

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
ESCUELA DE POSGRADO



**ESTIMACIÓN DE PRIMAS CAMBIANTES EN EL TIEMPO POR RIESGO
CAMBIARIO Y POR RIESGO DE INFLACIÓN: APLICACIÓN AL SISTEMA
PRIVADO DE PENSIONES**

Tesis para optar el grado de Magíster en Economía que presenta

ABRAHAM SOLDEVILLA CUEVA

Dirigido por

GUILLERMO MOLOCHE VELARDE

San Miguel, 2017

Estimación de primas cambiantes en el tiempo por riesgo cambiario y por riesgo de inflación: Aplicación al Sistema Privado de Pensiones

Alumno: Abraham Soldevilla Cueva*

Asesor: Guillermo Moloche Velarde

28 de febrero de 2018

Resumen

En este estudio se estima la prima por riesgo cambiario y la prima por riesgo de inflación, las cuales son modeladas como procesos cambiantes a lo largo del tiempo con el fin de evaluar la cobertura realizada por estos riesgos en las Administradoras de Fondo de Pensiones (AFP). Para ello se desarrolla un modelo afín de estructura temporal donde las variables de estado se identifican con la tasa corta de Estados Unidos, la tasa de interés real de Perú y la inflación esperada de Perú. En ese sentido, se buscó estimar el espacio de parámetros relevante en las decisiones de inversión de las AFP. Para ello se desarrolla un modelo estructural del mercado de capitales, el cual incluye renta fija y renta variable. Se captura la trayectoria de los factores de la estructura temporal de Estados Unidos y la estructura temporal del Perú simultáneamente con el Filtro de Kalman y se computa la evolución de las primas por riesgo a lo largo del tiempo, ya que éstas son modeladas como funciones que dependen de los factores de la estructura temporal y de los parámetros estimados.

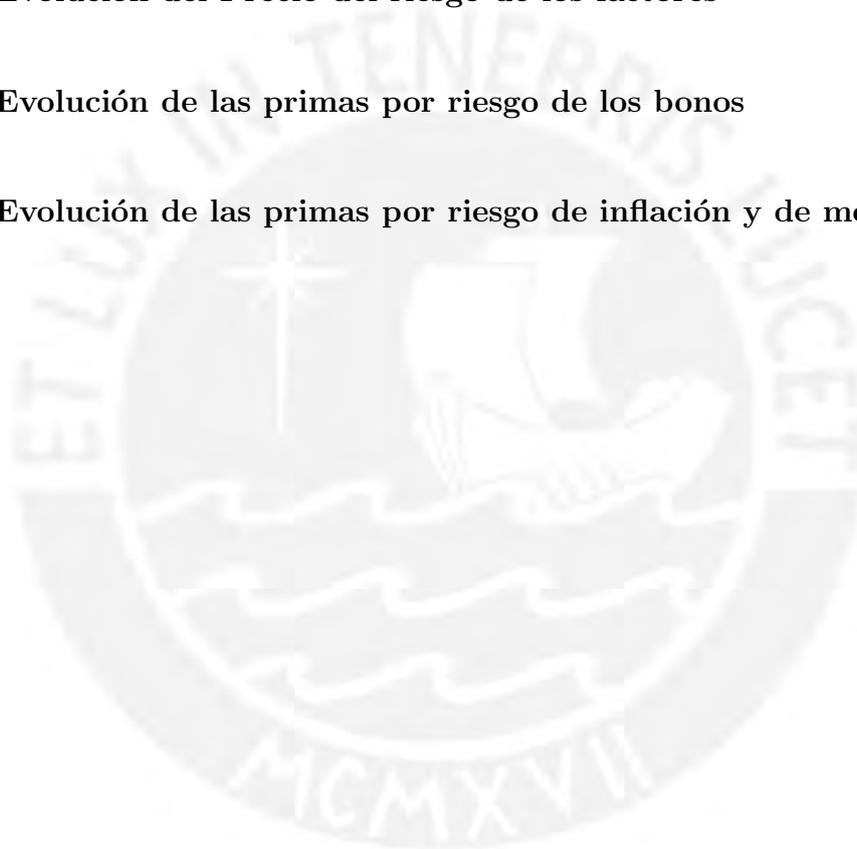
Los resultados obtenidos en este estudio evidencian la necesidad de mayor cobertura del riesgo de inflación en las decisiones de inversión de las AFP, mientras que se debería permitir mayor exposición al riesgo cambiario, con el fin de obtener una mayor cobertura en el portafolio. Cabe precisar que, la estimación realizada en este estudio es el primer paso para responder otras preguntas importantes del Sistema Privado de Pensiones.

*Alumno de la Maestría en Economía de la Universidad Católica del Perú

Índice

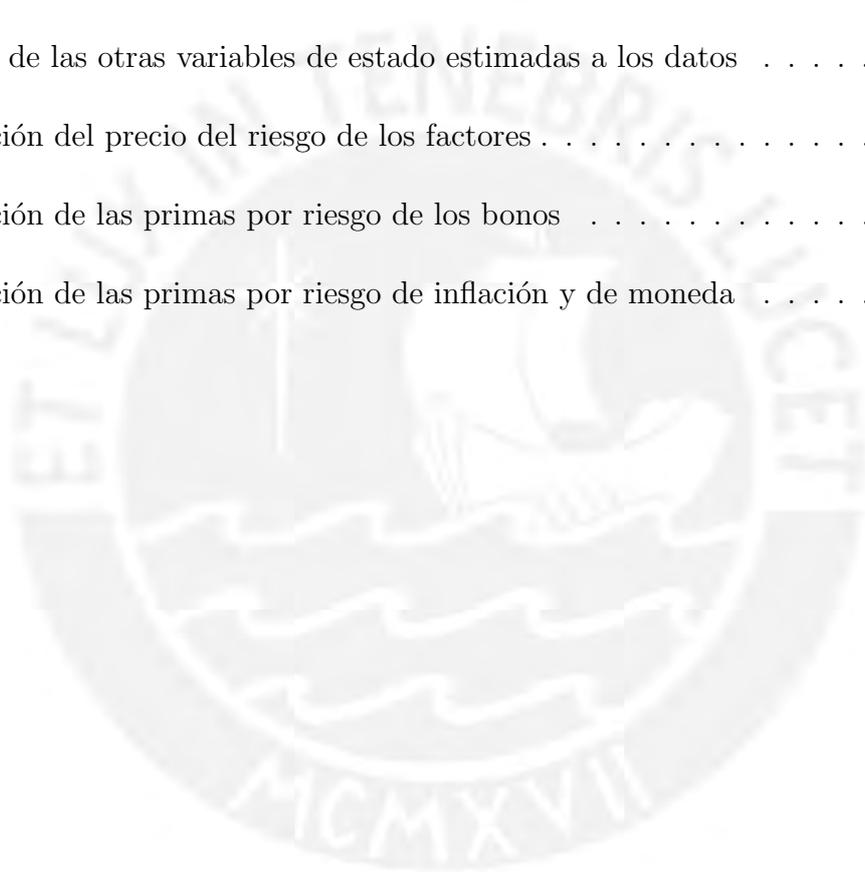
1. Introducción	7
2. Revisión de la Literatura	9
2.1. Literatura en países extranjeros	9
2.2. Literatura en Perú	10
2.3. Marco Regulatorio de las Inversiones de las AFP	11
3. Marco Teórico	13
3.1. El universo de activos negociables	13
3.1.1. El factor de descuento estocástico de los activos negociables	15
3.1.2. El precio por riesgo de los activos negociables	16
3.2. La paridad descubierta de tasas de interés	17
3.3. El precio de los bonos	18
3.4. La prima por riesgo de inflación y la prima por riesgo cambiario	20
4. Hipótesis	21
5. Datos	21
6. Lineamientos Metodológicos	23
6.1. Estimación Econométrica	23
6.2. La forma estado espacio y el Filtro de Kalman	24
7. Resultados	26
8. Recomendaciones de política	28

9. Conclusiones	29
Apéndice A. Política de inversión de las AFP: 2014-2016	32
Apéndice B. Datos	37
Apéndice C. Estimación de los parámetros del modelo	39
Apéndice D. Descripción de los datos y fit del modelo	41
Apéndice E. Evolución del Precio del riesgo de los factores	44
Apéndice F. Evolución de las primas por riesgo de los bonos	45
Apéndice G. Evolución de las primas por riesgo de inflación y de moneda	47



Índice de figuras

1.	Política de inversión de AFP Habitat: 2014-2016	33
2.	Política de inversión de AFP Integra: 2014-2016	34
3.	Política de inversión de Profuturo AFP: 2014-2016	35
4.	Política de inversión de PRIMA AFP: 2014-2016	36
5.	Datos utilizados en la estimación econométrica	38
6.	Ajuste de las yields estimadas a los datos	42
7.	Ajuste de las otras variables de estado estimadas a los datos	43
8.	Evolución del precio del riesgo de los factores	44
9.	Evolución de las primas por riesgo de los bonos	46
10.	Evolución de las primas por riesgo de inflación y de moneda	47



Índice de cuadros

1.	Límites por categoría de instrumento	11
2.	Límites Generales	11
3.	Política de Inversión de las AFP a enero 2014	32
4.	Política de Inversión de las AFP a enero 2015	32
5.	Política de Inversión de las AFP a enero 2016	32
6.	Estadísticos de los datos: dic2005 a jul2016	37
7.	Variables asociadas a los factores	39
8.	Depreciación, Inflación y Renta Variable	39
9.	Precio del riesgo de las variables de estado.	40
10.	Comparación de los primeros momentos de los datos	41
11.	Las primas por riesgo incondicional de los bonos	45
12.	Las primas por riesgo incondicional de la inflación y del tipo de cambio	47

Glosario de Términos

Administradoras Privadas de Fondos de Pensiones (AFP): Instituciones financieras privadas que tienen como único fin la administración de los Fondos de Pensiones bajo la modalidad de cuentas personales. Otorgan pensiones de jubilación, invalidez, sobrevivencia y proporciona gastos de sepelio. Pertenecen al Sistema Privado de Pensiones (SPP).

Cobertura del Riesgo: Cubrir los distintos riesgos al que se expone un inversor mediante diversos mecanismos disponibles en el mercado.

Depreciación: Disminución del valor de una moneda o de otro bien. La depreciación de la moneda es la pérdida de valor de la moneda de un país con respecto a una o más monedas de referencia extranjeras.

Decisiones de Inversión: Decisiones tomadas por los inversionistas sobre donde colocar su dinero.

Inflación: Aumento generalizado de los precios por la pérdida del valor del dinero.

Mercado de Capitales: Mercado en el que se realiza la compra y venta de títulos emitidos por las empresas y Gobiernos.

Prima por riesgo: Diferencia entre el retorno de un activo y la tasa libre de riesgo. Se entiende como la propensión a pagar un precio por los distintos riesgos al que se expone el activo.

Renta fija: Instrumentos de inversión asociados a la emisión de deuda que realizan los Estados y las empresas, estos instrumentos se transan en el Mercado de Capitales.

Renta variable: Instrumentos de inversión asociados al capital de las empresas, estos instrumentos se transan en el Mercado de Capitales.

Riesgo cambiario: También conocido como riesgo de moneda, riesgo financiero asociado a fluctuaciones en el tipo de cambio de una divisa respecto a otra. Es asumido por aquellos inversores cuyas inversiones impliquen un intercambio entre divisas. En consecuencia, puede generar pérdidas o ganancias dependiendo de si el tipo de cambio ha cambiado a favor o en contra de los intereses del inversor.

Riesgo de inflación: Riesgo financiero asociado a la pérdida de poder adquisitivo causada por el aumento generalizado de los precios.

Riesgo de los bonos: Acumulación de riesgos financieros al que están expuestos los bonos. Los principales son: Riesgo del tipo de interés, Riesgo de reinversión; Riesgo de inflación; Riesgo de crédito; Riesgo de liquidez.

1. Introducción

La crisis financiera internacional del 2008 ha demostrado que las economías pequeñas y abiertas, como la economía peruana, son significativamente afectadas por la salida de capitales extranjeros.

En ese sentido, el Gobierno ha enfocado sus esfuerzos en el desarrollo del mercado de capitales y en la estructura temporal de tasas de interés de deuda soberana con el fin de que los inversionistas locales tengan una fuente de fondeo alternativa, lo cual protegería al país ante escenarios de baja liquidez ¹.

Con esto en mente, el estudio integral del mercado de capitales y en particular su relación con la estructura temporal de tasas es muy importante por diversos motivos. Uno de estos motivos es que utilizando la información de la estructura temporal de tasas de interés podemos determinar el precio de instrumentos que aún no son transados en el mercado de capitales.

Además, su estudio es importante para los encargados de la política económica, ya que la estructura temporal de tasas de interés es un importante canal de transmisión de la política monetaria a la inflación e incluso al resto de la economía.

Esto se sustenta en que la tasa de interés de referencia impacta sobre el tramo corto de la estructura temporal, el cual influye en los otros yields, ya que la dinámica de los tramos largos está determinada por las expectativas que se tienen del tramo corto (ver Oldrich_Vasicek (1977)) entre otros factores (ver Duffie_y_Kan (1996), Ang_y_Piazzesi (2003), Sangvinatsos_y_Wachter (2005)).

En este trabajo se propone un modelo Afin de estructura temporal de tasas de interés internacional para modelar el mercado de capitales. El principal objetivo del estudio es capturar la prima por riesgo de inflación y la prima por riesgo de moneda que enfrentan los inversionistas con diferentes horizontes de inversión.

Estimo este modelo usando datos de las yield curve de Perú y Estados Unidos, del tipo de cambio sol dolar, de la inflación realizada del Perú, del IGBVL y del MSCI World Index. Se elige Estados Unidos como país extranjero, porque las tasas de largo plazo de las economías en desarrollo están altamente correlacionadas con las tasas de Estados Unidos. Además el riesgo cambiario más significativo en el Perú está asociado al tipo de cambio sol dolar, ya que la depreciación causa aumento en los precios (bienes importados o sus sustitutos) e incluso influye en las decisiones de la autoridad monetaria.

Nuestro modelo Afin de Estructura Temporal internacional tiene tres factores que son afines a tres variables macroeconómicas relevantes: la tasa corta extranjera (R_t^e), la tasa de interés real doméstica (r_t) y la inflación esperada (π_t).

Estas consideraciones nos permiten encontrar la forma cerrada de la prima por riesgo de inflación y de la prima por riesgo cambiario. Finalmente, el modelo descrito se utiliza como fundamento para

¹Ejemplos de ello son la Alianza del Pacífico, que entre sus objetivos está la integración de los mercados de capitales de Chile, Colombia, México y Perú, y el Programa de Creadores de Mercado, busca desarrollar el mercado de deuda pública en nuevos soles, y con ello, el mercado de capitales

realizar la estimación estructural de los parámetros que gobiernan la dinámica de los activos contenidos en el portafolio de inversión de un inversionista institucional peruano.

Nuestro modelo Afín de Estructura Temporal Internacional sigue los trabajos de Sarno_et_al (2010) y Diez_de_los_Rios (2008); sin embargo, permite capturar la prima por riesgo de inflación, para lo cual sigue los trabajos de Kojien_Nijman_y_Werker (2007) y Moloche_G (2012).

El resto del documento sigue la siguiente estructura. En el capítulo 2 presento la revisión de la literatura. En el capítulo 3 desarrollo el marco teórico donde describo un mercado internacional con la presencia de dos economías. Como punto central, derivó la paridad descubierta de tasas de interés y la ecuación de Fisher. Estas dos relaciones me permiten identificar las primas por riesgo de moneda y por riesgo de inflación, respectivamente.

En el capítulo 4 presento la hipótesis de este estudio, se argumenta que la prima por riesgo de inflación es muy significativa para los inversionistas de largo plazo, una aplicación directa implicaría que las AFP, en su naturaleza de inversionistas de largo plazo, sub-coberturan el riesgo de inflación. Por otro lado, la prima por riesgo de moneda debería ser más estable al horizonte de inversión. En el capítulo 5 describo los datos y presento su fuente.

En el capítulo 6 describo la metodología utilizada para la estimación de los parámetros del modelo, en el Capítulo 7 presento los resultados del estudio. En el capítulo 8 realizo algunas recomendaciones de política en la gestión del portafolio de inversión de las AFP y finalmente en el capítulo 9, las conclusiones de este estudio.

2. Revisión de la Literatura

En este trabajo se propone utilizar un modelo afin de estructura temporal para estudiar el mercado de capitales al que tiene acceso un inversionista institucional con el fin de capturar la primas por riesgo de inflación y la prima por riesgo de moneda implícitas en la negociación de estos instrumentos. En esta sección se reseña otros estudios que desarrollan modelos afines de estructura temporal para estudiar la dinámica de los rendimientos de los bonos u otros activos negociados en el mercado de capitales. Cabe precisar que, estos estudios han sido realizados en su mayoría en países desarrollados como Estados Unidos.

2.1. Literatura en países extranjeros

El primero en estudiar la estructura temporal de tasas de interés en un entorno de no arbitraje fue Oldrich Vasicek (1977). En su trabajo, la tasa corta (el yield con menor vencimiento) es el único factor que influye en la dinámica de la estructura temporal; sin embargo, estos modelos evidencian un mal desempeño; por lo que, aparecen los modelos multi factores.

En esa línea de investigación, Duffie y Kan (1996) proponen una metodología general utilizando todos los yield de la estructura temporal como fuente de información, el principal supuesto de esta metodología es que el precio de los bonos son exponencialmente afines a los factores que determinan su dinámica². Por tal motivo, esta metodología fue bautizada como modelos afines de estructura temporal de tasas de interés.

Siguiendo este enfoque, Sangvinatsos y Wachter (2005) resuelven un modelo de portafolio en donde el inversionista invierte en renta fija y renta variable. Utilizan un modelo Afin de estructura temporal de tres factores donde incluye un proceso para la inflación esperada y una prima por riesgo cambiante en el tiempo. Su principal resultado es que la prima cambiante en el tiempo genera alta demanda por bonos de largo plazo con fines de cobertura, lo cual respalda el fracaso de la hipótesis de expectativas.

Ang y Piazzesi (2003) presentan una modificación a los modelos afines de estructura temporal al incluir, lo que el denomina, macro-factores, los cuales son calculados en base al método de descomposición de componentes principales (PCD) aplicado a un conjunto de variables macroeconómicas. La idea central de esta modificación es introducir en el modelo propuesto por Duffie y Kan (1996) información macroeconómica basándose en evidencia reciente que sustenta que la estructura temporal de tasas de interés responde al movimiento de las variables macroeconómicas. Su resultados refuerzan su argumento, ya que los modelos que consideran factores latentes y macro-factores explican mejor las variaciones de la estructura de tasas de interés respecto a los modelos que solo usan factores latentes.

Koijen, Nijman y Werker (2007) estimaron los parámetros que gobiernan el universo de activos invertibles para un inversionista de largo plazo con el fin de estudiar la demanda por bonos de largo plazo en su portafolio dada la inflación y los ingresos laborales, para ello estiman un modelo Afin

²Debido a esto los rendimientos o yields son afines a los factores de la estructura temporal

de Estructura Temporal donde se identifican los factores del modelo con la tasa de interés real y la inflación esperada. Sus resultados indican que al incorporar los ingresos laborales en el problema de portafolio de un inversionista de largo plazo, las ganancias de utilidad que le trae mantener una buena proporción de bonos reales de largo plazo se reduce, en comparación a estudios previos donde no consideran los ingresos laborales. Otro resultado relevante de su estimación es que al evaluar la tasa de interés real y la inflación esperada se encuentra evidencia del efecto Mundell Tobin³.

Backus_Foresi_y_Telmer (2001) ampliaron el enfoque de Duffie_y_Kan (1996) a un contexto internacional con el fin de explicar el forward bias puzzle⁴. Ellos derivan la condición de no arbitraje que se debe cumplir para que un inversionista sea indistinto de adquirir bonos en moneda nacional o en moneda extranjera. Se verifica que el modelo propuesto explica el forward bias puzzle al incorporar una prima por riesgo cambiante en el tiempo.

Otros trabajos recientes que buscan explicar el forward bias puzzle en la misma línea propuesta por Backus_Foresi_y_Telmer (2001) son Diez_de_los_Rios (2008) y Sarno_Schneider_y_Wagner (2010). Ellos desarrollan modelos afines de estructura temporal internacional y explotan el hecho de que los mismos factores que determinan la prima por riesgo en la estructura temporal de tasa de interés en cada país, también determinan la prima por riesgo de moneda.

2.2. Literatura en Perú

En el Perú, hay algunos trabajos recientes que desarrollan modelos afines de estructura temporal que estudian la relación entre variables macroeconómicas y la estructura temporal o que buscan analizar el mercado de capitales.

Carrillo_y_Montes (2014) replican el modelo de Nelson y Siegel para obtener tres factores dinámicos de la estructura temporal: nivel, pendiente y curvatura. Estiman un VAR para representar la interacción de estos factores con las variables macroeconómicas. Expresan el modelo en su forma estado espacio para cuantificar el efecto de las variables de estado sobre los yields de la estructura temporal. Ellos encuentran evidencia que respalda la interacción de la estructura temporal con las variables macroeconómicas a lo largo del tiempo.

Asimismo, Olivares_y_Rodriguez (2014) representan la estructura temporal mediante un modelo Afin de estructura temporal como el propuesto por Ang_y_Piazzesi (2003). Los macro-factores son obtenidos aplicando la Descomposición en Factores Principales de diferentes variables macroeconómicas. Los dos macro-factores obtenidos son relaciones con la inflación y con la actividad real, los cuales junto con los tres factores latentes, determinan la dinámica de la prima por riesgo de los activos de la economía.

³La disminución que experimenta el tipo de interés real cuando un aumento de la inflación esperada eleva el tipo de interés nominal, reduce los saldos monetarios reales y la riqueza real y , por lo tanto, reduce el consumo y aumenta el ahorro

⁴Es el hecho estilizado observado por Fama_E (1984) donde altas tasas de interés domésticas, en relación a las tasas de interés extranjeras, predice una futura apreciación, contradiciendo la Paridad Descubierta de Tasas de Interés (UIP)

Encuentran evidencia de que incluir macro factores mejora el desempeño del modelo para explicar la dinámica de los yields.

Finalmente, Moloche_G (2012) desarrolla un modelo afin de estructura temporal similar al propuesto por Kojien_Nijman_y_Werker (2007) para estimar los parámetros que gobiernan el universo de activos invertibles de las AFP. El objetivo principal de este trabajo es evaluar las políticas de inversión de las AFP, mediante un benchmark. Este benchmark considera el ingreso laboral de los afiliados, su horizonte de inversión y su aversión al riesgo.

El objetivo de Moloche_G (2012) era determinar si la política de inversión de las AFP era intertemporalmente óptima, se concluyó que no lo eran y que la causa de ello era la Normativa, en particular el marco regulatorio de las inversiones contenido en el Capítulo III del TUO del SPP y normativa relacionada. Con el fin de comprender mejor el contexto donde operan las AFP explicaré brevemente las principales restricciones que impone la Regulación sobre las inversiones de las AFP.

2.3. Marco Regulatorio de las Inversiones de las AFP

En el Perú, la ley impone a las AFP el cumplimiento de límites de inversión en el manejo de su portafolio y establece sanciones en caso alguna AFP no alcance una rentabilidad mínima. Los siguientes cuadros resumen el artículo 25 del Texto Unico Ordenado del SPP, el cual establece los límites a las inversiones de las AFP.

Cuadro 1: Límites por categoría de instrumento

Restricciones	Límites por Tipo de Fondo			
	Fondo 0	Fondo 1	Fondo 2	Fondo 3
Deuda de Corto Plazo o Activos en Efectivo	100 %	40 %	30 %	30 %
Títulos de Deuda o Deuda de Largo Plazo	75 %	100 %	75 %	70 %
Renta Variable o Acciones	0 %	10 %	45 %	80 %
Instrumentos Derivados	0 %	10 %	10 %	20 %
Instrumentos Alternativos	0 %	0 %	15 %	20 %

Cuadro 2: Límites Generales

Restricciones	Límites Generales
Instrumentos del Estado Peruano y del BCRP	40 %
Instrumentos emitidos en el Exterior	50 %
Venta en corto	0 %

En cuanto a los Límites Generales, cabe precisar que se aplican sobre el total de inversiones administradas por cada AFP y no sobre cada tipo de fondo. Es decir, las AFP pueden distribuir los porcentajes de inversión en el extranjero para cada tipo de fondo con total discrecionalidad siempre y

cuando no excedan el límite del 50% en todas sus inversiones.

Por otro lado, en el Perú la rentabilidad mínima no es un porcentaje fijo, sino el mínimo entre dos rentabilidades referenciales, las cuales se calculan en función al retorno promedio del sistema y a las ponderaciones dadas por la regulación para cada tipo de fondo.

La primera rentabilidad referencial se calcula multiplicando un factor beta (β) por el retorno promedio del sistema (R_a), y la segunda, restando un factor alfa (α) al retorno promedio del sistema. Lo anterior puede ser expresado como:

$$R_{min} = \min\{\beta R_a; R_a - \alpha\}$$

En caso una AFP no alcanzara la Rentabilidad Mínima tendría que asumir la diferencia entre la rentabilidad obtenida y la rentabilidad mínima con el dinero de su encaje y si no fuera suficiente con su patrimonio adicional. El encaje es la parte del patrimonio de las AFP's que se invierte directamente en las cuotas de los fondos administrados, este debe ser igual al 1% del valor de mercado total de cada fondo.

Dado que la rentabilidad mínima es una función del promedio del sistema y que incumplirla implica recibir sanciones severas que incluso podrían terminar en el cese de operaciones, las AFP tienen incentivos para llevar políticas de inversión similares y de corto plazo, lo cual desalinea los objetivos de las AFP con el objetivo de un inversionista de largo plazo, como prueba Moloche_G (2012).

En este trabajo, unifico los modelos propuestos por Diez_de_los_Rios (2008) y Moloche_G (2012) con el fin de que el modelo afín de estructura temporal resultante capture las dinámicas de los activos que componen la cartera de un inversionista institucional, como por ejemplo las AFP. A diferencia del estudio de Moloche_G (2012) se modela la estructura temporal extranjera y el tipo de cambio. Esto implica poder capturar no solo la prima por riesgo de inflación, sino también la prima por riesgo de moneda.

3. Marco Teórico

El objetivo de esta investigación es capturar la prima por riesgo cambiario y la prima por riesgo de inflación implícitas en las decisiones de un inversionista con diferentes horizontes de inversión. Para ello se realizó una estimación estructural de los parámetros que gobiernan la dinámica de los activos negociados en el mercado de capitales, es decir el universo invertible al que tiene acceso un inversionista institucional.

3.1. El universo de activos negociables

Vamos a tomar como ejemplo de inversionista institucional a las AFP, ellas invierten los fondos de pensiones en el mercado de capitales; es decir, bonos y acciones. El universo de activos negociables (U , en adelante) se compone de acciones domesticas (D_t), acciones extranjeras (M_t), bonos nominales y bonos ajustados a la inflación locales (P_t, P_t^R), bonos nominales extranjeros (P_t^e) y una cuenta de efectivo nominal (B_t).

Sabemos que, las empresas o gobiernos emiten bonos con diferentes retornos, retornos que dependen del vencimiento del bono. Por otro lado, el retorno de las acciones es igual al retorno de los bonos más un ajuste por el riesgo que representan. En ese sentido, se asume que toda la estructura temporal de tasas de interes, o yield curve, responde al movimiento de tres factores independientes $X_t = [X_{et} \ X_{1t} \ X_{2t}]'$ donde (X_{et}) es un factor asociado a la tasa corta de Estados Unidos, (X_{1t}) es un factor asociado a la tasa de interés real peruana y (X_{2t}) es un factor asociado a la tasa de inflación esperada del Perú.

Cabe precisar que, la mayoría de modelos Afines de Estructura Temporal en la literatura no identifican sus factores latentes con variables macroeconómicas. Sangvinatsos_y_Wachter (2005), Kojen_Nijman_y_Werker (2007) y Moloche_G (2012) los identifican con la tasa de interés real y la inflación esperada. En este trabajo defino un tercer factor asociado a la tasa corta de Estados Unidos, lo cual me permite introducir los efectos del tipo de cambio.

Me refiero a la tasa corta extranjera (R_t^e) como el retorno o yield del bono con el menor vencimiento, es decir $R_t^e = y_{t,0,5} = -2\log(P_{t,1})$. En particular, se asume que el yield curve de Estados Unidos solo responde al movimiento de este único factor ⁵.

$$\begin{aligned} R_t^e &= \delta_{Re} + X_{et}, \quad \delta_{Re} > 0, \\ dX_{et} &= -\kappa_e X_{et} + \sigma_e' dZ_t \end{aligned}$$

donde $\delta_{Re} \in \mathbb{R}$ es la media de largo plazo de la tasa corta extranjera, $\kappa_e \in \mathbb{R}$ es el parámetro de velocidad de retorno a la media de X_{et} , $\sigma_e \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ es su vector de volatilidad instantanea y $Z_t \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$

⁵Es una práctica común en la literatura sobre yield curve utilizar dos o tres factores al estimarla, como se señala en Litterman_y_Scheinkman (1991). Sin embargo, dado que mi interés es capturar las primas por riesgo, asumo que la yield curve extranjera solo depende de un factor asociado a su tasa corta $R_t^e = y_t^1 = \delta_{Re} + X_{et}$ algo similar al modelo propuesto por Oldrich_Vasicek (1977)

es un vector de movimientos brownianos independientes que incorpora incertidumbre en el mercado de capitales.

Asi mismo, la dinámica de la tasa de interés real doméstica responden a los factores X_{1t} y X_{2t}

$$\begin{aligned} r_t &= \delta_r + X_{1t} + \alpha_1 X_{2t}, \quad \delta_r > 0, \\ dX_{1t} &= -k_1 X_{1t} dt + \sigma'_1 dZ_t, \quad k_1 > 0 \end{aligned}$$

donde $\delta_r \in \mathbb{R}^+$ es la media de largo plazo de la tasa de interés real domestica, $\alpha_1 \in \mathbb{R}$ es un parámetro que determina el impacto que tiene la tasa corta extranjera en la tasa de interés real domestica, $k_1 \in \mathbb{R}^+$ es el parámetro de velocidad de retorno a la media del factor X_{1t} y $\sigma_1 \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ es su vector de volatilidad instantanea.

Por otro lado, la inflación realizada (Π_t) ⁶ se modela como un movimiento browniano geometrico que depende de las expectativas de inflación π_t , la cual es determinada por el factor latente X_{2t} .

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_t}{\Pi_t} &= \pi_t dt + \sigma'_\Pi dZ_t \\ \pi_t &= \delta_\Pi + X_{2t} + \alpha_2 X_{1t}, \quad \delta_\pi > 0 \\ dX_{2t} &= -k_2 X_{2t} dt + \sigma'_2 dZ_t, \quad k_2 > 0 \end{aligned}$$

donde $\sigma_\Pi \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ es el vector de volatilidad instantanea de la inflación, $\delta_\Pi \in \mathbb{R}^+$ es la media de largo plazo de la tasa de inflación domestica, $\alpha_2 \in \mathbb{R}$ es un parámetro que determina el impacto que tiene la tasa corta extranjera en la tasa de inflación domestica, $k_2 \in \mathbb{R}^+$ es el parámetro de velocidad de retorno a la media del factor X_{2t} y $\sigma_2 \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ es su vector de volatilidad instantanea.

Modelar la dinámica de la inflación realizada (Π_t) en el problema de un inversionista de largo plazo es fundamental, ya que la inflación es un riesgo significativo, dado que la riqueza pierde poder adquisitivo en el tiempo.

Finalmente, las acciones domesticas y extranjeras⁷ se modelan como movimientos brownianos geometricos que dependen de de la tasa corta de su respectivo país.

$$\begin{aligned} \frac{dD_t}{D_t} &= \mu_t dt + \sigma'_D dZ_t \\ \mu_t &= R_t + \mu_D \\ \frac{dM_t}{M_t} &= \mu_t^e dt + \sigma'_M dZ_t \\ \mu_t^e &= R_t^e + \mu_e \end{aligned}$$

donde μ_t representa el retorno instantaneo de la renta variable domestica, la cual depende de la tasa corta de los bonos domesticos, que puede verse como la tasa de interés nominal de menor frecuencia, R_t y de una prima por riesgo que se asume constante (μ_D), $\sigma_D \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ es el vector de volatilidad instantanea de la renta variable domestica. La renta variable extranjera sigue la misma estructura.

⁶Se utiliza el indice de precios del consumidor

⁷Se utiliza indices de acciones representativas IGBVL y MSCI world index

3.1.1. El factor de descuento estocástico de los activos negociables

Se asume que existe un proceso estocástico ϕ_t que lleva a valor presente el precio de todo activo cuyos retornos están denominados en moneda nacional. En ese sentido, denotamos como ϕ_t^j como el factor de descuento estocástico que permite valorar los activos cuyos retornos estén denominados en la divisa del país j .

Para hallar la dinámica de ϕ_t nos aprovechamos de que la cuenta de dinero ($B_t = B_0 e^{\int_{t_0}^t R_s ds}$) también es un activo del mercado; por lo que, podemos usar el factor de descuento estocástico para determinar el precio libre de arbitraje⁸.

Sabemos que $B_t \phi_t = \rho_t$ debe ser una martingala, ver Thomas.Bjork (2009). Se verifica con el Lema de Ito que $dB_t^{-1} = -B_t^{-1} R_t dt$ y se asume que $\rho_t = e^{-\int_{t_0}^t \Lambda'_s dZ_s - \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \|\Lambda_s\|^2 ds}$ es la martingala exponencial que depende del precio del riesgo de las variables de estado del mercado (Λ_t) de quien hablaremos más adelante. En consecuencia, $d\rho_t = -\rho_t \Lambda_t dZ_t$. Finalmente, se aplica el lema de Ito sobre $\phi_t = B_t^{-1} \rho_t$ obteniendo:

$$d\phi_t^j = -\phi_t^j [R_t^j dt + \Lambda_t^j dZ_t], \quad (1)$$

Cabe precisar que, el precio del riesgo en la divisa del país j (Λ_t^j) describe como el factor de descuento estocástico (ϕ_t^j) responde a las innovaciones de cada variable de estado.

Análogamente, se deriva la EDE del factor de descuento estocástico real ($\{\phi_t^R\}$), el cual permite llevar a valor presente los activos indexados a la inflación:

$$\begin{aligned} d\phi_t^R &= -\phi_t^R [(R_t - \pi_t + \sigma'_\Pi \Lambda_t) dt + (\Lambda_t - \sigma_\Pi)' dZ_t], \\ &= -\phi_t^R [r_t dt + (\Lambda_t - \sigma_\Pi)' dZ_t], \end{aligned}$$

Este resultado implica que la tasa corta es la tasa de interés real más la inflación esperada, la ecuación de Fisher, pero considerando un ajuste por riesgo.

$$\begin{aligned} R_t &= r_t + \pi_t - \sigma'_\Pi \Lambda_t \\ &= \delta_R + (\alpha'_{12} - \sigma'_\Pi \Lambda_1) X_t \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} \alpha'_{12} &= \begin{bmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \delta_R &= \delta_r + \delta_\pi - \sigma'_\Pi \Lambda_0 \end{aligned}$$

⁸Para una introducción a la Valuación de Activos (Asset Pricing) se recomienda revisar John.Cochrane (2001) y Thomas.Bjork (2009), el rol del factor de descuento estocástico y su relación con la medida martingala equivalente se detalla en el Capítulo 4 y en el Capítulo 3, respectivamente

3.1.2. El precio por riesgo de los activos negociables

El precio por riesgo de los activos en U en el país doméstico (Λ_t) es el precio en moneda local (S/) por unidad de riesgo asumido por el inversionista. Siguiendo a Duffie(2002) y Dai&Singleton(2000), se asume que Λ_t es afin a los factores de la estructura temporal:

$$\Lambda_t = \Lambda_0 + \Lambda_1 X_t, \quad t \in [t_0, T]$$

Donde Λ_0 es un vector de dimensión 7 que contiene el valor esperado del precio por riesgo de cada variable de estado, Λ_1 es una matrix de dimensión 7x3 cuyas filas multiplican a los factores de la estructura temporal permitiendo que el precio por riesgo de los activos cambien en el tiempo.

Respecto a la parametrización de estas matrices, asumimos que el precio del riesgo de la tasa corta extranjera, el precio del riesgo de la tasa de interés real peruana y de la tasa de inflación esperada de Perú son afectados solo por ellas mismas. Mientras que, el precio del riesgo del tipo de cambio depende de todos los factores de la estructura temporal; es decir, no se aplican restricciones.

Asimismo, se asume que el precio del riesgo de las acciones domesticas y extranjeras es constante; por lo que, deben satisfacer las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \sigma'_D \Lambda_0 &= \mu & \sigma'_D \Lambda_1 &= 0 \\ \sigma'_M \Lambda_0 &= \mu^e & \sigma'_M \Lambda_1 &= 0, \end{aligned}$$

Finalmente se asume que los bonos nominales en soles identifican plenamente el riesgo de inflación no esperada. Dados estos supuestos parametrizamos Λ_t de la siguiente manera:

$$\Lambda_0 = \begin{bmatrix} \Lambda_{0e} \\ \Lambda_{01} \\ \Lambda_{02} \\ \Lambda_{03} \\ 0 \\ * \\ * \end{bmatrix}' \quad \Lambda_1 = \begin{bmatrix} \Lambda_{1e} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{13e} & \Lambda_{131} & \Lambda_{132} \\ 0 & 0 & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}'$$

Por otro lado, siguiendo a Sarno_Schneider_y_Wagner (2010) y a Diez_de_los_Rios (2008) se asume que el precio por riesgo en la divisa extranjera (Λ_t^*) tiene una forma similar al de la moneda nacional:

$$\Lambda_t^* = (\Lambda_0 - \sigma'_S) + \Lambda_1 X_t,$$

donde $\sigma_S \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$ es el vector de volatidad instantanea del tipo de cambio.

3.2. La paridad descubierta de tasas de interés

Buscamos una forma explícita de la prima por riesgo de moneda. Para ello, usamos la relación de no arbitraje existente entre los factores de descuento de ambas divisas la cual demuestran Bakus-Foresi_y-Telmer (2001).

$$\frac{\phi_t^*}{\phi_0^*} = \frac{S_t \phi_t}{S_0 \phi_0}, \quad t \in [t_0, T]$$

Sabemos que las EDE en la ecuación (1) son Movimientos Brownianos Geométricos, luego tienen como solución:

$$\begin{aligned} \phi_t^* &= e^{\int_{s=0}^t (-R_s^* - \frac{1}{2}(\Lambda_s - \sigma_S)'(\Lambda_s - \sigma_S) ds - \int_{s=0}^t (\Lambda_s - \sigma_S)' dZ_s}, \quad t \in [t_0, T] \\ \phi_t &= e^{\int_{s=0}^t (-R_s - \frac{1}{2}\Lambda_s' \Lambda_s) ds - \int_{s=0}^t \Lambda_s' dZ_s}, \quad t \in [t_0, T] \end{aligned}$$

Por lo que, $S_t = S_0 e^{\int_{s=0}^t (R_s - R_s^* + \Lambda_s' \sigma_S - \frac{1}{2} \sigma_S' \sigma_S) ds + \int_{s=0}^t \sigma_S' dZ_s}$

Notemos que S_t es un Movimiento Browniano Geométrico. Por lo tanto, la EDE que modela la dinámica del tipo de cambio sería:

$$dS_t = (R_t - R_t^* + \Lambda_t' \sigma_S) dt + \sigma_S' dZ_t, \quad t \in [t_0, T]$$

Por lo que, aplicando el lema de Ito determinamos que la dinámica de $s_t = Ln(S_t)$ se modelaría como:

$$ds_t = (R_t - R_t^* + \Lambda_t' \sigma_S - \frac{1}{2} \sigma_S' \sigma_S) dt + \sigma_S' dZ_t, \quad t \in [t_0, T]$$

Cabe precisar que, según la paridad descubierta de tasas de interés $ds_t = R_t - R_t^*$, lo cual se satisface en un entorno libre de riesgo. Sin embargo, en la realidad, se exige una prima por riesgo a todo activo cuyo rendimiento este denominado en divisa extranjera; ya que, se expone a fluctuaciones del tipo de cambio desfavorables.

En ese sentido, la prima por riesgo de moneda $\lambda_S = \{\lambda_S(t), \quad t \in [t_0, T]\}$ puede interpretarse como la suma de los siguientes tres componentes: la prima por riesgo constante ($\Lambda_0' \sigma_S$), el componente de la desigualdad de Jensen ($-\frac{1}{2} \sigma_S' \sigma_S$) y la prima por riesgo que cambia en el tiempo ($\sigma_S' \Lambda_1 X_t$). Esto es análogo al desarrollo realizado en Ang-Dong_y-Piazzesi (2007) para la prima por riesgo de los bonos.

3.3. El precio de los bonos

Seguendo a Duffie_y_Kan (1996), se asume que el precio de los bonos son exponencialmente afines a los factores de la estructura temporal, $X_t = \begin{bmatrix} X_{et} & X_{1t} & X_{2t} \end{bmatrix}$. Es decir, el precio de los bonos emitidos con fecha t y con vencimiento en $t+\tau$, esta dado por:

$$\begin{aligned} P_{t,\tau} &= e^{A_\tau + B'_\tau X_t}, \quad t \in [t_0, T] \\ P_{t,\tau}^R &= e^{A_\tau^R + B_\tau^{R'} X_t}, \quad t \in [t_0, T] \\ P_{t,\tau}^e &= e^{A_\tau^e + B_\tau^{e'} X_t}, \quad t \in [t_0, T] \end{aligned} \quad (2)$$

Donde $\tau \in [6, 12, 60, 120]$ representa el vencimiento del bono en meses. Asimismo, $A_\tau, B_\tau, A_\tau^R, B_\tau^R, A_\tau^e, B_\tau^e$ se obtienen $\forall \tau$ bajo las condiciones del problema resuelto por Duffie_y_Kan (1996), el cual se describe a continuación para cada tipo de bono:

En ese sentido, empezamos derivando el precio del bono nominal ($P_{t,\tau}$); posteriormente se deriva el precio del bono ajustado a la inflación ($P_{t,\tau}^R$) y al final se deriva el precio del bono nominal en moneda extranjera ($P_{t,\tau}^e$).

El primer paso para el pricing es determinar cual es la dinámica del precio del bonos, la cual se deriva con el lema de Ito obteniendo⁹:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{P} &= (\dot{A} + \dot{B}'X)dt + B'dX + \frac{1}{2}(dX)'BB'dX \\ &= \left(\dot{A} + \frac{1}{2}tr\{\Sigma'_X BB'\Sigma_X\} + (\dot{B}' - B'K_X)X \right)dt + B'\Sigma_X dZ, \end{aligned}$$

donde,

$$K_X = \begin{bmatrix} \kappa_e & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_1 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_2 \end{bmatrix} \quad y \quad \Sigma_X = \begin{bmatrix} \sigma_e & 0 & 0 & 0_{1x4} \\ 0 & \sigma_1 & 0 & 0_{1x4} \\ 0 & \sigma_{12} & \sigma_2 & 0_{1x4} \end{bmatrix}$$

Como $P \in U$, sabemos que ϕP es una martingala luego, por el teorema de representación martingala, la EDE que modela la dinámica de ϕP debe tener drift igual a cero.

Por lo tanto, para los bonos nominales peruanos se cumple que

$$0 = \dot{A} + \frac{1}{2}tr\{\Sigma'_X BB'\Sigma_X\} + (\dot{B}' - B'K_X)X - R - \Lambda'\Sigma'_X B,$$

Considerando la primera parte de la ecuación (2) y emparejando los coeficientes de las constantes y de las variables de estado X , obtenemos las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) a resolver:

$$\begin{aligned} \dot{A}_\tau &= B'_\tau \Sigma_X \Lambda_0 - \frac{1}{2} B_\tau \Sigma_X \Sigma'_X B_\tau + \delta_R, \\ \dot{B}_\tau &= (K'_X + \Lambda'_1 \Sigma'_X) B_\tau + \alpha_{12} - \Lambda'_1 \sigma_\Pi, \end{aligned}$$

Con $A_0 = 0$, $B_0 = 0$ establecen las condiciones de frontera de las EDO. Es importante que notemos que el precio del riesgo de inflación ($\sigma'_\Pi \Lambda_1$) está presente en las EDO que determinan el precio del

⁹para simplificar notación se omiten los sub indices de tiempo en las siguientes derivaciones

bono nominal. Esto quiere decir que, el precio de los bonos nominales considera el riesgo de obtener una mayor inflación a la esperada.

Análogamente para los bonos indexados a la inflación se cumple que

$$0 = \dot{A}^R + \frac{1}{2}tr\{\Sigma'_X B^R B^{R'} \Sigma_X\} + (\dot{B}^{R'} - B^{R'} K_X)X - r - (\Lambda - \sigma_\Pi)' \Sigma'_X B^R,$$

Por lo que, siguiendo el mismo procedimiento, se obtiene las siguientes EDO:

$$\begin{aligned} \dot{A}_\tau^R &= B_\tau^{R'} \Sigma_X (\Lambda_0 - \sigma_\Pi) - \frac{1}{2} B_\tau^{R'} \Sigma_X \Sigma'_X B_\tau^R + \delta_r, \\ \dot{B}_\tau^R &= (K'_X + \Lambda'_1 \Sigma'_X) B_\tau^R + \alpha_1, \end{aligned}$$

Con $\alpha'_1 = [\alpha_1 \ 1 \ 0]$ y $A_{(0)}^R = 0$, $B_{(0)}^R = 0$ que establecen las condiciones de frontera.

Análogamente para los bonos nominales en moneda extranjera se cumple que

$$0 = \dot{A}^e + \frac{1}{2}tr\{\Sigma'_X B^e B^{e'} \Sigma_X\} + (\dot{B}^{e'} - B^{e'} K_X)X - R^e - (\Lambda - \sigma_S)' \Sigma'_X B^e,$$

Por lo que, siguiendo el mismo procedimiento, se obtiene las siguientes EDO:

$$\begin{aligned} \dot{A}_\tau^e &= B_\tau^{e'} \Sigma_X (\Lambda_0 - \sigma_S) - \frac{1}{2} B_\tau^{e'} \Sigma_X \Sigma'_X B_\tau^e + \delta_R^e, \\ \dot{B}_\tau^e &= (K'_X + \Lambda'_1 \Sigma'_X) B_\tau^e - e_1, \end{aligned}$$

Donde $A_{(0)}^e = 0$, $B_{(0)}^e = 0$ establecen las condiciones de frontera.

Cabe precisar que, para la estimación utilizaremos los rendimientos de los bonos o yields. En ese sentido, el yield compuesto de cada bono satisface:

$$\begin{aligned} y_{t,\tau} &= -\frac{1}{\tau} Ln(P_{t,\tau}) \\ &= -\frac{1}{\tau} (A_\tau + B'_\tau X_t) \\ &= a_\tau + b'_\tau X_t, \end{aligned} \tag{3}$$

Es decir, los rendimientos de los bonos a cualquier frecuencia son procesos afines a los factores de la estructura temporal.

3.4. La prima por riesgo de inflación y la prima por riesgo cambiario

Siguiendo a Kojien_Nijman_y_Werker (2007), definimos la prima por riesgo de inflación como la diferencia entre la prima por riesgo de los bonos nominales y la prima por riesgo de los bonos reales. En ese sentido, siguiendo el procedimiento descrito en Ang_Dong_y_Piazzesi (2007) se deriva la prima por riesgo de estos bonos, las cuales son:

$$\begin{aligned}\lambda_{\tau}^{BN}(t) &= (B'_{\tau}\Sigma_X\Lambda_0 - \frac{1}{2}B'_{\tau}\Sigma_X\Sigma'_X B_{\tau}) + (B'_{\tau}\Sigma_X\Lambda_1)X_t, \\ \lambda_{\tau}^{BR}(t) &= ((B'^R_{\tau}\Sigma_X + \sigma'_{\Pi})\Lambda_0 - \frac{1}{2}B'^R_{\tau}\Sigma_X\Sigma'_X B^R_{\tau}) + (B'^R_{\tau}\Sigma_X\Lambda_1)X_t,\end{aligned}$$

Por lo tanto, la prima por riesgo de inflación sería:

$$\lambda_{\tau}^{\Pi}(t) = ((B_{\tau} - B^R_{\tau})'\Sigma_X - \sigma'_{\Pi})\Lambda_0 - \frac{1}{2}(B'_{\tau}\Sigma_X\Sigma'_X B_{\tau} - B'^R_{\tau}\Sigma_X\Sigma'_X B^R_{\tau}) + ((B_{\tau} - B^R_{\tau})\Sigma_X\Lambda_1)X_t, \quad (4)$$

Notemos que la prima por riesgo de inflación tiene tres componentes: una prima por riesgo de inflación constante $((B_{\tau} - B^R_{\tau})'\Sigma_X - \sigma'_{\Pi})\Lambda_0$, un componente por la desigualdad de Jensen $(-\frac{1}{2}(B'_{\tau}\Sigma_X\Sigma'_X B_{\tau} - B'^R_{\tau}\Sigma_X\Sigma'_X B^R_{\tau}))$ y un componente que hace que la prima por riesgo de inflación sea cambiante en el tiempo $((B_{\tau} - B^R_{\tau})\Sigma_X\Lambda_1 X_t)$.

Por otro lado, se asume que la prima por riesgo de moneda es la diferencia entre la depreciación del tipo de cambio esperado $E_t[dLn(S_t)]$ y el diferencial de las tasas de interés $(R_t - R_t^*)$. Es decir, la prima por riesgo de moneda es la causante de que la Paridad de Tasas de Interés no se satisfaga en la práctica. En ese sentido, la prima por riesgo de moneda sería:

$$\lambda^S(t) = \sigma'_S\Lambda_0 - \frac{1}{2}\sigma'_S\sigma_S + \sigma'_S\Lambda_1 X_t, \quad (5)$$

Al igual que la prima por riesgo de inflación, la prima por riesgo de moneda también tiene tres componentes: una prima por riesgo de moneda constante $(\sigma'_S\Lambda_0)$, un componente por la desigualdad de Jenses $(-\frac{1}{2}\sigma'_S\sigma_S)$ y un componente que hace que la prima por riesgo de moneda sea cambiante en el tiempo $(\sigma'_S\Lambda_1 X_t)$.

4. Hipótesis

La hipótesis de esta investigación es que la prima por riesgo de inflación es significativa para los inversionistas de largo plazo, para ello se captura la prima por riesgo de inflación presente en los bonos con diferentes vencimientos. Es decir la prima por riesgo de inflación con un horizonte de inversión de un año es capturada del bono con vencimiento a un año y así para cada vencimiento.

Dado que Perú es una economía parcialmente dolarizada se introduce activos extranjeros de renta fija y de renta variable con el fin de capturar la prima por riesgo cambio utilizando la misma metodología. Al respecto, se espera que la prima por riesgo cambiaria sea significativa en cualquier horizonte de inversión, ya que fluctuaciones del tipo de cambio, en particular la apreciación del sol respecto al dolar, impacta la situación real del inversionista que mantiene posiciones en dólares. Sin embargo, el horizonte de inversión no debería influir significativamente en la prima por riesgo cambiario, ya que el riesgo solo se asume al realizar la inversión.

Para reforzar el cumplimiento de estos objetivos esperamos que al estimar el modelo nuestros resultados respalden el Efecto Mundell-Tobin, lo cual implica que la inflación esperada (π_t) sea un proceso más persistente que la tasa de interés real (r_t). Además estas dos variables deberían estar negativamente correlacionadas. También que la prima por riesgo de los bonos reales sea menor que la de los bonos nominales, ya que los primeros no están expuestos a cambios no esperados de la inflación.

También me interesa verificar cuan significativo fue el efecto de la crisis financiera internacional respecto a la prima por riesgo de cada variable de estado. En ese sentido, se espera que los factores capturen la incertidumbre generada durante este periodo.

5. Datos

Para estimar los parámetros del modelo se utilizó datos de la curva de rendimiento cupón cero del vector de precios de la SBS y de la Reserva Federal de Estados Unidos ¹⁰. También se utilizó datos de índices bursátiles, los cuales se obtuvieron de Bloomberg, en el caso de las acciones nacionales se usó el Índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL), mientras que para las acciones internacionales se utilizó el MSCI World Index.

Finalmente tal como propone Koijen_Nijman_y_Werker (2007) se agregó información de la inflación real para especificar la prima por riesgo de inflación. También se incorpora información del tipo de cambio para especificar la prima por riesgo de moneda, para ello se extrajo la información de la página web del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP)

La frecuencia de los datos es mensual y abarcan desde diciembre 2005 hasta julio 2016, en el

¹⁰Se utilizó los yields más líquidos para que la información de mercado sea más confiable, sobre todo para los bonos locales

Cuadro 6 se presenta los principales estadísticos de la muestra y en la Figura 5 se grafica los datos. Cabe precisar que, no es posible utilizar información de años anteriores debido a que los datos de la curva de rendimientos de los bonos peruanos recién están disponibles desde fines del 2005.

Se observa que la desviación estandar de los yields se reduce a mayor vencimiento. También se observa mayor sesgo en los yield de los treasury que en los yield peruanos, esto se debe a la agresiva política monetaria de la Reserva Federal en respuesta a la crisis financiera del 2007, efecto que es claramente visible en la Figura 5.

Respecto al tipo de cambio se observa periodos de alta volatilidad entre julio 2007 y marzo 2009 causados por la crisis financiera internacional. Cabe precisar que, de marzo 2009 a diciembre 2012 se observa una apreciación sostenida del sol respecto al dólar, la cual cambia al empezar a verse buenos resultados macroeconómicos en Estados Unidos y el posterior anuncio de reducción de los estímulos monetarios en marzo del 2013.

Respecto a la renta variable, se observa resultados muy similares hasta finales del 2012. En diciembre del 2012 la tendencia de la renta variable de Estados Unidos es creciente mientras que la de Perú es decreciente. Esta diferencia se asocia nuevamente a los buenos resultados macroeconómicos en Estados Unidos y el posterior anuncio de reducción de los estímulos monetarios en marzo del 2013 acompañado por una caída de los precios de los principales commodities que produce el Perú.

Por otro lado, las políticas de inversión de las AFP están disponibles en el portal web de la SBS con un rezago de 6 meses. En el Anexo A se presenta como se distribuye el portafolio de inversión de las AFP a inicios de los años 2014, 2015 y 2016. Se distingue entre Bonos locales reales, Bonos locales nominales, Acciones locales, Otras inversiones locales ¹¹ e Inversiones en el exterior ¹².

¹¹Las otras inversiones locales incluyen desde fondos mutuos hasta instrumentos alternativos

¹²Las inversiones en el exterior incluyen renta fija y renta variable. Cabe precisar que, de la revisión efectuada no hay bonos extranjeros indexados a la inflación en la cartera de las AFP

6. Lineamientos Metodológicos

Estimo el modelo de estructura temporal propuesto con los datos del yield curve peruano y estadounidense. Se asume que ambos yield curve son observados con error, luego la ecuación para cada yield sería:

$$\hat{y}_{t,\tau} = y_{t,\tau} + \eta_{t,\tau}$$

Donde $y_{t,\tau}$ es el yield obtenido del modelo, ver ecuación (3), y $\eta_{t,\tau}$ es el error de medición que es i.i.d a lo largo del tiempo y entre yields.

6.1. Estimación Econométrica

En nuestro modelo, el mercado financiero es modelado por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas:

$$\begin{aligned} dX_t &= -K_X X_t dt + \Sigma'_X dZ_t \\ dLn(S_t) &= (\delta_R - \delta_R^e + \sigma'_S \Lambda_0 - \frac{1}{2} \sigma'_S \sigma_S + [\alpha'_{12} - e'_1 - (\sigma'_\Pi - \sigma'_S) \Lambda_1] X_t) dt + \sigma'_S dZ_t \\ dLn(\Pi_t) &= (\delta_\pi - \frac{1}{2} \sigma'_\pi \sigma_\pi + \alpha'_2 X_t) dt + \sigma'_\pi dZ_t \\ dLn(D_t) &= (\delta_R + \mu_D - \frac{1}{2} \sigma'_D \sigma_D + (\alpha'_{12} - \sigma'_\Pi \Lambda_1) X_t) dt + \sigma'_D dZ_t \\ dLn(M_t) &= (\delta_R^e + \mu_M - \frac{1}{2} \sigma'_M \sigma_M + e'_1 X_t) dt + \sigma'_M dZ_t \end{aligned}$$

Cabe resaltar que, las variables observadas están en función de los factores de la estructura temporal (X_t). Si expresamos este sistema de ecuaciones matricialmente tendríamos que:

$$\begin{aligned} d \begin{bmatrix} X_t \\ LnS_t \\ Ln\Pi_t \\ LnD_t \\ LnM_t \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta_R - \delta_R^e + \sigma'_S \Lambda_0 - \frac{1}{2} \sigma'_S \sigma_S \\ \delta_\pi - \frac{1}{2} \sigma'_\pi \sigma_\pi \\ \delta_R + \mu_D - \frac{1}{2} \sigma'_D \sigma_D \\ \delta_R^e + \mu_M - \frac{1}{2} \sigma'_M \sigma_M \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -K_X & 0_{3 \times 4} \\ \alpha_{12} - e'_1 - (\sigma'_\Pi - \sigma'_S) \Lambda_1 & 0_{1 \times 4} \\ \alpha'_2 & 0_{1 \times 4} \\ \alpha'_{12} - \sigma'_\Pi \Lambda_1 & 0_{1 \times 4} \\ e'_1 & 0_{1 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_t \\ LnS_t \\ Ln\Pi_t \\ LnD_t \\ LnM_t \end{bmatrix} dt + \begin{bmatrix} \Sigma_X \\ \sigma'_S \\ \sigma'_\Pi \\ \sigma'_D \\ \sigma'_M \end{bmatrix} dZ_t \quad (6) \\ dY_t &= (\Theta_0 + \Theta_1 Y_t) dt + \Sigma_Y dZ_t \end{aligned}$$

Cabe precisar que la ecuación (6) es un proceso Ornstein-Uhlenbeck multivariado estandar, por lo que podemos escribir su discretización exacta como un proceso estocástico VAR(1) (ver Leon_Valle (1998) y Sangvinatsos_y_Wachter (2005)).

En ese sentido, considerando un salto de tiempo de frecuencia h ¹³, tomamos la solución de la

¹³la frecuencia elegida es mensual

ecuación (6) como nuestro modelo econométrico a estimar:

$$Y_{t+h} = \mu^h + \Gamma^h Y_t + \epsilon_{t+h}; \quad \epsilon_{t+h} \sim N(0, \Sigma^h) \quad (7)$$

donde los nuevos parámetros mantienen la siguiente relación con parámetros del modelo en tiempo continuo:

$$\Gamma^h = e^{\Theta_1 h}, \quad \mu^h = (\Gamma^h - I)\Theta_1^{-1}\Theta_0 \quad \Sigma^h = \int_0^h e^{s\Theta_1} \Sigma_K \Sigma_K' e^{s\Theta_1'} ds$$

Con el fin de optimizar computacionalmente la estimación, considero la descomposición del valor propio de Θ_1 ($\Theta_1 = UDU^{-1}$), donde D es una matrix diagonal con los eigenvalues de Θ_1 y U es una matrix cuyas columnas son los eigenvectors de Θ_1 . Por lo que, podemos reescribir los parámetros de la siguiente manera:

$$\Gamma^h = Ue^{Dh}U^{-1}, \quad \mu^h = UFU^{-1}\Theta_0 \quad \Sigma^h = UVU^{-1}$$

donde:

$$F_{ii} = h \frac{e^{D_{ii}h} - 1}{D_{ii}h}, \quad V_{ij} = [U^{-1}\Sigma_Y(U^{-1}\Sigma_Y)']_{ij} h \frac{e^{(D_{ii}+D_{jj})h} - 1}{(D_{ii} + D_{jj})h}$$

Hemos logrado discretizar nuestro modelo en tiempo continuo, pero además el modelo discreto es lineal y normalmente distribuido. En ese sentido, podemos estimarlo optimamente mediante el Filtro de Kalman.

Utilizar el Filtro de Kalman también me permite capturar la trayectoria de las variables de estado (X_t) condicional a las variables observables (Y_t) y a los parámetros estimados. Lo cual es necesario para poder observar la evolución de la dinámica de la prima por riesgo de inflación y la prima por riesgo cambiario.

6.2. La forma estado espacio y el Filtro de Kalman

Denotamos como \mathcal{Y}_t al vector 12x1 de variables observadas, es decir:

$$\mathcal{Y}_t = \left[\hat{y}_t^{e'} \quad \hat{y}_t' \quad Ln(S_t) \quad Ln(\Pi) \quad Ln(D_t) \quad Ln(M_t) \right]'$$

Donde, $\hat{y}'_t = (\hat{y}_t^{0,5}, \hat{y}_t^1, \hat{y}_t^5, \hat{y}_t^{10})$ es el vector de los yields observados. En ese sentido, podemos expresar nuestro modelo en su forma estado espacio:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_t &= A + HY_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim \mathcal{N}(0, \Omega) \\ Y_{t+h} &= \mu^h + \Gamma^h Y_t + \epsilon_{t+h} \end{aligned} \quad (8)$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} a_{0,5}^e \\ a_1^e \\ a_5^e \\ a_{10}^e \\ a_{0,5}^e \\ a_1^e \\ a_5^e \\ a_{10}^e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{12 \times 1} \quad H = \begin{bmatrix} b_{0,5}^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_1^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_5^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_{10}^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_{0,5}^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_1^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_5^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ b_{10}^{e'} & 0_{1 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & I_4 \end{bmatrix}_{12 \times 7} \quad \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 I_8 & 0_{1 \times 4} \\ 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 4} \end{bmatrix}_{12 \times 12}$$

Posteriormente, resolvemos el problema en forma recursiva utilizando el filtro de Kalman:

$$\begin{aligned} Y_{t|t-1} &= \mu^h + \Gamma^h Y_{t-1|t-1} \\ P_{t|t-1} &= \Gamma^h P_{t-1|t-1} \Gamma^{h'} + \Sigma^h \\ v_t &= \mathcal{Y}_t - A - HY_{t|t-1} \\ F_t &= HP_{t|t-1}H' + \Omega \\ Y_{t|t} &= Y_{t|t-1} + P_{t|t-1}H'F_t^{-1}v_t \\ P_{t|t} &= (I_7 - P_{t|t-1}H'F_t^{-1}H)P_{t|t-1} \end{aligned} \quad (9)$$

Donde, $Y_{t|t-1}$ y $P_{t|t-1}$ son la esperanza y la matriz de covarianzas de Y_t condicionada al conjunto de información disponible en $t-1$, v_t es el vector de errores de predicción y F_t es su varianza condicional.

Finalmente, se optimiza la función de log-verosimilitud del problema:

$$\text{Ln}L(\Theta) = \sum_{t=1}^T -\frac{N}{2} \text{Ln}(2\pi) - \frac{1}{2} \text{Ln}(|F_t|) - \frac{1}{2} v_t' F_t^{-1} v_t \quad (10)$$

7. Resultados

Los parámetros del modelo derivado previamente se estiman mediante Máxima Verosimilitud usando el Filtro de Kalman Gausiano Estandar, como se fundamentó en el capítulo 6.

Se utilizó un algoritmo de optimización numérica llamado Simulated Annealing (SA) para hallar los parámetros que optimizan la función de verosimilitud. Este método es efectivo ya que agrega movimientos aleatorios a la búsqueda en grilla sobre el espacio de parámetros; sin embargo, no necesariamente arroja un óptimo global; por lo que, se realizaron varias estimaciones cambiando el punto inicial para llegar a este resultado. Finalmente, los parámetros estimados se muestran en las siguientes tablas.

En el Cuadro 7 colocamos los parámetros que determinan la inflación esperada domestica, la tasa corta domestica y la tasa corta extranjera como una función afin de los factores latentes. En ese sentido, observamos que el valor esperado de estas variables se ajusta con la que indica los datos durante el periodo evaluado. Es decir, mi estimado de $E(R_t^e) = \delta_{R^e}$ es 0.98 % cuando al ver los datos es 1.1 %. Del mismo modo, el valor esperado de la tasa corta domestica $E(R_t) = \delta_R$ es 3.72 % cuando en los datos es 3.8 %. Finalmente, la media de la inflación esperada $E(\pi_t) = \delta_\pi$ es 3.3 %, lo cual es consistente con que el BCRP ha superado muchas veces su meta de inflación.

Cabe precisar que, los parámetros que determinan el impacto que tiene los movimientos de la tasa corta extranjera sobre la tasa corta y la inflación esperada (α_1 y α_2) son estimados. Los resultados muestran que un aumento de la tasa de interés extranjera genera presiones inflacionarias; sin embargo, no tiene un impacto muy significativo sobre la tasa corta. Esto evidencia dos cosas, que nuestra canasta básica de consumo se ve afectada al subir la tasa de interés extranjera por la salida de capitales. Además, evidencia que el grado de integración del mercado de capitales domestico con el mercado de capitales extranjero no es muy elevado.

También encontramos que la inflación esperada es un proceso más persistente que el de la tasa de interes real ($\kappa_1 > \kappa_2$). También que la correlación entre la inflación esperada y la tasa de interés real es ligeramente negativa (-0,18 %); por lo que, el efecto Mundell-Tobin es capturado en los estimadores.

En el Cuadro 8 se muestran los parámetros de volatilidad de la tipo de cambio, la Inflación y la renta variable. Observamos que la correlación entre el factor de la tasa corta extranjera y el tipo de cambio es positiva, mientras que la correlación con el factor de la tasa de interés real es negativa. Esto es conforme con la dirección del flujo de capitales extranjeros. Respecto a la Inflación obtenemos que está positivamente correlacionada con el tipo de cambio.

Respecto a la renta variable doméstica y extranjera observamos que los valores estimados de las primas por riesgo (μ_D y μ_M) se obtienen valores muy cercanos a los que muestran los datos. Mi estimado es 16.28 % para acciones domésticas y 2.72 % para acciones extranjeras. Mientras que los valores obtenidos con los datos son 11.4 % y 3.0 % respectivamente.

Por otro lado, respecto a la volatilidad de la renta variable domestica y extranjera, encontramos

que las acciones domesticas son mucho más riesgosas que las acciones extranjeras ($\sigma_M < \sigma_D$), lo cual se fundamenta por el bajo grado de diversificación en el mercado de valores peruano.

En relación a las correlaciones con las otras variables de estado, observamos que las acciones domésticas están negativamente correlacionadas con el tipo de cambio y positivamente correlacionadas con la inflación. Asimismo, las acciones extranjeras están negativamente correlacionadas con la inflación y con el tipo de cambio. Cabe precisar que, los choques en las acciones extranjeras están positivamente correlacionados con los choques de las acciones domésticas (3,82 %).

En el Cuadro 9 se muestran los parámetros del precio del riesgo de cada variable de estado en el mercado de capitales. Respecto al precio del riesgo esperado de la tasa corta extranjera, el estimado es muy similar al obtenido en Diez.de.los.Rios (2008). Por otro lado, el precio del riesgo esperado de la tasa de interes real es mayor que el de la inflación esperada ($|\Lambda_{01}| > |\Lambda_{02}|$). Esto indica que los bonos reales son preferidos a los nominales, ya que los primeros no están expuestos al factor de inflación esperada.

Además del precio del riesgo esperado, estoy interesado en el impacto que genera permitir que las primas por riesgo de los bonos cambien en el tiempo. Al respecto, encontramos que el precio del riesgo de la tasa de interés real esta negativamente correlacionado con la tasa de interés real, de igual modo el precio del riesgo de la inflación esperada esta negativamente correlacionado con la inflación esperada y el precio del riesgo de la tasa corta extranjera esta negativamente correlacionado con la tasa corta extranjera (ver Figura 8).

Notamos que, los bonos reales están más expuestos a cambios en la tasa de interés real que los bonos nominales. Como consecuencia, una tasa de interés real alta implica que la prima por riesgo de los bonos reales aumenta más que la de los bonos nominales. Asimismo, los bonos nominales están más expuestos a cambios en la inflación esperada que los bonos reales. Como consecuencia, una inflación esperada alta implica que la prima por riesgo de los bonos nominales aumente más que la de los bonos reales (ver Figura 9).

Por lo tanto, una tasa de interés real alta tiende a amortiguar la prima de riesgo de inflación, mientras que altas tasas de inflación esperada tienden a amplificar la prima por riesgo de inflación.

8. Recomendaciones de política

Los resultados evidencian que la prima por riesgo de inflación es mayor que la prima por riesgo de moneda al considerar horizontes de inversión de largo plazo.

En ese sentido, los inversionistas de largo plazo deben elegir una política de inversión donde se cubra apropiadamente el riesgo de inflación. Para ello, se requiere mantener una buena posición en bonos reales como se sugiere en Campbell_y_Viceyra (2002).

En particular, las Administradoras Privadas de Fondos de Pensiones (AFP) son instituciones cuyo principal rol es gestionar el portafolio de inversión de sus afiliados con el objetivo de maximizar su futura pensión. En ese sentido, las AFP deberían sobreponderar los bonos indexados a la inflación en su portafolio. Sin embargo, a la fecha representan un porcentaje muy bajo (o incluso nulo) del portafolio de inversión.

Uno de los motivos es la baja o nula emisión de deuda indexada a la inflación por parte del Gobierno peruano, pese a ser una forma relativamente barata de financiar su deuda (ver Campbell_Shiller_y_Viceira (2009) ¹⁴).

Sin embargo, se cree que el principal motivo es porque las políticas de inversión de las AFP solo consideran horizontes de inversión de corto o de mediano plazo. Para poder corroborar esto es necesario evaluar la política de inversión de cada AFP considerando los diferentes horizontes de inversión de los afiliados ¹⁵. En ese sentido, Moloche_G (2012) evidencia que los inversionistas con horizontes de inversión de 5, 10, 20 y 30 años eligen al bono ajustado por inflación con vencimiento a 10 años como activo preminente en su portafolio, ya que, independientemente del tipo de afiliado, más del 25 % del portafolio lo componen estos instrumentos.

En ese sentido, son dos las principales recomendaciones de este estudio:

- El Gobierno debe considerar aumentar la emisión de bonos indexados a la inflación, dado que ofrecen cobertura de un riesgo significativo para los inversionistas de largo plazo como las AFP, las Compañías de Seguros, los Fondos Mutuos con productos previsionales, entre otros. Además de ello, hay estudios que destacan este producto como una fuente de financiamiento de relativo bajo costo para los Gobiernos.
- Para que las AFP alcancen un mejor desempeño deben empezar a comportarse como inversionistas de largo plazo, para ello es necesario relajar las restricciones regulatorias que causan que sus políticas de inversión sean de corto o de mediano plazo.

¹⁴Que no se emita este instrumento en el Perú no ata de manos a las AFP, ya que podrían adquirirlos en otros países con características macroeconómicas similares

¹⁵El horizonte de inversión del afiliado inicia al momento de su afiliación hasta el fin de su vida laboral; por lo que, podría ser hasta 40 años

9. Conclusiones

Utilizo un Modelo Afín de Estructura Temporal de Tasas de Interés que captura la dinámica de la yield curve doméstica y extranjera, la devaluación de la moneda, la inflación y las acciones locales y extranjeras. Se utilizó datos mensuales que van desde fines del 2005 hasta fines del 2016.

El modelo replica los principales hechos estilizados como el Efecto Mundell-Tobin y el forward bias puzzle. Se verificó el efecto Mundell-Tobin cuando $\kappa_1 > \kappa_2$ y que la correlación entre los factores que representan la tasa de interés real y la inflación esperada fue negativa. Asimismo, el forward bias puzzle fue verificado para cada vencimiento.

Por otro lado, la diferencia entre la prima por riesgo de los bonos reales y la de los bonos nominales se incrementa a medida que el horizonte de inversión es mayor. Es decir, la prima por riesgo de inflación es creciente al horizonte de inversión, va desde 0.5 % hasta 4.84 %.

También se verificó que la prima por riesgo de inflación sufre mayores cambios que la prima por riesgo cambiario cuando se contemplan plazos largos, lo cual evidencia la necesidad de mayor cobertura del riesgo de inflación en los portafolios de inversión de las AFP. Pese a ello, dada la alta volatilidad del tipo de cambio y la relativa estabilidad de la inflación, el riesgo cambiario es más costoso que el riesgo de inflación.

Respecto a la evolución de la prima por riesgo de cada variable de estado a lo largo del periodo evaluado, observamos una fuerte respuesta a la crisis financiera (fines del 2008 e inicios del 2010). De manera general, se logra capturar eventos relevantes tanto nacionales como internacionales.

Referencias

- Ang_Dong_y_Piazzesi. No-Arbitrage Taylor Rules. *Working Paper*, I:1–51, 2007.
- Ang_y_Piazzesi. A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables. *Journal of Monetary Economics*, 50:745–787, 2003.
- Backus_Foresi_y_Telmer. Affine Term Structure Models and the Forward Premium Anomaly. *Journal of Finance*, 56(1):279–304, 2001.
- Campbell_Shiller_y_Viceira. Understanding Inflation-Index Bond Markets. *Working Paper*, 15014, 2009.
- Campbell_y_Viceira. Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors. *Oxford University Press*, 51(51):239–246, 2002.
- Carrillo_y_Montes. La curva de Rendimientos y fluctuaciones macroeconómicas: el caso peruano. *Universidad del Pacífico*, II, 2014.
- Diez_de_los_Rios. McCallum Rules, Exchange Rates and the Term Structure of Interest Rate. *Working Paper*, 1(43):1–25, 2008.
- Duffie_y_Kan. A Yield Factor Model of Interest Rates. *Mathematical Finance*, 6(4):379–406, 1996.
- Fama_E. Forward and spot exchange rates. *Journal of Monetary Economics*, 14(3):319–338, 1984.
- John_Cochrane. Asset Pricing. *Princeton University Press*, 1(1):1–530, 2001.
- Koijen_Nijman_y_Werker. When Can Life-cycle Investors Benefit from Time-varying Bond Risk Premia? *Tilburn University*, 1(1):1, 2007.
- Leon_Valle. Procesos Estocásticos en tiempo continuo y aplicaciones a los activos financieros derivados. *Tesis doctoral*, 1(1):1–183, 1998.
- Litterman_y_Scheinkman. Common Factors affecting bond returns. *Fixed Income*, 1(1):54–61, 1991.
- Moloche_G. Política Óptima de inversión de las AFP: Implicancias del marco regulatorio y de los esquemas de comisiones. *CIES*, 1(1):1–165, 2012.
- Oldrich_Vasicek. An equilibrium characterization of the term structure. *Financial Economics*, 5(5):177–188, 1977.
- Olivares_y_Rodriguez. Estimation of the Sovereign Yield Curve of Peru: The role of macroeconomic and latent factors. *Universidad del Pacífico*, II, 2014.
- Sangvinatsos_y_Wachter. Does the Failure of the Expectation Hypothesis Matter for Long-Term Investors? *Journal of Finance*, 60(1):179–230, 2005.
- Sarno_et_al. Theoretical and Empirical Properties of Foreign Exchange Risk Premiums. *Working Paper*, 2010.

- Sarno_Schneider_y_Wagner. Properties of Foreign Exchange Risk Premiums. *Working Paper*, 1(1): 1-44, 2010.
- Thomas_Bjork. Arbitraje Theory in Continuous Time, Third Edition. *Oxford University Press*, 1(1): 1-525, 2009.



A. Política de inversión de las AFP: 2014-2016

Cuadro 3: Política de Inversión de las AFP a enero 2014

	HA1	HA2	HA3	IN1	IN2	IN3	PR1	PR2	PR3	RI1	RI2	RI3
Bonos Locales Reales	0 %	0 %	0 %	0.11 %	3.81 %	0.37 %	0.33 %	3.54 %	0.05 %	0.04 %	0.54 %	0 %
Bonos Locales Nominales	74.20 %	41.83 %	15.19 %	61.89 %	33.11 %	8.16 %	65.89 %	37.38 %	10.75 %	71.15 %	41.42 %	12.24 %
Acciones Locales	5.62 %	18.64 %	34.32 %	5.26 %	16.65 %	34.46 %	5.80 %	16.58 %	32.46 %	5.01 %	15.85 %	34.31 %
Otras Inversiones	0.06 %	0.14 %	0.40 %	1.60 %	6.89 %	6.15 %	0.04 %	3.96 %	4.28 %	2.97 %	4.67 %	4.21 %
Inversiones en el exterior	0.06 %	0.14 %	0.40 %	1.60 %	6.89 %	6.15 %	0.04 %	3.96 %	4.28 %	2.97 %	4.67 %	4.21 %

Cuadro 4: Política de Inversión de las AFP a enero 2015

	HA1	HA2	HA3	IN1	IN2	IN3	PR1	PR2	PR3	RI1	RI2	RI3
Bonos Locales Reales	0 %	0 %	0 %	0.74 %	3.22 %	1.36 %	0.24 %	2.96 %	0.04 %	2.18 %	2.00 %	0.10 %
Bonos Locales Nominales	81.09 %	53.34 %	15.83 %	67.29 %	36.39 %	8.03 %	71.07 %	39.30 %	10.30 %	70.93 %	42.67 %	12.18 %
Acciones Locales	2.71 %	8.94 %	20.81 %	3.50 %	10.97 %	23.52 %	2.95 %	10.38 %	21.30 %	3.55 %	10.54 %	23.00 %
Otras Inversiones	0 %	0 %	0 %	5.19 %	6.35 %	5.18 %	0.03 %	4.40 %	3.41 %	1.97 %	5.75 %	5.58 %
Inversiones en el exterior	16.19 %	37.72 %	63.35 %	23.28 %	43.07 %	61.90 %	25.71 %	42.96 %	64.96 %	21.36 %	39.04 %	59.14 %

Cuadro 5: Política de Inversión de las AFP a enero 2016

	HA1	HA2	HA3	IN1	IN2	IN3	PR1	PR2	PR3	RI1	RI2	RI3
Bonos Locales Reales	3.29 %	0 %	0 %	0.09 %	3.08 %	0.36 %	0.25 %	2.78 %	0.04 %	0.03 %	0.40 %	0 %
Bonos Locales Nominales	77.79 %	54.50 %	18.23 %	73.85 %	38.11 %	8.49 %	71.81 %	40.85 %	9.27 %	74.20 %	48.11 %	10.17 %
Acciones Locales	1.17 %	5.64 %	13.05 %	2.15 %	6.15 %	13.96 %	1.92 %	6.68 %	13.25 %	2.89 %	6.40 %	14.01 %
Otras Inversiones	0.37 %	0.41 %	0.39 %	2.46 %	6.61 %	6.43 %	0.02 %	4.02 %	4.75 %	1.82 %	4.78 %	6.84 %
Inversiones en el exterior	17.39 %	39.46 %	68.33 %	21.45 %	46.06 %	70.76 %	25.99 %	45.67 %	72.69 %	21.06 %	40.31 %	68.97 %



Figura 1: Política de inversión de AFP Habitat: 2014-2016



Figura 2: Política de inversión de AFP Integra: 2014-2016



Figura 3: Política de inversión de Profuturo AFP: 2014-2016



Figura 4: Política de inversión de PRIMA AFP: 2014-2016

B. Datos

Cuadro 6: Estadísticos de los datos: dic2005 a jul2016

		Momentos centrales				
		Media	Mediana	Desv.est	Skewness	Kurtosis
yields de treasuries	6 meses	0.0108	0.0019	0.0179	1.5391	3.5001
	1 año	0.0116	0.0029	0.0172	1.5218	3.4745
	5 años	0.0209	0.0166	0.0126	1.0693	2.8902
	10 años	0.0289	0.0263	0.0100	0.5637	2.1077
yields de bonos peruanos	6 meses	0.0378	0.0391	0.0135	-0.2515	2.9892
	1 año	0.0393	0.0390	0.0136	-0.0785	3.0710
	5 años	0.0521	0.0497	0.0110	0.4773	3.4980
	10 años	0.0617	0.0608	0.0090	0.2952	3.6815
Otras variables relevantes	$Log(S_t)$	1.0816	1.0611	0.0802	0.2235	1.9822
	$Log(\Pi_t)$	4.6498	4.6448	0.0970	-0.0008	1.8905
	$Log(D_t)$	9.5898	9.6294	0.3499	-0.9890	3.6062
	$Log(M_t)$	7.2259	7.2409	0.1886	-0.8012	3.3342

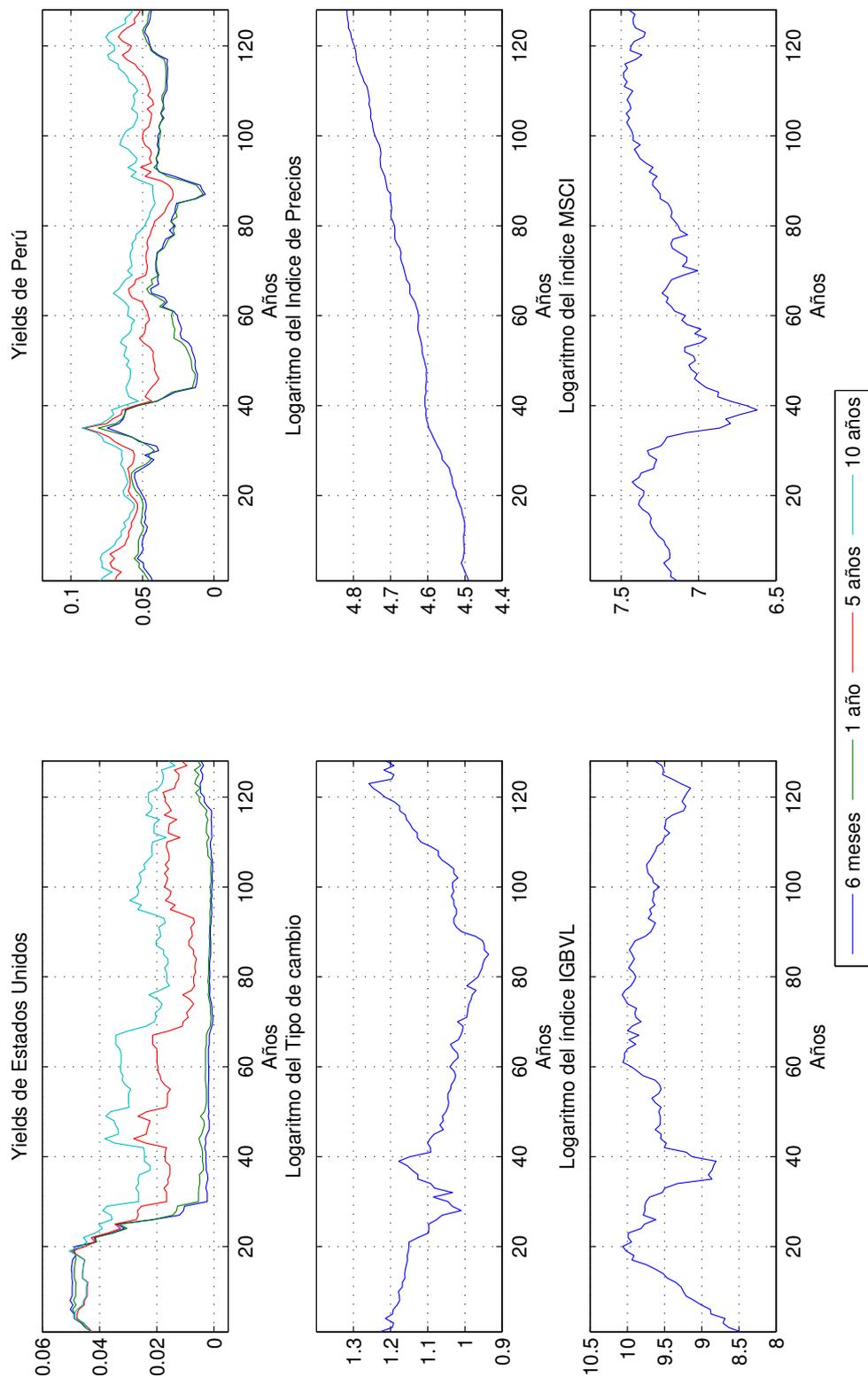


Figura 5: Datos utilizados en la estimación econométrica

C. Estimación de los parámetros del modelo

Los siguientes tres cuadros presentan el resultado de la estimación de los parámetros del modelo del mercado de capitales presentado en el Capítulo 2:

Cuadro 7: Variables asociadas a los factores

Parámetros	Estimador
Tasa corta extranjera esperada	$R_t^e = \delta_{R^e} + X_{et}$
δ_{R^e}	1.03 %
Inflacion Esperada	$\pi_t = \delta_\pi + \alpha_2 X_{et} + X_{2t}$
δ_π	3.30 %
α_2	0.0993
Tasa de corto plazo nominal esperada	$R_t = \delta_R + (\alpha'_{12} - \sigma'_\Pi \Lambda_1) X_t$
δ_R	3.66 %
α_{12}	0.573
Factores de la estructura temporal	$dX_{it} = -\kappa_i X_{it} dt + \sigma'_i dZ_t$
κ_e	0.401
κ_1	0.907
κ_2	0.507
σ_e	0.73 %
σ_1	0.97 %
σ_{12}	-0.19 %
σ_2	0.75 %

Cuadro 8: Depreciación, Inflación y Renta Variable

Parámetros	Estimador
Depreciación del tipo de cambio	$dS_t = S_t((R_t - R_t^e + \Lambda'_t \sigma_S) dt + \sigma'_S dZ_t)$
σ_{S_e}	0.17 %
σ_{S_1}	-0.14 %
σ_{S_2}	-0.14 %
σ_S	4.72 %
Inflación	$d\Pi_t = \Pi_t(\pi_t dt + \sigma'_\Pi dZ_t)$
σ_{Π_e}	-0.18 %
σ_{Π_1}	0.33 %
σ_{Π_2}	0.41 %
σ_{Π_S}	-0.03 %
σ_Π	0.97 %
Acciones locales	$dD_t = D_t((R_t + \mu_D) dt + \sigma'_D dZ_t)$
μ_D	15.95 %
σ_{D_e}	-5.31 %

σ_{D_1}	1.98 %
σ_{D_2}	1.63 %
σ_{D_S}	-5.69 %
$\sigma_{D_{II}}$	3.16 %
σ_D	27.38 %
Acciones internacionales	$dM_t = M_t((R_t + \mu_M)dt + \sigma'_M dZ_t)$
μ_M	2.51 %
σ_{M_e}	-0.55 %
σ_{M_1}	0.44 %
σ_{M_2}	0.80 %
σ_{M_S}	-2.52 %
$\sigma_{M_{II}}$	-0.57 %
σ_{M_D}	4.25 %
σ_M	10.43 %

Cuadro 9: Precio del riesgo de las variables de estado.

Parámetros	Estimador
Precios del Riesgo	$\Lambda_t = \Lambda_0 + \Lambda_1 X_t$
Λ_{0e}	-1.158
Λ_{01}	-0.712
Λ_{02}	-0.685
Λ_{03}	-0.882
Λ_{10}	-7.798
Λ_{11}	-51.803
Λ_{12}	-70.211
Λ_{130}	-17.935
Λ_{10}	-12.666
Λ_{11}	-13.737

D. Descripción de los datos y fit del modelo

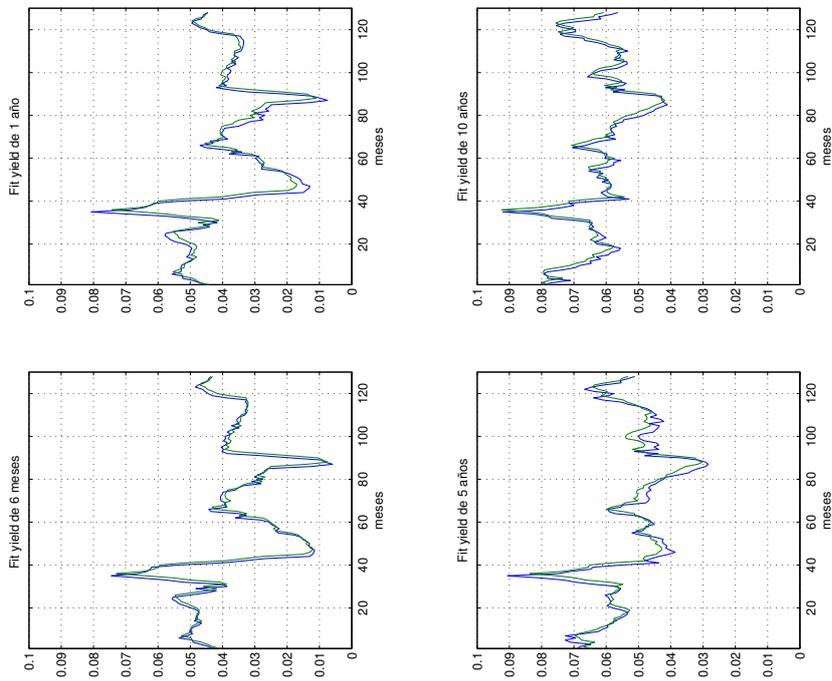
Cuadro 10: Comparación de los primeros momentos de los datos

	Ye6M	Ye1A	Ye5A	Ye10A	Y6M	Y1A	Y5A	Y10A	dS	II	AccionesD	AccionesE
Media												
Datos	1.08 %	1.16 %	2.09 %	2.89 %	3.78 %	3.93 %	5.21 %	6.17 %	1.0816	4.6498	9.5898	7.2259
Modelo	1.06 %	1.26 %	2.22 %	2.70 %	3.74 %	3.98 %	5.32 %	6.30 %	1.0770	4.6498	9.5938	7.2256
Varianza												
Datos	0.03 %	0.03 %	0.02 %	0.01 %	0.02 %	0.02 %	0.01 %	0.01 %	0.0064	0.0094	0.1224	0.0356
Modelo	0.03 %	0.03 %	0.01 %	0.004 %	0.02 %	0.014 %	0.01 %	0.01 %	0.0060	0.0094	0.1317	0.0353

Se contrasta el primer y segundo momento de las variables del modelo con los datos. Al Respecto, los yields muestran menor precisión a mayor vencimiento. Asimismo, la predicción de los yields locales es más precisa que la de los yields extranjeros.

Respecto a las otras variables, (tipo de cambio, de la inflación, del índice de acciones domésticas y del índice de las acciones extranjeras, todas en logaritmos) se evidencia que los momentos del modelo se ajustan adecuadamente con los momentos de los datos.

Evolución de los Yields domésticos



Evolución de los Yields extranjeros

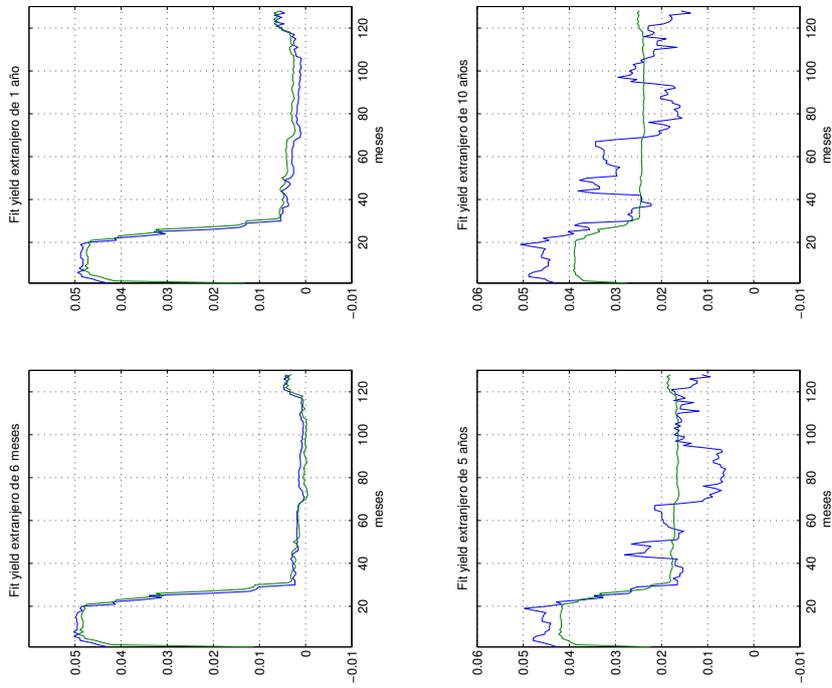


Figura 6: Ajuste de las yields estimadas a los datos

En la Figura 6 se sobreponen los yields estimados con los datos. Se observa un mal ajuste con los yields extranjeros con mayor vencimiento, lo cual se sustenta al haber utilizado un modelo afín de un único factor [similar al propuesto por Oldrich Vasicek (1977)] para modelar la yield curve extranjera¹⁶. Finalmente, se tomo esta decisión, ya que no perjudicaba la especificación de las primas por riesgo.

¹⁶El modelo puede adaptarse para obtener un mejor fit de la yield curve extranjera, pero implica estimar más parámetros, lo cual complejiza el cálculo computacional

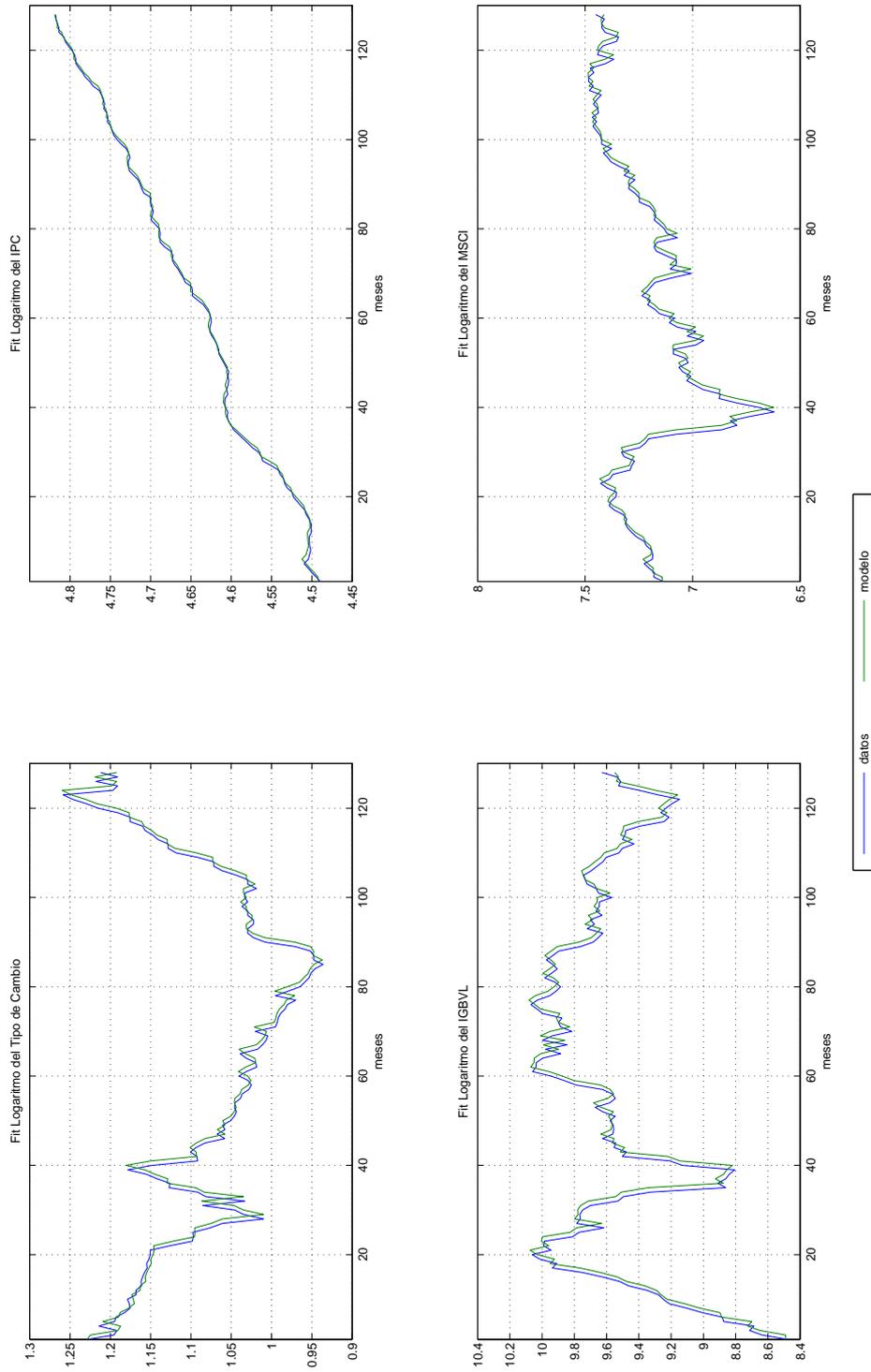


Figura 7: Ajuste de las otras variables de estado estimadas a los datos

Asimismo, en la Figura 7 se sobreponen las variables estimadas con los datos. Se observa que el ajuste en general es muy bueno.

E. Evolución del Precio del riesgo de los factores

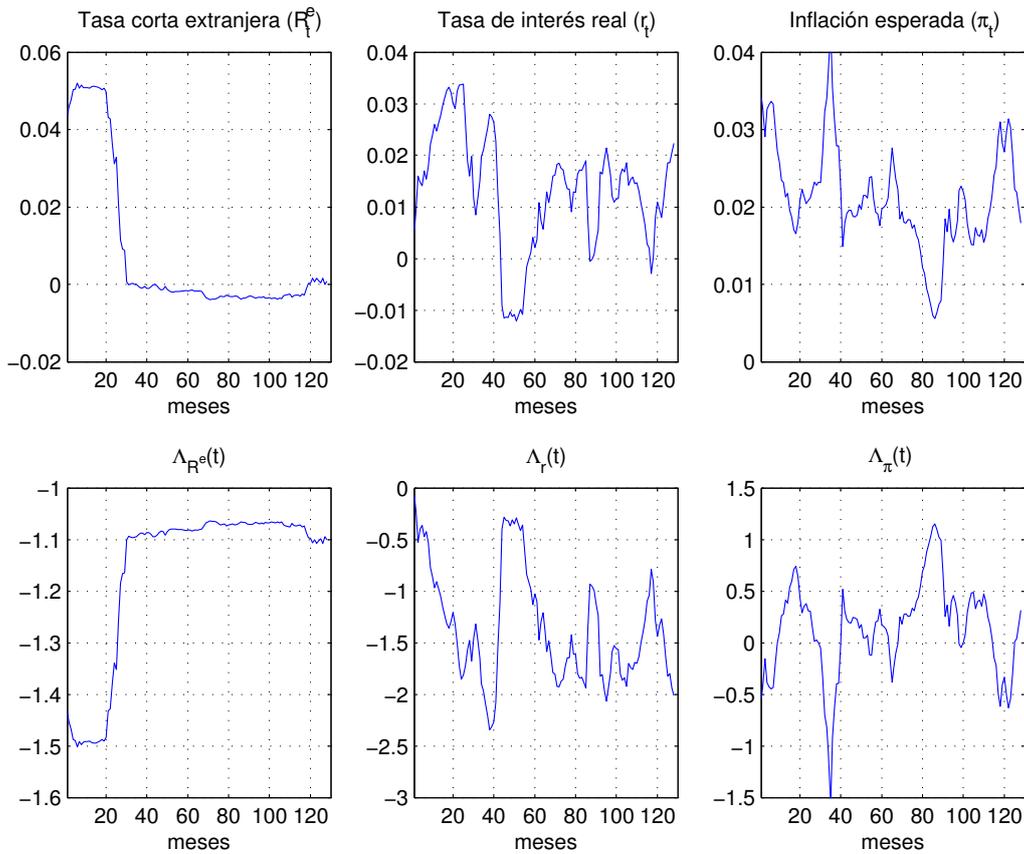


Figura 8: Evolución del precio del riesgo de los factores

En la primera fila, la evolución de las variables macroeconómicas asociadas a los factores latentes. En la segunda fila, la evolución del precio del riesgo de las mismas.

F. Evolución de las primas por riesgo de los bonos

Cuadro 11: Las primas por riesgo incondicional de los bonos

Prima de los Bonos nominales		Prima de los Bonos reales	
Vencimiento	Estimado	Vencimiento	Estimado
6 meses	0.8 %	6 meses	0.28 %
1 año	1.49 %	1 año	0.7 %
5 años	4.85 %	5 años	2.26 %
10 años	7.46 %	10 años	2.62 %



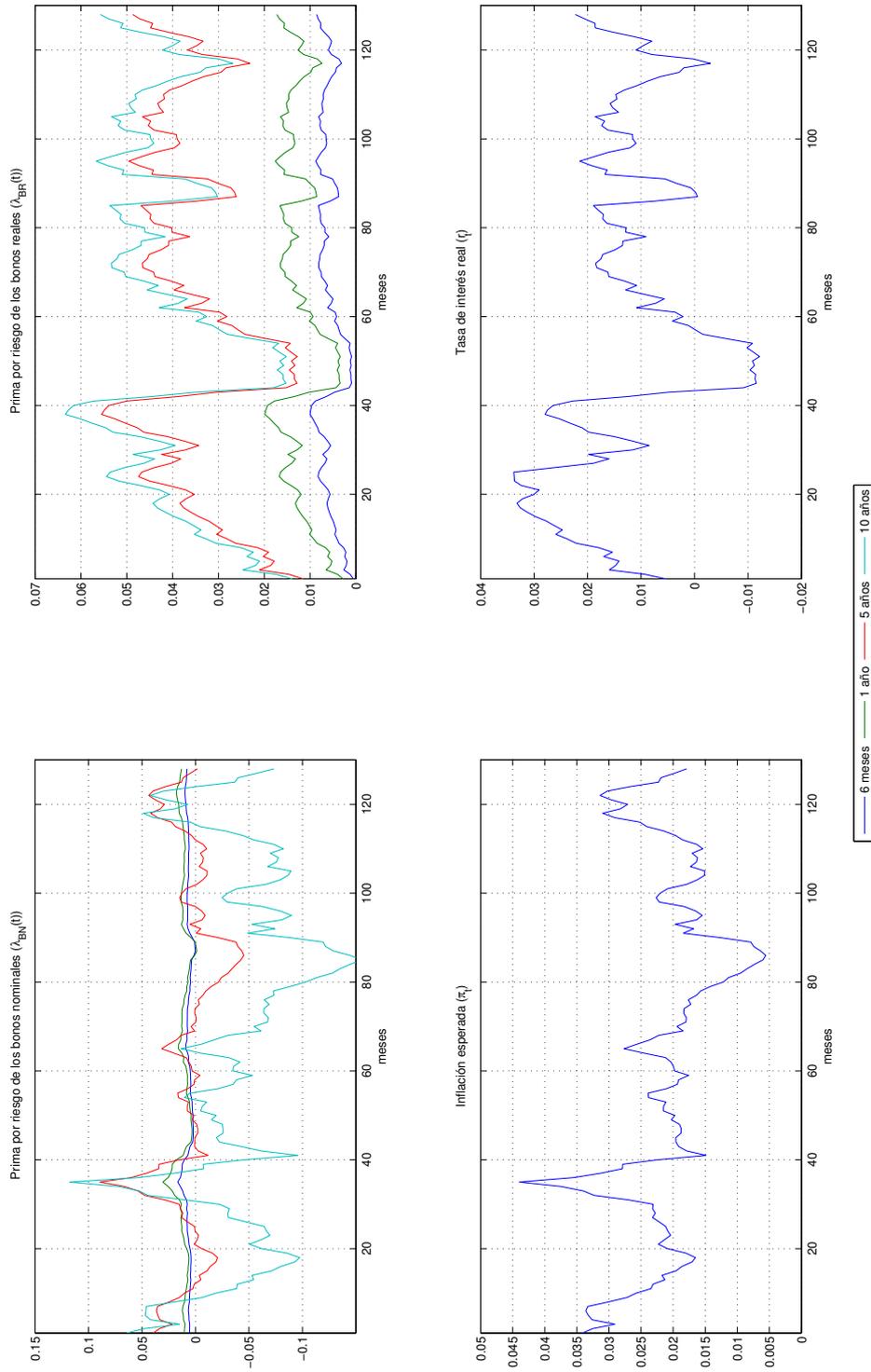


Figura 9: Evolución de las primas por riesgo de los bonos

En la primera fila de la Figura 9, se muestra la evolución de la prima por riesgo de los bonos nominales y reales. En la segunda fila de la Figura 9, se muestra la evolución de la inflación esperada y de la tasa de interés real respectivamente.

G. Evolución de las primas por riesgo de inflación y de moneda

Cuadro 12: Las primas por riesgo incondicional de la inflación y del tipo de cambio

Prima por riesgo de Inflación		Prima por riesgo de Moneda	
6 meses	0.52 %	6 meses	2.73 %
1 año	0.79 %	1 año	2.75 %
5 años	2.59 %	5 años	3.11 %
10 años	4.84 %	10 años	3.57 %

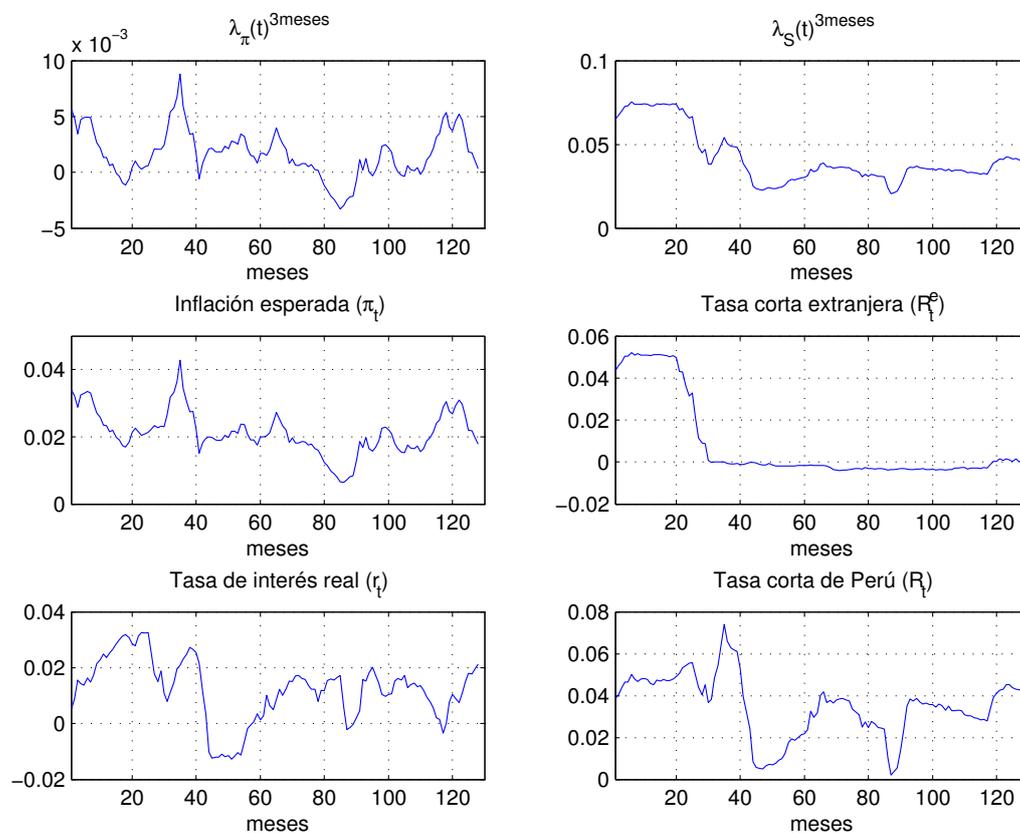


Figura 10: Evolución de las primas por riesgo de inflación y de moneda

En la primera columna de la Figura 10, se muestra la evolución de la prima por riesgo de inflación junto a la inflación esperada y la tasa de interés real. En la segunda columna de la Figura 10, se muestra la evolución de la prima por riesgo de moneda junto con la tasa corta doméstica y extranjera.