

Anexos

Anexo 1. Termodinámica básica

Continuidad de la masa

Lo primero que se debe considerar al hacer el análisis de una turbomáquina, es el principio de continuidad o de conservación de la masa. En un flujo a través de un área se cumple $\dot{m} = \rho V_n A$, donde $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n}$ es la velocidad normal al área, siendo \vec{n} el vector unitario normal al área. Para un volumen de control en estado estable la masa que ingresa (1) debe igualar a la masa que sale (2) :

Principio de conservación de la masa: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$

$$\rho_1 V_{n1} A_1 = \rho_2 V_{n2} A_2 \quad \{4.1\}$$

Donde:

- $\dot{m} [kg/s]$: flujo másico
- $\rho [kg/m^3]$: densidad
- $V [m/s]$: velocidad
- $A [m^2]$: área del flujo

Si la densidad es constante, $V_{n1} A_1 = V_{n2} A_2$. Esto se cumple en caso de considerar al fluido incompresible, manteniendo su densidad constante y manteniendo la velocidad axial constante

Primera ley de la termodinámica – Volumen de control

Debido a la conservación de la energía, principio conocido como primera ley de la termodinámica, en un volumen de control en estado estable con un único flujo másico (\dot{m}) de ingreso (1) y de salida (2), se cumple:

Primera ley para volumen de control en estado estable:

$$\dot{m} \left(u_1 + p_1 v_1 + \frac{1}{2} V_1^2 + g z_1 \right) + \dot{Q} = \dot{m} \left(u_2 + p_2 v_2 + \frac{1}{2} V_2^2 + g z_2 \right) + \dot{W} \quad \{4.2\}$$

Donde:

- $u [kJ/kg]$: energía interna
- $p [kPa]$: presión
- $v [m^3/kg]$: volumen específico
- $z [m]$: altura
- $g [m/s^2]$: aceleración de la gravedad
- $\dot{Q} [W]$: transferencia de calor por unidad de tiempo
- $\dot{W} [W]$: potencia al eje

Al aplicar la ecuación anterior a turbomáquinas como las del presente trabajo, se hacen ciertas simplificaciones. Primero se asume como un proceso adiabático, es decir que no existe transferencia de calor, $\dot{Q} = 0$. Luego, se desprecia el efecto de la altura y el potencial gravitatorio debido a que el flujo es axial, manteniéndose la altura promedio constante. Estas dos simplificaciones se deben a que comparado con el trabajo en una turbomáquina, tanto el calor como la energía potencial gravitatoria son muy pequeños, siendo estos despreciables.

Recordemos que la entalpía se define como: $h = u + pv$.

Luego de estas simplificaciones obtenemos:

1ra ley volumen de control para turbomáquinas:⁷

$$\dot{W} = \dot{m}(h_{01} - h_{02}) \quad \{4.3\}$$

o dividiendo ambos lados por el flujo másico, obtenemos el trabajo específico, o trabajo por unidad de masa:

$$w = (h_{01} - h_{02}) \quad \{4.4\}$$

Donde el trabajo específico es definido como $w = \dot{W} / \dot{m}$.

⁷ Al aplicarlo a turbomáquinas los sufijos pueden cambiar de acuerdo a la numeración de los estados.

Segunda ley de la termodinámica y leyes de Gibbs

Para un proceso reversible, se define el cambio infinitesimal de entropía como:

Cambio de entropía en un proceso reversible:

$$dS = \frac{\delta Q_r}{T} \quad [kJ/kg] \quad \{4.5\}$$

Si escribimos la primera ley de la termodinámica en forma infinitesimal⁸:

$$dU = \delta Q - \delta W$$

En un proceso reversible de expansión o compresión simple, el trabajo se escribe:

$$\delta W_r = p dV$$

Combinando estas tres ecuaciones anteriores y dividiendo entre la masa para obtener las propiedades específicas, se obtiene lo que se conoce como la Primera ley de Gibbs:

Primera ley de Gibbs:

$$T ds = du + p dv \quad \{4.6\}$$

Si bien la ecuación se obtiene con ejemplos de procesos reversibles, al relacionar únicamente propiedades intensivas es válida para cualquier proceso.

De la misma forma, utilizando la definición de entalpía ($h = u + pv$) en su forma diferencial ($dh = du + p dv + v dp$) se obtiene la segunda ley de Gibbs:

Segunda ley de Gibbs:

$$T ds = dh - v dp \quad \{4.7\}$$

⁸ Los diferenciales inexactos o imperfectos (δ) se deben a que el trabajo (W) y el calor (Q) no son función de estado sino que dependen del proceso.

Estas dos ecuaciones conocidas como leyes de Gibbs o ecuaciones Tds son útiles ya que permiten relacionar el cambio de la energía interna y la entalpía con el cambio de entropía, utilizando para turbomáquinas usualmente la segunda ley de Gibbs.

Gas ideal

El modelo de gas ideal aproxima la energía interna de un gas como función única de la temperatura (es decir: $u = u(t)$) y define la ecuación de estado como:

Ecuación de estado para gases ideales:
$$pv = RT \quad \text{ó} \quad p/\rho = RT \quad \{4.8\}$$

Donde:

- R [kJ/kg * K] : constante del gas ideal

La constante del gas ideal se obtiene relacionando la constante universal de los gases (\bar{R}) con la masa molar del gas. Para el aire (fluido a utilizar en este trabajo):

$$R_{aire} = \frac{\bar{R}}{M_{aire}} = \frac{8.314 \text{ [kJ/kmolK]}}{28.97 \text{ [kg/kmol]}} \approx 0.2870 \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right]$$

De la ecuación de estado, y la definición de entalpía ($h = u + pv$) se obtiene que para los gases ideales se cumple:

$$h = u + RT \quad \{4.9\}$$

De esta última ecuación, se puede afirmar que la entalpía también es función únicamente de la temperatura:

$$u = u(t) \quad \text{y} \quad h = h(t)$$

Definición de c_v :
$$c_v(T) = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = \frac{du}{dT} \quad [\text{kJ/kg}] \quad \{4.10\}$$

Definición de c_p :

$$c_p(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p = \frac{dh}{dT} \quad [kJ/kg] \quad \{4.11\}$$

Se observa de la ecuación {4.9} que c_p , c_v y R están relacionados:

$$c_p(T) = c_v(T) + R$$

Se define también para un gas ideal el ratio de calores específicos (k):

$$k = c_p / c_v$$

El ratio k es el exponente politrópico para el gas ideal que corresponde a un proceso adiabático reversible, es decir iséntropico, donde la entropía se mantiene constante ($\Delta s = 0$) y no hay transferencia de calor ($Q = 0$).

Para el aire a 300 K:

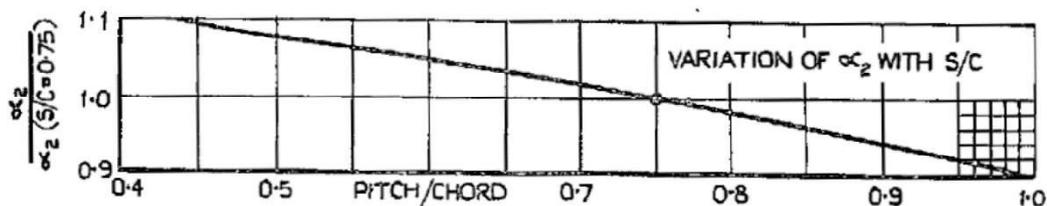
$$c_v = 0.718 \quad [kJ/kg]$$

$$c_p = 1.005 \quad [kJ/kg]$$

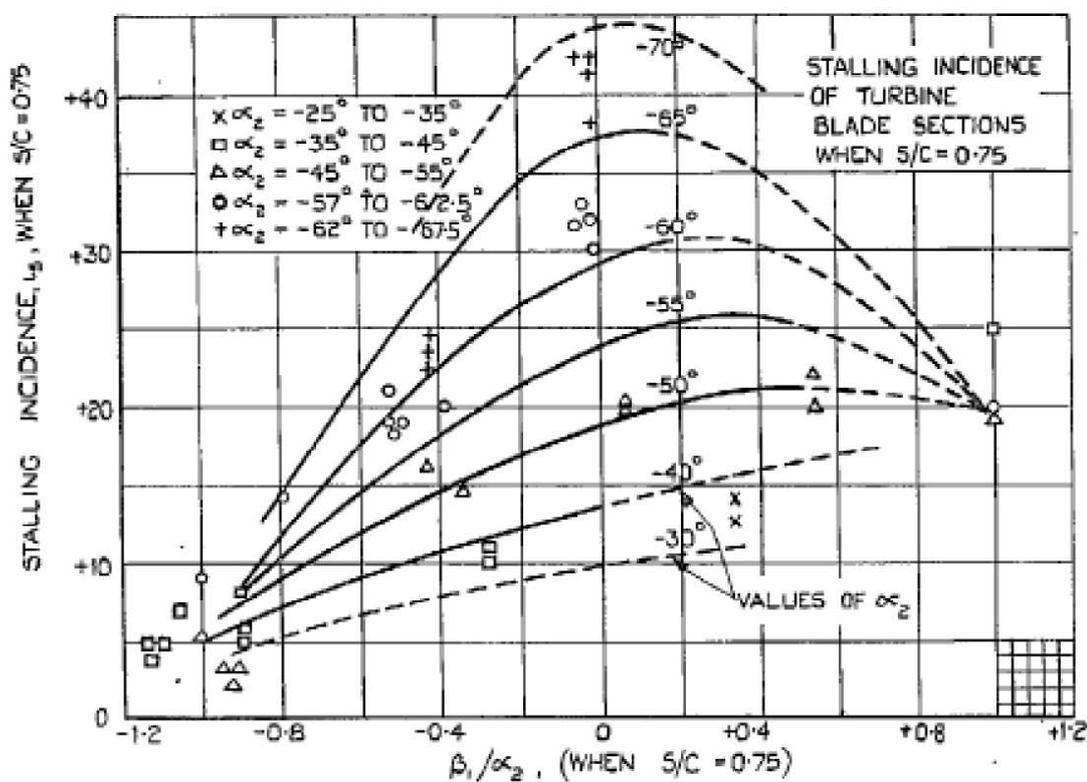
$$k = 1.4 \quad [-]$$

Al trabajar nuestra turbina con aire, la teoría del gas ideal nos permitirá conocer las propiedades del fluido en cada punto de la turbina.

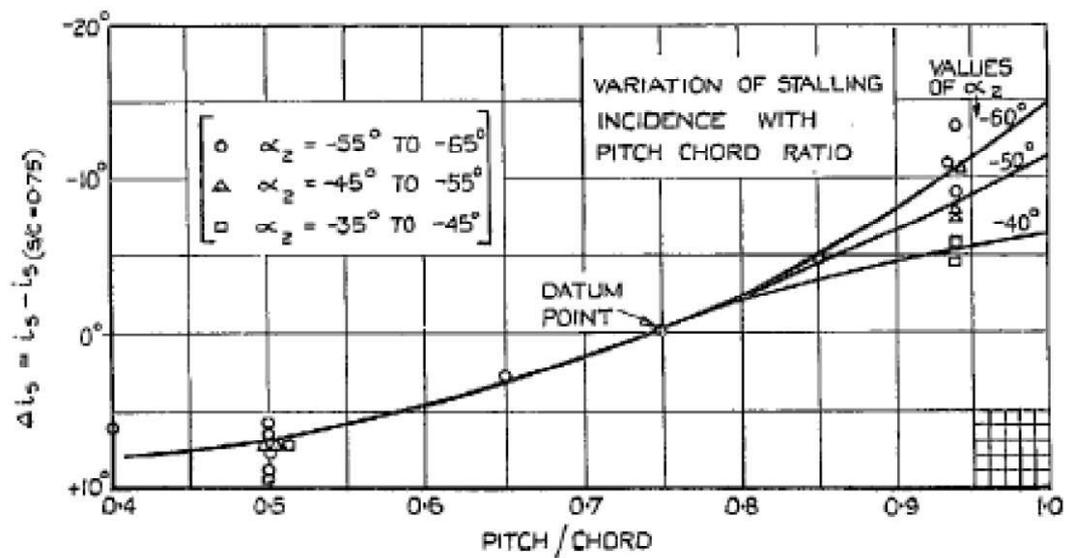
Anexo 2. Gráficas de Ainley y Mathieson [17]



Gráfica para corrección del ángulo de salida en función de la relación entre el espacio entre álabes y la cuerda del ábale.



Ángulo de pérdidas en función de la relación del ángulo de ingreso y el ángulo de salida, utilizando el ángulo corregido con la gráfica anterior.



Corrección del ángulo de pérdida en función de la relación entre el espacio entre álabes y la cuerda del álabe.



Anexo 3. Cálculos – Hoja de cálculo de Mathcad

$kJ := 1000 J$

Aire:

$$R := 0.287 \frac{kJ}{kg \cdot K} \quad \rho_a := \frac{100 kPa}{R \cdot 293 K} \quad \mu_a := 1.85 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s \quad c := \sqrt{1.4 \cdot R \cdot 300 K}$$

Datos geométricos de la turbina:

$$D := 16.5 \text{ cm} \quad v := 0.7 \quad r_R := (1+v) \cdot \frac{D}{4} \quad D_h := D \cdot v \quad r_l := \frac{D}{2} \quad r_h := \frac{D_h}{2}$$

$$l_g := D \cdot \frac{70}{300} \quad l_r := D \cdot \frac{54}{300} \quad b := \frac{D}{2} \cdot (1-v) \quad A_l := 2 \pi r_R \cdot b \quad k := 1 \text{ mm}$$

$$D_{lob} := 7.5 \text{ cm} \quad A_{lob} := \frac{\pi}{4} \cdot D_{lob}^2 \quad RA := \frac{A_{lob}}{A_l} = 0.405$$

Datos del funcionamiento:

$$T := 10 \text{ s} \quad t := 0.01 \text{ s}, 0.02 \text{ s} \dots \frac{T}{2} \quad \omega := 600 \text{ rpm} \quad U_r := \omega \cdot r_R$$

$$V_{vent} := 80 \frac{m}{s} \quad V_{max} := V_{vent} \cdot RA = 32.41 \frac{m}{s} \quad V_a(t) := V_{max} \sin\left(\frac{2 \pi}{T} t\right) \quad \phi(t) := \frac{V_a(t)}{U_r}$$

Ángulos de velocidades, ángulos de giro e incidencias:

$$\theta := 30^\circ \quad \gamma := 60^\circ \quad \varepsilon_r := 2 \cdot \gamma \quad \varepsilon_s := 0 - (90^\circ - \theta)$$

$$\alpha_2 := 90^\circ - \theta \quad \beta_2(t) := \text{atan}\left(\tan(\alpha_2) - \frac{1}{\phi(t)}\right) \quad i_2(t) := \beta_2(t) - \gamma$$

$$\beta_3 := \gamma \quad \alpha_3(t) := \text{atan}\left(\tan(\beta_3) - \frac{1}{\phi(t)}\right) \quad i_3(t) := \alpha_3(t) - (90^\circ - \theta)$$

Velocidades:

Absolutas:

$$V_2(t) := \frac{V_a(t)}{\cos(\alpha_2)} \quad V_3(t) := \frac{V_a(t)}{\cos(\alpha_3(t))} \quad M_4(t) := \frac{V_a(t)}{c} \quad V_4(t) := V_a(t)$$

$$V_{\theta 2}(t) := V_a(t) \cdot \tan(\alpha_2) \quad V_{\theta 3}(t) := V_a(t) \cdot \tan(\alpha_3(t)) \quad M_2(t) := \frac{V_2(t)}{c}$$

Relativas:

$$W_2(t) := \frac{V_a(t)}{\cos(\beta_2(t))} \quad W_3(t) := \frac{V_a(t)}{\cos(\beta_3)} \quad M_{3,rel}(t) := \frac{W_3(t)}{c}$$

$$W_{\theta 2}(t) := V_a(t) \cdot \tan(\beta_2(t)) \quad W_{\theta 3}(t) := V_a(t) \cdot \tan(\beta_3)$$

Otros parámetros

$$\bar{d}_h(s, \alpha_s) := \frac{2 \cdot s \cdot b \cdot \cos(\alpha_s)}{s \cdot \cos(\alpha_s) + b}$$

$$Re(V, t, d_h) := \frac{\rho_a \cdot V(t) \cdot d_h}{\mu_a}$$

Cálculo de **solidez óptima y número de álabes**

Para el **estator**, según gráficas de **Setoguchi**:

$$S_{gS} := l_g \cdot 0.65 = 25.025 \text{ mm} \quad Z_{gS} := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_R}{S_{gS}} = 17.607 \quad Z_g := 18$$

Tomamos el valor más cercano superior al número de álabes obtenidos:

$$S_g := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_R}{Z_g} = 24.478 \text{ mm} \quad \sigma_g := \frac{l_g}{S_g} = 1.573 \quad \frac{1}{\sigma_g} = 0.636 \quad +$$

Para el **rotor**, según **Zweifel** modificado:

$$\sigma_{rZ} := \frac{2}{0.9} \cdot \cos(\gamma)^2 \cdot (\tan(\gamma) + \tan(\gamma)) = 1.925$$

$$S_{rZ} := \frac{l_r}{\sigma_{rZ}} = 15.433 \text{ mm} \quad Z_{rZ} := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_R}{S_{rZ}} = 28.551$$

Tomamos el valor más cercano superior al número de álabes del criterio de Zweifel:

$$Z_r := 29 \quad S_r := \frac{2 \cdot \pi \cdot r_R}{Z_r} = 15.193 \text{ mm} \quad \sigma_r := \frac{l_r}{S_r} = 1.955 \quad \frac{1}{\sigma_r} = 0.512$$

Definición de fórmulas de correlación de pérdidas del perfil según **Ainley y Mathieson**:

Perfil de ingreso axial:

$$Y_{pa}(\alpha_s, S, l) := \left(-0.627 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.821 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) - 0.129 \right) \left(\frac{S}{l} \right)^2 + \left(1.489 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) - 1.676 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.242 \right) \left(\frac{S}{l} \right) - 0.356 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.399 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.0077$$

Perfil equiaxial:

$$Y_{pe}(\alpha_s, S, l) := \left(-1.56 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 1.55 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) - 0.064 \right) \cdot \left(\frac{S}{l} \right)^2 + \left(3.73 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) - 3.43 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.290 \right) \cdot \left(\frac{S}{l} \right) - 0.83 \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.78 \cdot \left(\frac{\alpha_s}{100^\circ} \right) + 0.078$$

Definición de fórmulas de correlación de correcciones según **Kacker y Okapuu**:

$$\chi_{Re}(Re, t) := \begin{cases} \text{if } Re(t) \leq 2 \cdot 10^5 \\ \chi_{Re} \leftarrow \left(\frac{Re(t)}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.4} \\ \text{if } 2 \cdot 10^5 < Re(t) \leq 10^6 \\ \chi_{Re} \leftarrow 1 \\ \text{if } 10^6 < Re(t) \\ \chi_{Re} \leftarrow \left(\frac{Re(t)}{10^6} \right)^{-0.2} \end{cases}$$

$$\chi_i(i_{rat}, t) := \begin{cases} \text{if } i_{rat}(t) \leq 0 \\ \chi_i \leftarrow 1 + i_{rat}(t)^2 (0.0625 i_{rat}(t) + 0.575) \\ \text{if } i_{rat}(t) > 0 \\ \chi_i \leftarrow 1 + i_{rat}(t)^2 (1.1111 i_{rat}(t) + 0.111) \end{cases}$$

Definición de fórmulas de correlación pérdidas secundarias según **Dunhan y Came**:

$$\alpha_m(\alpha_i, \alpha_s) := \text{atan} \left(\frac{1}{2} (\tan(\alpha_i) + \tan(\alpha_s)) \right) \quad C_L(S, l, \alpha_i, \alpha_s, \alpha_m) := 2 \left(\frac{S}{l} \right) (\tan(\alpha_i) - \tan(\alpha_s)) \cos(\alpha_m)$$

$$Y_{S,K}(\alpha_i, \alpha_s, \alpha_m, S, l, B, C_L) := \frac{l}{b} \left(0.0334 \frac{\cos(\alpha_s)}{\cos(\alpha_i)} + B \left(\frac{k}{l} \right)^{0.78} \right) \left(C_L \frac{l}{S} \right)^2 \frac{\cos(\alpha_s)^2}{\cos(\alpha_m)^3}$$

Estimación de pérdidas según correlación de **Ainley y Mathieson** para las pérdidas del perfil, y corrección de pérdidas según correlación de **Kacker y Okapuu**

Para el **primer estator (1) - (2)**:

$$d_{hs} := d_h(S_g, \alpha_2) = 16.379 \text{ mm} \quad Re_{S1}(t) := \frac{\rho_a \cdot V_2(t) \cdot d_{hs}}{\mu_a}$$

Utilizamos unicamente la correlación para **ingreso axial**, con incidencia 0°:

$$Y_{paS1} := Y_{pa}(\alpha_2, S_g, l_g) = 0.111$$

Corrección de pérdidas debido al **número de Reynolds del estator**:

$$\chi_{ReS1}(t) := \chi_{Re}(Re_{S1}, t) \quad Y_{pS1}(t) := Y_{paS1} \chi_{ReS1}(t)$$

Pérdidas **secundarias**, no existe luz en el estator:

$$\alpha_{mS1} := \alpha_m(0, 90 - \theta) \quad C_{LS1} := C_L(S_g, l_g, 0, 90 - \theta, \alpha_{mS1}) \quad B_{S1} := 0$$

$$Y_{S,K,S1} := Y_{S,K}(0, 90 - \theta, \alpha_{mS1}, S_g, l_g, B_{S1}, C_{LS1})$$

$$Y_{S1}(t) := Y_{pS1}(t) + Y_{S,K,S1} \cdot \left(\frac{Re_{S1}(t)}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.2}$$

Para el **rotor (2) - (3)**:

$$d_{hr} := d_h(S_r, \beta_3) \quad Re_r(t) := \frac{\rho_a \cdot W_3(t) \cdot d_{hr}}{\mu_a}$$

Pérdidas del perfil, como es un álabe de impulso se utiliza únicamente las pérdidas para **perfil equiaxial** Y_{pe} :

$$Y_{peR} := Y_{pe}(\beta_3, S_r, l_r)$$

$$t_a := \frac{S_r}{2} \quad Y_{pR} := (Y_{peR}) \left(\frac{t_a}{0.2 l_r} \right) = 0.345$$

Corrección de pérdidas debido al ángulo de **incidencia en el rotor**:

$$\frac{S_r}{l_r} = 0.512 \quad \alpha_{s.0.75} := \frac{\beta_3}{1.075} = 55.814 \text{ deg} \quad \Delta i_{sR} := 7 \text{ deg}$$

$$i_{srefR} := 20 \text{ deg} \quad i_{sR} := i_{srefR} + \Delta i_{sR} \quad i_{ratR}(t) := \frac{i_2(t)}{i_{sR}}$$

$$X_{iR}(t) := X_i(i_{ratR}, t)$$

Corrección de pérdidas debido al **número de Reynolds del rotor**:

$$X_{ReR}(t) := X_{Re}(Re_r, t)$$

Pérdidas del **perfil del rotor** corregidas:

$$Y_{pR}(t) := Y_{pR} X_{ReR}(t) X_{iR}(t)$$

Pérdidas **secundarias** y en la **luz** del rotor:

$$\alpha_{mR} := \alpha_m(\gamma, -\gamma) \quad C_{LR} := C_L(S_r, l_r, \gamma, \alpha_2 - \gamma, \alpha_{mR}) \quad B_R := 0.47$$

$$Y_{S.K.R} := Y_{S.K}(\gamma, -\gamma, \alpha_{mR}, S_r, l_r, B_R, C_{LR})$$

$$Y_R(t) := Y_{pR}(t) + Y_{S.K.R} \left(\frac{Re_r(t)}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.2}$$

MCMXVII

Para el **segundo estator (3) - (4)**:

$$+ d_{hS2} := d_h(S_r, 90 - \theta) \quad Re_{S2}(t) := \frac{\rho_a \cdot V_a(t) \cdot d_{hr}}{\mu_a}$$

$$Y_{paS2} := Y_{pa}(\gamma, S_g, l_g) \quad Y_{pS2} := (Y_{paS2})$$

Corrección de pérdidas debido al ángulo de **incidencia en el segundo estator**:

$$\frac{S_g}{l_g} = 0.636 \quad \alpha_s := \frac{\gamma}{0.95} = 63.158 \text{ deg} \quad \Delta i_{sS2} := 4 \text{ deg}$$

$$i_{refS2} := 28 \text{ deg} \quad i_{sS2} := i_{refS2} + \Delta i_{sR} \quad i_{rats2}(t) := \frac{i_2(t)}{i_{sS2}}$$

$$\chi_{iS2}(t) := \chi_i(i_{rats2}, t)$$

Corrección de pérdidas debido al **Reynolds del segundo estator**:

$$\chi_{ReS2}(t) := \chi_{Re}(Re_{S2}, t)$$

Pérdidas del **perfil del segundo estator** corregidas:

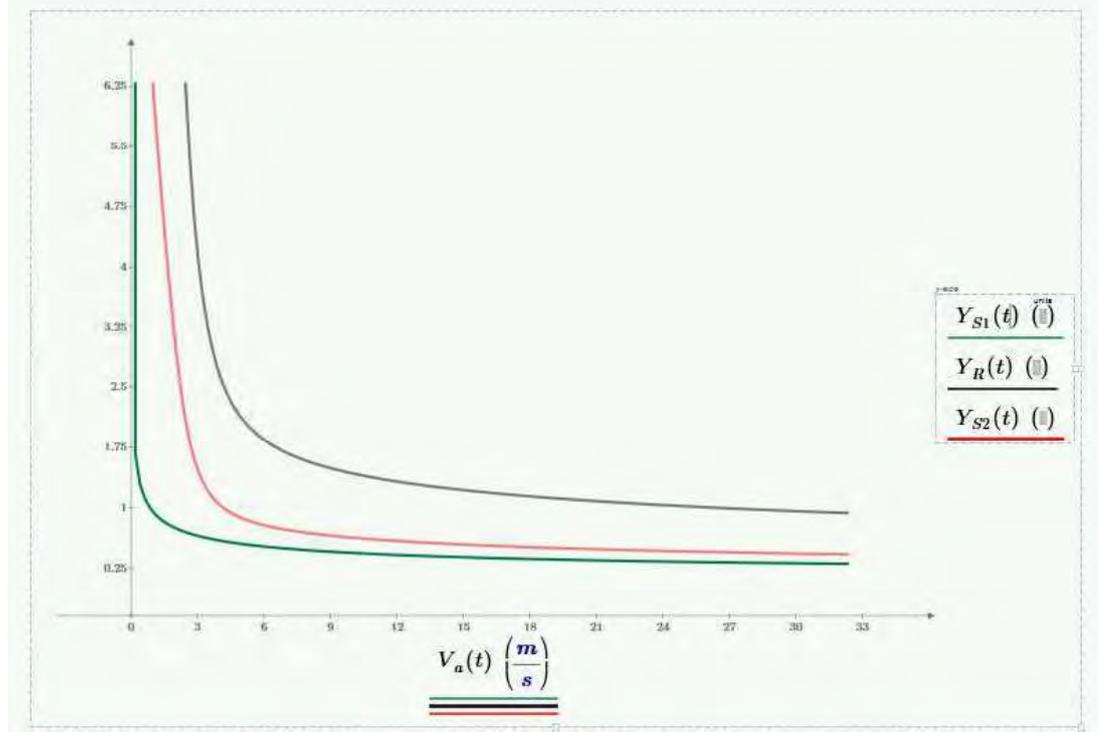
$$Y_{pS2}(t) := Y_{pS2} \chi_{ReS2}(t) \chi_{iS2}(t)$$

Pérdidas **secundarias**, no existe luz en el estator:

$$\alpha_{mS2} := \alpha_m(0, 90 - \theta) \quad C_{LS2} := C_L(S_g, l_g, 0, 90 - \theta, \alpha_{mS2}) \quad B_{S2} := 0$$

$$Y_{S.K.S2} := Y_{S.K}(0, 90 - \theta, \alpha_{mS2}, S_g, l_g, B_{S2}, C_{LS2})$$

$$Y_{S2}(t) := Y_{pS2}(t) + Y_{S.K.S2} \cdot \left(\frac{Re_{S2}(t)}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0.2}$$

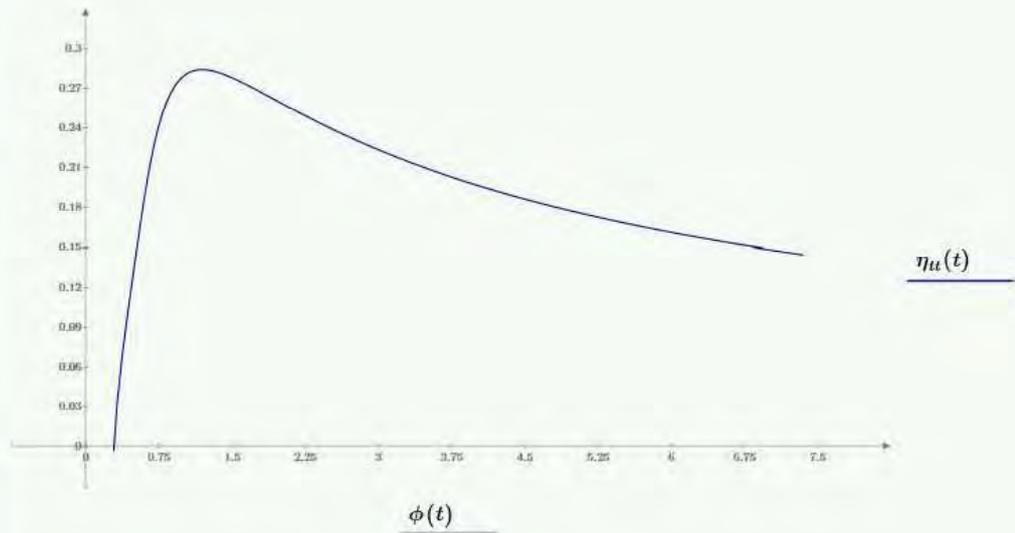


Estimación de la **eficiencia total a total** con fórmula de **Smith**:

$$w(t) := U_r V_a(t) (\tan(\alpha_2) + \tan(\alpha_3(t)))$$

$$f_L(t) := \frac{Y_{S1}(t) V_2(t)^2 + Y_R(t) W_3(t)^2 + Y_{S2}(t) V_a(t)^2}{2 w(t)}$$

$$\eta_u(t) := \frac{1}{1 + |f_L(t)|} \frac{w(t)}{|w(t)|}$$



Estimación de las **propiedades en cada estado**, se asume turbina **adiabática**:

$$k := 1.4 \quad c_p := 1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

(0) Antes del ingreso a la tobera:

$$p_0 := 101 \text{ kPa} \quad T_0 := 273 \text{ K} \quad V_0 := 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad h_{00} := c_p T_0 \quad p_{00} := p_0$$

(1) Antes del ingreso a la turbina ($h_{01} = h_{00}$ y $p_{01} = p_{00} = p_0$):

$$h_{01}(t) := h_{00} \quad p_{01}(t) := p_{00} \quad h_1(t) := h_{01}(t) - \frac{V_a(t)^2}{2}$$

$$T_{01}(t) := \frac{h_{01}(t)}{c_p} \quad p_1(t) := p_{01}(t) - \rho_a \frac{V_2(t)^2}{2} \quad T_1(t) := \frac{h_1(t)}{c_p}$$

(2) Después del primer estator ($h_{02} = h_{01}$ y $p_{02s} = p_{01}$):

$$h_{02}(t) := h_{01}(t) \quad p_{02s}(t) := p_{01}(t)$$

$$T_{02}(t) := \frac{h_{02}(t)}{c_p} \quad \Delta p_{0.12}(t) := Y_{S1}(t) \rho_a \frac{V_2(t)^2}{2}$$

$$h_2(t) := h_{02}(t) - \frac{V_2(t)^2}{2} \quad p_{02}(t) := p_{02s}(t) - \Delta p_{0.12}(t) \quad h_{2s}(t) := h_2(t) + Y_{S1}(t) \frac{V_2(t)^2}{2}$$

$$T_2(t) := \frac{h_2(t)}{c_p} \quad p_2(t) := p_{02}(t) - \rho_a \frac{V_2(t)^2}{2}$$

$$h_{02,rel}(t) := h_2(t) + \frac{W_2(t)^2}{2} \quad p_{02,rel}(t) := p_2(t) + \rho_a \frac{W_2(t)^2}{2}$$

(3) Después del rotor ($h_{03,rel} = h_{02,rel}$ y $p_{03s,rel} = p_{02,rel}$):

$$h_{03,rel}(t) := h_{02,rel}(t) \quad p_{03s,rel}(t) := p_{02,rel}(t)$$

$$h_3(t) := h_{03,rel}(t) - \frac{W_3(t)^2}{2} \quad \Delta p_{0.23,rel}(t) := Y_R(t) \rho_a \frac{W_3(t)^2}{2}$$

$$T_3(t) := \frac{h_3(t)}{c_p} \quad p_{03,rel}(t) := p_{03s,rel}(t) - \Delta p_{0.23,rel}(t) \quad h_{3s}(t) := h_3(t) + Y_R(t) \frac{W_3(t)^2}{2}$$

$$h_{03}(t) := h_3(t) + \frac{V_3(t)^2}{2} \quad p_3(t) := p_{03,rel}(t) - \frac{\rho_a}{2} W_3(t)^2$$

$$T_{03}(t) := \frac{h_{03}(t)}{c_p} \quad p_{03}(t) := p_3(t) + \frac{\rho_a}{2} V_3(t)^2$$

(4) Después del segundo estator ($h_{04} = h_{03}$ y $p_{04s} = p_{03}$):

$$\begin{aligned}
 h_{04}(t) &:= h_{03}(t) & p_{04s}(t) &:= p_{03}(t) \\
 T_{04}(t) &:= \frac{h_{04}(t)}{c_p} & \Delta p_{0,34}(t) &:= Y_{S2}(t) \frac{1}{2} \rho_a V_A(t)^2 \\
 h_4(t) &:= h_{04}(t) - \frac{V_A(t)^2}{2} & p_{04}(t) &:= p_{04s}(t) - \Delta p_{0,34}(t) & h_{4s}(t) &:= h_4(t) + Y_{S2}(t) \frac{V_A(t)^2}{2} \\
 T_4(t) &:= \frac{h_4(t)}{c_p} & p_A(t) &:= p_{04}(t) - \frac{\rho_a}{2} V_A(t)^2
 \end{aligned}$$

Coefficientes dimensionales

$$\begin{aligned}
 m.(t) &:= \rho_a V_a(t) A_t & P(t) &:= m.(t) \cdot w(t) \\
 Q(t) &:= V_a(t) A_t & T_o(t) &:= m.(t) r_R (V_{\theta 2}(t) + V_{\theta 3}(t))
 \end{aligned}$$

$$\Delta p(t) := p_1(t) - p_4(t)$$

$$c_t(t) := \frac{T_o(t)}{0.5 \rho_a (V_a(t)^2 + U_r^2) b Z_r l_r r_R} \quad c_a(t) := \frac{\Delta p(t) Q(t)}{0.5 \rho_a (V_a(t)^2 + U_r^2) b Z_r l_r V_a(t)}$$

$$\eta(t) := \frac{c_t(t)}{c_a(t) \phi(t)} \quad \psi(t) := \frac{w(t)}{U_r^2}$$

