

Para el control diferencial de las ruedas, estos poseen puentes-H, 2 encoders, unidades de control y un Joystick.



Figura 1.8: TOPCHAIR S – Topchair<sup>5</sup>

#### 1.4.4 Mecanismo acoplado a sillas de ruedas ligeras

*Concepto mecánico* (Figura 1.9 a, b y c)

Pueden distinguirse dos variantes: las de movimiento satelital y las de tracción. El primero asciende pivotando las ruedas de asistencia (cantidad variable) coordinadamente, o apoyándose sobre puntos móviles de su propio mecanismo; y el segundo, se desplaza traccionando la banda tipo oruga, que integra, sobre el conjunto de filos de las gradas. El uso de frenos de emergencia es de vital importancia.



Figura 1.9: Acoplamientos de asistencia – a) SCALAMOBIL - Alber<sup>6</sup>, b) STAIRMATIC - Baronmead International<sup>7</sup> ltd, y c) STAIR TRAC SA2 - Garaventa Lift<sup>8</sup>.

<sup>5</sup> Figura extraída de la página web: <http://www.topchair.fr/wp-content/uploads/2016/03/Manual-de-usuario-Top-Chair-final-2015.pdf> [Revisado el 26/04/2016]

<sup>6</sup> Figura extraída de la página web: <https://www.alber.de/en/products/stairclimbing-aids/scalamobil/> [Revisado el 26/04/2016]

<sup>7</sup> Figura extraída de la página web: <http://www.baronmead.com/portfolio/stairmatic/> [Revisado el 26/04/2016]

<sup>8</sup> Figura extraída de la página web: [http://www.garaventlift.com/es/productos/ascensores\\_para\\_sillas\\_de\\_ruedas/ascensores\\_portatiles\\_silla\\_de\\_ruedas/stair-trac.html](http://www.garaventlift.com/es/productos/ascensores_para_sillas_de_ruedas/ascensores_portatiles_silla_de_ruedas/stair-trac.html) [Revisado el 26/04/2016]

### *Sistema de control*

SCALAMOBIL<sup>9</sup> y otros presentan, generalmente, controles de lazo abierto. Estos integran 1 inclinómetro cuyas señales son comparadas con una orientación ideal, y si existe mucha desviación el ascenso (o descenso) se realiza. Los switches de posición perciben la variación de nivel y accionan frenos u otros. El sistema se comanda de modo asistido a través de un mando de control. Aunque no menciona, el uso de encoders para el control de posición del pivote de las ruedas es necesario; además de una tarjeta de control general.

### **1.4.5 Mecanismo de 4 grupos de ruedas planetarios**

*Concepto mecánico* (Figura 1.10 a y b)

Lo conforma grupos planetarios que permitirían ascender y descender debido a bloqueos necesarios (no accionados directamente a voluntad) sobre 1 par de ruedas traseras a la vez por escalón superado, y sucesivamente. La pre-orientación del asiento, anidado a un par de mecanismos de 4 barras, permite reubicar el centro de gravedad para el ascenso sobre gradas. Entiéndase como un mecanismo clúster de 6 ruedas que permite ascender en retroceso relativo al usuario.



Figura 1.10: Silla de ruedas de [Quaglia,2009] – a) Elementos que conforman el sistema mecánico, y b) Asiento pivotante del pasajero

<sup>9</sup> Mayor detalle en la página web :

[https://www.alber.de/fileadmin/media/Downloads/Gebrauchsanweisungen/Alber\\_Gebrauchsanweisung\\_scalamobil\\_S31\\_de\\_en.pdf](https://www.alber.de/fileadmin/media/Downloads/Gebrauchsanweisungen/Alber_Gebrauchsanweisung_scalamobil_S31_de_en.pdf) [Revisado el 26/04/2016]

### 1.4.6 Mecanismo desplegable con 2 brazos articulados y grupo de ruedas pivotantes (prototipo)

*Concepto mecánico* (Figura 1.11 a y b)

Diseño capaz de ascender o descender gradas en avance o retroceso, respectivamente, con mecanismo de patas plegables para adecuar dicho sistema y grupo de 4 ruedas pivotantes. Además, el concepto permite ascender sobre diferencias de nivel, principalmente destinado para su montaje sobre Vans. Está compuesto de actuadores eléctricos: 4 lineales y 5 de rotación.



Figura 1.11: Silla de ruedas de [Lawn,2003] – (a) Plegada y (b) desplegada en ascenso

#### *Sistema de control*

Se encuentra conformado por conjuntos de 16 sensores de proximidad, para la detección de escalón; y 3, para la orientación de cada grupo respecto al escalón. Los comandos son introducidos a través de un Joystick y botoneras, y las alertas se manifiestan también en dicho mando de control. Para el control de posición y velocidad se emplean encoders y sensores de nivel, en conjunto con tarjetas de sub-proceso y una de procesamiento central. El control se manifiesta de modo secuencial.



### 1.4.7 Mecanismo desplegable con 2 patas articuladas (prototipo)

*Concepto mecánico* (Figura 1.12 a y b)

Diseño capaz de ascender o descender gradas en retroceso con mecanismo mecánico de patas plegables bajo el asiento; de este modo el ascenso es bípedo y bastante estable.

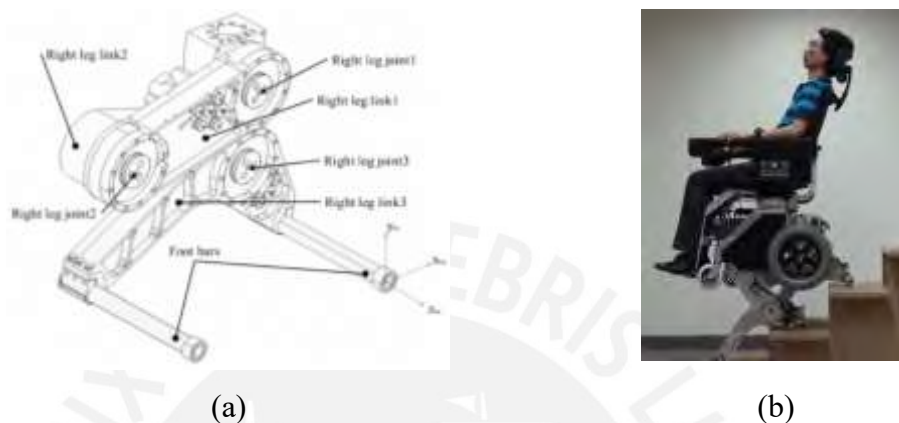


Figura 1.12: Silla de ruedas de [Bang,2011] – a) Descripción de una de sus patas y b) Prototipo en ascenso.

*Sistema de control* (Figura 1.13)

Se encuentra conformado por conjuntos de 2 sensores de proximidad láser orientados horizontalmente para la detección de escalón; y conjunto de encoders para la posición y velocidad de cada articulación. Se realiza un filtrado para percibir los cambios repentinos de distancia en cada sensor de proximidad y se realiza la cinemática inversa para cada pata. Los comandos son introducidos a través de un Joystick y botoneras en un “tablero de control”.

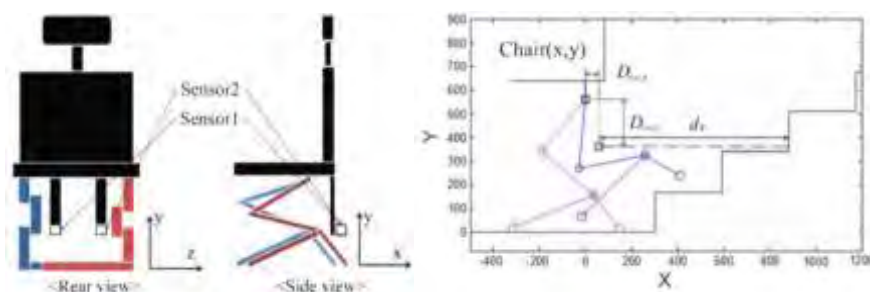


Figura 1.13: Silla de ruedas de [Bang,2011] – Ubicación de sensores de proximidad (izq.), y rangos de distancias variables simuladas (der.)

### 1.4.8 Mecanismo de 4 barras articuladas

*Concepto mecánico* (Figura 1.14)

Diseño capaz de ascender en retroceso o descender gradas en avance con mecanismo de barras paralelas y conjunto de ruedas que mantienen siempre apoyos estables en 2 pares.

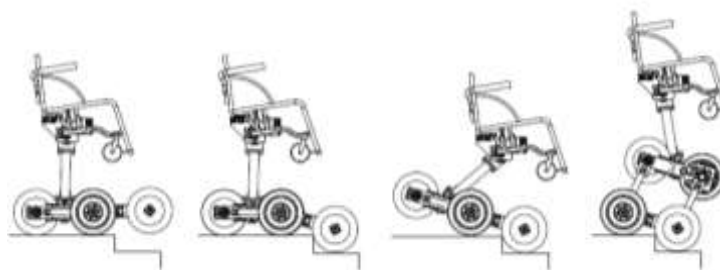


Figura 1.14: Silla de ruedas de [Sugahara,2010] –Secuencia de movimientos en descenso.

## 1.5 Control de mandos

Un control de mandos es un conjunto de opciones para la interfaz física entre el dispositivo o máquina y el usuario; de modo que éste pueda supervisar estados o indicadores y actuar ingresando señales de entrada (o de comando) al sistema.

La interfaz seleccionada para usos en silla de ruedas corresponde a la capacidad del usuario de realizar señales corporales significativas que puedan derivarse en otras reconocibles para el sistema a cada una de las funciones que incorpore. Para aquellos con locomoción en miembros superiores, puede bastar con joysticks y/o botoneras (analógicas y/o digitales); mientras que para otros, les es necesario dispositivos más sofisticados de sensado anidados a segmentos corporales específicos eficaces.



## 1.6 Sistemas de seguridad

Los sistemas de seguridad automáticos reaccionan a estímulos no planificados dentro de la operación del sistema. Dichos sistemas pueden ser mecánicos, neumáticos, hidráulicos, eléctricos o electrónicos.

*Freno electromecánico de emergencia* (Figura 1.15):

Aquel que frena el giro del eje de un motor eléctrico y mantiene la carga eléctrica en caso de fallo de suministro. En él, se emplea un disco de freno, ensamblado (finalmente) al eje, que se apega a una superficie inmóvil relativa mediante la liberación de resortes. Ello se debe al cese de campo magnético generado por el paso de corriente en las bobinas integradas al cuerpo magnético de éste dispositivo durante la falla de suministro.



Figura 1.15: Freno electromecánico de emergencia de E-minibea<sup>10</sup> y elementos comunes que lo integran

*Cinturón de seguridad:*

Está destinado a asegurar al ocupante de un vehículo contra movimientos perjudiciales, debidos a paradas bruscas o colisiones, reduciendo la probabilidad de lesiones graves o mortales. Es considerado como un sistema de seguridad primario. Los hay de 2 o más puntos de anclaje con detección de enganchado mediante interruptores de lengüeta (Reed switches), sensores Hall, entre otros.

<sup>10</sup> Figura extraída de la página web: [http://www.eminebea.com/en/engineering\\_info/rotary/clutch\\_brake/clutch\\_brake/cat/001.shtml](http://www.eminebea.com/en/engineering_info/rotary/clutch_brake/clutch_brake/cat/001.shtml) [Revisado el 26/04/2018]

### *Indicador de batería:*

Es un dispositivo que brinda información visual sobre el estado de carga de una batería. Es particularmente importante en el diseño de vehículos eléctricos suministrados con una o más baterías.

## **1.7 Sensores de entorno**

Un sensor es un dispositivo capaz de detectar magnitudes físicas o químicas, llamadas variables de instrumentación, y transformarlas en variables eléctricas.

### *Sensor Hall*

Sensor sin contacto mecánico que percibe campos magnéticos y que genera voltajes proporcionales al producto de la fuerza de estos y a la corriente que se le suministre. Un interruptor se forma al combinar este y un detector de umbral. La incorporación de imanes y 2 interruptores Hall permiten medir posición lineal o angular y determinar el sentido de desplazamiento en mecanismos retráctiles o rotativos.

### *Sensor infrarrojo*

Sensor sin contacto capaz de medir la radiación electromagnética infrarroja IR. Para el caso de sensores de distancia activos reflexivos, los conforma un LED emisor de pulsos láser próximo a un fototransistor receptor que medirá diferencias de tiempo. La eficacia de sensado depende del coeficiente de reflexión del objeto y del ambiente con luz controlada. Aquí se incluyen los sensores LiDAR (Light Detection and Ranging) de punto o de escaneado 2D.

### *Encoder*

El codificador rotatorio es un dispositivo electromecánico usado para la conversión de posición angular de un eje a código digital; el codificador lineal, para posición longitudinal sobre un eje. Existen dos tipos principales: absoluto e incremental. El incremental de cuadratura permite detectar también la dirección de movimiento.

### *Inclinómetro*

Actualmente, puede verse fabricado mediante tecnología microelectrónica (MEMS) con un sensor de silicio, a base de placas especiales que actúan a modo de condensadores. Los cambios de intensidad se convierten en datos digitales, y eso es lo que lee el microprocesador. Estos componentes sirven para medir la orientación en el espacio de algún objeto o vehículo respecto a la dirección de la fuerza de gravedad.



## **CAPÍTULO 2**

### **DISEÑO CONCEPTUAL DEL MECANISMO**

En este capítulo, se definen requerimientos y consideraciones para cumplir con los objetivos de este trabajo. Con éstos ya definidos, se examina la disposición espacial de los elementos en el entorno y se proponen mecanismos que cumplan las observaciones técnicas. Finalmente, con éstos incorporados al vehículo, se detallan el comportamiento del sistema por estados para un tránsito regular.

#### **2.1 Consideraciones y requerimientos**

Se detallan las exigencias para la silla de ruedas a proponerse. Al final de este apartado, se resumen en una lista brevemente para continuar con el diseño.

##### **2.1.1 Usuario objetivo**

El diseño está destinado para cualquier persona adulta que necesite una silla de ruedas como dispositivo de asistencia médica debido a alguna deficiencia física. Puesto que el diseño se prevé con accionamiento autopropulsado, no existirá un limitante de edad, pero sí una capacidad de carga máxima del usuario de 80 kg, y la capacidad mental suficiente para su interacción. Aproximado según esta masa, la antropometría del usuario se hallará ergonómicamente acotada hasta una altura de 1.8 m.

La persona que aborde esta máquina podría presentar alguna discapacidad físico-motora que le impida principalmente caminar. Causas de ésta podría deberse a alteraciones sensoriales, secuelas neurológicas, miopatías, ortopédicas o reumatológicas. Un ejemplo serían las personas parapléjicas, con distrofias musculares o amputadas en alguna parte del cuerpo.

Aunque, en la actualidad, las sillas de ruedas automáticas pueden emplear diversos tipos de interfaces hombre-máquina para su manipulación, será considerado como iniciativa que el usuario sea capaz de controlar la silla de ruedas manualmente.

### **2.1.2 Espacio de trabajo**

El móvil podrá transitar sobre superficies planas continuas construidas a base de cemento que corresponden generalmente a ambientes urbanos. Los caminos atrochados o terrenos abruptos no serán considerados parte del diseño.

A partir de la normativa recopilada en el apartado 1.2, el vehículo debe poder transitar sobre rampas con pendientes de hasta 12% ( $6.84^\circ$ ), y permitirse atravesar por vanos con una separación mínima de 0.9 m. En lo que respecta a escaleras, se hará una observación correspondiente a los pasos (P) y contrapasos (CP), y sus limitaciones como sigue a continuación.

En pos de verificar la aplicación de sus normas, el autor realizó un breve estudio observacional de ambas longitudes, presentado en el Anexo A. Los valores de P y CP fueron recogidos en escaleras de tramos rectos dentro del campus de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Entonces, según 100 escalones, de un total de 17 escaleras analizadas en 8 de sus pabellones, y comparados con la norma A.040 de la RNE, se esclarece que:

- El 69% de los escalones se hallan fuera de los límites estipulados.
- El CP es la longitud con menos dispersión. El 74% se hallaron entre 163 y 180 mm. Aunque el 57% está fuera de sus longitudes limitantes, se aprecia que este valor tiende a ser alto para aprovechar mejor el espacio.

- Bajo esta observación, la pendiente de la escalera tiende a determinarse más por medio de P. En el estudio, el 67% se hallaron entre 276 y 300 mm. 39 de las muestras no cumplen con los límites.

En contraste con este análisis, la figura 2.1 aporta un caso externo a la PUCP, pero bajo la misma metodología de obtención. La escalera recta mostrada, que pertenece al domicilio del autor, presenta medidas ligeramente superiores a los limitados según la norma A.010. En el caso de viviendas, debido a la flexibilidad en sus normas y para aprovecharse mejor los terrenos, las escaleras suelen construirse con la más elevada pendiente posible.



n	P	CP	∠°	Ref.
				1er Piso
17	255	195	37.41	Escalera Recta
	252	183	35.99	
	252	182	35.84	
				2do Piso

\* Al interior, de escalones rectos, y ancho uniforme.

Figura 2.1: Escalera recta 17 escalones al segundo piso del domicilio del autor. Las medidas corresponden al primer, último y escalón intermedio

Por lo tanto, según lo identificado y como primer alcance para el desarrollo en este trabajo, la silla de ruedas podrá subir escaleras únicamente rectas y de hasta 17 escalones rectos uniformes. CP estará limitado a 180 mm. Con este valor, y para forzar a la pendiente normada más alta, P podrá variar entre 250-280 mm. Esto significa un rango de pendientes entre 32.74° y 35.75°, dependientes solo de P. La figura 2.2 expone el rango de posibilidades comparados con la norma.

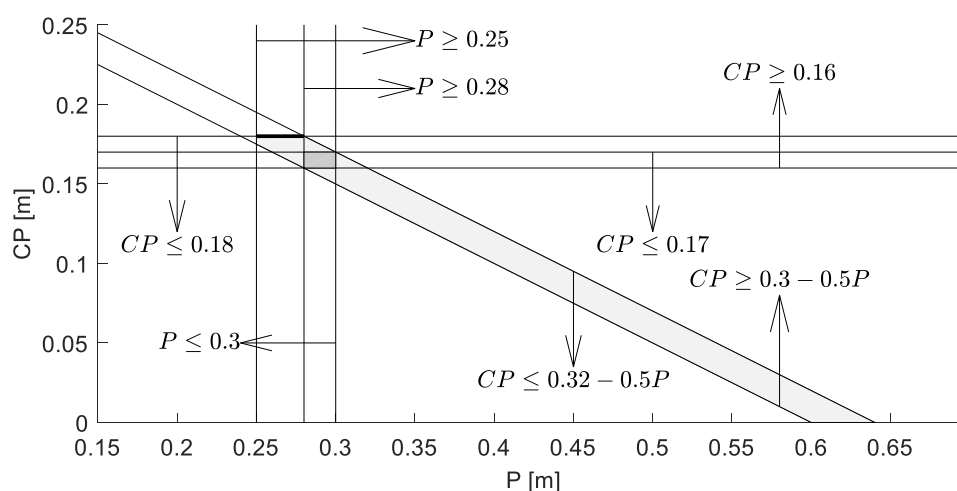


Figura 2.2: Regiones de P y CP normadas según A.010 (gris clara) y A.040 (gris oscura). Rango de trabajo con línea gruesa

### 2.1.3 Movilidad

Al igual que una silla de ruedas manual, el diseño debe permitir giros diferenciales y un fácil acceso para su abordaje. La similitud también se mantendrá con el uso de ruedas con tracción y ruedas guía, y la distribución pareja del peso entre ellas que permita el desempeño del sistema. No obstante, existirá una característica particular según se sustenta a continuación.

Del compendio de mecanismos autopropulsados expuestos en el apartado 1.4, los dispositivos de ascenso sobre escaleras se diferencian según sus movimientos como: arrastrados y apoyados. Los del tipo arrastrado engloban a aquellos que hacen uso de bandas para tracción con alto grado de agarre entre sus ruedas y los escalones. Por lo general, los movimientos del centro de gravedad durante el ascenso tienden a ser continuos y juntos a la línea que es paralela a la línea de tracción del borde de la escalera. Sin embargo, su elevado peso y las altas presiones generadas en los puntos de apoyo ocasionan el deterioro de los bordes de los escalones. Por otro lado, los dispositivos con movimiento apoyado distribuyen su peso sobre el área más resistente del contrapaso y sin dañarlo; y, aunque su eficiencia de transmisión no es tan alta como las del otro tipo, las mismas ruedas suelen proveer la movilidad tanto sobre las escaleras como en superficies planas disminuyendo en su diseño: componentes, masas y consumo energético.

Por ésta razón, se ha propuesto como requerimiento desarrollar un diseño basado en el uso de ruedas agrupadas y pivotantes, denominado clústeres, que actuarán como dispositivos de movimiento apoyado durante el ascenso sobre escaleras.

#### **2.1.4 Seguridad**

La seguridad del usuario es primordial en el diseño. Se mantendrá segura la integridad del usuario mientras se esté o no en desplazamiento. Durante la inmovilidad del vehículo, el diseño debe contar con mecanismos que bloqueen las ruedas u otros componentes para evitar movimientos no deseados. En caso de desplazamiento, el cinturón de seguridad se añadirá como sistema de seguridad primario. El vehículo deberá ser capaz de advertir al usuario de irregularidades antes y durante su operación. Puesto que existirá riesgo de caída, también se asegurará el resguardo del centro de gravedad dentro de los apoyos en todo momento.

#### **2.1.5 Autonomía**

El sistema podrá ser manipulado por un periodo mínimo de 1 hora. Durante éste, se podrá realizar el ascenso sobre una escalera con número de hasta un máximo de 17 escalones según la normativa, y transitar sobre superficies planas horizontales e inclinadas.

#### **2.1.6 Resumen de requerimientos**

Con la finalidad de sintetizar todos los requerimientos antes mencionados, se muestra el cuadro resumen presentado en la tabla 2.1.



Tabla 2.1: Lista de exigencias

N°	Denominación	Descripción	Responsable
1	Usuario objetivo	Personas adultas sin límite de edad pero con peso máximo de 80 kg y que posean capacidad mental suficiente para manipular la máquina. Los usuarios podrían presentar discapacidad física motriz menos en la mano.	C.M.M.
2	Espacio de trabajo	El vehículo podrá: (i)transitar sobre superficies planas, horizontales o inclinadas con hasta 12% de pendiente, y a base de cemento; (ii)atravesar vanos de puertas con una separación de 0.9m; (iii) ascender sobre escaleras rectas de hasta 17 escalones uniformes limitados con pasos entre 250 y 280 mm con contrapaso igual a 180 mm.	C.M.M.
3	Movilidad	El diseño debe incorporar el uso de ruedas agrupadas y pivotantes, denominados clusters, que actuarán como dispositivos de movimiento apoyado. Empleará ruedas tractoras y guías que le permitirán realizar giros diferenciales.	C.M.M.
4	Seguridad	Se añadirán: (i)dispositivos de bloqueo y seguridad primario para asegurar la inmovilidad deseada del sistema, y (ii) señales de advertencia para el usuario sobre irregularidades.	C.M.M.
5	Autonomía	La máquina poseerá capacidad energética por un periodo mínimo de 1 hora o el ascenso completo sobre una escalera de 17 escalones.	C.M.M.

## 2.2 Diseño conceptual del vehículo

Ya definidas las consideraciones y requerimientos para el diseño, se analizarán las disponibilidades espaciales para luego proponer los mecanismos que incorporará el vehículo, y que definirán su apariencia.

### 2.2.1 Disposición espacial

#### i. Silla

En pos de determinar el espacio necesario para la silla, primero se aproximan las dimensiones antropométricas del usuario mediante la figura 2.3 según [Drillis,1966]. La figura 2.4 presenta las dimensiones segmentales en proporción a la estatura masculina media hallada [Adrianzén,2010].

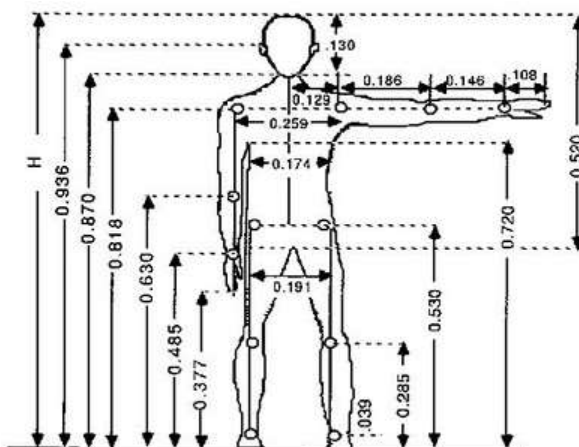
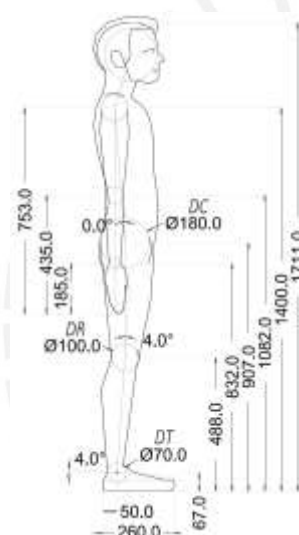


Figura 2.3: Longitudes segmentales aproximadas en proporción a la altura<sup>11</sup>



Ancho	Longitud [mm]
Hombros	443
Pecho	298
Centro al hombro	221
Hombro al codo	318
Codo a la muñeca	250
Muñeca a punta de dedos	185
Cadera	327
Pies*	111
Longitud del pie*	260

\* Longitud obtenida por medición directa sobre una persona con altura próxima a la introducida.

Figura 2.4: Longitudes segmentales aproximadas en proporción a la altura

Luego, se determinan las longitudes laterales del asiento en base a las recomendaciones presentadas por el Instituto de Biomecánica de Valencia<sup>12</sup> en su publicación para la fácil selección de una silla de ruedas. La figura 2.5 esquematiza la silla y sus dimensiones.

<sup>11</sup> Figura extraída de la página web: <http://ergonomia2010.wordpress.com/2010/05/06/unidad-5-antropometria/>. [Revisado el 26/04/2018]

<sup>12</sup> Información extraída de <http://www.ibv.org/publicaciones/catalogo-de-publicaciones/como-elegir-tu-silla-de-ruedas-manual-guia-facil> [Revisado el 26/04/2018]

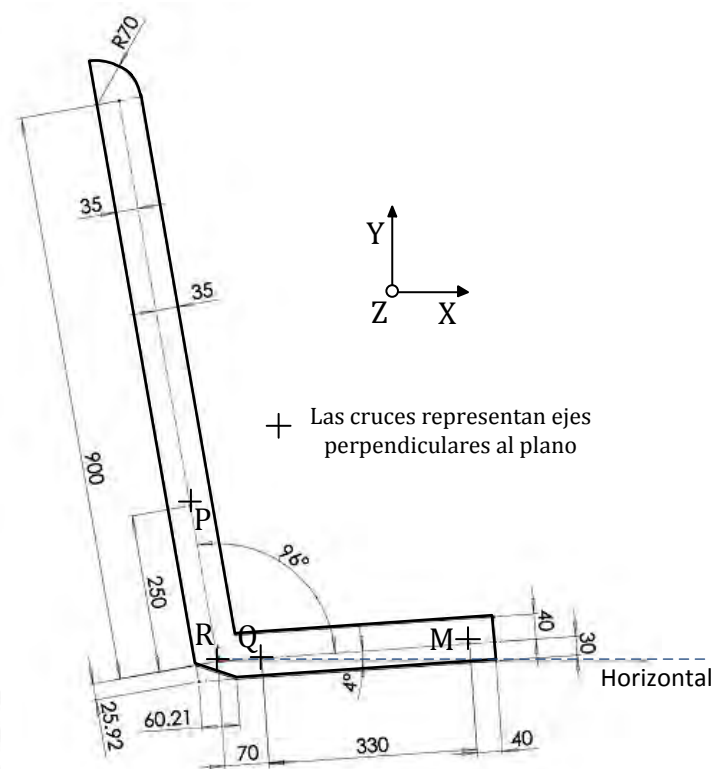


Figura 2.5: Dimensiones del asiento en mm y ejes perpendiculares al plano

## ii. Clústeres

El planteamiento propone un vehículo transformable capaz de ascender frontalmente sobre gradas luego de adaptarse a las dimensiones que estas presentan. Esto se consigue por medio de la extensión de dispositivos con tracción, delanteros y traseros, basados en clústeres de 4 ruedas cada uno para brindarle soporte, espacio y estabilidad durante su operación. A continuación, dimensionaremos el espacio necesario por clúster de acuerdo a los requerimientos expuestos en el apartado 2.1.2.

La figura 2.6, ubica uno de los clústeres sobre un escalón. Puesto que el P mínimo requerido del escalón es de 250 mm, se selecciona una rueda con el diámetro más próximo disponible en el mercado, que es de 5" o 254 mm. Por lo tanto, la longitud del radio  $r$  es 127 mm y  $r < CP$ .

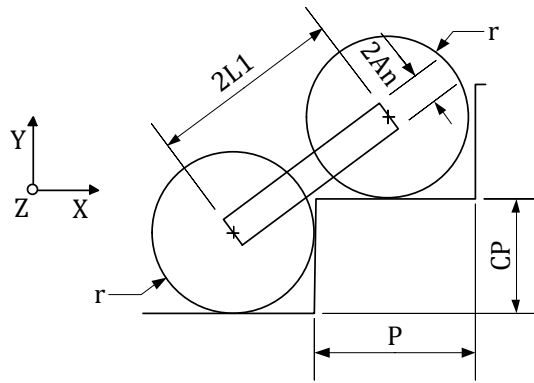


Figura 2.6: Disposición espacial para las ruedas

Luego, si la rueda del nivel inferior se encuentra apegada al CP inferior, entonces la posición de la rueda del nivel superior está limitada entre la otra y el CP superior. Para su agrupación, será necesario disponer de un eslabón entre ellas; por lo tanto, se añade uno y se establecen sus limitaciones espaciales según las ecuaciones 2.1 y 2.2.

$$2r < 2L_1 \leq \sqrt{P^2 + CP^2} \quad (2.1)$$

$$0 < An < \frac{(2r - CP)\sqrt{4L_1^2 - CP^2}}{2L_1} \quad (2.2)$$

La longitud  $2L_1$  se define igual a 300 mm puesto que ofrece una separación razonable para la ubicación de un árbol central entre ambas ruedas que permita la rotación del clúster. Además, este valor representa un brazo de palanca corto y construible que requiere de un torque mínimo relativo.

### iii. Sistema conjunto sobre escaleras

Si se considera que el usuario proporciona la mayor cantidad de masa al sistema conjunto, la posición horizontal del centro de masa total en el plano lateral XY de la figura 2.7 puede asumirse ubicado cercanamente al plano frontal del usuario mismo. Así, en sedestación y durante el ascenso continuo sobre escaleras, el usuario debe de ser soportado por el sistema móvil; que a su vez, debe apoyar los clústeres sobre los escalones de modo que sea estable y con cargas sobre ambos lo más balanceadas posibles.

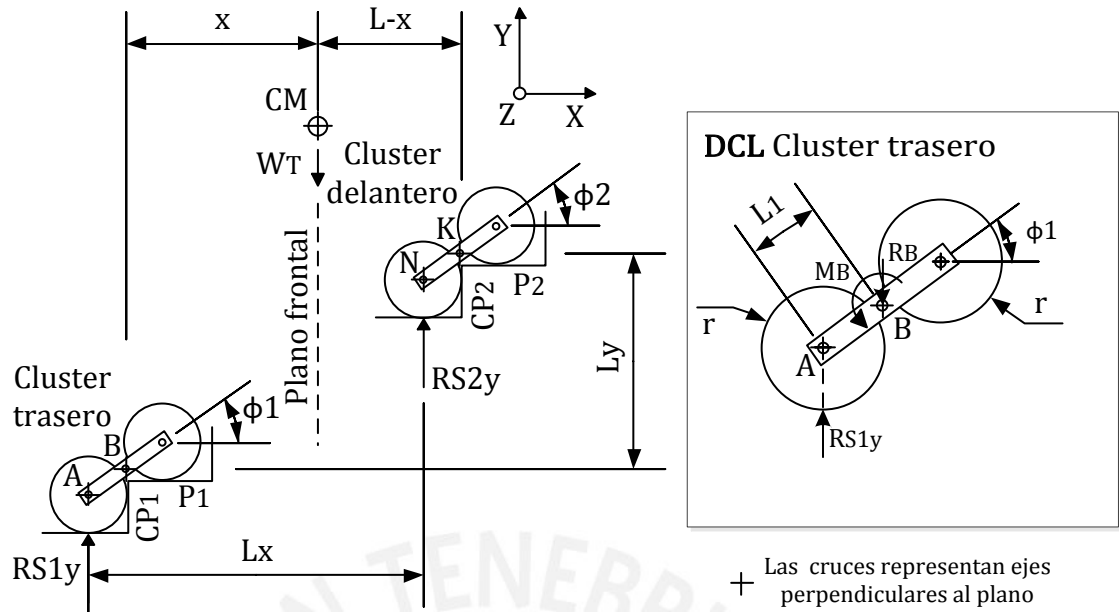


Figura 2.7: Ubicación de la masa total y de los clústeres durante el ascenso sobre escalones uniformes. Fuerzas de reacción producidas en la operación.

El ascenso ocurre pivotando ambos clústeres alrededor de sus ejes A y N, y decreciendo los valores angulares respectivos de  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . Puesto que en este trabajo solo se evalúa escaleras rectas con N escalones uniformes ( $CP_1=CP_2$  y  $P_1=P_2$ ),  $\phi_1$  y  $\phi_2$  rotarán iguales desde  $[\sin^{-1}(CP/(2L_1)) + 180^\circ]$  hasta  $[\sin^{-1}(CP/(2L_1))]$ ; mientras que los momentos que lo permitirán se expresarán según las ecuaciones 2.3 y 2.4.

$$M_B = -\frac{L_1 \cos \phi_1 (4P - x - L_1 \cos \phi_1)}{NP} W_T \quad (2.3)$$

$$M_K = -\frac{L_1 \cos \phi_1 (x + L_1 \cos \phi_1)}{NP} W_T \quad (2.4)$$

Con el fin de reconocer la separación horizontal x óptima entre el eje B y el centro de masa total para este caso, se identifican los máximos valores de  $M_B$  y  $M_K$  en funciones f de  $(\phi_1, P, CP, N, W_T)$  respectivos para cumplir con la ecuación 2.5.

$$f_{M_B}(180^\circ, P, CP, N, W_T) - f_{M_K}\left(\sin^{-1}\left(\frac{CP}{2L_1}\right), P, CP, N, W_T\right) = 0 \quad (2.5)$$

Entonces, en movimiento sincronizado sobre escalones uniformes, se obtiene la ecuación 2.6.

$$x = \frac{L_1 NP + 0.25CP^2}{L_1 + 0.5\sqrt{4L_1^2 - CP^2}} \quad (2.6)$$

Bajo las mismas consideraciones y también de la figura 2.7, se obtienen las ecuaciones 2.7 a 2.9.

$$L_x = N(P) \quad (2.7)$$

$$L_y = N(CP) \quad (2.8)$$

$$L_{BK} = \sqrt{L_x^2 + L_y^2} \quad (2.9)$$

La ecuación 2.9 expresa la separación necesaria entre los ejes B y K para apoyar ambos clústeres. Dado que P varía entre 250-280 mm, y que todos los demás valores fueron definidos salvo N; los rangos de x y  $L_{BK}$  óptimos, evaluados de las ecuaciones 2.6 y 2.9, podrán analizarse de acuerdo a la tabla 2.2.

Tabla 2.2: Valores óptimos de x y  $L_{BK}$

N	x [mm]	$\Delta x$ [mm]	$L_{BK}$ [mm]	$\Delta L_{BK}$ [mm]
1	169 186	17	762 773	10
2	308 341	33	877 912	36
3	447 497	50	1040 1106	67
4	586 652	67	1232 1331	99
5	724 808	83	1443 1574	132
6	863 963	100	1664 1828	164

#### iv. Sistema conjunto sobre superficies planas

El asiento y los clústeres se limitan menores a 0.9 m en lo ancho para permitirse atravesar los vanos de las puertas. Puesto que la silla requiere ser abordable, la altura del asiento se restringirá próxima a 0.5 m desde el suelo. Esto significa un volumen disponible para otros elementos dependiente de su posición horizontal  $x''$  como se representa en la figura 2.8. Si la masa total se representa por el plano frontal del usuario sentado inmóvil sobre la silla,  $x''$  tendrá que variar cuando el móvil ascienda sobre una rampa para permitir una mejor distribución de cargas en las ruedas.

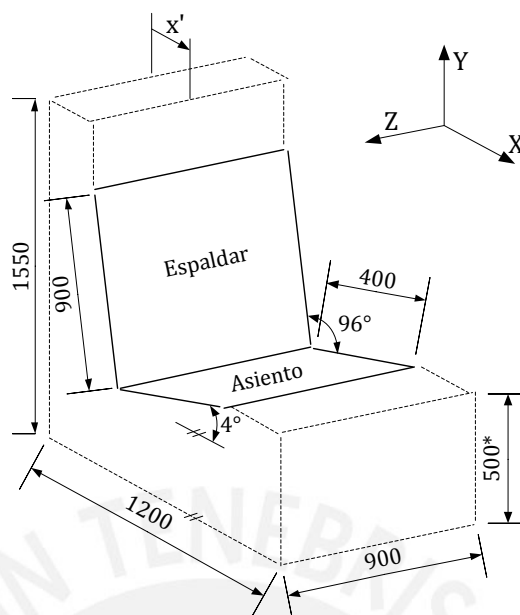


Figura 2.8: Referencia visual de disponibilidad volumétrica sin el asiento.  
Dimensiones externas con referencia a las figuras 1.3 y 2.3

## 2.2.2 Mecanismos integrados al sistema

A continuación, se presentan mecanismos cinemáticos de solución considerando las observaciones de espacio disponible del apartado anterior.

### i. Mecanismo superior de traslación

De acuerdo con las secciones iii y iv del apartado 2.2.1., el centro de masa total, asumido sobre el usuario, debe ser desplazado horizontalmente hacia adelante manteniendo la orientación de la silla en la que está sentado. En la figura 2.9, el mecanismo de 4 barras IHQM traslada el asiento PQM hacia la derecha un valor  $\Delta Mx$  de 308 mm respecto al origen que está sobre el eje I. Parte del chasis LGHI se halla inicialmente por debajo del asiento aprovechando el volumen inferior inmediato referido en la figura 2.8 y formando un ángulo  $\varphi_1$  de  $162^\circ$  con el suelo. Entonces, el desplazamiento relativo sin rotación de la silla con el chasis está sujeto a la variación angular del chasis  $\Delta\varphi_1$ .

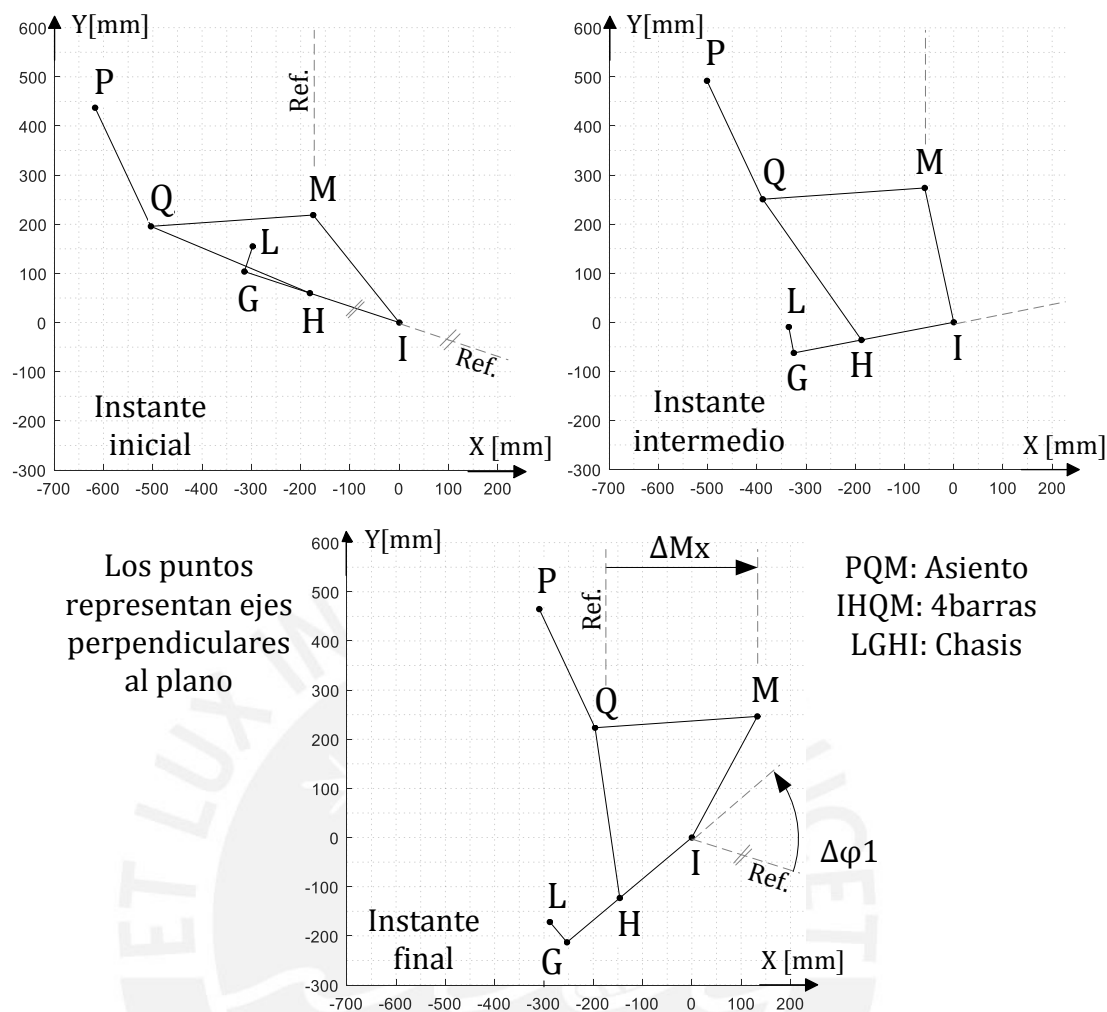


Figura 2.9: Esquema 2D del mecanismo de translación de cuatro barras IHQM y su rango en 3 instantes de tiempo respecto a I

## ii. Mecanismo inferior de despliegue

Para soportar el desplazamiento de los componentes superiores antes descritos, se añadieron eslabones desplegables, denominados patas, acoplados por debajo del chasis. En continuación con la figura 2.9, la figura 2.10 representa el rango de movimiento del chasis y las patas respecto a I. Cuando ambas están retraídas, la pata delantera se acomoda bajo el asiento; mientras que la trasera, por detrás del espaldar. Sus alcances máximos desplegados contemplan la separación de los ejes B y K entre  $N=4$  escalones según la tabla 2.2.



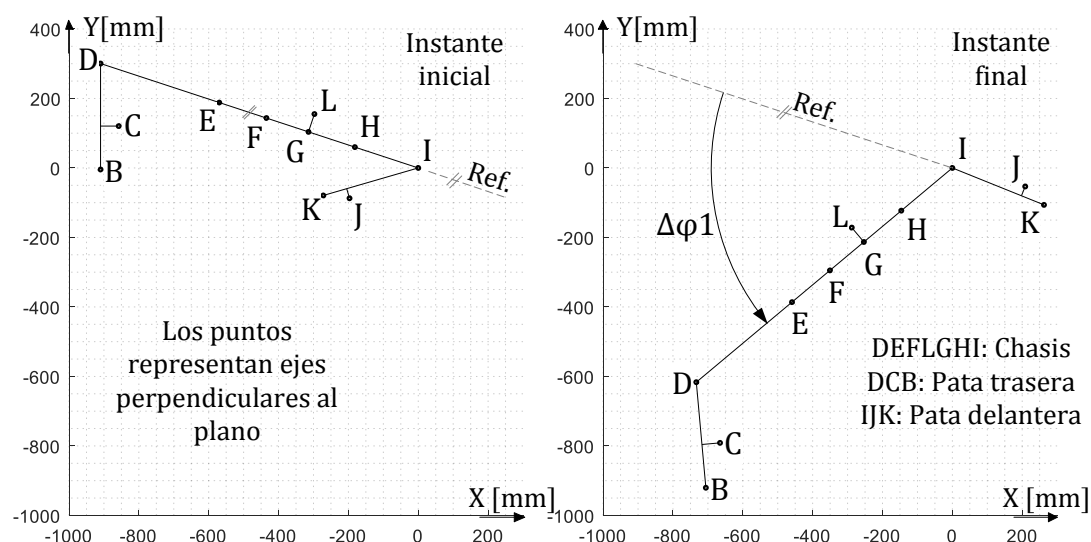


Figura 2.10: Esquema 2D del mecanismo de despliegue y su rango de extensión en 2 instantes de tiempo respecto a I

### iii. Mecanismo trasero de tracción y/o giro

De acuerdo con el modo de escalamiento, ambos clústeres rotan en simultáneo alrededor de las ruedas en que se apoyen. Para fijar sus posiciones de apoyo sobre el escalón, las ruedas y los clústeres deben girar contrariamente entre ellos. Sin embargo, la actuación en las ruedas puede asistirse solo desde el grupo trasero y entonces las delanteras ruedan libremente creando el mismo efecto.

Por lo tanto, solo el clúster trasero es provisto de un mecanismo tipo tren planetario de engranaje y sprockets (vea la figura 2.11). A cada lado se ubican 4 ruedas dentadas (dos g5 y dos g6), 1 sprocket (sMR) y 1 unión de ambos tipos (gs4); y próximo al medio, 2 sprockets (sCT y sMCT). g6 gira junto a la rueda unidos por un árbol, g5 transmite rotación y se soporta por un eje intermedio hallado en la barra interna del clúster trasero, gs4 desliza alrededor del árbol trasero y está impedido de desplazarse a lo largo de él, sMR entrega potencia hacia gs4 por medio de una cadena, sCT permite rotar el clúster y recibe tracción desde sMCT por medio de 2 cadenas paralelas.

Entonces, el comportamiento del clúster trasero se ve definido por el control de tres entradas: 2 de los motores laterales, y uno del central. La tabla 2.3 expone algunos casos particulares; su ítem 5 se ve bosquejado en la figura 2.12.

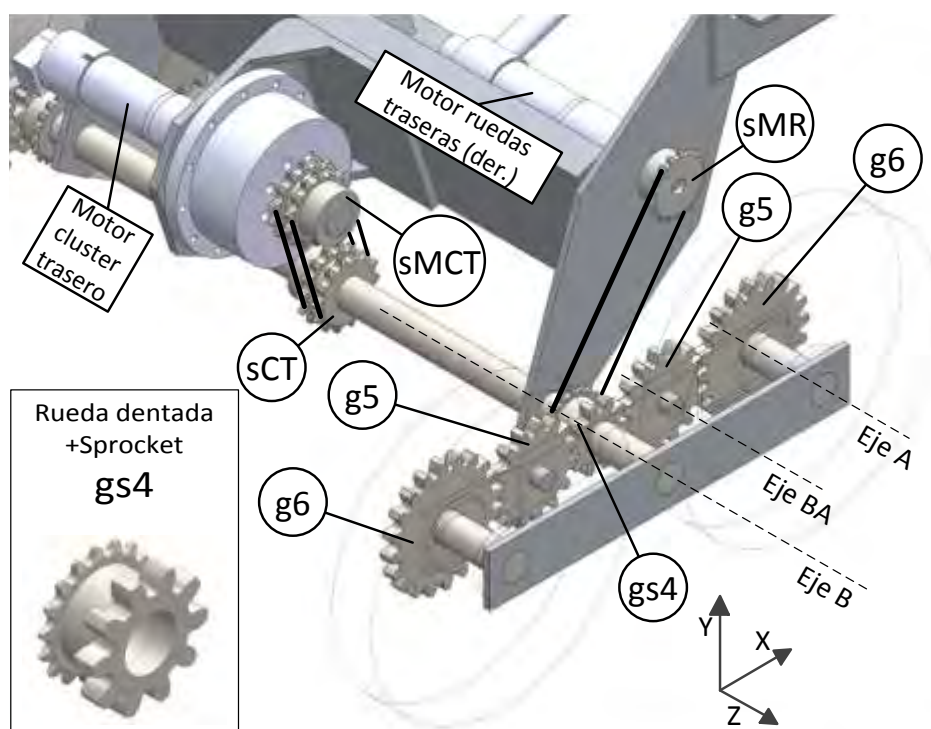


Figura 2.11: Esquema 3D lateral derecho y central del mecanismo de tracción y/o giro

Tabla 2.3: Accionamientos y comportamientos particulares del clúster trasero

Ítem	Accionamiento			Comportamiento en plano XY			Aplicación
	Motor cluster	Motor ruedas	Motor ruedas	Cluster trasero	Rueda izquierda	Rueda derecha	
1	Bloquear	Rotar antihorario	Rotar horario	Sin giro	Giro Z- sobre eje A	Giro Z- sobre eje A	Avance X+
2	Bloquear	Rotar horario	Rotar antihorario	Sin giro	Giro Z+ sobre eje A	Giro Z+ sobre eje A	Retroceso X-
3	Bloquear	Rotar antihorario	Rotar antihorario	Sin giro	Giro Z- sobre eje A	Giro Z+ sobre eje A	Giro diferencial Y+
4	Bloquear	Rotar horario	Rotar horario	Sin giro	Giro Z+ sobre eje A	Giro Z- sobre eje A	Giro diferencial Y-
5	Rotar horario	Rotar horario	Rotar antihorario	Giro Z- sobre eje A	Sin giro	Sin giro	Ascenso sobre escalón

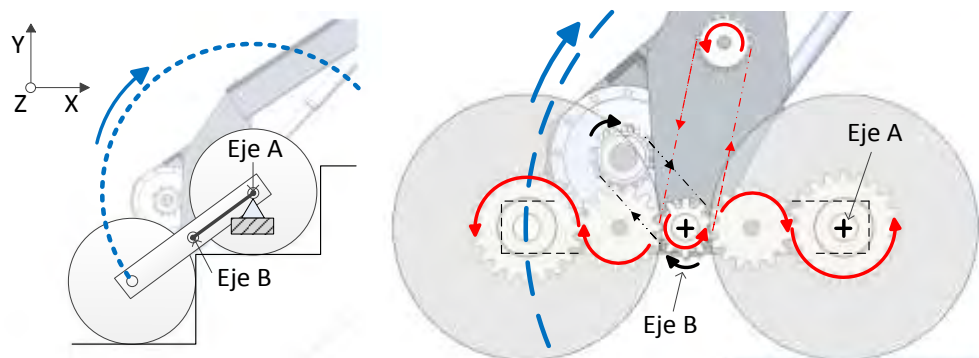


Figura 2.12: Clúster trasero ascendiendo un escalón. La trayectoria deseada de color azul, la transmisión en sMCT-sCT de color negro, y la transmisión en sMR-gs4-g5-g6 de color rojo

#### iv. Mecanismo delantero de giro

Este agrupamiento es más sencillo que el trasero puesto que solo debe rotar el eslabón que anida sus ruedas delanteras sin importar la tracción de las mismas. La figura 2.13 esquematiza sus componentes. El clúster delantero está provisto solo de sprockets centrales. sCD recibe potencia desde sMCD por medio de 2 cadenas paralelas permitiendo rotar el árbol delantero alrededor del eje K.

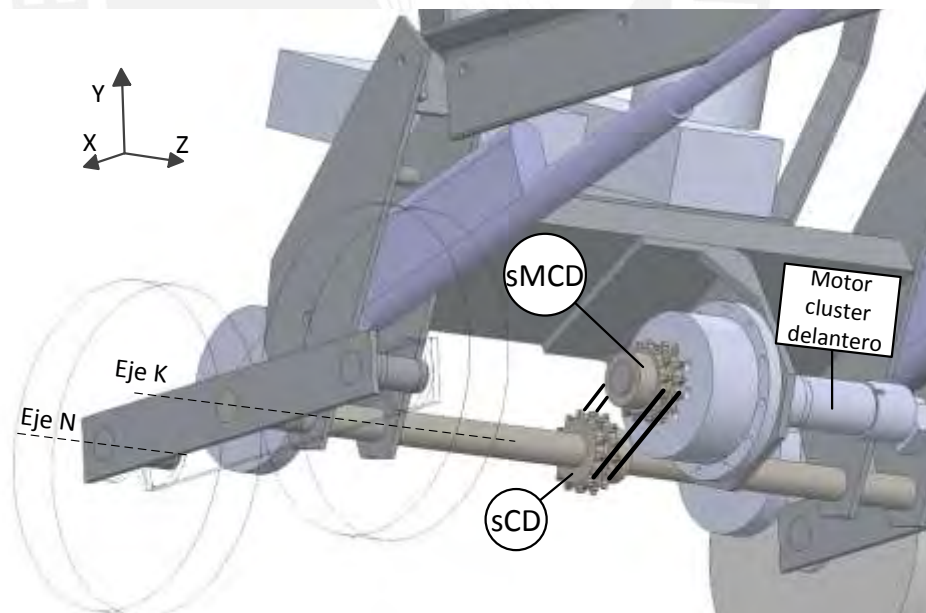


Figura 2.13: Esquema 3D lateral izquierdo y central del mecanismo de giro

### 2.2.3 Aspecto del vehículo

La apariencia del vehículo se muestra en la figura 2.14. Las dimensiones resueltas para el conjunto de mecanismos integrados retraídos determinaron las longitudes exteriores que exceden por poco a los de una silla de ruedas manual estándar. El reposabrazos ha sido omitido en esta etapa.

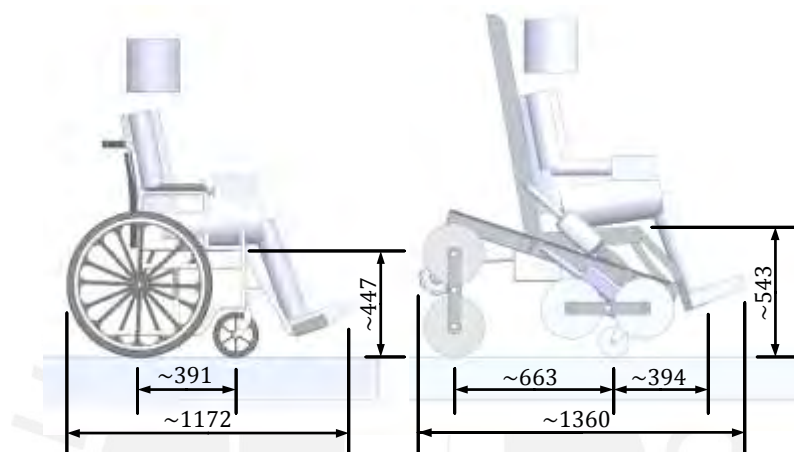


Figura 2.14: Comparación de dimensiones externas en mm entre una silla de ruedas convencional y el vehículo propuesto.

El mecanismo superior fue dotado de 2 actuadores lineales paralelos ubicados a ambos lados del usuario y fijados entre el asiento y el chasis; esto es entre los ejes L y P de la figura 2.9. Los elementos que conforman el mecanismo de 4 barras entre H y Q, e I y M, fueron duplicados y ubicados del mismo modo; por ello se le denomina barras traseras y delanteras bajo asiento. Asimismo, el mecanismo inferior de la figura 2.10 usa 3 actuadores lineales: dos delanteros paralelos ubicados entre los ejes J y E, y uno trasero entre C y F. Ambas patas están diseñadas para dar cavidad a los demás elementos cuando están retraídas.

En esta configuración, el clúster trasero se apoya vertical sobre el suelo mientras que el delantero se mantiene suspendido horizontalmente. El trasero emplea 3 motores rotativos: dos de tracción para las ruedas y uno para rotar el clúster; mientras que el delantero solo uno de rotación. Unas ruedas guía fueron anidadas a las patas delanteras para el soporte del sistema. Asimismo, se ubicaron 2 baterías bajo el asiento para energizar al sistema. La figura 2.15 expone el grupo de elementos que

constituyen al vehículo propuesto. En el Anexo B se presentan las dimensiones externas e internas por cada miembro analizado.

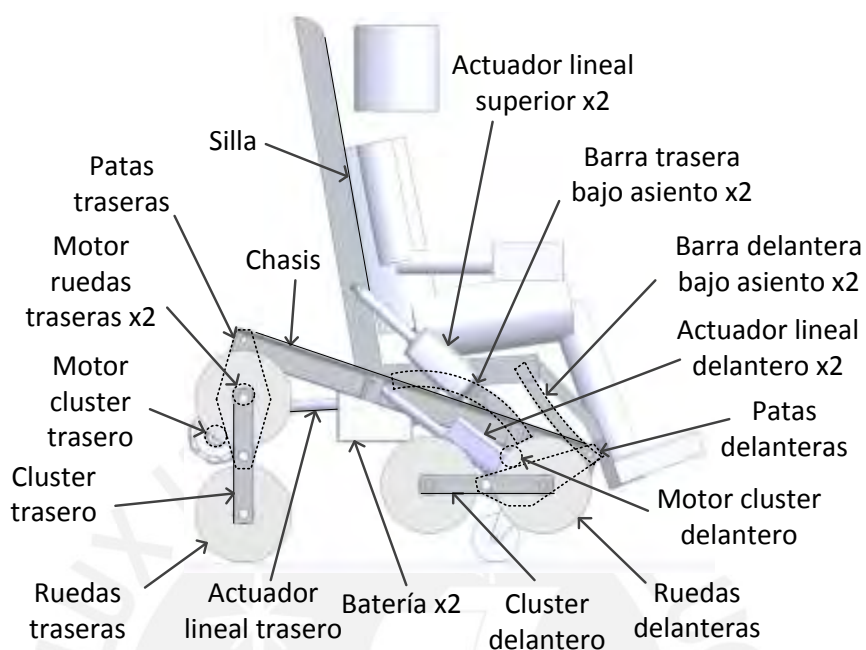


Figura 2.15: Aspecto del vehículo y grupo de elementos

## 2.3 Análisis de estados

En esta sección se detalla el procedimiento regular que cumple el sistema durante su desplazamiento supervisado por el usuario. Se detalla cada paso para luego proceder con el análisis mecánico del sistema móvil.

### 2.3.1 Estado A

El usuario aborda el vehículo. El acceso es frontal al vehículo y requiere que el usuario pueda montar sobre el asiento elevado a una altura aproximada de 543 mm desde el suelo. En este estado, el vehículo está totalmente retraído y apagado.

### 2.3.2 Estado B

El usuario se encuentra sentado en el vehículo, lo enciende, y permanece sin moverse hasta que las revisiones automáticas hayan culminado. El ocupante debe cumplir con las medidas de seguridad necesarias para proceder a los estados siguientes.

### 2.3.3 Estado C

Sobre superficies planas, el vehículo es capaz de transportar al usuario mediante avances, retrocesos, giros, y ascender o descender rampas con pendiente de hasta 12% (vea figura 2.16). Todas las funciones deseadas se realizan a través del panel de control (joystick, botonera e indicadores) ubicado en el reposabrazos diestro.



Figura 2.16: Estado C. Giro diferencial y ascenso sobre rampa de 12%

### 2.3.4 Estado D

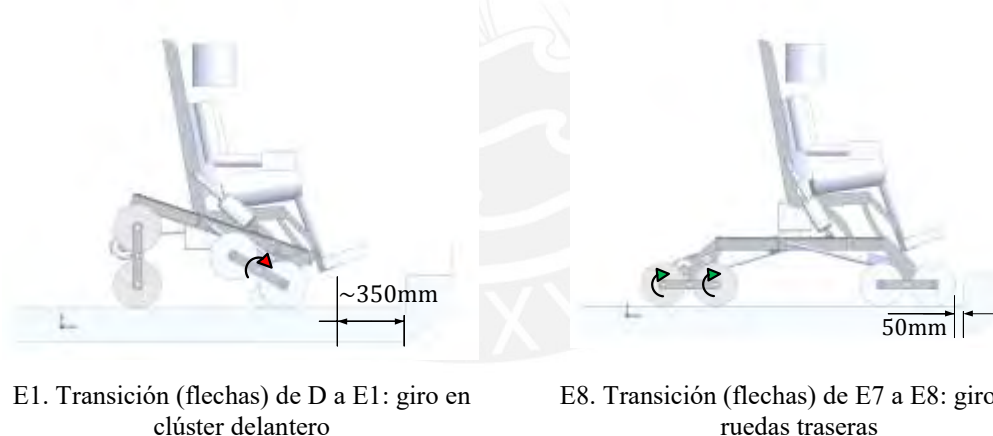
El usuario debe confirmar la solicitud presentada por la interfaz del vehículo antes de iniciar la extensión de clústeres para su ascenso sobre gradas. El sistema determina la presencia del primer escalón (vea figura 2.17). La detección se logra por medio del conjunto de sensores frontales que incorpora. La confirmación se realiza al accionar el botón indicado ubicado en el panel de control.



Figura 2.17: Estado D. Detección y confirmación del primer escalón.

### 2.3.5 Estado E

Este estado agrupa un conjunto de movimientos secuenciales para la extensión de ambos clústeres. La figura 2.18 expone los intermedios E1 y E8; las transiciones completas se muestran en el Anexo C.



E1. Transición (flechas) de D a E1: giro en clúster delantero

E8. Transición (flechas) de E7 a E8: giros en ruedas traseras

Figura 2.18: Estado E. Subestados inicial y final

El vehículo debe disponer de un espacio libre con 2190 mm aprox. de extensión frente a las escaleras antes de desarrollarse este estado. Alcanzado el subestado E7, estará separado 80 mm frente al primer escalón: 50 mm se prevén ante imprecisiones; y 30 mm, para el estado siguiente.



### 2.3.6 Estado F

Las ruedas delanteras se posicionan sobre el primer escalón para que el sistema reconozca sus dimensiones. El clúster delantero gira y se desplaza hasta posicionar la rueda unos  $d_{br}=63$  mm aprox. por delante del borde del primer escalón (vea la figura 2.19). La tracción se da a través de las ruedas traseras. Al lograr la posición, el grupo de sensores delanteros adquiere las medidas de paso y contrapaso que permiten proceder al siguiente estado.

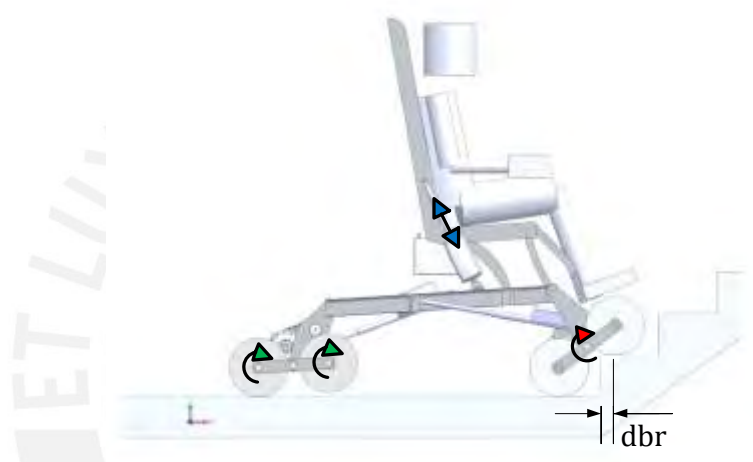


Figura 2.19: Estado F. Reconocimiento de escaleras

### 2.3.7 Estado G

Las dimensiones identificadas permiten que el vehículo se adapte al grado de pendiente de las escaleras. La figura 2.20 expone los estados intermedios G1 y G4; Las transiciones completas se muestran en el Anexo C. La separación entre clústeres se da de acuerdo a la ecuación 2.9 y se bosqueja en la figura 2.21.

El vehículo inicia configurándose a un  $L_{BK}$  máximo (estado intermedio G3). Si la pendiente es mayor, las patas delanteras se retraen proporcionalmente hasta lograr el  $L_{BK}$  necesario (estado intermedio G4).



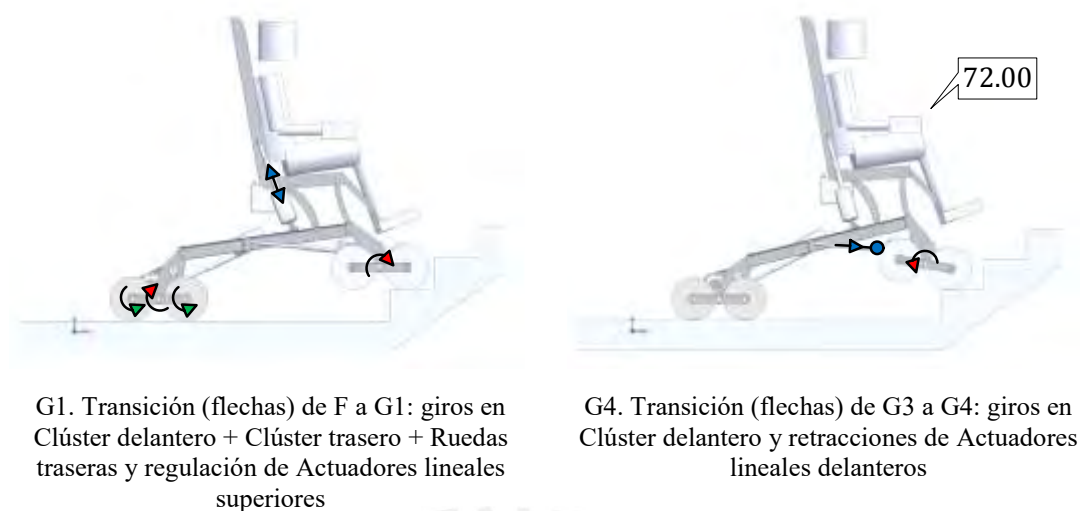


Figura 2.20: Estado G. Subestados inicial y final. Pendiente máx. en G4

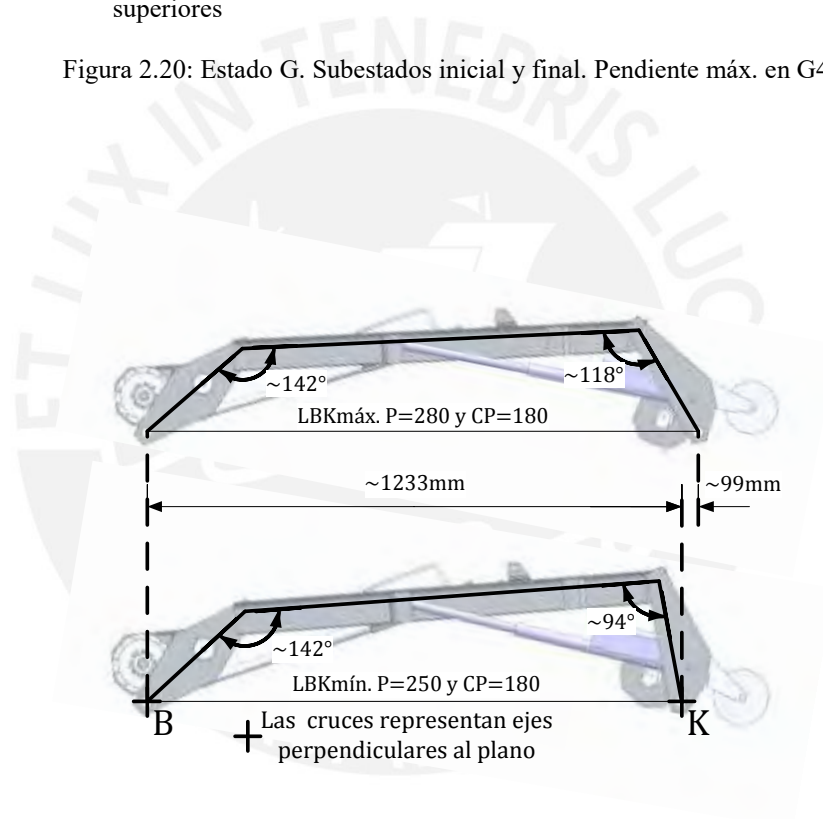
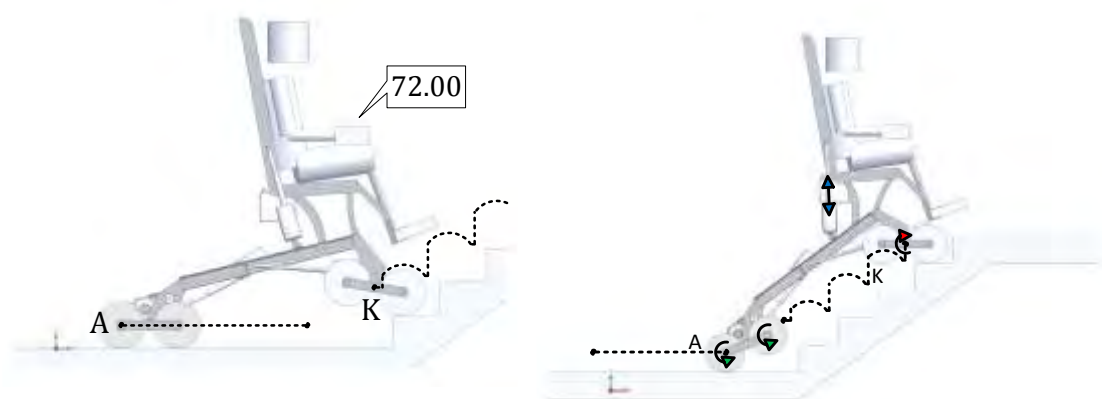


Figura 2.21: Disposición de chasis y patas al rango adaptable  $L_{BK}$ .

### 2.3.8 Estado H:

La figura 2.22 muestra las trayectorias de A y K para ubicar ambos clústeres sobre las gradas con pendiente máxima y facilitarles su escalamiento. Con la data almacenada por el recorrido del primer clúster, el ascenso del trasero se ve facilitado. El Anexo C incluye el caso análogo con pendiente mínima.



H1. Generación de trayectorias para puntos A y K

H2. Transición (flechas) de H1 a H2: giros en Clúster delantero + Ruedas traseras y regulación de Actuadores lineales superiores



H3. Transición (flechas) de H2 a H3: giros en Clúster delantero + Clúster trasero + Ruedas traseras y regulación de Actuadores lineales superiores

Figura 2.22: Estado H. Generación de trayectorias para A y K a pendiente máxima.

### 2.3.9 Estado I:

La figura 2.23 expone el ascenso coordinado del sistema sobre escalones constantes a pendiente máxima. El Anexo C incluye el caso análogo con pendiente mínima. El trazo de la trayectoria mostrada inicia con el acercamiento del clúster trasero al primer escalón.



Figura 2.23: Estado I. Ascenso coordinado de clústeres a pendiente máxima. Giros en Clúster delantero + Clúster trasero + Ruedas traseras

### 2.3.10 Estado J:

El grupo de sensores delanteros identifica el final de las escaleras. La figura 2.24 expone los estados intermedios J1 y J14; las transiciones completas se muestran en el Anexo C. Las configuraciones de los estados intermedios J14 y E5 son semejantes, entonces el vehículo puede regresar al subestado E1 siguiendo el orden inverso.



J1 (igual a I2). Transición (flechas) de I1 a I2: Giros en Clúster delantero + Clúster trasero + Ruedas traseras

J14. Transición (flechas) de J14 a J15: giros en Clúster trasero + Ruedas traseras, retracción del Actuador lineal trasero y regulación de Actuadores lineales superiores

Figura 2.24: Estado J. Arribo a meseta de escalera con pendiente máxima.

### **CAPÍTULO 3**

#### **ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL MECANISMO**

En este capítulo, se identifica el mecanismo y sus eslabones. Seguidamente, se analiza la cinemática del vehículo en dos partes para facilitar su comprensión y mantener un orden. Con la primera, se obtienen ecuaciones cinemáticas generales de movimiento del vehículo; mientras que, con la segunda, se aplican las mismas y se determinan otras ecuaciones con restricciones de movimiento sobre una escalera recta de escalones rectos.

#### **3.1 Identificación del mecanismo**

La figura 3.1 presenta el vehículo durante el estado intermedio E3 y su eslabonamiento de velocidad equivalente con componentes equivalentes de par inferior. La tabla 3.1 describe cada eje para una mejor comprensión de lo representado.

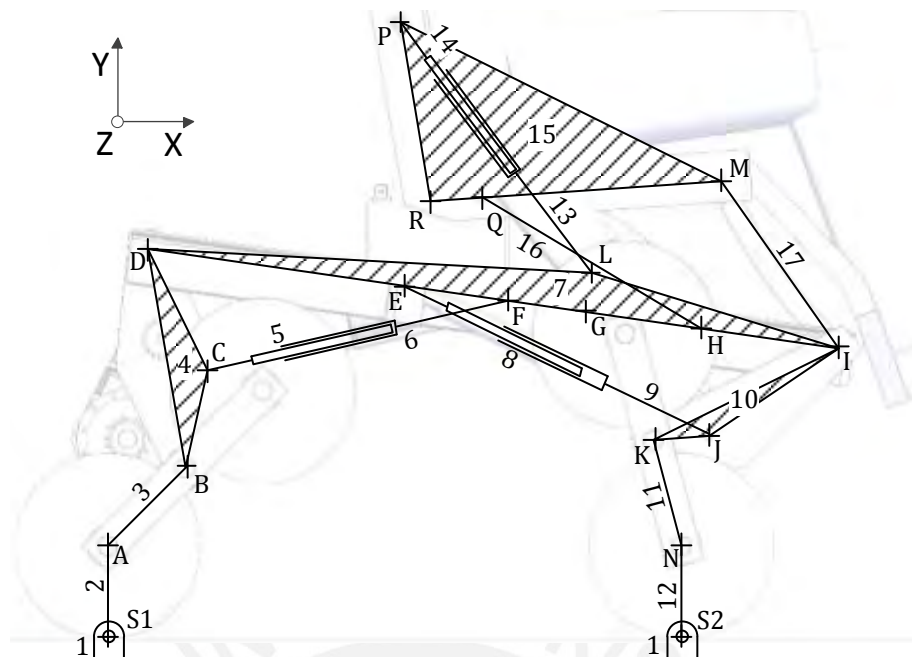


Figura 3.1: Esquema de mecanismos del vehículo

Tabla 3.1: Designación de símbolos para ejes

Símb.	Descripción
$S_1$	Eje de contacto entre superficie y ruedas traseras
$S_2$	Eje de contacto entre superficie y ruedas delanteras
A	Eje que conecta ruedas traseras (2) y clúster trasero (3)
B	Eje que conecta clúster trasero (3) y patas traseras (4)
C	Eje que conecta patas traseras (4) y actuador lineal trasero (5)
D	Eje que conecta patas traseras (4) y chasis (7)
E	Eje que conecta chasis (7) y actuadores lineales delanteros (8)
F	Eje que conecta chasis (7) y actuador lineal trasero (6)
G	Eje auxiliar sobre chasis (7)
H	Eje que conecta chasis (7) y barras traseras bajo asiento (16)
I	Eje que conecta chasis (7), patas delanteras (10) y barras delanteras bajo asiento (17)
J	Eje que conecta patas delanteras (10) y actuadores lineales delanteros (9)
K	Eje que conecta patas delanteras (10) y clúster delantero (11)
L	Eje que conecta chasis (7) y actuadores lineales superiores (13)
M	Eje que conecta barras delanteras bajo asiento (17) y asiento (15)
N	Eje que conecta clúster delantero (11) y ruedas delanteras (12)
P	Eje que conecta asiento (15) y actuadores lineales superiores (14)
Q	Eje que conecta asiento (15) y barras traseras bajo asiento (16)
R	Eje auxiliar sobre asiento (15)

El vehículo tiene 17 eslabones, 18 juntas pasador y 3 juntas deslizantes (3 combinaciones pistón-cilindro). Su número de grados de libertad  $F$  se determina mediante la ecuación de Grübler (ecuación 3.1).

$$F = 3(n - 1) - 2f_1 - 1f_2 \quad (3.1)$$

Donde  $(n - 1)$  expresa el número de eslabones móviles;  $f_1$ , el número de juntas pasador/deslizante (en pares inferiores); y  $f_2$  el número de juntas de contacto de rodamiento con deslizamiento.

Si se considera que todas las ruedas ruedan sin deslizar sobre el suelo ( $f_2$  es 0), entonces  $F$  es 6. Las entradas son proporcionadas por 3 grupos de actuadores rotativos; y 3 lineales.

### 3.2 Análisis cinemático del sistema

Debido a la complejidad de descripción que representa este mecanismo de 6 grados de libertad, el estudio cinemático será abordado en 2 secciones. La primera sección analiza y determina las ecuaciones que describen las dependencias cinemáticas entre eslabones de manera general. La segunda sección analiza y emplea las ecuaciones de la primera para determinar el comportamiento necesario del vehículo sobre el entorno.

#### 3.2.1 Ecuaciones cinemáticas del vehículo

En el vehículo, existen dependencias de movimientos entre eslabones de los mecanismos que lo integran. Para disgregar fácilmente su análisis, se ha decidido determinar las ecuaciones cinemáticas ordenadas en 3 partes: ecuaciones geométricas y de posición, ecuaciones de velocidad y ecuaciones de aceleración. Debido al alto número de ecuaciones que representan, sus exposiciones fueron derivadas al Anexo D. En esta sección, se detallarán el orden y la metodología de sus obtenciones.

En la primera parte, se reconocen longitudes y ángulos, variables y constantes, sobre la misma configuración del sistema antes mostrado en la figura 3.1. Por lo tanto, a partir de la figura 3.2, puede identificarse las 6 variables de entrada  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\theta_1$  que definen la posición de todo el sistema. Todos los valores constantes

empleados en esta sección son determinados al final de la misma. Seguidamente en el análisis, se considera que las ruedas delanteras y traseras giran sin deslizar, y están siempre en contacto con la superficie sobre los puntos correspondientes  $S_1$  y  $S_2$ , que están a alturas  $h_1$  y  $h_2$  desde el origen de referencia. Asimismo, la posición angular del asiento  $\gamma_3$  permanece siempre constante.

Luego de reconocer las relaciones geométricas, con ayuda también de la figura 3.3, se consiguen despejar las variables  $\varphi_1$ ,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\beta_3$  y  $\varphi_2$  entre las 17 primeras ecuaciones.

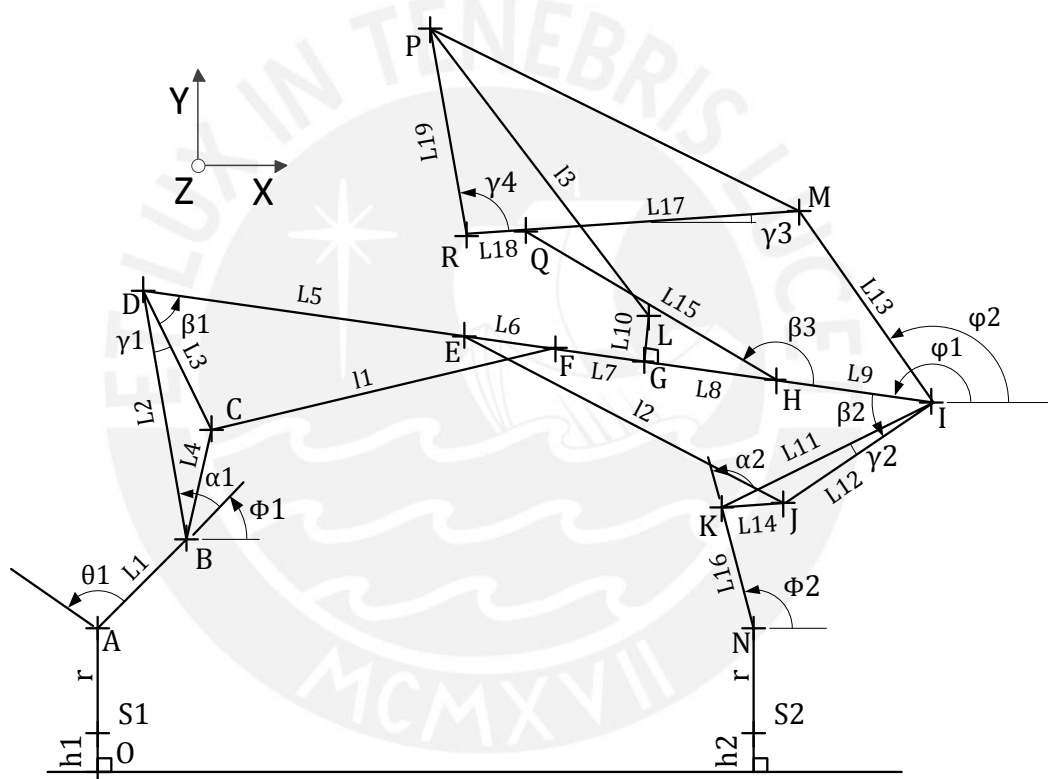


Figura 3.2: Esquema completo descriptivo de la geometría del sistema

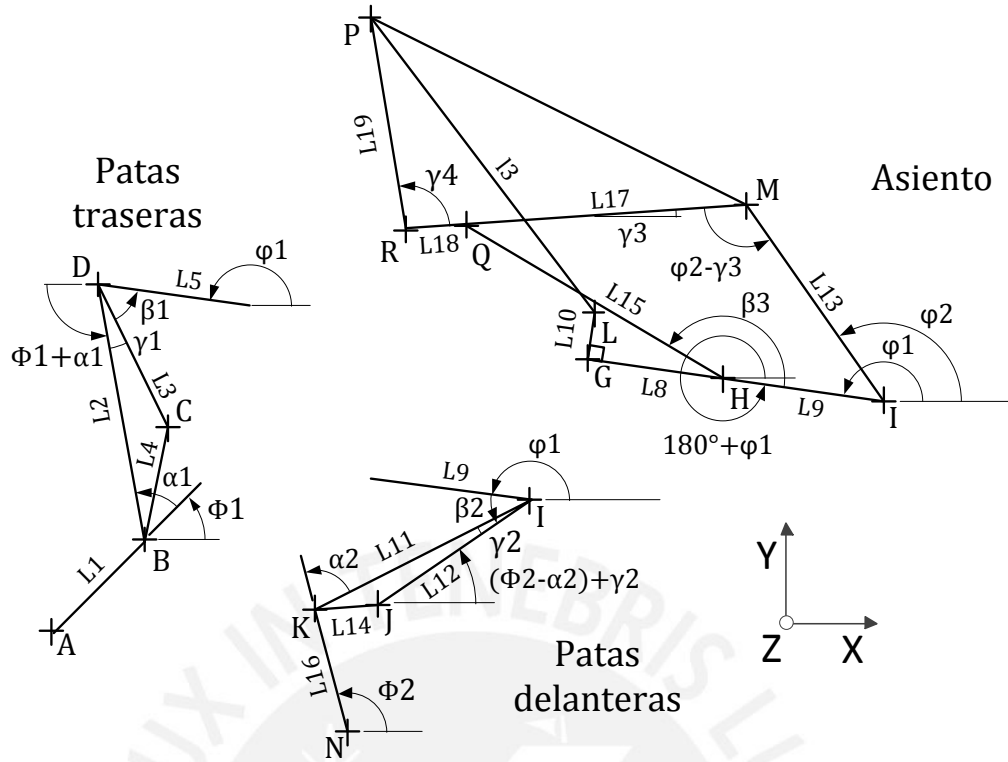


Figura 3.3: Esquema ayuda para la geometría por componentes agrupados

A partir de las figuras 3.4 y 3.5, se consiguen las siguientes 20 ecuaciones que describen la posición angular de cada eslabón con respecto al eje horizontal. Entre estas ecuaciones, también se determinan las longitudes variables  $l_1$ ,  $l_2$  y  $l_3$  que corresponden a los actuadores lineales de eslabones 5 y 6, 8 y 9, y 13 y 14. Éstas se recuperan en las ecuaciones 3.2 a 3.4. Como se observa,  $l_1$  y  $l_2$  dependen respectivamente de  $\beta_1$  y  $\beta_2$ ; mientras que  $l_3$ , puede demostrarse dependiente solo de  $\varphi_1$  con las ecuaciones mostradas en el Anexo D.

$$l_1 = \sqrt{L_3^2 + L_{5,6}^2 - 2L_3L_{5,6} \cos \beta_1} \quad (3.2)$$

$$l_2 = \sqrt{L_{6,9}^2 + L_{12}^2 - 2L_{6,9}L_{12} \cos \beta_2} \quad (3.3)$$

$$l_3 = \sqrt{L_{LM}^2 + L_{PM}^2 - 2L_{LM}L_{PM} \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3)} \quad (3.4)$$



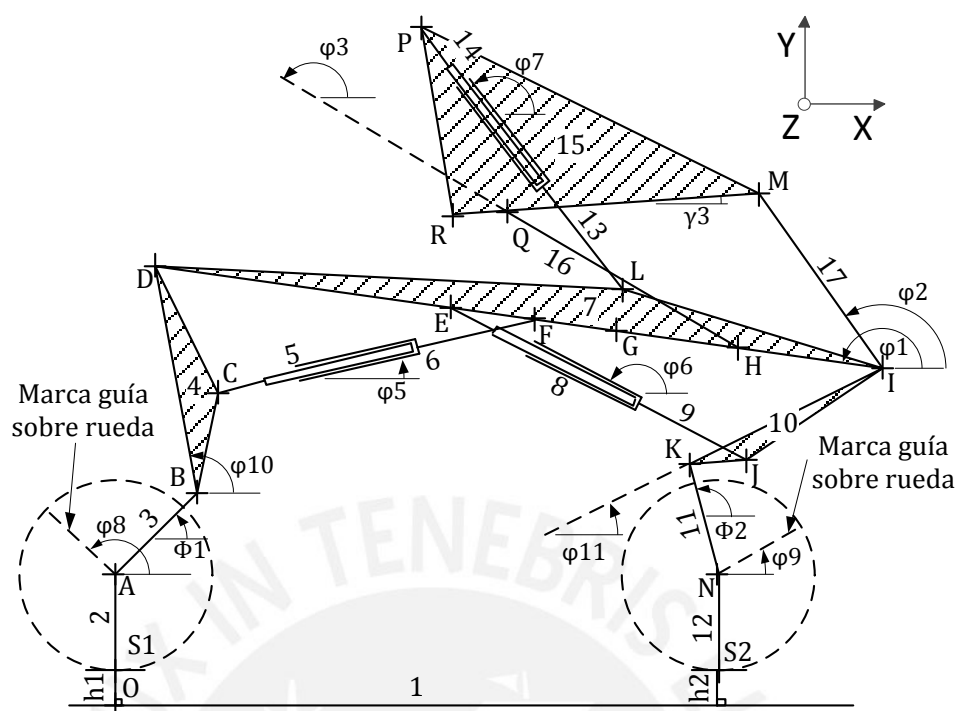


Figura 3.4: Direcciones o posición angular de cada eslabón respecto al eje horizontal

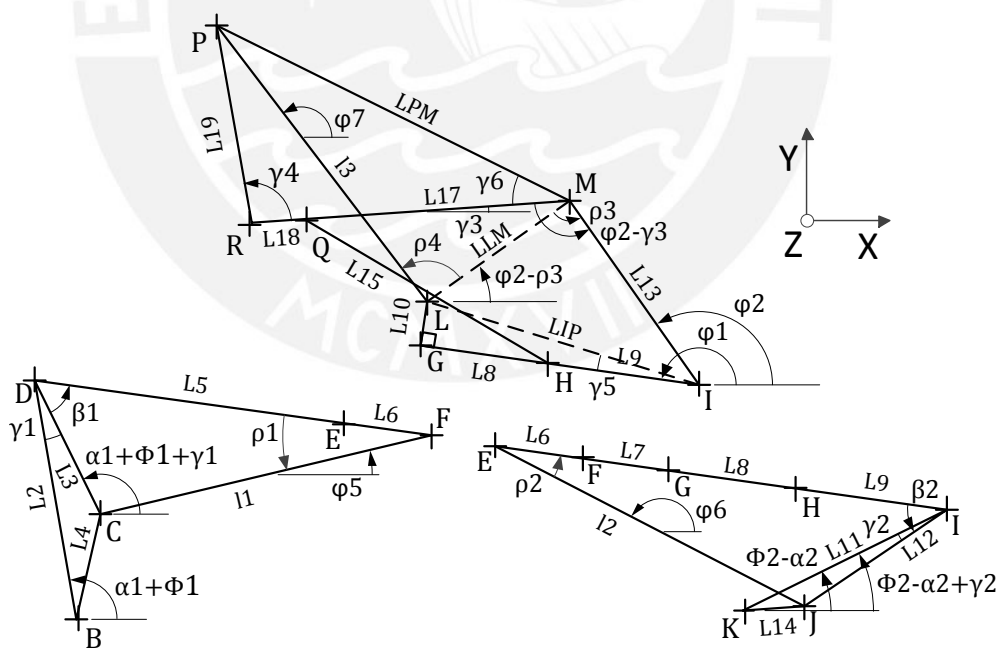


Figura 3.5: Esquema ayuda para las direcciones de eslabones

A continuación, se analiza la cinemática interna de los mecanismos trasero y delantero de ambos clusters. Para facilitar el análisis del cluster trasero, se acudió a

las ecuaciones vectoriales de velocidad aplicadas sobre su mecanismo mostrado en la figura 3.6. Esta figura, que expone la vista lateral derecha XY de la figura 2.11, presenta los 3 planos paralelos de ubicación de sus eslabones  $g_6$ ,  $g_5$ ,  $g_4$ ,  $s_{MR}$ ,  $s_{CT}$  y  $s_{MCT}$ ; y sus correspondencias de acuerdo a los puntos (ejes) A, BA, B, MR, y MCT. El eslabón  $g_4$  fue dividido en  $g_4$  sobre el primer plano mostrado, y  $s_4$  sobre el 1er plano posterior. Los medios de contacto entre estos eslabones emplean la designación  $[s_{MCT}.s_{CT}]$ ,  $[s_4.s_{MR}]$ ,  $[g_4.g_5]$  y  $[g_5.g_6]$ . Los sentidos iniciales de rotación sobre los puntos MCT y MR asumen los giros Z+ positivos según la disposición de los motores en estos mismos. Los sentidos de dirección de las velocidades lineales de los otros puntos se deducen a partir de lo anterior.

Al considerar el sistema de referencia fijado sobre las patas traseras en el análisis, los vectores de velocidad en los puntos (ejes) MR, MCT y B se anulan. Entonces, logran obtenerse  $\dot{\lambda}_1$  en función de  $\dot{\lambda}_2$ , y  $\dot{\lambda}_3$  en función de  $\dot{\lambda}_2$  y  $\dot{\lambda}_6$ .

Las mismas formas de designación y presentación se emplean para el clúster delantero según la figura 3.7. Asimismo, esta figura muestra la vista lateral XY de la figura 2.13. En este caso, resulta más simple la obtención de  $\dot{\lambda}_7$  en función de  $\dot{\lambda}_8$ .

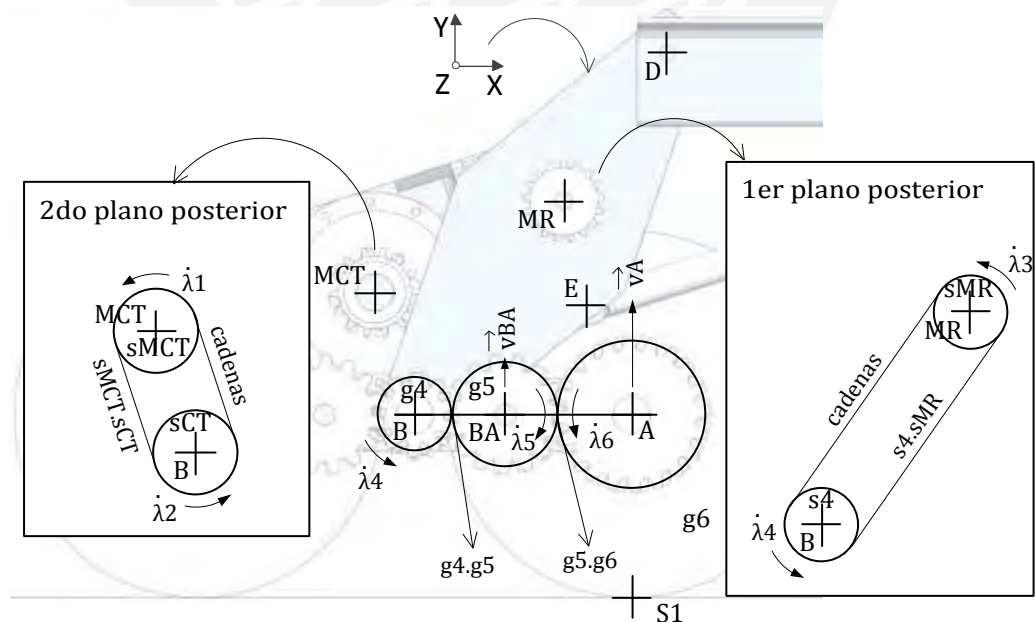


Figura 3.6: Esquema geométrico interno del clúster trasero

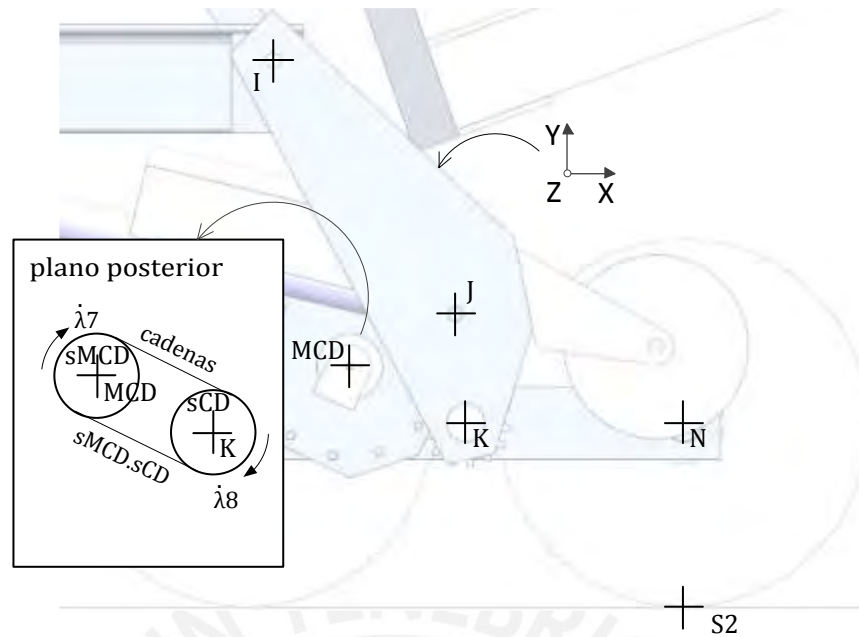


Figura 3.7: Esquema geométrico interno del clúster delantero

Con el fin de relacionar las ecuaciones halladas hasta ahora (perspectiva externa del sistema e interna de mecanismos en clústeres), se analiza la figura 3.8 y se deducen las relaciones geométricas entre  $\lambda_2$  y  $\alpha_1$ ,  $\lambda_6$  y  $\theta_1$  y  $\alpha_1$ , y  $\lambda_8$  y  $\alpha_2$ . Al integrar las ecuaciones de velocidad de los mecanismos con respecto al tiempo y al compararlas con estas últimas, se obtiene finalmente las dependencias de giro de sus motores entre  $\Delta\lambda_1$  con  $\Delta\alpha_1$ ,  $\Delta\lambda_3$  con  $\Delta\theta_1$  y  $\alpha_1$ , y  $\Delta\lambda_7$  con  $\Delta\alpha_2$ . Estas correspondencias se recuperan en las ecuaciones 3.5 a 3.7.

$$\Delta\lambda_1 = -\frac{d_{sCT}}{d_{sMCT}} \Delta\alpha_1 \quad (3.5)$$

$$\Delta\lambda_3 = \frac{d_{s4}}{d_{g4}d_{sMR}} (d_{g6}\Delta\theta_1 - d_{g4}\Delta\alpha_1) \quad (3.6)$$

$$\Delta\lambda_7 = -\frac{d_{sCD}}{d_{sMCD}} \Delta\alpha_2 \quad (3.7)$$

Todas las formulaciones, desde el inicio de la cinemática interna de los mecanismos de ambos clústeres hasta aquí, suman 22 ecuaciones adicionales.

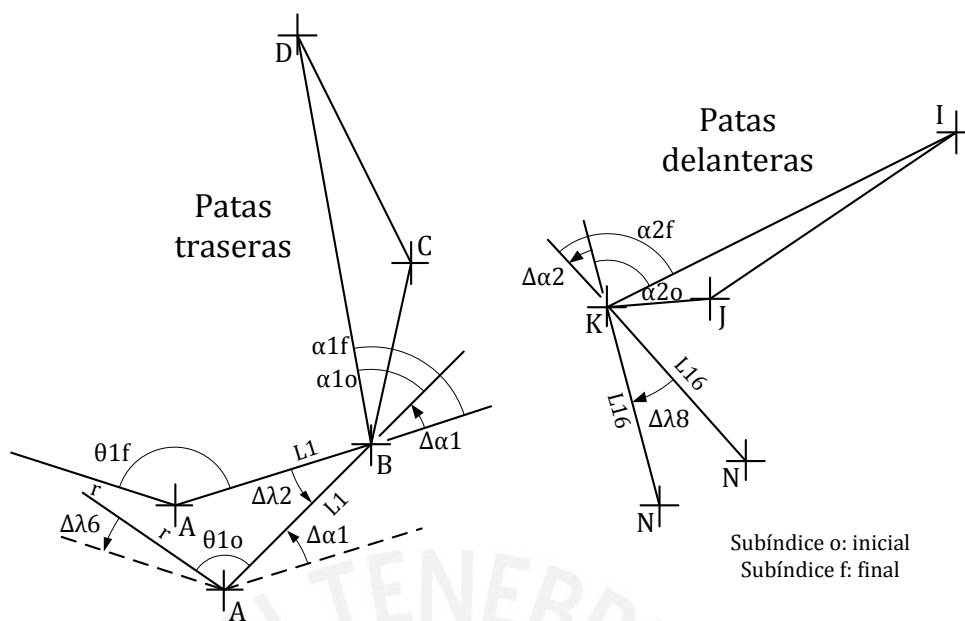


Figura 3.8: Esquema ayuda sobre mecanismos delantero y trasero

Las siguientes, y últimas, 19 y 16 ecuaciones geométricas respectivas determinan las posiciones vectoriales relativas y absolutas de los puntos del sistema como se muestra en las figuras 3.9 y 3.10. Observe que las posiciones vectoriales absolutas se definen con respecto al eje O.

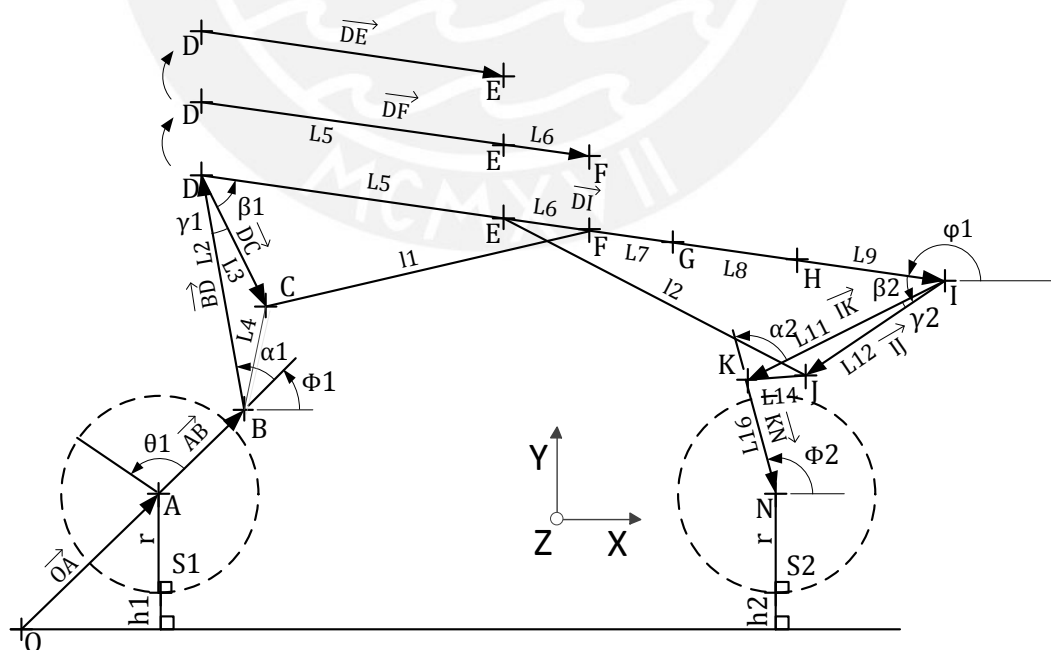


Figura 3.9: Ubicación de vectores de posición sobre zona inferior del sistema

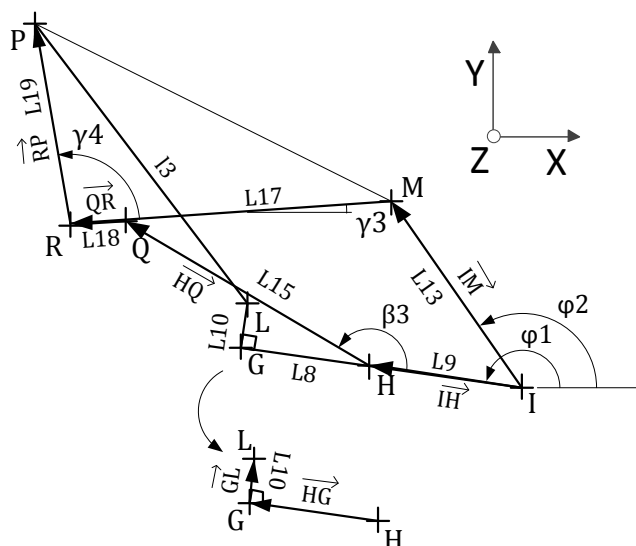


Figura 3.10: Ubicación de vectores de posición sobre zona superior del sistema

En la segunda parte, se procede a derivar con respecto al tiempo cada una de las ecuaciones determinadas en la primera parte. Entonces, bajo ese mismo orden se obtienen:  $\dot{\phi}_1$ ,  $\dot{\Phi}_1$ ,  $\dot{\Phi}_2$ ,  $\dot{\beta}_3$  y  $\dot{\phi}_2$ , entre otras ecuaciones auxiliares referidas; las velocidades angulares de cada eslabón, entre las que se encuentran las velocidades  $\dot{l}_1$ ,  $\dot{l}_2$  y  $\dot{l}_3$  de los actuadores lineales; las velocidades angulares de motores para los clústeres  $\dot{\lambda}_1$ ,  $\dot{\lambda}_3$  y  $\dot{\lambda}_7$ , aunque ya determinadas en la primera parte; los vectores de velocidad relativa, entre los mismos puntos de la primera parte; y los vectores de velocidad absoluta de todos los puntos. Por lo tanto, para la segunda parte, se acumulan 62 ecuaciones adicionales.

En la tercera parte, también se derivan con respecto al tiempo aquellas ecuaciones de la segunda parte. Entonces, bajo ese mismo orden se obtienen:  $\ddot{\phi}_1$ ,  $\ddot{\Phi}_1$ ,  $\ddot{\Phi}_2$ ,  $\ddot{\beta}_3$  y  $\ddot{\phi}_2$ , entre otras ecuaciones auxiliares referidas; las aceleraciones angulares de cada eslabón, entre las que se encuentran las aceleraciones de  $\ddot{l}_1$ ,  $\ddot{l}_2$  y  $\ddot{l}_3$  de los actuadores lineales; las aceleraciones angulares de motores para los clústeres  $\ddot{\lambda}_1$ ,  $\ddot{\lambda}_3$  y  $\ddot{\lambda}_7$ ; los vectores de aceleración relativa, entre los mismos puntos de la primera parte; y los vectores de aceleración absoluta de todos los puntos. Por lo tanto, para la tercera parte, se acumulan otras 62 ecuaciones más.

Por último, en resumen, esta sección suma un total de 218 ecuaciones de la cinemática general del sistema. Las variables de entrada y sus dependencias para la posición del sistema fueron expuestas en las ecuaciones 3.2 a 3.7. Las figuras 3.2 a 3.10 exponen un número extenso de símbolos constantes que son descritos en la tabla 3.2.

Tabla 3.2: Símbolos de valor constante

Símb.	Descripción	Valor
$L_1$	Longitud entre puntos A y B de clúster trasero	150.0 mm
$L_2$	Longitud entre puntos B y D de patas traseras	305.0 mm
$L_3$	Longitud entre puntos D y C de patas traseras	187.4 mm
$L_4$	Longitud entre puntos B y C de patas traseras	135.4 mm
$L_5$	Longitud entre puntos D y E de chasis	358.0 mm
$L_6$	Longitud entre puntos E y F de chasis	142.0 mm
$L_7$	Longitud entre puntos F y G de chasis	127.0 mm
$L_8$	Longitud entre puntos G y H de chasis	140.0 mm
$L_9$	Longitud entre puntos H e I de chasis	191.0 mm
$L_{10}$	Longitud entre puntos G y L de chasis	54.0 mm
$L_{11}$	Longitud entre puntos K e I de patas delanteras	283.0 mm
$L_{12}$	Longitud entre puntos J y I de patas delanteras	215.3 mm
$L_{13}$	Longitud entre puntos I y M de barras delanteras bajo el asiento	280.0 mm
$L_{14}$	Longitud entre puntos K y J de patas delanteras	75.3 mm
$L_{15}$	Longitud entre puntos Q y H de barras traseras bajo el asiento	350.0 mm
$L_{16}$	Longitud entre puntos K y N de clúster delantero	150.0 mm
$L_{17}$	Longitud entre puntos Q y M de asiento	330.0 mm
$L_{18}$	Longitud entre puntos R y Q de asiento	70.0 mm
$L_{19}$	Longitud entre puntos R y P de asiento	250.0 mm
$r$	Longitud del radio de la rueda	127.0 mm
$\gamma_1$	Ángulo de las patas traseras entre $\overrightarrow{DB}$ y $\overrightarrow{DC}$	16.1°
$\gamma_2$	Ángulo de las patas traseras entre $\overrightarrow{IK}$ y $\overrightarrow{IJ}$	7.7°
$\gamma_3$	Ángulo del asiento entre eje horizontal y $\overrightarrow{RM}$	4.0°
$\gamma_4$	Ángulo del asiento entre $\overrightarrow{RM}$ y $\overrightarrow{RP}$	96.0°
$\gamma_5$	Ángulo del chasis entre $\overrightarrow{IG}$ y $\overrightarrow{IL}$	9.3°
$\gamma_6$	Ángulo del chasis entre $\overrightarrow{MP}$ y $\overrightarrow{MR}$	30.3°
$d_{sMCT}$	Diámetro de sprocket sMCT	57.1 mm
$d_{sMR}$	Diámetro de sprocket sMR	51.8 mm
$d_{sCT}$	Diámetro de sprocket sCT	57.1 mm
$d_{s4}$	Diámetro de sprocket s4	51.8 mm
$d_{g4}$	Diámetro de rueda dentada g4	50.0 mm
$d_{g5}$	Diámetro de rueda dentada g5	75.0 mm
$d_{g6}$	Diámetro de rueda dentada g6	100.0 mm
$d_{sMDT}$	Diámetro de sprocket sMDT	57.1 mm
$d_{sCD}$	Diámetro de sprocket sCD	57.1 mm

### 3.2.2 Cinemática del vehículo sobre una escalera

El escenario de estudio considera una escalera recta de 5 escalones rectos uniformes. No existen obstáculos frente al primer escalón, ni en la escalera, ni por encima de su meseta. El sentido de tránsito del vehículo es en ascenso para el siguiente análisis.

Entonces, de todos los estados expuestos en el apartado 2.3, se analizará las transiciones desde el estado D, porque inicia la interacción con la escalera, y hasta alcanzar el estado intermedio J14, pues la configuración del vehículo será semejante a la de E4 y porque representa un camino de retorno hacia E1. Por lo tanto, contando los estados intermedios, se analizan un total de 32 transiciones.

También, se agruparán transiciones donde las ecuaciones cinemáticas que las describen sean igual de aplicativas entre sus miembros. Esto resulta en un total de 22 agrupaciones, donde al inicio de cada grupo:

- a) se destacan tablas de las variables angulares  $\{\theta, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\}$  con relación directa a las actuantes según las ecuaciones 3.2 a 3.7;
- b) se identifican los objetivos para el movimiento expuesto; y
- c) se define una variable de entrada a velocidad constante, denominada „de diseño“, que permite el movimiento y que facilita la resolución.

El análisis se expone basado en movimientos que están definidos y que se definen por el entorno. Por ejemplo, los movimientos desde E2 hasta E8, que se realizan antes de iniciar contacto con la escalera, están definidos pues no responden a variables de entrada que alteren su movimiento diseñado. Generalmente, este tipo de transiciones también cuentan con valores angulares iniciales y finales definidos para  $\{\theta, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\}$ . Por otro lado, los movimientos que se definen por el entorno, hacen dependientes los rangos de movimiento de las transiciones posteriores a la cual captó una entrada de valor variable. Un ejemplo es la transición E1 a E2 pues la longitud que se desplaza el vehículo en retroceso depende de la separación inicial entre éste y el primer escalón que fue reconocida durante el estado D. Asimismo, este tipo de transiciones no presentan datos definidos en sus tablas de variables angulares,

sino textos „calculado“ y/o „a calcular“, a razón de su dependencia con anteriores transiciones; por lo que debe tenerse claro el sentido del orden de las transiciones.

Así como en la anterior sección, el gran número de ecuaciones (228 en total) que resulta del análisis se derivan al Anexo E; aquí solo se detallarán el orden y la metodología de sus obtenciones. Aquel anexo también se vale de las ecuaciones obtenidas en el Anexo D, y sus referencias, para poder explicar ordenadamente los mismos grupos a continuación expuestos.

i. Transición D a E1

Tabla 3.3: Valores angulares de D a E1

Variable	Comportamiento	En D [°]	En E1 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	0	0
$\alpha_2$	Variable	163.76	133.59
$\beta_1$	Constante	55.61	55.61
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

El objetivo es posicionar el clúster delantero sobre el suelo (nivel inferior) y generar el punto de apoyo S2. Entonces, primero, las posiciones iniciales de los eslabones del sistema se evalúan a partir de los valores en E1 de la tabla 3.3 y con las fórmulas del Anexo D apartado 1; para ello se expresa y asume la ecuación  $h_1 - h_2 = 0$ . Segundo, se observa que solo la posición inicial del eslabón 11 no es la adecuada. La figura 3.11 lo expone en sus correctas posiciones inicial y final. Las posiciones del punto K y  $\varphi_{11}$  deben permanecer constantes, por lo que  $\varphi_{11}$  inicial se conoce. Por último, la cinemática del eslabón 11 cumplirá con las ecuaciones de posición del Anexo D:  $\phi_2$  se obtiene del despeje de la ecuación de posición angular del eslabón 11; la actuación  $\Delta\lambda_7$  se obtiene pues se conoce  $\Delta\alpha_2$  de la tabla 3.3; su posición relativa  $\overline{KN}$  depende de  $\phi_2$ ; y la posición absoluta de N varía sólo con  $\overline{KN}$ . De la misma forma, pero de los apartados correspondientes al Anexo D, se obtienen las ecuaciones de velocidad y aceleración. Las aceleraciones, salvo en el punto N, serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\alpha}_2(\ddot{\alpha}_2=0)$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó en total 1 nueva ecuación.



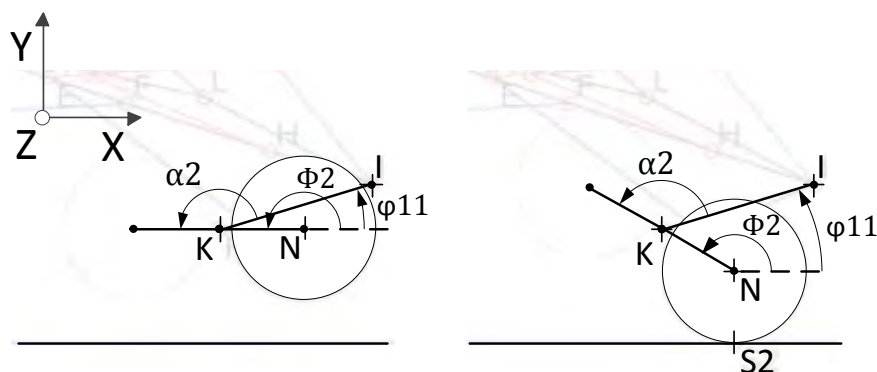


Figura 3.11: Rotación del clúster delantero

## ii. Transición E1 a E2 y E7 a E8

Tabla 3.4: Valores angulares de E1 a E2

Variable	Comportamiento	En E1 [°]	En E2 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	0	0
$\alpha_2$	Constante	133.59	133.59
$\beta_1$	Constante	55.61	55.61
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

Tabla 3.5: Valores angulares de E7 a E8

Variable	Comportamiento	En E7 [°]	En E8 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

El objetivo en E1 a E2 es retroceder al vehículo, frente a las escaleras, lo suficiente para permitir el despliegue regular de los mecanismos inferiores en las transiciones siguientes. Mientras que, en E7 a E8, es acercarse al vehículo desplegado hasta una separación frente al primer escalón. Primero, ambos análisis emplean los datos de las tablas 3.4 y 3.5 respectivamente, y también asumen que  $h_1 - h_2 = 0$ . El desplazamiento horizontal aproximado de A, en E1 a E2, es  $-D_{\text{tr}}$  como se muestra en la figura 3.12 y se obtiene en una ecuación asumiendo dimensiones del vehículo y desplazamientos futuros.  $\Delta\overline{OA}_x + \overline{AN}_x$  representa la suma de la variación horizontal de A desde E2 hasta E7 más la separación entre A y N en E7; la separación horizontal entre A y el final del reposapiés en E1 es 1056 mm; r es el radio de las ruedas; pre1 es el desplazamiento horizontal de E7 a E8; pre2 es la separación final

entre la circunferencia de la rueda y el primer escalón; y  $pre0$ , la separación inicial entre el reposapiés y el primer escalón. Luego, con  $r$  y  $pre1$ , se determinan los valores finales de  $\theta_1$ , o  $\theta_{1f}$ , para ambas transiciones mediante 2 ecuaciones más. Segundo, los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$  ( $\ddot{\theta}_1 = 0$ ). Todos los valores de posición y velocidad se obtienen a partir del Anexo D, apartados 1 y 2. Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 3 ecuaciones nuevas.

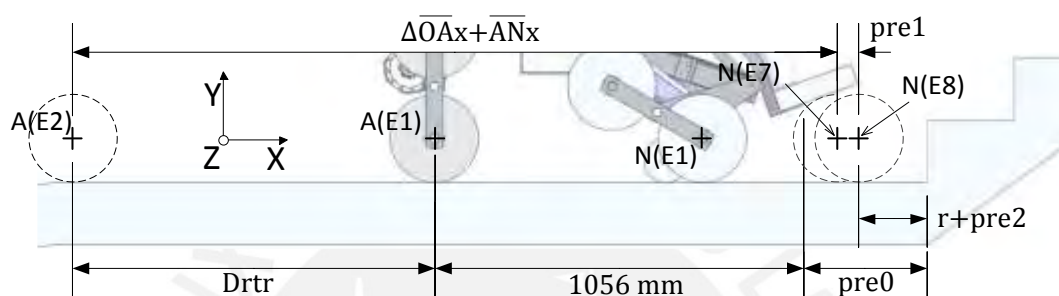


Figura 3.12: Esquema ayuda E1aE2

### iii. Transición E2 a E3

Tabla 3.6: Valores angulares de E2 a E3

Variable	Comportamiento	En E2 [°]	En E3 [°]
$\theta_1$	Constante	0	339.29
$\alpha_1$	Variable	0	55.09
$\alpha_2$	Variable	133.59	78.50
$\beta_1$	Constante	55.61	55.61
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

El objetivo es dar pase al despliegue de los mecanismos inferiores, mientras que el móvil se aproxima al primer escalón. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.6, y se asume que  $h_1 - h_2 = 0$ . Las velocidades constantes e iguales de diseño son  $\dot{\alpha}_1$  y  $\dot{\alpha}_2$  ( $\ddot{\alpha}_1 = \ddot{\alpha}_2 = 0$ ). Todos los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del Anexo D. Por lo tanto, en toda esta transición no se determinaron nuevas ecuaciones.

## iv. Transición E3 a E4

Tabla 3.7: Valores angulares de E3 a E4

Variable	Comportamiento	En E3 [°]	En E4 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Variable	78.50	62.10
$\beta_1$	Variable	55.61	73.89
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

El objetivo es el mismo de E2 a E3. La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_1$  ( $\ddot{l}_1=0$ ).  $\dot{\alpha}_2$  continúa siendo la misma que en la transición E2 a E3.  $\beta_1$ ,  $\dot{\beta}_1$  y  $\ddot{\beta}_1$  se obtienen del despeje de las ecuaciones, en orden por apartado, de  $l_1$ ,  $\dot{l}_1$  y  $\ddot{l}_1$  en el Anexo D. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.7, y se asume que  $h_1 - h_2 = 0$ . Luego, los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del Anexo D. Por lo tanto, en toda esta transición no se determinaron nuevas ecuaciones.

## v. Transición E4 a E5

Tabla 3.8: Valores angulares de E4 a E5

Variable	Comportamiento	En E4 [°]	En E5 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10
$\beta_1$	Variable	73.89	108.80
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

El objetivo es el mismo de E2 a E3. La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_1$  ( $\ddot{l}_1 = 0$ ).  $\dot{l}_1$  continúa siendo la misma que en E3 a E4.  $\beta_1$ ,  $\dot{\beta}_1$  y  $\ddot{\beta}_1$  se obtienen del despeje de las ecuaciones, en orden por apartado, de  $l_1$ ,  $\dot{l}_1$  y  $\ddot{l}_1$  en el Anexo D. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.8, y se asume que  $h_1 - h_2 = 0$ . Los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen del Anexo D. Por lo tanto, en toda esta transición no se determinaron nuevas ecuaciones.

## vi. Transición E5 a E6, E6 a E7 y J12 a J13

Tabla 3.9: Valores angulares de E5 a E6, E6 a E7 y J12 a J13

Variable	Comportamiento	En E5 [°]	En E6 [°]	En E7 [°]	En J13 [°]	En J14 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0	0	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09	55.09	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10	62.10	62.10	62.10
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80	108.80	calculado	calculado
$\beta_2$	Variable	42.21	77.11	125.59	calculado	42.21

Los objetivos en E5 a E6 y en E6 a E7 son los mismos que en E2 a E3. El objetivo en J12 a J13 es continuar con la retracción de los mecanismos inferiores de despliegue. La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_2$  ( $\ddot{l}_2=0$ ), y es igual en E5 a E6 y en E6 a E7.  $\beta_2$ ,  $\dot{\beta}_2$  y  $\ddot{\beta}_2$  se obtienen del despeje de las ecuaciones, en orden por apartado, de  $l_2$ ,  $\dot{l}_2$  y  $\ddot{l}_2$  en el Anexo D. El análisis hace uso de los datos secuenciales presentados en la tabla 3.9, y asume que  $h_1 - h_2 = 0$ . Los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del Anexo D. Por lo tanto, en toda esta transición no se determinaron nuevas ecuaciones.

## vii. Transición E8 a F

Tabla 3.10: Valores angulares de E8 a F

Variable	Comportamiento	En E8 [°]	En F [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Variable	62.10	A calcular
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

El objetivo es posicionar las ruedas delanteras sobre el primer escalón, mediante la rotación del clúster delantero alrededor de N, y manteniendo el punto S2 quieto. La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$  ( $\ddot{\phi}_2 = 0$ ). La posición inicial del sistema en E8 se determina con los datos presentados en la tabla 3.10 y las ecuaciones del Anexo D apartado 1. Se asume que  $h_1 - h_2 = 0$ . Luego, a partir de la figura 3.13, se determinan la ecuación del valor final de  $\phi_2$ , o  $\phi_{2f}$ , y otra de la separación al borde del primer escalón  $d_{br}$ ; donde  $h_e$  representa la altura del escalón, y  $pre_2$  se definió en la transición E1 a E2. También, se plantea la ecuación de  $\phi_1$  que es dependiente de

$\phi_2$ ; donde la separación entre los puntos A y K, o  $\overline{AK}$ , es constante. La ecuación de  $\alpha_2$  se obtiene del despeje de las primeras relaciones geométricas en el Anexo D. La ecuación de  $\theta_1$  depende de la variación en  $\Delta\overline{OA}_x = \Delta\overline{AN}_x = \overline{AN}_{xf} - \overline{AN}_{x0}$  y de  $\phi_1$ . El valor inicial  $\overline{AN}_{x0}$  puede determinarse evaluando los datos para la posición del sistema en E8; su final  $\overline{AN}_{xf}$  se halla reemplazando los valores finales entregados por la primera y tercera ecuación sobre una sexta última ecuación de  $\overline{AN}_x$ , que es dependiente de  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ .

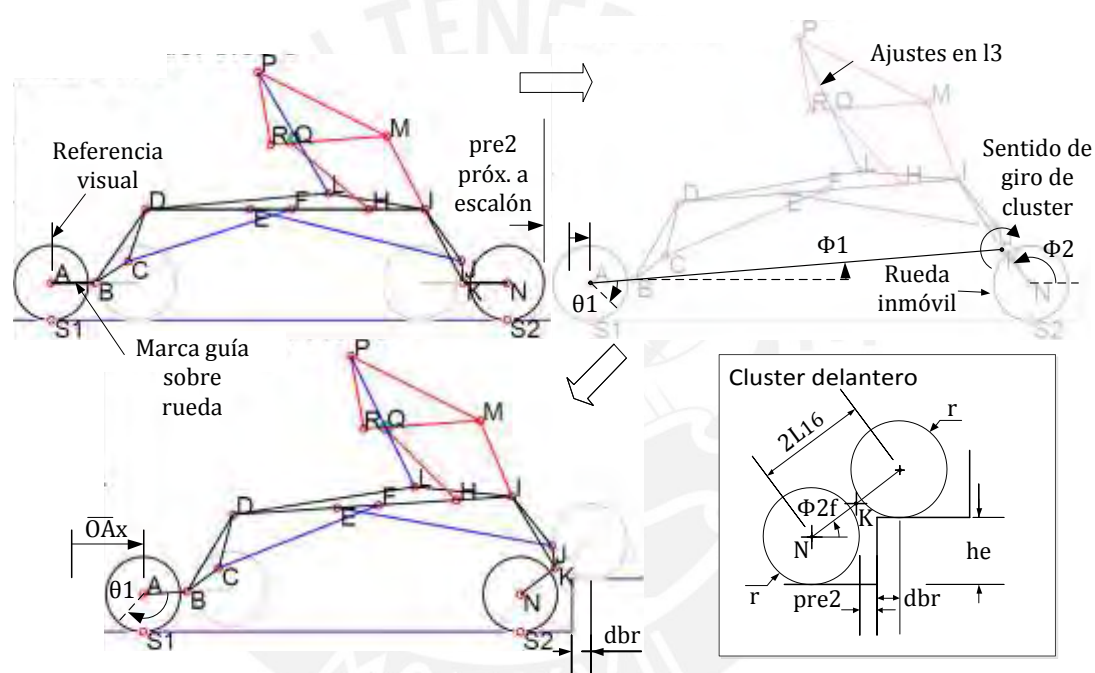


Figura 3.13: Transición E8 a F

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las halladas para  $\{\phi_1, \alpha_2, \theta_1, \overline{AN}_x\}$  en la posición, se determinan otras 4  $\{\dot{\phi}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\overline{OA}}_x\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 4  $\{\ddot{\phi}_1, \ddot{\alpha}_2, \ddot{\theta}_1, \ddot{\overline{OA}}_x\}$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 14 nuevas ecuaciones.

## viii. Transición F a G1

Tabla 3.11: Valores angulares de F a G1

Variable	Comportamiento	En F [°]	En G1 [°]
$\theta_1$	Variable	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	A calcular
$\alpha_2$	Variable	Calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

El objetivo es alinear ambos clústeres horizontalmente. La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$  ( $\ddot{\phi}_2 = 0$ ). Debido al cambio de ubicación de N, el valor inicial de  $\phi_2$  es igual al valor final en la transición anterior más  $180^\circ$ . Se considera al valor inicial de  $\phi_1$  igual al final en la transición anterior, entonces  $h_2 - h_1 = CP$ , donde CP es el contrapasos; los valores en F de la tabla 3.11 y las ecuaciones del Anexo D apartado 1 permiten determinar la posición inicial del sistema. Los valores finales de  $\phi_1$  y  $\phi_2$  deben ser igual a  $0^\circ$  y  $180^\circ$  respectivamente como muestra la figura 3.14, y deben alcanzarse al mismo tiempo; por lo tanto, se plantea una ecuación que las relaciona. La dirección de  $\overline{BK}$ , o  $\phi_{BK}$ , es dependiente de  $\phi_1$  y  $\phi_2$  en otra ecuación; la separación entre punto B y K, o  $\overline{BK}$ , es constante. Otra ecuación resulta de la colinealidad inicial de los puntos A, B y K, donde  $\alpha_{10}$  es el valor inicial de  $\alpha_1$ . La ecuación de  $\alpha_2$  se obtiene del despeje de las primeras relaciones geométricas en el Anexo D. La variación horizontal de N sobre el escalón, o  $\Delta N$ , se halla con otra ecuación a partir de los valores iniciales y finales de  $\phi_{BK}$  y  $\phi_2$  mostrados en la figura 3.14. Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ .

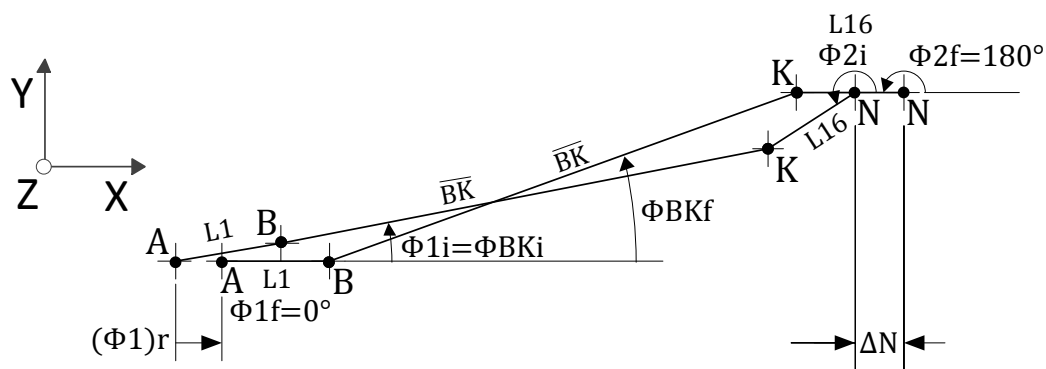


Figura 3.14: Esquema ayuda F a G1

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las halladas para  $\{\phi_{BK}, \alpha_1, \alpha_2\}$  en la posición, se presentan otras 3  $\{\dot{\phi}_{BK}, \dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 3  $\{\ddot{\phi}_{BK}, \ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2\}$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 12 ecuaciones nuevas.

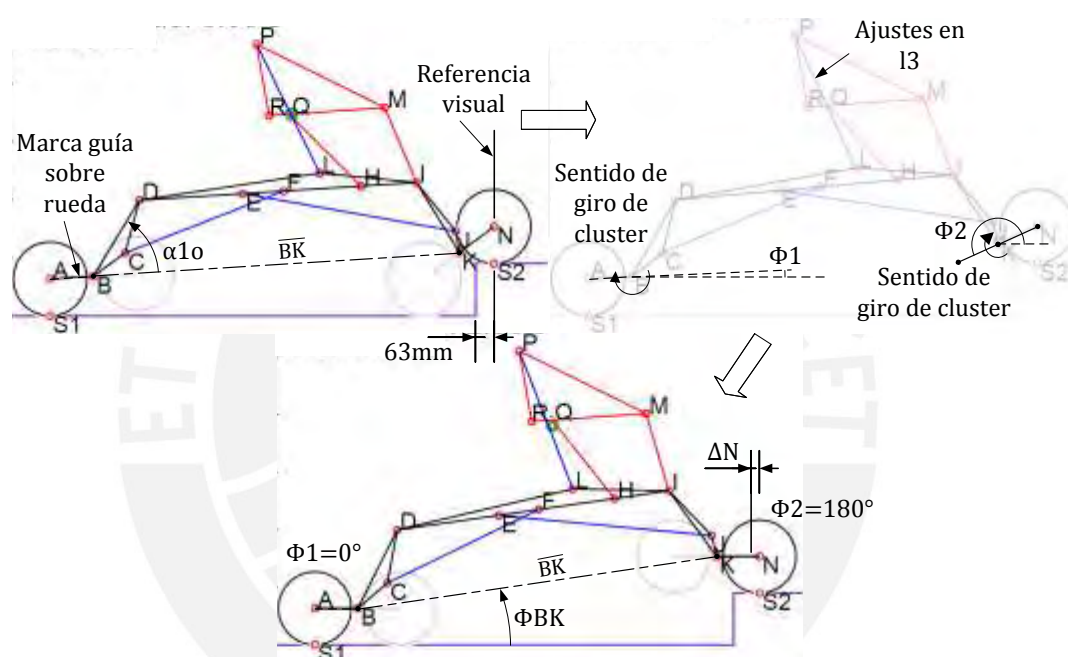


Figura 3.15: Transición F a G1

#### ix. Transición G1 a G2

Tabla 3.12: Valores angulares de G1 a G2

Variable	Comportamiento	En G1 [°]	En G2 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

El objetivo es acomodar el clúster delantero con sus ruedas sobre el primer escalón para la próxima adaptación del móvil. La velocidad constante de diseño es  $\overline{BN}_x$  ( $\ddot{\overline{BN}}_x = 0$ ). El decrecimiento de  $\overline{BN}_x$ , en la ecuación de  $\Delta\overline{BN}_x$ , se da hasta que N esté

50mm por delante del borde del primer escalón, donde  $d_{br}$  se definió en la transición E8 a F. A partir de la figura 3.16, se plantean 5 ecuaciones angulares más. La ecuación de  $\phi_{BK}$  es la suma de otras dos para  $\phi_{BK1}$  y  $\phi_{BK2}$ . Cada una depende de  $\overline{BN}_x$ ,  $h_e$  y  $\overline{BK}$ . Estos dos últimos ya fueron definidos en F a G1 y permanecen constantes. La ecuación de  $\phi_2$  se plantea dependiente de todas las anteriores; mientras que la de  $\alpha_1$  está en función de  $\beta_1$  y  $\phi_{BK}$ . Adicionalmente, la ecuación de  $\alpha_2$  se obtiene del despeje de las primeras relaciones geométricas en el Anexo D. Luego, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.12, y asume que  $h_2 - h_1 = CP$ .

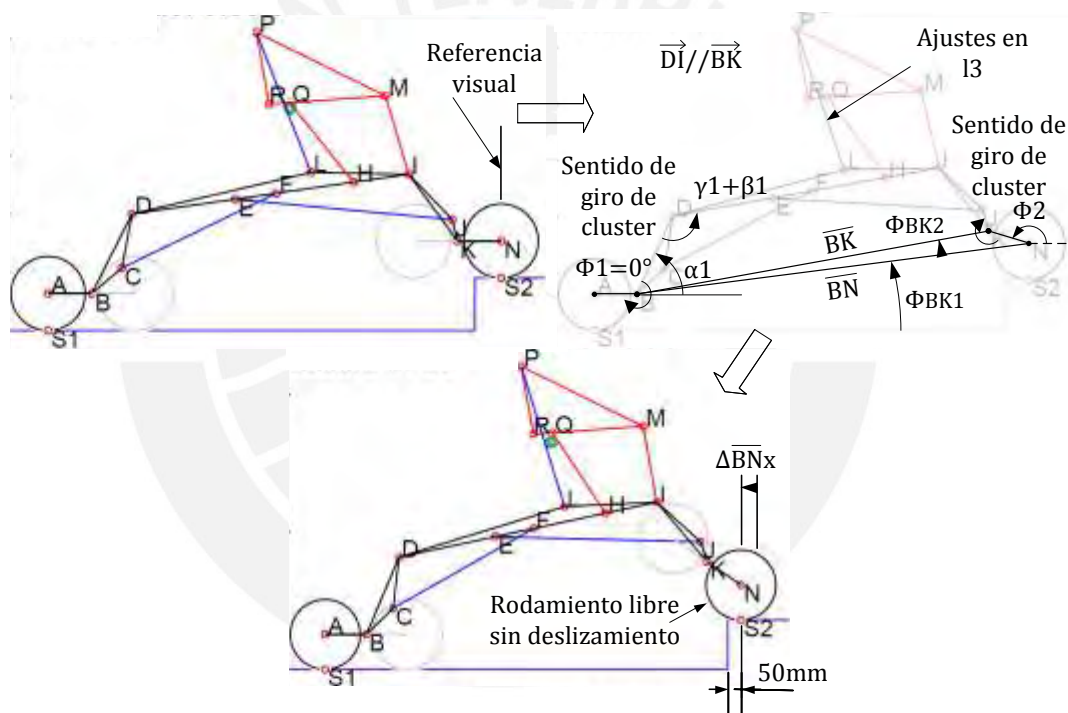


Figura 3.16: Transición G1 a G2

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las halladas para  $\{\phi_{BK}, \phi_{BK1}, \phi_{BK2}, \phi_2, \alpha_1, \alpha_2\}$  en la posición, se presentan otras 6  $\{\dot{\phi}_{BK}, \dot{\phi}_{BK1}, \dot{\phi}_{BK2}, \dot{\phi}_2, \dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen



otras 6  $\{\ddot{\Phi}_{BK}, \ddot{\Phi}_{BK1}, \ddot{\Phi}_{BK2}, \ddot{\Phi}_2, \ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2\}$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 19 ecuaciones nuevas.

#### x. Transición G2 a G3

Tabla 3.13: Valores angulares de G2 a G3

Variable	Comportamiento	En G2 [°]	En G3 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Variable	108.80	A calcular
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

El objetivo es desplegar las patas traseras para mínima pendiente de escaleras con las ruedas del clúster delantero sobre el primer escalón. La velocidad constante de diseño es  $\overline{BN}_x$  ( $\overline{BN}_x = 0$ ). El valor inicial de  $\overline{BN}_x$  es igual a su valor final en la transición G1 a G2. Primero, se requiere alcanzar la separación máxima  $L_{BK}$  y determinar los valores finales de  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$ . Entonces, a partir de la figura 3.17, se determinan 9 ecuaciones para  $\{\overline{BN}_x, \alpha_1, \delta_2, \beta_1, q_3, \overline{DN}, \overline{DK}, q_1, q_2\}$ . Éstas permiten hallar a  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  finales luego de introducir  $P=280$  mm y  $CP=180$  mm en otra ecuación siguiente para  $L_{BK}$ , y de hacer uso de los valores en G3 de la tabla 3.13. La separación entre los puntos D y N, o  $\overline{DN}$ , y las ángulos auxiliares  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$  son todos constantes.  $\phi_1$  permanece en cero.

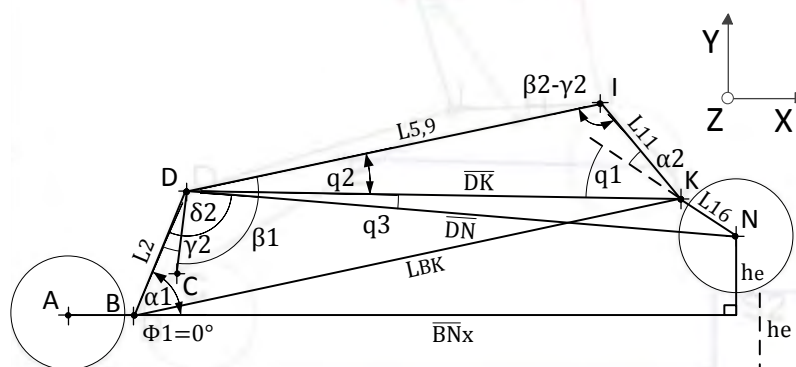


Figura 3.17: Esquema ayuda G2 a G3

Ahora que se conoce el rango de desplazamiento, se replantea las ecuaciones de  $\alpha_1$  y  $\delta_2$  para no hacerlas dependientes de  $L_{BK}$ . Por lo que se obtienen 2 nuevas fórmulas. Luego, las demás ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 4 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.13, y asume que  $h_2 - h_1 = CP$ .

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 4 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$ . En vez de ellas, a partir de lo primero hallado para  $\beta_1$  y lo último para  $\alpha_1$  y  $\delta_2$  en la posición, se presentan otras 3  $\{\dot{\beta}_1, \dot{\alpha}_1, \dot{\delta}_2\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 4 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 3  $\{\ddot{\beta}_1, \ddot{\alpha}_1, \ddot{\delta}_2\}$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 18 ecuaciones nuevas.

#### xi. Transición G3 a G4

Tabla 3.14: Valores angulares de G3 a G4

Variable	Comportamiento	En G3 [°]	En G4 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Variable	125.59	A calcular

El objetivo es adaptar los mecanismos inferiores a la pendiente de la escalera si no es ya la máxima. La velocidad constante de diseño es  $\overline{BN}_x$  ( $\ddot{\overline{BN}}_x = 0$ ). El valor inicial de  $\overline{BN}_x$  es igual a su valor final en la transición G2 a G3. Se requiere alcanzar la separación  $L_{BK}$  adecuada a las medidas del escalón; y determinar los valores finales de  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_2$  y  $\phi_2$ . Entonces, a partir de la figura 3.18, se determinan 8 ecuaciones para  $\{\overline{BN}_x, \phi_{BK}, \phi_2, q_6, \delta_3, \overline{BI}, q_5, q_7\}$ . Éstas permiten hallar  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_2$  y  $\phi_2$  finales luego de introducir los valores medidos P y CP en la ecuación para  $L_{BK}$  definido en la transición G2 a G3, y de hacer uso de los valores en G4 de la tabla 3.14. La separación entre los puntos B e I, o  $\overline{BI}$ , y los ángulos auxiliares  $q_5$  y  $q_7$  son constantes.  $\phi_1$  permanece en cero.

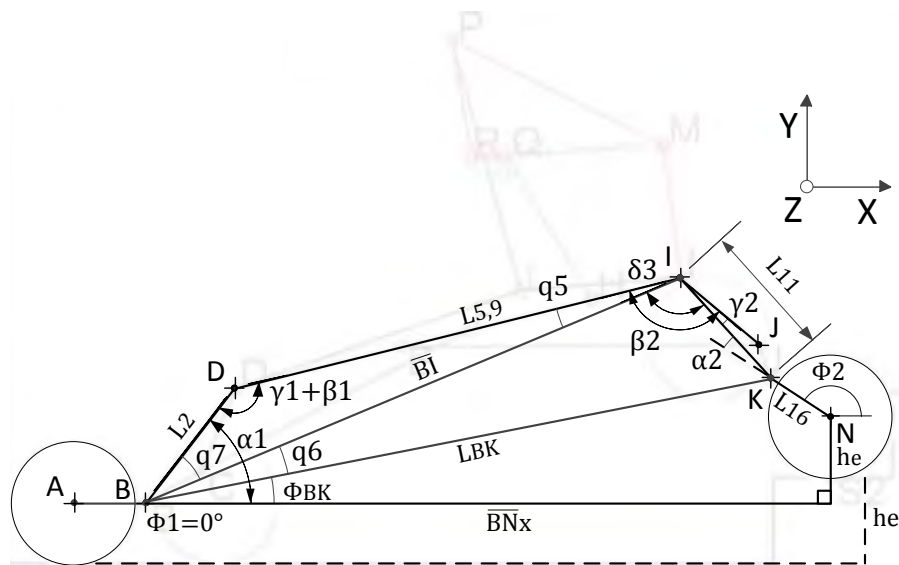


Figura 3.18: Esquema ayuda G3 a G4

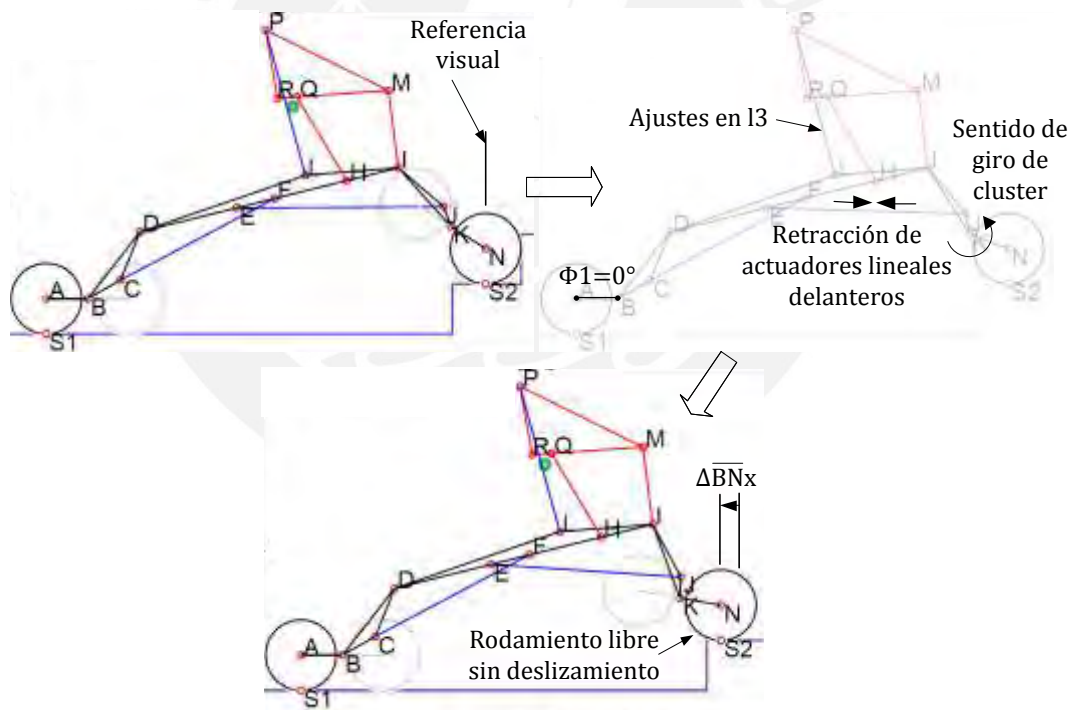


Figura 3.19: Transición G3 a G4

Ahora que se conoce el rango de desplazamiento, se replantea la ecuación de  $\phi_2$  para no hacerla dependiente de  $L_{BK}$  ni de  $\phi_{BK}$ . Por lo que se obtienen 6 nuevas ecuaciones que expresan a  $\phi_2$  y  $\alpha_2$ . Adicionalmente, la ecuación de  $\beta_2$  se obtiene del despeje de las primeras relaciones geométricas en el Anexo D. Luego, las demás ecuaciones de

posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.14, y asume que  $h_2 - h_1 = CP$ .

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo último hallado para  $\{\phi_2, \alpha_2, \beta_2\}$  en la posición, se presentan otras 3  $\{\dot{\phi}_2, \dot{\alpha}_2, \dot{\beta}_2\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 3  $\{\ddot{\phi}_2, \ddot{\alpha}_2, \ddot{\beta}_2\}$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 21 ecuaciones nuevas.

xii. Transición G3 o G4 a H1:

Tabla 3.15: Valores angulares de G3 o G4 a H1

Variable	Comportamiento	En G3 o G4 [°]	En H1 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

El objetivo es acercar el punto K hacia la trayectoria generada para la escalera identificada. Primero, se determina la geometría de la trayectoria. De la figura 3.20, se observa que los puntos K y N crecen de 1 a 6 por escalón. K sigue la trayectoria y N se desplaza horizontalmente. Entonces, se plantean 4 ecuaciones para  $\{dtr_1, dtr_2, dtr_3, \delta_{tr}\}$  que cumplen para escalera rectas y uniformes y que representan respectivamente a: la separación horizontal entre tramo1 y borde de escalón, la separación vertical entre tramo3 y borde de siguiente escalón, la extensión horizontal del tramo3, y la posición angular del clúster delantero sobre un escalón. Adicionalmente, se plantean 3 ecuaciones de las posiciones relativas entre puntos extremos de la trayectoria, y 1 ecuación de la forma curvada del tramo 3.

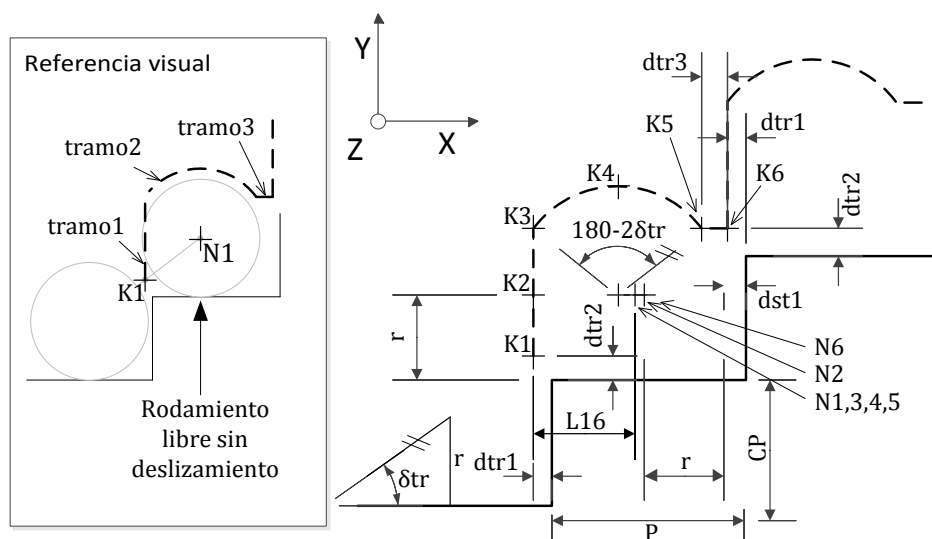


Figura 3.20: Geometría de la trayectoria

Segundo, la incorporación de K a la trayectoria es horizontal. De la figura 3.21, se determinan 3 ecuaciones para  $\{\overline{KT}_1, \text{dpn}, \overline{KN}_x\}$ . La ecuación para  $\text{dpn}$  depende de  $\Delta\overline{BN}_x$ . Ésta representa la variación total  $\overline{BN}_x$  desde G2 hasta G4. Una última ecuación planteada entrega el valor final de  $\theta_1$ , o  $\theta_{1f}$ . Las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.15 y considera que  $h_2 - h_1 = \text{CP}$ . Luego, los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$  ( $\ddot{\theta}_1 = 0$ ). Los valores de velocidad se obtienen a partir del Anexo D apartado 2. Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 12 ecuaciones nuevas.

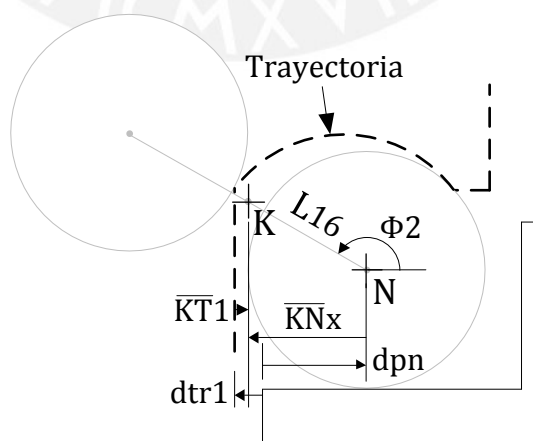


Figura 3.21: Integración a la trayectoria

xiii. Transición H1 a H2:

Tabla 3.16: Valores angulares de H1 a H2

Variable	Comportamiento	En H1 [°]	En H2 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

El objetivo es que K recorra por la trayectoria mientras el clúster delantero asciende sobre los 4 primeros escalones. Primero se establece la cinemática generalizada por cada tipo de tramo. La trayectoria completa se muestra en la figura 3.22 y la ubicación de cada punto se presenta en la tabla 3.17. Cada tipo de tramo tiene asignado puntos iniciales y finales agrupados por un número de caso  $i$ ,  $j$  o  $k$  respectivo. Luego, de la figura 3.23, se obtienen 2 ecuaciones para  $q_8$  y  $\phi_1$ , donde  $\overline{AK}$  y  $L_{BK}$  son constantes. Como se verá más adelante, en toda esta transición se determinó un total de 27 ecuaciones nuevas.

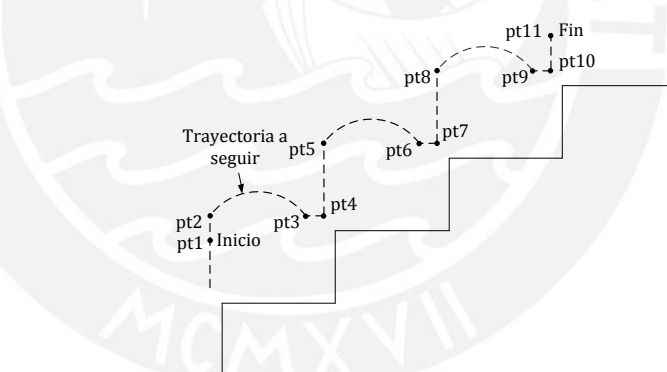


Figura 3.22: Trayectoria sobre las escaleras

Tabla 3.17: Puntos de trayectoria

	Símbolo	Valor en X	Valor en Y	Trv	Trc	Trh
Inicio	pt1	$\overline{OK}_x$	$\overline{OK}_y$	j=1	k=1	i=1
Escalón1	pt2	$pt1_x$	$2CP + dtr2$			
	pt3	$pt2_x + 2L_{16} \cos \delta_{tr}$	$pt2_y$	j=2	k=2	i=2
Escalón2	pt4	$pt2_x + P$	$pt2_y$			
	Escalón3	pt5	$pt2_x + P$	$pt2_y + CP$	j=3	k=3
pt6		$pt3_x + P$	$pt3_y + CP$			
Escalón3	pt7	$pt4_x + P$	$pt4_y + CP$	j=4	k=3	i=3
	pt8	$pt5_x + P$	$pt5_y + CP$			
Fin	pt9	$pt6_x + P$	$pt6_y + CP$	j=4	k=3	i=3
	pt10	$pt7_x + P$	$pt7_y + CP$			
Fin	pt11	$pt8_x + P$	$pt8_y + CP/2$	j=4	k=3	i=3

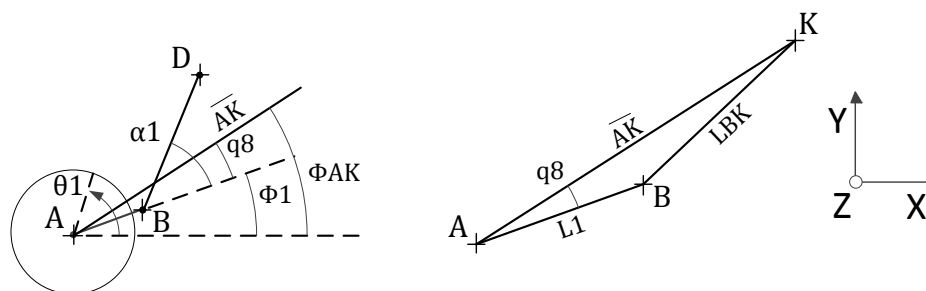


Figura 3.23: Esquema ayuda

En recorridos sobre tramos verticales, la velocidad constante de diseño es  $K_{y\ddot{m}ov^j}$  ( $K_{y\ddot{m}ov^j} = 0$ ). A partir de la figura 3.24, se obtienen 3 ecuaciones para  $\{\phi_{AK}, \overline{OA}_x, \phi_2\}$ , donde  $K_{y\ddot{m}ov^j}$  representa el valor en Y del punto inicial o final que agrupa cada caso  $j$  de la columna Trv en la tabla 3.17, y  $j(h_e)$  es  $j$  veces la altura del escalón. Además, se plantean: la ecuación de accionamiento para  $\theta_1$ , que depende de  $\phi_1$  generalizado al inicio de esta transición; y la ecuación de  $\alpha_2$ , obtenida del despeje de las primeras relaciones geométricas en el Anexo D. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.16 o valores finales de cada tramo horizontal recorrido.

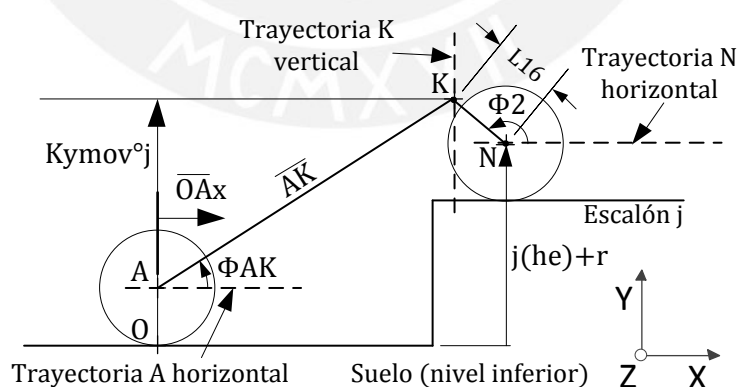


Figura 3.24: Esquema ayuda para tramos verticales

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo

hallado  $\{\phi_{AK}, \overline{OA}_x, \phi_2, \theta_1, \alpha_2\}$  y  $\phi_1$  generalizado en la posición, se determinan 6  $\{\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_{AK}, \overline{\dot{OA}}_x, \dot{\phi}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\alpha}_2\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 6  $\{\ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_{AK}, \overline{\ddot{OA}}_x, \ddot{\phi}_2, \ddot{\theta}_1, \ddot{\alpha}_2\}$ . Por lo tanto, solo los recorridos sobre tramos verticales suman 17 ecuaciones nuevas.

En recorridos sobre tramos curvos, la velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$  ( $\ddot{\phi}_2 = 0$ ). El valor de  $\phi_2$  disminuye de  $180^\circ - \delta_{tr}$  hasta  $\delta_{tr}$  en todos los casos k. A partir de la figura 3.25, se determinan las ecuaciones para  $\phi_{AK}$  y  $\overline{OA}_x$ , donde  $k(h_e)$  es k veces la altura del escalón de acuerdo al caso k. Además, se vuelve a hacer uso de las ecuaciones para  $\{\phi_1, \theta_1, \alpha_2\}$  anteriormente definidas en recorridos sobre tramos verticales. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.16 o valores finales de cada tramo vertical recorrido.

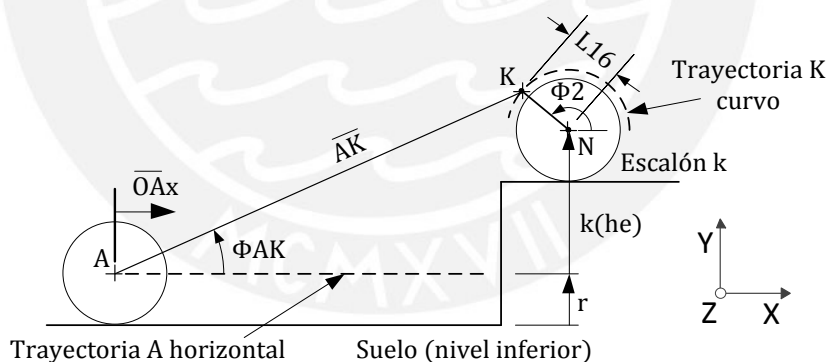


Figura 3.25: Esquema ayuda para tramos curvos

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo hallado para  $\phi_{AK}$  y  $\overline{OA}_x$  en la posición, se determinan 2 ecuaciones para  $\dot{\phi}_{AK}$  y  $\overline{\dot{OA}}_x$ , y se reúsan las ecuaciones para  $\{\dot{\phi}_1, \dot{\theta}_1, \dot{\alpha}_2\}$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad



propuestas, se obtienen otras 2 para  $\ddot{\Phi}_{AK}$  y  $\ddot{\overline{OA}}_x$ , y se reúsan  $\{\ddot{\Phi}_2, \ddot{\theta}_1, \ddot{\alpha}_2\}$ . Por lo tanto, solo los recorridos sobre tramos curvos suman 6 ecuaciones nuevas.

En recorridos sobre tramos horizontales, la velocidad constante de diseño es  $\dot{\theta}_1$  ( $\ddot{\theta}_1 = 0$ ). A partir de la figura 3.26, se obtiene una ecuación para  $\theta_1$ , donde  $\Delta Kx_{mov}^{\circ i}$  es la variación en X entre puntos inicial y final que agrupa cada caso i de la columna trh en la tabla 3.17. Entonces, se asume que todos menos  $\theta_1$  son de valor constante e iguales a los determinados al final de un tramo curvo recorrido. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1. Aquí, se plantea y asume la ecuación  $h_2 - h_1 = i(h_e)$ . Luego, los valores de aceleración son nulos y los valores de velocidad se obtienen a partir del Anexo D apartado 2. Por lo tanto, solo los recorridos sobre tramos horizontales suman 2 ecuaciones nuevas.

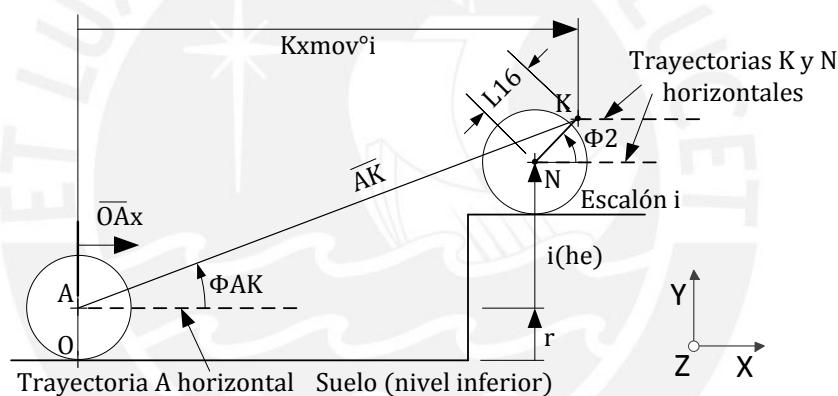


Figura 3.26: Esquema ayuda para tramos horizontales

xiv. Transición H2 a H3:

Tabla 3.18: Valores angulares de H2 a H3

Variable	Comportamiento	En H2 [°]	En H3 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

El objetivo es alinear horizontalmente ambos clústeres luego de recorrer la trayectoria. La velocidad constante de diseño es  $\dot{\alpha}_1$  ( $\ddot{\alpha}_1 = 0$ ). El valor final de  $\phi_1$  debe

reducirse hasta  $0^\circ$  mientras que  $\phi_2$  se mantiene en  $180^\circ$  como se muestra en la figura 3.27. Cuatro ecuaciones se obtienen para  $\alpha_1$ , y otras cinco para  $\phi_1$ , a partir de las ecuaciones para  $\phi_1$  y  $\phi_2$  del Anexo D. Otras ecuaciones para  $\alpha_2$  y  $\theta_1$  se obtienen respectivamente de las primeras relaciones geométricas y de la posición angular del eslabón 2, en el mismo anexo. Luego, las demás ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.18. Aquí, se plantea y asume la ecuación  $h_2 - h_1 = 4(\text{CP})$ .

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones halladas para  $\{\phi_1, \alpha_2, \theta_1\}$  en la posición, se determinan otras 5  $\{\dot{\phi}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\theta}_1\}$  de las cuales 3 son para  $\dot{\phi}_1$ . Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 5 asimismo  $\{\ddot{\phi}_1, \ddot{\alpha}_2, \ddot{\theta}_1\}$ . Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 22 ecuaciones nuevas.

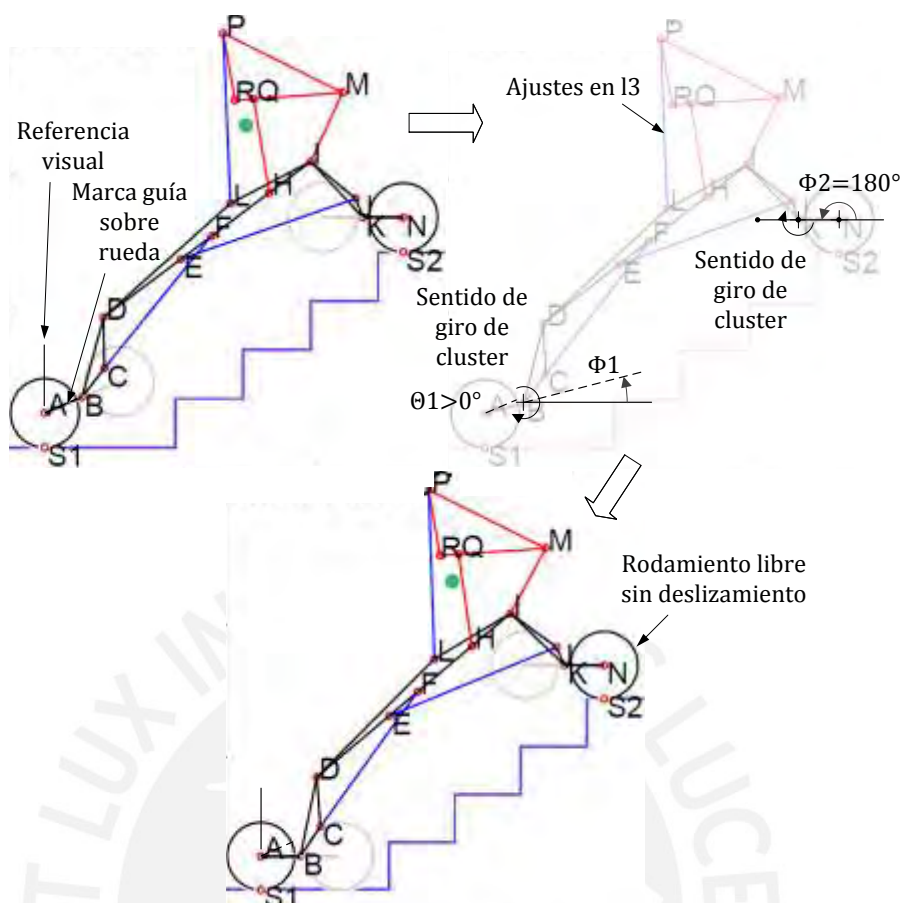


Figura 3.27: Transición H2 a H3

## xv. Transición H3 a I1:

Tabla 3.19: Valores angulares de H3 a I1

Variable	Comportamiento	En H3 [°]	En I1 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

El objetivo es aproximar las ruedas del clúster trasero al contrapaso del primer escalón. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.19. La figura 3.28 permite determinar la ecuación para  $dsc_1$ , donde  $\overline{AK}$  y  $\phi_{AK}$  son constantes e iguales a sus valores en H2. Otra ecuación para  $\theta_1$  entrega el accionamiento requerido sobre las ruedas traseras. Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1, y se asume que  $h_2 - h_1 = 4(CP)$ . Los valores de aceleración serán

nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$  ( $\ddot{\theta}_1 = 0$ ), y los valores de velocidad se obtienen en el Anexo D apartado 2. Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 2 ecuaciones nuevas.

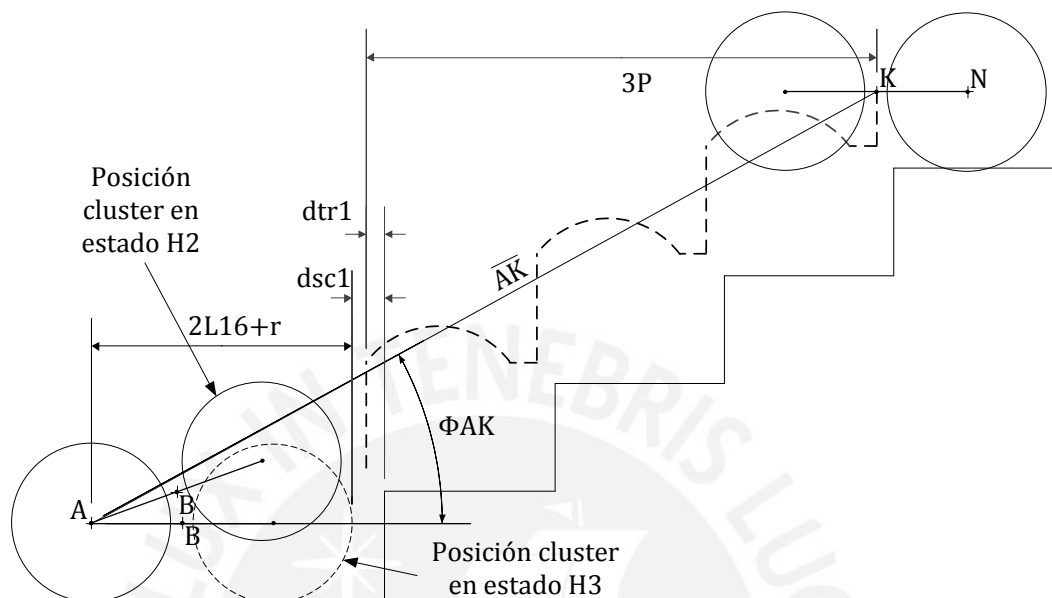


Figura 3.28: Esquema ayuda. Transición H3 a I1

xvi. Transición I1 a I2, I2 a J1, J2 a J3, J3 a J4 y J10 a J11:

Tabla 3.20: Valores angulares de I1 a I2, I2 a J1, J2 a J3, J3 a J4, J10 a J11

Variable	Comportamiento	En I1/I2/J2/J3/J10 [°]	En I2/J1/ J3/J4/J11 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

Tabla 3.21: Comportamientos de eslabones 3 y 11

Transición	Valor inicial		Valor final		$\dot{\phi}_1$	$\dot{\phi}_2$	Considerar
	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_1$	$\phi_2$			
I1 a I2	180°		$\delta_{tr}$		Diseño, iguales		$h_2 - h_1 = 3CP$ planteada en esta transición
I2 a J1	$180^\circ + \delta_{tr}$		$\delta_{tr}$				
J2 a J3	$180^\circ + \delta_{tr}$	$\delta_{tr}$	$180^\circ$	0			
J3 a J4	180°		90°				
J10 a J11	90°	180°	$\delta_{tr}$	90°	Diseño	$\dot{\phi}_2(\dot{\phi}_1)$	$h_2 - h_1 = CP$ antes ya definido

El objetivo en I1 a I2 es que el clúster trasero ascienda sobre el primer escalón, en sincronía con el clúster delantero, pivotando alrededor del punto fijado en A. El objetivo en I2 a J1 es que ambos clústeres asciendan sobre escalones. El objetivo en J2 a J3 es que el clúster delantero apoye todas sus ruedas sobre la meseta. El objetivo en J3 a J4 es permitir el escalamiento del clúster trasero sin presentar obstrucciones futuras. El objetivo de J10 a J11 es permitir que las ruedas del clúster trasero se apoyen sobre la meseta también sin presentar colisiones en el intento. Entonces, las velocidades constantes de diseño  $\dot{\phi}_1$  ( $\ddot{\phi}_1 = 0$ ) y  $\dot{\phi}_2$  ( $\ddot{\phi}_2 = 0$ ) se designan por transición en la tabla 3.21. En J11 a J12,  $\dot{\phi}_2$  es dependiente de  $\dot{\phi}_1$  como ya se planteó en una ecuación de F a G1. Una ecuación se determina para  $\alpha_2$ , y otras cinco adicionales para  $\alpha_1$  a partir de las primeras relaciones geométricas y de las ecuaciones para  $\phi_1$  y  $\phi_2$ , respectivamente, del Anexo D. La ecuación determinada en H2 a H3 para  $\theta_1$  vuelve a ser usada. Debe tenerse presente la columna „Considerar“ de la tabla 3.21 en cada transición para su resolución.

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo hallado para  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  en la posición, se determinan otras 5 ecuaciones para  $\dot{\alpha}_1$  y  $\dot{\alpha}_2$ , y se reusa la ecuación para  $\dot{\theta}_1$  de H2 a H3. Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 5 para  $\ddot{\alpha}_1$  y  $\ddot{\alpha}_2$ , y se reusa  $\ddot{\theta}_1$  asimismo. Por lo tanto, esta transición suma 17 nuevas ecuaciones en total.

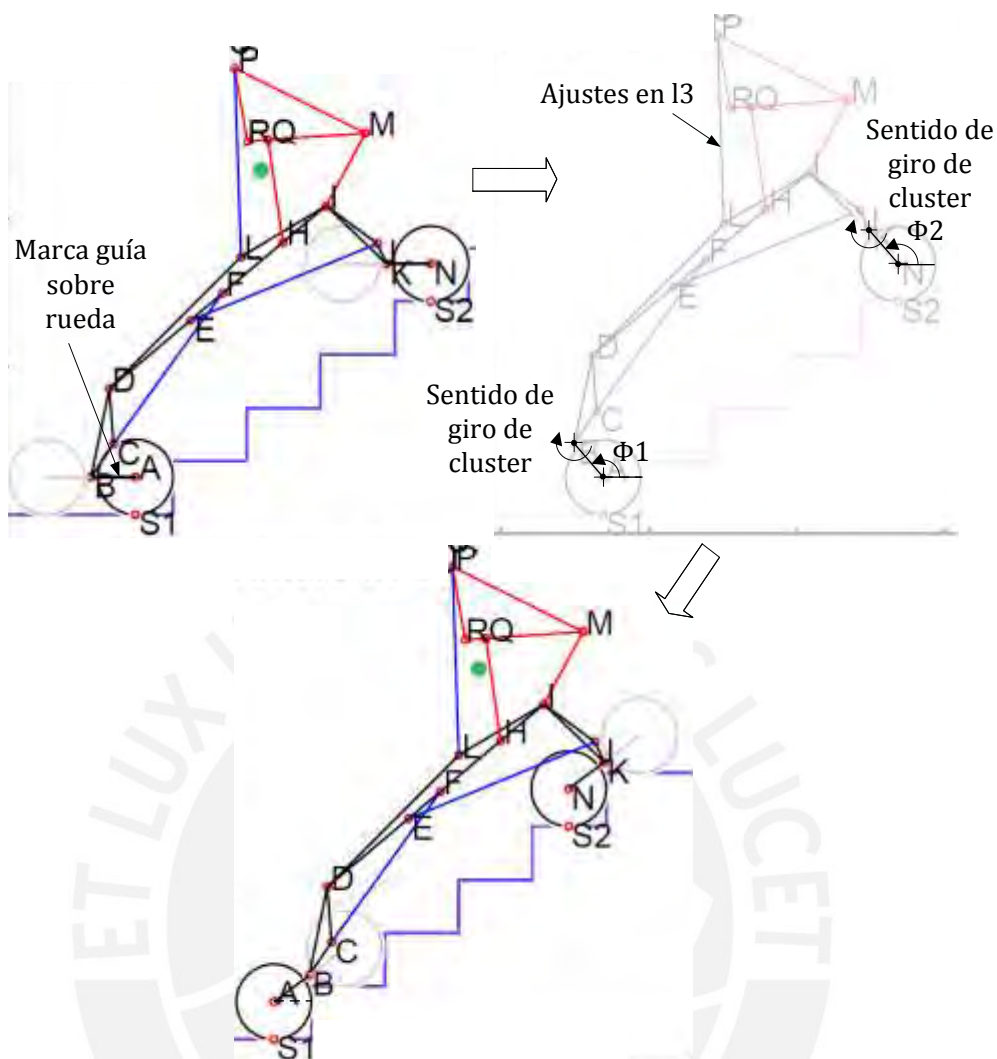


Figura 3.29: Transición I1 a I2

xvii. Transición J1 a J2 y J7 a J8:

Tabla 3.22: Valores angulares de J1 a J2 y J7 a J8

Variable	Comportamiento	En J1/J7 [°]	En J2/J8 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

El objetivo es aproximar las ruedas del clúster trasero al contrapaso del escalón frente a él. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.22. La figura 3.30 permite determinar la ecuación para  $dsc_2$ , donde  $\delta_{tr}$  ya fue definido en G3 o G4 a H1. Otra ecuación para  $\theta_1$  entrega el accionamiento requerido sobre las ruedas

traseras. Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1. Aquí, se plantea y asume la ecuación  $h_2 - h_1 = 2(CP)$ . Los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$  ( $\ddot{\theta}_1 = 0$ ), y los valores de velocidad se obtienen en el Anexo D apartado 2. Por lo tanto, en toda esta transición se determinó un total de 3 ecuaciones nuevas.

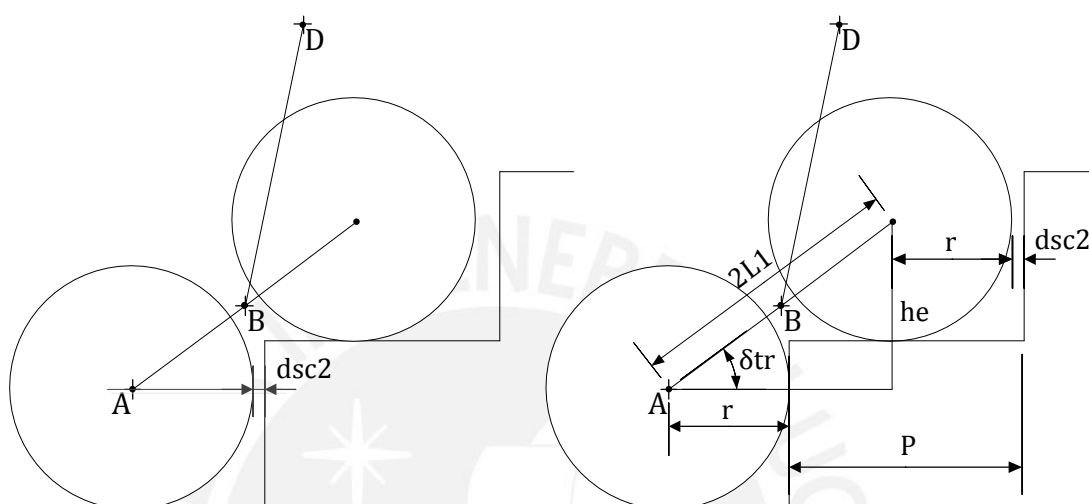


Figura 3.30: Esquema ayuda J1 a J2 y J7 a J8

xviii. Transición J4 a J5:

Tabla 3.23: Valores angulares de J4 a J5

Variable	Comportamiento	En J4 [°]	En J5 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Variable	calculado	A calcular

Los objetivos son a la vez: aproximar el clúster trasero al contrapaso del antepenúltimo escalón; contraer el mecanismo inferior delantero; y prevenir colisiones en las futuras transiciones. La velocidad constante de diseño es  $\dot{\alpha}_2$  ( $\ddot{\alpha}_2 = 0$ ); y  $\dot{\theta}_1$  debe ser dependiente de ésta como se plantea en una ecuación. El valor de  $\alpha_2$  se reduce hasta su opuesto. Con ello, la retracción delantera compromete a la variable  $\beta_2$ , que se determina mediante 5 ecuaciones obtenidas a partir de las ecuaciones para  $\phi_1$  y  $\phi_2$  del Anexo D. Además, la ecuación de  $\theta_1$ , ya definida en J1 a J2, vuelve a ser utilizada. Luego, las demás ecuaciones de posición se determinan

en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.23, y asume la ecuación  $h_2 - h_1 = 3(\text{CP})$ .

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo hallado para  $\beta_2$  en la posición, se determinan otras 3 ecuaciones para  $\dot{\beta}_2$  y se emplea lo ya observado para  $\dot{\theta}_1$ ; también, se vuelve a usar la ecuación para  $\dot{\theta}_1$  de J1 a J2. Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 3 solo para  $\ddot{\beta}_2$ . Por lo tanto, esta transición suma 12 nuevas ecuaciones en total.

xix. Transición J5 a J6, J6 a J7 y J8 a J9:

Tabla 3.24: Valores angulares de J5 a J6, J6 a J7 y J8 a J9

Variable	Comportamiento	En J5/J6/J8[°]	En J6/J7/J9[°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

Tabla 3.25: Comportamientos del eslabón 3

Transición	$\phi_1$ inicial	$\phi_1$ final	$\dot{\phi}_1$	Considerar
J5 a J6	90°	$\delta_{\text{tr}}$	Diseño	$h_2 - h_1 = 3\text{CP}$ antes ya definido
J6 a J7	$180^\circ + \delta_{\text{tr}}$	$\delta_{\text{tr}}$		$h_2 - h_1 = 2\text{CP}$ antes ya definido
J8 a J9	$180^\circ + \delta_{\text{tr}}$	90°		$h_2 - h_1 = 2\text{CP}$ antes ya definido

El objetivo para todas estas transiciones es que el clúster trasero ascienda, mientras que el delantero este frenado de girar para evitar colisiones en futuras transiciones. Entonces, la velocidad constante de diseño  $\dot{\phi}_1$  ( $\ddot{\phi}_1 = 0$ ) se designa por transición en la tabla 3.25. Una ecuación se determina para  $\phi_2$ , y otras cinco adicionales para  $\alpha_1$ , a partir de las primeras relaciones geométricas, y de las ecuaciones para  $\phi_1$  y  $\phi_2$ ,



respectivamente del Anexo D. La ecuación determinada en H2 a H3 para  $\theta_1$  vuelve a ser usada. Debe tenerse presente la columna „Considerar“ de la tabla 3.25 en cada transición para su resolución.

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo hallado para  $\phi_2$  y  $\alpha_1$  en la posición, se determinan 5 ecuaciones para  $\dot{\phi}_2$  y  $\dot{\alpha}_1$ , y se vuelve a emplear la ecuación para  $\dot{\theta}_1$  de H2 a H3. Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 5 para  $\ddot{\phi}_2$  y  $\ddot{\alpha}_1$ . Por lo tanto, esta transición suma 16 nuevas ecuaciones en total.

xx. Transición J9 a J10:

Tabla 3.26: Valores angulares de J9 a J10

Variable	Comportamiento	En J9 [°]	En J10 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

Los objetivos son a la vez: aproximar el clúster trasero al contrapaso del último escalón; contraer el mecanismo inferior trasero; y prevenir colisiones en las futuras transiciones. La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$  ( $\ddot{\phi}_2 = 0$ ), y  $\dot{\theta}_1$  debe ser dependiente de ésta como se plantea en una ecuación. El valor de  $\phi_2$  debe incrementarse hasta  $180^\circ$  mientras que  $\phi_1$  se mantiene en  $90^\circ$ . Con ello, la retracción trasera compromete a la variable  $\beta_1$ . Entonces, una ecuación se determina para  $\alpha_2$ , y otras cinco adicionales para  $\beta_1$  a partir de las primeras relaciones geométricas, y de las ecuaciones para  $\phi_1$  y  $\phi_2$  respectivamente del Anexo D. Además, la ecuación de  $\theta_1$ , ya definida en J1 a J2, vuelve a ser utilizada. Luego, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.26, y se asume que  $h_2 - h_1 = CP$ .

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo hallado para  $\beta_1$  y  $\alpha_2$  en la posición, se determinan otras 2 ecuaciones para  $\dot{\beta}_1$  y  $\dot{\alpha}_2$ , y se emplea lo ya observado para  $\dot{\theta}_1$ ; también, se reusa la ecuación para  $\dot{\theta}_1$  de J1 a J2. Las ecuaciones de aceleración se determinan en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 2 para  $\ddot{\beta}_1$  y  $\ddot{\alpha}_2$ . Por lo tanto, esta transición suma 11 nuevas ecuaciones en total.

xxi. Transición J11 a J12:

Tabla 3.27: Valores angulares de J11 a J12

Variable	Comportamiento	En J11 [°]	En J12 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	62.10
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

El objetivo es que el clúster trasero ascienda sobre el último escalón, mientras que el delantero se acomode para la próxima retracción de sus patas. La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_1$  ( $\ddot{\phi}_1 = 0$ ). El valor final de  $\phi_1$  debe reducirse de  $180^\circ + \delta_{tr}$  a  $90^\circ$  y  $\dot{\alpha}_2$  debe ser dependiente de  $\dot{\phi}_1$  como se plantea en una ecuación. Una ecuación se determina para  $\phi_2$ , y otras cinco adicionales para  $\alpha_1$  a partir de las primeras relaciones geométricas y de las ecuaciones para  $\phi_1$  y  $\phi_2$  respectivamente del Anexo D. La ecuación determinada en H2 a H3 para  $\theta_1$  vuelve a ser usada. Luego, las ecuaciones de posición se determinan en el Anexo D apartado 1 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\phi_1$  y  $\phi_2$ . El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.27, y se asume que  $h_2 - h_1 = 0$ .

Las ecuaciones de velocidad se determinan en el Anexo D apartado 2 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de lo hallado para  $\phi_2$  y  $\alpha_1$  en la posición, se determinan 5 ecuaciones para  $\dot{\phi}_2$  y  $\dot{\alpha}_1$ , y se reusa la ecuación para  $\dot{\theta}_1$  de H2 a H3. Las ecuaciones de aceleración se determinan

en el Anexo D apartado 3 con la omisión de 6 de sus ecuaciones que expresaron a  $\ddot{\phi}_1$  y  $\ddot{\phi}_2$ . En vez de ellas, a partir de las ecuaciones de velocidad propuestas, se obtienen otras 5 para  $\ddot{\phi}_2$  y  $\ddot{\alpha}_1$ . Por lo tanto, esta transición suma 17 nuevas ecuaciones en total.

xxii. Transición J13 a J14:

Tabla 3.28: Valores angulares de J13 a J14

Variable	Comportamiento	En J13 [°]	En J14 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Variable	calculado	55.09
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10
$\beta_1$	Variable	calculado	108.80
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

El objetivo es continuar con la retracción del mecanismo inferior trasero sobre la meseta. La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_1$  ( $\ddot{l}_1 = 0$ ), mientras que  $\dot{\alpha}_1$  es proporcional a esta en una ecuación.  $\beta_1$ ,  $\dot{\beta}_1$  y  $\ddot{\beta}_1$  se obtienen del despeje de las ecuaciones, en orden por apartado, de  $l_1$ ,  $\dot{l}_1$  y  $\ddot{l}_1$  en el Anexo D. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla 3.28, y se asume que  $h_2 - h_1 = 0$ . Luego, los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del Anexo D. Por lo tanto, esta transición adiciona 1 ecuación en total.

## **CAPÍTULO 4**

### **SIMULACIÓN CINEMÁTICA Y RESULTADOS**

En este capítulo, se pone en evaluación la matemática que expresó los movimientos deseados del capítulo anterior. El uso de herramientas de computación permitirá simularlos bajo ciertas condiciones, y determinar la estabilidad del mecanismo en operación. Finalmente, mediante toda la data recolectada y la propuesta de volúmenes y masas en los eslabones, se analizará sus resistencias y se seleccionarán los actuadores, sensores, medios de interacción hombre-máquina y fuentes de alimentación para que cumplan con todas las transiciones de estados descritos en el segundo capítulo.

#### **4.1 Simulación cinemática**

La simulación cinemática toma en cuenta los análisis del capítulo 3. Aunque su objetivo será obtener resultados de posición, velocidad y aceleración en base a velocidades de diseño ya identificadas, se ve conveniente hacer uso del mismo medio para determinar el centro de masa durante las transiciones para que con ello, permitan realizarse también cálculos posteriores.

### 4.1.1 Aproximación de masas y sus centros

El sistema vehículo+usuario está compuesto de varios elementos que aportan masas y, que debido a sus reconfiguraciones, reubican su centro de masas CM total para balancear la carga en los apoyos y beneficiar la seguridad integral.

En la simulación cinemática, se ha añadido la capacidad para poder visualizar el CM en todos sus movimientos; por lo que, en esta sección, se explicará brevemente las consideraciones asumidas en su obtención. El apartado 1 del Anexo G presenta gráficamente todo lo detallado a continuación.

El sistema tiene una masa total de 191 kg y se compone de 20 conjuntos considerados. La tabla 4.1 expone sus valores y la simbología designada. Varias de estas masas fueron determinadas por medio del software SolidWorks 2014, en base a al volumen de sus cuerpos y a la densidad del material seleccionado.

Tabla 4.1: Masas del sistema total y sus ubicaciones

Ítem	Cant.	Masa Uni. [kg]	Masa [kg]	Símbolo	Descripción
1	4	1.22	4.90	mr	Rueda Colson
	4	0.60	2.38	mg6	Rueda dentada g6
2	4	0.33	1.31	mg5	Rueda dentada g5
3	2	0.25	0.49	mgs4	Rueda dentada unida a Sprocket gs4
4	1	4.04	4.04	mES1	Estructura Soporte 1: Cluster trasero
5	1	0.36	0.36	msCT	sprocket Cluster Trasero sCT
6	1	0.36	0.36	msMCT	sprocket Motor Cluster Trasero sMCT
7	2	1.01	2.02	mMR	Motor Ruedas traseras
	1	4.11	4.11	mMCT	Motoreductor+freno+encoder+harmonic drive Cluster Trasero
	1	3.25	3.25	mES2	Estructura Soporte 2: Patas Traseras
8	2	0.20	0.41	msMR	sprocket Motor Ruedas traseras sMR
9	1	6.00	6.00	mALT	ActuadorLineal Trasero
10	2	6.00	12.00	mALD	ActuadorLineal Delantero
11	1	5.42	5.42	mES3	Estructura Soporte 3: Chasis
12	4	1.22	4.90	mr	Rueda Colson
	1	4.13	4.13	mES5	Estructura Soporte 5: Cluster delantero
14	1	0.36	0.36	msCD	sprocket Cluster Delantero sCD
15	1	0.36	0.36	msMCD	sprocket Motor Cluster Delantero sMCD
16	1	4.11	4.11	mMCD	Motoreductor+freno+encoder+harmonic drive Cluster Delantero
	1	3.51	3.51	mES4	Estructura Soporte 4: Patas Delanteras
17	2	0.12	0.25	mBAD	Barra Asiento Delantera
18	2	0.38	0.76	mBAT	Barra Asiento Trasera
19	2	6.00	12.00	mALS	ActuadorLineal Superior
20	1	113.00	113.00	mUAB	Usuario+Asiento+reposapiés+Batería
		<b>Masa Total [kg]</b>	<b>190.43</b>		

La masa del subsistema usuario+asiento+reposapiés+baterías, y su centro, se determinó mediante dos aproximaciones y una selección. La primera, de 80 kg para el usuario, disgregó las masas de su cuerpo en 14 trozos basándose en el método del peso segmentario<sup>13</sup>. Para ello, se asumió su inmovilidad relativa, y la sedestación sobre las dimensiones de la silla y el reposapiés. La segunda, de 12 kg para el asiento y el reposapiés, asumió el CM obtenido por software según las dimensiones diseñadas; pero se ingresaron manualmente sus masas respectivas iguales a 11 kg y 1 kg, que son próximas a lo ofrecido comercialmente<sup>14</sup>. Y la tercera, de 21 kg para las baterías, corresponde a 2 veces la masa indicada en su hoja de datos, y con CM aproximado al centro del paralelepípedo que forman sus dimensiones externas.

Las estructuras soporte, como lo son las Patas Traseras ES2, las Patas Delanteras ES4 y el Chasis ES3, están diseñadas a base de Aluminio 5083-H343; puesto que, además de poseer las propiedades mecánicas que sustentan su selección más adelante, tiene baja densidad ( $2660 \text{ kg/m}^3$ ) y es manufacturable. Este material se incluye también en las 4 barras delanteras y traseras bajo el asiento BAD y BAT, y en las 8 barras laterales en ambos clústeres (partes de ES1 y ES5). Por otro lado, los elementos que transmiten potencia, como árboles (partes de ES1 y ES5), ruedas dentadas (gs4, g5 y g6) y sprockets (sCT, sMCT, sCD y sMCD), están diseñados a base de acero aleado AISI 4340-Normalizado, pues representan volúmenes relativamente pequeños y resistentes para su uso, pero de mayor densidad ( $7850 \text{ kg/m}^3$ ). Entonces, las masas y CM de éstos se calculan en base a su volumen y densidad. Los CM de las BAD y BAT se asumirán ubicados a la mitad entre sus puntos de conexión para facilitar los cálculos posteriores.

Los demás componentes listados fueron seleccionados, y sustentados luego en este trabajo. Las masas de motores eléctricos para clústeres y ruedas, MCT, MCD y MR, incluyen las masas de sus transmisiones y corresponden a sus hojas de datos. Los CM de cada uno de sus componentes se asumen ubicados a la mitad de cada longitud axial, pero debido a sus posicionamientos, éstos se proyectan sobre los puntos CT,

---

<sup>13</sup> <http://www.saludmed.com/Requisit/Centro-G.html> (revisado el 26/04/2017)

<sup>14</sup> <http://www.usatechguide.org/itemreview.php?itemid=179> (revisado el 26/04/2017)  
<https://www.open-aire.com/cobalt/> (revisado el 26/04/2017)

CD y MR en el plano XY. Respecto a las masas de los actuadores lineales ALD, ALT y ALS, se aproximarán a 6 kg puesto que sus hojas de datos no brindan esa información, pero siendo semejantes en características con otra marca similar<sup>15</sup>, se acercan a este valor. Para estos componentes, sus CM se asumirán ubicados a la mitad de su eje axial, entre sus puntos de conexión. Por otro lado, las masas de las 8 ruedas seleccionadas para los clústeres corresponden a la indicada en su hoja de datos, y sus CM se asumirán en sus ejes de rotación.

Las masas y CM de componentes electrónicos y otros adicionales, como cadenas, pines, etc. no se precisan en el análisis para facilitar los cálculos. Finalmente, la figura 4.1 expone al sistema configurado en el estado intermedio I1 sobre escaleras rectas de escalones uniformes {P, CP} igual a {180,250} en milímetros. La imagen superior se obtuvo también por el software y presenta el CM de cada elemento o agrupación enumerada según la tabla 4.1. Asimismo, el programa permitió calcular el CM total. Como se esquematiza mejor en la imagen inferior, éste se ubica a  $\{X, Y\} = \{575, 1036\}$  milímetros desde B.

---

<sup>15</sup> [http://www.hiwin.com/pdf/linear\\_actuators.pdf](http://www.hiwin.com/pdf/linear_actuators.pdf) Hiwin LAN3, pág. 27 (revisado el 26/04/2018)

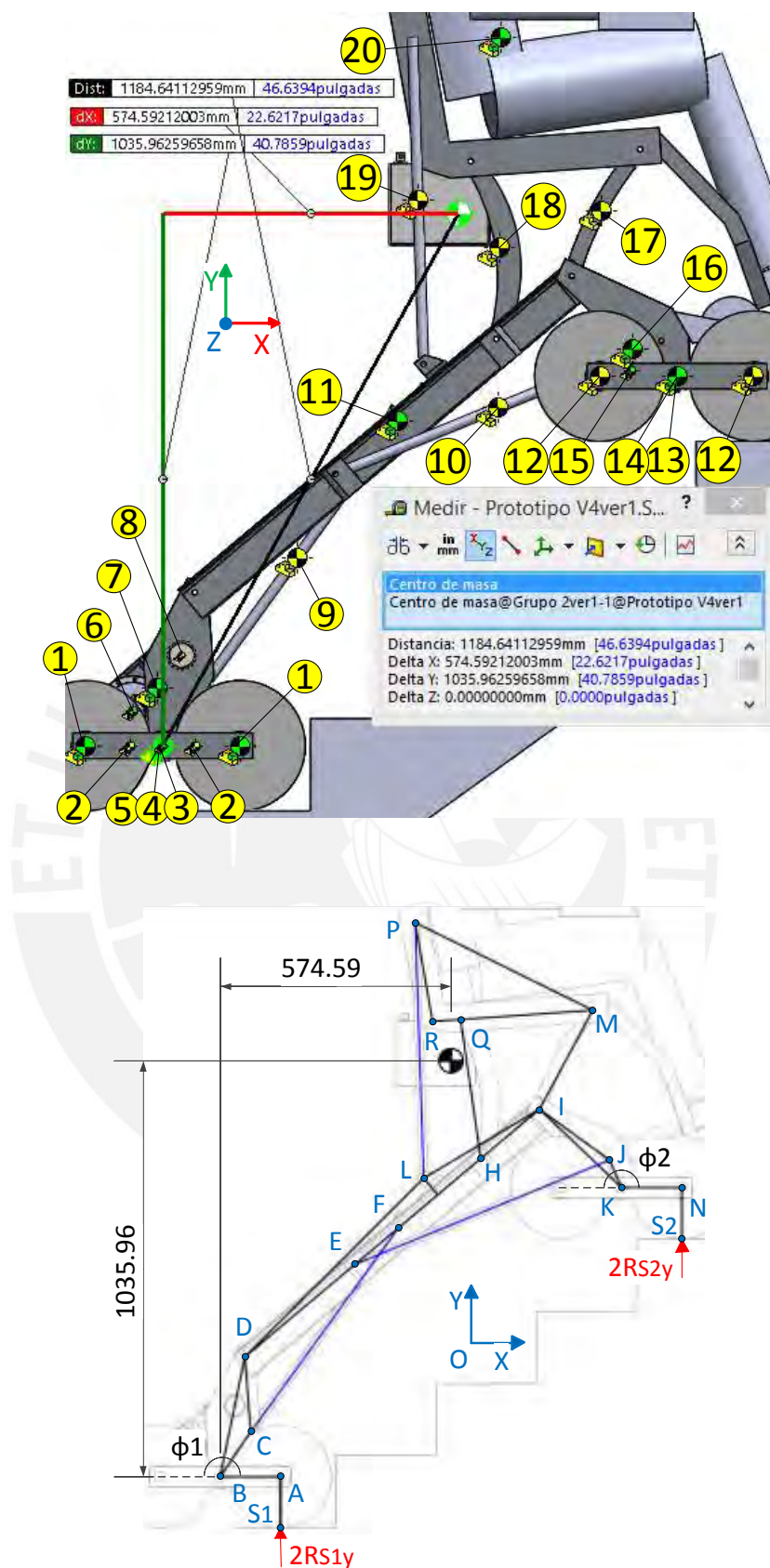


Figura 4.1: Ubicación del centro de masas sobre la vista lateral del sistema completo en estado II. Simulado mediante SolidWorks (sup.) y bosquejado (inf.)



#### 4.1.2 Velocidades de diseño

La cinemática de todas las transiciones del vehículo sobre la escalera fue analizada en el apartado 3.2.2. Cada una se diseñó considerando una entrada de velocidad constante. Estas entradas consideran la necesidad de ejecutar cierta velocidad para un actuador, un eslabón o un punto sobre una trayectoria. En esta sección, se argumentarán algunas restricciones para la determinación de estas velocidades de diseño.

Primero, puesto que el vehículo hace uso de un total de 9 actuadores que serán energizados mediante 2 baterías, las potencias mecánicas se limitarán próximas a las eléctricas. Por lo que, aunque no existe accionamiento simultáneo sobre todos éstos, las velocidades se seleccionarán para no consumir tanto amperaje.

Segundo, la rapidez de extensión o retracción de los actuadores lineales se limitarán a 10 mm/s. El vehículo emplea 5 en total de este tipo; sin embargo, los 2 superiores tendrán mayor actividad. Además, su comportamiento coordinado dependerá de los demás mecanismos que afecten a  $\varphi_1$ ; por lo que, asumiendo cargas similares en todos los de este tipo, los superiores marcarán el límite de velocidad de los otros.

Tercero, el tiempo de ascenso por escalón con movimiento coordinado de clústeres será de  $t_{asc} = 8$  s. Esto significa que ambos girarán a:

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \frac{\Delta\alpha_1}{t_{asc}} = \frac{3.14 \text{ rad}}{8 \text{ s}} = 0.39 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (4.1)$$

Estos segundos se estiman considerando las potencias a torques máximos sobre ambos clústeres,  $M_B = 160.9 \text{ Nm}$  y  $M_K = -155.4 \text{ Nm}$ , hallados mediante las ecuaciones 2.3 y 2.4 del análisis desarrollado en la sección ii del apartado 2.2.1, y los nuevos datos de la tabla 4.1 y la figura 4.1.

Cuarto, la velocidad máxima del vehículo en superficies planas, horizontales o inclinadas, será de  $v_{\text{máx}} = 2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Entonces, las ruedas con tracción girarán a un máximo de 4.37 rad/s, como se muestra en la ecuación 4.2.

$$\dot{\theta}_{1 \text{ máx}} = \frac{v_{\text{máx}}}{r} = \frac{2 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{127 \text{ mm}} = 4.37 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (4.2)$$

Aunque esta velocidad es inferior a la común de  $8 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  para sillas de ruedas autopropulsadas, se estima así pues  $\dot{\theta}_1$  también interviene durante el giro de los clústeres para el ascenso sobre escaleras; por lo que, su valor no puede alejarse del evaluado en la ecuación 4.1 para un buen control posterior.

Finalmente, la tabla 4.2 reúne todas las velocidades de diseño bajo estas cuatro consideraciones. La columna „Fase“ se añadió para brindar una referencia de lo que ocurre por transición. La transición H1 a H2 se disgregó en 10 transiciones para cubrir el recorrido del clúster delantero sobre la trayectoria en una escalera recta de 5 escalones rectos.

Tabla 4.2: Velocidades propuestas para cada transición

Fase	Transición	Mando	Constante	
Confirmación y posicionamiento	D a E1	$\dot{\alpha}_2$	0.3900 rad/s	
	E1 a E2	$\dot{\theta}_1$	4.3745 rad/s	
Extensión de patas	E2 a E3	$\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2$	-0.0482 rad/s	
	E3 a E4	$\dot{l}_1$	10.0000 mm/s	
	E4 a E5	$\dot{l}_1$	10.0000 mm/s	
	E5 a E7	$\dot{l}_2$	10.0000 mm/s	
Reconocimiento de Esc.1	E7 a E8	$\dot{\theta}_1$	-1.7498 rad/s	
	E8 a F	$\dot{\phi}_2$	0.3300 rad/s	
Configuraciones adaptativas	F a G1	$\dot{\phi}_2$	0.2400 rad/s	
	G1 a G2	$\dot{B\bar{N}}_x$	5.7000 mm/s	
	G2 a G3	$\dot{B\bar{N}}_x$	17.6000 mm/s	
	G3 a G4	$\dot{B\bar{N}}_x$	6.5000 mm/s	
Generación de trayectoria y recorrido de K	Esc.1	G4 a H1(1)	$\dot{K\bar{T}}_1$	55.0000 mm/s
		H1(1) a H2(2)	$K\dot{y}m\dot{o}v^o_j$	44.0000 mm/s
		H2(2) a H2(3): k=1	$\dot{\phi}_2$	55.0000 rad/s
		H2(3) a H2(4): i=1	$Kx\dot{m}\dot{o}v^o_1$	55.0000 mm/s
	Esc.2	H2(4) a H2(5): j=2	$K\dot{y}m\dot{o}v^o_j$	44.0000 mm/s
		H2(5) a H2(6): k=2	$\dot{\phi}_2$	55.0000 rad/s
		H2(6) a H2(7): i=2	$Kx\dot{m}\dot{o}v^o_1$	55.0000 mm/s
	Esc.3	H2(7) a H2(8): j=3	$K\dot{y}m\dot{o}v^o_j$	44.0000 mm/s
		H2(8) a H2(9): k=3	$\dot{\phi}_2$	55.0000 rad/s
		H2(9) a H2(10): i=3	$Kx\dot{m}\dot{o}v^o_1$	55.0000 mm/s
	Esc.4	H2(10) a H2(11): j=4	$K\dot{y}m\dot{o}v^o_j$	43.0000 mm/s
		H2(11) a H3	$\dot{\alpha}_1$	0.2700 rad/s
Ascenso coordinado de clústeres	H3 a I1	$\dot{\theta}_1$	1.7498 rad/s	
	I1 a I2	$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2$	0.3900 rad/s	
Arribo a meseta	I2 a J1	$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2$	0.3900 rad/s	
	J1 a J2	$\dot{\theta}_1$	-1.7498 rad/s	
	J2 a J3	$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2$	0.1700 rad/s	
	J3 a J4	$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_2$	0.3900 rad/s	
	J4 a J5	$\dot{\alpha}_2$	0.0700 rad/s	
	J5 a J6	$\dot{\phi}_1$	0.4500 rad/s	
	J6 a J7	$\dot{\phi}_1$	0.3300 rad/s	
	J7 a J8	$\dot{\theta}_1$	-1.7498 rad/s	
	J8 a J9	$\dot{\phi}_1$	0.2800 rad/s	
	J9 a J10	$\dot{\phi}_2$	0.1900 rad/s	
	J10 a J11	$\dot{\phi}_1$	0.1200 rad/s	
	J11 a J12	$\dot{\phi}_1$	0.2100 rad/s	
Retracción inicial de patas	J12 a J13	$\dot{l}_2$	10.0000 mm/s	
	J13 a J14	$\dot{l}_1$	3.0000 mm/s	

### 4.1.3 Proceso de simulación

La simulación se realizó mediante el uso de guiones (scripts en inglés) en el entorno de MATLAB 2014a. El procedimiento de todo lo realizado se esquematiza en la figura 4.2. A continuación, se describen brevemente estos bloques.

- Configuraciones generales: Valores que determinan la forma de presentación de la simulación y los resultados, como el número de instantes simulados por transición y las gráficas de datos finales, entre otros.
- Dimensiones del vehículo y escenario: Valores longitudinales y angulares del universo simulado en 2 dimensiones para todas las transiciones.
- TransIni y TransFin: Valores numéricos que representan las transiciones a simular desde TransIni hasta TransFin, donde DaE1 es 1 y J13aJ14 es 40. Es necesario que  $\text{TransFin} \geq \text{TransIni}$ .
- Velocidades de diseño & Ecuacion.Cine. parte1: Primer grupo de ecuaciones que refieren a la cinemática de patas y clústeres por transición (DaE1 para trans=1, E1aE2 para trans=2, etc.). Las velocidades de diseño se ingresaron iguales a la tabla 4.2.
- Ecuacion.Cine. parte2: Segundo grupo de ecuaciones que refieren a la cinemática restante del mecanismo superior.
- Centro de Masas: Determina la ubicación del centro de masas total del sistema usuario+móvil para propósitos secundarios y en base a la tabla 4.1.
- Animación y resultados: Secuencia de posiciones de la representación 2D del sistema según los instantes de tiempo simulados, y datos rescatados y ordenados para su supervisión y exposición. La figura 4.3 expone el instante simulado 510 perteneciente a la transición simulada de H2(4) a H2(5).
- Almacenamiento, descarga y base de datos: La manipulación de datos permite establecer puntos de control con información para análisis posteriores.

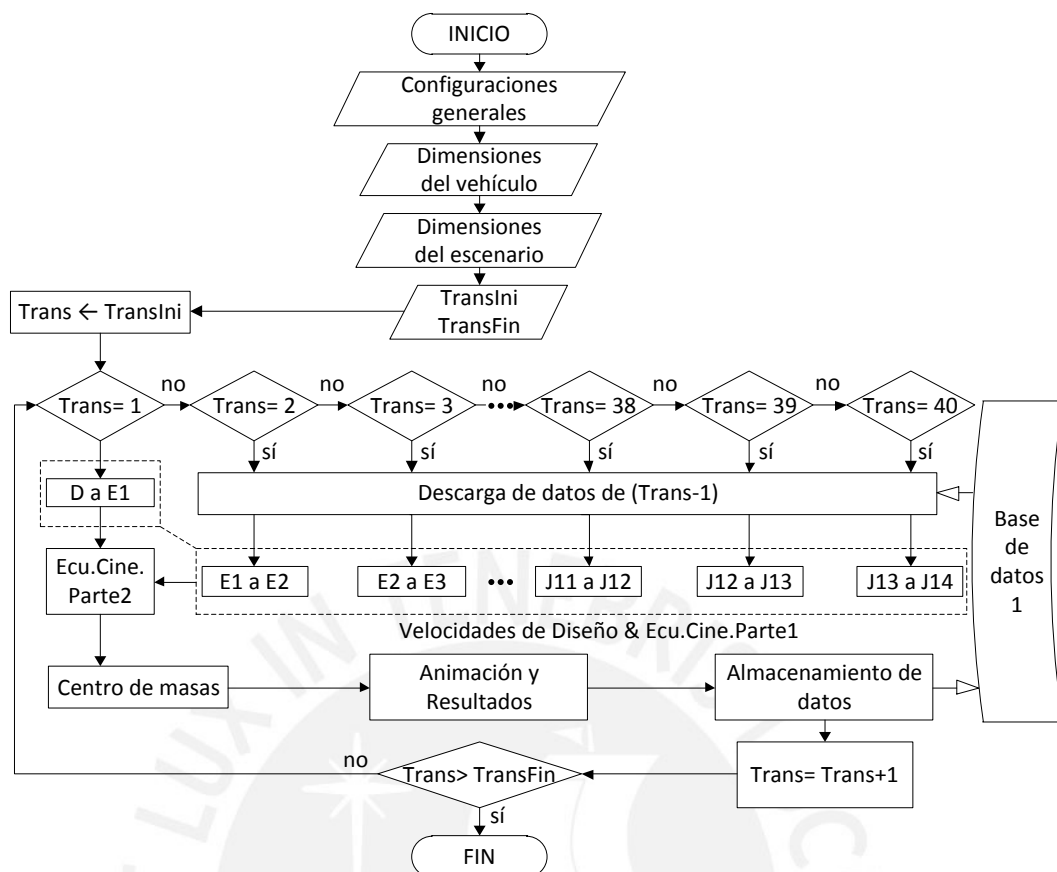


Figura 4.2: Diagrama de flujo de guiones programados en MATLAB 2014a .

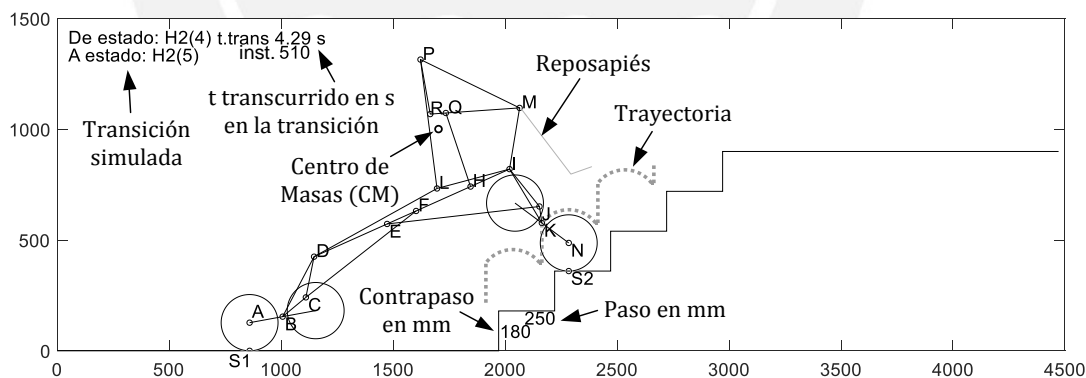


Figura 4.3: Supervisión de simulación desarrollada en MATLAB 2014a .

## 4.2 Análisis de resultados

Los resultados cinemáticos se presentan detallados en el Anexo F agrupados en 2 hojas por cada transición y obtenidos de la base de datos registrada de la simulación. El escenario se configuró con una escalera uniforme de 5 escalones de 180 y 250 mm

de paso y contrapaso; y se obtuvieron datos de 30 instantes de tiempo por cada transición. En total, se simularon las 40 transiciones enlistadas de la tabla 4.1 las que sumaron un total de 1200 instantes con valores cinemáticos del mecanismo.

Cada grupo en aquel anexo está constituido de: cuatro esquemas simplificados y secuenciados hacia la derecha que representan el movimiento deseado; velocidades y aceleraciones lineales y angulares en cada punto y eslabón; y el comportamiento cinemático requerido de los actuadores. En los gráficos, las leyendas denotan los símbolos marcadores usados por cada fila horizontal.

Los esquemas secuenciados son similares al de la figura 4.3, pero con la adición de los valores de altura desde el nivel inferior a los puntos S1 y S2 ( $h_1$  y  $h_2$ ) y la separación horizontal de los mismos hacia el centro de masas (S1-CM y CM-S2).

Los valores cinemáticos significativos en puntos y actuadores se agrupan en las tablas 4.3 y 4.4 para una mejor interpretación global del proceso. La fila “Max.” de la primera revela al Clúster Delantero (eslabón 10) con la mayor aceleración lineal ( $82.50 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ ) y angular ( $0.55 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ ) registradas ambas durante la transición G1aG2. La fila “Diseño” de la segunda determina el valor extremo de cada columna; la rapidez máxima en actuadores se evidencia muy próxima a lo especificado en el apartado 4.1.2.

En la columna “t trans” de la tabla 4.4, el tiempo total requerido suma 234.65 s; sin embargo, la última configuración alcanzada J14 solo es semejante a la E5. Para regresar al estado D sobre la meseta, el sistema debe ejecutar su reconfiguración en sentido inverso y obviar la transición E1aE2, por lo que sumará realmente 272.39 s (4 minutos con 33 segundos aprox.).

Tabla 4.3: Aceleraciones lineales y angulares máximas en eslabones

Eslabón(N°)→	Rue.Tras(2)		Clus.Tras.(3)		PataTras.(4)		PataDel.(10)		Clus.Del.(11)		Rue.Del.(12)		Chasis(7)		UAB(15)	ALT(5&6)	ALD(8&9)	ALS(13&14)	Instantes
Transición	$ \vec{a}_A _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_8 _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_B _{\text{máx.}}$	$ \ddot{\varphi}_1 _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_C _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_{10} _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_J _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_{11} _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_K _{\text{máx.}}$	$ \ddot{\varphi}_2 _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_N _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_9 _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_F _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_1 _{\text{máx.}}$	$ \vec{a}_P _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_5 _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_6 _{\text{máx.}}$	$ \dot{\varphi}_7 _{\text{máx.}}$	
D a E1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1-30
E1 a E2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	31-60
E2 a E3	0.02	0.00	0.24	0.00	0.25	0.00	0.30	0.00	0.29	0.00	0.28	0.00	0.28	0.00	0.27	0.00	0.00	0.00	61-90
E3 a E4	0.20	0.00	0.63	0.00	0.97	0.00	0.82	0.00	0.84	0.00	0.73	0.01	1.04	0.00	0.74	0.00	0.00	0.00	91-120
E4 a E5	0.18	0.00	0.37	0.00	0.62	0.00	0.48	0.00	0.47	0.00	0.34	0.00	0.63	0.00	0.48	0.00	0.00	0.00	121-150
E5 a E7	0.20	0.00	0.30	0.00	0.51	0.00	1.05	0.00	0.99	0.00	0.23	0.00	1.40	0.00	2.24	0.00	0.00	0.00	151-180
E7 a E8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	181-210
E8 a F	18.07	0.14	17.88	0.01	17.74	0.01	16.74	0.01	16.34	0.00	0.00	0.00	17.37	0.01	17.76	0.01	0.01	0.01	211-240
F a G1	0.00	0.00	0.08	0.00	0.63	0.00	5.31	0.00	5.32	0.00	10.04	0.08	3.06	0.00	4.92	0.00	0.00	0.00	241-270
G1 a G2	0.00	0.00	0.00	0.00	8.83	0.07	82.18	0.07	82.50	0.55	0.00	0.00	46.92	0.07	79.66	0.07	0.07	0.07	271-300
G2 a G3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.87	0.00	0.34	0.00	0.23	0.00	0.00	0.00	1.22	0.00	0.60	0.00	0.00	0.00	301-330
G3 a G4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	8.22	0.04	10.80	0.08	0.60	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	331-360
G4 a H1(1)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	361-390
H1(1) a H2(2)	1.42	0.01	1.27	0.00	1.14	0.00	0.08	0.00	0.00	0.10	24.08	0.19	0.58	0.00	1.03	0.00	0.00	0.00	391-420
H2(2) a H2(3)	16.44	0.13	16.59	0.01	16.21	0.01	20.01	0.01	19.44	0.00	0.00	0.00	18.64	0.01	20.93	0.01	0.01	0.01	421-450
H2(3) a H2(4)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	451-480
H2(4) a H2(5)	1.51	0.01	1.35	0.00	1.21	0.00	0.08	0.00	0.00	0.09	22.97	0.18	0.62	0.00	0.99	0.00	0.00	0.00	481-510
H2(5) a H2(6)	17.97	0.14	17.95	0.02	17.42	0.02	19.96	0.02	19.44	0.00	0.00	0.00	18.01	0.02	20.41	0.02	0.02	0.01	511-540
H2(6) a H2(7)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	541-570
H2(7) a H2(8)	1.90	0.01	1.70	0.00	1.52	0.00	0.10	0.00	0.00	0.10	24.08	0.19	0.78	0.00	0.98	0.00	0.00	0.00	571-600
H2(8) a H2(9)	18.90	0.15	18.70	0.02	18.03	0.02	19.19	0.02	18.73	0.00	0.00	0.00	16.71	0.02	18.77	0.02	0.02	0.00	601-630
H2(9) a H2(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	631-660
H2(10) a H2(11)	2.16	0.02	1.93	0.00	1.73	0.00	0.12	0.00	0.00	0.10	24.08	0.19	0.88	0.00	0.86	0.00	0.00	0.00	661-690
H2(11) a H3	0.00	0.00	17.81	0.01	18.57	0.01	24.07	0.01	23.63	0.00	23.63	0.19	22.30	0.01	24.15	0.01	0.01	0.00	691-720
H3 a I1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	721-750
I1 a I2	0.00	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	751-780
I2 a J1	0.00	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	781-810
J1 a J2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	811-840
J2 a J3	0.00	0.00	4.34	0.00	4.34	0.00	5.64	0.00	5.36	0.00	8.15	0.06	5.22	0.00	4.28	0.00	0.00	0.00	841-870
J3 a J4	0.00	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	22.82	0.00	22.82	0.00	0.00	0.00	871-900
J4 a J5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.95	0.00	1.25	0.00	1.64	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	901-930
J5 a J6	0.00	0.00	18.38	0.00	18.93	0.02	22.88	0.02	22.06	0.02	21.18	0.17	22.48	0.02	22.86	0.02	0.02	0.01	931-960
J6 a J7	0.00	0.00	16.34	0.00	16.60	0.01	18.39	0.01	17.73	0.01	16.83	0.13	18.70	0.01	17.45	0.01	0.01	0.01	961-990
J7 a J8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	991-1020
J8 a J9	0.00	0.00	11.76	0.00	11.76	0.01	11.26	0.01	10.97	0.01	10.46	0.08	12.14	0.01	10.04	0.01	0.01	0.01	1021-1050
J9 a J10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.89	0.01	4.72	0.00	6.45	0.05	2.60	0.01	5.67	0.00	0.01	0.01	1051-1080
J10 a J11	0.00	0.00	2.16	0.00	2.41	0.00	6.38	0.00	6.25	0.00	7.34	0.06	4.32	0.00	6.93	0.00	0.00	0.00	1081-1110
J11 a J12	0.00	0.00	6.62	0.00	6.62	0.00	6.12	0.00	5.90	0.00	5.45	0.04	6.78	0.00	6.20	0.00	0.00	0.01	1111-1140
J12 a J13	0.23	0.00	0.50	0.00	0.63	0.00	1.25	0.00	1.26	0.00	0.48	0.00	1.54	0.00	2.41	0.00	0.00	0.00	1141-1170
J13 a J14	0.94	0.01	7.59	0.01	6.88	0.01	6.70	0.01	6.62	0.01	6.44	0.05	6.87	0.01	5.84	0.01	0.01	0.01	1171-1200
Máx.	<b>18.90</b>	<b>0.15</b>	<b>22.82</b>	<b>0.02</b>	<b>22.82</b>	<b>0.07</b>	<b>82.18</b>	<b>0.07</b>	<b>82.50</b>	<b>0.55</b>	<b>24.08</b>	<b>0.19</b>	<b>46.92</b>	<b>0.07</b>	<b>79.66</b>	<b>0.07</b>	<b>0.07</b>	<b>0.07</b>	<b>1200</b>

**Observaciones:** 1-Aceleración lineal en  $\frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$ ; y angular, en  $\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ . 2- UAB= Usuario+Asiento+reposapiés+Baterías; ALT, ALD y ALS= Actuator(es) Lineal(es) Trasero, Delanteros y Superiores. 3-Aceleraciones lineales aproximadas a los centros de masa de los eslabones correspondientes.





### 4.3 Análisis básico mecánico

Ahora que se conocen los resultados cinemáticos de la geometría de los elementos propuestos, sus masas y CM, el procedimiento normal de diseño continuaría con la verificación de sus resistencias a las cargas dinámicas. Así, se validaría la elección de los componentes estructurales y los actuadores. Sin embargo, en pos de brindar un primer acercamiento a un diseño más trabajado, se desarrollará una aproximación de esta verificación asumiendo cargas estáticas. De este modo, se reducirán cálculos, pero se mantendrá el objetivo de validación de los elementos que conforman el sistema.

Entonces, este análisis básico mecánico consistirá de un análisis estático y un análisis de resistencia de materiales. Estos se presentan con ayuda de los apartados 2 y 3 del Anexo G, respectivamente, debido a su extensión. Cabe resaltar que el análisis estático también puede sustentarse de acuerdo a las bajas fuerzas resultantes. El análisis siguiente lo demuestra sobre los eslabones más rápido y de mayor masa.

Si se asume una simetría a ambos lados del plano sagital del usuario se simplifica el análisis. Entonces, en el caso del clúster delantero, se puede determinar su diagrama de cuerpo libre en el plano XY, lo que permite analizar la interacción de fuerzas sobre su estructura soporte 5 en el espacio XYZ, y a determinar su masa e inercia como se esquematiza todo en la figura 4.4.

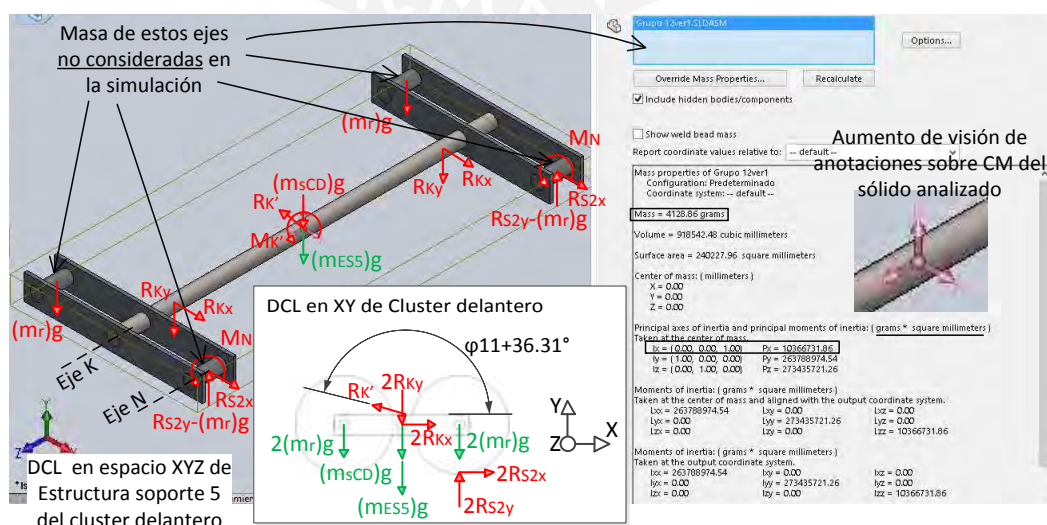


Figura 4.4: Diagramas de cuerpo libre sobre el clúster delantero y la determinación de masa e inercia de su estructura soporte.

Luego, con el DCL en XY sobre su estructura soporte 5, se obtienen las ecuaciones 4.3 y 4.4.

$$\Sigma \vec{F} = (m_{ES5}) \vec{a}_{CM ES5} \quad (4.3)$$

$$\Sigma \vec{M}_{CM ES5} = (I_{ES5}) \vec{\alpha}_{ES5} \quad (4.4)$$

Los resultados cinemáticos de la tabla 4.3 arrojan que los módulos de las aceleraciones lineales y angulares más elevadas se registraron sobre el punto K y el clúster delantero respectivamente durante la transición G1aG2. De la figura 19 del Anexo F, y durante el instante 271 de tiempo (a 0 s en esa transición), se tiene que:

$$\begin{aligned} \vec{a}_K &= (82.5 \cos(-82.7^\circ))\mathbf{i} + (82.5 \sin(-82.7^\circ))\mathbf{j} \\ &= 10.48\mathbf{i} - 82.83\mathbf{j} \frac{\text{mm}}{\text{s}^2} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\ddot{\phi}_2 = 0.55\mathbf{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \quad (4.6)$$

Puesto que, la aceleración del CM de la estructura del clúster delantero  $\vec{a}_{CM ES5}$  recae sobre el eje K, y su aceleración angular  $\vec{\alpha}_{ES5}$  es  $\ddot{\phi}_2$ ; entonces, de la figura 4.4 y las ecuaciones 4.3 a 4.6, se obtiene que

$$\Sigma \vec{F} = (4.13 \text{ kg}) \left( 0.01\mathbf{i} - 0.08\mathbf{j} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 0.04\mathbf{i} - 0.34\mathbf{j} \text{ N} \quad (4.7)$$

$$\Sigma \vec{M}_{CM ES5} = (0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \left( 0.55\mathbf{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right) = 0.01\mathbf{k} \text{ Nm} \quad (4.8)$$

Del mismo modo, pero sobre el grupo con mayor masa según la tabla 4.1., se analiza al usuario+asiento+reposapiés+baterías (UAB). Éste posee la segunda aceleración lineal más elevada registrada sobre su punto P durante la misma transición G1aG2 en la tabla 4.3. En el mismo instante que en el análisis anterior (0 s), presenta

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= (m_{UAB})\vec{a}_{CM UAB} = (113 \text{ kg}) \left( -0.001\mathbf{i} - 0.08\mathbf{j} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \\ &= -0.11\mathbf{i} - 9.00\mathbf{j} \text{ N}\end{aligned}\quad (4.9)$$

$$\sum \vec{M}_{CM UAB} = 0 \quad (4.10)$$

Por lo tanto, como se observa de los resultados de las ecuaciones 4.7 a 4.10, el sistema desarrolla bajas fuerzas inerciales; por lo que, comparado con los obtenidos luego, podría asumirse que  $\sum \vec{F} \approx 0$  y  $\sum \vec{M} \approx 0$ .

### 4.3.1 Análisis estático

Puesto que ahora se conocen las posiciones de todo el sistema y sus CM, también a partir de la simulación anterior, se procederá a analizar la transmisión de fuerzas más detalladamente. Si se disgrega el sistema por partes, podrán identificarse las fuerzas externas sobre las estructuras soporte y los actuadores. Este análisis consideró solamente estados e intermedios durante los cuales el móvil está soportado por 2 pares de ruedas: un par delanteros y un par traseras. Las configuraciones se analizan desde el estado E2 hasta el J14. Esto significó cálculos evaluados desde los instantes 61 hasta 1200, con una suma de 1140 posiciones distintas. Para simplificar el análisis, también se asumió que el sistema posee simetría en ambos lados del plano sagital del usuario; así, se evitan las reacciones que compensen un desbalance hacia los lados del móvil. Asimismo, las masas de los elementos tipo biela se asumieron equitativamente distribuidas en sus apoyos respectivos.

Toda la extensión de este análisis se expone en el apartado 2 del Anexo G. En aquel, las 7 figuras exponen al vehículo en la misma posición como se muestra en la figura 4.1, pero por grupos y mediante diagramas de cuerpo libre. Mediante éstas, pudieron obtenerse un total de 36 ecuaciones. Como resultado, se entregan los valores de 18 de sus fuerzas y 2 de sus torques. Puesto que no existen fuerzas de reacción horizontales sobre las ruedas traseras ni delanteras, los torques sobre los motores para las ruedas traseras no pudieron determinarse por este medio.

Las torques sobre los motores para las ruedas traseras se evalúan mediante el análisis estático del sistema sobre una rampa a máxima pendiente de 12% como se explica a continuación.

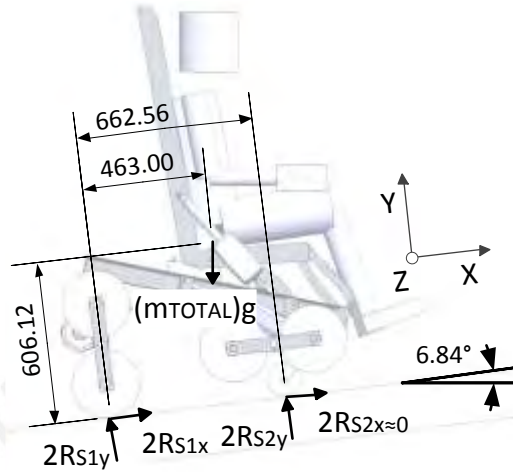


Figura 4.5: Diagrama de cuerpo libre en el plano XY del sistema sobre una rampa.

De la figura 4.5, se obtienen las ecuaciones 4.11 a 4.13.

$$+\rightarrow \sum F_x = 2R_{S1x} - (m_{TOTAL}g) \sin 6.84^\circ = 0 \quad (4.11)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{S1y} + R_{S2y}) - (m_{TOTAL}g) \cos 6.84^\circ = 0 \quad (4.12)$$

$$\sum \vec{M}_{S1} = \vec{r}_{TOTAL/S1} \times m_{TOTAL}\vec{g} + \vec{r}_{S2/S1} \times 2\vec{R}_{S2} = 0 \quad (4.13)$$

Las componentes de  $\vec{r}_{TOTAL/S1}$  y  $\vec{r}_{S2/S1}$  se consiguen mediante SolidWorks 2014 y se anotan en la misma figura; mientras que el valor de  $m_{TOTAL}$  se extrae de la tabla 4.1. Luego, se calculan  $R_{S1x} = 111.24 \text{ N}$ ,  $R_{S1y} = 274.69 \text{ N}$  y  $R_{S2y} = 652.73 \text{ N}$ . A partir de la derivada respecto al tiempo de la ecuación 3.6 del apartado 3.2.1, la ecuación 4.2 limitante, y puesto que  $\dot{\alpha}_2 = 0$ , entonces se obtiene la ecuación 4.14. Además, el torque en estos motores debe ser superior a  $M_{MR}$  calculado en la ecuación 4.15. El valor hallado de  $R_{S2y}$  sobre cada rueda guía es mayor que si estuviese en una superficie plana horizontal debido a la traslación del mecanismo superior.

$$\dot{\lambda}_3 = \frac{d_{s4}}{d_{g4}d_{sMR}} (d_{g6}\dot{\theta}_1) = (i)\dot{\theta}_{1\max} = (2)4.37 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 8.75 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (4.14)$$

$$M_{MR} = \frac{r(R_{S1x})}{(i)} = 7.06 \text{ Nm} \quad (4.15)$$

### 4.3.2 Resistencia de materiales

La Resistencia de materiales empleó las fuerzas y momentos determinados de las 1140 posiciones analizadas estáticamente, y los que comprometen solo a las estructuras de soporte. Ahora, mediante la geometría ya conocida, se consiguen diagramas de fuerza y momento sobre cada estructura. Éstos luego ayudan a identificar los esfuerzos máximos que, en contraste con las propiedades de los materiales ya seleccionados, se definen factores de seguridad. Toda la extensión de su análisis se expone en el apartado 3 del Anexo G. En aquel, las 5 primeras estructuras soporte se bosquejaron descompuestas para identificar más partes, secciones y reacciones internas. Luego, por medio de SolidWorks 2014, se determinaron estas fuerzas, sus diagramas de fuerza cortante y axial, sus diagramas de momento flector y torsor, y algunos análisis de elementos finitos. Cada diagrama corresponde con el análisis identificado para cada estructura, y éstas fueron agrupadas en un total de 10 figuras. Finalmente, por medio de 22 tablas, se ordenó el proceso de cálculo de 8 ecuaciones para analizar los esfuerzos más críticos y determinar los factores de seguridad.

Por último, la tabla 4.5 enlista los factores de seguridad FS de cada miembro de soporte ES analizado como resultado de los materiales seleccionados a las evaluaciones mostradas. Donde Resflex es la resistencia a la flexión, ResPand es la resistencia al Pandeo, EsfEqui es la resistencia al esfuerzo equivalente, ResTors es la resistencia a la torsión, ResCiz es la resistencia a la cizalladura y FEA-VM es la resistencia al esfuerzo de Von Mises obtenido por el análisis de elementos finitos.

Tabla 4.5: Factores de seguridad logrados

ES	Grupo	Elemento	Material	Cuadro	Evaluación	FS
1	Cluster Trasero	Barra Cluster Trasero	AL5083-H343	751	ResFlex	10.93
				61	ResPand	17.28
		Árbol Cluster Trasero	AISI 4340 Norm	751	EsfEqui	2.44
2	Patas Traseras	Barra Motor Trasero	AL5083-H343	751	ResFlex	10.18
				751	ResTors	12.17
		Barra Pata Trasera	AL5083-H343	751	ResCiz	12.4
3	Chasis	Barra Transversal Chasis	AL5083-H343	331	ResFlex	23.14
		Barra Longitudinal Chasis	AL5083-H343	61	ResFlex	7.61
				61	ResPand	240.79
4	Patas Delanteras	Barra Motor Delantero	AL5083-H343	870	ResFlex	12.02
				870	ResTors	18.41
		Barra Pata Delantero	AL5083-H343	870	ResFlex	10.98
5	Cluster Delantero	Barra Cluster Delantero	AL5083-H343	870	ResFlex	9.8
				1189	ResPand	10.19
		Árbol Cluster Delantero	AISI 4340 Norm	870	EsfEqui	1.92
BAD	-	Barra bajo Asiento Delantero	AL5083-H343	61	FEA-VM	9.38
BAT	-	Barra bajo Asiento Trasera	AL5083-H343	61	FEA-VM	9.41

De acuerdo con el diseño propuesto y bajo las consideraciones del análisis, los elementos de soporte con FS más bajos se presentan en los árboles de cada clúster. En ambos casos, la separación entre las articulaciones del árbol del clúster y de las patas origina esfuerzos normales a la flexión elevados sobre el primero. La atención a mejoras sobre este punto se propone para trabajos futuros más detallados.

#### 4.4 Selección de actuadores

El proceso de selección considera las reacciones estáticas de torque y fuerza sobre los motores y actuadores lineales evaluadas en el apartado 4.3.1. Los valores determinados de las 1140 posiciones, que equivalen a los instantes simulados desde el estado E2 hasta el J14, se extraen del Anexo G y se muestran en las figuras 4.6 y 4.7. Ambos conjuntos tienen comportamientos pasivos y activos; esto quiere decir que deberán resistir cargas sin moverse y en movimiento. El esquema de potencias añadido a estas figuras facilita su comprensión.

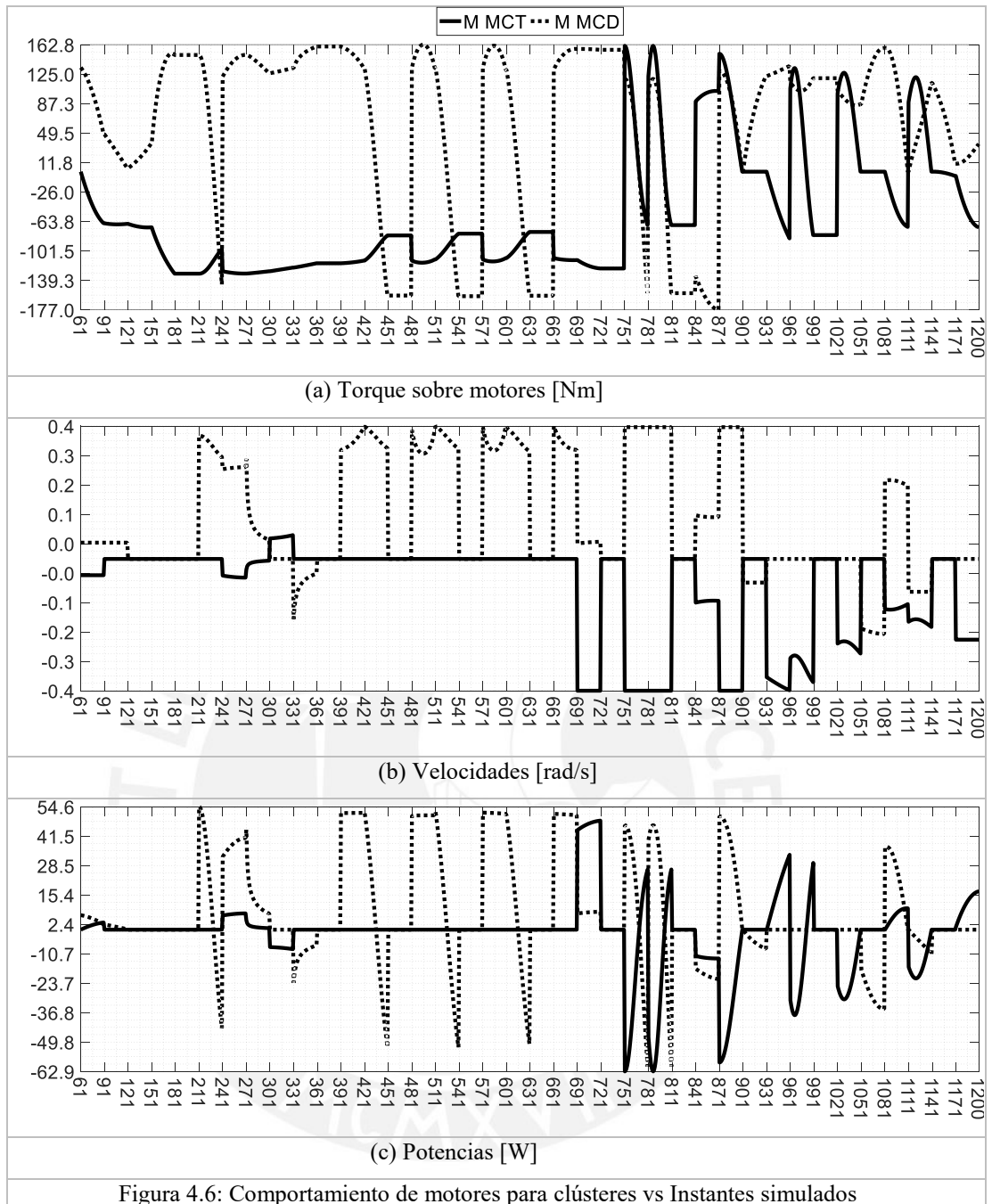


Figura 4.6: Comportamiento de motores para clústeres vs Instantes simulados

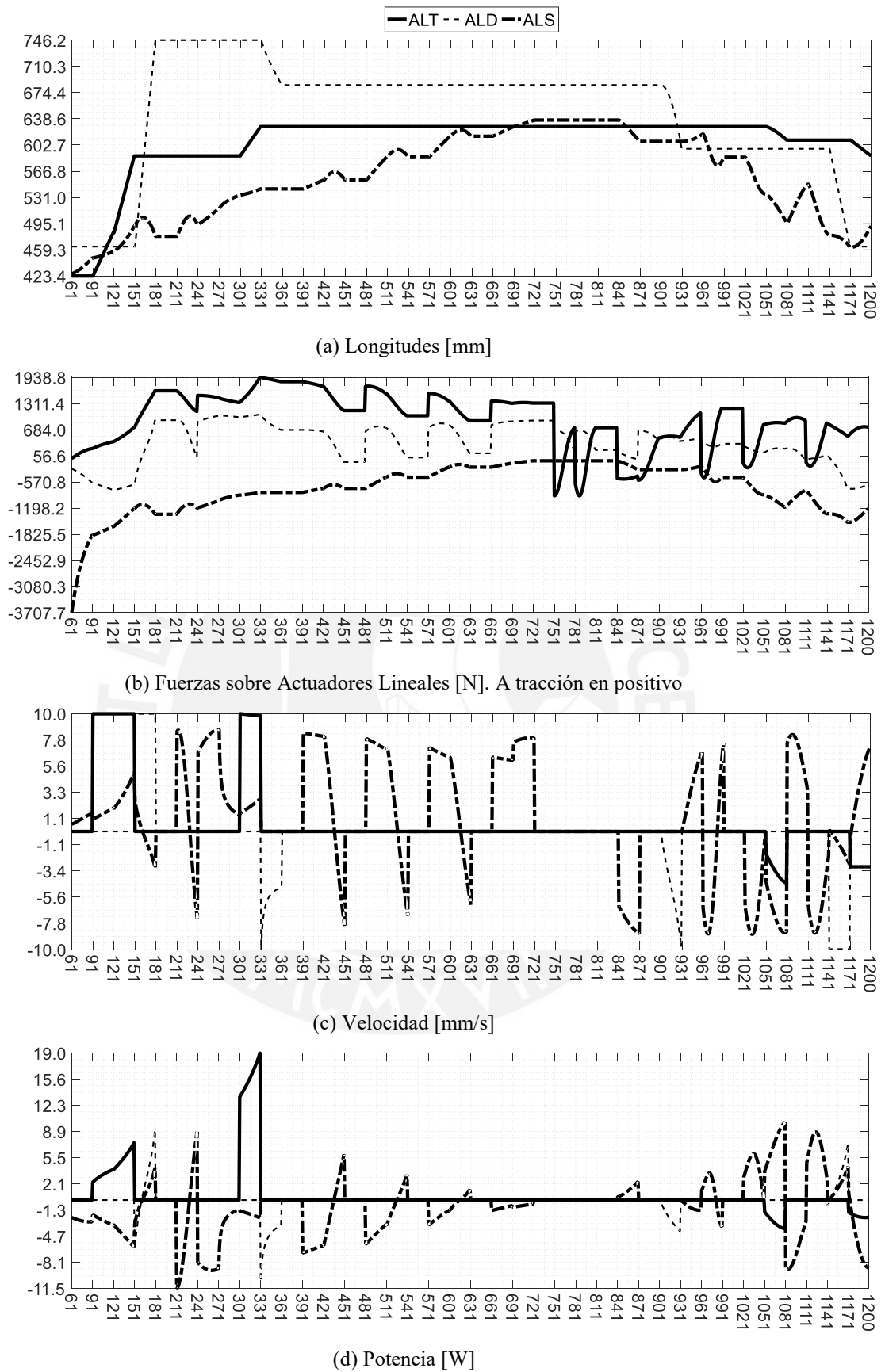


Figura 4.7: Comportamiento de actuadores lineales vs Instantes simulados



A partir de la figura 4.6, los máximos valores de torque, velocidad y potencia en los motores para clústeres se resumen en la tabla 4.6. Las mismas propiedades, pero para las ruedas se recogen de las ecuaciones 4.14 y 4.15. Adicionalmente, cada espaciado necesario fue aproximado mediante cilindros. Puesto que éstos no estarán en contacto con el terreno, sus dimensiones solo se obtuvieron mediante las cavidades esquematizadas en el Anexo B.

Tabla 4.6: Resumen de requerimientos para motores en clústeres y ruedas

Propiedades	MCT	MCD	MR
<b>Cantidad:</b>	1	1	2
<b>Espaciamiento:</b>			
<b>Diámetro</b>	28.4 mm	27.6 mm	34.6 mm
<b>Largo</b>	207.5 mm	174.5 mm	222.5 mm
<b>Velocidad angular máx.:</b>	0.39 rad/s	0.39 rad/s	8.75 rad/s
<b>Torques máximos:</b>			
<b>Estática</b>	130.69 Nm	160.41 Nm	7.06 Nm
<b>Dinámica</b>	161.27 Nm	177.04 Nm	7.06 Nm
<b>Potencia máxima:</b>	62.89 W	60.72 W	61.78 W

Asimismo, de la figura 4.7, los máximos valores de longitud, fuerza, velocidad y potencia en todos los actuadores lineales se resumen en la tabla 4.7. Además de las longitudes o largos, el espaciado prevé anchos y altos cuyas dimensiones encajen en el vehículo y eviten colisiones con el exterior. Por otro lado, los ciclos de trabajo fueron estimados mediante los tiempos en actividad registrados en la tabla 4.4.

Tabla 4.7: Resumen de requerimientos para actuadores lineales

Propiedades	ALT	ALD	ALS
<b>Cantidad:</b>	1	2	2
<b>Espaciamiento:</b>			
<b>Largo mínimo</b>	423.4 mm	463.7 mm	426.4 mm
<b>Largo máximo</b>	628.0 mm	746.2 mm	636.8 mm
<b>Carrera</b>	204.6 mm	282.5 mm	210.4 mm
<b>Ancho</b>	145.0 mm	39.6 mm	79.0 mm
<b>Alto</b>	50.5 mm	37.9 mm	0.0 mm
<b>Fuerzas máximas:</b>			
<b>Estática a tracción</b>	1938.84 N	1048.28 N	--
<b>Estática a compresión</b>	904.96 N	759.04 N	3707.74 N
<b>Dinámica a tracción</b>	1938.84 N	1048.28 N	--
<b>Dinámica a compresión</b>	--	726.49 N	3707.74 N
<b>Velocidad máxima:</b>	10.01 mm/s	10.04 mm/s	8.75 mm/s
<b>Potencia máxima:</b>	19.04 W	10.52 W	11.45 W
<b>Ciclo de trabajo:</b>	18.21%	25.93%	80.58%

Por lo tanto, con base en la tabla 4.6, la descripción de los 4 motorreductores seleccionados se resume en la tabla 4.8. Todos éstos están conformados por motores eléctricos, reductores planetarios y frenos electromecánicos de la marca Maxon Motor. Puesto que los giros para ambos clústeres requieren más torque que velocidad angular, sus motorreductores cuentan además con reductores armónicos de una sola pieza.

Tabla 4.8: Características de actuadores rotativos seleccionados

Propiedades	MCT	MCD	MR
<b>Unidades:</b>	1	1	2
<b>Marcas / Modelos:</b>			
<b>Freno electromecánico</b>	Maxon Motor / Brake AB28	Maxon Motor / Brake AB28	Maxon Motor / Brake AB28
<b>Motor DC</b>	Maxon Motor / RE 40	Maxon Motor / RE 40	Maxon Motor / RE 40
<b>Reductor planetario</b>	Maxon Motor / GP 42C	Maxon Motor / GP 42C	Maxon Motor / GP 52C
<b>Reductor armónico</b>	Harmonic Drive / CSG (Unit Type)		-
<b>Códigos:</b>			
<b>Freno electromecánico</b>		228387	228387
<b>Motor DC</b>		148867	148867
<b>Reductor planetario</b>		203116	223091
<b>Reductor armónico</b>		CSG-32-100-2UH	-
<b>Dimensiones:</b>			
<b>Diámetro</b>		138.0 mm	52.0 mm
<b>Largo</b>		244.9 mm	214.1 mm
<b>Velocidad nominal:</b>		0.48 rad/s	11.01 rad/s
<b>Torque continuo máx.:</b>		180.65 Nm	8.76 Nm
<b>Autobloqueo[Nm]</b>		600.00 Nm	26.40 Nm
<b>Potencia nominal:</b>		87.52 W	96.48 W
<b>Consumo eléctrico:</b>		0	0
<b>Voltaje de alimentación</b>		24 V	24 V
<b>Corriente a carga máxima</b>		6.0 A	6.0 A

Del mismo modo, la descripción de los 5 actuadores lineales seleccionados se resume en la tabla 4.9. El actuador lineal trasero elegido es de la marca Linak. Su modelo LA32 de la serie Medline es comúnmente usado en aplicaciones para el ajuste de camas de hospital, y es suficientemente compacto. La fuerza de bloqueo es superior en 1061 N a lo solicitado; mientras que a 10 mm/s, sobrepasa en 296 N según su proporcionalidad de velocidad típica vs carga. El ciclo de trabajo que ofrece es mayor al solicitado.

Tabla 4.9: Características de actuadores lineales seleccionados

Propiedades	ALT	ALD	ALS
<b>Unidades:</b>	1	2	2
<b>Marca / Modelo:</b>	Linak / LA32	Timotion / MA1	Timotion / MA1
<b>Código:</b>	3221D0-40207401	MA1-A2C-300460-112-200160511	MA1-B2C-220421-112-201160511
<b>Dimensiones:</b>			
<b>Largo retraído</b>	422.0 mm	460.0 mm	421.0 mm
<b>Largo extendido</b>	629.0 mm	760.0 mm	641.0 mm
<b>Carrera:</b>	207.0 mm	300.0 mm	220.0 mm
<b>Ancho (carcasa motor)</b>	99.0 mm	87.0 mm	87.0 mm
<b>Alto (carcasa motor)</b>	112.0 mm	156.5 mm	156.5 mm
<b>Fuerzas:</b>			
<b>Autobloqueo</b>	3000.00 N	2500.00 N	4500.00 N
<b>Carga nominal a tracción</b>	3000.00 N	2500.00 N	4500.00 N
<b>Carga nominal a compresión</b>	3000.00 N	2500.00 N	4500.00 N
<b>Veloc. típica vs Carga:</b>	13.60 mm/s    0.00 N 8.50 mm/s    3000.00 N	15.80 mm/s    0.00 N 14.30 mm/s    2500.00 N	16.00 mm/s    0.00 N 14.00 mm/s    4500.00 N
<b>Potencia máx. aprox.:</b>	25.50 W	35.75 W	63.00 W
<b>Ciclo de trabajo:</b>	20.00%	20.00%	20.00%
<b>Consumo eléctrico:</b>			
<b>Voltaje de alimentación</b>	24 V	24 V	24 V
<b>Corriente a carga máxima</b>	4.5 A	7.0 A	6.5 A

Los dos actuadores lineales delanteros y los dos superiores elegidos son de la marca Timotion. Sus modelos MA1 de la serie Industrial son comúnmente usados en aplicaciones para maquinaria pesada y vehículos todo terreno. Los delanteros resistirán en bloqueo hasta 1451 N por encima de lo solicitado; y su carga nominal de 2500 N puede mantenerse mediante control para una velocidad inferior a la típica dispuesta. Los superiores poseen fuerzas de bloqueo mayores en 792 N a lo requerido, y su carga nominal de 4500 N también puede adecuarse mediante control para una velocidad inferior a la típica acondicionada. Aunque los ciclos de trabajo infrecuentes de ambos actuadores son inferiores en 5.93% y 60.58% a los requeridos, sus potencias son 3.4 veces y 5.5 veces las necesarias. Todos demás detalles técnicos pueden revisarse en el Anexo H.

#### 4.5 Propuesta de control y electrónica

Además de los actuadores seleccionados, el diseño también debe integrar sensores, controladores, así como señales de entrada y salida de interacción hombre-máquina. La interacción organizada de los sistemas de control que se le implementen podrá ejecutar las tareas previstas. Puesto que este tema requiere de un análisis más

profundo, a continuación solo se cubrirán las selecciones de los sensores y los elementos de interacción hombre-máquina como punto de partida en base a las necesidades consideradas hasta ahora. Asimismo, con la recapitulación de amperajes necesarios para el sistema, se procederá con la selección de una fuente de alimentación.

Los accionamientos sobre los elementos actuantes elegidos, y sus transmisiones, afectan directamente las posiciones  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_3$  y  $\lambda_7$ . Puesto que todos ellos operan con reductores, es conveniente medir cada posición desde su propio motor eléctrico para obtener mayor precisión en la salida o eslabón. Además de ello, es necesario reconocer el sentido de su desplazamiento.

La interacción hombre-máquina requiere de medios de entrada y salida de señal en el vehículo. Los medios de entrada permitirán reconocer el cinturón abrochado, encender el móvil, apagar el móvil, conducirlo en superficies planas y confirmar solicitudes. Los medios de salida permitirán advertir el cinturón desabrochado, alertar sobre el estado de la batería, avisar una condición inesperada y solicitar acciones.

Las transiciones diseñadas para el ascenso sobre escaleras se ejecutan basándose en el reconocimiento del entorno. De acuerdo con el apartado 3.2.2, será necesario medir las longitudes siguientes:

- a) Las separaciones horizontales  $pre_0$ ,  $pre_1$  y  $pre_2$  entre la zona frontal del vehículo y el primer escalón durante los estados D, E7 y E8 respectivamente;
- b) El paso  $P$  y altura  $h_e$  del primer escalón durante la transición E8 a F; y
- c) Las separaciones horizontales  $dsc_1$  y  $dsc_2$  entre el clúster trasero y el primer, el segundo y el penúltimo escalón durante las transiciones H3 a I1 y J1 a J2, J4 a J5, J7 a J8 y J9 a J10.

Los movimientos bien ejecutados y las redundancias de información reforzarán la seguridad del sistema. En el caso del asiento, su dirección debe permanecer fija; por lo que es necesario supervisar su ángulo u orientación. Durante el escalamiento, es imprescindible ubicar los bordes de los escalones. En los actuadores lineales,

reconocer sus límites superiores de extensión e inferior de retracción podría alertar imprecisiones y obligar paradas de emergencia. Y en el ascenso, reconocer la meseta antes de alcanzarla, podrá anticipar movimientos.

En la tabla 4.10 se presenta una síntesis de los requerimientos. En este caso, en la última columna a la derecha, se proponen los elementos seleccionados como medio para completar cada tarea.

Tabla 4.10: Lista de requerimientos y medios propuestos

Ámbito	Requerimientos	Variables relacionadas	Elementos seleccionados
Señales de retroalimentación en actuadores	1. Medir posición lineal	$l_1, l_2$ y $l_3$	Sensores de efecto Hall y ópticos
	2. Medir posición angular	$\lambda_1$ y $\alpha_1, \lambda_3$ y $\theta_1$ , y $\lambda_7$ y $\alpha_2$	Sensores ópticos
	3. Reconocer sentido de desplazamiento	-	Sensores en cuadratura
Medios de interacción hombre-máquina	4. Reconocer cinturón abrochado	-	Interruptor de láminas
	5. Encender vehículo	-	Botón interruptor
	6. Apagar vehículo	-	Botón pulsador
	7. Conducir vehículo	-	Joystick
	8. Confirmar solicitud	-	Botón pulsador
	9. Advertir cinturón desabrochado	-	Alarma sonora
	10. Alertar estado batería	-	Indicador de batería
	11. Avisar condición inesperada	-	LED y Alarma sonora
	12. Solicitar confirmación	-	LED
	Reconocimiento del entorno	13. Medir longitudes de separación	pre0, pre1, pre2, dsc1 y dsc2
14. Medir longitudes escalones		$P, h_e$	Scanner laser
Incremento de seguridad	15. Supervisar dirección asiento	$\gamma_3$	Sensor inclinómetro
	16. Ubicar bordes escalones	-	Scanner laser
	17. Reconocer límites actuadores lineales	-	Interruptor electromecánico
	18. Reconocer meseta	-	Sensor óptico

Los requerimientos 1, 2, 3 y 17 de la tabla 4.10 se satisfacen con las selecciones siguientes. Los actuadores lineales seleccionados tienen incorporados sensores en la extensión trasera del rotor de sus motores DC de escobillas bajo el mismo código de la tabla 4.9. Los de marca Timotion ( $l_2$  y  $l_3$ ) emplean 2 sensores de efecto Hall en cuadratura cada uno para identificar también el sentido de desplazamiento; mientras que el de marca Linak ( $l_1$ ) incluye 1 encoder absoluto. Todos estos actuadores son elegidos también con finales de carrera de seguridad con señal de salida digital. Ninguno de los elementos ya mencionados ofrece mayor información en relación a precisión ni a consumo, pero se presumen alimentados con voltajes continuos a 5 V, e identificados cada uno mediante 2 conectores para señales de posición y 2 para

límites alcanzados de retracción/extensión. Por otro lado, los sensores en los actuadores rotativos sí brindan mayor información como se muestra en la tabla 4.11. En estos casos, sus selecciones, que se acoplan con facilidad a cada eje rotor saliente por la parte trasera, fueron las recomendadas por el proveedor de los motores y cumplen con lo requerido.

Tabla 4.11: Sensores de posición angular

Propiedades	Encoder absoluto para MCT y MCD	Encoder absoluto para MR
<b>Unidades:</b>	2	1
<b>Marca/Modelo:</b>	Broadcom/HEDS 5540 con LD	Broadcom/HEDS 9140 con LD
<b>Código:</b>	110512	137959
<b>Dimensiones:</b>		
<b>Ancho</b>	30.0 mm	45.1 mm
<b>Alto</b>	41.2 mm	60.2 mm
<b>Largo</b>	18.3 mm	29.5 mm
<b>Resolución:</b>	500 CPV (sensor) 750K CPV ( $\lambda_1$ o $\alpha_1$ , y $\lambda_7$ o $\alpha_2$ )	500 CPV (sensor) 33 K CPV ( $\lambda_3$ ) 66 K CPV ( $\theta_1$ )
<b>Voltaje de alimentación:</b>	5 V	
<b>Señal de salida:</b>	3 pulsos (2 señales desfasadas y 1 indice) @ $\pm 20$ mA	
<b>Driver/conector de salida:</b>	RS422-S26LS31/DIN41651 (10 pines)	

Los requerimientos 4 a 8, 11, y 12 de la tabla 4.10 se satisfacen mediante elementos con características genéricas. Los 2 LEDs, cuyo esquemático por unidad de 2 terminales se presenta en la figura 4.8, representarán estados de “condición inesperada” y “esperando confirmación”. La corriente consumida por 1 LED es entre 15 y 20 mA. El joystick, cuyo esquemático común de dos ejes y de 4 terminales se presenta en la figura 4.9, permitirá conducir el vehículo luego de convertir su señal de salida analógica a digital para ser procesada. La corriente consumida por un joystick de este tipo es próxima a 1mA. Los 2 botones pulsadores, 1 botón interruptor y 1 interruptor de lengüeta, cuyos esquemáticos de 2 terminales cada uno dispuestos en pull-up se presentan en la figura 4.10, servirán para apagar el vehículo, confirmar una solicitud, encender el vehículo, y reconocer el cinturón abrochado respectivamente. El interruptor de lengüeta está incorporado al cinturón de seguridad seleccionado en la marca Proactive. La corriente consumida por estos elementos es también de 1mA aproximadamente.



Figura 4.8: Diagrama eléctrico de un LED

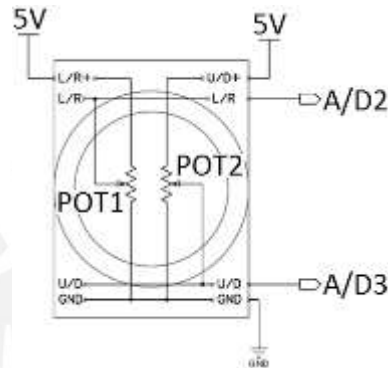


Figura 4.9: Diagrama eléctrico del circuito de un joystick de 2 ejes

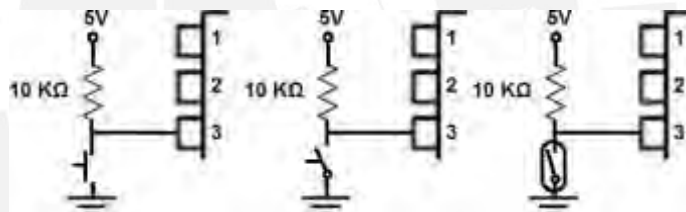


Figura 4.10: Diagramas eléctricos de botones interruptor, pulsador y lengüeta en pull-up

Los requerimientos 9 y 10 de la tabla 4.10 se cumplen con el uso de un indicador de batería y una alarma sonora como se muestran en la tabla 4.12. El indicador del nivel de batería de la marca Curtis, usados también en dispositivos médicos, ofrece opciones adicionales de señal de salida que pueden incrementar la seguridad del sistema. La alarma sonora de la marca Werma posee un volumen equiparable al emitido por una radio o televisión<sup>16</sup>. Este último elemento requerirá ser accionado a criterio por un interruptor electrónico que aisle el voltaje que lo alimente y el que lo controle (e.g MOSFET, optoacoplador, etc.).

<sup>16</sup> <http://www.industrialnoisecontrol.com/comparative-noise-examples.htm> (revisado el 26/04/2017)

Tabla 4.12: Elementos preventivos

Propiedades	Alarma sonora	Indicador de batería
Unidades:	1	1
Marca/Modelo:	Werma/Serie 111	Curtis/Model 906
Código:	11100055	Model 906 T24MLDGN
Dimensiones:		
Ancho	50.0 mm	53.2 mm
Alto	50.0 mm	31.2 mm
Largo	71.7 mm	33.5 mm
Voltaje de alimentación:	24 V	24 V
Señal de salida:	Audible (80 dB a 1m)	Visual (Arreglo tricolor de 10 LEDs)
Conector de salida:	hembra 16AWG (2 terminales)	Cuchillas 3/16" (4 terminales)
Características adicionales:	Consumo: 25 mA Tipo de tono: Continuo o pulsante Ciclo de trabajo: 100%	Consumo: 17 mA Indicativo de Voltaje celda: Llena 2.1 V, Vacía 1.92 V Señales adicionales: Salida 5 V p/status batería, Entrada p/encendido con llave

Los requerimientos 13, 14 y 16 de la tabla 4.10 se satisfacen mediante escáneres laser 2D descritos en la tabla 4.13 y con la siguiente explicación. Puesto que las longitudes de separación pre1, pre2, dsc1 y dsc2 entre cada clúster y el entorno varían de acuerdo a las dimensiones de la escalera; optar por medirlas desde los clústeres significará una dificultad de conexión física hacia otros componentes debido a la continuidad de giro de los mismos. El mismo problema ocurre al determinar los bordes de los escalones relativos a estos eslabones. Por lo tanto, la solución que se propone emplea escáneres laser instalados en las patas traseras y delanteras, y con campos de visión sin interferencia. Un caso similar de reconocimiento de escaleras se desarrolló en [Voellmy, 2015] para la alineación de una silla de ruedas de tipo arrastrado capaz de subir escaleras. En aquel trabajo, el propósito del sensor fue determinar también los bordes mediante la convergencia de parámetros con ciertas restricciones. En la figura 4.11, la imagen de la izquierda muestra su esquema de análisis trabajado durante el escalamiento, la imagen central expone el proceso de convergencia de la nube de puntos obtenidos por el sensor, y la imagen de la derecha demuestra el campo de visión necesario del sensor para una buena detección y reconocimiento. Asimismo, la ubicación del sensor también influyó en el reconocimiento como se muestra en la figura 4.12. Esta última observación fue tomada en cuenta, y se elaboró una referencia visual para la ubicación del mismo tipo de sensores en el presente trabajo. Los puntos de color negro con orientación fija y relativa a cada eslabón, en la figura 4.13, representan los



escáneres laser seleccionados. En ella, se bosquejan 4 estados ejemplo con la vista enfocada en las patas que los albergarán. El cono negro representa el area ciega del sensor seleccionado, y éste no alcanza los bordes ni demás longitudes de interés  $pre1$ ,  $pre2$ ,  $dsc1$ . Por consiguiente, existe la posibilidad de implementar el reconocimiento de estos y otros valores ( $dsc2$ ,  $P$  y  $h_e$ ), y características en trabajos futuros.

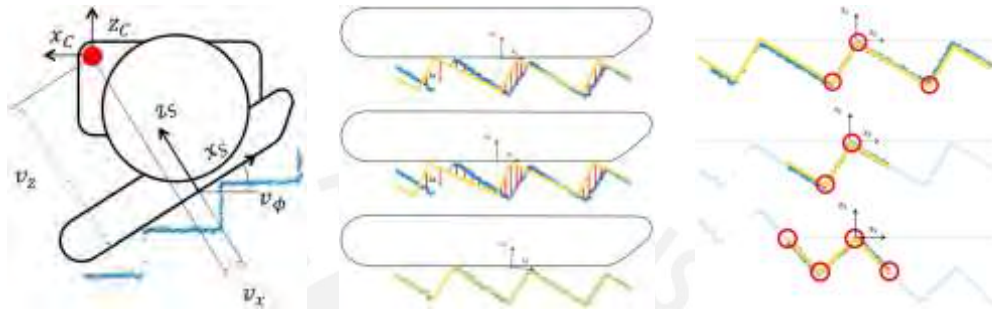


Figura 4.11: Parametrización, convergencia en 3 etapas y campo de visión [Voellmy, 2015]



Figura 4.12: Convergencia errónea de parámetros [Voellmy, 2015]

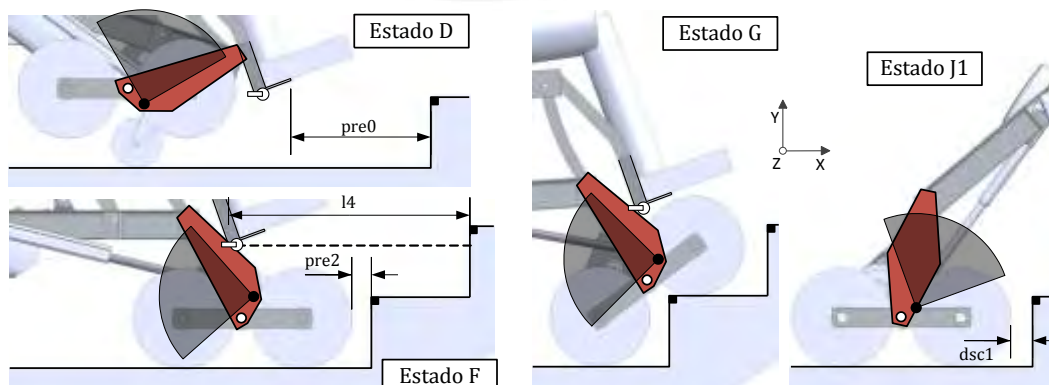


Figura 4.13: Referencia visual de campo ciego de scanners laser

Los últimos requerimientos 15 y 18 de la tabla 4.10 se satisfacen con el uso de un sensor de proximidad laser LiDAR y un inclinómetro como se detallan en la tabla 4.13. El sensor de proximidad ubicado bajo el reposapiés, de manera horizontal hacia el frente como se esquematiza en la figura 4.13, permitirá detectar fácilmente la inexistencia del siguiente escalón al aproximarse a la meseta; mientras que el sensor de inclinación ubicado bajo el asiento con los ejes de medición paralelos al suelo, supervisará la orientación de la silla.

Tabla 4.13: Sensores de proximidad y posición angular

Propiedades	LiDAR	LiDAR 2D	Inclinómetro
Unidades:	1	2	1
Marca/Modelo:	Sick/DT20 Hi	Sick/TiM5xx	Siko/IK360L
Código:	DT20-P224B	TiM561-2050101	IKL360-2-420
Dimensiones:			
Ancho	54.1 mm	76.3 mm	47.0 mm
Alto	24.3 mm	85.8 mm	18.0 mm
Largo	72.4 mm	61.0 mm	63.0 mm
Rango de medición:	100...1000 mm	0.05...10 m (ángulo de apertura 270° a 1° por paso)	-80°...+80°
Resolución:	0.5 mm (100...600 mm)	0.33° (escaneo)	0.01°
Voltaje de alimentación Vs:	10...30 V	9...28 V	10...30 V
Señal de salida:	1 analógica (4 a 20 mA)	Distancia radial, Valor de reflectividad, status, y configuraciones)	2 analógicas (-80° a +80° cada eje) @ 4 a 20 mA
Conector de salida:	M12A (5 pines)	“Ethernet” M12A (4 pines) “USB” Micro tipo B “Energía” M12A (5 pines)	M12A (8 pines)
Características adicionales	Repetibilidad: 1 mm (a velocidad media para 100...600 mm) Tiempo de respuesta: 10 ms Señales adicionales: Entrada 1 interruptor PNP, Salida 1 interruptor PNP (100 mA) Potencia consumida: ≤1.8 W	Error estadístico: 20 mm Frecuencia de escaneo: 15 scans/s Tiempo de respuesta: 67 ms (2 scans) Señales adicionales: Entrada 1 interruptor PNP, Salida 2 LEDs (ON “dispositivo listo”) Potencia consumida: 4 W	Señales adicionales: Entrada 5-30 V para pin configuración Potencia consumida: ≤0.7 W

En vista que los elementos restantes que integran el sistema de control no pueden seleccionarse detalladamente debido al corto alcance de esta sección, se procederá grosamente, y se estimarán los amperajes faltantes en pos de continuar con la selección final de una batería para el sistema.

La figura 4.14 expone un esquema simple de conexiones que podría presentar el sistema completo. La unidad maestra de control MC requiere ser pequeña, de alta capacidad de procesamiento, de bajo consumo eléctrico y de poca masa. Estas características pueden devenir en plataformas de bajo factor de forma como son las NUC de Intel o placas más personalizadas del tipo PC104. Una NUC<sup>17</sup> con procesador multinúcleo puede consumir entre 15 a 25 W, se energiza a 24 V, y posee suficientes puertos de entrada y salida necesarios para este trabajo. Las unidades esclavas de control SC deben poseer características similares a las maestras. Entre las opciones están plataformas o tarjetas industriales basados en microprocesadores que incluyen ADCs de entrada, entre otros. Una tarjeta Uno<sup>18</sup> de Arduino podría servir para la emisión y recepción las señales analógicas (joystick, inclinómetro y LiDAR) y digitales (botones, interruptores, LEDs, etc.). Una Uno opera alimentado a 5 V y 5.5 mA (máximos para lógica de su Atmega328P incorporado) pero también puede hacerlo desde un puerto USB, y cuenta con los pines suficientes de entrada y salida. Una tarjeta Roboclaw 2x7<sup>19</sup> de Ion puede controlar la posición y velocidad de hasta 2 motores de 7 A de manera sincronizada; y hasta 8 de estas tarjetas pueden canalizarse por un medio de comunicación serial hacia un controlador maestro. Una Roboclaw opera a 24 V en conjunto con los motores y con alimentación derivada hacia sus sensores, pero su circuito lógico consume 90mA aproximadamente.

---

<sup>17</sup> <https://ark.intel.com/products/codename/126293/Dawson-Canyon> (revisado el 26/04/2018)

<sup>18</sup> <https://store.arduino.cc/usa/arduino-uno-rev3> (revisado el 26/04/2018)

<sup>19</sup> [http://www.ionmc.com/Roboclaw-2x7A-Motor-Controller\\_p\\_13.html](http://www.ionmc.com/Roboclaw-2x7A-Motor-Controller_p_13.html) (revisado el 26/04/2018)

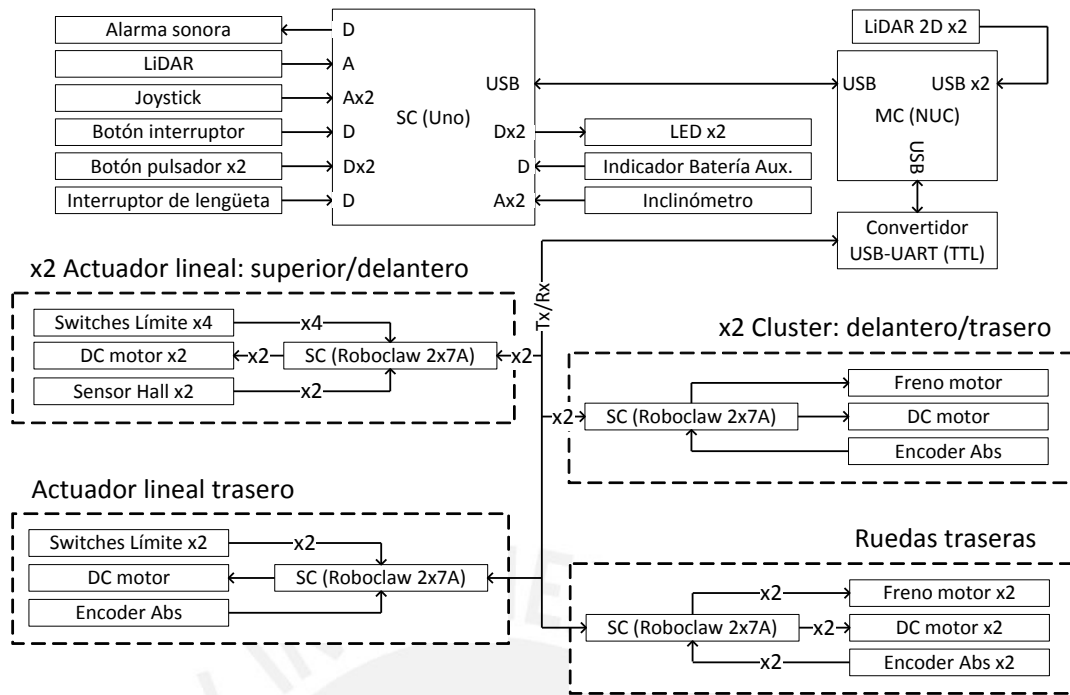


Figura 4.14: Esquema referencial de conexiones entre componentes de control del sistema

Los consumos de amperaje más resaltantes se resumen en la tabla 4.14. Todos los actuadores requieren mucha más corriente (56 A en total aprox.) comparada con los demás elementos. De todos los componentes electrónicos, las unidades controladoras y los sensores escáneres son aquellos que consumen más (2 A en total aprox.) y los que estarán más activos durante el ascenso sobre escaleras.

Tabla 4.14: Consumos eléctricos considerables

Ítem	Elemento	Cant.	Consumo unitario [A]	Subtotal [A]
1	Motor Cluster Trasero	1	6.000	6.000
2	Motor Cluster Delantero	1	6.000	6.000
3	Motor Ruedas	2	6.000	12.000
4	Actuador Lineal Trasero	1	4.500	4.500
5	Actuador Lineal Delantero	2	7.000	14.000
6	Actuador Lineal Superior	2	6.500	13.000
7	Control maestro - NUC	1	1.040	1.040
8	Control esclavo - Uno	1	0.006	0.006
9	Control esclavo - Roboclaw 2x7A	5	0.090	0.450
10	Sensor - LiDAR 2D	2	0.167	0.334
<b>I Máx. [A]</b>				<b>57.330</b>

Finalmente, la fuente de alimentación se selecciona según este pico de corriente máximo de 58 A aproximados y del voltaje de 24 V que prevalece en la mayoría de componentes. Entonces, se eligen 2 baterías de plomo regulada por válvula MU-1 SLD M de la marca MK Powered, de 12 V y 10.5 kg cada una. La disposición de ambas deberá ser en serie para alimentar en paralelo cada actuador, escáner laser, inclinómetro, indicador de batería y alarma sonora seleccionada. Aquellos otros elementos que operan a menores voltajes podrían abastecerse distribuyéndolos equitativamente en paralelo a cada una de las baterías y haciendo uso de reguladores de voltaje (LM317).

En la tabla 4.4, el amperaje pico máximo aproximado usado por los actuadores, y de todas las transiciones, fue de 37 A. Con la adición de los componentes electrónicos restantes, la corriente máxima alcanzará los 39 A. La curva más próxima referida al comportamiento del voltaje de descarga de la batería, según este valor, es la de 35 A como muestra la figura 4.15. En vista que se estimaron 4.5 minutos para subir por una escalera recta de 5 escalones rectos, aún restarán poco menos de 25.5 minutos para realizar operaciones solo de este tipo hasta que su voltaje alcance los 9.6 V críticos. Si la silla de ruedas se usa solo para desplazarse en superficies planas según el estado C, esta contará con hasta 5 horas aproximadas hasta que alcance los 10.5 V críticos.

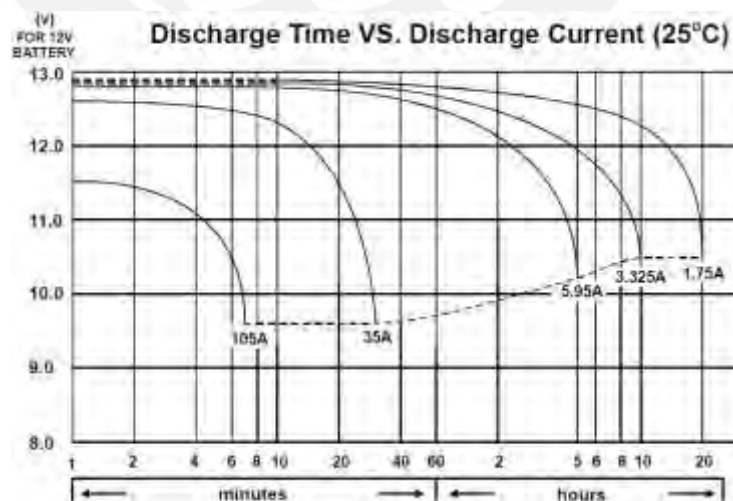


Figura 4.15: Comportamiento de descarga vs tiempo de batería MU-1 SLD

## OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

1. El diseño conceptual propuesto considera únicamente dimensiones de escalones con rangos de paso entre 250 y 280 mm, y contrapaso (no abierto) de 180 mm. Por lo que, el rango de pendiente está limitado entre  $32.74^\circ$  y  $35.75^\circ$ .
2. Las dimensiones externas del vehículo propuesto en configuración retraída son próximas a las de una silla de ruedas convencional. No obstante, su desplazamiento requiere mayor espacio para transitar, por lo que sería mejor usado en ambientes amplios o exteriores.
3. Las dimensiones externas del vehículo propuesto en configuración extendida antes del ascenso requiere de un espacio libre de 2190 mm aprox. de extensión frente a las escaleras, por lo que sería mejor usado en ambientes amplios o exteriores.
4. El planeamiento de movimientos y el estudio cinemático del diseño propuesto se realizó considerando solo una escalera recta de 5 escalones rectos uniformes. Sin embargo, las mismas ecuaciones cinemáticas desarrolladas pueden adaptarse para un menor número de escalones sin afectar la seguridad.
5. El comportamiento cinemático se analizó mediante velocidades de entrada constantes tipo escalón unitario por cada transición. Las curvas de arranque y de frenado de los mismos se evitaron para simplificar el análisis. Si estas curvas son consideradas, el tiempo real incrementará.
6. El análisis estático consideró solamente estados e intermedios durante los cuales el móvil está soportado por 2 pares de ruedas. También se asumió que el sistema posee simetría en ambos lados del plano sagital del usuario; así, se evitan las reacciones que compensen un desbalance hacia los lados del móvil. Asimismo, las masas de los elementos tipo biela se asumieron equitativamente distribuidas en sus apoyos respectivos.
7. Los grupos de soporte con menores factores de seguridad determinados son los árboles de cada clúster. En ambos casos, la separación entre las articulaciones del árbol del clúster y de las patas origina esfuerzos normales a la flexión elevados sobre el primero. Se recomienda buscar nuevas alternativas a estos elementos con atención a la reducción de peso.

## CONCLUSIONES

Se ha cumplido con el objetivo principal de este proyecto de tesis, el cual es analizar la cinemática de un mecanismo tipo clúster para el desarrollo de una silla de ruedas eléctrica con capacidad de ascenso en escaleras rectas. Los estudios presentados en este trabajo indican que, bajo entradas controladas a velocidad constante y secuenciadas mediante transiciones, el sistema realiza el posicionamiento, adaptación, ascenso sobre 5 escalones, y reconfiguración sobre la meseta, tomándole un total de 272.39 s.

Se propuso un diseño conceptual de un mecanismo tipo silla de ruedas con la capacidad de desplegarse y ascender sobre escaleras rectas con escalones rectos uniformes.

Se simuló la cinemática del mecanismo propuesto permitiendo obtener un diseño preliminar factible. Por medio de la programación en Matlab, el mecanismo pudo evaluarse entre los límites de pendiente propuestos y se verificó que no existen colisiones inoportunas.

Se evaluó la estabilidad del sistema durante el escalamiento en los entornos propuestos. Asimismo, mediante las masas y la base de datos de las simulaciones cinemáticas, fue posible aproximar las cargas sobre cada eslabón y analizar básicamente la resistencia de cada estructura para determinar factores de seguridad.

Se seleccionaron actuadores, sensores y ciertos elementos de interacción hombre-máquina, y fuentes de alimentación eléctrica para cumplir con los requerimientos cinemáticos en cada transición.

El diseño propuesto cumple con las normativas de edificación para una escalera recta sin descansos y de escalones uniformes. Está orientado hacia personas adultas con una masa máxima de 80 kg que sean capaces de controlar el vehículo mediante una mano.

La autonomía de la batería rendirá hasta poco menos de 29 min para las tareas de ascenso, mientras que hasta 5 horas aproximadas si se usa solo para desplazarse en superficies planas.

## BIBLIOGRAFÍA

- [LeyN,2012] Artículo 2 – Definición de persona con discapacidad - Ley N°29973
- [RNE,2006] Reglamento Nacional de Edificaciones – Perú
- [RENED,2012] Resultados de la Primera Encuesta Nacional Especializada sobre la Discapacidad
- [CONADIS,2014] Guía Gráfica de la norma técnica A.120
- [Ghani,2013] N. M. A. Ghani & A.N.K. Nasir, “PD-Fuzzy Control of a Stair Climbing Wheelchair”, AASRI Conference on Intelligent Systems and Control
- [Panomruttanarug,2014] B. Panomruttanarug & P. Chotikunnan, “Self-Balancing iBot-Like Wheelchair Based on Type-1 and Interval Type-2 Fuzzy Control”, King Mongkuts University of Technology Thonburi, Thailand
- [Yu,2012] S. Yu & T. Wang, “A Tip-Over and Slippage Stability Criterion for Stair-Climbing of a Wheelchair Robot with Variable Geometry Single Tracked Mechanism”, International Conference on Information and Automation
- [Quaglia,2009] G. Quaglia & W. Franco, “Wheelchair.q, a mechanical concept for stair climbing wheelchair”, International Conference on Robotics and Biomimetics
- [Lawn,2003] M. J. Lawn & T. Ishimatsu, “Modeling of a Stair-Climbing Wheelchair Mechanism With High Single-Step Capability”, IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, Vol. 11, No.3



- [Bang,2011] Y. Bang & Ch. Lee, “Two-Legged Stair-Climbing Wheelchair and Its Stair Dimension Measurement Using Distance Sensors”, 11th International Conference on Control, Automation and Systems
- [Sugahara,2011] Y. Sugahara & N. Yonezawa, “A Novel Stair-Climbing Wheelchair with Transformable Wheeled Four-Bar Linkages”, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems
- [Adrianzén,2010] I. C. Adrianzén-Ibárcena, “Estudio exploratorio antropométrico de los docentes de una universidad privada peruana”, Innovación & Emprendimiento, Revista Latinoamericana de Ciencias Empresariales
- [Drillis,1966] R. J. Drillis & R. Contini, “Body segment parameters”. School of engineering and science, New York University, New York
- [Whittle,2012] “Whittle’s Gait Analysis”, 5ta. Edición, Churchill Livingstone – Elsevier
- [Stein,1996] R. B. Stein, “Estimating Mechanical Parameters of Leg Segments in Individuals with and without Physical Disabilities”. IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering, Vol. 4, No.3
- [Voellmy,2015] Miro Voellmy, “Stair Recognition and Automatic Alignment for a Stair Climbing Wheelchair”, Bachelor Thesis, Spring Term 2015, ETH

## ANEXO A

### Estudio observacional de escaleras en la PUCP

#### A.1. Diseño de estudio:

Estudio observacional de dimensiones de una serie de escaleras edificadas en diversos pabellones dentro de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP).

#### A.2. Objetivos:

- Determinar las longitudes máximas y mínimas de paso y contrapaso en escaleras rectas, y su grado de pendiente dentro del campus de la PUCP.
- Identificar y discriminar según tipo de las escaleras y forma de sus escalones.
- Recoger medidas de paso y contrapaso de escalones en diversas escaleras.
- Analizar las muestras e identificar las ocurrencias y variaciones.
- Verificar que las dimensiones se hallen dentro de lo normado.

#### A.3. Selección y definición de variables:

Las escaleras nos permiten subir o bajar niveles de altura mediante escalones y la locomoción humana, de manera eficiente y relativamente segura a su grado de pendiente (Eleve Escaleras). A diferencia de las rampas, las escaleras aprovechan mejor el espacio donde son construidas.

Las partes de una escalera son variadas y dependen de su diseño como se expone en (Suryakanta, 2015) y (Steel Fabrication Services, 2017). Pero, con lo que respecta a la factibilidad de transitar sobre ellas, las dimensiones más importantes y de interés en este estudio son:

- Paso (P): Es el área plana donde se pisa mientras se asciende. También llamado pisada, huella, o tread en inglés.
- Contrapaso (CP): Es la porción vertical de cada escalón. También llamado alzada, contrahuella, o riser en inglés.

En (InspectAPedia), (International Residential Code R311.7, 2015) y (Reglamento Nacional de Edificaciones A.010, 2006), se evidencia que sus valores restrictivos

guardan similitudes; inclusive, en el módulo de la fórmula de Blondel<sup>1</sup> que las relaciona. Asimismo, en el título III.1-Arquitectura del Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE) bajo la norma A.040 (Centros educativos, cap.III, art.12), los valores de P y CP se limitan respectivamente entre 28-30 cm y 16-17 cm; mientras que el número máximo de CP sin descanso deben ser de 16.

#### **A.4. Escala de medida:**

Las variables son de medida racional; puesto que, además de identificarse mediante la observación o medida nominal, son medidas físicas de longitud. Éstas, que se restringen según (Reglamento Nacional de Edificaciones A.010, 2006) y durante su construcción, se expresan en milímetros.

#### **A.5. Metodología:**

- 1) Identificar edificaciones sin la construcción de accesos a sus pisos para personas con discapacidad.
- 2) Seleccionar el conjunto total de escaleras a estudiar y determinar la forma de sus escalones.
- 3) Solicitar autorización para recoger muestras.
- 4) Obtener el Número de escalones (n) y, de acuerdo a su forma, definir el procedimiento de medición.
- 5) Realizar mediciones de P y CP del primer, intermedio aproximado y último escalón.

#### **A.6. Resultados:**

*Del paso 1:* La PUCP cuenta en la actualidad con 86 grupos edificados dentro de su campus Pando como se documenta en (Mapa del Campus, 2017). En la breve exploración realizada por el autor, se visitaron grupos correspondientes a la mitad sur aproximada del campus según se esquematiza en la figura A.1. La simbología de ésta y las características encontradas se presentan en la tabla A.1. Las edificaciones con menos de 4 pisos no cuentan con ascensor, y suman 28. Los desniveles del terreno obligaron la construcción de escaleras y rampas de acceso a las primeras de sus

---

<sup>1</sup> Nicolas-François Blondel (15 de Junio de 1618, París, 21 de Enero de 1686) fue profesor y teórico de la arquitectura (entre otros cargos), quien desarrolló por primera vez el cálculo  $M=2CP+P$ , donde el módulo M se restringe según exigencias de ergonomía y seguridad frente al riesgo de caídas.

plantas. Según la Oficina de Seguridad Integral, la PUCP proporciona asistencia con un total de 2 máquinas marca Vimec modelo Roby T09, y el personal calificado en su manipulación, para personas en sillas de ruedas que deseen acceder a las demás plantas.

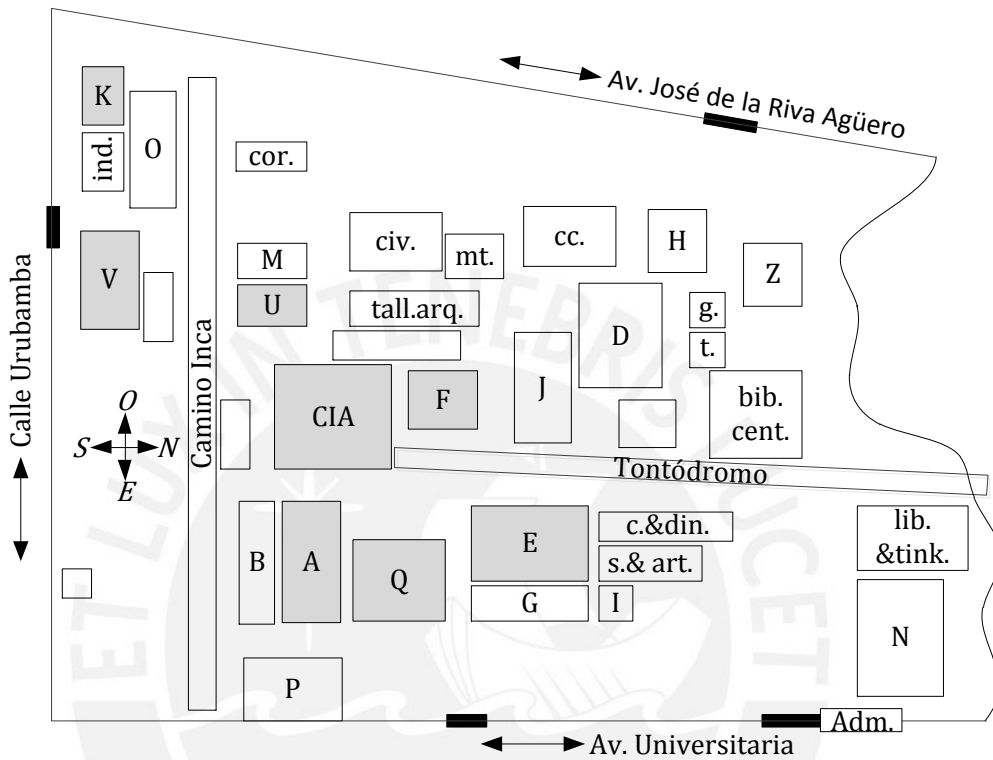


Figura A.1: Croquis de la mitad sur del campus de la PUCP. Pabellones sombreados con muestras para el análisis

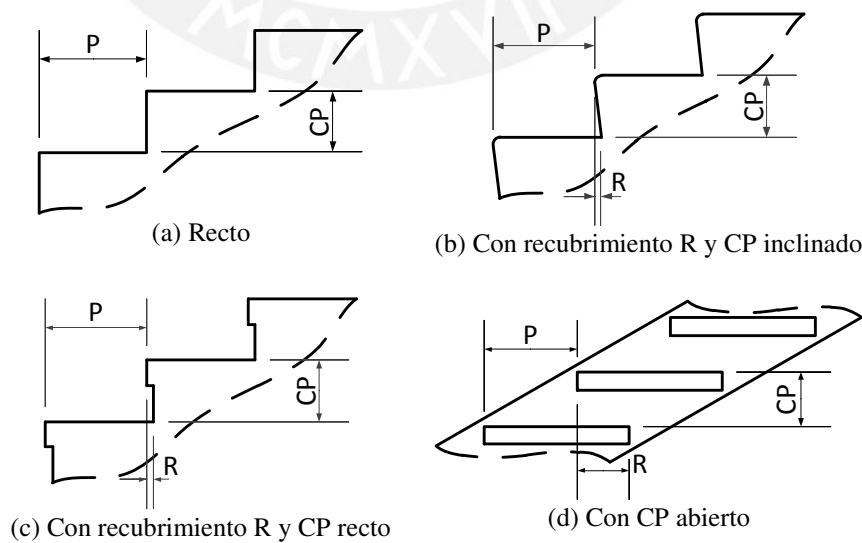


Figura A.2: Formas de escalones hallados

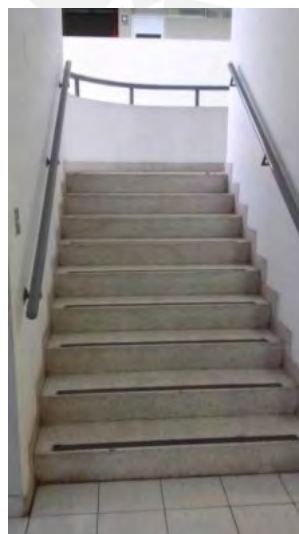
Tabla A.1: Observaciones en los pabellones visitados

Símbolo	Referencia del lugar	Máximo número de plantas		Ascensor	Escaleras entre plantas								
		plantas			Disposición		Material		Tipo				
		Superiores	Subterráneas		Interior	Exterior	Hormigón	Metal	Rectas	Media vuelta	Curvo		
P	Ceprepuc	3	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
adm.	Oficina Central de Admisión e Información	2	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
Q	Sección Química	3	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	✓
G	Facultad de Ciencias Contables	2	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	-	-
I	Facultad de Arte	2	1	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
s.&art.	Aulas y talleres de la Facultad de Arte	2	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	-	-
c.&din.	Edificio Dintilhac	3	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	✓
N	Complejo Felipe McGregor	12	-	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
lib.&tink.	Librería y Tinkuy	3	1	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-
bib.cent.	Biblioteca Central	4	1	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-	-
t.	Departamento Académico de Teología	2	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
g.	Facultad de Gestión y Alta Dirección	2	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
H	Facultad de Letras y Ciencias Humanas	4	-	✓	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
Z	Aulas multiuso	4	-	✓	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
D	Facultad de Decho	2	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
c.c.	Comedor Central	2	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
mt.	Sección Matemáticas	2	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
cor.	Instituto de Corrosión y Protección	2	-	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	-
cív.	Sección Ingeniería Civil	2	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
M	Sección Ingeniería Minas	3	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
tall.arq.	Talleres de la Facultad de Arquitectura y Urb.	3	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
ind.	Sección Ingeniería Industrial	2	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
K	Centro de Tecn. Avanzadas de Manufactura	3	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
U	Sección Ingeniería Mecánica	3	-	-	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
CIA	Complejo de Innovación Académica - Bib.	4	2	✓	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
B	Complejo de Innovación Académica - Aul.	8	3	✓	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-
A	Facultad de Ciencias e Ingenierías	2	-	-	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
E	Estudios Generales Ciencias	3	1	✓	-	-	✓	✓	-	-	-	✓	-
V	Sección Ingeniería Electrónica	3	-	-	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
O	Laboratorio de Procesos Industriales	4	-	✓	-	✓	✓	✓	-	-	-	✓	-

Consideraciones. 1) Las escaleras en interiores están cercadas por paredes y techo, y/o son resguardadas por puertas o conectan habitaciones interiormente. 2) Las escaleras rectas poseen uno o más tramos colineales de escalones rectos; las escaleras de media vuelta están formadas por 2 tramos rectos de escalones de sentido opuesto, que están separados por un rellano; y las escaleras curvas incluyen escalones no uniformes dirigidos por la curvatura del tramo o tramos.

*De los pasos 2 y 3:* Debido al corto alcance de este estudio, solo son analizadas escaleras entre plantas correspondientes a 8 grupos de edificaciones con los que el autor está más familiarizado. La figura A.1 los muestra sombreados. En éstos, se observaron 4 formas de escalones típicos, representados en la figura A.2, de los cuales solo los de sin pared fueron construidos principalmente de metal. Las escaleras halladas también se discriminan de acuerdo a su tipo y material. Las muestras se recogen solo de escaleras de hormigón, rectas y de media vuelta, que representan el material y los tipos identificados más comunes. Su cantidad se determinó según las impresiones de sus pendientes que significan similitudes visibles entre escaleras de un mismo pabellón, la disponibilidad del espacio necesario para tomar las muestras y la autorización previa correspondiente.

*De los pasos 4 y 5:* Las longitudes de P y CP fueron medidas con una cinta métrica con 1 mm de resolución. Puesto que los valores de recubrimiento R, de los casos con escalones no rectos, se hallaron casi imperceptibles e irregulares por zonas a lo ancho del escalón, entonces las medidas de P se registraron incluyendo este valor. Los datos tabulados de las figuras A.3 a A.11 presentan: a n; C; CP y su pendiente ( $^{\circ}$  obtenida mediante el arcotangente de CP/P y en grados) medidos una sola vez por escalón; el número de escalera por pabellón (N $^{\circ}$ ); y la referencia (Ref.) que indica el sentido en el que fueron recogidas las medidas.



N $^{\circ}$	n	P	CP	$^{\circ}$	Ref.
1er Piso					
1	9	287	176	31.52	Escalera de media vuelta
		285	169	30.67	
		283	160	29.48	
	9	282	161	29.72	
		286	164	29.83	
		284	162	29.70	
2do Piso					

\* Al interior, de escalones con recubrimiento y CP inclinado, y ancho uniforme

Figura A.3: Muestras en el pabellón K: Centro de Tecnologías Avanzadas de Manufactura



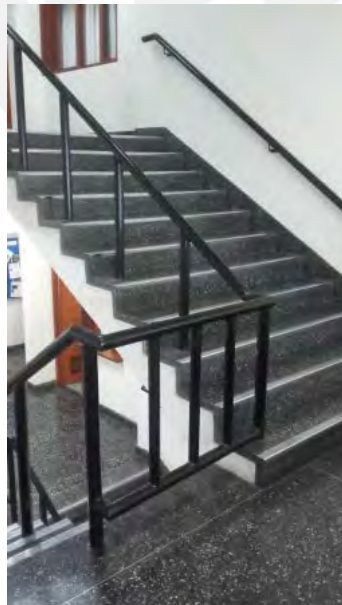
N°	n	P	CP	°	Ref.
Desnivel ext.					
1	4	347	155	24.07	Acceso
		345	145	22.80	
		346	150	23.44	
1er Piso					

\* Al exterior, de escalones rectos, y ancho no uniforme

N°	n	P	CP	°	Ref.
1er piso (ext.)					
2	12	290	170	30.38	Escalera de media vuelta
		288	176	31.43	
		290	184	32.39	
	11	290	174	30.96	
		290	170	30.38	
		284	176	31.79	
2do piso (ext.)					

\* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP inclinado, y ancho uniforme

Figura A.4: Muestras en el pabellón V: Ingeniería Electrónica



N°	n	P	CP	°	Ref.
2do Piso					
1	11	310	178	29.86	Escalera de media vuelta
		309	178	29.94	
		307	172	29.26	
	11	307	171	29.12	
		302	171	29.52	
		306	171	29.20	
3er Piso					

\* Al interior, de escalones rectos, y ancho uniforme

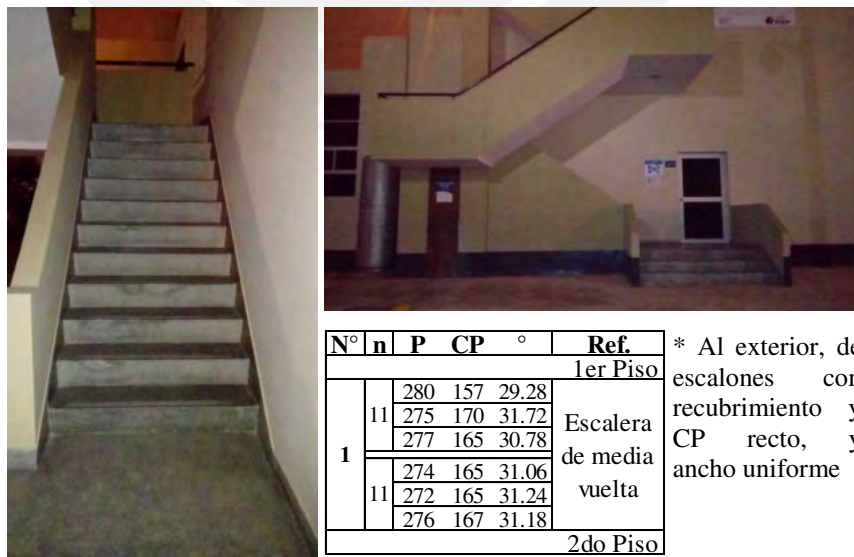
Figura A.5: Muestras en el pabellón F: Física



N°	n	P	CP	°	Ref.	N°	n	P	CP	°	Ref.	N°	n	P	CP	°	Ref.
1er Piso						1er Piso						1er Piso					
1	15	280	188	33.88	Escalera de media vuelta	3	16	294	172	30.33	Escalera de media vuelta	4	16	291	179	31.60	Escalera de media vuelta
		280	168	30.96				291	160	28.80				286	163	29.68	
		278	171	31.60				295	167	29.51				294	160	28.56	
	12	280	177	32.30			294	172	30.33	296			170	29.87			
		276	174	32.23			290	165	29.64	294			160	28.56			
		284	170	30.90			290	165	29.64	296			162	28.69			
2do Piso						2do Piso						2do Piso					
2	8	278	193	34.77	Escalera de media vuelta	* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP recto, y ancho uniforme						* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP recto, y ancho uniforme					
		280	183	33.17													
		280	188	33.88													
	8	281	174	31.77													
		280	181	32.88													
		287	179	31.95													
3er Piso																	

\* Al interior, de escalones rectos, y ancho uniforme

Figura A.6: Muestras en el pabellón U: Ingeniería Mecánica

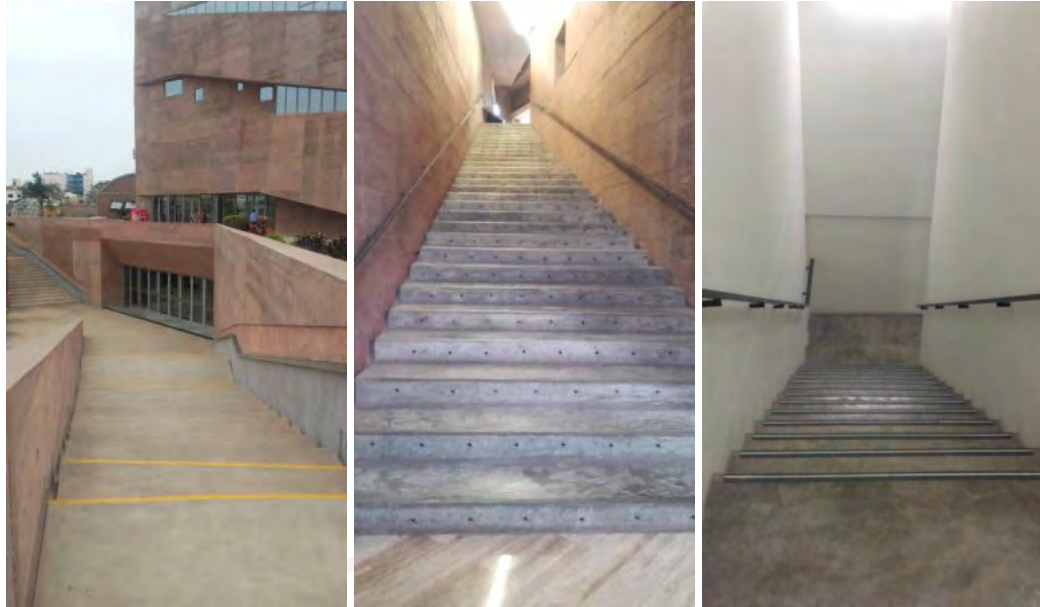


N°	n	P	CP	°	Ref.
1er Piso					
1	11	280	157	29.28	Escalera de media vuelta
		275	170	31.72	
		277	165	30.78	
	11	274	165	31.06	
		272	165	31.24	
	276	167	31.18		
2do Piso					

\* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP recto, y ancho uniforme

Figura A.7: Muestras en el pabellón Q: Química



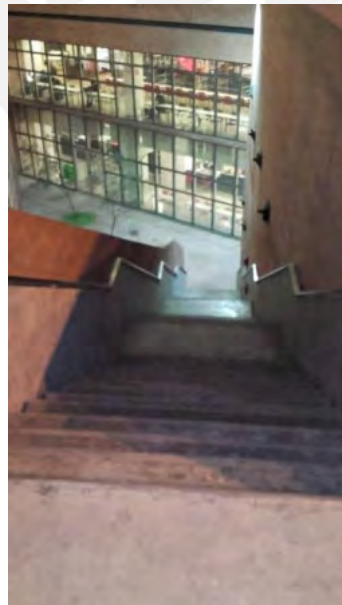


N°	n	P	CP	°	Ref.	N°	n	P	CP	°	Ref.	N°	n	P	CP	°	Ref.
Subterráneo1 (ext.)						1er Piso						1er Piso (emergencia)					
1	15	690	153	12.50	Escalera recta	2	29	575	164	15.92	Escalera recta	3	15	296	176	30.74	Escalera de media vuelta
		698	178	14.31				550	171	17.27				302	169	29.23	
		695	172	13.90				500	174	19.19				305	172	29.42	
	15	700	172	13.80		2do Piso							14	308	176	29.74	
		700	172	13.80		* Al interior, de escalones rectos, y ancho no uniforme. Tramo con reducción de ancho	314	171	28.57								
		680	175	14.43		2do Piso (emergencia)								305	178	30.27	

\* Al exterior, de escalones rectos, y ancho uniforme. Tramo inclinado hacia un lado

\* Al interior, de escalones rectos, y ancho uniforme

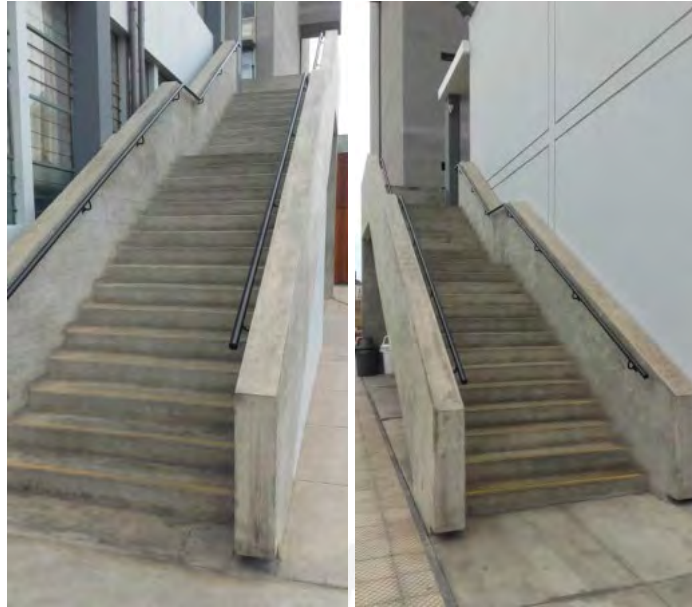
Figura A.8: Muestras en la biblioteca CIA: Complejo de Innovación Académica



N°	n	P	CP	°	Ref.	
Subterráneo2 (ext.)						
14		284	201	35.29	Escalera recta	
		272	180	33.50		
		254	174	34.41		
14		284	174	31.49		
		278	163	30.38		
		288	170	30.55		
14		293	156	28.03		
		290	169	30.23		
		289	181	32.06		
13		281	179	32.50		
		282	167	30.63		
		292	184	32.22		
1er Piso (ext.)						

\* Al exterior, de escalones rectos, y ancho uniforme

Figura A.9: Muestras en la biblioteca CIA: Complejo de Innovación Académica

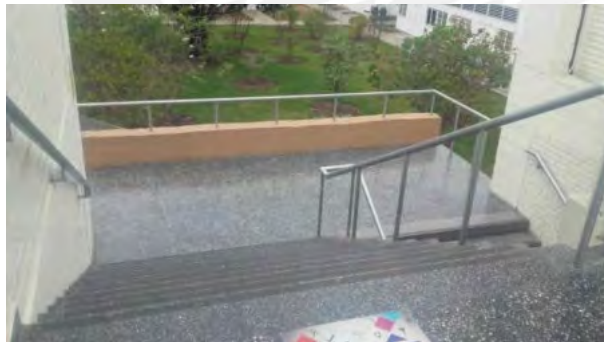


N°	n	P	CP	°	Ref.	N°	n	P	CP	°	Ref.
1er Piso (ext.)						1er Piso (ext.)					
1	16	300	166	28.96	Escalera recta	2	14	300	160	28.07	Escalera recta
		298	174	30.28				304	170	29.21	
		300	170	29.54				294	174	30.62	
	302	164	28.50	302			170	29.38			
	298	170	29.70	298		176	30.57				
10	298	168	29.41	300	168	29.25					
2do Piso (ext.)						2do Piso (ext.)					

\* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP inclinado, y ancho uniforme

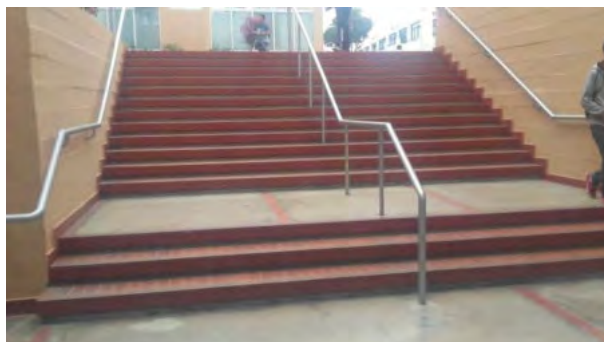
\* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP inclinado, y ancho uniforme

Figura A.10: Muestras en el pabellón A: Aulario



N°	n	P	CP	°	Ref.
2do Piso					
1	10	296	160	28.39	Escalera de media vuelta
		298	165	28.97	
		296	167	29.43	
	12	294	178	31.19	
	296	178	31.02		
298	170	29.70			
3er Piso					

\* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP inclinado, y ancho uniforme



N°	n	P	CP	°	Ref.
Subterráneo1					
2	3	306	162	27.90	Escalones (Rectos)
	12	296	182	31.59	
		304	176	30.07	
		300	174	30.11	
1er piso (int.)					

\* Al exterior, de escalones con recubrimiento y CP recto, y ancho uniforme

Figura A.11: Muestras en el pabellón E: Estudios Generales de Ciencias

### A.7. Análisis y resultados:

Las muestras fueron obtenidas de un total de 17 escaleras, de las cuales 7 son tipo rectas; y 10, de media vuelta. 100 escalones fueron medidos. El máximo número de escalones en un solo tramo (29) se presenta en la escalera recta interior de baja pendiente, de ancho variable y sin descanso en el CIA (figura A.8). Las escaleras de media vuelta no siempre comparten el mismo número de escalones por tramo según las figuras A.4, A.6, A.8 y A.11.

Las ocurrencias por rangos de P, CP y ° de todos los valores recogidos (100 muestras cada uno) se presentan de la figura A.12 a A.14. Mayor información se ha añadido en sus descripciones.

De acuerdo a las muestras de P y sus 18 agrupaciones de 25 mm de rango, se observa que el 67% de ellas está comprendido entre 276-300 mm; seguidas de un 16% y 6% respectivos a 301-325 y 676-700 mm. Su gráfica y estadísticos indican el sesgo a la izquierda entre su mínimo de 254 mm y su máximo de 700 mm. Existen 61 de sus muestras entre 280 y 300 mm.

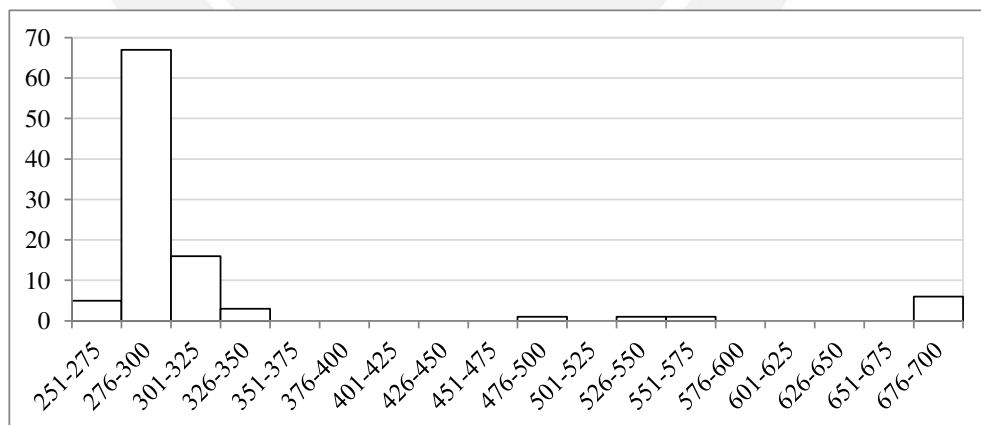


Figura A.12: Histograma de pasos P. 18 clases de rango 25 mm. Media=324.30; Mediana= 294.00; Moda=280.00; Desv.estándar= 104.14; Mínimo= 254.00; Máximo= 700.00. Datos en mm.

Según las muestras de CP y sus 10 grupos de 6 mm de rango, se observa que el 36% de ellas está comprendida entre 169-174 mm; seguidas de dos 19% y un 11% respectivos a 163-168, 175-180 y 157-162 mm. Su gráfica y estadísticos indican una aproximación normal (histograma normal) entre su mínimo de 145 mm y su máximo de 201 mm. Existen 43 de sus muestras entre 160 y 170 mm.

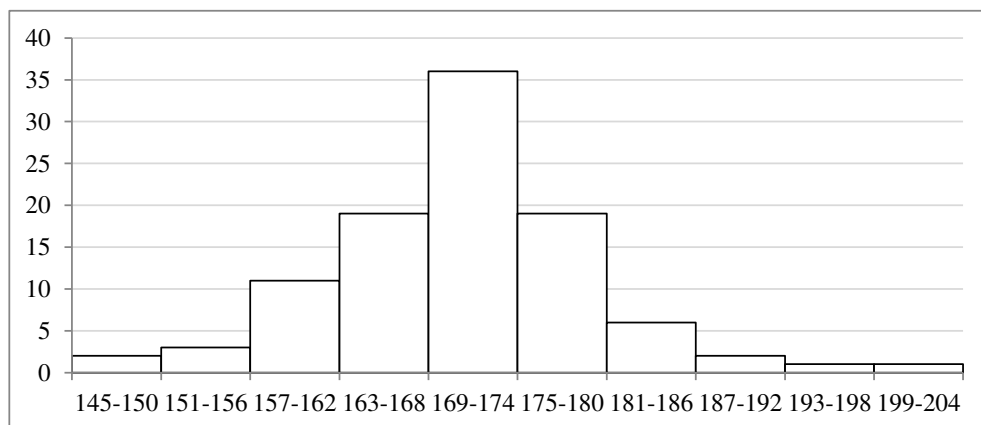


Figura A.13: Histograma de contrapasos CP. 10 clases de rango 6 mm. Media=170.76; Mediana=171.00; Moda=170.00; Desv.estándar= 8.68; Mínimo= 145.00; Máximo= 201.00. Datos en mm.

Conforme a las pendientes calculadas ° (par P y CP) y sus 16 clases de 1.5 grados de rango, se observa que el 35% de ellas está comprendida entre 28.51-30.00°; seguidas de un 27% y 15% respectivos a 30.01-35.50 y 31.51-33.00°. Su gráfica y estadísticos indican el sesgo a la derecha entre su mínimo de 12.50° y su máximo de 35.29°. Existen 62 de sus muestras entre 28.07° y 31.26°.

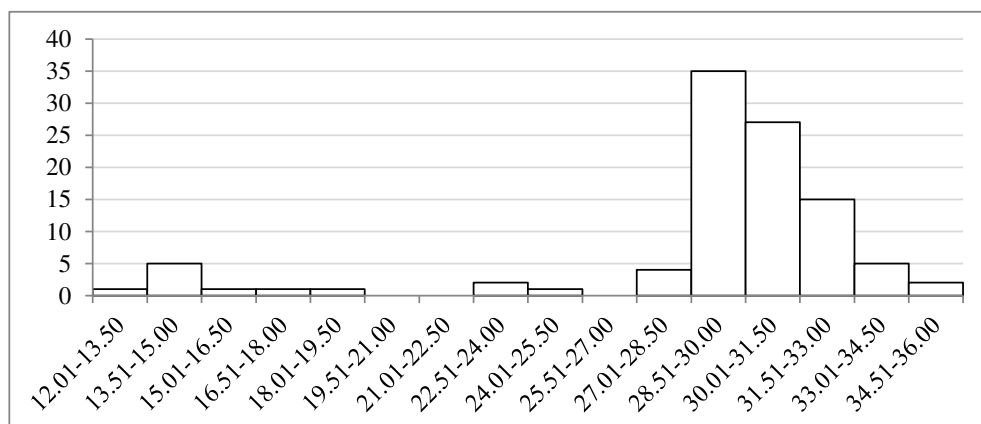


Figura A.14: Histograma de pendientes °. 16 clases de rango 1.5 grados. Media=28.92°; Mediana=29.91; Moda=13.80; Desv.estándar= 4.83; Mínimo= 12.50; Máximo= 35.29. Datos en grados.

Por último, en contraste con la norma A.040, se hallan conformes solo 31 de 100 escalones; mientras que, según la norma A.010, existen 56. En la figura A.15, se presenta el total de datos recogidos y sus correspondencias con ambas normas. Aunque la mayoría se concentra en, y muy próximo a, las condiciones generales de la norma A.010, se encontraron casos con dimensiones bastante alejadas. Estas muestras, que corresponden a las escaleras de baja pendiente de las figuras A.4 (CIA-1 y 2) y A.8 (Pabellón B-1), definen a su estructura como escalinatas según (Eleve Escaleras).

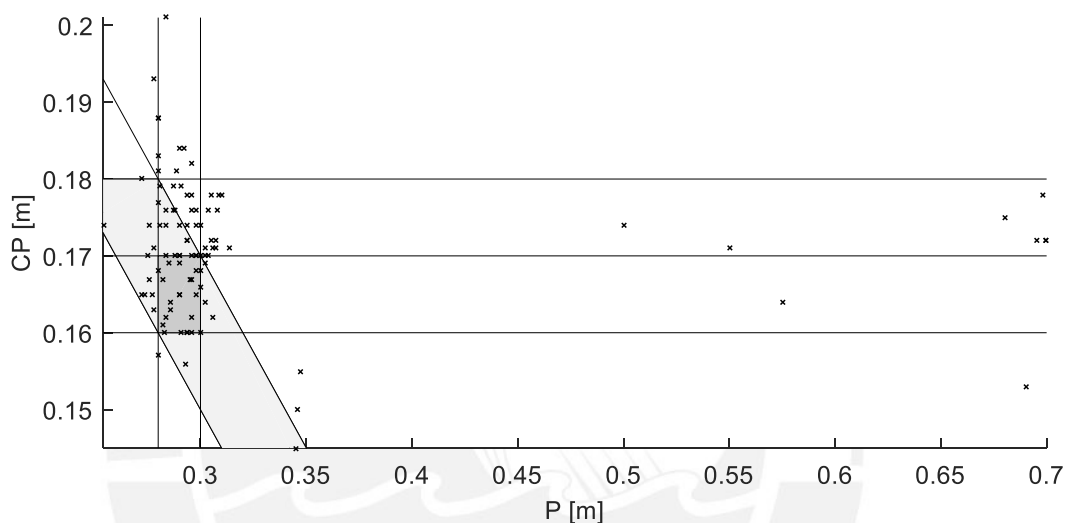


Figura A.15: Escalones vs Norma A.040 (región gris oscura) y Norma A.010 (región gris clara)

## A.8. Conclusiones

- Se obtuvieron longitudes máximas y mínimas características en escaleras con tramos rectos en 8 pabellones correspondientes a la mitad sur aproximada del campus de Pando de la PUCP. Los valores extremos de paso y contrapaso se hallaron respectivamente entre 254 y 700 mm, y entre 145 y 201 mm. Por otro lado, los cálculos de pendiente por escalón están entre  $12.50^\circ$  y  $35.29^\circ$ .
- Aunque en dicha mitad existen no solo escaleras de tipo rectas y de media vuelta, éstas sí representan la mayoría de los accesos entre pisos de una edificación. Sus construcciones a base de hormigón solo existen en escalones con pared de contrapaso.
- Según el análisis, aunque el máximo paso hallado entre sus 100 mediciones fue de 700 mm, los datos indican una mayor ocurrencia (67%) de valores P entre 276 y 300 mm. El contrapaso, por el contrario, posee mucha menor

desviación estándar y una frecuencia del 66% de valores CP entre 163 y 180 mm.

- De acuerdo a la norma para edificación de escaleras en centros educativos (A.040, cap.III, art.12) de la RNE, el 69% del total de escalones se entrevén fuera de los límites estipulados; asimismo, las condiciones generales de la norma A.010, con rangos legales más amplios para P y CP, corroboran solo el 56%.
- Se observaron 3 escalinatas en 17 de los accesos analizados. Una en el pabellón V, y dos en el CIA. Una de las del CIA excedería en 12 escalones según lo normado.
- Las longitudes excedentes en 1 a 3 mm pueden deberse al error humano en la medición; mientras que las variaciones mayores (moderadas y excesivas), el autor supone que: (i) se deben a la acumulación de errores en la construcción de los escalones iniciales por tramo, que generaron que el último escalón construido presente compensaciones en su longitud; y (ii) se permiten luego de cumplir otros requerimientos legales no revisados sin acceso para el autor.

#### **A.9. Bibliografía:**

- Steel Fabrication Services*. (18 de Febrero de 2017). Obtenido de <http://steelfabservices.com.au/6-top-types-of-staircase-design/>
- Eleve Escaleras*. (s.f.). Recuperado el 20 de Setiembre de 2017, de <http://www.eleveescaleras.com.ar/clasificacion-de-escaleras.htm>
- InspectAPedia*. (s.f.). Recuperado el 11 de Agosto de 2017, de [https://inspectapedia.com/Stairs/Stair\\_Building\\_Codes.php](https://inspectapedia.com/Stairs/Stair_Building_Codes.php)
- International Residential Code R311.7. (2015). *UpCodes*. Recuperado el 20 de Setiembre de 2017, de [https://up.codes/viewer/new\\_mexico/int\\_residential\\_code\\_2015/chapter/3/building-planning#R311](https://up.codes/viewer/new_mexico/int_residential_code_2015/chapter/3/building-planning#R311)
- Mapa del Campus. (2017). *Archivos PUCP*. Recuperado el 20 de Setiembre de 2017, de <http://files.pucp.edu.pe/homepucp/uploads/2015/10/07181649/mapa-PUCP-2017.pdf>
- Reglamento Nacional de Edificaciones A.010. (2006). *Ministerio de Vivienda, Construcción y Sanamiento*. Recuperado el 3 de Abril de 2017, de <http://www3.vivienda.gob.pe/ejes/vivienda-y-urbanismo/documentos/Reglamento%20Nacional%20de%20Edificaciones.pdf>
- Suryakanta. (28 de Setiembre de 2015). *civilblog.org*. Obtenido de <http://civilblog.org/2015/09/28/10-different-types-of-stairs-commonly-designed-for-buildings/>

## ANEXO B

### Grupos y elementos de la silla de ruedas

En este anexo, se presentan los grupos y elementos que conforman el vehículo propuesto desde varias vistas para su comprensión. La figura B.1 expone el esquema general y una referencia visual de la ubicación de cada grupo. Los elementos de cada grupo y sus dimensiones se esquematizan desde la figura B.2 a la figura B.7.

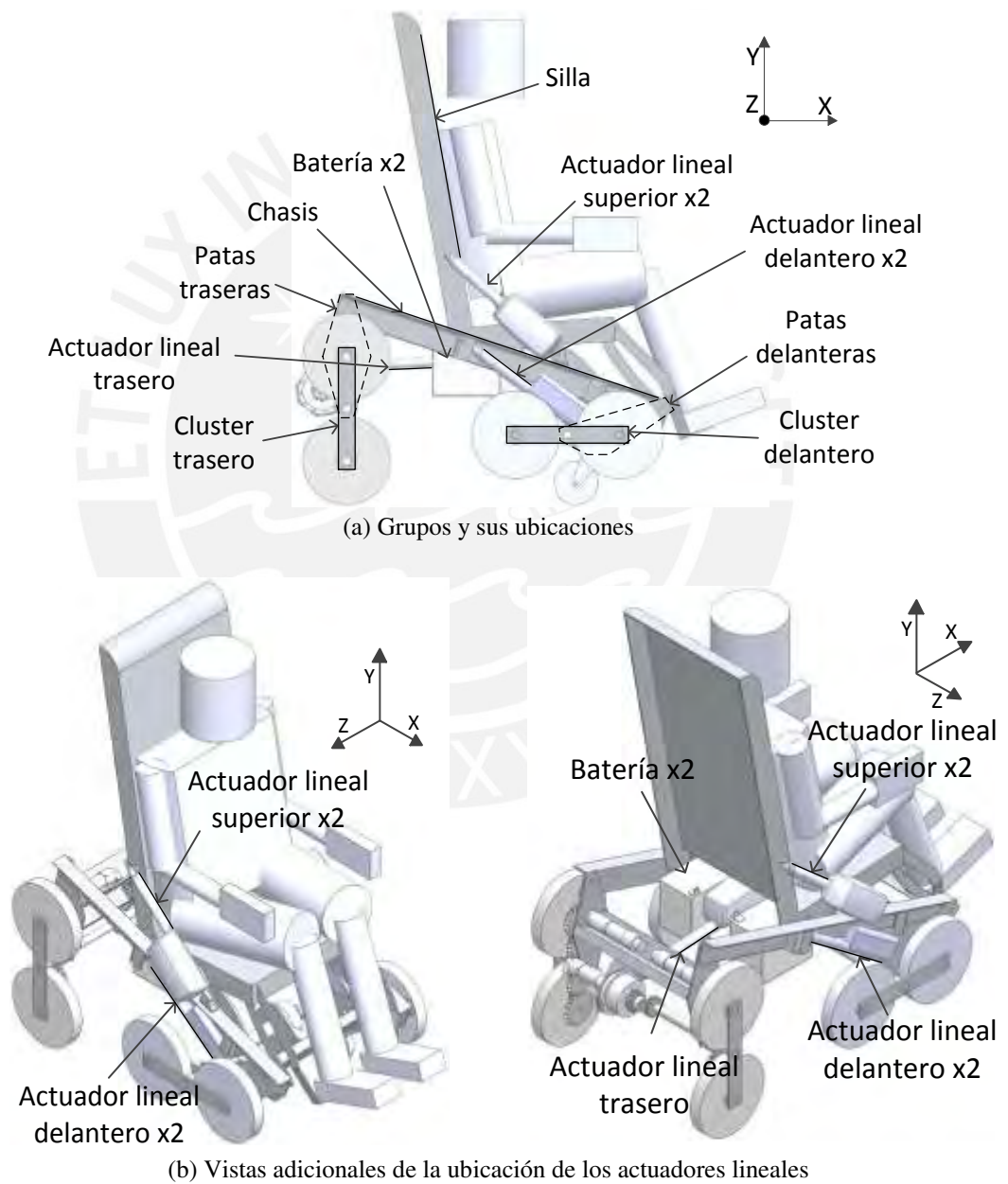
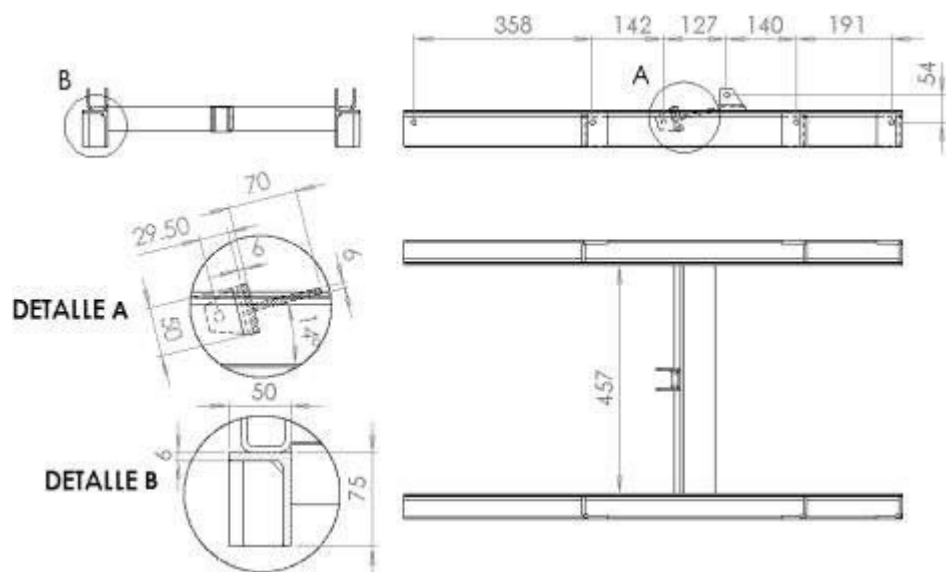
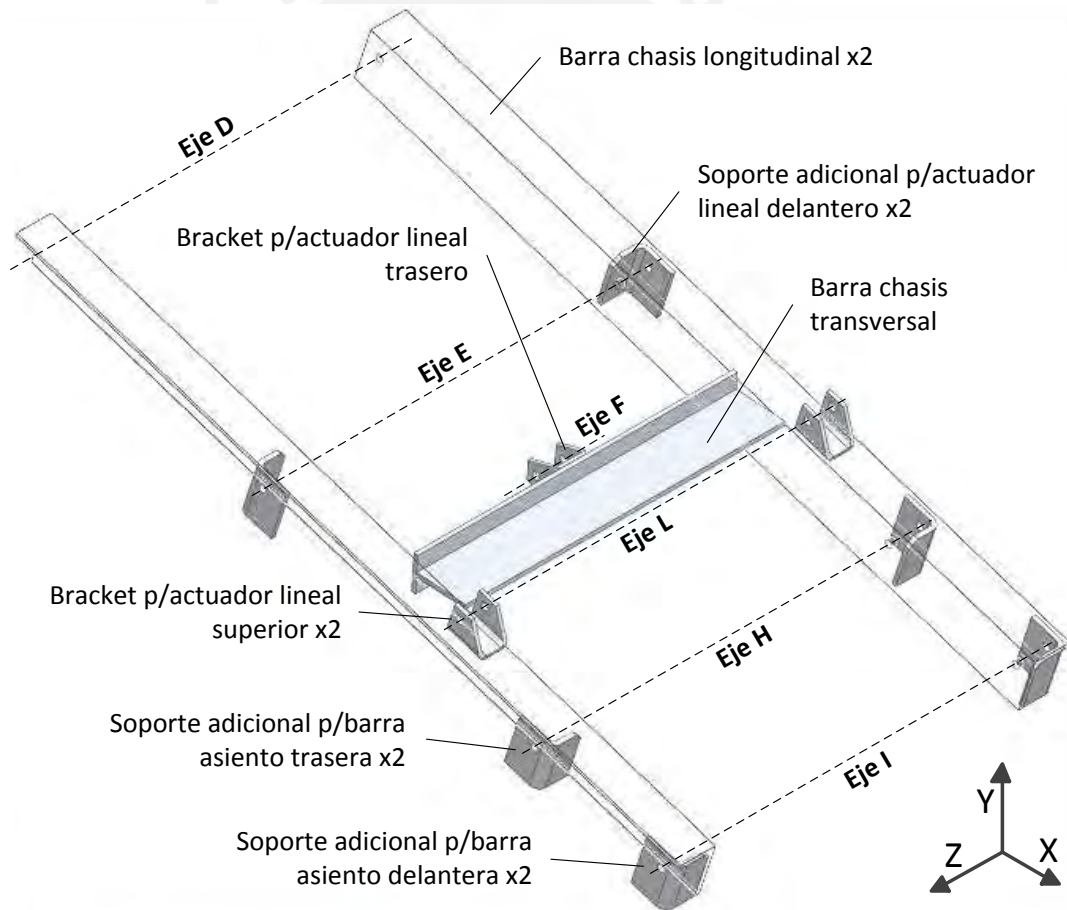


Figura B.1: Vehículo propuesto..





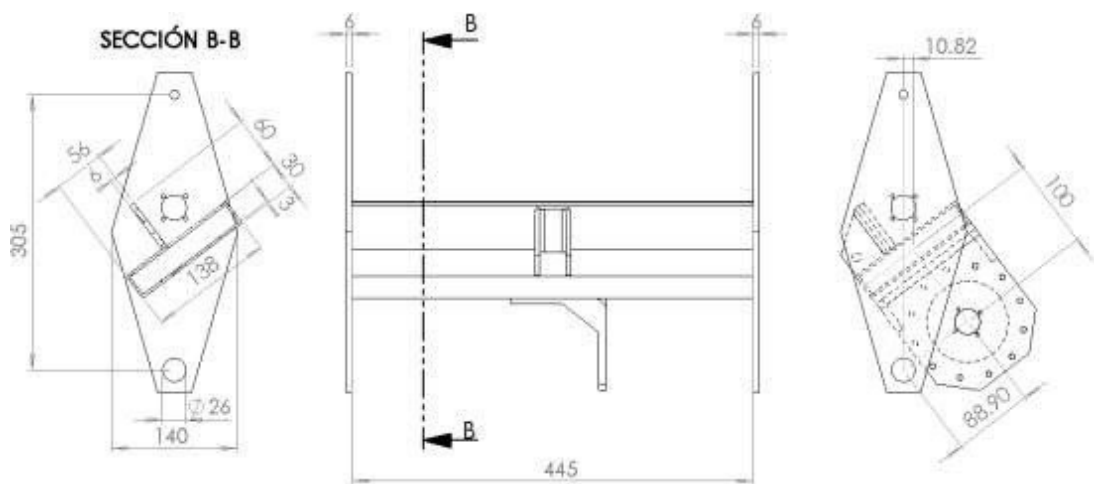
(a) Dimensiones representativas de su estructura soporte en mm



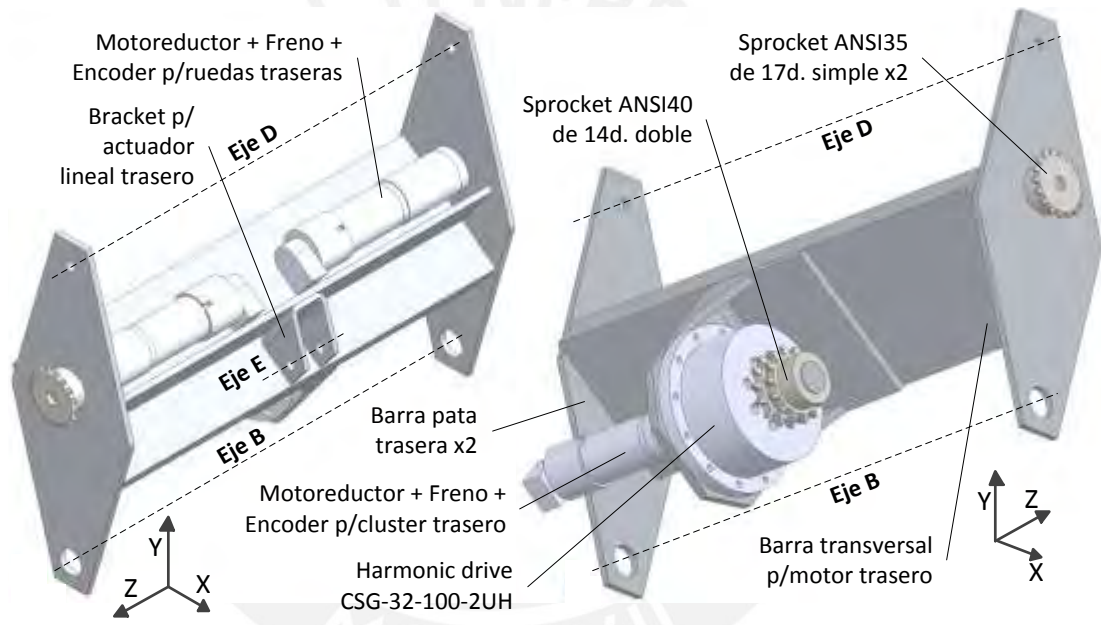
(b) Exposición 3D de sus ejes y elementos adicionales

Figura B.2: Grupo Chasis



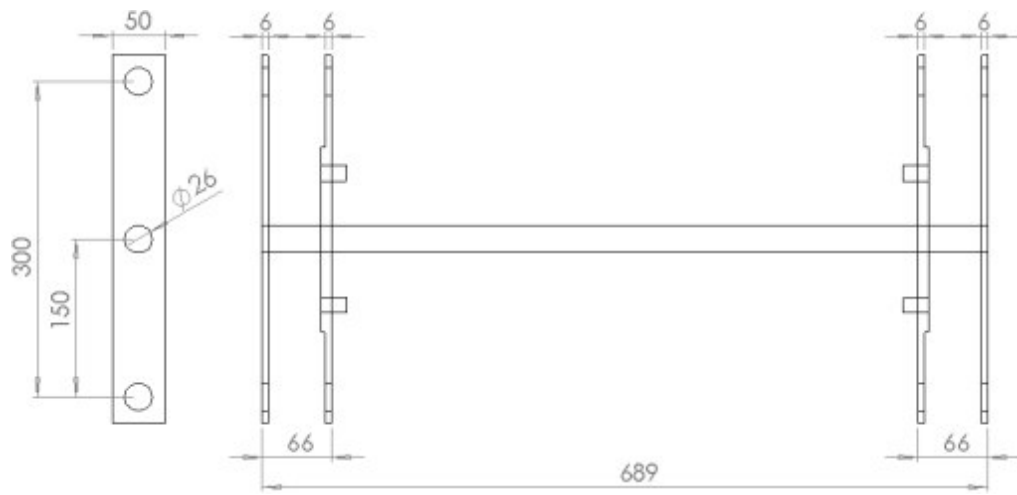


(a) Dimensiones representativas de su estructura soporte en mm

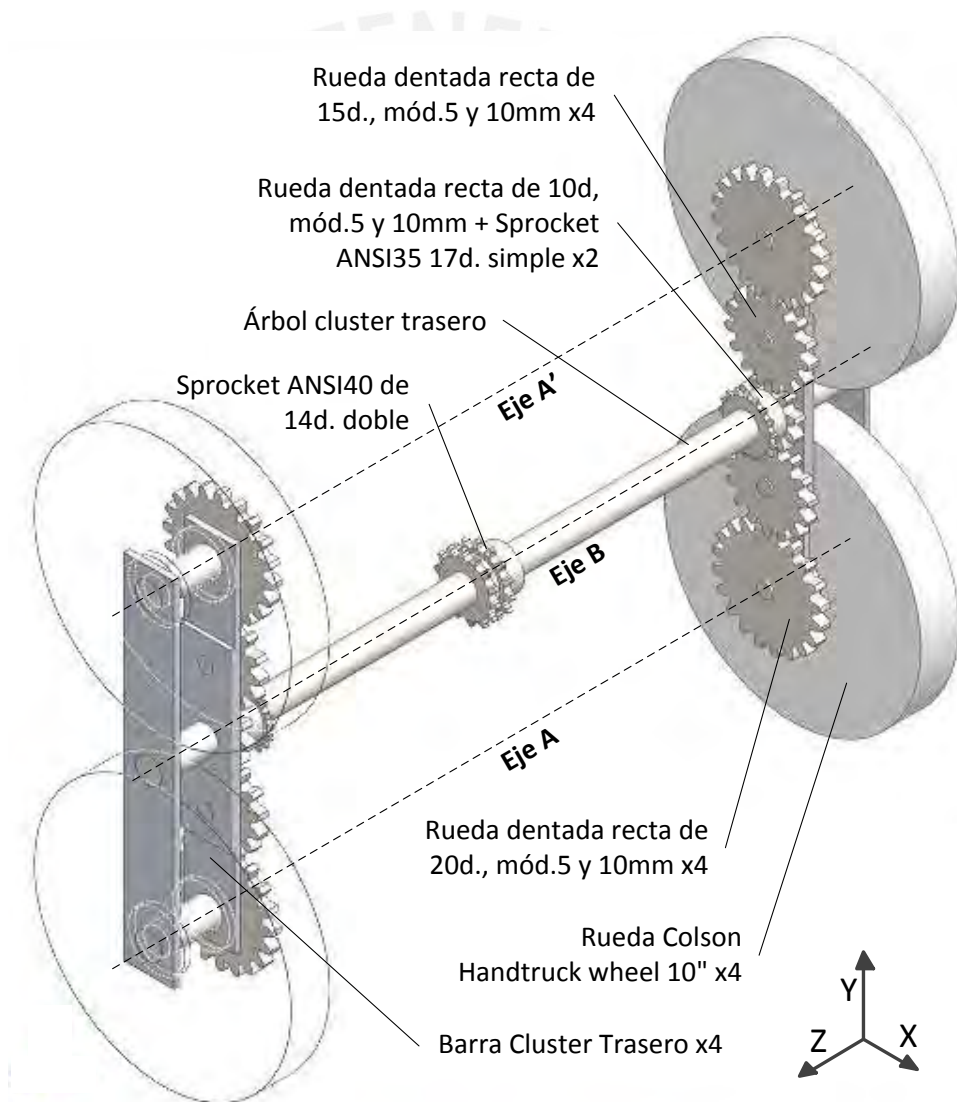


(b) Exposición 3D de sus ejes y elementos adicionales

Figura B.3: Grupo Patas traseras

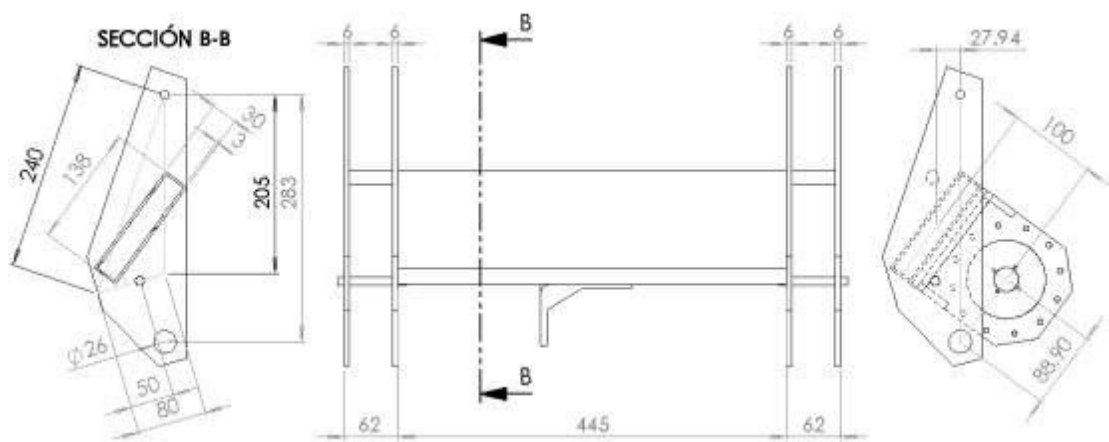


(a) Dimensiones representativas de su estructura soporte en mm

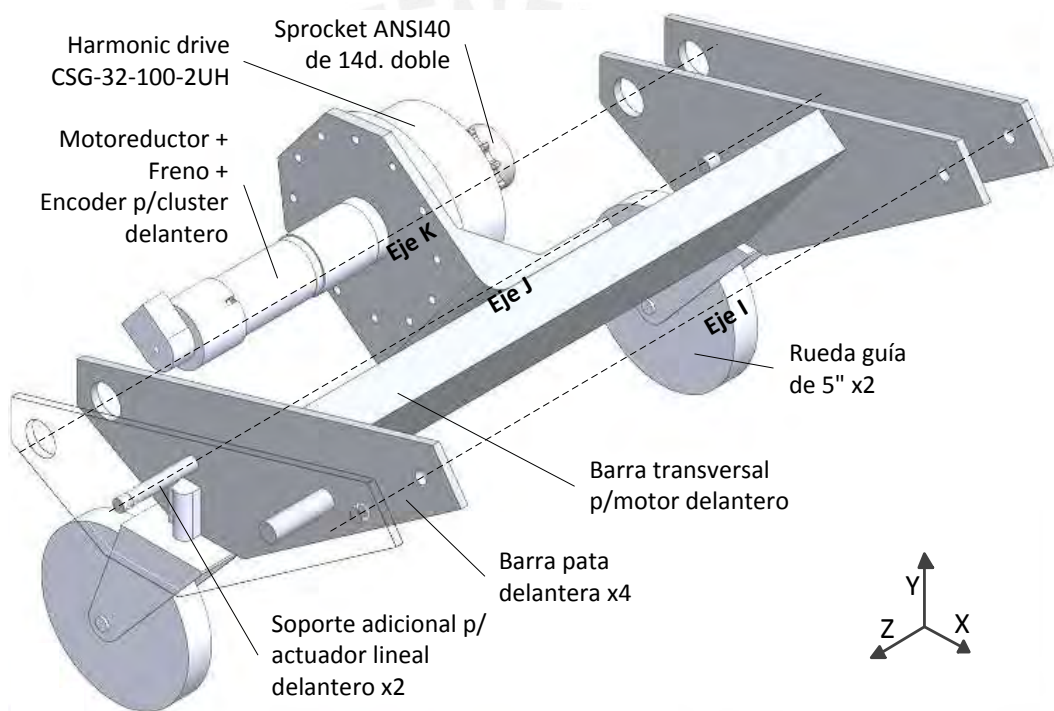


(b) Exposición 3D de sus ejes y elementos adicionales

Figura B.4: Grupo Cluster trasero

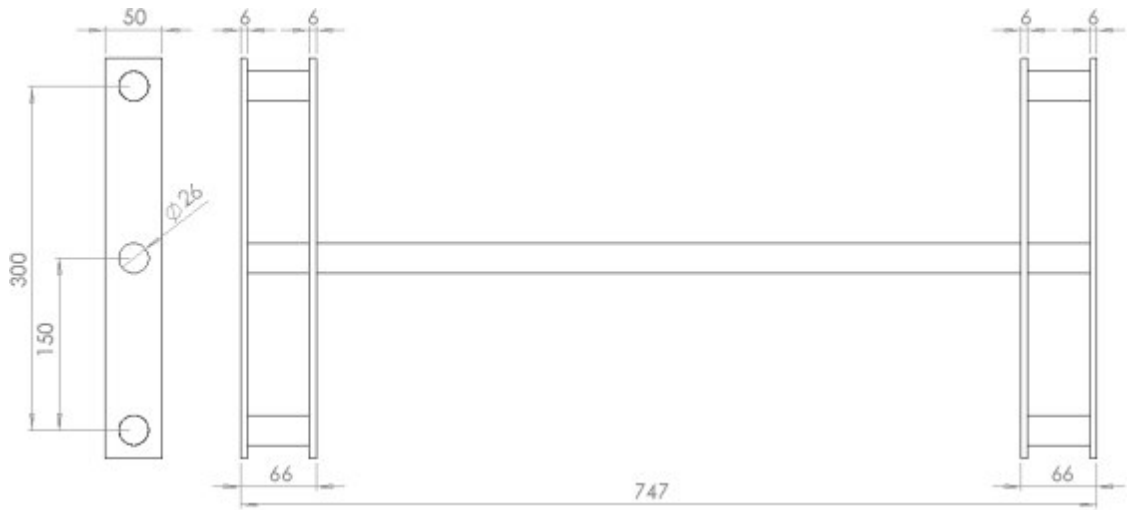


(a) Dimensiones representativas de su estructura soporte en mm

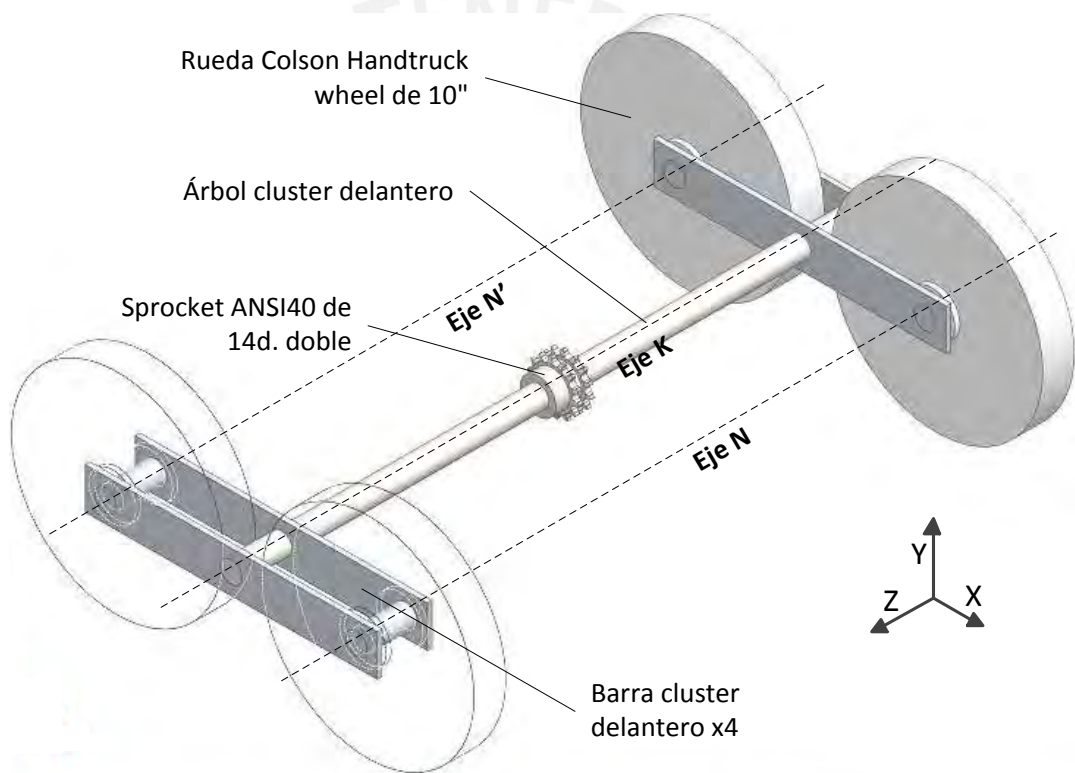


(b) Exposición 3D de sus ejes y elementos adicionales

Figura B.5: Grupo Patas delanteras

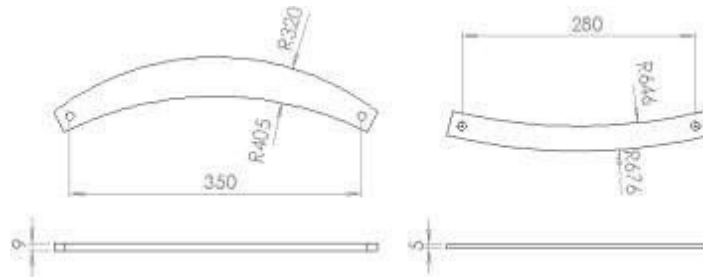


(a) Dimensiones representativas de su estructura soporte en mm

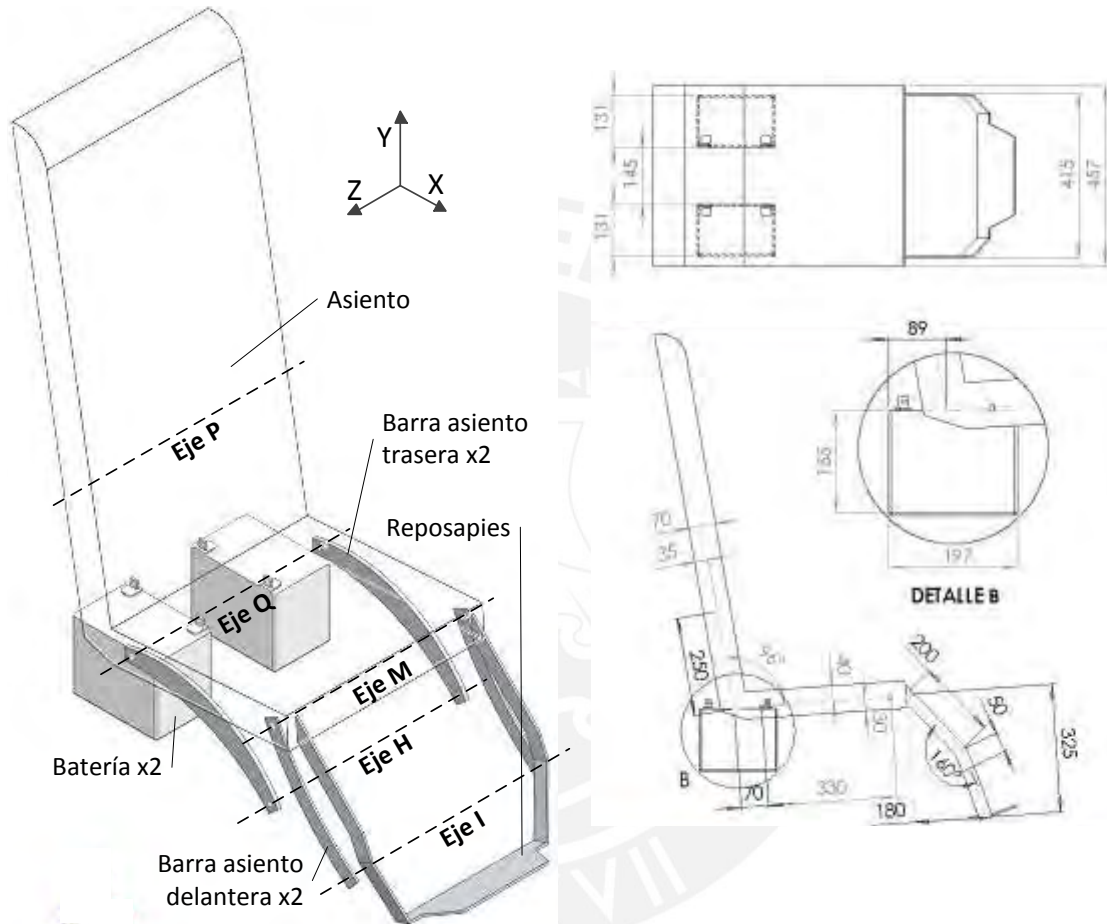


(b) Exposición 3D de sus ejes y elementos adicionales

Figura B.6: Grupo Cluster delantero



(a) Dimensiones representativas de las barras bajo el asiento en mm



(b) Exposición 3D conjunta de sus ejes y elementos adicionales

(c) Dimensiones representativas del asiento y ubicación deseada de baterías en mm

Figura B.7: Grupos Silla y Barras asiento

## ANEXO C

### Estados intermedios y transiciones

En este anexo, se describen estados intermedios y transiciones del vehículo de los estados E, G, H, I y J. Las actuaciones sobre los grupos cluster trasero (CT) y delantero (CD), ruedas traseras (RT), actuador lineal trasero (ALT), y actuadores lineales delanteros (ALD) y superiores (ALS) se exponen indicados mediante flechas acorde a cada transición mostrada.

#### C.1. Estado E

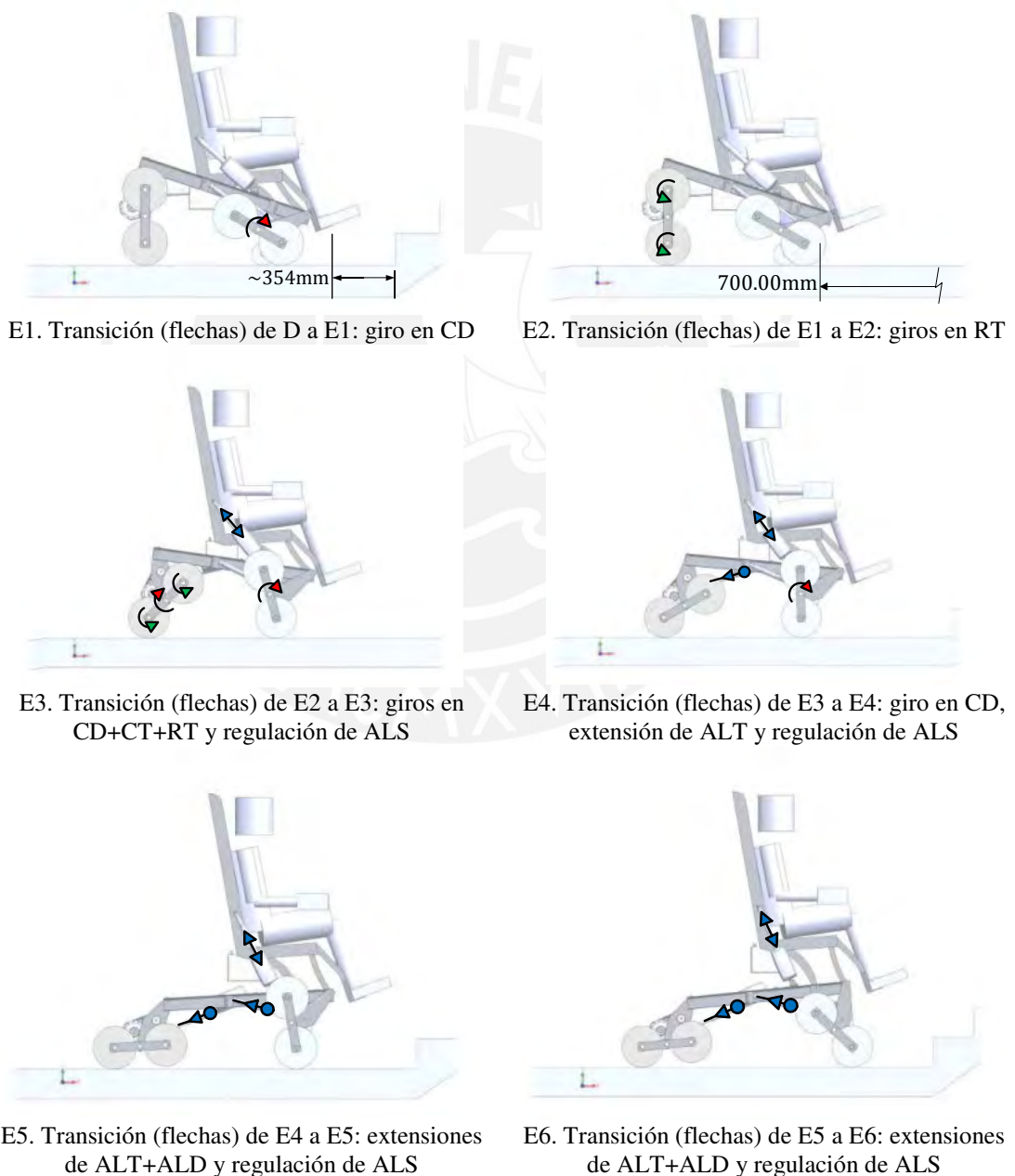
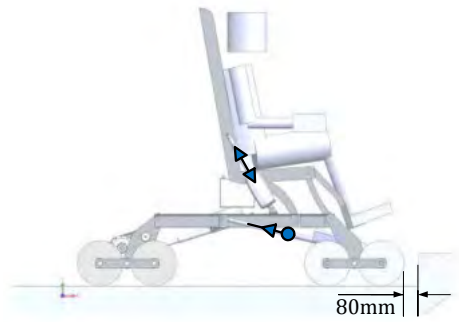


Figura C.1: (Parte 1 de 2) Subestados y transiciones del estado E





E7. Transición (flechas) de E6 a E7: extensión de ALD y regulación de ALS



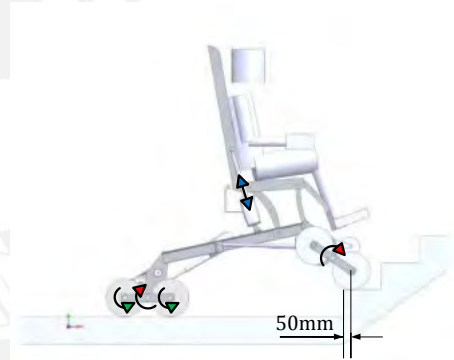
E8. Transición (flechas) de E7 a E8: giros en RT

Figura C.2: (Parte 2 de 2) Subestados y transiciones del estado E

## C.2. Estado G



G1. Transición (flechas) de F a G1: giros en CD+CT+RT y regulación de ALS



G2. Transición (flechas) de G1 a G2: giros en CD+CT+RT y regulación de ALS



G3. Transición (flechas) de G2 a G3: giros en CT+RT, extensión de ALT y regulación de ALS



G4. Transición (flechas) de G3 a G4: giros en CD y retracciones de ALD

Figura C.3: Subestados y transiciones del estado G. Las configuraciones adaptativas alcanzan hasta G3 para pendiente mínima de 64.29%; y la sobrepasan hasta G4, si la pendiente es máxima igual a 72%.

### C.3. Estado H

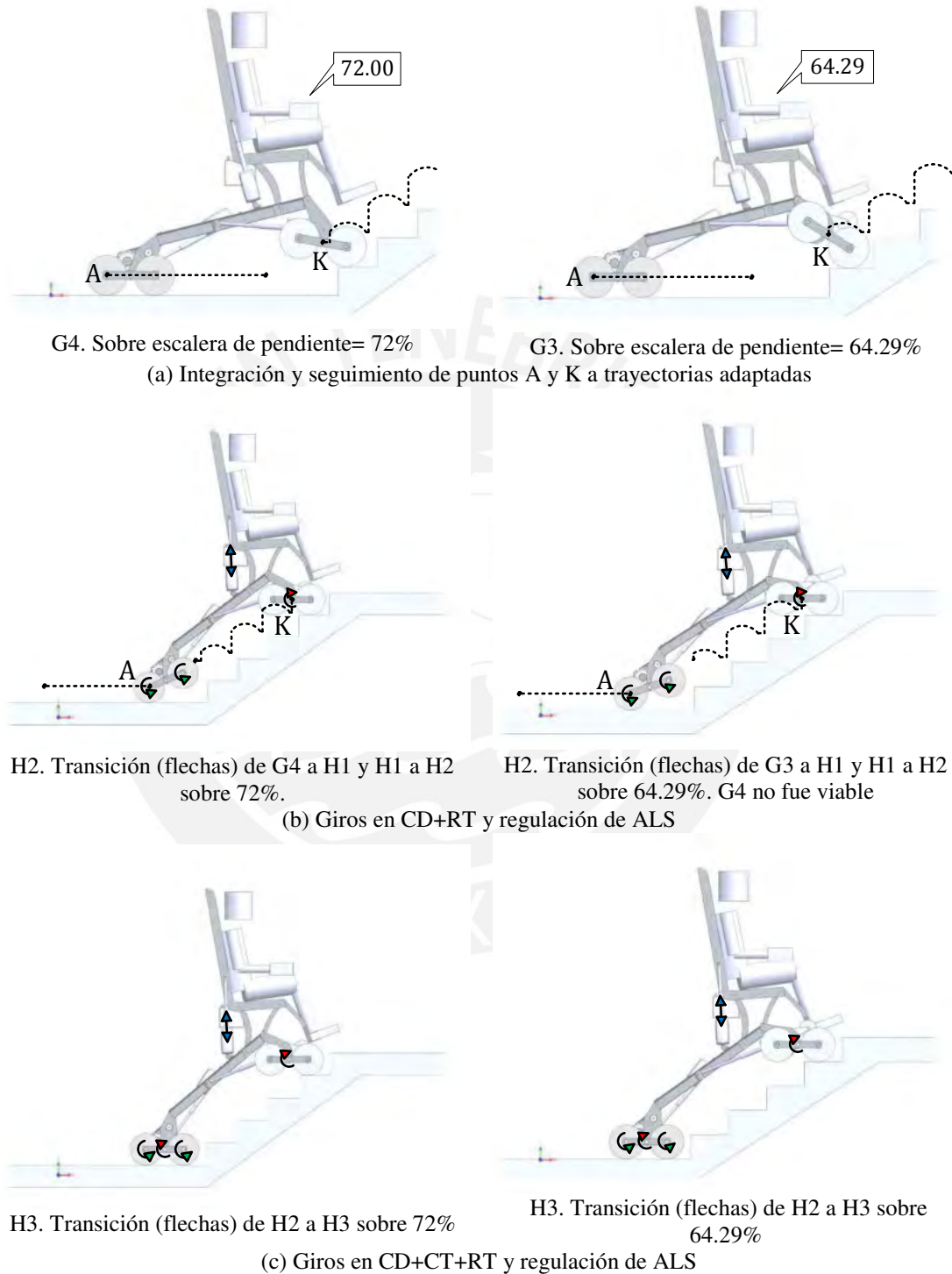
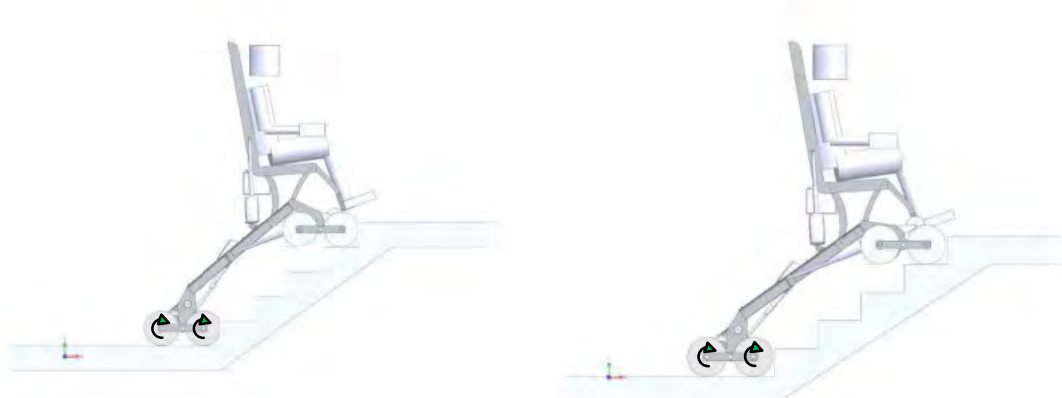


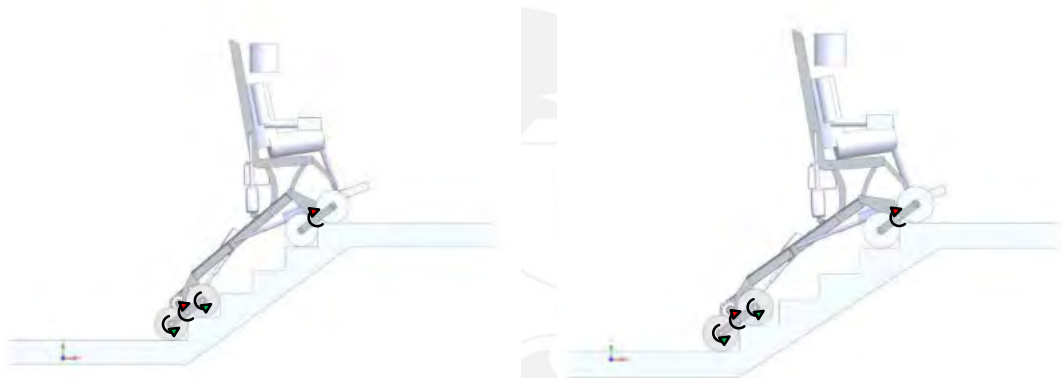
Figura C.4: Subestados y transiciones del estado H. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%



#### C.4. Estado I



I1. Transición (flechas) de H3 a I1: giros en RT



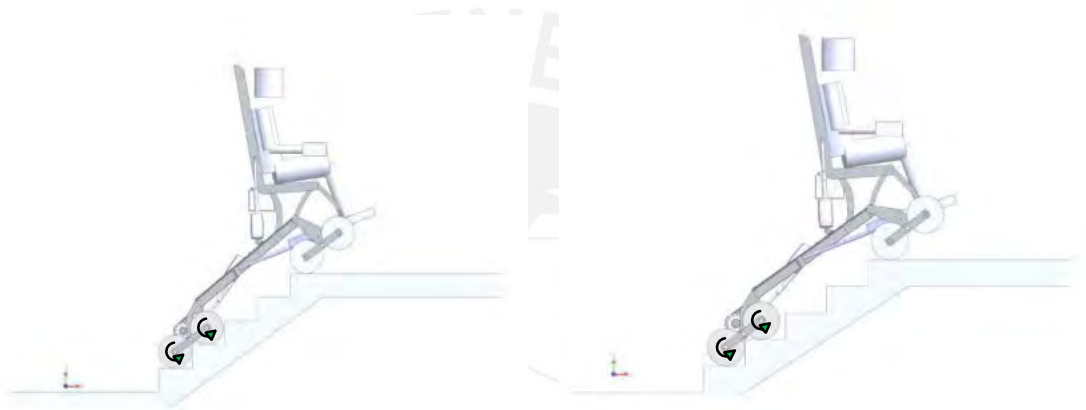
I2. Transición (flechas) de I1 a I2: giros en CD+CT+RT

Figura C.5: Estado I. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%

### C.5. Estado J



J1. Transición (flechas) de I2 a J1: giros en CD+CT+RT



J2. Transición (flechas) de J1 a J2: giros en RT



J3. Transición (flechas) de J2 a J3: giros en CD+CT+RT y regulación de ALS

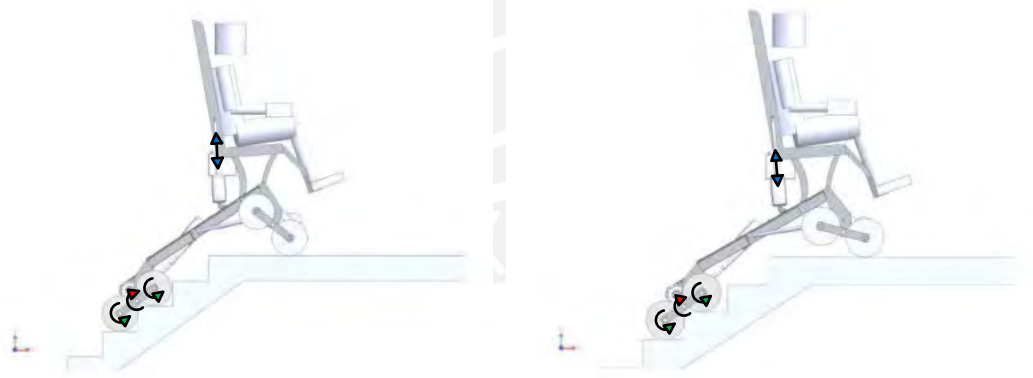
Figura C.6: (Parte 1 de 5) Estado J. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%



J4. Transición (flechas) de J3 a J4: giros en CD+CT+RT



J5. Transición (flechas) de J4 a J5: giros en CD+RT y retracción de ALD

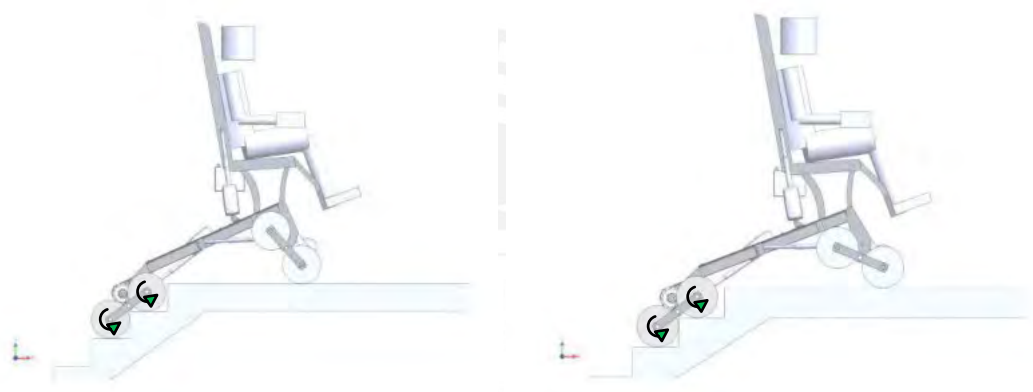


J6. Transición (flechas) de J5 a J6: giros en CT+RT y regulación de ALS

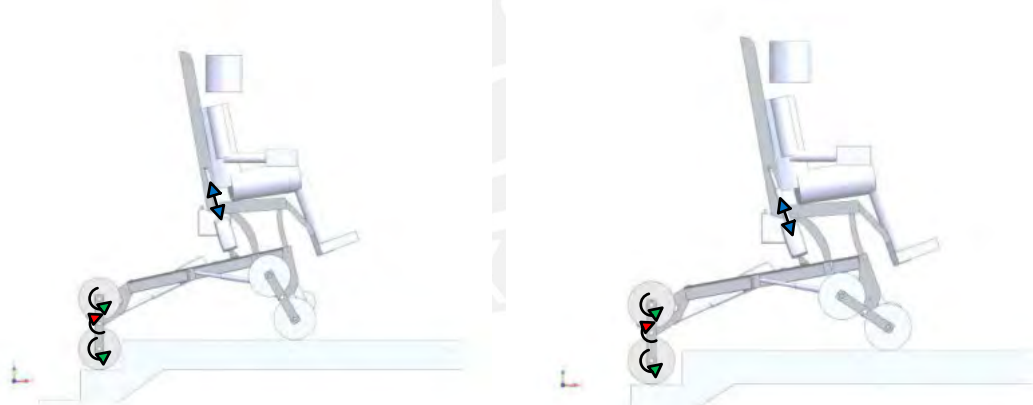
Figura C.7: (Parte 2 de 5) Estado J. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%



J7. Transición (flechas) de J6 a J7: giros en CT+RT y regulación de ALS



J8. Transición (flechas) de J7 a J8: giros en RT

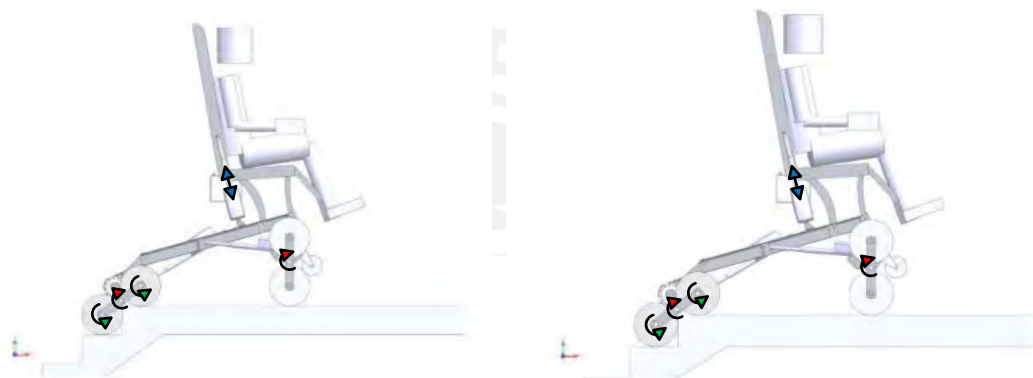


J9. Transición (flechas) de J8 a J9: giros en CT+RT y regulación de ALS

Figura C.8: (Parte 3 de 5) Estado J. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%



J10. Transición (flechas) de J9 a J10: giros en RT+CD, retracción de ALT y regulación de ALS



J11. Transición (flechas) de J10 a J11: giros en RT+CT+CD y regulación de ALS



J12. Transición (flechas) de J11 a J12: giros en RT+CT+CD y regulación de ALS

Figura C.9: (Parte 4 de 5) Estado J. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%



J13. Transición (flechas) de J12 a J13: retracción de ALD y regulación de ALS



J14. Transición (flechas) de J13 a J14: giros en RT+CT, retracción de ALT y regulación de ALS

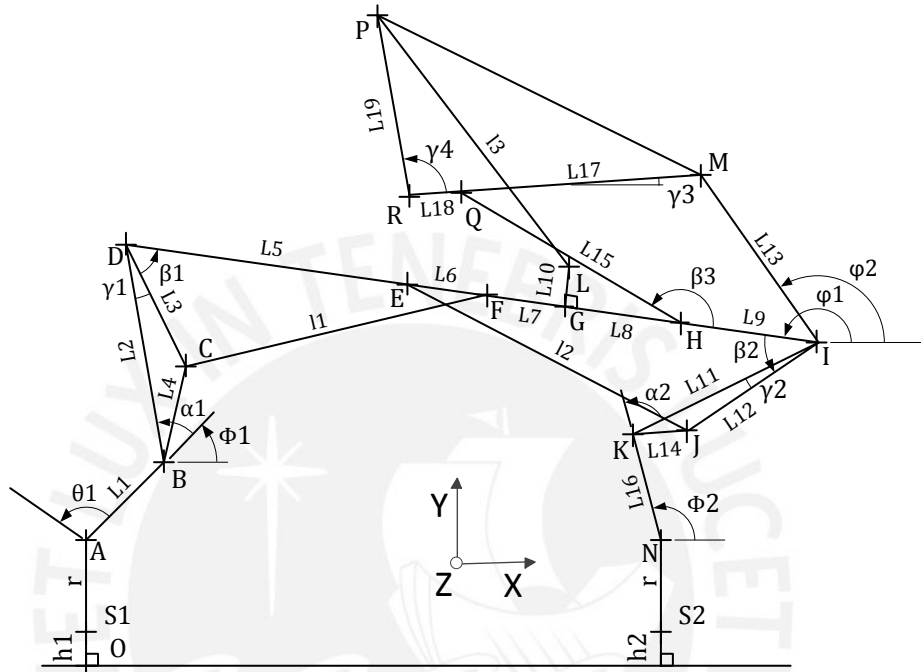
Figura C.10: (Parte 5 de 5) Estado J. Arribo a meseta. Todas las imágenes de la izquierda conforman el caso con pendiente máxima de 72%; y las de la derecha, con mínima de 64.29%

## ANEXO D

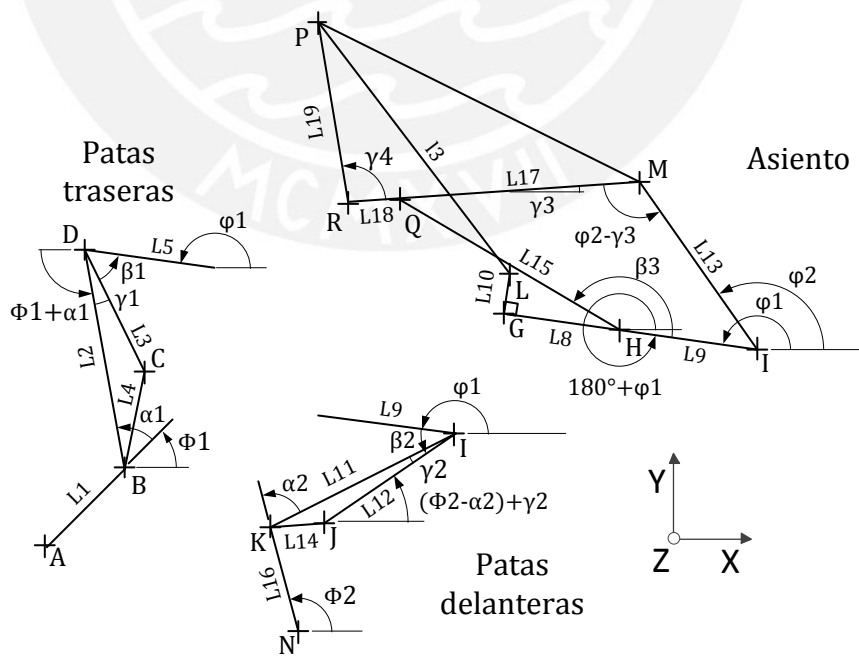
### Ecuaciones cinemáticas del vehículo

#### D.1. Ecuaciones de posición

A continuación, se deducen las relaciones geométricas a partir de la figura D.1.



(a) Esquema completo



(b) Agrupaciones del esquema

Figura D.1: Esquema descriptivo de la geometría del sistema

De la figura D.1a, a partir del origen de referencia O, se observa que:

$$(\overrightarrow{OS_1} + \overrightarrow{S_1A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD})_y = (\overrightarrow{OS_2} + \overrightarrow{S_2N} + \overrightarrow{NK} + \overrightarrow{KI} + \overrightarrow{ID})_y \quad (D.1)$$

; y de la figura D.1b, que

$$\varphi_1 = \beta_1 + (\Phi_1 + \alpha_1) + \gamma_1 \quad (D.2)$$

$$\varphi_1 = 180^\circ + \Phi_2 + \gamma_2 - \beta_2 - \alpha_2 \quad (D.3)$$

$$L_{15}^2 + L_9^2 - 2L_{15}L_9 \cos \beta_3 = L_{13}^2 + L_{17}^2 - 2L_{13}L_{17} \cos(\varphi_1 - \gamma_3) \quad (D.4)$$

$$\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HQ} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MQ} \quad (D.5)$$

Entonces, a partir de las ecuaciones D.1, D.2 y D.3 se consiguen

$$\Phi_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_1}{\sqrt{(a_1)^2 + (b_1)^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_1}{a_1} \right) \quad (D.6)$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + p_1 + \alpha_2 \quad (D.7)$$

, donde:

$$a_1 = -\{L_2 \sin \alpha_1 - L_{16} \sin(p_1 + \alpha_2) - L_{11} \sin p_1 - L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1)\} \quad (D.8)$$

$$b_1 = L_1 + L_2 \cos \alpha_1 - L_{16} \cos(p_1 + \alpha_2) - L_{11} \cos p_1 - L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) \quad (D.9)$$

$$c_1 = -\{h_2 - h_1\} \quad (D.10)$$

$$p_1 = \beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 \quad (D.11)$$

$$L_{5,9} = L_5 + L_6 + L_7 + L_8 + L_9 \quad (D.12)$$

Obtenidos  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$ , la variable  $\varphi_1$  se halla mediante la ecuación D.2 o D.3.

También, a partir de las ecuaciones D.4 y D.5 se consiguen

$$\beta_3 = \cos^{-1} \left( \frac{c_2}{\sqrt{(a_2)^2 + (b_2)^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_2}{a_2} \right) \quad (D.13)$$



$$\varphi_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_9 \cos \varphi_1 + L_{15} \cos(\varphi_1 + 180^\circ + \beta_3) - L_{17} \cos(180^\circ + \gamma_3)}{L_{13}} \right) \quad (D.14)$$

, donde:

$$a_2 = L_{15}L_{17} \cos(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) - L_9L_{15} \quad (D.15)$$

$$b_2 = L_{15}L_{17} \sin(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \quad (D.16)$$

$$c_2 = \frac{L_{13}^2 + L_{17}^2 - L_{15}^2 - L_9^2}{2} - L_9L_{17} \cos(\varphi_1 - \gamma_3) - L_{17}^2 \quad (D.17)$$

Ahora, se define la dirección de los eslabones respecto al eje horizontal.

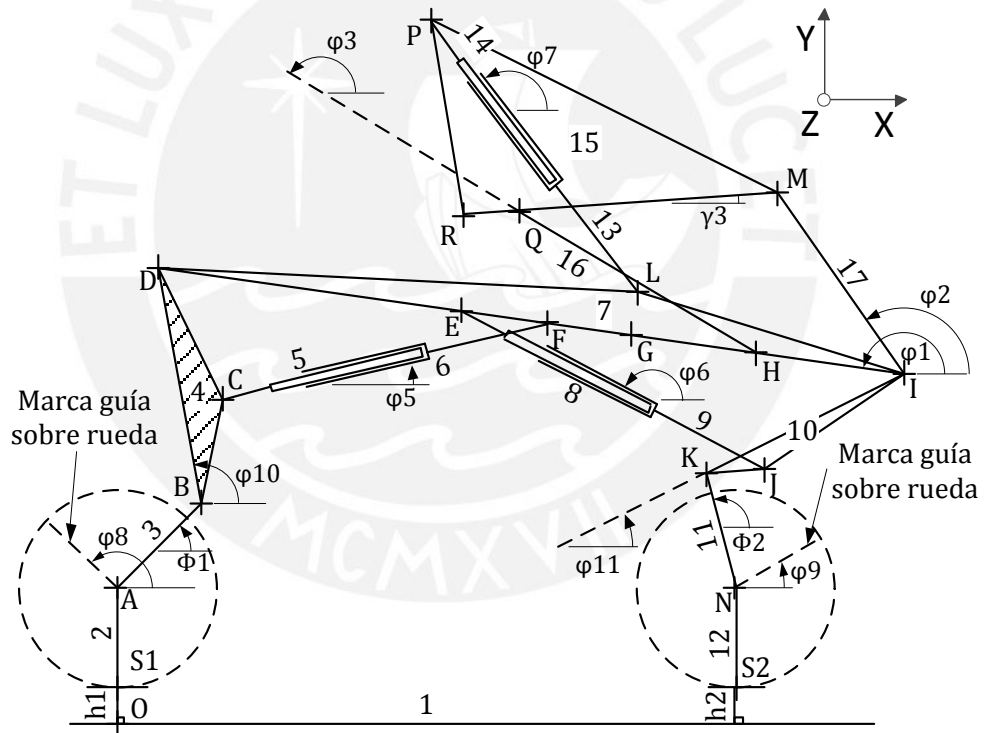


Figura D.2: Direcciones de cada eslabón

Así, se obtienen las direcciones de:

- Eslabón 2: Rueda trasera

$$\varphi_8 = \theta_1 + \phi_1 \quad (D.18)$$

- Eslabón 3: Cluster trasero. Variable  $\phi_1$  en ecuación D.6

- Eslabón 4: Patas traseras

$$\varphi_{10} = \alpha_1 + \phi_1 \quad (D.19)$$

- Eslabones 5 y 6: Actuador lineal trasero y su longitud  $l_1$  en figura D.3

$$\varphi_5 = \alpha_1 + \phi_1 + \gamma_1 - (180^\circ - \beta_1 - \rho_1) \quad (D.20)$$

$$l_1 = \sqrt{L_3^2 + L_{5,6}^2 - 2L_3L_{5,6} \cos \beta_1} \quad (D.21)$$

, donde

$$\rho_1 = \sin^{-1} \left( \frac{L_3 \sin \beta_1}{l_1} \right) \quad (D.22)$$

- Eslabón 7: Chasis. Variable  $\varphi_1$  en ecuación D.2 o D.3

- Eslabones 8 y 9: Actuador lineal delantero y su longitud  $l_2$  en figura D.3

$$\varphi_6 = \phi_2 - \alpha_2 + \gamma_2 + (180^\circ - \beta_2 - \rho_2) \quad (D.23)$$

$$l_2 = \sqrt{L_{6,9}^2 + L_{12}^2 - 2L_{6,9}L_{12} \cos \beta_2} \quad (D.24)$$

, donde

$$\rho_2 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{12} \sin \beta_2}{l_2} \right) \quad (D.25)$$

- Eslabón 10: Patas delanteras

$$\varphi_{11} = \phi_2 - \alpha_2 \quad (D.26)$$

- Eslabón 11: Cluster delantero. Variable  $\phi_2$  en ecuación D.7

- Eslabón 12: Rueda delantera. Determinado por el avance o retroceso de N, respecto al origen del sistema de referencia fijo.

$$\varphi_9 = -\frac{\Delta \overline{ON}}{r} \quad (D.27)$$

La anteposición del signo negativo indica la disminución del valor de  $\varphi_9$  para movimientos de N hacia X+ (positivo) en el plano.

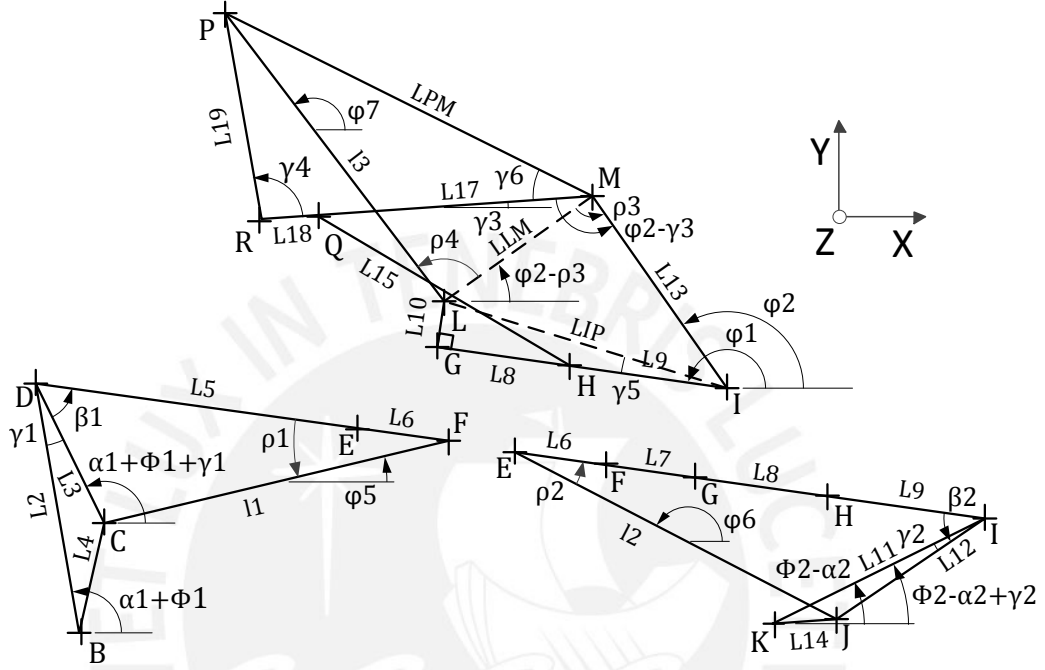


Figura D.3: Esquema ayuda para actuadores lineales

- Eslabones 13 y 14: Actuador lineal para asiento y su longitud  $l_3$  en figura D.3

$$\varphi_7 = \rho_4 + \varphi_2 - \rho_3 \quad (D.28)$$

, donde

$$\rho_4 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{PM} \sin(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3)}{l_3} \right) \quad (D.29)$$

$$l_3 = \sqrt{L_{LM}^2 + L_{PM}^2 - 2L_{LM}L_{PM} \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3)} \quad (D.30)$$

$$\rho_3 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{IP} \sin(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5)}{L_{LM}} \right) \quad (D.31)$$

$$L_{LM} = \sqrt{L_{13}^2 + L_{IP}^2 - 2L_{13}L_{IP} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5)} \quad (D.32)$$

$$\gamma_6 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{19} \sin \gamma_4}{L_{PM}} \right) \quad (D.33)$$

$$L_{PM} = \sqrt{L_{17,18}^2 + L_{19}^2 - 2L_{17,18}L_{19} \cos \gamma_4} \quad (D.34)$$

$$\gamma_5 = \tan^{-1} \left( \frac{L_{10}}{L_{8,9}} \right) \quad (D.35)$$

$$L_{IP} = \sqrt{L_{8,9}^2 + L_{10}^2} \quad (D.36)$$

• Eslabón 15: Asiento. Constante  $\gamma_3$ . Invariabilidad priorizada.

• Eslabón 16: Barras traseras bajo asiento

$$\varphi_3 = 180^\circ + \varphi_1 + \beta_3 \quad (D.37)$$

, donde la variable  $\beta_3$  proviene de la ecuación D.13

• Eslabón 17: Barras delanteras bajo asiento; variable  $\varphi_2$  en ecuación D.14

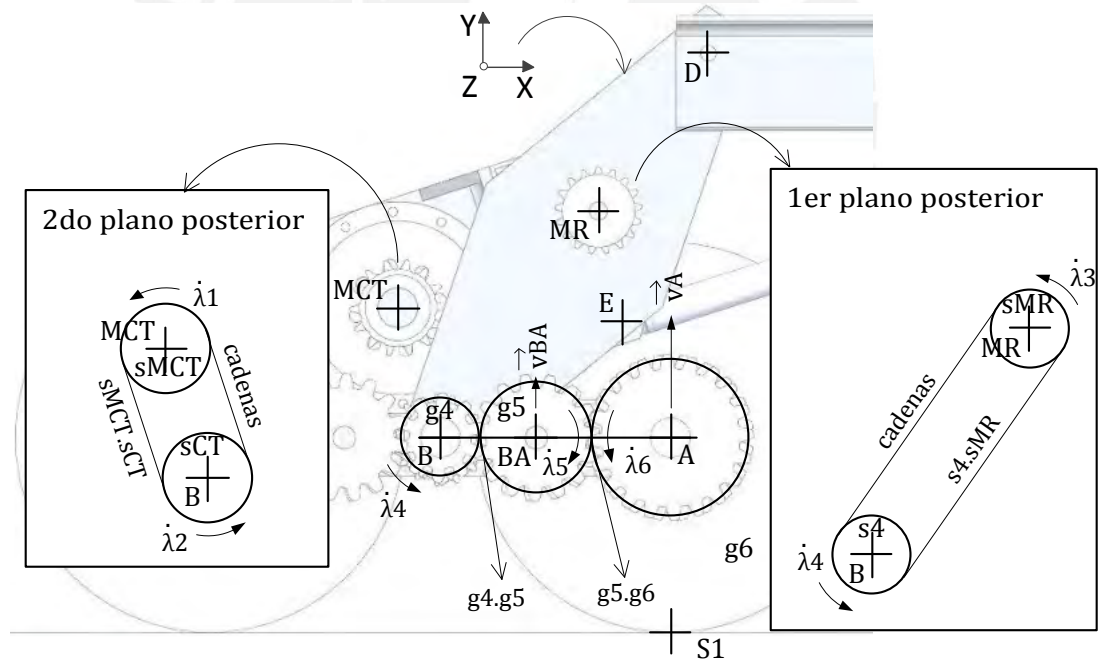


Figura D.4: Esquema de mecanismo trasero. Vista lateral derecha

De la figura D.4, se obtiene

$$\vec{v}_{g4,g5} = \vec{v}_B + (\dot{\lambda}_4 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{g4,g5/B} = \vec{v}_{BA} + (-\dot{\lambda}_5 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{g4,g5/BA} \quad (D.38)$$

$$\vec{v}_{g5,g6} = \vec{v}_{BA} + (-\dot{\lambda}_5 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{g5,g6/BA} = \vec{v}_A + (\dot{\lambda}_6 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{g5,g6/A} \quad (D.39)$$

$$\vec{v}_{s4.sMR} = \vec{v}_{MR} + (\dot{\lambda}_3 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{s4.sMR/MR} = \vec{v}_B + (\dot{\lambda}_4 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{s4.sMR/B} \quad (D.40)$$

$$\vec{v}_{sMCT.sCT} = \vec{v}_{MCT} + (\dot{\lambda}_1 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{sMCT.sCT/MCT} = \vec{v}_B + (\dot{\lambda}_2 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{sMCT.sCT/B} \quad (D.41)$$

$$\vec{v}_{BA} = \vec{v}_B + (\dot{\lambda}_2 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{BA/B} \quad (D.42)$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + (\dot{\lambda}_2 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{A/B} \quad (D.43)$$

Si se considera el sistema de referencia fijado en las patas traseras, entonces  $\vec{v}_{MR}$ ,  $\vec{v}_{MCT}$  y  $\vec{v}_B$  son iguales a cero. Por lo tanto, de las ecuaciones D.38 a D.43 se obtiene

$$\dot{\lambda}_4 \frac{d_{g4}}{2} \mathbf{j} = \vec{v}_{BA} + \dot{\lambda}_5 \frac{d_{g5}}{2} \mathbf{j} \quad (D.44)$$

$$\vec{v}_{BA} - \dot{\lambda}_5 \frac{d_{g5}}{2} \mathbf{j} = \vec{v}_A - \dot{\lambda}_6 \frac{d_{g6}}{2} \mathbf{j} \quad (D.45)$$

$$\dot{\lambda}_3 \frac{d_{sMR}}{2} = \dot{\lambda}_4 \frac{d_{s4}}{2} \quad (D.46)$$

$$\dot{\lambda}_1 \frac{d_{sMCT}}{2} = \dot{\lambda}_2 \frac{d_{sCT}}{2} \quad (D.47)$$

$$\vec{v}_{BA} = \dot{\lambda}_2 \frac{d_{g4} + d_{g5}}{2} \mathbf{j} \quad (D.48)$$

$$\vec{v}_A = \dot{\lambda}_2 \left( \frac{d_{g4} + d_{g6}}{2} + d_{g5} \right) \mathbf{j} \quad (D.49)$$

Entonces, de D.44 a D.49, se obtiene

$$\dot{\lambda}_1 = \frac{d_{sCT}}{d_{sMCT}} \dot{\lambda}_2 \quad (D.50)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \frac{d_{s4}}{d_{g4} d_{sMR}} \left( (d_{g4} - d_{g6}) \dot{\lambda}_2 + d_{g6} \dot{\lambda}_6 \right) \quad (D.51)$$

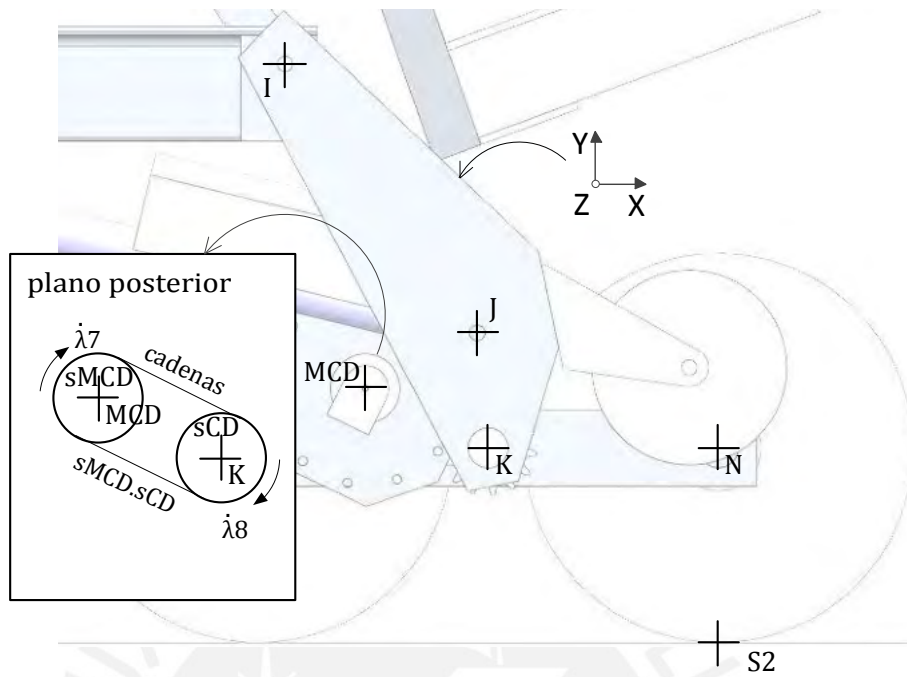


Figura D.5: Esquema de mecanismo delantero. Vista lateral derecha

De la figura D.5, se obtiene

$$\vec{v}_{sMCD.sCD} = \vec{v}_{MCD} + (-\dot{\lambda}_7 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{sMCD.sCD/MCD} = \vec{v}_K + (-\dot{\lambda}_8 \mathbf{k}) \times \vec{r}_{sMCD.sCD/K} \quad (D.52)$$

Si se considera el sistema de referencia fijado en las patas delanteras, entonces  $\vec{V}_{MCD}$  y  $\vec{V}_K$  son iguales a cero. Por lo tanto, se obtiene

$$\dot{\lambda}_7 \frac{d_{sMCD}}{2} = \dot{\lambda}_8 \frac{d_{sCD}}{2} \quad (D.53)$$

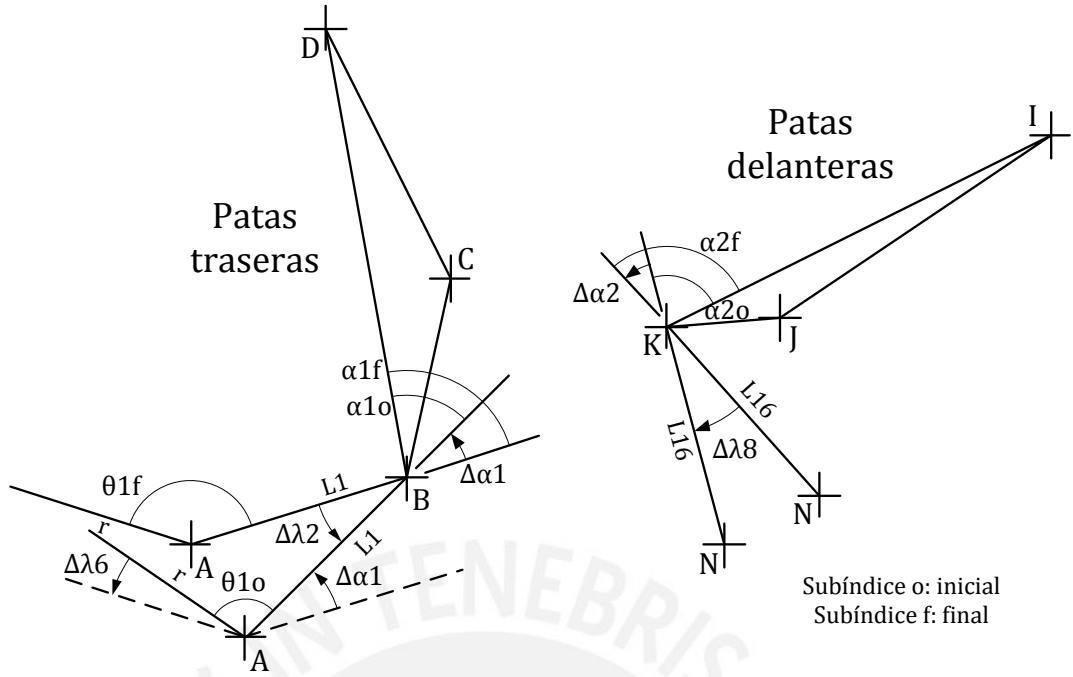


Figura D.6: Esquema ayuda sobre mecanismos delantero y trasero

De la figura D.6, se observa que

$$\Delta\lambda_2 = -\Delta\alpha_1 = -(\alpha_{1f} - \alpha_{1o}) \quad (D.54)$$

$$\Delta\lambda_6 = \Delta\theta_1 - \Delta\alpha_1 = (\theta_{1f} - \theta_{1o}) - (\alpha_{1f} - \alpha_{1o}) \quad (D.55)$$

$$\Delta\lambda_8 = -\Delta\alpha_2 = -(\alpha_{2f} - \alpha_{2o}) \quad (D.56)$$

Si se reemplaza las ecuaciones D.54 a D.56 en las integraciones respecto al tiempo de las ecuaciones D.50, D.51 y D.53, entonces se obtiene

$$\Delta\lambda_1 = -\frac{d_{sCT}}{d_{sMCT}} \Delta\alpha_1 \quad (D.57)$$

$$\Delta\lambda_3 = \frac{d_{s4}}{d_{g4} d_{sMR}} (d_{g6} \Delta\theta_1 - d_{g4} \Delta\alpha_1) \quad (D.58)$$

$$\Delta\lambda_7 = -\frac{d_{sCD}}{d_{sMCD}} \Delta\alpha_2 \quad (D.59)$$

Ahora, se determina la posición de todos los ejes en el plano, desde ahora llamados puntos, respecto a uno fijo de referencia (O).

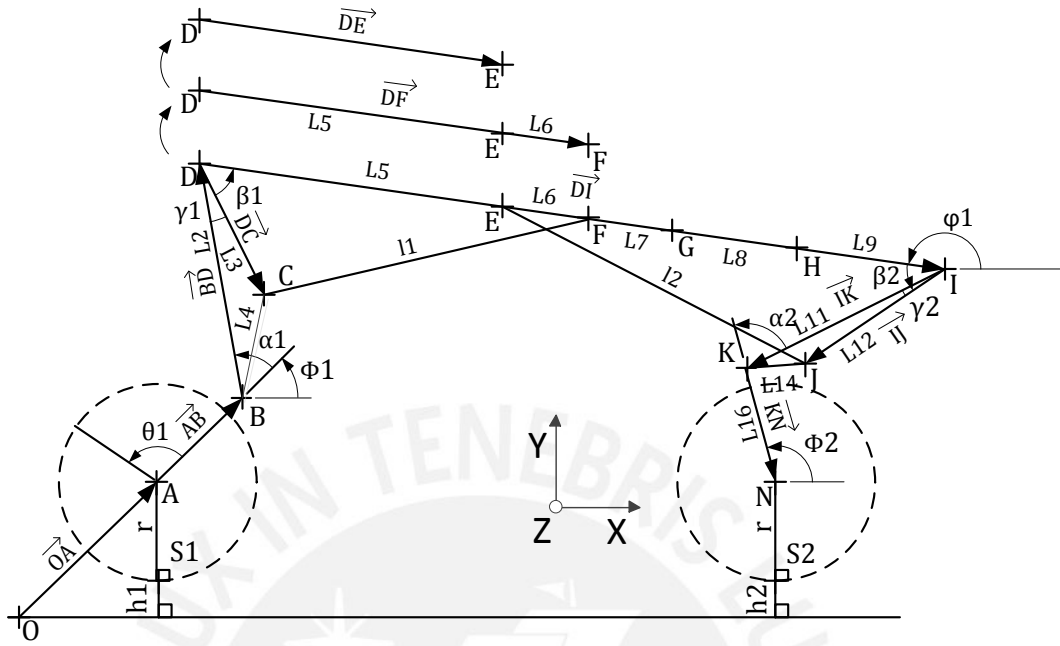


Figura D.7: Ubicación de vectores de posición sobre zona inferior del sistema

De la figura D.7, se observa que

$$\overrightarrow{OA} = (\theta_1 r)\mathbf{i} + (r + h_1)\mathbf{j} \quad (D.60)$$

$$\overrightarrow{AB} = (L_1 \cos \Phi_1)\mathbf{i} + (L_1 \sin \Phi_1)\mathbf{j} \quad (D.61)$$

$$\overrightarrow{BD} = (L_2 \cos(\alpha_1 + \Phi_1))\mathbf{i} + (L_2 \sin(\alpha_1 + \Phi_1))\mathbf{j} \quad (D.62)$$

$$\overrightarrow{DC} = (L_3 \cos(180^\circ + \varphi_1 - \beta_1))\mathbf{i} + L_3 \sin(180^\circ + \varphi_1 - \beta_1)\mathbf{j} \quad (D.63)$$

$$\overrightarrow{DE} = (L_5 \cos(180^\circ + \varphi_1))\mathbf{i} + (L_5 \sin(180^\circ + \varphi_1))\mathbf{j} \quad (D.64)$$

$$\overrightarrow{DF} = (L_{5,6} \cos(180^\circ + \varphi_1))\mathbf{i} + (L_{5,6} \sin(180^\circ + \varphi_1))\mathbf{j} \quad (D.65)$$

$$\overrightarrow{DI} = (L_{5,9} \cos(180^\circ + \varphi_1))\mathbf{i} + (L_{5,9} \sin(180^\circ + \varphi_1))\mathbf{j} \quad (D.66)$$

$$\overrightarrow{IJ} = (L_{12} \cos(\varphi_1 + \beta_2))\mathbf{i} + (L_{12} \sin(\varphi_1 + \beta_2))\mathbf{j} \quad (D.67)$$

$$\overrightarrow{IK} = (L_{11} \cos(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2))\mathbf{i} + (L_{11} \sin(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2))\mathbf{j} \quad (D.68)$$

$$\overrightarrow{KN} = (-L_{16} \cos \phi_2)\mathbf{i} + (-L_{16} \sin \phi_2)\mathbf{j} \quad (D.69)$$



, donde

$$L_{5,6} = L_5 + L_6 \quad (D.70)$$

$$L_{5,9} = L_5 + L_6 + L_7 + L_8 + L_9 \quad (D.71)$$

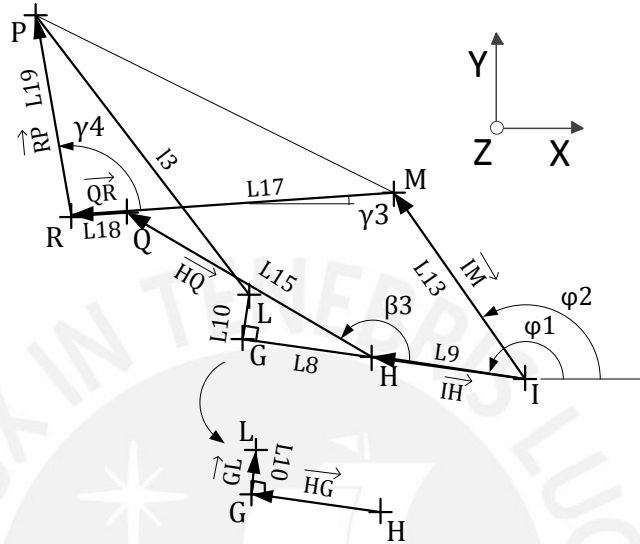


Figura D.8: Ubicación de vectores de posición sobre zona superior del sistema

De la figura D.8, se obtiene

$$\vec{IM} = (L_{13} \cos \varphi_2)\mathbf{i} + (L_{13} \sin \varphi_2)\mathbf{j} \quad (D.72)$$

$$\vec{IH} = (L_9 \cos \varphi_1)\mathbf{i} + (L_9 \sin \varphi_1)\mathbf{j} \quad (D.73)$$

$$\vec{HQ} = (L_{15} \cos(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1))\mathbf{i} + (L_{15} \sin(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1))\mathbf{j} \quad (D.74)$$

$$\vec{QR} = (-L_{18} \cos \gamma_3)\mathbf{i} + (-L_{18} \sin \gamma_3)\mathbf{j} \quad (D.75)$$

$$\vec{RP} = (L_{19} \cos(\gamma_3 + \gamma_4))\mathbf{i} + (L_{19} \sin(\gamma_3 + \gamma_4))\mathbf{j} \quad (D.76)$$

$$\vec{HG} = (L_8 \cos \varphi_1)\mathbf{i} + (L_8 \sin \varphi_1)\mathbf{j} \quad (D.77)$$

$$\vec{GL} = (L_{10} \cos(\varphi_1 - 90^\circ))\mathbf{i} + (L_{10} \sin(\varphi_1 - 90^\circ))\mathbf{j} \quad (D.78)$$

Luego entonces, se definen las posiciones vectoriales respecto a O como:

- Posición de A – definido en la ecuación D.60
- Posición de B – calculado mediante las ecuaciones D.60 y D.61

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} \quad (D.79)$$

- Posición de D – calculado mediante las ecuaciones D.79 y D.62

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} \quad (D.80)$$

- Posición de C – calculado mediante las ecuaciones D.80 y D.63

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DC} \quad (D.81)$$

- Posición de E – calculado mediante las ecuaciones D.80 y D.64

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DE} \quad (D.82)$$

- Posición de F – calculado mediante las ecuaciones D.80 y D.65

$$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DF} \quad (D.83)$$

- Posición de I – calculado mediante las ecuaciones D.80 y D.66

$$\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DI} \quad (D.84)$$

- Posición de J – calculado mediante las ecuaciones D.84 y D.67

$$\overrightarrow{OJ} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IJ} \quad (D.85)$$

- Posición de K – calculado mediante las ecuaciones D.84 y D.68

$$\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IK} \quad (D.86)$$

- Posición de N – calculado mediante las ecuaciones D.86 y D.69

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OK} + \overrightarrow{KN} \quad (D.87)$$

- Posición de M – calculado mediante las ecuaciones D.84 y D.72

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM} \quad (D.88)$$

- Posición de H – calculado mediante las ecuaciones D.84 y D.73

$$\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IH} \quad (D.89)$$

- Posición de Q – calculado mediante las ecuaciones D.89 y D.74

$$\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HQ} \quad (D.90)$$

- Posición de R – calculado mediante las ecuaciones D.90 y D.75

$$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QR} \quad (D.91)$$

- Posición de P – calculado mediante las ecuaciones D.91 y D.76

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OR} + \overrightarrow{RP} \quad (D.92)$$

- Posición de G – calculado mediante las ecuaciones D.89 y D.77

$$\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HG} \quad (D.93)$$

- Posición de L – calculado mediante las ecuaciones D.93 y D.78

$$\overrightarrow{OL} = \overrightarrow{OG} + \overrightarrow{GL} \quad (D.94)$$

## D.2. Ecuaciones de velocidad

Este apartado expone la derivación respecto al tiempo de las ecuaciones determinadas en el apartado D.1 para obtener velocidades instantáneas y vectores de velocidad.

Entonces, de las ecuaciones D.6 y D.7, se consiguen

$$\dot{\phi}_1 = \frac{\dot{a}_1 \cos \phi_1 - \dot{b}_1 \sin \phi_1 - \dot{c}_1}{a_1 \sin \phi_1 + b_1 \cos \phi_1} \quad (D.95)$$

$$\dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_1 + \dot{p}_1 + \dot{\alpha}_2 \quad (D.96)$$

, donde

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 = & -L_2 \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + L_{16} \cos(p_1 + \alpha_2) (\dot{p}_1 + \dot{\alpha}_2) + L_{11} \cos p_1 \dot{p}_1 \\ & + L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) (\dot{\beta}_1 + \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (D.97)$$

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 = & -L_2 \sin \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + L_{16} \sin(p_1 + \alpha_2) (\dot{p}_1 + \dot{\alpha}_2) + L_{11} \sin p_1 \dot{p}_1 \\ & + L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) (\dot{\beta}_1 + \dot{\alpha}_1) \end{aligned} \quad (D.98)$$

$$\dot{c}_1 = 0 \quad (D.99)$$

$$\dot{p}_1 = \dot{\beta}_1 + \dot{\alpha}_1 + \dot{\beta}_2 \quad (D.100)$$

Las variables no descritas se presentan en las ecuaciones D.8 a D.12. Luego, de las ecuaciones D.2 y D.3 se obtiene

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\beta}_1 + \dot{\Phi}_1 + \dot{\alpha}_1 = \dot{\Phi}_2 - \dot{\beta}_2 - \dot{\alpha}_2 \quad (D.101)$$

De las ecuaciones D.13 y D.14 se obtiene

$$\dot{\beta}_3 = \frac{\dot{a}_2 \cos \beta_3 - \dot{b}_2 \sin \beta_3 - \dot{c}_2}{a_2 \sin \beta_3 + b_2 \cos \beta_3} \quad (D.102)$$

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{L_9 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1 + L_{15} \sin(\varphi_1 + 180^\circ + \beta_3) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_3)}{L_{13} \sin \varphi_2} \quad (D.103)$$

, donde

$$\dot{a}_2 = -L_{15}L_{17} \sin(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \dot{\varphi}_1 \quad (D.104)$$

$$\dot{b}_2 = L_{15}L_{17} \cos(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \dot{\varphi}_1 \quad (D.105)$$

$$\dot{c}_2 = L_9L_{17} \sin(\varphi_1 - \gamma_3) \dot{\varphi}_1 \quad (D.106)$$

Las variables no descritas se presentan en las ecuaciones D.15 a D.17.

Las velocidades angulares de cada eslabón y las velocidades de actuación también se determinan a continuación.

- Eslabón 2: Rueda trasera. De la ecuación D.18

$$\dot{\varphi}_8 = \dot{\theta}_1 + \dot{\phi}_1 \quad (\text{D.107})$$

- Eslabón 3: Cluster trasero. Variable  $\dot{\phi}_1$  en ecuación D.95
- Eslabón 4: Patas traseras. De la ecuación D.19

$$\dot{\varphi}_{10} = \dot{\alpha}_1 + \dot{\phi}_1 \quad (\text{D.108})$$

- Eslabones 5 y 6: Actuador lineal trasero de la ecuación D.20, y su velocidad lineal  $\dot{l}_1$  de la ecuación D.21

$$\dot{\varphi}_5 = \dot{\alpha}_1 + \dot{\phi}_1 + \dot{\beta}_1 + \dot{\rho}_1 \quad (\text{D.109})$$

$$\dot{l}_1 = \frac{L_3 L_{5,6} \sin \beta_1 \dot{\beta}_1}{l_1} \quad (\text{D.110})$$

, donde la ecuación D.22 resulta en

$$\dot{\rho}_1 = \frac{L_3 \cos \beta_1 \dot{\beta}_1 - \dot{l}_1 \sin \rho_1}{l_1 \cos \rho_1} \quad (\text{D.111})$$

- Eslabón 7: Chasis. Variable  $\dot{\phi}_1$  en ecuación D.101
- Eslabones 8 y 9: Actuador lineal delantero de la ecuación D.23, y su velocidad lineal  $\dot{l}_2$  de la ecuación D.24

$$\dot{\varphi}_6 = \dot{\phi}_2 - \dot{\alpha}_2 - \dot{\beta}_2 - \dot{\rho}_2 \quad (\text{D.112})$$

$$\dot{l}_2 = \frac{L_{12} L_{6,8} \sin \beta_2 \dot{\beta}_2}{l_2} \quad (\text{D.113})$$

, donde la ecuación D.25 resulta en

$$\dot{\rho}_2 = \frac{L_{12} \cos \beta_2 \dot{\beta}_2 - \dot{l}_2 \sin \rho_2}{l_2 \cos \rho_2} \quad (\text{D.114})$$

- Eslabón 10: Patas delanteras. De la ecuación D.26

$$\dot{\varphi}_{11} = \dot{\phi}_2 - \dot{\alpha}_2 \quad (\text{D.115})$$

- Eslabón 11: Cluster delantero. Variable  $\dot{\phi}_2$  en ecuación D.96

- Eslabón 12: Rueda delantera. Determinado por la velocidad horizontal de N respecto al origen del sistema de referencia fijo.

$$\dot{\phi}_9 = -\frac{\vec{v}_N}{r} \quad (D.116)$$

La anteposición del signo negativo indica la disminución del valor de  $\dot{\phi}_9$  para movimientos de N hacia X+ (positivo) en el plano.

- Eslabones 13 y 14: Actuador lineal superior de la ecuación D.28, y su velocidad lineal  $\dot{l}_3$  de la ecuación D.30

$$\dot{\phi}_7 = \dot{\rho}_4 + \dot{\phi}_2 - \dot{\rho}_3 \quad (D.117)$$

, donde

$$\dot{\rho}_4 = \frac{L_{PM} \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\dot{\phi}_2 - \dot{\rho}_3) - \dot{l}_3 \sin \rho_4}{l_3 \cos \rho_4} \quad (D.118)$$

$$\dot{l}_3 = \left( \dot{L}_{LM} (L_{LM} - L_{PM} \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3)) + L_{LM} L_{PM} \sin(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\dot{\phi}_2 - \dot{\rho}_3) \right) / l_3 \quad (D.119)$$

$$\dot{\rho}_3 = \frac{L_{IP} \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5) (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) - \dot{L}_{LM} \sin \rho_3}{L_{LM} \cos \rho_3} \quad (D.120)$$

$$\dot{L}_{LM} = \frac{L_{13} L_{IP} \sin(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5) (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)}{L_{LM}} \quad (D.121)$$

- Eslabón 15: Asiento.  $\gamma_3$  es constante, por lo tanto  $\dot{\gamma}_3 = 0$
- Eslabón 16: Barras traseras bajo asiento. De la ecuación D.37

$$\dot{\phi}_3 = \dot{\phi}_1 + \dot{\beta}_3 \quad (D.122)$$

, donde la variable  $\dot{\beta}_3$  proviene de la ecuación D.102

- Eslabón 17: Barras delanteras bajo asiento. Variable  $\dot{\phi}_2$  en ecuación D.103

Las velocidades en los motores de los mecanismos delantero y trasero se obtienen a partir de las ecuaciones D.57 a D.59 como

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{d_{sCT}}{d_{sMCT}} \dot{\alpha}_1 \quad (D.123)$$

$$\dot{\lambda}_3 = \frac{d_{s4}}{d_{g4}d_{sMR}} (d_{g6}\dot{\theta}_1 - d_{g4}\dot{\alpha}_1) \quad (D.124)$$

$$\dot{\lambda}_7 = -\frac{d_{sCD}}{d_{sMCD}} \dot{\alpha}_2 \quad (D.125)$$

Finalmente, se obtienen las velocidades relativas y absolutas como sigue.

De la ecuación D.60,

$$\vec{v}_A = (\dot{\theta}_1 r)\mathbf{i} + (0)\mathbf{k} \quad (D.126)$$

De la ecuación D.61,

$$\vec{v}_{B/A} = (-L_1 \sin \Phi_1 \dot{\Phi}_1)\mathbf{i} + (L_1 \cos \Phi_1 \dot{\Phi}_1)\mathbf{k} \quad (D.127)$$

De la ecuación D.62,

$$\begin{aligned} \vec{v}_{D/B} = & \left( -L_2 \sin(\alpha_1 + \Phi_1) (\dot{\alpha}_1 + \dot{\Phi}_1) \right) \mathbf{i} \\ & + \left( L_2 \cos(\alpha_1 + \Phi_1) (\dot{\alpha}_1 + \dot{\Phi}_1) \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (D.128)$$

De la ecuación D.63,

$$\begin{aligned} \vec{v}_{C/D} = & \left( -L_3 \sin(180^\circ + \varphi_1 - \beta_1) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\beta}_1) \right) \mathbf{i} \\ & + \left( L_3 \cos(180^\circ + \varphi_1 - \beta_1) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\beta}_1) \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (D.129)$$

De la ecuación D.64,

$$\vec{v}_{E/D} = (-L_5 \sin(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1)\mathbf{i} + (L_5 \cos(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1)\mathbf{k} \quad (D.130)$$

De la ecuación D.65,

$$\vec{v}_{F/D} = (-L_{5,6} \sin(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1) \mathbf{i} + (L_{5,6} \cos(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1) \mathbf{k} \quad (\text{D.131})$$

De la ecuación D.66,

$$\vec{v}_{I/D} = (-L_{5,9} \sin(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1) \mathbf{i} + (L_{5,9} \cos(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1) \mathbf{k} \quad (\text{D.132})$$

De la ecuación D.67,

$$\begin{aligned} \vec{v}_{J/I} = & (-L_{12} \sin(\varphi_1 + \beta_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)) \mathbf{i} \\ & + (L_{12} \cos(\varphi_1 + \beta_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{D.133})$$

De la ecuación D.68,

$$\begin{aligned} \vec{v}_{K/I} = & (-L_{11} \sin(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)) \mathbf{i} \\ & + (L_{11} \cos(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{D.134})$$

De la ecuación D.69,

$$\vec{v}_{N/K} = (L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2) \mathbf{i} + (-L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2) \mathbf{k} \quad (\text{D.135})$$

De la ecuación D.72,

$$\vec{v}_{M/I} = (-L_{13} \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \mathbf{i} + (L_{13} \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) \mathbf{j} \quad (\text{D.136})$$

De la ecuación D.73,

$$\vec{v}_{H/I} = (-L_9 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1) \mathbf{i} + (L_9 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1) \mathbf{j} \quad (\text{D.137})$$

De la ecuación D.74,



$$\begin{aligned}\vec{v}_{Q/H} = & \left(-L_{15} \sin(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_1)\right) \mathbf{i} \\ & + \left(L_{15} \cos(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_1)\right) \mathbf{j}\end{aligned}\quad (\text{D.138})$$

De la ecuaciones D.75 y D.76,

$$\vec{v}_{R/Q} = \vec{v}_{P/R} = (0)\mathbf{i} + (0)\mathbf{j} \quad (\text{D.139})$$

De la ecuación D.77,

$$\vec{v}_{G/H} = (-L_8 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1)\mathbf{i} + (L_8 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1)\mathbf{j} \quad (\text{D.140})$$

De la ecuación D.78,

$$\vec{v}_{L/G} = (-L_{10} \sin(\varphi_1 - 90^\circ) \dot{\varphi}_1)\mathbf{i} + (L_{10} \cos(\varphi_1 - 90^\circ) \dot{\varphi}_1)\mathbf{j} \quad (\text{D.141})$$

Luego entonces, se definen los vectores de velocidad respecto a O como:

- Velocidad de A – definido en la ecuación D.126
- Velocidad de B – calculado mediante las ecuaciones D.126 y D.127

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \quad (\text{D.142})$$

- Velocidad de D – calculado mediante las ecuaciones D.142 y D.128

$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_{D/B} \quad (\text{D.143})$$

- Velocidad de C – calculado mediante las ecuaciones D.143 y D.129

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_{C/D} \quad (\text{D.144})$$

- Velocidad de E – calculado mediante las ecuaciones D.143 y D.130

$$\vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{v}_{E/D} \quad (\text{D.145})$$

- Velocidad de F – calculado mediante las ecuaciones D.143 y D.131

$$\vec{v}_F = \vec{v}_D + \vec{v}_{F/D} \quad (\text{D.146})$$

- Velocidad de I – calculado mediante las ecuaciones D.143 y D.132

$$\vec{v}_I = \vec{v}_D + \vec{v}_{I/D} \quad (\text{D.147})$$

- Velocidad de J – calculado mediante las ecuaciones D.147 y D.133

$$\vec{v}_J = \vec{v}_I + \vec{v}_{J/I} \quad (\text{D.148})$$

- Velocidad de K – calculado mediante las ecuaciones D.147 y D.134

$$\vec{v}_K = \vec{v}_I + \vec{v}_{K/I} \quad (\text{D.149})$$

- Velocidad de N – calculado mediante las ecuaciones D.149 y D.135

$$\vec{v}_N = \vec{v}_K + \vec{v}_{N/K} \quad (\text{D.150})$$

- Velocidad de M – calculado mediante las ecuaciones D.147 y D.136

$$\vec{v}_M = \vec{v}_I + \vec{v}_{M/I} \quad (\text{D.151})$$

- Velocidad de H – calculado mediante las ecuaciones D.147 y D.137

$$\vec{v}_H = \vec{v}_I + \vec{v}_{H/I} \quad (\text{D.152})$$

- Velocidad de Q – calculado mediante las ecuaciones D.152 y D.138

$$\vec{v}_Q = \vec{v}_H + \vec{v}_{Q/H} \quad (\text{D.153})$$

- Velocidades de R y P – calculado mediante las ecuaciones D.153 y D.139

$$\vec{v}_R = \vec{v}_P = \vec{v}_Q \quad (\text{D.154})$$

- Velocidad de G – calculado mediante las ecuaciones D.152 y D.140

$$\vec{v}_G = \vec{v}_H + \vec{v}_{G/H} \quad (D.155)$$

- Velocidad de L – calculado mediante las ecuaciones D.155 y D.141

$$\vec{v}_L = \vec{v}_G + \vec{v}_{L/G} \quad (D.156)$$

### D.3. Ecuaciones de aceleración

Este apartado expone la derivación respecto al tiempo de las ecuaciones determinadas en el apartado D.2 para obtener aceleraciones instantáneas y vectores de aceleración.

Entonces, de las ecuaciones D.95 y D.96, se consiguen

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_1 = & \left( \ddot{a}_1 \cos \phi_1 - \ddot{b}_1 \sin \phi_1 - 2\dot{\phi}_1(\dot{a}_1 \sin \phi_1 + \dot{b}_1 \cos \phi_1) \right. \\ & \left. - \dot{\phi}_1^2 (a_1 \cos \phi_1 - b_1 \sin \phi_1) - \ddot{c}_1 \right) \\ & / (a_1 \sin \phi_1 + b_1 \cos \phi_1) \end{aligned} \quad (D.157)$$

$$\ddot{\Phi}_2 = \ddot{\Phi}_1 + \ddot{p}_1 + \ddot{\alpha}_2 \quad (D.158)$$

, donde

$$\begin{aligned} \ddot{a}_1 = & (L_2 \sin \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2 - L_2 \cos \alpha_1 \ddot{\alpha}_1) \\ & + (-L_{16} \sin(p_1 + \alpha_2) (\dot{p}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 \\ & + L_{16} \cos(p_1 + \alpha_2) (\ddot{p}_1 + \ddot{\alpha}_2)) \\ & + (-L_{11} \sin p_1 \dot{p}_1^2 + L_{11} \cos p_1 \ddot{p}_1) \\ & + (-L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) (\dot{\beta}_1 + \dot{\alpha}_1)^2 \\ & + L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) (\ddot{\beta}_1 + \ddot{\alpha}_1)) \end{aligned} \quad (D.159)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{b}_1 = & (-L_2 \cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2 - L_2 \sin \alpha_1 \ddot{\alpha}_1) \\
& + (L_{16} \cos(p_1 + \alpha_2) (\dot{p}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 \\
& + L_{16} \sin(p_1 + \alpha_2) (\ddot{p}_1 + \ddot{\alpha}_2)) \\
& + (L_{11} \cos p_1 \dot{p}_1^2 + L_{11} \sin p_1 \ddot{p}_1) \\
& + (L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) (\dot{\beta}_1 + \dot{\alpha}_1)^2 \\
& + L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) (\ddot{\beta}_1 + \ddot{\alpha}_1))
\end{aligned} \tag{D.160}$$

$$\ddot{c}_1 = 0 \tag{D.161}$$

$$\ddot{p}_1 = \ddot{\beta}_1 + \ddot{\alpha}_1 + \ddot{\beta}_2 \tag{D.162}$$

Las variables no descritas se presentan en la ecuación D.97 a la D.100. Luego, de la ecuación D.101, se obtiene

$$\ddot{\varphi}_1 = \ddot{\beta}_1 + \ddot{\phi}_1 + \ddot{\alpha}_1 = \ddot{\Phi}_2 - \ddot{\beta}_2 - \ddot{\alpha}_2 \tag{D.163}$$

De las ecuaciones D.102 y D.103 se obtienen

$$\begin{aligned}
\ddot{\beta}_3 = & (\ddot{a}_2 \cos \beta_3 - \ddot{b}_2 \sin \beta_3 - 2\dot{\beta}_3(\dot{a}_2 \sin \beta_3 + \dot{b}_2 \cos \beta_3) \\
& - \dot{\beta}_3^2 (a_2 \cos \beta_3 - b_2 \cos \beta_3) - \ddot{c}_2) \\
& / (a_2 \sin \beta_3 + b_2 \cos \beta_3)
\end{aligned} \tag{D.164}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\varphi}_2 = & (L_9 (\cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 + \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1) \\
& + L_{15} (\cos(\varphi_1 + 180^\circ + \beta_3) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_3)^2 \\
& + \sin(\varphi_1 + 180^\circ + \beta_3) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_3)) - L_{13} \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2) \\
& / (L_{13} \sin \varphi_2)
\end{aligned} \tag{D.165}$$

, donde

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_2 = & -L_{15}L_{17} \cos(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \dot{\varphi}_1^2 \\
& - L_{15}L_{17} \sin(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \ddot{\varphi}_1
\end{aligned} \tag{D.166}$$

$$\begin{aligned}\ddot{b}_2 = & -L_{15}L_{17} \sin(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \dot{\varphi}_1^2 \\ & + L_{15}L_{17} \cos(\varphi_1 + 180^\circ - \gamma_3) \ddot{\varphi}_1\end{aligned}\quad (D.167)$$

$$\ddot{c}_2 = L_9L_{17} \cos(\varphi_1 - \gamma_3) \dot{\varphi}_1^2 + L_9L_{17} \sin(\varphi_1 - \gamma_3) \ddot{\varphi}_1 \quad (D.168)$$

Las variables no descritas se presentan en las ecuaciones D.104 a D.106

Las aceleraciones angulares de cada eslabón y las velocidades de actuación también se determinan a continuación.

- Eslabón 2: Rueda trasera. De la ecuación D.107

$$\ddot{\varphi}_8 = \ddot{\theta}_1 + \ddot{\varphi}_1 \quad (D.169)$$

- Eslabón 3: Cluster trasero. Variable  $\ddot{\varphi}_1$  en ecuación D.157

- Eslabón 4: Patas traseras. De la ecuación D.108

$$\ddot{\varphi}_{10} = \ddot{\alpha}_1 + \ddot{\varphi}_1 \quad (D.170)$$

- Eslabones 5 y 6: Actuador lineal trasero de la ecuación D.109, y su aceleración lineal  $\ddot{l}_1$  de la ecuación D.110

$$\ddot{\varphi}_5 = \ddot{\alpha}_1 + \ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_1 + \ddot{\rho}_1 \quad (D.171)$$

$$\ddot{l}_1 = \frac{L_3L_{5,6}(\cos \beta_1 \dot{\beta}_1 + \sin \beta_1 \ddot{\beta}_1) - \dot{l}_1^2}{l_1} \quad (D.172)$$

, donde la ecuación D.111 resulta en

$$\begin{aligned}\ddot{\rho}_1 = & \left( l_1 \sin \rho_1 \dot{\rho}_1^2 - \dot{l}_1 \sin \rho_1 - 2\dot{l}_1 \cos \rho_1 \dot{\rho}_1 - L_3 \sin \beta_1 \dot{\beta}_1^2 \right. \\ & \left. + L_3 \cos \beta_1 \ddot{\beta}_1 \right) / (l_1 \cos \rho_1)\end{aligned}\quad (D.173)$$

- Eslabón 7: Chasis. Variable  $\ddot{\varphi}_1$  en ecuación D.163

- Eslabones 8 y 9: Actuador lineal delantero de la ecuación D.112, y su aceleración lineal  $\ddot{l}_2$  de la ecuación D.113

$$\ddot{\varphi}_6 = \ddot{\varphi}_2 - \ddot{\alpha}_2 - \ddot{\beta}_2 - \ddot{\rho}_2 \quad (D.174)$$

$$\ddot{l}_2 = \frac{L_{12}L_{6,8}(\cos \beta_2 \dot{\beta}_2 + \sin \beta_2 \ddot{\beta}_2) - \dot{l}_2^2}{l_2} \quad (D.175)$$

, donde la ecuación D.114 resulta

$$\begin{aligned} \ddot{\rho}_2 = & \left( l_2 \sin \rho_2 \dot{\rho}_2^2 - \ddot{l}_2 \sin \rho_2 - 2\dot{l}_2 \cos \rho_2 \dot{\rho}_2 - L_{12} \sin \beta_2 \dot{\beta}_2^2 \right. \\ & \left. + L_{12} \cos \beta_2 \ddot{\beta}_2 \right) / (l_2 \cos \rho_2) \end{aligned} \quad (D.176)$$

• Eslabón 10: Patas delanteras. De la ecuación D.115

$$\ddot{\phi}_{11} = \ddot{\phi}_2 - \ddot{\alpha}_2 \quad (D.177)$$

• Eslabón 11: Cluster delantero. Variable  $\ddot{\phi}_2$  en ecuación D.158

• Eslabón 12: Rueda delantera. Determinado por la aceleración horizontal de N respecto al origen del sistema de referencia fijo.

$$\ddot{\phi}_9 = -\frac{\vec{a}_N}{r} \quad (D.178)$$

La anteposición del signo negativo indica la disminución del valor de  $\ddot{\phi}_9$  para movimientos de N hacia X+ (positivo) en el plano.

• Eslabón 13 y 14: Actuador lineal superior de la ecuación D.117 y su aceleración lineal  $\ddot{l}_3$  de la ecuación D.119

$$\ddot{\phi}_7 = \ddot{\rho}_4 + \ddot{\phi}_2 - \ddot{\rho}_3 \quad (D.179)$$

, donde

$$\begin{aligned} \ddot{\rho}_4 = & \left( l_3 \sin \rho_4 \dot{\rho}_4^2 - \ddot{l}_3 \sin \rho_4 - 2\dot{l}_3 \cos \rho_4 \dot{\rho}_4 \right. \\ & - L_{PM}(\sin(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\dot{\phi}_2 - \dot{\rho}_3)^2 \\ & \left. - \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\ddot{\phi}_2 - \ddot{\rho}_3)) \right) / l_3 \cos \rho_4 \end{aligned} \quad (D.180)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{i}_3 = & \left( \dot{L}_{LM}^2 + \ddot{L}_{LM}(L_{LM} - L_{PM} \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3)) \right. \\
& + 2\dot{L}_{LM}L_{PM} \sin(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\dot{\varphi}_2 - \dot{\rho}_3) \\
& + L_{LM}L_{PM} \cos(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\dot{\varphi}_2 - \dot{\rho}_3)^2 \\
& \left. + L_{LM}L_{PM} \sin(\gamma_6 + \varphi_2 - \gamma_3 - \rho_3) (\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\rho}_3) - \dot{i}_3^2 \right) \\
& / l_3
\end{aligned} \tag{D.181}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\rho}_3 = & \left( L_{LM} \sin \rho_3 \dot{\rho}_3^2 - \ddot{L}_{LM} \sin \rho_3 - 2\dot{L}_{LM} \cos \rho_3 \dot{\rho}_3 \right. \\
& - L_{IP}(\sin(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 \\
& \left. - \cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5) (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2)) \right) / L_{LM} \cos \rho_3
\end{aligned} \tag{D.182}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{L}_{LM} = & \left( L_{13}L_{IP}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)^2 \right. \\
& \left. - \sin(\varphi_1 - \varphi_2 - \gamma_5) (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2)) - \dot{L}_{LM}^2 \right) / L_{LM}
\end{aligned} \tag{D.183}$$

- Eslabón 15: Asiento.  $\gamma_3$  es constante, por lo tanto  $\ddot{\gamma}_3 = 0$
- Eslabón 16: Barras traseras bajo asiento. De la ecuación D.122

$$\ddot{\varphi}_3 = \ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_3 \tag{D.184}$$

, donde la variable  $\ddot{\beta}_3$  proviene de la ecuación D.164

- Eslabón 17: Barras delanteras bajo asiento. Variable  $\ddot{\varphi}_2$  en ecuación D.165

Las aceleraciones en los motores de los mecanismos delantero y trasero se obtienen a partir de las ecuaciones D.123 a D.125 como

$$\ddot{\lambda}_1 = - \frac{d_{sCT}}{d_{sMCT}} \ddot{\alpha}_1 \tag{D.185}$$

$$\ddot{\lambda}_3 = \frac{d_{s4}}{d_{g4}d_{sMR}} (d_{g6}\ddot{\theta}_1 - d_{g4}\ddot{\alpha}_1) \quad (D.186)$$

$$\ddot{\lambda}_7 = -\frac{d_{sCD}}{d_{sMCD}} \ddot{\alpha}_2 \quad (D.187)$$

Finalmente, se obtienen las aceleraciones relativas y absolutas como sigue.

De la ecuación D.126,

$$\vec{a}_A = (-\ddot{\theta}_1 r)\mathbf{i} + (0)\mathbf{k} \quad (D.188)$$

De la ecuación D.127,

$$\begin{aligned} \vec{a}_{B/A} = & \left( -L_1 \cos \Phi_1 \dot{\Phi}_1^2 - L_1 \sin \Phi_1 \ddot{\Phi}_1 \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_1 \sin \Phi_1 \dot{\Phi}_1^2 + L_1 \cos \Phi_1 \ddot{\Phi}_1 \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (D.189)$$

De la ecuación D.128,

$$\begin{aligned} \vec{a}_{D/B} = & \left( -L_2 \cos(\alpha_1 + \Phi_1) (\dot{\alpha}_1 + \dot{\Phi}_1)^2 \right. \\ & \left. - L_2 \sin(\alpha_1 + \Phi_1) (\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\Phi}_1) \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_2 \sin(\alpha_1 + \Phi_1) (\dot{\alpha}_1 + \dot{\Phi}_1)^2 \right. \\ & \left. + L_2 \cos(\alpha_1 + \Phi_1) (\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\Phi}_1) \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (D.190)$$

De la ecuación D.129,

$$\begin{aligned} \vec{a}_{C/D} = & \left( -L_3 \cos(180 + \varphi_1 - \beta_1) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\beta}_1)^2 \right. \\ & \left. - L_3 \sin(180 + \varphi_1 - \beta_1) (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\beta}_1) \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_3 \sin(180 + \varphi_1 - \beta_1) (\dot{\varphi}_1 - \dot{\beta}_1)^2 \right. \\ & \left. + L_3 \cos(180 + \varphi_1 - \beta_1) (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\beta}_1) \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (D.191)$$



De la ecuación D.130,

$$\begin{aligned}\vec{a}_{E/D} = & \left( -L_5 \cos(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 - L_5 \sin(180^\circ + \varphi_1) \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_5 \sin(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 \right. \\ & \left. + L_5 \cos(180^\circ + \varphi_1) \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{k}\end{aligned}\quad (\text{D.192})$$

De la ecuación D.131,

$$\begin{aligned}\vec{a}_{F/D} = & \left( -L_{5,6} \cos(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 - L_{5,6} \sin(180^\circ + \varphi_1) \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_{5,6} \sin(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 \right. \\ & \left. + L_{5,6} \cos(180^\circ + \varphi_1) \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{k}\end{aligned}\quad (\text{D.193})$$

De la ecuación D.132,

$$\begin{aligned}\vec{a}_{I/D} = & \left( -L_{5,9} \cos(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 - L_{5,9} \sin(180^\circ + \varphi_1) \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_{5,9} \sin(180^\circ + \varphi_1) \dot{\varphi}_1^2 \right. \\ & \left. + L_{5,9} \cos(180^\circ + \varphi_1) \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{k}\end{aligned}\quad (\text{D.194})$$

De la ecuación D.133,

$$\begin{aligned}\vec{a}_{J/I} = & \left( -L_{12} \cos(\varphi_1 + \beta_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)^2 - L_{12} \sin(\varphi_1 + \beta_2) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_2) \right) \mathbf{i} \\ & + \left( -L_{12} \sin(\varphi_1 + \beta_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)^2 \right. \\ & \left. + L_{12} \cos(\varphi_1 + \beta_2) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_2) \right) \mathbf{k}\end{aligned}\quad (\text{D.195})$$

De la ecuación D.134,

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{K/I} = & \left( -L_{11} \cos(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)^2 \right. \\
& \left. - L_{11} \sin(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_2) \right) \mathbf{i} \\
& + \left( -L_{11} \sin(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_2)^2 \right. \\
& \left. + L_{11} \cos(\varphi_1 + \beta_2 - \gamma_2) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_2) \right) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{D.196}$$

De la ecuación D.135,

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{N/K} = & \left( L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + L_{16} \sin \phi_2 \ddot{\phi}_2 \right) \mathbf{i} \\
& + \left( L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2 - L_{16} \cos \phi_2 \ddot{\phi}_2 \right) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{D.197}$$

De la ecuación D.136,

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{M/I} = & \left( -L_{13} \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 - L_{13} \sin \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 \right) \mathbf{i} \\
& + \left( -L_{13} \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2^2 + L_{13} \cos \varphi_2 \ddot{\varphi}_2 \right) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{D.198}$$

De la ecuación D.137,

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{H/I} = & \left( -L_9 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - L_9 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{i} \\
& + \left( -L_9 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 + L_9 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1 \right) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{D.199}$$

De la ecuación D.138,

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{Q/H} = & \left( -L_{15} \cos(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_1)^2 \right. \\
& \left. - L_{15} \sin(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_1) \right) \mathbf{i} \\
& + \left( -L_{15} \sin(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1) (\dot{\varphi}_1 + \dot{\beta}_1)^2 \right. \\
& \left. + L_{15} \cos(180^\circ + \varphi_1 + \beta_1) (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\beta}_1) \right) \mathbf{k}
\end{aligned} \tag{D.200}$$

De la ecuación D.139,

$$\vec{a}_{R/Q} = \vec{a}_{P/R} = (0)\mathbf{i} + (0)\mathbf{j} \quad (\text{D.201})$$

De la ecuación D.140,

$$\begin{aligned} \vec{a}_{G/H} = & (-L_8 \cos \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 - L_8 \sin \varphi_1 \ddot{\varphi}_1)\mathbf{i} \\ & + (-L_8 \sin \varphi_1 \dot{\varphi}_1^2 + L_8 \cos \varphi_1 \ddot{\varphi}_1)\mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{D.202})$$

De la ecuación D.141,

$$\begin{aligned} \vec{a}_{L/G} = & (-L_{10} \cos(\varphi_1 - 90^\circ) \dot{\varphi}_1^2 - L_{10} \sin(\varphi_1 - 90^\circ) \ddot{\varphi}_1)\mathbf{i} \\ & + (-L_{10} \sin(\varphi_1 - 90^\circ) \dot{\varphi}_1^2 + L_{10} \cos(\varphi_1 - 90^\circ) \ddot{\varphi}_1)\mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{D.203})$$

Luego entonces, se definen los vectores de aceleración respecto a O como:

- Aceleración de A – definido en la ecuación D.188
- Aceleración de B – calculado mediante las ecuaciones D.188 y D.189

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} \quad (\text{D.204})$$

- Aceleración de D – calculado mediante las ecuaciones D.204 y D.190

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{D/B} \quad (\text{D.205})$$

- Aceleración de C – calculado mediante las ecuaciones D.205 y D.191

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{C/D} \quad (\text{D.206})$$

- Aceleración de E – calculado mediante las ecuaciones D.205 y D.192

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{D/E} \quad (\text{D.207})$$

- Aceleración de F – calculado mediante las ecuaciones D.205 y D.193

$$\vec{a}_F = \vec{a}_D + \vec{a}_{F/D} \quad (D.208)$$

- Aceleración de I – calculado mediante las ecuaciones D.205 y D.194

$$\vec{a}_I = \vec{a}_D + \vec{a}_{I/D} \quad (D.209)$$

- Aceleración de J – calculado mediante las ecuaciones D.209 y D.195

$$\vec{a}_J = \vec{a}_I + \vec{a}_{J/I} \quad (D.210)$$

- Aceleración de K – calculado mediante las ecuaciones D.209 y D.196

$$\vec{a}_K = \vec{a}_I + \vec{a}_{K/I} \quad (D.211)$$

- Aceleración de N – calculado mediante las ecuaciones D.211 y D.197

$$\vec{a}_N = \vec{a}_K + \vec{a}_{N/K} \quad (D.212)$$

- Aceleración de M – calculado mediante las ecuaciones D.209 y D.198

$$\vec{a}_M = \vec{a}_I + \vec{a}_{M/I} \quad (D.213)$$

- Aceleración de H – calculado mediante las ecuaciones D.209 y D.199

$$\vec{a}_H = \vec{a}_I + \vec{a}_{H/I} \quad (D.214)$$

- Aceleración de Q – calculado mediante las ecuaciones D.214 y D.200

$$\vec{a}_Q = \vec{a}_H + \vec{a}_{Q/H} \quad (D.215)$$

- Aceleración de R y P – calculado mediante las ecuaciones D.215 y D.201

$$\vec{a}_R = \vec{a}_P = \vec{a}_Q \quad (D.216)$$

- Aceleración de G – calculado mediante las ecuaciones D.214 y D.202

$$\vec{a}_G = \vec{a}_H + \vec{a}_{G/H} \quad (\text{D.217})$$

- Aceleración de L – calculado mediante las ecuaciones D.217 y D.203

$$\vec{a}_L = \vec{a}_G + \vec{a}_{G/L} \quad (\text{D.218})$$



## ANEXO E

### Cinemática del vehículo sobre una escalera

#### E.1. Transición D a E1:

Tabla E.1: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En D [°]	En E1 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	0	0
$\alpha_2$	Variable	163.76	133.59
$\beta_1$	Constante	55.61	55.61
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

- 1) La posición inicial de los eslabones del sistema se evalúan a partir de los valores en E1 de la tabla E.1 y con las ecuaciones del anexo D apartado 1. Se asume

$$h_2 - h_1 = 0 \quad (E.1)$$

- 2) Con ello, solo la posición inicial del eslabón 11 no es la adecuada. La figura E.1 lo expone en sus correctas posiciones inicial y final con la posición de K determinada en el punto 1.  $\phi_{11}$  es constante.

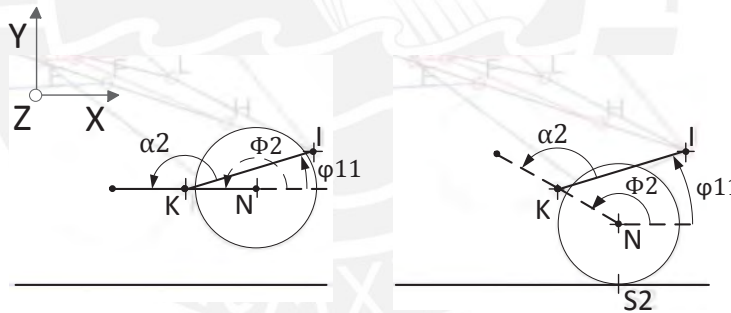


Figura E.1: Rotación del cluster delantero

- 3) La cinemática del eslabón 11 cumple con las ecuaciones de posición: D.26 con el despeje  $\phi_2$ ; D.59 para su actuador; D.69 para su posición relativa; y D.87 para la posición absoluta de N. Los valores de  $\alpha_2$  se obtienen de la tabla E.1. Análogamente, también cumple con las ecuaciones de velocidad: D.115, D.125, D.135 y D.150. Sus valores de aceleración, salvo por la ecuación D.197 del punto N, serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\alpha}_2$ .

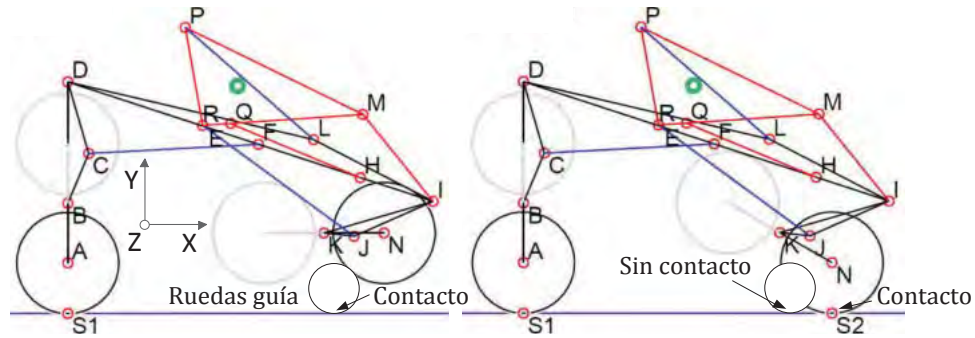


Figura E.2: Transición D a E1

## E.2. Transiciones E1 a E2 y E7 a E8:

Tabla E.2: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E1 [°]	En E2 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	0	0
$\alpha_2$	Constante	133.59	133.59
$\beta_1$	Constante	55.61	55.61
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

Tabla E.3: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E7 [°]	En E8 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

- 1) Ambos análisis emplean los datos de las tablas E.2 y E.3 respectivamente y asumen la ecuación E.1. El desplazamiento horizontal aproximado de A en E1 a E2 es  $-D_{\text{rtr}}$  como se muestra en la figura E.3 y en la ecuación E.2.  $\Delta\overline{OA}_x + \overline{AN}_x$  representa la suma de la variación horizontal de A desde E2 hasta E7 más la separación entre A y N en E7; la separación horizontal entre A y el final del reposapiés en E1 es  $\sim 1056$  mm;  $r$  es el radio de las ruedas;  $\text{pre1}$  es el desplazamiento horizontal de E7 a E8;  $\text{pre2}$  es la separación final entre la circunferencia de la rueda y el primer escalón; y  $\text{pre0}$ , la separación inicial entre el reposapiés y el primer escalón. Los valores finales de  $\theta_1$ , o  $\theta_{1f}$ , de E1 a E2 y E7 a E8 se determinan respectivamente en las ecuaciones E.3 y E.4.

$$D_{\text{rtr}} = \Delta\overline{OA}_x + \overline{AN}_x - 1056 + r + \text{pre1} + \text{pre2} - \text{pre0} \quad (\text{E.2})$$

$$\theta_{1f} = D_{rtr}/r \quad (E.3)$$

$$\theta_{1f} = pre1/r \quad (E.4)$$

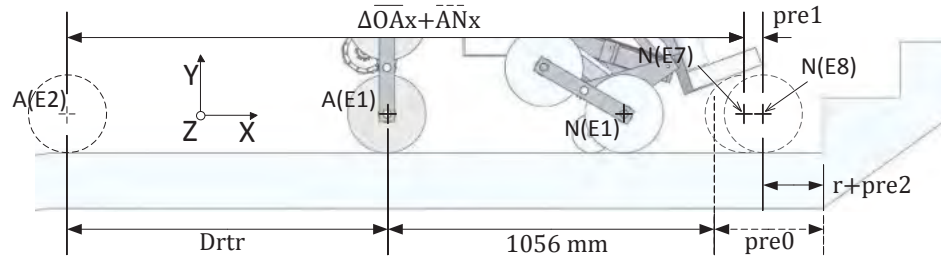


Figura E.3: Esquema ayuda E1 a E2

- 2) Los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$ . Todos los valores de posición y velocidad se obtienen a partir del anexo D apartados 1 y 2.

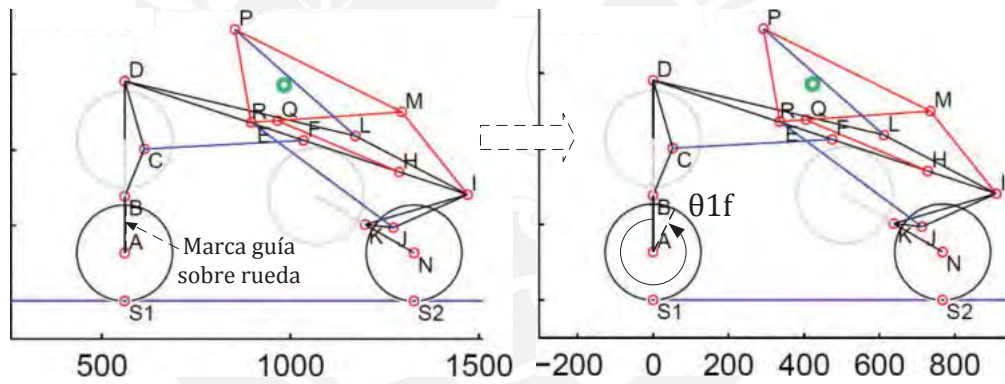


Figura E.4: Transición E1 a E2

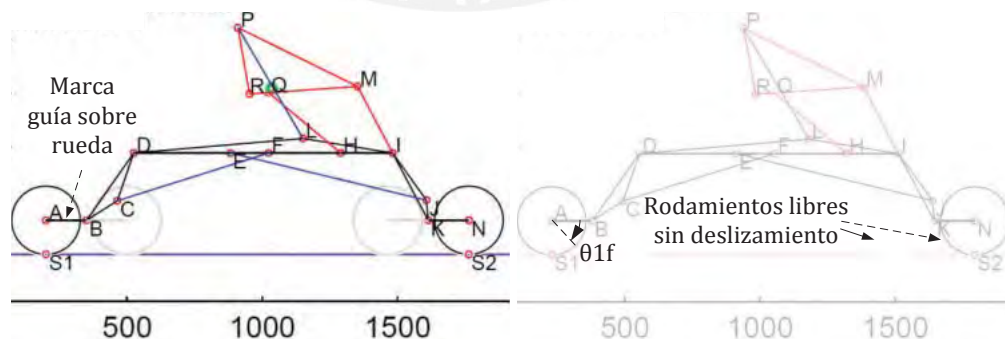


Figura E.5: Transición E7 a E8



### E.3. Transición E2 a E3:

Tabla E.4: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E2 [°]	En E3 [°]
$\theta_1$	Constante	0	339.29
$\alpha_1$	Variable	0	55.09
$\alpha_2$	Variable	133.59	78.50
$\beta_1$	Constante	55.61	55.61
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

- 1) El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.4 y la ecuación E.1. Las velocidades constantes e iguales de diseño son  $\dot{\alpha}_1$  y  $\dot{\alpha}_2$ .
- 2) Todos los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del anexo D.

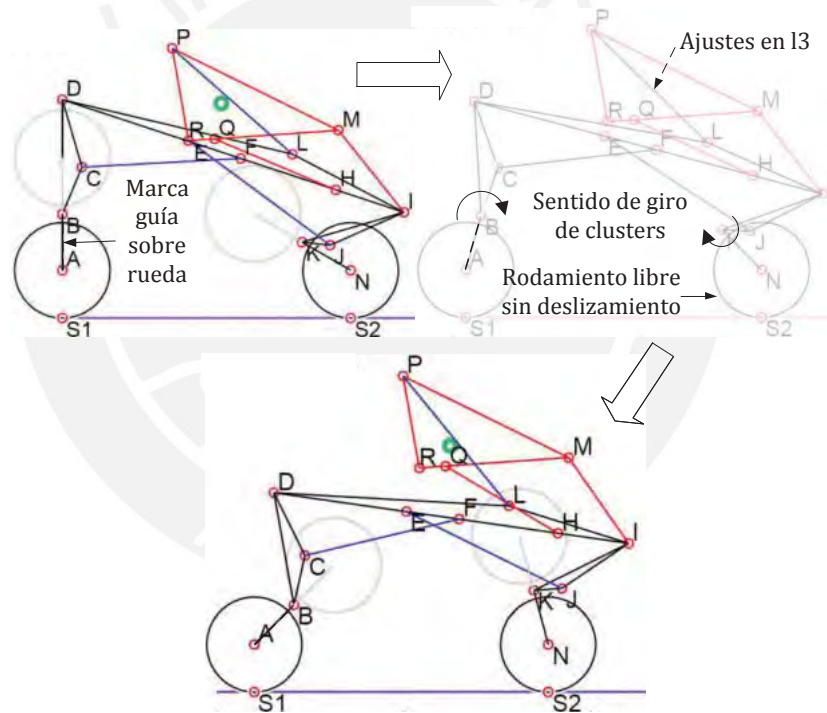


Figura E.6: Transición E2 a E3

### E.4. Transición E3 a E4:

Tabla E.5: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E3 [°]	En E4 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Variable	78.50	62.10
$\beta_1$	Variable	55.61	73.89
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_1$ .  $\alpha_2$  es la misma que en la transición E2 a E3. El comportamiento cinemático de  $\beta_1$  se obtiene de las ecuaciones D.21, D.110 y D.172. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.5 y la ecuación E.1.
- 2) Los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del anexo D.

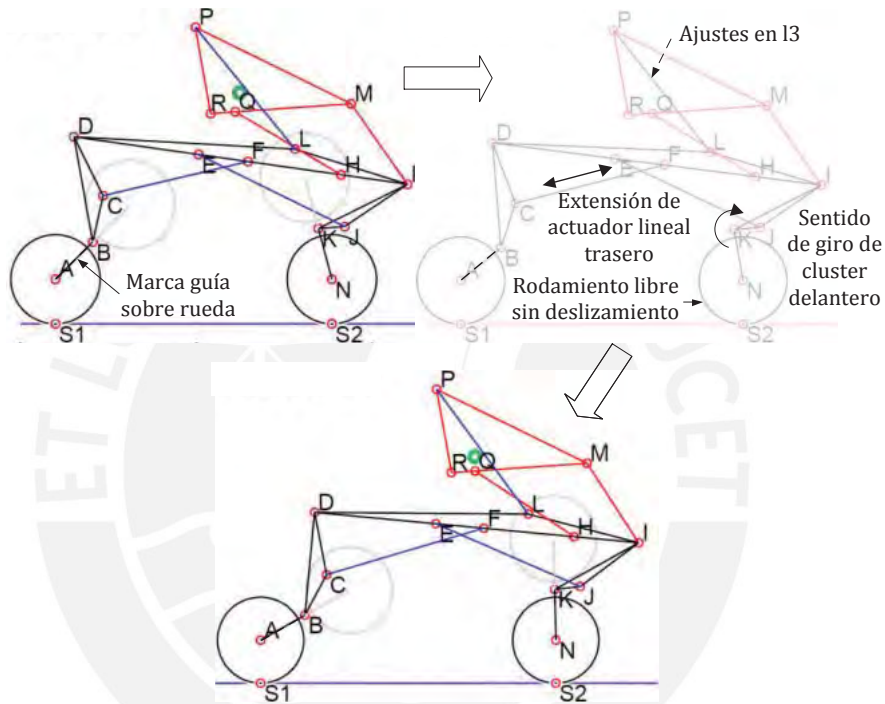


Figura E.7: Transición E3 a E4

#### E.5. Transiciones E4 a E5:

Tabla E.6: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E4 [°]	En E5 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10
$\beta_1$	Variable	73.89	108.80
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_1$ .  $\dot{l}_1$  es la misma que en E3 a E4. El comportamiento de  $\beta_1$  se obtiene de las ecuaciones D.21, D.110 y D.172. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.6 y la ecuación E.1.

2) Los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del anexo D.

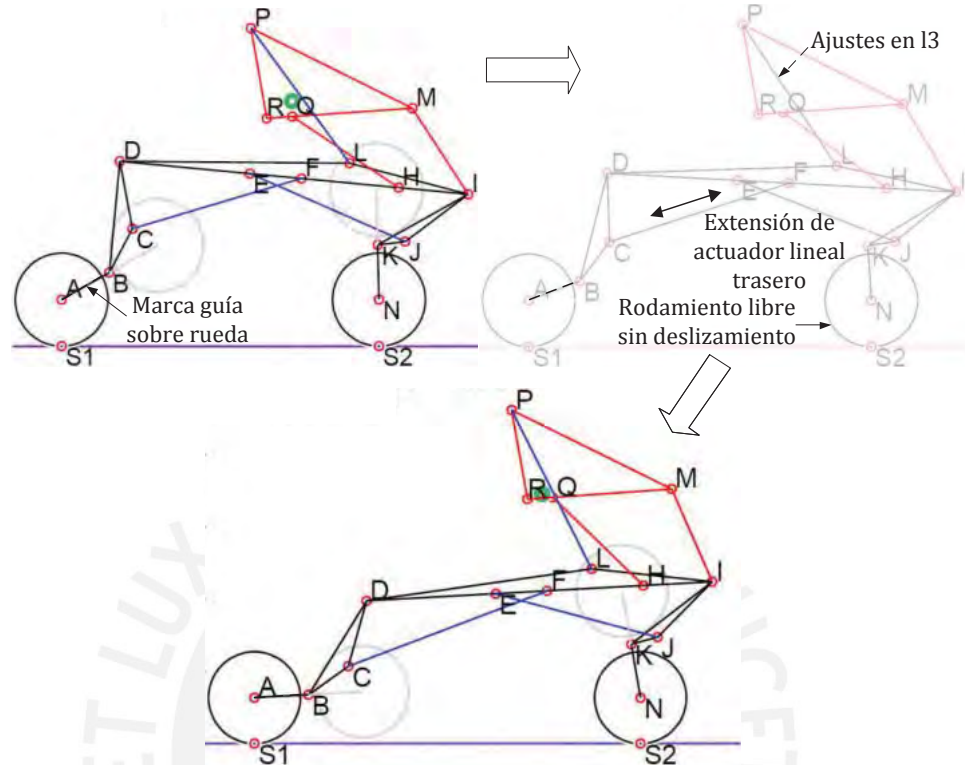


Figura E.8: Transición E4 a E5

### E.6. Transiciones E5 a E6, E6 a E7 y J12 a J13

Tabla E.7: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E5 [°]	En E6 [°]	En E7 [°]	En J12 [°]	En J13 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0	0	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09	55.09	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10	62.10	62.10	62.10
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80	108.80	calculado	calculado
$\beta_2$	Variable	42.21	77.11	125.59	calculado	42.21

1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_2$ , y es igual en E5 a E6 y en E6 a E7. El comportamiento de  $\beta_2$  se obtiene de las ecuaciones D.24, D.113 y D.175. El análisis hace uso de los datos secuenciales presentados en la tabla E.7, y la ecuación E.1.

2) Los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del anexo D.

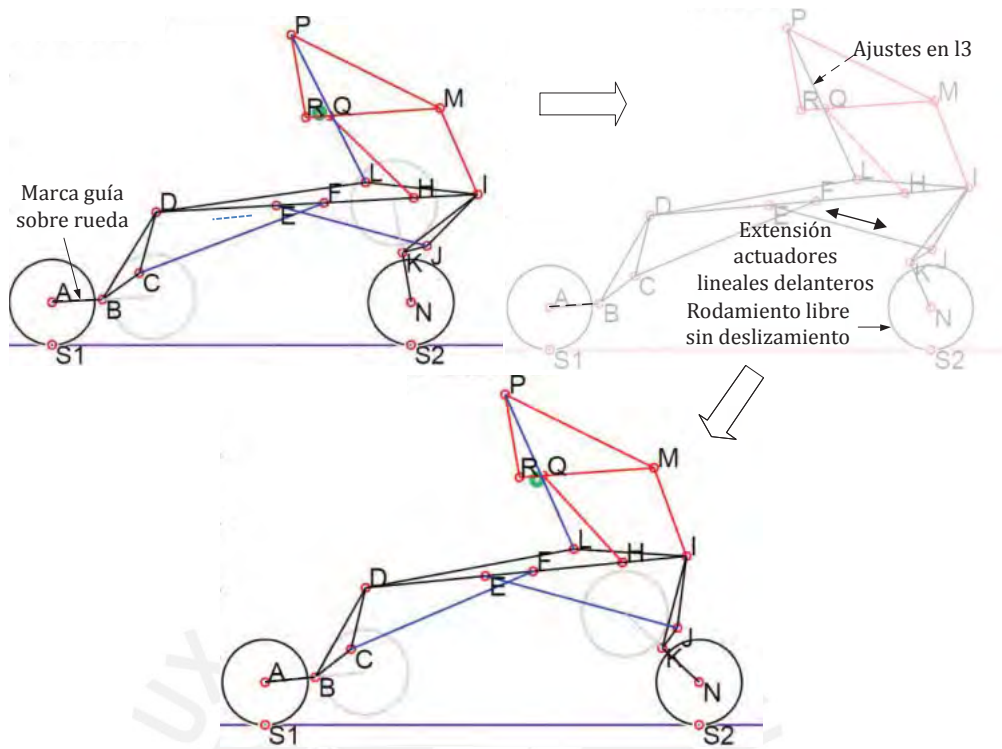


Figura E.9: Transición E5 a E6

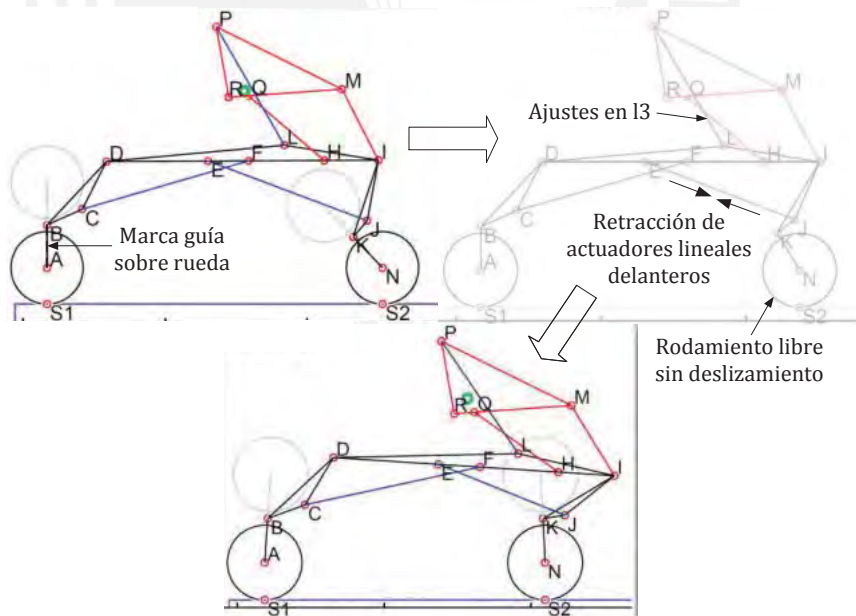


Figura E.10: Transición J12 a J13

### E.7. Transición E8 a F:

Tabla E.8: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En E8 [°]	En F [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	55.09	55.09
$\alpha_2$	Variable	62.10	A calcular
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$ . La posición inicial del sistema en E8 se determina con los datos presentados en la tabla E.8 y las ecuaciones del anexo D apartado 1. Se asume la ecuación E.1.
- 2) El valor final de  $\phi_2$ , o  $\phi_{2f}$ , y la separación al borde del primer escalón  $d_{br}$  se determinan en las ecuaciones E.5 y E.6 a partir de la figura E.11.  $h_e$  representa la altura del escalón.  $\phi_1$  es dependiente de la variación de  $\phi_2$  en la ecuación E.7; el valor de  $\overline{AK}$  es constante. La ecuación E.8 se determina a partir de las ecuaciones D.2 y D.3. En la ecuación E.9,  $\theta_1$  depende de la variación en  $\Delta\overline{OA}_x = \Delta\overline{AN}_x = \overline{AN}_{xf} - \overline{AN}_{xo}$  y de  $\phi_1$ . El valor inicial  $\overline{AN}_{xo}$  es hallado en el punto 1); su final  $\overline{AN}_{xf}$ , se halla reemplazando los valores finales de las ecuaciones E.5 y E.7 en la ecuación E.7. Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11.

$$\phi_{2f} = \sin^{-1}\left(\frac{h_e}{2L_{16}}\right) \quad (E.5)$$

$$d_{br} = 2L_{16} \cos \phi_{2f} - (r + pre2) \quad (E.6)$$

$$\phi_1 = \sin^{-1}\left(\frac{h_2 + L_{16} \sin \phi_2}{\overline{AK}}\right) \quad (E.7)$$

$$\alpha_2 = 180^\circ + \phi_2 + \gamma_2 - \beta_2 - \beta_1 - \phi_1 - \alpha_1 - \gamma_1 \quad (E.8)$$

$$\theta_1 = -(\Delta\overline{OA}_x/r + \phi_1) \quad (E.9)$$

$$\overline{AN}_x = \overline{AK} \cos \phi_1 - L_{16} \cos \phi_2 \quad (E.10)$$

- 3) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.7 a E.10 se obtienen

$$\dot{\phi}_1 = \frac{L_{16} \cos \phi_2}{\overline{AK} \cos \phi_1} \dot{\phi}_2 \quad (E.11)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1 \quad (E.12)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\left(\frac{\dot{\overline{OA}}_x}{r} + \dot{\phi}_1\right) \quad (E.13)$$

$$\dot{\overline{OA}}_x = \overline{AK} \sin \phi_1 \dot{\phi}_1 - L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2 \quad (E.14)$$

4) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.11 a E.14 se obtienen

$$\ddot{\phi}_1 = \frac{1}{\cos \phi_1} \left( \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2 - \frac{L_{16}}{\overline{AK}} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2 \right) \quad (E.15)$$

$$\ddot{\alpha}_2 = -\ddot{\phi}_1 \quad (E.16)$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\left(\frac{\ddot{\overline{OA}}_x}{r} + \ddot{\phi}_1\right) \quad (E.17)$$

$$\ddot{\overline{OA}}_x = \overline{AK} \left( \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + L_{16} \sin \phi_1 \dot{\phi}_1 \right) - L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 \quad (E.18)$$

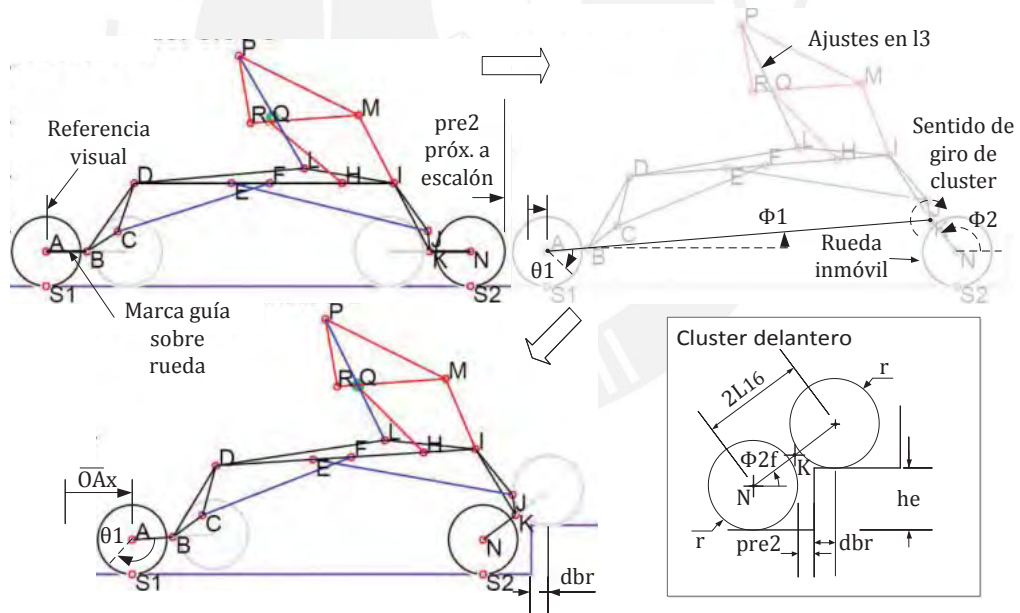


Figura E.11: Transición E8 a F



## E.8. Transición F a G1:

Tabla E.9: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En F [°]	En G1 [°]
$\theta_1$	Variable	0	0
$\alpha_1$	Constante	55.09	A calcular
$\alpha_2$	Variable	Calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$ . Debido al cambio de ubicación de N, el valor inicial de  $\phi_2$  es igual a su valor final en la transición anterior más  $180^\circ$ . Se considera: el valor inicial de  $\phi_1$  igual a su final en la transición anterior; la ecuación E.16, donde CP es el contrapaso; los valores en F de la tabla E.9; y las ecuaciones del anexo D apartado 1 para determinar la posición inicial del sistema.

$$h_2 - h_1 = CP \quad (E.19)$$

- 2) Los valores finales de  $\phi_1$  y  $\phi_2$  deben ser igual a  $0^\circ$  y  $180^\circ$  respectivamente como muestra la figura E.13, y deben alcanzarse al mismo tiempo; por lo tanto, debe cumplir la ecuación E.20. La dirección de  $\overline{BK}$  es dependiente de  $\phi_1$  y  $\phi_2$  en la ecuación E.21;  $\overline{BK}$  es constante. La ecuación E.22 resulta de la colinealidad inicial de los puntos A, B y K, donde  $\alpha_{10}$  es el valor inicial de  $\alpha_1$ .  $\alpha_2$  se determina a partir de las ecuaciones D.2 y D.3 como se describe en la ecuación E.23. La variación horizontal de N sobre el escalón se halla con la ecuación E.24 a partir de los valores iniciales y finales de  $\phi_{BK}$  y  $\phi_2$  mostrados en la figura E.12. Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11.

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\Delta\phi_1}{\Delta\phi_2} \dot{\phi}_1 \quad (E.20)$$

$$\phi_{BK} = \sin^{-1} \left( \frac{h_e - L_1 \sin \phi_1 + L_{16} \sin \phi_2}{\overline{BK}} \right) \quad (E.21)$$

$$\alpha_1 = \alpha_{10} + (\phi_{BK} - \phi_1) \quad (E.22)$$

$$\alpha_2 = 180^\circ + \phi_2 + \gamma_2 - \beta_2 - \beta_1 - \phi_1 - \alpha_1 - \gamma_1 \quad (E.23)$$

$$\begin{aligned} \Delta N = & L_1(1 - \cos \phi_{BK_i}) + \overline{BK}(\cos \phi_{BK_f} - \cos \phi_{BK_i}) \\ & + L_{16}(1 + \cos \phi_{2_i}) + \phi_{BK_i} r \end{aligned} \quad (E.24)$$

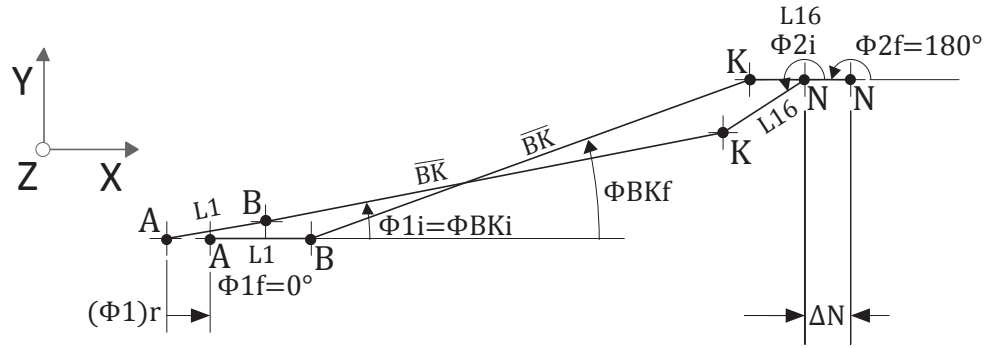


Figura E.12: Esquema ayuda F a G1

- 3) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.21 a E.23 se obtienen

$$\dot{\phi}_{BK} = \frac{L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 - L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1}{\overline{BK} \cos(\phi_{BK})} \quad (E.25)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\phi}_{BK} - \dot{\phi}_1 \quad (E.26)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1 - \dot{\alpha}_1 \quad (E.27)$$

- 4) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.25 a E.27 se obtienen

$$\ddot{\phi}_{BK} = \frac{L_1 \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK}^2 - L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2}{\overline{BK} \cos \phi_{BK}} = \quad (E.28)$$

$$\ddot{\alpha}_1 = \ddot{\phi}_{BK} \quad (E.29)$$

$$\ddot{\alpha}_2 = -\ddot{\alpha}_1 \quad (E.30)$$



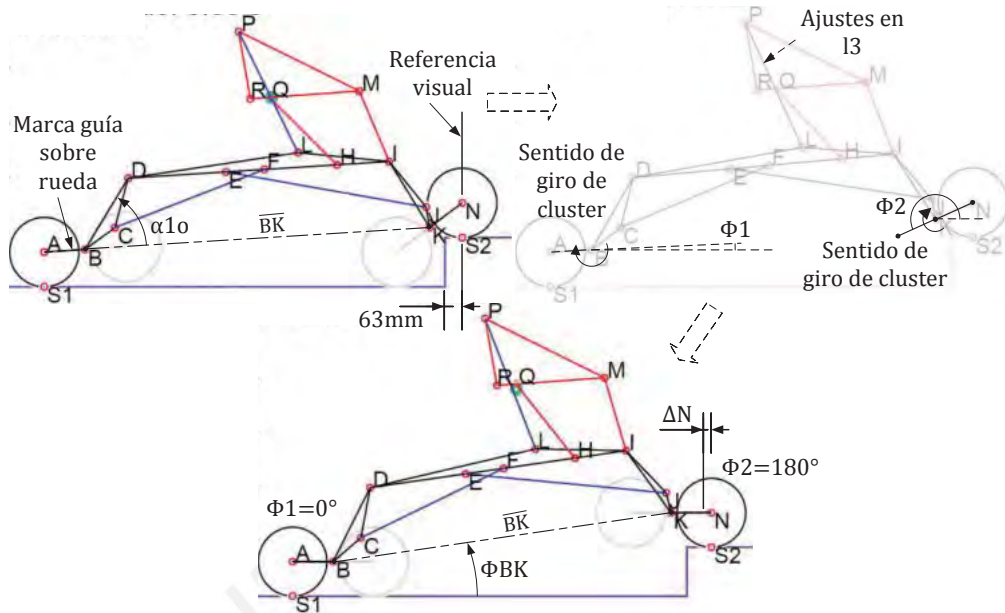


Figura E.13: Transición F a G1

### E.9. Transición G1 a G2:

Tabla E.10: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En G1 [°]	En G2 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	108.80	108.80
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\overline{BN}_x$ .  $\overline{BN}_x$  se reduce hasta que N esté 50mm por delante del borde del primer escalón como expresa la ecuación E.31. Las ecuaciones E.32 a E.36 se determinan a partir de la figura E.14;  $\overline{BK}$  es constante y  $\phi_1$  es cero. La ecuación E.37 se obtiene a partir de las ecuaciones D.2 y D.3. Entonces, las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.10 y la ecuación E.19.

$$\Delta \overline{BN}_x = d_{br} + \Delta N - 50 \quad (E.31)$$

$$\phi_{BK} = \phi_{BK1} + \phi_{BK2} \quad (E.32)$$

$$\phi_{BK1} = \tan^{-1} \left( \frac{h_e}{\overline{BN}_x} \right) \quad (E.33)$$

$$\phi_{BK2} = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{BK}^2 + (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) - L_{16}}{2\overline{BK}\sqrt{\overline{BN}_x^2 + h_e^2}} \right) \quad (E.34)$$

$$\phi_2 = \tan^{-1} \left( \frac{\overline{BK} \sin \phi_{BK} - h_e}{\overline{BK} \cos \phi_{BK} - \overline{BN}_x} \right) \quad (E.35)$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - \beta_1 - \gamma_1 + \phi_{BK} \quad (E.36)$$

$$\alpha_2 = 180^\circ + \phi_2 + \gamma_2 - \beta_2 - \beta_1 - \alpha_1 - \gamma_1 \quad (E.37)$$

2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.32 a E.37 se obtienen

$$\dot{\phi}_{BK} = \dot{\phi}_{BK1} + \dot{\phi}_{BK2} \quad (E.38)$$

$$\dot{\phi}_{BK1} = - \frac{h_e \dot{\overline{BN}}_x \cos \phi_{BK1}^2}{\overline{BN}_x^2} \quad (E.39)$$

$$\dot{\phi}_{BK2} = \left( \overline{BN}_x \dot{\overline{BN}}_x \left( \overline{BK} (\overline{BN}_x^2 + h_e^2)^{-\frac{1}{2}} \cos \phi_{BK2} - 1 \right) \right) / \left( \overline{BK} \sqrt{\overline{BN}_x^2 + h_e^2} \sin \phi_{BK2} \right) \quad (E.40)$$

$$\dot{\phi}_2 = \left( \cos \phi_2^2 \left( \overline{BK} \cos \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} + \tan \phi_2 \left( \overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} + \dot{\overline{BN}}_x \right) \right) \right) / \left( \overline{BK} \cos \phi_{BK} - \overline{BN}_x \right) \quad (E.41)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \dot{\phi}_{BK} \quad (E.42)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_2 - \dot{\alpha}_1 \quad (E.43)$$

3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.38 a E.43 se obtienen

$$\ddot{\phi}_{BK} = \ddot{\phi}_{BK1} + \ddot{\phi}_{BK2} \quad (E.44)$$

$$\ddot{\Phi}_{BK1} = \left( (2h_e \overline{BN}_x \cos \phi_{BK1} \sin \phi_{BK1} \dot{\phi}_{BK1}) (\overline{BN}_x^2) \right. \\ \left. - (-h_e \overline{BN}_x \cos \phi_{BK1}^2) (2\overline{BN}_x \dot{\overline{BN}}_x) \right) / (\overline{BN}_x^4) \quad (E.45)$$

$$\ddot{\Phi}_{BK2} \\ = \left( \left( \overline{BN}_x^2 \left( \overline{BK} (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) \right)^{-\frac{1}{2}} \cos \phi_{BK2} - 1 \right) \right. \\ + \left( \overline{BN}_x \dot{\overline{BN}}_x \right) \left( -\overline{BK} (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) \right)^{-\frac{3}{2}} \overline{BN}_x \dot{\overline{BN}}_x \cos \phi_{BK2} \\ - \overline{BK} (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) \left. \right)^{-\frac{1}{2}} \sin \phi_{BK2} \dot{\phi}_{BK2} \left. \right) \left( \overline{BK} \sqrt{\overline{BN}_x^2 + h_e^2} \sin \phi_{BK2} \right) \\ - \left( \overline{BN}_x \dot{\overline{BN}}_x \left( \overline{BK} (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) \right)^{-\frac{1}{2}} \cos \phi_{BK2} \right. \\ \left. - 1 \right) \left( \overline{BK} (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) \right)^{-\frac{1}{2}} \overline{BN}_x \dot{\overline{BN}}_x \sin \phi_{BK2} \\ + \overline{BK} \sqrt{\overline{BN}_x^2 + h_e^2} \cos \phi_{BK2} \dot{\phi}_{BK2} \left. \right) \\ / \left( \overline{BK}^2 (\overline{BN}_x^2 + h_e^2) \sin \phi_{BK2}^2 \right) \quad (E.46)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi}_2 = & \left( \left( -2 \cos \phi_2 \sin \phi_2 \dot{\phi}_2 \left( \overline{BK} \cos \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} \right. \right. \right. \\
& + \tan \phi_2 \left( \overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} + \overline{BN_x} \dot{\phantom{\phi}} \right) \\
& + \cos \phi_2^2 \left( -\overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK}^2 + \overline{BK} \cos \phi_{BK} \ddot{\phi}_{BK} \right. \\
& + \left( \frac{1}{\cos \phi_2^2} \right) \dot{\phi}_2 \left( \overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} + \overline{BN_x} \dot{\phantom{\phi}} \right) \\
& + \tan \phi_2 \left( \overline{BK} \cos \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK}^2 \right. \\
& \left. \left. \left. \left. + \overline{BK} \sin \phi_{BK} \ddot{\phi}_{BK} \right) \right) \right) \left( \overline{BK} \cos \phi_{BK} - \overline{BN_x} \right)
\end{aligned}
\tag{E.47}$$

$$\begin{aligned}
& - \left( \cos \phi_2^2 \left( \overline{BK} \cos \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} \right. \right. \\
& + \tan \phi_2 \left( \overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} \right. \\
& \left. \left. \left. \left. + \overline{BN_x} \dot{\phantom{\phi}} \right) \right) \right) \left( -\overline{BK} \sin \phi_{BK} \dot{\phi}_{BK} - \overline{BN_x} \dot{\phantom{\phi}} \right) \\
& / (\overline{BK} \cos \phi_{BK} - \overline{BN_x})^2
\end{aligned}$$

$$\ddot{\alpha}_1 = \ddot{\phi}_{BK} \tag{E.48}$$

$$\ddot{\alpha}_2 = \ddot{\phi}_2 - \ddot{\alpha}_1 \tag{E.49}$$

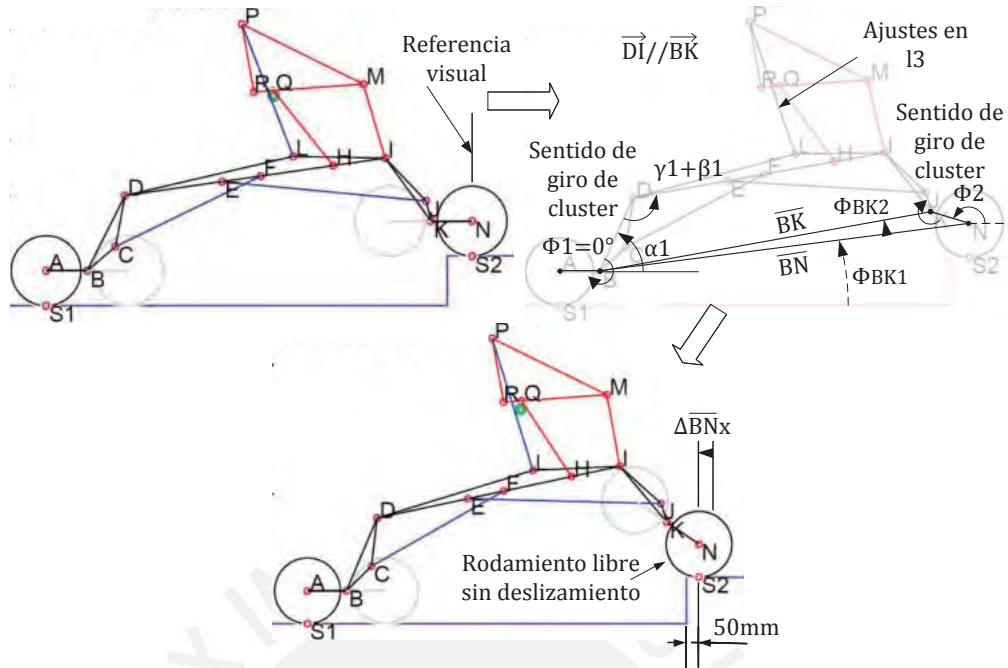


Figura E.14: Transición G1 a G2

### E.10. Transición G2 a G3:

Tabla E.11: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En G2 [°]	En G3 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Variable	108.80	A calcular
$\beta_2$	Constante	125.59	125.59

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\overline{BN}_x$ . El valor inicial de  $\overline{BN}_x$  es igual a su valor final en la transición anterior. Se requiere alcanzar la separación máxima  $L_{BK}$  y determinar los valores finales de  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$ . Entonces, a partir de la figura E.15, se determinan las ecuaciones E.50 a E.58. Éstas permiten hallar  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  finales luego de introducir  $P=280$  y  $CP=180$  en la ecuación E.59 y de hacer uso de los valores en G3 de la tabla E.11.  $\overline{DN}$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$  son constantes y  $\phi_1$  permanece en cero.

$$\overline{BN}_x = L_2 \cos \alpha_1 - \overline{DN} \cos(\alpha_1 + \delta_2) \quad (E.50)$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left( \frac{-h_e}{\sqrt{(\overline{DN} \sin \delta_2)^2 + (L_2 - \overline{DN} \cos \delta_2)^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{L_2 - \overline{DN} \cos \delta_2}{\overline{DN} \sin \delta_2} \right) \quad (E.51)$$

$$\delta_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_2^2 + \overline{DK}^2 - L_{BK}^2}{2L_2 \overline{DK}} \right) - q_3 \quad (E.52)$$

$$\beta_1 = \delta_2 + q_2 + q_3 - \gamma_1 \quad (E.53)$$

$$q_3 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{16} \sin(180^\circ - q_1)}{\overline{DN}} \right) \quad (E.54)$$

$$\overline{DN} = \sqrt{\overline{DK}^2 + L_{16}^2 - 2\overline{DK}(L_{16}) \cos(180^\circ - q_1)} \quad (E.55)$$

$$\overline{DK} = \sqrt{L_{5,9}^2 + L_{11}^2 - 2L_{5,9}(L_{11}) \cos(\beta_2 - \gamma_2)} \quad (E.56)$$

$$q_1 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{5,9} \sin(\beta_2 - \alpha_2)}{\overline{DK}} \right) - \alpha_2 \quad (E.57)$$

$$q_2 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{11} \sin(\beta_2 - \gamma_2)}{\overline{DK}} \right) \quad (E.58)$$

$$L_{BK} = \sqrt{(4P)^2 + (4CP)^2} \quad (E.59)$$

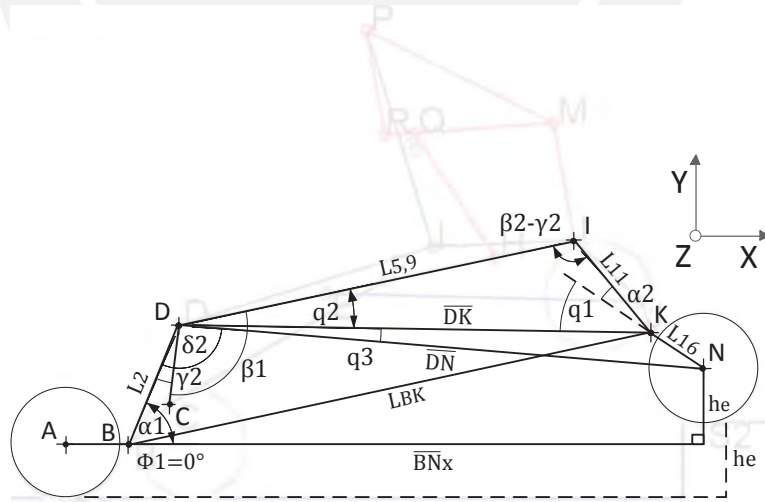


Figura E.15: Esquema ayuda G2 a G3

- 2) Solo se replantean las ecuaciones E.51 y E.52 para excluir sus dependencias con  $L_{BK}$ , y se obtienen las ecuaciones E.60 y E.61. Las demás ecuaciones de posición

se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 y D.8 a D.10. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.11 y la ecuación E.19.

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left( \frac{L_2^2 + \overline{BN}_x^2 - \overline{DN}^2 + h_e}{2L_2 \sqrt{\overline{BN}_x^2 + h_e^2}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{h_e}{\overline{BN}_x} \right) \quad (E.60)$$

$$\delta_2 = \cos^{-1} \left( \frac{L_2 \cos \alpha_1 - \overline{BN}_x}{\overline{DN}} \right) - \alpha_1 \quad (E.61)$$

3) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 y D.97 a D.99. En vez de ellas, de las ecuaciones E.53, E.60 y E.61 se obtienen

$$\dot{\beta}_1 = \dot{\delta}_2 \quad (E.62)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\dot{\overline{BN}}_x \left( \frac{\overline{BN}_x}{L_2} - \cos \alpha_1 \right)}{h_e \cos \alpha_1 - \overline{BN}_x \sin \alpha_1} \quad (E.63)$$

$$\dot{\delta}_2 = \frac{\dot{\overline{BN}}_x + L_2 \sin \alpha_1 \dot{\alpha}_1}{\overline{DN} \sin(\alpha_1 + \delta_2)} - \dot{\alpha}_1 \quad (E.64)$$

4) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 y D.159 a D.161. En vez de ellas, de las ecuaciones E.62 a E.64 se obtienen

$$\ddot{\beta}_1 = \ddot{\delta}_2 \quad (E.65)$$

$$\ddot{\alpha}_1 = \left( \frac{\dot{\overline{BN}}_x^2}{L_2} + 2\dot{\overline{BN}}_x \sin \alpha_1 \dot{\alpha}_1 + h_e \sin \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2 \right) / (h_e \cos \alpha_1 - \overline{BN}_x \sin \alpha_1) \quad (E.66)$$

$$\ddot{\delta}_2 = \left( L_2 (\cos \alpha_1 \dot{\alpha}_1^2 + \sin \alpha_1 \ddot{\alpha}_1) - \overline{DN} \cos(\alpha_1 + \delta_2) (\dot{\alpha}_1 + \dot{\delta}_2)^2 \right) / (\overline{DN} \sin(\alpha_1 + \delta_2)) - \ddot{\alpha}_1 \quad (E.67)$$

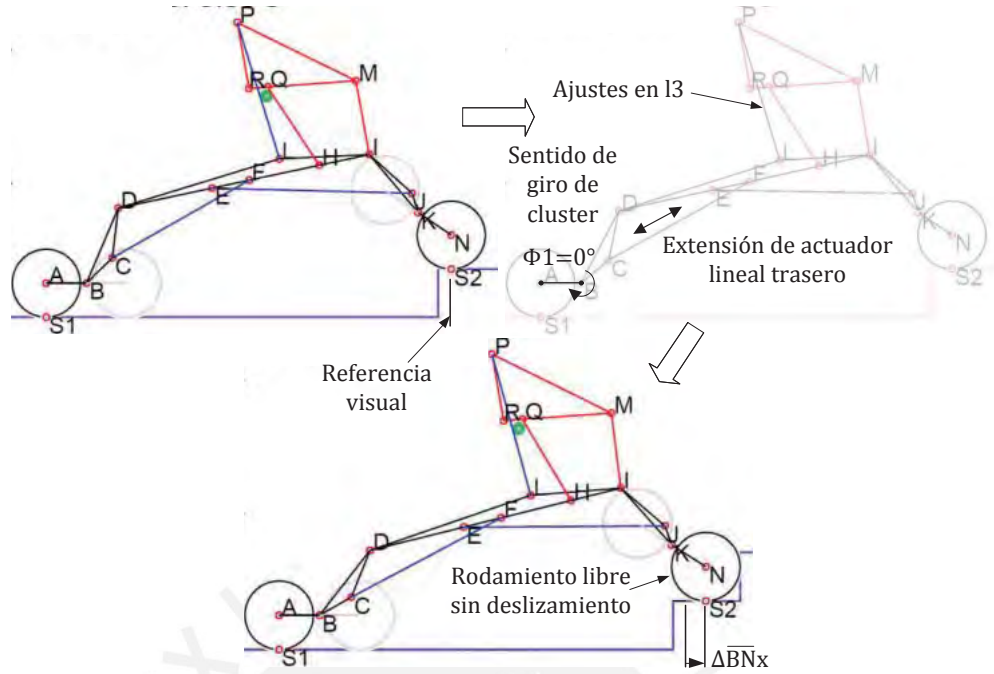


Figura E.16: Transición G2 a G3

### E.11. Transición G3 a G4:

Tabla E.12: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En G3 [°]	En G4 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Variable	125.59	A calcular

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\overline{BN}}_x$ . El valor inicial de  $\overline{BN}_x$  es igual a su valor final en la transición anterior. Se requiere alcanzar la separación  $L_{BK}$  adecuada a las medidas del escalón; y determinar los valores finales de  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_2$  y  $\phi_2$ . Entonces, a partir de la figura E.17, se determinan las ecuaciones E.68 a E.75. Éstas permiten hallar  $\overline{BN}_x$ ,  $\alpha_2$  y  $\phi_2$  finales luego de introducir los valores medidos  $P$  y  $CP$  en la ecuación E.59, y de hacer uso de los valores en G4 de la tabla E.12.  $\overline{BI}$ ,  $q_5$  y  $q_7$  son constantes y  $\phi_1$  permanece en cero.

$$\overline{BN}_x = L_{BK} \cos \phi_{BK} - L_{16} \cos \phi_2 \quad (E.68)$$

$$\phi_{BK} = \alpha_1 - q_7 - q_6 \quad (E.69)$$

$$\phi_2 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{BK} \sin \phi_{BK} - h_e}{L_{16}} \right) \quad (E.70)$$



$$q_6 = \sin^{-1} \left( \frac{L_{11} \sin \delta_3}{L_{BK}} \right) \quad (E.71)$$

$$\delta_3 = \cos^{-1} \left( \frac{L_{11}^2 + \bar{B}\bar{I}^2 - L_{BK}^2}{2L_{11}\bar{B}\bar{I}} \right) \quad (E.72)$$

$$\bar{B}\bar{I} = \sqrt{L_2^2 + L_{5,9}^2 - 2L_2(L_{5,9}) \cos(\gamma_1 + \beta_1)} \quad (E.73)$$

$$q_5 = \sin^{-1} \left( \frac{L_2 \sin(\gamma_1 + \beta_1)}{\bar{B}\bar{I}} \right) \quad (E.74)$$

$$q_7 = 180^\circ - (\gamma_1 + \beta_1 + q_5) \quad (E.75)$$

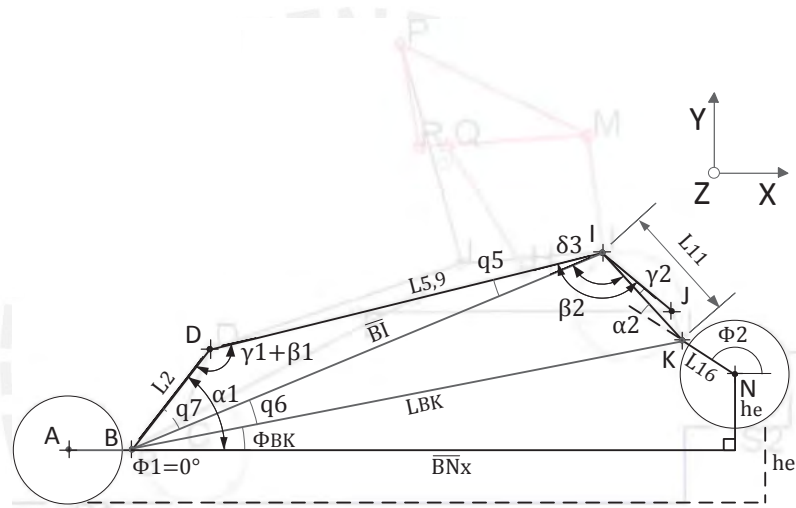


Figura E.17: Esquema ayuda G3 a G4

- 2) La ecuación E.70 se replantea para excluir su dependencia con  $L_{BK}$  y  $\phi_{BK}$  y obtener las ecuaciones E.76 y E.77;  $b_5$  y  $e_5$  son constantes. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. La ecuación E.78 se obtiene a partir de las ecuaciones D.2 y D.3. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.12 y la ecuación E.16.

$$\phi_2 = \cos^{-1} \left( \frac{c_5}{\sqrt{(a_5)^2 + (b_5)^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_5}{a_5} \right) \quad (E.76)$$

$$\alpha_2 = \phi_2 - \cos^{-1} \left( \frac{e_5 - L_{16} - \bar{B}\bar{N}_x}{L_{11}} \right) \quad (E.77)$$

$$\beta_2 = 180^\circ + \phi_2 + \gamma_2 - \alpha_2 - \beta_1 - \phi_1 - \alpha_1 - \gamma_1 \quad (E.78)$$

$$a_5 = e_5 - \overline{BN}_x \quad (E.79)$$

$$b_5 = d_5 = L_2 \sin \alpha_1 + L_{5,8} \sin(180^\circ + \alpha_1 + \gamma_1 + \beta_1) - h_e \quad (E.80)$$

$$c_5 = \frac{(e_5 - \overline{BN}_x)^2 + L_{16}^2 - L_{11}^2 + d_5^2}{2L_{16}} \quad (E.81)$$

$$e_5 = L_2 \cos \alpha_1 + L_{5,8} \cos(180^\circ + \alpha_1 + \gamma_1 + \beta_1) \quad (E.82)$$

3) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.76 a E.82 se obtienen

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\overline{BN}_x(\cos \phi_2 - (e_5 - \overline{BN}_x)/L_{16})}{d_5 \cos \phi_2 - (e_5 - \overline{BN}_x) \sin \phi_2} \quad (E.83)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_2 - \frac{\overline{BN}_x - L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2}{L_{16} \sin(\phi_2 - \alpha_2)} \quad (E.84)$$

$$\dot{\beta}_2 = \dot{\phi}_2 - \dot{\alpha}_2 \quad (E.85)$$

4) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.83 a E.85 se obtienen

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_2 = & \left( \overline{BN}_x \left( 1 - \sin \phi_2 (1 - \dot{\phi}_2) \right) (d_5 \cos \phi_2 - (e_5 - \overline{BN}_x) \sin \phi_2) \right. \\ & - \left( -\overline{BN}_x (e_5 - \overline{BN}_x) / L_{16} \right. \\ & \left. \left. + \overline{BN}_x \cos \phi_2 \right) \left( -d_5 \sin \phi_2 \dot{\phi}_2 + \overline{BN}_x \sin \phi_2 \right. \right. \\ & \left. \left. - (e_5 - \overline{BN}_x) \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 \right) \right) \end{aligned} \quad (E.86)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_2 = & \ddot{\phi}_2 - \left( -L_{16} \left( \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + \sin \phi_2 \ddot{\phi}_2 \right) (L_{16} \sin(\phi_2 - \alpha_2)) \right. \\ & - \left( \overline{BN}_x \right. \\ & \left. \left. - L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2 \right) \left( L_{16} \cos(\phi_2 - \alpha_2) (\dot{\phi}_2 - \dot{\alpha}_2) \right) \right) \end{aligned} \quad (E.87)$$

$$\begin{aligned} & / (L_{11}^2 \sin(\phi_2 - \alpha_2)^2) \\ & \ddot{\beta}_2 = \ddot{\phi}_2 - \ddot{\alpha}_2 \end{aligned} \quad (E.88)$$

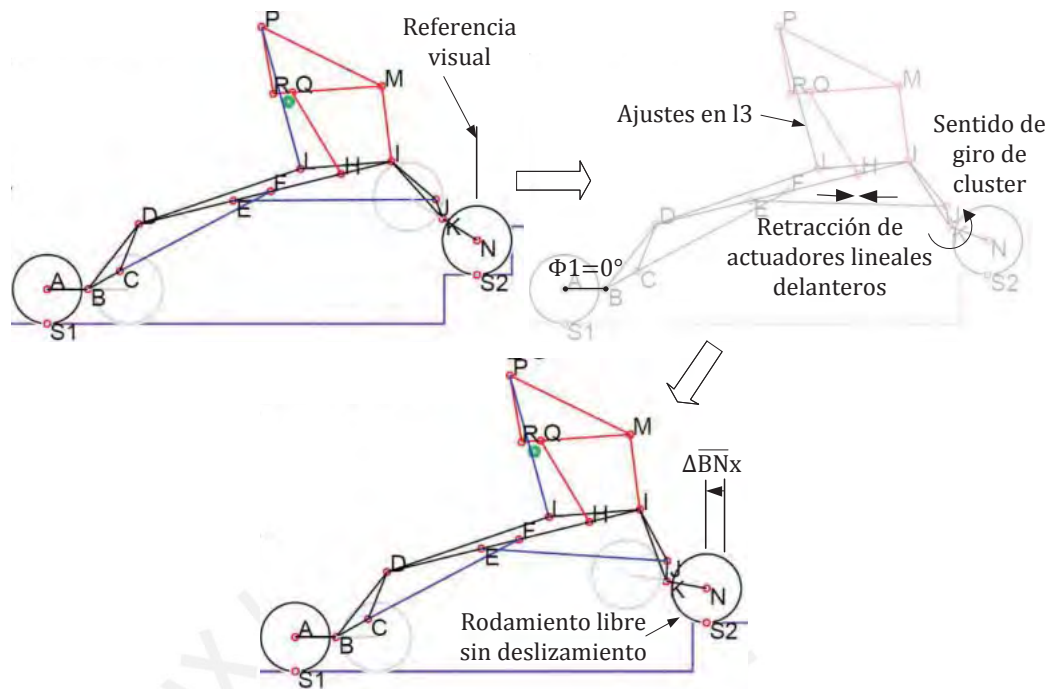


Figura E.18: Transición G3 a G4

## E.12. Transición G3 o G4 a H1:

Tabla E.13: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En G3 o G4 [°]	En H1 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

- 1) Se determina la geometría de la trayectoria generada. De la figura E.19, se observa que los puntos K y N crecen de 1 a 6 por escalón. K sigue la trayectoria y N se desplaza horizontalmente. Las ecuaciones E.89 a E.92 cumplen para escalera rectas y uniformes. Existen 3 tramos por escalón: el tramo 1 vertical en la ecuación E.93; el tramo 2 curvo en la ecuación E.94; y el tramo 3 horizontal en la ecuación E.95. El arco cumple con la ecuación E.96.

$$dtr_1 = L_{16} + r + dst_1 - P \quad (E.89)$$

$$dtr_2 = r + h_e/2 - CP \quad (E.90)$$

$$dtr_3 = P - 2L_{16} \cos \delta_{tr} \quad (E.91)$$

$$\delta_{tr} = \sin^{-1}(CP/(2L_{16})) \quad (E.92)$$

$$\overline{K_1K_3} = (0)\mathbf{i} + (CP)\mathbf{j} \quad (E.93)$$

$$\overline{K_3K_5} = (2L_{16} \cos \delta_{tr})\mathbf{i} + (0)\mathbf{j} \quad (E.94)$$

$$\overline{K_5K_6} = (dtr3)\mathbf{i} + (0)\mathbf{j} \quad (E.95)$$

$$(y + L_{16} \sin \delta_{tr})^2 = L_{16}^2 - (x - L_{16} \cos \delta_{tr})^2 \quad (E.96)$$

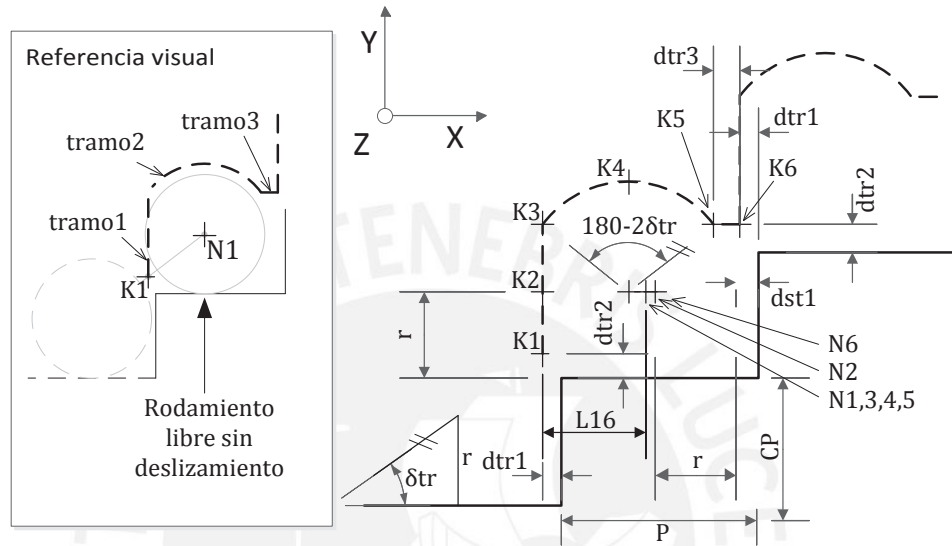


Figura E.19: Geometría de la trayectoria

- 2) La incorporación de K a la trayectoria es horizontal. De la figura E.20, se determinan las ecuaciones E.97 a E.99. Aquí,  $\Delta \overline{BN}_x$  es la variación total  $\overline{BN}_x$  desde G2 hasta G4. La ecuación E.100 entrega el valor final de  $\theta_1$ . Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.13 y la ecuación E.19.

$$\overline{KT_1} = dpn + \overline{KN}_x + dtr1 \quad (E.97)$$

$$dpn = 50 + \Delta \overline{BN}_x \quad (E.98)$$

$$\overline{KN}_x = L_{16} \cos \phi_2 \quad (E.99)$$

$$\theta_{1f} = -\frac{\overline{KT_1}}{r} \quad (E.100)$$

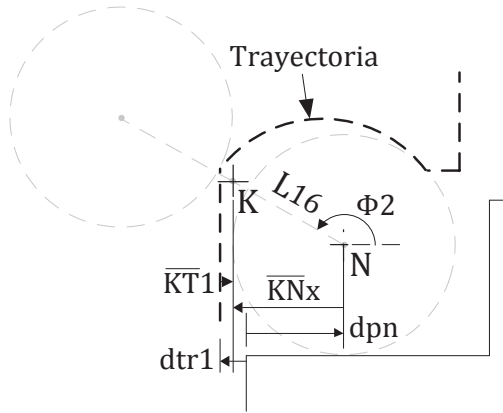


Figura E.20: Integración a trayectoria

- 3) Los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$ . Los valores de velocidad se obtienen a partir del anexo D apartado.

**E.13. Transición H1 a H2:**

Tabla E.14: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En H1 [°]	En H2 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

- 1) Se establece la cinemática generalizada por cada tipo de tramo. La trayectoria completa se esquematiza en la figura E.21 y la ubicación de cada punto se presenta en la tabla E.15. Cada tipo de tramo trv, trc o trh tiene asignado puntos iniciales y finales agrupados por un número de caso i, j o k respectivo.  $\overline{AK}$  y  $L_{BK}$  son constantes y las ecuaciones E.101 y E.102 se obtiene a partir de la figura E.22.

$$q_8 = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{AK}^2 + L_1^2 - L_{BK}^2}{2\overline{AK}(L_1)} \right) \quad (E.101)$$

$$\phi_1 = \phi_{AK} - q_8 \quad (E.102)$$

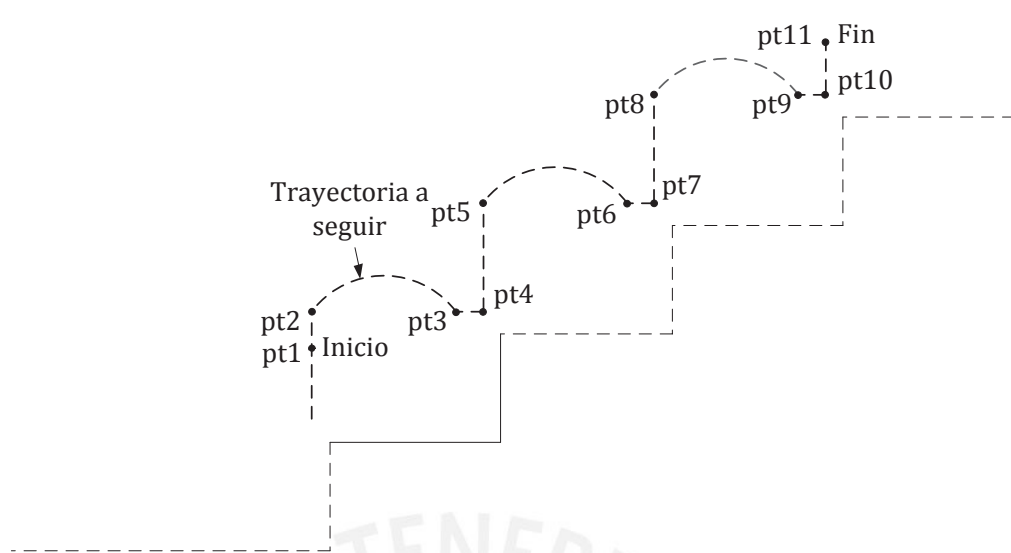


Figura E.21: Trayectoria sobre escaleras

Tabla E.15: Puntos de trayectoria

	Símbolo	Valor en X	Valor en Y	Trv	Trc	Trh
Inicio	pt1	$\overline{OK}_x$	$\overline{OK}_y$	j=1		
Escalón1	pt2	$pt1_x$	$2CP + dtr2$		k=1	
	pt3	$pt2_x + 2L_{16} \cos \delta_{tr}$	$pt2_y$			i=1
Escalón2	pt4	$pt2_x + P$	$pt2_y$	j=2		
	pt5	$pt2_x + P$	$pt2_y + CP$		k=2	
	pt6	$pt3_x + P$	$pt3_y + CP$			i=2
Escalón3	pt7	$pt4_x + P$	$pt4_y + CP$	j=3		
	pt8	$pt5_x + P$	$pt5_y + CP$		k=3	
	pt9	$pt6_x + P$	$pt6_y + CP$			i=3
	pt10	$pt7_x + P$	$pt7_y + CP$	j=4		
Fin	pt11	$pt8_x + P$	$pt8_y + CP/2$			

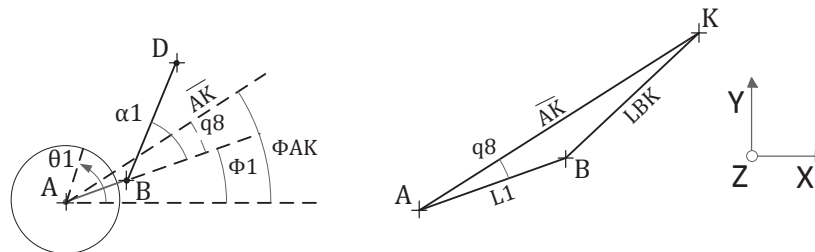


Figura E.22: Esquema ayuda

- 2) Recorrido sobre tramo vertical: la velocidad constante de diseño es  $Kymov^\circ j$ . Las ecuaciones E.103 a E.105 se obtienen a partir de la figura E.23.  $Kymov^\circ j$

representa el valor en Y del punto inicial o final que agrupa cada caso j de la columna Trv en la tabla E.15. La altura j( $h_e$ ) es j veces la altura del escalón. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de: los datos presentados en la tabla E.14 o valores finales de cada tramo horizontal recorrido. El accionamiento  $\theta_1$  en la ecuación E.106 depende también de la ecuación E.102. La ecuación E.107 se obtiene a partir de las ecuaciones D.2 y D.3.

$$\phi_{AK} = \sin^{-1} \left( \frac{Kymov^{\circ}j - r}{\overline{AK}} \right) \quad (E.103)$$

$$\overline{OA}_x = \overline{AK}(\Delta \cos \phi_{AK}) \quad (E.104)$$

$$\phi_2 = 180^{\circ} - \sin^{-1} \left( \frac{Kymov^{\circ}j - j(h_e) - r}{L_{16}} \right) \quad (E.105)$$

$$\theta_1 = -\overline{OA}_x/r - \phi_1 \quad (E.106)$$

$$\alpha_2 = \phi_2 - \phi_1 - \beta_1 - \alpha_1 - \gamma_1 + 180^{\circ} + \gamma_2 - \beta_2 \quad (E.107)$$

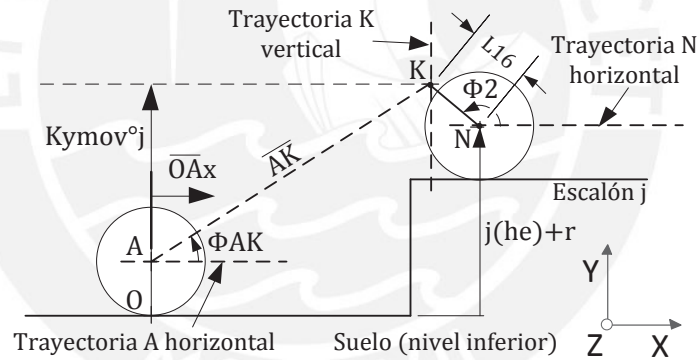


Figura E.23: Esquema ayuda para tramos verticales

- 3) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.102 a E.107 se obtienen

$$\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_{AK} \quad (E.108)$$

$$\dot{\phi}_{AK} = \frac{Kymov^{\circ}j}{\overline{AK} \cos \phi_{AK}} \quad (E.109)$$

$$\dot{\overline{OA}}_x = \overline{AK} \sin \phi_{AK} \dot{\phi}_{AK} \quad (E.110)$$

$$\dot{\phi}_2 = \frac{Kymov^{\circ}j}{L_{16} \cos \phi_2} \quad (E.111)$$

$$\dot{\theta}_1 = -\overline{O\ddot{A}_x}/r - \dot{\phi}_1 \quad (E.112)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1 \quad (E.113)$$

4) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.108 a E.113 se obtienen

$$\ddot{\phi}_1 = \ddot{\phi}_{AK} \quad (E.114)$$

$$\ddot{\phi}_{AK} = \frac{Kym\ddot{ov}^o/J/\overline{AK} + \sin \phi_{AK} \dot{\phi}_{AK}^2}{\cos \phi_{AK}} \quad (E.115)$$

$$\overline{O\ddot{A}_x} = \overline{AK} (\cos \phi_{AK} \dot{\phi}_{AK}^2 + \sin \phi_{AK} \ddot{\phi}_{AK}) \quad (E.116)$$

$$\ddot{\phi}_2 = \frac{Kym\ddot{ov}^o/J/L_{16} + \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2}{\cos \phi_2} \quad (E.117)$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\overline{O\ddot{A}_x}/r - \ddot{\phi}_1 \quad (E.118)$$

$$\ddot{\alpha}_2 = \ddot{\phi}_2 - \ddot{\phi}_1 \quad (E.119)$$

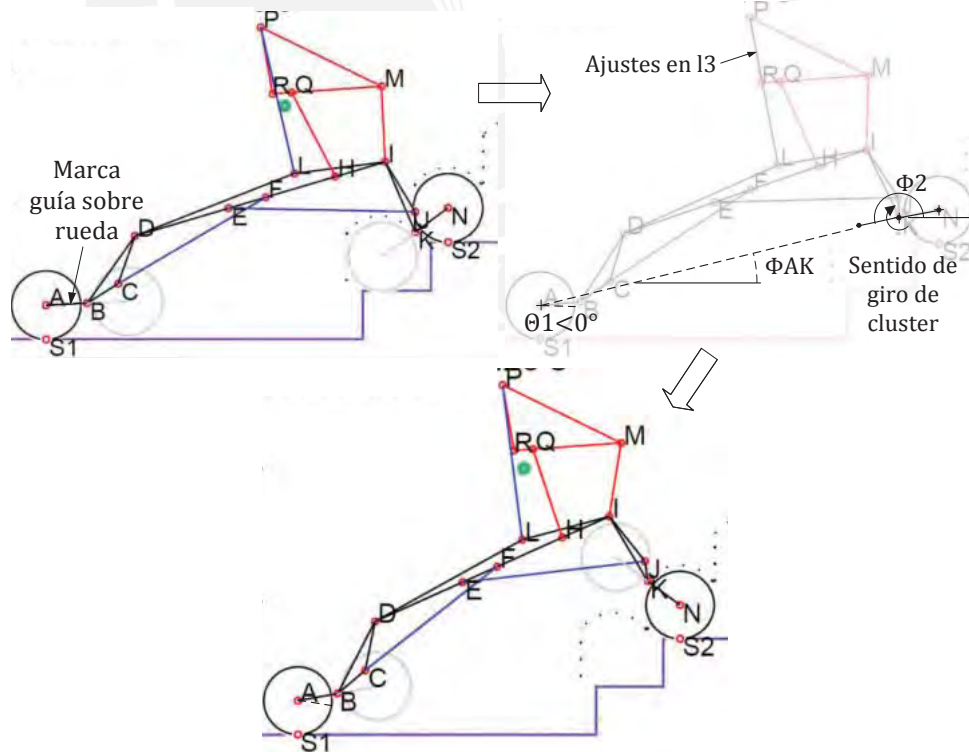


Figura E.24: Transición H1 a H2. Tramo vertical caso j=2



- 5) Recorrido sobre tramo curvo: la velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$ .  $\phi_2$  disminuye de  $180^\circ - \delta_{tr}$  hasta  $\delta_{tr}$  en todos los casos k. Las ecuaciones E.120 y E.121 se obtienen a partir de la figura E.25. La altura  $k(h_e)$  es k veces la altura del escalón de acuerdo al caso k. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de los valores finales de cada tramo vertical recorrido. Las ecuaciones E.102, E.106 y E.107 son reutilizadas.

$$\phi_{AK} = \sin^{-1} \left( \frac{k(h_e) + L_{16} \sin \phi_2}{\overline{AK}} \right) \quad (E.120)$$

$$\overline{OA}_x = \overline{AK}(\Delta \cos \phi_{AK}) - L_{16}(\Delta \cos \phi_2) \quad (E.121)$$

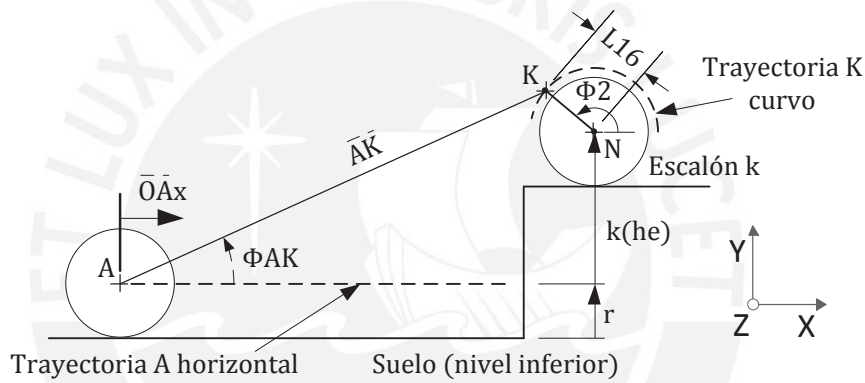


Figura E.25: Esquema ayuda para tramos curvos

- 6) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.120 y E.121 se obtienen las ecuaciones E.122 y E.123. Las ecuaciones E.108, E.112 y E.113 son reutilizadas.

$$\dot{\phi}_{AK} = \frac{L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2}{\overline{AK} \cos \phi_{AK}} \quad (E.122)$$

$$\dot{\overline{OA}}_x = \overline{AK} \sin \phi_{AK} \dot{\phi}_{AK} - L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2 \quad (E.123)$$

- 7) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.122 y E.123 se obtienen las ecuaciones E.124 y E.125. Las ecuaciones E.115, E.118 y E.119 son reutilizadas.

$$\ddot{\phi}_{AK} = \left( \overline{AK} \sin \phi_{AK} \dot{\phi}_{AK}^2 - L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + L_{16} \cos \phi_2 \ddot{\phi}_2 \right) / (\overline{AK} \cos \phi_{AK}) \quad (E.124)$$

$$\begin{aligned} \ddot{O\bar{A}}_x = \overline{AK} & \left( \cos \phi_{AK} \dot{\phi}_{AK}^2 + \sin \phi_{AK} \ddot{\phi}_{AK} \right) \\ & - L_{16} \left( \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + \sin \phi_2 \ddot{\phi}_2 \right) \end{aligned} \quad (E.125)$$

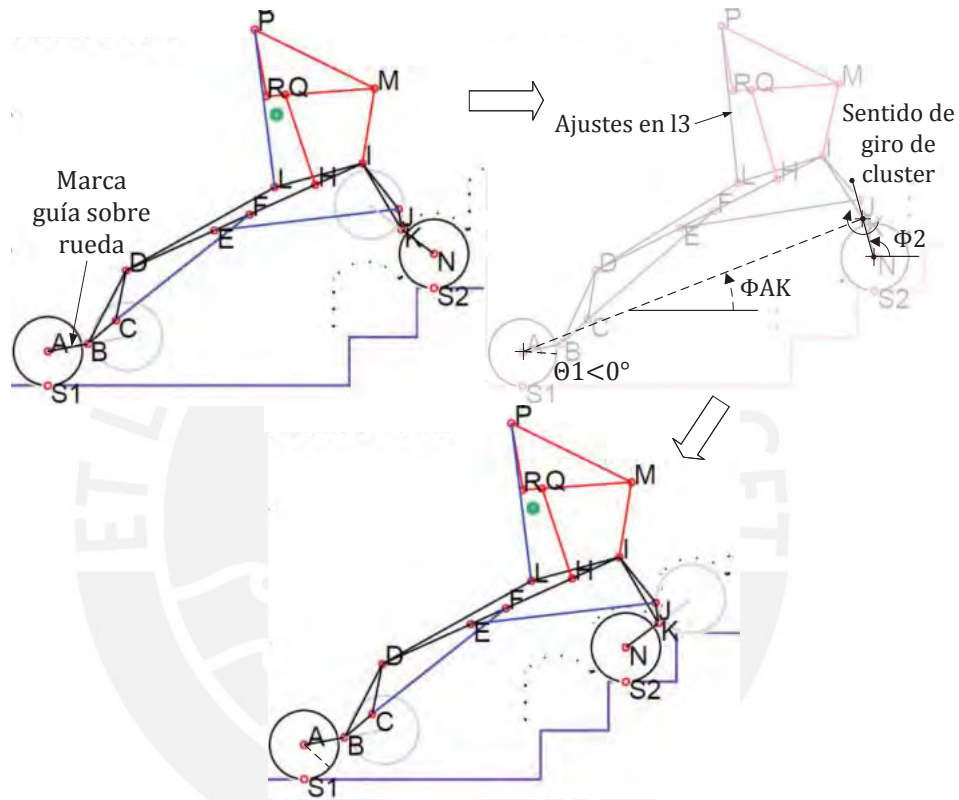


Figura E.26: Transición H1 a H2. Tramo curvo caso k=2

- 8) Recorrido sobre tramo horizontal: La velocidad constante de diseño es  $\dot{\theta}_1$ . La ecuación E.126 se obtiene a partir de la figura E.27. Todos menos  $\theta_1$  son de valor constante e iguales a los determinados al final de un tramo curvo recorrido.  $\Delta K_{xmov}^{\circ i}$  es la variación en X entre puntos inicial y final que agrupa cada caso i de la columna trh en la tabla E.15. Las demás ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1; la ecuación E.127 es asumida.

$$\theta_1 = - \left( \frac{\Delta K_{xmov}^{\circ i}}{r} \right) \quad (E.126)$$

$$h_2 - h_1 = i(h_e) \quad (E.127)$$

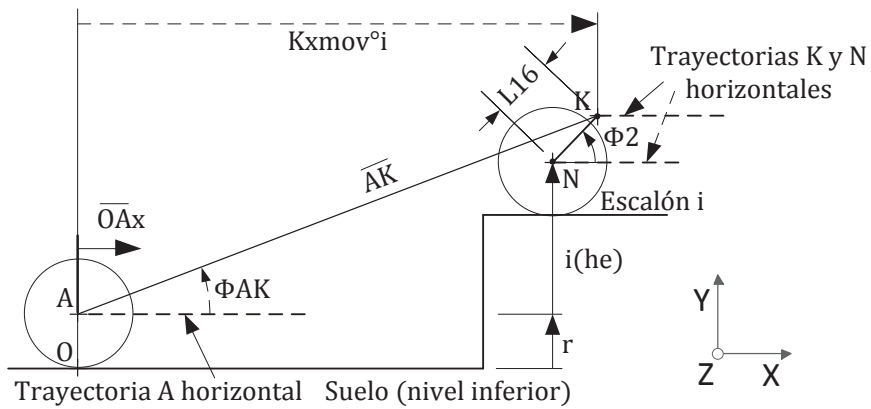


Figura E.27: Esquema ayuda para tramos horizontales

- 9) Los valores de aceleración son nulos. Los valores de velocidad se obtienen a partir del anexo D apartado 2.

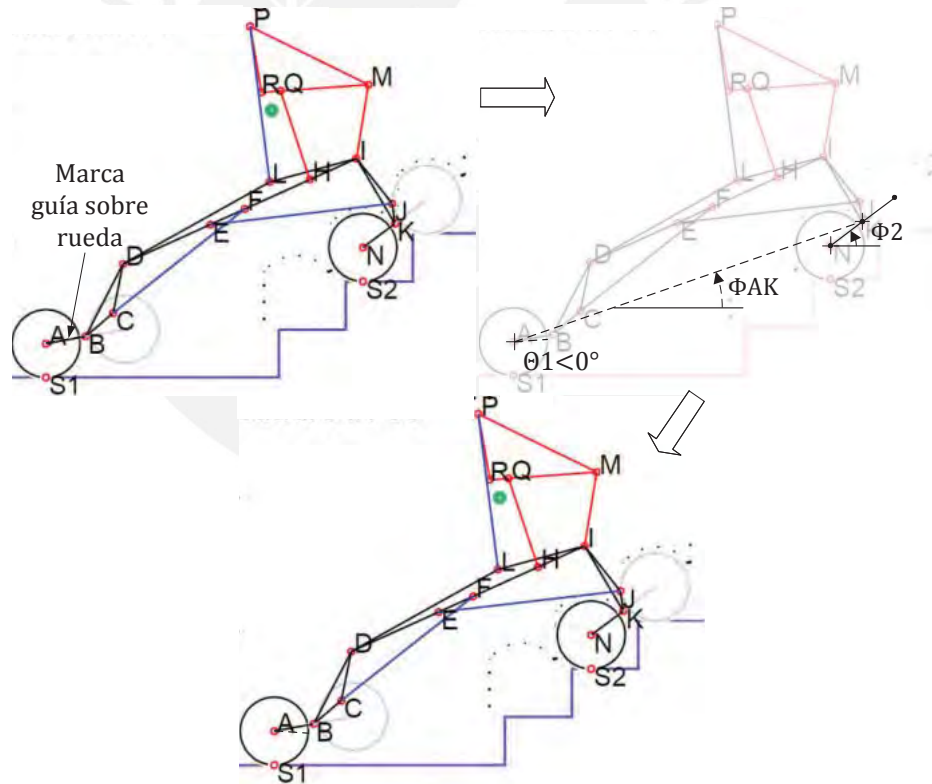


Figura E.28: Transición H1 a H2. Tramo horizontal caso  $i=2$

#### E.14. Transición H2 a H3:

Tabla E.16: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En H2 [°]	En H3 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\alpha}_1$ . El valor final de  $\phi_1$  debe reducirse hasta  $0^\circ$  mientras que  $\phi_2$  se mantiene en  $180^\circ$ . A partir de las ecuaciones D.6 a D.12, se obtienen: el valor final  $\alpha_1$  en las ecuaciones E.129 a E.132, y el comportamiento de  $\phi_1$  en las ecuaciones E.133 a E.137. La ecuación E.138 se obtiene de las ecuaciones D.2 y D.3. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.16 y la ecuación E.128. La ecuación E.139 entrega el accionamiento requerido sobre las ruedas traseras.

$$h_2 - h_1 = 4(\text{CP}) \quad (\text{E.128})$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_6}{\sqrt{(a_6)^2 + (b_6)^2}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{b_6}{a_6} \right) \quad (\text{E.129})$$

$$a_6 = L_{11} \sin(\beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2) + L_{5,9} \sin(\beta_1 + \gamma_1) \quad (\text{E.130})$$

$$b_6 = L_{11} \cos(\beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2) + L_{5,9} \cos(\beta_1 + \gamma_1) - L_2 \quad (\text{E.131})$$

$$c_6 = -(h_2 - h_1) \quad (\text{E.132})$$

$$\phi_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_7}{\sqrt{(a_7)^2 + (b_7)^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_7}{a_7} \right) \quad (\text{E.133})$$

$$a_7 = -L_2 \sin \alpha_1 + L_{11} \sin p_7 + L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) \quad (\text{E.134})$$

$$b_7 = L_1 + L_2 \cos \alpha_1 - L_{11} \cos(p_7) - L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) \quad (\text{E.135})$$

$$c_7 = c_6 \quad (\text{E.136})$$

$$p_7 = \beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 \quad (\text{E.137})$$

$$\alpha_2 = 360^\circ - \phi_1 - \beta_1 - \alpha_1 - \gamma_1 + \gamma_2 - \beta_2 \quad (\text{E.138})$$

$$\theta_1 = -\Delta\phi_1 \quad (\text{E.139})$$

2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.133 a E.139 se obtienen

$$\dot{\phi}_1 = \frac{\dot{a}_7 \cos \phi_1 - \dot{b}_7 \sin \phi_1}{a_7 \sin \phi_1 + b_7 \cos \phi_1} \quad (\text{E.140})$$

$$\dot{a}_7 = \dot{\alpha}_1 (L_{11} \cos p_7 - L_2 \cos \alpha_1 + L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1)) \quad (\text{E.141})$$

$$\dot{b}_7 = \dot{\alpha}_1 (L_{11} \sin p_7 - L_2 \sin \alpha_1 + L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1)) \quad (\text{E.142})$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\dot{\phi}_1 - \dot{\alpha}_1 \quad (\text{E.143})$$

$$\dot{\theta}_1 = -\dot{\phi}_1 \quad (\text{E.144})$$

3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.140 a E.144 se obtienen

$$\ddot{\phi}_1 = \left( \ddot{a}_7 \cos \phi_1 - \ddot{b}_7 \sin \phi_1 - 2\dot{\phi}_1 (\dot{a}_7 \sin \phi_1 + \dot{b}_7 \cos \phi_1) - \dot{\phi}_1^2 (a_7 \cos \phi_1 - b_7 \sin \phi_1) \right) / (a_7 \sin \phi_1 + b_7 \cos \phi_1) \quad (\text{E.145})$$

$$\ddot{a}_7 = \ddot{\alpha}_1 (L_{11} \cos p_7 + L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \alpha_1) + \dot{\alpha}_1^2 (L_2 \sin \alpha_1 - L_{11} \sin p_7 - L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1)) \quad (\text{E.146})$$

$$\ddot{b}_7 = \ddot{\alpha}_1 (L_{11} \sin p_7 + L_{5,9} \sin(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \alpha_1) + \dot{\alpha}_1^2 (L_{11} \cos p_7 + L_{5,9} \cos(\beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \alpha_1) \quad (\text{E.147})$$

$$\ddot{\alpha}_2 = -\ddot{\phi}_1 - \ddot{\alpha}_1 \quad (\text{E.148})$$

$$\ddot{\theta}_1 = -\ddot{\phi}_1 \quad (\text{E.149})$$

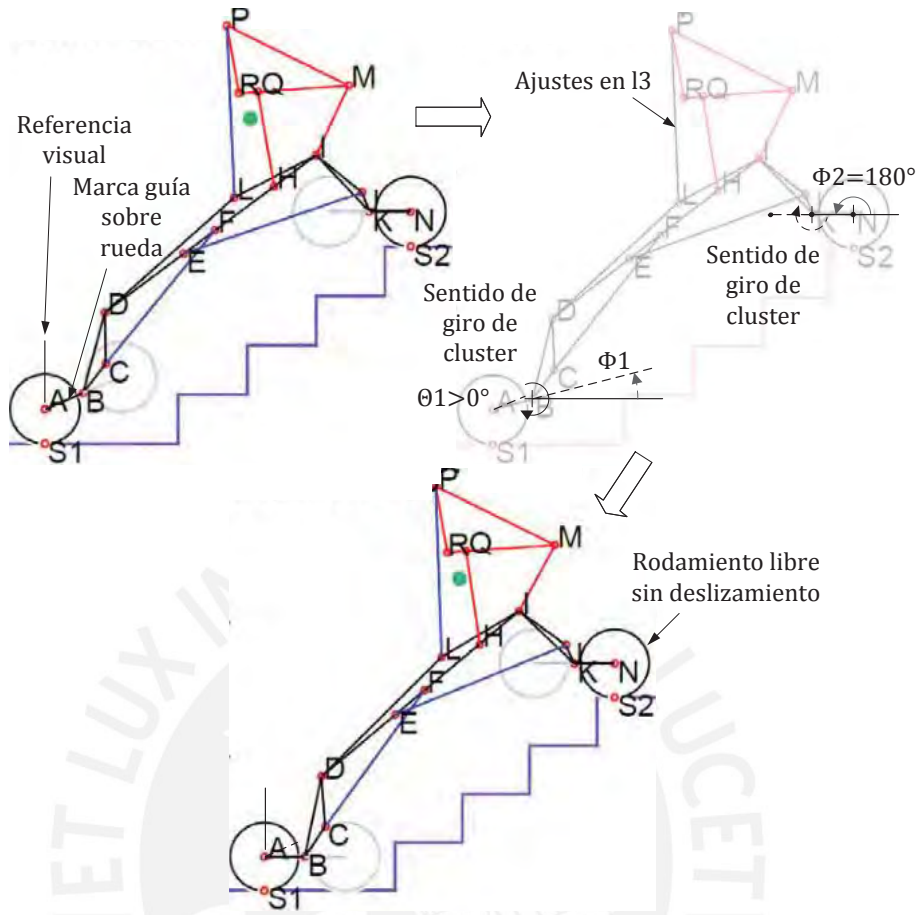


Figura E.29: Transición H2 a H3

### E.15. Transición H3 a I1:

Tabla E.17: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En H3 [°]	En I1 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

- 1) El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.17. La ecuación E.150 se determina a partir de la figura E.30.  $\overline{AK}$  y  $\phi_{AK}$  son constantes e iguales a sus valores en H2. La ecuación E.151 entrega el accionamiento requerido sobre las ruedas traseras. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1; se asume la ecuación E.128.

$$dsc_1 = \overline{AK} \cos \phi_{AK} - (2L_{16} + r) - (3P - dtr_1) \quad (E.150)$$

$$\theta_1 = -\frac{dsc_1}{r} \quad (E.151)$$

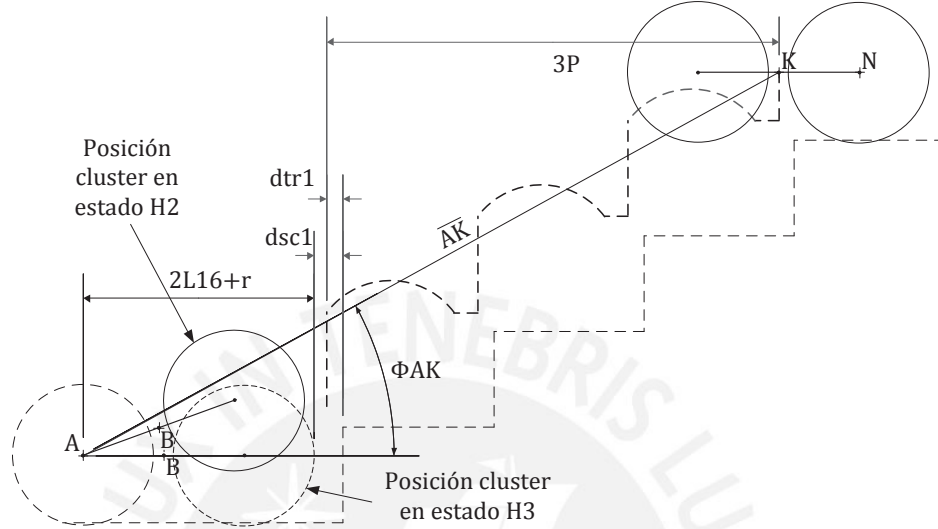


Figura E.30: Esquema ayuda. Transición H3 a I1

- 2) Los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$ . Los valores de velocidad se obtienen en el anexo D apartado 2.

**E.16. Transiciones I1 a I2, I2 a J1, J2 a J3, J3 a J4, J10 a J11:**

Tabla E.18: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En I1/I2/J2/J3/J10 [°]	En I2/J1/ J3/J4/J11 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

Tabla E.19: Comportamientos de eslabones 3 y 11

Transición	Valor inicial		Valor final		$\phi_1$	$\phi_2$	Considerar
	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_1$	$\phi_2$			
I1 a I2	180°		$\delta_{tr}$		Diseño, iguales		Ecuación E.152
I2 a J1	$180^\circ + \delta_{tr}$		$\delta_{tr}$				
J2 a J3	$180^\circ + \delta_{tr}$	$\delta_{tr}$	$180^\circ$	0			
J3 a J4	180°		90°				
J10 a J11	90°	180°	$\delta_{tr}$	90°	Diseño	$\phi_2(\phi_1)$	Ecuación E.19

1) Las velocidades constantes de diseño  $\dot{\phi}_1$  y  $\dot{\phi}_2$  se designan por transición en la tabla E.19. En J10 a J11,  $\dot{\phi}_2$  es dependiente de  $\dot{\phi}_1$  como en la ecuación E.20. Las ecuaciones E.153 a E.157 se obtienen a partir de las ecuaciones D.6 a D.12; y la ecuación E.158, de las ecuaciones D.2 y D.3. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. La ecuación E.139 se reutiliza.

$$h_2 - h_1 = 3(\text{CP}) \quad (\text{E.152})$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_8}{\sqrt{(a_8)^2 + (b_8)^2}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{b_8}{a_8} \right) \quad (\text{E.153})$$

$$a_8 = L_{11} \sin p_8 + L_{5,8} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1 \quad (\text{E.154})$$

$$b_8 = L_2 \cos \phi_1 - L_{11} \cos p_8 - L_{5,8} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) \quad (\text{E.155})$$

$$c_8 = L_1 \sin \phi_1 - (h_2 - h_1) - L_{16} \sin(\phi_2) \quad (\text{E.156})$$

$$p_8 = \phi_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 \quad (\text{E.157})$$

$$\alpha_2 = -\beta_1 - \alpha_1 - \gamma_1 + 180 + \gamma_2 - \beta_2 \quad (\text{E.158})$$

2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.153 a E.158 se obtienen las ecuaciones E.159 a E.163. La ecuación E.144 se reutiliza.

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\dot{a}_8 \cos \alpha_1 - \dot{b}_8 \sin \alpha_1 - \dot{c}_8}{a_8 \sin \alpha_1 + b_8 \cos \alpha_1} \quad (\text{E.159})$$

$$\dot{a}_8 = \dot{\phi}_1 (L_{11} \cos p_8 + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \phi_1) \quad (\text{E.160})$$

$$\dot{b}_8 = \dot{\phi}_1 (L_{11} \sin p_8 + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1) \quad (\text{E.161})$$

$$\dot{c}_8 = L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 - L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2 \quad (\text{E.162})$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\dot{\alpha}_1 \quad (\text{E.163})$$

3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.159 a E.163 se obtienen las ecuaciones E.164 a E.168. La ecuación E.149 se reutiliza.



$$\ddot{\alpha}_1 = \left( \ddot{a}_8 \cos \alpha_1 - \ddot{b}_8 \sin \alpha_1 - 2\dot{\alpha}_1(\dot{a}_8 \sin \alpha_1 + \dot{b}_8 \cos \alpha_1) - \dot{\alpha}_1^2(a_8 \cos \alpha_1 + b_8 \sin \alpha_1) - \ddot{c}_8 \right) / (a_8 \sin \alpha_1 + b_8 \cos \alpha_1) \quad (\text{E.164})$$

$$\ddot{a}_8 = \ddot{\phi}_1(L_{11} \cos p_8 + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \phi_1) + \dot{\phi}_1^2(L_2 \sin \phi_1 - L_{11} \sin p_8 - L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1)) \quad (\text{E.165})$$

$$\ddot{b}_8 = \ddot{\phi}_1(L_{11} \sin p_8 + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1) + \dot{\phi}_1^2(L_{11} \cos p_8 - L_2 \cos \phi_1 + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1)) \quad (\text{E.166})$$

$$\ddot{c}_8 = L_1(\cos \phi_1 \ddot{\phi}_1 - \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2) + L_{16}(\sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2 - \cos \phi_2 \ddot{\phi}_2) \quad (\text{E.167})$$

$$\ddot{\alpha}_2 = -\ddot{\alpha}_1 \quad (\text{E.168})$$

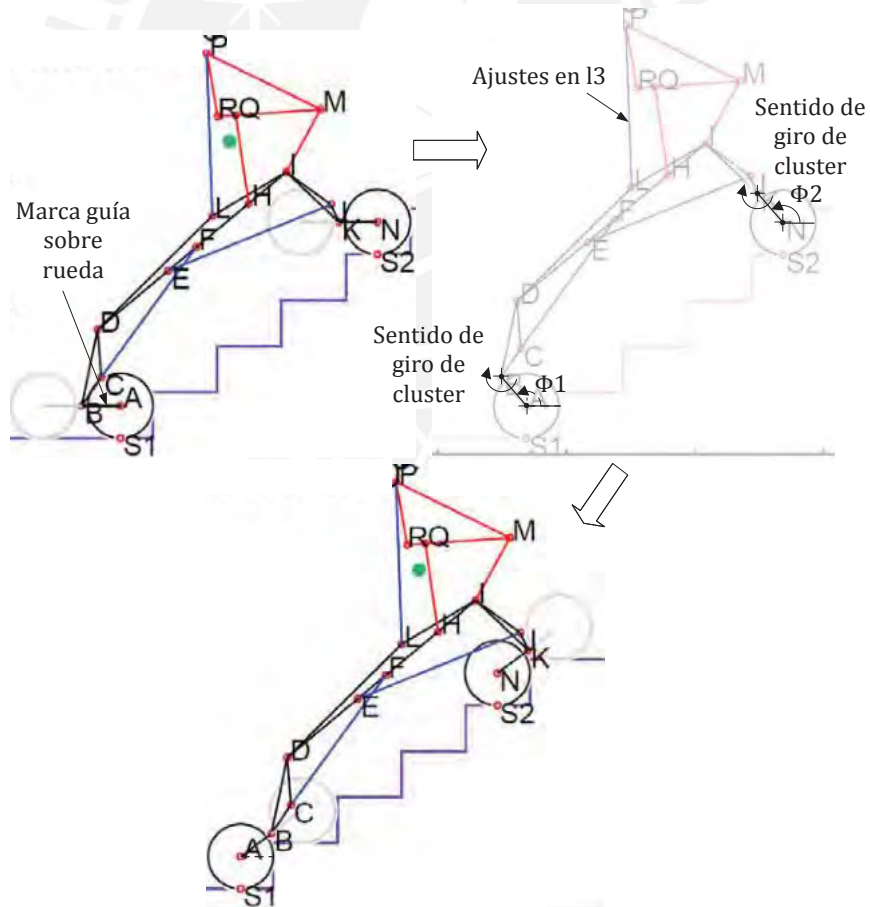


Figura E.31: Transición I1 a I2

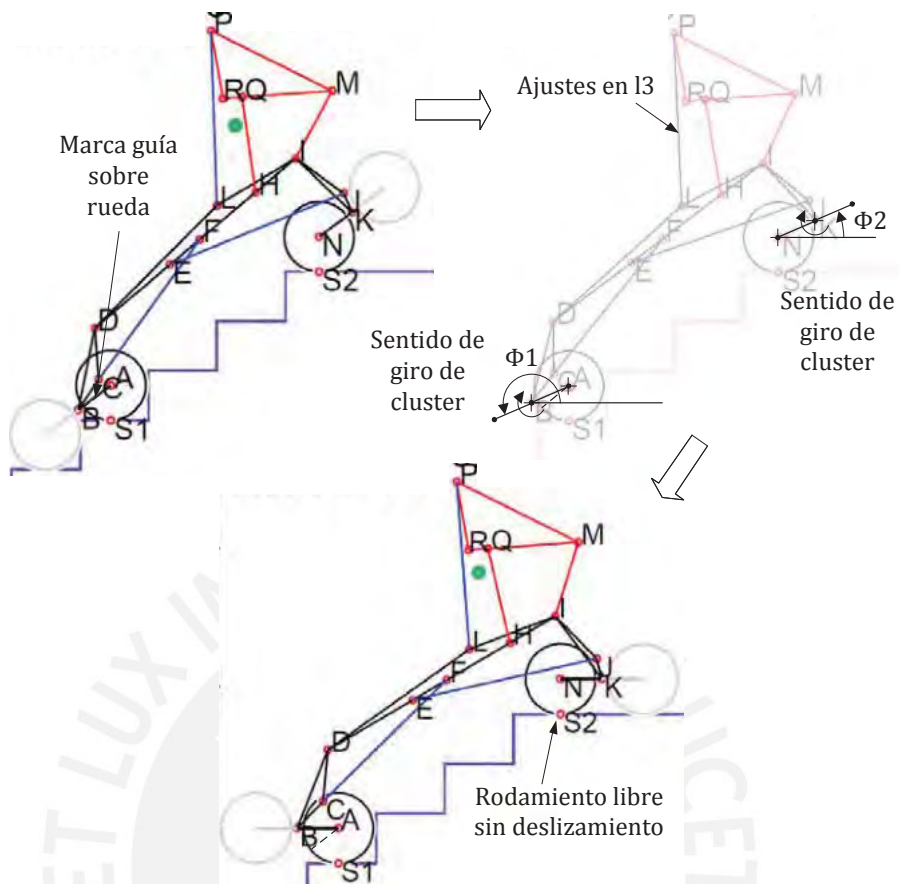


Figura E.32: Transición J2 a J3

**E.17. Transición J1 a J2 y J7 a J8:**

Tabla E.20: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En J1/J7 [°]	En J2/J8 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

1) El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.20. De J1 a J2, se asume la ecuación E.128; y de J7 a J8, la ecuación E.169. La ecuación E.170 se determina a partir de la figura E.33. La ecuación E.171 entrega el accionamiento requerido sobre las ruedas traseras. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1.

$$h_2 - h_1 = 2(CP) \quad (E.169)$$

$$dsc_2 = P - 2L_1 \cos \delta_{tr} \quad (E.170)$$

$$\theta_1 = -\frac{dsc_2}{r} \quad (E.171)$$

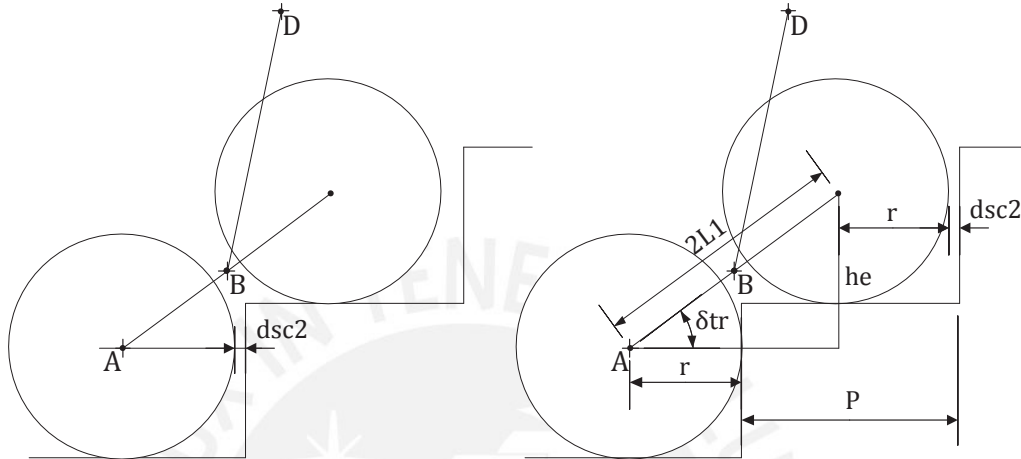


Figura E.33: Esquema ayuda J1 a J2 y J7 a J8

- 2) Los valores de aceleración serán nulos debido a la velocidad constante de diseño  $\dot{\theta}_1$ . Los valores de velocidad se obtienen en el anexo D apartado 2.

#### E.18. Transición J4 a J5:

Tabla E.21: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En J4 [°]	En J5 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Variable	calculado	A calcular

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\alpha}_2$ . El valor de  $\alpha_2$  se reduce hasta su opuesto como se muestra en la figura E.34. La retracción delantera compromete a la variable  $\beta_2$  determinada con las ecuaciones E.172 a E.176, obtenidas a partir de las ecuaciones D.6 a D.12. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.21 y la ecuación E.152. La velocidad

constante de accionamiento en las ruedas traseras debe cumplir con la ecuación E.177;  $\theta_1$  se obtiene también con la ecuación E.171.

$$\beta_2 = p_9 - \phi_1 - \beta_1 - \alpha_1 - \gamma_1 + 180^\circ + \gamma_2 \quad (\text{E.172})$$

$$p_9 = \cos^{-1} \left( \frac{c_9}{\sqrt{(a_9)^2 + (b_9)^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_9}{a_9} \right) \quad (\text{E.173})$$

$$a_9 = L_{16} \sin \alpha_2 \quad (\text{E.174})$$

$$b_9 = -L_{11} - L_{16} \cos \alpha_2 \quad (\text{E.175})$$

$$c_9 = -(h_2 - h_1) + L_2 \sin(\phi_1 + \alpha_1) + L_1 \sin \phi_1 - L_{5,8} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \alpha_1 + \gamma_1) \quad (\text{E.176})$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\Delta \alpha_2}{\theta_1} \dot{\alpha}_2 \quad (\text{E.177})$$

2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.172 a E.176 se obtienen

$$\dot{\beta}_2 = \frac{\dot{a}_9 \cos p_9 - \dot{b}_9 \sin p_9}{a_9 \sin p_9 + b_9 \cos p_9} \quad (\text{E.178})$$

$$\dot{a}_9 = L_{16} \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2 \quad (\text{E.179})$$

$$\dot{b}_9 = L_{16} \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2 \quad (\text{E.180})$$

3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.178 a E.180 se obtienen

$$\ddot{\beta}_2 = \left( \ddot{a}_9 \cos p_9 - \ddot{b}_9 \sin p_9 - 2\dot{p}_9(\dot{a}_9 \sin p_9 + \dot{b}_9 \cos p_9) - \dot{p}_9^2(a_9 \cos p_9 + b_9 \sin p_9) \right) / (a_9 \sin p_9 + b_9 \cos p_9) \quad (\text{E.181})$$

$$\ddot{a}_9 = -L_{16} \sin \alpha_2 \dot{\alpha}_2^2 \quad (\text{E.182})$$

$$\ddot{b}_9 = L_{16} \cos \alpha_2 \dot{\alpha}_2^2 \quad (\text{E.183})$$

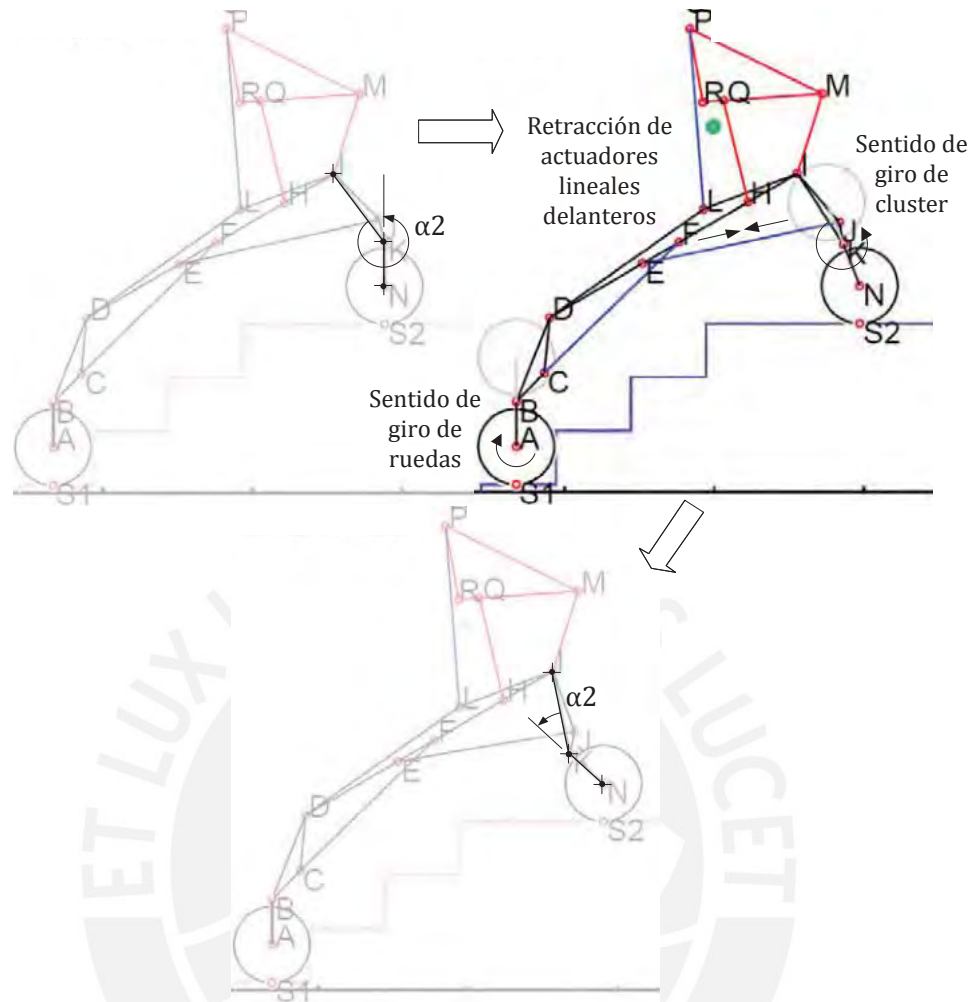


Figura E.34: Transición J4 a J5.

**E.19. Transición J5 a J6, J6 a J7 y J8 a J9:**

Tabla E.22: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En J5/J6/J8[°]	En J6/J7/J9[°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Constante	calculado	calculado
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

Tabla E.23: Comportamientos del eslabón 3

Transición	$\phi_1$ inicial	$\phi_1$ final	$\phi_1$	Considerar
J5 a J6	90°	$\delta_{tr}$	Diseño	Ecuación E.152
J6 a J7	$180^\circ + \delta_{tr}$	$\delta_{tr}$		Ecuación E.169
J8 a J9	$180^\circ + \delta_{tr}$	90°		Ecuación E.19

- 1) La velocidad constante de diseño  $\dot{\phi}_1$  se designa por transición en la tabla E.23. Las ecuaciones E.184 a E.188 se obtienen a partir de las ecuaciones D.6 a D.12; y la ecuación E.189, de las ecuaciones D.2 y D.3. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.22. La ecuación E.139 se reutiliza.

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_{10}}{\sqrt{(a_{10})^2 + (b_{10})^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_{10}}{a_{10}} \right) \quad (\text{E.184})$$

$$a_{10} = L_{11} \sin p_{10} + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1 + L_{16} \sin(p_{10} + \alpha_2) \quad (\text{E.185})$$

$$b_{10} = L_2 \cos \phi_1 - L_{11} \cos p_{10} - L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_{16} \cos(p_{10} + \alpha_2) \quad (\text{E.186})$$

$$c_{10} = L_1 \sin \phi_1 - (h_2 - h_1) \quad (\text{E.187})$$

$$p_{10} = \phi_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 \quad (\text{E.188})$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 + \alpha_1 + \alpha_2 \quad (\text{E.189})$$

- 2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.184 a E.189 se obtienen las ecuaciones E.190 a E.194. La ecuación E.144 se reutiliza.

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\dot{a}_{10} \cos \alpha_1 - \dot{b}_{10} \sin \alpha_1 - \dot{c}_{10}}{a_{10} \sin \alpha_1 + b_{10} \cos \alpha_1} \quad (\text{E.190})$$

$$\dot{a}_{10} = \dot{\phi}_1 (L_{11} \cos p_{10} + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \phi_1 + L_{16} \cos(p_{10} + \alpha_2)) \quad (\text{E.191})$$

$$\dot{b}_{10} = \dot{\phi}_1 (L_{11} \sin p_{10} + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1 + L_{16} \sin(p_{10} + \alpha_2)) \quad (\text{E.192})$$

$$\dot{c}_{10} = L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 \quad (\text{E.193})$$

$$\dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_1 \quad (\text{E.194})$$

- 3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 3 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.190 a E.194 se obtienen las ecuaciones E.195 a E.199. La ecuación E.149 se reutiliza.

$$\ddot{\alpha}_1 = (\ddot{a}_{10} \cos \alpha_1 - \dot{b}_{10} \sin \alpha_1 - 2\dot{\alpha}_1(\dot{a}_{10} \sin \alpha_1 + \dot{b}_{10} \cos \alpha_1) - \dot{\alpha}_1^2(a_{10} \cos \alpha_1 - b_{10} \sin \alpha_1) - \ddot{c}_{10}) / (a_{10} \sin \alpha_1 + b_{10} \cos \alpha_1) \quad (\text{E.195})$$

$$\ddot{a}_{10} = \dot{\phi}_1^2 (L_2 \sin \phi_1 - L_{11} \sin p_{10} - L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_{16} \sin(p_{10} + \alpha_2)) \quad (\text{E.196})$$

$$\ddot{b}_{10} = \dot{\phi}_1^2 (L_{11} \cos p_{10} + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \phi_1 + L_{16} \cos(p_{10} + \alpha_2)) \quad (\text{E.197})$$

$$\ddot{c}_{10} = -L_1 \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2 \quad (\text{E.198})$$

$$\ddot{\phi}_2 = \ddot{\alpha}_1 \quad (\text{E.199})$$

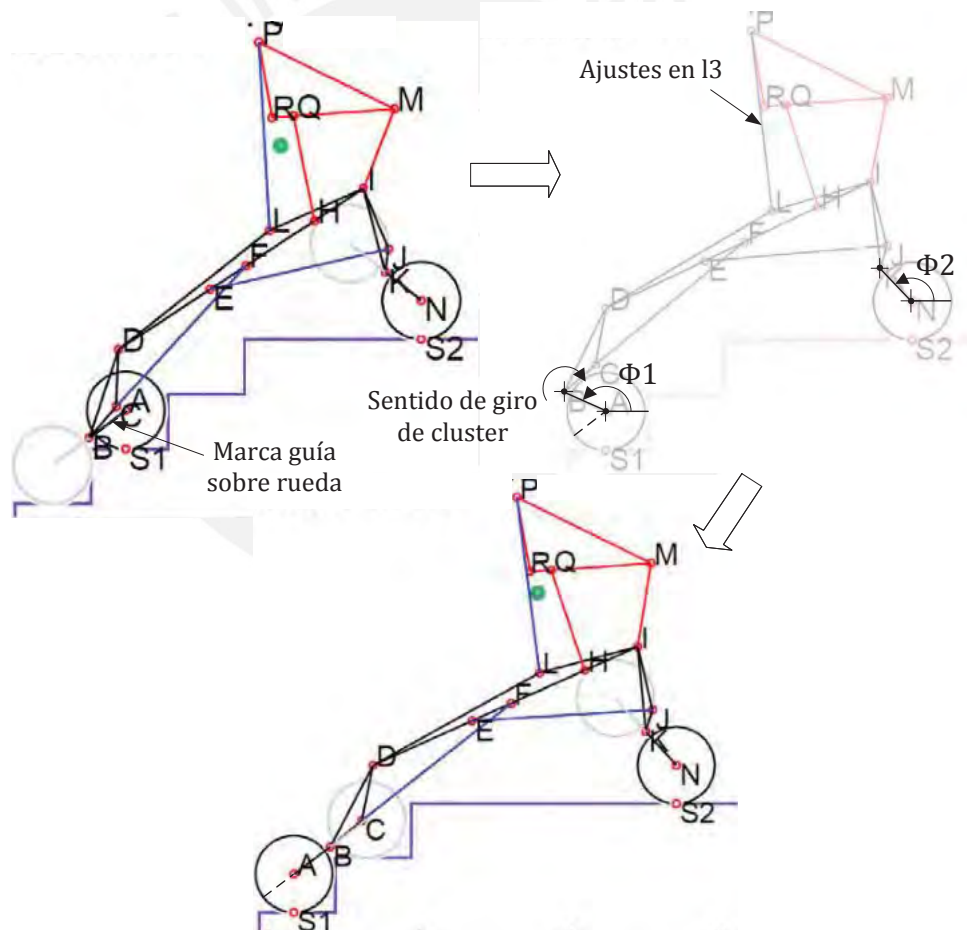


Figura E.35: Transición J6 a J7

## E.20. Transición J9 a J10:

Tabla E.24: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En J9 [°]	En J10 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Constante	calculado	calculado
$\alpha_2$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_1$	Variable	calculado	A calcular
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_2$ . El valor de  $\phi_2$  debe incrementarse hasta  $180^\circ$  mientras que  $\phi_1$  se mantiene en  $90^\circ$ . La retracción trasera compromete a la variable  $\beta_1$  determinada con las ecuaciones E.200 a E.204, obtenidas a partir de las ecuaciones D.6 a D.12. La ecuación E.205 se obtiene de las ecuaciones D.2 y D.3. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.24 y la ecuación E.19. La velocidad constante de accionamiento en las ruedas traseras debe cumplir con la ecuación E.206;  $\theta_1$  se obtiene en la ecuación E.171.

$$\beta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_{11}}{\sqrt{(a_{11})^2 + (b_{11})^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_{11}}{a_{11}} \right) \quad (E.200)$$

$$a_{11} = L_{11} \sin p_{11} + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \alpha_1 + \gamma_1) \quad (E.201)$$

$$b_{11} = -L_{11} \cos p_{11} - L_{5,9} \cos(\phi_1 + \alpha_1 + \gamma_1) \quad (E.202)$$

$$c_{11} = -(h_2 - h_1) + L_2 \sin(\phi_1 + \alpha_1) - L_{16} \sin \phi_2 + L_1 \sin \phi_1 \quad (E.203)$$

$$p_{11} = \phi_1 + \alpha_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 \quad (E.204)$$

$$\alpha_2 = 90^\circ + \phi_2 + \gamma_2 - \beta_2 - \beta_1 - \alpha_1 - \gamma_1 \quad (E.205)$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{\Delta\phi_2}{\theta_1} \dot{\phi}_2 \quad (E.206)$$

- 2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E.200 a E.206 se obtienen

$$\dot{\beta}_1 = -\frac{L_{16} \cos \phi_2 \dot{\phi}_2}{a_{11} \sin \beta_1 + b_{11} \cos \beta_1} \quad (E.207)$$

$$\dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_2 - \dot{\beta}_1 \quad (E.208)$$



3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.207 y E.208 se obtienen

$$\ddot{\beta}_1 = -\frac{\dot{\beta}_1^2 (a_{11} \cos \beta_1 + b_{11} \cos \beta_1) + L_{16} \sin \phi_2 \dot{\phi}_2^2}{(a_{11} \sin \beta_1 + b_{11} \cos \beta_1)} \quad (\text{E.209})$$

$$\ddot{\alpha}_2 = -\ddot{\beta}_1 \quad (\text{E.210})$$

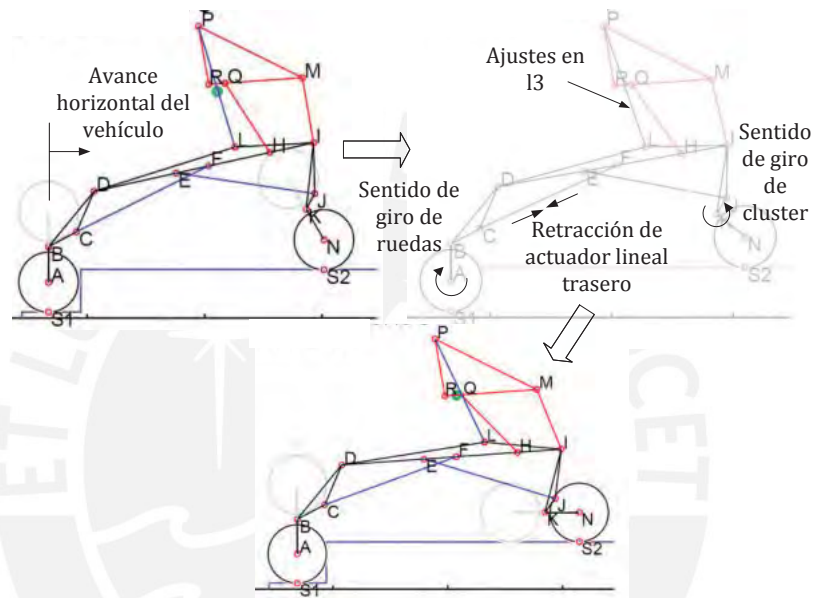


Figura E.36: Transición J9 a J10

### E.21. Transición J11 a J12:

Tabla E.25: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En J11 [°]	En J12 [°]
$\theta_1$	Variable	0	A calcular
$\alpha_1$	Variable	calculado	A calcular
$\alpha_2$	Variable	calculado	62.10
$\beta_1$	Constante	calculado	calculado
$\beta_2$	Constante	calculado	calculado

1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{\phi}_1$ . El valor final de  $\phi_1$  debe reducirse de  $180^\circ + \delta_{tr}$  a  $90^\circ$ .  $\dot{\alpha}_2$  es dependiente de  $\dot{\phi}_1$  en la ecuación E.211. Las ecuaciones E.212 a E.216 se obtienen a partir de las ecuaciones D.6 a D.12; y la ecuación E.217, de las ecuaciones D.2 y D.3. Las ecuaciones de posición se determinan en el anexo D apartado 1 con la omisión de las ecuaciones D.6 a D.11. El análisis

hace uso de los datos presentados en la tabla E.25 y la ecuación E.1. La ecuación E.139 se reutiliza

$$\dot{\alpha}_2 = \frac{\Delta\phi_1}{\Delta\alpha_2} \dot{\phi}_1 \quad (\text{E.211})$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left( \frac{c_{12}}{\sqrt{(a_{12})^2 + (b_{12})^2}} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{b_{12}}{a_{12}} \right) \quad (\text{E.212})$$

$$a_{12} = L_{11} \sin p_{12} + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1 + L_{16} \sin(p_{12} + \alpha_2) \quad (\text{E.213})$$

$$b_{12} = L_2 \cos \phi_1 - L_{11} \cos p_{12} - L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_{16} \cos(p_{12} + \alpha_2) \quad (\text{E.214})$$

$$c_{12} = L_1 \sin \phi_1 - (h_2 - h_1) \quad (\text{E.215})$$

$$p_{12} = \phi_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 \quad (\text{E.216})$$

$$\phi_2 = \phi_1 + \beta_1 + \gamma_1 - 180^\circ - \gamma_2 + \beta_2 + \alpha_1 + \alpha_2 \quad (\text{E.217})$$

2) Las ecuaciones de velocidad se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.95 a D.100. En vez de ellas, de las ecuaciones E. 212 a E.217, se obtienen las ecuaciones E.218 a E.222. La ecuación E.144 también se reutiliza.

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\dot{a}_{12} \cos \alpha_1 - \dot{b}_{12} \sin \alpha_1 - \dot{c}_{12}}{a_{12} \sin \alpha_1 + b_{12} \cos \alpha_1} \quad (\text{E.218})$$

$$\dot{a}_{12} = \dot{\phi}_1 (L_{11} \cos p_{12} + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \phi_1) + (\dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_2) L_{16} \cos(p_{12} + \alpha_2) \quad (\text{E.219})$$

$$\dot{b}_{12} = \dot{\phi}_1 (L_{11} \sin p_{12} + L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \sin \phi_1) + (\dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_2) L_{16} \sin(p_{12} + \alpha_2) \quad (\text{E.220})$$

$$\dot{c}_{12} = L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 \quad (\text{E.221})$$

$$\dot{\phi}_2 = \dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 \quad (\text{E.222})$$

3) Las ecuaciones de aceleración se determinan en el anexo D apartado 2 con la omisión de las ecuaciones D.157 a D.162. En vez de ellas, de las ecuaciones E.218 a E.222 se obtienen las ecuaciones E.223 a E.227. La ecuación E.149 se reutiliza y es igual a 0.

$$\ddot{\alpha}_1 = \frac{(\ddot{a}_{12} \cos \alpha_1 - \ddot{b}_{12} \sin \alpha_1 - 2\dot{\alpha}_1(\dot{a}_{12} \sin \alpha_1 + \dot{b}_{12} \cos \alpha_1) - \dot{\alpha}_1^2(a_{12} \cos \alpha_1 - b_{12} \sin \alpha_1) - \ddot{c}_{12})}{(a_{12} \sin \alpha_1 + b_{12} \cos \alpha_1)} \quad (\text{E.223})$$

$$\ddot{a}_{12} = \dot{\phi}_1^2(L_2 \sin \phi_1 - L_{11} \sin p_{12} - L_{5,9} \sin(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1)) - (\dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 L_{16} \sin(p_{12} + \alpha_2) \quad (\text{E.224})$$

$$\ddot{b}_{12} = \dot{\phi}_1^2(L_{11} \cos p_{12} + L_{5,9} \cos(\phi_1 + \beta_1 + \gamma_1) - L_2 \cos \phi_1) + (\dot{\phi}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 L_{16} \cos(p_{12} + \alpha_2) \quad (\text{E.225})$$

$$\ddot{c}_{12} = -L_1 \sin \phi_1 \dot{\phi}_1^2 \quad (\text{E.226})$$

$$\ddot{\phi}_2 = \ddot{\alpha}_1 \quad (\text{E.227})$$

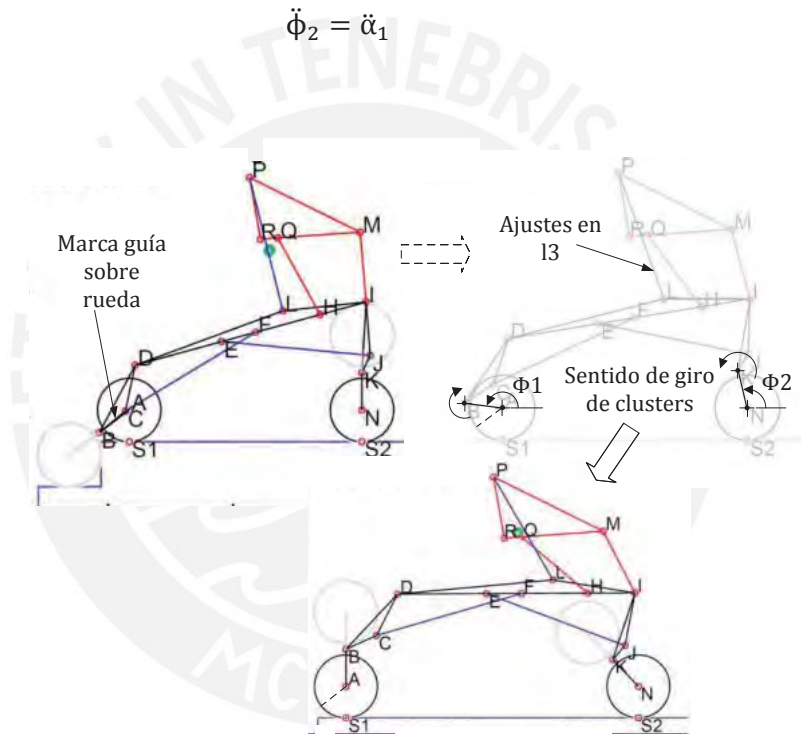


Figura E.37: Transición de estados J11 a J12

### E.22. Transición J13 a J14:

Tabla E.26: Valores angulares iniciales y finales

Variable	Comportamiento	En J13 [°]	En J14 [°]
$\theta_1$	Constante	0	0
$\alpha_1$	Variable	calculado	55.09
$\alpha_2$	Constante	62.10	62.10
$\beta_1$	Variable	calculado	108.80
$\beta_2$	Constante	42.21	42.21

- 1) La velocidad constante de diseño es  $\dot{l}_1$ .  $\dot{\alpha}_1$  se determina según la ecuación E.228. El comportamiento cinemático de  $\beta_1$  se obtiene de las ecuaciones D.21, D.110 y D.172. El análisis hace uso de los datos presentados en la tabla E.26 y la ecuación E.1.

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\Delta l_1}{\Delta \alpha_1} \dot{l}_1 \quad (E.228)$$

- 2) Los valores de posición, velocidad y aceleración se obtienen a partir del anexo D.

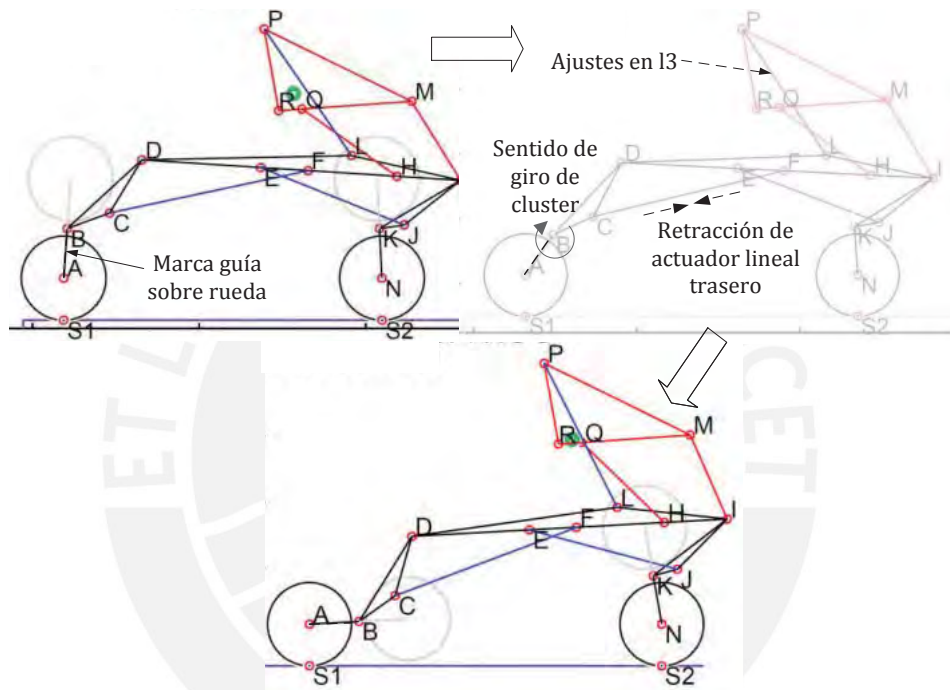


Figura E.38: Transición J13 a J14



**ANEXO F**

**Resultados cinemáticos simulados**

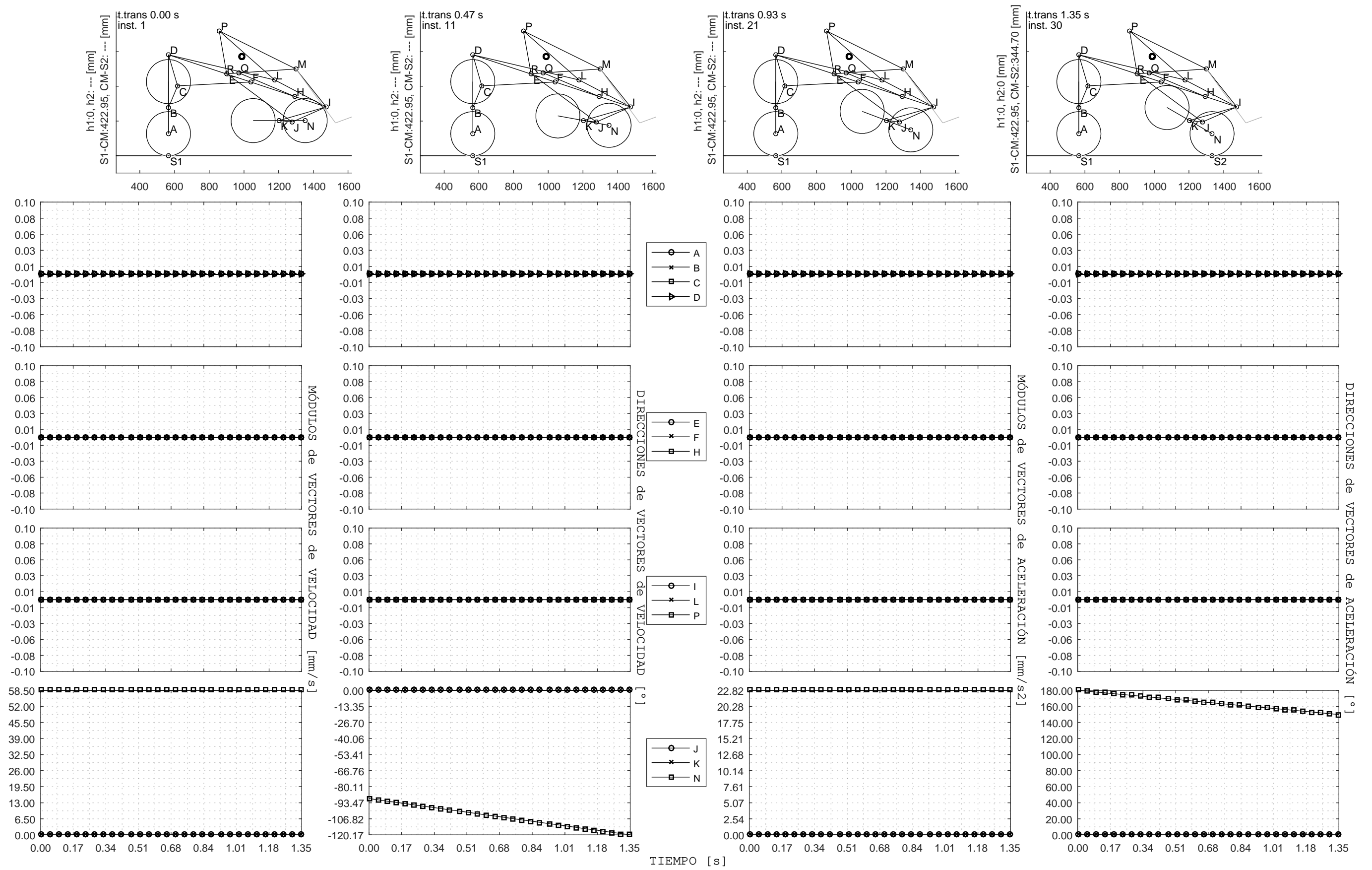


Figura F.1: Transición D a E1 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

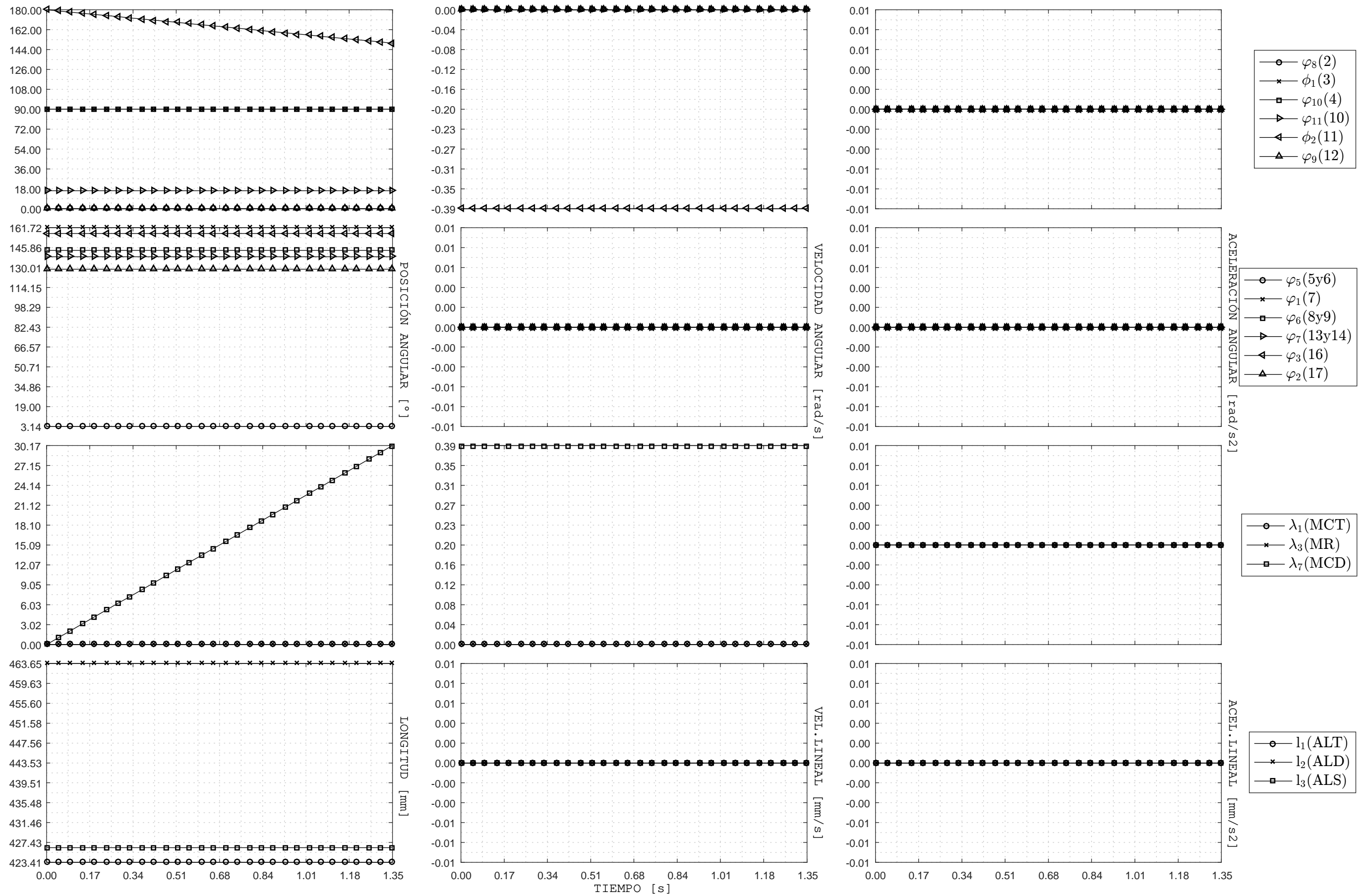


Figura F.2: Transición de estados **D** a **E1** - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

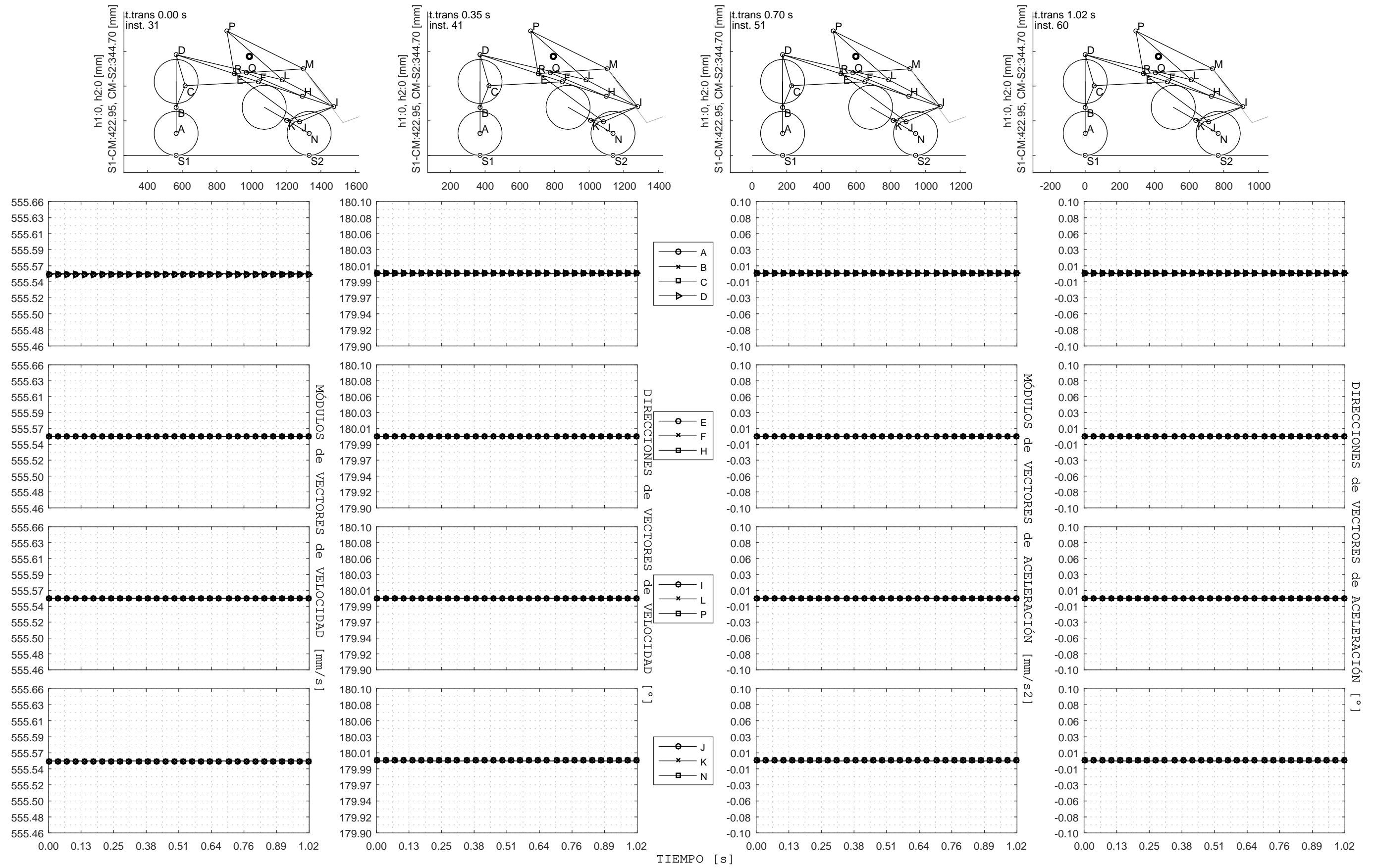
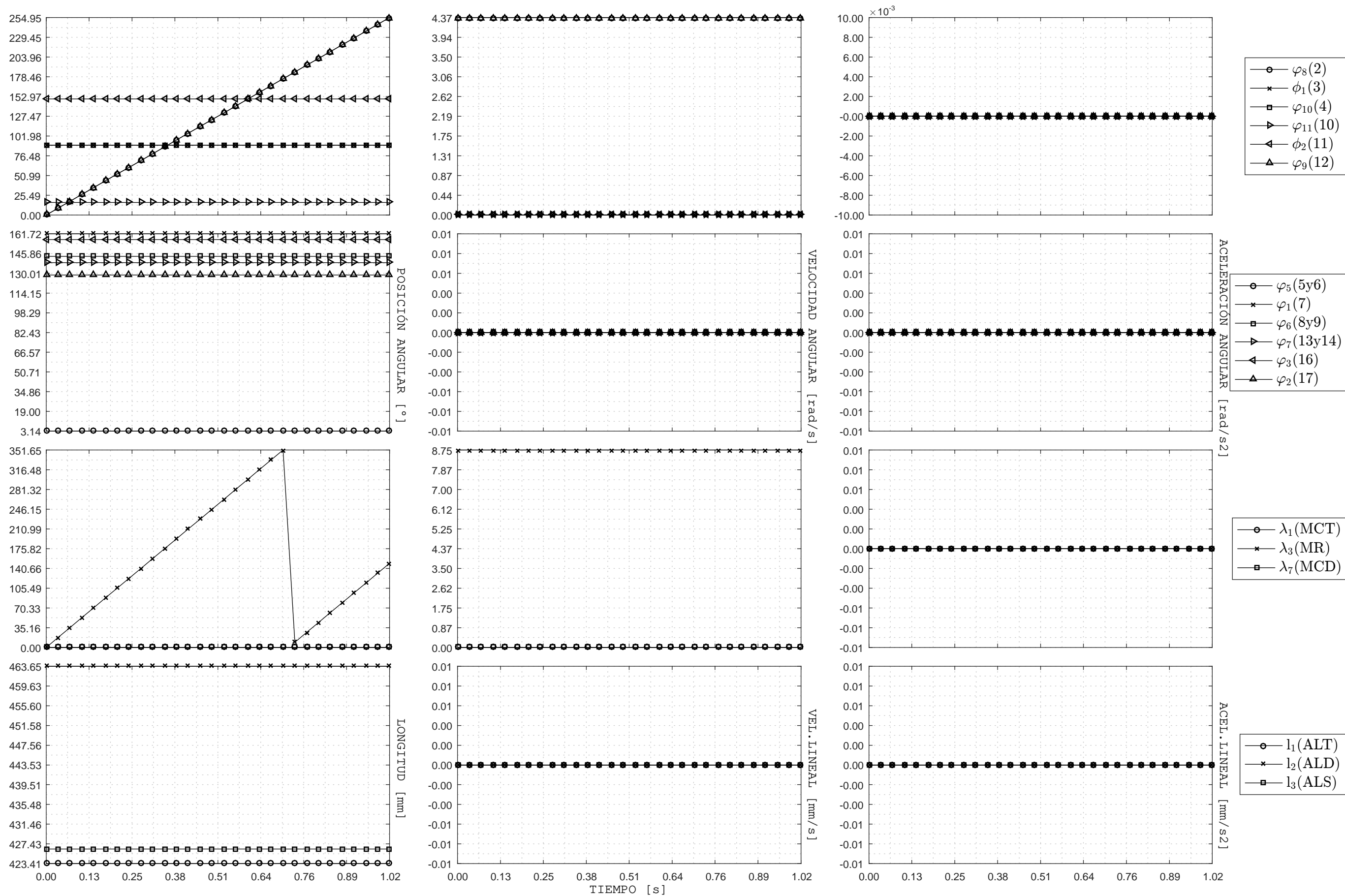


Figura F.3: Transición E1 a E2 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo





**Figura F.4:** Transición de estados **E1 a E2** - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

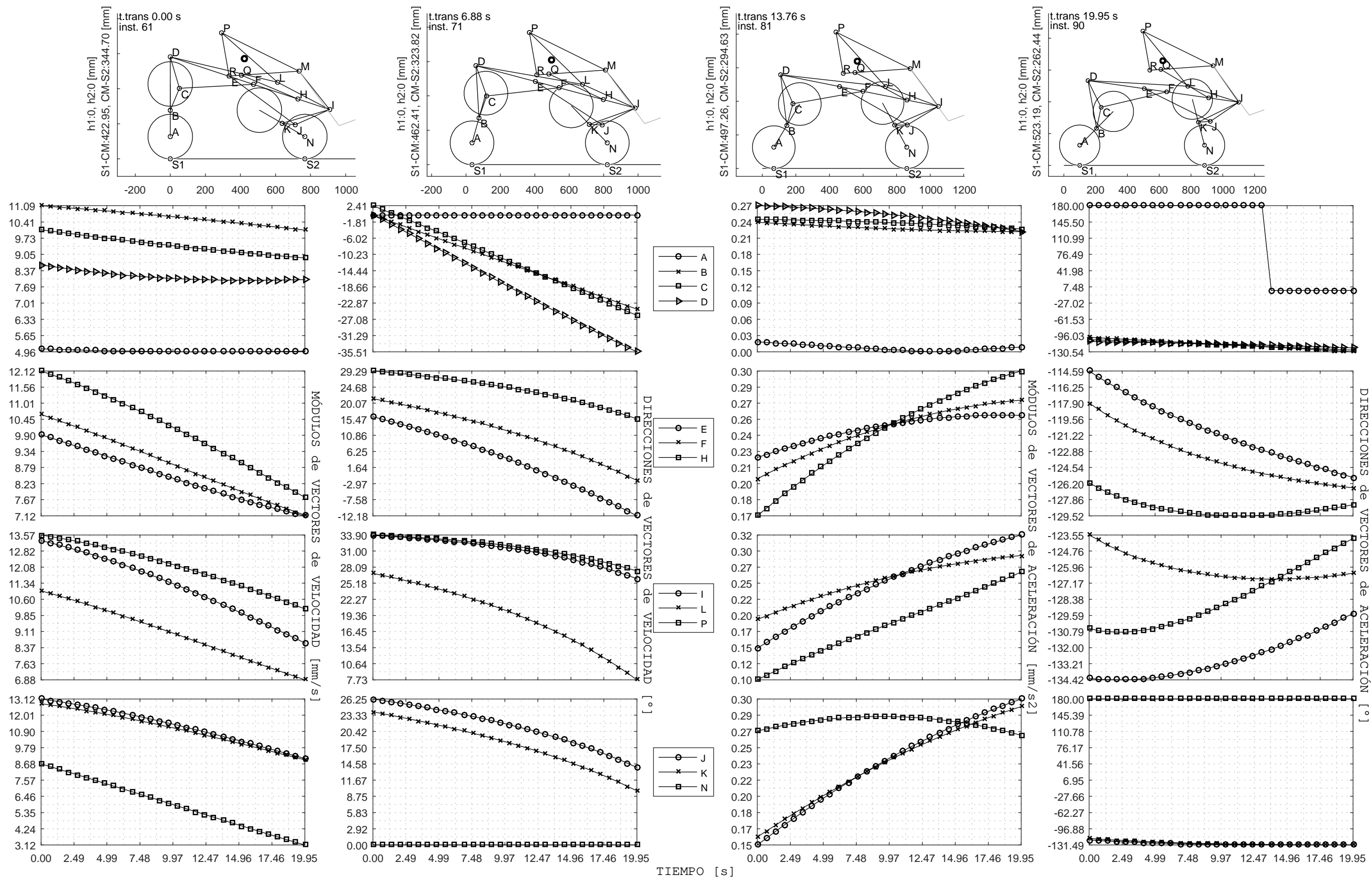


Figura F.5: Transición E2 a E3 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

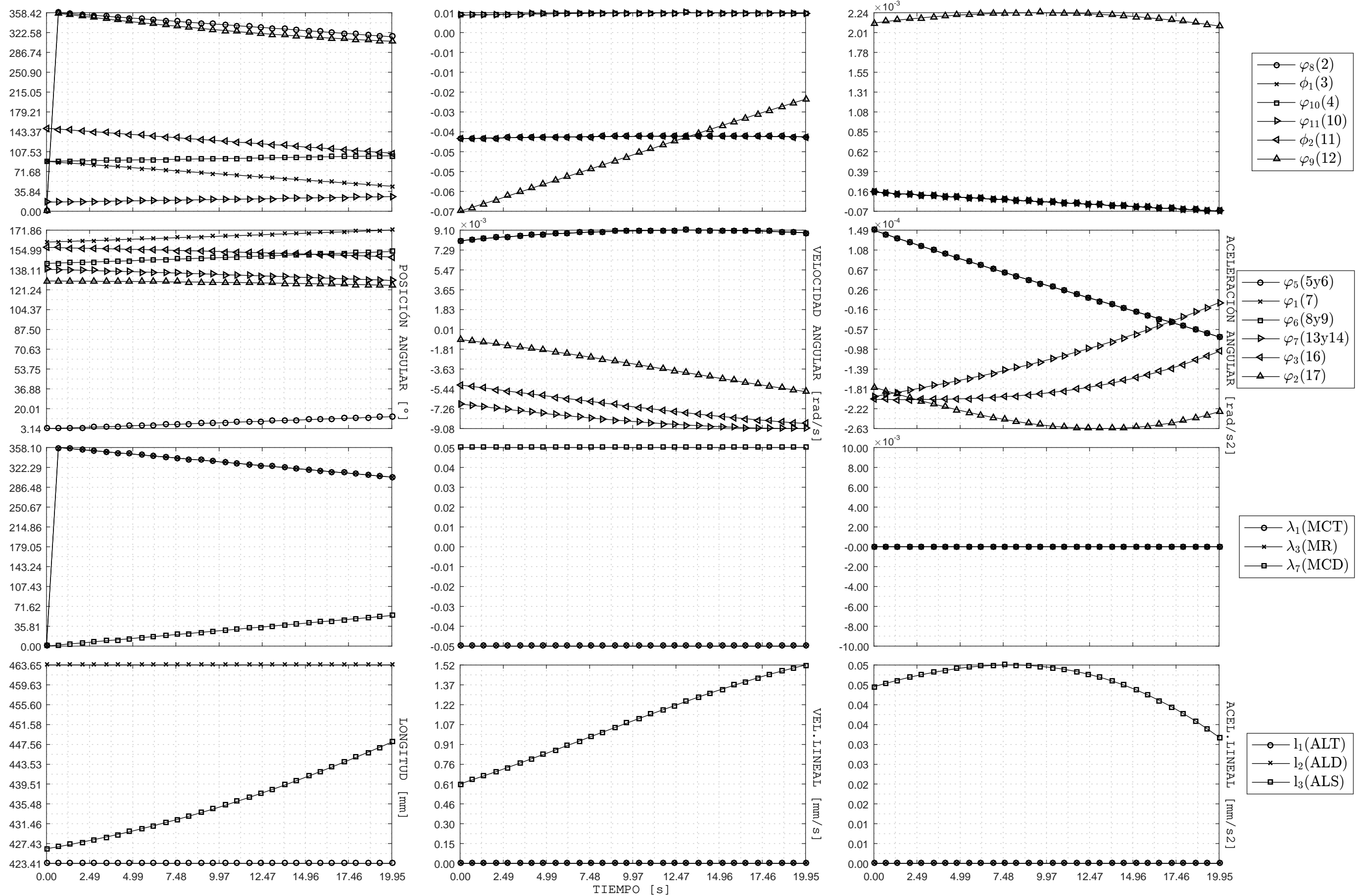


Figura F.6: Transición de estados E2 a E3 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

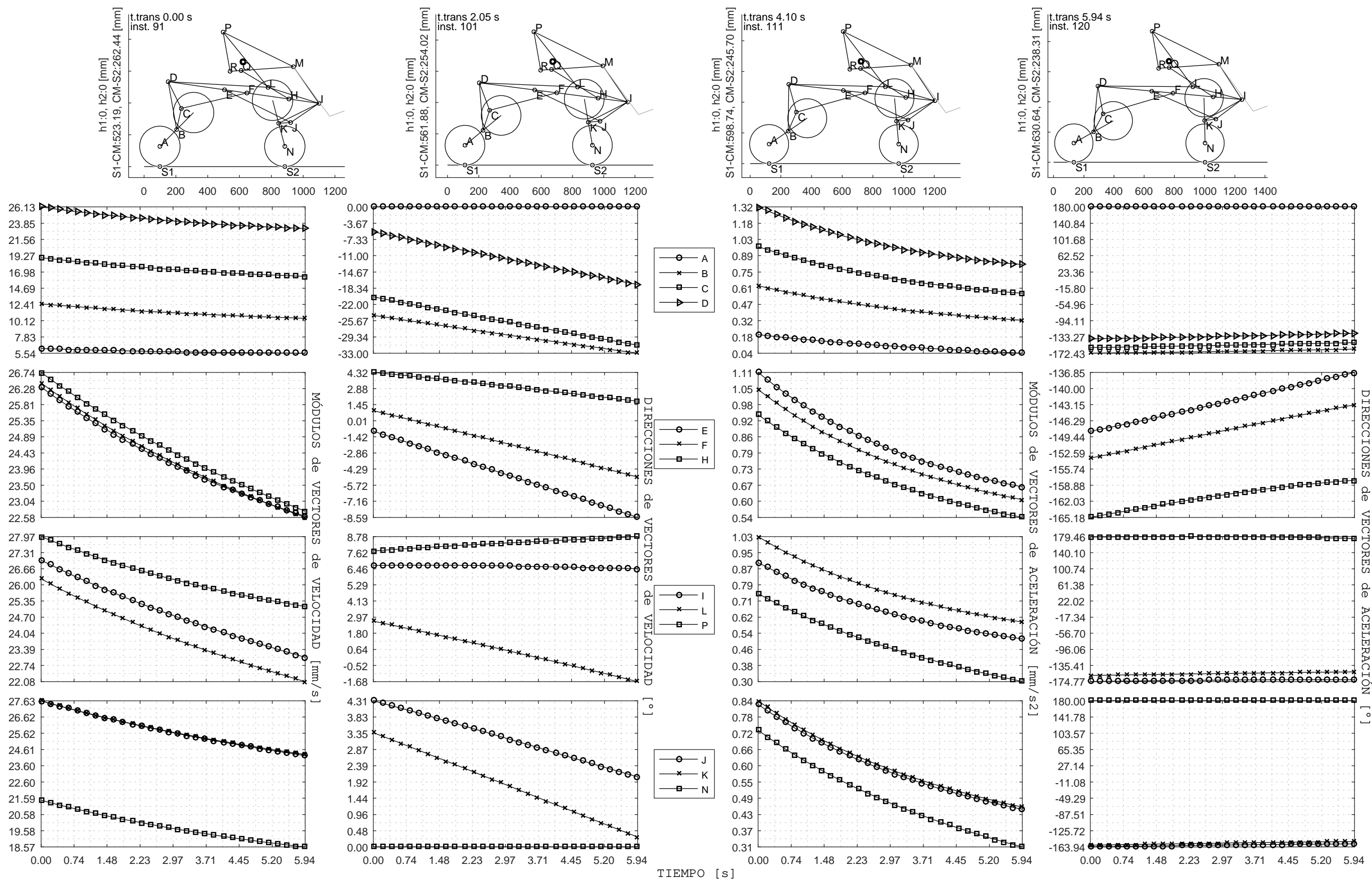


Figura F.7: Transición E3 a E4 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

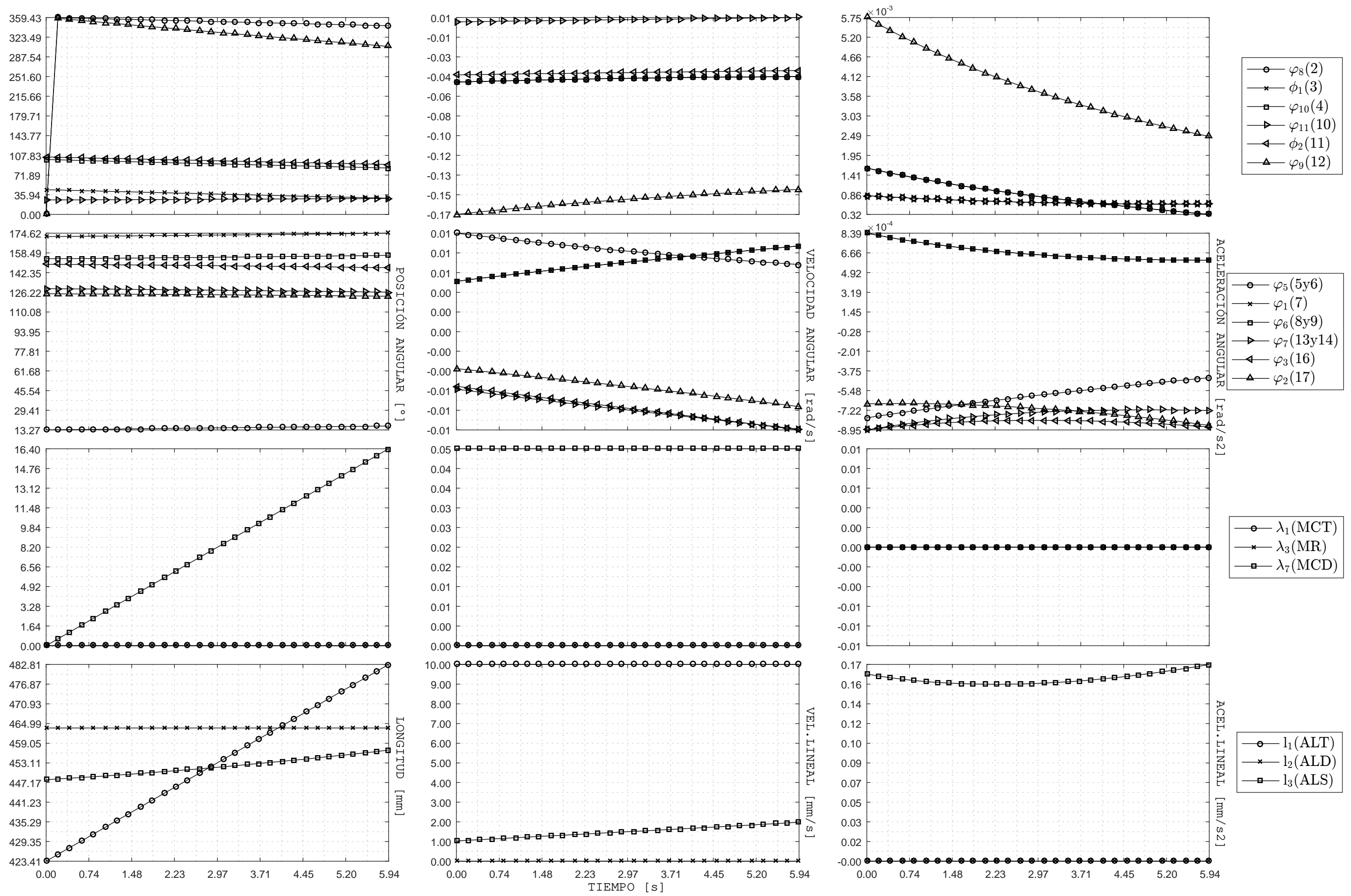


Figura F.8: Transición de estados E3 a E4 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

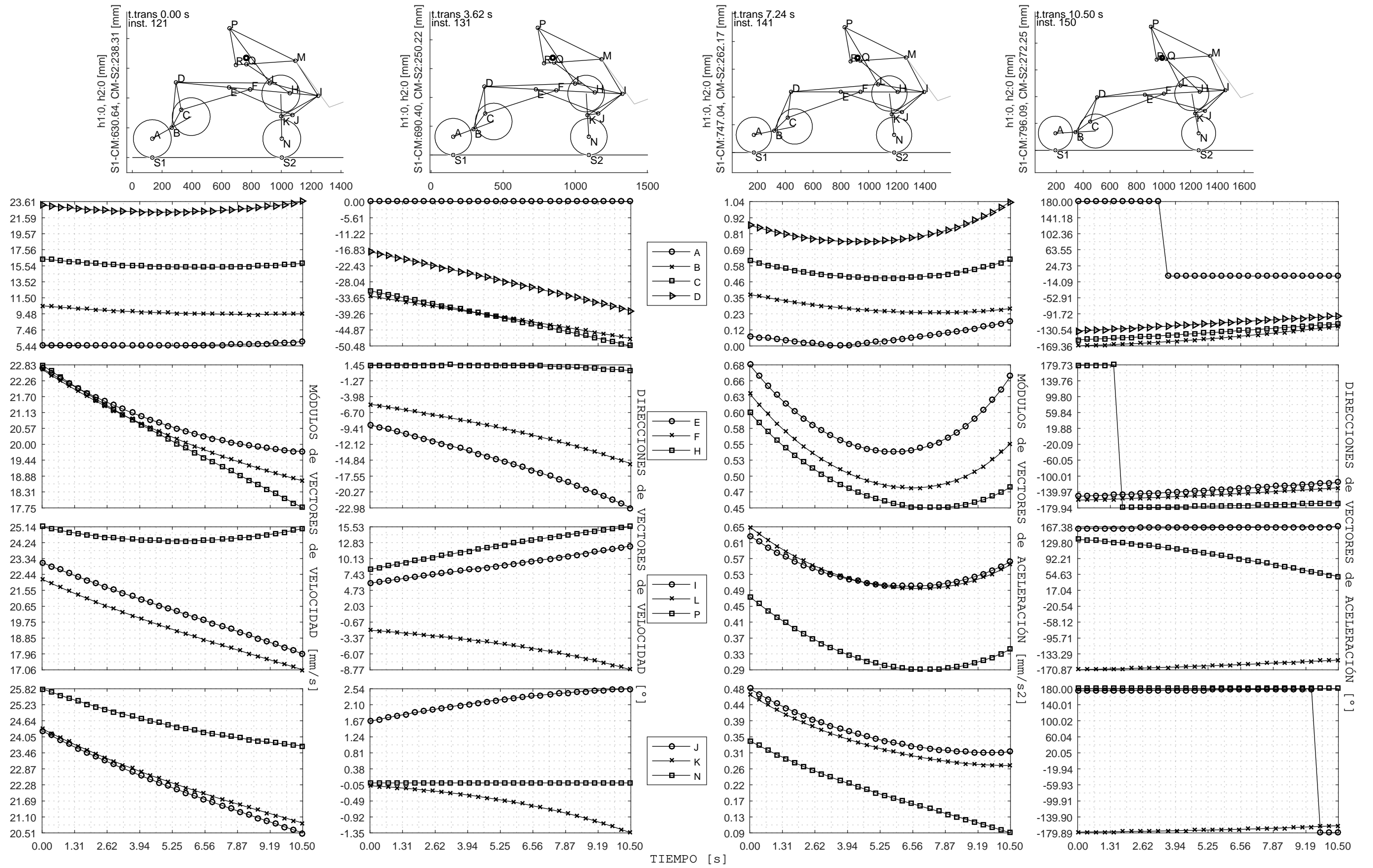


Figura F.9: Transición E4 a E5 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

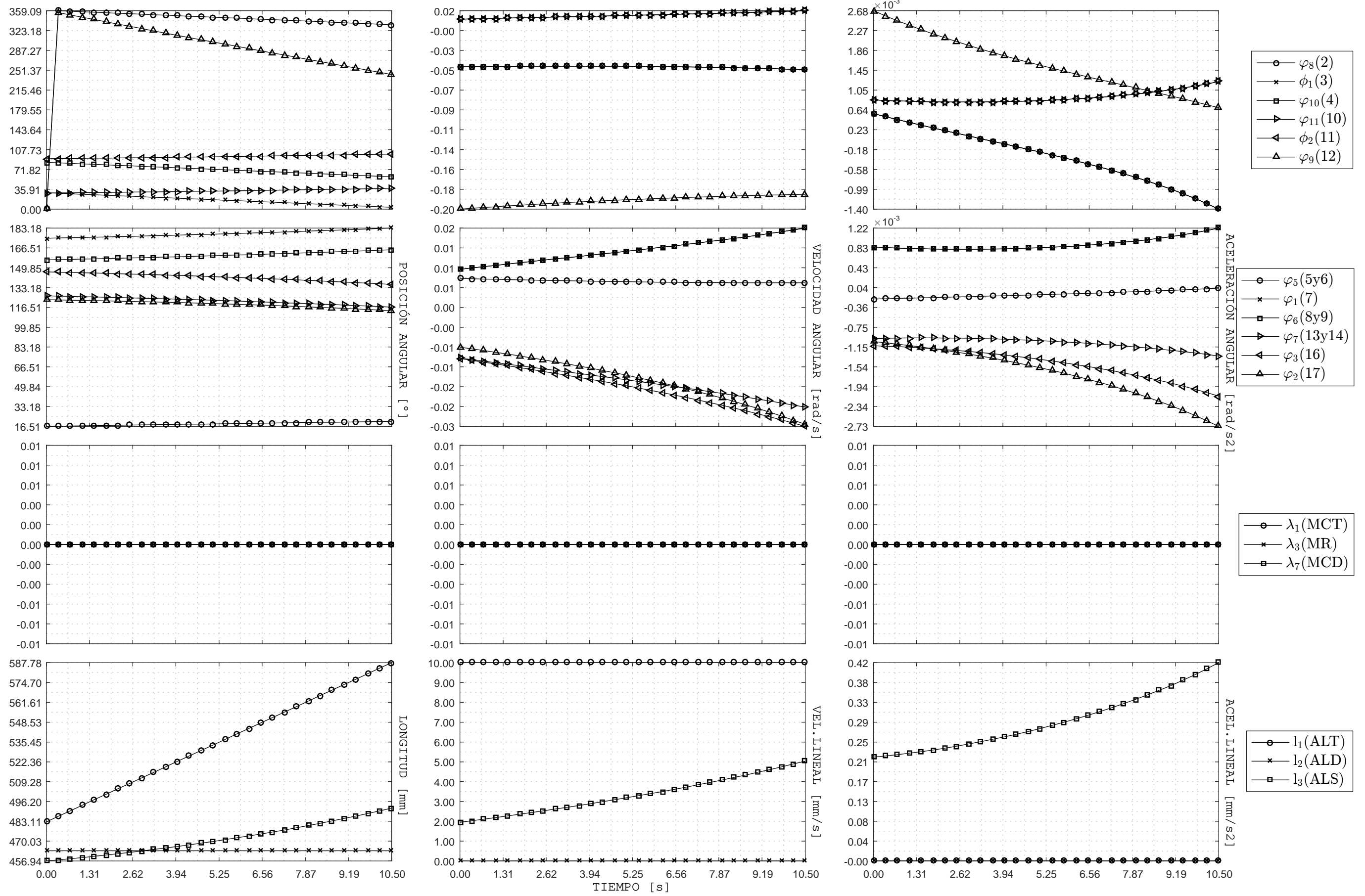


Figura F.10: Transición de estados E4 a E5 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo



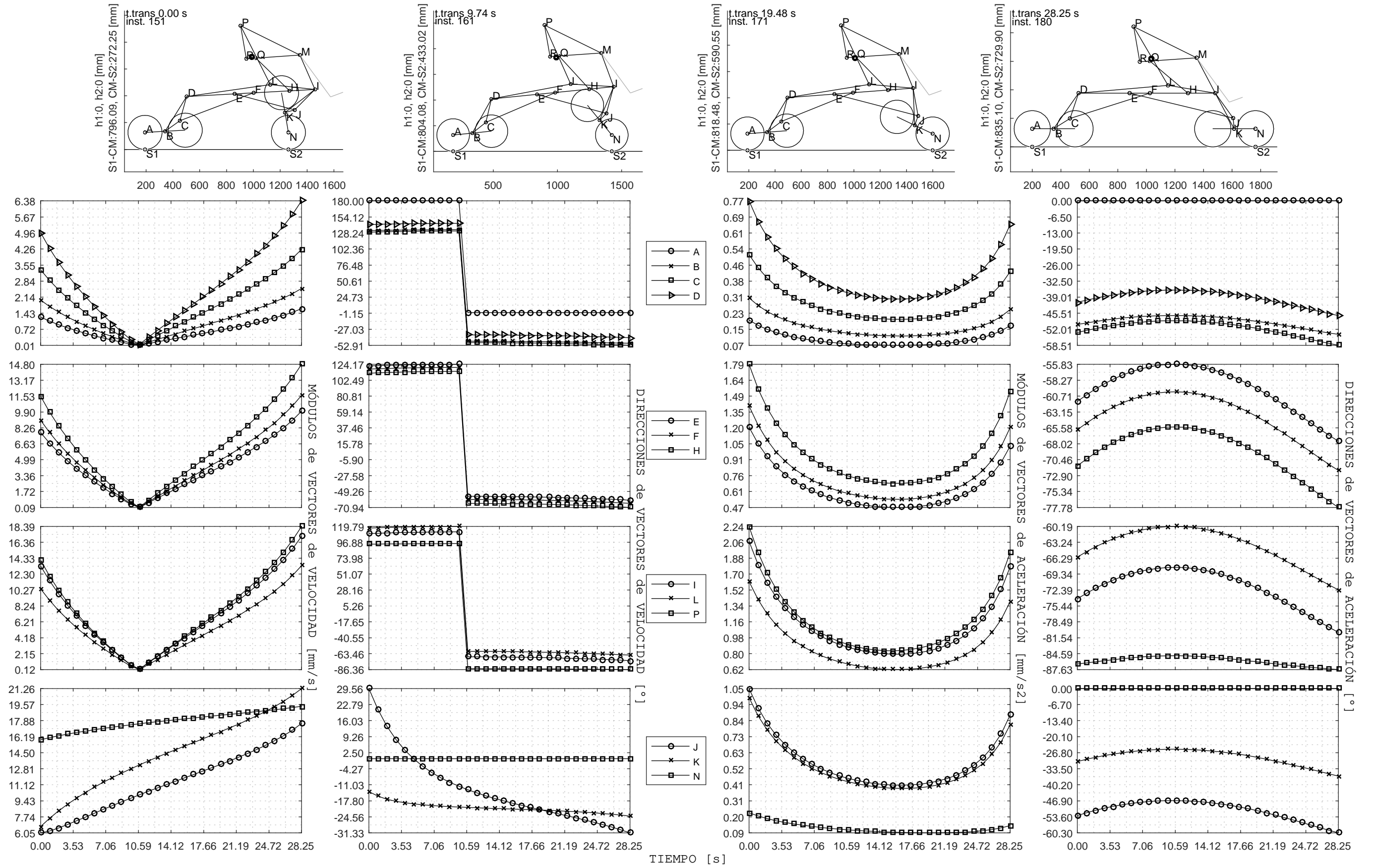


Figura F.11: Transición E5 a E7 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



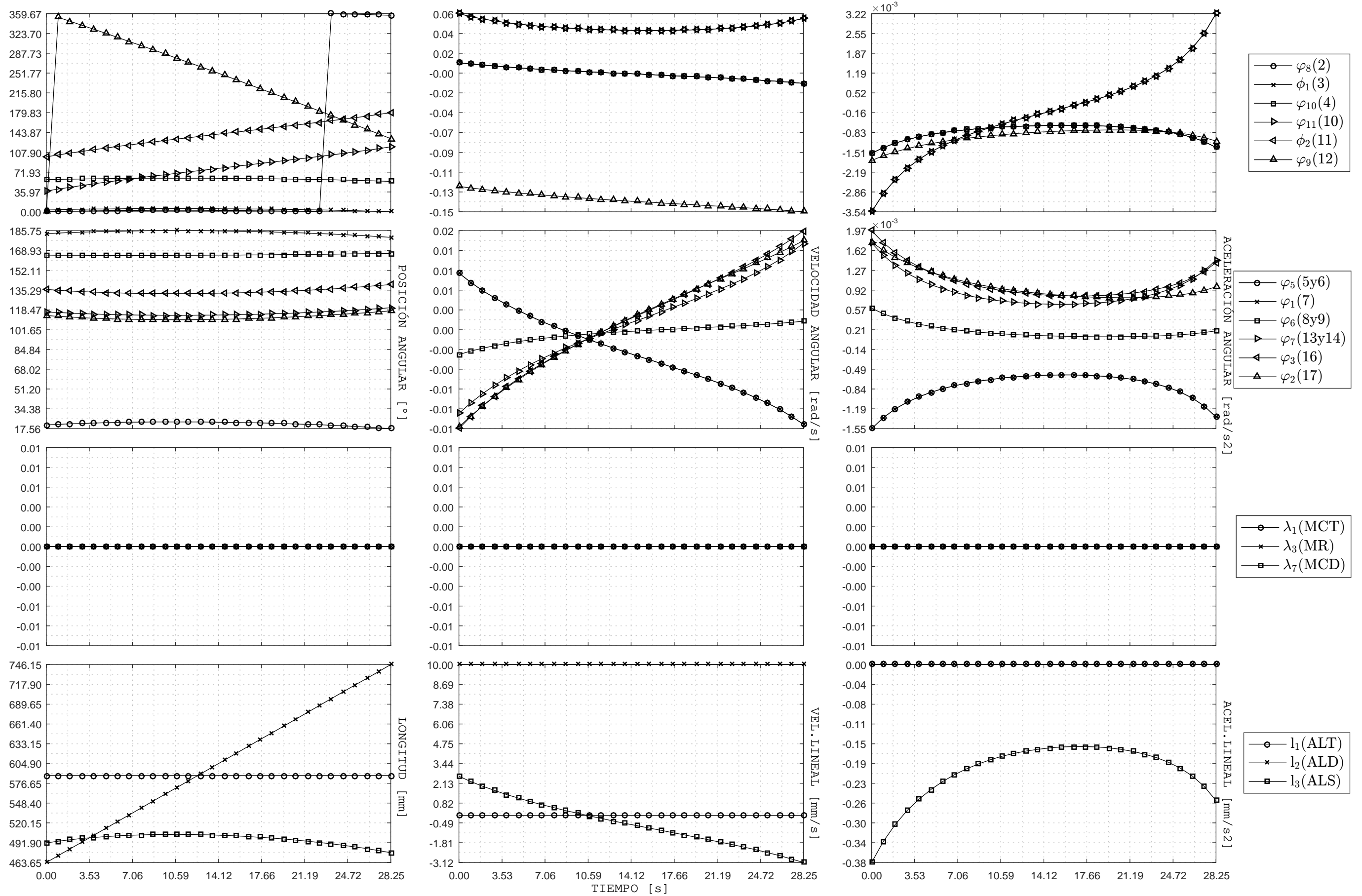


Figura F.12: Transición de estados E5 a E7 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

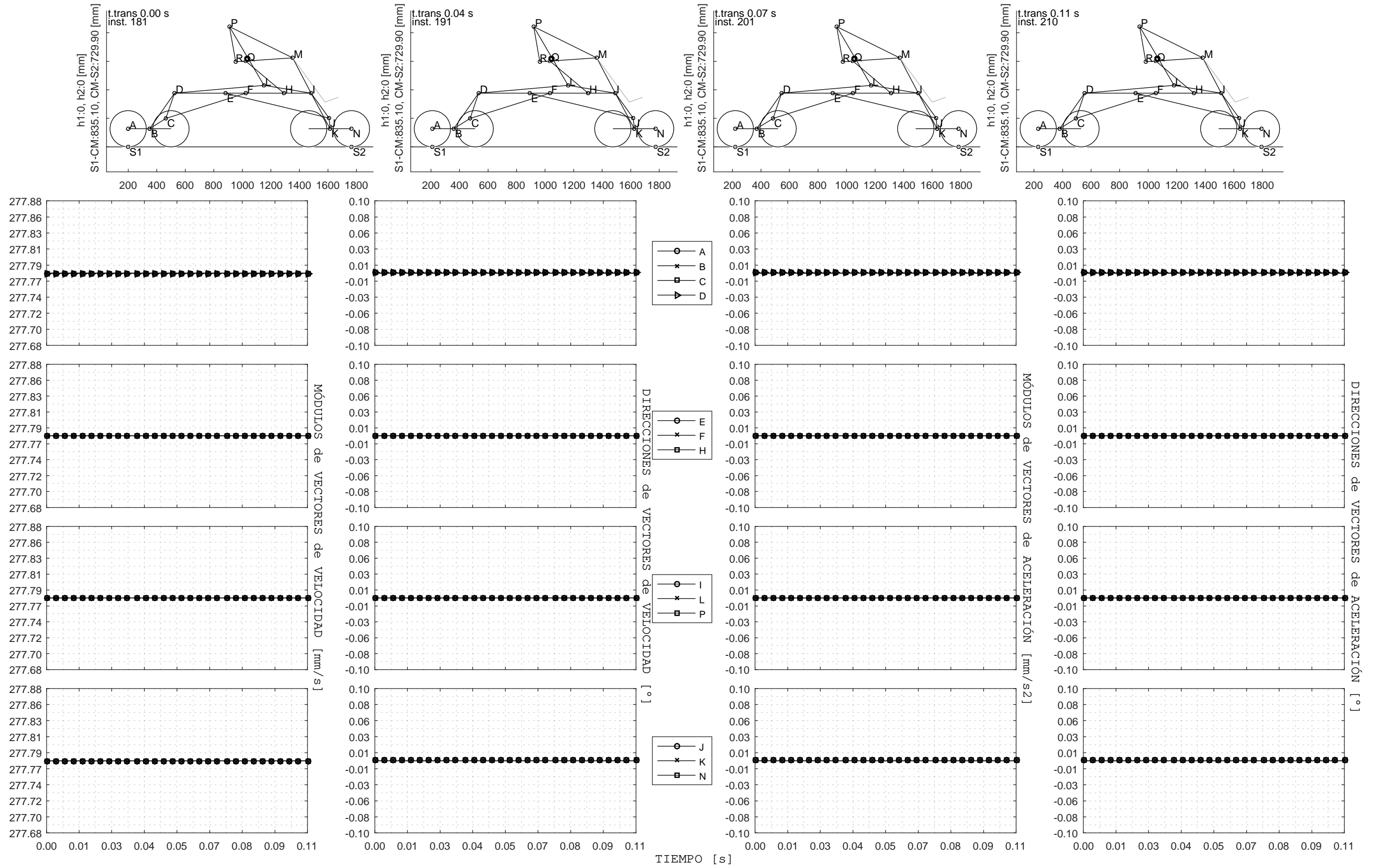


Figura F.13: Transición E7 a E8 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

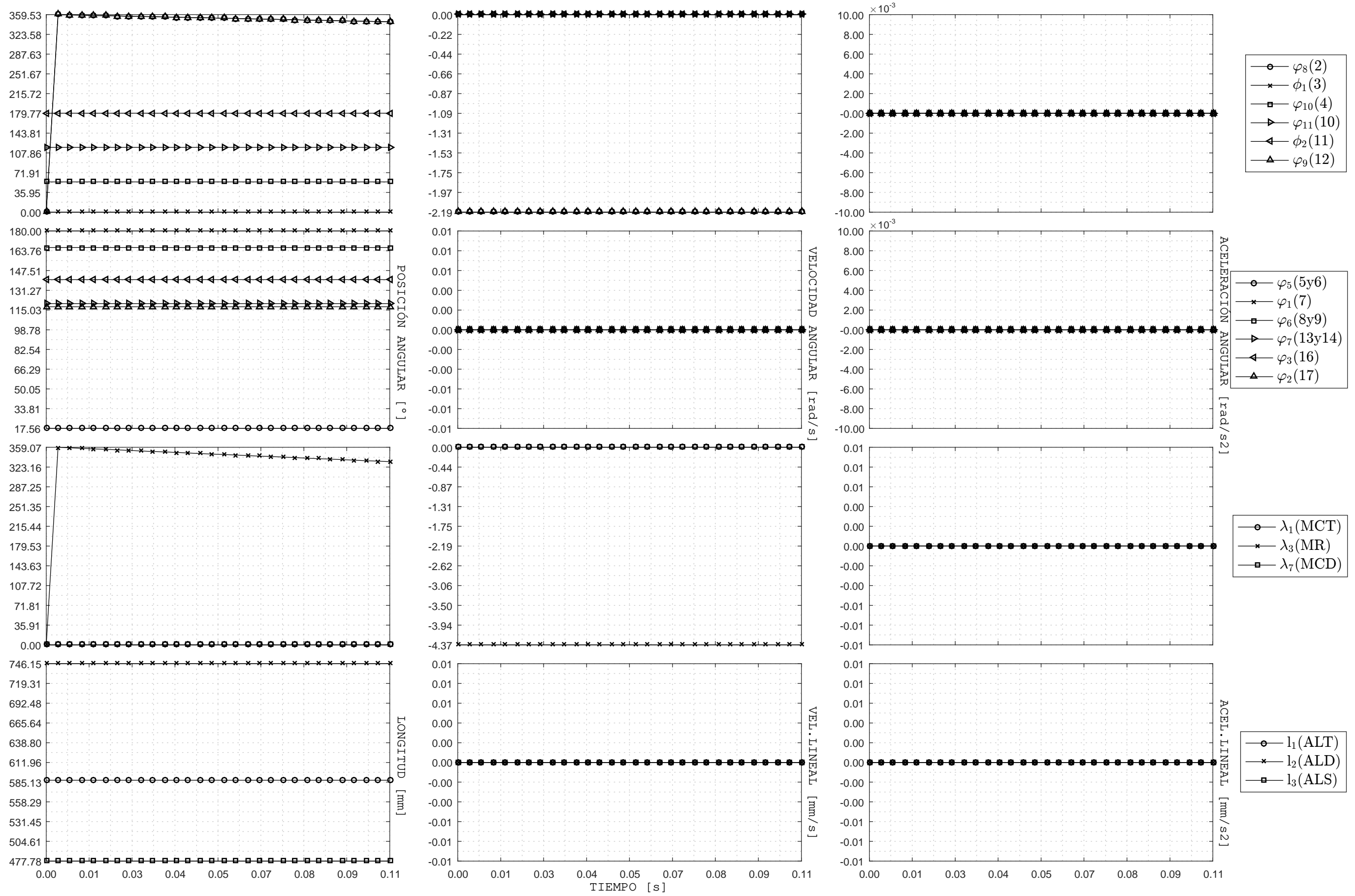


Figura F.14: Transición de estados E7 a E8 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

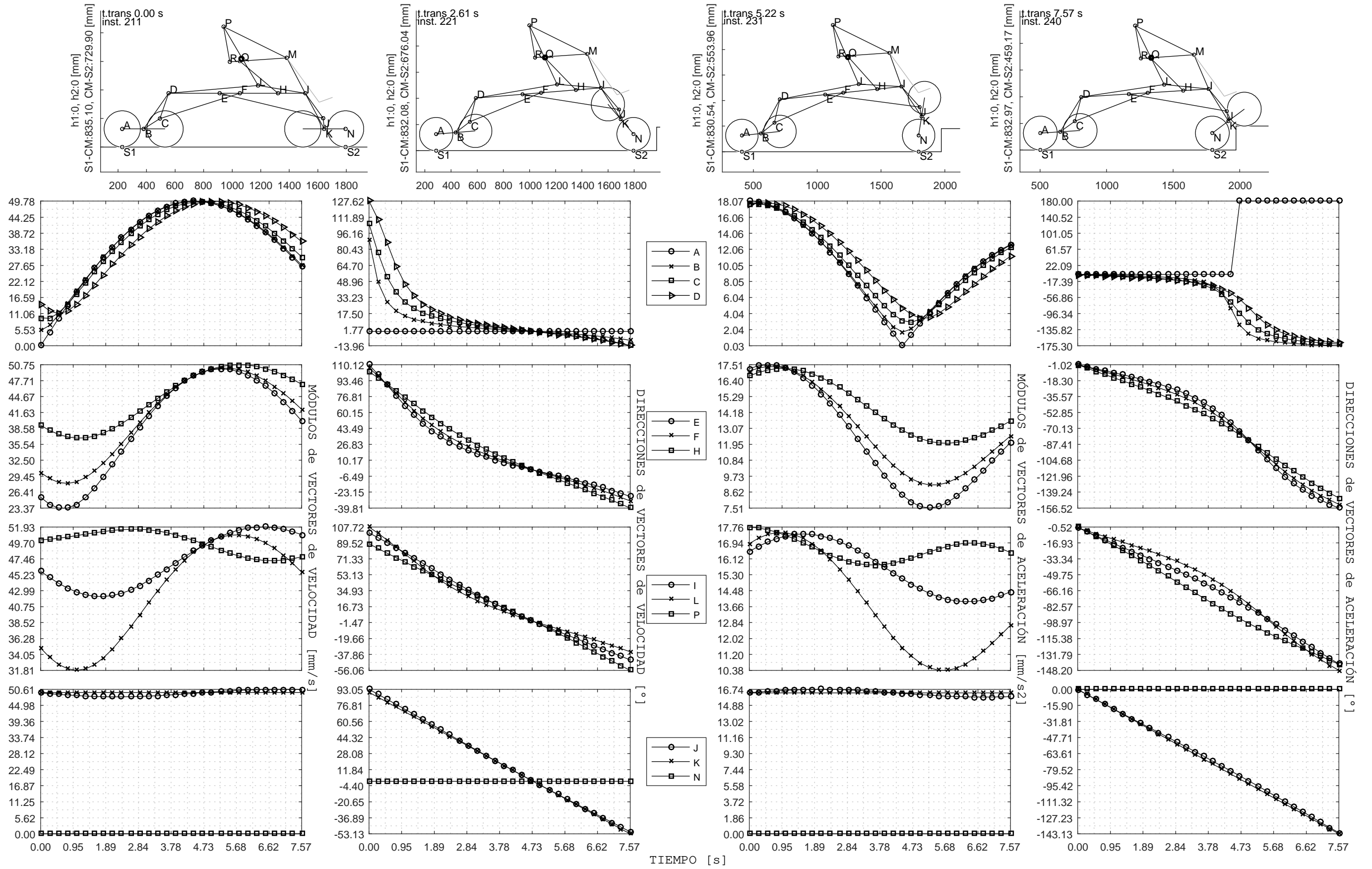


Figura F.15: Transición E8 a F - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

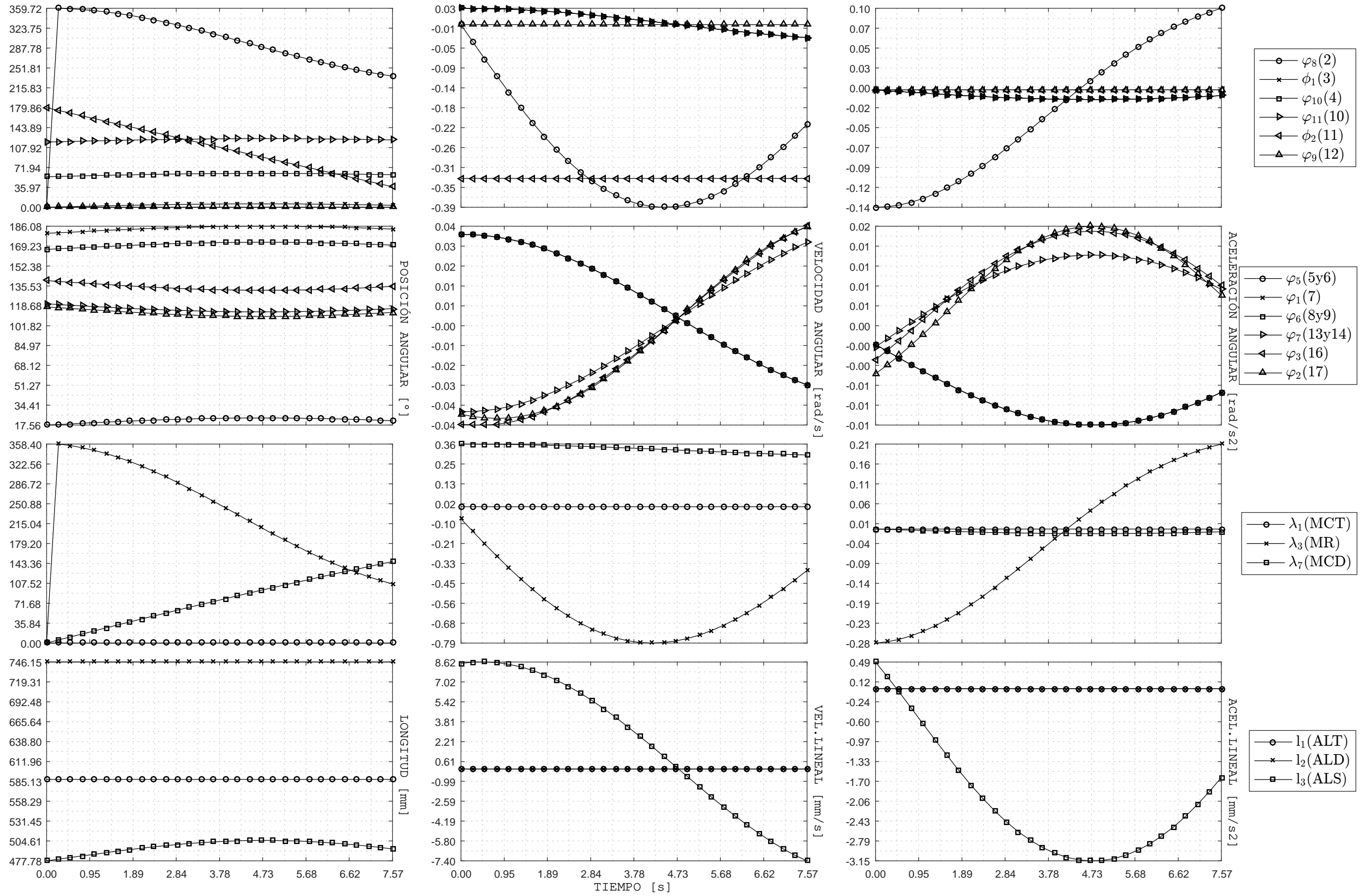


Figura F.16: Transición de estados E8 a F - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

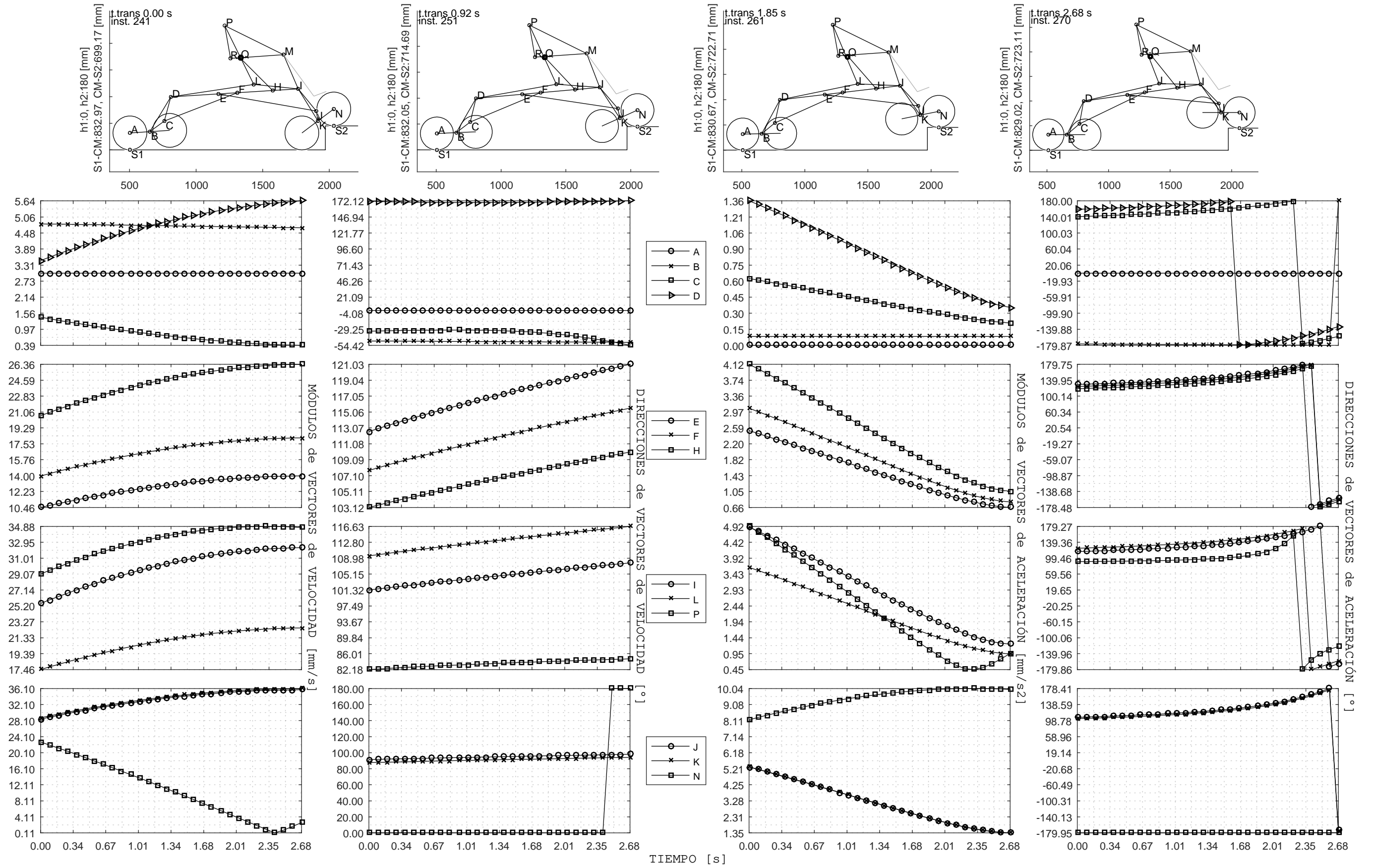


Figura F.17: Transición F a G1 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

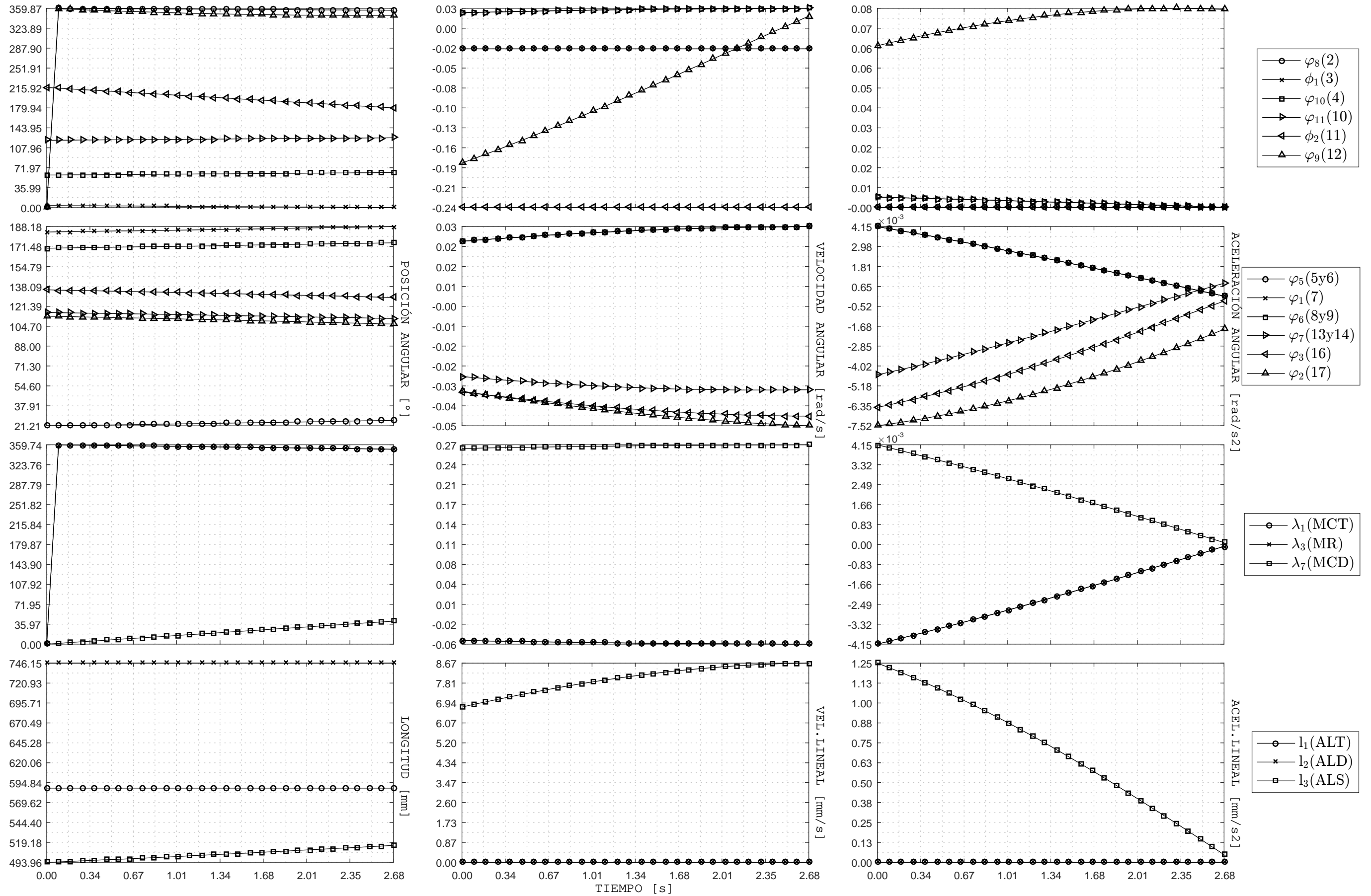


Figura F.18: Transición de estados F a G1 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

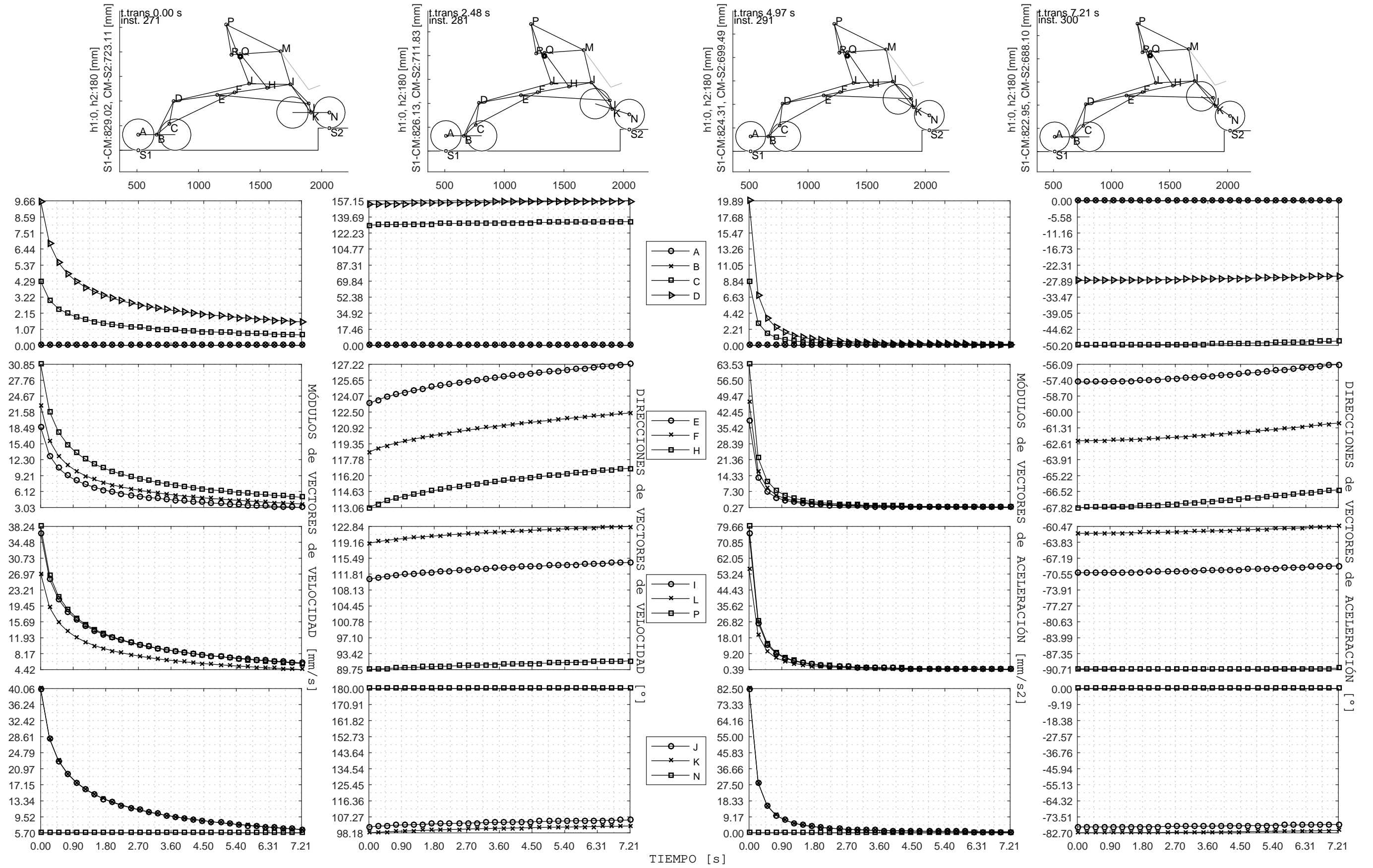


Figura F.19: Transición G1 a G2 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



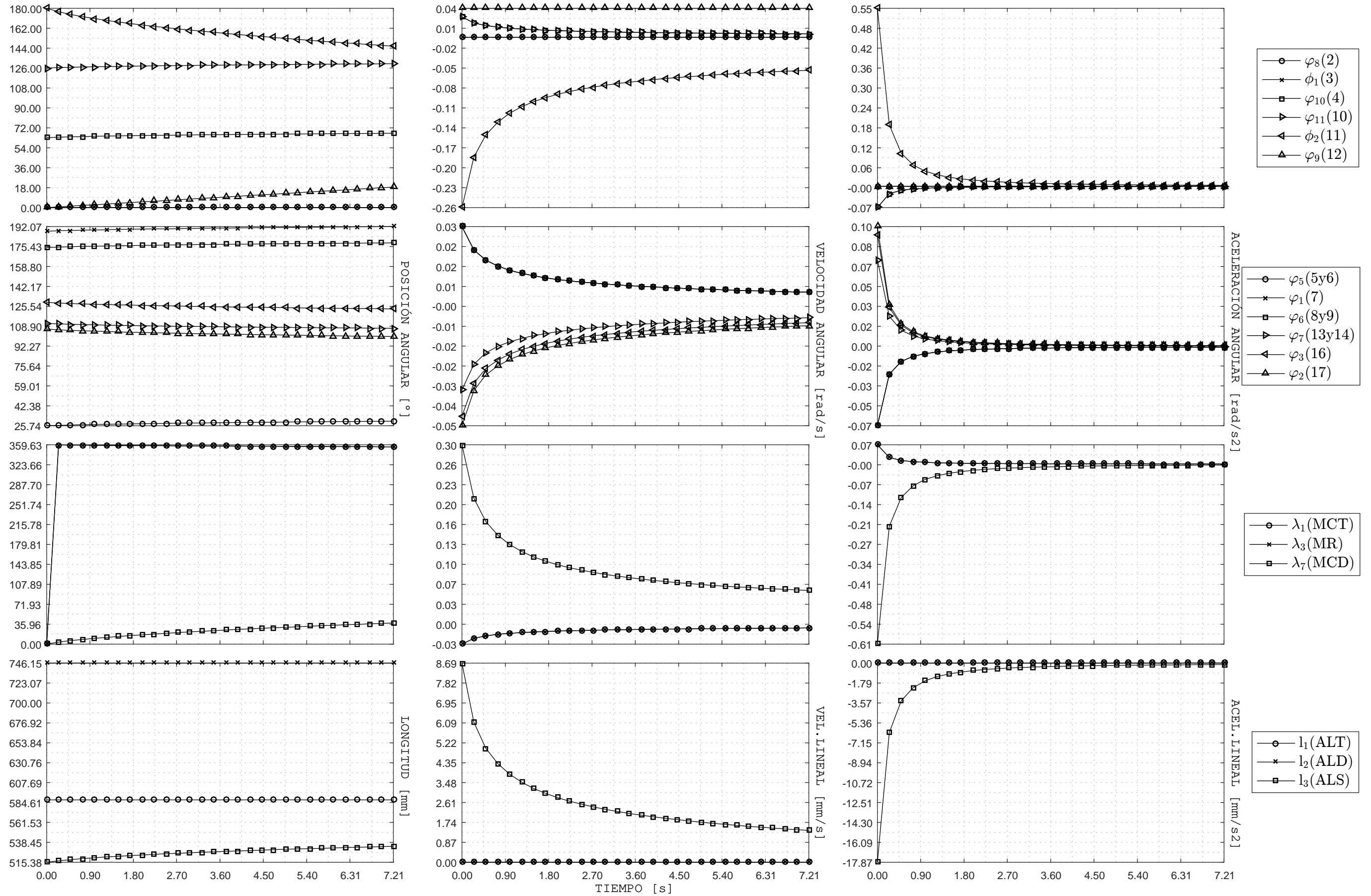


Figura F.20: Transición de estados G1 a G2 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

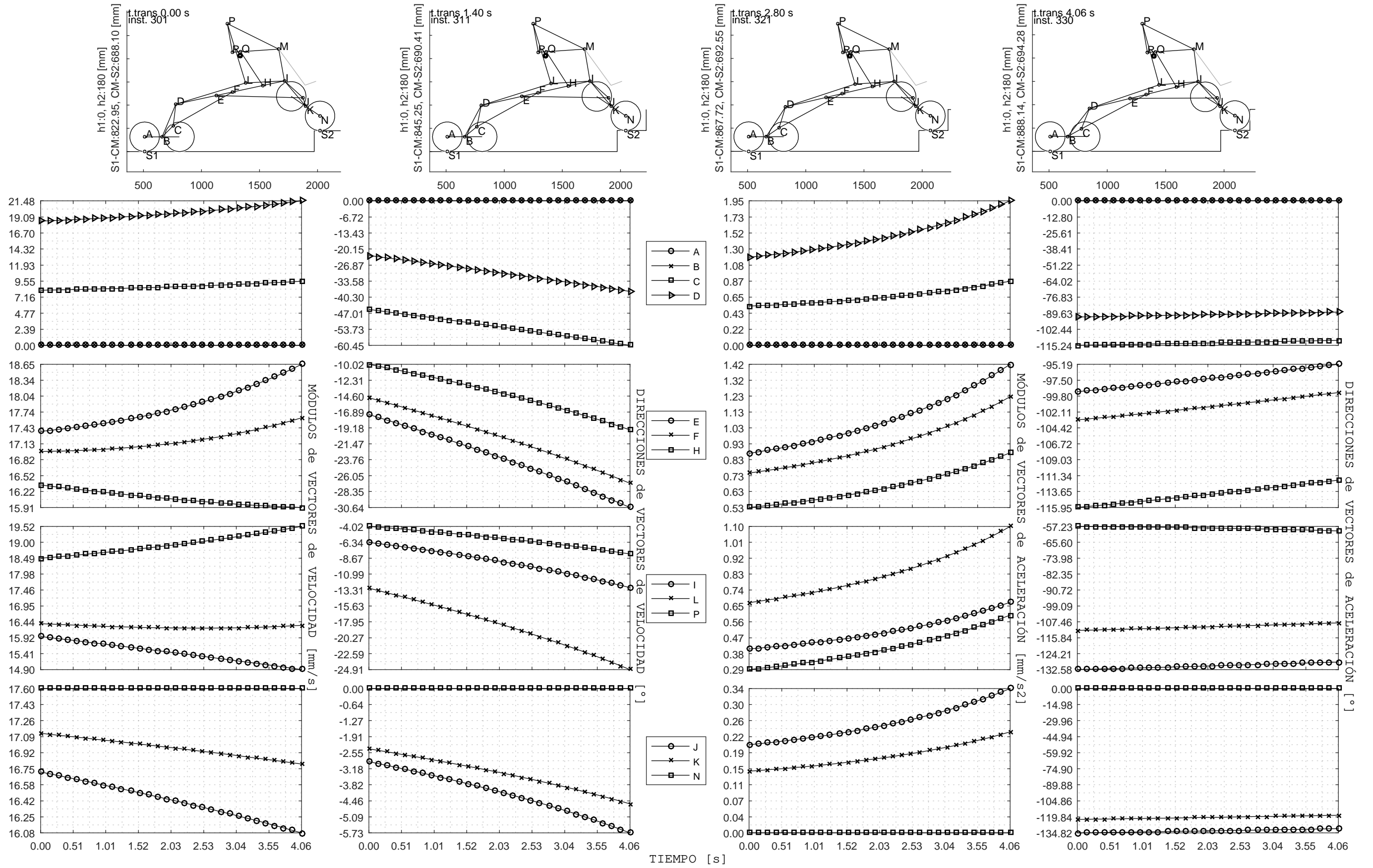


Figura F.21: Transición G2 a G3 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

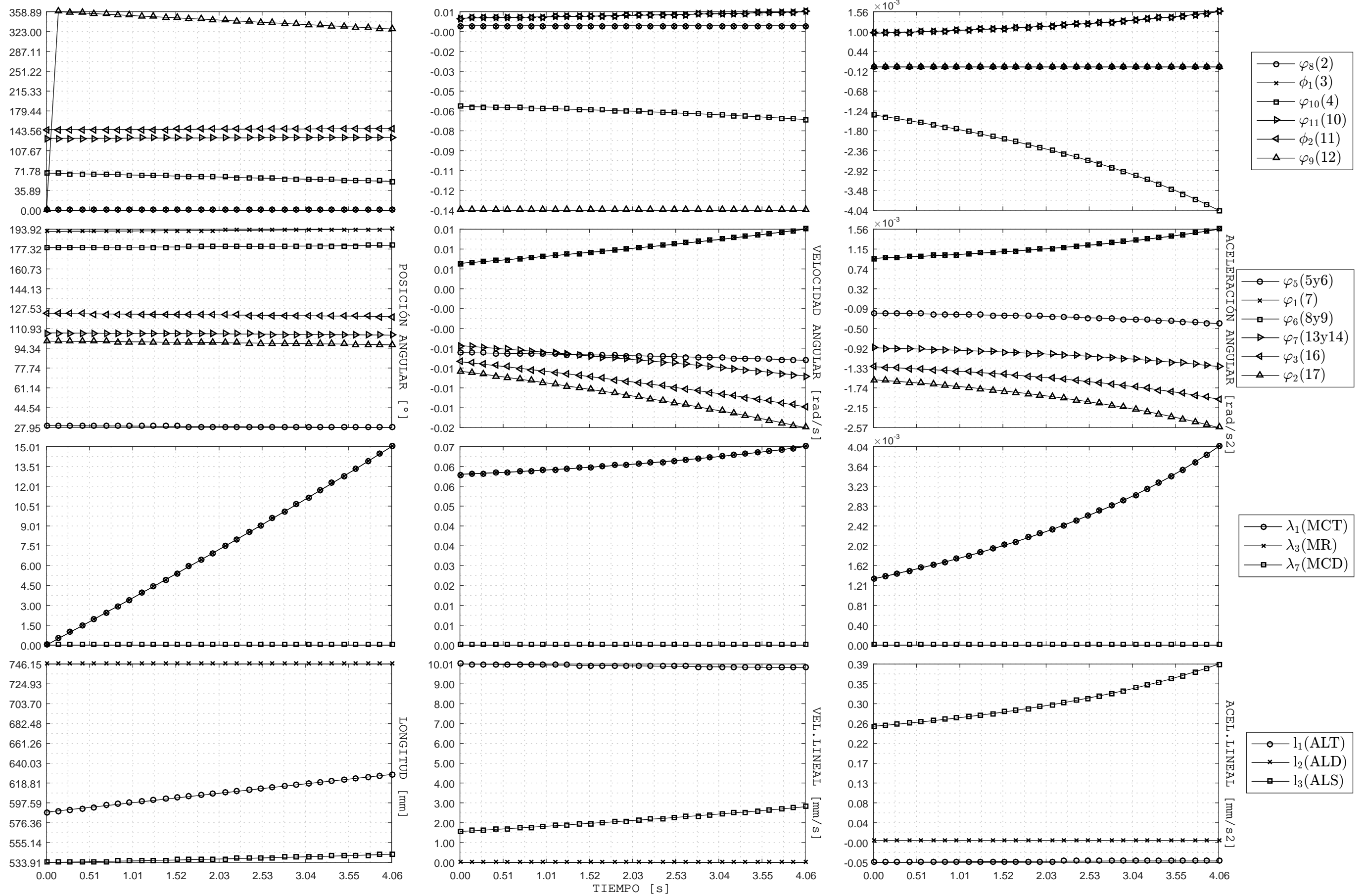


Figura F.22: Transición de estados G2 a G3 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

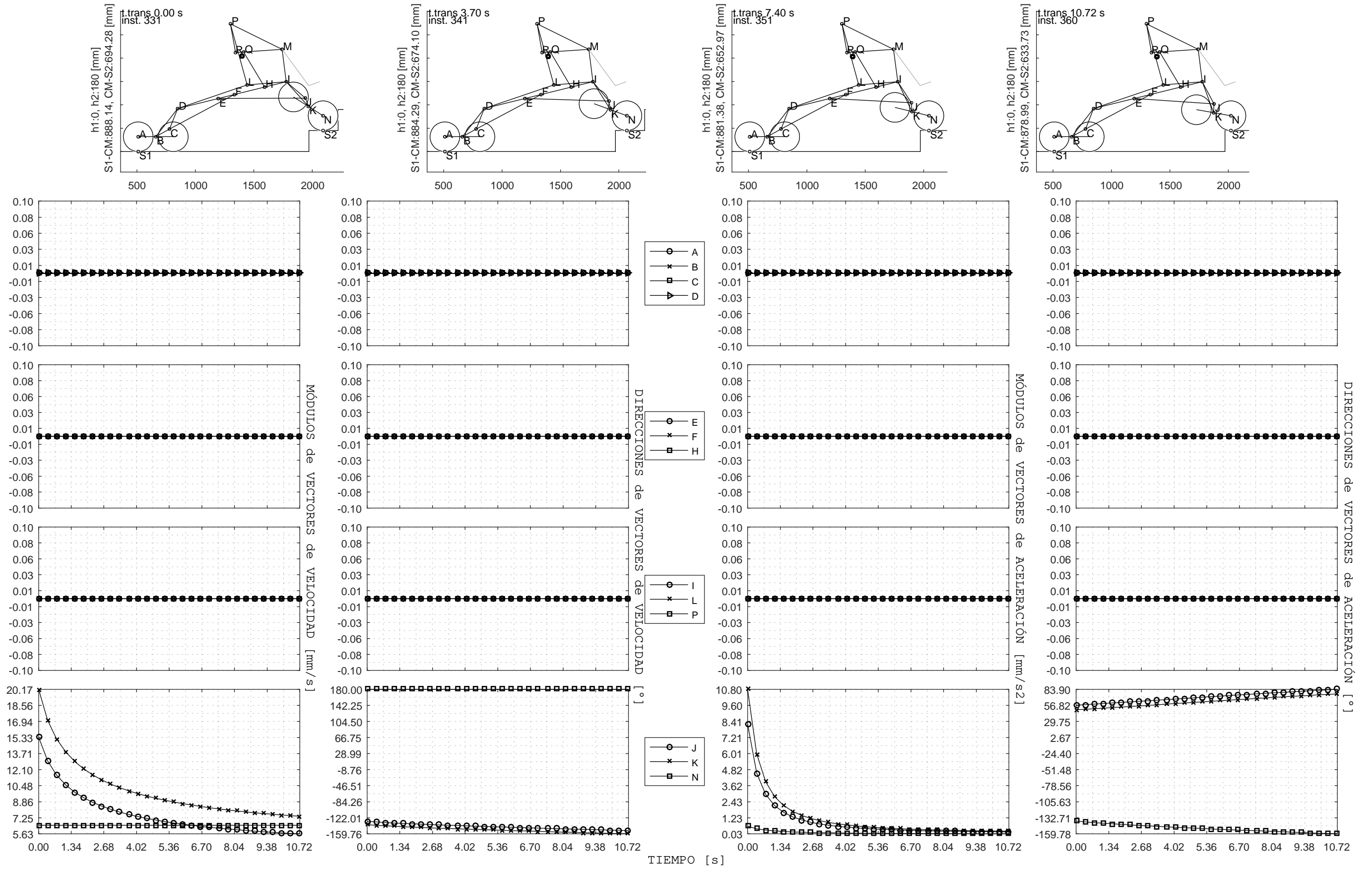


Figura F.23: Transición G3 a G4 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

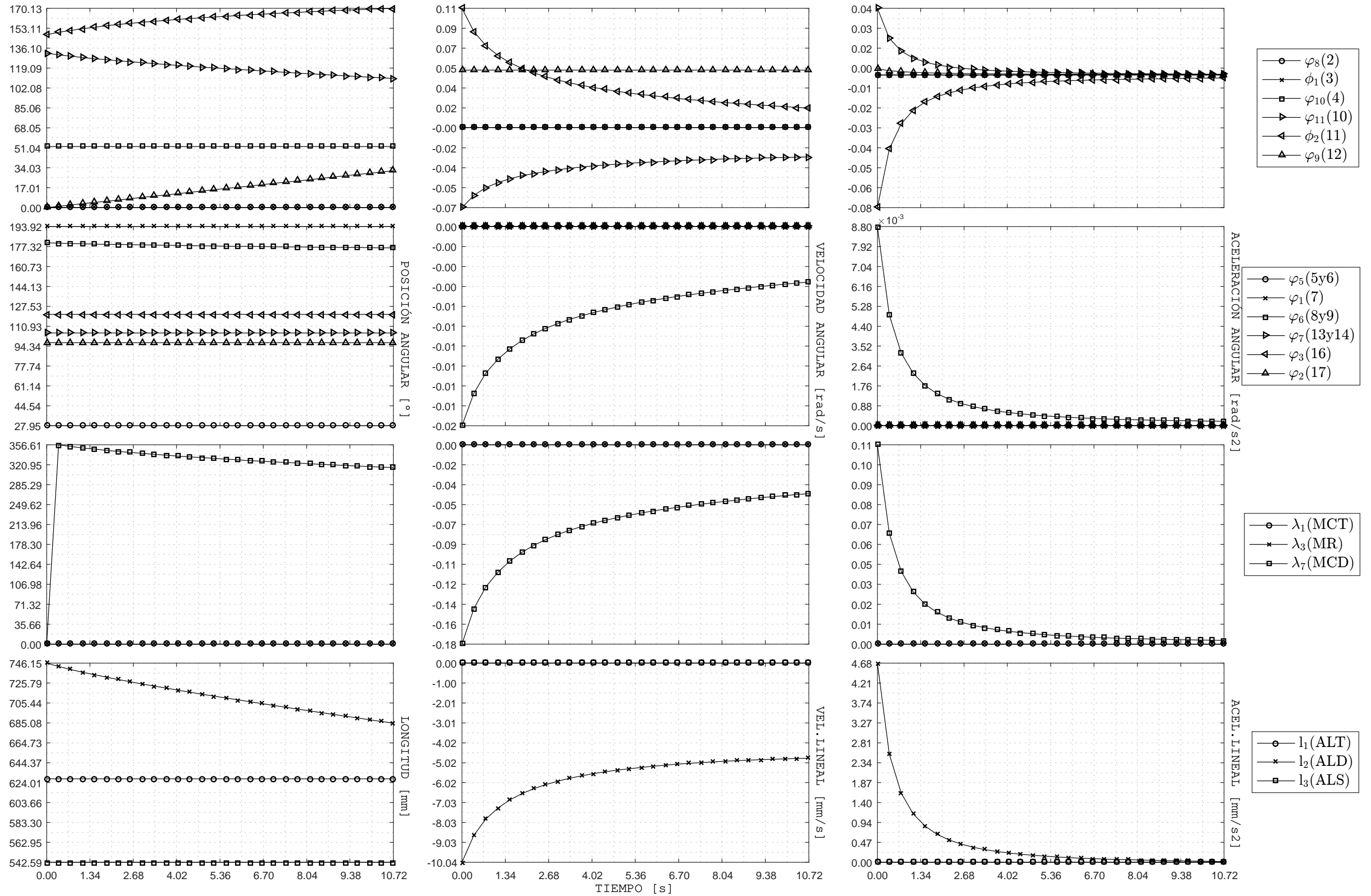


Figura F.24: Transición de estados G3 a G4 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

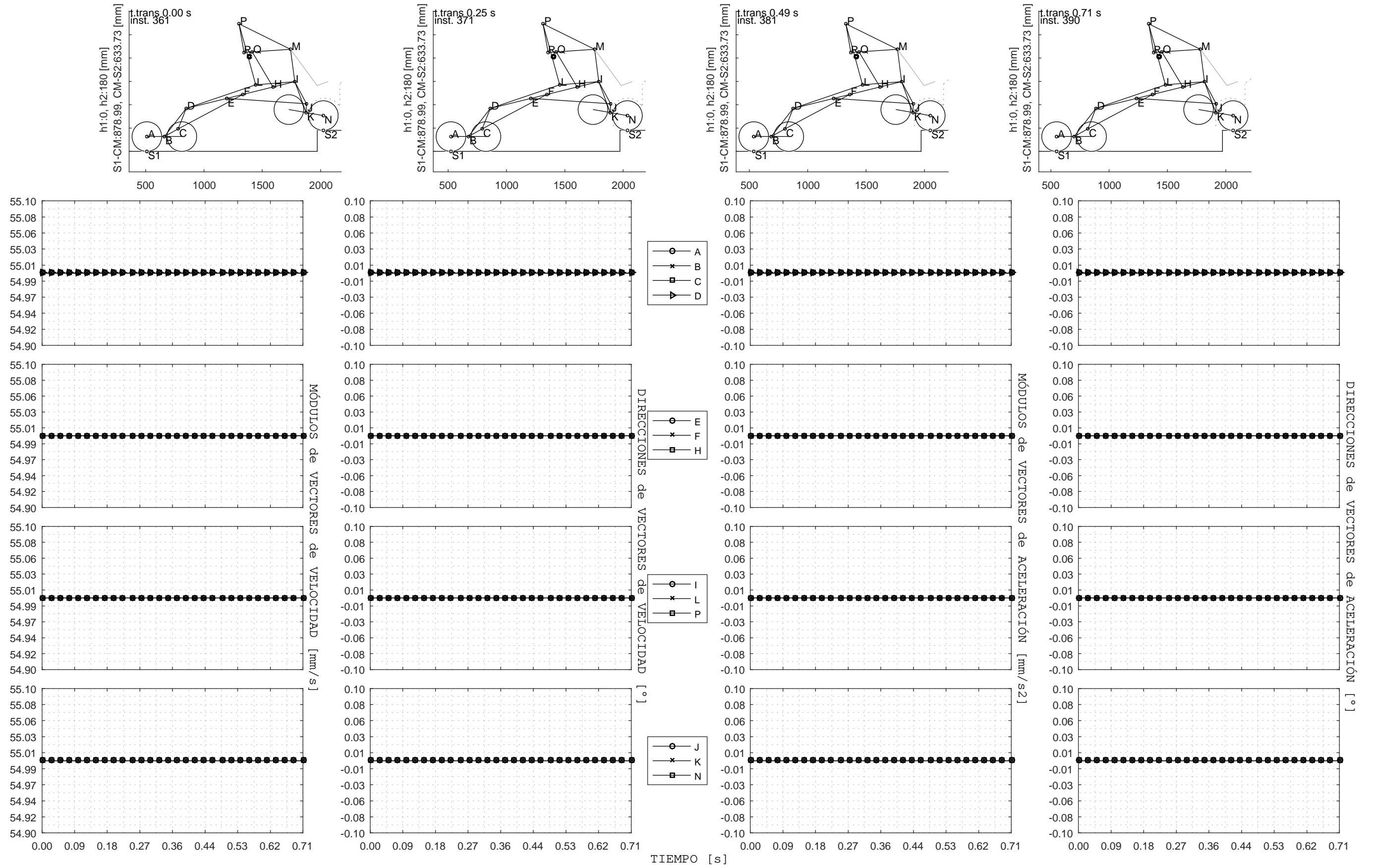


Figura F.25: Transición G4 a H1(1) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

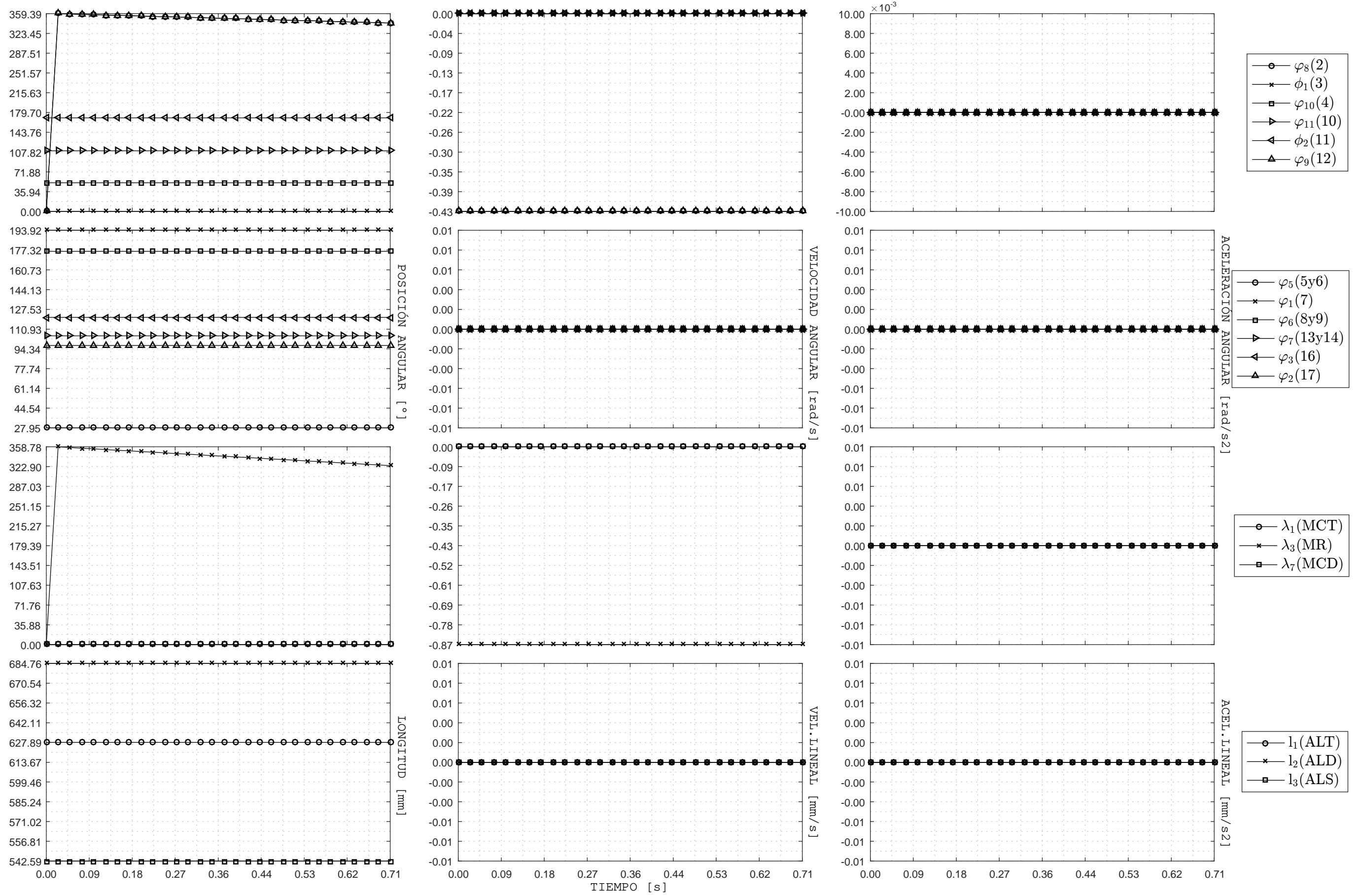


Figura F.26: Transición de estados G4 a H1(1) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

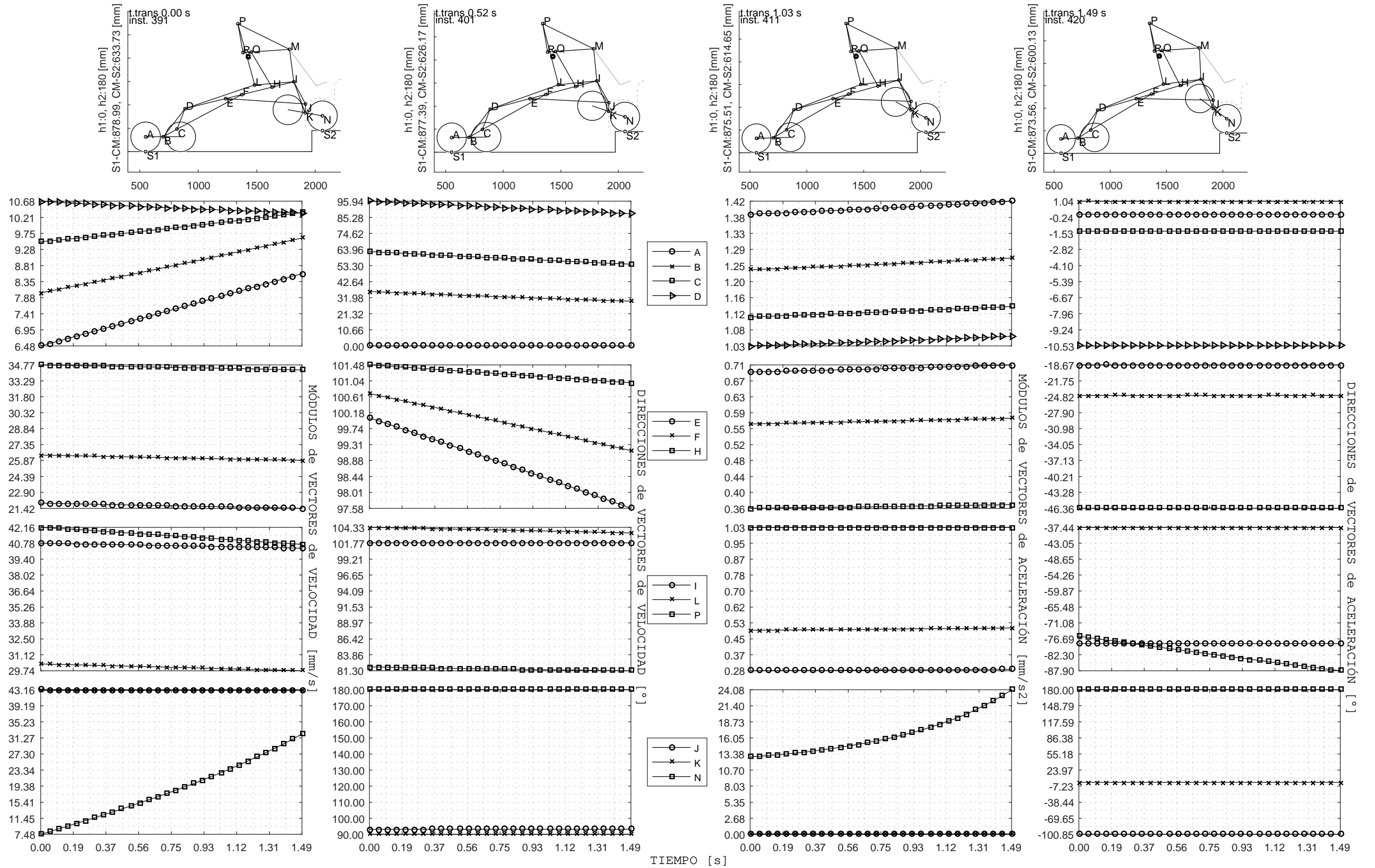


Figura F.27: Transición H1(1) a H2(2) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



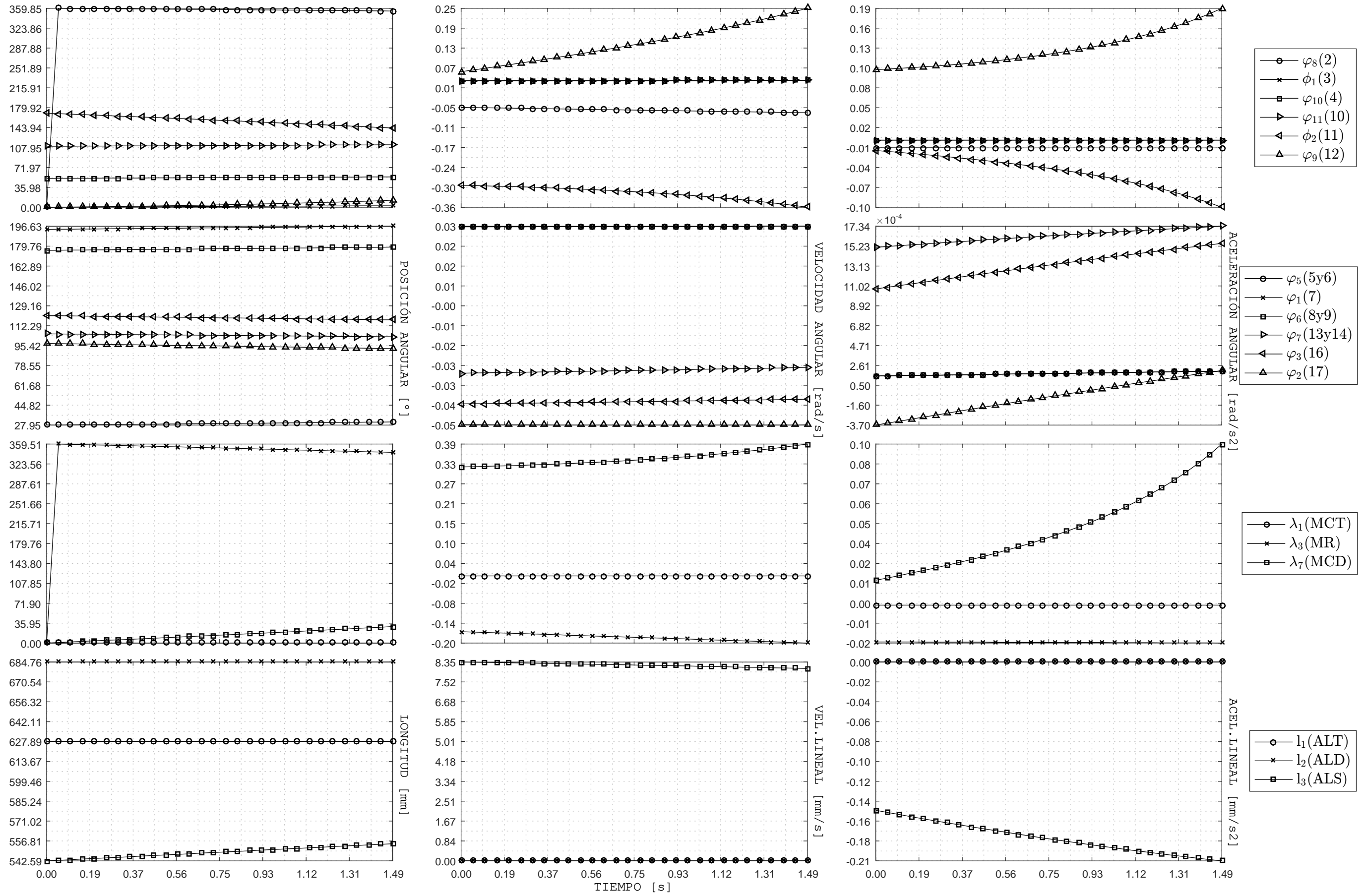


Figura F.28: Transición de estados H1(1) a H2(2) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

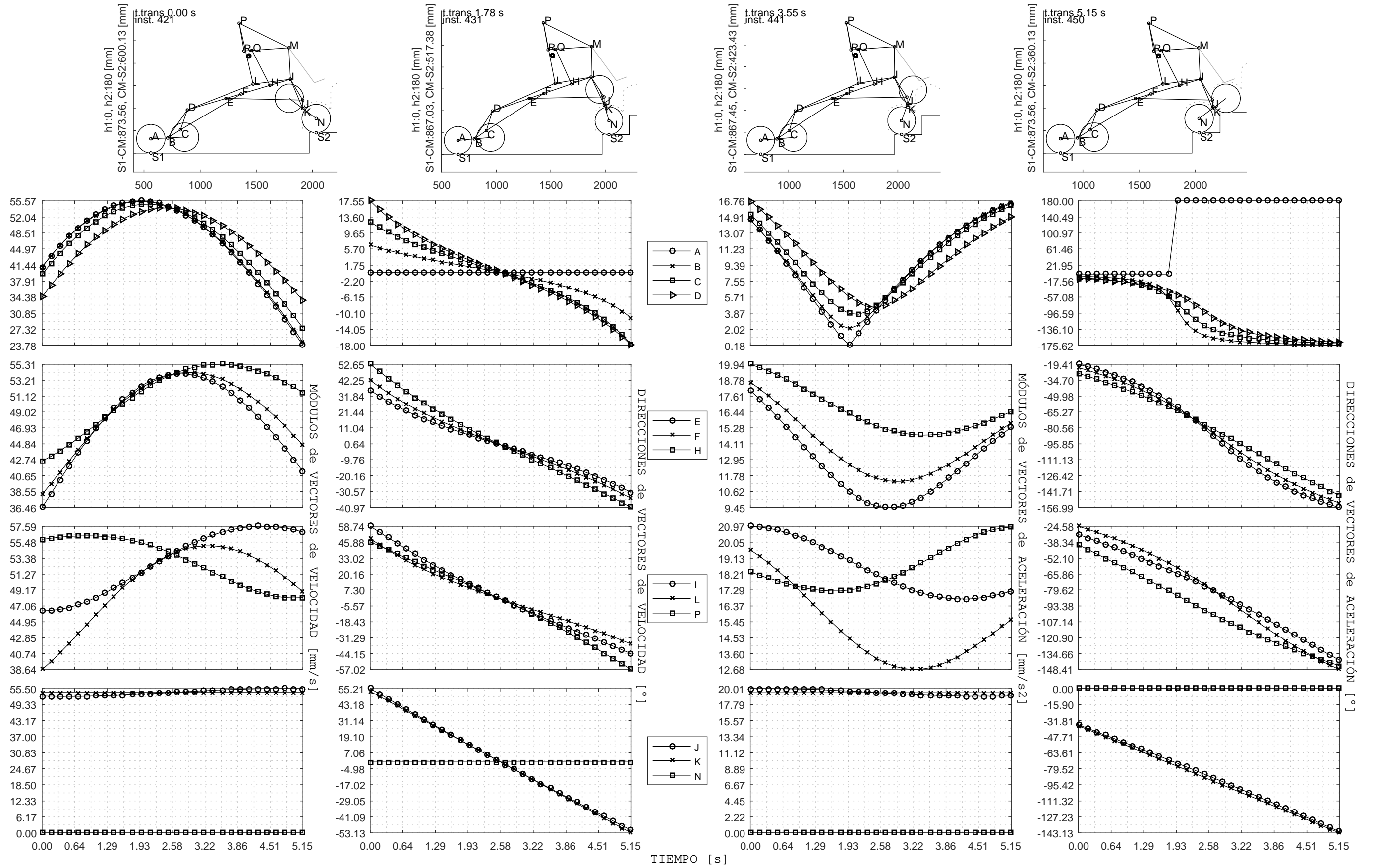


Figura F.29: Transición H2(2) a H2(3) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

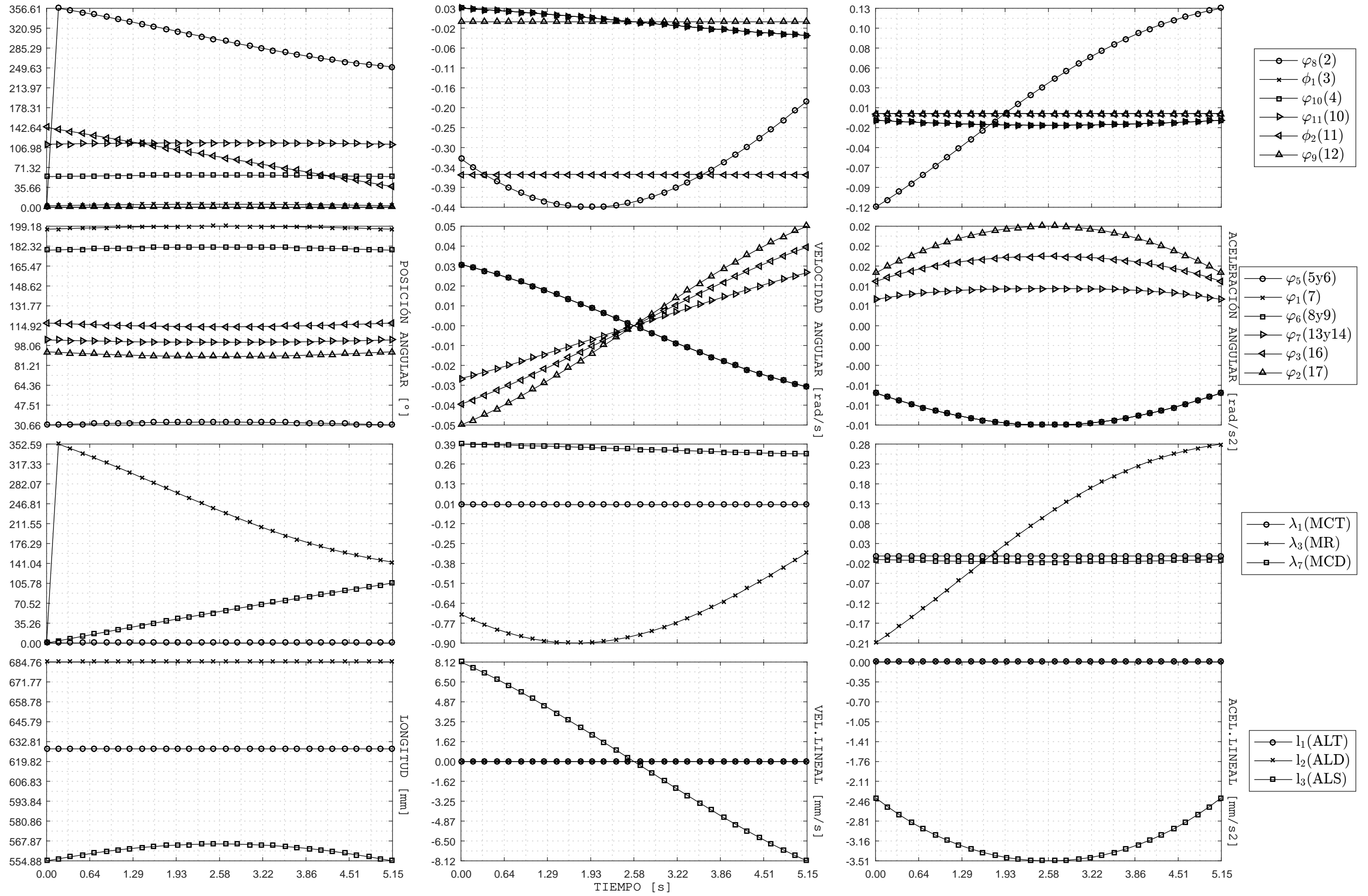


Figura F.30: Transición de estados H2(2) a H2(3) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

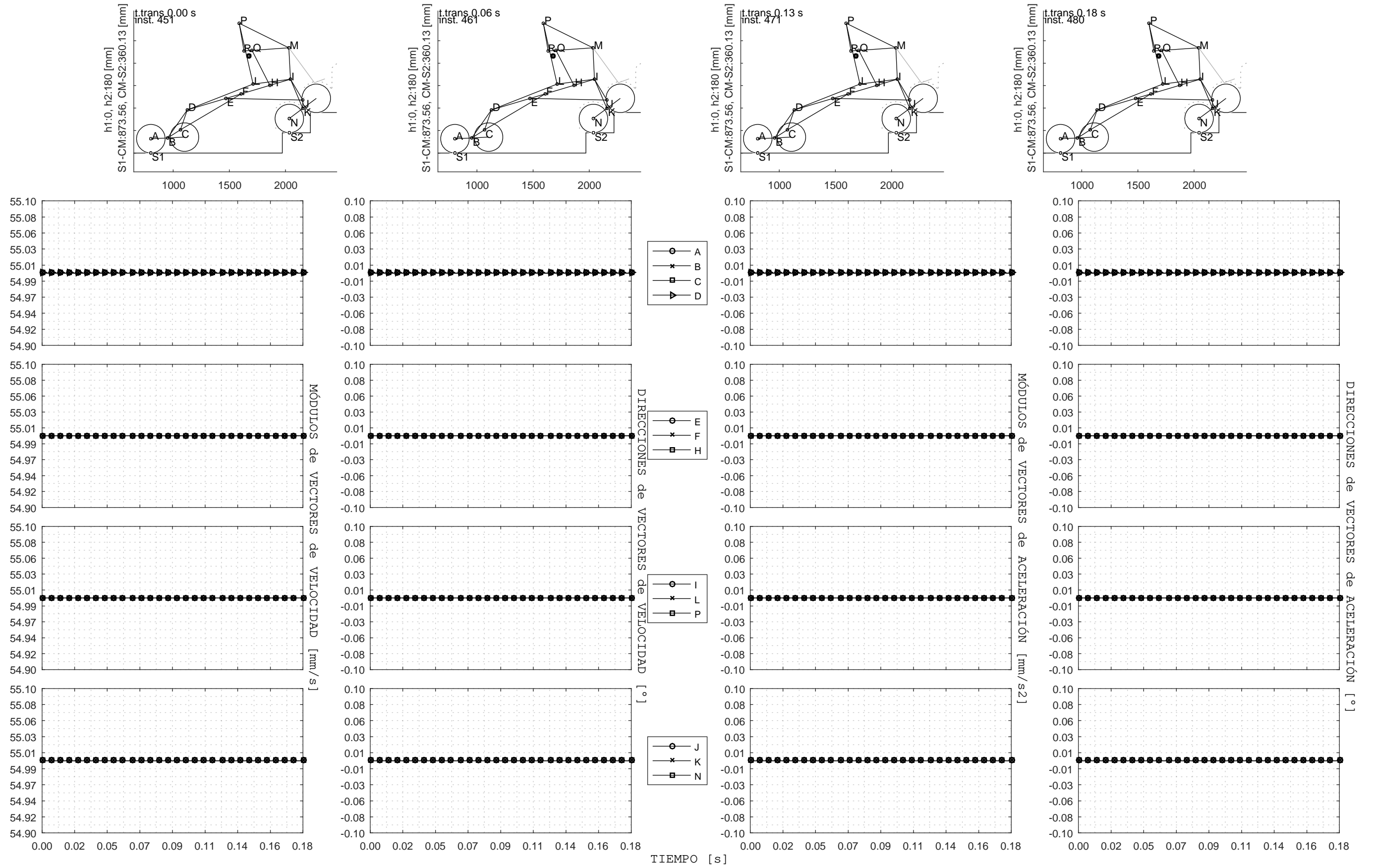


Figura F.31: Transición H2(3) a H2(4) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

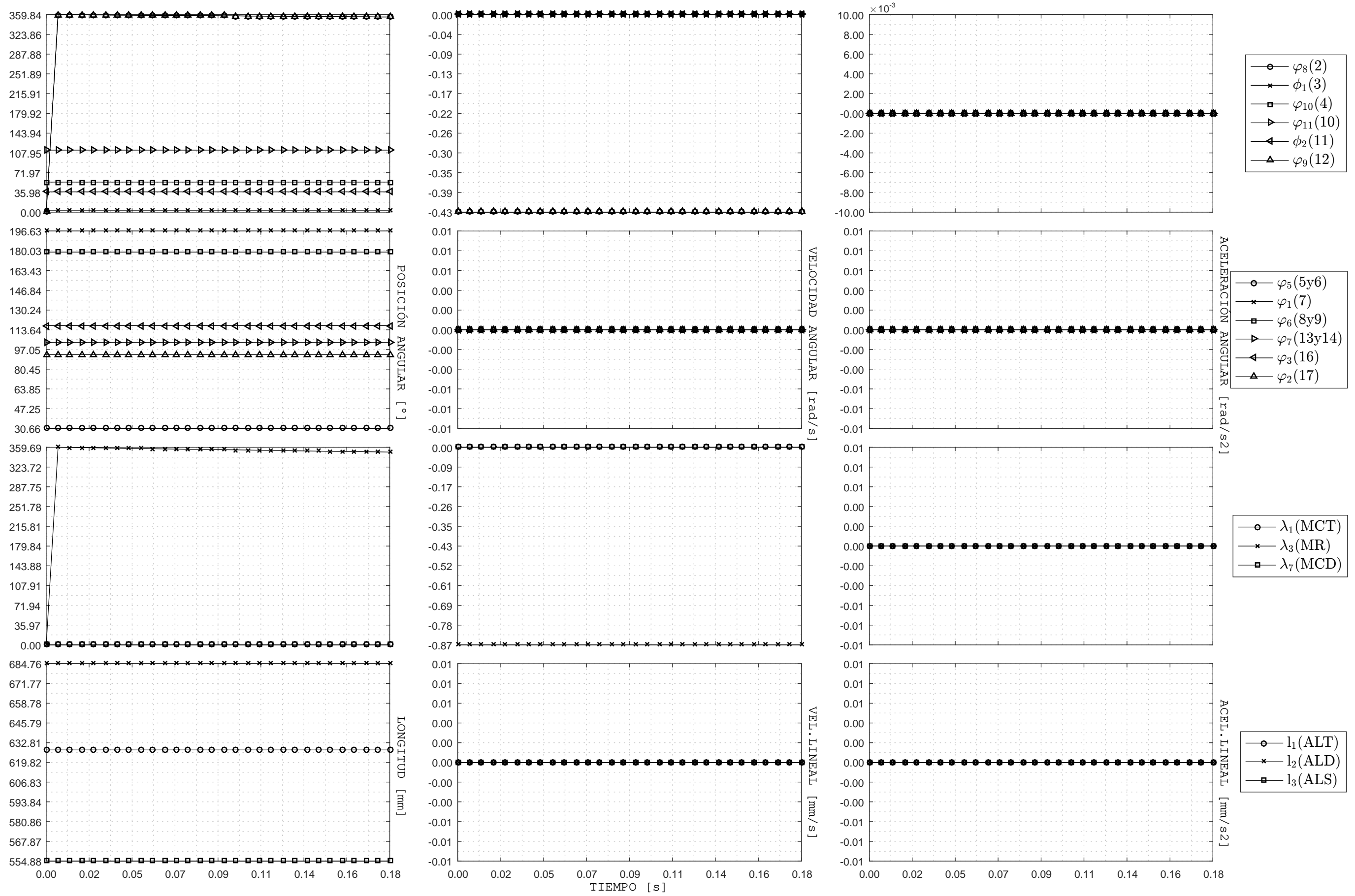


Figura F.32: Transición de estados H2(3) a H2(4) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

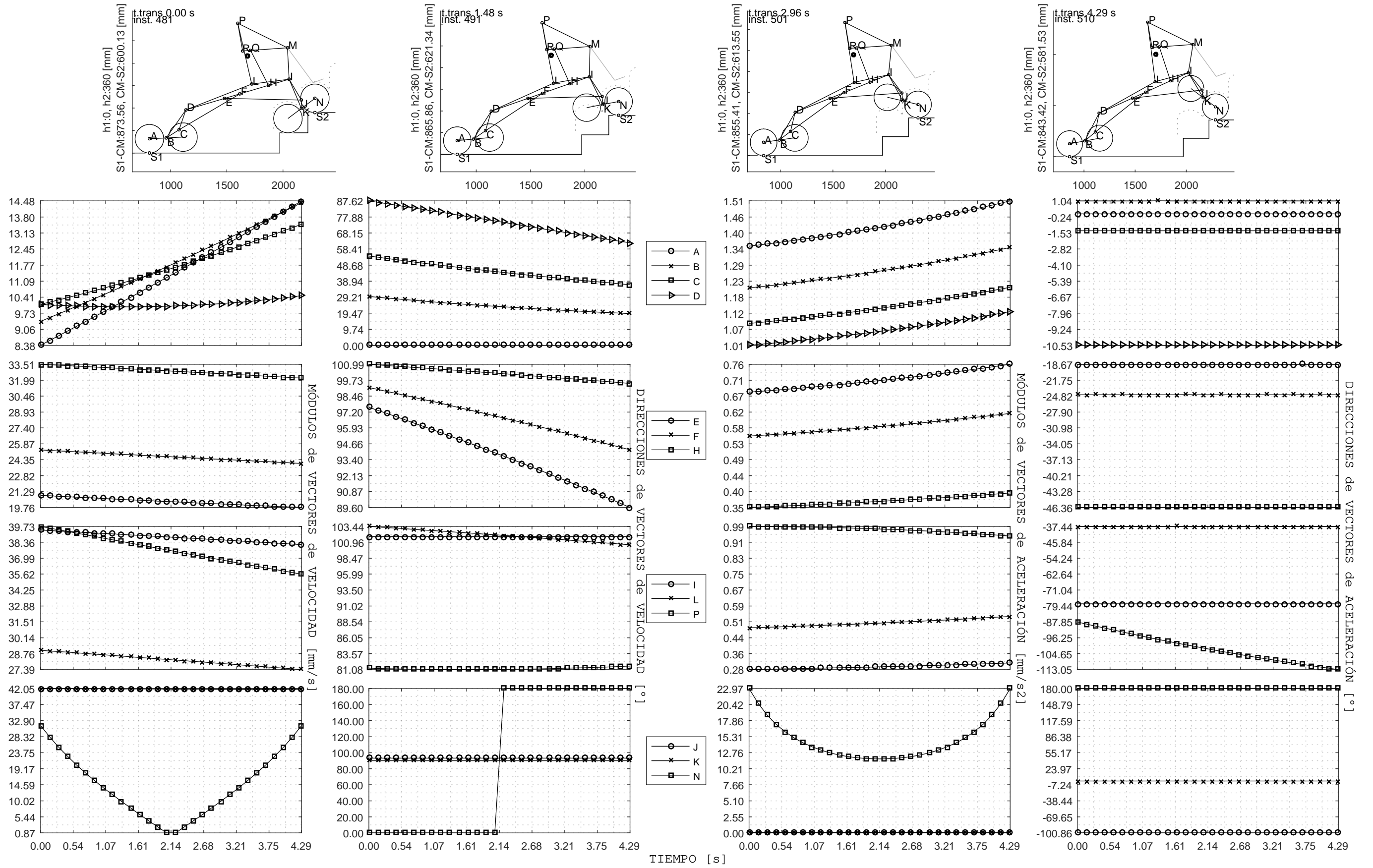


Figura F.33: Transición H2(4) a H2(5) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

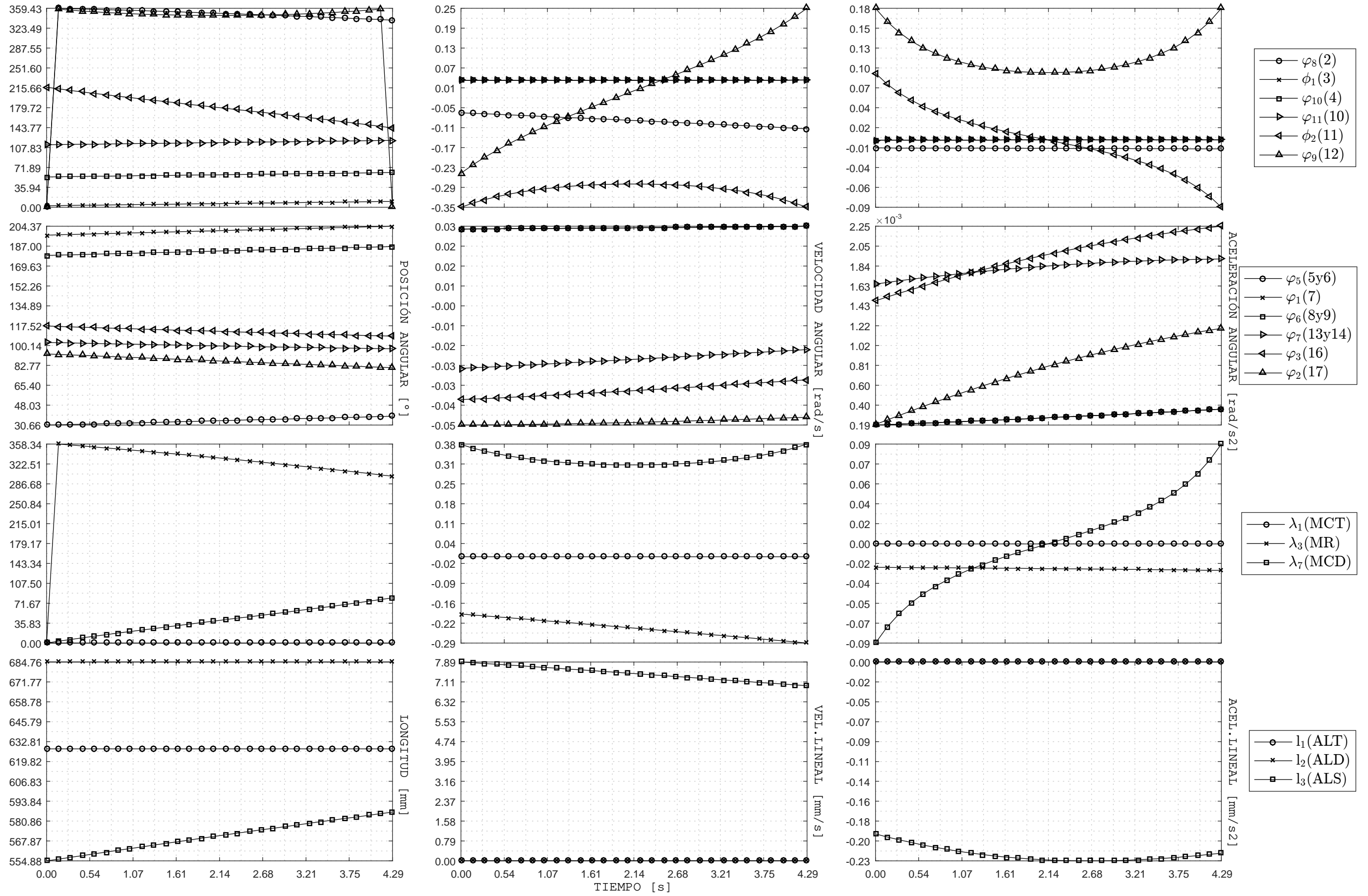


Figura F.34: Transición de estados H2(4) a H2(5) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo



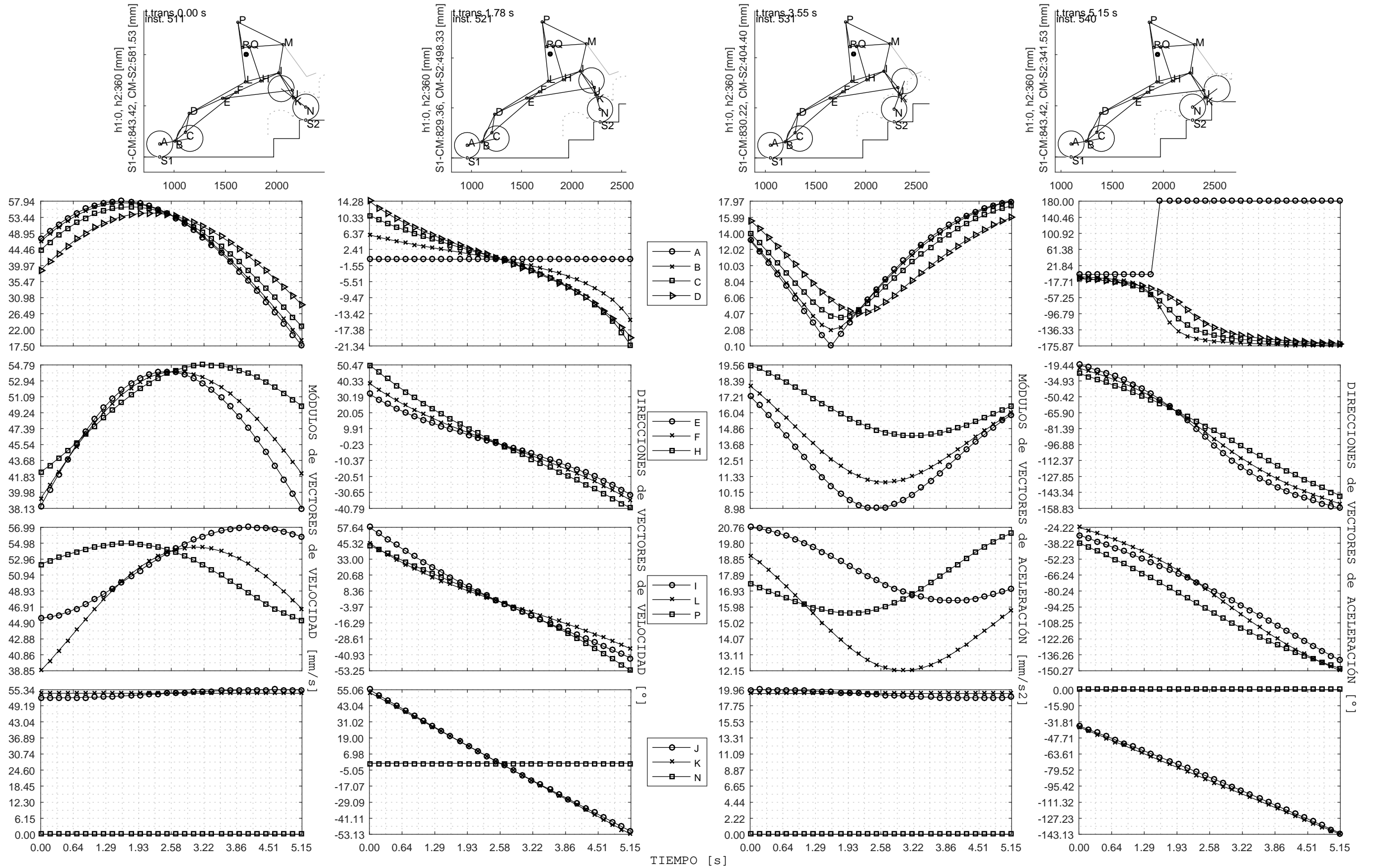


Figura F.35: Transición H2(5) a H2(6) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



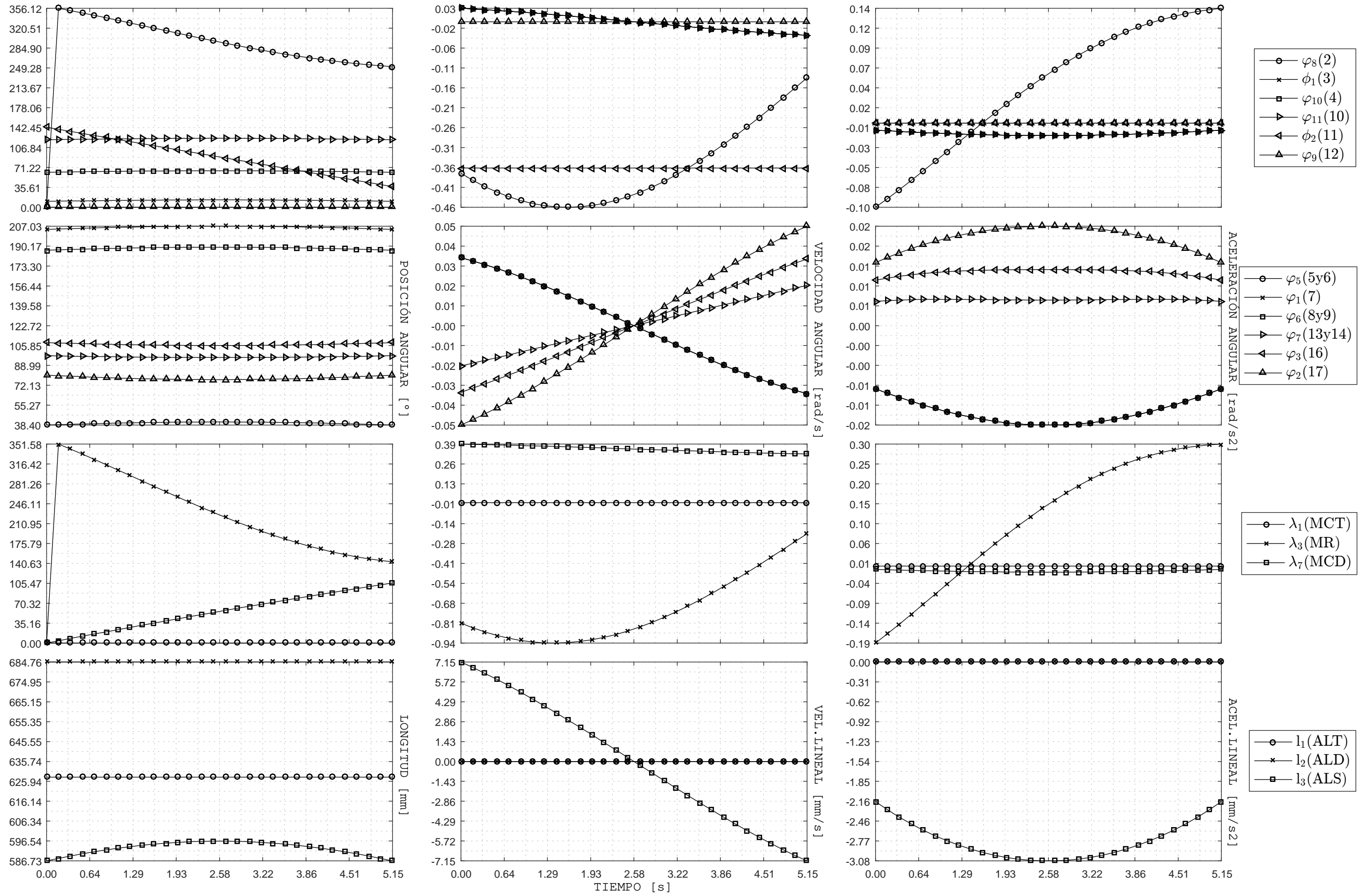


Figura F.36: Transición de estados H2(5) a H2(6) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

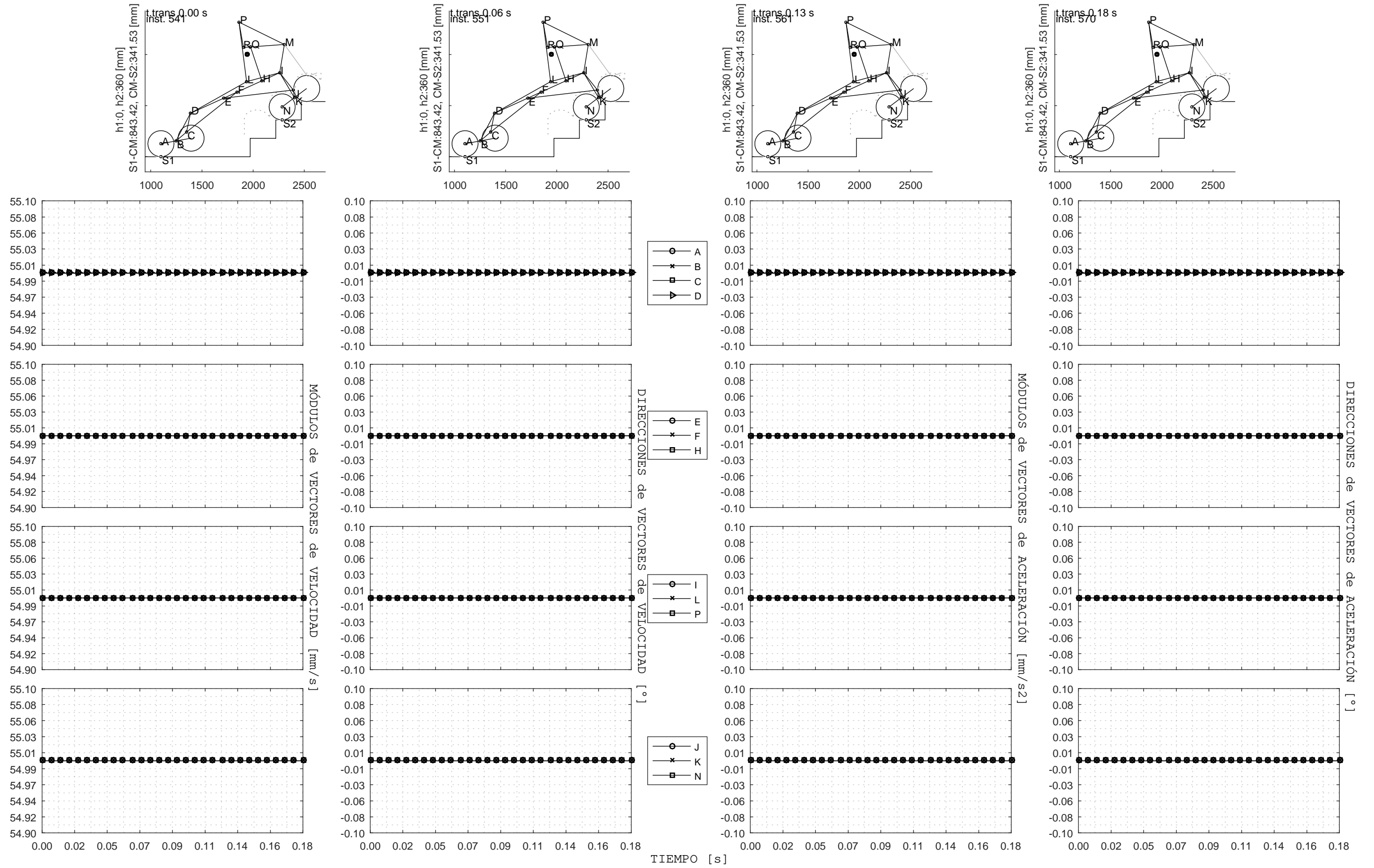


Figura F.37: Transición H2(6) a H2(7) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

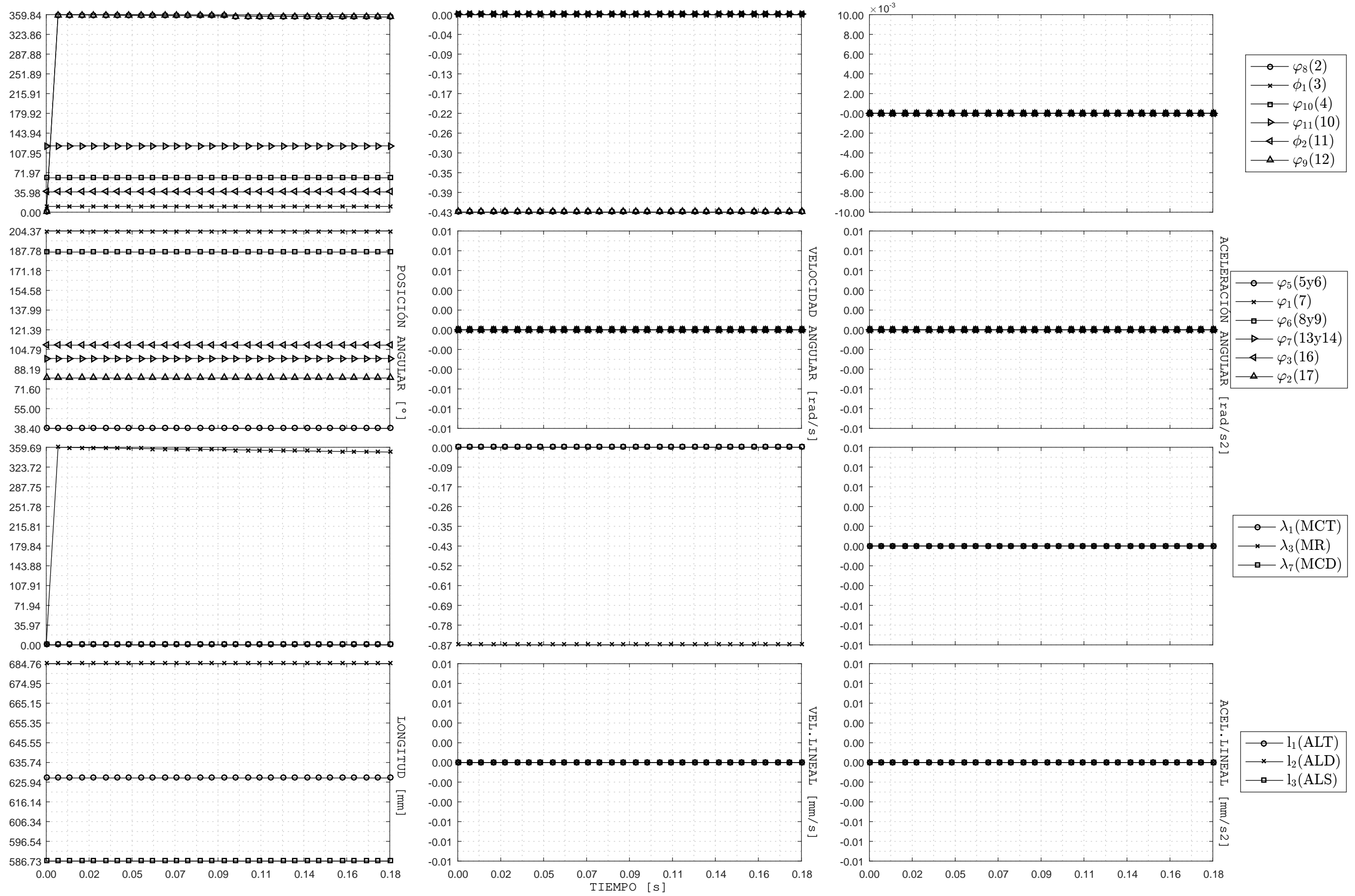


Figura F.38: Transición de estados H2(6) a H2(7) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

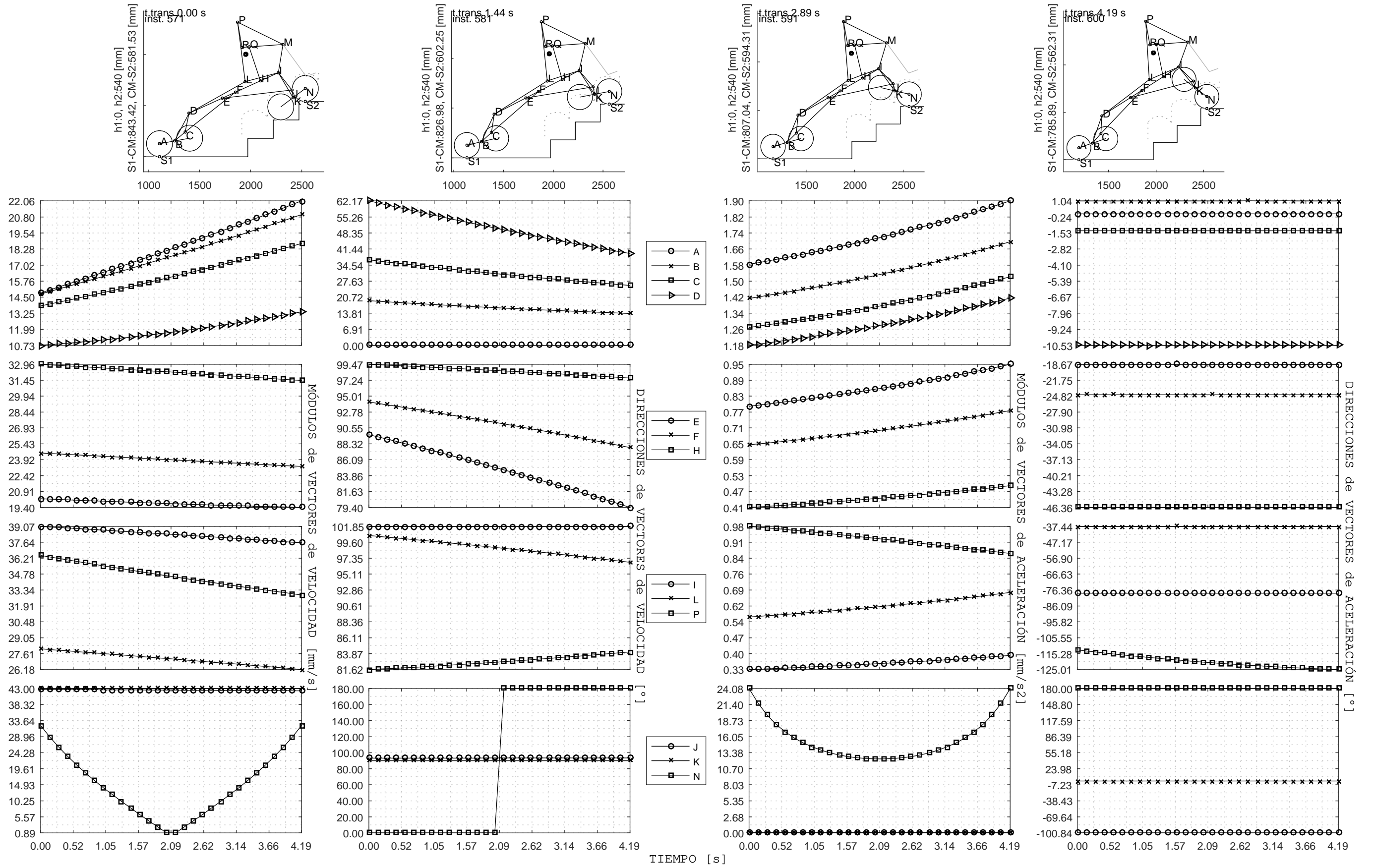


Figura F.39: Transición H2(7) a H2(8) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

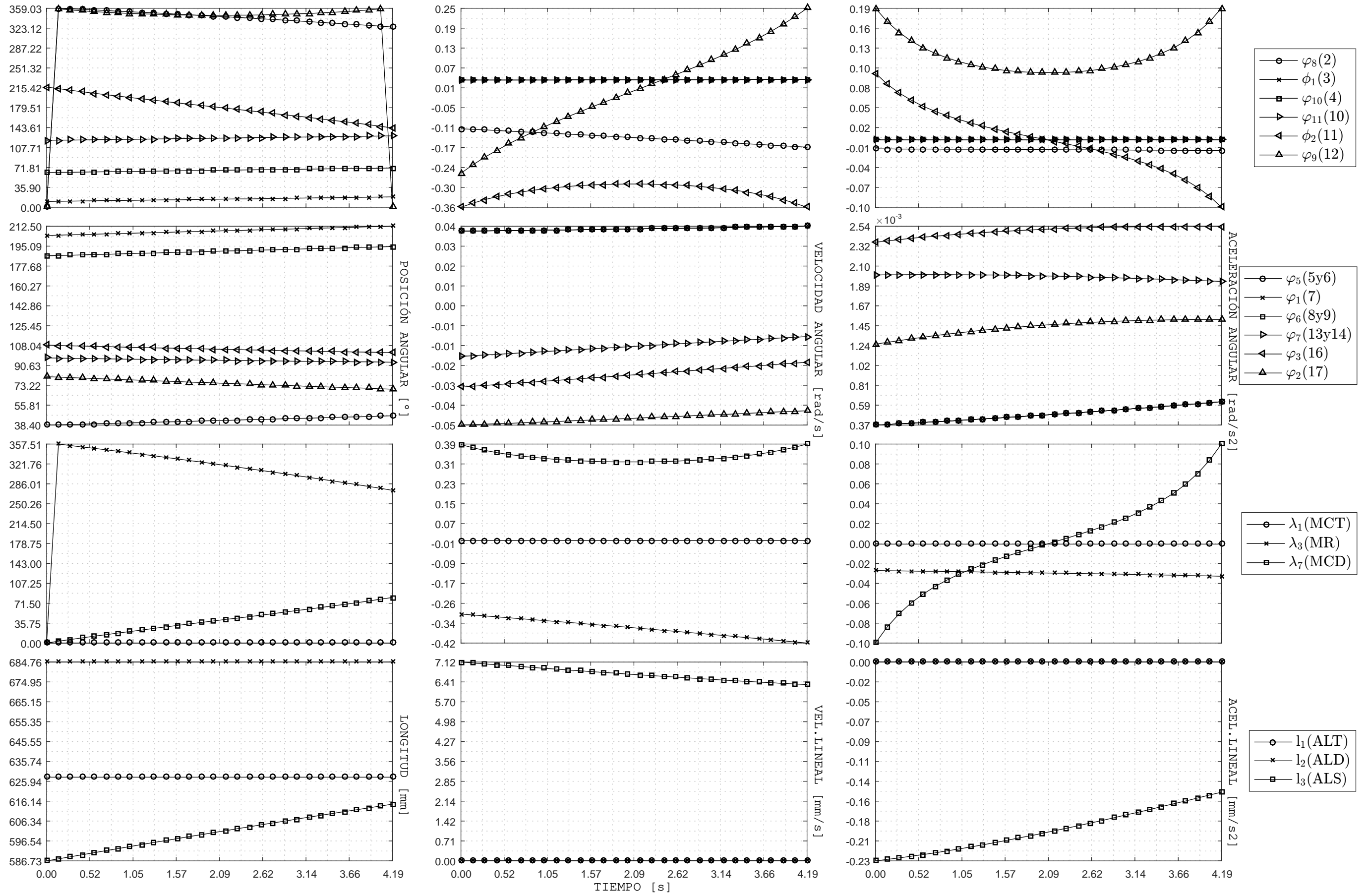


Figura F.40: Transición de estados H2(7) a H2(8) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

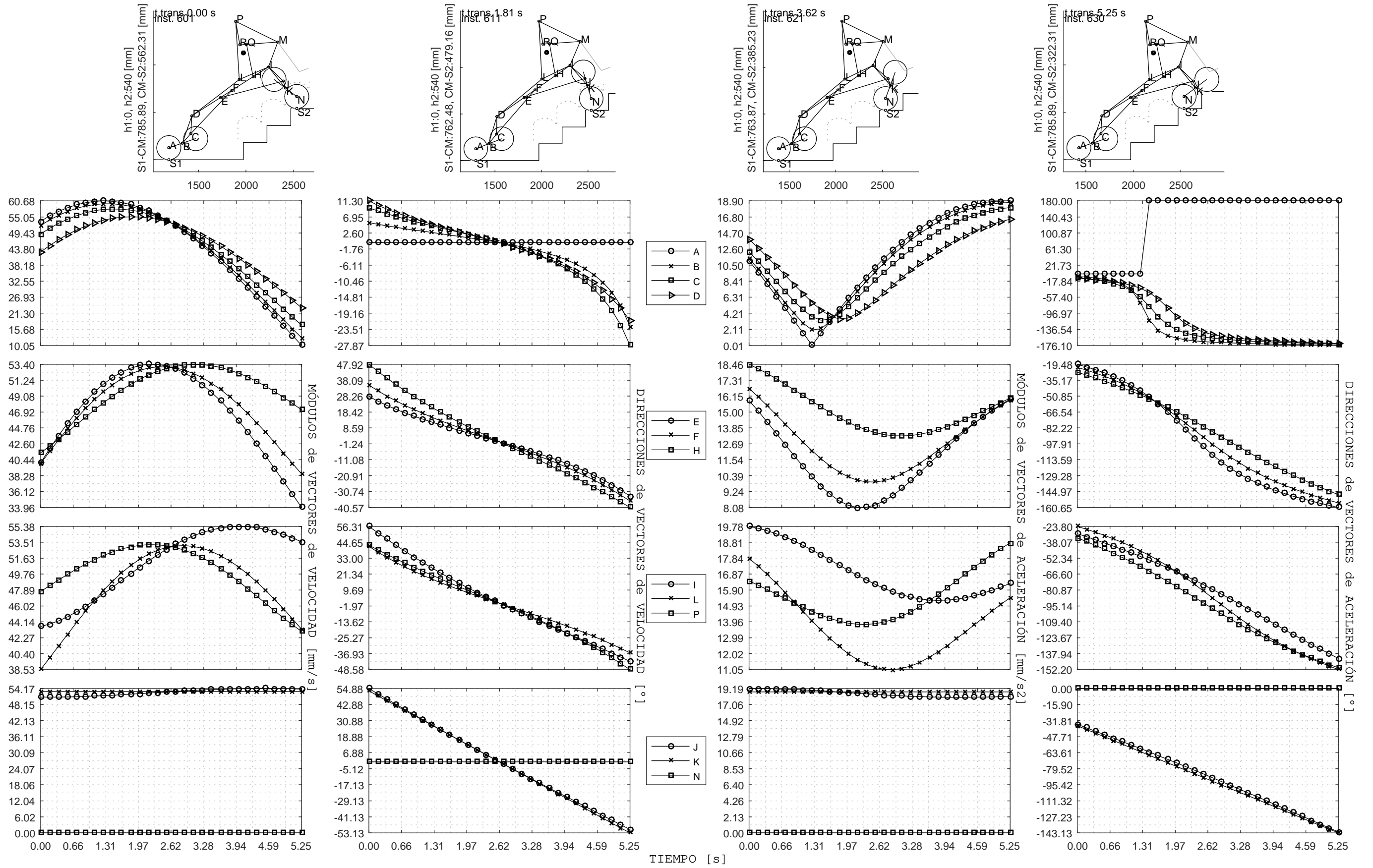


Figura F.41: Transición H2(8) a H2(9) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

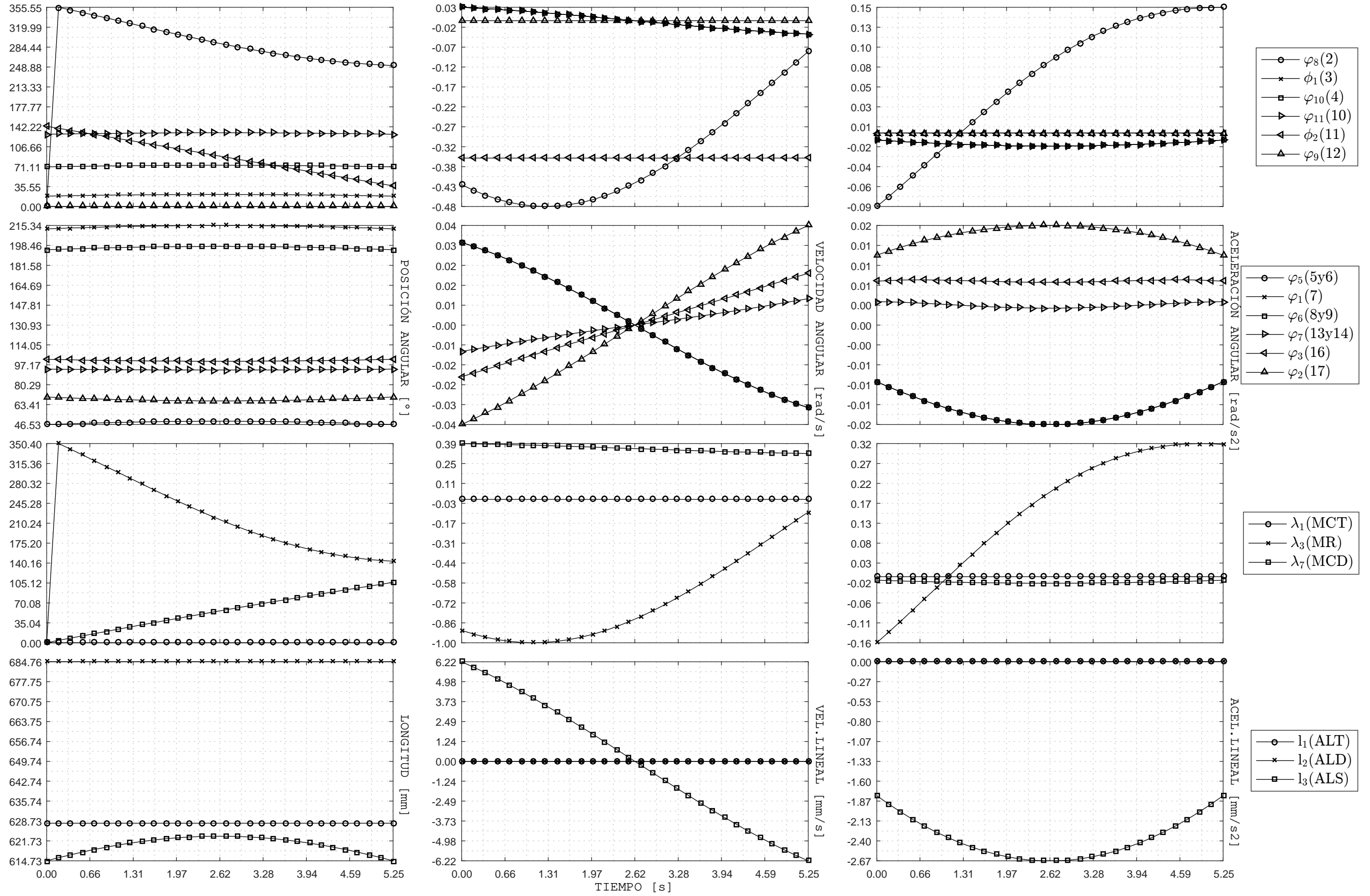


Figura F.42: Transición de estados H2(8) a H2(9) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

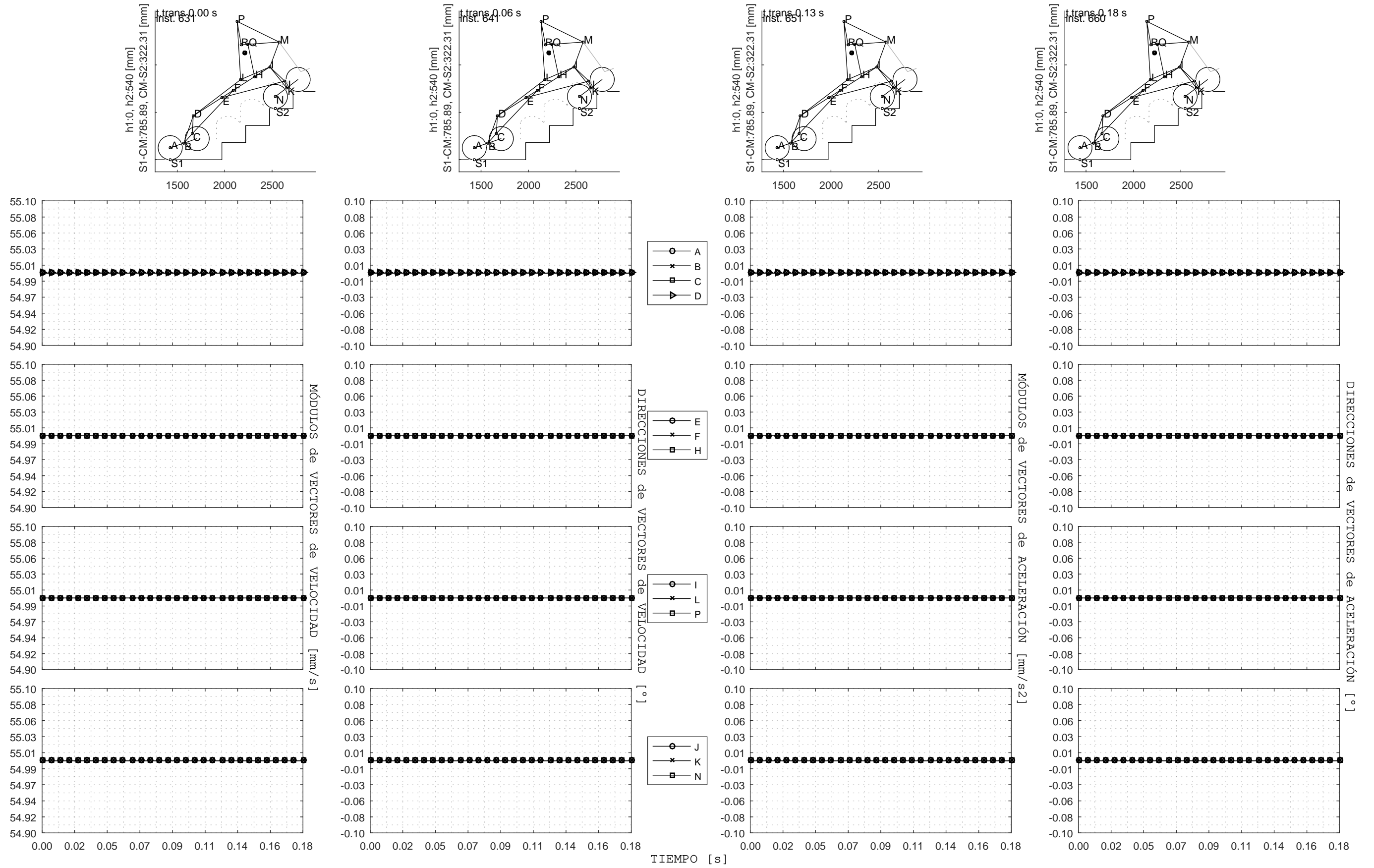


Figura F.43: Transición H2(9) a H2(10) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



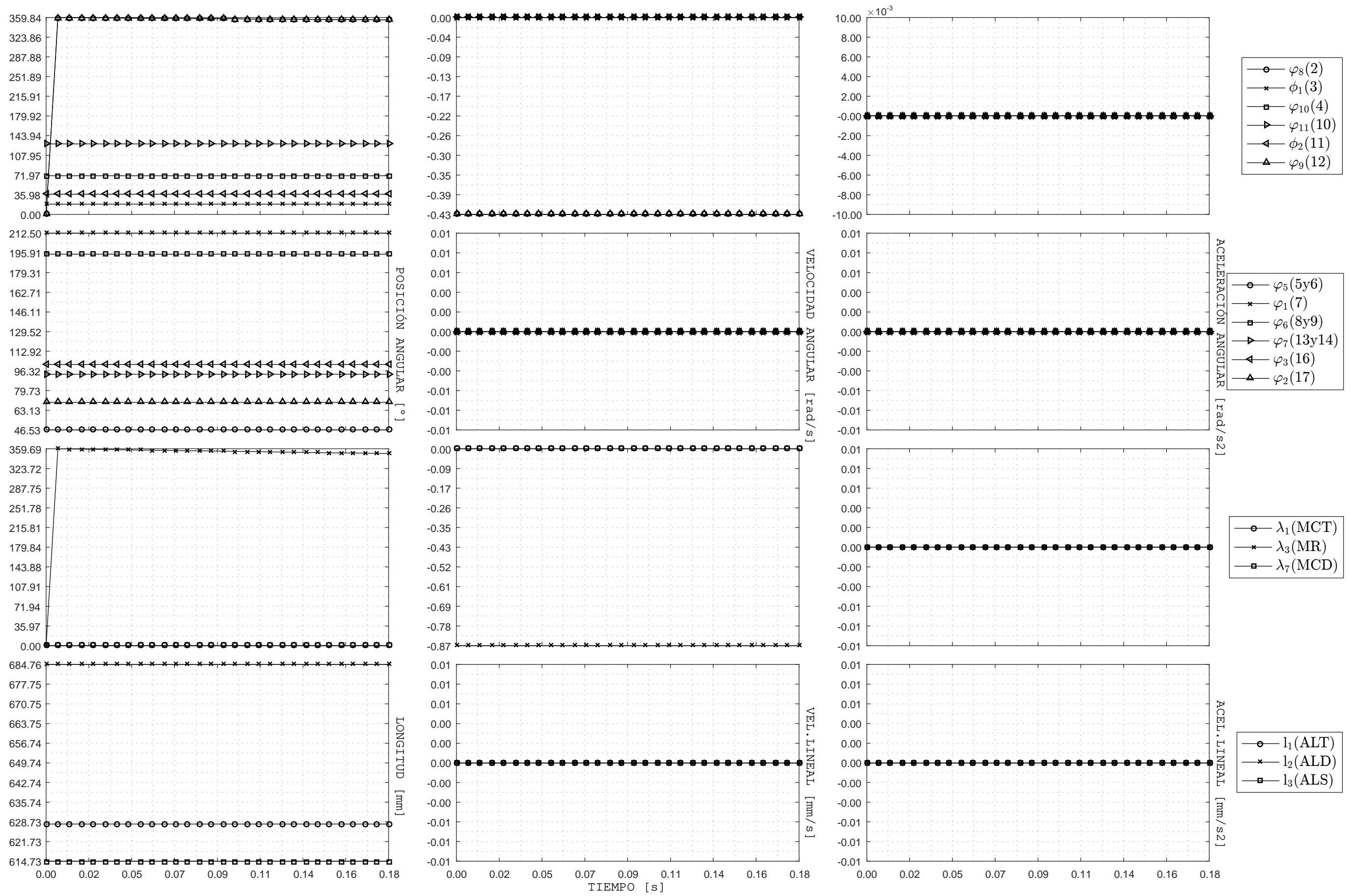


Figura F.44: Transición de estados H2(9) a H2(10) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

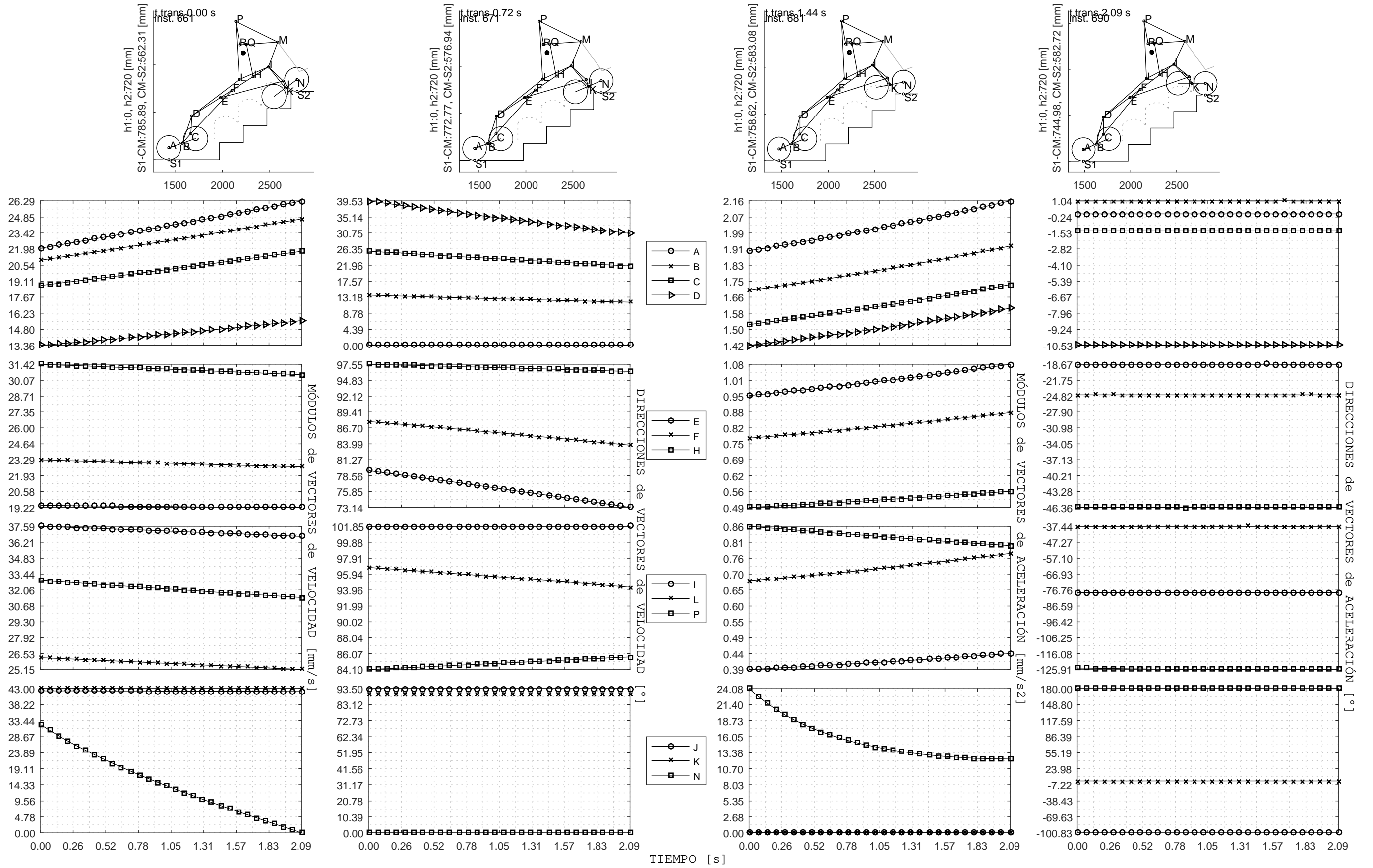


Figura F.45: Transición H2(10) a H2(11) - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

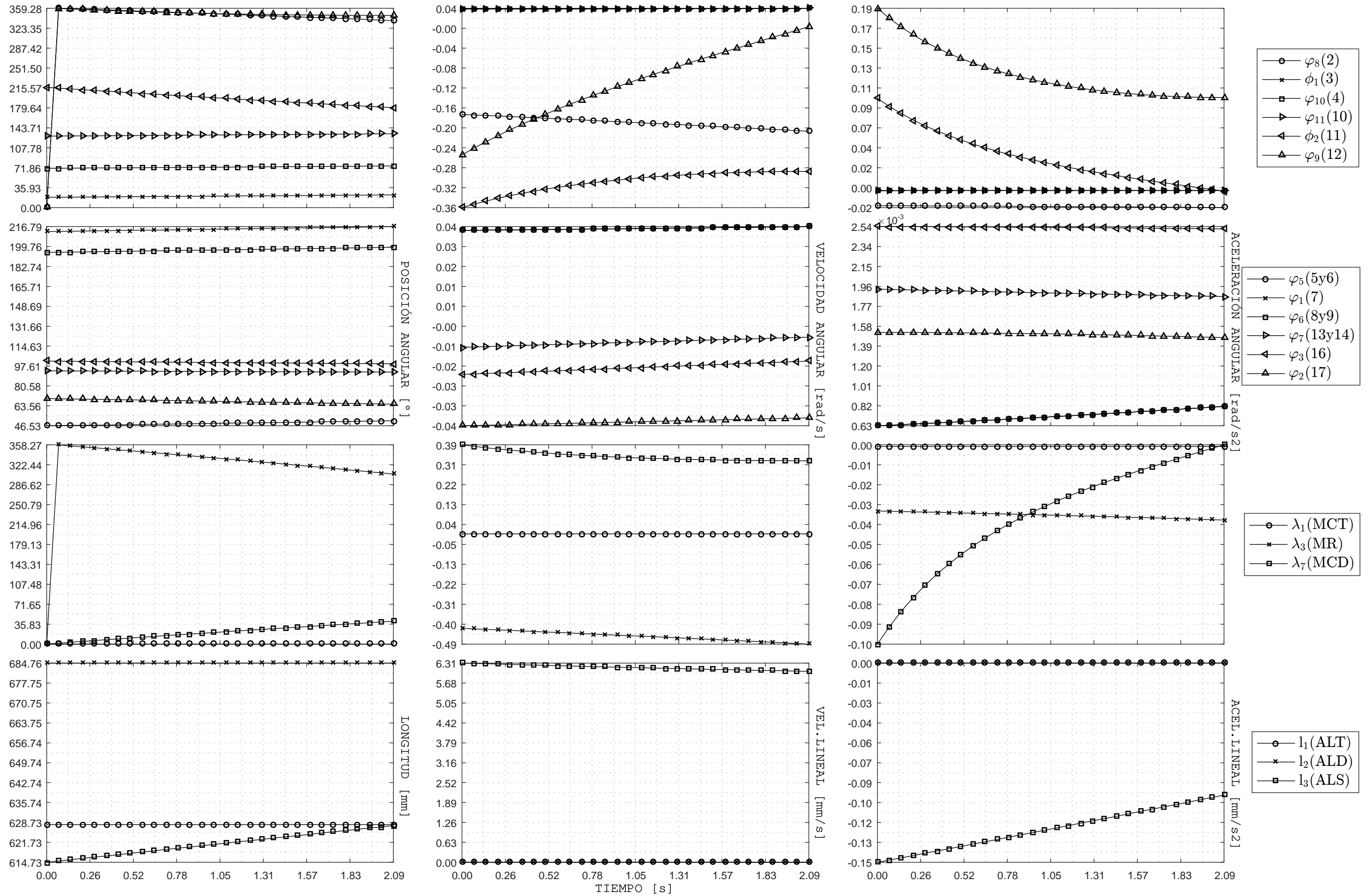


Figura F.46: Transición de estados H2(10) a H2(11) - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

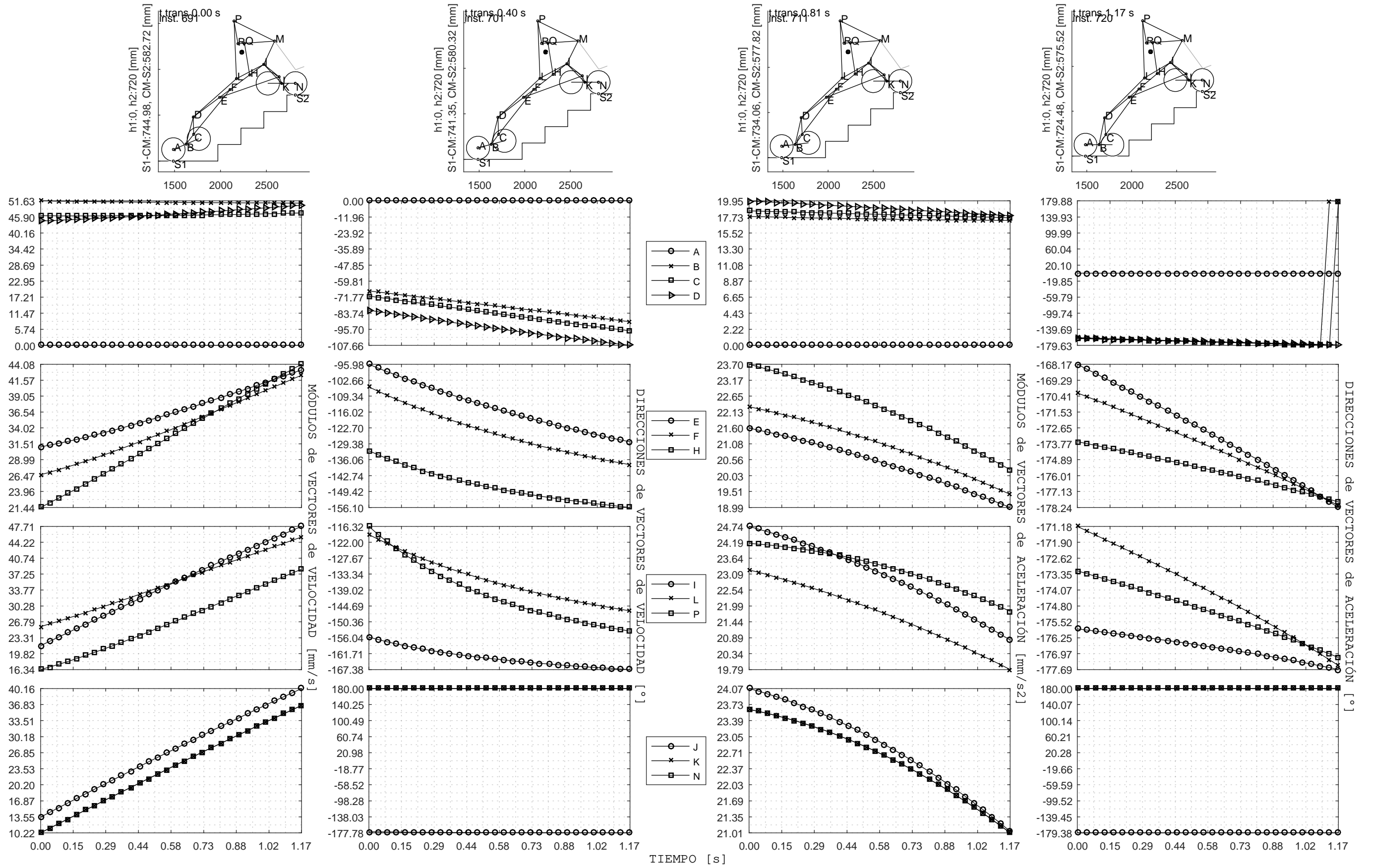


Figura F.47: Transición H2(11) a H3 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

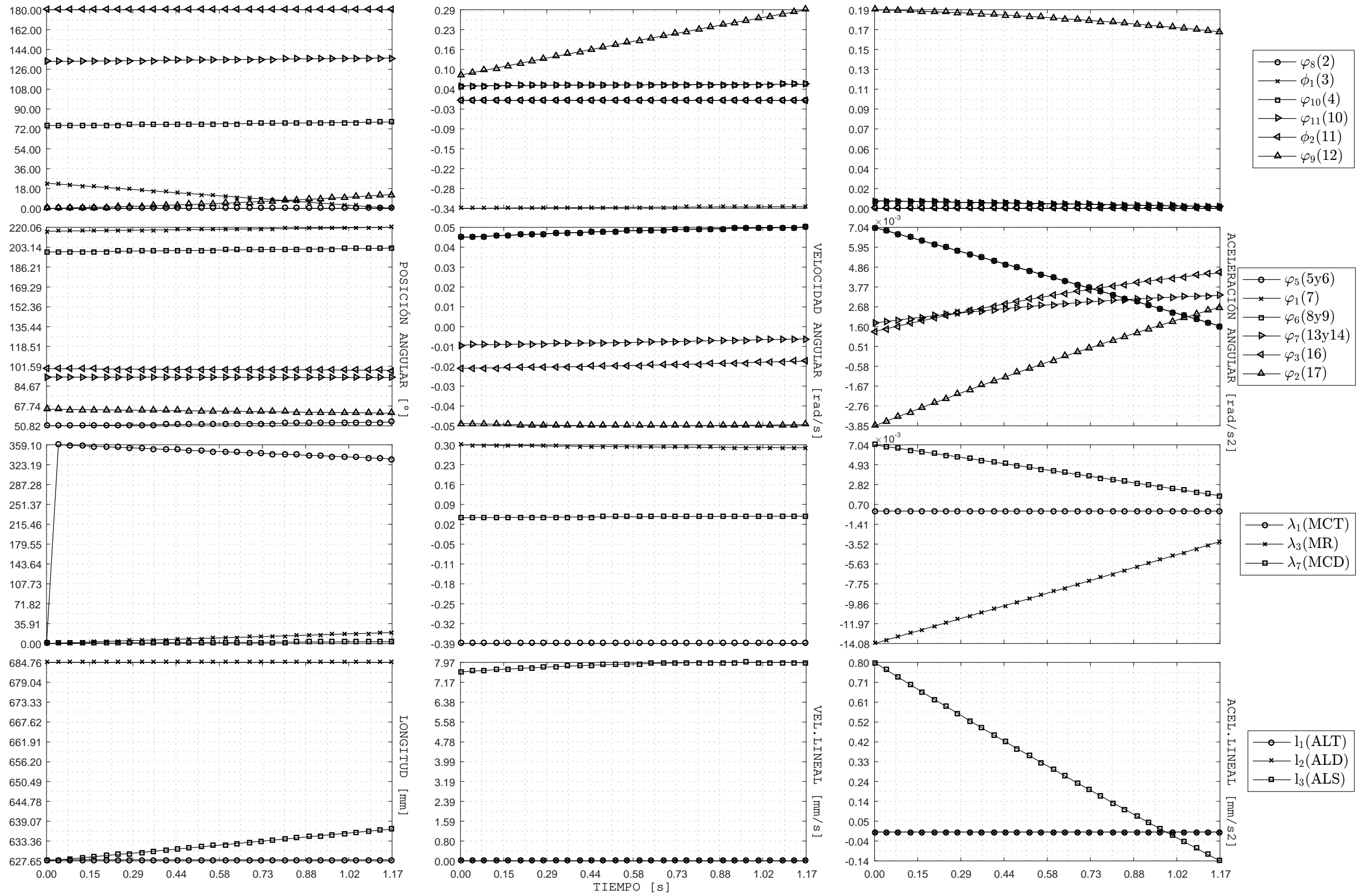


Figura F.48: Transición de estados H2(11) a H3 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

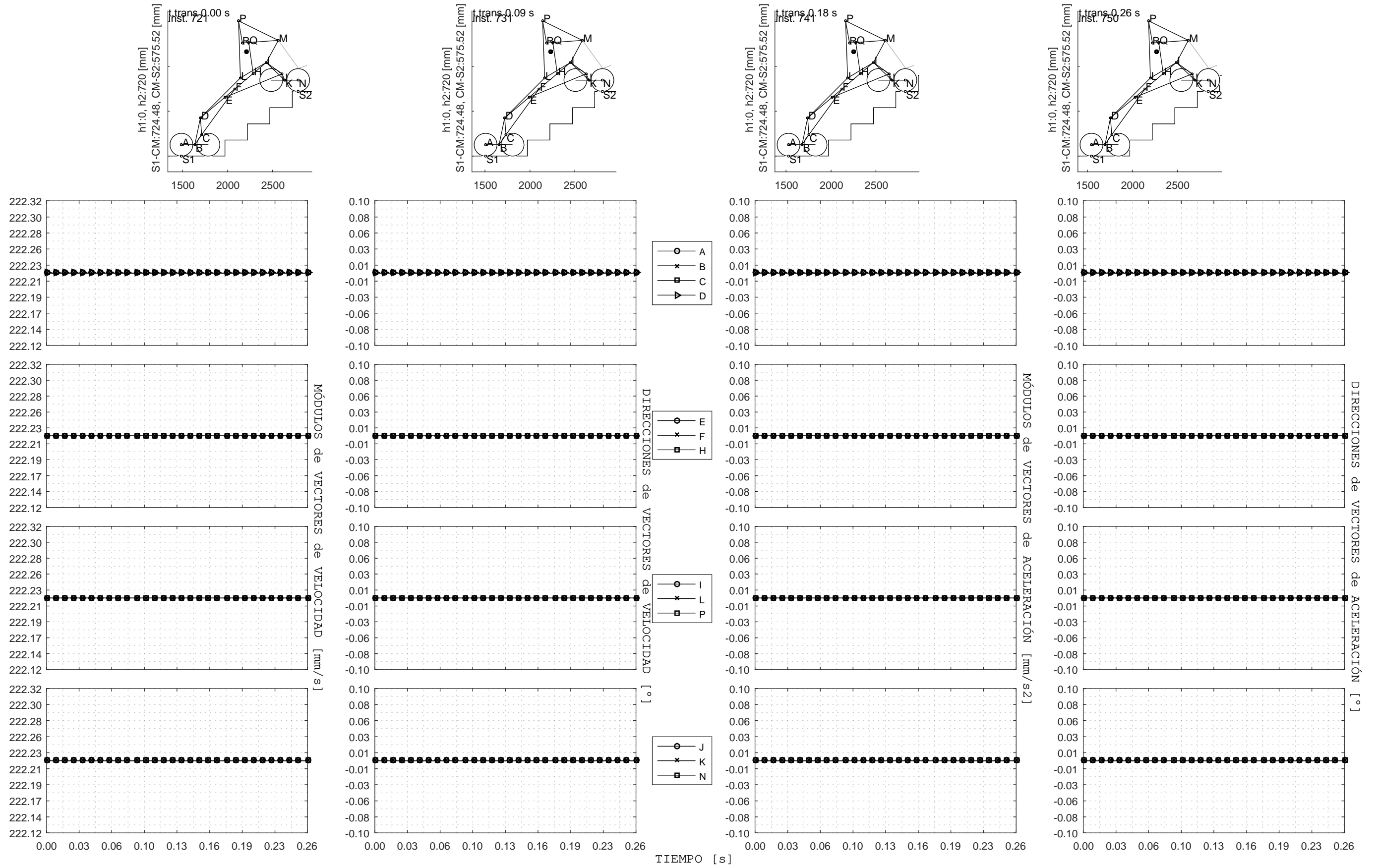


Figura F.49: Transición H3 a I1 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

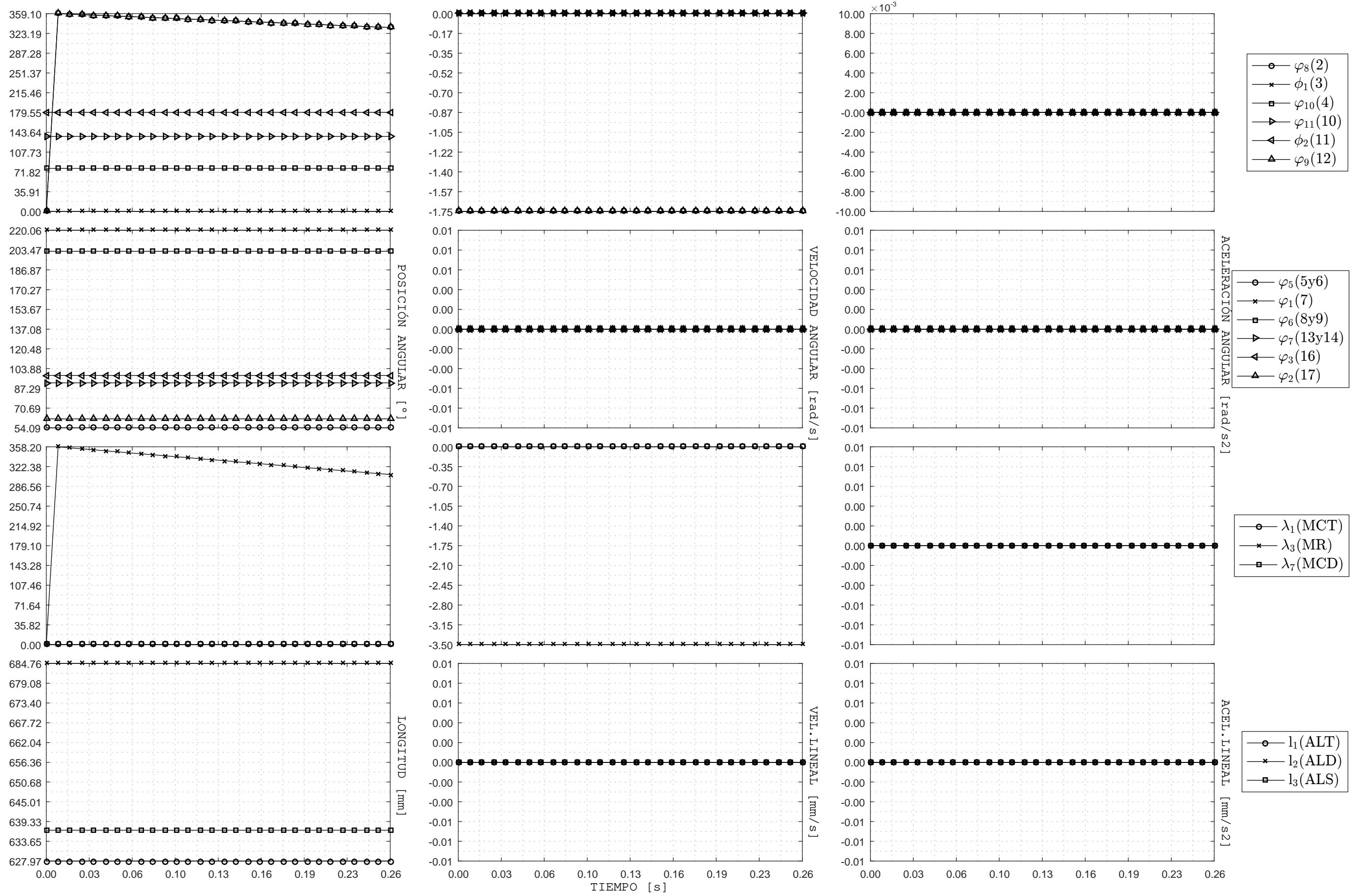


Figura F.50: Transición de estados H3 a I1 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

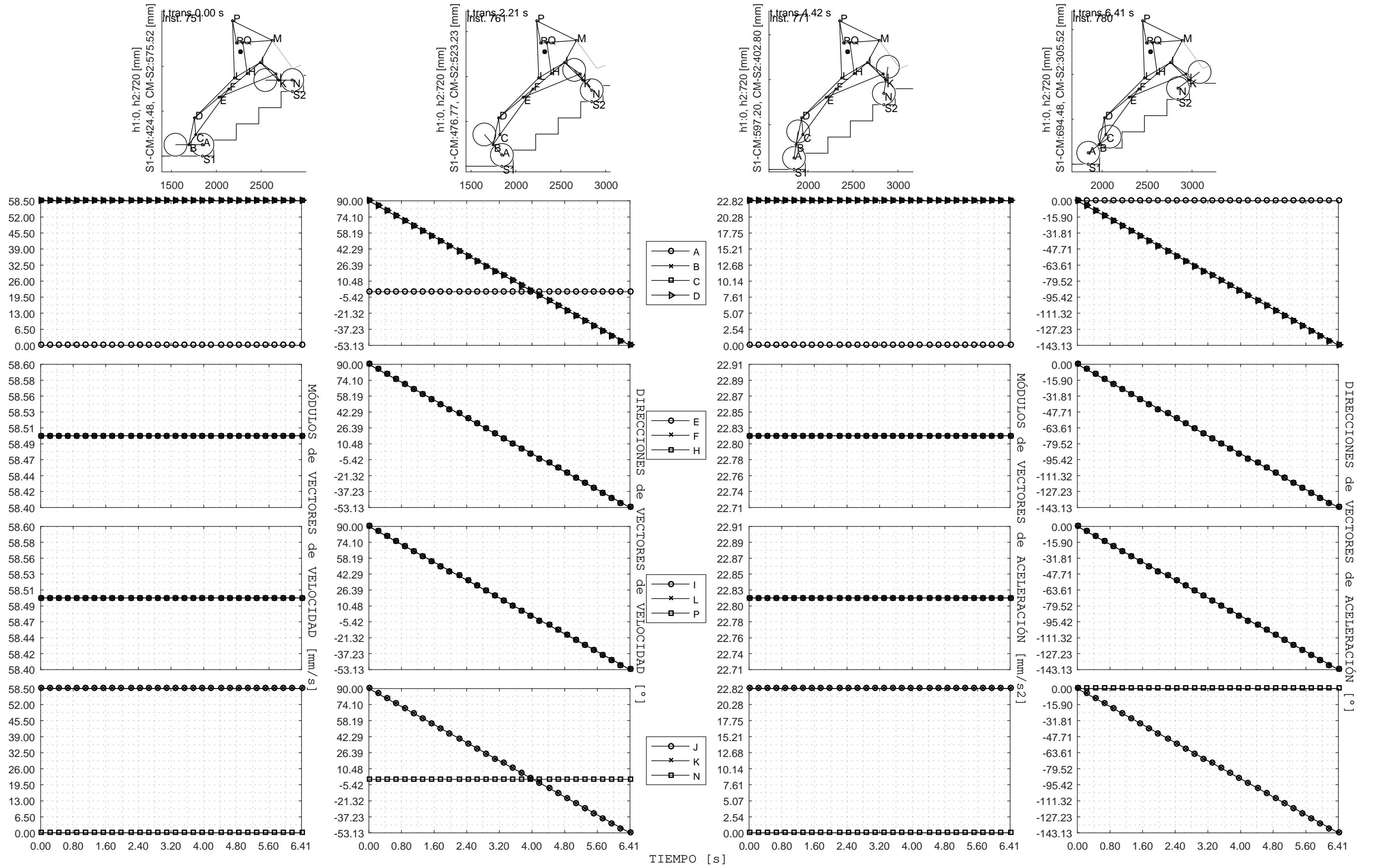


Figura F.51: Transición I1 a I2 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



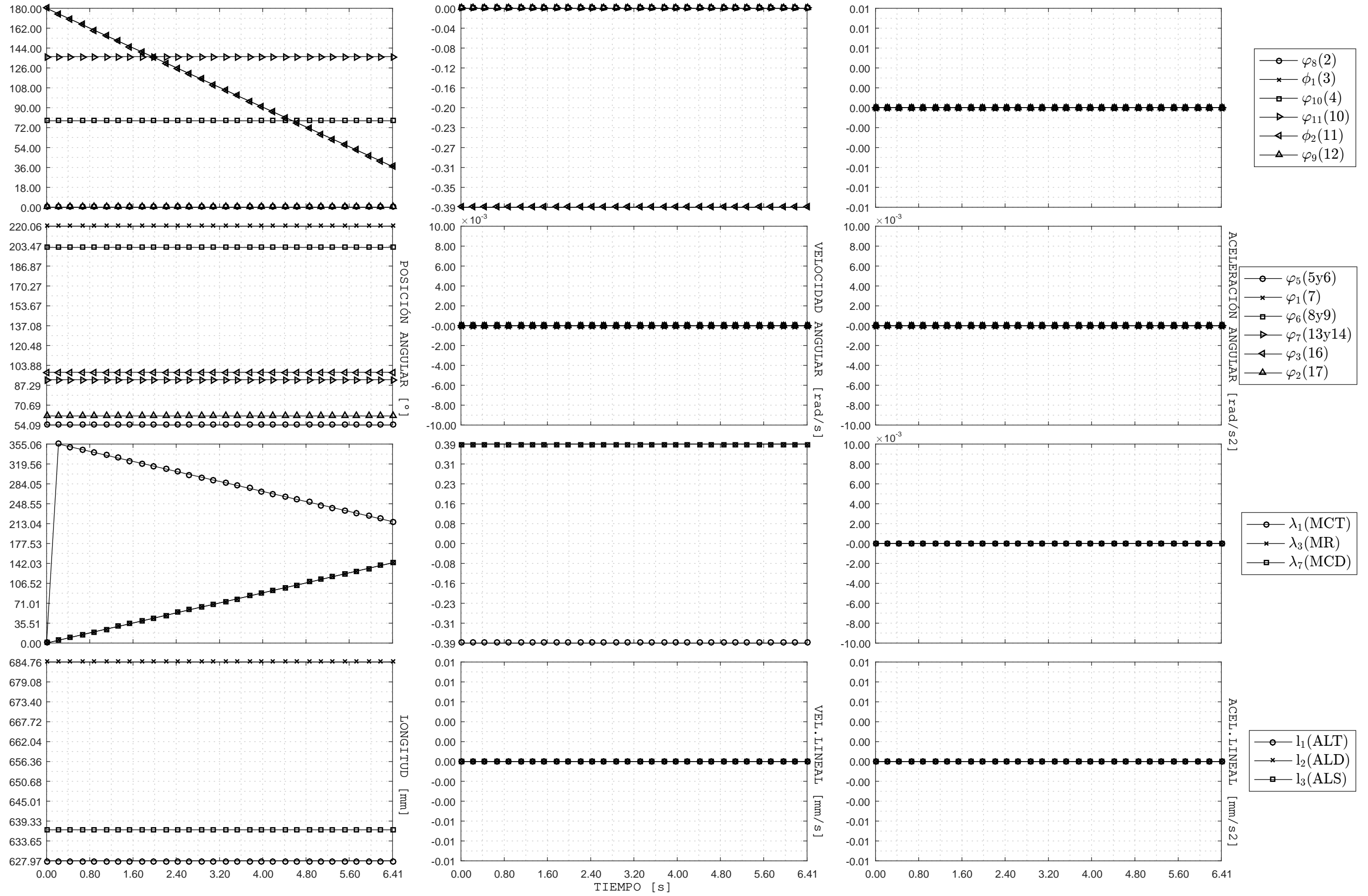


Figura F.52: Transición de estados I1 a I2 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

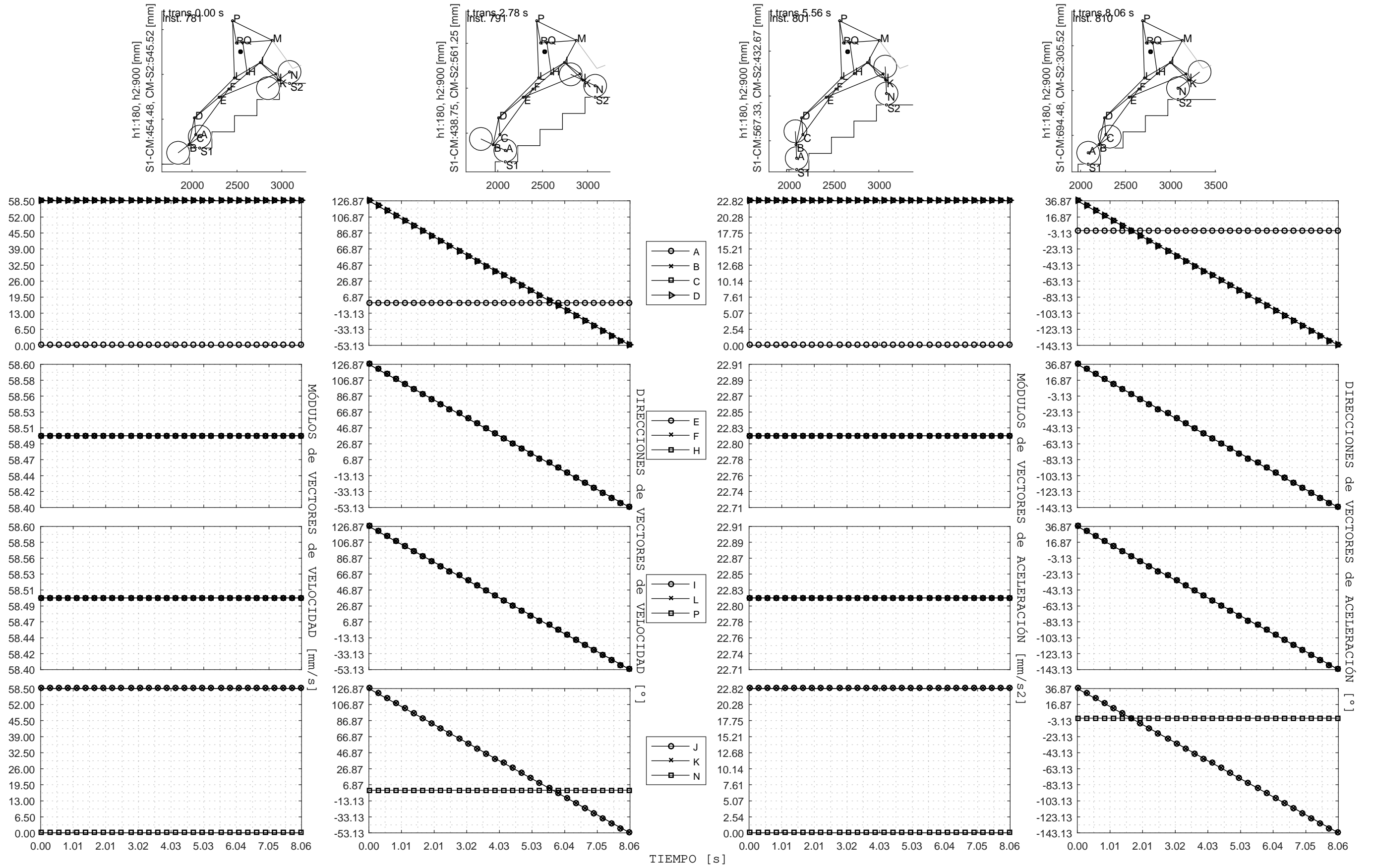


Figura F.53: Transición I2 a J1 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

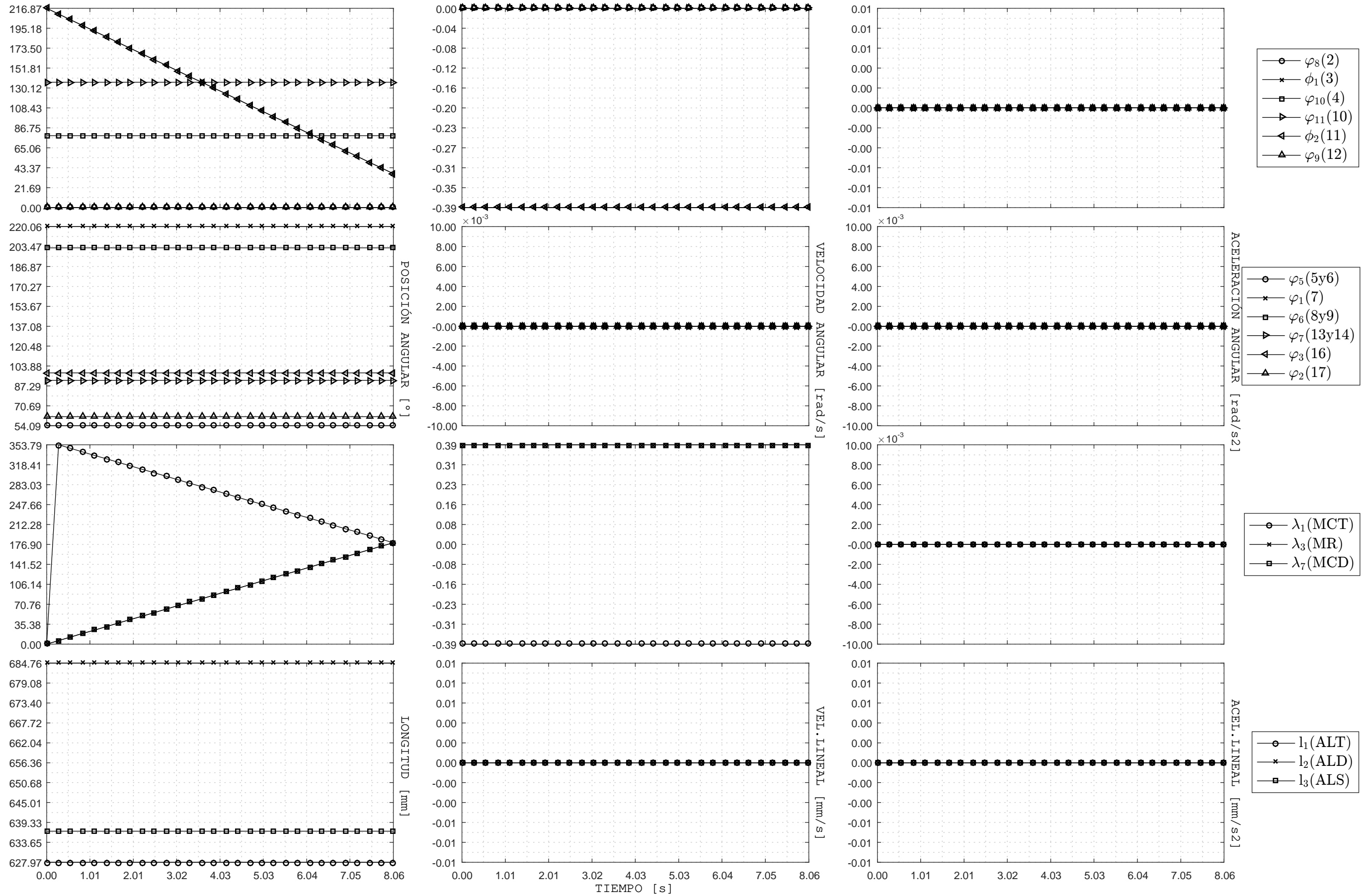


Figura F.54: Transición de estados I2 a J1 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

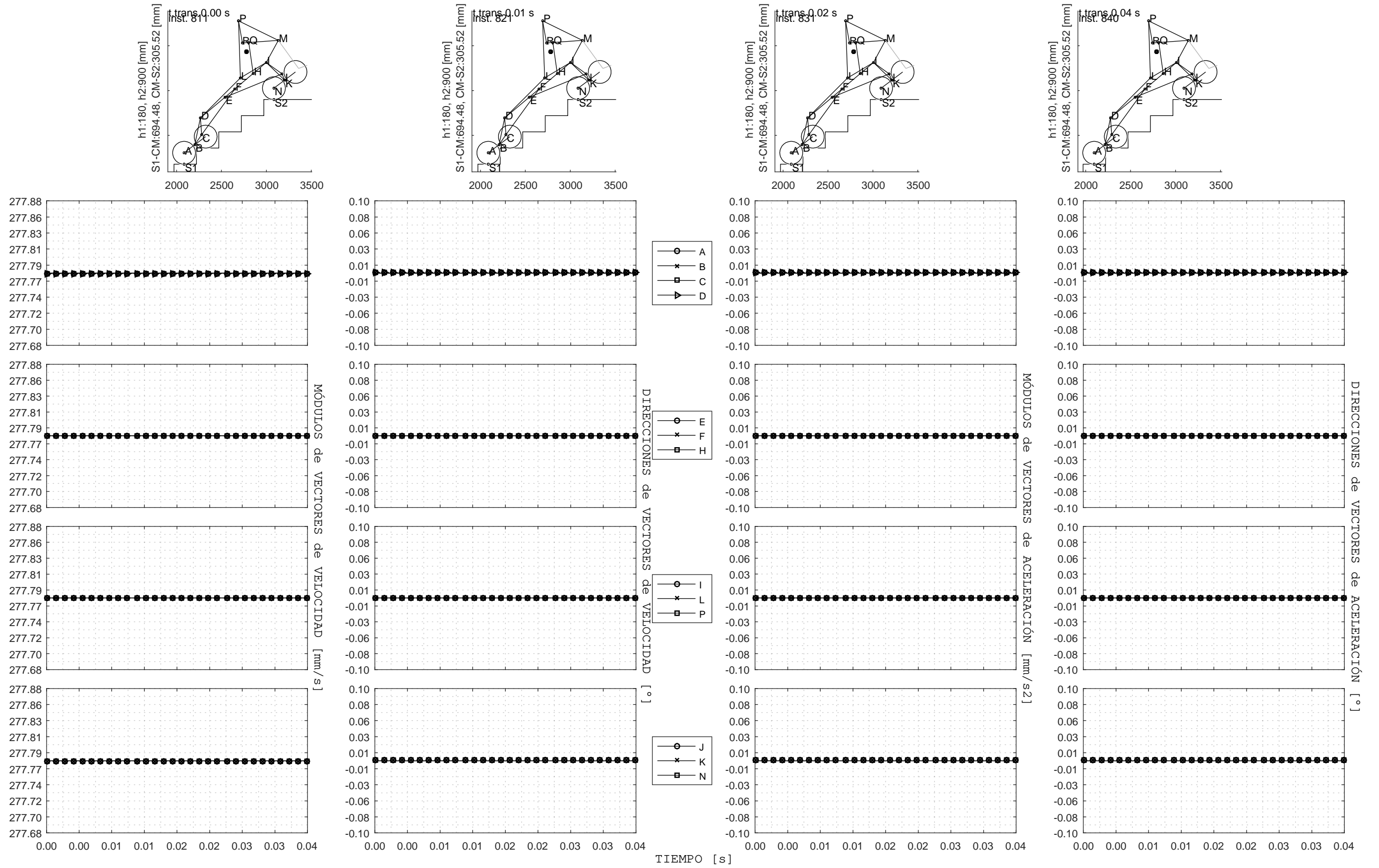


Figura F.55: Transición J1 a J2 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

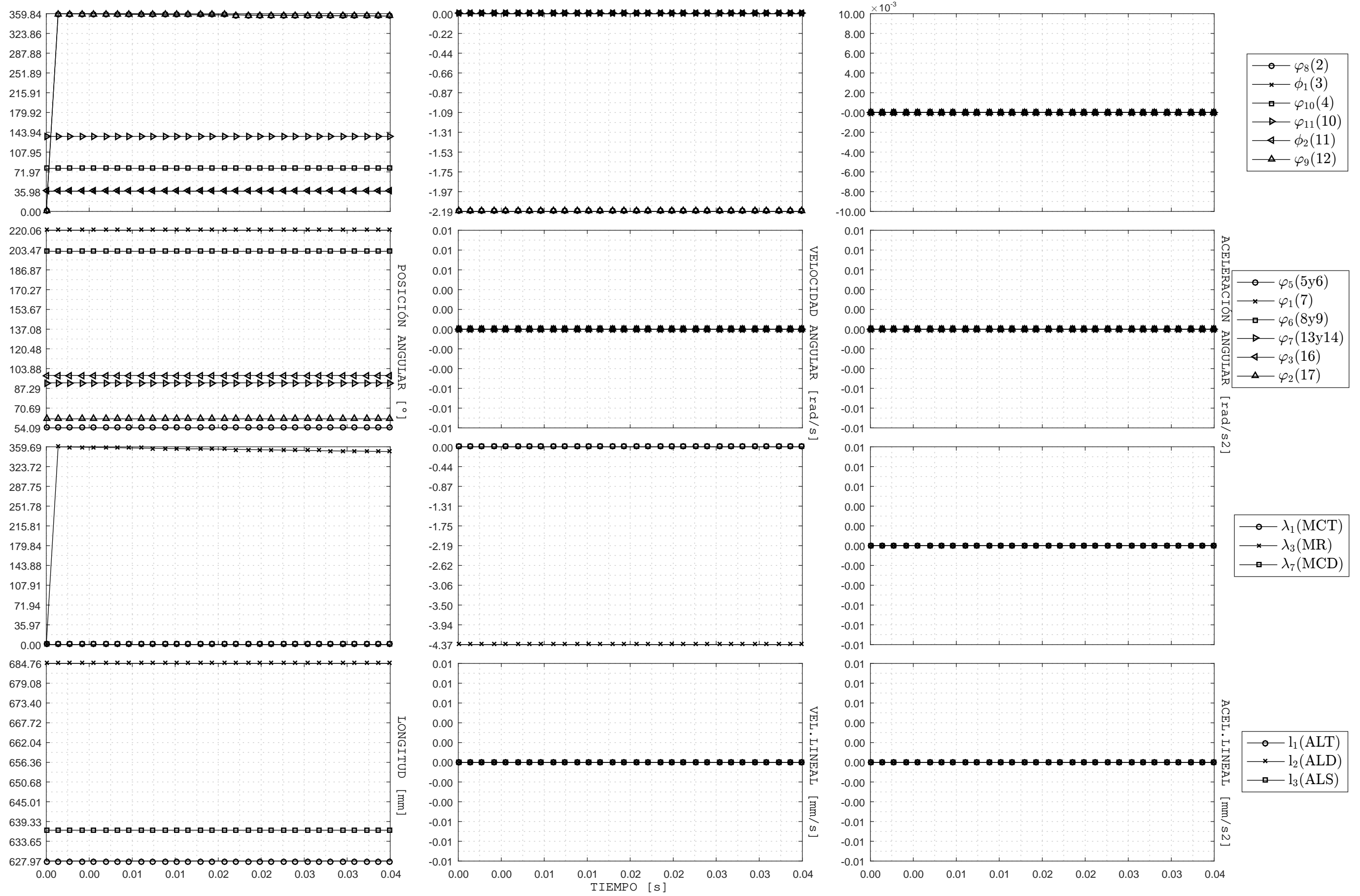


Figura F.56: Transición de estados J1 a J2 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

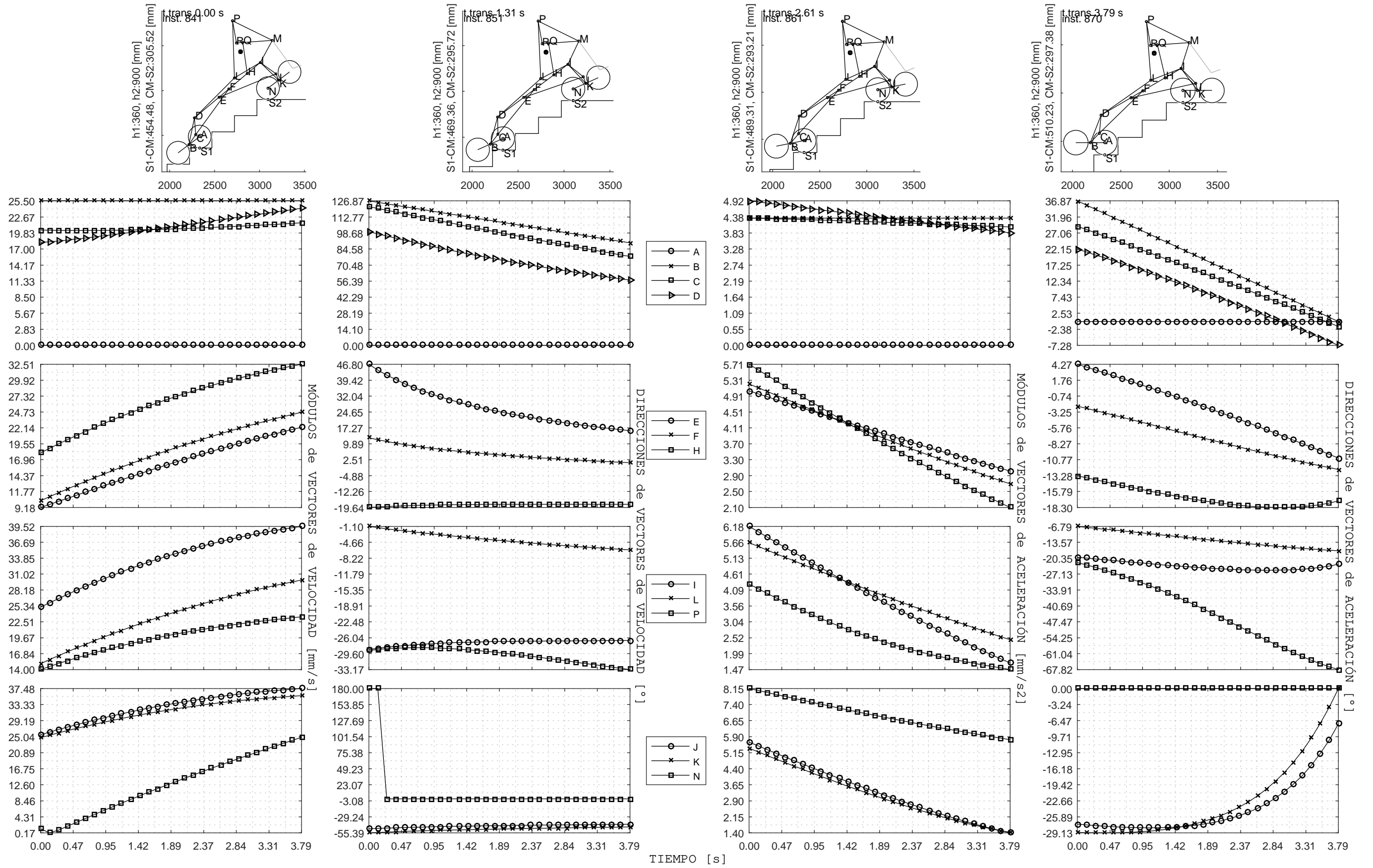


Figura F.57: Transición J2 a J3 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

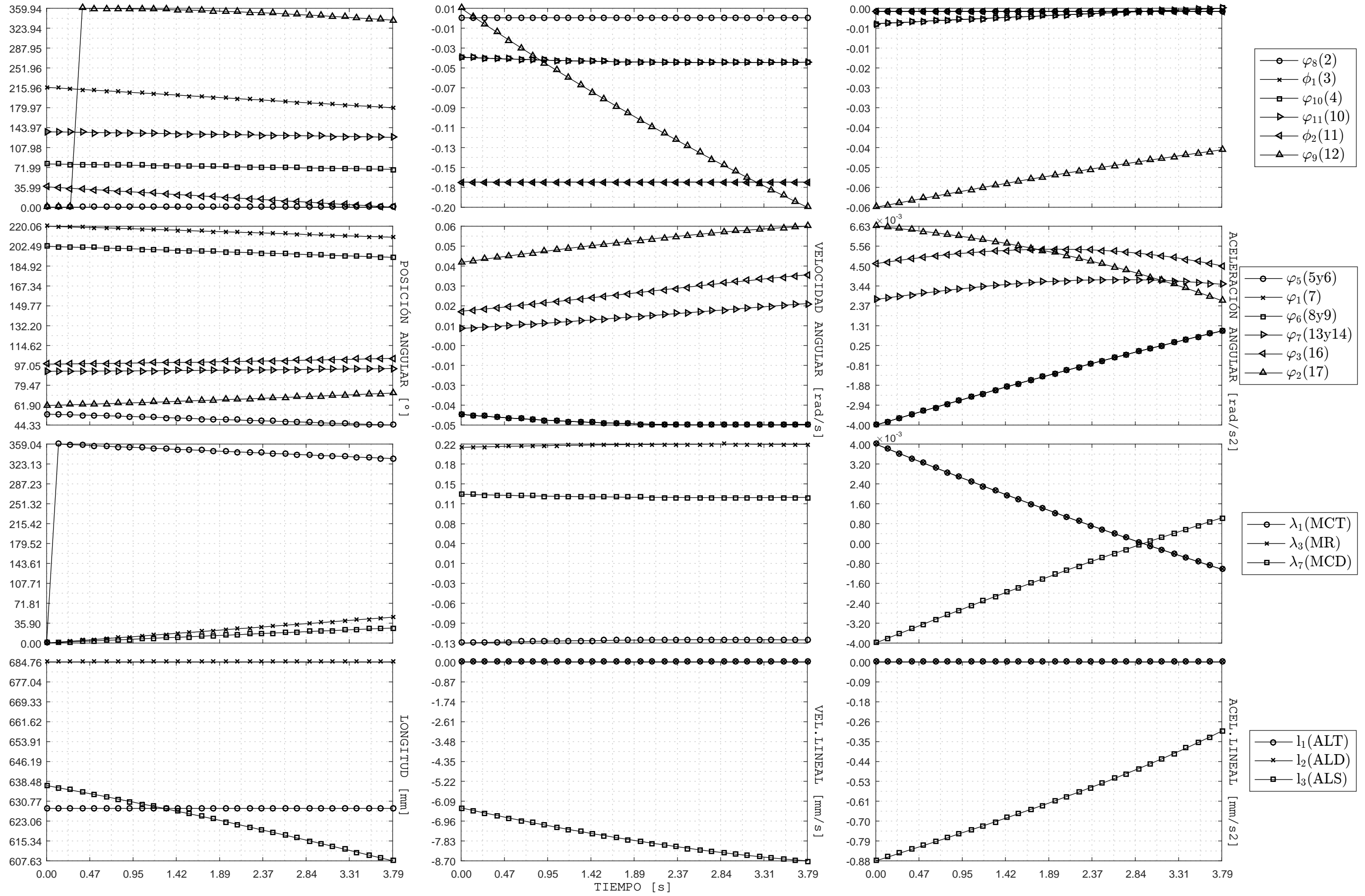


Figura F.58: Transición de estados J2 a J3 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

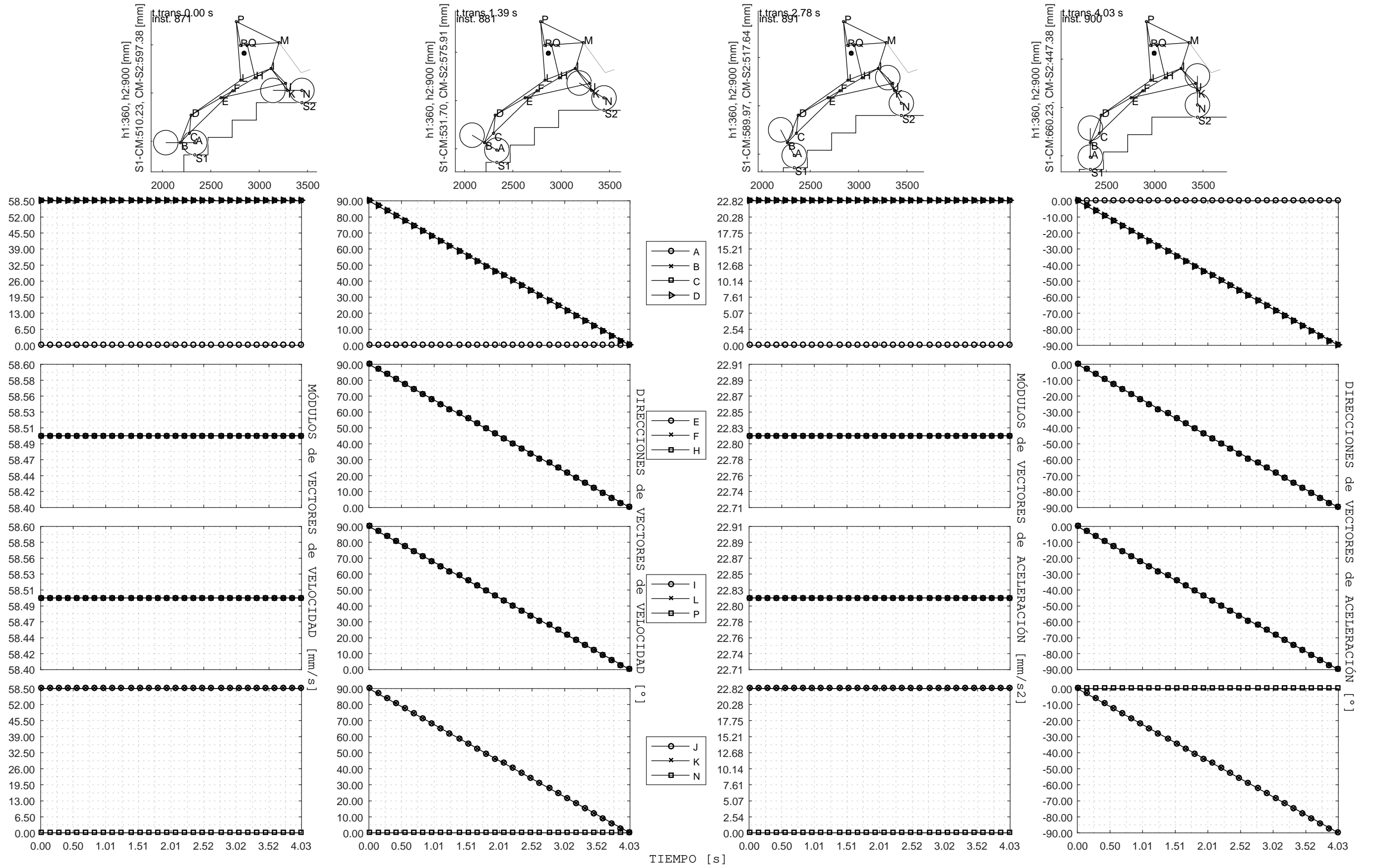


Figura F.59: Transición J3 a J4 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



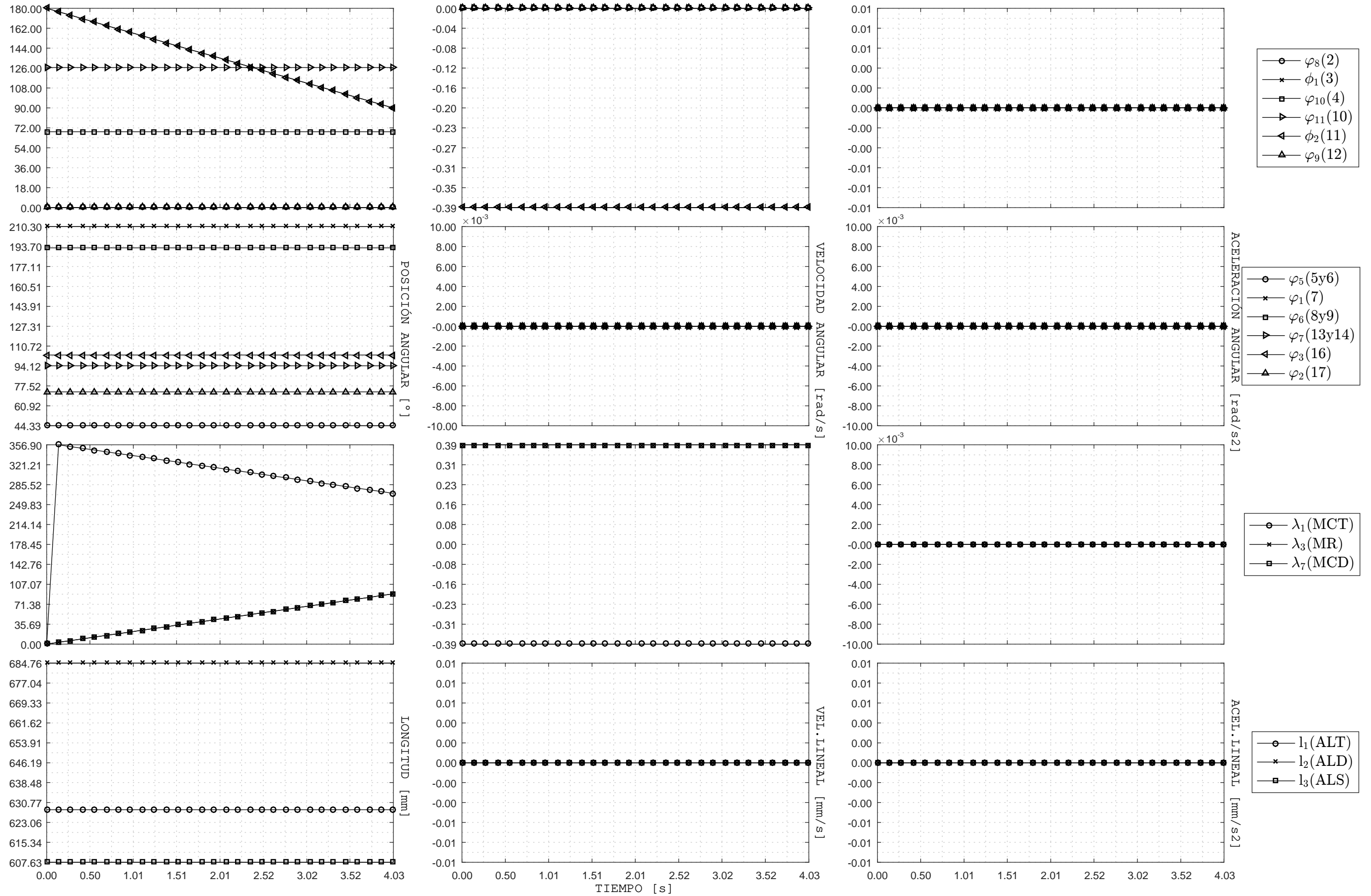


Figura F.60: Transición de estados J3 a J4 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

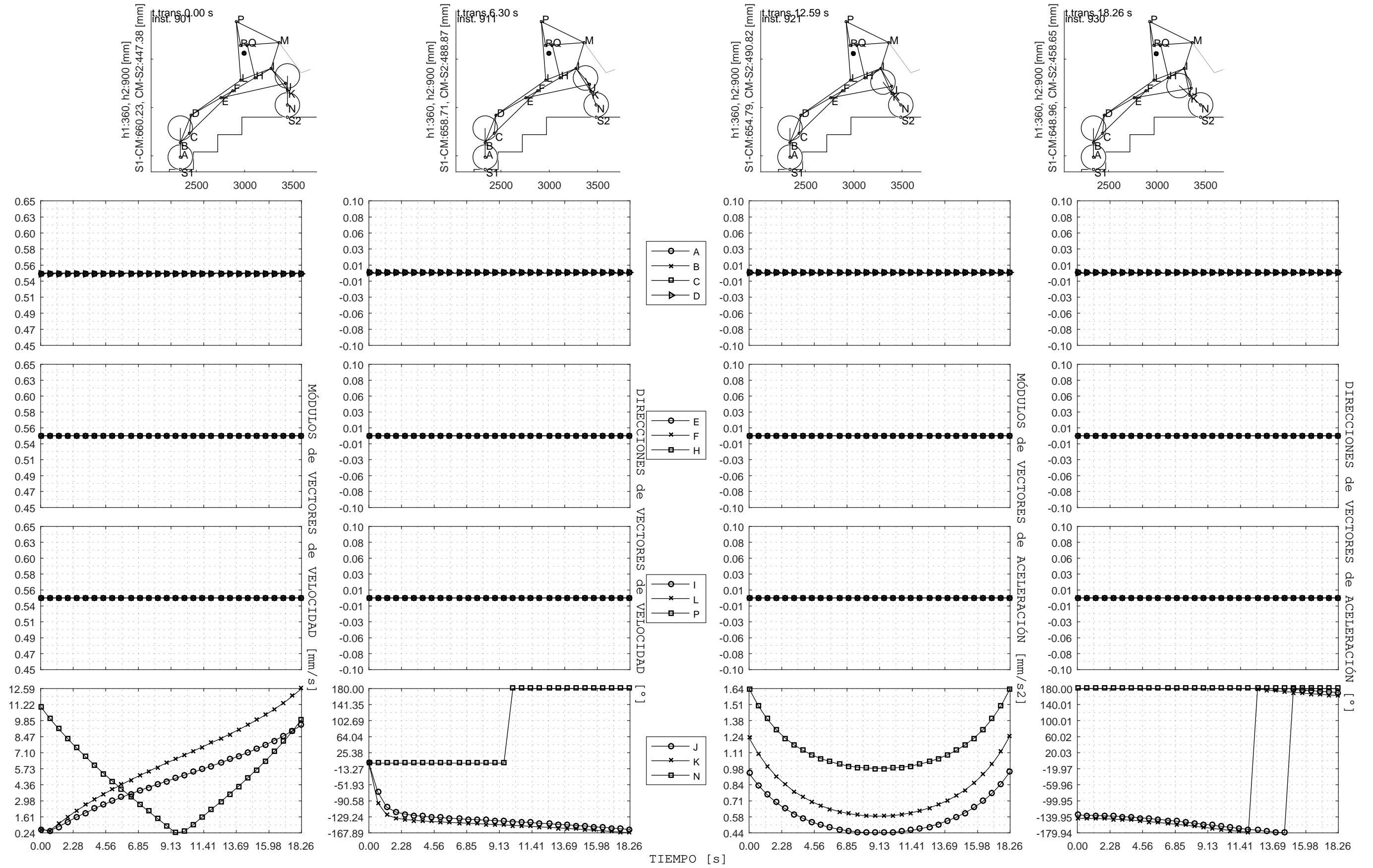


Figura F.61: Transición J4 a J5 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

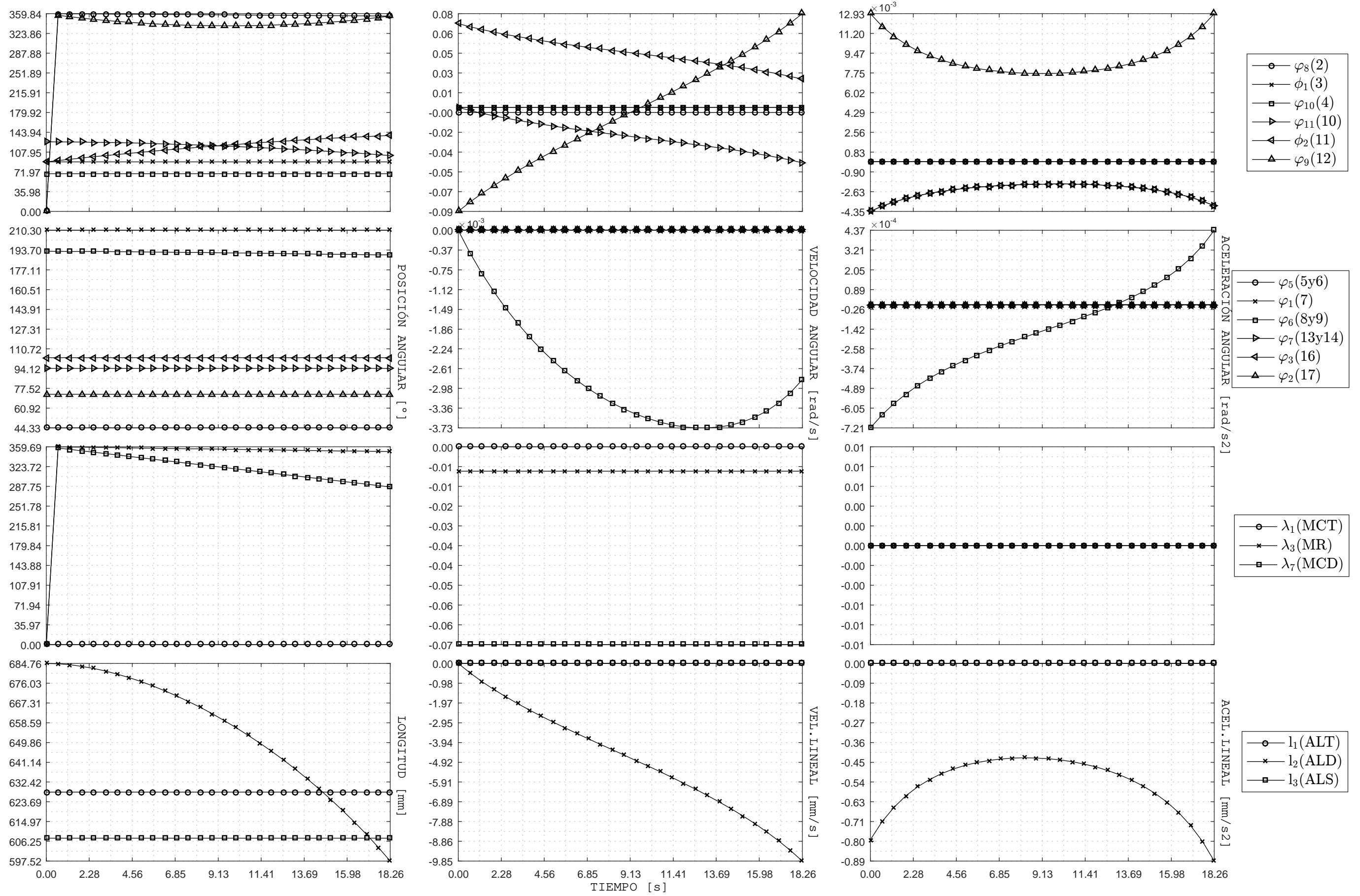


Figura F.62: Transición de estados J4 a J5 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

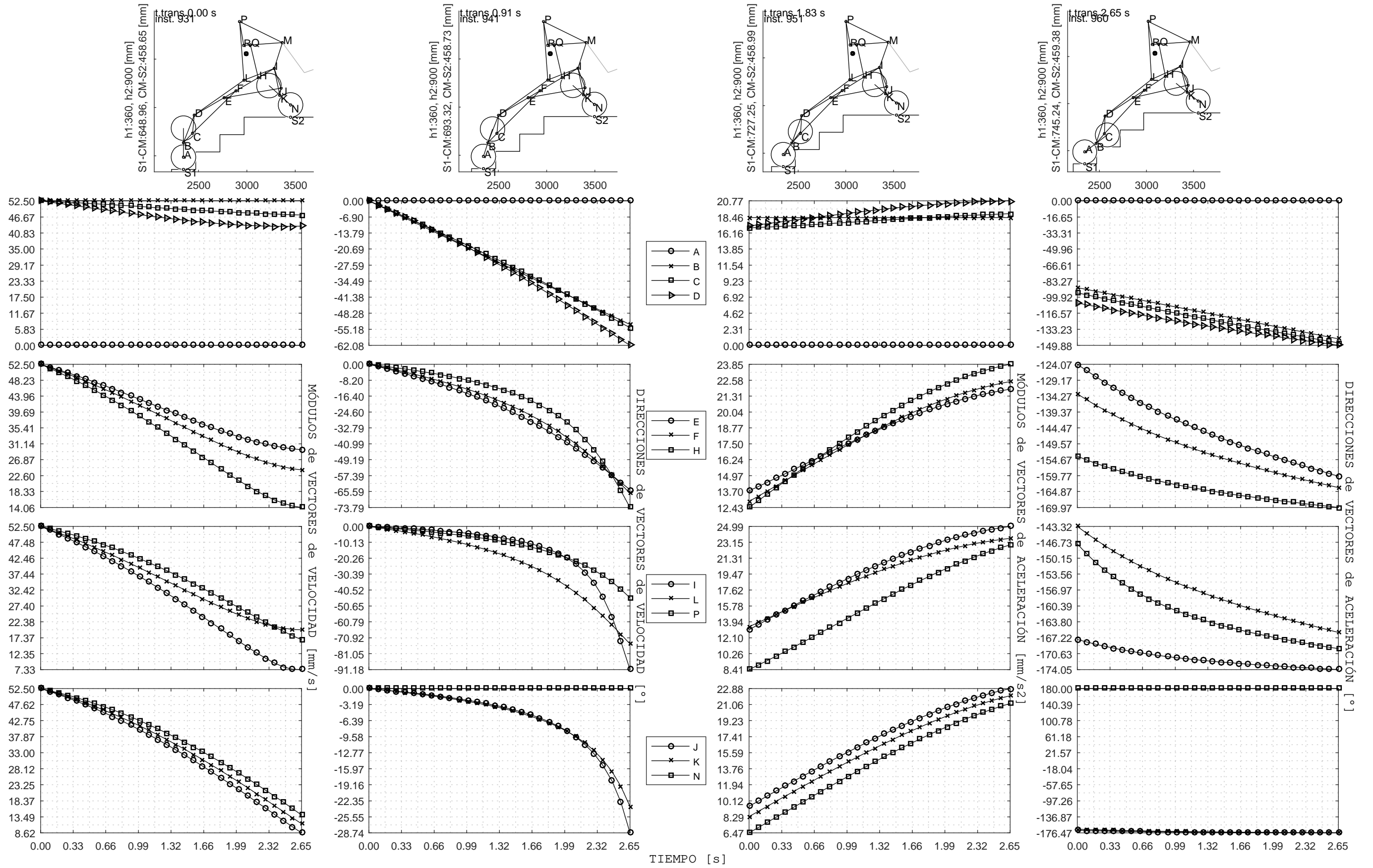


Figura F.63: Transición J5 a J6 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

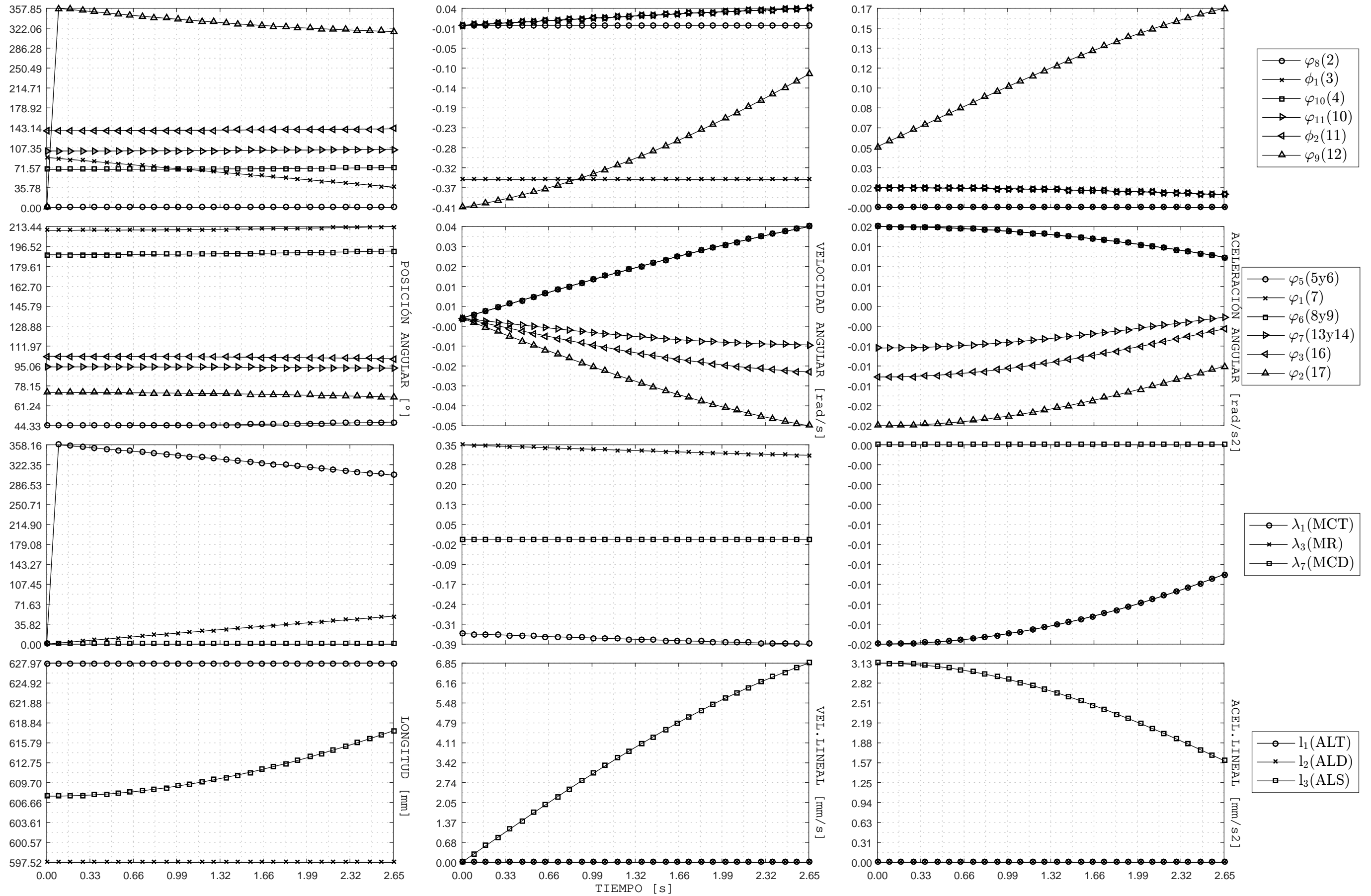


Figura F.64: Transición de estados J5 a J6 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

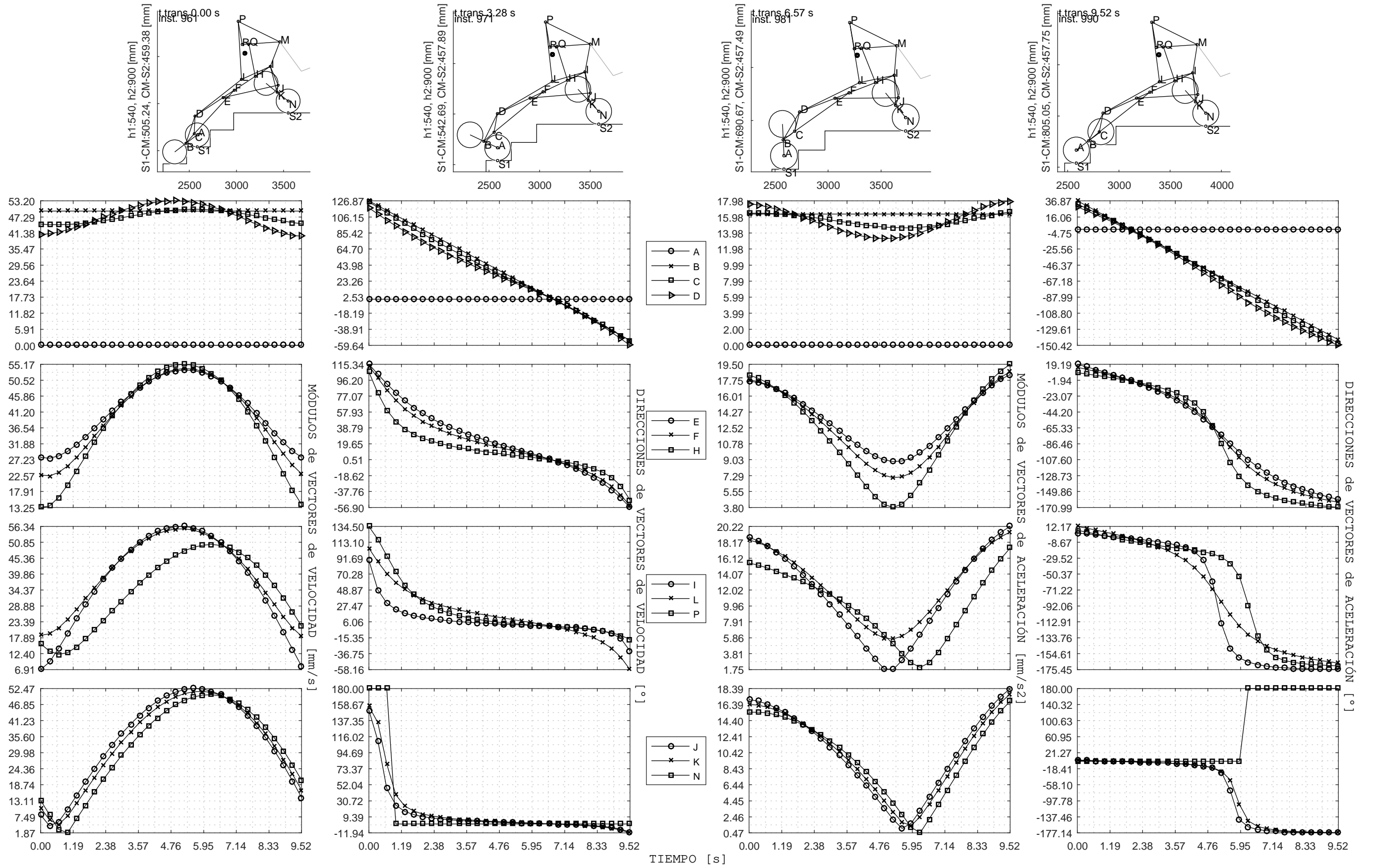


Figura F.65: Transición J6 a J7 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

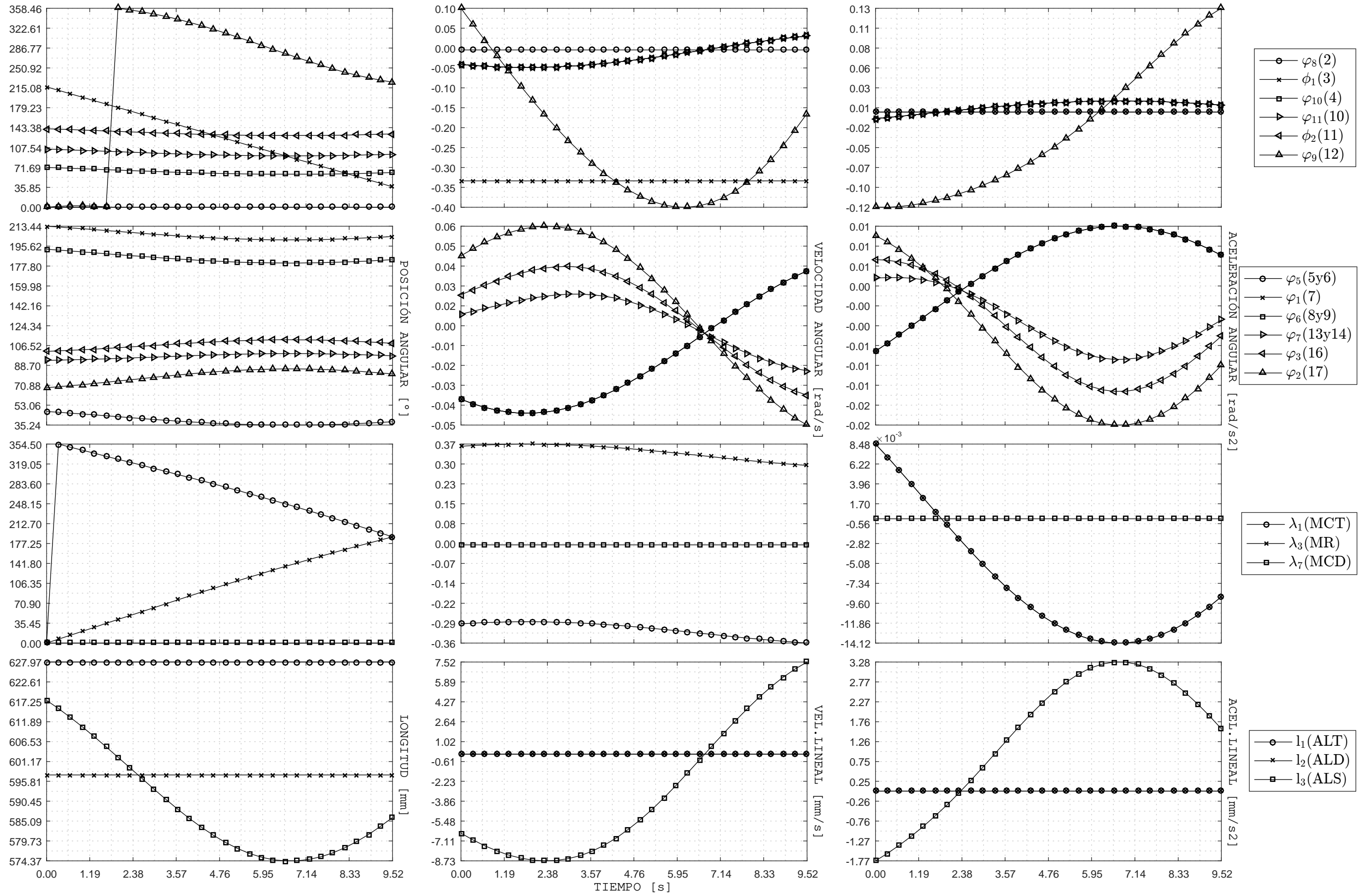


Figura F.66: Transición de estados J6 a J7 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

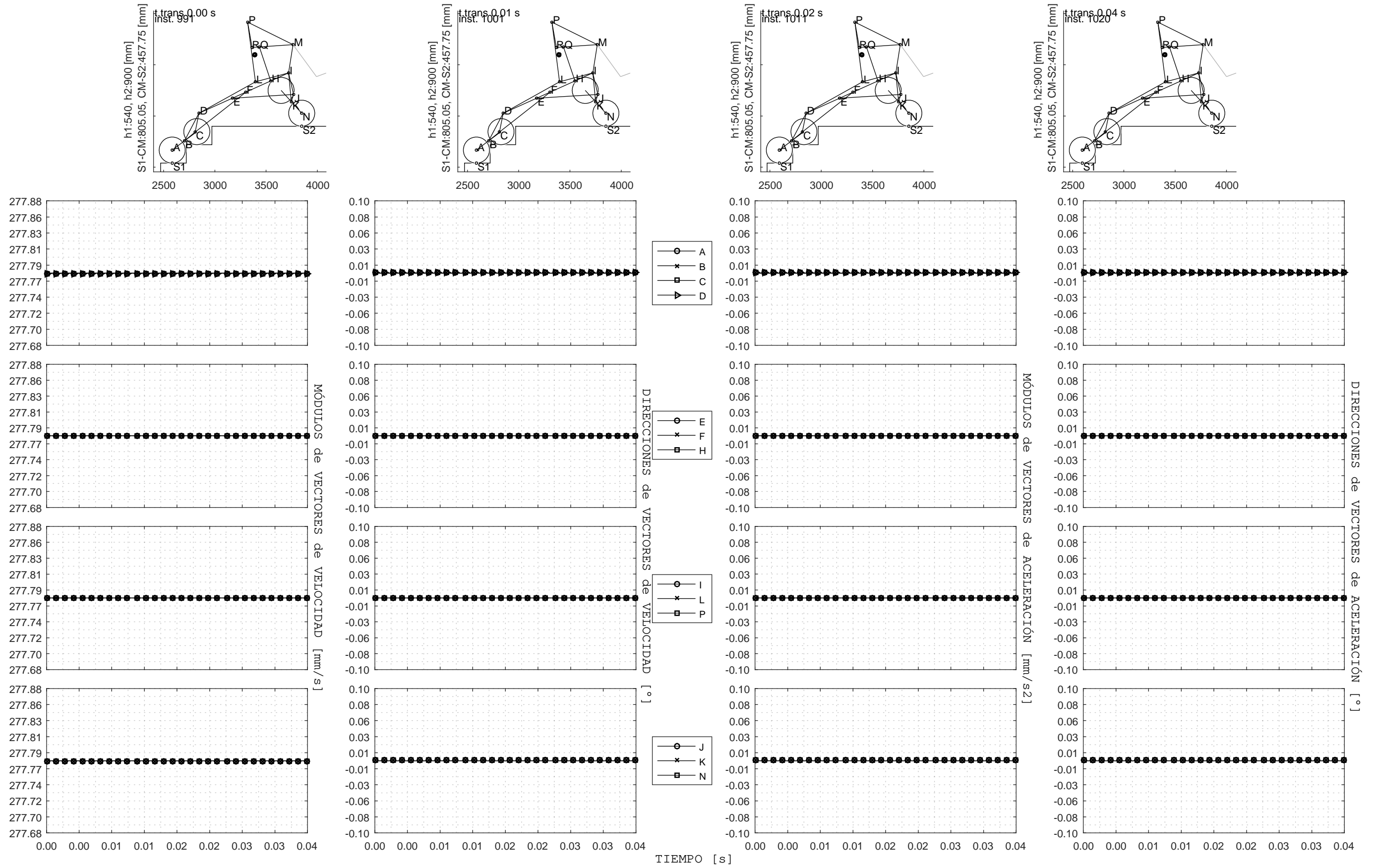


Figura F.67: Transición J7 a J8 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



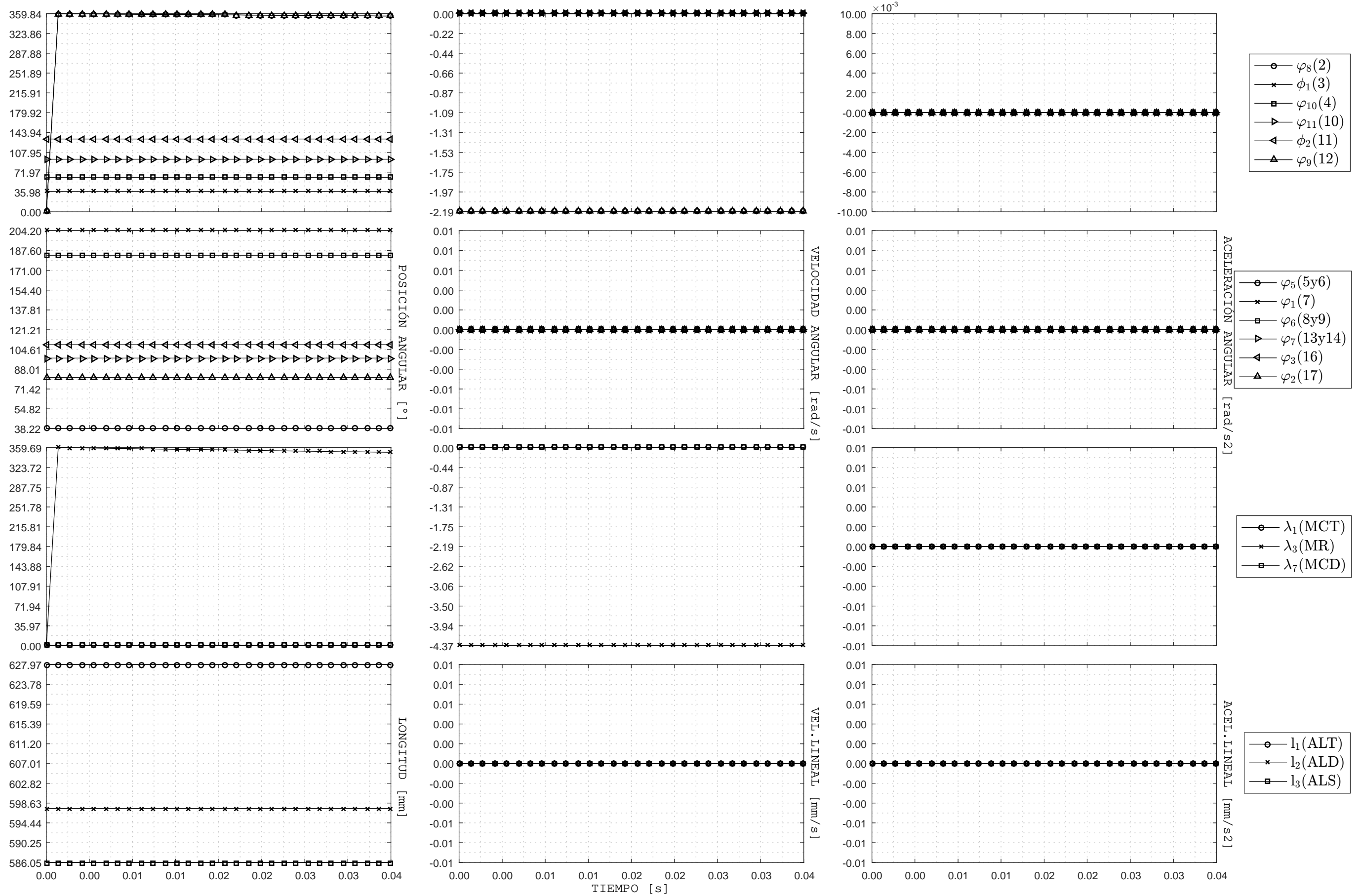


Figura F.68: Transición de estados J7 a J8 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

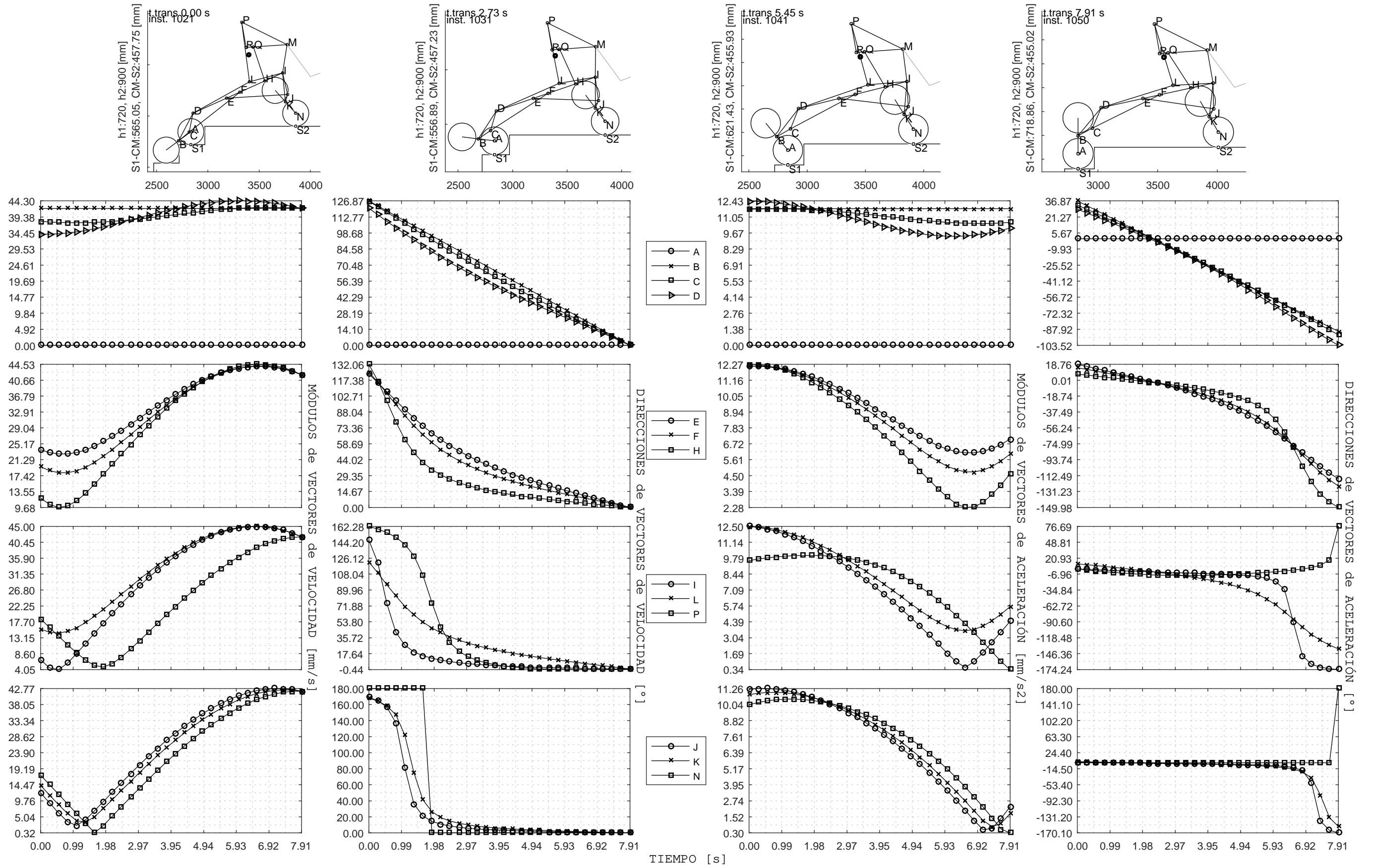


Figura F.69: Transición J8 a J9 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

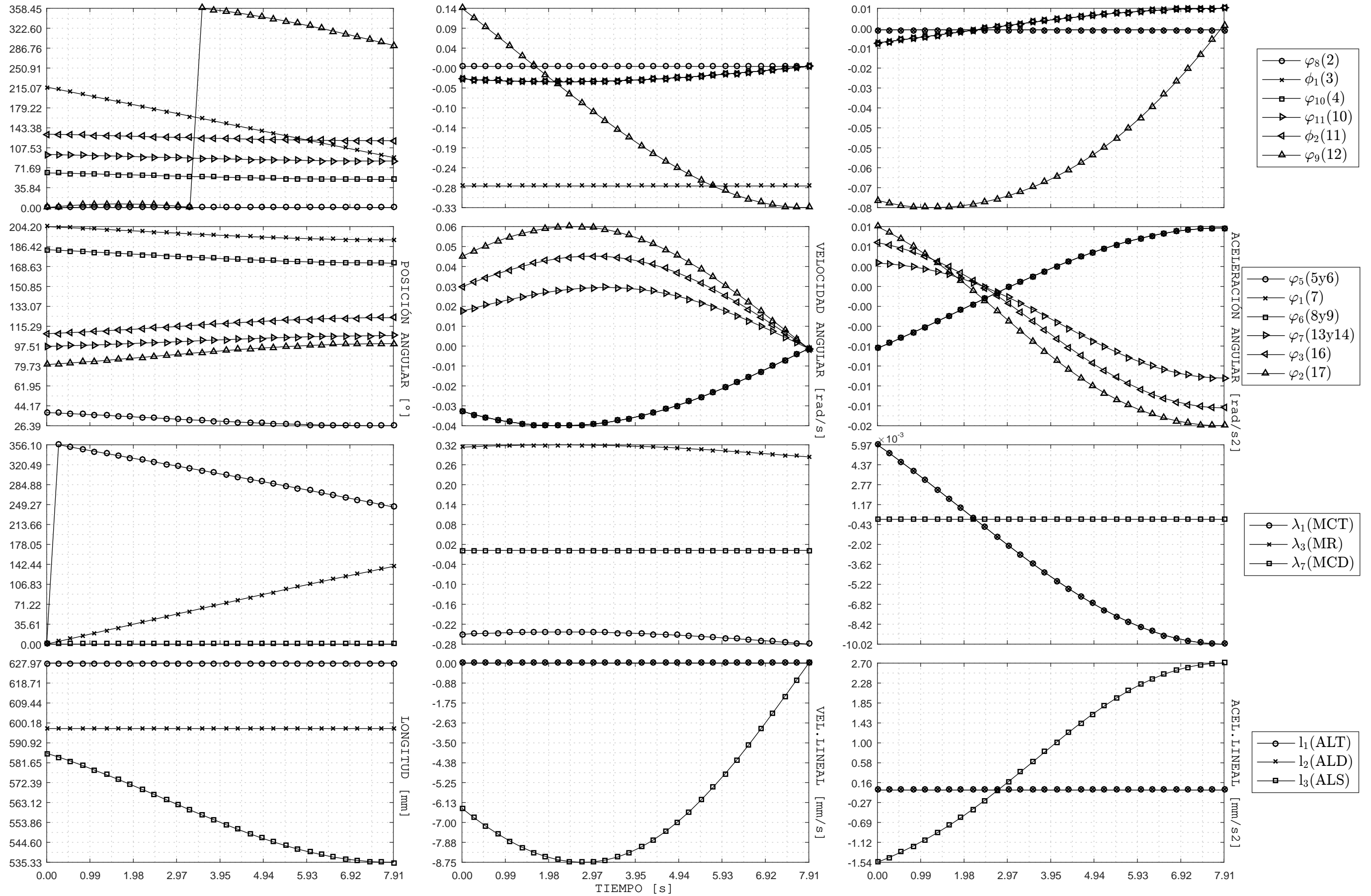


Figura F.70: Transición de estados J8 a J9 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

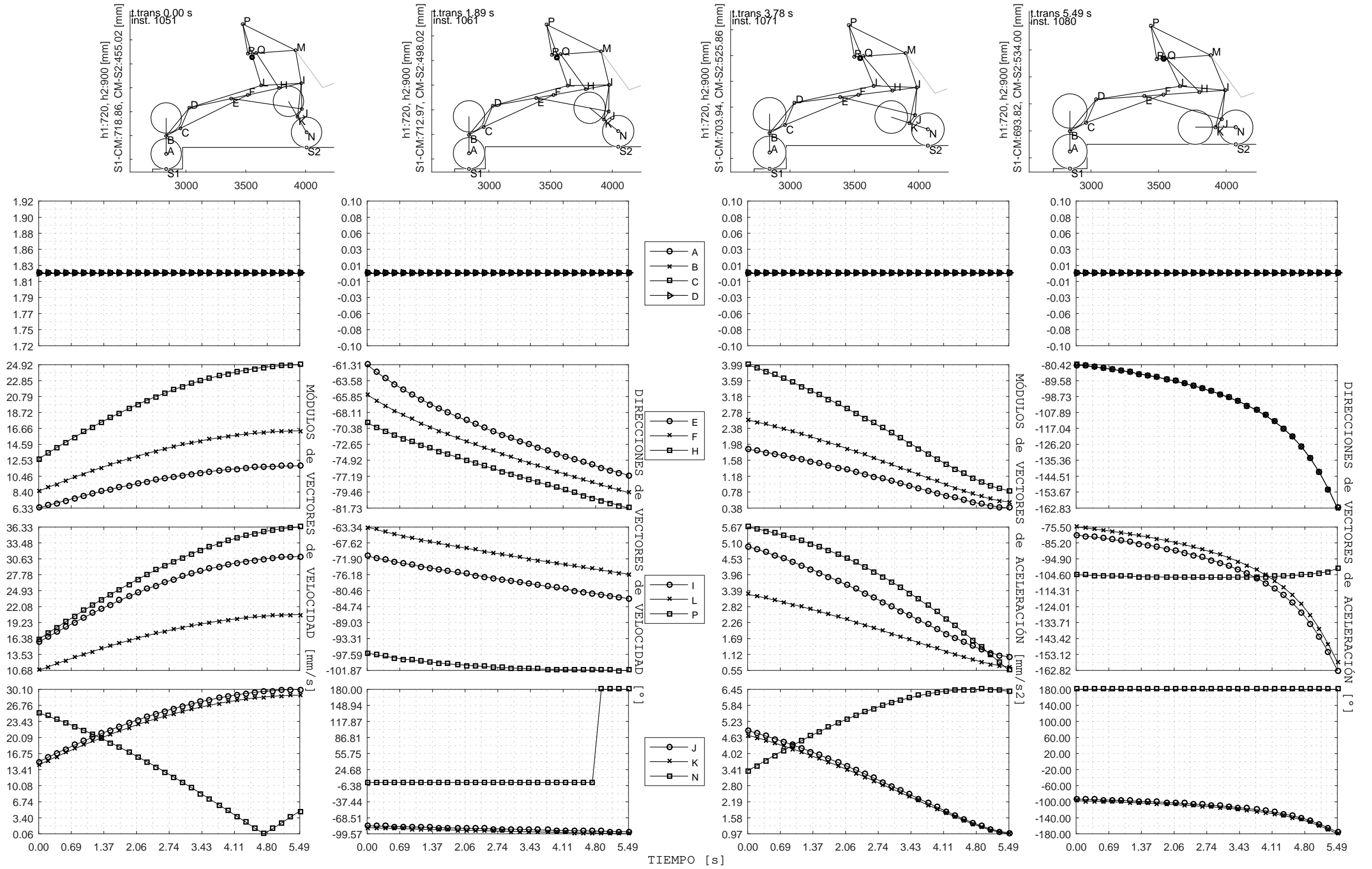


Figura F.71: Transición J9 a J10 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

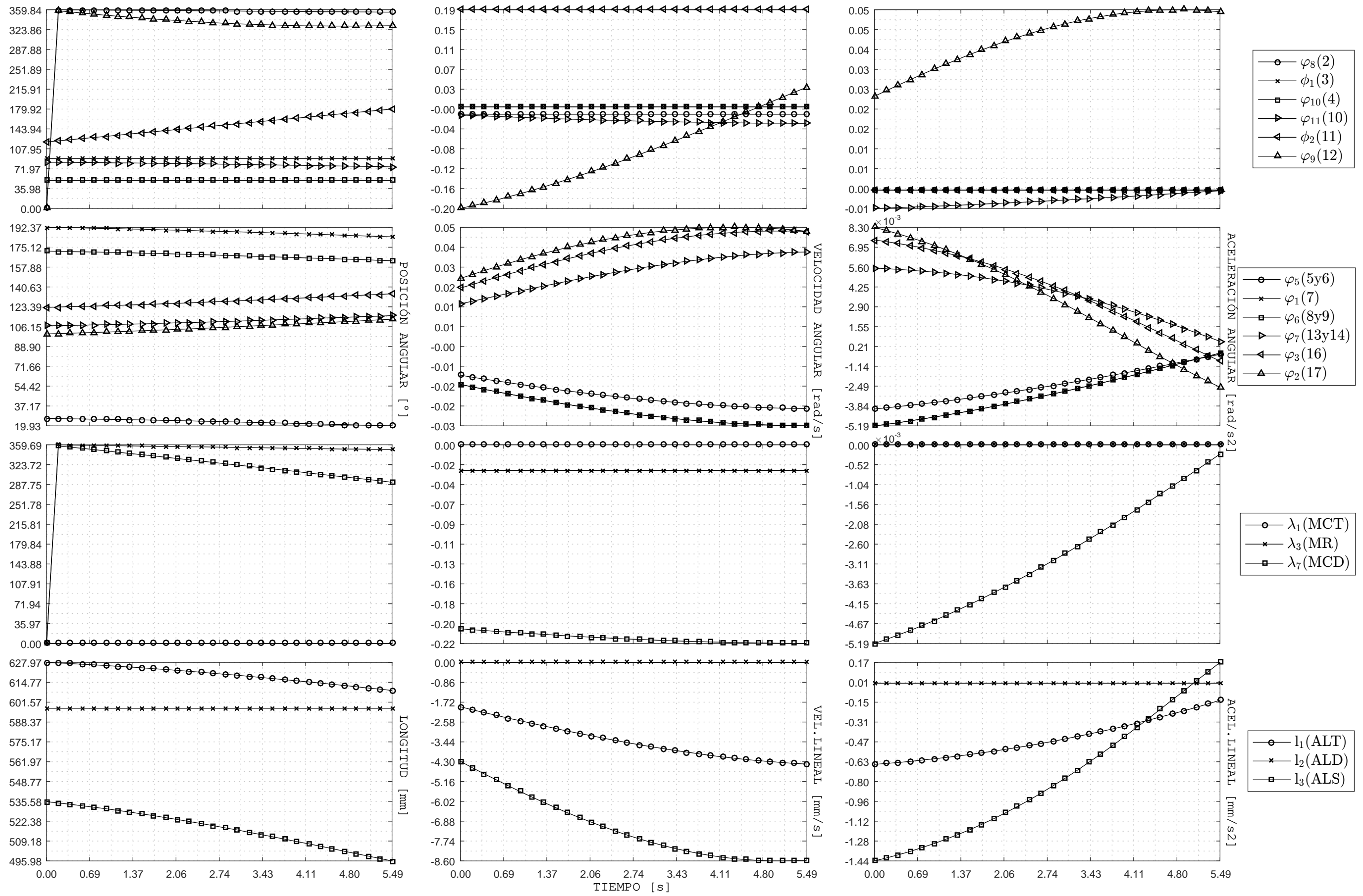


Figura F.72: Transición de estados J9 a J10 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

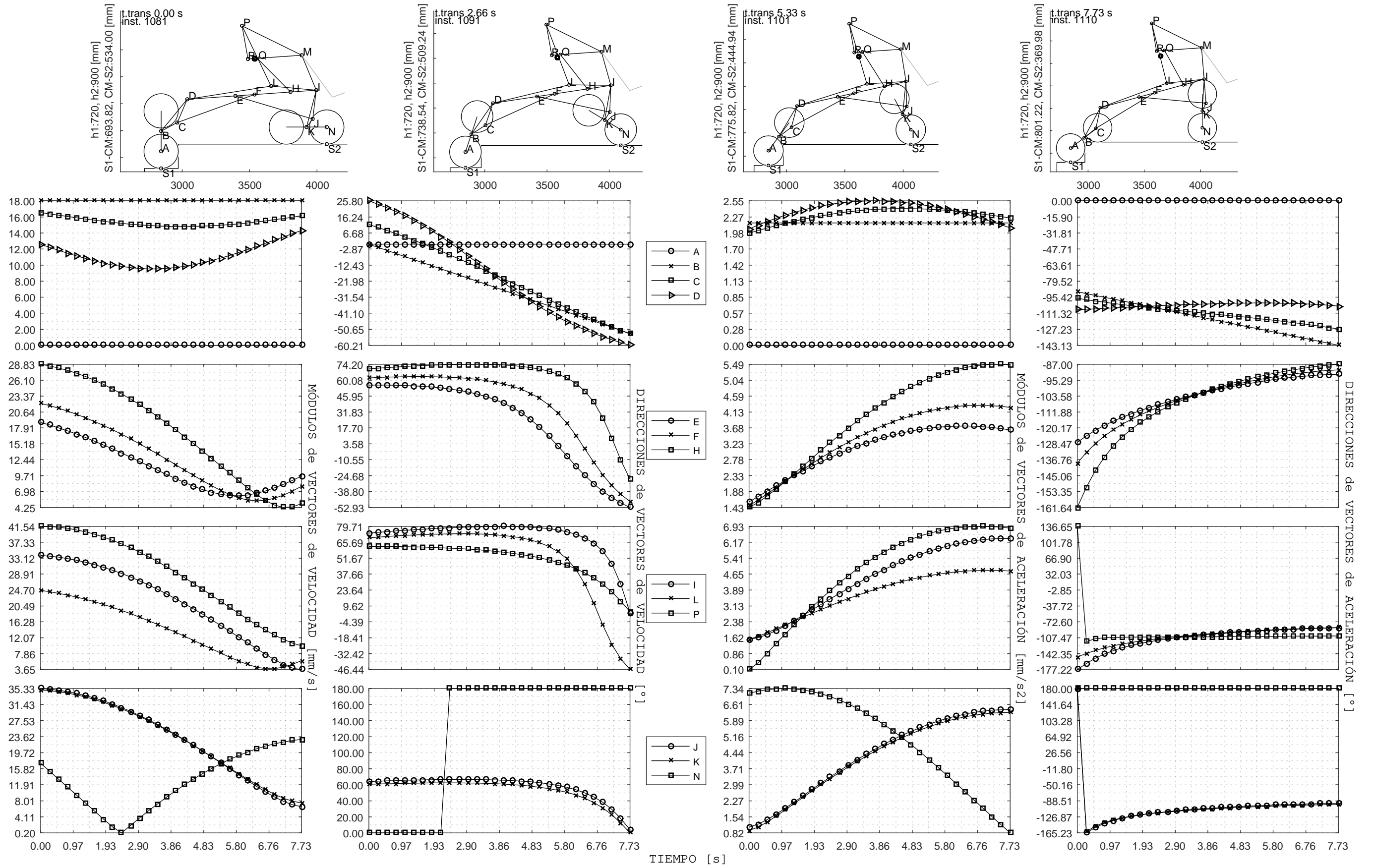


Figura F.73: Transición J10 a J11 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

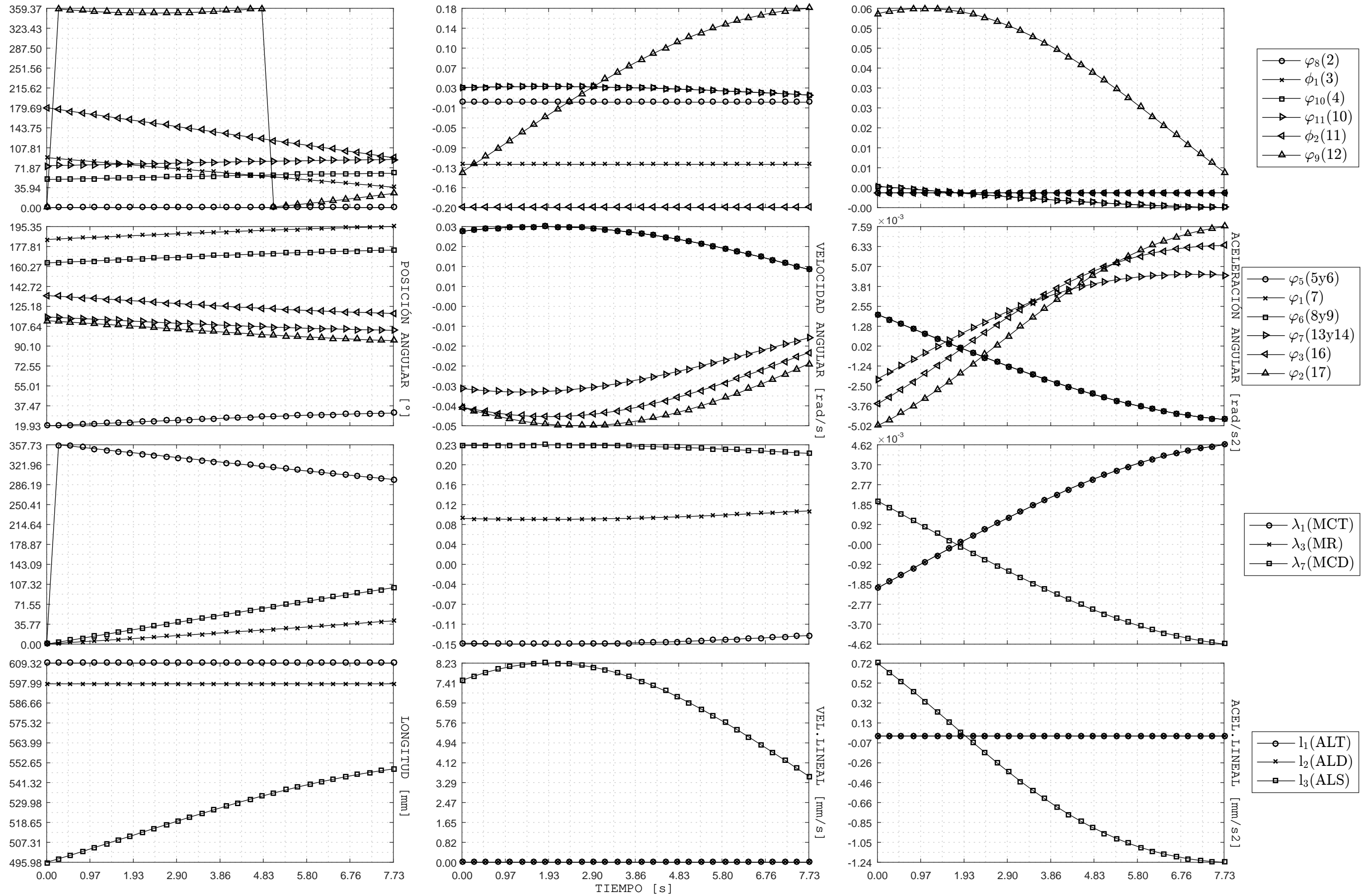


Figura F.74: Transición de estados J10 a J11 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo



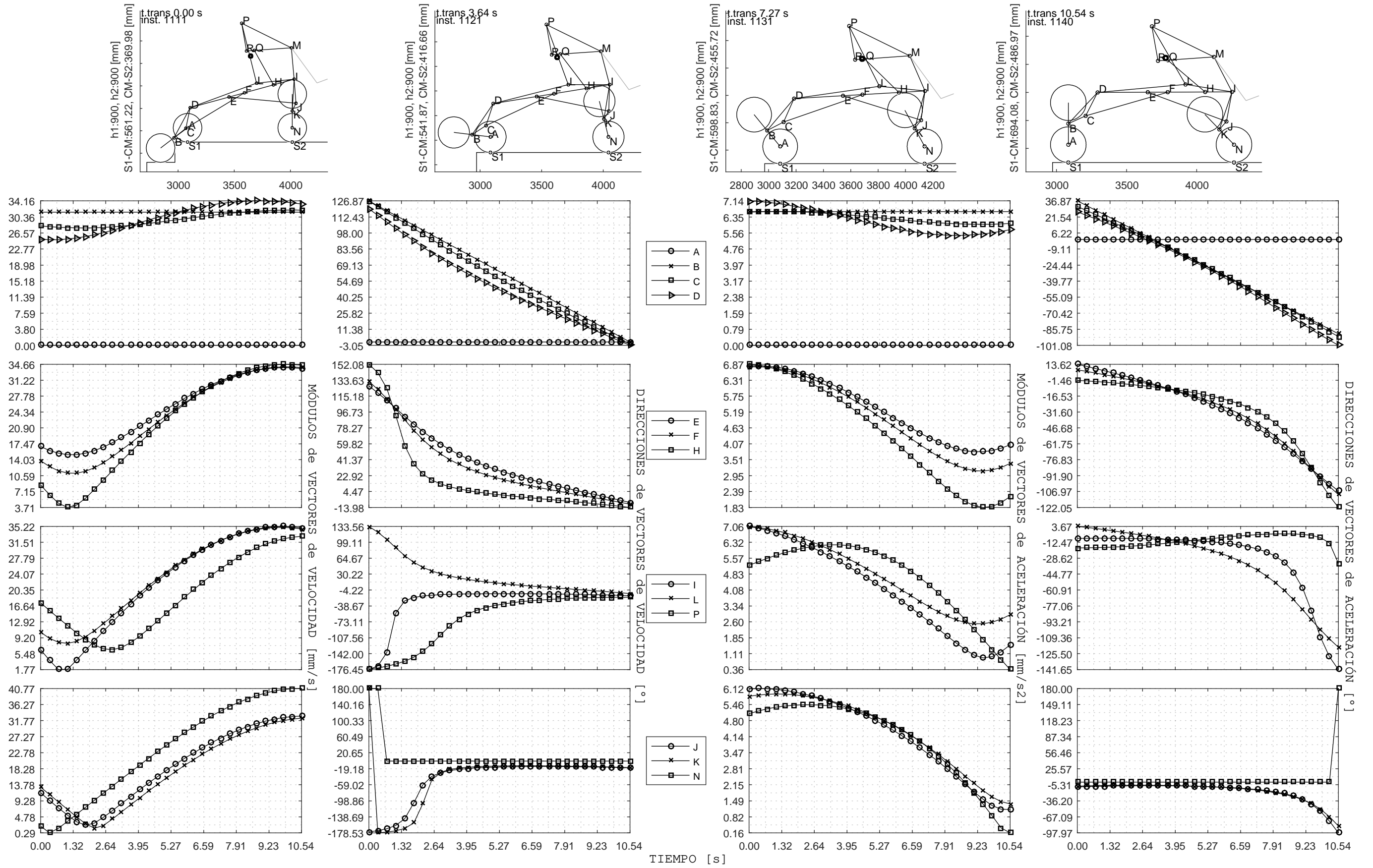


Figura F.75: Transición J11 a J12 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo



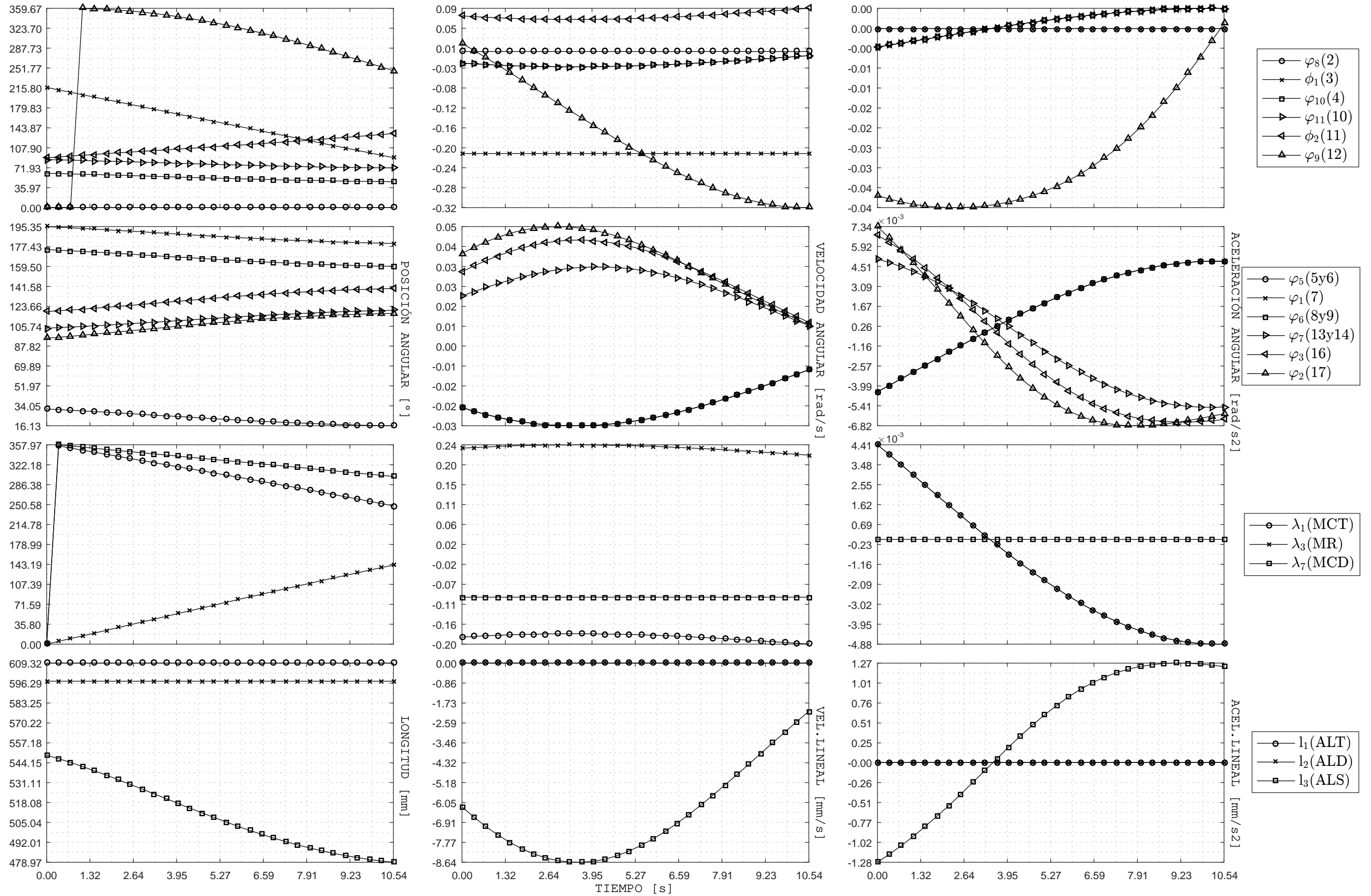


Figura F.76: Transición de estados J11 a J12 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

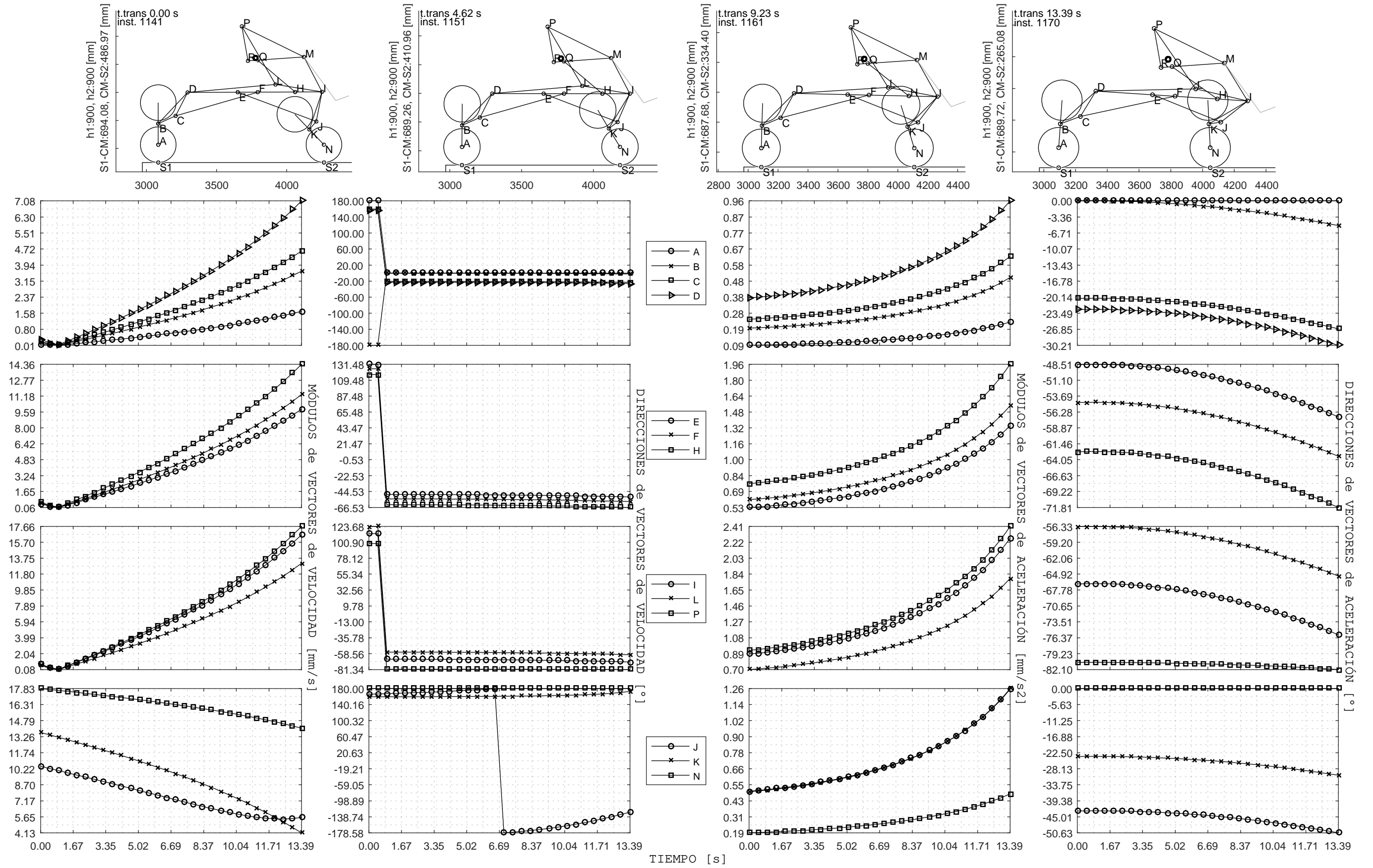


Figura F.77: Transición J12 a J13 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

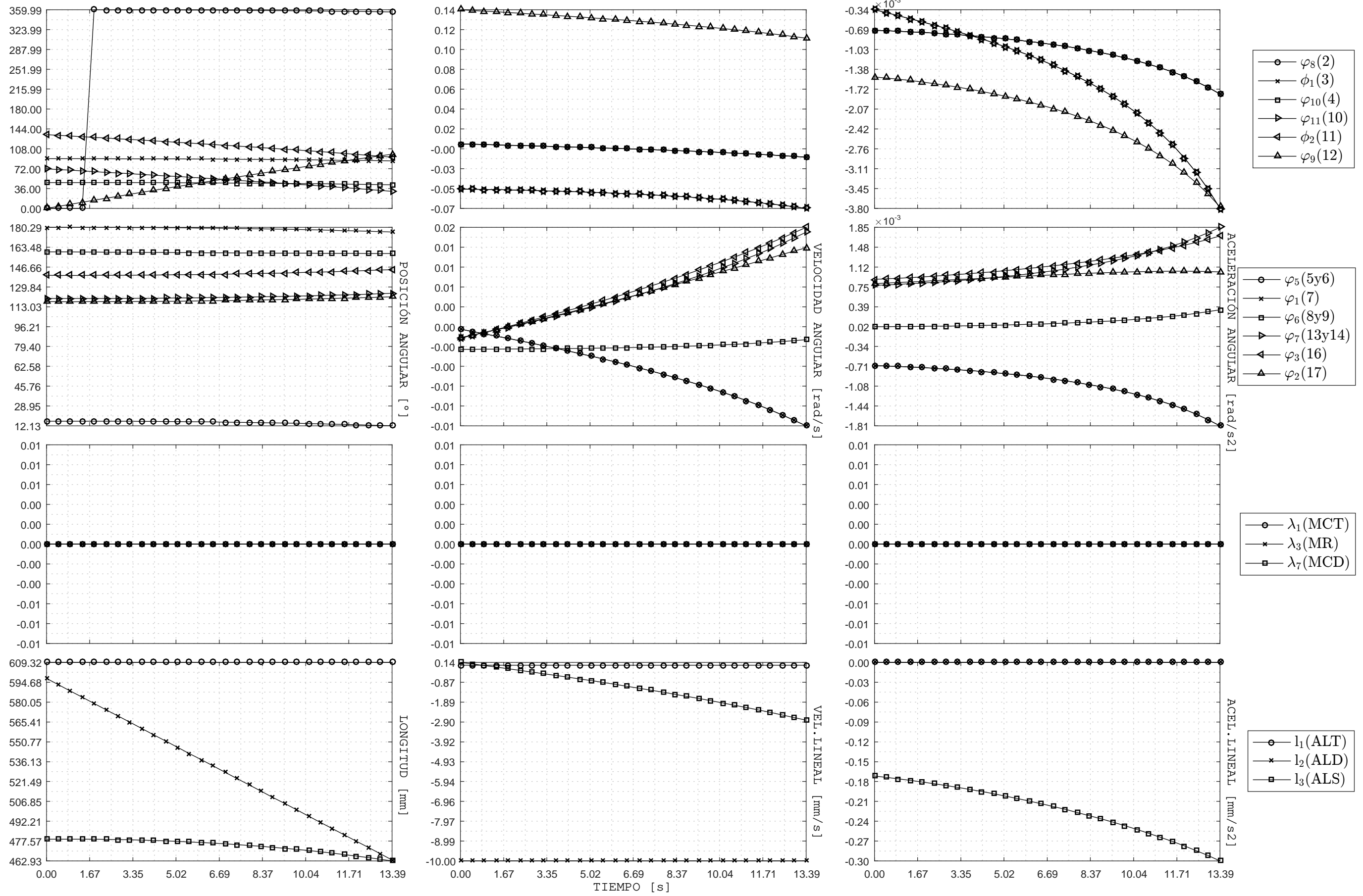


Figura F.78: Transición de estados J12 a J13 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

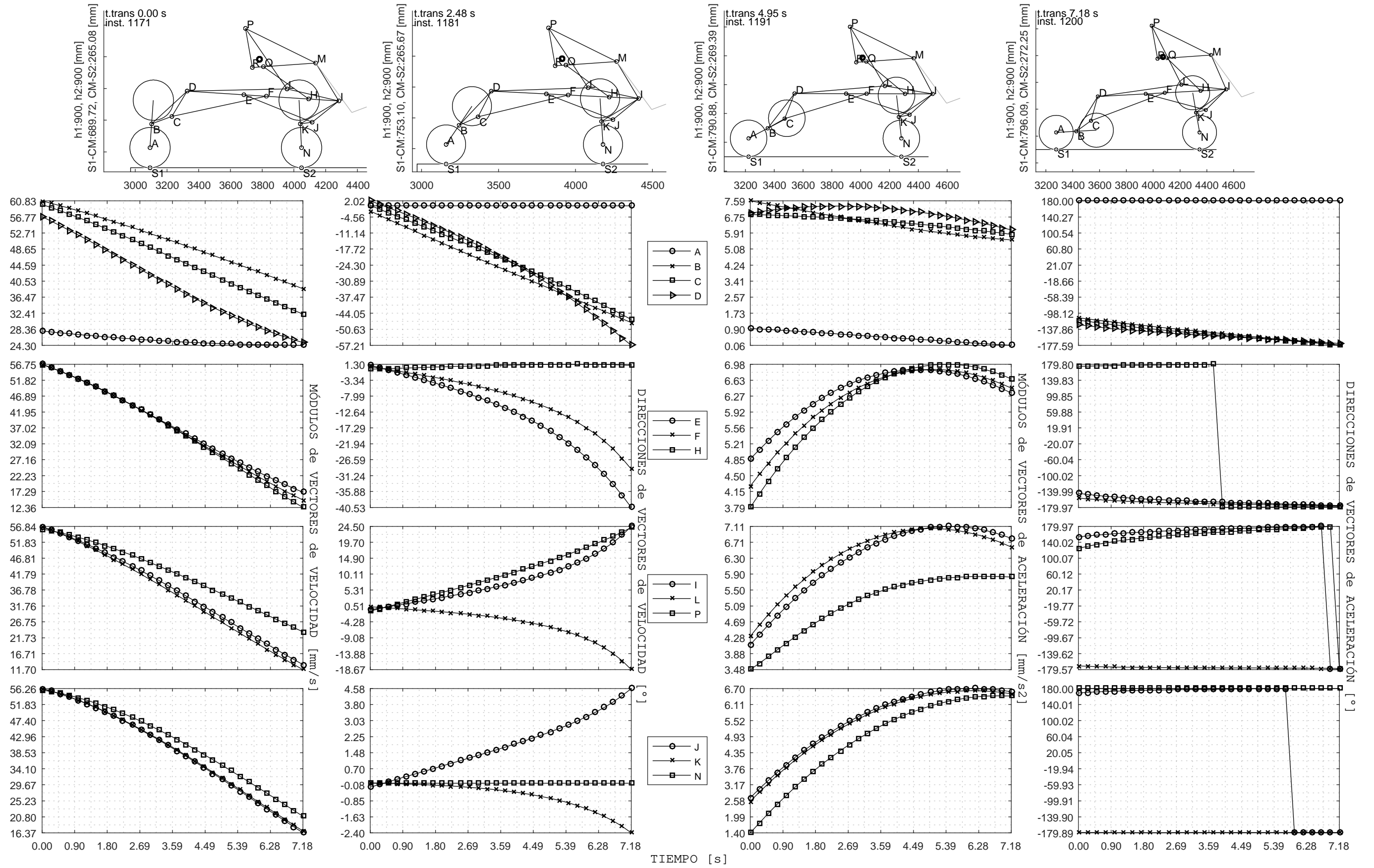


Figura F.79: Transición J13 a J14 - Módulos y direcciones de velocidades y aceleraciones vs. Tiempo

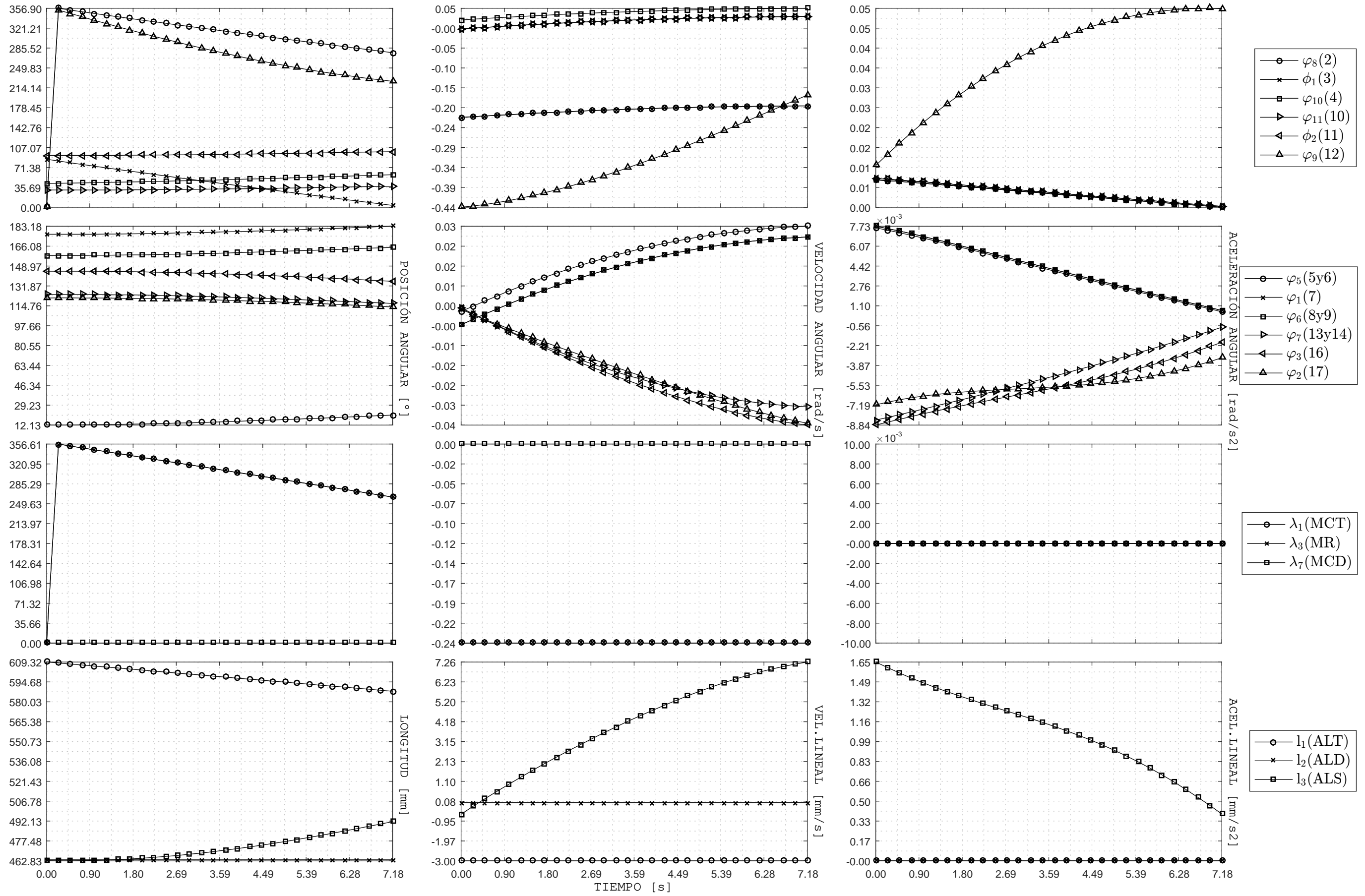


Figura F.80: Transición de estados J13 a J14 - Posición, velocidad y aceleración de eslabones y actuadores vs Tiempo

## ANEXO G

### Análisis mecánico básico

En este anexo, aproximamos las masas y sus ubicaciones en todo el sistema. Posteriormente, se realiza el análisis estático del sistema desde E2 hasta J14. Por último, se evalúa la resistencia de materiales propuestos.

#### G.1. Aproximación de masas y centros de masa

La determinación de masas y sus centros de masa se realiza directamente mediante el software Solidworks 2014. La figura G.1 expone el subsistema Usuario+Asiento+reposapiés+Baterías y sus centro de masas (CM) aproximado desde el punto R. La figura G.2 expone la ubicación de los CM en el plano de las estructuras soporte (ES) 2, 3 y 4; los de ambos clusters, ES 1 y 5, se ubican en los puntos respectivos B y N. La figura G.3 presenta el sistema completo y su CM total durante la transición I2 a J1.

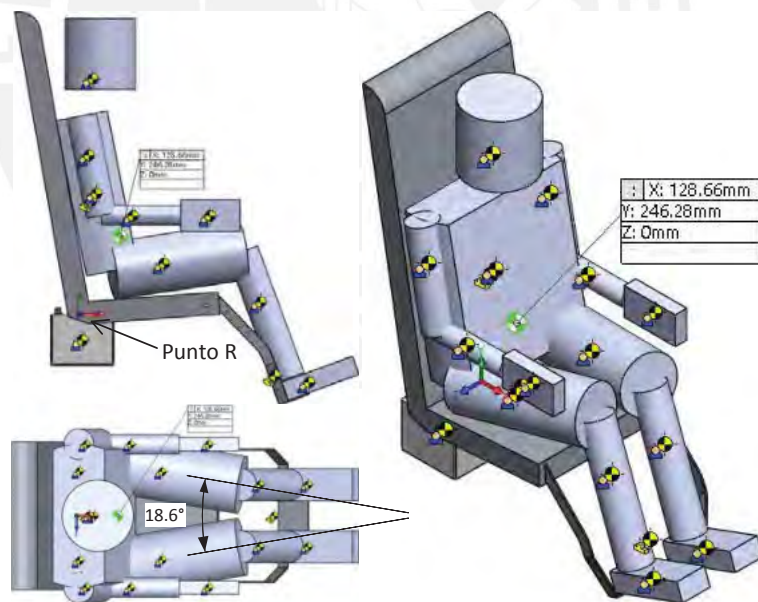


Figura G.1: Vista lateral, de planta e isométrica del subsistema Usuario+Asiento+reposapiés+Baterías y su centro de masa con referencia al punto R. Las masas que conforman al usuario de 80kg y sus centros se aproximan mediante el método del peso segmental<sup>1</sup>. Los centros de masa del asiento de 11kg (propuesto) y del reposapiés de 1kg (propuesto) se determinan mediante el software; mientras que los del par de baterías de 10.5kg (MU-1 SLD M), al centroide del paralelepípedo aproximado bajo sus medidas

<sup>1</sup> Extraído de la website: <http://www.saludmed.com/Requisit/Centro-G.html> (revisado el 24/04/2018)



informadas.

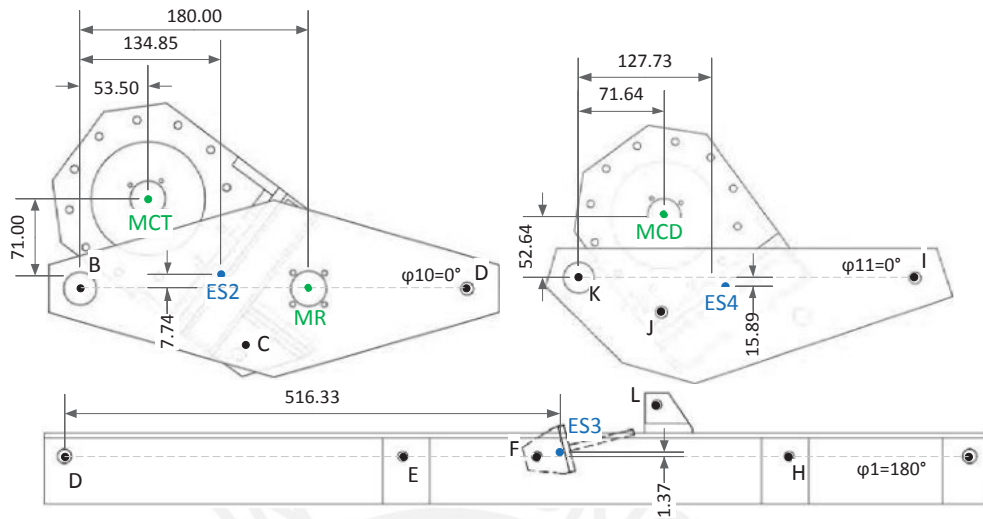


Figura G.2: Vista lateral de las estructuras soporte: Patas Traseras (sup.izq.), Patas Delanteras (sup.der.) y Chasis (inf.); resaltando la ubicación de sus centros de masa desde los puntos B, K y D respectivamente. Asimismo, se acotan las ubicaciones de los ejes de los motores MCT, MR y MCD.

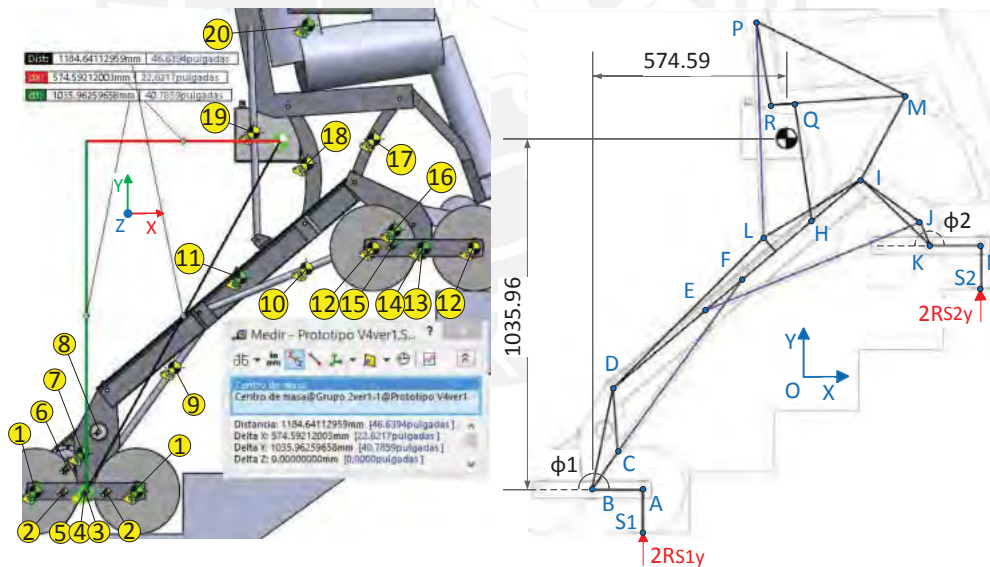


Figura G.3: Vista lateral del sistema completo durante la transición I2 a J1 y ubicación de las masas enumeradas que lo conforman (izq.). Esquema simplificado del mismo con la ubicación del centro de masas con referencia al punto B (der.). Las escaleras mostradas poseen 250 y 180 [mm] de paso y contrapaso.

La tabla G.1 lista las masas que componen el sistema total y los símbolos designados. Ciertas de ellas son asumidas a criterio del autor. Una mejor referencia visual de estas componentes se aprecia en las imágenes de la sección siguiente.

Tabla G.1: Masas del sistema total y sus ubicaciones

Ítem	Cant.	Masa Uni. [kg]	Masa [kg]	Símbolo	Ubicación en plano (punto)	Descripción
1	4	1.22	4.90	mr	A	Rueda Colson
	4	0.60	2.38	mg6	A	Rueda dentada g6
2	4	0.33	1.31	mg5	A a B,87.5mm	Rueda dentada g5
3	2	0.25	0.49	mgs4	B	Rueda dentada unida a Sprocket gs4
4	1	4.04	4.04	mES1	B	Estructura Soporte 1: Cluster trasero
5	1	0.36	0.36	msCT	B	sprocket Cluster Trasero sCT
6	1	0.36	0.36	msMCT	MCT (Figura G.2)	sprocket Motor Cluster Trasero sMCT
7	2	1.01	2.02	mMR	MR (Figura G.2)	Motor Ruedas traseras
	1	4.11	4.11	mMCT	MCT (Figura G.2)	Motoreductor+freno+encoder+harmonic drive Cluster Trasero
	1	3.25	3.25	mES2	ES2 (Figura G.2)	Estructura Soporte 2: Patas Traseras
8	2	0.20	0.41	msMR	MR (Figura G.2)	sprocket Motor Ruedas traseras sMR
9	1	6.00	6.00	mALT	C a F,(I1)/2	ActuadorLineal Trasero
10	2	6.00	12.00	mALD	E a J,(I2)/2	ActuadorLineal Delantero
11	1	5.42	5.42	mES3	ES3 (Figura G.2)	Estructura Soporte 3: Chasis
12	4	1.22	4.90	mr	N	Rueda Colson
13	1	4.13	4.13	mES5	K	Estructura Soporte 5: Cluster delantero
14	1	0.36	0.36	msCD	K	sprocket Cluster Delantero sCD
15	1	0.36	0.36	msMCD	MCD (Figura G.2)	sprocket Motor Cluster Delantero sMCD
16	1	4.11	4.11	mMCD	MCD (Figura G.2)	Motoreductor+freno+encoder+harmonic drive Cluster Delantero
	1	3.51	3.51	mES4	ES4 (Figura G.2)	Estructura Soporte 4: Patas Delanteras
17	2	0.12	0.25	mBAD	I a M,(L13)/2	Barra Asiento Delantero
18	2	0.38	0.76	mBAT	H a Q,(L15)/2	Barra Asiento Trasera
19	2	6.00	12.00	mALS	P a L,(I3)/2	ActuadorLineal Superior
20	1	113.00	113.00	mUAB	Figura G.1	Usuario+Asiento+reposapias+Batería
		<b>Masa Total [kg]</b>	<b>190.43</b>			

Las masas y CM de componentes electrónicos y otros adicionales, como cadenas, pines, etc. no se precisan en esta tabla; estos no son detallados en este trabajo.

## G.2. Análisis estático

El análisis considera solamente estados durante los cuales el móvil es soportado por 2 pares de ruedas: 1 par delanteras y 1 par traseras. Para simplificar el análisis, se aproxima que el sistema posee simetría a ambos lados del plano sagital del usuario; entonces, se evitan reacciones que compensen un desbalance hacia los lados del móvil. Las masas de elementos tipo biela se asumen equitativamente distribuidas en sus apoyos respectivos. Las figuras G.4 a G.10 exponen cada agrupación con sus diagrama de cuerpo libre (DCL) correspondiente y la relación de fórmulas.



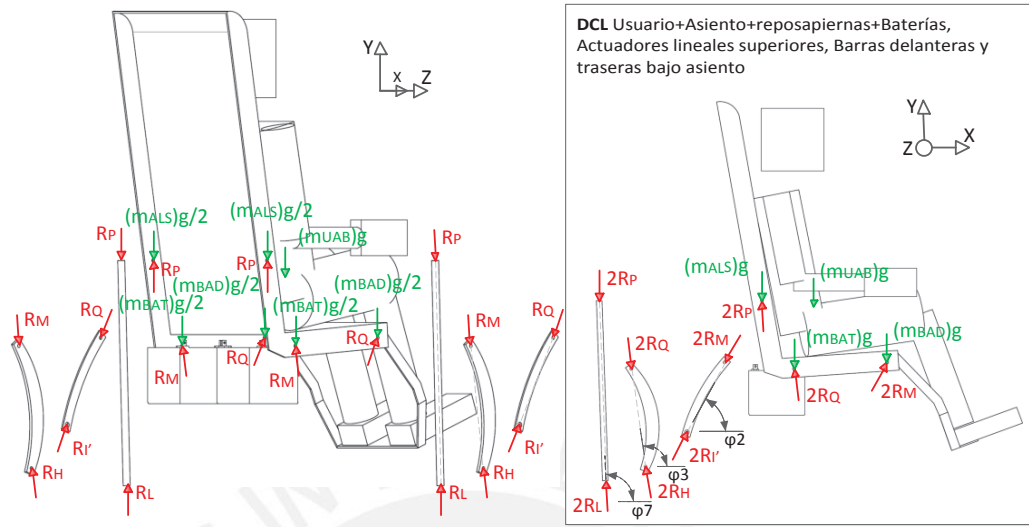


Figura G.4: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (izq.) y en el plano XY (der.) del grupo Usuario+Asiento+reposapiernas+Baterías, y grupos de barras traseras y delanteras del asiento

Del DCL del Usuario+Asiento+reposapiernas+Baterías:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_M \cos \varphi_2 + R_Q \cos \varphi_3 + R_P \cos \varphi_7) = 0 \quad (G.1)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_M \sin \varphi_2 + R_Q \sin \varphi_3 + R_P \sin \varphi_7) - m_{BAD}g - m_{BAT}g - m_{ALS}g - m_{UAB}g = 0 \quad (G.2)$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_Q = \vec{r}_{P/Q} \times (2\vec{R}_P + \{-m_{ALS}g\}\mathbf{j}) + \vec{r}_{UAB/Q} \times \{-m_{UAB}g\}\mathbf{j} \\ + \vec{r}_{M/Q} \times (2\vec{R}_M + \{-m_{BAD}g\}\mathbf{j}) = 0 \end{aligned} \quad (G.3)$$

Del DCL de los Actuadores lineales superiores y barras del asiento:

$$\sum \vec{F} = 2\vec{R}_P + 2\vec{R}_L = 0, \quad R_P = R_L \quad (G.4)$$

$$\sum \vec{F} = 2\vec{R}_Q + 2\vec{R}_H = 0, \quad R_Q = R_H \quad (G.5)$$

$$\sum \vec{F} = 2\vec{R}_M + 2\vec{R}_I' = 0, \quad R_M = R_I' \quad (G.6)$$

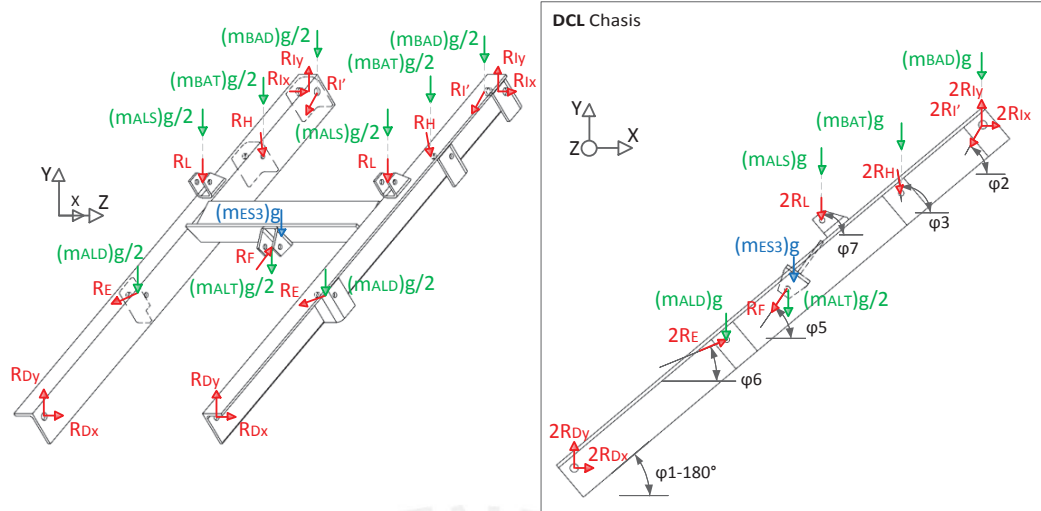


Figura G.5: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (izq.) y en el plano XY (der.) del grupo Chasis

Del DCL de la estructura soporte del Chasis:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{Dx} + R_E \cos \varphi_6 - R_L \cos \varphi_7 - R_H \cos \varphi_3 - R_I' \cos \varphi_2 + R_{Ix}) + R_F \cos \varphi_5 = 0 \quad (G.7)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{Dy} + R_E \sin \varphi_6 - R_L \sin \varphi_7 - R_H \sin \varphi_3 - R_I' \sin \varphi_2 + R_{Iy}) + R_F \sin \varphi_5 - m_{ALD}g - m_{ALT}g/2 - m_{ALS}g - m_{ES3}g - m_{BAT}g - m_{BAD}g = 0 \quad (G.8)$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_D = & \vec{r}_{E/D} \times (2\vec{R}_E + \{-(m_{ALD}g)j\}) + \vec{r}_{F/D} \\ & \times (\vec{R}_F + \{-(m_{ALT}g/2)j\}) + \vec{r}_{ES3/D} \times \{-(m_{ES3}g)j\} \\ & + \vec{r}_{L/D} \times (2\vec{R}_L + \{-(m_{ALS}g)j\}) + \vec{r}_{H/D} \\ & \times (2\vec{R}_H + \{-(m_{BAT}g)j\}) + \vec{r}_{I/D} \times 2(\vec{R}_I + \vec{R}_I') = 0 \end{aligned} \quad (G.9)$$

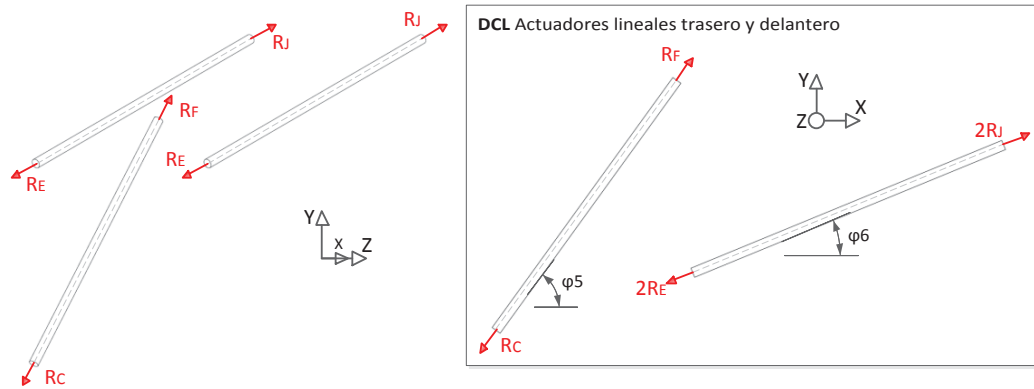
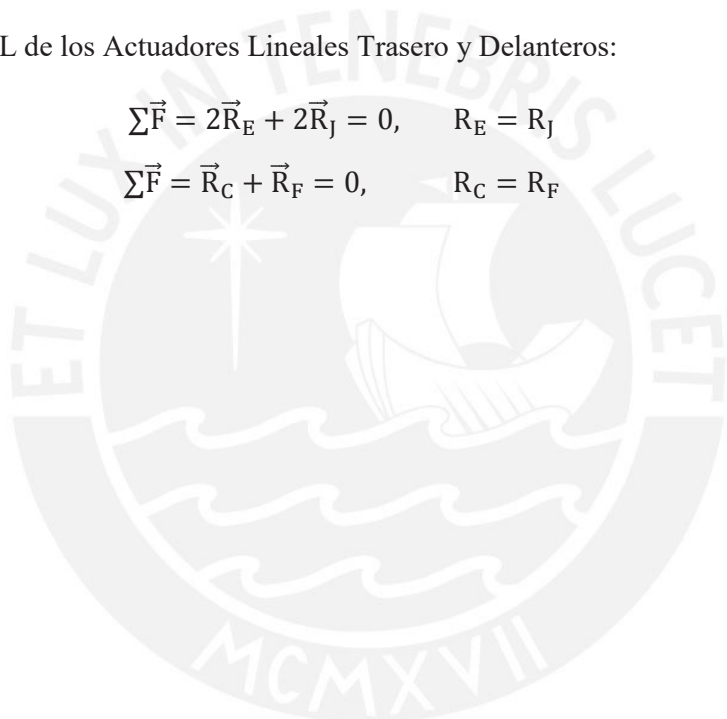


Figura G.6: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (izq.) y en el plano XY(der.) del grupo de actuadores lineales delanteros y el trasero

Del DCL de los Actuadores Lineales Trasero y Delanteros:

$$\sum \vec{F} = 2\vec{R}_E + 2\vec{R}_J = 0, \quad R_E = R_J \quad (G.10)$$

$$\sum \vec{F} = \vec{R}_C + \vec{R}_F = 0, \quad R_C = R_F \quad (G.11)$$



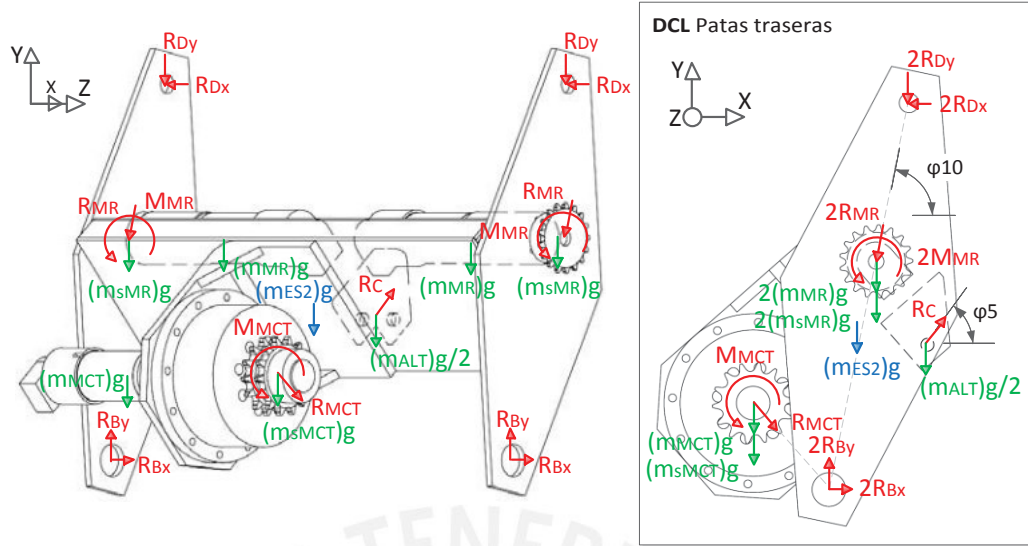


Figura G.7: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (izq.) y en el plano XY(der.) del grupo Patas Traseras

Del DCL de las Patas Traseras:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{Bx} - R_{Dx} - R_{MR} \cos \varphi_{10}) + R_C \cos \varphi_5 - R_{MCT} \cos(\varphi_{10} + 53^\circ) = 0 \quad (G.12)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{By} - R_{Dy} - R_{MR} \sin \varphi_{10} - m_{MR}g - m_{sMR}g) + R_C \sin \varphi_5 - R_{MCT} \sin(\varphi_{10} + 53) - m_{ES2}g - m_{MCT}g - m_{sMCT}g - m_{ALT}g/2 = 0 \quad (G.13)$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_B = & \vec{r}_{ES2/B} \times \{-(m_{ES2}g)\mathbf{j}\} + \vec{r}_{MCT/B} \times \{-(m_{MCT}g + m_{sMCT}g)\mathbf{j}\} \\ & + \vec{r}_{C/B} \times (\vec{R}_C + \{-(m_{ALT}g/2)\mathbf{j}\}) + \vec{r}_{MR/B} \\ & \times \{-(2m_{MR}g + 2m_{sMR}g)\mathbf{j}\} + \vec{r}_{D/B} \times 2\vec{R}_D + 2\vec{M}_{MR} \\ & + \vec{M}_{MCT} = 0 \end{aligned} \quad (G.14)$$

Adicionalmente, puede formularse que:

$$M_{MCT} = r_{sMCT}R_{MCT} \quad (G.15)$$

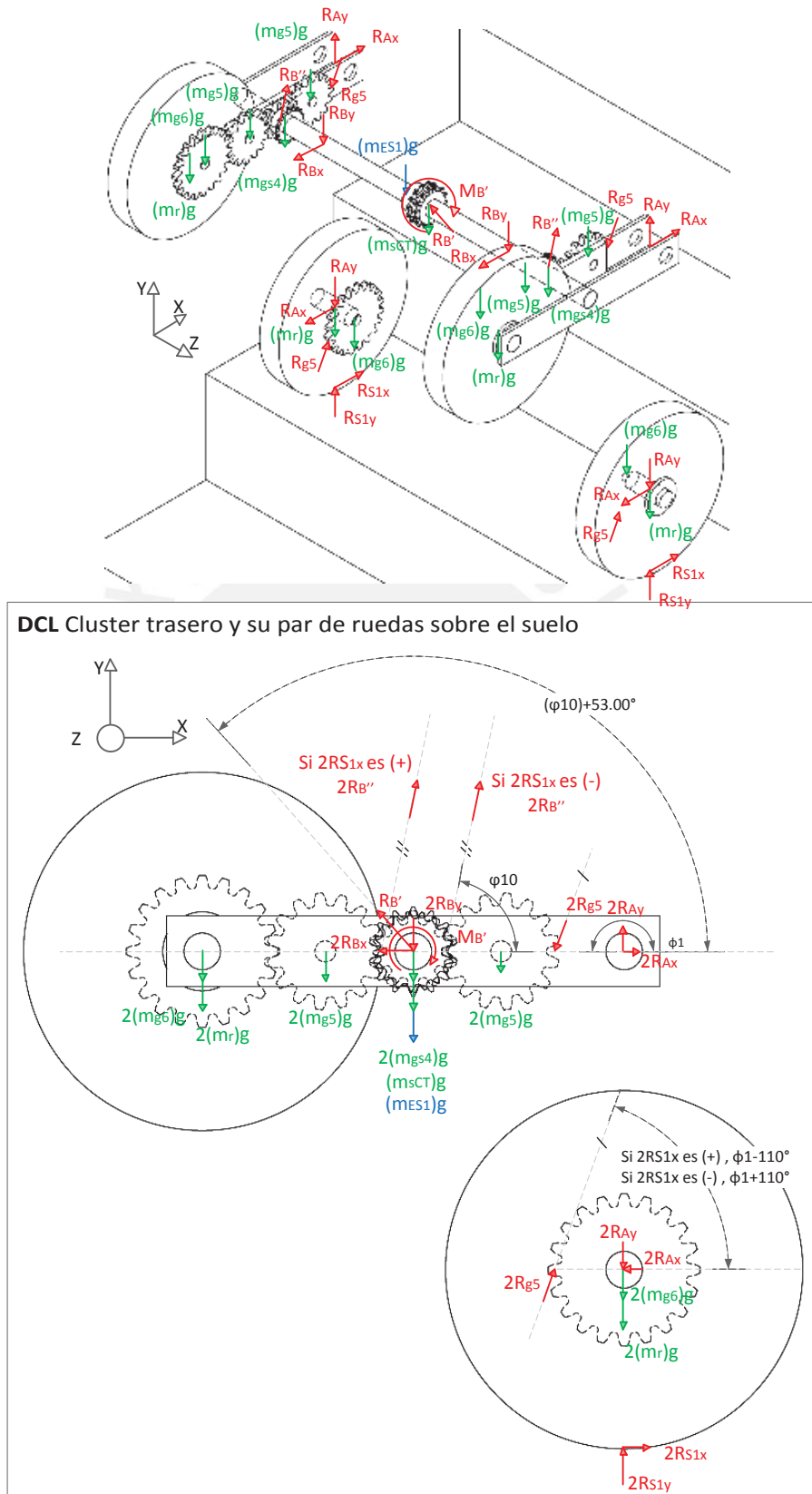


Figura G.8: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (sup.) y en el plano XY (inf.) del grupo Cluster Trasero y rueda sobre el suelo

Del DCL del par de ruedas traseras sobre el suelo:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{S1x} - R_{Ax} + R_{g5} \cos(\Phi_1 - 110^\circ)) = 0 \quad (G.16)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{S1y} - R_{Ay} + R_{g5} \sin(\Phi - 110^\circ) - m_r g - m_{g6} g) = 0 \quad (G.17)$$

$$+\odot \sum M_A = \vec{r}_{S1/A} \times 2\vec{R}_{S1} + \{-(2r_{g6} R_{g5} \cos(20^\circ))\mathbf{k}\} = 0 \quad (G.18)$$

Del DCL del Cluster Trasero:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{Ax} - R_{g5} \cos(\Phi - 110^\circ) - R_{Bx} + R_B'' \cos(\varphi_{10})) + R_B' \cos(\varphi_{10} + 53^\circ) = 0 \quad (G.19)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{Ay} - R_{g5} \sin(\Phi - 110^\circ) - R_{By} - m_{gs4} g - m_r g - m_{g6} g - 2m_{g5} g + R_B'' \sin(\varphi_{10})) + R_B' \sin(\varphi_{10} + 53^\circ) \quad (G.20)$$

$$- m_{ES1} g - m_{SCT} g = 0$$

$$\sum \vec{M}_A = \vec{r}_{A/B} \times 2\vec{R}_A + \vec{r}_{g5/B} \times 2\vec{R}_{g5} + \vec{r}_{A'/B} \times \{-(2m_r g + 2m_{g6} g)\mathbf{j}\} + \{-(2R_B'' r_{g4})\mathbf{k}\} + \vec{M}_B' = 0 \quad (G.21)$$

Adicionalmente, del mismo se tiene que:

$$2R_{g5} = 2R_B'' \quad (G.22)$$

$$M_B' = r_{sB} R_B' \quad (G.23)$$

Debido a la transmisión entre el cluster y las patas traseras, ocurre que:

$$R_B' = R_{MCT} \quad (G.24)$$

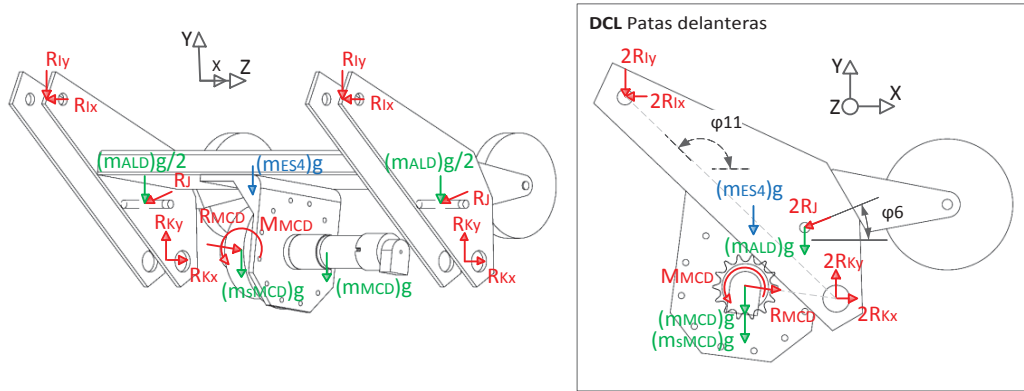


Figura G.9: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (izq.) y en el plano XY(der.) del grupo Patas Delanteras

Del DCL de las Patas Delanteras:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{Kx} + R_j \cos \varphi_6 - R_{Ix}) - R_{MCD} \cos(\varphi_6 + 36.31) = 0 \quad (G.25)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{Ky} + R_j \sin \varphi_6 - R_{Iy}) - R_{MCD} \sin(\varphi_6 + 36.31) \quad (G.26)$$

$$- m_{ES4}g - m_{MCD}g - m_{sMCD}g - m_{ALD}g = 0$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_K &= \vec{r}_{ES4/K} \times \{-(m_{ES4}g)\mathbf{j}\} + \vec{r}_{j/K} \times (2\vec{R}_j + \{-(m_{ALD}g)\mathbf{j}\}) \\ &+ \vec{r}_{MCD/K} \times \{-(m_{MCD}g + m_{sMCD}g)\mathbf{j}\} + \vec{r}_{I/K} \times 2\vec{R}_I \\ &+ \vec{M}_{MCD} = 0 \end{aligned} \quad (G.27)$$

Adicionalmente, puede formularse que:

$$M_{MCD} = r_{sMCD}R_{MCD} \quad (G.28)$$

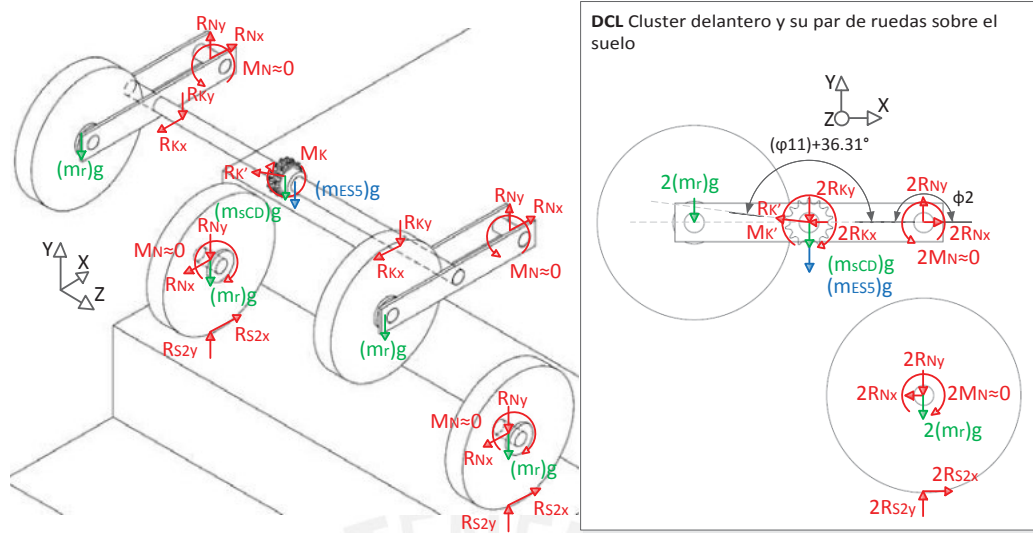


Figura G.10: Diagrama de cuerpo libre en el espacio XYZ (izq.) y en el plano XY(der.) del grupo Cluster Delantero y rueda sobre el suelo

Del DCL del par de ruedas delanteras sobre el suelo:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{Nx} - R_{S2x}) = 0 \quad (G.29)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{S2y} - R_{Ny} - m_r g) = 0 \quad (G.30)$$

$$+\circlearrowleft \sum \vec{M}_N = \vec{r}_{S2/N} \times 2\vec{R}_{S2} + 2\vec{M}_N = 0 \quad (G.31)$$

Del DCL del Cluster Delantero:

$$+\rightarrow \sum F_x = 2(R_{Nx} - R_{Kx}) + R_K' \cos(\varphi_{11} + 36.31^\circ) = 0 \quad (G.32)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 2(R_{Ny} - R_{Ky} - m_r g) + R_K' \sin(\varphi_{11} + 36.31^\circ) - m_{ES5} g - m_{sCD} g = 0 \quad (G.33)$$

$$\sum \vec{M}_K = \vec{r}_{N/K} \times 2\vec{R}_K + \vec{r}_{N'/K} \times \{-(2m_r g)\mathbf{j}\} + \vec{M}_K' + 2\vec{M}_N = 0 \quad (G.34)$$

Adicionalmente, del mismo se tiene que:

$$M_K' = r_{sK} R_K' \quad (G.35)$$

Debido a la transmisión entre el cluster y las patas delanteras, ocurre que:

$$R_K' = R_{MCD} \quad (G.36)$$



Los valores de  $R_{S1x}$  y  $R_{S2x}$  son 0 a razón del propio estudio estático; luego, las demás variables se obtienen por medio de las fórmulas G.1 a G.36, y sus valores se hallan en las figuras G.12 y G.13. Entonces, los valores de  $R_{g5}$ ,  $R_{Ax}$  y  $R_B''$  de la figura G.8;  $R_{MR}$  y  $M_{MR}$ , de la figura G.7; y  $M_N$ , de la figura G.10; también resultarán 0 por lo antes mencionado.

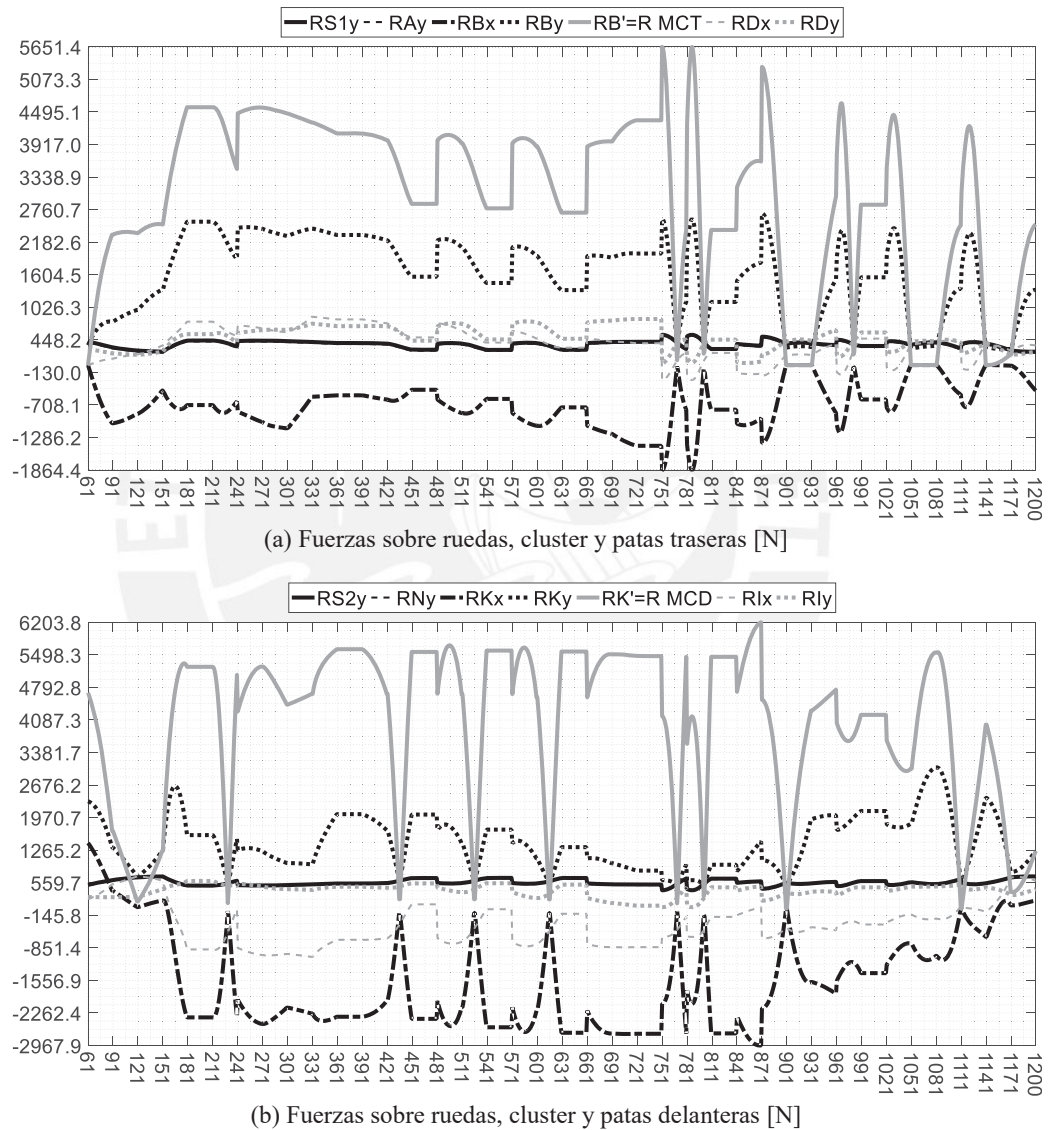
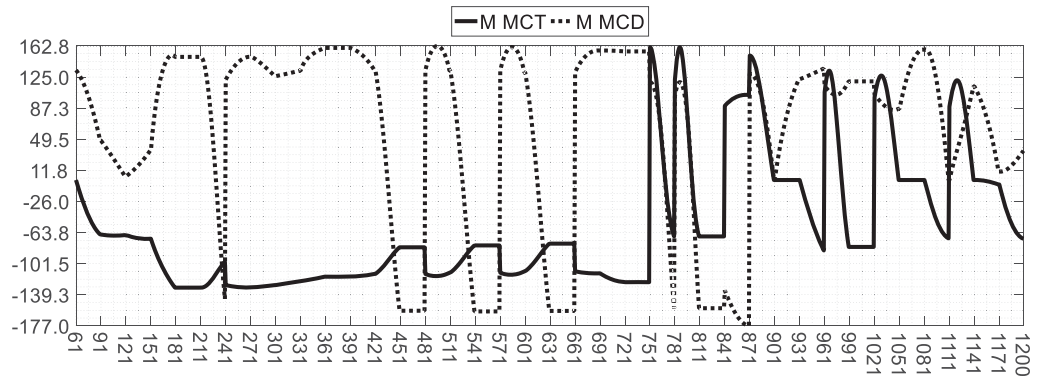
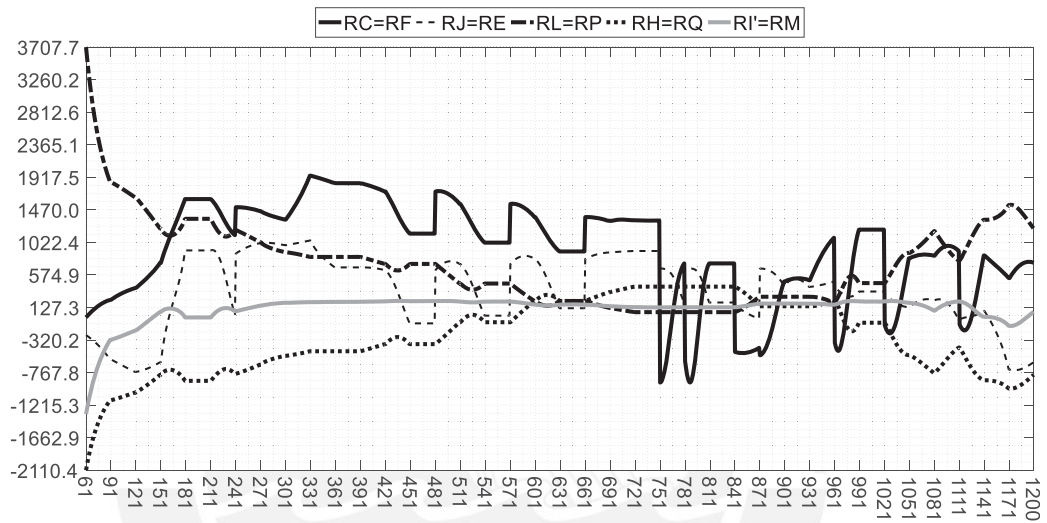


Figura G.11: (Parte 1 de 2) Fuerzas vs Cuadros. Las 42 transiciones desde E2 hasta J14, para 5 escalones uniformes con paso y contrapaso de 250 y 180 mm, suman 1140 cuadros.



(c) Torques sobre motores de Clusters[Nm]



(d) Fuerzas sobre elementos tipo biela[N]. A compresión en positivo: RL=RP;  
a tracción en positivo: demás.

Figura G.12: (Parte 2 de 2) Fuerzas y Torques vs Cuadros. Las 42 transiciones desde E2 hasta J14, para 5 escalones uniformes con paso y contrapaso de 250 y 180 mm, suman 1140 cuadros.

### G.3. Resistencia de materiales

El sistema móvil posee 7 grupos estructurales de soporte característicos: ES1 a ES5, BAD y BAT. Estos se propusieron fabricados a base de 2 materiales con propiedades listadas en la tabla G.2.

Tabla G.2: Propiedades de materiales seleccionados

Propiedad †	Símb.	Aluminio 5083-H343	AISI 4340 Normalizado
Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	-	2660	7850
Módulo de elasticidad [GPa]	E	70.3	200
Módulo de corte [GPa]	G	26.4	78
Esfuerzo a la fluencia a tracción [MPa]	$\sigma_Y$	340	862
Esfuerzo a la fluencia al corte [MPa]	$\tau_Y$	187 x	474.1 x
Esfuerzo último a la tracción [MPa]	$\sigma_U$	405	1282
Esfuerzo último al corte [MPa]	$\tau_U$	210	833.3 x

† Datos extraídos desde <http://www.matweb.com>

x Aproximado según [http://www.roymech.co.uk/Useful\\_Tables/Matter/shear\\_tensile.htm](http://www.roymech.co.uk/Useful_Tables/Matter/shear_tensile.htm)

El análisis presentado en las subsecciones siguientes hace referencia a las ecuaciones G.37 a G.44 para obtener los factores de seguridad (FS) que el autor considera más resaltantes de los elementos que componen los grupos ES1 a ES5.

$$P_{\text{crít}} = \pi^2 \frac{E(I_{\text{mín}})}{(\alpha L_p)^2} \quad (\text{G.37})$$

$$M_f^{\text{máx}} = \sqrt{M_f^{XY^2} + M_f^{ZX^2}} \quad (\text{G.38})$$

$$\sigma_{n,f}^{\text{máx}} = \sigma_{n,f}^{XY} + \sigma_{n,f}^{ZX} \quad (\text{G.39})$$

$$\sigma_{n,f} = \frac{M_f(c)}{I} \quad (\text{G.40})$$

$$\tau_{c,z} = \frac{F_c}{A} \quad (\text{G.41})$$

$$\tau_{c,t} = \frac{M_t(r)}{J} \quad (\text{G.42})$$

$$\tau_{c,t}^{\text{flux}} = \frac{M_t}{2e_s A_s} \quad (\text{G.43})$$

$$\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{\sigma_{n,f}^2 + 3\tau_{c,t}^2} \quad (\text{G.44})$$

$P_{\text{crít}}$  representa la carga crítica de pandeo según el teorema de Euler;  $I_{\text{mín}}$ , el momento de inercia mínimo de la sección;  $\alpha$ , el coeficiente de pandeo;  $A$ , el área de la sección analizada;  $L_p$ , la longitud efectiva de la pieza;  $M_f^{\text{máx}}$ , el momento flector máximo resultante de los momentos flectores máximos  $M_f^{XY}$  y  $M_f^{ZX}$ ;  $\sigma_{n,f}^{\text{máx}}$ , el esfuerzo máximo de compresión debido a la combinación de esfuerzos  $\sigma_{n,f}^{XY}$  y  $\sigma_{n,f}^{ZX}$ ;

$\sigma_{n,f}$ , el esfuerzo normal a la flexión debido al momento flector  $M_f$ ; (c), la distancia máxima a la superficie neutra; I, el momento de inercia de la sección transversal con respecto al eje centroidal perpendicular al plano del momento flector  $M_f$ ;  $\tau_{c,z}$ , el esfuerzo cortante debido a la fuerza de cizalla  $F_C$ ;  $\tau_{c,t}$ , el esfuerzo cortante debido al momento torsor  $M_t$ ; J, el momento polar de inercia; (r), el radio de la sección circular;  $\tau_{c,t}^{flux}$ , el esfuerzo cortante a la torsión aproximado por flujo de corte;  $e_s$ , el espesor de pared delgada de la sección no circular;  $A_s$ , el área bordeada por la línea central de la sección transversal de la pared; y  $\sigma_{eq}$ , el esfuerzo equivalente según el método de Von Mises en el análisis por fatiga de un árbol de material no dúctil aproximando los esfuerzos  $\sigma_{n,f}$  y  $\tau_{c,t}$  a los valores medios sin alternancia.

### G.3.1. Estructura Soporte 1: Cluster Trasero

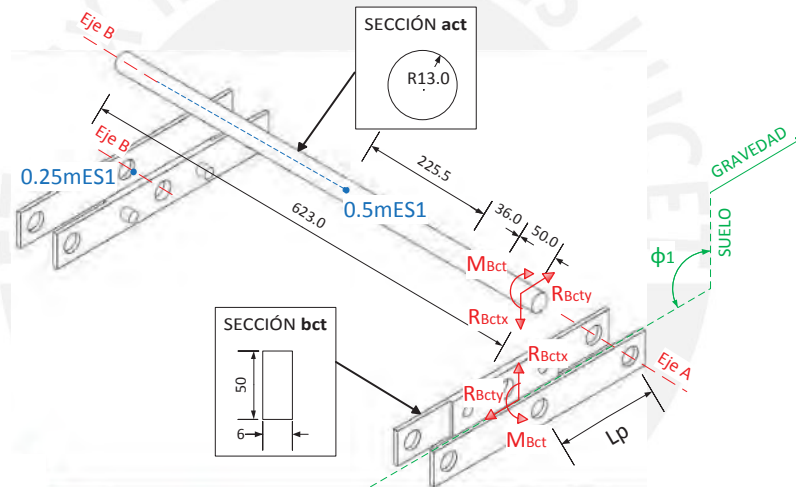


Figura G.13- Reacciones internas de la estructura soporte 1 “Cluster Trasero” descompuestas hacia los ejes SUELO(x) y GRAVEDAD(y); y consideraciones auxiliares en la obtención de los diagramas de fuerza y momento. Las cotas sobre el árbol cluster trasero (act) indican longitudes medias de separación entre estas reacciones y las no mostradas:  $R_B''$ ,  $m_{g5g}$ ,  $R_B$ ,  $R_B'$ ,  $M_B'$ ,  $m_{sCTg}$  y  $0.5m_{ES1g}$ .

Tabla G.3: Resumen de solicitaciones máximas evaluadas

Elemento	Ítem	Transición	Cuadro	$\Phi_1$	Reacc. internas			Solicitación máx.				
					$R_{Bctx}$ [N]	$R_{Bcty}$ [N]	$M_{Bct}$ [Nm]	$M_f$ [Nm]		$M_t$ [Nm]	$F_{axial}$ [N]	Figura
							XY	ZX				
Barra Cluster Trasero	1	I1 a I2	751	180°	0	485.52	-80.64	77.76	-	-	sin exponer	G.14(a)
	2	E2 a E3	61	90°	0	367.68	0	-	-	-	401.57	G.14(b)
Árbol Cluster Trasero	3	I1 a I2	751	180°	0	485.52	-80.64	434.52	420.41	80.64	-	G.15

Tabla G.4: FS de la resistencia a la flexión

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bct			I [mm <sup>4</sup> ]	$\sigma_{n,f}$ (Ecuación G.40) [MPa]	FS = $\sigma_y / \sigma_{n,f}$
				base[mm]	altura[mm]	c[mm]			
1	Barra Cluster Trasero	Aluminio 5083-H343	751	50	6	25	62500	31.10	10.93

Tabla G.5: FS de resistencia al pandeo

Ítem	Elem.	Mat.	Cuadro	SECCIÓN bct		Lp[mm]	A[mm <sup>2</sup> ]	Imín[mm <sup>4</sup> ]	α	P <sub>crit</sub> (Ecuación G.37) [N]	FS = P <sub>crit</sub> /F <sub>axial</sub>
				base[mm]	altura[mm]						
2	Barra Cluster Trasero	Aluminio 5083-H343	61	50	6	150	300	900	2	6938.33	17.28

Tabla G.6: FS del árbol al esfuerzo equivalente

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN act	I [mm <sup>4</sup> ]	J [mm <sup>4</sup> ]	M <sub>f</sub> <sup>máx</sup> (Ecuación G.38) [Nm]	c ← radio, M <sub>f</sub> ← M <sub>f</sub> <sup>máx</sup> & σ <sub>n,f</sub> (Ecuación G.40) [MPa]	τ <sub>c,t</sub> (Ecuación G.42) [MPa]	σ <sub>eq</sub> (Ecuación G.44) [MPa]	FS = σ <sub>y</sub> /σ <sub>eq</sub>
				radio[mm]							
3	Arbol Cluster Trasero	AISI 4340 Normalizado	751	13	22431.76	44863.51	604.61	350.39	23.39	352.72	2.44

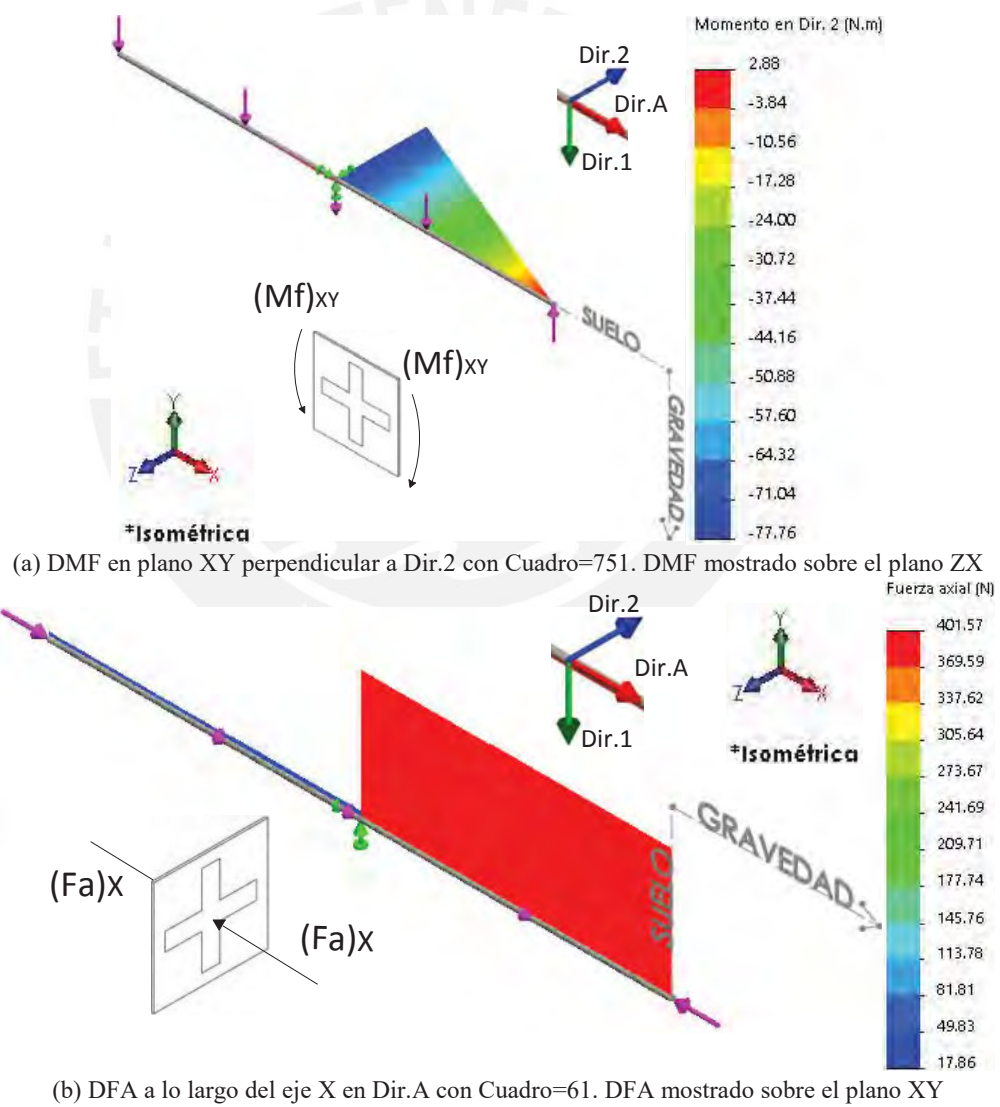
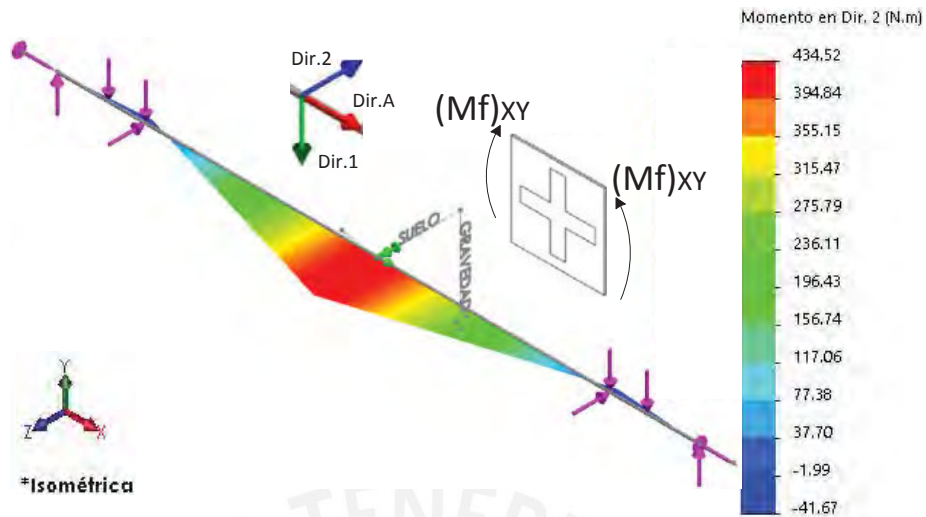
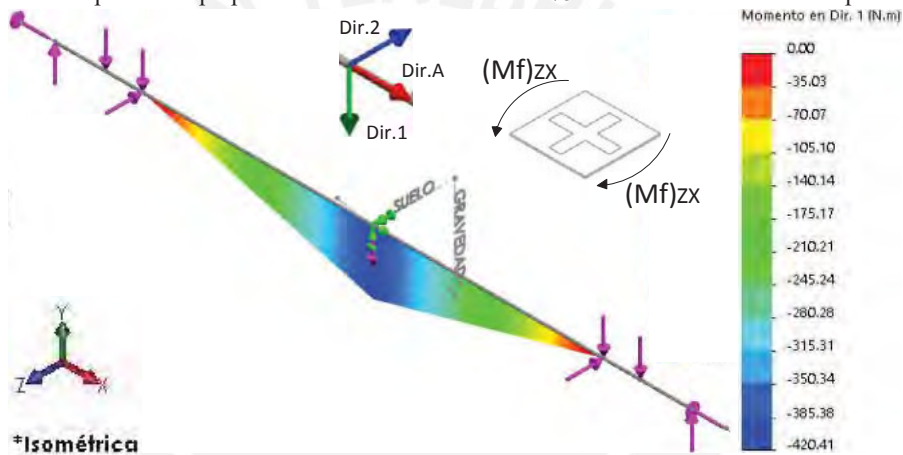


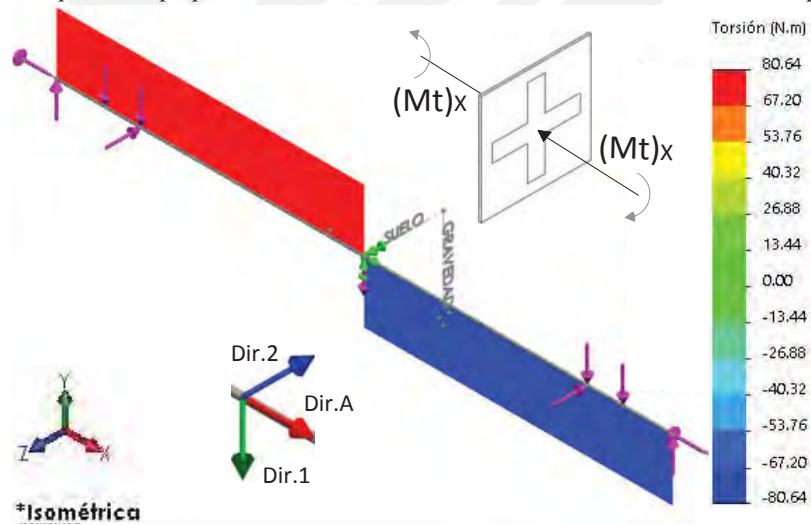
Figura G.14- Diagramas de momento flector (DMF) y de fuerza axial (DFA) según convención de signos mostrada del elemento “Barra Cluster Trasero” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.



(a) DMF en plano XY perpendicular a Dir.2 con Cuadro=751. DMF mostrado sobre el plano ZX



(b) DMF en plano ZX perpendicular a Dir.1 con Cuadro=751. DMF mostrado sobre el plano XY



(c) DMT a lo largo del eje X en Dir.A con Cuadro=751. DMT mostrado sobre el plano XY

Figura G.15- Diagramas de momento flector (DMF) y de momento torsor (DMT) según convención de signos mostrada del elemento “Árbol Cluster Trasero” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.



### G.3.2. Estructura Soporte 2: Patas traseras

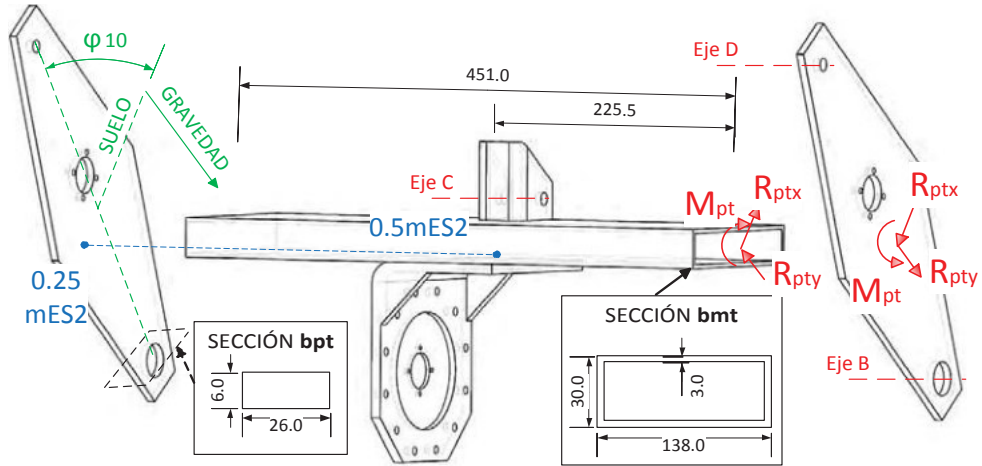


Figura G.16- Reacciones internas de la estructura soporte 2 “Patas traseras” descompuestas hacia los ejes SUELO(x) y GRAVEDAD(y); y consideraciones auxiliares en la obtención de los diagramas de fuerza y momento. Las cotas sobre la barra motor trasero (bmt) indican longitudes medias de separación entre estas reacciones y las no mostradas consideradas sobre un solo plano:  $R_C$ ,  $0.5m_{ALTg}$ ,  $m_{SMCTg}$ ,  $m_{MCTg}$ ,  $R_{MCT}$ ,  $M_{MCT}$ , y  $0.5m_{ES2g}$ .

Tabla G.7: Resumen de solicitaciones máximas mostradas

Elemento	Ítem	Transición	Cuadro	$\phi_{10}$	Reacc. internas			Solicitación máx.				
					$R_{ptx}$ [N]	$R_{pty}$ [N]	$M_{Bpt}$ [Nm]	$M_f$ [Nm]		$M_t$ [Nm]	$F_C$ [N]	Figura
								XY	ZX			
Barra Motor Trasero	4	I1 a I2	751	78.28	-1600.2	2535.6	335.42	106	667.15	335.99	sin exponer	G.17
Barra Pata Trasera	5	I1 a I2	751	78.28	-1600.2	2535.6	335.42	sin exponer	-	-	2352.43	G.18

Tabla G.8: FS de la resistencia a la flexión

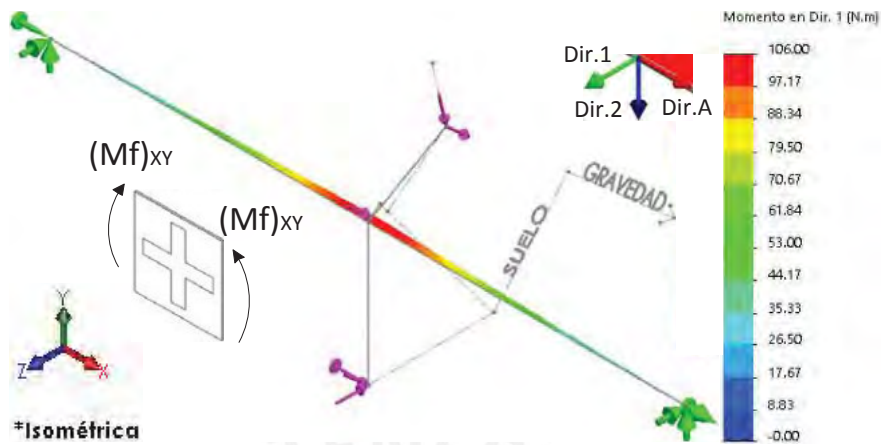
Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bmt			$I_z$ [mm <sup>4</sup> ]	$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	$(c)_y \leftarrow L_z$ & $(\sigma_{n,f})_y$ (Ecuación G.40) [MPa]	$(c)_z \leftarrow L_y$ & $(\sigma_{n,f})_z$ (Ecuación G.40) [MPa]	$\sigma_{n,f}^{máx}$ (Ecuación G.39) [MPa]	FS = $\sigma_y / \sigma_{n,f}^{máx}$
				$L_y$ [mm]	$L_z$ [mm]	$e$ [mm]						
4	Barra Motor Trasero	Aluminio 5083-H343	751	30	138	3	158436	1970244	23.36	10.04	33.40	10.18

Tabla G.9: FS de resistencia a la torsión según flujo de corte

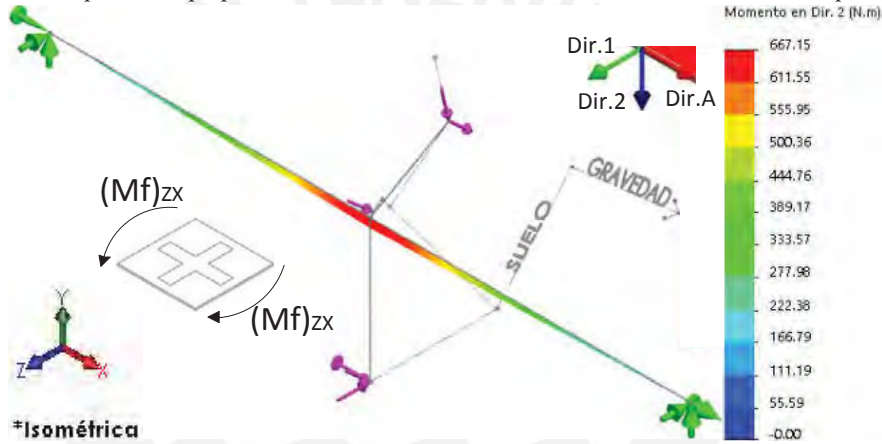
Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bmt			$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	$e_s \leftarrow e$ & $\tau_{ct}^{flux}$ (Ecuación G.43) [MPa]	FS = $\tau_y / \tau_{ct}^{flux}$
				$L_y$ [mm]	$L_z$ [mm]	$e$ [mm]			
4	Barra Motor Trasero	Aluminio 5083-H343	751	30	138	3	3645	15.36	12.17

Tabla G.10: FS de resistencia a la cizalladura

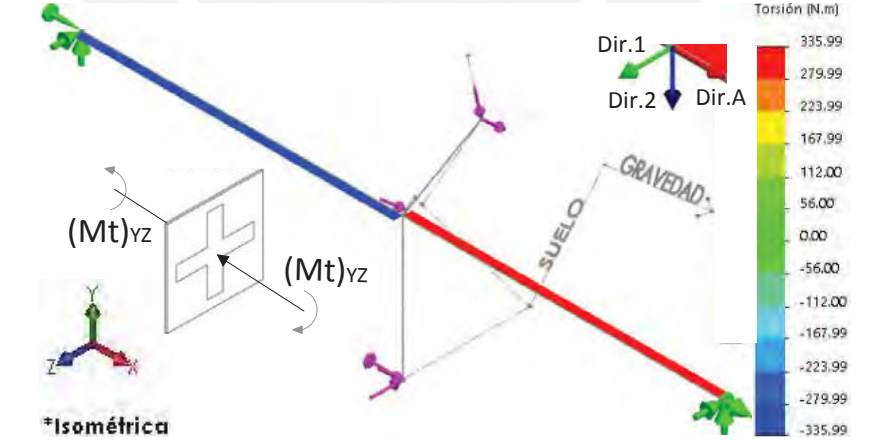
Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bpt		$A$ [mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{c,z}$ (Ecuación G.41) [N]	FS = $\tau_y / \tau_{c,z}$
				base [mm]	altura [mm]			
5	Barra Pata Trasera	Aluminio 5083-H343	751	26	6	156	15.08	12.40



(a) DMF en plano XY perpendicular a Dir.1 con Cuadro=751. DMF mostrado sobre el plano ZX



(b) DMF en plano ZX perpendicular a Dir.2 con Cuadro=751. DMF mostrado sobre el plano XY



(c) DMT a lo largo del eje X en Dir.A con Cuadro=751. DMT mostrado sobre el plano ZX

Figura G.17- Diagramas de momento flector (DMF) y de momento torsor (DMT) según convención de signos mostrada del elemento “Barra motor Trasero” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.



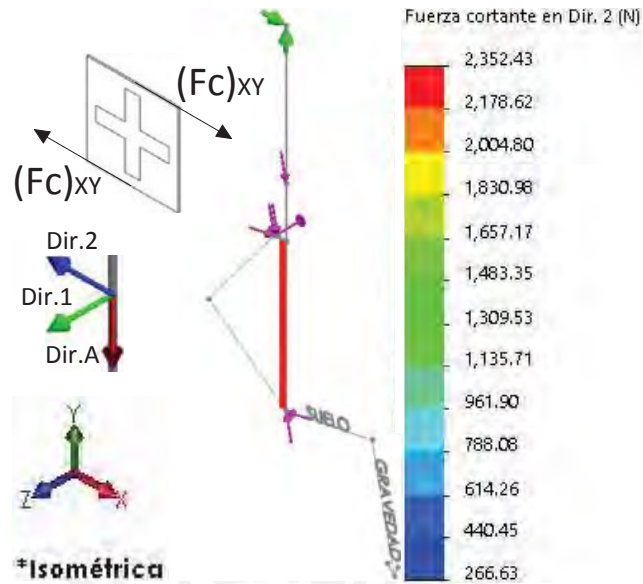


Figura G.18- Diagrama de fuerza cortante (DFC) en plano XY con Cuadro=751 según convención de signos mostrada del elemento “Barra Pata Trasera” obtenido mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014. DFC mostrado sobre el mismo plano XY

### G.3.3. Estructura soporte 3: Chasis

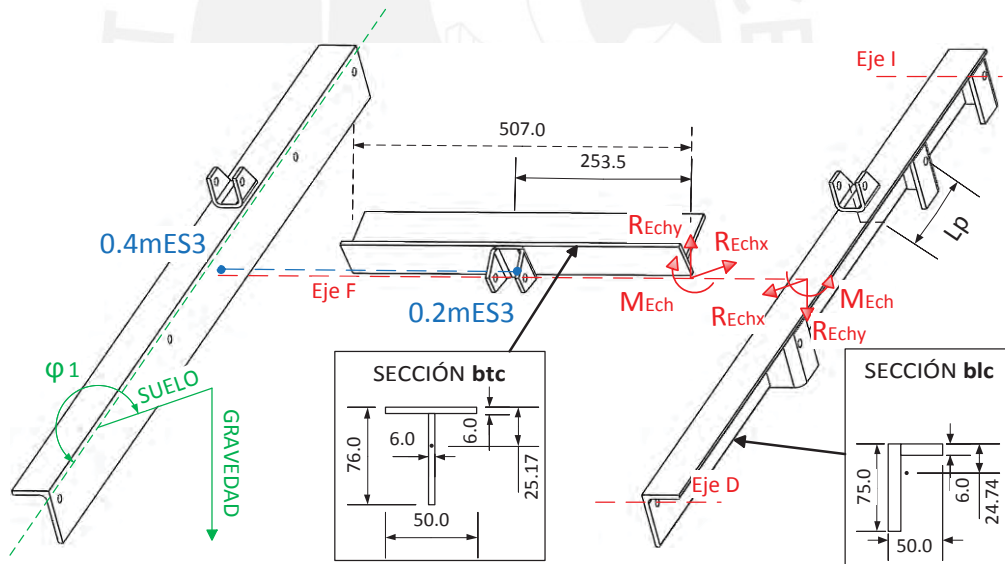


Figura G.19- Reacciones internas de la estructura soporte 3 “Chasis” descompuestas hacia los ejes SUELO(x) y GRAVEDAD(y); y consideraciones auxiliares en la obtención de los diagramas de fuerza y momento. Las cotas sobre la barra transversal chasis (btc) indican longitudes medias de separación entre estas reacciones y las no mostradas:  $R_E$  y  $0.5m_{ALTg}$ .

Tabla G.11: Resumen de solicitaciones máximas mostradas

Elemento	Ítem	Transición	Cuad.	$\phi_1$	Reacc. Internas*			Solicitación máx.				
					$R_{Echx}$	$R_{Echy}$	$M_{Ech}$	$M_f$ [Nm]		$M_t$ [Nm]	$F_{axial}$ [N]	Figura
					[N]	[N]	[Nm]	XY	ZX			
Barra Transversal Chasis	6	G3 a G4	331	193.92	856.36	474.37	0.08	239.64	64.50	sin exponer	-	G.20
Barra Longitudinal Chasis	7	G2 a G3	61	161.72	-4.98	19.76	0.08	364.23	-	-	3109.35	G.21

\*Análisis bajo la suposición de que las reacciones  $R_E$  y  $0.5m_{ALTg}$  recaen sobre el centroide de la SECCIÓN btc.

Tabla G.12: FS de la resistencia a la flexión

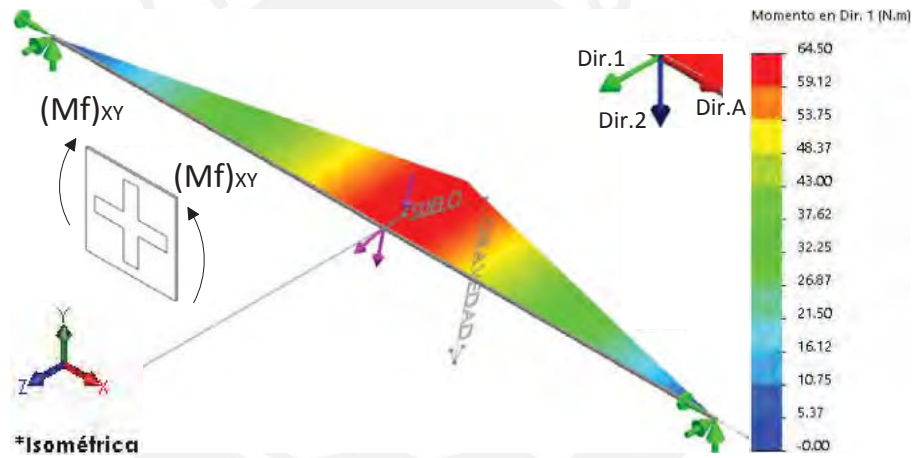
Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bte				I [mm <sup>4</sup> ]	$\sigma_{n.f}$ (Ecuación G.40) [MPa]	FS = $\frac{\sigma_Y}{\sigma_{n.f}}$
				base [mm]	alto [mm]	e [mm]	c [mm]			
6	Barra Transversal Chasis	Aluminio 5083-H343	331	50	76	6	25.17	425100	14.96	23.14

Tabla G.13: FS de la resistencia a la flexión

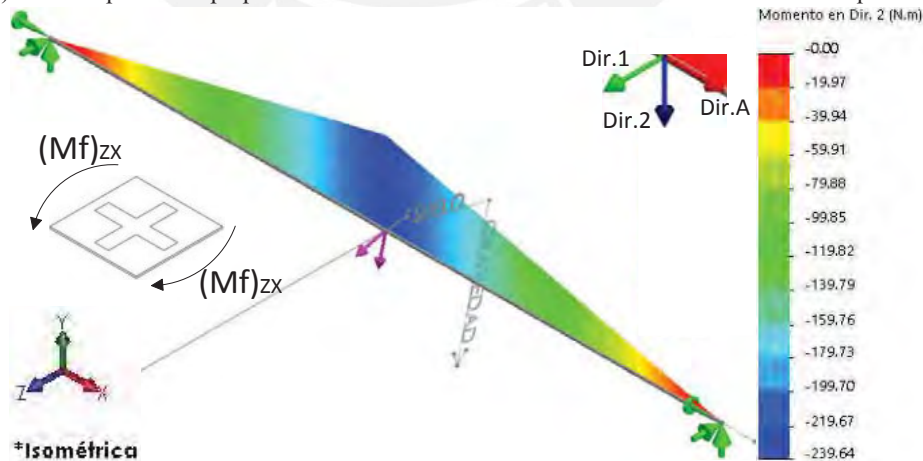
Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bte				I [mm <sup>4</sup> ]	$\sigma_{n.f}$ (Ecuación G.40) [MPa]	FS = $\frac{\sigma_Y}{\sigma_{n.f}}$
				base [mm]	alto L[mm]	e[mm]	c [mm]			
7	Barra Longitudinal Chasis	Aluminio 5083-H343	61	50	75	6	24.74	425100	44.67	7.61

Tabla G.14: FS de resistencia al pandeo

Ítem	Elemento	Material	Cua.	SECCIÓN bte			Lp[mm]	A[mm <sup>2</sup> ]	Imín[mm <sup>4</sup> ]	$\alpha$	P <sub>crít</sub> (Ecuación G.37) [N]	FS = $\frac{P_{crít}}{F_{axial}}$
				base [mm]	altura[mm]	e [mm]						
7	Barra Longitudinal Chasis	Aluminio 5083-H343	61	50	75	6	140	714	84598.95	2	748693.39	240.79



(a) DMF en plano XY perpendicular a Dir.1 con Cuadro=331. DMF mostrado sobre el plano ZX



(b) DMF en plano ZX perpendicular a Dir.2 con Cuadro=331. DMF mostrado sobre el plano XY

Figura G.20- Diagramas de momento flector (DMF) según convención de signos mostrada del elemento “Barra Transversal Chasis” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.

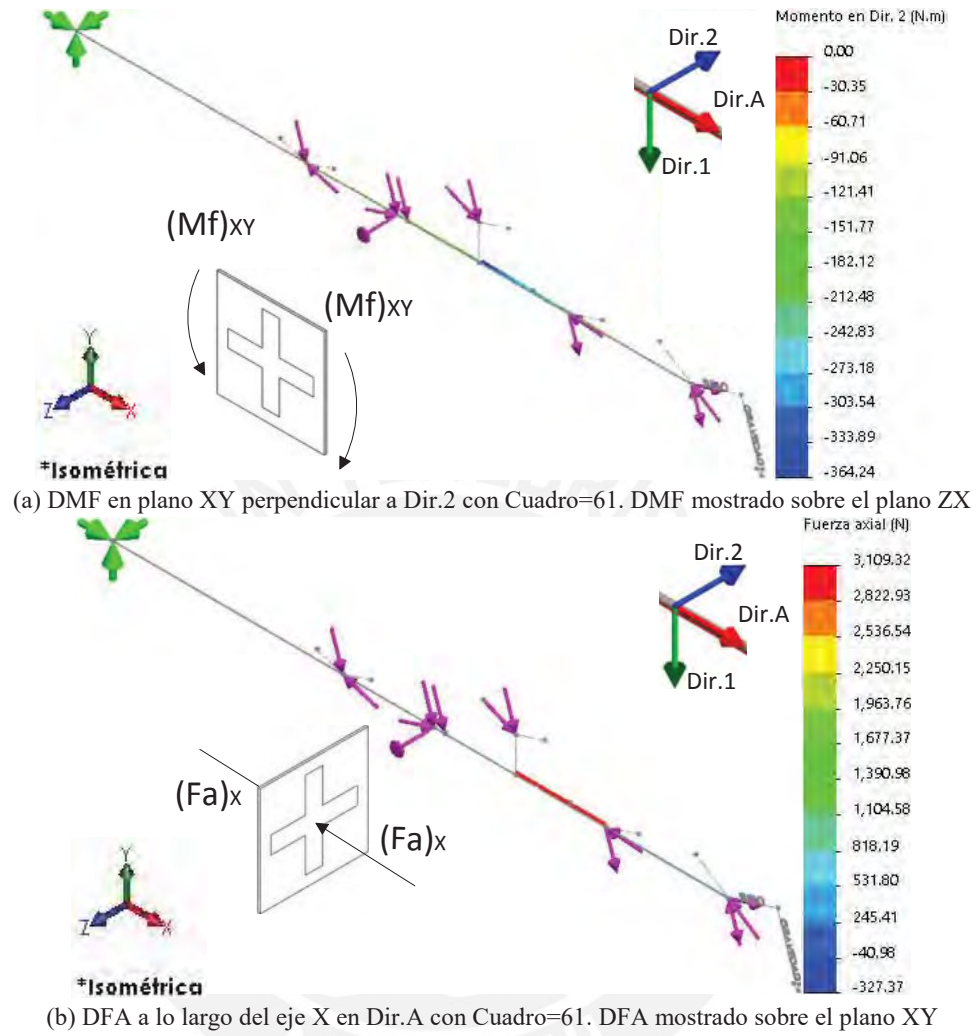


Figura G.21- Diagramas de momento flector (DMF) y de momento torsor (DMT) según convención de signos mostrada del elemento “Barra Longitudinal Chasis” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.

### G.3.4. Estructura soporte 4: Patas delanteras



Figura G.22- Reacciones internas de la estructura soporte 4 “Patas Delanteras” descompuestas hacia los ejes SUELO(x) y GRAVEDAD(y); y consideraciones auxiliares en la obtención de los diagramas de fuerza y momento. Las cotas sobre la barra motor delantero (bmd) indican longitudes medias de separación entre estas reacciones y las no mostradas consideradas sobre un solo plano:  $m_{sMCDg}$ ,  $m_{MCDg}$ ,  $R_{MCD}$ ,  $M_{MCD}$ , y  $0.5m_{ES4g}$ .

Tabla G.15: Resumen de solicitaciones máximas mostradas

Elemento	Ítem	Transición	Cuad.	$\Phi_{11}$	Reacc. Internas			Solicitación máx.					
					$R_{pdx}$ [N]	$R_{pdy}$ [N]	$M_{pd}$ [Nm]	$M_f$ [Nm]		$M_t$ [Nm]	$F_c$ [N]	$F_{axial}$ [N]	Figura
								XY	ZX	l			
Barra Motor Delantero	8	J2 a J3	870	126.6 2	2965. 0	941.3 5	-221.67	7.39	787.6 9	222.14	sin exponer	-	G.23
Barra Pata Delantera	9	J2 a J3	870	126.6 2	2965. 0	941.3 5	-221.67	198. 23	-	-	sin exponer	sin exponer	G.24

Tabla G.16: FS de resistencia a la flexión

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bmd			$I_z$ [mm <sup>4</sup> ]	$I_y$ [mm <sup>4</sup> ]	$(c)_y = L_z$ & $(\sigma_{n,f})_y$ (Ecuación G.40) [MPa]	$(c)_z = L_y$ & $(\sigma_{n,f})_z$ (Ecuación G.40) [MPa]	$\sigma_{n,f}^{máx}$ (Ecuación G.39) [MPa]	FS = $\sigma_Y / \sigma_{n,f}^{máx}$
				$L_y$ [mm]	$L_z$ [mm]	$e$ [mm]						
8	Barra Motor Delantero	Aluminio 5083-H343	870	30	138	3	158436	1970244	27.59	0.70	28.29	12.02

Tabla G.17: FS de resistencia a la torsión según flujo de corte

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bmd			$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]	$e_s \leftarrow e$ & $\tau_{ct}^{flux}$ (Ecuación G.43) [MPa]	FS = $\tau_Y / \tau_{ct}^{flux}$
				$L_y$ [mm]	$L_z$ [mm]	$e$ [mm]			
8	Barra Motor Delantero	Aluminio 5083-H343	870	30	138	3	3645	10.16	18.41

Tabla G.18: FS de resistencia a la flexión

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bpd			$I$ [mm <sup>4</sup> ]	$\sigma_{n,f}$ (Ecuación G.40) [MPa]	FS = $\sigma_Y / \sigma_{n,f}$
				base [mm]	altura [mm]	$c$ [mm]			
9	Barra Pata Delantera	Aluminio 5083-H343	870	80	6	40	256000	30.97	10.98

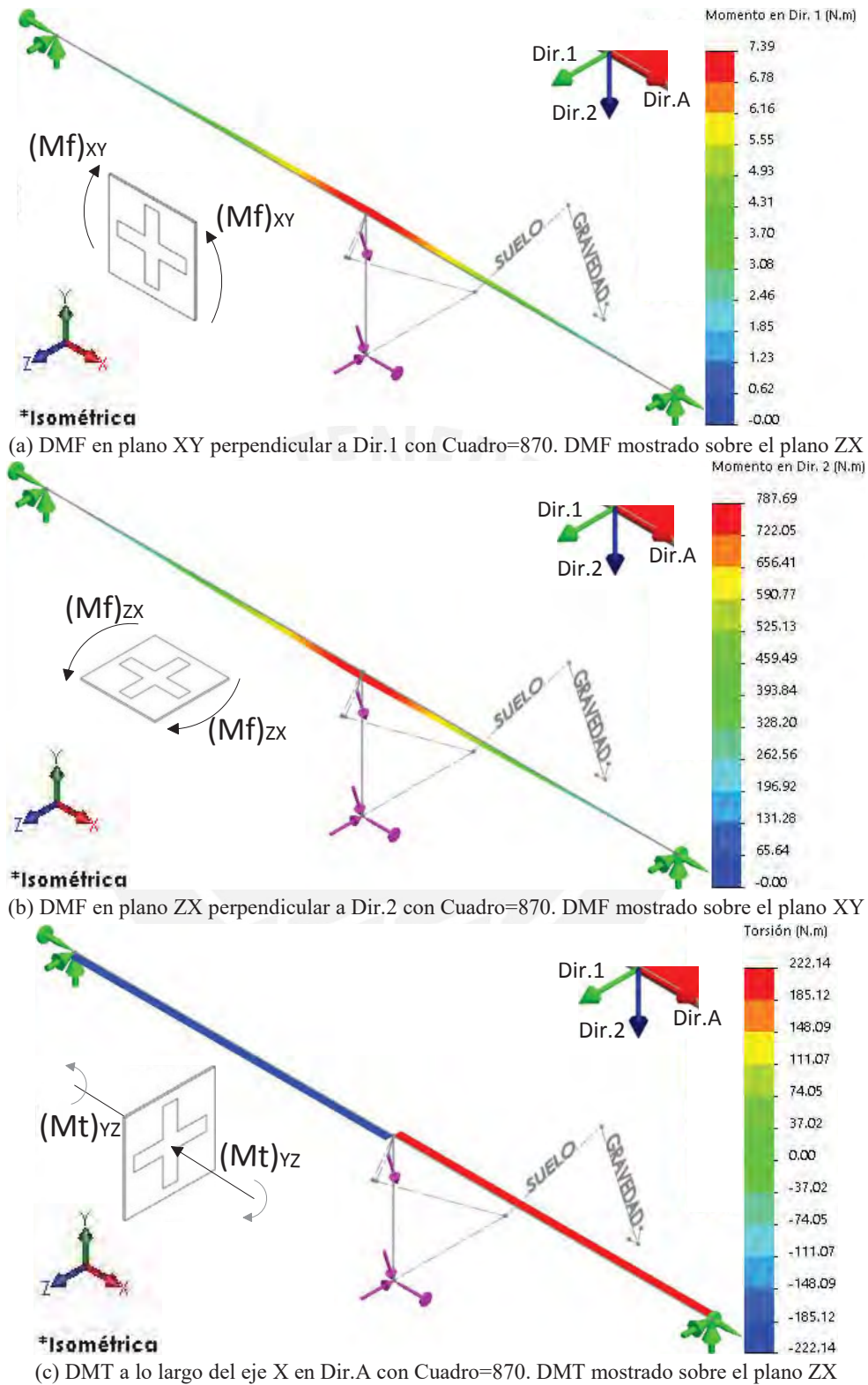


Figura G.23- Diagramas de momento flector (DMF) y de momento torsor (DMT) según convención de signos mostrada del elemento “Barra motor Delantero” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.



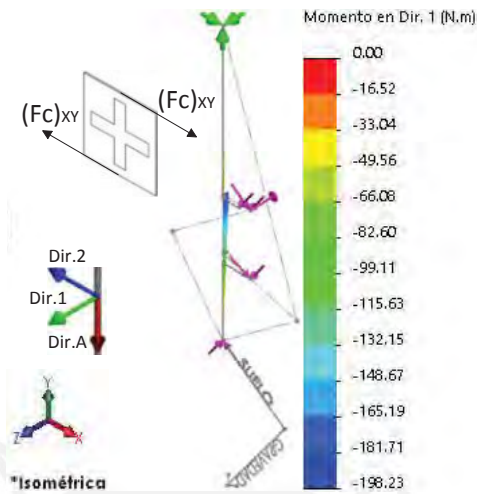


Figura G.24- Diagrama de momento flector (DMF) en plano XY con Cuadro=870 según convención de signos mostrada del elemento “Barra Pata Delantera” obtenido mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014. DMF mostrado sobre el plano ZX

### G.3.5. Estructura soporte 5: Cluster delantero

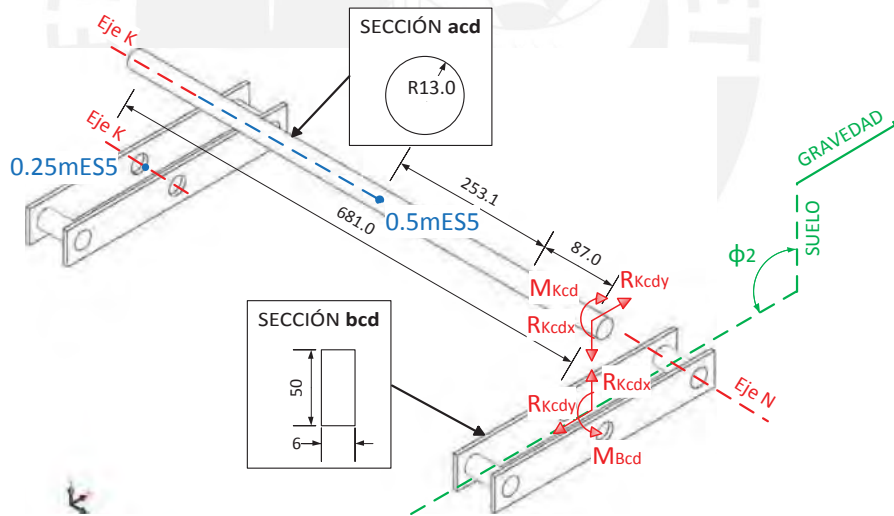


Figura G.25- Reacciones internas de la estructura soporte 5 “Cluster Delantero” descompuestas hacia los ejes SUELO(x) y GRAVEDAD(y); y consideraciones auxiliares en la obtención de los diagramas de fuerza y momento. Las cotas sobre el árbol cluster delantero (acd) indican longitudes medias de separación entre estas reacciones y las no mostradas:  $R_K$ ,  $M_K$ ,  $R_K'$ ,  $(m_{sCD})g$ , y  $0.5(m_{ES5})g$ .

Tabla G.19: Resumen de solicitaciones máximas mostradas

Elemento	Ítem	Transición	Cuadro	$\Phi_2$	Reacc. Internas			Solicitación máx.				
					$R_{Kctx}$ [N]	$R_{Kcty}$ [N]	$R_{Kct}$ [N]	$M_f$ [Nm]		$M_t$ [Nm]	$F_{axial}$ [N]	Figura
								XY	ZX			
Barra Cluster Trasero	10	J2 a J3	870	0	0	555.97	88.52	86.72	-	-	sin exponer	G.26(a)
	11	J13 a J14	1189	95.81	0	661.99	-10.57	sin exponer	-	-	680.61	G.26(b)
Arbol Cluster Trasero	12	J2 a J3	870	0	0	555.97	88.52	179.51	751.67	88.52	-	G.27

Tabla G.20: FS de la resistencia a la flexión

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bcd			I [mm <sup>4</sup> ]	$\sigma_{n,f}$ (Ecuación G.40) [MPa]	FS = $\sigma_y/\sigma_f$
				base[mm]	altura[mm]	c[mm]			
10	Barra Cluster Delantero	Aluminio 5083-H343	870	50	6	25	62500	34.69	9.80

Tabla G.21: Evaluación a pandeo

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN bcd			Lp[mm]	A[mm <sup>2</sup> ]	I <sub>min</sub> [mm <sup>4</sup> ]	$\alpha$	P <sub>crít</sub> (Ecuación G.37) [N]	FS = P <sub>crít</sub> /F <sub>axial</sub>
				base[mm]	altura[mm]	Lp[mm]						
11	Barra Cluster Delantero	Aluminio 5083-H343	1189	50	6	150	300	900	2	6938.33	10.19	

Tabla G.22: FS del árbol al esfuerzo equivalente

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	SECCIÓN acd	I [mm <sup>4</sup> ]	J [mm <sup>4</sup> ]	M <sub>f</sub> <sup>máx</sup> (Ecuación G.38) [Nm]	c = radio & $\sigma_{n,f}$ (Ecuación G.40) [MPa]	$\tau_{ct}$ (Ecuación G.41) [MPa]	$\sigma_{eq}$ (Ecuación G.44) [MPa]	FS = $\sigma_y/\sigma_{eq}$
				radio[mm]							
12	Árbol Cluster Delantero	AISI 4340 Normalizado	870	13	22431.76	44863.51	772.81	447.87	25.65	450.07	1.92

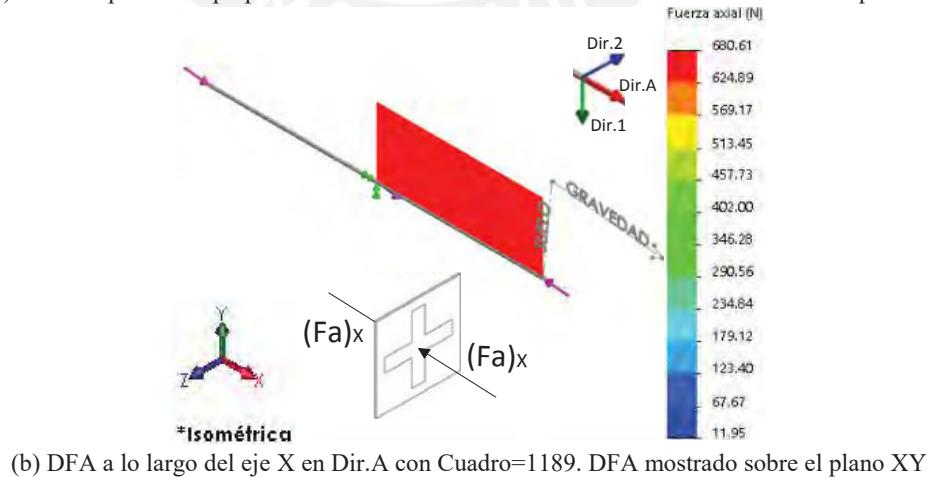
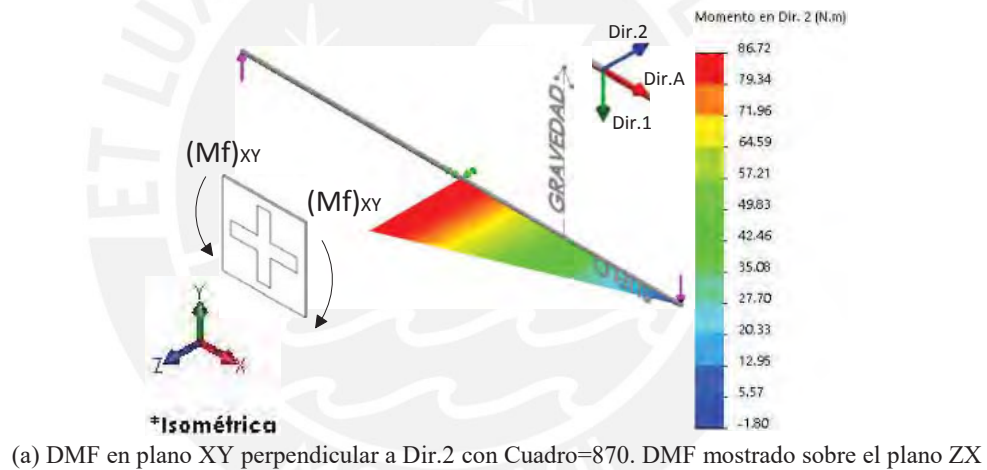


Figura G.26- Diagramas de momento flector (DMF) y de fuerza axial (DFA) según convención de signos mostrada del elemento “Barra Cluster Delantero” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.

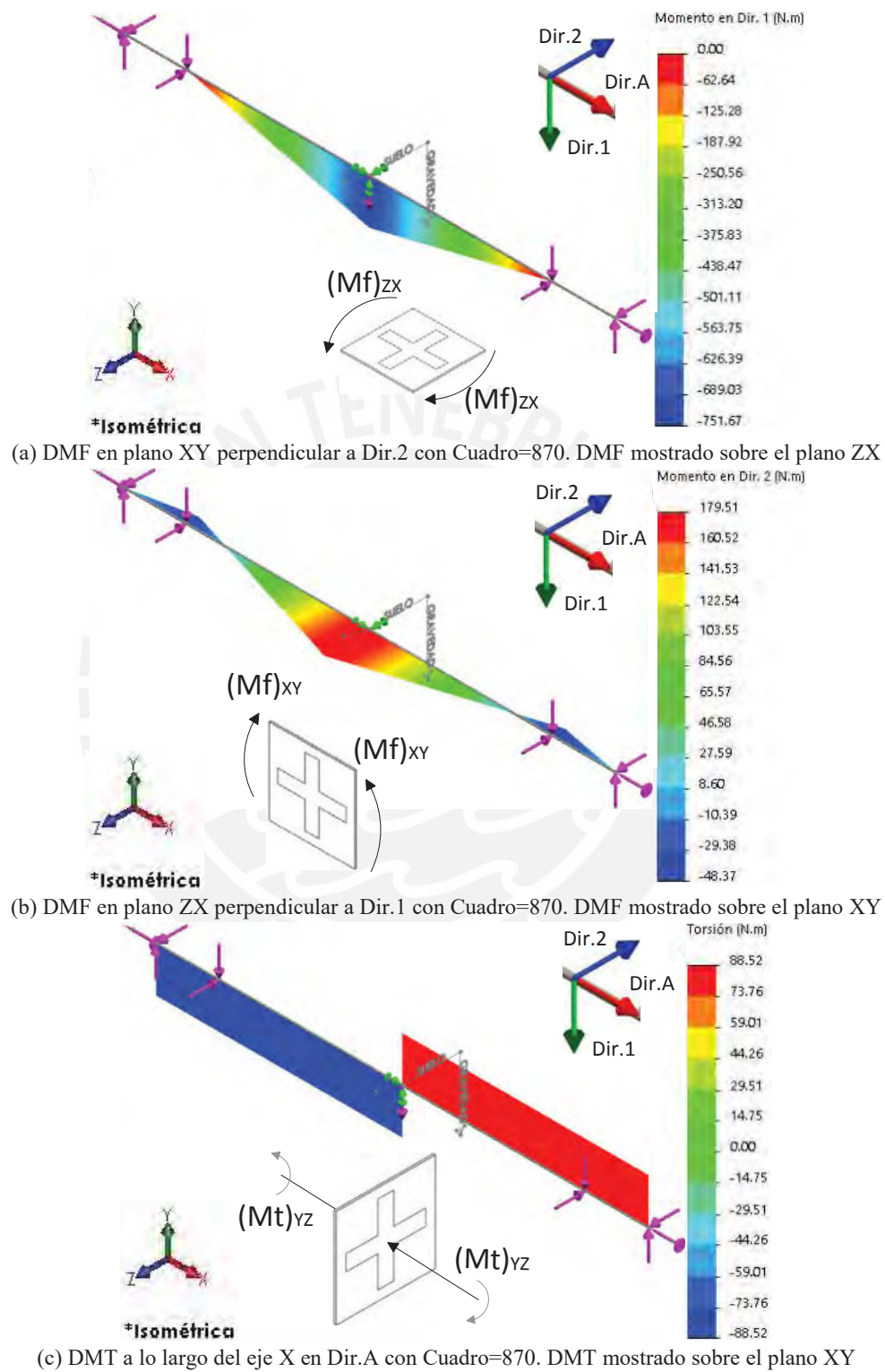


Figura G.27- Diagramas de momento flector (DMF) y de momento torsor (DMT) según convención de signos mostrada del elemento “Árbol Cluster Trasero” obtenidos mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.



### G.3.6. Estructuras soportes BAD y BAT: Barra bajo Asiento Delantera y Trasera

Un análisis por elementos finitos (FEA) se aplica sobre estos elementos tipo biela para la obtención del esfuerzo de Von Mises  $\sigma_{VM}$  mediante el estudio de simulación de Solidworks 2014.

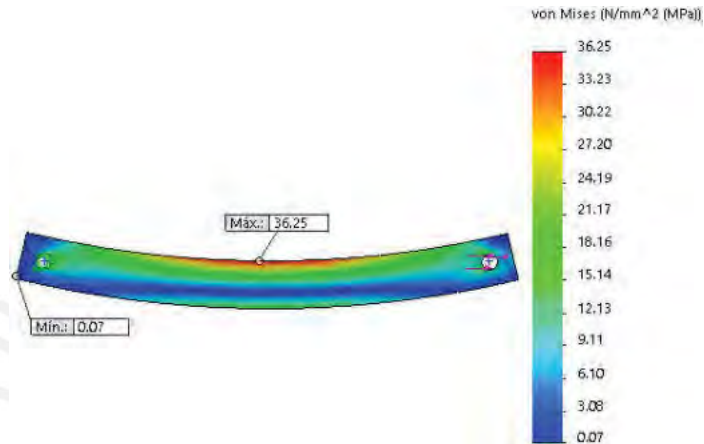


Figura G.28- FEA sobre el elemento biela “Barra bajo Asiento Delantera”

Tabla G.23: FS de resistencia al esfuerzo de Von Mises

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	$R'_1 = R_M$ [N]	$\sigma_{VM}$ [MPa]	$FS = \sigma_Y / \sigma_{VM}$
13	Barra bajo Asiento Delantera	Aluminio 5083-H343	61	1340 (tracción)	36.25	9.38

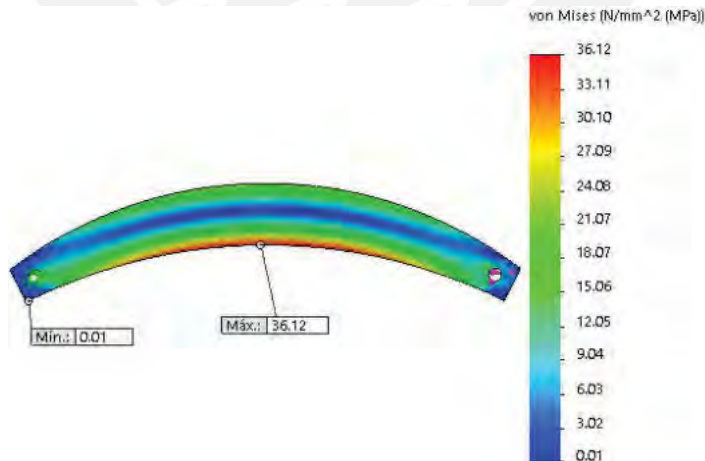


Figura G.29- FEA sobre el elemento biela “Barra bajo Asiento Trasera”

Tabla G.24: FS de resistencia al esfuerzo de Von Mises

Ítem	Elemento	Material	Cuadro	$R_Q = R_H$ [N]	$\sigma_{VM}$ [MPa]	$FS = \sigma_Y / \sigma_{VM}$
14	Barra bajo Asiento Trasera	Aluminio 5083-H343	61	2110 (tracción)	36.12	9.41



**ANEXO H**

**Hojas de datos de actuadores**

## Brake AB 28 24 VDC, 0.4 Nm



### Important Information

- Permanent magnet - single-face brake for DC (dry operation). Braking in unpowered condition.
- Holding brake, prevents rotation of the shaft at standstill or with turned off motor power.
- Not suitable for dynamic braking.
- It is possible to lower the voltage applied to the brake after it has been energized, for the purpose of reducing heat loss.

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

### Part Numbers

228384 228387

### Type



### maxon Modular System

+ Motor	Page	+ Gearhead	Page	+ Sensor	Page	Ø AB [mm]	Overall length [mm] / • see Gearhead
RE 25, 20 W	108					40	77.1
RE 25, 20 W	108	GP 22, 0.5 Nm	262			40	•
RE 25, 20 W	108	GP 26, 0.75 - 2.0 Nm	270			40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	272			40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	273			40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32, 1.0 - 6.0 Nm	276/281			40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32 S	301-303			40	•
RE 25, 20 W	108			HED_ 5540	326/329	40	94.3
RE 25, 20 W	108	GP 22, 0.5 Nm	262	HED_ 5540	326/329	40	•
RE 25, 20 W	108	GP 26, 0.75 - 2.0 Nm	270	HED_ 5540	326/329	40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	272	HED_ 5540	326/329	40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	273	HED_ 5540	326/329	40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32, 1.0 - 6.0 Nm	276/281	HED_ 5540	326/329	40	•
RE 25, 20 W	108	GP 32 S	301-303	HED_ 5540	326/329	40	•
RE 25, 20 W	109					40	88.6
RE 25, 20 W	109	GP 26, 0.75 - 2.0 Nm	270			40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	272			40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	273			40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32, 1.0 - 6.0 Nm	276/281			40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32 S	301-303			40	•
RE 25, 20 W	109			HED_ 5540	325/327	40	105.8
RE 25, 20 W	109	GP 26, 0.75 - 2.0 Nm	270	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32, 0.4 - 2.0 Nm	272	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	273	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32, 1.0 - 6.0 Nm	276/281	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 25, 20 W	109	GP 32 S	301-303	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 35, 90 W	112					40	107.1
RE 35, 90 W	112	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	272-278			40	•
RE 35, 90 W	112	GP 32, 4.0 - 8.0 Nm	279			40	•
RE 35, 90 W	112	GP 42, 3 - 15 Nm	283			40	•
RE 35, 90 W	112			HED_ 5540	325/327	40	124.3
RE 35, 90 W	112	GP 32, 0.75 - 6.0 Nm	272-278	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 35, 90 W	112	GP 32, 4.0 - 8.0 Nm	279	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 35, 90 W	112	GP 42, 3 - 15 Nm	283	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 35, 90 W	112	GP 32 S	301-303			40	•
RE 35, 90 W	112	GP 32 S	301-303	HED_ 5540	325/327	40	•
RE 40, 150 W	114					45	107.1
RE 40, 150 W	114	GP 42, 3 - 15 Nm	283			45	•
RE 40, 150 W	114	GP 52, 4 - 30 Nm	287			45	•
RE 40, 150 W	114			HED_ 5540	325/327	45	124.3
RE 40, 150 W	114	GP 42, 3 - 15 Nm	283	HED_ 5540	325/327	45	•
RE 40, 150 W	114	GP 52, 4 - 30 Nm	287	HED_ 5540	325/327	45	•

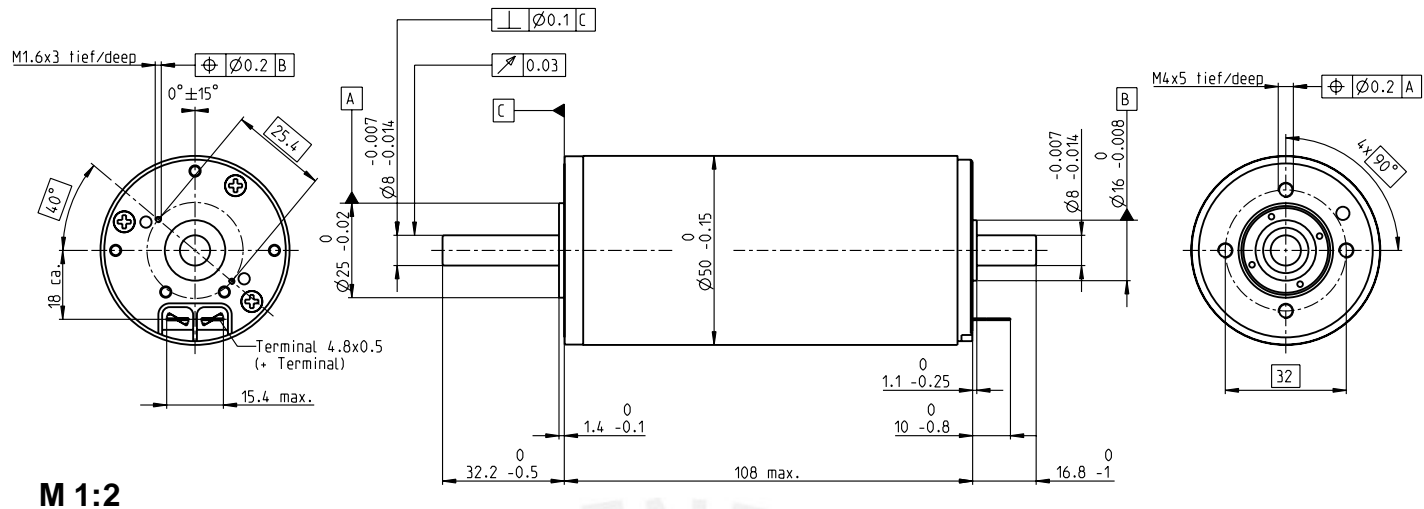
### Technical Data

Max. permissible static torque at 20°C	0.4 Nm	Nominal voltage, smoothed	24 VDC ±10%
Mass inertia	10 gcm <sup>2</sup>	Resistance	R <sub>20</sub> = 92.5 Ω ±6%
Max. permissible speed	16000 rpm	Duty cycle	100%
Weight	0.05 kg	Reaction time	≤ 13 ms
Ambient temperature range	-5...+85°C	- Coupling	≤ 27 ms
		- Opening	

### Pin Allocation

Cable (AWG 26)	Designation
red	U <sub>Brake</sub> + 24 VDC
blue	U <sub>Brake</sub> GND
red	Motor+
black	Motor-
Min. cable length	350 mm

# RE 50 Ø50 mm, Graphite Brushes, 200 Watt



M 1:2

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

## Part Numbers

Industrial Version IP54\*

370354	370355	370356	370357
389089	389090	389091	389092

Motor Data					
<b>Values at nominal voltage</b>					
1 Nominal voltage	V	24	36	48	70
2 No load speed	rpm	5950	5680	4900	2760
3 No load current	mA	236	147	88.4	27.4
4 Nominal speed	rpm	5680	5420	4620	2470
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	405	418	420	452
6 Nominal current (max. continuous current)	A	10.8	7.07	4.58	1.89
7 Stall torque	mNm	8920	8920	7370	4340
8 Starting current	A	232	148	78.9	17.9
9 Max. efficiency	%	94	94	94	92
<b>Characteristics</b>					
10 Terminal resistance	Ω	0.103	0.244	0.608	3.9
11 Terminal inductance	mH	0.0717	0.177	0.423	2.83
12 Torque constant	mNm/A	38.5	60.4	93.4	242
13 Speed constant	rpm/V	248	158	102	39.5
14 Speed / torque gradient	rpm/mNm	0.668	0.638	0.666	0.638
15 Mechanical time constant	ms	3.75	3.74	3.78	3.74
16 Rotor inertia	gcm <sup>2</sup>	536	560	542	560

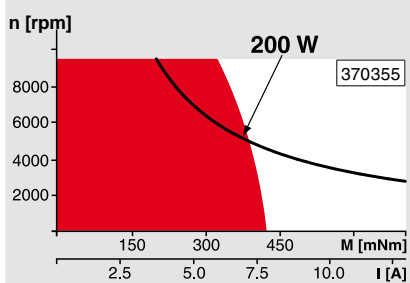
## Specifications

<b>Thermal data</b>		
17 Thermal resistance housing-ambient	3.8 K/W	
18 Thermal resistance winding-housing	1.2 K/W	
19 Thermal time constant winding	71.7 s	
20 Thermal time constant motor	1370 s	
21 Ambient temperature	-30...+100°C	
22 Max. permissible winding temperature	+125°C	
<b>Mechanical data (preloaded ball bearings)</b>		
23 Max. permissible speed	9500 rpm	
24 Axial play at axial load < 11.5 N	0 mm	
	> 11.5 N	0.1 mm
25 Radial play	preloaded	
26 Max. axial load (dynamic)	30 N	
27 Max. force for press fits (static)	150 N	
(static, shaft supported)	6000 N	
28 Max. radial loading, 15 mm from flange	110 N	
<b>Other specifications</b>		
29 Number of pole pairs	1	
30 Number of commutator segments	15	
31 Weight of motor	1100 g	

Values listed in the table are nominal.  
Explanation of the figures on page 79.

\* Industrial version with radial shaft seal ring (resulting in increased no load current).  
IP54 protection only if mounted on brush side, in compliance with maxon modular system.

## Operating Range

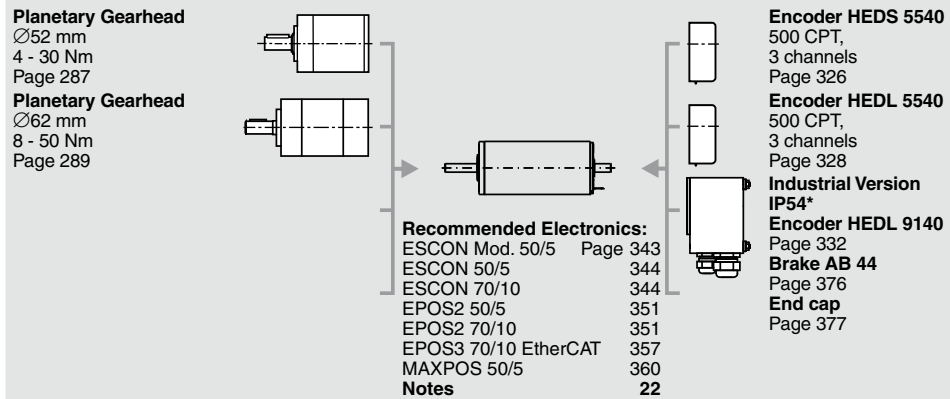


## Comments

- Continuous operation**  
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.  
= Thermal limit.
- Short term operation**  
The motor may be briefly overloaded (recurring).
- Assigned power rating**

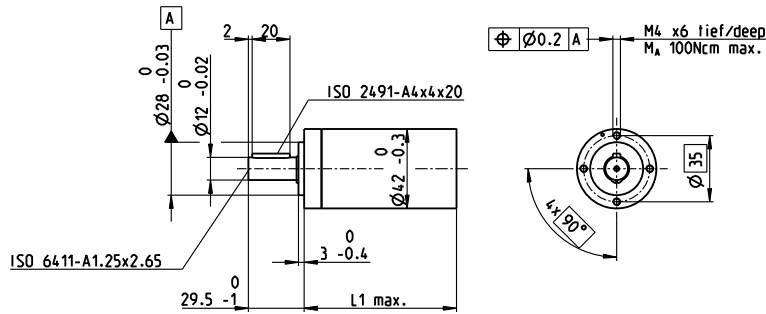
## maxon Modular System

Overview on page 20–25



# Planetary Gearhead GP 42 C $\varnothing 42$ mm, 3–15 Nm

Ceramic Version



Technical Data	
Planetary Gearhead	straight teeth
Output shaft	stainless steel
Bearing at output	preloaded ball bearings
Radial play, 12 mm from flange	max. 0.06 mm
Axial play at axial load	< 5 N 0 mm > 5 N max. 0.3 mm
Max. permissible axial load	150 N
Max. permissible force for press fits	300 N
Sense of rotation, drive to output	=
Recommended input speed	< 8000 rpm
Recommended temperature range	-40...+100°C
Number of stages	1 2 3 4
Max. radial load, 12 mm from flange	120 N 240 N 360 N 360 N

M 1:4

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

		Part Numbers									
		203113	203115	203119	203120	203124	203129	203128	203133	203137	203141
<b>Gearhead Data</b>											
1 Reduction		3.5:1	12:1	26:1	43:1	81:1	156:1	150:1	285:1	441:1	756:1
2 Reduction absolute		7/2	49/4	26	343/8	2197/27	156	2401/16	15379/54	441	756
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup>	14	15	9.1	15	9.4	9.1	15	15	14	14
3 Max. motor shaft diameter	mm	10	10	8	10	8	8	10	10	10	10
<b>Part Numbers</b>		203114	203116	260552*	203121	203125	260553*	203130	203134	203138	203142
1 Reduction		4.3:1	15:1	36:1	53:1	91:1	216:1	186:1	319:1	488:1	936:1
2 Reduction absolute		13/3	91/6	36/1	637/12	91	216/1	4459/24	637/2	4394/9	936
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup>	9.1	15	5.0	15	15	5.0	15	15	9.4	9.1
3 Max. motor shaft diameter	mm	8	10	4	10	10	4	10	10	8	8
<b>Part Numbers</b>		260551*	203117		203122	203126		203131	203135	203139	260554*
1 Reduction		6:1	19:1		66:1	113:1		230:1	353:1	546:1	1296:1
2 Reduction absolute		6/1	169/9		1183/18	338/3		6281/36	28561/81	546	1296/1
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup>	4.9	9.4		15	9.4		15	9.4	14	5.0
3 Max. motor shaft diameter	mm	4	8		10	8		10	8	10	4
<b>Part Numbers</b>			203118		203123	203127		203132	203136	203140	
1 Reduction			21:1		74:1	126:1		257:1	394:1	676:1	
2 Reduction absolute			21		147/2	126		1029/4	1183/3	676	
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup>		14		15	14		15	15	9.1	
3 Max. motor shaft diameter	mm		10		10	10		10	10	8	
4 Number of stages		1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
5 Max. continuous torque	Nm	3.0	7.5	7.5	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0	15.0
6 Intermittently permissible torque at gear output	Nm	4.5	11.3	11.3	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5
7 Max. efficiency	%	90	81	81	72	72	72	64	64	64	64
8 Weight	g	260	360	360	460	460	460	560	560	560	560
9 Average backlash no load	°	0.6	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
11 Gearhead length L1	mm	41.0	55.5	55.5	70.0	70.0	70.0	84.5	84.5	84.5	84.5

\*no combination with EC 45 (150 W and 250 W)



maxon Modular System												
+ Motor	Page	+ Sensor	Page	Brake	Page	Overall length [mm] = Motor length + gearhead length + (sensor/brake) + assembly parts						
RE 35, 90 W	112					112.1	126.6	126.6	141.1	141.1	155.6	155.6
RE 35, 90 W	112	MR	320			123.5	138.0	138.0	152.5	152.5	167.0	167.0
RE 35, 90 W	112	HED_ 5540	325/327			132.8	147.3	147.3	161.8	161.8	176.3	176.3
RE 35, 90 W	112	DCT 22	336			130.2	144.7	144.7	159.2	159.2	173.7	173.7
RE 35, 90 W	112			AB 28	372	148.2	162.7	162.7	177.2	177.2	191.7	191.7
RE 35, 90 W	112	HED_ 5540	325/327	AB 28	372	165.4	179.9	179.9	194.4	194.4	208.9	208.9
RE 40, 150 W	114					112.1	126.6	126.6	141.1	141.1	155.6	155.6
RE 40, 150 W	114	MR	320			123.5	138.0	138.0	152.5	152.5	167.0	167.0
RE 40, 150 W	114	HED_ 5540	325/327			132.8	147.3	147.3	161.8	161.8	176.3	176.3
RE 40, 150 W	114	HEDL 9140	331			166.2	180.7	180.7	195.2	195.2	209.7	209.7
RE 40, 150 W	114			AB 28	372	148.2	162.7	162.7	177.2	177.2	191.7	191.7
RE 40, 150 W	114			AB 28	373	156.2	170.7	170.7	185.2	185.2	199.7	199.7
RE 40, 150 W	114	HED_ 5540	325/327	AB 28	372	165.4	179.9	179.9	194.4	194.4	208.9	208.9
RE 40, 150 W	114	HEDL 9140	331	AB 28	373	176.7	191.2	191.2	205.7	205.7	220.2	220.2
EC 40, 170 W	193					121.1	135.6	135.6	150.1	150.1	164.6	164.6
EC 40, 170 W	193	HED_ 5540	326/328			144.5	159.0	159.0	175.5	175.5	188.0	188.0
EC 40, 170 W	193	Res 26	337			148.3	162.8	162.8	177.3	177.3	191.8	191.8
EC 40, 170 W	193			AB 32	374	163.8	178.3	178.3	192.8	192.8	207.3	207.3
EC 40, 170 W	193	HED_ 5540	326/328	AB 32	374	182.2	196.7	196.7	211.2	211.2	225.7	225.7
EC 45, 150 W	194					152.3	166.8	166.8	181.3	181.3	195.8	195.8
EC 45, 150 W	194	HEDL 9140	331			167.9	182.4	182.4	196.9	196.9	211.4	211.4
EC 45, 150 W	194	Res 26	337			152.3	166.8	166.8	181.3	181.3	195.8	195.8
EC 45, 150 W	194			AB 28	373	159.7	174.2	174.2	188.7	188.7	203.2	203.2
EC 45, 150 W	194	HEDL 9140	331	AB 28	373	176.7	191.2	191.2	205.7	205.7	220.2	220.2
EC 45, 250 W	195					185.1	199.6	199.6	214.1	214.1	228.6	228.6
EC 45, 250 W	195	HEDL 9140	331			200.7	215.2	215.2	229.7	229.7	244.2	244.2
EC 45, 250 W	195	Res 26	337			185.1	199.6	199.6	214.1	214.1	228.6	228.6
EC 45, 250 W	195			AB 28	373	192.5	207.0	207.0	221.5	221.5	236.0	236.0
EC 45, 250 W	195	HEDL 9140	331	AB 28	373	209.5	224.0	224.0	238.5	238.5	253.0	253.0

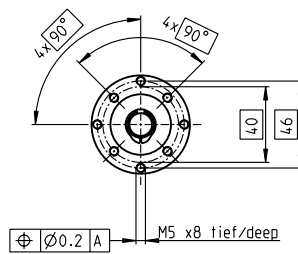
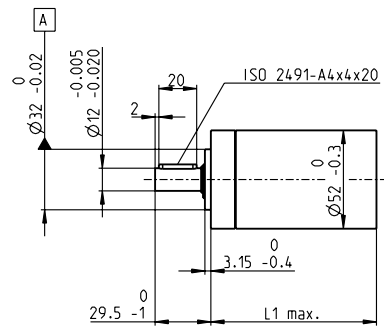
April 2014 edition / subject to change

maxon gear 283

maxon gear

# Planetary Gearhead GP 52 C $\varnothing 52$ mm, 4–30 Nm

Ceramic Version



M 1:4

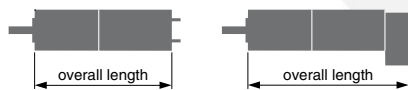
Technical Data	
Planetary Gearhead	straight teeth
Output shaft	stainless steel
Bearing at output	preloaded ball bearings
Radial play, 12 mm from flange	max. 0.06 mm
Axial play at axial load	< 5 N 0 mm > 5 N max. 0.3 mm
Max. permissible axial load	200 N
Max. permissible force for press fits	500 N
Sense of rotation, drive to output	=
Recommended input speed	< 6000 rpm
Recommended temperature range	-15...+80°C
Extended range as option	-40...+100°C
Number of stages	1 2 3 4
Max. radial load, 12 mm from flange	420 N 630 N 900 N 900 N

maxon gear

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

## Part Numbers

	223080	223083	223089	223094	223097	223104	223109
<b>Gearhead Data</b>							
1 Reduction	3.5:1	12:1	43:1	91:1	150:1	319:1	546:1
2 Reduction absolute	7/2	49/4	343/8	91	2401/16	637/2	546
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup> 20.7	17.6	17.3	16.7	17.3	16.8	16.4
3 Max. motor shaft diameter	mm 10	10	10	10	10	10	10
<b>Part Numbers</b>	<b>223081</b>	223084	223090	223095	223099	<b>223105</b>	223110
1 Reduction	4.3:1	15:1	53:1	113:1	186:1	353:1	676:1
2 Reduction absolute	13/3	91/6	637/12	338/3	4459/24	28561/81	676
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup> 12	16.8	17.2	9.3	17.3	9.4	9.1
3 Max. motor shaft diameter	mm 8	10	10	8	10	8	8
<b>Part Numbers</b>		<b>223085</b>	223091	223096	223101	223106	223111
1 Reduction		19:1	66:1	126:1	230:1	394:1	756:1
2 Reduction absolute		169/9	1183/18	126	828/36	1183/3	756
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup> 9.5	16.7	16.4	16.8	16.7	16.4	16.4
3 Max. motor shaft diameter	mm 8	10	10	10	10	10	10
<b>Part Numbers</b>		223086	223092	223098	223102	223107	223112
1 Reduction		21:1	74:1	156:1	257:1	441:1	936:1
2 Reduction absolute		21	147/2	156	1029/4	441	936
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup> 16.5	17.2	9.1	17.3	16.5	9.1	9.1
3 Max. motor shaft diameter	mm 10	10	8	10	10	8	8
<b>Part Numbers</b>		223087	<b>223093</b>		223103	223108	
1 Reduction		26:1	81:1		285:1	488:1	
2 Reduction absolute		26	2197/27		15379/54	4394/9	
10 Mass inertia	gcm <sup>2</sup> 9.1	9.4			16.7	9.4	
3 Max. motor shaft diameter	mm 8	8			10	8	
4 Number of stages	1	2	3	3	4	4	4
5 Max. continuous torque	Nm 4	15	30	30	30	30	30
6 Intermittently permissible torque at gear output	Nm 6	22.5	45	45	45	45	45
7 Max. efficiency	% 91	83	75	75	68	68	68
8 Weight	g 460	620	770	770	920	920	920
9 Average backlash no load	° 0.6	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
11 Gearhead length L1	mm 49.0	65.0	78.5	78.5	92.0	92.0	92.0



maxon Modular System										
+ Motor	Page	+ Sensor	Page	Brake	Page	Overall length [mm] = Motor length + gearhead length + (sensor/brake) + assembly parts				
RE 40, 150 W	114					120.1	136.1	149.6	149.6	163.1
RE 40, 150 W	114	MR	320			131.5	147.5	161.0	161.0	174.5
RE 40, 150 W	114	HED_5540	325/327			140.8	156.8	170.3	170.3	183.8
RE 40, 150 W	114	HEDL 9140	331			174.1	190.1	203.6	203.6	217.1
RE 40, 150 W	114			AB 28	372	156.2	172.2	185.7	185.7	199.2
RE 40, 150 W	114			AB 28	373	164.2	180.2	193.7	193.7	207.2
RE 40, 150 W	114	HED_5540	325/327	AB 28	372	173.4	189.4	202.9	202.9	216.4
RE 40, 150 W	114	HEDL 9140	331	AB 28	373	184.6	200.6	214.1	214.1	227.6
RE 50, 200 W	115					157.1	173.1	186.6	186.6	200.1
RE 50, 200 W	115	HED_5540	326/328			177.8	193.8	207.3	207.3	220.8
RE 50, 200 W	115	HEDL 9140	332			219.5	235.5	249.0	249.0	262.5
RE 50, 200 W	115			AB 44	376	219.5	235.5	249.0	249.0	262.5
RE 50, 200 W	115	HEDL 9140	332	AB 44	376	232.5	248.5	262.0	262.0	275.5
EC 40, 170 W	193					129.1	145.1	158.6	158.6	172.1
EC 40, 170 W	193	HED_5540	326/328			152.5	168.5	182.0	182.0	195.5
EC 40, 170 W	193	Res 26	337			156.3	172.3	185.8	185.8	199.3
EC 40, 170 W	193			AB 32	374	171.8	187.8	201.3	201.3	214.8
EC 40, 170 W	193	HED_5540	326/328	AB 32	374	190.2	206.2	219.7	219.7	233.2



# Unit Type CSG/CSF

Engineering Data

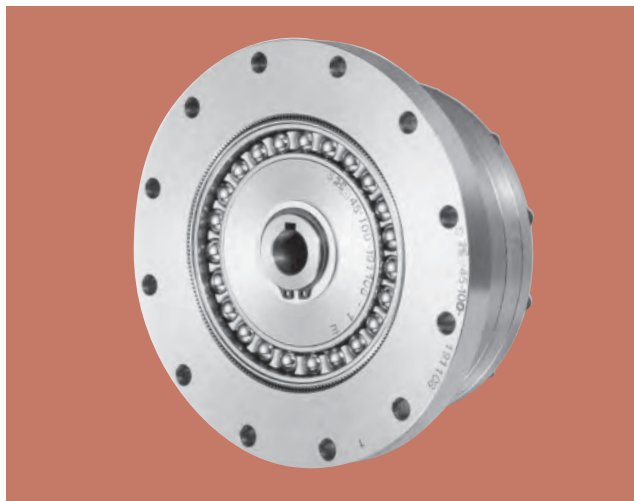
Component Type

Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type

## Features



### CSG/CSF series unit type

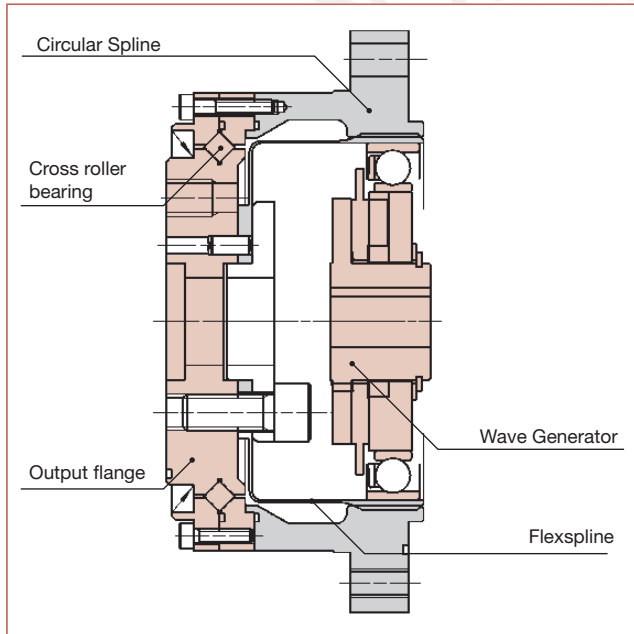
The CSG/CSF series unit type provides a full product lineup and allows customers to select models most suited to their requirements to be provided for needs demanding accelerated technical innovation such as high performance, high speed, high load capacity, high density and miniaturization. The CSG/CSF series unit type is a unitized product based on the component type for easy handling. An accurate, highly rigid cross roller bearing is built in to directly support (main roller bearing) the external load.

### Features of CSG/CSF series

- Compact and simple design
- High torque capacity
- High stiffness
- Non-backlash
- High positioning and rotational accuracies
- Coaxial input and output

Structure of CSG/CSF series unit type

Fig. 124-1



### New variations

CSG series: for high torque

- Torque capacity has been improved by 30% compared to the CSF series.
- The life has been improved by 43% (10,000 hours) compared to the CSF series.

Reduction ratio of 30: for high-speed

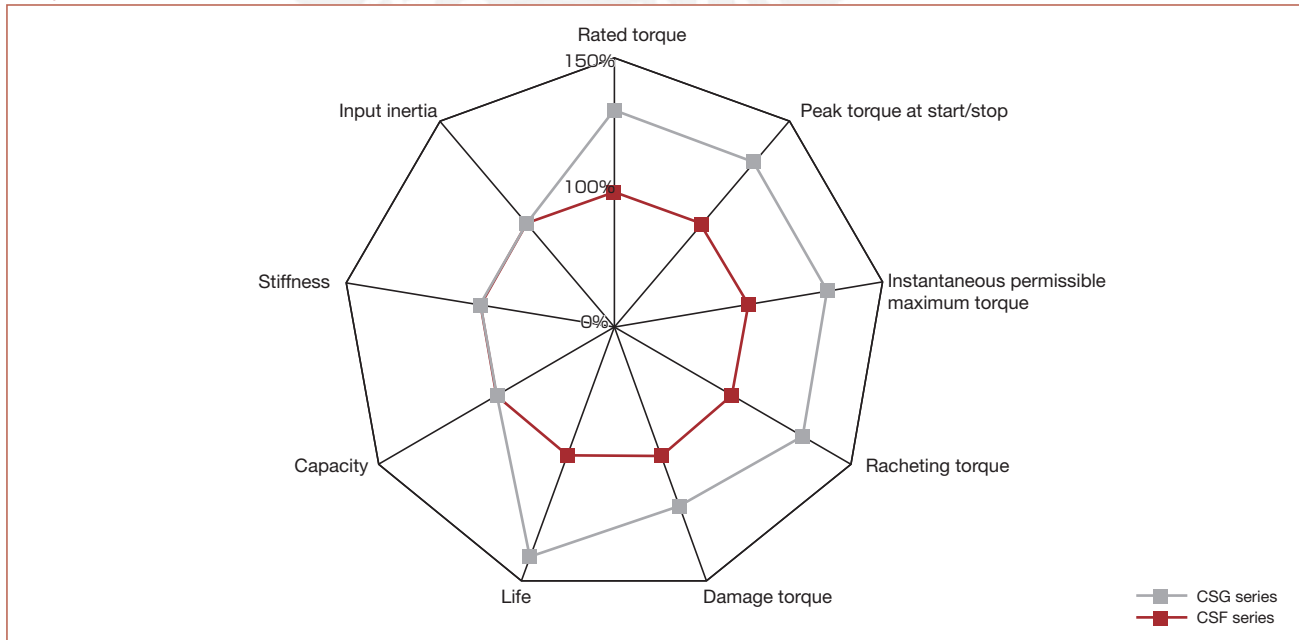
- A reduction ratio of 30 has been achieved, keeping the merits of non-backlash HarmonicDrive®.

CSG/CSF-LW series: Light weight type

- New shape design and new lightweight materials contribute to weight reduction by about 30 percent.
- Same level or rating torque and performance as CSF series.
- Speeding up and enhancing weight capacity of robot.

Comparison between CSG series and CSF series

Graph 124-1



Model and Symbol

**CSG - 25 - 100 - 2UH - SP1 - SP2**

Table 125-1

Model name	Model No.	Reduction ratio*						Model	Special specification
		14	17	20	25	32	40		
CSG	14	50	80	100	—	—	2A= Component type 2UH= Unit type	LW=Light weight type SP=Special specifications such as shapes and performance None=Standard product	
	17	50	80	100	120	—			
	20	50	80	100	120	160			
	25	50	80	100	120	160			
	32	50	80	100	120	160			
	40	50	80	100	120	160			
	45	50	80	100	120	160			
	50	—	80	100	120	160			
	58	—	80	100	120	160			
	65	—	80	100	120	160			

\* The reduction ratio indicates the value for the following condition.  
Input: wave generator, fixed: circular spline, output: flexspline

**CSG - 25 - 100 - 2UH - SP1 - SP2**

Table 125-2

Model name	Model No.	Reduction ratio*						Model	Special specification
		14	17	20	25	32	40		
CSF	14	30	50	80	100	—	—	2A= Component type 2UH= Unit type	LW=Light weight type SP=Special specifications such as shapes and performance None=Standard product
	17	30	50	80	100	120	—		
	20	30	50	80	100	120	160		
	25	30	50	80	100	120	160		
	32	30	50	80	100	120	160		
	40	—	50	80	100	120	160		
	45	—	50	80	100	120	160		
	50	—	50	80	100	120	160		
	58	—	50	80	100	120	160		
	65	—	50	80	100	120	160		

\* The reduction ratio indicates the value for the following condition.  
Input: wave generator, fixed: circular spline, output: flexspline

Engineering Data

Component Type

Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type



# Unit Type CSG/CSF

## Technical Data

Engineering Data

Component Type

Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type

### Rating table

#### CSG Series

Table 126-1

Model	Reduction ratio	Rated torque at input 2000r/min		Permissible peak torque at start/stop		Permissible max. value of ave. load torque		Instantaneous permissible max. torque		Permissible max. input rotational speed (r/min)		Permissible ave. input rotational speed (r/min)		Inertia moment	
		Nm	kgfm	Nm	kgfm	Nm	kgfm	Nm	kgfm	Oil lubricant	Grease lubricant	Oil lubricant	Grease lubricant	I x10 <sup>-4</sup> kgm <sup>2</sup>	J x10 <sup>5</sup> kgfm <sup>2</sup>
14	50	7.0	0.7	23	2.3	9	0.9	46	4.7	14000	8500	6500	3500	0.033	0.034
	80	10	1.0	30	3.1	14	1.4	58 <sup>3</sup>	5.9 <sup>3</sup>						
	100	10	1.0	36	3.7	14	1.4	58 <sup>3</sup>	5.9 <sup>3</sup>						
17	50	21	2.1	44	4.5	34	3.4	91	9	10000	7300	6500	3500	0.079	0.081
	80	29	2.9	56	5.7	35	3.6	109 <sup>3</sup>	11 <sup>3</sup>						
	100	31	3.2	70	7.2	51	5.2	109 <sup>3</sup>	11 <sup>3</sup>						
	120	31	3.2	70	7.2	51	5.2	109 <sup>3</sup>	11 <sup>3</sup>						
20	50	33	3.3	73	7.4	44	4.5	127	13	10000	6500	6500	3500	0.193	0.197
	80	44	4.5	96	9.8	61	6.2	165	17						
	100	52	5.3	107	10.9	64	6.5	191	20						
	120	52	5.3	113	11.5	64	6.5	191	20						
	160	52	5.3	120	12.2	64	6.5	191	20						
25	50	51	5.2	127	13	72	7.3	242	25	7500	5600	5600	3500	0.413	0.421
	80	82	8.4	178	18	113	12	332	34						
	100	87	8.9	204	21	140	14	369	38						
	120	87	8.9	217	22	140	14	395 <sup>4</sup>	40 <sup>4</sup>						
	160	87	8.9	229	23	140	14	408 <sup>4</sup>	42 <sup>4</sup>						
32	50	99	10	281	29	140	14	497	51	7000	4800	4600	3500	1.69	1.72
	80	153	16	395	40	217	22	738	75						
	100	178	18	433	44	281	29	841	86						
	120	178	18	459	47	281	29	842	86						
	160	178	18	484	49	281	29	842	86						
40	50	178	18	523	53	255	26	892	91	5600	4000	3600	3000	4.50	4.59
	80	268	27	675	69	369	38	1270	130						
	100	345	35	738	75	484	49	1400	143						
	120	382	39	802	82	586	60	1510 <sup>4</sup>	154 <sup>4</sup>						
	160	382	39	841	86	586	60	1510 <sup>4</sup>	154 <sup>4</sup>						
45	50	229	23	650	66	345	35	1235	126	5000	3800	3300	3000	8.68	8.86
	80	407	41	918	94	507	52	1651	168						
	100	459	47	982	100	650	66	2041	208						
	120	523	53	1070	109	806	82	2288	233						
	160	523	53	1147	117	819	84	2483	253						
50	80	484	49	1223	125	675	69	2418	247	4500	3500	3000	2500	12.5	12.8
	100	611	62	1274	130	866	88	2678	273						
	120	688	70	1404	143	1057	108	2678	273						
	160	688	70	1534	156	1096	112	3185	325						
58	80	714	73	1924	196	1001	102	3185	325	4000	3000	2700	2200	27.3	27.9
	100	905	92	2067	211	1378	141	4134	422						
	120	969	99	2236	228	1547	158	4329	441						
	160	969	99	2392	244	1573	160	4459	455						
65	80	969	99	2743	280	1352	138	4836	493	3500	2800	2400	1900	46.8	47.8
	100	1236	126	2990	305	1976	202	6175	630						
	120	1236	126	3263	333	2041	208	6175	630						
	160	1236	126	3419	349	2041	208	6175	630						

- (Note) 1. Inertia moment:  $I = \frac{1}{2} GD^2$   
 2. See "Engineering data" on Page 012 for details of the terms.  
 3. The value of permissible maximum momentary torque is limited by the transmission torque of the unit (See Table 138-1, 2 on Page 138.).  
 4. When using LW series, see the transmission torque of the unit (Table 138-3, 4 on Page 138.) for the permissible maximum momentary torque.

## Rating table

### CSF Series

Table 127 - 1

Model	Reduction ratio	Rated torque at input 2000r/min		Permissible peak torque at start/stop		Permissible max. value of ave. load torque		Instantaneous permissible max. torque		Permissible max. input rotational speed (r/min)		Permissible ave. input rotational speed (r/min)		Inertia moment	
		Nm	kgfm	Nm	kgfm	Nm	kgfm	Nm	kgfm	Oil lubricant	Grease lubricant	Oil lubricant	Grease lubricant	I x10 <sup>4</sup> kgm <sup>2</sup>	J x10 <sup>4</sup> kgms <sup>2</sup>
14	30	4.0	0.41	9.0	0.92	6.8	0.69	17	1.7	14000	8500	6500	3500	0.033	0.034
	50	5.4	0.55	18	1.8	6.9	0.70	35	3.6						
	80	7.8	0.80	23	2.4	11	1.1	47	4.8						
	100	7.8	0.80	28	2.9	11	1.1	54	5.5						
17	30	8.8	0.90	16	1.6	12	1.2	30	3.1	10000	7300	6500	3500	0.079	0.081
	50	16	1.6	34	3.5	26	2.6	70	7.1						
	80	22	2.2	43	4.4	27	2.7	87	8.9						
	100	24	2.4	54	5.5	39	4.0	108	11						
	120	24	2.4	54	5.5	39	4.0	86	8.8						
20	30	15	1.5	27	2.8	20	2.0	50	5.1	10000	6500	6500	3500	0.193	0.197
	50	25	2.5	56	5.7	34	3.5	98	10						
	80	34	3.5	74	7.5	47	4.8	127	13						
	100	40	4.1	82	8.4	49	5.0	147	15						
	120	40	4.1	87	8.9	49	5.0	147	15						
	160	40	4.1	92	9.4	49	5.0	147	15						
25	30	27	2.8	50	5.1	38	3.9	95	9.7	7500	5600	5600	3500	0.413	0.421
	50	39	4.0	98	10	55	5.6	186	19						
	80	63	6.4	137	14	87	8.9	255	26						
	100	67	6.8	157	16	108	11	284	29						
	120	67	6.8	167	17	108	11	304	31						
	160	67	6.8	176	18	108	11	314	32						
32	30	54	5.5	100	10	75	7.7	200	20	7000	4800	4600	3500	1.69	1.72
	50	76	7.8	216	22	108	11	382	39						
	80	118	12	304	31	167	17	568	58						
	100	137	14	333	34	216	22	647	66						
	120	137	14	353	36	216	22	686	70						
	160	137	14	372	38	216	22	686	70						
40	50	137	14	402	41	196	20	686	70	5600	4000	3600	3000	4.50	4.59
	80	206	21	519	53	284	29	980	100						
	100	265	27	568	58	372	38	1080	110						
	120	294	30	617	63	451	46	1180	120						
	160	294	30	647	66	451	46	1180	120						
45	50	176	18	500	51	265	27	950	97	5000	3800	3300	3000	8.68	8.86
	80	313	32	706	72	390	40	1270	130						
	100	353	36	755	77	500	51	1570	160						
	120	402	41	823	84	620	63	1760	180						
	160	402	41	882	90	630	64	1910	195						
50	50	122	12	715	73	175	18	1430	146	4500	3500	3000	2500	12.5	12.8
	80	372	38	941	96	519	53	1860	190						
	100	470	48	980	100	666	68	2060	210						
	120	529	54	1080	110	813	83	2060	210						
	160	529	54	1180	120	843	86	2450	250						
58	50	176	18	1020	104	260	27	1960	200	4000	3000	2700	2200	27.3	27.9
	80	549	56	1480	151	770	79	2450	250						
	100	696	71	1590	162	1060	108	3180	325						
	120	745	76	1720	176	1190	121	3330	340						
	160	745	76	1840	188	1210	123	3430	350						
65	50	245	25	1420	145	360	37	2830	289	3500	2800	2400	1900	46.8	47.8
	80	745	76	2110	215	1040	106	3720	380						
	100	951	97	2300	235	1520	155	4750	485						
	120	951	97	2510	256	1570	160	4750	485						
	160	951	97	2630	268	1570	160	4750	485						

(Note) 1. Inertia moment:  $I = \frac{1}{4} GD^2$   
 2. See "Engineering data" on Page 012 for details of the terms.

Engineering Data

Component Type

Unit Type

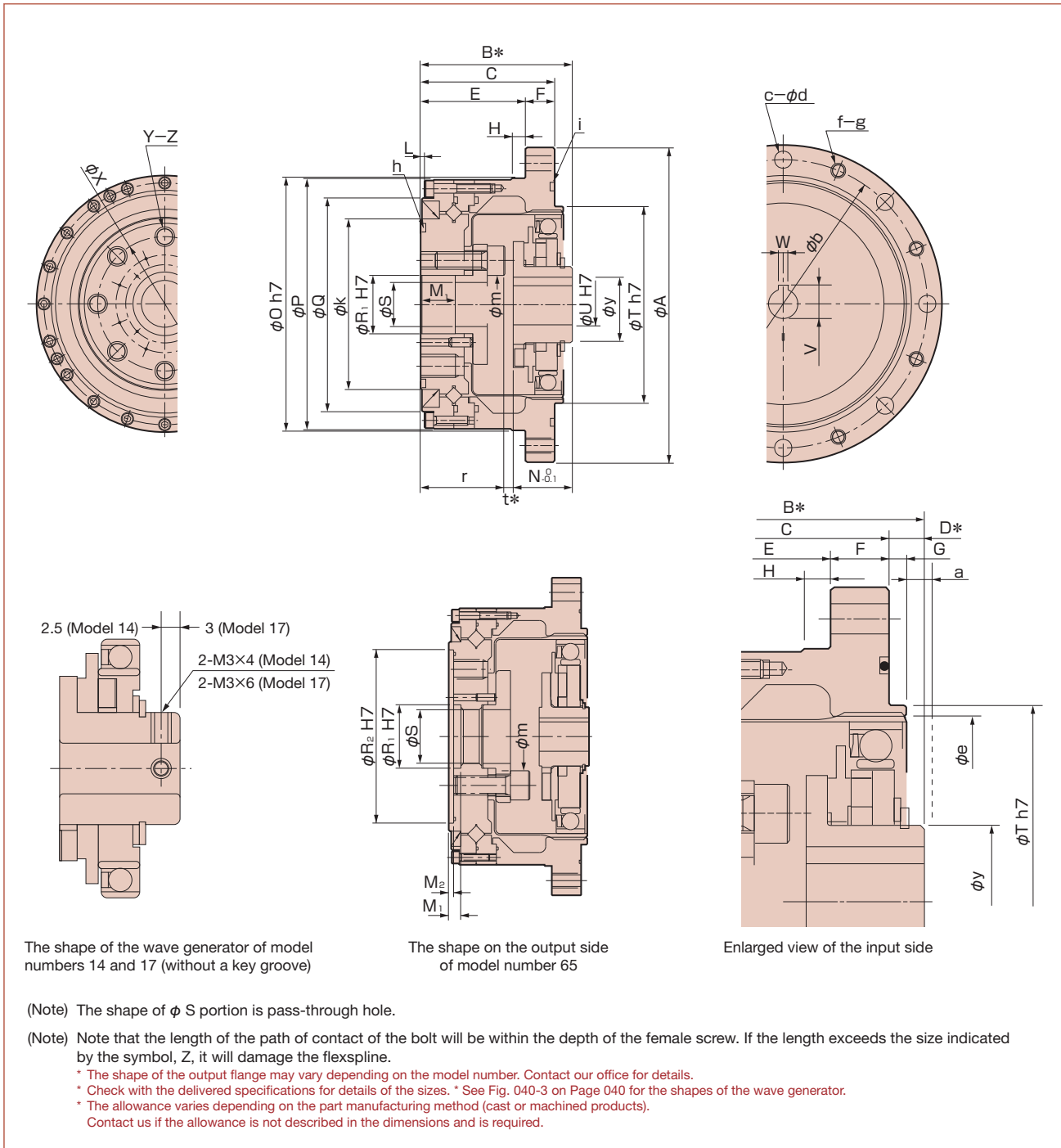
Differential Gear

Gear Head Type

## Outline drawing

You can download the CAD data (DXF) of this product from the following homepage.  
 URL: <http://www.hds.co.jp/>

Fig. 128-1



Measurement table

Table 129-1  
Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
φA		73	79	93	107	138	160	180	190	226	260
B*		41 <sup>0</sup> <sub>-0.9</sub>	45 <sup>0</sup> <sub>-0.9</sub>	45.5 <sup>0</sup> <sub>-1.0</sub>	52 <sup>0</sup> <sub>-1.0</sub>	62 <sup>0</sup> <sub>-1.1</sub>	72.5 <sup>0</sup> <sub>-1.1</sub>	79.5 <sup>0</sup> <sub>-1.2</sub>	90 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>	104.5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>	115 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>
C		34	37	38	46	57	66.5	74	85	97	108.5
D*	CSG Series	7 <sup>0</sup> <sub>-0.4</sub>	8 <sup>0</sup> <sub>-0.4</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-0.4</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-0.5</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	5.5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	6.5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>
	CSG-LW Series	7 <sup>0</sup> <sub>-0.4</sub>	8 <sup>0</sup> <sub>-0.4</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-0.4</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-0.5</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	5.5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>	6.5 <sup>0</sup> <sub>-0.6</sub>
	CSF Series	7 <sup>0</sup> <sub>-0.8</sub>	8 <sup>0</sup> <sub>-0.9</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-1.0</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-1.0</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-1.1</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-1.1</sub>	5.5 <sup>0</sup> <sub>-1.2</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>	6.5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>
	CSF-LW Series	7 <sup>0</sup> <sub>-0.8</sub>	8 <sup>0</sup> <sub>-0.9</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-1.0</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-1.0</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-1.1</sub>	6 <sup>0</sup> <sub>-1.1</sub>	5.5 <sup>0</sup> <sub>-1.2</sub>	5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>	7.5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>	6.5 <sup>0</sup> <sub>-1.3</sub>
E		27	29	28	36	45	50.5	58	69	77	84.5
F		7	8	10	10	12	16	16	16	20	24
G		2	2	3	3	3	4	4	4	5	5
H	CSG Series	3.5	4	5	5	5	5	6	6	6	6
	CSG-LW Series	4	4	5	5	4.5	4.5	6	6	6	6
	CSF Series	3.5	4	5	5	5	5	6	6	6	6
	CSF-LW Series	4	4	5	5	4.5	4.5	6	6	6	6
L	CSG Series	0.5	0.5	0.5	0.5	1	1.5	1	1	1.5	1.5
	CSG-LW Series	1.1	1.1	1.1	1.1	1.2	1.6	1.6	1	1.5	1.5
	CSF Series	0.5	1.1	1.1	1.1	1.2	1.6	1.6	1	1.5	1.5
	CSF-LW Series	1.1	1.1	1.1	1.1	1.2	1.6	1.6	1	1.5	1.5
M1		9.4	9.5	9	12	15	5	6	8	10	10
M2		—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
N <sup>0</sup> <sub>-0.1</sub>	CSG Series	18.5	20.7	21.5	21.6	23.6	29.7	30.5	34.8	38.3	44.6
	CSG-LW Series	18.5	20.7	21.5	21.6	23.6	29.7	30.5	34.8	38.3	44.6
	CSF Series	17.6	19.5	20.1	20.2	22	27.5	27.9	32	34.9	40.9
	CSF-LW Series	17.6	19.5	20.1	20.2	22	27.5	27.9	32	34.9	40.9
φO h7		56	63	72	86	113	127	148	158	186	212
φP	CSG Series	56	62	70	85	112	123	147	157	185	210
	CSG-LW Series	54.6	61.6	69.6	85	110	124.5	143	155	183.4	208.4
	CSF Series	55	62	70	85	112	123	147	157	185	210
	CSF-LW Series	54.6	61.6	69.6	85	110	124.5	143	155	183.4	208.4
φQ	CSG Series	42.5	49.5	58	73	96	109	127	137	161	186
	CSG-LW Series	40.5	47.5	55.5	71	91.1	103	123	130	155	180
	CSF Series	42.5	49.5	58	73	96	109	127	137	161	186
	CSF-LW Series	40.5	47.5	55.5	71	91.1	103	123	130	155	180
φR1 H7		11	10	14	20	26	32	32	40	46	52
φR2 H7		—	—	—	—	—	—	—	—	—	142
φS		8	7	10	15	20	24	25	32	38	44
φT h7		38	48	56	67 (68)	90	110	124	135	156	177
φU H7		6	8	12	14	14	14	19	19	22	24
V		—	—	13.8 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	16.3 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	16.3 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	16.3 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	21.8 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	21.8 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	24.8 <sup>+0.1</sup> <sub>0</sub>	27.3 <sup>+0.2</sup> <sub>0</sub>
W Js9		—	—	4	5	5	5	6	6	6	8
φX		23	27	32	42	55	68	82	84	100	110
Y		6	6	8	8	8	8	8	8	8	8
Z		M4×8	M5×10	M6×9	M8×12	M10×15	M10×15	M12×18	M14×21	M16×24	M16×24
a		1	1	1.5	1.5	1.5	2	2	2	2.5	2.5
φb		65	71	82	96	125	144	164	174	206	236
c	CSG Series	8	8	8	10	12	10	12	14	12	8
	CSG-LW Series	6	8	8	10	12	10	16	18	16	12
	CSF Series	6	6	6	8	12	8	12	12	12	8
	CSF-LW Series	6	8	8	10	12	10	16	18	16	12
φd		4.5	4.5	5.5	5.5	6.6	9	9	9	11	14
φe		38	45	53	66	86	106	119	133	154	172
f	CSG Series	8	8	8	10	12	10	12	14	12	8
	CSG-LW Series	6	8	8	10	12	10	16	18	16	12
	CSF Series	6	6	6	8	12	8	12	12	12	8
	CSF-LW Series	6	8	8	10	12	10	16	18	16	12
g		M4	M4	M5	M5	M6	M8	M8	M8	M10	M12
h		29.0×0.50	34.5×0.80	40.64×1.14	53.28×0.99	S71	AS568-042	S100	S105	S125	S135
i		S50	S56	S67	S80	S105	S125	S145	S155	S180	S205
φk		31	38	45	58	78	90	107	112	135	155
φm		10	10.5	15.5	20	27	34	36	39	46	56
r		21.4	23.5	23	29	37	39.5	45.5	53	62.8	66.5
t*	CSG Series	1.1	0.8	1	1.4	1.4	3.3	3.5	2.2	3.4	3.9
	CSG-LW Series	1.1	0.8	1	1.4	1.4	3.3	3.5	2.2	3.4	3.9
	CSF Series	2	2	2.4	2.8	3	5.5	6.1	5	6.8	7.6
	CSF-LW Series	2	2	2.4	2.8	3	5.5	6.1	5	6.8	7.6
φy		14	18	21	26	26	32	32	32	40	48
Mass (kg)	CSG Series	0.52	0.68	0.98	1.5	3.2	5.0	7.0	8.9	14.6	20.9
	CSG-LW Series	0.32	0.46	0.64	1.1	2.2	3.5	5.1	7	11.3	16.2
	CSF Series	0.52	0.68	0.98	1.5	3.2	5.0	7.0	8.9	14.6	20.9
	CSF-LW Series	0.32	0.46	0.64	1.1	2.2	3.5	5.1	7	11.3	16.2

(note) the dimension in parenthesis is for reduction ratio 30.  
 ● The B, D and t sizes indicated by an asterisk are the mounting positions in the shaft direction and allowance of the three parts (wave generator, flexspline, circular spline) comprising HarmonicDrive®. Strictly observe these sizes as they affect the performance and intensity.  
 ● Wave generator is removed when the product is delivered.

# Unit Type CSG/CSF

Engineering Data

Component Type

Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type

## Angle transmission accuracy See "Engineering data" for a description of terms.

Table 130-1  
Unit:  $\times 10^{-4}$  rad (arc min)

Reduction ratio	Model Specification	14	17	20	25	32	40 to 65
30	Standard product $\times 10^{-4}$ rad	5.8	4.4	4.4	4.4	4.4	—
	arc min	(2)	(1.5)	(1.5)	(1.5)	(1.5)	—
	Special product $\times 10^{-4}$ rad	—	—	2.9	2.9	2.9	—
	arc min	—	—	(1)	(1)	(1)	—
50 or more	Standard product $\times 10^{-4}$ rad	4.4	4.4	2.9	2.9	2.9	2.9
	arc min	(1.5)	(1.5)	(1)	(1)	(1)	(1)
	Special product $\times 10^{-4}$ rad	2.9	2.9	1.5	1.5	1.5	1.5
	arc min	(1)	(1)	(0.5)	(0.5)	(0.5)	(0.5)

## Hysteresis loss See "Engineering data" for a description of terms.

Table 130-2

Reduction ratio	Model	14	17	20	25	32	40 or more
30	$\times 10^{-4}$ rad	8.7	8.7	8.7	8.7	8.7	—
	arc min	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	—
50	$\times 10^{-4}$ rad	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8	5.8
	arc min	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
80 or more	$\times 10^{-4}$ rad	2.9	2.9	2.9	2.9	2.9	2.9
	arc min	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

## Max. backlash quantity See "Engineering data" for a description of terms.

Table 130-3

Reduction ratio	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
30	$\times 10^{-5}$ rad	29.1	16.0	13.6	13.6	11.2	—	—	—	—	—
	arc sec	60	33	28	28	23	—	—	—	—	—
50	$\times 10^{-5}$ rad	17.5	9.7	8.2	8.2	6.8	6.8	5.8	5.8	4.8	4.8
	arc sec	36	20	17	17	14	14	12	12	10	10
80	$\times 10^{-5}$ rad	11.2	6.3	5.3	5.3	4.4	4.4	3.9	3.9	2.9	2.9
	arc sec	23	13	11	11	9	9	8	8	6	6
100	$\times 10^{-5}$ rad	8.7	4.8	4.4	4.4	3.4	3.4	2.9	2.9	2.4	2.4
	arc sec	18	10	9	9	7	7	6	6	5	5
120	$\times 10^{-5}$ rad	—	3.9	3.9	3.9	2.9	2.9	2.4	2.4	1.9	1.9
	arc sec	—	8	8	8	6	6	5	5	4	4
160	$\times 10^{-5}$ rad	—	—	2.9	2.9	2.4	2.4	1.9	1.9	1.5	1.5
	arc sec	—	—	6	6	5	5	4	4	3	3

## Rigidity (Spring constant) See "Engineering data" for a description of terms.

Table 130-4

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65		
T <sub>1</sub>	Nm	2.0	3.9	7.0	14	29	54	76	108	168	235		
	kgfm	0.20	0.40	0.70	1.4	3.0	5.5	7.8	11	17	24		
T <sub>2</sub>	Nm	6.9	12	25	48	108	196	275	382	598	843		
	kgfm	0.7	1.2	2.5	4.9	11	20	28	39	61	86		
Reduction ratio 30	K <sub>1</sub>	$\times 10^4$ Nm/rad	0.19	0.34	0.57	1.0	2.4	—	—	—	—	—	
		kgfm/arc min	0.056	0.10	0.17	0.30	0.70	—	—	—	—	—	
	K <sub>2</sub>	$\times 10^4$ Nm/rad	0.24	0.44	0.71	1.3	3.0	—	—	—	—	—	
		kgfm/arc min	0.07	0.13	0.21	0.40	0.89	—	—	—	—	—	
	K <sub>3</sub>	$\times 10^4$ Nm/rad	0.34	0.67	1.1	2.1	4.9	—	—	—	—	—	
		kgfm/arc min	0.10	0.20	0.32	0.62	1.5	—	—	—	—	—	
	$\theta_1$	$\times 10^{-4}$ rad	10.5	11.5	12.3	14	12.1	—	—	—	—	—	
		arc min	3.6	4.0	4.1	4.7	4.3	—	—	—	—	—	
	$\theta_2$	$\times 10^{-4}$ rad	31	30	38	40	38	—	—	—	—	—	
		arc min	10.7	10.2	12.7	13.4	13.3	—	—	—	—	—	
	Reduction ratio 50	K <sub>1</sub>	$\times 10^3$ Nm/rad	0.34	0.81	1.3	2.5	5.4	10	15	20	31	44
			kgfm/arc min	0.1	0.24	0.38	0.74	1.6	3.0	4.3	5.9	9.3	13
K <sub>2</sub>		$\times 10^3$ Nm/rad	0.47	1.1	1.8	3.4	7.8	14	20	28	44	61	
		kgfm/arc min	0.14	0.32	0.52	1.0	2.3	4.2	6.0	8.2	13	18	
K <sub>3</sub>		$\times 10^3$ Nm/rad	0.57	1.3	2.3	4.4	9.8	18	26	34	54	78	
		kgfm/arc min	0.17	0.4	0.67	1.3	2.9	5.3	7.6	10	16	23	
$\theta_1$		$\times 10^{-4}$ rad	5.8	4.9	5.2	5.5	5.5	5.2	5.2	5.5	5.2	5.2	
		arc min	2.0	1.7	1.8	1.9	1.9	1.8	1.8	1.9	1.8	1.8	
$\theta_2$		$\times 10^{-4}$ rad	16	12	15.4	15.7	15.7	15.4	15.1	15.4	15.1	15.1	
		arc min	5.6	4.2	5.3	5.4	5.4	5.3	5.2	5.3	5.2	5.2	

\* The values in this table are reference values. The lower-limit value is approximately 80% of the displayed value.

Table 131-1

Symbol		Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
T <sub>1</sub>	Nm		2.0	3.9	7.0	14	29	54	76	108	168	235
	kgfm		0.20	0.40	0.70	1.4	3.0	5.5	7.8	11	17	24
T <sub>2</sub>	Nm		6.9	12	25	48	108	196	275	382	598	843
	kgfm		0.7	1.2	2.5	4.9	11	20	28	39	61	86
Reduction ratio 80 or more	K <sub>1</sub>	×10 <sup>4</sup> Nm/rad	0.47	1	1.6	3.1	6.7	13	18	25	40	54
		kgfm/arc min	0.14	0.3	0.47	0.92	2.0	3.8	5.4	7.4	12	16
	K <sub>2</sub>	×10 <sup>4</sup> Nm/rad	0.61	1.4	2.5	5.0	11	20	29	40	61	88
		kgfm/arc min	0.18	0.4	0.75	1.5	3.2	6.0	8.5	12	18	26
	K <sub>3</sub>	×10 <sup>4</sup> Nm/rad	0.71	1.6	2.9	5.7	12	23	33	44	71	98
		kgfm/arc min	0.21	0.46	0.85	1.7	3.7	6.8	9.7	13	21	29
θ <sub>1</sub>	×10 <sup>-4</sup> rad	4.1	3.9	4.4	4.4	4.4	4.1	4.1	4.4	4.1	4.4	
	arc min	1.4	1.3	1.5	1.5	1.5	1.4	1.4	1.5	1.4	1.5	
θ <sub>2</sub>	×10 <sup>-4</sup> rad	12	9.7	11.3	11.1	11.6	11.1	11.1	11.1	11.1	11.1	
	arc min	4.2	3.3	3.9	3.8	4.0	3.8	3.8	3.8	3.8	3.8	

\* The values in this table are average values.

**Starting torque** See "Engineering data" for a description of terms. As the values in the table below vary depending on the use conditions, use them as reference values.

Table 131-2  
Unit: cNm

**CSG Series**

Reduction ratio	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
50		4.5	6.7	8.6	17	34	61	85	—	—	—
80		3.1	4.4	5.4	10	21	39	54	73	108	154
100		2.8	3.7	4.7	8.8	20	34	47	64	97	132
120		—	3.4	4.2	8.0	17	31	43	57	88	121
160		—	—	3.6	6.9	15	26	36	50	75	102

Table 131-3  
Unit: cNm

**CSF Series**

Reduction ratio	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
30		6.4	9.3	15	25	54	—	—	—	—	—
50		4.1	6.1	7.8	15	31	55	77	110	160	220
80		2.8	4	4.9	9.2	19	35	49	66	98	140
100		2.5	3.4	4.3	8	18	31	43	58	88	120
120		—	3.1	3.8	7.3	15	28	39	52	80	110
160		—	—	3.3	6.3	14	24	33	45	68	93

**Overdrive starting torque** See "Engineering data" for a description of terms. As the values in the table below vary depending on the use conditions, use them as reference values.

Table 131-4  
Unit: Nm

**CSG Series**

Reduction ratio	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
50		1.8	3.3	5.2	9.9	20	36	52	—	—	—
80		1.8	3.3	5.3	10	21	36	53	69	106	154
100		2	3.6	5.6	11	22	40	56	75	121	165
120		—	3.9	6.1	12	24	43	61	80	121	176
160		—	—	7	14	29	51	70	94	143	198

Table 131-5  
Unit: Nm

**CSF Series**

Reduction ratio	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
30		2.4	3.8	6.2	11	23	—	—	—	—	—
50		1.6	3	4.7	9	18	33	47	62	95	130
80		1.6	3	4.8	9.1	19	33	48	63	96	140
100		1.8	3.3	5.1	9.8	20	36	51	68	110	150
120		—	3.5	5.5	11	22	39	55	73	110	160
160		—	—	6.4	13	26	46	64	85	130	180

# Unit Type CSG/CSF

Engineering Data

Component Type

Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type

## Ratcheting torque See "Engineering data" for a description of terms.

Table 132-1  
Unit: Nm

### CSG Series

Reduction ratio \ Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
50	110	190	280	580	1200	2300	3500	—	—	—
80	140	260	450	880	1800	3600	5000	7000	10000	14000
100	100	200	330	650	1300	2700	4000	5300	8300	12000
120	—	150	310	610	1200	2400	3600	4900	7500	10000
160	—	—	280	580	1200	2300	3300	4600	7200	10000

Table 132-2  
Unit: Nm

### CSF Series

Reduction ratio \ Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
30	59	100	170	340	720	—	—	—	—	—
50	88	150	220	450	980	1800	2700	3700	5800	7800
80	110	200	350	680	1400	2800	3900	5400	8200	11000
100	84	160	260	500	1000	2100	3100	4100	6400	9400
120	—	120	240	470	980	1900	2800	3800	5800	8300
160	—	—	220	450	980	1800	2600	3600	5600	8000

## Buckling torque See "Engineering data" for a description of terms.

Table 132-3  
Unit: Nm

### CSG Series

Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Total reduction ratio	260	500	800	1700	3500	6700	8900	12200	19000	26600

Table 132-4  
Unit: Nm

### CSF Series

Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Total reduction ratio	190	330	560	1000	2200	4300	5800	8000	12000	17000

## On no-load running torque

No-load running torque means the torque on the input side (high-speed shaft side) required to put HarmonicDrive® under a no-load condition.

### Measuring condition

Table 132-5

Reduction ratio 100			
Lubrication condition	Grease lubrication	Name	Harmonic grease® SK-1A Harmonic grease® SK-2
		Application qty.	Appropriate application quantity.

The torque value is the value after a trial run for two hours or longer at an input of 2000 r/min.

\* Contact us for oil lubrication.

### Correction quantity by reduction

The no-load running torque of HarmonicDrive® varies depending on the reduction ratio. Graphs 133-1 to 133-4 show the values for a reduction ratio of 100. Obtain other reduction ratios by adding the correction quantity shown in the right-hand table (Table 132-6).

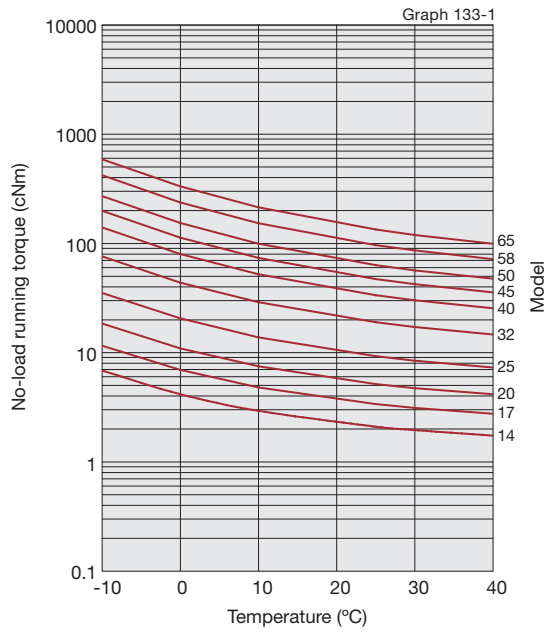
### Correction quantity for the no-load running torque of the unit type

Table 132-6  
Unit: cNm

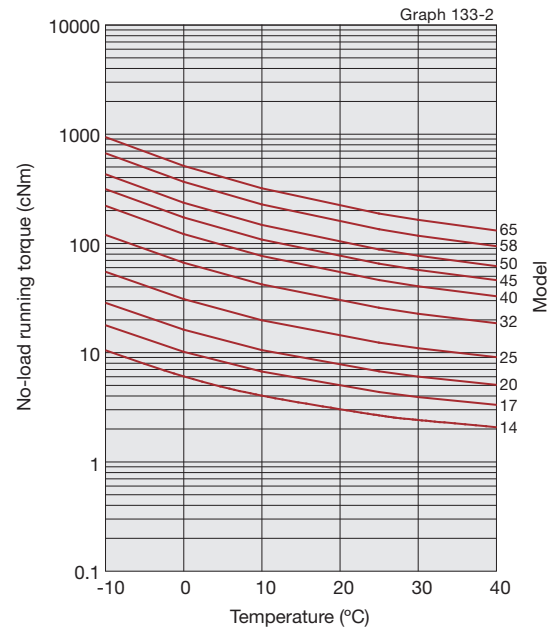
Reduction ratio \ Model	30	50	80	120	160
14	2.5	1.1	0.2	—	—
17	3.8	1.6	0.3	-0.2	—
20	5.4	2.3	0.5	-0.3	-0.8
25	8.8	3.8	0.7	-0.5	-1.2
32	16	7.1	1.3	-0.9	-2.2
40	—	12	2.1	-1.5	-3.5
45	—	16	2.9	-2.1	-4.9
50	—	21	3.7	-2.6	-6.2
58	—	30	5.3	-3.8	-8.9
65	—	41	7.2	-5.1	-12

■ No-load running torque for a reduction ratio of 100

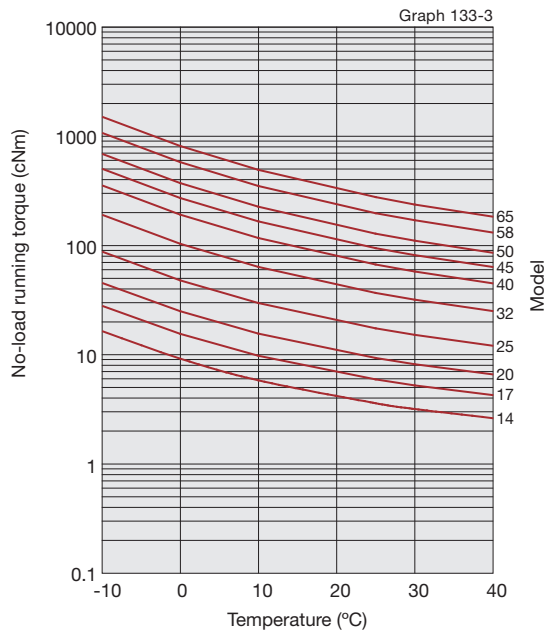
Input rotational speed: 500r/min



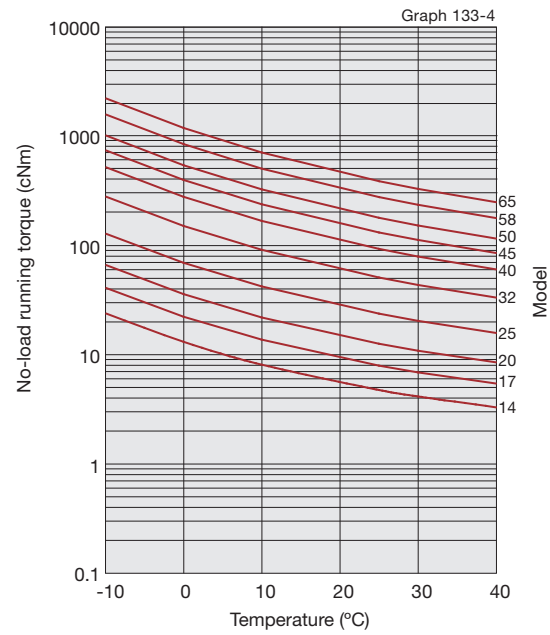
Input rotational speed: 1000r/min



Input rotational speed: 2000r/min



Input rotational speed: 3500r/min



\*The values in this graph are average values  $\bar{X}$ .  $\sigma \approx \bar{X} \times 0.2$



## Efficiency characteristics

The efficiency varies depending on the following conditions.

- Reduction ratio
- Input rotational speed
- Load torque
- Temperature
- Lubrication condition (Type of lubricant and the quantity)

### Measuring condition

Table 134-1

Built-in	Measurement by building the recommended built-in precision into the product		
Load torque	The rated torque shown in the ratings (see the page 126 and 127)		
Lubricating condition	Grease lubrication	Name	Harmonic grease® SK-1A
		Application qty.	Harmonic grease® SK-2
			Appropriate application quantity

### Efficiency correction coefficient

If the load torque is smaller than the rated torque, the efficiency value lowers. Obtain correction coefficient  $K_e$  from the efficiency correction coefficient graph of Graph 134-1 to obtain the efficiency using the following example of calculation.

#### Example of calculation

Efficiency  $\eta$  (%) under the following condition is obtained from the example of CSF-20-80-2A-GR.

Input rotational speed: 1000 r/min

Load torque: 19.6 Nm

Lubrication method: Grease lubrication (Harmonic grease® SK-1A)

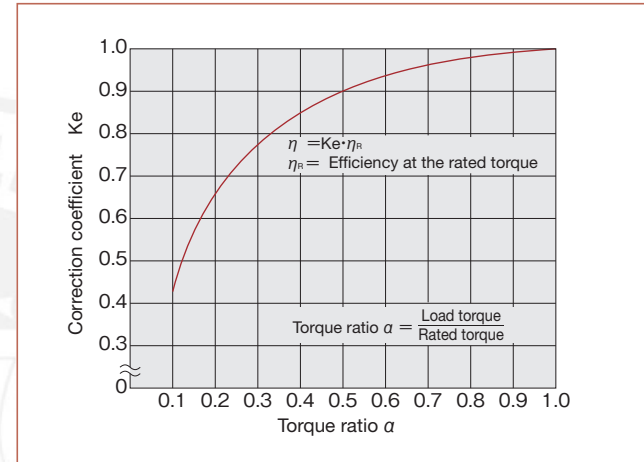
Lubricant temperature: 20°C

Since the rated torque of model number 20 with a reduction ratio of 80 is 34 Nm (Ratings: Page 127), the torque ratio  $\alpha$  is 0.58. ( $\alpha=19.6/34=0.58$ )

- The efficiency correction coefficient is  $K_e=0.93$  from Graph 134-1.
- Efficiency  $\eta$  at load torque 19.6 Nm:  $\eta=K_e \cdot \eta_R=0.93 \times 78=73\%$

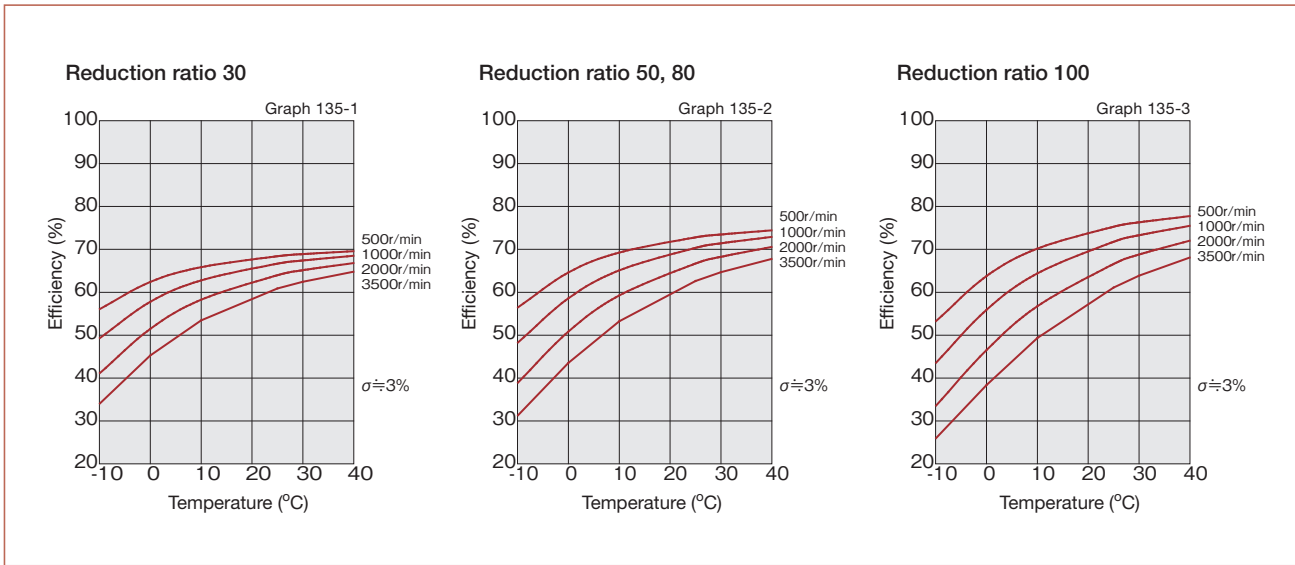
### Efficiency correction coefficient

Graph 134-1

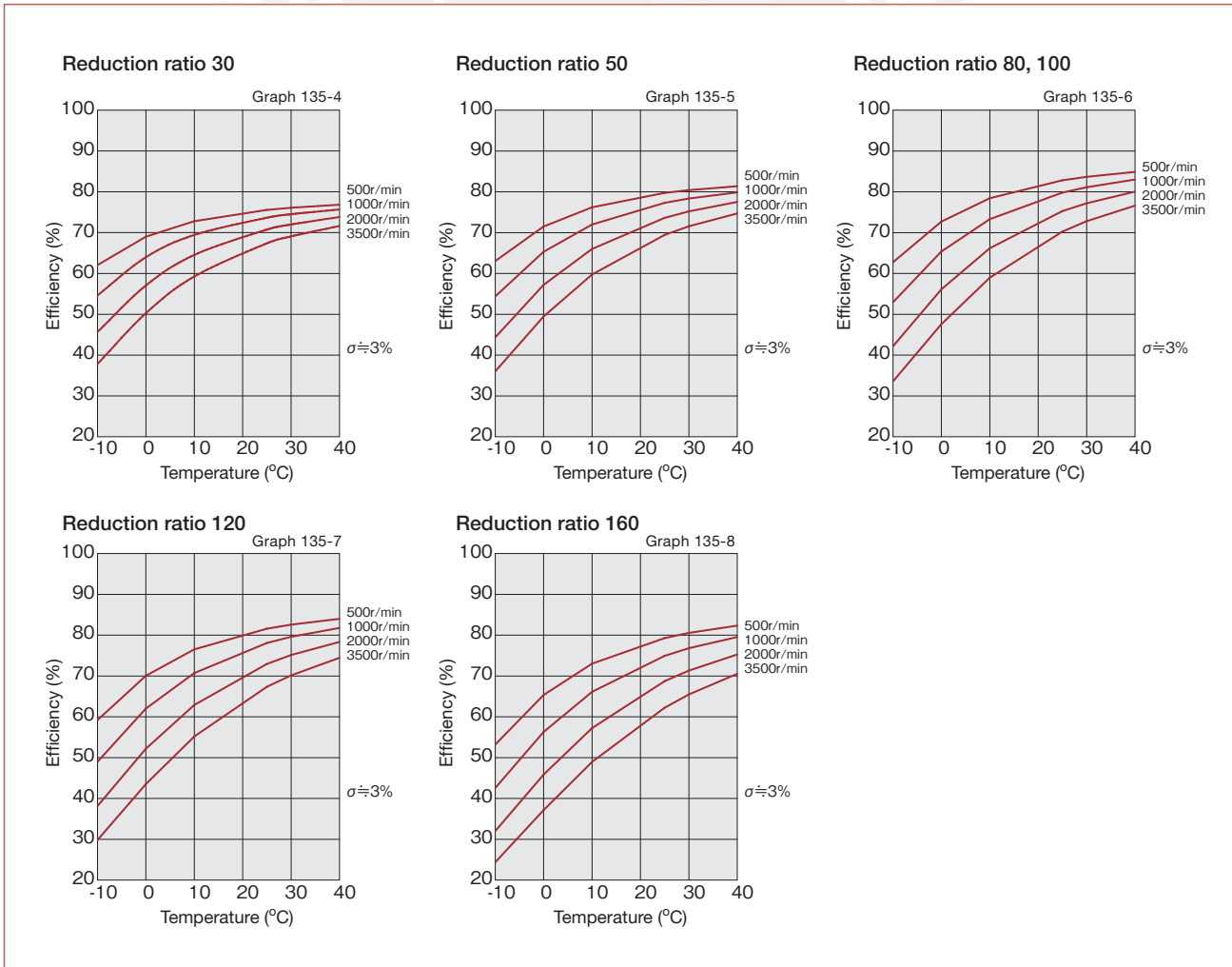


\* Efficiency correction coefficient  $K_e=1$  holds when the load torque is greater than the rated torque.

■ Efficiency at rated torque (Model No. 14)



■ Efficiency at rated torque (Model No. 17 to 65)



Engineering Data

Component Type

Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type

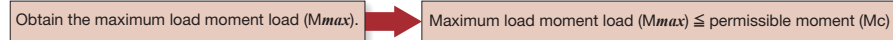
# Unit Type CSG/CSF

## Specification of the main roller bearing

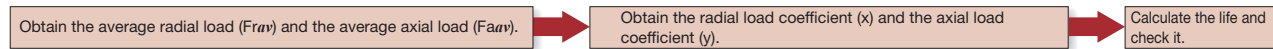
A precision cross roller bearing is built in the unit type to directly support the external load (output flange). Check the maximum load moment load, life of the bearing and static safety coefficient to fully bring out the performance of the unit type. See the Pages 030 to 034 of "Engineering data" for each calculation formula.

### Checking procedure

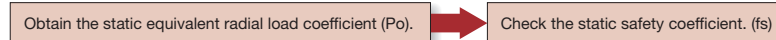
#### (1) Checking the maximum load moment load ( $M_{max}$ )



#### (2) Checking the life



#### (3) Checking the static safety coefficient



### Main roller bearing specifications

The specifications of the cross roller are shown in Table 136-1.

Specifications CSG Series/CSF Series

Table 136-1

Model	Pitch circle dia. of a roller dp m	Offset amount R m	Basic rated load				Permissible moment load Mc		Moment rigidity Km	
			Basic dynamic rated load C		Basic static rated load Co		Nm	kgfm	×10 <sup>4</sup> Nm/rad	kgfm/arc min
			×10 <sup>2</sup> N	kgf	×10 <sup>2</sup> N	kgf				
14	0.035	0.0095	47	480	60.7	620	41	4.2	4.38	1.3
17	0.0425	0.0095	52.9	540	75.5	770	64	6.5	7.75	2.3
20	0.050	0.0095	57.8	590	90.0	920	91	9.3	12.8	3.8
25	0.062	0.0115	96.0	980	151	1540	156	16	24.2	7.2
32	0.080	0.013	150	1530	250	2550	313	32	53.9	16
40	0.096	0.0145	213	2170	365	3720	450	46	91.0	27
45	0.111	0.0155	230	2350	426	4340	686	70	141	42
50	0.119	0.018	348	3550	602	6140	759	77	171	51
58	0.141	0.0205	518	5290	904	9230	1180	120	283	84
65	0.160	0.0225	556	5670	1030	10500	1860	190	404	120

Specifications CSG-LW Series/CSF-LW Series

Table 136-2

Model	Pitch circle dia. of a roller dp m	Offset amount R m	Basic rated load				Permissible moment load Mc		Moment rigidity Km	
			Basic dynamic rated load C		Basic static rated load Co		Nm	kgfm	×10 <sup>4</sup> Nm/rad	kgfm/arc min
			×10 <sup>2</sup> N	kgf	×10 <sup>2</sup> N	kgf				
14	0.035	0.0093	47	480	60.7	620	33.6	3.4	3.6	1.1
17	0.043	0.0091	52.9	540	75.5	770	52.5	5.3	6.4	1.9
20	0.050	0.0098	57.8	590	90	920	74.6	7.6	10.5	3.1
25	0.064	0.0118	96	980	151	1540	127.9	13.1	19.8	5.9
32	0.083	0.0133	150	1530	250	2550	256.7	26.2	44.2	13.1
40	0.096	0.0148	213	2170	365	3720	369	37.7	74.6	22.1
45	0.111	0.0158	230	2350	426	4340	562.5	57.4	115.6	34.4
50	0.119	0.0180	348	3550	602	6140	622	63.5	140	48.5
58	0.141	0.0205	518	5290	904	9230	838	85.4	201	59.6
65	0.160	0.0185	556	5670	1030	10500	1525	156	331	108

\* The basic dynamic rated load means a certain static radial load so that the basic dynamic rated life of the roller bearing is a million rotations.  
 \* The basic static rated load means a static load that gives a certain level of contact stress (4 kN/mm<sup>2</sup>) in the center of the contact area between the rolling element receiving the maximum load and the orbit.  
 \* Permissible moment load means the maximum moment load that may be applied to the output shaft. Within this range, the basic performance is secured and the operation can be performed.  
 \* The value of the moment rigidity is the reference value. The lower-limit value is approximately 80% of the displayed value.  
 \* Permissible axial load or permissible radial load is the value that satisfies the reducer life when either a genuine radial load or an axial load is applied to the main shaft. (When radial load is  $L_r+R=0$ mm, and axial load is  $L_a=0$ mm)

## Design guide

### Mechanical precision

#### Mechanical precision

Fig. 137-1

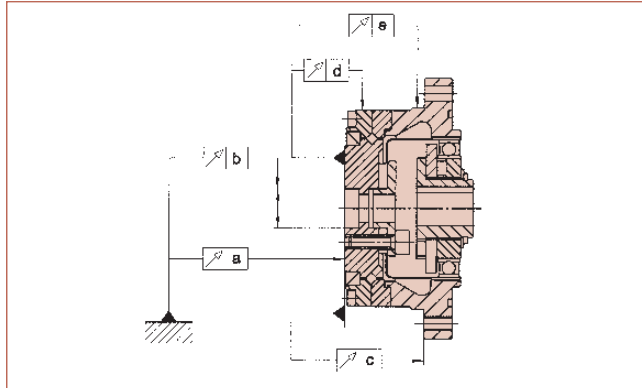


Table 137-1  
Unit: mm

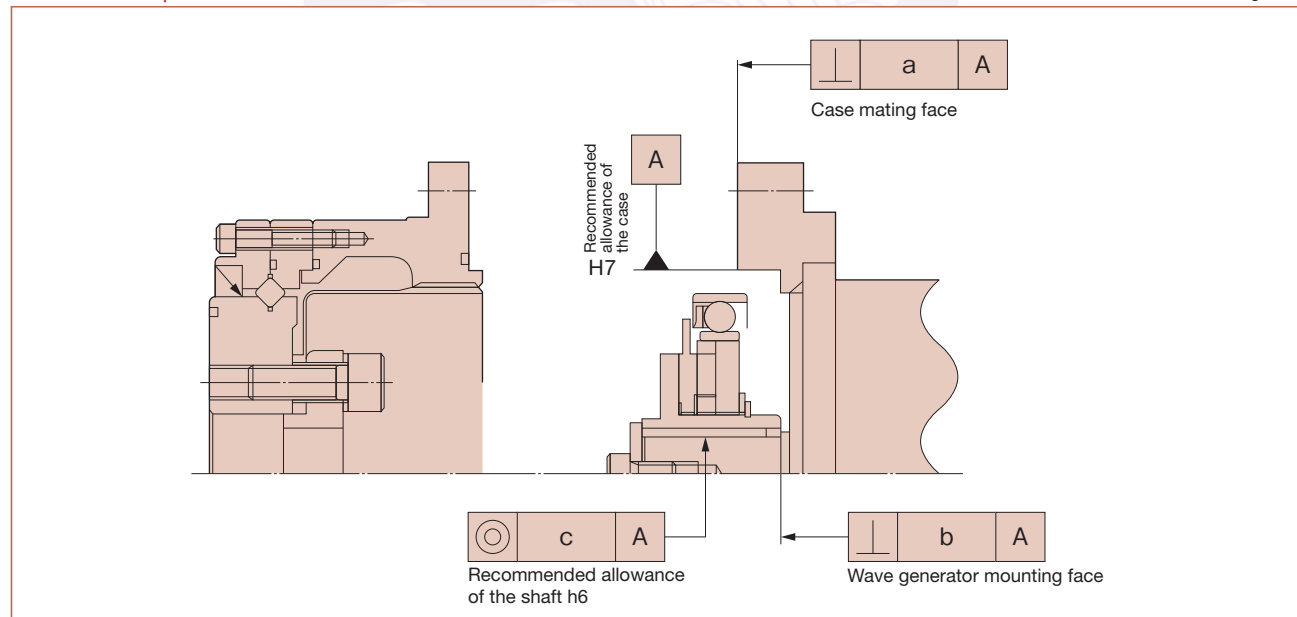
Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
a		0.010	0.010	0.010	0.015	0.015	0.015	0.018	0.018	0.018	0.018
b		0.010	0.012	0.012	0.013	0.013	0.015	0.015	0.015	0.017	0.017
c		0.024	0.026	0.038	0.045	0.056	0.060	0.068	0.069	0.076	0.085
d		0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.015	0.015	0.015	0.015	0.015
e		0.038	0.038	0.047	0.049	0.054	0.060	0.065	0.067	0.070	0.075

### Installation precision

Maintain the recommended precision shown in Figure 137-1 and Table 137-1 to fully bring out the excellent performance of unit type for built-in design.

#### Recommended precision for the built-in case

Fig. 137-2



#### Recommended precision for the built-in case

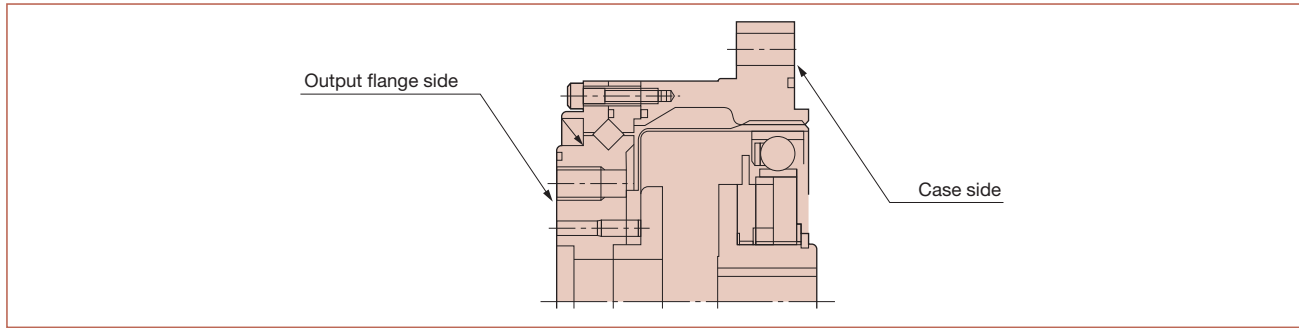
Table 137-2  
Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
a		0.011	0.015	0.017	0.024	0.026	0.026	0.027	0.028	0.031	0.034
b		0.017	0.020	0.020	0.024	0.024	0.032	0.032	0.032	0.032	0.032
		(0.008)	(0.010)	(0.010)	(0.012)	(0.012)	(0.012)	(0.013)	(0.015)	(0.015)	(0.015)
c		0.030	0.034	0.044	0.047	0.050	0.063	0.065	0.066	0.068	0.070
		(0.016)	(0.018)	(0.019)	(0.022)	(0.022)	(0.024)	(0.027)	(0.030)	(0.033)	(0.035)

\* The value in the parentheses indicates that input (wave generator) is the rigid type.

## Installation and transmission torque

Fig.138 -1



### CSG series: Installation of output flange side and transmission torque

Table138 -1

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Number of bolts		6	6	8	8	8	8	8	8	8	8
Bolt size		M4	M5	M6	M8	M10	M10	M12	M14	M16	M16
Installation of bolts: P.C.D.		mm	23	27	32	42	55	68	82	100	110
Bolt tightening torque	Nm	5.4	10.8	18.4	45	89	89	154	246	383	383
	kgfm	0.55	1.1	1.88	4.5	9.1	9.1	15.7	25.1	39.1	39.1
Bolt transmission torque	Nm	58	109	245	580	1220	1510	2624	3690	5981	6579
	kgfm	5.9	11.2	25	59	124	154	268	377	610	671

### CSG series: Installation of case side and transmission torque

Table138 -2

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Number of bolts		8	8	8	10	12	10	12	14	12	8
Bolt size		M4	M4	M5	M5	M6	M8	M8	M8	M10	M12
Installation of bolts: P.C.D.		mm	65	71	82	96	125	144	164	174	206
Bolt tightening torque	Nm	4.5	4.5	9.0	9.0	15.3	37	37	37	74	128
	kgfm	0.46	0.46	0.92	0.92	1.56	3.8	3.8	3.8	7.5	13.1
Bolt transmission torque	Nm	182	196	365	538	1200	2100	2844	3251	5717	6293
	kgfm	19	20	37	55	122	214	290	360	583	642

(Table 138-1, 138-2/Notes)

1. It is assumed that the material of the female screws can endure the bolt tightening torque.
2. Recommended bolt Bolt name: JIS B 1176 hexagonal bolt Intensity type: JIS B 1051 12.9 or more
3. Torque efficiency: K=0.2
4. Tightening efficiency: A=1.4
5. Tightening friction coefficient  $\mu=0.15$

### CSG-LW series (Light Weight Type): Installation of output flange side and transmission torque

Table138 -3

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Number of bolts		6	6	8	8	8	8	8	8	8	8
Bolt size		M4	M5	M6	M8	M10	M10	M12	M14	M16	M16
Installation of bolts: P.C.D.		mm	23	27	32	42	55	68	82	100	110
Bolt tightening torque	Nm	5.4	10.8	18.4	45	89	89	154	246	383	383
	kgfm	0.55	1.1	1.88	4.5	9.1	9.1	15.7	25.1	39.1	39.1
Bolt transmission torque	Nm	58	109	245	580	1220	1510	2624	3690	5981	6579
	kgfm	5.9	11.2	25	59	124	154	268	377	610	671

### CSG-LW series (Light Weight Type): Installation of case side and transmission torque

Table138 -4

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Number of bolts		6	8	8	10	12	10	16	18	16	12
Bolt size		M4	M4	M5	M5	M6	M8	M8	M8	M10	M12
Installation of bolts: P.C.D.		mm	65	71	82	96	125	144	164	174	206
Bolt tightening torque	Nm	3.2	3.2	6.4	6.4	10.8	26.5	26.5	26.5	51.9	90
	kgfm	0.33	0.33	0.65	1.1	2.7	2.7	2.7	2.7	5.3	9.2
Bolt transmission torque	Nm	98	143	261	382	842	1488	2712	3237	5350	6649
	kgfm	10	14.6	26.6	39	85.9	152	277	330	546	678

(Table 138-3, 138-4/Notes)

1. It is assumed that the material of the female screws can endure the bolt tightening torque.
2. Recommended bolt Bolt name: JIS B 1176 hexagonal bolt Intensity type: JIS B 1051 12.9 or more
3. Torque efficiency: K=0.2
4. Tightening efficiency: A=1.4
5. Tightening friction coefficient  $\mu=0.15$
6. Since the material of the flange on the case side of CSG-LW is AL (aluminum), be sure to set the bolt tightening torque to the value in Table 138-4. If the tightening torque exceeds the value listed in Table 138-4, the correct transmission torque may not be obtained and looseness may be caused.

**CSF series: Installation of output flange side and transmission torque**

Table 139-1

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Item											
Number of bolts		6	6	8	8	8	8	8	8	8	8
Bolt size		M4	M5	M6	M8	M10	M10	M12	M14	M16	M16
Installation of bolts: P.C.D.	mm	23	27	32	42	55	68	82	84	100	110
Bolt tightening torque	Nm	4.5	9	15.3	37	74	74	128	205	319	319
	kgfm	0.46	0.92	1.56	3.8	7.6	7.6	13.1	20.9	32.5	32.5
Bolt transmission torque	Nm	49	91	204	486	1108	1258	2200	3070	4980	5480
	kgfm	5.0	9.3	21	50	104	128	224	313	508	559

**CSF series: Installation of case side and transmission torque**

Table 139-2

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Item											
Number of bolts		6	6	6	8	12	8	12	12	12	8
Bolt size		M4	M4	M5	M5	M6	M8	M8	M8	M10	M12
Installation of bolts: P.C.D.	mm	65	71	82	96	125	144	164	174	206	236
Bolt tightening torque	Nm	4.5	4.5	9.0	9.0	15.3	37	37	37	74	128
	kgfm	0.46	0.46	0.92	0.92	1.56	3.8	3.8	3.8	7.5	13.1
Bolt transmission torque	Nm	137	147	274	431	1200	1680	2844	3040	5717	6293
	kgfm	14	15	28	44	122	171	290	310	583	642

(Table 139-1, 139-2/Notes)

1. It is assumed that the material of the female screws can endure the bolt tightening torque.
2. Recommended bolt Bolt name: JIS B 1176 hexagonal bolt Intensity type: JIS B 1051 12.9 or more
3. Torque efficiency:  $K=0.2$
4. Tightening efficiency:  $A=1.4$
5. Tightening friction coefficient  $\mu=0.15$

**CSF-LW series: Installation of output flange side and transmission torque**

Table 139-3

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Item											
Number of bolts		6	6	8	8	8	8	8	8	8	8
Bolt size		M4	M5	M6	M8	M10	M10	M12	M14	M16	M16
Installation of bolts: P.C.D.	mm	23	27	32	42	55	68	82	84	100	110
Bolt tightening torque	Nm	4.5	9.0	15.3	37	74	74	128	205	319	319
	kgfm	0.46	0.92	1.56	3.8	7.6	7.6	13.1	20.9	32.5	32.5
Bolt transmission torque	Nm	49	91	204	486	1019	1258	2200	3070	4980	5480
	kgfm	5.0	9.3	21	50	104	128	224	313	508	559

**CSF-LW series: Installation of case side and transmission torque**

Table 139-4

Model		14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
Item											
Number of bolts		6	8	8	10	12	10	16	18	16	12
Bolt size		M4	M4	M5	M5	M6	M8	M8	M8	M10	M12
Installation of bolts: P.C.D.	mm	65	71	82	96	125	144	164	174	206	236
Bolt tightening torque	Nm	3.2	3.2	6.4	6.4	10.8	26.5	26.5	26.5	51.9	90
	kgfm	0.33	0.33	0.65	0.65	1.1	2.7	2.7	2.7	5.3	9.2
Bolt transmission torque	Nm	9.8	143	261	382	842	1488	2712	3237	5350	6649
	kgfm	10	14.6	26.6	39	85.9	152	277	330	546	678

(Table 139-1, 139-2/Notes)

1. It is assumed that the material of the female screws can endure the bolt tightening torque.
2. Recommended bolt Bolt name: JIS B 1176 hexagonal bolt Intensity type: JIS B 1051 12.9 or more
3. Torque efficiency:  $K=0.2$
4. Tightening efficiency:  $A=1.4$
5. Tightening friction coefficient  $\mu=0.15$
6. Since the material of the flange on the case side of CSF-LW is AL (aluminum), be sure to set the bolt tightening torque to the value in Table 139-4.  
If the tightening torque exceeds the value listed in Table 139-4, the correct transmission torque may not be obtained and looseness may be caused.

### ■ Precautions on installing the load to the output flange (models 14 to 25)

As the distance (see the size symbol "L" in Figure 128-1 on Page 128) between the oil seal on the output flange periphery and the edge of the output flange (rotor) is short for the unit types of model numbers 14, 17, 20 and 25, the load may interfere with the oil seal. Produce a design so that the load cannot be applied to the oil seal.

## Installation of a motor

### Motor mounting flange

A motor mounting flange is required for installing a motor on the unit type. The recommended size and precision of the basic part of the motor mounting flange is shown in Table 140-1.

Fig. 140-1

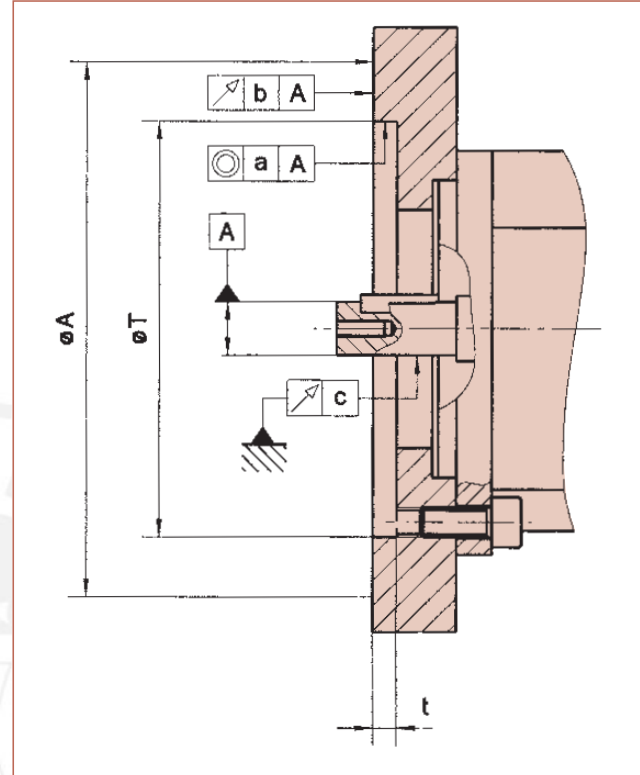


Table 140-1  
Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
a		0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
b		0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
c		0.015	0.015	0.018	0.018	0.018	0.018	0.021	0.021	0.021	0.021
φA		73	79	93	107	138	160	180	190	226	260
t		3	3	4.5	4.5	4.5	6	6	6	7.5	7.5
φT		38H7	48H7	56H7	67H7	90H7	110H7	124H7	135H7	156H7	177H7

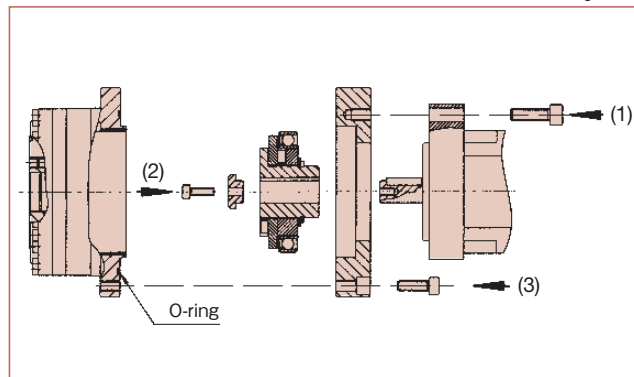
## Installation procedure

As shown in Figures 141-1 and 141-2, there are two basic procedures to install a motor. Select the installation procedure by the diameter of the spigot joint on the motor mounting surface. Table 141-1 shows the selection standard by the diameter of the spigot joint on the motor mounting surface.

Table 141-1  
Unit: mm

Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65	Reference drawing for installation
The dia. of the spigot joint on the motor mounting surface	<35.5	<43.5	<50.0	<62.5	<81.5	<100.0	<113.5	<124.5	<147	<167	Installation procedure-1 (Fig. 141-1)
	≥35.5	≥43.5	≥50.0	≥62.5	≥81.5	≥100.0	≥113.5	≥124.5	≥147	≥167	Installation procedure-2 (Fig. 141-2)

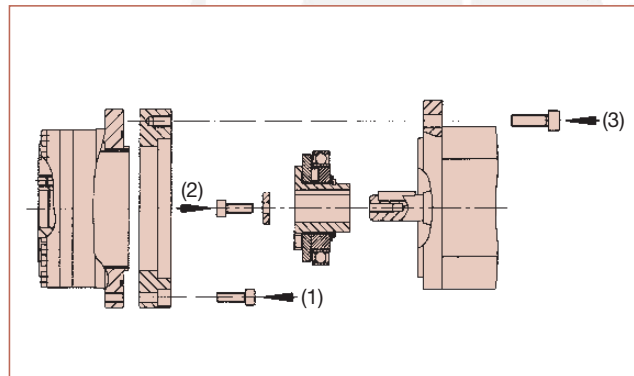
Fig. 141-1



### Installation procedure-1

- (1) Install the mounting flange on the motor mounting surface.
- (2) Install a wave generator on the motor output shaft.
- (3) Install the main unit.

Fig. 141-2



### Installation procedure-2

- (1) Install the mounting flange on the main unit.
- (2) Install a wave generator on the motor output shaft.
- (3) Install the mounting flange (main unit) on the motor mounting surface.

## Precautions on installation

The unit type may generate vibration and abnormal sound due to a failure during installation. Assemble the product based on the following precautions.

### Precautions regarding the wave generator

1. Avoid assembly such as where excessive force is applied to the wave generator bearing. You can smoothly insert the wave generator by turning it.
2. Pay attention so that the effect of misalignment and turnover will be within the recommended value (see "Built-in precision" of each series on Page 137) for the wave generator without Oldham's coupling mechanism.

### Other precautions

1. Is the flatness of the mounting surface poor or distorted?
2. Is any embossment of the screw hole area, burr or trapped foreign matter found?
3. Have chamfering and relief working of the corner been performed to prevent interference with the area of installation of the unit?

### On anti-rust provision

The surface of the component type is not treated with anti-rust coating. Apply anti-rust agent on the surface if required. Contact us if you would like us to perform anti-rust surface treatment.



## Lubrication

Grease lubrication is standard for the unit type that is delivered with grease sealed. Lubricant Harmonic grease® SK-2 is for model numbers 14 and 17, and Harmonic grease® SK-1A is for model numbers 20 to 65 (Harmonic grease® 4B No.2 for the cross roller bearing). Harmonic grease® 4B No.2 is also available for the long-life type (see “Engineering data” for the specifications of the grease).

The distance between the main unit and the inner wall of the mounting flange should be as short as possible so that grease does not fly and remains inside the unit during operation. The recommended size is shown in Table 142-1.

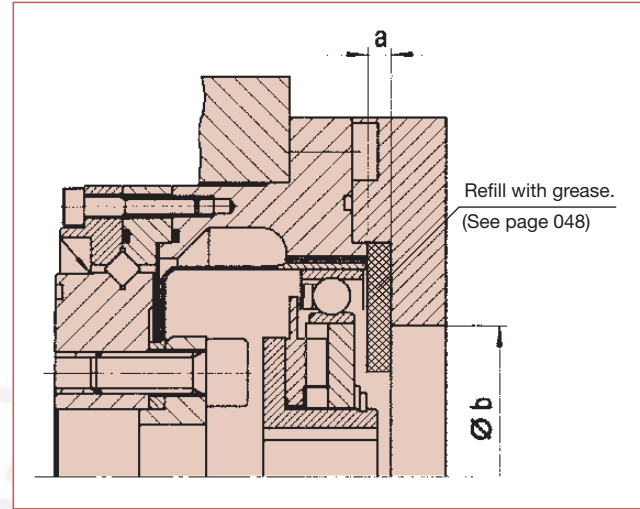


Fig. 142-1

Table 142-1  
Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	45	50	58	65
a*		1	1	1.5	1.5	1.5	2	2	2	2.5	2.5
a**		3	3	4.5	4.5	4.5	6	6	6	7.5	7.5
φb		16	26	30	37	37	45	45	45	56	62

\* Horizontal and vertical: when the wave generator is below  
 \*\* Vertical: when the wave generator is above

## Other precautions

Fill the gap between the wave generator and the input cover (motor flange) with grease to use the wave generator facing upward or downward (see Figure 048-3 on Page 048).

## Sealing mechanism

The following sealing mechanism is required to prevent grease leakage and maintain the high durability of HarmonicDrive®.

- Rotating and sliding area ..... Oil seal (with a spring). Take care regarding flaws on the shaft.
- Flange mating face and mating ..... O-ring and seal agent. Take care regarding the distortion on the plane and how the O-ring is engaged.
- Screw hole area ..... Use a screw lock agent (Locktite 242 is recommended) or seal tape.

(Note) Observe the description above for the particular use of Harmonic grease® 4B No.2.

## Sealing area and the recommended sealing method for the unit type

Table 142-2

Area requiring sealing		Recommended sealing method
Output side	Pass-through hole in the center of the output flange and the output flange mating face	Use O-ring (attached to our product)
	Spanner screw area	Screw lock agent with sealing effect (Locktite 242 is recommended)
Input side	Flange mating face	Use O-ring (attached to our product)
	Motor output shaft	Select one with an oil seal. Those without an oil seal should be structured so that an oil seal is attached to the motor mounting flange.

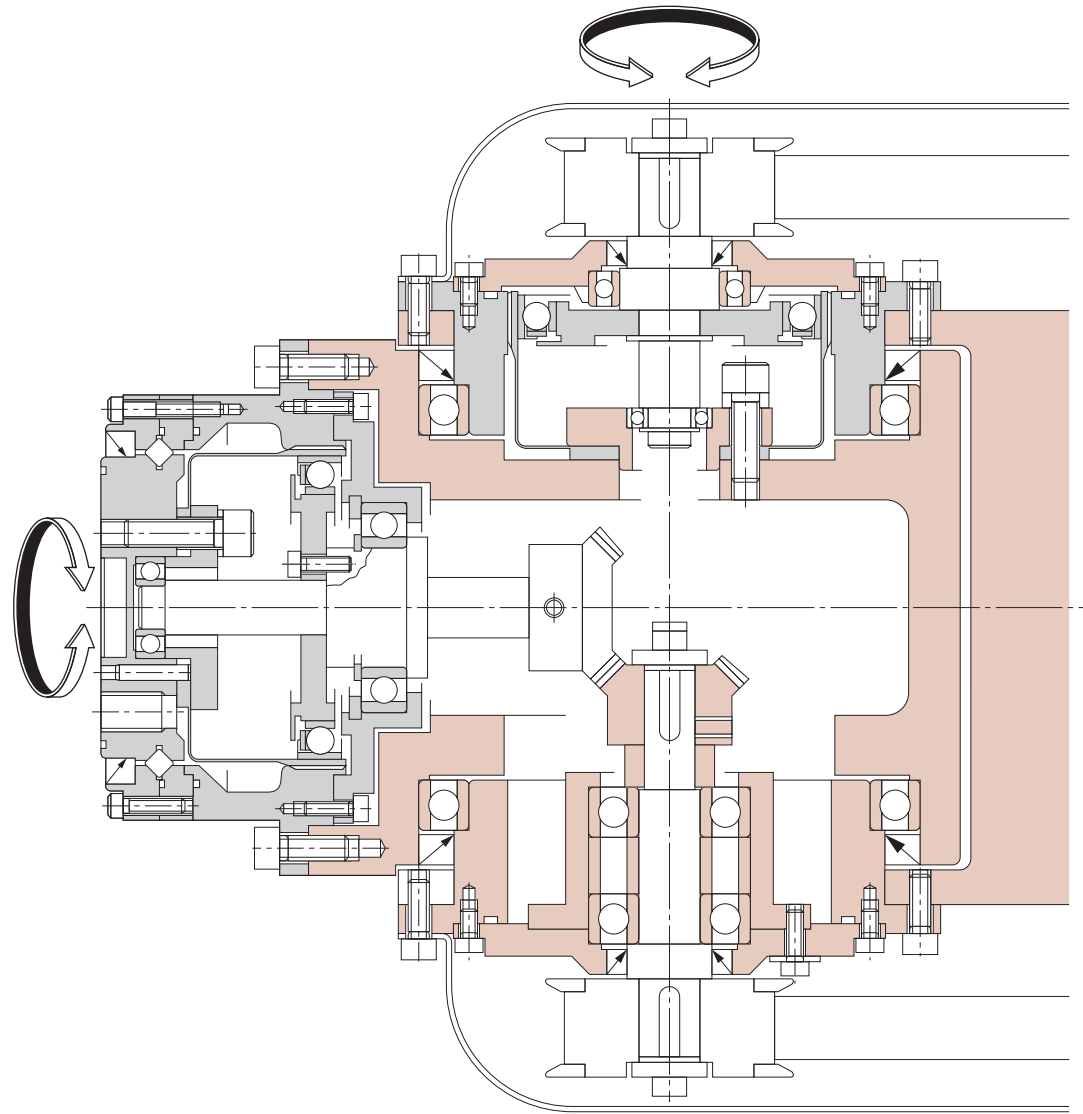
## On anti-rust provision

The surface of the component type is not treated with anti-rust coating. Apply anti-rust agent on the surface if required. Contact us if you would like us to perform anti-rust surface treatment.

Application

Bending and twisting drive of the wrist for a vertical multijoint type robot

Fig. 143-1



\* For usage as this installation example, the sealing mechanism is required to prevent grease leakage.

Engineering Data

Component Type

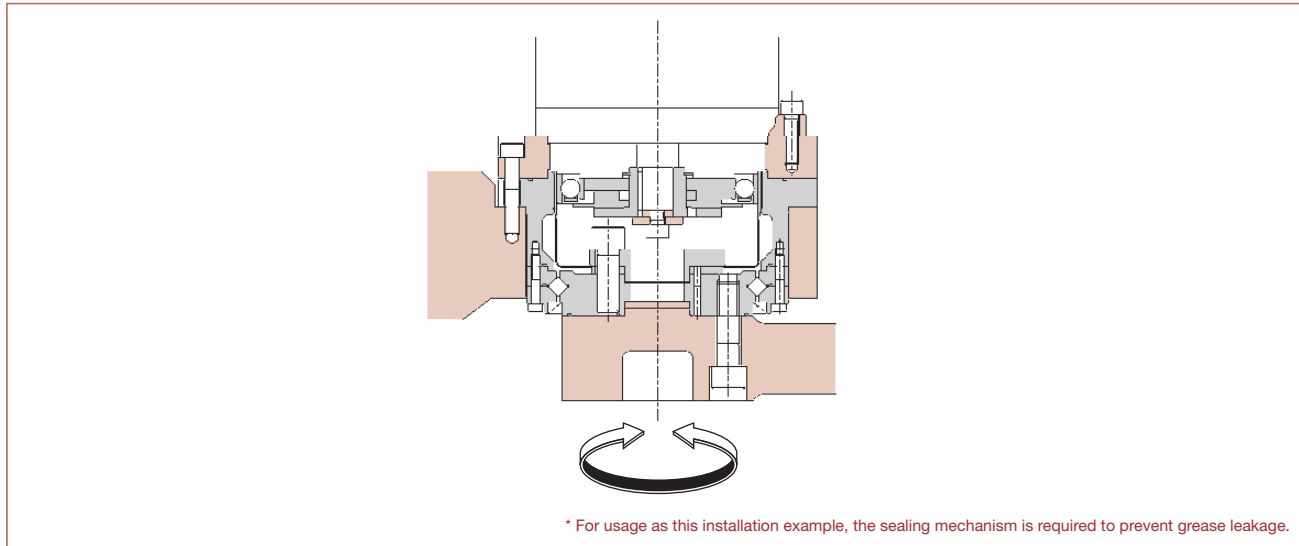
Unit Type

Differential Gear

Gear Head Type

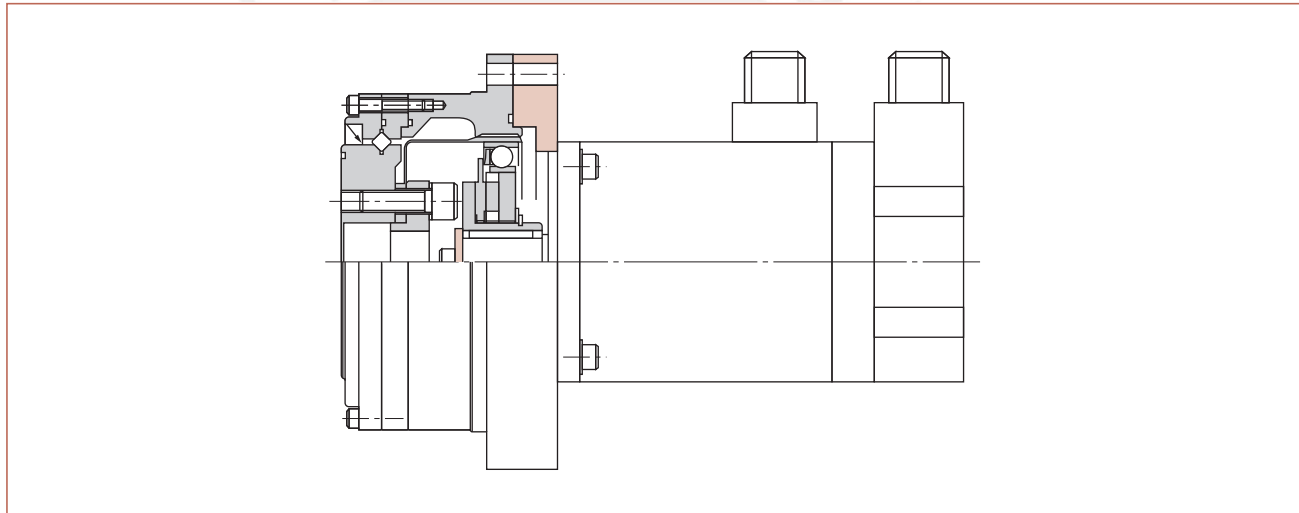
Arm drive of the horizontal multijoint type robot

Fig. 144-1



Example of direct coupling of a servo motor

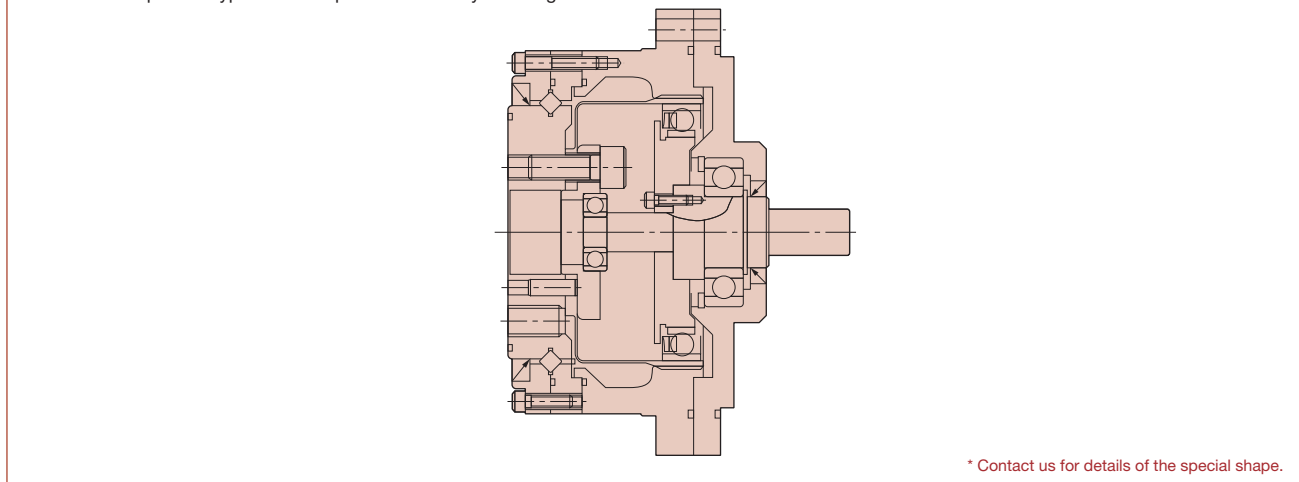
Fig. 144-2



Example of a special shape

Fig. 144-3

This is an example of a type with an input shaft for easy handling.



## Actuator LA32

The LA32 is a powerful actuator that can be supplied with a ball screw spindle to give outstanding performance. The ideal choice for a wide range of applications including adjustment of hospital beds.

The LA32 has many special options including a safety nut, splines, quick release (F) and an optional protection class up to IPX6 standard.



### Features and options:

- 24V DC permanent magnet motor
- Thrust up to 6000 N (with ball screw)
- Stainless steel piston rod
- High-strength plastic housing protects motor and gears
- Elegant and compact design with small installation dimensions
- Protection class: IPX1
- Colour: black
- 2250 mm straight cable with 6.3 mm jack plug
- Low noise level: 46 dB (A); measuring method DS/EN ISO 3743-1, actuator not loaded
- LA32K with ball screw and double-acting brake (i.e. push and pull/both directions)
- Protection class: IPX5 or IPX6
- Reed-switch for exact positioning (8 pulses per spindle revolution)
- LA32 with 5 mm pitch F: Manual quick release
- LA32 with 5 mm pitch FH: Manual quick release with dampened movement
- Mechanical splines function (push only)
- Electrical splines function, built-in micro-switch in back fixture, the actuator can therefore only be used for push. (Only on 01 and 02 back fixture)
- LA32K with ball screw and double-acting brake (i.e. push and pull/both directions)
- LA32KAS with ball screw and safety nut
- LA32KSM with ball screw, safety nut and mechanical splines
- Available with 0.2 m or 0.4 m coiled cable
- LA32JKSM available with 2-speed facility for the LINAK JUMBO SYSTEM
- CS32; electronic limit switch (built-in)

### Usage:

- Duty cycle: Max. 10% or 2 minutes continuous use followed by 18 min. not in use
- Ambient temperature +5° to +40° C
- For use with LINAK control boxes CB8, CB12, CB14 and CS16 PCB or internal CS32 PCB
- Should LA32 be used with a non LINAK control unit, please ask the nearest LINAK representative for further details
- Approvals: IEC 60601-1:2005, 3<sup>rd</sup> edition, ANSI / AAMI ES60601-1:2005, 3<sup>rd</sup> edition and CAN / CSA-22.2 No 60601-1:2008 approved

...to be continued

... to be continued

**Accessories::**

- CS16; electronic limit switch
- Optical encoder
- SLS: safety limit switch



Maximum load in pull = 2000N

**Technical specifications:**

Type	Spindle pitch (mm)	Thrust max. (N)	*Self-lock max. (N)	Stroke length							Typical speed 0/full load (mm/s)	Typical amp. 24V at full load (A)
				100 <sup>P</sup>	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>P</sup>	300 <sup>P</sup>	350	400		
321xxx+00xxx4xx	3	4000	4000	100 <sup>P</sup>	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>P</sup>	300 <sup>P</sup>	350	400	7 / 5.5	3.5
322xxx+00xxx4xx	6	3000	2000	100 <sup>P</sup>	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>P</sup>	300 <sup>P</sup>	350 <sup>P</sup>	400 <sup>P</sup>	13.8 / 13 (2000 N)	3 (2000 N)
322xxx+40xxx4xx	6	3000	3000	100 <sup>P</sup>	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>P</sup>	300 <sup>P</sup>	350 <sup>P</sup>	400	13.6 / 8.5	4.5
32Kxxx+x0xxx4xx	4	6000	6000	-	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>P</sup>	300 <sup>P</sup>	350	400	8.7 / 6.8	4.7
32Kxxx+10xxx4xx	4	6000	6000	-	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>P</sup>	300 <sup>P</sup>	350	400	8.7 / 6.8	4.7
32Kxxx+30xxx4xx	4	6000	6000	-	-	-	-	300 <sup>P</sup>	350	400	8.7 / 6.8	4.7
328xxF+x0xxx4xx	5	2800	2800	100 <sup>P</sup>	150 <sup>P</sup>	200 <sup>P</sup>	250 <sup>#</sup>	300 <sup>#</sup>	-	-	11 / 9.8	3.5
32Kxxx+30xxx3xx	4	7500	6500	-	-	-	-	300 <sup>P</sup>	350	400	15 / 6.5 (7500 N)	9.5 (7500 N)

The above measurements are made in connection with a CB12, the LA32JKSM with a CBJ1 high speed.

P = Stroke lengths where potentiometer is possible as standard

\* LINAK control boxes are designed so that they will short-circuit the motor terminals (poles) of the actuator(s) when the actuator(s) are not running. This solution gives the actuator(s) a higher self-locking ability. If the actuator(s) are not connected to a LINAK control box the terminals of the motor must be short-circuited to achieve the above mentioned self-locking ability.

# = Not with spindle potentiometer (stroke length max. 220 mm)

- K** = Ball screw
- KAS** = Ball screw with safety nut
- KSM** = Ball screw with splines and safety nut
- R** = Reed-switch
- F** = Manual quick release
- FH** = Manual quick release with dampened movement
- KAS** and **KSM** are only available on LA32K (with ball screw)

## LA32

Ordering example:

32 1 1 0 0 + 1 0 2 5 0 4 0 0

**Cables:** Jack cable (General tolerance +/- 0.07 m)  
 0 = \*Straight 2.3 m  
 1 = \*Straight 1.05 m  
 2 = \*Coiled 0.4 m  
 3 = \*Coiled 0.2 m  
 4 = Straight without plug 0.5 m (Potentiometer) always black  
 5 = Straight without plug 1 m (CS) always black  
 X = \*Other cable/length \* *always the same colour as the actuator*

**Protection Class:** 0 = IPX1  
 1 = IPX5  
 2 = IPX6 Washable

**Motor type:** 0 = 24V  
 1 = 24V S-motor  
 2 = 12V S-motor only with spindle types 2 and 3  
 3 = 24V Jumbo motor  
 4 = 24V L-motor standard motor, will always have to be chosen for use with a LINAK control box  
 5 = 12V motor

**Stroke length:** XXX = mm Max. 400 mm for 3-6 mm pitch (up to 600 mm with special (20%) items)  
 Max. 500 mm for 9-12 mm pitch (up to 600 mm with special (20%) items)  
 Min. 100 mm

**Install. dim.** 0 = Standard  
 X = Other install. dim.

**Option:** 0 = None  
 1 = Safety nut RECOMMENDED  
 2 = Steel splines  
 3 = Steel splines with safety nut  
 4 = Brake  
 5 = Brake with safety nut

**Colour:** + = Grey  
 - = Black

**Option:** 0 = None  
 F = Quick release (F)  
 H = Quick release, dampened movement(FH)

**Positioning C/S** 0 = None  
**Optical encoder:** P = Potentiometer 1 kohm } only with motor R = Reed switch  
 L = Potentiometer 5 Kohm } 0, 1, 2, 4, 5 D = Optical encoder  
 T = Potentiometer 10 Kohm  
 Y = CS 32A mount. (Not IP65 / 66)  
 Z = CS 32B mount. } only with motor type "4"  
 C = CS 32C mount. } and with spindle type "1"

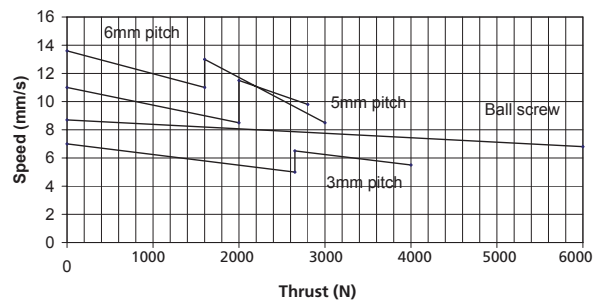
**Back Fixture:** 1 = Standard 5 = Large standard  
 2 = Turned 90 degrees 6 = Large turned 90 degrees  
 A = Standard with EI-splines  
 B = Turned 90 degrees with EI-splines

**Spindle type:** 1 = 3 mm (1 threaded) 7 = 12 mm (4-threaded)  
 2 = 6 mm (2 threaded) 8 = 5 mm (2-threaded)  
 3 = 9 mm (3 threaded) K = Ball spindle  
 4 = 4 mm (2 threaded)  
 5 = 2.5 mm (1 threaded)

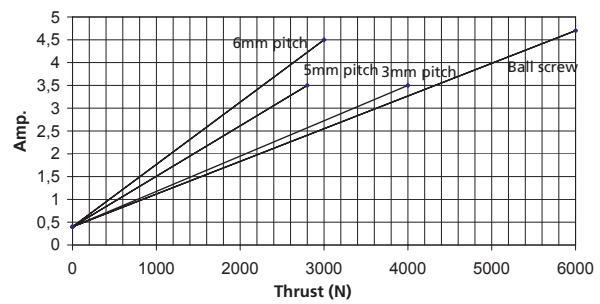
**Actuator type:** 32 = LA32

## Graphs:

LA32 speed v's load

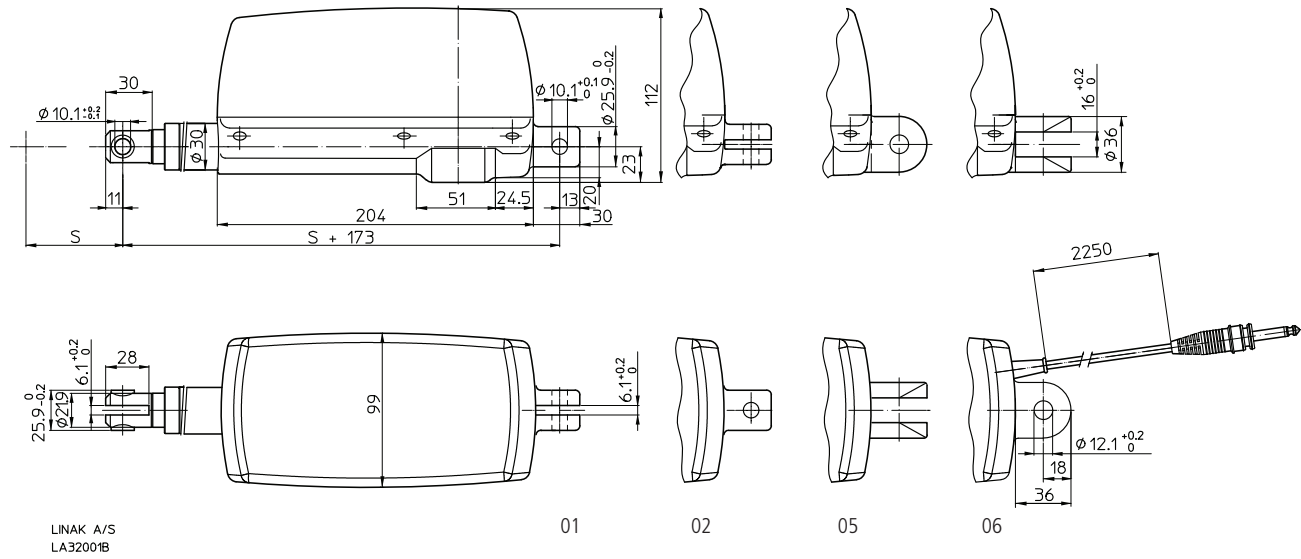


LA32 current v's load



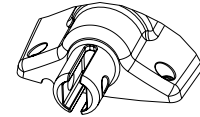
Measurements are made in connection with a CB12

**Dimension:**



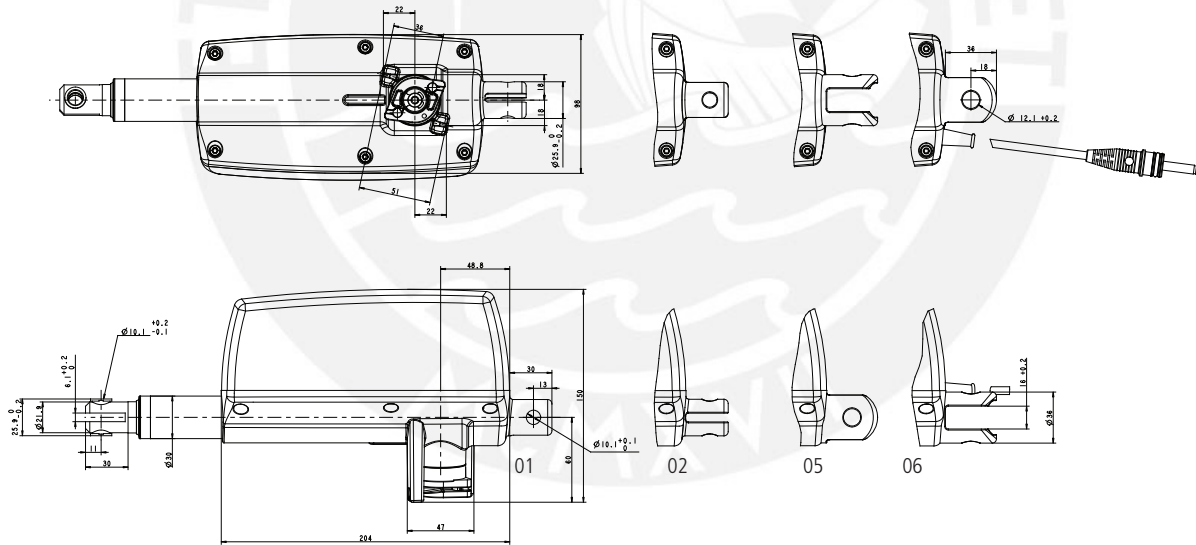
**Installation dimensions:**  
(Min. install dim. 273 mm)

- S + 173: (with/without safety nut)
- S + 181: (LA323. with/without safety nut)
- S + 184: with splines
- S + 198: with splines and safety nut
- S + 210: LA32K, LA32KAS, LA32 with safety nut
- S + 215: with brake
- S + 267: LA32KSM



3D view of the back fixture.  
(here type "01" is shown.  
Drawing no.: 0321200

**LA32 with quick release:**



Drawing no.: LA32F001C

**Install. dimensions:**

- S + 173: LA32.F
- S + 196: LA32FH

**Terms of use**

The user is responsible for determining the suitability of LINAK products for specific application. LINAK takes great care in providing accurate and up-to-date information on its products. However, due to continuous development in order to improve its products, LINAK products are subject to frequent modifications and changes without prior notice. Therefore, LINAK cannot guarantee the correct and actual status of said information on its products. While LINAK uses its best efforts to fulfil orders, LINAK cannot, for the same reasons as mentioned above, guarantee the availability of any particular product. Therefore, LINAK reserves the right to discontinue the sale of any product displayed on its website or listed in its catalogues or other written material drawn up by LINAK. All sales are subject to the Standard Terms of Sale and Delivery for LINAK. For a copy hereof, please contact LINAK.

FOR MOUNTING INSTRUCTIONS AND GUIDANCE IN USAGE, PLEASE SEE THE RELEVANT USER'S MANUALS



# MA1

series



## Product Segments

### • Industrial Motion

TIMOTION's MA1 series linear actuator is the proven choice for applications requiring a durable, long life solution. Specifically designed for harsh working environments, the MA1 linear actuator is ideal for use in heavy-duty machinery, industrial equipment and off road vehicles. This linear actuator has been certified for applications requiring IP66 dynamic compliance.

Available options for the MA1 linear actuator include AC or DC power, ball or acme spindles, mechanical or electrical braking and a load limiting clutch or limit switches.

#### General Features

Spindle	ACME or Ball screw
Voltage of motor	12V DC, 24V DC, 36V DC, 110V AC, or 220V AC
Maximum load	4,500N in pull/push
Maximum speed at full load	48.0mm/s (Ball screw, DC motor, with 2500N)
Standard stroke	20~1000mm (ACME screw); 50~1000mm (Ball screw)
Minimum installation dimension	Stroke+160mm (without POT)
Color	Black
IP rating	IP66D
Operational temperature range	-25°C~+65°C
Options	Overload clutch, Hall sensor(s), potentiometer, manual crank function
Mechanical or electromagnetic brake	
Higher duty cycle (20%), corrosion proof	



**Load and Speed**

CODE	Load (N)		Typical Current (A)				Typical Speed (mm/s)			
	Push	Pull	No Load		With Load		No Load		With Load	
			12V DC	24V DC	12V DC	24V DC	12V DC	24V DC	12V DC	24V DC
<b>ACME Screw, DC Motor</b>										
<b>B</b>	1500	1500	10.0	5.0	15.4	7.7	29.5	29.5	27.0	27.0
<b>C</b>	2500	2500	5.0	2.5	14.0	7.0	15.8	15.8	14.3	14.3
<b>Ball Screw, DC Motor</b>										
<b>A</b>	2500	2500	7.0	3.5	25.0	12.5	58.5	58.5	48.0	48.0
<b>B</b>	3500	3500	5.0	2.5	18.0	9.0	29.8	29.8	25.5	25.5
<b>C</b>	4500	4500	4.0	2.0	13.0	6.5	16.0	16.0	14.0	14.0

CODE	Load (N)		Typical Current (A)				Typical Speed (mm/s)			
	Push	Pull	No Load		With Load		No Load		With Load	
			110V AC	220V AC	110V AC	220V AC	110V AC	220V AC	110V AC	220V AC
<b>ACME Screw, AC Motor</b>										
<b>B</b>	1500	1500	1.9	0.9	2.0	1.0	26.1	22.5	23.0	21.0
<b>C</b>	2500	2500	1.9	0.9	2.0	1.0	14.1	12.0	12.8	11.2
<b>Ball Screw, AC Motor</b>										
<b>A</b>	2500	2500	2.0	0.9	2.5	1.3	53.0	46.0	38.5	40.0
<b>B</b>	3500	3500	1.9	0.9	2.1	1.1	27.0	23.5	22.5	21.5
<b>C</b>	4500	4500	1.9	0.9	2.0	1.0	14.5	12.0	13.0	11.5

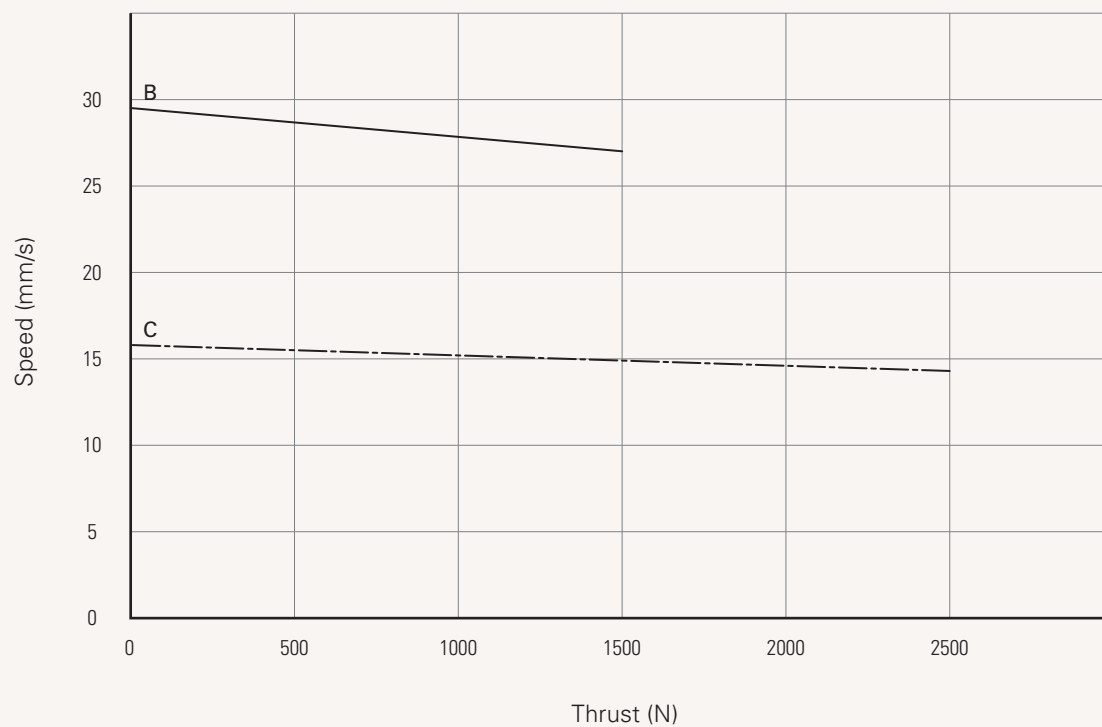
**Note**

- 1** Self locking force: Tested average value when working with TiMOTION control system in push direction.
- 2** Current and speed: Tested average value when stretching in push direction.

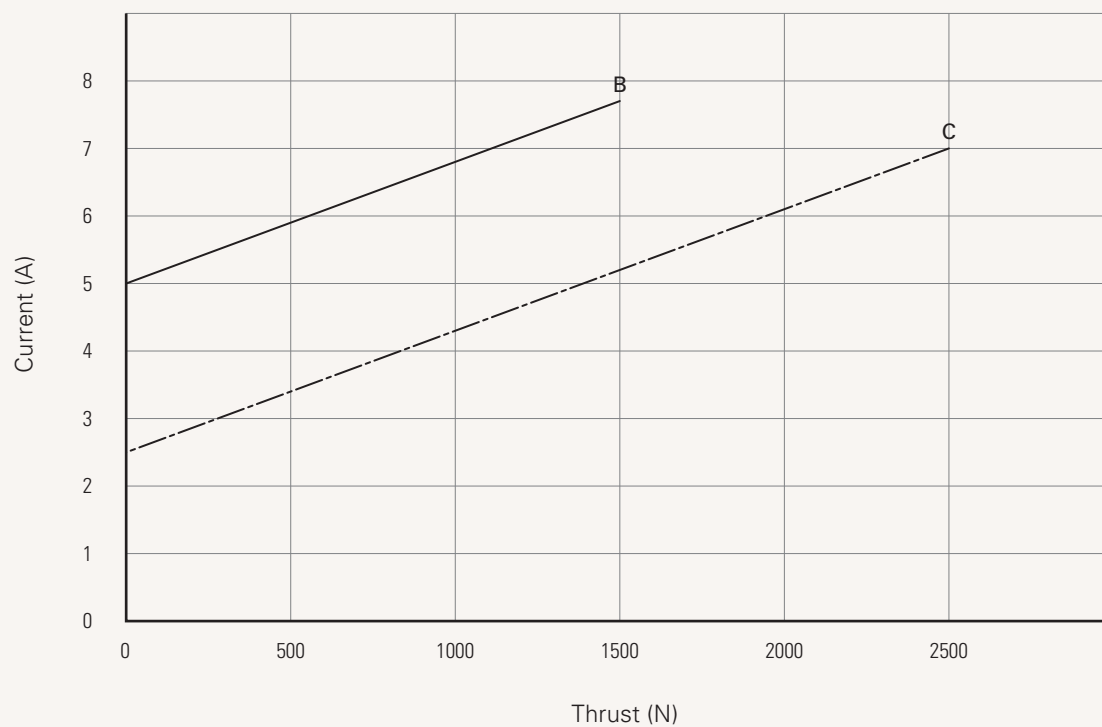
Performance Data

ACME Screw, DC Motor (24V DC)

Speed vs. Thrust



Current vs. Thrust



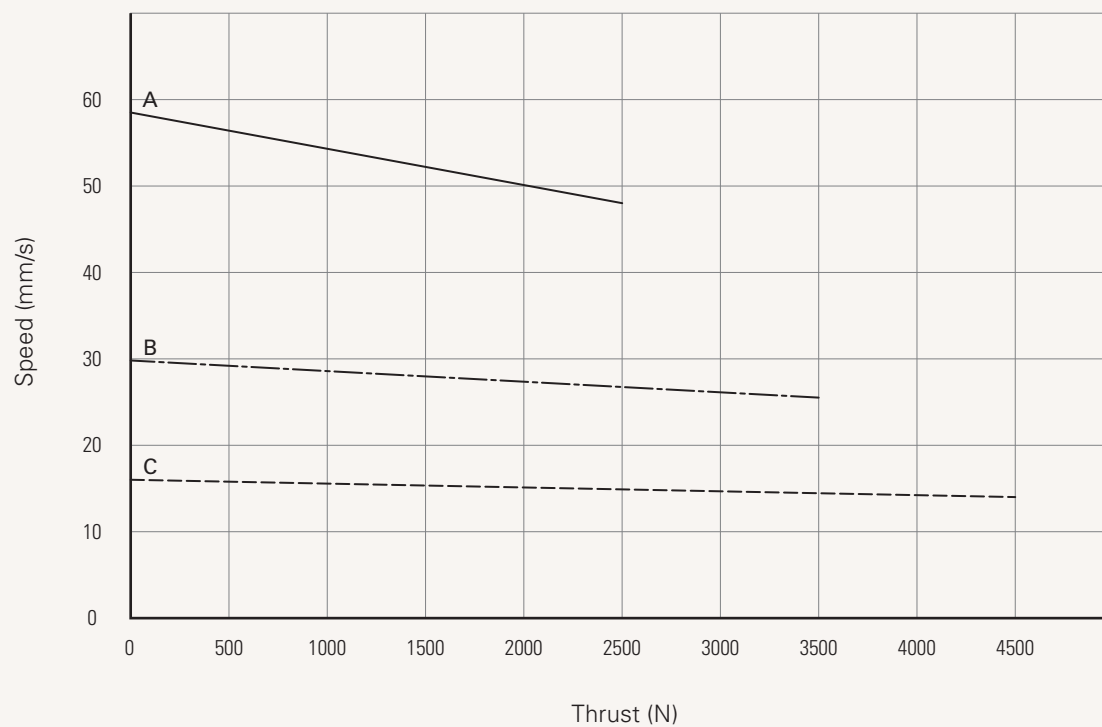
Note

1 The performance data in the curve charts shows theoretical value only.

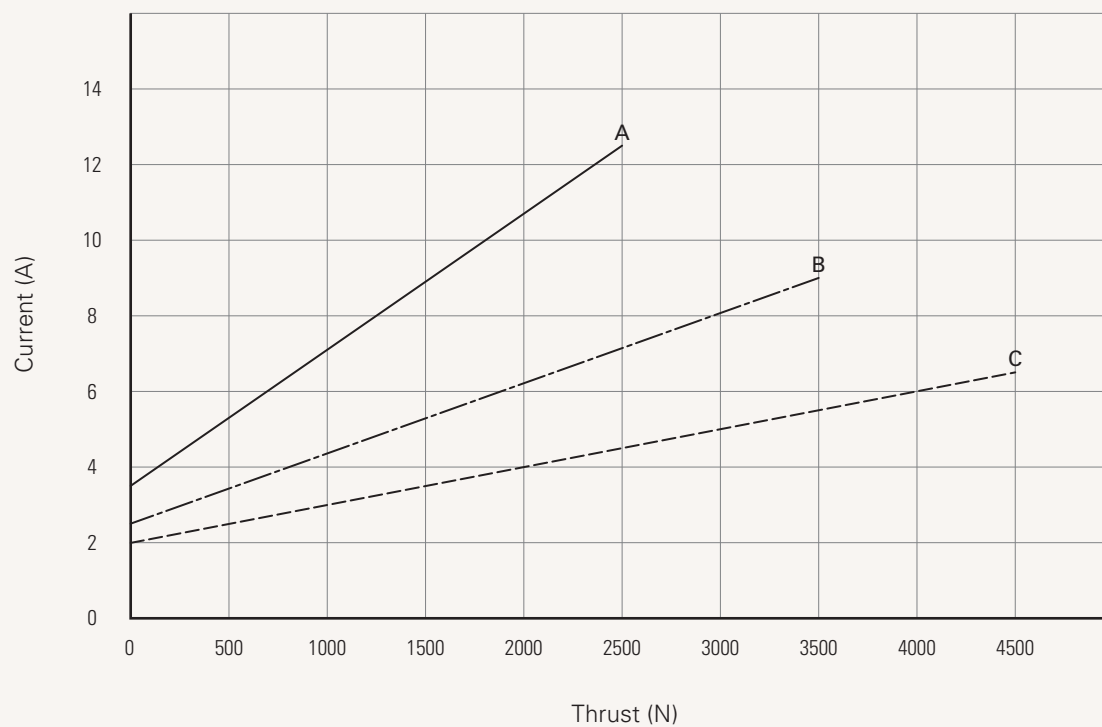
Performance Data

Ball Screw, DC Motor (24V DC)

Speed vs. Thrust



Current vs. Thrust



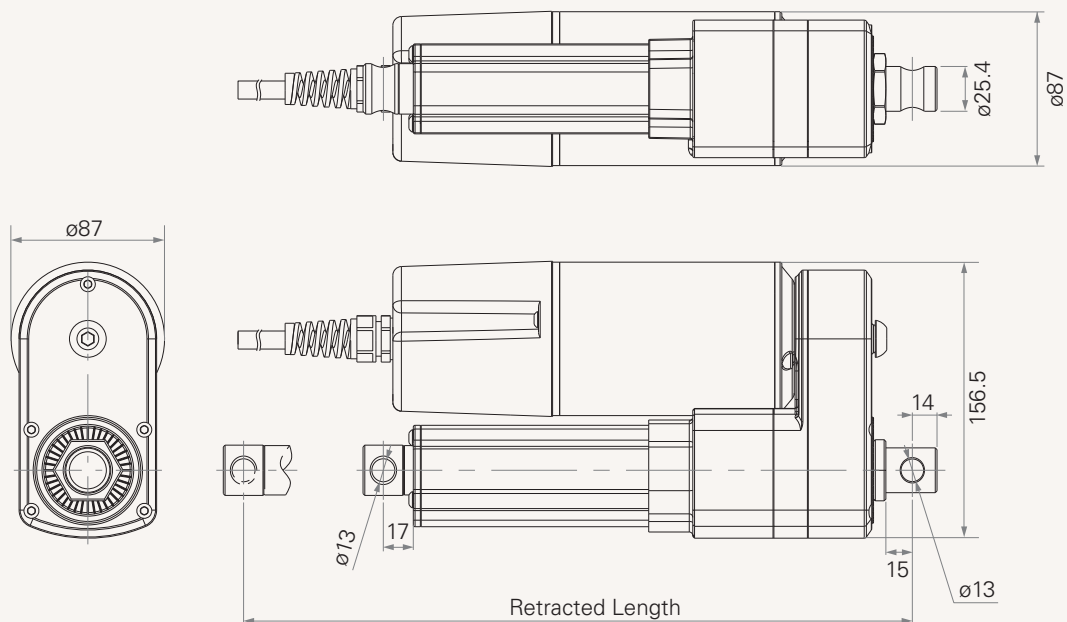
Note

1 The performance data in the curve charts shows theoretical value only.

# MA1 Series

## Drawing

Standard Dimensions  
(mm)



## Wire Definitions

CODE*	Pin					
	1	2	3	4	5	6
	● (green)	● (red)	○ (white)	● (black)	● (yellow)	● (blue)
<b>0</b>	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
<b>1</b>	extend (VDC+)	N/A	N/A	N/A	retract (VDC+)	N/A
<b>2</b>	extend (VDC+)	common	upper limit switch	N/A	retract (VDC+)	lower limit switch

## Note

\* See ordering key - functions for limit switches

**Retracted length (mm)**

1. Calculate  $A+B+C = Y$
2. Retracted length needs to  $\geq \text{Stroke}+Y$

A. Type	ACME Screw DC Motor	Ball Screw DC Motor	ACME Screw AC Motor	Ball Screw AC Motor
	+160	+201	+160	+201

B. Mechanical Brake	Type			
Code	ACME Screw DC Motor	Ball Screw DC Motor	ACME Screw AC Motor	Ball Screw AC Motor
0	-	-	-	-
1	+35	-	+35	-

C. Output Signal	Type			
Code	ACME Screw DC Motor	Ball Screw DC Motor	ACME Screw AC Motor	Ball Screw AC Motor
0	-	-	-	-
1	+36	+40	+36	+40
4	-	-	+36	+40
5	-	-	+36	+40

For long stroke, there is no need for additional retracted length.

# MA1 Ordering Key



## MA1

Version: 20160712-A

<input type="checkbox"/>	<b>Spindle Type</b>	A = ACME screw	B = Ball screw		
<input type="checkbox"/>	<b>Voltage</b>	1 = 12VDC	2 = 24VDC	3 = 36VDC	4 = 110VAC 60Hz 5 = 220VAC 50Hz
<input type="checkbox"/>	<b>Load and Speed</b>	See page 2.			
<input type="checkbox"/>	<b>Stroke (mm)</b>				
<input type="checkbox"/>	<b>Retracted Length (mm)</b>	See page 12.			
<input type="checkbox"/>	<b>Rear Attachment</b>	1 = #45 Steel CNC, Hole: 13mm			
<input type="checkbox"/>	<b>Front Attachment</b>	1 = #45 Steel CNC, Hole: 13mm			
<input type="checkbox"/>	<b>Direction of Rear Attachment (Counterclockwise)</b>	1 = 90° (Standard)		2 = 0°	
<input type="checkbox"/>	<b>Functions for Limit Switches</b>	0 = Without (Needs to choose overload clutch) 1 = Two switches at full retracted/extended positions to cut current 2 = Two switches at full retracted/extended positions to send signal			
<input type="checkbox"/>	<b>Overload Clutch</b>	0 = Without	1 = With (Standard)		
<input type="checkbox"/>	<b>Mechanical Brake</b>	0 = Without	1 = With (Ball screw's standard option)		
<input type="checkbox"/>	<b>Electromagnetic Brake</b>	0 = Without (Standard)	1 = With		
<input type="checkbox"/>	<b>IP Rating</b>	6 = IP66D			
<input type="checkbox"/>	<b>Manual Drive</b>	0 = Without	1 = With		
<input type="checkbox"/>	<b>Output Signals</b>	0 = Without	1 = Potentiometer	4 = One Hall sensor	5 = Two Hall sensors
<input type="checkbox"/>	<b>Plug</b>	1 = Tinned leads			
<input type="checkbox"/>	<b>Cable Length</b>	1 = Straight, 500mm			

### Terms of Use

The user is responsible for determining the suitability of TiMOTION products for a specific application. TiMOTION products are subject to change without prior notice.