

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ**

**FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA**

**DOBLE TITULACIÓN  
CONVENIO DE INTERCAMBIO DE ESTUDIANTES  
PUCP- UPM ETSI MINAS**



**PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DEL PERÚ**

**PREDICCIÓN DE LA LEY DE ATENUACIÓN, FRECUENCIA  
DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA EN VIBRACIONES  
PRODUCIDAS POR VOLADURAS A CIELO ABIERTO**

Tesis para optar el Título de **Ingeniero de Minas**, que presenta el bachiller:

**NED YAMILE VÁSQUEZ SÁNCHEZ**

**ASESOR: Dra. Lina María López Sánchez**

Lima, Septiembre del 2017



**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS DE MINAS**

PROYECTO FIN DE CARRERA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y  
COMBUSTIBLES

PREDICCIÓN DE LA LEY DE ATENUACIÓN, FRECUENCIA  
DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA EN  
VIBRACIONES PRODUCIDAS POR VOLADURAS A CIELO  
ABIERTO

---

NED YAMILE VÁSQUEZ SÁNCHEZ

JULIO, 2013

**TITULACIÓN: INGENIERÍA DE MINAS**  
**PLAN: 1996**

Autorizo la presentación del proyecto

**PREDICCIÓN DE LA LEY DE ATENUACIÓN, FRECUENCIA  
DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA EN  
VIBRACIONES PRODUCIDAS POR VOLADURAS A CIELO  
ABIERTO**

Realizado por el alumno

**D. Ned Yamile Vásquez Sánchez**

Dirigido por

**D. Lina María López Sánchez**

Firmado: **D. Lina María López Sánchez**

Fecha: \_\_\_\_\_

# ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL	I
ÍNDICE DE FIGURAS	IV
ÍNDICE DE TABLAS	VII
AGRADECIMIENTOS	IX
RESUMEN	X
ABSTRACT	XI

## DOCUMENTO N°1: MEMORIA

1	OBJETIVOS Y ALCANCE	2
2	MARCO TEÓRICO	4
2.1	Vibraciones	4
2.1.1	Generación de ondas sísmicas por voladuras	4
2.1.2	Características del movimiento ondulatorio	5
2.1.3	Tipos de ondas	6
2.2	Predicción del nivel de vibración del terreno	10
2.3	Criterios de daños	13
2.3.1	Criterios del USBM (USBM RI 8507)	14
3	LOCALIZACIÓN Y GEOLOGÍA	15
3.1	Localización del área de estudio	15
3.2	Geología del área de estudio	16
4	PLANIFICACIÓN E INSTRUMENTACIÓN	17
4.1	Equipo utilizado	19
5	DESCRIPCIÓN DE LA VOLADURAS MONITOREADAS	21
5.1	Pre-corte	22
5.2	Voladura de seguridad	23
5.3	Voladura de producción	23
6	CÁLCULO Y ANÁLISIS DE LA LEY DE ATENUACIÓN DEL TERRENO	25
6.1	Ley de atenuación del terreno	25
6.1.1	Ley de atenuación al 50% de fiabilidad	25
6.1.1	Ley de atenuación al 90% de fiabilidad	27
6.2	Control de las frecuencias	29

6.3	Relación carga - distancia	30
6.4	Ajuste de la PPV a una distribución	32
6.5	Análisis bidimensional de transmisividad de las vibraciones	33
7	COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DINÁMICO	37
8	MODELIZACIÓN DINÁMICA	38
8.1	Sistema de un grado de libertad	38
8.2	Matemática del modelo de un grado de libertad	40
8.2.1	Parámetros característicos del modelo	41
8.2.2	Tipos de sistemas amortiguados	42
8.2.3	Respuesta estructural de un sistema amortiguado – Cálculo numérico de la integral de Duhamel	46
8.2.4	Respuesta espectral (Espectro y Pseudo - Espectros de Respuesta)	49
8.2.5	Representación gráfica Tripartita	50
9	ANÁLISIS FRECUENCIA DOMINANTE DEL TERRENO	51
9.1	Transformada de Fourier	51
9.2	Transformada Discreta de Fourier (DFT)	51
9.3	Transformada Rápida de Fourier (FFT)	52
9.3.1	Aplicación de la Transformada Rápida de Fourier a historia temporal de una señal	52
10	METODOLOGÍA PARA LA PREDICCIÓN DE LA FRECUENCIA DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA	54
10.1	Técnica de predicción de la frecuencia dominante y del espectro de respuesta	54
10.1.1	Primer paso: Estimación de los valores máximos para el movimiento del terreno	55
10.1.2	Segundo paso: Predicción las frecuencias dominantes	58
10.1.3	Tercer paso: Cálculo del espectro de respuesta	60
10.1.4	Cuarto paso: Cálculo de los factores de amplificación	73
10.1.5	Quinto paso: Predicción del espectro de respuesta	81
10.2	Validación de la técnica de predicción del espectro de respuesta	83
11	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS PARA LA METODOLOGÍA	89
11.1	Características de los espectros de respuesta	89
11.2	Contraste entre los diferentes tipos de espectros de respuesta	91
11.3	Variación de la frecuencia predominante en función de la distancia	92

11.4 Variación de la amplificación en función del MIC	93
11.5 Factores de amplificación	95
11.6 Isolíneas de ampliación del terreno	100
11.7 Validación de la técnica de predicción de la frecuencia dominante y espectro de respuesta	103
12 CONCLUSIONES	106
13 REFERENCIAS	110

## **DOCUMENTO N°2: ESTUDIO ECONÓMICO**

1 ESTUDIO ECONÓMICO	113
1.1 Objetivo	113
1.2 Presupuesto total	113

## **DOCUMENTO N°3: ANEXOS**

ANEXO A:	115
A.1 Especificaciones de los sismógrafos	116
A.2 Modelo del informe de medición	119
ANEXO B:	120
B.1 Características de los explosivos utilizados	121
ANEXO C:	123
C.1 Relación de espectros de respuesta calculados	124

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.-	Movimiento de las partículas dentro de la onda P. ....	7
Figura 2.-	Movimiento de las partículas dentro de la onda S. ....	8
Figura 3.-	Movimiento de las partículas dentro de diferentes tipos ondas. ....	9
Figura 4.-	Registro de llegada de las ondas P, S y R para la detonación de un único barreno. (Richards & Moore, 2005).....	10
Figura 5.-	Típica dispersión de datos, velocidad Pico-partícula vs Distancia escalada cuadrada. (Dowding C. H., 2000).....	12
Figura 6.-	Criterio de prevención de daños del USBM. ....	14
Figura 7.-	Representación del área de estudio sobre el terreno real. ....	16
Figura 8.-	Representación de la falla predominante, dirección del nuevo canal y el punto singular de cruce. ....	17
Figura 9.-	Ubicación de los sismógrafos en el terreno para las voladuras analizadas. ....	20
Figura 10.-	Esquema general de la secuencia de trabajo. ....	21
Figura 11.-	Esquema general del diseño de una voladura. ....	22
Figura 12.-	Patrón de perforación para la voladura de producción. ....	23
Figura 13.-	Esquema de la disposición de carga para los tres tipos de voladura.....	24
Figura 14.-	Estimación de la ley de atenuación del terreno a partir de las agrupaciones de voladuras analizadas. ....	26
Figura 15.-	Estimación de la ley de atenuación del terreno considerando la agrupación de la totalidad de datos medidos (53 registros). ....	27
Figura 16.-	Estimación de la ley de atenuación del terreno para 50, 80 y 90% de fiabilidad. ....	28
Figura 17.-	Control de la frecuencia principal de acuerdo al criterio de daño de la norma USBM RI 8507 & OSMRE. ....	29
Figura 18.-	Histograma de la frecuencia asociada al máximo PPV. ....	30
Figura 19.-	Representación gráfica de la PPV en función de la distancia (D) manteniendo constante la carga. ....	31
Figura 20.-	Ajunte del conjunto de valores de la PPV a una distribución log-normal .....	32
Figura 21.-	Sectorización del área de estudio en 4 cuadrantes. ....	33
Figura 22.-	Disposición espacial de la Isolíneas de la PPV sobre el área de análisis. ....	35
Figura 23.-	Leyes de atenuación obtenidas para la división de los cuatro cuadrantes. ....	36
Figura 24.-	Objetivo del análisis sobre el comportamiento estructural dinámico. ....	37
Figura 25.-	Modelización dinámica.....	38
Figura 26.-	Representación del modelo matemático para sistemas con un grado de libertad.....	39
Figura 27.-	Equilibrio de fuerzas para un modelo de 1 GLD. ....	40
Figura 28.-	Típica respuesta de vibración libre de una estructura. ....	42
Figura 29.-	Sistemas con diferentes razones de amortiguación ( $\xi$ ).....	44
Figura 30.-	Función general de las excitaciones sísmicas .....	47
Figura 31.-	Papel tripartita en blanco. ....	50
Figura 32.-	Cálculo de la frecuencia dominante del movimiento del terreno por FFT. ....	53

Figura 33.- Gráfica del movimiento del terreno sobre el Papel Tripartita.....	58
Figura 34.- Predicción del rango de las frecuencias dominantes. ....	59
Figura 35.- Flujograma del procedimiento de cálculo del espectro de respuesta.....	63
Figura 36.- Procedimiento a seguir para el cálculo numérico del desplazamiento relativo. ....	64
Figura 37.- Historia temporal de la aceleración ( $u$ ) longitudinal de la voladura N°8/B74 (input). ....	65
Figura 38.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 0,1Hz. ....	69
Figura 39.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 1,0 Hz. ....	70
Figura 40.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 10,0 Hz. ....	70
Figura 41.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 100,0 Hz. ....	71
Figura 42.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 1000,0 Hz. ....	71
Figura 43.- Espectro de respuesta calculado (Voladura N° 8 / Sismógrafo B74).....	72
Figura 44.- Factor de amplificación para el desplazamiento en función de la distancia escalada (SD). ....	76
Figura 45.- Factor de amplificación para la aceleración en función de la distancia escalada (SD).....	77
Figura 46.- Factor de amplificación para la velocidad en función de la distancia escalada (SD). ....	79
Figura 47.- Factor de amplificación promedio para la velocidad en función de la distancia escalada (SD).....	80
Figura 48.- Movimiento pico del terreno - Voladura N°12 / Sismógrafo B74 - Canal Longitudinal.....	84
Figura 49.- Predicción del Espectro de Respuesta. ....	87
Figura 50.- Comprobación del ajuste del espectro de respuesta.....	88
Figura 51.- Conjunto de Espectros generados en base a los registros del Sismógrafo B73. ....	90
Figura 52.- Espectros de respuesta generados por un pulso sinusoidal, el terremoto El Centro y por el conjunto de registros generados por el monitorio del sismógrafo B70.....	91
Figura 53.- Cambio en el espectro de respuesta generado por el movimiento de voladuras superficiales en operaciones mineras con SDs similares pero diferentes distancias absolutas. ....	93
Figura 54.- Conjunto de espectros de respuesta para las primeras cuatro voladuras controladas. ....	94
Figura 55.- Factor de amplificación estimado para el desplazamiento. ....	95
Figura 56.- Conjunto de espectros de respuesta para el sismógrafo B70 con sus respectivas áreas sensibles al desplazamiento y aceleración. ....	96
Figura 57.- Factor de amplificación estimado para la aceleración. ....	97
Figura 58.- Factor de amplificación estimado para la velocidad.....	98
Figura 59.- Amplificación dinámica en función de la razón de frecuencias $r$ . ....	99



Figura 60.- Distribución de los sismógrafos sobre el terreno.....	100
Figura 61.- Rectas de estimación del factor de amplificación para las dos zonas de análisis del terreno.....	101
Figura 62.- Representación espacial de las isóneas de amplificación promedio del terreno.....	103
Figura 63.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°12/B73.....	104
Figura 64.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°13/B73.....	104
Figura 65.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°18/B70.....	105
Figura 66.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°19/B70.....	105



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.-	Recomendaciones del criterio de prevención del UBSM. ....	15
Tabla 2.-	Coordenadas que determinan el área de estudio. ....	16
Tabla 3.-	Propiedades físicas del basalto. ....	16
Tabla 4.-	Parámetros medidos por los sismógrafos. ....	19
Tabla 5.-	Identificación de los sismógrafos. ....	19
Tabla 6.-	Coordenadas de posición de los sismógrafos para las 10 voladuras analizadas. ....	21
Tabla 7.-	Características principales de las 10 primeras voladuras. ....	24
Tabla 8.-	Cuadro comparativo de la PPV en función de la distancia y carga haciendo uso de la ley de atenuación al 50% de fiabilidad. ....	30
Tabla 9.-	Variación del MIC y de la máxima carga lineal en función de la distancia para un PPV igual a 12,7 mm/s (límite de la norma). ....	32
Tabla 10.-	Factores K y $\alpha$ obtenidos para los 4 cuatro cuadrantes. ....	34
Tabla 11.-	Distancias mínimas que definen la zona de seguridad para una carga igual a 65,4 kg. ....	35
Tabla 12.-	Registro de vibraciones - Voladura BR-008 / B74. ....	55
Tabla 13.-	Parámetros asociados a la máxima PPV de los 3 canales. ....	56
Tabla 14.-	Puntos que describen el movimiento del terreno sobre el Papel Tripartita. ....	57
Tabla 15.-	Datos iniciales para el cálculo del espectro de respuesta. ....	65
Tabla 16.-	Historia temporal para la velocidad y aceleración de la Voladura N°8 / B74. ....	65
Tabla 17.-	Puntos componentes del espectro de respuesta. ....	72
Tabla 18.-	Factores de amplificación para la Voladura N°8 / Sismógrafo B74. ....	75
Tabla 19.-	Ecuaciones de las curvas que determinan el factor de amplificación para el desplazamiento. ....	77
Tabla 20.-	Ecuaciones de las curvas que determinan el factor de amplificación para la aceleración. ....	78
Tabla 21.-	Ecuaciones de las curvas que determinan el factor de amplificación para velocidad. ....	80
Tabla 22.-	Factores de modificación de la amplificación según la relación del amortiguamiento crítico (Newmark & Hall, 1982). ....	82
Tabla 23.-	Datos importantes de la Voladura N°12. ....	83
Tabla 24.-	Datos del registro - Voladura N°12 / Sismógrafo B73. ....	83
Tabla 25.-	Puntos que definen el movimiento del terreno sobre la el papel Tripartita. ....	84
Tabla 26.-	Límites y factores de Amplificación para la voladura N°12 / Sismógrafo B73. ....	87
Tabla 27.-	Puntos que determinan el espectro de respuesta predicho sobre el papel Tripartita. ....	88
Tabla 28.-	Características de los espectros comparados en la Figura 51. ....	92
Tabla 29.-	Distancia, MIC y SD para las primeras 4 voladuras. ....	94
Tabla 30.-	Cálculo de la curva Av promedio para las dos áreas. ....	102



*Dedicada a la memoria  
de mi abuela Eduvijas.*

## AGRADECIMIENTOS

*“Este es el punto donde se cierra una etapa importante de mi vida - la vida universitaria - me vienen a la memoria innumerables momentos vividos, los buenos amigos, las lecciones aprendidas, las amanecidas para los exámenes, las fiestas, tantos recuerdos buenos y malos también. Por todo ello, hoy tengo mucho por agradecer”.*

En primer lugar, quiero expresar mi más sincero agradecimiento a mi profesora y tutora del proyecto de fin de carrera Dra. Lina M. López Sánchez por la orientación y total ayuda brindada para encaminar de la mejor forma el estudio desarrollado. También quisiera agradecer a mi coordinador Prof. Dr. José A. Sanchidrián por el apoyo dado durante mi estancia en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas de Madrid.

Asimismo quiero expresar toda mi gratitud a la empresa MAXAM Corp. S.A. especialmente al departamento de “Technical Applications” (TAP) presidida por el Director Técnico, Ing. López Cano, por haberme dado la oportunidad de integrarme a su grupo de trabajo; al Ing. Paulo Couceiro, por la total disponibilidad, amplia experiencia y enseñanzas transmitidas, que me han sido de gran ayuda para la realización del proyecto; al Ing. Vinicius Gouveia, agradezco todas las lecciones ilustradas de programación y estadística; a los ingenieros Jesús Ángel Pascual y Ferdinando Nazca por la información y experiencia compartida. En líneas generales, a MAXAM Corp. por haber depositado su confianza en mi persona dándome la oportunidad de terminar mis estudios en la E.T.S.I. de Minas de la UPM.

Por último, tengo que agradecer a mi familia. A mi madre Yolanda por toda la atención que siempre me da, por siempre haberme guiado y educado por el camino correcto. A mi padre Julio, por su apoyo, motivación y consejos para conseguir todas mis metas trazadas. A mis tíos Adolfo, Salvador, Lindaura por enseñarme con el ejemplo a ser mejor persona cada día y especialmente a mi tío Américo, persona a la que más admiro. A todo ellos un agradecimiento que no tiene valoración posible. No debo dejar de mencionar a Dios el guía que dirige mi caminar.

## RESUMEN

El presente proyecto de fin de carrera describe y analiza el estudio integral del efecto de las vibraciones producidas por voladuras superficiales realizadas en el proyecto del “Tercer Juego de Esclusas” ejecutado para la Expansión del Canal de Panamá.

Se recopilan un total de 53 registros, data generada por el monitoreo de 7 sismógrafos en 10 voladuras de producción realizadas en el año 2010.

El fenómeno vibratorio tiene dos parámetros fundamentales, la velocidad pico-partícula (PPV) y la frecuencia dominante, los cuales caracterizan cuan dañino puede ser éste frente a su influencia sobre las estructuras civiles; por ello, se pretende caracterizarlas y fundamentalmente predecirlas, lo que permitirá su debido control. En función a lo expuesto, el estudio realizado consta de dos partes, la primera describe el comportamiento del terreno mediante la estimación de la ley de atenuación de la velocidad pico-partícula a través del uso de la regresión lineal por mínimos cuadrados; la segunda detalla un procedimiento validable para la predicción de la frecuencia dominante y del pseudo-espectro de respuesta de velocidad (PQRS) basada en la teoría de Newmark & Hall.

Se ha obtenido: (i) la ley de atenuación del terreno para distintos grados de fiabilidad, (ii) herramientas de diseño de voladuras basadas en la relación de carga – distancia, (iii) la demostración que los valores de PPV se ajustan a una distribución log-normal, (iv) el mapa de isolíneas de PPV para el área de estudio, (v) una técnica detallada y válida para la predicción de la frecuencia dominante y del espectro de respuesta, (vi) formulaciones matemáticas de los factores de amplificación para el desplazamiento, velocidad y aceleración, (vii) mapa de isolíneas de amplificación para el área de estudio.

A partir de los resultados obtenidos se proporciona información útil para su uso en el diseño y control de las voladuras posteriores del proyecto.

## ABSTRACT

This project work describes and analyzes the comprehensive study of the effect of the vibrations produced by surface blasting carried out in the "Third Set of Locks" project executed for the expansion of the Panama Canal.

A total of 53 records were collected, with the data generated by the monitoring of 7 seismographs in 10 production blasts carried out in 2010.

The vibratory phenomenon has two fundamental parameters, the peak-particle velocity (PPV) and the dominant frequency, which characterize how damaging this can be compared to their influence on structures, which is why this is intended to characterize and predict fundamentally, that which allows proper control. Based on the above, the study consists of two parts; the first describes the behavior of the terrain by estimating the attenuation law for peak-particle velocity by using the ordinary least squares regression analysis, the second details a validable procedure for the prediction of the dominant frequency and pseudo-velocity response spectrum (PVRS) based on the theory of Newmark & Hall.

The following have been obtained: (i) the attenuation law of the terrain for different degrees of reliability, (ii) blast design tools based on charge-distance ratio, (iii) the demonstration that the values of PPV conform to a log-normal distribution, (iv) the map of isolines of PPV for the area of study (v) detailed and valid technique for predicting the dominant frequency response spectrum, (vi) mathematical formulations of the amplification factors for displacement, velocity and acceleration, (vii) amplification of isolines map for the study area.

From the results obtained, the study provides useful information for use in the design and control of blasting for subsequent projects.

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS DE MINAS**

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y  
COMBUSTIBLES**

**PREDICCIÓN DE LA LEY DE ATENUACIÓN, FRECUENCIA  
DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA EN VIBRACIONES  
PRODUCIDAS POR VOLADURAS A CIELO ABIERTO**

---

**DOCUMENTO N°1: MEMORIA**



## 1 OBJETIVOS Y ALCANCE

La primera parte del presente estudio se plantea con el fin de conocer el fenómeno de generación y transmisión de las vibraciones producidas por voladuras realizadas en operaciones mineras superficiales sobre el área de influencia, y el control de los niveles alcanzados según el criterio de daños planteado por la USBM, con el fin de obtener una herramienta para el diseño de las voladuras en función de la máxima carga operante y la distancia con una fiabilidad acorde a lo establecido.

La primera parte del estudio tiene los siguientes objetivos:

- Caracterizar el comportamiento del terreno mediante la estimación de su ley de atenuación del mismo mediante el uso de la regresión lineal por mínimos cuadrados con diferentes fiabilidades para el total de datos recopilados (53 registros) y sectorizada.
- Encontrar relaciones útiles entre las tres variables manejadas (velocidad pico-partícula, distancia y carga máxima instantánea) usadas para el diseño de voladuras posteriores.
- Realizar un análisis bidimensional de la transmisividad del área de influencia, encontrando el mapa de isolíneas y el área de seguridad producida.
- Comprobar que los valores de la velocidad pico-partícula se ajustan a una distribución log-normal.

La segunda parte del estudio los siguientes objetivos:

- Establecer de manera detallada un procedimiento validable para la predicción de la frecuencia dominante y del pseudo-espectro de respuesta de velocidad (PVRS) generado por la acción de las vibraciones producidas en voladuras a cielo abierto.
- Determinar la predicción de la frecuencia dominante, en base al cálculo de los pseudo-espectros de respuesta de velocidad (cálculo numérico de sistemas con un grado de libertad), la cual está ligada al grado de amplificación que va a sufrir una estructura en relación de cuan cerca se encuentre a su frecuencia natural.





La importancia del estudio es demostrar que al obtener una mayor amplificación se generan mayores tensiones en los componentes estructurales, por consiguiente se va incrementando el potencial de agrietamiento de la estructura analizada.

Los datos estudiados como en el caso anterior, proceden del análisis de los 53 registros de historias temporales de la velocidad, derivadas del monitoreo de 10 voladuras registradas por los 7 sismógrafos distribuidos estratégicamente a lo largo de toda el área de estudio.

Además del desarrollo de la técnica de predicción, ésta asimismo será validada con registros de futuras voladuras, así como también se obtendrán comparaciones importantes con los resultados conseguidos como por ejemplo el cálculo de las isolíneas de amplificación sobre el terreno.





## 2 MARCO TEÓRICO

### 2.1 Vibraciones

Las vibraciones en operaciones mineras son provocadas por el repentino aumento de presión en el barreno induciendo a la generación de tensiones dinámicas en la roca circundante, creando ondas de tensión las cuales se propagan concéntricamente al barreno. La intensidad de esta onda vibratoria disminuye con la distancia, ya que la energía transmitida a la roca se debe distribuir en una superficie cada vez mayor (Sanchidrián & Muñiz, 2000).

Esta onda provoca un movimiento vibratorio del terreno que constituye una parte de energía perdida de la voladura, energía que no se traduce en trabajo útil, esto es en fragmentación y arranque de roca. Dichas vibraciones pueden causar daños y molestias en edificios y otras construcciones.

#### 2.1.1 Generación de ondas sísmicas por voladuras

La detonación de una cierta cantidad de explosivo confinada en el interior de un barreno genera una onda de choque, caracterizada por una elevación súbita de la presión, que actúa sobre las paredes del barreno y se transmite a la roca circundante, inicialmente como onda de choque, y a una cierta distancia del barreno como onda de compresión. Esta onda de deformación es cilíndrica, en el caso de carga cilíndrica distribuida en el barreno, o esférica, en caso de carga puntual o esférica, aunque a considerable distancia del barreno con relación a su longitud puede considerarse la explosión reducida a un punto y en consecuencia la onda de propagación como esférica. La compresión soportada por el elemento material será, pues, función inversa del cuadrado de la distancia.

En el contorno del barreno podemos considerar tres zonas, en función de la magnitud de la presión de la onda de choque (Sanchidrián & Muñiz, 2000):

- a. **La zona más inmediata al barreno**, donde la presión de la onda de choque es superior a la resistencia a compresión de la roca, originando



su pulverización, lo que produce el consiguiente amortiguamiento de la onda de choque por el elevado consumo de energía. La extensión de esta zona es muy limitada, del orden de algunos diámetros alrededor del barreno y en ella se produce un fuerte amortiguamiento de la onda de choque.

- b. La zona de deformación plástica**, aquí la presión de la onda de choque no excede la resistencia a compresión de la roca, pero sí el límite elástico, produciéndose básicamente deformaciones permanentes (plásticas). En esta zona se producen además grietas radiales, muy intensas en las inmediaciones del barreno, por efecto de las tensiones tangenciales de tracción. Esta zona se extiende varios diámetros a partir de la zona anterior.
- c. La zona elástica**, se extiende indefinidamente a partir de la anterior. En esta zona los esfuerzos no superan el límite elástico a compresión del material, lo que hace que éste tenga un comportamiento elástico, aunque también en ella se producen algunas fracturas radiales como consecuencia de esfuerzos de tracción. El consumo de energía es prácticamente nulo y la amortiguación de la onda sólo se debe, al aumento de superficie sobre la que actúa.

Entonces se puede afirmar que a partir de una distancia relativamente pequeña del barreno, se genera el efecto de vibración el cual está constituido principalmente por ondas elásticas, con despreciable consumo de energía.

### **2.1.2 Características del movimiento ondulatorio**

Este se caracteriza por la propagación de vibraciones, no existe movimiento efectivo de masas ni de volúmenes, tampoco se realiza transporte de materia, sino tan sólo consta de una transferencia de energía desde un punto a otro.

El movimiento vibratorio se asemeja a un movimiento sinusoidal armónico, definido por la siguiente ecuación:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi) = A \cdot \sin(2\pi f t + \phi) \quad (1.1)$$

Donde

$x$  es el desplazamiento, en unidades de longitud.

$t$  es el tiempo, en segundos.

$A$  es la amplitud, máximo valor que alcanza la oscilación.

$f$  es la frecuencia natural del movimiento, en hertzios.

$\omega$  es la frecuencia angular del movimiento ( $\omega = 2\pi f$ ), en radianes/s.

$\phi$  es la fase inicial e indica el estado de oscilación o vibración (o fase) en el instante  $t = 0$  de la partícula que oscila.

La velocidad instantánea ( $v$ ) y la aceleración ( $a$ ) son respectivamente la primera y segunda derivada de la ecuación (1.1).

$$v = \frac{dx}{dt} = 2\pi f \cdot A \cos \omega t = \omega \cdot A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -(2\pi f)^2 \cdot A \sin(\omega t) = \omega^2 \cdot A \sin(\omega t + \pi) \quad (1.3)$$

Se puede apreciar que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración están desfasados en  $\pi/2$  sucesivamente.

### 2.1.3 Tipos de ondas

Aunque las ecuaciones clásicas de ondas elásticas (como por ejemplo la 1.1) son inadecuadas para describir el fenómeno de las vibraciones por efecto de una voladura, tal y como se manifiesta con sus problemas de atenuación, dispersión, cambio de longitud de onda y superposición de ondas, ha de considerarse que hasta la fecha es el mejor modelo simplificado de que se dispone para el análisis de este fenómeno. Se puede

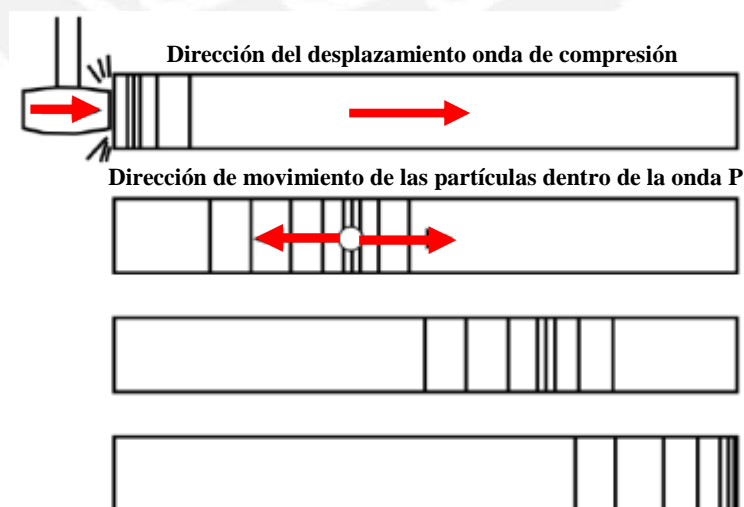
considerar, a efecto de las vibraciones en voladuras, sólo nos interesa la propagación de ondas en la zona exterior o elástica en torno al barreno, y dentro de ellas las únicas ondas significativas que se transmiten resultan ser ondas elásticas de baja energía (Pascual de Blas , 2000).

Esencialmente podemos clasificar los distintos tipos de ondas elásticas en dos grupos:

a. **Ondas internas**, denominadas así porque se propagan por el interior de la masa rocosa. Dentro de las cuales encontramos:

- **Ondas longitudinales, de compresión o principales (Ondas P)**

Es la onda que viaja a mayor velocidad, deformando volumétricamente la roca en la dirección de su propagación. A manera de ilustrar el movimiento que experimentan las partículas dentro de la onda P, consideramos una varilla de acero la cual es golpeada en un extremo, dando lugar al movimiento de las partículas de la barra hacia adelante y atrás mientras que el pulso de compresión viaja a lo largo de la barra; es decir, las partículas de la onda se mueven en la misma dirección que la propagación de la onda. El movimiento de la onda P se ilustra en la *Figura 1* y en la *Figura 3*.



**Figura 1.- Movimiento de las partículas dentro de la onda P.**

- **Ondas transversales, de cizalladura o secundarias (Ondas S)**

Tras la onda P, se propaga la onda S. Esta onda provoca una deformación en la masa rocosa perpendicular (transversal) a la dirección de su propagación, sin modificar el volumen de los materiales a su paso. El movimiento de las partículas dentro de la onda S puede ser ilustrado mediante la agitación de una cuerda por un extremo, dando lugar al desplazamiento de la onda a lo largo de la cuerda, sin embargo las partículas dentro de la onda se mueven perpendicularmente a la dirección de movimiento de la onda. El movimiento de la onda P se ilustra en las *Figura 2* y *Figura 3*.

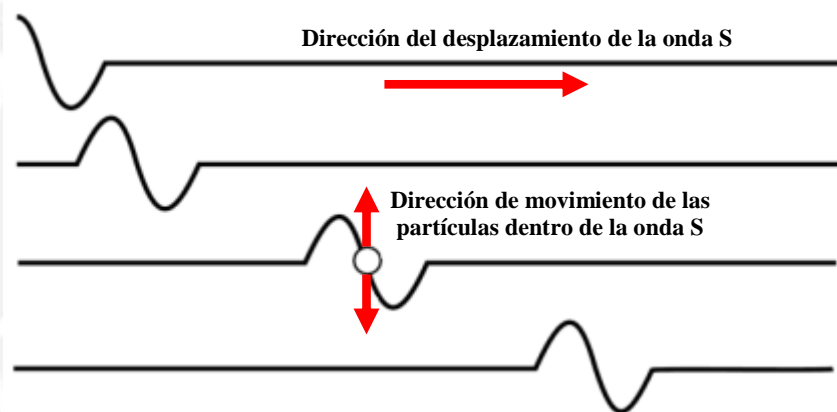


Figura 2.- Movimiento de las partículas dentro de la onda S.

b. **Ondas de superficie**, denominadas así porque viajan por la interface de dos medios (por ejemplo, la superficie del terreno, que separa la roca del aire). De éstas, las más importantes son:

- **Onda Rayleigh (Ondas R)**

Fueron llamadas así en honor a lord Rayleigh, que fue el primero en estudiarlas. Su velocidad de propagación es aproximadamente 90% de las ondas S, además cuenta con mayores amplitudes y longitudes que las ondas P y S. El movimiento de las partículas dentro de la onda es del tipo elíptico retrógrado en un plano

vertical en el mismo sentido que la dirección de propagación. El movimiento de la onda P se ilustra en la *Figura 3*.

- **Onda Love (Ondas L)**

Otro tipo de ondas superficiales son las ondas Love, cuyo tipo de oscilación es semejante al de las Rayleigh, elíptica, pero en un plano horizontal. Su velocidad es similar a la de las ondas Rayleigh.

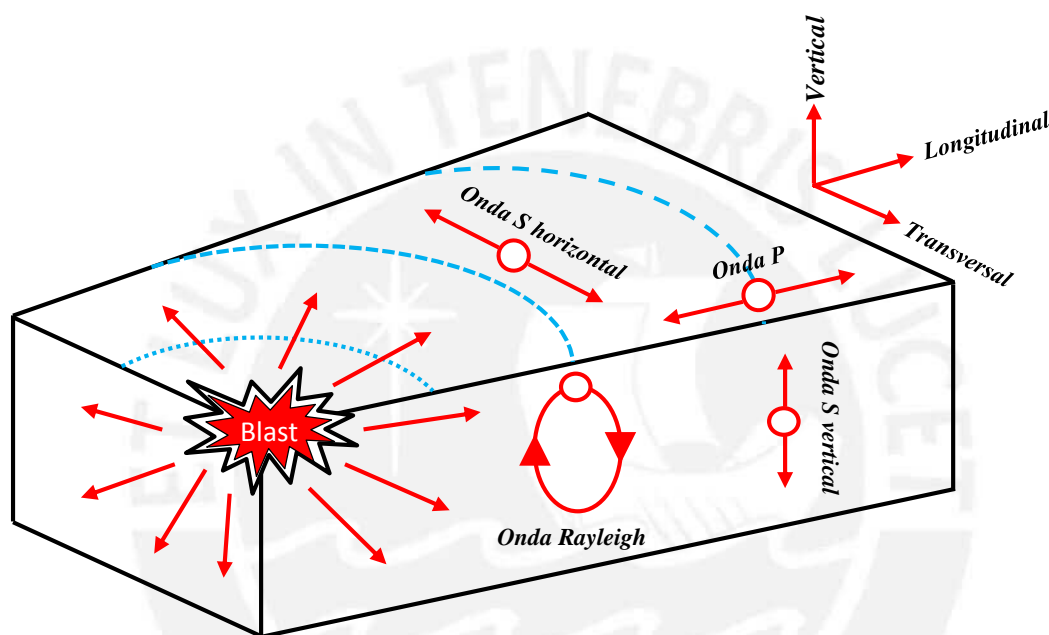


Figura 3.- Movimiento de las partículas dentro de diferentes tipos ondas.

La onda P es la de mayor velocidad, considerablemente superior a la velocidad de la onda S (50 a 60 % de la velocidad de la onda P); ésta a su vez, es ligeramente más rápida que la onda R (aproximadamente 90% de la velocidad de la onda S). La velocidad de las ondas P varía desde unos 1500 hasta algo más de 6000 m/s para la mayoría de rocas; si la roca está meteorizada o muy fisurada, ésta puede ser menor; en suelos, la velocidad está entre 150 y unos 1300 m/s (Sanchidrián & Muñiz, 2000).

Diversos estudios realizados han demostrado que la energía sísmica de alta frecuencia es absorbida más rápidamente que la de baja frecuencia, de modo que la energía contenida en las ondas sísmicas estará más

concentrada en intervalos correspondientes a bajas frecuencias a medida que nos alejamos del foco generador. A pesar de todo lo dicho, hay que tener presente que en los análisis de vibraciones no suele llegarse a distinguir entre sí los diferentes tipos de ondas que llegan al geófono (Pascual de Blas , 2000).

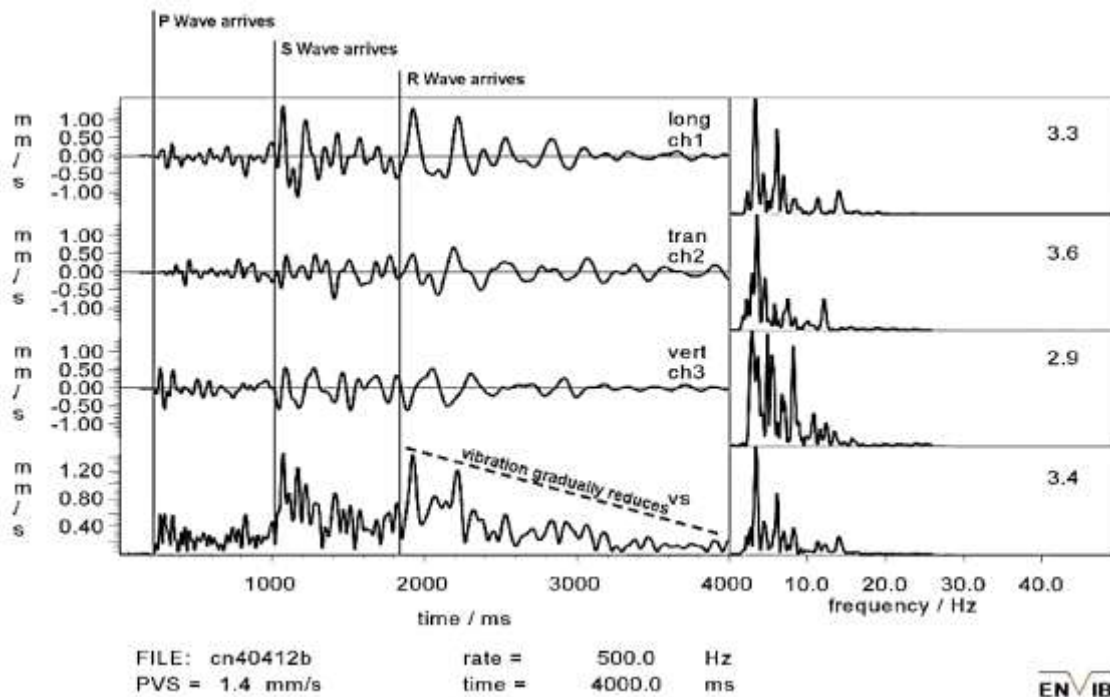


Figura 4.- Registro de llegada de las ondas P, S y R para la detonación de un único barreno. (Richards & Moore, 2005)

## 2.2 Predicción del nivel de vibración del terreno

Se sabe que la magnitud de la vibración generada está relacionada de manera proporcional con la cantidad máxima de explosivo que detona al mismo tiempo, por ello a manera de explicación se plantean los siguientes casos:

- Caso 1**, se utilizan detonadores con micro-retardos y además cada barreno está conectado a un número distinto de detonador (es decir con diferente tiempo), entonces se puede afirmar que la carga máxima que detona en un mismo tiempo coincidirá con la del barreno más cargado.



- b. **Caso 2**, se tiene varios barrenos conectados a detonadores con un mismo número, por consiguiente la carga máxima que detona al mismo tiempo viene dada por la máxima suma de los pesos de explosivo/barreno iniciados por detonadores con un mismo número de retardo, a este peso se le denomina carga cooperante o máxima carga instantánea (MIC).

Para el estudio se utiliza la definición de la USBM (US Bureau of Mines) donde se considera cargas operantes cuyo intervalo es inferior a 8 ms.

Un número de investigadores han estudiado el problema de la predicción de vibraciones en el terreno y han propuesto diversas fórmulas, pero todos coinciden que la velocidad máxima de vibración en el terreno (**PPV**) es proporcional a la masa de explosivo, **Q**, e inversamente proporcional a la distancia, **D**. A continuación se presentan un resumen de los principales modelos desarrollados:

$$PPV = K \cdot SD^\alpha \quad (1.4)$$

Donde:

**PPV**: Velocidad de pico-partícula (mm/s)

**SD** : Distancia Escalada

**K** : Factor de Velocidad

**α** : Factor de Atenuación, valor comprendido entre 0,5 y 2

El término “SD” o Distancia Escalada, describe la influencia de la distancia (**D**) en metros y el peso de la carga operante de explosivo (MIC) detonado en kilogramos (**Q**). Con relación a esta formulación matemática existen varios criterios de los cuales se pueden señalar los siguientes:

- **Langefors y Kihlström, 1973**  $SD = \left( \frac{D}{Q^{\frac{2}{3}}} \right)$

- **Ambraseys y Hendron, 1968**

(Raíz cubica distancia escalada)  $SD = \left( \frac{D}{Q^{\frac{1}{3}}} \right)$

- **Devine (1962), United States Bureau of Mines (USBM), 1980**

(Raíz cuadrada distancia escalada) 
$$SD = \left( \frac{D}{Q^2} \right)$$

El modelo más utilizado en minería superficial es el de la raíz cuadrada, y por ende también será utilizado en el presente estudio. Teóricamente este criterio es el que mejor representa el comportamiento de la vibración en el campo lejano para cargas cilíndricas, donde el análisis dimensional sugiere que las distancias deben ser corregidas dividiéndolas por la raíz cuadrada de la carga.

La formulación clásica de la distancia escalada (raíz cuadrada) está basada en el análisis estadístico de un gran número de datos, tal como se muestra en la *Figura 5*.

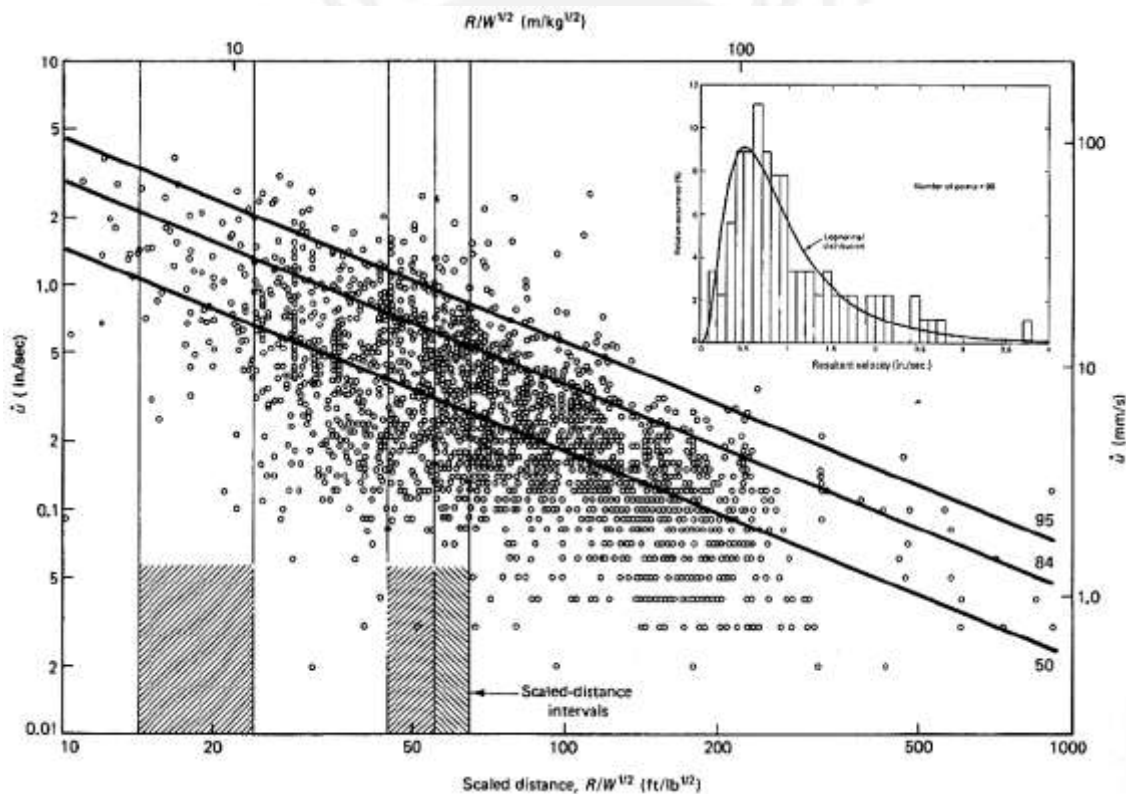


Figura 5.- Típica dispersión de datos, velocidad Pico-partícula vs Distancia escalada cuadrada. (Dowding C. H., 2000)

Una forma genérica de expresar la ecuación (1.4) es la siguiente:

$$PPV = K \cdot Q^\alpha \cdot D^\beta \quad (1.5)$$

$K$ ,  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes que engloban la geología del terreno, la geometría de las cargas, las diferencias de cota entre los puntos de disparo y de medida, el tipo de propagación, el nivel de “aprovechamiento” de la energía en generar vibraciones, etc.

Por lo tanto, uno de los objetivos del presente estudio de vibraciones es hallar el valor de cada una de estas constantes ( $K$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ ) a través de:

- Una regresión lineal por mínimos cuadrados
- Una regresión no lineal

realizado para los valores de  $PPV$ ,  $Q$  y  $D$  tomados en los ensayos.

Para todos los métodos el coeficiente de correlación obtenido indicará que tanto se ajustan los puntos ( $V$ ,  $Q$ ,  $D$ ) a una determinada ley. El coeficiente de correlación alcanza su valor máximo 1 cuando los puntos se ajustan perfectamente a la ley y su valor mínimo 0 cuando los puntos se encuentran aleatoriamente repartidos.

### 2.3 Criterios de daños

Según la teoría deformacional de los materiales, la tensión provocada por una onda es proporcional a la velocidad de partículas (ver *ecuación 1.8*); para una onda plana:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (1.6)$$

$$\varepsilon = \frac{PPV}{c} \quad (1.7)$$

Con las ecuaciones (1.6) y (1.7) se deduce lo anterior mencionado,

$$\sigma = \frac{E}{c} \cdot PPV \quad (1.8)$$

Por tanto, considerando una estructura en particular excitada bajo un pulso vibratorio, la tensión a la que ésta se ve sometida depende de la velocidad de vibración.

Para recomendar un cierto nivel máximo de vibración admisible, hay que tener presente la velocidad de vibración límite que imponga la norma vigente, en nuestro caso utilizaremos la norma USBM RI 8507 de Estados Unidos.

### 2.3.1 Criterios del USBM (USBM RI 8507)

En 1980, la Oficina de Minas de los Estados Unidos, publicó la norma RI-8507 (para la respuesta estructural y daños producidos por las vibraciones generada por voladuras en minería superficial). En ella recomienda una velocidad máxima de partículas (PPV) de 0,75 in/s (19 mm/s) en el intervalo de frecuencias de 4 a 12 Hz para edificios con interiores de yeso prefabricado; en el caso de edificios con recubrimiento de escayola, el nivel máximo debe de ser 0,5 in/s (12,7 mm/s). Por otro lado, para frecuencias mayores a 40 Hz el límite máximo admisible es 2 in/s (50,8 mm/s). En la *Figura 6* y en la *Tabla 1* se resume este criterio.

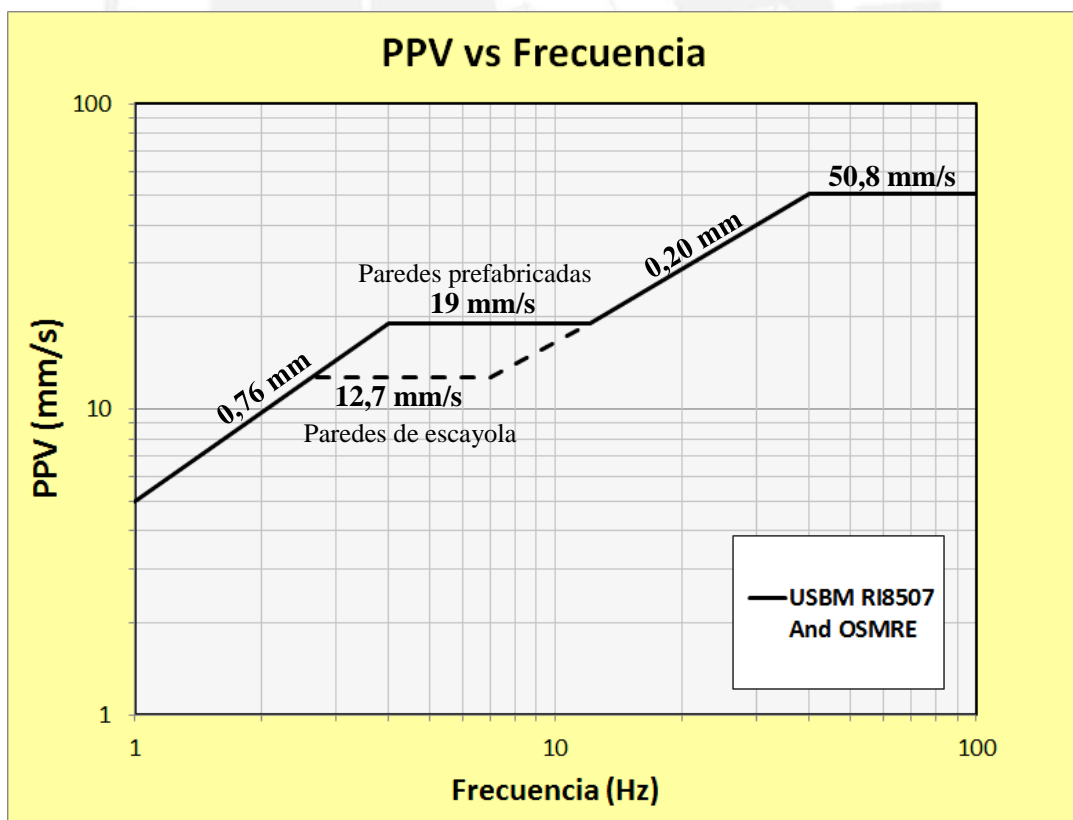


Figura 6.- Criterio de prevención de daños del UBSM.

**Tabla 1.- Recomendaciones del criterio de prevención del UBSM.**

PPV max (mm/s)	Frecuencia (Hz)	Estructuras
12,7	2,7 - 7	Casas con paredes de escayola
19	4 - 12	Casas modernas con interiores de yeso prefabricado
50,8	+ 40	Sin restricción

### 3 LOCALIZACIÓN Y GEOLOGÍA

El presente estudio del análisis de vibraciones se ha realizado a partir de los datos generados por la monitorización de las 10 primeras voladuras realizadas en el "Tercer Juego de Esclusas", proyecto principal del Programa de Ampliación del Canal de Panamá.

El responsable de llevar a cabo este proyecto es la organización denominada GUPC S.A. (Grupo Unidos por el Canal S.A.). Para construir el nuevo canal es necesario retirar grandes volúmenes de roca, por ello se ha subcontratado a SERVIBLASTING International, S.A (filial de Maxam en Panamá) para realizar la realización íntegra de las voladuras superficiales de todo el proyecto.

#### 3.1 Localización del área de estudio

La localización del área de estudio se ubica dentro de la zona del proyecto de ampliación del canal de Panamá, específicamente en el área de investigación del Pacífico, cuadrante N°17, Zona Norte (WGS 84), comprendida entre las coordenadas indicadas en la *Tabla 2*. El nuevo Canal de Panamá tendrá el azimut de N30 ° W (representado en la *Figura 7*).



**Figura 7.-** Representación del área de estudio sobre el terreno real.

**Tabla 2.-** Coordenadas que determinan el área de estudio.

Puntos	Norte	Este
P1	995.000	653.500
P2	995.000	656.500
P3	991.000	653.500
P4	991.000	656.500

### 3.2 Geología del área de estudio

El área de estudio se caracteriza por presentar una formación geológica predominantemente constituida por basalto columnar (extrusivo e intrusivo), con las propiedades físicas indicadas en la *Tabla 3*.

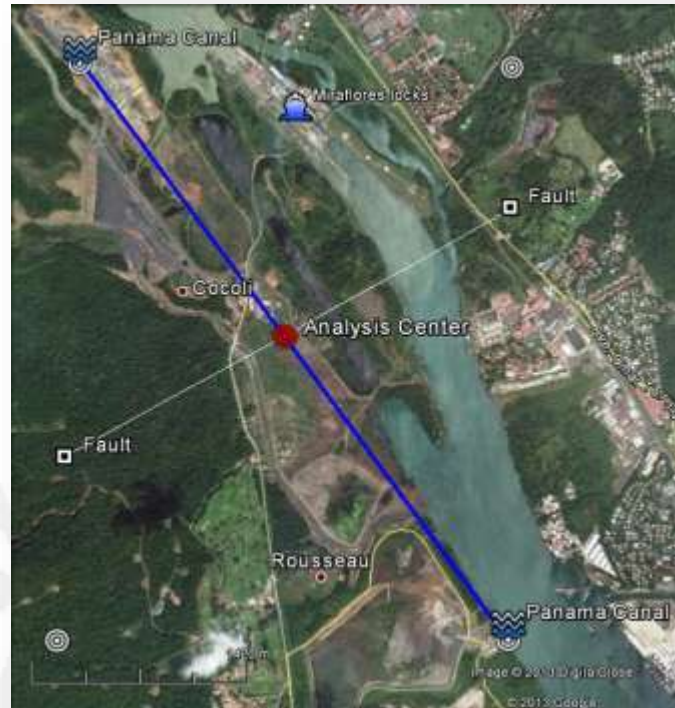
**Tabla 3.-** Propiedades físicas del basalto.

Propiedad Físicas del Basalto <sup>1</sup>	
Densidad (g/cm <sup>3</sup> )	2,74
Velocidad de ondas longitudinales (km/s)	4,6 – 5,7
Resistencia a la Compresión Simple (MPa)	280
Índice de Dureza (Escala Mohs)	7
Módulo de Elasticidad E (GN/m <sup>2</sup> )	30

Al realizar un rápido mapeo geológico se ha encontrado la presencia de diversas discontinuidades, pero de todas ellas se tiene una falla predominante

<sup>1</sup> Fuente: Manual del Especialista en Voladura ISEE.

con azimut de  $N60^{\circ}E$ , la cual corta la dirección del nuevo canal en un punto singular con coordenadas  $N 993086,96 E 654934,78$ .



**Figura 8.- Representación de la falla predominante, dirección del nuevo canal y el punto singular de cruce.**

#### **4 PLANIFICACIÓN E INSTRUMENTACIÓN**

Es sabido que el empleo de explosivos en las operaciones mineras da lugar a la generación de movimientos sísmicos (vibratorios), ya que parte de la energía producida por la detonación de estos se gasta en la generación de ondas sísmicas, que se transmiten en el terreno, las cuales se disipan a medida que la distancia recorrida se incrementa. El presente estudio de vibraciones, como ya se ha planteado previamente en el apartado 2.2, tiene por objeto la predicción de la ley de atenuación del terreno, que relaciona el nivel de velocidad de vibración en función de la máxima carga disparada y de la distancia.

La amplitud del estudio engloba el análisis de las 10 primeras voladuras realizadas en el proyecto de expansión del Canal de Panamá (El Tercer juego de Esclusas). Estas voladuras analizadas están agrupadas en 2 conjuntos:



- a. El primero, está conformado por las primeras 4 voladuras caracterizadas por contener barrenos semilla (sin cara libre) detonados en primer lugar, antes de los demás barrenos constituyentes de la voladura. Las voladuras N°1 y N°2 tienen un solo barreno semilla de 25 y 50 kg respectivamente para carga operante; por otro lado, las N°3 y N°4 tienen dos barrenos semilla de 38 y 50 kg cada uno, los cuales son detonados simultáneamente.
- b. El segundo, está conformado por las siguientes 6 voladuras de producción (desde la N°5 hasta la N°10), éstas no cuentan con barrenos semillas, por tanto su carga operante puede no coincidir con la carga de un barreno específico.

Es importante señalar que los barrenos semillas detonados sin la presencia de cara libre, emplean la mayor parte de su energía en la generación de vibraciones, por consiguiente los datos obtenidos a partir de las mediciones del primer grupo van a ser mayores que los producidos con cara libre del segundo, se recomienda el análisis por separado.

El análisis del segundo grupo busca evaluar el grado de la superposición de las ondas sísmicas de los barrenos detonados consecutivamente, analizando la cantidad de energía de los barrenos que suman a los precedentes cuando se dispara con diferencia de milisegundos como se da en el proyecto.

Con estos datos y la limitación adecuada (basada en la norma USBM), se puede calcular la carga por micro-retardo máxima para no sobrepasar el nivel de velocidad establecido.

Para realizar el monitoreo de las vibraciones in-situ, la primera tarea realizada fue el reconocimiento geológico de las discontinuidades importantes presentes en el área de influencia. De esta manera se ha identificado las mejores ubicaciones para colocación de los sismógrafos para que los datos obtenidos sean los más representativos posibles, de manera tal que se asegure las distancias lo más variadas posibles ya que así el ajuste de la ley con los puntos obtenidos es más representativa.



La segunda tarea importante, es asegurar la disponibilidad técnica de los sismógrafos utilizados. Se recomienda utilizar por lo menos 4 sismógrafos por voladura, en este caso se ha hecho uso de 7 sismógrafos, ello ha permitido obtener una mayor representatividad de los datos medidos en las 7 direcciones que determinan las líneas de transmisión entre el origen de la voladura y el punto de medición.

Finalizada la toma de datos, comienza el trabajo de gabinete donde haciendo uso del software asociado al sismógrafo se obtiene los registros de la historia temporal de la velocidad de vibración medida. También se establece la distancia determinada entre el punto de disparo y el punto de medición ( $D$ ), Además se debe conocer la máxima carga de explosivo detonado retardo ( $Q$ ). El trío de valores obtenidos para cada registro medido ( $PPV, D, Q$ ) es analizado en una hoja Excel realizando el ajuste de estos puntos por medio de la aplicación de una regresión lineal por mínimos cuadrados y una regresión no lineal. De esta manera se obtiene la ley de atenuación del terreno determinado por el cálculo de  $K, \alpha$  y  $\beta$ .

#### 4.1 Equipo utilizado

El equipo utilizado en la medición de vibraciones está compuesto por un conjunto de 7 sismógrafos Instantel® MinimatePlus™ (características detalladas en el Anexo A.1), los cuales han sido identificados con la nomenclatura indicada en la *Tabla 5*.

Tabla 5.- Identificación de los sismógrafos.

Sismógrafos	
1	B69
2	B70
3	B71
4	B72
5	B73
6	B74
7	P54

Tabla 4.- Parámetros medidos por los sismógrafos

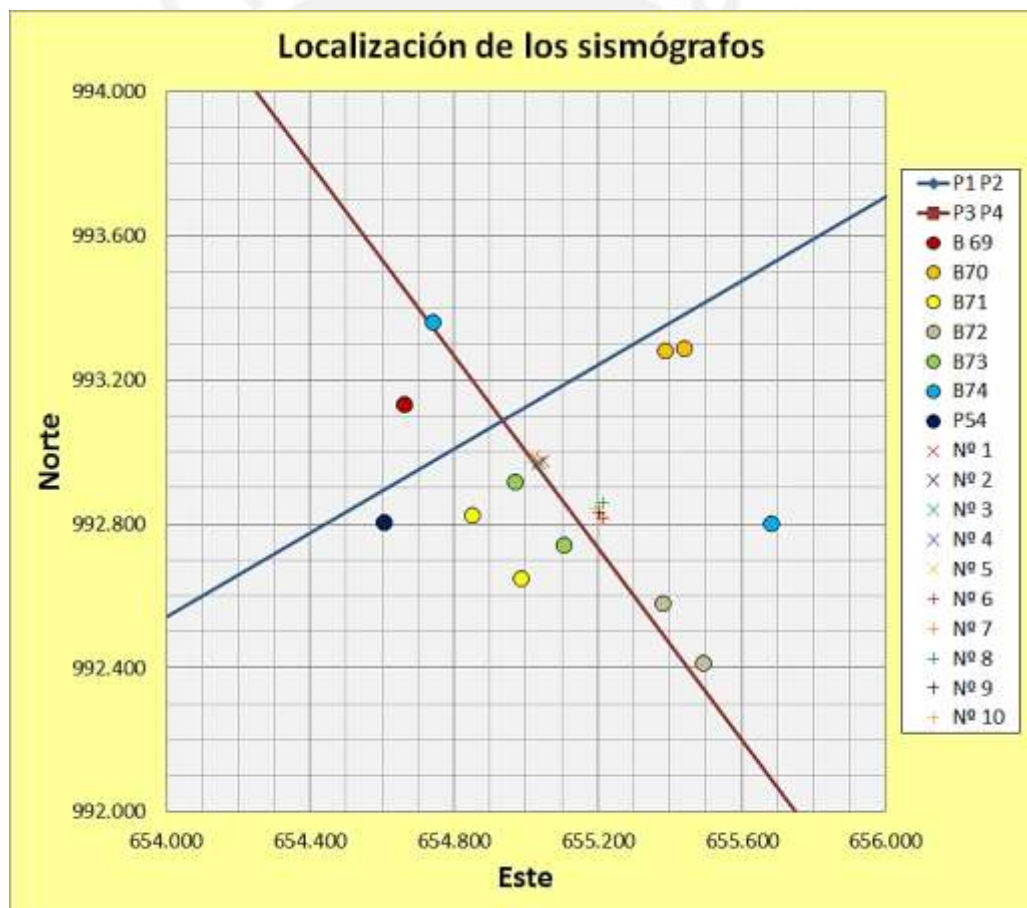
Sismógrafos		
Tipo	Instantel® MinimatePlus™	
Parámetro medido	PPV	mm/s
Parámetros evaluados	Frecuencia	Hz
	Aceleración	g
	Desplazamiento	mm
	Sobrepresión de aire	dB

La respuesta de vibración medida por estos equipos es directamente proporcional a la velocidad de vibración, por ende el modo de calcular los

parámetros de aceleración y desplazamiento es en base a la derivación e integración de la señal (historia temporal de la velocidad medida). Además, también miden parámetros de frecuencia e intensidad de sobrepresión del aire, mostrados en la *Tabla 4*Tabla 5.

Una vez registrada la señal medida en el trabajo de gabinete se obtiene un informe de medición de la voladura para cada sismógrafo mediante el uso del software BlastWare. Se indica un ejemplo de este informe en el Anexo A.2.

La ubicación de los sismógrafos sobre el área de estudio tiene las coordenadas detalladas en la *Tabla 6*, y la representación espacial de estos sobre el terreno es mostrada en la *Figura 9*.



**Figura 9.- Ubicación de los sismógrafos en el terreno para las voladuras analizadas.**

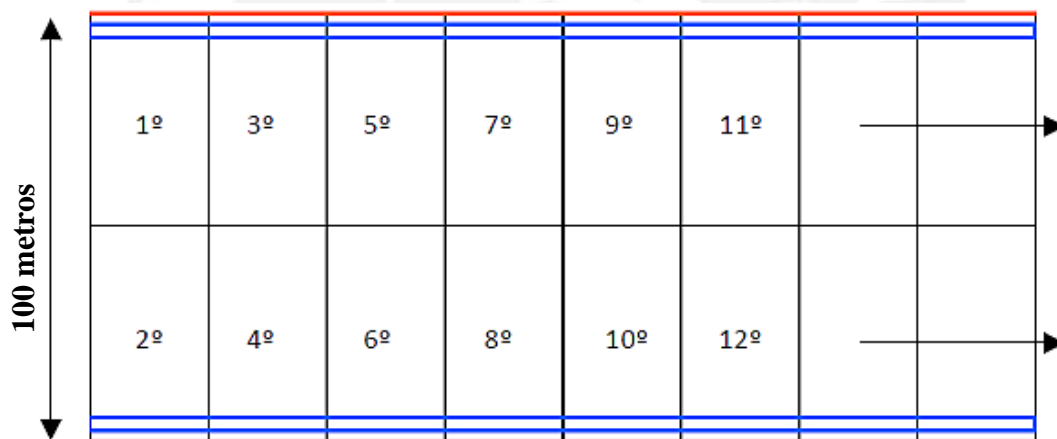
**Tabla 6.- Coordenadas de posición de los sismógrafos para las 10 voladuras analizadas.**

Voladuras	Sismógrafos	Coordenadas		Voladuras	Sismógrafos	Coordenadas	
		Norte	East			Norte	East
Nº 1 - Nº 5	B 69	993.129,80	654.662,70	Nº 6 - Nº 10	B 69	993.129,80	654.662,70
	B 70	993.285,35	655.441,52		B 70	993.277,72	655.388,53
	B 71	992.820,30	654.853,13		B 71	992.647,67	654.989,56
	B 72	992.575,54	655.381,65		B 72	992.410,88	655.495,38
	B 73	992.913,30	654.970,81		B 73	992.740,68	655.107,24
	B 74	993.357,15	654.743,91		B 74	992.799,98	655.685,52
	P 54	992.802,63	654.606,23		P 54	992.802,63	654.606,23

## 5 DESCRIPCIÓN DE LA VOLADURAS MONITOREADAS

Dentro del estudio se realizaron voladuras que estaban compuestas por tres partes:

- Pre-corte
- Líneas de seguridad
- Líneas de producción



**Figura 10.-Esquema general de la secuencia de trabajo.**

En la *Figura 10*, las líneas rojas representan el pre-corte, las líneas azules representan la voladura de seguridad y el resto del área, la voladura de producción.

La secuencia de las obras se realizaron tal como indica en la *Figura 10*, ello permitió avanzar a través de la extensión del área a ser volada.

Es necesario resaltar que la voladura de seguridad y de producción se llevó a cabo en cinco filas con el objeto de prevenir el riesgo acople de barrenos (tiempos de salida) durante la secuencia de detonación, especificada en la *Figura 11*.

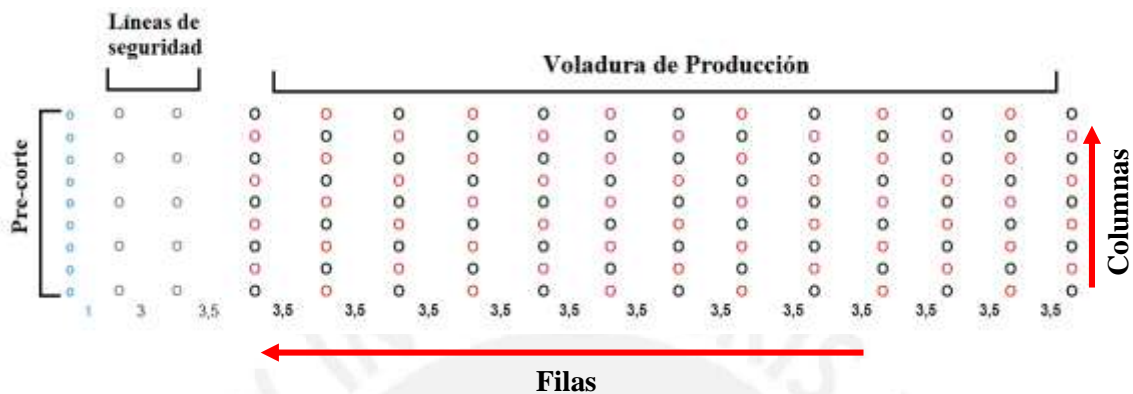


Figura 11.- Esquema general del diseño de una voladura.

## 5.1 Pre-corte

La técnica de pre-corte consiste en la creación de un plano de fractura en la masa rocosa antes de que se produzca la voladura de producción. Se lleva a cabo por medio de una fila de barrenos, por lo general de pequeño diámetro y con cargas explosivas desacopladas.

La iniciación de los barrenos de pre-corte puede darse de manera simultánea con el mismo disparo, pero 90 ms a 120 ms antes de la explosión principal.

Se utiliza para cargar los barrenos de pre-corte cordón detonante de 80 g/m con un cartucho de RIOGEL<sup>2</sup> x 40 mm o x 50 mm como carga de fondo (ver *Figura 13*), así se obtiene una mejor distribución de la energía, ya que son columnas continuas, y además la carga es más fácil.

El diámetro de los barrenos es de 2,5 in (63,5 mm) y cuenta con una separación de 1 m entre ellos. Para conectar cada barreno del pre-corte se utiliza cordón detonante de 6 g / m.

<sup>2</sup> Hidrogel comercializado por Maxam International Corp.

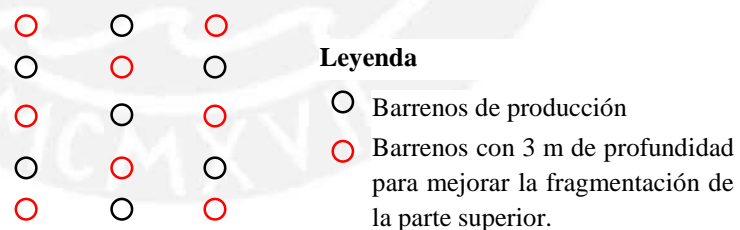
## 5.2 Voladura de seguridad

Las líneas que conforman la voladura de seguridad están compuestas por barrenos con un diámetro de 3,0 in (76 mm) dispuestos sobre el terreno siguiendo una malla escalonada de 3 m x 3 m. El fin de estas líneas de precaución es amortizar los posibles daños en la pared remanente.

En esta área de seguridad, se utiliza cartuchos sensibles al detonador (RIOGEL x 50 mm y 65 mm) desacoplados. En la parte inferior de carga se utilizó cartuchos con un diámetro más grande (RIOGEL x 65 mm) que el utilizado en la carga de columna (RIOGEL x 50 mm), ver el esquema de la *Figura 13*.

## 5.3 Voladura de producción

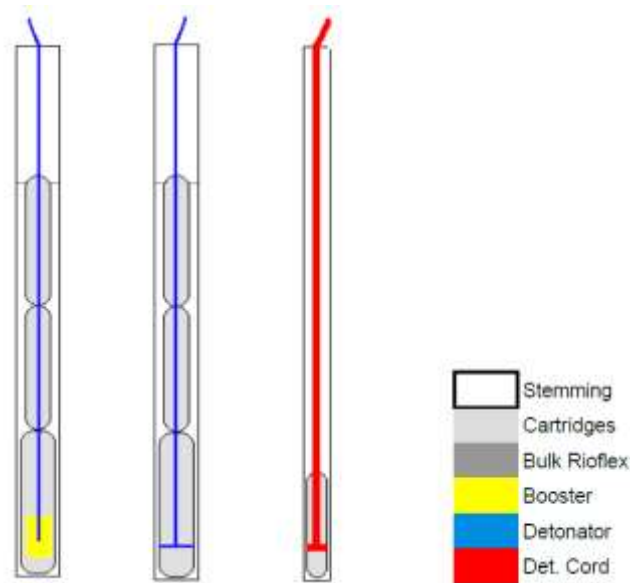
Las líneas que conforman la voladura de producción están compuestas por barrenos con diámetro de 3,5 in (89 mm) dispuestos sobre el terreno siguiendo una malla escalonada de 3 m x 3,5 m. En el medio de cuatro diámetros se ha perforado un barreno de 3 m de longitud cargado con un cartucho para mejorar la fragmentación en la zona superior del área de la voladura de producción, esto es representado en la siguiente *Figura 12*.



**Figura 12.- Patrón de perforación para la voladura de producción.**

Para la carga estos barrenos se utilizan cartuchos de RIOFLEX<sup>3</sup> x 76 mm como carga de columna iniciados con un booster de 450 g. En la *Figura 13* se esquematiza los tres tipos de barrenos cargados expuestos.

<sup>3</sup> Hidrogel dopado con Anfo (70/30), producto comercializado por Maxam International Corp.



**Líneas de producción    Líneas de seguridad    Pre-corte**

**Figura 13.- Esquema de la disposición de carga para los tres tipos de voladura.**

Para las líneas de seguridad y producción, se utilizan detonadores con retardos de 17, 25, 42 y 67 ms. Las especificaciones técnicas de los explosivos utilizados están detalladas en el Anexo B.1.

En la *Tabla 7* presentada a continuación, se resume las características más importantes de las 10 voladuras analizadas.

**Tabla 7.- Características principales de las 10 primeras voladuras.**

Voladura Nº	Coordenada		Tipo de voladura	Nº de retardo	MIC (Kg)
	Norte	Este			
Nº 1	992975,31	655049,49	Seg.	42 y 25 ms	25,0
Nº 2	992970,74	655034,7	Seg.	42 y 25 ms	50,0
Nº 3	992967,04	655038,26	Seg.	42 y 25 ms	75,0
Nº 4	992987,42	655023,15	Seg.	42 y 25 ms	100,0
Nº 5	992987,42	655023,15	Prod, Seg. y Pre.	42, 25 y 17 ms	65,0
Nº 6	992815,95	655213,78	Prod, Seg. y Pre.	25 y 17 ms	20,0
Nº 7	992817,21	655208,83	Prod. y Seg.	25 y 67 ms	108,0
Nº 8	992858,79	655213,57	Pre.	-	103,0
Nº 9	992830,95	655204,39	Prod. y Seg.	25 y 67 ms	49,5
Nº 10	992843,05	655193,04	Prod. y Seg.	25 y 67 ms	58,5

## 6 CÁLCULO Y ANÁLISIS DE LA LEY DE ATENUACIÓN DEL TERRENO

### 6.1 Ley de atenuación del terreno

El primer cálculo realizado es la predicción del nivel de velocidad pico-partícula (PPV) por medio de la estimación de la ley de atenuación del terreno basada en el modelo de Devine (1962), United States Bureau of Mines (USBM), 1980.

$$PPV = K \cdot (SD)^\alpha \quad (1.9)$$

$$PPV = K \cdot \left( \frac{D}{Q^{\frac{1}{2}}} \right)^\alpha \quad (1.10)$$

Donde:

**PPV**: Velocidad pico-partícula máxima (mm/s)

**SD**: Distancia Escalada cuadrática

**D**: Distancia desde el frente de voladura (m)

**Q**: Carga máxima de explosivo por retardo (kg)

**K**: Factor de velocidad

**$\alpha$** : Factor de Atenuación, valor comprendido entre 0,5 y 2

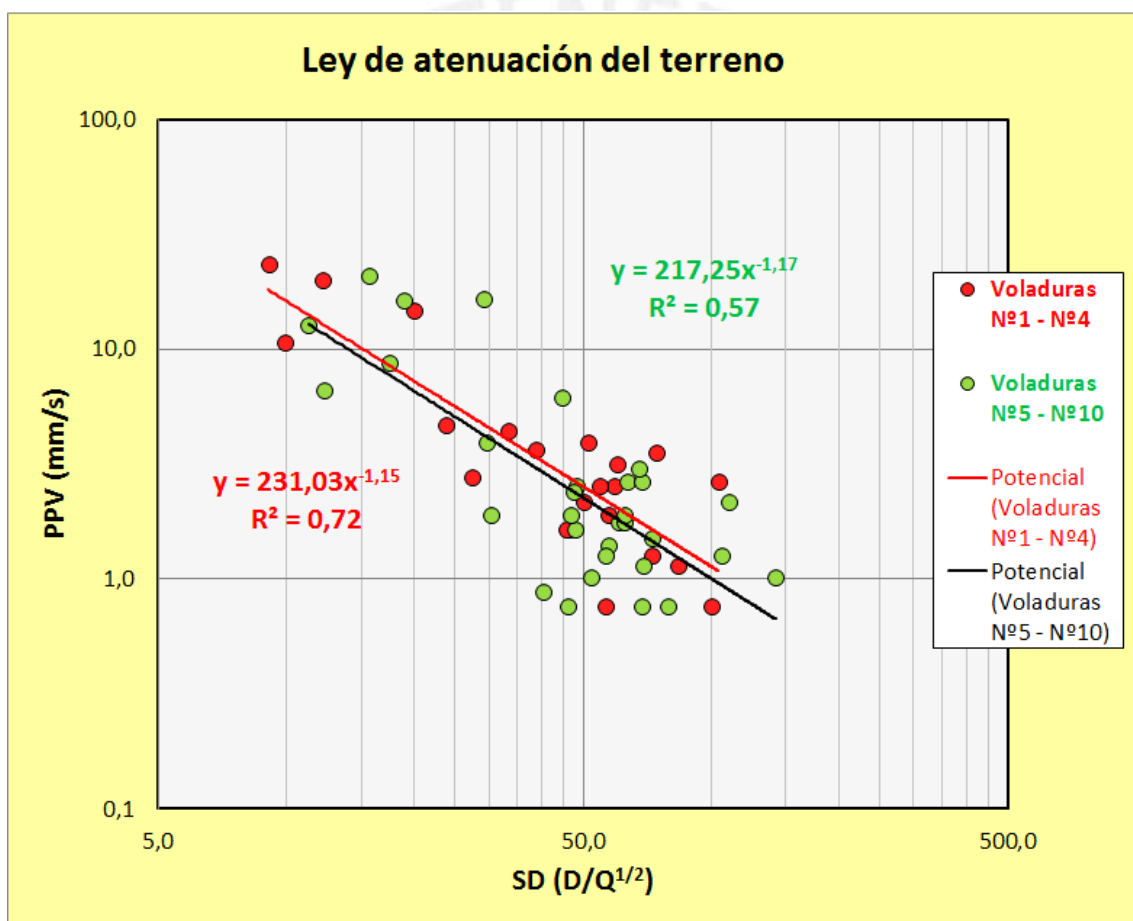
Se tiene como datos de entrada del modelo el trio de valores (**PPV<sub>max</sub>**, **Q**, **D**) obtenidos para cada uno de los 53 registros medidos. Los valores de **K** y  **$\alpha$**  son estimados a partir de la realización de la regresión lineal para la representación gráfica log-log de PPV respecto de SD.

#### 6.1.1 Ley de atenuación al 50% de fiabilidad

Al trazar la línea de tendencia de la distribución de datos dispuestos sobre la gráfica log-log de máxima velocidad pico-partícula (**PPV<sub>max</sub>**) respecto de la distancia escalada (**SD**), se obtiene la ley de atenuación media al 50% de fiabilidad, ello quiere decir que el 50% de los datos se encuentran bajo

esta curva y el 50% restante, sobre esta. Esto significa que la probabilidad de no exceder el límite establecido es del 50%, dando lugar a una fiabilidad del 50%.

En la *Figura 14* se muestran las leyes de atenuación del terreno obtenidas para las agrupaciones de voladuras especificadas al principio, la primera constituida por las voladuras: N°1, N°2, N°3 y N°4 (caracterizadas por contener barrenos semilla sin cara libre) y la segunda, por las voladuras N°5 hasta la N°10 (no contienen barrenos semilla).

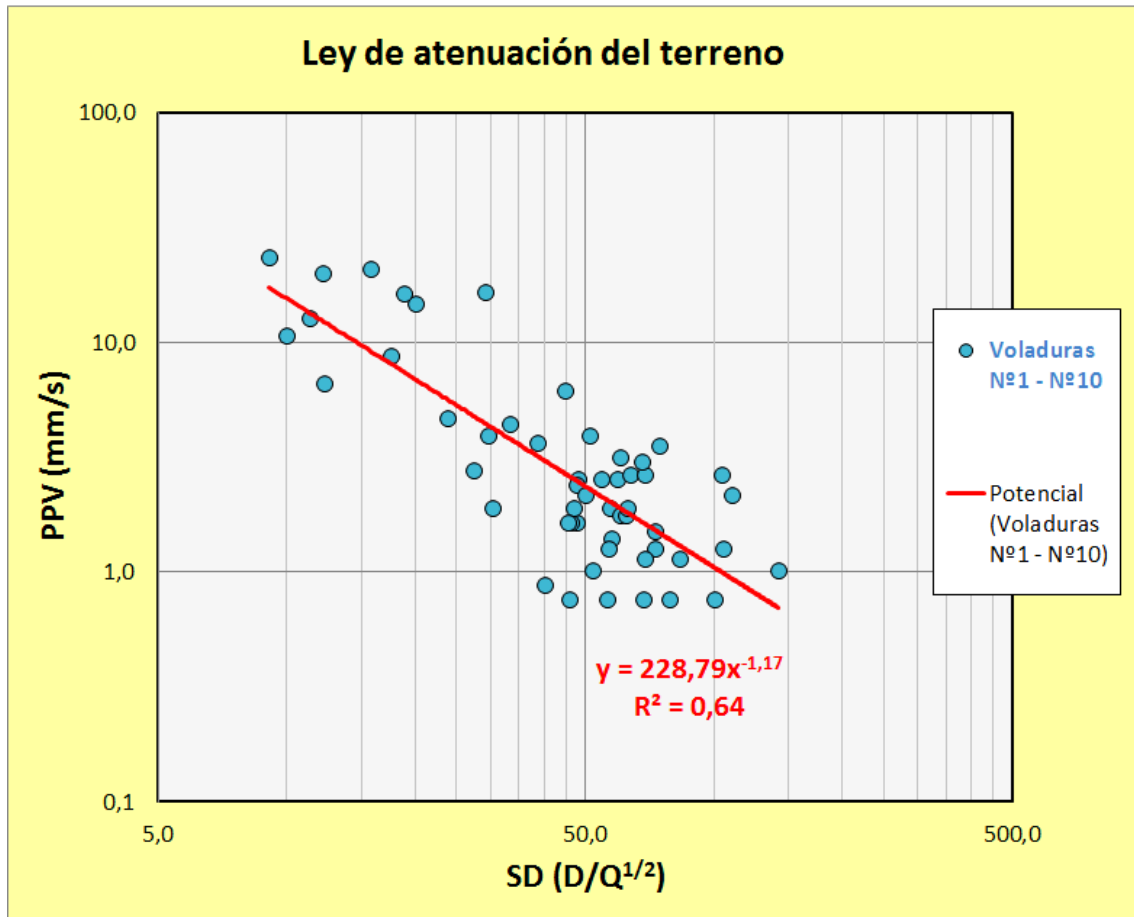


**Figura 14.- Estimación de la ley de atenuación del terreno a partir de las agrupaciones de voladuras analizadas.**

Analizando lo obtenido en la *Figura 14*, se puede ver que la ley obtenida para la primera agrupación presenta una predicción mayor que la segunda ( $K_{N^{\circ}1-N^{\circ}4} > K_{N^{\circ}5-N^{\circ}10}$ ); ello comprueba que voladuras confinadas (con barrenos semillas) producen un mayor nivel de vibración.



Por el contrario, si se considera la totalidad de datos obtenidos (los 53 registros) en una sola agrupación se obtiene la siguiente *Figura 15*.



**Figura 15.- Estimación de la ley de atenuación del terreno considerando la agrupación de la totalidad de datos medidos (53 registros).**

A partir de ella se obtiene la ley de atenuación general del terreno al 50% de fiabilidad

$$PPV = 228,79 \cdot (SD)^{-1,17} \quad (1.11)$$

La cual cuenta con un coeficiente de correlación ( $R^2$ ) de 0,64 la misma que es aceptable.

### 6.1.1 Ley de atenuación al 90% de fiabilidad

En ciertas ocasiones, el diseño de las voladuras debe garantizar el no sobrepasar el límite establecido por la norma vigente debido a que en la zona de influencia se encuentran estructuras sensibles que podrían verse

afectadas si se sobrepasa el nivel de velocidad máximo establecido. Para estos casos el nivel de fiabilidad de la ley de atenuación debe incrementarse. Una forma rápida y segura de realizar lo expuesto consiste en desplazar paralelamente hacia arriba la curva obtenida al 50% de fiabilidad (ecuación 1.11) de manera tal que la relación entre los puntos ubicados bajo la recta respecto al total de puntos sea numéricamente igual al valor de la fiabilidad buscada.

Para nuestro caso de análisis se ha optado por encontrar la ley de atenuación del terreno con fiabilidad del 80 y 90%, las ecuaciones que definen estas leyes se indican en la siguiente *Figura 16*.

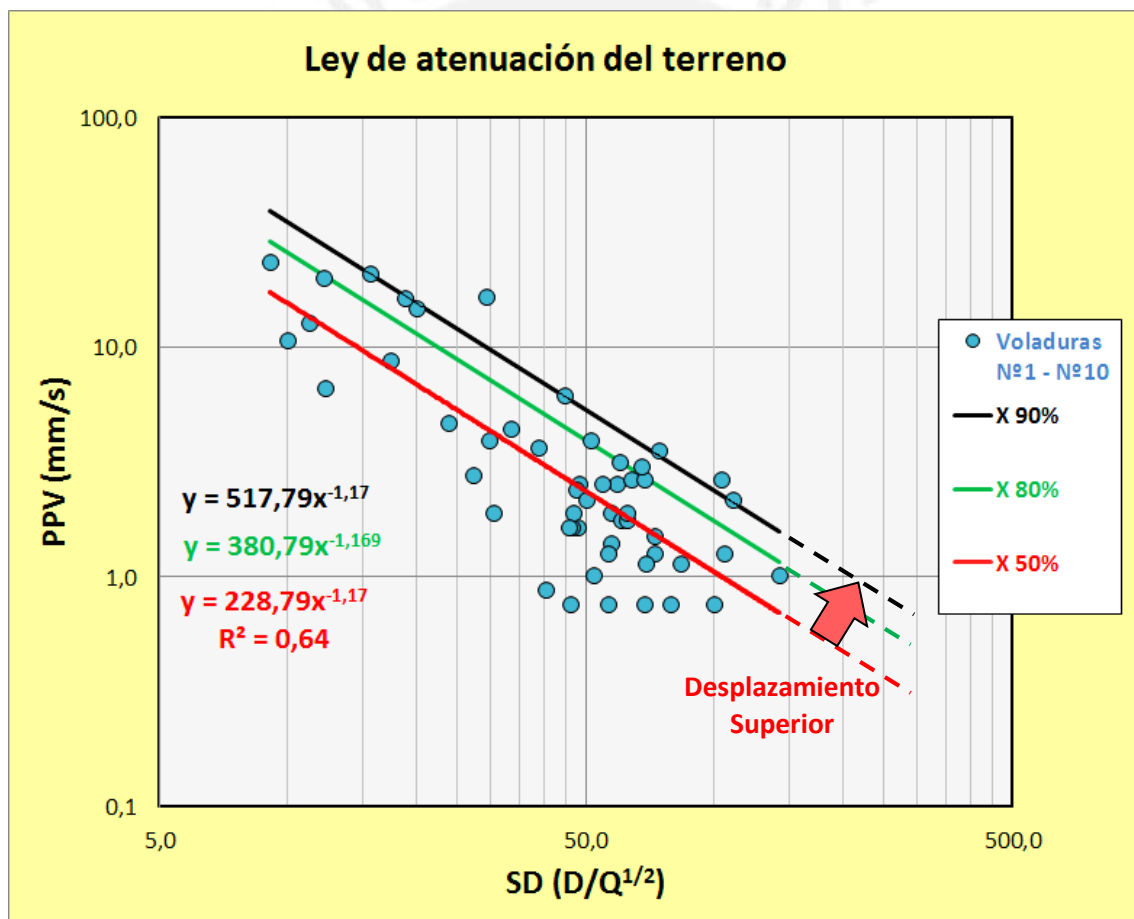


Figura 16.- Estimación de la ley de atenuación del terreno para 50, 80 y 90% de fiabilidad.

En la *Figura 16* se observa que a mayor porcentaje de fiabilidad se tiene un mayor valor del factor de velocidad ( $K$ ).

## 6.2 Control de las frecuencias

Para el control de las frecuencias se ha seguido el criterio de daños de la norma USBM RI-8507. La *Figura 17* muestra el control de la frecuencia asociada a la componente máxima de la velocidad pico-partícula (transversal, vertical y longitudinal) para los 53 registros monitoreados.

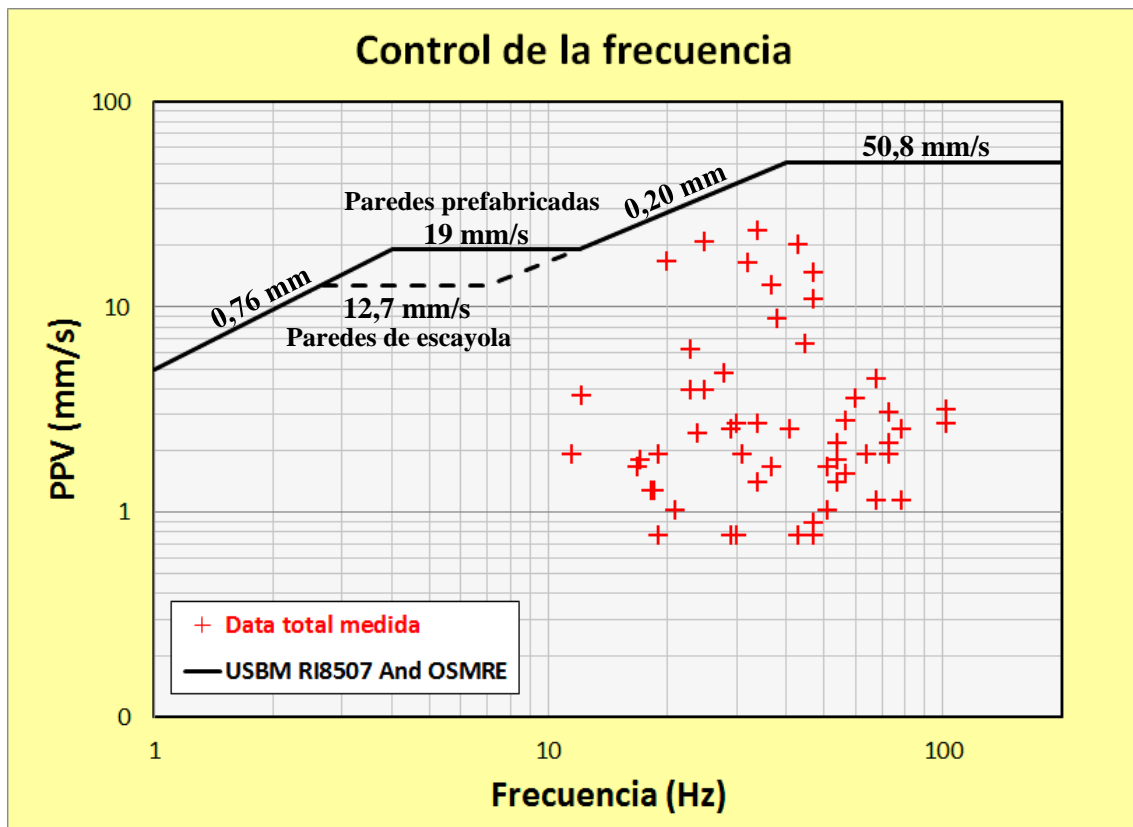


Figura 17.- Control de la frecuencia principal de acuerdo al criterio de daño de la norma USBM RI 8507 & OSMRE.

A partir de la apreciación de la *Figura 17*, se puede afirmar que las 10 voladuras monitoreadas cumplen con la norma norteamericana al no exceder los límites máximos permitidos.

A continuación se presenta el histograma calculado con los datos obtenidos para la frecuencia asociada a la componente de la PPV máxima. La *Figura 18* muestra el rango de variación de la frecuencia, de 12,2 Hz a 102,0 Hz, teniendo predominancia las frecuencias de 20 a 40 Hz. También se observa que se presentan frecuencias bajas (< 10 Hz).

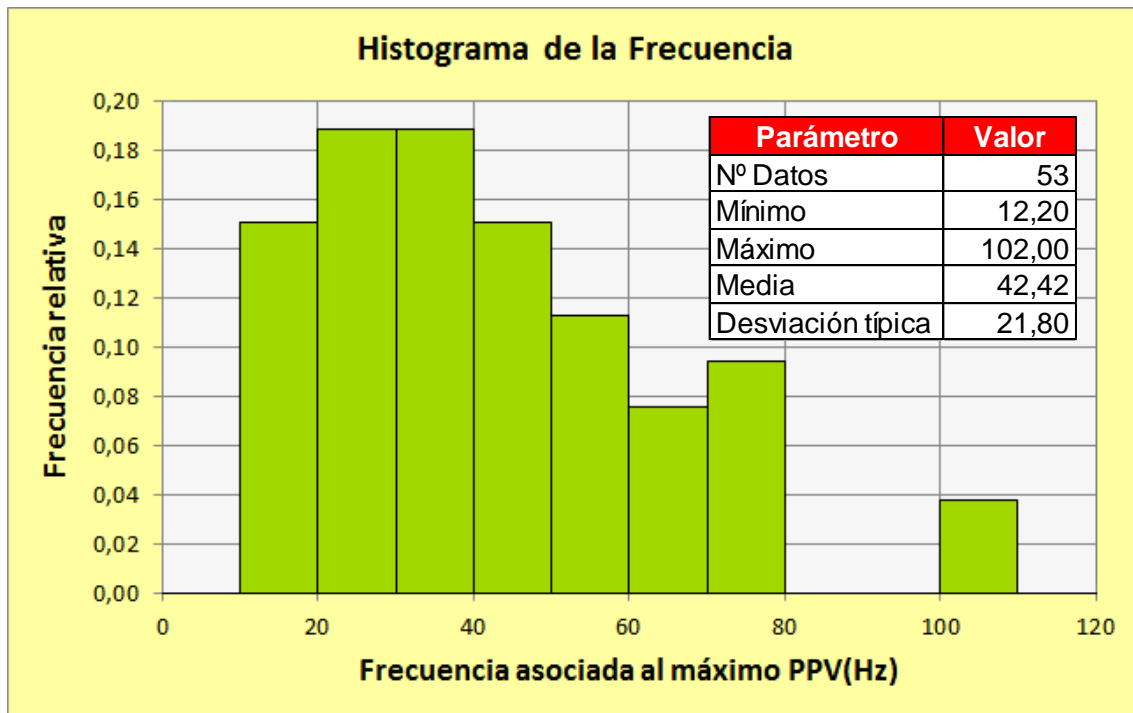


Figura 18.- Histograma de la frecuencia asociada al máximo PPV.

### 6.3 Relación carga - distancia

Utilizando la ley de atenuación al 50% de fiabilidad (*ecuación 1.11*) se obtiene el siguiente cuadro comparativo que relaciona el trío de las variables medidas (PPV, Q y D). Este es calculado a partir de la asignación de valores progresivos para la distancia (D) y la carga (Q) obteniéndose las correspondientes velocidades pico-partícula (PPV), ver la *Tabla 8*.

Tabla 8.- Cuadro comparativo de la PPV en función de la distancia y carga haciendo uso de la ley de atenuación al 50% de fiabilidad

		PPV (mm/s)																						
		1000	900	800	700	600	500	400	300	200	150	100	50	25										
Distancia (m)	1000	0,27	0,47	0,70	0,89	1,05	1,20	1,33	1,46	1,58	1,80	2,00												
	900	0,31	0,53	0,79	1,01	1,19	1,36	1,51	1,65	1,79	2,03	2,26												
	800	0,36	0,61	0,91	1,16	1,37	1,56	1,73	1,90	2,05	2,33	2,60												
	700	0,42	0,71	1,07	1,35	1,60	1,82	2,02	2,22	2,40	2,73	3,04												
	600	0,50	0,85	1,28	1,62	1,91	2,18	2,42	2,65	2,87	3,27	3,63												
	500	0,62	1,05	1,58	2,00	2,37	2,70	3,00	3,28	3,55	4,04	4,50												
	400	0,80	1,37	2,05	2,60	3,07	3,50	3,89	4,26	4,61	5,25	5,84												
	300	1,12	1,91	2,87	3,63	4,30	4,90	5,45	5,96	6,45	7,34	8,17												
	200	1,80	3,07	4,61	5,84	6,91	7,87	8,75	9,58	10,35	11,79	13,12												
	150	2,52	4,30	6,45	8,17	9,66	11,01	12,25	13,40	14,49	16,51	18,36												
	100	4,04	6,91	10,35	13,12	15,52	17,68	19,67	21,52	23,27	26,51	29,49												
	50	9,09	15,52	23,27	29,49	34,89	39,75	44,21	48,38	52,31	59,59	66,29												
	25	20,43	34,89	52,31	66,29	78,42	89,34	99,38	108,75	117,57	133,95	149,00												
0	10	25	50	75	100	125	150	175	200	250	300													
		Carga Q (kg)																						

De la misma manera que en el caso anterior hacemos uso de la ley de atenuación al 50%, pero esta vez se mantiene constante el valor de la carga y solamente se varía progresivamente el valor de la distancia obteniéndose como resultado los valores de las velocidades pico-partícula. En la *Figura 19* se muestra la representación gráfica de lo expuesto.

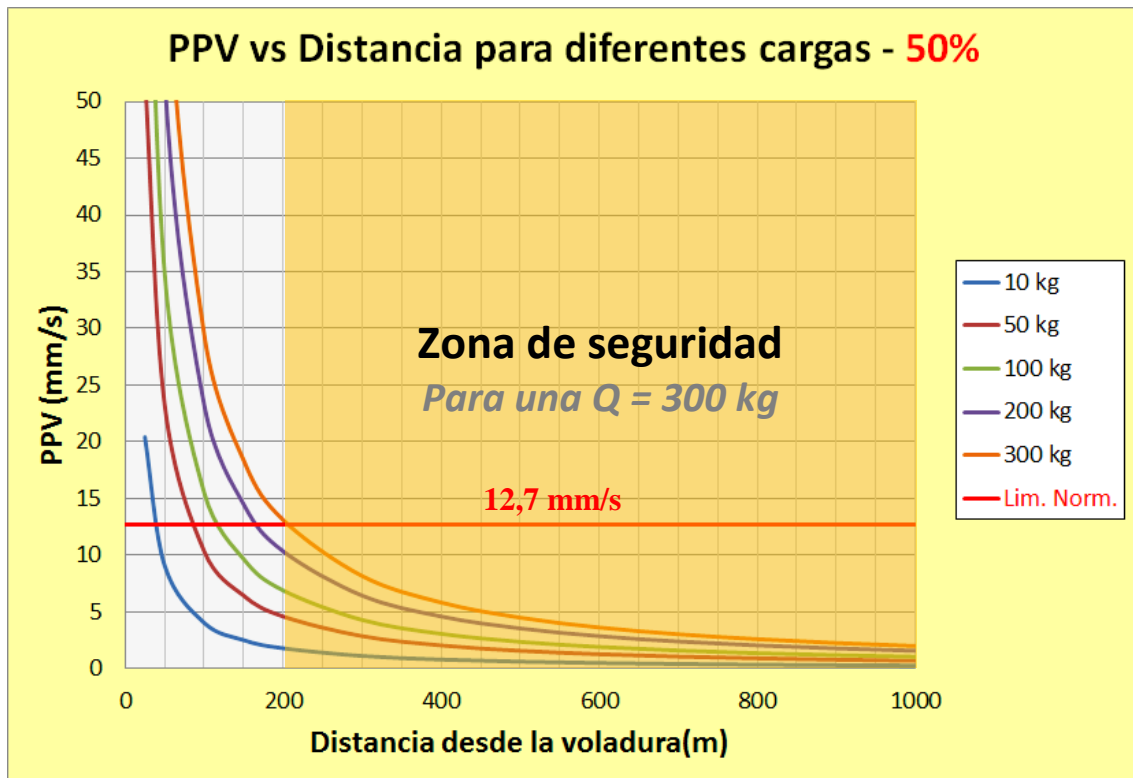


Figura 19.- Representación gráfica de la PPV en función de la distancia (D) manteniendo constante la carga.

A manera de ejemplo, en la *Figura 19* se puede apreciar que un valor de 300 kg para la máxima carga instantánea ( $Q$ ) produce una zona de seguridad a partir de los 205 m, ello quiere decir que existe una mínima probabilidad de superar el límite establecido por la norma USBM RI-850 (12,7 mm/s) a distancias mayores de 205 m con una carga de 300 kg.

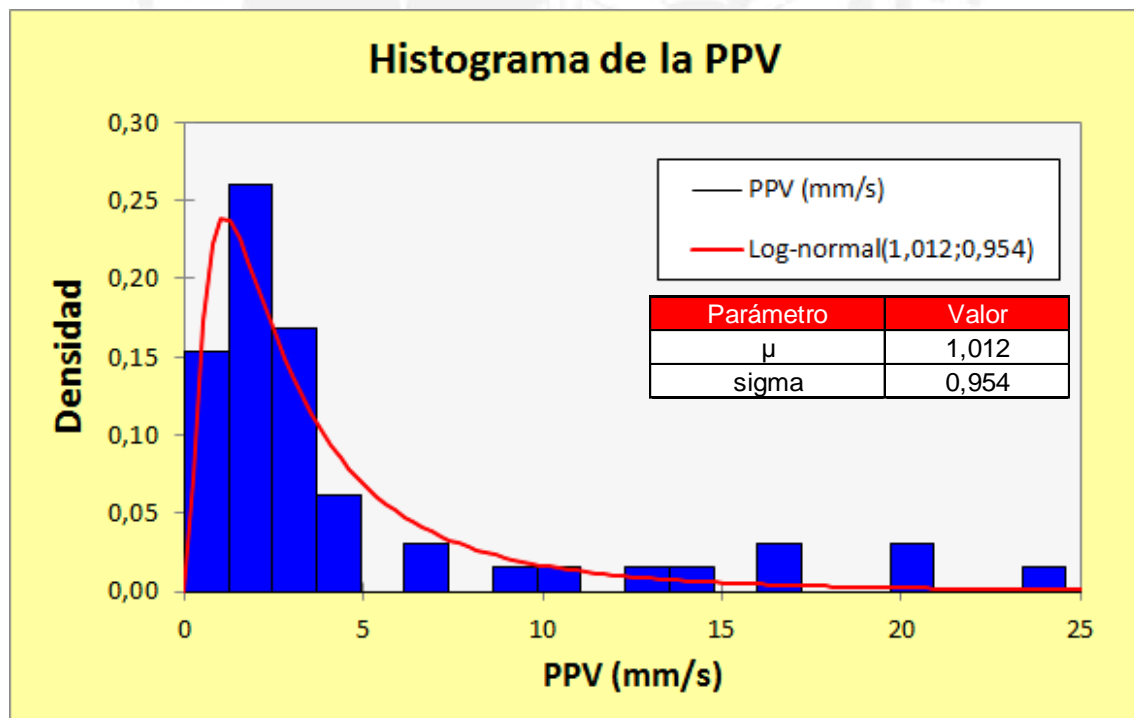
De similar forma a lo utilizado en el caso anterior, pero esta vez se mantiene constante la velocidad pico-partícula asignándole el valor de 12,7 mm/s (límite de la norma USBM RI-850) y se varía progresivamente el valor de la distancia y de la carga, de esta manera se obtiene la *Tabla 9*.

**Tabla 9.- Variación del MIC y de la máxima carga lineal en función de la distancia para un PPV igual a 12,7 mm/s (límite de la norma)**

Distancia (m)	PPV (mm/s)	Máxima carga por retardo (Kg)	Diametro (mm)	Máxima carga lineal (Kg/m)
25	12,70	4,43	89,00	0,59
50	12,70	17,73	89,00	2,38
100	12,70	70,94	89,00	9,50
150	12,70	159,61	89,00	21,38
205	12,70	298,11	89,00	39,93
300	12,70	638,44	89,00	85,52
400	12,70	1.135,00	89,00	152,04
500	12,70	1.773,43	89,00	237,55

### 6.4 Ajuste de la PPV a una distribución

Según la estadística aplicada el histograma de frecuencias de la velocidad pico-partícula (PPV) se ajusta a la distribución log-normal, ello explica el por qué se puede expresar la ley de atenuación como una función exponencial. A continuación se muestra la prueba de log-normalidad realizada al conjunto de valores de PPV medidos.



**Figura 20.- Ajuste del conjunto de valores de la PPV a una distribución log-normal**

## 6.5 Análisis bidimensional de transmisividad de las vibraciones

El análisis bidimensional de transmisividad de las vibraciones consiste en determinar el mapa de isolíneas de la velocidad pico-partícula ubicadas en el área estudio, ello es posible mediante el monitoreo de la vibraciones generadas en distintos puntos distribuidos sobre este área.

Los pasos a seguir para determinar las isolíneas son los siguientes:

- 1º Sectorizamos el total del área de estudio en regiones menores determinadas por presentar características homogéneas, en nuestro caso se ha tomado como referencia la dirección del canal y la mayor discontinuidad (indicadas en la Figura 21), las cuales delimitan 4 cuadrantes (I, II, III y IV).



Figura 21.- Sectorización del área de estudio en 4 cuadrantes.

- 2° Se agrupa los datos obtenidos según a la ubicación de su medición, es decir el cuadrante I está constituido por los registros obtenidos por los sismógrafos B71, B73 y P54; el cuadrante II, por los registros obtenidos del sismógrafo B69, etc. (ver la agrupación realizada en la *Figura 21*).
- 3° Se estima la ley de atenuación para cada una de las 4 agrupaciones de datos, de esta manera se obtiene las leyes de atenuación para cada cuadrante (ver *Figura 23*). En la *Tabla 10* se muestra las 4 leyes obtenidas:

**Tabla 10.- Factores K y  $\alpha$  obtenidos para los 4 cuadrantes.**

Cuadrante N°	K	$\alpha$
Cuadrante I	302,69	-1,25
Cuadrante II	157,67	-1,09
Cuadrante III	61,09	-0,90
Cuadrante IV	193,91	-1,11

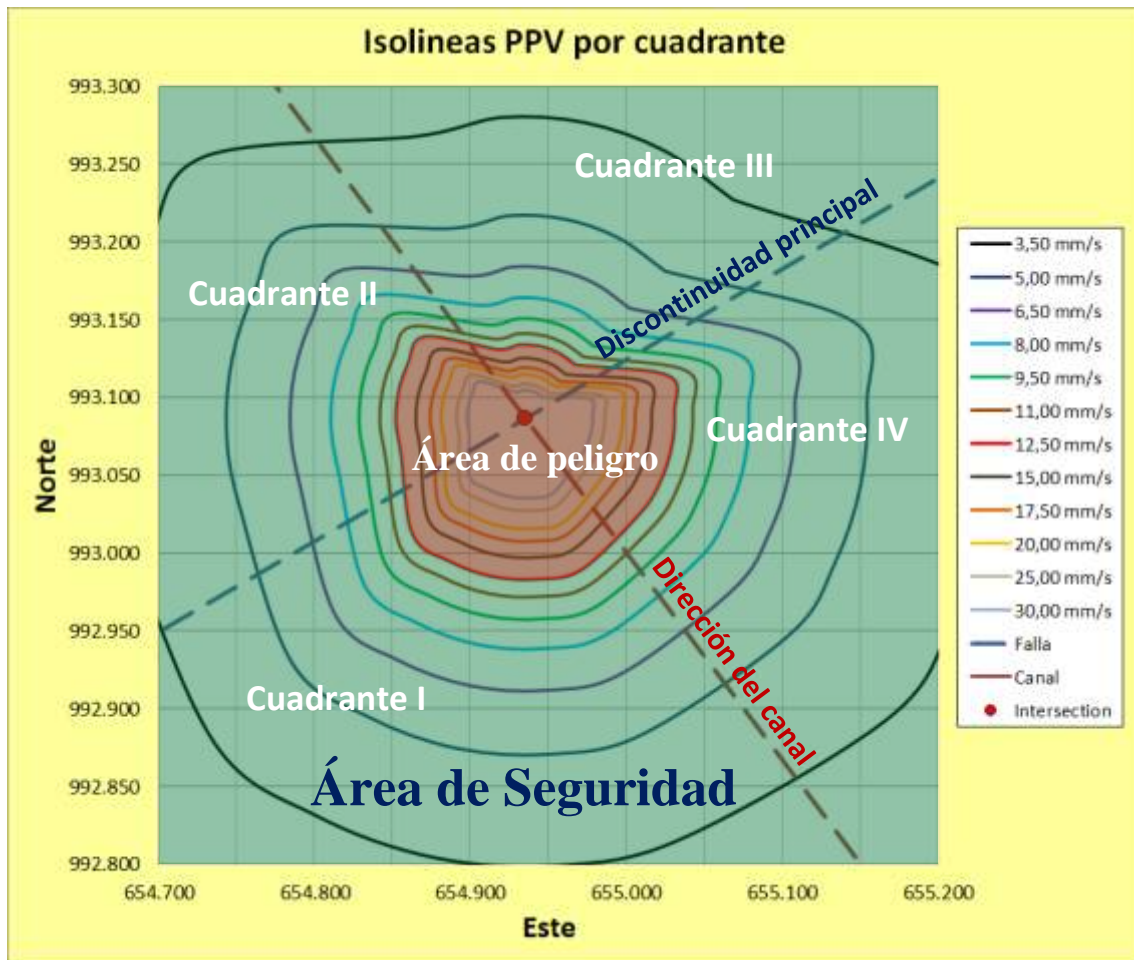
- 4° Se calcula 5 puntos con igual espaciamento angular medido respecto del punto de cruce, de tal manera que la distancia determinada entre estos y el punto de cruce concuerde con la distancia calculada haciendo uso de la ley de atenuación correspondiente para el valor promedio de carga operante ( $Q_{prom} = 65,4$  kg).
- 5° Se une con una línea continua los diferentes puntos de igual valor de PPV, obteniéndose de este modo las isolíneas de PPV sobre el terreno (ver *Figura 22*).

En la *Figura 22* también se indica el Área de Seguridad a partir de la cual se verifica la norma establecida, con sus respectivas distancias mínimas a cumplir indicadas en la *Tabla 11*.



**Tabla 11.- Distancias mínimas que definen la zona de seguridad para una carga igual a 65,4 kg.**

Cuadrante N°	Distancia mínima de seguridad (m)
Cuadrante I	104,00
Cuadrante II	82,63
Cuadrante III	47,11
Cuadrante IV	96,07



**Figura 22.- Disposición espacial de la Isolíneas de la PPV sobre el área de análisis.**



**Predicción de la ley de atenuación del terreno  
en vibraciones producidas por voladuras a cielo abierto**  
Vásquez Sánchez, Ned Yamile – PUCP – E.T.S.I. de Minas

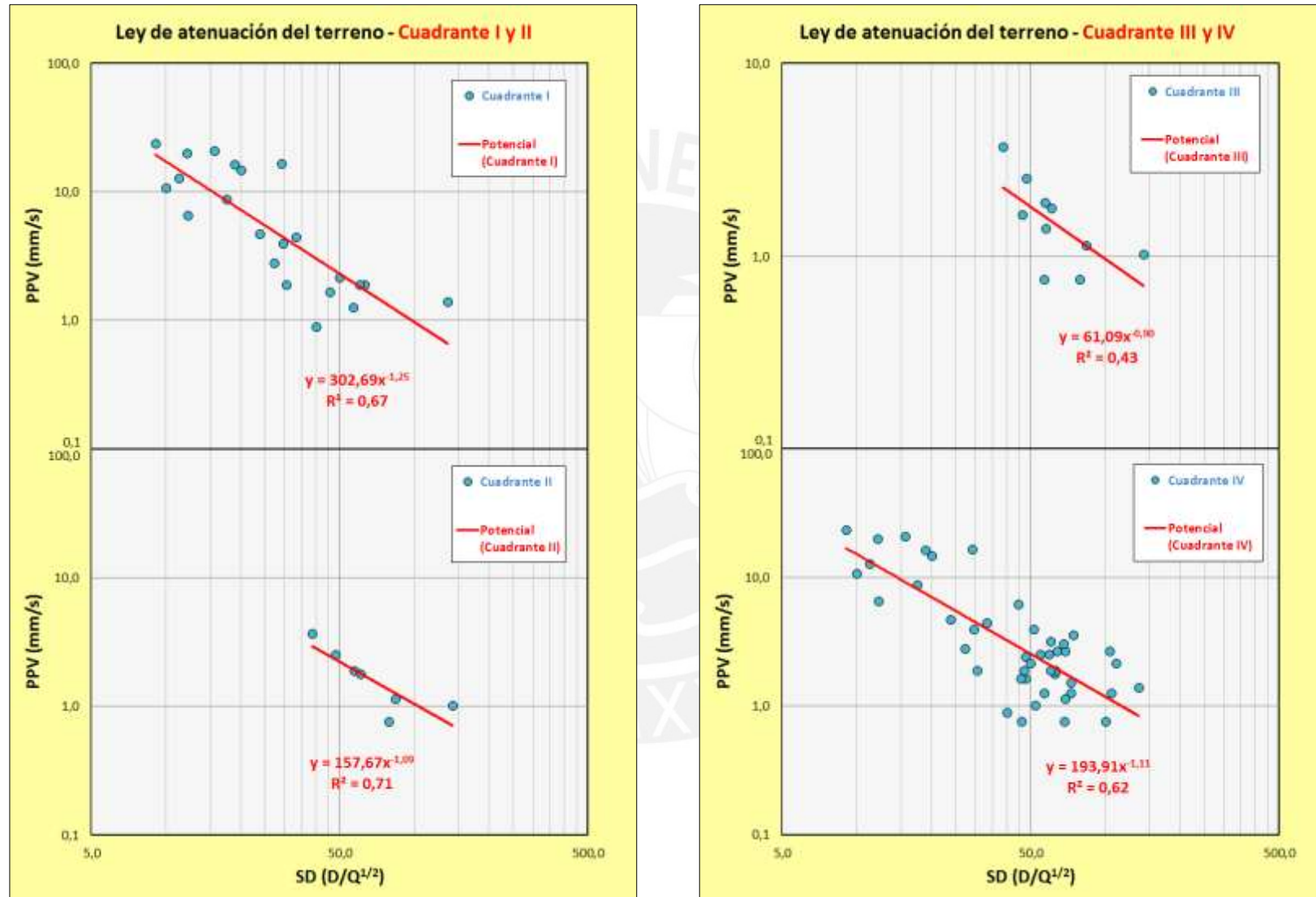


Figura 23.- Leyes de atenuación obtenidas para la división de los cuatro cuadrantes.

## 7 COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DINÁMICO

Dentro de la dinámica de estructuras existen diversas *acciones dinámicas* que actúan sobre diferentes sistemas estructurales caracterizadas por alcanzar variaciones relativas importantes respecto al tiempo, lo que origina fuerzas de inercia comparables en magnitud con las fuerzas estáticas. Ante acciones de tipo dinámico una estructura responde modificando su configuración alrededor de una posición de equilibrio estable. Estos cambios de configuración pueden lograr grandes amplitudes incluso para valores pequeños de la acción excitadora, pudiendo conducir al agrietamiento o colapso de la estructura. Por lo antes mencionado es necesario conocer las *ecuaciones diferenciales* que gobiernan el *comportamiento estructural (respuesta dinámica)* ante las vibraciones generadas (véase la *Figura 24*).

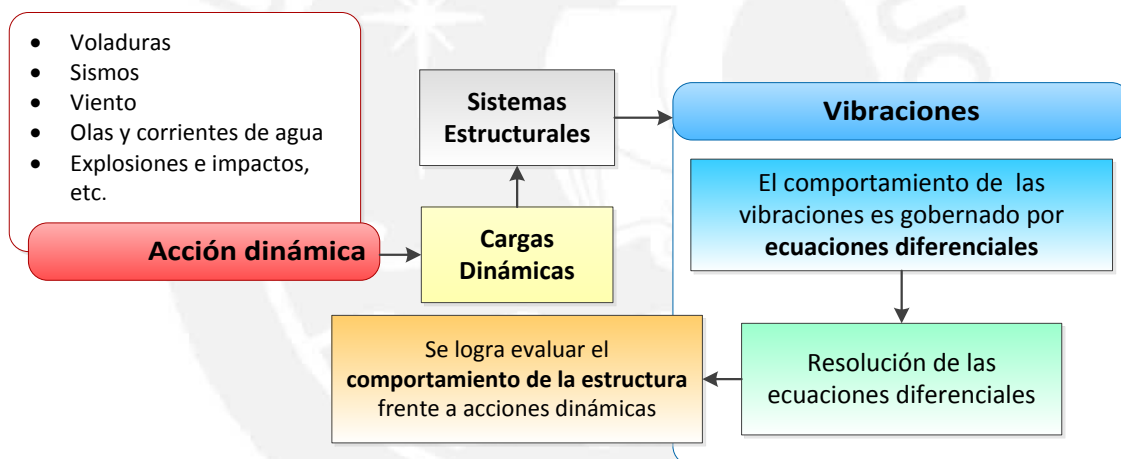


Figura 24.- Objetivo del análisis sobre el comportamiento estructural dinámico.

El potencial de agrietamiento de las vibraciones por voladura se puede entender mejor en términos de la respuesta de las estructuras por el paso de la vibración. Uno de los factores de respuesta críticos es la cantidad de movimiento diferencial que ocurre entre los miembros estructurales o entre diferentes puntos sobre el mismo miembro de la estructura, ya que esto origina tensiones y a su vez causa agrietamiento. Para calcular los desplazamientos diferenciales que pueden ocurrir en una estructura real o en un componente estructural, es necesario simplificar la estructura (modelización dinámica) de modo que los cálculos sean prácticos.

## 8 MODELIZACIÓN DINÁMICA

Se pueden distinguir dos tipos de modelos dinámicos, el modelo dinámico exacto aplicado a casos muy sencillos y con poca aplicación práctica y el *modelo dinámico discreto* aplicado a casos más complejos y con mucha aplicación práctica. El modelo discreto está subdividido en dominios finitos espaciales (discretización estructural) y temporales (se obtiene solución para cada instante de tiempo).

Para el posterior desarrollo a realizar se ha utilizado el modelo discreto, específicamente la **Modelización de Masas Concentradas** (Modelo de 1 GLD descrita en la *Figura 25*).

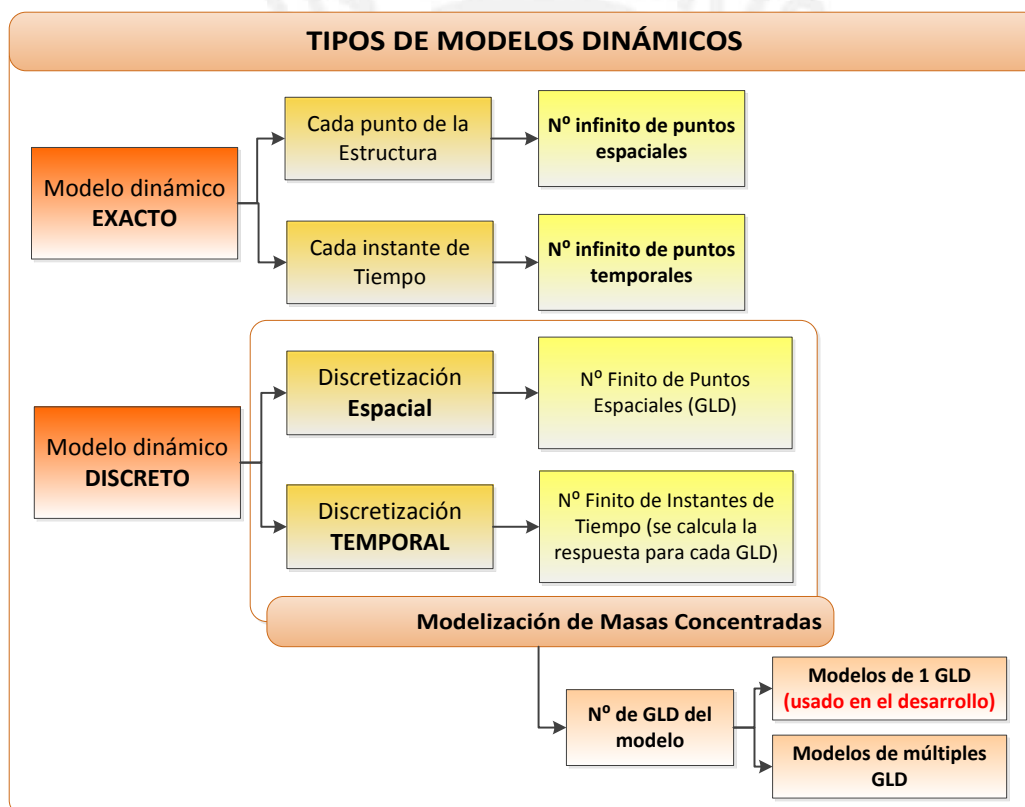


Figura 25.- Modelización dinámica.

### 8.1 Sistema de un grado de libertad

En el campo de la dinámica estructural, el número de coordenadas independientes necesarias para especificar la posición de un sistema en cualquier instante de tiempo se conoce como el *número de grados de libertad*.

Cuando se presentan condiciones de contorno complejas ligadas con diversas distribuciones de cargas, es conveniente plantear simplificaciones modelando la situación de manera tal que se obtenga una solución matemática fiable. Una simplificación muy usada es representar estructuras con *un solo grado de libertad* (Figura 26.a); es decir, con una sola coordenada de desplazamiento, y su respectivo modelo matemático (Figura 26.b, c y d) compuesto por los siguientes elementos:

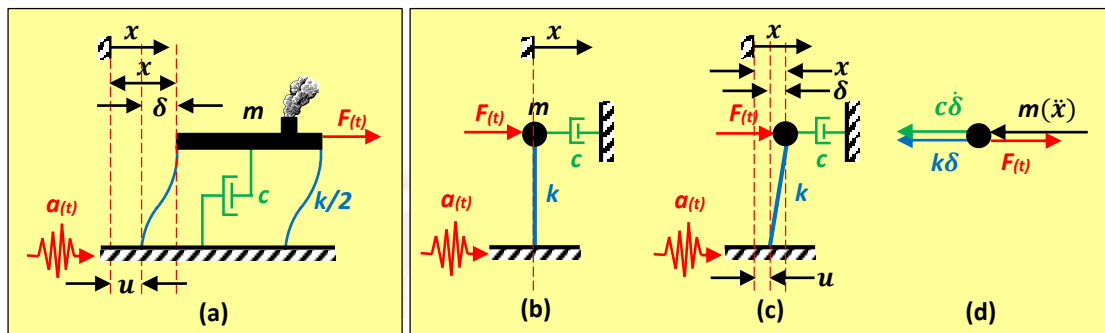


Figura 26.- Representación del modelo matemático para sistemas con un grado de libertad (Modelo general sísmico)

- **Elemento masa,  $m$ ,** representa la masa de la estructura y la fuerza de inercia ligada a ésta.
- **Elemento de rigidez,  $k$ ,** representa las fuerzas internas del sistema y la capacidad de almacenar energía potencial de la estructura (análogo a las paredes de una estructura real).
- **Elemento de amortiguación,  $c$ ,** representa las características friccionales y las pérdidas de energía de la estructura (análogo a las conexiones – columnas y vigas – de una estructura real).
- **Fuerza de excitación,  $F(t)$ ,** representa la sumatoria de fuerzas que actúan sobre la estructura en función del tiempo.
- **Aceleración sísmica,  $a(t)$ ,** representa la excitación vibratoria que llega a la base de la estructura la cual origina el desplazamiento relativo  $u$  de la estructura respecto del suelo.

Es importante mencionar que el modelo matemático asume lo siguiente:

- Cada elemento del sistema representa solamente una propiedad; es decir, la masa  $m$  lo hace sólo a la propiedad de inercia, el elemento de rigidez  $k$ , solamente a la elasticidad y por último, el elemento de amortiguación  $c$  únicamente a la disipación de energía.
- La rigidez se **comporta linealmente**; es decir, que su deformación es directamente proporcional a la fuerza aplicada.
- Las fuerzas de amortiguación deberán ser proporcionales a la magnitud de la velocidad y opuestas a la dirección del movimiento; es decir, se producirá una **amortiguación viscosa**.
- La respuesta dinámica proporcionada por el modelo se da solamente cuando la estructura realiza una forma única de desplazamiento.

Esta modelización indica que el comportamiento de las construcciones con uno o dos pisos y algunas de tres pisos es directamente análoga al comportamiento de un sistema 1 GLD cuando se considera el movimiento en una sola dirección. Por otro lado, cuando se consideran estructuras con varios pisos, es necesario modelar la estructura como sistemas de multigrados de libertad. Sin embargo, incluso estos pueden ser idealizados como un sistema de un solo grado de libertad si uno está interesado en sólo un modo de respuesta.

## 8.2 Matemática del modelo de un grado de libertad

Tomando el modelo propuesto en la *Figura 26.b* y haciendo uso del **principio de D'Alembert**, el cual establece que un sistema puede ser puesto en estado de equilibrio dinámico (*Figura 27*) adicionando a las fuerzas actuantes sobre el sistema una fuerza ficticia, más conocida como fuerza de inercia.

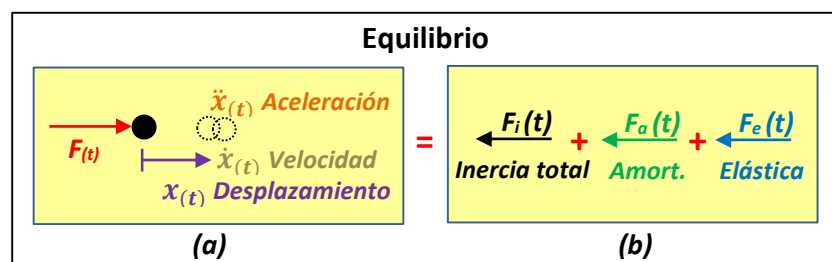


Figura 27.- Equilibrio de fuerzas para un modelo de 1 GLD.

Al aplicar una aceleración sísmica y una fuerza resultante  $F(t)$  sobre el sistema, se generan distintas aceleraciones, velocidades y desplazamientos que dependen del tiempo “ $t$ ” (Figura 27.a). Sí tenemos en cuenta el movimiento relativo de la estructura respecto al suelo, obtenemos lo siguiente:

a. **Fuerza de inercia:**

$$F_{i(t)} = m\ddot{x} = m(\ddot{u} + \ddot{\delta}) \quad (2.1)$$

b. **Fuerza de amortiguamiento:**

$$F_{a(t)} = c\dot{\delta} \quad (2.2)$$

c. **Fuerza elástica:**

$$F_{e(t)} = k\delta \quad (2.3)$$

En el equilibrio para un instante  $t$

$$F_{i(t)} + F_{a(t)} + F_{e(t)} = F(t)$$

$$m(\ddot{u} + \ddot{\delta}) + c\dot{\delta} + k\delta = F(t)$$

$$m\ddot{\delta} + c\dot{\delta} + k\delta = F(t) - m\ddot{u} \quad (2.4)$$

### 8.2.1 Parámetros característicos del modelo

El movimiento vibratorio del sistema de un grado de libertad tiene los siguientes parámetros característicos:

- a. La **frecuencia circular natural no amortiguada del sistema masa-resorte ( $\omega$ )** expresada en rad/s es igual a:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.5)$$

- b. El **periodo natural** del sistema ( $T_n$ ) expresado en segundos está representado por:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.6)$$

- c. La **frecuencia cilíndrica natural** del sistema ( $f$ ) expresado en Hercios está representada como el inverso del periodo natural, es decir:

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.7)$$

- d. La **amortiguación crítica** del sistema ( $c_{cr}$ ) se presenta cuando el coeficiente de amortiguación es igual a  $2\sqrt{km}$ .

- e. La **razón de amortiguamiento crítico** del sistema ( $\xi$ ) está definido por la relación del coeficiente de amortiguación respecto de su valor crítico

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \quad (2.8)$$

Esta relación puede ser encontrada a partir de la amortiguación de la vibración libre de una estructura (Figura 28), mediante la siguiente relación:

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \left( -\ln \frac{\dot{u}_{n+1}}{\dot{u}_n} \right) \quad (2.9)$$

Donde  $\dot{u}_n$  y  $\dot{u}_{n+1}$  son amplitudes sucesivas (Thompson, 1965).

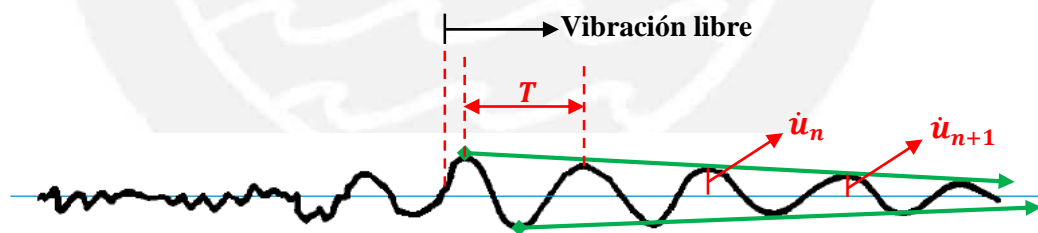


Figura 28.- Típica respuesta de vibración libre de una estructura.

## 8.2.2 Tipos de sistemas amortiguados

Para estudiar los diferentes tipos de amortiguación se opta por usar la simplificación de la ecuación (2.4) suprimiendo el componente derecho de la igualdad ( $F(t)$  y  $m\ddot{u}$ )

$$m\ddot{\delta} + c\dot{\delta} + k\delta = 0 \quad (2.10)$$



Para resolver la ecuación diferencial obtenida se utiliza la función exponencial  $\delta = Ce^{pt}$  como solución posible de esta. Si reemplazamos la función en la ecuación obtenemos lo siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} \delta = Ce^{pt} \\ \dot{\delta} = Cpe^{pt} \\ \ddot{\delta} = Cp^2e^{pt} \end{array} \right\} mCp^2e^{pt} + cCpe^{pt} + kCe^{pt} = 0 \quad (2.11)$$

Después de eliminar los factores comunes, se obtiene la ecuación característica del sistema

$$mp^2 + cp + k = 0 \quad (2.12)$$

Las raíces de esta nueva ecuación obtenida son:

$$p_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.13)$$

Por consiguiente, la solución general de la ecuación (2.10) está definida por la suma de la superposición de las dos raíces calculadas en la función exponencial ( $\delta = Ce^{pt}$ )

$$\delta_{(t)} = C_1e^{p_1t} + C_2e^{p_2t} \quad (2.14)$$

Donde  $C_1$  y  $C_2$  son calculados a partir de las condiciones iniciales.

La respuesta del sistema depende del valor resultante de las raíces  $p_1$  y  $p_2$ . Se pueden distinguir tres casos:

#### a. Sistema con amortiguación crítica (raíces reales e iguales)

Se dice que el sistema está críticamente amortiguado (Figura 29) cuando éste tiende a su posición de equilibrio en el menor tiempo posible. Esto sucede para un valor crítico del coeficiente de amortiguamiento ( $c_{cr}$ ) dado por

$$\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = 0 \quad (2.15)$$

$$\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow c = c_{cr} = 2\sqrt{km} \quad (2.16)$$

Por tanto, el valor de la razón de amortiguamiento del sistema es

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = 1 \quad (2.17)$$

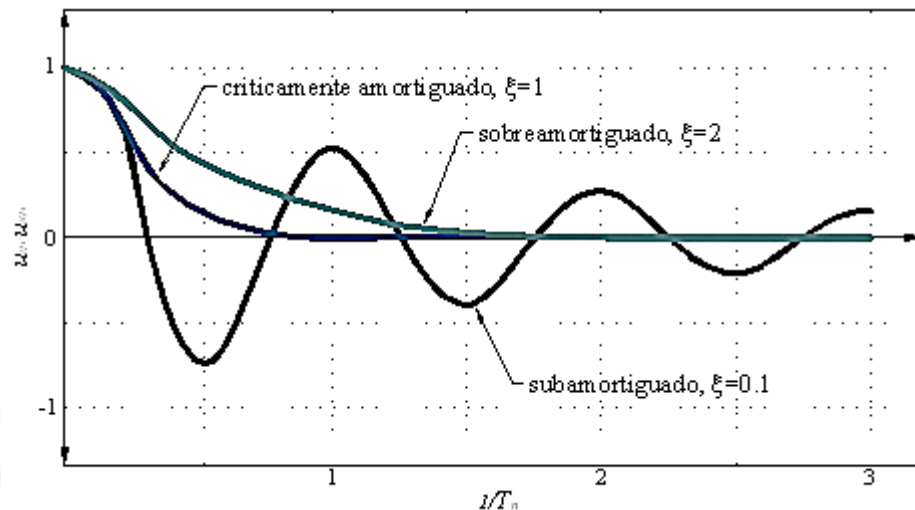


Figura 29.- Sistemas con diferentes razones de amortiguación ( $\xi$ )

### b. Sistema sobre-amortiguado (raíces reales y diferentes)

Se dice que el sistema está sobre-amortiguado (*Figura 29*) cuando éste tiende exponencialmente a su posición de equilibrio sin oscilar, empleando un mayor tiempo que un sistema críticamente amortiguado. Ello sucede para un valor del coeficiente de amortiguación ( $c$ ) mayor que el coeficiente de amortiguación crítico ( $c_{cr}$ )

$$c > c_{cr} \quad (2.18)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} > 1 \quad (2.19)$$

Esto representa que la expresión bajo el radical (*ecuación 2.13*) es positiva, dando lugar a raíces reales y diferentes. Por otro lado, la razón de amortiguación del sistema es mayor que uno.

### c. Sistema sub-amortiguado (raíces imaginarias)

Se dice que el sistema está sub-amortiguado (*Figura 29*) cuando vibra con amplitud decreciente hacia su posición de equilibrio. Ello sucede para un valor del coeficiente de amortiguación ( $c$ ) menor que el coeficiente de amortiguación crítico ( $c_{cr}$ ) y por consiguiente la razón de amortiguamiento toma valores menores que uno.

$$c < c_{cr} \quad (2.20)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} < 1 \quad (2.21)$$

Esto representa que la expresión bajo el radical (*ecuación 2.13*) es negativa dando lugar a raíces complejas conjugadas, de la forma siguiente:

$$p_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm i \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.22)$$

Donde  $i = \sqrt{-1}$ .

Para este caso es conveniente utilizar la identidad de Euler, la cual relaciona funciones exponenciales y trigonométricas,

$$\begin{aligned} e^{ix} &= \cos x + i \sin x \\ e^{-ix} &= \cos x - i \sin x \end{aligned} \quad (2.23)$$

La aplicación de las raíces complejas de la *ecuación (2.22)* en la *ecuación (2.14)* y el uso de la identidad de Euler (*ecuación 2.23*), nos da la siguiente forma de expresar el movimiento de un sistema sub-amortiguado:

$$\delta_{(t)} = e^{-(c/2m)t} (A_1 \cos \omega_D t + A_2 \sin \omega_D t) \quad (2.24)$$

Donde  $A_1$  y  $A_2$  son constantes redefinidas (en lugar de  $C_1$  y  $C_2$ ) que pueden ser calculadas a partir de las condiciones iniciales del sistema. La **frecuencia natural de vibración amortiguada**,  $\omega_D$ , está definida como:

$$\omega_D = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$
$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.25)$$

Todas las estructuras civiles se comportan como sistemas sub-amortiguados he aquí el campo del análisis del presente proyecto.

### 8.2.3 Respuesta estructural de un sistema amortiguado – Cálculo numérico de la integral de Duhamel

La respuesta estructural de un sistema amortiguado (solución no simplificada de la ecuación (2.4) basada en el desplazamiento relativo de la estructura respecto del terreno para cualquier instante de tiempo, se puede expresar en términos de la integral de Duhamel (ecuación 2.26), teniendo como dato de entrada la historia temporal de la aceleración absoluta del terreno ( $\ddot{u}(\tau)$ ):

$$\delta(t) = -\frac{1}{\omega\sqrt{1 - \xi^2}} \int_0^t \ddot{u}(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t - \tau)] d\tau \quad (2.26)$$

Donde

- $\delta(t)$ : Desplazamiento relativo de la estructura respecto del terreno para un tiempo  $t$  (mm)
- $\omega$ : Frecuencia circular natural no amortiguada de la estructura (rad/s)
- $\omega_D$ : Frecuencia circular natural amortiguada de la estructura (rad/s)
- $\xi$ : Razón de amortiguamiento crítico de la estructura
- $\ddot{u}(\tau)$ : Historia temporal de la aceleración absoluta del terreno para un tiempo  $t$  (mm/s<sup>2</sup>), ver *Figura 30*.

Además  $\delta$  y  $\dot{\delta}$  son cero en el instante  $t(0)$  (Veletsos y Newmark, 1964).

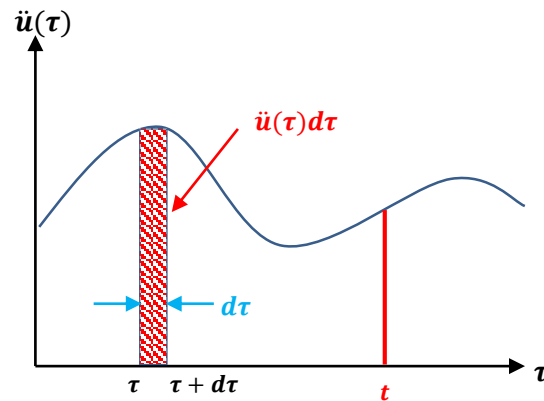


Figura 30.- Función general de las excitaciones sísmicas

La valoración numérica de la ecuación (2.26) viene dada por la ecuación (2.27) equivalente,

$$\delta(t) = [A_D(t) \sin \omega_D t - B_D(t) \cos \omega_D t] \frac{e^{-\xi \omega t}}{\omega_D} \quad (2.27)$$

En la cual

$$A_D(t_i) = A_D(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \ddot{u}(\tau) e^{\xi \omega \tau} \cos \omega_D \tau d\tau \quad (2.28)$$

$$B_D(t_i) = B_D(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \ddot{u}(\tau) e^{\xi \omega \tau} \sin \omega_D \tau d\tau \quad (2.29)$$

Si adoptamos una función de segmentos lineales (Figura 30), la aceleración absoluta del terreno ( $\ddot{u}(\tau)$ ) está representada por

$$\ddot{u}(\tau) = \ddot{u}(t_{i-1}) + \frac{\Delta \ddot{u}(t_i)}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}), \quad t_{i-1} \leq \tau \leq t_i \quad (2.30)$$

Sustituyendo esta ecuación en las ecuaciones (2.28) y (2.29). La valoración de las ecuaciones resultantes requiere el cálculo de las siguientes integrales:

$$I_{1(t_i-t_{i-1})} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\xi \omega \tau} \cos \omega_D \tau d\tau$$

$$I_{1(t_i-t_{i-1})} = \frac{e^{\xi \omega \tau}}{(\xi \omega)^2 + (\omega_D)^2} (\xi \omega \cos \omega_D \tau + \omega_D \sin \omega_D \tau) \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (2.31)$$

$$I_{2(t_i-t_{i-1})} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} e^{\xi\omega\tau} \sin \omega_D \tau d\tau$$

$$I_{2(t_i-t_{i-1})} = \frac{e^{\xi\omega\tau}}{(\xi\omega)^2 + (\omega_D)^2} (\xi\omega \sin \omega_D \tau - \omega_D \cos \omega_D \tau) \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (2.32)$$

$$I_{3(t_i-t_{i-1})} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \tau e^{\xi\omega\tau} \sin \omega_D \tau d\tau$$

$$I_{3(t_i-t_{i-1})} = \left( \tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + (\omega_D)^2} \right) \hat{I}_2 + \frac{\omega_D}{(\xi\omega)^2 + (\omega_D)^2} \hat{I}_1 \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (2.33)$$

$$I_{4(t_i-t_{i-1})} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \tau e^{\xi\omega\tau} \cos \omega_D \tau d\tau$$

$$I_{4(t_i-t_{i-1})} = \left( \tau - \frac{\xi\omega}{(\xi\omega)^2 + (\omega_D)^2} \right) \hat{I}_1 - \frac{\omega_D}{(\xi\omega)^2 + (\omega_D)^2} \hat{I}_2 \Big|_{t_{i-1}}^{t_i} \quad (2.34)$$

Donde  $\hat{I}_1$  e  $\hat{I}_2$  son las integrales indicadas en las ecuaciones (2.31) y (2.32), antes de ser calculadas en los límites señalados en estas ecuaciones. En función de dichas integrales,  $A_D(t_i)$  y  $B_D(t_i)$  pueden calcularse a partir de

$$A_D(t_i) = A_D(t_{i-1}) + \left( \ddot{u}(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta \ddot{u}(t_i)}{\Delta t_i} \right) I_{1(t_i-t_{i-1})} + \frac{\Delta \ddot{u}(t_i)}{\Delta t_i} I_{4(t_i-t_{i-1})} \quad (2.35)$$

$$B_D(t_i) = B_D(t_{i-1}) + \left( \ddot{u}(t_{i-1}) - t_{i-1} \frac{\Delta \ddot{u}(t_i)}{\Delta t_i} \right) I_{2(t_i-t_{i-1})} + \frac{\Delta \ddot{u}(t_i)}{\Delta t_i} I_{3(t_i-t_{i-1})} \quad (2.36)$$

Finalmente, la aplicación de las ecuaciones (2.35) y (2.36) en la ecuación (2.27) da el desplazamiento relativo en el instante  $t_i$  que es

$$\delta(t_i) = [A_D(t_i) \sin \omega_D t_i - B_D(t_i) \cos \omega_D t_i] \frac{e^{-\xi\omega t_i}}{\omega_D} \quad (2.37)$$

## 8.2.4 Respuesta espectral (Espectro y Pseudo - Espectros de Respuesta)

En el apartado anterior se ha tratado la respuesta de una estructura específica (caracterizada por tener valores fijos para la frecuencia natural y amortiguamiento crítico), utilizando un movimiento del terreno en particular (historia temporal de la aceleración absoluta del terreno); sin embargo, para distinguir los diversos tipos de movimientos de respuesta experimentados por las estructuras, que están directamente ligados a los diferentes potenciales de agrietamiento, es necesario comparar el efecto de la onda sobre una amplia variedad de estructuras, por ello el espectro de respuesta proporciona un mecanismo gráfico muy utilizado para realizar esta comparación.

El espectro de respuesta está definido como el gráfico de las máximas respuestas (máximo desplazamiento, máxima velocidad o máxima aceleración) de los distintos sistemas de un grado de libertad (es decir con diferentes frecuencias naturales) para una misma onda vibratoria. Un diagrama de este tipo puede ser calculado a partir del desplazamiento relativo máximo.

En la historia de tiempo calculada para el desplazamiento relativo habrá un máximo ( $\delta_{max}$ ). Si ese desplazamiento relativo máximo es multiplicado por la frecuencia circular natural de la estructura ( $2\pi f$ ), el producto resultante es

$$PV = \omega \cdot \delta_{max} \quad (2.38)$$

$$PV = 2\pi f \cdot \delta_{max} \quad (2.39)$$

Donde PV es la pseudo-velocidad. Otros autores como Medearis, 1976 la llamaron respuesta pseudoespectral (PSRV). Esta pseudo-velocidad es una buena aproximación de la velocidad relativa real ( $\dot{\delta}$ ), más aun sí el impulso asociado con  $\delta_{max}$  es aproximadamente sinusoidal.

## 8.2.5 Representación gráfica Tripartita

El tripartita (ejemplificado en la *Figura 31*) es una plantilla gráfica utilizada para representar los espectros de respuestas. La plantilla está compuesta por 2 parejas de ejes X e Y

- Pareja 1: Frecuencia vs Pseudovelocidad (PV)
- Pareja 2: Pseudoaceleración (PA) vs Desplazamiento relativo ( $\delta$ )

Donde la segunda pareja de ejes se encuentra girada  $45^\circ$  respecto de la primera. Además se puede ver que los 4 ejes están expresados en escala logarítmica.

La construcción del papel tripartita sigue las siguientes relaciones

$$PV = \omega \cdot \delta_{max}$$

$$PA = \omega^2 \cdot \delta_{max}$$

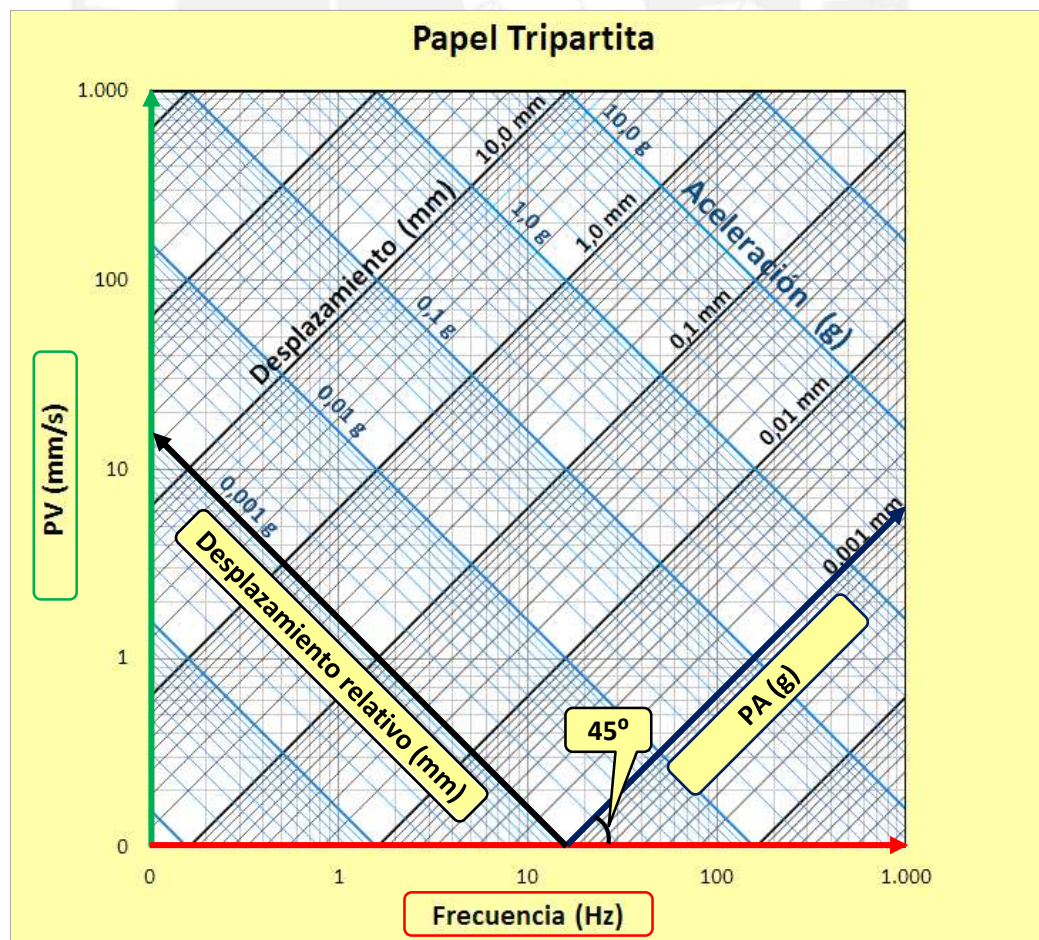


Figura 31.- Papel tripartita en blanco.



## 9 ANÁLISIS FRECUENCIA DOMINANTE DEL TERRENO

Un método clásico utilizado para determinar la frecuencia dominante de un pulso vibratorio es la FFT (Fast Fourier Transform), la cual se basa en la siguiente teoría.

### 9.1 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier convierte el tiempo (o espacio) al valor de la frecuencia y viceversa. Ésta en función del tiempo de una señal se define como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt$$

mientras que la transformada inversa viene dada por:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega$$

La transformación de Fourier proporciona información global de la señal en el tiempo localizada en la frecuencia. Se obtiene al correlacionar la señal  $f$  de energía finita con  $e^{i\omega t}$ ; como el soporte de  $e^{i\omega t}$  cubre toda la recta real, la transformada de Fourier de  $f$  depende de todos los valores de  $f(t)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

### 9.2 Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Cuando la señal  $x[t]$  consiste en un número finito de elementos (muestreada) la transformada de Fourier se puede representar como:

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-\frac{i2\pi kn}{N}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

donde  $n$  y  $k$  son números enteros y finitos entre 0 y  $N-1$ .

De manera análoga podemos obtener la transformada inversa de Fourier como:

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{\frac{i2\pi kn}{N}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

### 9.3 Transformada Rápida de Fourier (FFT)

Con el objeto de utilizar la DFT de manera eficiente, la FFT simplifica el número de operaciones al mínimo reescribiendo la ecuación anterior como:

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k W_N^{kn}$$

donde  $W_N = e^{-\frac{i2\pi}{N}}$  y  $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

Podemos entonces decir que la **FFT** se basa en los siguientes principios:

- Simetría y periodicidad de los términos  $W_N$

$$\begin{aligned} W_N^{k+N} &= W_N^k & W_N^{Nn} &= 1 \\ W_N^{k+N/2} &= -W_N^k & W_N^2 &= W_{N/2} \end{aligned}$$

- Elegimos el valor de  $N$  de forma que  $N = r^m$ . Al factor “ $r$ ” se le denomina radix y su valor más habitual es 2, entonces el valor de  $N = 2^m$ .

con lo cual la FFT trabaja en base a  $N \log_2 N$  operaciones, valor muy por debajo de las  $N^2$  operaciones de la DFT.

#### 9.3.1 Aplicación de la Transformada Rápida de Fourier a historia temporal de una señal

En el caso de nuestro análisis se ha aplicado la Transformada Rápida de Fourier con el fin de hallar la frecuencia dominante para la historia temporal de la aceleración del movimiento del terreno ( $\ddot{u}$ ), ver la *Figura 32.a*. Esto se realizó mediante el uso del comando  $y = FFT(\ddot{u}(t), n)$ , en donde  $\ddot{u}(t)$  es la historia temporal de la aceleración convertida o remuestreada a “ $n$ ” puntos discretizados ( $n = 2^m$ ). El valor obtenido para “ $y$ ” es un número complejo; por lo cual, para la su representación gráfica se considera el valor de su módulo.

Como los puntos discretizados de la historia temporal de la aceleración ( $\ddot{u}_{t_i}$ ) tiene la misma separación temporal ( $t_i - t_{i-1} = cte$ ), el valor de la frecuencia asociada a cada uno de estos está definido como:

$$f_{t_i} = i/t_n$$

donde  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

La representación gráfica de  $y_i$  vs  $f_{t_i}$  (indicada en la Figura 32.b) se utiliza para hallar el valor de la frecuencia dominante sujeta al movimiento del terreno ( $f_g$ ), la cual está definida por aquella frecuencia asociada al mayor pico obtenido.

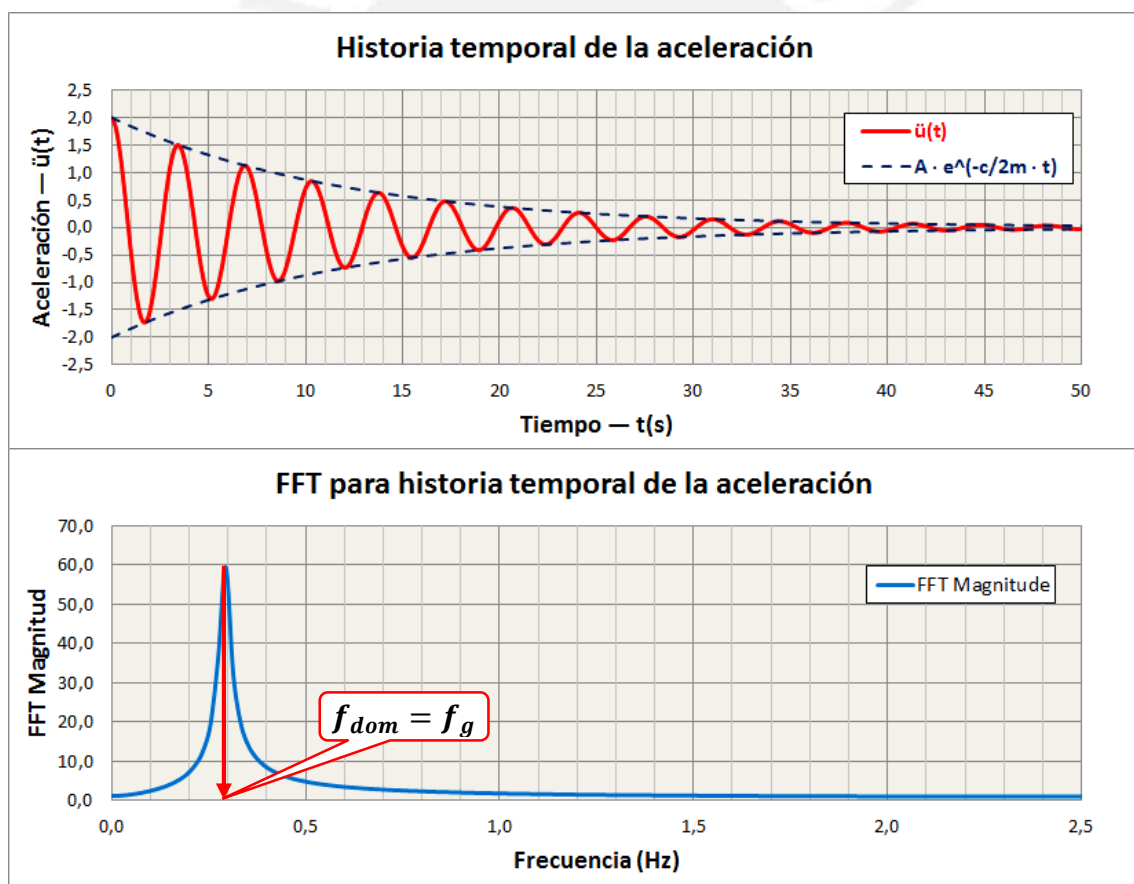


Figura 32.- Cálculo de la frecuencia dominante del movimiento del terreno por FFT.

## **10 METODOLOGÍA PARA LA PREDICCIÓN DE LA FRECUENCIA DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA**

A continuación se presenta la técnica de predicción de la frecuencia dominante y del espectro de respuesta, hemos tomado como guía procedimientos análogos realizados anteriormente por trabajos Dowding 1985, 1996 y Siskind en 1996 basados en la técnica de predicción desarrollada por Newmark & Hall (1982).

Al igual que el primer estudio, se tiene 53 registros de medición (historias temporales de velocidad) generados por el monitoreo de 10 voladuras realizadas en una operación minera a cielo abierto, haciendo uso de los mismos 7 sismógrafos utilizados en la primera parte. Los registros fueron procesados mediante la metodología precisada en la Figura 35, con el objeto de lograr la gráfica del espectro de respuesta, basada en el cálculo numérico de la resolución de la integral de Duhamel precisada en la Figura 36. Para el cálculo, se utilizó frecuencias que varían desde 0,1 a 1000 Hz (rango propuesto siguiendo los límites de la representación Tripartita) y un mismo valor de amortiguamiento crítico igual al 3%.

### **10.1 Técnica de predicción de la frecuencia dominante y del espectro de respuesta**

Los datos que se utilizan en el presente trabajo fueron recogidas de voladuras realizadas en operaciones mineras a cielo abierto. La técnica de predicción empleada, usa los valores máximos del movimiento del terreno (desplazamiento pico, velocidad pico-partícula y aceleración pico), los cuales son multiplicados por factores de amplificación con el fin de determinar los límites del espectro, que a su vez definen la frecuencia dominante.

La predicción de la frecuencia dominante en algunos procedimientos de construcción (como por ejemplo la vibración generada por la operación de maquinaria pesada) es algo más simple que para el caso de las voladuras debido a que el rango de variación no es tan grande como en las voladuras. Es decir, las voladuras producen vibraciones que tienen frecuencias dominantes que pueden ir desde 3Hz (registros a grandes distancias para voladuras en

minería superficial) a varios cientos de Hercios (registros adyacentes a las voladuras en túneles).

### 10.1.1 Primer paso: Estimación de los valores máximos para el movimiento del terreno

El movimiento del terreno está representado por los valores máximos para su desplazamiento, aceleración y velocidad pico-partícula, los cuales son estimados a partir de los reportes de vibración generados por el monitoreo de 7 sismógrafos para la campaña de las 10 voladuras analizadas. La información de salida aportada por los sismógrafos está dada para 3 canales de monitoreo (transversal, vertical y longitudinal), cada uno de estos tendrá diferentes valores para la velocidad pico-partícula (PPV), aceleración pico y desplazamiento pico. En un sentido práctico se ha tomado dichos valores como  $u$ ,  $\dot{u}$ , y  $\ddot{u}$  según el canal analizado.

A continuación se enumerará los pasos seguidos en el análisis:

- a. **Se identifica el valor mayor para la velocidad pico-partículas (PPV) entre los tres canales monitoreados.**

Tenemos 70 registros analizados, de los cuales, a continuación se presenta el registro de la Voladura N° 8 obtenido por el sismógrafo B74.

Tabla 12.- Registro de vibraciones - Voladura BR-008 / B74

Datos		Canal	PPV	Desplazamiento pico	Aceleración pico
Voladura N°	BR - 008	Transversal	1,270 mm/s	0,00927 mm	0,0265 g
Sismógrafo:	B74	Vertical	1,020 mm/s	0,00843 mm	0,0530 g
Localización:	PT3	Longitudinal	<b>1,900 mm/s</b>	<b>0,01650 mm</b>	<b>0,0530 g</b>

A partir de la anterior *Tabla 12*, se puede ver que el canal longitudinal contiene al valor máximo para el PPV (1,9 mm/s); y por ende, se utilizan los parámetros asociados a este canal (desplazamiento pico y aceleración pico) para el cálculo del movimiento del terreno.

- b. Se toma los valores asociados al canal donde la PPV tiene su valor máximo; es decir, el desplazamiento pico será identificado como  $u$ , la velocidad pico-partícula como  $\dot{u}$  y la aceleración pico, como  $\ddot{u}$ .

Siguiendo lo antes mencionado, se selecciona el canal longitudinal con sus correspondientes parámetros mostrados en la siguiente *Tabla 13*:

Tabla 13.- Parámetros asociados a la máxima PPV de los 3 canales.

Parámetro		Valor
Desplazamiento pico	$u$	0,01650 mm
Velocidad pico-partícula	$\dot{u}$	1,900 mm/s
Aceleración pico	$\ddot{u}$	0,0530 g

- c. Se grafica las rectas que representan los parámetros seleccionados ( $u$ ,  $\dot{u}$ , y  $\ddot{u}$ ) en el Papel Tripartita, ello representará los límites máximos que el movimiento del terreno puede generar en el punto monitoreado (ubicación del sismógrafo – base de la estructura).

Cabe resaltar, que los sismógrafos utilizados (Instantel - Minimate Blaster) miden prioritariamente la velocidad pico-partícula, y en función de ésta calculan por derivación e integración los valores para el desplazamiento y la aceleración respectivamente.

La gráfica del movimiento del terreno sobre el Papel Tripartita tiene la forma de un trapecio isósceles; es decir, su borde está representado por cuatro vértices, los cuales dentro del Papel Tripartita son puntos definidos por las coordenadas ( $f$  ;  $\dot{u}$ ). Estos puntos de corte son calculados por la intersección de las rectas  $u$ ,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  y el límite inferior del Papel Tripartita, como se muestra a continuación:

- Punto de corte entre la recta desplazamiento pico y el límite inferior del Papel Tripartita ( $\dot{u}=0,1$ ):

$$P_1 = \left\{ f_1 = \frac{0,1}{2\pi \times 0,01650} ; 0,1 \right\}$$

$$P_1 = \{0,965 ; 0,1\} \quad (2.40)$$

- Punto de corte entre las rectas desplazamiento pico y velocidad pico-partícula:

$$\begin{aligned} \text{Punto}_{u-\dot{u}} = P_2 &= \left\{ f_2 = \frac{\dot{u}}{2\pi \times u} ; \dot{u} \right\} \\ P_2 &= \left\{ f_2 = \frac{1,9}{2\pi \times 0,01650} ; 1,9 \right\} \\ P_2 &= \{18,327 ; 1,9\} \end{aligned} \quad (2.41)$$

- Punto de corte entre las rectas aceleración pico y velocidad pico-partícula:

$$\begin{aligned} \text{Punto}_{\dot{u}-\ddot{u}} = P_3 &= \left\{ f_3 = \frac{\ddot{u} \cdot 9806,65}{2\pi \times \dot{u}} ; \dot{u} \right\} \\ P_3 &= \left\{ f_3 = \frac{0,0530 \cdot 9806,65}{2\pi \times 1,9} ; 1,9 \right\} \\ P_3 &= \{43,537 ; 1,9\} \end{aligned} \quad (2.42)$$

- Punto de corte entre la recta aceleración pico y el límite inferior de la del Papel Tripartita ( $\dot{u}=0,1$ ):

$$\begin{aligned} P_4 &= \left\{ f_4 = \frac{0,0530 \cdot 9806,65}{2\pi \times 0,1} ; 0,1 \right\} \\ P_4 &= \{827,212 ; 0,1\} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Resumiendo los límites máximos que definen el movimiento del terreno son presentados en la siguiente *Tabla 14*:

**Tabla 14.- Puntos que describen el movimiento del terreno sobre el Papel Tripartita.**

Movimiento del Terreno		
Parámetro	$f$ (Hz)	PV (mm/s)
Desplazamiento pico ( $u$ )	$P_1 = 0,965$	0,100
	$P_2 = 18,327$	1,900
Velocidad ( $\dot{u}$ )	$P_2 = 18,327$	1,900
	$P_3 = 43,537$	1,900
Aceleración ( $\ddot{u}$ )	$P_3 = 43,537$	1,900
	$P_4 = 827,212$	0,100

Sí los puntos calculados anteriormente son graficados sobre el papel Tripartita se obtiene la *Figura 33*.

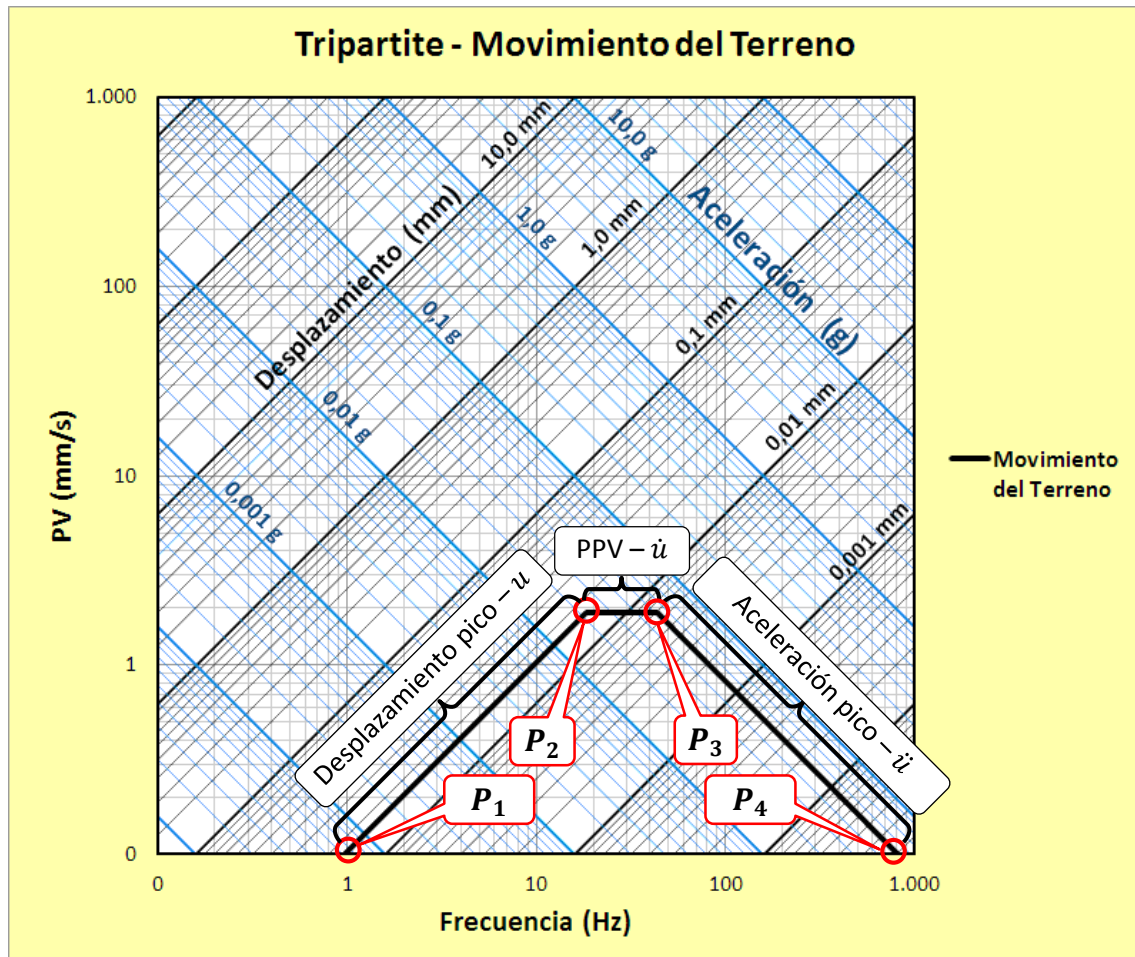


Figura 33.- Gráfica del movimiento del terreno sobre el Papel Tripartita.

### 10.1.2 Segundo paso: Predicción las frecuencias dominantes

Rememorando, el Papel Tripartita está construido de tal manera que

$$PV = \omega \cdot \delta_{max} = (2\pi f)\delta_{max} \quad (2.44)$$

$$PA = \omega^2 \cdot \delta_{max} \quad (2.45)$$

Una vez graficado el movimiento del terreno sobre el Papel Tripartita, se puede ver que éste tiene la forma de un trapecio isósceles (*Figura 33*). La frecuencia dominante está delimitada por el rango de frecuencias obtenidas



por la proyección de la base superior del trapecio sobre el eje de frecuencias del papel tripartita.

Para el movimiento del terreno calculado en pasos anteriores, la frecuencia dominante estará localizada el rango  $[f_2 ; f_3]$ , que vendrían a ser las componentes “x” de los puntos  $P_2$  y  $P_3$  (proyección de la base superior del trapecio visto en la *Figura 34*).

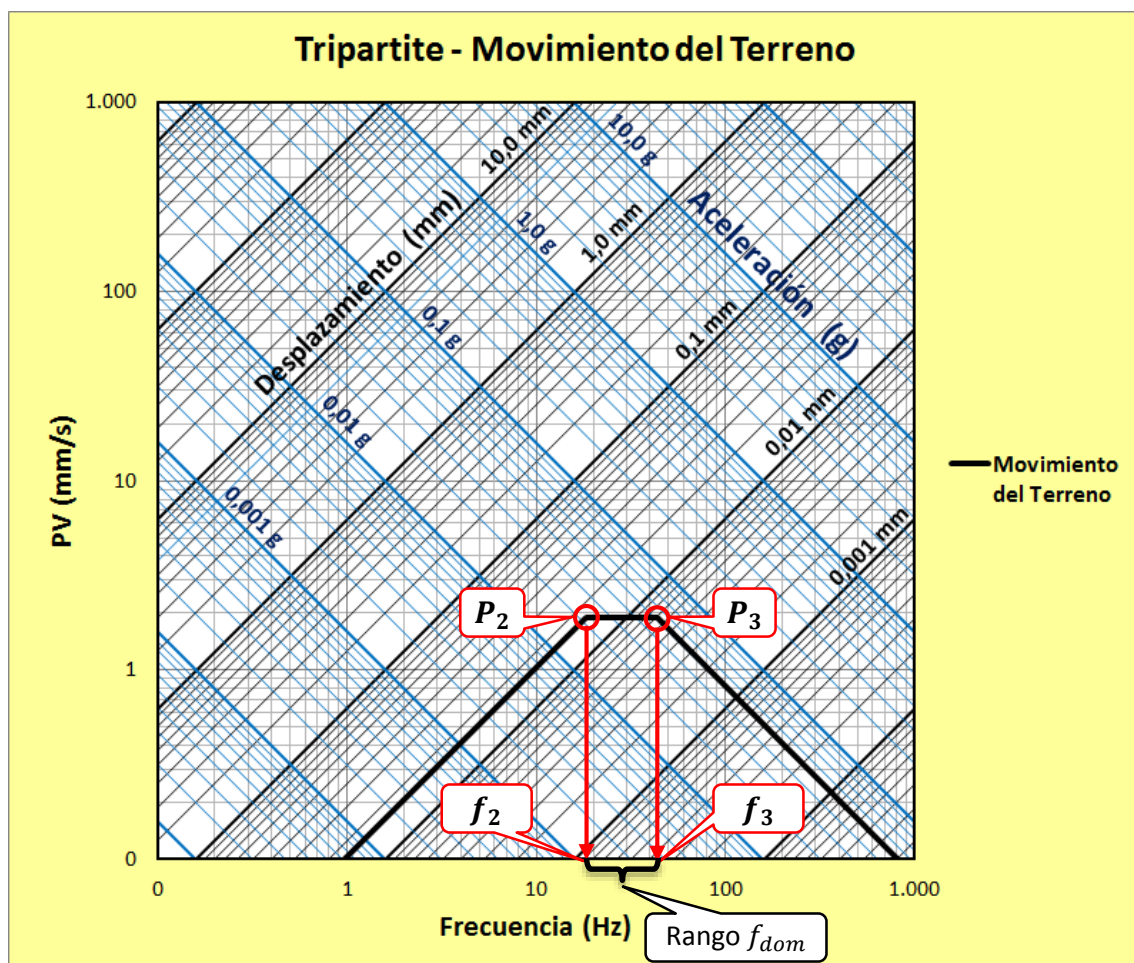


Figura 34.- Predicción del rango de las frecuencias dominantes.

Utilizando los valores calculados en pasos anteriores, la frecuencia dominante para el movimiento del terreno está localizada dentro el rango de 18,33 Hz a 43,54 Hz.

### 10.1.3 Tercer paso: Cálculo del espectro de respuesta

Para realizar el cálculo del espectro de respuesta se ha construido un procedimiento secuencial el cual ha sido desarrollado siguiendo un esquema de procesos y decisiones (*Figura 35*) explicados a continuación.

Los datos de entrada del proceso de cálculo son:

- Parámetro N°6 de la *Figura 35*.- El porcentaje de amortiguación crítica ( $\xi$ ) de una estructura promedio, este factor tiene valor constante para todos los registros analizados dentro del proyecto; por ello hemos optado por fijar un 3% para su valor, al igual que el valor promedio para estructuras propuesto por Dowding, 1985.
- Parámetro N°1 de la *Figura 35*.- El número de mediciones realizadas por el sismógrafo durante el tiempo total del registro. Los registros analizados cuentan con distintas amplitudes de medición, es decir que el número total de mediciones tendrá diferentes valores según el tiempo medido. Los sismógrafos utilizados tienen una frecuencia de muestreo única igual 2048 muestras/s con lo cual se deduce que

$$t_n = n \cdot \frac{1}{f_m} \quad (2.46)$$

Donde

- $t_n$  Tiempo total de medición (s)
- $n$  Número de puntos discretizados de la historia temporal  $\ddot{u}$
- $f_m$  Frecuencia de muestreo (2048 Hz)

- Parámetro N°3 de la *Figura 35*.- La historia temporal de la aceleración pico del terreno, la cual es calculada a partir de la derivación en función del tiempo de la historia temporal de la velocidad pico-partícula (registro original de los sismógrafos). La derivación se realiza utilizando lo siguiente:

$$\ddot{u}_{ti} = \frac{\dot{u}_{ti} - \dot{u}_{ti-1}}{t_i - t_{i-1}} \Rightarrow [1 < i < n] \quad (2.47)$$

Donde

- $\ddot{u}_{ti}$  Aceleración pico medida para un tiempo  $t_i$  ( $\text{mm/s}^2$ )
- $\dot{u}_{ti}$  Velocidad pico-partícula (PPV) medida para un tiempo  $t_i$  ( $\text{mm/s}$ )
- $t_i$  Tiempo medido para un instante  $i$ , varía desde cero para  $t_0$  hasta tiempo final  $t_n$  donde se completa la última medición tomada de la historia temporal analizada. (s)
- $n$  Número total de mediciones realizadas

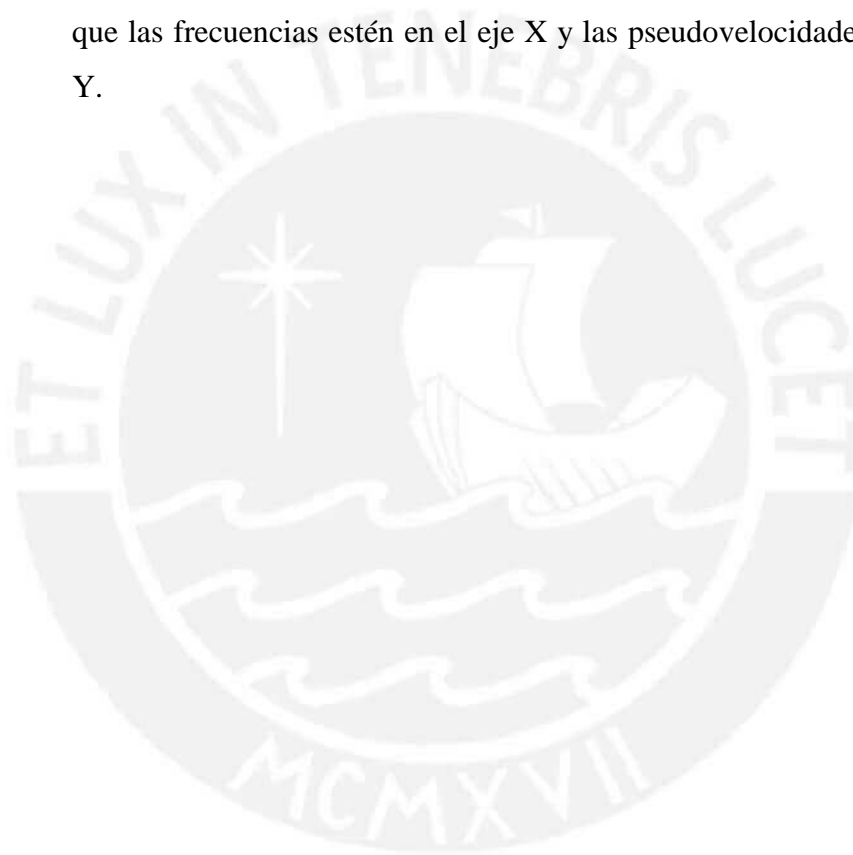
Los procesos y decisiones son los siguientes

- Parámetro N°10 de la *Figura 35*.- Cálculo de las frecuencias circular natural amortiguada y no amortiguada.
- Parámetro N°11 de la *Figura 35*.- Cálculo numérico del desplazamiento relativo, basado en la resolución de la integral de Duhamel, especificado detalladamente en la *Figura 36*. Este proceso se realiza cíclicamente para cada uno de los tiempos  $t_i$  del registro y a una determinada frecuencia natural ( $fs_j$ ). Los valores generados  $\delta(t_i)$  son almacenados en la base de datos N°1.
- Parámetro N°14 de la *Figura 35*.- Cálculo del desplazamiento relativo máximo. Una vez completado el cálculo total de los desplazamientos relativos para cada uno de los  $t_i$  del registro, se procede a encontrar el máximo de todos ellos, el cual es denotado como  $\delta_{max}(t_i)$ .
- Parámetro N°16 de la *Figura 35*.- Cálculo de la pseudovelocidad ( $PV$ ), factor estimado a partir del desplazamiento relativo máximo y de la frecuencia natural utilizada ( $fs_j$ ). Este cálculo se realiza de manera cíclica, es decir se repite todos los procesos mencionados anteriormente con excepción que la frecuencia natural analizada debe ser aumentada



en 0,1 hasta que tome el valor de 1000Hz. Los valores generados producto de las iteraciones realizadas fueron almacenados en la base de datos 2, de manera que cada frecuencia analizada esté relacionada con su correspondiente valor de pseudovelocidad.

- Parámetro N°19 de la *Figura 35*.- Graficar el espectro de respuesta, esto concluye el procedimiento total desarrollado. Para realizar el trazado del espectro de respuesta, se utiliza los datos almacenados en la base de datos 2, los cuales son graficados sobre el Papel Tripartita de manera que las frecuencias estén en el eje X y las pseudovelocidades, en el eje Y.



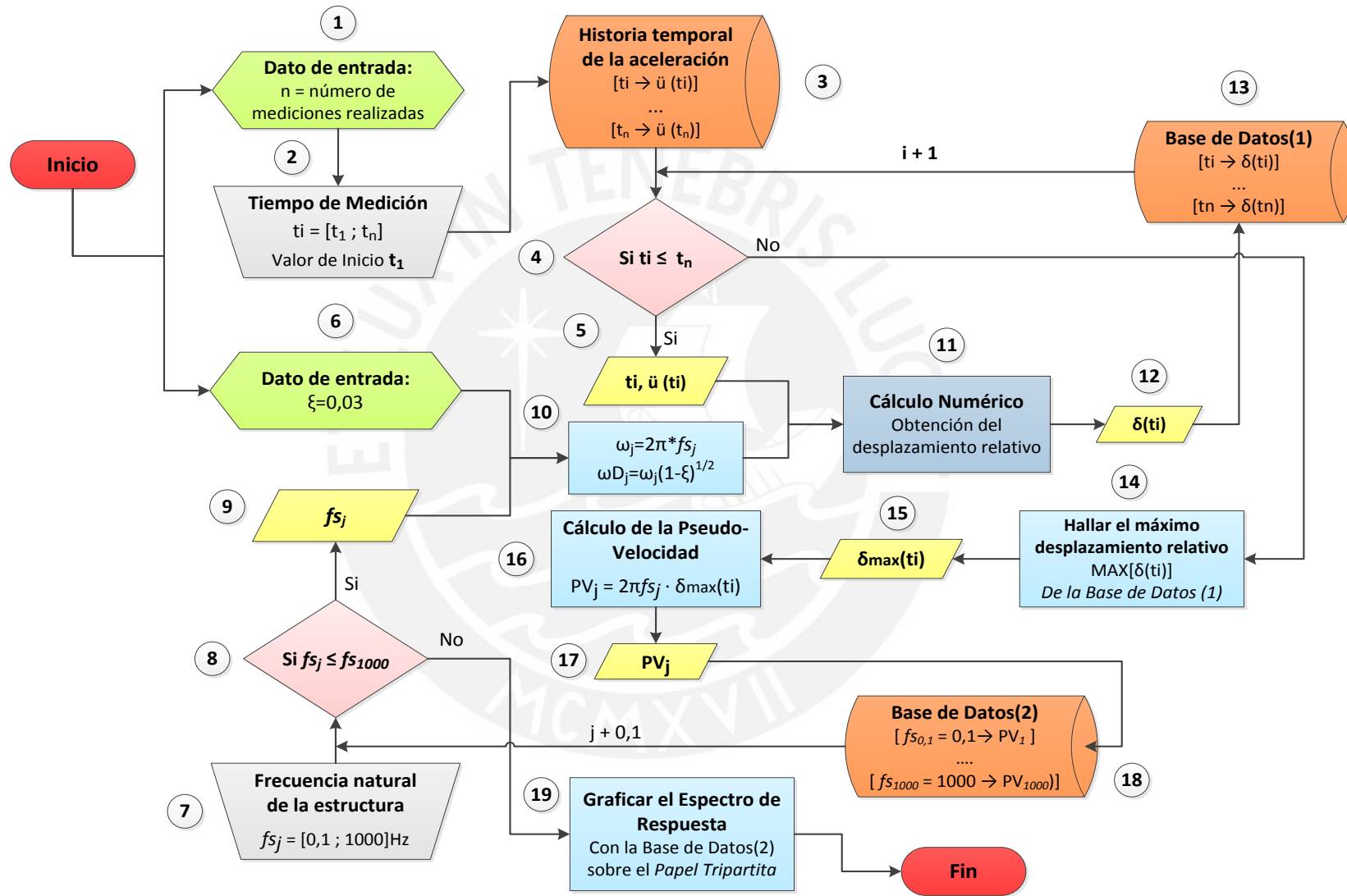


Figura 35.- Flujoograma del procedimiento de cálculo del espectro de respuesta

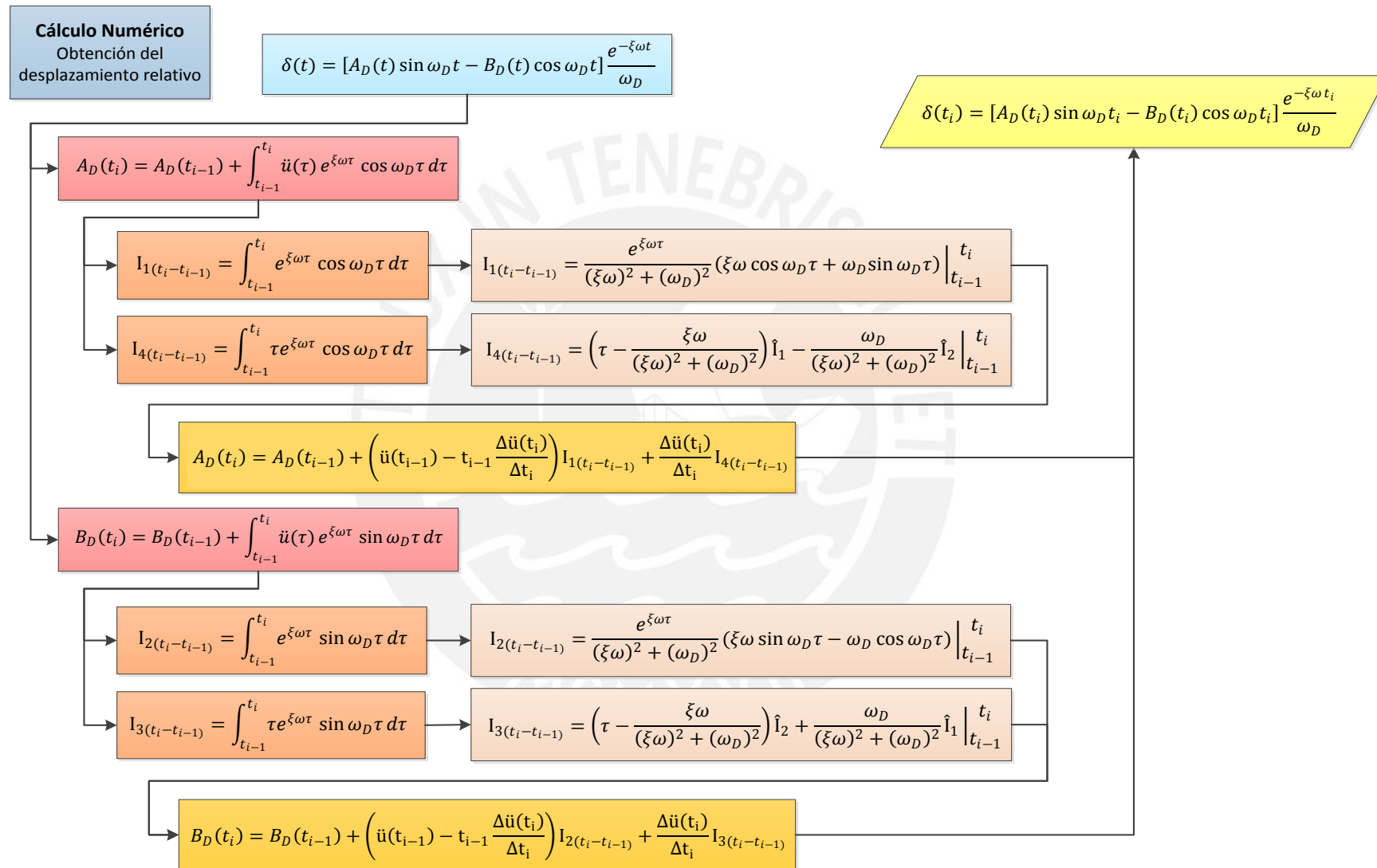


Figura 36.- Procedimiento a seguir para el cálculo numérico del desplazamiento relativo.

Siguiendo el caso analizado (Voladura N° 8 / Sismógrafo B74), se presenta la siguiente *Tabla 15* con los datos de entrada del procedimiento de cálculo a realizar

**Tabla 15.- Datos iniciales para el cálculo del espectro de respuesta (Data voladura N°8 / sismógrafo B74)**

Datos de entrada	
Relación de amortiguamiento crítico ( $\xi$ )	0,030
Frecuencia de muestreo:	2.048 Hz
N° puntos discretizados de la historia temporal:	7.168
Tiempo total de medición:	3,5 s

La historia temporal para la aceleración pico es también un dato de entrada del procedimiento de cálculo pero ésta requiere un procesamiento previo, ello quiere decir que debe ser estimada a partir de la historia temporal de la velocidad (registro original del sismógrafo) haciendo uso de la *ecuación (2.43)*. La *Tabla 16* muestra lo antes mencionado y la *Figura 37* representa el input de la historia temporal de la aceleración utilizada para este caso.

**Tabla 16.- Historia temporal para la velocidad y aceleración de la Voladura N°8 / B74**

N° Medición	PPV (mm/s) – $\dot{u}_{ti}$			Tiempo $t_i$ (s)	N° Medición	Aceleración pico (mm/s <sup>2</sup> ) – $\ddot{u}_{ti}$		
	Tran.	Vert.	Long.			Tran.	Vert.	Long.
1	-0,127	-0,127	-0,127	0,0004883	1	-260,096	-260,096	-260,096
2	-0,127	-0,127	-0,127	0,0009766	2	0,000	0,000	0,000
3	-0,254	-0,127	-0,127	0,0014648	3	-260,096	0,000	0,000
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
7165	-0,254	-0,127	-0,127	3,4985352	7165	0,000	0,000	-260,096
7166	-0,127	-0,127	-0,127	3,4990234	7166	260,096	0,000	0,000
7167	-0,254	-0,127	-0,127	3,4995117	7167	-260,096	0,000	0,000
7168	-0,254	-0,127	-0,127	3,5000000	7168	0,000	0,000	0,000



**Figura 37.- Historia temporal de la aceleración ( $\ddot{u}$ ) longitudinal de la voladura N°8/B74 (input).**

Para el cálculo a realizar, únicamente daremos un ejemplo del procedimiento de la primera iteración ejecutada, es decir del rango de frecuencias analizadas (0,1 Hz a 1000Hz) solamente utilizaremos  $f_{s0,1} = 0,1$  Hz para la frecuencia natural de la estructura y del total de tiempos presentados ( $t_1$  a  $t_{7168}$ ) específicamente utilizaremos el tiempo  $t_1 = 4,8828 \cdot 10^{-4}$  s para realizar el cálculo de su correspondiente desplazamiento relativo  $\delta(t_1)$ .

Entonces, en primer lugar se estima la frecuencia circular natural no amortiguada definida como:

$$\omega = 2\pi f_s \quad (2.48)$$

$$\omega = 2\pi(0,1) = 0,6283 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2.49)$$

En segundo lugar, la frecuencia circular natural amortiguada basada en la ecuación (1.22) es igual a

$$\begin{aligned} \omega_D &= 0,6283 \sqrt{1 - 0,03^2} \\ \omega_D &= 0,6284 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{aligned} \quad (2.50)$$

En tercer lugar, los pasos a seguir para efectuar el cálculo numérico del desplazamiento relativo  $\delta(t_1)$  están definidos en la Figura 36; entonces:

Haciendo uso de la ecuación (2.27), el desplazamiento para  $t_1$  es

$$\delta(t_1) = [A_D(t_1) \sin 0,6284t_1 - B_D(t_1) \cos 0,6284t_1] \frac{e^{-0,03 \cdot 0,6283 \cdot t_1}}{0,6284} \quad (2.51)$$

Donde según las ecuaciones (2.34) y (2.35)

$$A_D(t_1) = A_D(t_0) + \left( \ddot{u}(t_0) - t_0 \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} \right) I_{1(t_1-t_0)} + \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} I_{4(t_1-t_0)} \quad (2.52)$$

$$B_D(t_1) = B_D(t_0) + \left( \ddot{u}(t_0) - t_0 \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} \right) I_{2(t_1-t_0)} + \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} I_{3(t_1-t_0)} \quad (2.53)$$

Los valores de  $I_{jt_i}$  ( $\forall j = \{1,2,3,4\}$  y  $i = \{0,1\}$ ) son calculados en base a las ecuaciones (2.31), (2.32), (2.33) y (2.34) de la siguiente manera:



$$I_{1t_0} = \frac{e^{0,03 \cdot 0,6283 \cdot t_0}}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} [0,03 \cdot 0,6283 \cos(0,6284t_0) + 0,6284 \cdot \sin(0,6284t_0)]$$

$$I_{1t_0} = 4,7747 \times 10^{-2} \quad (2.54)$$

$$I_{1t_1} = \frac{e^{0,03 \cdot 0,6283 \cdot t_1}}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} [0,03 \cdot 0,6283 \cos(0,6284t_1) + 0,6284 \cdot \sin(0,6284t_1)]$$

$$I_{1t_1} = 4,8235 \times 10^{-4} \quad (2.55)$$

$$I_{2t_0} = \frac{e^{0,03 \cdot 0,6283 \cdot t_0}}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} [0,03 \cdot 0,6283 \sin(0,6284t_0) - 0,6284 \cdot \cos(0,6284t_0)]$$

$$I_{2t_0} = -1,5908 \times 10^{+0} \quad (2.56)$$

$$I_{2t_1} = \frac{e^{0,03 \cdot 0,6283 \cdot t_1}}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} [0,03 \cdot 0,6283 \sin(0,6284t_1) - 0,6284 \cdot \cos(0,6284t_1)]$$

$$I_{2t_1} = -1,5908 \times 10^{+0} \quad (2.57)$$

$$I_{3t_0} = \left( t_0 - \frac{0,03 \cdot 0,6283}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} \right) I_{2t_0} + \frac{0,6284}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} I_{1t_0}$$

$$I_{3t_0} = 1,5191 \times 10^{-1} \quad (2.58)$$

$$I_{3t_1} = \left( t_1 - \frac{0,03 \cdot 0,6283}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} \right) I_{2t_1} + \frac{0,6284}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} I_{1t_1}$$

$$I_{3t_1} = 1,5191 \times 10^{-1} \quad (2.59)$$

$$I_{4t_0} = \left( t_1 - \frac{0,03 \cdot 0,6283}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} \right) I_{1t_0} - \frac{0,6284}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} I_{2t_0}$$

$$I_{4t_0} = 2,5285 \times 10^{+0} \quad (2.60)$$

$$I_{4t_1} = \left( t_1 - \frac{0,03 \cdot 0,6283}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} \right) I_{1t_1} - \frac{0,6284}{(0,03 \cdot 0,6283)^2 + (0,6284)^2} I_{2t_1}$$

$$I_{4t_1} = 2,5285 \times 10^{+0} \quad (2.61)$$

Donde los parámetros  $I_{j(t_i-t_{i-1})}$  están definidos como:

$$I_{j(t_i-t_{i-1})} = I_{1t_i} - I_{1t_{i-1}} \quad \forall j = \{1,2,3,4\}$$

Por lo tanto las posibles combinaciones son las siguientes:

$$I_{1(t_1-t_0)} = I_{1t_1} - I_{1t_0}$$

$$I_{1(t_1-t_0)} = 4,8235 \times 10^{-2} - 4,7747 \times 10^{-2} = 4,8828 \times 10^{-4} \quad (2.62)$$

$$I_{2(t_1-t_0)} = I_{2t_1} - I_{2t_0}$$

$$I_{2(t_1-t_0)} = -1,5908 \times 10^{+0} - (-1,5908 \times 10^{+0}) = 7,4868 \times 10^{-8} \quad (2.63)$$

$$I_{3(t_1-t_0)} = I_{3t_1} - I_{3t_0}$$

$$I_{3(t_1-t_0)} = 1,5191 \times 10^{-1} - 1,5191 \times 10^{-1} = 2,4371 \times 10^{-11} \quad (2.64)$$

$$I_{4(t_1-t_0)} = I_{4t_1} - I_{4t_0}$$

$$I_{4(t_1-t_0)} = 2,5285 \times 10^{+0} - 2,5285 \times 10^{+0} = 1,1921 \times 10^{-7} \quad (2.65)$$

Ahora sí podemos calcular el valor para la *ecuación (2.52)*

$$A_D(t_1) = A_D(t_0) + \left( \ddot{u}(t_0) - t_0 \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} \right) I_{1(t_1-t_0)} + \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} I_{4(t_1-t_0)} \quad (2.66)$$

Analizado las componentes de la *ecuación (2.66)* se deduce que el factor  $A_D(t_0)$  es igual a cero, debido a que el tiempo no puede tomar valores negativos. Además los factores de  $t_0$  y  $\ddot{u}(t_0)$  también toman al cero por valor. Por ende la *ecuación (2.66)* se reduce a lo siguiente,

$$A_D(t_1) = \frac{\ddot{u}(t_1)}{t_1} I_{4(t_1-t_0)}$$

$$A_D(t_1) = \frac{-260,096}{4,8828 \times 10^{-4}} 1,1921 \times 10^{-7}$$

$$A_D(t_1) = -6,3500 \times 10^{-2} \quad (2.67)$$

La misma metodología utilizada para estimar  $A_D(t_1)$  se aplica para el caso de  $B_D(t_1)$ , el cual está definido según la *ecuación (2.53)*

$$B_D(t_1) = B_D(t_0) + \left( \ddot{u}(t_0) - t_0 \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} \right) I_{2(t_1-t_0)} + \frac{\ddot{u}(t_1) - \ddot{u}(t_0)}{t_1 - t_0} I_{3(t_1-t_0)} \quad (2.68)$$

En la *ecuación (2.68)* se puede ver que también el factor  $B_D(t_0)$  toma el valor de cero, así como los factores  $t_0$  y  $\ddot{u}(t_0)$ , lo que da lugar a la reducción de la *ecuación (2.68)* a lo siguiente

$$B_D(t_1) = \frac{\ddot{u}(t_1)}{t_1} I_{3(t_1-t_0)}$$

$$B_D(t_1) = \frac{-260,096}{4,8828 \times 10^{-4}} 2,4371 \times 10^{-11}$$

$$B_D(t_1) = -1,2982 \times 10^{-5} \quad (2.69)$$

Finalmente para terminar con el procedimiento seguido, se hace uso de la ecuación (2.34) para hallar el desplazamiento relativo para el instante  $t_1 = 4,883 \times 10^{-4}$  s

$$\delta(t_i) = [A_D(t_i) \sin \omega_D t_i - B_D(t_i) \cos \omega_D t_i] \frac{e^{-\xi \omega t_i}}{\omega_D} \quad (2.70)$$

Remplazando los valores correspondientes

$$\delta(t_1) = [-6,3500 \times 10^{-2} \sin 0,6284 t_1 - (-1,2982 \times 10^{-5}) \cos 0,6284 t_1] \frac{e^{-0,03 \cdot 0,6283 t_1}}{0,6284}$$

$$\delta(t_1) = -1,0335 \times 10^{-5} \quad (2.71)$$

Sí aplicamos este mismo razonamiento a los 7167 puntos discretizados restantes, calcularemos el desplazamiento relativo para cada uno de estas, obteniendo la siguiente historia temporal



Figura 38.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 0,1Hz.

Analizando la Figura 38 se puede ver que el desplazamiento máximo es igual a 0,1755 mm, por consiguiente la pseudovelocity máxima ligada a la frecuencia natural examinada ( $f_s = 0,1\text{Hz}$ ) es igual a

$$PV = \omega \cdot \delta_{max} = 2\pi(0,1)(0,1755)$$

$$PV = 0,1103 \text{ mm/s}$$

Como se ha completado el cálculo para la frecuencia natural de 0,1 Hz se debe pasar a calcular las frecuencias siguientes como 0,2 Hz, 0,3 Hz etcétera hasta que la frecuencia natural sea igual a 1000 Hz.

A manera de ejemplo se complementa el cálculo de la pseudovelocity para las frecuencias naturales de 1, 10, 100 y 1000 Hz.

- a. La *Figura 39* muestra la historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 1,0 Hz



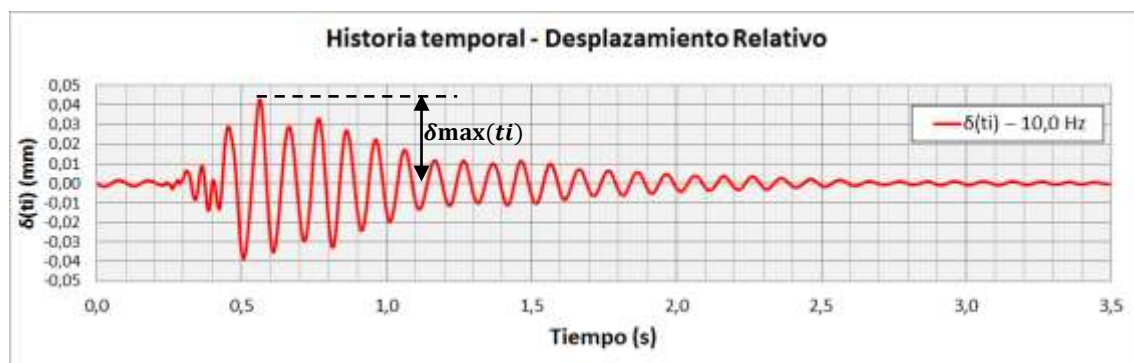
**Figura 39.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 1,0 Hz.**

El máximo desplazamiento relativo obtenido para la frecuencia natural de 1 Hz es 0,0338 mm, por ende la máxima pseudovelocity ligada a este desplazamiento es equivalente a

$$PV = \omega \delta_{max} = 2\pi(1)(0,0338)$$

$$PV = 0,03384 \text{ mm/s}$$

- b. La *Figura 40* muestra la historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 10,0 Hz



**Figura 40.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 10,0 Hz.**

El máximo desplazamiento relativo obtenido para la frecuencia natural de 10 Hz es 0,0428 mm, por ende la máxima pseudovelocity ligada a este desplazamiento es equivalente a

$$PV = \omega \delta_{max} = 2\pi(10)(0,0428)$$

$$PV = 2,6880 \text{ mm/s}$$

- c. La *Figura 41* muestra la historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 100,0 Hz

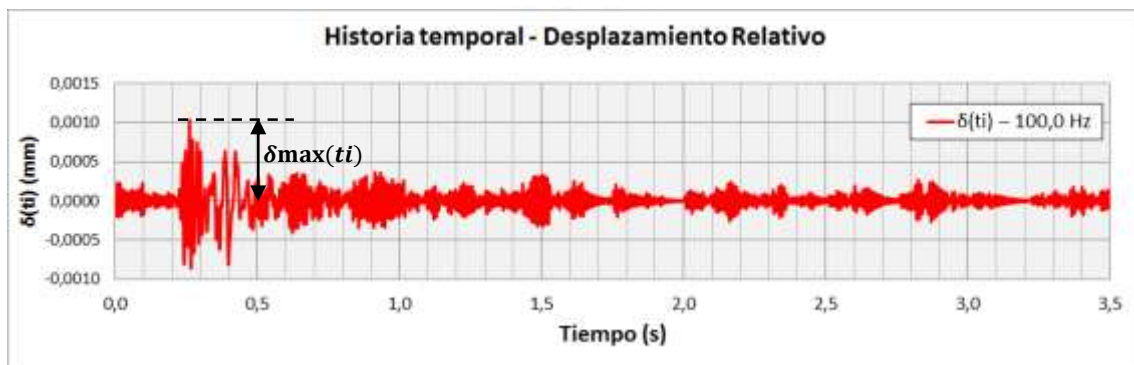


Figura 41.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 100,0 Hz.

El máximo desplazamiento relativo obtenido para la frecuencia natural de 100 Hz es 0,0010 mm, por ende la máxima pseudovelocity ligada a este desplazamiento es equivalente a

$$PV = \omega \delta_{max} = 2\pi(100)(0,0010)$$

$$PV = 0,6482 \text{ mm/s}$$

- d. La *Figura 42* muestra la historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 1000,0 Hz

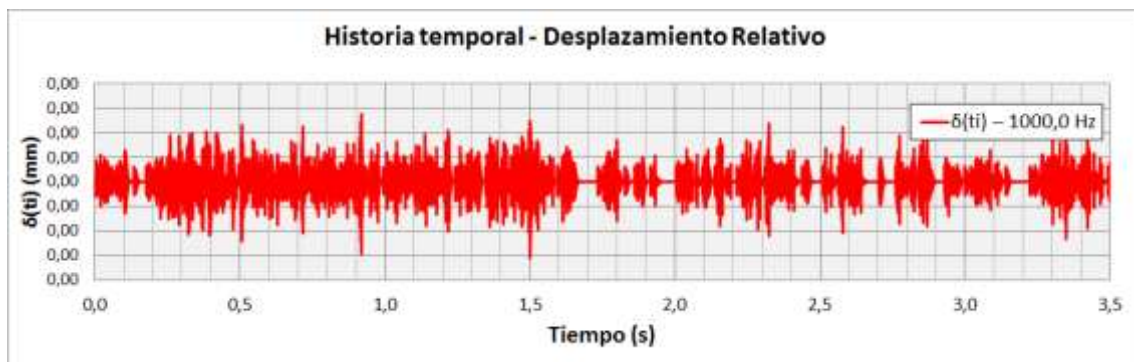


Figura 42.- Historia temporal para el desplazamiento relativo de una estructura con una frecuencia natural de 1000,0 Hz.

El máximo desplazamiento relativo obtenido para la frecuencia natural de 1000 Hz es  $3,1153 \cdot 10^{-5}$  mm, por ende la máxima pseudovelocity ligada a este desplazamiento es equivalente a

$$PV = \omega \delta_{max} = 2\pi(1000)(3,1153 \cdot 10^{-5})$$

$$PV = 0,1957 \text{ mm/s}$$

Resumiendo hemos hallado los siguientes pares de valores:

Tabla 17.- Puntos componentes del espectro de respuesta.

Puntos	$f_s$ (Hz)	PV (mm/s)
P <sub>1</sub>	0,10	0,1103
P <sub>2</sub>	1,00	0,2126
P <sub>3</sub>	10,00	2,6880
P <sub>4</sub>	100,00	0,6482
P <sub>5</sub>	1.000,00	0,1957

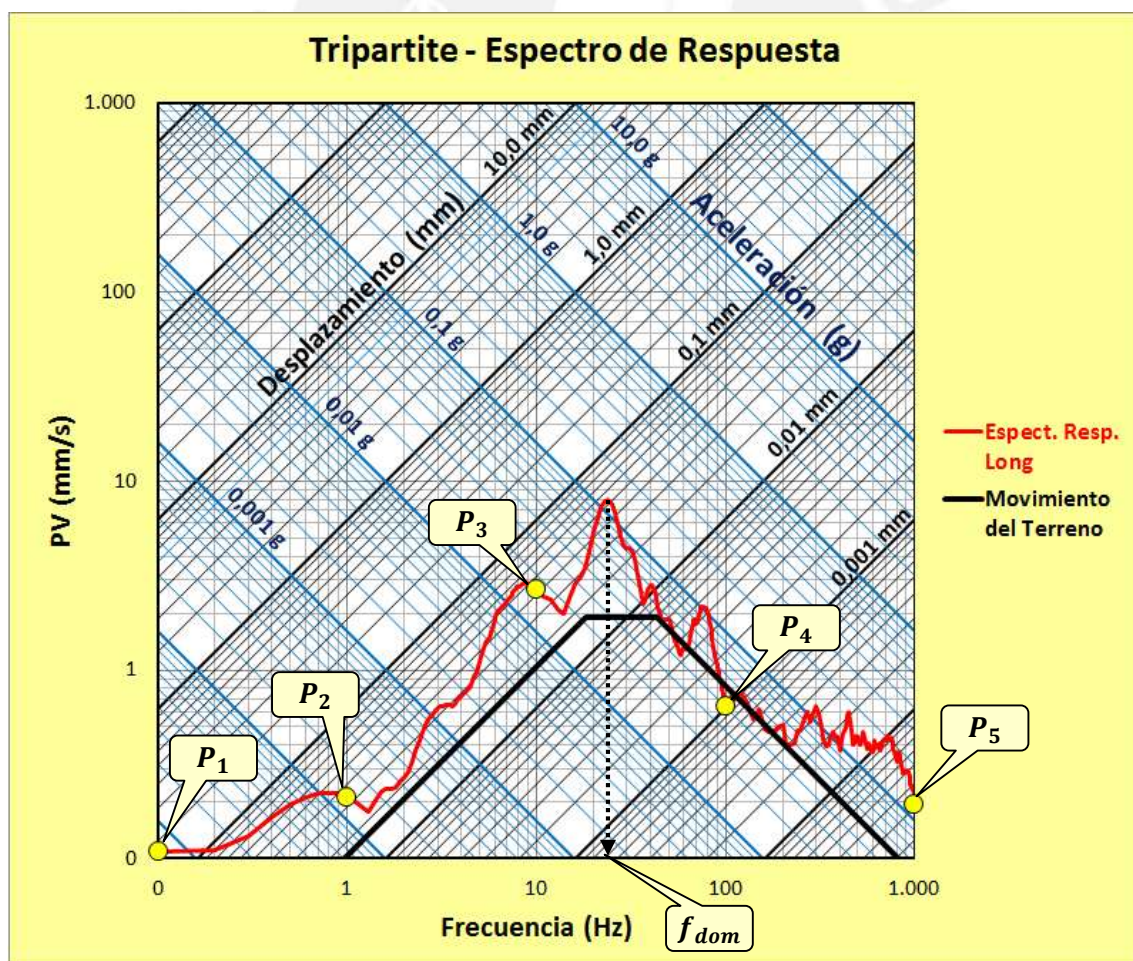


Figura 43.- Espectro de respuesta calculado (Voladura N° 8 / Sismógrafo B74)

Los 5 puntos calculados (*Tabla 17*) pertenecen a la gráfica del espectro de respuesta, si se grafican todos los puntos que corresponderían al análisis total de las frecuencias naturales planteadas al principio se obtendría la *Figura 43*, de cuyo análisis se determina que la frecuencia dominante del sistema examinado es 24 Hz y se ubica dentro del rango referencial de 18,3 hasta 43,5 Hz.

#### **10.1.4 Cuarto paso: Cálculo de los factores de amplificación**

Los factores de amplificación especifican el número de veces en cuanto se amplifica el movimiento del terreno para una estructura puntual. Existen tres tipos de factores de amplificación los cuales han sido definidos en función de las 3 secciones constituyentes del movimiento del terreno, como son: el desplazamiento, la velocidad y la aceleración. Denotaremos la amplificación para el desplazamiento como  $Au$ , la amplificación para la velocidad como  $Av$  y por último la amplificación para la aceleración como  $Aa$ .

Para encontrar los factores de amplificación, los espectros de respuesta de todas las voladuras analizadas para producir los datos de atenuación fueron comparados con sus valores máximos para la aceleración pico, velocidad pico-partícula, y desplazamiento pico del movimiento del terreno.

El factor de amplificación de la velocidad ( $Av$ ), está definido como la relación entre la máxima pseudovelocidad del espectro respuesta ( $PV_{max}$ ) con la velocidad pico-partícula ( $\dot{u}$ ) del movimiento del terreno (*ecuación 2.72*). Para la mayoría sólo había un pico significativo.

$$Av = \frac{PV_{max}}{\dot{u}} \quad (2.72)$$

El factor de amplificación de la aceleración ( $Aa$ ) está definido como la relación entre el promedio de la pseudoaceleración del espectro con la aceleración pico del terreno ( $\ddot{u}$ ). Sólo las frecuencias con valores superiores

al doble del pico principal de la pseudovelocidad espectral ( $f_{dom}$ ) fueron consideradas en este promedio (ecuación 2.73).

$$Aa = \left[ \frac{\sum_{j=2 \cdot f_{dom}}^{1000} PA(fs_j)}{n^{\circ} \text{ de sumandos}} \right] / \ddot{u}$$
$$Aa = \left[ \frac{\sum_{j=2 \cdot f_{dom}}^{1000} PA(fs_j)}{(1000 - 2 \cdot f_{dom}) / 0,1} \right] / \ddot{u} \quad (2.73)$$

El factor de amplificación del desplazamiento ( $Au$ ) está definido como la relación entre el promedio del desplazamiento relativo del espectro con el desplazamiento pico del terreno ( $u$ ). Sólo se han considerado para el promedio las frecuencias menores a la cuarta parte de la frecuencia dominante (ecuación 2.74). Los factores de amplificación son adimensionales.

$$Au = \left[ \frac{\sum_{j=0,1}^{j=f_{dom}/4} \delta(fs_j)}{n^{\circ} \text{ de sumandos}} \right] / u$$
$$Au = \left[ \frac{\sum_{j=0,1}^{j=f_{dom}/4} \delta(fs_j)}{(f_{dom}/4 - 0,1) / 0,1} \right] / u \quad (2.74)$$

En el caso analizado, el pico máximo de la respuesta espectral (visto en la *Figura 43*) se produce en la frecuencia dominante de 24 Hz ( $f_{dom} = 24$  Hz). La amplitud máxima alcanzada es 7,919 mm/s ( $PV_{max}$ ) y la velocidad pico-partícula del terreno es 1,900 mm/s (según la *Tabla 13*); por lo tanto, el factor de amplificación para la velocidad utilizando la ecuación (2.72) es igual a:

$$Av = \frac{7,919}{1,900} = 4,17 \quad (2.75)$$

El factor de amplificación para el desplazamiento considera solamente las frecuencias menores a la cuarta parte de la frecuencia dominante, que para este caso es 24 Hz, entonces el rango de frecuencias utilizadas para calcular el promedio está comprendido desde 0,1 hasta 6 Hz. El



desplazamiento pico del movimiento del terreno es 0,0165 mm; por tanto, según la ecuación (2.74) el factor de aplicación para el desplazamiento en este caso es igual a:

$$A_u = \left[ \frac{\sum_{j=0,1}^{j=6} \delta(f s_j)}{(6/4 - 0,1)/0,1} \right] / 0,0165$$

$$A_u = [0,0374] / 0,0165 = 2,27 \quad (2.76)$$

El factor amplificación para la aceleración considera solamente las frecuencias mayores al doble de la frecuencia dominante, entonces para nuestro caso el rango de frecuencias utilizadas para calcular el promedio están comprendidos desde 48 hasta 1000 Hz. La aceleración pico del movimiento del terreno es 0,0530 g; por tanto según la ecuación (2.73) el factor de aplicación para la aceleración en este caso es igual a:

$$A_a = \left[ \frac{\sum_{j=48}^{1000} PA(f s_j)}{(1000 - 48)/0,1} \right] / 0,0530$$

$$A_a = [0,1104] / 0,0530 = 2,08 \quad (2.77)$$

Resumiendo los factores de amplificación encontrados para el caso analizado (Voladura N°8 / Sismógrafo B74) son los presentados en la siguiente tabla:

Tabla 18.- Factores de amplificación para la Voladura N°8 / Sismógrafo B74

Factores de Amplificación Promedio						
DATA	DESPLAZAMIENTO		VELOCIDAD		ACELERACIÓN	
Espectro de Respuesta	$\delta_{max}$ :	0,0374 mm	PV :	7,919 mm/s	PA :	0,1104 g
Movimiento del terreno	Desplazamiento pico ( $u$ ):	0,0165 mm	PPV ( $\dot{u}$ ):	1,900 mm/s	Aceleración pico ( $\ddot{u}$ ):	0,0530 g
Factor de Amplificación	$A_u$ : $\delta_{max} / u$	2,27	$A_v$ : PV / PPV	4,17	$A_a$ : PA / $\ddot{u}$	2,08
Frecuencias analizadas	Desde 0,10 Hz hasta 6,00 Hz		24 Hz		Desde 48,00Hz hasta 1.000,00 Hz	

### 10.1.4.1 Tratamiento estadístico de los factores de amplificación obtenidos

El cálculo realizado en el paso tres para los 53 registros medidos nos ha proporcionado una base de datos compuesta por 53 espectros respuestas, para los cuales siguiendo los pasos posteriores se ha logrado obtener un conjunto de datos para cada factor de amplificación ( $A_u$ ,  $A_v$  y  $A_a$ ). Para cada conjunto de factores de amplificación se ha realizado una regresión lineal basada en mínimos cuadrados en función de sus respectivas distancias escaladas (SD), ello es mostrado a continuación:

#### a. Regresión lineal por mínimos cuadrados para los factores de amplificación del desplazamiento ( $A_u$ )

Al realizar la regresión lineal a los 53 datos de amplificación del desplazamiento, se obtiene lo siguiente:

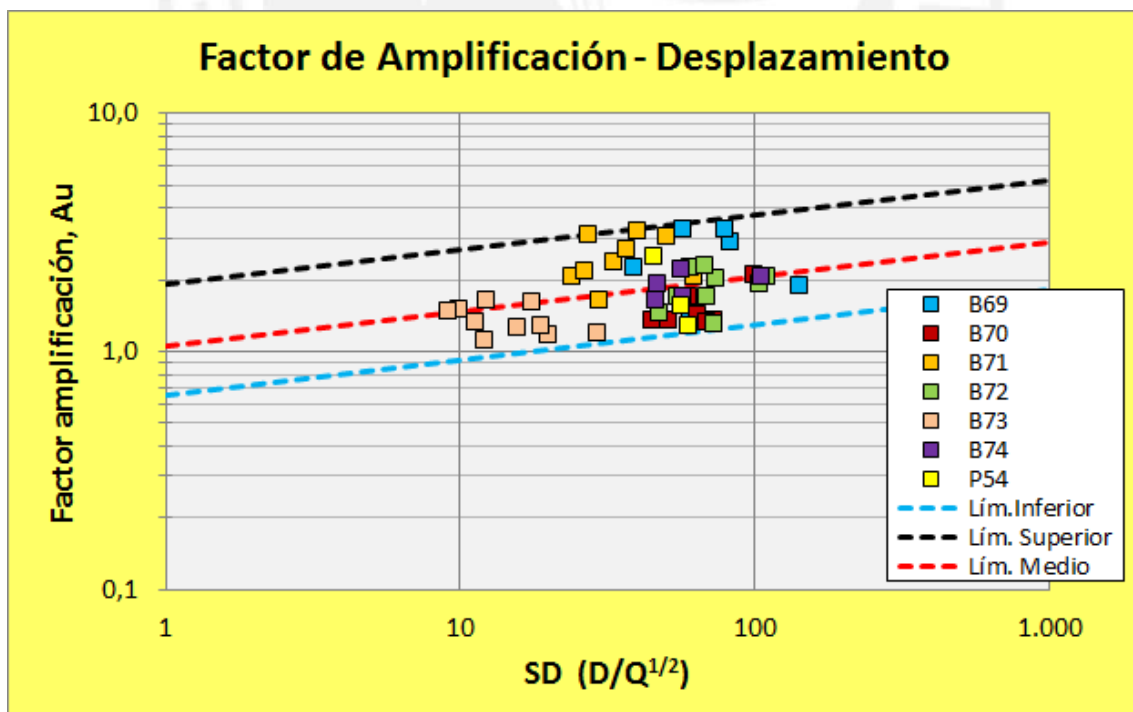


Figura 44.- Factor de amplificación para el desplazamiento en función de la distancia escalada (SD).

Donde las ecuaciones que determinan los límites de las curvas para el factor la amplificación del desplazamiento están definidas según la siguiente tabla:

Tabla 19.- Ecuaciones de las curvas que determinan el factor de amplificación para el desplazamiento.

Factor de amplificación para el desplazamiento		
Curvas	Límite inferior	$Au = 0,6600 \cdot (SD)^{0,1456}$
	Límite promedio	$Au = 1,0474 \cdot (SD)^{0,1456}$
	Límite superior	$Au = 1,9000 \cdot (SD)^{0,1456}$

Es necesario precisar que en el próximo paso a ejecutar siguiendo la técnica desarrollada (quinto paso), se utilizará el límite promedio para predecir el espectro de respuesta.

**b. Regresión lineal por mínimos cuadrados para los factores de amplificación de la aceleración ( $Aa$ )**

Al realizar la regresión lineal para los 53 datos de amplificación de la aceleración, se obtiene lo siguiente:

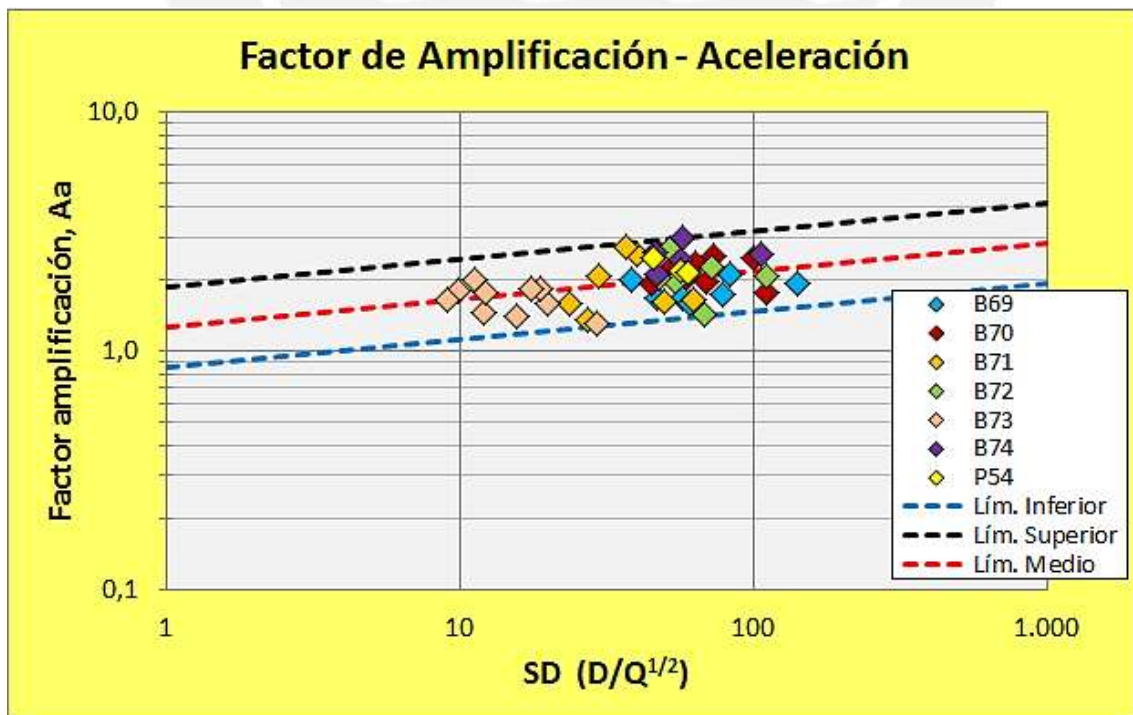


Figura 45.- Factor de amplificación para la aceleración en función de la distancia escalada (SD)

Donde las ecuaciones que determinan los límites de las curvas para el factor la amplificación de la aceleración están definidas según la siguiente tabla:

Tabla 20.- Ecuaciones de las curvas que determinan el factor de amplificación para la aceleración.

Factor de amplificación para la aceleración		
Curvas	Límite inferior	$Aa = 0,8500 \cdot (SD)^{0,1170}$
	Límite promedio	$Aa = 1,2642 \cdot (SD)^{0,1170}$
	Límite superior	$Aa = 1,8500 \cdot (SD)^{0,1170}$

Es pertinente precisar que en el siguiente paso a realizar efectuando la técnica desarrollada (quinto paso), se utilizará el límite promedio para predecir el espectro de respuesta.

### c. Regresión lineal por mínimos cuadrados para los factores de amplificación de la velocidad ( $A_v$ )

En el caso de la data para los factores de amplificación de la velocidad es analizada de forma diferente. Previamente se ha realizado el cálculo de la frecuencia dominante según al procedimiento de señales basado en la Transformada de Fourier, en nuestro caso la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Al ejecutar la regresión lineal por mínimos cuadrados a los 53 datos de amplificación se aprecia que existen dos agrupaciones de datos, los cuales generan el ajuste de dos curvas diferentes. La **curva superior N°1** (Figura 46) se ajusta para los datos de amplificación donde las frecuencias dominantes, calculadas por los métodos de FFT y Espectro de Respuesta para un sistema 1GLD (PVRs), coinciden dentro de un rango de dispersión  $\pm 15\%$ .

$$0,85 \leq \frac{\{f_{dom}\} \rightarrow FFT}{\{f_{dom}\} \rightarrow PVRs} \leq 1,15$$

Por otro lado, la **curva inferior N°2** (Figura 46) se ajusta a los datos de amplificación donde las frecuencias dominantes no

coinciden, es decir que su relación esta fuera del rango de dispersión  $\pm 15\%$ .

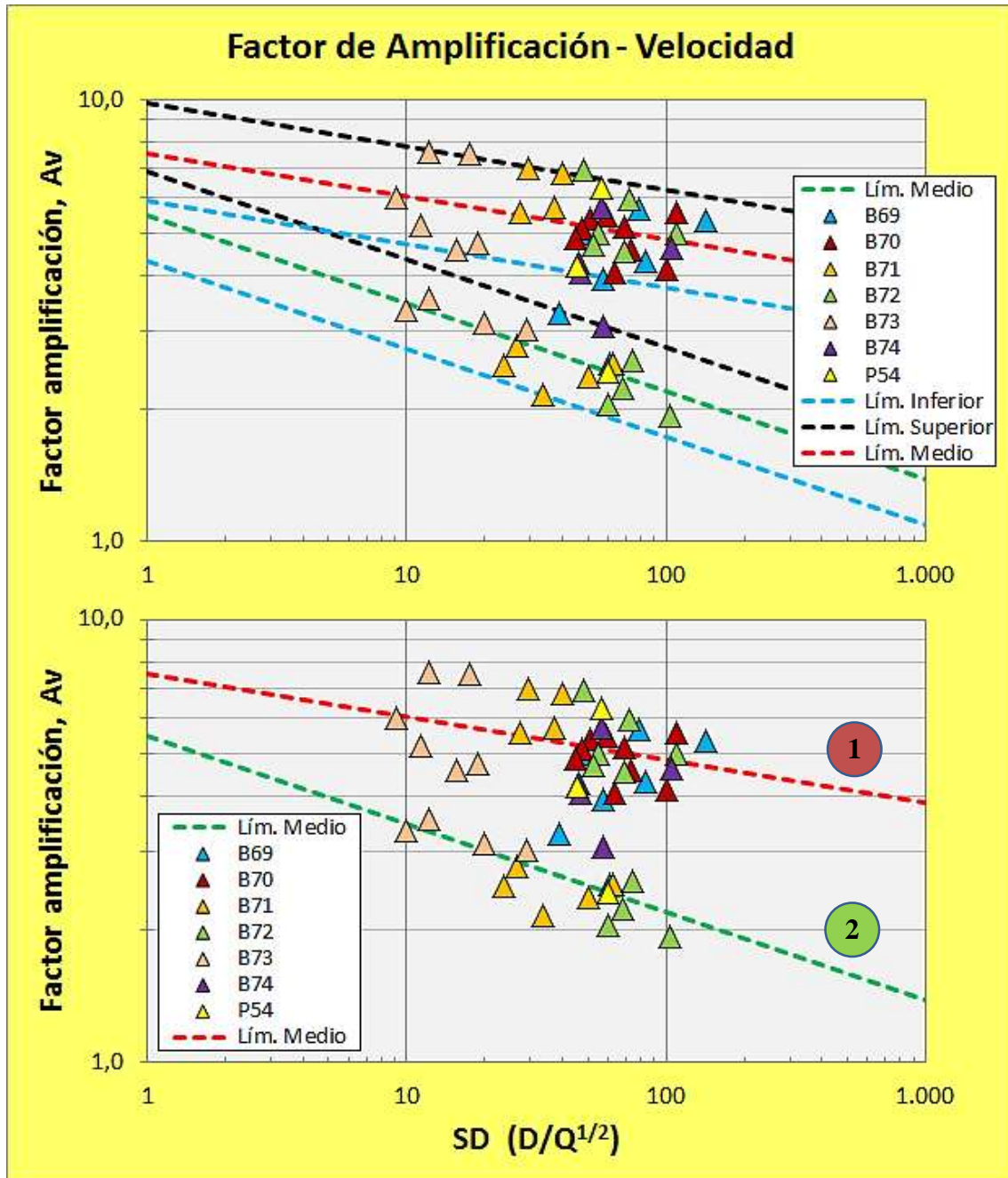


Figura 46.- Factor de amplificación para la velocidad en función de la distancia escalada (SD).

Las ecuaciones que determinan los límites de las curvas N°1 y N°2 para el factor la amplificación de la velocidad están definidas según la siguiente tabla:

Tabla 21.- Ecuaciones de las curvas que determinan el factor de amplificación para velocidad.

Factor de amplificación para la velocidad		
Curva N°1	Límite promedio	$Av_1 = 7,5862 \cdot (SD)^{-0,0976}$
Curva N°2	Límite promedio	$Av_2 = 5,4609 \cdot (SD)^{-0,1988}$

Para realizar el próximo quinto paso de la técnica desarrollada, es necesario calcular una curva promedio basada en la media ponderada entre las curvas N°1 y N°2, la cual es mostrada en la siguiente *Figura 47*:

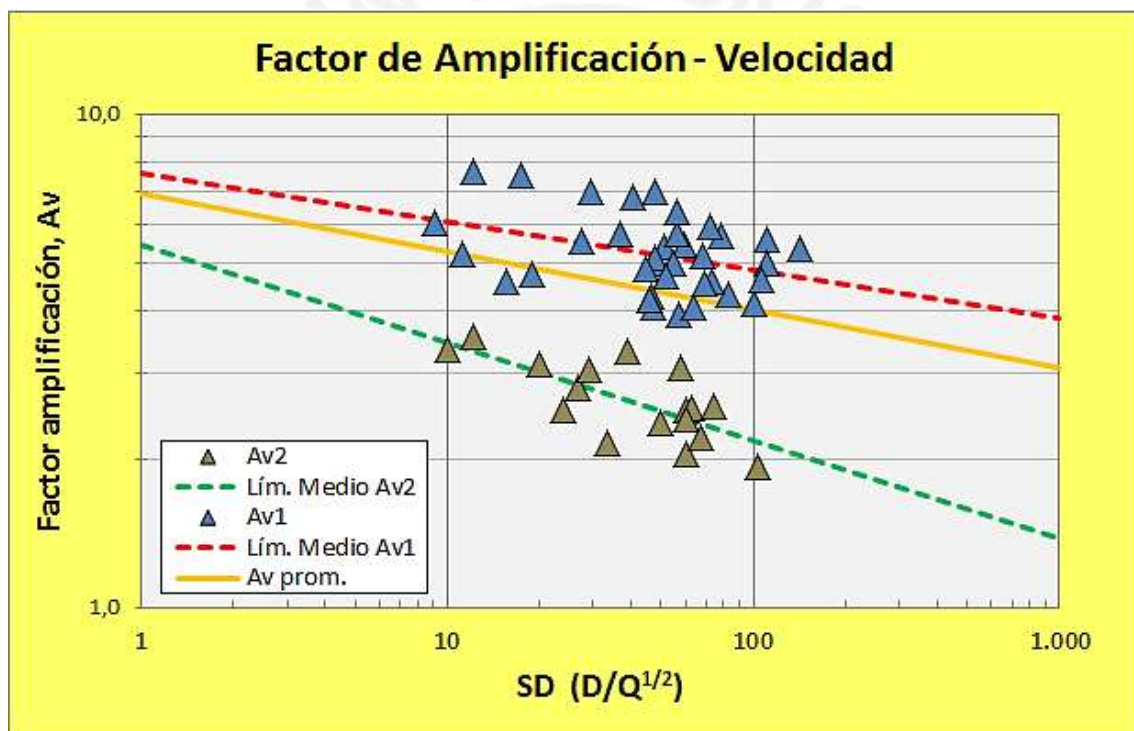


Figura 47.- Factor de amplificación promedio para la velocidad en función de la distancia escalada (SD).

La ecuación de la curva promedio ( $Av_{prom}$ ) para el factor de amplificación de la velocidad está definido como:

$$Av_{prom} = Av_1 \cdot \frac{n^{\circ} Fact. Av1}{n^{\circ} Total Fact.} + Av_2 \cdot \frac{n^{\circ} Fact. Av2}{n^{\circ} Total Fact.}$$

$$Av_{prom} = 7,5862 \cdot (SD)^{-0,0976} \cdot \frac{36}{53} + 5,4609 \cdot (SD)^{-0,1988} \cdot \frac{17}{53} \quad (2.78)$$

### 10.1.5 Quinto paso: Predicción del espectro de respuesta

El espectro de respuesta para propósitos de diseño es inapropiado; su forma dentada es característica de una sola excitación, es decir dos excitaciones (vibraciones de voladuras) diferentes registradas en el mismo sitio generaran dos espectros de respuesta diferentes, los dos son dentados pero los picos y valles no necesariamente están en los mismos periodos; con ello se demuestra que no es posible predecir el espectro de respuesta con todos sus detalles para un movimiento del terreno futuro (vibraciones de voladuras futuras).

De este modo la predicción del espectro respuesta debe consistir de un grupo de curvas suavizadas o una serie de curvas rectas con una curva para cada nivel de amortiguamiento. El espectro de respuesta predicho debe ser representativo de los movimientos del terreno registrados en el sitio durante las voladuras realizadas, así como también de movimientos del terreno registrados en otros sitios bajo condiciones similares. Por consiguiente, el espectro predicho se basa en un análisis estadístico de los espectros de respuestas para un conjunto de movimientos del terreno (basado en la regresión lineal para los tres factores de amplificación).

Por tanto al igual que Dowding, el espectro de respuesta predicho está compuesto por 3 rectas y 2 curvaturas. Las 3 rectas son catalogadas como los límites de amplificación para el desplazamiento, velocidad y aceleración. Los límites son determinadas según a lo siguiente:

#### a. Límite de amplificación para el desplazamiento

La recta de amplificación del desplazamiento está definida sólo para el rango de frecuencias inferiores a un cuarto de la frecuencia dominante ( $f_{dom}$ ). Se debe multiplicar el desplazamiento pico del terreno por el factor de amplificación  $A_u$  correspondiente a la distancia escalada utilizada (según la *Figura 44*):

$$\text{Lím amplificación desplazamiento} = A_u \cdot u ; \forall f_{s_j} \in \left\{ f_{s_j} \leq \frac{f_{dom}}{4} \right\} \quad (2.79)$$

### b. Límite de amplificación para el velocidad

La recta de amplificación de la velocidad está definida sólo para el rango de frecuencias entre un medio y tres medios de la frecuencia dominante ( $f_{dom}$ ). Se debe multiplicar la velocidad pico-partícula del terreno por el factor de amplificación  $A_v$  correspondiente a la distancia escalada utilizada (según la *Figura 47*)

$$\text{Lím amplificación velocidad} = A_v \cdot \dot{u}; \forall f_{s_j} \in \left\{ \frac{f_{dom}}{2} \leq f_{s_j} \leq \frac{3 \cdot f_{dom}}{2} \right\} \quad (2.80)$$

### c. Límite de amplificación para la aceleración

La recta de amplificación de la aceleración está definida sólo para el rango de frecuencias mayores al doble de la frecuencia dominante ( $f_{dom}$ ). Se debe multiplicar la aceleración pico del movimiento del terreno por el factor de amplificación  $A_a$  correspondiente a la distancia escalada utilizada (según la *Figura 45*)

$$\text{Lím amplificación aceleración} = A_a \cdot \ddot{u}; \forall f_{s_j} \in \{f_{s_j} \geq 2 \cdot f_{dom}\} \quad (2.81)$$

Por otro lado, las 2 curvaturas son determinadas por la unión entre los extremos de las curvas de los límites amplificación; es decir, la primera entre la amplificación del desplazamiento con la de la velocidad y la segunda entre la amplificación de la velocidad con la de la aceleración. Las dos curvaturas son graficadas con líneas punteadas.

Sí los espectros de respuesta hubieran sido calculados con otras relaciones de amortiguamiento crítico diferentes al 3% usado, los 3 factores de amplificación hallados deben multiplicarse por las siguientes fracciones de la *Tabla 22*:

Tabla 22.- Factores de modificación de la amplificación según la relación del amortiguamiento crítico (Newmark & Hall, 1982)

$\beta$	$A_u$	$A_v$	$A_a$
0,02	1,05	2,10	1,20
0,03	1,00	1,00	1,00
0,05	0,83	0,76	0,72
0,10	0,65	0,52	0,42



Estos factores de modificación se basan en espectros de respuesta calculada a partir de movimientos sísmicos (Newmark & Hall, 1982). Se presentan para estructuras con diferencias significativas en la amortiguación, sin embargo, no se han hecho mediciones de la respuesta de construcción para verificar su uso.

## 10.2 Validación de la técnica de predicción del espectro de respuesta

Para validar el procedimiento seguido y a la vez los factores de amplificación estimados se analizará los registros generados por la posterior Voladura N°12. Los datos más relevantes de esta voladura son los siguientes:

Tabla 23.- Datos importantes de la Voladura N°12.

Datos	
Voladura	N° 12
Coordenadas	N 992862,24   S 655178,16
MIC	45 Kg

Por otro lado, el registro analizado en este caso es generado a partir de la medición del sismógrafo B73,

Tabla 24.- Datos del registro - Voladura N°12 / Sismógrafo B73.

Datos		Canal	PPV (mm/s) $\dot{u}$	Aceleración pico (g) $\ddot{u}$	Desplazamiento pico (mm) $u$
Sismógrafo	B73	Transversal	7,370	0,3710	0,03300
Localización (Coordenadas)	N 992.740,68	Vertical	6,220	0,3980	0,03100
	S 655.107,24	Longitudinal	10,500	0,3710	0,04760

Se puede ver que el canal longitudinal posee la mayor velocidad pico-partícula del movimiento del terreno, por consiguiente con los valores asociados a éste trabajaremos.

En primer lugar, se utilizan los datos expuestos inicialmente para graficar el movimiento pico del terreno (esto ya ha sido explicado en el primer paso) sobre el papel tripartita (visto en la *Figura 48*). Los límites que determinan el movimiento están resumidos en la siguiente tabla:

Tabla 25.- Puntos que definen el movimiento del terreno sobre la el papel Tripartita.

Movimiento del Terreno		
Parámetro	$f$ (Hz)	PV (mm/s)
Desplazamiento pico ( $u$ )	$P_1 = 0,334$	0,100
	$P_2 = 35,108$	10,500
Velocidad ( $\dot{u}$ )	$P_2 = 35,108$	10,500
	$P_3 = 55,147$	10,500
Aceleración ( $\ddot{u}$ )	$P_3 = 55,147$	10,500
	$P_4 = 1000,000$	0,5790

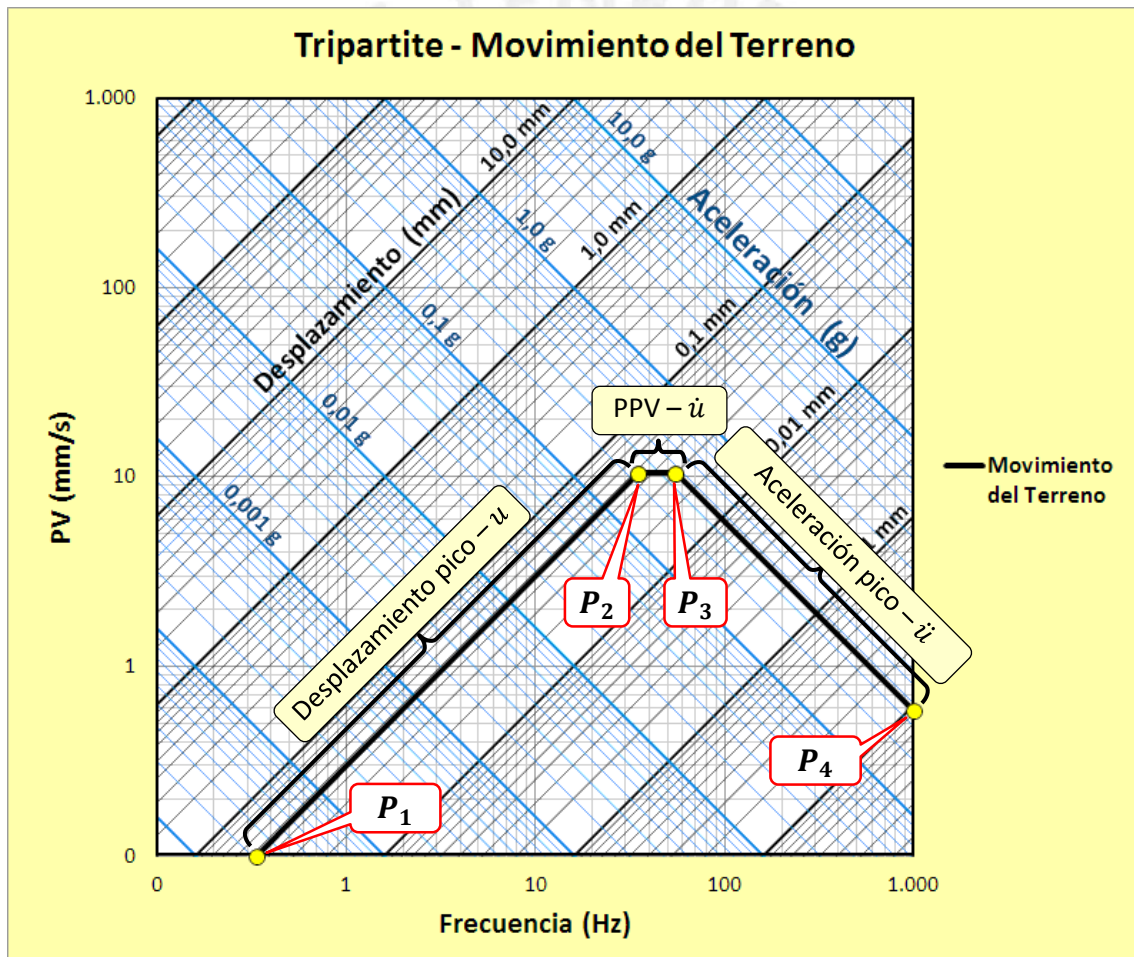


Figura 48.- Movimiento pico del terreno - Voladura N°12 / Sismógrafo B74 - Canal Longitudinal

En segundo lugar, la frecuencia dominante del sistema está especificada por la semisuma de las frecuencias componentes de los puntos  $P_2$  y  $P_3$ .

$$f_{dom} = \frac{35,108 + 55,147}{2} = 45,13 \text{ Hz}$$

En tercer lugar, se debe calcular los límites de amplificación para los tres factores, los cuales están definidos según lo siguiente:

**a. Límite de amplificación para el desplazamiento**

De acuerdo a la ecuación (2.79) el límite de amplificación para el desplazamiento está especificado por

$$\text{Lím. amplificación desplazamiento} = Au \cdot u ; \forall fs_j \in \{fs_j \leq 11,3\text{Hz}\}$$

Donde según la Tabla 19 el valor promedio del factor de amplificación para el desplazamiento está determinado por

$$Au = 1,0474 \cdot (SD)^{0,1456}$$

Además la distancia escalada ligada al presente registro es

$$SD = \frac{D}{\sqrt{Q}} = \frac{\sqrt{(992.862,24 - 992740,68)^2 + (655.178,16 - 655107,24)^2}}{\sqrt{45}}$$

$$SD = \frac{140,74}{6,71} = 20,98$$

Entonces

$$Au = 1,0474 \cdot (20,98)^{0,1456} = 1,63$$

Por lo tanto

$$\text{Lím. amplificación desplazamiento} = 1,63 \cdot 0,0476 ; \forall fs_j \in \{fs_j \leq 11,3\}$$

$$\text{Lím. amplificación desplazamiento} = 0,0776 \text{ mm}; \forall fs_j \in \{fs_j \leq 11,3\}$$

El cual está especificado únicamente para el rango de frecuencias menores a 11,3Hz.

**b. Límite de amplificación para la velocidad**

En acorde con la ecuación (2.80) el límite de amplificación para la velocidad está determinado por

$$\text{Lím. amplificación velocidad} = Av \cdot \dot{u}; \forall fs_j \in \{22,56 \leq fs_j \leq 67,69\}$$

Donde según la *ecuación (2.80)* el valor promedio para el factor de amplificación para la velocidad está definido por

$$Av_{prom} = 7,5862 \cdot (20,98)^{-0,0976} \cdot \frac{36}{53} + 5,4609 \cdot (20,98)^{-0,1988} \cdot \frac{17}{53}$$

$$Av_{prom} = 4,78$$

Por lo tanto

$$\text{Lím. amplificación velocidad} = 4,78 \cdot 10,50; \forall fs_j \in \{22,56 \leq fs_j \leq 67,69\}$$

$$\text{Lím. amplificación velocidad} = 50,239 \text{ mm/s}; \forall fs_j \in \{22,56 \leq fs_j \leq 67,69\}$$

Sólo se realiza la amplificación dentro del rango válido para las frecuencias que son mayores a 22,56 Hz pero menores a 67,69 Hz.

### c. Límite de amplificación para la aceleración

De acuerdo a la *ecuación (2.81)* el límite de amplificación para la aceleración está desarrollado por

$$\text{Lím. amplificación aceleración} = Aa \cdot \ddot{u}; \forall fs_j \in \{fs_j \geq 90,25\}$$

Donde según la *Tabla 20* el valor promedio del factor de amplificación para la aceleración está determinado por

$$Aa = 1,2642 \cdot (20,98)^{0,1170}$$

$$Aa = 1,81$$

Por consiguiente,

$$\text{Lím. amplificación aceleración} = 1,81 \cdot 0,371; \forall fs_j \in \{fs_j \geq 90,25\}$$

$$\text{Lím. amplificación aceleración} = 0,6697 \text{ g}; \forall fs_j \in \{fs_j \geq 90,25\}$$

El cual está definido únicamente para el rango de frecuencias mayores a 90,25Hz.

Recapitulando se presenta la siguiente tabla donde se sintetiza lo antes desarrollado.

Tabla 26.- Límites y factores de Amplificación para la voladura N°12 / Sismógrafo B73.

Factores de Amplificación Promedio					
DESPLAZAMIENTO		VELOCIDAD		ACELERACIÓN	
$\delta$ relativo max: <b>Límite amplificación del desplazamiento</b>	0,0776 mm	PV : <b>Límite amplificación de la velocidad</b>	50,239 mm/s	PA : <b>Límite amplificación de la aceleración</b>	0,6697 g
Desplazamiento pico long. ( $u$ ):	0,04760 mm	PPV long. ( $\dot{u}$ ):	10,500 mm/s	Aceleración pico long. ( $\ddot{u}$ ):	0,3710 g
$A_u : \delta_{max} / u$	1,63	$A_v : PV / \dot{u}$	4,78	$A_a : PA / \ddot{u}$	1,81
Rango de Amplificación :	0,10 – 11,28	Rango de Amplificación	22,56 – 67,69	Rango de Amplificación :	90,26 – 1.000,00

Por último, el espectro de respuesta predicho está determinado por la composición de los tres límites de ampliación calculados, por consiguiente se ha estimado los puntos extremos de las curvas de ampliación en función a sus respectivos rangos de ampliación (véase *Tabla 27*). Si trazamos los puntos de corte sobre el papel Tripartita se obtiene lo siguiente:

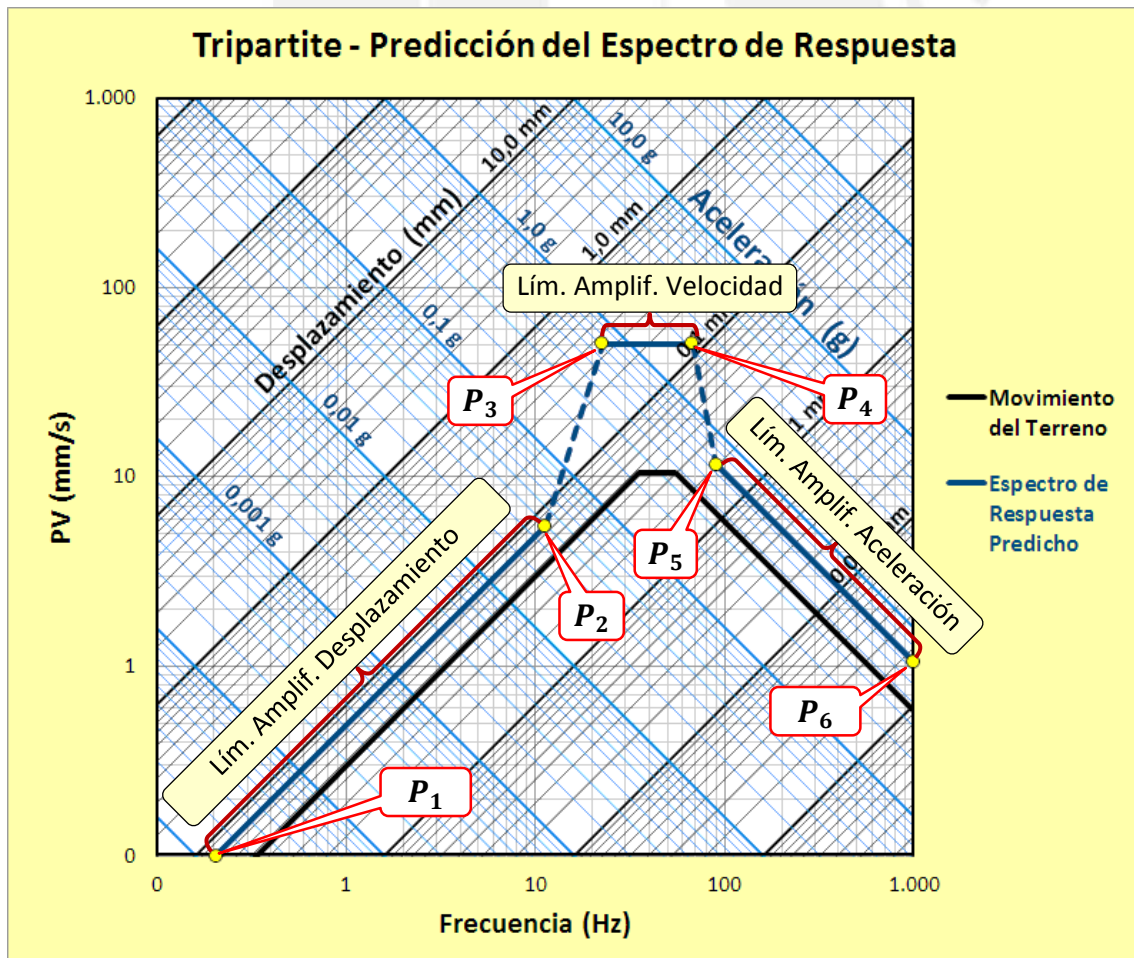


Figura 49.- Predicción del Espectro de Respuesta.

Tabla 27.- Puntos que determinan el espectro de respuesta predicho sobre el papel Tripartita.

Espectro de Respuesta Predicho		
CURVAS	FRECUENCIA (Hz)	PV (mm/s)
Límite de amplificación del desplazamiento	P <sub>1</sub> = 0,205	0,100
	P <sub>2</sub> = 11,282	5,504
Límite de amplificación de la velocidad	P <sub>3</sub> = 22,564	50,239
	P <sub>4</sub> = 67,691	50,239
Límite de amplificación de la aceleración	P <sub>5</sub> = 90,255	11,581
	P <sub>6</sub> = 1.000,000	1,045

Finalmente para corroborar la validación de la técnica de predicción desarrollada a lo largo del procedimiento, bastará graficar el espectro de respuesta calculado y observar que éste se ajuste entre el movimiento del terreno y el espectro de respuesta predicho (véase la *Figura 50*).

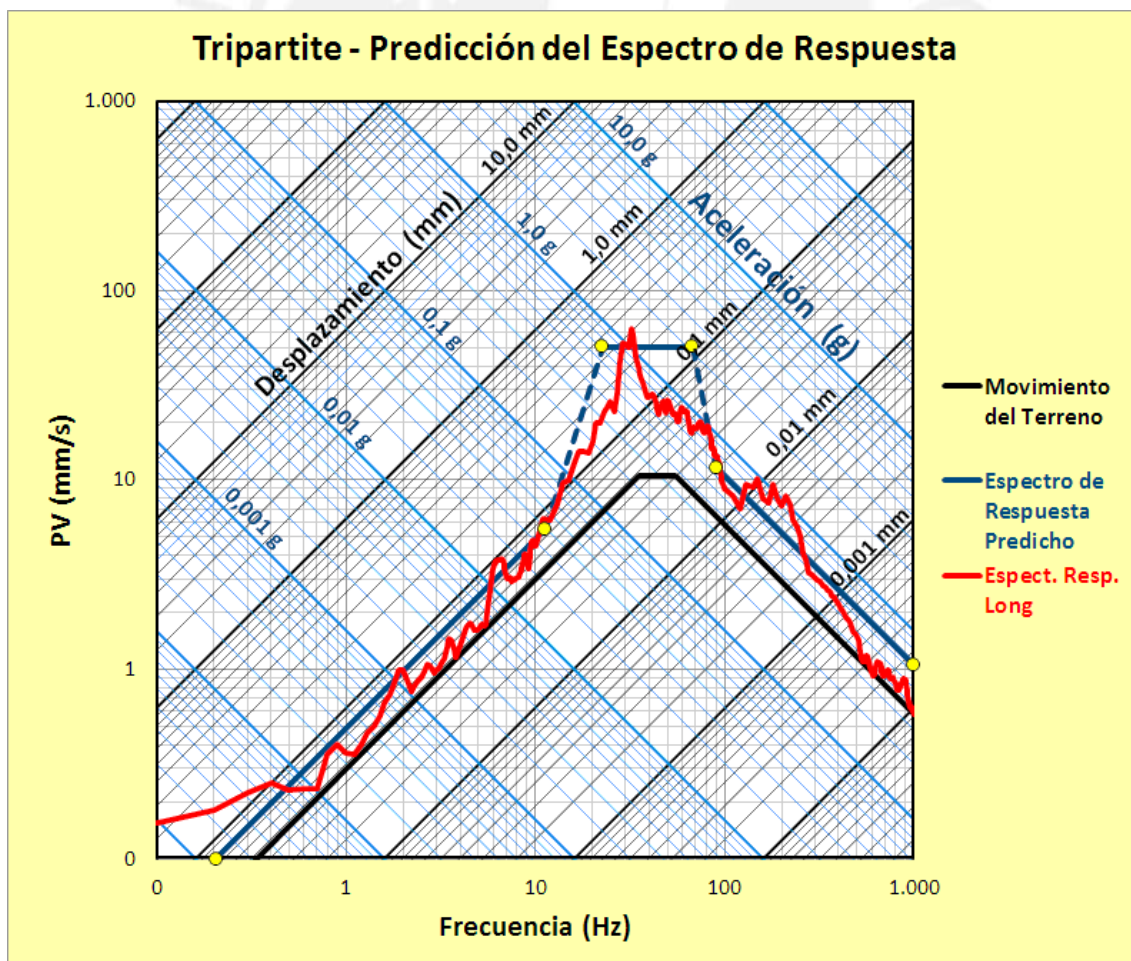


Figura 50.- Comprobación del ajuste del espectro de respuesta.

Como se puede ver el espectro de respuesta calculado se ajusta acordemente al espectro de respuesta predicho, entonces se puede afirmar que la técnica de predicción es correcta. En consecuencia, también el cálculo de los tres factores de amplificación que generan estimaciones de amplificación correctas.

## **11 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS PARA LA METODOLOGÍA**

Producto del análisis realizado se han obtenido 53 espectros de respuesta (ver *Anexo C.1*), los cuales han proporcionado información valiosa sobre el comportamiento del terreno frente a excitaciones vibratorias generadas por voladuras en operaciones mineras.

### **11.1 Características de los espectros de respuesta**

Los espectros de respuesta fueron calculados en base al monitoreo de los 7 sismógrafos empleados. Si analizamos cualquier conjunto de espectros para un mismo sismógrafo se cumple lo siguiente:

- a. Para sistemas con periodos de muy corta duración (frecuencias muy altas) la aceleración espectral o pseudoaceleración (PA) para cualquier valor de amortiguamiento crítico se aproxima a la aceleración pico del movimiento del terreno ( $\ddot{u}$ ) y además el desplazamiento relativo es muy pequeño. Se puede explicar esta tendencia en base al siguiente razonamiento; una estructura muy rígida tendrá un periodo de vibración cercano a cero, si ésta vibra, su desplazamiento relativo será prácticamente nulo debido a que no hay deformaciones internas por su gran rigidez, mientras que el desplazamiento y la aceleración total tenderán a ser iguales a los del terreno. Es decir, se comprueba que la pseudoaceleración será prácticamente igual a la aceleración pico del terreno,  $\ddot{u}$  (véase el conjunto de E.E.R.R. del B73 en la *Figura 51*)
- b. Para sistemas con periodos de muy larga duración (frecuencias muy bajas) el desplazamiento espectral o desplazamiento relativo máximo ( $\delta_{\max}$ ) para cualquier valor de amortiguamiento crítico se aproxima al desplazamiento pico del terreno ( $u$ ) y además la aceleración es muy pequeña. Se puede

explicar esta tendencia en base al siguiente razonamiento; si por el contrario al caso anterior, una estructura muy flexible, cuyo periodo de vibración tiende a infinito, el desplazamiento total es nulo (al igual que la aceleración total) porque la masa no vibra, permanece esencialmente estacionaria mientras que el terreno que está por debajo se encuentra en movimiento. Sin embargo, el desplazamiento relativo tiende a ser igual al desplazamiento pico del terreno. Por lo tanto se comprueba que el desplazamiento y la velocidad espectral tienden a los valores picos de desplazamiento y velocidad del terreno,  $u$  y  $\dot{u}$ .

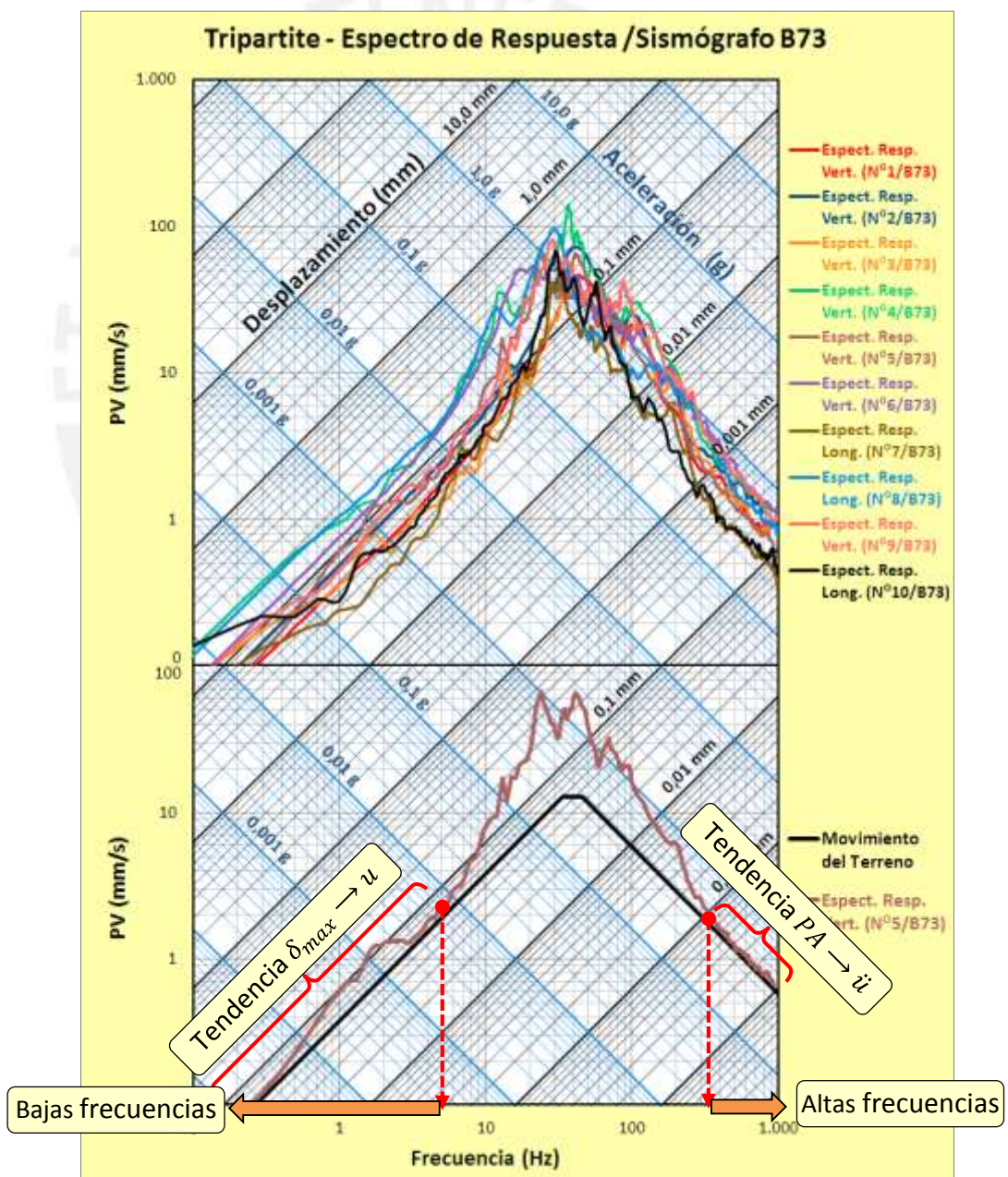


Figura 51.- Conjunto de Espectros generados en base a los registros del Sismógrafo B73.



## 11.2 Contraste entre los diferentes tipos de espectros de respuesta

Sí realizamos una comparación entre los espectros de vibración obtenidos (como por ejemplo el conjunto de E.E.R.R calculados a partir de las mediciones del sísmógrafo B70 mostrado en la *Figura 52*), que tienen su origen en las voladuras superficiales en minería, con el del terremoto El Centro<sup>4</sup> y con el espectro generado por un impulso armónico simple (representados también en la *Figura 52*), se puede apreciar lo siguiente:

- Las vibraciones generadas por las voladuras superficiales producen espectros de respuesta que son más similares a los movimientos armónicos que al de los terremotos, debido a que presentan una gama de frecuencias más limitadas en contraste con la amplia gama de frecuencias de los terremotos.
- Las frecuencias dominantes generadas por las vibraciones de voladuras superficiales son típicamente mayores que la de los movimientos sísmicos.

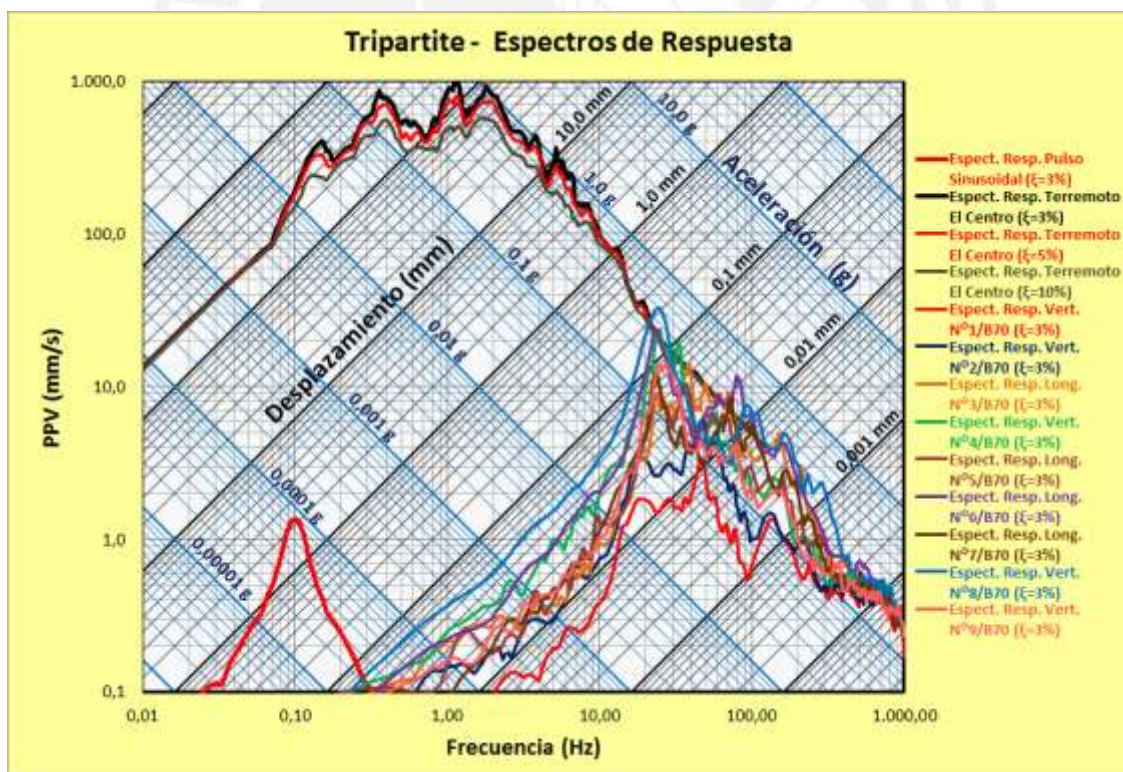


Figura 52.- Espectros de respuesta generados por un pulso sinusoidal, el terremoto El Centro y por el conjunto de registros generados por el monitorio del sísmógrafo B70

<sup>4</sup> El espectro de respuesta más fuerte y más amplio generado por la lectura más exacta de un terremoto, es la del terremoto El Centro de 1940 producido en el Valle Imperial, California.

- c. Al calcular el espectro de respuesta para una misma excitación vibratoria pero con diferentes porcentajes de amortiguación crítica, se observa que si se utiliza un mayor porcentaje se obtiene una menor amplificación del espectro; ello es mostrado en la comparación de los tres espectros de respuesta calculados con los porcentajes de amortiguamiento crítico del 3%, 5% y 10% para el sismograma del terremoto El Centro (ver la *Figura 52*).

### 11.3 Variación de la frecuencia predominante en función de la distancia

Los materiales constituyentes de la tierra tienen la propiedad de atenuar los pulsos de alta frecuencia a distancias cortas y transmitir los de baja frecuencia a distancias más largas. Entonces, al realizar una comparación entre dos espectros de respuesta generados a diferentes distancias pero con similares distancias escaladas (SD), se observa el siguiente contraste:

- a. Los registros N°1/B69, N°2/B69 y N°5/P54 tienen similares distancias escaladas (SD) pero diferentes distancias absolutas que los registros N°10/B69, N°8/B69 y N°8/P54 respectivamente (valores detallados en la *Tabla 28*). Ello origina que el espectro de respuesta caracterizado por su frecuencia dominante (ligada al mayor pico observado) se desplace hacia la izquierda según aumenta la distancia absoluta manteniendo constante la SD, lo que conlleva la disminución de la frecuencia dominante.

Tabla 28.- Características de los espectros comparados en la *Figura 53*.

Voladura	Sismógrafo	Registro	Distancia – D (m)	MIC - Q (kg)	SD (D/Q <sup>1/2</sup> )
N°1	B69	N°1 / B69	416,50	25,00	83,300
N°10	B69	N°10 / B69	602,90	58,50	78,825

Voladura	Sismógrafo	Registro	Distancia – D (m)	MIC - Q (kg)	SD (D/Q <sup>1/2</sup> )
N°2	B 69	N°2 / B69	404,58	50,00	57,216
N°8	B 69	N°8 / B69	613,93	103,00	60,492

Voladura	Sismógrafo	Registro	Distancia – D (m)	MIC - Q (kg)	SD (D/Q <sup>1/2</sup> )
Nº5	P 54	Nº5 / P54	456,04	65,00	56,564
Nº8	P 54	Nº8 / P54	609,93	103,00	60,098

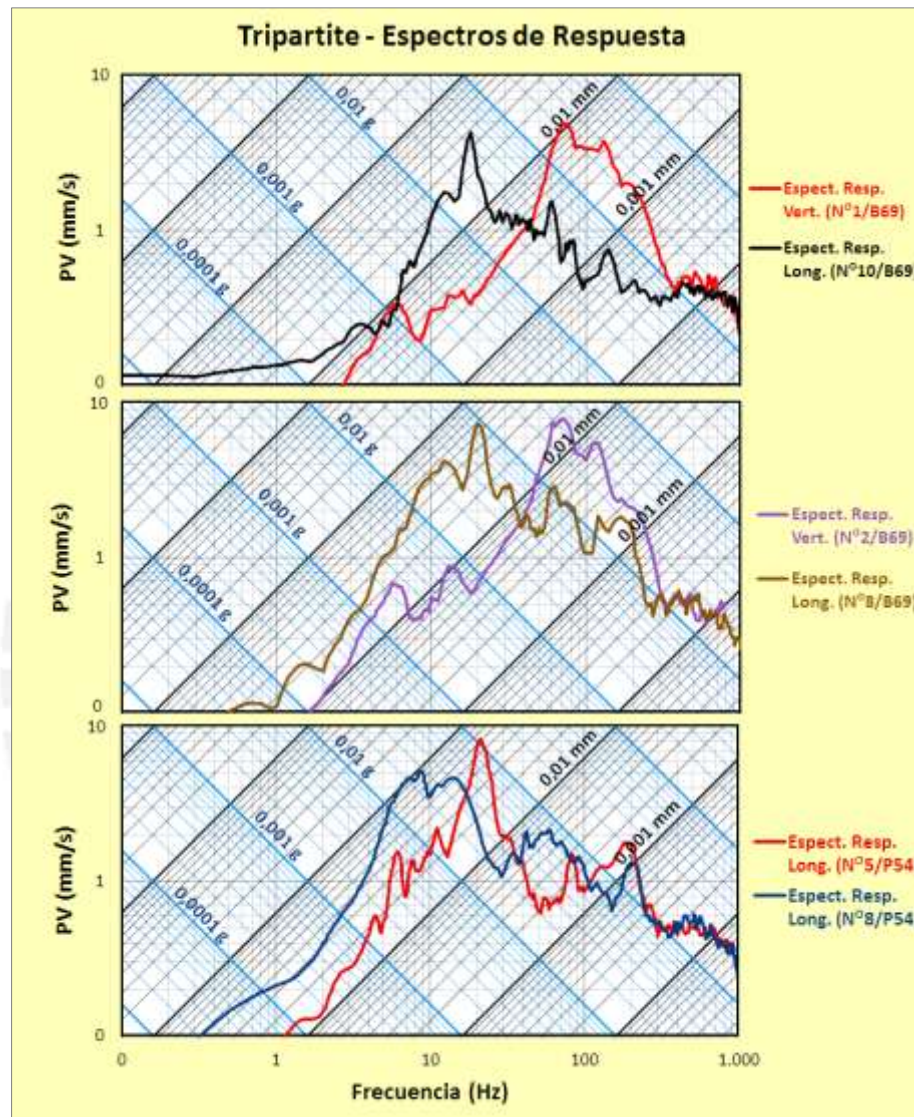


Figura 53.- Cambio en el espectro de respuesta generado por el movimiento de voladuras superficiales en operaciones mineras con SDs similares pero diferentes distancias absolutas.

#### 11.4 Variación de la amplificación en función del MIC

Agrupando los espectros de respuesta generados por las primeras 4 voladuras controladas (Nº1, Nº2, Nº3 y Nº4 descritas en la *Tabla 29* ) se observa que a mayor carga instantánea utilizada (MIC) se obtiene una mayor amplificación para cada uno de los espectros, ello es indicado en la *Figura 54*.

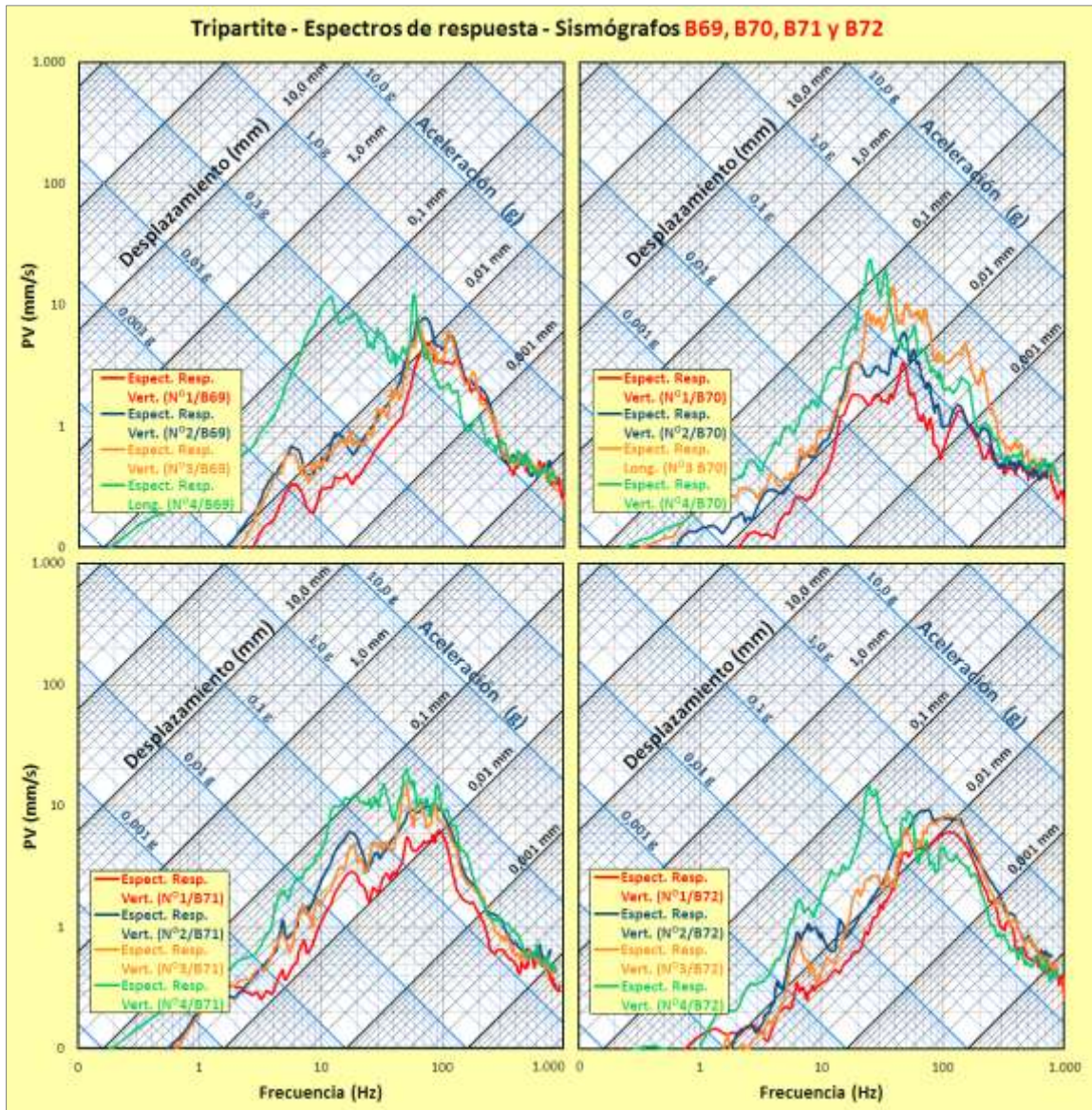


Figura 54.- Conjunto de espectros de respuesta para las primeras cuatro voladuras controladas.

Tabla 29.- Distancia, MIC y SD para las primeras 4 voladuras.

Voladura	Sismógrafo	Registro N°	Distancia - D (m)	MIC - Q (kg)	SD (D/Q <sup>1/2</sup> )
N°1	B 69	N°1 / B69	416,50	25,00	83,300
N°2	B 69	N°2 / B69	404,58	50,00	57,216
N°3	B 69	N°3 / B69	409,31	75,00	47,263
N°4	B 69	N°4 / B69	387,55	100,00	38,755
N°1	B 70	N°1 / B70	499,81	25,00	99,962
N°2	B 70	N°2 / B70	514,28	50,00	72,730
N°3	B 70	N°3 / B70	513,75	75,00	59,323
N°4	B 70	N°4 / B70	513,61	100,00	51,361

Nº1	B 71	Nº1 / B71	250,17	25,00	50,034
Nº2	B 71	Nº2 / B71	235,80	50,00	33,347
Nº3	B 71	Nº3 / B71	236,23	75,00	27,278
Nº4	B 71	Nº4 / B71	238,40	100,00	23,840
Nº1	B 72	Nº1 / B72	519,76	25,00	103,951
Nº2	B 72	Nº2 / B72	525,89	50,00	74,372
Nº3	B 72	Nº3 / B72	520,76	75,00	60,132
Nº4	B 72	Nº4 / B72	546,05	100,00	54,605

## 11.5 Factores de amplificación

Con respecto a las curvas obtenidas para factores de amplificación tenemos lo siguiente:

### a. Factor de amplificación del desplazamiento ( $A_u$ )

En la *Figura 55* la regresión lineal (línea de color rojo) representa la curva de estimación del factor de amplificación para el desplazamiento y se puede ver que presenta una dispersión importante acotada entre los límites superior e inferior.

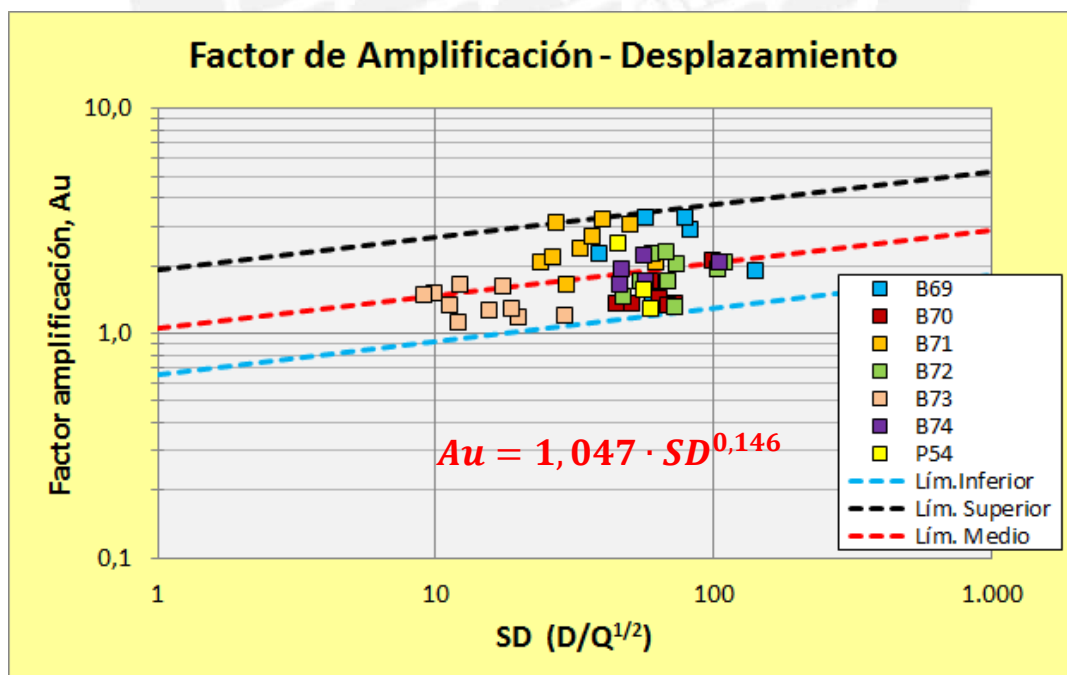


Figura 55.- Factor de amplificación estimado para el desplazamiento.

La dispersión observada, ha sido generada debido a que los extremos de los espectros de respuesta contenidos en el área sensible al desplazamiento no confluyen unos con otros en las agrupaciones de espectros de respuesta obtenidos para cada sismógrafo. En la *Figura 56* se presenta el conjunto de espectros de respuesta generados por el sismógrafo B70, pudiéndose apreciar que dentro del área sensible al desplazamiento los extremos de los espectros no confluyen unos con otros.

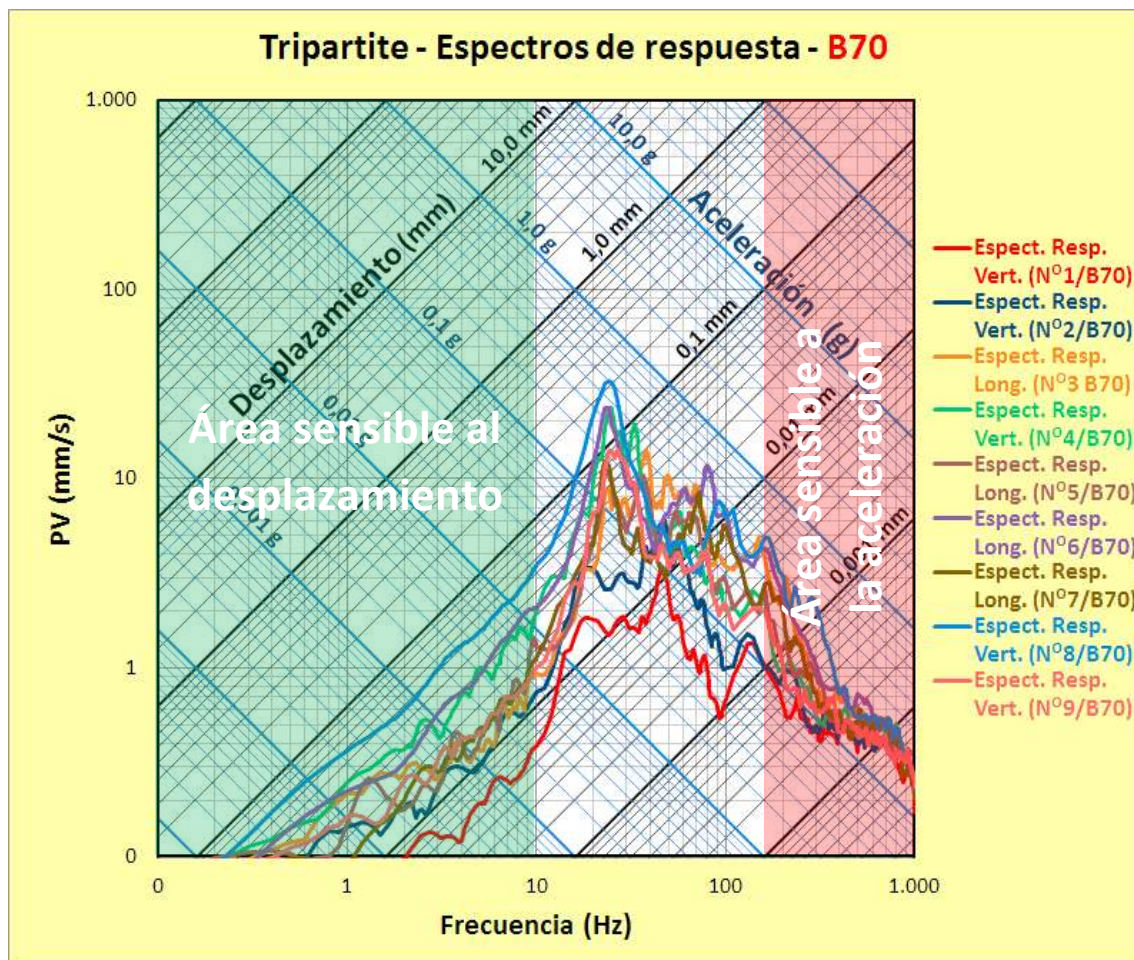


Figura 56.- Conjunto de espectros de respuesta para el sismógrafo B70 con sus respectivas áreas sensibles al desplazamiento y aceleración.

**b. Factor de amplificación de la aceleración ( $Aa$ )**

En la *Figura 57* se muestra la regresión potencial (línea de color rojo) que representa la curva de estimación del factor de amplificación de la aceleración, se puede observar en contraste con lo mencionado para el factor de amplificación del desplazamiento la dispersión es menor.

Del mismo modo que para el caso anterior, la explicación de la menor dispersión observada se debe a que los extremos de los espectros de respuesta contenidos en el área sensible a la aceleración confluyen unos con otros en diferentes agrupaciones de espectros de respuesta obtenidos para cada sismógrafo. En la *Figura 56* se puede apreciar lo antes mencionado, dentro del área sensible a la aceleración los extremos de los espectros B70 confluyen unos con otros.

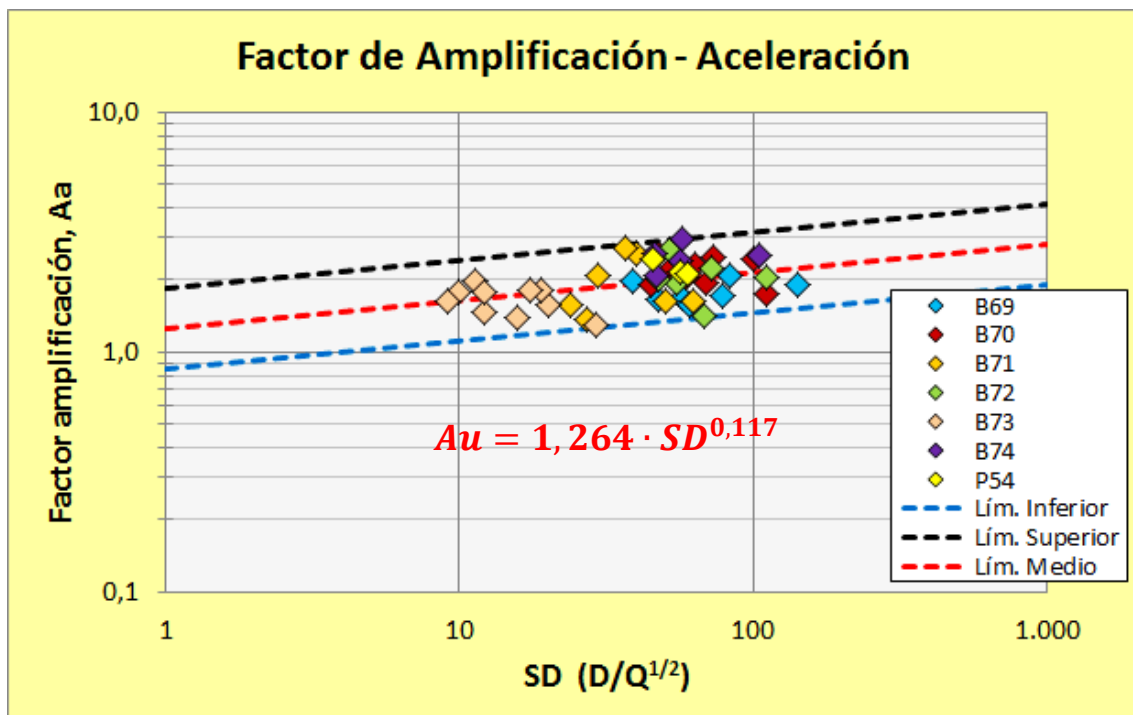


Figura 57.- Factor de amplificación estimado para la aceleración.

### c. Factor de amplificación de la velocidad ( $A_v$ )

Para el caso del factor de amplificación de la velocidad, en la *Figura 58* se muestran dos curvas, la N°1 de color rojo y la N°2 de color verde. La curva N°1 representa la tendencia del conjunto de valores  $A_{v1}$  caracterizados por poseer una relación entre las frecuencias dominantes calculadas siguiendo los métodos de espectro de respuesta (PQRS) y FFT coinciden dentro del rango de  $\pm 15\%$ ; por otro lado, la curva N°2 representa la tendencia del conjunto de valores  $A_{v2}$  donde las frecuencias están fuera del rango.

La curva N°3 se ha calculado con el fin de estimar una curva representativa de las dos curvas obtenidas N°1 y N°2, la cual ha sido diseñada para estimar el factor de amplificación de la velocidad utilizada en la técnica de predicción desarrollada.

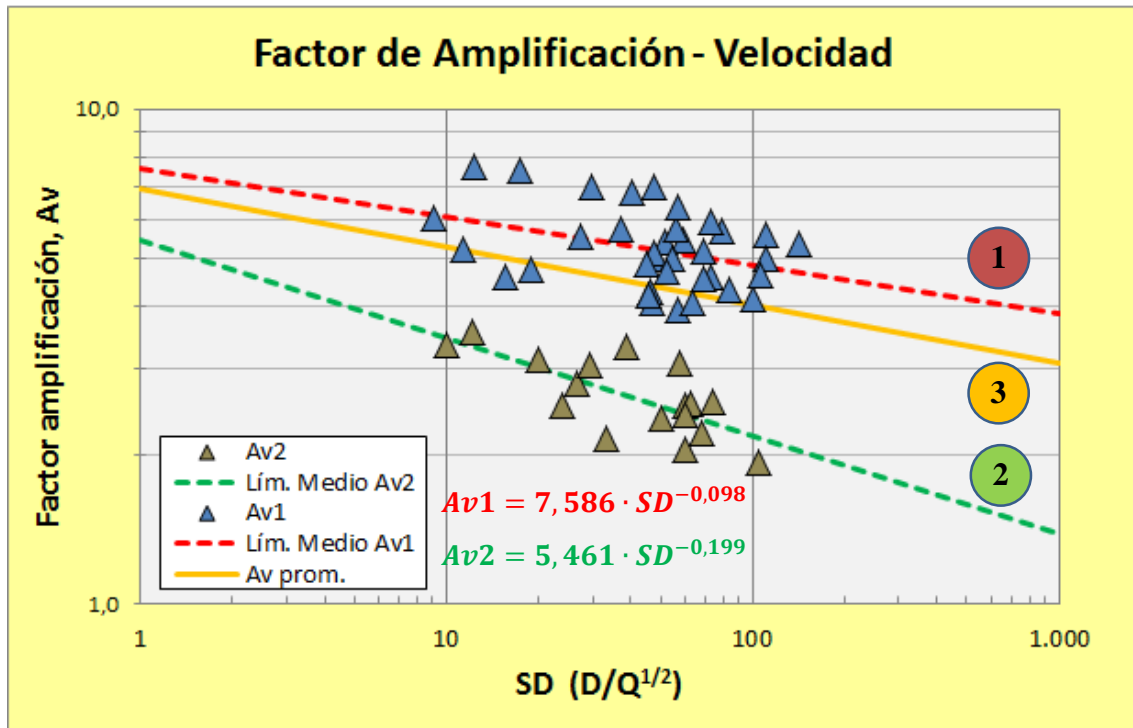


Figura 58.- Factor de amplificación estimado para la velocidad.

La explicación del por qué se han obtenido dos curvas diferentes, tiene su fundamento en la amplificación dinámica, definida como la razón de la amplitud del movimiento permanente respecto a la deformación estática, la cual varía con la razón de frecuencias “r” y con la razón de amortiguación crítica,  $\xi$ .

La definición matemática sobre la amplitud dinámica (A) es la siguiente

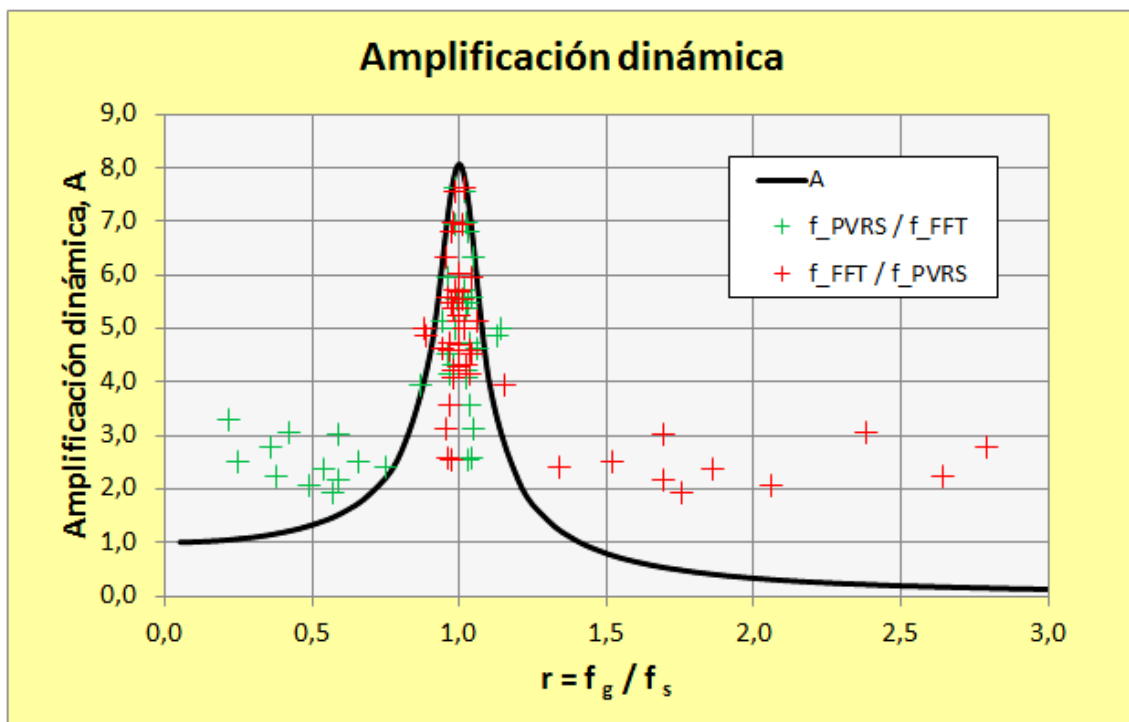
$$A = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2 \cdot r \cdot \xi)^2}}$$

Donde la relación frecuencias r está determinada por

$$r = \frac{f_{\text{natural del terreno}}}{f_{\text{natural de la estructura}}} = \frac{f_g}{f_s}$$



Para nuestro caso la amplitud dinámica sería análoga al valor del factor de amplificación  $A_v$ , la  $f_g$  sería la frecuencia dominante generada por el método FFT y mientras que la  $f_s$  sería la frecuencia dominante generada por el método de espectro de respuesta (PVRS). Entonces sí graficamos la amplitud dinámica (los valores  $A_v$  en este caso) respecto de la razón de frecuencias "r" se obtiene la siguiente gráfica:



**Figura 59.- Amplificación dinámica en función de la razón de frecuencias r.**

Por lo tanto, en la *Figura 59* se puede ver que la amplificación máxima generada se da cuando la relación de frecuencia es igual a uno; esto explica el por qué la curva N°1 (*Figura 58*) se encuentra posicionada superiormente (con una mayor amplificación) agrupando los factores  $A_{v1}$  caracterizados por tener frecuencias coincidentes ( $f_{FFT} / f_{PVRS} \approx 1$ ). Del mismo modo, se puede ver que la amplificación disminuye a medida que la relación de frecuencias es diferente de uno; esto explica el por qué la curva N°2 (*Figura 58*) se encuentra posicionada inferiormente (representado una menor amplificación) agrupando los factores  $A_{v2}$  caracterizados por tener frecuencias no coincidentes fuera del rango establecido.

## 11.6 Isolíneas de ampliación del terreno

A continuación se presenta el cálculo de las isolíneas de ampliación las cuales han sido tratadas para dos agrupaciones de datos según la ubicación de los sismógrafos en el terreno. El primer grupo (N°1) está constituido por los registros generados por los sismógrafos ubicados en los cuadrantes I y II y el segundo grupo (N°2), por los registros generados por los sismógrafos ubicados en los cuadrante III y IV (ver la *Figura 60*).



Figura 60.- Distribución de los sismógrafos sobre el terreno.

Una vez identificado el conjunto de datos constituyentes (factores de ampliación de la velocidad) para cada área delimitada (especificadas en el cuadro de la *Figura 60*), se procede a realizar un tratamiento estadístico de los factores de ampliación ( $A_v$ ) tal como se muestra en el punto 3.1.4.1 para cada una de las agrupaciones, con lo cual se obtienen las curvas de estimación presentadas en la *Figura 61*.

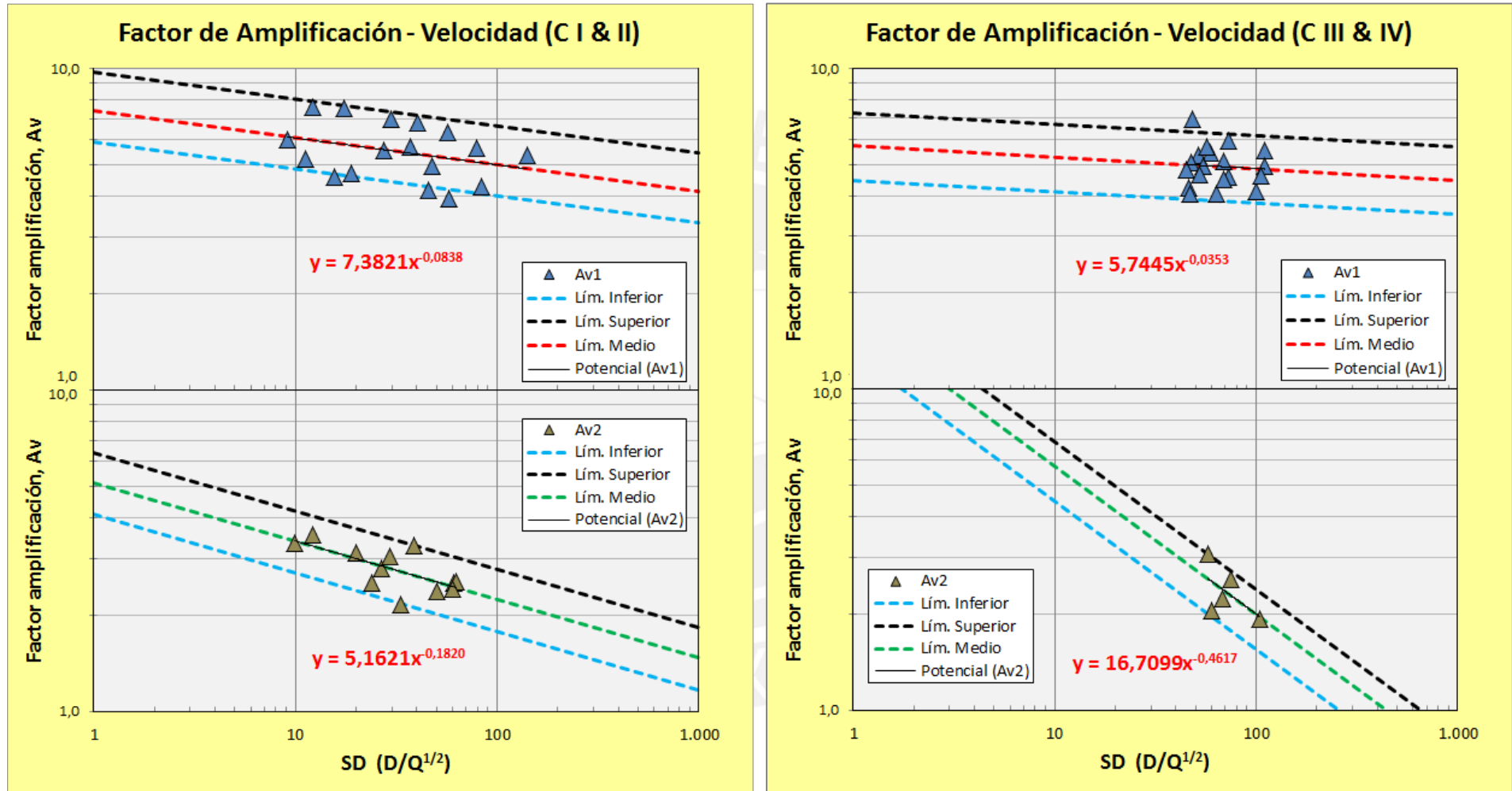


Figura 61.- Rectas de estimación del factor de amplificación para las dos zonas de análisis del terreno.

A partir de estas estimaciones, se calcula una curva representativa ( $Av_{prom}$ ) basada en la ponderación de las dos curvas estimadas ( $Av_1$  y  $Av_2$ ) para cada una de las áreas (área N°1 y N°2), véase la siguiente *Tabla 30*.

**Tabla 30.- Cálculo de la curva  $Av$  promedio para las dos áreas.**

Área N°1				Área N°2			
Cuadrante I y II				Cuadrante III y IV			
Av1		Av2		Av1		Av2	
$\alpha=$	-0,0838	$\alpha=$	-0,1820	$\alpha=$	-0,0353	$\alpha=$	-0,4617
K medio=	7,3821	K medio=	5,1621	K medio=	5,7445	K medio=	16,7099
N° Factores	17	N° Factores	12	N°	19	N°	5
$Av_{prom 1} = \frac{17}{29} \cdot 7,3821 \cdot SD^{-0,0838} + \frac{12}{29} \cdot 5,1621 \cdot SD^{-0,1820}$				$Av_{prom 2} = \frac{19}{24} \cdot 5,7445 \cdot SD^{-0,0353} + \frac{5}{24} \cdot 16,7099 \cdot SD^{-0,4617}$			

Las dos ecuaciones  $Av_{prom}$  tienen 3 variables, la máxima carga instantánea (MIC), la distancia (D) y el factor de amplificación ( $Av$ ), por consiguiente para hallar las isolíneas de amplificación se debe obtener el valor de la distancia para un determinado factor de amplificación  $Av$  manteniendo constante el valor del MIC. En este caso hemos optado por tomar el MIC promedio de las 10 voladuras analizadas que tiene por valor 65,4 kg/retardo. Una vez obtenidas las dos distancias para cada valor de  $Av$ , hemos ubicado 4 coordenadas en cada cuadrante de manera tal que la distancia entre éstas y la coordenada del punto de corte central (E654.934,78 N993.086,95) sea igual a la calculada inicialmente. Por último al unir los puntos graficados espacialmente de igual factor de amplificación  $Av$  con una línea continua se obtienen las líneas de amplificación promedio del terreno, representado en la *Figura 62*.

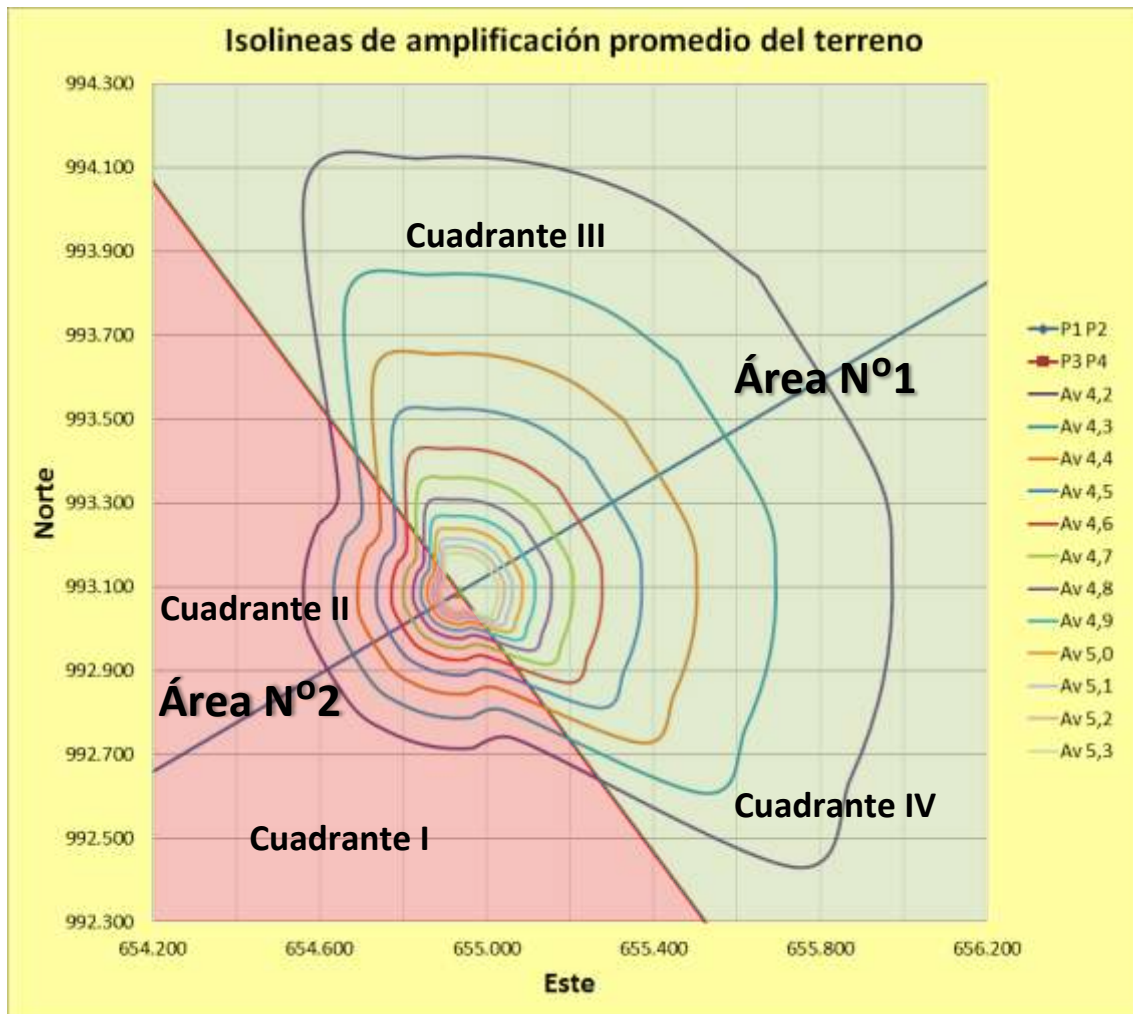
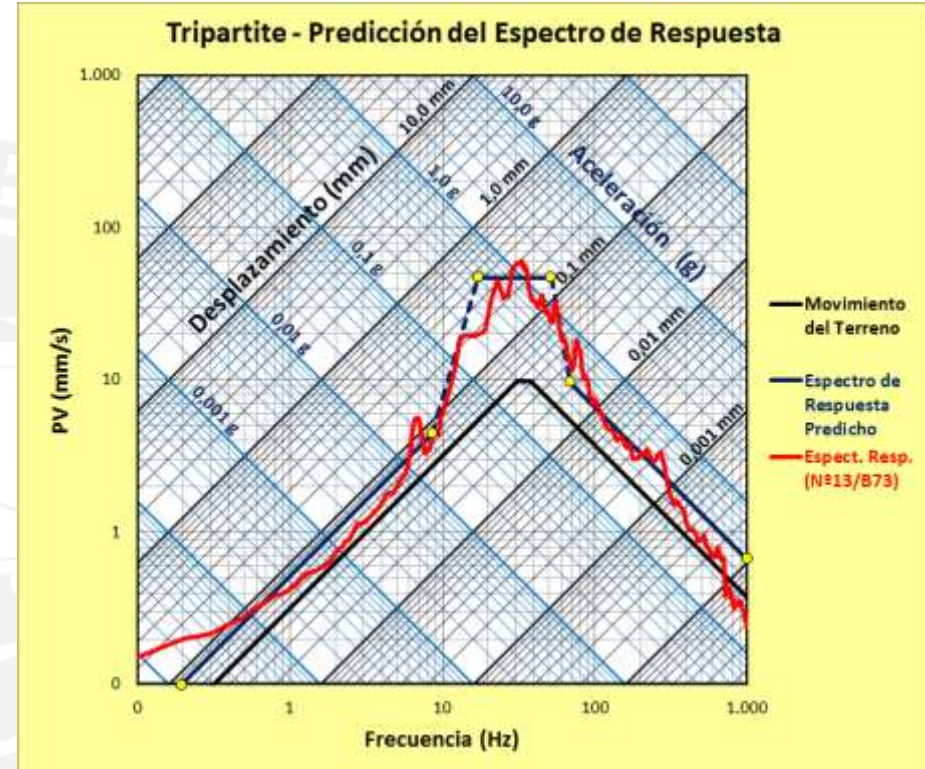
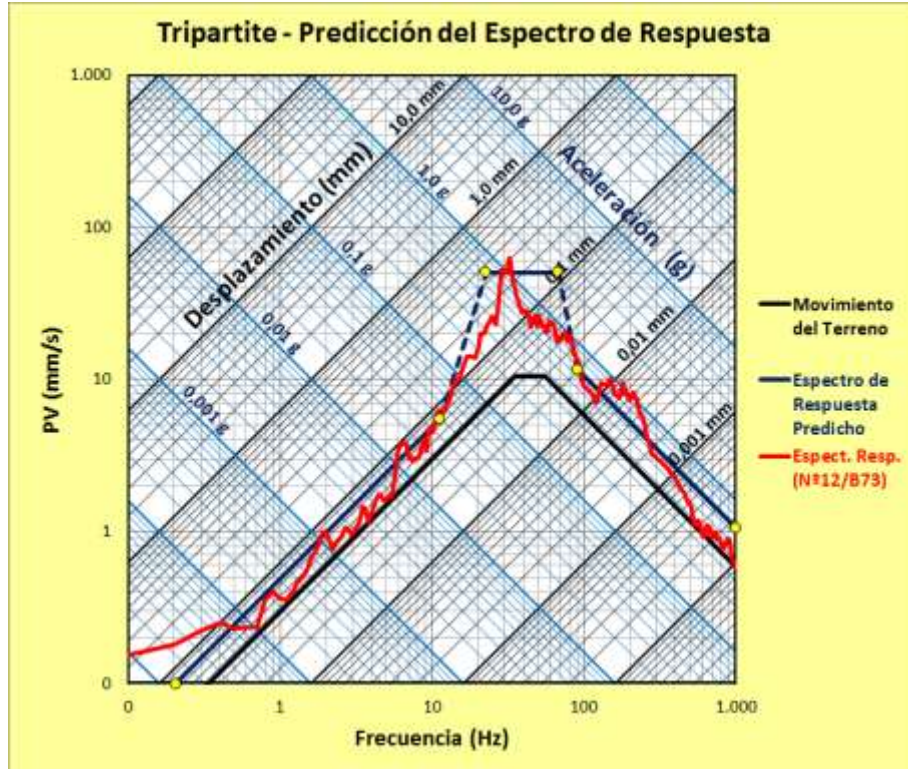


Figura 62.- Representación espacial de las isótopos de amplificación promedio del terreno.

## 11.7 Validación de la técnica de predicción de la frecuencia dominante y espectro de respuesta

Se ha comprobado que la técnica de predicción desarrollada en el punto 3.1 genera información correcta, ya que ha sido validada con los registros de voladuras posteriores. A continuación se presentan las *Figura 63*, *Figura 64*, *Figura 65* y *Figura 66* con las predicciones de las frecuencias dominantes y espectros de respuesta para los registros generados por las voladuras N°12, N°13, N°18 y N°19.



Estimación de los Factores de Amplificación Promedio - N°12/B73						
DATA	DESPLAZAMIENTO		VELOCIDAD		ACELERACIÓN	
Espectro de Respuesta Predicho :	$\delta$ max:	0,07765 mm	PV :	50,239 mm/s	PA : 0,6697 g	
Movimiento del terreno :	Desplazamiento pico (u):	0,04760 mm	PPV ( $\dot{u}$ ):	10,500 mm/s	Aceleración pico ( $\ddot{u}$ ) : 0,3710 g	
Factor de Amplificación :	$A_U$ : $\delta_{max} / u$	1,63	$A_V$ : PV / PPV	4,78	$A_a$ : PA / $\ddot{u}$	1,81
Rango de Amplificación :	Desde 0,10 Hz hasta 11,28 Hz		Desde 22,56 Hz hasta 67,69 Hz		Desde 90,26 Hz hasta 1.000,00 Hz	

Figura 63.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°12/B73.

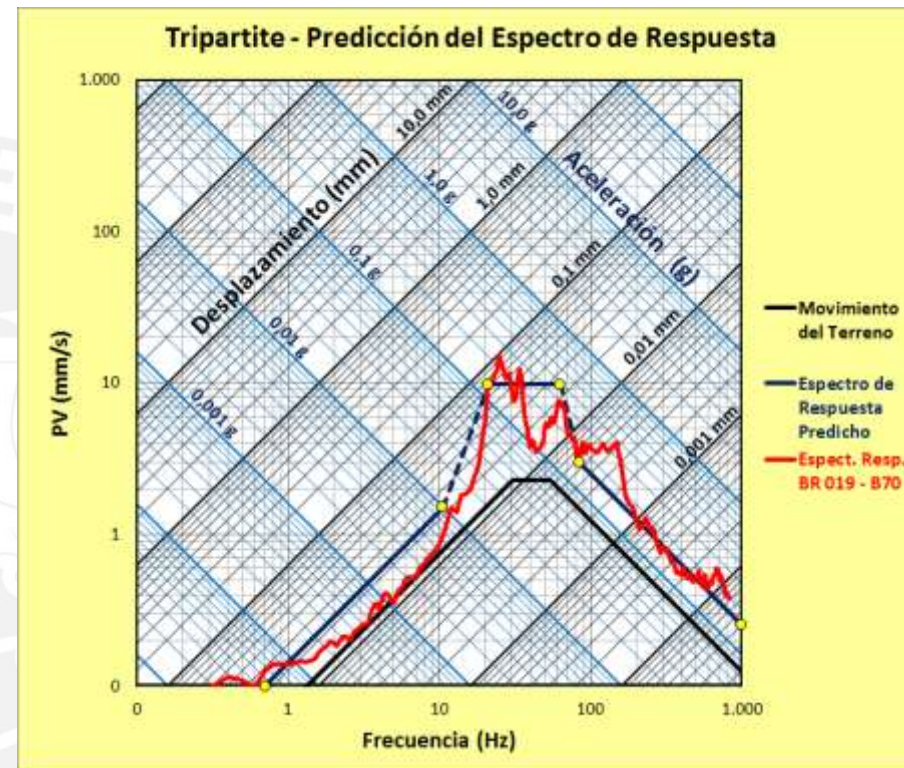
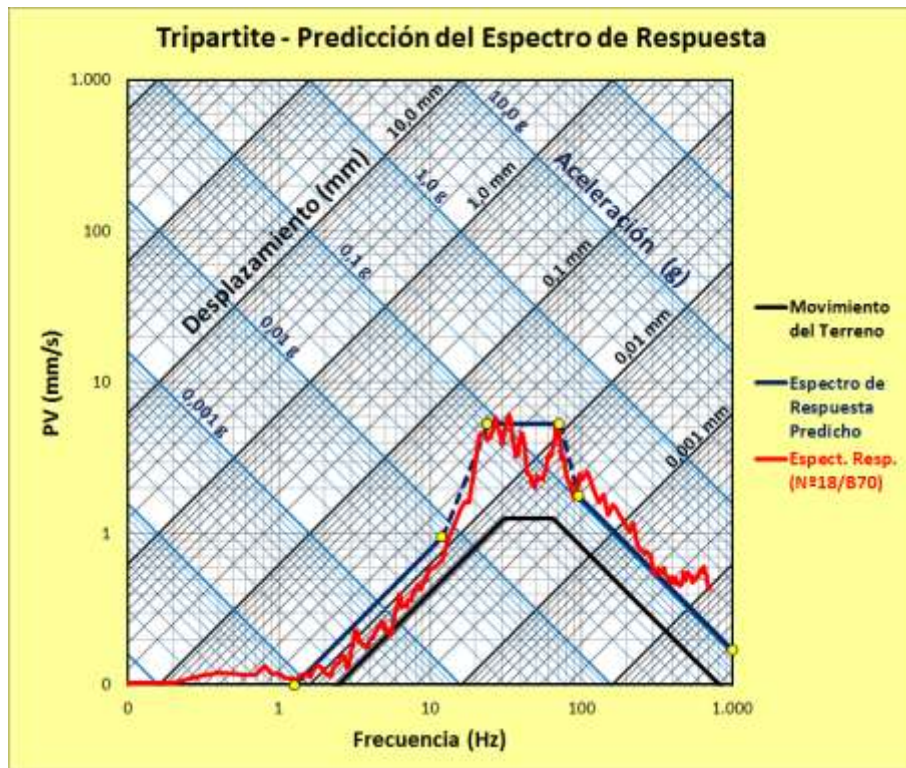
Estimación de los Factores de Amplificación Promedio - N°13/B73						
DATA	DESPLAZAMIENTO		VELOCIDAD		ACELERACIÓN	
Espectro de Respuesta Predicho :	$\delta$ max:	0,08186 mm	PV :	47,109 mm/s	PA : 0,4286 g	
Movimiento del terreno :	Desplazamiento pico (u):	0,05060 mm	PPV ( $\dot{u}$ ):	9,780 mm/s	Aceleración pico ( $\ddot{u}$ ) : 0,2390 g	
Factor de Amplificación :	$A_U$ : $\delta_{max} / u$	1,62	$A_V$ : PV / PPV	4,82	$A_a$ : PA / $\ddot{u}$	1,79
Rango de Amplificación :	Desde 0,10 Hz hasta 8,61 Hz		Desde 17,23 Hz hasta 51,68 Hz		Desde 68,90 Hz hasta 1.000,00 Hz	

Figura 64.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°13/B73.



Predicción de la frecuencia dominante y espectro de respuesta en vibraciones producidas por voladuras a cielo abierto

Vásquez Sánchez, Ned Yamile – PUCP – E.T.S.I. de Minas



Estimación de los Factores de Amplificación Promedio - N°18/B70						
DATA	DESPLAZAMIENTO		VELOCIDAD		ACELERACIÓN	
Espectro de Respuesta Predicho :	$\delta$ max:	0,01256 mm	PV :	5,309 mm/s	PA :	0,1095 g
Movimiento del terreno :	Desplazamiento pico (u):	0,00651 mm	PPV ( $\dot{u}$ ):	1,270 mm/s	Aceleración pico ( $\ddot{u}$ ):	0,0530 g
Factor de Amplificación :	$A_U$ : $\delta_{max} / u$	1,93	$A_V$ : PV / PPV	4,18	$A_a$ : PA / $\ddot{u}$	2,07
Rango de Amplificación :	Desde 0,10 Hz hasta 12,02 Hz		Desde 24,09 Hz hasta 72,14 Hz		Desde 96,18 Hz hasta 1.000,00 Hz	

Figura 65.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°18/B70.

Estimación de los Factores de Amplificación Promedio - N°19/B70						
DATA	DESPLAZAMIENTO		VELOCIDAD		ACELERACIÓN	
Espectro de Respuesta Predicho :	$\delta$ max:	0,02262 mm	PV :	9,754 mm/s	PA :	0,1612 g
Movimiento del terreno :	Desplazamiento pico (u):	0,01200 mm	PPV ( $\dot{u}$ ):	2,290 mm/s	Aceleración pico ( $\ddot{u}$ ):	0,0795 g
Factor de Amplificación :	$A_U$ : $\delta_{max} / u$	1,89	$A_V$ : PV / PPV	4,26	$A_a$ : PA / $\ddot{u}$	2,03
Rango de Amplificación :	Desde 0,10 Hz hasta 10,57 Hz		Desde 21,14 Hz hasta 63,42 Hz		Desde 84,56 Hz hasta 1.000,00 Hz	

Figura 66.- Predicción del espectro de respuesta basado en el registro N°19/B70.

## 12 CONCLUSIONES

Al concluir la primera parte del presente estudio se formulan las siguientes conclusiones:

- a. Que a partir del análisis de las leyes de atenuación obtenidas para las dos agrupaciones de voladuras, se establece que la detonación de barrenos semilla genera un mayor nivel de vibraciones en contraste con las voladuras sin la presencia de estos (con barrenos con cara libre), ello se refleja en el desplazamiento superior de la ley estimada ( $K_{N^{\circ}1-N^{\circ}4} > K_{N^{\circ}5-N^{\circ}10}$ ).
- b. Que analizando la expresión matemática para la ley de atenuación del terreno se afirma que la velocidad pico-partícula (PPV) varía inversamente proporcional con la distancia (D) y directamente proporcional con la máxima carga instantánea. A partir de ello, se determina que si se quiere reducir el nivel de vibración producido por una voladura, se debe disminuir la carga (reduciendo el riesgo de acople los tiempos de la detonación de los barrenos) o aumentar la distancia.
- c. Que se ha obtenido una zona de seguridad basada en el límite máximo permitido según la norma UBSM - RI 8507 (12,7 mm/s) para un MIC promedio de 65, 4 kg. Se determina que para distancias mayores superiores a 104 m (longitud mayor correspondiente al cuadrante I) se cumple el nivel de vibraciones permitido. En el caso de la existencia de alguna estructura en el área de peligro se debe utilizar por el contrario la ley de atenuación al 90% de fiabilidad y realizar la disminución del nivel de vibración según lo indicado en el anterior apartado.
- d. Que respecto al control de la frecuencia asociada a la componente máxima de la velocidad pico-partícula según el criterio de control de daños del UBSM, se puede afirmar que todos los registros medidos cumplen con los límites establecidos y además existe una predominancia de las frecuencias de 20 a 40 Hz.



- e. Que se ha comprobado que los valores de la PPV se ajustan a una distribución log-normal ( $PPV \sim \text{Log} - N(1,012 ; 0,954)$ ) caracterizada por tener una media de 1,012 y desviación estándar igual a 0,954.
- f. Que según la *Figura 22*, se demuestra que existen dos zonas muy diferenciadas caracterizadas por tener un mismo comportamiento de atenuación. La primera zona (zona 1) la componen los cuadrantes I, II y IV y la segunda (zona 2), la compone el cuadrante III. La zona 2 cuenta con un mayor grado de atenuación que la zona 1, es decir para una distancia dada el nivel de vibraciones registrado en la zona 1 es mayor que en la zona 2. Adicionalmente se puede agregar que la zona 2 permite incrementar el nivel de carga máxima utilizada.

Como resultado de la investigación realizada para la segunda parte del estudio, se formulan las siguientes conclusiones:

- a. A partir de la curva de estimación del factor de amplificación para la velocidad se establece que la variación del valor de la amplificación es directamente proporcional a la máxima carga instantánea (MIC) e inversamente proporcional a la distancia (D).
- b. El factor de amplificación de una estructura está ligado con el potencial agrietamiento, de modo que si se quiere prevenir el daño estructural se debe controlar el valor de la amplificación disminuyendo el MIC (minimizando el tiempo de detonación de barrenos) o aumentando la distancia (D).
- c. Una velocidad de pico-partícula más alta en realidad puede causar menos estiramiento o tensión (potencial agrietamiento) que una velocidad de partícula baja, siempre y cuando ésta se produzca a una frecuencia que sea sustancialmente mayor o menor que la frecuencia natural de la estructura (es decir se cumple que  $f_g/f_s \ll 1$  ó  $f_g/f_s \gg 1$ ), con ello se demuestra que el potencial de agrietamiento depende principalmente de las frecuencias interactuantes.

- d. Todo tipo de terreno tiene la propiedad de transmitir pulsos de baja frecuencia a mayores distancias, es decir la atenuación de las altas frecuencias es mayor a medida que se incrementa la distancia; esto se ve reflejado en la comparación de dos espectros de respuesta (A y B) con distancias escaladas similares ( $SD_A \approx SD_B$ ) donde se cumple que el espectro obtenido con la mayor distancia ( $D_A > D_B$ ) tiene menor frecuencia dominante ( $f_{dom A} < f_{dom B}$ ).
- e. Se ha demostrado el por qué de la agrupación de las dos curvas de estimación para el factor de amplificación de la velocidad. Esto se explica empleando el concepto de la amplificación dinámica expresada en función de la relación de frecuencias ( $f_g/f_s$ ); por un lado se da el primer caso cuando la relación de frecuencias es aproximadamente uno ( $f_g/f_s \approx 1$ ) dando lugar a una amplificación máxima, y por otro lado se da el segundo caso cuando la relación de frecuencias es diferente de uno, ello genera una amplificación menor.
- f. En la representación espacial de las isolíneas de amplificación (para una MIC promedio de 65,4 kg/retardo) se demuestra que el Área N°1 experimenta una menor amplificación en comparación con el Área N°2, por consiguiente se debe priorizar el control de las futuras voladuras que se encuentren localizadas en el Área N°2.
- g. Analizando los 53 espectros de respuestas (PS obtenidos se concluye que: (i) los sistemas con periodos de muy corta duración (frecuencias muy altas) su aceleración espectral o pseudoaceleración (PA) para cualquier valor de amortiguación crítica se aproxima a la aceleración pico del movimiento del terreno ( $\ddot{u}$ ), (ii) los sistemas con periodos de muy larga duración (frecuencias muy bajas) su desplazamiento espectral o desplazamiento relativo máximo ( $\delta_{max}$ ) para cualquier valor de amortiguamiento crítico se aproxima al desplazamiento pico del terreno ( $u$ ).
- h. Sí se emplea en el cálculo un mayor porcentaje de amortiguamiento crítico ( $\xi$ ) se obtiene una mayor amplificación del espectro de respuesta. Por lo



tanto se debe conocer el valor de la relación de amortiguamiento crítico de las estructuras a analizar; para cuyo cálculo se recomienda el uso de la *ecuación (2.9)* aplicada en la historia de vibración libre de la estructura analizada. Estudios realizados han demostrado que los rangos de amortiguación varían entre 2% y 10% del crítico.

- i. Examinando los diferentes tipos de espectros de respuesta calculados se concluye que las vibraciones producidas por voladuras superficiales generan espectros de respuesta caracterizados por tener: menores amplitudes, menores anchos de banda y mayores valores para las frecuencias dominantes en contraste con los espectros de respuesta generados a partir de vibraciones producidas por los terremotos.
- j. La técnica desarrollada para la predicción de la frecuencia dominante y espectro de respuesta generados en base a registros de las vibraciones producidas en operaciones mineras superficiales se ha validado con registros de voladuras posteriores, concluyendo que dicha técnica es correcta y fiable.



### 13 REFERENCIAS

- AMBRASEYS, N. R., & HENDRON, A. J. (1968). Dynamic behavior of rock masses. In K. G. Stagg, & O. C. Zienkiewicz, *Rock mechanics in engineering practice* (pp. 203-227). London: John Wiley & Sons, Inc.
- CLOUGH, R. W., & PENZIEN, J. (2003). *Dinamics of structures* (Third ed.). Berkeley, USA: Computers & Structures, Inc.
- DEVINE, J. R. (1966). *Avoiding damage to residences from blasting vibrations*. National Academy of Sciences.
- DOWDING, C. H. (1985). *Blast vibration monitoring and control*. (W. J. Hall, Ed.) Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice-Hall. Inc.
- DOWDING, C. H. (2000). *Construction vibrations*. USA: McCormick School of Engineering & Applied Science.
- LANGFORS, U., & KIHLSSTROM, B. (1976). *The Modern Technique of Rock Blasting*. Swedish: John Wiley & Sons.
- MEDEARIS, K. (1976). *The development of rational damage criteria of low-rise structures subjected to blasting vibrations*. Washington, D. C.: Report to the National Crushed Stone Association.
- MURFITT, J. K., & SIU, B. (2006). *Evaluation of site-specific pseudo-velocity response spectra from tunnel blasts in granite*. Hong Kong: Maunsell Consultants Asia Ltd.
- NEWMARK, N. M., & HALL, W. J. (1982). *Earthquake Spectra and Design*. Okland, U.S.A.: Earthquake Engineering.
- PASCUAL DE BLAS, J. Á. (2000). *Problemática de las vibraciones en las voladuras, medición, control y regulación legal*. Madrid: Unión Española de Explosivos, S.A.
- PAZ, M. (1992). *Dinámica estructural teoría y calculo*. Barcelona, España: Reveté, S.A.



- RICHARDS, A. B., & MOORE, A. J. (2005). *Blast vibration course, measurement, assessment and control*. Terrock Consulting Engineers. Eltham Vic: Terrock Pty Ltd.
- SANCHIDRIÁN, J. Á., & MUÑIZ, E. (2000). *Curso de tecnología de explosivos*. Madrid: Fundación Gomez Pardo.
- SISKIND, D. E. (1996). *Frequency analysis and the use of response spectra for blasting* (Vol. 2). Cleveland, Ohio, USA: International Society of Explosives Engineers (ISEE).
- SISKIND, D. E. (2000). *Vibrations from Blasting*. Cleveland, Ohio, USA: ISEE.
- SISKIND, D. E., STAGG, M. S., KOPP, J. W., & DOWDING, C. H. (1980). *Structure response and damage produced by ground vibration from surface mine blasting*. USA: Report of Investigation 8507, United States Bureau of Mines (USBM).
- THOMPSON, W. T. (1965). *Vibration theory and applications*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc.
- VELETSOS, A. S., & NEWMARK, N. M. (1964). *Response spectra of single degree-of-freedom elastic and inelastic systems*. USA: Air Force Weapons Laboratory Technical Documentary Report RTD-63-3096 AD44989.

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIEROS DE MINAS**

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA QUÍMICA Y  
COMBUSTIBLES**

**PREDICCIÓN DE LA LEY DE ATENUACIÓN, FRECUENCIA  
DOMINANTE Y ESPECTRO DE RESPUESTA EN VIBRACIONES  
PRODUCIDAS POR VOLADURAS A CIELO ABIERTO**

---

**DOCUMENTO N°2: ESTUDIO ECONÓMICO**

## 1 ESTUDIO ECONÓMICO

### 1.1 Objetivo

Determinar el presupuesto total del estudio, específicamente los costes asociados al monitoreo de las vibraciones, procesamiento de la data y obtención de resultados.

### 1.2 Presupuesto total

Para llevar a cabo el estudio de “Predicción de la Ley de Atenuación, Frecuencia Dominante y Espectro de Respuesta en Vibraciones Producidas por Voladuras a Cielo Abierto”, se estima la utilización de un presupuesto total de costes de 50.699,00 € conforme se detalla a continuación:

#### Monitoreo de vibraciones

Coste de un sismógrafo.....	7.000,00€
Nº de mediciones para amortizar el equipo.....	140 mediciones
Costo por sismógrafo.....	50,00€/medición
Número de sismógrafos utilizados.....	7 unid = 350,00€
Número de voladuras monitoreadas.....	10 voladuras = 3.500,00€
<b>Total Monitoreo de las vibraciones.....</b>	<b>3.500,00€</b>

#### Análisis de datos y obtención de resultados.

Estudio de la estimación de la ley de atenuación del terreno.....	
.....	120 horas de trabajo
Estudio de la predicción de la frecuencia dominante y espectro de respuesta.....	360 horas de trabajo
Total horas de trabajo.....	480 horas de trabajo
Coste por hora de un ingeniero.....	80€/hora
<b>Coste de los estudios.....</b>	<b>38.400,00€</b>
<b>Subtotal.....</b>	<b>41.900,00€</b>
IVA (21%).....	8.799,00€
<b>Total Presupuesto.....</b>	<b>50.699,00€</b>